



**INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**

**UNIDAD PROFESIONAL “ADOLFO LÓPEZ MATEOS”**

**ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA**

**SECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO EN INGENIERÍA**

**IMPACTO DE LA PRESENCIA DE RUIDO EN LA IDENTIFICACIÓN  
PARAMÉTRICA DE CIRCUITOS EQUIVALENTES EN DOS EJES DE LA  
MÁQUINA SÍNCRONA**

**TESIS**

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

**MAESTRO EN CIENCIAS CON ESPECIALIDAD EN INGENIERÍA ELÉCTRICA**

PRESENTA

**Ing. Octavio Hernández Anaya**

Cd. de México, Diciembre de 2005



**INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL  
SECRETARIA DE INVESTIGACION Y POSGRADO**

*ACTA DE REVISION DE TESIS*

En la Ciudad de México, D. F. siendo las 13:00 horas del día 6 del mes de diciembre del 2005 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de Tesis designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de la E. S. I. M. E. para examinar la tesis de grado titulada:

**"IMPACTO DE LA PRESENCIA DE RUIDO EN LA IDENTIFICACION PARAMETRICA  
DE CIRCUITOS EQUIVALENTES EN DOS EJES DE LA MAQUINA SINCRONA"**

Presentada por el alumno:

**HERNANDEZ**

Apellido paterno

**ANAYA**

Apellido materno

**OCTAVIO**

Nombre(s)

Con registro: 

A	0	3	0	6	2	2
---	---	---	---	---	---	---

Aspirante al grado de:

**MAESTRO EN CIENCIAS**

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **SU APROBACION DE LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

LA COMISION REVISORA

Director de tesis

DR. RAFAEL ESCARELA PEREZ

Segundo Vocal

Presidente

DR. LESZEK KAWECKI ZLOTKOWSKA

Tercer Vocal

DR. TADEUSZ NIEWIEROWICZ SWIECICKA

Secretario

DR. DANIEL RUIZ VEGA

Suplente

  
DR. DANIEL OLGUÍN SALINAS  
M. EN CORTÉS ASAÍN OLIVARES

EL PRESIDENTE DEL COLEGIO

DR. JAIME ROBLES GARCÍA



SECCION DE ESTUDIOS DE  
POSGRADO E INVESTIGACION



INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL  
SECRETARIA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

CARTA DE CESIÓN DE DERECHOS

En la Ciudad de México, Distrito Federal, el día 16 del mes de diciembre del año 2005, el(la) que suscribe OCTAVIO HERNÁNDEZ ANAYA alumno(a) del Programa de MAESTRÍA EN CIENCIAS CON ESPECIALIDAD EN INGENIERÍA ELÉCTRICA con numero de registro AO30622, adscrito a la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación de la ESIME Unidad Zacatenco, manifiesta que es autor(a) intelectual del presente Trabajo de Tesis bajo la dirección del DR. RAFAEL ESCARELA PÉREZ y cede los derechos del trabajo intitulado: IMPACTO DE LA PRESENCIA DE RUIDO EN LA IDENTIFICACIÓN PARAMÉTRICA DE CIRCUITOS EQUIVALENTES EN DOS EJES DE LA MÁQUINA SÍNCRONA, al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, graficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la siguiente dirección: oha7oha7@yahoo.com.mx. Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

Octavio Hernández Anaya

## *Resumen*

En este trabajo se analiza el impacto, que la distorsión o ruido existente en los datos de la prueba de *respuesta a la variación de frecuencia* (RVF), tiene sobre la identificación de los parámetros de los circuitos equivalentes de una máquina síncrona. La máquina síncrona se modela con dos circuitos equivalentes: uno para el eje directo  $d$  y otro para el eje de cuadratura  $q$ , de acuerdo a la transformación de Park.

Para el desarrollo de la tesis se utilizaron como datos de referencia los obtenidos con un modelo de elementos finitos de un turbogenerador con las siguientes especificaciones: dos polos, con una capacidad nominal de 150 MVA, 120 MW, 13.8 kV (voltaje línea a línea) y 50 Hz. Los datos consisten en cuarenta y seis observaciones de las cuatro funciones de transferencia que definen totalmente el comportamiento de la máquina en función de la frecuencia (tres para el circuito equivalente del eje  $d$  y una para el circuito equivalente del eje  $q$ ).

Debido a que los datos originales están exentos de distorsión, el ruido se incluye de manera sintética y se considera que tiene una densidad de probabilidad uniforme. Se utilizan cuatro niveles de ruido, correspondientes a los esperados en mediciones reales, y se efectúa un estudio adicional considerando un nivel de ruido muy alto con dos índices de optimización distintos para así verificar los valores de los parámetros identificados.

La identificación paramétrica, que considera ruido en las funciones de transferencia, se realiza para tres pares de circuitos equivalentes de la máquina síncrona. Se tienen distintos modelos debido al número de ramas de amortiguamiento que se considera. Se presentan los resultados del ajuste que se logra con la obtención de los parámetros cuando se incluye ruido y se comparan con las que no lo incluyen. Las gráficas muestran un buen ajuste de las curvas de respuesta a la variación de frecuencia para ambos casos: con y sin ruido incluido.

A continuación, mediante un programa computacional (en lenguaje Fortran), se incorporan los tres pares de circuitos equivalentes de la máquina síncrona en un sistema máquina-bus infinito y se realizan simulaciones de cortocircuito, liberación de falla y reestablecimiento del sistema. En este estudio, además de la máquina síncrona, se incluyen el transformador, la línea de transmisión y los controles. Se cuenta con datos de observación del cortocircuito, obtenidos de un modelo de elementos finitos validado con datos experimentales. Así, se presenta el comportamiento de cada par de circuitos equivalentes cuando se comparan entre sí y con respecto a los datos de observación. El análisis muestra que los parámetros obtenidos mediante el proceso de optimización, ya sea con ruido o sin ruido, proporcionan modelos que tienen una buena representación del sistema en estado transitorio. Los circuitos equivalentes con cinco ramas en el eje  $d$  y cuatro en el eje  $q$  proporcionan el mejor ajuste con los resultados de cortocircuito realizados con la representación de la máquina síncrona mediante elementos finitos.

## *Abstract*

The impact of noise on the parametric identification of synchronous machine equivalent circuits is analyzed in this work, using standstill frequency response (SSFR) test data. The synchronous machine is represented by two-axis equivalent circuits: one for direct  $d$ -axis and one for quadrature  $q$ -axis, with the aid of Park's transformation.

The SSFR data were obtained with a finite-element model of a 150 MVA, 120 MW, 13.8 kV and 50 Hz two pole turbine-generator. The data consist of forty six observations of the four transfer functions (three for  $d$ -axis equivalent circuit and one for  $q$ -axis equivalent circuit) that totally define the two-port and one-port networks frequency behavior of the machine.

The finite-element data contains no noise, but it is included in a synthetic way, using a uniform probability density. Four noise levels, as those expected in real measurements, are taking into account. In addition, a very high noise level is added and analysed with two different optimization indexes to verify the identified parameters.

The parametric identification that considers noise-corrupted transfer functions is performed for three pairs of synchronous machine equivalent circuits. They are three because of the number of damper branches considered. Fitting results obtained with parametric identification considering noise are presented and compared with results obtained without considering noise. The comparisons show that a good representation of the standstill frequency response is achieved for both cases: with and without considering noise.

The three couples of identified equivalent circuits of the synchronous machine are connected into an infinite bus system by means of a computational program (in FORTRAN language). The machine-infinite bus system includes a step-up voltage transformer, a transmission line and machine controls. The program simulates the following sequence: short circuit, fault liberation and reestablishment of the original system. Comparison/observation data for the short-circuit sequence are available and obtained with a finite-element transient model which has been validated with experimental data. Thus, the behavior of each pair of equivalent circuit is presented, giving the opportunity to compare results between themselves and with the observation data. The analysis shows that the parameters obtained with the identification procedures, either with or without noise, provide models that have a good representation of the system during the transient state. The equivalent circuits with five branches in the  $d$ -axis and four in the  $q$ -axis provide the best fit with the short-circuit results obtained with the finite-element transient simulations.

## *Agradecimientos*

Al Instituto Politécnico Nacional (IPN) a través de la Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica (ESIME) de la Unidad Profesional Adolfo López Mateos, por ser el centro de mi formación en posgrado. Aquí encontré el camino valioso y arduo que un día decidí recorrer. Hoy que veo el final de esta etapa, mis reconocimientos a la institución que me brindó sus aulas, sus pasillos, sus profesores, a compañeros y buenos amigos.

Al Dr. Rafael Escarela Pérez, cuya figura ha sido trascendente en esta aventura estudiantil desde la licenciatura y cuya colaboración gustosamente se extendió también en la Maestría. A la Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco (UAM-A), mi casa de estudios, por seguirme alojando después de terminar mi ciclo estudiantil con ellos.

Al Dr. Tadeusz Niewierowicz Swiecicka, por fungir como mi profesor consejero, por contribuir en mi formación en investigación, por brindarme innumerables facilidades para hacerme ágil el tránsito en la institución y sobretodo por haberme permitido aprender tanto de él.

A mis profesores del IPN y de la UAM-A, por compartir su conocimiento, por las enseñanzas y asesorías que me brindaron, y por esa labor tan atractiva y crucial que desempeñan: formación.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), por el apoyo económico a través de una beca-crédito, producto de la pertenencia del Programa de Posgrado de la ESIME-IPN en el padrón de excelencia.

A la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación (SEPI), por haberme asignado una beca-tesis en la etapa final de mi estancia escolar.

Al Programa Institucional de Formación de Investigadores (PIFI) por la ayuda económica que me dieron.

## *Dedicatorias*

El incesante quehacer humano lleva a hacer retrospectivas al final de ciertos tramos del camino. Los acontecimientos que siguen a este fin de mis Estudios de Maestría seguramente serán en su mayoría positivos y gratificantes, por lo que este gusto y satisfacción que siento lo dedico:

A esa maravillosa fuerza que todo lo llena, que se manifiesta en **AMOR**, a **DIOS** por quién todo esto es posible.

A mis padres que tanto amo y quienes por la gracia de **DIOS** me trajeron aquí, me cuidaron y de quienes aprendí lo más esencial de la vida. **A MI MADRE YOLANDA** que me llenaste de tu amor y que con tantas carencias y con tantas limitantes me diste las alas de tenacidad y decisión para alcanzar cualquier objetivo que me trazara, **¡GRACIAS MAMÁ! A MI PADRE ELISEO** cuyo apoyo en todos los años que invertí en mis estudios fue total, **¡GRACIAS PAPÁ!**

A mis hermanos: **MARÍA ELENA, HUGO, PAULINA Y ZAIRA**. Con ustedes comparto mi familia de sangre, con ustedes comparto mis triunfos, y este también es suyo.

A mis queridos sobrinos: **EMMANUEL, MARÍA FERNANDA, BARUCH, ARIADNA** y al bebé (**HUGO O SUJEY** que viene en camino). Estos logros se obtienen con mucho sacrificio y dedicación, pero sobretodo con mucho trabajo. Excepcionales personitas hay que trabajar fuerte para lograr las cosas buenas de la vida, ¡nunca lo olviden!

A mis entrañables amigos, qué maravilla haberlos conocidos: **EMMANUEL**, ¡tu eres mi hermano del alma, realmente mi amigo! **ISRAEL** con tu gracia y simpatía hemos pasado días inolvidables. Mis compañeros en la **UAM: VERÓN, TEÓFILO, IRVIN, MARCO, OMAR y HELMER**, grandiosas personas todos. Al DR. **ESCARELA** y el MTO. **CAMPERO**, gracias por sus enseñanzas y su amistad. **SARAIN, NAYELI Y SALVADOR**, ya terminamos, vamos a lo siguiente amigos!

A mis suegros **SIMÓN** y **GUADALUPE**, por sus buenos deseos y por su afecto muchísimas **GRACIAS**. A mis cuñadas **CLAUDIA, GABRIELA** y **SUJEY**, y a mi cuñado **SERGIO**, a todos con cariño.

Finalmente, a la mujer de mi vida: **A MI ESPOSA: BEATRIZ ORDÓÑEZ VÍQUEZ**, a quién **AMO, ADMIRO** y **RESPETO** inmensamente. Contigo encuentro hoy bendiciones que no había imaginado, encuentro a mi compañera de vida y a la madre de nuestra pequeña **¿ELSA?**, o pequeño **¿EFRAÍN?** Pronto lo sabremos y apenas puedo contener los deseos de tenerte en mis brazos **HIJA(O) MIO**, con todo mi **AMOR** para ustedes dos.

## *Contenido*

Resumen	i
Resumen en inglés (Abstract)	ii
Agradecimientos	iii
Dedicatorias	iv
Contenido	v
Lista de tablas	vii
Lista de figuras	viii
Símbolos y nomenclaturas	xv
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1 Descripción del problema	1
1.2 Antecedentes y justificación	2
1.3 Objetivos	6
1.4 Alcance y limitaciones	6
1.5 Estructura de la tesis	6
1.6 Aportaciones	7
<b>2. La Máquina Síncrona</b>	<b>9</b>
2.1 Descripción de una máquina síncrona	10
2.2 Ecuaciones fundamentales	12
2.3 Ecuaciones de flujo magnético e inductancias	14
2.3.1 Fuerza magnetomotriz	16
2.3.2 Inductancias propias del estator	20
2.3.3 Inductancias mutuas del estator	21
2.3.4 Inductancias mutuas entre el rotor y el estator	22
2.3.5 Inductancias propias del rotor	22
2.3.6 Inductancias mutuas del rotor	23
2.4 La transformación $dq0$	24
2.5 El sistema en por unidad	26
2.6 Las ecuaciones de la máquina síncrona en el marco de referencia $dq0$	28
2.7 La ecuación de oscilación	31
<b>3. Pruebas y aspectos teóricos</b>	<b>37</b>
3.1 La prueba de respuesta a la variación de la frecuencia	38
3.2 Relación entre la prueba de respuesta a la variación de la frecuencia y los circuitos equivalentes	39
3.3 Sistema de ecuaciones de la red de dos puertos del eje directo utilizando el circuito equivalente	42
3.4 Identificación paramétrica	44

3.4.1	Primer índice de optimización: mínimos cuadrados	45
3.4.2	Segundo índice de optimización: estimador de máxima verosimilitud	46
3.4.3	Consideraciones para la identificación paramétrica	46
<b>4.</b>	<b>Ruido e identificaciones</b>	<b>49</b>
4.1	La distribución de probabilidad uniforme	50
4.2	Identificaciones: Resultados cuantitativos	53
4.3	Identificaciones: Resultados gráficos	60
4.3.1	Los circuitos equivalentes con una rama de amortiguamiento	61
4.3.2	Los circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento	71
4.3.3	Los circuitos equivalentes con cinco ramas de amortiguamiento en el eje $d$ y cuatro en el eje $q$	81
4.4	Comparación de estimadores considerando ruido severo	91
4.4.1	Identificaciones del circuito con una rama de amortiguamiento en el eje $d$	91
4.4.2	Identificaciones del circuito con tres ramas de amortiguamiento en el eje $d$	99
4.4.3	Identificaciones del circuito con cinco ramas de amortiguamiento en el eje $d$	106
<b>5.</b>	<b>Análisis de cortocircuito</b>	<b>115</b>
5.1	Formulación del problema	116
5.2	Obtención analítica del ángulo de carga $\delta$ entre los voltajes de excitación y de terminales para la condición inicial	117
5.3	Condiciones iniciales restantes del sistema	119
5.4	Los sistemas de control de la máquina síncrona	123
5.5	Simulación con circuitos de una rama de amortiguamiento	126
5.6	Simulación con circuitos de tres ramas de amortiguamiento	131
5.7	Simulación con circuitos de cinco ramas de amortiguamiento en eje $d$ y Cuatro en el eje $q$	136
<b>6.</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>147</b>
6.1	Conclusiones relativas al primer objetivo	147
6.2	Conclusiones relativas al segundo objetivo	149
6.3	Conclusión general	150
	Propuestas de trabajo a futuro	151
	Anexo A. Métodos numéricos: Nelder-Mead y Runge Kutta de 4°. orden	153
	Anexo B. Códigos de programas	159
	Referencias	

## *Lista de tablas*

### **Capítulo 3**

Tabla 3.1	Parámetros a identificar del eje $d$	47
Tabla 3.2	Parámetros a identificar del eje $q$	48

### **Capítulo 4**

Tabla 4.1	Identificaciones del circuito equivalente del eje $d$ con una rama de amortiguamiento	57
Tabla 4.2	Identificaciones del circuito equivalente del eje $d$ con tres ramas de amortiguamiento	57
Tabla 4.3	Identificaciones del circuito equivalente del eje $d$ con cinco ramas de amortiguamiento	57
Tabla 4.4	Identificaciones del circuito equivalente del eje $q$ con una rama de amortiguamiento	58
Tabla 4.5	Identificaciones del circuito equivalente del eje $q$ con tres ramas de amortiguamiento	58
Tabla 4.6	Identificaciones del circuito equivalente del eje $q$ con cuatro ramas de amortiguamiento	58
Tabla 4.7	Error en la identificación del circuito de una rama de amortiguamiento en el eje $d$ con ruido de 1/300	59
Tabla 4.8	Error en la identificación del circuito de tres ramas de amortiguamiento en el eje $d$ con ruido de 1/300	59
Tabla 4.9	Error en la identificación del circuito de cinco ramas de amortiguamiento en el eje $d$ con ruido de 1/300	59
Tabla 4.10	Error en la identificación del circuito de una rama de amortiguamiento en el eje $q$ con ruido de 1/300	60
Tabla 4.11	Error en la identificación del circuito de tres ramas de amortiguamiento en el eje $q$ con ruido de 1/300	60
Tabla 4.12	Error en la identificación del circuito de cuatro ramas de amortiguamiento en el eje $q$ con ruido de 1/300	60
Tabla 4.13	Identificación del circuito de una rama de amortiguamiento en el eje $d$ con ruido de 1/10	92
Tabla 4.14	Error porcentual en la identificación del circuito de una rama de amortiguamiento en el eje $d$ con ruido de 1/10	92
Tabla 4.15	Identificación del circuito de tres ramas de amortiguamiento en el eje $d$ con ruido de 1/10	99
Tabla 4.16	Error en la identificación del circuito de tres ramas de amortiguamiento en el eje $d$ con ruido de 1/10	99
Tabla 4.17	Identificación del circuito de cinco ramas de amortiguamiento con ruido de 1/10	106
Tabla 4.18	Error porcentual en la identificación del circuito de cinco ramas de amortiguamiento en el eje $d$	107
Tabla 4.19	Cálculo del elemento (4,4) de la matriz $\mathbf{L}_d$ con tres ramas de amortiguamiento	114

### **Capítulo 5**

Tabla 5.1	Datos de entrada	120
Tabla 5.2	Parámetros del sistema de excitación	125
Tabla 5.3	Parámetros del gobernador	125
Tabla 5.4	Parámetros del resto de la red de potencia	125

## Lista de figuras

### Capítulo 2

Figura 2.1	Esquema general de la máquina síncrona	10
Figura 2.2	Devanado concentrado de la fase $a$ en el estator	16
Figura 2.3	Distribución de fuerza magnetomotriz para una bobina concentrada	17
Figura 2.4	La fuerza magnetomotriz de la fase $a$ y sus componentes	19
Figura 2.5	Diagrama de los distintos flujos de los circuitos del eje $d$ , de una máquina síncrona	28
Figura 2.6	Circuito equivalente del eje $d$ de una máquina síncrona con una rama de amortiguamiento	30
Figura 2.7	Circuito equivalente del eje $q$ de una máquina síncrona con una rama de amortiguamiento	31
Figura 2.8	Medición de un ángulo en radianes	31
Figura 2.9	Esquema del rotor y definición del ángulo $\delta$	33

### Capítulo 3

Figura 3.1	Red de dos puertos del eje $d$	40
Figura 3.2	Circuito equivalente del eje $d$ para $n_d$ ramas de amortiguamiento, con parámetros constantes	47

### Capítulo 4

Figura 4.1	Diagrama de flujo del proceso de construcción de datos de observación con ruido	52
Figura 4.2	Reactancia operacional del eje $d$ : $X_d(s)$	53
Figura 4.3	Función de transferencia: $sG(s)$	53
Figura 4.4	Reactancia operacional: $X_{ap}(s)$	54
Figura 4.5	Reactancia operacional del eje $q$ : $X_q(s)$	54
Figura 4.6	Reactancia operacional del eje $d$ : $X_d(s)$ — sin ruido, $\circ$ con 1/5 de ruido	54
Figura 4.7	Reactancia operacional: $X_{ap}(s)$ — sin ruido, $\circ$ con 1/5 de ruido	54
Figura 4.8	Función de transferencia: $sG(s)$ — sin ruido, $\circ$ con 1/5 de ruido	55
Figura 4.9	Reactancia operacional del eje $q$ : $X_q(s)$ — sin ruido, $\circ$ con 1/5 de ruido	55
Figura 4.10	Diagrama de bloques del proceso de construcción de los índices de optimización	56
Figura 4.11	Circuitos equivalentes de la máquina síncrona con 1 rama de amortiguamiento	61
Figura 4.12	Reactancia $X_q(s)$ sin considerar ruido en el circuito equivalente del eje $q$ , con una rama de amortiguamiento — datos de observación $\circ$ respuesta del circuito equivalente	61
Figura 4.13	Respuesta sin considerar ruido del circuito equivalente del eje $d$ , con una rama de amortiguamiento — datos de observación $\circ$ respuesta del circuito equivalente a) $X_d(s)$ b) $sG(s)/\omega_0$ c) $X_{ap}(s)$	62
Figura 4.14	Magnitud de $X_d(s)$ : — RVF $\times$ respuesta del circuito con ruido de 1/300 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con una rama de amortiguamiento)	63
Figura 4.15	Acercamiento en la magnitud de $X_d(s)$ : — RVF $\times$ respuesta del circuito con ruido de 1/300 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con una rama de amortiguamiento)	63
Figura 4.16	Ángulo de fase de $X_d(s)$ : — RVF $\times$ respuesta del circuito con ruido de 1/300 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con una rama de amortiguamiento)	64
Figura 4.17	Acercamiento en el ángulo de fase de $X_d(s)$ : — RVF $\times$ respuesta del circuito con ruido de 1/300 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con una rama de amortiguamiento)	64
Figura 4.18	Magnitud de $sG(s)/\omega_0$ : — RVF $\times$ respuesta del circuito con ruido de 1/300 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con una rama de amortiguamiento)	65

Figura 4.19	Acercamiento en la magnitud de $sG(s)/\omega_0$ : — RVF × respuesta del circuito con ruido de 1/300 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con una rama de amortiguamiento)	65
Figura 4.20	Ángulo de fase de $sG(s)/\omega_0$ : — RVF × respuesta del circuito con ruido de 1/300 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con una rama de amortiguamiento)	66
Figura 4.21	Acercamiento en el ángulo de fase de $sG(s)/\omega_0$ : — RVF × respuesta del circuito con ruido de 1/300 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con una rama de amortiguamiento)	66
Figura 4.22	Magnitud de $X_{apf}(s)$ : — RVF × respuesta del circuito con ruido de 1/300 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con una rama de amortiguamiento)	67
Figura 4.23	Acercamiento en la magnitud de $X_{apf}(s)$ : — RVF × respuesta del circuito con ruido de 1/300 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con una rama de amortiguamiento)	67
Figura 4.24	Ángulo de fase de $X_{apf}(s)$ : — RVF × respuesta del circuito con ruido de 1/300 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con una rama de amortiguamiento)	68
Figura 4.25	Acercamiento en el ángulo de fase de $X_{apf}(s)$ : — RVF × respuesta del circuito con ruido de 1/300 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con una rama de amortiguamiento)	68
Figura 4.26	Magnitud de $X_q(s)$ : — RVF × respuesta del circuito con ruido de 1/300 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con una rama de amortiguamiento)	69
Figura 4.27	Acercamiento en la magnitud de $X_q(s)$ : — RVF × respuesta del circuito con ruido de 1/300 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con una rama de amortiguamiento)	69
Figura 4.28	Ángulo de fase de $X_q(s)$ : — RVF × respuesta del circuito con ruido de 1/300 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con una rama de amortiguamiento)	70
Figura 4.29	Acercamiento en el ángulo de fase de $X_q(s)$ : — RVF × respuesta del circuito con ruido de 1/300 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con una rama de amortiguamiento)	70
Figura 4.30	Circuito equivalente del eje $d$ de la máquina síncrona con tres ramas de amortiguamiento	71
Figura 4.31	Circuito equivalente del eje $q$ de la máquina síncrona con tres ramas de amortiguamiento	71
Figura 4.32	Reactancia $X_q(s)$ sin considerar ruido en el circuito equivalente del eje $q$ , con tres ramas de amortiguamiento — datos de observación ○ respuesta del circuito equivalente	71
Figura 4.33	Respuesta sin considerar ruido del circuito equivalente del eje $d$ , con tres ramas de amortiguamiento — datos de observación ○ respuesta del circuito equivalente a) $X_d(s)$ b) $sG(s)/\omega_0$ c) $X_{apf}(s)$	72
Figura 4.34	Magnitud de $X_d(s)$ : — RVF × respuesta del circuito con ruido de 1/300 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento)	73
Figura 4.35	Acercamiento en la magnitud de $X_d(s)$ : — RVF × respuesta del circuito con ruido de 1/300 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento)	73
Figura 4.36	Ángulo de fase de $X_d(s)$ : — RVF × respuesta del circuito con ruido de 1/300 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento)	74
Figura 4.37	Acercamiento en el ángulo de fase de $X_d(s)$ : — RVF × respuesta del circuito con ruido de 1/300 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento)	74

Figura 4.38	Magnitud de $sG(s)/\omega_0$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento)	75
Figura 4.39	Acercamiento en la magnitud de $sG(s)/\omega_0$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento)	75
Figura 4.40	Ángulo de fase de $sG(s)/\omega_0$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento)	76
Figura 4.41	Acercamiento en el ángulo de fase de $sG(s)/\omega_0$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento)	76
Figura 4.42	Figura 4.40 Magnitud de $X_{ap}(s)$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento)	77
Figura 4.43	Acercamiento en la magnitud de $X_{ap}(s)$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento)	77
Figura 4.44	Ángulo de fase de $X_{ap}(s)$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento)	78
Figura 4.45	Acercamiento en el ángulo de fase de $X_{ap}(s)$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento)	78
Figura 4.46	Magnitud de $X_q(s)$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento)	79
Figura 4.47	Acercamiento en la magnitud de $X_q(s)$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento)	79
Figura 4.48	Ángulo de fase de $X_q(s)$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento)	80
Figura 4.49	Acercamiento en el ángulo de fase de $X_q(s)$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento)	80
Figura 4.50	Circuito equivalente del eje $d$ de la máquina síncrona con cinco ramas de amortiguamiento	81
Figura 4.51	Circuito equivalente del eje $q$ de la máquina síncrona con cuatro ramas de amortiguamiento	81
Figura 4.52	Reactancia $X_q(s)$ sin considerar ruido en el circuito equivalente del eje $q$ , con cuatro ramas de amortiguamiento    — datos de observación    ○ respuesta del circuito equivalente	81
Figura 4.53	Respuesta sin considerar ruido del circuito equivalente del eje $d$ , con cinco ramas de amortiguamiento    — datos de observación    ○ respuesta del circuito equivalente a) $X_d(s)$ b) $sG(s)/\omega_0$ c) $X_{ap}(s)$	82
Figura 4.54	Magnitud de $X_d(s)$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con cinco ramas de amortiguamiento)	83
Figura 4.55	Acercamiento en la magnitud de $X_d(s)$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con cinco ramas de amortiguamiento)	83
Figura 4.56	Ángulo de fase de $X_d(s)$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con cinco ramas de amortiguamiento)	84

Figura 4.57	Acercamiento en el ángulo de fase de $X_d(s)$ : — RVF × respuesta del circuito con ruido de 1/300 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con cinco ramas de amortiguamiento)	84
Figura 4.58	Magnitud de $sG(s)/\omega_0$ : — RVF × respuesta del circuito con ruido de 1/300 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con cinco ramas de amortiguamiento)	85
Figura 4.59	Acercamiento en la magnitud de $sG(s)/\omega_0$ : — RVF × respuesta del circuito con ruido de 1/300 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con cinco ramas de amortiguamiento)	85
Figura 4.60	Ángulo de fase de $sG(s)/\omega_0$ : — RVF × respuesta del circuito con ruido de 1/300 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con cinco ramas de amortiguamiento)	86
Figura 4.61	Acercamiento en el ángulo de fase de $sG(s)/\omega_0$ : — RVF × respuesta del circuito con ruido de 1/300 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con cinco ramas de amortiguamiento)	86
Figura 4.62	Magnitud de $X_{ap}(s)$ : — RVF × respuesta del circuito con ruido de 1/300 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con cinco ramas de amortiguamiento)	87
Figura 4.63	Acercamiento en la magnitud de $X_{ap}(s)$ : — RVF × respuesta del circuito con ruido de 1/300 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con cinco ramas de amortiguamiento)	87
Figura 4.64	Ángulo de fase de $X_{ap}(s)$ : — RVF × respuesta del circuito con ruido de 1/300 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con cinco ramas de amortiguamiento)	88
Figura 4.65	Acercamiento en el ángulo de fase de $X_{ap}(s)$ : — RVF × respuesta del circuito con ruido de 1/300 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con cinco ramas de amortiguamiento)	88
Figura 4.66	Magnitud de $X_q(s)$ : — RVF × respuesta del circuito con ruido de 1/300 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con cinco ramas de amortiguamiento)	89
Figura 4.67	Acercamiento en la magnitud de $X_q(s)$ : — RVF × respuesta del circuito con ruido de 1/300 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con cinco ramas de amortiguamiento)	89
Figura 4.68	Ángulo de fase de $X_q(s)$ : — RVF × respuesta del circuito con ruido de 1/300 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con cinco ramas de amortiguamiento)	90
Figura 4.69	Acercamiento en el ángulo de fase de $X_q(s)$ : — RVF × respuesta del circuito con ruido de 1/300 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con cinco ramas de amortiguamiento)	90
Figura 4.70	Reactancia operacional del eje $d$ : $X_d(s)$ — con ruido 1/10 --- sin ruido	91
Figura 4.71	Reactancia operacional: $X_{ap}(s)$ — con ruido 1/10 --- sin ruido	91
Figura 4.72	Función de transferencia: $sG(s)$ — con ruido 1/10 --- sin ruido	91
Figura 4.73	Reactancia operacional del eje $q$ : $X_q(s)$ — con ruido 1/10 --- sin ruido	91
Figura 4.74	Magnitud de $X_d(s)$ . Circuito con una rama de amortiguamiento — RVF — estimador 1 — estimador 2	93
Figura 4.75	Acercamiento en la magnitud de $X_d(s)$ . Circuito con una rama de amortiguamiento — RVF — estimador 1 — estimador 2	93
Figura 4.76	Ángulo de fase de $X_d(s)$ . Circuito con una rama de amortiguamiento — RVF — estimador 1 — estimador 2	94
Figura 4.77	Acercamiento en el ángulo de fase de $X_d(s)$ . Circuito con una rama de amortiguamiento — RVF — estimador 1 — estimador 2	94
Figura 4.78	Magnitud de $sG(s)/\omega_0$ . Circuito con una rama de amortiguamiento — RVF — estimador 1 — estimador 2	95

Figura 4.79	Acercamiento en la magnitud de $sG(s)/\omega_0$ . Circuito con una rama de amortiguamiento	95
	— RVF — estimador 1 — estimador 2	
Figura 4.80	Ángulo de fase de $sG(s)/\omega_0$ . Circuito con una rama de amortiguamiento	96
	— RVF — estimador 1 — estimador 2	
Figura 4.81	Acercamiento en el ángulo de fase de $sG(s)/\omega_0$ . Circuito con una rama de amortiguamiento	96
	— RVF — estimador 1 — estimador 2	
Figura 4.82	Magnitud de $X_{ap}(s)$ . Circuito con una rama de amortiguamiento	97
	— RVF — estimador 1 — estimador 2	
Figura 4.83	Acercamiento en la magnitud de $X_{ap}(s)$ . Circuito con una rama de amortiguamiento	97
	— RVF — estimador 1 — estimador 2	
Figura 4.84	Ángulo de fase de $X_{ap}(s)$ . Circuito con una rama de amortiguamiento	98
	— RVF — estimador 1 — estimador 2	
Figura 4.85	Acercamiento en el ángulo de fase de $X_{ap}(s)$ . Circuito con una rama de amortiguamiento	98
	— RVF — estimador 1 — estimador 2	
Figura 4.86	Magnitud de $X_d(s)$ . Circuito con tres ramas de amortiguamiento	100
	— RVF — estimador 1 — estimador 2	
Figura 4.87	Acercamiento en la magnitud de $X_d(s)$ . Circuito con tres ramas de amortiguamiento	100
	— RVF — estimador 1 — estimador 2	
Figura 4.88	Ángulo de fase de $X_d(s)$ . Circuito con tres ramas de amortiguamiento	101
	— RVF — estimador 1 — estimador 2	
Figura 4.89	Acercamiento en el ángulo de fase de $X_d(s)$ . Circuito con tres ramas de amortiguamiento	101
	— RVF — estimador 1 — estimador 2	
Figura 4.90	Magnitud de $sG(s)/\omega_0$ . Circuito con tres ramas de amortiguamiento	102
	— RVF — estimador 1 — estimador 2	
Figura 4.91	Acercamiento en la magnitud de $sG(s)/\omega_0$ . Circuito con tres ramas de amortiguamiento	102
	— RVF — estimador 1 — estimador 2	
Figura 4.92	Ángulo de fase de $sG(s)/\omega_0$ . Circuito con tres ramas de amortiguamiento	103
	— RVF — estimador 1 — estimador 2	
Figura 4.93	Acercamiento en el ángulo de fase de $sG(s)/\omega_0$ . Circuito con tres ramas de amortiguamiento	103
	— RVF — estimador 1 — estimador 2	
Figura 4.94	Magnitud de $X_{ap}(s)$ . Circuito con tres ramas de amortiguamiento	104
	— RVF — estimador 1 — estimador 2	
Figura 4.95	Acercamiento en la magnitud de $X_{ap}(s)$ . Circuito con tres ramas de amortiguamiento	104
	— RVF — estimador 1 — estimador 2	
Figura 4.96	Ángulo de fase de $X_{ap}(s)$ . Circuito con tres ramas de amortiguamiento	105
	— RVF — estimador 1 — estimador 2	
Figura 4.97	Acercamiento en el ángulo de fase de $X_{ap}(s)$ . Circuito con tres ramas de amortiguamiento	105
	— RVF — estimador 1 — estimador 2	
Figura 4.98	Magnitud de $X_d(s)$ . Circuito con cinco ramas de amortiguamiento	107
	— RVF — estimador 1 — estimador 2	
Figura 4.99	Acercamiento en la magnitud de $X_d(s)$ . Circuito con cinco ramas de amortiguamiento	108
	— RVF — estimador 1 — estimador 2	
Figura 4.100	Ángulo de fase de $X_d(s)$ . Circuito con cinco ramas de amortiguamiento	108
	— RVF — estimador 1 — estimador 2	
Figura 4.101	Acercamiento en el ángulo de fase de $X_d(s)$ . Circuito con cinco ramas de amortiguamiento	109
	— RVF — estimador 1 — estimador 2	
Figura 4.102	Magnitud de $sG(s)/\omega_0$ . Circuito con cinco ramas de amortiguamiento	109
	— RVF — estimador 1 — estimador 2	
Figura 4.103	Acercamiento en la magnitud de $sG(s)/\omega_0$ . Circuito con cinco ramas de amortiguamiento	110
	— RVF — estimador 1 — estimador 2	
Figura 4.104	Ángulo de fase de $sG(s)/\omega_0$ . Circuito con cinco ramas de amortiguamiento	110
	— RVF — estimador 1 — estimador 2	
Figura 4.105	Acercamiento en el ángulo de fase de $sG(s)/\omega_0$ . Circuito con cinco ramas de amortiguamiento	111
	— RVF — estimador 1 — estimador 2	

Figura 4.106	Magnitud de $X_{af\theta}(s)$ . Circuito con cinco ramas de amortiguamiento	111
	— RVF — estimador 1 — estimador 2	
Figura 4.107	Acercamiento en la magnitud de $X_{af\theta}(s)$ . Circuito con cinco ramas de amortiguamiento	112
	— RVF — estimador 1 — estimador 2	
Figura 4.108	Ángulo de fase de $X_{af\theta}(s)$ . Circuito con tres ramas de amortiguamiento	112
	— RVF — estimador 1 — estimador 2	
Figura 4.109	Acercamiento en el ángulo de fase de $X_{af\theta}(s)$ . Circuito con cinco ramas de amortiguamiento	113
	— RVF — estimador 1 — estimador 2	

## Capítulo 5

Figura 5.1	Red de estudio simplificada	116
Figura 5.2	Red de estudio en detalle	116
Figura 5.3	Diagrama fasorial de la máquina síncrona	117
Figura 5.4	Diagrama de flujos para la simulación de un sistema máquina-bus infinito	123
Figura 5.5	Modelo del sistema de excitación	124
Figura 5.6	Modelo del sistema gobernador-turbina	124
Figura 5.7	Variación del ángulo $\delta$ con respecto al tiempo, — datos del MEF	126
	— datos de simulación (circuitos equivalentes con una rama de amortiguamiento)	
Figura 5.8	Desviación de la velocidad del rotor con respecto a la velocidad síncrona, — datos del MEF	127
	— datos de simulación (circuitos equivalentes con una rama de amortiguamiento)	
Figura 5.9	Variación de a) la corriente y b) voltaje de campo ( $i_f$ y $v_f$ ) con respecto al tiempo	128
	— datos del MEF — datos de simulación (circuitos equivalentes con una rama de amortiguamiento)	
Figura 5.10	Variación de la corriente de línea $i_l$ con respecto al tiempo, — datos del MEF	129
	— datos de simulación (circuitos equivalentes con una rama de amortiguamiento)	
Figura 5.11	Variación del voltaje en terminales $v_t$ con respecto al tiempo, — datos del MEF	130
	— datos de simulación (circuitos equivalentes con una rama de amortiguamiento)	
Figura 5.12	Variación del par electromagnético $T_e$ con respecto al tiempo, — datos del MEF	130
	— datos de simulación (circuitos equivalentes con una rama de amortiguamiento)	
Figura 5.13	Variación del ángulo $\delta$ con respecto al tiempo, — datos del MEF	131
	— datos de simulación (circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento)	
Figura 5.14	Desviación de la velocidad del rotor con respecto a la velocidad síncrona, — datos del MEF	132
	— datos de simulación (circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento)	
Figura 5.15	Variación de a) la corriente y b) voltaje de campo ( $i_f$ y $v_f$ ) con respecto al tiempo	133
	— datos del MEF — datos de simulación (circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento)	
Figura 5.16	Variación de la corriente de línea $i_l$ con respecto al tiempo — datos del MEF	134
	— datos de simulación (circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento)	
Figura 5.17	Variación del voltaje en terminales $v_t$ con respecto al tiempo, — datos del MEF	135
	— datos de simulación (circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento)	
Figura 5.18	Variación del par electromagnético $T_e$ con respecto al tiempo, — datos del MEF	135
	— datos de simulación (circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento)	
Figura 5.19	Variación del ángulo $\delta$ con respecto al tiempo, — datos del MEF	136
	— datos de simulación (circuitos equivalentes, cinco ramas de amortiguamiento en eje $d$ y cuatro en eje $q$ )	
Figura 5.20	Desviación de la velocidad del rotor con respecto a la velocidad síncrona, — datos del MEF	137
	— datos de simulación (circuitos equivalentes, cinco ramas de amortiguamiento en eje $d$ y cuatro en eje $q$ )	
Figura 5.21	Variación de a) la corriente y b) voltaje de campo ( $i_f$ y $v_f$ ) con respecto al tiempo	138
	— datos del MEF — datos de simulación (circuitos equivalentes, cinco ramas de amortiguamiento en eje $d$ y cuatro en eje $q$ )	

Figura 5.22	Variación de la corriente de línea $i_l$ con respecto al tiempo, — datos del MEF — datos de simulación (circuitos equivalentes, cinco ramas de amortiguamiento en eje $d$ y cuatro en eje $q$ )	139
Figura 5.23	Variación del voltaje en terminales $v_t$ con respecto al tiempo, — datos del MEF — datos de simulación (circuitos equivalentes, cinco ramas de amortiguamiento en eje $d$ y cuatro en eje $q$ )	140
Figura 5.24	Variación del par electromagnético $T_e$ con respecto al tiempo, — datos del MEF — datos de simulación (circuitos equivalentes, cinco ramas de amortiguamiento en eje $d$ y cuatro en eje $q$ )	140
Figura 5.25	Variación del ángulo $\delta$ con respecto al tiempo — datos del MEF, — simulación una rama, — simulación tres ramas, — simulación cuatro/cinco ramas	141
Figura 5.26	Variación de a) la corriente y b) voltaje de campo ( $i_f$ y $v_f$ ) con respecto al tiempo — datos del MEF, — simulación una rama, — simulación tres ramas, — simulación cuatro/cinco ramas	142
Figura 5.27	Variación de la corriente de línea $i_l$ con respecto al tiempo — datos del MEF, — simulación una rama, — simulación tres ramas, — simulación cuatro/cinco ramas	143
Figura 5.28	Variación del voltaje en terminales $v_t$ con respecto al tiempo — datos del MEF, — simulación una rama, — simulación tres ramas, — simulación cuatro/cinco ramas	144
Figura 5.29	Variación del par electromagnético $T_e$ con respecto al tiempo — datos del MEF, — simulación una rama, — simulación tres ramas, — simulación cuatro/cinco ramas	144
Figura 5.30	Desviación de la velocidad del rotor con respecto a la velocidad síncrona — datos del MEF, — simulación una rama, — simulación tres ramas, — simulación cuatro/cinco ramas	145

## Anexo A

Figura A.1	El triángulo $OBP$ , el punto medio $M$ y el punto reflejado $R$ en el método de Nelder-Mead	154
Figura A.2	El triángulo $OBP$ y el punto extendido $E$	154
Figura A.3	El punto de contracción $C_1$ o bien $C_2$ en el método de Nelder-Mead	155
Figura A.4	Encogimiento del triángulo hacia $O$	155

## *Símbolos y Nomenclatura*

$d$	Directo
$q$	Cuadratura
$R$	Resistencia
$L$	Inductancia
$\Pi$	Red equivalente en derivación (pi)
$dq0$	Transformación al sistema de referencia de dos ejes
$n_d$	Número de ramas de amortiguamiento en el eje directo
$n_q$	Número de ramas de amortiguamiento en el eje de cuadratura
$a, b$ y $c$	Marco de referencia trifásico de las fases en el estator
$\eta$	Velocidad síncrona
$P_l$	Número de polos del rotor
$f$	Frecuencia
$\Psi$	Encadenamiento de flujo magnético
$e$	Fuerza electromotriz
$fd$	Devanado de campo
$kd$	Devanado amortiguador $k$ -ésimo en el eje directo
$kq$	Devanado amortiguador $k$ -ésimo en el eje de cuadratura
$\theta$	Ángulo de separación entre la fase $a$ y el eje directo
$i$	Corriente
$N$	Número de vueltas de una bobina
$\Phi$	Flujo magnético
$\mathfrak{F}$	Fuerza magnetomotriz
$\mathfrak{R}$	Reluctancia
$P$	Permeancia
$\gamma$	Ángulo de integración para la fuerza magnetomotriz de la fase $a$ en una máquina síncrona
$p$	Periodo de una curva en el análisis de Fourier
$a_0, a_n$	Coefficientes de Fourier
$KN_a$	Vueltas efectivas
$Z$	Impedancia
$\mathbf{L}$	Matriz de inductancias
$\mathbf{I}$	Matriz identidad
$\omega$	Velocidad angular
$\delta$	Desplazamiento angular del rotor
$\alpha$	Aceleración angular
$T$	Par de torsión
$H$	Constante de inercia
$y$	Admitancia
$s$	$j\omega$ en el plano complejo
$\mathbf{R}$	Matriz de resistencias
$\Omega$	Vector de frecuencias de excitación
$\varphi$	Ángulo de fase de las funciones de transferencia
$\varepsilon$	Error de predicción

<b>E</b>	Matriz de errores
<b>D</b>	Matriz de covarianza
$V$	Estimador de máxima verosimilitud
$\rho$	Coefficiente de reflexión
$\chi$	Coefficiente de extensión
$\gamma$	Coefficiente de contracción
$\sigma$	Coefficiente de encogimiento
<b>V</b>	Vértice
$r(k)$	Cantidad de ruido
$\Upsilon$	Factor de construcción de ruido
$T_m$	Par mecánico
$T_e$	Par eléctrico
$X_d(s)$	Reactancia operacional del eje directo
$X_q(s)$	Reactancia operacional del eje de cuadratura
$X_{qd}(s)$	Reactancia operacional mutua entre los devanados de eje directo y de campo
$sG(s)/\omega$	Función de transferencia de cortocircuito de la armadura al campo
$y(s)$	Admitancia de cortocircuito
$K$	Constante de amortiguamiento en la ecuación de oscilación
$L_a$	Inductancia de dispersión de armadura
$L_{md}$	Inductancia de magnetización del eje directo
$L_{kfl}$	Inductancia diferencial del circuito amortiguador 1
$L_{kfn}$	Inductancia diferencial del circuito amortiguador $n$ -ésimo
$L_{1d}$	Inductancia de dispersión del circuito amortiguador 1 del eje directo
$L_{nd}$	Inductancia de dispersión del circuito amortiguador $n$ -ésimo del eje directo
$L_f$	Inductancia de dispersión del circuito de campo
$L_{mq}$	Inductancia de magnetización del eje de cuadratura
$L_{1q}$	Inductancia de dispersión del circuito amortiguador 1 del eje de cuadratura
$L_{nq}$	Inductancia de dispersión del circuito amortiguador $n$ -ésimo del eje de cuadratura
$R_a$	Resistencia de armadura
$R_f$	Resistencia de campo
$R_{1d}$	Resistencia del circuito amortiguador 1 del eje directo
$R_{nd}$	Resistencia del circuito amortiguador $n$ -ésimo del eje directo
$R_{1q}$	Resistencia del circuito amortiguador 1 del eje de cuadratura
$R_{nq}$	Resistencia del circuito amortiguador $n$ -ésimo del eje de cuadratura

---

## INTRODUCCIÓN

### *1.1 Descripción del problema*

El trabajo presentado en esta tesis surge como resultado de la investigación que han desarrollado de manera conjunta los profesores investigadores que lo asesoraron. Dicha investigación se ha enfocado principalmente a la identificación paramétrica de máquinas síncronas usando algoritmos genéticos híbridos [1, 2].

El problema de identificación paramétrica de los circuitos equivalentes de una máquina síncrona consiste en determinar los valores de los elementos que constituyen dichos circuitos. A esta determinación se le llama identificación, y resulta de la minimización de una función matemática (llamado también índice de optimización) que describe cómo responde el circuito equivalente a determinadas condiciones de operación de la máquina. Específicamente, la función compara la respuesta del circuito identificado con los datos de observación de la máquina, para la misma condición de operación.

Los datos de observación utilizados en [1] y [2] para obtener parámetros de circuitos equivalentes, consisten en valores de cuatro funciones de transferencia para distintas frecuencias, las cuales se obtienen de la prueba de *respuesta a la variación de frecuencia* (RVF) [3]. En este caso, los datos de observación fueron obtenidos de un modelo de elementos finitos [4], por lo que no contienen ruido. Sin embargo, los datos normalmente provienen de pruebas que se realizan de manera experimental, por lo que la presencia de ruido debe ser considerada en el proceso de identificación paramétrica. Dicha característica es analizada en este trabajo: ¿cómo influye el ruido experimental en la identificación de los parámetros de circuitos equivalentes en dos ejes? No considerar dicho efecto puede llevar a conclusiones incompletas e imprecisas al no tomar en cuenta los efectos que se presentan de manera natural en la experimentación. Precisamente la hipótesis de esta tesis es que la identificación paramétrica puede realizarse de manera precisa a pesar de la presencia de ruido en los datos de observación.

En el estudio de identificación paramétrica realizado hasta ahora [1] y [2], se han analizado circuitos equivalentes de una hasta cinco ramas de amortiguamiento para el eje  $d$ , y de una hasta cuatro ramas de amortiguamiento para el eje  $q$ . Los circuitos que mejor reproducen la prueba de variación a la frecuencia de la máquina considerada son los de orden superior: cinco y cuatro ramas para los ejes  $d$  y  $q$ , respectivamente. Los parámetros de los circuitos en todos los casos analizados en [1] y [2] son constantes.

Para el desarrollo de este trabajo existen datos de prueba [5] de una condición de cortocircuito en una red constituida por la máquina síncrona, un transformador y una línea de transmisión conectados en serie a un bus infinito. Se cuenta con los datos necesarios [6] de todos los

elementos del sistema para implementar simulaciones numéricas con los modelos en dos ejes. Se analizan tres pares de circuitos para modelar a la máquina síncrona en el estudio de cortocircuito. Al respecto existe un trabajo previo en donde se hicieron estudios de sensibilidad y simulaciones de los modelos de la misma máquina síncrona cuando se presenta un cortocircuito cuando la máquina se encuentra operando en vacío [7]. En esta tesis se aborda una situación diferente ya que el cortocircuito se aplica y se libera con la máquina funcionando dentro de una red de potencia.

## *1.2 Antecedentes y justificación*

El uso de circuitos equivalentes para modelar los distintos elementos de una red eléctrica ha prevalecido en la ingeniería de potencia por mucho tiempo. La idea de los circuitos equivalentes consiste en tomar en cuenta todo efecto electromagnético presente en el elemento de estudio mediante parámetros eléctricos concentrados como son: inductores, capacitores y resistores. Este tipo de representación es práctica y útil en el análisis de problemas en ingeniería, ya que se llega a modelos computacionales económicos.

Al analizar el comportamiento de un conjunto de distintos elementos eléctricos de baja frecuencia, funcionando de manera interconectada, se tiene gran cantidad de variables electromagnéticas implicadas, tal que si se pretende resolver el problema en su forma fundamental (a partir de las ecuaciones de Maxwell [8]) puede ser imposible la obtención de una solución. Sin embargo, los circuitos equivalentes permiten estudiar de manera consistente y ordenada a todos estos elementos, ya que hacen simplificaciones que reducen la complejidad del problema. Por ejemplo, se asume en problemas de baja frecuencia que la corriente de desplazamiento [8] es despreciable, por lo que la transferencia de potencia entre el estator y rotor de una máquina síncrona se asume instantánea. Así, un circuito equivalente es capaz de dar sencillez sin perder mucha precisión.

En los circuitos equivalentes están implicados numerosos conocimientos teóricos, principalmente de tipo electromagnético y matemático. De esta manera, los circuitos describen correctamente el comportamiento del elemento que representan. En la actualidad se conocen y utilizan ampliamente distintos circuitos equivalentes, por ejemplo, para el transformador se puede tener un circuito equivalente que tome en cuenta el efecto de la corriente de excitación [9], así como de los flujos de dispersión en los devanados. Sin embargo, para algunos estudios prácticos se obtiene suficiente precisión al omitir el efecto de las corrientes de excitación, teniéndose entonces un circuito eléctrico equivalente más simple [9]. Otra posibilidad para representar al transformador es el circuito equivalente  $\Pi$ , el cual es más complicado [10]. En las líneas de transmisión se puede obtener una representación de acuerdo con su longitud, desde un circuito  $R-L$  en serie para las líneas cortas, un circuito con admitancias en derivación para líneas medias, hasta la representación en un modelo de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales para las líneas largas [11]. Al elegir con qué circuito representar al elemento eléctrico, se tienen que tomar en cuenta aspectos importantes tales como ¿qué tipo de estudio se realizará? o ¿qué tanta precisión se requiere?

La máquina síncrona es el elemento más importante de un sistema de conversión de energía mecánica a eléctrica, proceso que se conoce como *generación eléctrica*. Como cualquier otro elemento eléctrico, también es conveniente contar con una representación en circuitos equivalentes para analizar su comportamiento.

El estudio de la máquina síncrona mediante circuitos equivalentes ha sido largo y extenso. Un trabajo esencial y preciso fue el que realizó R.H. Park en 1929 [12]. Con el propósito de facilitar el análisis de las máquinas eléctricas rotatorias propuso una sustitución de las variables asociadas con los devanados del estator (tales como voltajes, corrientes y encadenamientos de flujo), a un conjunto de variables ficticias que giran con el rotor. A dicha sustitución se le conoce hoy en día como transformación  $dq0$  [12]. Es a partir de estos resultados que se desprende el concepto de *circuitos equivalentes en dos ejes* (eje directo y eje de cuadratura) de la máquina síncrona. La transformación simplifica el conjunto de ecuaciones diferenciales que describen eléctricamente a la máquina, al hacer constantes las inductancias en vez de variantes con respecto a la posición espacial.

Inicialmente, los circuitos equivalentes de la máquina síncrona sólo consideraban el flujo magnético mutuo entre los circuitos del rotor y el estator a través de una sola reactancia de magnetización. Sin embargo, este circuito equivalente no ofrecía una correcta representación del circuito de campo ni de los devanados amortiguadores. I. M. Canay trabajó intensamente en el estudio de las máquinas rotatorias y en 1969 [13] explicó con la inclusión de un parámetro en el circuito equivalente del eje  $d$  (llamado *inductancia diferencial*), las discrepancias entre los cálculos de la corriente de campo y los datos medidos, para diferentes situaciones de funcionamiento de una máquina síncrona. Con esta importante aportación se alcanzó una representación más precisa de los circuitos del rotor, complementándose el circuito equivalente de la máquina síncrona.

Una representación exacta del efecto de las *corrientes de eddy* en el rotor de la máquina y de los devanados amortiguadores es prácticamente imposible de obtener. Para lograr cierta fidelidad, en su representación se necesita considerar circuitos equivalentes en dos ejes de orden superior [14]. Al incrementarse el número de ramas de amortiguamiento se incluyen más parámetros en los circuitos. Por ejemplo, los que consideran una rama contienen ocho parámetros en el eje  $d$  y cinco en el eje  $q$ . Ahora, cada rama que se añade para el eje  $d$  consiste de tres parámetros: una inductancia diferencial, una de dispersión, y una resistencia [14]. Es así que el número de parámetros que considera el circuito equivalente del eje  $d$  en función del número de ramas de amortiguamiento se expresa por la relación: *Número de parámetros en el eje  $d$*   $= 5 + 3n_d$ , donde  $n_d$  es el número de ramas de amortiguamiento en el eje  $d$ . Para el caso del eje  $q$ , cada rama que se añade incorpora sólo dos parámetros más, ya que no requiere de inductancia diferencial, debido a que no existe devanado de campo en el eje  $q$ . La relación entre parámetros y ramas de amortiguamiento se expresa por: *Número de parámetros en el eje  $q$*   $= 3 + 2n_q$ , donde  $n_q$  es el número de ramas de amortiguamiento en el eje  $q$ .

Una vez que se tiene la estructura de los circuitos equivalentes de la máquina síncrona, el problema inmediato es obtener los valores de los parámetros que lo constituyen. Distintas pruebas experimentales han sido implementadas para la determinación de estos parámetros. Un método convencional consiste en realizar pruebas de cortocircuito a la máquina trabajando en vacío [3]. Sin embargo, este tipo de pruebas no proporcionan información suficiente para

determinar los parámetros del circuito equivalente del eje  $q$ , los cuales son necesarios para una adecuada simulación en el análisis de la estabilidad de una máquina síncrona.

Otro procedimiento para identificar los parámetros de los circuitos equivalentes de la máquina síncrona está basado en la prueba de RVF con el rotor en reposo [3]. Algunas ventajas que presenta esta prueba son la posibilidad de obtener parámetros de ambos ejes, ya que el rotor se puede alinear con el eje directo y el de cuadratura. Así, es posible también identificar los parámetros del circuito equivalente del eje  $q$ . Además, como la prueba se puede realizar con la máquina desconectada de la red eléctrica y a niveles de excitación bajos, el riesgo de que sufra daños es menor comparado con otras pruebas.

Por las ventajas que ofrece, la prueba de RVF se utiliza comúnmente en la identificación paramétrica de circuitos equivalentes de la máquina síncrona. Sin embargo, la etapa de identificación constituye por sí sola un problema complicado. La función o índice de optimización, que describe el ajuste que se hace entre la respuesta que proporciona el circuito equivalente y los datos de observación, es de varias variables, cuyo número depende de cuantas ramas de amortiguamiento se consideren [2]. Los algoritmos clásicos de optimización utilizan métodos determinísticos para encontrar el valor mínimo de la función de optimización. Sin embargo, cuando se consideran circuitos equivalentes con más de una rama de amortiguamiento, la optimización ya no puede ser realizada sólo con estos métodos. Esto último obedece a la existencia de mínimos locales en la función de optimización, dependientes, como se mencionó, del número de ramas de amortiguamiento [15]. Ante esta situación se hace necesario incorporar nuevas herramientas para la solución de este problema. Gracias al desarrollo computacional de los últimos años es posible incorporar poderosos algoritmos genéticos y combinarlos con los determinísticos [2] para resolver problemas de identificación de circuitos equivalentes de orden superior. Esto aumenta la posibilidad de encontrar el mínimo global (solución correcta) para el problema de más de una rama de amortiguamiento.

Aunque se puede pensar que los circuitos equivalentes de orden superior junto con la identificación de sus parámetros representan la mejor manera de estudiar máquinas, esto no siempre es lo mejor. Los grandes sistemas de potencia involucran diversos elementos, entre ellos generadores síncronos. El funcionamiento de cada máquina síncrona está descrito por ecuaciones diferenciales que están asociadas al número de ramas de amortiguamiento que se consideran en los circuitos equivalentes. En el análisis de sistemas de potencia generalmente no es conveniente considerar circuitos equivalentes con varias ramas de amortiguamiento [16], ya que el número de ecuaciones diferenciales del sistema a resolver crece de manera importante, y la demanda de tiempo de cómputo es muy grande. Es por esto que resulta necesario encontrar circuitos equivalentes de bajo orden, que puedan incorporar de manera precisa el comportamiento electromagnético de la máquina síncrona. Los circuitos de orden superior tienen precisión, pero debido al número de ramas de amortiguamiento que incorporan no es posible cumplir con la condición de simplicidad.

Un circuito equivalente con una sola rama de amortiguamiento se propuso en [17], donde se consideran parámetros dependientes de la frecuencia, calculados a través del potencial magnético vectorial complejo, resultante de un modelo de elementos finitos definido en el dominio de la frecuencia. El análisis de elementos finitos es una herramienta poderosa que ha arrojado buenos

resultados en ingeniería eléctrica. Sin embargo, su implementación no es simple y requiere conocimiento especializado, incorporación y construcción de modelos complicados, además de equipo de cómputo robusto.

Un método alternativo para obtener circuitos equivalentes dependientes de la frecuencia se presenta en [18], donde las impedancias de los devanados de amortiguamiento y de los conductores masivos de la máquina son representadas por sistemas de orden medio. A pesar de que los resultados de ajuste de este modelo son buenos, existen discrepancias considerables entre los datos de prueba y los del modelo dependiente de la frecuencia. Esto puede indicar que es necesario un circuito más complicado para reproducir de manera precisa los datos de la prueba a la variación de frecuencia. Más aún, el circuito contiene una rama de amortiguamiento compleja, lo cual dificulta su incorporación en programas de simulación transitoria.

Dados los antecedentes anteriores, es posible identificar las áreas de trabajo que necesitan estudio: la conveniencia de conocer el impacto que el ruido existente en la prueba de RVF tiene sobre los resultados del proceso de identificación y determinar la confiabilidad de estos resultados cuando las mediciones contienen ruido. El ruido se presenta de manera aleatoria y en trabajos anteriores ha sido tomado en cuenta mediante una distribución de probabilidad uniforme [19, 20]. No existe confusión con el concepto de error de medición, en donde se presentan los errores con una distribución de probabilidad normal. El ruido no tiene tendencias, por esta razón en este trabajo se utiliza el mismo procedimiento que en [19, 20] para considerar los niveles de ruido que se llegan a tener en la práctica en la prueba de RVF de la máquina síncrona.

Así, en este trabajo se realiza un estudio completo de circuitos equivalentes de la máquina síncrona, que involucra la etapa de identificación paramétrica cuando existe ruido en los datos de la respuesta a la variación de la frecuencia. Lo anterior se lleva a cabo con distintos circuitos equivalentes de la máquina síncrona. Con los circuitos identificados se realizan simulaciones de un cortocircuito cuando la máquina síncrona está incorporada a un sistema máquina-bus infinito y operando inicialmente bajo carga, para de esta manera evaluar la precisión de las identificaciones y de los circuitos mismos. Para poder realizar el trabajo se cuenta con los datos de todos los elementos del sistema de potencia. De la máquina se conoce la información necesaria para poder llevar a cabo la identificación paramétrica.

### ***1.3 Objetivos***

1. Determinar el impacto que el ruido experimental surgido en los datos de la prueba de respuesta a la variación de frecuencia puede llegar a tener en el proceso de identificación de parámetros en circuitos equivalentes de dos ejes.
2. Implementar los circuitos equivalentes identificados para la simulación de una máquina síncrona y validar el modelo para una condición transitoria: cortocircuito cuando opera en un sistema máquina-bus infinito.

### ***1.4 Alcance y limitaciones***

Se evalúan distintos casos de incorporación de ruido de manera sintética, y se lleva a cabo la identificación paramétrica de los circuitos equivalentes de la máquina síncrona con parámetros constantes para obtener conclusiones del efecto que causa. Para la identificación paramétrica se dispuso de algoritmos determinísticos incorporados en MATLAB [21]. Las condiciones iniciales de búsqueda para todos los casos se tienen gracias a simulaciones realizadas previamente con algoritmos genéticos por el Dr. Niewierowicz [2]. Más aún, los estudios que aquí se realizan son posibles gracias a los distintos conjuntos de datos con los que se cuenta: los datos de observación de la prueba de RVF [4], los resultados de simulaciones con datos obtenidos de un modelo de elementos finitos previamente validado, de la condición de cortocircuito del conjunto máquina bus-infinito y los valores de los parámetros de los distintos elementos que están incluidos en el sistema máquina bus-infinito [5]. Así, se presenta un estudio de la máquina síncrona representada por circuitos equivalentes en dos ejes con parámetros constantes para condiciones transitorias, en donde se tienen claros dos aspectos: el impacto del ruido en la identificación paramétrica de circuitos equivalentes y cómo estos circuitos representan a la máquina en una situación práctica. No se contempla realizar otro tipo de estudios referentes a la dinámica de la máquina síncrona.

### ***1.5 Estructura de la tesis***

Este documento se encuentra organizado en 6 capítulos. En el primero se presentan la introducción, los objetivos, la justificación, el alcance, limitaciones de la tesis y las aportaciones. El segundo comprende la base teórica relativa a la máquina síncrona. En el tercer capítulo se exponen distintos aspectos de la respuesta a la variación de la frecuencia y los diversos tópicos que se utilizan para el desarrollo de las simulaciones numéricas. El concepto de ruido y la distribución de probabilidad uniforme que se utiliza para su implementación se abordan en el cuarto capítulo, además se presenta el estudio de identificación paramétrica que se realiza considerando ruido de distintos niveles, incluyendo un caso de ruido muy alto. En el quinto capítulo se presenta el estudio de cortocircuito con los tres distintos modelos de la máquina síncrona que consideran el caso más severo de ruido del capítulo anterior. Finalmente, las conclusiones se exponen en el sexto capítulo. En el anexo A se incluyen los métodos de optimización de Nelder-Mead y de resolución de ecuaciones diferenciales de Runge-Kutta de cuarto orden. En el anexo B se proporcionan los programas en Matlab de inclusión de ruido y de identificación con los estimadores de mínimos cuadrados y de máxima verosimilitud.

## ***1.6 Aportaciones***

- Se implementa un método de inclusión de ruido de manera sintética, utilizando una distribución de probabilidad uniforme. Los niveles de ruido son establecidos en el algoritmo por el usuario.
- Se presenta un estudio sistemático de análisis de tres pares de circuitos equivalentes de la máquina síncrona, cuando se incluye ruido en las funciones de transferencia de la respuesta a la variación de la frecuencia (utilizadas en la identificación paramétrica) y se analiza su efecto. Dos diferentes índices de optimización son utilizados en un caso de ruido muy alto para validar los resultados.
- Se analizan los tres pares de circuitos equivalentes identificados de la máquina síncrona en el apartado anterior, en una situación transitoria cuando la máquina trabaja bajo carga y conectada a una red eléctrica. Para ello se cuenta con datos de los elementos que constituyen la red. Se comparan los resultados de las simulaciones con datos obtenidos con un modelo de elementos finitos previamente validado y se analizan los resultados.



---

## **LA MÁQUINA SÍNCRONA**

La humanidad no puede considerar avances tecnológicos sin tomar en cuenta a los distintos tipos de energía. A lo largo de la historia, las grandes innovaciones tecnológicas siempre han estado en función de la disposición y utilización de la energía, la cual se encuentra disponible en distintas formas. Una de las maneras más práctica y segura de disponer de ella es sin duda en su forma eléctrica, comúnmente conocida como electricidad.

En la actualidad, es prácticamente imposible concebir nuestras vidas sin electricidad. La mayor parte de las actividades humanas giran en torno al consumo de energía eléctrica, desde encender un equipo de cómputo hasta la iluminación que se necesita cuando no existe suficiente luz natural. Más aún, la producción de todo lo que conforma el entorno humano es posible gracias a la energía eléctrica. Sin duda, la energía eléctrica constituye uno de los elementos más valiosos e imprime una óptima calidad de vida en el quehacer cotidiano del hombre.

Distintos recursos naturales son usados en la generación de energía eléctrica, desde los embalses de agua de grandes ríos, el petróleo, y el carbón, hasta la acción de las masas de viento y de elementos radioactivos. Cualquiera que sea la materia prima que se utilice, uno de los elementos más importantes involucrados en la generación de energía eléctrica es la máquina síncrona, que realiza el enlace entre los medios naturales de impulso y las terminales eléctricas de disposición energética.

En este capítulo se expone brevemente la teoría de máquinas eléctricas rotatorias que es necesaria para llevar a cabo el trabajo en esta tesis.

## 2.1 Descripción de una máquina síncrona

Las máquinas eléctricas rotatorias están constituidas principalmente por dos partes. La parte estacionaria, llamada estator y su contraparte móvil llamada rotor [22]. Estas dos partes están hechas de materiales ferromagnéticos para incrementar el acoplamiento de los campos magnéticos que interaccionan para su funcionamiento.

En la figura 2.1 se muestra un diagrama esquemático de la máquina síncrona en donde se pueden identificar distintos circuitos eléctricos representados por bobinas concentradas. En el estator se tienen tres bobinas las cuales representan las fases  $a$ ,  $b$  y  $c$ , separadas espacialmente  $120^\circ$  eléctricos entre ellas. En el rotor, existe una bobina que representa el devanado de campo. En las caras polares se pueden observar conductores que representan circuitos amortiguadores (circuitos adicionales al devanado de campo que se encuentran en el rotor), que se conectan en cortocircuito (entre sí) en los cabezales de la máquina. Esta conexión origina pares electromagnéticos como en la jaula de ardilla de un motor de inducción. Los pares sirven para aminorar las oscilaciones del rotor cuando se presentan perturbaciones transitorias.

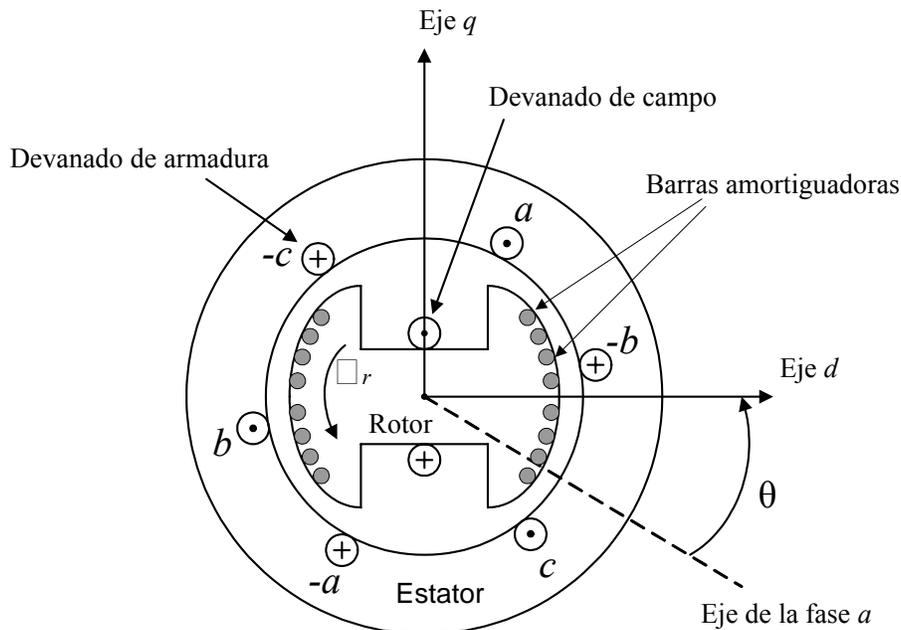


Figura 2.1 Esquema general de la máquina síncrona.

Un punto, indica una corriente saliendo de la hoja, mientras que una cruz indica una corriente entrando a la hoja

El estator consiste en un cuerpo cilíndrico hueco constituido por varias láminas superpuestas en una pila, creando surcos en su periferia interna. Estos surcos reciben el nombre de ranuras y su función es dar cabida a conductores eléctricos que constituyen los circuitos eléctricos del estator, llamados en conjunto *devanado de armadura* [9].

