



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
UNIDAD PROFESIONAL INTERDISCIPLINARIA DE BIOTECNOLOGÍA



TESIS

Presentada para obtener el grado de:

MAESTRO EN CIENCIAS EN BIOPROCESOS

Por:

Liliana Ángeles Martínez

Ingeniero Biotecnólogo

Dimensionamiento y simulación de un secador por aspersion de nivel piloto

Dirigida por:

Dr. Juan Silvestre Aranda Barradas

M. en C. Carlos Orozco Álvarez

México, D.F., Marzo de 2009



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

CARTA CESIÓN DE DERECHOS

En la Ciudad de México el día 20 del mes Marzo del año 2009, el (la) que suscribe Liliana Ángeles Martínez alumno (a) del Programa de Maestría en Ciencias en Bioprocesos con número de registro A070535, adscrito a Unidad Profesional Interdisciplinaria de Biotecnología, manifiesta que es autor (a) intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección de Dr. Juan Silvestre Aranda Barradas y cede los derechos del trabajo intitulado Dimensionamiento y simulación de un secador por aspersion de nivel piloto, al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la siguiente dirección liliang_00@yahoo.com.mx. Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

Liliana Ángeles Martínez

Nombre y firma

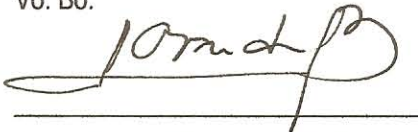
DECLARACIÓN DE ORIGINALIDAD

“Yo declaro que esta tesis, así como los resultados en ella reportados, son producto de mi trabajo y que hasta donde yo sé, no contiene material previamente publicado o escrito por otra persona, ni tampoco contiene material que haya sido utilizado para obtener algún grado o diploma en alguna otra institución educativa excepto donde se reconoce como tal. Declaro igualmente que hago justo reconocimiento en la tesis a las personas que contribuyeron con su trabajo y, finalmente, declaro que esta tesis es producto de mi propio trabajo con el apoyo permitido de terceros en cuanto a la concepción del proyecto, al estilo de la presentación o a la expresión escrita.”

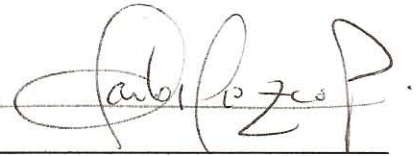


Liliana Ángeles Martínez

Vo. Bo.



Dr. Juan Silvestre Aranda Barradas
Director de Tesis



M. en C. Carlos Orozco Álvarez
Codirector de Tesis



**INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO**

SIP-14

ACTA DE REVISIÓN DE TESIS

En la Ciudad de México siendo las 12:08 horas del día 09 del mes de Marzo del 2009 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de Tesis designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de UPIBI para examinar la tesis de titulada:
"Dimensionamiento y simulación de un secador por aspersion de nivel piloto"

Presentada por el alumno:

<u>Angeles</u> <small>Apellido paterno</small>	<u>Martínez</u> <small>Apellido materno</small>	<u>Liliana</u> <small>Nombre(s)</small>							
		Con registro: <table border="1"> <tr> <td>A</td><td>0</td><td>7</td><td>0</td><td>5</td><td>3</td><td>5</td> </tr> </table>	A	0	7	0	5	3	5
A	0	7	0	5	3	5			

aspirante de:

Maestría en Ciencias en Bioprocesos

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **SU APROBACIÓN DE LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

LA COMISIÓN REVISORA

Director de tesis

Dr. Juan Silvestre Aranda Barradas

Director de tesis

M. en C. Carlos Orozco Álvarez

Dr. Edgar Salgado Manjarrez

Dr. Claudio Garibay Orijel

Dr. Guillermo Ismael Osorio Revilla

EL PRESIDENTE DEL COLEGIO

Dr. Edgar Salgado Manjarrez

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
UNIDAD PROFESIONAL
DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO
SECCIÓN DE ESTUDIOS DE
POSGRADO E INVESTIGACION

Agradezco la asesoría y observaciones de los profesores:

Dr. Juan S. Aranda Barradas

M. en C. Carlos Orozco Álvarez

Dr. Edgar Salgado Manjarrez

Dr. Claudio Garibay Orijel

Dr. Guillermo I. Osorio Revilla

Agradecimientos

A Dios, por ponerme junto a las personas que quiero.

A mi mamá, Esperanza Martínez, a quien le debo todo lo que soy y que nunca podré pagarle todos sus sacrificios, consejos y la confianza que depositó en mí.

A mis hermanos, Daniela y Daniel, por su apoyo incondicional, pero sobre todo por compartir conmigo tanto momentos gratos como difíciles.

A toda mi familia, en especial a Toñita y Luz, por su gran apoyo.

A mi tío Juan Carlos Martínez, quien en vida me alentó a ser mejor persona.

A mis amigos y compañeros, en especial a Gerardo y Erika, por brindarme su amistad.

Al Dr. Juan S. Aranda Barradas y al M. en C. Carlos Orozco Álvarez por darme la oportunidad de colaborar con ellos.

RESUMEN

El secado por aspersión tiene gran importancia en la industria farmacéutica, biotecnológica y de alimentos, puesto que puede ser aplicado a materiales termolábiles, además permite obtener productos con características específicas de humedad, densidad, tamaño, entre otras.

Aún no se han comprendido completamente los fenómenos involucrados en el proceso de secado, ni se ha establecido una secuencia de cálculo definitiva para el dimensionamiento de los equipos de dicha operación ni para la predicción de las características del producto.

En el presente trabajo se propone una secuencia de cálculo que enlaza el dimensionamiento de la cámara de secado y la simulación del proceso como fenómeno físico (cambios de tamaño de la gota, temperatura, trayectoria, humedad, etc.); con dicha secuencia se desarrolló un programa en Matlab que permite obtener gráficos de la evolución del secado.

Para ello se retoma el trabajo realizado por Shabde y Hoo (2006), y se incorporan aspectos como el sobrecalentamiento de la gota, la importancia de la velocidad relativa de la gota con respecto al aire, la cual es diferente de cero, en la transferencia de masa y calor, y otras modificaciones que incrementan la precisión en las estimaciones obtenidas de la simulación del secado. Además, se enlaza la secuencia de cálculo reportada por Patiño (1995), Grajales (1996) y Mendoza *et al.* (2003), que permite el dimensionamiento de la cámara de secado, con la simulación, de tal forma que es posible determinar que tanto se alejan los resultados obtenidos de las dimensiones óptimas.

Las dimensiones obtenidas de la cámara de secado, para un fluido hipotético (de propiedades similares a una solución de maltodextrina al 40% w/v) asperjado con un atomizador rotatorio, fueron 55 cm de diámetro y 82 cm de altura total, resultados obtenidos de la simulación y que permiten el secado del 95% de la nube asperjada.

Por otra parte, debe mencionarse que con la simulación del proceso de secado no se alcanzó la coincidencia total entre los valores propuestos para iniciar el cálculo y los valores finales de las características del producto, esto fue debido a la naturaleza empírica de las ecuaciones de velocidad del aire usadas en el presente trabajo, pero ya que las dimensiones obtenidas están a menos del 10% de las óptimas fue innecesario el redimensionamiento de la cámara.

ABSTRACT

The spray drying is a paramount process in the pharmaceutical, biotechnology and food industries, because it can be used for the drying of thermolabile materials, allowing the production of dried solids with specified characteristics such as moisture, density and particle size, among others.

Today, the implicated phenomena in the drying process have not been completely understood, and a definitive numerical algorithm has not yet been established, neither to determine the spray dryer dimensions nor for the prediction of the properties in the final product.

In this work, an algorithm to calculate the chamber dimensions of the dryer is presented. Besides, a simulation of a particle drying process as a physical phenomenon (droplet size changes, droplet path in the chamber, temperature and water content in the drying air and in the particle, etc.) is also accomplished. The simulation was performed in Matlab R12 to obtain the drying evolution graphs.

This work considers the contributions by Shabde and Hoo (2006) to the simulation of drying processes, and incorporates aspects such as droplet overheating, relative velocity between droplet and air in the mass and heat transfer, and other modifications to the drying process equations that increase the precision of the estimates obtained in the drying simulation. Furthermore, linking the sequence of calculations reported by Patiño (1995), Grajales (1996) and Mendoza *et al.* (2003), which allows the calculation of the drying chamber dimensions, with the droplet drying simulation, it was possible to establish a chamber size near to the optimum dimensions.

The chamber dimensions of a wheel atomizer spray dryer for a hypothetical fluid (with similar properties to a maltodextrin solution 40% w/v), were 55 cm of diameter and 82 cm of height, as calculated by the algorithm proposed here. As our results show, these dimensions allow the drying of 95% of the sprayed material in the chamber.

On the other hand, it should be mentioned that the drying process simulation did not reach total coincidence of initial and final values in the product properties, due to the empirical nature of the air velocity equations used in the calculation of the droplet path, but still the estimated chamber dimensions seem to produce accurate enough drying results.

ÍNDICE

	Página
ÍNDICE DE FIGURAS	v
ÍNDICE DE CUADROS	ix
I. INTRODUCCIÓN GENERAL	1
II. FUNDAMENTOS GENERALES DE SECADO	3
2.1. Secado	3
2.2. Secado por aspersión	3
2.2.1. Etapas del secado por aspersión	4
2.2.2. Atomización	5
2.2.2.1. Atomizadores rotatorios	6
2.2.3. Contacto aire-gota	7
2.2.4. Evaporación	8
2.2.5. Recuperación del producto	9
III. ESTADO DEL ARTE	11
3.1. Dimensionamiento de la cámara de secado	11
3.2. Simulación del proceso de secado dentro de la cámara de un secador por aspersión	11
3.3. Métodos numéricos	
3.3.1. Ecuaciones algebraicas	14
3.3.2. Ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO)	14
3.3.3. Ecuaciones diferenciales parciales (EDP)	16
IV. JUSTIFICACIÓN	19
V. OBJETIVOS	20
5.1. Objetivo General	20
5.2. Objetivos Específicos	20

VI. SIMULACIÓN DEL PROCESO DE SECADO	21
6.1. Dimensionamiento de la cámara de secado	24
6.1.1. Humedad relativa del aire a la salida de la cámara de secado	26
6.1.2. Diámetro Sauter	27
6.1.3. Diámetro, humedad y temperatura de la gota en el punto crítico	28
6.1.4. Humedad y temperatura del aire en el punto crítico	30
6.1.5. Tiempo de secado	30
6.1.6. Tiempo de viaje de la gota a la pared de la cámara de secado	33
6.1.7. Calor transferido a la gota durante el tiempo de viaje	35
6.1.8. Dimensiones de la cámara	36
6.2. Simulación de la trayectoria de la gota, transferencia de calor y de masa dentro de la cámara de secado	37
6.2.1. Temperatura dentro de la gota asperjada	40
6.2.2. Concentración de agua dentro de la gota asperjada	44
6.2.3. Trayectoria de la gota asperjada	47
6.2.4. Velocidad de disminución del diámetro de la gota asperjada	50
6.2.5. Calor transferido del aire a la gota	51
6.2.6. Humedad de la gota a un tiempo t dado	52
6.2.7. Masa de la gota a un tiempo t dado	52
6.2.8. Densidad de la gota a un tiempo t dado	53
6.2.9. Velocidad de evaporación a un tiempo t dado	53
6.2.10. Humedad del aire a un tiempo t dado	53
6.2.11. Radio de la cámara de secado a un tiempo t dado	54
6.2.12. Velocidad del aire	54
6.2.13. Temperatura del aire a un tiempo t dado	56

6.2.14. Eficiencia térmica del secador por aspersión	57
6.2.15. Dimensiones de las entradas del flujo de aire	58
VII. RESULTADOS Y DISCUSIÓN	59
7.1. Dimensionamiento de la cámara de secado	59
7.2. Simulación de la trayectoria de la gota, transferencia de calor y de masa dentro de la cámara de secado	60
7.2.1. Simulación donde se considera que no existe etapa de sobrecalentamiento	60
7.2.1.1. Perfiles de temperatura y concentración de agua dentro de gota asperjada en el proceso de secado	60
7.2.1.2. Velocidad de la gota asperjada y su trayectoria dentro de la cámara de secado	63
7.2.1.3. Transferencia de calor del aire a la gota por convección	66
7.2.1.4. Temperatura superficial de la gota y la velocidad de evaporación del contenido de humedad	67
7.2.1.5. Humedad y diámetro de la gota durante su tiempo de residencia en la cámara de secado	69
7.2.1.6. Error en el dimensionamiento de la cámara de secado	71
7.2.2. Simulación donde se considera que existe la etapa de sobrecalentamiento	72
7.2.2.1. Análisis de una gota de tamaño D_{95}	72
7.2.2.1.1. Perfiles de temperatura y concentración de agua dentro de gota asperjada en el proceso de secado	72
7.2.2.1.2. Trayectoria de la gota asperjada dentro de la cámara de secado	74
7.2.2.1.3. Temperatura superficial de la gota y la velocidad de evaporación del contenido de humedad	76
7.2.2.1.4. Humedad y diámetro de la gota durante su tiempo de residencia en la cámara de secado	77

7.2.2.2. Análisis de tres gotas de tamaño D_{vs} , D_{95} y D_{max}	79
VIII. CONCLUSIONES	85
IX. EXTENSIÓN O AMPLIACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN	87
X. NOMENCLATURA	88
XI. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	95
ANEXOS	97
ANEXO A. ECUACIONES COMPLEMENTARIAS	98
ANEXO B. CARTA PSICROMÉTRICA	103
ANEXO C. CONSTANTES, PARÁMETROS Y VARIABLES DEL SISTEMA	104
ANEXO D. PERFILES DE TEMPERATURA Y CONCENTRACIÓN DE AGUA DENTRO DE LA GOTA	107
ANEXO E. PROGRAMA PARA EL DIMENSIONAMIENTO Y SIMULACIÓN DE LA CÁMARA DE SECADO	109

ÍNDICE DE FIGURAS

Fig.	Descripción	Página
1	Esquema del proceso de secado por aspersión	4
2	Etapas del secado por aspersión	5
3	Atomizador rotatorio	6
4	Tipos de contacto aire-gota	8
5	Curva de velocidad de secado	9
6	Principales cambios cualitativos en el secado de una gota asperjada	9
7	Recuperación del producto en el secado por aspersión	10
8	Separador ciclónico	10
9	Representación gráfica de las pendientes empleadas en el método RK de cuarto orden	16
10	Discretización de un sistema para modelar por el método de diferencias finitas y del elemento finito	17
11	Diagrama de flujo básico del secador por aspersión	21
12	Diagrama de flujo para el dimensionamiento de la cámara de secado	25
13	Diagrama esquemático de las dimensiones de la cámara de secado	37
14	Diagrama de flujo para la simulación de la trayectoria de la gota, transferencia de calor y de masa	39
15	Discretización espacial de la gota	41
16	Esquema de las fuerzas que actúan sobre la gota asperjada	48
17	Esquema de las zonas de influencia sobre el movimiento de la gota dentro de la cámara de secado	55
18	Esquema de las entradas de flujo de aire	58

19	Dimensiones de la cámara de secado	59
20	Evolución de los perfiles de temperatura dentro de la gota asperjada en el proceso de secado (Consideración: no existe etapa de sobrecalentamiento)	61
21	Evolución de los perfiles de concentración de agua dentro de la gota asperjada en el proceso de secado (Consideración: no existe etapa de sobrecalentamiento)	62
22	Componentes de la velocidad de la gota asperjada (Consideración: no existe etapa de sobrecalentamiento)	63
23	Velocidad relativa de la gota con respecto al aire (Consideración: no existe etapa de sobrecalentamiento)	63
24	Componentes de la velocidad del aire (Consideración: no existe etapa de sobrecalentamiento)	64
25	Distancia axial y radial recorrida por la gota durante su tiempo de residencia dentro de la cámara de secado (Consideración: no existe etapa de sobrecalentamiento)	65
26	Trayectoria de la gota durante su tiempo de residencia dentro de la cámara de secado (Consideración: no existe etapa de sobrecalentamiento)	65
27	Número adimensional Nusselt (Nu) durante el tiempo de residencia de la gota asperjada dentro de la cámara de secado (Consideración: no existe etapa de sobrecalentamiento)	66
28	Flujo de calor transferido del aire a la gota por convección durante su tiempo de residencia en la cámara de secado (Consideración: no existe etapa de sobrecalentamiento)	67
29	Temperatura superficial de la gota y del aire durante el tiempo de residencia de la gota en la cámara de secado (Consideración: no existe etapa de sobrecalentamiento)	68
30	Velocidad de evaporación de la humedad de la gota durante su tiempo de residencia en la cámara de secado (Consideración: no existe etapa de sobrecalentamiento)	68

31	Contenido de humedad del aire y de la gota asperjada durante su tiempo de residencia en la cámara de secado (Consideración: no existe etapa de sobrecalentamiento)	69
32	Diámetro de la gota asperjada durante su tiempo de residencia en la cámara de secado (Consideración: no existe etapa de sobrecalentamiento)	70
33	Densidad de la gota durante su tiempo de residencia en la cámara de secado (Consideración: no existe etapa de sobrecalentamiento)	70
34	Evolución de los perfiles de temperatura dentro de la gota asperjada en el proceso de secado (Consideración: existe etapa de sobrecalentamiento)	73
35	Evolución de los perfiles de concentración de agua dentro de la gota asperjada en el proceso de secado (Consideración: existe etapa de sobrecalentamiento)	74
36	Distancia axial y radial recorrida por la gota durante su tiempo de residencia dentro de la cámara de secado (Consideración: existe etapa de sobrecalentamiento)	75
37	Trayectoria de la gota durante su tiempo de residencia dentro de la cámara de secado (Consideración: existe etapa de sobrecalentamiento)	75
38	Temperatura superficial de la gota y del aire durante el tiempo de residencia de la gota en la cámara de secado (Consideración: existe etapa de sobrecalentamiento)	76
39	Velocidad de evaporación de la humedad de la gota durante su tiempo de residencia en la cámara de secado (Consideración: existe etapa de sobrecalentamiento)	76
40	Contenido de humedad del aire y de la gota asperjada durante su tiempo de residencia en la cámara de secado (Consideración: existe etapa de sobrecalentamiento)	77
41	Densidad de la gota durante su tiempo de residencia en la cámara de secado (Consideración: existe etapa de sobrecalentamiento)	78
42	Diámetro de las gotas asperjadas analizadas durante su tiempo de residencia en la	

	cámara de secado (Consideración: existe etapa de sobrecalentamiento)	80
43	Trayectoria de las gotas analizadas durante su tiempo de residencia dentro de la cámara de secado	81
44	Distancia axial y radial recorrida por las gotas analizadas durante su tiempo de residencia dentro de la cámara de secado (Consideración: existe etapa de sobrecalentamiento)	81
45	Flujo de calor transferido del aire a las gotas analizadas por convección durante su tiempo de residencia en la cámara de secado (Consideración: existe etapa de sobrecalentamiento)	82
46	Velocidad de evaporación de la humedad de las gotas analizadas (Consideración: existe etapa de sobrecalentamiento)	82
47	Contenido de humedad de las gotas analizadas (Consideración: existe etapa de sobrecalentamiento)	83
48	Temperatura superficial de las gotas analizadas durante el tiempo de residencia de la gota en la cámara de secado (Consideración: existe etapa de sobrecalentamiento)	83

ÍNDICE DE CUADROS

Cuadro	Descripción	Página
1	Intervalo de tamaño de partículas obtenidas en secadores por aspersión	6
2	Selección del sistema de recolección de polvos	10
3	Métodos de Runge - Kutta para la solución de ecuaciones diferenciales	14
4	Fórmula del método RK de cuarto orden	15
5	Métodos de diferencias finitas para ecuaciones diferenciales parciales parabólicas y con una sola dimensión espacial	18
6	Operadores de diferencia usados en el método de Crank - Nicholson	18
7	Dimensiones recalculadas de la cámara de secado.	71
8	Resultados de la simulación (con etapa de sobrecalentamiento), a diferentes diámetros de cámara de secado.	78
9	Secado de tres gotas de diferente tamaño	79
10	Eficiencia térmica de tres gotas de diferente tamaño	84

I. INTRODUCCIÓN GENERAL

Las operaciones de separación tienen gran importancia económica en los procesos puesto que representan entre el 10% y el 90% del costo total de producción (Ulloa, 1998). El secado es una operación usada dentro de la etapa de tratamiento final del producto, ya que permite la conservación del mismo y el método escogido para llevar a cabo el proceso depende del tipo de producto en cuestión, el nivel de calidad que se desea, el costo, etc.

Entre los métodos de secado disponibles, el secado por aspersión tiene gran importancia en la industria farmacéutica, biotecnológica y de alimentos, ya que es particularmente aplicado a materiales termolábiles (usando temperaturas del gas de secado desde 90°C), además de que los productos presentan características especificadas como tamaño, densidad de partícula, humedad y temperatura, entre otras.

Las primeras referencias del secado por aspersión datan de los años de 1860 (Alamilla, 2001), a continuación se revisa el desarrollo general de los estudios que se realizaron al respecto.

En los años 40's y 60's se realizaron estudios orientados al análisis y desarrollo de ecuaciones para describir el tamaño y forma de la gota asperjada y secada, el tiempo de viaje y el tiempo de secado (Alamilla, 2001), las cuales se siguen aplicando en la actualidad; y es que si se comprende lo que ocurre en el proceso de secado, es posible diseñar equipos que permitan obtener productos con mejores características.

En los años 70's la tendencia fue establecer condiciones de operación y de diseño de equipos sin que éste quede totalmente explícito (Alamilla, 2001).

Hasta la fecha se siguen desarrollando modelos que permitan describir el proceso de secado (involucrando transferencia de masa y calor, cambios de tamaño de la gota, temperatura, etc.) auxiliándose para ello de las computadoras, de hecho existe en el mercado software para determinar los patrones de flujo y perfiles de temperatura como lo es el código de Dinámica de Fluidos Computacional (CFD, por sus siglas en inglés).

No se han comprendido completamente los fenómenos involucrados en el proceso de secado, ni se ha establecido una secuencia de cálculo definitiva que permita predecir las características del producto.

En el presente trabajo se propone una secuencia de cálculo para el dimensionamiento de la cámara de secado y la simulación del proceso dentro de la misma, y con dicha secuencia se desarrolló un programa en Matlab que permite obtener gráficos de la evolución del secado.

Las principales aportaciones del trabajo al análisis del secado son la incorporación de aspectos como el sobrecalentamiento de la gota, la importancia de la velocidad relativa de la gota con respecto al aire en la transferencia de masa y calor, y otras modificaciones que incrementan la precisión en las estimaciones obtenidas de la simulación del secado, con respecto a lo reportado por Shabde y Hoo (2006). Además, se enlaza la secuencia de cálculo reportada por Patiño (1995), Grajales (1996) y Mendoza *et al.* (2003), que permite el dimensionamiento de la cámara de secado, con la simulación, de tal forma que es posible determinar que tanto se alejan los resultados obtenidos de las dimensiones óptimas.

II. FUNDAMENTOS GENERALES DEL SECADO

2.1. Secado

El secado es la operación unitaria en la cual el contenido de humedad del material es eliminado hasta alcanzar la humedad de equilibrio mediante evaporación como resultado de la aplicación de calor bajo condiciones controladas (Alamilla, 2001).

La conservación de productos de tipo biológico se debe a que la actividad acuosa se reduce a un nivel donde no se presenta actividad microbiológica y tanto el deterioro químico como las reacciones bioquímicas se reducen al mínimo (Alamilla, 2001). La reducción de la actividad acuosa se logra a través de la aplicación de calor al producto.

En esta operación se involucra transferencia de calor y masa produciendo transformaciones físicas y químicas. Estos cambios pueden ser de tipo físico como: encogimiento, inflado, cristalización; o bien pueden ocurrir reacciones químicas o bioquímicas deseables o indeseables con cambios de color, textura, olor y en otras propiedades del producto sólido (Alamilla, 2001; Alamilla *et al.*, 2005).

Las ventajas que representa el secar un producto respecto al manejo del material original son (Barbosa y Vega, 2000):

- ❖ Se aumenta el tiempo de vida útil del producto.
- ❖ Se facilita el manejo del producto.
- ❖ Se reduce el espacio de almacenamiento del producto.
- ❖ Se reducen los costos de almacenamiento y embarque.

Entre los equipos de secado más comunmente utilizados se encuentran los secadores de tambor, secadores rotatorios, secador de charolas, de túnel, de banda, de lecho fluidizado y de aspersion (Treyball, 2000), su selección depende de las características del producto a secar y el costo del proceso (Barbosa y Vega, 2000; Alamilla, 2001).

2.2. Secado por aspersion

La operación de secado por aspersion consiste en la transformación de una alimentación en estado líquido a un producto sólido y seco, al poner en contacto dicha alimentación en forma de gotas finas con una corriente de aire

caliente (Fig. 1). El tiempo de contacto es muy corto y en consecuencia el daño debido al calor también es mínimo (Masters, 1985).

Los secadores por aspersión son usados para el secado de productos agro-químicos, biotecnológicos (enzimas, hormonas, obtención de microencapsulados, etc.), químicos (cerámicas, detergentes, pinturas, etc.), fármacos (antibióticos y vitaminas) y alimentos (leche, suero, maltodextrinas, etc.) (Alamilla, 2001).

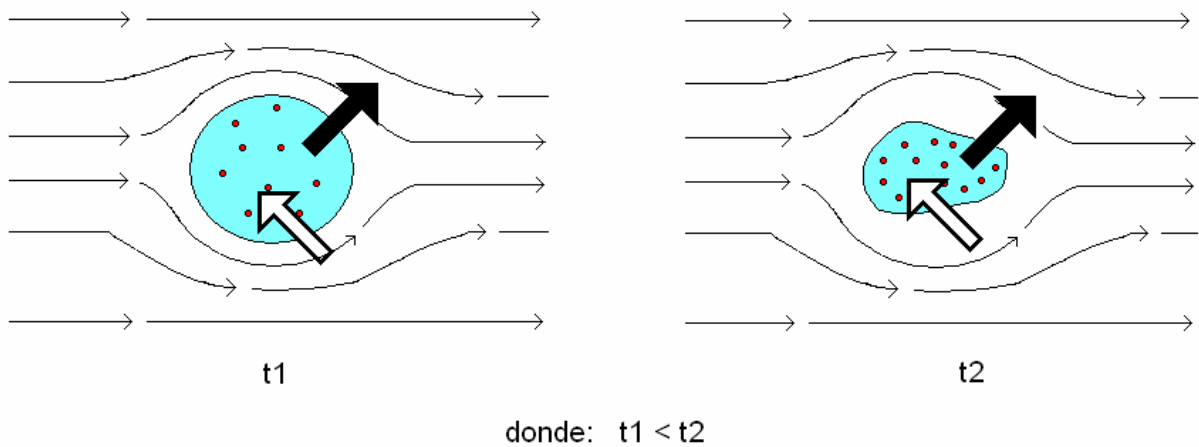


Fig. 1. Esquema del proceso de secado por aspersión. La flecha oscura simboliza la transferencia de materia (agua) de la gota a la corriente de aire caliente, mientras que la flecha clara la transferencia de calor a la gota; al transcurrir un determinado tiempo (del t_1 al t_2) se observa una reducción del tamaño de la gota debido a la pérdida de agua.

2.2.1. Etapas del secado por aspersión

El secado por aspersión consiste en cuatro etapas (Fig. 2) (Masters, 1985):

- A) Atomización.
- B) Contacto aire-gota.
- C) Evaporación.
- D) Recuperación del producto seco.

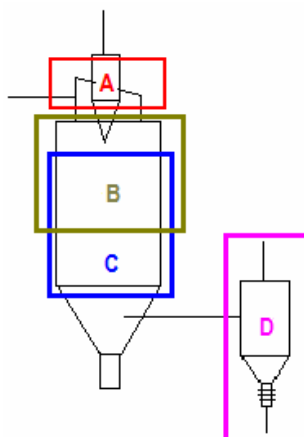


Fig. 2. Etapas del secado por aspersión (Mendoza *et al.*, 2003): A) Atomización, B) Contacto aire-gota, C) Evaporación, D) Recuperación del producto seco.

2.2.2. Atomización

La atomización se logra al aplicar energía a la masa de líquido que va a ser procesado. Esta operación debe producir una nube de líquido con alta relación superficie-masa y la dispersión del tamaño de partícula debe mantenerse al mínimo (Masters, 1985). La atomización es la operación más importante en el proceso de secado por aspersión.

El tipo de atomizador determina la energía requerida para formar la nube, el tamaño y la distribución de tamaño de las partículas atomizadas, su trayectoria y velocidad, siendo estos los factores de los que depende el tamaño final de la partícula seca (Filková *et al.*, 2006).

La trayectoria de viaje de la gota asperjada, principalmente la de gotas grandes merece una atención especial, ya que el tamaño de la cámara deberá diseñarse de tal forma que las gotas más grandes de la nube asperjada deben secarse antes de alcanzar la pared de la cámara de secado (Alamilla, 2001).

Los aspersores/atomizadores utilizados son (Masters, 1985):

- ❖ Atomizadores rotatorios: originan una descarga de líquido a alta velocidad desde el eje de un disco rotatorio.
- ❖ Boquillas a presión: descargan líquido bajo presión a través de un orificio pequeño.
- ❖ Boquillas neumáticas: logran la aspersión por medio del uso de aire u otro gas a alta velocidad en contacto con la alimentación.

Los intervalos típicos de tamaño de partículas obtenidos en secadores por aspersión se muestran en el Cuadro 1.

Cuadro 1. Intervalo de tamaño de partículas obtenidas en secadores por aspersión (Filková *et al.*, 2006).

Atomizador	Tamaño de partícula (μm)
Discos rotatorios	1-600
Boquillas de presión	10-800
Boquillas neumáticas	5-300

2.2.2.1. Atomizadores rotatorios

En un atomizador rotatorio el líquido es alimentado en el centro del disco rotatorio, se mueve al borde del disco por acción de la fuerza centrífuga y allí es desintegrado en gotas (Fig. 3). El ángulo de atomización es aproximadamente 180° y forma una nube. Debido a su trayectoria horizontal estos atomizadores requieren cámaras con diámetros grandes (Filková *et al.*, 2006).

Generalmente este tipo de atomizadores producen una nube de alta homogeneidad dentro de un corto intervalo de tamaño de partículas. La distribución de gotas puede ser controlada cambiando la velocidad de rotación, o bien, el flujo de la alimentación.

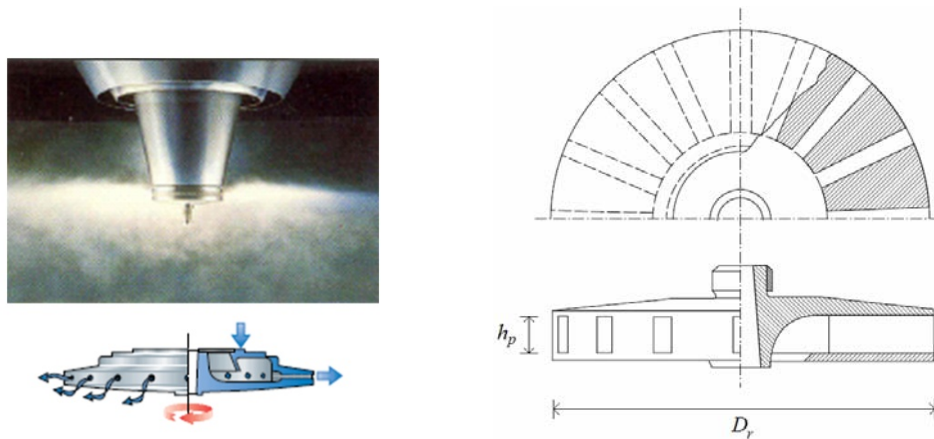


Fig. 3. Atomizador rotatorio (Bylund, 1995; Filková *et al.*, 2006; GEA Process Engineering, 2008).

A continuación se mencionan las ventajas y desventajas del atomizador rotatorio (Filková *et al.*, 2006).

Ventajas:

- ❖ Puede manejar altas velocidades de alimentación.
- ❖ Recomendado para materiales abrasivos.
- ❖ Despreciable tendencia a la obstrucción.
- ❖ El control del tamaño de la gota se realiza al cambiar la velocidad angular del atomizador.

Desventajas:

- ❖ Alto consumo de energía en comparación con las boquillas de presión.
- ❖ Alto costo de capital en comparación con las boquillas de presión.
- ❖ Requiere cámaras de secado con diámetros grandes.

2.2.3. Contacto aire-gota

Existen tres formas básicas de contacto aire-gota (Masters, 1985; Filková *et al.*, 2006):

- ❖ Flujo paralelo. El asperjado y el aire caliente se introducen en la zona superior de la cámara y viajan en la misma dirección a través del secador (Fig. 4). El aire caliente contacta inicialmente a las gotas atomizadas. Esto favorece a los materiales termolábiles, ya que éstos son protegidos de las altas temperaturas por enfriamiento evaporativo. El gas de secado se va enfriando al pasar a través de la cámara y las partículas secas se encuentran con aire más frío a la salida del equipo. Cuando se utiliza un atomizador rotatorio se presenta un perfil homogéneo de temperaturas dentro de la cámara de secado.
- ❖ Flujo a contracorriente. El aire de secado y el asperjado se mueven en direcciones opuestas en la cámara de secado (Fig. 4). Debido a que las partículas secas se ponen en contacto con el gas más caliente y el tiempo de exposición es mayor, el diseño se propone para productos no termolábiles. En estos casos, el producto seco sale a una temperatura tan alta como la del gas de secado. Este arreglo se utiliza cuando se quiere impartir ciertas cualidades al producto, como por ejemplo, una alta densidad a granel para el caso de detergentes.
- ❖ Flujo mixto. Una boquilla se coloca en el fondo de la cámara, dirigida hacia arriba, dentro de la corriente descendente del gas, cuya entrada se encuentra en el techo de la cámara (Fig. 4). Este arreglo no se recomienda para productos termolábiles ya que las partículas secas están en contacto con el aire más caliente, sin embargo se recomienda para partículas gruesas en cámaras pequeñas, ya que la longitud del patrón de viaje de las partículas es grande. Se ha observado que estas partículas pueden presentar movimiento dentro de la cámara tanto del tipo paralelo como en contracorriente.

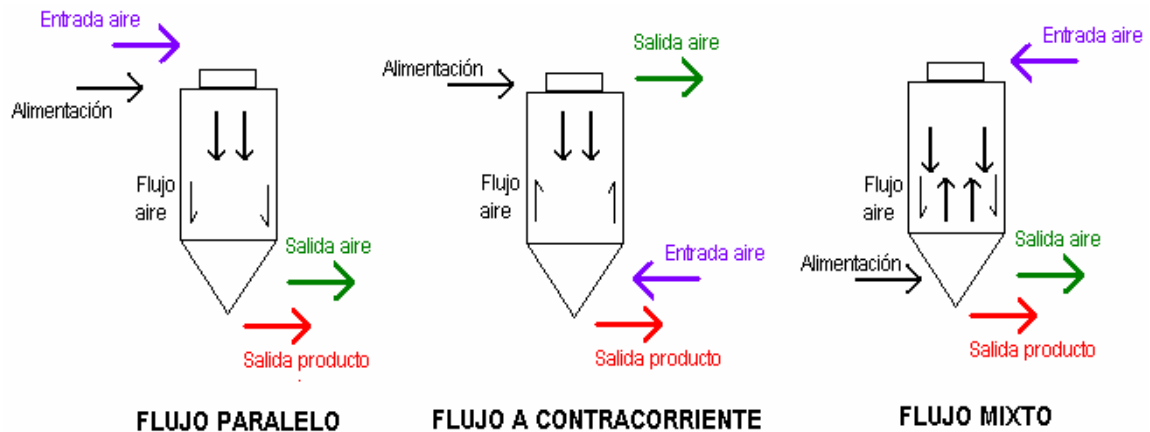


Fig. 4. Tipos de contacto aire-gota (Adaptado de Barbosa y Vega, 2000).

2.2.4. Evaporación

La velocidad de evaporación se lleva a cabo en dos periodos (Masters, 1985; Treybal, 1996):

- ❖ Período de velocidad constante. La difusión de humedad desde dentro de las gotas permite tener la superficie saturada de líquido, el tamaño de la gota va disminuyendo y en la superficie la temperatura permanece constante. El aire de secado disminuye su temperatura a medida que gana humedad.
- ❖ Período de velocidad decreciente. La velocidad de migración de la humedad a la superficie no es suficiente para mantenerla saturada, en este momento aparecen áreas secas sobre la superficie, alcanzándose el punto crítico de humedad en donde la gota ya no puede contraerse más en volumen y su temperatura empieza a ascender. En este punto el aire de secado llega a la temperatura crítica y a una humedad crítica, su temperatura sigue disminuyendo hasta la fijada por el final del proceso aumentando su humedad.

La velocidad de secado y el tiempo requerido para el secado son dependientes de la temperatura del aire de secado, el coeficiente de transferencia de calor y el diámetro de la gota a secar (Alamilla, 2001).

En la Fig. 5 se muestra la curva de velocidad de secado y en la Fig. 6 los principales cambios cualitativos en el secado de una gota asperjada.

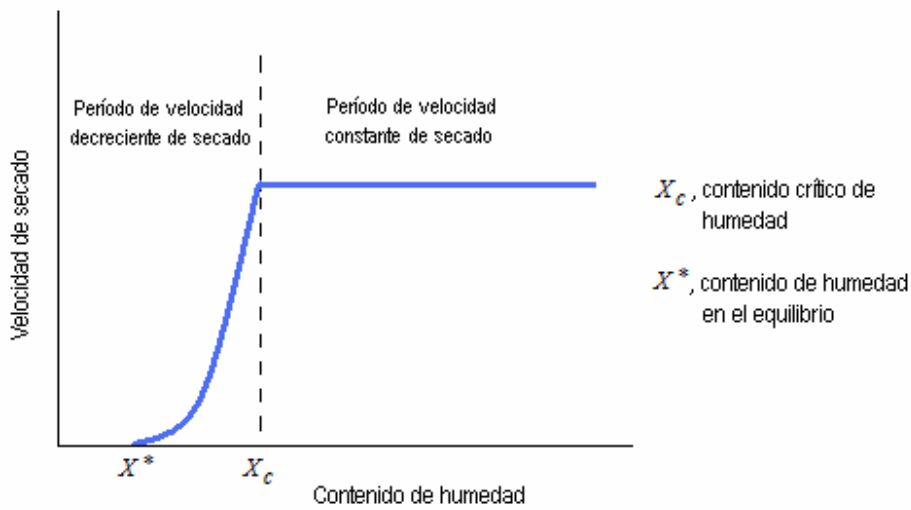


Fig. 5. Curva de velocidad de secado (Treybal, 1996).

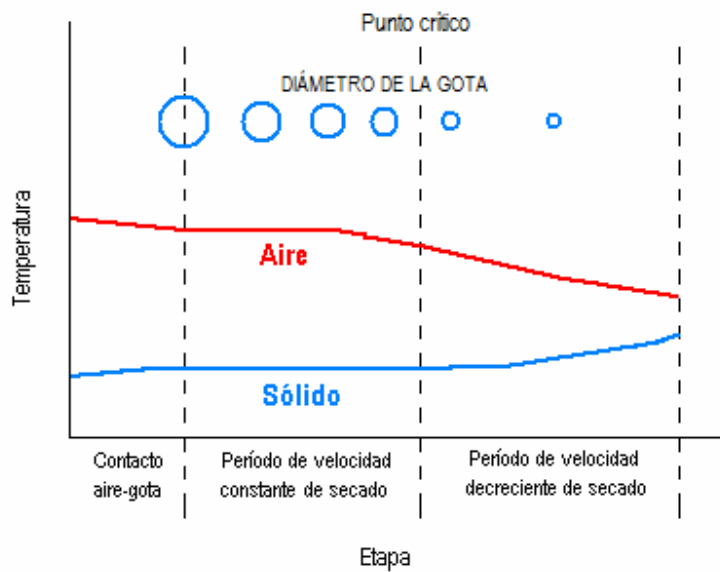


Fig. 6. Principales cambios cualitativos en el secado de una gota asperjada (Grajales, 1996).

2.2.5. Recuperación del producto

La separación del producto se puede realizar primero en la base de la cámara de secado (denominada separación primaria), seguida de la recuperación de finos (denominada separación secundaria) (Fig. 7), que puede estar

constituido por ciclones, filtros bolsa, precipitadores electrostáticos o filtros húmedos, en el Cuadro 2 se presentan algunos criterios para la selección de estos separadores (Masters, 1985).



Fig. 7. Recuperación del producto en el secador por aspersión (GEA Process Engineering, 2008): A) Separación primaria, B) Separación secundaria.

Cuadro 2. Selección del sistema de recolección de polvos (Masters, 1985).

Requerimientos	Sistema recomendado
Bajo costo, eficiente, fácil limpieza	Ciclones
Costo medio, muy eficiente	Filtro bolsa
Grandes volúmenes de aire	Precipitador electrostático
Recuperación de productos finos	Ciclón + filtro húmedo

Los separadores ciclónicos son los más empleados para la separación y recolección de polvos (Fig. 8). En estos el aire cargado de polvo entra en forma tangencial a una cámara cilíndrico-cónica girando rápidamente y sale por la parte central superior. El producto seco, debido a su inercia, tiende a moverse hacia la pared exterior del separador donde continúa hasta caer en un receptor (Masters, 1985).

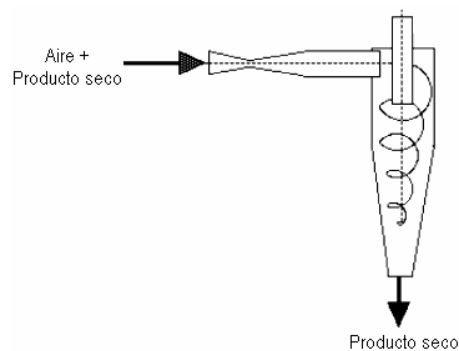


Fig. 8. Separador ciclónico (Filková *et al.*, 2006).

III. ESTADO DEL ARTE

3.1. Dimensionamiento de la cámara de secado

Patiño (1995), Grajales (1996) y Mendoza *et al.* (2003), reportan una secuencia de cálculo para el dimensionamiento de la cámara de un secador por aspersión que proviene de balances macroscópicos de materia y energía sobre el sistema analizado (cámara de secado) y bajo las condiciones de trabajo dadas. El tipo de aspersor usado por los autores es: atomizador rotatorio, boquilla neumática y boquilla de presión respectivamente.

Los criterios usados por dichos autores para el dimensionamiento, ya que estos determinan o no el secado exitoso de un fluido, son:

- ❖ La humedad relativa del aire a la salida de la cámara debe ser menor o igual que la humedad relativa del aire en equilibrio con la humedad deseada del producto, de tal forma que no humedezca al producto.
- ❖ El tiempo de secado de la gota asperjada, desde una humedad inicial hasta otra final, debe ser menor o igual al tiempo de viaje de la gota a la pared del secador y así evitar que se adhiera a ésta.
- ❖ El calor suministrado a la gota asperjada durante el tiempo de viaje de la misma a la pared del equipo debe ser mayor o igual al calor necesario para el secado.

A pesar de que dicha secuencia de cálculo ha sido usada y validada experimentalmente, no se ha determinado cuanto se alejan las dimensiones de la cámara resultantes de las dimensiones óptimas, las cuales pueden obtenerse a partir de la simulación del proceso de secado de las gotas asperjadas.

