



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
UNIDAD PROFESIONAL ZACATENCO
SECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

**UN ENFOQUE DEL RAZONAMIENTO CUALITATIVO APLICADO A LA
SÍNTESIS CONCEPTUAL DE MECANISMOS A PARTIR DE DISPOSITIVOS
PREVIOS**

TESIS QUE PARA OBTENER EL GRADO DE DOCTOR EN CIENCIAS EN
INGENIERÍA MECÁNICA PRESENTA:
ADÁN JIMÉNEZ MONTOYA

DIRECTORES:
DR. ORLANDO SUSARREY HUERTA
DR. JUAN ALEJANDRO FLORES CAMPOS

CIUDAD DE MÉXICO, DICIEMBRE DE 2018

Resumen

En este trabajo presentamos un nuevo enfoque del razonamiento cualitativo aplicado a la síntesis conceptual de nuevos mecanismos basados en dispositivos previos. La idea es proporcionar una metodología donde el comportamiento general cualitativo (qualitative behavior) de un mecanismo o *envisionment* se discretice en estados cualitativos sin necesidad de implementación en un programa informático. Los estados cualitativos que representan movimientos relativos entre los componentes del mecanismo se expresan en un vector de movimiento. El conjunto de estos vectores forma una matriz de movimiento general representando el comportamiento general, su análisis proporciona información sobre la función del componente de cada mecanismo, los movimientos que ejecutan y las transiciones entre los movimientos. Con el uso de trinquetes como funciones de restricción, ciertos comportamientos subyacentes del mecanismo se aíslan de la matriz y se utilizan para generar diseños conceptuales de mecanismos que cumplen una nueva función. El desarrollo de la metodología se basa en un estudio de caso: un tren de engranajes diferencial ordinario se convierte en un mecanismo que transforma la rotación oscilatoria en rotación unidireccional. El comportamiento del diseño conceptual obtenido se visualiza en un diagrama vectorial y se compara con una simulación de SolidWorks del movimiento del mecanismo sintetizado y también se realiza un breve análisis dinámico de los principales estados cualitativos del comportamiento del mecanismo comparándolo con una simulación del software Mathematica.

El análisis cualitativo desarrollado para trenes de engranajes se amplía para analizar los mecanismos eslabonados como una herramienta para ayudar a desarrollar nuevos diseños conceptuales, específicamente se presenta un caso de estudio del mecanismo de cuatro barras comparando las implicaciones de la ley de Grashof y su relación con el razonamiento cualitativo.

Abstract

In this work we present a new approach to qualitative reasoning of mechanisms applied to the conceptual synthesis of new mechanisms based on previous devices. The idea is to provide a methodology where the general qualitative behavior of a mechanism or environment is discretized in qualitative states without the need for implementation in a computer program. The qualitative states that represent relative movements between the components of the mechanism are expressed in a motion vector. The set of these vectors forms a general movement matrix representing the general behavior of the mechanism, its analysis provides information about the function of the component of each mechanism, the movements they execute and the transitions between the movements. With the use of ratchets as constraint functions, certain underlying behaviors of the mechanism are isolated from the matrix and used to generate conceptual designs of mechanisms that fulfill a new function. The development of the methodology is based on a case study: a train of ordinary differential gears becomes a mechanism that transforms oscillatory rotation into unidirectional rotation. The behavior of the conceptual design obtained is visualized in a vector diagram and compared with a SolidWorks simulation of the movement of the synthesized mechanism and also a brief dynamic analysis of the main qualitative states of the behavior of the mechanism is made comparing it with a Mathematica software simulation.

The qualitative analysis developed for gear trains is extended to analyze the mechanisms as linkages as a tool to help develop new conceptual designs, specifically a case study of the four-bar mechanism is presented comparing the implications of Gasthof's law and its relationship with qualitative reasoning.

Dedicatorias

A Luisa, mi esposa y compañera de vida, gracias por todos aquellos momentos únicos, por compartir, motivar y apoyarme incondicionalmente en esta etapa de mi vida.

A la memoria de mi padre, Moisés Jiménez Marino, por guiar mi esfuerzo en cada etapa de mi vida, siempre estarás conmigo.

A mi madre María de los Ángeles, por ser el ser a quien debo todo, gracias por el infinito apoyo y comprensión, esto es para ti.

A mis hermanos Moisés, Verónica, Leticia y David, por estar siempre ahí, en cada momento, con cada consejo, son mi ejemplo a seguir.

A mis amigos, a Chapingo, al IPN, a mis profesores, y todas aquellas personas que han hecho posible este trabajo.

Agradecimientos:

Al Dr. Orlando Susarrey Huerta, por su apoyo incondicional, valiosos conocimientos, consejos y ánimos sin los cuales no hubiera sido posible realizar este trabajo.

Al Dr. Juan Alejandro Flores Campos, por brindarme el honor y el privilegio de ser su alumno, por creer en mí y apoyarme incondicionalmente al dirigir el presente trabajo.

Al Dr. Jesús Alberto Meda Campaña, por compartir su experiencia, opiniones y sugerencias.

Al Dr. Didier Samayoa Ochoa, por su apoyo como parte de este trabajo.

Al Dr. Ricardo Tapie Herrera, por sus recomendaciones, aportaciones y consejos.

Al Dr. Ezequiel Alberto Gallardo Hernández, por su apoyo, recomendaciones y por formar parte de este proyecto.

A la sección de Estudios de Posgrado e investigación de la ESIME unidad Zacatenco de Instituto Politécnico Nacional, por haberme permitido realizar mis estudios de grado.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, por el apoyo económico que me brindó en mis estudios de grado

Índice

I	INTRODUCCIÓN	I
II	JUSTIFICACIÓN	III
III	OBJETIVOS	IV
IV	ALCANCES	V
1	Antecedentes.....	1
1.1	Primeros trabajos	1
1.2	De la forma a la función	3
1.3	Relación FSB	4
1.4	Enfoques combinados.....	7
2	Representación cualitativa no computacional del comportamiento cinemático	9
2.1	Movimiento y dirección cualitativa	9
2.2	Variables cualitativas:.....	10
2.3	Estado cualitativo y Transición	11
2.4	Trinquete	14
2.5	Metodología para diseño conceptual	15
3	Síntesis Conceptual de un mecanismo convertidor de rotación oscilatoria a rotación unidireccional.	17
3.1	Requerimientos de diseño.....	17
3.2	Mecanismo que cumple con la descripción de requerimientos de diseño.....	18
3.3	Generar MGM	20
3.3.1	Establecer ejes, convención de signos y describir variables de movimiento.	20
3.3.2	Generación de los vectores de movimiento:	21
3.3.3	Matriz General de Movimiento.....	31
3.4	Análisis de la Matriz de Movimientos (Inverse envisioning)	32
3.4.1	Análisis General. Variables De Entrada Y Salida.....	32
3.4.2	Transiciones, periodicidad, valores máximos y mínimos.	32
3.4.3	Estableciendo relación entre variables no ligadas. Eslabones intermedios.....	34
3.5	Generación del diseño conceptual	35
3.5.1	Papel del trinquete: restricción de Movimientos	35
3.5.2	Otras alternativas:	37
3.6	Nuevo envisionment	38
3.7	Resultados: Simulación en SolidWorks.....	40
4	Análisis dinámico de los estados cualitativos principales	42

4.1	Análisis cinemático	42
4.2	Modelo Dinámico	43
4.3	Resultados de la simulación	46
5	Eslabonamientos de 4 barras.	49
5.1	Movimiento y direcciones cualitativas	49
5.2	Transiciones.....	54
5.3	Relaciones de movimiento y dimensionales	55
V	CONCLUSIONES	69
VI	TRABAJOS FUTUROS.....	71
VII	BIBLIOGRAFÍA	71
VIII	ANEXOS	75
VIII.I	Anexo A	75
VIII.I.I	A-1 Tren de engranajes epicicloidal.....	75
	Requerimientos de diseño.	75
	Definir los ejes de rotación, el sistema de referencia absoluto y las variables de movimiento.	76
	Construcción de los vectores de movimiento	77
	Construcción de la MGM	81
	Análisis de la MGM: papel del trinquete:	84
	Generación del diseño conceptual	86
	Envisionment.	92
VIII.I.II	A-2 Mecanismo manivela-corredera.....	93
	Requerimientos de diseño	94
	Definir los ejes de rotación, el sistema de referencia absoluto y las variables de movimiento.	94
	Construcción de los vectores de movimiento	96
	Determinación de las desambiguaciones	100
	Construcción de la MGM	104
	Análisis de la MGM: Quantity Space	104
	Generación del nuevo diseño conceptual.....	105
	Envisionment	107
VIII.II	Anexo B	109

Índice de figuras

Figura 1. Mecanismo de trinquete	14
Figura 2. Tren de engranajes diferencial ordinario	18
Figura 3. Tren de engranajes diferencial modificado para análisis de caso	19
Figura 4. Convención de signos para definir el movimiento de los eslabones del mecanismo.	21
Figura 5. Estado cualitativo e_0 o de reposo para un tren de engranajes diferencial	22
Figura 6. Estado cualitativo e_1 para un tren de engranajes diferencial	23
Figura 7. Estado cualitativo e_2 para un tren de engranajes diferencial	23
Figura 8. Estado cualitativo e_3 para un tren de engranajes diferencial	24
Figura 9. Estado cualitativo e_4 para un tren de engranajes diferencial	25
Figura 10. Estado cualitativo e_5 para un tren de engranajes diferencial	26
Figura 11. Estado cualitativo e_6 para un tren de engranajes diferencial	26
Figura 12. Estado cualitativo e_7 para un tren de engranajes diferencial	26
Figura 13. Estado cualitativo e_8 para un tren de engranajes diferencial	27
Figura 14. Estado cualitativo e_9 para un tren de engranajes diferencial	27
Figura 15. Estado cualitativo e_{10} para un tren de engranajes diferencial	28
Figura 16. Estado cualitativo e_{11} para un tren de engranajes diferencial	28
Figura 17. Estado cualitativo e_{12} para un tren de engranajes diferencial	28
Figura 18. Estado cualitativo e_{13} para un tren de engranajes diferencial	29
Figura 19. Estado cualitativo e_{14} para un tren de engranajes diferencial	29
Figura 20. Estado cualitativo e_{15} para un tren de engranajes diferencial	30
Figura 21. Estado cualitativo e_{16} para un tren de engranajes diferencial	30
Figura 22. Diagrama de vectores correspondiente al envisionment del tren de engranajes diferencial.....	34
Figura 23. Mecanismo convertidor de rotación oscilatoria a rotación unidireccional.	38
Figura 24. Diagrama de vectores correspondientes al envisionment de los estados cualitativos e_3 , e_4 , e_5 , e_6 y e_7	39
Figura 25. Diagrama de vectores correspondientes al envisionment de un ciclo de rotación oscilatoria	39
Figura 26. Diagrama de vectores vs Simulación en SolidWorks.....	40
Figura 27. Análisis de relaciones cinemáticas de los elementos del mecanismo.....	42
Figura 28. Diagrama de fuerzas del trinquete	44
Figura 29. Torque de entrada en el engranaje de 3	47
Figura 30. Resultados de la simulación modelo teórico vs SolidWorks Simulation para caso de movimiento 1.	47
Figura 31. Resultados de la simulación Mathematica vs SolidWorks Motion para caso de movimiento 2	47
Figura 32. Eslabón articulado girando.....	49

Figura 33: Dos cuerpos tirando uno del otro.	50
Figura 34. Dirección del movimiento de una cuña en un plano inclinado.....	50
Figura 35 Orientación cualitativa en cuadrantes para un eslabonamiento.	52
Figura 36. Estados de movimiento para un eslabonamiento doble en cadena abierta.	52
Figura 37. Estados estables entre transiciones.....	53
Figura 38. Estados críticos o de transición son considerando a r_2 como eslabón de entrada y r_3 como eslabón salida.	54
Figura 39. Mecanismo de cuatro barras.....	55
Figura 40. Posibles estados de transición de un mecanismo de cuatro barras de empuje a tiro.	56
Figura 41. Posición de atascamiento de un mecanismo de cuatro barras	57
Figura 42. Transiciones posibles para r_2 con una inclinación a 180°	58
Figura 43. Estados cualitativos de transición en la posición límite de un mecanismo de cuatro barras con la relación dimensional $r_3 + r_4 \geq r_1 + r_2$	59
Figura 44. Estados cualitativos representativos para r_2 con una inclinación de 180°	60
Figura 45. Casos de movimiento para r_2 partiendo de una orientación de 0° y con un giro positivo.	61
Figura 46. Casos de movimiento para r_2 con giro positivo, orientado a 0° y r_4 girando positivo.....	63
Figura 47. Casos de movimiento para r_2 con la condición de movimiento $r_4 + r_3 > r_2 + r_1$	65
Figura 48. Casos de movimiento para r_2 con una inclinación a 270°	66
Figura 49. Convenio de ejes y signos de un tren de engranajes epicicloidales simple	76
Figura 50. estado cualitativo e_0 o de reposo de un tren de engranajes epicicloidales simple	77
Figura 51. Estado cualitativo e_1 de un tren de engranajes planetario simple.....	78
Figura 52. Estado cualitativo e_2 de un tren de engranajes planetario simple.....	79
Figura 53. Estado cualitativo e_3 de un tren de engranajes planetario simple.....	80
Figura 54. Estado cualitativo e_4 de un tren de engranajes planetario simple.....	81
Figura 55. Tren de engranajes epicicloidales.....	83
Figura 56. Análisis de relaciones cinemáticas y dimensionales del tren de engranajes epicicloidales.	86
Figura 57. Tren de engranajes epicicloidales secundario.....	88
Figura 58. Mecanismo convertidor de rotación oscilatoria a rotación unidireccional conformado por la combinación de dos trenes de engranajes epicicloidales	89
Figura 59. Casos de funcionamiento de mecanismo sintetizado.	92
Figura 60. Diagrama de vectores del envisionment correspondiente a un mecanismo convertidor de rotación oscilatoria a rotación continua integrado por dos trenes de engranajes epicicloidales.	93
Figura 61. Convenio de signos y representación de ejes para un mecanismo de manivela.....	94
Figura 62. Estado cualitativo e_0 o de reposo para un mecanismo manivela-corredera.....	96
Figura 63. Estado cualitativo e_1 para un mecanismo manivela-corredera.....	96
Figura 64. Estado cualitativo e_2 para un mecanismo manivela-corredera.....	97
Figura 65. Estado cualitativo e_3 para un mecanismo manivela-corredera.....	97

Figura 66. Estado cualitativo $e3$ para un mecanismo manivela-corredera	98
Figura 67. Estado cualitativo $e5$ de un mecanismo manivela-corredera	98
Figura 68. Estado cualitativo $e6$ de un mecanismo manivela-corredera	99
Figura 69. Estado cualitativo $e6$ de un mecanismo manivela-corredera	99
Figura 70. Mecanismo de manivela-corredera que muestra la relación geométrica entre ra y rc con la corredera en una posición a 90°	101
Figura 71. Parámetros geométricos y dimensionales para un mecanismo manivela corredera, con la corredera ubicada en una posición $90^\circ < \theta < 180^\circ$	103
Figura 72. Posibles situaciones derivadas de modificar la longitud de la barra A del mecanismo manivela-corredera.	106
Figura 73. Diagrama de vectores del mecanismo manivela- corredera correspondiente a la velocidad v_{Bx}	107
Figura 74. Diagrama de vectores del mecanismo manivela-corredera correspondiente a la velocidad angular ω_{CZ}	108

Índice de tablas

Tabla 1. MGM	31
Tabla 2. Estados cualitativos máximos y transiciones	33
Tabla 3. Parámetros mecánicos del dispositivo	43
Tabla 4. MGM de un tren de engranajes epicicloidal simple	82
Tabla 5. MGM de un tren de engranajes epicicloidal con corona.	83
Tabla 6. MGM del mecanismo manivela-corredera	104

I Introducción

El diseño conceptual es una de las fases del diseño mecánico en la cual se bosquejan las características generales que ha de poseer un dispositivo para cumplir con determinada función [1]. El logro de esta fase temprana del diseño va acorde a la experiencia del diseñador, el cual se vale de diversas técnicas para lograr con tal cometido; enfoques existentes en la literatura [2], [3], [4] indican que el desempeño y calidad de un diseño se verá reflejado por la capacidad en que un diseñador expresa los requerimientos de diseño como funciones, la cuales se transforman en estructuras físicas o componentes que son integrados en concepto final, capaz de realizar el comportamiento requerido (relación forma-función-comportamiento, **FSB** por sus siglas en inglés)

El nivel de abstracción y la forma de expresar requerimientos en funciones varía según el enfoque, los propósitos de diseño implican distintos tipos de conocimiento e innovación [5], [2], por lo cual, las técnicas empleadas no serán las mismas en cada caso.

En *prototype-based design*, el diseñador puede consultar compendios [6], [7] en los cuales se detallan mecanismos existentes que cumplen con determinada función la cual sólo requerirá ser refinada o adaptada, por ello la conversión de un requerimiento a relación **FSB** es directa. Sin embargo, esto sólo es útil cuando existe un mecanismo que cumpla con una función específica, y los requerimientos de diseño sean los idóneos para ejecutar un diseño conforme a un manual. Para casos en que la conversión de requerimientos de diseño a la relación forma-función de un mecanismo no es directa, existen enfoques *case-based reasoning* para generar nuevos diseños conceptuales a partir de conceptos previos.

Muchos de estos enfoques están basados en el razonamiento cualitativo, el cual consiste en realizar una descripción cualitativa del comportamiento de elementos mecánicos simples, abstraerlos en conceptos específicos asociados con su forma, geometría e intégralos conforme a métodos capaces para generar diseños conceptuales de dispositivos complejos y mecanismos completamente nuevos o derivados de mecanismo previos, que cumplan con determinados requerimientos de diseño. Debido a que estos enfoques analizan de lo particular a lo general, para generar la descripción del comportamiento general del mecanismo final se requiere disponer de una librería que contenga la descripción del

comportamiento particular de los mecanismos subyacentes que lo integran, y si no se dispone de ello, se deben analizar los mecanismos para generar dicha librería.

Esto hace que estos enfoques sean forzosamente computacionales, pues el número de librerías que satisfacen los requerimientos de diseño, así como el número de soluciones posibles es enorme, además, cada enfoque se realiza bajo un programa específico ligado intrínsecamente a la metodología, implicando el uso de complicados algoritmos, con reglas específicas y que requieren de implementar enfoques adicionales, como el *configuration space* [8] para generar las descripciones del concepto final y de su comportamiento, derivando muchas veces en enfoques no cualitativos.

En el presente trabajo, presenta un enfoque no computacional que consiste en discretizar el comportamiento general o *envisioment* de un mecanismo previo y representarlo en una matriz general de movimiento **MGM**, y de manera gráfica, en un diagrama de vectores. Al analizar esta matriz, con el uso de trinquetes como funciones de restricción se aislarán aquellos comportamientos subyacentes puntuales o estados cualitativos representados por vectores de movimiento **MV** que, en su conjunto, satisfagan los requerimientos de diseño descritos como comportamiento cualitativo. La ventaja de usar este método es que se dispone de una técnica con un análisis cualitativo estandarizado, simple, que limita el número de soluciones según lo permita el mecanismo usado como base, y vislumbra la naturaleza del comportamiento general de un determinado mecanismo y sus comportamientos subyacentes totales, por lo que una vez analizado determinado mecanismo, se puede saber con certeza que tipo de movimiento describe y cuáles son las opciones de las que puede disponerse para generar nuevos diseños conceptuales.

II Justificación

Los enfoques computacionales basados en el razonamiento cualitativo para generar diseños conceptuales requieren del uso de programas específicos para describir el envisionment de un mecanismo o sistema, implementar reglas particulares y técnicas adicionales para cada uno de ellos. Se propone un enfoque simplificado no computacional del razonamiento cualitativo basado en el estudio de los principios básicos del *qualitative behavior* de mecanismos como metodología para la síntesis conceptual de mecanismos.

Las ambigüedades inherentes asociadas a la descripción del envisionment de un mecanismo exigen un tratamiento especial de los estados cualitativos y transiciones entre ellos, implementando tradicionalmente enfoques no cualitativos [9], ampliación de los *quantity space* [10] e implementación de operadores numéricos y algebraicos adicionales [11]. En el presente trabajo se propone un uso sencillo de los operadores numéricos $\geq, 0, \leq$ para reducir ambigüedades entre variables y estados cualitativos.

Los requerimientos de diseño y descripción final del mecanismo se expresan mediante diversas reglas muchas veces sólo ligadas a una representación en diagrama descriptivo [2], estructuras de cadena simples o múltiples entradas [12], estructural [13], criterios económicos [14] o geométricos [15]. Expresar los requerimientos de diseño con base en la relación **FSB** entre la entrada y la salida permite establecer un criterio cinemático a satisfacer, así como la descripción del diseño final en términos cualitativos.

Los enfoques centrados en el uso de mecanismos previos para generar diseños conceptuales a partir de conceptos previos delimitan los comportamientos subyacentes mediante técnicas diversas como *el causal inversión technique* [16], *virtual function generators* [17], etc., ligados a criterios y algoritmos computacionales específicos. En el presente trabajo se propone un uso de trinquetes como funciones de restricción para aislar comportamientos subyacentes descritos estados cualitativos específicos que coincidan con la descripción cualitativa de los requerimientos de diseño.

Los enfoques existentes ligados al estudio de mecanismos de 4 barras están enfocados a generar simulaciones cualitativas de mecanismos preestablecidos. En este trabajo se realizará una descripción del *qualitative behavior* para un mecanismo de 4 barras que coincide con las reglas de la ley de Grashof.

III Objetivos

General

Proporcionar una metodología no computacional para la generación de diseños conceptuales basados en el **FSB** del qualitative reasoning usando mecanismos previos.

Particulares

1. Establecer un uso más sencillo de los operadores numéricos $+$, $-$, 0 , \geq , $=$, \leq como vía para reducir ambigüedades entre estados cualitativos.
2. Caracterizar los requerimientos de diseños de un mecanismo convertidor de rotación oscilatoria a rotación continua en términos cualitativos.
3. Caracterizar el comportamiento cualitativo general o envisionment de un tren de engranajes diferencial ordinario a través del uso de vectores de movimiento y plasmarlo en una matriz general de movimiento.
4. Realizar un análisis conocido como inverse envisioning del envisionment del mecanismo.
5. Hacer uso de trinquetes como funciones de restricción para para aislar determinados estados cualitativos.
6. Realizar un análisis dinámico de los principales estados cualitativos del envisionment del mecanismo.
7. Generar una extensión del procedimiento aplicable a mecanismos de cuatro barras como herramienta de análisis para generar otras opciones de diseños conceptuales.

IV Alcances

El presente trabajo está dirigido a generar un método no computacional basado en el razonamiento cualitativo para la síntesis conceptual de mecanismos. La descripción del envisionment del qualitative behavior de un dispositivo no está enfocada en describir parámetros geométricos o dimensionales, solamente a satisfacer los requerimientos de diseño descritos en base a la relación **FSB** entre la entrada y salida de movimiento y centrada en mecanismos con ejes fijos o móviles descritos en los capítulos 2 y 3, y en el anexo A-1 específicamente para trenes de engranajes, como el mecanismo de caso de estudio. Los principios de movimiento, los pasos de la metodología y el rol de ésta en el diseño conceptual se desarrollarán en la sección 3. La metodología actual no está enfocada a estudiar aspectos dinámicos o de diseño más allá del diseño conceptual; sin embargo, en el capítulo 4 se realiza un breve análisis dinámico de los principales estados cualitativos del mecanismo sintetizado como caso de estudio.

Como una extensión del método a mecanismos eslabonados, en el capítulo 5 se presenta un análisis de un mecanismo de 4 barras asociado a la ley de Grashof, como herramienta para ayudar a generar nuevos diseños conceptuales. En el anexo A-2, se presenta una extensión de los principios de análisis de mecanismos eslabonados aplicados a un mecanismo manivela corredera, para generar su envisionment y explicar su rol como mecanismo primitivo.

1 Antecedentes

1.1 Primeros trabajos

El razonamiento cualitativo aplicado a la síntesis conceptual de mecanismos ha sido un área ampliamente estudiada durante muchos años, los primeros trabajos fueron desarrollados en un principio para describir y generar simulaciones cualitativas del comportamiento general de sistemas físicos. Forbus [18] modeló el comportamiento básico de sistemas como calentadores y osciladores estudió el movimiento cualitativo de cuerpos rígidos como bolas [19], [20] al analizar la relación entre el espacio que ocupa un determinado objeto, su contacto con superficies y la trayectoria que ha de describir en base a la suposición de la influencia de una fuerza o acción externa descrita en términos cualitativos.

El comportamiento general del sistema es definido como *envisionment*, obtenido a través de un proceso de análisis y depuración conocido como *envisioning*, se dividió en un conjunto de regiones agrupadas por un conjunto finito distinguible con características similares, llamadas estados cualitativos. En el trabajo de De Kleer y Brown [21] la representación del comportamiento de sistemas como un regulador de presión se visualiza en un diagrama de estado generado por un programa informático llamado ENVISIÓN. Esto fue modelado a través de ecuaciones diferenciales cualitativas llamadas confluencias, estableciendo muchas de las reglas algebraicas que fueron usadas por otros autores en estudios posteriores como una técnica para reducir la pérdida inherente de información en enfoques cualitativos.

Este esfuerzo para mejorar la precisión de los enfoques cualitativos implicó el uso extensivo de operadores algebraicos y reglas específicas para relacionarlos con variables no cualitativas. Otros enfoques desarrollados para este fin, como MINIMA [22], combinan reglas matemáticas cualitativas y cuantitativas que resultan en un enfoque híbrido para modelar sistemas como fluidos en contenedores.

Cuando un objeto describe cierto comportamiento, el conjunto finito de valores asumido por la variable se denomina quantity space (**QS**), naturalmente dividido en dos intervalos: quantity space positivo (**PQS**) y quantity space negativo (**NQS**), ambos separados por cero (**0**). Travé-Massuyès et al.[23] ampliaron el rango de cada intervalo subdividiéndolo en tres subespacios: **NL**, **NM**, **NS**; **PS**, **PM**, y **PL**, (grande negativo, medio negativo, pequeño negativo, pequeño positivo, medio positivo y grande positivo respectivamente) dando un total de 6 intervalos, obteniendo un **QS** más manejable caracterizado cantidades de mayor magnitud para un cierto valor de una variable, pero que al mismo tiempo necesita más operadores y más reglas algebraicas cualitativas para manejarlos.

D'Amelio et al. [9] propusieron un método computacional para reducir ambigüedades al identificarlas usando un *tringulo de conflicto* agregando más información cualitativa y cuantitativa. Kim [24] propuso el uso de operadores aritméticos $>$, $<$, $=$ y vectores cualitativos ligados para reducir ambigüedades en la simulación de mecanismos eslabonados, técnica que estaba restringida a inclinaciones relativas de los eslabones y sus posiciones en cuadrantes cartesianos.

Las reglas cualitativas aritméticas y algebraicas aplicadas a la simulación del comportamiento de sistemas no cambió significativamente, por lo tanto, estos enfoques se centraron posteriormente en desarrollar y refinar herramientas computacionales para generar dichas simulaciones. Siguiendo la línea de investigación impuesta por Forbus, los métodos computacionales para simular y analizar un cuerpo libre fueron extendidos por Faltings [25], [26], [27] y Nielsen [28], [29] para analizar el comportamiento de mecanismos simples como trinquetes, mecanismos de escape y transmisiones [30] con enfoques similares. Para generar el envisionment, el envisioning consistía en establecer la relación entre la geometría del objeto (*shape features*), su posición respecto a otros cuerpos y el contacto que entabla con los mismos, estas relaciones se establecen en un conjunto de sentencias computacionales (*behavior predicates*), compiladas en un algoritmo y procesadas por un programa. En estos enfoques, el envisionment generado por el programa es visualizable en un diagrama conocido como *vocabulary places* [31] el cual es una porción del *configuration space* (**CS**) del mecanismo. Este análisis se extiende posteriormente para generar una simulación completa del comportamiento general de

mecanismos complejos como un reloj [8] estudiando su cinemática, y también aspectos dinámicos desde un punto de vista cualitativo.

Así también, se pudo extender el análisis a mecanismos eslabonados [32], [33] los cuales permitieron extender el estudio del razonamiento cualitativo implicando aspectos como transiciones entre orientaciones relativas, transiciones, desambiguaciones entre estados cualitativos y relaciones dimensionales.

1.2 De la forma a la función

Teorías aplicadas al diseño conceptual de mecanismos fueron clasificadas por Subramanian y Wang [34] en tres principales categorías: en base a la estructura, en base al comportamiento y en base a la función. Cada teoría se enfocó en generar un concepto estructural en base a ciertos principios generales; sin embargo, se han generado teorías combinadas entre los anteriores enfoques tales como el diseño conceptual a partir del *configuration space (CS)* [35] o los llamados *building blocks* [36], que se derivan a partir de la fusión de teorías funcionales y comportamentales más relacionadas con el razonamiento cualitativo.

Continuando con esta línea de investigación marcada por Forbus y Faltings, el análisis cualitativo del comportamiento de mecanismos brindó la oportunidad de utilizar el *envisonment* como una herramienta para realizar la síntesis conceptual de mecanismos en enfoques *case-based* estrechamente ligados al uso del **CS**. Al usar un dispositivo concebido para cumplir ciertos requerimientos y después modificarlo para cumplir con otros requerimientos, se genera un procedimiento de diseño conceptual llamado *Causal inversión technique* [16] en el cual se determina la forma de un componente o mecanismo en base a su comportamiento, proceso inverso al usado para determinar el comportamiento en base a la forma.

La idea es, una vez determinado el *envisonment* del mecanismo base, el cual posee determinada geometría, se interpreta su *vocabulary places*. Posteriormente, si el análisis lo permite se procede a obtener los *metric predicates* para establecer las características de forma que ha de poseer un mecanismo para lograr cierta función, y posteriormente definir

modification operators, los cuales eliminan las discrepancias entre las especificaciones del anterior dispositivo y el nuevo, refinando la geometría del dispositivo anterior para adaptarlo a los nuevos requerimientos de diseño, usado en el diseño de trinquetes [37], [38] y trenes de engranajes [5].

Estos enfoques de diseño conceptual, están más relacionados a reestablecer la geometría de componentes de mecanismos y reacondicionarlos para cumplir una función nueva, un proceso inverso al usado para definir el comportamiento en base a la forma. Joskowicz y Addanki [39] lo usaron para expresar el comportamiento de componentes mecánicos simples, para después redefinir su forma, basados ampliamente en el **CS**, un enfoque analizado más tarde a profundidad por Sacks y Joskowicz [35] para generar el diseño cinemático de mecanismos complejos con partes móviles en contacto y ejes fijos.

En un enfoque similar, realizado por Stahovich et al. [40] aplicado a mecanismos con ejes fijos y resortes a partir de una simulación de un sketch de un dispositivo mecánico, se genera una representación de una variante cualitativa del **CS** llamada qc-space, la cual es usada por un programa para generar conceptos alternos de mecanismos que describan el comportamiento marcado por el qc-space o los requerimientos de diseño; o bien, para redefinir y eliminar errores en el sketch inicial, además de generar una simulación del comportamiento del mecanismo o mecanismos obtenidos.

1.3 Relación FSB

Otros enfoques computacionales basados en el razonamiento cualitativo usan una perspectiva diferente para generar diseños conceptuales en las que se busca abstraer la relación **FSB** en librerías que contengan soluciones de conceptos estandarizados, mismas que se pueden integrar para obtener diseños conceptuales cuyas especificaciones sean visibles en una representación gráfica [2] o explorar los comportamientos subyacentes e inesperados de un mecanismo, preservarlos como funciones e integrarlos en una descripción de un diseño conceptual para satisfacer un determinado requerimiento [41].

Li et al. [42] generaron tempranamente un algoritmo computacional desarrollado sólo con un criterio cinemático extensible a múltiples entradas (**MI**) y múltiples salidas (**MO**) de

movimiento al adaptar nuevas especificaciones de diseño y enriquecer las librerías de conceptos estandarizados de mecanismos disponibles clasificados de acuerdo al criterio establecido por el autor; diferentes y más complejas alternativas de diseño se generan entonces para cumplir con la función o comportamiento deseado.

Los trabajos de Chakrabarti y Blight [43] consistieron en usar el llamado "functional reasoning" para extraer del dominio del conocimiento cinemático correspondiente, los conceptos necesarios para generar las representaciones de las estructuras utilizadas, en términos cualitativos, como direcciones, longitudes, orientación, torsión y fuerza. Posteriormente, estas representaciones cualitativas se combinan para generar diferentes conceptos de estructuras con entrada y salidas individuales (**SI** y **SO** respectivamente), o múltiples entradas y múltiples salidas (**SO** y **MO** respectivamente) combinadas en sistemas **SISO**, **SIMO**, **MIMO** que cumplen los requisitos de diseño de un mecanismo como una transmisión mecánica [44], [45]. Estas restricciones se pueden propagar de acuerdo con el procedimiento, para generar representaciones espaciales de los conceptos previos [46] que satisfacen la misma solución

En [36], [47], [48] se puede observar la idea de abstraer el comportamiento de un dispositivo a sus niveles más básicos forma-función en conceptos conocidos como *mecanismos primitivos o bulding blocks* (**BB**) los cuales realizan una determinada transformación de movimiento. Por ejemplo, en el diseño de un dispositivo cuyo requerimiento de diseño sea convertir una rotación horizontal (entrada) en una rotación perpendicular (salida), las estructuras encargadas de realizar dicha función pueden ser dos engranes cónicos que cambien en 90° la dirección de la rotación.

La función conjunta de ambos componentes puede abstraerse a una sola estructura que describa este comportamiento; asimismo, componentes como una leva y su seguidor o un eslabonamiento articulado, una cremallera y un piñón pueden ser representados por un **BB** que desempeñe una función específica. El conjunto de **BBs** pueden ensamblarse para conformar un mecanismo de mayor complejidad, en distintos niveles de abstracción por un programa de cómputo encargado de ello. El concepto final es plasmado en una Motion Transformation Matrix (**MTM**) que provee la información de la configuración final del mecanismo. Esta metodología es llevada también a un enfoque combinando el álgebra dual

para separar la función topológica de la cinemática del mecanismo [49], o para la síntesis de mecanismos conformantes [50].

Una variante del método **BBs**, pero enfocada a reusar conceptos de mecanismos previos es el realizado por y Han y Lee [51], con la característica que la función a realizar por los mecanismos primarios o básicos se abstrae en un concepto llamado virtual function generator (**VFG**), los cuales conforman un diseño conceptual descrito en una *graph structure* y un kinematic diagram.

