

## Instituto Politécnico Nacional

## CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN CIENCIA APLICADA Y TECNOLOGÍA AVANZADA

UNIDAD QUERÉTARO

POSGRADO EN TECNOLOGÍA AVANZADA

### MÉTODO DE ECOGRAFÍA 3D UTILIZANDO UN TRANSDUCTOR CON MOVIMIENTO LIBRE

TESIS QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

Doctor en Tecnología Avanzada

**PRESENTA** 

M. C. Fabio Tomás Moreno Ortiz.

Directores de Tesis:

Dr. Antonio Hernández Zavala. Dr. Eduardo Castillo Castañeda.

Querétaro, Qro. Enero de 2018.





# INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

## ACTA DE REVISIÓN DE TESIS

En la Ciudad de	Querétaro	siendo las	15 ho	oras del día	a15	del n	nes de	Э
diciembre del	2017 se reunieron los	s miembros d	e la Comisión	Revisora d	de la Tesis	, desi	gnada	Ĺ
por el Colegio de Pr	rofesores de Estudios d	de Posgrado	e Investigació	n del	CICA	TA Q	ueréta	aro
para examinar la te	sis titulada:							
"MÉTODO DE	ECOGRAFÍA 3D UTIL	IZANDO UN	TRANSDUCT	OR CON	MOVIMIEN	ITO LI	IBRE"	
Presentada por el a	lumno:							
MORENO		ORTIZ		FAB	IO TOMÁS	<b>;</b>		
Apellido pater	rno Apell	ido materno		No	ombre(s)			
			Con registro:	A 1	2 0	8	1	5
aspirante de:								
	Doctor	ado en Tecno	ología Avanzad	da				
27//	mbiar opiniones los m						TESI	<b>S</b> , en
virtud de que satisfa	ace los requisitos señal	lados por las	disposiciones	reglament	arias viger	tes.		
	LA C	OMISIÓN R	EVISORA					
		Directores d	o tosis					
		Directores d	e tesis					
		•			alles	1	AND THE REAL PROPERTY AND	
	2				. 0			
Dr. Amtoni	o Hernández Zavala.		Dr. Edu	ardo Cast	illo Casta	ñeda.		
				101	-			
Educa	do Morales	0		1111	for the			
	do Morales Sánchez.		Dr. Juan	Palitiata	Hurtado F	lama		
DI. Eduard	JO MOIAIES SAITCHEZ.		DI. Juan	Dabusia	Turtado P	amos	<u>.                                    </u>	
					V			
7								
Dr. Domir	ngo Rangel Miranda.							
<u> </u>	igo rtanger ivilianda.		A SECUTIVO					
	DDECIDENTE	AEL COLEC	Y'A'S	CODEC				
	PRESIDENTE	DEL COLEG	PERCE	SORES				
	4	(S) Northe	POPULITECNICO NACIO	ONAL				
	Dr. Alejan	dro Alfredo J	ozano Guzn	nán.				
		- 1	UNIDAD QUERETARO					

DIRECCIÓN



## INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

## CARTA CESIÓN DE DERECHOS

En la Ciudad de Querétaro, Qro. el día 28 del mes de enero del año 2018 el que suscribe FABIO TOMÁS MORENO ORTIZ alumno del Programa de Doctorado en Tecnología Avanzada, con número de registro A120815, adscrito al Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada unidad Querétaro, manifiesto que soy el autor intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección de los doctores Antonio Hernández Zavala y Eduardo Castillo Castañeda y cedo los derechos del trabajo titulado MÉTODO DE ECOGRAFÍA 3D UTILIZANDO UN TRANSDUCTOR CON MOVIMIENTO LIBRE, al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor o directores del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a las siguientes direcciones fabiotomasmoreno@gmail.com, anhernandezz@ipn.mx, ecastilloca@ipn.mx. Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

Fabio Tomás Moteno Ortiz

Nombre y firma del alumno

## Dedicatorias.

Con mi amor, admiración y respeto dedico este trabajo a mi esposa Hilda, a mis hijos Paula Andrea, Pedro Emiliano y Santiago Tomás, y a mi madre Elvia.

#### Agradecimientos.

A Dios por ponerme en esta senda de mi peregrinar y descubrir que nuestra semejanza con Él está en nuestra capacidad de admirar y entender Su creación.

A mi esposa Hilda Mendoza Zaragoza por su amor y junto con mi familia por su compañía, apoyo y soporte incondicional en todos mis emprendimientos.

A mis directores de tesis, al Dr. Eduardo Castillo Castañeda por promover mi ingreso y al Dr. Antonio Hernández Zavala por darme su tutela, por su confianza en mi trabajo y por apoyarme pacientemente hasta llegar a la meta.

A los revisores de mi tesis y miembros de mi comité tutorial: Dr. Eduardo Morales Sánchez, Dr. Domingo Rangel Miranda y Dr. Juan Bautista Hurtado Ramos. Sus agudas críticas y consejos fueron el crisol para el refinamiento de mi trabajo.

A los estudiantes de servicio social y prácticas profesionales: Eber Pérez López, Bruno Javier Tapia Batalla, Julián Carlos Ángeles Córdova y Mayra Karina Martínez Hernández por su trabajo en la construcción de los instrumentos, prototipos de prueba y ejecución de los experimentos.

A mis compañeros de estudios y de trabajo por su entusiasmo y ayuda para que todo siguiera funcionando y saliera adelante.

A los mexicanos que con sus contribuciones financiaron mi trabajo a través del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, el Instituto Politécnico Nacional y la Universidad Tecnológica de Querétaro.

Finalmente, agradezco a todas las personas que han estado en mi camino: amigos, familiares, compañeros, maestros, alumnos, jefes, subordinados. Sus interacciones conmigo han influido en lo que soy. Mi trayectoria es producto de muchas sinergias y viajo en una órbita influenciada por todas y cada una de sus gravedades.

## Contenido

Acta c	le revis	ión de tesis	ا
Carta	de sesi	ón de derechos	11
Dedica	atorias		. 111
Agrad	ecimie	ntos	. IV
Conte	nido		V
Resun	nen		VII
1. A	nteced	entes	1
1.1.	Apl	icaciones del ultrasonido	1
1	.1.1.	Instrumentación industrial.	1
1	.1.2.	Medicina.	4
2	.1.1.	Detección de obstáculos y navegación.	6
2.2.	Just	ificación	7
2.3.	Def	inición del problema	8
2.4.	Hip	ótesis	8
2.5.	Obj	etivos	8
2. F	undam	entos	9
2.1.	Eco	sonometría	9
2	.1.1.	Principios de medición	9
2	.1.2.	Imágenes acústicas	11
2	.1.3.	Mapas ultrasónicos	14
2.2.	Loc	alización espacial	20
2	.2.1.	Representación de la posición	20
2	.2.2.	Representación de la orientación	22
2	.2.3.	Matrices de transformación.	23
2.3.	Ras	terización	24
2	.3.1.	Gráficos por computadora.	24
2	.3.2.	Esferas discretas.	26
3. N	1apas 3	BD mediante casquetes ultrasónicos	30
3.1.	Ras	terizado	31
3	.1.1.	Casquete esférico.	31
3	.1.2.	Modificación al algoritmo de conversión de esferas a voxeles	34
3	.1.3.	Algoritmo generador de casquetes voxelizados	36
3.2.	Tra	slado v orientación de los casquetes	41

.3. I	Discriminación	42
3.3.1	. Votación	43
3.3.2	. Escrutinio	43
Valid	ación	45
.1. I	Equipos e instrumentos	45
4.1.1	. Sonar	46
4.1.2	. Mecanismo rastreador	48
.2. I	Experimentos	49
4.2.1	. Detección de prominencia	49
4.2.2	. Detección de obstáculos en tres dimensiones	52
.3.	Análisis	54
4.3.1	. Resultados	54
4.3.2	. Discusión	63
Conc	lusiones y trabajo futuro	65
Refe	rencias	67
Prod	uctos	77
	3.3.1 3.3.2 Valid 4.1. 4.1.1 4.1.2 4.2.2 4.2.1 4.2.2 4.3.1 4.3.2 Conc Refe	4.1.1. Sonar

#### Resumen.

En el presente trabajo se muestra una extensión de las técnicas de mapas de arcos ultrasónicos planos a tres dimensiones con el objetivo de construir un mapa de localización de obstáculos en el espacio. Los mapas ultrasónicos tridimensionales pueden ser útiles para la navegación autónoma de vehículos aéreos o subacuáticos que se encuentren inmersos en ambientes turbios como neblina, polvo, fango o petróleo, donde los sistemas ópticos pierden su capacidad de percepción. El método propuesto utiliza las lecturas de un solo transductor ultrasónico de pulso-eco, voxeliza el casquete de incertidumbre de la resolución angular producida por el patrón de dispersión de la onda de ultrasonido mediante una modificación al algoritmo de Bresenham y detecta los voxeles donde se cruzan los casquetes de incertidumbre mediante votación espacial para descartar los puntos falsos de aquellos donde con mayor probabilidad se encuentre en realidad un obstáculo.

#### Palabras clave:

Sonar, localización de obstáculos, navegación autónoma, ultrasonido, esfera voxelizada, mapa tridimensional.

#### Abstract

The present work shows an extension of the techniques of ultrasonic arc maps to three dimensions in order to build a obstacles location map in the space. Three-dimensional ultrasonic maps can be useful for autonomous navigation of aerial or underwater vehicles that are immersed in murky environments such as fog, dust, mud or oil, where the optical systems are not capable of sensing. The proposed method uses the measures of a single echo-pulse transducer; by a modification to the Bresenham algorithm, it digitizes the uncertainty cap of the angular resolution produced by the ultrasonic beam pattern and detects the voxels where the uncertainty caps are crossing by spatial voting to discard the fake points from those where an obstacle is most likely to be.

#### **Keywords:**

Sonar, obstacle location, autonomous navigation, ultrasonic, voxelized sphere, three-dimensional map.

#### 1. Antecedentes.

En este capítulo presentamos las distintas aplicaciones del ultrasonido y las áreas de oportunidad que existen en la detección de obstáculos y generación de mapas para navegación autónoma.

#### 1.1. Aplicaciones del ultrasonido.

El ultrasonido es una onda mecánica que se propaga a través de un medio elástico, su frecuencia está por arriba del límite superior de la audición humana de 20 kHz. En la naturaleza encontramos varios mamíferos que emplean el ultrasonido para comunicarse y localizarse en el espacio. Los seres humanos lo aplican en una amplia gama de campos que comprenden la instrumentación industrial, la medicina, la oceanografía, el tratamiento de materiales, etcétera. En este trabajo, la principal área de interés es la medición de distancia para la localización de obstáculos.

#### 1.1.1. Instrumentación industrial.

Los instrumentos basados en ultrasonido son muy utilizados en procesos industriales donde es necesario medir sin hacer contacto o sin invadir o perforar instalaciones o destruir materiales, las aplicaciones de instrumentación más destacadas son:

#### Medición de nivel y flujo.

Los sensores ultrasónicos de nivel son muy populares para la medición de nivel en tanques o silos que contienen sólidos o líquidos. Pueden medir sin problemas en todos los tipos de tanque y en medios agresivos, abrasivos, viscosos, pegajosos o explosivos. Miden indirectamente el nivel de contenido a través de la emisión de un pulso ultrasónico que se refleja en la superficie de la sustancia, al recibir el eco se calcula la distancia que hay desde el sensor hasta la superficie y se determina el nivel del contenido del tanque (Figura 1). Los sensores pueden ponerse en varias disposiciones de montaje: En aire, que opera para medir tanto en líquidos como sólidos; en inmersión, utilizado principalmente para medir en líquidos; y en montaje lateral, que se utiliza como indicador para alarmas de bajo o alto nivel de llenado. La exactitud de estos instrumentos es de ±1 a 3% (Creus Solé, 1998). Son sensibles a la densidad del medio, a las superficies agitadas y al cambio de ángulo en el llenado y vaciado de sólidos que afectan la reflexión (Pepperl+Fuchs, S.A., 2011), por lo que deben ajustarse para evitar indicaciones erróneas.



Figura 1. Sensor ultrasónico de nivel, fuente (ZAMTSU CORPORACION S.R.L., 2013).

El flujo o caudal se mide indirectamente por los cambios de velocidades del sonido al propagarse en el fluido que viaja en tuberías cerradas, los sensores pueden montarse sin perforar la tubería (Figura 2). Al viajar en un fluido aguas abajo, la onda de ultrasonido aumenta su velocidad arrastrada por el fluido y, por el contrario, disminuye su velocidad al ir en contra del flujo. Los principios más utilizados son: Tiempo de tránsito, donde se calcula el flujo a través de la diferencia de tiempo que tarda una ráfaga en ir y venir de un punto aguas arriba a otro aguas abajo, que también provoca un cambio de frecuencia; desviación del haz, en el que se mide el ángulo o la distancia a la que fue "arrastrada" aguas abajo la onda sónica emitida perpendicularmente en el fluido; y efecto Doppler, donde se emite una onda continua en el fluido y se mide el corrimiento de frecuencia que tiene la onda al reflejarse en las partículas del fluido en movimiento.



Figura 2. Sensor ultrasónico de flujo, fuente (GE Measurement & Control, 2016).

#### Pruebas no destructivas.

Dado que las ondas acústicas pueden propagarse por el medio, se utilizan para probar o medir ciertas características de los materiales sin destruirlo o alterarlo. Las pruebas no destructivas (NDT) más conocidas son:

#### Materiales.

La velocidad del sonido en un medio dado depende de la densidad y de la continuidad del medio. Las pruebas ultrasónicas se realizan colocando un emisor-receptor en el medio, el dispositivo dispara pulsos y detecta los ecos provenientes del interior del objeto. Cuando la onda sonora encuentra un cambio de densidad o una falla en el medio se producen ecos y la onda cambia de velocidad. De esta manera se pueden detectar y medir fallas en materiales, la integridad de uniones o soldaduras, medir espesores, detectar corrosión y determinar propiedades físicas como elasticidad, tamaño del grano, densidad y estructura de varios materiales (Matzkanin & Yolken, 2009). Las sondas de estos equipos requieren de un acoplamiento acústico entre el transductor y el material, algunos acoplantes utilizados son agua, geles y calzas especiales que reducen la impedancia acústica y permiten un contacto pleno entre el transductor y la superficie del material bajo prueba (Figura 3).

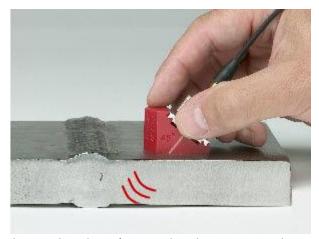


Figura 3. Sonda de prueba ultrasónica aplicada con una calza acoplante, fuente (Olympus, 2013)

#### Inspección de tuberías.

Para la inspección interior de tuberías y detección de fugas existen varios métodos que utilizan sondas sin la necesidad de introducir personas ni de evacuar las tuberías y que viajan autónomamente por trayectos de más de 5 km, en (Purdue University, 2012) se mencionan principalmente dos aparatos:

1. Smartpig: Consiste en una sonda flexible (Figura 4) equipada con sensores llamada "pig" (Pigging Products & Services Association, 1995) o "diablo" (PEMEX, 2006). La sonda es introducida en la tubería y va registrando las perturbaciones en el eco o propagación de una onda ultrasónica (Barbian, Beller, & Schneider, 2007). Cuando hay algún deterioro en las paredes las lecturas de los sensores lo detectan. El diablo

se mueve arrastrado por el fluido transportado en la tubería (Davidson, 2002). Tienen excelente resolución (Beller, 2007) y detectan fisuras, adelgazamientos y puntos de corrosión (Reber, Beller, Willems, & Barbian, 2002), son útiles en tuberías de sección circular. La mayoría de los modelos además cuentan con sensores para medir las variaciones en el diámetro y detectar deformaciones y abolladuras (United States Patente nº US4055990, 1977; United States Patente nº US20130025370A1, 2013). Mediante software se puede generar una imagen o mapa del estado de la tubería. Su principal desventaja es que son voluminosos, tienen que ser del diámetro de la tubería y solamente pasan a través de válvulas de bola y en curvas de radio al menos 5 veces el diámetro interno del ducto (Dawson, 2008).



Figura 4. Smartpig, fuente (Reber, Beller, Willems, & Barbian, 2002).

2. SmartBall: Se trata de un sistema compuesto por una sonda esférica (Figura 5) y dos emisores de ondas acústicas. La sonda viaja por la tubería impulsada por el fluido y va colectando las señales de la resonancia de la tubería (United States Patente nº US20110103189A1, 2011). Cuando encuentra una grieta por donde fuga el fluido o una bolsa de aire, la señal acústica de resonancia cambia significativamente. Puede viajar largos tramos en cualquier tipo de tubería y pasar a través de válvulas de mariposa. El dispositivo se encapsula en una cubierta plástica que le amortigua de vibraciones y reduce el ruido que produce al rodar (United States Patente nº US8098063B2, 2012), esta cubierta también le proporciona el tamaño y densidad adecuados para ser impulsado por el flujo.



Figura 5. Smartball, fuente (Pure Technologies, 2014)

#### 1.1.2. Medicina.

En las ciencias de la salud el ultrasonido se utiliza como método de diagnóstico no invasivo e indoloro. Debido a que el sonido es una onda no ionizante permite a los profesionales observar órganos y estructuras del interior de un cuerpo vivo sin

exponerlo a radiación que puede ser peligrosa para los tejidos (Radiological Society of North America, Inc., 2014). La imagen con ultrasonido del interior del cuerpo con fines de diagnóstico es también conocida como "ecografía" y "sonograma" (U.S. National Library of Medicine, 2016).

El ultrasonido en la medicina se puede dividir en dos categorías (National Instutes of Health, 2014):

- Diagnóstico. Para producir imágenes de las estructuras y órganos del interior del cuerpo utilizando transductores ultrasónicos con frecuencias en el rango de los megahertz. A su vez, esta categoría se puede subdividir en anatómico cuando produce imágenes pasivas de los órganos y estructuras, y en funcional cuando combina el movimiento y densidad del tejido como en una ecocardiografía (Figura 6).
- 2. Terapéutico. Las ondas sonoras también se utilizan para interactuar con los tejidos o estructuras dentro del cuerpo para que puedan ser modificados o destruidos, con las señales a cierta frecuencia y potencia se pueden producir efectos como mover o calentar tejidos, disolver coágulos, destruir tumores o cálculos. El uso terapéutico más conocido es la litotricia extracorpórea por ondas de choque (LEC) que utiliza las ondas de ultrasonido para romper cálculos renales.

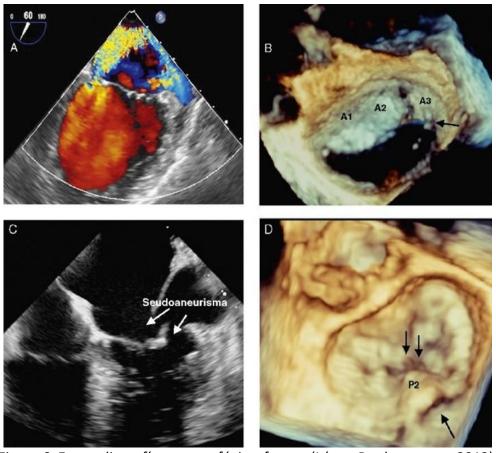


Figura 6. Ecocardiografía transesofágica, fuente (López-Pardo, y otros, 2012).

#### 2.1.1. Detección de obstáculos y navegación.

La detección de objetos mediante sonido inició en la navegación marítima. Leonardo Da Vinci declaró en 1490 que introduciendo el extremo de un tubo bajo el agua y colocando el oído en el otro extremo era posible escuchar el sonido de barcos a una gran distancia (de la Rosa, 2015). En el siglo XIX se utilizaban sistemas de señalización acústica subacuática para orientar y avisar de peligro a las embarcaciones (McCarthy, 2004). En (United States of America Patente nº US1108895 A, 1914) Fessenden patenta un aparato para señalización por sonido que detectaba icebergs y más tarde un receptor direccional de señales submarinas (United States of America Patente nº US1472558 A, 1923). El uso de submarinos durante la Primera Guerra Mundial aceleró el desarrollo de la tecnología para localizar objetos bajo el agua mediante sonido, se hacen grandes adelantos en los hidrófonos y las técnicas de procesamiento de la señal. Para la Segunda Guerra Mundial, la inversión en investigación aumentó considerablemente entre las potencias beligerantes y en el año de 1947 se registró una patente de un sistema de detección de submarinos que rotando emite una señal ultrasónica continua y el eco recibido se procesa mediante un osciloscopio que muestra la orientación y distancia del objeto detectado bajo el agua (United States of America Patente nº US2418846 A, 1947).

El Diccionario de la Lengua Española define la palabra sonar en su segunda acepción como "Aparato electroacústico que detecta la presencia y situación de objetos sumergidos, mediante ondas producidas por el propio objeto o por la reflexión de las que emite el aparato" (Real Academia Española, 2014), proveniente del acrónimo de Sound Navigation and Ranging (navegación y localización por sonido). Aunque originalmente se aplicó en el agua, actualmente se suele denominar 'sonar' a cualquier aparato electroacústico que mida la distancia desde el sensor hasta un objeto que refleja la onda acústica en determinada dirección sin importar el medio por el que viaja la onda.

En el área de robótica el sonar es utilizado para evitar que los robots choquen contra objetos en su trayectoria de movimiento. En un principio solamente se trataba de detectar los obstáculos, pero la necesidad de dotar a los robots móviles de mayor autonomía evolucionó el uso del sonar a la generación de mapas que, de alguna forma, son una imagen del entorno.

