



# INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

---

---

## ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

Sección de Estudios de Posgrado e Investigación

### DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

**Desarrollo de Métodos en el Dominio de la Frecuencia para  
Determinar Perfiles Transitorios a lo Largo de Líneas de  
Transmisión Uniformes y No Uniformes**

## TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE  
DOCTOR EN CIENCIAS EN INGENIERÍA ELÉCTRICA

P R E S E N T A

**Rodrigo Nuricumbo Guillén**



CIUDAD DE MÉXICO, DICIEMBRE 2018

## Resumen

El estudio de transitorios electromagnéticos en líneas de transmisión es un paso importante en la etapa de diseño de sistemas de transmisión, pues permiten conocer las posibles sobretensiones y sobrecorrientes que se pueden alcanzar durante estos eventos. Contar con esta información hace posible dimensionar de manera correcta los elementos del sistema de aislamiento de las redes eléctricas.

Los estudios transitorios generalmente se realizan utilizando programas de simulación como ATP o PSCAD, sin embargo, este tipo de herramientas puede tener ciertas limitaciones, dos de ellas se mencionan a continuación:

- Al utilizar métodos en el dominio del tiempo no es posible incluir de manera directa la dependencia frecuencial de los parámetros eléctricos.

- Es complicado obtener información de tensión y corriente en puntos internos de la línea de transmisión o el considerar no uniformidades a lo largo de la línea de transmisión.

Para superar las limitaciones mencionadas, en este trabajo se proponen dos métodos en el dominio de la frecuencia que permiten calcular perfiles transitorios de tensión y corriente a lo largo de líneas de transmisión multiconductoras.

El primer método utiliza un modelo de línea de transmisión en el dominio de la frecuencia temporal-espacial, que se obtiene a partir de aplicar la transformada de Laplace dos veces a las ecuaciones del telegrafista en el dominio del tiempo-espacio. El segundo método emplea un modelo basado en las matrices cadena de segmentos de la línea en el dominio de la frecuencia, este enfoque permite incluir no uniformidades presentes a lo largo de la línea. Dado que ambos métodos trabajan en el dominio de la frecuencia, la dependencia frecuencial de los parámetros eléctricos de la línea se puede tomar en cuenta de manera directa. Los dos métodos permiten la inclusión de elementos dependientes del tiempo y elementos no lineales, además de que permiten en cuenta el fenómeno de línea iluminada (una línea de transmisión excitada por campos electromagnéticos incidentes).

Adicionalmente, se introduce la aplicación en dos dimensiones de la transformada numérica de Laplace empleando un muestreo híbrido; esta técnica permite reducir el tiempo de cómputo y el error de discretización en comparación con la aplicación sucesiva de la transformada numérica de Laplace que es utilizada normalmente al trabajar con expresiones de dos variables en la frecuencia. Para validar los métodos propuestos se realizaron comparaciones con resultados de simulaciones hechas en ATP, obteniendo un alto nivel de coincidencia entre resultados. En las simulaciones con ATP fue necesario dividir el modelo de la línea para tener acceso en puntos internos de la misma.

Finalmente se presentan dos aplicaciones de los perfiles transitorios, la primera consiste en la generación de animaciones de transitorios en líneas de transmisión a partir de los perfiles, mismas que pueden ser utilizadas con fines educativos, pues permiten visualizar el comportamiento de las ondas viajeras y las reflexiones de las mismas, facilitando a los estudiantes la comprensión del fenómeno de las ondas viajeras. La segunda aplicación consiste en la introducción de un método de localización de fallas basado en el uso de perfiles transitorios de tensión, los cuales son calculados a partir de mediciones de tensión y corriente durante la ocurrencia de una falla en una línea de transmisión. El método se evaluó utilizando mediciones obtenidas de simulaciones en ATP donde se consideran diferentes tipos de falla (línea a tierra, bifásica, trifásica y trifásica a tierra), obteniendo resultados con niveles de error por debajo del 1%. Adicionalmente, el método puede tomar en cuenta no uniformidades de la línea sin perder precisión en los resultados.

## Abstract

The study of electromagnetic transients in transmission lines is an important step in the design stage of transmission systems, since these studies allow to know the possible overvoltages and overcurrents that can be generated due to the effect of electromagnetic transients. By having such information, it is possible to correctly choose the elements of the insulations systems in the electrical networks.

Transients studies are generally performed with simulation software such as ATP or PSCAD, however, this kind of tools have some limitations, two of them are listed below:

- Since these software use time domain methods, they cannot include in a straightforward manner the frequency dependence of the line electrical parameters.
- It can be difficult to obtain voltage and current information at the line's interior points or to include non-uniformities along the transmission line.

In order to overcome the limitation mentioned above, two frequency domain methods for the computation of transient profiles along multiconductor transmission lines are proposed.

The first method utilizes a transmission line model defined in the temporal-spatial frequency domain, which is obtained by applying the Laplace transform two times to the telegrapher's equations in the time-space domain. The second method employs a model based chain matrices of line segments in the frequency domain, this approach allows the inclusion of non-uniformities that can exist along the transmission line. Since both methods are defined in the frequency domain, the frequency dependence of the electrical parameters of the line can be taken into account in a straightforward manner. The two methods can include non-linear and time-varying elements, as well it is possible to include the illuminated line phenomena (a transmission line excited by means of incident electromagnetic fields).

Additionally, it is introduced the two-dimensional application of the numerical Laplace transform with a hybrid sampling; this technique reduces the computation time and the aliasing error in comparison with the successive application of the numerical Laplace transform, which is commonly used with two variable expressions in the frequency domain. In order to validate the proposed methods, several comparisons with results from simulations performed with ATP are presented, obtaining very high levels of agreement. The transmission line in ATP model was divided into many segments so it was possible to obtain measurements at interior points of the line.

