

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

ESCUELA SUPERIOR DE FÍSICA Y MATEMÁTICAS

*“PROCESOS DE AMPLIFICACIÓN ÓPTICA
EN BSO (CGPI 20050389)”*

T E S I S

*Que para obtener el título de
LICENCIADO EN FÍSICA Y MATEMÁTICAS
presenta*

MIGUEL ANGEL ARVIZU COYOTZI



DIRECTOR: DR. ARTURO ZÚÑIGA SEGUNDO

México D.F., octubre del 2006

Índice.

Índice	1
Introducción	3
I Ecuaciones Materiales	7
1.1 Excitación y recombinación	9
1.2 Transporte	9
1.3 Campo espacial de carga	10
1.4 Índice de refracción	10
II Solución numérica a las ecuaciones de Kukhtarev	11
2.1 Evolución temporal de $(E_{sc})_{Max}$ y J_o	14
2.2 Evolución temporal de $E_{sc}(x,t)$	18
2.3 Evolución temporal de $n(x,t)$	19
2.4 Evolución temporal de $N^+(x,t)$	20
III Modelo simplificado del efecto fotorrefractivo	21
IV Conclusiones	23
Referencias	24

A mis padres Juana y José; consideren este logro también como vuestro.

Agradecimientos:

Al Instituto Politécnico Nacional y la Escuela Superior de Física y Matemáticas la formación que me han dado.

A la CGPI por la ayuda económica que me proporcionaron para la realización de esta tesis mediante el proyecto (CGPI 20050389).

A los sinodales de mi examen; Dr. Arturo Fidencio Méndez Sánchez, M. en C. Edgar Moreno, Dr. Fray de Landa Castillo Alvarado, Fis. José Antonio Peralta y muy especialmente al Dr. Arturo Zúñiga Segundo quien me sugirió el tema de tesis y llevo la dirección del trabajo, además de ser un excelente profesor, colega y amigo con el cual siempre estaré en deuda.

Azucena, Juana Karina, Héctor Miguel, Juan Manuel, Vladimir, Gerardo, Julio Cesar, que tienen todos ellos un lugar muy especial en mi corazón.

Introducción

Hace aproximadamente 40 años, Arthur Ashkin y sus colaboradores de los laboratorios Bell, tuvieron las primeras experiencias con el efecto fotorrefractivo, considerándolo una curiosidad, una molesta experiencia y una “demencia” óptica [1]. Hoy los materiales fotorrefractivos han sido la esencia para la construcción de componentes, (compuertas, memorias, elementos procesadores de datos e imágenes), de una nueva generación de computadoras que utilizan la luz en lugar de la electricidad [2-4]. Ashkin experimentó con un cristal de Niobato de litio (LiNbO_3), donde esperaba cambiar el color de un rayo láser incidente por otro, proceso llamado generación de segundo armónico. Como parte de sus pruebas, dirigió un rayo a través del cristal. En un principio el cristal ejecutó un comportamiento normal, permitiendo el paso de la luz a través de él sin distorsión. Pero después de algunos minutos, el cristal comenzó a distorsionar el rayo, esparciendolo alrededor del laboratorio. De alguna manera la luz del láser había alterado las propiedades ópticas del cristal. Este efecto persistió en el cristal por días. Sin embargo, si se iluminaba el cristal con un rayo de luz uniforme, el cristal volvía a transmitir al rayo sin distorsión.

De lo anterior es claro que la luz que incide en un material fotorrefractivo, afecta su propia rapidez. Más específicamente el efecto fotorrefractivo es un proceso en el cual la luz altera el índice de refracción del material. Como se sabe la luz es una onda electromagnética, cuya intensidad de campo eléctrico es proporcional a la raíz cuadrada de su intensidad. Por ejemplo, un rayo con intensidad de $100 \times 10^6 \text{ W/cm}^2$, es equivalente a un campo eléctrico de 100 KV/cm, aproximadamente. Cuando dicha luz es dirigida a un material transparente, la posición de sus átomos es modificada, cambiando el índice de refracción por algunas partes por millón. Para nosotros el término “fotorrefractivo” estará reservado, para materiales cuyo índice de refracción cambia en algunas partes por 10 000!!, en respuesta a la luz de baja intensidad de una milésima de W/cm^2 . En los materiales fotorrefractivos el rayo de luz débil puede alterar el arreglo de átomos, cambiando el índice

de refracción, el cambio es semipermanente: ya que si un cristal alterado es aislado de todas las fuentes de luz, el cambio persistirá desde milisegundos hasta años dependiendo del material. De esta manera se puede almacenar información en la forma de imágenes en un cristal. Es claro que las propiedades ópticas de los materiales fotorrefractivos pueden ser modificadas por la luz que pasa a través de ellos, de ahí que éstos sean categorizados como medios ópticos no lineales [5]. En un medio óptico lineal tal como los prismas, las lentes, y los filtros polarizados, los haces de luz pasan de un lado a otro sin cambiar las propiedades del material.

Es claro afirmar que las películas de material fotorrefractivo, (semiconductoras o de compuestos orgánicos), cambian rápidamente sus propiedades ópticas cuando son expuestas a la luz brillante y responden lentamente cuando son sujetas a luz de baja intensidad, capturando detalles finos cuando son iluminados por algún patrón intrincado de luz. A diferencia de las otras películas las de material fotorrefractivo son borrables: las imágenes pueden ser almacenadas o borradas a capricho o por diseño [4].

La pregunta obligada sería: ¿Como puede un rayo de luz tan débil, causar un cambio tan fuerte en el índice de refracción del cristal? A finales de 1960, F. S. Chen también de los laboratorios Bell, propone el modelo básico del efecto fotorrefractivo [6]. Justo como las hormigas mueven una gran cantidad de arena, un rayo débil puede gradualmente construir un fuerte campo eléctrico al mover cargas eléctricas una por una. En los cristales fotorrefractivos, las cargas se difunden de las regiones iluminadas a las regiones oscuras donde se acumulan. Como más y más cargas son desplazadas, el campo eléctrico dentro del cristal, (llamado campo espacial de carga E_{sc}), se incrementa alcanzando una intensidad tan alta como 10 KV/cm. El campo eléctrico modificará en índice de refracción como consecuencia de la pequeña distorsión de la estructura cristalina (aproximadamente 0.01%).

Para acrecentar el efecto fotorrefractivo, se ha aprendido a controlar el flujo de carga dentro del material. Los dos mecanismos que controlan el flujo de la carga en el cristal son la difusión y el arrastre. Ellos son análogos a la difusión y arrastre del humo de un cigarrillo. Saliendo del cigarro el humo se difunde hacia las regiones de baja densidad de humo. Si una ligera brisa fluye, arrastrará al humo en una dirección determinada. Las partículas de humo se comportan como las cargas móviles en un material fotorrefractivo:

las cargas tenderán a moverse hacia las regiones de baja densidad de carga, y ellas son arrastradas en respuesta al campo eléctrico.

