



**INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**  
**ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA**  
**SECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN**  
**LABORATORIO DE INGENIERÍA TÉRMICA E HIDRÁULICA APLICADA**



**ESTUDIO NUMÉRICO DE LA INFLUENCIA DE LA INCLINACIÓN  
AXIAL DE LOS ÁLABES EN EL DESEMPEÑO DE UN COMPRESOR  
AXIAL MULTI-ETAPAS**

**Tesis**  
**Para obtener el grado de**  
**Maestro en Ciencias en Ingeniería Mecánica**

**Presenta**  
**Ing. Israel González Neria**

**Directores de Tesis**  
**Dr. Miguel Toledo Velázquez**  
**Dr. Luis Alfonso Moreno Pacheco**

**México D.F.**

**Septiembre 2013**



# INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

## ACTA DE REVISIÓN DE TESIS

En la Ciudad de México, D. F. siendo las 9:00 horas del día 02 del mes de Septiembre del 2013 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de la Tesis, designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de E.S.I.M.E. para examinar la tesis titulada:

**“ESTUDIO NUMÉRICO DE LA INFLUENCIA DE LA INCLINACIÓN AXIAL DE LOS ÁLABES EN EL DESEMPEÑO DE UN COMPRESOR AXIAL MULTI-ETAPAS”.**

Presentada por el alumno:

**GONZÁLEZ**

Apellido paterno

**NERIA**

Apellido materno

**ISRAEL**

Nombre(s)

Con registro: 

B	1	0	2	1	4	4
---	---	---	---	---	---	---

aspirante de:

**MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERIA MECÁNICA**

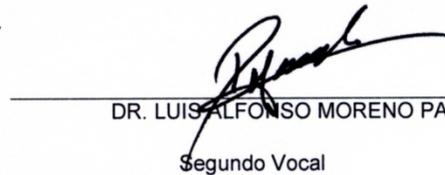
Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **SU APROBACIÓN DE LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

### LA COMISIÓN REVISORA

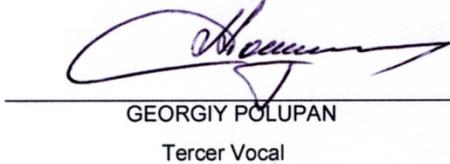
Directores de tesis

  
DR. MIGUEL TOLEDO VELÁZQUEZ

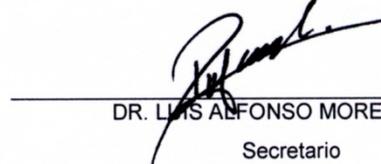
Presidente

  
DR. LUIS ALFONSO MORENO PACHECO

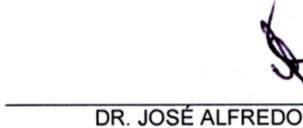
Segundo Vocal

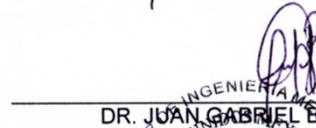
  
GEORGIY POLUPAN

Tercer Vocal

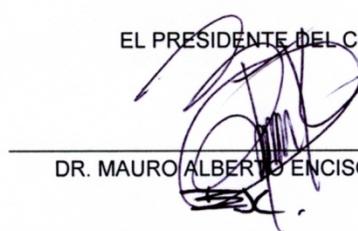
  
DR. LUIS ALFONSO MORENO PACHECO

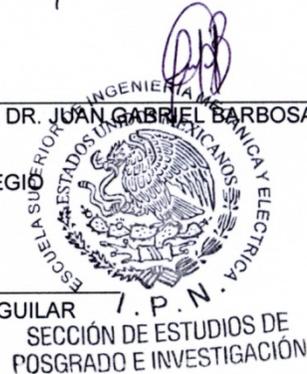
Secretario

  
DR. JOSÉ ALFREDO JIMÉNEZ BERNAL

  
DR. JUAN GABRIEL BARBOSA SALDAÑA

EL PRESIDENTE DEL COLEGIO

  
DR. MAURO ALBERTO ENCISO AGUILAR





# *INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL*

## *SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO*

### *CARTA CESIÓN DE DERECHOS*

En la Ciudad de México, D.F. el día 15 del mes de Octubre del año 2013, el que suscribe Israel González Neria alumno del Programa de Maestría en Ingeniería Mecánica, con número de registro B102144, adscrito a la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación de la Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica Unidad Zacatenco, manifiesto que es el autor intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección del Dr. Miguel Toledo Velázquez y del Dr. Luis Alfonso Moreno Pacheco, y cede los derechos del trabajo titulado ESTUDIO NUMÉRICO DE LA INFLUENCIA DE LA INCLINACIÓN AXIAL DE LOS ÁLABES EN EL DESEMPEÑO DE UN COMPRESOR AXIAL MULTI-ETAPAS, al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o directores del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la siguiente dirección [igonzalezn0900@alumno.ipn.mx](mailto:igonzalezn0900@alumno.ipn.mx). Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

Israel González Neria

---

Nombre y firma del alumno(a)

## **Resumen**

En el presente estudio se utilizó la metodología de vórtice libre para realizar el diseño de un compresor axial de siete etapas, el cual se tomó como configuración base para implementar una inclinación axial positiva y negativa, sobre los álabes del rotor y del estator, con el objetivo de observar la variación del desempeño del compresor.

Posteriormente se realizó una simulación numérica con un programa comercial de dinámica de fluidos computacionales, NUMECA International, el cual utiliza la metodología de los volúmenes finitos para resolver las ecuaciones Reynolds-Promedio Navier-Stokes. Con este programa se obtuvieron las características del compresor para seis condiciones de frontera y siete velocidades de rotación diferentes.

Los resultados mostraron que la modificación del comportamiento del flujo a causa de la inclinación axial, conduce a incrementar la eficiencia en la mayoría de los puntos de operación, sin embargo, en muy pocos de estos se obtuvo un incremento de la relación de presiones. En el caso específico de la configuración con la inclinación axial positiva, se observa un incremento del rango de operación para tres velocidades de rotación, por su parte, la configuración con la inclinación axial negativa tiene un incremento del rango de operación solo para dos velocidades de rotación.

## **Abstract**

With base on the free vortex methodology, the design of a seven-stage axial compressor was develop in the current study. This was taken as the base line to obtain a positive and negative sweep configuration, with the aim to show the change in the performance of the compressor, because of the sweep of the blades and vanes.

Then a numerical simulation with the software NUMECA International was developed, for six boundary conditions and seven rotational speeds, to obtain the performance map for each configuration.

The results shown that the change in the compressor performance because of the swept blades and vanes yields to increase the efficiency for almost all the operational points, however, an increase in the pressure ratio was achieved just in a few ones. On the other hand, the positive sweep configuration shows an operational range increase, for three rotational speeds, meanwhile, the negative sweep configuration shows an operational range increase just for two rotational speeds.

## Índice

	Página
Lista de figuras	I
Lista de tablas	III
Nomenclatura	IV
Introducción	VII
Capítulo 1.- Estado del arte de la inclinación axial	1
1.1.- Tipos de inclinación axial	2
1.2.- Investigaciones de la inclinación axial en los álabes	4
1.3.- Beneficios obtenidos con la inclinación axial	9
Capítulo 2.- Diseño del compresor axial de siete etapas	12
2.1.- Equilibrio radial	13
2.2.- Metodologías de diseño	15
2.3.- Características del compresor	17
2.4.- Inclinación axial de los álabes	30
Capítulo 3.- Simulación numérica del compresor de flujo axial	32
3.1.- Modelos matemáticos en la dinámica de fluidos computacionales	33
3.1.1.- Ecuaciones fundamentales del flujo de fluidos	33
3.1.2.- Ecuaciones Reynolds-Promedio Navier-Stokes	39
3.1.3.- Modelo de turbulencia	41
3.2.- Características de la simulación numérica	44
Capítulo 4.- Análisis de resultados	53
4.1.- Validación de los resultados	54
4.2.- Mapa de desempeño del compresor axial	57
4.3.- Variación de las propiedades del compresor	68
Conclusiones	78
Recomendaciones	79
Referencias	80

## Lista de figuras

Figura	Título	Página
1.1	Inclinación axial A) hacia atrás y B) hacia adelante [1].	2
1.2	Álabe A) con inclinación positiva, B) base y C) con inclinación negativa.	2
1.3	Inclinación axial A) hacia adelante y B) hacia atrás [10].	3
1.4	Inclinación axial A) del rotor y B) del estator [11].	3
1.5	Variación de la inclinación axial [12].	4
1.6	Inclinación axial parabólica [13].	4
1.7	Variación de algunas características con el ángulo de inclinación [6].	5
1.8	Compresor axial de cuatro etapas [11].	6
1.9	Etapas del compresor [13].	7
1.10	Contornos de velocidad relativa [1].	8
1.11	Contornos de velocidad axial [15].	8
1.12	Variación del perfil de la velocidad axial [10].	9
1.13	Ángulo $90^\circ - \lambda$ [10].	9
1.14	Longitud de las líneas de trayectoria [10].	10
1.15	Fluido desplazado hacia la punta del álabe [10].	11
2.1	Equilibrio radial de una partícula de fluido [16].	13
2.2	Perfil aerodinámico NACA 65A010 [19].	21
2.3	Triángulo de velocidades en la punta.	29
2.4	Triángulo de velocidades en la parte media.	29
2.5	Triángulo de velocidades en la raíz.	30
2.6	Inclinación axial del rotor de la primera etapa, configuración A) con inclinación axial positiva, B) base y C) con inclinación axial negativa [20].	31
3.1	Partícula de fluido [21].	34
3.2	Esfuerzos en la dirección “x” [21].	34
3.3	Componente promedio y fluctuante de “u” [21].	40
3.4	Dominio computacional.	44
3.5	Geometría del álabe.	44
3.6	Malla tipo H y tipo O.	45
3.7	Frontera periódica.	45
3.8	Número de puntos en la malla.	46
3.9	Perfiles de la capa límite [22].	46
3.10	Malla del compresor.	47
3.11	Curva de desempeño.	48
3.12	Malla múltiple con un ciclo V [22].	49
3.13	Estrategia de la malla múltiple total [22].	50
3.14	Variación en la densidad de la malla.	50
4.1	Variación de la relación de presiones del compresor ASTC [26].	54
4.2	Variación de la relación de presiones del compresor.	55
4.3	Variación de la presión y de la temperatura a través del compresor [27].	55
4.4	Variación de A) la presión y de B) la temperatura a través del compresor.	56
4.5	Perfil de la velocidad axial para A) la primera etapa y B) la cuarta etapa [16].	56

4.6	Perfil de la velocidad axial para A) la primera etapa y B) la cuarta etapa.	57
4.7	Desempeño del compresor, configuración con inclinación axial positiva y base.	60
4.8	Rango de operación [27].	61
4.9	Desempeño del compresor, configuración con inclinación axial negativa y base.	62
4.10	Variación de A) la relación de presiones y B) de la eficiencia - 15000 rpm.	63
4.11	Fluctuación de la presión [28].	63
4.12	Variación de A) la relación de presiones y B) de la eficiencia - 16000 rpm.	64
4.13	Variación de A) la relación de presiones y B) de la eficiencia - 10000 rpm.	65
4.14	Rango del ángulo de incidencia [16].	66
4.15	Desempeño del compresor con A) los ángulos de diseño y B) con los ángulos óptimos [29].	67
4.16	Variación de la presión total a través del compresor – 15000 rpm.	68
4.17	Vectores de velocidad absoluta para la configuración A) base y B) con inclinación axial positiva para el rotor de la quinta etapa – 15000 rpm.	69
4.18	Líneas de corriente para la configuración A) base y B) con inclinación axial positiva para el rotor de la quinta etapa – 15000 rpm.	69
4.19	Perfil de la velocidad axial a la entrada del rotor de la quinta etapa.	70
4.20	Perfil del ángulo $\beta$ a la entrada del rotor de la quinta etapa.	70
4.21	Vectores de velocidad absoluta para la configuración A) base y B) con inclinación axial positiva para el rotor de la séptima etapa - 15000 rpm.	71
4.22	Líneas de corriente para la configuración A) base y B) con inclinación axial positiva para el rotor de la séptima etapa – 15000 rpm.	71
4.23	Variación de la presión total a través del compresor – 16000 rpm.	72
4.24	Vectores de velocidad absoluta para la configuración A) base y B) con inclinación axial positiva para el rotor de la quinta etapa – 16000 rpm.	73
4.25	Líneas de corriente para la configuración A) base y B) con inclinación axial positiva para el rotor de la quinta etapa – 16000 rpm.	73
4.26	Vectores de velocidad absoluta para la configuración A) base y B) con inclinación axial positiva para el rotor de la séptima etapa - 16000 rpm.	74
4.27	Líneas de corriente para la configuración A) base y B) con inclinación axial positiva para el rotor de la séptima etapa – 16000 rpm.	74
4.28	Variación de la presión total a través del compresor – 10000 rpm.	75
4.29	Distribución de la presión total para la configuración A) base, B) con inclinación axial positiva y C) negativa a la salida del estator de la sexta etapa – 10000 rpm.	76
4.30	Figura 4.30.- Vectores de velocidad absoluta para la configuración A) base, B) con inclinación axial positiva y C) negativa para el rotor de la séptima etapa – 10000 rpm.	76
4.31	Líneas de corriente para la configuración A) base, B) con inclinación axial positiva y C) negativa para el rotor de la séptima etapa - 10000 rpm.	77
4.32	Perfil de la presión total en la raíz del rotor de la séptima etapa.	77

## Lista de tablas

Tabla	Título	Página
2.1	Metodologías de diseño del compresor axial [17].	16
2.2	Características de la primera etapa.	22
2.3	Características de la segunda etapa.	23
2.4	Características de la tercera etapa.	24
2.5	Características de la cuarta etapa.	25
2.6	Características de la quinta etapa.	26
2.7	Características de la sexta etapa.	27
2.8	Características de la séptima etapa.	28
3.1	Recomendación de los modelos de turbulencia [22].	42
3.2	Comparación de los resultados obtenidos con tres diferentes mallas.	51
4.1	Valores de la configuración base	58
4.2	Valores de la configuración con inclinación axial positiva.	59
4.3	Valores de la configuración con inclinación axial negativa.	61
4.4	Variación del rango de operación, de la eficiencia y de la relación de presiones.	65

## Nomenclatura

Símbolo	Nombre	Unidades
A	Área	m <sup>2</sup>
C	Velocidad absoluta, velocidad	m/s
c	Cuerda del álabe	m
C <sub>p</sub>	Calor específico a presión constante	J/kg·K
E <sub>ax</sub>	Espaciamiento axial entre las coronas de álabes	m
e	Deformación lineal	-
F <sub>i</sub>	Fuerza de inercia	N
h	Entalpía estática específica	J/kg
$\underline{h}$	Altura	m
i	Ángulo de incidencia	°
k	Relación de calores específicos	-
M	Número de Mach	-
$\dot{m}$	Flujo másico	kg/s
N	Número de revoluciones por minuto	rpm
n	Número de álabes	-
P	Presión estática, valor promedio de la presión	Pa
p'	Valor fluctuante de la presión	Pa
R	Constante de los gases, relación de radios	J/kg·K,-
r	Radio	m
S	Termino fuente	-
s	Entropía específica	J/kg·K
$\underline{s}$	Paso entre álabes	m
T	Temperatura estática	K
t	Tiempo	s
U	Velocidad tangencial, valor promedio de la velocidad en la dirección "x"	m/s
u	Componente de la velocidad en "x", energía interna	m/s, J
u'	Valor fluctuante de la velocidad en la dirección "x"	m/s
V	Velocidad relativa, valor promedio de la velocidad en la dirección "y"	m/s
v	Componente de la velocidad en "y"	m/s
v'	Valor fluctuante de la velocidad en la dirección "y"	m/s
W	Valor promedio de la velocidad en la dirección "z"	m/s
w	Componente de la velocidad en "z"	m/s
w'	Valor fluctuante de la velocidad en la dirección "z"	m/s

X	Componente cartesiana	-
Y	Componente cartesiana	-
Z	Componente cartesiana	-

### Letras griegas

Símbolo	Nombre	Unidades
$\alpha$	Ángulo del flujo	°
$\alpha'$	Ángulo del álabe – cascada de álabes	°
$\beta$	Ángulo del álabe – triángulo de velocidades	°
$\Delta$	Incremento de una propiedad	-
$\delta$	Ángulo de desviación, ángulo de la inclinación axial	°
$\varepsilon$	Deflexión del flujo	°
$\zeta$	Ángulo de posicionamiento	°
$\eta$	Eficiencia isotrópica	-
$\eta_{pol}$	Eficiencia politrópica	-
$\theta$	Ángulo de combadura	°
$\lambda$	Factor de trabajo realizado	-
$\Lambda$	Grado de reacción	-
$\mu$	Viscosidad dinámica	N·s/m <sup>2</sup>
$\nu$	Viscosidad cinemática	m <sup>2</sup> /s
$\pi$	Relación de presiones	-
$\rho$	Densidad	kg/m <sup>3</sup>
$\tau$	Esfuerzo cortante	Pa

### Subíndices

A	Arriba	-
a	Componente axial	-
B	Abajo	-
blo	Valor en el límite debido al bloqueo del compresor	-
E	Este	-
M	Medio	-

N	Norte	-
p	Punta	-
O	Oeste	-
r	raíz, rotor, componente radial de la línea de corriente	-
re	Valor en el límite debido a la regresión del flujo	-
ref	Referencia	-
S	Sur	-
s	Estator, componente a lo largo de la línea de corriente	-
w	Componente tangencial	-
0	Propiedad total	-

## Introducción

Desde los inicios del desarrollo del compresor axial, siempre se ha tenido interés en mejorar su desempeño, al entender el comportamiento de los fenómenos que generan pérdidas dentro de éste, y por lo tanto conducen a disminuir su eficiencia. Una de las formas de mejorar su desempeño, siempre ha estado enfocada en el cambio de la geometría del álabe, como por ejemplo, la introducción de los perfiles aerodinámicos y la variación del ángulo de posicionamiento a lo largo de su altura.

En años más recientes estos cambios se encuentran en los denominados diseños tridimensionales, los cuales comprenden el arqueado, la inclinación axial, la inclinación tangencial y la combadura de la punta del álabe, con el objetivo de mejorar el comportamiento aerodinámico del compresor.

Con base en lo antes mencionado, este trabajo tiene como objetivo mostrar la influencia de la inclinación axial sobre el desempeño de un compresor axial, para diferentes puntos de operación, con ayuda de una herramienta de dinámica de fluidos computacionales.

Para lograr este objetivo fue necesario partir del diseño de una configuración base, que sirviera como punto de referencia, tanto en la geometría de los álabes como en el desempeño del compresor, para posteriormente realizar la simulación de las tres configuraciones, y de esta forma obtener el comportamiento de cada una de ellas. Este proceso se estructuró por medio de los cuatro capítulos del presente trabajo, los cuales son descritos a continuación.

En el capítulo 1 se presenta el estado del arte de la inclinación axial, donde se menciona su clasificación con base en las consideraciones tomadas por diferentes investigadores, los estudios que se han realizado y los efectos observados cuando se tienen álabes con esta variación geométrica.

En el capítulo 2 se presenta el diseño del compresor axial de siete etapas, donde se mencionan las características de la teoría del equilibrio radial, se presentan algunos métodos de diseño que surgen de esta teoría, y por último se hace mención de las características obtenidas al utilizar la metodología de vórtice libre en el diseño del compresor axial multi-etapas.

En el capítulo 3 se presenta la simulación numérica del compresor axial, donde se hace una breve descripción de las ecuaciones del flujo de fluidos, así como de las principales características que se utilizaron para la simulación numérica.

En el capítulo 4 se presentan los resultados de las tres configuraciones del compresor axial, obtenidos de la simulación numérica, además se muestra la variación de las características a causa de la inclinación axial para diferentes puntos de operación.

## **Capítulo 1.- Estado del arte de la inclinación axial**

En este capítulo se menciona la clasificación de la inclinación axial con base en las consideraciones tomadas por diferentes investigadores, los estudios que se han realizado y los efectos observados cuando se tienen álabes con esta variación geométrica.

### 1.1.- Tipos de inclinación axial

Tomando como referencia algunas de las investigaciones realizadas alrededor del mundo, con relación a la inclinación axial de los álabes del compresor, a continuación se presenta su clasificación de acuerdo a sus características.

S. J. Gallimore et al. [1], J. D. Denton [2] y C. M. Jang et al. [3], definen a la inclinación axial como el desplazamiento del perfil aerodinámico de forma paralela a la cuerda de éste. Dentro de esta clasificación se tienen dos tipos, una denominada como inclinación axial hacia atrás, figura 1.1A, y la otra como inclinación axial hacia adelante, figura 1.1B.

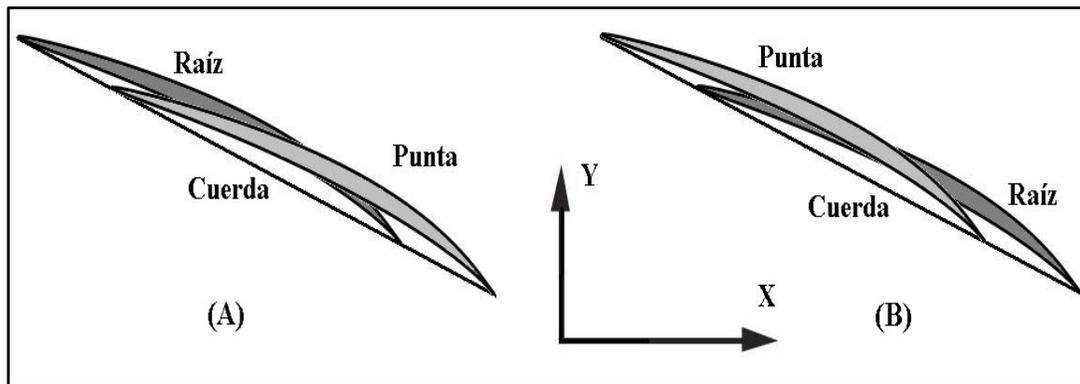


Figura 1.1.- Inclinación axial A) hacia atrás y B) hacia adelante [1].

R. Biollo et al. [4], H. D. Li et al. [5], N. X. Chen et al. [6], R. P. Woodward et al. [7], E. Envia et al. [8] y A. Oyama et al. [9], definen a la inclinación axial como el desplazamiento del perfil aerodinámico en la dirección axial con respecto a una configuración base, figura 1.2B, dentro de esta clasificación también existen dos tipos, una denominada como inclinación axial positiva, figura 1.2A, y la otra como inclinación axial negativa, figura 1.2C.

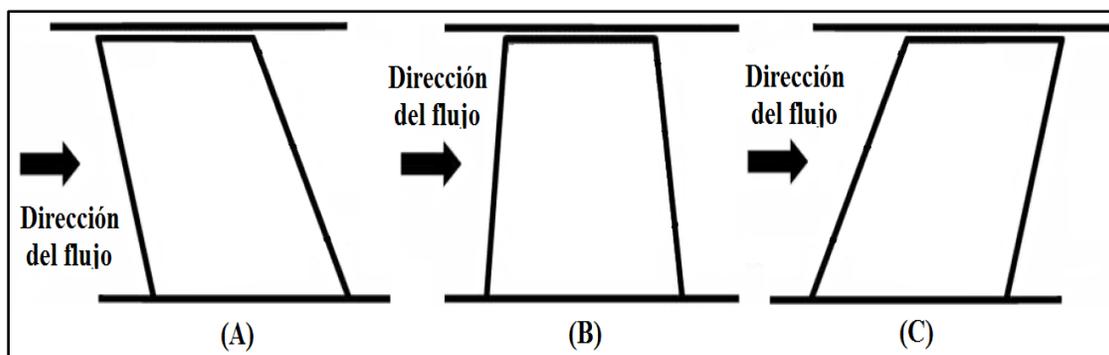


Figura 1.2.- Álabes A) con inclinación positiva, B) base y C) con inclinación negativa.

J. Vad [10] por su parte clasifica a la inclinación axial positiva y negativa de acuerdo a la posición del perfil aerodinámico, conforme éste se aleja de la pared. En la figura 1.3A se muestra que para una inclinación axial hacia adelante, en la punta del álabe se tiene una inclinación axial positiva, y en la base una inclinación axial negativa, la figura 1.3B muestra una inclinación axial hacia atrás, teniendo en la punta del álabe una inclinación axial negativa y en la base una inclinación axial positiva.

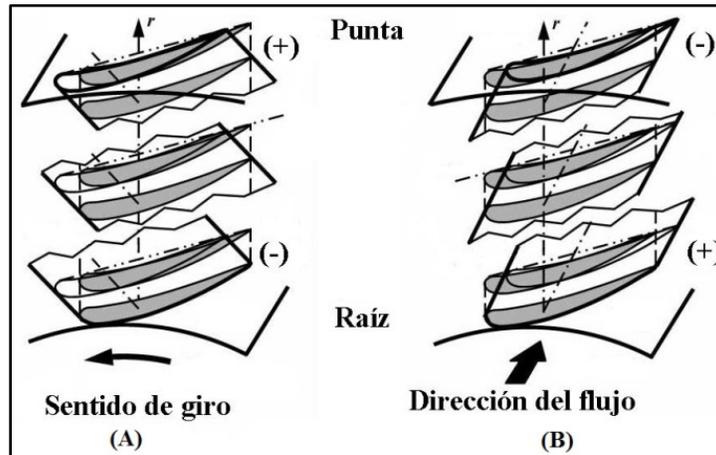


Figura 1.3.- Inclinación axial A) hacia adelante y B) hacia atrás [10].

Generalmente éstas son las definiciones que se utilizan hoy en día, sin embargo, existe la posibilidad de aplicar cualquiera de ellas sobre una zona determinada del álabe. M. Braun et al. [11] por ejemplo, aplica una inclinación axial hacia adelante, desde la parte media hasta la punta del álabe de un rotor, figura 1.4A, y de la parte media hasta la base del álabe de un estator, figura 1.4B, con el propósito de investigar los efectos que la inclinación axial introduce en un compresor diseñado con perfiles aerodinámicos de difusión controlada.

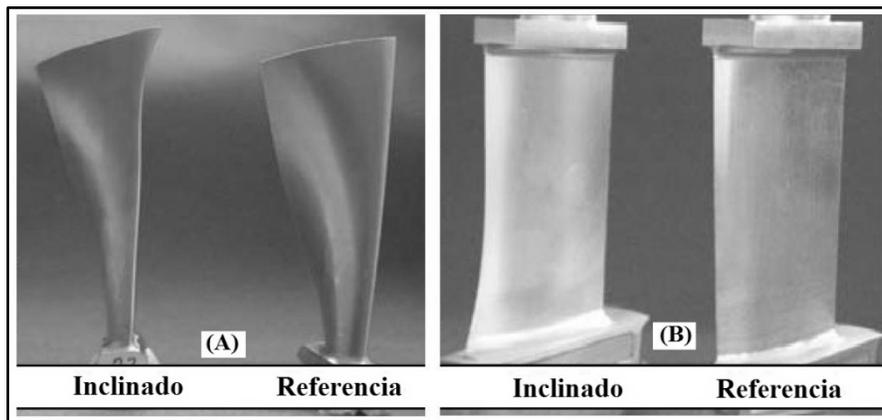


Figura 1.4.- Inclinación axial A) del rotor y B) del estator [11].

E. Benini et al. [4 y 12] y A. Oyama et al. [9] en cambio, variaron el sentido y el ángulo de la inclinación axial a lo largo de la altura del álabe, figura 1.5, con el propósito de mejorar el comportamiento del flujo sobre toda su superficie.

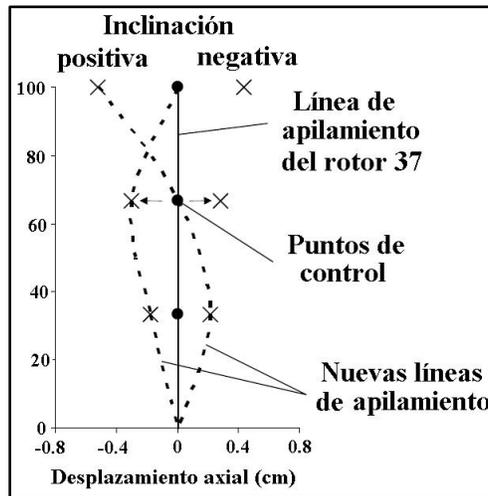


Figura 1.5.- Variación de la inclinación axial [12].

Sumado a esto, U. Stark et al. [13] y B. Roy et al. [14] utilizaron una inclinación axial parabólica, figura 1.6, teniendo como principal objetivo la reducción de las pérdidas que se generan en los puntos donde el álabe cambia el sentido de la inclinación.