Este enfoque tiene sustento en un trabajo previo realizado por Han y Lee [17], donde en base a reglas dictadas por el álgebra cualitativa, se generan matrices de 3x3, conocidas como spatial configuration matrix (**SCM**) que representan la configuración espacial de un mecanismo primitivo basado en las 8 direcciones traslacionales de estados cualitativos descritas por Nielsen [29].

Éstas matrices se usan para construir una matriz llamada spatial configuration state matrix (**SCSM**) que describe la configuración espacial total que han de tener mecanismos complejos y provee de información sobre el estado cualitativo inicial, intermedio o final que puede asumir un mecanismo, útil para generar diseños conceptuales alternos que satisfacer una determinada solución (dictada en requerimientos espaciales), pues la información generada por los diferentes estados que asume cada mecanismo primitivo permite conducir a generar diversas soluciones.

Un razonamiento análogo es usado por Feng et al. en [52], en el que la descripción de posición y función cinemática de un mecanismo primario esta descrita por un qualitative information vector (**PIV**) y position vector (**PV**) respectivamente. Estos conceptos obtenidos a través de un proceso de composición dictado por las reglas del álgebra cualitativa, son procesados en un algoritmo computacional para generar un *output position vector* (**OPV**), que a su vez conforma la mechanical configuration matrix (**MCM**), conceptos que describen las características cualitativas del diseño conceptual final.

1.4 Enfoques combinados

Se han producido enfoques combinados de “la forma a la función” y del **FSB** y que utilizan el **CS** para generar diseños conceptuales que no se centran en la geometría o la forma del producto, como el realizado por Tian et al. [53], donde expresan los requisitos de diseño como behavior predicates, que son procesados por Matlab para generar conceptos y simular el comportamiento del mecanismo. Li et al. [54] usan representaciones del **CS** para representar pares cinemáticos de mecanismos básicos, los movimientos y otras restricciones de cada componente se expresan en las direcciones cualitativas comúnmente acordadas, lo que permite generar simulaciones de un mecanismo multinivel representado en un solo **CS** y que es utilizado como **BBs** para generar diseños más complejos.

En los últimos años, debido al avance y la disponibilidad de herramientas computacionales, los enfoques anteriores de razonamiento cualitativo para generar diseños conceptuales basados en el **FSB** o **CS** han aumentado en cantidad pero en la mayoría de los casos diferencian solo la forma en que el autor caracteriza aspectos tales como requerimientos de diseño, nivel de abstracción, un software específico utilizado, cantidad de entradas y salidas y tipo de representación del concepto generado, lo que permite que el programa genere múltiples soluciones automáticamente y combine técnicas cuantitativas para lograr su propósito. Esto condujo a generar menos investigación en el campo del razonamiento cualitativo puro, centrándose más en enfoques cuantitativos. Por ejemplo, Tang [55] expresa los requisitos de diseño como funciones cinemáticas, fácilmente identificables por un programa de computadora. Camelo y Mulet [56] propusieron un método para simplificar el lenguaje utilizado al establecer las relaciones entre los niveles de abstracción, a fin de proponer otras alternativas de diseño. Chen et al. [57] presentan un enfoque para generar diseños conceptuales integrados en un contexto multidisciplinar.

Xiao et al. [15] proponen un método para establecer la configuración geométrica de un producto basado en el uso de un algoritmo co-evolutivo cuyo modelo matemático rige las relaciones entre las características funcionales. He et al. [14] proponen una metodología para la síntesis funcional de mecanismos donde los requisitos de diseño se expresan como vectores de movimiento y su relación entre los componentes del mecanismo se expresa en

una representación gráfica con criterios de costo y eficiencia. Análogo a los enfoques de Kota y Chiou [58], Zhang et al. [59] desarrollaron una metodología cuya base se puede encontrar en [60], en el que los requisitos de diseño se expresan en un árbol de funciones de una matriz topológica de comportamiento. Si se cumplen estos requisitos, se genera un diseño conceptual; si no, se dividen en comportamientos subyacentes que se ingresan de nuevo en el programa hasta que se genera un concepto que cumple la función deseada. Li et al. [33] generaron un diagrama de flujo de razonamiento cualitativo basado en la *Signed Directed Graph* para analizar un mecanismo planar de cuatro barras.

Finalmente, existen enfoques completamente no computacionales para ayudar a la generación de diseños innovadores usando matrices morfológicas como el llamado Integrated Idea Generation [13] donde la recombinación de conceptos que tienen cierta función (por ejemplo, una rueda proporciona la función para girar) se puede combinar sistemáticamente para cumplir con otra función más grande. Esto es similar a la fase de generación de concepto inicial de la casa técnica de calidad utilizada en el enfoque de implementación de la función de calidad (QFD) [61].

2 Representación cualitativa no computacional del comportamiento cinemático

2.1 Movimiento y dirección cualitativa

El movimiento de cuerpos rígidos en un análisis cualitativo, se describe determinando en primer lugar las direcciones cualitativas de movimiento. De acuerdo al enfoque de Forbus [62], [31], Nielsen [29] y Kim [32] la *dirección cualitativa* del movimiento se denota por la dirección correspondiente de un vector en el espacio, en un sistema coordenado cartesiano, cuyo origen se situará en un punto de interés dentro o fuera del mecanismo o alguno de sus componentes, a fin de definir el movimiento de un objeto.

Para el presente trabajo, un mecanismo puede tener múltiples marcos independientes entre sí, sin diferenciación entre un marco absoluto o relativo. Si un marco cuyo origen se sitúa en una pieza que se traslade o un eje que rote, el marco se trasladará o rotará con la pieza y el movimiento del objeto respecto a dicho marco de referencia se considerará como absoluto, aunque éste sea móvil. Se usará un marco como referencia solamente para definir la entrada de movimiento.

En ausencia de una magnitud absoluta para direcciones cualitativas del movimiento de un objeto, se representan éstas con signos. Para traslación, el signo + corresponde a una dirección positiva, el signo – para una dirección negativa y 0 para una ubicación al centro del marco de referencia, relativo o absoluto. Para rotación, un signo + corresponde a una rotación en sentido horario respecto a un eje, un signo – corresponde a una rotación en sentido antihorario y 0 sin rotación. En ésta definición, el uso de signos es un tanto distinto al usado por DeKleer y Brown [21] y Travé-Messuyès [10] en el cual, su uso está restringido a determinar el valor de una *variable cualitativa*, y el signo representa el cambio de valor de dicha variable (incremento o decremento) llamado *confluencia*. Así, el signo positivo indica un alejamiento del valor de la variable respecto al cero, y un signo negativo, un acercamiento al cero, sin importar el lado de la recta numérica en que se encuentre el valor. En este trabajo, se utilizará para representar una dirección de movimiento

2.2 Variables cualitativas:

De acuerdo a los trabajos de DeKleer y Brown [21] una *variable cualitativa* es aquella usada para describir el comportamiento de un dispositivo, y que puede tomar sólo un pequeño rango de valores. Si el comportamiento general del sistema está en función del comportamiento individual de sus componentes, entonces se define una variable que determine el comportamiento de cada componente. Por ejemplo, para definir la rotación de un engrane 1 alrededor de un eje denominado "x", se usa la variable ω_{1x} (también se puede hacer uso de la variable θ para indicar cantidad de rotación, pero la variable ω_{1x} que indica la velocidad angular, de manera cualitativa y para efectos de diseño conceptual en este trabajo, es la que mejor representa el movimiento cualitativo del engrane).

Para un movimiento de un objeto, el conjunto finito de valores que asume la variable es llamado *quantity space QS* y naturalmente toma dos intervalos generales: la dirección positiva de una variable, en este caso la rotación del ejemplo anterior $\omega_{1x} = +$, el intervalo dentro del **QS** lo definiremos como *quantity space positivo QSP*, cuyos valores se encuentran en el dominio $\omega_{1x}[0, \infty)$. Si la variable tiene una dirección negativa $\omega_{1x} = -$, el intervalo dentro del **QS** lo definiremos como *quantity space negativo QSN*, cuyos valores se encuentran en el dominio $\omega_{1x}[-\infty, 0]$. Para un valor cero $\omega_{1x} = 0$, el engrane se encontrará sin movimiento, cuyo estado cualitativo puede corresponder a una transición entre el **QSP** y el **QSN** o viceversa.

Una variable que describe un comportamiento puede poseer diversos valores o *estados cualitativos* dentro de un mismo **QS**, que necesiten ser diferenciados uno del otro para poder bosquejar el comportamiento general del mecanismo. Esta distinción ente estados está en función del valor cualitativo de la variable.

El **QS** de una pieza o mecanismo que se define incluyendo todos los valores cualitativos que ocupan sus estados cualitativos, a esto se le llama *quantity space general (QSG)*. El **QS** se puede definir también por intervalos según convenga el análisis y en el orden que se presente el movimiento de los componentes. Por ejemplo, si un elemento mecánico, cuya variable cualitativa describe un movimiento que va de negativo al reposo, tendrá un **QS** $\{-,0\}$, útil para caracterizar un caso específico de movimiento.

El anterior caso puede corresponder sólo a un intervalo particular de movimiento, cuyo comportamiento general está descrito por $QS\{-,0,+\}$, el cual indica que el movimiento va de negativo a positivo, pasando por el cero, o ausencia de movimiento. Si este movimiento es de vaivén, regresando al estado inicial, entonces posee un $QS\{-,0,+,0,-\}$. Debe notarse que para pasar de un estado cualitativo positivo a negativo y viceversa, se tiene que pasar por un estado intermedio de ausencia de movimiento: una *transición*.

Ahora, para definir el valor cualitativo de una variable, se utilizarán los operadores $>, =$ y $<, =$, o bien, $\geq, =$ ó \leq según corresponda el caso. Estos operadores, indican desigualdades o desambiguaciones entre variables y estados cualitativos, cuyos casos se desglosan a continuación.

2.3 Estado cualitativo y Transición

Para el presente trabajo se define estado cualitativo como el comportamiento del mecanismo representado por una combinación única de valores cualitativos entre variables, y delimitado por otros estados cualitativos. Un estado cualitativo, por tanto, determina para un cuerpo o conjunto de ellos, el comportamiento comprendido en un rango de valores específicos en determinada dirección y delimitado por los operadores señalados.

Una transición entre estados cualitativos está marcada por el cambio de valor o signo de alguna de sus variables. Para la variable de rotación ω_{1x} que caracteriza el movimiento cualitativo de un engrane, cuyo estado inicial es sin rotación o en reposo, la magnitud cualitativa en cuanto a velocidad angular es $\omega_{1x} = 0$, y al estado cualitativo que representa dicha velocidad angular lo etiquetamos como $e1$. Si rota en sentido horario siguiendo la convención del producto cruz, se define la variable como $\omega_{1x} = +$. Este estado lo etiquetamos como $e2$. La velocidad angular correspondiente a dichos estados, con la variable indicada la representamos como $e1: [\omega_{1x}]$ o como $\omega_{1x}: [e1]$. La misma notación se aplica al estado $e2$.

La distinción entre ambos estados se determina por la relación $\omega_{1x}: [e2] > \omega_{1x}: [e1]$, representado de una manera más compacta como $\omega_{1x}: [e2 > e1]$. Si este engrane tiene una

magnitud con valor 10 en $e2$, y en otro estado posterior aleatorio ei llega a tener un valor de -10, la relación entre ambos estados es $e2: [\omega_{1x}] = |ei: [\omega_{1x}]|$, representado también como: $\omega_{1x}: [e2 = -|ei|]$. Ambos estados cualitativos están situados en un **QS** diferente, por lo que, para al pasar del estado $e2$ al estado ei , la variable ω_{1x} debe pasar por el 0 para experimentar una transición lógica. Este cambio de estados y su transición para esta variable, se representan con un $\omega_{1x}: \mathbf{QS}\{+, 0, -\}$,

Por otro lado, si otro engrane del mismo mecanismo gira alrededor de un eje paralelo con una velocidad angular ω_{2x} en $e2$ y el valor de su magnitud cualitativa es idéntica a $e2: [\omega_{1x}]$, es decir 10, entonces se puede establecer que $\omega_{1x}: [e2] = \omega_{2x}: [e2]$, o bien: $e2: [\omega_{2x} = \omega_{1x}]$.

En el enfoque de DeKleer [21], Travé- Messuyès [10] y Williams [11], los operadores sólo pueden ser usados en las variables y no en las confluencias, además que una igualdad (=) entre dos estados cualitativos, indica una relación de proporcionalidad entre el cambio de dos confluencias (por ejemplo, al comparar dos variables “y”, “z” que cambiaban proporcionalmente, las confluencias son $\partial y = \partial z$). Sin embargo, esto no implica que su valor numérico sea idéntico, ni que tenga algún valor específico; pues solo indica la dirección del cambio de la variable en su **QS** para determinado estado cualitativo. Por tanto, el único valor absoluto que se puede asignar a una variable al usar el signo igual es 0.

En el presente trabajo, los operadores numéricos y signos se usarán ambos sobre una variable a fin de simplificar el análisis. El propósito de estos operadores es usar el mínimo de información geométrica y numérica, con un uso parecido al que propone Kim [32] para desambiguar la magnitud de las inclinaciones relativas entre eslabones en un mismo cuadrante al simular cualitativamente eslabonamientos.

El signo igual se usará para indicar un valor específico en los siguientes casos:

- a) Para indicar que una variable vale cero o tiene una dirección en el **QSP** o **QSN**.
- b) Indicar que dos variables distintas tienen el mismo valor en un mismo estado cualitativo.
- c) Indicar que dos estados cualitativos de una misma variable tienen el mismo valor.

La representación de un estado cualitativo será mediante un vector de movimiento **MV**, el cual se construirá indicando los signos de las variables cualitativas, en el orden de definición de las variables para un determinado estado cualitativo, y seguido de una inequación que desambigüe los valores de las variables que lo requieran, el ejemplo para construir un **MV** se verá más adelante. Asimismo, se utilizará la definición de envisionment para representar el comportamiento general del mecanismo, puesto que los estados cualitativos válidos se representan ya depurados en un solo procedimiento. El conjunto de vectores que definan el envisionment se le conocerá como matriz general de movimientos. (**MGM**). El proceso para construir la **MGM** se definirá como envisioning también; con la diferencia respecto a otros enfoques [5], [16], [37] , [38] , que no se realizará con un enfoque computacional, sino que será construida en base a un razonamiento sencillo, compacto y extensible. La representación gráfica de la **MGM** se realizará a través de un diagrama de vectores.

En el enfoque de Han & Lee [17], en que los estados cualitativos descritos por las **SCM** se describen en base a las 8 direcciones cualitativas traslacionales descritas por Nielsen [29], la matriz **SCSM** provee información individual de la configuración espacial de cada uno de los componentes de un mecanismo, el uso del álgebra de signos conduce a ambigüedades entre las soluciones, por lo cual son necesarios otros criterios para desambiguar, lo que requiere de mayor información cualitativa. Esto difiere del enfoque que presentamos en la actual investigación: las ambigüedades entre variables y sus estados cualitativos se evitan haciendo uso de los operadores $>$, $=$ y $<$, para depurar estados irrelevantes al construir de la **MGM**. Ésta matriz también provee información de la configuración espacial del mecanismo, pero está más ligada al describir el envisionment, por lo que la información de la configuración espacial proveniente de cada uno de los componentes de la matriz que no resulta relevante no se incluye en la **MGM**.

2.4 Trinquete

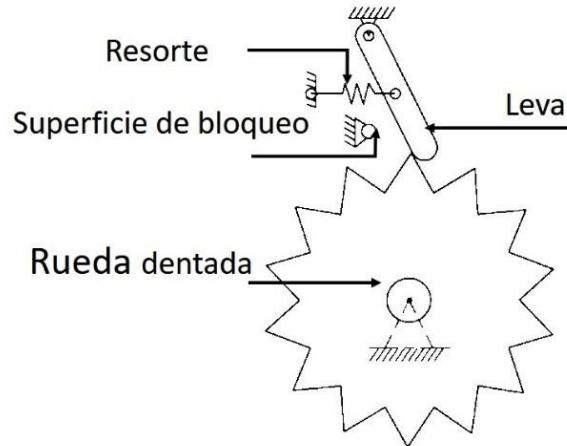


Figura 1. Mecanismo de trinquete

Un trinquete, tal como se observa en la Figura 1, que es un mecanismo que permite la rotación de algún elemento como una flecha o eje, engrane en un sentido, pero la restringe en sentido contrario. Debido a esta definición, para la presente investigación no se aborda como un componente mecánico representado por un **BB**, sino como una función de restricción [36], determinada por una desigualdad, la cual funciona bajo los siguientes dos casos:

Entre un elemento mecánico A , en el caso de la Figura 1 es la rueda dentada y un marco que se considere inmóvil, es decir, un bastidor. El giro del elemento A alrededor de un eje " x " se permite solo en un sentido (positivo o negativo, según se requiera) que, para el presente ejemplo, el sentido permitido es $+$.

Entonces, si la velocidad angular de elemento A es ω_x , su desigualdad resulta en:

$$\omega_{Ax} \geq 0 \quad (1)$$

En este caso, el uso de un trinquete como una función de restricción que permite aislar un intervalo completo del **QSG**, ya sea el **QSP** o el **QSN**.

El segundo caso se presenta cuando el trinquete se coloca entre dos ejes que poseen movimiento. En tal caso un elemento A que gire alrededor de un eje " x " con velocidad

angular ω_{Ax} , y un elemento B que gire alrededor del mismo eje " x " o concéntrico a él, con velocidad angular ω_{Bx} , tendrán una restricción de movimiento tal que al considerar a B como un "bastidor móvil", la desigualdad será:

$$\omega_{Ax} \geq \omega_{Bx} \quad (2)$$

En este caso, el uso de un trinquete como una función de restricción, permite aislar una porción del **QSG**, o también de un mismo intervalo del **QSP** o del **QSN**. La desigualdad (2) implica que si el elemento B gira con signo positivo o negativo, el eslabón A debe girar con la misma velocidad angular o mayor (sin importar si sea positiva o negativa); implicando también que A no puede girar a menor velocidad angular que B ; es decir, el eslabón B actúa como un bastidor móvil. Por ejemplo, si $\omega_{Ax} = -10 \text{ rad/s}$, $\omega_{Bx} = -11 \text{ rad/s}$, es un valor válido; sin embargo $\omega_{Ax} = -12 \text{ rad/s}$ y $\omega_{Bx} = -11 \text{ rad/s}$, no son valores válidos.

A continuación, se aplican las anteriores definiciones en una metodología que permita obtener un diseño conceptual de un nuevo mecanismo a partir de un mecanismo previo.

2.5 Metodología para diseño conceptual

1. Obtener requerimientos de un mecanismo para diseñar con base en la relación **FSB** entre su entrada y salida.
2. Buscar un mecanismo cuya descripción del funcionamiento o movimiento con base en la relación **FSB** de la entrada y salida sea compatible con los requerimientos de diseño.
3. Generar su **MGM** de acuerdo a los siguientes pasos:
 - Establecer ejes, convención de signos y describir variables de movimiento
 - Generar los vectores para cada uno de los estados cualitativos, así como las desambiguaciones necesarias entre las variables cualitativas. Para ello, se debe generar una descripción del comportamiento general del mecanismo asumiendo que el mecanismo efectúa un movimiento que satisface su descripción cualitativa

respecto a la relación entre su entrada y su salida, en las direcciones necesarias, y el número de ciclos necesarios. Este movimiento debe propagarse en cada uno de los eslabones, en una secuencia lógica de movimiento y cubriendo cada todos los casos de movimiento para cada eslabón, siempre y cuando éstos sean posibles.

Debido a que es un análisis cualitativo, el diseñador debe poseer conocimientos sobre el funcionamiento previo de mecanismos y razonamiento lógico de lo que sucede como consecuencia del movimiento de cuerpos en el espacio, entre otros cuerpos y, a fin de vislumbrar adecuadamente el envisionment de cada mecanismo a usar como base.

4. Construir la **MGM**
5. Inverse envisioning: analizar la **MGM** y aislar los movimientos requeridos de acuerdo a la descripción hecha en el caso de estudio, haciendo uso de trinquetes como *funciones de restricción*.
6. Generar concepto.
7. Generar nuevo envisionment.
8. Archivar la **MGM** obtenida en el paso 3, así como la que representa el envisionment del nuevo mecanismo obtenida en el paso 6, pues la información generada puede ser usada posteriormente en un análisis case-based para generar otros mecanismos más complejos a partir del obtenido. Éste último punto no forma parte de la presente investigación en el caso de los trenes de engranajes, pues se enfoca en obtener información de comportamiento general al particular; sin embargo, no existe un criterio que impida realizar un proceso inverso, tal como se efectúa en los estudios de **BBs**. Por ello, en el anexo A-2, se incluye el envisionment de un mecanismo manivela corredera con un mecanismo primitivo.
9. Simular funcionamiento. Comparar comportamiento y verificar si cumple con el predicho en el nuevo envisionment
10. Construir nuevo mecanismo (Este paso no está incluido en el presente estudio)

Los pasos del punto 4, para generar la **MGM**, se encuentran aplicados directamente para el caso de estudio.

3 Síntesis Conceptual de un mecanismo convertidor de rotación oscilatoria a rotación unidireccional.

Para la presente investigación, el enfoque central es la aplicación de la metodología a sistemas rotatorios con ejes fijos o móviles, concretamente trenes de engranajes. En el capítulo 4 se realiza una introducción al análisis de sistemas con eslabonamientos y elementos con traslación. Nuestra metodología está enfocada a obtener información del comportamiento general de mecanismos que ya están construidos, por lo cual su configuración espacial y envisionment se encuentran restringidos. Una vez determinado el comportamiento general, se analizan y depuran los estados cualitativos útiles del envisionment para generar un nuevo concepto de mecanismo.

3.1 Requerimientos de diseño.

El mecanismo requerido es uno que convierta una rotación oscilatoria de un eslabón de entrada (positivo o negativo) en una rotación unidireccional en el eslabón de salida (solo positiva, o solo negativa) concéntricamente, los requisitos de diseño deben expresarse en términos de su comportamiento cualitativo. Por ello, la rotación de entrada se expresa como ω_{inx} y la rotación de salida como ω_{outx} . El quantity space para la entrada es: ω_{inx} : **QS**{-,0,+} y para la salida ω_{outx} : **QS**{-,0} ó ω_{outx} : **QS**[0,+}.

Para la variable de salida, la rotación se elige solo como positiva, por lo que se elige el **QSP**. En la literatura es posible encontrar mecanismos que transforman un movimiento de rotación oscilatorio proveniente de una entrada, como un engranaje, polea, eje, etc., en un movimiento giratorio continuo, dirigido a un elemento de salida mecánica mediante la incorporación de trinquetes a un tren. de engranajes cónicos. Estos dispositivos transmiten la conversión de movimiento giratorio a la salida con respecto a la entrada de forma perpendicular [6], [7] o concéntrica [63]. Una aplicación de este mecanismo es la conversión de la rotación en una máquina flejadora [64], o una de pedaleo oscilatorio en algunos prototipos de bicicletas [65], [66], [67].

La siguiente sección presenta un nuevo mecanismo de este basado en la incorporación de trinquetes a un tren de engranajes diferencial ordinario, derivado de la aplicación de la metodología actual.

3.2 Mecanismo que cumple con la descripción de requerimientos de diseño

El mecanismo provisto es un tren de engranajes diferencial, el cual se puede ver en la Figura 2, el sistema está compuesto de engranes cónicos, engranes principales de entrada y de salida y engranes planetarios con un portador (corona). La entrada de potencia al mecanismo es a través del piñón distribuyéndose dentro del mecanismo para salir por los dos engranes-ejes de salida. Es un mecanismo de transmisión usado mayoritariamente en vehículos automotrices, el cual reparte la rotación de entrada entre las dos ruedas accionadas, permitiendo una rotación de diferente magnitud entre ellas bajo condiciones de agarre limitadas.

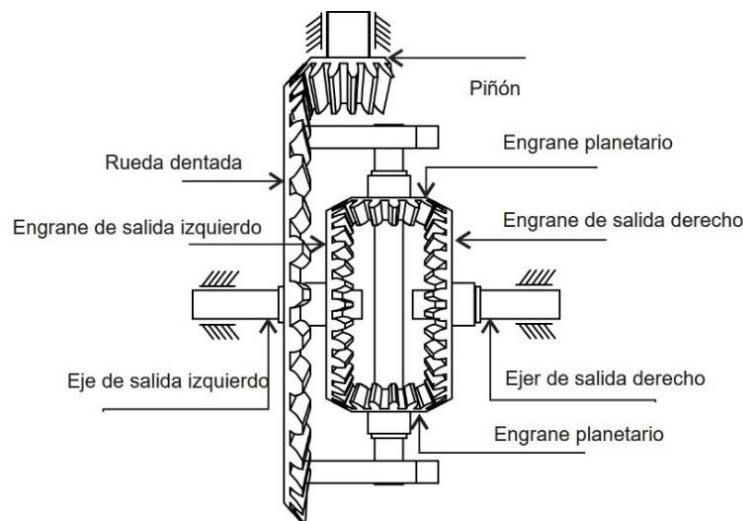


Figura 2. Tren de engranajes diferencial ordinario

Esta diferencia de rotación entre las ruedas, (transmitida a los ejes-engranes, izquierdo o derecho a los que se encuentran unidas) implica situaciones de movimiento en que una de

las ruedas puede girar en sentido negativo, mientras la otra lo gira en sentido positivo. Ambas pueden girar positivas o negativas a la vez con la misma velocidad angular o diferente velocidad angular; también se genera la situación en que una rueda puede rotar en cualquier sentido mientras la otra permanece en reposo, siempre manteniendo entre ellas un neto de rotación el cual proviene de un eje, el cual en la Figura 2 es el piñón.

Estos dos eslabones (engranes-ejes de salida izquierdo y derecho) tienen un comportamiento el cual, en términos cualitativos se describe como un $QS\{+, 0-\}$ en cuyo dominio puede alojarse el QS descrito en los requerimientos de diseño, teniendo que aislar solamente la parte del QSP correspondiente al eslabón de salida. Ésta característica permite aislar los requerimientos de diseño bajo la aplicación de nuestra metodología, realizando una modificación al mecanismo, visible en Figura 3, donde se elimina el piñón, lo que cambia la corona como eslabón de entrada para dejarla sólo como portador de los engranes planetarios, y su ubicación pasa de ser externa a ser interna, en forma de cruz. Esto permite usar los engranes izquierdo y derecho como eslabones de salida y entrada respectivamente.

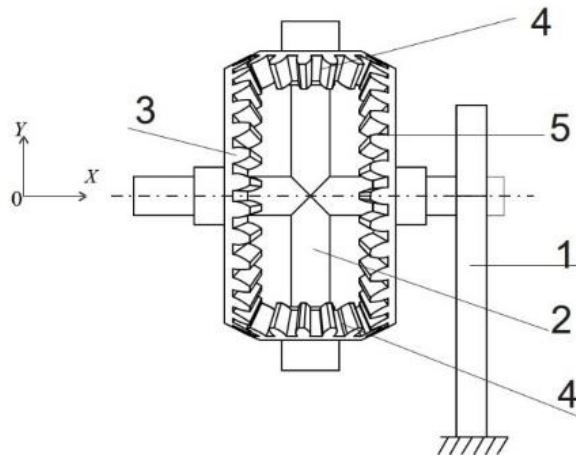


Figura 3. Tren de engranajes diferencial modificado para análisis de caso

3.3 Generar MGM

3.3.1 Establecer ejes, convención de signos y describir variables de movimiento.

El tren de engranajes consta de i eslabones y j ejes (eje "x" y eje "y") donde el eslabón 1 es el bastidor, el eslabón 2 es el portador en forma de cruceta, el eslabón 3 es un engrane cónico caracterizado por ser el eslabón de entrada, el eslabón 4 es un engrane cónico planetario del cual hay dos, y el eslabón 5 es un engrane cónico caracterizado por ser el eslabón de salida. Para definir marcos de referencia, se asume que el bastidor es 1 es inmóvil, el eslabón 2 está conectado al bastidor 1, Los engranes 5 y 3 están conectados al eje x del eslabón 2 el cual se considera móvil, pues rota en torno al eje x , por lo cual no tienen bastidor inmóvil. El engrane 4 (planetario) está sujeto al brazo o eje y del eslabón 2, por lo que éste es su bastidor móvil y no hace contacto directo con 1.

Los requerimientos de diseño del presente caso exigen que las variables cualitativas describan una rotación determinada para los eslabones asignados como entrada 3 y salida 5. La variable elegida es la velocidad angular ω describe una rotación en función del tiempo. Para un análisis cualitativo como éste, se pretende describir una rotación en función de un estado cualitativo determinado, por lo que la variable ω_{ij} describe una rotación cualitativa en un determinado estado cualitativo, donde i es el número de eslabón, y j es el eje. Es decir, se sustituyen las variables ω_{3x} y ω_{5x} en lugar de las variables ω_{inx} y ω_{outx} definidas para la rotación de entrada y de salida respectivamente. Las variables ω_{2x} y ω_{4y} representan la rotación de la cruceta o portador y de los engranes planetarios, alrededor del eje "x" y del eje "y" respectivamente.

Para efectos del análisis, se indica la convención de signos del movimiento de los elementos del mecanismo en la Figura 4.

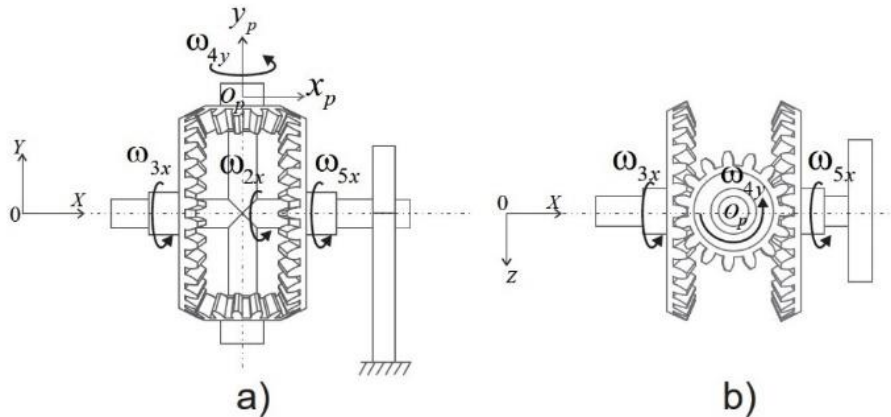


Figura 4. Convención de signos para definir el movimiento de los eslabones del mecanismo. En a) se presenta una vista frontal del mecanismo, mientras que en b) se presenta una vista superior.

3.3.2 Generación de los vectores de movimiento:

Para generar los vectores cualitativos de movimiento **MV**, se asume un movimiento para el mecanismo en la entrada 3 a partir del reposo cuyo estado cualitativo es $e0$; aquí, el movimiento neto para cada componente del mecanismo igual a cero. Posteriormente, se analizan los casos cuando el eslabón de entrada tiene un **QSP**, $\omega_{3x} > 0$, y cuando tiene un **QSN** $\omega_{3x} < 0$, representando en su conjunto, incluida su transición, un movimiento que contempla una rotación oscilatoria que para por ambos **QS**. La lógica del movimiento es comenzar un estado de rotación del eslabón de entrada en sentido positivo hasta alcanzar un máximo, regresarlo a cero y pasarlo a girar a sentido negativo, para finalmente regresarlo al estado inicial de reposo.

Se analizan todos los movimientos mecánicamente posibles de los demás componentes derivados de ambos casos generales de movimiento. No se ingresan estados no válidos; por ejemplo, en el caso que el eslabón planetario 4 gire en un sentido negativo, provocará forzosamente que el engrane de salida 5 gire positivo o que el engrane de entrada 3 gire negativo. Suponer que estos engranes girarán negativo y positivo respectivamente es el ejemplo de un caso no válido, el cual no debe plasmarse en la matriz. Al finalizar, se deben ordenar todos los estados cualitativos resultantes en una secuencia lógica de movimiento que vislumbre el envisionment del mecanismo.

Los vectores de movimiento conforman cada una de las filas de la **MGM**. Las variables ordenan de la siguiente manera: ω_{4y} , ω_{3x} , ω_{2x} y ω_{5x} . Las variables que tienen un eje en común son ω_{3x} , ω_{2x} y ω_{5x} , por lo cual la desambiguación se aplica a estas variables a la derecha del **MV**. Un vector para un estado cualitativo ei lo definimos de la siguiente manera:

$$ei: \omega_{4y}, \omega_{3x}, \omega_{2x}, \omega_{5x} \quad (3)$$

Para desambiguar un estado cualitativo de otro, las desambiguaciones se colocan en el mismo orden de las variables relacionándolas entre sí o con el valor cero 0, haciendo uso de los operadores $<, =, >$ según corresponda. Se muestran a continuación las figuras, análisis de movimiento y **MV** correspondientes a los estados cualitativos $e0, e1, e2, e3$ y $e4$

Estado cualitativo $e0$ (reposo):

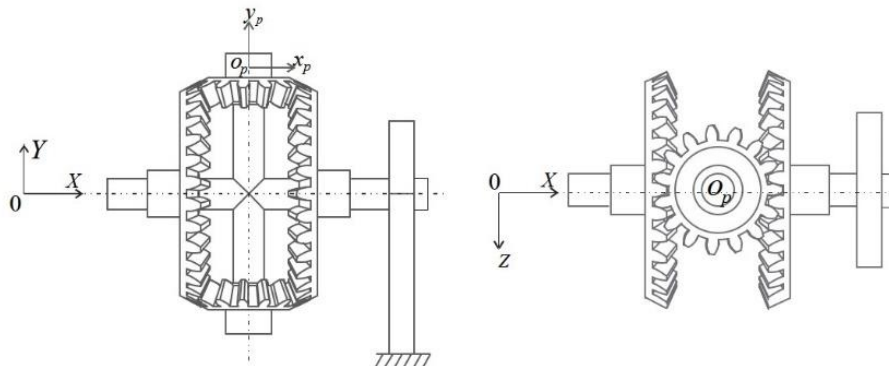


Figura 5. Estado cualitativo $e0$ o de reposo para un tren de engranajes diferencial

Para este estado que muestra el reposo del sistema, el mecanismo no tiene movimiento alguno. Por tanto, ningún componente tiene velocidad angular. Su vector de movimiento **MV**, según el orden de variables establecido en la ecuación (3) es:

$$e0: 0,0,0,0; \omega_{3x} = \omega_{2x} = \omega_{5x}$$

La desambiguación a la derecha del vector se utiliza para indicar la relación de valores entre las variables.