En el caso del rotor, la construcción del mismo depende de su velocidad de giro. Una máquina de alta velocidad, como por ejemplo los turbogeneradores utilizados en plantas termoeléctricas, necesita robustez mecánica en el rotor, ya que al aparecer intensas fuerzas centrífugas se pueden

presentar daños si se utilizarán polos salientes. El rotor en este caso está hecho de una sola pieza metálica sólida, y los polos quedan confinados en el cuerpo del rotor. A tal arreglo se le llama rotor de *polos lisos*.

En contraparte las máquinas de baja velocidad, como las utilizadas en plantas hidroeléctricas, requieren un número mayor de polos en el rotor, por lo que éstos se hacen de láminas sobrepuestas en pila al igual que el estator. Los polos quedan proyectados del cuerpo cilíndrico del rotor y reciben el nombre de *polos salientes*.

La máquina síncrona debe su nombre al hecho de que la velocidad mecánica de giro  $\eta$  del rotor (en revoluciones por minuto) es establecida por la frecuencia eléctrica  $f$  de su alimentación [9]. La relación entre estas dos cantidades es descrita por la ecuación (2.1), en función del número de polos  $P_l$ :

$$f = \frac{P_l \eta}{120} \quad (2.1)$$

El principio básico de funcionamiento de la máquina síncrona está basado en la Ley de Inducción de Faraday [8], la cual describe con precisión el fenómeno de inducción magnética. La expresión matemática se muestra a continuación:

$$e = -\frac{d\Psi}{dt} \quad (2.2)$$

La ecuación (2.2) establece que una *fuerza electromotriz*  $e$  estará presente si existe una variación en los encadenamientos de flujo magnético  $\Psi$ . El signo menos proviene de la regla de Lenz [8] la cual especifica la polaridad de  $e$ , que trata de oponerse a cualquier variación del flujo. La variación puede ser por el movimiento relativo de una bobina con respecto a un campo magnético estático, o una bobina estacionaria en presencia de un campo magnético variante en el tiempo. Por otra parte, la Ley de Ampere [8] establece que si existe una corriente circulante en un conductor, se tiene presente un campo magnético. En las máquinas eléctricas se tienen grupos de conductores o circuitos en los cuales fluyen corrientes eléctricas de tipo directa y alterna. Si se tiene que en un conductor está fluyendo corriente directa, entonces un campo magnético constante se establecerá alrededor del conductor. Si se tiene el caso con corriente alterna, el campo magnético será también alternante.

La conversión de energía del estado mecánico al eléctrico consiste en utilizar el movimiento que puede comunicar una fuente de energía mecánica al rotor, para inducir voltajes en las bobinas estacionarias del estator. Este proceso es llamado, como se menciona en el capítulo 1, *generación eléctrica*. A una máquina funcionando de manera opuesta, es decir, utilizando energía eléctrica para tener movimiento e impulsar cargas mecánicas se le llama motor.

## ***2.2 Ecuaciones fundamentales***

Cuando funciona como generador, el rotor de la máquina síncrona es puesto en movimiento a través de un medio externo como por ejemplo una turbina. A los conductores montados en el rotor se les conoce como *devanado de campo* [22], los cuales son excitados con corriente directa a través de una fuente externa. Para ello existen principalmente dos formas de alimentación:

- (a) Mediante corriente directa suministrada de manera externa a través de escobillas de carbón, las cuales hacen contacto a través de anillos colectores montados en la flecha del rotor.
- (b) Por medio de una fuente especial (excitatriz) montada directamente sobre la flecha del motor [9].

La excitación da lugar a un campo magnético constante que se encuentra montado y fijo en el rotor. Al entrar en movimiento el rotor, este campo magnético comienza a pasar periódicamente por el devanado de armadura. Con respecto a las bobinas estacionarias del devanado de armadura, el campo magnético presentará una variación en el tiempo y de acuerdo a la Ley de Faraday, aparecerá un voltaje inducido. Si se conecta una carga en las terminales de la armadura se ocasionará la presencia de corrientes, con lo que se inicia la conversión de energía mecánica a eléctrica.

El análisis del estado transitorio es un aspecto muy importante en el estudio de las máquinas rotatorias. Cualquier estado que altere las condiciones normales de operación de una máquina se puede considerar como disturbio. En una máquina síncrona después de ocurrir un disturbio, y dependiendo de la duración e intensidad del mismo, se tienen oscilaciones de tipo electromecánico en la flecha del rotor que pueden provocar daños. Para reducir dichas oscilaciones, se introducen devanados adicionales en el rotor, con el fin de que, durante el estado transitorio aparezcan corrientes y campos magnéticos que provoquen pares del tipo motor de inducción [22]. La inclusión de estos devanados es posible físicamente en rotores laminados y en los rotores sólidos de turbogeneradores. En estos últimos, corrientes aparecerán inducidas también en el cuerpo sólido y estarán distribuidas en todo el rotor.

La mayoría de las máquinas síncronas son trifásicas debido a las grandes ventajas que existen con esta disposición para la generación, transmisión y utilización. Por ello, en el estator están dispuestos tres devanados. En el rotor se tienen un devanado de campo y los devanados amortiguadores. La descripción matemática de una máquina síncrona se realiza partiendo de la Ley de Inducción de Faraday y la teoría de circuitos. En el desarrollo que se presenta a continuación se desprecian efectos de saturación magnética e histéresis. Se consideran a las bobinas como circuitos concentrados que representan a los circuitos reales, los cuales están distribuidos. Estos fenómenos se incorporan una vez que se ha establecido el modelo en 2 ejes [22].

En la figura 2.1 se pueden apreciar dos ejes, que yacen en posiciones particulares de la máquina. El eje  $d$ , llamado *directo*, está a lo largo del eje de la fuerza magnetomotriz del devanado de campo. El eje  $q$ , llamado *de cuadratura*, está  $90^\circ$  defasado del eje  $d$ , en la dirección de rotación [22]. La convención es arbitraria y se basa en la definición del IEEE la cual es ampliamente usada en estudio de máquinas eléctricas rotatorias [3].

Para efectos de análisis se puede suponer que los devanados amortiguadores se encuentran representados por dos circuitos, cuyos efectos están localizados en el eje  $d$  y el otro en el eje  $q$  [23]. Si es necesario se pueden añadir mas circuitos de este tipo en ambos ejes y obtener sin dificultad las ecuaciones en función del número de ramas de amortiguamiento  $n_d$  y  $n_q$ . Así, los circuitos del estator y rotor se toman en cuenta para comenzar a construir el conjunto de ecuaciones que describen el comportamiento eléctrico de la máquina.

Se utiliza la convención de motor, donde la dirección positiva de las corrientes del estator es cuando fluyen hacia adentro de las terminales eléctricas positivas de la armadura de la máquina. Además, también se considera en esta convención, que la dirección positiva de las corrientes de campo y circuitos amortiguadores es cuando fluyen hacia dentro de la máquina. Los tres circuitos de las fases del estator se denotan con los subíndices  $a$ ,  $b$  y  $c$ . El circuito de campo se denota con el subíndice  $fd$  y los amortiguadores con los subíndices  $kd$  y  $kq$ . Los voltajes en estos seis circuitos están expresados por las siguientes ecuaciones [23]:

$$e_a = \frac{d\Psi_a}{dt} + R_a i_a \quad (2.3)$$

$$e_b = \frac{d\Psi_b}{dt} + R_b i_b \quad (2.4)$$

$$e_c = \frac{d\Psi_c}{dt} + R_c i_c \quad (2.5)$$

$$e_{fd} = \frac{d\Psi_{fd}}{dt} + R_{fd} i_{fd} \quad (2.6)$$

$$0 = \frac{d\Psi_{kd}}{dt} + R_{kd} i_{kd} \quad (2.7)$$

$$0 = \frac{d\Psi_{kq}}{dt} + R_{kq} i_{kq} \quad (2.8)$$

Las ecuaciones (2.3) a la (2.8) describen completamente el comportamiento eléctrico de la máquina síncrona. Entre estos circuitos o bobinas se presenta un acoplamiento magnético, que se manifiesta a través de las inductancias propias y mutuas entre los diferentes circuitos. Debido a la variación de la reluctancia, algunas de las inductancias mutuas y propias varían con respecto a la posición espacial del rotor, es decir como se muestra en la figura 2.1 varían con respecto al ángulo  $\theta$ , que va del eje magnético de la fase  $a$  hacia el eje  $d$ .

### 2.3 Ecuaciones de flujo magnético e inductancias

La propiedad llamada inductancia está relacionada con un circuito magnético y eléctrico a través de su flujo magnético asociado y la corriente que lo produce. Esto puede ser expresado con la ecuación (2.9):

$$L = \frac{\Psi}{i} \quad (2.9)$$

Cuando se consideran dos bobinas arrolladas en un circuito magnético, cuyas corrientes circulantes son  $i_1$  e  $i_2$  respectivamente, se presenta una propiedad adicional llamada inductancia mutua. Aquí, la acción simultánea de ambas corrientes produce un flujo magnético común. De esta manera, se pueden considerar expresiones para los enlazamientos de flujo magnético de cada bobina:

$$\begin{aligned} \Psi_1 &= N_1 \Phi_T \\ \Psi_2 &= N_2 \Phi_T \end{aligned} \quad (2.10)$$

Donde  $N_1$  y  $N_2$  son el número de vueltas en cada bobina. El flujo magnético común se denota por  $\Phi_T$ . De acuerdo a la Ley de Ampere, la fuerza magnetomotriz total en este circuito magnético, es igual a:

$$\mathfrak{F}_{mmT} = N_1 i_1 + N_2 i_2 \quad (2.11)$$

En un circuito magnético se puede establecer una ecuación semejante a la Ley de Ohm en los circuitos eléctricos [9]. La ecuación (2.12) indica que la fuerza magnetomotriz es igual al producto del flujo magnético por la reluctancia del circuito magnético.

$$\mathfrak{F}_{mm} = \mathfrak{R} \Phi \quad (2.12)$$

La reluctancia es la oposición que se presenta en el circuito al paso del flujo magnético. Su valor depende de la geometría de la estructura magnética y de sus dimensiones. En las máquinas rotatorias se tiene este efecto principalmente en los entrehierros, aunque también se presenta reluctancia debido al material ferromagnético con que están hechos tanto la armadura como el rotor.

Las ecuaciones (2.11) y (2.12) se combinan para obtener el flujo magnético total del circuito. Una vez obtenido, con la ecuación (2.10) se pueden calcular los enlazamientos de flujo de las bobinas 1 y 2:

$$\begin{aligned} \Psi_1 &= \frac{N_1^2}{\mathfrak{R}} i_1 + \frac{N_1 N_2}{\mathfrak{R}} i_2 \\ \Psi_2 &= \frac{N_1 N_2}{\mathfrak{R}} i_1 + \frac{N_2^2}{\mathfrak{R}} i_2 \end{aligned} \quad (2.13)$$

Así, se pueden definir las inductancias propias de cada bobina junto con la inductancia mutua entre el par de bobinas. En la primera expresión de la ecuación (2.13), si se hace cero la corriente dos, la inductancia propia de la bobina 1 se obtiene utilizando la ecuación (2.9):

$$L_{1,1} = \frac{\Psi_1}{i_1} \Big|_{i_2=0} \quad (2.14)$$

Similarmente, la inductancia propia de la bobina 2 esta expresada por:

$$L_{2,2} = \frac{\Psi_2}{i_2} \Big|_{i_1=0} \quad (2.15)$$

La inductancia mutua entre las bobinas 1 y 2 está presente en ambas expresiones de la ecuación (2.13). Es el resultado del efecto que tiene el flujo magnético común que enlaza ambos circuitos y se define como:

$$L_{1,2} = \frac{\Psi_1}{i_2} \Big|_{i_1=0} = L_{2,1} = \frac{\Psi_2}{i_1} \Big|_{i_2=0} \quad (2.16)$$

El concepto de inductancias propias y mutuas se extiende fácilmente a cualquier número de circuitos que se considere. Cuando en una máquina síncrona se consideran seis circuitos eléctricos como en la figura 2.1 (las tres fases en el estator, el devanado de campo en el rotor y los dos devanados amortiguadores), el sistema de encadenamientos de flujo de estos circuitos, en función de inductancias y corrientes, se puede expresar de manera general como sigue [22]:

$$\Psi_a = L_{a,a}i_a + L_{a,b}i_b + L_{a,c}i_c + L_{a,fd}i_{fd} + L_{a,kd}i_{kd} + L_{a,kq}i_{kq} \quad (2.17)$$

$$\Psi_b = L_{b,a}i_a + L_{b,b}i_b + L_{b,c}i_c + L_{b,fd}i_{fd} + L_{b,kd}i_{kd} + L_{b,kq}i_{kq} \quad (2.18)$$

$$\Psi_c = L_{c,a}i_a + L_{c,b}i_b + L_{c,c}i_c + L_{c,fd}i_{fd} + L_{c,kd}i_{kd} + L_{c,kq}i_{kq} \quad (2.19)$$

$$\Psi_{fd} = L_{fd,a}i_a + L_{fd,b}i_b + L_{fd,c}i_c + L_{fd,fd}i_{fd} + L_{fd,kd}i_{kd} + L_{fd,kq}i_{kq} \quad (2.20)$$

$$\Psi_{kd} = L_{kd,a}i_a + L_{kd,b}i_b + L_{kd,c}i_c + L_{kd,fd}i_{fd} + L_{kd,kd}i_{kd} + L_{kd,kq}i_{kq} \quad (2.21)$$

$$\Psi_{kq} = L_{kq,a}i_a + L_{kq,b}i_b + L_{kq,c}i_c + L_{kq,fd}i_{fd} + L_{kq,kd}i_{kd} + L_{kq,kq}i_{kq} \quad (2.22)$$

En las ecuaciones anteriores el término  $L_{x,y}$  corresponde a las inductancias mutuas del circuito  $x$  y el circuito  $y$ . Cuando  $x$  es igual a  $y$  indica la inductancia propia, que corresponde al circuito en cuestión.

En la definición de las inductancias es necesario tener un conocimiento preciso del flujo magnético (ver ecuación 2.9). El flujo magnético que es producido por las corrientes individuales en los devanados de la máquina sigue una trayectoria definida que va desde el material ferromagnético del estator, cruza el entrehierro, pasa por el material ferromagnético del rotor y de regreso por el entrehierro, de manera tal que completa una trayectoria cerrada.

Así, la determinación de la reluctancia para el cálculo de inductancias se vuelve fundamental. La variación de la permeancia (que es el inverso de la reluctancia) depende de la forma del rotor [22], y se puede aproximar con la siguiente ecuación:

$$P = P_0 + P_2 \cos 2\nu = \frac{1}{\mathfrak{R}} \quad (2.23)$$

El primer término  $P_0$  toma en cuenta la permeancia constante a lo largo de todo el rotor, cuyo efecto sería el único si no existieran los polos salientes. Si el rotor se mantiene fijo y se inicia un recorrido alrededor de él a través del ángulo  $\nu$ , y además el inicio de este recorrido parte del eje longitudinal del rotor, se puede apreciar que cuando  $\nu = 0$  el entrehierro es mínimo, con ello la reluctancia es mínima y la permeancia será máxima. Este hecho queda reflejado con el segundo término en la ecuación (2.17), el cual indica una variación de doble frecuencia pues en un recorrido completo del ángulo  $\nu$  se pasa por los dos polos. El cálculo de flujo magnético ahora se puede llevar a cabo con la ecuación (2.12), una vez que se conoce la reluctancia y la fuerza magnetomotriz.

### 2.3.1 Fuerza magnetomotriz

Cuando se analiza la fase  $a$  del estator, representada por una bobina concentrada con  $N_a$  vueltas y espaciada  $180^\circ$  como se muestra en la figura 2.2, se puede observar mediante la Ley de Ampere, que la fuerza magnetomotriz es igual a los ampere-vueltas netos encerrados por una trayectoria. Así, para obtener la distribución de fuerza magnetomotriz del devanado, se puede elegir la trayectoria de integración como un sector circular que va incrementando su ángulo  $\gamma$ .

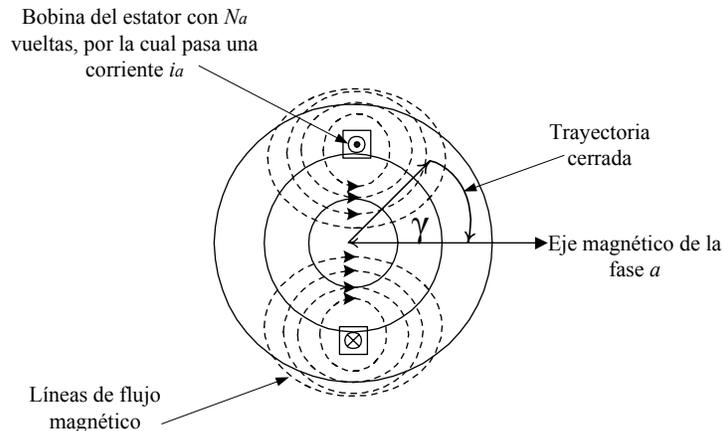


Figura 2.2 Devanado concentrado de la fase  $a$  en el estator

En la figura 2.3 se muestra la distribución de fuerza magnetomotriz obtenida de esta manera.

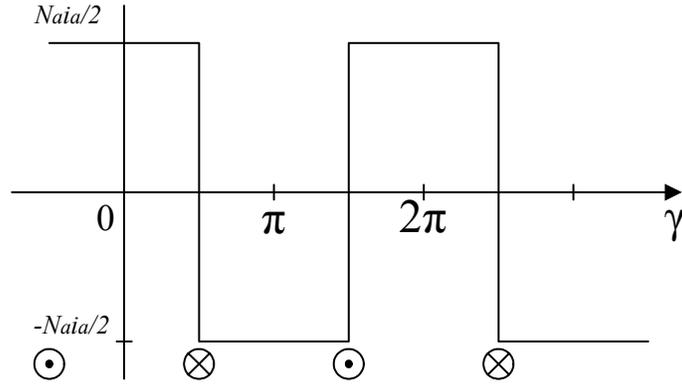


Figura 2.3 Distribución de fuerza magnetomotriz para una bobina concentrada

La forma de onda de la figura 2.3, corresponde a una onda cuadrada que por ser de tipo periódica puede ser descompuesta en una serie de Fourier [24], la cual, en el intervalo  $0 \leq \gamma \leq 2\pi$  está definida por [24]:

$$f(\gamma) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(\frac{n\pi}{p}\gamma\right) \quad (2.24)$$

Como  $p$  es el periodo de la onda (igual a  $2\pi$ ), se tiene que los coeficientes de Fourier están expresados por las integrales en las ecuaciones (2.25) y (2.26):

$$a_0 = \frac{2}{p} \int_0^p f(\gamma) d\gamma \quad (2.25)$$

$$a_n = \frac{2}{p} \int_0^p f(\gamma) \cos\left(\frac{n\pi}{p}\gamma\right) d\gamma \quad (2.26)$$

De manera que el coeficiente  $a_0$ , resulta en:

$$a_0 = \frac{2}{2\pi} \left[ \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{N_a i_a}{2} d\gamma + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \left(-\frac{N_a i_a}{2}\right) d\gamma + \int_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi} \frac{N_a i_a}{2} d\gamma \right] = 0 \quad (2.27)$$

Mientras que los coeficientes  $a_n$  están expresados como:

$$a_n = \frac{1}{\pi} \left[ \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{N_a i_a}{2} \cos\left(\frac{n\pi}{p}\gamma\right) d\gamma + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \left(-\frac{N_a i_a}{2}\right) \cos\left(\frac{n\pi}{p}\gamma\right) d\gamma + \int_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi} \frac{N_a i_a}{2} \cos\left(\frac{n\pi}{p}\gamma\right) d\gamma \right] \quad (2.28)$$

$$\begin{aligned}
a_n &= \frac{1}{\pi} \left[ \left\{ \frac{N_a i_a p}{2 n \pi} \operatorname{sen} \left( \frac{n \pi}{p} \gamma \right) \right\}_0^{\frac{\pi}{2}} - \left\{ \frac{N_a i_a p}{2 n \pi} \operatorname{sen} \left( \frac{n \pi}{p} \gamma \right) \right\}_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3}{2} \pi} + \left\{ \frac{N_a i_a p}{2 n \pi} \operatorname{sen} \left( \frac{n \pi}{p} \gamma \right) \right\}_{\frac{3}{2} \pi}^{2 \pi} \right] \\
a_n &= \frac{N_a i_a p}{2 n \pi^2} \left[ \operatorname{sen} \left( \frac{n}{2} \gamma \right)_0^{\frac{\pi}{2}} - \operatorname{sen} \left( \frac{n}{2} \gamma \right)_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3}{2} \pi} + \operatorname{sen} \left( \frac{n}{2} \gamma \right)_{\frac{3}{2} \pi}^{2 \pi} \right] \\
a_n &= \frac{N_a i_a}{n \pi} \left[ \operatorname{sen} \frac{n \pi}{4} - \operatorname{sen} \frac{3}{4} n \pi + \operatorname{sen} \frac{n \pi}{4} + \operatorname{sen}(n \pi) - \operatorname{sen} \frac{3}{4} n \pi \right] \\
a_n &= \frac{2 N_a i_a}{n \pi} \left[ \operatorname{sen} \frac{n \pi}{4} - \operatorname{sen} \frac{3}{4} n \pi \right] \tag{2.29}
\end{aligned}$$

La ecuación (2.29) es una expresión general y debe analizarse para los casos en que  $n$  toma valores pares e impares.

Para  $n$  impar, la expresión dentro del paréntesis cuadrado en la ecuación (2.29) es cero. Para  $n$  par, el valor de  $a_n$  debe analizarse cuidadosamente. Una inspección de la ecuación (2.29) muestra que no todos los valores de  $n$  pares brindan cero como resultado, por lo que sólo se tendrán valores diferentes de cero para  $a_2, a_6, a_{10}$ , etc. Esto puede ser expresado con la siguiente ecuación de recurrencia:

$$a_{2(2n-1)} = (-1)^{n+1} \frac{4 N_a i_a}{2(2n-1)\pi} \tag{2.30}$$

En la ecuación (2.30),  $n$  toma todos los valores enteros positivos excluyendo el cero. El término  $2(2n-1)$  proporciona el número correcto del índice de  $a$  y quedarán excluidos los valores impares como se había establecido antes. Además se contempla la alternancia en el signo menos.

De acuerdo con esto, la expresión completa para  $a_2$  se obtiene al sustituir  $n$  por uno:

$$a_2 = \frac{4 N_a i_a}{2 \pi} \tag{2.31}$$

Finalmente la expresión completa en series de Fourier de la forma de onda presentada en la figura 2.3 es:

$$f(\gamma) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{4 N_a i_a}{2(2n-1)\pi} \cos \frac{2n}{2} \gamma \tag{2.32}$$

La componente fundamental está dada entonces por:

$$\mathfrak{F}_{a1} = \frac{4 N_a i_a}{\pi} \cos \gamma \tag{2.33}$$

Si se desprecian las componentes armónicas, la fuerza magnetomotriz de la fase  $a$  tiene un comportamiento senoidal. La ecuación (2.33) se puede reescribir de la siguiente forma:

$$\mathfrak{F}_{a1} = KN_a i_a \cos \gamma \quad (2.34)$$

El valor pico de esta expresión es  $KN_a i_a$ . En la figura 2.4 se muestra la onda de fuerza magnetomotriz de la fase  $a$  y sus componentes en los ejes  $d$  y  $q$ .

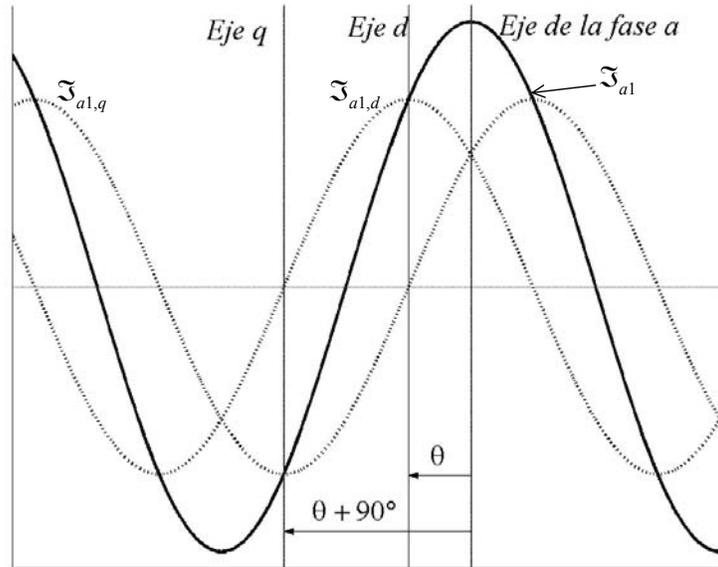


Figura 2.4 La fuerza magnetomotriz de la fase  $a$  y sus componentes

Así, las componentes de  $\mathfrak{F}_{a1}$  se expresan como:

$$\mathfrak{F}_{a1,d} = KN_a i_a \cos \theta \quad (2.35)$$

$$\mathfrak{F}_{a1,q} = -KN_a i_a \sin \theta \quad (2.36)$$

Al descomponer la fuerza magnetomotriz de la fase  $a$  se toma en cuenta el efecto que se presenta en los dos entrehierros, definidos por la geometría del rotor en los ejes  $d$  y  $q$ . Con esta descomposición se puede analizar de manera separada el flujo presente en cada uno de los dos ejes.

Se hace mención que en estado estable la suma de las tres fuerzas magnetomotrices en el estator crea como resultante una sola onda de fuerza magnetomotriz rotatoria que viaja a la velocidad síncrona [9]. Este es un concepto muy importante porque ilustra el mecanismo por el cual se establece la rotación en una máquina síncrona ya sea funcionando como generador o motor.

### 2.3.2 Inductancias propias del estator

La ecuación (2.12) establece que la fuerza magnetomotriz es igual al producto del flujo magnético por la reluctancia. Con ella se pueden tener las ecuaciones de flujo del entrehierro  $g$  para los ejes directo y de cuadratura, que para el caso de la fase  $a$  son:

$$\Phi_{ga,d} = (KN_a i_a \cos \theta) P_d \quad (2.37)$$

$$\Phi_{ga,q} = (-KN_a i_a \sin \theta) P_q \quad (2.38)$$

En las ecuaciones (2.37) y (2.38), los parámetros  $P_d$  y  $P_q$  son las permeancias de los ejes  $d$  y  $q$  respectivamente. Estas ecuaciones son las componentes del flujo magnético total, si éste se requiere explícitamente, se tiene que:

$$\Phi_{ga} = \Phi_{ga,d} \cos \theta - \Phi_{ga,q} \sin \theta \quad (2.39)$$

La ecuación (2.39) se refiere al flujo magnético que cruza el entrehierro. Cuando se sustituyen las ecuaciones (2.37) y (2.38) en la (2.39) se tiene lo siguiente:

$$\Phi_{ga} = (KN_a i_a \cos \theta) P_d \cos \theta - (-KN_a i_a \sin \theta) P_q \sin \theta \quad (2.40)$$

$$\Phi_{ga} = KN_a i_a (P_d \cos^2 \theta + P_q \sin^2 \theta) \quad (2.41)$$

$$\Phi_{ga} = KN_a i_a \left( \frac{P_d + P_q}{2} + \frac{P_d - P_q}{2} \cos 2\theta \right) \quad (2.42)$$

Con la ecuación (2.42) se puede calcular finalmente el término  $L_{a,a}$  inductancia propia de la fase  $a$  correspondiente o debido al flujo que cruza el entrehierro:

$$L_{ga,a} = \frac{N_a \Phi_{ga}}{i_a} \quad (2.43)$$

$$L_{ga,a} = N_a^2 K \left( \frac{P_d + P_q}{2} + \frac{P_d - P_q}{2} \cos 2\theta \right) = L_0 + L_{00} \cos 2\theta \quad (2.44)$$

Cuando se considera el flujo de dispersión que no cruza el entrehierro, aparece la inductancia  $L_{al}$ , y la inductancia propia queda formada de la siguiente manera:

$$L_{a,a} = L_{al} + L_0 + L_{00} \cos 2\theta = L_{a0} + L_{00} \cos 2\theta \quad (2.45)$$

Las fases  $b$  y  $c$ , están desplazadas  $120^\circ$  y  $240^\circ$  respectivamente, por lo que sus inductancias quedan expresadas como [22]:

$$L_{b,b} = L_{a0} + L_{00} \cos 2\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (2.46)$$

$$L_{c,c} = L_{a0} + L_{00} \cos 2\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (2.47)$$

### 2.3.3 Inductancias mutuas del estator

La inductancia mutua entre las fases del estator exhibe también una variación del doble de frecuencia debida a la forma del rotor. Sin embargo, su valor máximo lo alcanza cuando ambos polos están equidistantes del centro de las dos fases de que se trata.

Por ejemplo,  $\ell_{a,b}$  tiene su máximo cuando  $\theta = -30^\circ$  o  $\theta = 150^\circ$ . Entonces se evalúa el flujo que cruza el entrehierro y que enlaza a la fase  $b$  cuando se excita solamente la fase  $a$ . El ángulo  $\theta$  se reemplaza por  $(\theta - 2\pi/3)$  en la ecuación (2.39):

$$\Phi_{gb,a} = \Phi_{ga,d} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) - \Phi_{ga,q} \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (2.48)$$

$$\Phi_{gb,a} = KN_a i_a \left[ P_d \cos\theta \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + P_q \sin\theta \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \right] \quad (2.49)$$

$$\Phi_{ga} = KN_a i_a \left( -\frac{P_d + P_q}{4} + \frac{P_d - P_q}{2} \cos\left(2\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \right) \quad (2.50)$$

La inductancia mutua entre las fases  $a$  y  $b$  debida al flujo del entrehierro es entonces:

$$L_{gb,a} = \frac{N_a \Phi_{gb,a}}{i_a} \quad (2.51)$$

tal que:

$$L_{gb,a} = -\frac{1}{2}L_0 + L_{ab0} \cos\left(2\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (2.52)$$

También existe un flujo de dispersión en las fases, el cual no cruza el entrehierro y es constante. Si la inductancia que este flujo ocasiona se adiciona a la ecuación (2.52), la expresión final de la inductancia mutua entre las fases  $a$  y  $b$  se puede escribir como:

$$L_{a,b} = L_{b,a} = -L_{ab} + L_{ab0} \cos\left(2\theta - \frac{2\pi}{3}\right) = -L_{ab} - L_{ab0} \cos\left(2\theta + \frac{\pi}{3}\right) \quad (2.53)$$

Similarmente para los casos restantes:

$$L_{b,c} = L_{c,b} = -L_{ab} - L_{ab0} \cos(2\theta - \pi) \quad (2.54)$$

$$L_{c,a} = L_{a,c} = -L_{ab} - L_{ab0} \cos\left(2\theta - \frac{\pi}{3}\right) \quad (2.55)$$

### ***2.3.4 Inductancias mutuas entre el rotor y el estator***

El acoplamiento entre el devanado de campo y una de las fases del estator, por ejemplo la  $a$ , es máximo cuando el ángulo de separación entre ellas es cero, al desplazarse la bobina de campo a  $90^\circ$  defasada de la posición anterior se tiene el menor acoplamiento. Esto exhibe un comportamiento de tipo senoidal con lo cual se describen las ecuaciones de inductancias mutuas entre estator y devanado de campo:

$$L_{a,fd} = L_{afd} \cos \theta \quad (2.56)$$

$$L_{a,kd} = L_{akd} \cos \theta \quad (2.57)$$

$$L_{a,kq} = L_{akq} \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = -L_{akq} \sin \theta \quad (2.58)$$

Para considerar el acoplamiento del circuito de campo con la fase  $b$ , se sustituye  $\theta$  por  $(\theta - 2\pi/3)$  y para la fase  $c$ , se sustituye  $\theta$  por  $(\theta + 2\pi/3)$ .

### ***2.3.5 Inductancias propias del rotor***

La variación de la permeancia vista desde el rotor es constante si se desprecia el efecto de las ranuras del estator. Como consecuencia, la inductancia propia del devanado de campo es constante.

$$L_{fd,fd} = L_{ffd} \quad (2.59)$$

Las inductancias propias de los circuitos de amortiguadores de los ejes  $d$  y  $q$  también son constantes.

$$L_{kd,kd} = L_{kkd} \quad (2.60)$$

$$L_{kq,kq} = L_{kkq} \quad (2.61)$$

### 2.3.6 Inductancias mutuas del rotor

Finalmente el acoplamiento entre los circuitos del rotor, solamente se presenta entre el campo y el devanado amortiguador en el eje  $d$ . El circuito amortiguador en el eje  $q$  no tiene acoplamiento con el amortiguador en el eje  $d$  ni con el campo. De esta manera se puede enunciar lo siguiente:

$$L_{fd,kq} = 0 \quad (2.62)$$

$$L_{kd,kq} = 0 \quad (2.63)$$

$$L_{fd,kd} = L_{fkd} \quad (2.64)$$

Con esto se concluye el análisis de la variación de las distintas inductancias presentes en el sistema de corrientes-enlazamientos de flujo magnético, que representa a la máquina síncrona. El sistema (2.17) a (2.22), con las distintas inductancias en función de la posición del rotor  $\theta$ , queda expresado de la siguiente manera [22]:

$$\begin{aligned} \Psi_a = & i_a [L_{a0} + L_{00} \cos 2\theta] - i_b \left[ L_{ab} + L_{ab0} \cos(2\theta + \frac{\pi}{3}) \right] - i_c \left[ L_{ab} + L_{ab0} \cos(2\theta - \frac{\pi}{3}) \right] \\ & + i_{fd} L_{afd} \cos \theta + i_{kd} L_{akd} \cos \theta - i_{kq} L_{akq} \sin \theta \end{aligned} \quad (2.65)$$

$$\begin{aligned} \Psi_b = & -i_a \left[ L_{ab} + L_{ab} \cos(2\theta + \frac{\pi}{3}) \right] + i_b \left[ L_{a0} + L_{00} \cos 2(\theta - \frac{2\pi}{3}) \right] - i_c [L_{ab} + L_{ab0} \cos(2\theta - \pi)] \\ & + i_{fd} L_{afd} \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) + i_{kd} L_{akd} \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) - i_{kq} L_{akq} \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \end{aligned} \quad (2.66)$$

$$\begin{aligned} \Psi_c = & -i_a \left[ L_{ab} + L_{ab0} \cos(2\theta - \frac{\pi}{3}) \right] - i_b [L_{ab} + L_{ab0} \cos(2\theta - \pi)] + i_c \left[ L_{a0} + L_{00} \cos 2(\theta + \frac{\pi}{3}) \right] \\ & + i_{fd} L_{afd} \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) + i_{kd} L_{akd} \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) - i_{kq} L_{akq} \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \end{aligned} \quad (2.67)$$

$$\Psi_{fd} = i_a L_{afd} \cos \theta + i_b L_{afd} \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) + i_c L_{afd} \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) + L_{ffd} i_{fd} + L_{fkd} i_{kd} \quad (2.68)$$

$$\Psi_{kd} = i_a L_{akd} \cos \theta + i_b L_{akd} \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) + i_c L_{akd} \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) + L_{fkd} i_{fd} + L_{kkd} i_{kd} \quad (2.69)$$

$$\Psi_{kq} = i_a L_{akq} \cos \theta + i_b L_{akq} \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) + i_c L_{akq} \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) + L_{kkq} i_{kq} \quad (2.70)$$

Las ecuaciones anteriores contienen términos variantes de  $\theta$ , la posición del rotor, lo cual complica su solución. Fue precisamente esta dificultad la que llevó al desarrollo de la transformación  $dq0$  para poder simplificar el problema.

En efecto, los cálculos se facilitan si se realiza una transformación de las variables físicas asociadas al estator, a un marco de referencia que gira con el rotor. Esta transformación se conoce como  $dq0$  [12] y permite hacer un análisis en un marco de referencia fijo al rotor, introduciendo variables asociadas a circuitos ficticios del estator localizados en los ejes  $d$  y  $q$ .

Al utilizar la transformación  $dq0$  en el conjunto de ecuaciones (2.65) a la (2.70), se obtiene un conjunto de ecuaciones equivalente, cuyos términos son ahora constantes, y que pueden separarse en dos sistemas de ecuaciones, uno para el eje  $d$  y otro para el eje  $q$ .

## 2.4 La transformación $dq0$

En este trabajo se utiliza la transformación de Adkins [23] para simplificar la solución de las ecuaciones (2.3) a la (2.8). La matriz de transformación de corrientes reales del marco de referencia del estator al de variables ficticias del rotor es:

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \sin \theta & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (2.71)$$

Para obtener la matriz de transformación de voltajes, se considera que la potencia en el estator del sistema original es la misma que en la máquina equivalente. En forma de ecuación se tiene que:

$$V_{dq0}^T I_{dq0} = V_{abc}^T I_{abc} \quad (2.72)$$

Cuando se sustituye (2.71) en (2.72) se encuentra la siguiente relación:

$$V_{dq0} = \left\{ \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \sin \theta & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}^{-1} \right\}^T V_{abc} \quad (2.73)$$

que puede escribirse después de la inversión de la matriz especificada como:

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \sin \theta & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} \quad (2.74)$$

La transformación establece la existencia de dos devanados, 90 grados separados uno del otro y girando a la misma velocidad que el rotor. Además la posición de los devanados es tal que sus ejes magnéticos coinciden con el eje directo y el de cuadratura.

Para tomar en cuenta la relación del número de vueltas se considera la ecuación de la fuerza magnetomotriz del devanado equivalente del eje directo, la cual está dada por la siguiente ecuación:

$$\mathfrak{F}_{mm,d} = KN_a i_d \quad (2.75)$$

Esta misma fuerza magnetomotriz en función de las corrientes de las fases,  $a$ ,  $b$  y  $c$ :

$$\mathfrak{F}_{mm,d} = KN_a \left( i_a \cos \theta + i_b \cos(\theta - \frac{2}{3}\pi) + i_c \cos(\theta + \frac{2}{3}\pi) \right) \quad (2.76)$$

De esta manera, se observa que el sistema trifásico original es sustituido por un sistema bifásico equivalente que gira a la misma velocidad que el rotor.

En la ecuación (2.71) se observa la presencia de la corriente  $i_0$ . Para tener una consistencia desde el punto de vista matemático, cuando se transforma de un sistema de referencia a otro, es necesario tener tres ecuaciones en la matriz de transformación. Cuando se incluye esta tercera ecuación se alcanza la consistencia. La corriente  $i_0$  bajo condiciones balanceadas es cero y está directamente relacionada con la componente de secuencia cero en la teoría de componentes simétricas [11]. Existen otras matrices de transformación igualmente válidas [25]. Sin embargo, la ventaja que se ha encontrado al utilizar la transformación de Adkins es que puede combinarse eficientemente con el Método del Elemento Finito [6].

La relación resistiva entre los circuitos del marco de referencia  $abc$  al  $dq0$  está dada por la siguiente expresión en unidades reales:

$$R_d = R_q = \frac{2}{3} R_a \quad (2.77)$$

Aquí  $R_a$  es la resistencia en ohms de una de las fases de la máquina original. Este es un resultado de las transformaciones (2.71) y (2.74). Un aspecto importante que se considera en el estudio de máquinas eléctricas es el sistema en por unidad.

## 2.5 El sistema en por unidad

El sistema en por unidad que se considera en este trabajo se establece considerando que la potencia de referencia debe ser la misma tanto en la máquina original como en la máquina equivalente. Esto es, de manera explícita [22]:

$$3I_a^b V_a^b = 2I_d^b V_d^b \quad (2.78)$$

donde:

- $V_a^b$  = Voltaje base en la fase a de la máquina original
- $I_a^b$  = Corriente base en la fase a de la máquina original
- $V_d^b$  = Voltaje base en la máquina equivalente
- $I_d^b$  = Corriente base en la máquina equivalente

Para tener completamente definidos los valores base en el estator de la máquina equivalente se establece que los voltajes son iguales en la máquina original y en la equivalente:

$$V_a^b = V_d^b \quad (2.79)$$

Con las ecuaciones (2.78) y (2.79) se encuentran las ecuaciones que definen las bases de la corriente y de la impedancia en el estator, son:

$$I_d^b = \frac{3}{2} I_a^b \quad (2.80)$$

y

$$Z_a^b = \frac{V_a^b}{I_a^b} = \frac{3}{2} \frac{V_d^b}{I_d^b} = \frac{3}{2} Z_d^b \quad (2.81)$$

Como existe acoplamiento magnético entre los devanados del rotor y del estator, se pueden seleccionar los valores base de las cantidades del rotor como sigue:

$$V_{ri}^b = N_{di} V_d^b \quad (2.82)$$

$$I_{ri}^b = \frac{I_d^b}{N_{di}} \quad (2.83)$$

$$Z_{ri}^b = \frac{V_{ri}^b}{I_{ri}^b} \quad (2.84)$$

El subíndice  $i$  se refiere al devanado  $i$ -ésimo del rotor, como por ejemplo el devanado de campo. El parámetro  $N_{di}$  es la relación de vueltas efectivas entre el devanado  $ri$  y el devanado del estator equivalente del eje directo. Las ecuaciones (2.82) a la (2.84) son generales y establecen que la potencia base en todos los circuitos del rotor es idéntica. La única cantidad no definida es la relación de vueltas  $N_{di}$ .

Se determina la relación de vueltas de la siguiente manera: se establece que los distintos conductores del rotor operen bajo condiciones de circuito abierto, aún cuando las corrientes en el estator sean capaces de inducir en la realidad corrientes en los circuitos amortiguadores del rotor. Si se excita únicamente el devanado del eje directo y con el rotor estacionario, es posible obtener los encadenamientos de flujo  $\Psi_f$  en el devanado de campo y calcular la inductancia mutua entre ellos mediante la corriente  $i_d$  en el devanado del estator del eje directo:

$$L_{df} = \frac{\Psi_f}{i_d} \quad (2.85)$$

El voltaje que se genera en el devanado de campo por una corriente senoidal en el devanado del estator del eje directo, cuando todos los circuitos en el rotor se suponen abiertos, está dado por:

$$\tilde{V}_f = j\omega L_{df} \tilde{I}_d \quad (2.86)$$

El voltaje suministrado al devanado del eje directo se puede expresar como:

$$\tilde{V}_d = \tilde{I}_d R_d + j\omega \tilde{\Psi}_d \quad (2.87)$$

donde:

$$\tilde{\Psi}_d = L_{dd} i_d = (L_a + L_{md}) i_d \quad (2.88)$$

Aquí,  $L_{dd}$  es la inductancia propia del devanado del eje directo, que es la suma de la inductancia de magnetización  $L_{md}$  y la de dispersión  $L_a$  [26]. El producto  $L_{md} i_d$  se relaciona con el flujo magnético que eslabona al devanado de campo y al devanado del estator del eje directo simultáneamente. Con base en esto último se define el siguiente voltaje:

$$\tilde{V}_d' = j\omega (L_{dd} - L_a) \tilde{I}_d \quad (2.89)$$

La teoría clásica de transformadores [25] da la relación que existe entre  $\tilde{V}_d'$  y  $\tilde{V}_f$ :

$$\frac{\tilde{V}_f}{\tilde{V}_d'} = \frac{N_f}{N_d} = N_{df} \quad (2.90)$$

Donde  $N_f$  es el número de vueltas efectivas del devanado de campo,  $N_d$  es el número de vueltas efectivas del devanado del estator del eje directo y  $N_{df}$  es la relación de vueltas efectivas entre ambos devanados. Cuando se combinan las ecuaciones (2.86), (2.89) y (2.90) se obtiene la definición deseada:

$$N_{df} = \frac{L_{df}}{L_{dd} - L_a} \quad (2.91)$$

## 2.6 Las ecuaciones de la máquina síncrona en el marco de referencia $dq0$

Cuando se aplica la transformación de Adkins, las ecuaciones (2.65) a la (2.70) se pueden reescribir como sigue:

$$\begin{bmatrix} \Psi_d \\ \Psi_f \\ \Psi_{kd} \\ \Psi_q \\ \Psi_{kq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{md} + L_a & L_{md} & L_{md} & 0 & 0 \\ L_{md} & L_{md} + L_f + L_{kf1} & L_{md} + L_{kf1} & 0 & 0 \\ L_{md} & L_{md} + L_{kf1} & L_{md} + L_{kd} + L_{kf1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_{mq} + L_a & L_{mq} \\ 0 & 0 & 0 & L_{mq} & L_{mq} + L_{kq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_f \\ i_{kd} \\ i_q \\ i_{kq} \end{bmatrix} \quad (2.92)$$

Este sistema de ecuaciones presenta las relaciones de corrientes y flujos magnéticos en el marco de referencia  $dq0$ . Una observación importante es que en este conjunto de ecuaciones está considerado el parámetro  $L_{kf1}$ , con el cual se obtienen valores más precisos de las corrientes de campo en las simulaciones de una máquina síncrona [13]. Este parámetro, permite que la inductancia mutua entre el devanado de campo y los devanados amortiguadores sea distinta a la inductancia mutua entre el devanado de armadura y los devanados del rotor, y fue un concepto introducido por Canay [13]. La figura 2.5 muestra esquemáticamente la distribución de los flujos de dispersión y mutuos que están presentes para los devanados del eje  $d$ .

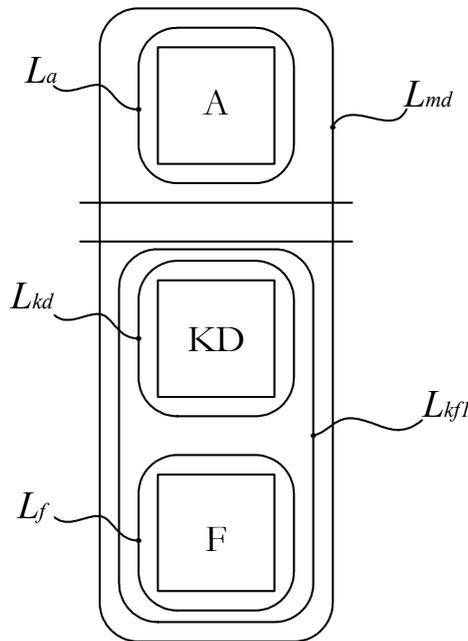


Figura 2.5 Diagrama de los distintos flujos de los circuitos del eje  $d$ , de una máquina síncrona

En la figura 2.5 las inductancias de dispersión de armadura, del devanado de campo y del devanado amortiguador en el eje directo, se denotan por  $L_a$ ,  $L_f$ ,  $L_{kd}$  respectivamente. La inductancia de magnetización es  $L_{md}$ , mientras que la inductancia diferencial, la cual representa el acoplamiento entre devanados del rotor es  $L_{kf1}$ .

La deducción de los circuitos equivalentes, a partir de la representación de los distintos flujos magnéticos en la teoría de los dos ejes, no es difícil de lograr [27]. El análisis puede extenderse para cualquier número de ramas de amortiguamiento.

En el caso del eje  $q$ , el análisis es más sencillo, pues no está presente el circuito de campo y sólo se tienen dos circuitos, el de la armadura y el del amortiguador.

De manera matricial, la ecuación (2.92) puede ser escrita como:

$$[\tilde{\Psi}] = [L][\tilde{i}] \quad (2.93)$$

que a su vez puede reescribirse de la siguiente manera:

$$[\tilde{i}] = [L]^{-1}[\tilde{\Psi}] \quad (2.94)$$

cuyo desarrollo explícito está dado por:

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_f \\ i_{kd} \\ i_q \\ i_{kq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{1d} & y_{4d} & y_{5d} & 0 & 0 \\ y_{4d} & y_{2d} & y_{6d} & 0 & 0 \\ y_{5d} & y_{6d} & y_{3d} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & y_{1q} & y_{3q} \\ 0 & 0 & 0 & y_{3q} & y_{2q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_d \\ \Psi_f \\ \Psi_{kd} \\ \Psi_q \\ \Psi_{kq} \end{bmatrix} \quad (2.95)$$

donde las admitancias  $y_{id}$  y  $y_{iq}$  son el resultado de invertir la matriz  $L$ . Los voltajes en el marco de referencia  $dq0$  se obtienen de transformar las ecuaciones (2.3) a la (2.8) con la (2.74):

$$e_d = \frac{d}{dt} \Psi_d + \omega_0 \Psi_q - \left( \frac{d}{dt} \delta \right) \Psi_q + i_d R_a \quad (2.96)$$

$$e_q = \frac{d}{dt} \Psi_q - \omega_0 \Psi_d + \left( \frac{d}{dt} \delta \right) \Psi_d + i_q R_a \quad (2.97)$$

$$e_f = \frac{d}{dt} \Psi_f + i_f R_f \quad (2.98)$$

$$0 = \frac{d}{dt} \Psi_{kd} + i_{kd} R_{kd} \quad (2.99)$$

$$0 = \frac{d}{dt} \Psi_{kq} + i_{kq} R_{kq} \quad (2.100)$$

donde  $\omega_0$  es la velocidad síncrona y  $\delta$  es la posición del rotor con respecto a una referencia que gira a la velocidad síncrona como se detalla en la sección 2.7.

De este último grupo de ecuaciones, se pueden despejar los términos de las derivadas de los distintos flujos magnéticos:

$$\frac{d}{dt} \Psi_d = e_d - \omega_0 \Psi_q + \left( \frac{d}{dt} \delta \right) \Psi_q - i_d R_a \quad (2.101)$$

$$\frac{d}{dt} \Psi_f = e_f - i_f R_f \quad (2.102)$$

$$\frac{d}{dt} \Psi_{kd} = -i_{kd} R_{kd} \quad (2.103)$$

$$\frac{d}{dt} \Psi_q = e_q + \omega_0 \Psi_d - \left( \frac{d}{dt} \delta \right) \Psi_d - i_q R_a \quad (2.104)$$

$$\frac{d}{dt} \Psi_{kq} = -i_{kq} R_{kq} \quad (2.105)$$

Sustituyendo las ecuaciones del sistema (2.95) en (2.101) a la (2.105), y tomando la convención  $\frac{d}{dt} \Psi = \dot{\Psi}$ , se tiene que:

$$\begin{bmatrix} \dot{\Psi}_d \\ \dot{\Psi}_f \\ \dot{\Psi}_{kd} \\ \dot{\Psi}_q \\ \dot{\Psi}_{kq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -y_{1d} R_a & -y_{4d} R_a & -y_{5d} R_a & -\omega_0 & 0 \\ -y_{4d} R_a & -y_{2d} R_a & -y_{6d} R_a & 0 & 0 \\ -y_{5d} R_a & -y_{6d} R_a & -y_{3d} R_a & 0 & 0 \\ \omega_0 & 0 & 0 & -y_{1q} R_a & -y_{3q} R_a \\ 0 & 0 & 0 & -y_{3q} R_a & -y_{2q} R_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_d \\ \Psi_f \\ \Psi_{kd} \\ \Psi_q \\ \Psi_{kq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\delta} \Psi_q + e_d \\ 0 \\ 0 \\ -\dot{\delta} \Psi_d + e_q \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_m \\ e_f \end{bmatrix} \quad (2.106)$$

Esta ecuación tiene la forma canónica [28]  $\dot{x} = Ax + f(x) + Bu$  que puede resolverse con técnicas estándares como el método de Runge-Kutta [24].

Las ecuaciones de voltaje del eje  $d$  pueden obtenerse de un circuito equivalente. Dicho circuito, con una rama de amortiguamiento, se muestra en la figura 2.6.

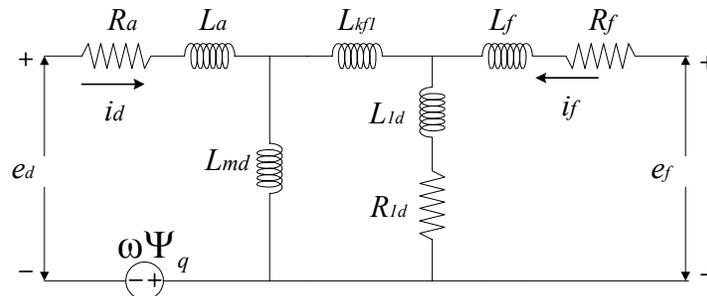


Figura 2.6 Circuito equivalente del eje  $d$  de una máquina síncrona con una rama de amortiguamiento

El circuito del eje  $q$  en la figura 2.7, es más simple al no contener la inductancia diferencial  $L_{kfl}$  ni el devanado de campo.

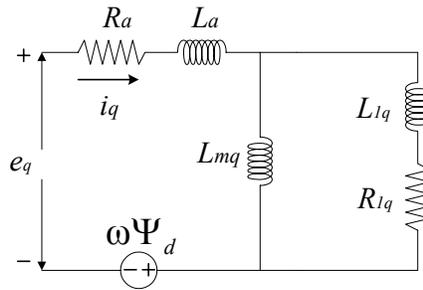


Figura 2.7 Circuito equivalente del eje  $q$  de una máquina síncrona con una rama de amortiguamiento

Aunque se muestran solamente los circuitos equivalentes para una rama de amortiguamiento, se hace énfasis en que las ecuaciones para circuitos de orden superior se pueden obtener con el mismo procedimiento.

## 2.7 La ecuación de oscilación

Una máquina síncrona impulsada por una turbina constituye un sistema en rotación desde el punto de vista mecánico. Para incorporar la dinámica del rotor, y establecer la ecuación dinámica del sistema deben considerarse las leyes mecánicas de la rotación de un cuerpo.

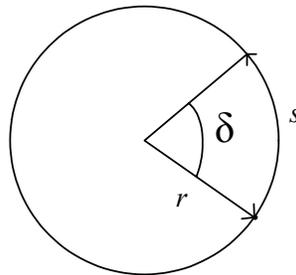


Figura 2.8 Medición de un ángulo en radianes

El movimiento de rotación de una masa se puede expresar por el desplazamiento angular de un punto de la masa situado a una distancia  $r$  del eje de rotación. Un ángulo cuando se expresa en radianes, es el cociente del arco definido por el ángulo entre el radio de la circunferencia [29], como se muestra en la figura 2.8. Así:

$$\delta = \frac{s}{r} \quad (2.107)$$

donde:

$\delta$  = desplazamiento angular en radianes

$s$  = longitud de arco

$r$  = radio del círculo

Como  $\delta$  es la posición angular, la velocidad angular se expresa como la derivada en el tiempo de la posición, por lo que [22]:

$$\omega = \frac{d}{dt} \delta \text{ [rad/s]} = \dot{\delta} \quad (2.108)$$

Y la aceleración angular se expresa como la segunda derivada de la posición angular o la derivada de la velocidad angular [22]:

$$\alpha = \frac{d}{dt} \omega = \frac{d^2}{dt^2} \delta \text{ [rad/s}^2\text{]} = \ddot{\delta} \quad (2.109)$$

La segunda ley de Newton [22] para movimiento angular queda expresada como sigue:

$$I\alpha = T \quad (2.110)$$

donde:

$I$  = momento de inercia del rotor de la máquina síncrona y las masas de la turbina

$\alpha$  = aceleración angular de la máquina

$T = (T_m - T_e)$  = par neto de aceleración ejercido sobre la masa total

El término  $T$  es la diferencia entre el par mecánico  $T_m$  ejercido por la turbina, y el par electromagnético  $T_e$  de la máquina síncrona. Así, la ecuación (2.110) queda expresada de la siguiente manera para un generador síncrono que sólo considera una masa:

$$I \ddot{\delta} = I \frac{d^2}{dt^2} \delta = T_m - T_e \quad (2.111)$$

Existe una relación que involucra el producto  $I\omega$  y la constante de inercia  $H$ , la cual es ampliamente utilizada para realizar estudios de estabilidad [22]. La constante de inercia se define por:

$$H = \frac{\text{energía cinética almacenada en megajoules a la velocidad síncrona}}{\text{capacidad de la máquina en MVA}}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} I \omega_0^2}{S_{maq}} \quad (2.112)$$

El momento de inercia, en función de la constante de inercia, queda expresado entonces como:

$$I = \frac{2H}{\omega_0^2} S_{maq} \quad (2.113)$$

Cuando se sustituye (2.113) en (2.111) se tiene la siguiente expresión:

$$\frac{2H}{\omega_0^2} S_{maq} \frac{d}{dt} \omega = (T_m - T_e) \quad (2.114)$$

Ordenando términos se tiene que:

$$2H \frac{d}{dt} \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right) = \frac{T_m - T_e}{S_{maq} / \omega_0} \quad (2.115)$$

La ecuación (2.115) se encuentra normalizada y recibe el nombre de *ecuación de oscilación* [11, 22, 29], la cual es muy importante para describir el movimiento del rotor. La ecuación (2.115), tomando en cuenta que está en por unidad, se puede escribir de la siguiente manera:

$$\frac{d}{dt} \omega = \frac{\omega_0}{2H} (T_m - T_e) = -\frac{d^2}{dt^2} \delta \quad (2.116)$$

para la cual se tienen las siguientes definiciones:

$T_m$  = Par mecánico

$T_e$  = Par electromagnético

$H$  = Constante de inercia

$\omega$  = Velocidad angular mecánica del rotor

$\omega_0$  = Velocidad síncrona

Además  $\delta$  es la posición angular del rotor de la máquina, medida con respecto a una referencia que gira a la velocidad síncrona (ver fig.2.9).

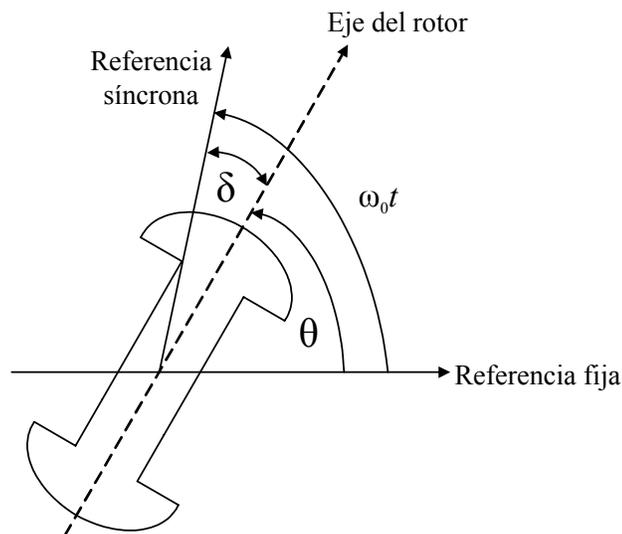


Figura 2.9 Esquema del rotor y definición del ángulo  $\delta$

Las siguientes ecuaciones son válidas para el esquema de la figura 2.9 donde, como se mencionó antes, se necesita tener la posición angular del rotor con respecto a una referencia fija que gira a la velocidad síncrona:

$$\theta = \omega_0 t - \delta \quad (2.117)$$

$$\frac{d}{dt}\theta = \omega = \omega_0 - \frac{d}{dt}\delta \quad (2.118)$$

$$\frac{d^2}{dt^2}\theta = -\frac{d^2}{dt^2}\delta \quad (2.119)$$

A la ecuación (2.116) se le añade un término que considera el amortiguamiento y el cual es proporcional a  $\frac{d}{dt}\delta$ , tal que:

$$\frac{d^2}{dt^2}\delta = -\frac{\omega_0}{2H}K\frac{d}{dt}\delta + \frac{\omega_0}{2H}(T_m - T_e) \quad (2.120)$$

El par electromagnético  $T_e$  en función de los enlazamientos de flujos en los ejes  $d$  y  $q$  se expresa como [23]:

$$T_e = \frac{\omega_0}{2}(\Psi_d i_q - \Psi_q i_d) \quad (2.121)$$

Por último si se realiza la sustitución  $\frac{d}{dt}\delta = \dot{\delta}$ , la ecuación (2.92) se complementa como sigue:

$$\begin{bmatrix} \dot{\delta} \\ \ddot{\delta} \\ \dot{\Psi}_d \\ \dot{\Psi}_f \\ \dot{\Psi}_{kd} \\ \dot{\Psi}_q \\ \dot{\Psi}_{kq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{K\omega_0}{2H} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -y_{1d}R_a & -y_{4d}R_a & -y_{5d}R_a & -\omega_0 & 0 \\ 0 & 0 & -y_{4d}R_a & -y_{2d}R_a & -y_{6d}R_a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -y_{5d}R_a & -y_{6d}R_a & -y_{3d}R_a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_0 & 0 & 0 & -y_{1q}R_a & -y_{3q}R_a \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -y_{3q}R_a & -y_{2q}R_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \\ \dot{\delta} \\ \Psi_d \\ \Psi_f \\ \Psi_{kd} \\ \Psi_q \\ \Psi_{kq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ T_e \frac{\omega_0}{2H} \\ \dot{\delta}\Psi_q + e_d \\ 0 \\ 0 \\ -\dot{\delta}\Psi_d + e_q \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{\omega_0}{2H} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_m \\ e_f \end{bmatrix} \quad (2.122)$$

Con el sistema de ecuaciones (2.122), se incluyen las características necesarias para realizar estudios de condiciones transitorias de una máquina síncrona [23]. Además se han establecido los circuitos equivalentes de la máquina síncrona que se utilizan en la identificación paramétrica considerando ruido experimental en los datos de observación.

El sistema de ecuaciones (2.122) puede generalizarse para cualquier número de ramas de amortiguamiento en los circuitos equivalentes tanto del eje  $d$  como del eje  $q$ . Se puede observar que existen dos matrices de admitancias independientes en el sistema de ecuaciones (2.122) que pertenecen a las ecuaciones de los ejes  $d$  y  $q$ , respectivamente. La generalización de las ecuaciones del eje  $d$  en función del número de ramas de amortiguamiento se muestra en la ecuación (2.123). De igual manera la ecuación generalizada para el eje  $q$  se muestra en la ecuación (2.124)

Obsérvese que para considerar  $k$ -ramas de amortiguamiento en el sistema de ecuaciones (2.123) se tienen  $(k + 2)$  ecuaciones. Esto es un resultado del hecho de que en el circuito equivalente del eje  $d$  se contemplan los circuitos de armadura en el eje  $d$  y de campo, junto con las  $k$ -ramas de amortiguamiento.

En la expresión (2.124) se tienen  $(k + 1)$  ecuaciones para considerar  $k$ -ramas de amortiguamiento porque en el circuito equivalente del eje  $q$  no se contempla circuito de campo alguno. Nótese que en ambos casos las matrices de admitancias son simétricas

$$\begin{bmatrix} \dot{\Psi}_d \\ \dot{\Psi}_f \\ \dot{\Psi}_{1d} \\ \dot{\Psi}_{2d} \\ \vdots \\ \dot{\Psi}_{(k-1)d} \\ \dot{\Psi}_{kd} \end{bmatrix} = R_a \begin{bmatrix} -\mathcal{Y}_{1d} & -\mathcal{Y}_{(k+3)d} & -\mathcal{Y}_{(k+4)d} & -\mathcal{Y}_{(k+5)d} & \cdots & -\mathcal{Y}_{(2k+2)d} & -\mathcal{Y}_{(2k+3)d} \\ -\mathcal{Y}_{(k+3)d} & -\mathcal{Y}_{2d} & -\mathcal{Y}_{(2k+4)d} & -\mathcal{Y}_{(2k+5)d} & \cdots & -\mathcal{Y}_{(3k+2)d} & -\mathcal{Y}_{(3k+3)d} \\ -\mathcal{Y}_{(k+4)d} & -\mathcal{Y}_{(2k+4)d} & -\mathcal{Y}_{3d} & -\mathcal{Y}_{(3k+4)d} & \cdots & -\mathcal{Y}_{(4k+1)d} & -\mathcal{Y}_{(4k+3)d} \\ -\mathcal{Y}_{(k+5)d} & -\mathcal{Y}_{(2k+5)d} & -\mathcal{Y}_{(3k+4)d} & -\mathcal{Y}_{4d} & \cdots & -\mathcal{Y}_{(5k-1)d} & -\mathcal{Y}_{5kd} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -\mathcal{Y}_{(2k+2)d} & -\mathcal{Y}_{(3k+2)d} & -\mathcal{Y}_{(4k+1)d} & -\mathcal{Y}_{(5k-1)d} & \cdots & -\mathcal{Y}_{(k+1)d} & -\mathcal{Y}_{[(k+2)+1+2+3+\dots+(k+1)]d} \\ -\mathcal{Y}_{(2k+3)d} & -\mathcal{Y}_{(3k+3)d} & -\mathcal{Y}_{(4k+3)d} & -\mathcal{Y}_{5kd} & \cdots & -\mathcal{Y}_{[(k+2)+1+2+3+\dots+(k+1)]d} & -\mathcal{Y}_{(k+2)d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_d \\ \Psi_f \\ \Psi_{1d} \\ \Psi_{2d} \\ \vdots \\ \Psi_{(k-1)d} \\ \Psi_{kd} \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\delta}\Psi_q + e_d \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_m \\ e_f \end{bmatrix}$$

(2.123)

$$\begin{bmatrix} \dot{\Psi}_q \\ \dot{\Psi}_{1q} \\ \dot{\Psi}_{2q} \\ \vdots \\ \dot{\Psi}_{(k-1)q} \\ \dot{\Psi}_{kq} \end{bmatrix} = R_a \begin{bmatrix} -\mathcal{Y}_{1q} & -\mathcal{Y}_{(k+2)} & -\mathcal{Y}_{(k+3)q} & \cdots & -\mathcal{Y}_{2kq} & -\mathcal{Y}_{(2k+1)q} \\ -\mathcal{Y}_{(k+2)} & -\mathcal{Y}_{2q} & -\mathcal{Y}_{(2k+2)q} & \cdots & -\mathcal{Y}_{(3k-1)q} & -\mathcal{Y}_{3kq} \\ -\mathcal{Y}_{(k+3)q} & -\mathcal{Y}_{(2k+2)q} & -\mathcal{Y}_{3q} & \cdots & -\mathcal{Y}_{(4k-3)q} & -\mathcal{Y}_{(4k-2)q} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -\mathcal{Y}_{2kq} & -\mathcal{Y}_{(3k-1)q} & -\mathcal{Y}_{(4k-3)q} & \cdots & -\mathcal{Y}_{kq} & -\mathcal{Y}_{[(k+1)+1+2+\dots+k]q} \\ -\mathcal{Y}_{(2k+1)q} & -\mathcal{Y}_{3kq} & -\mathcal{Y}_{(4k-2)q} & \cdots & -\mathcal{Y}_{[(k+1)+1+2+\dots+k]q} & -\mathcal{Y}_{(k+1)q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_q \\ \Psi_{1q} \\ \Psi_{2q} \\ \vdots \\ \Psi_{(k-1)q} \\ \Psi_{kq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\dot{\delta}\Psi_d + e_q \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

(2.124)

---

## **PRUEBAS Y ASPECTOS TEÓRICOS**

La experimentación es extremadamente importante en cualquier etapa de estudio de las máquinas eléctricas, ya que con ésta, es posible obtener información para la definición de modelos matemáticos. En la máquina síncrona, una de las pruebas que más se utilizan es la que describe la respuesta a la variación de la frecuencia con el rotor estacionario. A través de los datos de observación que se obtienen es posible tener una caracterización del funcionamiento de la máquina en el dominio de la frecuencia. Más aún, la prueba permite obtener datos cuando el rotor está alineado en posiciones espaciales específicas y permite obtener expresiones en el marco de referencia de dos ejes. Aunque la prueba se realiza la mayoría de las veces de manera experimental, no es la única. Con el advenimiento de las herramientas computacionales actuales se ha hecho posible obtener soluciones numéricas a distintos problemas [30].

En este capítulo se hace una descripción de los distintos aspectos teóricos que se utilizan en la identificación paramétrica de los circuitos equivalentes de la máquina síncrona. Desde la relación entre los circuitos equivalentes y la prueba de respuesta a la variación de la frecuencia en forma de funciones de transferencia hasta la formación de los índices de optimización.

### 3.1. La prueba de respuesta a la variación de la frecuencia

Diversas pruebas han sido desarrolladas como auxiliares en la identificación de los parámetros de la máquina síncrona. Las pruebas en el dominio del tiempo como las de cortocircuito y circuito abierto proporcionan los valores de los parámetros del circuito equivalente del eje  $d$  [3]. Sin embargo, para la identificación del circuito del eje  $q$ , y del circuito de campo se necesita información adicional y por consiguiente de otro tipo de pruebas [3].

La prueba de RVF [3] es hoy en día un método estándar para la determinación de los parámetros de la máquina síncrona [31, 32]. La prueba consiste en medir impedancias de entrada para diferentes frecuencias de la corriente de armadura. Estas mediciones se denominan datos de observación, y describen la respuesta de los circuitos de la máquina a los cambios de frecuencia en las corrientes de la armadura o en el voltaje de campo para ambos ejes: directo y de cuadratura.

En el dominio de la frecuencia en el plano ( $s$ ), las ecuaciones que describen los flujos en los ejes  $d$  y  $q$  de una máquina síncrona son las siguientes [23]:

$$\Psi_d(s) = \frac{G(s)}{\omega_0} \cdot e_{fd}(s) + \frac{X_d(s)}{\omega_0} \cdot i_d(s) \quad (3.1)$$

$$\Psi_q(s) = \frac{X_q(s)}{\omega_0} \cdot i_q(s) \quad (3.2)$$

En estas ecuaciones aparecen funciones que son complejas y dependientes de la frecuencia a través de la variable compleja  $s = j\omega = j2\pi f$  rad/s. Las variables  $\Psi_d$  y  $\Psi_q$  son los encadenamientos de flujo de los devanados estatóricos de los ejes  $d$  y  $q$ , sus corrientes respectivas son  $i_d$  e  $i_q$ , mientras que  $e_{fd}$  es el voltaje de campo.

En el análisis de máquinas eléctricas se pueden considerar las siguientes definiciones para una descripción adecuada de la RVF de una máquina síncrona en el dominio de la frecuencia en el plano ( $s$ ) [3]:

$X_d(s)$ : Reactancia operacional del eje  $d$

$X_q(s)$ : Reactancia operacional del eje  $q$

$G(s)$ : Función de transferencia de la armadura al campo

Una expresión alternativa para la función de transferencia de la armadura al campo es  $sG(s)$ , cociente de la corriente de armadura y la corriente de campo cuando el devanado de campo está en cortocircuito. Otra expresión útil es  $Z_{af0}(s)$ : cociente del voltaje de campo entre la corriente del eje  $d$  cuando el devanado de campo está en circuito abierto.