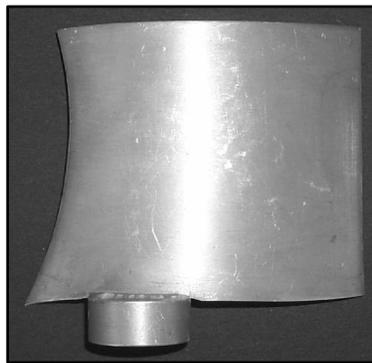


Figura 1.6.- Inclinación axial parabólica [13].

## 1.2.- Investigaciones de la inclinación axial en los álabes

Las investigaciones enfocadas a mejorar las características del compresor axial a través de la modificación de la geometría del álabe no son nuevas, sin embargo, hoy en día la dinámica de fluidos computacionales, permite realizar el análisis de un número significativo de configuraciones a un costo relativamente bajo.

N. X. Chen et al. [6] realizaron un estudio numérico donde modificaron la geometría del rotor 37 de la NASA, aplicando una inclinación axial positiva y negativa a los álabes, obteniendo 26 nuevas configuraciones. La simulación se realizó con el programa CFX, utilizando una malla estructurada con 500,000 celdas, de tipo H y tipo O.

Las condiciones de frontera utilizadas a la entrada, fueron la presión total, la temperatura total y el ángulo de entrada del flujo, para la condición de salida solo se utilizó el promedio de la presión estática, por su parte las caras laterales fueron definidas como fronteras periódicas y las paredes como adiabáticas.

En la figura 1.7 se presenta la variación del flujo másico, de la relación de presiones y de la pérdida térmica, como resultado de modificar el ángulo de la inclinación axial del álabes rotor, en general se observa que las características aumentan con el ángulo de la inclinación axial positiva.

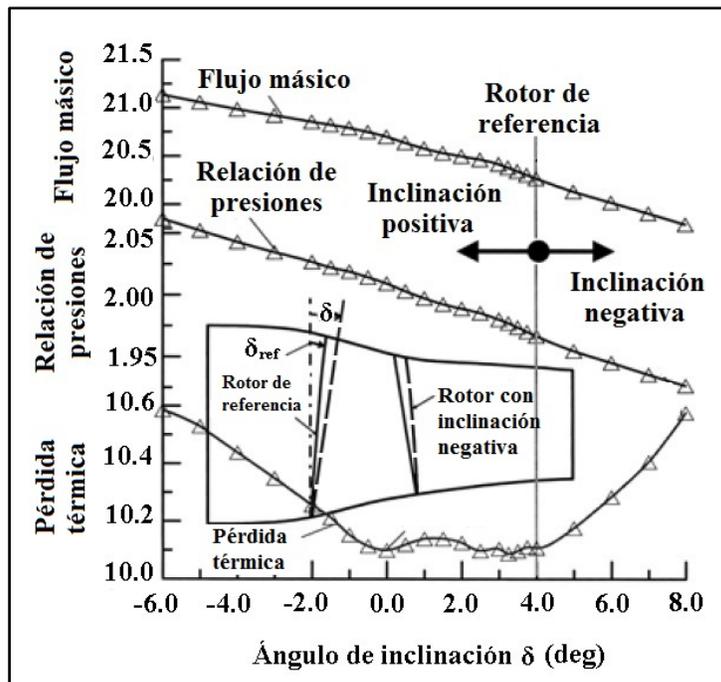


Figura 1.7.- Variación de algunas características con el ángulo de inclinación [6].

M. Braun et al. [11] realizaron un estudio numérico en un compresor de cuatro etapas, figura 1.8, donde inclinan axialmente los álabes de las tres primeras etapas hacia adelante. Lo que observaron fue que en los álabes del estator con inclinación, se tiene una disminución de la separación del flujo y de la generación de vórtices, conduciendo a un incremento en la relación de presiones totales de 2.65%, de la eficiencia de 0.8% y del rango de operación de 6%, con respecto a la configuración original.

La simulación numérica fue realizada con el programa FINE™ Turbo de NUMECA International, utilizando la presión total, la temperatura total y la dirección del flujo como condiciones de frontera a la entrada, y la presión estática como condición a la salida. La malla utilizada está conformada por tres millones de celdas, siendo de tipo H en los ductos de entrada y salida, y de tipo O en los álabes del rotor y estator.

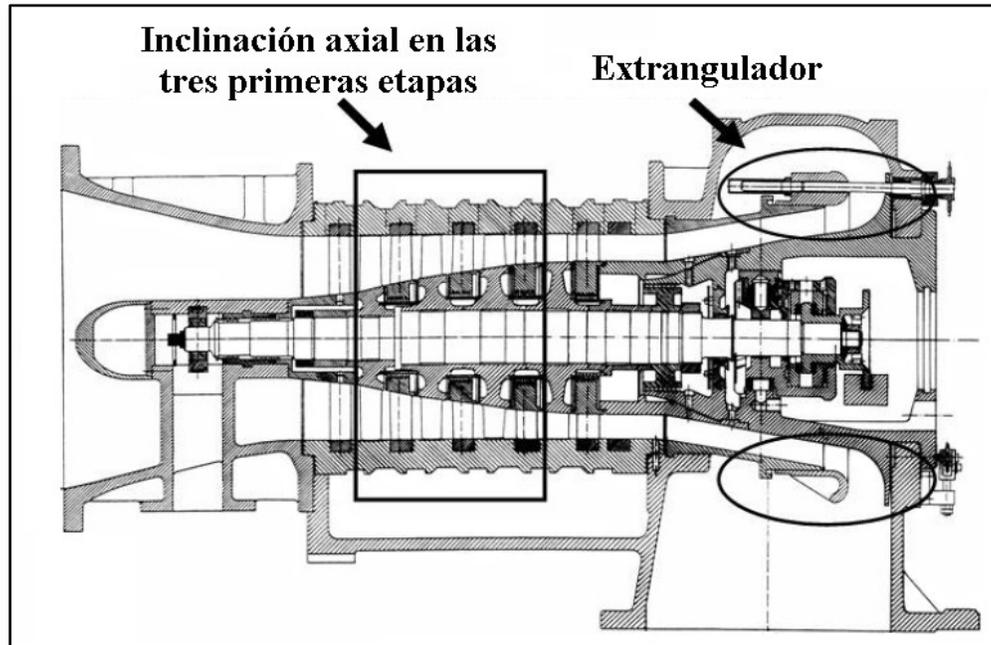


Figura 1.8.- Compresor axial de cuatro etapas [11].

Los resultados de la simulación numérica mostraron que el flujo másico calculado con los dos modelos de turbulencia (Baldwin-Lomax y Spalart-Allmaras), es menor al que obtuvieron experimentalmente, además mencionan que los cálculos de la separación del fluido con el modelo Baldwin-Lomax son deficientes, debido a que tienden a reducir este fenómeno en la base del álabe estator.

Sumado a lo anterior, mencionan que el uso del plano de mezclado en las interfaces del rotor/estator, el cual ayuda a reducir el tiempo de cómputo, probablemente suprima algunos beneficios obtenidos con la inclinación en el comportamiento del flujo, ya que en éste se realiza un promediado circunferencial de las propiedades del fluido.

U. Stark et al. [13] realizaron un estudio numérico en una etapa de un compresor axial, figura 1.9, donde aplicaron una inclinación axial parabólica sobre el borde de entrada del estator, con el fin de reducir el desprendimiento y el bloqueo que se genera cerca de la base. El compresor fue diseñado con características de vórtice libre para su punto de diseño, utilizando perfiles aerodinámicos NACA 65A10.

La simulación numérica se realizó con el programa FINE™ Turbo de NUMECA International, utilizando el modelo de turbulencia algebraico Baldwin-Lomax y una malla de 715,000 puntos, las condiciones de frontera a la entrada fueron la presión total y la temperatura total ( $P_0 = 101.3 \text{ kPa}$  y  $T_0 = 288 \text{ K}$ ).

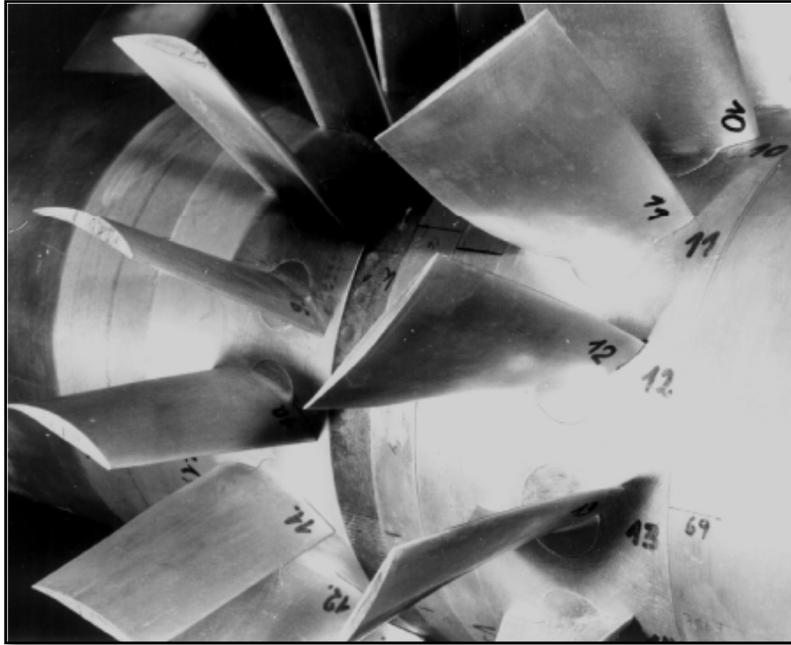


Figura 1.9.- Etapa del compresor [13].

Los resultados mostraron que en el punto de diseño no existe una diferencia notable en el comportamiento del flujo, sin embargo, en un punto diferente al de diseño, el álabe del estator con la inclinación axial, muestra una disminución del desprendimiento del flujo que se produce en la base de éste, sumado a esto, observaron una reducción del vórtice y de la regresión del fluido para esta configuración.

S. J. Gallimore et al. [1 y 15] desarrollaron una metodología para implementar la inclinación axial y tangencial en el álabe, mediante un programa de dinámica de fluidos computacionales, que probaron en un compresor de baja velocidad de cuatro etapas, obteniendo una buena congruencia entre los resultados numéricos y los experimentales, figura 1.10.

El siguiente paso que realizaron, fue la implementación de su metodología en un compresor de alta velocidad, que es utilizado en algunas turbinas de gas de la familia Trent de Rolls-Royce, sin embargo, las restricciones del incremento de los esfuerzos y el espacio que existe entre cada corona de álabes, los obligó a mantener la geometría original de los rotores en las dos primeras etapas del compresor.

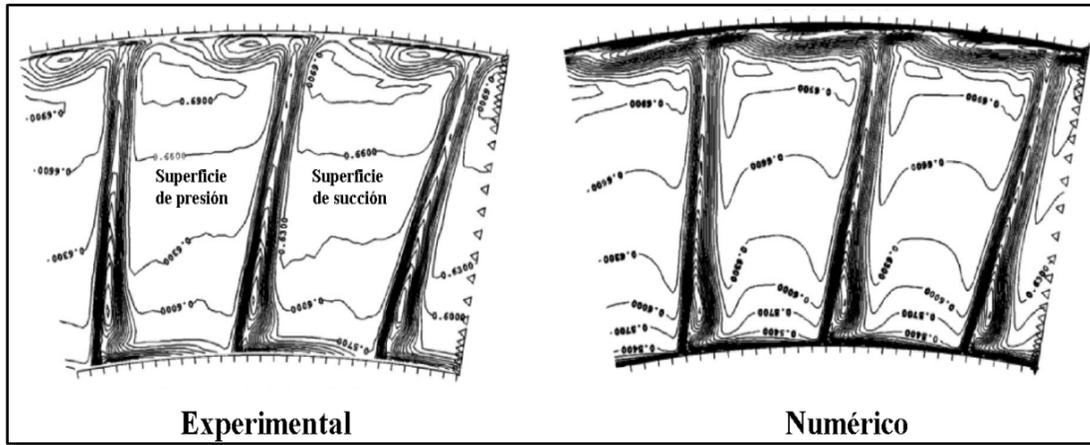


Figura 1.10.- Contornos de velocidad relativa [1].

La figura 1.11 presenta los contornos de velocidad axial cerca de las superficies de los álabes. Teniendo en la parte superior a la configuración original, en la parte central la configuración con álabes estatores inclinados, y en la parte inferior la configuración con inclinación en los álabes del rotor y del estator. En las nuevas configuraciones observaron una reducción de las zonas de recirculación, dando lugar a un incremento de la eficiencia del 0.3% con base en los resultados numéricos, sin embargo, al realizar el estudio experimental observaron que el incremento de la eficiencia es en realidad del 0.7%.

Debido a lo anterior, concluyen que la dinámica de fluidos computacionales es una herramienta útil, para determinar las características que pueden ser mejoradas en el compresor, aun en el caso donde el valor de los resultados obtenidos difiera con los reales.

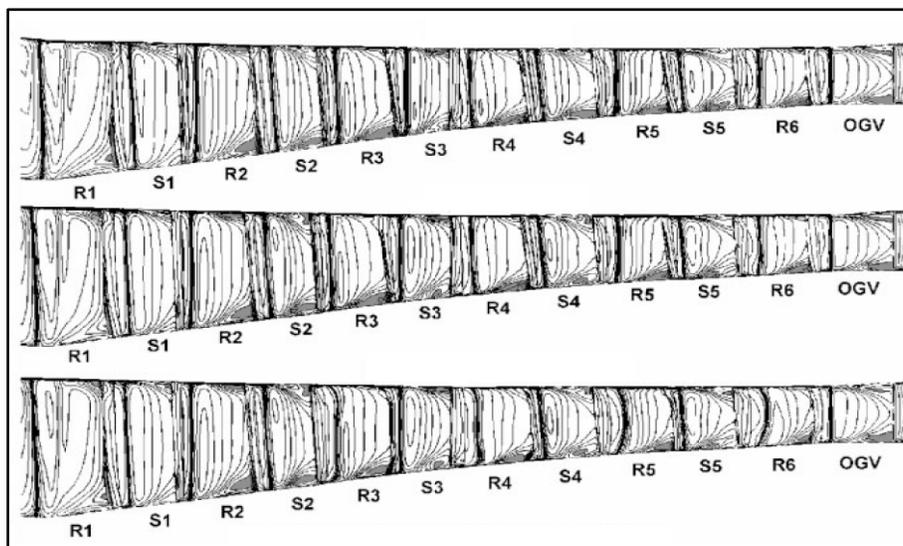


Figura 1.11.- Contornos de velocidad axial [15].

### 1.3.- Beneficios obtenidos con la inclinación axial

J. Vad [10] realizó un resumen de cincuenta y cinco estudios relacionados con los cambios que se presentan en el flujo al tener una inclinación en los álabes del compresor, en el que menciona que McNulty, G. et al., Meixner H. U. y Kwedikha A. et al., reportaron un incremento de la velocidad axial en la punta del rotor con inclinación axial positiva, como consecuencia de transferir energía de forma anticipada en esta zona, ocasionando una reducción de la velocidad en el resto del álabe, variando de esta forma el ángulo de incidencia del flujo sobre el álabe del compresor, figura 1.12.

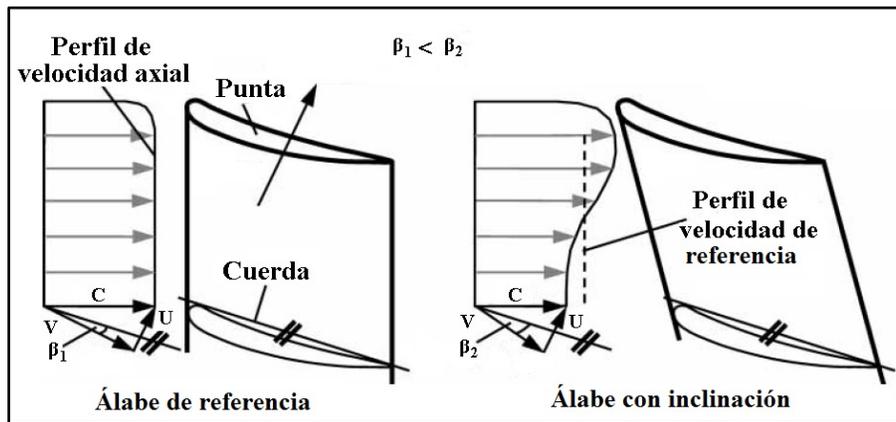


Figura 1.12.- Variación del perfil de la velocidad axial [10].

Además de esto, menciona que Smith L. M. et al., Beiler M. G. et al. y Mohammed K. P. et al., reportan que al variar el ángulo que se encuentra entre la línea de apilamiento de los perfiles aerodinámicos y la dirección del flujo ( $90^\circ - \lambda$ ), figura 1.13, la carga del álabe lejos de la pared disminuye conforme el valor de  $\lambda$  aumenta, esto es, cuando se tiene una inclinación axial positiva en el álabe del compresor.

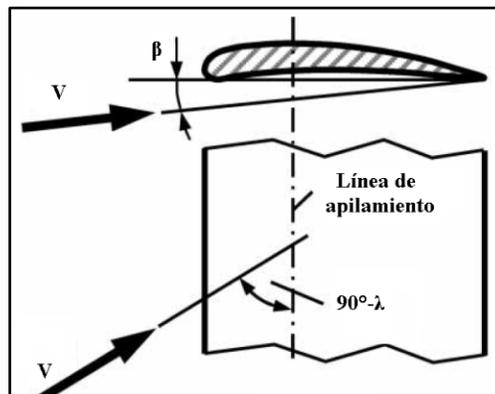


Figura 1.13.- Ángulo  $90^\circ - \lambda$  [10].

También menciona que Mohammed K. P. et al., Smith L. M. et al. y Friedrichs J. et al., reportan una variación en la longitud de las líneas de trayectoria con la inclinación axial, provocando un aumento de las pérdidas por fricción cuando su longitud se incrementa, y de las pérdidas por difusión cuando son desplazadas a una zona donde el ángulo de combadura es mayor.

Otro factor que afecta la longitud de las líneas de trayectoria, es el tipo de circulación que tiene el álabe, sin embargo, cuando éste se sincroniza con la inclinación axial, se tiende a disminuir su longitud, en el caso contrario esto conduce a incrementarla, figura 1.14, por otro lado, se debe de tener en cuenta que para una difusión prescrita, un decremento en la longitud de la línea de trayectoria conducirá a incrementar el gradiente de presión adverso.

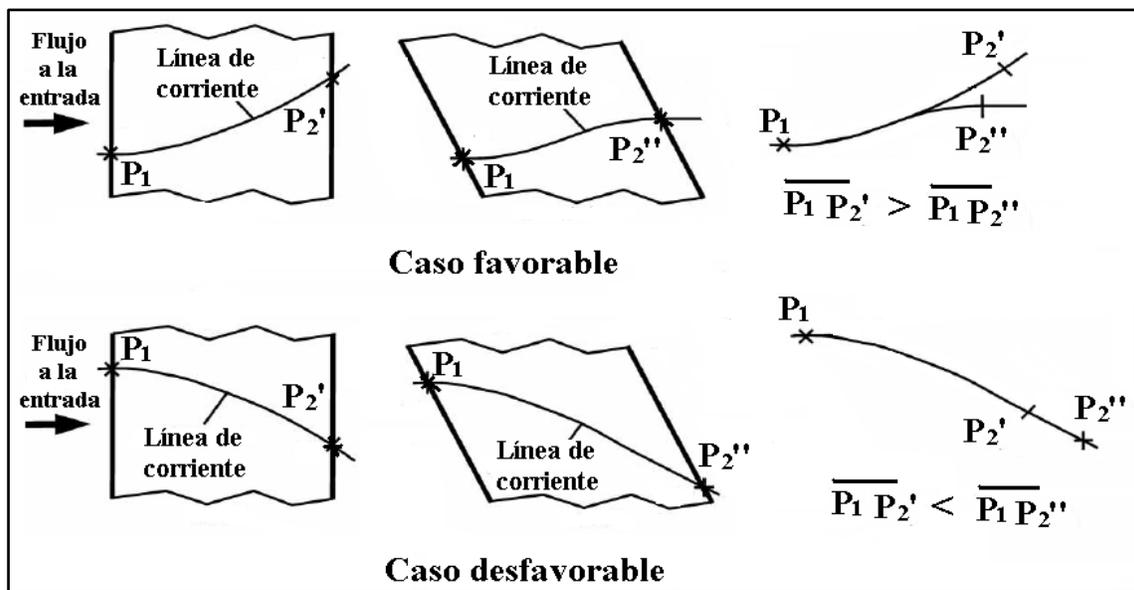


Figura 1.14.- Longitud de las líneas de trayectoria [10].

Por otra parte menciona que Yamaguchi N. et al., Lakshminarayana B. y Horváth Cs. et al., reportaron un desplazamiento del fluido dentro de la capa límite con dirección a la carcasa, como consecuencia de que la fuerza centrífuga es mayor que el gradiente de presión, generando un bloqueo y un incremento de las pérdidas en la punta del álabe.

Sumado a lo anterior, mencionan que la inclinación axial positiva reduce la cantidad de fluido que es desplazado, debido a la modificación de las líneas isobaras, figura 1.15, ocasionan que se genere un gradiente de presión en contra del fluido en la dirección radial, sumado a esto, la propia inclinación trunca las líneas del fluido que se desplazan hacia la punta del álabe en el borde de salida.

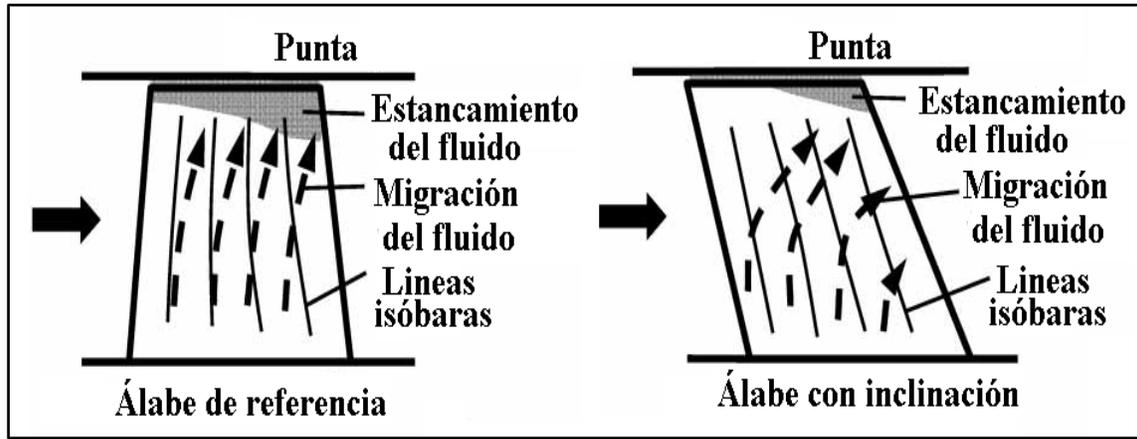


Figura 1.15.- Fluido desplazado hacia la punta del álabe [10].

## **Capítulo 2.- Diseño del compresor axial de siete etapas**

En este capítulo se mencionan las características de la teoría del equilibrio radial, se presentan algunos métodos de diseño que surgen de esta teoría y por último se hace mención de las características obtenidas al utilizar la metodología de vórtice libre en el diseño de un compresor axial multi-etapas.

### 2.1.- Equilibrio radial

La variación del flujo que se tiene dentro del compresor debido a la velocidad radial es importante, aún y cuando ésta es relativamente pequeña en comparación con la velocidad axial o tangencial, teniendo un mayor efecto en las primeras etapas del compresor, donde la relación de radios es pequeña. Con base en la figura 2.1 se obtendrán las fuerzas que actúan sobre el elemento de fluido, donde la fuerza centrípeta asociada con el flujo circunferencial, está dada por la ecuación (2.1).

$$F_1 = \frac{\dot{m}C_w^2}{r} = \rho r dr d\theta \frac{C_w^2}{r} \quad (2.1)$$

Por su parte, la fuerza radial asociada con el flujo a lo largo de la línea de corriente curva, es expresada por la ecuación (2.2), y la componente de la fuerza radial, relacionada con la aceleración a lo largo de la línea de corriente por la ecuación (2.3).

$$F_2 = \frac{\dot{m}C_s^2}{r_s} \cos\alpha_s = \rho r dr d\theta \frac{C_s^2}{r_s} \cos\alpha_s \quad (2.2)$$

$$F_3 = \dot{m} \frac{dC_s}{dt} \text{sen}\alpha_s = \rho r dr d\theta \frac{dC_s}{dt} \text{sen}\alpha_s \quad (2.3)$$

Al sumar las fuerzas inerciales representadas en las ecuaciones (2.1), (2.2) y (2.3), se obtiene la fuerza total que actúa sobre el elemento, ecuación (2.4).

$$F_i = \rho r dr d\theta \left[ \frac{C_w^2}{r} + \frac{C_s^2}{r_s} \cos\alpha_s + \frac{dC_s}{dt} \text{sen}\alpha_s \right] \quad (2.4)$$

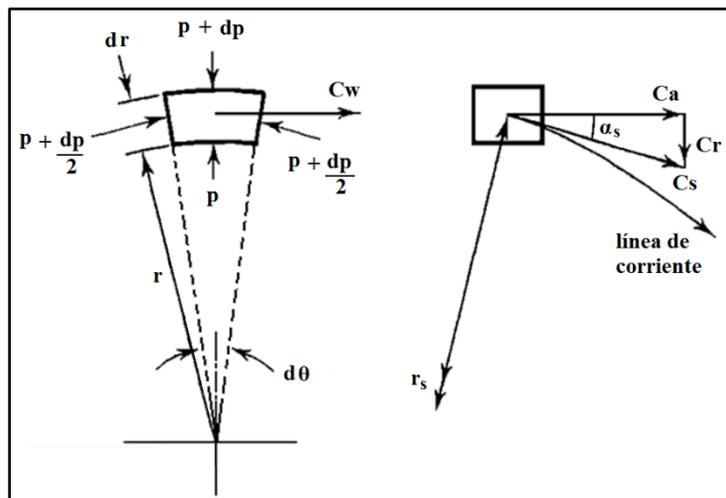


Figura 2.1.- Equilibrio radial de una partícula de fluido [16].

Para obtener el equilibrio entre la fuerza de inercia total y la presión, ésta última debe generar una fuerza igual a “Fi”, con base en la figura 2.1 y después de un arreglo algebraico, la fuerza que genera la presión se expresa de la siguiente forma:

$$F = (p + dp)(r + dr)d\theta - prd\theta - 2\left(p + \frac{dp}{2}\right)dr\frac{d\theta}{2} \quad (2.5)$$

Cuando se iguala la ecuación (2.4) con la ecuación (2.5), y se desprecian los términos de segundo orden se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{dp}{\rho dr} = \frac{C_w^2}{r} + \frac{C_s^2}{r_s} \text{sen}\alpha_s + \frac{dC_s}{dt} \text{sen}\alpha_s \quad (2.6)$$

En esta ecuación del equilibrio radial, se incluyen todos los factores que intervienen en el proceso, sin embargo, por lo general se considera que el valor de “r<sub>s</sub>” es muy grande y el de “α<sub>s</sub>” es muy pequeño, conduciendo a despreciar los dos últimos términos de la ecuación (2.6), dando lugar a la siguiente ecuación del equilibrio radial.

$$\frac{dp}{\rho dr} = \frac{C_w^2}{r} \quad (2.7)$$

Por otra parte, al introducir la variación de la entalpía respecto al radio y la relación de Gibbs, ecuaciones (2.8) y (2.9) respectivamente, en la ecuación (2.7) se obtiene la expresión (2.10).

$$\frac{dh_0}{dr} = \frac{dh}{dr} + C_a \frac{dC_a}{dr} + C_w \frac{dC_w}{dr} \quad (2.8)$$

$$Tds = dh - \frac{dp}{\rho} \quad (2.9)$$

$$\frac{dh}{dr} = T \frac{ds}{dr} + ds \frac{dT}{dr} + \frac{dp}{\rho dr} - dp \frac{d\rho}{\rho^2 dr} \quad (2.10)$$

Al despreciar los términos de segundo orden de la ecuación (2.10), ésta es reescrita de la siguiente forma:

$$\frac{dh}{dr} = T \frac{ds}{dr} + \frac{dp}{\rho dr} \quad (2.11)$$

Al sustituir la ecuación (2.11) en la ecuación (2.8) se obtiene la expresión (2.12).

$$\frac{dh_0}{dr} = T \frac{ds}{dr} + \frac{dp}{\rho dr} + C_a \frac{dC_a}{dr} + C_w \frac{dC_w}{dr} \quad (2.12)$$

Posteriormente al introducir la ecuación (2.7) en la ecuación (2.12), se obtiene la siguiente relación:

$$\frac{dh_0}{dr} = T \frac{ds}{dr} + \frac{C_w^2}{r} + C_a \frac{dC_a}{dr} + C_w \frac{dC_w}{dr} \quad (2.13)$$

El gradiente de entropía en el presente análisis será despreciado, debido a que representa la variación de las pérdidas en la dirección radial, a causa de tener números de Mach considerablemente superiores a la unidad, sin embargo, en el diseño del compresor se espera tener solamente números de Mach ligeramente por encima de la unidad, es por esto que la ecuación (2.13) es reducida a la siguiente forma:

$$\frac{dh_0}{dr} = \frac{C_w^2}{r} + C_a \frac{dC_a}{dr} + C_w \frac{dC_w}{dr} \quad (2.14)$$

Por otra parte, al considerar que el trabajo específico es constante en la dirección radial, y que a cierta distancia de las paredes de la carcasa la entalpía total también lo es, se tiene que  $dh_0/dr = 0$  dando lugar a la siguiente expresión:

$$0 = \frac{C_w^2}{r} + C_a \frac{dC_a}{dr} + C_w \frac{dC_w}{dr} \quad (2.15)$$

La ecuación (2.15) es conocida como la ecuación de equilibrio radial simple [16], la cual es utilizada en la siguiente sección por algunas metodologías de diseño del compresor.