Estado cualitativo e1:

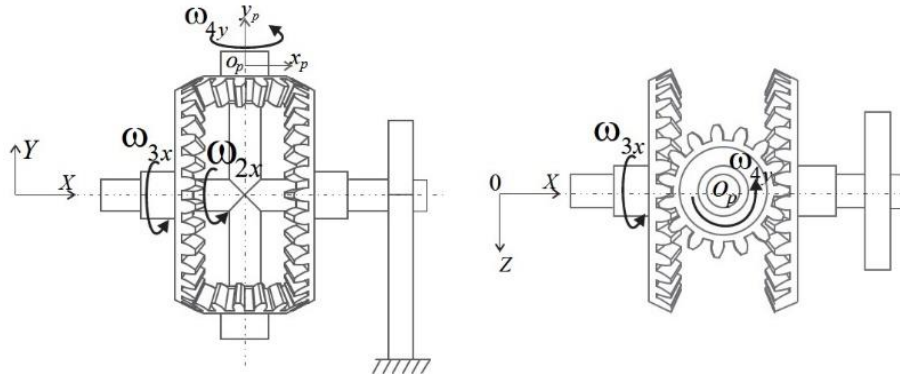


Figura 6. Estado cualitativo e1 para un tren de engranajes diferencial

En este estado, el engrane 3 comienza a girar positivo; su velocidad angular es $\omega_{3x} = +$. Al arrastrar al portador 2, ocasiona que ésta tenga una velocidad angular $\omega_{2x} = +$. Para que esto suceda el engrane planetario debe girar con velocidad angular positiva $\omega_{4y} = +$. El engrane 5 se mantiene aún en reposo con una velocidad angular $\omega_{5x} = 0$. El **MV** resulta en:

$$e1: +, +, +, 0; \omega_{3x} > \omega_{2x} > \omega_{5x}$$

La desambiguación al derecho del vector indica que, hasta este estado, el engrane 3 tiene la velocidad angular de mayor magnitud

Estado cualitativo e2:

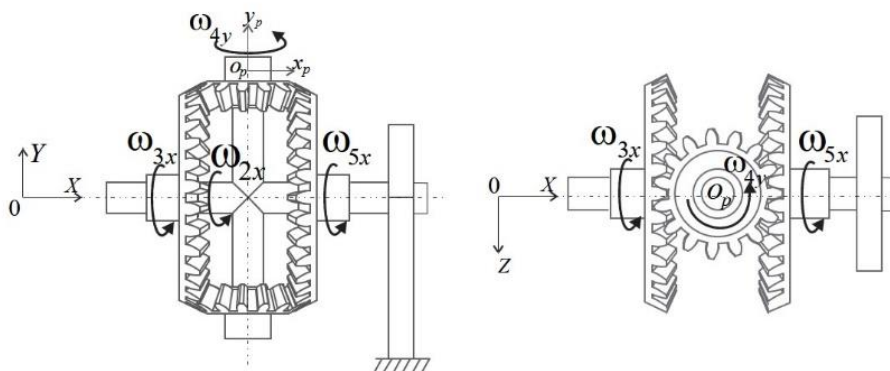


Figura 7. Estado cualitativo e2 para un tren de engranajes diferencial

En este estado, el engrane 3 continúa girando con velocidad angular $\omega_{3x} = +$, el portador 2 en consecuencia tiene una velocidad angular $\omega_{2x} = +$. Para que esto suceda el engrane planetario debe girar con velocidad angular positiva $\omega_{4y} = +$. El engrane 5 comienza a girar con una velocidad angular $\omega_{5x} = +$. El **MV** resulta en:

$$e2: +, +, +, +; \omega_{3x} > \omega_{2x} > \omega_{5x}$$

La desambiguación a la derecha del vector indica que, aunque todas las variables se encuentran en el **QSP**, el engrane 3 tiene la velocidad angular de mayor magnitud, seguido del portador 2 y después por el engrane de salida 5.

Estado cualitativo e3:

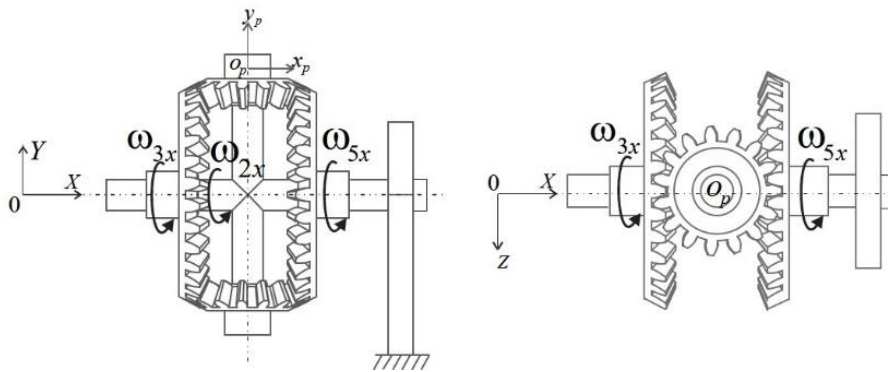


Figura 8. Estado cualitativo e3 para un tren de engranajes diferencial

En este estado el engrane 3 gira con velocidad angular $\omega_{3x} = +$, el engrane 5 ha alcanzado una velocidad angular $\omega_{5x} = +$ cuya magnitud se empata con la del engrane 3, para que esto suceda el engrane planetario debe girar con velocidad angular cero $\omega_{4y} = 0$, lo que ocasiona que la velocidad angular del portador 2, sea positiva, $\omega_{2x} = +$, con una magnitud igual a la de los engranes 3 y 5. El **MV** resulta en:

$$e3: 0, +, +, +; \omega_{3x} = \omega_{2x} = \omega_{5x}$$

La desambiguación a la derecha del vector indica que en todas las variables se encuentran en el **QSP** y poseen la misma velocidad angular.

Estado cualitativo e4

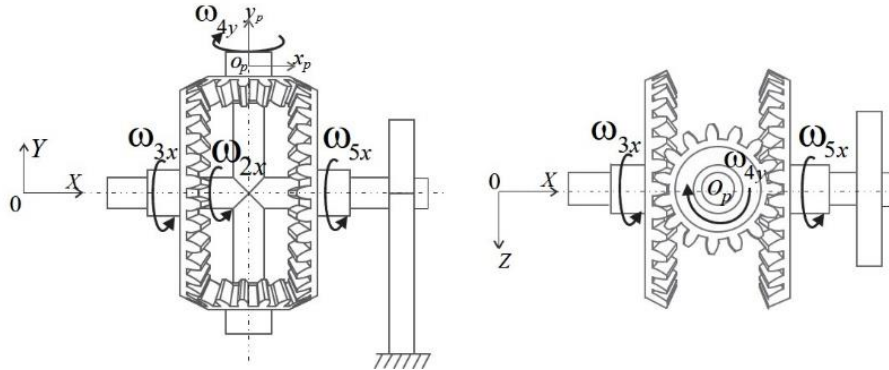


Figura 9. Estado cualitativo e4 para un tren de engranajes diferencial

En este estado, el engrane 3 gira positivo, su velocidad angular es $\omega_{3x} = +$, el engrane 5 continua con una velocidad angular $\omega_{5x} = +$ cuya magnitud ha superado a la del engrane 3, para que esto suceda el engrane planetario tiene que girar con velocidad angular negativa respecto a su eje, $\omega_{4y} = -$, lo que ocasiona que la velocidad angular del portador 2 sea aún positiva, $\omega_{2x} = +$, con una magnitud menor a la del engrane 5 pero mayor a la del engrane 3. El **MV** resulta en:

$$e4: -, +, +, +; \omega_{3x} < \omega_{2x} < \omega_{5x}$$

La desambiguación a la derecha del vector indica que todas las variables se encuentran en el **QSP**, pero la relación entre velocidades angulares se ha invertido, haciendo que la mayor velocidad angular sea del eslabón 5. Esta lógica de movimiento se extiende al resto de los estados cualitativos que forman el envisionment del mecanismo y la **MGM** de los cuales se muestran sus figuras y su **MV** y desambiguaciones correspondientes, no así su análisis por razones de espacio.

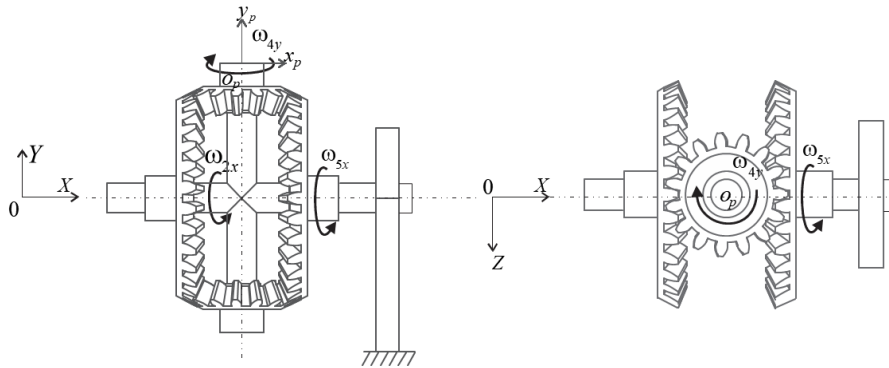


Figura 10. Estado cualitativo e5 para un tren de engranajes diferencial

$$e5: -, 0, +, +; \omega_{3x} < \omega_{2x} < \omega_{5x}$$

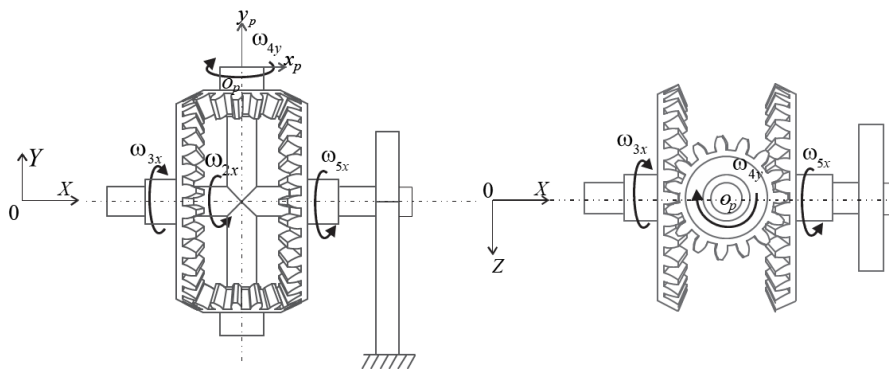


Figura 11. Estado cualitativo e6 para un tren de engranajes diferencial

$$e6: -, -, +, +; \omega_{3x} < \omega_{2x} < \omega_{5x}, |\omega_{3x}| < \omega_{2x} < \omega_{5x}$$

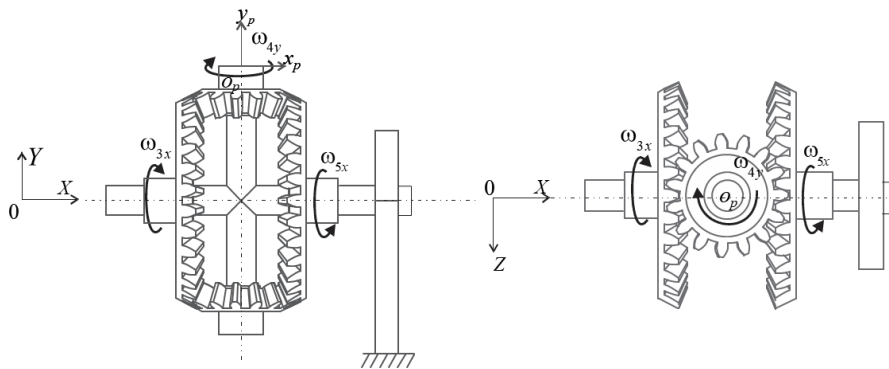


Figura 12. Estado cualitativo e7 para un tren de engranajes diferencial

$$e7: -, -, 0, +; \omega_{3x} < \omega_{2x} < \omega_{5x}, |\omega_{3x}| = \omega_{5x}$$

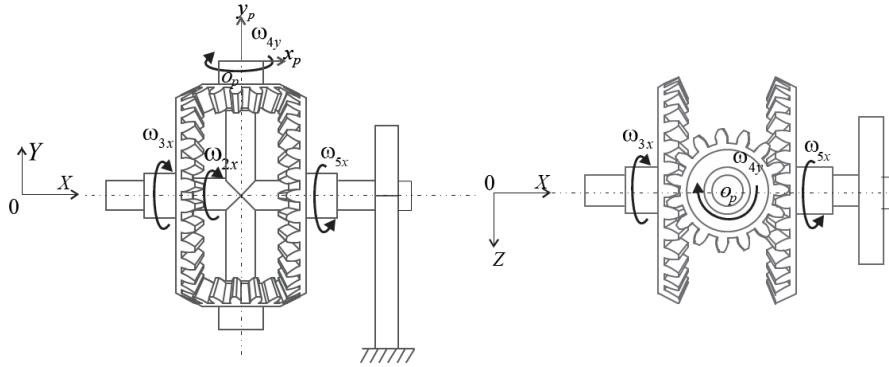


Figura 13. Estado cualitativo e8 para un tren de engranajes diferencial

$$e8: -, -, -, +; \omega_{3x} < \omega_{2x} < \omega_{5x}, |\omega_{3x}| > \omega_{5x} > |\omega_{2x}|$$

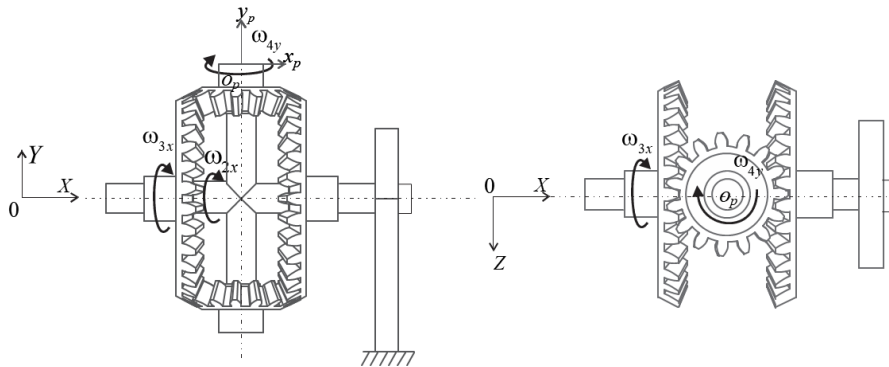


Figura 14. Estado cualitativo e9 para un tren de engranajes diferencial

$$e9: -, -, -, 0; \omega_{3x} < \omega_{2x} < \omega_{5x}, |\omega_{3x}| > |\omega_{2x}| > |\omega_{5x}|$$

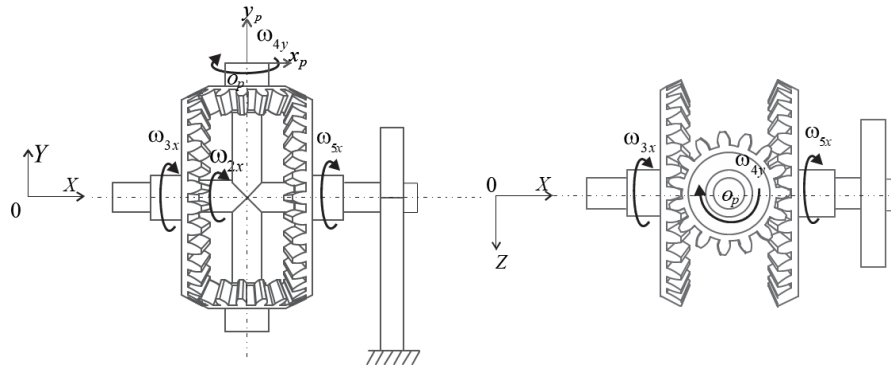


Figura 15. Estado cualitativo e_{10} para un tren de engranajes diferencial

$$e_{10}: -, -, -, -; \omega_{3x} < \omega_{2x} < \omega_{5x}, |\omega_{3x}| > |\omega_{2x}| > |\omega_{5x}|$$

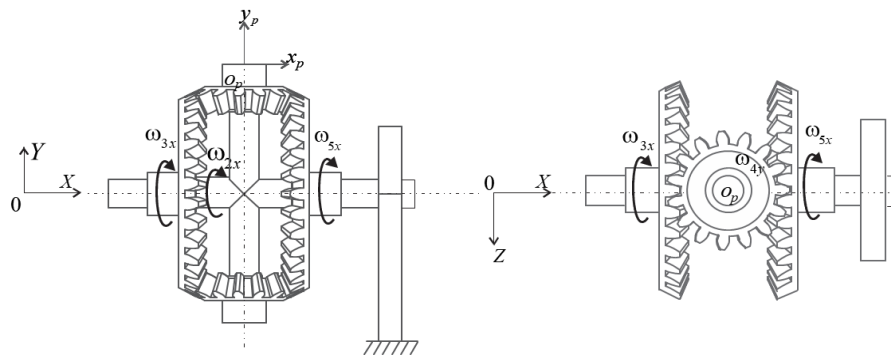


Figura 16. Estado cualitativo e_{11} para un tren de engranajes diferencial

$$e_{11}: 0, -, -, -; \omega_{3x} = \omega_{2x} = \omega_{5x}$$

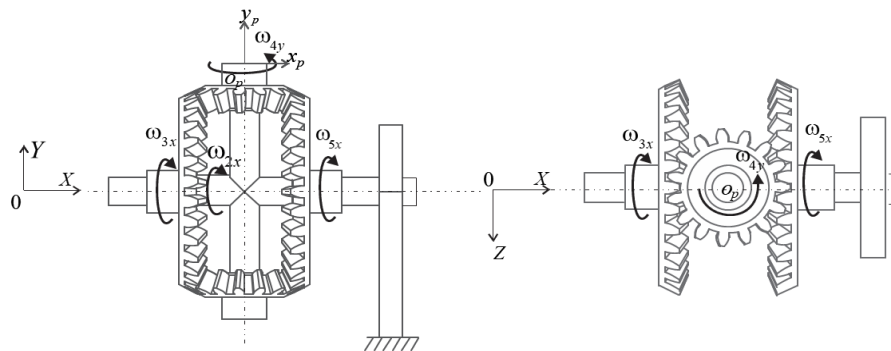


Figura 17. Estado cualitativo e_{12} para un tren de engranajes diferencial

$$e12: +, -, -, -; \omega_{3x} > \omega_{2x} > \omega_{5x}, |\omega_{3x}| < |\omega_{2x}| < |\omega_{5x}|$$

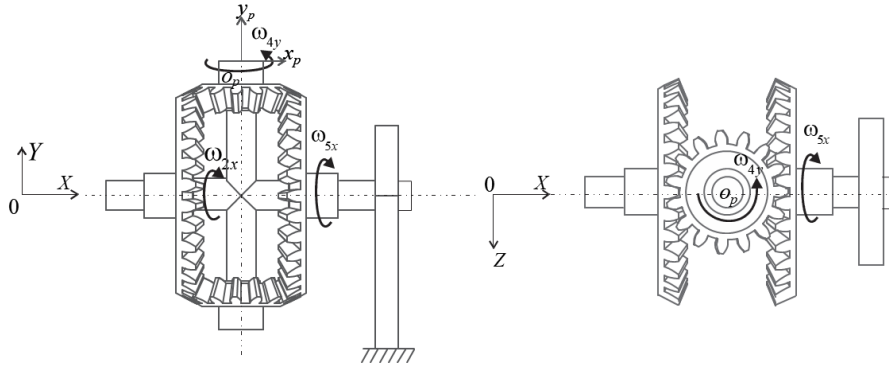


Figura 18. Estado cualitativo e13 para un tren de engranajes diferencial

$$e13: +, 0, -, -; \omega_{3x} > \omega_{2x} > \omega_{5x}, |\omega_{3x}| < |\omega_{2x}| < |\omega_{5x}|$$

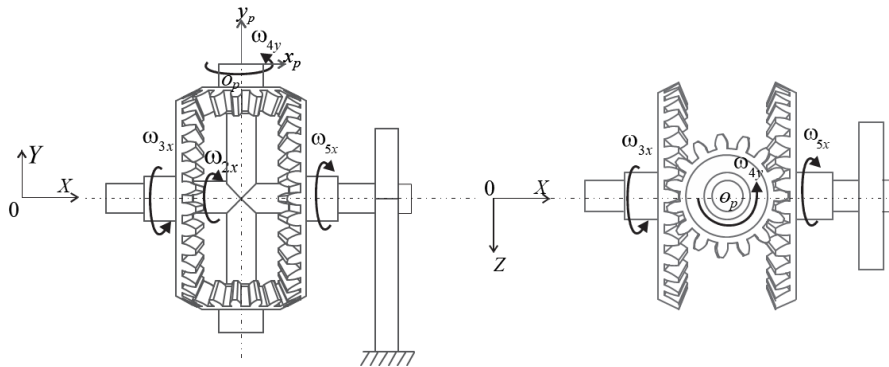


Figura 19. Estado cualitativo e14 para un tren de engranajes diferencial

$$e14: +, +, -, -; \omega_{3x} > \omega_{2x} > \omega_{5x}, \omega_{3x} < |\omega_{2x}| < |\omega_{5x}|$$

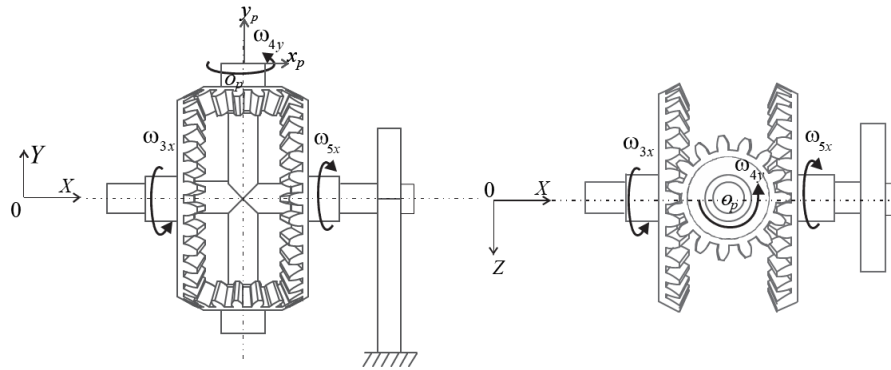


Figura 20. Estado cualitativo e15 para un tren de engranajes diferencial

$$e15: +, +, 0, -; \omega_{3x} > \omega_{2x} > \omega_{5x}, \omega_{3x} = |\omega_{5x}|$$

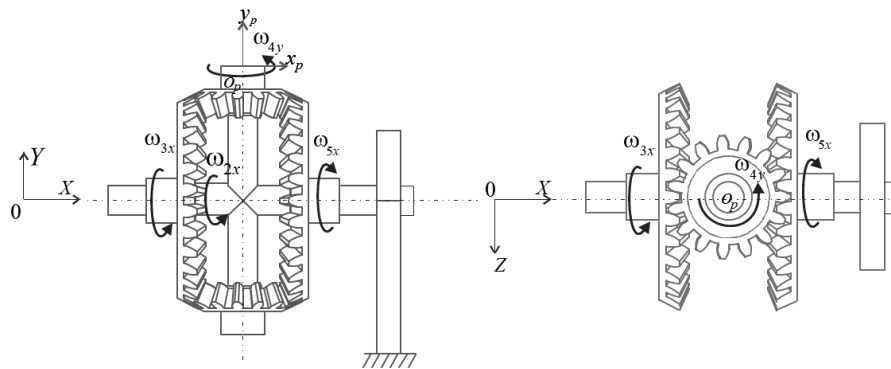


Figura 21. Estado cualitativo e16 para un tren de engranajes diferencial

$$e16: +, +, +, -; \omega_{3x} > \omega_{2x} > \omega_{5x}, \omega_{3x} > \omega_{2x} > |\omega_{5x}|$$

Para el estado cualitativo e17, su **MV** y desambiguación coincide con el estado cualitativo e1, se reinicia entonces el ciclo de movimiento. El total de estados cualitativos se incluyen en la **MGM**, visible en la Tabla 1.

3.3.3 Matriz General de Movimiento

Tabla 1. MGM

Estado	ω_{4x}	ω_{3x}	ω_{2x}	ω_{5x}	Desambiguación
e_0	0	0	0	0	$\omega_{3x} = \omega_{2x} = \omega_{5x}$
e_1	+	+	+	0	$\omega_{3x} > \omega_{2x} > \omega_{5x}$
e_2	+	+	+	+	$\omega_{3x} > \omega_{2x} > \omega_{5x}$
e_3	0	+	+	+	$\omega_{3x} = \omega_{2x} = \omega_{5x}$
e_4	-	+	+	+	$\omega_{3x} < \omega_{2x} < \omega_{5x}$
e_5	-	0	+	+	$\omega_{3x} < \omega_{2x} < \omega_{5x}$
e_6	-	-	+	+	$\omega_{3x} < \omega_{2x} < \omega_{5x}, \omega_{3x} < \omega_{2x} < \omega_{5x}$
e_7	-	-	0	+	$\omega_{3x} < \omega_{2x} < \omega_{5x}, \omega_{3x} = \omega_{5x}$
e_8	-	-	-	+	$\omega_{3x} < \omega_{2x} < \omega_{5x}, \omega_{3x} > \omega_{5x} > \omega_{2x} $
e_9	-	-	-	0	$\omega_{3x} < \omega_{2x} < \omega_{5x}, \omega_{3x} > \omega_{2x} > \omega_{5x} $
e_{10}	-	-	-	-	$\omega_{3x} < \omega_{2x} < \omega_{5x}, \omega_{3x} > \omega_{2x} > \omega_{5x} $
e_{11}	0	-	-	-	$\omega_{3x} = \omega_{2x} = \omega_{5x}$
e_{12}	+	-	-	-	$\omega_{3x} > \omega_{2x} > \omega_{5x}, \omega_{3x} < \omega_{2x} < \omega_{5x} $
e_{13}	+	0	-	-	$\omega_{3x} > \omega_{2x} > \omega_{5x}, \omega_{3x} < \omega_{2x} < \omega_{5x} $
e_{14}	+	+	-	-	$\omega_{3x} > \omega_{2x} > \omega_{5x}, \omega_{3x} < \omega_{2x} < \omega_{5x} $
e_{15}	+	+	0	-	$\omega_{3x} > \omega_{2x} > \omega_{5x}, \omega_{3x} = \omega_{5x} $
e_{16}	+	+	+	-	$\omega_{3x} > \omega_{2x} > \omega_{5x}, \omega_{3x} > \omega_{2x} > \omega_{5x} $
e_{17}	+	+	+	0	$\omega_{3x} > \omega_{2x} > \omega_{5x}$

La matriz está constituida de 17 **MV**, cada vector se compone de 4 variables, éstas definidas en el orden: ω_{4y} , ω_{3x} , ω_{2x} , ω_{5x} la información de cada vector indica un estado cualitativo único. El estado cualitativo 17, es exactamente el mismo que el número 2, por lo que a partir de este estado se reinicia el ciclo. El ciclo completo, omitiendo el estado e_0 que implica el reposo, está compuesto sólo por 16 estados. Para el análisis de estados de la **MGM**, la cual sólo contempla estados de movimientos en un ciclo continuo, se analizan los estados 1 al 17. Es importante notar que un estado sucesivo puede volver en reversa al estado anterior, lo que garantiza la continuidad de un movimiento.

3.4 Análisis de la Matriz de Movimientos (Inverse envisioning)

3.4.1 Análisis General. Variables De Entrada Y Salida

Si un determinado mecanismo tiene que ser modificado para cambiar su función surgen preguntas como ¿qué parte del mecanismo se tiene que modificar?, ¿Qué comportamientos subyacentes existen que se puedan aprovechar?, ¿Qué comportamientos surgirán a raíz de las modificaciones realizadas? Estas preguntas se responden de manera ‘natural’ de acuerdo al análisis de la **MGM**.

La matriz de movimientos está ordenada en una secuencia de movimiento donde las transiciones entre estados cualitativos para cada variable resultan lógicas, pasando de un estado **QSP** al **QSN** o viceversa, transiciones representadas por **QS**:{+,0,-}, o bien, **QS**:{-,0,+}. Este orden es dictado en base al movimiento eslabón de entrada (columna 2). La variable ω_{4x} se coloca en la columna 1, debido a que el eslabón se sitúa en un eje que no es paralelo o concéntrico a los eslabones 2, 3 y 5, por lo que tampoco se establecen relaciones de desambiguación entre las variables ω_{3x} , ω_{2x} ó ω_{5x} y ω_{4y} .

3.4.2 Transiciones, periodicidad, valores máximos y mínimos.

Todas las variables tienen un total de 7 estados en el **QS** positivo, 7 estados en el **QS** negativo y 2 **QS** en el estado de movimiento cero, alcanzando un valor máximo o mínimo de velocidad angular en el estado intermedio de dichos estados, para cada variable. Los estados $e1$ al $e8$, agrupan un comportamiento del mecanismo en que el engrane de entrada parte del reposo para girar positivamente, llegar al estado 5 salida tiene un giro positivo, alcanza su cúspide en el estado 3, para luego descender hasta cero en el estado 5. A partir del estado $e6$, el engrane de entrada gira negativo hasta el estado $e9$. Durante este intervalo de movimiento, el eslabón de entrada 3 describe un **QS**{+,0,-} mientras que el engrane de salida 5 al girar positivo, describe un **QS**{0,+}. Al completar el ciclo de movimiento conformado por los 16 estados cualitativos, el eslabón 3, tiene un **QSG**{+,0,-,0,+}, mientras que el eslabón 5 tiene un **QSG**{0,+,0,-}.

Así, el valor máximo de velocidad angular de ω_{3x} ocurre en el estado $e1$, la transición de positivo a negativo ocurre en el estado $e5$ y de negativo a positivo en el estado $e13$, su valor mínimo ocurre en el estado $e9$. Los valores para todas las variables se visualizan a continuación en la Tabla 2:

Tabla 2. Estados cualitativos máximos y transiciones

Estado	ω_{4y}	ω_{3x}	ω_{2x}	ω_{5x}
Máximo	$e15$	$e1$	$e3$	$e5$
Mínimo	$e7$	$e9$	$e11$	$e13$
Transición + a -	$e3$	$e5$	$e7$	$e9$
Transición - a+	$e11$	$e13$	$e15$	$e1$

El orden de los estados cualitativos entre máximos, mínimos y sus transiciones de movimiento válidas genera la continuidad del movimiento para cada eslabón. Los valores máximos se conjeturan a través de observar la relación entre transiciones y los estados en los cuales recaen las posiciones intermedias cualitativas para determinada variable en el **QS**; es decir, el valor máximo de ω_{5x} se conjetura como máximo en $e5$ por que este estado representa la posición intermedia en el **QSP** para esta variable y el valor mínimo en $e13$, debido a que es la posición intermedia del **QSN**.

La relación entre los valores de una misma variable para su **QSG** es:

$$\begin{aligned} \omega_{4y}: [e1 > e2 > e3 > e4 > e5 > e6 > e7 < e8 < e9 < e10 < e11 < e12 < e13 < e14 < e15 > e16] \\ \omega_{3x}: [e1 > e2 > e3 > e4 > e5 > e6 > e7 > e8 > e9 < e10 < e11 < e12 < e13 < e14 < e15 < e16] \\ \omega_{2x}: [e1 < e2 < e3 > e4 > e5 > e6 > e7 > e8 > e9 > e10 > e11 < e12 < e13 < e14 < e15 < e16] \\ \omega_{5x}: [e1 < e2 < e3 < e4 < e5 > e6 > e7 > e8 > e9 > e10 > e11 > e12 > e13 < e14 < e15 < e16] \end{aligned}$$

El análisis de la matriz revela que los estados $e1$ al $e8$, que conforman la mitad del environment poseen una característica que llamaremos *simetría cualitativa*, respecto a los estados $e9$ al $e16$. Esto implica para cada variable, que el valor cualitativo absoluto del estado cualitativo $e1$ es igual al valor cualitativo absoluto estado $e9$, el $e2$ al $e10$, el $e3$ al

e_{11} , e_4 al e_{12} , el e_5 al e_{13} , el e_6 al e_{14} , el e_7 al e_{15} , y el e_8 al e_{16} . Para el caso de estudio, implica que el análisis efectuado para los primeros 8 estados se puede extender para los otros 8 restantes, considerando sólo una inversión de signos en los **MV** de cada variable.

3.4.3 Estableciendo relación entre variables no ligadas. Eslabones intermedios

La columna 1 de la **MGM** que denota la variable ω_{4y} , describe el movimiento del engrane planetario 4 (sólo se analiza uno, ya que el otro describe el mismo movimiento resultando en un eslabón redundante). Este eslabón posee un **QSG** $\{+,0,-,0,+\}$. Dentro de este intervalo, el valor de la variable es positivo siempre que se cumple la desigualdad $\omega_{3x} > \omega_{5x}$. Tiene un valor $\omega_{4y} = 0$ cuando $\omega_{3x} = \omega_{2x} = \omega_{5x}$, sean estas velocidades positivas o negativas. Y describe un giro negativo cuando $\omega_{3x} < \omega_{5x}$. Se observa también que ω_{2x} tiene un **QSG** $\{+,0,-,0,+\}$.

Es importante notar que, directamente en el análisis de estados al construir los **MV** no se puede establecer una relación entre las variables $\omega_{3x}, \omega_{2x}, \omega_{5x}$ con ω_{4y} a través de los operadores numéricos; sin embargo, en este punto de análisis del inverse envisioning resulta evidente el papel de las desambiguaciones y de la matriz general para relacionar cualitativamente entre sí a todas las variables. El comportamiento general de la **MGM** (excepto para la variable ω_{4y}), puede visualizarse en la siguiente gráfica de vectores.