Finally, two applications for the transient profiles are introduced, the first one generates electromagnetic transients animations from the information contained in

the transient profiles. These animations can be used with educational purposes, since these animations allow easy visualization of traveling wave's behavior along transmission lines, facilitating to the students the comprehension of this phenomenon. The second application introduces a fault location method using transient voltage profiles, which are computed from voltage and current measurements during a fault. This method was evaluated using measurements from ATP simulations where different fault types were considered (line to ground, line to line, three phases fault, and three phases to ground), the results exhibited a relative error below 1%. Additionally, this method can take into account non-uniformities along the line in a straightforward manner without losing precision.

## **Dedicatoria**

Mi tesis la dedico con cariño a mi esposa Xiuling Yuan González por su apoyo incondicional, paciencia, por confiar y creer en mí. Gracias a ti por ser mi mayor inspiración para tratar de ser una mejor persona cada día.

A mi madre María Concepción del Socorro Guillén Albores, por ser la principal promotora de mis sueños, por enseñarme con su ejemplo el camino para llegar a ser la persona que soy, como profesionista y ser humano, que me han llevado a alcanzar mis metas y objetivos.

A mi hermana Leticia del Carmen Nuricumbo Guillén, por acompañarme y ayudarme a salir adelante, con constantes aprendizajes a lo largo de mi vida.

## **Agradecimientos**

- A Dios, por todas las bendiciones que me ha dado durante mi vida, por regalarme salud, felicidad y la oportunidad de terminar mis estudios de Doctorado.
- A mi director de tesis, el Dr. Fermín Pascual Espino Cortés, por todo el apoyo, consejos, amistad y confianza brindados durante todos estos años. Sin su orientación me hubiera sido imposible terminar este trabajo.
- A mi comité revisor: Dr. Daniel Olguín Salinas, Dr. Jaime José Rodríguez Rivas, Dr. Germán Rosas Ortíz, Dr. David Sebastián Baltazar y Dr. Mohamed Badaoui, por todos sus valiosos comentarios y sugerencias a lo largo de mis estudios, ayudándome a mejorar la calidad de mi trabajo.
- Al Dr. Pablo Gómez Zamorano, por sus consejos y sugerencias que me permitieron mejorar la calidad de las publicaciones realizadas y dar continuidad a mi trabajo de investigación.
- A mis amigos y compañeros, por su apoyo para sacar adelante mi trabajo, en especial a Silvia Pérez y Jesús Díaz de la Vega.
- Al Instituto Politécnico Nacional y al Conacyt por el apoyo económico brindado para poder realizar y concretar los estudios de Doctorado.

# Índice

<b>RESUMEN .....</b>	<b>IV</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>VI</b>
<b>DEDICATORIA.....</b>	<b>VIII</b>
<b>AGRADECIMIENTOS .....</b>	<b>IX</b>
<b>ÍNDICE .....</b>	<b>X</b>
<b>LISTA DE FIGURAS .....</b>	<b>XIII</b>
<b>LISTA DE TABLAS .....</b>	<b>XVIII</b>
<b>SIMBOLOGÍA.....</b>	<b>XIX</b>
<b>CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>1</b>
1.1    GENERALIDADES .....	1
1.2    OBJETIVO .....	3
1.2.1    Objetivo general .....	3
1.2.2    Objetivos particulares.....	3
1.3    ANTECEDENTES .....	3
1.4    ESTADO DEL ARTE .....	6
1.5    JUSTIFICACIÓN.....	9
1.6    LIMITACIONES Y ALCANCES .....	11
1.6.1    Limitaciones .....	11
1.6.2    Alcances .....	11
1.7    APORTACIONES ORIGINALES .....	12
1.8    ESTRUCTURA DE LA TESIS .....	12
<b>CAPÍTULO 2 LA TRANSFORMADA NUMÉRICA DE LAPLACE.....</b>	<b>14</b>
2.1    INTRODUCCIÓN .....	14
2.2    TRANSFORMADA NUMÉRICA DE LAPLACE .....	15
2.2.1    Transformada de Laplace.....	15
2.2.2    Errores de la Transformada Numérica de Laplace .....	16
2.2.2.1    Función Ventana y Error por truncamiento .....	16
2.2.2.2    Factor de Amortiguamiento y Error por discretización.....	20