Las ecuaciones (3.1) y (3.2) llevan al concepto de redes de puertos eléctricos: dos puertos para el eje  $d$  y un puerto para el eje  $q$ . Un puerto lo constituyen dos terminales, y para definir completamente a la red de dos puertos del eje  $d$  se requieren tres funciones de transferencia [33], mientras que para la red del eje  $q$  solamente se necesita una función de transferencia.

### 3.2 Relación entre la prueba de respuesta a la variación de la frecuencia y los circuitos equivalentes

En el circuito equivalente del eje  $d$  existen dos pares de terminales eléctricas, las del circuito de armadura y las del devanado de campo. Cuando se analiza desde el punto de vista de red de dos puertos, no interesa tanto la estructura del circuito, como las variables eléctricas asociadas a las terminales eléctricas. El circuito del eje  $q$  consta de sólo un par de terminales eléctricas y por lo tanto se especifica con una red de un puerto.

En el dominio de la frecuencia en el plano ( $s$ ), la Ley de Faraday para ambas redes se expresa de la siguiente manera [22]:

$$e(s)_{d,q} = s\Psi(s)_{d,q} \quad (3.3)$$

Así, el voltaje en terminales para el eje  $d$  está dado por [34]:

$$v_d(s) = R_a i_d(s) + s\Psi_d(s) + \omega_r \Psi_q(s) \quad (3.4)$$

Si se sustituye la ecuación (3.1) en la (3.4), se obtiene el siguiente resultado:

$$v_d(s) = R_a i_d(s) + \omega_r \Psi_q(s) + s \left( \frac{G(s)}{\omega_0} \cdot e_{fd}(s) + \frac{X_d(s)}{\omega_0} \cdot i_d(s) \right) \quad (3.5)$$

En el análisis de respuesta a la frecuencia, el rotor está en reposo ( $\omega_r = 0$ ) [34], entonces se tiene que:

$$v_d(s) = s \frac{G(s)}{\omega_0} \cdot e_{fd}(s) + \left( R_a + s \frac{X_d(s)}{\omega_0} \right) \cdot i_d(s) \quad (3.6)$$

$$v_d(s) = s \frac{G(s)}{\omega_0} \cdot e_{fd}(s) + Z_d(s) \cdot i_d(s) \quad (3.7)$$

Un procedimiento similar muestra que para el circuito del eje  $q$  se tiene que:

$$v_q(s) = Z_q(s) \cdot i_q(s) \quad (3.8)$$

Con estas dos últimas expresiones, una máquina síncrona queda caracterizada mediante parámetros operacionales (funciones de transferencia) que dependen de la frecuencia [31]. Estos parámetros operacionales se miden en la prueba de respuesta a la frecuencia, y a través de ellos, se relacionan los parámetros que constituyen los circuitos equivalentes en dos ejes de la máquina síncrona [3,31]. Las redes de dos y un puerto [10] para representar a la máquina constituyen un esquema general de análisis pues no dependen del número de parámetros que se consideren en los circuitos equivalentes. En la figura 3.1 puede verse la red de dos puertos que representa al eje  $d$ .

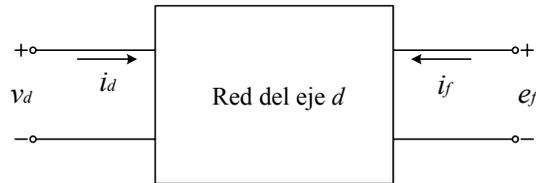


Figura 3.1 Red de dos puertos del eje  $d$

En esta representación existen cuatro variables en el dominio de la frecuencia en el plano ( $s$ ) que son: las corrientes  $i_d(s)$  e  $i_f(s)$ , y los voltajes  $e_d(s)$  y  $e_f(s)$ . La caja de la que se desprenden las cuatro terminales indica que pueden existir otras variables eléctricas internamente, pero que al no ser posible medirlas no son de interés directo en el análisis. Distintos grupos de ecuaciones [33] pueden expresar la relación de las cuatro variables mencionadas, especificando siempre dos variables en función de las dos restantes. Por así convenir en este trabajo, se presentan sólo dos especificaciones de la red de dos puertos del eje  $d$ . Primeramente, en función de un conjunto de parámetros llamados híbridos [33]:

$$\begin{bmatrix} v_d(s) \\ i_f(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_d(s) & G_{af}(s) \\ -G_{af}(s) & y_{f0}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d(s) \\ e_f(s) \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$Z_d(s)$  = Impedancia de entrada del eje  $d$  con el devanado de campo en cortocircuito.

$G_{af}(s)$  = Función de transferencia de cortocircuito de la armadura al campo.

$y_{f0}(s)$  = Admitancia de campo de entrada con la armadura en circuito abierto.

Por otra parte, la red de dos puertos en función de admitancias de cortocircuito se escribe como [33]:

$$\begin{bmatrix} i_d(s) \\ i_f(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{dd}(s) & y_{df}(s) \\ y_{fd}(s) & y_{ff}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_d(s) \\ e_f(s) \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

$y_{dd}(s)$  = Admitancia de armadura de entrada con el campo en cortocircuito

$y_{df}(s) = y_{fd}(s)$  = Admitancia de transferencia de cortocircuito

$y_{ff}(s)$  = Admitancia de campo de entrada con la armadura en cortocircuito

Se obtienen relaciones interesantes entre impedancias y admitancias si se manipulan las ecuaciones (3.9) y (3.10). Si se comienza con la primera ecuación del sistema (3.10), se puede encontrar que:

$$v_d(s) = \frac{1}{y_{dd}(s)} i_d(s) - \frac{y_{df}(s)}{y_{dd}(s)} e_f(s) \quad (3.11)$$

Si se sustituye (3.11) en la segunda ecuación del sistema (3.10), se tiene que:

$$i_f(s) = y_{fd}(s)v_d(s) + y_{ff}(s)e_f(s) = y_{fd}(s) \left( \frac{1}{y_{dd}(s)} i_d(s) - \frac{y_{df}(s)}{y_{dd}(s)} e_f(s) \right) + y_{ff}(s)e_f(s)$$

tal que:

$$i_f(s) = \frac{y_{fd}(s)}{y_{dd}(s)} i_d(s) + \frac{y_{ff}(s)y_{dd}(s) - y_{df}^2(s)}{y_{dd}(s)} e_f(s) \quad (3.12)$$

Si se agrupan la primera ecuación del sistema (3.10) con la ecuación (3.12) en un nuevo sistema de ecuaciones, se obtiene el siguiente sistema equivalente:

$$\begin{bmatrix} v_d(s) \\ i_f(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{y_{dd}(s)} & -\frac{y_{df}(s)}{y_{dd}(s)} \\ \frac{y_{fd}(s)}{y_{dd}(s)} & \frac{y_{ff}(s)y_{dd}(s) - y_{df}^2(s)}{y_{dd}(s)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d(s) \\ e_f(s) \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Los sistemas de ecuaciones (3.9) y (3.13) son idénticos, y se pueden obtener la siguiente relación:

$$Z_d(s) = \frac{1}{y_{dd}(s)} \quad (3.14)$$

La impedancia incluye los efectos de la resistencia de armadura  $R_a$ , esto debe tenerse en mente para obtener la reactancia operacional del eje directo. Cuando se comparan las ecuaciones (3.6) y (3.7) se obtiene otra relación para la impedancia operacional del eje  $d$ :

$$Z_d(s) = R_a + s \frac{X_d(s)}{\omega_0} \quad (3.15)$$

Si se combinan (3.14) y (3.15) se obtiene la relación entre la reactancia operacional del eje  $d$  y la admitancia de entrada del eje  $d$  con el circuito de campo en cortocircuito:

$$X_d(s) = \frac{\left( \frac{1}{y_{dd}(s)} - R_a \right) \omega_0}{s} \quad (3.16)$$

Mas adelante se hará evidente por qué se requiere tener en esta forma la reactancia operacional del eje  $d$ .

Otra relación que se puede establecer, resulta de combinar (3.6) y (3.9):

$$s \frac{G(s)}{\omega_0} = G_{af}(s) \quad (3.17)$$

Con base en el sistema (3.13) se puede ver que:

$$\frac{sG(s)}{\omega_0} = -\frac{y_{df}(s)}{y_{dd}(s)} \quad (3.18)$$

Hasta ahora se tienen dos expresiones operacionales para el eje  $d$ . La tercera expresión necesaria para definir completamente a la red del eje  $d$  se sugiere en [33] y se define de la siguiente manera:

$$\frac{X_{af0}}{\omega_0} = \frac{G_{af}(s)}{sy_{f0}(s)} \quad (3.19)$$

$$X_{af0}(s) = -\frac{\omega_0 y_{df}(s)}{s(y_{ff}(s)y_{dd}(s) - y_{df}^2(s))} \quad (3.20)$$

Las ecuaciones (3.16), (3.18) y (3.20) son las tres funciones de transferencia que definen la red de dos puertos del eje  $d$  en función de las admitancias de cortocircuito.

Para obtener la reactancia del eje  $q$ , el proceso es semejante al del eje  $d$ , y su expresión está dada por:

$$X_q(s) = \frac{\left( \frac{1}{y_{qq}(s)} - R_a \right) \omega_0}{s} \quad (3.21)$$

### ***3.3 Sistema de ecuaciones de la red de dos puertos del eje directo utilizando el circuito equivalente***

En el marco de referencia  $dq0$ , la descripción matemática de las ecuaciones (2.96) a la (2.100) junto con la ecuación (2.93) de una máquina síncrona se expresa matricialmente de la siguiente manera [30]:

$$[L] \frac{d}{dx} \{i\} = -[R] \{i\} + \{u\} \quad (3.22)$$

La ecuación (3.22) es válida sólo para condiciones de rotor en reposo,  $\mathbf{L}$  es una matriz que contiene las inductancias presentes en los circuitos equivalentes. Por otra parte  $\mathbf{R}$  es una matriz diagonal con los valores de resistencia de los circuitos equivalentes. Los vectores  $\{i\}$  y  $\{u\}$  corresponden a las corrientes y voltajes existentes en los circuitos de la máquina, y están definidos de la siguiente manera  $[i_d, i_f, i_{1d}, \dots, i_{nd}]$  y  $[u_d, u_f, 0, \dots, 0]$ .

Una adecuada manipulación de la ecuación (3.22) en el dominio de la frecuencia en el plano ( $s$ ) lleva a la siguiente expresión:

$$\{i(s)\} = [s[\mathbf{I}] + [\mathbf{L}]^{-1}[\mathbf{R}]]^{-1} [\mathbf{L}]^{-1} \{u(s)\} \quad (3.23)$$

En la ecuación (3.23)  $\mathbf{I}$  es la matriz identidad. Seccionando esta ecuación para cantidades en el eje  $d$ , se tiene que:

$$\{i_{df}\} = [\mathbf{C}_d] [s[\mathbf{I}] + [\mathbf{L}_d]^{-1}[\mathbf{R}_d]]^{-1} [\mathbf{L}_d]^{-1} [\mathbf{C}_d]^T \{u_{df}\} \quad (3.24)$$

donde  $\{i_{df}\} = \{i_d, i_f\}$  y  $\{u_{df}\} = \{u_d, u_f\}$ . Así, se obtiene una definición importante: la matriz de admitancias de cortocircuito. La matriz de transformación  $\mathbf{C}_d$ , permite que se considere cualquier circuito equivalente de la máquina sin importar el número de ramas de amortiguamiento:

$$[\mathbf{C}_d] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

La matriz  $\mathbf{C}_d$  tiene 2 renglones y  $(2 + n_d)$  columnas, con  $n_d$  igual al número de ramas de amortiguamiento en el eje  $d$ . Note que  $\{i_{df}\} = \mathbf{C}_d \{i\}$ , lo que permite eliminar las corrientes y voltajes de los amortiguadores de la ecuación (3.23). Para el caso del eje  $q$ , la matriz de transformación es:

$$[\mathbf{C}_q] = [1 \quad 0 \quad \dots \quad 0] \quad (3.26)$$

La matriz  $\mathbf{C}_q$  tiene 1 renglón y  $(2 + n_q)$  columnas, con  $n_q$  igual al número de ramas de amortiguamiento.

La expresión de la matriz de admitancias de cortocircuito en función de los parámetros del circuito equivalente para el eje  $d$  está dada por [35]:

$$\begin{bmatrix} y_{dd}(s) & y_{df}(s) \\ y_{fd}(s) & y_{ff}(s) \end{bmatrix} = [\mathbf{C}_d] [s[\mathbf{I}] + [\mathbf{L}_d]^{-1}[\mathbf{R}_d]]^{-1} [\mathbf{L}_d]^{-1} [\mathbf{C}_d]^T \quad (3.27)$$

Y para el eje  $q$  [35]:

$$[y_{qq}(s)] = [C_q] \left[ s[I] + [L_q]^{-1} [R_q] \right]^{-1} [L_q]^{-1} [C_q]^T \quad (3.28)$$

Con las ecuaciones (3.27) y (3.28) se obtiene la relación entre los parámetros de los circuitos equivalentes y las admitancias de cortocircuito. Este resultado es muy importante pues permite establecer la relación entre los datos de la prueba de respuesta a la variación de frecuencia (a través de las funciones de transferencia  $X_d(s)$ ,  $sG(s)/\omega_0$ ,  $X_{af0}(s)$  y  $X_q(s)$ ) y los parámetros de los circuitos equivalentes (inductancias y resistencias). Así, el proceso descrito anteriormente se vuelve fundamental para poder realizar la identificación paramétrica.

### 3.4 Identificación paramétrica

La identificación de los parámetros de los circuitos equivalentes se logra mediante la minimización de una función o índice de optimización para cada eje. El índice está constituido por los parámetros del circuito equivalente, junto con los datos de observación de la prueba de RVF [2]. En este trabajo se realiza la identificación paramétrica con dos índices de optimización distintos:

- a. En el primero, la función está descrita por el cuadrado de la diferencia de las magnitudes y los ángulos de fase de las funciones de transferencia observadas y de las obtenidas por los circuitos equivalentes.
- b. El segundo se define en [20] y recibe el nombre de estimador de máxima verosimilitud.

En el proceso de identificación paramétrica, cuando cierto conjunto de parámetros permite obtener el valor mínimo del índice, se dice que se ha encontrado la solución, es decir se han identificado los parámetros de los circuitos equivalentes.

La respuesta a la variación de frecuencia consiste en una matriz que contiene las magnitudes y ángulos de las funciones de transferencia para cada frecuencia de excitación. Para el eje  $d$  se cuenta con tres funciones de transferencia y para el eje  $q$  con sólo una.

Ambos índices de optimización toman en cuenta la prueba de RVF de la máquina a través del conjunto de frecuencias  $\Omega = \{f_i, i=1, \dots, N\}$  de excitación, y su respuesta asociada (las funciones de transferencia), las cuales a su vez se agrupan en una matriz  $\mathbf{Z} = \{z_i, i=1, \dots, N\}$ .

Para  $t$  funciones de transferencia, se puede construir una matriz  $\mathbf{Z}$  compuesta de magnitudes  $a$  y ángulos de fase  $\varphi$ , tal que:

$$z_i^T = [a_{1i} \cdots a_{ti} \quad \varphi_{1i} \cdots \varphi_{ti}] \quad (3.29)$$

La respuesta del circuito equivalente y los datos de observación de la RVF difieren entre sí por una cierta cantidad llamada error de observación, denotada por la variable  $\varepsilon$ . Este error depende, principalmente, de la precisión de las mediciones en los datos de observación y de la validez de la estructura del circuito y sus parámetros [20]. Se espera que el circuito responda de manera muy semejante a la prueba medida. En forma de ecuación se tiene lo siguiente:

$$z_i = \hat{z}_i(\hat{\theta}) + \varepsilon_i \quad (3.30)$$

- $z_i$  : datos de observación de la RVF de la máquina  
 $\hat{z}_i(\hat{\theta})$  : respuesta del circuito equivalente  
 $\varepsilon_i$  : error de predicción  
 $\hat{\theta}$  : conjunto de parámetros del circuito equivalente  
 $f_i$  : conjunto de frecuencias de excitación

Los datos de observación de la prueba de RVF fueron obtenidos previamente aplicando una simulación de elementos finitos a la máquina de estudio [4]. Los datos están definidos por cuarenta y seis frecuencias en el intervalo de 0.001 a 100 Hz. Se requiere realizar dos procesos de identificación: uno para el circuito equivalente del eje  $d$  y otro para el del eje  $q$ .

### 3.4.1 Primer índice de optimización: mínimos cuadrados

Este índice se construye de la siguiente manera: se calcula una matriz de errores  $\mathbf{E}$ , despejando los términos  $\varepsilon_i$  de la ecuación (3.30):

$$\mathbf{E}(\hat{\theta}) = \begin{bmatrix} \varepsilon_1^T \\ \vdots \\ \varepsilon_N^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1^T - \hat{z}_1^T(\hat{\theta}) \\ \vdots \\ z_N^T - \hat{z}_N^T(\hat{\theta}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{1,1} & \cdots & e_{1,2t} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ e_{N,1} & \cdots & e_{N,2t} \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

Se puede apreciar que la matriz  $\mathbf{E}$  contiene seis columnas cuando se trata del eje  $d$ , pues se consideran 3 funciones de transferencia, con magnitud y ángulo de fase para cada una. Cuando se trata del eje  $q$ , la matriz  $\mathbf{E}$  contiene dos columnas pues se considera sólo una función de transferencia.

De (3.31) se puede obtener el primer índice de optimización [2] con la siguiente ecuación:

$$\text{Índice 1} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{2t} [e_{i,j}^2] \quad (3.32)$$

### 3.4.2 Segundo índice de optimización: estimador de máxima verosimilitud

Para definir este índice se realiza el siguiente producto matricial:

$$\mathbf{D}(\hat{\theta}) = \mathbf{E}(\hat{\theta})^T \cdot \mathbf{E}(\hat{\theta}) = \begin{bmatrix} e_{1,1}^2 & \cdots & e_{1,2t}^2 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ e_{N,1}^2 & \cdots & e_{N,2t}^2 \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

La matriz  $\mathbf{D}$  recibe el nombre de matriz de covarianza [36] y con base en ella se define el segundo índice. El índice de optimización se obtiene con base en la ecuación (3.31) y difiere del primero en que involucra la función logaritmo natural [20]:

$$V(\hat{\theta}, \Omega) = \text{Log}(\det \mathbf{D}(\hat{\theta})) \quad (3.34)$$

Mediante la matriz de errores  $\mathbf{E}$  se relacionan el estimador de máxima verosimilitud y el índice de optimización en mínimos cuadrados, este último es de uso común en los problemas de optimización.

### 3.4.3 Consideraciones para la identificación paramétrica

El problema de identificación paramétrica es resuelto utilizando un algoritmo determinístico basado en el método de Nelder-Mead [37]. El método minimiza una función de  $n$ -variables usando directamente los valores de la función, sin ninguna información acerca de sus derivadas. Las identificaciones se realizaron con apoyo del paquete de computo MATLAB [38]. Es importante señalar que se puede utilizar un método determinístico, gracias a que se cuenta con las condiciones iniciales de búsqueda, obtenidas previamente [2] con algoritmos de tipo genético-híbrido. En otras palabras, se conoce la región donde se encuentra el óptimo, evitándose así el problema de óptimos locales [1].

En las ecuaciones (3.32) y (3.34) están incluidos de manera implícita los  $N$  datos de observación de la prueba de RVF de la máquina. Además la respuesta del circuito equivalente considera cualquier número de ramas de amortiguamiento, a través de las ecuaciones (3.27) y (3.28). Al realizar la identificación se tiene un circuito equivalente con parámetros constantes que reproduce la respuesta de la máquina para todo el intervalo de frecuencias. La figura 3.2 muestra el circuito equivalente del eje  $d$  generalizado para  $n_d$  ramas de amortiguamiento.

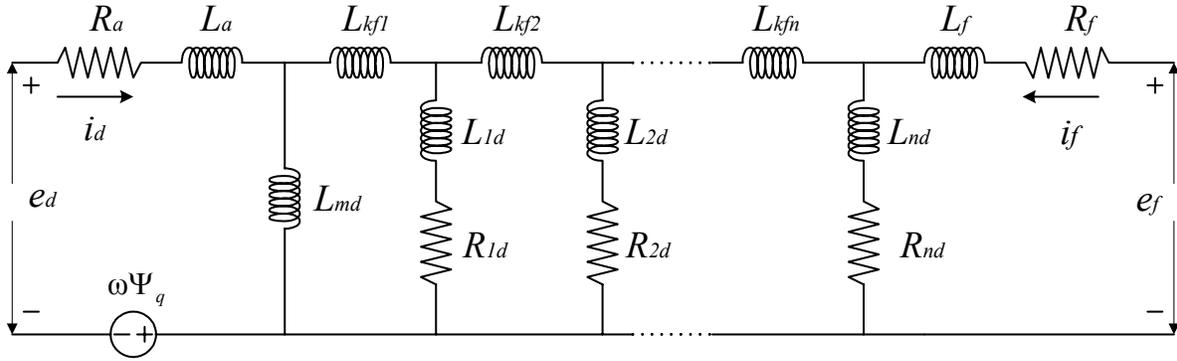


Figura 3.2 Circuito equivalente del eje  $d$  para  $n_d$  ramas de amortiguamiento, con parámetros constantes

El número de parámetros a identificar en los circuitos equivalentes crece conforme se consideran más ramas de amortiguamiento. Los parámetros conocidos para poder realizar las identificaciones en este trabajo son:  $L_a$ ,  $L_{md}$ ,  $R_a$ , y  $R_f$ . Las inductancias de dispersión de armadura y de magnetización, son obtenidas a través de simulaciones con el método del elemento finito [1] o con métodos estándares [3]. A su vez, las resistencias de armadura y de campo pueden ser obtenidas para corriente directa, y ser corregidas para tomar en cuenta los efectos de corriente alterna.

Los parámetros específicos a identificar en el circuito del eje  $d$ , dependen del número de ramas de amortiguamiento que se considere, ver la tabla 3.1 para los circuitos considerados en este trabajo [2].

Tabla 3.1 Parámetros a identificar del eje  $d$  ramas de amortiguamiento

ramas de amortiguamiento		
1	3	5
$L_{kf1}$	$L_{kf1}$	$L_{kf1}$
$L_{1d}$	$L_{kf2}$	$L_{kf2}$
$L_f$	$L_{kf3}$	$L_{kf3}$
-	$L_{1d}$	$L_{kf4}$
-	$L_{2d}$	$L_{kf5}$
-	$L_{3d}$	$L_{1d}$
-	$L_f$	$L_{2d}$
-	-	$L_{3d}$
-	-	$L_{4d}$
-	-	$L_{5d}$
-	-	$L_f$
$R_{1d}$	$R_{1d}$	$R_{1d}$
-	$R_{2d}$	$R_{2d}$
-	$R_{3d}$	$R_{3d}$
-	-	$R_{4d}$
-	-	$R_{5d}$

Para el circuito del eje  $q$ , los parámetros a considerar de acuerdo al número de ramas de amortiguamiento se presentan en la tabla 3.2

Tabla 3.2 Parámetros a identificar del eje  $q$

ramas de amortiguamiento		
1	3	4
$L_{1q}$	$L_{1q}$	$L_{1q}$
-	$L_{2q}$	$L_{2q}$
-	$L_{3q}$	$L_{3q}$
-	-	$L_{4q}$
$R_{1q}$	$R_{1q}$	$R_{1q}$
-	$R_{2q}$	$R_{2q}$
-	$R_{3q}$	$R_{3q}$
-	-	$R_{4q}$

Cuando se identifican los parámetros de las tablas 3.1 y 3.2, se tiene información completa de los circuitos equivalentes en dos ejes de la máquina síncrona.

Las ecuaciones (3.32) y (3.34) se implementan con MATLAB [38] para ambos ejes, y se utiliza el método determinístico de Nelder-Mead [36], codificado como función interna en *fminsearch* [21], para realizar la minimización. La función *fminsearch* encuentra los valores que hacen mínimo los índices de optimización.

---

## **RUIDO E IDENTIFICACIONES**

En las mediciones experimentales, siempre estará presente el ruido. Por ruido se entiende la distorsión en las observaciones ocasionada por distintas causas. Algunas de éstas tienen su origen en las ondas electromagnéticas presentes en el medio ambiente o en el calor generado por diversas fuentes. El ruido es importante y debe ser considerado al diseñar los elementos de un sistema eléctrico de potencia. Un ingeniero de diseño debe tomarlo en cuenta para evitar que las observaciones suministren información inexacta del comportamiento del sistema. También debe ser considerado en la identificación de sistemas [36], ya que los modelos resultantes pueden llevar a simulaciones o predicciones incorrectas.

Muchos diseños son probados realizando simulaciones de operación antes de ser construidos. Las simulaciones involucran la creación de modelos matemáticos que relacionan el comportamiento de los elementos del sistema con los datos de entrada correspondientes. Si el modelo responde correctamente, se tiene entonces confianza de que el sistema responderá igualmente a cualquier otra situación de operación a través de los datos de entrada asociados a ese estado.

Para realizar la identificación paramétrica de circuitos equivalentes en este trabajo, se hace necesario contar con datos de observación de la RVF de la máquina. Para esto, previamente se realizó un estudio para obtener este conjunto de datos, donde se incorporó un modelo de elementos finitos a través de un programa computacional en Fortran [39]. De esta manera se obtuvieron los datos de observación de la prueba de RVF necesarios. Esta respuesta consiste en 46 observaciones de cada una de las cuatro funciones de transferencia descritas en el capítulo 3, en el intervalo de frecuencias de 0.001 a 100 Hz.

Como la prueba de RVF de la máquina se realiza (la mayoría de las veces) de manera experimental, una cantidad de ruido está asociada a las funciones de transferencia medidas en la prueba. Los datos de observación con los que se cuenta para este estudio, constituyen mediciones que no toman en cuenta este efecto ya que fueron obtenidos con un método numérico. El objetivo es encontrar la manera de incluir el ruido en los datos de observación, y realizar la etapa de identificación paramétrica para los distintos modelos de la máquina síncrona. Con esto se busca tener conocimiento del efecto que puede tener el ruido en el estudio de circuitos equivalentes.

## 4.1 La distribución de probabilidad uniforme

Para la generación de números aleatorios se tienen diferentes distribuciones de probabilidad, de acuerdo a la forma que describen la colección de valores de probabilidad. La más sencilla de todas las distribuciones de probabilidad es aquella en la que la variable aleatoria toma todos sus valores con igual probabilidad y recibe el nombre de *distribución de probabilidad uniforme* [40].

Si  $X$  es una variable aleatoria continua, entonces una distribución de probabilidad de  $X$  es una función  $f(x)$  tal que para cualesquiera dos números  $a$  y  $b$  (siendo  $a \leq b$ ):

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) dx \quad (4.1)$$

es decir, la probabilidad de que  $X$  tome un valor en el intervalo  $[a, b]$  es el área bajo la curva de la función de densidad.

Se dice que una variable aleatoria  $X$  tiene *distribución de probabilidad uniforme* en el intervalo  $[A, B]$ , si la distribución de probabilidad es [40]:

$$f(x; A, B) = \begin{cases} \frac{1}{B-A} & A \leq x \leq B \\ 0 & x < A \text{ o } x > B \end{cases}$$

El ruido, se obtiene a través de números generados de manera aleatoria, mediante una distribución de probabilidad uniforme. Para cada observación se adiciona el ruido y se tiene el efecto deseado. Así, se construyen, de manera sintética, datos de observación con ruido. La distribución de ruido no tiene tendencias, es por eso que su distribución es uniforme [19, 20].

De manera general se tiene [41] que una función compleja contaminada se puede expresar como:

$$\tilde{a}_i(k) = a_i(k) + r_{ai}(k) \text{ para magnitudes} \quad (4.2)$$

$$\tilde{\varphi}_i(k) = \varphi_i(k) + r_{\varphi i}(k) \text{ para ángulos de fase} \quad (4.3)$$

en donde:

$\tilde{a}_i(k)$  y  $\tilde{\varphi}_i(k)$  representan las respuestas con ruido

$r(k)$  representa la cantidad de ruido

$a_i(k)$  y  $\varphi_i(k)$  son las respuestas sin ruido

Se tienen ocho conjuntos de datos con 46 observaciones cada uno, y para cada conjunto se localiza su valor máximo. El ruido  $ra$  es igual a  $1/Y$ , y por definición el ruido máximo es el producto de dos términos: el valor máximo de cada conjunto de datos y  $ra$ . Después, en cada observación de los conjuntos de datos, se genera un número aleatorio con distribución uniforme, se multiplica por el ruido máximo y el resultado se adiciona al valor original sin ruido. Con este algoritmo se tienen datos de la RVF distorsionados con ruido de manera sintética.

Con un programa escrito en MATLAB se realiza la inclusión de ruido en los datos de observación. Se utiliza el generador de números aleatorios con distribución uniforme de MATLAB a través de la función *unifrnd* [38] para poder construir la cantidad  $r(k)$  de ruido que se desea. Las etapas para obtener datos de observación con ruido se describen a continuación.

Nótese que los siguientes incisos se repiten para los ocho conjuntos de datos y en cada uno de los  $N$  puntos de observación se agrega ruido:

- i. Se localiza el valor máximo de cada conjunto de datos y se calcula el ruido máximo
- ii. Se llama al generador de números aleatorios y se construye el número aleatorio definitivo
- iii. Se multiplica el número aleatorio definitivo por el ruido máximo
- iv. Finalmente se suma a cada observación el resultado del inciso iii.

A continuación se explica detalladamente el inciso ii :

El generador de números aleatorios se llama a través de la función *unifrnd*, por lo que en cada llamada se genera un número aleatorio entre 0 y 1. Este número es siempre positivo, por lo que para considerar también números negativos se implementa el siguiente algoritmo adicional:

$$\text{Número aleatorio definitivo} = 2 \times \text{unifrnd}(0,1) - 1$$

Los valores de  $Y$  están establecidos por las siguientes relaciones: 1/300, 1/500, 1/1000 y 1/3000. Estas cantidades han sido tomadas en cuenta de la literatura en donde se hace referencia a estos niveles de ruido [19]. Se consideran niveles más grandes de ruido, haciendo más grande el cociente  $1/Y$ . En este trabajo se lleva a cabo un estudio adicional considerando un nivel de ruido muy grande del orden de 1/10. El estudio consiste en realizar la identificación de los circuitos equivalentes con dos índices de optimización distintos. Primeramente utilizando el estimador que considera la suma de la diferencia de magnitudes y ángulos al cuadrado entre modelo y datos de observación, ecuación (3.32), y después utilizando el estimador de máxima verosimilitud, ecuación (3.34).

En el diagrama de flujo de la figura 4.1 se describen de manera concisa las distintas etapas del proceso.

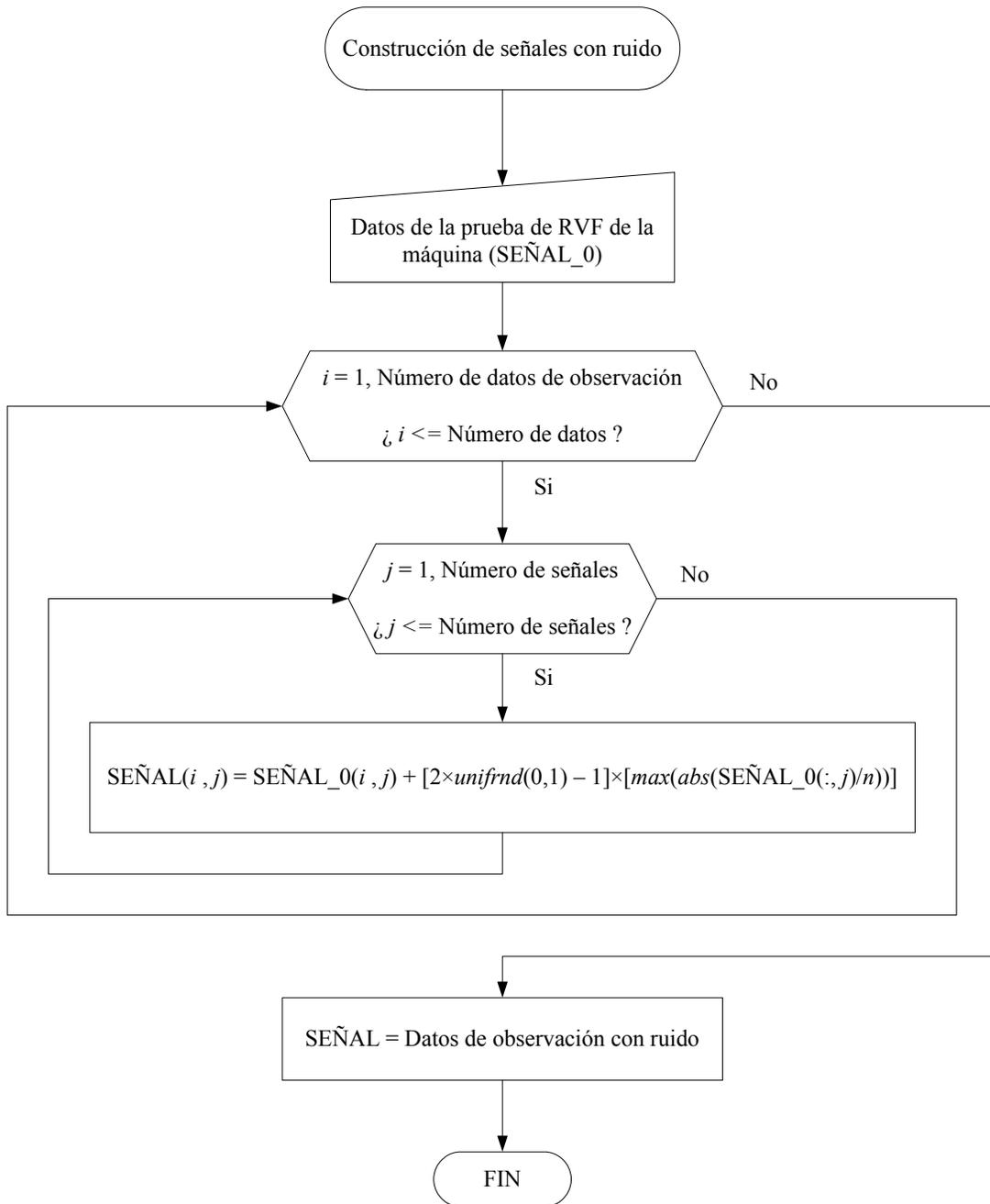


Figura 4.1 Diagrama de flujo del proceso de construcción de datos de observación con ruido

## 4.2 Identificaciones: Resultados cuantitativos

En esta sección se presentan identificaciones para los circuitos considerados. Únicamente se presentan resultados numéricos. En la sección 4.3 se hace el análisis gráfico.

Los datos de observación de las funciones de transferencia son cantidades complejas, por lo que han sido agrupados en magnitud y ángulo de fase. El número complejo  $Z$  se puede expresar en parte real e imaginaria o como magnitud y ángulo de fase [42]:

$$Z = a + ib = \sqrt{a^2 + b^2} \angle \tan^{-1}(b/a) = |Z| \angle \text{fase}Z \quad (4.4)$$

Las figuras 4.2 a la 4.5 muestran la variación de magnitud y ángulo de fase con respecto a la frecuencia de las cuatro funciones de transferencia de los dos ejes.

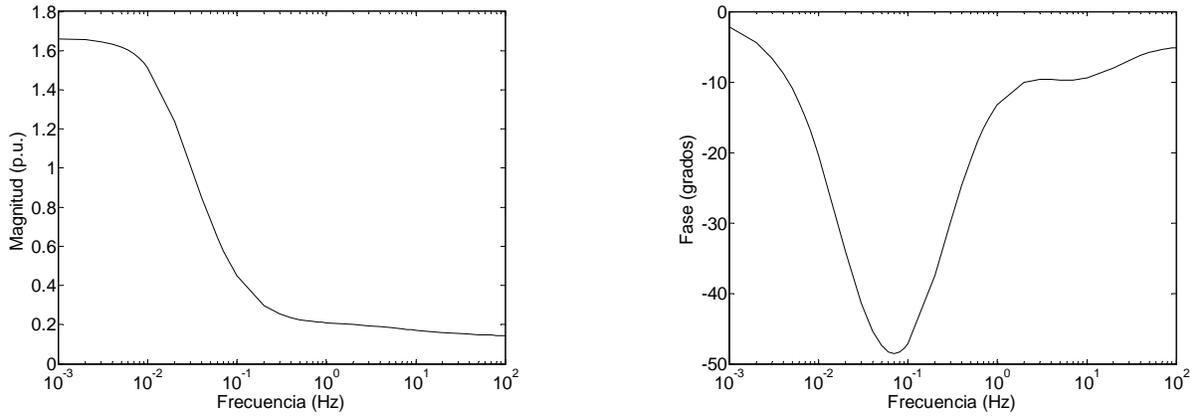


Figura 4.2 Reactancia operacional del eje  $d$ :  $X_d(s)$

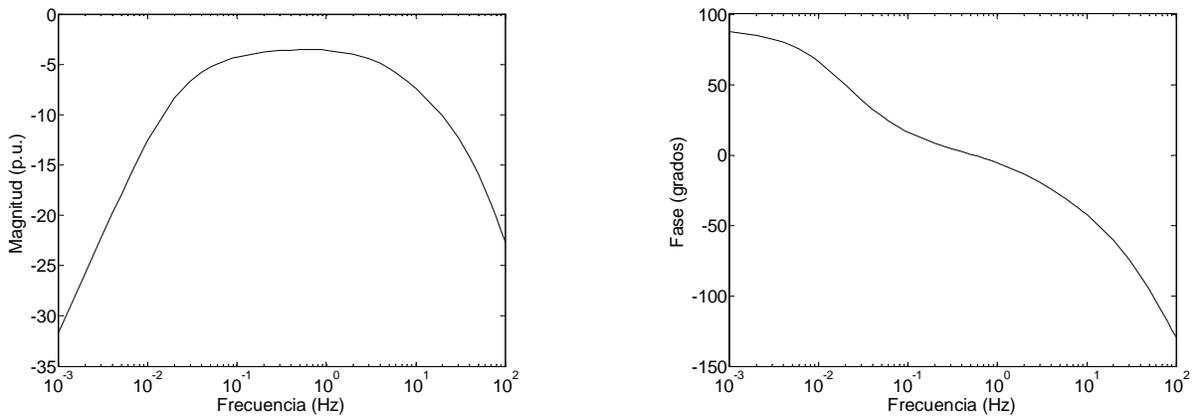


Figura 4.3 Función de transferencia:  $sG(s)/\omega_0$

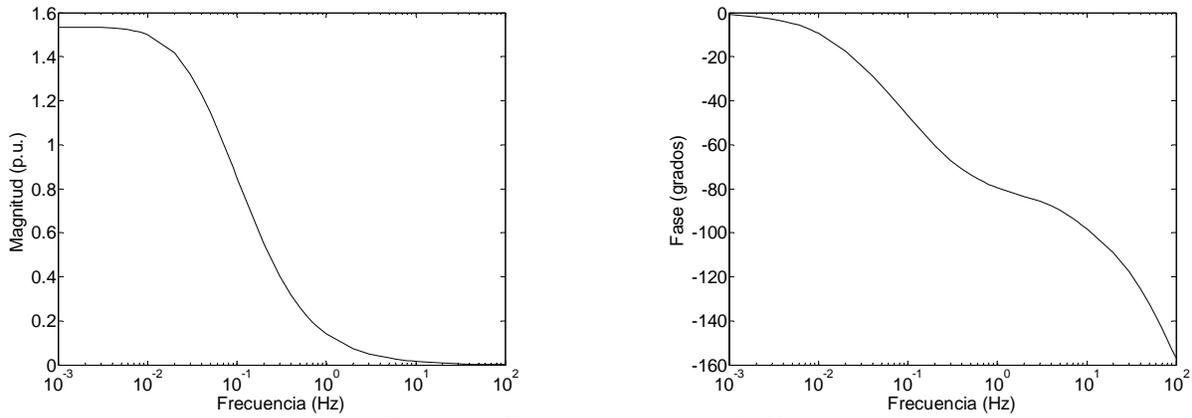


Figura 4.4 Reactancia operacional:  $X_{qf}(s)$

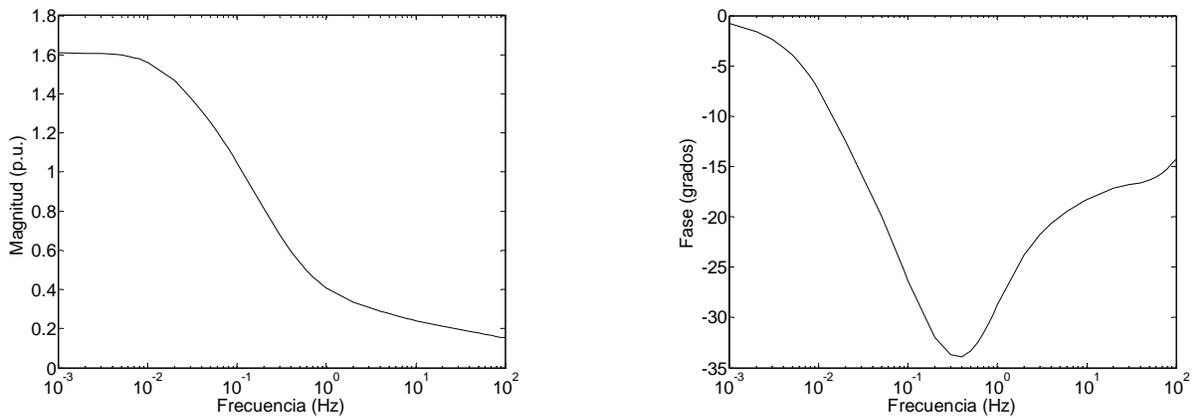


Figura 4.5 Reactancia operacional del eje  $q$ :  $X_q(s)$

Los niveles de ruido que se consideran en el estudio son pequeños desde el punto de vista observación por lo que su apreciación gráfica se dificulta. Sin embargo con el fin de mostrar los resultados del algoritmo de incorporación de ruido, se presenta la respuesta para el caso en el que se incluye una cantidad muy grande de ruido (a razón de 1/5) en las cuatro funciones de transferencia: figuras 4.6 a la 4.9.

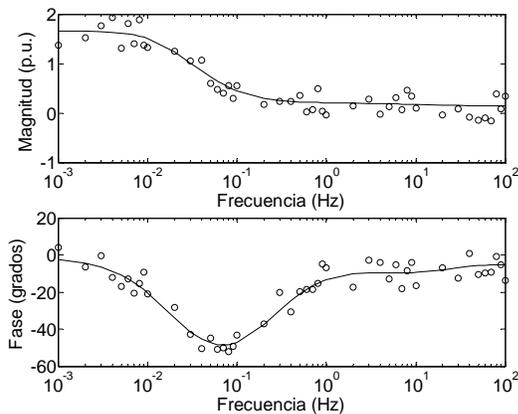


Figura 4.6 Reactancia operacional del eje  $d$ :  $X_d(s)$   
— sin ruido,  $\circ$  con 1/5 de ruido

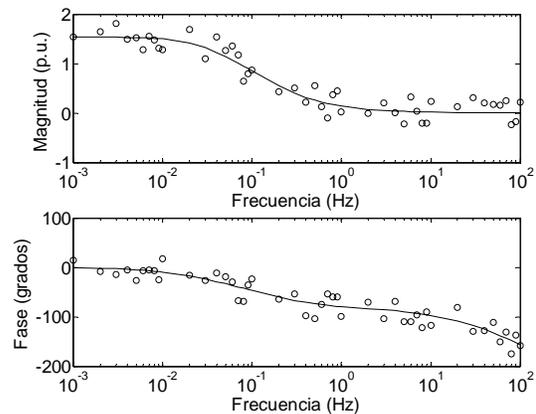


Figura 4.7 Reactancia operacional:  $X_{qf}(s)$   
— sin ruido,  $\circ$  con 1/5 de ruido

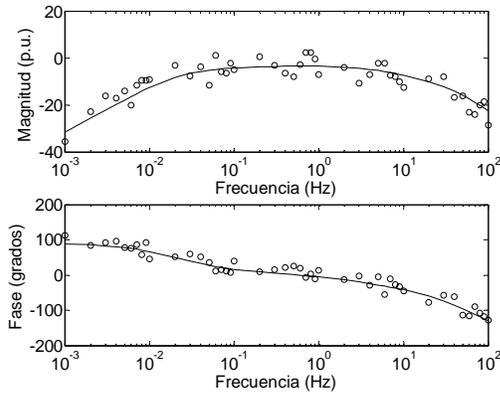


Figura 4.8 Función de transferencia:  $sG(s)/\omega_0$   
— sin ruido,  $\circ$  con 1/5 de ruido

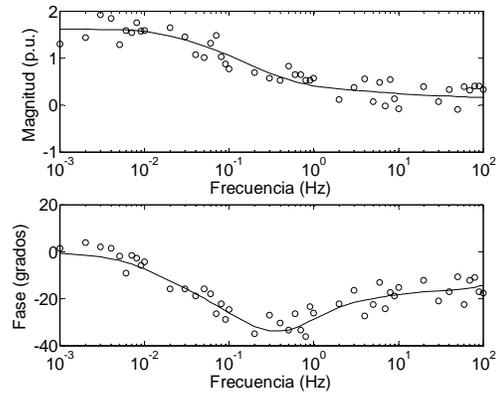


Figura 4.9 Reactancia operacional del eje  $q$ :  $X_q(s)$   
— sin ruido,  $\circ$  con 1/5 de ruido

En este trabajo se analizan los circuitos equivalentes para los tres casos siguientes:

- Ambos ejes con una rama de amortiguamiento
- Ambos ejes con tres ramas de amortiguamiento
- El eje  $d$  con cinco ramas de amortiguamiento y el eje  $q$  con cuatro

En el inciso (c) se consideran cuatro ramas amortiguadoras en el circuito equivalente del eje  $q$ , debido a que con cinco ramas no se obtiene mayor precisión en el ajuste de curvas.

El proceso de identificación paramétrica se realiza con la minimización de los índices de optimización para los ejes  $d$  y  $q$ . Para ello, es necesario realizar cálculos previos que permitan construir los índices de optimización. En la figura 4.10 se presenta el diagrama a bloques para lograr la construcción de los índices y con ellos la minimización y obtención de los parámetros de los circuitos equivalentes de la máquina síncrona.

Una vez que se cuenta con los índices de optimización se realiza la minimización mediante una función de MATLAB que implementa el algoritmo determinístico de Nelder-Mead. La función se llama con el nombre de *fminsearch* y su uso está indicado para problemas de optimización sin restricciones. Para realizar los cálculos en la identificación paramétrica se estableció una tolerancia de  $1 \times 10^{-06}$ , es decir el proceso se detiene cuando el índice de optimización tiene un cambio menor a este valor. En esta parte del trabajo se utiliza exclusivamente el índice de optimización de la ecuación (3.32).

En las tablas 4.1 a la 4.6 se presentan los resultados de la identificación paramétrica obtenidos para los circuitos de los ejes  $d$  y  $q$ . En la primera columna se especifican los parámetros junto con el valor final del índice de optimización. En la segunda columna, se presenta los parámetros identificados sin considerar ruido. En las cuatro restantes se presentan los casos respectivos considerando ruido. Para cada nivel de ruido se realizaron 1000 identificaciones, en cada vez, se agrega el ruido a los datos de observación de la RVF. De las 1000 simulaciones, se toman los parámetros del índice de optimización más alejado del valor que se obtiene sin considerar ruido.

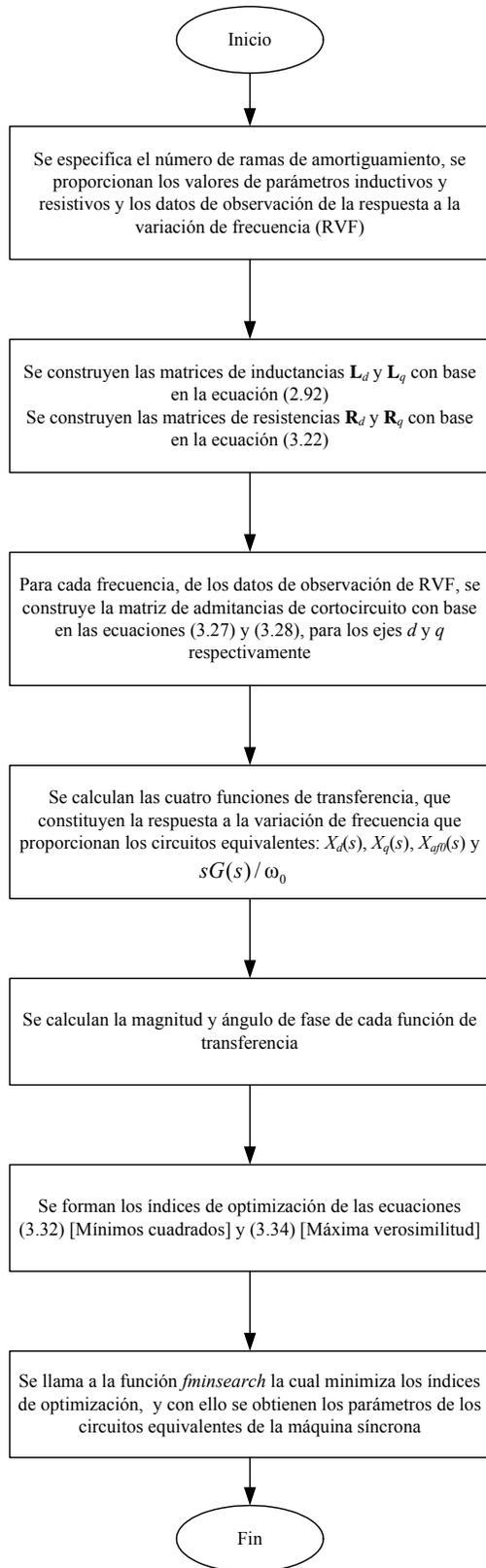


Figura 4.10 Diagrama de bloques del proceso de construcción de los índices de optimización

Tabla 4.1 Identificaciones del circuito equivalente del eje  $d$  con una rama de amortiguamiento

Parámetros	Sin ruido (p.u.)	Con ruido (p.u.)			
		1/300	1/500	1/1000	1/3000
$L_{kf1}$	2.3627235e-4	2.365357e-4	2.368693e-4	2.362875e-4	2.362555e-4
$L_{1d}$	-6.2972948e-6	-6.2839e-6	-6.2895e-6	-6.2971e-6	-6.2979e-6
$L_f$	4.7034228e-5	4.68185e-5	4.69534e-5	4.70271e-5	4.70341e-5
$R_{1d}$	2.8746660e-3	2.8615493e-3	2.8685158e-3	2.8721562e-3	2.8747185e-3
Índice 1	3498.171	3590.01	3551.978	3521.785	3507.751

Tabla 4.2 Identificaciones del circuito equivalente del eje  $d$  con tres ramas de amortiguamiento

Parámetros	Sin ruido (p.u.)	Con ruido (p.u.)			
		1/300	1/500	1/1000	1/3000
$L_{kf1}$	3.6297078e-4	3.452915e-4	3.617411e-4	3.517429e-4	3.597741e-4
$L_{1d}$	8.5059234e-3	8.4111807e-3	8.3586907e-3	8.5292472e-3	8.4811055e-3
$L_{kf2}$	-1.8425961e-4	-1.682111e-4	-1.832844e-4	-1.735921e-4	-1.811026e-4
$L_{2d}$	-8.4369589e-7	-8.673e-7	-8.377e-7	-8.479e-7	-8.49e-7
$L_{kf3}$	4.4892487e-5	4.51049e-5	4.47466e-5	4.492e-5	4.49109e-5
$L_{3d}$	-3.3097552e-6	-3.3827e-6	-3.2608e-6	-3.326e-6	-3.3429e-6
$L_f$	2.6170585e-5	2.61725e-5	2.60491e-5	2.61604e-5	2.6194e-5
$R_{1d}$	6.4681225e-3	6.4060727e-3	6.4082798e-3	6.4152818e-3	6.4473816e-3
$R_{2d}$	3.914637e-3	3.9497363e-3	3.9095945e-3	3.9183946e-3	3.9158439e-3
$R_{3d}$	1.5356727e-2	1.53869943e-2	1.52592184e-2	1.53628786e-2	1.54007294e-2
Índice 1	993.427	1025.050	1021.785	1004.774	997.132

Tabla 4.3 Identificaciones del circuito equivalente del eje  $d$  con cinco ramas de amortiguamiento

Parámetros	Sin ruido (p.u.)	Con ruido (p.u.)			
		1/300	1/500	1/1000	1/3000
$L_{kf1}$	4.0236218e-4	3.693372e-4	4.093031e-4	4.066233e-4	3.995303e-4
$L_{1d}$	1.0517272e-2	1.00505363e-2	1.04914328e-2	1.04599328e-2	1.05300559e-2
$L_{kf2}$	-6.3915215e-4	-6.283676e-4	-6.396409e-4	-6.457115e-4	-6.349556e-4
$L_{2d}$	8.8250099e-4	9.766492e-4	8.608181e-4	8.955718e-4	8.752594e-4
$L_{kf3}$	4.5485313e-4	4.739206e-4	4.500403e-4	4.573602e-4	4.533744e-4
$L_{3d}$	-1.4748693e-6	-1.5969e-6	-1.5049e-6	-1.4272e-6	-1.4981e-6
$L_{kf4}$	-4.6871251e-5	-4.50173e-5	-4.68421e-5	-4.76692e-5	-4.65559e-5
$L_{4d}$	3.0774495e-4	2.999629e-4	3.137853e-4	3.094754e-4	3.075475e-4
$L_{kf5}$	1.0709700e-4	1.050528e-4	1.068211e-4	1.079971e-4	1.065989e-4
$L_{5d}$	-2.2655996e-6	-1.8823e-6	-2.3705e-6	-2.3742e-6	-2.2651e-6
$L_f$	3.1543590e-5	3.12485e-5	3.17583e-5	3.16783e-5	3.15666e-5
$R_{1d}$	6.615498e-3	6.2703295e-3	6.689973e-3	6.6496068e-3	6.5931767e-3
$R_{2d}$	8.898283e-2	9.61663686e-2	8.46683503e-2	9.03707887e-2	8.81019939e-2
$R_{3d}$	7.4759933e-3	7.3834394e-3	7.5875641e-3	7.415353e-3	7.489018e-3
$R_{4d}$	9.3166495e-3	9.5544631e-3	9.2108043e-3	9.3810109e-3	9.2824457e-3
$R_{5d}$	1.1483926e-2	1.13922882e-2	1.1517901e-2	1.15094938e-2	1.15071808e-2
Índice 1	51.683	69.339	60.203	55.124	52.562

Tabla 4.4 Identificaciones del circuito equivalente del eje  $q$  con una rama de amortiguamiento

Parámetros	Sin ruido (p.u.)	Con ruido (p.u.)			
		1/300	1/500	1/1000	1/3000
$L_{1q}$	6.7085793e-4	6.699491e-4	6.702221e-4	6.710785e-4	6.70643e-4
$R_{1q}$	5.3916717e-3	5.4115697e-3	5.3925584e-3	5.3877611e-3	5.3914683e-3
Índice 1	4077.892	4106.086	4091.904	4086.071	4080.163

Tabla 4.5 Identificaciones del circuito equivalente del eje  $q$  con tres ramas de amortiguamiento

Parámetros	Sin ruido (p.u.)	Con ruido (p.u.)			
		1/300	1/500	1/1000	1/3000
$L_{1q}$	7.0801483e-4	7.068731e-4	7.098658e-4	7.07532e-4	7.077438e-4
$L_{2q}$	6.6500116e-5	6.60728e-5	6.64904e-5	6.63437e-5	6.65158e-5
$L_{3q}$	2.8516329e-3	2.842456e-3	2.8491908e-3	2.8589818e-3	2.8476425e-3
$R_{1q}$	1.3859336e-2	1.38983488e-2	1.38782936e-2	1.38362001e-2	1.38736111e-2
$R_{2q}$	8.5034117e-2	8.48519145e-2	8.4832063e-2	8.51278405e-2	8.51462722e-2
$R_{3q}$	5.224124e-3	5.2315605e-3	5.226825e-3	5.2211238e-3	5.2244742e-3
Índice 1	183.193	188.327	186.569	184.721	183.798

Tabla 4.6 Identificaciones del circuito equivalente del eje  $q$  con cuatro ramas de amortiguamiento

Parámetros	Sin ruido (p.u.)	Con ruido (p.u.)			
		1/300	1/500	1/1000	1/3000
$L_{1q}$	6.8657926e-4	6.920024e-4	6.937311e-4	6.862325e-4	6.858278e-4
$L_{2q}$	1.184404e-3	1.1830195e-3	1.1822423e-3	1.1844484e-3	1.1840092e-3
$L_{3q}$	9.8725162e-3	9.7539306e-3	9.827199e-3	9.8816992e-3	9.876639e-3
$L_{4q}$	4.2527525e-5	4.21751e-5	4.36473e-5	4.23692e-5	4.24086e-5
$R_{1q}$	3.7077282e-2	3.73245311e-2	3.74784427e-2	3.69831717e-2	3.70810264e-2
$R_{2q}$	6.6552138e-3	6.6772211e-3	6.6822374e-3	6.648677e-3	6.653449e-3
$R_{3q}$	3.8106482e-3	3.7796008e-3	3.8239165e-3	3.8052532e-3	3.8120129e-3
$R_{4q}$	1.0434222e-1	1.036980614e-1	1.044995789e-1	1.041832773e-1	1.043209958e-1
Índice 1	13.685	15.778	14.57	14.255	13.821

Se puede observar que numéricamente los parámetros identificados en los distintos casos de ruido son muy semejantes, cuando éstos son comparados con el caso sin ruido. Aún el caso en el que se considera el ruido más alto, no se presenta mayor problema para reproducir la RVF, como se puede apreciar gráficamente en la siguiente sección. Para cuantificar las discrepancias en los valores identificados, se utiliza la ecuación (4.5) que define el porcentaje de error en los cálculos.

$$\text{Error porcentual} = \frac{|\text{Valor identificado sin ruido}| - |\text{Valor identificado con ruido}|}{|\text{Valor identificado sin ruido}|} \times 100\% \quad (4.5)$$

En la tabla 4.7 se muestra el error porcentual que se tiene en circuitos de una rama de amortiguamiento al considerar el caso más alto de ruido 1/300. El parámetro que contiene mayor error es  $L_f$ .

Tabla 4.7 Error en la identificación del circuito de una rama de amortiguamiento en el eje  $d$  con ruido de 1/300

Parámetro	Error porcentual %
$L_{kf1}$	-0.111460
$L_{1d}$	-0.212707
$L_f$	0.458661
$R_{1d}$	0.456286

Para el caso de tres ramas de amortiguamiento se presentan los errores porcentuales del nivel de ruido de 1/300 en la tabla 4.8.

Tabla 4.8 Error en la identificación del circuito de tres ramas de amortiguamiento en el eje  $d$  con ruido de 1/300

Parámetro	Error porcentual %
$L_{kf1}$	4.870717
$L_{1d}$	1.113843
$L_{kf2}$	-8.709727
$L_{2d}$	2.797703
$L_{kf3}$	-0.473159
$L_{3d}$	2.203933
$L_f$	-0.007317
$R_{1d}$	0.959317
$R_{2d}$	-0.896616
$R_{3d}$	-0.197094

El parámetro con más error en este caso es  $L_{kf2}$  con 8%. Se puede observar que el ruido no causa efecto de distorsión en el ajuste de los circuitos de tres ramas de amortiguamiento en el eje  $d$ . Para concluir con los circuitos del eje  $d$ , se presentan en la tabla 4.9 los errores que se tienen para el circuito con cinco ramas de amortiguamiento. El parámetro con más error porcentual en este caso es  $L_{5d}$  con 16%.

Tabla 4.9 Error en la identificación del circuito de cinco ramas de amortiguamiento en el eje  $d$  con ruido de 1/300

Parámetro	Error porcentual %
$L_{kf1}$	8.207774
$L_{1d}$	4.437801
$L_{kf2}$	-1.687321
$L_{2d}$	-10.668340
$L_{kf3}$	-4.192005
$L_{3d}$	8.274
$L_{kf4}$	-3.955411
$L_{4d}$	2.528733
$L_{kf5}$	1.908736
$L_{5d}$	-16.918241
$L_f$	0.935499
$R_{1d}$	5.217573
$R_{2d}$	-8.072949
$R_{3d}$	1.238014
$R_{4d}$	-2.552565
$R_{5d}$	0.797965

Se presentan los errores porcentuales para los circuitos del eje  $q$  considerando de igual manera sólo el caso de ruido de 1/300. En la tabla 4.10 se pueden observar los resultados para el circuito equivalente con una rama de amortiguamiento.

Tabla 4.10 Error en la identificación del circuito de una rama de amortiguamiento en el eje  $q$  con ruido de 1/300

Parámetro	Error porcentual %
$L_{1q}$	0.135472
$R_{1q}$	-0.369050

En las tablas 4.11 y 4.12 se pueden visualizar los errores en los casos de tres y cuatro ramas de amortiguamiento en el eje  $q$ , respectivamente. Se puede apreciar que de manera porcentual las discrepancias son pequeñas aun en los valores con más error.

Tabla 4.11 Error en la identificación del circuito de tres ramas de amortiguamiento en el eje  $q$  con ruido de 1/300

Parámetro	Error porcentual %
$L_{1q}$	0.161257
$L_{2q}$	0.642579
$L_{3q}$	0.321812
$R_{1q}$	-0.281491
$R_{2q}$	0.214269
$R_{3q}$	-0.142349

Tabla 4.12 Error en la identificación del circuito de cuatro ramas de amortiguamiento en el eje  $q$  con ruido de 1/300

Parámetro	Error porcentual %
$L_{1q}$	-0.789878
$L_{2q}$	0.116894
$L_{3q}$	1.201168
$L_{4d}$	0.828698
$R_{1q}$	-0.666847
$R_{2q}$	-0.330677
$R_{3q}$	0.814753
$R_{4q}$	0.617351

### ***4.3 Identificaciones: Resultados gráficos***

Con cada conjunto de parámetros se calcula la respuesta del circuito equivalente a la variación de frecuencia. La adecuada sustitución de los parámetros de los circuitos equivalentes en las ecuaciones (3.27), (3.28) y después estas en las ecuaciones (3.16), (3.18), (3.20) y (3.21) brindan la respuesta que se tienen con los circuitos equivalentes de la máquina síncrona.

La obtención de estas respuestas se lleva a cabo comenzando por los distintos casos de ruido para los circuitos equivalentes de una rama de amortiguamiento, después con los de tres ramas de amortiguamiento y finalmente con el caso de cinco ramas de amortiguamiento para el eje  $d$  y cuatro para el eje  $q$ .

### 4.3.1 Los circuitos equivalentes con una rama de amortiguamiento

En este caso, el circuito equivalente del eje  $d$  contiene ocho parámetros de los cuales cuatro son conocidos y los restantes fueron identificados. El circuito equivalente del eje  $q$ , contiene cinco parámetros de los cuales tres son conocidos y dos son identificados. En la figura 4.11 se muestran ambos circuitos.

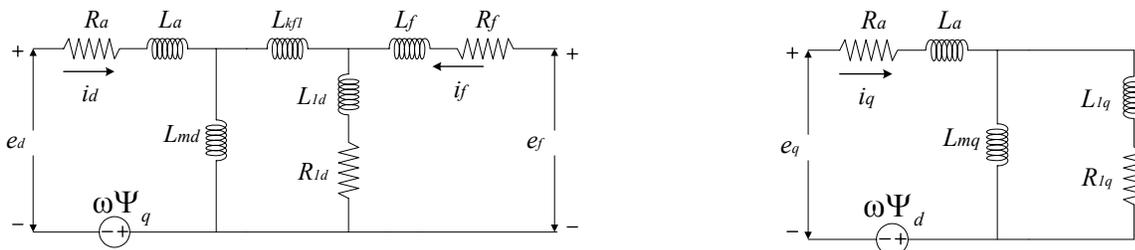


Figura 4.11 Circuitos equivalentes de la máquina síncrona con 1 rama de amortiguamiento

En primer lugar, se toman en cuenta los parámetros identificados cuando no se considera ruido en la RVF. Esto se logra utilizando los parámetros de la tabla 4.1. La respuesta que se obtiene con ellos se muestra en las figuras 4.12 y 4.13, en donde se han incluido las curvas de observación sin ruido, originales. Esta comparación se muestra para observar la capacidad que los circuitos equivalentes tienen para reproducir los datos de observación de la RVF. Se ve que una rama de amortiguamiento tiene una buena capacidad de reproducción. Esta observación es independiente del ruido.

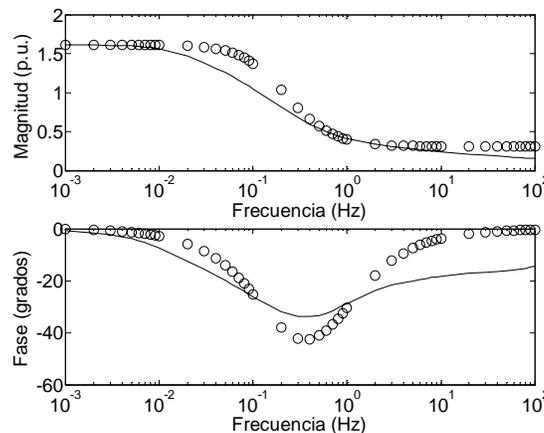


Fig 4.12 Reactancia  $X_q(s)$  sin considerar ruido en el circuito equivalente del eje  $q$ , con una rama de amortiguamiento — datos de observación ○ respuesta del circuito equivalente

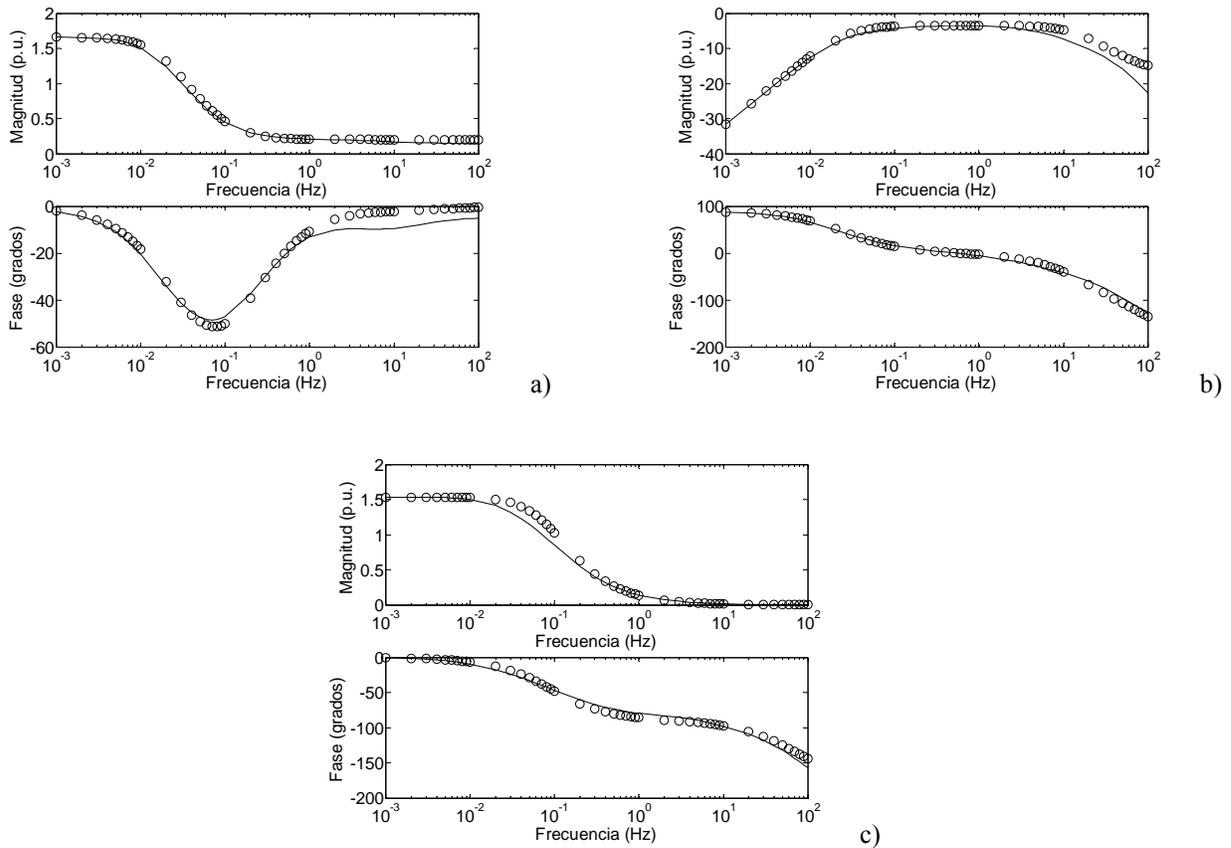


Fig 4.13 Respuesta sin considerar ruido del circuito equivalente del eje  $d$ , con una rama de amortiguamiento — datos de observación ○ respuesta del circuito equivalente a)  $X_d(s)$  b)  $sG(s)/\omega_0$  c)  $X_{dff}(s)$

A partir de este momento se muestran las respuestas que se obtienen cuando existe ruido en los datos de la RVF. Para los primeros tres niveles de ruido no es posible apreciar discrepancias de manera visual, por lo que se considera sólo la mayor cantidad de ruido (1/300) y se presentan los resultados de la respuesta de los circuitos equivalentes, de manera gráfica. De igual manera, se incluyen las curvas originales de observación (RVF), con lo que se observa un buen ajuste a pesar del ruido. En la figura 4.14 se presenta el ajuste para la magnitud de la reactancia operacional del eje  $d$   $X_d(s)$ .