3.2. Simulación del proceso de secado dentro de la cámara de un secador por aspersión

En la simulación del proceso de secado intervienen varios factores a considerar:

1. Entrada del aire de secado (la cual determina el patrón de flujo del mismo). El aire puede entrar de forma tangencial a través de ranuras localizadas en la periferia de la cámara de secado (Gauvin y Katta, 1976; Shabde y Hoo, 2006), o bien, de forma concéntrica a la entrada de la alimentación, localizada en la parte superior de la cámara (Gluckert, 1962; Masters, 1985; Truong *et al.*, 2005).
2. Patrón de flujo del aire dentro de la cámara. La falta de información sobre los patrones de flujo de aire ha sido uno de los principales problemas en el diseño de secadores por aspersión; éste puede ser descrito con ecuaciones empíricas que dependen de la geometría de la cámara (Gauvin y Katta, 1976; Shabde y Hoo,

- 2006), o bien, de la solución de las ecuaciones Navier - Stokes, para lo cual se requieren técnicas computacionales sofisticadas de dinámica de fluidos (CDF) (Kieviet, 1997; Huang *et al.*, 2006).
3. Tipo de aspersor usado. El tipo de atomizador, así como los parámetros de operación establecidos (por ejemplo el flujo de alimentación), determinan el tamaño de las gotas asperjadas. Las ecuaciones usadas para el cálculo del diámetro de las gotas son de naturaleza empírica (Masters, 1985).
 4. Trayectoria de la partícula. Ésta se obtiene a partir de una sumatoria de fuerzas sobre la misma, y depende de si la partícula se encuentra o no en un flujo de aire en espiral (campo centrífugo). Gauvin y Katta (1976) proponen tres ecuaciones para calcular las componentes radial, axial y tangencial de la velocidad de la gota analizada cuando se encuentra en un campo centrífugo, con dichas ecuaciones es posible determinar su posición a cada instante, y por lo tanto su trayectoria; Patiño (1995) y Truong *et al.* (2005) presentan el caso en que la gota no se encuentra en un campo centrífugo.
 5. Temperatura dentro de la gota. Truong *et al.* (2005) consideran que la temperatura dentro de la gota es uniforme, mientras que Farid (2003) y Shabde y Hoo (2006) consideran que existe un gradiente de temperatura descrito por una ecuación diferencial parcial parabólica.
 6. Disminución del diámetro de la gota. Gluckert (1962) considera que el diámetro de la gota no cambia a lo largo de todo el proceso de secado. Gauvin y Katta (1976) y Truong *et al.* (2005) calculan el diámetro en cada instante en función del diámetro y densidad inicial de la partícula, así como de su densidad en ese momento. Farid (2003) y Shabde y Hoo (2006) obtienen una ecuación diferencial ordinaria para la disminución del diámetro.

Para iniciar el cálculo de la simulación del proceso de secado se requiere conocer las propiedades de la alimentación y del producto seco, las características del atomizador, los parámetros de operación, etc., además es necesario proponer las dimensiones de la cámara, para ello se hace uso de la secuencia de cálculo para el dimensionamiento de la cámara de secado reportada por Patiño (1995), Grajales (1996) y Mendoza *et al.* (2003).

Las características del sistema (cámara del secador por aspersión) en el presente trabajo son las siguientes:

- ❖ El atomizador es de tipo rotatorio.
- ❖ Tanto la alimentación con el aire de secado entran por la parte superior de la cámara y viajan en la misma dirección (flujo paralelo), esto es para favorecer el secado de materiales termolábiles como es el caso de muchos fluido biológicos.
- ❖ El aire entra en forma tangencial, de tal forma que describe una trayectoria en espiral, ya que es comúnmente usada en la industria, además, existen ecuaciones empíricas que predicen las componentes radial, axial y tangencial de la velocidad del aire (Gauvin y Katta, 1976).

Tomando en cuenta lo anterior, en el presente trabajo se considera que los modelos matemáticos reportados por Gauvin y Katta (1976) (lo que refiere a la trayectoria de la partícula y la velocidad del aire) son los que mejor describen al sistema a analizar.

Existen dos zonas de influencia sobre el movimiento de la gota (Gavin y Katta, 1976):

- ❖ Zona de influencia del atomizador, donde la gota, que sale a altas velocidades del atomizador, desacelera hasta que la velocidad relativa entre la gota y el aire es cero.
- ❖ Zona de influencia del aire de secado, es aquella donde el movimiento de la gota no se ve afectado por el atomizador y es gobernado por el aire que gira en espiral (la velocidad relativa es cero).

Shabde y Hoo (2006) retoman lo reportado por Gauvin y Katta (1976), empleando como atomizador la boquilla a presión, e incorporan el balance de poblaciones, la disminución del diámetro de la gota como una ecuación diferencial ordinaria y las variaciones espaciales (gradientes) de temperatura y concentración dentro de la gota, pero consideran que una vez que la superficie de la gota alcanza la temperatura de búlbo húmedo ésta se mantiene constante durante todo el proceso de secado, en otras palabras, la gota no sufre sobrecalentamiento.

Por otro lado Shabde y Hoo (2006) consideran que la zona de influencia del atomizador es despreciable, es decir, la velocidad relativa de la gota con respecto al aire es cero; sin embargo, ya que la gota sale a altas velocidades del atomizador rotatorio, en el presente trabajo no se desprecia esta zona, pues se considera que la transferencia de masa y calor se verá favorecida de manera importante por la disminución de la capa de aire que rodea la gota por efecto de la alta velocidad relativa que se espera.

El presente trabajo tiene como finalidad complementar lo reportado por Shabde y Hoo (2006) (excluyendo el balance de poblaciones), haciendo las modificaciones pertinentes, así como proponiendo ecuaciones, que desde el punto de vista del autor de esta tesis, mejoran la descripción del proceso de secado a nivel microscópico y permiten un mayor entendimiento del mismo, sin que sea necesario el uso de técnicas y programas sofisticados de dinámica de fluidos para su simulación.

Si bien es cierto que la secuencia de cálculo para el dimensionamiento de la cámara permite obtener resultados de una forma rápida y sencilla, ya que las ecuaciones empleadas son algebraicas, la simulación de proceso de secado (que involucra mayor complejidad en el cálculo, así como costo computacional para la solución de las ecuaciones diferenciales ordinarias y parciales) permite obtener mayor información acerca de las características del producto seco (por ejemplo su temperatura de salida, densidad, etc.), además es posible determinar las dimensiones óptimas de la cámara de secado, o bien, los parámetros de operación necesarios para la obtención de dicho producto.

3.3. Métodos numéricos

3.3.1. Ecuaciones algebraicas

Una secuencia de cálculo adecuada permite la solución de las ecuaciones algebraicas planteadas en el presente trabajo, ya que éstas son de una incógnita.

3.3.2. Ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO)

En el Cuadro 3 se muestran los métodos de Runge - Kutta (RK) para la solución de ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO).

Cuadro 3. Métodos de Runge - Kutta para la solución de ecuaciones diferenciales (Chapra y Canale, 2003).

Método	Características
De Euler (RK de primer orden)	Se predice un valor de la variable dependiente usando la pendiente (igual a la primera derivada en el valor original de la variable independiente) para extrapolar linealmente sobre el tamaño de paso. El motivo fundamental de error es suponer que la derivada al inicio del intervalo es la misma durante todo el intervalo. Se puede reducir el error disminuyendo el tamaño de paso, pero aumenta el número de cálculos a realizar. Es ineficiente pero simple. Escasa dificultad de programación.
De Heun (RK de segundo orden)	Mejora la estimación de la pendiente al determinar dos derivadas en el intervalo (en el punto inicial y en el final), las cuales se promedian. Moderada dificultad de programación.
Del punto medio (RK de segundo orden)	Usa el método de Euler para predecir un valor de la variable dependiente en el punto medio del intervalo, con éste valor predicho se calcula una pendiente en el punto medio que se supone representa una aproximación válida de la pendiente promedio en todo el intervalo. Es mejor que el método de Euler debido a que utiliza una estimación de la pendiente en el punto medio del intervalo. Moderada dificultad de programación.

Cuadro 3. (Continuación).

Método	Características
RK de cuarto orden	Se usan múltiples estimaciones de la pendiente y se hace un promedio ponderado de éstas para obtener una mejor pendiente promedio en el intervalo. Es popular y confiable para muchos problemas de ingeniería. Usado si el intervalo de integración del problema es lo suficientemente grande como para necesitar un gran número de pasos. Moderada dificultad de programación.
RK de quinto orden de Butcher	Usada cuando se requieren resultados exactos. En general la ganancia en exactitud con métodos mayores al cuarto orden se ve afectada por mayor trabajo computacional y mayor complejidad.

En el presente trabajo la solución de las EDO's se realizará por el método RK de cuarto orden ya que es más exacto que los de menor orden, mientras que el trabajo computacional y la complejidad es menor que el RK de quinto orden de Butcher.

En el Cuadro 4 se muestra la fórmula del método RK de cuarto orden, y en la Fig. 9 la representación gráfica de las pendientes estimadas en el método.

Cuadro 4. Fórmula del método RK de cuarto orden (Chapara y Canale, 2003).

Ecuación diferencial ordinaria (EDO)	Fórmula de RK de cuarto orden	Pendientes (k) de la fórmula de RK de cuarto orden
$\frac{du}{dy} = f(y, u)$	$u_{i+1} = u_i + \frac{1}{6} \cdot (k_1 + 2 \cdot k_2 + 2 \cdot k_3 + k_4) \cdot h$	$k_1 = f(y_i, u_i)$ $k_2 = f(y_i + \frac{1}{2} \cdot h, u_i + \frac{1}{2} \cdot k_1 \cdot h)$ $k_3 = f(y_i + \frac{1}{2} \cdot h, u_i + \frac{1}{2} \cdot k_2 \cdot h)$ $k_4 = f(y_i + h, u_i + k_3 \cdot h)$

h es el tamaño de paso.

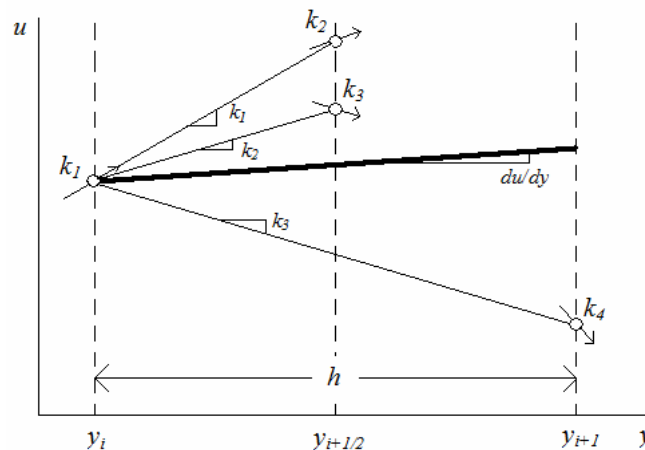


Fig. 9. Representación gráfica de las pendientes empleadas en el método RK de cuarto orden (Chapra y Canale, 2003).

3.3.3. Ecuaciones diferenciales parciales (EDP)

Las ecuaciones que rigen la difusión de partículas en movimiento o la conducción de calor, son ecuaciones diferenciales parciales (EDP) de tipo parabólico, que representan procesos de difusión dependientes del tiempo (Nakamura, 1992). Dos de los métodos aplicables para la solución de dichas EDP's son diferencias finitas y elemento finito.

Los métodos de diferencias finitas y elemento finito generan soluciones de las EDP's mediante los siguientes tres pasos principales (Potter y Wiggert, 2002):

1. Discretizar el dominio. El dominio espacial y temporal continuo del problema debe ser sustituido por uno discreto compuesto de puntos o nodos en una malla o retícula y niveles de tiempo. La discretización ideal utiliza el menor número de nodos en la malla y niveles de tiempo para obtener soluciones con la precisión deseada.
2. Discretizar las ecuaciones diferenciales parciales. Las EDP's que rigen el problema deben ser reemplazadas por un conjunto de ecuaciones algebraicas con los nodos y los niveles de tiempo como su dominio. En situaciones ideales, las ecuaciones algebraicas conocidas como ecuaciones de diferencia finita o ecuaciones de elemento finito (dependiendo del método usado para construirlas) deberán describir el mismo ámbito físico que el descrito por las EDP's regentes.
3. Especificar el algoritmo. El procedimiento mediante el cual se obtienen soluciones en cada nodo se deriva de las ecuaciones de diferencia finita o elemento finito cuando se pasa de un nivel de tiempo al siguiente debe ser descrito en detalle. Idealmente, el algoritmo deberá garantizar no solo soluciones precisas, sino también el uso eficiente de la computadora.

En los métodos por diferencias finitas para resolver EDP's, el dominio de la solución se divide en una malla con puntos discretos o nodos (Fig. 10 B). Entonces se aplica la EDP en cada nodo, donde las derivadas parciales se reemplazan por diferencias finitas. Aunque tal aproximación es fácil de entender, tiene varias desventajas, en particular, es difícil de aplicar a sistemas con una geometría irregular, con condiciones de frontera no usuales o de composición heterogénea (Chapra y Canale, 2003).

A diferencia de las técnicas por diferencias finitas, la técnica del elemento finito divide el dominio de la solución en regiones con formas sencillas o "elementos" (Fig. 10 C). Se puede desarrollar una solución aproximada de la EDP para cada uno de estos elementos. La solución total se genera uniendo, o "ensamblando", las soluciones individuales, teniendo cuidado de asegurar la continuidad de las fronteras entre los elementos (Chapra y Canale, 2003).

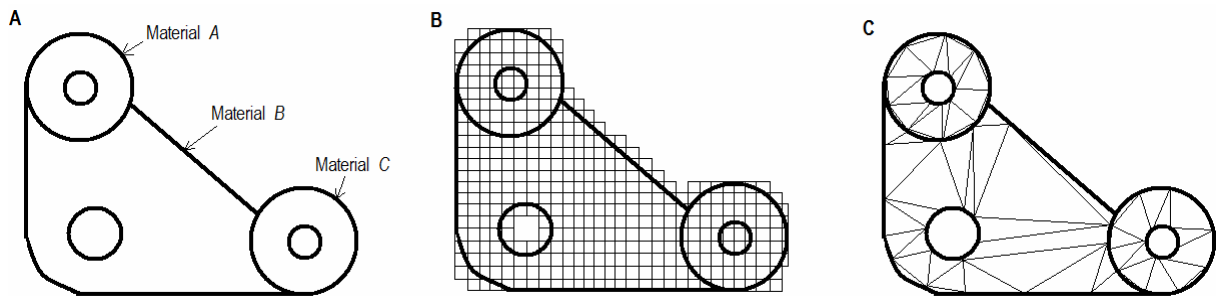


Fig. 10. Discretización de un sistema para modelar por el método de diferencias finitas y del elemento finito. A) Empaque con geometría irregular y composición no homogénea. B) Discretización del sistema en una malla para modelar por el método de diferencias finitas. C) Discretización del sistema por elementos finitos para modelar por el método del elemento finito (Chapra y Canale, 2003).

Como se verá en la sección 6.2 del presente trabajo, las EDP's a resolver son del tipo parabólico y con una sola dimensión espacial, además la geometría del sistema (esfera) es regular y homogénea por lo que el método del elemento finito no presenta grandes ventajas frente a las diferencias finitas, el cual es más sencillo, por tal motivo se eligió este último para la solución de las ecuaciones diferenciales parciales planteadas.

Con el método de diferencias finitas, las EDP's se discretizan al reemplazar las derivadas con operadores de diferencia, en el Cuadro 5 se resumen las ventajas y desventajas de los métodos para una dimensión espacial.

Cuadro 5. Métodos de diferencias finitas para ecuaciones diferenciales parciales parabólicas y con una sola dimensión espacial (Nakamura, 1992).

Método	Ventajas	Desventajas
Euler hacia adelante (explícito)	Sencillez.	Δt debe ser menor que cierto límite de estabilidad.
Euler hacia atrás (implícito)	Incondicionalmente estable.	Necesita el esquema de solución tridiagonal.
Crank - Nicholson	Incondicionalmente estable; más preciso que el de Euler hacia atrás.	Necesita el esquema de solución tridiagonal.

Como lo indica el Cuadro 5, el método de Crank - Nicholson es estable y más preciso que los demás, por tal motivo se utilizará para la solución de la EDP's. Los operadores de diferencia usados para Crank - Nicholson se muestran en el Cuadro 6.

Cuadro 6. Operadores de diferencia usados en el método de Crank - Nicholson (Chapra y Canale, 2003).

Descripción	Operador de diferencia
Primera derivada $\frac{\partial u}{\partial y}$	Adelantada: $\frac{u_{j+1} - u_j}{\Delta y}$
Segunda derivada $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$	$\frac{1}{2} \cdot \left[\frac{u_{j+1}^\lambda - 2 \cdot u_j^\lambda + u_{j-1}^\lambda}{\Delta y^2} + \frac{u_{j+1}^{\lambda+1} - 2 \cdot u_j^{\lambda+1} + u_{j-1}^{\lambda+1}}{\Delta y^2} \right]$

IV. JUSTIFICACIÓN

Al realizar estudios sobre los mecanismos microscópicos del secado y los fenómenos de transporte a nivel de gota, se estará en la posibilidad tanto de comprender mejor el proceso de secado como de proponer modelos matemáticos que mejor lo describan, de tal forma que sea posible predecir las características del producto seco.

Adicionalmente, la simulación del proceso de secado permite reducir la experimentación, y el gasto de recursos materiales que esto conlleva, para encontrar los parámetros de operación que permiten hacer un mejor uso del equipo existente, o bien, obtener las dimensiones óptimas de un secador por aspersión para secar un fluido específico bajo condiciones dadas.

El presente trabajo se enfoca en la cámara de secado, tanto en su dimensionamiento como en la simulación del proceso de secado dentro de la misma, para ello se retoma el trabajo realizado por Shabde y Hoo (2006), incorporando aspectos como el sobrecalentamiento de la gota, la importancia de la velocidad relativa de la gota con respecto al aire, la cual es diferente de cero, en la transferencia de masa y calor, y otras modificaciones que incrementan la precisión en las estimaciones obtenidas de la simulación del secado.

V. OBJETIVOS

5.1. Objetivo General

- ❖ Dimensionar un secador por aspersión de nivel piloto y simular los fenómenos de transporte y trayectoria de las gotas durante el proceso de secado, para facilitar el diseño de nuevos equipos o la operación de equipos existentes.

5.2. Objetivos Específicos

- ❖ Establecer una secuencia de cálculo que permita el pre-dimensionamiento de la cámara de secado y determinar que tanto se alejan los resultados obtenidos de las dimensiones óptimas.
- ❖ Establecer una secuencia de cálculo que enlace las dimensiones de la cámara de secado con la simulación de los fenómenos de transporte y trayectoria de las gotas asperjadas dentro de la misma, así como establecer las dimensiones óptimas de la cámara para el secado de un producto con determinadas especificaciones.

VI. SIMULACIÓN DEL PROCESO DE SECADO

En la Fig. 11 se muestra el diagrama de flujo básico del secador por aspersión, donde, para este trabajo, el atomizador es de tipo rotatorio, el aire de secado entra en la parte superior de la cámara de secado (en flujo paralelo con la alimentación, por lo tanto se presenta un perfil homogéneo de temperatura dentro de la cámara) y en forma tangencial, de tal forma que describe una trayectoria en espiral.

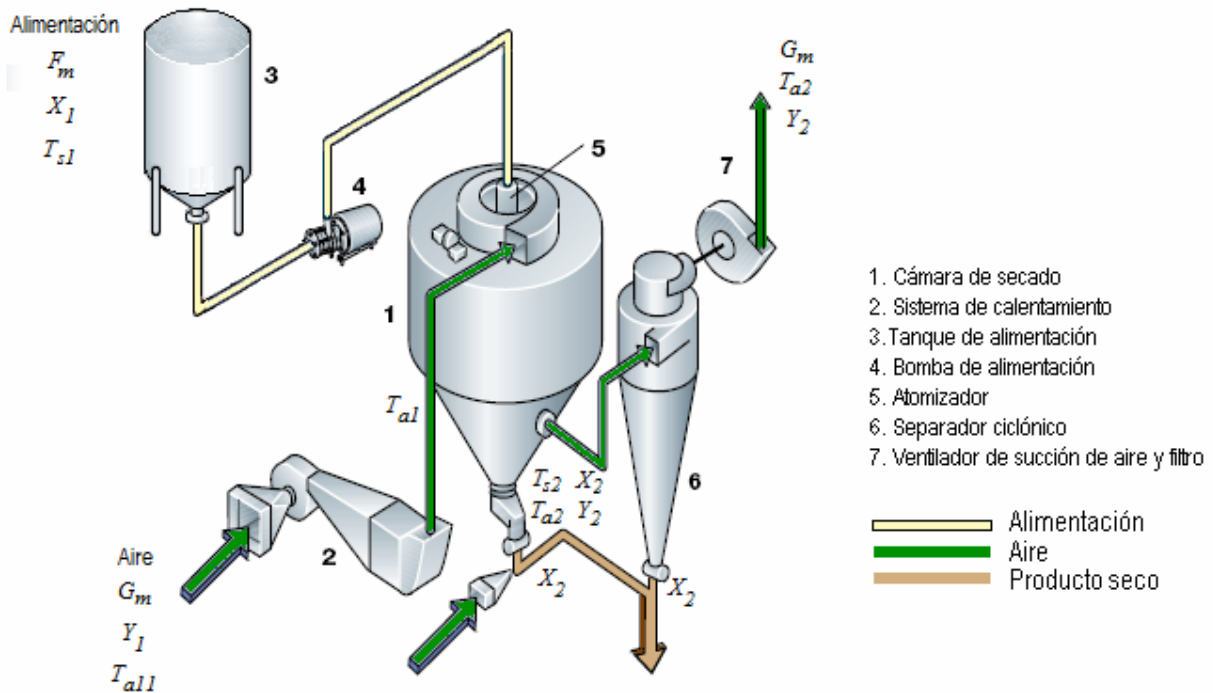


Fig. 11. Diagrama de flujo básico del secador por aspersión (Bylund, 1995).

Para las secuencias de cálculo presentadas en los apartados 6.1 y 6.2 de esta tesis, es necesario introducir como datos las siguientes constantes, parámetros y variables referentes al fluido en particular que se desee secar y las condiciones en que se trabajará, a fin de iniciar el cálculo y obtener las dimensiones de la cámara y la simulación dentro de la misma para el sistema planteado.

❖ Constantes del sistema

- A_A - Constante de Antoine.
- B_A - Constante de Antoine.
- C_A - Constante de Antoine.

C_{pa}	-	Capacidad calórica del aire seco ($J\ kg_{as}^{-1}\ K^{-1}$).
C_{pw}	-	Capacidad calórica del agua ($J\ kg_{agua}^{-1}\ K^{-1}$).
C_v	-	Capacidad calórica del vapor de agua ($J\ kg_{agua}^{-1}\ K^{-1}$).
g	-	Constante de gravedad ($m\ s^{-2}$).
M_A	-	Peso molecular del agua ($kg_{agua}\ mol^{-1}$).
M_B	-	Peso molecular del aire ($kg_{as}\ mol^{-1}$).
P_t	-	Presión de trabajo en la Cd. de México (Pa).
T_0	-	Temperatura de referencia (K).
λ_0	-	Calor latente de vaporización a la temperatura de referencia ($J\ kg_{agua}^{-1}$).
ρ_w	-	Densidad del agua ($kg_{agua}\ m^{-3}$).
\mathcal{D}	-	Coefficiente de difusión del agua en el sólido ($m^2\ s^{-1}$).

❖ Características del atomizador

D_r	-	Diámetro del atomizador (m).
h_p	-	Altura de la paleta del atomizador (m).
n_p	-	Número de paletas del atomizador.
N	-	Velocidad angular del atomizador ($rev\ s^{-1}$).

❖ Variables de entrada (Aire)

T_{al}	-	Temperatura de bulbo seco del aire a la entrada de la cámara de secado (K).
T_{bh}	-	Temperatura de bulbo húmedo (K).
Y_l	-	Humedad del aire, en base seca, a la entrada de la cámara de secado ($kg_{agua}\ kg_{as}^{-1}$).
λ_{bh}	-	Calor latente de vaporización a la temperatura de bulbo húmedo ($J\ kg_{agua}^{-1}$).
μ_a	-	Viscosidad del aire ($N\ s\ m^{-2}$).

❖ Variables de entrada (Alimentación)

C_{alim}	-	Concentración de la alimentación ($kg_{ss}\ m_{sh}^{-3}$).
C_{pss}	-	Capacidad calórica del sólido seco ($J\ kg_{ss}^{-1}\ K^{-1}$).
F	-	Flujo de alimentación ($kg_{sh}\ s^{-1}$).
k_s	-	Conductividad térmica de la alimentación ($W\ m^{-1}\ K^{-1}$).
T_{sl}	-	Temperatura del sólido a la entrada de la cámara de secado (K).

- μ_s - Viscosidad de la alimentación (N s m^{-2}).
- ρ_s - Densidad de la alimentación ($\text{kg}_{\text{sh}} \text{m}^{-3}$).
- ρ_{ss} - Densidad de los sólidos secos ($\text{kg}_{\text{ss}} \text{m}^{-3}$).

❖ Variables de salida (Aire)

- k_{d1} - Conductividad térmica de la película de aire que rodea la gota evaluada a una temperatura promedio entre la T_{a2} y la superficie de la gota ($\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$).
- T_{a2} - Temperatura del aire a la salida de la cámara de secado (K).

❖ Variables de salida (Producto)

- T_{s2} - Temperatura del sólido a la salida de la cámara de secado (K).
- X_2 - Humedad del producto, en base seca, a la salida de la cámara de secado ($\text{kg}_{\text{agua}} \text{kg}_{\text{ss}}^{-1}$).

❖ Condiciones al tiempo cero (Aire). Únicamente para la simulación del proceso de secado

- $Y_x(0) = Y_1$ - Humedad del aire al tiempo cero ($\text{kg}_{\text{agua}} \text{kg}_{\text{as}}^{-1}$).
- $T_a(0) = T_{a1}$ - Temperatura del aire al tiempo cero (K).
- $E_x(0) = 0$ - Velocidad de evaporación ($\text{kg}_{\text{agua}} \text{s}^{-1}$).
- $dq_{\text{conveccion}}/dt(0) = 0$ - Flujo de calor transferido a la gota por convección al tiempo cero (W).

❖ Condiciones al tiempo cero (Partícula). Únicamente para la simulación del proceso de secado

- $x(0) = h_p$ - Distancia axial recorrida por la gota analizada al tiempo cero, medida desde la parte superior de la cámara de secado (m).
- $r(0) = D_r / 2$ - Distancia radial recorrida por la gota analizada al tiempo cero, medida desde el centro de la cámara de secado (m).
- $X_x(0) = X_1$ - Humedad de la gota al tiempo cero ($\text{kg}_{\text{agua}} \text{kg}_{\text{ss}}^{-1}$).
- $D_d(0) = D_{g5}$ - Diámetro de la gota al tiempo cero (m).
- $\rho_d(0) = \rho_s$ - Densidad de la gota al tiempo cero ($\text{kg}_{\text{sh}} \text{m}^{-3}$).
- $V_t(0) = V_{t0}$ - Velocidad tangencial de la gota al tiempo cero (m s^{-1}).
- $V_r(0) = V_{r0}$ - Velocidad radial de la gota al tiempo cero (m s^{-1}).
- $V_v(0) = V_{v0}$ - Velocidad axial de la gota al tiempo cero (m s^{-1}).

Nota: El subfijo “as” se refiere a aire seco, “sh” a sólido húmedo y “ss” a sólido seco.

6.1. Dimensionamiento de la cámara de secado

La secuencia de cálculo que se presenta a continuación para el dimensionamiento de la cámara de secado se basa en los siguientes criterios (Patiño, 1995; Grajales, 1996; Mendoza *et al.*, 2003):

- ❖ La humedad relativa del aire a la salida de la cámara debe ser menor o igual que la humedad relativa del aire en equilibrio con la humedad deseada del producto, de tal forma que no humedezca al producto.
- ❖ El tiempo de secado de la gota asperjada, desde una humedad inicial hasta otra final, debe ser menor o igual al tiempo de viaje de la gota a la pared del secador y así evitar que se adhiera a ésta.
- ❖ El calor suministrado a la gota asperjada durante el tiempo de viaje de la misma a la pared del equipo debe ser mayor o igual al calor necesario para el secado.

En la Fig. 12 se muestra el diagrama de flujo general para llevar a cabo el dimensionamiento de la cámara de secado.

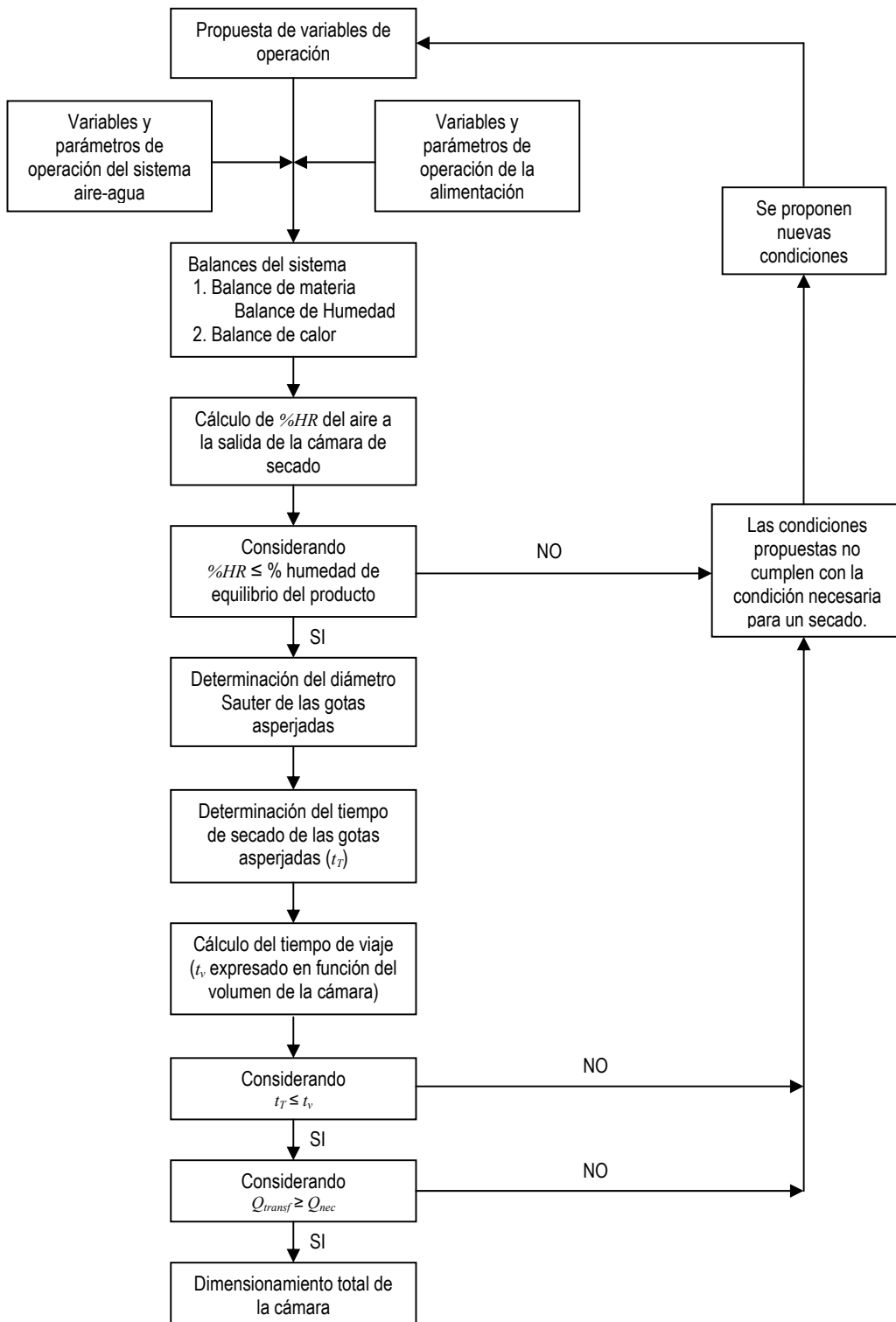


Fig. 12. Diagrama de flujo para el dimensionamiento de la cámara de secado (Patiño, 1995; Grajales, 1996; Mendoza *et al.*, 2003).

6.1.1. Humedad relativa del aire a la salida de la cámara de secado

Para cálculo del porcentaje de humedad relativa del aire (%HR) a la salida de la cámara de secado, es necesario primero determinar el valor numérico de la humedad absoluta del aire a la salida (Y_2), y para ello se realizan los balances de materia y de calor.

El balance de materia sobre la cámara de secado queda como:

$$F_m \cdot (X_1 - X_2) = G_m \cdot (Y_2 - Y_1) \quad \dots \text{Ec. 1}$$

El balance de calor sobre la cámara de secado es:

$$F_m \cdot (h_{s1} - h_{s2}) = G_m \cdot (H_{a2} - H_{a1}) \quad \dots \text{Ec. 2}$$

La entalpía de los sólidos a la entrada de la cámara de secado (h_{s1}) se calcula como sigue (Masters, 1985):

$$h_{s1} = C_{pss} \cdot (T_{s1} - T_0) + X_1 \cdot C_{pw} \cdot (T_{s1} - T_0) \quad \dots \text{Ec. 3}$$

La entalpía de los sólidos a la salida de la cámara de secado (h_{s2}) se calcula como sigue (Masters, 1985):

$$h_{s2} = C_{pss} \cdot (T_{s2} - T_0) + X_2 \cdot C_{pw} \cdot (T_{s2} - T_0) \quad \dots \text{Ec. 4}$$

La entalpía del aire a la entrada de la cámara de secado (H_{a1}) se calcula como sigue (Masters, 1985):

$$H_{a1} = (C_{pa} + C_v \cdot Y_1) \cdot (T_{a1} - T_0) + \lambda_0 \cdot Y_1 \quad \dots \text{Ec. 5}$$

La entalpía del aire a la salida de la cámara de secado (H_{a2}) se calcula como sigue (Masters, 1985):

$$H_{a2} = (C_{pa} + C_v \cdot Y_2) \cdot (T_{a2} - T_0) + \lambda_0 \cdot Y_2 \quad \dots \text{Ec. 6}$$

Al sustituir la Ec. 6 en la Ec. 2 e igualarla con la Ec. 1 y despejar Y_2 se obtiene:

$$Y_2 = \frac{[H_{a1} - C_{pa} \cdot (T_{a2} - T_0)] \cdot (X_1 - X_2) + Y_1 \cdot (h_{s2} - h_{s1})}{h_{s2} - h_{s1} + [C_v \cdot (T_{a2} - T_0) + \lambda_0] \cdot (X_1 - X_2)} \quad \dots \text{Ec. 7}$$

La presión parcial del agua (P_A) se calcula como sigue (Treybal, 2000):

$$P_A = \frac{Y_2 \cdot P_t \cdot M_B}{M_A + Y_2 \cdot M_B} \quad \dots \text{Ec. 8}$$

El porcentaje de humedad relativa (%HR) se define como (Treybal, 2000):

$$\%HR = \frac{P_A}{P_0} \cdot 100 \quad \dots \text{Ec. 9}$$

Véase en el ANEXO A.5 la ecuación para determinar la presión de vapor del agua a la temperatura del aire a la salida de la cámara de secado (P_0).

6.1.2. Diámetro Sauter

El diámetro Sauter se define como el diámetro de una gota que tiene la misma relación superficie-volumen que la de todas las gotas formadas por la aspersion o muestra de partículas (Masters, 1985).

Existen diversas correlaciones que permiten predecir las características de la nube asperjada por atomizadores rotatorios que dependen de la velocidad periférica del disco, flujo de la alimentación, densidad, diámetro del atomizador, etc.

La siguiente ecuación se utiliza para determinar el diámetro Sauter de las gotas asperjadas (D_{vs}) con atomizadores rotatorios de diámetro pequeño (de 5 a 15 cm) y velocidades periféricas altas, para secadores de laboratorio de diámetro pequeño (Masters, 1985):

$$D_{vs} = 5240 \cdot M_p^{0.171} \cdot (\pi \cdot D_r \cdot N)^{-0.537} \cdot \mu_s^{-0.017} \quad \dots \text{Ec. 10}$$

Los valores determinados con la ecuación anterior muestran concordancia con los valores medidos cuando el tamaño de la gota no excede los 60 μm (Masters, 1985).

El flux másico de la alimentación por cada paleta del atomizador (M_p) (Fig. 3) de la Ec. 10 se calcula como sigue:

$$M_p = \frac{F}{h_p \cdot n_p} \quad \dots \text{Ec. 11}$$

El dimensionamiento de la cámara se realizó en función del diámetro de la gota D_{95} , es decir, el diámetro dentro del cual se encuentra el 95% de la nube asperjada, de tal forma que si se garantiza que una gota de este tamaño se seca antes de llegar a la pared de la cámara entonces el 95% de la nube también lo hará. D_{95} se define como sigue (Masters, 1985):

$$D_{95} = 1.4 \cdot D_{vs} \quad \dots \text{Ec. 12}$$

6.1.3. Diámetro, humedad y temperatura de la gota en el punto crítico

La ecuación propuesta por Masters (1985) para determinar el diámetro de la gota en el punto crítico, puede deducirse a partir de un balance de materia de los sólidos secos en la gota.

Suponiendo que no hay colisiones entre las gotas, por lo tanto no hay ruptura ni coalescencia de las mismas, la masa de los sólidos secos de la gota se mantiene constante desde la entrada a la salida de la cámara de secado, de tal forma que:

$$\frac{V_{d1} \cdot \rho_s}{1 + X_1} = \frac{V_{d2} \cdot \rho_{ss}}{1 + X_2} \quad \dots \text{Ec. 13}$$

Como se mencionó en el apartado 2.2.4, el punto que divide el período de velocidad constante y el de velocidad decreciente es el punto crítico, y una vez que se alcanza éste, el diámetro de la gota se supone que permanece constante, y se denomina diámetro crítico (D_c), hasta la salida de la cámara de secado, de tal forma que la Ec. 13 se puede escribir como:

$$\frac{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \frac{D_{95}^3}{8} \cdot \rho_s}{1 + X_1} = \frac{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \frac{D_c^3}{8} \cdot \rho_{ss}}{1 + X_2} \quad \dots \text{Ec. 14}$$

Despejando D_c se obtiene:

$$D_c = D_{95} \cdot \left[\frac{\rho_s}{\rho_{ss}} \cdot \frac{1 + X_2}{1 + X_1} \right]^{\frac{1}{3}} \quad \dots \text{Ec. 15}$$

La disminución del diámetro de la gota se debe a la pérdida de la humedad, de tal forma que la humedad removida de la gota cuando se alcanza el punto crítico (a_r) puede escribirse como (Masters, 1985):

$$a_r = \frac{\pi}{6} \cdot (D_{95}^3 - D_c^3) \cdot \rho_w \quad \dots \text{Ec. 16}$$

La humedad remanente (a_p) se calcula como sigue (Masters, 1985):

$$a_p = \frac{\pi \cdot D_{95}^3}{6} \cdot X_{1h} \cdot \rho_s - a_r \quad \dots \text{Ec. 17}$$

Véase en el ANEXO A.1 la ecuación para determinar la humedad de la gota en base húmeda (X_{xh}) a un tiempo t dado.

La humedad absoluta de la gota cuando se alcanza el punto crítico (X_c) está dado por (Masters, 1985):

$$X_c = \frac{a_p}{\left(\frac{\pi \cdot D_{95}^3}{6} \right) \cdot C_{a \text{ lim}}} \quad \dots \text{Ec. 18}$$

La temperatura superficial de una gota que contiene sólidos insolubles o soluciones no electrolíticas en el período de velocidad constante puede ser considerada como la temperatura de bulbo húmedo del aire de secado (T_{bh}), de forma tal que en el punto crítico la temperatura de la gota (T_{sc}) está dada por:

$$T_{sc} = T_{bh} \quad \dots \text{Ec. 19}$$

6.1.4. Humedad y temperatura del aire en el punto crítico

La humedad absoluta del aire cuando se alcanza el punto crítico (Y_c) se obtiene del balance de materia (humedad) sobre la cámara de secado desde la entrada hasta el punto crítico, escribiéndose:

$$Y_c = Y_1 + \frac{F_m \cdot (X_1 - X_c)}{G_m} \quad \dots \text{Ec. 20}$$

La entalpía de los sólidos cuando se alcanza el punto crítico (h_{sc}) se calcula como sigue (Masters, 1985):

$$h_{sc} = C_{pss} \cdot (T_{sc} - T_0) + X_c \cdot C_{pw} \cdot (T_{sc} - T_0) \quad \dots \text{Ec. 21}$$

La entalpía del aire cuando se alcanza el punto crítico (H_{ac}) se calcula como sigue (Masters, 1985):

$$H_{ac} = (C_{pa} + C_v \cdot Y_c) \cdot (T_{ac} - T_0) + \lambda_0 \cdot Y_c \quad \dots \text{Ec. 22}$$

Al despejar la temperatura del aire en el punto crítico (T_{ac}) de la Ec. 22, se obtiene:

$$T_{ac} = \frac{H_{ac} - \lambda_0 \cdot Y_c}{(C_{pa} + C_v \cdot Y_c)} + T_0 \quad \dots \text{Ec. 23}$$

Donde H_{ac} se obtiene del balance de energía sobre la cámara de secado desde la entrada hasta el punto crítico, escribiéndose:

$$H_{ac} = \frac{F_m \cdot (h_{s1} - h_{sc})}{G_m} + H_{a1} \quad \dots \text{Ec. 24}$$

6.1.5. Tiempo de secado

Como se mencionó anteriormente existen dos periodos de secado: el de velocidad constante y el de velocidad decreciente, por tanto, el tiempo total de secado se define como:

$$t_T = t_c + t_d \quad \dots \text{Ec. 25}$$

A continuación se presenta el caso en que las gotas a secar contienen sólidos insolubles, lo que ocurre normalmente en los fluidos biológicos.

El tiempo de secado en el período de velocidad constante puede deducirse a partir de un balance de calor sobre la gota asperjada suponiendo un equilibrio dinámico, donde la velocidad de transferencia de calor es igual a la velocidad de transferencia de masa multiplicada por el calor latente de vaporización, de tal forma que:

$$h_c \cdot A \cdot \Delta T_{ml1} = -\lambda_{bh} \cdot \frac{dm_d}{dt} \quad \dots \text{Ec. 26}$$

Suponiendo que la gota asperjada es esférica y que no cambia de forma a medida que es secada, entonces el área de transferencia de calor (A), se define como:

$$A = \pi \cdot D_d^2 \quad \dots \text{Ec. 27}$$

La masa de la gota se obtiene de multiplicar su volumen por su densidad, quedando:

$$m_d = \frac{\pi \cdot D_d^3}{6} \cdot \rho_w \quad \dots \text{Ec. 28}$$

Al sustituir las Ec. 27 y 28 en la Ec. 26 y reordenando se obtiene:

$$-\frac{\lambda_{bh} \cdot \pi \cdot \rho_w}{6} \cdot d(D_d^3) = h_c \cdot \pi \cdot D_d^2 \cdot \Delta T_{ml1} \cdot dt \quad \dots \text{Ec. 29}$$

Derivando y reordenando queda:

$$dt = -\frac{\lambda_{bh} \cdot \rho_w}{2 \cdot h_c \cdot \Delta T_{ml1}} \cdot dD_d \quad \dots \text{Ec. 30}$$

Al integrar la Ec. 30 de $t = 0$ a $t = t_c$ y de $D_d = D_{95}$ a $D_d = D_c$, se obtiene:

$$t_c = -\frac{\lambda_{bh} \cdot \rho_w}{2 \cdot \Delta T_{ml1}} \int_{D_{95}}^{D_c} \frac{dD_d}{h_c} \quad \dots \text{Ec. 31}$$

El coeficiente de transferencia de calor (h_c) puede despejarse del número de Nusselt, quedando:

$$h_c = \frac{Nu \cdot k_d}{D_d} \quad \dots \text{Ec. 32}$$

Véase en el ANEXO A.10 la ecuación para determinar la conductividad térmica de la película de aire que rodea la gota (k_d), evaluada a una temperatura promedio entre la temperatura del aire (T_a) y la temperatura superficial de la gota (T_{dR}) a un tiempo t dado.

Para la transferencia de calor entre un fluido en movimiento y la superficie de una esfera se recomienda la siguiente ecuación (McCabe y Smith, 2002):

$$Nu = 2 + 0.6 \cdot Re^{\frac{1}{2}} \cdot Pr^{\frac{1}{3}} \quad \dots \text{Ec. 33}$$

Al sustituir las Ec. 32 y 33 en la Ec. 31, se obtiene:

$$t_c = -\frac{\lambda_{bh} \cdot \rho_w}{2 \cdot \Delta T_{ml1}} \int_{D_{95}}^{D_c} \frac{D_d \cdot dD_d}{k_d \cdot \left[2 + 0.6 \cdot \left(\frac{D_d \cdot V_{rel} \cdot \rho_a}{\mu_a} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{C_s \cdot \mu_a}{k_d} \right)^{\frac{1}{3}} \right]} \quad \dots \text{Ec. 34}$$

Véase en los ANEXOS A.3 y A.4 las ecuaciones para determinar la densidad del aire (ρ_a) y el calor húmedo del aire (C_s) a un tiempo t dado.

Debido al alto grado de complejidad que representa resolver la integral anterior, conviene suponer que la velocidad relativa entre la gota y el aire (V_{rel}) es despreciable, por tanto, la Ec. 34 queda (Masters, 1985):

$$t_c = \frac{\lambda_{bh} \cdot \rho_w}{8 \cdot \Delta T_{ml1} \cdot k_{d1}} \cdot (D_{95}^2 - D_c^2) \quad \dots \text{Ec. 35}$$

Nótese que el coeficiente de transferencia de calor (h_c) cambia, y por lo tanto el tiempo de secado en el período de velocidad constante (t_c), si la velocidad relativa (V_{rel}) es diferente de cero.