Los primeros mapas consistían en una exploración básica utilizando anillos de sensores ultrasónicos o haciendo girar un solo sensor. La detección de objetos mediante el tiempo de vuelo proporcionaba la ubicación de los obstáculos que se registraban en una rejilla alrededor del robot donde simplemente se colocaba las marcas de "ocupada" o "vacía" (Moravec & Elfes, 1985). Uno de los primeros problemas fue la detección de filos y esquinas en ambientes estructurados donde el fenómeno de especularidad dificulta la identificación de estas formas. Las soluciones a este problema se pueden dividir en dos categorías: 1) Las basadas en el tiempo de vuelo y en la orientación del sensor y 2) las que además emplean las características de la señal del eco detectado. En (Restrepo

Girón, Loaiza Correa, & Caicedo Bravo, 2009) se reporta una revisión de algunas técnicas relevantes.

Para el presente trabajo se revisaron las basadas exclusivamente en el tiempo de vuelo y la orientación del sensor debido a que tienen un menor costo computacional y requieren menos capacidad de memoria para almacenar los datos obtenidos durante el rastreo, lo que reduce el tamaño del hardware que habrá de contenerse en el robot móvil

Uno de los pioneros fue (Crowley, 1985) donde se utiliza un solo sonar transmisor-receptor que gira para explorar el entorno. La información del sonar (sensor model) se compara con un mapa predefinido (global model) para actualizar el entorno del robot (composite local model), los tres modelos están representados en términos de segmentos de líneas en dos dimensiones, constituyendo así uno de los primeros mapas. La navegación autónoma propició el desarrollo de la localización y mapeo simultáneo (SLAM) que busca resolver la cuestión de si es posible para un robot móvil ser colocado en una localización desconocida dentro de un ambiente desconocido y que sea capaz de construir un mapa consistente del ambiente mientras determina simultáneamente su posición dentro del entorno (Durrant-Whyte & Bailey, 2006). En la sección 2.1.3 se relatan con más detalle los trabajos revisados sobre mapas ultrasónicos.

#### 2.2. Justificación.

En las aplicaciones de pruebas no destructivas, para generar mapas o imágenes tridimensionales, la mayoría de los ecógrafos mantienen una referencia fija relativa al transductor. Los smartpig ultrasónicos tienen un arreglo matricial anular en un cilindro que viaja paralelo a las paredes de la tubería y mantiene el mismo ángulo de incidencia de la onda acústica (United States Patente nº US2012/0285221A1, 2012; United States Patente nº US005460046, 1995; United States Patente nº US4641529, 1987; United States Patente nº US2013/0125654A1, 2013), el rastreo se sincroniza mediante rodillos que proporcionan la información para el cálculo de la posición de los puntos de reflejo (United States Patente nº US3810384, 1974). Por la forma de émbolo del transductor, es difícil que cambie su orientación en la trayectoria de la inspección.

En el SLAM, la mayoría de las soluciones utilizan para detectar obstáculos dispositivos ópticos tales como sensores infrarrojos, láseres, LIDAR, estéreo-visión, cámaras de profundidad, etc. Los cuales son eficaces en ambientes limpios pero tienen un pobre desempeño en ambientes turbios como aquellos donde hay suspendidas en el aire partículas de polvo, humo o neblina (Machado Santos, Couceiro, Portugal, & Rocha, 2015) y algunos de ellos no son capaces de detectar cristales o espejos. Los láseres son imprácticos bajo el agua debido a la atenuación y dispersión de la luz y el uso de cámaras está limitado a zonas donde sedimentos o tintes mezclados con el agua no oscurezcan el medio (Ribas, Ridao, & Neira, 2010). Un sonar tiene una orientación y posición aleatoria al viajar en el espacio tridimensional a bordo de un móvil debido a

perturbaciones en el medio donde se mueve. El ángulo de incidencia de la onda acústica para cada transductor de un arreglo va cambiando, lo que plantea una metodología de ubicación de los puntos de reflejo diferente a la existente en los sistemas donde la referencia es fija o vinculada y el barrido se controla o sincroniza.

Los sensores ultrasónicos son más apropiados para aplicaciones subacuáticas y son más económicos en aplicaciones en el aire, requieren de una menor potencia computacional comparados contra la requerida en el procesamiento de imágenes y de datos provenientes de sistemas ópticos. Sin embargo, tienen una pobre resolución angular debido a que poseen un cono de dispersión del haz mucho más grande que los sensores basados en la luz, marcan muchos puntos de reflejo falsos debido a los efectos de diafonía, especularidad y ecos cruzados, lo que impide que sean capaces de proporcionar mapas con una definición clara de objetos angostos y de detectar filos y esquinas.

#### 2.3. Definición del problema.

Distinguir en el espacio la localización de los puntos reales de reflejo del eco de un sonar producidos por un objeto en el entorno, descartando los puntos falsos producidos por los efectos de la resolución angular, la diafonía, los ecos cruzados y la especularidad.

#### 2.4. Hipótesis.

Es posible colocar en coordenadas tridimensionales la ubicación de los puntos de reflejo del eco de un solo transductor ultrasónico que permita construir un mapa espacial de localización de obstáculos.

#### 2.5. Objetivos.

#### General:

Establecer un método de localización espacial de los puntos de reflejo producidos por un obstáculo utilizando el tiempo de vuelo del eco y la posición y orientación de un transductor ultrasónico.

#### Específicos:

- a) Desarrollar algoritmos para la generación de mapas de localización de obstáculos orientados a programarse en un sistema digital.
- b) Construir un sistema de rastreo que utilice sensores ultrasónicos pulso-eco.
- c) Realizar experimentos de rastreo ultrasónico de ambientes conocidos para evaluar los resultados del método.

#### 2. Fundamentos.

En este capítulo se muestran las bases teóricas para la realización del proyecto de investigación. La primera sección revisa las bases sobre el empleo del ultrasonido para la detección de objetos y en la segunda se revisan los fundamentos de la localización espacial.

#### 2.1. Ecosonometría.

En esta sección se da una revisión a los principios básicos de la medida de distancia y localización de objetos utilizando ondas ultrasónicas. Posteriormente se revisan sus aplicaciones principales en la generación de imágenes en los campos de la medicina, la oceanografía y las pruebas no destructivas. Finalmente se hace una revisión más extensa de las aplicaciones del sonido para la generación de mapas aplicados en el área de la robótica.

#### 2.1.1. Principios de medición.

Existen varias formas de emplear los ecos de las ondas ultrasónicas para localizar objetos en el espacio. Los métodos se dividen principalmente en dos grandes categorías:

- a) Onda continua. Un transmisor genera una onda acústica continua y el eco es detectado por un receptor separado, la distancia se determina por el corrimiento de fase entre la onda emitida y el eco recibido (Gueuning, Varlan, Eugene, & Dupuis, 1996). Aunque puede obtenerse un mejor desempeño que los métodos de pulso-eco, requiere de un hardware más complejo y el empleo de varias frecuencias (Marioli, y otros, 1991). El método está limitado a la longitud de la onda, ya que solo es útil hasta los 90° de corrimiento, después de lo cual es difícil determinar la distancia.
- b) Pulso-eco. Es el más utilizado por sus ventajas y costos, el tiempo de vuelo se estima generalmente por las técnicas de umbral, correlación cruzada y el análisis de tiempo-frecuencia (Xiaole & Lichen, 2012). La distancia r entre el objeto que refleja el eco y el sensor, se determina por el tiempo de vuelo t y la velocidad del sonido c en el medio por la relación (1):

$$r = \frac{ct}{2} \tag{1}$$

El eco es un fenómeno que se da por la reflexión de la onda acústica. Una parte de la onda regresa al encontrar un cambio de fase debido a la diferencia de impedancia. La impedancia acústica Z de un medio determinado es el producto de la densidad del medio  $\rho$  por la velocidad del sonido en ese medio c (Kinsler, Frey, Coppens, & Sanders, 2008). Conociendo las características de los medios por donde viaja la onda, la amplitud del eco de una onda que viaja por un medio de impedancia  $Z_1$ , reflejado al incidir la onda de forma normal en otro medio de impedancia  $Z_2$ , está determinada por el coeficiente de reflexión R dado por la expresión (2):

$$R = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \tag{2}$$

Un tipo de radiador ampliamente extendido es el de pistón circular plano (Kinsler, Frey, Coppens, & Sanders, 2008) que consiste en un pistón rígido de radio a que vibra con movimiento armónico a una frecuencia f y que está montado al ras de una pantalla de superficie infinita. Cuando el radio a es mucho más grande que la longitud de la onda  $\lambda$ , el radiador emite un haz sonoro direccionado del que se distinguen dos zonas: El campo cercano y el campo lejano cuya frontera está aproximadamente a una distancia del pistón de  $a^2/\lambda$  (Figura 7).

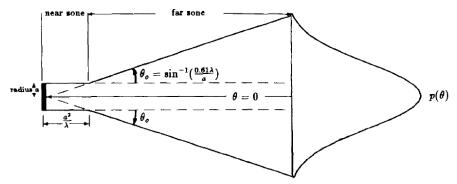


Figura 7. Patrón de radiación, fuente (Barshan & Kuc, 1990)

Debido a la apertura del patrón de radiación, el método de pulso-eco solamente proporciona información indirecta acerca de la ubicación del objeto que refleja la onda (Moravec & Elfes, 1985). En el campo lejano el patrón de radiación se abre en un semiángulo  $\theta_0$  descrito en (Bozma & Kuc, 1991) y definido por la ecuación (3):

$$\theta_0 = \sin^{-1} \frac{0.61\lambda}{a} \tag{3}$$

Puesto que la longitud de onda es función de la velocidad del sonido c y su frecuencia f mediante la ecuación (4):

$$\lambda = \frac{c}{f} \tag{4}$$

La apertura del patrón de radiación es inversamente proporcional a la frecuencia de la onda. Sin embargo se debe mantener un equilibrio entre la frecuencia y el ángulo de apertura debido a que la absorción en el medio depende fuertemente de la frecuencia, por ejemplo alrededor de los 100 kHz el alcance es de 1 m en el aire (Marioli, Sardini, & Taroni, 1988).

La energía de la onda se absorbe al propagarse en el medio y al reflejarse en la superficie de un objeto. Según (Lee, Yan, & Lee., 2007), la amplitud p del eco puede modelarse mediante la ecuación (5):

$$p(r,\theta) = p_0 C_r \frac{e^{-2ar}}{2r} e^{-4\theta^2/\theta_0^2}$$
 (5)

Donde  $p_0$  es la amplitud máxima como una constante, a es el coeficiente de atenuación del medio, r es la distancia entre el pistón y el objeto,  $C_r$  es el coeficiente de reflexión de la superficie,  $\theta_0$  el ángulo de apertura del patrón de radiación y  $\theta$  el ángulo de inclinación del objeto respecto del eje axial del pistón.

Como puede observarse en la ecuación (5), la amplitud del eco decrece significativamente con la distancia r. La mayoría de los sistemas de pulso eco cuentan con filtros con control de ganancia automática para compensar las pérdidas, por lo que la amplitud del eco puede estimarse mediante la ecuación (6) mencionada en (Barshan & Kuc, 1990; Lee, Yan, & Lee., 2007):

$$p(\theta) = p_0 e^{-4\theta^2/\theta_0^2}$$
 (6)

Sin embargo la amplitud del eco, además del ángulo de incidencia de la onda ultrasónica, también depende de la rugosidad de la superficie (Figura 8).

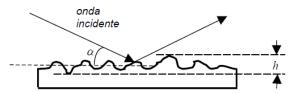


Figura 8. Condición de Rayleigh, fuente (Restrepo Girón, 2005).

En ciertas condiciones, la onda puede ser reflejada como en un espejo (especular) pero en otras se puede dispersar sin que el eco retorne con suficiente amplitud en cuyo caso será difusa (Martínez Rodríguez, Vitola Oyaga, & Sandoval Cantor, 2007). Para que la onda no se disperse la profundidad de las depresiones h y el ángulo de incidencia  $\alpha$  deben cumplir la condición de Rayleigh para la especularidad (Restrepo Girón, 2005; Grynko & Pulbere, 2009; Cuevas Ruíz & Delgado Penín, 2003), esta condición se establece por la relación (7):

$$h < \frac{\lambda}{8 \operatorname{sen} \alpha} \tag{7}$$

#### 2.1.2. Imágenes acústicas.

La construcción de imágenes de ultrasonido se hace mediante arreglos de celdas donde se presentan los puntos que reflejan la onda en la zona de interés (Figura 9). Para ello es necesario "insonificar" o radiar el área de interés mediante el barrido de ondas acústicas usando un arreglo de transductores (USA Patente nº Patene US005200931A, 1993) o cambiando la orientación del transductor (Europa Patente nº Patente EP0483996B1, 1999).

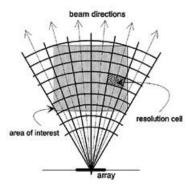


Figura 9. Esquema de un sistema de imagen 2D, fuente (Murino & Trucco, 2000).

El principio es calcular la intensidad de los ecos reflejados por los puntos encontrados en las orientaciones de emisión y en las distancias estimadas por el tiempo de vuelo (Hansen, 2012).

Los ecos detectados se corresponden a pixeles ubicados en la rejilla de celdas considerando tres parámetros para la formación de la imagen.

- 1. Distancia (range). Que se estima a través del tiempo de vuelo y proporciona el radio en el que se ubica el punto de reflejo.
- 2. Orientación (bearing). Que se estima por la orientación del transductor que emite la onda y por la diferencia de tiempo de arribo de los ecos en los sensores del arreglo. Proporciona el ángulo en el que se ubica el reflector.
- 3. Brillo. Que se asigna por la intensidad del eco recibido.



Figura 10. Imagen de ultrasonido.

Los pixeles de la imagen son de tamaño menor al de la resolución de la celda (Figura 11) delimitada por dos parámetros (Ayala Carbajo, 2006; de Moustier, 2011):

a) Resolución en distancia  $\delta R$ . Que es la distancia mínima en la que pueden distinguirse dos puntos de reflejo ubicados en la misa dirección de emisión. Esta distancia depende de la duración de la emisión sonora  $T_P$  y de la velocidad del sonido en el medio c y está dada por la relación (8) mencionada en (Shi, Chen, Lin, Xie, & Chen, 2012; Przybyla, y otros, 2012):

$$\delta R = \frac{cT_P}{2} \qquad (8)$$

b) Resolución angular  $\delta\beta$ . Que es el espacio mínimo en el que pueden distinguirse dos objetos situados a la misma distancia del centro del emisor, pero en diferente orientación. El ángulo está determinado por la apertura del patrón de radiación estimado por la ecuación (3).

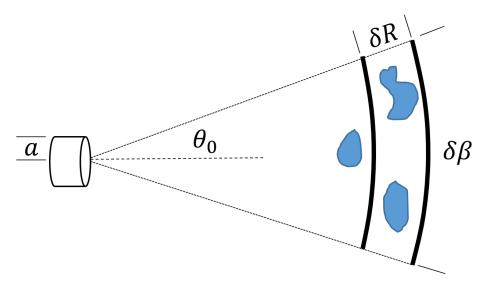


Figura 11. Resoluciones del sonar.

Para la generación de imágenes en 3D es necesario el empleo de arreglos de transductores de 2 dimensiones como el descrito en (Karaman, Wygant, Oralkan, & Khuri-Yakab, 2009) o el barrido mecánico de un arreglo lineal.

Existen tres campos principales donde la generación de imágenes mediante el empleo de ultrasonido está muy avanzada:

- a) *Medicina*: Particularmente en cardiología y ginecobstetricia, el uso del denominado ultrasonido 3D permite el análisis volumétrico y multiplanar de estructuras y órganos, y la posibilidad de observar la superficie de áreas corporales, en (Sabogal, 2001) se explica el funcionamiento general de un ultrasonido 3D, su ventajas y desventajas siendo una de las principales que "el movimiento altera frecuentemente la adquisición del volumen". En (Alcázar, 2005) se menciona que hay dos métodos para obtener imágenes: el manual y el automático, siendo el último el que proporciona la mejor calidad de imágenes y utiliza transductores dedicados que permanecen estáticos. Para el método manual se utilizan transductores 2D con sensores de movimiento y la sonda se desplaza o rota, pero la calidad de la imagen es pobre y depende de la destreza del examinador.
- b) Oceanografía: La navegación marítima fue una de las primeras aplicaciones del ultrasonido para ubicar objetos, en la actualidad existen equipos de exploración del fondo marino que permiten la construcción de una imagen tridimensional del lecho.

En (Zerr & Stage, 1996) se describe un método para estimar el aspecto de objetos bajo el agua usando una secuencia de imágenes de sonar. (Zhang, Jouvencel, Fang, & Xiang, 2012) reporta los grupos de métodos de reconstrucción de la superficie marina que utilizan sistemas acústicos, siendo uno de los más utilizados el sonar de rastreo lateral "side-scan". Uno de los principales problemas es la localización de la sonda que generalmente se resuelve al trasladarse unida a un buque cuya ubicación se determina por sistema de posicionamiento global (GPS). En (Fairfield & Wettergreen, 2008) proponen un método de localización sin infraestructura para vehículos autónomos no tripulados (AUV), sin embargo, el transductor sigue teniendo la misma orientación respecto del fondo marino.

c) Pruebas no destructivas: El ultrasonido es una herramienta muy utilizada para detectar grietas, huecos y cambios de densidad en materiales sólidos, el principio de detección se basa en la reflexión de la onda debida al cambio de densidad del material. En (Martínez Rodríguez, Vitola Oyaga, & Sandoval Cantor, 2007) se describen los fundamentos de los ultrasonidos y su aplicación básica en ensayos no destructivos (NDT). Para la generación de imágenes o volúmenes se emplean arreglos de transductores o la probeta se traslada en un sistema de referencia como en (Tsao & Hocheng, 2005).

#### 2.1.3. Mapas ultrasónicos.

Los mapas generados mediante sonar iniciaron en la robótica en la década de 1980 debido a la necesidad de detectar obstáculos a larga distancia sin hacer contacto. Los dispositivos ultrasónicos en el aire eran una opción económica y práctica para instrumentar robots móviles terrestres que se desplazaban en interiores. Uno de los primeros reportes está descrito en (Moravec & Elfes, 1985), donde se define como objetivo la elaboración de un mapa a partir de la información proveniente de un arreglo anular de sonares que se desplaza sobre un robot móvil. Los ecos se proyectan en un arreglo bidimensional de ocupación donde se asignan tres posibles estados: ocupado (+1), vacío (-1) y desconocido (0). El mapa se compone sumando los valores asignados a cada celda del arreglo en distintos rastreos, de manera que, si un punto se repite como ocupado en varios rastreos, el valor final de la celda será mayor a cero, en tanto que una que está vacía su valor final será menor a cero. Luego se aplica un filtro utilizando un valor de umbral para descartar aquellas celdas que tienen valores muy pobres. Al final cada celda se "rasteriza" para formar una imagen del mapa indicando los lugares ocupados con una X, los vacíos en blanco y los desconocidos con un punto (Figura 12).

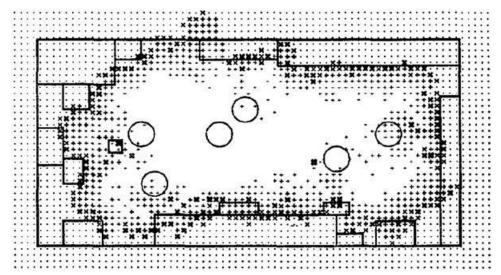


Figura 12. Mapa generado por sonar, fuente (Moravec & Elfes, 1985).

La información de este mapa fue después representada en distintos ejes para la navegación de robots en (Elfes A. , 1986) y el método sirvió de base para la formación de imágenes subacuáticas 3D en (Auran & Silven, 1996) (Figura 13). Este método no distingue los planos de las esquinas ni los filos, por lo que en (Barshan & Kuc, 1990) se propone el uso de un sensor compuesto por un transmisor y un receptor que luego fue aumentado a tres componentes en (Peremans & Van Campenhout, 1993; Jeon & Kim, 1995). El principio de utilizar arreglos de un transmisor y varios receptores (tri-aural) se amplió a tres dimensiones en (Akbarally & Kleeman, 1995) y (Barshan B. , 1999).

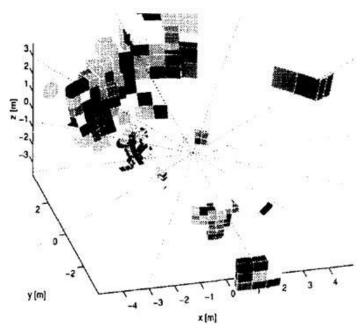


Figura 13. Espacio generado por sonar, fuente (Auran & Silven, 1996)

En (Bozma & Kuc, 1991) se propone un algoritmo basado en los ángulos y tiempos de vuelo del rastreo en diferentes ubicaciones y en (Lim & Cho, 1992) otro basado en la probabilidad del reflejo especular, utilizando en ambos trabajos la configuración de

transmisor-receptor en un solo sensor pero haciendo el rastreo con varios montados en un arreglo anular. En (Gasós & Martín, 1996) se emplean algoritmos de lógica difusa para la construcción del mapa con los datos obtenidos del rastreo utilizando un arreglo de múltiples pares transmisor-receptor y en (Thrun, 1998) se emplea un arreglo anular junto con redes neuronales para el aprendizaje del mapa en un robot.

En todos los trabajos mencionados el ángulo del patrón de radiación es un factor importante para la incertidumbre de la localización del punto de reflejo y la acumulación de medidas consecutivas a lo largo de la trayectoria de movimiento del robot es fundamental para la construcción del mapa.