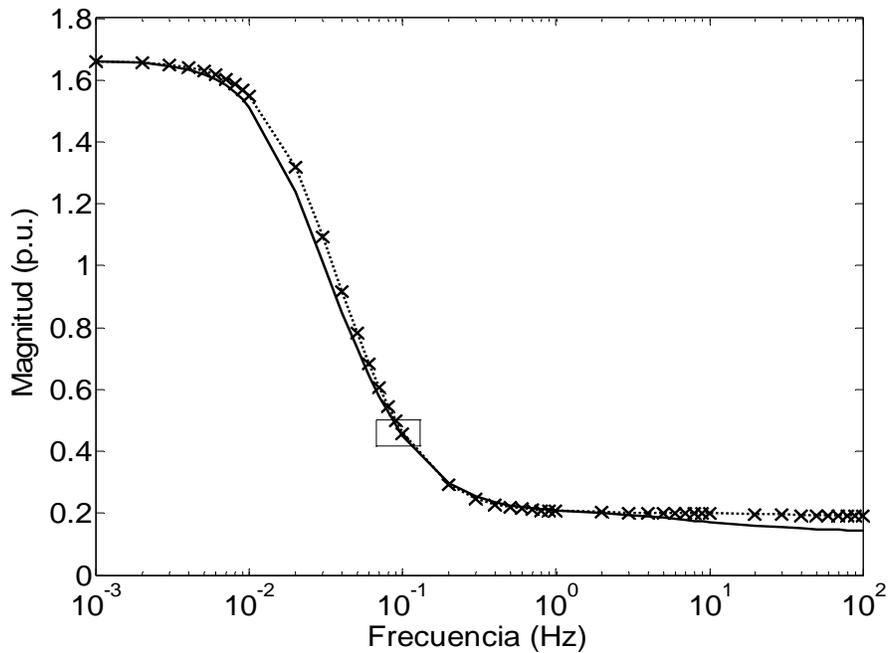


Figura 4.14 Magnitud de  $X_d(s)$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300  
 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con una rama de amortiguamiento)

El pequeño recuadro en las figuras significa que esa área se amplía para poder visualizar las discrepancias, estas son muy pequeñas como puede apreciarse en las figuras donde se presentan los acercamientos, y están presentes en todo el intervalo de frecuencias. El acercamiento para la magnitud de  $X_d(s)$  se muestra en la figura 4.15.

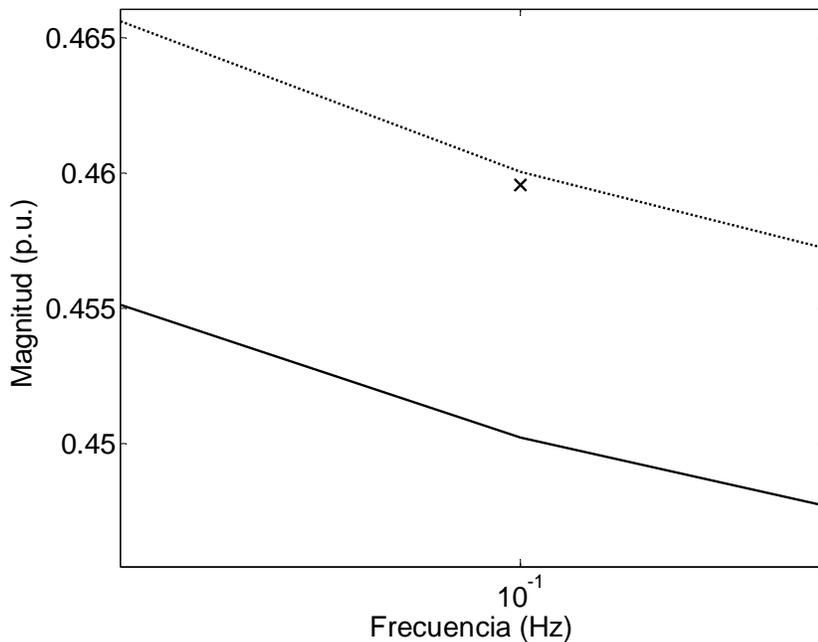


Fig 4.15 Acercamiento en la magnitud de  $X_d(s)$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300  
 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con una rama de amortiguamiento)

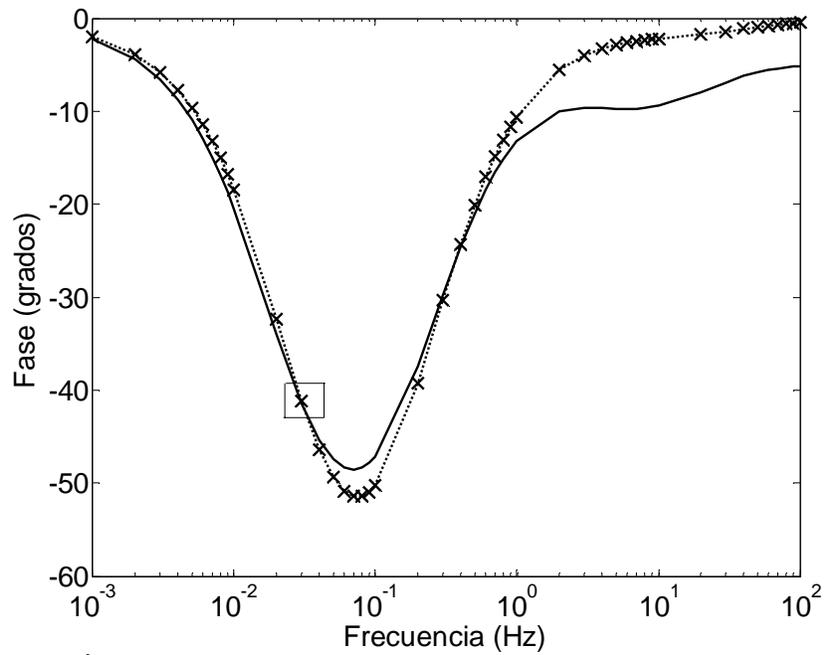


Figura 4.16 Ángulo de fase de  $X_d(s)$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300  
 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con una rama de amortiguamiento)

En la figura 4.16 se presenta el ángulo de fase de  $X_d(s)$  y el acercamiento correspondiente en la figura 4.17

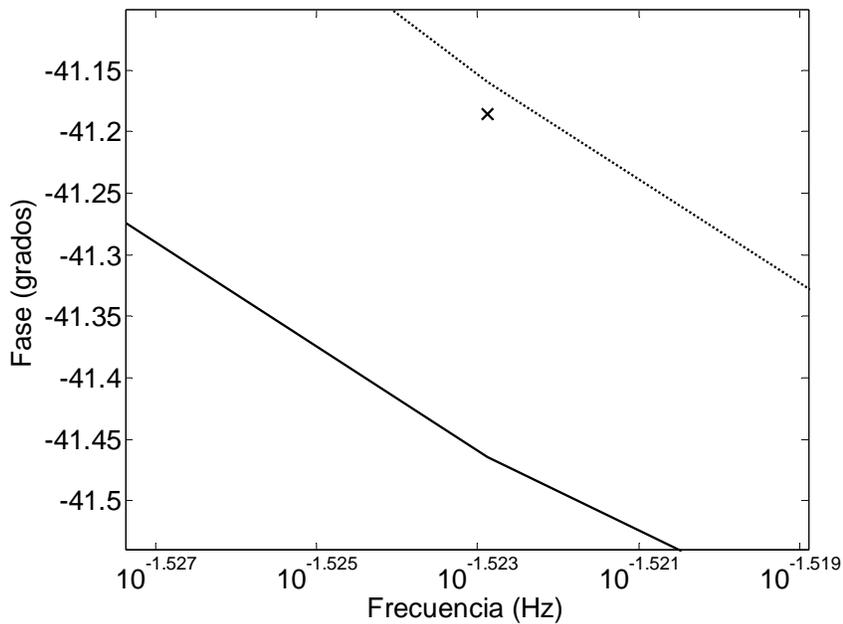


Fig 4.17 Acercamiento en el ángulo de fase de  $X_d(s)$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300  
 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con una rama de amortiguamiento)

Con los acercamientos que se muestran, se puede ver como las respuestas con y sin ruido son prácticamente la misma en todas las funciones de transferencia, cuando se presentan a escala normal en el intervalo de 0.001 a 100 Hz. Los ajustes que se tienen para la función de transferencia  $sG(s)/\omega_0$  se muestran en las figuras 4.18 a la 4.21.

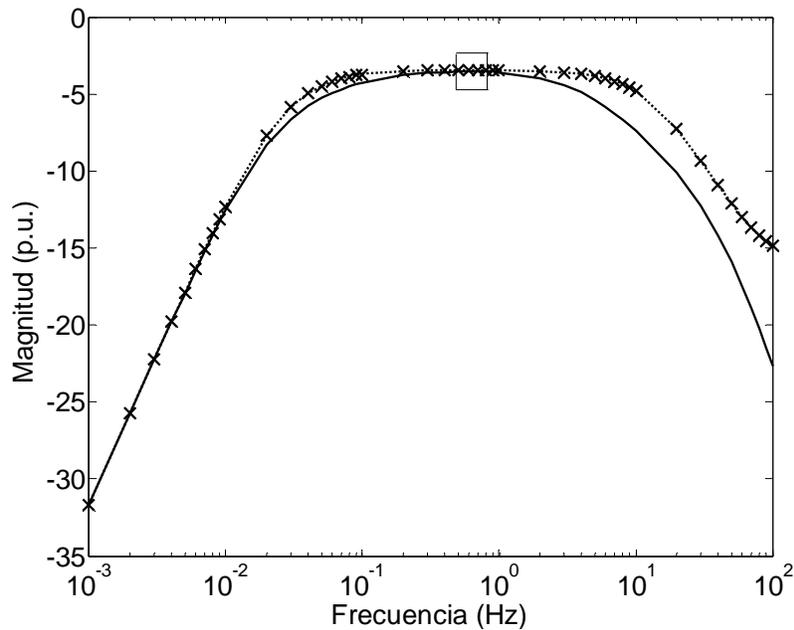


Figura 4.18 Magnitud de  $sG(s)/\omega_0$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300  
 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con una rama de amortiguamiento)

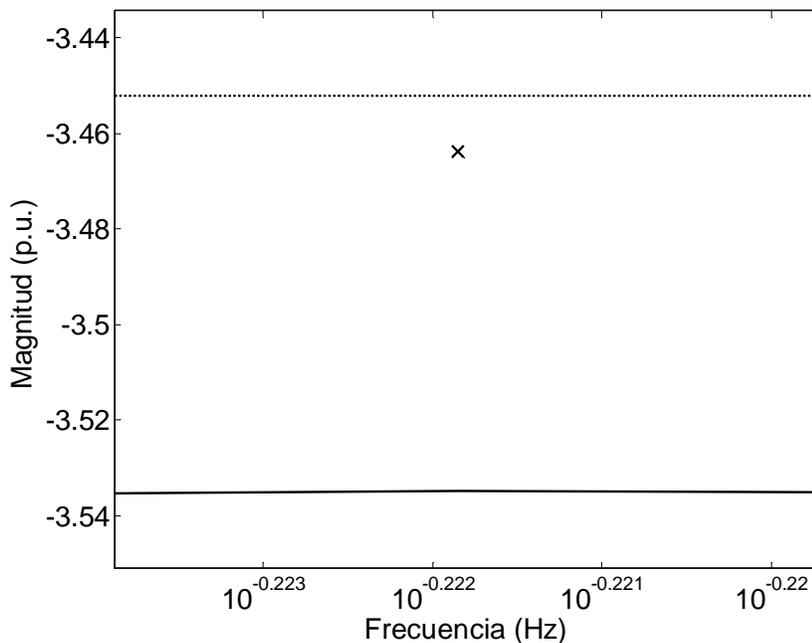


Fig 4.19 Acercamiento en la magnitud de  $sG(s)/\omega_0$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300  
 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con una rama de amortiguamiento)

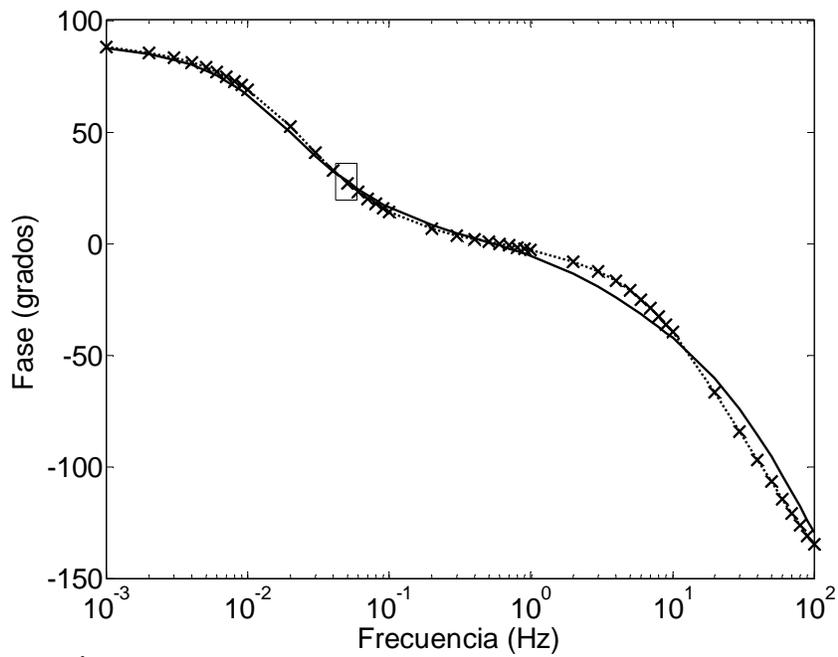


Figura 4.20 Ángulo de fase de  $sG(s)/\omega_0$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300  
 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con una rama de amortiguamiento)

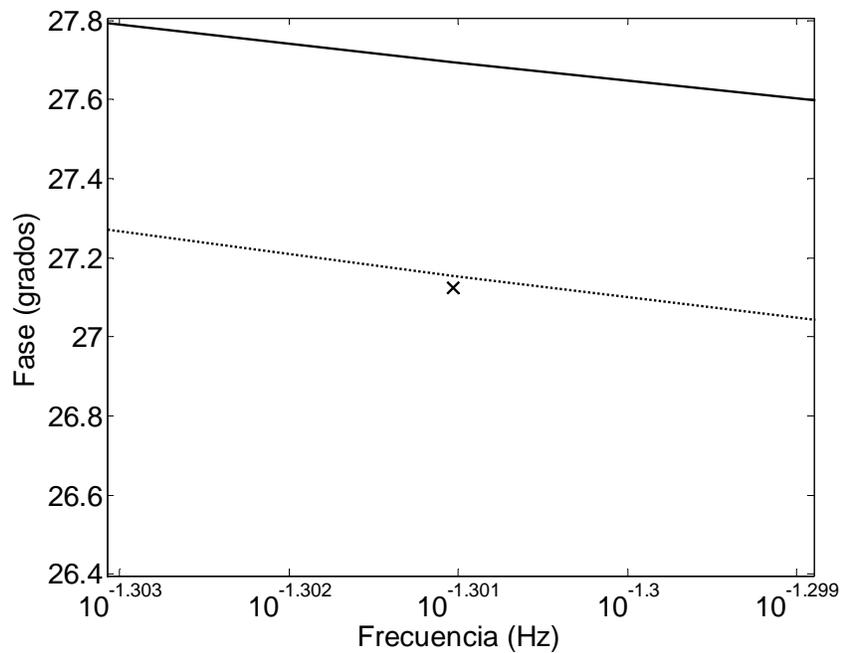


Fig 4.21 Acercamiento en el ángulo de fase de  $sG(s)/\omega_0$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300  
 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con una rama de amortiguamiento)

Las respuestas que se obtienen para la reactancia operacional  $X_{af0}(s)$  se pueden apreciar en las figuras 4.22 a la 4.25.

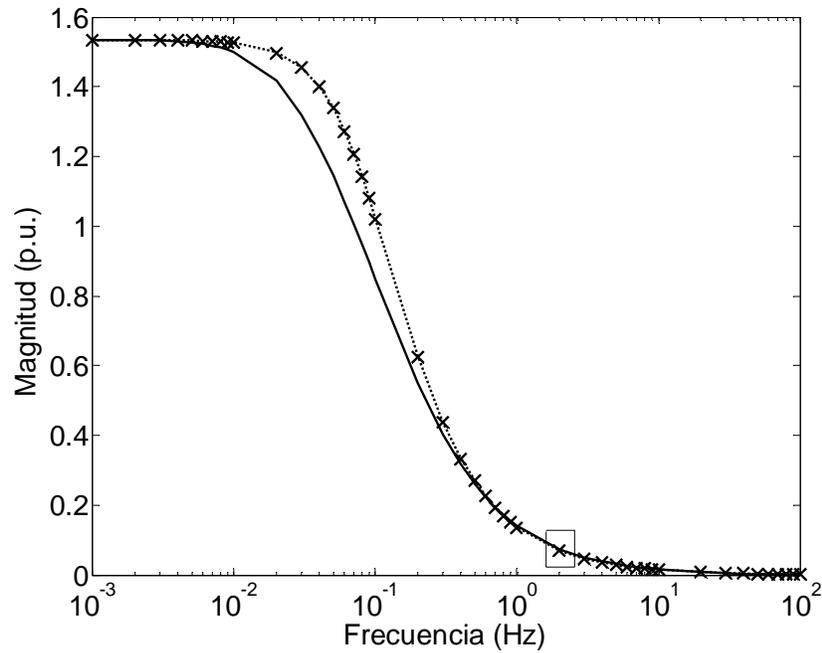


Figura 4.22 Magnitud de  $X_{af0}(s)$ : — RVF × respuesta del circuito con ruido de 1/300  
 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con una rama de amortiguamiento)

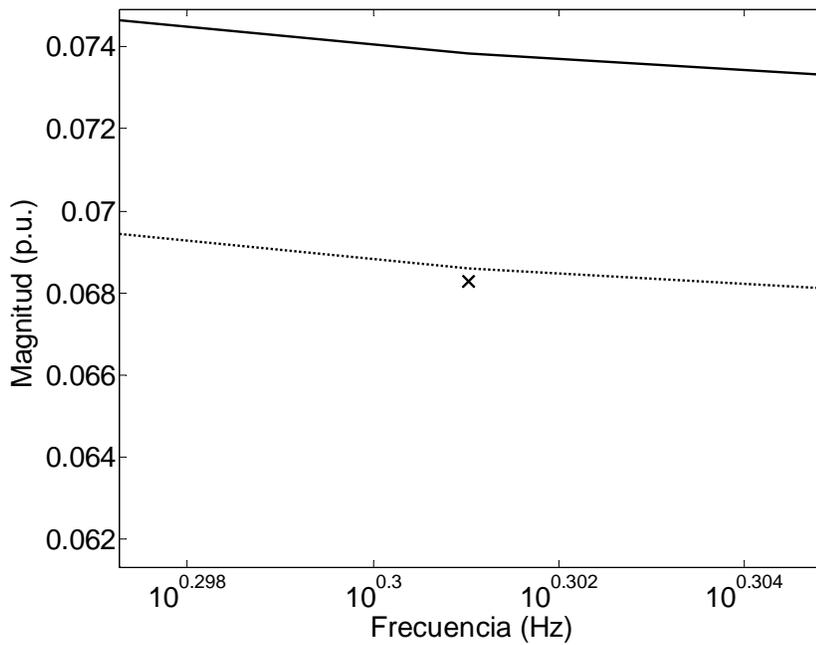


Fig 4.23 Acercamiento en la magnitud de  $X_{af0}(s)$ : — RVF × respuesta del circuito con ruido de 1/300  
 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con una rama de amortiguamiento)

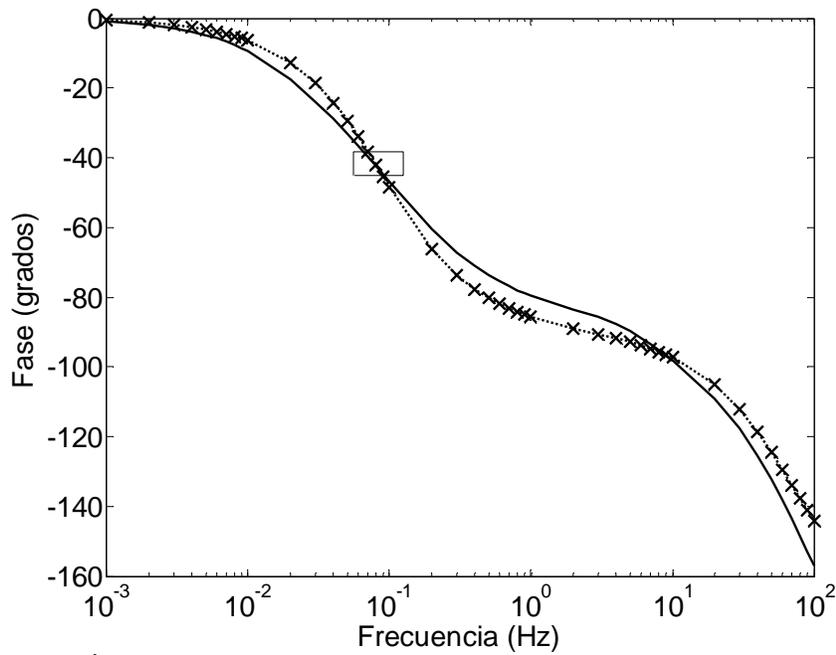


Figura 4.24 Ángulo de fase de  $X_{afi}(s)$ : — RVF × respuesta del circuito con ruido de 1/300  
 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con una rama de amortiguamiento)

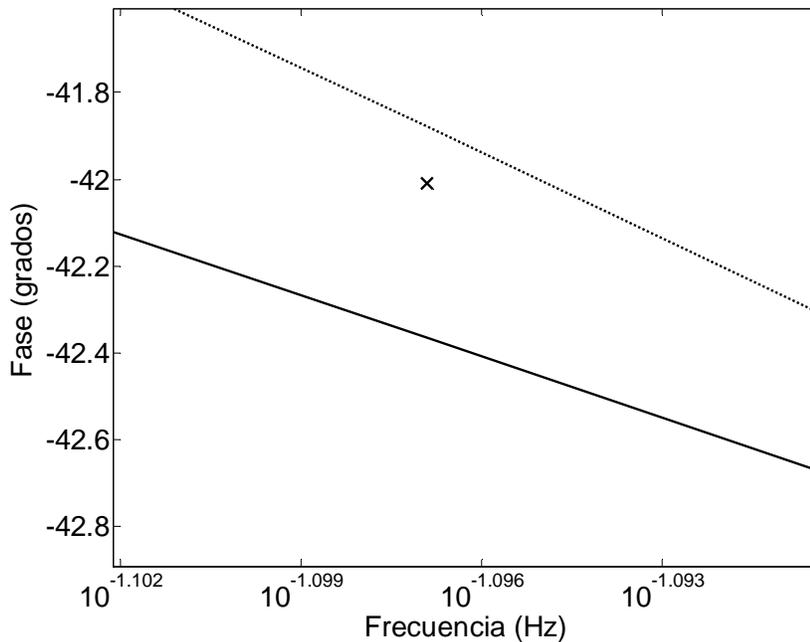


Fig 4.25 Acercamiento en el ángulo de fase de  $X_{afi}(s)$ : — RVF × respuesta del circuito con ruido de 1/300  
 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con una rama de amortiguamiento)

Finalmente los resultados para la reactancia operacional del eje  $q$   $X_q(s)$  se presentan en las figuras 4.26 a la 4.29.

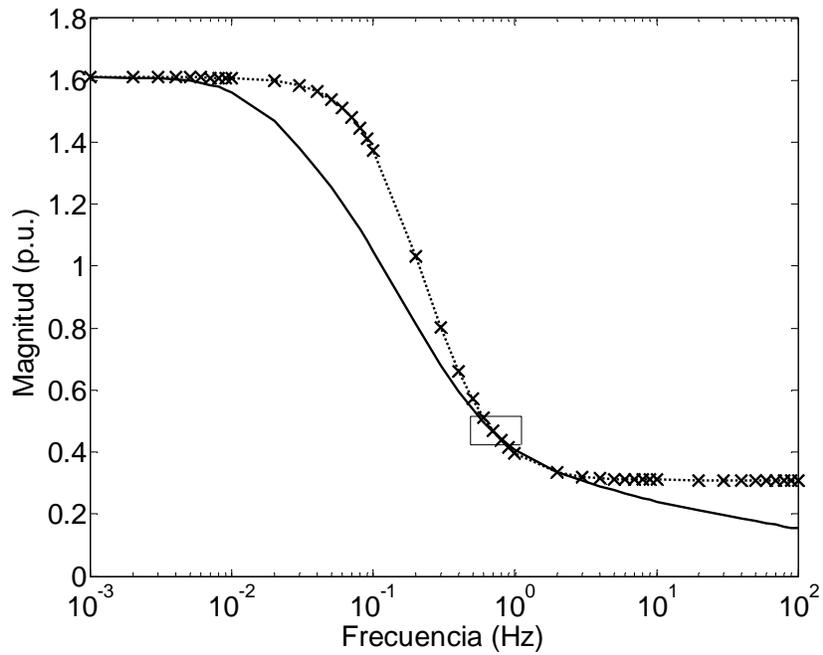


Figura 4.26 Magnitud de  $X_q(s)$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300  
 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con una rama de amortiguamiento)

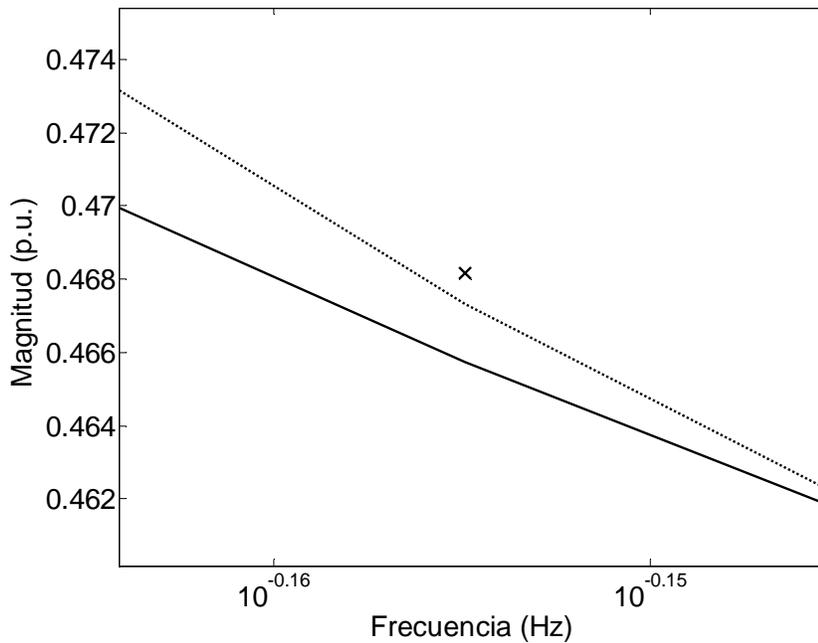


Fig 4.27 Acercamiento en la magnitud de  $X_q(s)$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300  
 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con una rama de amortiguamiento)

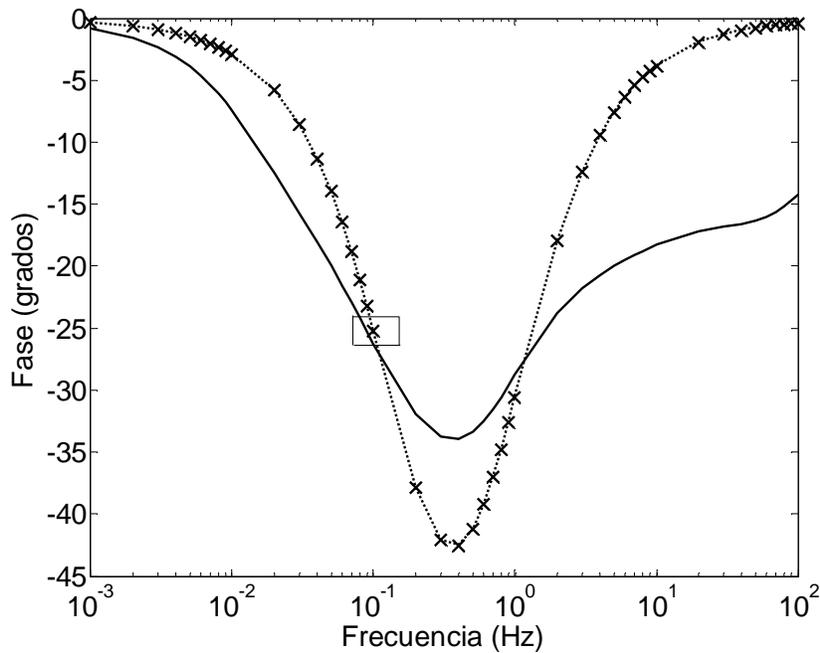


Figura 4.28 Ángulo de fase de  $X_q(s)$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300  
 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con una rama de amortiguamiento)

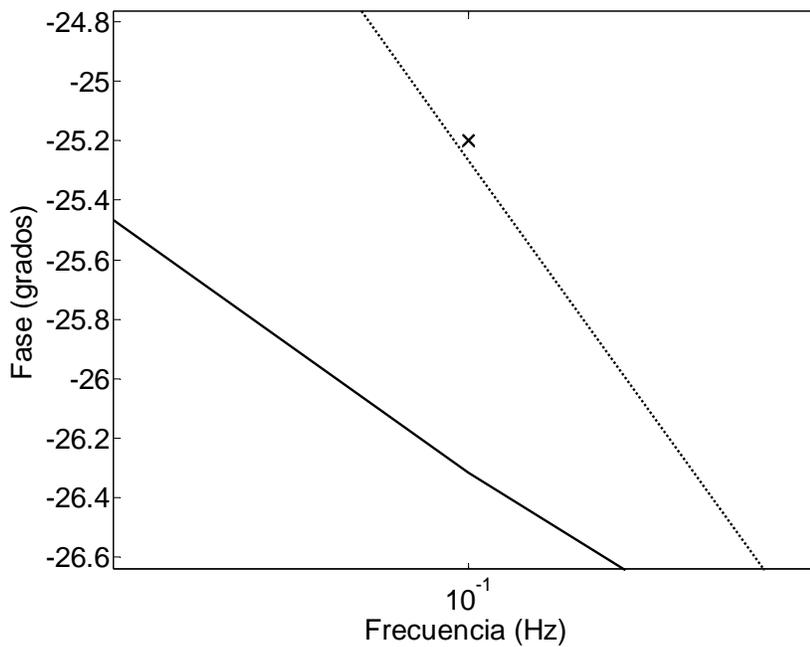


Fig 4.29 Acercamiento en el ángulo de fase de  $X_q(s)$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300  
 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con una rama de amortiguamiento)

En los resultados del caso más crítico de ruido (1/300), puede apreciarse como es prácticamente indistinta la respuesta del circuito equivalente de una rama de amortiguamiento, con ruido y sin él. Los tres casos menores de ruido, brindan respuestas en las cuales no es posible diferenciar los casos con y sin ruido, ni con acercamientos, por ello no se presentan.

### 4.3.2 Los circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento

Para este caso, el circuito equivalente del eje  $d$  contiene catorce parámetros de los cuales cuatro son conocidos y los diez restantes se identifican. El del eje  $q$ , contiene nueve parámetros de los cuales tres son conocidos y seis se identifican. Los circuitos se muestran en las figuras 4.30 y 4.31.

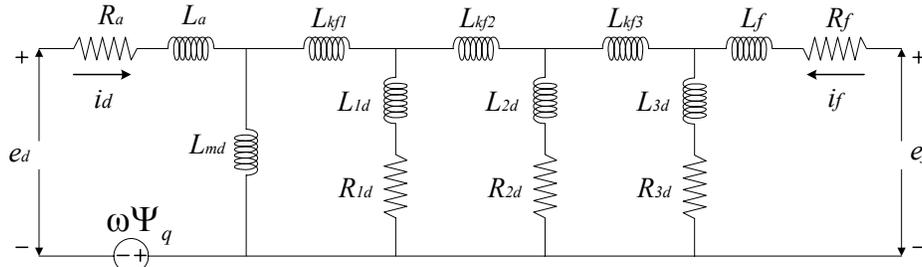


Figura 4.30 Circuito equivalente del eje  $d$  de la máquina síncrona con tres ramas de amortiguamiento

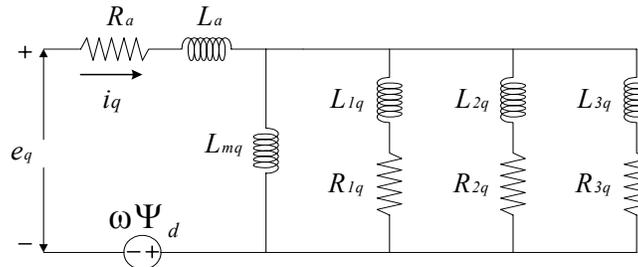


Figura 4.31 Circuito equivalente del eje  $q$  de la máquina síncrona con tres ramas de amortiguamiento

Estos dos circuitos equivalentes contienen más parámetros y por lo tanto, se presenta un mejor ajuste con los datos de observación, cuando se compara con el obtenido con una rama de amortiguamiento. No se considera ruido en la primera identificación y la respuesta se muestra en las figuras 4.32 y 4.33.

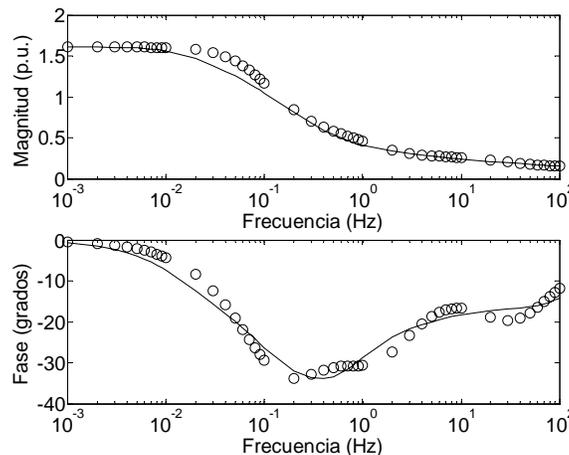
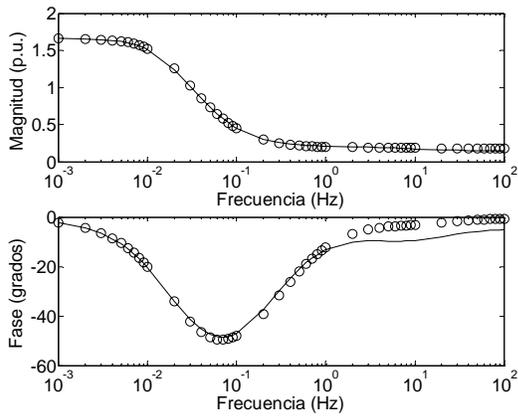
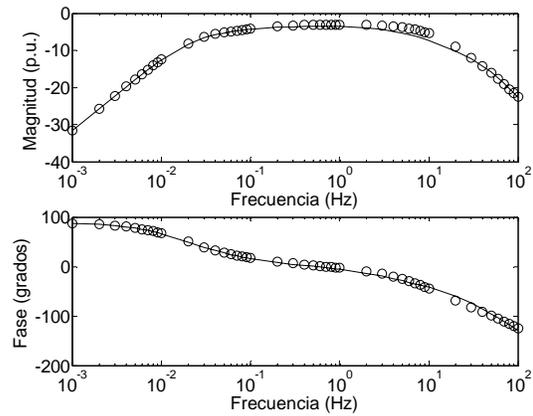


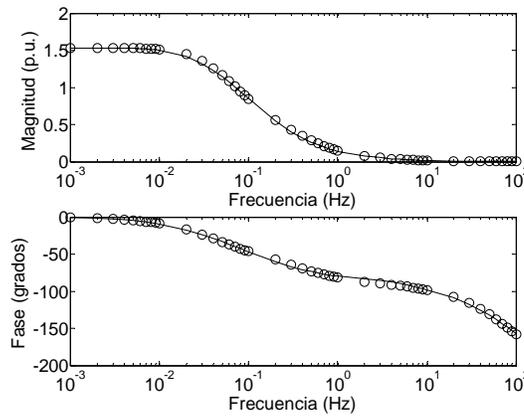
Fig 4.32 Reactancia  $X_q(s)$  sin considerar ruido en el circuito equivalente del eje  $q$ , con tres ramas de amortiguamiento  
— datos de observación   ○ respuesta del circuito equivalente



a)



b)



c)

Fig 4.33 Respuesta sin considerar ruido del circuito equivalente del eje  $d$ , con tres ramas de amortiguamiento  
— datos de observación    ○ respuesta del circuito equivalente    a)  $X_d(s)$     b)  $sG(s)/\omega_0$     c)  $X_{dff}(s)$

Cuando se considera ruido a razón de 1/300, se obtiene la respuesta de los circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento de la reactancia operacional del eje  $d$  que se muestra en las figuras 4.34 a la 4.37.

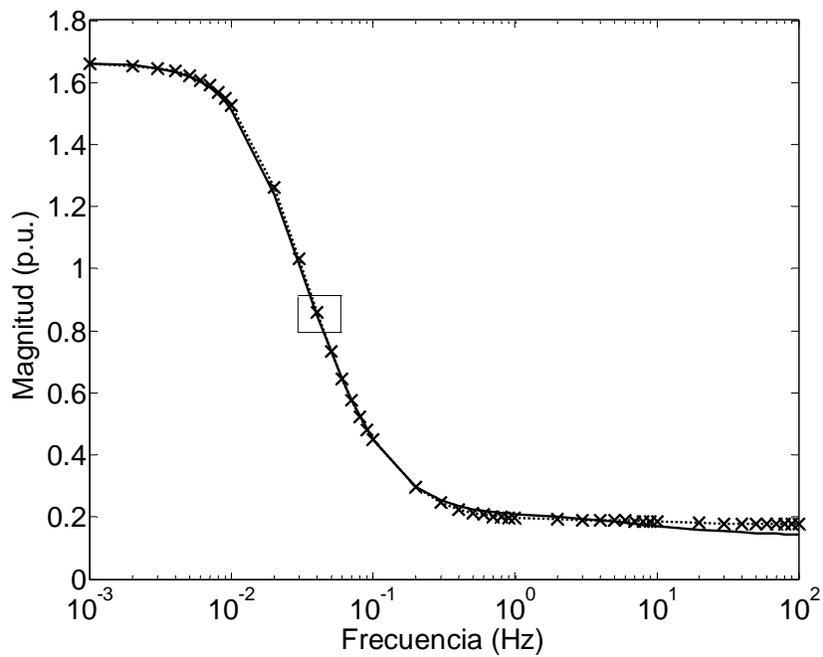


Figura 4.34 Magnitud de  $X_d(s)$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300  
 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento)

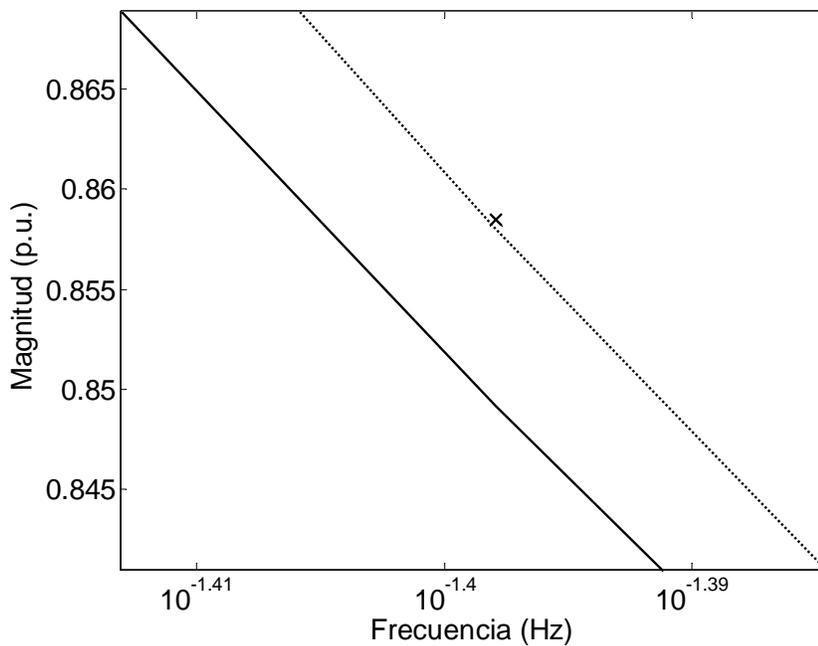


Fig 4.35 Acercamiento en la magnitud de  $X_d(s)$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300  
 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento)

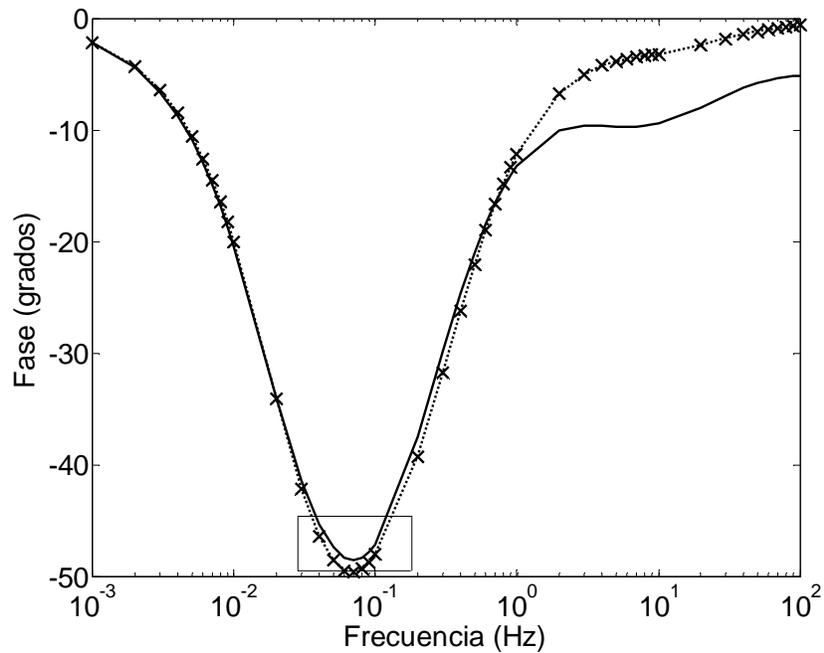


Figura 4.36 Ángulo de fase de  $X_d(s)$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300  
 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento)

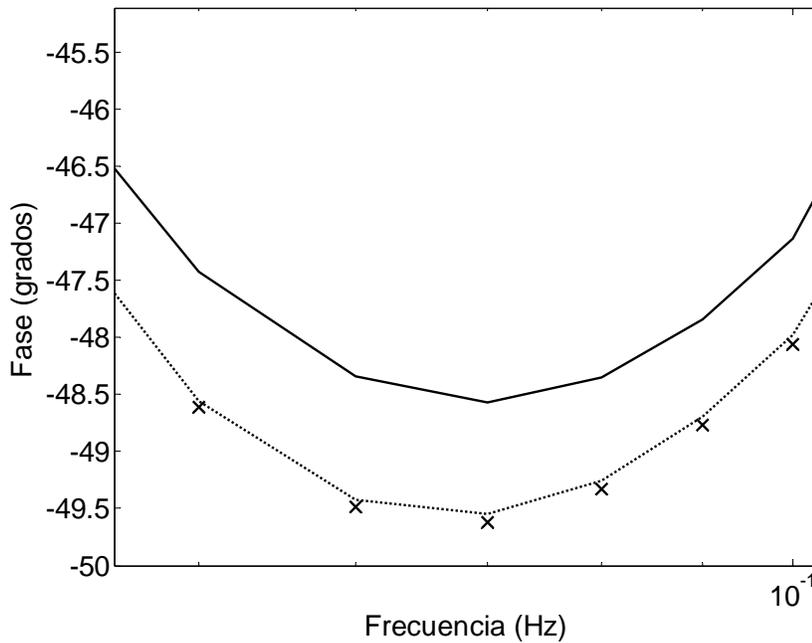


Figura 4.37 Acercamiento en el ángulo de fase de  $X_d(s)$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300  
 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento)

Los resultados para la función de transferencia  $sG(s)/\omega_0$  se muestran en las figuras 4.38 a la 4.41. Se observa que el efecto es muy pequeño cuando se toma en cuenta el ruido de nivel 1/300 en la identificación paramétrica.

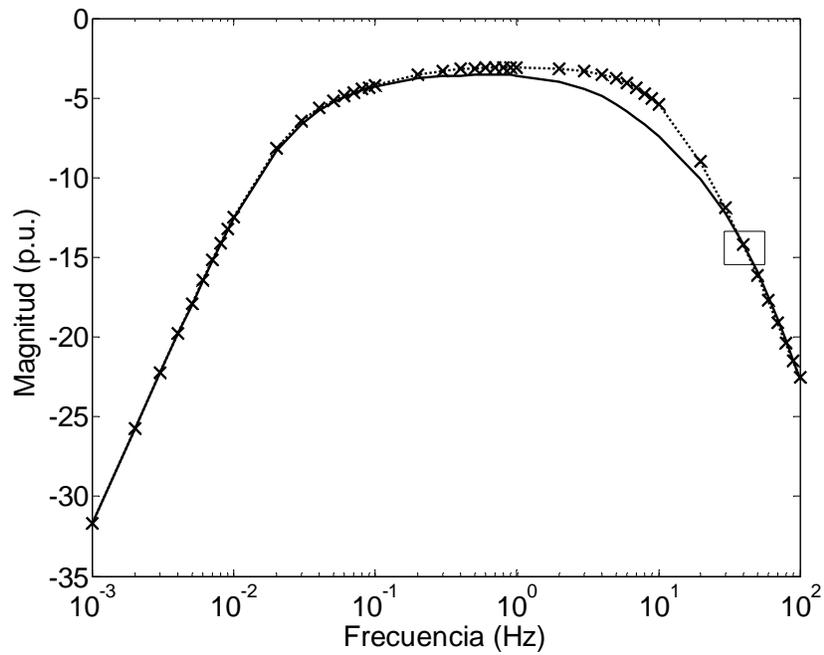


Figura 4.38 Magnitud de  $sG(s)/\omega_0$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300  
 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento)

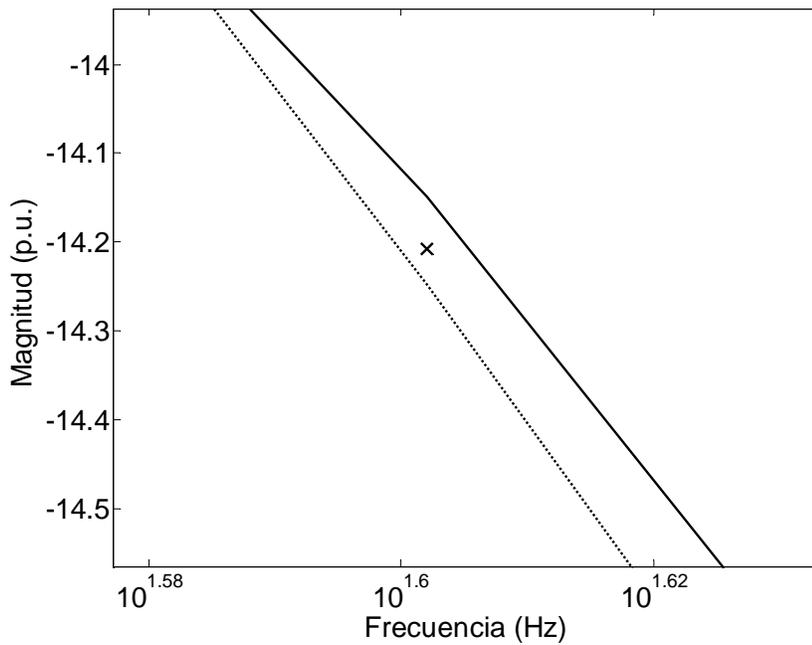


Figura 4.39 Acercamiento en la magnitud de  $sG(s)/\omega_0$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300  
 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento)

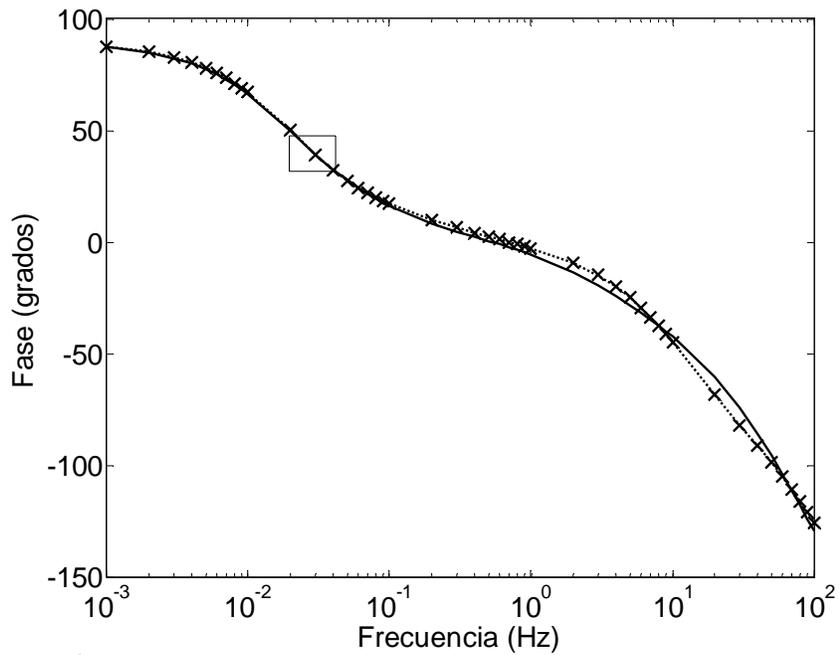


Figura 4.40 Ángulo de fase de  $sG(s)/\omega_0$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300  
 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento)

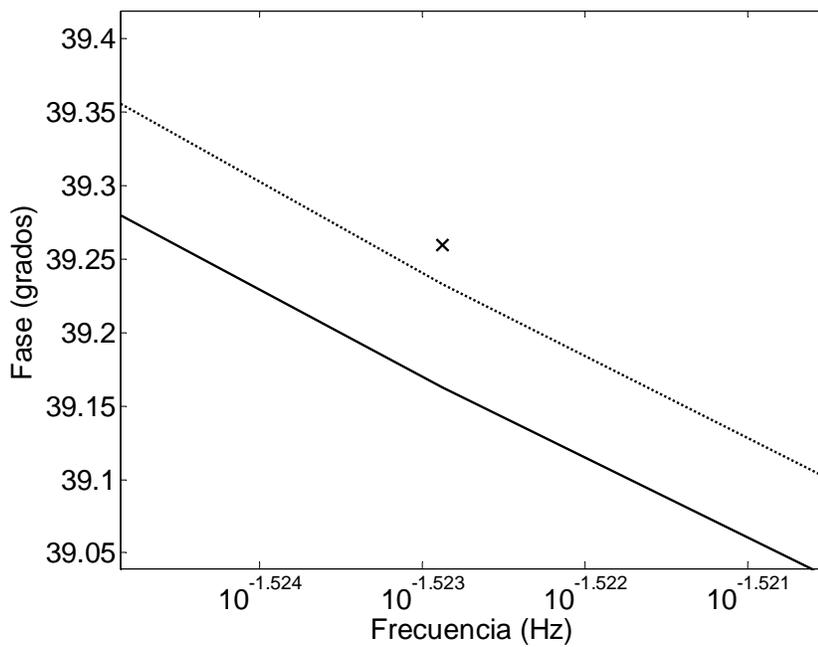


Figura 4.41 Acercamiento en el ángulo de fase de  $sG(s)/\omega_0$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300  
 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento)

La respuesta que se tiene para la función de transferencia  $X_{af0}(s)$  se muestra en las figuras 4.42 a la 4.45.

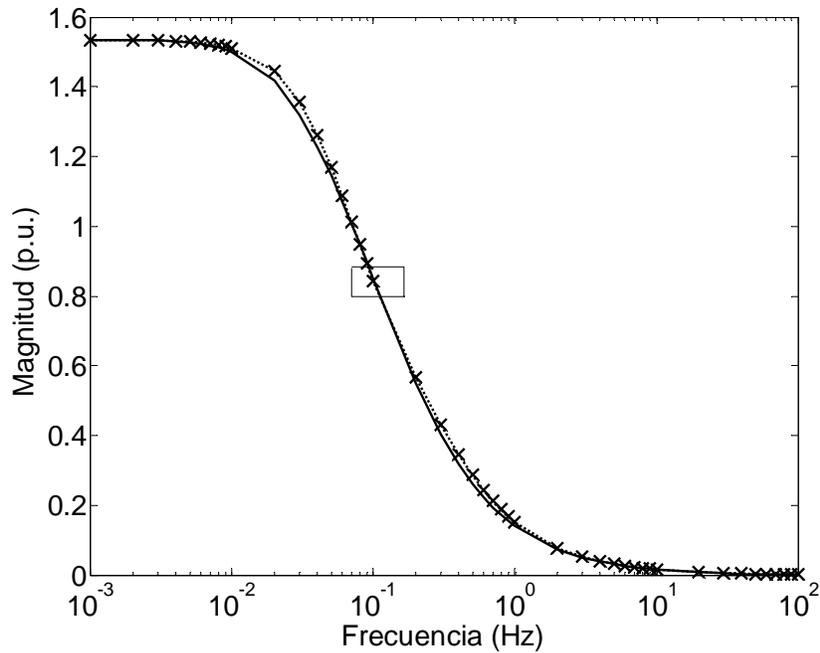


Figura 4.42 Magnitud de  $X_{af0}(s)$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300  
 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento)

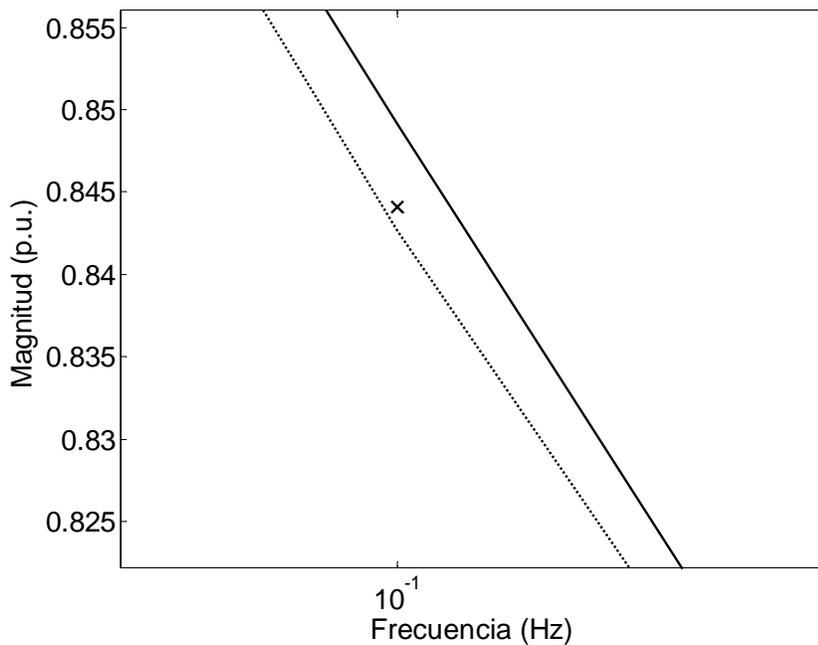


Figura 4.43 Acercamiento en la magnitud de  $X_{af0}(s)$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300  
 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento)

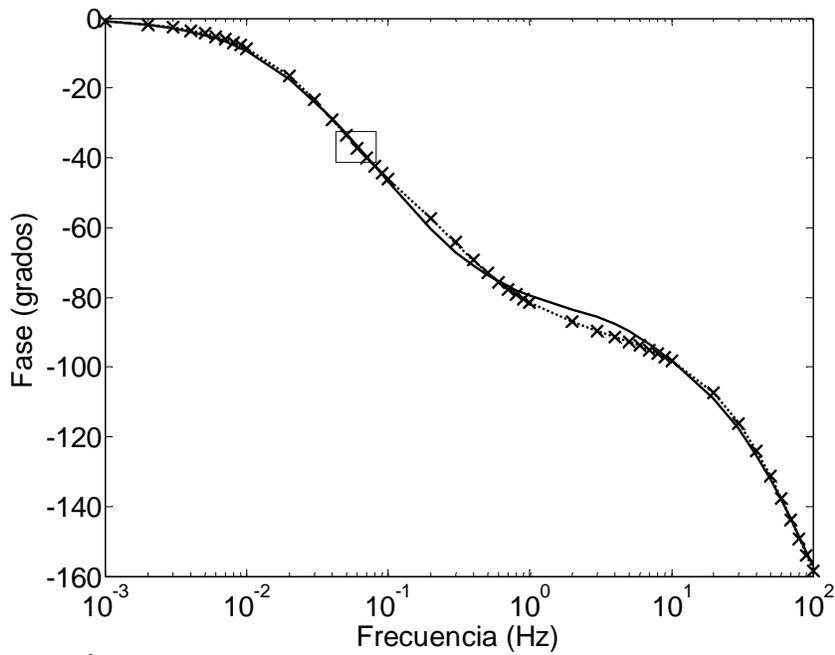


Figura 4.44 Ángulo de fase de  $X_{qj}(s)$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300  
 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento)

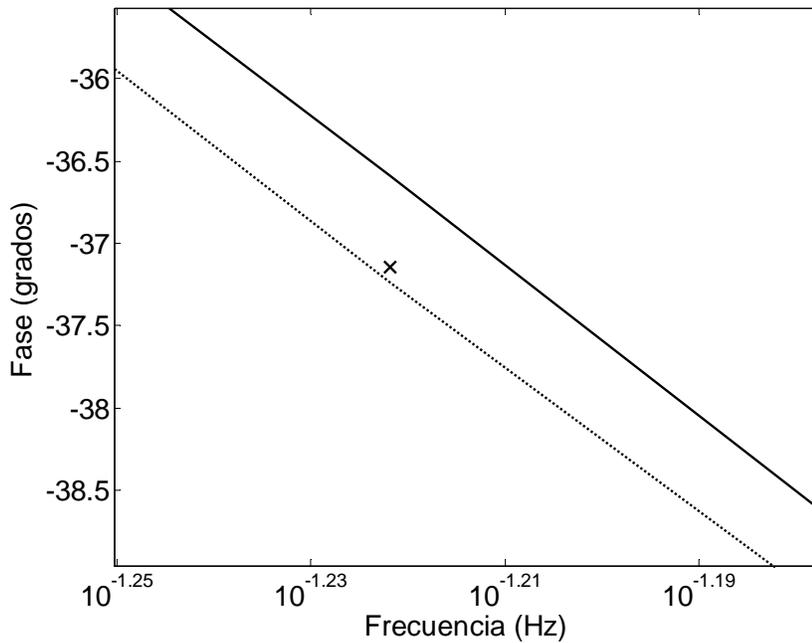


Figura 4.45 Acercamiento en el ángulo de fase de  $X_{qj}(s)$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300  
 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento)

En las figuras 4.46 a la 4.49 se presentan los ajustes que se obtienen para la reactancia operacional del eje  $q$ .

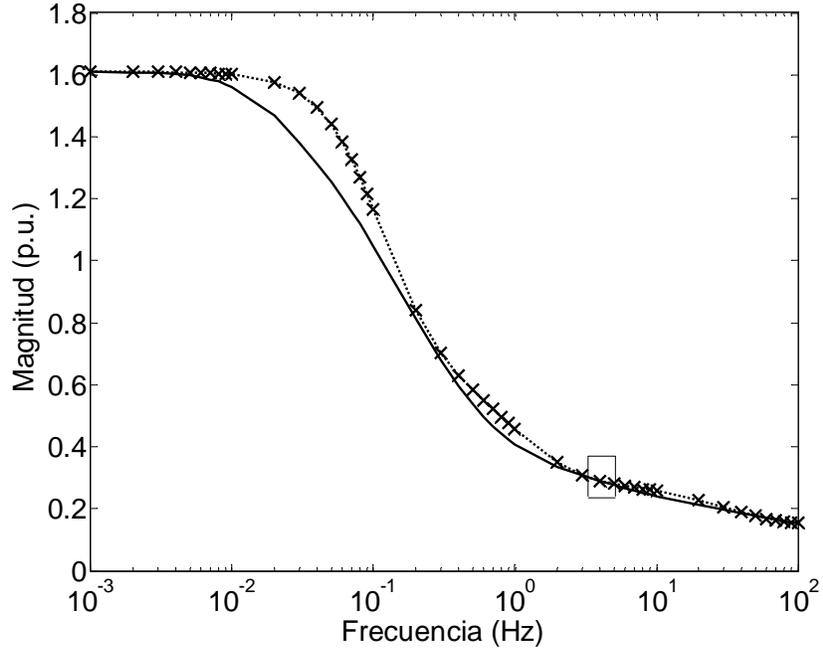


Figura 4.46 Magnitud de  $X_q(s)$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300  
 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento)

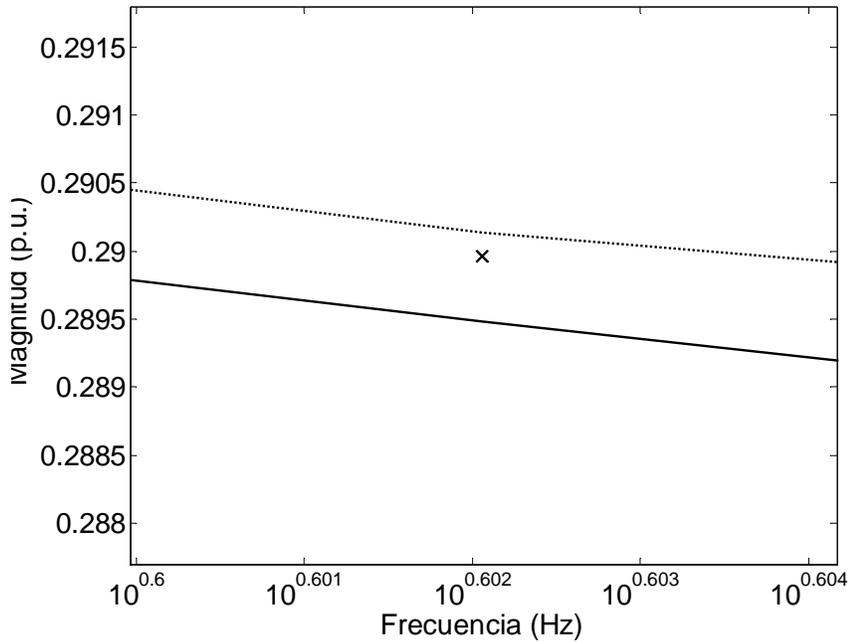


Figura 4.47 Acercamiento en la magnitud de  $X_q(s)$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300  
 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento)

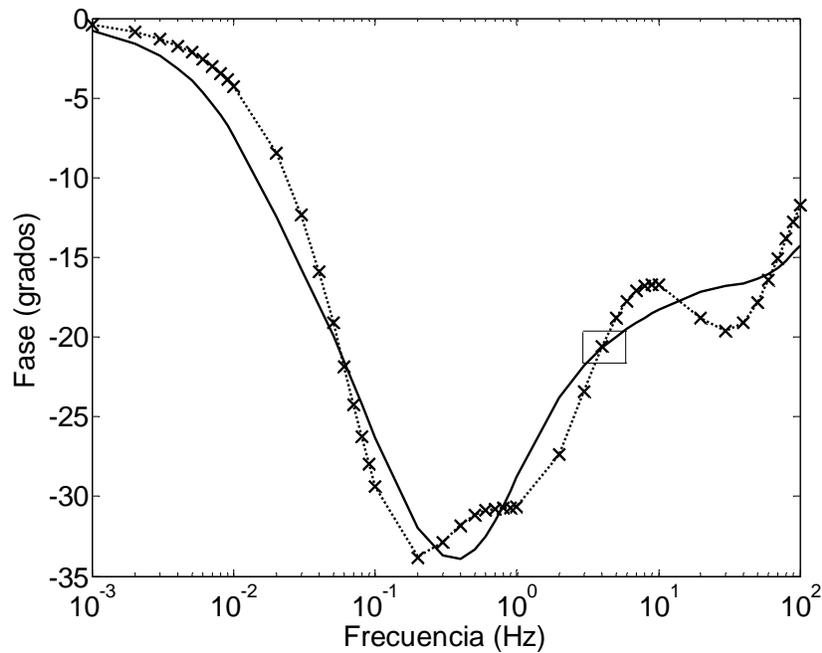


Figura 4.48 Ángulo de fase de  $X_q(s)$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300  
 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento)

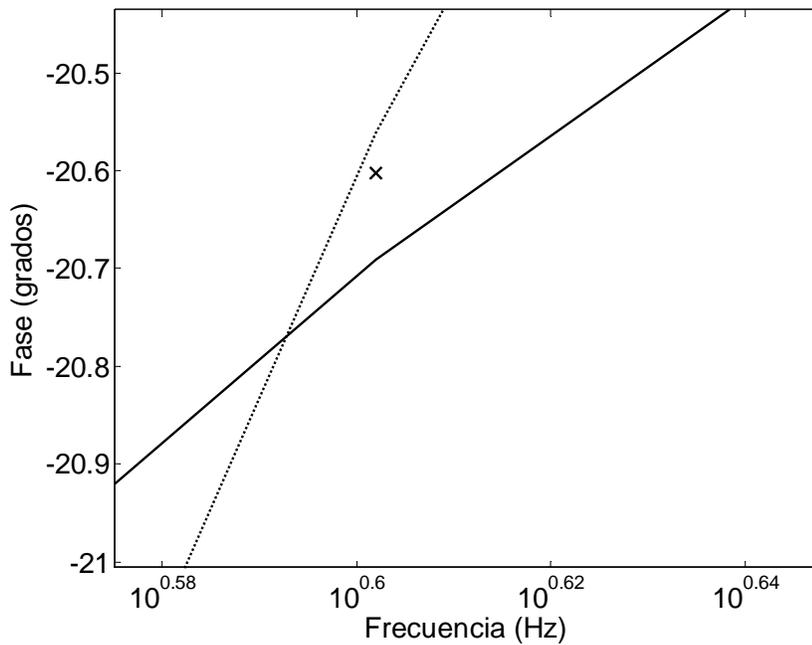


Figura 4.49 Acercamiento en el ángulo de fase de  $X_q(s)$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300  
 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento)

Como puede observarse en los resultados, cuando se incluye ruido en la RVF, los parámetros identificados no impactan de manera drástica en la respuesta que se obtiene con los circuitos equivalentes de tres ramas de amortiguamiento.

### 4.3.3 Los circuitos equivalentes con cinco ramas de amortiguamiento en el eje $d$ y cuatro en el eje $q$

El circuito equivalente del eje  $d$  con cinco ramas de amortiguamiento contiene veinte parámetros de los cuales dieciséis son identificados. El circuito equivalente del eje  $q$  con cuatro ramas de amortiguamiento, contiene once parámetros de los cuales ocho son identificados. Los circuitos se muestran en las figuras 4.50 y 4.51, respectivamente.

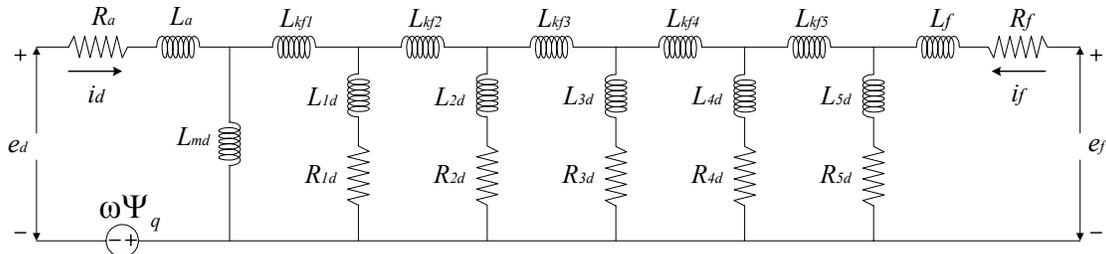


Figura 4.50 Circuito equivalente del eje  $d$  de la máquina síncrona con cinco ramas de amortiguamiento

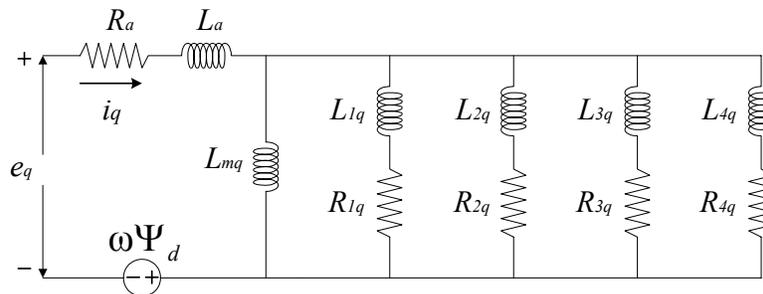


Figura 4.51 Circuito equivalente del eje  $q$  de la máquina síncrona con cuatro ramas de amortiguamiento

Estos dos circuitos son los de mayor orden que se consideran en este trabajo. La respuesta que se tiene con ellos cuando se utilizan los parámetros identificados sin ruido en los datos de observación es muy buena, como puede observarse en las figuras 4.52 y 4.53.