La media logarítmica de temperaturas en el período de velocidad constante (ΔT_{ml1}) se define como:

$$\Delta T_{ml1} = \frac{(T_{a1} - T_{s1}) - (T_{ac} - T_{sc})}{\ln\left(\frac{T_{a1} - T_{s1}}{T_{ac} - T_{sc}}\right)} \quad \dots \text{Ec. 36}$$

El tiempo de secado en el período de velocidad decreciente (t_d), considerando que la velocidad relativa (V_{rel}) es despreciable, se define como (Masters, 1985):

$$t_d = \frac{\lambda_{bh} \cdot D_c^2 \cdot \rho_{ss}}{12 \cdot k_{d1} \cdot \Delta T_{ml2}} \cdot (X_c - X_2) \quad \dots \text{Ec. 37}$$

Donde la media logarítmica de temperaturas para el período de velocidad decreciente (ΔT_{ml2}) está dado por:

$$\Delta T_{ml2} = \frac{(T_{ac} - T_{sc}) - (T_{a2} - T_{s2})}{\ln\left(\frac{T_{ac} - T_{sc}}{T_{a2} - T_{s2}}\right)} \quad \dots \text{Ec. 38}$$

6.1.6. Tiempo de viaje de la gota a la pared de la cámara de secado

Gluckert (1962) propone la siguiente ecuación para la trayectoria de la nube asperjada de un atomizador rotatorio:

$$\frac{V_{ai}}{V_{res}} = 1.2 \cdot \left[\left(\frac{b}{r - \frac{D_r}{2}} \right) \cdot \left(\frac{\frac{D_r}{2}}{r} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad \dots \text{Ec. 39}$$

Donde b es la anchura de un chorro anular imaginario de aire que sale del disco rotatorio, con la misma composición de aire a la salida de la cámara de secado (Y_{2h}) y teniendo la misma velocidad y momentum que el chorro líquido de alimentación. De tal forma que (Gluckert, 1962):

$$b = \frac{F}{\rho_{a2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{D_r}{2} \cdot V_{res}} \quad \dots \text{Ec. 40}$$

Véase en el ANEXO A.3 la ecuación para determinar la densidad del aire (ρ_a) a un tiempo t dado.

La velocidad radial de las gotas que salen del atomizador rotatorio se calcula como sigue (Masters, 1985):

$$V_{r0} = \left(\frac{\rho_s \cdot Q_v^2 \cdot \omega^2 \cdot \frac{D_r}{2}}{3 \cdot \mu_s \cdot h_p^2} \right)^{\frac{1}{3}} \quad \dots \text{Ec. 41}$$

Véase en el ANEXO A.9 la ecuación para determinar la velocidad angular del atomizador (ω).

La velocidad tangencial de las gotas que sale del atomizador rotatorio se define como (Masters, 1985):

$$V_{t0} = \pi \cdot D_r \cdot N \quad \dots \text{Ec. 42}$$

Mientras la velocidad axial de las gotas que salen del atomizador es considerada despreciable, de tal forma que (Masters, 1985):

$$V_{v0} = 0 \quad \dots \text{Ec. 43}$$

El ángulo de atomización se define como:

$$\theta = 180^\circ - 2 \cdot \arctan\left(\frac{V_{v0}}{V_{r0}}\right) \quad \dots \text{Ec. 42}$$

La velocidad resultante de la gota que sale del atomizador rotatorio se define como la suma de sus componentes, de tal forma que:

$$V_{res} = \sqrt{V_{t0}^2 + V_{r0}^2 + V_{v0}^2} \quad \dots \text{Ec. 43}$$

A partir de la Ec. 39, Gluckert (1962) deduce la ecuación para el cálculo del tiempo de viaje de la gota a la pared de la cámara de secado (t_v), haciendo la consideración que $R_{camara} > 5 \cdot D_r / 2$, quedando:

$$t_v = \frac{\left(R_{camara} - \frac{D_r}{4}\right)^2}{2.4 \cdot V_{res} \cdot \left(b \cdot \frac{D_r}{2}\right)^{\frac{1}{2}}} \quad \dots \text{Ec. 44}$$

En el presente trabajo se considera que $t_v = t_T$, sustituyendo este criterio en la Ec. 44 y despejando el radio de la cámara (R_{camara}) se obtiene:

$$R_{camara} = \left[t_T \cdot 2.4 \cdot V_{res} \cdot \left(b \cdot \frac{D_r}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{2}} + \frac{D_r}{4} \quad \dots \text{Ec. 45}$$

$$D_{camara} = 2 \cdot R_{camara} \quad \dots \text{Ec. 46}$$

6.1.7. Calor transferido a la gota durante el tiempo de viaje

Gluckert (1962) deduce la ecuación para determinar el flujo de calor transferido por convección a la alimentación durante el tiempo de viaje a la pared de la cámara, para ello supone que el diámetro de la gota permanece constante a lo largo del proceso de secado, de tal forma que:

$$Q_{transf} = \frac{12 \cdot k_{d1} \cdot \Delta T_{m13}}{\rho_s \cdot D_{95}^2} \cdot F \cdot t_v \quad \dots \text{Ec. 47}$$

Véase en el ANEXO A.10 la ecuación para determinar la conductividad térmica de la película de aire que rodea la gota (k_d), evaluada a una temperatura promedio entre la temperatura del aire (T_a) y la temperatura superficial de la gota (T_{dR}) a un tiempo t dado.

Donde la media logarítmica de temperaturas a la entrada y a la salida de la cámara (ΔT_{ml3}) está dado por:

$$\Delta T_{ml3} = \frac{(T_{a1} - T_{s1}) - (T_{a2} - T_{s2})}{\ln\left(\frac{T_{a1} - T_{s1}}{T_{a2} - T_{s2}}\right)} \quad \dots \text{Ec. 48}$$

El flujo de calor necesario para secar la alimentación se define como:

$$Q_{nec} = G_m \cdot C_{s1} \cdot (T_{a1} - T_{a2}) \quad \dots \text{Ec. 49}$$

Véase en el ANEXOS A.4 la ecuación para determinar el calor húmedo del aire (C_s) a un tiempo t dado.

Recuérdese que las condiciones propuestas deben cumplir la condición $Q_{transf} \geq Q_{nec}$ para secar la alimentación.

6.1.8. Dimensiones de la cámara

La relación H_{camara} / D_{camara} de la cámara de secado, con una sección cilíndrica ($H_{cilindro}$) y una cónica (H_{cono}), con atomizador rotatorio es de 1.2 a 1.5 (Alamilla, 2001).

A través de la revisión de la literatura de equipos comerciales, se encontró que las dimensiones de la cámara de secado pueden proponerse como sigue (Fig. 13):

$$H_{camara} = 1.5 \cdot D_{camara} \quad \dots \text{Ec. 50}$$

$$H_{cono} = \left[R_{camara} - \frac{D_{cono}}{2} \right] \cdot \tan(\alpha_{cono}) \quad \dots \text{Ec. 51}$$

$$H_{cilindro} = H_{camara} - H_{cono} \quad \dots \text{Ec. 52}$$

$$D_{cono} = \frac{D_{camara}}{10} \quad \dots \text{Ec. 53}$$

$$\alpha_{cono} = 60^\circ$$

... Ec. 54

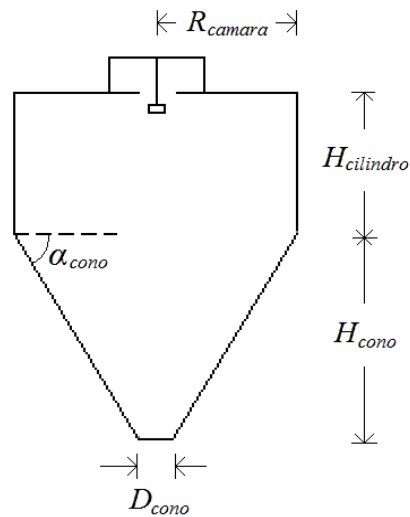


Fig. 13. Diagrama esquemático de las dimensiones de la cámara de secado.

6.2. Simulación de la trayectoria de la gota, transferencia de calor y de masa dentro de la cámara de secado

Los modelos matemáticos propuestos para la simulación de la trayectoria de la gota, transferencia de calor y de masa dentro de la cámara de secado, se basan en las siguientes suposiciones:

- ❖ Simulación de una sola gota asperjada de tamaño D_{95} .
- ❖ La gota asperjada se mueve de la parte superior al fondo de la cámara de secado describiendo una trayectoria regular bajo un régimen de no turbulencia, en otras palabras, la gota no es atrapada en remolinos de aire que puedan provocar que ésta vuelva subir, por lo anterior, se considera que el tiempo de trayectoria es igual al tiempo de residencia. No debe confundirse el tiempo de residencia dentro de la cámara de secado con el tiempo de viaje de la gota a la pared de la cámara.
- ❖ La gota asperjada conserva su forma esférica durante el proceso de secado.
- ❖ No se presenta ni aglomeración de la gota de tamaño D_{95} con otras gotas asperjadas ni existe ruptura de la gota analizada.
- ❖ La gota asperjada es estable en el flujo de aire y por lo tanto no rota, ya que esto supondría evaporación adicional provocada por la reducción de la capa frontera de aire alrededor de la gota, cuyo caso no es considerado en los modelos.

- ❖ La evaporación de la humedad en la gota solo se presenta en la superficie de la misma, es decir, que el agua contenida dentro de la gota debe migrar hasta la superficie para poder ser evaporada.
- ❖ La temperatura y humedad del aire en la sección transversal de la cámara de secado es uniforme.
- ❖ Se considera que la cámara de secado está aislada y por lo tanto las pérdidas de calor son despreciables.

En la Fig. 14 se muestra el diagrama de flujo general para llevar a cabo la simulación de la trayectoria de la gota, transferencia de calor y masa dentro de la cámara de secado; las ecuaciones diferenciales parciales (EDP) son resueltas por el método de diferencias finitas (Chapra y Canale, 2003), mientras que las ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO) por el método de Runge – Kutta de cuarto orden (Chapra y Canale, 2003).

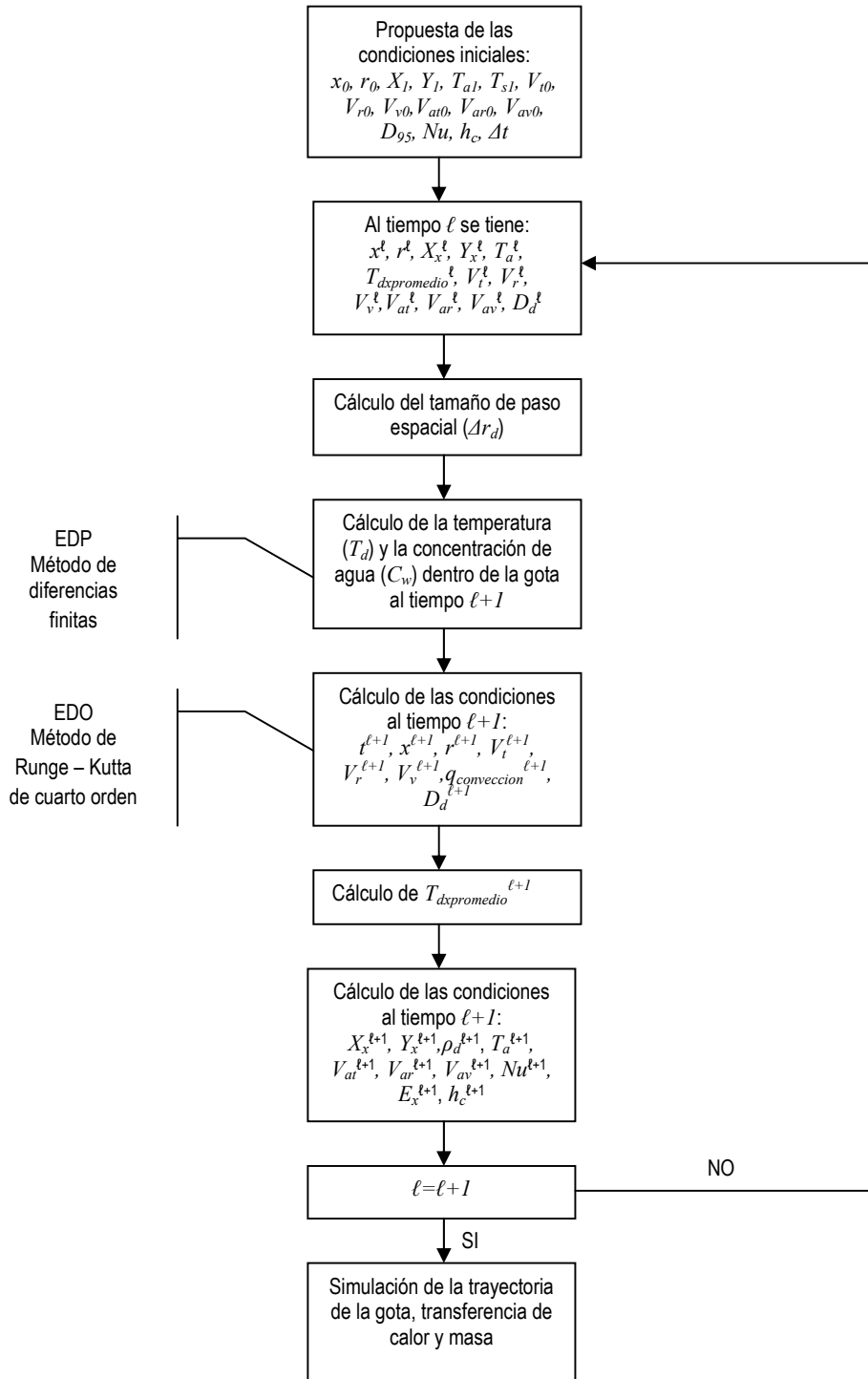


Fig. 14. Diagrama de flujo para la simulación de la trayectoria de la gota, transferencia de calor y de masa.

6.2.1. Temperatura dentro de la gota asperjada

La alta temperatura del aire que está en contacto con la gota eleva la temperatura de esta última. El calor es conducido hacia el centro de la gota lo que provoca un gradiente de temperatura dentro de la misma, una vez que la temperatura superficial de la gota (T_{dR}) alcanza la temperatura de bulbo húmedo (T_{bh}), se inicia la evaporación de la humedad que se ve reflejado en la disminución del tamaño de la gota.

El gradiente de temperatura dentro de la gota (T_d) está determinado por la siguiente ecuación parabólica (Shabde y Hoo, 2006):

$$\frac{\partial T_d}{\partial t} = \alpha \cdot \frac{1}{r_d^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r_d} \left(r_d^2 \frac{\partial T_d}{\partial r_d} \right) \quad \dots \text{Ec. 55}$$

Véase en el ANEXO A.8 la ecuación para determinar la difusividad térmica de la alimentación (α).

La Ec. 55 puede reescribirse como:

$$\frac{\partial T_d}{\partial t} = \frac{2 \cdot \alpha}{r_d} \cdot \frac{\partial T_d}{\partial r_d} + \alpha \cdot \frac{\partial^2 T_d}{\partial r_d^2} \quad \dots \text{Ec. 56}$$

La condición inicial es la siguiente (Shabde y Hoo, 2006):

$$T_d(r_d, 0) = T_{s1} \quad 0 \leq r_d \leq R_d \quad \dots \text{Ec. 57}$$

La condición a la frontera en el centro de la gota está dada por la simetría de la gota, y se supone que no cambia durante las etapas de calentamiento y evaporación (Shabde y Hoo, 2006):

$$\frac{\partial T_d}{\partial r_d}(0, t) = 0 \quad t \geq 0 \quad \dots \text{Ec. 58}$$

La condición a la frontera en la superficie de la gota para la etapa de calentamiento, suponiendo que todo el calor que se transfiere del aire a la gota por convección es utilizado para el calentamiento de la gota, está dada por (Shabde y Hoo, 2006):

$$-k_s \cdot \frac{\partial T_d}{\partial r_d}(R_d, t) = -h_c \cdot (T_a - T_{dR}) \quad T_{dR} < T_{bh} \quad \dots \text{Ec. 59}$$

El coeficiente de transferencia de calor (h_c) debe actualizarse a cada tiempo t , véase Ec. 32.

Nótese que los signos negativos en la Ec. 59 se deben a la dirección del flujo de calor con respecto al sistema de referencia, situado en el centro de la gota (Fig. 15).

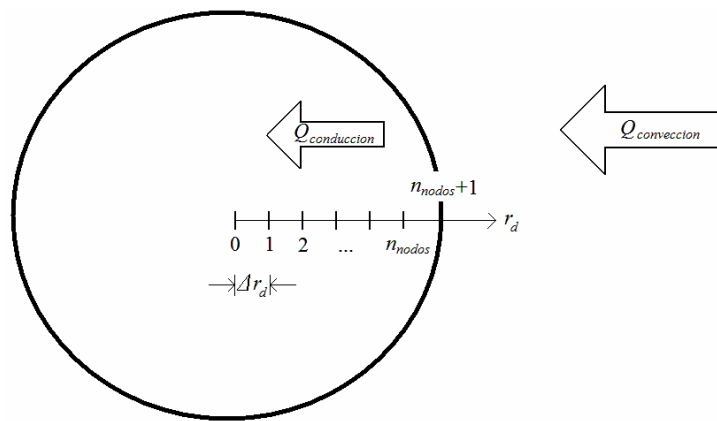


Fig.15. Discretización espacial de la gota. El radio de la gota se divide en un número finito de nodos interiores (n_{nodos}). El sistema de referencia se encuentra localizado en el centro de la gota, y tanto el flujo de calor por convección como por conducción van en sentido contrario al mismo.

La condición a la frontera en la superficie de la gota para la etapa de evaporación está dada por (Shabde y Hoo, 2006):

$$T_d(R_d) = T_{bh} \quad \dots \text{Ec. 60}$$

Shabde y Hoo (2006) consideran que la temperatura superficial de la gota se mantiene constante e igual a T_{bh} hasta que ésta sale de la cámara de secado, lo cual es una simplificación, ya que después del punto crítico la velocidad de migración de la humedad a la superficie no es suficiente para mantenerla saturada, y por lo tanto su temperatura aumentaría.

Así en el presente trabajo se considera una etapa de sobrecalentamiento de la gota una vez que ésta alcanza el punto crítico. La condición a la frontera en la superficie de la gota en esta etapa, suponiendo que el calor que se

transfiere del aire a la gota por convección es utilizado tanto para el sobrecalentamiento de la gota como para la evaporación de humedad remanente, está dada por:

$$-k_s \cdot \frac{\partial T_d}{\partial r_d}(R_d, t) = -h_c \cdot (T_a - T_{dR}) + \frac{E_x \cdot \lambda_{bh}}{\pi \cdot D_d^2} \quad D_d = D_c \quad \dots \text{Ec. 61}$$

El coeficiente de transferencia de calor (h_c) debe actualizarse a cada tiempo t , véase Ec. 32.

La Ec. 56 se resolvió con el método de diferencias finitas, de tal forma que la discretización de la Ec. 56, usando el método de Crank - Nicholson y diferencia dividida finita hacia adelante, queda:

$$\begin{aligned} \frac{T_{di}^{\lambda+1} - T_{di}^{\lambda}}{\Delta t} = & \frac{2 \cdot \alpha}{r_d} \cdot \left[\frac{T_{di+1}^{\lambda} - T_{di}^{\lambda}}{\Delta r_d} \right] \\ & + \frac{\alpha}{2} \cdot \left[\frac{T_{di+1}^{\lambda} - 2 \cdot T_{di}^{\lambda} + T_{di-1}^{\lambda}}{(\Delta r_d)^2} + \frac{T_{di+1}^{\lambda+1} - 2 \cdot T_{di}^{\lambda+1} + T_{di-1}^{\lambda+1}}{(\Delta r_d)^2} \right] \end{aligned} \quad \dots \text{Ec. 62}$$

Suponiendo que:

$$\varphi = \frac{\alpha \cdot \Delta t}{2 \cdot \Delta r_d} \quad \dots \text{Ec. 63}$$

Nótese que en la Ec. 63 el término Δr_d (Fig. 15) se define como:

$$\Delta r_d = \frac{D_d}{2 \cdot (n_{\text{nodos}} + 1)} \quad \dots \text{Ec. 64}$$

Sustituyendo la Ec. 63 en la Ec. 62 y reordenando queda:

$$\begin{aligned} -\frac{\varphi}{\Delta r_d} \cdot T_{di-1}^{\lambda+1} + \left(1 + \frac{2 \cdot \varphi}{\Delta r_d} \right) \cdot T_{di}^{\lambda+1} - \frac{\varphi}{\Delta r_d} \cdot T_{di+1}^{\lambda+1} = \\ \frac{\varphi}{\Delta r_d} \cdot T_{di-1}^{\lambda} + \left(1 - \frac{4 \cdot \varphi}{r_d} - \frac{2 \cdot \varphi}{\Delta r_d} \right) \cdot T_{di}^{\lambda} + \left(\frac{4 \cdot \varphi}{r_d} + \frac{\varphi}{\Delta r_d} \right) \cdot T_{di+1}^{\lambda} \end{aligned} \quad \dots \text{Ec. 65}$$

Aplicando la condición a la frontera dada por la Ec. 58 se llega a:

$$T_{di-1}^{\lambda+1} = T_{di-1}^{\lambda} = T_{s1} \quad \dots \text{Ec. 66}$$

Al sustituir la Ec. 66 en la Ec.65, se obtiene la siguiente ecuación para el primer nodo interior:

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{2 \cdot \varphi}{\Delta r_d}\right) \cdot T_{di}^{\lambda+1} - \frac{\varphi}{\Delta r_d} \cdot T_{di+1}^{\lambda+1} = \\ \frac{\varphi}{\Delta r_d} \cdot T_{s1} + \left(1 - \frac{4 \cdot \varphi}{r_d} - \frac{2 \cdot \varphi}{\Delta r_d}\right) \cdot T_{di}^{\lambda} + \left(\frac{4 \cdot \varphi}{r_d} + \frac{\varphi}{\Delta r_d}\right) \cdot T_{di+1}^{\lambda} + \frac{\varphi}{\Delta r_d} \cdot T_{s1} \end{aligned} \quad \dots \text{Ec. 67}$$

Aplicando la condición a la frontera dada por la Ec. 59 se llega a:

$$T_{di+1}^{\lambda+1} = \beta \cdot (T_a^{\lambda} - T_{di+1}^{\lambda}) + T_{di}^{\lambda+1} \quad \dots \text{Ec. 68}$$

Donde:

$$\beta = \frac{h_c}{k_s} \cdot \Delta r_d \quad \dots \text{Ec. 69}$$

Al sustituir la Ec. 68 en la Ec. 65, se obtiene la siguiente ecuación para el último nodo interior, en la etapa de calentamiento:

$$\begin{aligned} -\frac{\varphi}{\Delta r_d} \cdot T_{di-1}^{\lambda+1} + \left(1 + \frac{\varphi}{\Delta r_d}\right) \cdot T_{di}^{\lambda+1} = \frac{\varphi}{\Delta r_d} \cdot T_{di-1}^{\lambda} + \left(1 - \frac{4 \cdot \varphi}{r_d} - \frac{2 \cdot \varphi}{\Delta r_d}\right) \cdot T_{di}^{\lambda} \\ + \left(\frac{4 \cdot \varphi}{r_d} + \frac{\varphi}{\Delta r_d} - \frac{\varphi \cdot \beta}{\Delta r_d}\right) \cdot T_{di+1}^{\lambda} + \frac{\varphi \cdot \beta}{\Delta r_d} \cdot T_a^{\lambda} \end{aligned} \quad \dots \text{Ec. 70}$$

Aplicando la condición a la frontera dada por la Ec. 60 se llega a:

$$T_{di+1}^{\lambda+1} = T_{di+1}^{\lambda} = T_{bh} \quad \dots \text{Ec. 71}$$

Al sustituir la Ec. 60 en la Ec. 65, se obtiene la siguiente ecuación para el último nodo interior, en la etapa de evaporación:

$$\begin{aligned}
 -\frac{\varphi}{\Delta r_d} \cdot T_{di-1}^{\lambda+1} + \left(1 + \frac{2 \cdot \varphi}{\Delta r_d}\right) \cdot T_{di}^{\lambda+1} &= \frac{\varphi}{\Delta r_d} \cdot T_{di-1}^{\lambda} + \left(1 - \frac{4 \cdot \varphi}{r_d} - \frac{2 \cdot \varphi}{\Delta r_d}\right) \cdot T_{di}^{\lambda} \\
 &+ \left(\frac{4 \cdot \varphi}{r_d} + \frac{\varphi}{\Delta r_d}\right) \cdot T_{bh} + \frac{\varphi}{\Delta r_d} \cdot T_{bh}
 \end{aligned}
 \quad \dots \text{ Ec. 72}$$

Aplicando la condición a la frontera dada por la Ec. 61 se llega a:

$$T_{di+1}^{\lambda+1} = \beta \cdot (T_a^{\lambda} - T_{di+1}^{\lambda}) - \frac{E_x^{\lambda} \cdot \lambda_{bh} \cdot \beta}{\pi \cdot D_c^2 \cdot h_c} + T_{di}^{\lambda+1}
 \quad \dots \text{ Ec. 73}$$

Al sustituir la Ec. 73 en la Ec. 65, se obtiene la siguiente ecuación para el último nodo interior, en la etapa de sobrecalentamiento:

$$\begin{aligned}
 -\frac{\varphi}{\Delta r_d} \cdot T_{di-1}^{\lambda+1} + \left(1 + \frac{\varphi}{\Delta r_d}\right) \cdot T_{di}^{\lambda+1} &= \frac{\varphi}{\Delta r_d} \cdot T_{di-1}^{\lambda} + \left(1 - \frac{4 \cdot \varphi}{r_d} - \frac{2 \cdot \varphi}{\Delta r_d}\right) \cdot T_{di}^{\lambda} \\
 &+ \left(\frac{4 \cdot \varphi}{r_d} + \frac{\varphi}{\Delta r_d} - \frac{\varphi \cdot \beta}{\Delta r_d}\right) \cdot T_{di+1}^{\lambda} + \frac{\varphi \cdot \beta}{\Delta r_d} \cdot T_a^{\lambda} - \frac{\varphi}{\Delta r_d} \cdot \frac{E_x \cdot \lambda_{bh} \cdot \beta}{\pi \cdot D_c^2 \cdot h_c}
 \end{aligned}
 \quad \dots \text{ Ec. 74}$$

Las Ec. 65, 67, 70, 72 y 74 se resolvieron con el algoritmo de Thomas (Chapra y Canale, 2003), que es usado para matrices triangulares como las obtenidas en la discretización del dominio por diferencias finitas para hallar la temperatura de la gota.

6.2.2. Concentración de agua dentro de la gota asperjada

El gradiente de concentración agua dentro de la gota (C_w) está determinado por la siguiente ecuación parabólica (Shabde y Hoo, 2006):

$$\frac{\partial C_w}{\partial t} = \varphi \cdot \frac{1}{r_d^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r_d} \left(r_d^2 \frac{\partial C_w}{\partial r_d} \right)
 \quad \dots \text{ Ec. 75}$$

La Ec. 75 puede reescribirse como:

$$\frac{\partial C_w}{\partial t} = \frac{2 \cdot \wp}{r_d} \cdot \frac{\partial C_w}{\partial r_d} + \wp \cdot \frac{\partial^2 C_w}{\partial r_d^2} \quad \dots \text{Ec. 76}$$

La condición inicial es la siguiente (Shabde y Hoo, 2006):

$$C_w(r_d, 0) = C_{w0} \quad 0 \leq r_d \leq R_d \quad \dots \text{Ec. 77}$$

La condición a la frontera en el centro de la gota está dada por la simetría de la gota, y se supone que no cambia durante las etapas de calentamiento y evaporación (Shabde y Hoo, 2006):

$$\frac{\partial C_w}{\partial r_d}(0, t) = 0 \quad t \geq 0 \quad \dots \text{Ec. 78}$$

Durante la etapa de calentamiento el gradiente de concentración se mantiene constante, y la condición a la frontera en la superficie de la gota está dada por (Shabde y Hoo, 2006):

$$-\wp \cdot \frac{\partial C_w}{\partial r_d} = 0 \quad \dots \text{Ec. 79}$$

La condición a la frontera en la superficie de la gota para la etapa de evaporación está dada por:

$$-\wp \cdot \frac{\partial C_w}{\partial r_d}(R_d, t) = \left[h_c \cdot (T_a - T_{dR}) - k_s \cdot \left(\frac{T_{dR} - T_{dR-1}}{\Delta r_d} \right) \right] \cdot \frac{1}{\lambda_{bh}} \quad \dots \text{Ec. 80}$$

El coeficiente de transferencia de calor (h_c) debe actualizarse a cada tiempo t , véase Ec. 32.

La condición a la frontera en la superficie de la gota en la etapa de sobrecalentamiento es igual a la Ec. 80.

La Ec. 76 se resolvió con el método de diferencias finitas, de tal forma que la discretización de la Ec. 76, usando el método de Crank - Nicholson y diferencia dividida finita hacia adelante, queda:

$$\begin{aligned} \frac{C_{wi}^{\lambda+1} - C_{wi}^{\lambda}}{\Delta t} = \frac{2 \cdot \wp}{r_d} \cdot \left[\frac{C_{wi+1}^{\lambda} - C_{wi}^{\lambda}}{\Delta r_d} \right] \\ + \frac{\wp}{2} \cdot \left[\frac{C_{wi+1}^{\lambda} - 2 \cdot C_{wi}^{\lambda} + C_{wi-1}^{\lambda}}{(\Delta r_d)^2} + \frac{C_{wi+1}^{\lambda+1} - 2 \cdot C_{wi}^{\lambda+1} + C_{wi-1}^{\lambda+1}}{(\Delta r_d)^2} \right] \end{aligned} \quad \dots \text{Ec. 81}$$

Suponiendo que:

$$\gamma = \frac{\wp \cdot \Delta t}{2 \cdot \Delta r_d} \quad \dots \text{Ec. 82}$$

Sustituyendo la Ec. 82 en la Ec. 81 y reordenando queda:

$$\begin{aligned} -\frac{\gamma}{\Delta r_d} \cdot C_{wi-1}^{\lambda+1} + \left(1 + \frac{2 \cdot \gamma}{\Delta r_d}\right) \cdot C_{wi}^{\lambda+1} - \frac{\gamma}{\Delta r_d} \cdot C_{wi+1}^{\lambda+1} = \\ \frac{\gamma}{\Delta r_d} \cdot C_{wi-1}^{\lambda} + \left(1 - \frac{4 \cdot \gamma}{r_d} - \frac{2 \cdot \gamma}{\Delta r_d}\right) \cdot C_{wi}^{\lambda} + \left(\frac{4 \cdot \gamma}{r_d} + \frac{\gamma}{\Delta r_d}\right) \cdot C_{wi+1}^{\lambda} \end{aligned} \quad \dots \text{Ec. 83}$$

Aplicando la condición a la frontera dada por la Ec. 78 se llega a:

$$C_{wi-1}^{\lambda+1} = C_{wi-1}^{\lambda} = C_{w0} \quad \dots \text{Ec. 84}$$

Al sustituir la Ec. 84 en la Ec.83, se obtiene la siguiente ecuación para el primer nodo interior:

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{2 \cdot \gamma}{\Delta r_d}\right) \cdot C_{wi}^{\lambda+1} - \frac{\gamma}{\Delta r_d} \cdot C_{wi+1}^{\lambda+1} = \\ \frac{\gamma}{\Delta r_d} \cdot C_{w0} + \left(1 - \frac{4 \cdot \gamma}{r_d} - \frac{2 \cdot \gamma}{\Delta r_d}\right) \cdot C_{wi}^{\lambda} + \left(\frac{4 \cdot \gamma}{r_d} + \frac{\gamma}{\Delta r_d}\right) \cdot C_{wi+1}^{\lambda} + \frac{\gamma}{\Delta r_d} \cdot C_{w0} \end{aligned} \quad \dots \text{Ec. 85}$$

Aplicando la condición a la frontera dada por la Ec. 79 se llega a:

$$C_{wi-1}^{\lambda+1} = C_{wi-1}^{\lambda} = C_{w0} \quad \dots \text{Ec. 86}$$

Al sustituir la Ec. 86 en la Ec. 83, se obtiene la siguiente ecuación para el último nodo interior, en la etapa de calentamiento:

$$C_w^{\lambda+1} = C_w^{\lambda} \quad \dots \text{Ec. 87}$$

Aplicando la condición a la frontera dada por la Ec. 80 se llega a:

$$C_{wi+1}^{\lambda+1} = -\frac{\Delta r_d}{\varphi \cdot \lambda_{bh}} \cdot \left[h_c \cdot (T_a^{\lambda} - T_{dR}^{\lambda}) - k_s \cdot \left(\frac{T_{dR}^{\lambda} - T_{dR-1}^{\lambda}}{\Delta r_d} \right) \right] + C_{wi}^{\lambda+1} \quad \dots \text{Ec. 88}$$

Al sustituir la Ec. 88 en la Ec. 83, se obtiene la siguiente ecuación para el último nodo interior, en la etapa de evaporación:

$$\begin{aligned} -\frac{\gamma}{\Delta r_d} \cdot C_{wi-1}^{\lambda+1} + \left(1 + \frac{\gamma}{\Delta r_d} \right) \cdot C_{wi}^{\lambda+1} &= \frac{\gamma}{\Delta r_d} \cdot C_{wi-1}^{\lambda} + \left(1 - \frac{4 \cdot \gamma}{r_d} - \frac{2 \cdot \gamma}{\Delta r_d} \right) \cdot C_{wi}^{\lambda} \\ + \left(\frac{4 \cdot \gamma}{r_d} + \frac{\gamma}{\Delta r_d} \right) \cdot C_{wi+1}^{\lambda} - \frac{\gamma}{\varphi \cdot \lambda_{bh}} \cdot \left[h_c \cdot (T_a^{\lambda} - T_{dR}^{\lambda}) - k_s \cdot \left(\frac{T_{dR}^{\lambda} - T_{dR-1}^{\lambda}}{\Delta r_d} \right) \right] & \dots \text{Ec. 89} \end{aligned}$$

Las Ec. 83, 85 y 89 se resolvieron con el algoritmo de Thomas (Chapra y Canale, 2003), que es usado para matrices triangulares como las obtenidas en la discretización del dominio por diferencias finitas para hallar la concentración de agua dentro de la gota.

6.2.3. Trayectoria de la gota asperjada

La trayectoria de la gota asperjada se obtiene a partir de una sumatoria de fuerzas sobre la partícula usando un referencial Lagrangiano, de tal forma que el sistema de referencia se encuentra sobre la gota que está en movimiento.

Las fuerzas que actúan sobre una partícula que se mueve a través de un fluido son (Fig. 16) (McCabe y Smith, 2002; Resnick *et al.*, 2000):

- ❖ Fuerzas externas: gravitacional y centrífuga.

- ❖ Fuerza de flotación, que es paralela a la fuerza externa y de sentido contrario.
- ❖ Fuerza de arrastre, que actúa en la dirección del movimiento pero en sentido contrario.
- ❖ Fuerza de Coriolis, fuerza ficticia que actúa sobre un cuerpo en un sistema en rotación, que es perpendicular a la dirección del eje de rotación del sistema y a la dirección del movimiento del cuerpo.

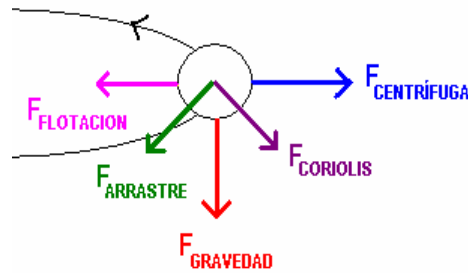


Fig. 16. Esquema de las fuerzas que actúan sobre la gota asperjada.

Las ecuaciones que determinan el movimiento de la gota en las tres dimensiones (tangencial, radial y axial) se definen como (luego de corrección en los signos de las ecuaciones reportadas por Gauvin y Katta, 1976):

$$\frac{dV_t}{dt} = -\frac{V_t \cdot V_r}{r} - \frac{3 \cdot C_D \cdot \rho_a \cdot V_{rel} \cdot (V_t - V_{at})}{4 \cdot D_d \cdot \rho_d} \quad \dots \text{Ec. 90}$$

$$\frac{dV_r}{dt} = \frac{V_t^2}{r} - \frac{3 \cdot C_D \cdot \rho_a \cdot V_{rel} \cdot (V_r - V_{ar})}{4 \cdot D_d \cdot \rho_d} - \frac{F_L}{m_d} \quad \dots \text{Ec. 91}$$

$$\frac{dV_v}{dt} = g - \frac{3 \cdot C_D \cdot \rho_a \cdot V_{rel} \cdot (V_v - V_{av})}{4 \cdot D_d \cdot \rho_d} \quad \dots \text{Ec. 92}$$

Véase en el ANEXO A.3 la ecuación para determinar la densidad del aire (ρ_a) a un tiempo t dado.

Una vez que la gota o partícula seca choca contra la pared de la cámara de secado, la partícula se desliza sobre ella hasta salir de la cámara. En el presente trabajo se considera que existe una delgada capa de sólido seco sobre la pared, de tal forma que la partícula analizada interactúa con partículas de la misma naturaleza, lo que provoca que la fricción entre ellas sea despreciable.

Considerando lo anterior, una vez que la gota choca contra la pared de la cámara la componente radial de la velocidad (V_r) se hace cero y además la Ec. 91 se reduce a:

$$\frac{dV_r}{dt} = 0 \quad \dots \text{Ec. 93}$$

La velocidad relativa entre la gota y el aire (V_{rel}) se define como:

$$V_{rel} = \sqrt{(V_t - V_{at})^2 + (V_r - V_{ar})^2 + (V_v - V_{av})^2} \quad \dots \text{Ec. 94}$$

Recuérdese que V_{rel} está relacionada con el número de Nusselt (Nu) a través del número de Reynolds (Re), como lo indica la Ec. 33. La actualización del Nu a cada tiempo t permite recalcular el coeficiente de transferencia de calor (h_c) en cada instante.

La fuerza de flotación (F_L) se estima por la ecuación presentada por Saffman (1965), citada por Gauvin y Katta (1976):

$$F_L = 20.25 \cdot \rho_a \cdot D_d^2 \cdot \left(\frac{V_a}{K}\right)^{0.5} \cdot K \cdot V_{rel} \quad \dots \text{Ec. 95}$$

$$K = 1.4 \cdot V_{av} \cdot \frac{r}{\left[x \cdot \tan\left(\frac{\theta}{4}\right)\right]^2} \quad \dots \text{Ec. 96}$$

El valor numérico del coeficiente de arrastre (C_D) se relaciona con el número de Reynolds (Re) de la siguiente forma (Masters, 1985):

$Re < 0.2$	$0.2 < Re < 1000$	$Re > 1000$	
$C_D = \frac{24}{Re}$	$C_D = 0.4 + \frac{40}{Re}$	$C_D = 0.44$... Ec. 97

La distancia radial recorrida por la gota (r) a un tiempo t dado, se define como:

$$\frac{dr}{dt} = V_r \quad \dots \text{Ec. 98}$$

Una vez que la gota choca contra la pared de la cámara de secado, la Ec. 98 se reduce a:

$$r = R_x \quad \dots \text{Ec. 99}$$

La distancia axial recorrida por la gota (x) a un tiempo t dado, se define como:

$$\frac{dx}{dt} = V_v \quad \dots \text{Ec. 100}$$

El ángulo que recorre la gota (θ_r) cuando gira en espiral durante un tiempo t dado, se define como:

$$\frac{d\theta_r}{dt} = \frac{V_t}{r} \quad \dots \text{Ec. 101}$$

Para obtener un gráfico tridimensional de la trayectoria de la gota asperjada es necesario transformar las coordenadas polares, dadas por las Ec. 98, 99 y 101, a coordenadas rectangulares (para ello véase el ANEXO A.11).

6.2.4. Velocidad de disminución del diámetro de la gota asperjada

La disminución del diámetro de la gota asperjada está relacionada con la pérdida de humedad de la misma, de tal forma que comienza a disminuir una vez que se alcanza la temperatura de bulbo húmedo (T_{bh}), es decir en la etapa de evaporación.

La velocidad con que disminuye el diámetro de la gota se obtiene de un balance de calor, donde el calor transferido del aire a la gota por convección ($Q_{conveccion}$) es igual al calor utilizado para la evaporación de la humedad de la gota ($Q_{evaporacion}$) más el calor utilizado para incrementar su temperatura por conducción ($Q_{conduccion}$), de tal forma que:

$$Q_{conveccion} = Q_{evaporacion} + Q_{conduccion} \quad \dots \text{Ec. 102}$$

La Ec. 102 puede reescribirse como:

$$-h_c \cdot (T_a - T_{dR}) = -\frac{1}{A} \cdot \frac{dq_{evaporacion}}{dt} - k_s \cdot \frac{\partial T_d}{\partial r_d} \quad \dots \text{Ec. 103}$$

Nótese que los signos negativos de la Ec. 103 se deben la dirección del flux de calor con respecto al sistema de referencia, situado en el centro de la gota (Fig. 15).

Donde:

$$\frac{\partial T_d}{\partial r_d} = \frac{T_{dR} - T_{dR-1}}{\Delta r_d} \quad \dots \text{Ec. 104}$$

La velocidad con que disminuye el radio de la gota asperjada se define como:

$$\frac{dR_d}{dt} = -\frac{1}{A} \cdot \frac{dq_{\text{evaporacion}}}{dt} \cdot \frac{1}{\lambda_{bh}} \cdot \frac{1}{\rho_w} \quad \dots \text{Ec. 105}$$

Sustituyendo la Ec. 103 y 104 en la Ec. 105, se obtiene:

$$\frac{dR_d}{dt} = -\left[h_c \cdot (T_a - T_{dR}) - k_s \cdot \left(\frac{T_{dR} - T_{dR-1}}{\Delta r_d} \right) \right] \cdot \frac{1}{\lambda_{bh}} \cdot \frac{1}{\rho_w} \quad \dots \text{Ec. 106}$$

El coeficiente de transferencia de calor (h_c) debe actualizarse a cada tiempo t , véase Ec. 32.

El diámetro de gota se define como:

$$D_d = 2 \cdot R_d \quad \dots \text{Ec. 107}$$

El diámetro de la gota (D_d) disminuye hasta alcanzar el diámetro crítico (D_c), a partir de ese momento se considera que el diámetro permanece constante, es decir que en el período de velocidad decreciente el diámetro es D_c .

6.2.5. Calor transferido del aire a la gota

El calor transferido del aire a la gota por convección está dada por (McCabe y Smith, 2002):

$$\frac{dq_{\text{conveccion}}}{dt} = h_c \cdot \pi \cdot D_d^2 \cdot (T_a - T_{dR}) \quad \dots \text{Ec. 108}$$

El coeficiente de transferencia de calor (h_c) debe actualizarse a cada tiempo t , véase Ec. 32.

6.2.6. Humedad de la gota a un tiempo t dado

La humedad de la gota a un tiempo t dado (X_x) está relacionada con la reducción del volumen de la misma, de tal forma que:

$$V_d = V_{d1} - \frac{(X_1 - X_x) \cdot m_{ssp}}{\rho_w} \quad \dots \text{Ec. 109}$$

Donde la masa de los sólidos secos en la gota asperjada (m_{ssp}) se define como:

$$m_{ssp} = \frac{\pi}{6} \cdot D_{95}^3 \cdot \frac{\rho_s}{1 + X_1} \quad \dots \text{Ec. 110}$$

Si el volumen de una esfera se calcula como $\frac{\pi}{6} \cdot D_d^3$, entonces la Ec. 109 puede reescribirse como:

$$\frac{\pi}{6} \cdot D_d^3 = \frac{\pi}{6} \cdot D_{95}^3 - \frac{(X_1 - X_x) \cdot m_{ssp}}{\rho_w} \quad \dots \text{Ec. 111}$$

Despejando X_x , se obtiene:

$$X_x = \frac{(D_d^3 - D_{95}^3) \cdot \rho_w \cdot \pi}{6 \cdot m_{ssp}} + X_1 \quad \dots \text{Ec. 112}$$

6.2.7. Masa de la gota a un tiempo t dado

La masa de la gota (m_d) disminuye conforme pierde humedad, y se define como:

$$m_d = m_{d1} - (X_1 - X_x) \cdot m_{ssp} \quad \dots \text{Ec. 113}$$

Donde m_{d1} se define como el volumen de la gota a la entrada de la cámara de secado por la densidad de la alimentación (ρ_s), de tal forma que:

$$m_{d1} = \frac{\pi}{6} \cdot D_{95}^3 \cdot \rho_s \quad \dots \text{Ec. 114}$$

6.2.8 Densidad de la gota a un tiempo t dado

La densidad de la gota a un tiempo t dado se define como:

$$\rho_d = \frac{m_d}{\frac{\pi}{6} \cdot D_d^3} \quad \dots \text{Ec. 115}$$

Recuérdese que el diámetro de la gota disminuye hasta alcanzar D_c , a partir de entonces el diámetro se supone que se mantiene constante.