La simple difusión de cargas desde las regiones brillantes a las oscuras de un cristal no produce el intenso campo eléctrico necesario. En 1981 Jean Pierre Huignard y Abdellatif Marrakchi de los laboratorios Thomson en Orsay, Francia, aplicaron un campo eléctrico externo a un cristal fotorrefractivo para producir un campo eléctrico espacial, más intenso que el producido solamente por difusión [7]. Sin embargo, el campo eléctrico aplicado desplaza al “grating”¹ de índice de refracción del desfaseamiento de cuarto de ciclo óptimo.

Para prevenir este cambio espacial no óptimo del grating de índice de refracción, Sergei I. Stepanov y Mikhail P. Petrov del A. F. Ioffe Instituto Físico Técnico de la academia soviética de ciencias en Leningrado, desarrollaron una inteligente técnica [8]. Ellos aplicaron un campo eléctrico externo que rápidamente alternaba, las cargas se desplazaron en una dirección para la primera mitad del ciclo del campo aplicado y en la dirección opuesta en la siguiente mitad del ciclo. El proceso es similar a tener dos personas que soplan alternadamente a la salida de un cigarrillo. Resultando un patrón de humo intensificado por ambas brisas y esparcido en el espacio, con el mismo promedio de ubicación, como si las brisas de viento no estuviera presentes. En los cristales fotorrefractivos este proceso permite un campo eléctrico interno más intenso que el producido solamente por la difusión, y el grating de índice de refracción tiene el mismo promedio en fase, de un cuarto de ciclo como si no hubiese sido desplazado el campo presente.

En un principio esto no parecía tener ninguna aplicación, no fue hasta que Kukhtarev propuso las ecuaciones que rigen la formación del campo espacial de carga [9]. Esto tuvo un gran significado ya que por primera vez al calcular el campo espacial de carga, fue posible por medio de la electro-óptica, calcular los cambios de índice de refracción dentro del material y así poder describir las trayectorias que la luz sigue en su interior.

Durante las últimas tres décadas, los materiales fotorrefractivos han sido objeto de muchos estudios debido a la gran variedad de aplicaciones que tienen en la transmisión y manipulación de información óptica. Algunos materiales fotorrefractivos ferroeléctricos como el LiNbO_3 y el BaTiO_3 y no ferroeléctricos como el $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ (BSO), $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$

¹ Arreglo formado por ondulaciones de ..., o si se prefiere puede llamarse rejilla.

(BaTiO), $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ (BGO), han sido utilizados en el procesamiento óptico de señales, en holografía dinámica, en óptica de fase conjugada y en interconexión óptica de redes entre otras aplicaciones tecnológicas.

En este trabajo presentamos algunos cálculos numéricos del campo espacial de carga E_{sc} obtenidos al resolver las ecuaciones de Kukhtarev con un campo eléctrico externo aplicado (**DC**)[10]. Al igual que en la Ref. [10], presentamos resultados para modulaciones grandes pero con distintas longitudes de onda del patrón de interferencia. Estas soluciones son comparadas con una relación analítica, la cual permite obtener las soluciones sin necesidad de resolver las ecuaciones en su totalidad.

Ecuaciones Materiales

Si dos haces de la misma frecuencia se intersectan dentro de un cristal, ellos interferirán y producirán un patrón estacionario de regiones brillantes y oscuras, o más específicamente un patrón de interferencia con periodo Λ y cuya intensidad varia sinusoidalmente con la posición en el cristal, ver Fig.1.1(a).

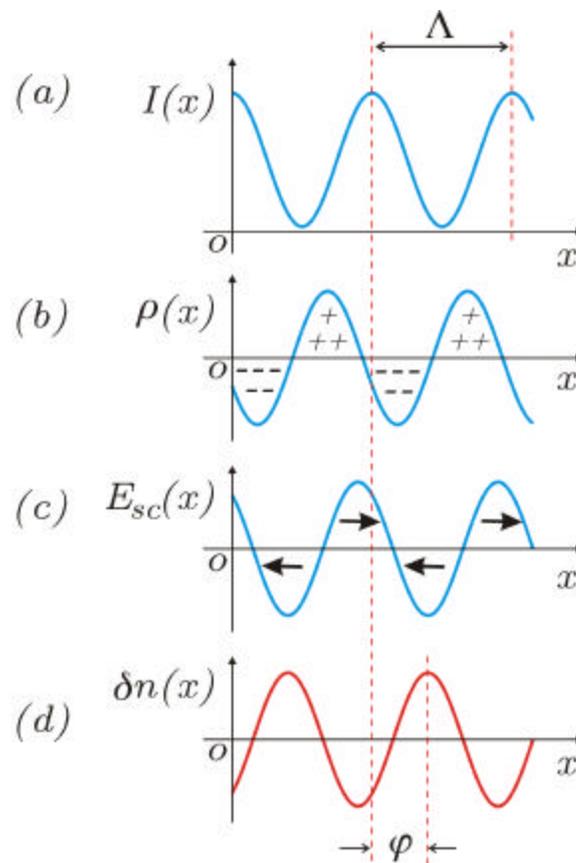


Fig. 1.1. La esencia del efecto Fotorrefractivo. (a) Formación del patrón de interferencia. (b) Redistribución de la densidad de carga. (c) Formación del campo de carga espacial E_{sc} y (d) Por efecto electro-óptico cambios en el índice de refracción del cristal.

Este patrón sinusoidal formado dentro del cristal, moverá las cargas eléctricas generando

una densidad de carga eléctrica cuya magnitud también variará sinusoidalmente, (Fig. 1.1(b)). Por electrostática se produce un campo de carga espacial (Fig.1.1(c)), que “distorsionará” la estructura de la red cristalina periódicamente, produciendo cambios en el índice de refracción (Fig.1.1(d)), calculados por medio de efecto electro-óptico. El patrón de interferencia (el campo de carga espacial) y el grating de índice de refracción, tendrán la misma periodicidad, pero ellos estarán defasados por un ángulo ϕ mostrado. Cuando este ángulo sea de un cuarto de periodo, es decir cuando se tenga un desplazamiento de 90 grados, será la configuración más óptima para el intercambio de energía entre los dos rayos laser [5].

El modelo de transporte de banda propuesto por N. Kukhtarev es el más utilizado para explicar el efecto fotorrefractivo y aunque implica varias aproximaciones contiene la física del comportamiento de los materiales fotorrefractivos [9], las aproximaciones son la consideración de un sólo tipo de portadores de carga (electrones) y un sólo tipo de centros involucrados en la donación y captura de los portadores de cargas eléctricas. La descripción de los procesos de excitación, transporte y recombinación que ocurre en los materiales fotorrefractivos, al ser iluminados por dos haces de luz coherente linealmente polarizados; que forman un patrón de interferencia de tipo senoidal, se modela mediante un sistema de ecuaciones diferenciales parciales no lineales y acopladas que se describen a continuación con ayuda de la Fig.1.2.