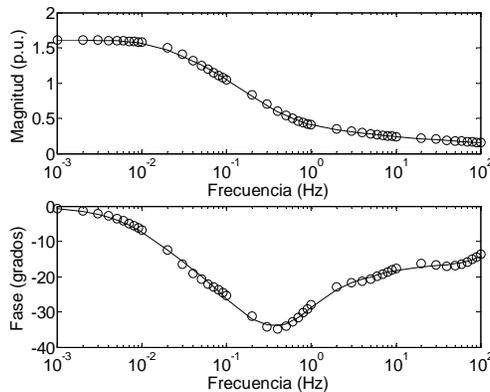


Fig 4.52 Reactancia  $X_q(s)$  sin considerar ruido en el circuito equivalente del eje  $q$ , con cuatro ramas de amortiguamiento — datos de observación ○ respuesta del circuito equivalente

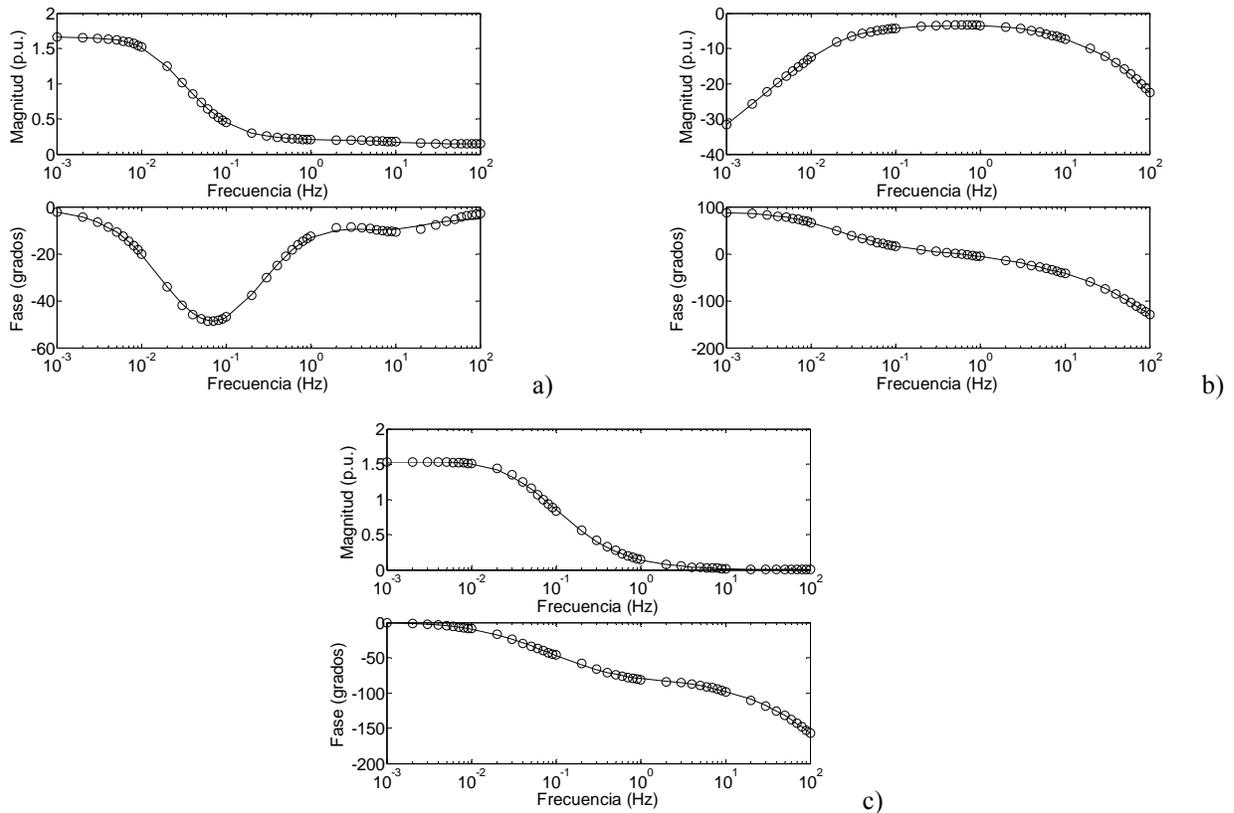


Figura 4.53 Respuesta sin considerar ruido del circuito equivalente del eje  $d$ , con cinco ramas de amortiguamiento — datos de observación ○ respuesta del circuito equivalente a)  $X_d(s)$  b)  $sG(s)/\omega_0$  c)  $X_{aff}(s)$

Cuando se considera ruido a razón de 1/300, se obtienen las respuestas de la función de transferencia  $X_d(s)$  que se muestran en las figura 4.54 a la 4.57.

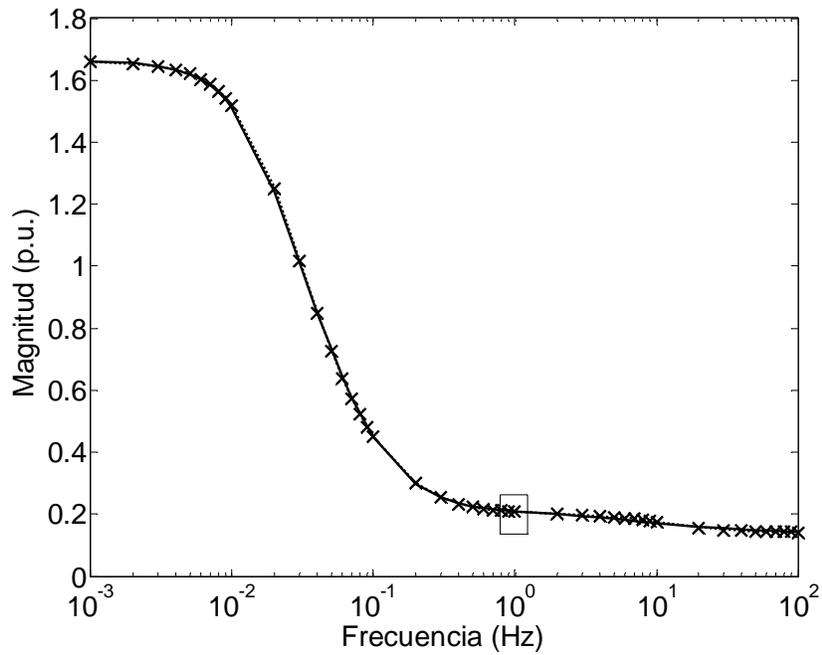


Figura 4.54 Magnitud de  $X_d(s)$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300  
 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con cinco ramas de amortiguamiento)

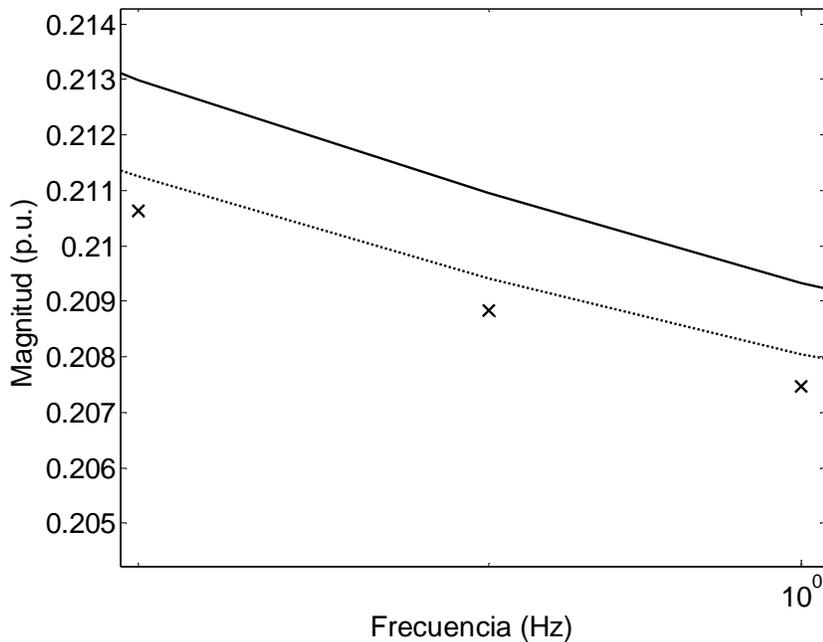


Fig 4.55 Acercamiento en la magnitud de  $X_d(s)$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300  
 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con cinco ramas de amortiguamiento)

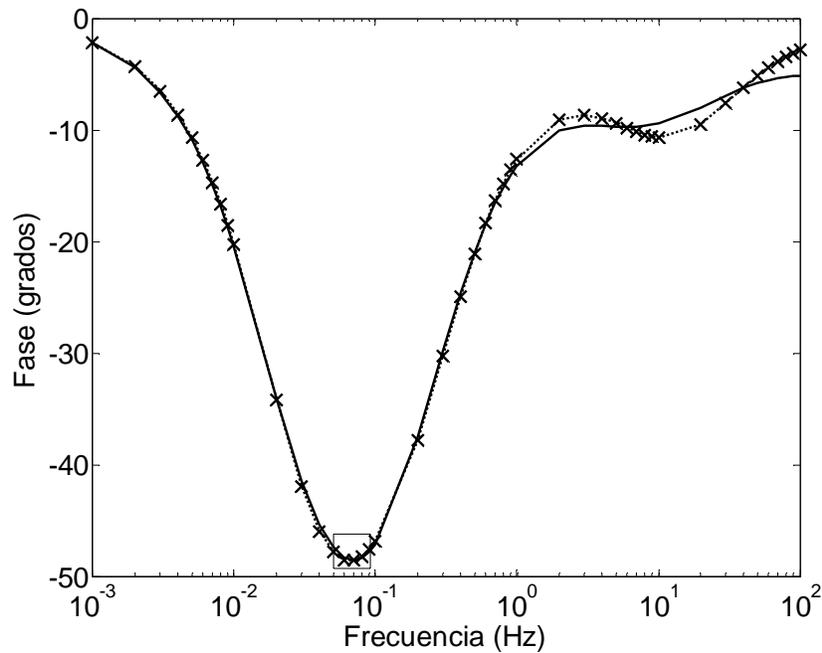


Figura 4.56 Ángulo de fase de  $X_d(s)$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300  
 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con cinco ramas de amortiguamiento)

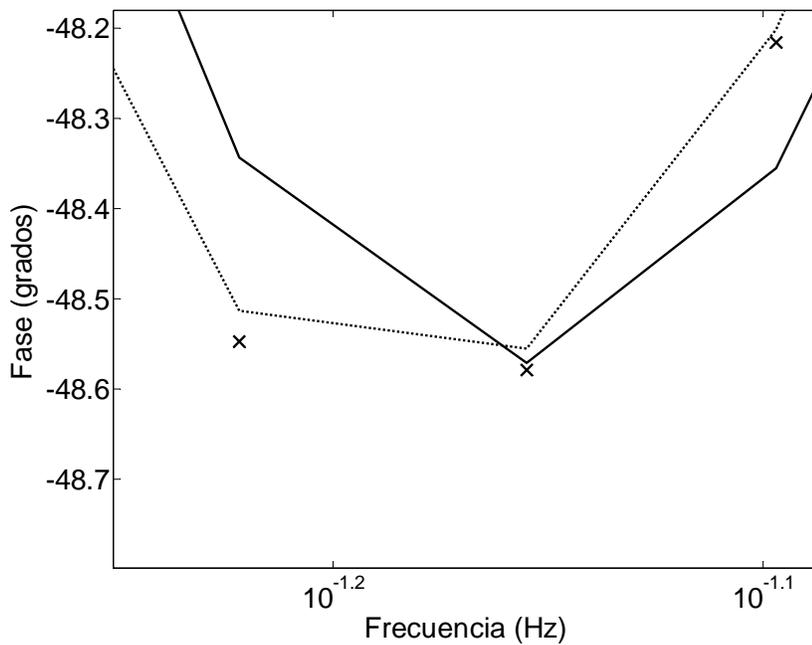


Figura 4.57 Acercamiento en el ángulo de fase de  $X_d(s)$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300  
 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con cinco ramas de amortiguamiento)

Con los acercamientos en las figuras 4.55 y 4.57, se puede apreciar el efecto de la inclusión de ruido en la respuesta de la reactancia operacional del eje  $d$ . Se observa que en el circuito de cinco ramas de amortiguamiento en el eje  $d$  no impacta demasiado. En las figuras 4.58 a la 4.61 se presentan los resultados para la función de transferencia  $sG(s)/\omega_0$ .

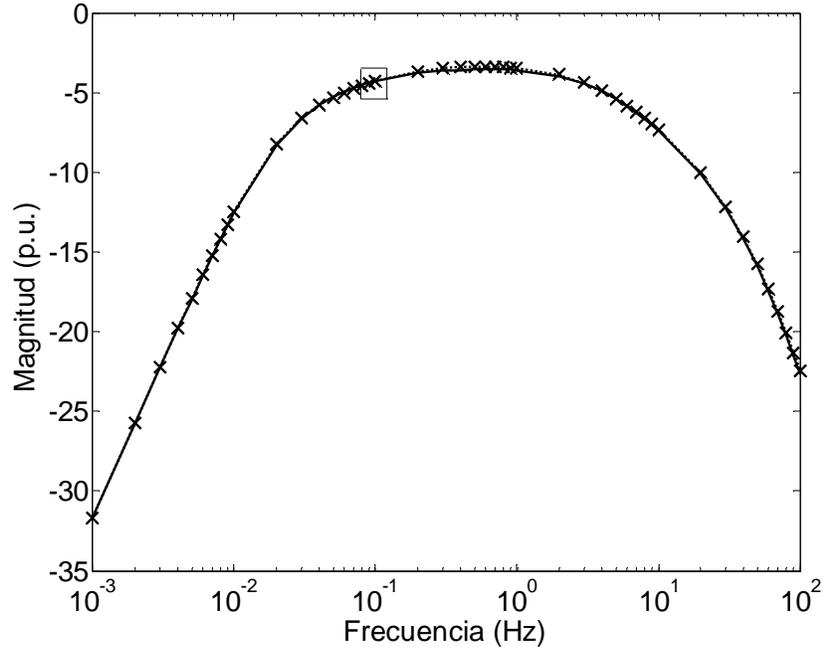


Figura 4.58 Magnitud de  $sG(s)/\omega_0$ : — RVF    x respuesta del circuito con ruido de 1/300  
 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con cinco ramas de amortiguamiento)

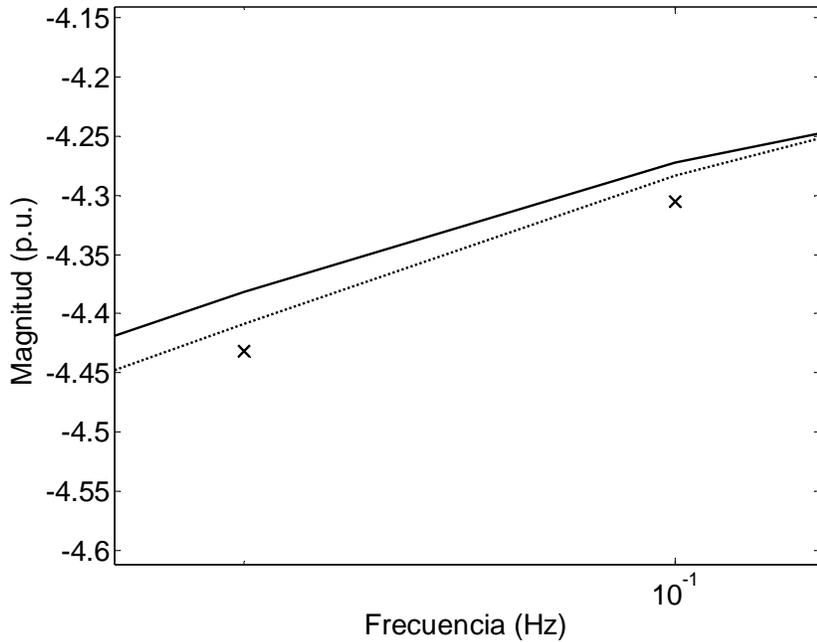


Figura 4.59 Acercamiento en la magnitud de  $sG(s)/\omega_0$ : — RVF    x respuesta del circuito con ruido de 1/300  
 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con cinco ramas de amortiguamiento)

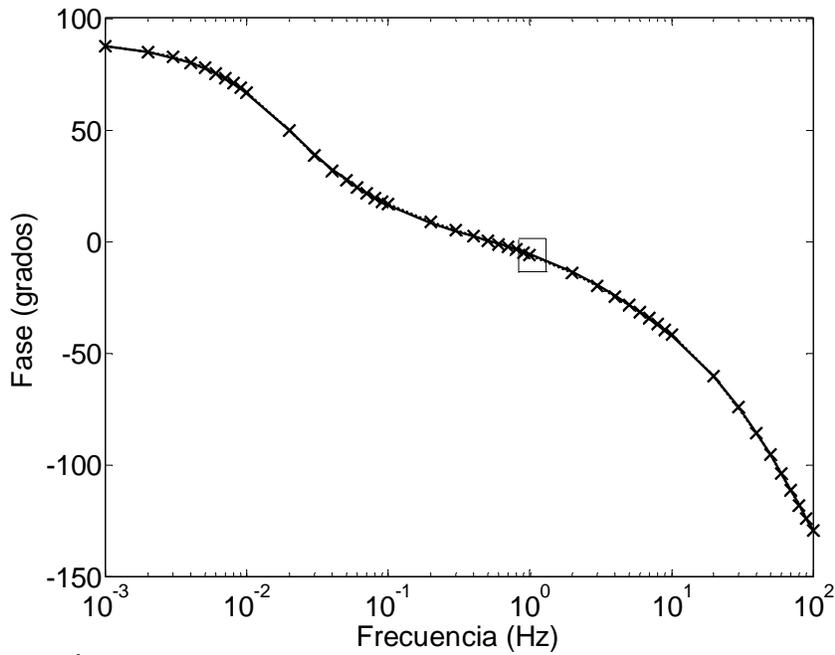


Figura 4.60 Ángulo de fase de  $sG(s)/\omega_0$ : — RVF × respuesta del circuito con ruido de 1/300  
 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con cinco ramas de amortiguamiento)

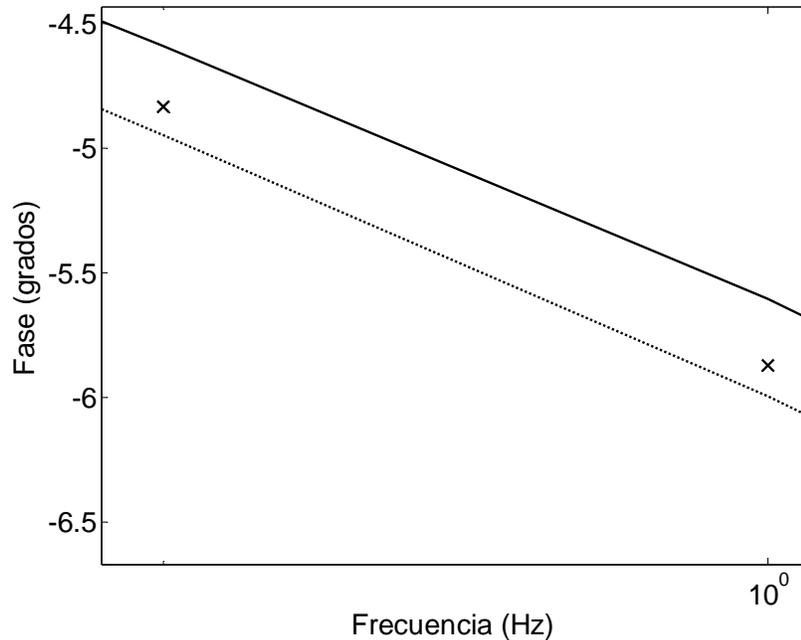


Figura 4.61 Acercamiento en el ángulo de fase de  $sG(s)/\omega_0$ : — RVF × respuesta del circuito con ruido de 1/300  
 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con cinco ramas de amortiguamiento)

En la reactancia operacional  $X_{afb}(s)$  se tienen los ajustes que se muestran en las figuras 4.62 a la 4.65.

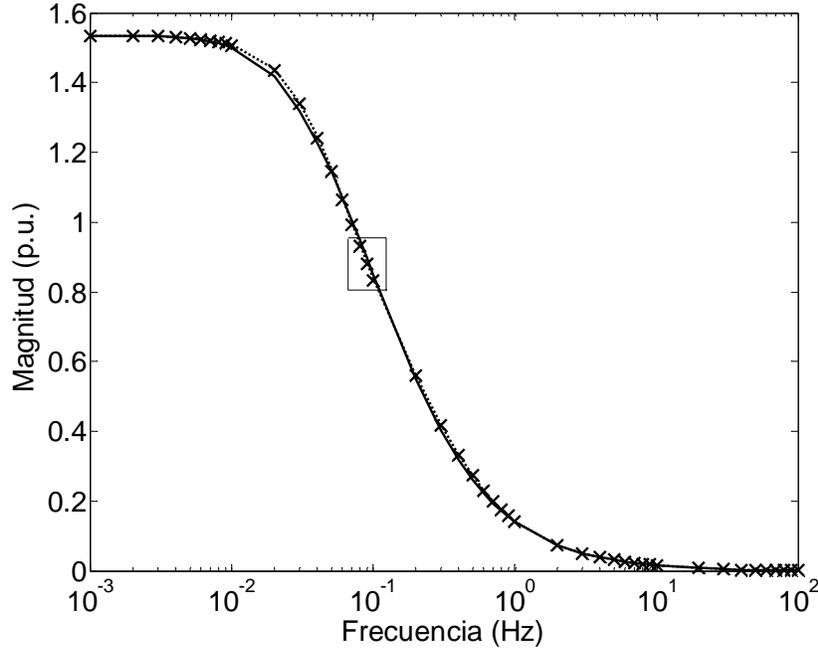


Figura 4.62 Magnitud de  $X_{ajf}(s)$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300  
 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con cinco ramas de amortiguamiento)

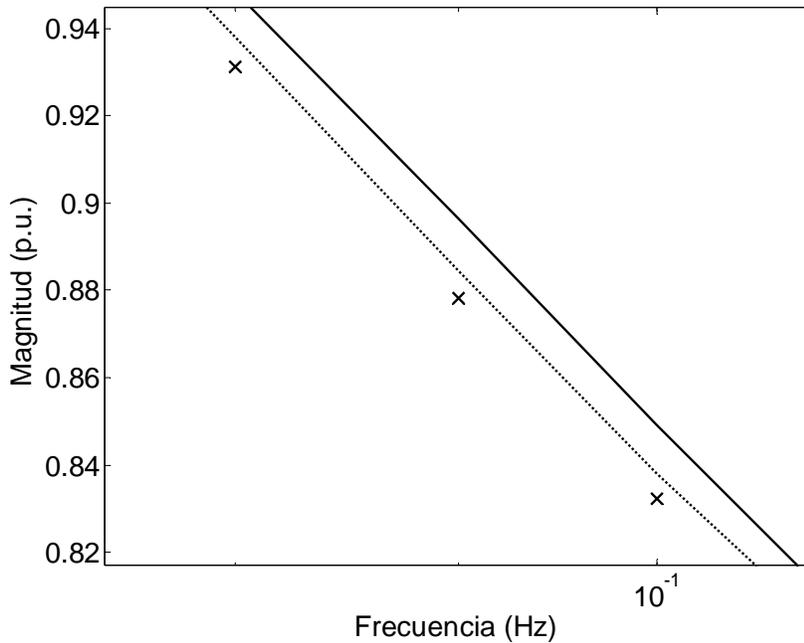


Figura 4.63 Acercamiento en la magnitud de  $X_{ajf}(s)$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300  
 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con cinco ramas de amortiguamiento)

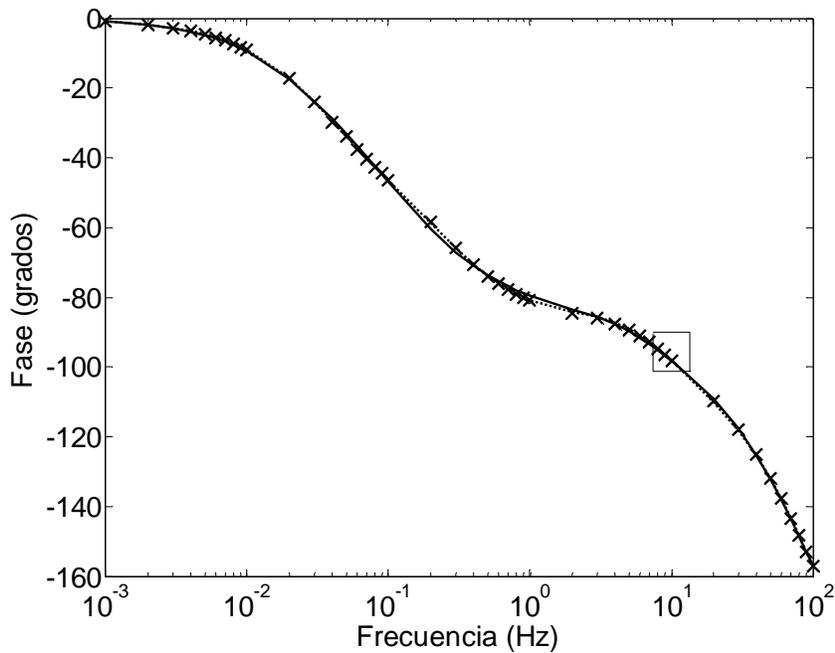


Figura 4.64 Ángulo de fase de  $X_{qf}(s)$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300  
 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con cinco ramas de amortiguamiento)

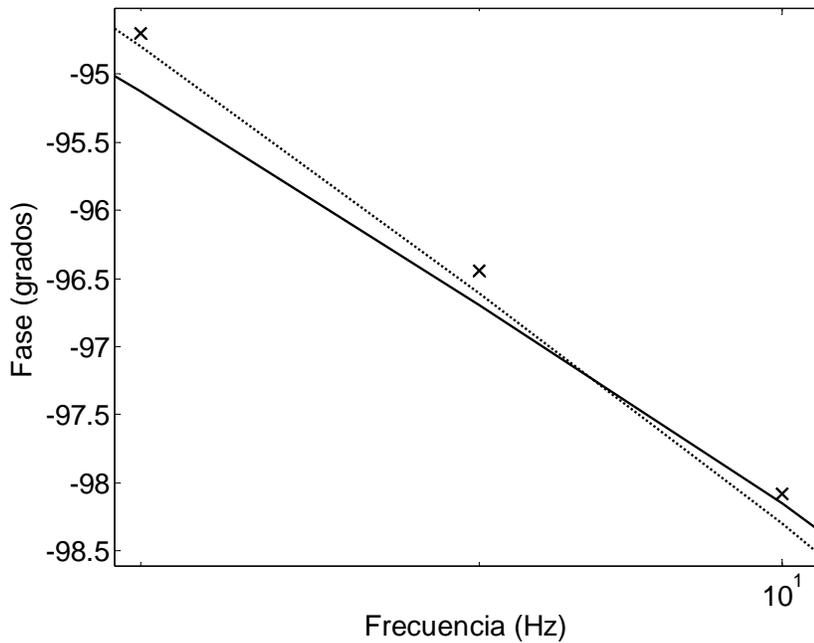


Figura 4.65 Acercamiento en el ángulo de fase de  $X_{qf}(s)$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300  
 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con cinco ramas de amortiguamiento)

También en la reactancia operacional  $X_{qf}(s)$  se observan los resultados, en los cuales prácticamente no hay diferencia al considerar ruido o no. Por último, en las figuras 4.66 a la 4.69 se presentan los ajustes obtenidos para la reactancia operacional del eje  $q$   $X_q(s)$

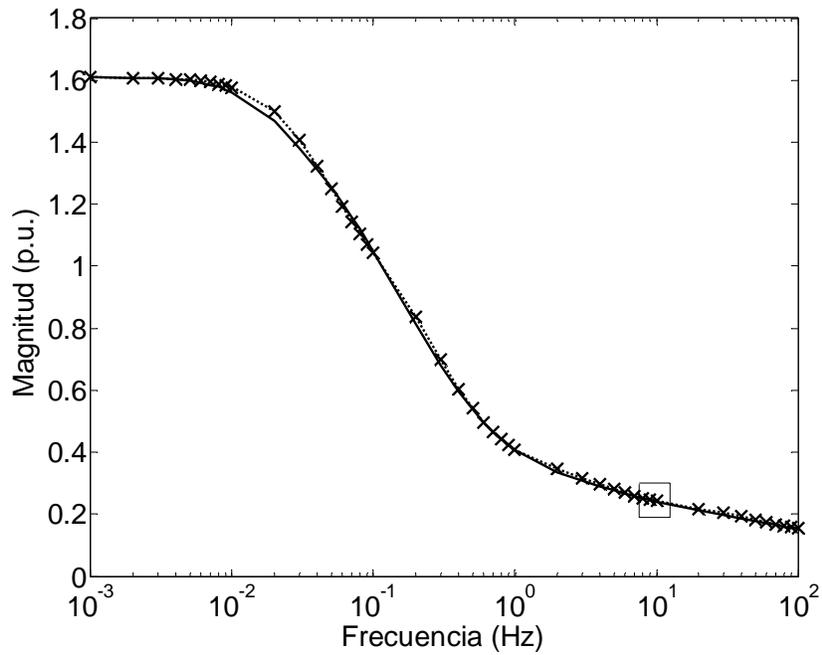


Figura 4.66 Magnitud de  $X_q(s)$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300  
 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con cinco ramas de amortiguamiento)

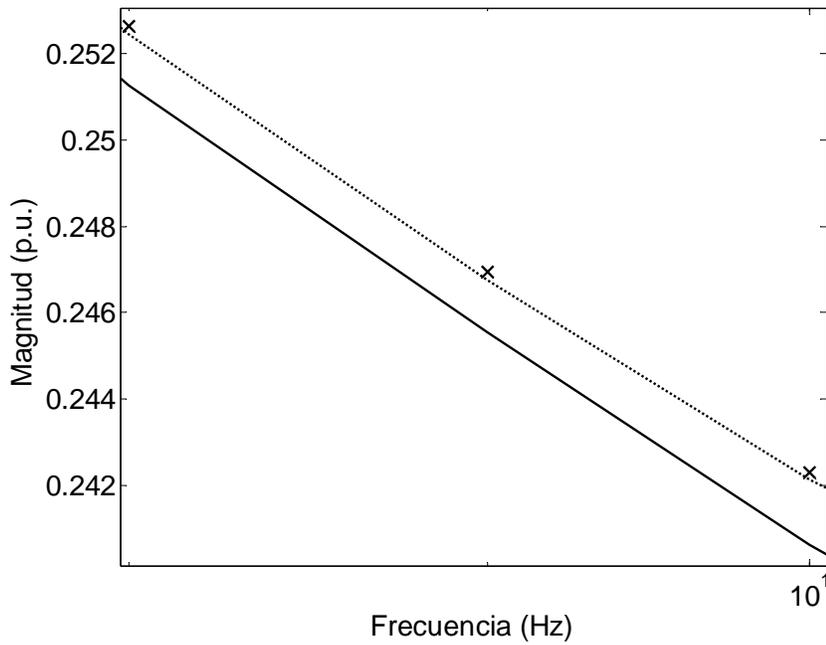


Figura 4.67 Acercamiento en la magnitud de  $X_q(s)$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300  
 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con cinco ramas de amortiguamiento)

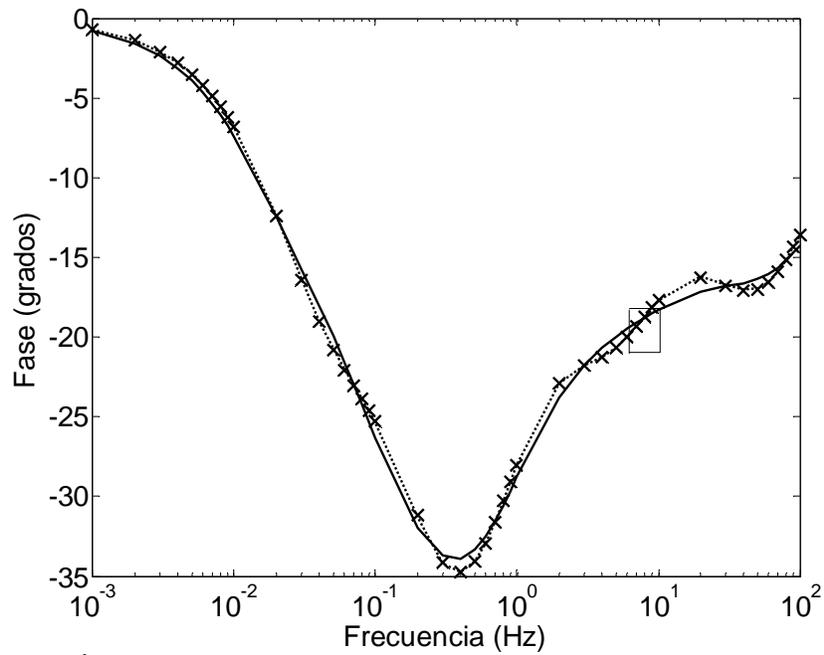


Figura 4.68 Ángulo de fase de  $X_q(s)$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300  
 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con cinco ramas de amortiguamiento)

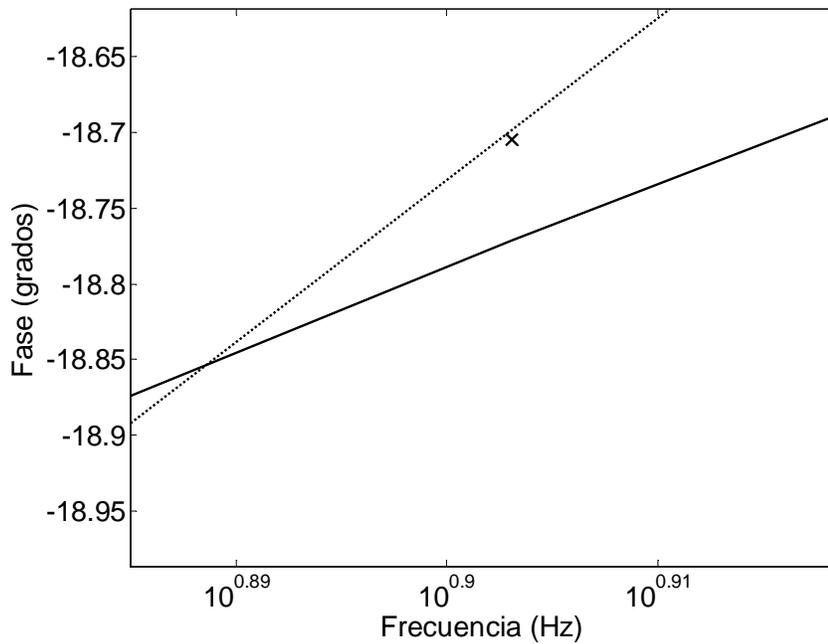


Figura 4.69 Acercamiento en el ángulo de fase de  $X_q(s)$ : — RVF    × respuesta del circuito con ruido de 1/300  
 ..... respuesta del circuito sin considerar ruido (Circuitos equivalentes con cinco ramas de amortiguamiento)

Se muestra que el efecto de la inclusión de ruido con nivel 1/300 no afecta el ajuste de curvas en ninguno de los casos de circuitos equivalentes.

#### 4.4 Comparación de estimadores considerando ruido severo

Se decidió estudiar el efecto de ruido severo (el cual no se da en la práctica) para ver si de esta manera se podía afectar el ajuste de curvas. Cuando se inyecta un ruido de 1/10 en las funciones de transferencia, se observa la respuesta de las figuras 4.70 a la 4.73.

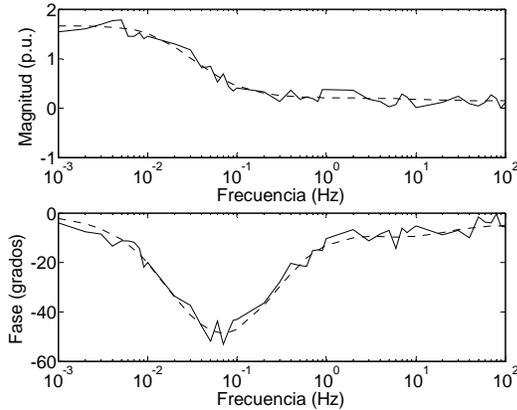


Figura 4.70 Reactancia operacional del eje  $d$ :  $X_d(s)$   
— con ruido 1/10 --- sin ruido

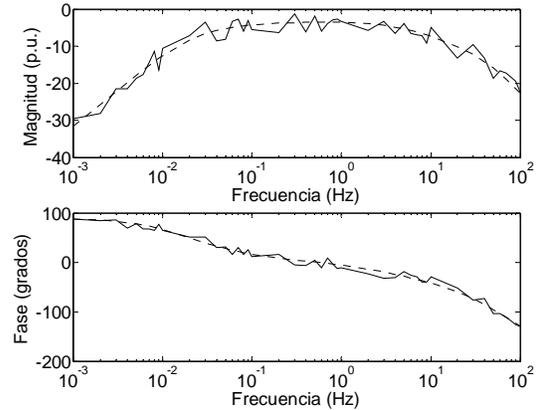


Figura 4.71 Función de transferencia:  $sG(s)$   
— con ruido 1/10 --- sin ruido

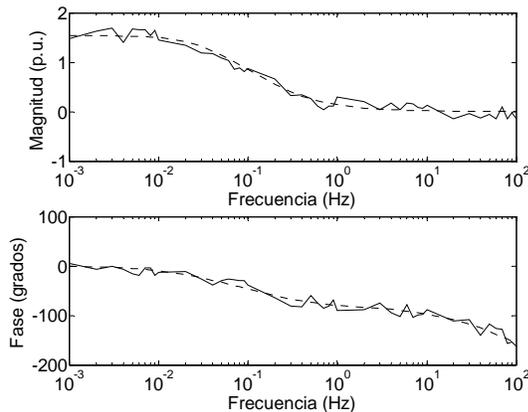


Figura 4.72 Reactancia operacional:  $X_{qd}(s)$   
— con ruido 1/10 --- sin ruido

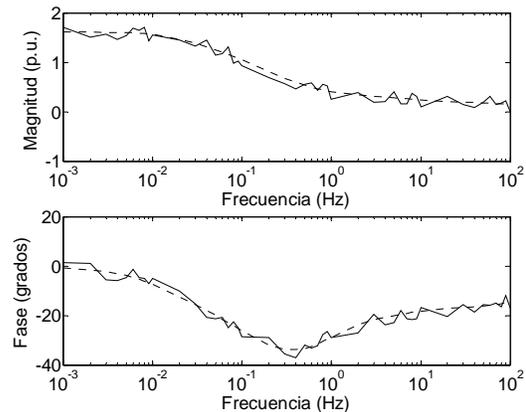


Figura 4.73 Reactancia operacional del eje  $q$ :  $X_q(s)$   
— con ruido 1/10 --- sin ruido

Se utilizan los índices de optimización de las ecuaciones (3.32) y (3.34) para comparar los resultados. Los datos de la RVF con ruido se utilizan para realizar la identificación paramétrica de los circuitos equivalentes.

##### 4.4.1 Identificaciones del circuito con una rama de amortiguamiento en el eje $d$

Los parámetros identificados del circuito equivalente del eje  $d$  con una rama de amortiguamiento se presentan en la tabla 4.13.

Tabla 4.13 Identificación del circuito de una rama de amortiguamiento en el eje  $d$  con ruido de 1/10

Parámetro	Estimador de mínimos cuadrados		Estimador de máxima verosimilitud (p.u.)	
	Sin ruido (p.u.)	Con ruido 1/10 (p.u.)	Sin ruido (p.u.)	Con ruido 1/10 (p.u.)
$L_{kfl}$	2.3627235e-4	1.738184e-4	3.677382e-4	1.59862e-4
$L_{ld}$	-6.2972948e-6	-5.5209e-6	-4.329734e-6	-4.533e-6
$L_f$	4.7034228e-5	4.34813e-5	8.564203e-5	6.159e-5
$R_{ld}$	2.8746660e-3	2.437204e-3	2.006657e-3	2.2902102e-3
Valor del índice	3498.171	13443.497	-11.63761	4.85688

El error porcentual de los parámetros se obtiene con la ecuación (4.5), si se consideran como referencia a los valores que fueron identificados sin ruido. En la tabla 4.14 se presentan los errores porcentuales de la identificación del circuito equivalente del eje  $d$  con una rama de amortiguamiento, para ambos estimadores.

Tabla 4.14 Error porcentual en la identificación del circuito de una rama de amortiguamiento en el eje  $d$  con ruido de 1/10

Parámetro	Error porcentual %	
	Estimador de mínimos cuadrados (Estimador 1)	Estimador de máxima verosimilitud (Estimador 2)
$L_{kfl}$	26.433033	56.528312
$L_{ld}$	12.329021	-4.694653
$L_f$	7.55392	28.084376
$R_{ld}$	15.217837	-14.130626

Los ajustes para la reactancia operacional del eje  $d$ , que se obtienen con los conjuntos de parámetros considerando ruido de la tabla 4.13, se muestran en las figuras 4.74 a la 4.77. Aquí, se observa como las respuestas de los circuitos equivalentes considerando y no ruido son prácticamente iguales, tanto en la magnitud como en la fase. Los resultados para la función de transferencia  $sG(s)$  se presentan en las figuras 4.78 a la 4.81, en donde para la magnitud, específicamente en el intervalo de 1 a 100 Hz el estimador 2 brinda un mejor ajuste. La función de transferencia  $X_{af0}(s)$ , en las figuras 4.82 a la 4.85, exhibe ajustes mas similares entre si que las anteriores, véase en el acercamiento de la figura 4.83, como es mínima la diferencia que existe entre las respuestas con los parámetros obtenidos con el estimador 1 y con el estimador 2. En cuanto a los valores de los parámetros, es el estimador 2 el que brinda mayor error porcentual en la identificación de uno de los parámetros al desviarse el valor de  $L_{kfl}$  en 56%. Hay que enfatizar que el valor de ruido con que se realizaron las identificaciones es impráctico y no se presenta en la realidad. No obstante, es interesante ver que el ruido excesivo puede producir errores en la identificación cuando se trata de una rama de amortiguamiento.

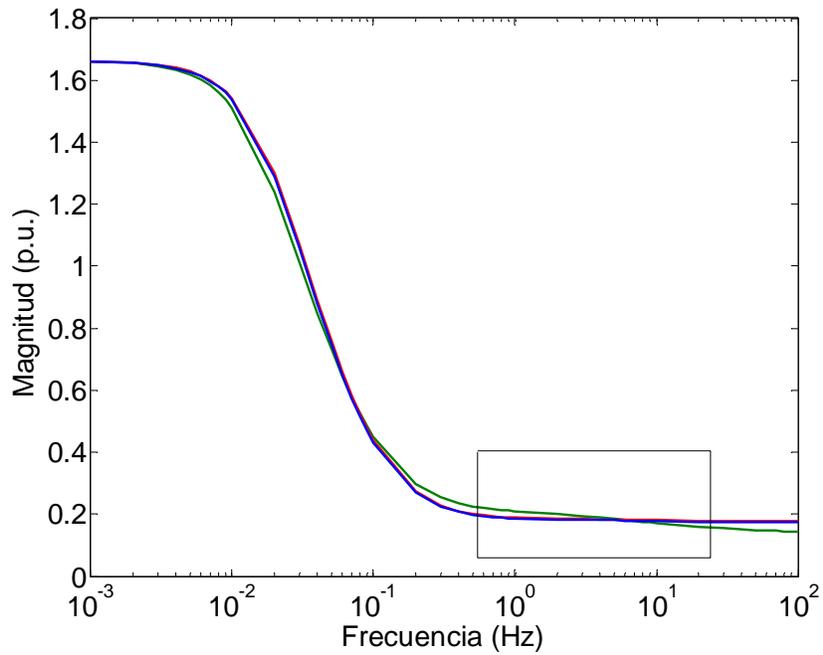


Figura 4.74 Magnitud de  $X_d(s)$ . Circuito con una rama de amortiguamiento  
 — RVF — estimador 1 — estimador 2

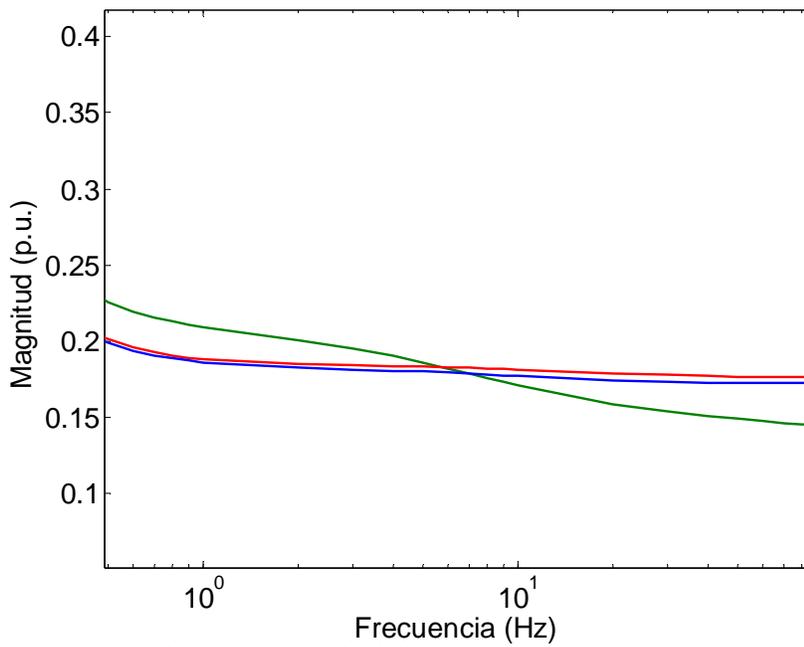


Figura 4.75 Acercamiento en la magnitud de  $X_d(s)$ . Circuito con una rama de amortiguamiento  
 — RVF — estimador 1 — estimador 2

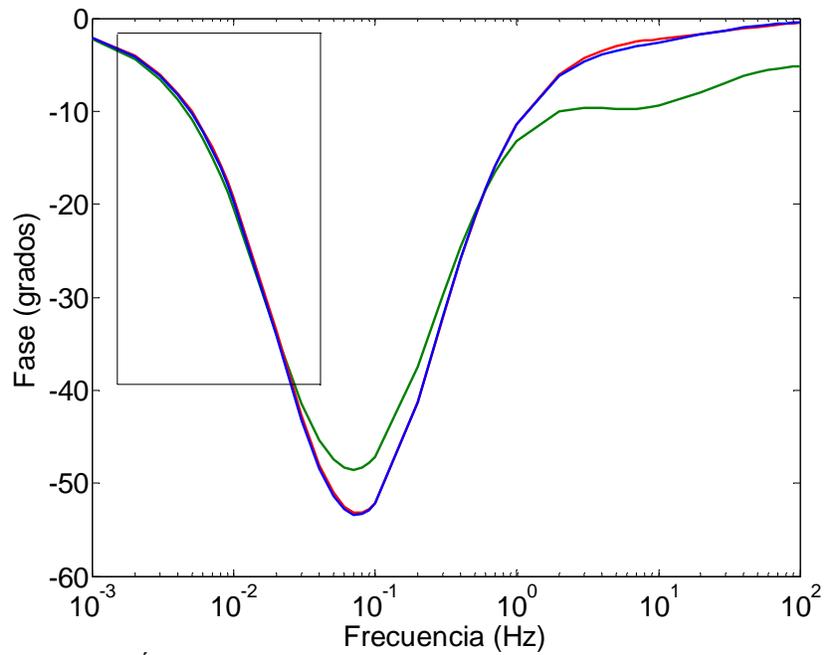


Figura 4.76 Ángulo de fase de  $X_d(s)$ . Circuito con una rama de amortiguamiento  
 — RVF — estimador 1 — estimador 2

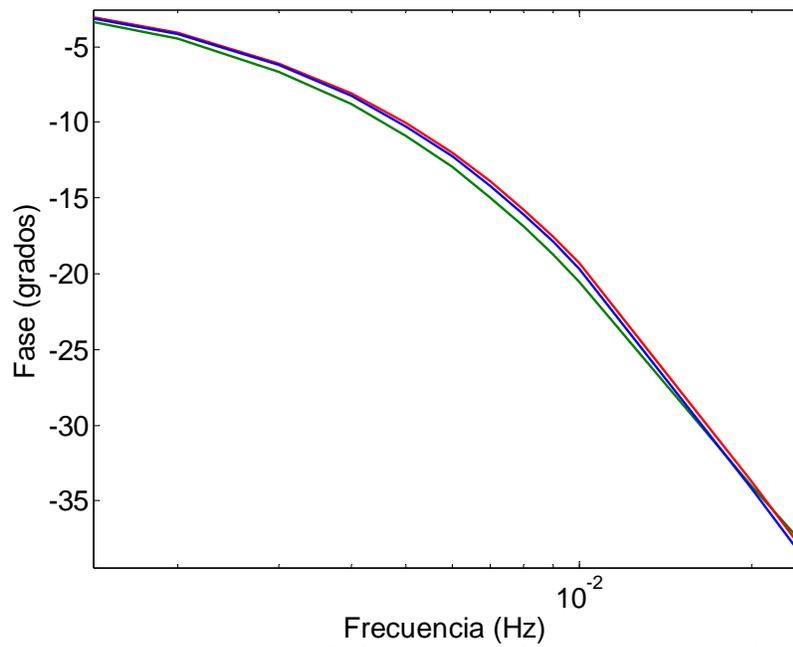


Figura 4.77 Acercamiento en el ángulo de fase de  $X_d(s)$ . Circuito con una rama de amortiguamiento  
 — RVF — estimador 1 — estimador 2

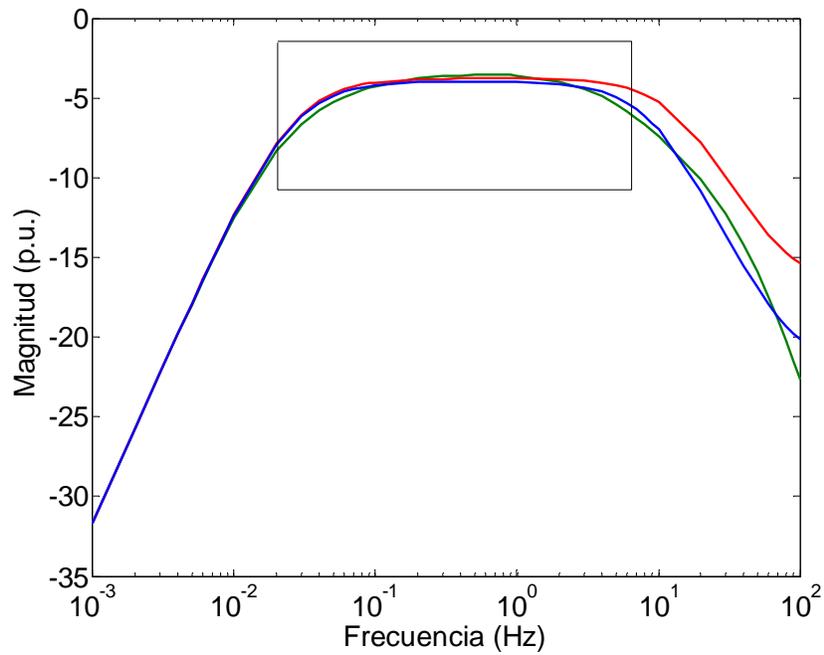


Figura 4.78 Magnitud de  $sG(s)/\omega_0$ . Circuito con una rama de amortiguamiento  
 — RVF — estimador 1 — estimador 2

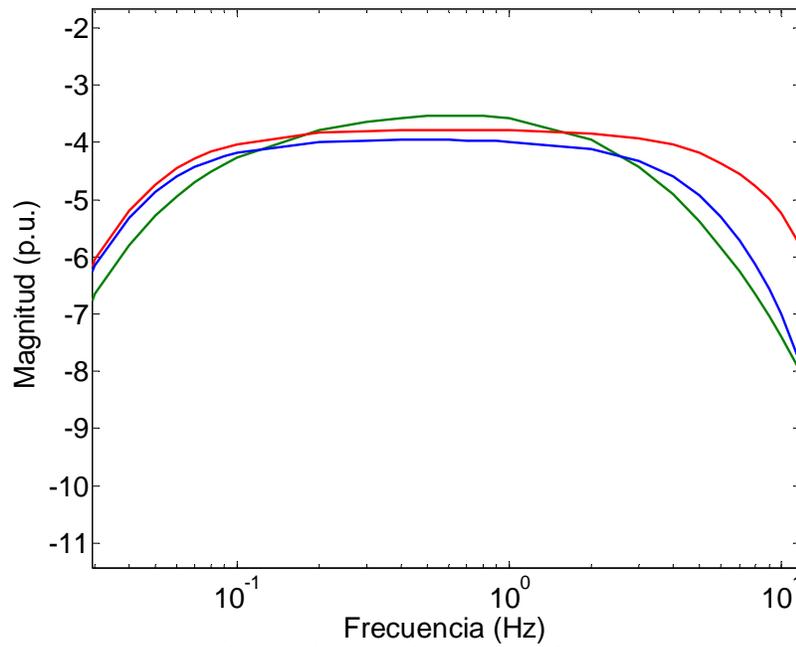


Figura 4.79 Acercamiento en la magnitud de  $sG(s)/\omega_0$ . Circuito con una rama de amortiguamiento  
 — RVF — estimador 1 — estimador 2

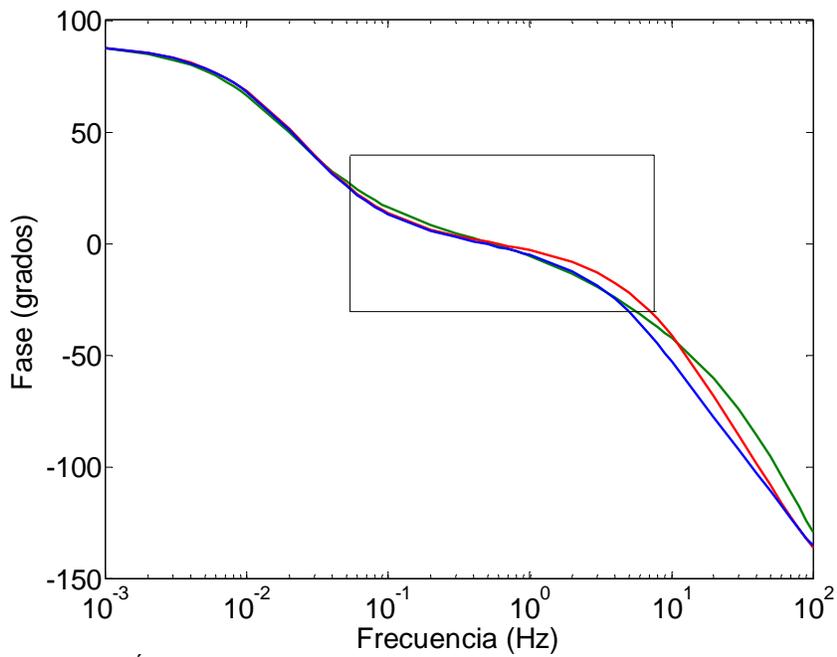


Figura 4.80 Ángulo de fase de  $sG(s)/\omega_0$ . Circuito con una rama de amortiguamiento  
 — RVF — estimador 1 — estimador 2

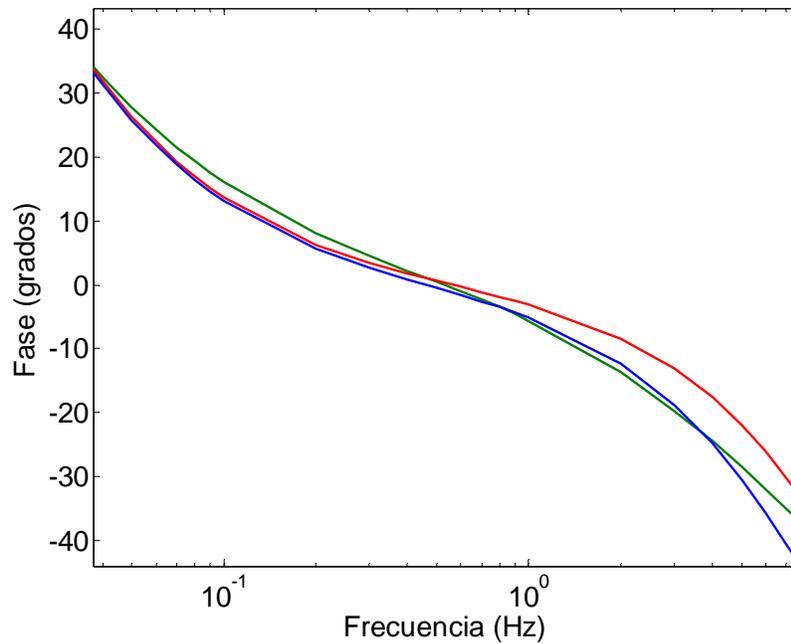


Figura 4.81 Acercamiento en el ángulo de fase de  $sG(s)/\omega_0$ . Circuito con una rama de amortiguamiento  
 — RVF — estimador 1 — estimador 2

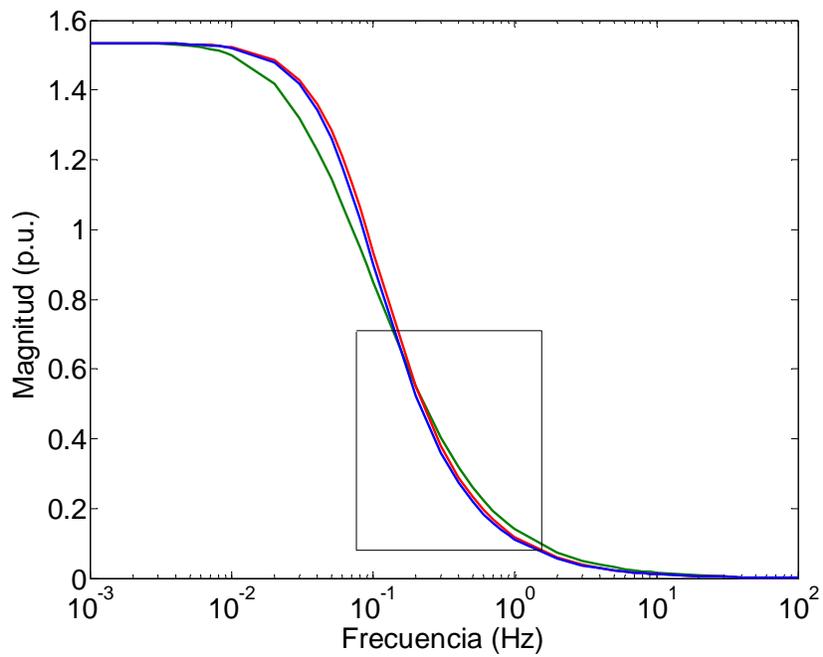


Figura 4.82 Magnitud de  $X_{ajf}(s)$ . Circuito con una rama de amortiguamiento  
 — RVF — estimador 1 — estimador 2

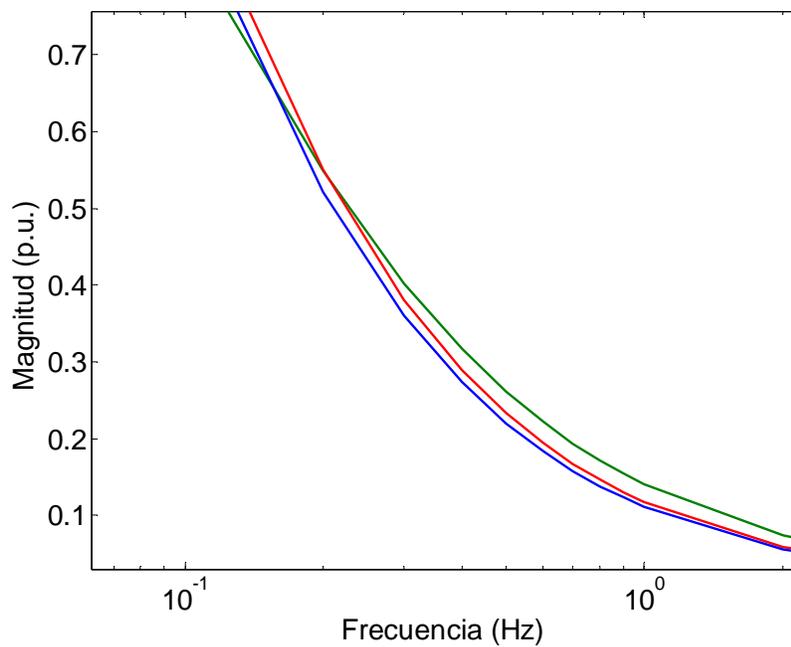


Figura 4.83 Acercamiento en la magnitud de  $X_{ajf}(s)$ . Circuito con una rama de amortiguamiento  
 — RVF — estimador 1 — estimador 2

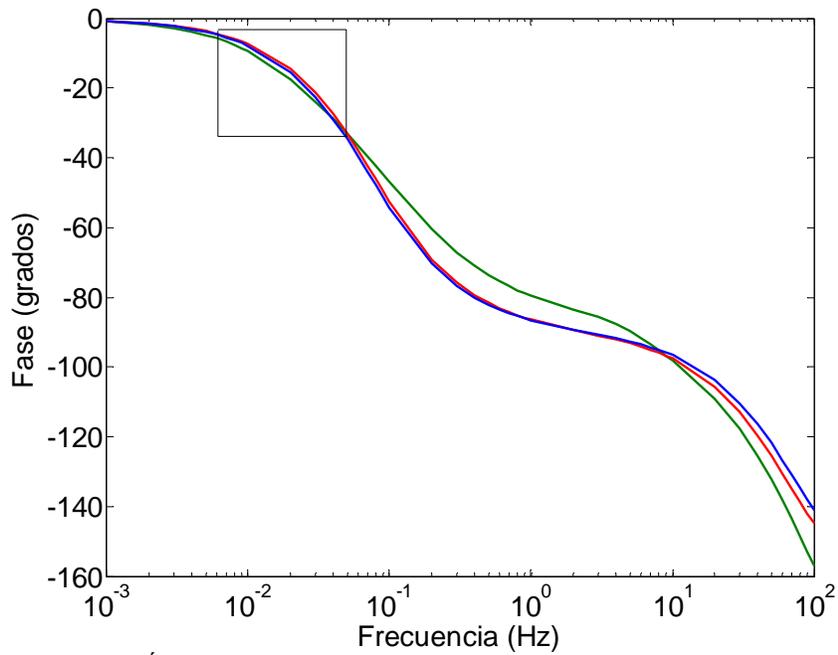


Figura 4.84 Ángulo de fase de  $X_{af0}(s)$ . Circuito con una rama de amortiguamiento  
 — RVF — estimador 1 — estimador 2

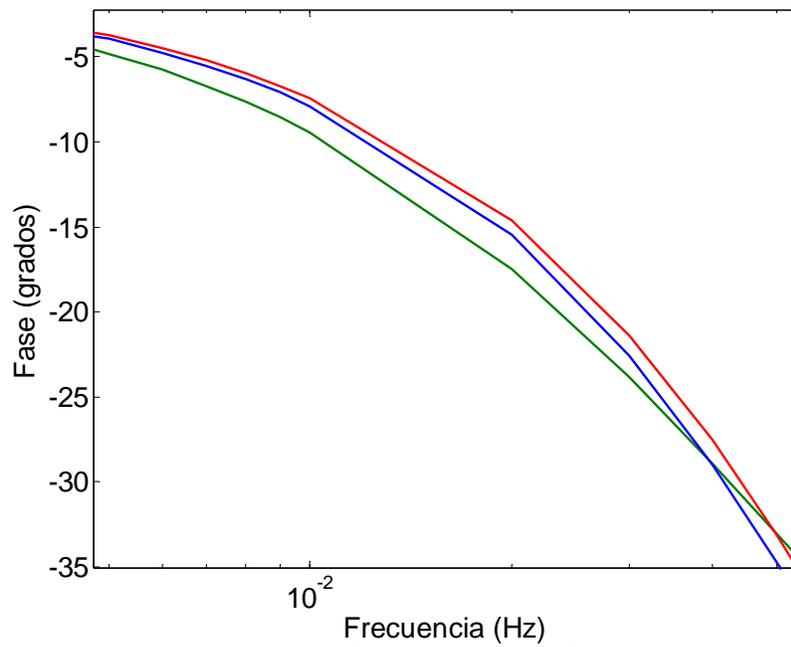


Figura 4.85 Acercamiento en el ángulo de fase de  $X_{af0}(s)$ . Circuito con una rama de amortiguamiento  
 — RVF — estimador 1 — estimador 2

#### 4.4.2 Identificaciones del circuito con tres ramas de amortiguamiento en el eje $d$

En la tabla 4.15 se exponen los resultados cuando se utiliza el circuito equivalente de tres ramas de amortiguamiento, y los errores porcentuales en la tabla 4.16.

Tabla 4.15 Identificación del circuito de tres ramas de amortiguamiento en el eje  $d$  con ruido de 1/10

Parámetro	Estimador de mínimos cuadrados		Estimador de máxima verosimilitud	
	Sin ruido (p.u.)	Con ruido 1/10 (p.u.)	Sin ruido (p.u.)	Con ruido 1/10 (p.u.)
$L_{kf1}$	3.6297078e-4	9.330404e-4	3.966327e-4	9.377445e-4
$L_{1d}$	8.5059234e-3	1.394299e-2	1.788977e-2	2.8549064e-2
$L_{kf2}$	-1.8425961e-4	-7.239334e-4	-1.436048e-4	-7.445086e-4
$L_{2d}$	-8.4369589e-7	-9.146e-7	-7.996613e-8	-7.841e-7
$L_{kf3}$	4.4892487e-5	3.86949e-5	2.269732e-5	3.36678e-5
$L_{3d}$	-3.3097552e-6	-3.881e-6	-1.139090e-6	-3.7071e-6
$L_f$	2.6170585e-5	2.49043e-5	1.325185e-5	2.37538e-5
$R_{1d}$	6.4681225e-3	7.424208e-3	6.773411e-3	4.5941107e-3
$R_{2d}$	3.914637e-3	3.118227e-3	5.929654e-3	3.0119317e-3
$R_{3d}$	1.5356727e-2	1.323433e-2	4.959012e-3	1.42363555e-2
Valor del índice	993.427	9914.604	-26.405	3.505

Tabla 4.16 Error porcentual en la identificación del circuito de tres ramas de amortiguamiento en el eje  $d$  con ruido de 1/10

Parámetro	Error porcentual %	
	Estimador de mínimos cuadrados (Estimador 1)	Estimador de máxima verosimilitud (Estimador 2)
$L_{kf1}$	-157.056615	-136.426422
$L_{1d}$	-63.9209448	-59.5831808
$L_{kf2}$	-292.887731	-418.442698
$L_{2d}$	-8.40398903	-88.540136
$L_{kf3}$	13.8053991	-48.3338121
$L_{3d}$	-17.2594275	-225.443995
$L_f$	4.83858118	-79.2489351
$R_{1d}$	-14.7814996	32.1743402
$R_{2d}$	20.3444151	49.2056079
$R_{3d}$	13.8206338	-187.080481

Son interesantes los resultados que se presentan cuando se aumenta a tres el número de ramas de amortiguamiento en los circuitos equivalentes y se considera ruido de 1/10. En esta situación se identifican parámetros con mucho más error que los obtenidos con una rama de amortiguamiento. En la tabla 4.16 se observa que el parámetro  $L_{kf2}$  contiene el mayor error porcentual para ambos estimadores. En las figuras 4.86 a la 4.89 se tienen los resultados para  $X_d(s)$  con los parámetros de la tabla 4.15.