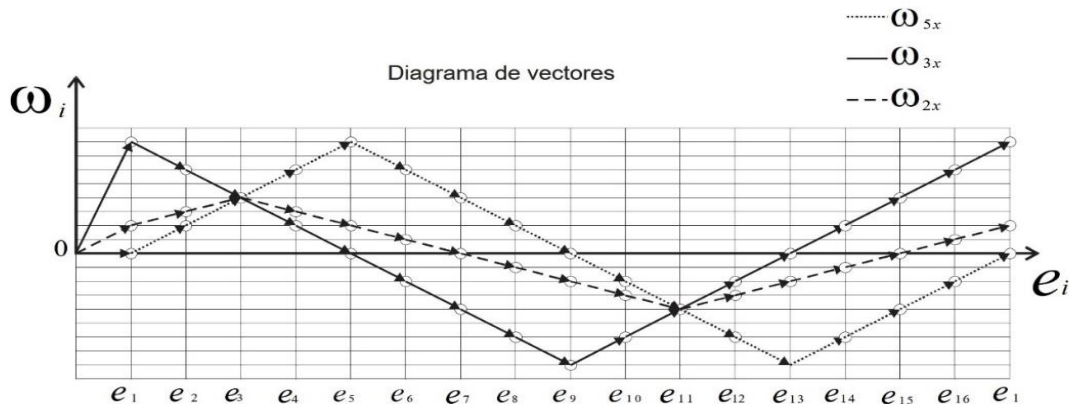


Figura 22. Diagrama de vectores correspondiente al envisionment del tren de engranajes diferencial

3.5 Generación del diseño conceptual

3.5.1 Papel del trinquete: restricción de Movimientos

Para este caso de estudio, un trinquete es un mecanismo que tiene un rol fundamental el cual es extensible a otros mecanismos con ejes de rotación fijos o móviles. Al representarlos como como funciones de restricción se puede manipular la **MGM** para restringir rotaciones en determinadas direcciones (por sí mismo, un trinquete permite aislar un **QS** de un componente del mecanismo, ya sea de manera absoluta al permitir el giro sólo en un sentido, positivo o negativo del **QS**; o bien de manera relativa permitiendo girar a mayor o igual velocidad que un componente determinado) ayudando a generar un nuevo mecanismo conceptual al alterar la continuidad de movimiento del mecanismo analizado.

El acierto es dónde colocar el trinquete, dada su naturaleza mecánica se debe colocar de una forma físicamente permisible: entre dos componentes con ejes concéntricos, o entre un eje y su bastidor (condiciones descritas en las desigualdades (1) y (2)). No se pueden colocar entre componentes que no compartan eje, tal como entre los eslabones 3 y 4, o bien, que no estén en contacto físico que les permita colocar un trinquete entre ellos, como entre los eslabones 3 y 5) para aislar estados cualitativos dentro de los **QS**

Para el caso de estudio, la rotación de salida será solo positiva (**QSP**). Es decir, que cuando el eslabón 3 gire positivo, el eslabón 5 girará positivo, y si el eslabón 3 gira negativo, el eslabón. 5 girará positivo. Este comportamiento está representado por la ecuación:

$$\omega_{5x} \geq |\omega_{3x}| \quad (4)$$

La entrada es el eslabón 3, la salida el eslabón 5. Para que el eslabón 3 tenga una velocidad $\omega_{3x} \geq 0$, y también $\omega_{3x} \leq 0$, el eslabón de entrada debe tener un movimiento definido como: **QS**{+,0,-} ó **QS**{-,0,+}; mientras que el eslabón de salida 5 tenga una velocidad $\omega_{5x} \geq 0$, debe tener un **QS**{0,+} .

El eslabón 5 no está sujeto al bastidor directamente, sino al eslabón 2, esto implica que si $\omega_{5x} \geq 0$, $\omega_{2x} \geq 0$. De modo que el requerimiento de velocidad de ω_{5x} se traslada al eslabón 2. Es decir, se colocará un trinquete entre el eslabón 2 y el bastidor 1.

Colocar el trinquete en este lugar elimina los estados cualitativos del $e8$ al $e14$, esto se puede observar viendo las inecuaciones que no resultan válidas en la **MGM** como consecuencia de esta inecuación. Si el requerimiento de diseño fuese $\omega_{5x} \leq 0$ para la salida (unidireccional pero negativo), se hubiesen eliminado los estados del $e1$ al $e6$ y el $e16$.

Esta restricción aún conserva el estado cualitativo $e15$ y $e16$, en los que $\omega_{2x} \geq 0$, pero también $\omega_{5x} < 0$. Para eliminar estos estados, se puede colocar un trinquete entre los eslabones 2 y 5 tal que: $\omega_{5x} \geq \omega_{2x}$. Sumando la acción conjunta de ambos trinquetes se establece que:

$$\omega_{5x} \geq \omega_{2x} \geq 0 \quad (5)$$

Éste último trinquete y su respectiva función invalida los estados estado $e15$ y $e16$, pero también los estados cualitativos, $e13$, $e14$, $e1$ y $e2$, quedando sólo los estados $e3$ al $e7$. El envisionment se reduce a los estados $e3$, $e4$, $e5$, $e6$ y $e7$. En todos ellos se cumple que:

$$\omega_{3x} \leq \omega_{2x} \quad (6)$$

$$\omega_{4y} \leq 0 \quad (7)$$

El colocar los trinquetes en dichas posiciones permite a los engranes volver en reversa del estado $e7$ al $e6$ y luego al $e5$, debido a que el trinquete no fue colocado para restringir dichos estados, por lo que el mecanismo puede mover el engrane de entrada oscilando positivo-negativo de manera continua, sin violar las condiciones impuestas por las inecuaciones de estados cualitativos.

3.5.2 Otras alternativas:

El propósito de los trinquetes en cuanto a los requerimientos de diseño es garantizar la desigualdad (4), la colocación del primer trinquete es necesaria entre el bastidor y el eslabón 2, para luego ligar a este eslabón con el eslabón 5. Este primer trinquete elimina los estados cualitativos $e8$ al $e14$. El análisis de la **MGM** revela que el segundo trinquete puede ser cambiado de lugar puesto que las desambiguaciones permiten otra alternativa, siempre y cuando el trinquete que garantice dicha movilidad (si el eslabón 3 gira positivo, al mismo tiempo lo haga el eslabón 5) y elimine los estados cualitativos $e1$ y $e2$.

Esta otra forma posible es colocar un trinquete entre los eslabones 3 y 5 y garantizar, a la vez que $\omega_{5x} \geq 0$. Debido a que estos eslabones no tienen contacto físico directo entre sí, no se puede colocar un trinquete entre ellos directamente. Esta condición debe satisfacerse de manera análoga a la forma de conectar al eslabón 5 y al bastidor, a través del eslabón intermedio 2, tal como se hizo en el caso anterior, de la siguiente manera: $\omega_{3x} \leq \omega_{2x} \leq \omega_{5x}$.

Entonces, se coloca un trinquete entre 3 y 2, satisfaciendo la condición de la desigualdad (6). Este trinquete elimina las condiciones $e1, e2, e12, e13, e14, e15$ y $e16$, mismas que el segundo trinquete del primer caso, por lo cual también el trinquete colocado entre el eslabón 2 y 3 cumple con la función del trinquete colocado entre 2 y 5 generando un mecanismo que se comporte igual cumpliendo la misma función.

Otra alternativa, surge si se observa que, en los estados cualitativos $e3, e4, e5, e6$ y $e7$ que garantizan el movimiento impuesto por (4), el engrane 4 gira solamente con velocidad angular negativa o cero respecto a su eje móvil. Esto permite colocar el segundo un trinquete como alternativa, entre los eslabones 2 y 4 tal que cumpla con (7): $\omega_{4y} \leq 0$, satisfaciendo a la vez, las desigualdades (4), (5) y (6) como consecuencia.

Se establece que cada trinquete restringe un total de 7 estados cualitativos, lo cual coincide con el total de estados de un **QS**; es decir, un trinquete restringe un **QS**. Se dan tres alternativas para cumplir con el mecanismo propuesto, de las cuales se elige la opción 2, la cual se muestra a continuación en un dibujo de SolidWorks. Se muestran los dos casos aislados de movimiento para el eslabón 3, generando una rotación unidireccional en el

eslabón 5. El mecanismo cuenta con dos trinquetes para restringir el movimiento, entre los eslabones 1 y 2 y otro entre los eslabones 2 y 3, de manera que cumpla con el movimiento predicho.

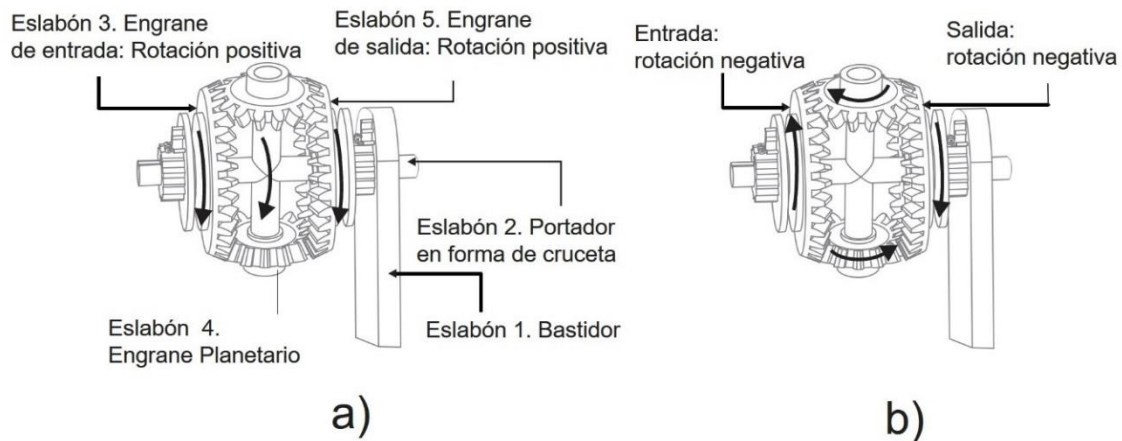


Figura 23. Mecanismo convertidor de rotación oscilatoria a rotación unidireccional. En a) se muestra con una entrada de rotación positiva, mientras que en b) se muestra con una entrada de rotación negativa.

El engrane 3 cuenta con una polea a través de la cual se obtendría el movimiento oscilatorio, y el engrane 5 cuentan con una polea en la cual se obtendría la rotación unidireccional. El mecanismo mostrado, se encuentra bajo solicitud de patente ante el Instituto Mexicano de la Propiedad Industrial IMPI, con el número de solicitud MX/a/2016/017201, cuyo documento se encuentra en el anexo B.

3.6 Nuevo envisionment

La nueva **MGM** que describe el envisionment del nuevo mecanismo está conformada por los estados cualitativos e_3, e_4, e_5, e_6 y e_7 de la anterior **MGM**, por lo cual no se incluirá. Sin embargo, para describir de manera gráfica el comportamiento del mecanismo, se genera un diagrama de vectores [17] uniendo los estados cualitativos en el orden e_3, e_4, e_5, e_6 y e_7 visible en la Figura 24.

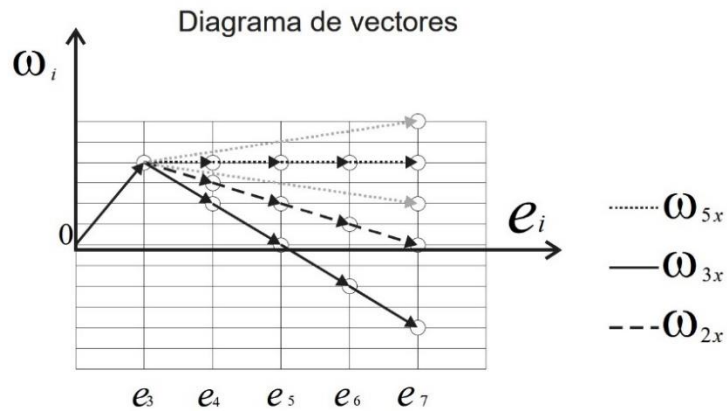


Figura 24. Diagrama de vectores correspondientes al envisionment de los estados cualitativos e_3 , e_4 , e_5 , e_6 y e_7

Debido a que el mecanismo se supone con un comportamiento de movimiento continuo, el siguiente estado cualitativo para retornar al estado inicial es el estado e_3 . Conectando directamente el estado e_7 y e_3 en la Figura 25, el mecanismo describe el mismo comportamiento, pero en dirección inversa. (este mecanismo describe un comportamiento cíclico pasando por los estados e_6 , e_5 y e_4 de reversa de manera natural).

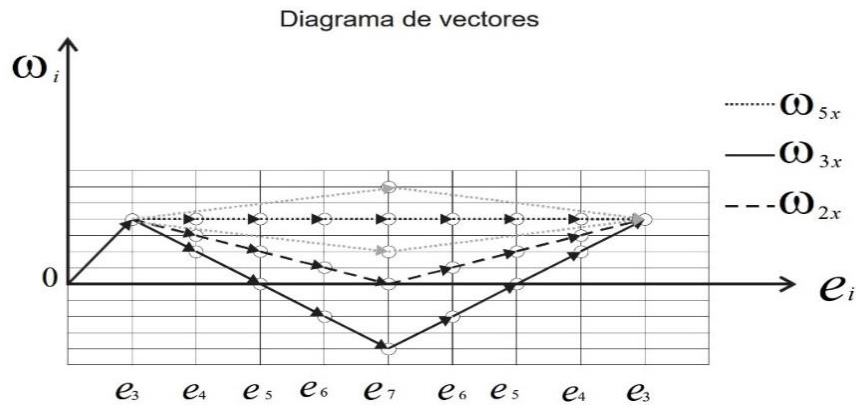


Figura 25. Diagrama de vectores correspondientes al envisionment de un ciclo de rotación oscilatoria

Esta gráfica muestra el comportamiento cualitativo del mecanismo, por lo que los valores absolutos de ω_{3x} , ω_{2x} , ω_{5x} y ω_{4y} no tienen un valor específico.

Es necesario indicar que; como ω_{5x} permanece en el **QS** positivo, los únicos valores cuantitativos se presentan en los estados e_3 y e_7 donde posee una velocidad igual al valor

absoluto de ω_{2x} . En los otros estados cualitativos, su valor solo se puede comparar con las inecuaciones que desambiguan dichos estados; por lo que su gráfica puede cumplir tener otras dos posibilidades que tenga un incremento respecto a los estados anteriores alcanzando un máximo en e_7 , o bien que alcance un mínimo en dicho estado. Ambos manteniéndose en el **QS** positivo, cumpliendo en cada estado cualitativo con las desambiguaciones y condiciones impuestas en el nuevo envisionment. Estas condiciones generarán otras dos posibles gráficas para ω_{5x} , las cuales se muestran en la Figura 25 como líneas punteadas sombreadas.

3.7 Resultados: Simulación en SolidWorks

El comportamiento del mecanismo descrito el anterior diagrama de vectores, se compara con una gráfica proveniente de una simulación de movimiento del mecanismo de la opción 2 en SolidWorks, atendiendo que los estados cualitativos en ambos gráficos coincidan. La siguiente simulación en SolidWorks muestra el comportamiento del mecanismo sometido a una rotación oscilatoria de variación uniforme en el eslabón de entrada 3. Los valores absolutos de ω_{3x} , ω_{2x} y ω_{5x} provenientes de la simulación en SolidWorks se omiten en la escala con el fin de compararlos efectivamente contra el diagrama de vectores, debido a que los valores cualitativos generados en el diagrama de vectores no tienen un valor absoluto específico. De este modo, se compara únicamente el comportamiento cualitativo del mecanismo.

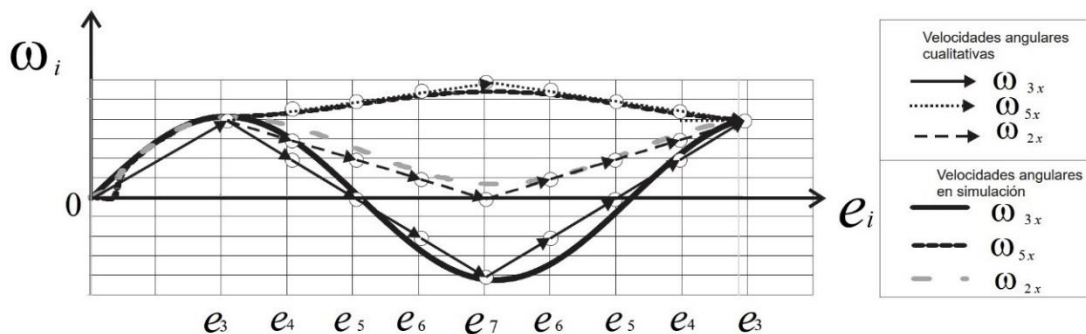


Figura 26. Diagrama de vectores vs Simulación en SolidWorks

El comportamiento de ω_{5x} , ω_{2x} y ω_{4y} está en función de la rotación del eslabón 3. Se grafica para un intervalo de movimiento correspondiente un ciclo de rotación oscilatorio para el eslabón 3.

En la gráfica de movimiento de la Figura 26 se observa que el comportamiento descrito en la simulación para cada una de las variables cualitativas es consistente con el obtenido en el diagrama de vectores de la Figura 25. Las gráficas obtenidas bajo este recurso muestran un comportamiento más natural, razón obvia debido a que no es una simulación discretizada y la relación entre cada uno de los estados cualitativos, dictada por las desambiguaciones, es también respetada en la simulación en SolidWorks, lo que indica que el comportamiento para cada estado cualitativo predicho es correcto.

4 Análisis dinámico de los estados cualitativos principales

4.1 Análisis cinemático

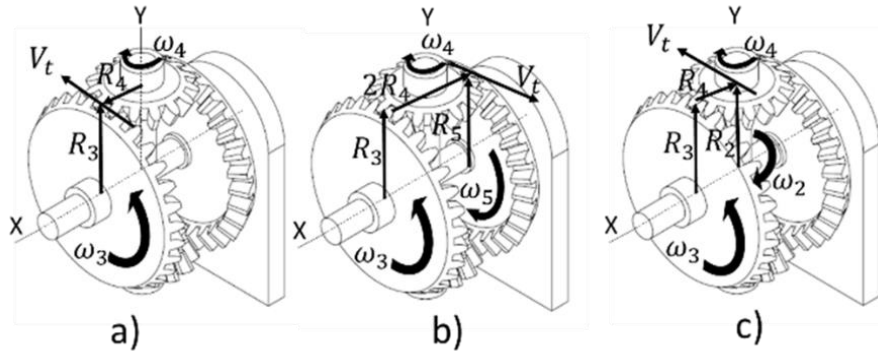


Figura 27. Análisis de relaciones cinemáticas de los elementos del mecanismo.
En a) Eslabón 2 y 5 fijos, b) eslabón 2 fijo, c) Eslabón 5 fijo

Las relaciones cinemáticas entre los elementos del dispositivo provienen de aplicar el teorema de velocidades y aceleraciones relativas a los eslabones del mecanismo considerando la componente tangencial V_t en los puntos de contacto entre los engranes. Al aplicar el teorema, se fijan los eslabones 2 y 5 en la Figura 27a), el eslabón 2 en la Figura 27b) y el eslabón 5 en la Figura 27c), obteniendo las siguientes ecuaciones respectivamente, se aplica el teorema a las aceleraciones angulares de cada eslabón:

$$\omega_{4y} = \omega_{3x} r_3 / r_4 \quad (8)$$

$$\omega_{5x} r_5 = \omega_{3x} r_3 + 2\omega_{4y} r_4 \quad (9)$$

$$\omega_{2x} r_2 = \omega_{3x} r_3 + \omega_{4y} r_4 \quad (10)$$

Donde r_i son los radios de su respectivo engrane. Despejando ω_{4y} en (10), sustituyéndola en (8), y sabiendo de la Figura 27 que $r_5 = r_2 = r_3$. se obtiene:

$$\omega_{5x} = -\omega_{3x} + 2\omega_{2x} \quad (11)$$

Teniendo en cuenta que los engranes 2, 3 y 5 rotan respecto a un eje fijo en cada uno de los 2 casos de movimiento, se establece que:

$$\frac{d\omega_{ij}}{dt} = \alpha_{ij} \quad (12)$$

Donde α_{ij} es la aceleración angular del eslabón i alrededor del eje j . Por lo cual, en las ecuaciones (8), (10) y (11) el término ω_{ij} puede ser sustituido por el término α_{ij} .

4.2 Modelo Dinámico

Tabla 3. Parámetros mecánicos del dispositivo

Descripción	Parámetro	Valor
Momento de inercia del elemento i alrededor del eje j	I_{3x}	$1.58 \times 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
	I_{5x}	$1.58 \times 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
	I_{4x}	$5.2 \times 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
	I_{2x}	$5.19 \times 10^{-7} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
	I_{4y}	$9.0 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
Radio del elemento i	$r_3 = r_2 = r_5$	0.3 m
	r_4	0.09 m
Radio del trinquete	R_t	0.075 m
Amplitud del torque	A_t	$2 \times 10^{-6} \text{ Nm}$
Frecuencia	F	0.05 Hz
Número de dientes del trinquete	Nd	15
Coefficiente de rigidez del resorte	k	0.2 N/m
Máximo desplazamiento del ángulo β	β_{max}	0.13
Máxima elongación del resorte	x_{max}	0.001 m

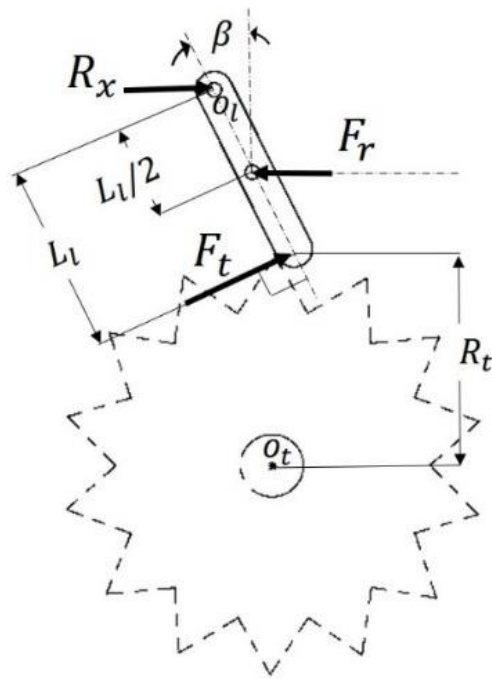


Figura 28. Diagrama de fuerzas del trinquete.

En el cual, la F_r es la fuerza debida al resorte, β es el ángulo originado entre la leva y su inclinación máxima respecto a un diente del trinquete, F_t es la fuerza entre el trinquete y la leva, R_t es el radio del trinquete, L_1 es la longitud de la leva, O_l es el punto de pivoteo de la leva y O_t es el centro de rotación del trinquete, el cual se sitúa a lo largo del eje x.

De la ley de Hooke, la ecuación de un resorte se representa por:

$$F_{res} = k * x_{res} \quad (13)$$

Considerando la ecuación de desplazamiento para un movimiento armónico simple:

$$x_t = A \sin(2\pi f t) \quad (14)$$

Donde x_t es el desplazamiento de un oscilador armónico en función del tiempo, A es la amplitud, f es la frecuencia de oscilación en Hz y t es el tiempo. De esta ecuación se representa la longitud del resorte x_{res} , como:

$$x_{res} = x_{max} \sin^2[2\pi(\omega_5 N d / 2) t] \quad (15)$$

La función seno se cambia a cuadrática debido a que la elongación del resorte es siempre positiva. La frecuencia f se cambia por el término $\omega_5 * Nd/2$ indicando el número de elongaciones que realizará el resorte en función de la velocidad angular del eslabón 5. La amplitud A se reemplaza por la elongación máxima del resorte x_{max} . De manera análoga, se define a β como una función de ω_5 y t , quedando como sigue:

$$\beta = \beta_{max} \sin^2[2\pi(\omega_5 Nd/2)t] \quad (16)$$

Se efectúa un análisis de fuerzas sobre la leva de la Figura 28, resultando:

$$F_t = (F_{res} * \cos\beta)/2 \quad (17)$$

El torque que actúa sobre el trinquete, alrededor de O_t es:

$$M_t = F_t * R_t * \cos\beta \quad (18)$$

Se analizan los 2 casos de movimiento expuestos anteriormente y representados por (4), de la segunda ley de Newton para cuerpos en rotación

$$\Sigma M_{0j} = \alpha I_{0j} \quad (19)$$

Donde M es la totalidad de torques e I el momento de inercia, ambos actuando alrededor del centro de rotación O_i del eslabón en cuestión. Se define el torque aplicado en el eslabón de entrada 3 como:

$$M_i = A_t \sin(2\pi Ft) \quad (20)$$

Se aplica entonces la ecuación (19) considerando solo los eslabones con movimiento de los casos 1 y 2 resultando las siguientes expresiones:

$$M_i - M_t = \alpha_{5x} I_{5x} + 2I_{4y} \alpha_{4y} + \alpha_{3x} I_{3x} \quad (21)$$

$$M_i - M_t = \alpha_{5x} I_{5x} + 2I_{4x} \alpha_{5x} + \alpha_{3x} I_{3x} + \alpha_{2x} I_{2x} \quad (22)$$

Considerando las relaciones de las ecuaciones (4),(8), (11) y (12) se expresan las anteriores ecuaciones en términos de la aceleración angular α_5 del eslabón 5, para los casos 1 y 2 respectivamente como:

$$\alpha_{5x} = r_4^2(M_i - M_t) / (I_{5x}r_4^2 + 2I_{4y}r_5^2 + I_{3x}r_4^2) \quad (23)$$

$$\alpha_{5x} = (M_i - M_t) / (I_{5x} + 2I_{4x} + I_{3x} + I_{2x}) \quad (24)$$

Se desea saber la velocidad angular del eslabón 5, por lo cual, debido a la ecuación (12) la solución es:

$$\omega_{5x} = \int_0^t \alpha_{5x} dt \quad (25)$$

Con la condición inicial $\omega_{5x}(0) = 0$

4.3 Resultados de la simulación

Haciendo uso de los parámetros de la Tabla 3, se utilizó el software Mathematica para resolver numéricamente la ecuación (25) para los casos 1 y 2. Para validar estos resultados, se utilizó SolidWorks Motion para obtener una simulación del dispositivo de la Figura 23 bajo las siguientes restricciones:

- A. No hay fricciones entre los dientes del engranaje
- B. Debido a que el torque suministrado visible en la Figura 29 es oscilante, se consideró reiniciar el análisis para cada intervalo de 10 segundos restituyendo la condición inicial y $\omega_5(0) = 0$ para cada nueva simulación, limitando el análisis sólo a intervalos cerrados de tiempo.

Torque de entrada en el engrane 3

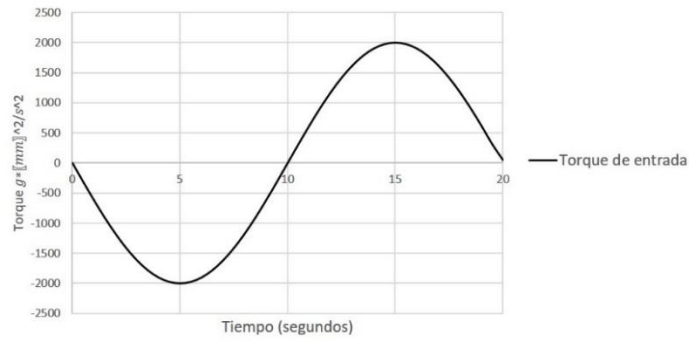


Figura 29. Torque de entrada en el engranaje de 3

Comparación de velocidades angulares de los engranes 4 y 5, para el caso 1

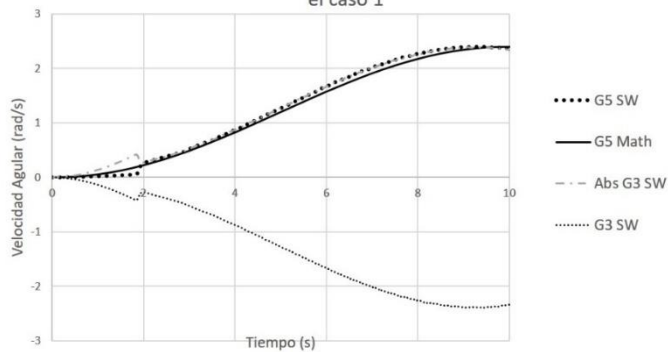


Figura 30. Resultados de la simulación modelo teórico vs SolidWorks Simulation para caso de movimiento 1.

Comparación de velocidades angulares de los engranes 3 y 5 para el caso 2

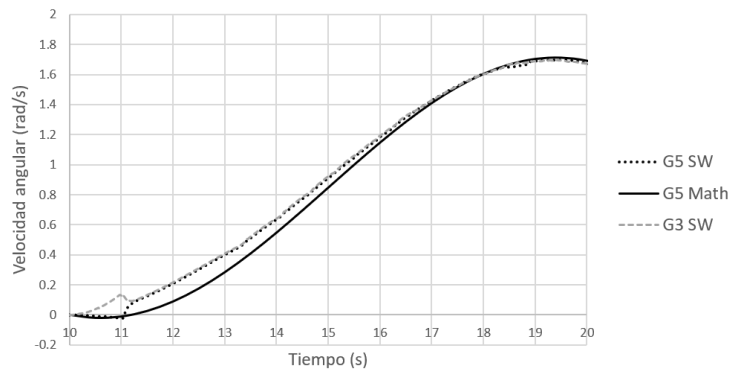


Figura 31. Resultados de la simulación Mathematica vs SolidWorks Motion para caso de movimiento 2

Se hace uso del software Mathematica para efectuar la evaluación de las ecuaciones (17) y (18) para los casos en que $M_i > 0$ y $M_i < 0$ respectivamente y, reestableciendo las condiciones iniciales en el cambio de dirección.

Para el primer caso de simulación, la velocidad angular del engrane de entrada 3 es negativa debido a que el torque aplicado es negativo; sin embargo, en la Figura 30 se representa su valor absoluto, el cual es igual al del engrane 5 a partir de los 2 segundos (el desfase originado durante los primeros segundos corresponde al tiempo que le toma ajustar la leva contra los dientes del trinquete en el ensamble en SolidWorks, no considerado en el modelo dinámico. Este tiempo se puede reducir ajustando los parámetros del trinquete, pero no se puede eliminar, tal como se puede observar de manera empírica en diversos mecanismos de trinquetes, como matracas), siguiendo la tendencia marcada por la solución numérica de Matemática hasta una velocidad máxima de 2,40 rad / s a 9.415 segundos para el torque aplicado. Esta tendencia de las gráficas de la Figura 30 comprueba entonces la condición de la desigualdad (4)

Para el segundo caso, representado en la Figura 31, se puede observar que las velocidades angulares de los engranes 3 y 5 correspondientes a SolidWorks son prácticamente las mismas después del primer segundo de simulación (tiempo de desfase originado por el trinquete al igual que en caso 1). Esto corrobora el caso de movimiento positivo de la desigualdad (4). La tendencia de estas dos gráficas es similar a la de la solución en Mathematica ajustándose las 2 a partir de los 16 segundos hasta tener los valores máximos de 1.6996 rad/s a 19.55 para la simulación en SolidWorks y 1.71 rad/s en el mismo tiempo para la simulación en Mathematica.

En ambos gráficos la rotación del engrane de salida 5 es siempre en un sentido positivo, comportamiento consistente con el la desigualdad (4). Para el segundo caso, la velocidad angular del engrane de salida es menor que en el caso 1, puesto que se mueve todo el mecanismo en conjunto, mientras que en el primer caso la cruceta permanece estática. Esto puede implicar una reducción del torque neto disponible a la salida para el segundo caso de movimiento.

5 Eslabonamientos de 4 barras.

El proceso de diseño conceptual a través del razonamiento cualitativo desarrollado en el capítulo 2 y aplicado en el capítulo 3 para un mecanismo convertidor de rotación oscilatoria a rotación continua está enfocado directamente a trenes de engranajes con ejes fijos o móviles. Sin embargo, los mecanismos eslabonados no tienen las mismas características geométricas y, por tanto, no se pueden aplicar los mismos criterios cinemáticos para su análisis. En el presente capítulo se desarrolla un esquema que permita aplicar el razonamiento cualitativo como herramienta auxiliar en el diseño conceptual de mecanismos eslabonados, aplicado directamente sobre un mecanismo de cuatro barras atendiendo a los criterios geométricos establecidos por la ley de Grashof [68].

5.1 Movimiento y direcciones cualitativas

Se considera un eslabón articulado $r2$ sujeto a un bastidor $r1$ como el de la Figura 32. De acuerdo a los principios de razonamiento cualitativo, se atiende al comportamiento y función, más que a la cinemática o dinámica del mismo.

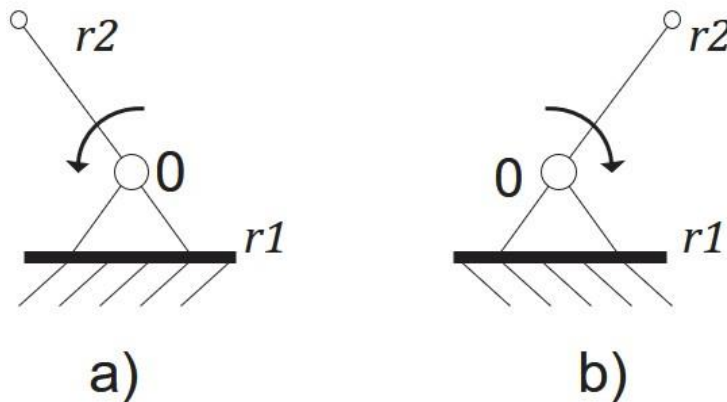


Figura 32. Eslabón articulado girando
En a) sentido antihorario y en b) sentido horario

El eslabón 1 gira en torno a “0”, con una rotación cuyo sentido se considera positivo en sentido antihorario, coincidiendo con el eje z.

De acuerdo a los principios del razonamiento cualitativo, el enfoque que se presenta aquí va dirigido a entender el comportamiento entre eslabones; cuando una fuerza o acción externa actúa sobre un cuerpo rígido, se produce un movimiento de magnitud y dirección específica según las restricciones impuestas previamente. En el análisis clásico de la física se realiza de manera analítica (ver Figura 33). En el caso del razonamiento cualitativo, se considera la acción de la fuerza atendiendo directamente las consecuencias de su acción, por lo que la magnitud de la misma pasa a segundo plano, así como su dirección puntual y su sentido, tal como lo hace Forbus [18], Nielsen [29], y Kim [32].

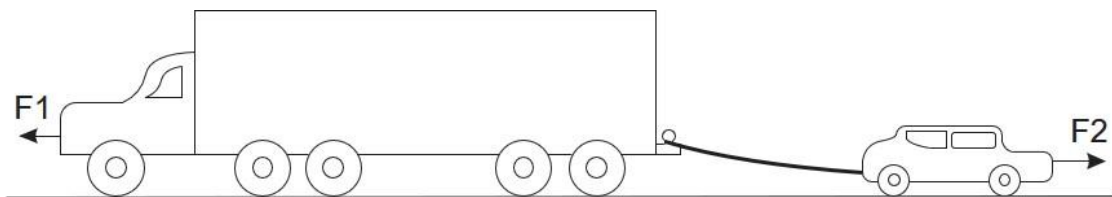


Figura 33: Dos cuerpos tirando uno del otro.
El análisis de las fuerzas F1 y F2 determinará el movimiento resultante los vehículos

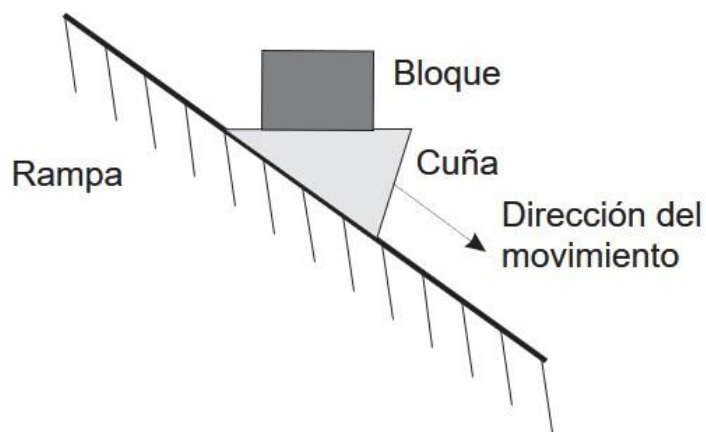


Figura 34. Dirección del movimiento de una cuña en un plano inclinado.