2.2.3	Algoritmo de la transformada numérica de Laplace .....	22
2.2.3.1	TNL Inversa (muestreo impar) .....	22
2.2.3.2	TNL Inversa (muestreo convencional).....	24
2.2.3.3	TNL Directa.....	24
<b>2.3</b>	<b>APLICACIÓN SUCESIVA DE LA TNL .....</b>	<b>25</b>
2.3.1	Transformación de (q-s) a (z-t).....	26
2.3.2	Transformación de (z-t) a (q-s).....	27
<b>2.4</b>	<b>DEFINICIÓN DE LA TNL EN DOS DIMENSIONES CON MUESTREO HÍBRIDO .....</b>	<b>27</b>
2.4.1	TNL Inversa en dos dimensiones.....	28
2.4.2	TNL Directa en dos dimensiones.....	29
<b>2.5</b>	<b>VALIDACIÓN DE LOS ALGORITMOS DE TRANSFORMACIÓN .....</b>	<b>29</b>
<b>CAPÍTULO 3 CÁLCULO DE PERFILES TRANSITORIOS EN LÍNEAS DE TRANSMISIÓN</b>		
<b>UNIFORMES Y NO UNIFORMES .....</b>		
<b>3.1</b>	<b>INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>32</b>
<b>3.2</b>	<b>CÁLCULO DE PERFILES TRANSITORIOS EN LÍNEAS DE TRANSMISIÓN UNIFORMES .....</b>	<b>32</b>
<b>3.3</b>	<b>CÁLCULO DE PERFILES TRANSITORIOS EN LÍNEAS DE TRANSMISIÓN NO UNIFORMES.....</b>	<b>34</b>
<b>3.4</b>	<b>MODELADO DE ELEMENTOS DEPENDIENTES DEL TIEMPO .....</b>	<b>38</b>
3.4.1	Cierre de un interruptor.....	38
3.4.2	Apertura de un interruptor.....	41
<b>3.5</b>	<b>MODELADO DE ELEMENTOS NO LINEALES.....</b>	<b>43</b>
<b>3.6</b>	<b>PERFILES TRANSITORIOS EN LÍNEAS DE TRANSMISIÓN ILUMINADAS NO UNIFORMES .....</b>	<b>46</b>
3.6.1	Cálculo de las tensiones al inicio de la línea no uniforme iluminada .....	48
3.6.2	Cálculo de las corrientes al inicio de la línea no uniforme iluminada .....	49
<b>3.7</b>	<b>CASOS DE PRUEBA .....</b>	<b>49</b>
3.7.1	Caso 1. Línea de transmisión multiconductora uniforme. ....	49
3.7.2	Caso 2. Apertura de un interruptor trifásico en el cruce por cero de la corriente.....	55
3.7.3	Caso 3. Simulación de una falla de dos fases a tierra.....	57
3.7.4	Caso 4. Línea de transmisión con alto grado de no uniformidad .....	60
3.7.5	Caso 5. Operación de un apartarrayos debido a una descarga atmosférica directa.....	63
3.7.6	Caso 6. Línea de transmisión no uniforme iluminada .....	65
<b>3.8</b>	<b>DISCUSIÓN DE RESULTADOS .....</b>	<b>68</b>
<b>CAPÍTULO 4 APLICACIONES DE LOS PERFILES TRANSITORIOS.....</b>		
<b>70</b>		

4.1	INTRODUCCIÓN .....	70
4.2	GENERACIÓN DE ANIMACIONES DE TRANSITORIOS ELECTROMAGNÉTICOS EN LÍNEAS DE TRANSMISIÓN .....	70
4.2.1	Desarrollo de EMTAG.....	72
4.2.2	Caso A .....	75
4.2.3	Caso B .....	75
4.3	LOCALIZACIÓN DE FALLAS EN LÍNEAS DE TRANSMISIÓN .....	77
4.3.1	Caso A .....	81
4.3.2	Caso B .....	83
4.3.3	Discusión de resultados .....	87
<b>CAPÍTULO 5 CONCLUSIONES .....</b>		<b>89</b>
5.1	INTRODUCCIÓN .....	89
5.2	CONCLUSIONES .....	89
5.3	APORTACIONES ORIGINALES .....	91
5.4	PRODUCTOS DE INVESTIGACIÓN DERIVADOS DE ESTE TRABAJO .....	91
5.4.1	Artículos publicados en revistas JCR .....	91
5.4.2	Artículos en congresos en el extranjero.....	92
5.4.3	Artículos en congresos en México .....	92
5.5	RECOMENDACIONES PARA TRABAJOS FUTUROS .....	93
<b>REFERENCIAS .....</b>		<b>95</b>
<b>APÉNDICE A ECUACIONES DEL TELEGRAFISTA .....</b>		<b>106</b>
<b>APÉNDICE B CÁLCULO DE LOS CAMPOS ELECTROMAGNÉTICOS INCIDENTES .....</b>		<b>108</b>
<b>APÉNDICE C RESULTADOS DE LOS CASOS DE LOCALIZACIÓN DE FALLAS.....</b>		<b>112</b>

## Lista de Figuras

Figura 2.1. Función escalón unitario .....	18
Figura 2.2. Función $h(t)$ .....	18
Figura 2.3. Efectos del truncamiento de los límites de integración.....	18
Figura 2.4. . Traslape de los desplazamientos de $f(t)$ [72].....	21
Figura 2.5. Gráfica en tres dimensiones de la aplicación de la TNL2D inversa a (2.92).....	30
Figura 2.6. Diferencia relativa entre la aplicación de la TNL2D inversa a (2.92) y la evaluación de (2.91).....	31
Figura 2.7. Diferencia relativa entre la aplicación sucesiva de la TNL inversa a (2.92) y la evaluación de (2.91) .....	31
Figura 3.1. Circuito PI equivalente de la línea de transmisión.....	34
Figura 3.2. Representación de una línea de transmisión uniforme .....	35
Figura 3.3. Diagrama de la línea de transmisión con la dirección de $IL$ invertida .	36
Figura 3.4. Conexión en serie de dos líneas de transmisión .....	36
Figura 3.5. Diagrama de conexión en cascada de matrices cadena .....	36
Figura 3.6. Circuito de una línea de transmisión antes del cierre de un interruptor .....	38
Figura 3.7. Circuito de una línea de transmisión después del cierre de un interruptor .....	39
Figura 3.8. Representación de un interruptor abierto .....	40
Figura 3.9. Representación de un interruptor después de una maniobra de cierre	40
Figura 3.10. Circuito equivalente para el cálculo de $V_{sw1}$ tras el cierre de un interruptor .....	40
Figura 3.11. Representación de un interruptor antes de la apertura .....	41
Figura 3.12. Representación de un interruptor después de la apertura .....	42
Figura 3.13. Circuito equivalente para el cálculo de $V_{sw1}$ tras la apertura de un interruptor .....	42
Figura 3.14. Secuencia de apertura para interruptores [72].....	43
Figura 3.15. Aproximación piezolineal de cinco segmentos de la característica $v - i$ de una resistencia no lineal.....	44