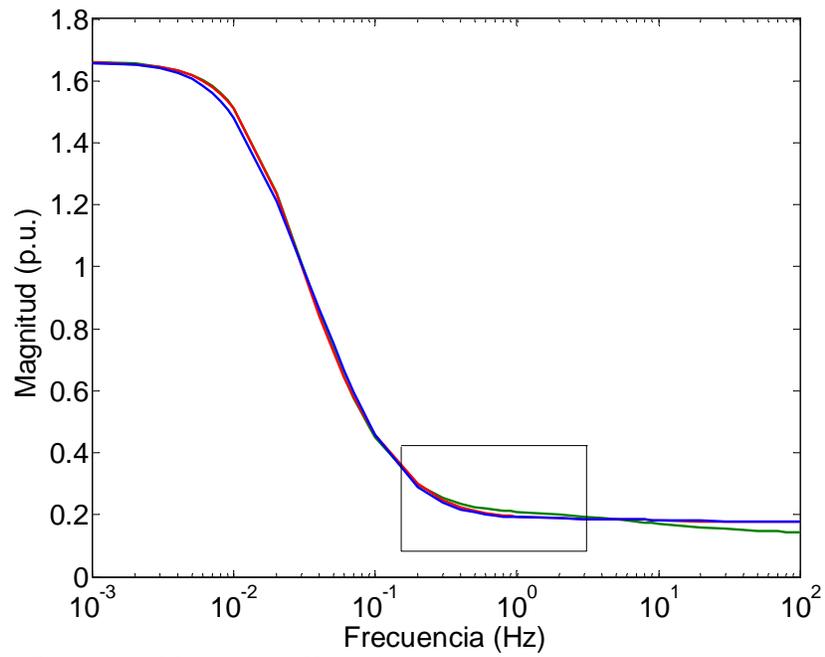


Figura 4.86 Magnitud de  $X_d(s)$ . Circuito con tres ramas de amortiguamiento  
 — RVF — estimador 1 — estimador 2

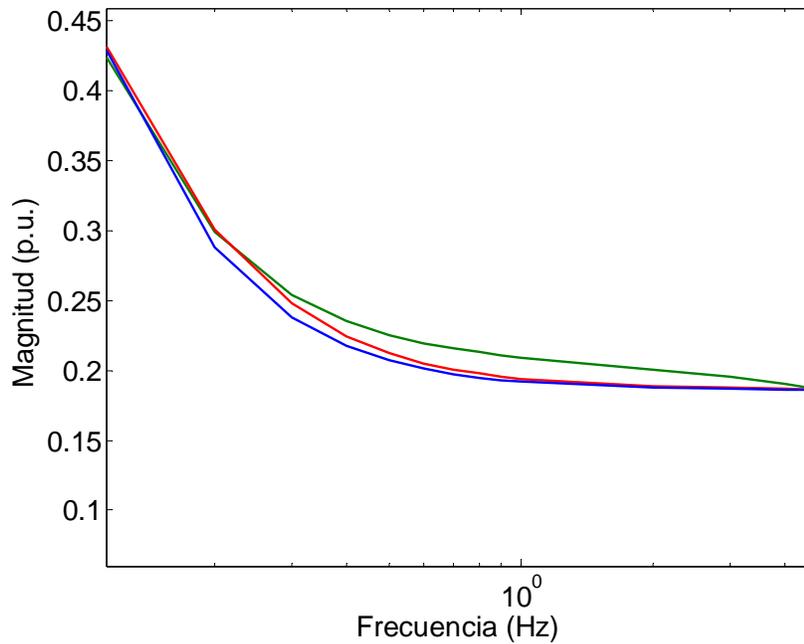


Figura 4.87 Acercamiento en la magnitud de  $X_d(s)$ . Circuito con tres ramas de amortiguamiento  
 — RVF — estimador 1 — estimador 2

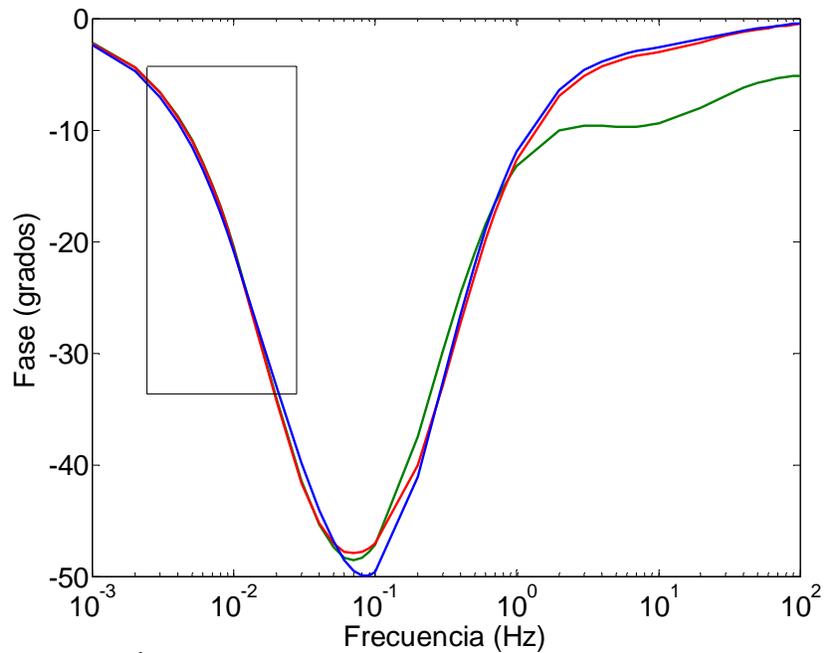


Figura 4.88 Ángulo de fase de  $X_d(s)$ . Circuito con tres ramas de amortiguamiento  
 — RVF — estimador 1 — estimador 2

En la magnitud de la reactancia operacional del eje  $d$ , se puede apreciar que ambos estimadores proporcionan con los parámetros identificados buenos ajustes, sin embargo para el ángulo de fase se observa en la figura 4.88 como la respuesta obtenida con el estimador 2 no se ajusta como con el estimador 1. La respuesta para la función de transferencia  $sG(s)/\omega_0$  se presenta en las figuras 4.90 a la 4.93.

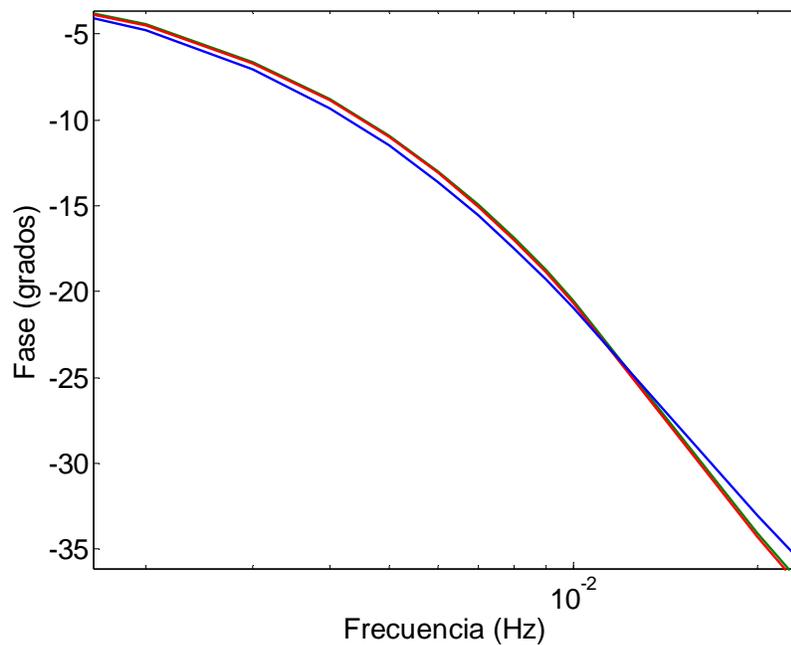


Figura 4.89 Acercamiento en el ángulo de fase de  $X_d(s)$ . Circuito con tres ramas de amortiguamiento  
 — RVF — estimador 1 — estimador 2

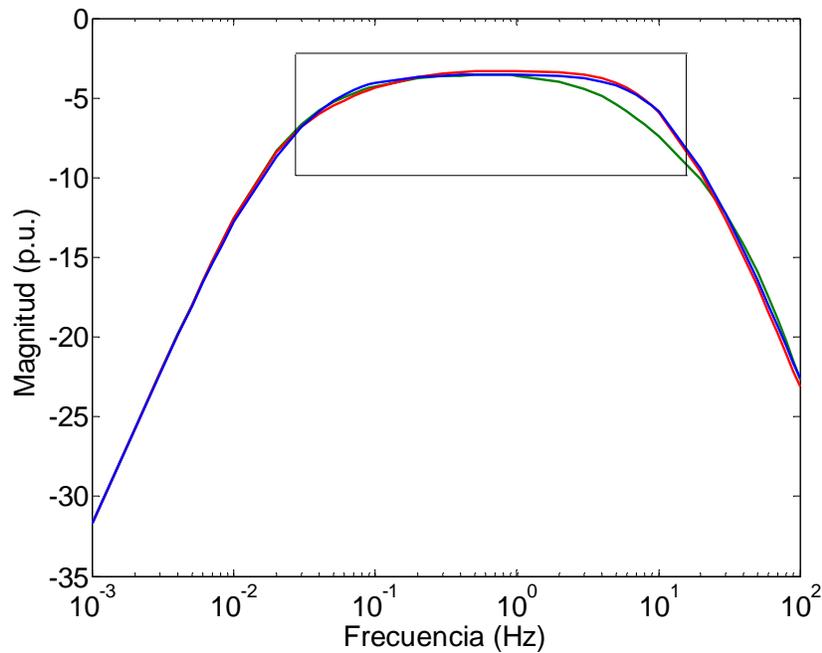


Figura 4.90 Magnitud de  $sG(s)/\omega_0$ . Circuito con tres ramas de amortiguamiento  
 — RVF — estimador 1 — estimador 2

Se obtienen respuestas muy semejantes con ambos estimadores para la función de transferencia  $sG(s)/\omega_0$  tanto en la magnitud como en la fase. En la figura 4.90 se nota que las respuestas obtenidas del ruido difieren de los datos de observación de la RVF en el intervalo de 1 a 30 Hz, sin embargo con ambos estimadores se presenta esta discrepancia.

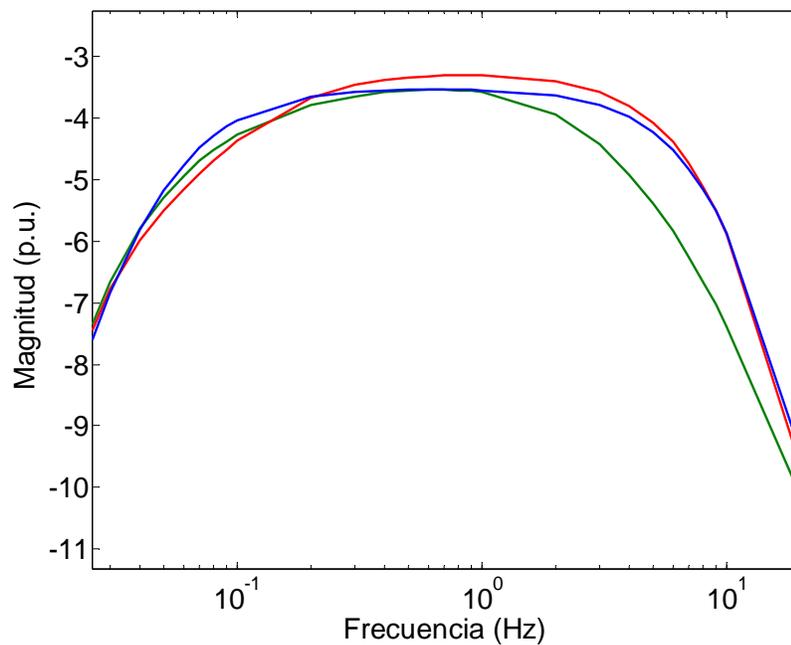


Figura 4.91 Acercamiento en la magnitud de  $sG(s)/\omega_0$ . Circuito con tres ramas de amortiguamiento  
 — RVF — estimador 1 — estimador 2

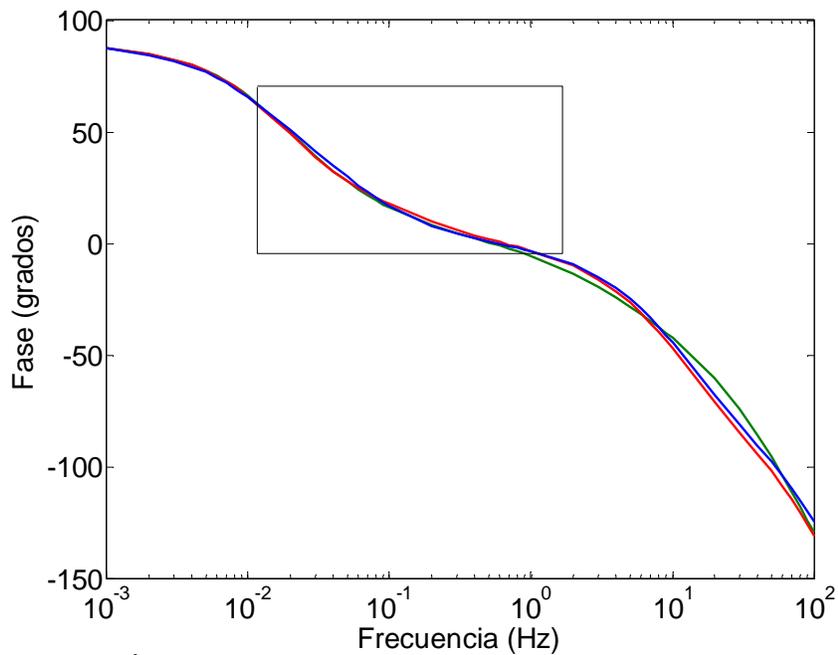


Figura 4.92 Ángulo de fase de  $sG(s)/\omega_0$ . Circuito con tres ramas de amortiguamiento  
 — RVF — estimador 1 — estimador 2

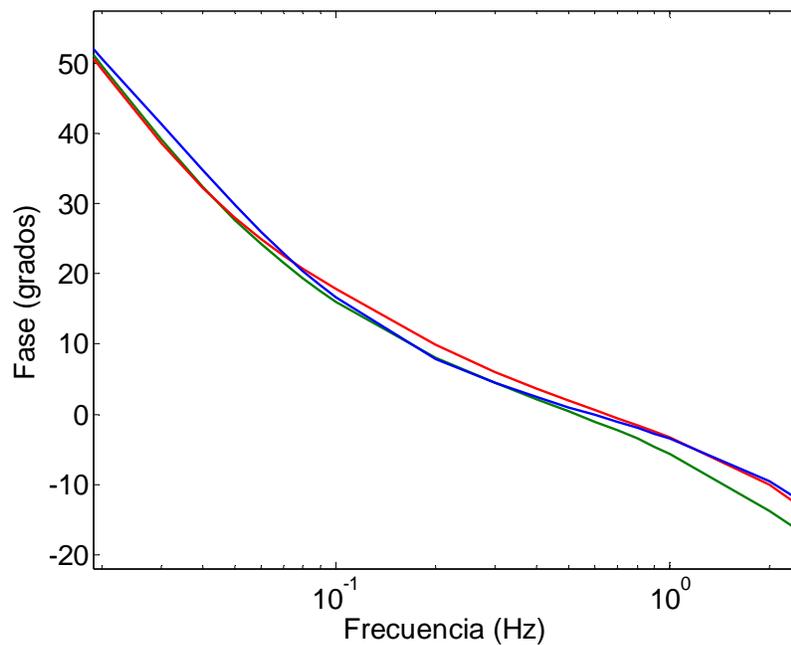


Figura 4.93 Acercamiento en el ángulo de fase de  $sG(s)/\omega_0$ . Circuito con tres ramas de amortiguamiento  
 — RVF — estimador 1 — estimador 2

Para la reactancia operacional  $X_{af0}(s)$  se obtienen los ajustes que se presentan en las figuras 4.94 a la 4.97.

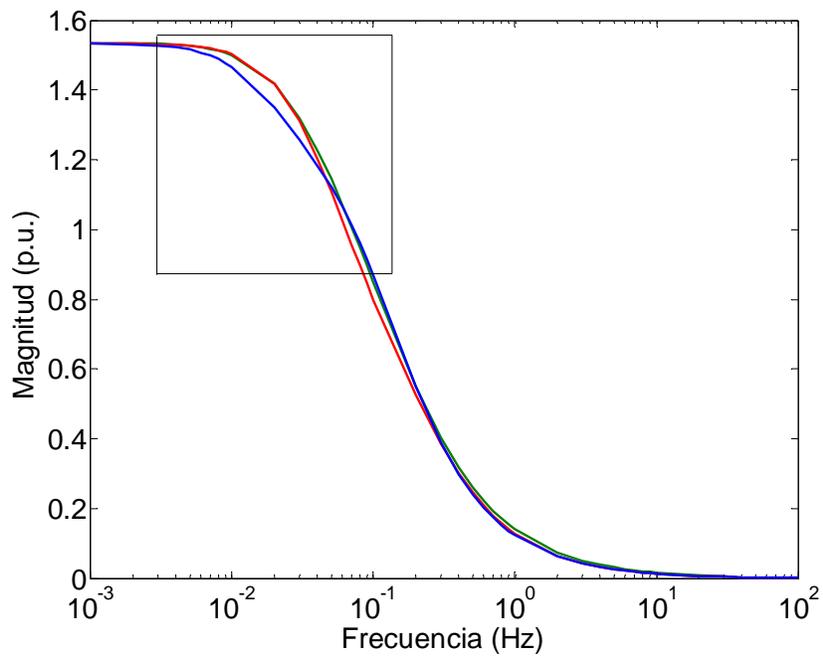


Figura 4.94 Magnitud de  $X_{apt}(s)$ . Circuito con tres ramas de amortiguamiento  
 — RVF — estimador 1 — estimador 2

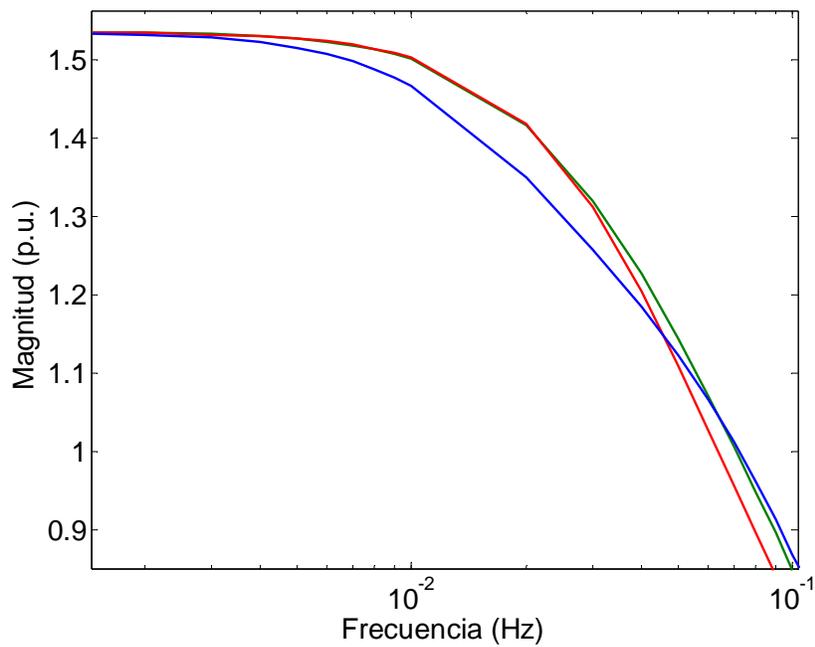


Figura 4.95 Acercamiento en la magnitud de  $X_{apt}(s)$ . Circuito con tres ramas de amortiguamiento  
 — RVF — estimador 1 — estimador 2

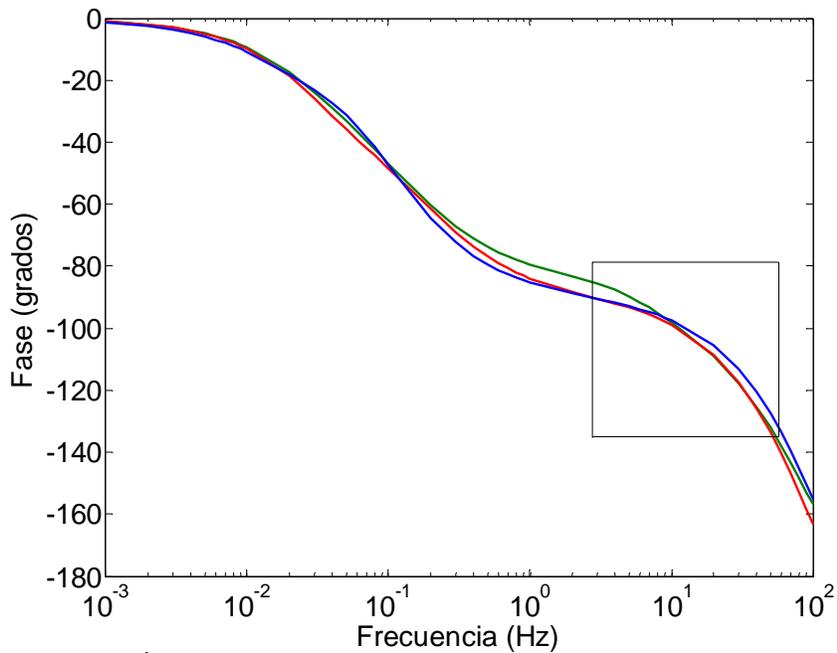


Figura 4.96 Ángulo de fase de  $X_{ajf}(s)$ . Circuito con tres ramas de amortiguamiento

— RVF — estimador 1 — estimador 2

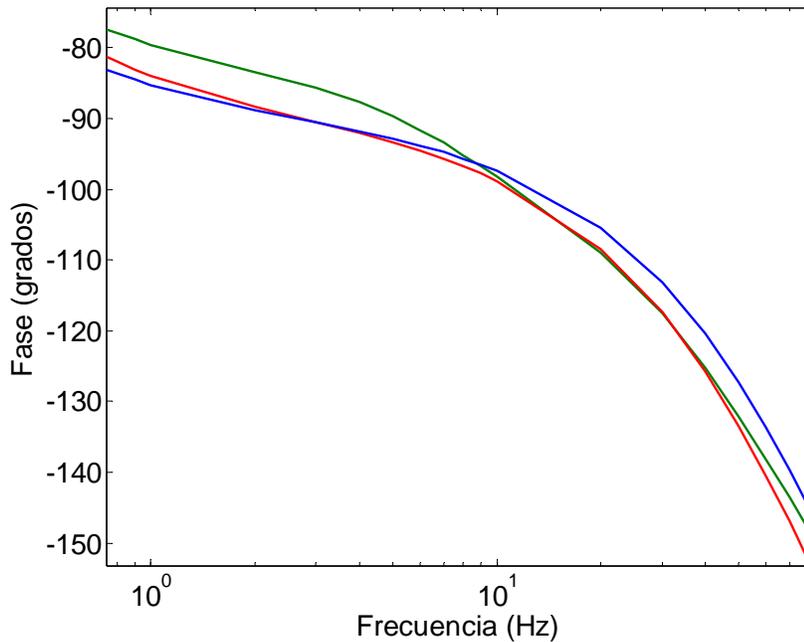


Figura 4.97 Acercamiento en el ángulo de fase de  $X_{ajf}(s)$ . Circuito con tres ramas de amortiguamiento

— RVF — estimador 1 — estimador 2

Para el circuito equivalente del eje  $d$  con tres ramas de amortiguamiento, se observan los mismos resultados que se obtienen con los niveles mucho más bajos de ruido analizados previamente. Es decir, los ajustes son muy buenos, tanto con los datos de observación como entre los estimadores

utilizados. Esto a pesar de que los parámetros si contienen grandes desviaciones en sus valores. Esto se puede explicar en términos de que los circuitos equivalentes incluyen, además de los parámetros identificados, parámetros que son constantes independientemente del número de ramas de amortiguamiento que se considere, y a partir de los cuales se inicia el proceso de identificación, con ellos se aumenta la capacidad para absorber el error introducido por el ruido. Adelante se da una explicación más formal.

#### 4.4.3 Identificaciones del circuito con cinco ramas de amortiguamiento en el eje $d$

El caso de orden superior muestra que ambos estimadores son muy buenos para identificar parámetros cuando se presenta ruido en las funciones de transferencia de la respuesta a la variación de frecuencia. Como en el caso de tres ramas de amortiguamiento, los ajustes que se obtienen son casi iguales. En la tabla 4.17 se exhiben los resultados de la identificación paramétrica.

Tabla 4.17 Identificación del circuito de cinco ramas de amortiguamiento con ruido de 1/10

Parámetro	Estimador de mínimos cuadrados		Estimador de máxima verosimilitud	
	Sin ruido (p.u.)	Con ruido 1/10 (p.u.)	Sin ruido (p.u.)	Con ruido 1/10 (p.u.)
$L_{kf1}$	4.0236218e-4	6.399135e-4	5.543179e-4	1.90764e-4
$L_{1d}$	1.0517272e-2	1.7905872e-3	2.059533e-2	5.9439142e-3
$L_{kf2}$	-6.3915215e-4	-5.332044e-4	-8.188621e-4	-3.330266e-4
$L_{2d}$	8.8250099e-4	4.974835e-4	1.069515e-3	9.724668e-4
$L_{kf3}$	4.5485313e-4	1.147769e-4	4.718525e-4	2.723069e-4
$L_{3d}$	-1.4748693e-6	1.6988e-6	-1.752568e-6	-7.5422e-6
$L_{kf4}$	-4.6871251e-5	-2.48642e-5	-3.745899e-5	1.717848e-4
$L_{4d}$	3.0774495e-4	1.552681e-4	2.516968e-4	1.289898e-4
$L_{kf5}$	1.0709700e-4	1.229846e-4	8.821719e-5	7.94e-6
$L_{5d}$	-2.2655996e-6	-1.1803e-6	-2.413180e-7	1.8569e-6
$L_f$	3.1543590e-5	2.5733e-5	2.604946e-5	2.56521e-5
$R_{1d}$	6.615498e-3	1.70662975e-2	7.405991e-3	3.9223315e-3
$R_{2d}$	8.898283e-2	3.276691287e-1	1.098709e-1	3.45284239e-2
$R_{3d}$	7.4759933e-3	6.8333553e-3	6.014954e-3	2.27248698e-2
$R_{4d}$	9.3166495e-3	1.08763952e-2	9.206867e-3	8.7228496e-3
$R_{5d}$	1.1483926e-2	1.00335051e-2	9.548585e-3	1.42056174e-2
Valor del índice	51.683	8602.774	-37.683	2.171

La diferencia en los valores calculados, con respecto a los que se obtienen sin considerar ruido, no impacta seriamente en la capacidad del modelo de reproducir la RVF como puede verse en las respuestas correspondientes. En cuanto al análisis de error porcentual, en la tabla 4.18 se presentan los resultados y se observa que la mayor diferencia aparece con el estimador 2 para el parámetro  $L_{kf4}$  con una desviación porcentual de más de 400%. Sin embargo, esto no afecta la capacidad del circuito para reproducir razonablemente la respuesta a la frecuencia.

Tabla 4.18 Error porcentual en la identificación del circuito de cinco ramas de amortiguamiento en el eje  $d$

Parámetro	Error porcentual %	
	Estimador de mínimos cuadrados (Estimador 1)	Estimador de máxima verosimilitud (Estimador 2)
$L_{kf1}$	-59.039177	65.585812
$L_{1d}$	82.974794	71.139504
$L_{kf2}$	16.576295	59.330563
$L_{2d}$	43.627995	9.074038
$L_{kf3}$	74.766162	42.289825
$L_{3d}$	-15.183087	-330.351347
$L_{kf4}$	46.95213	-358.594319
$L_{4d}$	49.546499	48.751911
$L_{kf5}$	-14.834776	90.999486
$L_{5d}$	47.903415	-66.482591
$L_f$	18.420826	1.525405
$R_{1d}$	-157.974494	47.038397
$R_{2d}$	-268.238601	68.57364
$R_{3d}$	8.596021	-277.806211
$R_{4d}$	-16.741487	5.257134
$R_{5d}$	12.63	-48.771963

Las figuras 4.98 a las 4.101 muestran la respuesta para  $X_d(s)$  en el circuito equivalente del eje  $d$  con cinco ramas de amortiguamiento.

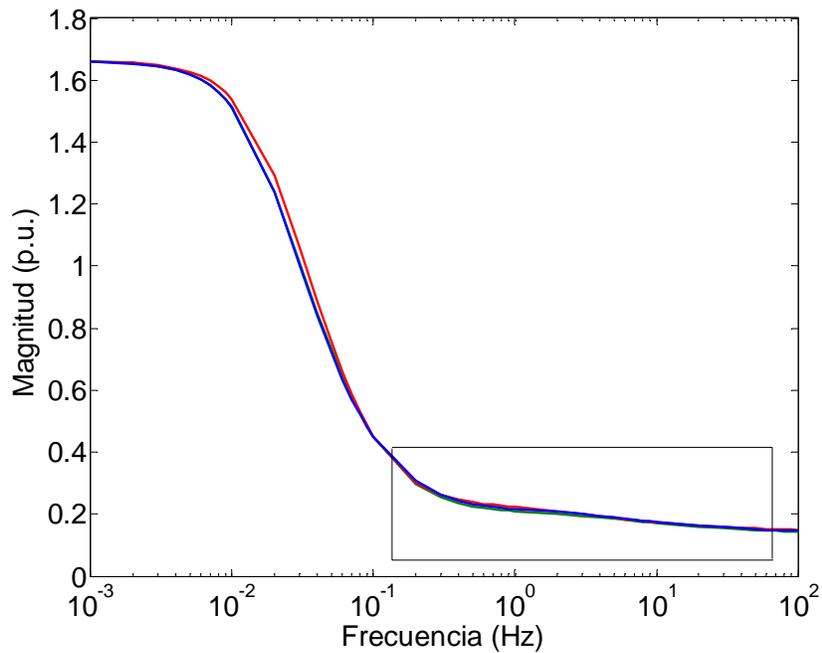


Figura 4.98 Magnitud de  $X_d(s)$ . Circuito con cinco ramas de amortiguamiento

— RVF    — estimador 1    — estimador 2

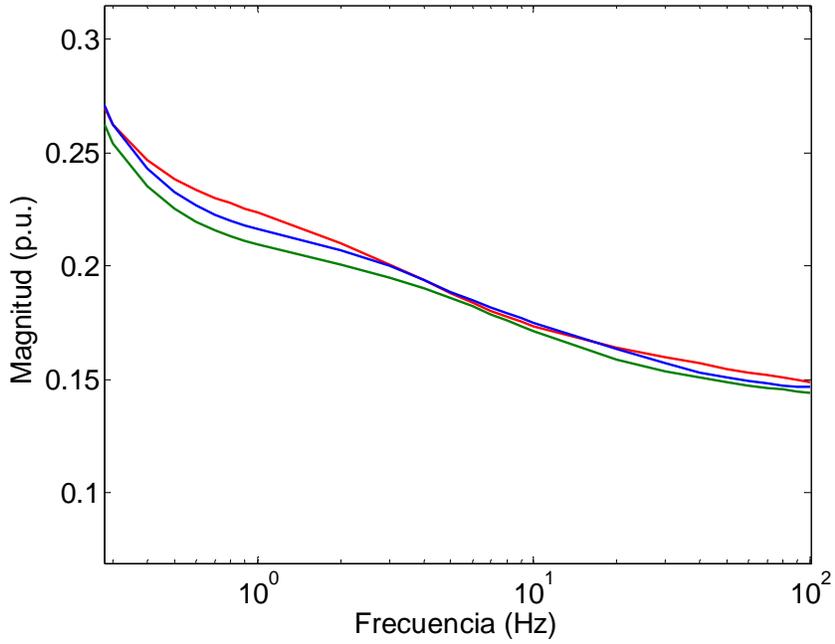


Figura 4.99 Acercamiento en la magnitud de  $X_d(s)$ . Circuito con cinco ramas de amortiguamiento

— RVF    — estimador 1    — estimador 2

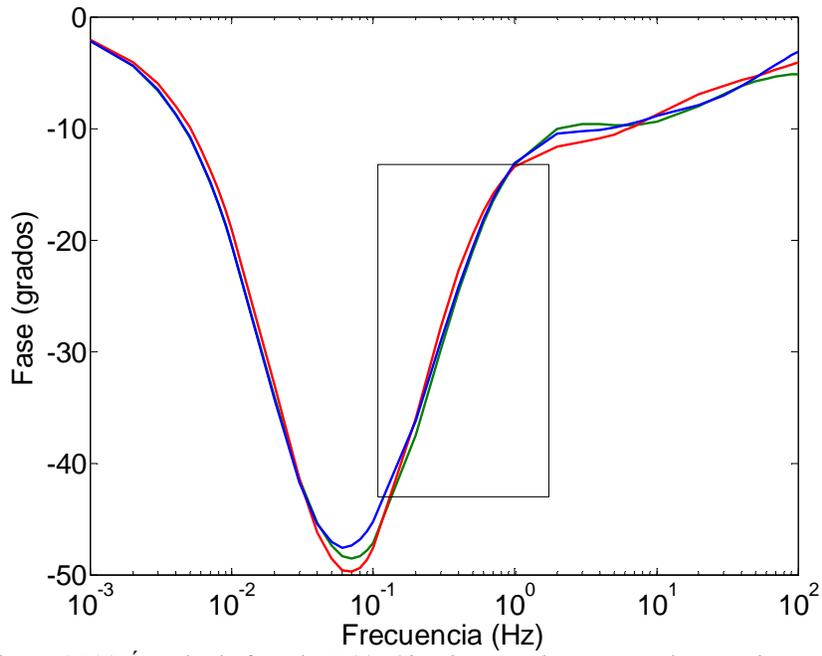


Figura 4.100 Ángulo de fase de  $X_d(s)$ . Circuito con cinco ramas de amortiguamiento

— RVF    — estimador 1    — estimador 2

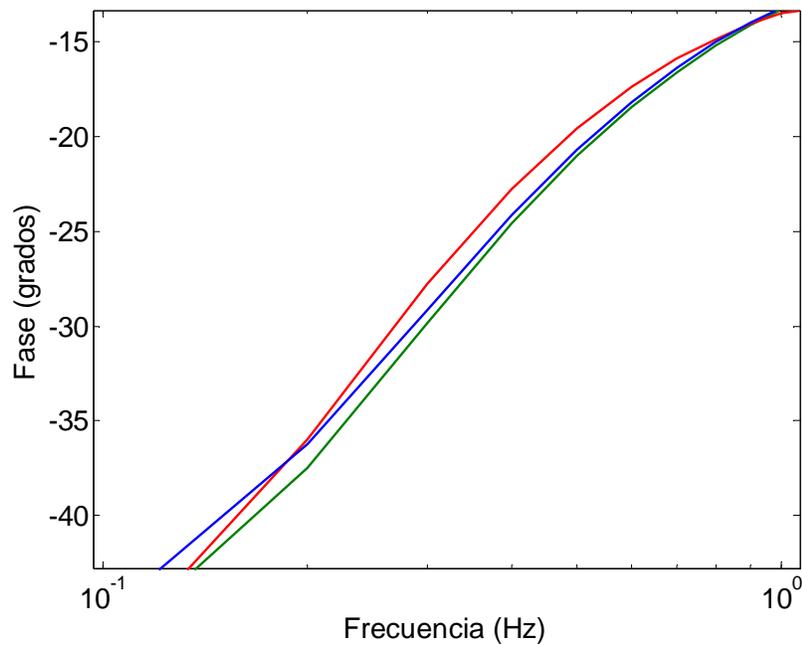


Figura 4.101 Acercamiento en el ángulo de fase de  $X_d(s)$ . Circuito con cinco ramas de amortiguamiento  
 — RVF — estimador 1 — estimador 2

Los resultados en la función de transferencia en  $sG(s)/\omega_0$  si difieren entre los estimadores. En la figura 4.102 se observa como la respuesta obtenida de los parámetros identificados con el estimador 1, comienza a separarse en 0.01 Hz, pasa por una subida súbita en el intervalo de 1 a 10 Hz, y vuelve a ajustarse en la parte final del intervalo de frecuencias.

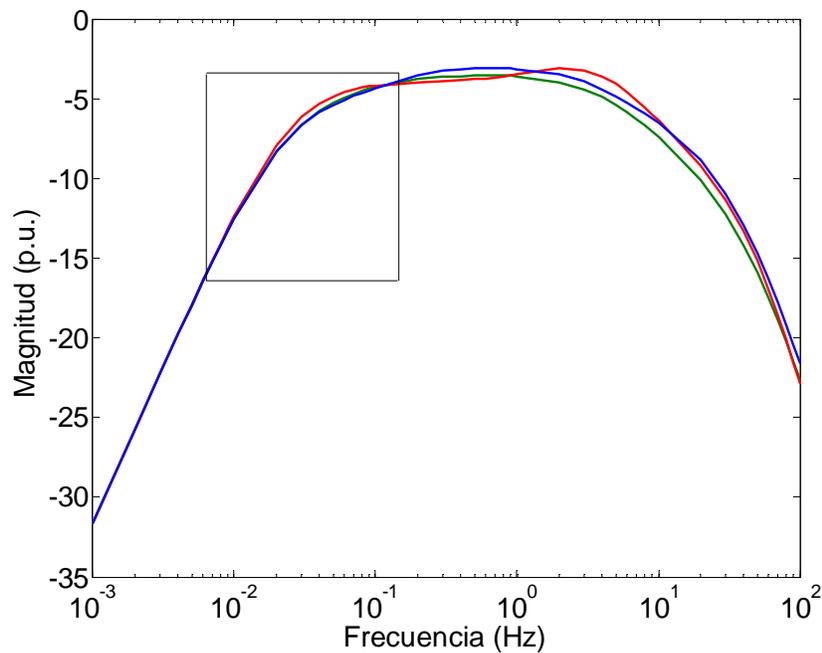


Figura 4.102 Magnitud de  $sG(s)/\omega_0$ . Circuito con cinco ramas de amortiguamiento  
 — RVF — estimador 1 — estimador 2

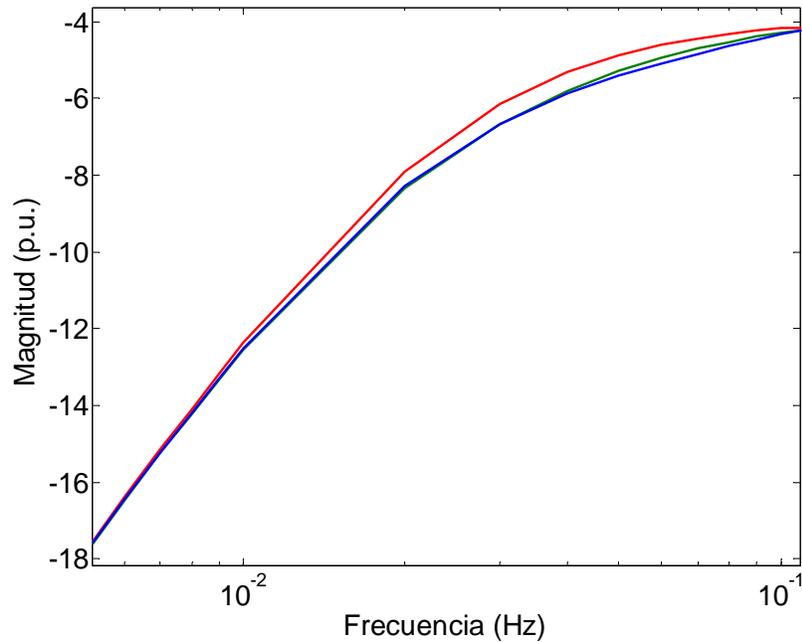


Figura 4.103 Acercamiento en la magnitud de  $sG(s)/\omega_0$ . Circuito con cinco ramas de amortiguamiento  
 — RVF — estimador 1 — estimador 2

Las discrepancias en la función de transferencia  $sG(s)/\omega_0$  no sólo se presentan en su magnitud sino también en el ángulo de fase como puede observarse en la figura 4.104.

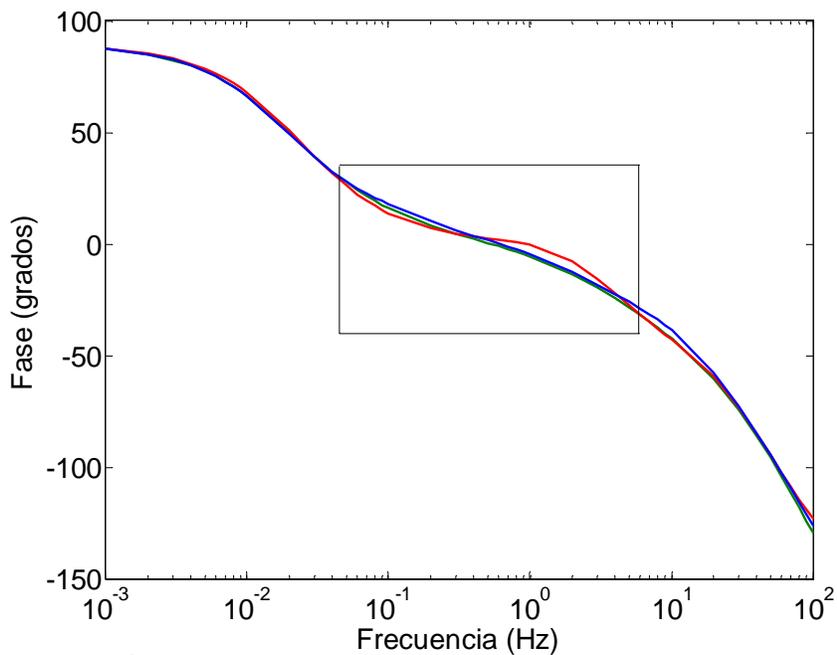


Figura 4.104 Ángulo de fase de  $sG(s)/\omega_0$ . Circuito con cinco ramas de amortiguamiento  
 — RVF — estimador 1 — estimador 2

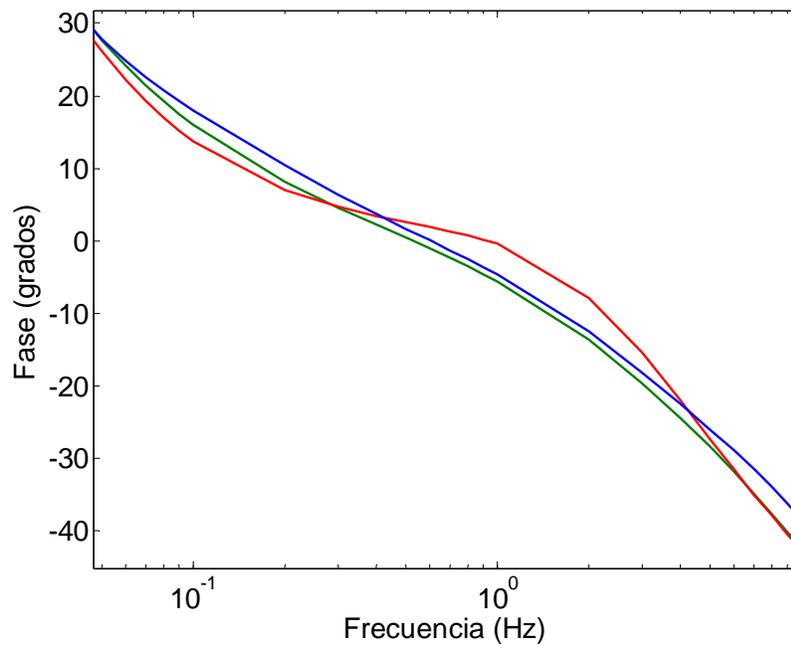


Figura 4.105 Acercamiento en el ángulo de fase de  $sG(s)/\omega_0$ . Circuito con cinco ramas de amortiguamiento  
 — RVF — estimador 1 — estimador 2

Finalmente, los ajustes que se tienen para la función de transferencia  $X_{ap\theta}(s)$  se presentan en las figuras 4.106 a la 4.109.

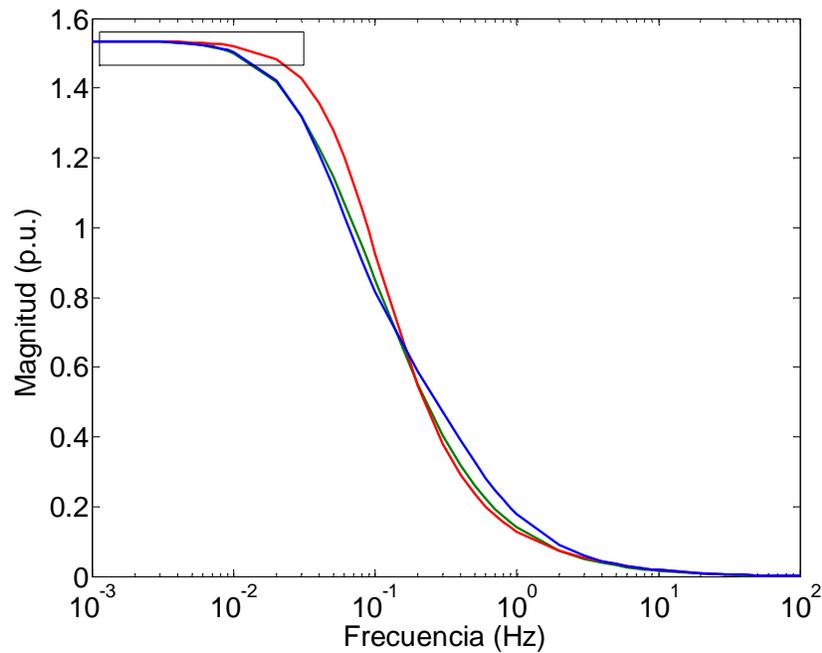


Figura 4.106 Magnitud de  $X_{ap\theta}(s)$ . Circuito con cinco ramas de amortiguamiento  
 — RVF — estimador 1 — estimador 2

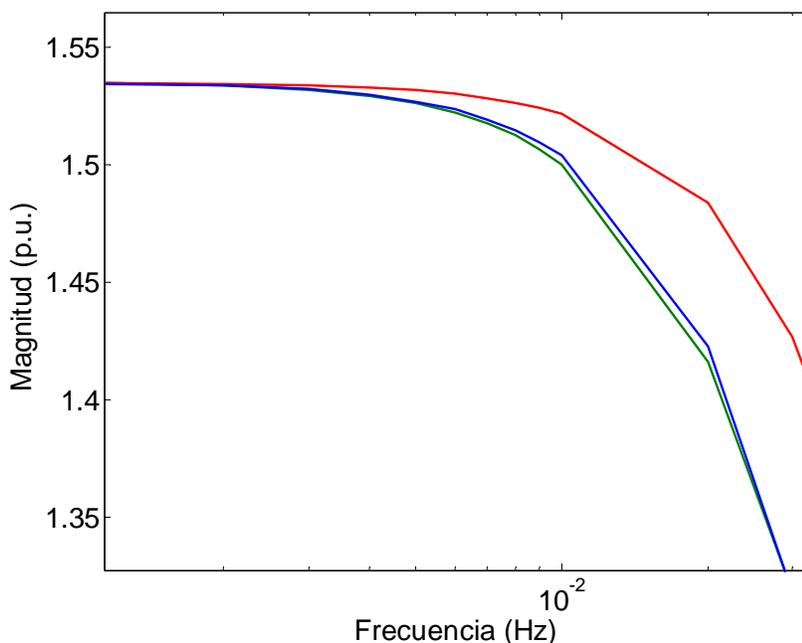


Figura 4.107 Acercamiento en la magnitud de  $X_{af0}(s)$ . Circuito con cinco ramas de amortiguamiento  
 — RVF — estimador 1 — estimador 2

Cuando se observa la magnitud de la función de transferencia  $X_{af0}(s)$ , en las figuras 4.106 y 4.107 se tiene que el estimador 1 difiere en la primera mitad del intervalo con respecto a la RVF, mientras que en la segunda mitad del intervalo es el estimador 2 el que difiere.

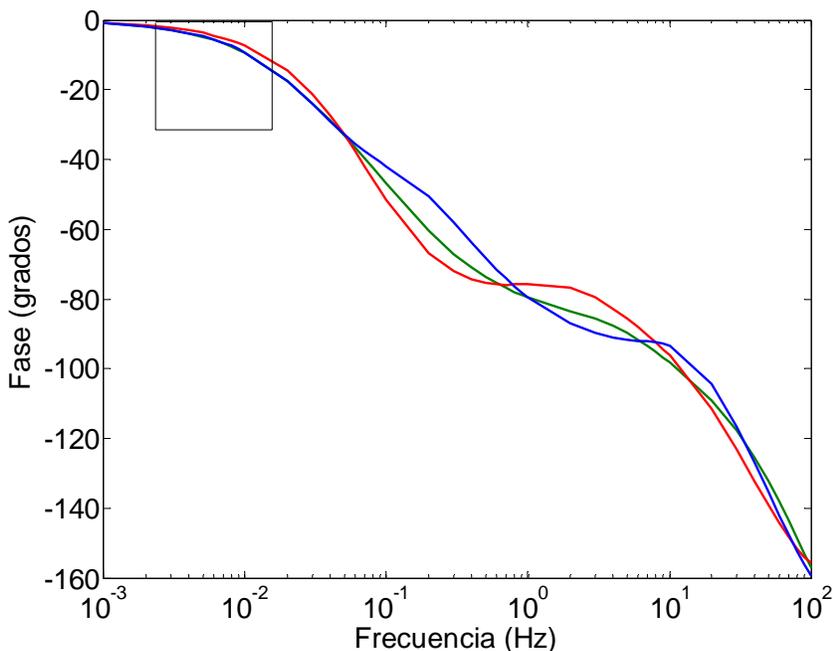


Figura 4.108 Ángulo de fase de  $X_{af0}(s)$ . Circuito con tres ramas de amortiguamiento  
 — RVF — estimador 1 — estimador 2

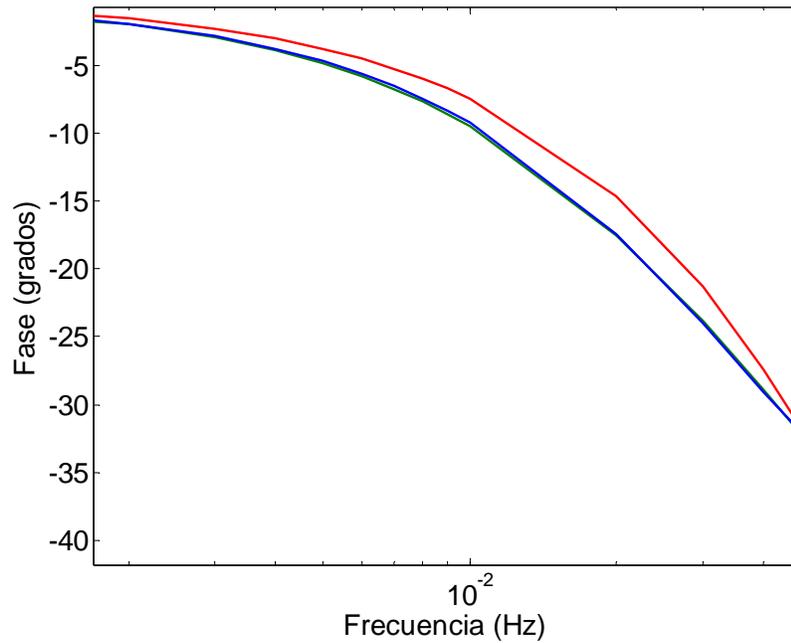


Figura 4.109 Acercamiento en el ángulo de fase de  $X_{af0}(s)$ . Circuito con cinco ramas de amortiguamiento  
— RVF    — estimador 1    — estimador 2

El ángulo de fase de  $X_{af0}(s)$  en las figuras 4.108 y 4.109 muestra discrepancias para ambos estimadores. El estimador 2 se ajusta bien en el principio del intervalo, de 0.001 a 0.1 Hz, después los dos muestran un comportamiento errático. El nivel de ruido de 1/10 para los circuitos de cinco ramas de amortiguamiento si afecta en la respuesta que proporcionan.

Se puede observar de manera general que para los tres circuitos equivalentes del eje  $d$ , el efecto del ruido no impacta en la respuesta que estos proporcionan, además es notable cómo variaciones de hasta trescientos por ciento en los parámetros identificados con niveles de ruido muy grandes, brinden buenos ajustes. Para tratar de entender esto de manera más formal, considere el siguiente análisis.

Para el circuito equivalente del eje  $d$  con tres ramas de amortiguamiento la matriz de inductancias se encuentra formada por los parámetros en la ecuación (4.6). Se puede observar como  $L_{md}$  está presente en todos los elementos de la matriz  $\mathbf{L}_d$ .

$\mathbf{L}_d =$

$$\begin{bmatrix}
 L_a + L_{md} & L_{md} & L_{md} & L_{md} & L_{md} \\
 L_{md} & L_f + L_{md} + L_{kf1} + L_{kf2} + L_{kf3} & L_{md} + L_{kf1} & L_{md} + L_{kf1} + L_{kf2} & L_{md} + L_{kf1} + L_{kf2} + L_{kf3} \\
 L_{md} & L_{md} + L_{kf1} & L_{1d} + L_{md} + L_{kf1} & L_{md} + L_{kf1} & L_{md} + L_{kf1} \\
 L_{md} & L_{md} + L_{kf1} + L_{kf2} & L_{md} + L_{kf1} & \mathbf{L}_{2d} + \mathbf{L}_{md} + \mathbf{L}_{kf1} + \mathbf{L}_{kf2} & L_{md} + L_{kf1} + L_{kf2} \\
 L_{md} & L_{md} + L_{kf1} + L_{kf2} + L_{kf3} & L_{md} + L_{kf1} & L_{md} + L_{kf1} + L_{kf2} & L_{3d} + L_{md} + L_{kf1} + L_{kf2} + L_{kf3}
 \end{bmatrix}
 \quad (4.6)$$

Considere ahora por ejemplo el elemento (4,4) de la matriz (4.6). Su valor está definido por cuatro inductancias del circuito equivalente, de las cuales  $L_{kf1}$ ,  $L_{kf2}$ , y  $L_{2d}$  son identificados, y  $L_{md}$  es constante para todos los casos. De estos cuatro parámetros,  $L_{kf1}$  y  $L_{kf2}$  cuando se considera el ruido, contienen desviaciones en sus valores muy grandes con respecto a los valores obtenidos sin considerar ruido, como puede verse en la tabla 4.15. En la tabla 4.19, se calcula el elemento (4,4) de la matriz  $\mathbf{L}_d$  para los casos sin ruido, y con ruido obtenidos de ambos estimadores.

Tabla 4.19 Cálculo del elemento (4,4) de la matriz  $\mathbf{L}_d$  con tres ramas de amortiguamiento

$\mathbf{L}_d(4,4)$	Estimador de mínimos cuadrados (p.u.)		Estimador de máxima verosimilitud (p.u.)	
	Sin ruido	Con ruido 1/10	Sin ruido	Con ruido 1/10
$L_{2d} + L_{md} + L_{kf1} + L_{kf2}$	5.0638663e-3	5.094192e-3	5.1389479e-3	5.0784518e-3

El error porcentual (tomando como referencia al valor sin ruido) en los cálculos de la tabla 4.19 es de -0.59% para los resultados obtenidos con el estimador de mínimos cuadrados y de 1.17% para el estimador de máxima verosimilitud. Estos valores de error porcentual en el elemento (4,4) son mucho menores que los errores individuales de los parámetros que lo constituyen. Por ejemplo,  $L_{kf2}$  contiene un error porcentual de casi 300% para el estimador 1 y más de 400% para el estimador 2 como puede observarse en la tabla 4.16. La explicación a esto es que el valor de  $L_{md}$  es mucho mayor que los demás valores de inductancias en el circuito y está presente en todos los elementos de la matriz  $\mathbf{L}_d$ , por esta razón domina en todos los cálculos. Es por eso que, los valores identificados considerando ruido, a pesar de su error porcentual, no modifican los resultados finales en la matriz  $\mathbf{L}_d$ . La matriz, al no verse afectada, tampoco modifica los valores de la matriz de admitancias de cortocircuito y consecuentemente, las funciones de transferencia se ven muy poco afectadas por el ruido.

---

## **ANÁLISIS DE CORTOCIRCUITO**

En ingeniería eléctrica, la operación y control de un sistema eléctrico de potencia es un aspecto muy importante para el abastecimiento y suministro de energía. Un analista utiliza modelos de los elementos constitutivos del sistema de potencia junto con poderosas herramientas de cómputo para resolver distintos problemas. Con esto se tiene capacidad de predicción para cada situación o condición de operación del sistema eléctrico. Si es posible predecir y calcular con precisión el estado de operación específico de un dispositivo, se dice que el modelo es bueno para la representación del mismo.

En una red eléctrica existen muchos elementos entre los que se cuentan transformadores, líneas de transmisión, generadores, motores, protecciones, sistemas de control, etc. Un problema típico de máquinas síncronas consiste en analizar su funcionamiento cuando se encuentran acopladas a sistemas de potencia. En algunos estudios prácticos se considera que la máquina se conecta a un transformador, el cual realiza la función de elevar la tensión a niveles de transmisión. A su vez el transformador se conecta a una línea de transmisión y finalmente a un bus que representa el resto del sistema. El bus infinito representa la robustez de la producción energética de muchas unidades generadoras conectadas en paralelo, presentando una gran inercia en cuanto a energía rodante se refiere. A este tipo de situación se le conoce a menudo como conexión máquina-bus infinito.

En este capítulo se realiza una simulación del tipo máquina-bus infinito. Para ello se cuenta con información de los elementos eléctricos, (entre los que figuran el regulador automático de voltaje y el gobernador de la turbina) y del modelo en dos ejes de la máquina síncrona. Con ello se pretende ver cómo impacta el orden de los circuitos equivalentes en la representación de la máquina síncrona para situaciones de operación transitoria. Se analiza el comportamiento del modelo de la máquina cuando se presenta un cortocircuito en un punto específico de la red y se realiza la evaluación del modelo comparando los resultados con datos de prueba de la falla, obtenidos a través del método del elemento finito (MEF) [43], previamente validados.

## 5.1. Formulación del problema

La situación que se analiza es la siguiente: se tiene una máquina síncrona (un turbogenerador) conectada a un bus infinito a través de un transformador y una línea de transmisión, como se muestra en la figura 5.1.

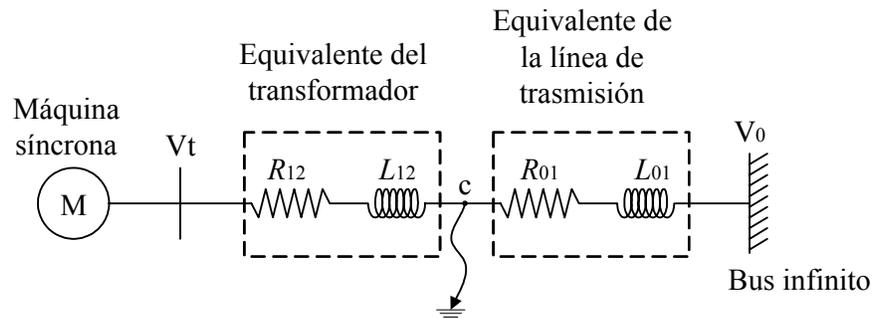


Figura 5.1 Red de estudio simplificada

El sistema eléctrico equivalente de la figura 5.1 está trabajando en condiciones de operación estable cuando se presenta un cortocircuito repentino en el punto *c*, que se libera *t* segundos después, reestableciéndose así la conexión inicial.

Se identifican dos estructuras en la red de estudio:

- (a) Antes y después del cortocircuito, en donde se tiene la red de la figura 5.1
- (b) Durante el cortocircuito, en donde no se toman en cuenta la línea de transmisión y el bus infinito

Para mayor claridad, en la figura 5.2 se muestra el circuito equivalente del eje *d* de la máquina síncrona incorporada a la red.

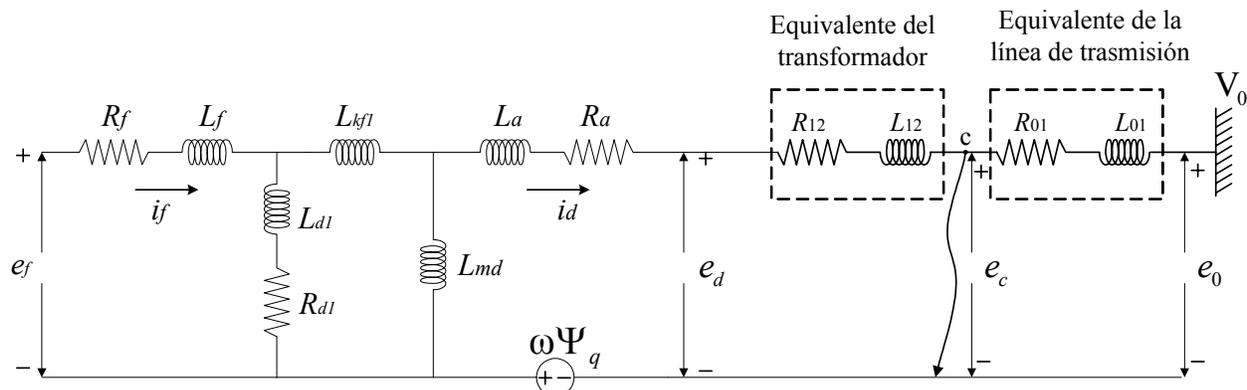


Figura 5.2 Red de estudio en detalle

Con base en el circuito de la figura 5.2, pueden ser descritos las distintas estructuras de la red conforme se ve modificada. Se puede notar también en la figura 5.2, que el circuito equivalente de la máquina síncrona tiene sólo una rama de amortiguamiento. Sin embargo, se puede tener cualquier circuito equivalente con cualquier número de ramas de amortiguamiento.

Se distinguen tres distintos pares de terminales en el circuito con la finalidad de ubicar en donde se encuentran las terminales equivalentes del modelo de la máquina síncrona, al ir cambiando la estructura del circuito equivalente.

Igualmente se considera la red equivalente del eje  $q$ , y se realiza el análisis en el conjunto de ecuaciones derivadas de ambas redes, es decir ambos ejes son considerados en el estudio a través de los términos  $\omega\Psi$ .

## 5.2 Obtención analítica del ángulo de carga $\delta$ entre los voltajes de excitación y de terminales para la condición inicial

Para la correcta simulación del sistema máquina-bus infinito es necesario contar con las condiciones iniciales, donde el ángulo de carga es una de las variables de estado que debe calcularse. En la figura 5.3 se muestra el diagrama fasorial para una máquina síncrona [23].

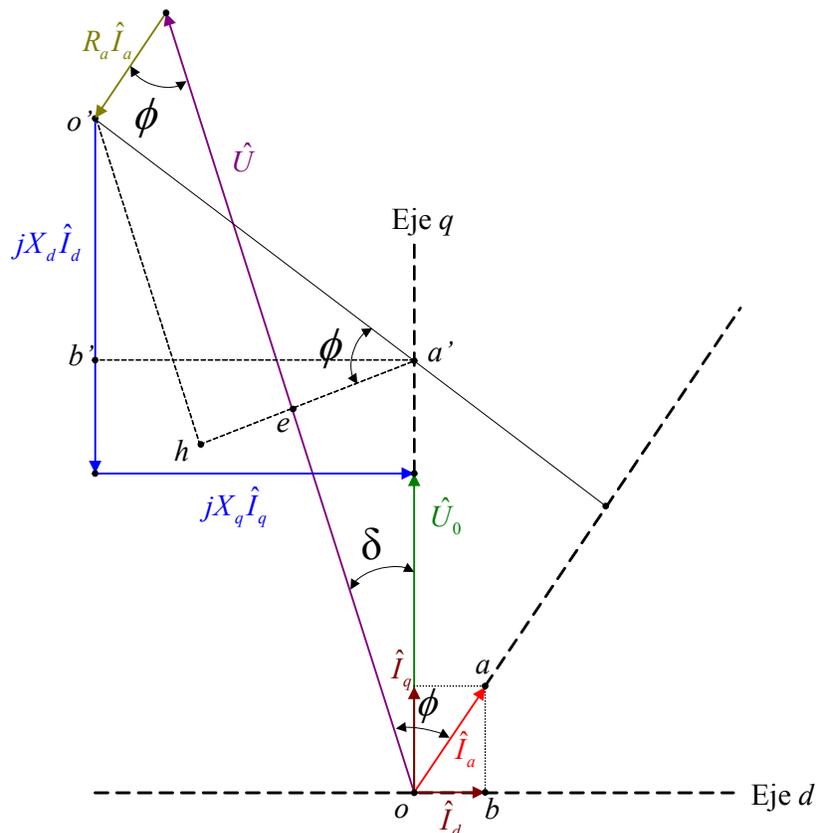


Figura 5.3 Diagrama fasorial de la máquina síncrona

$\hat{U}$  es el voltaje en terminales,  $\hat{U}_0$  es el voltaje de excitación e  $\hat{I}_a$  la corriente de armadura. Las cantidades con el símbolo  $\hat{\phantom{x}}$  en la parte superior se consideran fasores; cuando no lo tengan se consideran solamente como magnitud del fasor.

El triángulo formado por los puntos  $o$ ,  $a$ , y  $b$  como vértices, es semejante al triángulo formado por  $o'$ ,  $a'$  y  $b'$ . De esta manera, se establece la siguiente relación:

$$\frac{o'a'}{oa} = \frac{a'b'}{ab} \quad (5.1)$$

Cuando se despeja el término  $o'a'$  se tiene que:

$$o'a' = oa \frac{a'b'}{ab} \quad (5.2)$$

Con ayuda de la figura 5.3, se obtienen las siguientes relaciones:

$$oa = \hat{I}_a \quad (5.3)$$

$$a'b' = j\hat{I}_q (X_{mq} + X_a) = j\hat{I}_q X_q \quad (5.4)$$

$$ab = \hat{I}_q \quad (5.5)$$

Si se sustituyen (5.3), (5.4) y (5.5) en (5.2) se puede encontrar la siguiente ecuación:

$$o'a' = \hat{I}_a \frac{j\hat{I}_q X_q}{\hat{I}_q} = jX_q \hat{I}_a \quad (5.6)$$

Nuevamente considerando la figura 5.1, cuando se conoce la hipotenusa  $o'a'$  del triángulo  $o'a'h$ , se pueden conocer los catetos opuesto y adyacente, pues el ángulo  $\phi$  es conocido.

Así, el ángulo  $\delta$  se puede conocer si se usa el triángulo auxiliar  $o'a'e$ :

$$\tan \delta = \frac{a'e}{oe} \quad (5.7)$$

En el triángulo  $o'a'h$ , el cateto opuesto  $a'e$  se puede obtener con el siguiente cálculo:

$$a'h = X_q I_a \cos \phi \quad (5.8)$$

Ahora,

$$a'e = a'h - eh \quad (5.9)$$

mientras que  $eh$  se puede establecer como:

$$eh = R_a I_a \sin \phi \quad (5.10)$$

finalmente:

$$a'e = X_q I_a \cos \phi - R_a I_a \sin \phi \quad (5.11)$$

Para encontrar la expresión correspondiente al cateto adyacente  $oe$ , el segmento de línea  $oe$  está compuesto por la magnitud del vector  $\hat{U}$ , restándole la magnitud del segmento  $o'h$  y la magnitud  $X_q I_a \sin \phi$ . El segmento  $oe$  está expresado por la siguiente ecuación:

$$oe = U - X_q I_a \sin \phi - R_a I_a \cos \phi \quad (5.12)$$

Por lo tanto la ecuación (5.7) queda finalmente expresada de la siguiente manera [22, 23, 25]:

$$\tan \delta = \frac{X_q I_a \cos \phi - R_a I_a \sin \phi}{U - X_q I_a \sin \phi - R_a I_a \cos \phi} \quad (5.13)$$

La ecuación (5.13) es muy importante para el estudio que aquí se lleva a cabo. Con ella se encuentra el ángulo inicial de separación entre los fasores de voltaje de excitación y voltaje en terminales. Para ello se hace solamente necesario conocer la resistencia de armadura  $R_a$ , la reactancia síncrona de eje de cuadratura  $X_q$ , la corriente de armadura y el ángulo de separación entre ésta última y el voltaje en terminales.

### ***5.3. Condiciones iniciales restantes del sistema***

El proceso de análisis se puede generalizar a circuitos equivalentes con  $n_d$  y  $n_q$  ramas de amortiguamiento. En el estudio se consideran circuitos equivalentes de la máquina síncrona de una, tres y cinco ramas de amortiguamiento en el eje  $d$ ; y de una, tres y cuatro ramas de amortiguamiento en el eje  $q$ . Así, se realizan simulaciones para los siguientes casos de circuitos equivalentes:

- d) Ambos ejes con una rama de amortiguamiento
- e) Ambos ejes con tres ramas de amortiguamiento
- f) El del eje  $d$  con cinco ramas de amortiguamiento y el del eje  $q$  con cuatro

Se cuenta con los datos de operación, junto con los parámetros de los demás elementos de la red. Los datos que se utilizan se encuentran definidos en la tabla 5.1.

Tabla 5.1 Datos de entrada

$X_{md}$	Reactancia de magnetización del eje directo	$R_{nq}$	Resistencia del circuito amortiguador $n$ en el eje de cuadratura
$X_a$	Reactancia de dispersión de la armadura	$R_t$	Resistencia del transformador
$X_f$	Reactancia de dispersión del campo	$X_t$	Reactancia del transformador
$X_{1d}$	Reactancia de dispersión del circuito amortiguador 1 en el eje directo	$R_L$	Resistencia de la línea de transmisión
$X_{nd}$	Reactancia de dispersión del circuito amortiguador $n$ en el eje directo	$X_L$	Reactancia de la línea de transmisión
$X_{kfl}$	Reactancia diferencial asociada con el circuito amortiguador 1	$f$	Frecuencia de operación
$X_{kfn}$	Reactancia diferencial asociada con el circuito amortiguador $n$	$H$	Constante de inercia de la máquina
$X_{mq}$	Reactancia de magnetización del eje de cuadratura	$K$	Constante de amortiguamiento en la ecuación de oscilación
$X_{1q}$	Reactancia de dispersión del circuito amortiguador 1 en el eje de cuadratura	$S_{base}$	Potencia aparente base
$X_{nq}$	Reactancia de dispersión del circuito amortiguador $n$ en el eje de cuadratura	$V_{base}$	Voltaje base
$R_a$	Resistencia de armadura	$P$	Potencia nominal de la máquina
$R_f$	Resistencia de campo	$I_{f,base}$	Corriente de campo base
$R_{1d}$	Resistencia del circuito amortiguador 1 en el eje directo	$P_{IN}$	Potencia real de operación
$R_{nd}$	Resistencia del circuito amortiguador $n$ en el eje directo	$Q_{IN}$	Potencia reactiva de operación
$R_{1q}$	Resistencia del circuito amortiguador 1 en el eje de cuadratura	$V_t$	Voltaje en terminales de la máquina

Para continuar el cálculo de la condición inicial se escribe nuevamente la ecuación (2.92) que describe la física de la máquina síncrona en el marco de referencia  $dq0$ :

$$\begin{bmatrix} \Psi_d \\ \Psi_f \\ \Psi_{kd} \\ \Psi_q \\ \Psi_{kq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{md} + L_a & L_{md} & L_{md} & 0 & 0 \\ L_{md} & L_{md} + L_f + L_{kfl} & L_{md} + L_{kfl} & 0 & 0 \\ L_{md} & L_{md} + L_{kfl} & L_{md} + L_{kd} + L_{kfl} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_{mq} + L_a & L_{mq} \\ 0 & 0 & 0 & L_{mq} & L_{mq} + L_{kq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_f \\ i_{kd} \\ i_q \\ i_{kq} \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

Se hace énfasis en que esta descripción matemática de la máquina síncrona se encuentra en función de corrientes, encadenamientos de flujo magnético y de las inductancias de los circuitos equivalentes. La ecuación (5.14) toma en cuenta sólo una rama de amortiguamiento en los dos circuitos equivalentes.