6.2.9. Velocidad de evaporación a un tiempo t dado

La velocidad de evaporación se define como:

$$E_x = \frac{1}{\lambda_{bh}} \cdot \frac{dq_{\text{evaporacion}}}{dt} \quad \dots \text{Ec. 116}$$

Sustituyendo las Ec. 103 y 104 en la Ec. 116, se obtiene:

$$E_x = \left[h_c \cdot (T_a - T_{dR}) - k_s \cdot \frac{T_{dR} - T_{dR-1}}{\Delta r_d} \right] \cdot \frac{\pi \cdot D_d^2}{\lambda_{bh}} \quad \dots \text{Ec. 117}$$

El coeficiente de transferencia de calor (h_c) debe actualizarse a cada tiempo t , véase Ec. 32.

Nótese que $E_x = 0$, si $T_{dR} < T_{bh}$.

6.2.10 Humedad del aire a un tiempo t dado

La humedad del aire a un tiempo t dado (Y_x) se obtiene de un balance de materia sobre la cámara de secado, de tal forma que:

$$Y_x = Y_1 + \frac{F_m \cdot (X_1 - X_x)}{G_m} \quad \dots \text{Ec. 118}$$

6.2.11. Radio de la cámara de secado a un tiempo t dado

El radio de la cámara de secado a un tiempo t dado (R_x), cuando la gota ha recorrido una distancia axial x desde la entrada de la cámara, en la sección cilíndrica está dado por:

$$R_x = R_{camara} \quad \dots \text{Ec. 119}$$

Cuando la gota se encuentra en la sección cónica de la cámara de secado R_x está dado por:

$$R_x = R_{camara} - (x - H_{cilindro}) \cdot \tan(90 - \alpha_{cono}) \quad \dots \text{Ec. 120}$$

6.2.12. Velocidad del aire

Existen dos zonas de influencia sobre el movimiento de la gota (Fig. 17):

- ❖ Zona de influencia del atomizador, es aquella donde la gota, que sale a altas velocidades del atomizador, desacelera hasta que la velocidad relativa entre la gota y el aire (V_{rel}) es cero.
- ❖ Zona de influencia del aire de secado, es aquella donde el movimiento de la gota no se ve afectado por el atomizador y es gobernado por el aire que gira en espiral (V_{rel} es cero).



Fig. 17. Esquema de las zonas de influencia sobre el movimiento de la gota dentro de la cámara de secado.

Gauvin y Katta (1976) proponen el uso de la ecuación de Gluckert (1962) (Ec. 39) para obtener las componentes de la velocidad del aire en la zona de influencia del atomizador, sin embargo una de las suposiciones hechas por Gluckert para obtener dicha ecuación es que la V_{rel} es cero, lo cual es una simplificación que conduce a resultados menos precisos en el proceso. En cambio, en el presente trabajo la velocidad del aire es calculada con las ecuaciones empíricas reportadas por Gauvin y Katta (1976) para el aire que gira en espiral (que entra de forma tangencial a la cámara de secado con una velocidad de 3.2 m s^{-1}), evitando suponer $V_{rel} = 0$.

Las componentes de V_a , están dadas por las siguientes ecuaciones (Gauvin y Katta, 1976):

$$V_{at} = C_1 \cdot \left(\frac{r}{R_x} \right)^{0.5} \quad \dots \text{Ec. 121}$$

Donde C_1 es una constante que depende de la relación x/H_{camara} , Gauvin y Katta (1976) reportan los valores numéricos de C_1 a distintos x/H_{camara} , al realizar una regresión polinomial a dichos datos se obtiene:

$$C_1 = \left[-113.01 \cdot \left(\frac{x}{H_{camara}} \right)^2 - 11.718 \cdot \left(\frac{x}{H_{camara}} \right) + 324.58 \right] \cdot \frac{1}{100} \quad \dots \text{Ec. 122}$$

$$R^2 = 0.9921$$

La velocidad axial del aire (V_{av}) se define como (Gauvin y Katta, 1976):

$$V_{av} = C_2 \cdot \left(\frac{r}{R_x} \right)^{2.5} \quad \dots \text{Ec. 123}$$

El valor de la constante C_2 se obtiene de la integración de la ecuación anterior en cualquier sección transversal de la cámara de secado. El área de la sección transversal se define como:

$$S = \pi \cdot r^2 \quad \dots \text{Ec. 124}$$

V_{av} también puede definirse como:

$$V_{av} = \frac{G_m \cdot (Y_x + 1)}{S \cdot \rho_a} \quad \dots \text{Ec. 125}$$

Véase en el ANEXO A.3 la ecuación para determinar la densidad del aire (ρ_a) a un tiempo t dado.

Al derivar la Ec. 124 y sustituirla en la Ec. 125 y posteriormente igualarla con la Ec. 123 para integrar, se obtiene:

$$\frac{G_m \cdot (Y_x + 1)}{\rho_a} = \int_0^{R_x} C_2 \cdot \left(\frac{r}{R_x} \right)^{2.5} \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr \quad \dots \text{Ec. 126}$$

Al integrar la Ec. 126 y despejar C_2 , se obtiene:

$$C_2 = 2.25 \cdot \frac{G_m \cdot (Y_x + 1)}{\rho_a \cdot \pi \cdot R_x^2} \quad \dots \text{Ec. 127}$$

La velocidad radial del aire (V_{ar}) es tomada como cero, pues según Gauvin y Katta (1976), experimentalmente es despreciable, de tal forma que:

$$V_{ar} = 0 \quad \dots \text{Ec. 128}$$

6.2.13. Temperatura del aire a un tiempo t dado

La temperatura del aire a un tiempo t dado (T_a) se obtiene a partir de un balance de energía en un intervalo de tiempo Δt , el cual se define como:

$$\begin{aligned}
 G_m \cdot C_s \cdot (T_{a(t-\Delta t)} - T_a) &= F_m \cdot C_{pss} \cdot (T_{d\text{xpromedio}} - T_{d\text{xpromedio}(t-\Delta t)}) \\
 &+ F_m \cdot X_x \cdot C_{pw} \cdot (T_{d\text{xpromedio}} - T_{d\text{xpromedio}(t-\Delta t)}) \\
 &+ F_m \cdot (X_{x(t-\Delta t)} - X_x) \cdot \lambda_{bh} \\
 &+ F_m \cdot (X_{x(t-\Delta t)} - X_x) \cdot C_v \cdot (T_a - T_{bh})
 \end{aligned}
 \quad \dots \text{ Ec. 129}$$

Despejando T_a se obtiene:

$$T_a = \frac{F_m \cdot C_{pss} \cdot (T_{d\text{xpromedio}} - T_{d\text{xpromedio}(t-\Delta t)}) + F_m \cdot X_x \cdot C_{pw} \cdot (T_{d\text{xpromedio}} - T_{d\text{xpromedio}(t-\Delta t)}) + F_m \cdot (X_{x(t-\Delta t)} - X_x) \cdot \lambda_{bh} - F_m \cdot (X_{x(t-\Delta t)} - X_x) \cdot C_v \cdot T_{bh} - G_m \cdot C_s \cdot T_{a(t-\Delta t)}}{-[G_m \cdot C_s + F_m \cdot (X_{x(t-\Delta t)} - X_x) \cdot C_v]}
 \quad \dots \text{ Ec. 130}$$

Véase en el ANEXO A.4 la ecuación para determinar el calor húmedo del aire (C_s) a un tiempo t dado.

La ecuación anterior es válida si $T_{dR} \geq T_{bh}$, de lo contrario la Ec. 130 se reduce a:

$$T_a = T_{a(t-\Delta t)} - \frac{F_m \cdot C_{pss} \cdot (T_{d\text{xpromedio}} - T_{d\text{xpromedio}(t-\Delta t)}) + F_m \cdot X_x \cdot C_{pw} \cdot (T_{d\text{xpromedio}} - T_{d\text{xpromedio}(t-\Delta t)})}{G_m \cdot C_s}
 \quad \dots \text{ Ec. 131}$$

Donde la temperatura de la gota promedio ($T_{d\text{xpromedio}}$) se define como el promedio de la temperatura de todos nodos a un tiempo t dado, quedando:

$$T_{d\text{xpromedio}} = \frac{\sum_{i=0}^{i=n_{\text{nodos}}+2} T_{di}}{n_{\text{nodos}} + 2}
 \quad \dots \text{ Ec. 132}$$

6.2.14. Eficiencia térmica del secador por aspersión

La eficiencia térmica de la operación de secado se define como la relación entre el calor usado para la evaporación entre el calor total disponible si el aire de salida está saturado (Gauvin y Katta, 1976), de tal forma que:

$$\eta = \frac{F_m \cdot (X_1 - X_{x(t_salida)}) \cdot \lambda_{bh}}{G_m \cdot C_{s1} \cdot (T_{a1} - T_{bh})}
 \quad \dots \text{ Ec. 133}$$

6.2.15. Dimensiones de las entradas del flujo de aire

En el presente trabajo, el flujo de aire (G_m) entra de forma tangencial a través de 6 ranuras (con un ángulo de inclinación de 45°) equidistantemente distribuidas alrededor de la cámara (Fig. 18); el área de cada ranura está dado por:

$$A_{ranura} = \frac{G_m \cdot (Y_1 + 1)}{6 \cdot \rho_{a1} \cdot V_{ares_e}} \quad \dots \text{Ec. 134}$$

La velocidad de aire resultante que entra en forma tangencial (V_{ares_e}) se calcula como:

$$V_{ares_e} = \sqrt{V_{at_e}^2 + V_{ar_e}^2 + V_{av_e}^2} \quad \dots \text{Ec. 135}$$

Donde las componentes V_{at_e} , V_{ar_e} y V_{av_e} están dadas por las Ec. 121, 128 y 123 respectivamente, suponiendo que $r = R_x$.

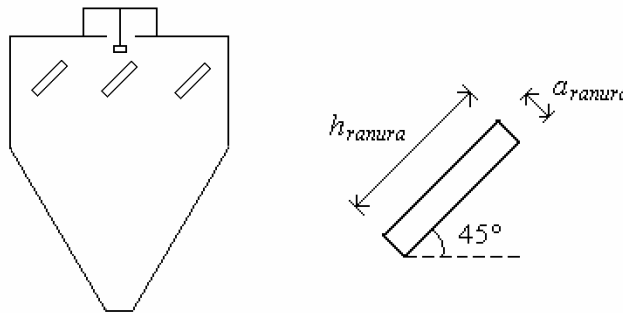


Fig. 18. Esquema de las entradas de flujo de aire.

La altura de la ranura (h_{ranura}) se propone como 4 veces su anchura (a_{ranura}), de tal forma que (Gauvin y Katta, 1976):

$$A_{ranura} = h_{ranura} \cdot a_{ranura} = 4 \cdot a_{ranura}^2 \quad \dots \text{Ec. 136}$$

Por lo tanto las dimensiones a_{ranura} y h_{ranura} están dadas por:

$$a_{ranura} = \sqrt{\frac{A_{ranura}}{4}} \quad \dots \text{Ec. 137}$$

$$h_{ranura} = 4 \cdot a_{ranura} \quad \dots \text{Ec. 138}$$

VII. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Las constantes, variables y parámetros usados en el presente trabajo tanto para el dimensionamiento de la cámara de secado como en la simulación de la trayectoria de la gota, transferencia de calor y masa dentro de la cámara se muestran en el ANEXO C. El programa desarrollado en Matlab para el dimensionamiento de la cámara y simulación del proceso de secado se muestra en el ANEXO E.

7.1. Dimensionamiento de la cámara de secado

Los tiempos de secado obtenidos, para el fluido hipotético propuesto (de propiedades similares a una solución de maltodextrina al 40% w/v), en el apartado del dimensionamiento de la cámara de secado fueron los siguientes:

$$t_c = 0.0488s$$

$$t_d = 0.0567s$$

$$t_T = 0.1055s$$

Nótese que las ecuaciones con que se definen los tiempos de secado obtenidos (Ec. 35, 37 y 25 respectivamente), consideran que la velocidad relativa de la gota con respecto al aire (V_{rel}) es despreciable por lo que el Nusselt (Nu) es igual a 2, lo cual es solo una simplificación, ya que como se verá en la siguiente sección la gota y el aire viajan a diferentes velocidades, de tal forma que existe evaporación adicional causada por la convección en la capa frontera alrededor de la gota, por otro lado se considera que la transferencia de calor a la humedad evaporada es despreciable. Por lo tanto los tiempos obtenidos son inexactos, pero permiten obtener las dimensiones de la cámara de secado (Fig. 19).

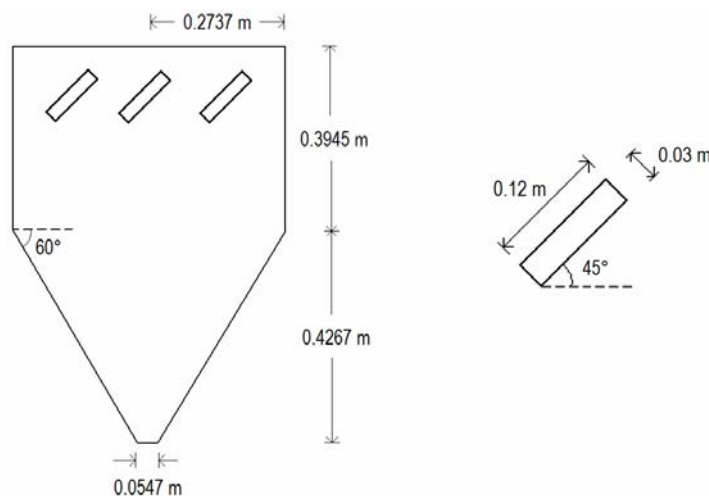


Fig. 19. Dimensiones de la cámara de secado.

7.2. Simulación de la trayectoria de la gota, transferencia de calor y de masa dentro de la cámara de secado

A continuación se presentan los resultados del análisis de una sola gota partiendo de dos consideraciones distintas: 1) no existe etapa de sobrecalentamiento por lo que la temperatura superficial de la gota (T_{dR}) se mantiene constante e igual a la temperatura de bulbo húmedo (T_{bh}) hasta que la gota sale de la cámara, 2) existe la etapa de sobrecalentamiento, de tal forma que después del punto crítico la T_{dR} aumenta.

7.2.1. Simulación donde se considera que no existe etapa de sobrecalentamiento

La simulación que se presenta a continuación, se obtiene para una gota de tamaño D_{95} , en un secador de dimensiones dadas en el apartado 7.1, y considerando que después del punto crítico no hay sobrecalentamiento de la gota.

7.2.1.1. Perfiles de temperatura y concentración de agua dentro de gota asperjada en el proceso de secado

Debido a que el radio de la gota (que decrece con la evaporación del agua) se dividió en un número de nodos fijos, el incremento espacial (Δr) disminuye conforme transcurre el tiempo, y por lo tanto la posición de nodo i no es la misma en un tiempo t que en un tiempo $t + \Delta t$, lo que provoca un error de cálculo en la determinación de los perfiles de temperatura y concentración de agua dentro de la gota analizada.

El incremento del número de nodos en que se divide la gota permite disminuir dicho error, pero es necesario utilizar un Δt más pequeño, de lo contrario el método de solución de las EDP (diferencias finitas) se vuelve inestable (véase ANEXO D).

En el presente trabajo se usó $n_{nodos} = 8$ y $\Delta t = 1 * 10^{-5}$ s con la finalidad de disminuir el tiempo de solución tanto de la EDP como de la EDO, y economizar los recursos computacionales.

La Fig. 20 muestra la evolución de los perfiles de temperatura dentro de la gota asperjada conforme ésta es secada. Al tiempo cero la temperatura de la gota es uniforme (Fig. 20 A), pero una vez que la gota se pone en contacto con el aire caliente, la temperatura dentro de la gota aumenta de manera exponencial (Fig. 20 B) hasta el momento en que su temperatura superficial (T_{dR}) alcanza la temperatura de bulbo húmedo (T_{bh}), a partir de entonces el perfil de

temperatura cambia hasta verse como la Fig. 20 C, ya que la temperatura de los nodos interiores de la gota tienden a T_{bh} .

Como se observa en la Fig. 20 los perfiles C y D se obtienen antes del punto crítico (por lo que existe disminución del tamaño de la gota), mientras que E y F se obtienen después; debido a que la condición a la frontera se mantiene constante e igual a T_{bh} los perfiles antes mencionados permanecen prácticamente iguales.

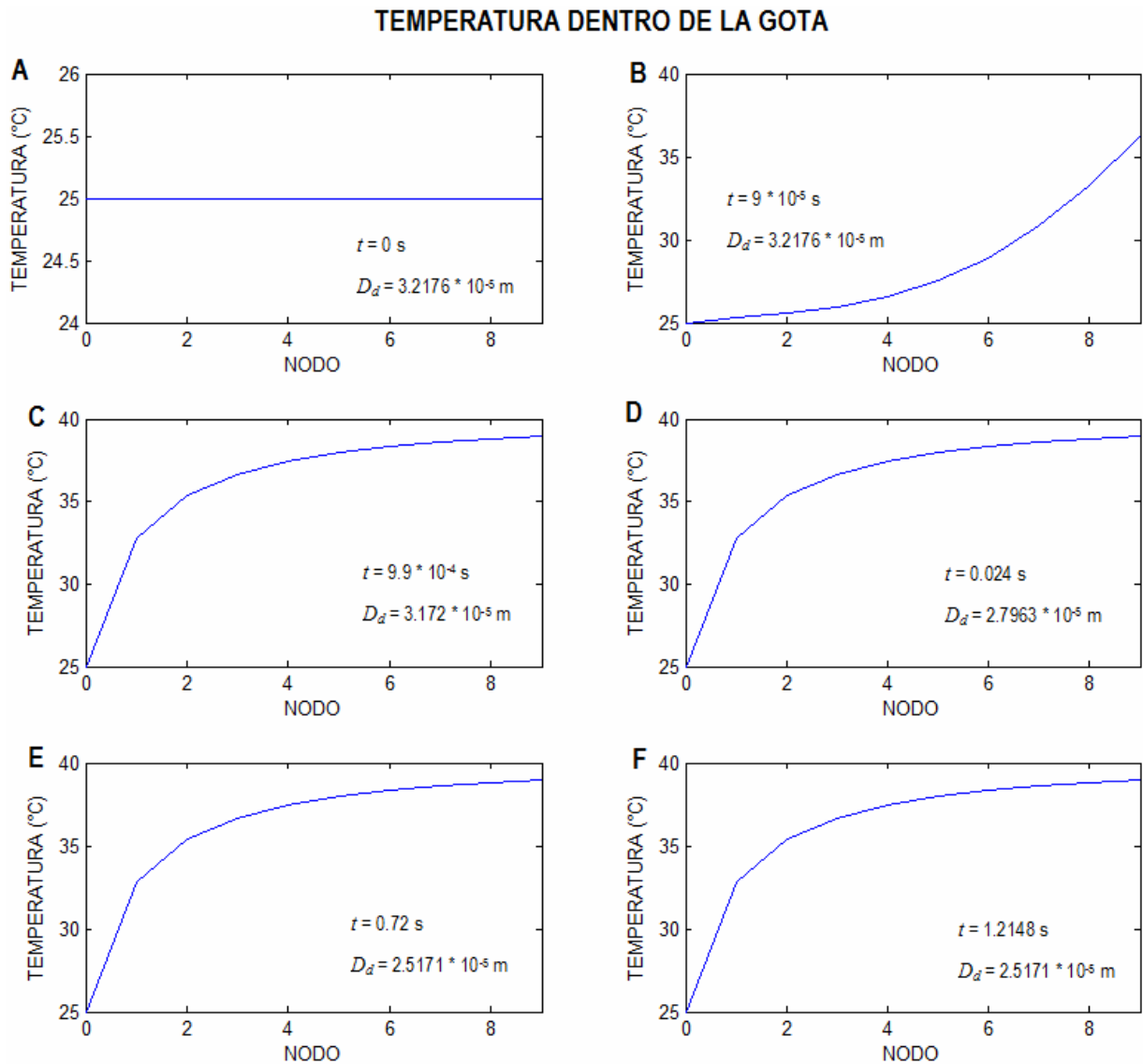


Fig. 20. Evolución de los perfiles de temperatura dentro de la gota asperjada en el proceso de secado (Consideración: no existe etapa de sobrecalentamiento) ($n_{nodos} = 8$ y $\Delta t = 1 \cdot 10^{-5}$ s).

La Fig. 21 muestra la evolución de los perfiles de concentración de agua dentro de la gota. La pérdida de humedad de la gota en la superficie da origen a un gradiente de concentración de agua dentro de la misma, al principio los perfiles tienen un comportamiento exponencial (Fig. 21 B), y después de un tiempo las concentraciones de los nodos interiores tienen a un valor límite (Fig. 21 C, D, E y F).

Los perfiles mostrados en la Fig. 21 son obtenidos en el período de velocidad constante, donde la pérdida de humedad es más notoria.

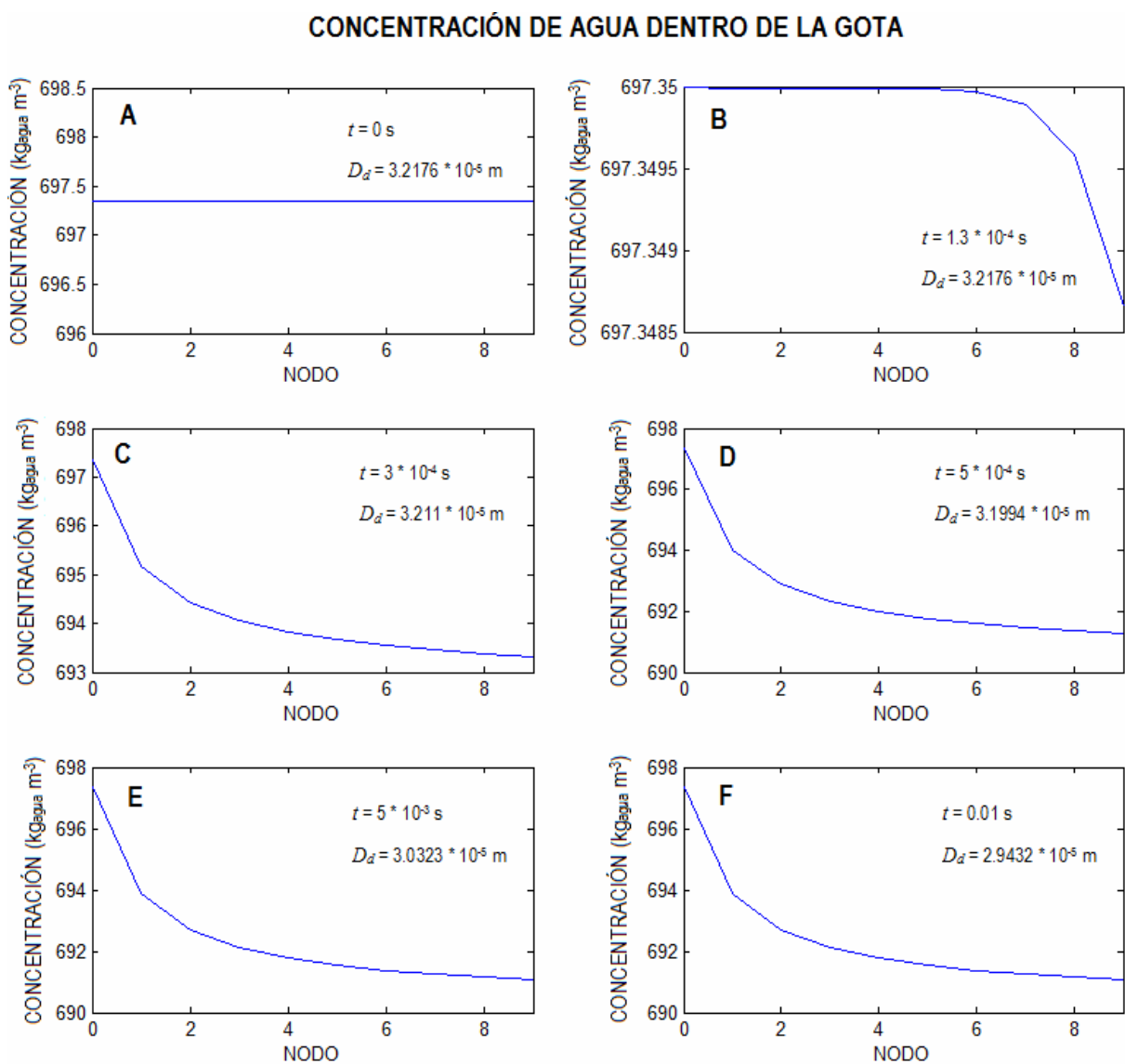


Fig. 21. Evolución de los perfiles de concentración de agua dentro de la gota asperjada en el proceso de secado (Consideración: no existe etapa de sobrecalentamiento) ($n_{nodos} = 8$ y $\Delta t = 1 * 10^{-7}$ s).

7.2.1.2. Velocidad de la gota asperjada y su trayectoria dentro de la cámara de secado

La gota sale del atomizador a altas velocidades (Fig. 22), pero desacelera casi instantáneamente (debido a la fricción con el aire) hasta alcanzar una velocidad relativa con respecto al aire (V_{rel}) cercana a cero (Fig. 22), a partir de ese momento la gota se mueve con el aire que gira en espiral.

Justo antes de salir de la cámara tanto el aire como la gota parecen acelerar (Fig. 24 y 22 respectivamente), pero no a la misma velocidad, por tal motivo la V_{rel} aumenta (Fig. 23). Estos incrementos bruscos en las velocidades se deben a los métodos usados en la solución de las ecuaciones cuando se está cerca de una frontera (salida del secador).

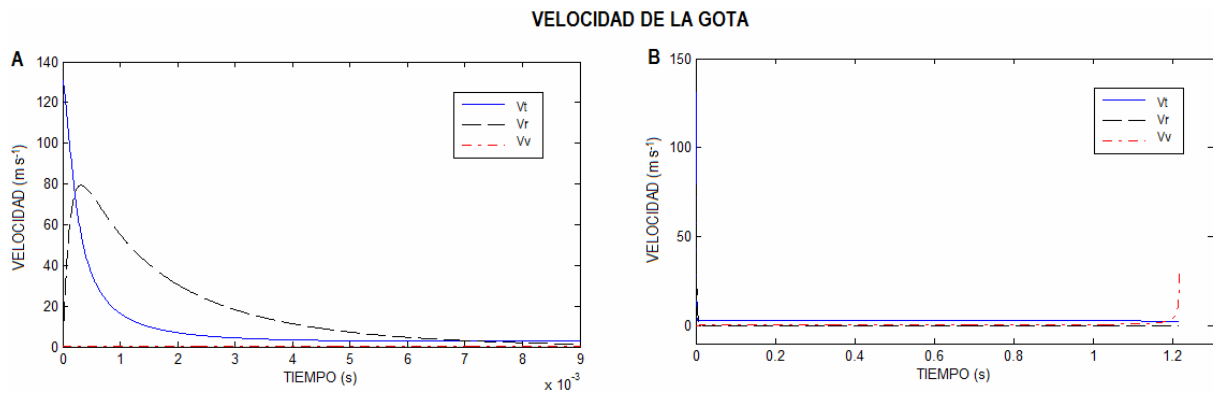


Fig. 22. Componentes de la velocidad de la gota asperjada A) durante un tiempo de análisis de $9 \cdot 10^{-3}$ s, B) durante su tiempo de residencia dentro de la cámara de secado (1.2148 s), (Consideración: no existe etapa de sobrecalentamiento) ($n_{nodos} = 8$ y $\Delta t = 1 \cdot 10^{-5}$ s).

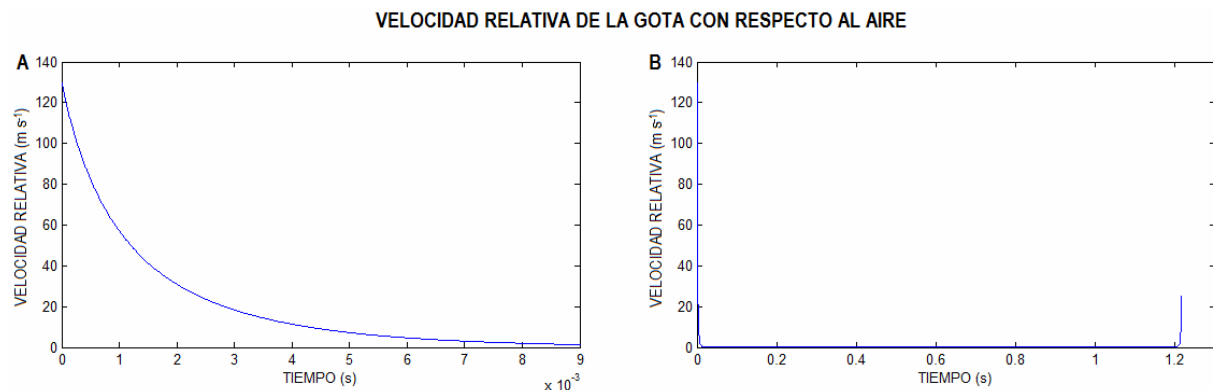


Fig. 23. Velocidad relativa de la gota con respecto al aire A) durante un tiempo de análisis de $9 \cdot 10^{-3}$ s, B) durante su tiempo de residencia dentro de la cámara de secado (1.2148 s), (Consideración: no existe etapa de sobrecalentamiento) ($n_{nodos} = 8$ y $\Delta t = 1 \cdot 10^{-5}$ s).

En la Fig. 23 se puede apreciar que la zona de influencia del atomizador se encuentra durante los primeros $9 \cdot 10^{-3}$ s, que puede considerarse como despreciable, después del cual la gota entra en la zona de influencia del aire que gira en espiral.

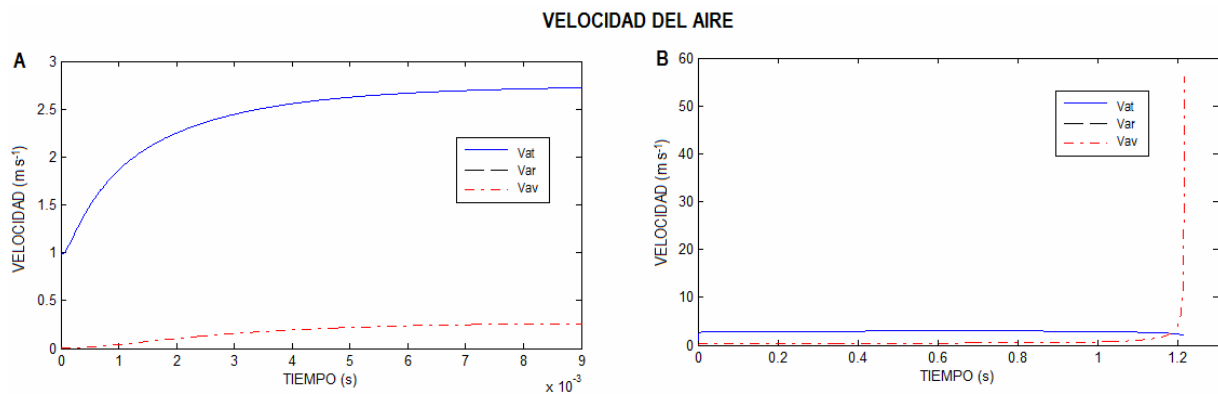


Fig. 24. Componentes de la velocidad del aire A) durante un tiempo de análisis de $9 \cdot 10^{-3}$ s, B) durante su tiempo de residencia dentro de la cámara de secado (1.2148 s), (Consideración: no existe etapa de sobrecalentamiento) ($n_{\text{nodos}} = 8$ y $\Delta t = 1 \cdot 10^{-5}$ s).

Como se observa en la Fig. 24 la componente axial de la velocidad del aire aumenta lentamente ya que, como lo reportan Gauvin y Katta (1976), el flujo de aire gira en una espiral de líneas circulares casi paralelas, por lo que el avance en la coordenada axial es lento.

Debido a que la velocidad radial de descarga de la gota (V_{r0}) es alta (Fig. 22), la gota recorre rápidamente una distancia radial de 0.2 m y posteriormente avanza lentamente en esa dirección (Fig. 25) hasta que choca contra la pared de la cámara en la sección cónica, a partir de entonces la gota resbala sobre la pared (sin fricción, debido a que se considera que hay una delgada capa de sólido seco sobre ella) hasta salir de la cámara.

La Fig. 25 también muestra la distancia axial recorrida por la gota a un tiempo t dado, se puede observar que el avance es más rápido en la sección cónica de la cámara una vez que la gota ha chocado contra la pared, de tal forma que la dicha sección actúa como un acelerador al reducir el diámetro del fondo cónico.

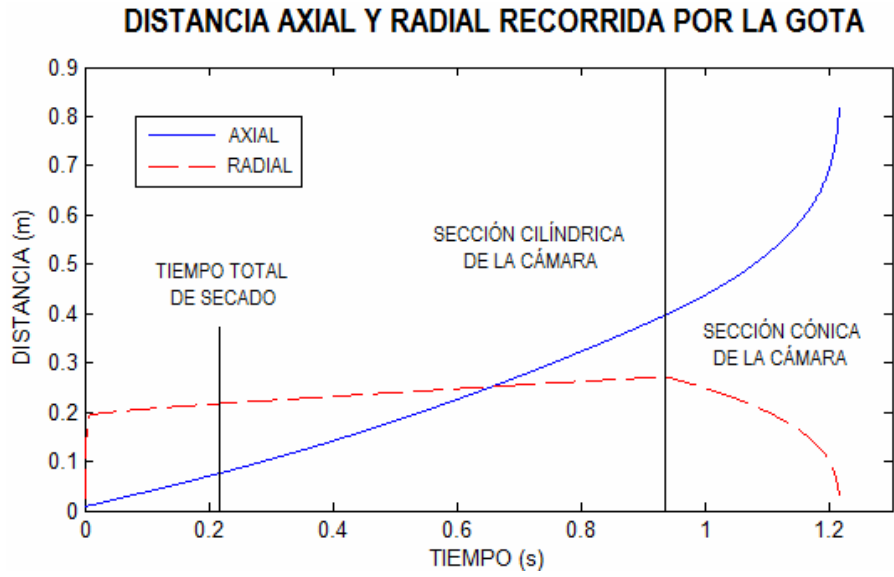


Fig. 25. Distancia axial y radial recorrida por la gota durante su tiempo de residencia dentro de la cámara de secado (Consideración: no existe etapa de sobrecalentamiento) ($n_{\text{nodos}} = 8$ y $\Delta t = 1 * 10^{-5}$ s).

La Fig. 26 muestra la trayectoria de la gota dentro de la cámara de secado.

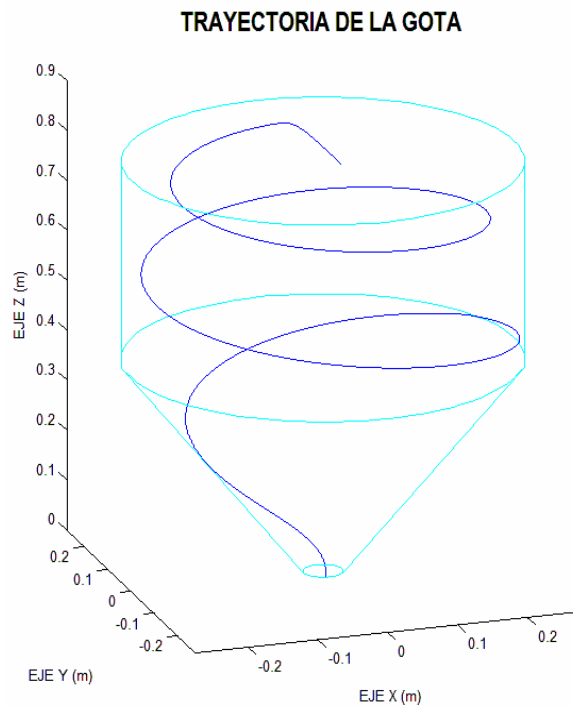


Fig. 26. Trayectoria de la gota durante su tiempo de residencia dentro de la cámara de secado (Consideración: no existe etapa de sobrecalentamiento) ($n_{\text{nodos}} = 8$ y $\Delta t = 1 * 10^{-5}$ s).

7.2.1.3. Transferencia de calor del aire a la gota por convección

El Nusselt (Nu) está relacionado con la velocidad relativa (V_{rel}) a través del Reynolds (Re) (Ec.33), en la Fig. 27 se muestra que el Nu describe el mismo comportamiento que la V_{rel} (Fig. 23) a través del tiempo. Nótese que el Nu disminuye rápidamente hasta un valor cercano a 2, razón por la cual los tiempos de secado en el período de velocidad constante obtenidos por la simulación (0.0670 s) y en el apartado del dimensionamiento de la cámara (0.0488 s) son parecidos.

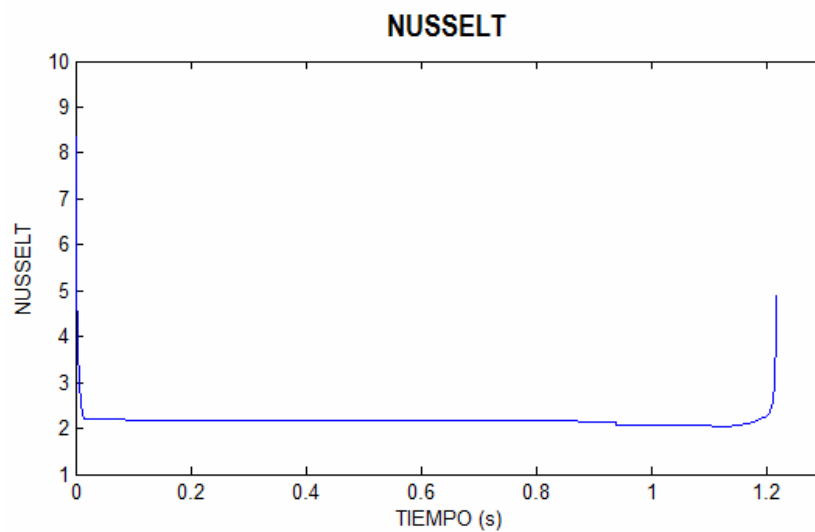


Fig. 27. Número adimensional Nusselt (Nu) durante el tiempo de residencia de la gota asperjada dentro de la cámara de secado (Consideración: no existe etapa de sobrecalentamiento) ($n_{nodos} = 8$ y $\Delta t = 1 * 10^{-5}$ s).

El flujo de calor transferido del aire a la gota por convección depende tanto Nu (relacionado a través del h_c , Ec. 32) como del diámetro de la gota (puesto que es función del área de transferencia) a un tiempo t dado (Ec. 107). En la Fig. 28 se muestra el flujo de calor transferido a la gota durante su tiempo de residencia en la cámara de secado.

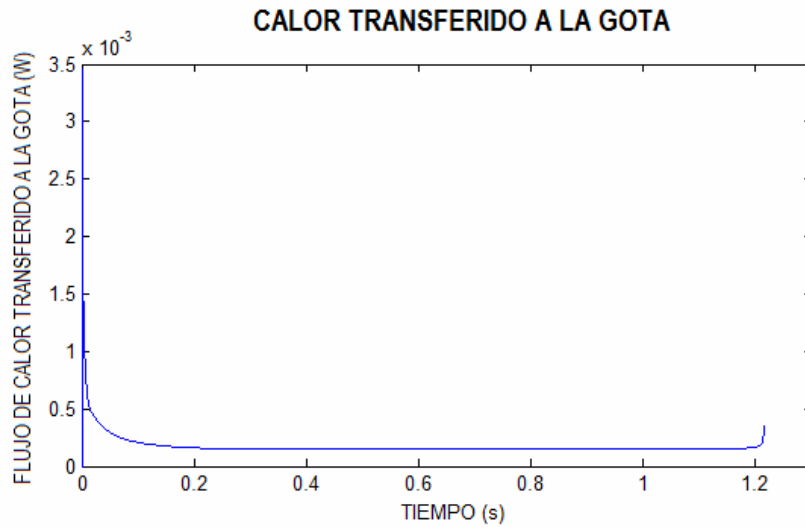


Fig. 28. Flujo de calor transferido del aire a la gota por convección durante su tiempo de residencia en la cámara de secado (Consideración: no existe etapa de sobrecalentamiento) ($n_{\text{nodos}} = 8$ y $\Delta t = 1 * 10^{-5}$ s).

7.2.1.4. Temperatura superficial de la gota y la velocidad de evaporación del contenido de humedad

Como se observa en la Fig. 29 la temperatura del aire (T_a) disminuye rápidamente a medida que cede calor a la gota tanto para su calentamiento como para la evaporación de su humedad; una vez que la gota se ha secado por completo la T_a se mantiene prácticamente constante ya que se estableció que la temperatura superficial se mantiene constante e igual a T_{bh} , es decir, como se ha evaporado toda la humedad de la gota y además no existe etapa de sobrecalentamiento el aire ya no cede calor, lo cual es solo una simplificación, pues como se observa en la Fig. 28 sí hay transferencia efectiva de calor (el flujo de calor nunca disminuye hasta cero).

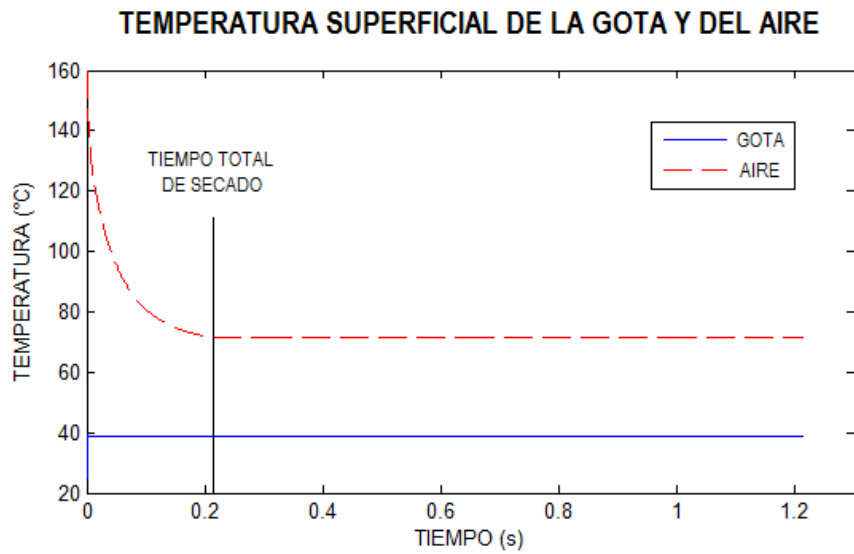


Fig. 29. Temperatura superficial de la gota y del aire durante el tiempo de residencia de la gota en la cámara de secado (Consideración: no existe etapa de sobrecalentamiento) ($n_{nodos} = 8$ y $\Delta t = 1 \cdot 10^{-5}$ s).

La Fig. 30 muestra la velocidad de evaporación de la humedad de la gota.

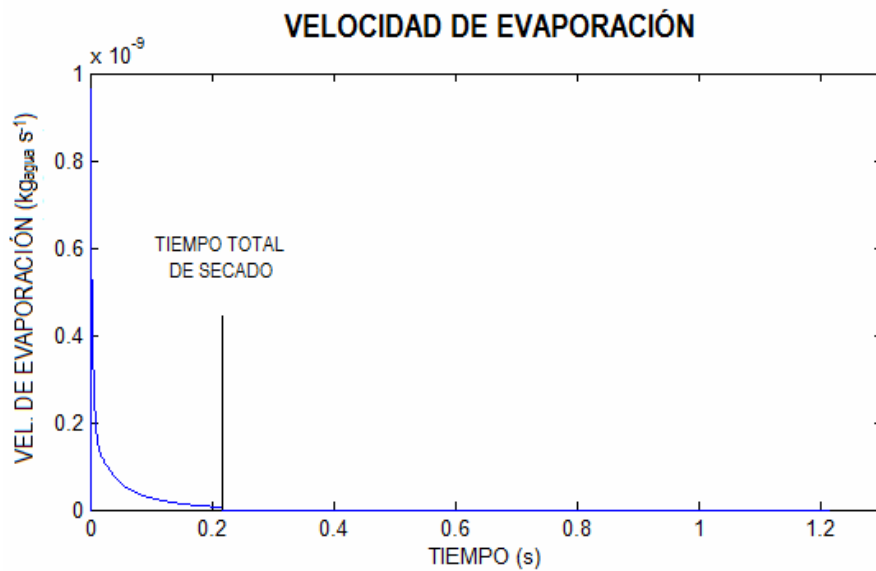


Fig. 30. Velocidad de evaporación de la humedad de la gota durante su tiempo de residencia en la cámara de secado (Consideración: no existe etapa de sobrecalentamiento) ($n_{nodos} = 8$ y $\Delta t = 1 \cdot 10^{-5}$ s).