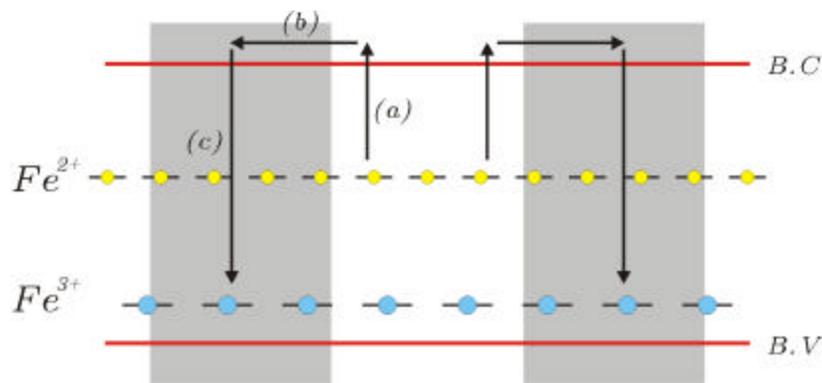


Fig.1.2. Modelo de transporte de banda para el efecto fotorrefractivo. Las regiones oscuras corresponden a las zonas de poca iluminación del patrón de interferencia.

1.1 Excitación y recombinación

La excitación y recombinación corresponden a las flechas indicadas por (a) y (c) en la Fig.1.2. Suponemos que en el material existe un sólo tipo de centros activos donde ocurre tanto la fotoionización como la recombinación. Los centros activos en muchos materiales son impurezas de hierro (Fe) que crean un nivel de energía entre la banda de valencia (BV) y la banda de conducción (BC). Estos centros son donadores potenciales inmóviles que tienen una densidad volumétrica N_D , de los cuales una fracción N_D^+ de estas impurezas (Fe^{2+}) son centros para la fotoexcitación de electrones y los restantes ($N_D - N_D^+$) de impurezas no ionizadas (Fe^{3+}) son centros para la recombinación de los electrones.

Así la rapidez de cambio de la densidad de donadores ionizados dependerá de la rapidez de generación de donadores ionizados por la iluminación $(sI + \beta)(N_D - N_D^+)$ y de la rapidez de recombinación $\gamma n N_D^+$

$$\frac{\partial N^+}{\partial t} = (sI + \beta)(N_D - N_D^+) - \gamma n N_D^+, \quad (1.1)$$

donde s es la sección transversal de fotoionización, I es la intensidad de la iluminación, $\beta(N_D - N_D^+)$ es la rapidez de generación térmica de los portadores, n la densidad de electrones o portadores de carga en la banda de conducción y γ la constante de recombinación.

1.2 Transporte

El transporte corresponde a la flecha indicada por (b) en la Fig.1.2. La densidad de electrones móviles en la banda de conducción que migra de las regiones luminosas a las oscuras está dada por:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial N^+}{\partial t} + \frac{1}{e} \nabla \cdot J, \quad (1.2)$$

donde e es la carga del electrón y J es la densidad de corriente, Esta corriente se establece a lo largo de la dirección x y tiene tres contribuciones: la componente de difusión, $eD\nabla n$ que se establece debido al gradiente de concentración de cargas, que depende de la movilidad electrónica μ , de la constante de Boltzman y de la temperatura T ($D = K_B T$); la componente de deriva $e\mu n E$ ó la corriente de conducción originada por el campo eléctrico total que incluye el campo eléctrico de carga espacial fotoinducido E_{sc} y el campo eléctrico externo E_a y finalmente la componente fotovoltaica $e p(N_D - N_D^+)$ que se establece en algunos

materiales debido al proceso anti-simétrico de transferencia de carga (esta componente por ser muy pequeña en los cristales estudiados no se toma en cuenta en este trabajo), por lo tanto escribimos

$$J = eD\nabla n + e\mu nE . \quad (1.3)$$

1.3 Campo espacial de carga

Como hemos mencionado, la densidad de la distribución de carga $\rho(x, t)$ dada por $e(N_D^+ - N_A - n)$ genera un campo de carga espacial E_{sc} que de acuerdo con la ley de Gauss es:

$$\nabla \cdot (\epsilon_o \epsilon E_{sc}) = e(N_D^+ - N_A - n) , \quad (1.4)$$

donde ϵ_o es la permitividad del vacío y ϵ es la constante dieléctrica del material. La ecuación de la variación temporal del campo de carga espacial $E_{sc}(x, t)$ se obtiene derivando la ecuación anterior respecto del tiempo.

1.4 Índice de refracción

Como ya se mencionó anteriormente la distribución de campo de carga espacial, que aparece dentro del cristal, genera una modulación en la variación del índice de refracción debido al efecto electro-óptico lineal de tal manera que

$$\delta n(x) = \frac{1}{2} n_o^3 r_{eff} E_1(x) , \quad (1.5)$$

donde E_1 es la primera componente de Fourier del campo de carga espacial, n_o el índice de refracción y r_{eff} el coeficiente electro-óptico efectivo.

El conjunto de Ecs. (1.1)-(1.4) constituyen las llamadas ecuaciones del material y no pueden ser desacopladas ni tienen una solución analítica para el caso general y de mayor interés tecnológico, es decir, cuando involucran campos eléctricos intensos y altas modulaciones en el patrón de iluminación.

Solución numérica a las ecuaciones de Kukhtarev

En la Fig.2.1, presentamos la interferencia de dos haces, cuyo patrón de interferencia es sinusoidal y definido por la ecuación $I = I_o(1 + m \cos kx)$, donde $k = 2\pi/\Lambda$ es el número de onda y m la modulación; Λ es la longitud de onda del grating de interferencia. En este trabajo obtenemos soluciones rigurosas a las ecuaciones de Kukhtarev para el acoplamiento de dos haces tomando en cuenta modulaciones para valores de m grandes y longitudes de onda Λ pequeñas.

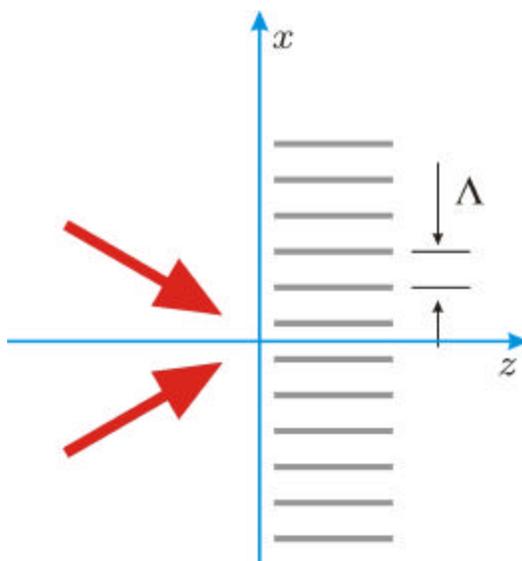


Fig.2.1. Diagrama de la configuración experimental. Dos haces incidentes interfieren formando un patrón de franjas brillantes y oscuras. $I = I_o(1 + m \cos kx)$, donde $k = 2\pi/\Lambda$, aquí m es la modulación.

El cálculo numérico lo realizamos en dos partes; la primera es la solución numérica de las ecuaciones materiales o de Kukhtarev; para obtener básicamente la amplitud del campo espacial de carga ($E_{sc}(x)$) en el grating de interferencia como función de m y Λ , para tiempos en donde el máximo E_{sc} sea prácticamente constante; a este caso le llamamos “caso estacionario”. Como segunda parte proponemos una expresión analítica para encontrar el

E_{sc} para el caso estacionario la cual será descrita en el siguiente capítulo.