En el análisis cualitativo de los posibles estados de movimiento de un cuerpo y sus restricciones, abordado por Nielsen [28], las restricciones sobre un cuerpo como en la

Figura 34, están marcadas por la fuerza de gravedad y la superficie del plano inclinado. Ignorando la fricción entre cuerpos, es claro que el bloque solo se moverá en dirección abajo-derecha; se pueden representar los posibles movimientos de un cuerpo según la aplicación de una fuerza o una acción externa una vez impuestas las restricciones del eslabón. Para el eslabón de la Figura 32, solo existen dos tipos de movimiento (giro): en sentido antihorario (positivo) y en sentido horario (negativo).

De agregarse un tercer eslabón r_3 , se pueden producir un conjunto de estados de movimiento para cada eslabón, el cual representa una posición relativa diferente entre r_2 y r_3 . Representar cada uno de los estados cualitativos de movimiento sería una tarea engorrosa pues existe un conjunto infinito de estos estados relativos variando simple y sencillamente el ángulo entre r_2 y r_3 .

Kim [32] expone esta situación de manera breve al atender un conjunto de estados cualitativos relevantes, los cuales representan posiciones características o representativas de un subconjunto de estados en el que por dos o más estados de un mecanismo de cuatro barras puede estar contenido o representado en un estado cualitativo general, la representación gráfica de dicho estado está realizada por Kim [32] y Li et al. [69] a través del uso de cuadrantes cartesianos representativos, tal como se muestra en la Figura 35. En la Figura 32 se pueden ver dos estados diferentes de movimiento para un eslabón. Este análisis gráfico se extiende para un eslabonamiento de dos barras en cadena abierta en la Figura 36.

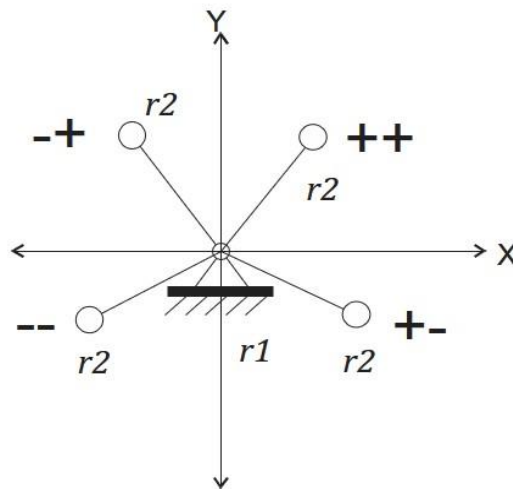


Figura 35 Orientación cualitativa en cuadrantes para un eslabonamiento. El cuadrante I se representa por (++), el cuadrante II por (-+), el cuadrante III por (--) y el cuadrante IV por (+-)

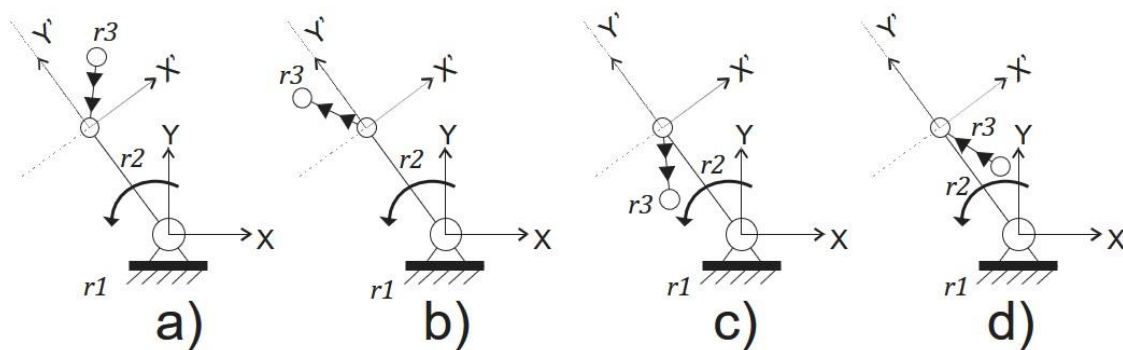


Figura 36. Estados de movimiento para un eslabonamiento doble en cadena abierta. Para un giro positivo del eslabón 2, siendo éste el eslabón de entrada de movimiento que causa una acción externa sobre el eslabón 3 y siendo este último el eslabón de salida. Se presentan cuatro estados posibles del eslabón 3: a) Sometido a tiro en el cuadrante I relativo al eslabón 2 (++), b) sometido a empuje en el cuadrante II relativo al eslabón 2(++), c) sometido a empuje en el cuadrante III relativo al eslabón 2(--), y d) sometido a tiro en el cuadrante IV relativo al eslabón 2 (+-). Sin embargo, la acción puede observarse de manera inversa, es decir; tomar como eslabón de entrada al eslabón 3 y de salida al eslabón 2. Esto provocaría un giro positivo al eslabón 2 en todos los casos. El eslabón 2 se encuentra respecto al eslabón 3: a) a empuje en el cuadrante I), b) a tiro en el cuadrante II, c) a tiro en el cuadrante III, y d) a empuje en el cuadrante IV.

Dadas las restricciones de un eslabonamiento en términos de grados de libertad, $r2$ tiene solo un grado de libertad, mientras que $r3$ tiene un grado de libertad también pues está sujeto a $r2$, y su giro depende de la posición angular de $r2$. Ahora bien, de acuerdo en el razonamiento cualitativo, se representa la acción externa sobre un cuerpo con dos flechas remarcadas tal como se muestra en la Figura 36, $r2$ ejerce una acción sobre $r3$, la cual

definieremos como “empuje” y “tiro”, cuyas posiciones más estables se encuentran cuando r_3 coincide con el eje "x" o la horizontal del sistema coordenado relativo (ver Figura 37). De modo que si r_2 gira positivo, ejercerá un empuje (ver Figura 37a) o acción negativa, de allí que r_3 se sitúe en la dirección negativa de "x" relativo) o un tiro sobre r_3 (ver Figura 37b) o acción positiva, de allí que r_3 se situé en la dirección positiva de "x" relativo).

Sin embargo, de acuerdo a las reglas de la aritmética cualitativa establecidas por DeKleer y Brown [21] si r_2 gira negativo, ejercer un tiro sobre r_3 si éste se encuentra en la dirección negativa de "x" relativo (Figura 37c), lo que da como resultado un efecto neto positivo o de tiro

Finalmente, en la Figura 37d, el eslabón r_2 gira en negativa, ejerciendo una acción de empuje sobre r_3 , el cual se sitúa en la dirección positiva de r_2 . El resultado neto según la aritmética cualitativa es un trabajo de empuje o negativo.

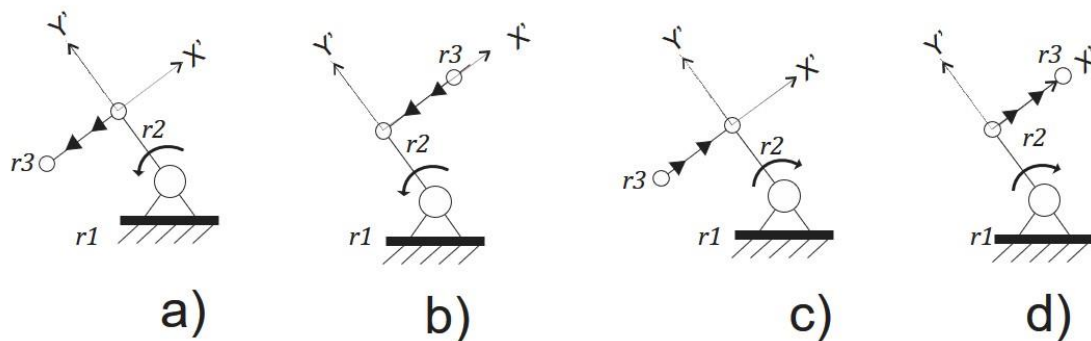


Figura 37. Estados estables entre transiciones
En a) empuje de r_2 a r_3 . b) tiro de r_2 a r_3 .

Estados intermedios de empuje o tiro pueden visualizarse en la Figura 36, en la Figura 36a) y Figura 36d) representan estados de empuje, mientras que Figura 36b) y Figura 36c) representan estados de tiro, según sea el giro de r_2 positivo o negativo.

5.2 Transiciones

Existe, además, un conjunto de estados que llamaremos estados críticos o transiciones. De acuerdo a la definición de transición expuesta en el capítulo 2, una transición se da cuando un eslabón cambia de un estado cualitativo a otro estado. Es decir, cambia de un estado de empuje a tiro u viceversa. La Figura 38 ilustra los posibles estados de transición (coloreados en gris y sin estar sometido a tiro o empuje en la figura) para giro positivo de r_2 . Los estados pueden darse en sentido inverso si se cambia el sentido de giro de r_2 .

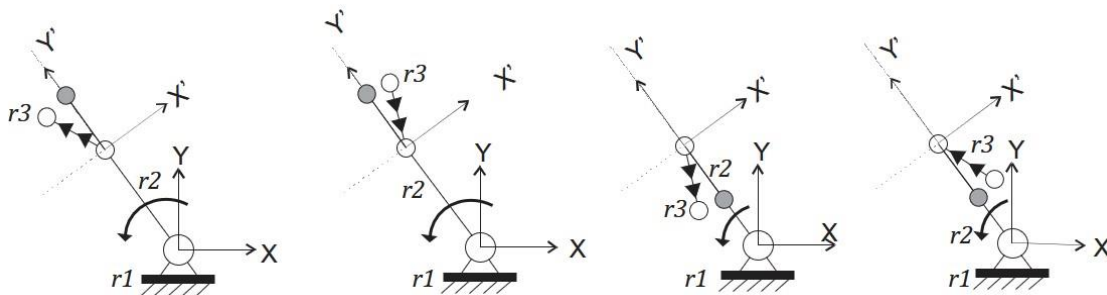


Figura 38. Estados críticos o de transición son considerando a r_2 como eslabón de entrada y r_3 como eslabón salida.

En a) De empuje con r_3 en el cuadrante II a b) tiro con r_3 en el cuadrante I. La posición de transición coincide con r_3 alineado con el eje Y positivo. c) de empuje con r_3 en el cuadrante III a d) tiro con r_3 en el cuadrante IV. La posición de transición coincide con r_3 alineada con el eje y negativo. Es necesario notar que, si r_3 se considera entrada y r_2 salida, entonces se pasará de a) tiro a b) empuje y de c) tiro a d) empuje.

Se puede establecer que existe una transición entre el eslabón 2 y entre el eslabón 3 cuando el eslabón 3 pasa del cuadrante II al cuadrante I y viceversa, o bien del cuadrante III al cuadrante IV y viceversa. Nunca del cuadrante II al III o viceversa, ni del IV al I o viceversa.

Al agregar un cuarto eslabón, el mecanismo se convierte en un mecanismo de 4 barras en cadena abierta de 3 grados de libertad. Sin embargo, este mecanismo se puede restringir a un mecanismo de 1 grado de libertad si al último eslabón se sujeta al bastidor en su extremo final.

Si la entrada de movimiento se da mediante el eslabón r_2 , se da el clásico mecanismo de 4 barras, el cual se encuentra ampliamente explicado en la literatura [68]; sin embargo, es posible realizar un análisis cualitativo mediante las condiciones explicadas anteriormente.

5.3 Relaciones de movimiento y dimensionales

Según la ley de Grashof [68] un mecanismo de 4 barras, tendrá un giro continuo en al menos uno de sus eslabones si se cumple la siguiente ley:

$$s + l \leq p + q \quad (26)$$

Donde s es el eslabón más pequeño, l es el eslabón más largo, p y q son los eslabones restantes de acuerdo a la Figura 39.

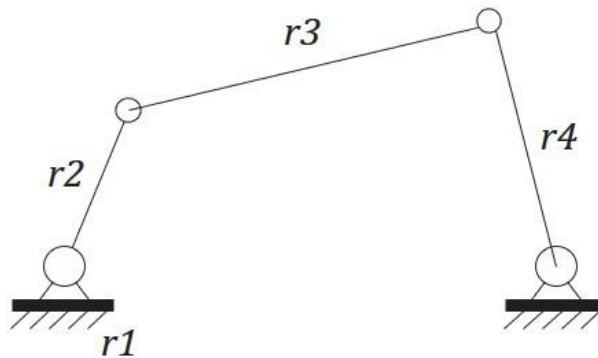


Figura 39. Mecanismo de cuatro barras

Considerando a r_2 como eslabón de entrada, si comienza a girar en sentido antihorario, la posición de r_2 respecto a r_3 experimenta una transición o no por distintos estados cualitativos coincidentes con los descritos en la Figura 36, Figura 37 y la Figura 38. Para determinar qué estados experimenta, es necesario realizar un análisis previo de posiciones generales del mecanismo; pero las posiciones de un mecanismo corresponden a infinidad de estados cualitativos y transiciones posibles según las medidas de los eslabones. Esto es un abordado en enfoques computacionales para simular mecanismos eslabonados tal como lo

hace Kim [32] y Li et al [69]. Para tener un bosquejo general del comportamiento con un enfoque dirigido al diseño conceptual, basta con saber el envisionment descrito por los estados cualitativos representativos. Para acotar y generalizar estos estados, se realiza un análisis de las posiciones generales representativas del mecanismo, usando las transiciones extremas de r_2 respecto a r_3 (de tiro a empuje y viceversa). Se definen las siguientes condiciones:

- r_1 se encuentra en el plano horizontal (de aquí en adelante siempre será así) y r_2 y r_4 están sujetos mediante una articulación en uno de sus extremos a r_1 .
- r_2 se define como el eslabón de entrada el cual es capaz de realizar un giro de 360° sin atascarse.
- El giro de r_2 se asume positivo. Resulta evidente que conforme r_2 gira genera sucesivos estados o posiciones sucesivas en el mecanismo.
- De revertir el giro de r_2 , el mecanismo vuelve a un estado anterior, por lo que el sentido de giro de r_2 no altera el comportamiento general del mecanismo, es decir, cada instante de giro de r_2 (sin importar el sentido) representa un estado cualitativo único del mecanismo.

Partiendo de esto, comenzaremos el análisis con la posición extrema o de transición de r_2 y r_3 de empuje a tiro tal como se muestra en la Figura 40 :

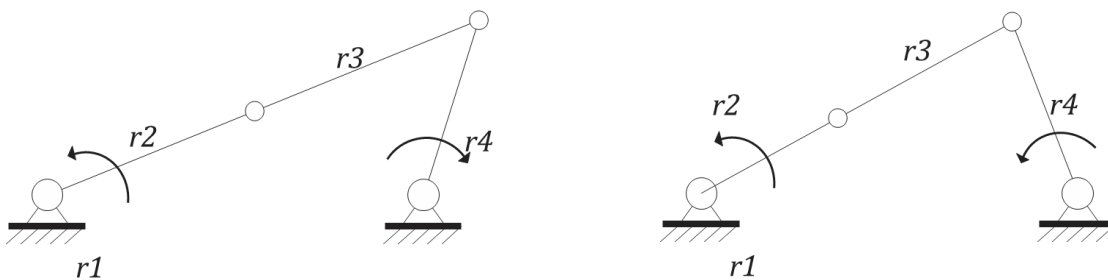


Figura 40. Posibles estados de transición de un mecanismo de cuatro barras de empuje a tiro.
En a) r_2 empuja a r_3 con r_4 en el cuadrante 1. En b) r_2 tira a r_3 con r_4 en el cuadrante 2.

r_4 se puede encontrar en este instante con una orientación entre el cuadrante I o el cuadrante II respecto a r_1 o bastidor. Se observa que, si este eslabón se encontrase en el

cuadrante 3 o 4 respecto a r_1 , con r_2 y r_3 en las posiciones de transición de empuje a tiro entre sí, los estados cualitativos de movimiento resultantes serían espejos de los 2 casos anteriores de la Figura 40 con plano de reflexión el eslabón 1, es decir, el plano horizontal o eje "x". Estos casos son coincidentes con el concepto de "simetría cualitativa" descrito en el capítulo 3 para el análisis del envisionment del mecanismo convertidor de rotación oscilatoria a rotación continua. Esta analogía permite simplificar aún más el análisis de estados cualitativos relevantes. Ahora bien, si r_2 gira, (positivo, tal como se indicó anteriormente) a partir de esta posición tirará o empujará a r_3 , el cual, a su vez, tirará o empujará a r_4 provocando un giro en sentido positivo o negativo, según se puede observar en los diagramas de la Figura 36, sustituyendo a r_2 por r_3 y a r_3 por r_4

Para que las transiciones entre r_2 , r_3 y r_4 sean posibles (que el mecanismo no se atasque y r_2 pueda girar a 180°) la suma de los eslabones $r_3 + r_4$ debe ser menor que $r_2 + r_1$; es decir, si $r_3 + r_4 \leq r_1 + r_2$, r_2 el mecanismo se detendrá en algún punto antes de que r_2 complete los 180° , tal como se muestra en la Figura 41 en la cual r_4 deja de girar y r_3 y r_4 funcionan ambos a tiro al alinearse. Esto se da por que el radio de giro de r_4 alcanza su máxima distancia desde su pivote o anclaje de r_1 , pero el radio de giro de r_2 se extiende más allá de ese punto.

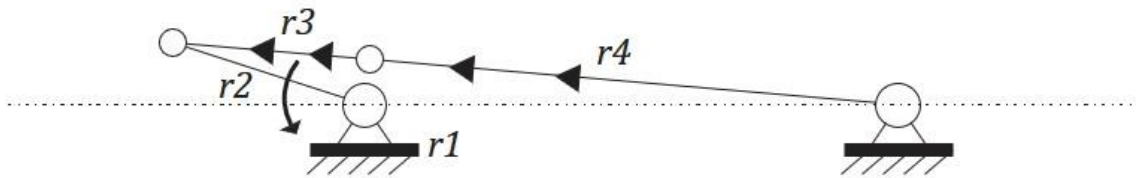


Figura 41. Posición de atascamiento de un mecanismo de cuatro barras

La condición mínima que r_2 complete y rebase la orientación de 180° es:

$$r_3 + r_4 = r_1 + r_2 \quad (27)$$

Si se da esta condición, todos los eslabones se alinearán horizontalmente (ver Figura 42b) y pueden darse 2 casos posibles de transición a partir de esta posición horizontal. La primera es que el eslabón r_4 continúe con la dirección de movimiento que traía

previamente (Figura 42a) y la transición se dé tal como se observa en la Figura 42c. La otra opción es que el sentido de giro de r_4 se invierta. Se observa que existen dos transiciones entre eslabones: entre r_2 y r_3 , y entre r_3 y r_4 . La transición de tiro a empuje de r_2 a r_3 está garantizada por que r_2 mantiene su sentido de giro, por lo que en cualquiera de los dos casos r_3 funcionará a empuje, sin embargo, debido a que r_3 está alineado con r_4 (existe un plano de transición), hay dos condiciones en las que r_4 funcionará con empuje. Según la Figura 36 a), r_4 tendría que girar positivo, pero también lo puede hacer negativo pues r_3 puede ubicarse en los cuadrantes I y II relativos a r_4 , funcionando a empuje en ambos casos pudiendo provocar un giro positivo o negativo dada la transición.

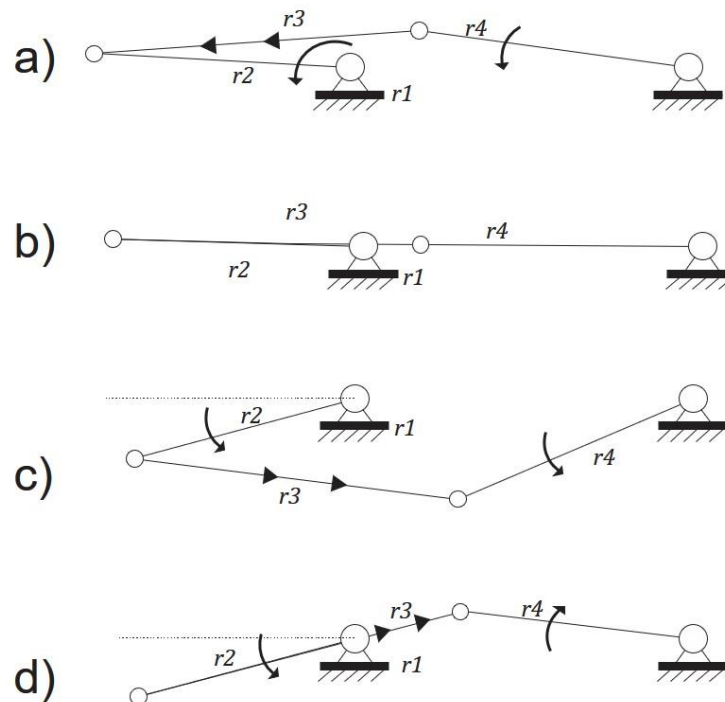


Figura 42. Transiciones posibles para r_2 con una inclinación a 180°

La condición límite mínima se da cuando r_2 está inclinada justo en 180° , la condición:

$$r_3 + r_4 \geq r_1 + r_2 \quad (28)$$

Garantiza que la inclinación de r_2 se de más allá de 180° tal como se muestra en la Figura 43.

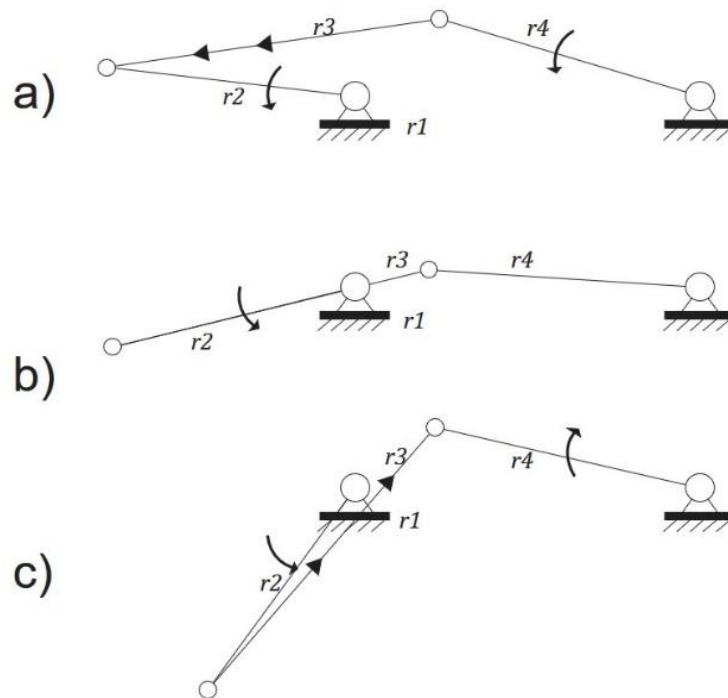


Figura 43. Estados cualitativos de transición en la posición límite de un mecanismo de cuatro barras con la relación dimensional $r3 + r4 \geq r1 + r2$.

En a) $r4$ gira en sentido horario, en b) $r4$ experimenta una inversión de giro, en c) $r4$ gira en sentido antihorario.

A pesar que $r2$ y $r3$ se alinean entre sí para pasar a un estado de transición, entre $r3$ y $r4$ existe una inclinación que los sitúa entre los cuadrantes II y III (es decir, no hay transición entre ellos), por lo cual $r3$ se mantiene en el cuadrante II relativo a $r4$, pero cambia su acción de tiro a empuje, por ello, si $r3$ actúa a empuje, es evidente que $r4$ invertirá su sentido de giro según las convenciones establecidas en la Figura 36.

Sin importar las dimensiones de los eslabones $r1$, $r2$, $r3$ y $r4$, considerando la condición en que $r2$ puede girar a 360° sin atascarse, el mecanismo llegará a la posición en que $r2$ tendrá una orientación de 180° . En este punto, el mecanismo puede asumir los siguientes estados cualitativos visibles en la Figura 44 :

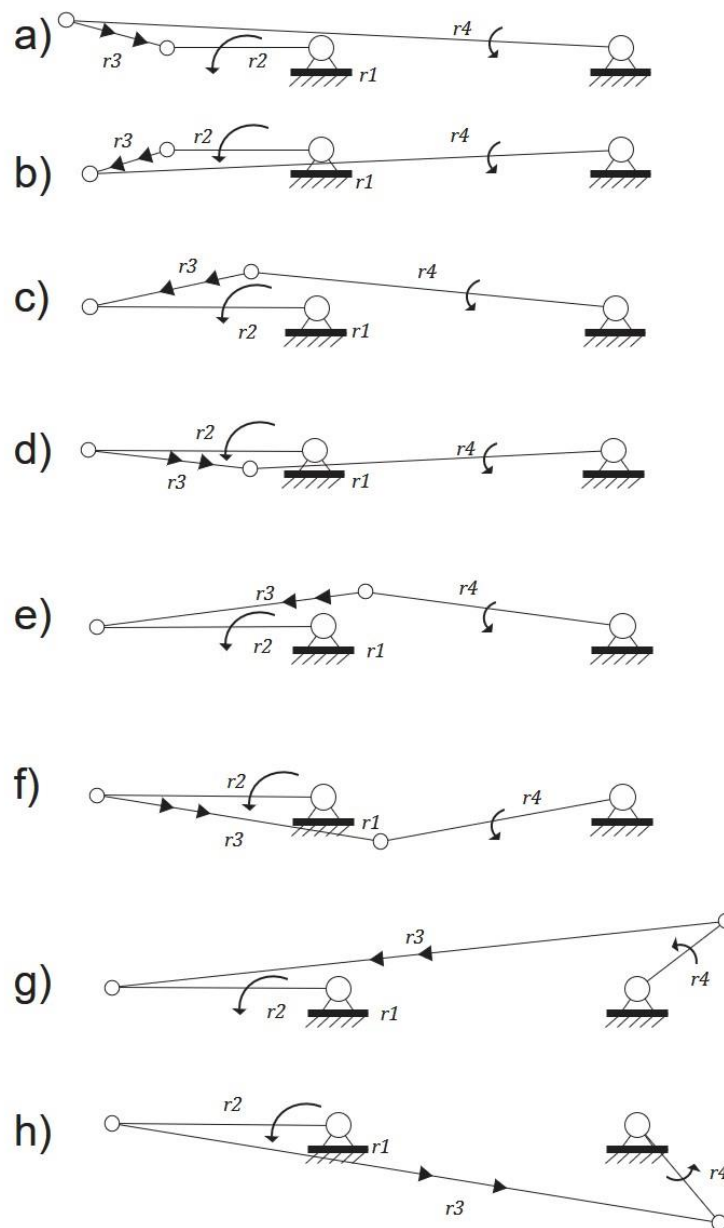


Figura 44. Estados cualitativos representativos para r_2 con una inclinación de 180°

Se observa en la Figura 44 que los estados b), d), f) y h) son espejos respecto a la horizontal de los estados a), c), e) y g) respectivamente (son resultado de la transición del eslabón r_3 cuando se encuentra en el límite de inclinación respecto a la horizontal, con el eslabón r_2 en su estado de inclinación de 180° , en la ilustración se muestra exagerada esta posición) Por lo cual, el análisis se reduce a estos últimos 4 estados, los cuales involucran las relaciones dimensionales que se expondrán a continuación.

Se parte buscando que r_2 realice un giro completo junto con el eslabón r_4 , ambos en sentido positivo, es decir, que ambos giren una revolución durante el mismo intervalo con la misma dirección, con la condición inicial que el ángulo de apertura del eslabón r_2 sea menor a 90° , coincidente con la orientación del eslabón r_1 instantes después de comenzar a girar en sentido positivo de acuerdo a las condiciones de transición de la Figura 36. Se pueden dar las 2 siguientes condiciones entre los eslabones del mecanismo para que esta situación se pueda presentar. La primera se ilustra en la Figura 45 a), en la cual, la relación relativa entre dimensiones del mecanismo es:

$$r_2 < r_1 \tag{29}$$

$$r_2 + r_3 > r_1 + r_4 \tag{30}$$

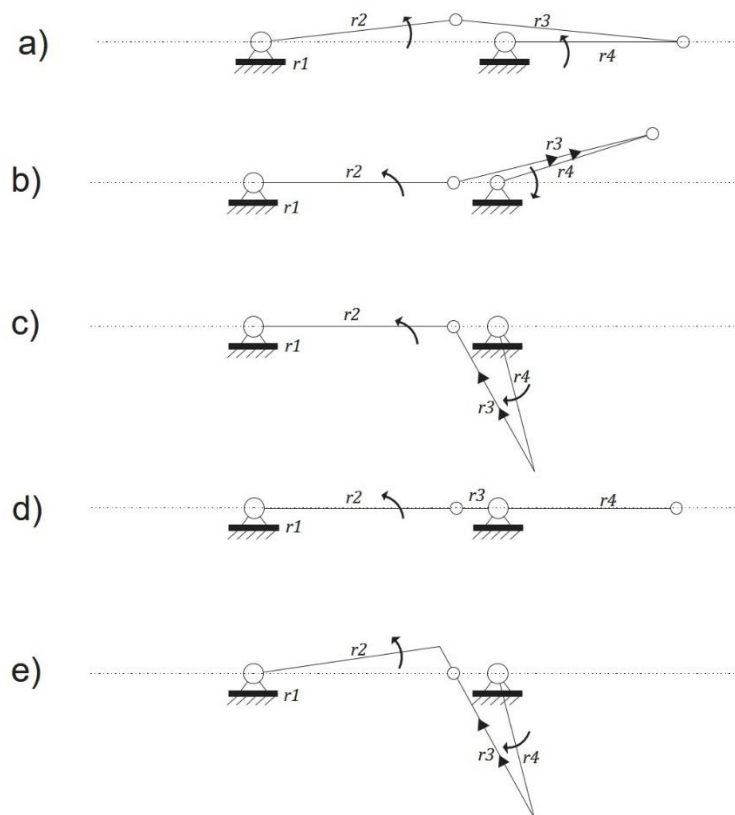


Figura 45. Casos de movimiento para r_2 partiendo de una orientación de 0° y con un giro positivo.

En la Figura 45 a), el eslabón r_2 gira de una posición cuya inclinación es de 0° y la comienza a aumentar girando en sentido positivo, las desigualdades anteriores son evidentes, por lo cual esta es una condición posible para que el mecanismo gire con r_2 y r_4 ambos en sentido positivo, y r_3 a tiro de r_4 . Regresando a r_2 a la posición inicial de 0° , notamos que partió de 3 únicas posibles, condiciones, expuestas en la Figura 45b), la Figura 45c) y la Figura 45d) respectivamente. La Figura 45b) no es viable debido a que origina un giro en sentido horario sobre r_4 y empuje sobre r_3 . Lo cual no es coincidente con la Figura 45a). La Figura 45c) tampoco lo es puesto, que, a pesar que r_3 actúa a tiro, r_4 gira en sentido negativo.

La Figura 45d) es compatible puesto que la Figura 45 a) es una consecuencia inmediata de ésta posición, sin embargo, se puede generar una ambigüedad porque en la Figura 45 c) se da la condición $r_2 + r_3 = r_1 + r_4$, lo cual puede generar una inversión del giro, (tal como se muestra en la Figura 42), dando lugar a la Figura 43a), pero también a la Figura 43e), en la cual se invierte el giro de r_4 . Por lo cual, para asegurar que no exista una inversión, no se puede permitir que $r_1 \geq r_2$

Por tanto, la otra posible condición inicial se da como la que se muestra en la Figura 46. En ella, resultan como condiciones iniciales la desigualdad (30), además de:

$$r_2 > r_1 \tag{31}$$

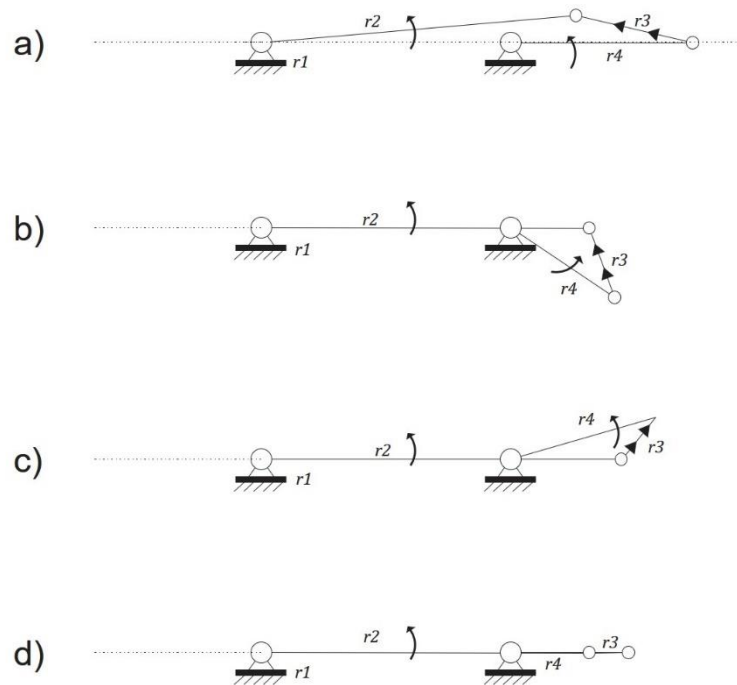


Figura 46. Casos de movimiento para r_2 con giro positivo, orientado a 0° y r_4 girando positivo

Según la Figura 46a), r_2 gira positiva, al igual que r_4 , y r_3 a tiro entre ambos. r_4 se muestra en una posición completamente horizontal, pero no tiene que ser necesariamente así, puede encontrarse algunos grados sobre o debajo de la horizontal, pero siempre bajo la inclinación de r_2 respetando esta posición y las condiciones cualitativas.

Al igual que en la Figura 45, llevamos a r_2 a su posición de inclinación de 0° para visualizar las posiciones cualitativas de los demás eslabones del mecanismo y tener en cuenta cuáles condiciones se dieron previamente a esta posición. En la Figura 46 b), se muestra a r_4 por debajo de la inclinación de r_2 , se observa que se mantiene la condición cualitativa de r_2 y r_4 a giro positivo y r_3 a tiro entre r_2 y r_4 .