En (Ko, Kim, & Chung, 1996) se presenta un método para encontrar los filos y las esquinas de un entorno, llama la atención porque utilizan un solo transductor ultrasónico pulso-eco que gira sobre un eje vertical fijo y no un arreglo de sensores que se desplaza. Mediante filtros acoplados para detectar los ecos y medir los tiempos de vuelo, registraron varias lecturas de las distancias de los filos y esquina de un entorno con ubicaciones específicas para el experimento. Los resultados obtenidos fueron las curvas que ubican los puntos de interés respecto al sensor lo que permite ubicar la posición de los obstáculos en el entorno del robot (Figura 14).

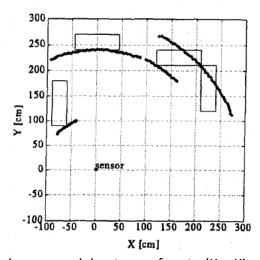


Figura 14. Curvas de marcas del entorno, fuente (Ko, Kim, & Chung, 1996).

En (Barshan B. , 2001) se presenta un método basado en medidas de distancia con ultrasonido combinado con votación espacial y un umbral. Considera la medida de la distancia a partir del tiempo de vuelo y, debido a la incapacidad del ultrasonido de proveer directamente el ángulo de los puntos de reflexión, coloca dentro de un arco contenido en el lóbulo de radiación (Figura 15) la posible ubicación del punto de reflejo. Estos arcos representan la incertidumbre de la ubicación de los puntos de reflexión.

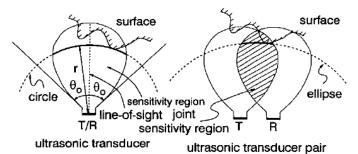


Figura 15. Arcos de incertidumbre de los puntos de reflexión, fuente (Barshan B., 2001)

Tras una serie de rastreos, la información de un gran número de arcos se combina dibujándolos en un mapa de arcos ultrasónicos (UAM). Esta información se procesa mediante un esquema de votación espacial que se filtra por un umbral. Se crea una matriz que representa los pixeles cruzados por varios arcos, el valor de cada pixel se determina por la cantidad de arcos que lo cruzan y solamente se aceptan los valores que estén por encima del umbral. De esta forma se obtienen una serie de puntos que se unen mediante una función de ajuste polinomial para generar el perfil de la superficie (Figura 16).

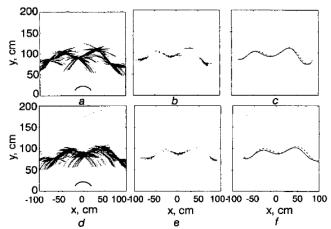


Figura 16. (a) y (d) Mapa de arcos, (b) y (e) pixeles electos por votación, (c) y (d) superficies por ajuste de curva, fuente (Barshan B. , 2001).

El método tiene las siguientes ventajas:

- 1. Extremadamente flexible.
- 2. Puede manejar fácilmente configuraciones arbitrarias de sensores.
- 3. Capaz de eliminar lecturas falsas y ecos cruzados.
- 4. Procesa información de ecos provenientes de superficies más allá de la más cercana.
- 5. Puede tratar con un número arbitrario de sensores y con configuraciones reales o simuladas de arreglos de sensores.
- 6. La exactitud mejora con el número de sensores.
- 7. Elimina lecturas indeseables por ecos de alto orden, cruzamiento y ruido.

En los experimentos consideraron arreglos estructurados y configuraciones irregulares. Los estructurados se prefieren en los trabajos teóricos por su simplicidad y facilidad de análisis, pero en la práctica se desempeñaron mejor las configuraciones irregulares debido a que se complementan los distintos puntos de reflejo. El tiempo de procesamiento fue de un cuarto de segundo utilizando un procesador Pentium Pro a 200 MHz, lo que indica que es apto para crear mapas en "tiempo real". En sus conclusiones Barshan menciona que el método se puede generalizar a ambientes tridimensionales, sustituyendo los arcos por casquetes esféricos o elípticos, extendiendo las reglas de votación a las tres dimensiones. Hasta el momento de la elaboración de esta tesis, no reporta ningún trabajo en tres dimensiones.

Destaca del trabajo de Barshan que es capaz de generar perfiles de la superficie y no solamente marcas de navegación como planos, filos y esquinas.

Partiendo del mapa de arcos ultrasónicos, en (Baskent & Barshan, 1999) se emplea el procesamiento morfológico para determinar el perfil de una superficie. Este procesamiento consiste en asignar un valor de 1 a cada pixel por donde cruza un arco, sin importar cuántos cruzan por ese pixel; luego mediante el proceso de erosión se compara un pixel central de valor 1 con los de una plantilla a su alrededor, si sus valores son idénticos, el pixel central conserva su valor, de otra forma cambia a 0 (Figura 17). Con este proceso se eliminan los puntos dispersos y aislados, revelando el perfil de la superficie.

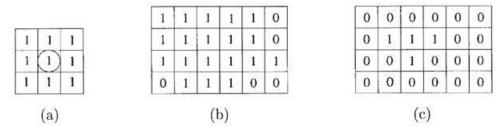


Figura 17. Ejemplo de erosión (a) plantilla, (b) imagen original, (c) imagen erosionada, fuente (Baskent & Barshan, 1999).

Un método de localización de marcas denominado "fusión basada en triangulación" (TBF) se presenta en (Wijk & Christensen, 2000), se fundamenta en la triangulación de distintas lecturas del sonar obtenidas al trasladarse un arreglo anular de sensores (Figura 18). Se van comparando dos rastreos sucesivos en distinta posición, considerando la distancia y la orientación de los puntos de reflejo. Si se encuentra que dos arcos se cruzan, se calcula el punto de cruce de los arcos y se agrupa para formar conjuntos que definen una marca en el mapa de navegación. Aunque es una forma de votación más simple, no permite la definición del perfil de una superficie plana debido a que no se forman triángulos en la exploración.

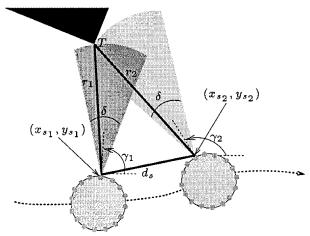


Figura 18. Principio de triangulación, fuente (Wijk & Christensen, 2000).

El algoritmo de la mediana del cruce de arco (ATM) se presenta en (Choset , Nagatani, & Lazar, 2003). Este método consiste en encontrar el punto de en medio de los cruces que contenga un arco ultrasónico. Cada arco del mapa de arcos ultrasónicos se inspecciona individualmente para encontrar los puntos del arco en particular donde tiene cruces con otros arcos formando un conjunto de puntos, la mediana de todas las intersecciones en el arco se define como el punto donde se encuentra el objeto que reflejó el eco, de esta manera se eliminan los ecos y las intersecciones falsas para formar el mapa del entorno (Figura 19). Aunque el método funciona bien, requiere de un alto costo computacional para hacer la inspección arco por arco.

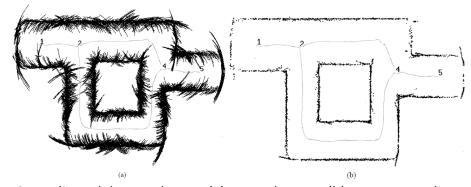


Figura 19. Mediana del cruce de arco (a) mapa de arcos (b) mapa tras aplicar el ATM, fuente (Choset , Nagatani, & Lazar, 2003).

Nuevamente Barshan propone en (Barshan B., 2007; Barshan B., 2007) otro método llamado máximo direccional (DM) similar al de votación espacial (VT) descrito en (Barshan B., 2001). La diferencia está en que en el DM no usa un umbral para eliminar los puntos, sino que selecciona en un arco en particular aquel punto que tiene la mayor cantidad de votos (máximo en la dirección) descartando los demás.

Varias técnicas de procesamiento de mapas de arcos ultrasónicos planos son comparadas en (Barshan B., 2007; Altun & Barshan, 2008). El estudio concluye que los métodos de votación espacial (VT) y el del máximo direccional (DM) son los mejores

considerando la media del error absoluto (MAE) y su tiempo de procesamiento ( $t_{CPU}$ ) (Tabla 1).

Tabla 1. Resultados del estudio comparativo, fuente (Barshan B., 2007).

method	MAE (cm)	CDRO	CDR <sub>F</sub>	CDRE	$t_{\text{CPU}}(s)$
PM	6.06	0.631	0.579	0.955	0.001
VT (thld=5)	2.63	0.883	0.881	0.896	0.074
DM (thld=5)	2.37	0.883	0.881	0.896	0.078
MP(m=7)	4.89	0.820	0.824	0.799	0.082
BU (thld=0.998)	5.20	0.773	0.768	0.799	0.563
TBF $(n_t \ge 2)$	2.70	0.414	0.320	1.000	0.010
ATM-org	4.78	0.606	0.549	0.955	1.054
ATM-mod	1.68	0.522	0.449	0.947	0.871

#### 2.2. Localización espacial.

En esta sección se revisan los conceptos y métodos básicos para determinar la ubicación y orientación del sonar dentro de una trayectoria en la que se mueve libremente. Las herramientas matemáticas para la localización y orientación espacial pueden consultarse a detalle en (Barrientos, Peñín, Balaguer, & Aracil, 2007).

#### 2.2.1. Representación de la posición.

La forma más común de representación numérica de los cuerpos en el espacio es mediante la Geometría Euclidiana, llamada así por los cinco postulados de Euclides de Alejandría (Gómez Aíza, 2004). Bajo estos postulados, la ubicación de un punto en el espacio tridimensional puede hacerse mediante sistemas de coordenadas que representan su posición mediante un conjunto de números, los más utilizados se caracterizan porque usan como referencia tres ejes perpendiculares entre sí (X,Y,Z) que se cruzan en un punto denominado origen y que tiene la coordenada (0,0,0) y son:

#### Coordenadas cartesianas.

También conocidas como coordenadas rectangulares. Los puntos en el espacio se nombran mediante tres números (x,y,z) que son las distancias ortogonales a los planos de referencia formados por los ejes XY (z=0), YZ (y=0).

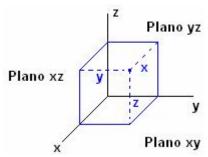


Figura 20. Coordenadas cartesianas, fuente (Paz Parra, 2007).

#### Coordenadas cilíndricas.

Es una extensión a tres dimensiones de las coordenadas polares de la geometría plana. La posición de un punto en el espacio está definida por un radio, un ángulo y una altura  $(r,\phi,z)$ . El radio r es la magnitud del vector paralelo (radiovector) al plano XY que parte desde el eje Z hasta el punto, el ángulo de dirección  $\phi$  (azimutal) es el que se forma desde el semieje positivo X hasta la proyección del radiovector sobre el plano XY, y la altura z es la distancia desde el punto hasta el plano XY. Las coordenadas pueden variar en los siguientes intervalos:  $0 \le r < \infty$ ,  $0 \le \phi < 2\pi$ ,  $-\infty < z < \infty$ .

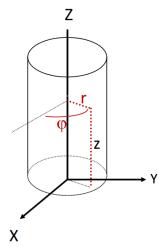


Figura 21. Coordenadas cilíndricas, fuente (Departamento de Física y Mecánica, 2010)

La relación entre coordenadas cartesianas y coordenadas cilíndricas está dada por las expresiones (9), (10) y (11):

$$x = r \cos \varphi \quad (9)$$

$$y = r \sin \varphi \quad (10)$$

$$z = z \quad (11)$$

#### Coordenadas esféricas.

En este sistema, la posición de un punto está representada mediante una distancia y dos ángulos  $(r,\theta,\phi)$ . La distancia r es la magnitud del radiovector que hay desde el origen hasta el punto, el ángulo polar  $\theta$  (colatitud) es el que hay entre el radiovector y el semieje positivo Z y el ángulo azimutal  $\phi$  está definido igual que en las coordenadas cilíndricas.

Los valores de las coordenadas pueden estar en los siguientes intervalos:  $0 \le r < \infty$ ,  $0 \le \theta < \pi$ ,  $0 \le \varphi < 2\pi$ .

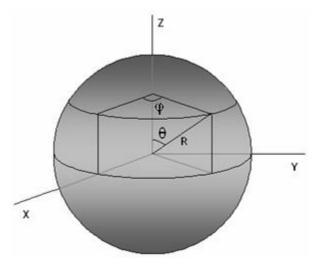


Figura 22. Coordenadas esféricas, fuente (Paz Parra, 2007)

La relación entre las coordenadas cartesianas y las coordenadas esféricas está dada por las expresiones (12), (13) y (14):

$$x = r \sin \theta \cos \varphi$$
 (12)  
 $y = r \sin \theta \sin \varphi$  (13)  
 $z = r \cos \theta$  (14)

#### 2.2.2. Representación de la orientación.

Para localizar los puntos que reflejan el eco del sonar y colocarlos en un mapa, además de la posición, es necesario saber hacia dónde está orientado el transductor. Se requiere entonces utilizar un sistema de representación para definir la orientación en el espacio del vector que une el sensor y el punto de reflejo de la onda sonora. El método más común es mediante los Ángulos de Euler que se basa en un teorema demostrado por Leonard Euler en el que establece que dos sistemas coordenados ortonormales con origen común, se pueden relacionar por una secuencia de no más de tres rotaciones sobre ejes coordenados, sin realizar rotaciones sucesivas en el mismo eje.

Para describir la orientación de un cuerpo en el espacio, se establece un sistema solidario al cuerpo que se relaciona al sistema de referencia mediante tres ángulos que representan la magnitud de los giros que se realizan sobre tres ejes ortonormales. En la navegación espacial, los ejes de giro son fijos y corresponden a los ejes X (alabeo), Y (cabeceo) y Z (guiñada) relativos a los movimientos de una nave en el aire. Para llegar del sistema de referencia al sistema solidario al cuerpo y su orientación, los giros se concatenan siguiendo un orden específico ya que la operación no es conmutativa. En el ejemplo de la Figura 23, primero se gira en Z un ángulo  $\Psi$  y se obtiene el sistema  $\mathbf{u}_1\mathbf{v}_1\mathbf{w}_1$ , en seguida se gira sobre el eje  $\mathbf{u}_1$  (X del sistema girado) un ángulo  $\theta$  para obtener el

sistema  $\mathbf{u_2v_2w_2}$ , y finalmente se hace el tercer giro  $\varphi$  sobre el eje  $\mathbf{w_2}$  (Z del sistema girado por segunda vez) para llegar al sistema  $\mathbf{u_3v_3w_3}$ .

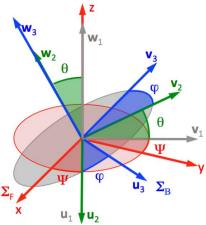


Figura 23. Ángulos de Euler en secuencia ZXZ, fuente (Altuzarra, Hernández, Amezua, & Petuya, 2012)

#### 2.2.3. Matrices de transformación.

Para localizar los puntos en el mapa detectados por el sonar en movimiento, es necesario establecer una relación entre el origen del mapa y el punto detectado a través de la posición y orientación del sonar cuando adquiere cada muestra. Mediante técnicas de navegación inercial se puede calcular la posición y orientación de un vehículo móvil respecto a un marco de referencia, integrando las medidas continuas de los acelerómetros y giroscopios (Borenstein, Everett, & Feng, 1996) y empleando el Filtro de Kalman Extendido (Rivas Gil, 2006) (Ferrer Mínguez, 2009) para obtener las magnitudes de traslación y giro en cada uno de los ejes. Con estos valores, mediante matrices de transformación se va determinando la posición y orientación del móvil en intervalos específicos de tiempo, generando así la trayectoria recorrida por el objeto.

Las matrices de transformación homogénea son ampliamente utilizadas en robótica para relacionar el sistema de referencia de un robot con el sistema de su órgano efector. En una sola matriz se puede representar la composición de todas traslaciones y rotaciones de un sistema multiplicando en el orden adecuado las matrices correspondientes a la secuencia de los movimientos. Las matrices transformación homogéneas están definidas por la ecuación (15) para una traslación T con magnitudes  $\bar{p}=(p_x,p_y,p_z)$ , por la ecuación (16) para un giro  $R_X$  un ángulo  $\alpha$  en el eje X, por la ecuación (17) para un giro  $R_Y$  un ángulo  $\beta$  en el eje Y, y por la ecuación (18) para un giro  $R_Z$  un ángulo  $\delta$  en el eje Z:

$$T(\bar{p}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p_x \\ 0 & 1 & 0 & p_y \\ 0 & 0 & 1 & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
 (15)

$$R_X(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
 (16)

$$R_Y(\beta) = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
 (17)

$$R_Z(\delta) = \begin{bmatrix} \cos \delta & -\sin \delta & 0 & 0\\ \sin \delta & \cos \delta & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
 (18)

#### 2.3. Rasterización.

Para extender las técnicas de los UAM a un espacio tridimensional es necesario dividir los casquetes esféricos en cubos de una unidad de medida entera, a este proceso se le llama *rasterizado* porque divide la figura para representarla con puntos discretos y *voxelizado* porque los objetos se representan con pixeles volumétricos (voxeles).

Debido a que se pretende que el procesamiento de los datos se haga a bordo del vehículo, se busca que el algoritmo sea rápido y fácil de embeber en dispositivos digitales y que genere esferas discretas con superficies delgadas, sin repetir voxeles, sin huecos y lo más próximas a la esfera geométrica o real correspondiente. Para reducir la potencia de cómputo requerida para el proceso, se revisaron los métodos que utilizan números enteros y operaciones básicas.

#### 2.3.1. Gráficos por computadora.

Desde los inicios de la computación, es un tema de interés la representación de líneas y curvas mediante puntos discretos a fin de mostrar figuras mediante pantallas o impresoras. Los primeros trabajos fueron sobre líneas y se extendieron rápidamente hacia el trazado de curvas, circunferencias y elipses (Pitteway, 1967) (Horn, 1976) (Bresenham J., 1977) (Zingl, 2012). Con la disponibilidad de mayor potencia de cómputo y la necesidad de gráficos con mayor resolución, los métodos de trazado de líneas, curvas y circunferencias fueron evolucionando a técnicas más robustas, complejas y poderosas (Stole & Kaufman, 2001) (Fiorio, Jamet, & Toutant, 2006) (Bhowmick & Bhattacharyab, 2008) (Rudolph-Lilith, 2016).

En (Bresenham J., 1965) se presenta un algoritmo para controlar un trazador digital (plotter) y es un hito en la historia de los gráficos por computadora ya que establece los fundamentos para la digitalización de líneas y figuras. El algoritmo trabaja con números enteros, lo que lo hace fácil de programar en microprocesadores y realiza el trazado de

líneas mediante ocho movimientos para trasladar el punto de trazo desde una posición determinada a cualquier posición adyacente en la rejilla de dibujo expresada en coordenadas cartesianas, el método tiene como principio seleccionar el pixel que tiene la menor distancia (error) de la línea geométrica (Rogers, 1984) (Figura 24).

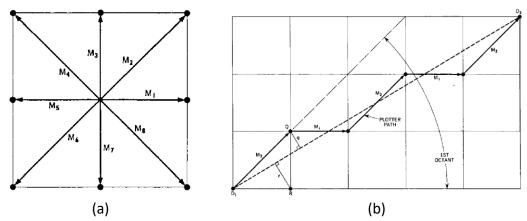


Figura 24. (a) Movimientos básicos de un plotter (b) Trazado de una línea, fuente (Bresenham J., 1965).

En (Pitteway, 1967) (Jordan, Lennon, & Holm, 1973) (Horn, 1976) se dan los primeros algoritmos para el rasterizado de curvas y circunferencias, pero es nuevamente Bresenham quien presenta en (Bresenham J. , 1977) un algoritmo que hasta la fecha es el más utilizado para el trazado de circunferencias en gráficos por computadora. Aunque existen otros algoritmos que se consideran como "extensiones" para el trazado de circunferencias discretas (Van Aken & Novak, 1985) (Andres, 1994), las principales ventajas del algoritmo de Bresenham sobre los otros es que es simple, eficiente, emplea números enteros y calcula la circunferencia mejor ajustada utilizando radios enteros (Kaufman & Shimony, 1986). El algoritmo de Bresenham que normalmente se utiliza es el simplificado para el trazo del primer cuadrante (Figura 25), los otros tres se obtienen por simetría.

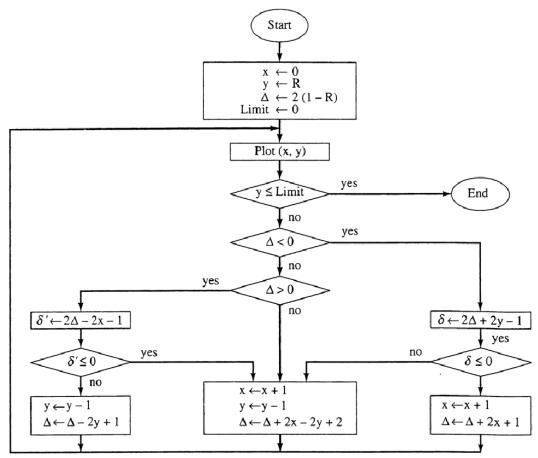


Figura 25. Algoritmo de Bresenham para el trazo del primer cuadrante de una circunferencia, fuente (Rogers, Circle Generation-Bresenham's Algorithm, 1985).