7.2.1.5. Humedad y diámetro de la gota durante su tiempo de residencia en la cámara de secado

Como se muestra en la Fig. 31, en el período de velocidad constante se pierde la mayor parte de la humedad contenida en la gota, además de que su duración es menor que el período de velocidad decreciente.

Puesto que cuando la gota choca contra pared de la cámara (a un tiempo de 0.9372 s) ya se ha secado por completo (tiempo total de secado = 0.2166 s), se consideran aceptables las dimensiones propuestas de la cámara de secado, sin embargo, es posible mejorar aún el dimensionamiento de la cámara (véase el apartado 7.2.1.6).

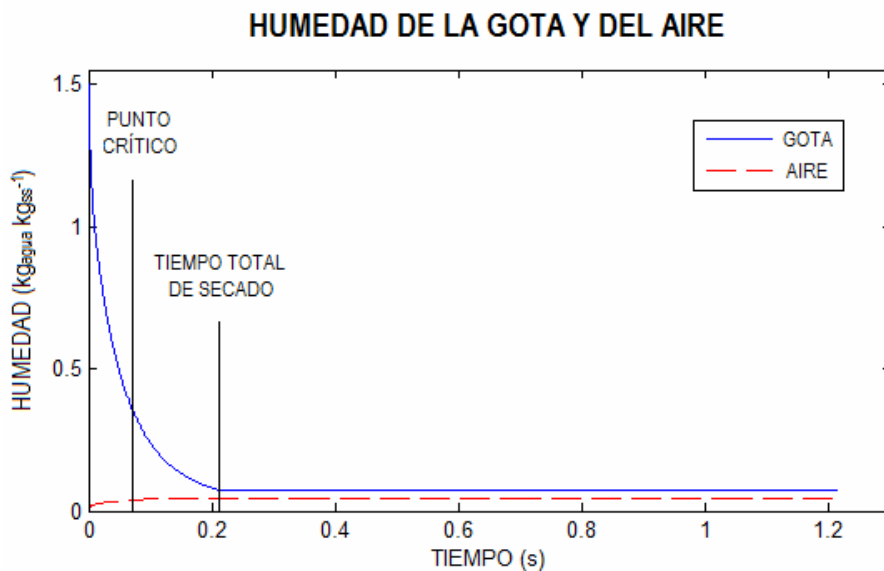


Fig. 31. Contenido de humedad del aire y de la gota asperjada durante su tiempo de residencia en la cámara de secado (Consideración: no existe etapa de sobrecalentamiento) ($n_{\text{nodos}} = 8$ y $\Delta t = 1 * 10^{-5}$ s).

Como se muestra en la Fig. 32 el diámetro de la gota ($D_{95} = 3.2176 * 10^{-5}$ m) disminuye hasta alcanzar el punto crítico, a partir de entonces el diámetro permanece constante ($D_c = 2.5171 * 10^{-5}$ m), esto es bajo la suposición de que la pequeña cantidad de humedad que aún no es evaporada hasta este punto, viaja lentamente hacia la superficie a través de capilares dentro del sólido.

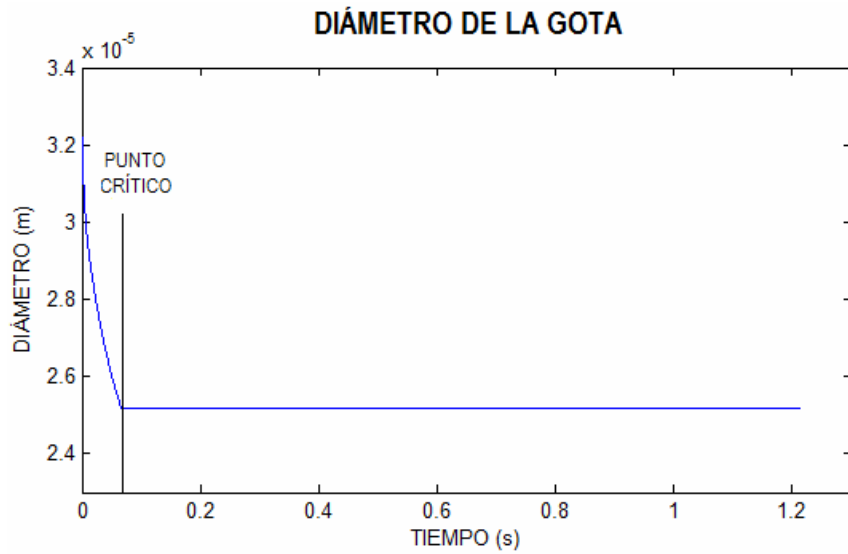


Fig. 32. Diámetro de la gota asperjada durante su tiempo de residencia en la cámara de secado (Consideración: no existe etapa de sobrecalentamiento) ($n_{\text{nodos}} = 8$ y $\Delta t = 1 * 10^{-5}$ s).

La humedad de la gota y su diámetro a un tiempo t dado está relacionado con la densidad de la gota (ρ_d). En la Fig. 33 se observa que ρ_d se incrementa en la etapa de velocidad constante ya que el diámetro de la gota disminuye más rápido de lo que pierde masa, es decir humedad, la cual tiene menor densidad que los sólidos contenidos en la gota, lo que da origen a una sustancia más densa; después del punto crítico la ρ_d disminuye hasta alcanzar la densidad de los sólidos secos.

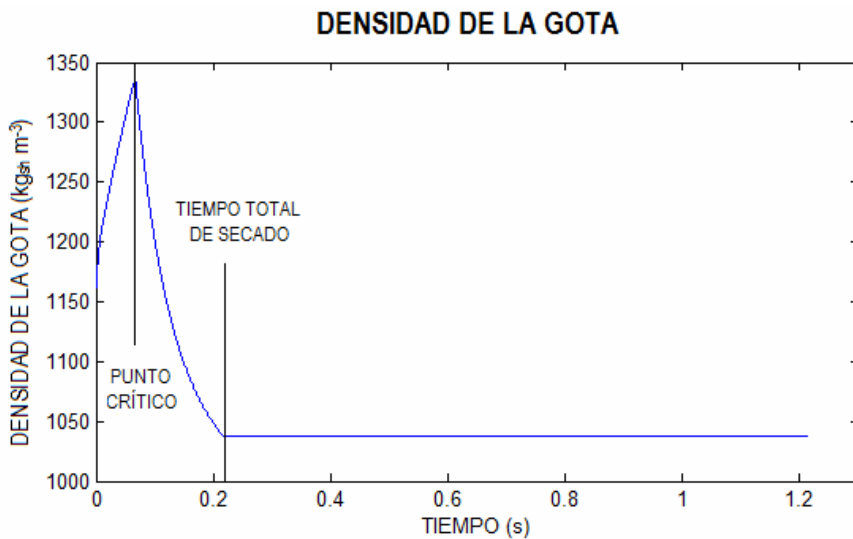


Fig. 33. Densidad de la gota durante su tiempo de residencia en la cámara de secado (Consideración: no existe etapa de sobrecalentamiento) ($n_{\text{nodos}} = 8$ y $\Delta t = 1 * 10^{-5}$ s).

7.2.1.6. Error en el dimensionamiento de la cámara de secado

Como se mencionó anteriormente, es posible optimizar las dimensiones calculadas en el apartado del dimensionamiento de la cámara de secado, ya que, según los resultados de la simulación cuando se considera que no existe etapa de sobrecalentamiento, el tiempo de viaje es mayor que el tiempo total de secado.

Como se observa en la Fig. 25, cuando la gota se ha secado por completo (0.2166 s), ésta ha recorrido una distancia radial de 0.217 m, de tal forma que una cámara con radio (R_{camara}) igual a 0.222 m bastará para cumplir el criterio $t_v \geq t_s$.

Nótese que un redimensionamiento basado en una simulación que no considera la etapa de sobrecalentamiento es poco ortodoxo, pero permitirá conocer que tan lejos del óptimo se encuentran las dimensiones obtenidas en el apartado 7.1.

Con los resultados obtenidos en la presente simulación, específicamente la temperatura final promedio de la gota (35.9 °C) y del aire (71.3 °C), es posible recalculas las dimensiones de la cámara usando la secuencia de cálculo del apartado 6.1.

Las dimensiones recalculadas de la cámara de secado obtenidas a partir de la simulación (Método 6.2) y a partir de la secuencia de cálculo del apartado 6.1 (Método 6.1) se muestran en el Cuadro 7.

Cuadro 7. Dimensiones recalculadas de la cámara de secado.

Método	D_{camara} (m)	$H_{cilindro}$ (m)	H_{cono} (m)	D_{cono} (m)
6.1	0.4856	0.3499	0.3785	0.0486
6.2	0.444	0.3199	0.3461	0.0444

Al comparar los valores de D_{camara} mostrados en el Cuadro 7, se determinó que existe una diferencia de 9.36 %, donde las dimensiones óptimas están dadas por la simulación del proceso, es decir, el método 6.2.

Lo anterior significa que la secuencia de cálculo propuesta para el dimensionamiento de la cámara de un secador por aspersión, permite obtener valores que se encuentran a menos del 10% de ser los óptimos.

7.2.2. Simulación donde se considera que existe la etapa de sobrecalentamiento

7.2.2.1. Análisis de una gota de tamaño D_{95}

La simulación que se presenta a continuación, se obtiene para una gota de tamaño D_{95} , en un secador de dimensiones dadas en el apartado 7.1, y considerando que después del punto crítico la gota se sobrecalienta.

7.2.2.1.1. Perfiles de temperatura y concentración de agua dentro de gota asperjada en el proceso de secado

La Fig. 34 muestra la evolución de los perfiles de temperatura dentro de la gota asperjada conforme ésta es secada. A diferencia de la Fig. 20, en la Fig. 34 E y F se muestra la etapa de sobrecalentamiento; al comparar la Fig. 34 E y F se observa que la temperatura superficial de la gota (nodo 9) disminuye ligeramente, lo que, como se verá en los apartados siguientes, indica un enfriamiento evaporativo.

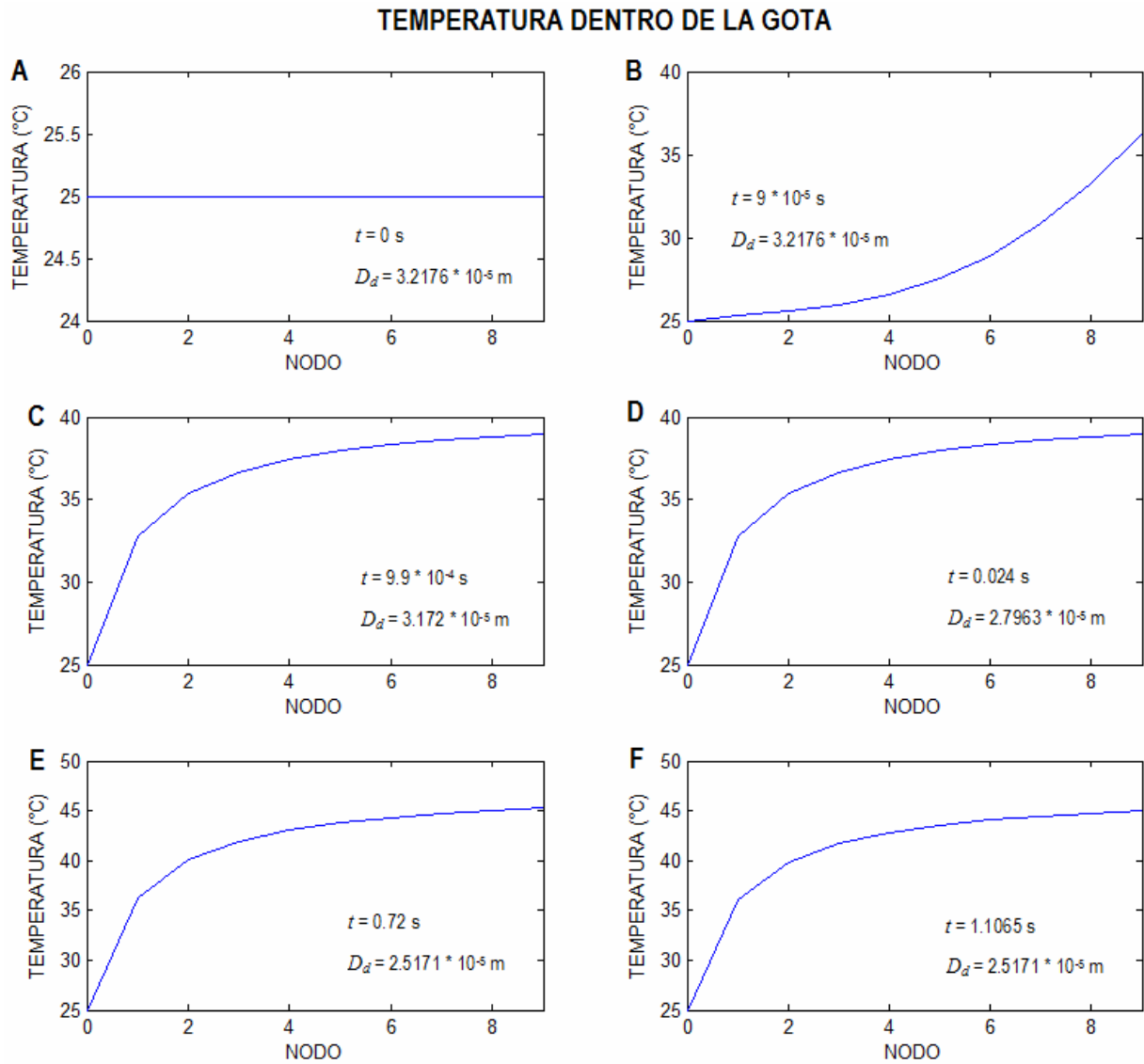


Fig. 34. Evolución de los perfiles de temperatura dentro de la gota asperjada en el proceso de secado (Consideración: existe etapa de sobrecalentamiento) ($n_{nodos} = 8$ y $\Delta t = 1 \cdot 10^{-5} \text{ s}$).

La Fig. 35 muestra la evolución de los perfiles de concentración de agua dentro de la gota.

Como se puede observar, la Fig. 35 es igual que la Fig. 21, ya que las simulaciones de donde se obtienen dichos perfiles son iguales hasta el punto crítico.

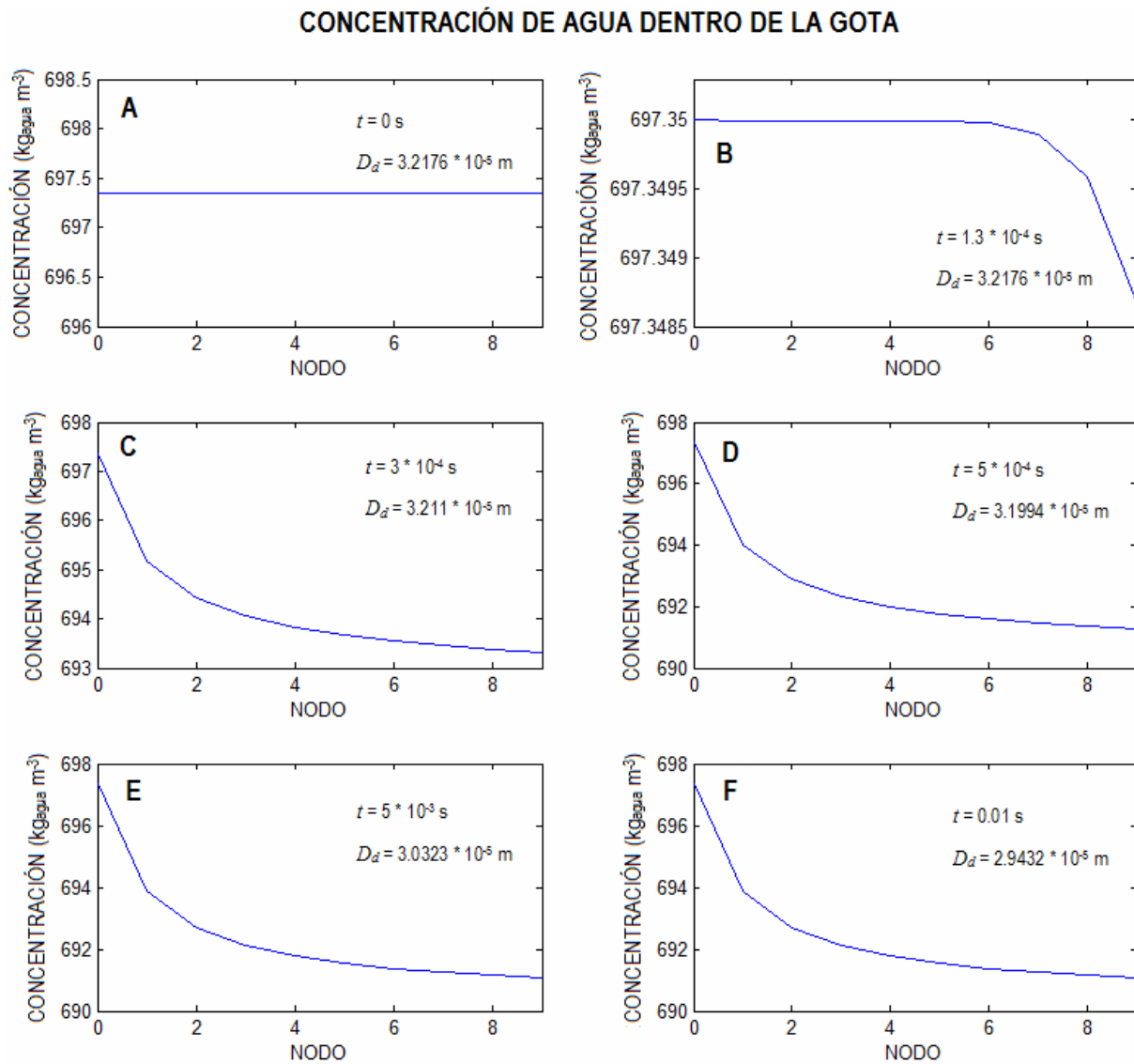


Fig. 35. Evolución de los perfiles de concentración de agua dentro de la gota asperjada en el proceso de secado (Consideración: existe etapa de sobrecalentamiento) ($n_{nodos} = 8$ y $\Delta t = 1 * 10^{-7}$ s).

7.2.2.1.2. Trayectoria de la gota asperjada dentro de la cámara de secado

Como se mencionó anteriormente, la gota presenta el mismo comportamiento hasta alcanzar el punto crítico que el obtenido de la simulación donde se considera que no existe etapa de sobrecalentamiento, de tal forma que, en adelante, solo se discutirá las diferencias encontradas en dicha etapa.

La Fig. 36 muestra la distancia axial y radial recorrida por la gota a un tiempo t dado; se puede observar que la gota choca contra la pared en la sección cilíndrica (lo mismo se observa en la Fig. 37), mientras que en la Fig. 25 choca en la sección cónica, esta diferencia se debe a que cuando se considera el sobrecalentamiento la gota no se seca completamente, como se verá más adelante, y por lo tanto su densidad es mayor, provocando que el avance en las coordenadas axial y radial sea más rápido.

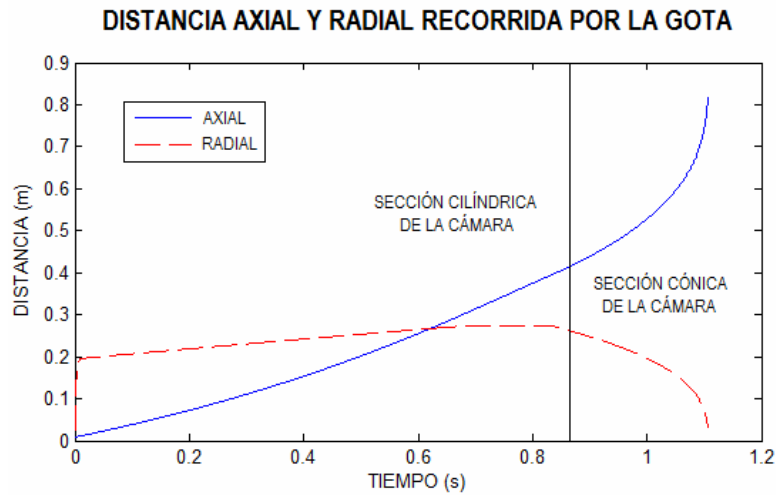


Fig. 36. Distancia axial y radial recorrida por la gota durante su tiempo de residencia dentro de la cámara de secado (Consideración: existe etapa de sobrecalentamiento) ($n_{nodos} = 8$ y $\Delta t = 1 * 10^{-5}$ s).

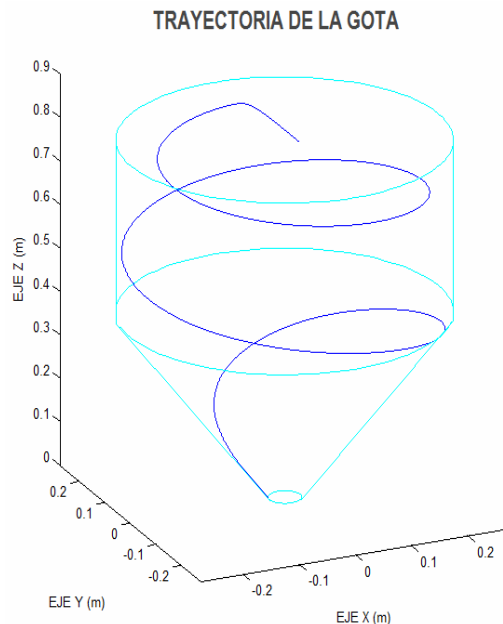


Fig. 37. Trayectoria de la gota durante su tiempo de residencia dentro de la cámara de secado (Consideración: existe etapa de sobrecalentamiento) ($n_{nodos} = 8$ y $\Delta t = 1 * 10^{-5}$ s).

7.2.2.1.3. Temperatura superficial de la gota y la velocidad de evaporación del contenido de humedad

Como se observa en la Fig. 38, una vez que se llega al punto crítico la temperatura superficial (T_{dR}) de la gota aumenta aproximadamente 7 °C, lo que significa que la mayor parte del calor transferido del aire a la gota se usa para el sobrecalentamiento de la misma, posiblemente debido a que la migración del agua a la superficie de la gota es muy lenta. Posteriormente la T_{dR} disminuye muy lentamente, lo que corresponde a un ligero incremento en la velocidad de evaporación de la humedad (Fig. 39), lo que indica que la gota experimenta un enfriamiento evaporativo.

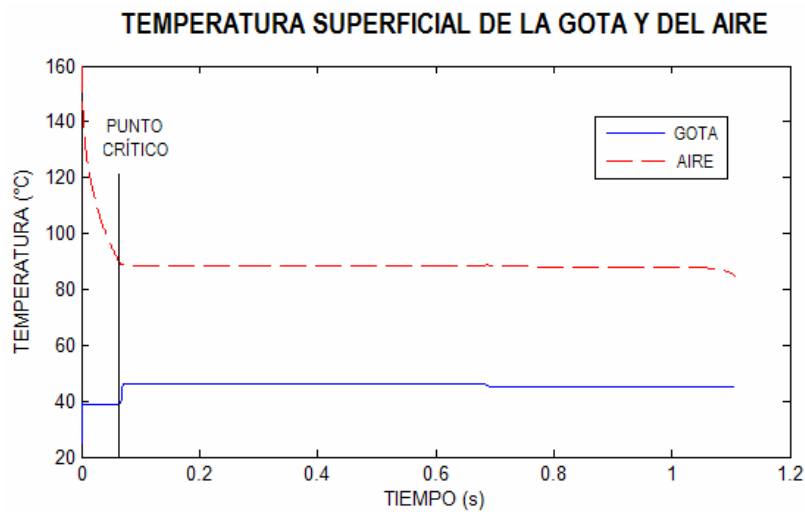


Fig. 38. Temperatura superficial de la gota y del aire durante el tiempo de residencia de la gota en la cámara de secado (Consideración: existe etapa de sobrecalentamiento) ($n_{nodos} = 8$ y $\Delta t = 1 * 10^{-5}$ s).

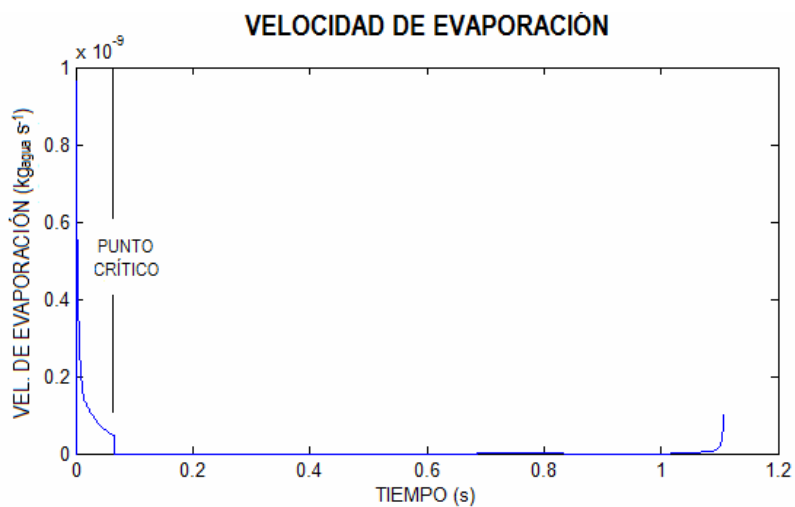


Fig. 39. Velocidad de evaporación de la humedad de la gota durante su tiempo de residencia en la cámara de secado (Consideración: existe etapa de sobrecalentamiento) ($n_{nodos} = 8$ y $\Delta t = 1 * 10^{-5}$ s).

7.2.2.1.4. Humedad y diámetro de la gota durante su tiempo de residencia en la cámara de secado

Como se muestra en la Fig. 40, después del punto crítico la pérdida de humedad es muy lenta, ya que la velocidad de evaporación es del orden de 10^{-11} $\text{kg}_{\text{agua}} \text{s}^{-1}$ (Fig. 39).

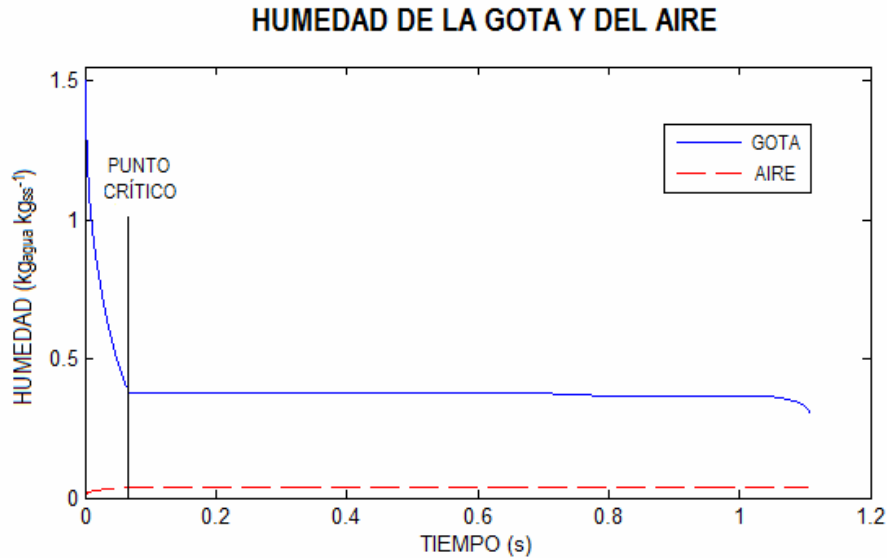


Fig. 40. Contenido de humedad del aire y de la gota asperjada durante su tiempo de residencia en la cámara de secado (Consideración: existe etapa de sobrecalentamiento) ($n_{\text{nodos}} = 8$ y $\Delta t = 1 * 10^{-5}$ s).

Después del punto crítico (donde el diámetro de la gota se mantiene constante e igual a D_c), la pérdida de humedad provoca la disminución de la densidad de la gota (Fig. 41), ya que disminuye su masa mientras que su volumen se mantiene constante.

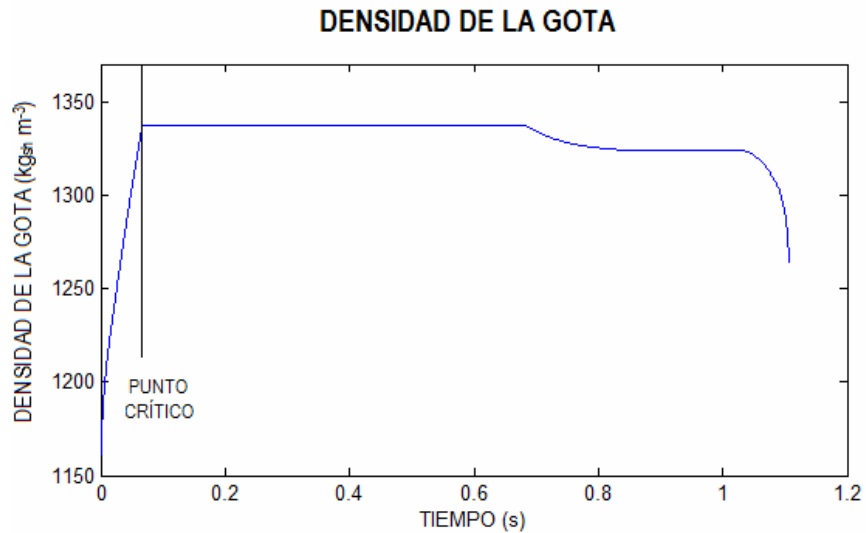


Fig. 41. Densidad de la gota durante su tiempo de residencia en la cámara de secado (Consideración: existe etapa de sobrecalentamiento) ($n_{\text{nodos}} = 8$ y $\Delta t = 1 \cdot 10^{-5}$ s).

Como se observa en la Fig. 40, cuando la gota sale del secador tiene una humedad absoluta de $0.3034 \text{ kg}_{\text{agua}} \text{ kg}_{\text{ss}}^{-1}$, es decir, no se seca por completo. Además, la T_{dR} de la gota a la salida de la cámara es de $45 \text{ }^\circ\text{C}$ (Fig. 36) y no $60 \text{ }^\circ\text{C}$ como se había propuesto al dimensionar la cámara (véase ANEXO C), de igual forma la T_a de salida obtenida de la simulación ($84.3 \text{ }^\circ\text{C}$) no corresponde a los datos propuestos ($70 \text{ }^\circ\text{C}$).

Lo anterior indicaría, a primera vista, que una cámara de mayor diámetro al propuesto en el apartado 7.1, permitiría secar por completo la gota, sin embargo, esto no sucede; al incrementar las dimensiones de la cámara (Cuadro 8), el tiempo de residencia aumenta y la gota sufre un sobrecalentamiento ligeramente mayor, mientras que la humedad de salida no varía mucho.

Cuadro 8. Resultados de la simulación (con etapa de sobrecalentamiento), a diferentes diámetros de cámara de secado.

$D_{\text{camara}} \text{ (m)}$	$X_{x(t \text{ salida})} \text{ (kg}_{\text{agua}} \text{ kg}_{\text{ss}}^{-1})$	$T_{dR(t \text{ salida})} \text{ (}^\circ\text{C)}$	$T_{ax(t \text{ salida})} \text{ (}^\circ\text{C)}$
0.5474	0.3034	45.0004	84.3183
0.6	0.3061	45.0176	84.4746
0.66	0.3088	45.0267	84.6314

La razón por la que en la simulación no se seca por completo la gota, es porque las ecuaciones usadas para determinar la velocidad del aire son de naturaleza empírica, por lo que están sujetas a las condiciones en las que

fueron hechas las mediciones, y la velocidad del aire influye en todos los cálculos involucrados en la simulación (velocidad de evaporación, temperatura del aire y de la gota, entre otros).

De tal forma que, al realizar mediciones experimentales en un prototipo que permitan proponer ecuaciones que describan mejor el comportamiento del aire dentro de la cámara, se estará en posibilidad de realizar una simulación (con la secuencia propuesta en el presente trabajo) cuyos resultados se apeguen más a la realidad.

La simulación del proceso de secado dentro de la cámara de un secador por aspersión presenta grandes ventajas como lo son:

- ❖ Permite determinar las dimensiones óptimas de la cámara de secado (aunque las obtenidas con la secuencia presentada en el apartado 6.1, se encuentran a menos del 10% de las óptimas).
- ❖ Es posible determinar si las dimensiones de un secador por aspersión, bajo ciertas condiciones de trabajo (temperatura y flujo de aire, flujo de alimentación, velocidad de giro del atomizador, etc.), permiten el secado de un producto dado, sin necesidad de gastar recursos materiales.
- ❖ Establecer las condiciones de trabajo que permitan obtener un producto seco con características ya especificadas, como lo es su humedad y temperatura final.

7.2.2.2. Análisis de tres gotas de tamaño D_{vs} , D_{95} y D_{max}

Se simuló el proceso de secado de tres gotas de diferente tamaño (Cuadro 9) en una cámara de secado de dimensiones dadas en el apartado 7.1, y considerando que existe etapa de sobrecalentamiento, a fin de comparar su comportamiento y determinar si es posible el secado de gotas más grandes en la misma cámara.

Cuadro 9. Secado de tres gotas de diferente tamaño.

Nombre	Tamaño	Diámetro crítico (m)	Tiempo crítico (s)	Tiempo de residencia (s)
D_{vs}	D_{vs}	$1.7979 * 10^{-5}$	0.0481	2.1861
D_{95}	$1.4 * D_{vs}$	$2.5171 * 10^{-5}$	0.0670	1.1065
D_{max}	$3 * D_{vs}$	$5.3938 * 10^{-5}$	0.2702	0.8459

Como se observa en la Fig. 42, entre mayor es el diámetro de la gota más tarda en llegar al punto crítico (Cuadro 9), esto se debe a que la masa de agua contenida en ella es mayor, mientras que su tiempo de residencia dentro de la cámara disminuye (Cuadro 9), debido a que su peso es mayor.

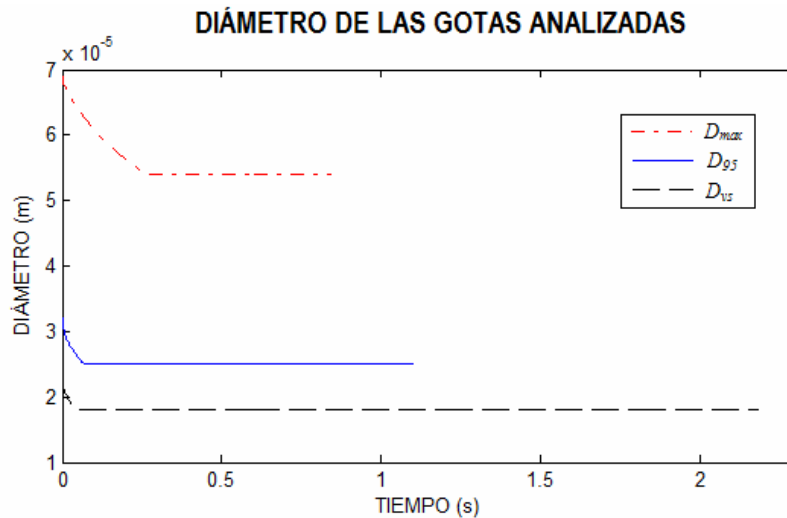


Fig. 42. Diámetro de las gotas asperjadas analizadas durante su tiempo de residencia en la cámara de secado (Consideración: existe etapa de sobrecalentamiento) ($n_{nodos} = 8$ y $\Delta t = 1 * 10^{-5}$ s para D_{max} y D_{95} ; $n_{nodos} = 6$ y $\Delta t = 1 * 10^{-5}$ s para D_{vs}).

La Fig. 43 muestra la trayectoria de las gotas analizadas; se observa que las gotas D_{max} y D_{95} chocan con la pared en la sección cilíndrica, mientras que la gota D_{vs} en la sección cónica de la cámara de secado. Ya que D_{max} choca contra la pared antes de alcanzar el punto crítico es posible que su superficie se encuentre húmeda y por lo tanto se adhiera a ésta, es decir que las dimensiones propuestas para la cámara no permiten el secado de gotas asperjadas de tamaño máximo, pero si el secado del 95% de la nube asperjada (considerando que después del punto crítico la superficie de la gota está seca), lo cual era de esperarse, ya que el dimensionamiento se realizó para secar una gota D_{95} .

Si se deseara secar el 100% de la nube asperjada se puede hacer lo siguiente:

- ❖ Con los parámetros de operación propuestos en el presente trabajo, realizar el dimensionamiento de la cámara tomando como base una gota de tamaño D_{max} .
- ❖ Con las dimensiones presentadas en el apartado 7.1 (que permite el secado del 95% de la nube asperjada), modificar los parámetros de operación del secador como lo son: flujo de alimentación, flujo y temperatura del aire, velocidad de giro del atomizador, etc., de tal forma que permitan secar una gota D_{max} .

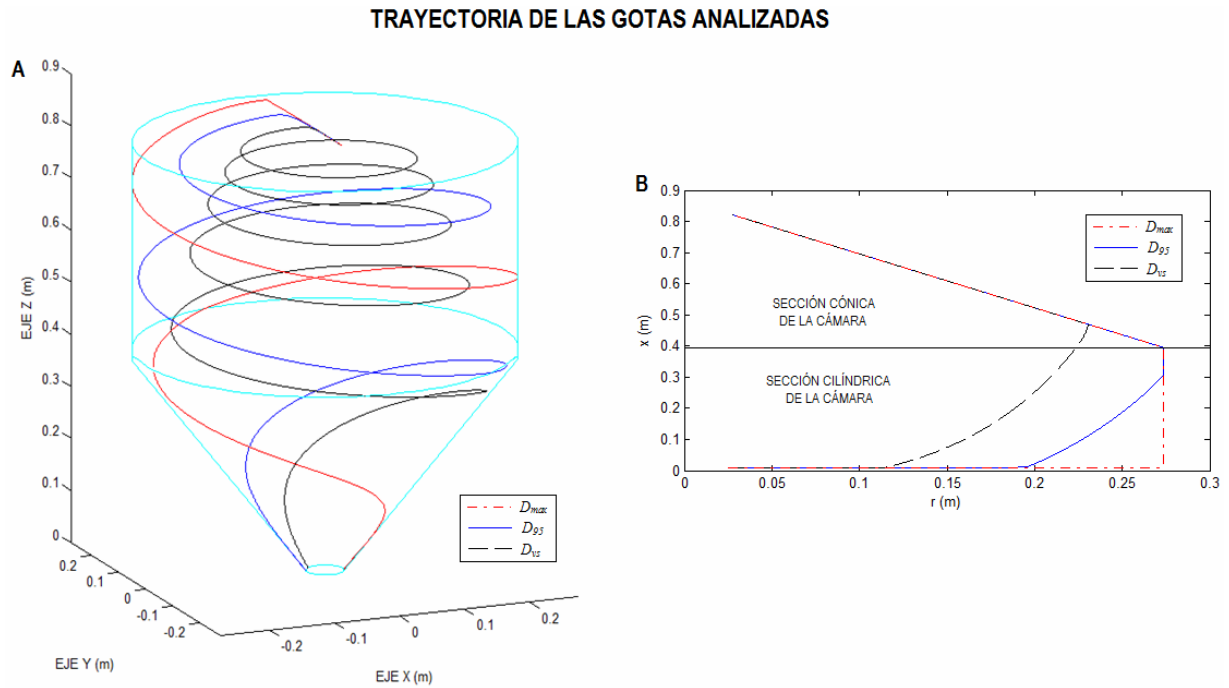


Fig. 43. Trayectoria de las gotas analizadas durante su tiempo de residencia dentro de la cámara de secado. A) Trayectoria tridimensional. B) Distancia axial (x) vs. Distancia radial (r) recorrida por las gotas. (Consideración: existe etapa de sobrecalentamiento) ($n_{nodos} = 8$ y $\Delta t = 1 * 10^{-5}$ s para D_{max} y D_{95} ; $n_{nodos} = 6$ y $\Delta t = 1 * 10^{-5}$ s para D_{v5}).

La Fig. 44 muestra las distancias axial y radial recorridas por las gotas analizadas, se observa que la gota de tamaño D_{max} choca contra la pared de la cámara casi de manera inmediata.

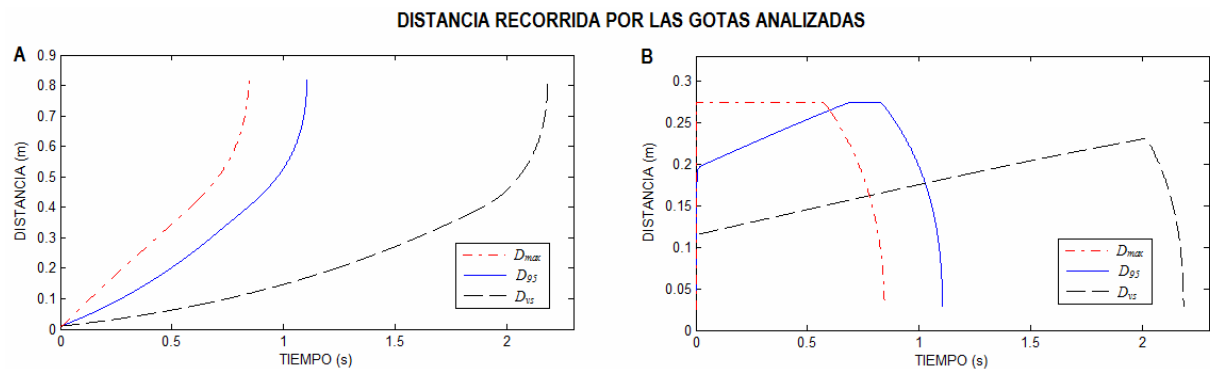


Fig. 44. Distancia A) axial y B) radial recorrida por las gotas analizadas durante su tiempo de residencia dentro de la cámara de secado (Consideración: existe etapa de sobrecalentamiento) ($n_{nodos} = 8$ y $\Delta t = 1 * 10^{-5}$ s para D_{max} y D_{95} ; $n_{nodos} = 6$ y $\Delta t = 1 * 10^{-5}$ s para D_{v5}).

Debido a que el área superficial de D_{max} es mayor comparada con las otras dos gotas, el calor transferido a ésta es mayor (Fig. 45) y por lo tanto la velocidad de evaporación se incrementa (Fig. 46).

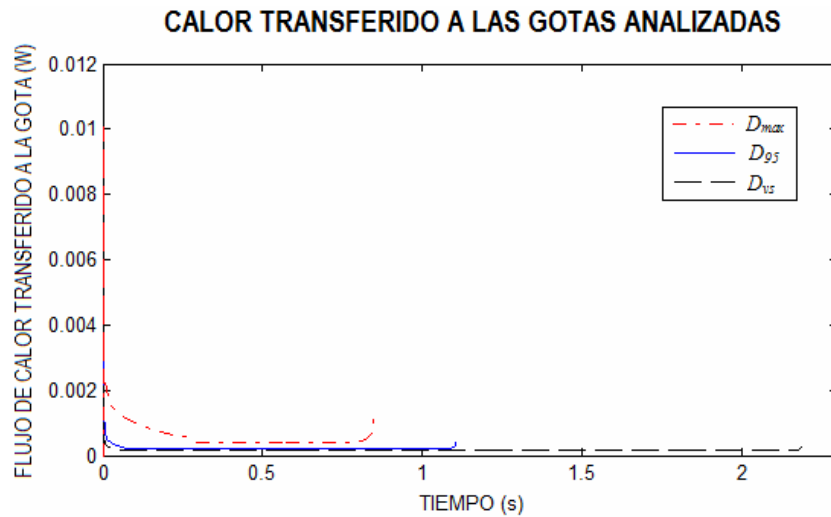


Fig. 45. Flujo de calor transferido del aire a las gotas analizadas por convección durante su tiempo de residencia en la cámara de secado (Consideración: existe etapa de sobrecalentamiento) ($n_{nodos} = 8$ y $\Delta t = 1 * 10^{-5}$ s para D_{max} y D_{95} ; $n_{nodos} = 6$ y $\Delta t = 1 * 10^{-5}$ s para D_{vs}).