### 2.2.- Metodologías de diseño

Para el diseño de un compresor donde se requiriera una variación de la geometría del álabe a lo largo de su altura, frecuentemente se utiliza la teoría del equilibrio radial, la cual puede ser acoplada con una distribución de la componente tangencial de la velocidad absoluta, dando como resultado un compresor con una eficiencia considerablemente buena, tomando en cuenta que el método de diseño es bastante simple y fácil de implementar. En la tabla 2.1 se muestran las características de ocho métodos utilizados para el diseño de los compresores axiales.

Tabla 2.1.- Metodologías de diseño del compresor axial [17].

Método de diseño	Variación del trabajo en la dirección radial	Distribución de la componente tangencial de la velocidad	Variación de la velocidad axial en la dirección radial	Equilibrio radial	Distribución radial del grado de reacción
2-D	Se supone constante	Se supone constante	Se supone constante	Ignorado	Se supone constante
Vórtice libre	Constante	$C_w \cdot r = \text{const.}$	Constante	Se cumple	Incrementa con el radio
Reacción constante (sin equilibrio)	Se supone constante	$C_w = aR \pm \frac{b}{R}$	Se supone constante	Ignorado	Se supone constante
Medio vórtice	Se supone constante	Promedio entre el vórtice libre y reacción constante	Se supone constante	Ignorado	Casi constante
$\alpha_2$ constante	Se supone constante	En el estator $C_{w2} = \text{const.}$ En el rotor $C_{w1} = a - \frac{b}{R}$	Se supone constante	Ignorado	Casi constante
Reacción constante	Constante	$C_w = aR \pm \frac{b}{R}$	Se obtiene del equilibrio radial	Se cumple	Constante
Vórtice forzado	Incrementa con $r^2$	$C_w$ es proporcional a $r$	Se obtiene del equilibrio radial	Se cumple	Varia con el radio
Exponencial	Constante	$C_w = aR \pm \frac{b}{R}$	Se obtiene del equilibrio radial	Se cumple	Varia con el radio

En este trabajo se utilizó la metodología de vórtice libre, y a continuación se indicara la forma de obtenerla a partir de la ecuación de equilibrio radial simple. En esta metodología se considera que la velocidad axial se mantiene constante en la dirección radial, por lo que la ecuación (2.15) se reduce a la siguiente expresión:

$$\frac{dC_w}{C_w} = -\frac{dr}{r} \quad (2.16)$$

Al integrar la ecuación (2.16) se obtiene lo siguiente:

$$C_w \cdot r = \text{constante} \quad (2.17)$$

La ecuación (2.17) muestra que el producto de la componente tangencial de la velocidad absoluta con el radio, se mantiene constante a lo largo de la altura del álabe, bajo estas circunstancias la variación de la presión estática en la dirección radial balancea la aceleración centrífuga del flujo, cumpliéndose así la condición del equilibrio radial.

Los resultados experimentales han mostrado que la condición del equilibrio radial no se cumple en los compresores que han sido diseñados con esta característica, lo que ha llevado a desarrollar otros métodos de diseño, tales como la transformación conforme y la distribución de velocidad prescrita, sin embargo, el alto grado de complejidad y el tiempo que toma implementarlos ha conducido a que raramente sean aplicados dentro del diseño del compresor.

Hoy en día el uso de la dinámica de fluidos computacionales en el diseño de los compresores, permite obtener las secciones del álabe de una forma tridimensional, además también provee la oportunidad de analizar la naturaleza tridimensional de los fenómenos que se producen dentro del compresor, con la finalidad de controlar las características que afectan su desempeño, debido a que la medición de éstos a través de la experimentación resulta particularmente difícil, y en ocasiones es imposible obtenerlos con los instrumentos utilizados actualmente [18].

### 2.3.- Características del compresor

El diseño del compresor se realizó de forma similar a la propuesta por Saravanamuttoo [16], y a continuación se mostrará el procedimiento de diseño. En primer lugar se determina el valor del radio en la punta del álabe a la entrada del compresor, con la ecuación (2.18).

$$r_p^2 = \frac{\dot{m}}{\pi \cdot \rho \cdot C_a [(1 - R)^2]} \quad (2.18)$$

Para lo cual se varía la relación de radios, hasta obtener un valor adecuado del radio en la punta, y de la velocidad de rotación calculada con la ecuación (2.19).

$$N = \frac{U_p}{2 \cdot \pi \cdot r_p} \quad (2.19)$$

Al obtener el radio de punta también se obtiene la relación de radios, por lo que el radio de raíz puede ser calculado mediante la ecuación (2.20).

$$r_r = R \cdot r_p \quad (2.20)$$

Para determinar el número de etapas del compresor, primero se determina el incremento de la temperatura total que se tiene a través de éste, ecuación (2.21), y posteriormente el incremento que es posible obtener en una etapa, ecuación (2.22), lo que indicara el número de etapas que se requieren para obtener el incremento de la temperatura calculado.

$$T_{0sc} = T_{01} \left[ \frac{P_{0sc}}{P_{01}} \right]^{k-1} \eta_{pol} \quad (2.21)$$

$$\Delta T_0 = \frac{\lambda \cdot U_m \cdot C_a (\tan \beta_{1m} - \tan \beta_{2m})}{C_p} \quad (2.22)$$

La primera aproximación para obtener el valor del ángulo del álabe, en el borde de entrada y de salida, es mediante las ecuaciones (2.23) y (2.24).

$$\beta_{1m} = \tan^{-1} \left( \frac{U_m}{C_a} \right) \quad (2.23)$$

$$\beta_{2m} = \cos^{-1} \left( \frac{C_a}{V_{2m}} \right) \quad (2.24)$$

Esto se logra al utilizar la relación conocida como el Número de De Haller, ecuación (2.25), la cual indica que para un valor menor de 0.72, las pérdidas debido a la difusión son muy grandes.

$$\frac{V_{2m}}{V_{1m}} \ll 0.72 \quad (2.25)$$

Para el cálculo del ángulo del flujo y del álabe, a la salida del rotor de la primera etapa en la parte central, se utilizan las ecuaciones (2.26) y (2.27).

$$\alpha_{2m} = \tan^{-1} \left( \frac{C_{w2m}}{C_a} \right) \quad (2.26)$$

$$\beta_{2m} = \tan^{-1} \left( \frac{U_m - C_{w2m}}{C_a} \right) \quad (2.27)$$

Para los ángulos a la salida del estator de la primera etapa, se utilizan las ecuaciones (2.28), (2.29) y (2.30), en tanto que para el ángulo del flujo a la salida del rotor de la segunda etapa, se utiliza la ecuación (2.31).

$$\alpha_{3m} = \tan^{-1} \left( \frac{U_m}{C_a} - \tan \beta_{3m} \right) \quad (2.28)$$

$$\tan\beta_{3m} - \tan\beta_{4m} = \frac{\Delta T_0 \cdot C_p}{\lambda * U_m \cdot C_a} \quad (2.29)$$

$$\tan\beta_{3m} + \tan\beta_{4m} = \frac{2 \cdot U_m \cdot \Lambda}{C_a} \quad (2.30)$$

$$\alpha_{4m} = \tan^{-1} \left( \frac{U_m}{C_a} - \tan\beta_{4m} \right) \quad (2.31)$$

Para obtener la altura de los álabes del rotor de la segunda etapa, es necesario calcular el valor del área por donde fluye el flujo, ecuación (2.32), y posteriormente con la ecuación (2.33) se obtiene el valor de la altura del álabe.

$$A_3 = \frac{\dot{m}}{\rho_3 \cdot C_a} \quad (2.32)$$

$$h_3 = \frac{A_3}{2 \cdot \pi \cdot r_m} \quad (2.33)$$

Mientras que con las ecuaciones (2.34) y (2.35), se obtiene el radio de punta y el radio de raíz del rotor respectivamente.

$$r_p = \frac{h}{2} + r_m \quad (2.34)$$

$$r_r = \frac{h}{2} - r_m \quad (2.35)$$

En el caso del álabe estator de la primera etapa, se utilizaron las ecuaciones (2.36) y (2.37), las cuales relacionan los radios del estator con los radios a la entrada y a la salida de la primera etapa.

$$r_{2p} = \frac{r_{1p} + r_{3p}}{2} \quad (2.36)$$

$$r_{2r} = \frac{r_{1r} + r_{3r}}{2} \quad (2.37)$$

Para obtener la variación radial del ángulo del álabe a la entrada del rotor, se utilizó la ecuación (2.38), donde la velocidad tangencial “U” es calculada con la ecuación (2.39).

$$\beta_{1p} = \tan^{-1} \left( \frac{U_{1p}}{C_a} \right) \quad (2.38)$$

$$U_{1p} = 2 \cdot \pi \cdot r_{1p} \quad (2.39)$$

Para el ángulo del álabe a la salida del rotor se utilizó la ecuación (2.40), y para el ángulo del flujo a la salida del rotor la ecuación (2.41).

$$\beta_{2p} = \tan^{-1} \left( \frac{U_{2p} - C_{w2p}}{C_a} \right) \quad (2.40)$$

$$\alpha_{2p} = \tan^{-1} \left( \frac{C_{w2p}}{C_a} \right) \quad (2.41)$$

Donde  $C_w$  se calcula mediante la ecuación (2.42), la cual es similar a la ecuación (2.17) obtenida en la metodología de vórtice libre antes mencionada.

$$C_{w2p} = C_{w2m} \cdot \frac{r_m}{r_{2p}} \quad (2.42)$$

A continuación se mostrará el procedimiento utilizado para obtener las características del perfil aerodinámico. Para el caso de la deflexión del fluido se utilizó la ecuación (2.43) y para obtener el valor de la cuerda se utilizó la (2.44), donde se relaciona a la altura con la relación de aspecto.

$$\varepsilon_{1m} = \beta_{1m} - \beta_{2m} \quad (2.43)$$

$$c_m = \frac{h}{RA} \quad (2.44)$$

Para obtener el valor del paso entre los álaves de una corona, se utiliza la ecuación (2.45), y para el número de álaves la ecuación (2.46).

$$s_m = \frac{s}{c} \cdot c_m \quad (2.45)$$

$$n = \frac{2 \cdot \pi \cdot r_m}{s} \quad (2.46)$$

Para obtener el ángulo de desvío del fluido se utiliza la ecuación (2.47), donde el ángulo de combadura se obtiene mediante la ecuación (2.48), por su parte el ángulo de salida del álabe se calcula con la ecuación (2.49).

$$\delta_{1m} = 0.23 + 0.1 \cdot \left( \frac{\alpha_{2m}}{50} \right) \cdot \theta_{1m} \cdot \sqrt{s/c} \quad (2.47)$$

$$\theta_{1m} = \acute{\alpha}_{1m} - \alpha_{2m} + \delta_{1m} \quad (2.48)$$

$$\acute{\alpha}_{2m} = \acute{\alpha}_{1m} - \theta_{1m} \quad (2.49)$$

El valor del ángulo de posicionamiento se obtiene al utilizar la ecuación (2.50), y para el cálculo del espaciamiento axial que existe entre las coronas de álabes las ecuaciones (2.51) y (2.52), para el rotor y el estator respectivamente.

$$\xi_{1m} = \alpha_{1m} - \frac{\theta_{1m}}{2} \quad (2.50)$$

$$E_{ax\_r} = \frac{W_r}{4} \quad (2.51)$$

$$E_{ax\_e} = \frac{W_s}{4} \quad (2.52)$$

Sumado a lo anterior, cabe mencionar que la selección del perfil aerodinámico en este trabajo se basó en la recomendación ofrecida por Mattingly [19], en la cual señala que se debe de elegir un perfil que haya sido creado para ser utilizado en un compresor, por lo cual se seleccionó el perfil NACA 65A010, figura 2.2.

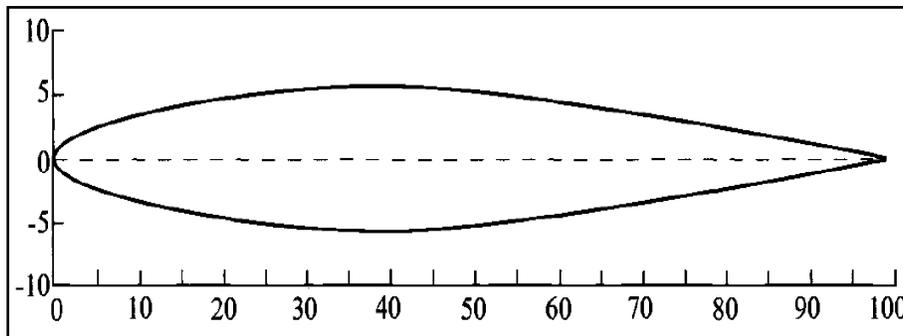


Figura 2.2.- Perfil aerodinámico NACA 65A010 [19].

La metodología antes descrita se utilizó para obtener la configuración base del compresor en el punto de diseño, para el cual se consideraron los datos propuestos por Saravanamuttoo [16].

- $T_{01} = 288.15 \text{ K}$
- $P_{01} = 101.325 \text{ kPa}$
- $\pi = 4.15$
- $\dot{m} = 20 \text{ kg/s}$
- $C_a = 150 \text{ m/s}$

En la tabla 2.2 se presentan las principales características de la primera etapa del compresor, al aplicar el procedimiento antes mencionado, si existe alguna duda en la aplicación de éste, se puede consultar a Saravanamuttoo [16], así como a la investigación realizada por González N. I. [20].

Tabla 2.2.- Características de la primera etapa

Rotor 1			Estator 1				
No. de álabes	23	0.120	No. de álabes	14	A (m <sup>2</sup> )	0.112	
r (m)	punta	0.051	punta	0.222	c (m)	punta	0.047
	medio	0.039	medio	0.169		medio	0.036
	raíz	0.026	raíz	0.117		raíz	0.025
α (°)	punta	67.078	punta	21.416	β (°)	punta	62.633
	medio	60.585	medio	27.201		medio	51.555
	raíz	49.778	raíz	36.698		raíz	25.536
θ (°)	punta	63.440	punta	20.042	ζ (°)	punta	11.395
	medio	53.475	medio	25.586		medio	14.409
	raíz	32.265	raíz	34.527		raíz	19.434
ε (°)	punta	385.131	punta	12.865	V (m/s)	punta	326.308
	medio	305.413	medio	16.246		medio	241.248
	raíz	232.285	raíz	21.498		raíz	166.239
C (m/s)	punta	1.155	punta	161.125	M	punta	0.469
	medio	0.916	medio	168.652		medio	0.491
	raíz	0.696	raíz	187.079		raíz	0.544
							0.917
							0.855
							0.685

En la Tabla 2.3 se presentan las características de la segunda etapa.

Tabla 2.3.- Características de la segunda etapa

Rotor 2			Estator 2				
No. de álabes	35	A (m <sup>2</sup> )	0.104	No. de álabes	20	A (m <sup>2</sup> )	0.097
r (m)	punta	0.218	0.043	punta	0.215	punta	0.040
	medio	0.169	0.034	medio	0.169	medio	0.031
	raíz	0.121	0.024	raíz	0.124	raíz	0.023
α (°)	punta	8.551	64.883	punta	34.475	punta	57.374
	medio	10.956	57.670	medio	41.042	medio	42.083
	raíz	15.200	44.771	raíz	49.938	raíz	62.410
θ (°)	punta	11.159	59.304	punta	17.145	punta	25.903
	medio	22.206	46.567	medio	20.013	medio	31.035
	raíz	50.041	19.750	raíz	23.205	raíz	38.335
ε (°)	punta	7.509	353.382	punta	10.951	punta	278.212
	medio	15.587	280.482	medio	12.523	medio	202.108
	raíz	38.530	211.289	raíz	14.076	raíz	150.894
C (m/s)	punta	151.686	1.024	punta	181.956	punta	0.514
	medio	152.785	0.813	medio	198.879	medio	0.561
	raíz	155.437	0.612	raíz	233.056	raíz	0.658
		Λ				0.809	
						0.700	
						0.436	

En la tabla 2.4 se presentan las características de la tercera etapa.

Tabla 2.4.- Características de la tercera etapa

Rotor 3			Estator 3				
No. de álabes	43	A (m <sup>2</sup> )	0.089	No. de álabes	38	A (m <sup>2</sup> )	0.083
r (m)	punta	0.211	0.034	punta	0.208	punta	0.034
	medio	0.169	0.027	medio	0.169	medio	0.028
	raíz	0.127	0.021	raíz	0.130	raíz	0.022
α (°)	punta	23.523	60.654	punta	45.007	punta	49.747
	medio	28.519	50.894	medio	50.894	medio	28.519
	raíz	35.861	31.399	raíz	57.954	raíz	-13.043
θ (°)	punta	15.868	52.720	punta	29.959	punta	30.028
	medio	30.748	35.520	medio	32.593	medio	34.597
	raíz	55.102	3.849	raíz	34.731	raíz	40.589
ε (°)	punta	10.908	306.074	punta	21.670	punta	232.137
	medio	22.375	237.808	medio	23.298	medio	170.714
	raíz	44.442	175.735	raíz	24.413	raíz	153.972
C (m/s)	punta	163.595	0.857	punta	212.159	punta	0.584
	medio	170.714	0.666	medio	237.808	medio	0.655
	raíz	185.085	0.492	raíz	282.701	raíz	0.779
Λ		punta		0.668			
		medio		0.500			
		raíz		0.142			

En la tabla 2.5 se presentan las características de la cuarta etapa.

Tabla 2.5.- Características de la cuarta etapa

Rotor 4			Estator 4				
No. de álabes	55	A (m <sup>2</sup> )	0.076	No. de álabes	60	A (m <sup>2</sup> )	0.071
r (m)	punta	0.205	0.029	punta	0.203	punta	0.027
	medio	0.169	0.024	medio	0.169	medio	0.022
	raíz	0.134	0.019	raíz	0.136	raíz	0.018
α (°)	punta	23.337	59.788	punta	45.916	punta	47.480
	medio	27.596	51.360	medio	51.360	medio	27.596
	raíz	33.541	36.335	raíz	57.776	raíz	-9.221
θ (°)	punta	17.351	51.112	punta	29.363	punta	31.235
	medio	31.903	35.409	medio	31.903	medio	35.409
	raíz	56.189	8.241	raíz	34.215	raíz	40.669
ε (°)	punta	12.308	298.090	punta	22.070	punta	221.943
	medio	23.765	240.224	medio	23.765	medio	169.255
	raíz	45.556	186.205	raíz	25.181	raíz	151.964
C (m/s)	punta	64.715	0.804	punta	215.607	punta	0.574
	medio	78.404	0.648	medio	240.224	medio	0.639
	raíz	99.437	0.502	raíz	281.303	raíz	0.749
		Λ				0.653	
						0.500	
						0.205	

En la tabla 2.6 se presentan las características de la quinta etapa.

Tabla 2.6.- Características de la quinta etapa

Rotor 5				Estator 5			
No. de álabes	65	A (m <sup>2</sup> )	0.066	No. de álabes	68	A (m <sup>2</sup> )	0.062
r (m)	punta	0.200	0.024	punta	0.198	punta	0.023
	medio	0.169	0.020	medio	0.169	medio	0.020
	raíz	0.138	0.017	raíz	0.140	raíz	0.016
α (°)	punta	23.846	58.863	punta	46.610	punta	45.529
	medio	27.596	51.360	medio	51.360	medio	27.596
	raíz	32.595	39.024	raíz	56.835	raíz	-3.404
θ (°)	punta	18.706	49.510	punta	29.746	punta	31.737
	medio	31.903	35.409	medio	31.903	medio	35.409
	raíz	53.010	12.518	raíz	33.873	raíz	39.899
ε (°)	punta	13.334	290.090	punta	22.335	punta	214.119
	medio	23.765	240.224	medio	23.765	medio	169.255
	raíz	42.428	193.078	raíz	24.974	raíz	150.265
C (m/s)	punta	66.302	0.757	punta	158.674	punta	0.562
	medio	78.404	0.627	medio	187.636	medio	0.619
	raíz	95.910	0.504	raíz	229.533	raíz	0.706
Λ				0.637			
				0.500			
				0.259			

En la tabla 2.7 se presentan las características de la sexta etapa.

Tabla 2.7.- Características de la sexta etapa

Rotor 6				Estator 6			
No. de álabes	75	A (m <sup>2</sup> )	0.057	No. de álabes	78	A (m <sup>2</sup> )	0.054
r (m)	punta	0.196	0.021	punta	0.195	punta	0.20
	medio	0.169	0.018	medio	0.169	medio	0.017
	raíz	0.142	0.015	raíz	0.144	raíz	0.015
α (°)	punta	24.275	58.069	punta	47.423	punta	43.534
	medio	27.596	51.360	medio	51.360	medio	27.596
	raíz	31.862	41.026	raíz	55.783	raíz	2.189
θ (°)	punta	20.289	47.924	punta	30.372	punta	32.237
	medio	31.903	35.409	medio	31.903	medio	35.409
	raíz	49.137	16.457	raíz	33.186	raíz	39.190
ε (°)	punta	14.535	283.608	punta	22.785	punta	206.906
	medio	23.765	240.224	medio	23.765	medio	169.255
	raíz	38.836	198.830	raíz	24.502	raíz	150.110
C (m/s)	punta	164.548	0.717	punta	221.704	punta	0.553
	medio	169.255	0.607	medio	240.224	medio	0.600
	raíz	176.611	0.502	raíz	266.747	raíz	0.666
Λ				0.621			
				0.500			
				0.304			

En la tabla 2.8 se presentan las características de la séptima etapa.

Tabla 2.8.- Características de la séptima etapa

Rotor 7			Estator 7				
No. de álabes	85	A (m <sup>2</sup> )	0.050	No. de álabes	90	A (m <sup>2</sup> )	0.047
r (m)	punta	0.193	0.018	punta	0.191	punta	0.017
	medio	0.169	0.016	medio	0.169	medio	0.015
	raíz	0.146	0.013	raíz	0.147	raíz	0.013
α (°)	punta	24.638	57.384	punta	47.893	punta	41.947
	medio	27.596	51.360	medio	51.360	medio	27.596
	raíz	31.281	45.562	raíz	55.199	raíz	5.896
θ (°)	punta	21.463	46.652	punta	60.297	punta	17.744
	medio	31.903	38.027	medio	64.663	medio	19.029
	raíz	46.784	19.170	raíz	69.495	raíz	20.451
ε (°)	punta	15.437	278.288	punta	47.893	punta	201.676
	medio	23.765	240.224	medio	51.360	medio	240.224
	raíz	36.666	203.655	raíz	55.199	raíz	150.798
C (m/s)	punta	165.024	0.682	punta	223.708	punta	0.542
	medio	169.255	0.589	medio	240.224	medio	0.582
	raíz	175.514	0.499	raíz	262.822	raíz	0.637
Λ		punta		0.609			
		medio		0.500			
		raíz		0.335			

En las figuras 2.3, 2.4 y 2.5 se muestran los triángulos de velocidades de la primera y de la séptima etapa del compresor para tres diferentes alturas del álabe. La figura 2.3 permite observar que la velocidad tangencial presenta su mayor magnitud en la punta del rotor de la primera etapa, para posteriormente presentar un decremento conforme se avanza a la séptima etapa, en tanto que en la raíz sucede lo contrario, figura 2.5, sin embargo, en la parte media la velocidad se mantiene constante, figura 2.4.

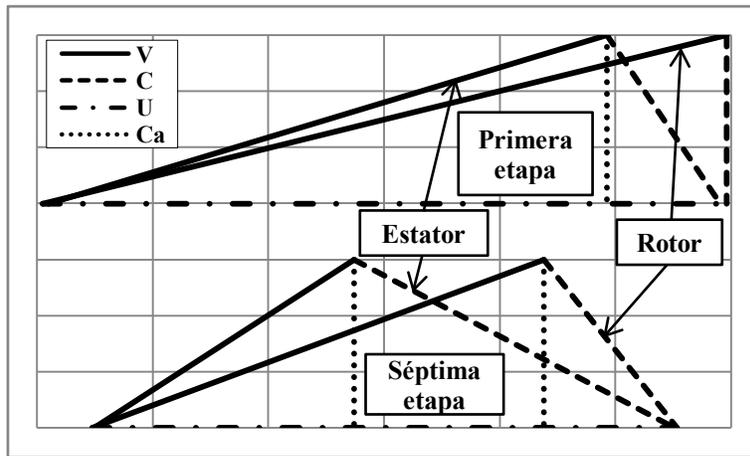


Figura 2.3.- Triángulo de velocidades en la punta.

Lo anterior indica que el diseño del compresor se realizó manteniendo el radio medio constante a lo largo de las siete etapas, lo que conduce a obtener una forma cónica tanto en el eje como en la carcasa del compresor, debido a que el área por donde fluye el fluido disminuye a causa del incremento de la densidad, y de tratar de mantener la velocidad axial constante.

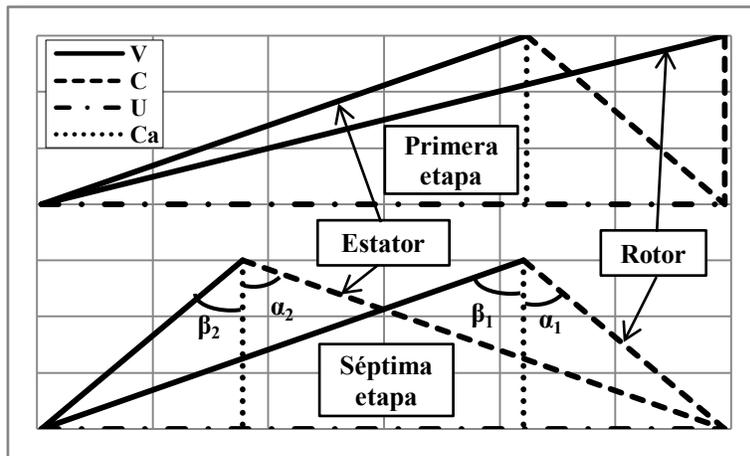


Figura 2.4.- Triángulo de velocidades en la parte media.

En la figura 2.4 se observa que en la séptima etapa el decremento de la velocidad relativa en el rotor es igual al decremento de la velocidad absoluta en el estator, esto sucede debido a que el valor del grado de reacción es de 0.5, lo que conduce a que tanto el rotor como el estator contribuyan de forma equitativa en el incremento de la presión estática, sumado a esto, se hace notar que  $\beta_1 = \alpha_2$  y que  $\beta_2 = \alpha_1$ .

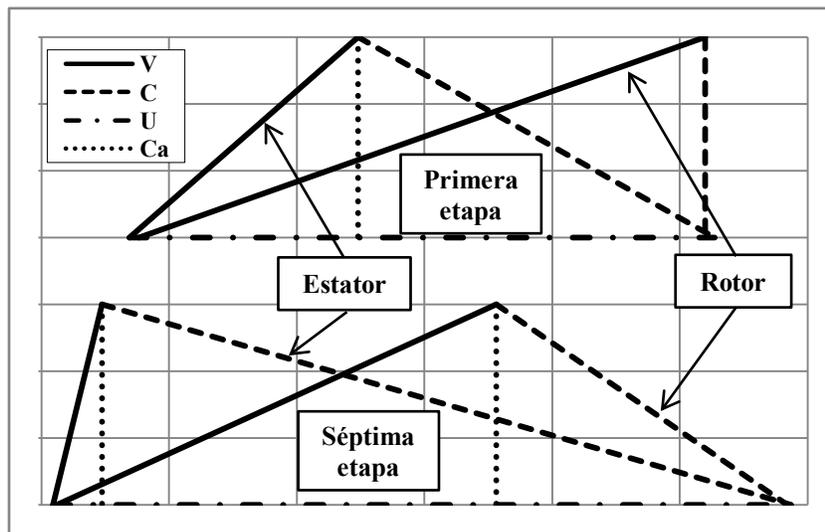


Figura 2.5.- Triángulo de velocidades en la raíz.