#### 2.3.2. Esferas discretas.

Las curvas discretas en el espacio es un tema importante en los campos de la impresión tridimensional (Merritt & Murphy, 1994) (Meit, y otros, 2006) (Willis, Brockmeyer, Hudson, & Poupyrev, 2012) (Sydney Gladman, Matsumoto, Nuzzo, Mahadevan, & Lewis, 2016) y en el rastreo (scanning) de objetos y reconocimiento de patrones (Kaufman & Shimony, 1986) (Tanaka, Ikeda, & Chiaki, 1998) (Zhong, 2009) (Andres & Roussillon, 2011) (Guo, Bennamoun, Sohel, Lu, & Wan, 2014). Para la creación de esferas digitales algunos autores han propuesto diversos métodos y han analizado sus características (Andres & Jacob, 1997) (Toutant, Andres, & Roussillon, 2013) (Bera, Bhowmick, & Bhattacharya, 2014) (Biswas & Bhowmick, 2015).

Uno de los primeros métodos para digitalizar esferas se presenta en (Montani & Scopigno, 1990). El algoritmo está basado en el método de Bresenham para trazar circunferencias con la versión mostrada en (Rogers, 1985). Dado que la esfera se considera como una circunferencia en revolución, el método de conversión corre dos veces el algoritmo de circunferencias, la primera sobre el plano XY en donde las coordenadas y son la altura y las x son el radio de las circunferencias o "rebanadas" (Figura 26) que se generan con la segunda corrida sobre el plano XZ. El método de

conversión de esferas a voxeles tiene el inconveniente que genera esferas con huecos, debido a que existen puntos que no encajan en algunas rebanadas contiguas.

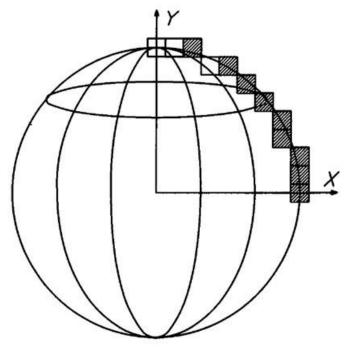


Figura 26. Generación de radios y alturas para "rebanadas" de una esfera de radio 8, fuente (Montani & Scopigno, 1990)

En (Andres, 1994) se presenta un algoritmo para definir círculos discretos como una extensión del algoritmo de (Bresenham J. , 1977) y se introduce el término de "círculo aritmético": un anillo de radio entero con un grosor de un pixel cuyos puntos son un conjunto solución de ecuaciones diofánticas. En lugar de seleccionar el más cercano a la circunferencia geométrica o real, el procedimiento descrito marca el siguiente punto de la circunferencia verificando la pertenencia al círculo aritmético mediante un algoritmo incremental sin resolver las ecuaciones diofánticas. El algoritmo puede generar discos a partir de circunferencias concéntricas sin los huecos que se generan en el método de (Bresenham J. , 1977), cuya cantidad aumenta cuadráticamente respecto al radio del círculo (Bera , Bhowmick, Stelldinger, & Bhattacharya, 2013) (Bera, Bhowmick, & Bhattacharya, 2014). Tomando los mismos principios, el autor define el concepto de "esfera aritmética" deduciéndolo del círculo aritmético para proponer un algoritmo de generación de esferas discretas como una extensión del procedimiento para generar circunferencias (Figura 27).

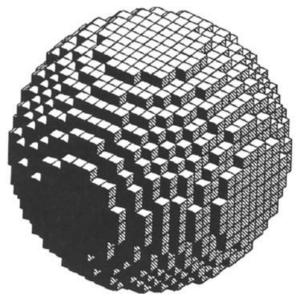


Figura 27. Esfera aritmética de radio 10, fuente (Andres, 1994).

En (Roget & Sitaraman, 2013), se presenta un método para el cálculo de la distancia mínima entre un grupo de puntos y una superficie de un cuerpo que emplea esferas discretas centradas en los puntos de prueba que van incrementando su radio en un valor entero (marchando) hasta alcanzar la superficie de interés. Los autores eligen el algoritmo de (Montani & Scopigno, 1990) como base porque es fácil de adaptar para producir solamente una parte de la esfera, pero utilizan el algoritmo del círculo de punto medio de (Van Aken & Novak, 1985) en lugar del de (Bresenham J. , 1977) y lo modifican para que no tenga huecos. La esfera es construida como una colección de circunferencias concéntricas de radio creciente paralelas al plano XZ cuyo corrimiento desde el centro hasta el radio está determinado por la rasterización de la circunferencia en el plano YZ. Básicamente, el algoritmo corre dos veces el de (Van Aken & Novak, 1985) en un octante por plano y replica por simetría los voxeles restantes para construir la esfera (Figura 28).

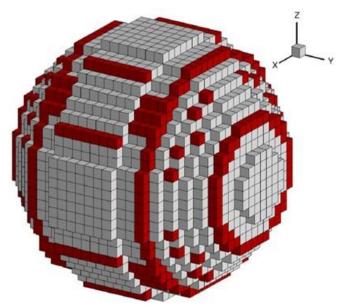


Figura 28. Esfera voxelizada de marcha de radio 12, fuente (Roget & Sitaraman, 2013)

El artículo de (Biswas & Bhowmick, 2016) se enfoca al problema de caracterizar la esfera digital o discreta para solucionar los problemas de los algoritmos de voxelización. Emplea el análisis de teoría numérica para diseñar un algoritmo que utilice solo números y operaciones enteras para encontrar una superficie digital doble-separada irreductible óptimamente aproximada a la esfera real o geométrica. Los autores presentan el algoritmo "esfera de rejilla por suma de cuadrados" hecho con operaciones aritméticas y comparaciones básicas en el dominio de los números enteros sin contener ninguna multiplicación ni división. El algoritmo genera el "octante cuadragésimo primario", una sección correspondiente a la 48ª parte de la esfera. Este segmento se replica por simetría para construir por completo la esfera (Figura 29).

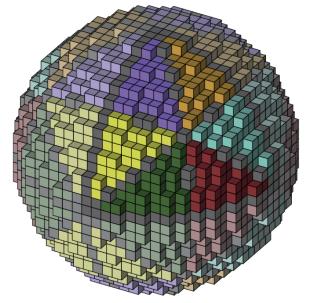


Figura 29. Esfera de rejilla de radio 12, fuente (Biswas & Bhowmick, 2016)

## 3. Mapas 3D mediante casquetes ultrasónicos.

En este capítulo presentamos la propuesta de extender la técnica de votación espacial (VT) a tres dimensiones, sustituyendo los arcos de circunferencia planos por casquetes esféricos tridimensionales para generar una nube de puntos que corresponden a los puntos de reflejo de los ecos dentro de un espacio estructurado. La primera parte trata sobre los algoritmos para la generación del casquete, la segunda parte trata sobre el algoritmo para el cálculo de la ubicación y orientación de los casquetes, y finalmente, en la tercera parte se aborda el algoritmo para la selección de los puntos partiendo de la información de distancia, orientación y ubicación dada por el sonar.

En (Baskent & Barshan, 1999) (Barshan B. , 2001) (Choset , Nagatani, & Lazar, 2003) y (Barshan B. , 2007) se desarrolla el concepto de mapa de arcos ultrasónicos (UAM) para determinar la geometría de un entorno que es explorado con sonar de pulso-eco. En estos trabajos se proponen varios métodos para distinguir los puntos de reflejo válidos de los ecos espurios y cruzados. En todos ellos se toma el patrón de radiación de la onda como fuente de incertidumbre de la orientación del punto de reflejo que se encuentra ubicado dentro de un arco de circunferencia o elipse y que puede corresponder a uno o más objetos. Los mapas resultantes corresponden a un espacio plano bidimensional (Figura 30).

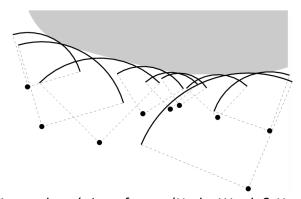


Figura 30. Arcos ultrasónicos, fuente (Harle, Ward, & Hopper, 2003).

El método propuesto extiende el principio del UAM a tres dimensiones, cambiando los arcos de circunferencia por casquetes esféricos para generar un entorno de casquetes ultrasónicos (UCE) que pueda ser procesado para encontrar las marcas del entorno tridimensional que delimiten el espacio y localicen los obstáculos. Los pasos del método propuesto son los siguientes (Figura 31):

- 1. Adquisición. Lectura y procesamiento de los datos de la distancia, posición y orientación del sonar para almacenarlos.
- 2. Rasterización. Generación de un casquete digitalizado (voxelizado) a partir de la lectura de distancia y el ángulo de apertura del patrón de radiación del sonar.

- Traslado. Transformación de las coordenadas del casquete normalizado a las coordenadas de la orientación y posición del punto de reflejo para obtener el casquete de incertidumbre.
- 4. Discriminación. Selección de puntos de reflejo válidos mediante las técnicas utilizadas en UAM para seleccionar las marcas del entorno.

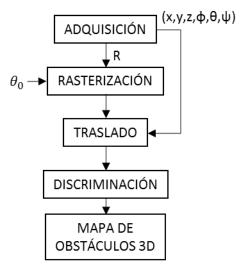


Figura 31. Esquema del método propuesto.

#### 3.1. Rasterizado.

Los algoritmos de (Andres, 1994) (Roget & Sitaraman, 2013) y (Biswas & Bhowmick, 2016) presentados en la sección 2.3.2, tienen en común la generación de segmento que se replica por simetría para construir la esfera completa, esto produce voxeles repetidos en las intersecciones de las secciones que se ensamblan, característica indeseable para extender al espacio los mapas de arcos ultrasónicos planos, ya que se utiliza el conteo de pixeles que se repiten cuando los arcos de incertidumbre se intersectan para discriminar los puntos falsos de los reales (Wijk & Christensen, 2000) (Barshan B. , 2001) (Choset , Nagatani, & Lazar, 2003) (Barshan B. , 2007).

Debido a que solo se requiere generar el casquete esférico de incertidumbre y no la esfera completa, se aborda el concepto de (Montani & Scopigno, 1990) que emplea el algoritmo de (Bresenham J. , 1977) el cual es capaz de generar el arco de circunferencia en un cuadrante completo, lo que reduce sustancialmente el número de voxeles repetidos por la réplica de las secciones y permite detenerlo en cualquier coordenada desde x=0 hasta x=R, útil para generar casquetes esféricos con distintas cuerdas y sagitas. Como en (Roget & Sitaraman, 2013), los agujeros también son indeseables y es necesario modificar el algoritmo para cubrir los huecos.

### 3.1.1. Casquete esférico.

Un casquete esférico es una sección de una esfera cortada por un plano, su base siempre es una circunferencia de radio a y tiene una altura h desde el plano de corte hasta la

superficie pasando por el radio r de la esfera (Figura 32). La altura equivale a la flecha o sagita y el radio de la base es la mitad de la cuerda de un arco de circunferencia.

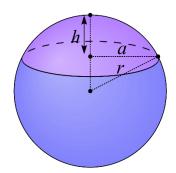


Figura 32. Casquete esférico.

El casquete se puede formar haciendo circunferencias concéntricas en el plano XY, desde el radio 0 hasta el radio de la base del casquete, con el centro en el origen. En el plano XZ se genera un arco centrado en el eje Z, la coordenada Z se hace variar desde z=r hasta z=r-h ó x=a para formar la altura del casquete. La coordenada en Z dará la altura para cada circunferencia y la coordenada en X se toma como el radio para las circunferencias del plano XY. Luego de formado el casquete centrado en el eje Z, se traslada a la orientación correspondiente.

El radio a de la circunferencia base y la altura h del casquete, considerando la distancia medida del reflejo r y el semi-ángulo del patrón de radiación  $heta_0$  están determinados por las relaciones (19) y (20):

$$a = rsen\theta_0$$
 (19)  
 
$$h = r(1 - \cos \theta_0)$$
 (20)

$$h = r(1 - \cos \theta_0) \tag{20}$$

Basado en el proceso para rasterizar una esfera descrito en (Montani & Scopigno, 1990), los pasos del algoritmo para voxelizar el casquete son:

- 1. Se introducen las entradas:
  - a. Distancia del sonar al punto de reflejo r.
  - b. Semi-ángulo de apertura del patrón de radiación  $\theta_0$ .
- 2. Se calcula el radio a de la base con la ecuación (19).
- 3. Se inicia el arco en el plano XZ con x = 0 y z = r
- 4. Si  $x \le a$  y z > 0
  - a. Calcula la circunferencia en el plano XY con radio x y centro en z=0.
  - b. Calcula la siguiente coordenada del arco en (x, z).
  - c. Repite el paso 4.

El algoritmo presentado en (Rogers, 1985) se programó en LabVIEW obteniendo una circunferencia cerrada sin repetir puntos. El siguiente paso fue generar un círculo con circunferencias concéntricas haciendo variar el radio desde 0 hasta un valor determinado como el radio del disco. Se comparó contra un algoritmo que utiliza la ecuación de la circunferencia con valores enteros. Ambos producen la imagen del mismo círculo, pero el algoritmo de Bresenham no duplica pixeles (Figura 33).

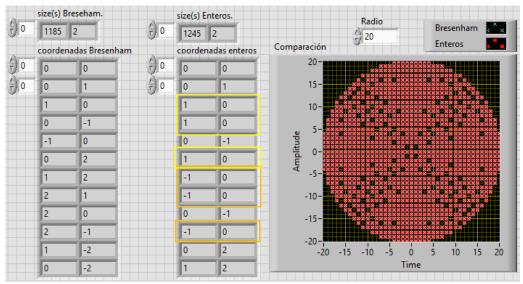


Figura 33. Comparación de algoritmos para generar circunferencias.

A pesar de que el círculo o disco está formado por circunferencias concéntricas cerradas, debido al proceso de selección de pixel basado en el error, el algoritmo de Bresenham genera agujeros al hacer movimientos diagonales. Este problema se analiza en (Andres & Jacob, 1997) (Stole & Kaufman, 2001) (Fiorio, Jamet, & Toutant, 2006) y (Bhowmick & Bhattacharyab, 2008). En (Bera, Bhowmick, Stelldinger, & Bhattacharya, 2013) se analiza específicamente los agujeros producidos por el algoritmo de Bresenham en un disco y en (Bera, Bhowmick, & Bhattach, 2014) se extienden a una esfera para crear una superficie completamente cerrada, en ambos se muestra que la cantidad de pixeles vacíos aumenta cuadráticamente respecto al radio del círculo.

Aunque se encontraron y probaron otros algoritmos para generar esferas (Horn, 1976) y circunferencias digitales (Andres & Jacob, 1997) (Zingl, 2012), solamente el algoritmo de (Bresenham J. , 1977) traza las circunferencias mejor ajustadas a la real, centradas, simétricas y sin repetir pixeles en un cuadrante completo. Para cubrir los agujeros se trató de implementar lo propuesto en (Roget & Sitaraman, 2013) pero se observa que el algoritmo reportado produce circunferencias extra que engrosa la superficie de la esfera (Figura 34) y repite voxeles al utilizar el algoritmo del círculo de punto medio de (Van Aken & Novak, 1985) en lugar del de (Bresenham J. , 1977).

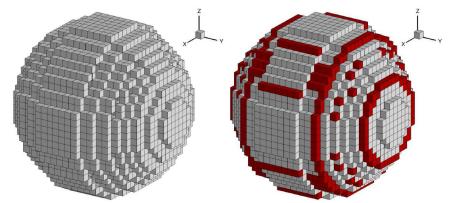


Figura 34. Esferas voxelizadas, en rojo voxeles "parche", fuente (Roget & Sitaraman, 2013).

## 3.1.2. Modificación al algoritmo de conversión de esferas a voxeles.

Para cubrir los agujeros y generar los parches en cada circunferencia, el algoritmo propuesto observa lo descrito en (Roget & Sitaraman, 2013), pero la modificación solo la hacemos en la generación de las circunferencias concéntricas (rebanadas) en el plano XY y no en la generación del arco que determina el corrimiento (altura) de las rebanadas en el plano XZ y utilizamos el algoritmo de (Bresenham J. , 1977) en lugar del de (Van Aken & Novak, 1985).

Analizando el algoritmo de (Rogers, 1985) utilizado para producir esferas en (Montani & Scopigno, 1990), un agujero se produce en dos circunferencias concéntricas y adyacentes, una interior de radio r y otra exterior de radio r+1, cuando en la circunferencia interna que tiene un pixel en (x,y) le sigue un pixel en (x+1,y-1) y en la circunferencia exterior que tiene un pixel en (x,y+1) le sigue un pixel ubicado en (x+1,y+1), es decir cuando a la misma posición del eje X le sigue un movimiento diagonal para la circunferencia interior y uno horizontal para la exterior (Figura 35).

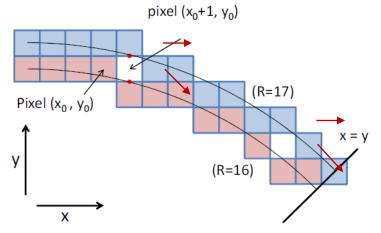


Figura 35. Creación de huecos, fuente (Roget & Sitaraman, 2013).

Si el trazo de la circunferencia inicia en x=0 y y=r, durante el trazado en el segundo octante  $(0 \le x \le y)$  el valor de x se incrementa en cada iteración, en tanto que el de y

puede mantenerse igual para el movimiento horizontal o disminuir para el movimiento diagonal. La decisión de mantener o disminuir el valor de y se basa en evaluar la diferencia de la distancia que hay entre punto de la circunferencia original y el pixel horizontal (x+1,y) menos la distancia que hay del punto de la circunferencia original y el pixel diagonal (x+1,y-1), si la diferencia es negativa el pixel diagonal está más cerca y se elige el movimiento diagonal. La diferencia se calcula mediante la expresión (21):

$$\delta = |(x+1)^2 + y^2 - r^2| - |(x+1)^2 + (y-1)^2 - r^2|$$
 (21)

Para detectar cuándo un agujero se genera en el círculo, se ubican en el algoritmo los momentos en que se hace un movimiento que puede producir un hueco entre la circunferencia interior de radio r y la circunferencia exterior de radio r+1. Esto sucede cuando la interior hace un movimiento diagonal y la exterior hace un movimiento horizontal en el segundo octante y cuando la interior hace un movimiento vertical y la exterior un movimiento diagonal en el primer octante. Para decidir cuál es el pixel siguiente del trazado se utilizan dos indicadores:  $\Delta_i$  Para determinar si la circunferencia real pasa por afuera, por dentro o justo sobre del pixel diagonal  $(x_i+1,y_i-1)$  y  $\delta$  para definir cuál es el pixel más cercano, estos indicadores están dados por las relaciones (22) y (23):

$$\Delta_i = (x_i + 1)^2 + (y_i - 1)^2 - r^2 \tag{22}$$

$$\delta = \begin{cases} 2\Delta_i + 2y_i - 1; si \ \Delta_i < 0 \\ 2\Delta_i - 2x_i - 1; si \ \Delta_i > 0 \end{cases}$$
 (23)

El movimiento diagonal de  $(x_i, y_i)$  a  $(x_i + 1, y_i - 1)$  sucede:

- 1. Cuando la circunferencia real se encuentra por afuera y muy cercana al pixel de la diagonal, entonces  $\Delta_i < 0$  y  $\delta > 0$  (caso 1, Figura 36).
- 2. Cuando la circunferencia real se encuentra por dentro y muy cercana del pixel de la diagonal, entonces  $\Delta_i > 0$  y  $\delta \leq 0$  (caso 3, Figura 36).
- 3. Cuando la circunferencia real se encuentra justo sobre el pixel de la diagonal, entonces  $\Delta_i = 0$  (caso 5, Figura 36).

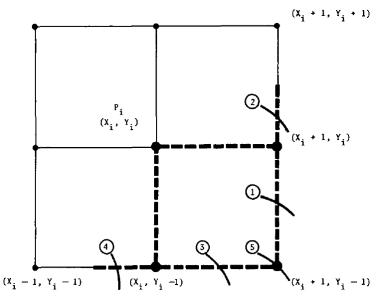


Figura 36. Casos posibles para el siguiente pixel, fuente (Bresenham J., 1977).

Para detectar cuando se genera un agujero, es necesario saber cuál es el movimiento que hace la circunferencia siguiente de radio r+1 observando signo del indicador  $\delta_{r+1}$ . Sustituyendo las coordenadas correspondientes a la circunferencia siguiente en la expresión (23), el indicador  $\delta_{r+1}$  queda definido como en la relación (24):

$$\delta_{r+1} = \begin{cases} 2\Delta_i + 6y_i - 4r - 3; si \ \Delta_i < 0 \\ 2\Delta_i + 2x_i - 4r + 1; si \ \Delta_i > 0 \end{cases}$$
 (24)

De esta forma, un agujero se produce cuando:

- 1.  $\Delta_i < 0 \text{ y } \delta > 0 \text{ y } \delta_{r+1} \le 0.$
- 2.  $\Delta_i > 0$  y  $\delta \leq 0$  y  $\delta_{r+1} \leq 0$ .
- 3.  $\Delta_i = 0 \text{ y } \delta_{r+1} \leq 0.$

El algoritmo se probó en el primer cuadrante, pero resultó que repetía u omitía pixeles cercanos a la diagonal cuando ambas circunferencias hacían movimientos diagonales en el primer octante. Por esta razón se decidió solamente trabajar la detección de agujeros en el segundo octante y poner los parches por simetría.

## 3.1.3. Algoritmo generador de casquetes voxelizados.

El procedimiento final para la rasterización de casquetes de incertidumbre centrados en el eje Z se realiza generando un arco de circunferencia con el algoritmo de Bresenham, teniendo como datos de entrada la distancia medida con el sonar R y el ángulo de apertura del patrón de radiación  $\theta_0$  (Figura 37). Esta primera ejecución proporciona las coordenadas Z del casquete y el radio rc de las "rebanadas" del casquete, se detiene cuando la coordenada z alcanza el radio r de la circunferencia más grande del casquete. Dentro de la primera ejecución se inserta una segunda ejecución del algoritmo de Bresenham para generar las circunferencias o rebanadas que integran el casquete (Figura 38), esta segunda ejecución proporciona las coordenadas del casquete sobre el

plano XY. La segunda ejecución genera un arco en el segundo octante y se replica por simetría para completar la circunferencia (Figura 39) y fue modificada insertándole el algoritmo para detectar los huecos y generar los parches analizado en la sección 3.1.2 (Figura 40).