Figura 3.16. Circuito para una resistencia no lineal modelada con cinco segmentos lineales .....	45
Figura 3.17. Fuentes distribuidas simulando un campo electromagnético incidente .....	47
Figura 3.18. Circuito pi equivalente de una línea de transmisión iluminada .....	49
Figura 3.19. Perfil de tensión a lo largo de la fase A (caso 1) .....	50
Figura 3.20. Perfil de corriente a lo largo de la fase A (caso 1) .....	50
Figura 3.21. Comparación de la tensión en la fase A a la mitad de la línea entre los diferentes métodos y ATP .....	51
Figura 3.22. Comparación de la corriente en la fase A a la mitad de la línea entre los diferentes métodos y ATP .....	51
Figura 3.23. Efecto del error de discretización en el tiempo evaluado en diferentes puntos de la línea de transmisión en los resultados obtenidos mediante la aplicación de la TNL sucesiva .....	52
Figura 3.24. Efecto del error de discretización a lo largo de la línea de transmisión en diferentes instantes en los resultados obtenidos mediante la aplicación de la TNL sucesiva .....	53
Figura 3.25. Efecto del error de discretización en el tiempo evaluado en diferentes puntos de la línea de transmisión en los resultados obtenidos mediante la aplicación de la TNL2D inversa .....	53
Figura 3.26. Efecto del error de discretización a lo largo de la línea de transmisión en diferentes instantes en los resultados obtenidos mediante la aplicación de la TNL2D inversa .....	54
Figura 3.27. Efecto del error de discretización en el tiempo evaluado en diferentes puntos de la línea de transmisión en los resultados obtenidos con el modelo basado en matrices cadena .....	54
Figura 3.28. Efecto del error de discretización a lo largo de la línea de transmisión en diferentes instantes en los resultados obtenidos con el modelo basado en matrices cadena .....	54
Figura 3.29. Perfil transitorio de tensión a lo largo de la fase C (caso 2) .....	56
Figura 3.30. Comparación entre los resultados obtenidos con el método propuesto (líneas sólidas) y los obtenidos con ATP (líneas punteadas) a la mitad de la línea (caso 2). .....	56
Figura 3.31. Perfil transitorio de tensión a lo largo de la fase B (caso 3) .....	57
Figura 3.32. Perfil transitorio de tensión a lo largo de la fase C (caso 3) .....	58

Figura 3.33. Perfil transitorio de corriente a lo largo de la fase C (caso 3) .....	58
Figura 3.34. Comparación de los resultados del método propuesto (línea sólida) con los obtenidos en ATP (línea punteada) a 2.5 km del nodo emisor .....	59
Figura 3.35. Comparación de los resultados del método propuesto (línea sólida) con los obtenidos en ATP (línea punteada) a 7.5 km del nodo emisor .....	59
Figura 3.36. Comparación entre la corriente obtenida con el método propuesto (línea azul sólida) y la obtenida en ATP (línea roja punteada) a 2.5 km del nodo emisor .....	59
Figura 3.37. Comparación entre la corriente obtenida con el método propuesto (línea azul sólida) y la obtenida en ATP (línea roja punteada) a 7.5 km del nodo emisor .....	60
Figura 3.38. Línea de transmisión no uniforme considerada para el caso 4 .....	60
Figura 3.39. Perfil de tensión a lo largo de la fase A (caso 4) .....	61
Figura 3.40. Perfil de corriente a lo largo de la fase A (caso 4).....	61
Figura 3.41. Comparación entre las tensiones calculadas con el método de matrices cadena (líneas sólidas) y las obtenidas con ATP (líneas punteadas) a 150 y 450 m del nodo emisor .....	62
Figura 3.42. Efecto que tiene el número de matrices cadena utilizadas en la simulación .....	62
Figura 3.43. Perfil transitorio de tensión a lo largo de la fase A sin la presencia de apartarrayos (caso 5) .....	64
Figura 3.44. Perfil transitorio de tensión a lo largo de la fase considerando apartarrayos en el nodo receptor (caso 5) .....	64
Figura 3.45. Comparación de la tensión en la fase A a la mitad de la línea entre la simulación con apartarrayos (línea azul sólida) y sin apartarrayos (línea roja punteada) .....	65
Figura 3.46. Comparación entre los resultados del método basado en matrices cadena (líneas sólidas) y los de ATP (líneas punteadas) a la mitad de la línea (caso 5) .....	65
Figura 3.47. Localización de la descarga atmosférica respecto a la línea de transmisión.....	66
Figura 3.48. Perfil transitorio de tensión a lo largo de la fase A debido a una descarga atmosférica indirecta (caso 6).....	66
Figura 3.49. Comparación de la tensión a la mitad de la línea entre los resultados del método propuesto (líneas sólidas) y los ATP (líneas punteadas).....	67

Figura 3.50. Comparación de la tensión a la mitad de la línea entre los resultados del método propuesto (líneas sólidas) y los obtenidos con el método de [37] (líneas punteadas) .....	68
Figura 4.1. Progreso de la animación de una onda viajera de tensión propagándose a lo largo de una línea de transmisión.....	71
Figura 4.2. Ejemplo del código en Matlab para generar animaciones.....	71
Figura 4.3. Ventana principal de EMTAG .....	74
Figura 4.4. Cuadros de la animación de la distribución de tensión a lo largo de la línea (caso A) .....	75
Figura 4.5. Localización de la descarga atmosférica respecto a la línea de transmisión.....	76
Figura 4.6. Perfil de tensión en tres dimensiones de la línea iluminada (caso B)..	76
Figura 4.7. Cuadros de la animación de la distribución de tensión a lo largo de la línea (caso B) .....	76
Figura 4.8. Línea de transmisión con la posición de los nodos emisor y receptor elegida arbitrariamente.....	78
Figura 4.9. Perfil transitorio de tensión $v_z, t$ durante una falla.....	78
Figura 4.10. Perfil transitorio de tensión $v'_z, t$ durante una falla.....	78
Figura 4.11. Valor absoluto de la diferencia entre $v_z, t$ y $v'_z, t$ .....	79
Figura 4.12. Diagrama de flujo para la localización de una falla utilizando perfiles de tensión.....	80
Figura 4.13. Error relativo de los resultados calculados con el método propuesto considerando una falla AG con instantes de falla en 15 (líneas sólidas) y 20 ms (líneas punteadas).....	82
Figura 4.14. Error relativo de los resultados calculados con el método propuesto considerando una falla ABCG con instantes de falla en 15 (líneas sólidas) y 20 ms (líneas punteadas).....	82
Figura 4.15. Error relativo de los resultados calculados con el método propuesto considerando fallas tipo AB y ABC con instantes de falla en 15 (líneas sólidas) y 20 ms (líneas punteadas).....	83
Figura 4.16. Error relativo de los resultados calculados con el método propuesto considerando diferentes condiciones de falla.....	83
Figura 4.17. Terreno montañoso que introduce un alto grado de no uniformidad a la línea de transmisión del caso B.....	85