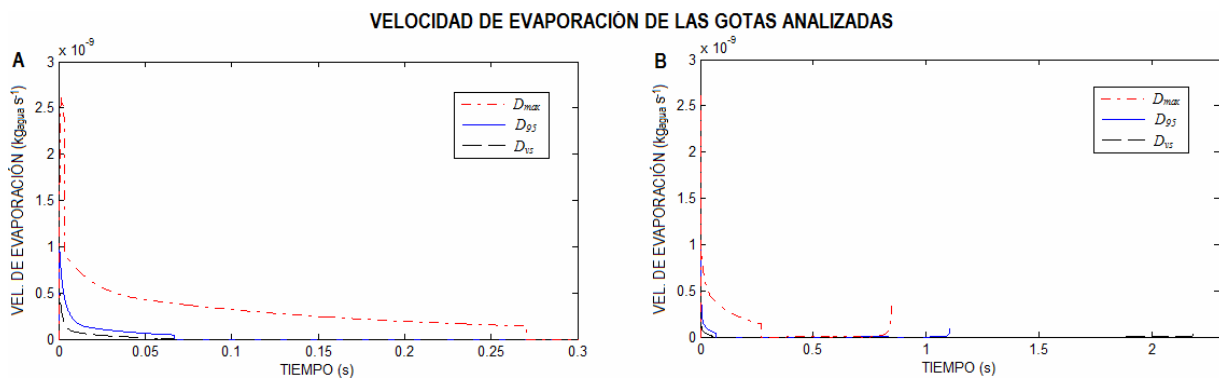


Fig. 46. Velocidad de evaporación de la humedad de las gotas analizadas A) durante un tiempo de análisis de 0.3 s, B) durante su tiempo de residencia dentro de la cámara de secado (Consideración: existe etapa de sobrecalentamiento) ($n_{nodos} = 8$ y $\Delta t = 1 * 10^{-5}$ s para D_{max} y D_{95} ; $n_{nodos} = 6$ y $\Delta t = 1 * 10^{-5}$ s para D_{vs}).

Como se observa en la Fig. 47 la gota D_{max} sale de la cámara de secado con una humedad igual a la del punto crítico, mientras que D_{vs} y D_{95} salen con una humedad menor.

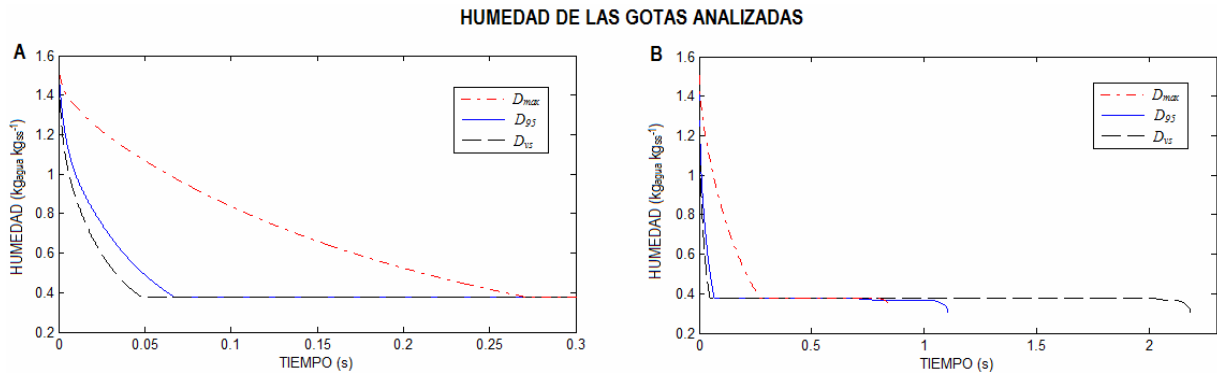


Fig. 47. Contenido de humedad de las gotas analizadas A) durante un tiempo de análisis de 0.3 s, B) durante su tiempo de residencia dentro de la cámara de secado (Consideración: existe etapa de sobrecalentamiento) ($n_{\text{nodos}} = 8$ y $\Delta t = 1 * 10^{-5}$ s para D_{max} y D_{95} ; $n_{\text{nodos}} = 6$ y $\Delta t = 1 * 10^{-5}$ s para D_{v2}).

En cuanto a la temperatura superficial de las gotas analizadas, la Fig. 48 muestra que entre mayor es el diámetro de las mismas, mayor es el sobrecalentamiento que sufren después del punto crítico, ya que la distancia que tiene que recorrer la humedad atrapada dentro de la gota para salir a la superficie y provocar su enfriamiento evaporativo es mayor.

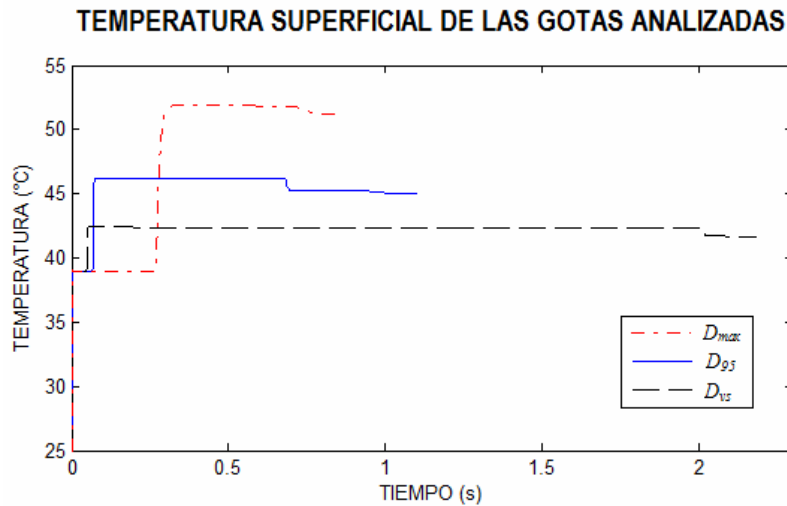


Fig. 48. Temperatura superficial de las gotas analizadas durante el tiempo de residencia de la gota en la cámara de secado (Consideración: existe etapa de sobrecalentamiento) ($n_{\text{nodos}} = 8$ y $\Delta t = 1 * 10^{-5}$ s para D_{max} y D_{95} ; $n_{\text{nodos}} = 6$ y $\Delta t = 1 * 10^{-5}$ s para D_{v2}).

Como se muestra en el Cuadro 10, la eficiencia térmica es mayor entre menor es el diámetro inicial de la gota analizada, debido a que la distancia que tiene que recorrer la humedad a la superficie es menor, y por lo tanto la mayor parte del calor transferido a la gota es utilizado para la evaporación y no para el sobrecalentamiento.

Cuadro 10. Eficiencia térmica de tres gotas de diferente tamaño.

Nombre	Eficiencia térmica (η)
D_{vs}	59.0 %
D_{95}	58.5 %
D_{max}	56.5 %

VIII. CONCLUSIONES

De manera general, las ventajas de la simulación del proceso de secado dentro de la cámara de un secador por aspersión son:

- ❖ Permite aproximar las dimensiones calculadas a las óptimas de la cámara de secado.
- ❖ Es posible determinar si las dimensiones de un secador por aspersión, bajo ciertas condiciones de trabajo (temperatura y flujo de aire, flujo de alimentación, velocidad de giro del atomizador, etc.), permiten el secado de un producto dado, sin necesidad de gastar recursos materiales.
- ❖ Establecer las condiciones de trabajo que permitan obtener un producto seco con características específicas en un equipo ya existente.
- ❖ Permite realizar un estudio de sensibilidad para determinar los parámetros con mayor influencia en el secado por aspersión.

Para llevar a cabo los cálculos de la simulación es necesario proponer unas dimensiones iniciales de la cámara de secado, por tal motivo el presente trabajo enlaza la secuencia de cálculo reportada por Patiño (1995), Grajales (1996) y Mendoza *et al.* (2003), que permite el dimensionamiento de la cámara de secado, con la simulación, como resultado de ello se determinó que los resultados obtenidos del dimensionamiento se encuentran a menos del 10% de las dimensiones óptimas para obtener un producto con características especificadas.

La simulación de los fenómenos de transporte y trayectoria de una gota asperjada dentro de la cámara de secado puede considerar o no la etapa de sobrecalentamiento, sin embargo, al tomar en cuenta la etapa de sobrecalentamiento, los modelos matemáticos se acercan más a la realidad que pretenden describir.

Los resultados obtenidos de la simulación del proceso de secado que considera la etapa de sobrecalentamiento indican que cuando la gota de tamaño D_{95} choca contra la pared de la cámara no se ha secado por completo, esto se debe a la naturaleza empírica de las ecuaciones de velocidad del aire citadas en el presente trabajo; y es que éstas afectan de tal forma a la simulación que según los resultados, entre mayor es el tamaño de la cámara menor es la humedad de salida de la gota, lo cual no es realista.

Por lo anterior, es necesario realizar mediciones experimentales en un prototipo con la finalidad de obtener ecuaciones que describan mejor las componentes de la velocidad del aire dentro de la cámara, y así (con la secuencia propuesta en esta tesis para la simulación del proceso de secado) obtener resultados se apeguen más a la realidad.

Con los resultados obtenidos de la simulación, se determinó que las dimensiones de la cámara propuestas para un fluido hipotético (de propiedades similares a una solución de maltodextrina 40% w/v), permiten el secado del 95% de la nube asperjada.

Por otro lado, se encontró que la zona de influencia del atomizador sobre la gota es tan pequeña, que puede considerarse despreciable, por lo que la suposición hecha por Shabde y Hoo (2006) es correcta, no obstante, esta consideración introduce pequeñas imprecisiones en los resultados debido a la anulación de la velocidad relativa de la gota con respecto al aire.

En cuanto al método de diferencias finitas usado para la solución de las ecuaciones diferenciales parciales (EDP), se encontró que se vuelve inestable a tamaños de paso temporales (Δt) grandes, lo que implica un mayor costo computacional para su solución.

Además, un mayor número de nodos interiores (n_{nodos}), que permite una mayor exactitud en la solución de las EDP's, implica un mayor costo computacional, ya que es necesario la disminución del valor de Δt para que el método de diferencias finitas sea estable.

IX. EXTENSIÓN O AMPLIACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

- ❖ Realizar mediciones experimentales en un secador por aspersión, que permitan proponer ecuaciones que describan mejor las componentes de la velocidad del aire dentro de la cámara.
- ❖ Establecer el número de nodos que permita una mayor aproximación de los resultados de la temperatura y concentración de agua dentro de la gota, sin que el tiempo de solución de la simulación aumente de manera significativa.
- ❖ Realizar un estudio de sensibilidad para determinar los parámetros de operación con mayor influencia en el secado de un fluido dado.
- ❖ Agregar el balance de poblaciones a la simulación de los fenómenos de transporte y trayectoria de las gotas asperjadas.
- ❖ Considerar las interacciones entre las gotas asperjadas, como lo son las colisiones, que puede provocar ruptura o adhesión de las mismas.
- ❖ Establecer los parámetros de operación óptimos que permitan obtener un producto con características ya especificadas.
- ❖ Encontrar la solución de las ecuaciones diferenciales parciales planteadas en el presente trabajo, usando el método del elemento finito, el cual es más estable y eficiente que el de diferencias finitas.

X. NOMENCLATURA

- a_p - Humedad remanente de la gota cuando se alcanza el punto crítico (kg_{agua}).
- a_r - Humedad removida de la gota cuando se alcanza el punto crítico (kg_{agua}).
- a_{ranura} - Anchura de la ranura de entrada del flujo de aire (m).
- A - Área de transferencia de calor, que es igual al área superficial de la gota de forma esférica (m^2).
- A_A - Constante de Antoine equivalente a 8 para el intervalo de temperatura 1 – 100 °C.
- A_{ranura} - Área de la ranura de entrada del flujo de aire (m^2).
- b - Anchura de un chorro imaginario de aire que sale del atomizador rotatorio, con la misma composición de aire a la salida de la cámara de secado y con la misma velocidad y momentum que la alimentación (m s^{-1}).
- B_A - Constante de Antoine equivalente a 1730 para el intervalo de temperatura 1 – 100 °C.
- C_1 - Constante que depende de la relación x/H_{camara} , usada para calcular V_{at} en la zona de influencia del aire de secado, a un tiempo t dado (m s^{-1}).
- C_2 - Constante usada para calcular V_{av} en la zona de influencia del aire de secado, a un tiempo t dado (m s^{-1}).
- C_{alim} - Concentración de la alimentación ($\text{kg}_{\text{ss}} \text{m}_{\text{sh}}^{-3}$).
- C_A - Constante de Antoine equivalente a 233 para el intervalo de temperatura 1 – 100 °C.
- C_D - Coeficiente de arrastre (adimensional).
- C_{pa} - Capacidad calórica del aire seco ($\text{J kg}_{\text{as}}^{-1} \text{K}^{-1}$).
- C_{pss} - Capacidad calórica del sólido seco ($\text{J kg}_{\text{ss}}^{-1} \text{K}^{-1}$).
- C_{ps} - Capacidad calórica de la alimentación ($\text{J kg}_{\text{sh}}^{-1} \text{K}^{-1}$).
- C_{pw} - Capacidad calórica del agua ($\text{J kg}_{\text{agua}}^{-1} \text{K}^{-1}$).
- C_s - Calor húmedo de la mezcla aire-agua, a un tiempo t dado ($\text{J}_{\text{mezcla}} \text{kg}_{\text{as}}^{-1} \text{K}^{-1}$).
- C_{sI} - Calor húmedo de la mezcla aire-agua, a la entrada del secador ($\text{J}_{\text{mezcla}} \text{kg}_{\text{as}}^{-1} \text{K}^{-1}$).
- C_v - Capacidad calórica del vapor de agua ($\text{J kg}_{\text{agua}}^{-1} \text{K}^{-1}$).
- C_w^ℓ - Vector de concentración de agua dentro de la gota, incluye la C_w de todos los nodos, en el tiempo ℓ ($\text{kg}_{\text{agua}} \text{m}_{\text{sh}}^{-3}$).
- $C_w^{\ell+I}$ - Vector de concentración de agua dentro de la gota, incluye la C_w de todos los nodos, en el tiempo $\ell+I$ ($\text{kg}_{\text{agua}} \text{m}_{\text{sh}}^{-3}$).
- C_{wi}^ℓ - Concentración de agua de la gota en el nodo i , en el tiempo ℓ ($\text{kg}_{\text{agua}} \text{m}_{\text{sh}}^{-3}$).
- $C_{wi}^{\ell+I}$ - Concentración de agua de la gota en el nodo i , en el tiempo $\ell+I$ ($\text{kg}_{\text{agua}} \text{m}_{\text{sh}}^{-3}$).
- C_{wi+I}^ℓ - Concentración de agua de la gota en el nodo $i+I$, en el tiempo ℓ ($\text{kg}_{\text{agua}} \text{m}_{\text{sh}}^{-3}$).
- $C_{wi+I}^{\ell+I}$ - Concentración de agua de la gota en el nodo $i+I$, en el tiempo $\ell+I$ ($\text{kg}_{\text{agua}} \text{m}_{\text{sh}}^{-3}$).

C_{wi-1}^{ℓ}	-	Concentración de agua de la gota en el nodo $i-1$, en el tiempo ℓ ($\text{kg}_{\text{agua}} \text{m}_{\text{sh}}^{-3}$).
$C_{wi-1}^{\ell+1}$	-	Concentración de agua de la gota en el nodo $i-1$, en el tiempo $\ell+1$ ($\text{kg}_{\text{agua}} \text{m}_{\text{sh}}^{-3}$).
C_w^{ℓ}	-	Matriz de la concentración de agua de la gota, en el tiempo ℓ ($\text{kg}_{\text{agua}} \text{m}_{\text{sh}}^{-3}$).
$C_w^{\ell+1}$	-	Matriz de la concentración de agua de la gota, en el tiempo $\ell+1$ ($\text{kg}_{\text{agua}} \text{m}_{\text{sh}}^{-3}$).
$dq_{\text{conveccion}}/dt$	-	Flujo de calor transferido a la gota por convección (W).
D_{95}	-	Diámetro de la gota dentro del cual se encuentra el 95% de la nube asperjada (m).
D_c	-	Diámetro de la gota en el punto crítico (m).
D_{camara}	-	Diámetro de la cámara de secado (m).
D_{cono}	-	Diámetro del fondo de la sección cónica de la cámara de secado (m).
D_d	-	Diámetro de la gota a un tiempo t dado (m).
D_r	-	Diámetro del atomizador (m). En la ecuación para calcular D_{vs} las unidades son (cm). En la ecuación para calcular la V_{r0} con la que sale la gota del atomizador rotatorio las unidades son (ft). En la ecuación para calcular la V_{t0} con la que sale la gota del atomizador rotatorio las unidades son (m).
D_{vs}	-	Diámetro Sauter de las gotas asperjadas (m). En la ecuación para calcular D_{vs} las unidades son (μm).
E_x	-	Velocidad de evaporación de humedad en un tiempo t dado ($\text{kg}_{\text{agua}} \text{s}^{-1}$).
E_x^{ℓ}	-	Velocidad de evaporación en el tiempo ℓ ($\text{kg}_{\text{agua}} \text{s}^{-1}$).
F	-	Flujo de alimentación ($\text{kg}_{\text{sh}} \text{s}^{-1}$).
F_m	-	Flujo de sólidos secos a la entrada de la cámara de secado ($\text{kg}_{\text{ss}} \text{s}^{-1}$).
F_L	-	Fuerza de flotación que actúa sobre una gota (N).
g	-	Constante de gravedad (9.81 m s^{-2}).
G_m	-	Flujo de aire seco a la entrada de la cámara de secado ($\text{kg}_{\text{as}} \text{s}^{-1}$).
h_c	-	Coefficiente de transferencia de calor a un tiempo t dado ($\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$).
h_p	-	Altura de la paleta del atomizador (m). En la ecuación para calcular la V_{r0} con la que sale la gota del atomizador rotatorio las unidades son (ft).
h_{ranura}	-	Altura de la ranura de entrada del flujo de aire (m).
h_{s1}	-	Entalpía del sólido a la entrada de la cámara de secado ($\text{J kg}_{\text{ss}}^{-1}$).
h_{s2}	-	Entalpía del sólido a la salida de la cámara de secado ($\text{J kg}_{\text{ss}}^{-1}$).
H_{a1}	-	Entalpía del aire a la entrada de la cámara de secado ($\text{J kg}_{\text{as}}^{-1}$).
H_{a2}	-	Entalpía del aire a la salida de la cámara de secado ($\text{J kg}_{\text{as}}^{-1}$).
H_{camara}	-	Altura total de la cámara de secado (m).
H_{cilindro}	-	Altura de la sección cilíndrica de la cámara de secado (m).
H_{cono}	-	Altura de la sección cónica de la cámara de secado (m).

- $\%HR$ - Por ciento de humedad relativa (%).
- k_d - Conductividad térmica de la película de aire que rodea la gota, evaluada a una temperatura promedio entre T_a y T_{dR} a un tiempo t dado ($W m^{-1} K^{-1}$).
- k_{d1} - Conductividad térmica de la película de aire que rodea la gota, evaluada a una temperatura promedio entre T_{a2} y T_{s2} ($W m^{-1} K^{-1}$).
- k_s - Conductividad térmica de la alimentación ($W m^{-1} K^{-1}$).
- K - Rizo de la velocidad del aire (s^{-1}).
- m_d - Masa de la gota a un tiempo t dado (kg_{sh}).
- m_{d1} - Masa de la gota a la entrada de la cámara de secado (kg_{sh}).
- m_{ssp} - Masa de sólidos secos en la gota asperjada (kg_{ss}).
- M_A - Peso molecular del agua ($kg_{agua} mol^{-1}$).
- M_B - Peso molecular del aire ($kg_{as} mol^{-1}$).
- M_p - Flux másico de la alimentación por cada paleta del atomizador ($kg_{sh} s^{-1} m^{-1}$). En la ecuación para calcular D_{vs} las unidades son ($g_{sh} s^{-1} cm^{-1}$).
- n_{nodos} - Número de nodos interiores de la gota (adimensional).
- n_p - Número de paletas del atomizador (adimensional).
- N - Velocidad angular del atomizador ($rev s^{-1}$). En la ecuación para calcular D_{vs} las unidades son ($rev s^{-1}$). En la ecuación para calcular la V_{i0} con la que sale la gota del atomizador rotatorio las unidades son ($rev s^{-1}$).
- Nu - Número de Nusselt (adimensional). $Nu = \frac{h_c \cdot D_d}{k_d}$
- P - Presión de vapor del agua a una determinada temperatura, en la ecuación de Antoine para calcular P las unidades son (torr).
- P_0 - Presión de vapor del agua a la temperatura del aire a la salida de la cámara de secado (Pa).
- P_A - Presión parcial del agua (Pa).
- Pr - Número de Prandtl (adimensional). $Pr = \frac{C_s \cdot \mu_a}{k_d}$
- P_t - Presión de trabajo en la Cd. de México (Pa).
- $q_{conveccion}$ - Calor transferido del aire a la gota por convección (J).
- $q_{evaporacion}$ - Calor utilizado para la evaporación de la humedad de la gota (J).
- $Q_{conduccion}$ - Flux de calor utilizado para incrementar la temperatura de la gota por conducción ($W m^{-2}$).
- $Q_{conveccion}$ - Flux de calor transferido del aire a la gota por convección ($W m^{-2}$).
- $Q_{evaporacion}$ - Flux de calor utilizado para la evaporación de la humedad de la gota ($W m^{-2}$).
- Q_{nec} - Flujo de calor necesario para secar la alimentación (W).

Q_{transf}	-	Flujo de calor transferido por convección a la alimentación durante el tiempo de viaje (W).
Q_v	-	Alimentación volumétrica por paleta del atomizador rotatorio ($m^3 s^{-1}$). En la ecuación para calcular la V_{ro} con la que sale la gota del atomizador rotatorio las unidades son ($ft^3 s^{-1}$).
r	-	Distancia radial recorrida por la gota a un tiempo t dado (m).
r_d	-	Distancia radial del centro de la gota (m).
R_{camara}	-	Radio de la cámara de secado (m).
R_d	-	Radio de la gota en un tiempo t dado (m).
Re	-	Número de Reynolds (adimensional). $Re = \frac{D_d \cdot V_{rel} \cdot \rho_a}{\mu_a}$
R_x	-	Radio de la cámara de secado cuando la gota ha recorrido una distancia x desde la entrada de la cámara en un tiempo t dado (m).
t	-	Tiempo (s).
t_c	-	Tiempo de secado en el periodo de velocidad constante (s).
t_d	-	Tiempo de secado en el periodo de velocidad decreciente (s).
t_T	-	Tiempo total de secado (s).
t_v	-	Tiempo de viaje de la gota a la pared de la cámara de secado (s).
T_0	-	Temperatura de referencia (K).
T_a	-	Temperatura del aire en un tiempo t dado (K).
T_a^ℓ	-	Temperatura del aire en el tiempo ℓ (K).
T_{a1}	-	Temperatura del aire a la entrada de la cámara de secado (K).
T_{a11}	-	Temperatura del aire a la entrada del calentador (K).
T_{a2}	-	Temperatura del aire a la salida de la cámara de secado (K).
T_{ac}	-	Temperatura del aire cuando se alcanza el punto crítico (K).
T_{ax}	-	Temperatura del aire, dentro de la cámara de secado, en punto situado a una distancia x de la entrada de la cámara (K). En la ecuación de Antoine para calcular P las unidades son ($^{\circ}C$).
$T_{ax(t_salida)}$	-	Temperatura del aire a la salida de la cámara de secado (obtenida de la simulación) (K).
T_{bh}	-	Temperatura de bulbo húmedo (K).
T_d	-	Temperatura de la gota (K).
$T_d^{\ell+1}$	-	Vector de temperatura de la gota, incluye la T_d de todos los nodos, en el tiempo $\ell+1$ (K).
T_{di}^ℓ	-	Temperatura de la gota en el nodo i , en el tiempo ℓ (K).
$T_{di}^{\ell+1}$	-	Temperatura de la gota en el nodo i , en el tiempo $\ell+1$ (K).
T_{di+1}^ℓ	-	Temperatura de la gota en el nodo $i+1$, en el tiempo ℓ (K).
$T_{di+1}^{\ell+1}$	-	Temperatura de la gota en el nodo $i+1$, en el tiempo $\ell+1$ (K).

- T_{di-1}^{ℓ} - Temperatura de la gota en el nodo $i-1$, en el tiempo ℓ (K).
- $T_{di-1}^{\ell+1}$ - Temperatura de la gota en el nodo $i-1$, en el tiempo $\ell+1$ (K).
- T_{dR} - Temperatura superficial de la gota a un tiempo t dado (K).
- $T_{dR(t_salida)}$ - Temperatura superficial de la gota a la salida de la cámara de secado (obtenida de la simulación) (K).
- T_{dR-1} - Temperatura del último nodo interior de la gota asperjada a un tiempo t dado (K).
- $T_{d\text{xpromedio}}$ - Temperatura promedio de la gota en un tiempo t dado (K).
- $T_{d\text{xpromedio}(t-\Delta t)}$ - Temperatura promedio de la gota en un tiempo $t - \Delta t$ dado (K).
- T_{s1} - Temperatura del sólido a la entrada de la cámara de secado (K).
- T_{s2} - Temperatura del sólido a la salida de la cámara de secado (K).
- T_{sc} - Temperatura del sólido en el punto crítico (K).
- V_{ai} - Velocidad del chorro imaginario de aire que sale del atomizador (m s^{-1}).
- V_{ar} - Velocidad radial del aire a un tiempo dado (m s^{-1}).
- V_{ar_e} - Velocidad radial del aire a la entrada de la cámara de secado (m s^{-1}).
- V_{ares_e} - Velocidad resultante del aire a la entrada de la cámara de secado (m s^{-1}).
- V_{at} - Velocidad tangencial del aire a un tiempo t dado (m s^{-1}).
- V_{at_e} - Velocidad tangencial del aire a la entrada de la cámara de secado (m s^{-1}).
- V_{av} - Velocidad axial del aire a un tiempo t dado (m s^{-1}).
- V_{av_e} - Velocidad axial del aire a la entrada de la cámara de secado (m s^{-1}).
- V_d - Volumen de la gota a un tiempo t dado (m^3).
- V_{d1} - Volumen de la gota a la entrada de la cámara de secado (m^3).
- V_{d2} - Volumen de la gota a la salida de la cámara de secado (m^3).
- V_{hx} - Volumen húmedo de la mezcla aire-agua, en un punto situado a una distancia x de la entrada de la cámara de secado ($\text{m}_{\text{mezcla}}^3 \text{kg}_{\text{as}}^{-1}$).
- V_r - Velocidad radial de la gota, a un tiempo t dado (m s^{-1}).
- V_{r0} - Velocidad radial de la gota que sale del atomizador rotatorio (m s^{-1}). En la ecuación para calcular la V_{r0} con la que sale la gota del atomizador rotatorio las unidades son (ft s^{-1}).
- V_{rel} - Velocidad relativa entre el aire y la gota a un tiempo t dado (m s^{-1}).
- V_{res} - Velocidad resultante de la gota que sale del atomizador rotatorio (m s^{-1}).
- V_t - Velocidad tangencial de la gota a un tiempo t dado (m s^{-1}).
- V_{t0} - Velocidad tangencial de la gota que sale del atomizador rotatorio (m s^{-1}). En la ecuación para calcular la V_{t0} con la que sale la gota del atomizador rotatorio las unidades son (m s^{-1}).
- V_v - Velocidad axial de la gota a un tiempo t dado (m s^{-1}).
- V_{v0} - Velocidad axial de la gota que sale del atomizador rotatorio (m s^{-1}).

- x - Distancia axial recorrida por la gota a un tiempo t dado (m).
- X_1 - Humedad de la gota, en base seca, a la entrada de la cámara de secado ($\text{kg}_{\text{agua}} \text{kg}_{\text{ss}}^{-1}$).
- X_2 - Humedad del producto, en base seca, a la salida de la cámara de secado ($\text{kg}_{\text{agua}} \text{kg}_{\text{ss}}^{-1}$).
- X_{1h} - Humedad de la gota en base húmeda a la entrada de la cámara de secado ($\text{kg}_{\text{agua}} \text{kg}_{\text{sh}}^{-1}$).
- X_c - Humedad de la gota, en base seca, cuando se alcanza el punto crítico ($\text{kg}_{\text{agua}} \text{kg}_{\text{ss}}^{-1}$).
- X_x - Humedad de la gota, en base seca, en punto situado a una distancia x de la entrada de la cámara de secado y a un tiempo t dado ($\text{kg}_{\text{agua}} \text{kg}_{\text{ss}}^{-1}$).
- $X_{x(t-\Delta t)}$ - Humedad de la gota, en base seca, en punto situado a una distancia x de la entrada de la cámara de secado y a un tiempo $t - \Delta t$ dado ($\text{kg}_{\text{agua}} \text{kg}_{\text{ss}}^{-1}$).
- $X_{x(t_{\text{salida}})}$ - Humedad de la gota, en base seca, a la salida de la cámara de secado (obtenida de la simulación) ($\text{kg}_{\text{agua}} \text{kg}_{\text{ss}}^{-1}$).
- X_{xh} - Humedad de la gota, en base húmeda, en punto situado a una distancia x de la entrada de la cámara de secado y a un tiempo t dado ($\text{kg}_{\text{agua}} \text{kg}_{\text{sh}}^{-1}$).
- Y_1 - Humedad del aire, en base seca, a la entrada de la cámara de secado ($\text{kg}_{\text{agua}} \text{kg}_{\text{as}}^{-1}$).
- Y_2 - Humedad del aire, en base seca, a la salida de la cámara de secado ($\text{kg}_{\text{agua}} \text{kg}_{\text{as}}^{-1}$).
- Y_{2h} - Humedad del aire, en base húmeda, a la salida de la cámara de secado ($\text{kg}_{\text{agua}} \text{kg}_{\text{ah}}^{-1}$).
- Y_c - Humedad del aire, en base seca, cuando se alcanza el punto crítico ($\text{kg}_{\text{agua}} \text{kg}_{\text{as}}^{-1}$).
- Y_x - Humedad del aire, en base seca, en punto situado a una distancia x de la entrada de la cámara de secado y a un tiempo t dado ($\text{kg}_{\text{agua}} \text{kg}_{\text{as}}^{-1}$).
- Y_{xh} - Humedad del aire, en base húmeda, en punto situado a una distancia x de la entrada de la cámara de secado y a un tiempo t dado ($\text{kg}_{\text{agua}} \text{kg}_{\text{ah}}^{-1}$).
- Δr_d - Tamaño de paso espacial, es igual al tamaño del nodo (m).
- Δt - Tamaño de paso temporal (s).
- ΔT_{ml1} - Media logarítmica de temperatura entre la gota y el aire desde la entrada de la cámara de secado hasta el punto donde se alcanza el punto crítico (K).
- ΔT_{ml2} - Media logarítmica de temperatura entre la gota y el aire desde el punto crítico hasta la salida de la cámara de secado (K).
- ΔT_{ml3} - Media logarítmica de temperatura entre la gota y el aire desde la entrada hasta la salida de la cámara de secado (K).
- α - Difusividad térmica de la solución ($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$). $\alpha = \frac{k_s}{\rho_s \cdot C_{ps}}$
- α_{cono} - Ángulo de inclinación de la sección cónica de la cámara de secado ($^\circ$).
- β - Constante definida como $\beta = \frac{h_c}{k_s} \cdot \Delta r_d$ (adimensional).

- γ - Constante definida como $\gamma = \frac{\xi \mathcal{D} \cdot \Delta t}{2 \cdot \Delta r_d}$ (m).
- η - Eficiencia térmica (%).
- θ - Ángulo de descarga de la gota del atomizador rotatorio ($^{\circ}$).
- θ_r - Ángulo recorrido por la gota cuando gira en espiral durante un tiempo t dado ($^{\circ}$).
- λ_0 - Calor latente de vaporización a la temperatura de referencia ($\text{J kg}_{\text{agua}}^{-1}$).
- λ_{bh} - Calor latente de vaporización a la temperatura de bulbo húmedo ($\text{J kg}_{\text{agua}}^{-1}$).
- μ_a - Viscosidad del aire (N s m^{-2}).
- μ_s - Viscosidad de la alimentación (N s m^{-2}). En la ecuación para calcular D_{vs} las unidades son (Poise). En la ecuación para calcular la V_{r0} con la que sale la gota del atomizador rotatorio las unidades son (cP).
- ν_a - Viscosidad cinemática del aire a un tiempo t dado ($\text{m}^2 \text{s}$).
- ρ_a - Densidad de la mezcla aire-agua, a un tiempo t dado ($\text{kg}_{\text{mezcla}} \text{m}_{\text{mezcla}}^{-3}$).
- ρ_{a2} - Densidad de la mezcla aire-agua a la salida de la cámara de secado ($\text{kg}_{\text{ah}} \text{m}^{-3}$).
- ρ_d - Densidad de la gota a un tiempo t dado ($\text{m}^3 \text{s}^{-1}$).
- ρ_s - Densidad de la alimentación ($\text{kg}_{\text{sh}} \text{m}^{-3}$). En la ecuación para calcular la V_{r0} con la que sale la gota del atomizador rotatorio las unidades son ($\text{lb}_{\text{sh}} \text{ft}^{-3}$).
- ρ_{ss} - Densidad de los sólidos secos ($\text{kg}_{\text{ss}} \text{m}^{-3}$).
- ρ_w - Densidad del agua ($\text{kg}_{\text{agua}} \text{m}^{-3}$).
- φ - Constante definida como $\varphi = \frac{\alpha \cdot \Delta t}{2 \cdot \Delta r_d}$ (m).
- ω - Velocidad angular del atomizador rotatorio (rad s^{-1}). En la ecuación para calcular la V_{r0} con la que sale la gota del atomizador rotatorio las unidades son (rad s^{-1}).
- $\xi \mathcal{D}$ - Coeficiente de difusión del agua en el sólido ($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$).

XI. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Alamilla, L. (2001). Aspectos sobre el uso de secadores por aspersión. Documento predoctoral. ENCB-IPN. México. 81 p.
2. Alamilla, L., Chanona, J.J., Jiménez, A.R., Gutiérrez, G.F. (2005). Description of morphological changes of particles along spray drying. *Journal of Food Engineering* 67:179-184.
3. Barbosa, G.V., Vega, H. (2000). *Deshidratación de Alimentos*. Acribia. España. pp 1-137 y 165-201.
4. Bylund G. (1995). Milk powder. In: *Dairy Processing Handbook*. Tetra Pak Processing Systems AB. Sweden.
5. Chapra, S.C., Canale, R.P. (2003). *Métodos Numéricos para Ingenieros*. McGraw Hill. México. pp 302-304, 703-758 y 851-896.
6. De Nevers, N. (1991). *Fluid Mechanics for Chemical Engineers*. McGraw Hill. The USA. pp 469-488.
7. Farid, M. (2003). A new approach to modeling of single droplet drying. *Chemical Engineering Science* 58:2985-2993.
8. Filková, I., Huang, L.X., Mujumdar, A.S. (2006). Industrial spray drying. In: *Handbook of Industrial Drying*. Mujumdar, A.S. (Ed). CRC Press. Taylor and Francis Group. pp 215-255.
9. Gauvin, W.H., Katta, S. (1976). Basic concepts of spray dryer design. *American Institute of Chemical Engineers Journal* 22:713-724.
10. GEA Process Engineering Division. (2006). Cotización del equipo: Spray Dryer Basic Mobile Minor 2000.
11. Gluckert, F.A. (1962). A theoretical correlation of spray-dryer performance. *American Institute of Chemical Engineers Journal* 8:460-466.
12. Grajales, R. (1996). Reconstrucción de un secador por aspersión y desarrollo de un modelo matemático para la predicción de condiciones de secado. Tesis IBQ. ENCB-IPN. México. 147 p.
13. Huang, L.X., Kumar K., Mujumdar, A.S. (2006). A comparative study of a spray dryer with rotary disc atomizer and pressure nozzle using computational fluid dynamics simulations. *Chemical Engineering and Processing* 45:461-470.
14. Katta, S., Gauvin, W.H. (1975). Some fundamental aspects of spray drying. *American Institute of Chemical Engineers Journal* 21:143-152.
15. Kieviet, F.G. (1997). *Modelling quality in spray drying*. Tesis doctoral. Eindhoven University of Technology. The Netherlands. 99 p.
16. Kulkarni, A.A. (2008). Lift force in a bubble column reactor: experimental analysis. *Chemical Engineering Science* 63:1710-1723.
17. Masters, K. (1985). *Spray Drying*. George Godwin. London. 684 p.
18. McCabe, W.L., Smith, J.C. (2002). *Operaciones Unitarias en Ingeniería Química*. McGraw Hill. México. 47-69, 163-200, 363-403, 551-585, 643-669 y 835-873.

19. Mendoza, N., Romo, M.T., Serratos, I. (2003). Dimensionamiento y construcción de un secador por aspersión de nivel laboratorio. Tesis IA. UPIBI-IPN. México. 120 p.
20. Nakamura, S. (1992). Métodos Numéricos Aplicados con Software. Pearson Educación. México. pp 289-312 y 470-485.
21. Negiz, A., Lagergren, E.S., Cinar, A. (1995). Mathematical models of cocurrent spray drying. *Industrial and Engineering Chemistry Research* 34:3289-3302.
22. Patiño, R. (1995). Propuesta de algunos parámetros hidrodinámicos y de transferencia de calor y masa propios de la ingeniería básica del secado por aspersión en equipos con atomizadores rotatorios. Tesis IBQ. ENCB-IPN. México. 86 p.
23. Perry R.H., Green, D.W. (2003). Manual del Ingeniero Químico. McGraw Hill. España. pp 2-215 – 2-216, 4-19, 6-64 – 6-70 y 13-24.
24. Potter, M.C., Wiggert, D.C. (2002). Mecánica de Fluidos. Thomson. México. pp 665-707.
25. Resnick, R., Halliday, D., Krane, K.S. (2000). Física Vol.1. Cecsá. México. pp 130-135.
26. Saffman, P.G. (1965). The lift on a small sphere in a slow shear flow. *Journal of Fluid Mechanics* 22:385-400.
27. Shabde, V.S., Emets, S.V., Mann, U., Hoo, K.A. (2005). Modeling a hollow micro-particle production process. *Computers and Chemical Engineering* 29:2420-2428.
28. Shabde, V.S., Hoo, K.A. (2006). Design and operation of a spray dryer for the manufacture of hollow microparticles. American Chemical Society.
29. Smith, J.M., Van Ness, H.C., Abbott, M.M. (2003). Termodinámica en Ingeniería Química. McGraw Hill. México. pp 702 y 738-743.
30. Treyball, R.E. (2000). Operaciones Unitarias de Transferencia de Masa. McGraw-Hill. México. pp 247-303 y 723-787.
31. Truong, V., Bhandari, B.R., Howes, T. (2005). Optimization of co-current spray drying process of sugar-rich foods. Part I – Moisture and glass transition temperature profile during drying. *Journal of Food Engineering* 71:55-65.
32. Ulloa, F. (1998). Procesos de separación en biotecnología y aplicaciones bioingenieriles del secado por aspersión. Tesis IBQ. ENCB-IPN. México. 62 p.
33. Zill, D.G. (1988). Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones. Grupo Editorial Iberoamérica. México. pp 414-419.

ANEXOS

ANEXO A. ECUACIONES COMPLEMENTARIAS

A.1. Cálculo del contenido de humedad, en base húmeda

El contenido de humedad del sólido, en base húmeda, se define como (Treybal, 2000):

$$X_{xh} = \frac{X_x}{X_x + 1} \quad \dots \text{Ec. A1}$$

Donde:

- X_x - Humedad de la gota, en base seca, en punto situado a una distancia x de la entrada de la cámara de secado y a un tiempo t dado ($\text{kg}_{\text{agua}} \text{kg}_{\text{ss}}^{-1}$).
- X_{xh} - Humedad de la gota, en base húmeda, en punto situado a una distancia x de la entrada de la cámara de secado y a un tiempo t dado ($\text{kg}_{\text{agua}} \text{kg}_{\text{sh}}^{-1}$).

El contenido de humedad del aire, en base húmeda, se define como (Treybal, 2000):

$$Y_{xh} = \frac{Y_x}{Y_x + 1} \quad \dots \text{Ec. A2}$$

Donde:

- Y_x - Humedad del aire, en base seca, en punto situado a una distancia x de la entrada de la cámara de secado y a un tiempo t dado ($\text{kg}_{\text{agua}} \text{kg}_{\text{as}}^{-1}$).
- Y_{xh} - Humedad del aire, en base húmeda, en punto situado a una distancia x de la entrada de la cámara de secado y a un tiempo t dado ($\text{kg}_{\text{agua}} \text{kg}_{\text{ah}}^{-1}$).

A.2. Cálculo de volumen húmedo

El volumen húmedo de la mezcla aire-agua se define como (Treybal, 2000):

$$V_{hx} = 8315 \cdot \left(\frac{1}{M_B} + \frac{Y_x}{M_A} \right) \cdot \frac{T_{ax}}{P_t} \quad \dots \text{Ec. A3}$$

Donde:

- M_A - Peso molecular del agua ($\text{kg}_{\text{agua}} \text{mol}^{-1}$).
- M_B - Peso molecular del aire ($\text{kg}_{\text{as}} \text{mol}^{-1}$).
- P_t - Presión de trabajo en la Cd. de México (Pa).
- T_{ax} - Temperatura del aire, dentro de la cámara de secado, en punto situado a una distancia x de la entrada de la cámara (K).
- V_{hx} - Volumen húmedo de la mezcla aire-agua, en un punto situado a una distancia x de la entrada de la cámara de secado ($\text{m}_{\text{mezcla}}^3 \text{kg}_{\text{as}}^{-1}$).
- Y_x - Humedad del aire, en base seca, en punto situado a una distancia x de la entrada de la cámara de secado y a un tiempo t dado ($\text{kg}_{\text{agua}} \text{kg}_{\text{as}}^{-1}$).

A.3. Cálculo de la densidad del aire

La densidad de la mezcla aire-agua se calcula como sigue (Treybal, 2000):

$$\rho_a = \frac{1 + Y_x}{V_{hx}} \quad \dots \text{Ec. A4}$$

Donde:

- V_{hx} - Volumen húmedo de la mezcla aire-agua, en un punto situado a una distancia x de la entrada de la cámara de secado ($\text{m}_{\text{mezcla}}^3 \text{kg}_{\text{as}}^{-1}$). Véase ANEXO A.2.
- Y_x - Humedad del aire, en base seca, en punto situado a una distancia x de la entrada de la cámara de secado y a un tiempo t dado ($\text{kg}_{\text{agua}} \text{kg}_{\text{as}}^{-1}$).
- ρ_a - Densidad de la mezcla aire-agua, a un tiempo t dado ($\text{kg}_{\text{mezcla}} \text{m}_{\text{mezcla}}^{-3}$).

A.4. Cálculo del calor húmedo de la mezcla aire -agua

El calor húmedo de la mezcla aire-agua se define como (Treybal, 2000):

$$C_s = C_{pa} + C_v \cdot Y_x \quad \dots \text{Ec. A5}$$

Donde:

- C_{pa} - Capacidad calórica del aire seco ($\text{J kg}_{\text{as}}^{-1} \text{K}^{-1}$).
- C_s - Calor húmedo de la mezcla aire-agua, a un tiempo t dado ($\text{J}_{\text{mezcla}} \text{kg}_{\text{as}}^{-1} \text{K}^{-1}$).

- C_v - Capacidad calórica del vapor de agua ($J \text{ kg}_{\text{agua}}^{-1} \text{ K}^{-1}$).
- Y_x - Humedad del aire, en base seca, en punto situado a una distancia x de la entrada de la cámara de secado y a un tiempo t dado ($\text{kg}_{\text{agua}} \text{ kg}_{\text{as}}^{-1}$).

A.5. Cálculo de la presión de vapor. Ecuación de Antoine

La ecuación de Antoine permite calcular la presión de vapor del agua a una temperatura dada (dentro del intervalo de 1 – 100 °C), y ésta se calcula como sigue (Perry y Green, 2003):

$$\log P = A_A - \frac{B_A}{T_{ax} + C_A} \quad \dots \text{ Ec. A6}$$

Donde:

- A_A - Constante de Antoine equivalente a 8 para el intervalo de temperatura 1 – 100 °C.
- B_A - Constante de Antoine equivalente a 1730 para el intervalo de temperatura 1 – 100 °C.
- C_A - Constante de Antoine equivalente a 233 para el intervalo de temperatura 1 – 100 °C.
- P - Presión de vapor del agua a una determinada temperatura (torr).
- T_{ax} - Temperatura del aire, dentro de la cámara de secado, en punto situado a una distancia x de la entrada de la cámara (°C).