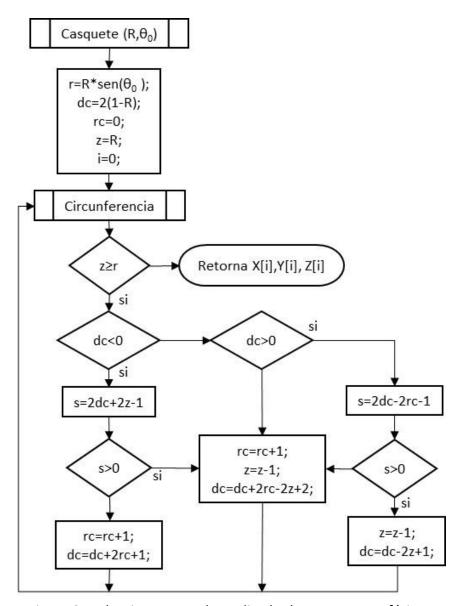


Figura 37. Algoritmo para el voxelizado de casquetes esféricos.

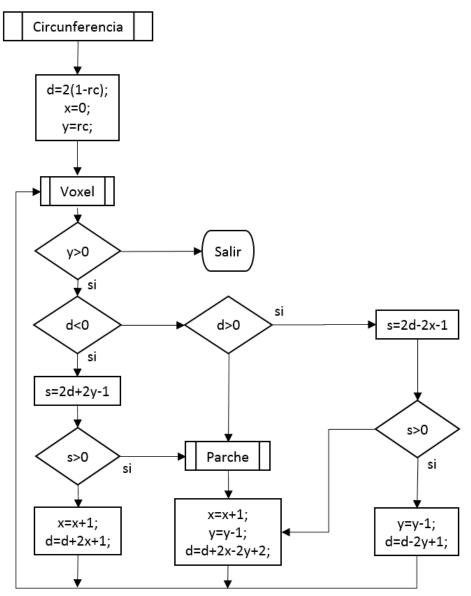


Figura 38. Algoritmo de Bresenham modificado para la generación de circunferencias.

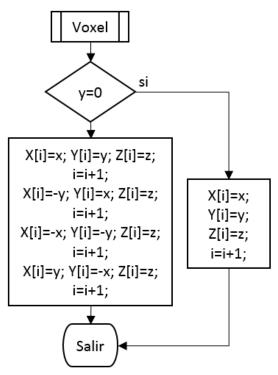


Figura 39. Algoritmo para la réplica de arcos por simetría.

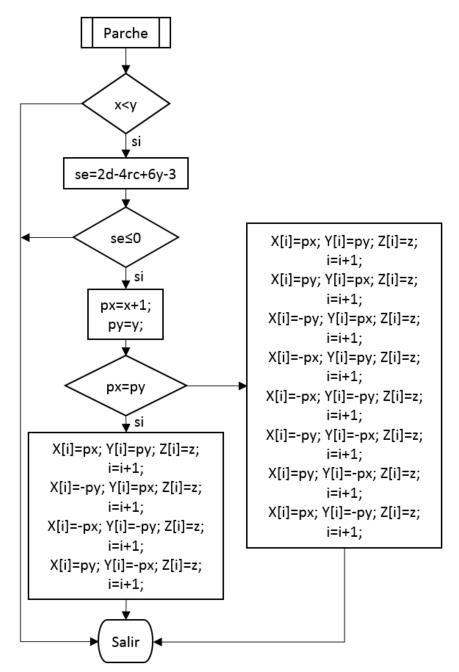


Figura 40. Algoritmo para la detección de huecos y generación de parches.

Asegurada la superficie sin agujeros en el plano XY, es posible construir el casquete esférico cerrado (Figura 41). Con esto tenemos la certeza de que, para cada eco recibido del sonar, corresponderá un casquete esférico voxelizado cerrado y sin voxeles repetidos que representa la incertidumbre de la ubicación del punto de reflejo.

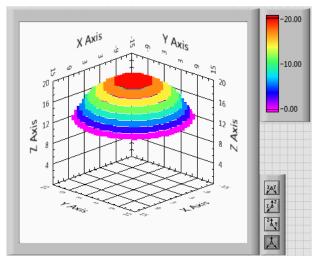


Figura 41. Casquete voxelizado.

El algoritmo modificado descrito en la sección 3.1.3 se programó en LabVIEW y redujo el tamaño de código, tiempo de procesamiento y memoria utilizada para la generación del casquete. Otros cambios que se hicieron al programa fueron el procesamiento de los arreglos para replicar los pixeles del primer cuadrante y los parches del segundo octante y el formato de las variables para ahorrar memoria.

A pesar de las mejoras, la memoria para calcular los casquetes y hacer el proceso de votación espacial podría ser una fuerte limitante del método para la exploración y mapeo de grandes volúmenes como se usa en oceanografía. Un espacio tridimensional de 1024 por lado representado en 8 bits requiere cerca de 1 Gigabyte de memoria, lo que alcanzaría para 1 000 m³ de exploración con un centímetro cúbico de resolución, suficiente para explorar una planta de un edificio de 350 m² de superficie con una altura interior de 2.8 m, sin embargo para exploraciones más largas, se puede implementar el uso de árboles para el almacenamiento del mapa como se expone en (Fairfield, Kantor, & Wettergreen, 2007).

### 3.2. Traslado y orientación de los casquetes.

Los casquetes de incertidumbre voxelizados se generan orientados y centrados en el eje Z positivo. Es necesario trasladarlos y orientarlos hacia la posición del punto detectado por el sonar y en el eje de la emisión de la ráfaga de sonido. Para ello hacemos uso de matrices de transformación homogénea descritas en la sección 2.2.3, recordando que es importante el orden de las matrices. En el caso de la navegación inercial, la posición y orientación del móvil se va actualizando con cada muestra de datos provenientes de los sensores, de manera que la última posición y orientación  $A_f$  es el resultado de las transformaciones sucesivas de cada actualización  $n^{-1}_nA$  desde el origen O hasta la última muestra  $f^{-1}_fA$ , conforme a las operaciones matriciales de la expresión (25):

$$A_f = {}_1^o A \cdot {}_2^1 A \cdot \dots \cdot {}_n^{n-1} A \cdot \dots \cdot {}_f^{f-1} A \cdot O$$
 (25)

Típicamente, se suele rotar el móvil en la secuencia deriva (guiñada  $\psi$ ) - inclinación (cabeceo  $\theta$ ) – giro (alabeo  $\varphi$ ) y trasladarlo en los ejes cartesianos ( $d_{X},d_{Y},d_{Z}$ ), como se menciona en la sección 2.2, por lo que la matriz de transformación homogénea para cambiar de un sistema de referencia al siguiente en cada muestra puede ser descrita por la matriz de la ecuación (26):

$${}^{n-1}_{n}A = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & c\theta s\psi & -s\theta & d_X \\ c\psi s\theta s\phi - s\psi c\phi & c\psi c\phi + s\psi s\theta s\phi & c\theta s\phi & d_Y \\ c\psi s\theta c\phi + s\psi s\phi & s\psi s\theta c\phi - c\psi s\phi & c\theta c\phi & d_y \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(26)

A partir de los datos de posición (x,y,z) y orientación ( $\phi$ , $\theta$ , $\psi$ ) del sonar se trasladan las coordenadas de cada voxel (X[j],Y[j],Z[j]) del casquete mediante la matriz de traslado  $\mathbf{T}$  que equivale a la matriz  $A_f$  de la ecuación (25). El resultado es un arreglo S con las coordenadas del casquete de incertidumbre trasladado y orientado hacia el punto de detección del reflejo (Figura 42).

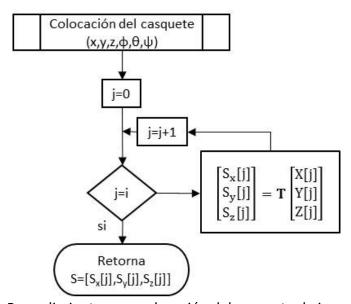


Figura 42. Procedimiento para colocación del casquete de incertidumbre.

## 3.3. Discriminación.

Una vez colocados y orientados los casquetes de incertidumbre de cada punto detectado por el sonar, el paso siguiente es separar los ecos verdaderos de los espurios producidos por diafonía, ecos cruzados, especularidad y fallas en la comunicación. Para ello se eligió el método de votación espacial presentado en (Barshan B. , 2001) extendiéndolo a tres dimensiones. Para aplicar el método, además de rasterizar los casquetes esféricos de la incertidumbre y trasladarlos en el espacio, fue necesario generar un arreglo tridimensional para localizar los puntos detectados por el sonar,

depositar en cada coordenada la cantidad de votos por el cruce de casquetes en ese punto y luego discriminar los puntos válidos de los espurios mediante un rastreo voxel por voxel. El proceso se realiza fuera de línea y se dividió en tres partes:

#### 3.3.1. Votación.

En esta etapa, las coordenadas de cada voxel de un casquete de incertidumbre se utilizan para indexar un arreglo de tres dimensiones con el tamaño del espacio de interés. Cada elemento del arreglo representa una unidad de medida en el espacio y contiene los votos que va acumulando cada punto por el cruce de casquetes en esa posición en particular. Cada vez que se leen las coordenadas de un voxel  $(S_X[j],S_Y[j],S_Z[j])$  de la nube de incertidumbre, se agrega el valor de 1 a esa posición del arreglo del espacio, aumentando el número de votos que indica el número de veces que ese voxel es "tocado" por un casquete. El resultado es un arreglo V de tres índices que contiene la cantidad de votos en cada voxel del espacio de interés (Figura 43). Los voxeles que no fueron tocados por un casquete tienen 0 votos.

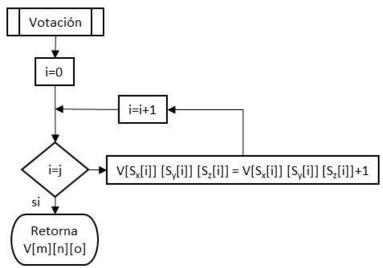


Figura 43. Procedimiento de votación espacial.

### 3.3.2. Escrutinio.

Una vez obtenidos los votos en el espacio, el siguiente paso es seleccionar aquellos voxeles que tienen una cantidad de votos igual o mayor a la de un umbral (Th) elegido arbitrariamente. Para ello, se explora el arreglo tridimensional de votos V elemento a elemento. Los elementos cuyo contenido iguala o supera el umbral se eligen y sus coordenadas y contenido se registran en una tabla o se marcan como coordenada de localización de un obstáculo. El resultado de este proceso es un arreglo M de coordenadas que integran el mapa tridimensional de localización de obstáculos (Figura 44).

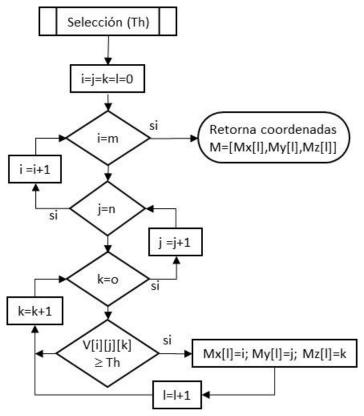


Figura 44. Procedimiento de selección.

#### 4. Validación.

En este capítulo mostramos los experimentos que se realizaron durante toda la investigación. Abarca desde la prueba de los instrumentos de medición hasta las pruebas del generador de entornos. Se muestran los resultados de cada prueba, mismos que se analizan y discuten en el capítulo siguiente.

## 4.1. Equipos e instrumentos

El rastreo del espacio se hizo mediante un sistema digital que integra los sensores. Los datos de las medidas de los instrumentos fueron transmitidos para su procesamiento a una computadora donde se aplicaron los algoritmos que construyen el entorno de casquetes ultrasónicos y seleccionan los puntos de reflejo mediante el proceso de votación espacial.

Para los rastreos fue necesario construir y programar un sistema digital para procesar, almacenar y transmitir la información proveniente de los instrumentos. El instrumento integra sensores de distancia ultrasónicos (sonar) distribuidos en un círculo con orientación paralela a radios separados cada 30° (Figura 45). Esta distribución permitió una cobertura completa en el plano de la circunferencia de los sensores a una distancia limitada por el alcance de los sensores.

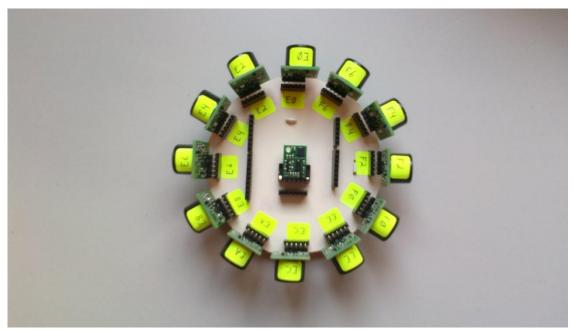


Figura 45. Arreglo de transductores ultrasónicos.

La gestión de los datos y control de los sensores se procesó mediante un microcontrolador. El empleo de sistemas digitales programables o reconfigurables proporciona suficiente flexibilidad para probar diferentes estrategias de radiación, localización e identificación de obstáculos.

El sistema tiene capacidad para integrar una memoria FLASH y dispositivos de comunicación inalámbrica para almacenar y transmitir la información para un posible post-procesamiento con algoritmos y programas más sofisticados que requieran de mayor potencia de cómputo, de interfaces hombre-máquina o de interconectividad con el control del robot (Figura 46).

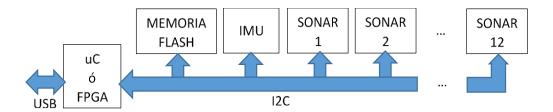


Figura 46. Elementos del sistema digital.

Para la lectura de los instrumentos se integró un sistema de medición (Figura 47) compuesto por el sonar SRF02, la unidad de medición inercial MinIMU9, el módulo de comunicación multifunción USB-ISS y un instrumento virtual desarrollado en LabVIEW 2010 que corre en una computadora personal con el sistema operativo Windows 7.

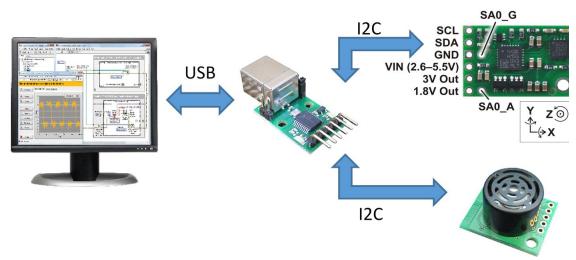


Figura 47. Sistema de medición.

Las funciones del instrumento virtual son:

- Sirve de Interface Humano-Máquina (HMI).
- Configura los dispositivos de comunicación y medición.
- Comanda los instrumentos para la lectura de los datos.
- Lee, procesa y almacena los datos en formato de tabla en el disco duro.

#### 4.1.1. Sonar.

La primera etapa fue seleccionar y probar los instrumentos que utilizamos para los experimentos. El objetivo fue dominar la operación de los dispositivos y validar las lecturas, de esta forma nos aseguramos de contar con datos confiables para los experimentos y explotar plenamente las capacidades de los instrumentos.

Para los experimentos se buscaron sensores ultrasónicos de distancia en el mercado, se eligió trabajar con el sensor SRF02 (Figura 48) de Robot Electronics que cuenta con las siguientes características:

- Comunicación I2C o TTL serie.
- Hasta 16 módulos en el mismo bus.
- Un único transductor.
- Autoajustable.
- Tiempo de respuesta 70 ms.
- Alcance de 15 cm a 600 cm.
- Indicación en pulgadas, centímetros o microsegundos (TOF) en 16 bits.
- Apertura del patrón de dispersión 30°.
- Costo \$252.00 MXN.

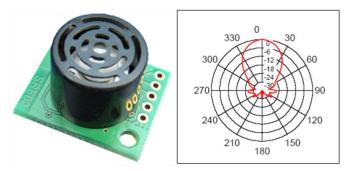


Figura 48. Sonar SRF02 (izquierda) y su patrón de dispersión (derecha), fuente (Robot Electronics, 2015).

Para probar el sonar y determinar cuál formato de lectura proporciona la mejor medida, se elaboró un instrumento virtual que permitiera el control del instrumento y la lectura y almacenamiento de los datos. El programa permite en un solo disparo la captura manual de las lecturas de distancia en tiempo de vuelo, en centímetros y en pulgadas, así como el ingreso del valor nominal de la distancia. Se tomaron seis lecturas cada cinco centímetros en el intervalo de 15 cm a 150 cm. Los datos se almacenaron digitalmente en formato de tabla para su procesamiento posterior.

Con los datos capturados se revisó su concordancia con valores nominales comparándolo con una cinta métrica, los datos capturados en tiempo de vuelo y en pulgadas fueron convertidos a centímetros para compararlos. El promedio del error fue de -1.47 cm para la lectura en centímetros, de -1.36 cm para la lectura en tiempo de vuelo y de -2.49 cm para la lectura en pulgadas. También se observó que el error es alto a los 15 cm y disminuye a partir de los 20 cm (Figura 49). Las varianzas de las lecturas fueron de 4.21 en cm, 4.57 en tiempo de vuelo y 4.78 en pulgadas. Tras esta prueba, se concluye que el mejor formato para la medida de la distancia es leerlos directamente en centímetros.

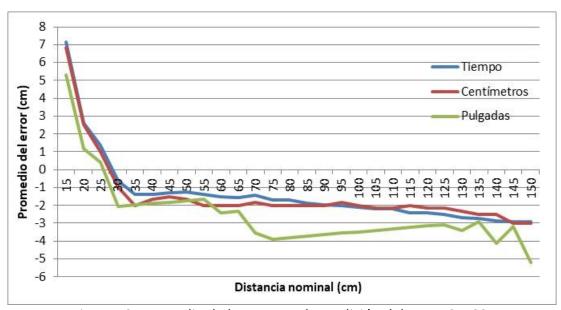


Figura 49. Promedio de los errores de medición del sonar SRF02.

#### 4.1.2. Mecanismo rastreador.

El arreglo circular de sonares se montó sobre un mecanismo tipo teodolito de dos grados de libertad capaz de girar 360° sobre el eje vertical o azimut  $\phi$  con una resolución de dos grados y 180° sobre su eje horizontal o colatitud  $\theta$  con una resolución de un grado (Figura 50), la orientación  $\alpha_i$  de cada sonar  $S_i$  sobre el plano del arreglo son valores fijos múltiplos de 30° (0°, 30°, 60°, ... ,270°, 300°, 330°). Para colocar cada pose de insonificación se hacían girar los ejes para orientar el arreglo y se tomaba una medida de distancia en centímetros enteros con los sonares. Los datos de la posición, orientación y distancia medida en cada muestra fueron gestionados y almacenados mediante instrumentos virtuales desarrollados en LabVIEW. El control del mecanismo y los sensores se realizó utilizando un microcontrolador ATMEGA328P.

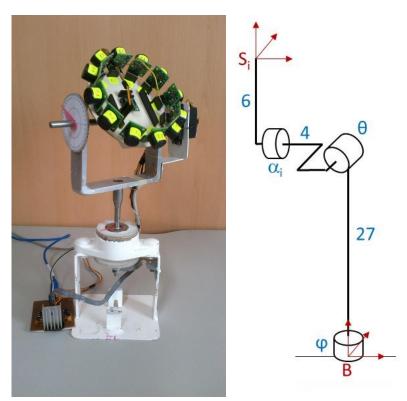


Figura 50. Mecanismo y arreglo de sonares para insonificación (izquierda) y su modelo cinemático (derecha).

# 4.2. Experimentos.

Se realizaron pruebas con la finalidad de comprobar si los algoritmos son capaces de proporcionar marcas que distingan los obstáculos. Primero un objeto sobre un plano (prominencia) y luego las paredes de un entorno cerrado (ambiente).

### 4.2.1. Detección de prominencia.

Se utilizó como zona para la insonificación una pared donde se encuentra montado un equipo de aire acondicionado que sirve como prominencia para observar si el método distingue entre las dos superficies. El panel frontal del aire acondicionado tiene una superficie aproximada de 56 cm de ancho por 37 cm de alto y sobre sale de la pared 16 cm.

### Adquisición.

El instrumento utilizado fue un solo sonar SRFO2 montado sobre un trípode cuya posición y orientación se fueron cambiando manualmente. Los desplazamientos del sonar se hicieron a una distancia de unos 53 cm en un plano paralelo a la pared cuyo eje X corresponde a la horizontal, el Y a la vertical y el Z es perpendicular apuntando hacia la pared. La orientación del transductor giraba sobre el eje Y (Figura 51).

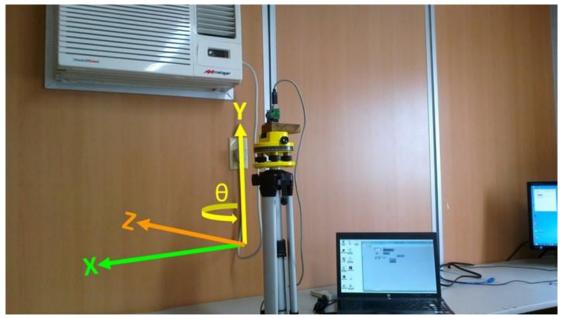


Figura 51. Montaje para la detección de prominencia.

La adquisición de los datos se hizo mediante un programa codificado en LabVIEW que controla y recibe datos del sonar y en el que se ingresa manualmente la posición y orientación del transductor. El programa comunica la computadora con los instrumentos por USB y almacena la información en un archivo digital de texto en un formato de tabla delimitado por tabuladores.