Figura 4.18. Error relativo de los resultados calculados con el método para una falla AG considerando la línea como no uniforme (líneas sólidas) y como uniforme (líneas punteadas)..... 86

Figura 4.19. Error relativo de los resultados calculados con el método para una falla ABCG considerando la línea como no uniforme (líneas sólidas) y como uniforme (líneas punteadas)..... 86

Figura 4.20. Error relativo de los resultados calculados para fallas tipo AB y ABC considerando la línea como no uniforme (líneas sólidas) y como uniforme (líneas punteadas) ..... 87

Figura 4.21. Error relativo de los resultados calculados considerando la línea como no uniforme (NU) y como uniforme (LNU)..... 87

## Lista de Tablas

Tabla 2.1. Tiempo de cómputo requerido.....	31
Tabla 3.1. Porcentaje de muestras del perfil transitorio no útiles debido al error de discretización.....	55
Tabla 3.2. Característica v-i del apartarrayos.....	63
Tabla C.1. Falla AG a 33 km del nodo emisor de una línea de transmisión de 163 km .....	112
Tabla C.2. Falla AG a 63 km del nodo emisor de una línea de transmisión de 163 km .....	112
Tabla C.3. Falla AG a 93 km del nodo emisor de una línea de transmisión de 163 km .....	113
Tabla C.4. Falla ABCG a 33 km del nodo emisor de una línea de transmisión de 163 km .....	113
Tabla C.5. Falla ABCG a 63 km del nodo emisor de una línea de transmisión de 163 km .....	113
Tabla C.6. Falla ABCG a 93 km del nodo emisor de una línea de transmisión de 163 km .....	114
Tabla C.7. Falla AB en una línea de transmisión de 163 km.....	114
Tabla C.8. Falla ABC en una línea de transmisión de 163 km .....	114
Tabla C.9. Falla AG a 25 km del nodo emisor de una línea de transmisión de 100 km .....	115
Tabla C.10. Falla AG a 50 km del nodo emisor de una línea de transmisión de 100 km .....	115
Tabla C.11. Falla AG a 75 km del nodo emisor de una línea de transmisión de 100 km .....	115
Tabla C.12. Falla AB en una línea de transmisión de 100 km.....	116
Tabla C.13. Falla ABC en una línea de transmisión de 100 km .....	116



## Simbología

$b$	Constante de amortiguamiento (espacial)
$c$	Constante de amortiguamiento (temporal)
$\mathbf{C}$	Matriz de capacitancias
$F(q, s)$	Función en el dominio q-s
$F(z, t)$	Función en el dominio z-t
$\mathbf{I}_{S0}$	Fuente de corriente en el nodo emisor
$\mathbf{I}_{SL}$	Fuente de corriente en el nodo receptor
$\mathbf{I}(q, s)$	Corriente a lo largo de la línea en el dominio q-s
$\mathbf{i}(z, t)$	Perfil de corriente a lo largo de la línea en el dominio del tiempo
$L$	Longitud de la línea
$\mathbf{L}$	Matriz de inductancias
$M$	Número de muestras en el espacio
$N$	Número de muestras en el tiempo
p.u.	Valor por unidad referido a la fuente de excitación
$q$	Variable de la frecuencia espacial
$r$	Frecuencia angular espacial
$s$	Variable de la frecuencia temporal
TNL	Transformada numérica de Laplace
$t$	Tiempo
$\mathbf{U}$	Matriz unidad
$\mathbf{V}_0$	Tensión en el nodo emisor de la línea
$\mathbf{V}_L$	Tensión en el nodo receptor de la línea
$\mathbf{V}_S$	Tensión de la fuente de alimentación

$V_i(q, s)$	Tensión a lo largo de la i-ésima línea de una red de transmisión en el dominio q-s
$V_i(s)$	Tensión en el i-ésimo nodo de una red de transmisión en el dominio s
$V(q, s)$	Tensión a lo largo de la línea en el dominio q-s
$v(z, t)$	Perfil de tensión a lo largo de la línea en el dominio del tiempo
$Y$	Matriz de admitancias
$Y_0$	Matriz de admitancias características
$Y_L$	Admitancia del nodo receptor
$Y_S$	Admitancia del nodo emisor
$Z$	Matriz de impedancias
$Z_0$	Matriz de impedancias características
$\Delta t$	Paso de tiempo discreto
$\Delta z$	Segmento de longitud
$\Delta\omega$	Discretización del espectro de frecuencia temporal
$\epsilon_0$	Permitividad del vacío
$\epsilon_{rt}$	Permitividad relativa del terreno
$\Phi$	Matriz cadena
$\rho(r)$	Función ventana en el espectro de la frecuencia espacial
$\sigma(\omega)$	Función ventana en el espectro de la frecuencia temporal
$\Omega$	Valor truncado del intervalo de integración
$\omega$	Frecuencia angular temporal

# Capítulo 1 Introducción

## 1.1 Generalidades

Un transitorio electromagnético se puede definir como el cambio repentino de estado en las condiciones del sistema eléctrico, debido a la interacción entre las energías eléctrica y magnética almacenadas en las capacitancias e inductancias del sistema [1]. Cuando estos fenómenos se presentan en el sistema eléctrico de potencia, las sobretensiones y sobrecorrientes generadas pueden tener un efecto negativo en la operación de la red eléctrica, afectando el suministro de energía a los centros de consumo, es por esto que resulta importante contar con herramientas que permitan un estudio correcto de los transitorios.