Cuando el grado de reacción es mayor a 0.5 la difusión en el rotor es mayor a la que se obtiene en el estator, como consecuencia de que el rotor contribuye con un porcentaje mayor en el incremento de la presión.

#### 2.4.- Inclinación axial de los álabes

En el presente estudio se aplicó una inclinación axial positiva y negativa a los álabes de las siete etapas del compresor. En la figura 2.6 se muestra el álabes del rotor de la primera etapa para la configuración base, figura 2.6B, para la configuración con la inclinación axial positiva, figura 2.6A, y negativa, figura 2.6C.

El ángulo utilizado para implementar la inclinación axial de los álabes, se tomó con base en los resultados obtenidos en la investigación realizada por N. X. Chen et al. [6], donde se presenta un incremento de la eficiencia al inclinar los álabes hacia adelante y un decremento al inclinarlos hacia atrás, siendo el valor del ángulo de  $4^\circ$ , otro de los motivos por el cual se utilizó este valor es debido a que el flujo másico de este compresor (20.6 kg/s) es similar al valor de diseño que se tiene para el compresor del presente estudio (20 kg/s).

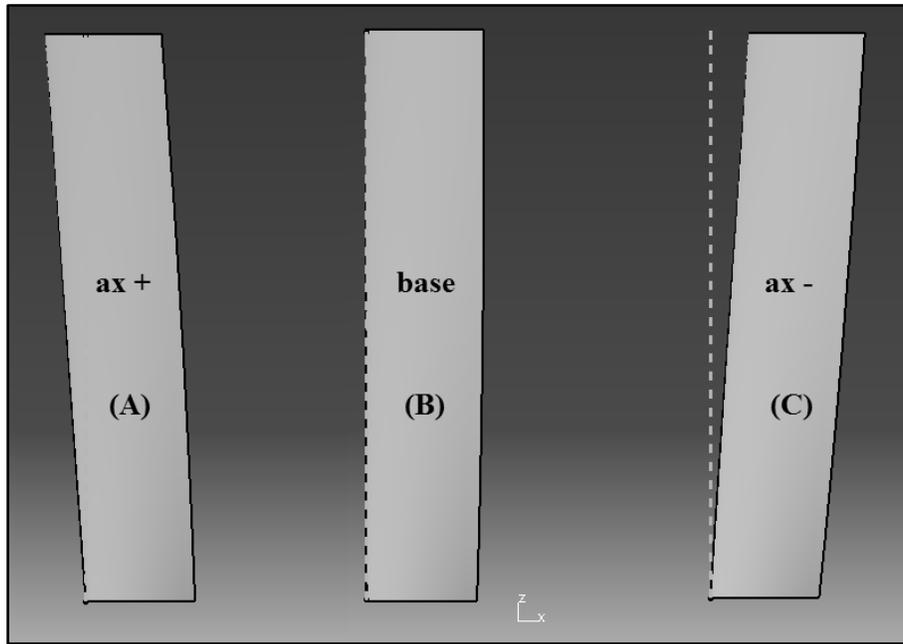


Figura 2.6- Inclinación axial del rotor de la primera etapa, configuración A) con inclinación axial positiva, B) base y C) con inclinación axial negativa [20].

### **Capítulo 3.- Simulación numérica del compresor de flujo axial**

En este capítulo se hace una breve descripción de las ecuaciones del flujo de fluidos, así como de las principales características que se utilizan en la presente simulación numérica.

### 3.1.- Modelos matemáticos en la dinámica de fluidos computacionales

Las ecuaciones que se utilizan en la dinámica de fluidos computacionales, son el resultado de los estudios que han realizado una gran cantidad de investigadores alrededor del mundo, con el fin de obtener un modelo matemático que represente las leyes y los fenómenos que ocurren en la vida diaria.

#### 3.1.1.- Ecuaciones fundamentales del flujo de fluidos

Las ecuaciones del flujo de fluidos son la representación matemática de las leyes de la conservación de la masa, del momento y de la energía, en las cuales se considera que el flujo es continuo, debido a que en sus partículas las propiedades no se ven influenciadas por el cambio en las moléculas del mismo.

Una partícula de fluido es tan pequeña, que las propiedades sobre sus caras son aproximadas con la suficiente exactitud mediante los dos primeros términos de la serie de Taylor. Para obtener la ecuación de la conservación de la masa, es necesario realizar el balance sobre una partícula de fluido, lo que conducirá a tener que la razón del incremento de la masa en la partícula, es igual a la razón neta del flujo de masa que pasa por esta misma partícula. La primera parte de este balance es expresado de la siguiente forma:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho dx dy dz) = \frac{\partial \rho}{\partial t} dx dy dz \quad (3.1)$$

Para obtener la segunda parte del balance se hace uso de la figura 3.1, en la cual se observa la dirección en que el flujo másico cruza cada una de las caras de la partícula de fluido, al sumar las componentes se obtiene la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} & \left[ \left( \rho u - \frac{\partial \rho u}{\partial x} \frac{dx}{2} \right) - \left( \rho u + \frac{\partial \rho u}{\partial x} \frac{dx}{2} \right) \right] dy dz + \left[ \left( \rho v - \frac{\partial \rho v}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) - \left( \rho v + \frac{\partial \rho v}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) \right] dx dz \\ & + \left[ \left( \rho w - \frac{\partial \rho w}{\partial z} \frac{dz}{2} \right) - \left( \rho w + \frac{\partial \rho w}{\partial z} \frac{dz}{2} \right) \right] dx dy \end{aligned} \quad (3.2)$$

Al igualar las ecuaciones (3.1) y (3.2) se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} = 0 \quad (3.3)$$

En el caso de la ecuación de la conservación de movimiento, el balance que se realiza es entre el incremento del movimiento de la partícula y la suma de las fuerzas que actúan sobre la misma, donde la primera parte para la componente “x” es expresada de la siguiente forma:

$$\rho \frac{Du}{Dt} \quad (3.4)$$

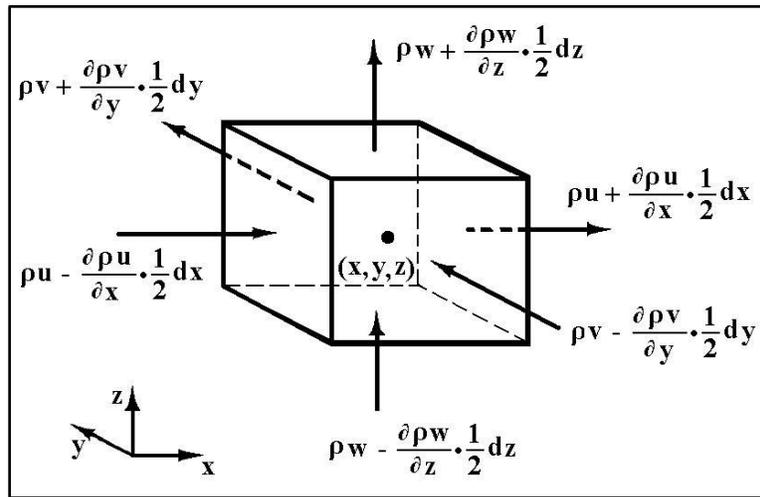


Figura 3.1.- Partícula de fluido [21].

En el caso de las fuerzas que actúan sobre la partícula se utilizará la figura 3.2, donde se muestran las fuerzas de superficie (fuerzas de presión y viscosas) sobre la partícula para la componente en “x”.

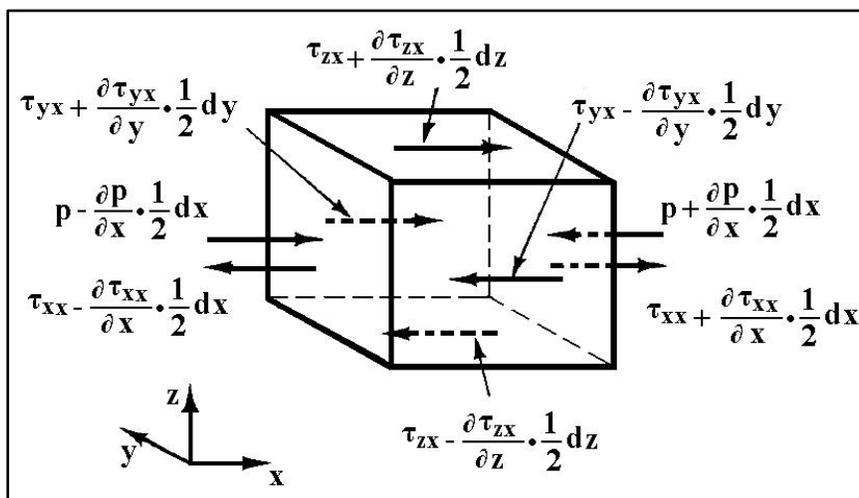


Figura 3.2.- Esfuerzos en la dirección “x” [21].

Al hacer la suma de todas estas fuerzas que actúan sobre la partícula, se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{\partial(-p + \tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{zx}}{\partial z} \quad (3.5)$$

Al igualar la ecuación (3.4) y (3.5) no se obtiene el balance antes mencionado, debido a que falta considerar las fuerzas de cuerpo, es por esto que es necesario sumar un término fuente, el cual incluirá los efectos de estas fuerzas y conducirá a obtener el balance, teniendo que en la componente “x” es igual a:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \frac{\partial(-p + \tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{zx}}{\partial z} + S_{Mx} \quad (3.6)$$

En tanto que para la componente en “y” el balance es igual a:

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \frac{\partial\tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial(-p + \tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{zy}}{\partial z} + S_{My} \quad (3.7)$$

Por último para la componente en “z” es igual a:

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = \frac{\partial\tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial(-p + \tau_{zz})}{\partial z} + S_{Mz} \quad (3.8)$$

Para obtener la ecuación de la conservación de la energía, se necesita balancear el incremento de la energía en la partícula con respecto al trabajo realizado sobre la partícula, donde el incremento de energía en la partícula se expresa de la siguiente forma

$$\rho \frac{DE}{Dt} \quad (3.9)$$

El trabajo realizado por las fuerzas de superficie en las caras de la partícula se obtiene con ayuda de la figura 3.2, teniéndose para la componente en “x” la siguiente expresión:

$$\left[ \frac{\partial[u(-p + \tau_{xx})]}{\partial x} + \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z} \right] dx dy dz \quad (3.10)$$

Para la componente en “y” se obtiene la siguiente:

$$\left[ \frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial[v(-p + \tau_{yy})]}{\partial y} + \frac{\partial(v\tau_{zy})}{\partial z} \right] dx dy dz \quad (3.11)$$

Por último para la componente en “z” se tiene la siguiente:

$$\left[ \frac{\partial(w\tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial(w\tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial[w(-p + \tau_{zz})]}{\partial z} \right] dx dy dz \quad (3.12)$$

Al sumar las ecuaciones (3.10), (3.11) y (3.12) se obtiene la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} & -\frac{\partial up}{\partial x} - \frac{\partial vp}{\partial x} - \frac{\partial wp}{\partial z} + \frac{\partial u\tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial u\tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial u\tau_{zx}}{\partial z} + \frac{\partial v\tau_{xy}}{\partial x} \\ & + \frac{\partial v\tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial v\tau_{zy}}{\partial z} + \frac{\partial w\tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial w\tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial w\tau_{zz}}{\partial z} \end{aligned} \quad (3.13)$$

Por lo que el balance de energía para una partícula de fluido, está dado por la expresión que se forma al sumar la ecuación (3.9) y (3.13), siendo igual a:

$$\begin{aligned} \rho \frac{DE}{Dt} = & -\text{div}(p\vec{u}) + \left[ \frac{\partial u\tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial u\tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial u\tau_{zx}}{\partial z} + \frac{\partial v\tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial v\tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial v\tau_{zy}}{\partial z} \right. \\ & \left. + \frac{\partial w\tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial w\tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial w\tau_{zz}}{\partial z} \right] + S_E \end{aligned} \quad (3.14)$$

Donde el término “S<sub>E</sub>” incluye los efectos de la energía potencial en el balance. Con base en lo antes mencionado, se tiene que el flujo de un fluido está descrito por cinco ecuaciones diferenciales ((3.3), (3.6), (3.7), (3.8) y (3.14)), en las cuales se encuentran cuatro variables termodinámicas (ρ, p, u y T), al considerar que el estado de una substancia en equilibrio termodinámico es descrito por medio de dos variables de estado, las cuales se relacionan con las restantes por medio de las ecuaciones (3.15) y (3.16).

$$p = p(\rho, T) \quad (3.15)$$

$$u = u(\rho, T) \quad (3.16)$$

Estas ecuaciones conocidas como de estado, proporcionan el vínculo entre la ecuación de energía con respecto a las de momento y masa para los fluidos compresibles.

Existe otra forma de expresar la ecuación de momento y energía, al considerar que los esfuerzos viscosos son expresados por la razón de la deformación local, la cual está compuesta de una deformación volumétrica y una razón de deformación lineal. Teniendo que la deformación volumétrica está dada por la siguiente expresión:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = \text{div } \vec{u} \quad (3.17)$$

En tanto que la razón de deformación lineal está compuesta por 3 deformaciones de elongación lineal, ecuaciones (3.18) – (3.20).

$$e_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (3.18)$$

$$e_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (3.19)$$

$$e_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (3.20)$$

Sumado a esto, la razón de deformación lineal también está compuesta por tres deformaciones de corte lineal, ecuaciones (3.21) – (3.23).

$$e_{xy} = e_{yx} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (3.21)$$

$$e_{yz} = e_{zy} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad (3.22)$$

$$e_{xz} = e_{zx} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad (3.23)$$

Al considerar que el fluido de trabajo es Newtoniano, se introduce una constante de proporcionalidad para relacionar los esfuerzos viscosos con la razón de deformación, por lo que las relaciones son expresadas de la siguiente forma:

$$\tau_{xx} = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu \operatorname{div} \vec{u} \quad (3.24)$$

$$\tau_{yy} = 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}\mu \operatorname{div} \vec{u} \quad (3.25)$$

$$\tau_{zz} = 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3}\mu \operatorname{div} \vec{u} \quad (3.26)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (3.27)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad (3.28)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad (3.29)$$

Al sustituir las ecuaciones (3.24) – (3.29) en las ecuaciones (3.6) – (3.8) se obtienen las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} \rho \frac{Du}{Dt} = & -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( 2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \operatorname{div} \vec{u} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] + S_{Mx} \end{aligned} \quad (3.30)$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{Dv}{Dt} = & -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( 2 \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \operatorname{div} \vec{u} \right) \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] + S_{My} \end{aligned} \quad (3.31)$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{Dw}{Dt} = & -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( 2 \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3} \operatorname{div} \vec{u} \right) \right] + S_{Mz} \end{aligned} \quad (3.32)$$

Después de un arreglo algebraico las ecuaciones de momento se expresan de la siguiente forma:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \text{div}(\mu \text{ grad } u) + S_{Mx} \quad (3.33)$$

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \text{div}(\mu \text{ grad } v) + S_{My} \quad (3.34)$$

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \text{div}(\mu \text{ grad } w) + S_{Mz} \quad (3.35)$$

En la ecuación de la energía se realiza un procedimiento similar para sustituir a los esfuerzos cortantes por razones de deformación, a estas ecuaciones en especial se les denomina ecuaciones de Navier-Stokes.

### 3.1.2.- Ecuaciones Reynolds-Promedio Navier-Stokes

Cuando las fuerzas de inercia son mayores a las fuerzas viscosas se considera que el flujo es turbulento, lo que conduce a tener un flujo caótico, donde sus propiedades como la velocidad y la presión cambian continuamente, este tipo de flujo es el de mayor interés dentro de la ingeniería, sin embargo, su naturaleza caótica imposibilita el cálculo basado en el movimiento de sus partículas.

Una alternativa que se tiene cuando se necesita información acerca de los procesos turbulentos, sin la necesidad de obtener los efectos de cada uno de los remolinos que se generan en el flujo turbulento, es mediante la descomposición de las propiedades del flujo en dos partes.

Donde una representa su valor promedio ( $U, V, W, P$  etc.), y la otra representa su valor fluctuante ( $u', v', w', p',$  etc.), teniendo que la propiedad es descrita como  $\varphi = \Phi + \varphi'$ , en la figura 3.3 se observa tanto el valor promedio de “u” como su valor fluctuante.

Las ecuaciones de conservación de masa y de momento para un fluido incompresible con una viscosidad constante, donde se muestra el efecto que tiene la parte fluctuante de las propiedades, son expresadas por las ecuaciones (3.36) – (3.39).

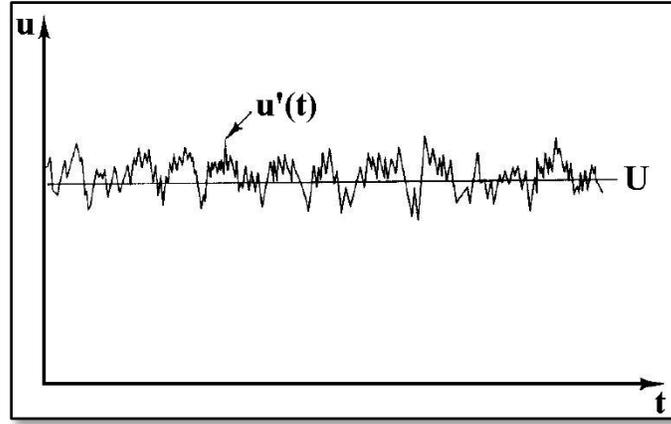


Figura 3.3.- Componente promedio y fluctuante de “u” [21].

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \quad (3.36)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \text{div}(U\bar{U}) + \text{div}(\overline{u'u'}) = -\frac{\partial p}{\rho \partial x} + \nu \text{div}(\text{grad } U) + S_{Mx} \quad (3.37)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \text{div}(V\bar{U}) + \text{div}(\overline{v'u'}) = -\frac{\partial p}{\rho \partial y} + \nu \text{div}(\text{grad } V) + S_{My} \quad (3.38)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \text{div}(W\bar{U}) + \text{div}(\overline{w'u'}) = -\frac{\partial p}{\rho \partial z} + \nu \text{div}(\text{grad } W) + S_{Mz} \quad (3.39)$$

Se observa que en las ecuaciones de momento se agregó un nuevo término, el tercero del lado izquierdo de las ecuaciones (3.37) - (3.39), el cual representa a la transferencia convectiva del momento, debido a la fluctuación de la velocidad, y se le considera como un esfuerzo adicional que actúa sobre las componentes de la velocidad promedio.

Al reescribir estos términos en una forma desarrollada se observa que se tienen seis nuevos esfuerzos.

$$\text{div}(\overline{u'u'}) = -\frac{\partial \overline{u'^2}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} - \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} \quad (3.40)$$

$$\text{div}(\overline{v'u'}) = -\frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{v'^2}}{\partial y} - \frac{\partial \overline{v'w'}}{\partial z} \quad (3.41)$$

$$\text{div}(\overline{w'u'}) = -\frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{v'w'}}{\partial y} - \frac{\partial \overline{w'^2}}{\partial z} \quad (3.42)$$

De las ecuaciones (3.40) - (3.42), se tiene que tres de estos esfuerzos son normales.

$$\tau_{xx} = -\overline{\rho u'^2} \quad (3.43)$$

$$\tau_{yy} = -\overline{\rho v'^2} \quad (3.44)$$

$$\tau_{zz} = -\overline{\rho w'^2} \quad (3.45)$$

En tanto que los otros tres son esfuerzos cortantes

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = -\overline{\rho u'v'} \quad (3.46)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = -\overline{\rho v'w'} \quad (3.47)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = -\overline{\rho u'w'} \quad (3.48)$$

Estos esfuerzos adicionales son conocidos como esfuerzos de Reynolds, y al tenerlos dentro de las ecuaciones de momento y de energía, éstas son denominadas como Ecuaciones Reynolds-Promedio Navier-Stokes.

### 3.1.3.- Modelo de turbulencia

Los modelos de turbulencia ayudan a cerrar el sistema de ecuaciones a resolver numéricamente, ya que la introducción de los esfuerzos de Reynolds generó seis variables desconocidas para las ecuaciones (3.36) – (3.39). En general existen tres tipos de modelos de turbulencia, los modelos algebraicos, los modelos de una ecuación y los modelos de dos ecuaciones [21].

En el presente estudio se resuelven las ecuaciones de Reynolds-Promedio Navier-Stokes, por lo que se utiliza el modelo de turbulencia de una ecuación conocido como Spalart-Allmaras para cerrar el sistema de ecuaciones. Este modelo fue elegido con base en los resultados numéricos obtenidos por M. Braun et al. [5], debido a que mencionan que obtuvieron una congruencia bastante buena, al comparar sus resultados numéricos con los experimentales, además se tomó en cuenta la tabla 3.1, donde se presentan unas recomendaciones para la elección del modelo a utilizar, dependiendo del tipo de flujo que se quiere analizar.

Tabla 3.1.- Recomendación de los modelos de turbulencia [22].

Modelo de turbulencia	Tipo de flujo
- $\kappa$ - $\epsilon$ (estándar) - $\kappa$ - $\epsilon$ (función de pared extendida)	-Casi 2D -Gradiente de presión bajo
-Baldwin-Lomax (apropiado para cálculos de diseño rápidos) -Spalart-Allmaras -Launder-Sharma $\kappa$ - $\epsilon$ -Yang-Shih $\kappa$ - $\epsilon$ -Chien $\kappa$ - $\epsilon$	-3D -Gradiente de presión alto -Curvatura moderada -Con desprendimiento del fluido

El modelo Spalart-Allmaras está basado en la resolución de una ecuación adicional de transporte para la viscosidad turbulenta, donde se tienen términos de convección, difusión y de la fuente. La viscosidad turbulenta es dada por la siguiente expresión:

$$v_t = \bar{v} f_{v1} \tag{3.49}$$

Donde “ $\bar{v}$ ” es la variable de trabajo turbulento, y “ $f_{v1}$ ” es una función que está definida de la siguiente forma:

$$f_{v1} = \frac{X^3}{X^3 + c_{v1}} \tag{3.50}$$

Donde “ $X$ ” es una relación expresada de la siguiente forma:

$$X = \frac{\bar{v}}{v} \tag{3.51}$$

La variable de trabajo turbulento obedece a la siguiente ecuación de transporte:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla v = \frac{1}{\sigma} \{ \nabla \cdot [(v + (1 + c_{b2})\bar{v})\nabla v] - c_{b2}\bar{v}\nabla v \} + Q \tag{3.52}$$

Donde “ $\sigma$ ” y “ $c_{b2}$ ” son constantes, en tanto que “ $Q$ ” es el termino fuente, el cual incluye un termino de producción y uno de destrucción.

$$Q = \bar{v}P(\bar{v}) - \bar{v}D(\bar{v}) \quad (3.53)$$

$$\bar{v}P(\bar{v}) = c_{b1}\bar{S}\bar{v} \quad (3.54)$$

$$\bar{v}D(\bar{v}) = c_{w1}f_w \left(\frac{\bar{v}}{d}\right)^2 \quad (3.55)$$

El término de producción está compuesto de las siguientes funciones:

$$\bar{S} = S f_{v3} + \frac{\bar{v}}{\kappa^2 d^2} f_{v2} \quad (3.56)$$

$$f_{v2} = \frac{1}{(1 + X/c_{v2})^3} \quad (3.57)$$

$$f_{v3} = \frac{(1 + X f_{v1})(1 - f_{v2})}{X} \quad (3.58)$$

Donde “ $S$ ” es la magnitud del vórtice. En el término de destrucción, “ $d$ ” representa a la distancia que se tiene con la pared más cercana, mientras que “ $f_w$ ” está dada por la ecuación (3.59), donde “ $g$ ” y “ $r$ ” son igual a las ecuaciones (3.60) y (3.61) respectivamente.

$$f_w = g \left( \frac{1 + c_{w3}^6}{g^6 + c_{w3}^6} \right)^{\frac{1}{6}} \quad (3.59)$$

$$g = r + c_{w2}(r^6 - r) \quad (3.60)$$

$$r = \frac{\bar{v}}{\bar{S}\kappa^2 d^2} \quad (3.61)$$

Por otra parte las constantes son igual a:

$$c_{w1} = \frac{c_{b1}}{\kappa^2} + \frac{(1 + c_{b2})}{\sigma}$$

$$c_{w2} = 0.3$$

$$c_{w3} = 2$$

$$c_{v1} = 7.1$$

$$c_{v2} = 5$$

$$c_{b1} = 0.1355$$

$$c_{b2} = 0.622$$

$$\kappa = 0.41$$

$$\sigma = 2/3$$

### 3.2.- Características de la simulación numérica

El programa de dinámica de fluidos computacionales NUMECA International está estructurado en tres interfaces gráficas básicamente, de tal forma que el preprocesamiento, el cálculo y el pos-procesamiento de la simulación numérica pueden realizarse fácilmente.

La etapa del preprocesamiento inicia con la definición del dominio computacional, en este caso el dominio está constituido por las siete etapas del compresor y los ductos de entrada y salida, figura 3.4.

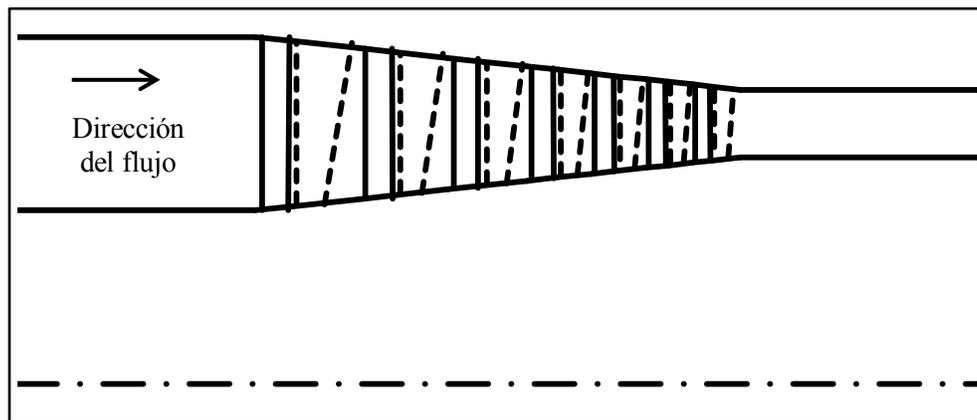


Figura 3.4.- Dominio Computacional.

La generación de los álabes se realizó con el módulo IGG<sup>TM</sup>, en el cual se introdujeron las coordenadas de los once perfiles aerodinámicos que forman cada uno de éstos, obteniendo una geometría como la que se observa en la figura 3.5, para cada uno de los álabes rotores y estatores.

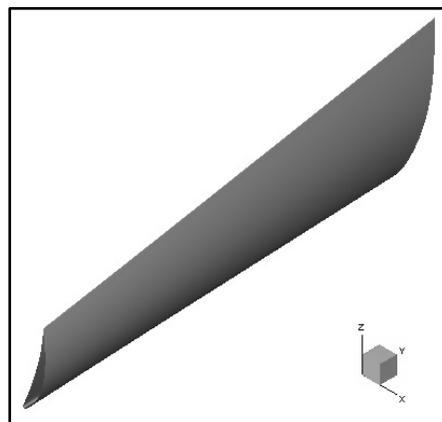


Figura 3.5.- Geometría del alabeo.

Posteriormente se sub-divide el dominio para generar la malla, de esta forma se reemplaza la continuidad de éste por un número finito de puntos, donde se obtendrán los valores de las variables requeridas. Las mallas con elementos hexaédricos ya sean estructuradas o parcialmente estructuradas, son el tipo que se utiliza comúnmente para análisis aerodinámicos, debido a la necesidad de adaptar la malla a las superficies del cuerpo de forma suave [23].

Con el módulo AutoGrid4 se seleccionó una malla estructurada de tipo H para los canales y de tipo O para los álabes, figura 3.6. Esta selección se realizó con base en el manual del usuario de AutoGrid [24], donde indica que la calidad de la malla tipo O, es mejor para el caso donde se presentan valores del ángulo de posicionamiento elevados.

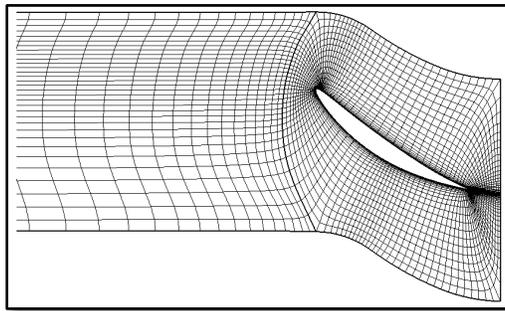


Figura 3.6.- Malla tipo H y tipo O.