### Voxelizado.

Con las distancias detectadas en cada punto y orientación del sonar se calcularon los casquetes esféricos correspondientes. Estos casquetes representan la incertidumbre de la ubicación del punto de reflejo (Moravec & Elfes, 1985) (Barshan & Kuc, 1990) (Ko, Kim, & Chung, 1996) (de Moustier, 2011). El algoritmo presentado en la sección 3.1.3 fue codificado en LabVIEW para generar un casquete voxelizado con una superficie "cerrada" con centro en el origen y apuntando hacia el eje Z (Figura 52). El radio del casquete es el valor entero correspondiente a la distancia medida por el sonar en cada muestra y se lee desde el archivo digital de texto que contiene los datos de la insonificación.

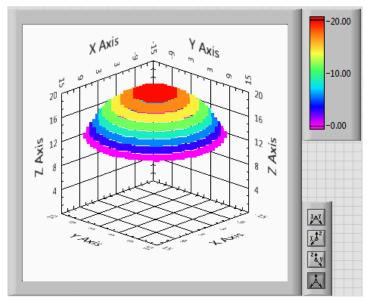


Figura 52. Casquete voxelizado (r=20).

## Posición y orientación.

La posición y orientación del sonar en cada muestra fueron ingresadas manualmente en la adquisición de datos. Se realizaron dos insonificaciones: La primera con el sonar alineado al eje Z cambiando su posición cada 10 cm en los ejes X y Y. La segunda girando sobre el eje Y la orientación del sonar, colocándolo en -40°, -20°, 0°, 20° y 40° cambiando su ubicación cada 5 cm en los ejes X y Y. Los datos almacenados fueron la posición en X, la posición en Y, el ángulo de orientación sobre el eje Y y la distancia detectada por el sonar.

## Traslación y rotación.

Con la información de la posición y orientación del sonar en cada muestra, se gira y traslada el casquete correspondiente. Las coordenadas (x,y,z) de cada voxel del casquete generado en el voxelizado se cambian, como se describe en la sección 3.2, utilizando matrices de transformación para rotar el casquete un ángulo  $\theta$  sobre el eje Y y trasladar su centro esférico al punto de toma de la muestra  $(x_r,y_r,0)$  para obtener las coordenadas (x',y',z') de los voxeles correspondientes al casquete de la incertidumbre de la ubicación del punto de reflejo en el espacio. La relación de transformación está dada por la ecuación matricial (27):

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_r \\ y_r \\ 0 \end{bmatrix}$$
(27)

#### Марео.

Cada uno de los casquetes de incertidumbre que se generan en la traslación y rotación se acumulan en una matriz que contiene las coordenadas de los voxeles que integran el UCE. Esta matriz contiene todos los puntos donde probablemente se encuentre un objeto sólido en el espacio que fue insonificado (Figura 53).

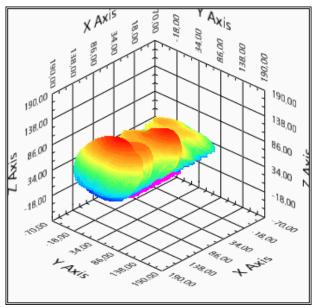


Figura 53. Entorno de casquetes ultrasónicos.

#### Discriminación.

Para eliminar los puntos de ecos cruzados y falsas lecturas, se utiliza el método de votación y umbral descrito en (Barshan B. , 2001) extendido a tres dimensiones. Como se describe en la sección 3.3, el algoritmo de votación toma los datos de la matriz del UCE y genera un arreglo de tres dimensiones para almacenar los votos de cada voxel del UCE. La matriz se va leyendo por renglones y con las coordenadas de cada renglón se asigna un voto al voxel correspondiente en el arreglo tridimensional. Terminado el proceso de votación, el arreglo tridimensional contiene el número de casquetes que tocan un voxel determinado. Posteriormente se seleccionan aquellos voxeles cuya cantidad de votos se encuentran por arriba de un valor de umbral determinado por el usuario. Entre más votos tenga un voxel significa que hay más casquetes que en su cercanía detectaron un objeto sólido. El resultado es una nube de voxeles o puntos que nos permiten identificar que existe un cuerpo solido en un lugar del espacio insonificado que se analiza en la sección 4.3.1.

#### 4.2.2. Detección de obstáculos en tres dimensiones.

Se realizó un segundo experimento donde un ambiente estructurado cerrado fue insonificado en las tres dimensiones. El ambiente del experimento fue construido en la esquina de un cubículo bajo una mesa de escritorio y cerrado por barandales (Figura 54). La distancia entre los barandales y su correspondiente muro de enfrente fue de 140 cm y la altura del piso a la superficie inferior de la mesa fue de 73 cm. La distancia de la pared a la orilla de la mesa fue de 59 cm. En el interior del ambiente se colocó un tapete cuadriculado en el piso sobre el cual se fue ubicando el arreglo del sonar en diferentes posiciones separadas 10 cm entre sí.



Figura 54. Escenario para la detección de obstáculos en tres dimensiones.

Para la insonificación se utilizó el mecanismo rastreador descrito en la sección 4.1.2. En cada posición de insonificación se hacían girar los ejes para orientar el arreglo cada 30° en cada eje para tomar una medida de distancia en centímetros con los sonares. Los datos de la posición, orientación y distancia medida en cada muestra fueron gestionados y almacenados mediante instrumentos virtuales programados en LabVIEW.

Terminada la insonificación, los datos almacenados fueron procesados posteriormente utilizando el método de votación espacial para descartar los puntos generados por ecos cruzados y falsos, diafonía, especularidad y errores de comunicación. El procedimiento fue el siguiente:

- 1. Se leen los datos de posición (x,y,z), orientación  $(\varphi,\theta)$  del mecanismo y la distancia medida (R) de un solo transductor del arreglo.
- 2. Para producir la nube de puntos "crudos", se genera para cada muestra un voxel sobre el eje Z(0,0,R).
- Con los valores máximo y mínimo de cada eje se determina el tamaño del espacio y se crea una matriz tridimensional para contener los votos de cada voxel en el espacio.
- 4. Se genera la nube de puntos de incertidumbre, creando para cada muestra un casquete de esfera voxelizado con radio R sobre el eje Z y los voxeles del casquete se trasladan y orientan mediante la matriz de transformación (28):

$$T = \begin{bmatrix} c\varphi c\theta & -s\theta & c\varphi s\theta & c\varphi[c\theta(x-4)+s\theta(z+6)] - y(s\varphi) \\ s\varphi c\theta & c\varphi & s\varphi s\theta & s\varphi[c\theta(x-4)+s\theta(z+6)] + y(c\varphi) \\ -s\varphi & 0 & c\theta & s\theta(x-4) - c\theta(z+6) + 27 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(28)

5. Cada vez que se traslada y orienta un casquete, las coordenadas de cada voxel se ingresan al algoritmo de votación para ir incrementando en una unidad la cantidad de votos para cada voxel en el espacio. El valor de los votos representa

- el número de veces que un punto en el espacio es alcanzado por un casquete de incertidumbre.
- 6. Terminada la generación de la nube de incertidumbre, la matriz tridimensional que contiene los votos se procesa para seleccionar los voxeles que tienen una cantidad de votos mayor a un umbral fijado arbitrariamente y se obtiene la nube de puntos que representa la localización espacial de los obstáculos.

Partiendo de los valores de umbral reportados en la literatura, se observaron los mapas resultantes y se fue aumentando el valor del umbral hasta que finalmente, utilizando un umbral de 50, la nube de puntos resultante nos permite observar que es posible distinguir la ubicación de los obstáculos del ambiente del experimento. En la Figura 55 se observan las nubes de puntos correspondientes a los barandales (1, 2), las paredes (3, 4), el escritorio (5) e inclusive las cajoneras (6, 7).

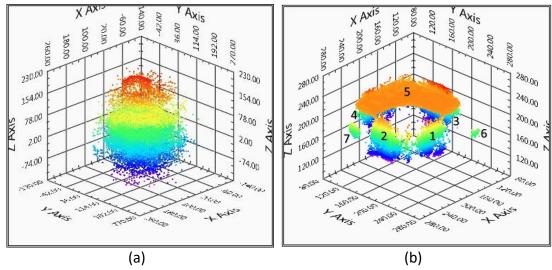


Figura 55. Nubes de puntos: (a) Detectados por el sonar, (b) de la localización de los obstáculos tras aplicar el método propuesto.

### 4.3. Análisis.

En esta sección se muestran los resultados obtenidos al aplicar el método propuesto y se reflexiona sobre su utilidad para la generación de mapas de localización de obstáculos en tres dimensiones utilizando un solo transductor de pulso-eco.

## 4.3.1. Resultados.

### Detección de protuberancia.

De la adquisición de datos del experimento de la sección 4.2.1, donde se rastreó el panel frontal de un aire acondicionado montado en la pared, se obtienen marcas del entorno en las que difícilmente se distinguen visualmente las dos superficies de la zona de prueba (Figura 56). Esto sucede porque se registran datos erróneos debido a fallas del sonar y ecos falsos provocados por el ángulo de incidencia de la onda sonora que no

cumple con la condición de Rayleigh para la especularidad (Martínez Rodríguez, Vitola Oyaga, & Sandoval Cantor, 2007) (Grynko & Pulbere, 2009) o el rebote en una esquina o en un filo que proporciona la lectura de una distancia distinta a la real (Restrepo Girón, Loaiza Correa, & Caicedo Bravo, 2009).

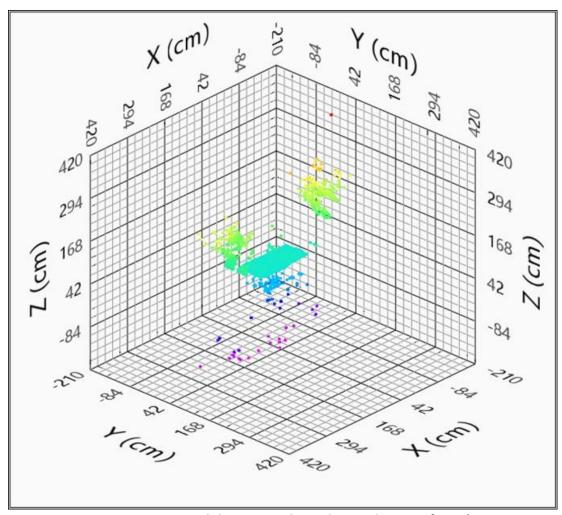


Figura 56. Marcas del entorno obtenidas por la insonificación.

Tras correr los algoritmos del método se obtuvieron nubes de puntos en las que se pueden distinguir visualmente dos superficies, una corresponde a la pared y la otra al panel frontal del aire acondicionado. Para tener una referencia y poder comparar los resultados del primer experimento, se rastreó el mismo aire acondicionado utilizando el escáner óptico ZScanner 800 (Z Corporation, 2007) (Figura 57).



Figura 57. Rastreo con el ZScanner 800.

Los datos reportados en milímetros por el escáner óptico fueron redondeados a valores en centímetros enteros. Se obtuvieron muchos voxeles repetidos debido al redondeo por lo que fueron sometidos al método de votación para eliminar los repetidos. Los voxeles obtenidos mediante el método propuesto de casquetes ultrasónicos y los obtenidos con el ZScanner 800 fueron graficados con LabVIEW a fin de comparar visualmente los resultados de ambas medidas, en tonos amarillo-verde se pueden distinguir los puntos de la superficie del panel frontal y en azul-violeta los de la pared (Figura 58 y Figura 59).

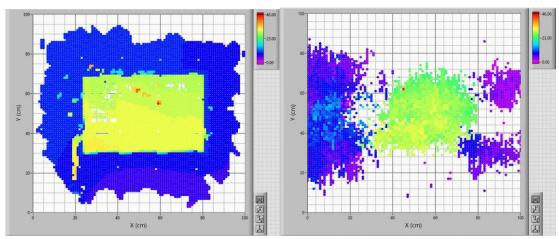


Figura 58. Nubes de puntos vistas sobre el plano XY producidas por el ZScanner 800 (izquierda) y el método de casquetes ultrasónicos (derecha).

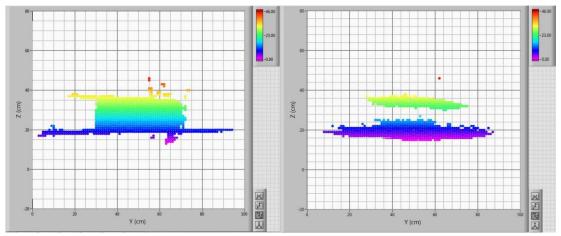


Figura 59. Nubes de puntos vistas sobre el plano YZ producidas por el ZScanner 800 (izquierda) y el método de casquetes ultrasónicos (derecha)

### Detección de obstáculos en tres dimensiones.

Al igual que en la detección de protuberancia, los datos crudos de la adquisición de datos de la exploración del entorno cerrado bajo el escritorio arrojan una nube de puntos donde no es posible distinguir a simple vista ningún elemento del ambiente. Para fines de comparación, se construyó como referencia un ambiente rasterizado basado en las medidas del entorno explorado descritas en la sección 4.2.2. El ambiente rasterizado, los puntos crudos y los puntos seleccionados mediante el método se muestran en tres sistemas de coordenadas a fin de observar sus similitudes y diferencias en las figuras 60, 61 y 62:

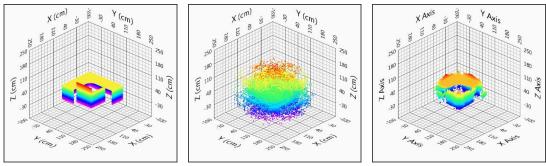


Figura 60. Mapas en coordenadas cartesianas. Izquierda ambiente rasterizado, centro datos crudos, derecha puntos generados por el método propuesto.

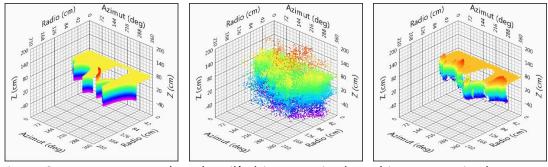


Figura 61. Mapas en coordenadas cilíndricas. Izquierda ambiente rasterizado, centro datos crudos, derecha puntos generados por el método propuesto.

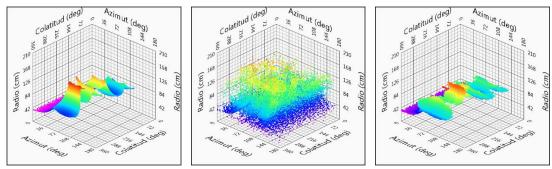


Figura 62. Mapas en coordenadas esféricas. Izquierda ambiente rasterizado, centro datos crudos, derecha puntos generados por el método propuesto.

## Coordenadas cartesianas.

En el sistema cartesiano se realizó una comparación por áreas y volúmenes. Los voxeles que contiene el ambiente rasterizado de referencia son 64 081, los obtenidos por la insonificación sin procesar son 30 503, el 48% de los voxeles de la referencia. Los voxeles generados por el método son 96 046, 50% más voxeles que la referencia. En las áreas se compararon la cantidad de voxeles contenidos en cada "rebanada" para cada eje cartesiano, tomando como error la diferencia entre los voxeles contabilizados en la "rebanada" del mapa generado por el método menos los voxeles contabilizados en la "rebanada" del ambiente rasterizado para la misma coordenada en el mismo eje de análisis. En el eje X la media del error fue de 186.93 (+45%), en el eje Y fue de 164.77 (+28%) y en el eje Z fue de 259.88 (+51%).

En cuanto a la localización de las superficies del entorno, para la comparación visual del mapa de la referencia contra las marcas obtenidas por el método en cada eje se muestran las figuras 63, 64 y 65:

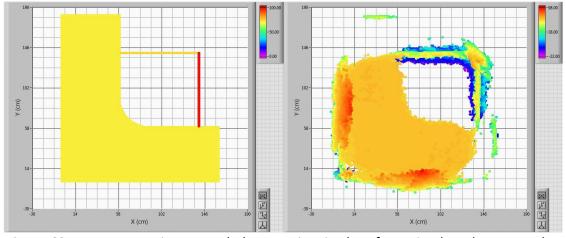


Figura 63. Mapas cartesianos en el plano XY, izquierda referencia, derecha generado por el método propuesto.

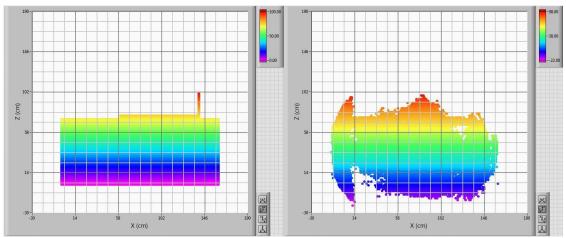


Figura 64. Mapas cartesianos en el plano XZ, izquierda referencia, derecha generado por el método propuesto.

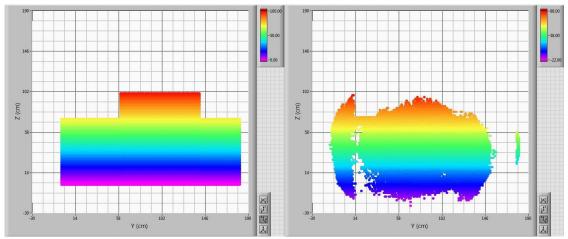


Figura 65. Mapas cartesianos en el plano YZ, izquierda referencia, derecha generado por el método propuesto.

Para tener una medida del error, en el sistema cartesiano se sacaron las diferencias de las coordenadas de los voxeles de los datos crudos y de los seleccionados por la votación espacial contra la referencia en cada eje. El primer paso fue elegir únicamente los voxeles que se encontraban con las coordenadas siguientes:

- 1. Para el eje X, los voxeles cuyas coordenadas en el plano YZ se encontraban entre 20 y 120 para el eje Y, y entre 20 y 52 para el eje Z.
- 2. Para el eje Y, los voxeles cuyas coordenadas en el plano XZ se encontraban entre 20 y 120 para el eje X y entre 20 y 52 para el eje Z.
- 3. Para el eje Z, los voxeles cuyas coordenadas en el plano XY se encontraban entre 20 y 120 para los ejes X y Y.

Los voxeles seleccionados formaron los conjuntos de prueba (Figura 66) que se utilizaron para cuantificar la eficacia del método propuesto mediante el cálculo de las estadísticas del error.

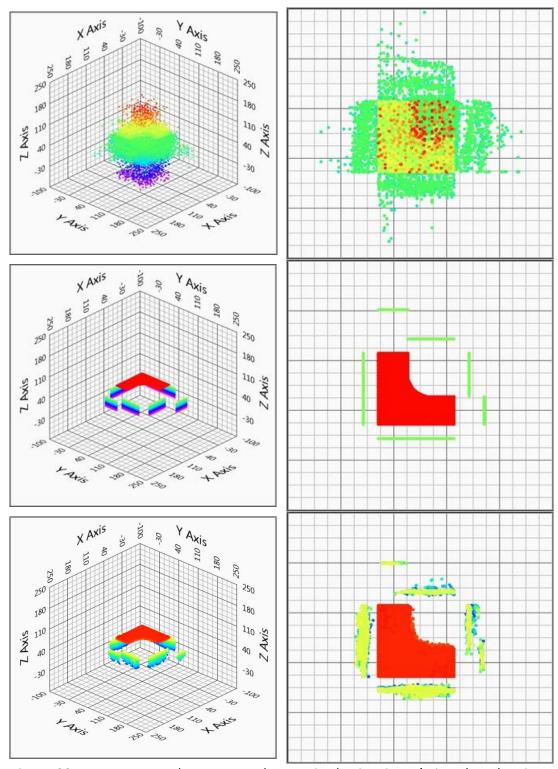


Figura 66. Mapas recortados para prueba. Izquierda vista isométrica, derecha vista plano XY. Arriba datos crudos, centro referencia, abajo seleccionados por el método propuesto.

Las estadísticas del error se calcularon comparando las coordenadas de los datos crudos contra la referencia y las coordenadas de los voxeles seleccionados por el método contra la referencia. Se desea medir el error en el eje perpendicular a cada plano, es decir, la distancia perpendicular entre un voxel del conjunto de prueba alineado con uno

localizado en un plano del conjunto de referencia. Para comparar los conjuntos de prueba contra el de referencia el procedimiento fue:

- 1. Se toman las coordenadas de un voxel del conjunto de referencia.
- 2. Se explora el conjunto de prueba para detectar los voxeles cuyas coordenadas:
  - a. Coincidan con las coordenadas Y-Z del voxel de la referencia, si coinciden el voxel a prueba está alineado con el de referencia en el plano Y-Z, se calcula el error en el eje X, que es perpendicular al plano, mediante la diferencia de la coordenada X del voxel a prueba menos el valor de la coordenada X del voxel de referencia y se almacena el error de la distancia paralela al eje X entre el voxel de prueba y el de referencia.
  - b. Coincidan con las coordenadas X-Z del voxel de la referencia, si coinciden se calcula el error en la coordenada Y de ese voxel y se almacena el error de la distancia perpendicular al plano X-Z y paralela al eje Y entre el voxel de prueba y el voxel de referencia.
  - c. Coincidan con las coordenadas X-Y del voxel de la referencia, si coinciden se calcula el error en el eje Z de ese voxel y se almacena.
- 3. Se repiten los pasos 1 y 2 hasta terminar de comparar todos los voxeles del conjunto de referencia contra el conjunto de prueba.
- 4. Se ejecuta el cálculo de las estadísticas del error con los datos almacenados.