Los calculos fueron realizados para un material de Óxido de Silicio y Bismuto (BSO) con los parámetros definidos en la tabla 1, y un campo eléctrico aplicado E_a . Usando el modelo de transporte de banda para los portadores mayoritarios que consideramos electrones, en este caso el transporte de los portadores de las franjas brillantes a las oscuras se debe únicamente a difusión y arrastre: hemos despreciado el efecto fotovoltaico.

$$\begin{aligned}
 E_a &= 5.0\text{Kv/cm} \quad (\text{Campo aplicado}) \\
 I_o &= 5.0\text{mW/cm}^2 \quad (\text{Intensidad promedio de la luz}) \\
 \epsilon &= 56.0 \quad (\text{Constante dieléctrica}) \\
 \mu &= 3.0 \times 10^{-6}\text{m}^2/\text{VS} \quad (\text{Movilidad}) \\
 \gamma &= 1.6 \times 10^{-17}\text{m}^3/\text{s} \quad (\text{Coeficiente de atrapamiento}) \\
 \beta &= 0.0 \quad (\text{Razón de ionización térmica}) \\
 s &= 2.0 \times 10^{-5}\text{m}^2/\text{J} \quad (\text{Sección eficaz de ionización}) \\
 N_D &= 10^{26}\text{m}^{-3} \quad (\text{Densidad de donadores}) \\
 N_A &= 10^{22}\text{m}^{-3} \quad (\text{Densidad de aceptores})
 \end{aligned}$$

Tabla 2.1. Parámetros utilizados en el material fotorrefractivo BSO.

Las ecuaciones que gobiernan la respuesta física del material fotorrefractivo son conocidas como ecuaciones de Kukhtarev [9]

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{\partial N^+}{\partial t} &= (sI + \beta)(N_D - N^+) - \gamma n N^+, \\
 \frac{\partial n}{\partial t} &= \frac{\partial N^+}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial n}{\partial x} + \mu n E \right), \\
 \frac{\partial(\epsilon \epsilon_o E)}{\partial x} &= e(N^+ - N_A - n),
 \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

donde el movimiento de los portadores es a lo largo de x , N_A es el número de aceptores iniciales, N^+ es la concentración de aceptores al instante de tiempo t y N_D es la concentración

total de trampas. La concentración de electrones es n y su movilidad μ ; el coeficiente de difusión $D = K_B T$ donde K_B es la constante de Boltzmann; γ es el coeficiente de atrapamiento; β la razón de ionización térmica y s es la sección eficaz de ionización. El campo eléctrico E esta dado por la suma del campo aplicado E_a y el campo espacial de carga E_{sc} .

Con ayuda de la variable temporal $J_o/\epsilon\epsilon_o$, las ecuaciones anteriores se pueden reescribir como:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial E_{sc}}{\partial t} &= -\frac{\mu D}{\epsilon\epsilon_o} \frac{\partial n}{\partial x} - \frac{e\mu}{\epsilon\epsilon_o} (E_{sc} + E_a) + \frac{J_o}{\epsilon\epsilon_o} , \\ \frac{\partial n}{\partial t} &= \frac{\partial N^+}{\partial t} + \frac{D\mu}{e} \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial n}{\partial x} (E_{sc} + E_a) + \frac{\mu e}{\epsilon\epsilon_o} n (N^+ - N_A - n) , \\ \frac{\partial N^+}{\partial t} &= (sI + \beta)(N_D - N^+) - \gamma n N^+ , \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

que en el caso que $t \rightarrow \infty$ se reducen al caso estacionario como:

$$\frac{\partial n}{\partial x} = -\frac{e}{D} n (E_{sc} + E_a) + \frac{J_o}{\mu D} , \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial E_{sc}}{\partial x} = \frac{e}{\epsilon\epsilon_o} (N^+ - N_A - n) , \quad (2.4)$$

$$N^+ = \frac{(sI + \beta)N_D}{\gamma n + sI + \beta} , \quad (2.5)$$

La variable J_o se obtiene de promediar en una longitud de onda Λ del grating de interferencia, la corriente $J(x, t)$; obtenida a partir de la combinación de las ecuaciones de Poisson $\partial(\epsilon\epsilon_o \vec{E})/\partial x = \rho$ y la ecuación de continuidad $\partial J/\partial x = -\partial\rho/\partial t$, de donde al utilizar la primera Ec. (2.1) escribimos:

$$\begin{aligned} J_o(t) &= \frac{1}{\Lambda} \int_0^\Lambda J(x, t) dx , \\ &= \frac{1}{\Lambda} \int_0^\Lambda \left[\mu D \frac{\partial n(x, t)}{\partial x} + e\mu n(x, t)(E_{sc}(x, t) + E_a) \right] dx . \end{aligned}$$

Las ecuaciones diferenciales definidas en (2.2), se resolvieron siguiendo el método de líneas que usa un procedimiento de colocación de elemento finito; con polinomios de segundo grado independientes del tiempo para la discretización de la coordenada espacial x . Los detalles están en la referencia [10]. Las soluciones para E_{SC} , N^+ y n fue realizada

desde tiempos de 10^{-10} y en algunos casos hasta 98.0 segundos, para alcanzar el estado estacionario más o menos ideal, con incrementos de 10^{-6} segundos. A este método le llamamos PDCOL (Partial Differential COLlocation). Al resolver las ecuaciones (2.2) por medio de PDCOL, encontramos $E_{sc}(x, t)$, $n(x, t)$ y $N^+(x, t)$, con $x \in [0, \Lambda]$.

Es posible sustituir la Ec. (2.5) en la (2.4) para construir un sistema de ecuaciones diferenciales para n y E_{sc} que en principio puede resolverse con un método tradicional. Pero se desconocen las condiciones iniciales y el valor de la constante J_o , además que el sistema de ecuaciones resultante hasta donde pudimos estudiar es muy inestable. Al observar la Ec. (2.3), notamos que si conocemos; J_o y $n(x)$, es posible calcular el E_{sc} . De la Ec. (2.5) al conocer $n(x)$ es posible encontrar $N^+(x)$. La solución es entonces tener $n(x)$ y J_o ; a este método le llamamos de interpolación.

2.1 Evolución temporal de $(E_{sc})_{Max}$ y J_o

En la Fig. 2.2, mostramos con línea roja, el máximo campo de carga espacial $(E_{sc})_{Max}$ en función del tiempo, para una longitud de onda pequeña de $\Lambda = 0.5$ y modulaciones de $m = 0.9, 0.6, 0.3$ y 0.1 . Las líneas azules y verdes corresponden a la primera (E_1) y segunda (E_2) componente de Fourier respectivamente. Observamos que para la modulación grande ($m = 0.9$) fue necesario un tiempo de 98 segundos para alcanzar el estado estacionario y conforme la modulación disminuye el tiempo necesario para alcanzar el estado estacionario decrece. Notamos también, que para $m = 0.9$ la componente E_1 de Fourier es más grande que el campo aplicado de 5.0 KV/cm. Observamos dos situaciones conforme la modulación tiende a cero:

- (1) La componente uno de Fourier converge al máximo campo de carga espacial; y las componentes dos y mayores tienden a cero, como mostramos en detalle en la Fig. 2.3; cuando $m = 0.01$.
- (2) El campo de carga espacial disminuye drásticamente, como lo indican las escalas correspondientes.