Los transitorios electromagnéticos pueden clasificarse de acuerdo a su origen, teniendo dos categorías principales [2]:

- Transitorios electromagnéticos de origen externo.
- Transitorios electromagnéticos de origen interno.

Dentro de los transitorios de origen externo podemos encontrar los producidos por descargas atmosféricas, mientras que en los transitorios de origen interno se distinguen aquellos producidos por la operación de interruptores y la ocurrencia/liberación de fallas.

Los transitorios debidos a descargas atmosféricas ocurren en periodos de tiempo extremadamente cortos (en el orden de microsegundos); sin embargo, sus efectos pueden ocasionar daños en los sistemas aislantes de la red eléctrica, especialmente en sistemas con tensiones de operación menores a 400 kV. Estos se pueden subdividir en los producidos por descargas directas y los producidos por descargas indirectas. En el caso de los transitorios generados por descargas directas, la descarga atmosférica impacta exactamente sobre un elemento del sistema eléctrico (por ejemplo, en un conductor o una torre de transmisión) Por otro lado, en los transitorios provocados por descargas indirectas, las sobretensiones y sobrecorrientes se deben al efecto de los campos electromagnéticos generados por una descarga que impacta cerca del sistema eléctrico.

Los transitorios ocasionados por maniobras de interruptores son considerablemente más lentos que aquellos que se presentan en el caso de descargas atmosféricas, pues su duración generalmente se encuentra en el orden de milisegundos. La magnitud de la tensión de estos transitorios es proporcional a la tensión de operación del sistema, por lo que a tensiones de operación menores a los 245 kV no se considera que tengan un impacto considerable en la red, pues

los transitorios externos generan sobretensiones/sobrecorrientes de mayor magnitud. Sin embargo, en sistemas de 245 kV el efecto de los efectos de estos transitorios sí debe ser considerado, y su importancia en la coordinación de aislamientos aumenta conforme se tienen mayores tensiones de operación [3], [4].

Los transitorios debidos a fallas pueden considerarse similares a los de operaciones de interruptores, donde en el instante de falla se considera el cierre de un interruptor conectado en serie a una impedancia muy baja, y la liberación de la misma se logra a través de la apertura de un interruptor.

Las líneas de transmisión son especialmente susceptibles a experimentar los efectos negativos ocasionados por los transitorios electromagnéticos, debido a su considerable longitud y a la gran cantidad de líneas en un sistema eléctrico de potencia. Por lo anterior, es importante contar con herramientas de simulación de transitorios que permitan estudiar estos fenómenos y con ello determinar las máximas sobretensiones y sobrecorrientes que pueden ocurrir en el sistema. Con esta información es posible realizar un mejor diseño de la línea de transmisión desde el punto de vista dieléctrico [2], [5].

Las simulaciones de transitorios electromagnéticos en líneas de transmisión generalmente se hacen con programas como ATP [6] o PSCAD [7]. Sin embargo, este tipo de programas tienen ciertas limitaciones, entre las que se encuentran las que se mencionan a continuación [8]:

- Solo se pueden obtener mediciones en los extremos de las líneas de transmisión.
- No se pueden considerar líneas de transmisión con altos niveles de no uniformidad.
- No cuentan con fuentes para simular descargas atmosféricas indirectas.
- Al utilizar métodos en el dominio del tiempo no es posible incluir de manera directa la dependencia frecuencial de los parámetros eléctricos.

Las primeras dos limitaciones se pueden mitigar, hasta cierto punto, construyendo modelos de línea formados por varios segmentos, de tal manera que se tenga acceso a puntos internos de la línea, y además se pueda asignar a cada segmento características diferentes para simular no uniformidades en la línea de transmisión. Sin embargo, construir un modelo de línea utilizando este enfoque es un proceso tedioso que puede representar una fuerte inversión de tiempo y es propenso a la acumulación de errores debido a la gran cantidad de aproximaciones numéricas necesarias para tomar en cuenta la dependencia frecuencial de todos los segmentos. Además, al utilizar segmentos de línea de longitudes muy cortas es necesario reducir considerablemente el paso de tiempo, lo cual tiene como resultado un incremento en el tiempo de simulación y del tamaño del archivo de solución, mientras que la inclusión de descargas

atmosféricas indirectas generalmente es un proceso complicado que requiere cálculos externos al programa de simulación [9], y la segmentación de la línea [10].

En este trabajo se presentan dos métodos que permiten calcular perfiles transitorios de tensión y corriente en líneas de transmisión, lo que hace posible conocer de manera precisa el comportamiento de la tensión y corriente al interior de la línea y no solamente en los extremos de la misma. El primer método utiliza un modelo de línea en el dominio de la frecuencia espacial-temporal, que se puede resolver mediante la aplicación de la transformada numérica de Laplace en dos dimensiones (TNL2D) inversa. El segundo método está basado en la conexión en cascada de matrices cadena de la línea, lo que hace posible introducir no uniformidades en la línea. El efecto de descargas atmosféricas indirectas se puede considerar con el uso de las fórmulas de Master y Uman [11].

## **1.2 Objetivo**

### ***1.2.1 Objetivo general***

- Desarrollo de dos métodos en el dominio de la frecuencia para el cálculo de perfiles transitorios de tensión y corriente en líneas de transmisión uniformes y no uniformes; que pueda incluir elementos dependientes del tiempo, elementos no lineales y el fenómeno de línea iluminada.