Se obtuvieron los errores de cada punto de los conjuntos de prueba en cada eje. El error se definió como la diferencia del valor de la coordenada no coincidente del conjunto de prueba menos el valor de la referencia. Con el conjunto de errores obtenidos, se calculó el promedio, la desviación estándar y la varianza del error en cada eje y el global. Los resultados se muestran en la Tabla 2.

Tabla 2. Estadísticas del error en coordenadas cartesianas.

Eje:	X		Υ		Z		Globales	
Conjunto:	crudos	método	crudos	método	crudos	método	crudos	método
Promedio:	-9.415	0.442	-7.621	0.078	-19.37	-2.17	-12.93	-0.893
Desviación estándar:	40.659	3.445	41.714	5.184	27.103	1.953	36.531	3.659
Varianza:	1653.1	11.9	1740.0	26.9	734.6	3.8	1334.5	13.4
Valor máximo:	69	19	69	17	70	2	70	19
Valor mínimo:	-69	-24	-70	-45	-70	-70	-70	-70
Muestras:	6026	11677	5816	11106	8090	20578	19932	43361

### Coordenadas esféricas.

Los mapas se convirtieron a sistema esférico para hacer una comparación basada en la diferencia de los radios. Los mapas se trasladaron 59 unidades en X y Y, y 36 en Z para

que sus orígenes estuvieran en el centro del espacio. Se realizó un rastreo voxel por voxel en el mapa generado comparándolo contra aquellos del mapa de referencia que tuvieran las mismas coordenadas angulares (colatitud, azimut) y tomando como medida del error la diferencia de los radios, el generado menos el de referencia. Bajo estas condiciones y debido a que en el espacio voxelizado no es posible tener líneas geométricamente rectas en todo el espacio, solo el 18% de los voxeles del mapa generado empataron en sus coordenadas angulares con los del mapa de referencia. El promedio del error de los radios de los pocos voxeles coincidentes con los de la referencia fue de -0.11 cm y su varianza de 4.24. La similitud visual en la localización de las coordenadas en el sistema esférico se puede observar en las figuras 67, 68 y 69.

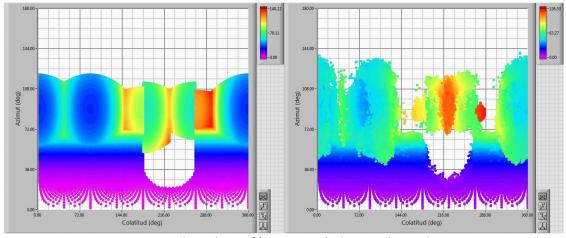


Figura 67. Mapas en coordenadas esféricas en el plano colatitud-azimut, izquierda referencia, derecha generado por el método propuesto.

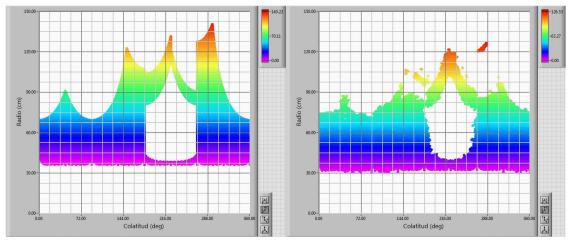


Figura 68. Mapas en coordenadas esféricas en el plano colatitud-radio, izquierda referencia, derecha generado por el método propuesto.

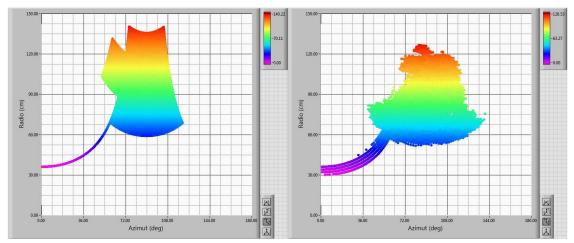


Figura 69. Mapas en coordenadas esféricas en el plano azimut-radio, izquierda referencia, derecha generado por el método propuesto.

#### 4.3.2. Discusión.

En los experimentos se utilizaron equipos e instrumentos con muchas fuentes de incertidumbre. En la prueba de detección de prominencia de la sección 4.2.1, la colocación y orientación del sonar para la toma de muestras se ejecutó manualmente, tomando como referencia las marcas de la base giratoria y las indicadas por una cinta graduada en centímetros. Para la detección de obstáculos en tres dimensiones de la sección 4.2.2, el mecanismo rastreador tiene elementos de transmisión sencillos con juego mecánico y de muy pobre resolución para orientar el sonar. Por otra parte, la colocación del mecanismo en los distintos puntos de toma de muestra en el ambiente se realizó de manera manual sobre un tapete de cartulina cuadriculado artesanalmente. La toma de muestras en ambos experimentos fue en varias sesiones realizadas durante varios días, por lo que las condiciones ambientales de la prueba fueron distintas.

Los datos se registraron tal cual los proporcionaron los instrumentos, no fueron filtrados, no se descartaron los errores de comunicación ni medidas de distancia negativas. La única discriminación de datos fue relativa al valor de la distancia medida, la máxima admitida fue de 255 cm. Todas estas fuentes de incertidumbre no fueron cuantificadas ni controladas con el propósito de conocer si el método es lo suficientemente robusto para utilizarse en robots móviles que se desplazan en el espacio y están sujetos a perturbaciones provocadas por agentes externos como turbulencias en el medio que son difíciles de cuantificar y controlar en tiempo real durante la navegación autónoma.

El patrón de radiación del transductor utilizado se asumió con un ángulo de apertura de 30° en su lóbulo principal. Este ángulo nos genera casquetes de incertidumbre con un radio equivalente a la mitad de la distancia medida, por ejemplo, para una lectura de 100 cm el casquete de incertidumbre tiene un radio de 50 cm. Sin embargo, a pesar de ésta y otras fuentes de incertidumbre mencionadas en los párrafos anteriores y de que

se utilizó un solo transductor de pulso-eco, el método es capaz de generar un mapa consistente donde las marcas de los obstáculos están muy próximas a la localización real de los mismos como se puede ver en las figuras de la sección 4.3.1. El método propuesto proporciona nubes de puntos muy densas con un error y dispersión de puntos considerablemente más bajos que los datos crudos obtenidos por las lecturas directas (Tabla 2), lo que nos permite tener información más confiable y reducir los costos computacionales para calcular y corregir los errores producidos por las fuentes de incertidumbre.

También puede observarse que existe pérdida de información, que se acentúa en las esquinas y los filos que unen a las superficies y que se generan nubes con numerosos voxeles cercanos a la región donde se localizan los obstáculos, esto se debe a que se exploraron superficies y se marcaron los puntos del espacio donde se cruzan los casquetes, que no necesariamente corresponde a la localización real del objeto como se expone en (Choset, Nagatani, & Lazar, 2003).

Los mapas de rejilla ya se han extendido a tres dimensiones en (Auran & Silven, 1996) y (Fairfield, Kantor, & Wettergreen, 2007), pero utilizan el método Bayesiano, lo que implica rasterizar el cono de incertidumbre completo y procesar todos sus voxeles. En (Ribas, Ridao, & Neira, 2010) utilizan el método de votación espacial, pero el mapa tridimensional se va construyendo con el ensamble de mapas planos y asumen que el vehículo desciende siempre paralelo al plano horizontal, teniendo solamente cambios de orientación en el eje Z (deriva). En los experimentos para probar método propuesto solamente se calcularon los casquetes de incertidumbre y la orientación del sonar cambió con giros en los tres ejes.

## 5. Conclusiones y trabajo futuro.

Con los resultados se comprueba que el método es capaz de proporcionar información para distinguir obstáculos en tres dimensiones y dotar a robots móviles de un mapa para moverse de manera autónoma sin chocar con los objetos fijos del entorno.

El método propuesto utiliza algoritmos de bajos costos computacionales y fáciles de embeber en un sistema digital. Dadas sus características, es muy probable que con el método de mapas de casquetes ultrasónicos se puedan aprovechar las ventajas del sonar como son su bajo costo y robustez, su capacidad de detectar objetos sin hacer contacto en ambientes turbios con presencia de niebla, humo, fango o sólidos en suspensión, reduciendo los inconvenientes de su relativamente pobre resolución angular y fortalecer la instrumentación de vehículos que se mueven en las tres dimensiones.

Un trabajo a futuro es integrar el método a las técnicas de localización y mapeo simultáneo (SLAM). Podría incorporarse a los sistemas de navegación de vehículos autónomos no tripulados para aumentar sus capacidades y aplicarse en la exploración autónoma de cuevas, cenotes y en inspección de edificios o estructuras donde es peligrosa la incursión de humanos. Podrían desarrollarse sondas de inspección que viajen libremente arrastradas por el fluido transportado por tuberías, canales, acueductos y túneles sin importar las variaciones en su forma o dimensiones, estas sondas podrían proporcionar datos para una reconstrucción digital de la geometría del canal explorado.

De las mejoras inmediatas está la rasterización de los casquetes. En el método aquí expuesto, al rotar los casquetes con las matrices de transformación, los voxeles se enciman debido a que sus coordenadas son enteras y al aplicar las funciones trigonométricas de la matriz de rotación se obtienen coordenadas con números racionales que se redondean para dar la coordenada de número entero. Será necesario desarrollar un algoritmo que permita "cortar" el casquete a partir de la generación de una esfera voxelizada y la orientación del radio del casquete.

En los experimentos el proceso de votación espacial se realizó fuera de línea, posterior a la adquisición de datos. Aunque es aparentemente sencillo incorporarlo al SLAM, entre los retos potenciales se encuentran el manejo de la memoria para almacenar las marcas, la actualización del mapa y la elección dinámica del nivel de umbral que depende de las muestras tomadas. En el caso de los mapas planos, el umbral típico es de 5 votos, para el experimento de detección de protuberancia con 1 388 muestras fue de 20 votos y para la detección de obstáculos en tres dimensiones con 30 503 muestras fue de 50 votos.

Finalmente, una línea de investigación potencial es acerca del uso de la votación espacial con otros sistemas basados en ondas como el radar o el LIDAR para discriminar puntos

falsos, así como su aplicación con otras técnicas de ultrasonido como la apertura sintética y el uso de arreglos de transductores.

## 6. Referencias.

- Akbarally, H., & Kleeman, L. (1995). A sonar sensor for accurate 3D target localisation and classification. 1995 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Proceedings., 3, págs. 3003-3008. Nagoya. doi:10.1109/ROBOT.1995.525710
- Alcázar, J. (2005). Fundamentos de la ecografía tridimensional. 49(4), 9-12. Obtenido de https://www.researchgate.net/publication/28099762\_Fundamentos\_de\_la\_ecografia \_tridimensional
- Al-Qahtani, H., Al-Nassar, Y. N., Hawwa, M. A., & Youcef-Toumi, K. (15 de Nov de 2012). *United States Patente nº US2012/0285221A1*. Obtenido de https://www.google.com/patents/US20120285221
- Altun, K., & Barshan, B. (2008). Performance Evaluation of Ultrasonic Arc Map Processing Techniques by Active Snake Contours. En H. Bruyninckx, L. Přeučil, & M. Kulich (Edits.), European Robotics Symposium 2008 (Vol. 44, págs. 185-194). Springer Berlin Heidelberg. doi:10.1007/978-3-540-78317-6\_19
- Altuzarra, O., Hernández, A., Amezua, E., & Petuya, V. (noviembre de 2012). *Parámetros Redundantes para Rotación y Traslación en Cinemática*. (D. d. Mecánica, Ed.)

  Recuperado el 21 de abril de 2016, de http://www.ehu.eus/compmech/wp-content/uploads/2012/03/PresentacionTheoreticalKinematics.pdf
- Andres, E. (Sep-Oct de 1994). Discrete circles, rings and spheres. *Computers & Graphics*, *18*(5), 695-706. doi:10.1016/0097-8493(94)90164-3
- Andres, E., & Jacob, M.-A. (1997). The Discrete Analytical Hyperspheres. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, *3*(1), 75-86. doi:10.1109/2945.582354
- Andres, E., & Roussillon, T. (2011). Analytical Description of Digital Circles. En I. Debled-Rennesson, E. Domenjoud, B. Kerautret, & P. Even, *Discrete Geometry for Computer Imagery: 16th IAPR International Conference, DGCI 2011, Nancy, France, April 6-8, 2011. Proceedings* (Vol. 6607, págs. 235-246). Springer Berlin Heidelberg. doi:10.1007/978-3-642-19867-0 20
- Auran , P., & Silven, O. (1996). Underwater sonar range sensing and 3d image formation. Control Engineering Practice, 4(3), 393-400. doi:10.1016/0967-0661(96)00017-2
- Ayala Carbajo, V. E. (2006). *Mejoramiento de Imágenes Sonar Obtenidas Mediante Barrido Mecanico*. Recuperado el 14 de Ene de 2013, de http://www.dspace.espol.edu.ec/handle/123456789/4997
- Bai, M., Zhuang, Y., & Wang, W. (2010). Stereovision based obstacle detection approach for mobile robot navigation. 2010 International Conference on Intelligent Control and Information Processing (págs. 328-333). Dalian: IEEE. doi:10.1109/ICICIP.2010.5565220
- Barbian, A., Beller, M., & Schneider, U. (2007). *Advanced Pipeline Inspection Utilizing Ultrasound: Special Applications*. Obtenido de Pipeline Technology Conference: http://www.pipeline-conference.com/sites/default/files/papers/6.2%20Beller.pdf
- Barrientos, A., Peñín, L., Balaguer, C., & Aracil, R. (2007). Fundamentos de Robótica (2a. ed.). Madrid, España: McGraw-Hill/Interamericana de España S.A.U.

- Barshan, B. (1999). Location and curvature estimation of spherical targets using multiple sonar time-of-flight measurements. 48(6).
- Barshan, B. (2001). Ultrasonic surface profile determination by spatial voting. *Proceedings of the 18th IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference, 2001. IMTC 2001.*, (págs. 583-588). Budapest. doi:10.1109/IMTC.2001.928885
- Barshan, B. (2007). A Comparative Study on the Processing of Ultrasonic Arc Maps. *European Signal Processing Conference*. Lausanne: European Signal Processing Conference.
- Barshan, B. (2007). Accurate profile extraction and mapping by intelligent processing of ultrasonic range data. *Electronics Letters*, 43(24), 1396-1398. doi:10.1049/el:20071828
- Barshan, B. (2007). Directional Processing of Ultrasonic Arc Maps and its Comparison with Existing Techniques. *The International Journal of Robotics Research*, *26*(8), 797-820. doi:10.1177/0278364907078888
- Barshan, B., & Kuc, R. (Jun de 1990). Differentiating sonar reflections from corners and planes by employing an intelligent sensor. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 12(6), 560 569. doi:10.1109/34.56192
- Básaca-Preciado, L., Sergiyenko, O., Rodríguez-Quinonez, J., García, X., Tyrsa, V., Rivas-Lopez, M., . . . Starostenko, O. (Mar de 2014). Optical 3D laser measurement system for navigation of autonomous mobile robot. *Optics and Lasers in Engineering*, 54, 159–169. doi:10.1016/j.optlaseng.2013.08.005
- Baskent, D., & Barshan, B. (1999). Surface Profile Determination from Multiple Sonar Data
  Using Morphological Processing. *The International Journal of Robotics Research*, 18(8),
  788-808. doi:10.1177/02783649922066565
- Batzinger, T. J., Sutherland, J. E., Bauernschmitt, R., Hugger, A., & Paige, D. M. (23 de May de 2013). *United States Patente nº US2013/0125654A1*.
- Beller, M. (2007). Pipeline inspection utilizing ultrasound technology: On the issue of resolution.

  Obtenido de Pigging Products & Services Association: http://www.ppsa-online.com/papers/2007-9-Beller.pdf
- Bera , S., Bhowmick, P., Stelldinger, P., & Bhattacharya, B. (30 de Sep de 2013). On covering a digital disc with concentric circles in Z2. *Theoretical Computer Science*, 506, 1-16. doi:10.1016/j.tcs.2013.07.036
- Bera, S., Bhowmick, P., & Bhattach, B. (2014). A Digital-Geometric Algorithm for Generating a Complete Spherical Surface in Z3. En *Applied Algorithms* (págs. 49-61). Springer.
- Bera, S., Bhowmick, P., & Bhattacharya, B. (23 de Oct de 2014). *On Covering a Solid Sphere with Concentric Spheres in Z3*. Obtenido de Cornell University Library: https://arxiv.org/abs/1411.1395
- Bera, S., Bhowmick, P., & Bhattacharya, B. B. (2014). A Digital-Geometric Algorithm for Generating a Complete Spherical Surface in Z3. En P. Gupta, & C. Zaroliagis, *Applied Algorithms* (Vol. 8231, págs. 49-61). Springer. doi:10.1007/978-3-319-04126-1\_5
- Bera, S., Bhowmick, P., Stelldinger, P., & Bhattacharya, B. B. (2013). On covering a digital disc with concentric circles in Z2. *Theoretical Computer Science*, 506, 1-16.

- Bhowmick, P., & Bhattacharyab, B. (2008). Number-theoretic interpretation and construction of a digital circle. *Discrete Applied Mathematics*, 156(12), 2381–2399. doi:10.1016/j.dam.2007.10.022
- Biswas, R., & Bhowmick, P. (Jun de 2015). Layer the sphere. *The Visual Computer, 31*(6), 787-797. doi:10.1007/s00371-015-1101-3
- Biswas, R., & Bhowmick, P. (18 de Apr de 2016). From prima quadraginta octant to lattice sphere through primitive integer operations. *Theoretical Computer Science*, 624, 56–72. doi:10.1016/j.tcs.2015.11.018
- Borenstein, J., Everett, H., & Feng, L. (April de 1996). Where am I? Sensors and Methods for Mobile Robot Positioning. Recuperado el 08 de jul de 2015, de http://www-personal.umich.edu/~johannb/Papers/pos96rep.pdf
- Bozma, O., & Kuc, R. (1991). Building a sonar map in a specular environment using a single mobile sensor. 13(12).
- Bresenham, J. (1965). Algorithm for computer control of a digital plotter. *IBM Systems Journal*, 4(1), 25-30. doi:10.1147/sj.41.0025
- Bresenham, J. (1977). A Linear Algorithm for Incremental Digital Display of Circular Arcs. *Communications of the ACM, 20*(2), 100-106. doi:10.1145/359423.359432
- Choset , H., Nagatani, K., & Lazar, N. (Jun de 2003). The arc-transversal median algorithm: a geometric approach to increasing ultrasonic sensor azimuth accuracy. *IEEE Transactions on Robotics and Automation.*, 19(3), 513-521. doi:10.1109/TRA.2003.810580
- Creus Solé, A. (1998). *Instrumentación Industrial* (6a ed.). Santafé de Bogotá, Colombia: Alfaomega.
- Crowley, J. (1985). Dynamic world modeling for an intelligent mobile robot using a rotating ultra-sonic ranging device. *1985 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Proceedings.* (págs. 128-135). St. Louis: IEEE. doi: 10.1109/ROBOT.1985.1087380
- Cuevas Ruíz, J. L., & Delgado Penín, J. A. (2003). *Modelo de Canal en bandas milimétricas para sistemas basados en HAP's*. Recuperado el 30 de Oct de 2013, de UNION RADIO-SCIENTIFIQUE INTERNATIONAL ESPAÑA:

  http://ursi.usc.es/articulos\_modernos/articulos\_coruna\_2003/actas\_pdf/SESION%201
  /S1.%20Aula%202.5/1264%20-%20MODELO%20DE%20CANAL.pdf
- Davidson, R. (2002). *An introduction to pipeline pigging*. Obtenido de Pigging Products & Services Association: http://www.ppsa-online.com/papers/2002-Aberdeen-1-Davidson.pdf
- Dawson, K. (2008). MULTI-DIAMETER PIGGING FACTORS AFFECTING THE DESIGN AND SELECTION. Obtenido de Pigging Products & Services Association: http://ppsa-online.com/papers/08-Aberdeen/2008-02-PE.pdf
- de la Rosa, E. (Jun de 2015). Sondas Batimetricas; Cartografia Submarina. Recuperado el 12 de abril de 2016, de

- https://www.lpi.tel.uva.es/~nacho/docencia/ing\_ond\_1/trabajos\_06\_07/io7/public\_ht ml/sonar2.html
- de Moustier, C. (2011). Time and angle of arrival uncertainties in echo-sounding. España: OCEANS, IEEE.
- Departamento de Física y Mecánica. (2010). Sistemas de coordenadas y sistemas de referencia.