Otra posible posición dentro de las inecuaciones pero que viola la condición cualitativa general se muestra en la Figura 46 c), en ella se mantienen las condiciones cualitativas de r_2 y r_4 , pero r_3 cambia de tiro a empuje. Por cual cual no resulta válida; así mismo, en la Figura 46d) se muestra la posición en la que todos los eslabones se alinean en la horizontal, al igual que en la Figura 46d). Tal como se observó, esta posición de alineación puede generar una transición, invirtiendo el sentido de giro de r_4 (no se muestra para este caso)

tal como en la Figura 46 e) y en la Figura 43, por lo cual solo se considera la Figura 46 a).

Debido a que el caso de la Figura 46 a) es el único válido, se dan como consecuencia, las desigualdades (30) y (31) como condiciones necesarias, pero no suficientes para que se dé la condición cualitativa r_2 giro positivo, r_4 giro positivo, r_3 tiro entre r_2 y r_4 .

La relación entre las dimensiones de r_2 , r_3 y r_4 no están definidas hasta este punto, puesto cualquiera puede ser mayor o menor que las otras dos y entre sí, dando lugar al mismo estado cualitativo. A continuación, se abordará el análisis en una posición de interés, y es cuando r_2 está inclinada a 180° . Se analiza esta posición debido a que, en este punto, el extremo izquierdo de r_4 se encuentra en su punto más alejado del extremo derecho de r_1 .

El análisis partirá del hecho que se dan como válidas las desigualdades (30) y (31) de la condición inicial, por lo que para que el eslabón r_2 pueda cruzar de esta posición de 180° a más de 180° ; es decir, completar más de media vuelta, el análisis cualitativo indica que se debe dar la condición de la desigualdad (28). Por lo que sólo se da como válida la condición de la desigualdad (28), cuyos posibles casos para r_2 a 180° de inclinación y que generen un estado cualitativo giro positivo-tiro-giro positivo entre r_2 , r_3 y r_4 se ilustra en la Figura 47a), Figura 47 b), Figura 47c) y Figura 47 d).

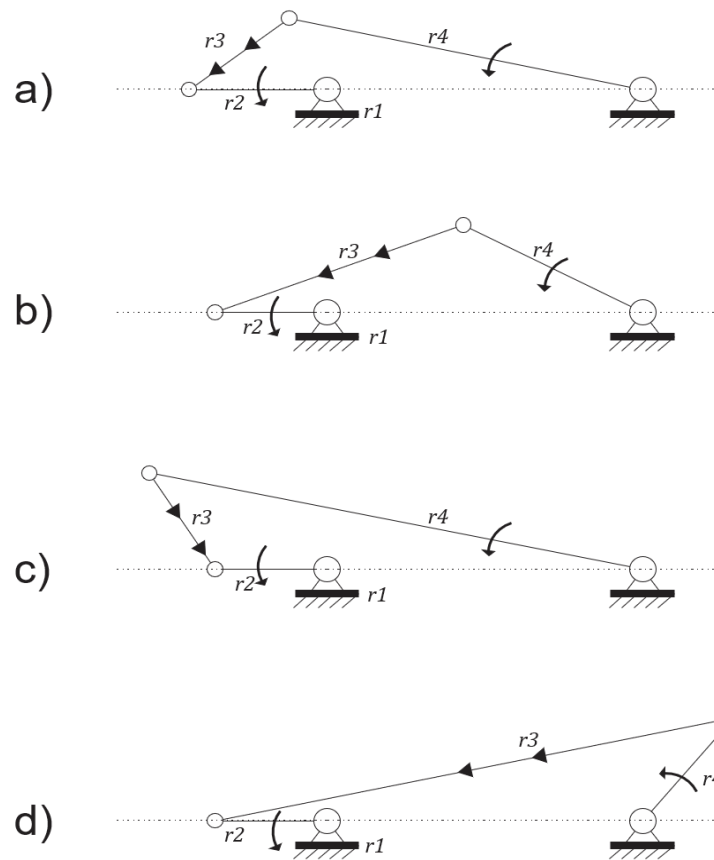


Figura 47. Casos de movimiento para r_2 con la condición de movimiento $r_4 + r_3 > r_2 + r_1$

En los casos anteriores, se mantiene la condición giro positivo-tiro-giro positivo, además de las desigualdades (28), (30) y (31). Resolviendo para r_3 las dos últimas desigualdades, se obtiene que:

$$r_3 > r_1 \quad (32)$$

Las desigualdades que se derivan de los casos de movimiento de la Figura 47 son los siguientes. Del caso a) caso $r_4 > r_1$, en el caso b), se puede observar que $r_4 < r_1$ y que $r_3 > r_2$. En el tercero que $r_4 > r_1$, $r_4 > r_3$, $r_4 > r_2$ y en el último caso $r_3 > r_4$, $r_3 > r_1$, $r_3 > r_2$.

Debido a que hasta este punto todas las condiciones son válidas, llevaremos el análisis al siguiente estado cualitativo, el cual está definido por $180^\circ < r_2 < 360^\circ$.

Concretamente, situaremos a r_2 en una posición clave, la cual es 270° visible en la Figura 48, puesto que es la posición intermedia entre este intervalo y para el cual es válido cualquier análisis para r_2 comprendido dentro del mismo.

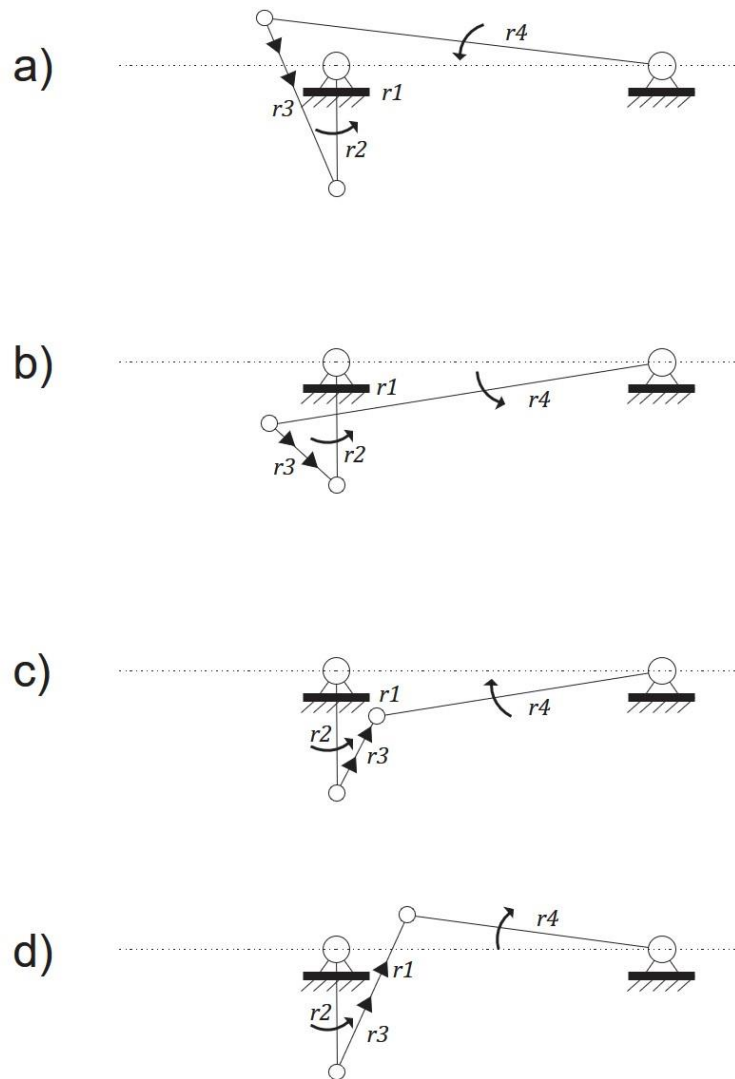


Figura 48. Casos de movimiento para r_2 con una inclinación a 270°

El análisis de la Figura 48 arroja, que, en las dos primeras posiciones, r_3 se sitúa a tiro, r_2 y r_4 giran positivos, en ellos forzosamente se da la relación $r_4 > r_1$. En los dos últimos casos, si se desea que $r_4 < r_1$, el eslabón 3 debe cambiar su estado de tiro a empuje, lo que origina una inversión del giro de r_4 . Es importante destacar que en estas dos

últimas posiciones r_4 puede ser mayor a r_1 , por lo que $r_4 > r_1$ puede generar un giro positivo o negativo en r_4 , pero $r_4 < r_1$ solamente generará un giro negativo en r_4 , por lo cual esta condición no se toma como válida. Entonces, ésta última condición invalida la condición b) de la Figura 48. Con ello, se tienen las siguientes condiciones validas:

$$r_4 > r_1 \quad (33)$$

Además de las desigualdades (28), (30), (31) y (32). De analizar éstas 5 condiciones en conjunto, se puede saber que, en todos los casos, r_1 es el eslabón más corto. Asimismo r_2 , r_3 o r_4 pueden ser a su vez, el eslabón más largo. Esto permite establecer según la desigualdad (28), la suma del lado más largo con r_1 es menor que la suma de los lados restantes. Según la desigualdad (30), si intercambiamos de lado del signo r_3 y r_1 , la diferencia entre los lados mayor y menor será mayor que la diferencia de los lados restantes.

De elegir a r_2 como eslabón más largo:

$$r_4 + r_3 > r_2 + r_1$$

$$r_2 - r_1 > r_4 - r_3$$

Esta situación es análoga si cambiamos como lado más largo a r_2 por r_4 . Se da lugar a una simetría cualitativa entre los eslabones, invirtiendo el orden de las inecuaciones, pero da lugar a la misma situación:

$$r_4 - r_1 > r_2 - r_3$$

$$r_2 + r_3 > r_4 + r_1$$

Esto refleja una situación muy evidente, si se traza una vertical del mecanismo a la mitad de r_1 , r_4 se convierte en r_2 , y viceversa.

Además, si se elige a r_3 como lado más largo, las dos inecuaciones reflejan que la diferencia entre el lado más largo y el más corto es mayor a la diferencia entre los lados restantes:

$$r_3 - r_1 > r_2 - r_4$$

$$r_3 - r_1 > r_4 - r_2$$

Esto es el mismo resultado que la ley de Grashof, que establece que la suma del lado más largo l y el lado más corto es menor a la suma de los lados restantes (p y q), tal como se estableció en la desigualdad (26).

V Conclusiones

La metodología aplicada permite obtener un diseño conceptual de un mecanismo bajo un enfoque de razonamiento cualitativo con un enfoque no computacional. Se genera una descripción cualitativa del comportamiento general o envisionment derivado movimiento de un determinado, el cual se discretiza en estados cualitativos representados por vectores de movimiento, y se delimitan de otros estados cualitativos por una diferencia de signos y operadores.

Al unir los vectores cualitativos en una secuencia lógica de movimiento, se genera una matriz general de movimiento **MGM**, la cual representa el envisionment visible de manera gráfica en un diagrama de vectores. Esta matriz es usada para estudiar la relación de movimiento relativo entre cada uno de los componentes del mecanismo, con la aplicación de trinquetes como funciones de restricción, se pueden aislar determinados movimientos para generar un nuevo diseño conceptual, cuyos requerimientos de diseño se encuentran con base en una descripción cualitativa de movimientos, alojándose éstos dentro del envisionment que puede describir el mecanismo anterior.

La metodología, se aplica para un caso de estudio en el cual sólo se analizan variables cualitativas de rotación (velocidad angular), se pudo observar que los requerimientos de movimiento de un mecanismo convertidor de rotación oscilatoria a rotación unidireccional se encuentran dentro de los movimientos que un tren de engranes diferencial puede describir. Es decir, que el engrane de entrada 3 describe un movimiento de rotación oscilatorio que puede estar comprendido en el dominio $\omega_{3x} = \{-\infty, \infty\}$, pero la velocidad angular del eslabón de salida 5 queda restringida a $\omega_{5x} = [0, \infty]$. Usando la anterior metodología para generar el envisionment del tren de engranajes diferencial, se puede analizar la **MGM** como herramienta para decidir dónde colocar los trinquetes (que puede restringir un total de 7 estados cualitativos en una determinada dirección de movimiento, para un componente.), que aislarán los vectores que describen los movimientos requeridos. De este modo, se pueden unir estos vectores para bosquejar el nuevo envisionment del mecanismo, así como el nuevo diagrama de vectores que lo representa. El mecanismo analizado genera tres opciones diferentes que satisfacen de igual manera los requerimientos

de diseño y que describen el mismo comportamiento, el cual se verificó con el uso de SolidWorks y un diagrama de vectores.

Un mecanismo convertidor de rotación oscilatoria a rotación continua se obtiene a partir un tren de engranajes diferencial al colocar trinquetes de manera estratégica entre sus eslabones. Esto aísla 2 movimientos subyacentes de su comportamiento cualitativo general, representados por las ecuaciones (4) y (5) que, combinadas describen una rotación oscilante a la entrada, pero siempre positiva a la salida (en el anexo A-1, se obtiene un análisis para un tren de engranajes epicicloidial que genera un mecanismo que cumple estos mismos principios)

Se presenta un análisis cinemático basado en el teorema de velocidades relativas, el cual muestra las relaciones de movimiento entre los eslabones del mecanismo. El modelo dinámico se representa en las ecuaciones (23) y (24) las cuales se resuelven numéricamente y se validan con una simulación generada por un análisis de movimiento de un modelo CAD del mecanismo. Se prueba que el engranaje de salida tiene un sentido de rotación cuya magnitud es siempre positiva, aplicando en el engrane de entrada una rotación oscilante en magnitud. Es decir, convertir un movimiento oscilatorio de giro en un movimiento rotatorio continuo.

Finalmente, se realiza una extensión del análisis del razonamiento cualitativo aplicable a un mecanismo eslabonado de 4 barras, como herramienta auxiliar en el diseño conceptual, en éste análisis, se vislumbran los casos de movimiento que se pueden derivar de analizar las relaciones cualitativas entre las dimensiones de los eslabones de dicho mecanismo, ello revela los posibles casos que permitan generar un mecanismo de 4 barras para un giro completo del eslabón motriz; asimismo, las relaciones dictadas por la ley de Grashof se confirman por dicho análisis. En el anexo A-2, se incluye una extensión de este análisis para un mecanismo manivela corredera combinado con la técnica aplicada trenes de engranajes del capítulo 3, en donde se obtiene el envisionment de este mecanismo para usarse como un mecanismo primitivo capaz de integrarse a mecanismos más complejos.

VI Trabajos Futuros

Se pretende extender esta metodología para el análisis general de mecanismos eslabonados basados en las reglas dictadas por la metodología actual, pero generando enfoques y reglas acorde a los requerimientos dimensionales y móviles propios de este tipo de eslabonamiento, los cuales no son especificados en el presente trabajo. Asimismo, se pretende ampliar el número de mecanismos cuyo comportamiento esté descrito para distintas variables cualitativas, a fin de ofrecer mayores opciones a un diseñador, y entender el comportamiento de un modo más profundo y sencillo.

Se pretende a su vez, generar un enfoque más amplio y categorizado por la naturaleza de cada tipo de movimiento, y las variables que se puede analizar en cada caso (por ejemplo, un engranaje de eje fijo sólo se puede analizar variables de rotación, pero en un mecanismo biela manivela se pueden analizar variables de rotación y translación); a fin de generar un panorama más amplio de cómo visualizar y entender el comportamiento de mecanismos más complejos y generar análisis más compactos para la generación de diseños conceptuales. Se espera también, validar el resultado es a través de una forma experimental, agregando una extensión del modelo dinámico que incluya un análisis de fricciones en rodamientos y en los puntos de contacto entre dientes de los engranes

VII Bibliografía

- [1] M. F. Kinoglu, "A connectionist approach for the conceptual design of process machinery," Ph.D. dissertation, University of Minnesota, Ann Arbor MI, 1995.
- [2] J. S. Gero, "Design prototypes: a knowledge representation schema for design," *AI Magazine*, vol. 11, no. 4, pp. 26-36, 1990.
- [3] J. R. Rinderle, "Function and form relationships: a basis for preliminary design," Carnegie Mellon University, Pittsburg, PA, USA, 1987.
- [4] J. R. Rinderle and S. P. Hoover, "Function and form relationships: strategies for preeliminary design," Carnegie Mellon University, Pittsburgh, PA, USA, 1990.
- [5] B. Faltings and K. Sun, "FAMING: supporting innovative mechanism shape design," *Computer-Aided Design*, vol. 28, pp. 207-216, 1996.
- [6] G. Paul and O. B. Schwarz, *Pictorial Handbook of Technical Devices*, NY, USA: Chemical Publishing Co., 1971.
- [7] G. D. Hiscox, *1800 Mechanical Movements, Devices and Appliances*, 16th ed., New York: Dover Publications Inc., 2007.
- [8] K. D. Forbus, P. Nielsen and B. Faltings, "Qualitative spatial reasoning: the clock project," *Artificial*

- Intelligence*, vol. 51, pp. 417-471, 1991.
- [9] V. D. Amelio, M. K. Chmarra and T. Tomiyama, "A method to reduce ambiguities of qualitative reasoning for conceptual design applications," *Artificial Intelligence for Engineering Design, Analysis and Manufacturing*, vol. 27, pp. 19-35, 2013.
- [10] L. Travé-Massuyès, L. Ironi and P. Dague, "Mathematical foundations of qualitative reasoning," *AI Magazine*, vol. 24, no. 4, pp. 91-106, 2003.
- [11] B. C. Williams, "MINIMA: a symbolic approach to qualitative algebraic reasoning," in *Proceedings of the Seventh National Conference on Artificial Intelligence (AAAI-88)*, Los Altos CA, 1988.
- [12] A. Chakrabarti and T. P. Bligh, "An Approach to Functional Synthesis of Solutions in Mechanical Conceptual Design. Part I: Introduction and Knowledge Representation," *Research in Engineering Design*, vol. 6, pp. 127-141, 1994.
- [13] D. J. George, "Concept generation using morphological and options matrices," M.S. thesis, University of Michigan, Ann Arbor, MI, 2012.
- [14] B. He, P. Zhang and L. Lu, "Simultaneous functional synthesis of mechanisms with mechanical efficiency and cost," *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 75, pp. 659-665, 2014.
- [15] R. Xiao, Y. Zub and S. Mei, "Creative product configuration design driven by functional features," *Journal of Manufacturing Systems*, vol. 31, pp. 69-75, 2012.
- [16] B. Faltings and K. Sun, "Causal inversion: applying kinematic principles to mechanic design," in *AAAI Fall Symposium on Design from Physical Principles*, Boston, 1992.
- [17] Y.-H. Han and K. Lee, "Using sign algebra for qualitative spatial reasoning about the configuration of mechanisms," *Computer-Aided Design*, vol. 34, pp. 835-848, 2002.
- [18] K. D. Forbus, "Qualitative process theory," *Artificial Intelligence*, vol. 24, pp. 85-168, 1984.
- [19] K. D. Forbus, "A study of qualitative and geometric knowledge in reasoning about motion," Ph.D. dissertation, MIT AI Lab., Cambridge MA, USA, 1981.
- [20] K. D. Forbus, "Spatial and qualitative aspects of reasoning about motion," in *AAAI'80 Proceedings of the First AAAI Conference on Artificial Intelligence*, Stanford, CA, 1980.
- [21] J. De Kleer and J. S. Brown, "A qualitative physics based on confluences," *Artificial Intelligence*, vol. 24, pp. 7-83, 1984.
- [22] B. C. Williams, "MINIMA: a symbolic approach to qualitative algebraic reasoning," in *Proceedings of the Seventh National Conference on Artificial Intelligence (AAAI-88)*, Los Altos CA, 1988.
- [23] L. Travé-Massuyès, L. Ironi and P. Dague, "Mathematical foundations of qualitative reasoning," *AI Magazine*, vol. 24, no. 4, pp. 91-106, 2003.
- [24] H.-K. Kim, "Qualitative kinematics of linkages," University of Illinois, Urbana-Champaign, Tech. Rep. UIUCDCS-R-90-1603, 1990.
- [25] B. Faltings, "A symbolic approach to qualitative kinematics," *Artificial Intelligence*, vol. 56, pp. 139-170, 1992.
- [26] B. Faltings, "The use of metric diagram in qualitative kinematics," in *Qualitative Physics 2nd Workshop*, IBM Paris Scientific Center, Paris, France, 1988.
- [27] B. Faltings, "Qualitative kinematics in mechanisms," *Artificial Intelligence*, vol. 44, pp. 89-119, 1990.
- [28] P. Nielsen, "A qualitative approach to mechanical constrain," *Proceedings of AAAI-88*, pp. 270-274, 1988.
- [29] P. Nielsen, "A qualitative approach to rigid body mechanics," Ph.D. thesis, University of Illinois, Urbana-Champaign, IL, USA, 1988.
- [30] L. Joskowicz, "Shape and function in mechanical devices," in *Proceedings AAAI-87*, Seattle, WA, 1987.
- [31] K. D. Forbus, "Spatial and qualitative aspects of reasoning about motion," in *AAAI'80 Proceedings of*

- the First AAAI Conference on Artificial Intelligence*, Stanford, CA, 1980.
- [32] H.-K. Kim, "Qualitative kinematics of linkages," University of Illinois, Urbana-Champaign, Tech. Rep. UIUCDCS-R-90-1603, 1990.
- [33] K. Li, Z.-Z. Yi, W. Xu, K. Zhao and L. Wang, "Research on SDG-Based qualitative reasoning in conceptual design," *Advances in Mechanical Engineering*, vol. 5, p. 9, 2013.
- [34] D. Subramanian and C.-S. (. Wang, "Kinematic synthesis with configuration spaces," *Research in Engineering Design*, vol. 7, no. 3, pp. 193-213, 1995.
- [35] E. Sacks and L. Joskowicz, *The configuration space method for kinematic design of mechanisms*, Cambridge, MA, USA: MIT Press, 2010.
- [36] S.-J. Chiou, "Conceptual design of mechanisms using kinematic building blocks: a computational approach," Ph.D. dissertation, UMI Research Press, Ann Arbor, MI, USA, 1994.
- [37] B. Faltings and K. Sun, "Creative mechanism design based on first principles," in *Proceedings 13th International Joint Conference on Artificial Intelligence*, Chambery, France, 1993.
- [38] B. Faltings and K. Sun, "Computer-aided creative mechanism design," in *Proceedings of the 18th International Joint Conference on Artificial Intelligence*, Chambery, 1993.
- [39] L. Joskowicz and S. Addanki, "From kinematics to shape: An approach to innovative design," 1988.
- [40] T. F. Stahovich, R. Davis and H. Shrobe, "Qualitative rigid-body mechanics," *Artificial Intelligence*, vol. 119, pp. 19-60, 2000.
- [41] S. P. Hoover and J. R. Rinderle, "A synthesis strategy for mechanical devices," *Research In Engineering Desing*, vol. 1, pp. 87-103, 1989.
- [42] C. Li, S. Tan and K.W.Chan, "A Qualitative and heuristic approach to the conceptual design of mechanisms," *Engineering Applications*, vol. 1, pp. 17-31, 1996.
- [43] A. Chakrabarti and T. P. Bligh, "An approach to functional synthesis of solutions in mechanical conceptual design. Part I: Introduction and knowledge representation," *Research in Engineering Design*, vol. 6, pp. 127-141, 1994.
- [44] A. Chakrabarti and T. P. Bligh, "An approach to functional synthesis of solutions in mechanical conceptual design. Part II: kind synthesis," *Research in Engineering Design*, vol. 8, pp. 52-62, 1996.
- [45] A. Chakrabarti and T. P. Bligh, "A scheme for functional reasoning in conceptual design," *Design Studies*, vol. 22, pp. 493-517, 2001.
- [46] A. Chakrabarti and T. P. Bligh, "An approach to functional synthesis of solutions in mechanical conceptual design. Part III: spacial configuration," *Research in Engineering Desing*, vol. 2, pp. 116-124, 1996.
- [47] S.-J. Chiou and S. Kota, "Automated conceptual design of mechanisms," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 34, pp. 467-495, 1999.
- [48] S. Kota and S.-J. Chiou, "Conceptual design of mechanisms based on computational synthesis and simulation of kinematic building blocks," *Research in Engineering Design Theory, Applications and Concurrent Engineering*, vol. 4, pp. 75-86, 1992.
- [49] Y.-M. Moon and S. Kota, "Automated syntesis of mechanisms using dual-vector algebra," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 37, pp. 143-166, 2002.
- [50] C. J. Kim, "A conceptual approach to the computational synthesis of compliant mechanisms," Ph.D. thesis, University of Michigan, Ann Arbor, MI, 2005.
- [51] Y.-H. Han and K. Lee, "A case-based framework for reuse of previous design concepts in conceptual synthesis of mechanisms," *Computers in Industry*, vol. 57, pp. 305-318, 2006.
- [52] H. Feng, C. Shao and Y. Xu, "Using qualitative spatial reasoning in the conceptual design stage of a mechanical system," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers: Journal of Systems and Control Engineering, Part I*, vol. 223, no. 12, pp. 175-185, 2009.
- [53] Y. Tian, H. Zou and W. Z. Guo, "An Integrated knowledge representation model for the computer-aided conceptual design of mechanisms," *Internationa Journal of Advanced Manufacturing Technology*,

- vol. 28, pp. 435-444, 2006.
- [54] C. Li, K. Chan and S. Tan, "A configuration space approach to the automatic design of multiple-state mechanical devices," *Computer Aided Design*, vol. 31, pp. 621-653, 1999.
- [55] L. Tang, "An approach to function identification in automated conceptual design of mechanism systems," *Research in Engineering Design*, vol. 19, pp. 151-159, 2008.
- [56] D. M. Camelo and E. Mulet, "A multi-relational and interactive model for supporting the design process in the conceptual phase," *Automation in Construction*, vol. 19, pp. 964-974, 2010.
- [57] Y. Chen, Z. L. Lui and Y. B. Xie, "A knowledge-based framework for creative conceptual design of multi-disciplinary systems," *Computer Aided Design*, vol. 44, pp. 146-153, 2012.
- [58] S. Kota and S.-J. Chiou, "Conceptual design of mechanisms based on computational synthesis and simulation of kinematic building blocks," *Research in Engineering Design Theory, Applications and Concurrent Engineering*, vol. 4, pp. 75-86, 1992.
- [59] W. Zhang, S. Tor and G. Britton, "A graph and matrix representation scheme for functional design of mechanical products," *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 25, pp. 221-232, 2005.
- [60] W. Y. Zhang, S. B. Tor and G. A. Britton, "A Prototype Knowledge-Based System for Conceptual Synthesis of the Design Process," *The Internations Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 17, pp. 549-557, 2001.
- [61] D. G. Ullman, *The Mechanical Design Process*, 14 ed., NY: McGraw Hill, 2010, pp. 143-211.
- [62] K. D. Forbus, "A study of qualitative and geometric knowledge in reasoning about motion," Ph.D. dissertation, MIT AI Lab., Cambridge MA, USA, 1981.
- [63] I. E. Kolokolnikov, "Device for converting oscillatory motion into unidirectional rotational motion," U. S. Patent 13/058,980, June 8, 2011.
- [64] R. J. Nix, "Mechanism for converting oscillatory rotation of input shaft to unidirectional rotation of output shaft," U. S. Patent 07/688,469, April 21, 1992.
- [65] M. Weber, "Reciprocating Drive Train," U. S. Patent 14/217,189, September 18, 2014.
- [66] W. X. D. Radu Kramer, "Drive mechanism and bicycle drive system," U. S. Patent 13/222,188, April 22, 2014.
- [67] A. Salueña, "Traction system without dead center for pedal vehicles," CN. Patent 200610160584, September 19, 2007 (Chinese).
- [68] J. Shyglyy, *Teoría de Máquinas y mecanismos*, Mexico: Mc. Graw Hill, 1992.
- [69] K. Li, Z.-Z. Yi, W. Xu, K. Zhao and L. Wang, "Research on SDG-Based qualitative reasoning in conceptual design," *Advances in Mechanical Engineering*, vol. 5, p. 9, 2013.
- [70] Y.-H. Han and K. Lee, "A case-based framework for reuse of previous design concepts in conceptual synthesis of mechanisms," *Computers in Industry*, vol. 57, pp. 305-318, 2006.
- [71] K. D. Forbus, "Qualitative Modeling," in *Handbook of Knowledge Representation*, Oxford, UK., Elsevier B.V., 2008, pp. 361-393.

VIII Anexos

VIII.I Anexo A

El objetivo central de este trabajo de investigación está orientado a trenes de engranajes, es decir, sistemas rotativos con ejes fijos o móviles. Se debe tener en cuenta que el comportamiento general de los mecanismos utilizados es conocido o puede establecerse utilizando la metodología indicada, en función de las variables de diseño requeridas. A continuación, se realiza el análisis de un tren de engranajes epicicloidal simple y para un mecanismo de manivela deslizante-cigüeñal, en un ciclo completo de rotación.

VIII.I.1 A-1 Tren de engranajes epicicloidal

Teniendo un tren de engranajes compuesto por dos engranajes y un portador, un engranaje con un eje fijo y el otro con un eje móvil; de acuerdo con la Figura 49, se caracterizan cinco estados cualitativos que describen el comportamiento del sistema.

Requerimientos de diseño.

Un mecanismo de este tipo es usado en variedad de aplicaciones en la industria, por ejemplo, como complemento en una caja de cambios automática en un vehículo automotor, se desarrolla el envisionment de este mecanismo para los casos en que el engranaje de entrada tenga un radio igual al del engrane de salida, es decir: $r_{in} = r_{out}$. También se desarrolla el envisionment del caso en que el engrane de salida sea de un radio menor al de entrada, es decir: $r_{in} > r_{out}$. El caso en que $r_{in} < r_{out}$ no se desarrolla puesto que representa una simetría cualitativa del anterior caso, cambiando la entrada por la salida.

Posteriormente, realizado el envisionment de este mecanismo, al tren de engranajes epicicloidal simple se agrega un engrande de dentado interno, conocido como corona, como ejemplo de mecanismo sintetizado, cuyos requerimientos serán los mismos del caso de estudio del capítulo 3, a fin de comprobar la validez de esta metodología, pero aplicada a un

mecanismo con una configuración mecánica distinta. Por tanto, los requerimientos de diseño del mecanismo son:

Un mecanismo que convierta una rotación oscilatoria en una rotación unidireccional. En términos cualitativos, el **QS** que los eslabones del mecanismo pueden describir en base a la relación **FSB** entrada queda como: $\omega_{inx}: \mathbf{QS}\{-,0,+\}$ y para la salida $\omega_{outx}: \mathbf{QS}\{-,0\}$ or $\omega_{outx}: \mathbf{QS}[0,+\}$. Acotándolo en base a los requerimientos de diseño, queda como $\omega_{inx}: \mathbf{QS}\{-,0,+\}$ y $\omega_{outx}: \mathbf{QS}[0,+\}$, pretendiendo que la rotación del engranaje de salida sea positiva, lo cual da como resultado

$$|\omega_{in}| \leq \omega_{out} \quad (34)$$

Definir los ejes de rotación, el sistema de referencia absoluto y las variables de movimiento.

Considerando un engranaje planetario, como el de la Figura 49:

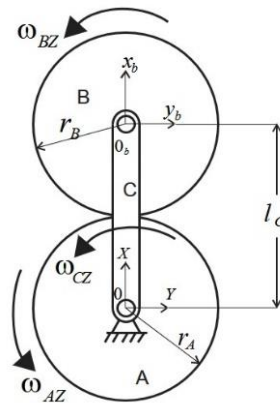


Figura 49. Convenio de ejes y signos de un tren de engranajes epicicloidales simple

Donde:

El Sistema $\{0, X, Y\}$ representa el eje de coordenadas cartesianas de referencia, pero no absoluto. $\{0_b, x_b, y_b\}$

representa el marco de referencia móvil con respecto a $\{0, X, Y\}$. No se establece ninguna relación entre los dos marcos de referencia a través de una matriz de transformación de coordenadas, por lo que ambos sistemas se consideran absolutos para sus respectivas

variables. La relación cualitativa entre las variables que se mueven con respecto a un cierto marco de referencia se detallará y se visualizará en la siguiente sección.

El engranaje A gira alrededor de $\{0, X, Y\}$. Este es el componente de referencia y eslabón de entrada, por lo tanto, la variable de referencia y sobre la cual se puede generar el **QS** es la variable ω_{AZ} denota la velocidad angular alrededor del eje Z , perpendicular al plano $X - Y$. La variable r_A denota el radio del engranaje A . El portador C gira respecto a $\{0, X, Y\}$. La variable ω_{CZ} denota la velocidad angular alrededor del eje Z , perpendicular al plano $X - Y$. La variable l_C denota la longitud del portador C ; el engrane B gira alrededor de $\{0_b, x_b, y_b\}$. La variable ω_{BZ} denota la velocidad angular alrededor del eje z_b , perpendicular al plano $x_b - y_b$. La variable r_B denota el radio del engrane B , las relaciones entre variables están definidas por: $r_B = r_A$; $l_C = r_A + r_B$

Construcción de los vectores de movimiento

Estado cualitativo e_0

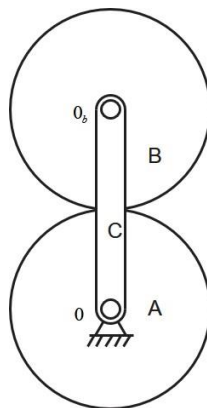


Figura 50. Estado cualitativo e_0 o de reposo de un tren de engranajes epicicloidales simple

Análisis cualitativo: Todos los componentes están en reposo. La velocidad angular de ambos engranajes y del portador es cero; esto es: $\omega_{AZ} = \omega_{CZ} = \omega_{BZ} = 0$.

El vector cualitativo se construye, a diferencia de otros enfoques, con los signos de las variables en el orden en que se definieron, incluso si están relacionados entre sí o no. Si hay

alguna desambiguación, se escribe a la derecha del vector en el orden de las variables, su **MV** se construirá de la siguiente manera:

$$e0: 0,0,0; \omega_{AZ} = \omega_{CZ} = \omega_{BZ}$$

Estado cualitativo e1

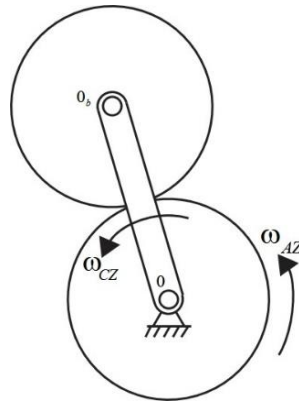


Figura 51. Estado cualitativo e1 de un tren de engranajes planetario simple

Análisis cualitativo: Para este estado, se asume que el engranaje *A* gira con velocidad angular positiva. El engranaje *B* no gira. Esto da como resultado que el tren de engranajes gire como una unidad, por lo que *C*, que gira alrededor de *O*, tiene la misma velocidad angular que *A*; sin embargo, debido a que la relación entre $\{0, X, Y\}$ y $\{0_b, x_b, y_b\}$ no está establecida y que *B* no comparte el mismo centro de rotación que *A* o *C*, la velocidad angular de *B* es cero. Las relaciones entre variables son: $\omega_{AZ} = +$, $\omega_{CZ} = +$, $\omega_{BZ} = 0$; $\omega_{AZ} = \omega_{CZ}$.