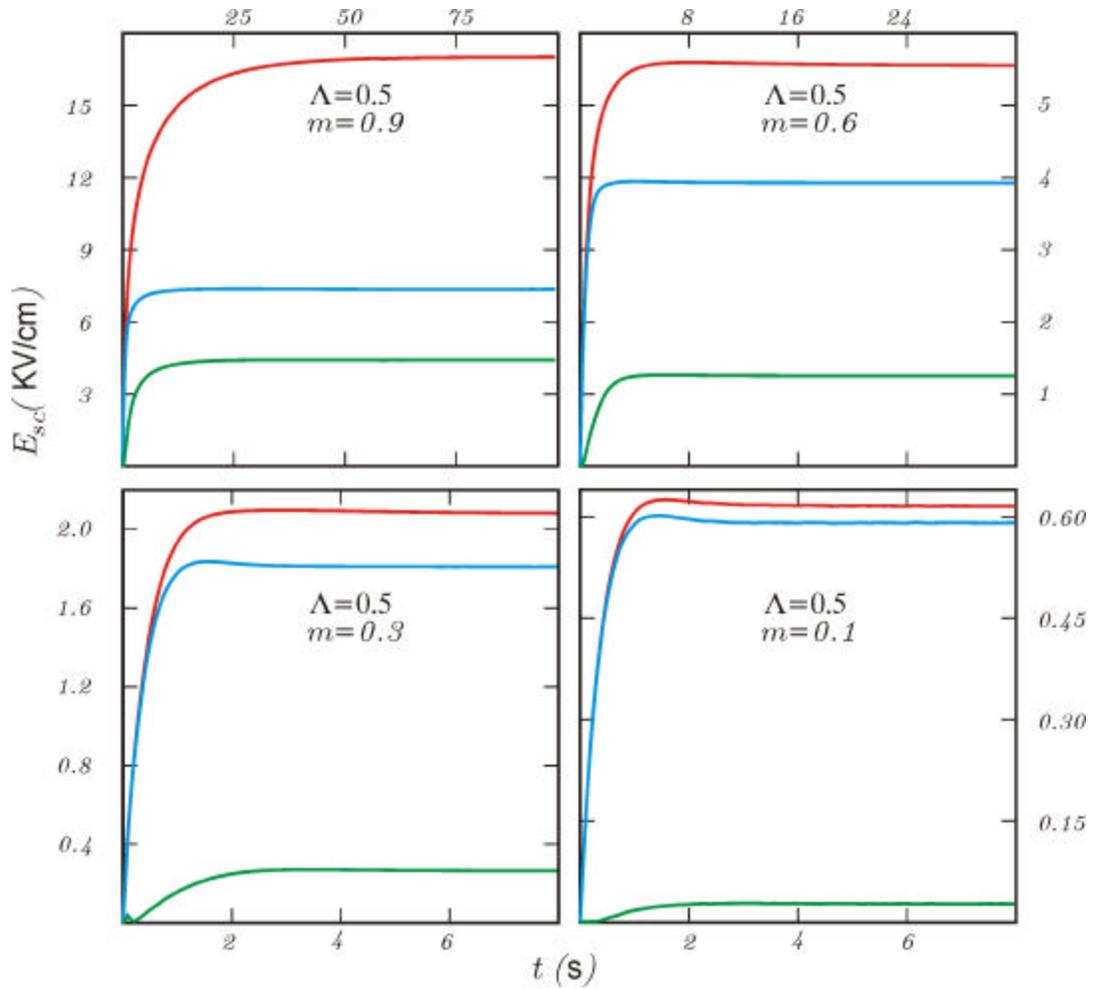


Fig.2.2. Máximo campo de carga espacial como función del tiempo, el línea roja, para: $\Lambda = 0.5$ y $m = 0.9, 0.6, 0.3$ y 0.1 . Observe las distintas escalas para cada gráfica. La línea azul y verde corresponden a la primera y segunda componente de Fourier.

En la Fig. 2.4 mostramos la evolución temporal de la función $J_o/\epsilon\epsilon_o$ para los mismos casos mencionados en la Fig. 2.2, es decir, para una longitud de onda pequeña de $\Lambda = 0.5$ y modulaciones de $m = 0.9, 0.6, 0.3$ y 0.1 . Estas gráficas muestran que después de cierto tiempo sus valores son prácticamente constantes con valores sensibles a la modulación. La pregunta obligada es: ¿Cómo se comporta $J_o/\epsilon\epsilon_o$ para otras longitudes de onda más grandes? En la Fig. 2.5. calculamos la misma variable en función del tiempo para las longitudes de onda $\Lambda = 5.0, 20.0$ y para las mismas modulaciones de la Fig. 2.4. Observamos que estas gráficas tienen valor final idéntico para la misma modulación.

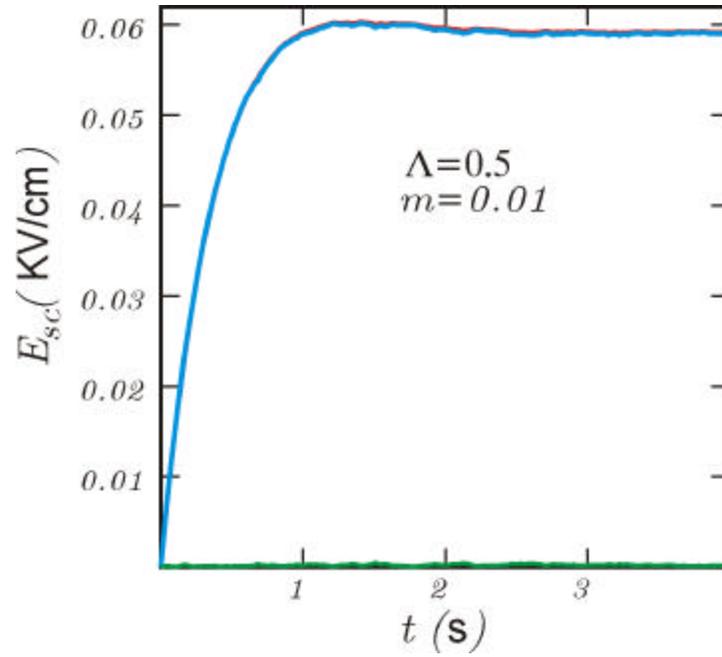


Fig.2.3. El máximo campo de carga espacial y la primera componente de Fourier coinciden para modulaciones pequeñas. Las componentes mayores son cero.