### ***1.2.2 Objetivos particulares***

- Inclusión de elementos dependientes del tiempo en el método para el cálculo de perfiles transitorios.
- Inclusión de elementos no lineales en el método para el cálculo de perfiles transitorios.
- Inclusión del fenómeno de línea iluminada en el método para el cálculo de perfiles transitorios.
- Aplicar los perfiles transitorios como herramienta educativa de apoyo mediante la generación de animaciones de las ondas viajeras de tensión y corriente a lo largo de una línea de transmisión durante un transitorio electromagnético.
- Aplicar los perfiles transitorios para la localización de fallas en líneas de transmisión.

## **1.3 Antecedentes**

El estudio de los transitorios electromagnéticos es de gran importancia para el diseño de las líneas de transmisión. En la actualidad, esta tarea se realiza con programas de análisis transitorio tales como ATP o PSCAD, entre otros, los cuales son el resultado de avances paulatinos logrados a lo largo de varios años. En esta

sección se presentan los principales trabajos sobre los que se basan varias de las investigaciones actuales en el tema de transitorios electromagnéticos.

Los primeros métodos para el estudio de transitorios electromagnéticos eran de naturaleza gráfica, entre los que destacan el método de Bergeron y el método de Bewley [12]. Sin embargo, estos métodos gráficos no consideran la dependencia de la frecuencia de los parámetros eléctricos ni las pérdidas de la línea.

Posteriormente, Dommel desarrolló un programa computacional para el análisis de transitorios electromagnéticos basado en el método de Bergeron y la regla de integración trapezoidal [6]. Este programa se conoce como *Electromagnetic Transient Program* (EMTP), y a partir de este surgieron otros programas de análisis transitorio como lo es el *Alternative Transient Program* (ATP).

En 1972 Snelson propuso un modelo para incluir la dependencia frecuencial de los parámetros de la línea [13]. En 1974, Meyer y Dommel aplicaron la técnica de Snelson para incluir la dependencia frecuencial de la línea en el EMTP [14]. En 1982, J. Martí propuso un modelo en el que la impedancia característica se representa por medio de una red para un intervalo de frecuencias [15] y en 1988 L. Martí desarrolló un modelo que toma en cuenta la dependencia de la frecuencia de las matrices de transformación [16]. En 1988, Gustavsen y Semlyen desarrollaron un modelo en el dominio de fases de la admitancia característica y la función de propagación que pueden tomar en cuenta la dependencia frecuencial de la línea a través de un ajuste vectorial [17]. En 1999, Morched et al. propusieron un modelo en el dominio de fases capaz de simular sistemas con alta dependencia de la frecuencia, este modelo se conoce como “Modelo Universal de la Línea de Transmisión”.

Estos avances han tenido gran aceptación, especialmente los modelos de J. Martí y de Morched, y se utilizan en los programas de simulación transitoria modernos. Sin embargo, debido a que trabajan en el dominio del tiempo, la dependencia frecuencial siempre se ha tomado en cuenta mediante aproximaciones numéricas que pueden producir errores al aplicarse a sistemas altamente dependientes de la frecuencia [18].

Debido a lo anterior, también se han desarrollado líneas de investigación alternas para el análisis de transitorios electromagnéticos, en donde los modelos se implementan en el dominio de la frecuencia y los resultados se convierten al dominio del tiempo aplicando transformaciones numéricas. Una ventaja de estos modelos es que pueden incluir la dependencia frecuencial de los parámetros de la línea de una manera directa [18].

Las primeras investigaciones relacionadas con el análisis de transitorios electromagnéticos en el dominio de la frecuencia fueron realizadas por S. J. Day

[19]. Sin embargo, los resultados reportados presentaban errores de traslape y oscilaciones de Gibbs, para reducir estos errores se introdujeron una función ventana [20] y un factor de amortiguamiento [21], llamando a esta técnica la transformada modificada de Fourier (MFT). Esta técnica fue utilizada por Wedepohl [22] para el análisis transitorio de líneas multiconductoras y cables subterráneos [23]. En 1973, Amenati utilizó el algoritmo de la transformada rápida de Fourier (FFT) para el análisis transitorio, reduciendo considerablemente el tiempo de cómputo utilizado por la MFT [24].

Posteriormente, Wilcox explicó la MFT en términos de la teoría de Laplace, introduciendo el término de transformada numérica de Laplace [25]. Tomando estas aportaciones como base se han hecho varios desarrollos en el estudio de transitorios electromagnéticos en sistemas de transmisión con métodos en el dominio de la frecuencia.

Complementando lo anterior, a continuación se presentan algunos de los avances destacados en el estudio del efecto que pueden tener campos electromagnéticos incidentes sobre una línea de transmisión.

En 1978, Master y Uman propusieron una formulación para el cálculo de estos campos, donde se toma en cuenta al terreno como un conductor perfecto, y toma en cuenta variables como el punto de impacto de la descarga respecto a la línea y la corriente de retorno en la base del canal [11].

En 1978, Taylor et al. desarrollaron un método en el que se aproximan los campos electromagnéticos incidentes en la línea de transmisión por medio de fuentes de tensión y corriente distribuidas a lo largo de la línea [26]. En 1980, Agrawal et al. propusieron un modelo en donde se consideran fuentes equivalentes al valor neto de la componente horizontal del campo eléctrico para el cálculo de la función de excitación de la línea [27].

En 1985, Heidler propuso una expresión analítica para la corriente de retorno en la base del canal de descarga [28], la cual consiste en la superposición de dos funciones tipo Heidler. A diferencia de la función doble exponencial tradicionalmente utilizada, esta expresión permite el ajuste de algunos componentes de la forma de onda [29].