  Recuperado el 19 de abril de 2016, de http://ocw.upm.es/ingenieria-agroforestal/mecanica-y-mecanismos/Contenidos/Teoria/Anejo1sistemasreferencia.pdf
- Durrant-Whyte, H., & Bailey, T. (Jun de 2006). Simultaneous localization and mapping: part I. IEEE Robotics & Automation Magazine, 13(2), 99-110. doi:10.1109/MRA.2006.1638022
- Elfes, A. (1986). A sonar-based mapping and navigation system. IEEE International Conference on Robotics and Automation.
- Elfes, A. (Jun de 1987). Sonar-based real-world mapping and navigation. (IEEE, Ed.) *IEEE Journal of Robotics and Automation*, *3*(3), 249-265. doi:10.1109/JRA.1987.1087096
- Evans, D. J. (14 de May de 1974). United States Patente nº US3810384.
- Fairfield, N., & Wettergreen, D. (2008). Active Localization on the Ocean Floor with Multibeam Sonar. Quebec City, QC: Oceans.
- Fairfield, N., Kantor, G., & Wettergreen, D. (2007). Real-Time SLAM with Octree Evidence Grids for Exploration in Underwater Tunnels. *Journal of Field Robotics*, *24*(1-2), 3-21. doi: 10.1002/rob.20165
- Ferrer Mínguez, G. (27 de abril de 2009). *Integración Kalman de sensores inerciales INS con GPS en un UAV*. Recuperado el 12 de jun de 2013, de http://upcommons.upc.edu/handle/2099.1/6930
- Fessenden, R. (1914). United States of America Patente nº US1108895 A.
- Fessenden, R., Williams, R., & Wood, E. (1923). *United States of America Patente nº US1472558 A.*
- Fiorio, C., Jamet, D., & Toutant, J.-L. (2006). Discrete circles: an arithmetical approach with non-constant thickness. *SPIE Proceedings Vision Geometry XIV*, 6066. San Jose, CA.
- Fiorio, C., Jamet, D., & Toutant, J.-L. (2006). Discrete circles: an arithmetical approach with non-constant thickness. *Proc. SPIE 6066, Vision Geometry XIV, 6066C*, págs. 1-12. San Jose, Ca. doi:10.1117/12.642976
- Ganesan, V., Chitre, M., & Brekke, E. (Oct de 2016). Robust underwater obstacle detection and collision avoidance. *Autonomous Robots, 40*(7), 1165–1185. doi:10.1007/s10514-015-9532-2
- Gasós, J., & Martín, A. (1996). A fuzzy approach to build sonar maps for mobile robots. 32(2).
- GE Measurement & Control. (Feb de 2016). TransPort PT878 Portable Ultrasonic Liquid Flow Meter See more at: https://www.gemeasurement.com/flow-measurement/ultrasonic-liquid/transport-pt878-portable-ultrasonic-liquid-flow-

- *meter#sthash.Hw34lybq.dpuf.* Recuperado el 11 de abril de 2016, de https://www.gemeasurement.com/sites/gemc.dev/files/920-567a-lr.pdf
- Gómez Aíza, R. (2004). *Capítulo 1 El Plano Euclidiano*. Recuperado el 18 de abril de 2016, de http://www.matem.unam.mx/~rgomez/geometria/Capitulo1.pdf
- Grynko, Y., & Pulbere, S. (Sep-Nov de 2009). Discrete dipole approximation simulations of light reflection from flat non-transparent particles with rough surfaces. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, 110*(14-16), 1382-1391. doi:10.1016/j.jqsrt.2009.01.028
- Gueuning, F., Varlan, M., Eugene, C., & Dupuis, P. (1996). Accurate distance measurement by an autonomous ultrasonic system combining time-of-flight and phase-shift methods. IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference, 1996. IMTC-96.
- Guo, Y., Bennamoun, M., Sohel, F., Lu, M., & Wan, J. (Nov de 2014). 3D Object Recognition in Cluttered Scenes with Local Surface Features: A Survey. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 36(11), 2270-2287. doi:10.1109/TPAMI.2014.2316828
- Hansen, R. E. (26 de Sep de 2012). Introduction to Sonar. Recuperado el 26 de Sep de 2013, de http://www.uio.no/studier/emner/matnat/ifi/INF-GEO4310/h12/undervisningsmateriale/sonar\_introduction\_2012\_compressed.pdf
- Harle, R., Ward, A., & Hopper, A. (2003). Single Reflection Spatial Voting: A Novel Method for Discovering Reflective Surfaces. 1st international conference on Mobile systems, applications and services, (págs. 1-14). San Francisco CA. Recuperado el jun de 2014, de https://www.usenix.org/legacy/event/mobisys03/tech/full\_papers/harle/harle\_html/
- He, H., Xu, D., & Wang, L. (May de 2014). Research of ultrasonic used in mobile robot obstacle detection. *Applied Mechanics and Materials*(556-562), 2563-256. doi:10.4028/www.scientific.net/AMM.556-562.2563
- Herron, W., & Palma, R. (31 de Ene de 2013). United States Patente nº US20130025370A1.
- Horn, B. (1976). Circle generators for display devices. *Computer Graphics and Image Processing*, 5(2), 280–288. doi:10.1016/0146-664X(76)90036-8
- Ingram, Wallsend, R., & Tyne & Wear. (01 de Dec de 1999). Europa Patente nº Patente EP0483996B1.
- Jeon, H. J., & Kim, B. K. (1995). A study on world map building for mobile robots with tri-aural ultrasonic sensor system. 1995 IEEE International Conference on Robotics and Automation.
- Jordan, B., Lennon, W., & Holm, B. (1973). An Improved Algorithm for the Generation of Nonparametric Curves. *IEEE Transactions on Computers, C-22*(12), 1052 1060.
- Karaman, M., Wygant, I., Oralkan, Ö., & Khuri-Yakab, B. (2009). Minimally Redundant 2-D Array Designs for 3-D Medical Ultrasound Imaging. 28(7).

- Kaufman, A., & Shimony, E. (1986). 3D Scan-Conversion Algorithms for Voxel-Based Graphics. I3D '86 Proceedings of the 1986 workshop on Interactive 3D graphics, (págs. 45-75). New York. doi:10.1145/319120.319126
- Kinsler, L. E., Frey, A. R., Coppens, A. B., & Sanders, J. V. (2008). *Fundamentos de Acústica*. México: Limusa.
- Ko, J., Kim, W., & Chung, M. (1996). A method of Acoustic Landmark Estraction for Mobile Robot Navigation. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 12(3), 478-485.
- Kosalos, J. G., Szender, S. J., Roberts, J. L., & Schlatter, J. D. (06 de Abr de 1993). *USA Patente nº Patene US005200931A*.
- Lee, C.-Y., Yan, L., & Lee., S.-R. (2007). Estimation of Inclination Angle of a Planar Reflector Using Sonar Sensor. 7.
- Lim, J. H., & Cho, D. W. (1992). Physically based sensor modeling for a sonar map in a specular environment. 1992 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Proceedings. 2, págs. 1714-1719. Nice: IEEE. doi:10.1109/ROBOT.1992.220131
- López-Pardo, F., González-Calle, A., López-Haldón, J., Acosta-Martíne, J., Rangel-Sousa, D., & Rodríguez-Puras, M. (2012). Ecocardiografía transesofágica tridimensional en tiempo real en la valoración anatómica de la regurgitación mitral compleja secundaria a endocarditis. *Revista Española de Cardiología, 65*(02), 188-190. doi:10.1016/j.recesp.2011.04.021
- Lorenzi, D. E., Wagger, H. F., & Spevak, L. (10 de Feb de 1987). *United States Patente nº US4641529.*
- Machado Santos, J., Couceiro, M., Portugal, D., & Rocha, R. (29 de January de 2015). A Sensor Fusion Layer to Cope with Reduced Visibility in SLAM. *Journal of Intelligent & Robotics System*, 80(3), 401-422. doi:10.1007/s10846-015-0180-8
- Maltby, P. M., Edwars, J. S., & Hamilton, J. C. (24 de Oct de 1995). *United States Patente nº US005460046*.
- Marioli, D., Narduzzi, C., Offelli, C., Petri, D., Sardini, E., & Taroni, A. (1991). Digital time of flight measurement for ultrasonic sensors. 8th IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference, 1991. IMTC-91.
- Marioli, D., Sardini, E., & Taroni, A. (1988). Ultrasonic distance measurement for linear and angular position control. *37*(4).
- Martínez Rodríguez, J. A., Vitola Oyaga, J., & Sandoval Cantor, S. (2007). Fundamentos teóricoprácticos del ultrasonido. *Tecnura*, 10(20), 4-18. Obtenido de http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=257021012001
- Matzkanin, G. A., & Yolken, H. T. (May de 2009). Seleccionando un método de pruebas no destructivas: Pruebas ultrasónicas. Recuperado el 12 de abril de 2016, de https://app.aws.org/wj/esp/2009/05/wjesp0509-40.pdf
- McCarthy, E. (2004). *International Regulation of Untderwater Sound: Establishing Rules and and Standards to Address Ocean Noise Pollution.* (K. A. Publishers, Ed.) Boston: Springer. doi:10.1007/b118284

- Meacham, L. (15 de apr de 1947). United States of America Patente nº US2418846 A.
- Meit, M., Zhu, Z.-T., Kumar, V., Lee, K., Feng, X., Huang, Y., . . . Rogers, J. (11 de Dec de 2006). Transfer printing by kinetic control of adhesion to an elastomeric stamp. *Nature Materials*, *5*, 33-38. doi:10.1038/nmat1532
- Merritt, E., & Murphy, M. (Nov de 1994). Raster3D Version 2.0. A program for photorealistic molecular graphics. *Acta Crystallographica Section D*, 869-873. doi:10.1107/S0907444994006396
- Mohammad, S., Jeffril, M., & Sariff, N. (2013). Mobile robot obstacle avoidance by using Fuzzy Logic technique. *2013 IEEE 3rd International Conference on System Engineering and Technology* (págs. 331-335). Shah Alam: IEEE. doi:10.1109/ICSEngT.2013.6650194
- Montani, C., & Scopigno, R. (1990). Spheres-To-Voxels Conversion. En A. S. Glassner, *Graphics Gems* (págs. 327-334). Academic Press Inc. doi:10.1016/B978-0-08-050753-8.50070-X
- Moravec, H., & Elfes, A. (1985). High resolution maps from wide angle sonar. 1985 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Proceedings. (págs. 116-121). IEEE. doi:10.1109/ROBOT.1985.1087316
- Murino, V., & Trucco, A. (2000). Three-dimensional image generation and processing in underwater acoustic vision. *Proceedings of the IEEE, 88*(16), 1903-1948. doi:10.1109/5.899059
- National Instutes of Health. (Feb de 2014). *National Institute of Biomedical Imaging and Bioengineering*. (U.S. Department of Health & Human Services) Recuperado el 30 de may de 2016, de Ultrasonido: https://www.nibib.nih.gov/espanol/temascientificos/ultrasonido
- Olympus. (Oct de 2013). *Time-of-flight probe / ultrasonic / for NDT*. Recuperado el 12 de abril de 2016, de http://www.directindustry.com/prod/olympus/product-17434-1331411.html
- Paulson, P. (5 de May de 2011). United States Patente nº US20110103189A1.
- Paulson, P. (17 de Ene de 2012). United States Patente nº US8098063B2.
- Paz Parra, A. (2007). Cálculo vectorial y Teoría de campos. (Pontificia Universidad Javeriana)
  Recuperado el 19 de abril de 2016, de
  http://portales.puj.edu.co/objetosdeaprendizaje/Online/OA04/Sistemas%20de%20co
  ordenadas.htm
- PEMEX. (2006). INSPECCIÓN DE DUCTOS DE TRANSPORTE. México.
- Pepperl+Fuchs, S.A. (Feb de 2011). Sensores de nivel ultrasónicos. Recuperado el 11 de abril de 2016, de http://www.pepperl-fuchs.es/spain/es/classid\_492.htm?view=productgroupoverview
- Peremans, H., & Van Campenhout, J. (1993). Tri-aural perception on a mobile robot. 1993 IEEE International Conference on Robotics and Automation.
- Pigging Products & Services Association. (1995). *An Introduction to Pipeline Pigging*. Kesgrave, UK. Obtenido de http://www.ppsa-online.com/introduction-to-pigging.php

- Pitteway, M. (1967). Algorithm for drawing ellipses or hyperbolae with a digital plotter. *The Computer Journal*, *10*(3), 282-289. doi:10.1093/comjnl/10.3.282
- Przybyla, R., Shelton, S., Guedes, A., Krigel, R., Horsley, D., & Boser, B. (04 de Abr de 2012). *Inair Ultrasonic Rangefinding and Angle Estimation*. (University of California, Berkeley, CA, USA) Recuperado el 28 de Oct de 2013, de http://www.eecs.berkeley.edu/~rjp/publications/przybyla\_HH2012.pdf
- Purdue University. (2012). Enginerig Construction Technologies. (Division of Construction Engineering and Manageent) Recuperado el 15 de nov de 2012, de Mechanical Tech: http://rebar.ecn.purdue.edu/ect/links/technologies/mechanical/default.aspx
- Pure Technologies. (2014). *Verification of Containment for Oil & Gas Pipelines*. Recuperado el 12 de abril de 2016, de https://www.puretechltd.com/technologies-brands/smartball-oil-gas
- Radiological Society of North America, Inc. (18 de jul de 2014). RadiologyInfo.org Para pacientes. (Radiological Society of North America, American College of Radiology)
  Recuperado el 30 de may de 2016, de Ultrasonido general:
  http://www.radiologyinfo.org/sp/info.cfm?pg=genus
- Real Academia Española. (2014). *Diccionario de la lengua española*. Recuperado el Mar de 2016, de http://dle.rae.es/?id=YLoFvGN|YLtrBQv
- Reber, K., Beller, M., Willems, H., & Barbian, O. (2002). A new generation of Ultrasonic In-Line Inspection Tools for Detecting, Sizing and Locating Metal Loss and Cracks in Transmission Pipelines. En D. Yuhas, & S. Schneider (Ed.), 2002 IEEE Ultrasonics Symposium. Proceedings. 2, págs. 665-671. Munich: IEEE. doi:10.1109/ULTSYM.2002.1193490
- Restrepo Girón, A. D. (2005). Concepción de un sistema de pseudovisión ultrasónica aplicando técnicas frecuenciales y de inteligencia computacional. Cali.
- Restrepo Girón, A. D., Loaiza Correa, H., & Caicedo Bravo, E. F. (Nov de 2009). Revisión comparativa de técnicas de reconocimiento de formas 2D con ultrasonido en un ambiente estructurado. (U. N. Colombia, Ed.) *Avances en Sistemas e Informática, 6*(3), 15-32. Obtenido de http://revistas.unal.edu.co/index.php/avances/article/view/20452
- Ribas, D., Ridao, P., & Neira, J. (2010). *Underwater SLAM for Structured Environments Using an Imaging Sonar* (Vol. 65). Springer Berlin Heidelberg. doi:10.1007/978-3-642-14040-2
- Rivas Gil, M. (junio de 2006). *Unidad de Medida Inercial Algoritmo de Estimación e Implementación de Software*. Recuperado el 05 de jun de 2015, de http://bibing.us.es/proyectos/abreproy/11253/direccion/memoria%252F
- Robot Electronics. (oct de 2015). SRF02 Ultrasonic range finder. Technical Specification.

  Recuperado el 30 de may de 2016, de https://www.robot-electronics.co.uk/htm/srf02tech.htm
- Rogers, D. (1984). *Procedural elements for computer graphics* (ISBN:0-07-053534-5 ed.). New York, NY, USA: McGraw-Hill, Inc. .
- Rogers, D. (1985). Circle Generation-Bresenham's Algorithm. En *Procedural Elements of Computer Graphics* (págs. 79-88). WCB McGraw-Hill.

- Roget, B., & Sitaraman, J. (May de 2013). Wall Distance Search Algorithm Using Voxelized Marching Spheres. *Journal of Computational Physics*, 241, 76-94. doi:http://dx.doi.org/10.1016/j.jcp.2013.01.035
- Rudolph-Lilith, M. (4 de Feb de 2016). On a recursive construction of circular paths and the search for  $\pi$  on the integer lattice Z2. Obtenido de Cornell University Library: https://arxiv.org/abs/1602.06239
- Sabogal, J. C. (2001). Ultrasonido de tercera dimensión en obstetricia y ginecología. 52(2).
- Shi, G., Chen, C., Lin, J., Xie, X., & Chen, X. (2012). Narrowband ultrasonic detection with high range resolution: separating echoes via compressed sensing and singular value decomposition. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control,* 59(10).
- Stole, N., & Kaufman, A. (2001). Novel Techniques for Robust Voxelization and Visualization of Implicit Surfaces. *Graphical Models*, *63*(6), 387-412. doi:10.1006/gmod.2001.0559
- Sydney Gladman, A., Matsumoto, E. A., Nuzzo, R. G., Mahadevan, L., & Lewis, J. A. (2016). Biomimetic 4D printing. *Nature Materials*, 15(4), 413–418. doi:10.1038/nmat4544
- Tanaka, H., Ikeda, M., & Chiaki, H. (1998). Curvature-based face surface recognition using spherical correlation. Principal directions for curved object recognition. *Third IEEE International Conference on Automatic Face and Gesture Recognition, 1998.*Proceedings. (págs. 372-377). Nara: IEEE. doi:10.1109/AFGR.1998.670977
- Thrun, S. (1998). Learning metric-topological maps for indoor mobile robot navigation. *Artificial Intelligence, 99*(1), 21-71. doi:10.1016/S0004-3702(97)00078-7
- Topping, F. (1 de Nov de 1977). *United States Patente nº US4055990*.
- Toutant, J.-L., Andres, E., & Roussillon, T. (Nov de 2013). Digital circles, spheres and hyperspheres: From morphological models to analytical characterizations and topological properties. *Discrete Applied Mathematics*, *161*(16-17), 2662–2677. doi:10.1016/j.dam.2013.06.001
- Tsao, C. C., & Hocheng, H. (2005). Computerized tomography and C-Scan for measuring delamination in the drilling of composite materials using various drills. *45*(11).
- U.S. National Library of Medicine. (18 de may de 2016). *MedlinePlus*. (U.S. Department of Health and Human Services, National Institutes of Health) Recuperado el 30 de may de 2016, de Ecografía: https://www.nlm.nih.gov/medlineplus/spanish/ultrasound.html
- Van Aken, J., & Novak, M. (Apr de 1985). Curve-drawing algorithms for Raster displays. *ACM Transactions on Graphics*, 4(2), 147-169. doi:10.1145/282918.282943
- Wijk, O., & Christensen, H. (Abr de 2000). Localization and navigation of a mobile robot using natural point landmarks extracted from sonar data. *Robotics and Autonomous Systems*, *31*(1-2), 31-42. doi:10.1016/S0921-8890(99)00085-8
- Wijk, O., & Christensen, H. (2000). Triangulation-based fusion of sonar data with application in robot pose tracking. *IEEE Transactions on Robotics and Automation.*, 16(6), 740-752. doi:10.1109/70.897785

- Willis, K., Brockmeyer, E., Hudson, S., & Poupyrev, I. (2012). Printed optics: 3D printing of embedded optical elements for interactive devices. *UIST '12 Proceedings of the 25th annual ACM symposium on User interface software and technology* (págs. 589-598). Cambridge, Massachusetts, USA: ACM. doi:10.1145/2380116.2380190
- Xiaole, Y., & Lichen, G. (2012). Time-delay Estimation of Ultrasonic Echoes Based on the Physical Model Matching. Seoul: 8th IEEE International Conference on Automation Science and Engineering.
- Z Corporation. (2007). *ZScanner 800 High Resolution Handheld Scanner*. Recuperado el oct de 2015, de http://www.zcorp.com/documents/175\_ZScanner%20800%20Website.pdf
- ZAMTSU CORPORACION S.R.L. (Jul de 2013). *Medidor de nivel*. Recuperado el 11 de abril de 2016, de http://www.zamtsu.com/web/medidor-nivel/medidores-ultrasonicos-ss300u%20y%20400u.html
- Zerr, B., & Stage, B. (1996). Three-dimensional reconstruction of underwater objects from a sequence of sonar images. Lausanne: International Conference on Image Processing, 1996. Proceedings.
- Zhang, L., Jouvencel, B., Fang, Z., & Xiang, X. (2012). 3D Reconstruction of seabed through sonar data of AUVs. 41(6).
- Zhong, Y. (2009). Intrinsic shape signatures: A shape descriptor for 3D object recognition. 2009 IEEE 12th International Conference on Computer Vision Workshops, ICCV Workshops (págs. 689-696). Kyoto: IEEE. doi:10.1109/ICCVW.2009.5457637
- Zingl, A. (2012). A Rasterizing Algorithm for Drawing Curves. Recuperado el 23 de May de 2016, de http://members.chello.at/easyfilter/bresenham.pdf
- Zingl, A. (December de 2012). *The Beauty of Bresenham's Algorithm*. Recuperado el Feb de 2015, de http://members.chello.at/~easyfilter/bresenham.html

## 7. Productos.

Resultado de los trabajos de investigación y cursos de los estudios de doctorado se generaron los siguientes productos académicos:

- 1. Moreno Ortiz, F. T., Hernández Zavala, A., & Rodríguez Zalapa, O. (2015). Fuzzy System for Grade Assignment in Competence Assessment Based Educative Models. *Research in Computing Science*, 104, 61-70.
- Moreno Ortiz, F. T., Hernández Zavala, A., Gómez Hernández, A., & Rodríguez Olivares, N. (2015). Ultrasonic Arc Maps and Its Potential Application in Non-destructive Testing. Emerging Challenges for Experimental Mechanics in Energy and Environmental Applications, Proceedings of the 5th International Symposium on Experimental Mechanics and 9th Symposium on Optics in Industry (ISEM-SOI), 2015 (págs. 111-115). Guanajuato: Springer International Publishing. doi:10.1007/978-3-319-28513-9
- 3. Fabio Tomás Moreno Ortiz, Antonio Hernández Zavala. "Mapas de Arcos Ultrasónicos y su Extensión al Espacio Tridimensional". 2° Congreso de Ciencia y Tecnología Avanzada, Querétaro, Querétaro, diciembre 2015.
- Moreno Ortiz, F. T., & Hernández Zavala, A. (2017). Algoritmo Modificado de Conversión de Esferas a Voxeles SVCM y Otros Métodos que Utilizan Operaciones Simples para la Generación de Esferas Discretizadas. *Polibits*, (Aceptado).
- 5. Moreno Ortiz, F. T., Castillo Castañeda, E., & Hernández Zavala, A. (2017). Detection and location of surfaces in a 3D environment through a single transducer and through ultrasonic spheri-cal caps. *Ingeniería e Investigación, 37*(3), 37-44. doi:http://dx.doi.org/10.15446/ing.investig.v37n3.59508.