El desarrollo que se realiza parte de la ecuación (5.14), y puede ser extendido sin dificultad para circuitos equivalentes con cualquier otro número de ramas de amortiguamiento. El sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden que describe el comportamiento electromecánico de la máquina (tal como se dedujo en el capítulo 2), y que se resuelve es el siguiente [23]:

$$\begin{bmatrix} \dot{\delta} \\ \ddot{\delta} \\ \dot{\Psi}_d \\ \dot{\Psi}_f \\ \dot{\Psi}_{kd} \\ \dot{\Psi}_q \\ \dot{\Psi}_{kq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{K\omega_0}{2H} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -y_{1d}R_a & -y_{4d}R_a & -y_{5d}R_a & -\omega_0 & 0 \\ 0 & 0 & -y_{4d}R_a & -y_{2d}R_a & -y_{6d}R_a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -y_{5d}R_a & -y_{6d}R_a & -y_{3d}R_a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_0 & 0 & 0 & -y_{1q}R_a & -y_{3q}R_a \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -y_{3q}R_a & -y_{2q}R_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \\ \dot{\delta} \\ \Psi_d \\ \Psi_f \\ \Psi_{kd} \\ \Psi_q \\ \Psi_{kq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ T_e \frac{\omega_0}{2H} \\ \dot{\delta}\Psi_q + e_d \\ 0 \\ 0 \\ -\dot{\delta}\Psi_d + e_q \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{\omega_0}{2H} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_m \\ e_f \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

La ecuación generalizada (5.15) se construye con ayuda de las ecuaciones (2.123) y (2.124). Las condiciones iniciales del sistema (5.15) se calculan tomando en cuenta que antes de la perturbación, la red se encuentra operando en estado estable, por lo que no existen corrientes que fluyan en los devanados amortiguadores. Por está razón en la ecuación (5.14) se hacen cero las corrientes  $i_{kd}$  e  $i_{kq}$ , obteniéndose las siguientes relaciones:

$$\Psi_d = (L_{md} + L_a)i_d + L_{md}i_f \quad (5.16)$$

$$\Psi_f = L_{md}i_d + (L_{md} + L_f + L_{kf1})i_f \quad (5.17)$$

$$\Psi_{1d} = L_{md}i_d + (L_{md} + L_{kf1})i_f \quad (5.18)$$

$$\Psi_q = (L_{mq} + L_a)i_q \quad (5.19)$$

$$\Psi_{1q} = L_{mq}i_q \quad (5.20)$$

Las ecuaciones completas para los voltajes de los ejes  $d$  y  $q$  son [23]:

$$e_d = \frac{d}{dt}\Psi_d + \omega_0\Psi_q - \Psi_q \frac{d}{dt}\delta + i_d R_a \quad (5.21)$$

$$e_q = \frac{d}{dt}\Psi_q + \omega_0\Psi_d - \Psi_d \frac{d}{dt}\delta + i_q R_a \quad (5.22)$$

En estado estable, los encadenamientos de flujo magnético  $\Psi_d$  y  $\Psi_q$  son constantes y la variación del ángulo  $\delta$  es nula, por lo que finalmente para esta condición, las ecuaciones (5.21) y (5.22) quedan de la siguiente manera:

$$e_d = i_d R_a + \omega_0\Psi_q \quad (5.23)$$

$$e_q = i_q R_a - \omega_0\Psi_d \quad (5.24)$$

De la ecuación (5.24) se despeja el término  $\Psi_d$  :

$$\Psi_d = \frac{i_q R_a - e_q}{\omega_0} \quad (5.25)$$

Ahora, se despeja de la ecuación (5.16) a  $i_f$  :

$$i_f = \frac{\Psi_d - (L_{md} + L_a)i_d}{L_{md}} \quad (5.26)$$

Sustituyendo la ecuación (5.25) en la (5.26) se tiene que:

$$i_f = \frac{\frac{i_q R_a - e_q}{\omega_0} - (L_{md} + L_a)i_d}{L_{md}} = \frac{i_q R_a - e_q - \omega_0(L_{md} + L_a)i_d}{\omega_0 L_{md}} = \frac{R_a i_q - e_q - X_d i_d}{X_{md}} \quad (5.27)$$

Para el cálculo de la corriente en las terminales de la máquina  $I_t$  se cuenta con las cantidades de potencia en por unidad:

$$I_t = \frac{\sqrt{P_t^2 + Q_t^2}}{E_t} \quad (5.28)$$

El ángulo de factor de potencia en las terminales de la máquina está dado por:

$$\phi = \cos^{-1} \left( \frac{P_t}{E_t I_t} \right) \quad (5.29)$$

Con estas cantidades y con la ecuación (5.13), se conoce el ángulo  $\delta$ . Una vez conocido  $\delta$ , se pueden calcular los voltajes en los ejes directo y de cuadratura:

$$e_{d,ini} = \sqrt{2} E_t \text{sen} \delta_{ini} \quad (5.30)$$

$$e_{q,ini} = \sqrt{2} E_t \text{cos} \delta_{ini} \quad (5.31)$$

Mientras que las corrientes de los ejes directo y de cuadratura son:

$$i_{d,ini} = \sqrt{2} E_t \text{sen}(\delta_{ini} - \phi) \quad (5.32)$$

$$i_{q,ini} = \sqrt{2} E_t \text{cos}(\delta_{ini} - \phi) \quad (5.33)$$

Una vez que se cuenta con las condiciones iniciales, es posible resolver el sistema de ecuaciones diferenciales no lineales.

En la figura 5.4 se muestran los pasos de solución de la ecuación (5.15) de manera general.

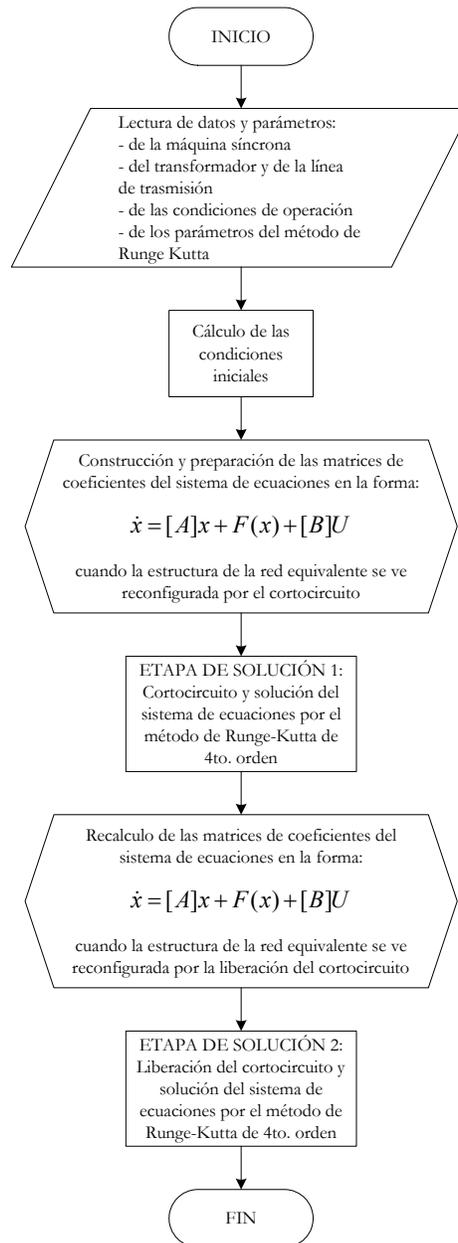


Figura 5.4 Diagrama de flujos para la simulación de un sistema máquina-bus infinito

### 5.4 Los sistemas de control de la máquina síncrona

Para realizar las simulaciones se cuenta con datos de dos controles de la máquina síncrona:

- **El sistema de excitación**, que mantiene la alimentación del devanado de campo con corriente directa, y cuyos controles están diseñados para mantener el buen desempeño del sistema de potencia. El control del voltaje y del flujo de potencia reactiva están también dentro de las

principales funciones del sistema de excitación [22]. La excitación de la máquina síncrona analizada, utiliza un generador de corriente directa como fuente de voltaje, y mantiene la alimentación al devanado de campo a través de anillos colectores. El diagrama de bloques en el dominio de la frecuencia en el plano ( $s$ ), que contiene el regulador automático de voltaje, se muestra en la figura 5.5 y sus parámetros correspondientes se muestran en la tabla 5.2.

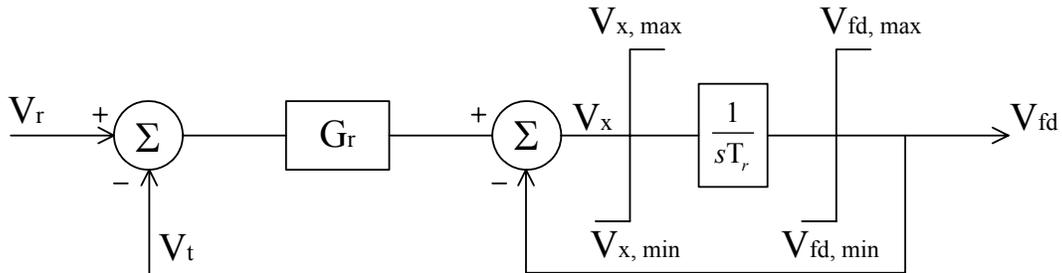


Figura 5.5 Modelo del sistema de excitación

- **El gobernador de la turbina**, que controla la potencia de salida en estado estable y la velocidad bajo condiciones de falla. El diagrama de bloques en el dominio de la frecuencia en el plano ( $s$ ) se muestra en la figura 5.6. Los valores de los parámetros de este sistema se proporcionan en la tabla 5.3. El modelo permite movimiento y retraso de tiempo de las válvulas así como también tiempos de retraso de recalentamiento, caídas de presión y balance de potencia entre estados de presión.

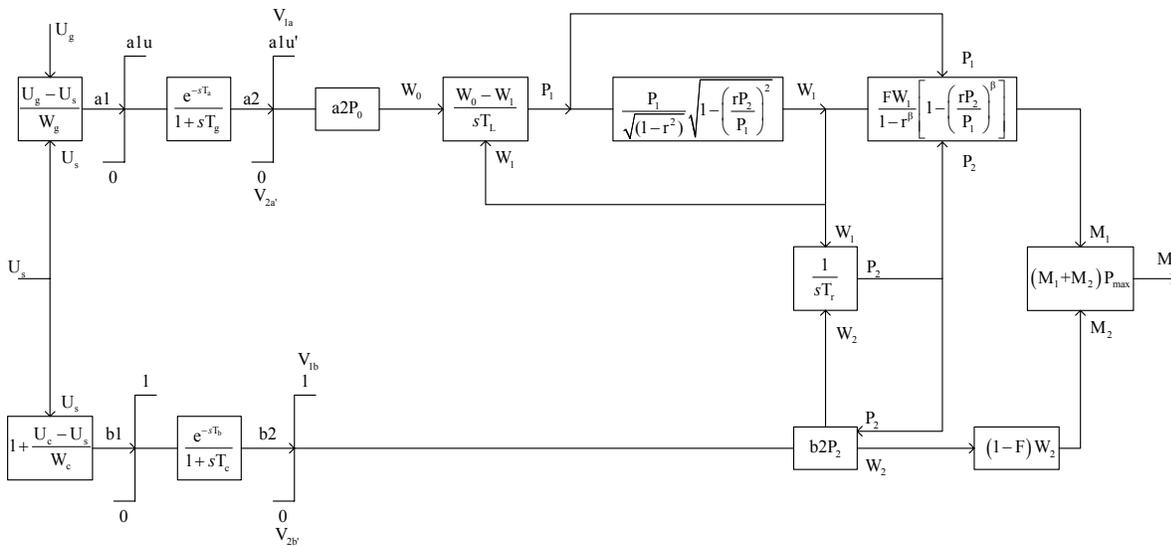


Figura 5.6 Modelo del sistema gobernador-turbina

Se parte de un programa anterior en el que se considera un modelo más simple de la máquina síncrona en Fortran [39], para resolver el sistema de ecuaciones diferenciales (5.15) implementando el método de Runge-Kutta de orden 4 [24, 37]. Así, se realizaron tres distintas simulaciones tomando en cuenta los modelos de la máquina síncrona con una y con tres ramas de amortiguamiento para ambos ejes y para cinco ramas en eje  $d$  y cuatro en eje  $q$ .

Para la máquina síncrona se utilizan los parámetros identificados para los diferentes circuitos de las tablas 4.1 a la 4.6. Los parámetros del resto de los elementos del sistema de potencia se presentan en la tabla 5.4.

Tabla 5.2 Parámetros del sistema de excitación

Ganancia del regulador, $\mathbf{G}_r$	0.01259
Constante de tiempo del regulador, $\mathbf{T}_r$	1.224
$\mathbf{V}_{fd, nominal}$	0.000966
$\mathbf{V}_{fd, max}$	0.002136
$\mathbf{V}_{fd, min}$	-0.000737
$\mathbf{V}_{x, max}$	0.00164
$\mathbf{V}_{x, min}$	-0.00469

Todos los resultados se comparan con datos obtenidos mediante un estudio realizado con el método del elemento finito (MEF) [43] como se menciona anteriormente.

Tabla 5.3 Parámetros del gobernador

Lazo de regulación de velocidad del gobernador, $\mathbf{W}_g$	0.04
Constante de tiempo de la válvula de estrangulamiento, $\mathbf{T}_g$	0.117 s
Constante de tiempo de retraso de transporte, $\mathbf{T}_a$	0.2 s
Límite superior de la válvula de posición, $\mathbf{a}_{1u}$	1.1
Límite superior de las válvulas de fluctuación, $\mathbf{V}_{1a}$	0.175 / s
Límite inferior de las válvulas de fluctuación, $\mathbf{V}_{2a}$	-5.96 / s
Lazo de regulación del interceptor, $\mathbf{W}_c$	0.04
Velocidad a la cual el interceptor comienza a cerrar, $\mathbf{U}_c$	1.03
Constante de tiempo de la válvula del interceptor, $\mathbf{T}_c$	0.1 s
Retraso de transporte en válvulas del interceptor, $\mathbf{T}_b$	0.2 s
Límite superior del ritmo de cambio de las válvulas del interceptor, $\mathbf{V}_{1b}$	0.33 / s
Límite inferior del ritmo de cambio de las válvulas del interceptor, $\mathbf{V}_{2b}$	-5.19 / s
Constante de tiempo del lazo de flujo de vapor, $\mathbf{T}_L$	0.1 s
Constante de tiempo del recalentamiento, $\mathbf{T}_r$	5.1 s
Cociente del recalentamiento real y la entrada de presión a plena carga, $\mathbf{r}$	0.266
Constante de relación entre la salida y otras etapas, $\mathbf{F}$	0.292
Índice de expansión isentrópica para el vapor, $\gamma$	1.3

Todas las cantidades en por unidad (sobre los MVA nominales).  $\beta = (\gamma - 1) / \gamma$ .  $U_g =$  configuración del acelerador de marcha =  $1 - (\omega/\omega_0)$

Tabla 5.4 Parámetros del resto de la red de potencia

Resistencia del transformador [ $\Omega$ /fase], $R_T$	1.7061e-2
Inductancia del transformador [H/fase], $L_T$	2.1343e-3
Resistencia de la línea de transmisión [ $\Omega$ /fase], $R_L$	8.3019e-2
Inductancia de la línea de transmisión [ $\Omega$ /fase], $L_L$	3.4655e-3

### 5.5 Simulación con circuitos de una rama de amortiguamiento

Se estudia un turbogenerador con las siguientes especificaciones: dos polos, capacidad nominal de 150 MVA, 120 MW, 13.8 kV y 50 Hz. La máquina inicialmente se encuentra trabajando a voltaje nominal, proporcionando 110.66 MW y 39.79 MVAR que corresponden aproximadamente al 78.4 % de su capacidad nominal, cuando ocurre el cortocircuito. La falla se presenta en el punto “c” de la red eléctrica que modifica las condiciones de carga de la máquina síncrona y que tiene una duración de 0.14 segundos, después de los cuales se libera la falla y se reconecta a la red original.

Los resultados de las simulaciones para los circuitos con una rama de amortiguamiento se presentan en las figuras 5.7 a la 5.12. El comportamiento del ángulo  $\delta$  del rotor se muestra en la figura 5.7, en donde se aprecian las oscilaciones del rotor durante la falla y la reconexión.

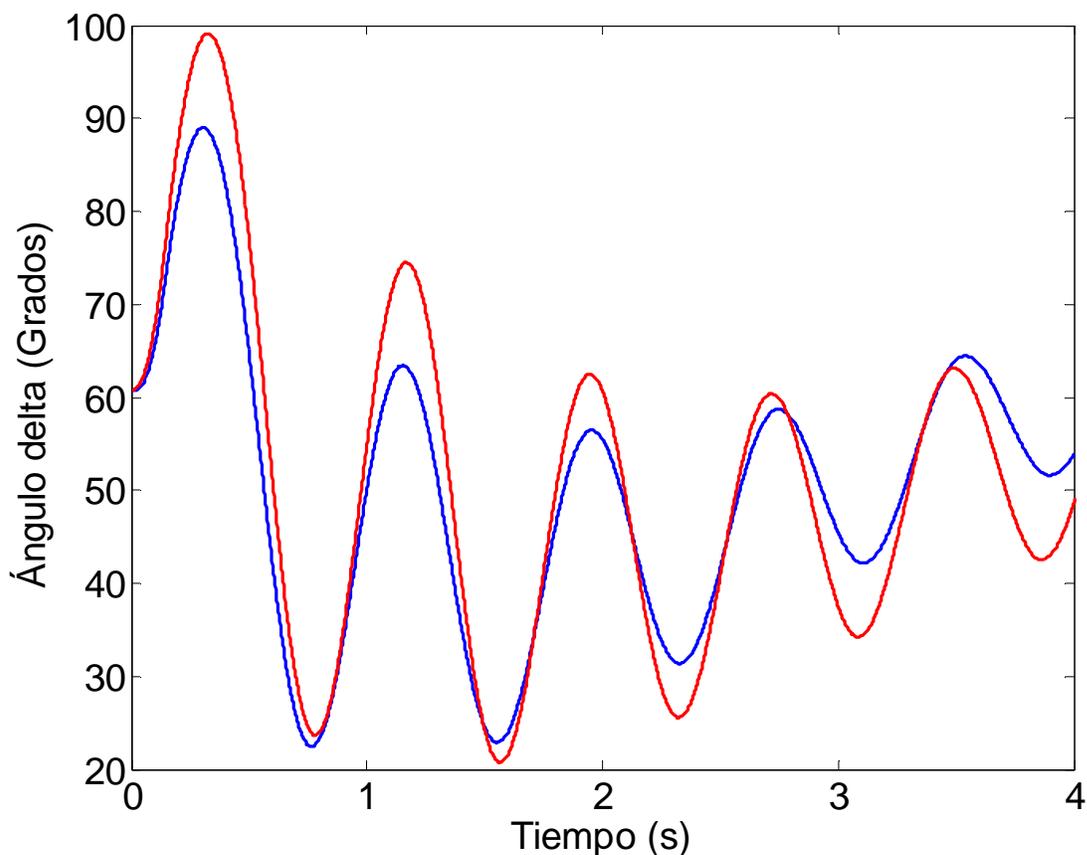


Figura 5.7 Variación del ángulo  $\delta$  con respecto al tiempo, — datos del MEF  
— datos de simulación (circuitos equivalentes con una rama de amortiguamiento)

Puede apreciarse que las curvas difieren desde la primera oscilación y en todo el intervalo. No obstante, desde el punto de vista industrial pueden ser aceptables, ya que el circuito predice una condición estable tal como sucede en el modelo de elementos finitos y en la realidad [5].

En la figura 5.8 se presenta la desviación de la velocidad del rotor con respecto a la velocidad síncrona. Aunque existen errores, los resultados del circuito equivalente mantienen un comportamiento semejante a los datos del MEF.

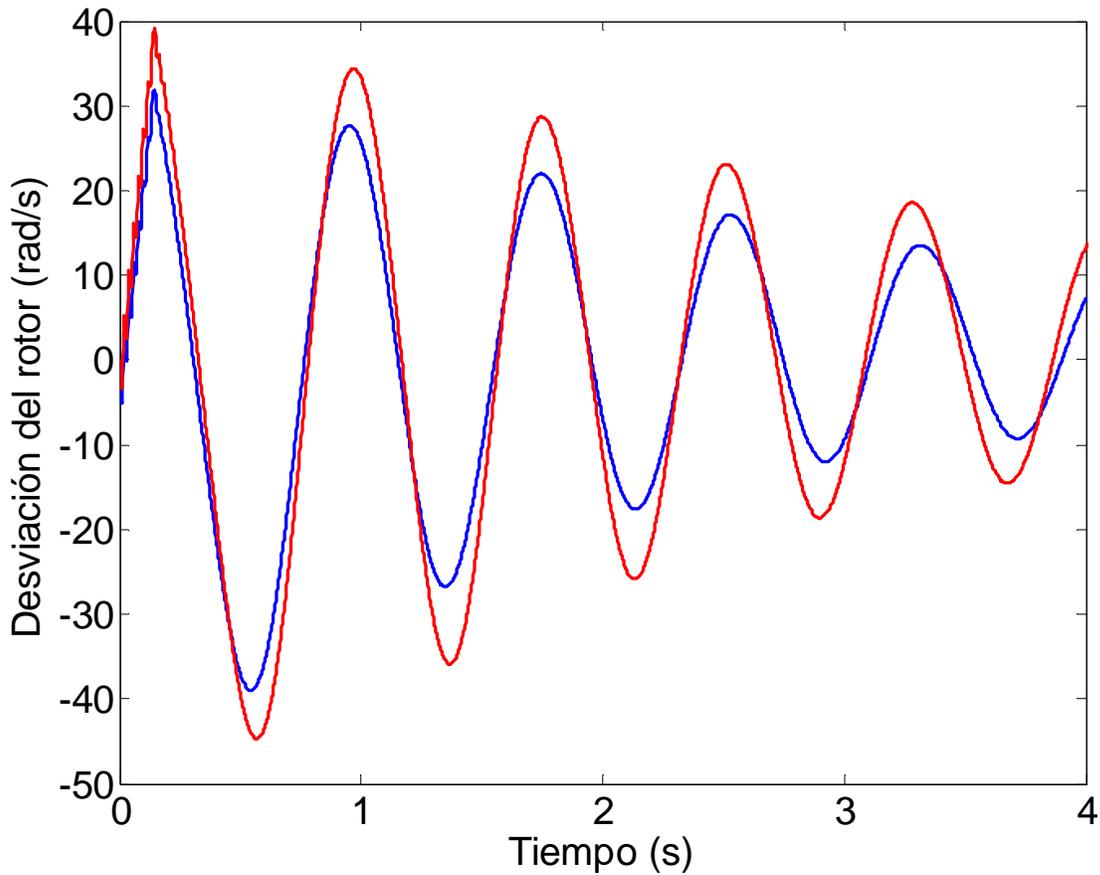


Figura 5.8 Desviación de la velocidad del rotor con respecto a la velocidad síncrona, — datos del MEF  
— datos de simulación (circuitos equivalentes con una rama de amortiguamiento)

En la figura 5.9 se presentan los resultados de la simulación para la corriente de campo  $i_f$  y el voltaje de campo  $v_f$  cuando se comparan con los datos del MEF.

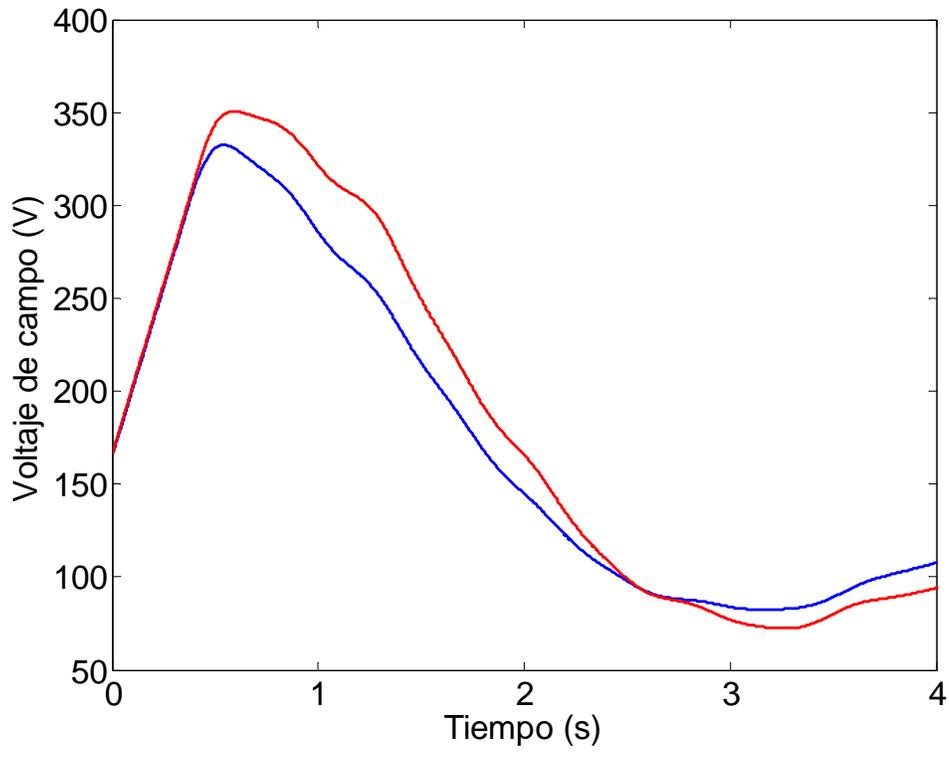
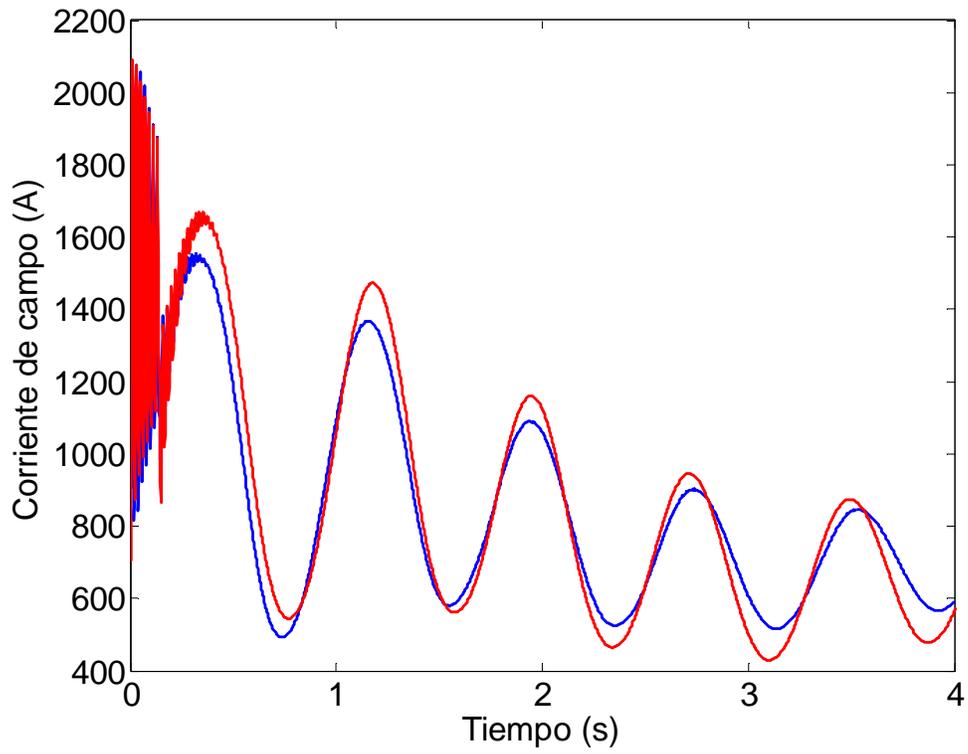


Figura 5.9 Variación de a) la corriente y b) voltaje de campo ( $i_f$  y  $v_f$ ) con respecto al tiempo, — datos del MEF  
 — datos de simulación (circuitos equivalentes con una rama de amortiguamiento)

En la corriente de campo se ve que en la primera oscilación, después de la liberación de la falla, existe discrepancia en la fase de los resultados de simulación.

En el voltaje de campo se observa similitud en el ajuste en los primeros puntos solución, sin embargo los datos del circuito equivalente arrojan un valor máximo de voltaje que es mayor al de la solución con MEF. Después sigue un comportamiento semejante en el resto del intervalo.

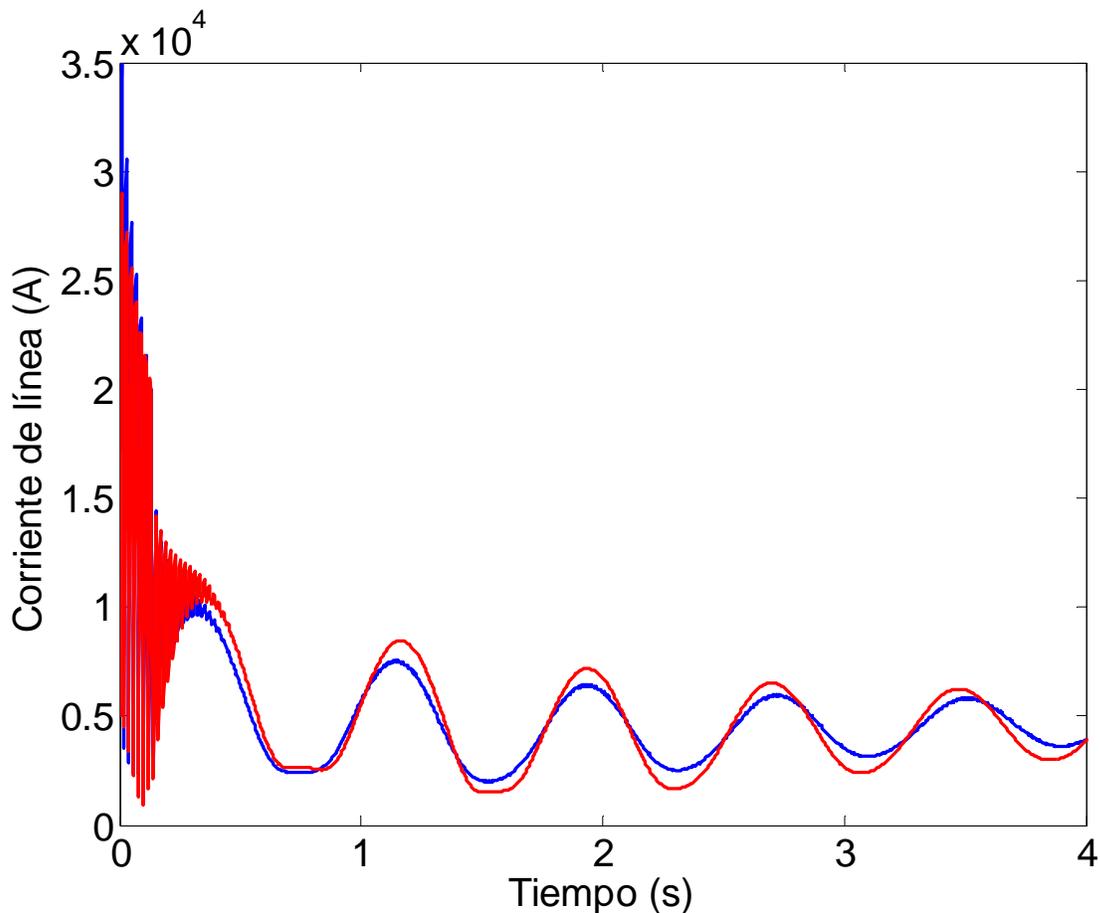


Figura 5.10 Variación de la corriente de línea  $i_l$  con respecto al tiempo, — datos del MEF  
— datos de simulación (circuitos equivalentes con una rama de amortiguamiento)

En la figura 5.10 se muestra la solución para la corriente de línea. En esta variable se observa también discrepancia en la fase, en los resultados del circuito equivalente. Después de la primera oscilación, la magnitud y la fase se comportan de manera muy parecida a los datos de solución obtenidos con el MEF.

En la figura 5.11, el voltaje en terminales predice un valor final estable, similar a los datos del MEF, además en el tiempo después de la liberación de falla, se aprecian las oscilaciones de 50 Hz causadas por los estados transitorios que siguen a los cambios bruscos de la estructura de la red de estudio: cortocircuito y reconexión. Esto último sólo se aprecia en los resultados del circuito equivalente pues los datos del MEF se encuentran filtrados.

Finalmente la solución para el par electromagnético se muestra en la figura 5.12.

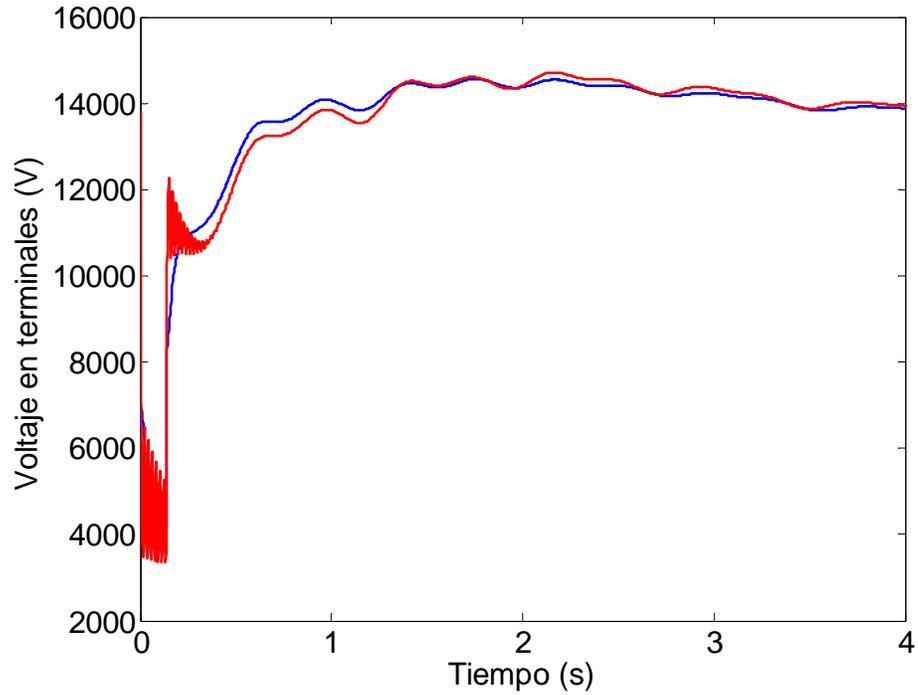


Figura 5.11 Variación del voltaje en terminales  $v_t$  con respecto al tiempo, — datos del MEF  
— datos de simulación (circuitos equivalentes con una rama de amortiguamiento)

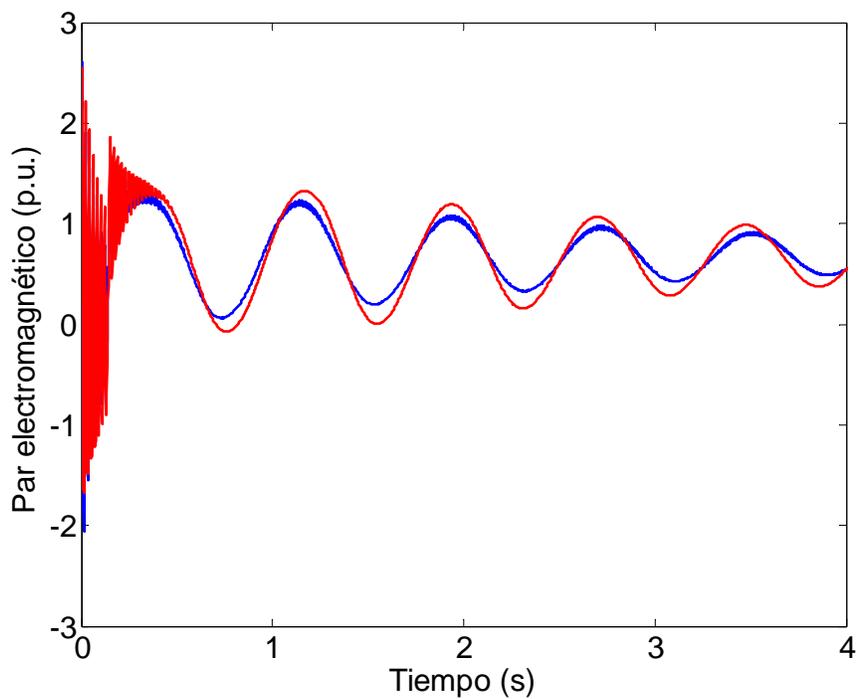


Figura 5.12 Variación del par electromagnético  $T_e$  con respecto al tiempo, — datos del MEF  
— datos de simulación (circuitos equivalentes con una rama de amortiguamiento)

## 5.6 Simulación con circuitos de tres ramas de amortiguamiento

Para este caso se muestra en la figura 5.13 el comportamiento del ángulo  $\delta$  del rotor. Se aprecia una considerable mejora del ajuste entre las dos curvas, de hecho en la primera oscilación se tiene un ajuste muy bueno. La mejoría se aprecia también en la fase. Esto es una consecuencia del hecho de que los circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento contienen más elementos y pueden modelar mejor los complejos fenómenos electromagnéticos al interior de la máquina síncrona.

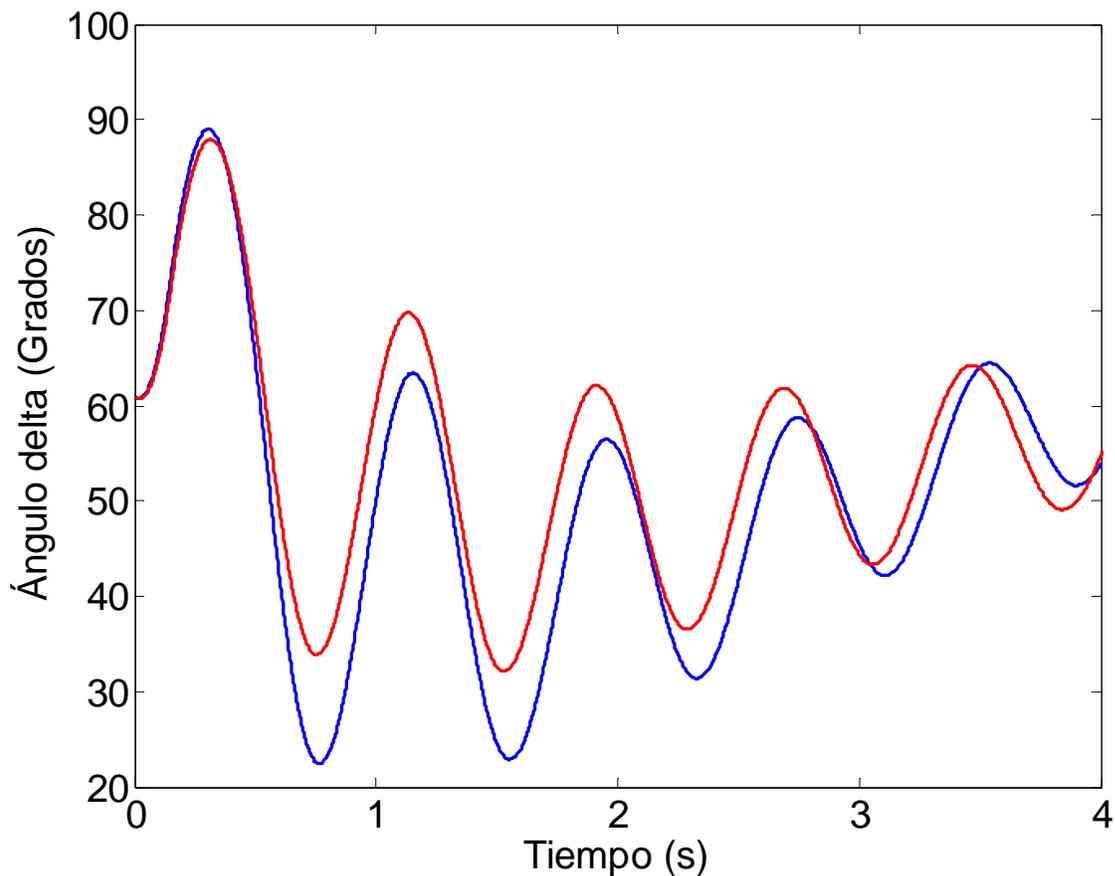


Figura 5.13 Variación del ángulo  $\delta$  con respecto al tiempo, — datos del MEF  
— datos de simulación (circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento)

En la figura 5.14 se presenta la desviación en la velocidad del rotor para los circuitos equivalentes de tres ramas, la cual mejora visiblemente con respecto a lo obtenido con una sola rama.

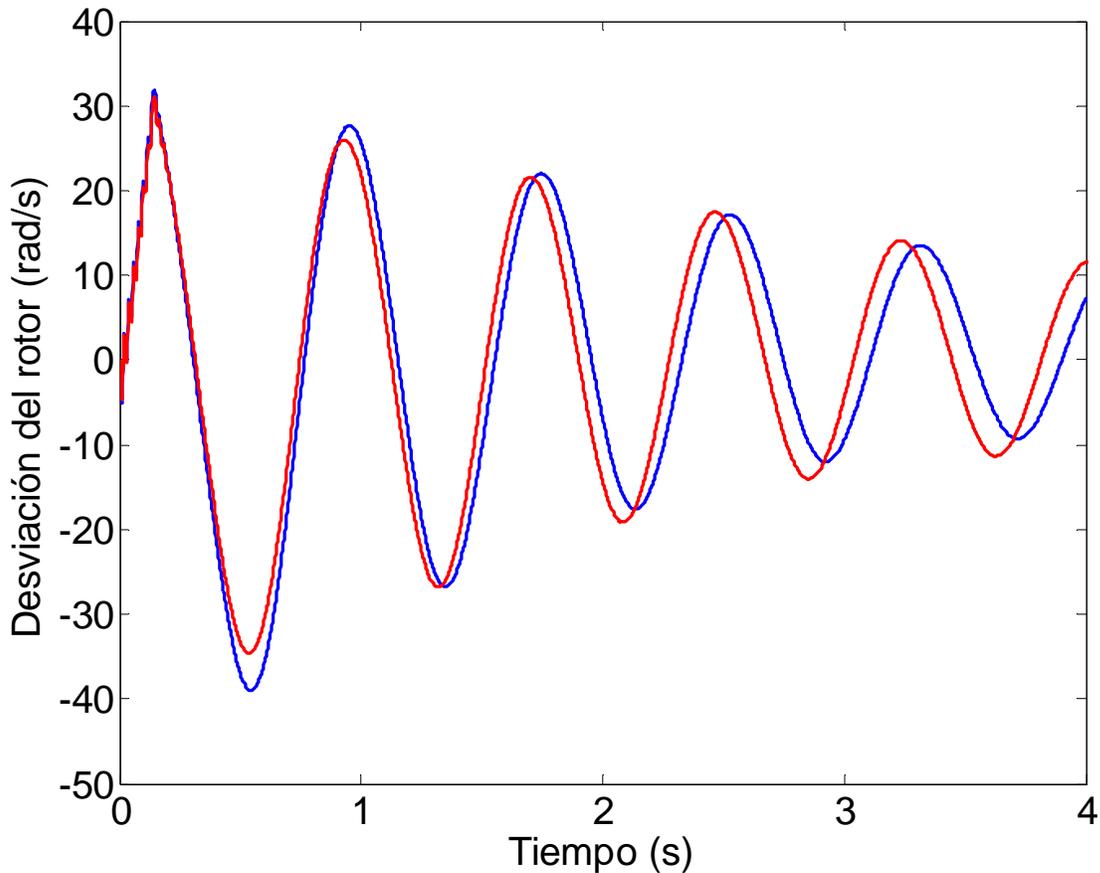
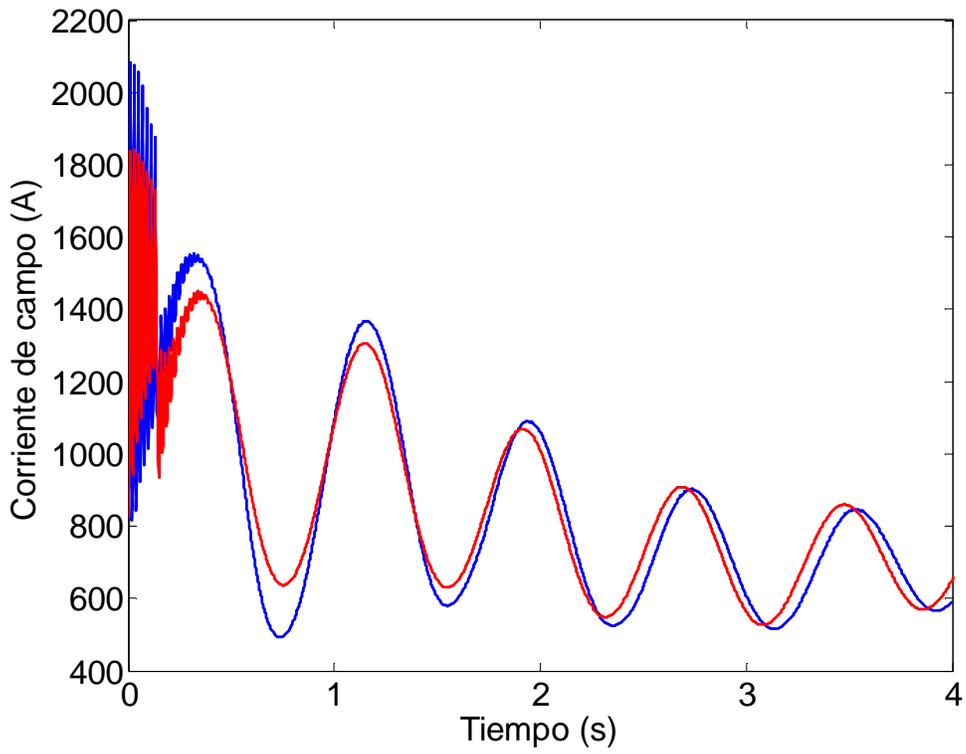
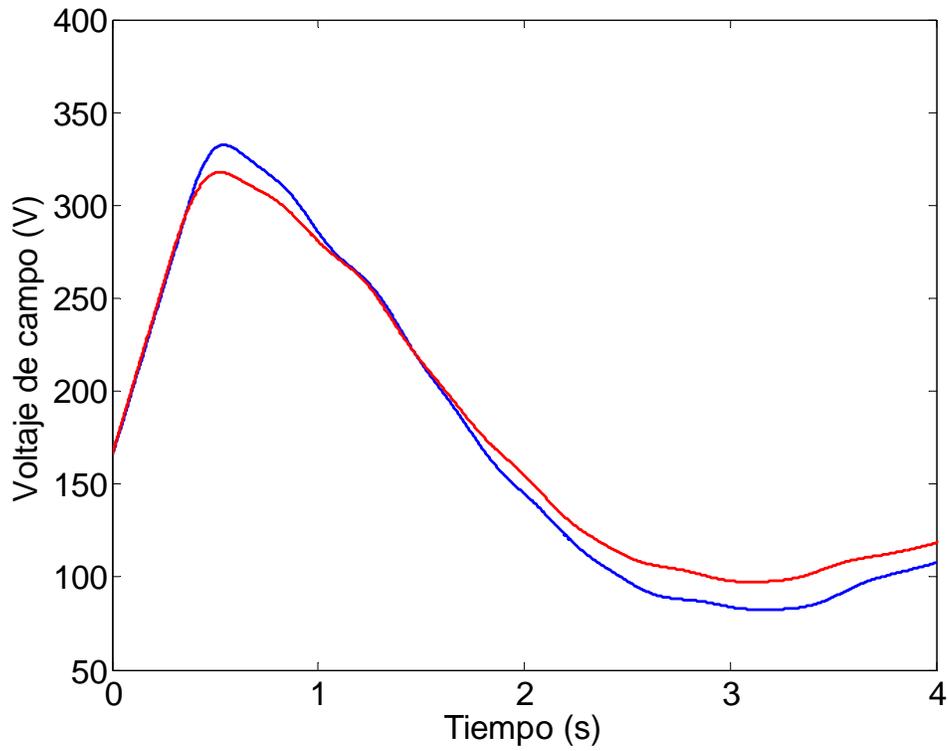


Figura 5.14 Desviación de la velocidad del rotor con respecto a la velocidad síncrona, — datos del MEF  
— datos de simulación (circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento)

El ajuste entre ambas curvas de la figura 14 es muy bueno para la parte creciente de la primera oscilación. En la figura 5.15 se presentan los resultados de la simulación del circuito equivalente para la corriente de campo  $i_f$  y el voltaje de campo  $v_f$  cuando se comparan con los datos del MEF.



a)



b)

Figura 5.15 Variación de a) la corriente y b) voltaje de campo ( $i_f$  y  $v_f$ ) con respecto al tiempo

— datos del MEF

— datos de simulación (circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento)

En la figura 5.15 se aprecia también una notable mejoría para ambas variables, con respecto a los resultados obtenidos cuando se considera sólo una rama de amortiguamiento en los circuitos equivalentes.

En la figura 5.16 se muestran los resultados para la corriente de línea, en donde la magnitud y la fase de la corriente del circuito equivalente describen un comportamiento muy similar con respecto a los resultados obtenidos con el MEF. También en esta figura se nota la mejoría en la primera oscilación.

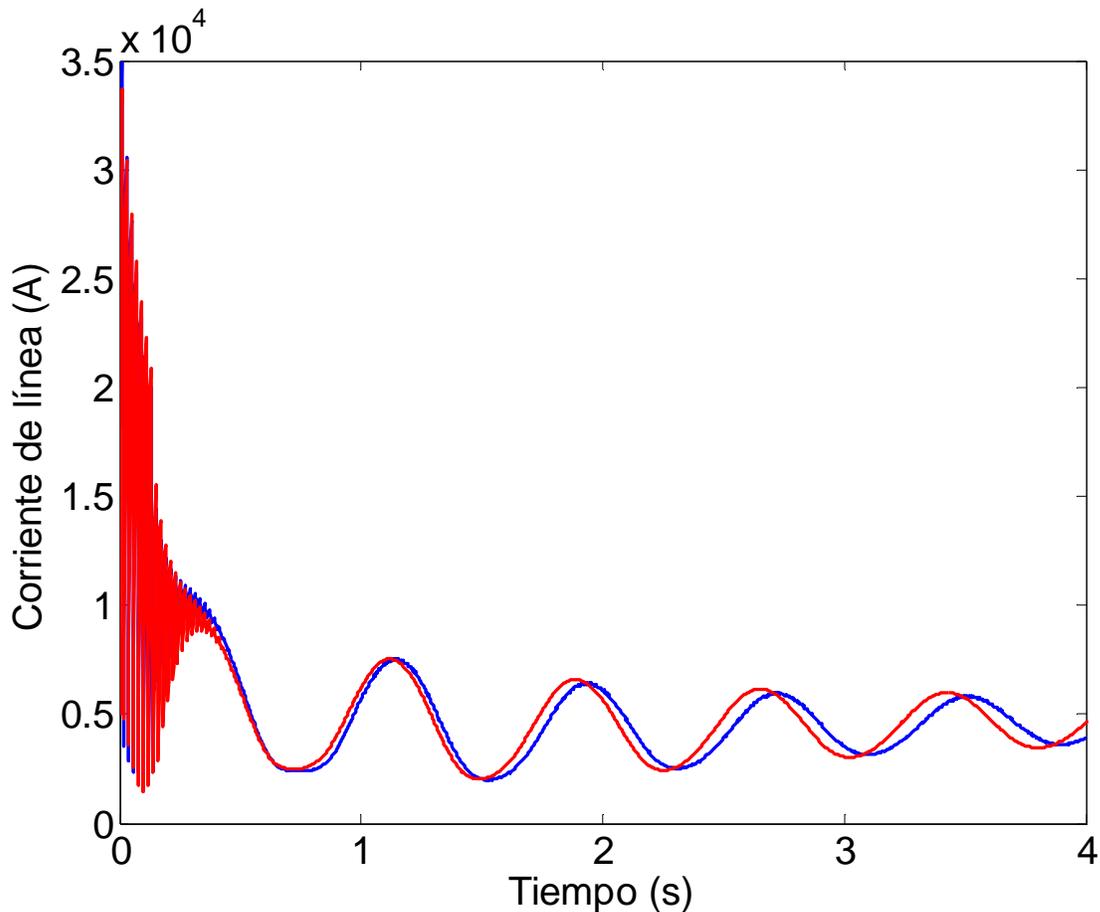


Figura 5.16 Variación de la corriente de línea  $i_l$  con respecto al tiempo

— datos del MEF  
— datos de simulación (circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento)

En la figura 5.17, se muestra el voltaje en terminales y en la 5.18 el par electromagnético.

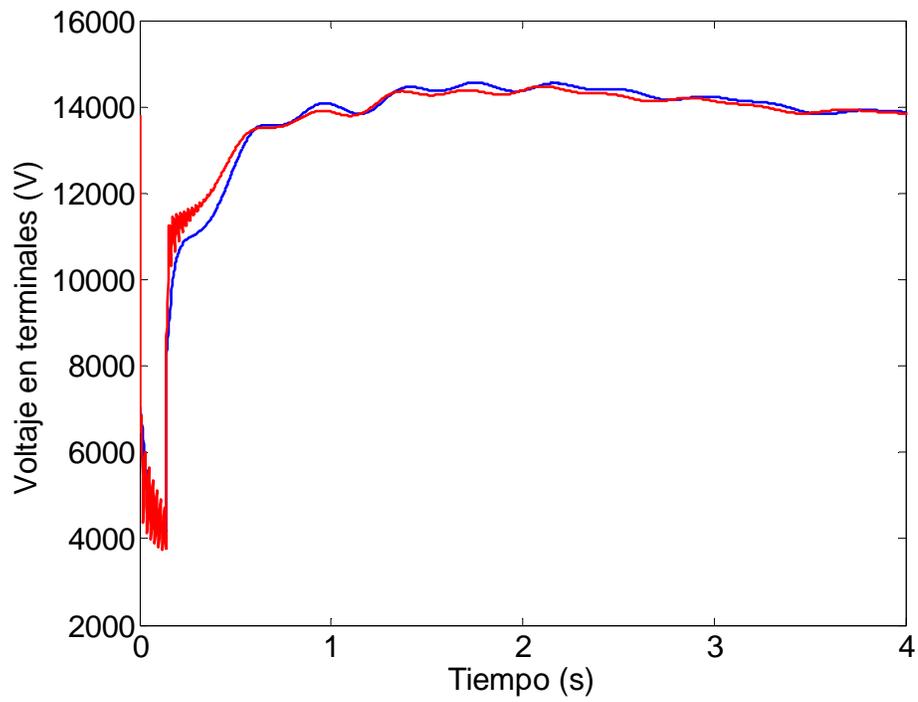


Figura 5.17 Variación del voltaje en terminales  $v_t$  con respecto al tiempo, — datos del MEF  
— datos de simulación (circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento)

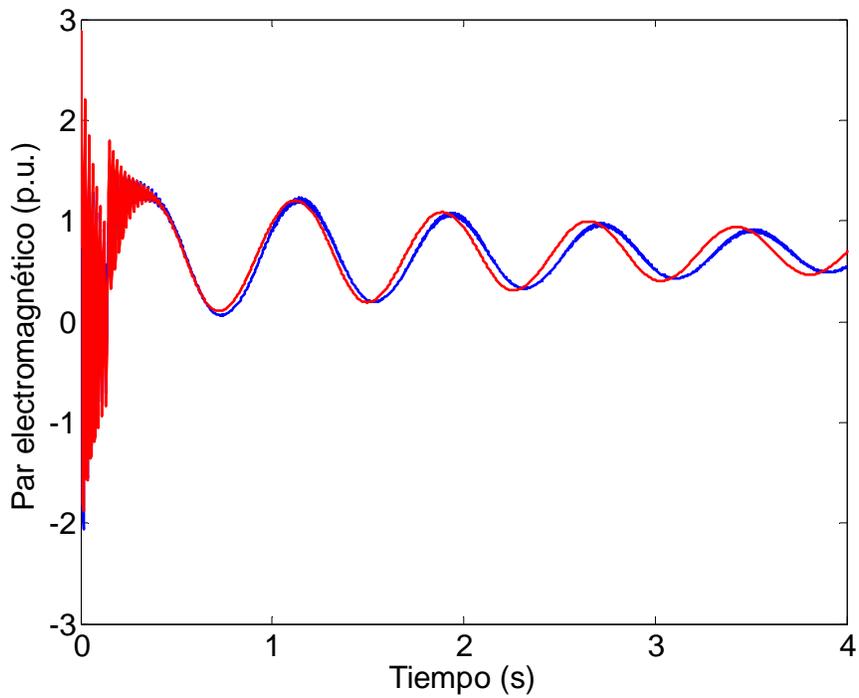


Figura 5.18 Variación del par electromagnético  $T_e$  con respecto al tiempo, — datos del MEF  
— datos de simulación (circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento)

### 5.7 Simulación con circuitos de cinco ramas de amortiguamiento en el eje $d$ y cuatro en el eje $q$

Se muestra en la figura 5.19 el comportamiento del ángulo  $\delta$  del rotor, cuando se consideran los circuitos equivalentes de más alto orden en este estudio. Aquí se muestra cómo con cinco ramas amortiguadoras en el eje  $d$ , se tiene una reproducción muy buena de la dinámica del rotor en la primera oscilación. Sin embargo, se siguen presentando discrepancias en el resto del intervalo como en los casos anteriores, principalmente en la fase. Una posible causa de error es que en las simulaciones del circuito equivalente no se considera la saturación de la máquina.

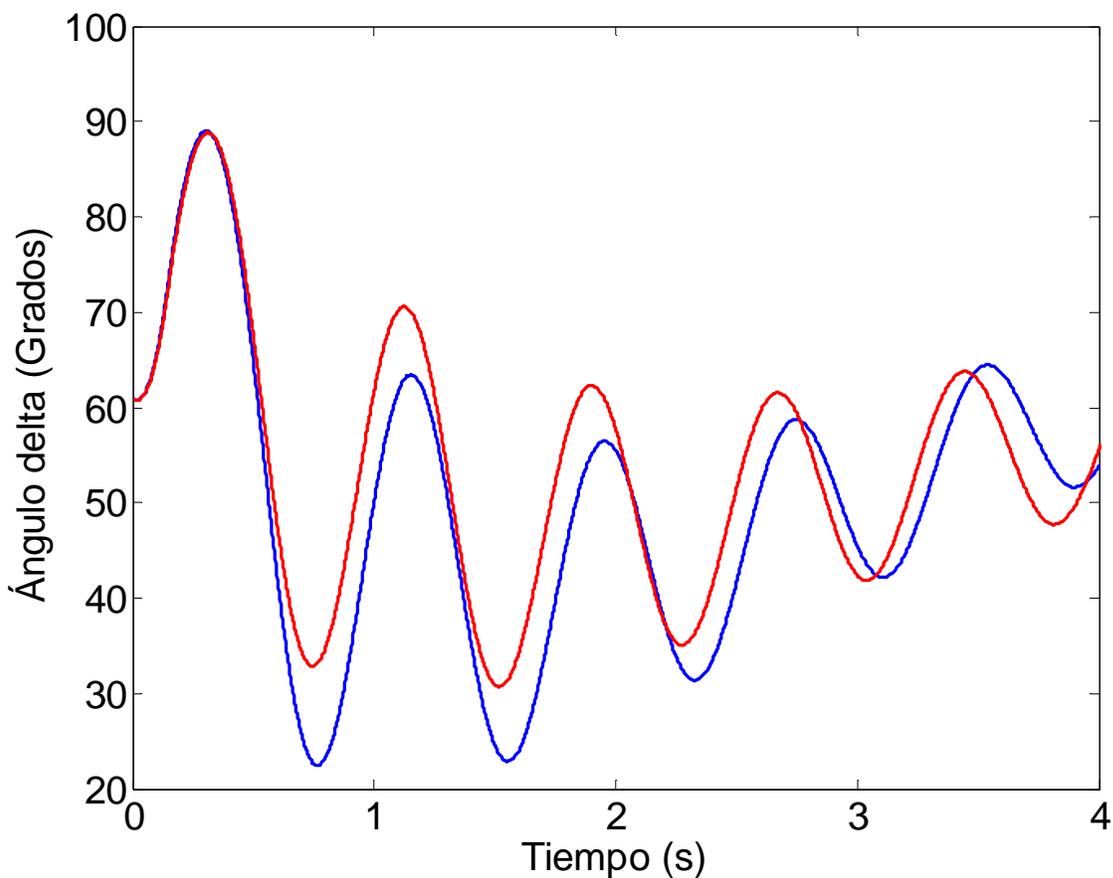


Figura 5.19 Variación del ángulo  $\delta$  con respecto al tiempo, — datos del MEF  
— datos de simulación (circuitos equivalentes, cinco ramas de amortiguamiento en eje  $d$  y cuatro en eje  $q$ )

La figura 5.20 muestra los datos de simulación obtenidos cuando se usan los circuitos equivalentes de orden superior. Este ajuste es el mejor que se tiene en los tres casos analizados. Se observa como los circuitos de orden superior modelan muy bien la dinámica del rotor aunque los resultados del circuito equivalente se encuentran un poco defasados.

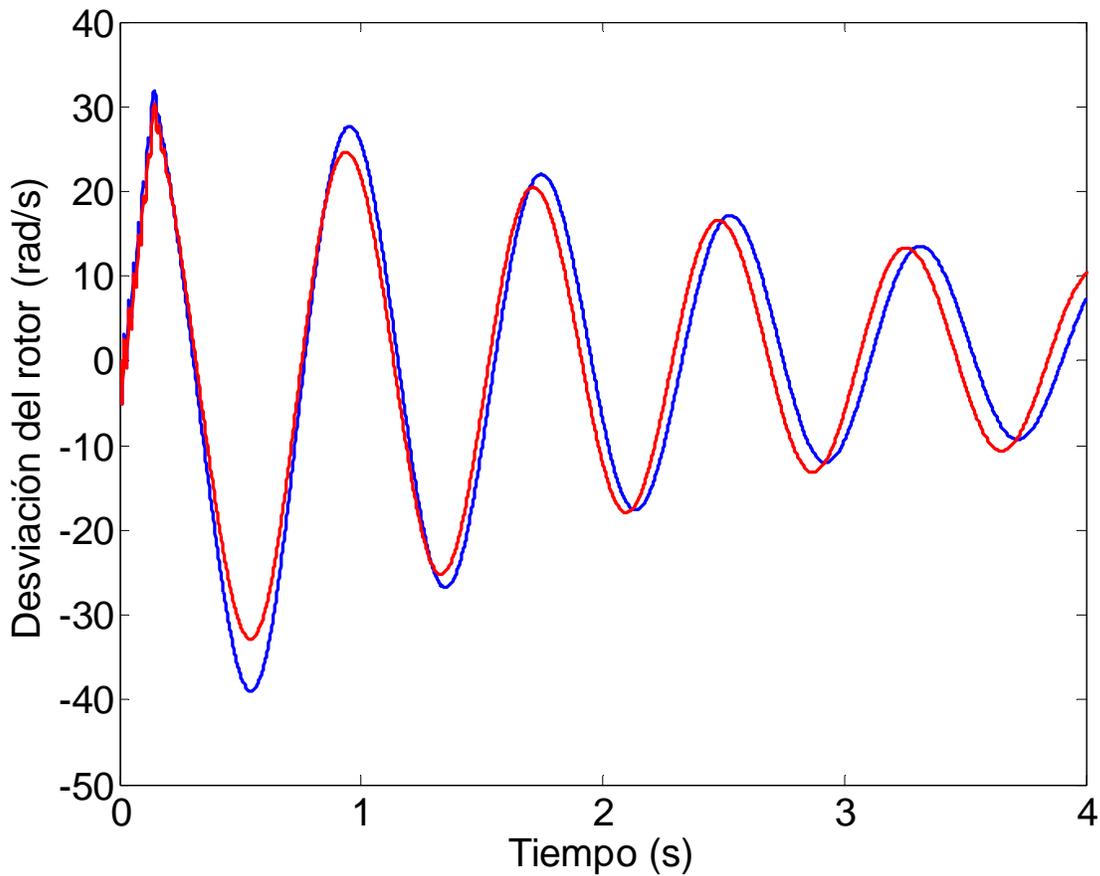


Figura 5.20 Desviación de la velocidad del rotor con respecto a la velocidad síncrona, — datos del MEF  
— datos de simulación (circuitos equivalentes, cinco ramas de amortiguamiento en eje  $d$  y cuatro en eje  $q$ )

En la figura 5.21 se presentan los resultados de la simulación del circuito equivalente para la corriente de campo  $i_f$  y el voltaje de campo  $v_f$  comparados con los datos del MEF.

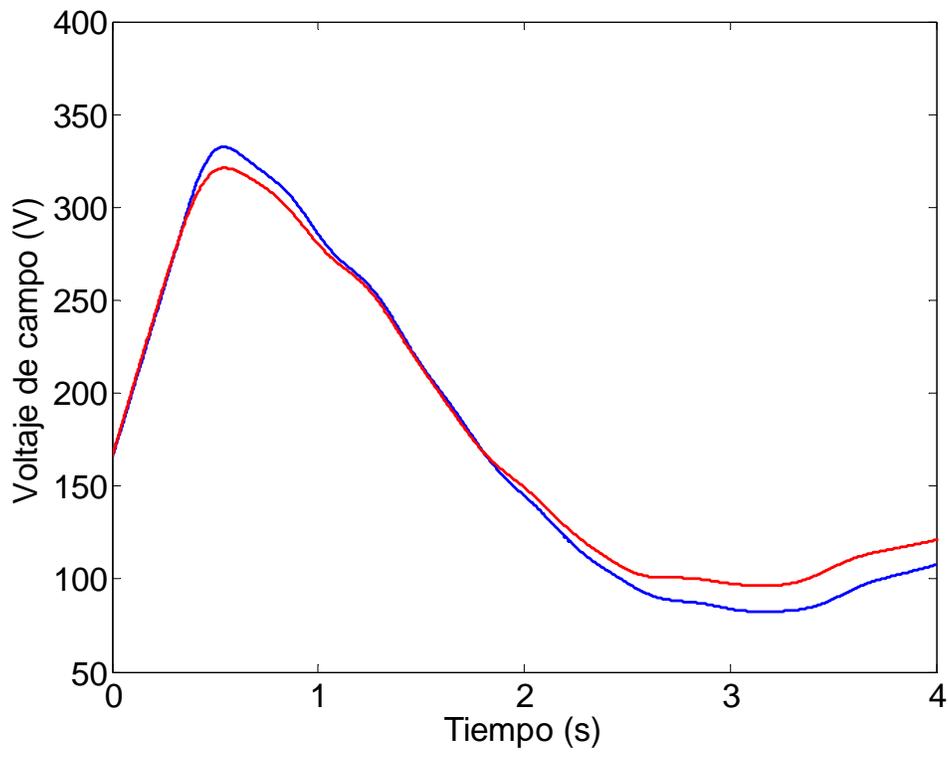
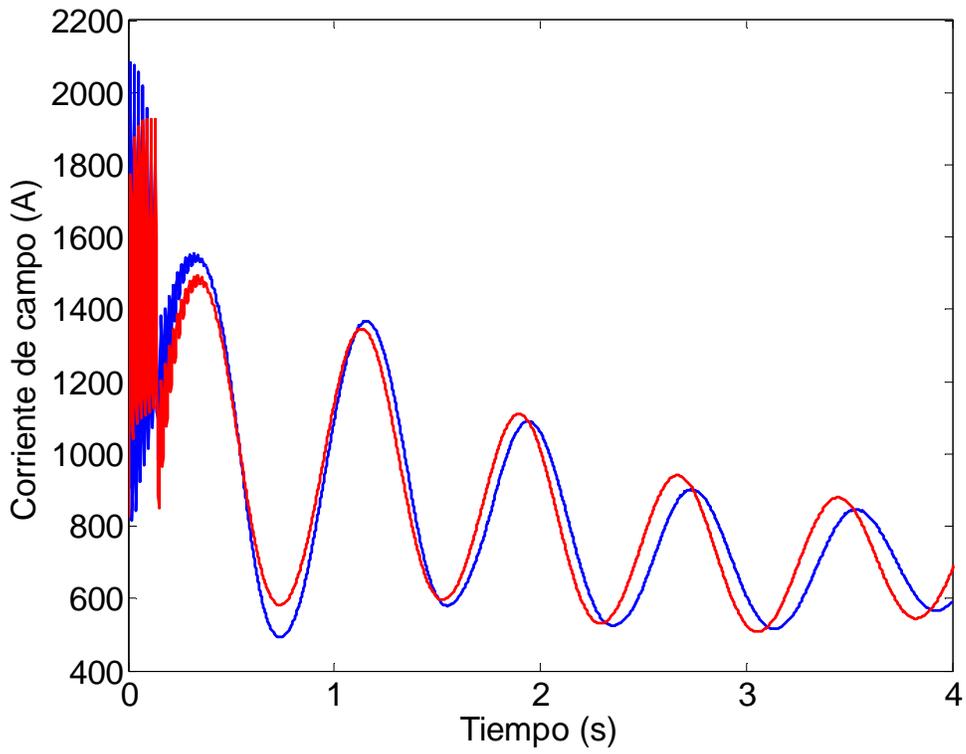


Figura 5.21 Variación de a) la corriente y b) voltaje de campo ( $i_f$  y  $v_f$ ) con respecto al tiempo, — datos del MEF — datos de simulación (circuitos equivalentes, cinco ramas de amortiguamiento en eje  $d$  y cuatro en eje  $q$ )

En la figura 5.22 se muestra la corriente de línea.