Otro factor que se indica es el número de álabes que tiene cada una de las coronas, es importante mencionar que debido a que las fronteras laterales de los álabes y de los canales son consideradas como periódicas, solamente se requiere realizar la simulación numérica sobre un alabe rotor y estator de cada una de las etapas, lo que reduce considerablemente el tiempo de cómputo que toma realizarla. En la figura 3.7 se muestran la frontera periódica que se encuentran a la izquierda del alabe, sin embargo, se hace notar que a la derecha de éste también existe este tipo de frontera.

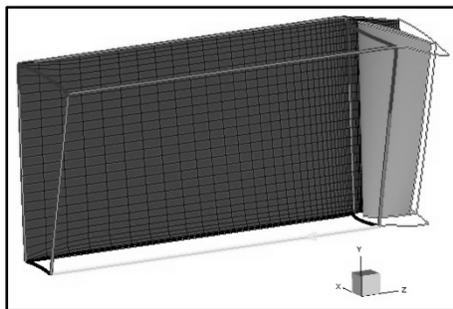
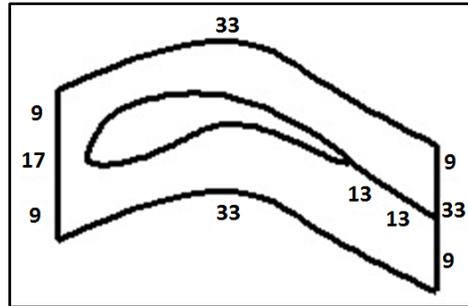


Figura 3.7.- Frontera periódica.

En esta parte también se determina el número de puntos que contiene la malla en cada una de las direcciones, en la figura 3.8 se observa la forma en que el programa permite definir el número de puntos, en la dirección axial y transversal para el álabe.



3.8.- Número de puntos en la malla.

Cuando se calculan las propiedades turbulentas del flujo, es importante fijar la primera celda que se encuentra en la capa límite dentro de un cierto rango, debido a que al considerar la viscosidad del fluido, la capa límite presenta gradientes altos, por lo que su representación numérica requiere de un número suficiente de celdas dentro de ésta.

El manual del usuario FINE<sup>TH</sup> [22] indica el rango en el cual se debe encontrar la primera celda, con base en la variable adimensional " $y^+$ ", siendo éste de 1-10 para el modelo de turbulencia elegido en el presente trabajo, esto es, el modelo Spalart-Allmaras el cual resuelve la subcapa viscosa, en la figura 3.9 se muestran las capas que constituyen a la capa límite.

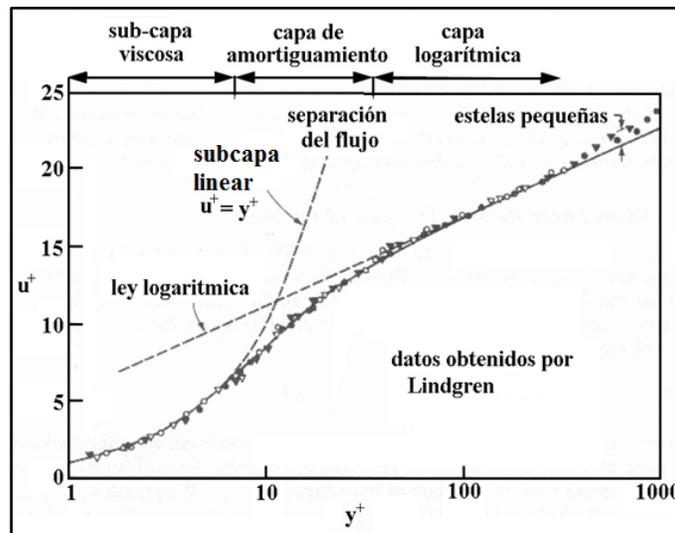


Figura 3.9.- Perfiles de la capa límite [22].

El tamaño de la primera celda se determina con la ecuación (3.62), donde “ $V_{ref}$ ” es igual a la velocidad axial, “ $L_{ref}$ ” es igual a la cuerda del álabe rotor de la primera etapa en la punta de éste, el valor de “ $y^+$ ” es de 5, y se eligió de acuerdo al rango antes mencionado.

$$y_{pared} = 6 \left( \frac{V_{ref}}{\nu} \right)^{-7/8} \left( \frac{L_{ref}}{2} \right)^{1/8} y^+ \quad (3.62)$$

Una vez que este procedimiento se realizó con cada una de las coronas de álbes, se procede a unirlos con el módulo IGG<sup>TM</sup>, obteniendo de esta forma la malla del dominio computacional que se utilizará en la simulación numérica, figura 3.10.

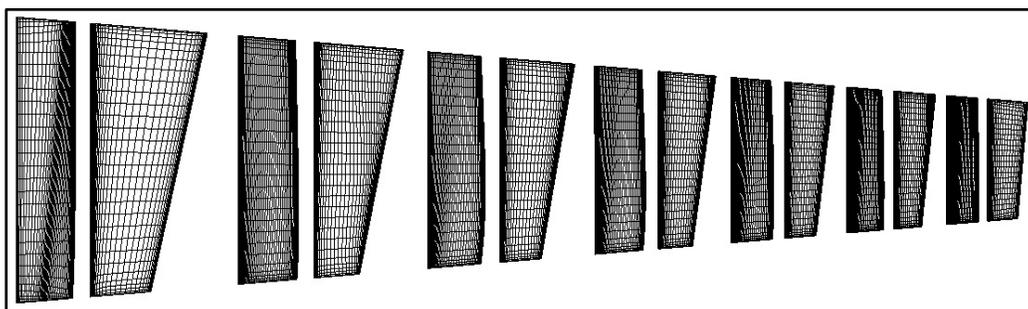


Figura 3.10.- Malla del compresor.

Posteriormente con ayuda del módulo FINE<sup>TH</sup> se selecciona al aire como el fluido de trabajo, es importante mencionar que en esta simulación se seleccionó al aire como gas real, donde el calor específico a presión constante y la relación de calores específicos varían en función de la temperatura, lo que conduce a incrementar en un 25% el tiempo de cómputo en comparación con la aproximación del gas perfecto, sin embargo, esta selección se tomó con la finalidad de obtener un modelado mejor del comportamiento del fluido, por lo que se considera que el incremento del tiempo es factible.

En este punto también se define que la simulación es del tipo estacionaria, que el modelo matemático a utilizar es el denominado Navier-Stokes turbulento, y que el modelo de turbulencia elegido es el conocido como Spalart-Allmaras.

Las condiciones de frontera están divididas en cinco grupos (entrada, salida, periódica, pared y externa). Para la frontera de entrada las condiciones impuestas fueron la dirección del flujo, la presión y la temperatura total, para la frontera de salida únicamente se impuso la presión estática, en tanto que en la periódica se seleccionó el tipo rotacional debido a que se trata de una simulación tridimensional, mientras que para la pared se crearon dos grupos, donde se definen los componentes que se encuentran en rotación y aquellos que están

estáticos, sumado a esto, se asumió que todas las paredes son adiabáticas, por su parte la frontera externa se encuentra desactivada debido a que se trata de un flujo interno.

El tipo de condiciones impuestas a la entrada y a la salida se eligieron con base en las sugerencias dadas por el manual del usuario FINE<sup>TM</sup> [22], donde menciona que para un flujo compresible lo mejor es utilizar cantidades totales a la entrada, en tanto que en la salida se debe fijar la presión estática, cabe mencionar que esta última se determinó como un valor promedio en la frontera, ya que también existe la posibilidad de fijarla por medio del equilibrio radial o como un valor constante a lo largo de toda la frontera, lo que raramente sucede en un compresor real.

Sumado a lo anterior, se observó que en investigaciones similares como las realizadas por M. Braun et al. [11] y E. Benini et al. [12] se impusieron las mismas condiciones de frontera a la entrada y a la salida, aun y cuando el último de estos utilizó un programa diferente. Es por esto que se consideró que con este tipo de condiciones se obtendrá una mejor aproximación del comportamiento del flujo.

Por otra parte, debido a que en la simulación se obtendrán curvas de desempeño del compresor, figura 3.11, el manual de FINE<sup>TM</sup> [22] indica que cerca del punto uno donde la variación del flujo másico es mínima en comparación a la presión, se recomienda imponer la presión estática a la salida, sin embargo, cerca del punto dos donde ocurre lo opuesto, se recomienda imponer el valor del flujo másico en lugar de la presión. Es por esto que para los puntos de operación donde se tiene el segundo comportamiento se impuso el flujo másico a la salida en lugar de la presión estática.

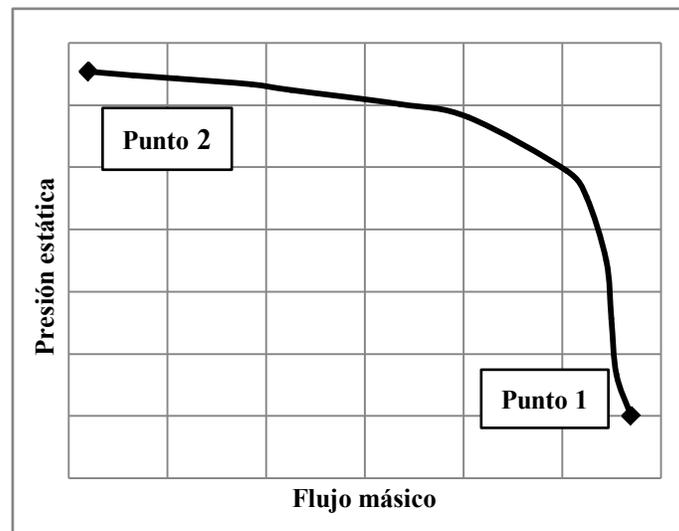


Figura 3.11.- Curva de desempeño.

Es importante mencionar que NUMECA International utiliza la técnica de la malla múltiple para acelerar la convergencia de la simulación, lo que conduce a disminuir el tiempo de cómputo, en esta técnica básicamente se obtiene el valor de las variables en una malla más burda que la establecida por el usuario, para posteriormente interpolar estos datos a una malla más fina, este procedimiento se realiza hasta llegar a la malla establecida, en este trabajo se utilizó el ciclo V, figura 3.12.

Posteriormente se determinó la solución inicial de la simulación, para lo cual se utilizaron los valores preestablecidos por el programa y se realizó un cálculo con el modelo de turbulencia Baldwin-Lomax, el cual se recomienda para el cálculo rápido de la turbulencia, ya que presenta una estabilidad numérica buena y un costo computacional bajo, en seguida se procedió a tomar los resultados de esta simulación y se utilizaron para realizar el cálculo con el modelo de turbulencia Spalart-Allmaras, debido a que con este modelo las variables turbulentas se simulan de una forma más precisa.

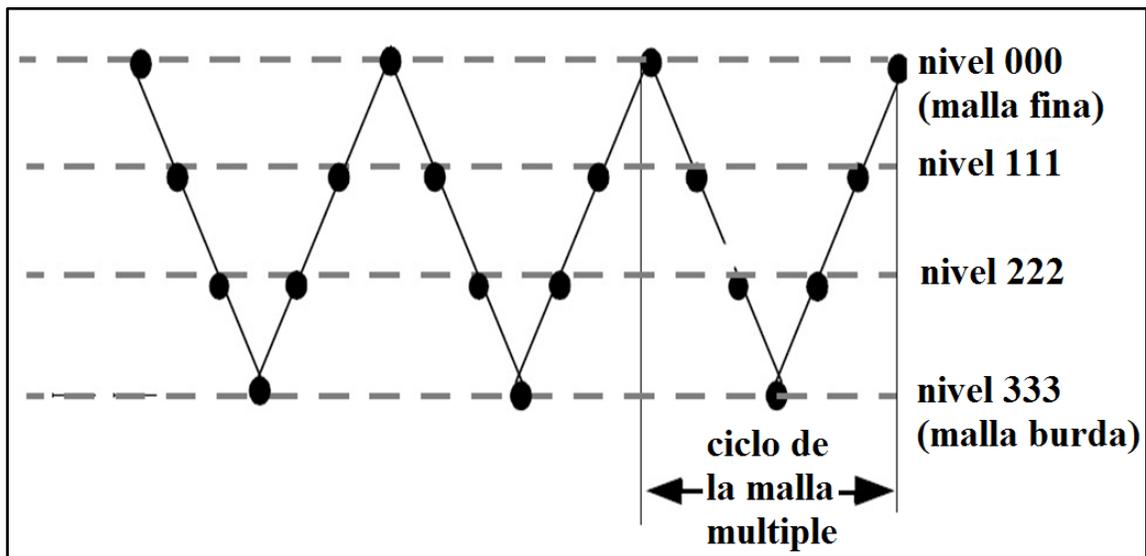


Figura 3.12.- Malla múltiple con un ciclo V [22].

Sumado a lo anterior, cabe mencionar que se utilizó la estrategia de la malla múltiple total, en la cual se inicia el cálculo en la malla más burda y los resultados de ésta pasan a ser las condiciones iniciales para el cálculo con el nivel de malla siguiente (un poco más fina), posteriormente los resultados de ésta son las condiciones iniciales para el cálculo con un nivel menor, este proceso se repite hasta llegar al cálculo donde se utiliza la malla definida por el usuario, con este procedimiento se asegura que las condiciones iniciales para el cálculo con la malla definida sean las correctas, figura 3.13.

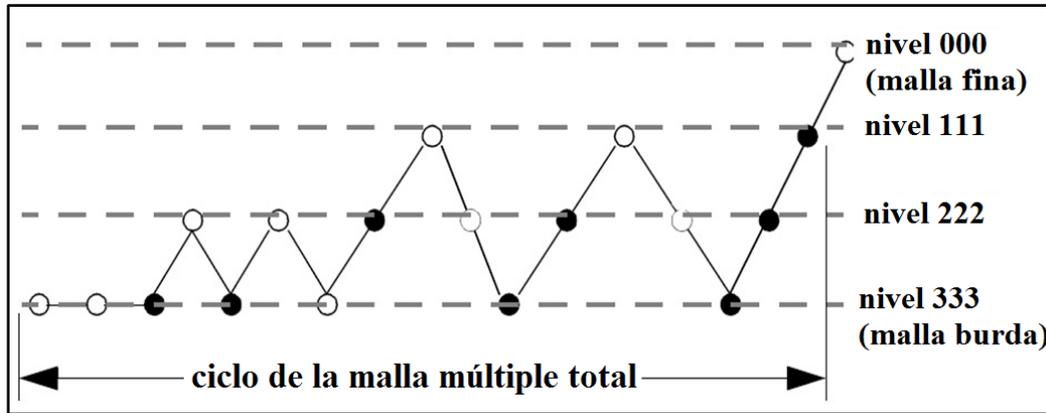


Figura 3.13.- Estrategia de la malla múltiple total [22].

La exactitud de la solución en cierta forma depende del número de elementos que se tienen dentro de la malla, por lo general un mayor número de éstos conduce a una solución mejor, sin embargo, el costo computacional así como la cantidad de memoria necesaria para el almacenamiento se incrementan, por lo que es necesario obtener una malla óptima, la cual será más fina en las zonas donde se presenten una gran variación de las propiedades y tenderá a ser burda en las zonas donde la variación sea mínima, como se muestra en la figura 3.14.

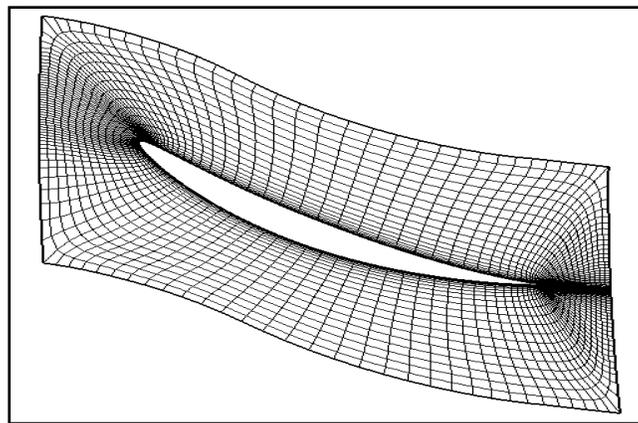


Figura 3.14.- Variación en la densidad de la malla.

Otro punto importante es la calidad de la malla, la cual está influenciada por el tipo de elemento que la constituye, debido a que las ecuaciones a resolver han sido derivadas con base en un sistema ortogonal, la elección de un sistema diferente conducirá a la degradación de su calidad, generando términos secundarios e incrementando el tiempo de cómputo y la memoria de almacenamiento, sumado a esto, se observa una reducción de la exactitud y de la estabilidad del método de solución [23].

Para garantizar la calidad de la malla la sesión de entrenamiento de FINE<sup>TH</sup> [25], indica que no se debe de tener ninguna celda negativa en ninguno de los dos tipos de precisión, y recomienda que el valor de la ortogonalidad debe de ser  $> 10^\circ$ , el de la relación de aspecto  $< 5000$  y el de la relación de expansión  $\leq 3$ , estos parámetros han sido satisfechos por la malla utilizada en el presente estudio.

Para determinar el número de elementos que debe tener la malla se realizó un estudio conocido como independencia de malla, con el cual se garantiza que el resultado obtenido en la simulación es independiente del número de elementos que la conforman, por otra parte también ayudara a elegir la opción más factible en lo que se refiere al tiempo de cómputo que se requiere para realizar la simulación.

En la tabla 3.2 se muestran los resultados obtenidos para las tres mallas analizadas, donde se aprecia que la variación de las características (eficiencia y relación de presiones) no es significativa, teniendo que la mayor de éstas es del 1.48%, sumado a esto, la sesión de entrenamiento de FINE<sup>TH</sup> [25], indica que el valor del error que se tiene entre el flujo másico que entra y el que sale ( $\Delta\dot{m}_{\text{error}}$ ), no debe ser mayor a 0.5%, y como se observa las tres mallas cumplen con este requerimiento, sin embargo, el tiempo de cómputo que se requiere para la malla fina en comparación con la burda es significativamente mayor, es por esto que se decidió utilizar la malla burda en el presente estudio.

Tabla 3.2.- Comparación de los resultados obtenidos con tres diferentes mallas.

Características	$\Delta\dot{m}_{\text{error}}$	$\eta$	$\pi$	No. de elementos	Tiempo de cómputo (hrs)
Malla burda	0.042%	73.42	2.991	1,790,448	30
Malla media	0.035%	73.47 (0.06%)	2.989 (0.06%)	7,556,136 (322%)	80 (166%)
Malla fina	0.010%	72.33 (1.48%)	2.989 (0.06%)	13,858,000 (673%)	190 (533%)

No existe una forma para determinar el error que se introduce debido a una malla inadecuada para un flujo de un fluido, la única forma de evaluar la exactitud y la valides de los modelos matemáticos en una simulación es al compararlos con una prueba experimental, en la cual se debe de tener información detallada acerca de las condiciones de frontera y una gran cantidad de resultados.

Sumado a esto, debe tenerse en cuenta que los modelos empleados en la simulación numérica están basados en cierto grado en un conocimiento empírico, por lo que las diferencias que se tienen al comparar los resultados experimentales con los numéricos, no siempre es a causa de tener un error en alguno de estos datos, sino que simplemente el modelo asumido para la simulación no describe de forma adecuada el fenómeno real que se está analizando

En la etapa de solución el programa, NUMECA International, utiliza un código llamado EURANUS, el cual implementa la técnica numérica de los volúmenes finitos para solucionar las ecuaciones Reynolds-Promedio Navier-Stokes de forma iterativa. Este método fue desarrollado como un caso especial de las diferencias finitas, teniendo la particularidad que las ecuaciones que se obtienen, expresan la conservación de las propiedades en cada uno de los volúmenes de control en los que se divide el dominio computacional.

En la etapa del pos-procesamiento se manejan los datos obtenidos con ayuda del módulo CFView, para facilitar su visualización por medio de gráficas y contornos que representan las magnitudes de la propiedad seleccionada, las cuales se mostraran en el siguiente capítulo.

## **Capítulo 4.- Análisis de resultados**

En este capítulo se presentan los resultados de la simulación numérica, de las tres configuraciones del compresor axial multi-etapas, además se muestra la variación de las características a causa de la inclinación axial para diferentes puntos de operación.

#### 4.1.- Validación de los resultados

La validación de los resultados en una simulación numérica es un paso muy importante, debido a que esto da confiabilidad al analizar los datos que se obtuvieron. Por lo general la forma de realizar la validación, es mediante la comparación de los resultados obtenidos de forma numérica con los obtenidos de forma experimental o analítica.

Para el presente trabajo no se tienen datos obtenidos de forma experimental, debido a que este tipo de investigación requiere de recursos que no se tienen (dinero, equipo y tiempo), y tampoco de forma analítica, debido a que las ecuaciones del flujo de fluidos no pueden ser resueltas para este tipo de investigación. Por este motivo se propone hacer una validación de forma cualitativa, esto es, mediante la comparación de las características y de los fenómenos que se presentan dentro del compresor, con los obtenidos numéricamente en la simulación.

En la figura 4.1 se presenta el mapa de desempeño del compresor ASTC, obtenido por Jeff L. et al. [26] en el centro de investigación Lewis de la NASA. Se observa que para una velocidad de rotación constante, la variación del flujo másico es inversamente proporcional a la relación de presiones, sumado a esto, se observa que la relación de presiones disminuye conforme la velocidad de rotación lo hace.

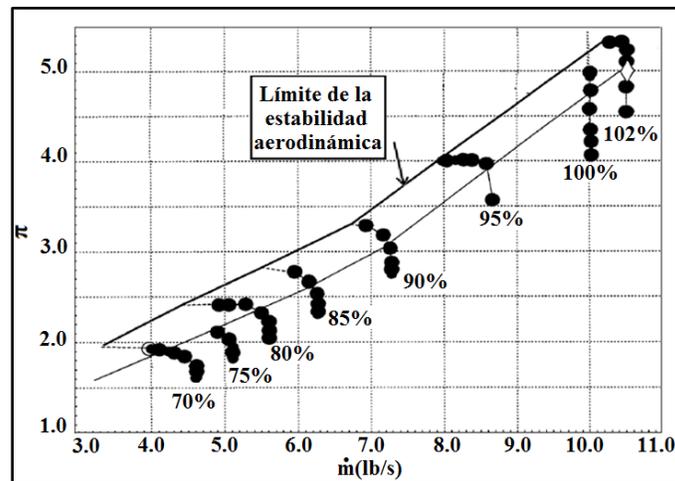


Figura 4.1.- Variación de la relación de presiones del compresor ASTC [26].

En la figura 4.2 se muestra la variación de la relación de presiones que se obtuvo por medio de la simulación numérica para la configuración base, donde se observa que el comportamiento de la relación es similar al mencionado anteriormente, esto es, que disminuye conforme la velocidad de rotación lo hace, y cuando ésta se mantiene constante la relación de presiones es inversamente proporcional al flujo másico.

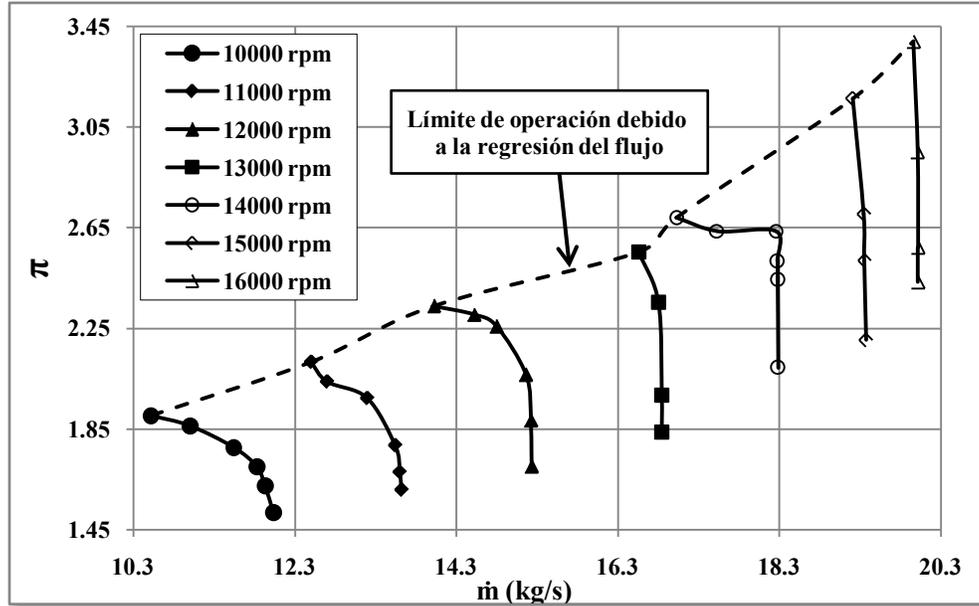


Figura 4.2.- Variación de la relación de presiones del compresor.

En la figura 4.3 se presenta la variación de  $P$ ,  $P_0$ ,  $T$  y  $T_0$  conforme el flujo atraviesa al compresor. Se observa que las propiedades totales se incrementan en el rotor y se mantienen constantes en el estator, debido a que el compresor es el único que transmite energía al fluido de trabajo. En el caso de las propiedades estáticas se observa un incremento tanto en el rotor como en el estator. Por otra parte, se hace notar que el comportamiento de las propiedades totales, está basado en condiciones ideales, debido a que en realidad las pérdidas por fricción que se generan en el estator conducen a un decremento de éstas.

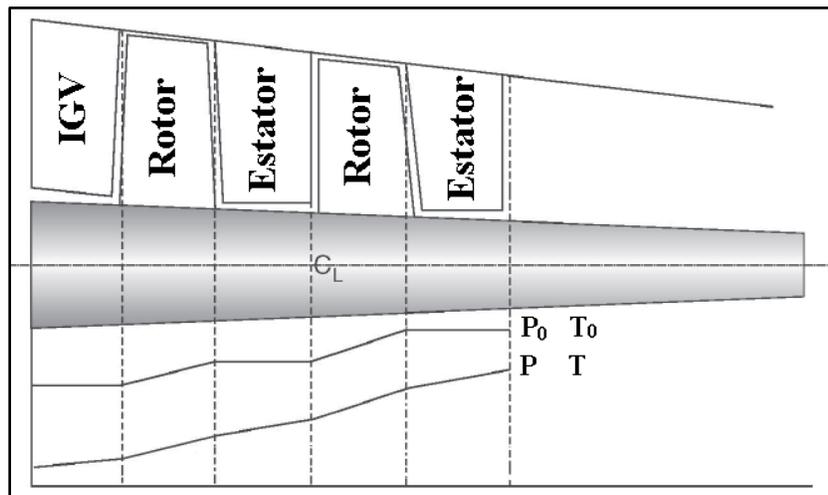


Figura 4.3.- Variación de la presión y de la temperatura a través del compresor [27].

En la figura 4.4 se muestra la variación de las propiedades totales y estáticas que se obtuvieron en la simulación numérica, para la configuración base (presión, figura 4.4A y temperatura, figura 4.4B). Se observa que las propiedades estáticas tienen un incremento en ambos álabes, rotor y estator, y que las propiedades totales presentan un incremento en el rotor y un decremento en el estator, siendo éste el comportamiento real que se tiene dentro del compresor.

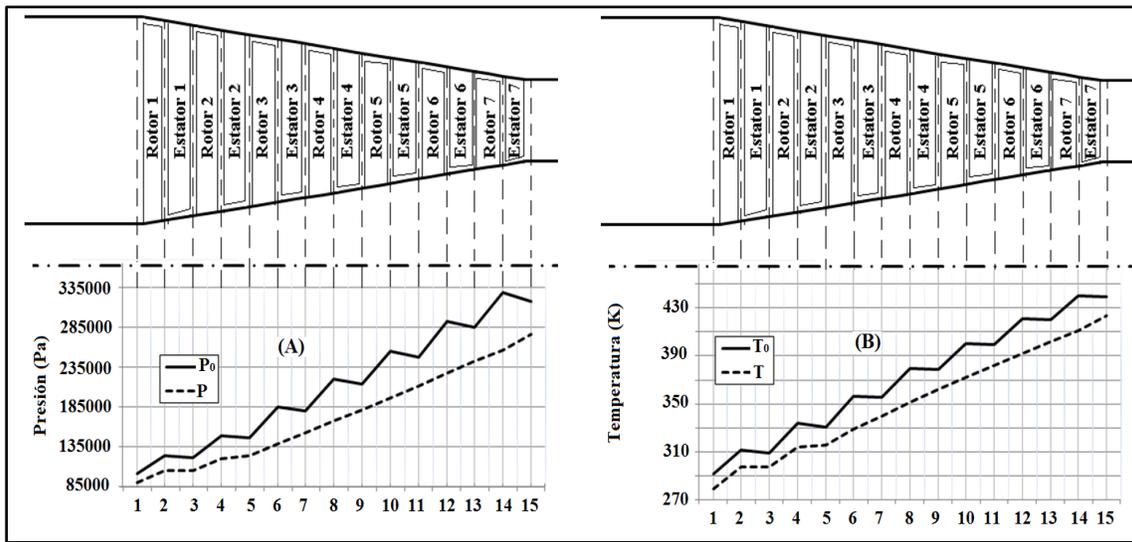


Figura 4.4.- Variación de A) la presión y de B) la temperatura a través del compresor.