A.6. Cálculo del calor específico de la alimentación

El calor específico de la alimentación se calcula como sigue:

$$C_{ps} = (C_{pss} + C_{pw} \cdot X_1) \cdot (1 - X_{1h}) \quad \dots \text{ Ec. A7}$$

Donde:

- C_{ps} - Capacidad calórica de la alimentación ($J \text{ kg}_{\text{sh}}^{-1} \text{ K}^{-1}$).
- C_{pss} - Capacidad calórica del sólido seco ($J \text{ kg}_{\text{ss}}^{-1} \text{ K}^{-1}$).
- C_{pw} - Capacidad calórica del agua ($J \text{ kg}_{\text{agua}}^{-1} \text{ K}^{-1}$).
- X_1 - Humedad de la gota, en base seca, a la entrada de la cámara de secado ($\text{kg}_{\text{agua}} \text{ kg}_{\text{ss}}^{-1}$).
- X_{1h} - Humedad de la gota, en base húmeda, a la entrada de la cámara de secado ($\text{kg}_{\text{agua}} \text{ kg}_{\text{sh}}^{-1}$). Véase ANEXO A.1.

A.7. Cálculo de la humedad de la alimentación en base húmeda

La humedad de la alimentación en base húmeda se define como:

$$X_{1h} = 1 - \frac{C_{alim}}{\rho_s} \quad \dots \text{Ec. A8}$$

Donde:

- C_{alim} - Concentración de la alimentación ($\text{kg}_{ss} \text{ m}_{sh}^{-3}$).
- X_{1h} - Humedad de la gota, en base húmeda, a la entrada de la cámara de secado ($\text{kg}_{agua} \text{ kg}_{sh}^{-1}$). Véase ANEXO A.1.
- ρ_s - Densidad de la alimentación ($\text{kg}_{sh} \text{ m}^{-3}$).

A.8. Cálculo de la difusividad térmica de la alimentación

La difusividad térmica de la alimentación se define como (Shabde y Hoo, 2006):

$$\alpha = \frac{k_s}{\rho_s \cdot C_{ps}} \quad \dots \text{Ec. A9}$$

Donde:

- C_{ps} - Capacidad calórica de la alimentación ($\text{J kg}_{sh}^{-1} \text{ K}^{-1}$). Véase ANEXO A.6.
- α - Difusividad térmica de la solución ($\text{m}^2 \text{ s}^{-1}$).
- ρ_s - Densidad de la alimentación ($\text{kg}_{sh} \text{ m}^{-3}$).

A.9. Cálculo de la velocidad angular del atomizador

La velocidad angular del atomizador se define como (Masters, 1985):

$$\omega = N \cdot 2 \cdot \pi \quad \dots \text{Ec. A10}$$

Donde:

- N - Velocidad de giro del atomizador (rev s^{-1}).
- ω - Velocidad angular del atomizador rotatorio (rad s^{-1}).

A.10. Cálculo de la conductividad térmica del aire

La conductividad térmica del aire a distintas temperaturas puede encontrarse en tablas como las que presentan Perry y Green (2003).

Ajustando los datos de temperatura (T) y conductividad térmica del aire (k_d), a 1 bar de presión, a una ecuación polinómica de segundo grado se obtiene:

$$k_d = -3 \cdot 10^{-8} \cdot T^2 + 8 \cdot 10^{-5} \cdot T + 0.0241$$

... Ec. A11

$$R^2 = 1$$

Donde:

k_d - Conductividad térmica de la película de aire que rodea la gota, evaluada a una temperatura promedio entre T_a y T_{dR} a un tiempo t dado ($W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$).

T - Temperatura promedio entre T_a y T_{dR} del aire en un tiempo t dado (K).

A.11. Cálculo para transformar coordenadas polares a coordenadas rectangulares

Las coordenadas rectangulares a partir de coordenadas polares se determinan de la siguiente forma:

$$x = r \cdot \cos(\theta_r) \quad \dots \text{Ec. A12}$$

$$y = r \cdot \text{sen}(\theta_r) \quad \dots \text{Ec. A13}$$

$$z = z \quad \dots \text{Ec. A14}$$

Donde:

r - Coordenada radial (m).

x - Coordenada rectangular x (m).

y - Coordenada rectangular y (m).

z - Coordenada rectangular z (m).

θ_r - Coordenada polar ($^\circ$).

ANEXO B. CARTA PSICROMÉTRICA

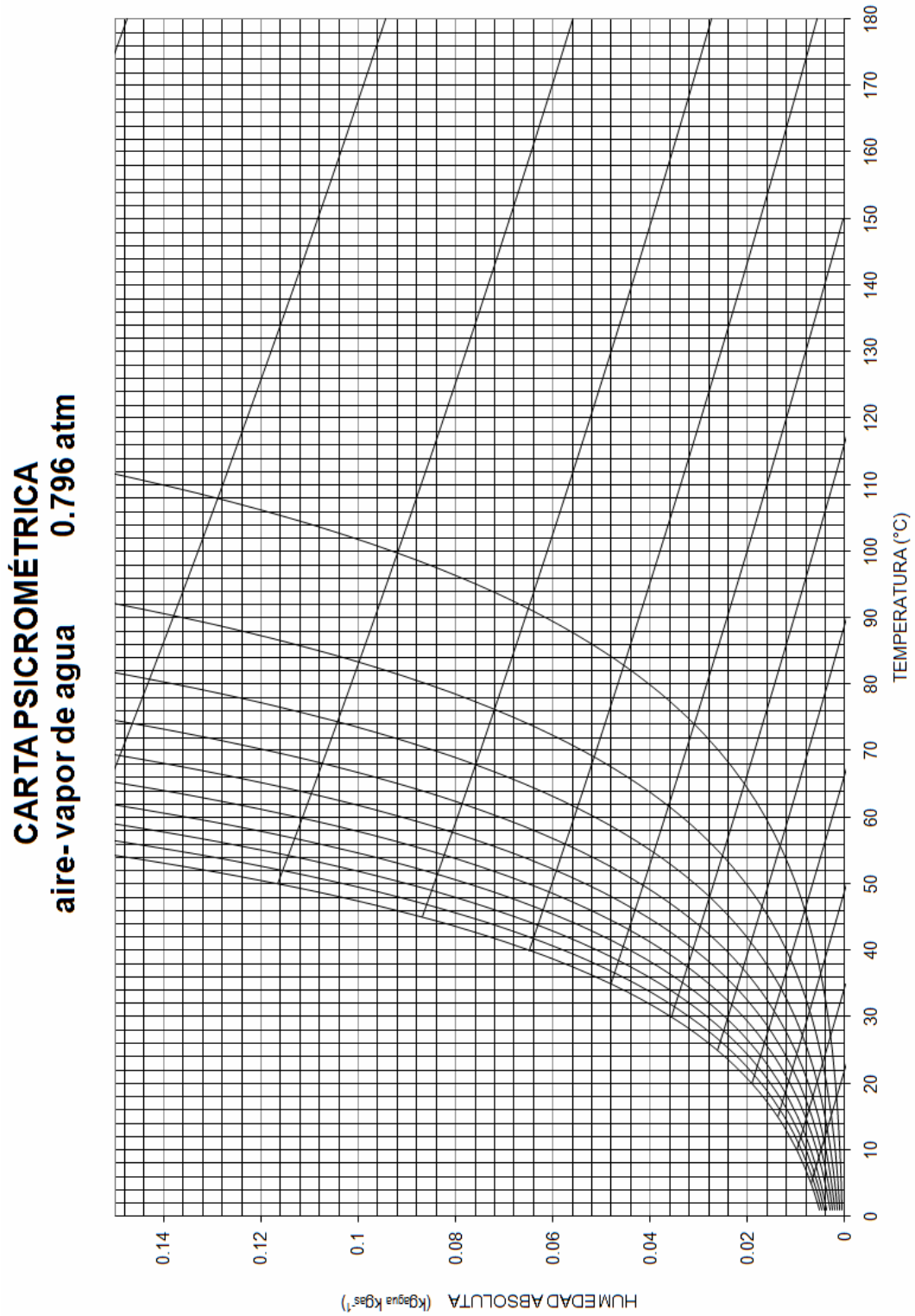


Fig. B1. Carta psicrométrica a 0.796 atm.

ANEXO C. CONSTANTES, PARÁMETROS Y VARIABLES DEL SISTEMA

Con las constantes, parámetros y variables que se muestran a continuación se pretende únicamente ejemplificar las secuencias de cálculos propuestas en el presente trabajo para el dimensionamiento de la cámara de un secador por aspersión y la simulación del proceso de secado; en el caso concreto en que se deseara secar un fluido en particular, es necesario modificar los valores correspondientes a las propiedades de la alimentación, características del atomizador, propiedades del aire, etc., a fin de obtener las dimensiones de la cámara y la simulación dentro de la misma para el sistema y condiciones en que se trabajará.

C.1. Constantes del sistema

$A_A = 8$	Constante de Antoine (para el intervalo de temperatura 1 – 100 °C).
$B_A = 1730$	Constante de Antoine (para el intervalo de temperatura 1 – 100 °C).
$C_A = 233$	Constante de Antoine (para el intervalo de temperatura 1 – 100 °C).
$C_{pa} = 1005$	Capacidad calórica del aire seco ($J\ kg_{as}^{-1}\ K^{-1}$).
$C_{pw} = 4186$	Capacidad calórica del agua ($J\ kg_{agua}^{-1}\ K^{-1}$).
$C_v = 1884$	Capacidad calórica del vapor de agua ($J\ kg_{agua}^{-1}\ K^{-1}$).
$g = 9.81$	Constante de gravedad ($m\ s^{-2}$).
$M_A = 18.02$	Peso molecular del agua ($kg_{agua}\ mol^{-1}$).
$M_B = 28.97$	Peso molecular del aire ($kg_{as}\ mol^{-1}$).
$P_t = 8.065 * 10^4$	Presión de trabajo en la Cd. de México (Pa).
$T_0 = 273.15$	Temperatura de referencia (K).
$\lambda_0 = 2502300$	Calor latente de vaporización a la temperatura de referencia ($J\ kg_{agua}^{-1}$).
$\rho_w = 1000$	Densidad del agua ($kg_{agua}\ m^{-3}$).
$\zeta = 0.673 * 10^{-5}$	Coefficiente de difusión del agua en el sólido (manitol-agua a 20°C) ($m^2\ s^{-1}$).

C.2. Características del atomizador

$D_r = 50 * 10^{-3}$	Diámetro del atomizador (m).
$h_p = 9.525 * 10^{-3}$	Altura de la paleta del atomizador (m).
$n_p = 24$	Número de paletas del atomizador.
$N = 833.333$	Velocidad angular del atomizador ($rev\ s^{-1}$).

Véase ANEXO A.9 para el cálculo de ω .

C.3. Variables de entrada

C.3.1. Aire

$T_{a1} = 433.15$	Temperatura de bulbo seco del aire a la entrada de la cámara de secado (K).
$T_{bh} = 312.15$	Temperatura de bulbo húmedo (K).
$Y_1 = 0.01$	Humedad del aire, en base seca, a la entrada de la cámara de secado ($\text{kg}_{\text{agua}} \text{kg}_{\text{as}}^{-1}$).
$\lambda_{bh} = 2409300$	Calor latente de vaporización a la temperatura de bulbo húmedo ($\text{J kg}_{\text{agua}}^{-1}$).
$\mu_a = 0.015 * 10^{-3}$	Viscosidad del aire (N s m^{-2}).

C.3.2. Alimentación

$C_{alim} = 464$	Concentración de la alimentación ($\text{kg}_{\text{ss}} \text{m}_{\text{sh}}^{-3}$).
$C_{pss} = 1309$	Capacidad calórica del sólido seco (dextrina) ($\text{J kg}_{\text{ss}}^{-1} \text{K}^{-1}$).
$F = 2.777 * 10^{-3}$	Flujo de alimentación ($\text{kg}_{\text{sh}} \text{s}^{-1}$).
$k_s = 0.58$	Conductividad térmica de la alimentación ($\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$).
$T_{s1} = 298.15$	Temperatura del sólido a la entrada de la cámara de secado (K).
$\mu_s = 28 * 10^{-3}$	Viscosidad de la alimentación (solución de maltodextrina al 40% w/v) (N s m^{-2}).
$\rho_s = 1161.35$	Densidad de la alimentación (solución de maltodextrina al 40% w/v) ($\text{kg}_{\text{sh}} \text{m}^{-3}$).
$\rho_{ss} = 1038$	Densidad de los sólidos secos (dextrina) ($\text{kg}_{\text{ss}} \text{m}^{-3}$).

Véanse ANEXOS A.7 y A.8 para el cálculo de X_1 y α .

C.4. Variables de salida

C.4.1. Aire

$k_{a1} = 0.0291$	Conductividad térmica de la película de aire que rodea la gota evaluada a una temperatura promedio entre la T_{a2} y la superficie de la gota ($\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$).
$T_{a2} = 343.15$	Temperatura del aire a la salida de la cámara de secado (K).

C.4.2. Producto

$T_{s2} = T_{a2} - 10$	Temperatura del sólido a la salida de la cámara de secado (K).
$X_2 = 0.071$	Humedad del producto, en base seca, a la salida de la cámara de secado ($\text{kg}_{\text{agua}} \text{kg}_{\text{ss}}^{-1}$).

C.5. Condiciones al tiempo cero

C.5.1. Aire

$Y_x(0) = Y_1$	Humedad del aire al tiempo cero ($\text{kg}_{\text{agua}} \text{kg}_{\text{as}}^{-1}$).
$T_a(0) = T_{a1}$	Temperatura del aire al tiempo cero (K).
$E_x(0) = 0$	Velocidad de evaporación ($\text{kg}_{\text{agua}} \text{s}^{-1}$).
$dq_{\text{conveccion}}/dt(0) = 0$	Flujo de calor transferido a la gota por convección al tiempo cero (W).

C.5.2. Partícula

$x(0) = h_p$	Distancia axial recorrida por la gota analizada al tiempo cero, medida desde la parte superior de la cámara de secado (m).
$r(0) = D_r / 2$	Distancia radial recorrida por la gota analizada al tiempo cero, medida desde el centro de la cámara de secado (m).
$X_x(0) = X_1$	Humedad de la gota al tiempo cero ($\text{kg}_{\text{agua}} \text{kg}_{\text{ss}}^{-1}$).
$D_d(0) = D_{95}$	Diámetro de la gota al tiempo cero (m).
$\rho_d(0) = \rho_s$	Densidad de la gota al tiempo cero ($\text{kg}_{\text{sh}} \text{m}^{-3}$).
$V_t(0) = V_{t0}$	Velocidad tangencial de la gota al tiempo cero (m s^{-1}).
$V_r(0) = V_{r0}$	Velocidad radial de la gota al tiempo cero (m s^{-1}).
$V_v(0) = V_{v0}$	Velocidad axial de la gota al tiempo cero (m s^{-1}).

ANEXO D. PERFILES DE TEMPERATURA Y CONCENTRACIÓN DE AGUA DENTRO DE LA GOTA

Si el método de diferencias finitas para la solución de las EDP se vuelve inestable, se obtienen perfiles de temperatura y concentración de agua dentro de la gota como las que se muestran en la Fig. D1 y D2 respectivamente.

TEMPERATURA DENTRO DE LA GOTA

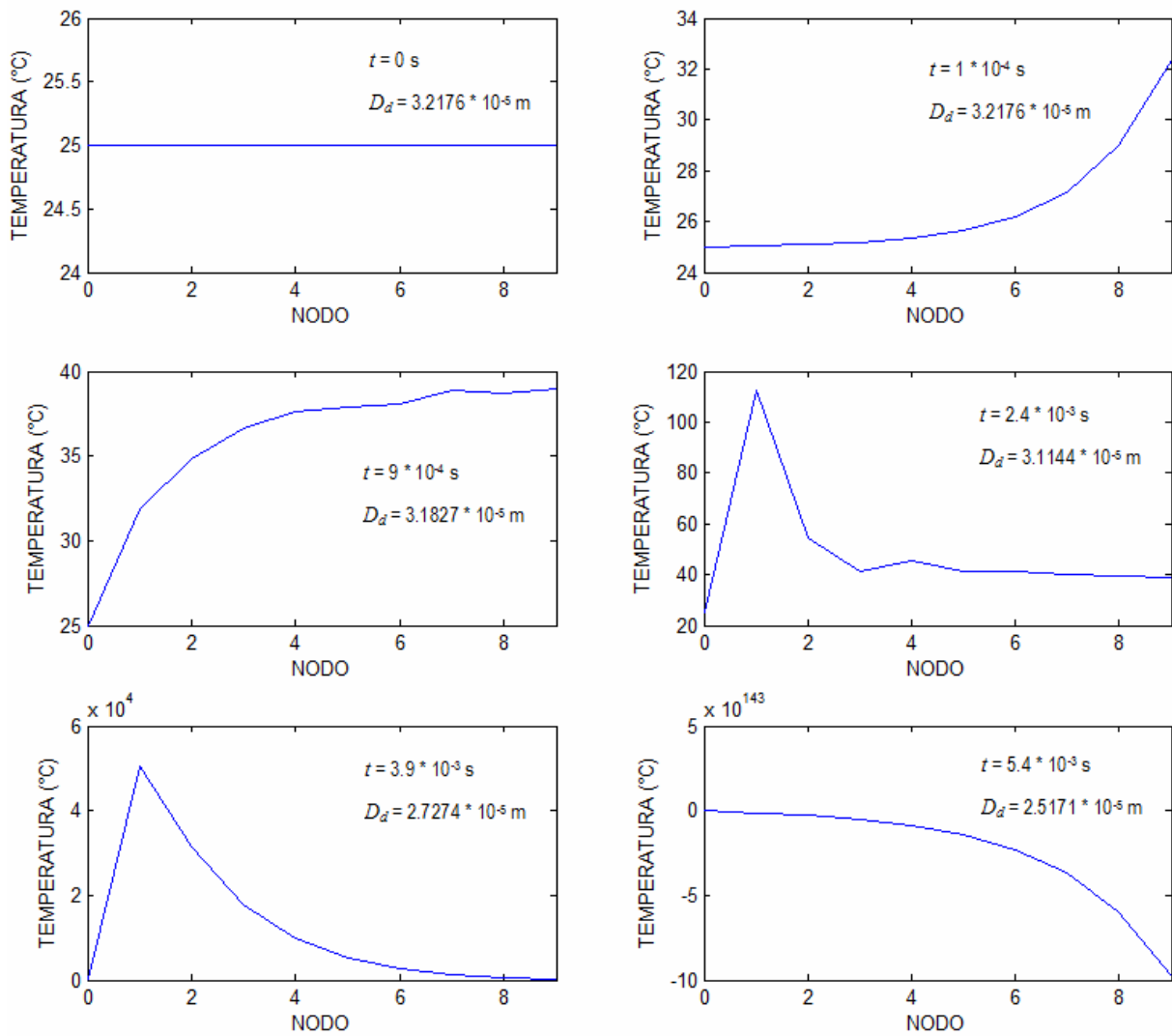


Fig. D1. Evolución de los perfiles de temperatura dentro de la gota asperjada en el proceso de secado ($n_{nodos} = 8$ y $\Delta t = 1 \cdot 10^{-4}$ s). El método de solución de la EDP se vuelve inestable bajo las condiciones propuestas de n_{nodos} y Δt .

CONCENTRACIÓN DE AGUA DENTRO DE LA GOTA

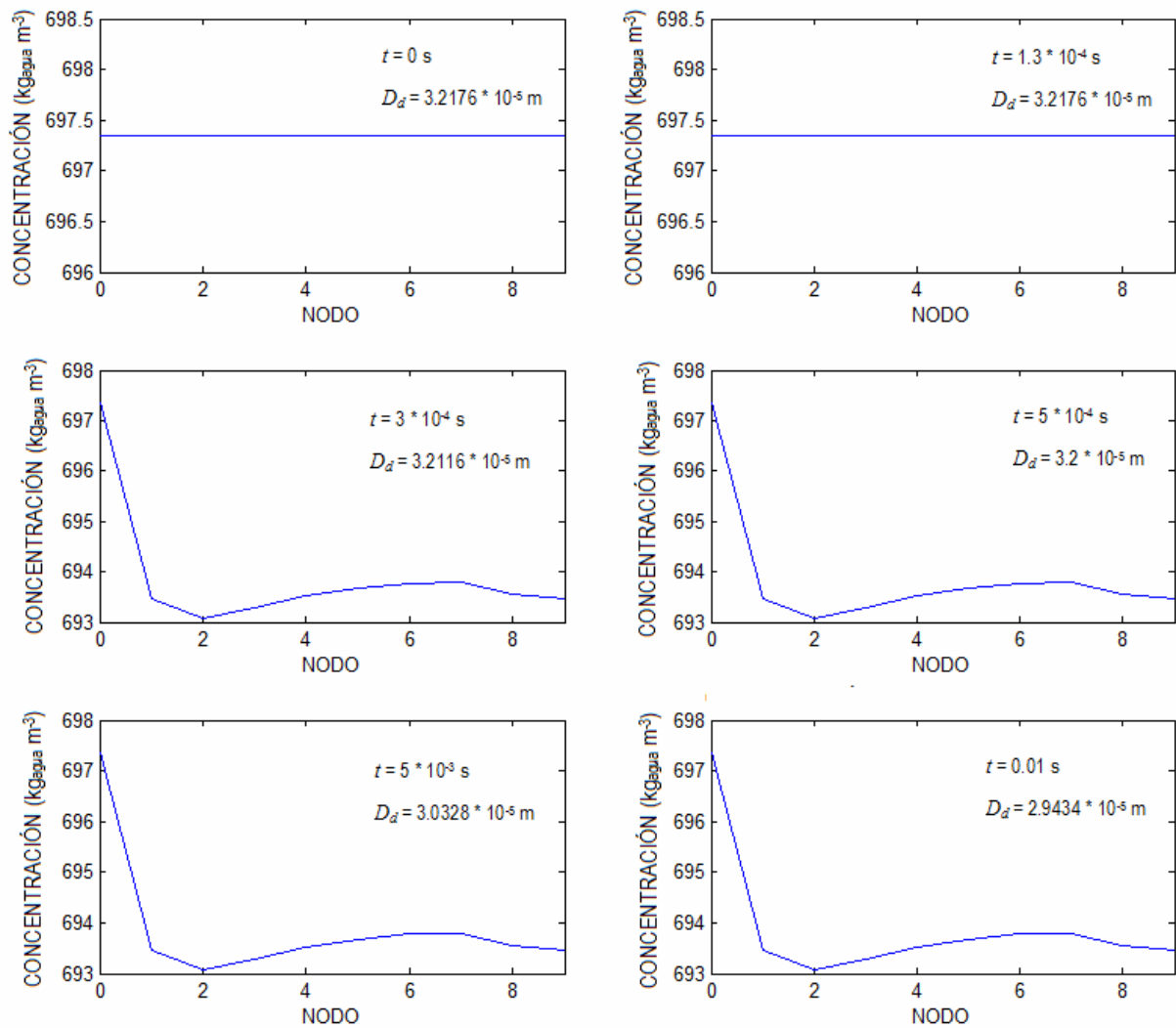


Fig. D2. Evolución de los perfiles de concentración de agua dentro de la gota asperjada en el proceso de secado ($n_{nodos} = 8$ y $\Delta t = 1 \cdot 10^{-5} \text{ s}$). El método de solución de la EDP se vuelve inestable bajo las condiciones propuestas de n_{nodos} y Δt .

Para evitar que el método se vuelva inestable es necesario disminuir el tamaño de paso temporal (Δt), o bien, disminuir el número de nodos interiores (n_{nodos}).

ANEXO E. PROGRAMA PARA EL DIMENSIONAMIENTO Y SIMULACIÓN DE LA CÁMARA DE SECADO

E.1. Programa principal

%SECADOR POR ASPERSIÓN

%CONSTANTES

Mb=28.97;	%Peso molecular del aire (kg/mol)
Ma=18.02;	%Peso molecular del agua (kg/mol)
Pt=8.065*10 ⁴ ;	%Presión de trabajo en la Cd. de México (Pa) (0.796 atm)
Cpw=4186;	%Capacidad calórica del agua (J/(kgagua*K))
Cpa=1005;	%Capacidad calórica del aire seco (J/(kgas*K))
Cv=1884;	%Capacidad calórica del vapor agua (J/(kgagua*K))
To=0;	%Temperatura de referencia (°C)
clvo=2502300;	%Calor latente de vaporización a la To (J/kgagua)
densw=1000;	%Densidad del agua (kg/m ³)
A=8.07131;	%Constante de la ec. de Antoine
B=1730.630;	%Constante de la ec. de Antoine
C=233.426;	%Constante de la ec. de Antoine
g=9.81;	%Constante de gravedad (m/s ²)
Dif=0.673*(10 ⁻⁵);	%Coeficiente de difusión entre el sólido y el agua (m ² /s)

%CARACTERÍSTICAS DEL ATOMIZADOR

Dr=50*10 ⁻³ ;	%Diámetro de la rueda del atomizador (m) (50 mm)
N=833.333;	%Velocidad de giro del atomizador (1/s) (50000 rpm)
w=N*2*pi;	%Velocidad angular del atomizador (rad/s)
hp=9.525*10 ⁻³ ;	%Altura de la paleta del atomizador (m) (3/8 in)
np=24;	%Número de paletas en el atomizador

%VARIABLES DE ENTRADA

%a) Aire

Ta1=160;	%Temperatura de entrada del aire (bulbo seco) (°C)
Y1=0.01;	%Humedad del aire a la entrada del secador (kgagua/kgas)
Tbh=39;	%Temperatura de bulbo húmedo del aire a la Ta1 y Y11 (°C)
clvbh=2409300;	%Calor latente de vaporización a la Tbh (J/kgagua)
visa=0.015*10 ⁻² ;	%Viscosidad del aire (P)

%b) Alimentación

alim=10/3600;	%Flujo de alimentación (kgsh/s) (10kg/h)
dens=1161.35;	%Densidad de la alimentación (kgsh/m ³)
densss=1038;	%Densidad de los sólidos secos (kgss/m ³)
calim=464;	%Concentración de la alimentación (kg/m ³) (46.4 %w/v = 0.464 g/mL = 464 kg/m ³)
Cpss=1309;	%Capacidad calórica del sólido seco (J/(kgss*K))
Ts1=25;	%Temperatura de la alimentación (°C)

```

vis=28*10^(-2);           %Viscosidad de la alimentación (P)
ks=0.58;                  %Conductividad térmica de la alimentación (W/(m*K))
Xh1=1-(calim/dens);       %Humedad de la alimentación, base húmeda (kgagua/kgtotales, kgtotales = kgss + kgagua)
X1=Xh1/(1-Xh1);          %Humedad de la alimentación, base seca (kgagua/kgss)
Cps=(Cpss+Cpw*X1)*(1-Xh1); %Capacidad calórica de la alimentación (J/(kgmezcla*K))
alfa=ks/(dens*Cps);      %Difusividad térmica de la alimentación (m^2/s)

```

%VARIABLES DE SALIDA

```

%a) Aire
Ta2=70;                   %Temperatura de aire a la salida del secador (°C)
kd=0.0291;                %Conductividad térmica de la película de aire que rodea a la gota evaluada a una T
                           %promedio entre la Ta2 y la superficie de la gota (J/(m*s*K))

%b) Producto
X2=0.071;                 %Humedad del sólido que sale del secador (kgagua/kgss) (valor de monocapa)

```

%*****

%DIMENSIONES DE LA CÁMARA DE SECADO

```

[Vh1,densa1]=densidad_aire(Mb,Ma,Y1,Ta1,Pt); %Subfunción que calcula el volumen húmedo del aire
                                                % (m^3mezcla/kgas) y su densidad (kgmezcla/m^3mezcla)

Ts2=Ta2-10;                %Temperatura del producto a la salida del secador (°C)
Fm=alim*calim/dens;        %Flujo másico de los sólidos secos (kgss/s)
Cs=Cp_aire(Cpa,Cv,Y1);    %Subfunción que calcula el calor específico húmedo de la mezcla aire-agua
                           % (Jmezcla/(kgas*K))

```

%Balance total de calor

```

Gm=((Fm*Cpss*(Ts2-Ts1))+(Fm*X1*Cpw*(Tbh-Ts1))+(Fm*(X1-X2)*clvvh)+(Fm*X2*Cpw*(Ts2-Tbh))+(Fm*(X1-X2)*Cv*(Ta2-
Tbh))/(Cs*(Ta1-Ta2)); %Flujo másico de aire seco (kgas/s)
Y2=(Fm*(X1-X2)/Gm)+Y1; %Humedad del aire a la salida del secador (kgagua/kgas)
Yh2=Y2/(1+Y2);          %Humedad del aire a la salida del secador, base húmeda (kgagua/kgah)

```

%Cálculo de %HR

```

Po=(10^(A-(B/(Ta2+C))))*((10^5)/750.061); %Presión de vapor del agua a la Ta2 (Pa)
PA=(Y2*Pt*Mb)/(Ma+(Y2*Mb)); %Presión parcial de agua a la salida del secador (Pa)
HR=(PA/Po)*100 %Porcentaje de humedad relativa del aire a la salida del secador (debe ser menor a 20%)
if HR>20
    fprintf('LAS CONDICIONES INICIALES NO CUMPLEN LA CONDICIÓN DE HR <= 20%');
end

```

%Diámetro Sauter

```

Dvs=5240*(((alim*1000)/(hp*100*np))^0.171)*((pi*Dr*100*N)^(-0.537))*(vis^(-0.017))*(10^-6); %Diámetro Sauter (m)
D95=1.4*Dvs; %Diámetro de la gota más grande a analizar (m)

```

$Dc = D95 * (((dens * (1 + X2)) / (denss * (1 + X1))) ^ (1/3));$ %Diámetro de la gota cuando alcanza el punto crítico (m)
 $ar = (\pi/6) * ((D95^3) - (Dc^3)) * densw;$ %Humedad removida de la gota cuando se alcanza el punto crítico (kgagua)
 $ap = ((\pi/6) * (D95^3) * Xh1 * dens) - ar;$ %Humedad remanente en la gota cuando se alcanza el punto crítico (kgagua)
 $Xc = ap / (\pi * (D95^3) * calim/6);$ %Humedad de la gota cuando alcanza el punto crítico (kgagua/kgss)
 $Yc = Y1 + (Fm * (X1 - Xc) / Gm);$ %Humedad del aire cuando se alcanza el punto crítico (kgagua/kgas)
 $Tsc = Tbh;$ %Temperatura de la gota cuando alcanza el punto crítico (°C)
 $hs1 = (Cpss * (Ts1 - To)) + (X1 * Cpw * (Ts1 - To));$ %Entalpía de la gota cuando se alcanza el punto crítico (J/kgss)
 $hsc = (Cpss * (Tsc - To)) + (Xc * Cpw * (Tsc - To));$ %Entalpía de la gota cuando se alcanza el punto crítico (J/kgss)
 $Ha1 = ((Cpa + (Cv * Y1)) * (Ta1 - To)) + (clvo * Y1);$ %Entalpía del aire a la entrada del secador (J/kgas)
 $Hac = (Fm * (hs1 - hsc) / Gm) + Ha1;$ %Entalpía del aire cuando la gota alcanza el punto crítico (J/kgas)
 $Tac = ((Hac - (clvo * Yc)) / (Cpa + (Cv * Yc))) + To;$ %Temperatura del aire cuando se alcanza el punto crítico (°C)
 $AT1 = Ta1 - Ts1;$ %Diferencia de T entre la gota y el aire a la entrada del secador (°C)
 $ATc = Tac - Tsc;$ %Diferencia de T entre la gota y el aire en el punto crítico (°C)
 $ATml1 = (AT1 - ATc) / \log(AT1 / ATc);$ %Media logarítmica de T entre la gota y el aire desde la entrada hasta el punto crítico (°C)
 $ATf = Ta2 - Ts2;$ %Diferencia de T entre la gota y el aire a la salida del secador (°C)
 $ATml2 = (ATc - ATf) / \log(ATc / ATf);$ %Media logarítmica de T entre la gota y el aire desde punto crítico hasta el final del proceso (°C)
 $tc = (clvbh * densw * ((D95^2) - (Dc^2))) / (8 * kd * ATml1)$ %Tiempo de secado en el periodo de velocidad constante (s)
 $td = (clvbh * (Dc^2) * denss * (Xc - X2)) / (12 * kd * ATml2)$ %Tiempo de secado en el periodo de velocidad decreciente (s)
 $ts = tc + td$ %Tiempo total de secado (s)
 $ssp = ((\pi/6) * (D95^3)) * dens / (1 + X1);$ %Masa de sólidos secos en la gota (kgss)
 $mdiinicial = dens * ((\pi/6) * (D95^3));$ %Masa inicial de la gota (kgss + kgagua)

%Velocidad de descarga de las gotas asperjadas

$Qv = alim / (dens * np);$ %Alimentación volumétrica por paleta del atomizador (m³/s)
 $Vr0 = (((dens * 2.20462 / (3.28084^3)) * ((Qv * (3.28084^3))^2 * (w^2) * (Dr * 3.28084 / 2)) / (3 * (vis * 100) * ((hp * 3.28084^2))) ^ (1/3)) / 3.28084;$ %Velocidad radial de las gotas asperjadas (m/s)
 $Vt0 = \pi * Dr * N;$ %Velocidad tangencial de las gotas asperjadas (m/s)
 $Vv0 = 0;$ %Velocidad axial de las gotas asperjadas (m/s)
 $Vres = ((Vr0^2) + (Vt0^2) + (Vv0^2)) ^ (1/2);$ %Velocidad resultante de descarga de las gotas asperjadas (m/s)
 $teta1 = \text{atan}(Vv0 / Vr0);$ %Ángulo de descarga de las gotas asperjadas (rad)
 $teta = \pi - (2 * teta1);$ %Ángulo de atomización (rad)

%Radio y altura de la cámara

$[Vh2, densa2] = \text{densidad_aire}(Mb, Ma, Y2, Ta2, Pt);$ %Subfunción que calcula el volumen húmedo del aire (m³mezcla/kgas) y su densidad (kgmezcla/m³mezcla)
 $b = alim / (densa2 * \pi * (Dr/2) * Vres);$ %Anchura ficticia (m)
 $tv = ts;$ %Tiempo de viaje (s)
 $Rc = ((tv * 2.4 * Vres * ((b * Dr/2) ^ (1/2))) ^ (1/2)) + ((Dr/2) / 2);$ %Radio de la cámara de secado (m)
 $Dcamara = 2 * Rc$ %Diámetro de la cámara de secado (m)
 $ang = 60 * \pi / 180;$ %Ángulo de inclinación del cono, formado por la horizontal y la pared del


```

cono (rad)
orif_cono=4/100; %Diámetro del orificio en el fondo de la cámara de secado (m)
Hcono=(Rc-(orif_cono/2))*tan(ang) %Altura de la parte cónica de la cámara de secado (m)
H=1.5*Dcamara %Altura total de la cámara de secado (m)
Hcilindro=H-Hcono %Altura de la parte cilíndrica de la cámara de secado (m)

%Dimensiones de las ranuras
x=hp; %Distancia axial medida desde el punto donde esta el atomizador (m)
Rx=radio_camara(x,Hcilindro,Rc,ang); %Subfunción que calcula el radio de la cámara a cualquier altura (m)
[Vats,Vars,Vavs]=vel_aire_1(x,H,Gm,Y1,Rx,densa1,Rx,Rc); %Subfunción que calcula las velocidades del aire (m/s)
Vares=((Vars^2)+(Vats^2)+(Vavs^2))^(1/2);
A_ranura=(Gm*(Y1+1)/densa1)/(Vares*6) %Área de la ranura (m^2)
a_ranura=(A_ranura/4)^(1/2) %Anchura de la ranura (m)
h_ranura=a_ranura*4 %Altura de la ranura (m)

%Calor transferido a la nube asperjada en el tiempo de viaje
ATml3=(AT1-ATf)/log(AT1/ATf);
Q_transf=12*kd*ATml3*alim*tv/(dens*(D95^2)) %Flujo de calor transferido a la nube asperjada en el tiempo de viaje (W)
Q_nec=Gm*Cs*(Ta1-Ta2) %Flujo de calor necesario para el secado de la nube asperjada (W)

if Q_transf<Q_nec
    fprintf('LAS CONDICIONES INICIALES NO CUMPLEN LA CONDICIÓN DE Qtransferido >= Qnecesario');
end

%*****
%SIMULACIÓN DENTRO DE LA CÁMARA DE SECADO

nodos=8; %Número de nodos interiores dentro de la gota de tamaño Dc
Ar=Dc/(2*(nodos+1)); %Delta r, incremento espacial (m)
At=0.00001; %Delta t, incremento temporal o tamaño de paso (s)
tiempo=300000*At; %Tiempo de análisis
itera=tiempo/At; %Número de iteraciones que hará el programa
for j=1:nodos+2 %Contador de los nodos (incluyendo los nodos exteriores: Tdr0-T en el centro de la gota y TdR-T superficial de la gota)

    Td(1,j)=0;
    Cad(1,j)=0;
end

Vt(1)=0; %Vector de la velocidad tangencial de la gota (m/s)
Vr(1)=0; %Vector de la velocidad radial de la gota (m/s)
Vv(1)=0; %Vector de la velocidad axial de la gota (m/s)
Vat(1)=0; %Vector de la velocidad tangencial del aire (m/s)
Var(1)=0; %Vector de la velocidad radial del aire (m/s)
Vav(1)=0; %Vector de la velocidad axial del aire (m/s)

```

```

q(1)=0; %Vector del calor transferido a la gota
Exp(1)=0; %Vector de velocidad de evaporación
Yx(1)=0; %Vector de humedad del aire (kgagua/kgas)
Xx(1)=0; %Vector de humedad de la gota (kgagua/kgss)
Xxconc(1)=0;
Xxpromedio(1)=0;
Tsxpromedio(1)=0;
Tax(1)=0; %Vector de T del aire (°C)
TR(1)=0; %Vector de T superficial de la gota (°C)
CaR(1)=0; %Vector de Concentración de agua superficial de la gota
(kgagua/m^3totales)

Di(1)=0; %Vector el diámetro de la particula (m)
Dip(1)=0;
densidadp(1)=0; %Vector de la densidad de la particula (kgtotales/m^3totales)
r(1)=0; %Vector de la distancia radial recorrida por la gota (m)
x(1)=0; %Vector de la distancia axial recorrida por la gota (m)
Vrel(1)=0; %Vector de la velocidad relativa (m/s)
Re(1)=0; %Vector del Reynolds (adimensional)
Nu(1)=0; %Vector del Nusselt (adimensional)
hc(1)=0; %Vector del coeficiente de transferencia de calor (W/ m^2 * K)
kdi(1)=0; %Conductividad térmica de la película del aire que rodea la gota
(W/ m*K)

Rxi(1)=0; %Vector del radio de la cámara (m)
dqdt(1)=0; %Vector del flujo de calor transferido a la gota (J/s)
t(1)=0; %Vector del tiempo (s)
angulo(1)=0; %Ángulo recorrido por la gota cuando gira en espiral (rad)
x_rect(1)=0; %Coordenada rectangular X
y_rect(1)=0; %Coordenada rectangular Y
z_rect(1)=0; %Coordenada rectangular Z
for j=1:nodos+2
    Cadvec(j)=0;
    Tsxvec(j)=0;
end

% TEMPERATURA DENTRO DE LA GOTTA
%Condiciones iniciales
Td0=Ts1; %Temperatura de la gota en el tiempo=0 (°C)
TdR=Ts1; %Temperatura superficial de la gota (al radio R) al tiempo=0
Td(1,nodos+2)=TdR; %Vector de la T de la gota en cada nodo
TR(1)=TdR; %Vector de T superficial de la gota
i=1;
while i<=nodos
    b1(i)=0; %Vector inicial (temporal) de resultados
    i=i+1;

```

```

end
i=1;
while i<=nodos
    b1(i)=Td0; %Vector inicial (temporal) de resultados
    Td(1,i+1)=b1(i); %Vector de la T de la gota en cada nodo
    i=i+1;
end
%Condiciones de frontera
Tdr0=Ts1; %Temperatura en el centro de la gota, r=0 micrometros (°C), a cualquier tiempo t
Td(1,1)=Tdr0; %Vector de la T de la gota en cada nodo

% CONCENTRACIÓN DE AGUA DENTRO DE LA GOTTA
%Condiciones iniciales
Cad0=Xh1*dens; %Concentración de agua dentro de la gota en el tiempo=0 (kgagua/m^3totales)
CadR=Xh1*dens; %Concentración de agua dentro de la gota (al radio R) al tiempo=0
Cad(1,nodos+2)=CadR; %Vector de la Concentración de agua dentro de la gota en cada nodo
CaR(1)=CadR; %Vector de Concentración de agua superficial de la gota
i=1;
while i<=nodos
    b1ca(i)=0; %Vector inicial (temporal) de resultados
    i=i+1;
end
i=1;
while i<=nodos
    b1ca(i)=Cad0; %Vector inicial (temporal) de resultados
    Cad(1,i+1)=b1ca(i); %Vector de la Concentración de agua dentro de la gota en cada nodo
    i=i+1;
end
%Condiciones de frontera
Cadr0=Xh1*dens; %Concentración de agua en el centro de la gota, r=0 m (kgagua/m^3totales), a cualquier tiempo t
Cad(1,1)=Cadr0; %Vector de la Concentración de agua dentro de la gota en cada nodo

%AL TIEMPO CERO
t(1)=0;
x(1)=hp; %Distancia axial medida desde el punto donde esta el atomizador (m)
r(1)=Dr/2; %Distancia radial de la gota, medida desde el centro de la cámara de secado (m)
angulo(1)=0; %Ángulo que recorre la gota cuando gira en espiral durante un tiempo t (rad)
x_rect(1)=r(1)*cos(angulo(1)); %Coordenada rectangular X a un tiempo t
y_rect(1)=r(1)*sin(angulo(1)); %Coordenada rectangular Y a un tiempo t

```

```

z_rect(1)=H-x(1); %Coordenada rectangular Z a un tiempo t
Rx=radio_camara(x,Hcilindro,Rc,ang); %Subfunción que calcula el radio de la cámara a cualquier altura (m)
Rxi(1)=Rx;
%Particula
Xx(1)=X1; %Humedad inicial de la gota (kgagua/kgss)
Di(1)=D95;
ssp=((pi/6)*(Di(1)^3)*dens/(1+Xx(1))); %Masa de sólidos secos en la gota (kgss)
mdiinicial=dens*((pi/6)*(Di(1)^3)); %Masa inicial de la gota (kgss + kgagua)
Dc=Di(1)*(((dens*(1+X2))/(densss*(1+X1)))^(1/3)); %Diámetro de la gota cuando alcanza el punto crítico (m)
[mdi,Di(1),densi]=densidad_gota(mdiinicial,X1,Xx(1),ssp,Di(1),densw); %Subfunción que calcula la masa (kgsh),
densidad (kgtotales/m^3) y diámetro de la gota (m)

densidadp(1)=densi;
Dip(1)=Di(1);
Vt(1)=Vt0; %Vector de V de la partícula, condiciones iniciales (m/s)
Vr(1)=Vr0;
Vv(1)=Vv0;
%Aire
Yx(1)=Y1; %Humedad inicial del aire (kgagua/kgas)
Tax(1)=Ta1; %Temperatura inicial del aire (°C)
[Vhi,densai]=densidad_aire(Mb,Ma,Yx(1),Tax(1),Pt); %Subfunción que calcula el volumen húmedo del aire
(m^3mezcla/kgas) y su densidad (kgmezcla/m^3mezcla)
Csi=Cp_aire(Cpa,Cv,Yx(1)); %Subfunción que calcula el calor específico húmedo de la mezcla aire-
agua (Jmezcla/(kgas*K))
Wg=relacion_xH(x(1),H,Gm,alim,Yh2,Y2); %Subfunción que calcula el flujo másico de aire (kgas/s)
[Vat(1),Var(1),Vav(1)]=vel_aire_1(x(1),H,Wg,Yx(1),Rx,densai,r(1),Rc); %Subfunción que calcula las velocidades del
aire (m/s)
[Vrel(1),Re(1),CD]=reynolds(Vt(1),Vr(1),Vv(1),Vat(1),Var(1),Vav(1),Di(1),densai,visa); %Subfunción que calcula la V
relativa, el Re y CD

T_gota_aire=(TR(1)+Tax(1))/2;
kdi(1)=conductividad_termica_aire(T_gota_aire); %Subfunción que calcula la conductividad termica de la película
de aire que rodea a la gota, evaluado a la T promedio entre el
aire y la superficie de la gota (W/(m*K))

kd=kdi(1);
[Nu(1),Sh,Pr,Sc]=num_adim(Csi,visa,kd,Di(1),Dv,densai,Re(1)); %Subfunción que calcula los números adimensionales Nu
y Sh
q(1)=0; %Calor suministrado a la gota (J/s)
h=Nu(1)*kd/Di(1); %Coeficiente de transferencia de calor externo (W/(m^2*K))
hc(1)=h;
Ex(1)=0; %Velocidad de evaporación (kgagua/s)
Exp(1)=0;
dqdtp(1)=0;
FL=fza_flotacion(densai,Di(1),Vav(1),Vrel(1),r(1),x(1),teta,visa); %Subfunción que calcula la fza de flotación (N)
Xhx=Xx(1)/(Xx(1)+1); %Humedad de la gota, base húmeda (kgagua/kgtotales)
Xxconc(1)=Xhx*densi; %Concentración de la gota (kgagua/m^3totales)