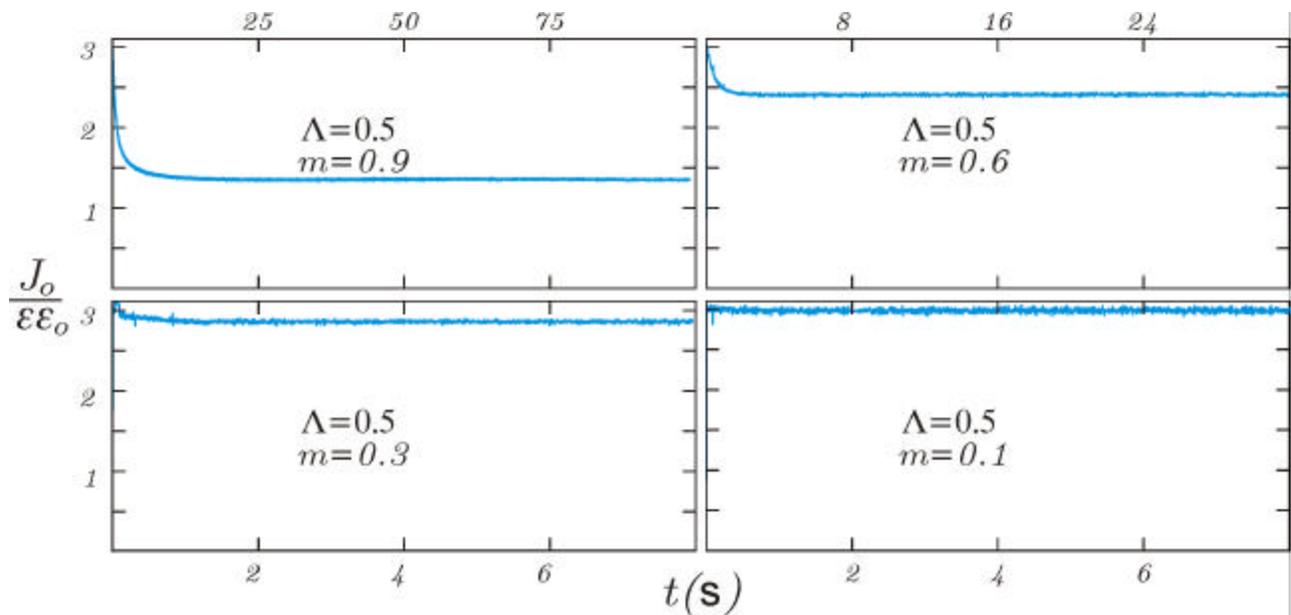


Fig.2.4. Evolución temporal de la función $J_o/\epsilon\epsilon_o$ para: $\Lambda = 0.5$ y $m = 0.9, 0.6, 0.3$ y 0.1 . Observe que las gráficas tienen cierto ruido debido a que Λ es pequeña.

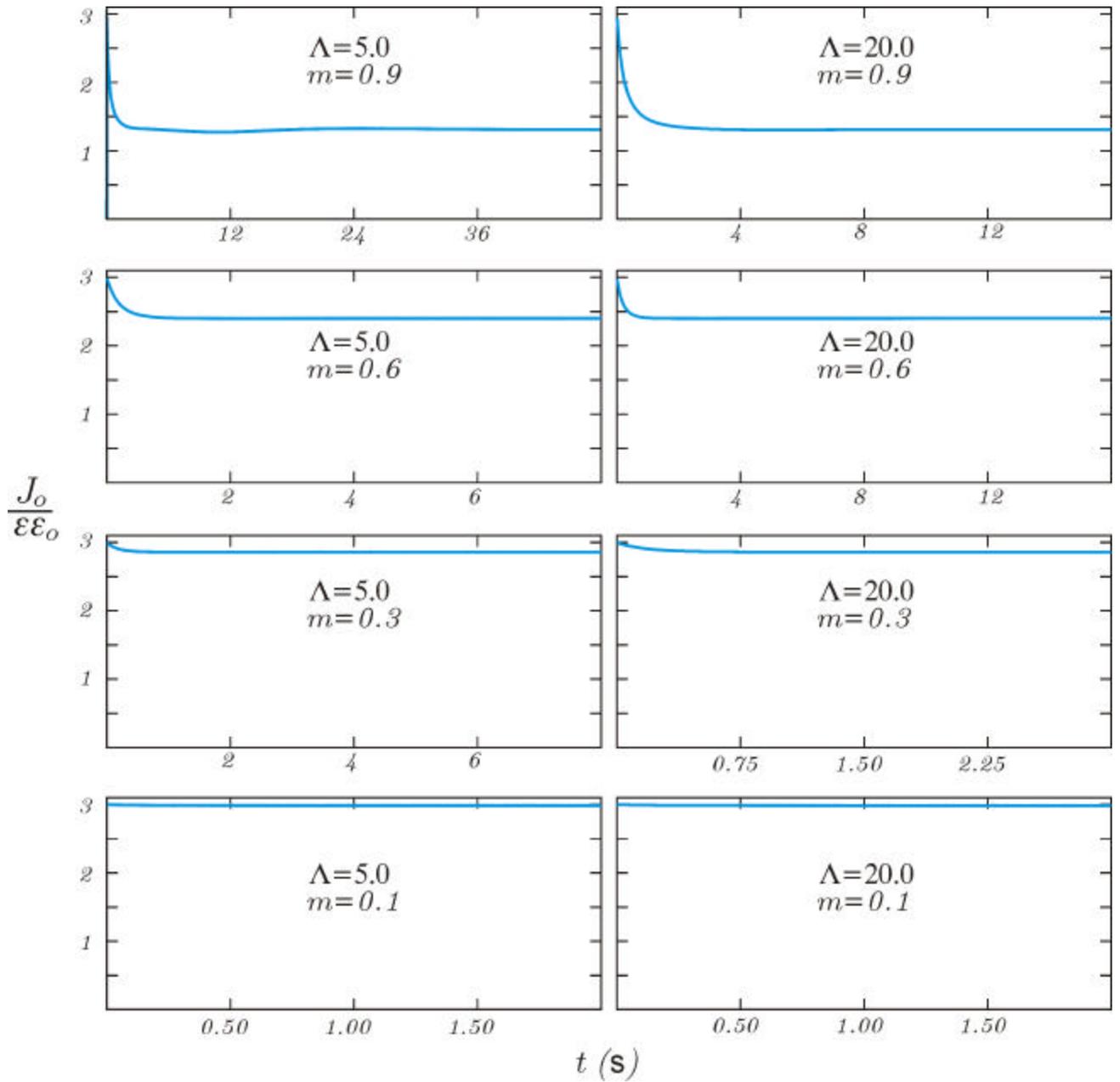


Fig.2.5. Evolución temporal de la función $J_o/\epsilon\epsilon_o$ para: $\Lambda = 0.5, 20.0$ y $m = 0.9, 0.6, 0.3$ y 0.1 . Observe que las gráficas son idénticas para la misma modulación, observación también válida para la Fig. 2.4.

Lo anterior resulta ser claro, ya que para el cálculo de J_o realizamos un promedio de la densidad de corriente por longitud de onda y no un promedio en el tiempo.

2.2 Evolución temporal de $E_{sc}(x, t)$

En la Fig. 2.6 mostramos la evolución temporal del campo de carga espacial $E_{sc}(x, t)$ para una sucesión de tiempos indicados por las líneas de color morado, azul, verde y rojo. Donde el tiempo correspondiente a la línea de color morado es menor que la línea azul, y así sucesivamente. Creemos intrascendente especificar los tiempos exactos, debido a nuestras aplicaciones del próximo capítulo donde estamos interesados en el estado estacionario; pero si se desea puede utilizarse la Fig. 2.2, donde tenemos el máximo campo de carga espacial el cual puede medirse con un regla y compararse con la Fig. 2.6, para determinar el tiempo de evolución.