Sumado a esto, Saravanamuttoo [16] menciona que debido al gradiente de presión adverso que se presenta en el compresor, la capa límite tiende a incrementar su espesor, conduciendo a modificar el perfil de la velocidad axial, conforme el flujo avanza por el compresor, figura 4.5A. Esto se ve reflejado en una disminución del valor de la velocidad axial en las zonas cercanas a la pared, y en un incremento en la parte central del perfil, el cual tiende a incrementarse para las etapas posteriores, figura 4.5B.

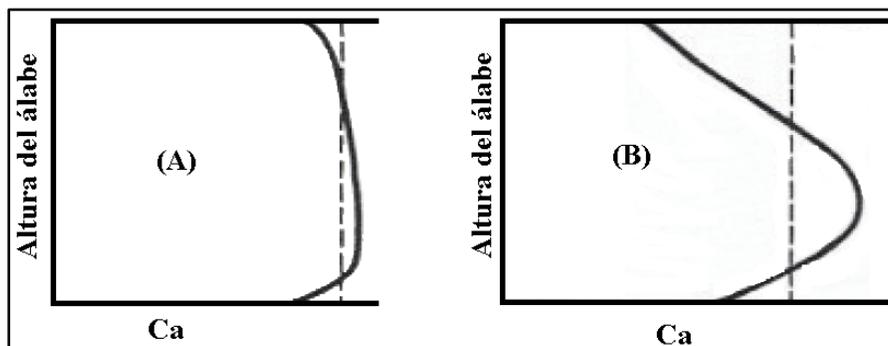


Figura 4.5.- Perfil de la velocidad axial para A) la primera etapa y B) la cuarta etapa [16].

En la figura 4.6 se presentan los perfiles de velocidad axial que se obtuvieron mediante la simulación numérica, donde se observa que a la salida de la primera etapa, figura 4.6A, el perfil de velocidad muestra un decremento en las zonas cercanas a la pared y un incremento en la parte central, con respecto al valor de diseño ( $Ca = 150$  m/s), por su parte el perfil a la salida de la cuarta etapa, figura 4.6B, muestra que el incremento de la velocidad en la parte central y su decremento cerca de las paredes es mayor que en la primera etapa, siendo este comportamiento similar al descrito para la figura 4.5.

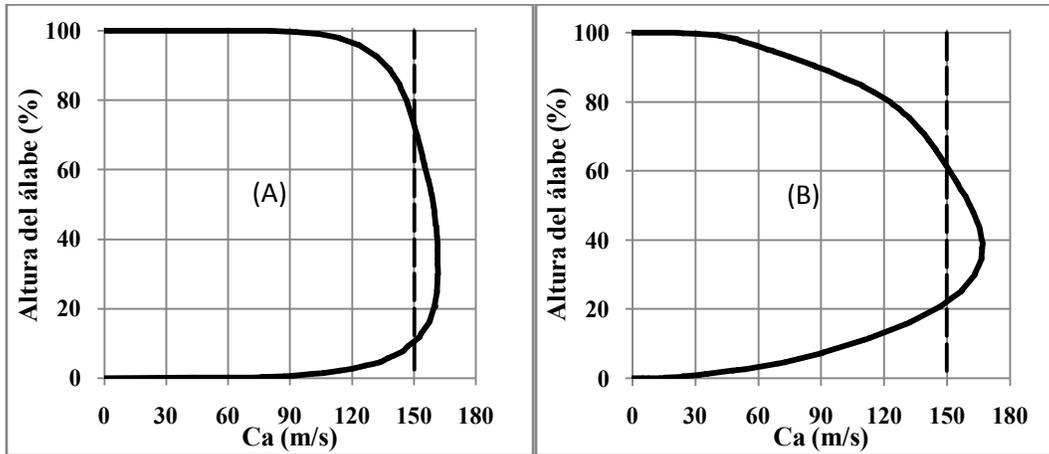


Figura 4.6.- Perfil de la velocidad axial para A) la primera etapa y B) la cuarta etapa.

Los resultados obtenidos en esta investigación se consideran válidos, debido a que las características del compresor que se obtuvieron numéricamente, presentan una buena concordancia con aquellas que se presentan en la teoría del compresor.

Por otra parte, J. H. Horlock [18] menciona que los resultados obtenidos en una simulación numérica, deben interpretarse como un indicador de las mejoras que se pueden obtener de forma cualitativa y no de forma cuantitativa, por lo que se considera que los cambios obtenidos en el desempeño del compresor en esta investigación, son un buen indicador de lo que se obtendría en una investigación experimental.

#### 4.2.- Mapa de desempeño del compresor axial

En la tabla 4.1 y 4.2 se presentan los resultados de la simulación (flujo másico, eficiencia y relación de presiones) para la configuración base y la configuración con la inclinación axial positiva, en diferentes puntos de operación, al variar la velocidad de rotación y la frontera de salida, siendo esta condición de frontera el valor de la presión o del flujo másico que se impusieron a la salida del compresor.

Tabla 4.1.- Valores de la configuración base

10,000 rpm						
condición de frontera	125 kPa	140 kPa	150 kPa	160 kPa	11.0 kg/s	10.5 kg/s
$\dot{m}$ (kg/s)	12.030	11.930	11.830	11.540	11.000	10.515
$\eta$	62.89	71.66	76.71	79.54	78.38	78.78
$\pi$	1.518	1.625	1.700	1.777	1.863	1.903
11,000 rpm						
condición de frontera	125 kPa	135 kPa	150 kPa	175 kPa	12.7 kg/s	12.5 kg/s
$\dot{m}$ (kg/s)	13.620	13.600	13.540	13.195	12.700	12.500
$\eta$	58.18	63.58	70.68	79.14	78.02	78.73
$\pi$	1.608	1.680	1.786	1.973	2.037	2.116
12,000 rpm						
condición de frontera	125 kPa	150 kPa	175 kPa	200 kPa	14.5 kg/s	14.0 kg/s
$\dot{m}$ (kg/s)	15.230	15.220	15.160	14.800	14.520	14.020
$\eta$	54.10	65.06	74.10	79.54	78.36	78.66
$\pi$	1.702	1.885	2.066	2.258	2.305	2.339
13,000 rpm						
condición de frontera	125 kPa	150 kPa	200 kPa	225 kPa	16.0 kg/s	15.8 kg/s
$\dot{m}$ (kg/s)	16.845	16.845	16.805	16.560	16.020	15.820
$\eta$	52.67	60.15	75.22	78.92	75.07	75.48
$\pi$	1.836	1.983	2.351	2.552	2.419	2.439
14,000 rpm						
condición de frontera	150 kPa	200 kPa	210 kPa	225 kPa	17.5 kg/s	17.0 kg/s
$\dot{m}$ (kg/s)	18.285	18.280	18.275	18.255	17.525	17.025
$\eta$	56.26	69.12	71.33	74.40	72.93	73.82
$\pi$	2.093	2.443	2.517	2.636	2.636	2.689
15,000 rpm						
condición de frontera	150 kPa	200 kPa	225 kPa	280 kPa	19.0 kg/s	18.5 kg/s
$\dot{m}$ (kg/s)	19.370	19.350	19.345	19.205	19.025	18.525
$\eta$	53.30	63.55	68.55	74.94	70.57	71.32
$\pi$	2.203	2.518	2.704	3.163	2.855	2.911
16,000 rpm						
condición de frontera	180 kPa	200 kPa	250 kPa	300 kPa	19.5 kg/s	19.0 kg/s
$\dot{m}$ (kg/s)	20.015	20.015	20.010	19.960	19.525	19.025
$\eta$	54.50	58.40	66.74	71.56	68.56	69.19
$\pi$	2.434	2.571	2.951	3.390	3.141	3.204

Tabla 4.2.- Valores de la configuración con inclinación axial positiva.

10,000 rpm						
condición de frontera	125 kPa	140 kPa	140 kPa	11 kg/s		
$\dot{m}$ (kg/s)	11.710	11.570	11.570	11.000		
$\eta$	64.72	72.55	72.55	75.09		
$\pi$	1.503	1.606	1.606	1.797		
11,000 rpm						
condición de frontera	125 kPa	135 kPa	150 kPa	12.7 kg/s	12.5 kg/s	
$\dot{m}$ (kg/s)	13.180	13.145	13.060	12.700	12.500	
$\eta$	59.56	65.30	71.87	75.62	75.58	
$\pi$	1.585	1.656	1.760	1.963	2.032	
12,000 rpm						
condición de frontera	125 kPa	150 kPa	175 kPa	14.5 kg/s		
$\dot{m}$ (kg/s)	14.685	14.670	14.580	14.505		
$\eta$	55.04	66.49	75.33	75.93		
$\pi$	1.671	1.854	2.034	2.216		
13,000 rpm						
condición de frontera	125 kPa	150 kPa	200 kPa	16.0 kg/s	15.8 kg/s	
$\dot{m}$ (kg/s)	16.335	16.305	16.185	16.030	15.815	
$\eta$	51.86	61.35	76.18	75.36	75.67	
$\pi$	1.787	1.947	2.320	2.384	2.396	
14,000 rpm						
condición de frontera	150 kPa	200 kPa	210 kPa	225 kPa	17.5 kg/s	17.0 kg/s
$\dot{m}$ (kg/s)	17.955	17.925	17.865	17.810	17.525	17.025
$\eta$	57.15	70.90	73.21	75.39	74.40	74.98
$\pi$	2.063	2.419	2.495	2.614	2.643	2.686
15,000 rpm						
condición de frontera	150 kPa	200 kPa	19.0 kg/s	18.5 kg/s		
$\dot{m}$ (kg/s)	19.485	19.365	19.010	18.540		
$\eta$	56.21	65.07	72.70	72.89		
$\pi$	2.219	2.513	2.923	2.962		
16,000 rpm						
condición de frontera	180 kPa	200 kPa	250 kPa	19.5 kg/s	19.0 kg/s	
$\dot{m}$ (kg/s)	20.770	20.725	20.745	19.535	19.025	
$\eta$	56.40	59.98	69.11	71.05	71.53	
$\pi$	2.481	2.608	2.984	3.263	3.322	

En la figura 4.7 se muestra la variación de la relación de presiones para la configuración con inclinación axial positiva (líneas rojas) y para la configuración base (líneas negras), donde se observa la diferencia del valor que se obtiene para cada una de estas configuraciones al variar la velocidad de rotación. También se observa que conforme la velocidad de rotación disminuye el flujo másico muestra un comportamiento similar, lo que se debe principalmente a causa del decremento que se tiene en la velocidad axial a la entrada del compresor.

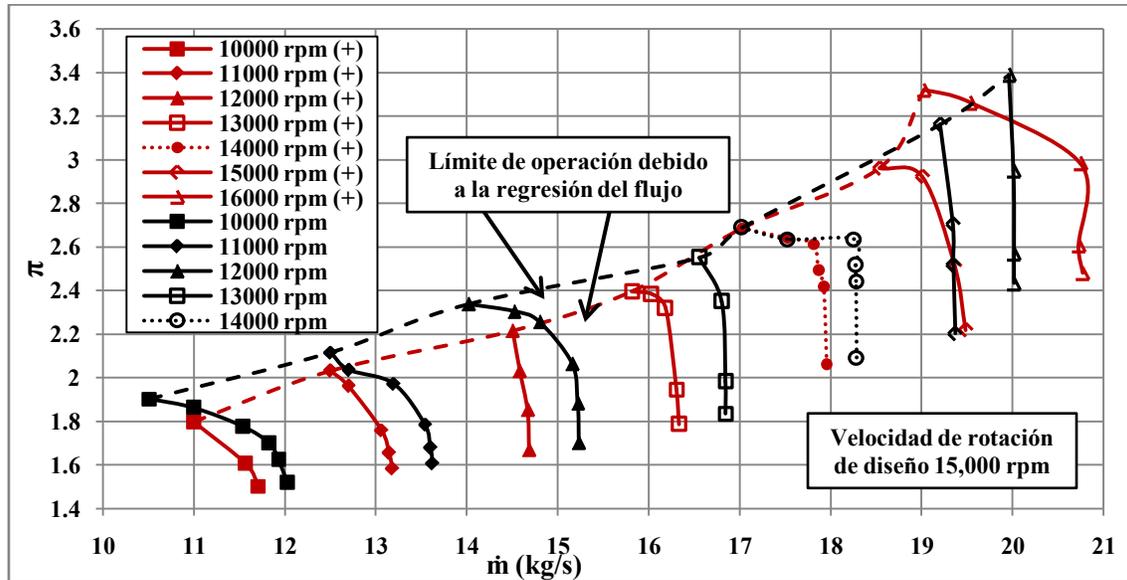


Figura 4.7.- Desempeño del compresor, configuración con inclinación axial positiva y base.

Cuando la velocidad de rotación es menor a la impuesta en el punto de diseño, se presenta un desprendimiento del flujo de la superficie de succión del álabe en las primeras etapas del compresor, como consecuencia de que el ángulo del álabe es incrementado. En el caso contrario, cuando la velocidad de rotación es superior a la de diseño, se tiene que el desprendimiento del flujo se presenta en las últimas etapas, en tanto que en las primeras se presenta una acumulación del fluido que produce un bloqueo del compresor.

Sumado a esto, se observa que la configuración con la inclinación axial positiva, muestra una disminución del rango de operación, para las velocidades de rotación de 10,000 rpm, 11,000 rpm, 12,000 rpm y 14,000 rpm, y un incremento para las velocidades de rotación de 13,000 rpm, 15,000 rpm y 16,000 rpm, con respecto a la configuración base. En la figura 4.8 se muestra la definición del rango de operación, el cual se determina por los límites en los que puede trabajar el compresor axial. El límite de la izquierda indica el punto máximo donde el compresor puede funcionar debido a la regresión del flujo, si este límite es rebasado el compresor puede sufrir daños estructurales, como consecuencia de las oscilaciones violentas que se presentan en la presión.

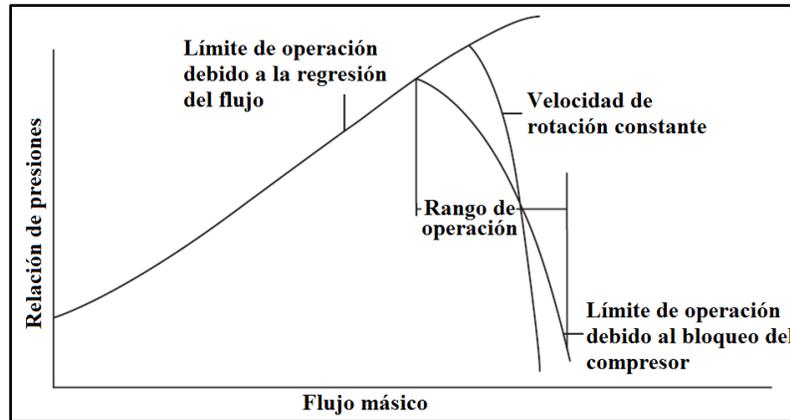


Figura 4.8.- Rango de operación [27].

En el caso del límite de la derecha, indica el punto hasta el cual puede seguir funcionando a causa del bloqueo del compresor, una vez que se cruza este punto el compresor no puede absorber más flujo, lo que genera un decremento abrupto en la eficiencia, pero no existe la posibilidad de que ocurra un daño estructural.

En la tabla 4.3 se presentan los resultados de la simulación numérica (flujo másico, eficiencia y relación de presiones), para la configuración con inclinación axial negativa.

Tabla 4.3.-Valores de la configuración con inclinación axial negativa.

10,000 rpm						
condición de frontera	125 kPa	140 kPa	150 kPa	160 kPa	11.0 kg/s	10.5 kg/s
$\dot{m}$ (kg/s)	12.06	11.89	11.7	11.37	11.00	10.505
$\eta$	65.74	74.61	78.98	80.94	79.41	79.21
$\pi$	1.519	1.624	1.697	1.772	1.86	1.898
11,000 rpm						
condición de frontera	125 kPa	135 kPa	150 kPa	175 kPa	12.7 kg/s	
$\dot{m}$ (kg/s)	13.585	13.570	13.415	13.025	12.715	
$\eta$	60.98	66.60	73.87	80.99	79.48	
$\pi$	1.607	1.677	1.778	1.968	2.006	
12,000 rpm						
condición de frontera	125 kPa	150 kPa	175 kPa	200 kPa	14.5 kg/s	14.0 kg/s
$\dot{m}$ (kg/s)	15.250	15.170	15.035	14.630	14.515	14.025
$\eta$	56.76	68.45	77.47	81.64	80.60	80.54
$\pi$	1.701	1.883	2.058	2.25	2.305	2.335

En la figura 4.9 se muestra la variación de la relación de presiones para la configuración con inclinación axial negativa (líneas rojas) y la configuración base (líneas negras), en este caso solo se observan los rangos de operación de tres velocidades de rotación para la configuración con inclinación, debido a que en el resto no se tiene una operación estable del compresor, conduciendo a que el valor del error que se tiene entre el flujo másico que entra y el que sale, sea mayor al límite indicado en la sesión de entrenamiento de FINE<sup>TH</sup> [23]. Sin embargo, para la velocidad de rotación de 10,000 rpm y 12,000 rpm esta configuración tiene un incremento del rango de operación.

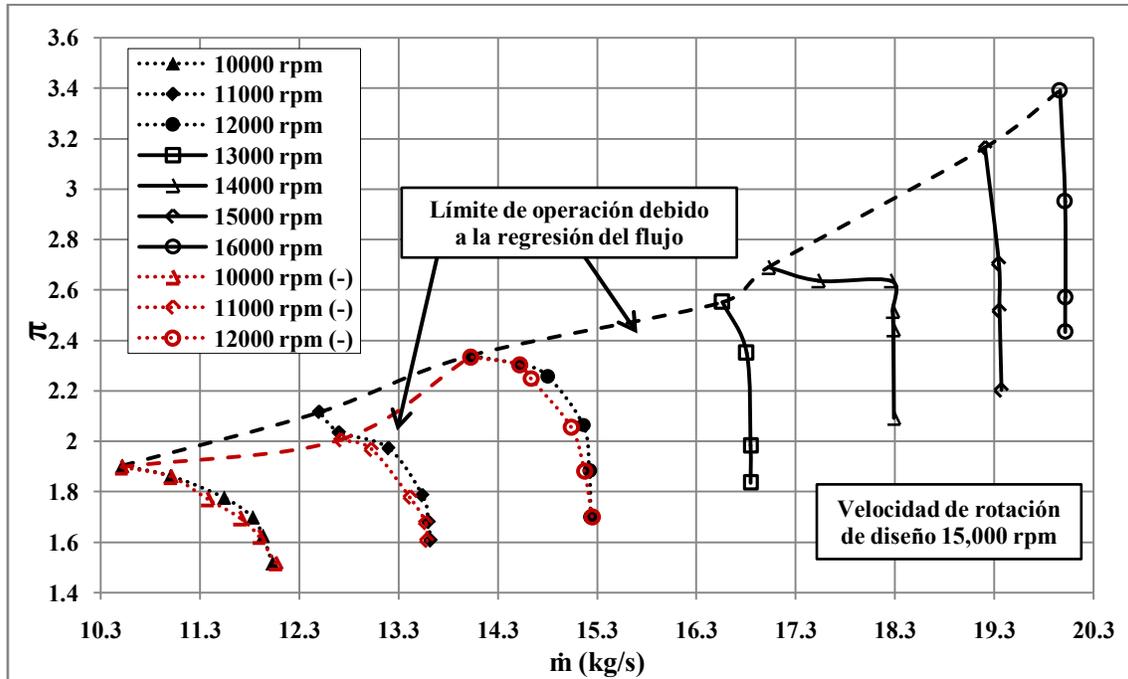


Figura 4.9.- Desempeño del compresor, configuración con inclinación axial negativa y base.

En la figura 4.10 se muestran las curvas de la relación de presiones, figura 4.10A y de la eficiencia, figura 4.10B con una velocidad de rotación de 15000 rpm (velocidad de diseño), para la configuración con inclinación axial positiva y la configuración base, donde el rango de operación de ésta última, es menor a la cuarta parte del rango de la configuración con la inclinación axial positiva.

Sumado a esto, en el límite de operación debido a la regresión del flujo, la configuración con inclinación axial positiva tiene un decremento de la eficiencia de 2.73% y de la relación de presiones de 6.35%, por otra parte, en el límite de operación debido al bloqueo del compresor, la configuración con inclinación axial positiva tiene un incremento de la eficiencia de 5.45%, y de la relación de presiones de 0.72% con respecto a la configuración base.

Es importante hacer notar que en la figura 4.10A, los dos últimos puntos de operación de la configuración base ( $\dot{m} = 19.025 \text{ kg/s}$  y  $\dot{m} = 18.525 \text{ kg/s}$ ) que están unidos por una línea discontinua, no se tomaron en cuenta como parte del rango de operación para esta configuración, debido a que la disminución abrupta de la relación de presiones indica que se encuentran más allá del límite impuesto por la regresión del fluido.

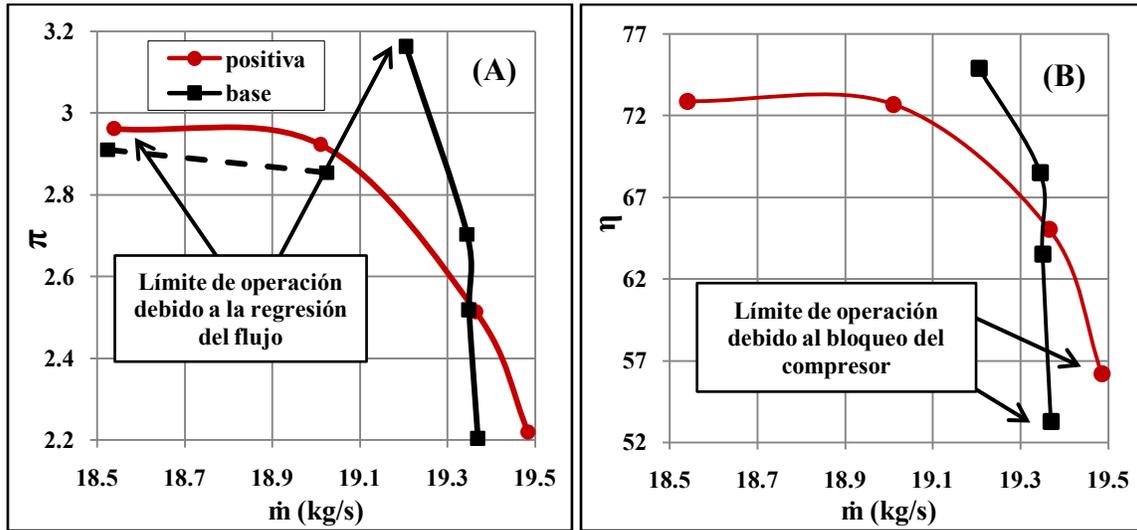


Figura 4.10.- Variación de A) la relación de presiones y B) de la eficiencia - 15000 rpm.

Cuando se rebasa este límite, el compresor entra en un ciclo donde la presión tiende a oscilar, figura 4.11, generando daños en su estructura, es por esto que se debe evitar la operación del compresor en estos puntos de operación, y por lo cual no fueron utilizados en el presente trabajo. Para las velocidades de rotación de 16000 rpm y 13000 rpm se tomó la misma consideración, para la configuración base, estos puntos de operación que rebasan el límite impuesto por la regresión del flujo, han sido sombreados con gris en la tabla 4.1.

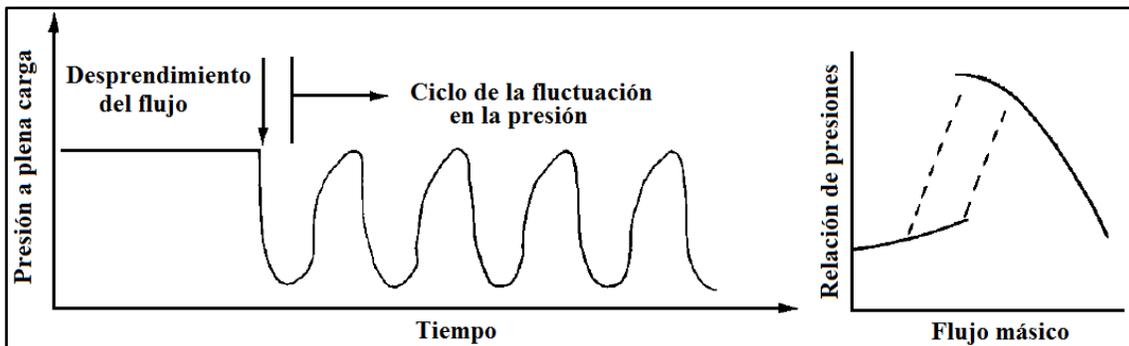


Figura 4.11.- Fluctuación de la presión [28].

En la figura 4.12 se muestran las curvas de la relación de presiones, figura 4.12A y de la eficiencia, figura 4.12B para una velocidad de rotación de 16000 rpm, para la configuración con inclinación axial positiva y la configuración base. En este caso, el rango de operación de la configuración con la inclinación axial positiva, es más de 30 veces el rango de la configuración base.

Sumado a esto, en el límite de operación debido a la regresión del flujo, la configuración con inclinación axial positiva tiene un decremento de la eficiencia de 0.04% y de la relación de presiones de 2.00%, por otra parte, en el límite de operación debido al bloqueo del compresor, la configuración con inclinación axial positiva tiene un incremento de la eficiencia de 3.48%, y de la relación de presiones de 1.93% con respecto a la configuración base.

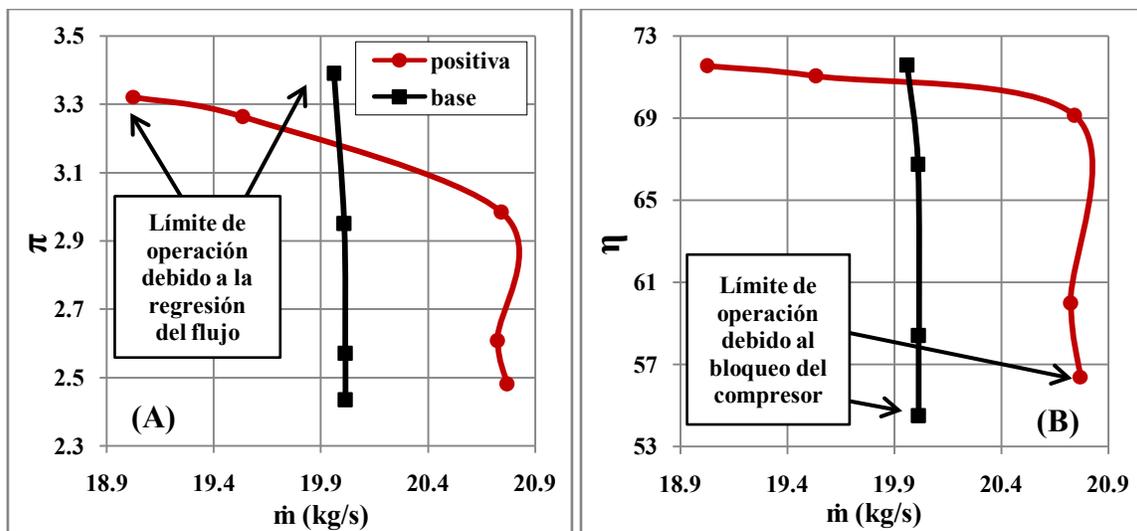


Figura 4.12.- Variación de A) la relación de presiones y B) de la eficiencia - 16000 rpm.

La figura 4.13 muestra las curvas de la relación de presiones, figura 4.13A y de la eficiencia, figura 4.13B para las tres configuraciones con una velocidad de rotación de 10000 rpm, donde la configuración con la inclinación axial negativa tiene un incremento del rango de operación de 2.64%, y la configuración con la inclinación axial positiva una disminución del 53.13% con respecto a la configuración base.

Sumado a esto, en el límite de operación debido a la regresión del flujo, la configuración con inclinación axial negativa tiene un incremento de la eficiencia de 0.54%, y un decremento de la relación de presiones de 0.26%, sin embargo, la configuración con la inclinación axial positiva tiene un decremento de la eficiencia de 4.68% y de la relación de presiones de 5.57% con respecto a la configuración base.

Por otra parte, en el límite de operación debido al bloqueo del compresor, la configuración con inclinación axial negativa tiene un incremento de la eficiencia de 4.53%, y de la relación de presiones de 0.06%, sin embargo, la configuración con la inclinación axial positiva tiene un incremento de la eficiencia de 2.90%, y un decremento de la relación de presiones de 0.98% con respecto a la configuración base.