El **MV** se construye de la siguiente manera considerando las desambiguaciones a la derecha del vector:

$$e1: +, +, 0; \omega_{AZ} = \omega_{CZ} > \omega_{BZ}$$

Estado cualitativo e2

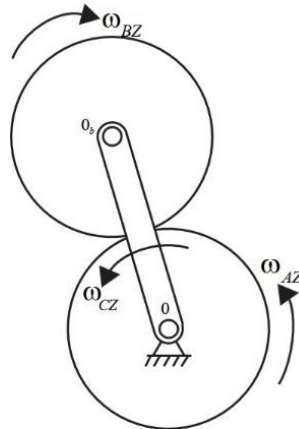


Figura 52. Estado cualitativo e2 de un tren de engranajes planetario simple.

Análisis cualitativo: el engranaje A gira con velocidad angular positiva. El engranaje B rota con velocidad angular negativa; C, como consecuencia, rotará con una velocidad angular positiva. Las relaciones entre las variables se establecen como: $\omega_{AZ} = +$, $\omega_{CZ} = +$, $\omega_{BZ} = -$; $\omega_{AZ} > \omega_{CZ} > \omega_{BZ}$; $\omega_{AZ} > |\omega_{BZ}|$

En este estado, se indica una segunda desambiguación; aunque $\omega_{BZ} = -$, su valor absoluto se puede extraer y comparar con ω_{AZ} si es necesario. La única ambigüedad es entre ω_{AZ} y ω_{CZ} , ya que comparten el mismo signo, pero diferente valor.

El **MV** resulta en:

$$e2: +, +, -; \omega_{AZ} > \omega_{CZ} > \omega_{BZ}; \omega_{AZ} > |\omega_{BZ}|$$

Estado cualitativo e3

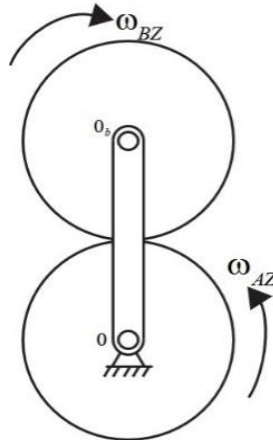


Figura 53. Estado cualitativo e3 de un tren de engranajes planetario simple.

Análisis cualitativo: el engranaje A rota con velocidad angular positiva. El engranaje B rota con velocidad angular negativa, esta vez, igual en valor absoluto a la velocidad angular de A, pero negativo respecto a C, como consecuencia, girará con una velocidad angular igual a 0. El **MV** resulta en:

$$e3: +, 0, -; \omega_{AZ} > \omega_{CZ} > \omega_{BZ}; \omega_{AZ} = |\omega_{BZ}|$$

Estado cualitativo e4

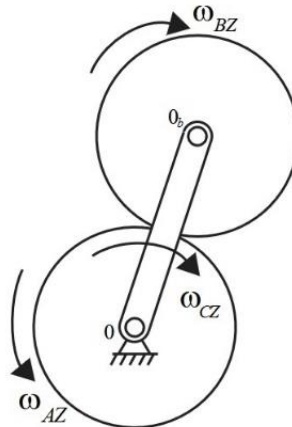


Figura 54. Estado cualitativo $e4$ de un tren de engranajes planetario simple

Análisis cualitativo: La velocidad angular del engranaje A permanece positiva, el engranaje B gira con velocidad angular negativa, cuyo valor absoluto es mayor que el del engranaje A . El **MV** resulta en:

$$e4: +, 0, -; \omega_{AZ} > \omega_{CZ} > \omega_{BZ}; \omega_{AZ} < |\omega_{BZ}|$$

Como se puede observar, la referencia de movimiento es la velocidad angular del engranaje positivo A , en comparación con una velocidad angular creciente del engranaje B comprendido entre los estados $e1$ - $e4$ dentro de los intervalos $\omega_{AZ}\{+\}$, $\omega_{CZ}\{+, 0, -\}$, $\omega_{BZ}\{0, -\}$, que, para este ejemplo, constituyen el **QS** del mecanismo. La relación entre los valores de la misma variable para este **QS** es:

$$\omega_{AZ}: [e1 < e2 = e3 = e4 = e5]$$

$$\omega_{CZ}: [e1 < e2 > e3 > e4 > e5]$$

$$\omega_{BZ}: [e1 > e2 > e3 > e4 > e5]$$

O bien, esta última relación se puede definir como:

$$\omega_{BZ}: [|e1| < |e2| < |e3| < |e4| < |e5|]$$

En relación con el hecho de que el valor absoluto de ω_{BZ} estaba creciendo en sucesivos estados negativos.

Construcción de la MGM

Es necesario denotar que el **QS** anterior no fue abordado en su totalidad, debido a razones de espacio y forma solo parte del **QSG** del comportamiento general del mecanismo, por lo tanto, el envisionment generado es solo parcial. La construcción de la **MGM** que aborda la totalidad de los estados cualitativos resultantes del tren de engranajes se puede observar en la Tabla 4 realizando el análisis de los posibles estados totales siguiendo el estudio de caso. El lector notará que los vectores de movimiento se pueden construir para un estado teórico en el cual $\omega_{AZ} = -$, o bien $\omega_{AZ} = 0$

Los pasos restantes del análisis son: análisis de tablas, toma de decisiones de diseño y caracterización del prototipo fueron realizados en el caso de estudio para un tren de engranajes diferencial ordinario, no así para este caso; sin embargo, a pesar de la falta de espacio, es posible ver un ejemplo de un mecanismo derivado de este análisis en una caja de cambios automática, como en la Figura 55.

Tabla 4. MGM de un tren de engranajes epicicloidal simple

Estado cualitativo	Engranaje A ω_{AZ}	Engranaje C ω_{CZ}	Engranaje B ω_{BZ}	Desambiguación
e0	0	0	0	$\omega_{AZ} = \omega_{CZ} = \omega_{BZ}$
e1	+	+	0	$\omega_{AZ} = \omega_{CZ}$
e2	+	+	-	$\omega_{AZ} > \omega_{CZ}; \omega_{AZ} > \omega_{BZ} $
e3	+	0	-	$\omega_{AZ} = \omega_{BZ} $
e4	+	-	-	$\omega_{AZ} > \omega_{CZ} > \omega_{BZ}; \omega_{AZ} < \omega_{BZ} $
e5	0	-	-	$\omega_{AZ} > \omega_{CZ} = \omega_{BZ}; \omega_{AZ} = \omega_{BZ}$
e6	-	-	-	$ \omega_{AZ} < \omega_{CZ} ; \omega_{CZ} > \omega_{BZ} $
e7	-	-	0	$\omega_{AZ} = \omega_{BZ}$
e8	-	-	+	$ \omega_{AZ} > \omega_{BZ}; \omega_{AZ} > \omega_{CZ}$
e9	-	0	+	$ \omega_{AZ} = \omega_{BZ}$
e10	-	+	+	$ \omega_{AZ} < \omega_{BZ}; \omega_{BZ} > \omega_{CZ}$
e11	0	+	+	$\omega_{CZ} = \omega_{BZ}$
e12	+	+	+	$ \omega_{AZ} < \omega_{CZ} ; \omega_{CZ} > \omega_{BZ} $
e13	+	+	0	$\omega_{AZ} = \omega_{CZ}$

Resultan un total de 12 estados cualitativos de movimiento más el reposo e0. El estado e13, el cual es idéntico al estado e1 se agrega para indicar que el movimiento descrito genera un ciclo, el cual se reinicia en dicho estado cualitativo. A continuación, se generará el envisionment del mecanismo en el caso que $r_A > r_B$; de acuerdo a la Figura 55:

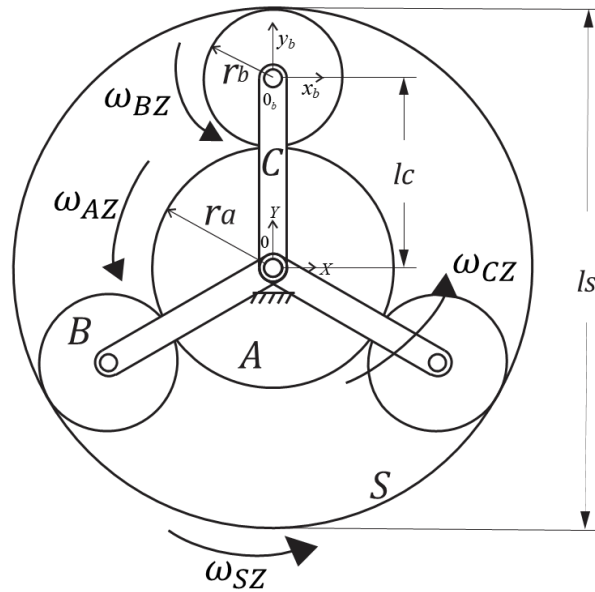


Figura 55. Tren de engranajes epicicloidales.

En la Figura 55, se muestra un tren de engranajes epicicloidales, a diferencia del mecanismo de la Figura 49, se agrega una corona *S*, el cual es el eslabón de salida y está en contacto con el engrane *B*. El diámetro de la corona está denotado por *ls*, donde:

$$ls = r_A + 2r_B \quad (35)$$

Para establecer el envisionment correspondiente a este mecanismo, se extiende la lógica de movimiento del anterior caso, considerando la existencia de la corona *S*, resultando en la siguiente **MGM**:

Tabla 5. MGM de un tren de engranajes epicicloidales con corona.

Estado cualitativo	Engranaje A ω_{AZ}	Engranaje B ω_{BZ}	Engranaje S ω_{SZ}	Engranaje C ω_{CZ}	Desambiguación*
<i>e0</i>	0	0	0	0	$\omega_{CZ} = \omega_{AZ} = \omega_{SZ}$
<i>e1</i>	+	+	+	+	$ \omega_{AZ} < \omega_{CZ} < \omega_{SZ} $
<i>e2</i>	+	0	+	+	$ \omega_{AZ} = \omega_{CZ} = \omega_{SZ} $
<i>e3</i>	+	-	+	+	$ \omega_{AZ} > \omega_{CZ} > \omega_{SZ} $
<i>e4</i>	+	-	0	+	$ \omega_{AZ} > \omega_{CZ} > \omega_{SZ} $
<i>e5</i>	+	-	-	+	$ \omega_{AZ} > \omega_{CZ} > \omega_{SZ} $
<i>e6</i>	+	-	-	0	$ \omega_{AZ} > \omega_{CZ} > \omega_{SZ} $
<i>e7</i>	+	-	-	-	**

$e8$	0	-	-	-	$ \omega_{AZ} < \omega_{CZ} < \omega_{SZ} $
$e9$	-	-	-	-	$ \omega_{AZ} < \omega_{CZ} < \omega_{SZ} $
$e10$	-	0	-	-	$ \omega_{AZ} = \omega_{CZ} = \omega_{SZ} $
$e11$	-	+	-	-	$ \omega_{AZ} > \omega_{CZ} > \omega_{SZ} $
$e12$	-	+	0	-	$ \omega_{AZ} > \omega_{CZ} > \omega_{SZ} $
$e13$	-	+	+	-	$ \omega_{AZ} > \omega_{CZ} > \omega_{SZ} $
$e14$	-	+	+	0	$ \omega_{AZ} > \omega_{CZ} > \omega_{SZ} $
$e15$	-	+	+	+	**
$e16$	0	+	+	+	$ \omega_{AZ} < \omega_{CZ} < \omega_{SZ} $
$e17$	+	+	+	+	$ \omega_{AZ} < \omega_{CZ} < \omega_{SZ} $

*Las relaciones cualitativas de las variables ω_{SZ} , ω_{AZ} y ω_{CZ} con ω_{BZ} se definirán más adelante en términos cuantitativos en base a sus dimensiones y velocidades angulares.

** Para el caso de los estados cualitativos $e7$ y $e15$, existen tres casos posibles de desambiguaciones: $|\omega_{AZ}| < |\omega_{SZ}|$, $|\omega_{AZ}| = |\omega_{SZ}|$ y $|\omega_{AZ}| > |\omega_{SZ}|$. Estos casos dependen de una segunda fuente de movimiento para el eslabón C o el eslabón S .

La **MGM** de la Tabla 5 cuenta con 17 estados cualitativos de movimiento más el reposo; sin embargo, se observa que el estado cualitativo $e17$ es idéntico al estado $e1$, por lo cual se reinicia el ciclo de movimiento en este punto, quedando un total de 16 estados cualitativos de movimiento.

Análisis de la MGM: papel del trinquete:

En relación a los requerimientos de diseño, se sabe que $\omega_{inx}: \mathbf{QS}\{-,0,+ \}$ y para la salida $\omega_{outx}: \mathbf{QS}[0,+ \}$.

Si el eslabón de entrada es A y el eslabón de salida es S , entonces: $\omega_{AZ}: \mathbf{QS}\{-,0,+ \}$ y $\omega_{SZ}: \mathbf{QS}[0,+ \}$; así como $|\omega_{AZ}| \leq \omega_{SZ}$.

Al igual que en el mecanismo del capítulo 3, existen dos estados cualitativos principales para la entrada de movimiento, donde $\omega_{inx}: \mathbf{QS}\{0,+ \}$ y $\omega_{inx}: \mathbf{QS}\{-,0 \}$. Para hablar de los estados cualitativos del tren de engranajes epicicloidales, en adelante se hará referencia a los contenidos en la MGM de la Tabla 5. El primer caso de movimiento comprende los estados $e1 - e8$, mientras que para el segundo caso de movimiento se comprenden los estados $e9 - e16$.

La ecuación (34) es la que rige los requerimientos de diseño, los estados cualitativos en que resulta válida para el caso de movimiento 1 es únicamente el estado cualitativo e_2 , y para el segundo caso e_{15} (en este estado cualitativo, sólo es válida la desambiguación $|\omega_{AZ}| = \omega_{SZ}$) combinando estos casos a través del uso de trinquetes se obtendría un mecanismo convertidor de rotación oscilatoria a rotación unidireccional, al igual que el mecanismo del capítulo 3. Se requiere colocar los trinquetes de modo que los únicos estados cualitativos que queden para conformar el envisionment del nuevo mecanismo sean: e_0 , e_2 y e_{15} .

Estos casos tienen en común que, A gira negativo o positivo o cero, B gira sólo positivo o cero, C solo gira positiva o cero y S sólo positivo o cero

Las formas posibles de colocar trinquetes, dada la configuración mecánica del dispositivo son: entre A y el bastidor, entre C y el bastidor, entre A y C o entre B y C . Colocar entre A y el bastidor no es posible, puesto que A debe girar oscilatoriamente. Colocar un trinquete entonces entre C y el bastidor para que $\omega_{CZ} \geq 0$, esto invalida los estados cualitativos e_7 al e_{13} .

Colocar un trinquete entre A y C tal que $\omega_{CZ} \geq \omega_{AZ}$, el cual solo funciona cuando A rota en sentido positivo o negativo a la vez, eligiendo para la rotación positiva de A , invalida los estados e_3 al e_7 . Este trinquete satisface los requerimientos de diseño para el primer caso de movimiento.

Colocar un trinquete entre B y C tal que $\omega_{BZ} \geq 0$ invalida los estados e_3 al e_9 , este segundo trinquete también satisface los requerimientos de diseño para el primer caso de movimiento.

La combinación de más de una de estas opciones, da como resultado la cancelación de máximo de los estados e_3 al e_{13} . Por lo cual, estos trinquetes individuales o en conjunto son útiles para restringir el giro negativo del eslabón S manteniendo los requerimientos de diseño marcados por (34) en relación al primer caso de movimiento. Sin embargo, para el segundo caso persiste el estado cualitativo e_{14} en que $|\omega_{AZ}| > |\omega_{SZ}|$, a pesar de mantenerse las otras condiciones de requerimientos de diseño.

Esto es debido a que, a diferencia del tren de engranajes diferencial del capítulo 3, el engranaje de salida es de un radio mayor al del engranaje de entrada. Para eliminar este

estado cualitativo, es necesario que C gire positivo; es decir considerar válida sola la condición cualitativa $|\omega_{AZ}| = \omega_{SZ}$ estado cualitativo e15. Sin embargo, esto implica ingresar movimiento de una fuente secundaria al portador C . La pregunta es, con qué magnitud tiene que girar C para que $|\omega_{AZ}| = \omega_{SZ}$.

Generación del diseño conceptual

Para que $|\omega_{AZ}| = \omega_{SZ}$, es necesario establecer las relaciones cinemáticas entre las variables ω_{SZ} , ω_{AZ} , ω_{BZ} y ω_{CZ} , y las dimensiones de los eslabones del mecanismo, de acuerdo a la Figura 56:

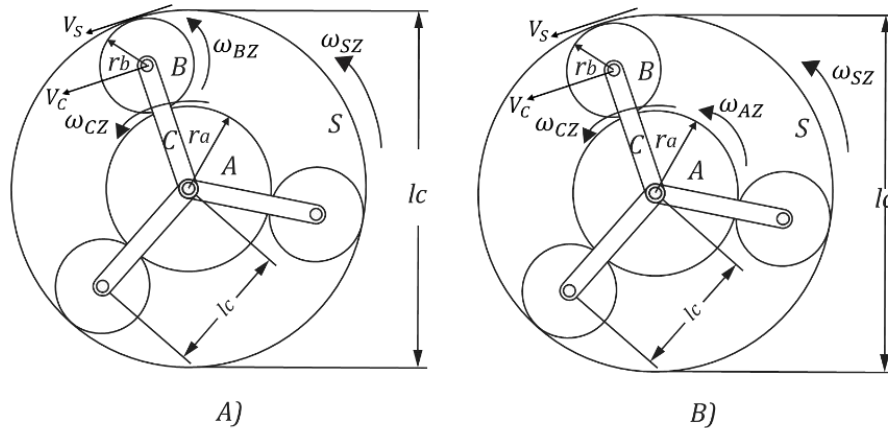


Figura 56. Análisis de relaciones cinemáticas y dimensionales del tren de engranajes epicicloidial. En a), se fija el engranaje A , en b), se fija el engrane B

En esta figura, se analizan dos casos de movimiento, ambos satisfacen los requerimientos de diseño y corresponden a los casos e15 en la Figura 56a), y al caso e2 en la Figura 56b); en el primero donde el elemento A permanece fijo, esto causa rotación para los elementos B , C y S , generando a su vez una velocidad angular ω_{BZ} , ω_{CZ} y ω_{SZ} respectivamente. En el segundo caso se fija el engranaje B , generando a su vez una velocidad angular ω_{AZ} , ω_{CZ} y ω_{SZ} ; este análisis es análogo a la Figura 27 del capítulo 4.

Las relaciones derivadas de este análisis resultan en las siguientes ecuaciones:

$$\omega_{CZ}(r_A + r_B) = \omega_{AZ}r_A + \omega_{BZ}r_B \quad (36)$$

$$v_C = \omega_{CZ}(r_A + r_B) \quad (37)$$

$$\omega_{SZ}(r_A + 2r_B) = \omega_{AZ}r_A + 2\omega_{BZ}r_B \quad (38)$$

$$v_S = \omega_{SZ}(r_A + 2r_B) \quad (39)$$

Atendiendo al estado cualitativo e15 para mantener la condición de movimiento marcado por los requerimientos de diseño, se sustituye $\omega_{SZ} = -\omega_{AZ}$ en (38) y se resuelve para ω_{BZ} en términos de ω_{AZ} , resultando:

$$\omega_{BZ} = \omega_{AZ} \left(\frac{r_A}{r_B} + 1 \right) \quad (40)$$

Sustituyendo a (40) en (36) y resolviendo para ω_{CZ} en términos de ω_{AZ} se obtiene:

$$\omega_{CZ} = \frac{-\omega_{AZ}r_B}{(r_A + r_B)} \quad (41)$$

Es decir, la velocidad a la que tiene que girar C es una fracción de ω_{AZ} en sentido contrario, dado por la relación (41).

La fuente de movimiento secundario debe hacer girar a C con esta velocidad, sin embargo, es posible que esta fuente aún provenga de A, agregando un mecanismo secundario que aproveche su movimiento y trasladarlo a C con la relación dada por (41).

Este mecanismo secundario puede ser otro tren de engranajes epicicloidales, cuyas dimensiones corresponden a la Figura 57.

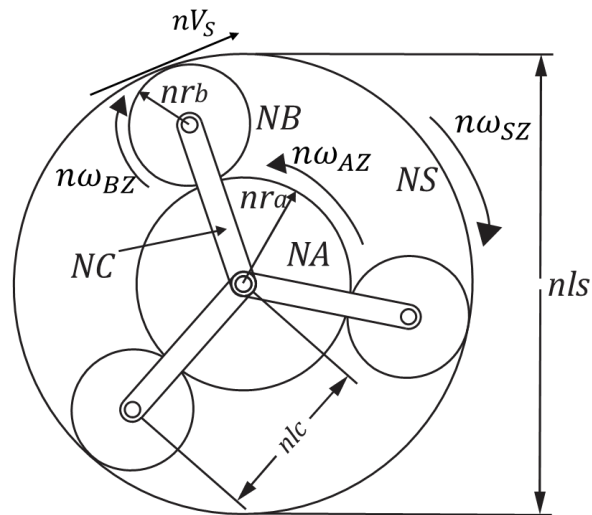


Figura 57. Tren de engranajes epicicloidales secundario

Donde, NS es la nueva corona, NC el nuevo portador, NA el nuevo engranaje de entrada y NB el nuevo engranaje planetario; las dimensiones de los nuevos eslabones son nl_S, nl_C, nr_A y nr_B respectivamente. La velocidad nv_S es la velocidad de la corona, $n\omega_{AZ}$, $n\omega_{BZ}$, $n\omega_{SZ}$ son las velocidades angulares de los eslabones NA , NB y NS respectivamente.

Este mecanismo secundario comporta exactamente igual que el mecanismo primario en términos cualitativos, por lo que comparte la misma **MGM**, visible en la Tabla 5.

El estado cualitativo de la **MGM** que indica cómo se debe comportar este mecanismo es $e14$ (o $e6$, si se considera un **QS** negativo para el eslabón de salida como requerimiento de diseño) a fin de generar un giro para NS en sentido contrario a la entrada NA . Es decir, para el segundo caso de movimiento para el mecanismo primario sea posible ($\omega_{AZ} = -$), $n\omega_{AZ}: \mathbf{QS}\{-\}$, $n\omega_{SZ}: \mathbf{QS}\{-\}$. La disposición del mecanismo secundario, respecto al tren de engranajes primario se propone de la siguiente manera:

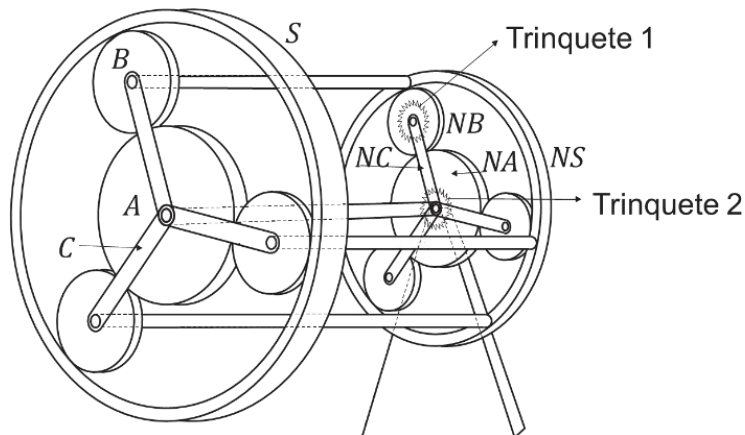


Figura 58. Mecanismo convertidor de rotación oscilatoria a rotación unidireccional conformado por la combinación de dos trenes de engranajes epicicloidales

Para que se pueda satisfacer la ecuación (41) en relación al estado cualitativo $e14$, la nueva corona NS impulsa al portador C del mecanismo primario, compartiendo la misma velocidad angular, es decir que en que el nuevo portador NC permanece fijo y que:

$$n\omega_{SZ} = \omega_{CZ} \quad (42)$$

Para que esto sea posible, las dimensiones del mecanismo secundario respecto del primario, deben tener la siguiente relación:

$$r_A + r_B = nr_A + 2nr_B \quad (43)$$

De acuerdo a la Figura 57 el engrane planetario NB gira negativa, el portador NC permanece fijo y la rotación para NA a partir de A se mantiene, provocando que:

$$n\omega_{AZ} = \omega_{AZ} \quad (44)$$

Lo anterior acorde a los estados cualitativos $e6$ o $e14$ de la **MGM**, cuyo funcionamiento describe el comportamiento de mecanismo añadido.

De acuerdo a la Figura 58, se colocan dos trinquetes, el primero entre el bastidor y entre el portador NC , este primer trinquete asegura que cuando $\omega_{AZ} = -$ y $n\omega_{AZ} = -$, $n\omega_{CZ} \leq 0$, restringiendo los estados cualitativos $e1 - e8$ de la **MGM** para el mecanismo secundario, la situación de movimiento derivada de este trinquete se observa en la Figura 57. Esto

permite girar en sentido negativo a la corona NS , provocando la fuente de movimiento que requiere el portador C del mecanismo principal.

El segundo trinquete, se coloca entre el engranaje planetario NB y entre el portador NC , pues ello asegura que $\omega_{BZ} \geq 0$ invalidando los estados $e3$ al $e9$. Esta es la condición de movimiento de la Figura 56b), en la cual el mecanismo gira solidario, si se tiene en cuenta que $\omega_{AZ} = n\omega_{AZ}$, entonces $\omega_{AZ} = n\omega_{SZ}$. Si la corona NS gira solidaria con el portador C , trasladando el movimiento al mecanismo principal provocando que es decir $\omega_{AZ} = \omega_{CZ}$ y a su vez $\omega_{AZ} = \omega_{CZ} = \omega_{SZ}$ satisfaciendo la condición de movimiento del estado cualitativo $e2$ para el mecanismo principal, haciendo que sólo sea necesario colocar trinquetes en el mecanismo secundario. Los estados cualitativos de movimiento válidos resultantes para el mecanismo principal son $e1, e2, e15$ y $e16$. Para generar más adelante el diagrama de vectores de la Figura 60 y a fin de seguir una secuencia de movimiento con transiciones lógicas, el orden de movimiento del mecanismo se establece en el orden $e15, e16, e17$ y $e2$, es decir, partiendo de un giro negativo en A , como primer caso de movimiento, para invertir su giro a positivo, tal como se muestra en la Figura 59.

Ahora, se debe determinar las velocidades angulares nv_S , $n\omega_{AZ}$ y $n\omega_{BZ}$ para satisfacer la segunda condición de movimiento determinado por la ecuaciones (34), (40) y (41). De la ecuación (41), se puede establecer que:

$$nv_S = v_C \quad (45)$$

Asimismo, cambiando las variables de las ecuaciones (36), (38) y (39) en términos del mecanismo secundario, resulta en:

$$n\omega_{CZ}(nr_A + nr_B) = n\omega_{AZ}nr_A + n\omega_{BZ}r_B \quad (46)$$

$$n\omega_{SZ}(nr_A + 2nr_B) \quad (47)$$

$$= n\omega_{AZ}nr_A + 2n\omega_{BZ}nr_B$$

$$nv_S = n\omega_{SZ}(nr_A + 2nr_B) \quad (48)$$

Sustituyendo las ecuaciones (48) y (37) en (45), y resolviendo en términos de $n\omega_{SZ}$, se obtiene:

$$n\omega_{SZ} = \frac{-\omega_{AZ}r_B}{(nr_A + 2nr_B)} \quad (49)$$

Sustituyendo (48), (49) en (47) se obtiene:

$$\omega_{AZ} = -(\omega_{AZ}nr_A + 2nr_Bn\omega_{BZ})/r_B \quad (50)$$

Sabiendo que el comportamiento cualitativo del mecanismo secundario está regido por el estado $e14$, la velocidad angular $n\omega_{CZ}$ del portador NC es cero. Sustituyendo este valor en (46) resulta:

$$\omega_{AZ} = \frac{-n\omega_{BZ}nr_B}{nr_A} \quad (51)$$

Resolviendo (50) y (51) en términos de nr_A , se obtiene:

$$nr_A = r_B \quad (52)$$

Finalmente, sustituyendo este último valor en (43), resulta:

$$nr_B = \frac{r_A}{2} \quad (53)$$

Se puede establecer que

$$nr_A = r_A \quad (54)$$

Lo cual llevaría a las mismas dimensiones del mecanismo secundario marcadas por (52) y (53) con tan solo sustituir (54) en (49) y resolver ésta de manera simultánea con (41); sin embargo, los valores anteriormente obtenidos, son para un mecanismo secundario general que cumpla con los requerimientos de diseño anteriormente establecidos y que satisfaga las ecuaciones (42), (43), (44) en relación al mecanismo principal, así como los estados cualitativos $e2$ y $e15$ para el tren de engranajes epicicloidal primario y $e14$ para el mecanismo secundario.

Los casos de funcionamiento de mecanismo se ilustran en la siguiente figura:

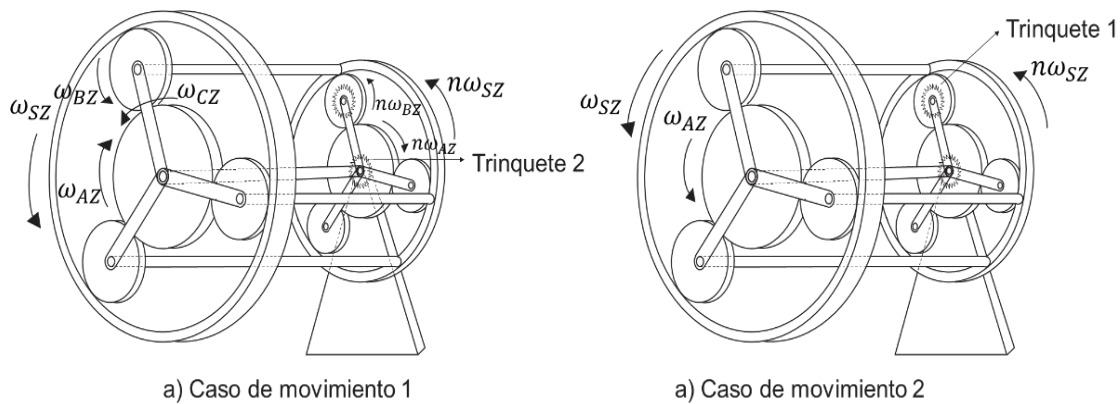


Figura 59. Casos de funcionamiento de mecanismo sintetizado.

En a) el engranaje de entrada gira con rotación negativa, mientras que la salida gira en sentido positivo, en b) la entrada cambia el sentido de rotación a positivo, mientras que la salida mantiene su rotación en sentido positivo

Otros casos de mecanismos sintetizados a partir de un tren de engranajes epicicloidales pueden obtenerse si éste funciona como un multiplicador de velocidad. Si la entrada proviene del engranaje *A* y el engranaje *B* funciona como salida permaneciendo estático respecto a su marco de referencia (girando en dirección negativa, por eso puede funcionar como un sistema de inversión dependiendo de la configuración final del engranaje de salida). Este es el caso del estado cualitativo *e3*, además, el sistema también puede funcionar como un reductor considerando el estado cualitativo *e2*, pero dejando que el engranaje *C* sea la salida y el engranaje *B* gire en dirección negativa. Este caso de funcionamiento se usa ampliamente en cajas de cambios automáticas al agregar una rueda de corona tangente al borde del engranaje *B*.

Envisionment.

A continuación, se muestra el diagrama de vectores del comportamiento cualitativo del tren de engranajes epicicloidales primario, que conforma un mecanismo convertidor de rotación oscilatoria a rotación unidireccional, respecto a las variables de velocidad angular ω_{AZ} , ω_{CZ} , ω_{SZ} correspondientes al engranaje de entrada el portador y al engranaje de salida respectivamente.

Los estados cualitativos resultantes válidos de la aplicación de los trinquetes son e_1, e_2, e_{15} y e_{16} , debido a que $e_1 = e_{17}$, se colocarán en el orden e_{15}, e_{16}, e_{17} y e_2 a fin de seguir un a secuencia lógica de movimientos y transiciones entre estados cualitativos.

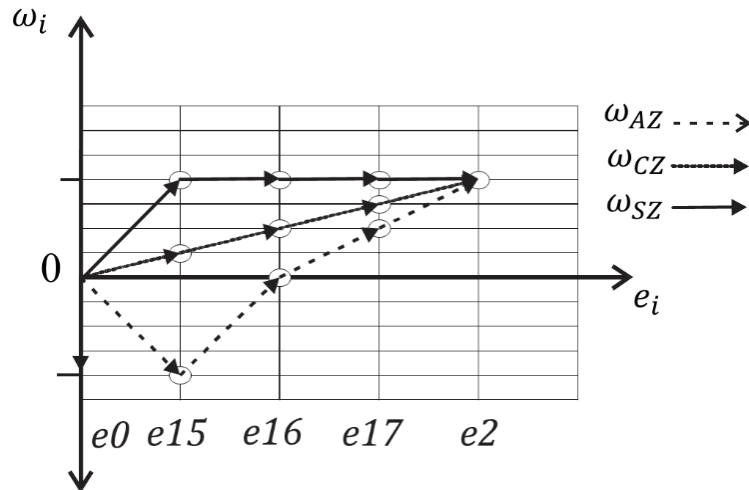


Figura 60. Diagrama de vectores del envisionment correspondiente a un mecanismo convertidor de rotación oscilatoria a rotación continua integrado por dos trenes de engranajes epicicloidales.

Como se observa en la Figura 60, la curva correspondiente a la velocidad de salida siempre se mantiene con rotación positiva, mientras que el engranaje de entrada describe una rotación oscilatoria, tal como se describe en los dos casos de movimiento de la Figura 59.

VIII.I.II A-2 Mecanismo manivela-corredera

El siguiente es un análisis para un mecanismo de manivela-corredera. La manivela se supone con una rotación dentro del QSP. Se analizará la relación cualitativa entre las dimensiones de la manivela, la biela y la corredera, así como sus respectivas variables cualitativas de movimiento.