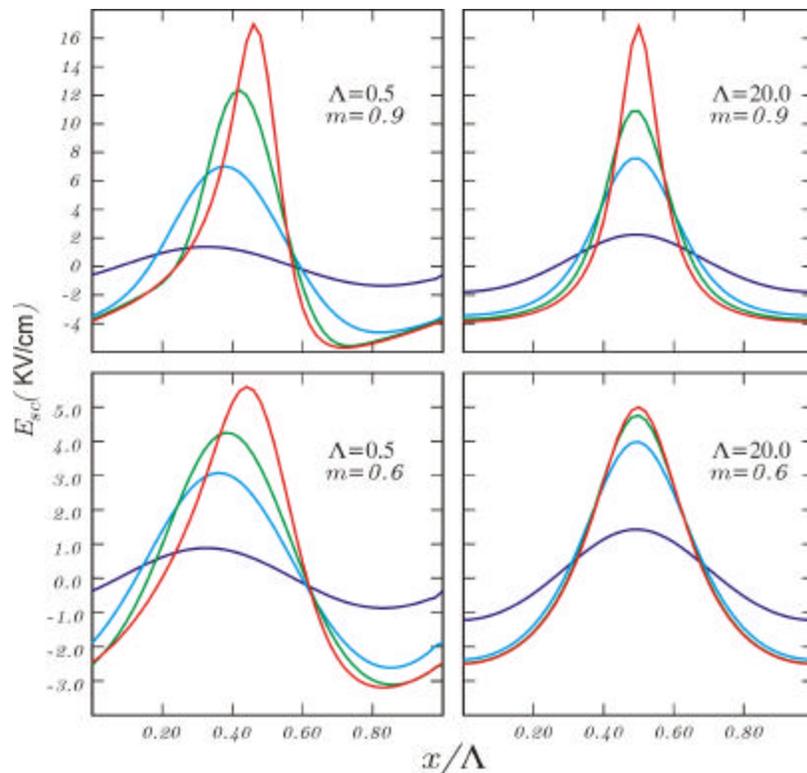


Fig.2.6. Evolución temporal del campo de carga espacial E_{sc} . Para: $\Lambda = 0.5, 20.0$ y $m = 0.9, 0.6$. Observe que la sucesión de tiempos es del color morado, al azul, al verde y al rojo.

La coordenada x por simplicidad se normalizó a la longitud de onda Λ , por razones que serán obvias en las siguientes gráficas. El comportamiento es muy similar para las longitudes de onda entre el intervalo $(0.5, 20.0)$, por tal motivo sólo mostramos los extremos.

2.3 Evolución temporal de $n(x, t)$

En la Fig. 2.7 mostramos la evolución temporal del $\log(n(x, t))$ para la misma sucesión de tiempos indicados por las líneas de color morado, azul, verde y rojo de la Fig. 2.6. Observe que cuando la longitud de onda es grande la evolución temporal está representada por una sola curva. Note que los cambios son muy pequeños, por tal motivo utilizamos la función logaritmo natural para resaltar los cambios.

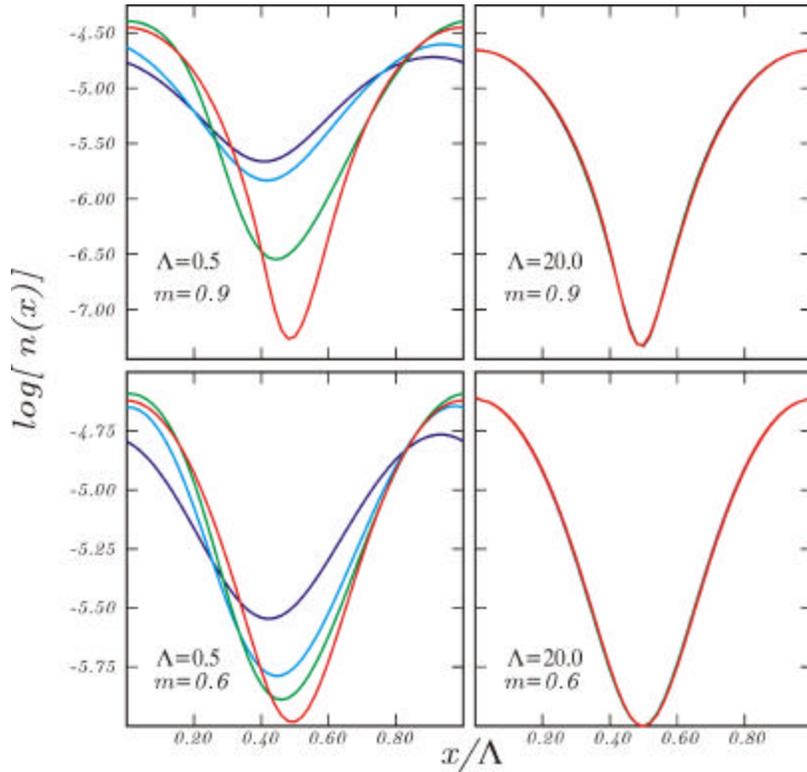


Fig.2.7. Evolución temporal del $\log(n(x, t))$. Para: $\Lambda = 0.5, 20.0$ y $m = 0.9, 0.6$. Observe que la sucesión de tiempos es del color morado, al azul, al verde y al rojo.

¿Qué implicaciones tiene que se tenga una sola curva para $n(x)$? Bueno, creemos que esto es muy importante porque si $n(x)$, es proporcional a $I(x)$, entonces a partir de la Ec. (2.3), podemos encontrar a E_{sc} para una gran variedad de Λ 's y m 's, con una J_o adecuada. En las siguientes gráficas probaremos que para longitudes de onda grandes $n(x)$, es proporcional a $I(x)$.

2.4 Evolución temporal de $N^+(x, t)$

En la Fig. 2.8 mostramos la evolución temporal del $\log(N^+(x, t))$ para la misma sucesión de tiempos indicados por las líneas de color morado, azul, verde y rojo de la Fig. 2.6. Nuevamente observe que cuando la longitud de onda es grande, la evolución temporal queda determinada nuevamente por una sola curva. ¿Qué significa esto?, Claro!, que $n(x)$, es proporcional a $I(x)$. Esto lo podemos verificar con ayuda de la Ec. (2.5) ya que $\beta = 0$.