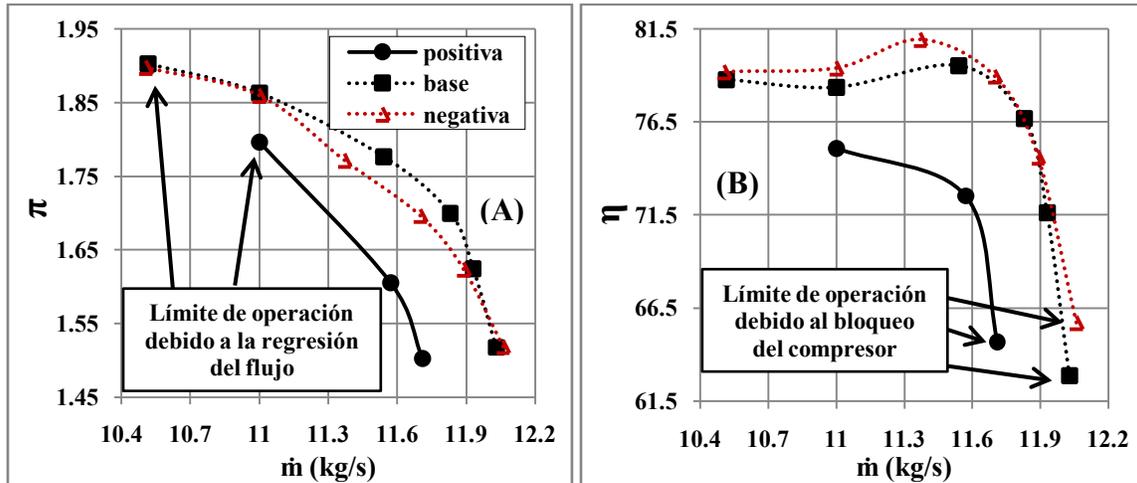


Figura 4.13.- Variación de A) la relación de presiones y B) de la eficiencia - 10000 rpm.

Las figuras que muestran la variación de la relación de presiones y de la eficiencia, para las velocidades de rotación restantes serán omitidas, ya que se considera que solo es necesario mostrar las figuras para las velocidades de rotación más importante (diseño = 15000 rpm, máxima = 16000 rpm y mínima = 10000 rpm). Sin embargo, en la tabla 4.4 se presentan las variaciones ( $\Delta$ ) del rango de operación, de la eficiencia y de la relación de presiones, para estas velocidades de rotación (11000 rpm - 14000 rpm) con respecto a la configuración base.

Tabla 4.4.- Variación del rango de operación, de la eficiencia y de la relación de presiones.

Configuración	$\Delta$ Rango de operación	$\Delta\eta_{re}$	$\Delta\pi_{re}$	$\Delta\eta_{blo}$	$\Delta\pi_{blo}$
11,000 rpm					
Positiva	-39.28%	-4.00%	-3.96%	2.37%	-1.43%
Negativa	-22.32%	0.95%	-5.19%	4.81%	-0.06%
12,000 rpm					
Positiva	-85.12%	-3.47%	-5.25%	1.73%	-1.82%
Negativa	1.23%	2.39%	-0.17%	4.91%	-0.05%
13,000rpm					
Positiva	82.45%	-4.11%	-6.11%	-1.53%	-2.66%
14,000 rpm					
Positiva	-26.19%	1.57%	-0.11%	1.58%	-1.43%

Un punto importante que vale la pena aclarar, para que no se creé algún tipo de confusión, es el rango de operación que tiene la configuración base, para la velocidad de rotación de 15000 rpm (velocidad de diseño), que se observa en la figura 4.7 o 4.9, el cual está establecido por una curva casi vertical, o en otras palabras, el rango de operación es muy reducido.

Esto se debe principalmente a que la configuración base, fue diseñada con una metodología bastante sencilla, y con el único objetivo de obtener un punto de partida, con el cual se compararía el desempeño de las configuraciones con inclinación axial, y no de obtener una configuración con el mejor desempeño para el punto de diseño. Sumado a esto, la teoría del compresor axial indica que el ángulo de incidencia en el que puede operar un álabe, es reducido conforme el número de Mach es incrementado, figura 4.14.

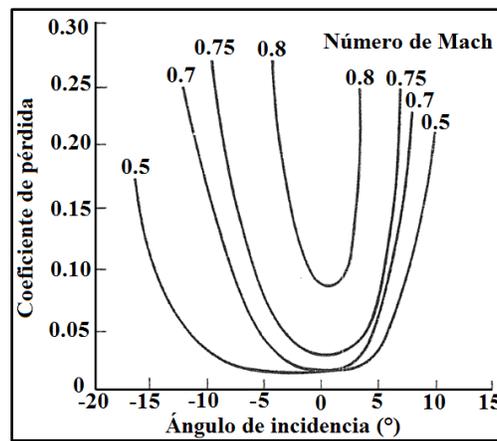


Figura 4.14.- Rango del ángulo de incidencia [16].

Éste es otro factor que afecta al rango de operación, ya que el ángulo de incidencia es inversamente proporcional al flujo másico, por lo tanto la figura 4.14, también puede ser interpretada como la reducción del rango de operación debido al incremento del número de Mach. Tomando en cuenta las características de la primera y segunda etapa, tabla 2.2 y tabla 2.3 respectivamente, se tiene que en la punta del rotor el número de Mach es ligeramente superior a la unidad, por lo que se espera que su rango de operación sea muy reducido.

Cabe aclarar que la variación del ángulo de incidencia de la figura 4.14, es en general el comportamiento que se espera tener para el diseño de un compresor bastante sencillo, como el realizado para la configuración base, esto es, un diseño donde no se aplique ninguna técnica que mejore el desempeño del compresor, como por ejemplo ejes múltiples, álabes de ángulo variable, succión o inyección del fluido en las paredes o el diseño tridimensional de los álabes, etc.

Es por esto que no debe sorprender que al implementar alguna técnica para mejorar el desempeño, se obtengan incrementos considerables, como en el presente trabajo, donde al comparar el rango de operación de la configuración base y la configuración con la inclinación axial positiva, ésta última incrementa su rango más de cuatro veces en comparación con la configuración base, para una velocidad de rotación de 15000 rpm, y más de treinta veces para una velocidad de rotación de 16000 rpm.

En la figura 4.15 se muestra el cambio del rango de operación del compresor 74A, al variar los ángulos del estator. En esta investigación realizada en el centro de investigación Lewis, se construyeron las tres primeras etapas, y se les agregó un mecanismo para variar los ángulos del álabes guía a la entrada y de los álabes estatores.

En la figura 4.15A se muestra el desempeño del compresor con los ángulos de diseño, y en la figura 4.15B se muestra el desempeño que se tiene cuando se determina el ángulo óptimo, para cada una de las velocidades de rotación y para cada uno de los álabes estatores, teniendo ésta última un aumento del rango de más de siete veces el que se tiene con los ángulos de diseño, para una velocidad de rotación de 100%.

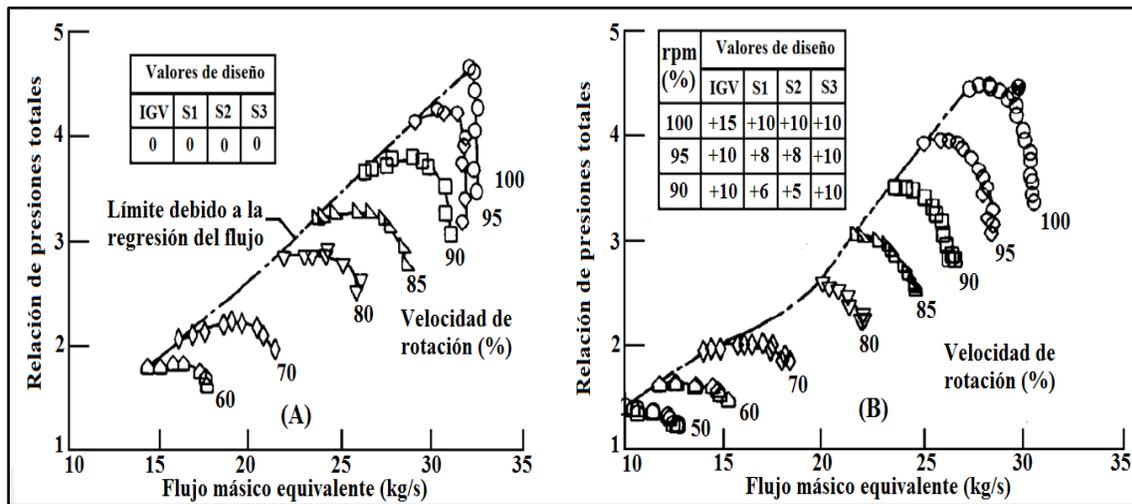


Figura 4.15.- Desempeño del compresor con A) los ángulos de diseño y B) con los ángulos óptimos [29].

Lo anterior indica que el incremento del rango de operación para el presente trabajo, con una velocidad de rotación de 15000 rpm no está fuera de lo que sucede en la realidad, y es muy probable que el incremento que se tiene para la velocidad de rotación de 16000 rpm, se obtenga en una investigación experimental.

### 4.3.- Variación de las propiedades del compresor

A continuación se presentara la modificación de algunas propiedades del compresor, a causa de la inclinación axial, en relación a los resultados obtenidos para la configuración base. En la figura 4.16 se muestra la variación de la presión total, para la configuración base y la configuración con inclinación axial positiva, con una velocidad de rotación de 15000 rpm, donde se observa que para las primeras cuatro etapas los valores para ambas configuraciones son muy similares, y que a partir del rotor de la quinta etapa la configuración base presenta un incremento mayor de la presión total.

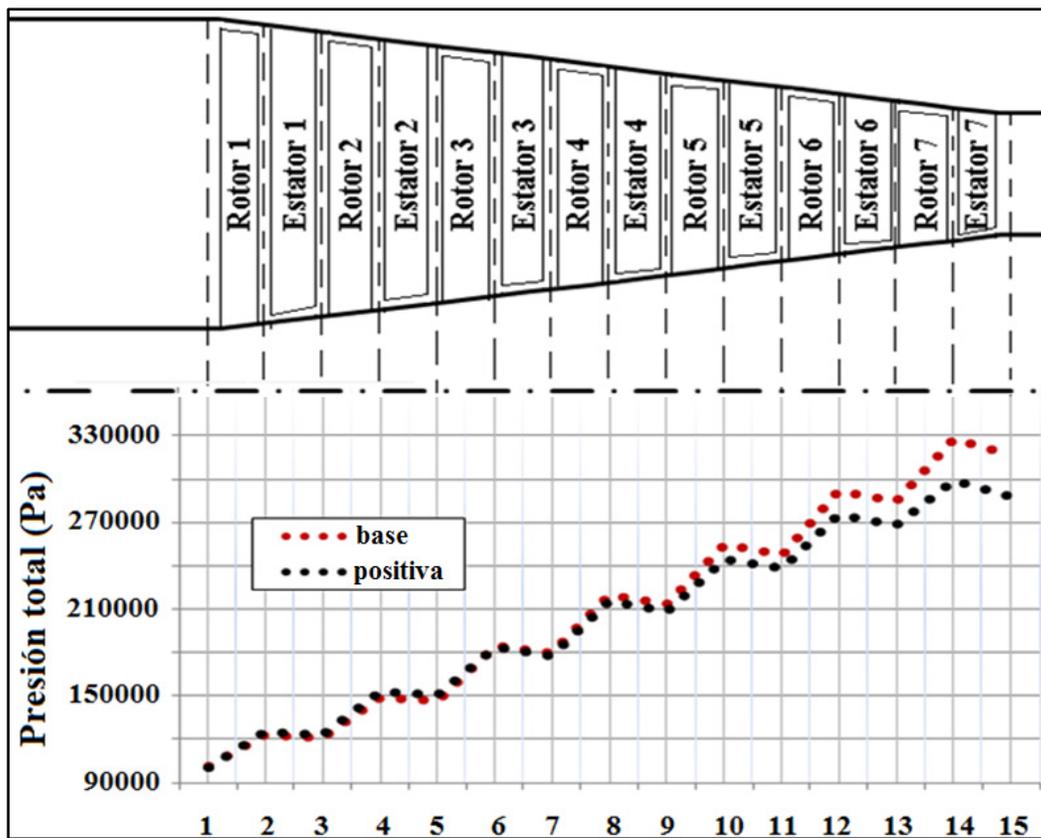


Figura 4.16.- Variación de la presión total a través del compresor – 15000 rpm.

En la figura 4.17 se presentan los vectores de la velocidad absoluta, para la configuración base, figura 4.17A, y para la configuración con inclinación axial positiva, figura 4.17B, en el rotor de la quinta etapa con una velocidad de rotación de 15000 rpm, donde se tiene un vórtice cerca del borde de entrada para ambas configuraciones, sin embargo, el vórtice que se genera para la configuración con inclinación axial positiva es mayor.

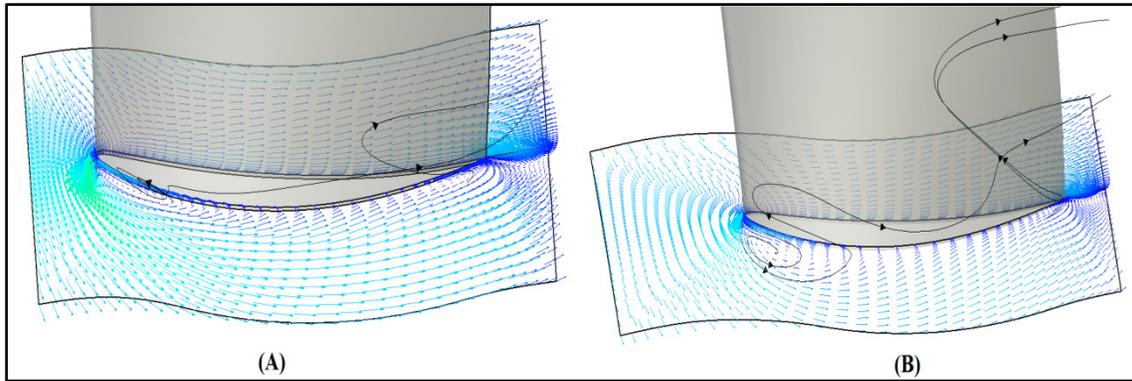


Figura 4.17.- Vectores de velocidad absoluta para la configuración A) base y B) con inclinación axial positiva para el rotor de la quinta etapa – 15000 rpm.

En la figura 4.18 se presentan las líneas de corriente del rotor de la quinta etapa para ambas configuraciones, revelando el desprendimiento del flujo en la zona de la base del álabe, para la configuración base, figura 4.18A, y para la configuración con inclinación axial positiva, figura 4.18B, siendo para esta última la causa de tener un menor incremento de la presión, debido a que el desprendimiento que se presenta en esta configuración es mayor en comparación con la configuración base.

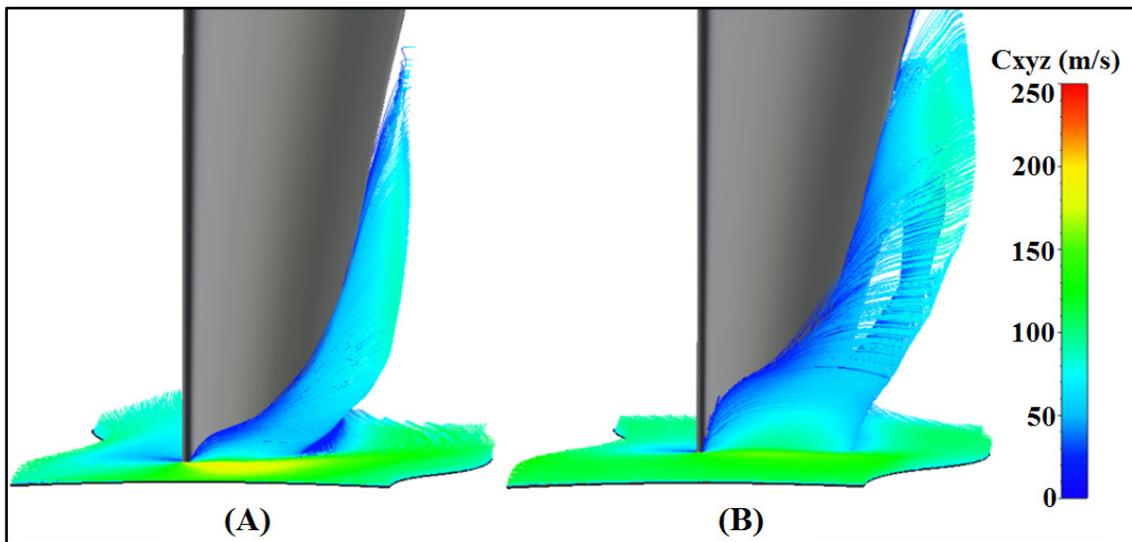


Figura 4.18.- Líneas de corriente para la configuración A) base y B) con inclinación axial positiva para el rotor de la quinta etapa – 15000 rpm.

En la figura 4.19 se presenta el perfil de la velocidad axial para ambas configuraciones. La variación del perfil de la configuración con inclinación axial positiva, se debe principalmente a la transferencia anticipada de energía que se lleva a cabo en la zona de la

punta del álabe, lo que conduce al incremento de la velocidad axial en esta zona, al considerar que el flujo másico se mantiene constante, y que el área por donde fluye el fluido no varía, esto nos indica que debido al incremento de la velocidad axial en la punta, debe de existir un decremento en el resto del álabe, el cual se observa que ocurre por debajo del 40% de la altura del álabe.

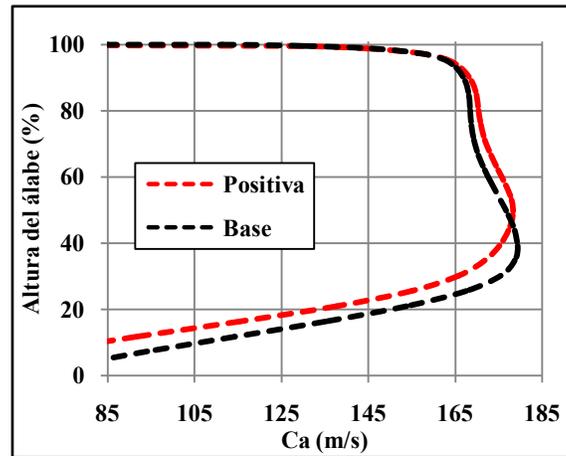


Figura 4.19.- Perfil de la velocidad axial a la entrada del rotor de la quinta etapa.

La figura 4.20 presenta el perfil del ángulo  $\beta$  para ambas configuraciones. Con base en la figura 2.19, se puede deducir que el ángulo para la configuración base es muy grande en la zona de la raíz, debido a la presencia del desprendimiento del flujo, por lo que un incremento en su magnitud conducirá a tener un mayor desprendimiento, tal como sucede para la configuración con la inclinación axial positiva, debido a que la reducción de la velocidad axial en esta zona, tiende a incrementar el ángulo con el que el flujo incide en el álabe, lo cual se observa que sucede por debajo del 40% de la altura del álabe.

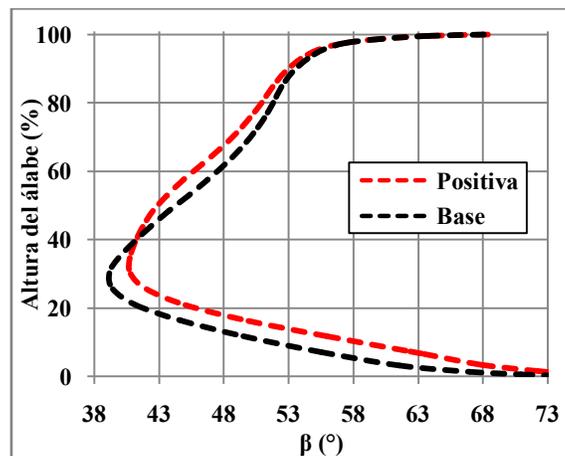


Figura 4.20.- Perfil del ángulo  $\beta$  a la entrada del rotor de la quinta etapa.

En la figura 4.21 se presentan los vectores de la velocidad absoluta en la base del rotor de la séptima etapa, para la configuración base, figura 4.21A, y para la configuración con inclinación axial positiva, figura 4.21B, donde se muestra un vórtice cerca del borde de salida para ambas configuraciones, sin embargo, para la configuración con inclinación axial positiva es mayor, lo que produce más desprendimiento del flujo en esta configuración.

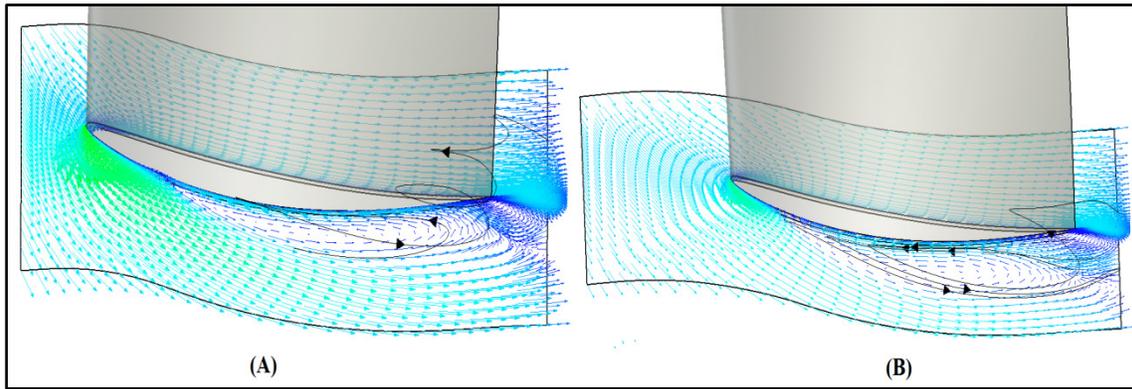


Figura 4.21.- Vectores de velocidad absoluta para la configuración A) base y B) con inclinación axial positiva para el rotor de la séptima etapa – 15000 rpm.

En la figura 4.22 se presentan las líneas de corriente en el rotor de la séptima etapa, revelando el desprendimiento del flujo en la zona de la base del álabe, para la configuración base, figura 4.22A, y para la configuración con inclinación axial positiva, figura 4.22B.

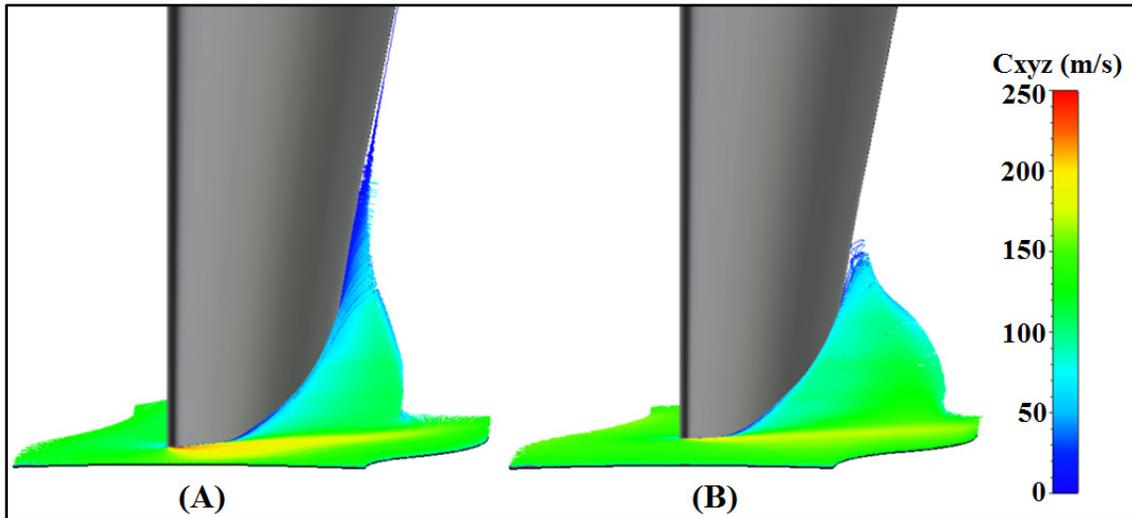


Figura 4.22.- Líneas de corriente para la configuración A) base y B) con inclinación axial positiva para el rotor de la séptima etapa – 15000 rpm.

Se observa que en la configuración base el flujo que se desprende y es desplazado hacia la punta, alcanza una altura mayor que la configuración con la inclinación axial positiva, sin embargo, en ésta última el desprendimiento es mayor en la base en la dirección tangencial, siendo esto la causa del menor incremento de la presión total en esta etapa.

En la figura 4.23 se presenta la variación de la presión total, para la configuración base y la configuración con inclinación axial positiva, para una velocidad de rotación de 16000 rpm. Se observa que en las primeras cuatro etapas la variación de la presión es similar para ambas configuraciones, sin embargo, a partir del rotor de la quinta etapa la configuración base tiene un incremento mayor de la presión.

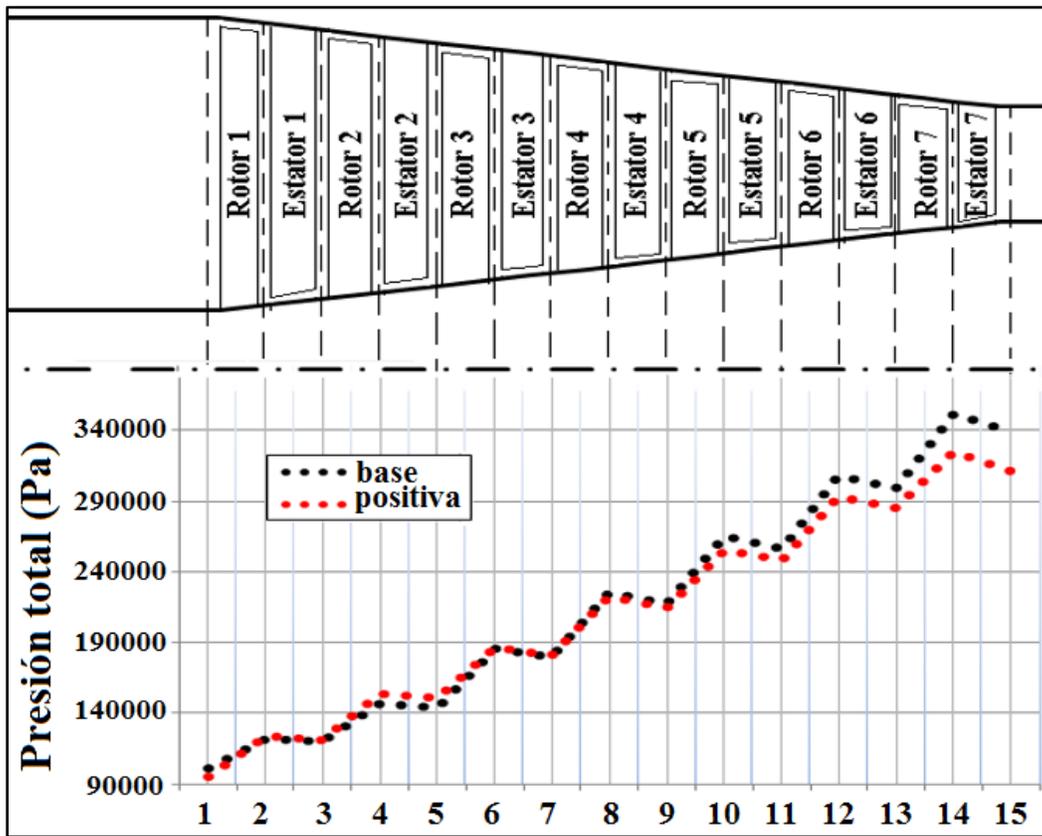


Figura 4.23.- Variación de la presión total a través del compresor – 16000 rpm.

En la figura 4.24 se presentan los vectores de la velocidad absoluta en el rotor de la quinta etapa con una velocidad de rotación de 16000 rpm, para la configuración base, figura 4.24A, y para la configuración con la inclinación axial positiva, figura 4.24B. Se observa que cerca del borde de entrada, se genera un vórtice para ambas configuraciones, siendo mayor para la configuración con la inclinación axial positiva.

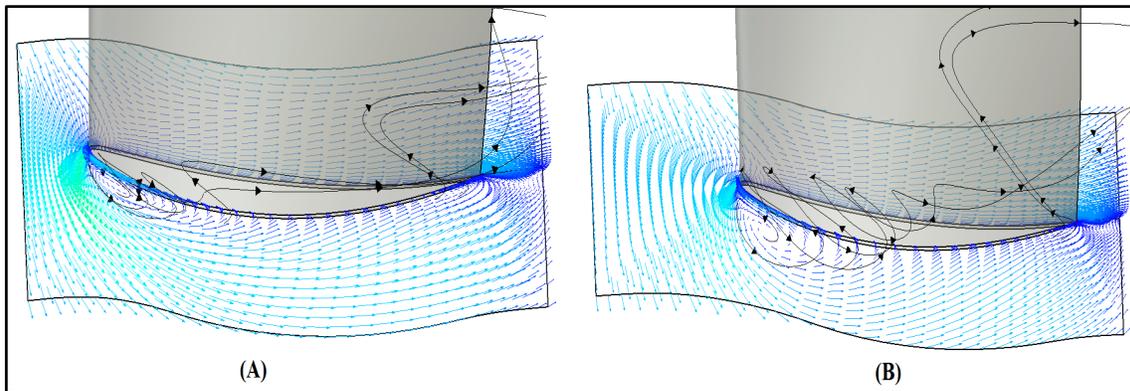


Figura 4.24.- Vectores de velocidad absoluta para la configuración A) base y B) con inclinación axial positiva para el rotor de la quinta etapa – 16000 rpm.