Requerimientos de diseño

Para expresar los requerimientos de diseño de un mecanismo manivela-corredera en términos de su *quantity space*, es necesario tener en cuenta el movimiento que ha de describir el eslabón de entrada y salida en términos cualitativos. Es ampliamente conocida la función de este mecanismo, la cual es transformar un movimiento rotacional unidireccional en recíprocante. La simpleza de dicha transformación permite reducir este mecanismo a un mecanismo primitivo o *building block* [58], [52], [70]; sin embargo, es necesario expresar en términos cualitativos el *envisonment* completo de este mecanismo, previamente realizado por Kim [24] bajo un enfoque computacional, pero sin abordar sólo los estados cualitativos relevantes.

Si se establece como requerimientos de diseño un mecanismo que transforme una rotación continua (solo positivo) en traslación recíprocante, por tanto, el **QS** para la entrada es: $\omega_{inx}: \mathbf{QS}\{0, +\}$ y para la salida es $v_{out}: \mathbf{QS}\{-, 0, +\}$, un movimiento traslacional.

Definir los ejes de rotación, el sistema de referencia absoluto y las variables de movimiento.

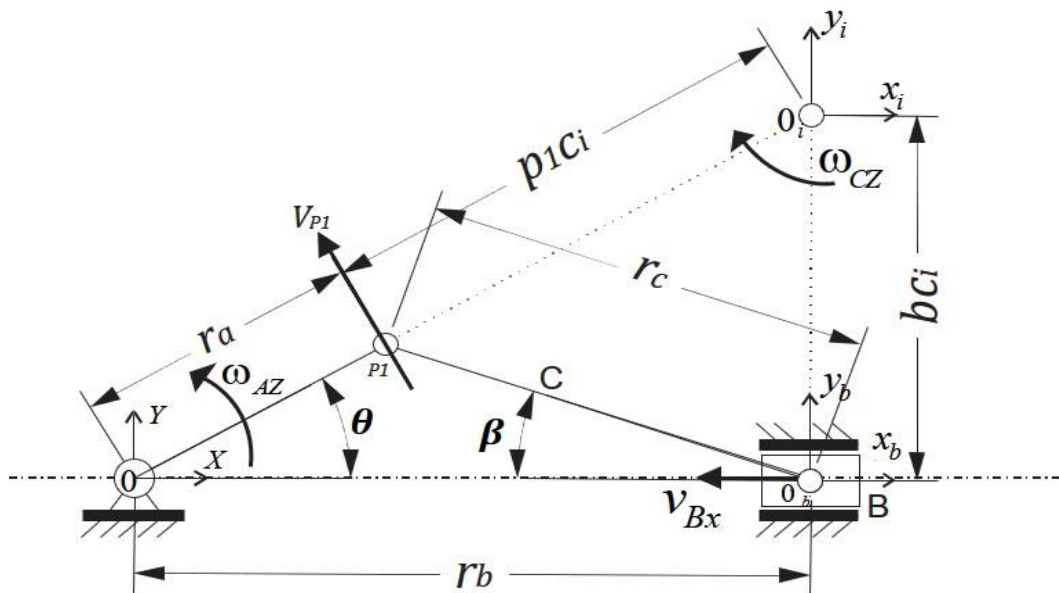


Figura 61. Convenio de signos y representación de ejes para un mecanismo de manivela

La Figura 61 muestra el sistema $\{0, X, Y\}$ representando un eje coordenado cartesiano de referencia, pero no absoluto; $\{0_i, x_i, y_i\}$ representa el marco de referencia móvil respecto a $\{0, X, Y\}$. $\{0_b, x_b, y_b\}$ representa un marco móvil de referencia móvil respecto a $\{0, X, Y\}$. No se establece relación entre marcos de referencia a través de una matriz de transformación de coordenadas, por lo tanto, todos los sistemas son considerados absolutos para sus respectivas variables. La relación cualitativa entre variables que se mueven respecto a un determinado marco de referencia es detallada en la sección 3.5 del presente trabajo y será visualizada a continuación, donde:

La biela A gira alrededor de $\{0, X, Y\}$. Éste es el componente de referencia, por lo tanto, la variable ω_{AZ} , misma de la cual se generará el **QS** en la matriz de movimientos (los requerimientos de diseño son asumidos para ser una función de la velocidad angular de la manivela) denota la velocidad angular alrededor del eje Z , perpendicular al plano $X - Y$. La variable r_a denota la longitud de A , el ángulo θ es el ángulo de apertura de la barra.

La biela conectora C gira alrededor de $\{0_i, x_i, y_i\}$, el cual representa el marco de referencia localizado en el centro instantáneo de rotación (**ICR**) de C localizado en 0_i , determinado de manera cualitativa (gráficamente). La distancia del punto $P1$ al **ICR** está denotada por p_1c_i . La variable requerida ω_{CZ} denota la velocidad angular alrededor de 0_i , perpendicular al plano $x_i - y_i$. La variable r_c denota la longitud del eslabón C . El ángulo β es el ángulo de apertura de la barra C .

v_{P1} denota la velocidad tangencial del punto $P1$, ubicado en la articulación entre la barra A y la barra C .

La corredera B se desliza a lo largo del eje X la variable requerida v_{BX} denota la velocidad lineal a lo largo del eje X . La variable r_B denota la longitud de 0_B a 0 . La longitud vertical de la corredera al **CIR** está denotada por bc_i .

Construcción de los vectores de movimiento

Estado cualitativo e0

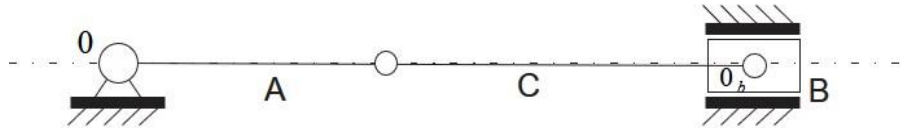


Figura 62. Estado cualitativo e0 o de reposo para un mecanismo manivela-corredera

Análisis cualitativo: todos los componentes están en reposo, en este caso las variables a partir de las cuales se puede establecer una relación son ω_{AZ} y ω_{CZ} al ser velocidades angulares, aunque no giren alrededor del mismo centro, y por lo tanto son aquellas que presentan una ambigüedad. El método para establecer las desambiguaciones entre ω_{AZ} y ω_{CZ} se mostrará más adelante, debido a que es necesario involucrar las longitudes de las barras, introduciendo un análisis basado en el *centro instantáneo de rotación*, un método gráfico, que a pesar que es cuantitativo, no se considera del todo analítico.

Su MV será: $e0: 0,0,0; \omega_{AZ} = \omega_{CZ}$

Estado cualitativo e1

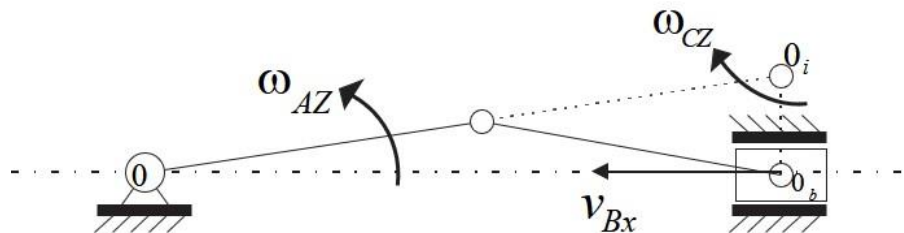


Figura 63. Estado cualitativo e1 para un mecanismo manivela-corredera

Análisis cualitativo: Un instante después del reposo, en el estado e1, la manivela gira positiva, la biela gira negativa (con respecto a su marco de referencia que coincide con su

centro instantáneo de rotación, indicado en la Figura 61), la corredera se desliza con velocidad negativa. El **MV**, como tal, se puede configurar como:

$$e1: +, -, -$$

Estado cualitativo e2

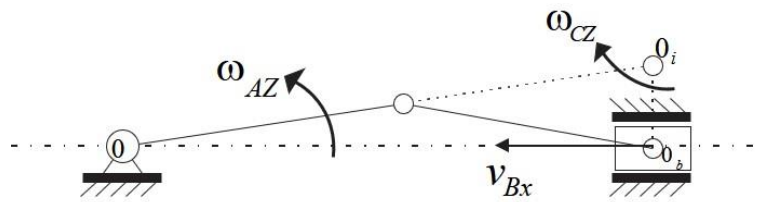


Figura 64. Estado cualitativo e2 para un mecanismo manivela-corredera

Análisis cualitativo: la manivela sigue girando positiva, sin embargo, la velocidad angular de la biela es cero, no tiene un centro de rotación instantáneo establecido (queda ubicado en el infinito), aunque la corredera sigue deslizándose con velocidad negativa. El **MV** es:

$$e2: +, 0, -$$

Estado cualitativo e3

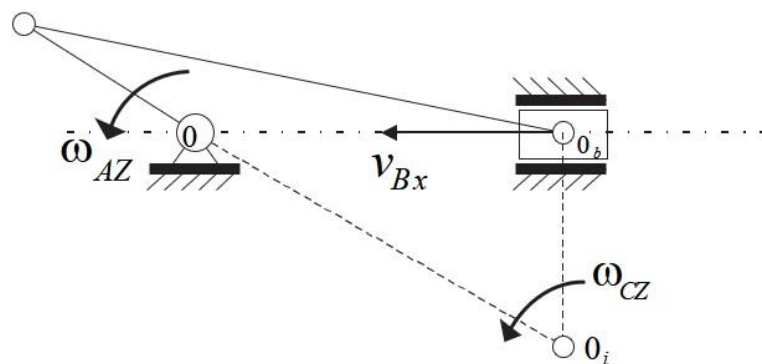


Figura 65. Estado cualitativo e3 para un mecanismo manivela-corredera

Análisis cualitativo: la manivela sigue girando positivo; sin embargo, la velocidad angular de la biela ha cambiado para ser positiva con respecto a su eje de rotación instantáneo y la corredera sigue deslizándose con la velocidad negativa. El **MV** es:

$$e3: +, +, -$$

Estado cualitativo e4

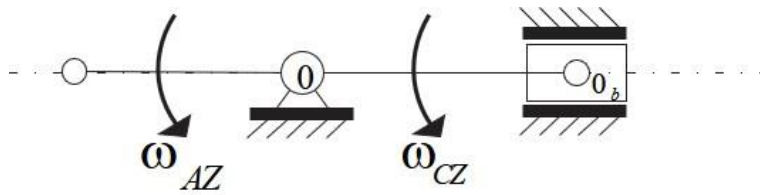


Figura 66. Estado cualitativo e3 para un mecanismo manivela-corredera

Análisis cualitativo: la manivela sigue girando positiva, en este punto, la corredera tiene velocidad 0 al experimentar una transición del **QSP** al **QSN**, visible en el siguiente estado cualitativo. El **MV** es:

$$e4: +, +, 0$$

Estado cualitativo e5

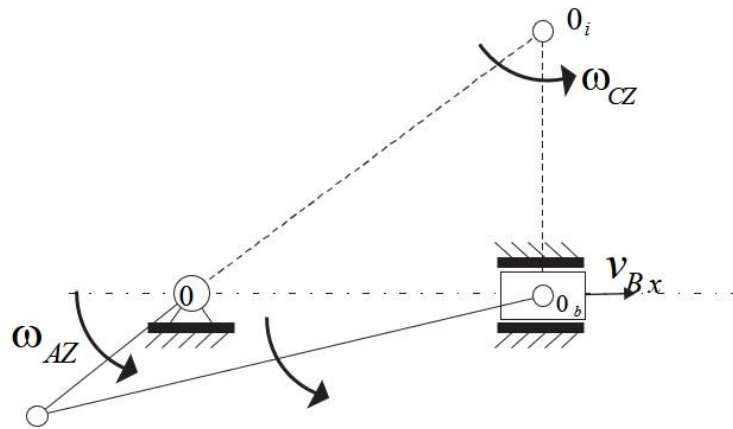


Figura 67. Estado cualitativo e5 de un mecanismo manivela-corredera

Análisis cualitativo: la manivela sigue girando positiva, la velocidad angular de la manivela es positiva con respecto a su eje instantáneo de rotación y la corredera ha cambiado su velocidad de negativa a positiva. El **MV** es:

$$e5: +, +, +$$

Estado cualitativo e6

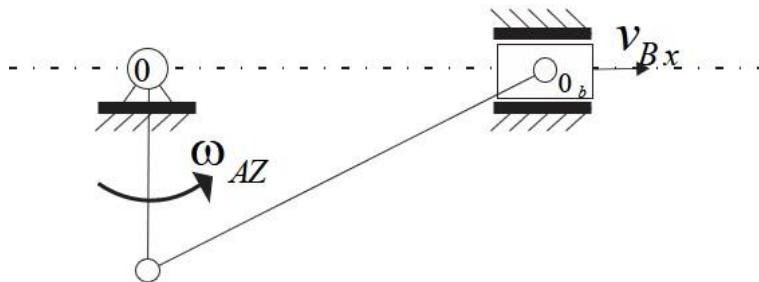


Figura 68. Estado cualitativo e6 de un mecanismo manivela-corredera

Análisis cualitativo: la manivela sigue girando positiva, la velocidad angular de la biela es cero pues no tiene un centro de rotación instantáneo definido y la corredera se desliza con una velocidad lineal positiva. El **MV** es:

$$e6: +, 0, -$$

Estado cualitativo e7

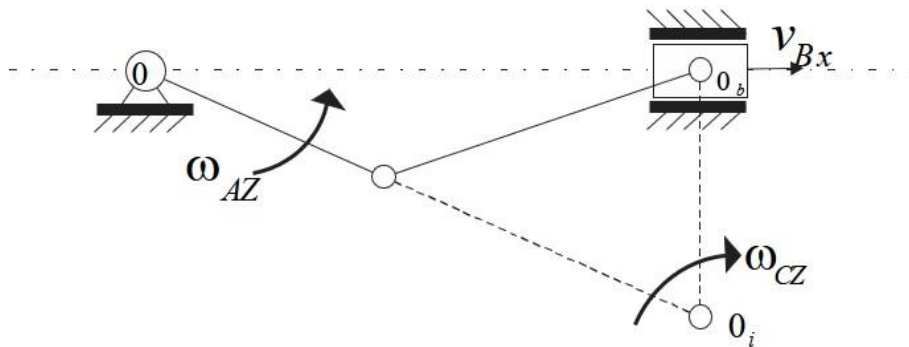


Figura 69. Estado cualitativo e6 de un mecanismo manivela-corredera

Análisis cualitativo: la manivela sigue girando, la velocidad angular de la manivela es negativa y la corredera se desliza con velocidad lineal positiva. El **MV** es:

$$e7: +, -, +$$

El análisis se detiene en este punto debido a dos razones: se puede establecer que el siguiente estado cualitativo coincide con el estado cualitativo 1, de modo que entra en un movimiento cíclico. La otra razón es que el movimiento se puede caracterizar por una velocidad angular negativa para la manivela, desde el estado de reposo; sin embargo, estas son simetrías cualitativas cuyo vector de movimiento para los estados cualitativos correspondería a la inversión del orden (y signo) de los estados cualitativos; es decir, el estado cualitativo $-e7$ del análisis anterior correspondería a $e1$ de esta suposición, $-e6$ a $e2$, $-e5$ a $e3$ y el estado $-e4$ como punto intermedio.

Determinación de las desambiguaciones

Para establecer la relación cualitativa entre ω_{AZ} y ω_{CZ} , sabiendo que ω_{AZ} es la variable de entrada, se hará uso **DCL** de la Figura 61. La velocidad v_{p1} se determina de dos maneras:

$$v_{p1} = \omega_{AZ} * r_a \quad (55)$$

$$v_{p1} = \omega_{CZ} * p_1 c_i \quad (56)$$

Resolviendo en ambas ecuaciones para ω_{CZ} , se obtiene:

$$\omega_{CZ} = (\omega_{AZ} * r_a) / p_1 c_i \quad (57)$$

A partir de esta relación, cualitativamente, se puede establecer que si $r_a > p_1 c_i$; entonces $\omega_{AZ} < \omega_{CZ}$; asimismo, si $r_a < p_1 c_i$ entonces:

$$\omega_{AZ} > \omega_{CZ} \quad (58)$$

Para establecer la relación entre r_a y $p_1 c_i$, se debe involucrar a r_c . Es posible saber, de acuerdo a la Figura 70 la relación entre r_a y r_c recordando los conceptos de transiciones

entre eslabonamientos abordados en el capítulo 4, y aplicados a este mecanismo, para que la barra A gire más allá de 180° , cualitativamente:

$$r_a < r_c \quad (59)$$

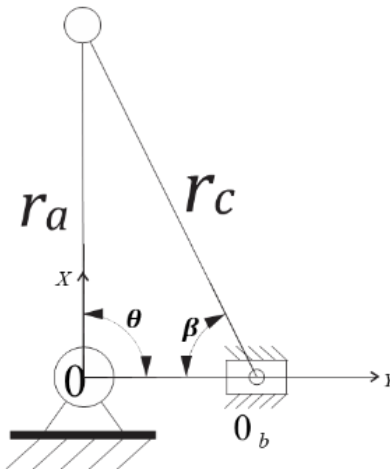


Figura 70. Mecanismo de manivela-corredera que muestra la relación geométrica entre r_a y r_c con la corredera en una posición a 90°

Si $r_a < r_c$, entonces:

$$\theta > \beta \quad (60)$$

Ahora bien, de la Figura 61, se puede establecer:

$$r_b = r_a \cos \theta + r_c \cos \beta \quad (61)$$

$$r_b = (r_a + p_1 c_i) \cos \theta \quad (62)$$

Resolviendo en ambas ecuaciones para $p_1 c_i$ se obtiene:

$$p_1 c_i = \frac{r_c \cos \beta}{\cos \theta} \quad (63)$$

Dado que $\theta > \beta$, entonces se puede establecer que:

$$p_1 c_i > r_c \quad (64)$$

Si $r_a < r_c$; entonces:

$$p_1 c_i > r_c > r_a \quad (65)$$

Por lo cual, $\omega_{AZ} > \omega_{CZ}$ durante el intervalo comprendido del reposo, hasta $\theta < 180$. Se han establecido las primeras desambiguaciones.

En el caso de la velocidad de la corredera, se puede determinar en relación con la velocidad v_{P1} , bc_i y ω_{CZ} .

$$v_{Bx} = \omega_{CZ} * bc_i \quad (66)$$

Cualitativamente de manera gráfica es posible demostrar que $p_1 c_i > bc_i$, o analíticamente, usando el diagrama de la Figura 61:

$$bc_i = (r_a + p_1 c_i) \sin \theta \quad (67)$$

Si $\omega_{AZ} > \omega_{CZ}$ y $p_1 c_i > r_c > r_a$; entonces de acuerdo a la ecuación (55) analíticamente la relación entre v_{Bx} y v_{P1} es:

$$v_{Bx} = (v_{P1} * bc_i) / p_1 c_i \quad (68)$$

Por lo que siempre: (69)

$$v_{P1} \geq v_{Bx}$$

Las desambiguaciones entre las variables de los componentes para el intervalo $0^\circ < \theta < 90^\circ$ están definidas, estas condiciones se cumplen para los estados cualitativos $\theta = 0^\circ$ y $\theta = 90^\circ$.

A continuación, en la Figura 71, se agregará a continuación un DCL para el intervalo $90^\circ < \theta < 180^\circ$:

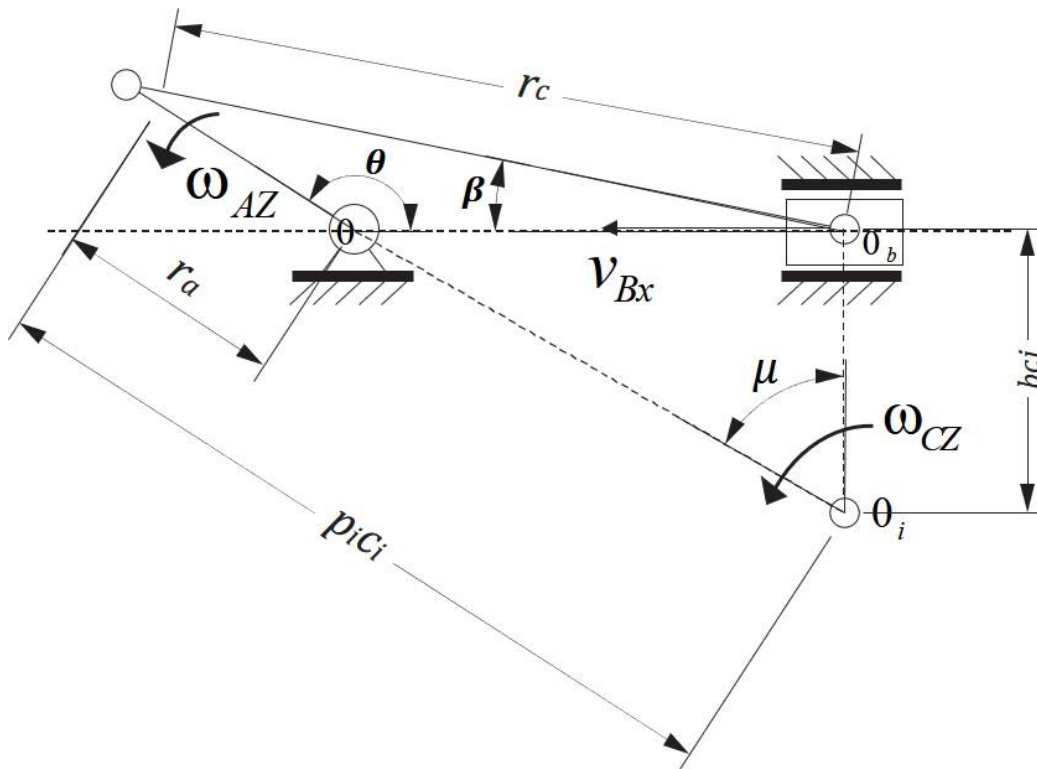


Figura 71. Parámetros geométricos y dimensionales para un mecanismo manivela corredera, con la corredera ubicada en una posición $90^\circ < \theta < 180^\circ$

Si el ángulo $\mu = \theta - 90^\circ$; entonces p_1c_i se determina como:

$$p_1c_i = \frac{r_c \cos \beta}{\cos(\theta - 90^\circ)} \quad (70)$$

$$b_{ci} = (p_1c_i - r_a) \cos(\theta - 90^\circ) \quad (71)$$

Es decir, se desplaza en 90° el giro del ángulo θ , sin embargo, esto no altera las condiciones de las inequaciones (58), (59), (60), (65) y (69). Estas condiciones se cumplen para el estado cualitativo $\theta = 180^\circ$.

Las Para los estados cualitativos donde $180^\circ < \theta < 270^\circ$ y $270^\circ < \theta < 360^\circ$ son simetrías de los estados cualitativos $e4$ y $e1$ respectivamente. En los estados cualitativos $e2$ y $e6$, los **CIR** tiene lugar en el infinito, sin embargo, las condiciones cualitativas son válidas para los estados cualitativos que las comprenden.

Ahora es posible establecer claramente en la **MGM** los estados cualitativos y su relación cualitativa.

Construcción de la MGM

Tabla 6. MGM del mecanismo manivela-corredera

Estado cualitativo	Manivela A ω_{AZ}	Biela C ω_{CZ}	Corredera B v_{Bx}	Desambiguación
e_0	0	0	0	$ \omega_{AZ} = \omega_{CZ} ; v_{Bx} = 0$
e_1	+	-	-	$ \omega_{AZ} > \omega_{CZ} ; v_{P1} > v_{Bx} $
e_2	+	0	-	$ \omega_{AZ} > \omega_{CZ} ; v_{P1} = v_{Bx} $
e_3	+	+	-	$ \omega_{AZ} > \omega_{CZ} ; v_{P1} > v_{Bx} $
e_4	+	+	0	$ \omega_{AZ} > \omega_{CZ} ; v_{P1} > v_{Bx} $
e_5	+	+	+	$ \omega_{AZ} > \omega_{CZ} ; v_{P1} > v_{Bx} $
e_6	+	0	+	$ \omega_{AZ} > \omega_{CZ} ; v_{P1} = v_{Bx} $
e_7	+	-	+	$ \omega_{AZ} > \omega_{CZ} ; v_{P1} > v_{Bx} $

Análisis de la MGM: Quantity Space

El análisis para este mecanismo, al estar compuesto de una manivela, corredera (eslabonamientos) y una corredera, no cumple con las características descritas para casos de mecanismos de engranajes, ni para mecanismos completamente eslabonados, puesto que el envisionment descrito es diferente, la relación **FSB** para este mecanismo en cuanto a la salida y entrada está completamente definida, y las desambiguaciones se obtienen de combinar un método cuantitativo.

Se tienen siete estados cualitativos diferentes en los cuales, a pesar que solo e_2 y e_6 se diferencian del resto de acuerdo a sus desambiguaciones, la diferencia entre cada uno de ellos es debido a su **QS** en combinación con dichas desambiguaciones. Definimos el **QS** de cada una de las variables como: $\omega_{AZ}\{0, +\}$, $\omega_{CZ}\{+, 0, -\}$, $\omega_{Bx}\{0, -, +\}$, el cual conforma para este ejemplo, el **QSG** del mecanismo. La relación entre valores de la misma variable para su **QS** es:

$$\omega_{AZ}: [e_0 < e_1 = e_2 = e_3 = e_4 = e_5 = e_6 = e_7]$$

$$\omega_{CZ}: [e_0 > e_1 < e_2 < e_3 < e_4 > e_5 > e_6 > e_7]$$

$$v_{Bx}: [e_0 > e_1 > e_2 < e_3 < e_4 < e_5 < e_6 > e_7]$$

Generación del nuevo diseño conceptual

A fin de limitar estados cuantitativos del envisionment del mecanismo para usarlos en un nuevo mecanismo, sólo la barra A cuenta con un centro de rotación fijo, si se desea colocar un trinquete en este punto, se limitaría el QS a un solo intervalo del QSG . En cuanto a la barra C , no se puede colocar un trinquete en su centro de rotación puesto que este se ubica en el CIR , el cual es diferente en cada instante de tiempo; asimismo, tampoco se puede colocar entre el punto de contacto $P1$ con la barra A , puesto que esto la convertiría en un solo eslabón, lo cual, limitaría a 3 el número de eslabones en el mecanismo (incluyendo el bastidor), convirtiendo al mecanismo en una estructura. Este criterio aplica en el punto de contacto entre C y B .

Sin embargo, estas limitaciones, así como el envisionment obtenido en base a la combinación del método de centros instantáneos de rotación para generar los diagramas de vectores que describen el comportamiento cualitativo del mecanismo, permiten servir como herramienta al diseñador para relacionar las dimensiones de la manivela y de la biela con dicho comportamiento.

Para mantener una condición de movimiento en cualquiera de los eslabones del mecanismo podría implicar modificar la longitud de la barra A o C y detener el movimiento de un determinado eslabón en cada caso. Por ejemplo, suponer que el mecanismo en la posición descrita en la Figura 63, y representado nuevamente en la Figura 72, correspondiente a $e1$ pero con el mecanismo entero en reposo. Si queremos mantener a $\omega_{AZ} = 0$, pero sin mover los otros componentes, es evidente que la barra A tiene que elongarse como se muestra en la Figura 72b, o bien la barra C reducir su longitud como en la Figura 72c, esto, desde luego sin violar la inecuación (59) a fin de mantener la condición de movimiento continuo para la manivela.

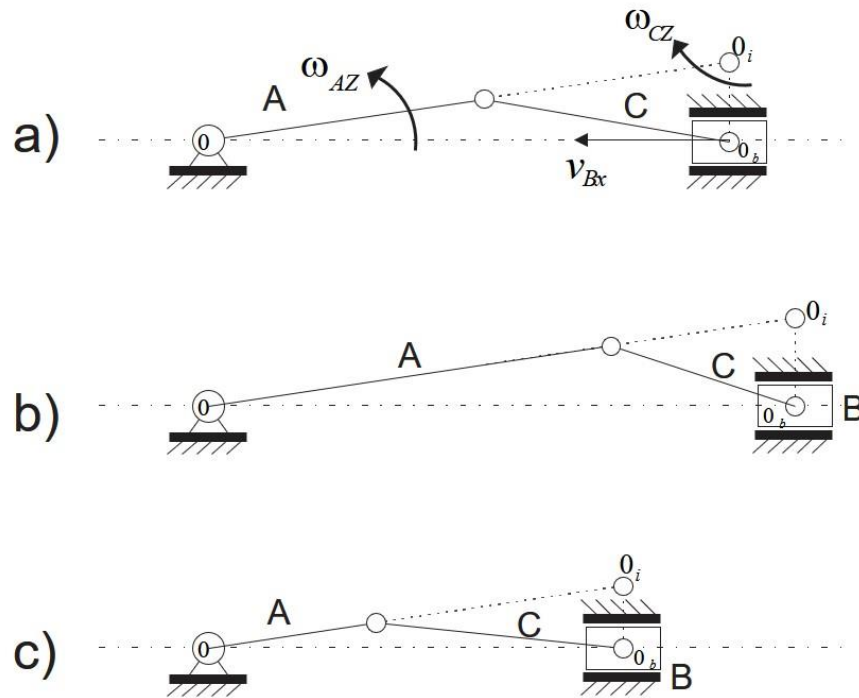


Figura 72. Posibles situaciones derivadas de modificar la longitud de la barra A del mecanismo manivela-corredera.

En a), el mecanismo se muestra en el estado e1, en b), la longitud de la barra A decrece, moviendo la corredera B a la derecha y girando la barra C en sentido horario, en c), la longitud de la barra A decrece moviendo la corredera B a la izquierda y girando a la barra C en sentido antihorario.

Como se puede ver, las relaciones entre las longitudes y las velocidades de los eslabones dependen directamente de las reglas dictadas por métodos no cualitativos, como el método de velocidades y aceleraciones relativas o el método del centro de rotación instantánea.

Para pasar de una condición cualitativa en la cual $|\omega_{AZ}| > |\omega_{CZ}|$ a una en la que $|\omega_{AZ}| < |\omega_{CZ}|$, la longitud de la barra A o de la barra C pueden ser modificadas tal que $r_a > r_c$ de acuerdo a (57) pero violando las condiciones impuestas por (58) y (59). Esto por supuesto para la consideración del diseñador y para cumplir con los requisitos de diseño establecidos, por ejemplo, de un mecanismo oscilante, en donde la manivela no gire 360° , sino solamente un intervalo limitado a solo unos estados cualitativos específicos del environment.

Este análisis cualitativo permite visualizar el movimiento del mecanismo en los estados cualitativos generales, proporcionando otra perspectiva para establecer la relación entre el movimiento de los eslabones y sus longitudes. La implicación de este método de análisis se

muestra claramente y su combinación con una técnica cuantitativa da como resultado una herramienta auxiliar en el diseño conceptual de los mecanismos, o bien, al ser un mecanismo primitivo, que pueda ser integrado posteriormente dentro de un mecanismo más complejo.

Es necesario tener en cuenta que, debido a la falta de espacio, no se agregan todas las situaciones derivadas de la modificación de las longitudes de las barras A y C de este mecanismo para cada uno de los estados cualitativos.

Envisionment

A continuación, se muestran los respectivos diagramas de vectores de las velocidades v_{Bx} y ω_{CZ} .

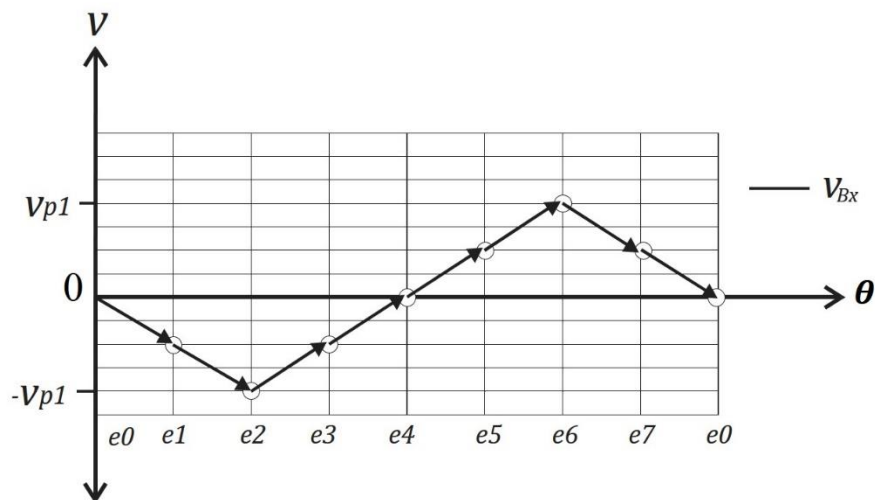


Figura 73. Diagrama de vectores del mecanismo manivela- corredera correspondiente a la velocidad v_{Bx}

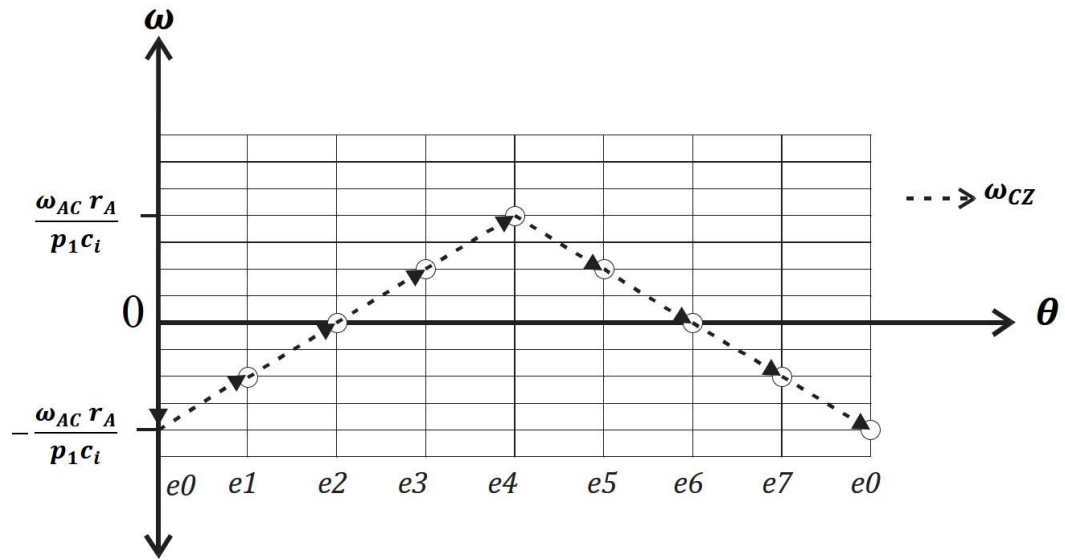


Figura 74. Diagrama de vectores del mecanismo manivela-corredera correspondiente a la velocidad angular ω_{CZ}