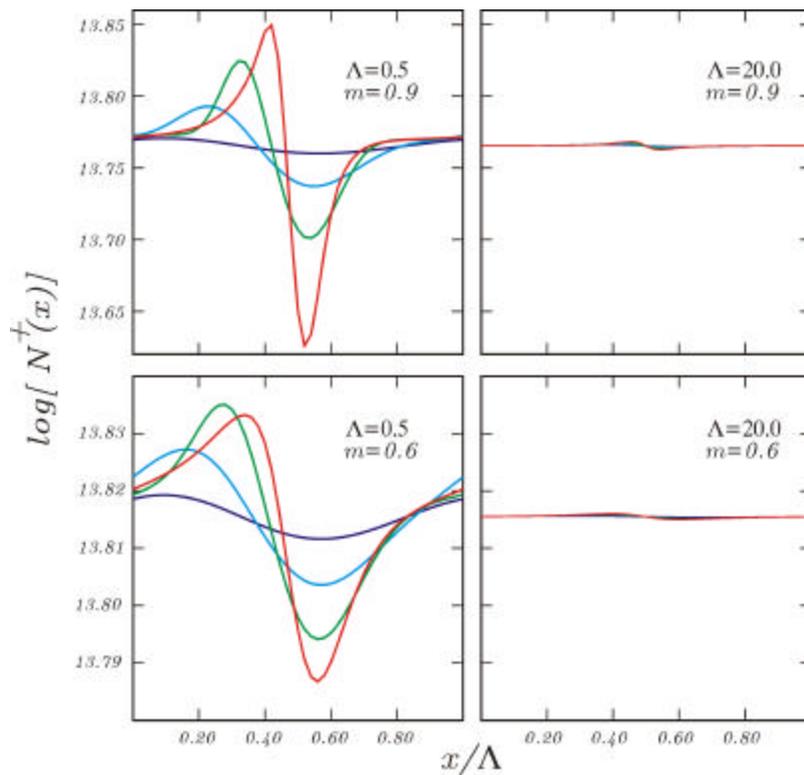


Fig.2.8. Evolución temporal del $\log(N^+(x, t))$. Para: $\Lambda = 0.5, 20.0$ y $m = 0.9, 0.6$. Observe que la sucesión de tiempos es del color morado, al azul, al verde y al rojo.

Teoría simplificada del efecto fotorrefractivo

En la Fig. 3.1, mostramos la solución a las ecuaciones de Kukhtarev para el campo espacial de carga E_{sc} , en los casos extremos de $m = 0.9$ y $\Lambda = 0.5, 1.0$; que son mostradas por los puntos de la Fig. 3.1(a) y (b) respectivamente.

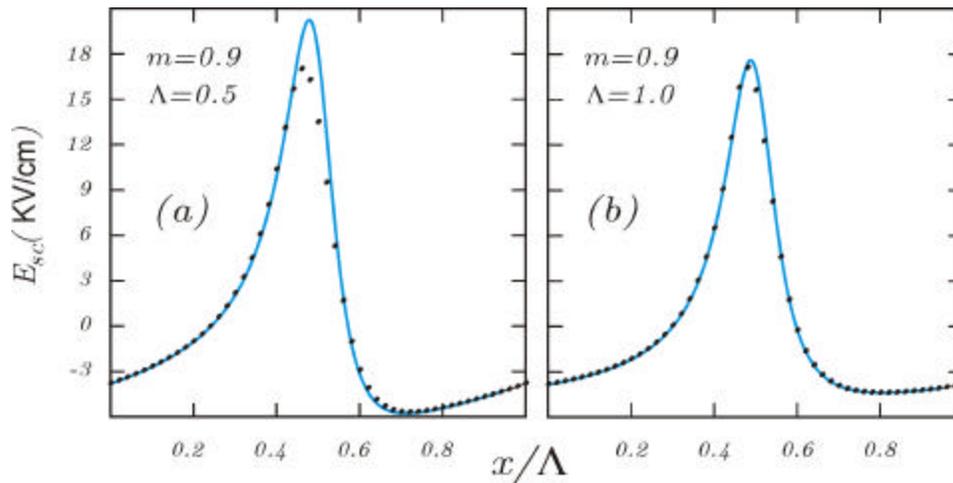


Fig. 3.1. Campo de carga espacial, calculado directamente (puntos) y con la relación analítica (línea continua). Para los casos de $m = 0.9$ y (a) $\Lambda = 0.5$; (b) $\Lambda = 1.0$.

Es posible en este caso (para los valores de los parámetros utilizados), escribir una relación analítica entre el campo espacial de carga, la modulación y la longitud de onda Λ del grating del patrón de interferencia. Esta relación nos permite calcular el máximo campo espacial de carga sin la necesidad de resolver rigurosamente las ecuaciones de Kukhtarev que nos llevaría algunos meses de cálculo numérico. La relación es:

$$E_{sc} + E_a = \frac{J_o \exp [Km\Lambda \sin kx / (1 + m \cos kx)^2]}{\mu e n(0)(1 + m \cos kx) / (m + 1)} - \frac{D}{e} \left[\frac{Km\Lambda^2 \cos kx + Km^2\Lambda^2(1 + \sin^2 kx) - m\Lambda \sin kx(1 + m \cos kx)^2}{(1 + m \cos kx)^3} \right], \quad (3.1)$$

donde las constantes $J_o = 2.998437$, $n(0) = 0.117328 \times 10^{-1}$ y $K = 10^{-3}$; se pueden predecir de las soluciones rigurosas. En la Fig. 3.1, mostramos por medio de una línea continua de color azul, los valores calculados del campo espacial de carga con ayuda de la relación (3.1). Observamos que tenemos una buena concordancia entre estos valores obtenidos a partir de la Ec.(3.1) y los obtenidos con el procedimiento riguroso PDCOL. La Ec. (3.1), nos permite tener una teoría simplificada del efecto fotorrefractivo.

IV

Conclusiones

Hemos mostrado una posibilidad de encontrar una solución analítica, para el caso estacionario, de las ecuaciones de Kukhtarev, esto representaría un gran ahorro de tiempo de cálculo. Mostramos una característica importante de los materiales fotorrefractivos, que a nuestro modo de ver, merece un estudio muy amplio, esta característica es la existencia de la constante J_o , introducida en las Ecs. (2.2), que permite resolver o simplificar las ecuaciones de Kukhtarev en el caso estacionario, en nuestro trabajo se mantuvo casi constante en todos nuestros experimentos numéricos.

Referencias

- [1] A. Ashkin, G. D. Boyd, J. M. Dziedzic, R. G. Smith, A. A. Ballman, J. J. Levinstein, and K. Nassau, *Appl. Phys. Lett.* **9**, 72 (1966).
- [2] Jack Feinberg, “Photorefractive nonlinear optics”. *Physics Today*, 46 (Oct. 1988).
- [3] D. M. Pepper, J. Feinberg, and N. V. Kukhtarev, “The Photorefractive Effect”. *Scientific American*, 34 (Oct. 1990).
- [4] R. W. Munn and C. N. Ironside, *Principles and Applications of Nonlinear Optical Materials*. (Blackie Academic & Profesional, Glasgow. 1993).
- [5] P. Yeh, *Introduction to Photorefractive Nonlinear Optis*. (Jhon Wiley, New York. 1993); R. W. Boyd, *Nonlinear Optics*.(Academic Press, London. 1992).
- [6] F. S. Chen, J. T. La Macchia, and D. B. Frazer, *Appl. Phys. Lett.* **13**, 223 (1968).
- [7] J. P. Huignard, and A. Marrackhi, *Opt. Lett.* **6**, 622 (1981).
- [8] S. I. Stepanov, and M. P. Petrov, *Optics. Comm.* **53**, 292 (1985).
- [9] N. V. Kukhtarev, V. B.Markov, S. G.Odulov, M. S. Soskin and V. L. Vinetskii, *Ferroelectrics*. **22**, 949 (1979).
- [10] J. G. Murillo, L. F. Magaña, M. Carrascosa, and F. Agulló López, *J. Appl. Phys..* **78**, 5686 (1988)