En la figura 4.25 se muestran las líneas de corriente del rotor de la quinta etapa, para la configuración base, figura 4.25A, y para la configuración con inclinación axial positiva, figura 4.25B. Se observa que para esta última configuración el desprendimiento del flujo en la base del álabe es mayor, en comparación con la configuración base, esto se debe a que el vórtice que se genera para esta configuración es mayor, como se mencionó anteriormente, lo que conduce a incrementar las pérdidas y a disminuir el incremento de la presión total para esta configuración.

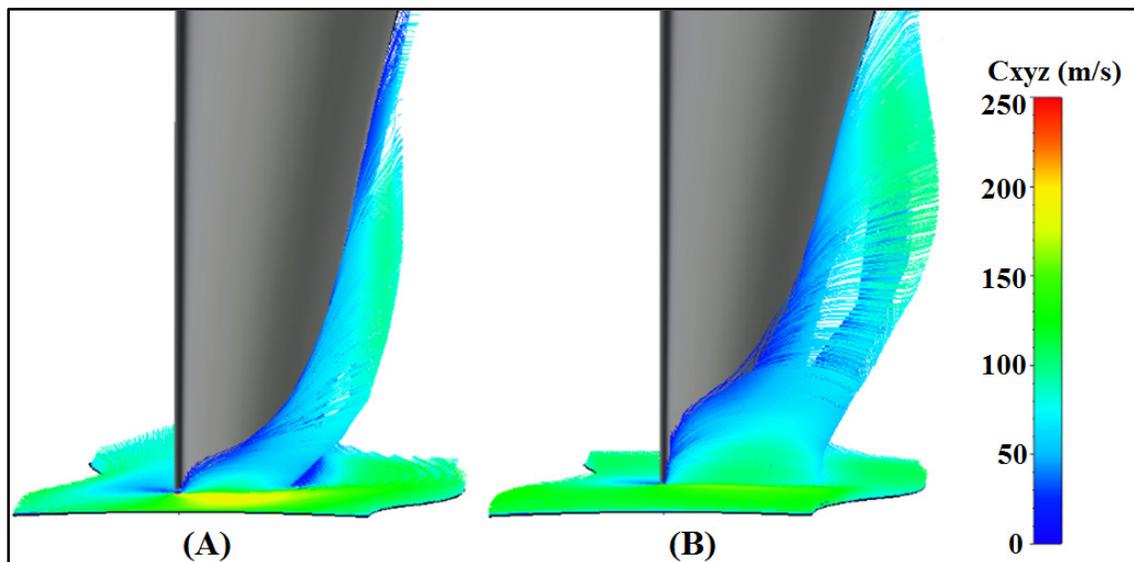


Figura 4.25.- Líneas de corriente para la configuración A) base y B) con inclinación axial positiva para el rotor de la quinta etapa – 16000 rpm.

En la figura 4.26 se presentan los vectores de velocidad absoluta en el rotor de la séptima etapa, para la configuración base, figura 4.26A, y para la configuración con inclinación axial positiva, figura 4.26B, donde se tiene un vórtice a lo largo de la superficie de succión y otro de menor magnitud cerca del borde de salida, para ambas configuraciones, sin embargo, el que se presenta en la configuración con la inclinación axial positiva es mayor.

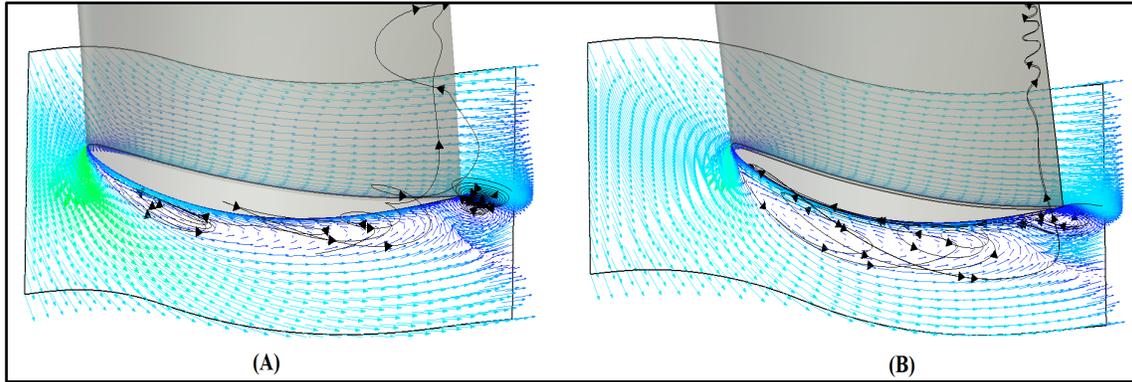


Figura 4.26.- Vectores de velocidad absoluta para la configuración A) base y B) con inclinación axial positiva para el rotor de la séptima etapa – 16000 rpm.

En la figura 4.27 se muestran las líneas de corriente sobre el rotor de la séptima etapa, para la configuración base, figura 4.27A, y para la configuración con inclinación axial positiva, figura, 4.27B, donde se observa que el flujo que se desprende y produce un bloqueo, es mayor para esta última configuración, ocasionando que las pérdidas aumenten y disminuyan el incremento de la presión total.

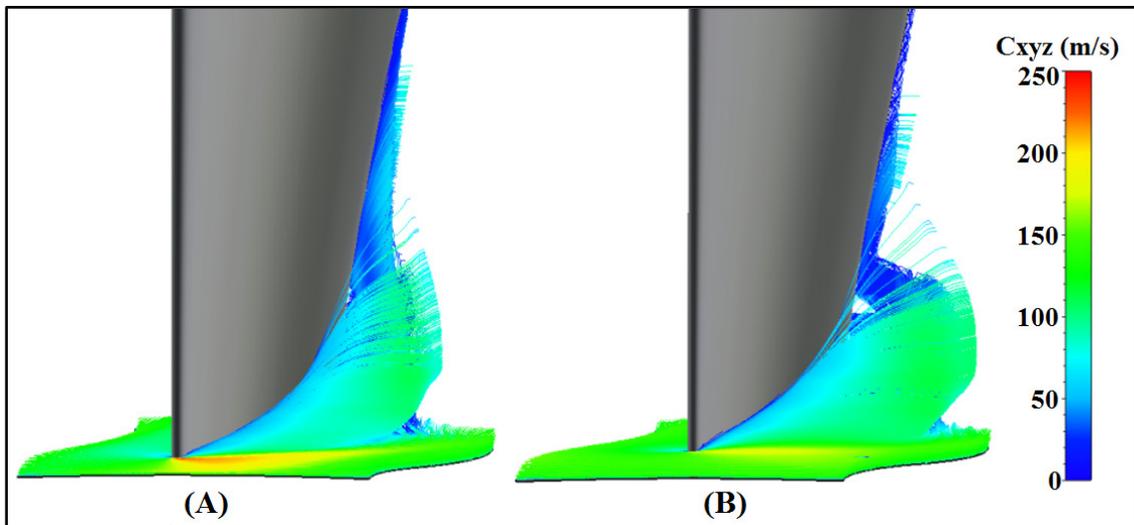


Figura 4.27.- Líneas de corriente para la configuración A) base y B) con inclinación axial positiva para el rotor de la séptima etapa – 16000 rpm.

En la figura 4.28 se presenta la variación de la presión total para la configuración base, la configuración con inclinación axial positiva y negativa, para una velocidad de rotación de 10000 rpm. Donde la configuración con la inclinación axial positiva, tiene un incremento de la presión mayor en las primeras cinco etapas, en comparación con las demás configuraciones, sin embargo, a partir del estator de la sexta etapa el incremento es menor para ésta, siendo la configuración con la inclinación axial negativa, la que obtiene el mayor incremento de la presión total en general para esta velocidad de rotación.

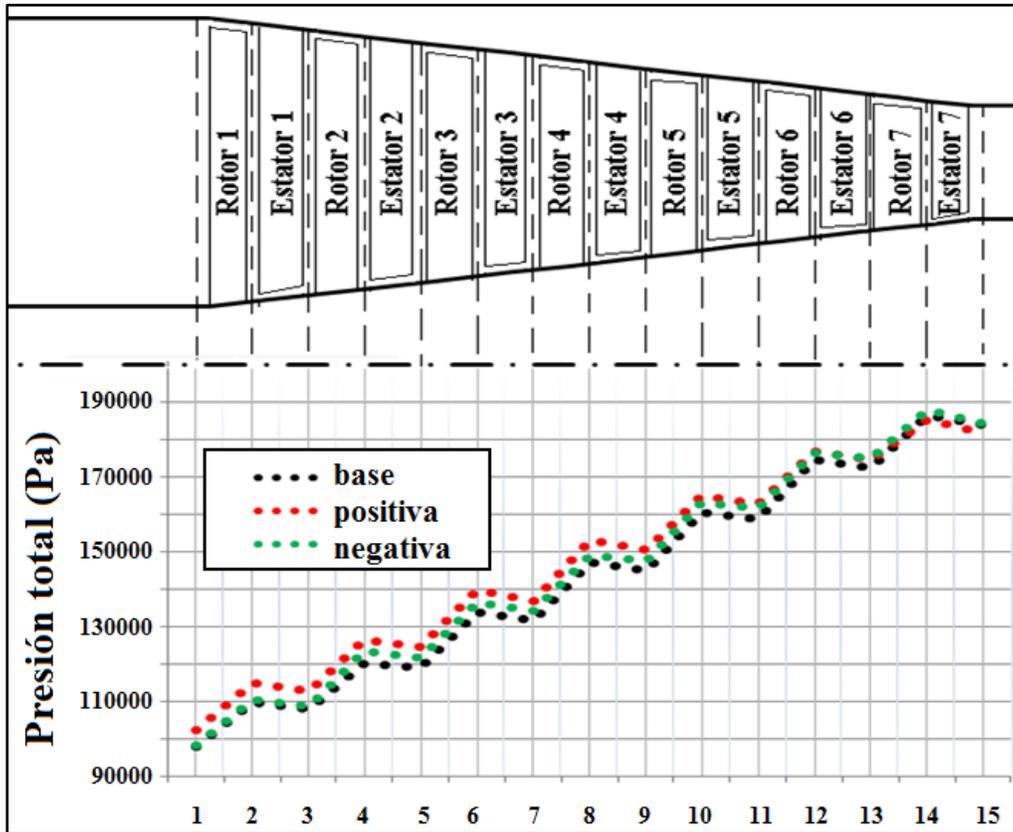


Figura 4.28.- Variación de la presión total a través del compresor – 10000 rpm.

En la figura 4.29 se presenta la distribución de la presión total a la salida del estator de la sexta etapa, para la configuración base, figura 4.29A, para la configuración con inclinación axial positiva, figura 4.29B, y para la configuración con la inclinación axial negativa, figura 4.29C. Se observa que la configuración base y la configuración con la inclinación axial positiva, son las que presentan el mayor desprendimiento del flujo, y por lo tanto las son las configuraciones donde se tiene un mayor incremento de las pérdidas, a causa de la fricción del fluido.

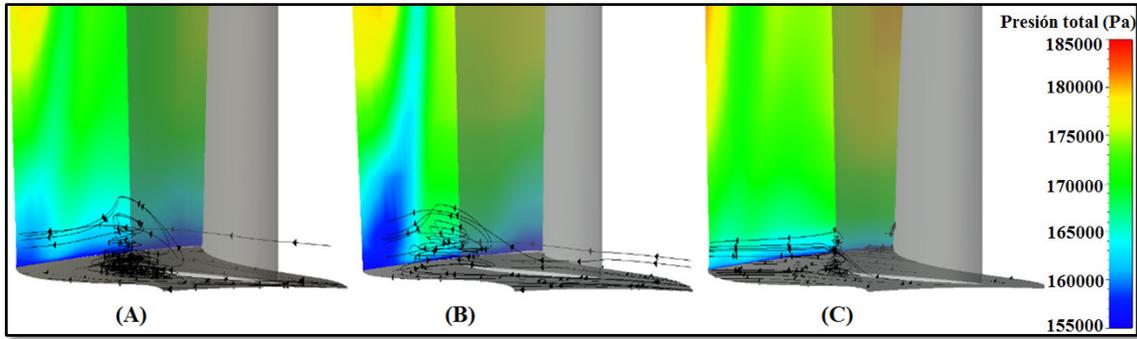


Figura 4.29.- Distribución de la presión total para la configuración A) base, B) con inclinación axial positiva y C) negativa a la salida del estator de la sexta etapa – 10000 rpm.

La distribución de la presión total permite observar de una forma clara la influencia de las pérdidas generadas por el desprendimiento del flujo, a causa de que éstas generan un decremento de la presión total. Por lo que un mayor decremento de la presión total, indica la zona donde se tiene una mayor generación de pérdidas a causa del desprendimiento del flujo. En la figura 4.29 se observa claramente que la configuración con un mayor decremento de la presión total, y por lo tanto con la mayor generación de pérdidas, es la configuración con la inclinación axial positiva, figura 4.29B.

En la figura 4.30 se presentan los vectores de velocidad absoluta en el rotor de la séptima etapa, para la configuración base, figura 4.30A, para la configuración con inclinación axial positiva, figura 4.30B, y para la configuración con la inclinación axial negativa, figura 4.30C. Se observa que se presenta un vórtice cerca del borde de salida para las tres configuraciones, siendo mayor el que se encuentra en la configuración con inclinación axial positiva.

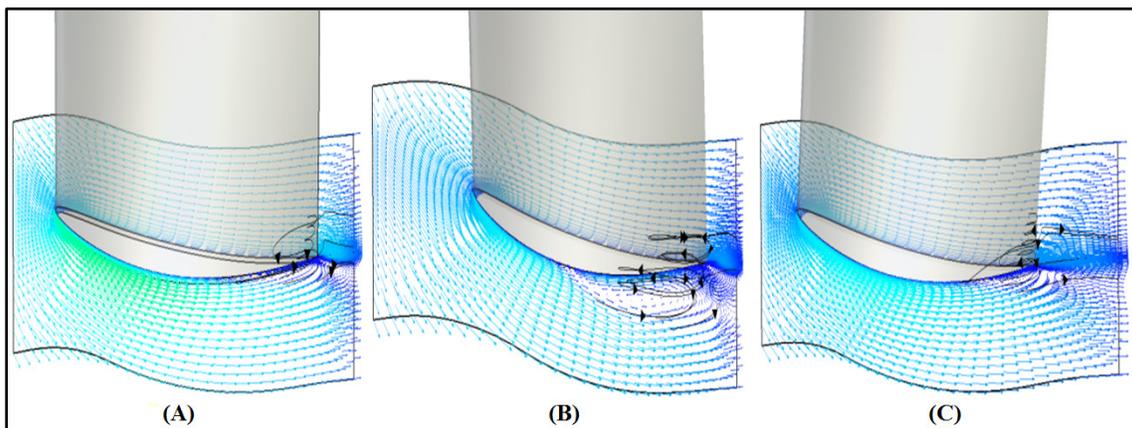


Figura 4.30.- Vectores de velocidad absoluta para la configuración A) base, B) con inclinación axial positiva y C) negativa para el rotor de la séptima etapa – 10000 rpm.

En la figura 4.31 se presentan las líneas de corriente del rotor de la séptima etapa, para la configuración base, figura 4.31A, para la configuración con inclinación axial positiva, figura 4.31B, y para la configuración con la inclinación axial negativa, figura 4.31C, donde se observa que el desprendimiento del flujo es mayor para la configuración con la inclinación axial positiva en relación con las otras dos, siendo ésta la causa que reduce su incremento de la presión en esta etapa del compresor.

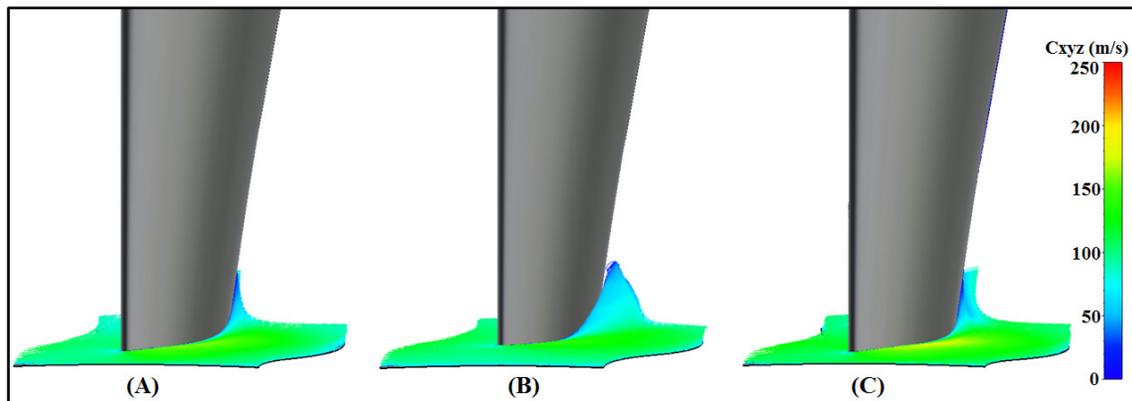


Figura 4.31.- Líneas de corriente para la configuración A) base, B) con inclinación axial positiva y C) negativa para el rotor de la séptima etapa – 10000 rpm.

En la figura 4.32 se presenta el perfil de la presión total para las tres configuraciones, en la raíz del rotor de la séptima etapa, donde se observa un incremento significativo de la presión total en la superficie de succión, para la configuración con inclinación axial positiva, a partir del 20% de la cuerda del álabe en la zona de la raíz, lo que produce que el gradiente de presión adverso se incremente, produciendo el mayor desprendimiento del flujo para esta configuración.

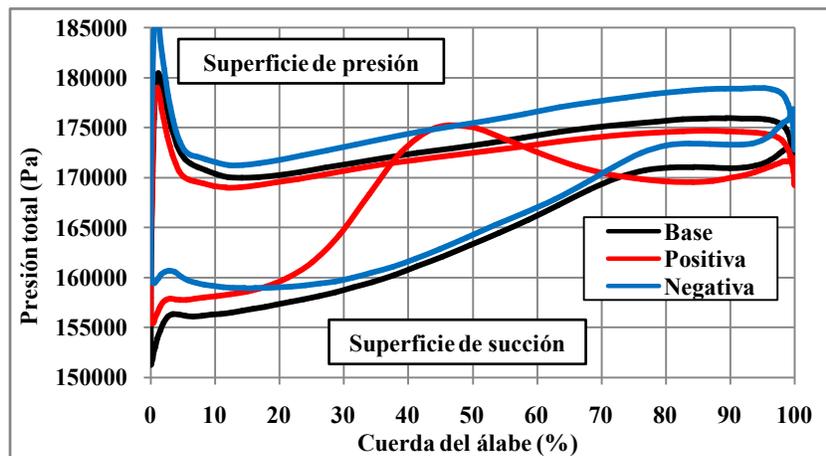


Figura 4.32.- Perfil de la presión total en la raíz del rotor de la séptima etapa.

## Conclusiones

Con base en los resultados que se presentaron en las tablas 4.1, 4.2 y 4.3, se tiene que la inclinación axial positiva incrementa la eficiencia del compresor en la mayoría de los puntos de operación, en un rango que va del 0.2% - 5.4%, en tanto que los decrementos que se presentan están en un rango de 0.04% - 4.6%, sin embargo, en la mayoría de los puntos de operación se tiene un decremento de la relación de presiones, en un rango de 0.1% - 6.3%, y aquellos que presentan un incremento se encuentran entre 0.2% - 1.9%, en comparación con la configuración base.

Por su parte la inclinación axial negativa, presenta un incremento de la eficiencia en todos los puntos de operación, en un rango que ésta entre un 0.5% - 5.2%, sin embargo, solo existe un punto en el cual la relación de presiones se incrementa (0.06%), teniendo en los demás puntos de operación un decremento, en un rango que se encuentra entre 0.05% - 5.1%, en comparación con la configuración base.

Por otra parte, el rango de operación para la configuración con la inclinación axial positiva, tiene un decremento para las velocidades de rotación de 10000 rpm, 11000 rpm, 12000 rpm, 14000 rpm (53%, 39%, 85% y 26%), y un incremento para las velocidades de rotación de 13000 rpm, 15000 rpm y 16000 rpm (82%, 472% y 3072%). Por su parte la inclinación axial negativa, presenta un decremento del rango de operación para la velocidad de rotación de 11000 rpm (22%), y un incremento para las velocidades de rotación de 10000 rpm y 12000 rpm (2% y 1%), en comparación con la configuración base..

Sumado a esto, se observa en la figura 4.9, que para la configuración con la inclinación axial negativa, solo se presentan los resultados obtenidos para las tres velocidades de rotación más bajas, lo que se debe principalmente a que los resultados obtenidos para el resto de las velocidades, excedían el error máximo que la sección de entrenamiento de FINE<sup>TH</sup> recomienda para el valor que se tiene entre el flujo másico que entra y el que sale ( $\Delta \dot{m}_{\text{error}} = 0.5\%$ ), por lo que esta configuración muestra una clara desventaja en comparación con la configuración base, debido a la reducción de las velocidades de rotación en las que puede trabajar de forma estable.

Con base en lo antes mencionado se concluye que la inclinación axial positiva, posee una alta probabilidad de mejorar el desempeño del compresor axial multi-etapas, por lo que se debe de investigar en trabajos futuros el ángulo óptimo en que se debe aplicar la inclinación axial positiva sobre la configuración base, para obtener un incremento de todas las características del compresor (relación de presiones, eficiencia y rango de operación).

## **Recomendaciones**

Las siguientes recomendaciones son realizadas con la finalidad de complementar este trabajo, con lo cual se tendrá una visión más completa del desempeño obtenido por las tres configuraciones del compresor axial al variar su geometría.

- Variar el ángulo de la inclinación axial.
- Utilizar una metodología diferente para obtener la geometría base.
- Variar el ángulo de incidencia.
- Aplicar la inclinación axial solo en la zona de la raíz o punta del álabe.
- Aplicar una inclinación axial hacia adelante y hacia atrás con el mismo ángulo del presente estudio para determinar con cual tipo de inclinación axial se obtienen mejores resultados.
- Aplicar la inclinación axial solo en las primeras etapas del compresor.
- Eliminar o incrementar una etapa al compresor.
- Eliminar o incrementar álabes en el estator y en el rotor.

## Referencias

- [1] S. J. Gallimore, J. J. Bolger, N. A. Cumpsty, M. J. Taylor, P. I. Wright and J. M. M. Place, "The Use of Sweep and Dihedral in Multistage Axial Flow Compressor Blading - Part I - University Research and Methods Development". *Journal of Turbomachinery*, November 2002, Vol. 124, p.p. 521-532.
- [2] J. D. Denton, "The Effects of Lean and Sweep on Transonic Fan Performance a Computational Study". *Task Quarterly*, 2002, Vol. 6, p.p. 7-23.
- [3] C.-M. Jang, A. Samad and K. Y. Kim, "Optimal Design of Swept, Leaned and Skewed Blades". *ASME Turbo Expo 2006: Power for Land, Sea and Air*, May 2006, Barcelona, Spain, Vol. 6, p.p. 1279-1288.
- [4] E. Benini and R. Biollo, "On the Aerodynamics of Swept and Leaned Transonic Compressor Rotors". *ASME Turbo Expo 2006: Power for Land, Sea and Air*, May 2006, Barcelona, Spain, Vol. 6, p.p. 283-291.
- [5] H. D. Li, L. He, Y. S. Li and R. Wells, "Blading Aerodynamics Design Optimization with Mechanical and Aeromechanical Constraints". *ASME Turbo Expo 2006: Power for Land, Sea and Air*, May 2006, Barcelona, Spain, Vol. 6, p.p. 1319-1328.
- [6] N.X. Chen, H.W. Zhang and W.G. Huang, "Aerodynamic Sweeping Study and Design for Transonic Compressor Rotor Blades". *Journal of Thermal Science*, August 2010, Vol. 19, p.p. 295-299.
- [7] R. P. Woodward, D. M. Elliott, C. E. Hughes and J. J. Berton, "Benefits of Swept and Leaned Stators for Fan Noise Reduction". *Journal of Aircraft*, November 2006, Vol. 38, p.p. 1130-1138.
- [8] E. Envia and M. Nallasamy, "Design Selection and Analysis of a Swept and Leaned Stator Concept". *Journal of Sound and Vibration*, December 1999, Vol. 228, p.p. 793-836.
- [9] A. Oyama, M. S. Liou and S. Obayashi, "High-fidelity Swept and Leaned Rotor Blade Design Optimization Using Evolutionary Algorithm". *16th AIAA CFD Conference*, June 2003, Orlando, FL.
- [10] J. Vad, "Aerodynamic Effects of Blade Sweep and Skew in Low-Speed Axial Flow Rotors at the Design Flow Rate - an Overview". *Journal of Power and Energy*, February 2008, Vol. 222, p.p. 69-85.

- [11] M. Braun and J. R. Seume, "Forward sweep in a four-stage high-speed axial compressor". ASME Turbo Expo 2006: Power for Land, Sea and Air, May 2006, Barcelona, Spain, Vol. 6, p.p. 141-152.
- [12] E. Benini and R. Biollo, "Aerodynamics of Swept and Leaned Transonic Compressor-Rotors". Journal of Applied Energy, October 2007, Vol. 84, p.p. 1012-1027.
- [13] U. Stark and H. Saathoff, "Passive and Active Methods to Enhance Axial-Flow Compressor Aerodynamics". Hermann Schlichting – 100 Years Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design, Springer, 2009, Vol. 102, p.p. 145-167.
- [14] B. Roy, M. Chouhan and P. M. Sivadas, "Aerodynamic Studies on Swept Blades for Axial Flow Fan – Compressor". Seventh National Conference on Air breathing Engines and Aerospace Propulsion. November 2004, Kanpur, India.
- [15] S. J. Gallimore, J. J. Bolger, N. A. Cumpsty, M. J. Taylor, P. I. Wright and J. M. M. Place, "The Use of Sweep and Dihedral in Multistage Axial Flow Compressor Blading - Part II – Low and High-Speed Designs and Test Verification". Journal of Turbomachinery, November 2002, Vol. 124, p.p. 533-541.
- [16] H. I. H. Saravanamuttoo, G. F. C. Rogers and H. Cohen, "Gas turbine theory". Prentice Hall, 2001, Fifth edition.
- [17] J. H. Horlock, "Axial Flow Compressors: Fluid Mechanics and Thermodynamics". Butterworths Scientific Publications, 1958.
- [18] J. H. Horlock and J. D. Denton, "A Review of Some Early Design Practice Using Computational Fluid Dynamics and a Current Perspective". Journal of Turbomachinery, January 2005, Vol. 127, p.p. 5-13.
- [19] J. D. Mattingly, "Elements of Propulsion: Gas Turbine and Rockets". AIAA Education Series, 2006, second edition.
- [20] González Neria Israel, "Comparación del Desempeño de un Compresor Axial Transónico Multi-Etapas al Incorporar Álabes sin y con Inclinación Axial y/o Tangencial". Tesis de licenciatura, ESIME Ticoman, IPN, 2012, México.
- [21] H. K. Versteeg and W. Malalasekera, "An Introduction to Computational Fluid Dynamics", Longman Scientific & Technical, 1995, First edition.

- [22] FINE™, Flow Integrated Environment, User Manual Version 6.2-d, May, 2005.
- [23] Mentor Graphics®. “How to choose an effective grid system for CFD meshing” White Paper.
- [24] AutoGrid, Automated Grid generator For Turbomachinery, User Manual Version 4.9-b, April, 2005.
- [25] FINE™ / Turbo 6.1-1 Turbomachines Training Session, Rotor 37 – Practice.
- [26] L. H. Jeff and A. D. Robert, “Small Engine Technology - Task 4: Advanced Small Turboshift Compressor - (ASTC) Performance and Range Investigation”, NASA CR-198503, March 1997.
- [27] M. P. Boyce, “Gas Turbine Engineering Handbook”. Elsevier Publisher, 2006, third edition.
- [28] G. C. Oates, “Aircraft Propulsion Systems Technology and Design”. AIAA Education Series, 1989, third edition.
- [29] J. S. Ronald, “Design of 9.271 Pressure Ratio Five-Stage Core Compressor and Overall Performance for First Three Stages”. NASA Technical Paper 2597, May 1986.