```

```

for j=1:nodos+2
    Cadvec(j)=Cad(1,j);
    Tsxvec(j)=Td(1,j);
end
Xxpromedio(1)=mean(Cadvec);
Tsxpromedio(1)=mean(Tsxvec);

m=1; %Contador del número de iteraciones (del tiempo t)
diam_crit=0;
p_tc=0;
p_ts=0;
while m<=itera

    if m<itera
        for j=1:nodos+2 %Contador de los nodos (incluyendo los nodos exteriores: Tdr0-T en el
            %centro de la gota y TdR-T superficial de la gota)
                Td(m+1,j)=0;
                Cad(m+1,j)=0;
            end
            Vt(m+1)=0; %Vector de la velocidad tangencial de la gota (m/s)
            Vr(m+1)=0; %Vector de la velocidad radial de la gota (m/s)
            Vv(m+1)=0; %Vector de la velocidad axial de la gota (m/s)
            Vat(m+1)=0; %Vector de la velocidad tangencial del aire (m/s)
            Var(m+1)=0; %Vector de la velocidad radial del aire (m/s)
            Vav(m+1)=0; %Vector de la velocidad axial del aire (m/s)
            q(m+1)=0; %Vector del calor transferido a la gota
            Exp(m+1)=0; %Vector de velocidad de evaporación
            Yx(m+1)=0; %Vector de humedad del aire (kgagua/kgas)
            Xx(m+1)=0; %Vector de humedad de la gota (kgagua/kgss)
            Xxconc(m+1)=0;
            Xxpromedio(m+1)=0;
            Tsxpromedio(m+1)=0;
            Tax(m+1)=0; %Vector de T del aire (°C)
            TR(m+1)=0; %Vector de T superficial de la gota (°C)
            CaR(m+1)=0; %Vector de Concentración de agua superficial de la gota
            % (kgagua/m^3totales)
            Di(m+1)=0; %Vector el diámetro de la partícula (m)
            Dip(m+1)=0;
            densidadp(m+1)=0; %Vector de la densidad de la partícula (kgtotales/m^3totales)
            r(m+1)=0; %Vector de la distancia radial recorrida por la gota (m)
            x(m+1)=0; %Vector de la distancia axial recorrida por la gota (m)
            Vrel(m+1)=0; %Vector de la velocidad relativa (m/s)
            Re(m+1)=0; %Vector del Reynolds (adimensional)
            Nu(m+1)=0; %Vector del Nusselt (adimensional)
        end
    end
end

```

```

hc(m+1)=0;
kdi(m+1)=0;
Rxi(m+1)=0;
dqdtp(m+1)=0;
t(m+1)=0; %Vector del tiempo (s)
angulo(m+1)=0;
x_rect(m+1)=0;
y_rect(m+1)=0;
z_rect(m+1)=0;
for j=1:nodos+2
    Cadvec(j)=0;
    Tsxvec(j)=0;
end
end
Ar=Di(m)/(2*(nodos+1)); %Delta r, incremento espacial (m)

%Temperatura dentro de la gota
beta=h*Ar/ks; %Beta
lam=(alfa*At)/(Ar^2); %Lambda
%T=crank_shabde_3(Ar,lam,beta,TdR,Tdr0,Tbh,Tax(m),b1,nodos); %Si se mantiene constante la TR=Tbh
%TdR=T_sup_gota(beta,Tax(m),TdR,T(nodos),Tbh); %Subfunción que calcula la T superficial de la
%T=crank_shabde_31_Dc(Ar,lam,beta,TdR,Tdr0,Tbh,Tax(m),b1,nodos,diam_crit,Exp(m),clvbh,h,Di(m)); %Subfunción que
% calcula la temperature de los nodos interiores
TdR=T_sup_gota_31_Dc(beta,Tax(m),TdR,T(nodos),Tbh,diam_crit,Exp(m),clvbh,h,Di(m)); %Subfunción que calcula la T
% superficial de la gota para el tiempo t+1 (°C)
b1=T; %Vector resultado de temperatura actualizado
for j=1:nodos %Contador de los nodos
    Td(m+1,j+1)=b1(j); %Vector de la T de la gota en cada nodo
end
Td(m+1,1)=Tdr0; %Vector de la T de la gota en cada nodo
Td(m+1,nodos+2)=TdR; %Vector de la T de la gota en cada nodo
TR(m+1)=TdR; %Vector de T superficial de la gota

%Concentración de agua dentro de la gota
lamca=(Dif*At)/(Ar^2); %Lambda para la concentración del agua dentro de la gota (m)
Ca=crank_shabde_conc_agua(Ar,lamca,Td(m,nodos+2),Td(m,nodos+1),Tbh,Cadr0,CadR,Tax(m),clvbh,h,ks,nodos,b1ca,
Dif);
CadR=Ca_shabde_sup_gota(Tax(m),Td(m,nodos+2),Td(m,nodos+1),Ar,Dif,clvbh,h,ks,Ca(nodos),Tbh,CadR);
%Subfunción que calcula la Concentración de agua superficial de la gota
% para el tiempo t+1 (kgagua/m^3totales)
Xxprom=0;
for j=1:nodos
    Xxprom=Xxprom+Ca(j);
end

```

```

Xxprom=(Xxprom+Cadr0+CadR)/(nodos+2);
if Xxprom<=Xxpromedio(m)
    b1ca=Ca; %Vector resultado de Concentración de agua actualizado
    CadR1=CadR;
end
for j=1:nodos %Contador de los nodos
    Cad(m+1,j+1)=b1ca(j); %Vector de la T de la gota en cada nodo
end
Cad(m+1,1)=Cadr0; %Vector de la T de la gota en cada nodo
Cad(m+1,nodos+2)=CadR1; %Vector de la T de la gota en cada nodo
CaR(m+1)=CadR1; %Vector de T superficial de la gota

%Ecuaciones simultáneas
if r(m)<Rx
[t(m+1),Vt(m+1),Vr(m+1),Vv(m+1),q(m+1),x(m+1),r(m+1),Dip(m+1),angulo(m+1)]=rk4_sec_sim_1_angulo(t(m),Vt(m),Vr(m),
Vv(m),Vrel(m),FL,r(m),Dip(m),densi,h,q(m),Vat(m),Var(m),Vav(m),CD,densai,Tax(m),Td(m,nodos+2),Td(m,nodos+1),g,At,x(m)
,m),clvbh,densw,ks,Ar,angulo(m)); %Subfunción que calcula las ecuaciones simultaneas del
programa secador

else
Vr1=0;
[t(m+1),Vt(m+1),Vr(m+1),Vv(m+1),q(m+1),x(m+1),r(m+1),Dip(m+1),angulo(m+1)]=rk4_sec_sim_2_angulo(t(m),Vt(m),Vr1,Vv
(m),Vrel(m),FL,r(m),Dip(m),densi,h,q(m),Vat(m),Var(m),Vav(m),CD,densai,Tax(m),Td(m,nodos+2),Td(m,nodos+1),g,At,x(m)
,m),clvbh,densw,ks,Ar,angulo(m)); %Subfunción que calcula las ecuaciones simultaneas del
programa secador

end

%Distancia radial recorrida por la partícula
r(m+1); %Distancia radial recorrida por la gota (m)

%Distancia axial recorrida por la partícula
x(m+1); %Distancia axial recorrida por la gota (m)

%Coordenadas rectangulares
x_rect(m+1)=r(m+1)*cos(angulo(m+1));
y_rect(m+1)=r(m+1)*sin(angulo(m+1));
z_rect(m+1)=H-x(m+1);

if Td(m,nodos+2)<Tbh
    Di(m+1)=Di(m);
    Dip(m+1)=Dip(m);
end

if Dip(m+1)>Dip(m)
    Dip(m+1)=Dip(m);
end

```

```

Xx(m+1)=((((Dip(m+1))^3)-(D95^3))*densw*pi/(6*ssp))+X1;

if Xx(m+1)<X2
    Xx(m+1)=X2;
end

Yx(m+1)=Y1+((X1-Xx(m+1))*Fm/Wg);
[mdi,Dip(m+1),densi]=densidad_gota(mdiinicial,X1,Xx(m+1),ssp,D95,densw);    %Subfunción que calcula la masa
                                        (kgsh), densidad (kgtotales/m^3) y diámetro de la gota (m)

Di(m+1)=Dip(m+1);

if Dip(m+1)<Dc
    Di(m+1)=Dc;
    densi=(mdiinicial-((X1-Xx(m+1))*ssp))/((pi/6)*(Di(m+1)^3));
    diam_crit=1;
end

densidadp(m+1)=densi;

if p_tc==0
    if Di(m+1)==Dc
        t_critico=t(m+1);
        p_tc=1;
    end
end

if p_ts==0
    if Xx(m+1)==X2
        t_secado=t(m+1);
        p_ts=1;
    end
end

Xhx=Xx(m+1)/(Xx(m+1)+1);    %Humedad de la gota, base húmeda (kgagua/kgtotales)
Xxconc(m+1)=Xhx*densi;    %Concentración de la gota (kgagua/m^3totales)

for j=1:nodos+2
    Cadvec(j)=Cad(m+1,j);
    Tsxvec(j)=Td(m+1,j);
end

Xxpromedio(m+1)=mean(Cadvec);
Tsxpromedio(m+1)=mean(Tsxvec);

Wg=relacion_xH(x(m+1),H,Gm,alim,Yh2,Y2); %Subfunción que calcula el flujo másico de aire (kgas/s)

```



```
Csi=Cp_aire(Cpa,Cv,Yx(m+1));           %Subfunción que calcula el calor específico húmedo de la mezcla aire-  
agua (Jmezcla/(kgas*K))
```

```
Tax(m+1)=T_aire_1(Fm,Cpss,Tsxpromedio(m+1),Tsxpromedio(m),Xx(m),Cpw,Tbh,Xx(m+1),clvbh,Cv,Wg,Csi,Tax(m),TR(m+1));  
%Subfunción que calcula la Tax (°C)
```

```
Rx=radio_camara(x(m+1),Hcilindro,Rc,ang); %Subfunción que calcula el radio de la cámara a cualquier altura (m)  
Rxi(m+1)=Rx;
```

```
if r(m+1)>=Rx  
    r(m+1)=Rx;  
end
```

```
[Vhi,densai]=densidad_aire(Mb,Ma,Yx(m+1),Tax(m+1),Pt); %Subfunción que calcula el volumen húmedo del aire  
(m^3mezcla/kgas) y su densidad (kgmezcla/m^3mezcla)
```

```
[Vat(m+1),Var(m+1),Vav(m+1)]=vel_aire_1(x(m+1),H,Wg,Yx(m+1),Rx,densai,r(m+1),Rc); %Subfunción que calcula las  
velocidades del aire (m/s)
```

```
[Vrel(m+1),Re(m+1),CD]=reynolds(Vt(m+1),Vr(m+1),Vv(m+1),Vat(m+1),Var(m+1),Vav(m+1),Di(m+1),densai,visa);  
%Subfunción que calcula la V relativa, el Re y CD
```

```
T_gota_aire=(TR(m+1)+Tax(m+1))/2;
```

```
kdi(m+1)=conductividad_termica_aire(T_gota_aire); %Subfunción que calcula la conductividad termica de  
la película de aire que rodea a la gota, evaluado a la T  
promedio entre el aire y la superficie de la gota  
(W/(m*K))
```

```
kd=kdi(m+1);
```

```
[Nu(m+1),Sh,Pr,Sc]=num_adim(Csi,visa,kd,Di(m+1),Dv,densai,Re(m+1)); %Subfunción que calcula los números  
adimensionales Nu y Sh
```

```
dqdt(m+1)=kd*Nu(m+1)*pi*Di(m+1)*(Tax(m+1)-Td(m+1,nodos+2)); %Calor suministrado a la gota (J/s)
```

```
FL=fza_flotacion(densai,Di(m+1),Vav(m+1),Vrel(m+1),r(m+1),x(m+1),teta,visa); %Subfunción que calcula la fza de  
flotación (N)
```

```
h=Nu(m+1)*kd/Di(m+1); %Coeficiente de transferencia de calor externo (W/(m^2*K))
```

```
hc(m+1)=h;
```

```
Exp(m+1)=vel_evap(Td(m+1,nodos+2),Tbh,h,Tax(m+1),ks,Td(m+1,nodos+1),Ar,Di(m+1),clvbh); %Subfunción que  
calcula la velocidad de evaporación (kgagua/s)
```

```
if Exp(m+1)<0  
    Exp(m+1)=0;  
end  
if Xx(m+1)==X2  
    Exp(m+1)=0;  
end
```

```

if r(m+1)>=Rx
    fprintf('LA GOTA CHOCÓ CONTRA LA PARED DE LA CÁMARA DE SECADO');
end

if x(m+1)>=H
    t_salida=t(m+1);
    fprintf('LA GOTA SALIÓ DE LA CÁMARA DE SECADO');
    m=itera;
end

m=m+1;
end

m=length(t)+1;
efic_proc=eficiencia(Fm,X1,Xx(m-1),clvvh,Gm,Cs,Ta1,Tbh) %Subfunción que calcula la eficiencia (%)

clf;
subplot(4,3,1);plot(t,x,'b-',t,r,'r-');
title('DISTANCIA AXIAL Y RADIAL RECORRIDA POR LA GOTA');
xlabel('TIEMPO (s)');
ylabel('DISTANCIA (m)');

subplot(4,3,2);plot(t,Xx,'b-',t,Yx,'r-');
title('HUMEDAD DE LA GOTA Y DEL AIRE');
xlabel('TIEMPO (s)');
ylabel('HUMEDAD (kgagua/kgss)');

subplot(4,3,3);plot(t,TR,'b-',t,Tax,'r-');
title('TEMPERATURA DE LA GOTA Y DEL AIRE');
xlabel('TIEMPO (s)');
ylabel('TEMPERATURA (°C)');

subplot(4,3,4);plot(t,Di,'b-');
title('DIÁMETRO DE LA GOTA (m)');
xlabel('TIEMPO (s)');
ylabel('DIÁMETRO (m)');

%En el último tiempo
Vnodos(1)=1;
Temp(1)=Td(m-1,1);
Conca(1)=Cad(m-1,1);
for i=2:nodos+2
    Vnodos(i)=Vnodos(i-1)+1;
    Temp(i)=Td(m-1,i);
end

```

```
Conca(i)=Cad(m-1,i);
end
subplot(4,3,5);plot(Vnodos,Temp,'b-');
title('TEMPERATURA DENTRO DE LA GOTA');
xlabel('NODO');
ylabel('TEMPERATURA (°C)');

%En el último tiempo
subplot(4,3,6);plot(Vnodos,Conca,'b-');
title('CONCENTRACIÓN DE AGUA DENTRO DE LA GOTA');
xlabel('NODO');
ylabel('CONCENTRACIÓN (kgagua/m^3)');

subplot(4,3,7);plot(t,densidadp,'b-');
title('DENSIDAD DE LA GOTA');
xlabel('TIEMPO (s)');
ylabel('DENSIDAD DE LA GOTA (kg/m^3)');

subplot(4,3,8);plot(t,Vt,'b-',t,Vr,'r-',t,Vv,'g-');
title('VELOCIDAD DE LA GOTA');
xlabel('TIEMPO (s)');
ylabel('VELOCIDAD (m/s)');

subplot(4,3,9);plot(t,Vat,'b-',t,Var,'r-',t,Vav,'g-');
title('VELOCIDAD DEL AIRE');
xlabel('TIEMPO (s)');
ylabel('VELOCIDAD (m/s)');

subplot(4,3,10);plot(t,Exp,'b-');
title('VELOCIDAD DE EVAPORACIÓN');
xlabel('TIEMPO (s)');
ylabel('VEL. EVAPORACIÓN (kgagua/s)');

subplot(4,3,11);plot(t,Nu,'b-');
title('NUSSELT');
xlabel('TIEMPO (s)');
ylabel('NUSSELT');

subplot(4,3,12); plot3(x_rect,y_rect,z_rect,'b');
title('TRAYECTORIA DE LA PARTÍCULA');
xlabel('EJE X (m)');
ylabel('EJE Y (m)');
zlabel('EJE Z (m)');
```

E.2. SUBFUNCIONES

E.2.1. Conductividad térmica

```
function kd=conductividad_termica_aire(T)           %Subfunción que evalúa la conductividad térmica del aire
kd=(-3*10^(-8))*(T^2)+((8*10^(-5))*T)+0.0241;
```

E.2.2. Temperatura de los nodos interiores de la gota

```
function T=crank_shabde_31_Dc(Ar,lam,beta,TdR,Tdr0,Tbh,Tax,b1,n,diam_crit,Ex,clv,h,Di)           %Subfunción que
calcula la temperatura de los nodos interiores de la gota
```

```
r=Ar;
%Matriz a
i=1;
while i<=n
    r=Ar*i;
    j=1;
    while j<=n
        if i==1           %Para el primer nodo interior
            if i==j
                a(i,j)=1+(2*lam/Ar);           %Coeficiente de Ti(l+1)
            elseif j==i+1
                a(i,j)=-(lam/Ar);           %Coeficiente de Ti+1(l+1)
            else
                a(i,j)=0;
            end
        elseif i==n           %Para el ultimo nodo interior
            if diam_crit==0
                if TdR<Tbh           %Etapa de calentamiento
                    if i==j
                        a(i,j)=1+(lam/Ar);           %Coeficiente de Ti(l+1)
                    elseif j==i-1
                        a(i,j)=-(lam/Ar);           %Coeficiente de Ti-1(l+1)
                    else
                        a(i,j)=0;
                    end
                else           %Etapa de evaporación
                    if i==j
                        a(i,j)=1+(2*lam/Ar);           %Coeficiente de Ti(l+1)
                    elseif j==i-1
                        a(i,j)=-lam/Ar;           %Coeficiente de Ti-1(l+1)
                    else
                
```

```

        a(i,j)=0;
    end
end
else %Segunda etapa de calentamiento
    if i==j
        a(i,j)=1+(lam/Ar); %Coeficiente de Ti(l+1)
    elseif j==i-1
        a(i,j)=-(lam/Ar); %Coeficiente de Ti-1(l+1)
    else
        a(i,j)=0;
    end
end
else
    if i==j
        a(i,j)=1+(2*lam/Ar); %Coeficiente de Ti(l+1)
    elseif j==i-1
        a(i,j)=-lam/Ar; %Coeficiente de Ti-1(l+1)
    elseif j==i+1
        a(i,j)=-lam/Ar; %Coeficiente de Ti+1(l+1)
    else
        a(i,j)=0;
    end
end
end
j=j+1;
end
i=i+1;
end
%Matriz c
i=1;
while i<=n
    r=Ar*i;
    if i==1 %Para el primer nodo interior
        c(i)=(lam/Ar)*Tdr0+((1-(4*lam/r)-(2*lam/Ar))*b1(i))+(((4*lam/r)+(lam/Ar))*b1(i+1))+((lam/Ar)*Tdr0);
    elseif i==n %Para el ultimo nodo interior
        if diam_crit==0
            if TdR<Tbh %Etapa de calentamiento
                c(i)=(lam/Ar)*b1(i-1)+((1-(4*lam/r)-(2*lam/Ar))*b1(i))+(((4*lam/r)+(lam/Ar)-
(lam*beta/Ar))*TdR)+((lam*beta/Ar)*Tax);
            else %Etapa de evaporacion
                c(i)=(lam/Ar)*b1(i-1)+((1-(4*lam/r)-(2*lam/Ar))*b1(i))+(((4*lam/r)+(lam/Ar))*Tbh)+((lam/Ar)*Tbh);
            end
        else %Segunda etapa de calentamiento
            c(i)=(lam/Ar)*b1(i-1)+((1-(4*lam/r)-(2*lam/Ar))*b1(i))+(((4*lam/r)+(lam/Ar)-
(lam*beta/Ar))*TdR)+((lam*beta/Ar)*Tax)-((lam*Ex*clv*beta)/(Ar*pi*(Di^2)*h));
        end
    end
end
end

```

```

    end
else
    c(i)=((lam/Ar)*b1(i-1))+((1-(4*lam/r)-(2*lam/Ar))*b1(i))+(((4*lam/r)+(lam/Ar))*b1(i+1));
end
i=i+1;
end

```

%Recordar que para este programa la solución del problema es resolver $a*b1=c$ los cuales son matrices y se resuelven con el algoritmo de Thomas.

T=thomas(a,b1,c,n); %Llamar a la función thomas (Algoritmo de Thomas para resolver sistemas tridiagonales)

E.2.3. Temperatura de los nodos interiores de la gota

```

function T=crank_shabde_3(Ar,lam,beta,TdR,Tdr0,Tbh,Tax,b1,n); %Subfunción que
                                                    calcula la temperatura de los nodos interiores de la gota

r=Ar;
%Matriz a
i=1;
while i<=n
    r=Ar*i;
    j=1;
    while j<=n
        if i==1 %Para el primer nodo interior
            if i==j
                a(i,j)=1+(2*lam/Ar); %Coeficiente de Ti(l+1)
            elseif j==i+1
                a(i,j)=-(lam/Ar); %Coeficiente de Ti+1(l+1)
            else
                a(i,j)=0;
            end
        elseif i==n %Para el ultimo nodo interior
            if TdR<Tbh %Etapa de calentamiento
                if i==j
                    a(i,j)=1+(lam/Ar); %Coeficiente de Ti(l+1)
                elseif j==i-1
                    a(i,j)=-(lam/Ar); %Coeficiente de Ti-1(l+1)
                else
                    a(i,j)=0;
                end
            else %Etapa de evaporacion
                if i==j
                    a(i,j)=1+(2*lam/Ar); %Coeficiente de Ti(l+1)
                elseif j==i-1
                    a(i,j)=-lam/Ar; %Coeficiente de Ti-1(l+1)
                else
                    a(i,j)=0;
                end
            end
        end
        j=j+1;
    end
    i=i+1;
end

```

```

    else
        a(i,j)=0;
    end
end
else
    if i==j
        a(i,j)=1+(2*lam/Ar); %Coeficiente de Ti(l+1)
    elseif j==i-1
        a(i,j)=-lam/Ar; %Coeficiente de Ti-1(l+1)
    elseif j==i+1
        a(i,j)=-lam/Ar; %Coeficiente de Ti+1(l+1)
    else
        a(i,j)=0;
    end
end
j=j+1;
end
i=i+1;
end
%Matriz c
i=1;
while i<=n
    r=Ar*i;
    if i==1 %Para el primer nodo interior
        c(i)=((lam/Ar)*Tdr0)+((1-(4*lam/r)-(2*lam/Ar))*b1(i))+(((4*lam/r)+(lam/Ar))*b1(i+1))+((lam/Ar)*Tdr0);
    elseif i==n %Para el ultimo nodo interior
        if TdR<Tbh %Etapa de calentamiento
            c(i)=((lam/Ar)*b1(i-1))+((1-(4*lam/r)-(2*lam/Ar))*b1(i))+(((4*lam/r)+(lam/Ar)-
(lam*beta/Ar)*TdR)+((lam*beta/Ar)*Tax);
        else %Etapa de evaporacion
            c(i)=((lam/Ar)*b1(i-1))+((1-(4*lam/r)-(2*lam/Ar))*b1(i))+(((4*lam/r)+(lam/Ar))*Tbh)+((lam/Ar)*Tbh);
        end
    else
        c(i)=((lam/Ar)*b1(i-1))+((1-(4*lam/r)-(2*lam/Ar))*b1(i))+(((4*lam/r)+(lam/Ar))*b1(i+1));
    end
    i=i+1;
end
%Recordar que para este programa la solución del problema es resolver a*b1=c los cuales son matrices y se resuelven
con el algoritmo de Thomas.
T=thomas(a,b1,c,n); %Llamar a la función thomas (Algoritmo de Thomas para resolver sistemas tridiagonales)

```

E.2.4. Concentración de agua de los nodos interiores de la gota

```

function Ca=crank_shabde_conc_agua(Ar,lam,TdR,Tdnodo4,Tbh,Cadr0,CadR,Tax,clvbm,h,ks,n,b1,Dif)
if TdR<Tbh
    Ca=b1;
else
r=Ar;
%Matriz a
i=1;
while i<=n
    r=Ar*i;
    j=1;
    while j<=n
        if i==1 %Para el primer nodo interior
            if i==j
                a(i,j)=1+(2*lam/Ar); %Coeficiente de Cai(l+1)
            elseif j==i+1
                a(i,j)=-lam/Ar; %Coeficiente de Cai+1(l+1)
            else
                a(i,j)=0;
            end
        elseif i==n %Para el ultimo nodo interior
            if TdR>=Tbh %Etapa de evaporación
                if i==j
                    a(i,j)=1+(lam/Ar); %Coeficiente de Cai(l+1)
                elseif j==i-1
                    a(i,j)=-lam/Ar; %Coeficiente de Cai-1(l+1)
                else
                    a(i,j)=0;
                end
            end
        else
            if i==j
                a(i,j)=1+(2*lam/Ar); %Coeficiente de Cai(l+1)
            elseif j==i-1
                a(i,j)=-lam/Ar; %Coeficiente de Cai-1(l+1)
            elseif j==i+1
                a(i,j)=-lam/Ar; %Coeficiente de Cai+1(l+1)
            else
                a(i,j)=0;
            end
        end
        j=j+1;
    end
    i=i+1;
end
end

```



```

i=i+1;
end
%Matriz c
i=1;
while i<=n
    r=Ar*i;
    if i==1 %Para el primer nodo interior
        c(i)=((lam/Ar)*Cadr0)+((1-(4*lam/r)-(2*lam/Ar))*b1(i))+(((4*lam/r)+(lam/Ar))*b1(i+1))+((lam/Ar)*Cadr0);
    elseif i==n %Para el ultimo nodo inetrior
        if TdR>=Tbh %Etapa de evaporación
            c(i)=((lam/Ar)*b1(i-1))+((1-(4*lam/r)-(2*lam/Ar))*b1(i))+(((4*lam/r)+(lam/Ar))*Cadr)-(((h*(Tax-TdR))-(ks*(TdR-
Tdnodo4)/Ar))*lam/(Dif*clvbh));
        end
    else
        c(i)=((lam/Ar)*b1(i-1))+((1-(4*lam/r)-(2*lam/Ar))*b1(i))+(((4*lam/r)+(lam/Ar))*b1(i+1));
    end
    i=i+1;
end
%Recordar que para este programa la solución del problema es resolver a*b1=c los cuales son matrices y se resuelven
con el algoritmo de Thomas.
Ca=thomas(a,b1,c,n); %Llamar a la función thomas (Algoritmo de Thomas para resolver sistemas
tridiagonales)
for j=1:n %No hay concentraciones negativas
    if Ca(j)<0
        Ca(j)=0;
    end
end
end
end

```

E.2.5. Concentración de agua superficial de la gota

```

function CadRac=Ca_shabde_sup_gota(Tax,TdR,Tdnodo4,Ar,Dif,clvbh,h,ks,Canodo4,Tbh,CadR); %Subfunción que
calcula la Concentración de agua superficial de la gota para el tiempo
t+1 (kgagua/m^3totales)
if TdR<Tbh %Etapa de calentamiento
    CadRac=CadR;
else %Etapa de evaporacion
    CadRac=(((h*(TdR-Tax))+(ks*(TdR-Tdnodo4)/Ar))*Ar/(Dif*clvbh))+Canodo4;
end

```

E.2.6. Calor específico húmedo del aire

```
function Cs=Cp_aire(Cpa,Cv,Y) %Subfunción que calcula el calor específico húmedo de la mezcla aire-
agua (Jmezcla/(kgas*K))
Cs=Cpa+Cv*Y; %Calor específico húmedo de la mezcla aire-agua (Jmezcla/(kgas*K))
```

E.2.7. Volumen húmedo y densidad del aire

```
function [Vh,densa]=densidad_aire(Mb,Ma,Y,Ta,Pt) %Subfunción que calcula el volumen húmedo del aire
(m^3mezcla/kgas) y su densidad (kgmezcla/m^3mezcla)
Vh=8315*((1/Mb)+(Y/Ma))*((Ta+273.15)/Pt); %Volumen húmedo del aire a la entrada del secador (m^3mezcla/kgas)
densa=(1+Y)/Vh; %Densidad del aire a la entrada del secador (kgmezcla/m^3mezcla)
```

E.2.8. Masa, densidad y diámetro de la gota

```
function [mdi,Di,densi]=densidad_gota(mdiinicial,X1,Xx,ssp,Dvs,densw) %Subfunción que calcula la masa
(kgsh), densidad (kgtotales/m^3) y diámetro de la gota (m)
mdi=mdiinicial-((X1-Xx)*ssp); %Masa de la gota (kgsh)
Di=((Dvs^3)-((6*(X1-Xx)*ssp)/(densw*pi)))^(1/3); %Diámetro de la gota
densi=mdi/((pi/6)*(Di^3)); %Densidad de la partícula (kgsh/m^3sh)
```

E.2.9. Eficiencia

```
function efic=eficiencia(Fm,X1,Xx,clvbh,Gm,Csi,Ta1,Tbh) %Subfunción que calcula la eficiencia (%)
efic=((Fm*(X1-Xx)*clvbh)/(Gm*Csi*(Ta1-Tbh))*100;
```

E.2.10. Evaluar las ecuaciones de Runge –Kutta

```
function
[Vt1,Vr1,Vv1,q1,x1,r1,R1,angulo1]=eval_ec_sec_1_angulo(t,Vt,Vr,Vv,Vrel,FL,r,Di,densi,h,q,Vat,Var,Vav,CD,densai,Tax,TdR,T
dnodo4,g,At,x,clvbh,densw,ks,Ar) %Subfunción que evalúa las ecuaciones de Runge Kutta
%Trayectoria de la partícula
Vt1=-(Vt*Vr/r)-((3*CD*densai*(sqrt(((Vt-Vat)^2)+((Vr-Var)^2)+((Vv-Vav)^2)))*(Vt-Vat))/(4*Di*densi);
Vr1=((Vt^2)/r)-((3*CD*densai*(sqrt(((Vt-Vat)^2)+((Vr-Var)^2)+((Vv-Vav)^2)))*(Vr-Var))/(4*Di*densi)-
(FL/(densi*(pi/6)*(Di^3)));
Vv1=g-((3*CD*densai*(sqrt(((Vt-Vat)^2)+((Vr-Var)^2)+((Vv-Vav)^2)))*(Vv-Vav))/(4*Di*densi);
%Calor transferido a la partícula
q1=h*pi*(Di^2)*(Tax-TdR); %Calor suministrado a la gota (J/s)
%Distancia axial
```

```

x1=Vv;
%Distancia radial
r1=Vr;
%Radio de la gota
R1=-((h*(Tax-TdR))-(ks*(TdR-Tdnodo4)/Ar))/(clvbh*densw);
%Ángulo que recorre la gota
angulo1=Vt/r;

```

E.2.11. Evaluar las ecuaciones de Runge –Kutta

```

function
[Vt1,Vr1,Vv1,q1,x1,r1,R1,angulo1]=eval_ec_sec_2_angulo(t,Vt,Vr,Vv,Vrel,FLr,Di,densi,h,q,Vat,Var,Vav,CD,densai,Tax,TdR,T
dnodo4,g,At,x,clvbh,densw,ks,Ar) %Subfunción que evalúa las ecuaciones de Runge Kutta
%Trayectoria de la partícula
Vt1=-((Vt*Vr/r)-((3*CD*densai*(sqrt(((Vt-Vat)^2)+((Vr-Var)^2)+((Vv-Vav)^2))))*(Vt-Vat))/(4*Di*densi));
Vr1=0;
Vv1=g-((3*CD*densai*(sqrt(((Vt-Vat)^2)+((Vr-Var)^2)+((Vv-Vav)^2))))*(Vv-Vav))/(4*Di*densi);
%Calor transferido a la partícula
q1=h*pi*(Di^2)*(Tax-TdR); %Calor suministrado a la gota (J/s)
%Distancia axial
x1=Vv;
%Distancia radial
r1=Vr;
%Radio de la gota
R1=-((h*(Tax-TdR))-(ks*(TdR-Tdnodo4)/Ar))/(clvbh*densw);
%Ángulo que recorre la gota
angulo1=Vt/r;

```

E.2.12. Fuerza de flotación

```

function FL=fza_flotacion(densai,Di,Vav,Vrel,r,x,teta, visa) %Subfunción que calcula la fza de flotación (N)
K=1.4*Vav*r/((x*tan(teta/4))^2); %Rotacional de la V del aire (1/s)
FL=20.25*densai*(Di^2)*(((visa*100/1000)/densai)/K)^0.5)*Vrel; %Fuerza de flotación (N)

```

E.2.13. Números adimensionales

```

function [Nu,Sh,Pr,Sc]=num_adim(Csi,visa,kd,Di,Dv,densai,Re) %Subfunción que calcula los números
adimensionales Nu y Sh
Pr=Csi*(visa*100/1000)/kd; %Número de Prandtl
Sc=(visa*100/1000)/(Dv*densai); %Número de Schmidt

```

```
Nu=2+(0.6*(Re^(1/2))*(Pr^(1/3)));           %Número de Nusselt
Sh=2+(0.6*(Re^(1/2))*(Pr^(1/3)));         %Número de Sherwood
```

E.2.14. Radio de la cámara

```
function Rx=radio_camara(x,Hcilindro,Rc,ang) %Subfunción que calcula el radio de la cámara a cualquier altura (m)
if x<=Hcilindro
    Rx=Rc;
else
    Rx= Rc-(x-Hcilindro)*tan((pi/2)-ang);
end
```

E.2.15. Flujo másico de aire

```
function Wg=relacion_xH(x,H,Gm,alim,Yh2,Y2) %Flujo másico de aire (kgas/s)
Wg=Gm; %Flujo másico de aire (kgas/s)
```

E.2.16. Reynolds, velocidad relativa y coeficiente de arrastre

```
function [Vrel,Re,CD]=reynolds(Vt,Vr,Vv,Vat,Var,Vav,Di,densai,visa) %Subfunción que calcula la V relativa, el Re y CD
Vrel=sqrt(((Vt-Vat)^2)+((Vr-Var)^2)+((Vv-Vav)^2)); %Velocidad relativa entre la gota y el aire (m/s)
Re=Di*Vrel*densai/(visa*100/1000); %Número de Reynolds (adimensional)
if Re<0.2
    CD=24/Re; %Coeficiente de arrastre (adimensional)
elseif Re>1000
    CD=0.44;
else
    CD=0.4+(40/Re);
end
```

E.2.17. Resolver ecuaciones simultáneas

```
function
[tm,Vtm,Vrm,Vvm,qm,xm,rm,Dim,angulom]=rk4_sec_sim_1(t,Vt,Vr,Vv,Vrel,FL,r,Di,densi,h,q,Vat,Var,Vav,CD,densai,Tax,TdR,
Tdnodo4,g,At,x,clvbh,densw,ks,Ar,angulo) %Subfunción que calcula las ecuaciones simultaneas del
programa secador

%MÉTODO DE RUNGE-KUTTA DE CUARTO ORDEN
R=Di/2;
for i=1:4
```

```

if i==1
    ti(i)=t;
    Vti(i)=Vt;
    Vri(i)=Vr;
    Vvi(i)=Vv;
    qi(i)=q;
    xi(i)=x;
    ri(i)=r;
    Ri(i)=R;
    angulo(i)=angulo;
elseif i==4
    ti(i)=t+At; %Valores que serán usados para calcular k4
    Vti(i)=Vt+(k1(i-1)*At);
    Vri(i)=Vr+(k2(i-1)*At);
    Vvi(i)=Vv+(k3(i-1)*At);
    qi(i)=q+(k4(i-1)*At);
    xi(i)=x+(k5(i-1)*At);
    ri(i)=r+(k6(i-1)*At);
    Ri(i)=R+(k7(i-1)*At);
    angulo(i)=angulo+(k8(i-1)*At);
else
    ti(i)=t+(0.5*At); %Valores que serán usados para calcular ki
    Vti(i)=Vt+(0.5*k1(i-1)*At);
    Vri(i)=Vr+(0.5*k2(i-1)*At);
    Vvi(i)=Vv+(0.5*k3(i-1)*At);
    qi(i)=q+(0.5*k4(i-1)*At);
    xi(i)=x+(0.5*k5(i-1)*At);
    ri(i)=r+(0.5*k6(i-1)*At);
    Ri(i)=R+(0.5*k7(i-1)*At);
    angulo(i)=angulo+(0.5*k8(i-1)*At);
end
[k1(i),k2(i),k3(i),k4(i),k5(i),k6(i),k7(i),k8(i)]=eval_ec_sec_1_angulo(ti(i),Vti(i),Vri(i),Vvi(i),Vrel,FL,ri(i),Di,densi,h,qi(i),Vat,Var,Vav,
CD,densai,Tax,TdR,Tdnodo4,g,At,xi(i),clvbh,densw,ks,Ar); %1 es la variable o ecuación, i es el subíndice
de la k
end
tm=t+At;
Vtm=Vt+((1/6)*(k1(1)+(2*k1(2))+(2*k1(3))+k1(4))*At);
Vrm=Vr+((1/6)*(k2(1)+(2*k2(2))+(2*k2(3))+k2(4))*At);
Vvm=Vv+((1/6)*(k3(1)+(2*k3(2))+(2*k3(3))+k3(4))*At);
qm=q+((1/6)*(k4(1)+(2*k4(2))+(2*k4(3))+k4(4))*At);
xm=x+((1/6)*(k5(1)+(2*k5(2))+(2*k5(3))+k5(4))*At);
rm=r+((1/6)*(k6(1)+(2*k6(2))+(2*k6(3))+k6(4))*At);
Rm=R+((1/6)*(k7(1)+(2*k7(2))+(2*k7(3))+k7(4))*At);
Dim=2*Rm;

```

```
angulom=angulo+((1/6)*(k8(1)+(2*k8(2))+(2*k8(3))+k8(4))*At);
```

E.2.18. Resolver ecuaciones simultáneas

```
function
```

```
[tm,Vtm,Vrm,Vvm,qm,xm,rm,Dim,angulom]=rk4_sec_sim_2_angulo(t,Vt,Vr,Vv,Vrel,FL,r,Di,densi,h,q,Vat,Var,Vav,CD,densai,
Tax,TdR,Tdnodo4,g,At,x,clvvh,densw,ks,Ar,angulo) %Subfunción que calcula las ecuaciones simultaneas del
programa secador
```

```
%MÉTODO DE RUNGE-KUTTA DE CUARTO ORDEN
```

```
R=Di/2;
```

```
for i=1:4
```

```
if i==1
```

```
ti(i)=t;
Vti(i)=Vt;
Vri(i)=Vr;
Vvi(i)=Vv;
qi(i)=q;
xi(i)=x;
ri(i)=r;
Ri(i)=R;
anguloi(i)=angulo;
```

```
elseif i==4
```

```
ti(i)=t+At; %Valores que serán usados para calcular k4
Vti(i)=Vt+(k1(i-1)*At);
Vri(i)=Vr+(k2(i-1)*At);
Vvi(i)=Vv+(k3(i-1)*At);
qi(i)=q+(k4(i-1)*At);
xi(i)=x+(k5(i-1)*At);
ri(i)=r+(k6(i-1)*At);
Ri(i)=R+(k7(i-1)*At);
anguloi(i)=angulo+(k8(i-1)*At);
```

```
else
```

```
ti(i)=t+(0.5*At); %Valores que serán usados para calcular ki
Vti(i)=Vt+(0.5*k1(i-1)*At);
Vri(i)=Vr+(0.5*k2(i-1)*At);
Vvi(i)=Vv+(0.5*k3(i-1)*At);
qi(i)=q+(0.5*k4(i-1)*At);
xi(i)=x+(0.5*k5(i-1)*At);
ri(i)=r+(0.5*k6(i-1)*At);
Ri(i)=R+(0.5*k7(i-1)*At);
anguloi(i)=angulo+(0.5*k8(i-1)*At);
```

```
end
```

```
[k1(i),k2(i),k3(i),k4(i),k5(i),k6(i),k7(i),k8(i)]=eval_ec_sec_2_angulo(ti(i),Vti(i),Vri(i),Vvi(i),Vrel,FL,ri(i),Di,densi,h,qi(i),Vat,Var,Vav,
CD,densai,Tax,TdR,Tdnodo4,g,At,xi(i),clvbh,densw,ks,Ar);
```

%1 es la variable o ecuación, i es el subíndice

de la k

end

tm=t+At;

Vtm=Vt+((1/6)*(k1(1)+(2*k1(2))+(2*k1(3))+k1(4))*At);

Vrm=Vr+((1/6)*(k2(1)+(2*k2(2))+(2*k2(3))+k2(4))*At);

Vvm=Vv+((1/6)*(k3(1)+(2*k3(2))+(2*k3(3))+k3(4))*At);

qm=q+((1/6)*(k4(1)+(2*k4(2))+(2*k4(3))+k4(4))*At);

xm=x+((1/6)*(k5(1)+(2*k5(2))+(2*k5(3))+k5(4))*At);

rm=r+((1/6)*(k6(1)+(2*k6(2))+(2*k6(3))+k6(4))*At);

Rm=R+((1/6)*(k7(1)+(2*k7(2))+(2*k7(3))+k7(4))*At);

Dim=2*Rm;

angulom=angulo+((1/6)*(k8(1)+(2*k8(2))+(2*k8(3))+k8(4))*At);

E.2.19. Temperatura del aire

```
function Tax=T_aire_1(Fm,Cpss,Tsx,Ts1,X1,Cpw,Tbh,Xx,clvbh,Cv,Wg,Cs,Ta1,TdR) %Subfunción que calcula la Tax (°C)
```

```
if TdR<Tbh %No hay evaporación
```

```
    Tax=Ta1-(((Fm*Cpss*(Tsx-Ts1))+(Fm*Xx*Cpw*(Tsx-Ts1)))/(Wg*Cs)); %Temperatura del aire (°C)
```

```
else
```

```
    Tax=((Fm*Cpss*(Tsx-Ts1))+(Fm*Xx*Cpw*(Tsx-Ts1))+(Fm*(X1-Xx)*clvbh)-(Fm*(X1-Xx)*Cv*Tbh)-(Wg*Cs*Ta1))/(-
    ((Wg*Cs)+(Fm*(X1-Xx)*Cv)));
```

```
end
```

E.2.20. Temperatura superficial de la gota

```
function TdRac=T_sup_gota_31_Dc(beta,Tax,TdR,Tnodo4,Tbh,diam_crit,Ex,clv,h,Di) %Subfunción que calcula la T
superficial de la gota (°C)
```

```
if diam_crit==0
```

```
    if TdR<Tbh %Primera etapa de calentamiento
```

```
        TdRac=(beta*(Tax-TdR))+Tnodo4;
```

```
    else %Etapa de evaporacion
```

```
        TdRac=Tbh;
```

```
    end
```

```
else %Segunda etapa de calentamiento
```

```
    TdRac=(beta*(Tax-TdR))-((Ex*clv*beta)/(pi*(Di^2)*h))+Tnodo4;
```

```
end
```

E.2.21. Temperatura superficial de la gota

```
function TdRac=T_sup_gota(beta,Tax,TdR,Tnodo4,Tbh)           %Subfunción que calcula la T superficial de la gota (°C)
if TdR<Tbh           %Etapa de calentamiento
    TdRac=(beta*(Tax-TdR))+Tnodo4;
else                 %Etapa de evaporación
    TdRac=Tbh;
end
```

E.2.22. Velocidad del aire

```
function [Vat,Var,Vav]=vel_aire_1(x,H,Wg,Y,Rx,densai,r,Rc) %Subfunción que calcula las velocidades del aire (m/s)
C1=(-(113.01*((x/H)^2))-(11.718*x/H)+324.58)/100; %Constante para la ec. de Vat (m/s)
Vat=C1*((r/Rx)^0.5); %Velocidad tangencial del aire (m/s)
C3=(2.25*(Wg*(Y+1))/(densai*pi*((Rx)^2)); %Constante para la ec. de Vav (m/s)
Vav=C3*((r/Rx)^2.5); %Velocidad axial del aire (m/s)
Var=0; %Velocidad radial del aire (m/s)
```

E.2.23. Velocidad de evaporación

```
function Ex=vel_evap(TdR,Tbh,h,Tax,ks,Tnodo4,Ar,Di,clvbh) %Subfunción que calcula la velocidad de evaporación (kgagua/s)

if TdR<Tbh
    Ex=0; %Velocidad de evaporación (kgagua/s)
else
    Ex=((h*(Tax-TdR))-(ks*(TdR-Tnodo4)/Ar))*pi*(Di^2)/clvbh;
end
```