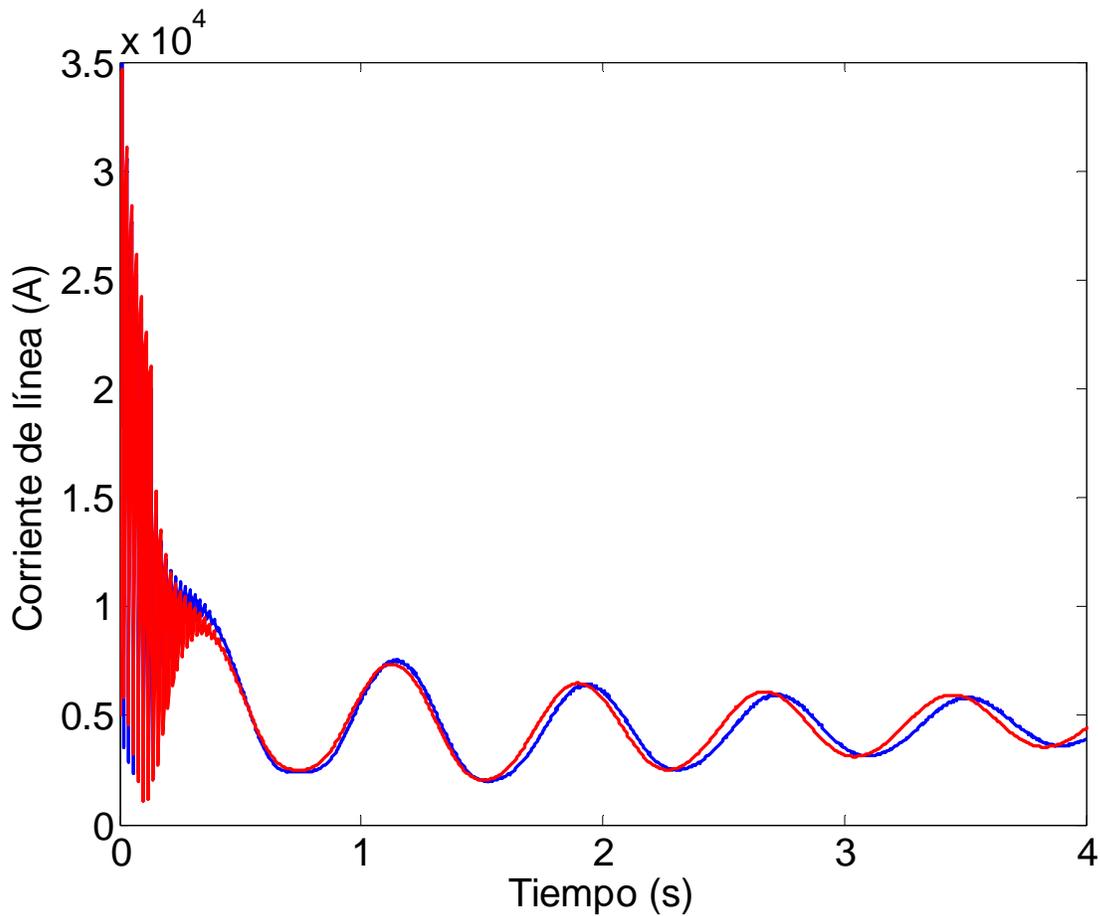


Figura 5.22 Variación de la corriente de línea  $i_l$  con respecto al tiempo, — datos del MEF  
— datos de simulación (circuitos equivalentes, cinco ramas de amortiguamiento en eje  $d$  y cuatro en eje  $q$ )

En esta variable se observa también una muy buena aproximación de los datos de simulación. El ajuste en la primera oscilación es muy parecido a los datos que se obtienen con el MEF.

En la figura 5.23, el voltaje en terminales exhibe un buen ajuste con respecto a los datos del MEF.

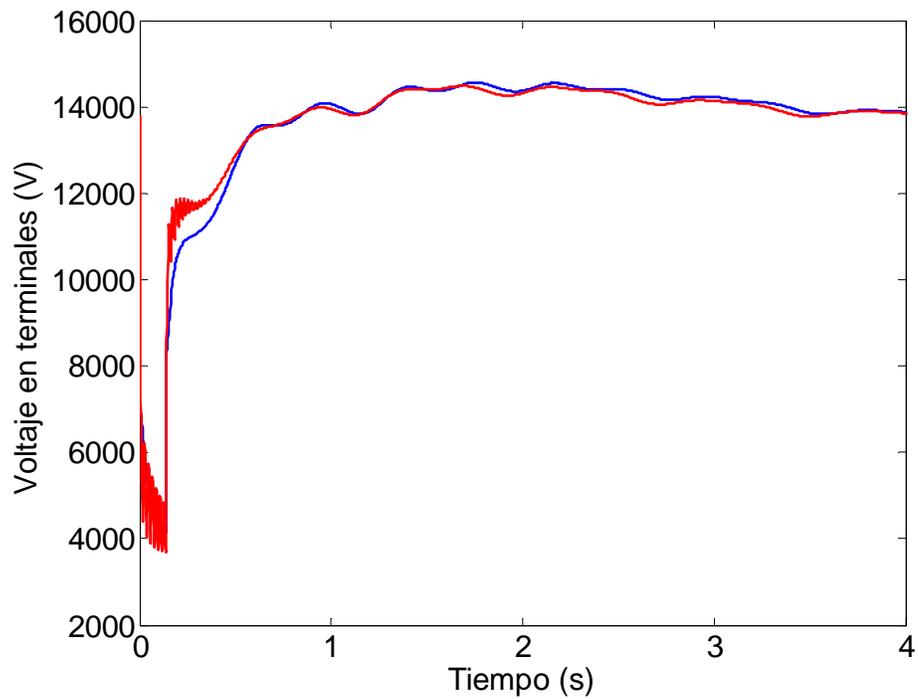


Figura 5.23 Variación del voltaje en terminales  $v_t$  con respecto al tiempo, — datos del MEF  
 — datos de simulación (circuitos equivalentes, cinco ramas de amortiguamiento en eje  $d$  y cuatro en eje  $q$ )

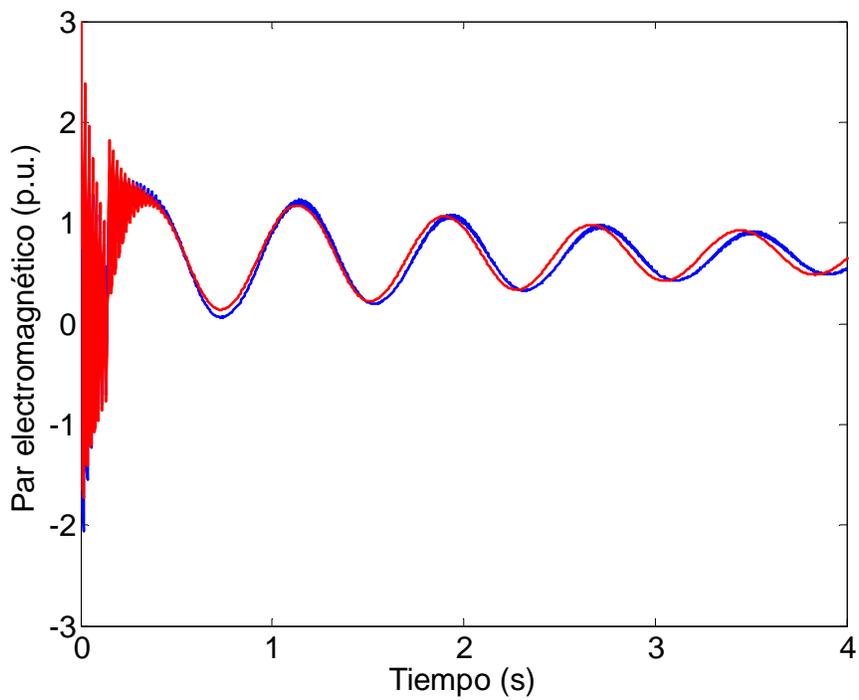


Figura 5.24 Variación del par electromagnético  $T_e$  con respecto al tiempo, — datos del MEF  
 — datos de simulación (circuitos equivalentes, cinco ramas de amortiguamiento en eje  $d$  y cuatro en eje  $q$ )

Los mejores ajustes se obtienen cuando se utilizan los circuitos equivalentes de mayor orden (caso c)). Este es un resultado que se esperaba y se puede verificar en las figuras 5.19 a la 5.24.

En la figura 5.25, se presentan las comparaciones de los tres casos, donde puede reafirmarse que los circuitos de orden superior modelan mejor a la máquina síncrona que los demás.

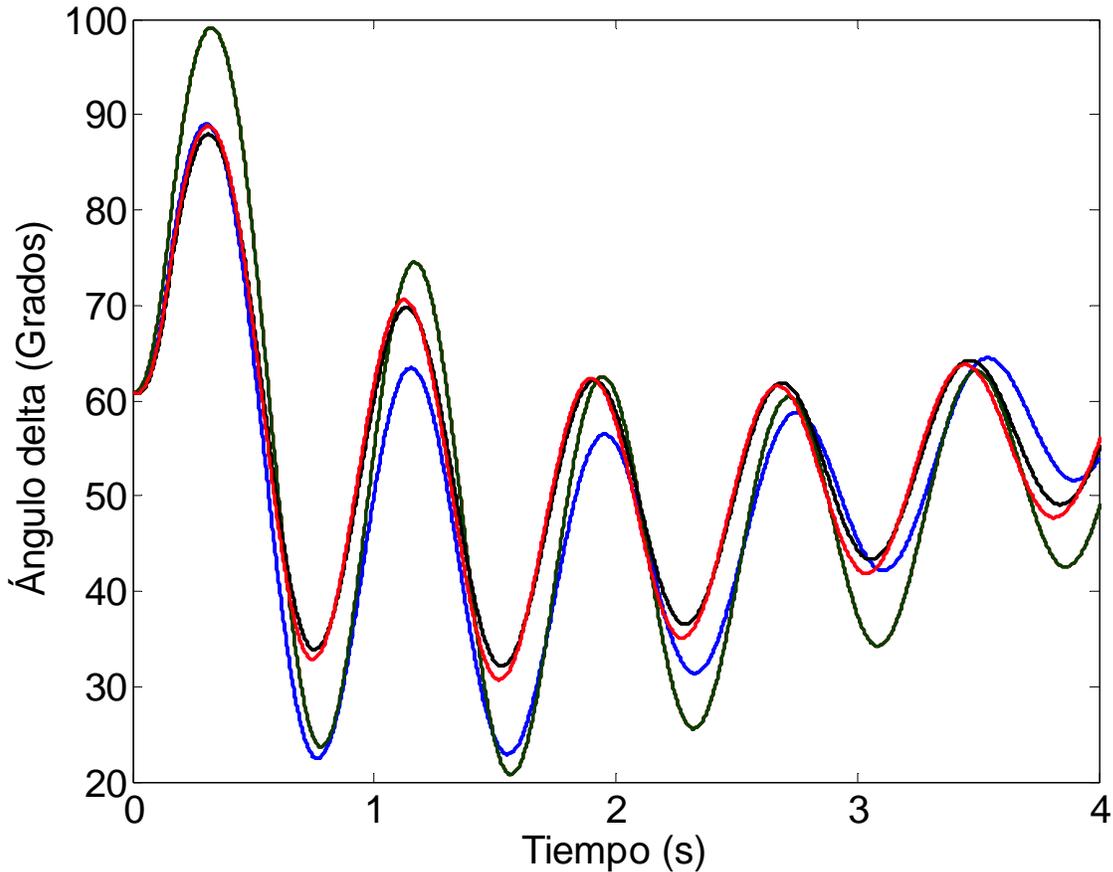


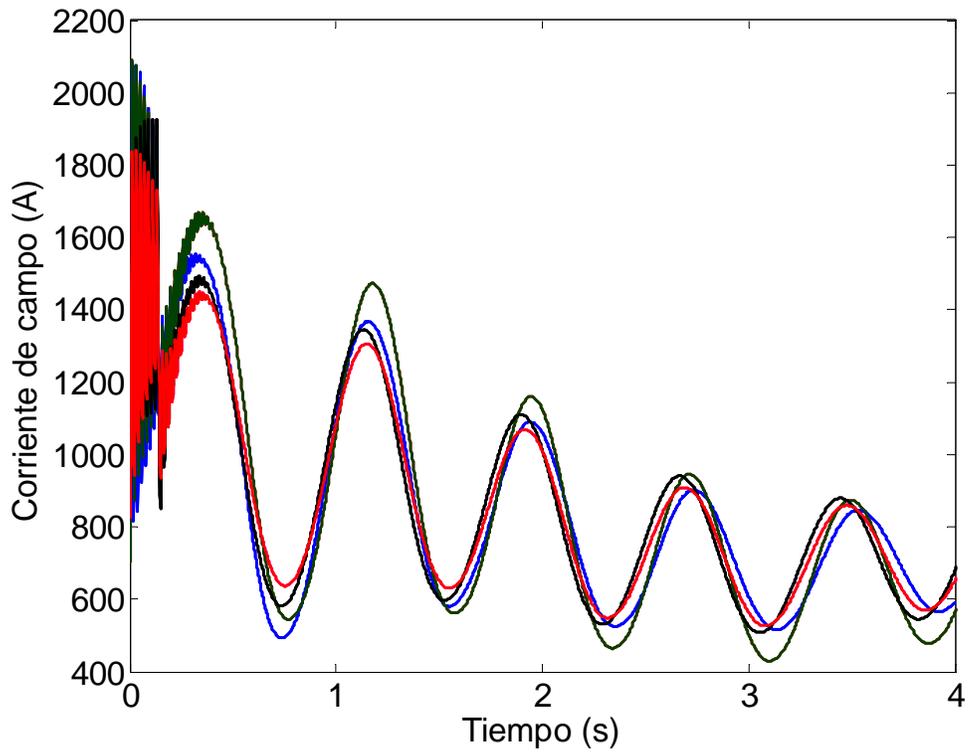
Figura 5.25 Variación del ángulo  $\delta$  con respecto al tiempo

— datos del MEF, — caso a) simulación una rama, — caso b) simulación tres ramas, — caso c) simulación cuatro/cinco ramas

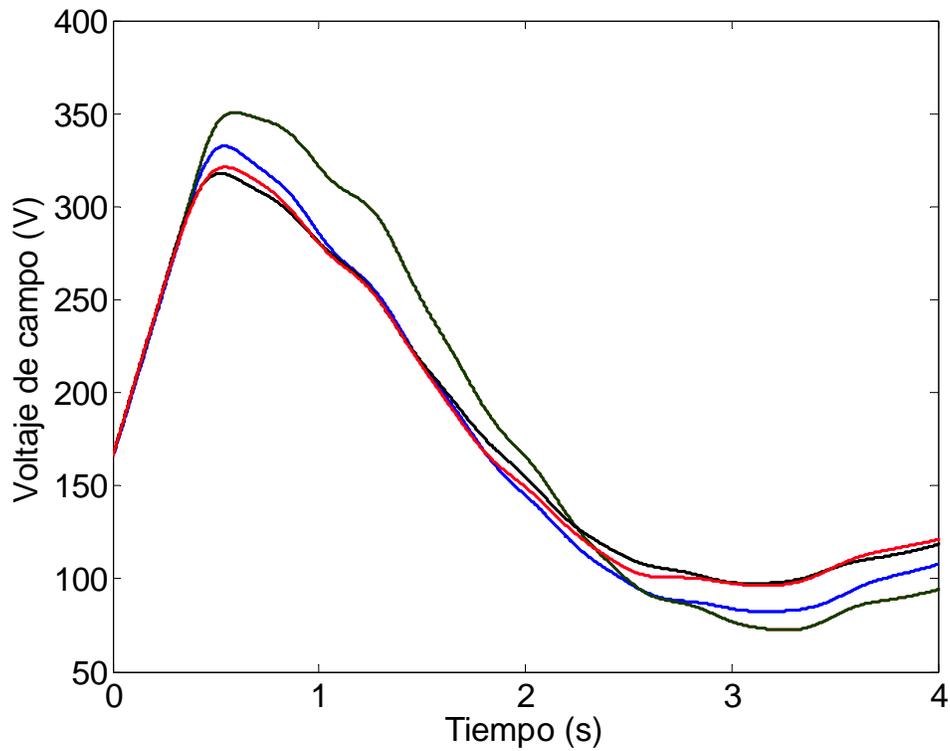
El ángulo  $\delta$  del rotor presenta oscilaciones en el estado transitorio de la máquina síncrona. Se observa como con el transcurso del tiempo y cuando se libera la falla en 0.14 s, la máquina tiende a alcanzar estabilidad.

Se nota de igual manera que los resultados entre las simulaciones con los circuitos equivalentes de los casos b) y c) son prácticamente los mismos. Se nota que la curva en color rojo correspondiente al caso c) sí sube lo suficiente para alcanzar el valor máximo de la curva del método del elemento finito, mientras que la curva en color negro no lo hace con la misma precisión.

En la figura 5.26 se presenta nuevamente el comportamiento muy semejante entre los resultados para las simulaciones con los circuitos equivalentes de los casos b) y c).



a)



b)

Figura 5.26 Variación de a) la corriente y b) voltaje de campo ( $i_f$  y  $v_f$ ) con respecto al tiempo  
 — datos del MEF, — caso a) simulación una rama, — caso b) simulación tres ramas, — caso c) simulación cuatro/cinco ramas

En la corriente de línea se tiene un mejor ajuste por parte de los circuitos equivalentes en todo el intervalo de estudio. En la figuras 5.27 se exhibe este comportamiento y se aprecia cómo en el intervalo de cortocircuito la corriente de línea es mucho mejor reproducida que la corriente de campo.

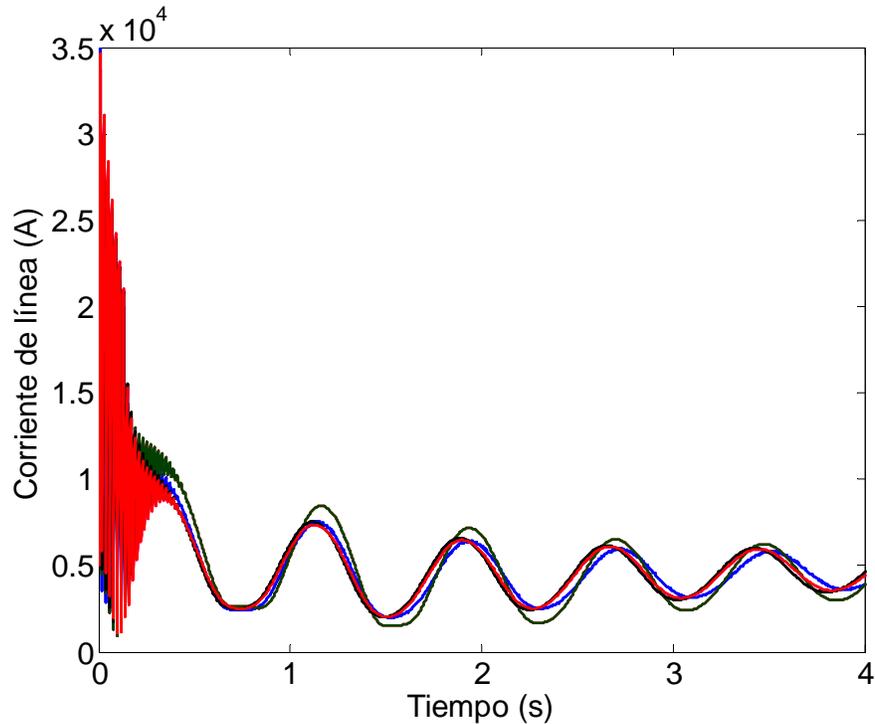


Figura 5.27 Variación de la corriente de línea  $i_l$  con respecto al tiempo  
 — datos del MEF, — caso a) simulación una rama, — caso b) simulación tres ramas, — caso c) simulación cuatro/cinco ramas

El voltaje en terminales, cae de su valor original durante el cortocircuito, como puede verse en la figura 5.28. Una vez que se libera la falla, el voltaje en terminales tiende a tomar el valor que tenía antes de la falla.

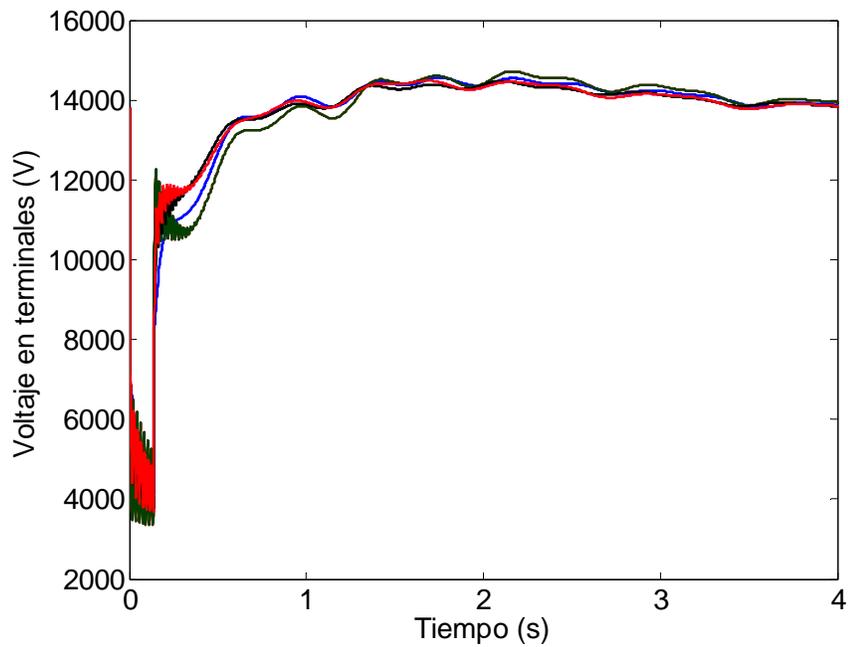


Figura 5.28 Variación del voltaje en terminales  $v_t$  con respecto al tiempo

— datos del MEF, — caso a) simulación una rama, — caso b) simulación tres ramas, — caso c) simulación cuatro/cinco ramas

Para finalizar se muestra en la figura 5.29 la curva del par electromagnético. Nuevamente en esta figura se observa como los modelos de los casos b) y c) son prácticamente indistintos entre ellos.

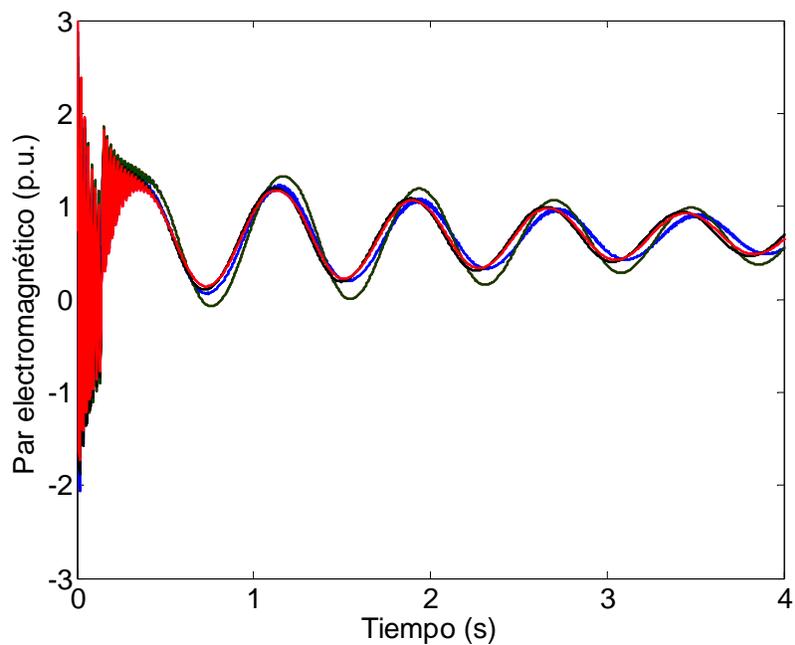


Figura 5.29 Variación del par electromagnético  $T_e$  con respecto al tiempo

— datos del MEF, — caso a) simulación una rama, — caso b) simulación tres ramas, — caso c) simulación cuatro/cinco ramas

Para concluir la presentación de los resultados de las simulaciones se muestran las desviaciones en el rotor para los tres casos analizados, junto con la curva de referencia de elemento finito (MEF). Se hace énfasis en cómo aunque existe defasamiento en los tres casos, éste es muy pequeño y sin embargo se hace una predicción aceptable de la dinámica del rotor, siendo el mejor caso, el obtenido con los circuitos equivalentes de orden superior. Esto puede apreciarse en la figura 5.30.

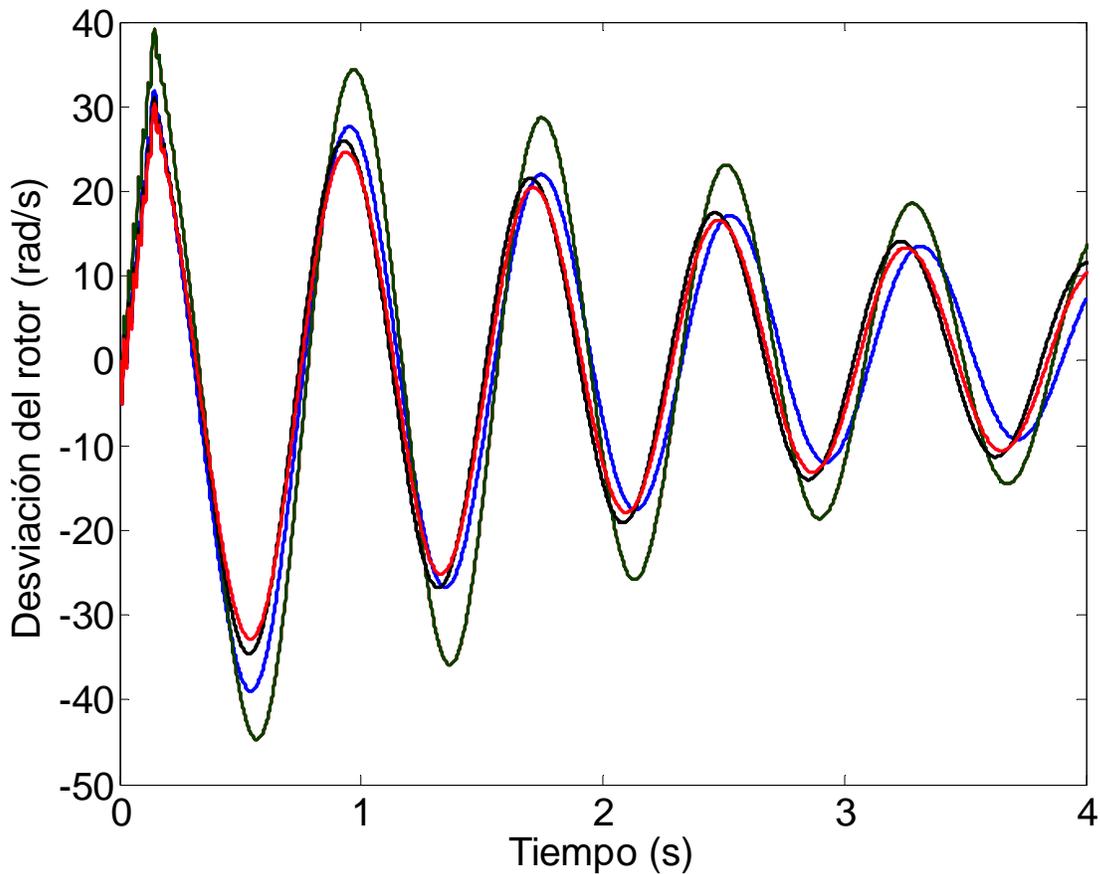


Figura 5.30 Desviación de la velocidad del rotor con respecto a la velocidad síncrona  
— datos del MEF, — caso a) simulación una rama, — caso b) simulación tres ramas, — caso c) simulación cuatro/cinco ramas

De manera general se observa que existen discrepancias en las simulaciones con circuitos equivalentes. Estas diferencias pueden ser explicadas en términos de que algunos efectos no son tomados en cuenta por los circuitos equivalentes, por ejemplo la variación de  $L_{md}$  y  $L_{mq}$  debido a la saturación durante el estado transitorio. Otros efectos ignorados son el contenido de armónicos en los encadenamientos de flujo magnético y las fuerzas magnetomotrices, y la suposición de devanados estatóricos distribuidos senoidalmente. Por último, el hecho de que una representación más precisa del fenómeno de corrientes parásitas en el rotor sólido, requeriría un número mayor de ramas de amortiguamiento en los circuitos equivalentes de la máquina síncrona.



---

## CONCLUSIONES

A continuación se presentan conclusiones específicas de los análisis realizados en este trabajo de tesis. Sin embargo, una conclusión de carácter general es su contribución para el mejor entendimiento de la modelación de la máquina síncrona, ya que plantea el uso de herramientas simples que permiten tener mayor certidumbre de los modelos utilizados. Específicamente en la identificación de parámetros se proporciona certidumbre no sólo de la reproducción adecuada de la prueba de respuesta a la variación de la frecuencia cuando se incluye ruido sino también en la aplicación del modelo en condiciones transitorias.

### *6.1 Conclusiones relativas al primer objetivo*

Con respecto a la inclusión de ruido de manera sintética en los datos de observación de la prueba de RVF, y la posterior identificación paramétrica de los tres distintos circuitos equivalentes de la máquina síncrona, se puede concluir lo siguiente:

#### **– Para ruido esperado en pruebas de RVF**

- Cuando se consideran los circuitos equivalentes en el eje  $d$  y en el  $q$  con una rama de amortiguamiento, se observan errores porcentuales muy pequeños con respecto a los valores identificados cuando no se considera ruido. La inductancia diferencial  $L_f$  del eje  $d$ , es el parámetro que contiene mas error en el nivel de ruido de 1/300, con un error porcentual de 0.4586%. En el parámetro  $L_{kf1}$  del eje  $d$ , se presenta el error porcentual mas pequeño con -0.11146%. Las pequeñas diferencias en los parámetros identificados con ruido, no modifican el ajuste de curvas que se obtiene con la respuesta de los circuitos equivalentes correspondientes, como puede observarse en las figuras 4.14 a la 4.29.
- Para los circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento, se presentan diferencias mayores en los valores identificados. El parámetro que más cambia en el nivel de ruido de 1/300, con respecto al obtenido sin considerar ruido, es la inductancia diferencial  $L_{kf2}$  en el eje  $d$  con un error porcentual de -8.709%. El parámetro que menos error porcentual contiene se encuentra en la inductancia de dispersión del devanado de campo  $L_f$  con -0.007%. Para este caso los errores porcentuales son más grandes que en el caso anterior pero esto no afecta el ajuste que presentan los circuitos equivalentes, como puede apreciarse en las figuras 4.34 a la 4.49.

- Para los circuitos equivalentes de máximo orden considerados en este trabajo, se tiene que en el eje  $d$  el parámetro  $L_{5d}$ , la inductancia de dispersión de la rama amortiguadora 5, es el que más error porcentual contiene. En el eje  $q$  la mayoría de los parámetros contienen errores porcentuales muy pequeños, y en  $L_{3q}$  llega apenas a ser de 1.2%. El parámetro que menos error porcentual presenta es la inductancia de dispersión de la rama amortiguadora 2 del eje  $q$   $L_{2q}$  con 0.116%. Estos resultados no modifican las respuestas de los circuitos equivalentes como puede observarse en las figuras 4.54 a la 4.69.

**– Para ruido excesivo (difícilmente encontrado en pruebas reales)**

- La inclusión de ruido del orden de 1/10 lleva a la identificación de parámetros que contienen errores porcentuales muy grandes, de hasta -304.054% en el caso del parámetro  $L_{kj2}$  del circuito equivalente del eje  $d$  con tres ramas amortiguadoras. Esta cantidad de error es muy grande, sin embargo no existen grandes discrepancias en los ajustes que se obtienen con ellos. Los parámetros fueron identificados con dos estimadores distintos, dando ambos errores porcentuales grandes. No obstante, la respuesta de los circuitos equivalentes, con los parámetros identificados con ruido de muy alto nivel, no se ve afectada. Solo en el caso del circuito equivalente del eje  $d$  con cinco ramas de amortiguamiento, en la función de transferencia  $X_{app}(s)$  si se presentan discrepancias tanto en magnitud como en el ángulo de fase, y para los dos estimadores.
- Una explicación a estos resultados, en los cuales la respuesta de los circuitos equivalentes no se ve afectada por las identificaciones con distintos niveles de ruido, (incluido uno muy severo) se encuentra en la estructura de las matrices de inductancias y de resistencias que conforman las ecuaciones de voltaje en el marco de referencia  $dq0$ , ecuación (3.22). La combinación de dichas matrices define la matriz de admitancias de cortocircuito con cuyos elementos se construyen las expresiones operacionales que proporcionan la respuesta de los circuitos equivalentes a la variación de frecuencia. Particularmente la matriz de inductancias, sin importar el número de ramas de amortiguamiento que se considere, contienen todos los valores de inductancias presentes en los circuitos equivalentes, pero el parámetro  $L_{md}$  (o  $L_{mq}$  según sea el caso) está presente invariablemente en todos sus elementos. Este parámetro forma parte del conjunto de parámetros que permanecen constantes en el proceso de identificación paramétrica. En este trabajo el valor de  $L_{md}$  es mucho mayor con respecto a los demás parámetros, así, aún cuando se presentan errores en los parámetros identificados por la consideración de ruido, los valores finales de la matriz de inductancias quedan dominados por el valor de  $L_{md}$ . Al combinarse las matrices de acuerdo a las ecuaciones (3.27) y (3.28) el error queda absorbido de manera sistemática. De manera general se puede afirmar que se confirma la hipótesis planteada ya que la inclusión de niveles de ruido de 1/3000, 1/1000, 1:500, 1/300, incluso de 1/10 en los datos de observación de la respuesta a la variación de la frecuencia no impacta negativamente en el proceso de identificación de los parámetros de los circuitos equivalentes cuya respuesta se mantiene en niveles de precisión muy cercanos a los obtenidos cuando no se incluye ruido.

## 6.2 Conclusiones relativas al segundo objetivo

Con respecto al análisis de los circuitos equivalentes de la máquina síncrona en la condición de cortocircuito, en la red eléctrica descrita en el capítulo 5, se puede concluir lo siguiente:

- Los circuitos equivalentes con una rama de amortiguamiento proporcionan una buena representación de la máquina síncrona. Sin embargo, la amplitud de la oscilación del ángulo  $\delta$  del rotor tiene valores mayores que los obtenidos con el método del elemento finito. La fase en cambio mantiene un ajuste mejor. Las mismas características se tienen en la corriente y voltaje de campo. El ajuste en la corriente de línea, voltaje en terminales y el par electromagnético es mucho mejor.
- En los circuitos equivalentes con tres ramas de amortiguamiento el ajuste del ángulo  $\delta$  mejora con respecto al caso anterior. La primera mitad de oscilación se sobrepone con la curva obtenida con el método del elemento finito. A partir del primer segundo, la solución del circuito equivalente se desplaza hacia arriba de los datos obtenidos con el método del elemento finito. Sin embargo, el circuito equivalente coincide en fase. Con la misma referencia las variables restantes también mejoran.
- Los circuitos de orden superior son los que mejor reproducen el comportamiento del ángulo  $\delta$ . La primera oscilación es bien reproducida, después el comportamiento es bastante parecido a la solución con el método del elemento finito. Todas las demás variables ofrecen una representación muy buena de la máquina síncrona. Se puede notar en la figura 5.20 cómo la representación de la desviación de velocidad del rotor obtenida con los circuitos equivalentes es muy buena en los primeros instantes de tiempo, sin embargo, en los instantes subsecuentes se presenta un defasamiento que no permite que el ajuste continúe siendo tan bueno.
- El fenómeno electromagnético de corrientes parásitas que se distribuyen en todo el cuerpo sólido del rotor es muy complicado de modelar. En teoría se requieren circuitos equivalentes con un número infinito de parámetros para representar de manera completa el fenómeno. Sin embargo, en este estudio se concluye que la representación con los circuitos de orden superior es buena. Las diferencias que se observan en todos los casos, principalmente de fase pueden tener su causa en los supuestos de este estudio. Por ejemplo, se debe tener en cuenta que el efecto de saturación magnética se manifiesta en los estados transitorios que siguen al estado de falla y de reconexión. Dicho efecto no fue considerado en las simulaciones. De manera general se concluye que los circuitos de cinco ramas de amortiguamiento para el eje  $d$  y cuatro ramas de amortiguamiento para el eje  $q$  son los que modelan mejor a la máquina síncrona. Sin embargo, las simulaciones de los tres casos se pueden utilizar para decidir cuál representación de la máquina síncrona puede elegirse para otros estudios.

### ***6.3 Conclusión general***

El ruido en las funciones de transferencia que constituyen la respuesta a la variación de la frecuencia, tiene efecto en los parámetros identificados de los circuitos equivalentes de la máquina síncrona. Con ruido, los parámetros pueden contener un error porcentual de hasta 10 % con respecto a los resultados que se obtienen al no considerar ruido (Parámetro  $L_{2d}$  del circuito de cinco ramas en el eje  $d$ ). En el ajuste de curvas, las diferencias no se aprecian hasta aumentar las figuras correspondientes.

Al incorporar los modelos obtenidos con ruido en la RVF en estudios de cortocircuito se encuentra que la respuesta de los circuitos no es distinta de la que se obtiene con los modelos que no consideran ruido en la RVF. Los errores porcentuales que se tienen en los parámetros identificados, no impactan en la capacidad del modelo de reproducir un estado transitorio de cortocircuito de la máquina síncrona en una red de potencia. El estudio en esta tesis sólo contempló la reproducción de las curvas validadas con el método del elemento finito por parte de los circuitos equivalentes, es decir, no se hicieron estudios de la dinámica de la máquina síncrona.

### *Propuesta de trabajo a futuro*

Con base en los estudios realizados en la presente tesis se proponen las siguientes líneas de trabajo para continuar con la investigación de circuitos equivalentes:

- Estudio e identificación paramétrica de circuitos con parámetros dependientes de la frecuencia.
- El análisis de ruido que se presentó en este trabajo puede ser realizado para los circuitos con parámetros dependientes de la frecuencia y determinar sus efectos en el modelo. Además, será necesario incorporarlos en el estudio de cortocircuito para poder tener mayor certidumbre sobre su capacidad de representar a la máquina síncrona en el dominio del tiempo.
- Se pueden realizar estudios que analicen la dinámica de la máquina síncrona a través de la comparación de tiempos de liberación críticos al incorporar ruido en la obtención de los circuitos equivalentes que modelan a la máquina.



## ANEXO A

### El método de optimización de Nelder–Mead

El método de Nelder-Mead minimiza una función no lineal de  $n$  variables reales utilizando simplemente los valores de la función, sin ningún tipo de información de sus derivadas. Este método cae en la clase de métodos de búsqueda directos [36].

Cuatro parámetros deben ser especificados para definir completamente el método: los coeficientes de reflexión ( $\rho$ ), de extensión ( $\chi$ ), de contracción ( $\gamma$ ) y de encogimiento ( $\sigma$ ). De acuerdo con el artículo original de Nelder-Mead, estos parámetros deben satisfacer lo siguiente [36]:

$$\rho > 0, \quad \chi > 1, \quad \chi > \rho, \quad 0 < \gamma < 1, \quad \text{y} \quad 0 < \sigma < 1 \quad (\text{A1})$$

(A pesar de no estar explícitamente en el artículo original [36], la relación  $\chi > \rho$  está implícitamente en la descripción y terminología del algoritmo). Una selección muy común de los parámetros que se usan en el algoritmo de Nelder - Mead estándar son:

$$\rho = 1, \quad \chi = 2, \quad \gamma = \frac{1}{2} \quad \text{y} \quad \sigma = \frac{1}{2} \quad (\text{A2})$$

El método utiliza un cuerpo geométrico llamado *simplex* que en el caso del plano es un triángulo y en el caso del espacio tridimensional es un tetraedro. En el caso de dos variables, cuando se tiene un triángulo, el método consiste en comparar los valores de la función en los vértices y sustituir el peor vértice, aquél en el que  $f(x_1, x_2)$  es mayor, por un vértice nuevo. De esta manera, se forma un nuevo triángulo y la búsqueda continúa. En el proceso se genera una sucesión de triángulos (que pueden tener formas diferentes), en los que los valores de la función van decreciendo. El tamaño de estos triángulos se reduce y, cuando los vértices están suficientemente juntos, se ha encontrado el mínimo local. Esto hace al algoritmo efectivo y compacto.

Sea  $f(x_1, x_2)$  una función a minimizar. Así, se parte de un triángulo inicial cuyos vértices son  $\mathbf{V}_k = (x_{1k}, x_{2k})$ ,  $k = 1, 2, 3$ . Entonces, se evalúa la función  $f(x_1, x_2)$  en cada uno de los vértices, obteniéndose  $g_k = f(x_{1k}, x_{2k})$  para  $k = 1, 2, 3$ . Se ordenan ahora los subíndices de manera que  $g_1 \leq g_2 \leq g_3$  y se introduce la siguiente notación para cada vértice:

$$O = (x_{11}, x_{21}), \quad B = (x_{12}, x_{22}) \quad \text{y} \quad P = (x_{13}, x_{23}) \quad (\text{A3})$$

Donde  $O$  es el vértice óptimo,  $B$  es el vértice bueno (el siguiente al óptimo) y  $P$  es el peor vértice. Se obtiene ahora el punto medio del segmento que une  $O$  con  $B$ , para ello se calcula la media de las coordenadas:

$$M = \frac{O+B}{2} = \left( \frac{x_{11} + x_{12}}{2}, \frac{x_{21} + x_{22}}{2} \right) \quad (A4)$$

La función decrece cuando las evaluaciones se realizan desde  $P$  hasta  $O$  a lo largo de ese lado del triángulo inicial y también al moverse desde  $P$  hasta  $B$ . Se espera que  $f(x_1, x_2)$  tome valores menores en puntos alejados del peor vértice  $P$ , los cuales están situados al otro lado del segmento que une  $O$  con  $B$ . Lo que se hace es tomar un punto de prueba  $R$ , el cual se obtiene “reflejando” el triángulo a través del lado  $\overline{OB}$ , como se muestra en la figura A.1. Para determinar  $R$ , se usa el punto medio  $M$  del lado  $\overline{OB}$ . Si se dibuja el segmento rectilíneo que une  $P$  con  $M$  y se denota por  $d$ , su longitud, se puede extender este segmento una distancia “ $d$ ” al otro lado de  $M$  que lleva al punto  $R$ .

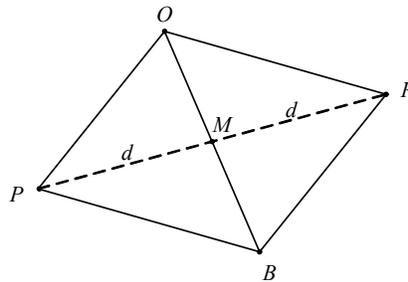


Figura A.1 El triángulo  $OBP$ , el punto medio  $M$  y el punto reflejado  $R$  en el método de Nelder-Mead

El punto  $R$  es simétrico de  $P$  con respecto de  $M$ . El nuevo triángulo es  $OBR$  y la formula vectorial para hallar  $R$  es

$$R = M + (M - P) = 2M - P \quad (A5)$$

Si el valor de la función en el punto  $R$  es menor que el valor en el punto  $P$ , entonces el movimiento se ha hecho en dirección correcta hacia el mínimo. Quizá el mínimo está algo más allá del punto  $R$ , así que se extiende una distancia adicional el segmento que une  $M$  y  $R$  hasta un punto  $E$  y, de esa manera, se forma un triángulo extendido  $OBE$ , que se puede observar en la figura A.2.

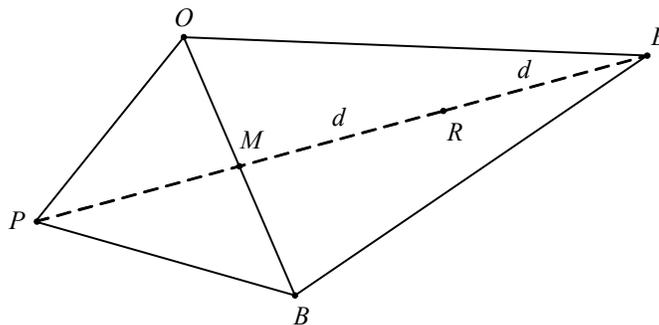


Figura A.2 El triángulo  $OBP$  y el punto extendido  $E$

Si el valor de la función en  $E$  es menor que en  $R$ , entonces se ha encontrado un vértice mejor que  $R$ . La formula vectorial para calcular  $E$  es

$$E = R + (R - M) = 2R - M \quad (A6)$$

Si los valores de la función en  $R$  y  $P$  son iguales, o en  $P$  es menor que en  $R$ , entonces hay que probar otro punto. Quizá la función es menor en el punto  $M$ , pero no se puede reemplazar  $P$  por  $M$  porque no se tendría triángulo alguno. Entonces se consideran los puntos medios  $C_1$  y  $C_2$  de los segmentos rectilíneos  $\overline{PM}$  y  $\overline{MR}$  que se muestran en la figura A.3.

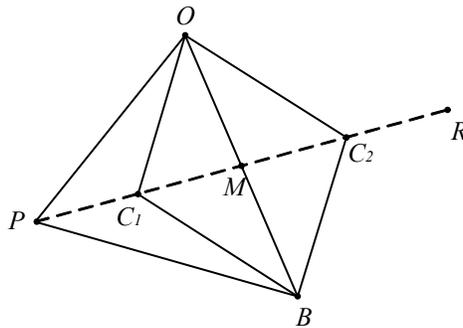


Figura A.3 El punto de contracción  $C_1$  o bien  $C_2$  en el método de Nelder-Mead

El punto en el que la función tome un valor menor se llama  $C$  y el nuevo triángulo es ahora  $OBC$ . Si el valor de la función en  $C$  no es menor que el valor en  $P$ , entonces se tiene que encoger el triángulo en dirección de  $O$  (véase la figura A.4).

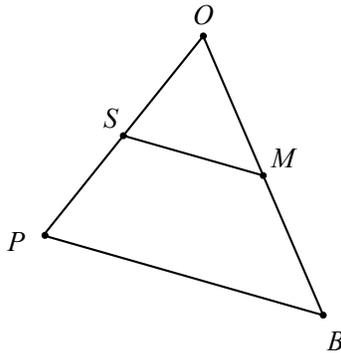


Figura A.4 Encogimiento del triángulo hacia  $O$

El punto  $B$  se reemplaza por  $M$  y el punto  $P$  se reemplaza por  $S$  que corresponde al punto medio del segmento que une  $O$  con  $P$ .

Un algoritmo que sea eficiente debería realizar una evaluación de la función sólo si es necesario. En cada paso se determina un nuevo vértice que se usa para reemplazar el peor vértice  $P$ . Una vez que se encuentra este nuevo vértice, no hace falta realizar más evaluaciones.

### El método de Runge-Kutta de 4° orden

En el capítulo 5 de este trabajo se simula un cortocircuito en un sistema máquina-bus infinito, por lo que es necesario resolver un sistema de ecuaciones diferenciales de la ecuación (2.121).

En general, un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden puede expresarse de la siguiente manera [44]:

$$\begin{aligned}\frac{dy_1}{dt} &= f_1(t, y_1, y_2, \dots, y_m) \\ \frac{dy_2}{dt} &= f_2(t, y_1, y_2, \dots, y_m) \\ &\vdots \\ \frac{dy_m}{dt} &= f_m(t, y_1, y_2, \dots, y_m)\end{aligned}\tag{A7}$$

que para un intervalo de tiempo  $0 \leq t \leq A$ , tiene las siguientes condiciones iniciales:

$$y_1(0) = y_{1,0} = \alpha_1, \quad y_2(0) = y_{2,0} = \alpha_2, \quad \dots, \quad y_m(0) = y_{m,0} = \alpha_m\tag{A8}$$

La finalidad es encontrar las  $m$  funciones  $y_1, y_2, \dots, y_m$  que satisfagan el sistema de ecuaciones diferenciales (A7) y también todas las condiciones iniciales (A8). Al problema descrito anteriormente se le conoce como *problema del valor inicial*. No en todos los casos es posible obtener una solución analítica. En los problemas de tipo electromagnético se presentan varios aspectos, como los materiales con que están constituidos los dispositivos, su geometría, las condiciones de operación y los elementos externos, que complican enormemente el problema. Esto hace necesario encontrar la solución a través de una aproximación numérica [45].

Existen distintos métodos para la solución de este tipo de problemas, entre los que se encuentran los métodos de Euler, Heun, o los basados en la serie de Taylor [42,44]. La elección del método depende de las características del problema. Por ejemplo los métodos de Taylor necesitan un cálculo de derivadas de orden superior, lo que complica la metodología. Por otro lado, si la matriz de coeficientes está constituida de valores grandes en la diagonal principal con respecto a los demás, se tiene un problema de ecuaciones rígidas en las que el error en cada paso crece tanto que domina por completo los cálculos, llevando a una solución equivocada [45].

Por otra parte, el método de Runge-Kutta se construye a partir de un método de Taylor, donde se evita la evaluación de las derivadas, lo cual se consigue a cambio de evaluar en cada paso la función en varios puntos. El método es general y se puede construir para cualquier orden, sin embargo una elección estándar que ha resultado conveniente por ser bastante precisa, estable y fácil de programar, es el método de Runge-Kutta de cuarto orden. El método se fundamenta en una serie de Taylor de orden 4 y consiste en calcular la aproximación  $y_{k+1}$  de la siguiente manera [45]:

$$y_{k+1} = y_k + w_1k_1 + w_2k_2 + w_3k_3 + w_4k_4\tag{A9}$$

donde los coeficientes se evalúan como:

$$k_1 = hf(t_k, y_k) \quad (\text{A10})$$

$$k_2 = hf(t_k + a_1h, y_k + b_1k_1) \quad (\text{A11})$$

$$k_3 = hf(t_k + a_2h, y_k + b_2k_1 + b_3k_2) \quad (\text{A12})$$

$$k_4 = hf(t_k + a_3h, y_k + b_4k_1 + b_5k_2 + b_6k_3) \quad (\text{A13})$$

Si se igualan estos coeficientes con los del método de la serie de Taylor de orden 4 [45], se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} b_1 &= a_1 \\ b_2 + b_3 &= a_2 \\ b_4 + b_5 + b_6 &= a_3 \\ w_1 + w_2 + w_3 + w_4 &= 1 \\ w_2a_1 + w_3a_2 + w_4a_3 &= \frac{1}{2} \quad w_2a_1^2 + w_3a_2^2 + w_4a_3^2 = \frac{1}{3} \\ w_2a_1^3 + w_3a_2^3 + w_4a_3^3 &= \frac{1}{4} \\ w_3a_1b_3 + w_4(a_1b_5 + a_2b_6) &= \frac{1}{6} \\ w_3a_1a_2b_3 + w_4a_3(a_1b_5 + a_2b_6) &= \frac{1}{8} \\ w_3a_1^2b_3 + w_4(a_1^2b_5 + a_2^2b_6) &= \frac{1}{12} \\ w_4a_1b_3b_6 &= \frac{1}{24} \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

Este sistema de la ecuación (A.14) tiene 11 ecuaciones con 13 incógnitas, por lo que se necesitan dos ecuaciones más para poder obtener los valores de las incógnitas. Una elección útil es [36]:

$$a_1 = \frac{1}{2} \quad \text{y} \quad b = 0 \quad (\text{A15})$$

Así, los valores de la solución para las demás incógnitas son:

$$\begin{aligned} a_2 &= \frac{1}{2}, \quad a_3 = 1, \quad b_1 = \frac{1}{2}, \quad b_3 = \frac{1}{2}, \quad b_4 = 0, \quad b_5 = 0, \quad b_6 = 1 \\ w_1 &= \frac{1}{6}, \quad w_2 = \frac{1}{3}, \quad w_3 = \frac{1}{3}, \quad w_4 = \frac{1}{6} \end{aligned} \quad (\text{A16})$$

Cuando se sustituyen estos valores en las ecuaciones, se obtiene la ecuación para el método de Runge-Kutta de orden 4 [36]. A partir del punto inicial  $(t_0, y_0)$  se genera la sucesión de aproximaciones usando la fórmula recursiva

$$y_{k+1} = y_k + \frac{h(f_1 + 2f_2 + 2f_3 + f_4)}{6} \quad (\text{A17})$$

donde:

$$f_1 = f(t_k, y_k) \quad (\text{A18})$$

$$f_2 = f\left(t_k + \frac{h}{2}, y_k + \frac{h}{2}f_1\right) \quad (\text{A19})$$

$$f_3 = f\left(t_k + \frac{h}{2}, y_k + \frac{h}{2}f_2\right) \quad (\text{A20})$$

$$f_4 = f(t_k + h, y_k + hf_3) \quad (\text{A21})$$

Con este método se resuelve el sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden, del sistema máquina-bus infinito que se plantea en el capítulo 5.

## ANEXO B

### Códigos de programas

Los siguientes códigos pertenecen a la adición de ruido en la RVF y a la identificación paramétrica subsecuente, es decir con ellos se realiza el estudio del objetivo uno.

En el programa 1 se especifica primero el número de ramas de amortiguamiento, después se realiza la inclusión de ruido en los datos de observación de la respuesta a la variación de la frecuencia y finalmente se llama a la función de minimización (programa 2) la cual construye los índices de optimización (A: mínimos cuadrados, B: máxima verosimilitud), que son minimizados por la función interna *fminsearch*. En el programa 1 se especifica el número de realizaciones que en este estudio fueron de 1000 para cada nivel de ruido.

### **Programa 1 de identificación basado en el estimador de mínimos cuadrados (Matlab)**

```
fid = fopen('una rama 10.txt','w')
fprintf(fid,'      Identificacion Parametrica\n');
fprintf(fid,'Lkfl      Ldl      Lfd      Rd1\n\n');

for k=1:1000 %ESPECIFICACION DEL NUMERO DE REALIZACIONES

%*****
%UNA RAMA
RDDAT = [0.0015
        2.874666e-3
        0.0011807];

LDDAT = [0.004886
        2.3627235e-4
        -6.2972948e-6
        4.7034228e-5
        0.0003985];

ND=1;
%*****
TRES RAMAS
RDDAT = [0.0015
        6.4681225e-3
        3.914637e-3
        1.5356727e-2
        0.0011807];

LDDAT = [0.004886
        3.6297078e-4
        8.5059234e-3
        -1.8425961e-4
        -8.4369589e-7
        4.4892487e-5
        -3.3097552e-6
        2.6170585e-5
        0.0003985];

ND=3;
%*****

%*****
CINCO RAMAS
RDDAT = [0.0015
        0.0063371
        0.0607844
        0.0105493
        0.0077295
        0.0102979
        0.0011807];
```

```

LDDAT = [0.004886
         0.0003326
         0.0104447
        -0.0005127
         0.0006194
         0.0003947
        -8.0114e-7
        -1.8125e-5
         0.0002482
         7.56406e-5
        -2.80997e-6
         3.26312e-5
         0.0003985 ];

%ND=5;
%*****
SSFR46;
%*****
%ALGORITMO DE INCLUSION DE RUIDO A SSFR
m=length(R(:,1));
N=zeros(m,9);
N(:,1)=R(:,1);
for j=2:9
    for i=1:m
        N([i],[j]) = R([i],[j]) + (2.*unifrnd(0,1) - 1).*(max(abs(R(:,[j])/10)));
    end
end
%*****
FR = N(:,1);
NFR = length(FR);
FB = 50;
W0 = 2*pi*FB;
AUXILIAR = 2*pi*FR;
PARAMETROS = [LDDAT(2:end-1); RDDAT(2:end-1)];
OPCIONES=optimset('Display','off','MaxFunEvals',1000000,'MaxIter',1000000,'TolFun',1e-6,'TolX',1e-6);
format long e;
[newparm_d,newfval_d]=fminsearch(@gama,PARAMETROS,OPCIONES,LDDAT,RDDAT,ND,NFR,W0,AUXILIAR,N);

status = fseek(fid,6,'eof');
fprintf(fid,'%14.10f %14.10f %14.10f %14.10f %14.10f\n',newparm_d.',newfval_d);
end
status = fclose(fid);
disp('Identificaciones Completadas');

```

## Programa 2-A de identificación, construcción del estimador de mínimos cuadrados (Matlab)

```

function Y = gama(x, Ld_int, Rd_int, nrd, nfrcs, w0, omega, RESULTS)

Ld_int(2:end-1) = x(1:2*nrd+1);
Rd_int(2:end-1) = x(2*nrd+2:end);
% STAGE ONE: FORMACION DE LA MATRIZ DE INDUCTANCIAS
% y COMFORMACION DE MATRICES AUXILIARES
Ld = zeros(nrd+2);
Ld(:) = Ld_int(1);
Ld(1,1) = Ld(1,1) + Ld_int(end);
for k = 2:nrd+2

    Ld(k:end,k:end) = Ld(k:end,k:end) + Ld_int(2*(k-1));
    Ld(k,k) = Ld(k,k) + Ld_int(2*k-1);

end

Ld(end:end) = Ld(end:end) - Ld_int(end);

Ldi = inv(Ld);

Rd = diag(Rd_int);

```

```

LdiRd = Ldi*Rd;
C = zeros(2,nrd+2);
C(1,1) = 1;
C(2,end) = 1;
Ct = C.';
% -----
%STAGE TWO:
%APLICACION DE ALGORITMO PARA OBTENER LAS ADMITANCIAS
Admsd = zeros(2,2);
AdmGend = zeros(nfrcs,4);
unit = eye(nrd+2);
for k = 1:nfrcs
    s = unit*(omega(k)*j);
    MA = inv( s + LdiRd )*Ldi;
    Admsd = C*MA*Ct;
    AdmGend(k,:) = Admsd(:).';
end
% -----
%STAGE THREE: DEFINICION DE LAS EXPRESIONES OPERACIONALES
ydd = AdmGend(:,1);
yfd = AdmGend(:,2);
ydf = AdmGend(:,3);
yff = AdmGend(:,4);
Xd = ( (1./ydd) - Rd(1))*w0 ./ (omega*j);
sG = - ydf./ydd;
Xaf0 = - ( yfd./(yff.*ydd - yfd.*yfd) )*w0 ./ (omega*j);
% -----
calc = zeros(nfrcs,8);

calc(:,1) = abs(Xd);
calc(:,2) = 20*log10(abs(sG));
calc(:,3) = abs(Xaf0);
calc(:,5) = angle(Xd)*180/pi;
calc(:,6) = angle(sG)*180/pi;
calc(:,7) = angle(Xaf0)*180/pi;

med = zeros(nfrcs,8);
med = RESULTS(:,[2 4 8 6 3 5 9 7]);

% -----
%STAGE FOUR: ESTIMADOR DE MINIMOS CUADRADOS
Y = sum( sum( (calc(:,1:3) - med(:,1:3)).^2 + (calc(:,5:7) - med(:,5:7)).^2 ) );
% -----
% FIN

```

## Programa 2-B de identificación, construcción del estimador de máxima verosimilitud (Matlab)

```

function Y = two(x, Ld_int, Rd_int, nrd, nfrcs, w0, omega, RESULTS)

Ld_int(2:end-1) = x(1:2*nrd+1);
Rd_int(2:end-1) = x(2*nrd+2:end);
% -----
%STAGE ONE: FORMACION DE LA MATRIZ DE INDUCTANCIAS Y MATRICES AUXILIARES
Ld = zeros(nrd+2);
Ld(:) = Ld_int(1);
Ld(1,1) = Ld(1,1) + Ld_int(end);

for k = 2:nrd+2
    Ld(k:end,k:end) = Ld(k:end,k:end) + Ld_int(2*(k-1));
    Ld(k,k) = Ld(k,k) + Ld_int(2*k-1);
end

Ld(end:end) = Ld(end:end) - Ld_int(end);
Ldi = inv(Ld);
Rd = diag(Rd_int);
LdiRd = Ldi*Rd;

```

```

C = zeros(2,nrd+2);
C(1,1) = 1;
C(2,end) = 1;
Ct = C.';
% -----
%STAGE TWO: APLICACION DE ALGORITMO PARA OBTENER LAS ADMITANCIAS
Admsd = zeros(2,2);
AdmGend = zeros(nfrcs,4);
unit = eye(nrd+2);

for k = 1:nfrcs
    s = unit*(omega(k)*j);
    MA = inv( s + LdiRd ) * Ldi;
    Admsd = C*MA*Ct;
    AdmGend(k,:) = Admsd(:).';
end
% -----
%STAGE THREE: DEFINICION DE LAS EXPRESIONES OPERACIONALES
ydd = AdmGend(:,1);
yfd = AdmGend(:,2);
ydf = AdmGend(:,3);
yff = AdmGend(:,4);

Xd = ( (1./ydd) - Rd(1))*w0 ) ./ (omega*j);
sG = - ydf./ydd;
Xaf0 = - ( yfd./(yff.*ydd - yfd.*yfd) ) * w0 ./ (omega*j);
% -----
%STAGE FOUR: FORMACION DEL ESTIMADOR DE MAXIMA VEROSIMILITUD
%          V(THETA,OMEGA)=Log(det(THETA))
Z=zeros(nfrcs,6);
Z(:,1) = abs(Xd);
Z(:,2) = 20*log10(abs(sG));
Z(:,3) = abs(Xaf0);
Z(:,4) = angle(Xd)*180/pi;
Z(:,5) = angle(sG)*180/pi;
Z(:,6) = angle(Xaf0)*180/pi;
med = zeros(nfrcs,6);
%med = RESULTS(:,[2 4 8 3 5 9]);
med = RESULTS(:,[2 4 8 3 5 9]);
E = Z - med;
ET=E';
D=ET*E./nfrcs;
Y = log(det(D));

% -----
% FIN

```

Referencias por orden de mención.

- [1] Escarela-Perez, R.; Niewierowicz T. and Campero-Littlewood E.; “Synchronous Machine Parameters from Frequency-Response Finite-Element Simulations and Genetic Algorithms”, *IEEE Transactions on Energy Conversion*, Vol.16, No. 2, June 2001, pp. 198-203.
- [2] Niewierowicz, T.; Escarela-Perez, R. and Campero-Littlewood E.; “Hybrid Genetic Algorithm for the Identification of High-order Synchronous Machine Two-axis Equivalent Circuits”, *International Journal of Computers and Electrical Engineering (Pergamon, Elsevier Science Ltd.)*, Vol.29, No. 4, 2003, pp. 505-522.
- [3] “IEEE Guide: Test Procedures for Synchronous Machines”, *IEEE Std.* 115-1995.
- [4] Escarela-Perez, R.; Campero-Littlewood E. and Niewierowicz T., “Efficient Finite-Element Computation of Synchronous Machine Transfer Functions”, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol.38, No. 2, March 2002.
- [5] Escarela-Perez, R.; Arjona-Lopez, Marco A.; Melgoza-Vazquez, Enrique; Campero-Littlewood, E. and Aviles-Cruz, Carlos; “A comprehensive finite-element model of a turbine-generator infinite-busbar system”, *International Journal of Finite Elements in Analysis and Design (Pergamon, Elsevier Science Ltd.)*, Vol.40, No. 4, 2004, pp. 485-509.
- [6] Escarela Pérez, R.; “Finite-element Determination of Two-axis Transient Parameters for the Simulation of Turbine-generators”, PhD thesis, University of London, 1996.
- [7] López García, I.; “Estudio estructural y de sensibilidad paramétrica de circuitos equivalentes en dos ejes para un turbogenerador”, Tesis de Maestría, IPN-ESIME, 2005.
- [8] Feynman, R.; Leighton R.B.; Sands M; “Física, Volumen II: Electromagnetismo y Materia”, Addison Wesley, 1998.
- [9] Fitzgerald, A. E.; Kingsley Jr., Charles; Umans, Stephen D.; “Electric Machinery”, Fifth Edition, London: McGraw-Hill, 1992.
- [10] Hayt Jr., William H.; Kemmerly, Jack E.; “Engineering Circuit Analysis”, Fifth Edition, New York: McGraw-Hill, 1993.
- [11] Grainger, John J.; Stevenson Jr., William D.; “Power System Analysis”, First Edition, New York: McGraw-Hill, 1994.
- [12] Park, R. H., “Two-Reaction Theory of Synchronous Machines, Generalized Method of Analysis-Part I”. *AIEE Transactions*, Vol. 48, July 1929, pp. 716-727.

- [13] Canay, I. M. “Causes of Discrepancies of Calculation of rotor Quantities and Exact Equivalent Diagrams of the Synchronous Machine”. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-88, No. 7, July 1969, pp. 1114-1120.
- [14] Canay, I.M.; “Modelling of Alternating-current Machines Having Multiple Rotor Circuits”, *IEEE Transactions on Energy Conversion*, Vol. 8, No. 2, June 1993, pp. 280-296.
- [15] Verbeeck J.; Pintelon R. and Lataire P.; “Relationships Between Parameters Sets of Equivalent Synchronous Machine Models” *IEEE Transactions on Energy Conversion*, Vol. 14, No. 4, 1999, pp. 1075-1080.
- [16] “IEEE Guide for Synchronous Modeling Practices and applications in Power System Stability Analyses”, *IEEE STd. 1110-2002* (Revision of IEEE Std 1110-1991).
- [17] Arjona M. A. and Macdonald D.C., “Characterising the d-axis Machine Model of a Turbogenerator Using Finite Elements”, *IEEE Transactions on Energy Conversion*, Vol. 14, No. 4, pp. 340-346, 1999.
- [18] Riu D. M.; Retiere N. M. and Ivanes M.S., “Induced Currents Modelling by Half-order Systems Application to Hydro- and Turbo-alternators”, *IEEE Transactions on Energy Conversion*, Vol. 18, No. 1, pp. 340-346, 2003.
- [19] Keyhani, A.; Dayal, G.; “The Effects of Noise on Frequency-domain Parameter Estimation of Synchronous Machine Models”. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, Vol. 4, No. 4, pp.600-607, 1989.
- [20] Kamwa, I.; Viarouge P.; Le-Huy, H. and Dickinson, J.; “A Frequency-Domain Maximum Likelihood Estimation of Synchronous Machine High-Order Models Using SSFR Test Data”, *IEEE Transactions on Energy Conversion*, Vol. 7, No. 3, September 1992, pp. 525-536.
- [21] The MathWorks, “Optimization Toolbox For Use with MATLAB User’s Guide”, Version 2, 2002.
- [22] Kundur, P.; “Power System Stability and Control”, New York: McGraw Hill, 1994.
- [23] Adkins, B.; Harley, R.G.; “The General Theory of Alternating Current Machines”. London, Chapman and Hall, 1975.
- [24] O’Neil, Peter V.; “Matemáticas Avanzadas para Ingeniería, Volumen 2”; Primera Edición, CECSA, 1994.
- [25] Krause, P.C.; Wasynczuk, O.; Sudhoff, S.; “Analysis of Electric Machinery: Power and Drive Systems”, Second Edition, IEEE Press and John Wiley & Sons, Inc. 2002.

- [26] Escarela-Perez, R. and Macdonald, D.C.; “A Novel Finite-element Transient Computation of Two-axis Parameters of Solid-rotor Generators for Use in Power Systems”, *IEEE Transactions on Energy Conversion*, Vol. 13, No. 1, 1998, pp 49-54.
- [27] Morales Castorena, A.; “Sensibilidad Paramétrica de Modelos de Dos ejes para Turbogeneradores”, Tesis de Maestría en Ciencias, IPN-ESIME, 2003.
- [28] Brogan, William L.; “Modern Control Theory”; Third Edition, Prentice Hall, 1991.
- [29] Viqueira, J.; “Redes Eléctricas, Tercera Parte: Operación de los Sistemas de Energía Eléctrica”, Representaciones y servicios de ingeniería, 1985.
- [30] Kamwa, I.; Wamkeue, R.; Dai-Do, X.; “General Approaches to Efficient d-q Simulation and Model Translation for Synchronous Machines: A Recap”, *Electric Power Systems Research 42, Elsevier*, 1997, pp. 173-180.
- [31] Canay, I.M.; “Determination of the Model Parameters of Machines from Reactance Operators  $x_d(p)$ ,  $x_q(p)$  (Evaluation of Standstill Frequency Response Test)”, *IEEE Transactions on Energy Conversion*, Vol. 8, No. 2, June 1993, pp. 272-279.
- [32] Coultres, M. E.; Watson, W.; “Synchronous Machine Models by Standstill Frequency Response Tests”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-100, No. 4, April 1981, pp. 1480-1489.
- [33] Kamwa, I.; Viarouge, P.; Le-Huy, H. and Dickinson, E.J.; “Three-transfer-function Approach for Building Phenomenological Models of Synchronous Machines”, *IEE Proc.-Gener. Tansm. Distrib.*, Vol.141, No. 2, March 1994, pp. 89-98.
- [34] Jin, Y.; El-Serafi, A.M.; “A ‘Three Transfer Functions’ Approach for the Standstill Frequency Response Test of Synchronous Machines”; *IEEE Transactions on Energy Conversion*, Vol. 5, No. 4, December 1990, pp. 740-749.
- [35] Escarela-Perez, R.; Campero-Littlewood, E.; Niewierowicz, T. and Hernandez-Avila, J.L.; “High Order Equivalent Circuits for Synchronous Machines Using Direct Methods”. 35<sup>th</sup>. *Universities Power Engineering Conference*, Belfast, UK, 6-8 September 2000; Conference Proceedings on CD-ROM, Session 1B-Electrical Machines.
- [36] Ljung, L.; “System Identification: Theory for the User”, Second Edition, Prentice Hall, 1999.
- [37] Mathews, John H.; Fink, Kurtis D.; “Métodos Numéricos con Matlab”. Tercera Edición, Madrid: Prentice Hall, 2000.
- [38] The MathWorks, Inc.; “Using MATLAB”, Version 6, 2002.

- [39] Chapman, Stephen J.; “Introduction to Fortran 90/95”, Boston: McGraw-Hill, 1998.
- [40] Devore, Jay L.; “Probabilidad y Estadística para ingeniería y ciencias”. Cuarta Edición, Thomson Editores, 1998.
- [41] Pintelon, R.; Schoukens, J.; “System Identification: A Frequency Domain Approach”. *IEEE Press*. 2001.
- [42] Swokowski, Earl W.; “Cálculo con Geometría Analítica”. Segunda Edición, Grupo Editorial Iberoamérica, 1989.
- [43] Silvester, P.P.; Ferrari, R.L.; “Finite Elements for Electrical Engineers”. Third Edition, Editorial Limusa, 1996.
- [44] O’Neil, Peter V.; “Matemáticas Avanzadas para Ingeniería, Volumen 1”; Primera Edición, CECSA, 1994.
- [45] Burden, Richard L.; Faires, J. Douglas; “Análisis Numérico”. Séptima Edición, Thomson Learning, 2002.