En 1988, Nagaoka y Amenati desarrollaron un programa para el análisis transitorio en líneas de transmisión utilizando modelos en el dominio de la frecuencia [30], este programa se le conoce como *Frequency-Domain Transient Program* (FTP).

En 1993, Rachidi propuso una formulación para el cálculo de las tensiones en una línea iluminada por campos incidentes donde solamente se consideran las componentes del campo magnético. Este método resulta interesante cuando el

campo incidente se determina experimentalmente, ya que solamente se necesita la medición del campo magnético [31].

En 1994 y 1995 C. Paul desarrolló un modelo para la inclusión de campos electromagnéticos incidentes en circuitos electrónicos, donde los campos se representan por medio de fuentes de corriente y de tensión conectadas al final de la línea [32], [33].

En 1996, Rachidi et al. aplicaron la fórmula de Cooray-Rubinstein para la determinación de los parámetros del terreno al método de Master y Uman, con lo que se puede considerar un plano de tierra con una conductividad finita [34].

Los avances anteriores, han permitido la generación de modelos para el análisis transitorio de líneas de transmisión en el dominio del tiempo y la frecuencia, incluyendo el efecto de campos electromagnéticos incidentes.

#### **1.4 Estado del arte**

Generalmente se considera que los métodos en el dominio de la frecuencia ofrecen mejores resultados en la simulación de transitorios electromagnéticos en sistemas de transmisión en comparación con métodos del dominio del tiempo [35]. Sin embargo, los métodos en la frecuencia no son tan ampliamente usados como sus contrapartes en el tiempo, esto debido a ciertas limitaciones que dificultan su implementación en la simulación de condiciones que se pueden presentar en el sistema eléctrico. Con la finalidad de superar estas limitaciones, existe un constante avance en el desarrollo y mejora de estas técnicas para que puedan ser utilizadas de manera más general en el estudio y simulación de transitorios electromagnéticos en los sistemas de transmisión. A continuación se presentan los trabajos relevantes más recientes en el estudio de transitorios electromagnéticos con métodos definidos en el dominio de la frecuencia.

En 2002, Uribe et al. desarrollaron un modelo en el dominio de la frecuencia para el análisis y simulación de transitorios electromagnéticos en cables de potencia subterráneos y submarinos [36]. El modelo incluye la dependencia frecuencial de los parámetros del cable.

En 2005, Moreno et al. presentaron un método basado en la transformada numérica de Laplace para incluir elementos no lineales en la simulación de transitorios electromagnéticos en líneas de transmisión multiconductoras uniformes [18]. Sin embargo, el método solamente calcula las tensiones transitorias y no arroja resultados para la corriente.

En 2005, Gómez et al. presentaron dos métodos en el dominio de la frecuencia para el análisis de una línea de transmisión no uniforme e iluminada [37]. En el primero se utiliza la conexión en cascada de matrices cadena, y en el segundo se



resuelve por medio de un sistema lineal variante en el espacio. Para la consideración de los campos incidentes se utilizaron fuentes de tensión y corriente concentradas introducidas en el modelo a través de la técnica de análisis modal modificado.

En 2005 y 2006 Shinh et al. presentaron un algoritmo que utiliza la teoría de la línea de transmisión multiconductora con parámetros dependientes de la frecuencia par el análisis de circuitos electrónicos. Los campos incidentes se representan por medio de fuentes de corrientes y tensión en los extremos de la línea [38], [39].

En 2008, Escamilla implementó un modelo de parámetros distribuidos en el dominio de la frecuencia para el análisis de sobretensiones transitorias en líneas de transmisión monofásicas no uniformes debidas a campos electromagnéticos incidentes [10].

En 2008 y 2009, por un lado Moreno y Ramírez [40] y por otro Gómez y Uribe [35], respectivamente, presentaron un análisis de la transformada numérica de Laplace describiendo su aplicación en la simulación de transitorios electromagnéticos en líneas de transmisión. En estos trabajos se hacen unas de las descripciones más detalladas para la implementación de la transformada numérica de Laplace para el análisis de transitorios electromagnéticos.

En 2013, Gómez y Escamilla presentaron un modelo para el análisis de sobretensiones transitorias en líneas de transmisión multiconductoras no uniformes e iluminadas [41]. El modelo de la línea excitada por un campo externo se basa en las formulaciones de Taylor, y los campos incidentes debidos a la descarga atmosférica se calculan con las expresiones definidas por Master y Uman. El modelo presentó buenos resultados pero no puede calcular la corriente transitoria ni identificar el punto con la mayor sobretensión debido a los campos incidentes.

En 2015 y 2017, Flores [42], y Ramos et al. [43], respectivamente, utilizaron modelos en el dominio de la frecuencia para la localización de fallas en líneas de transmisión y de distribución. En ambos casos se presentaron buenos resultados.

En 2017, Hasan et al. presentaron un código para la inclusión del efecto de la línea iluminada en programas de tipo EMTP [9]. El código considera las formulaciones de Taylor, y de Master y Uman, y calcula los valores de los campos incidentes en el dominio de la frecuencia, utilizando la transformada numérica de Laplace para transformar estos valores al dominio del tiempo.

Por otro lado, ha surgido un interés por conocer los valores de tensión y corriente en puntos interiores de la línea de transmisión, esto debido a que en ocasiones las sobretensiones máximas se pueden presentar al interior de la línea.

Los métodos mencionados hasta este punto solamente pueden ser utilizados para calcular la tensión en los extremos de la línea analizada, por lo que no proporcionan la información completa del comportamiento de la tensión y corriente a lo largo de la ésta. Debido a lo anterior, también se han desarrollado trabajos enfocados a la obtención de información de tensión y corriente transitorias en puntos internos de la línea, a continuación se presentan los más destacados en este campo.

En 1997, L. Martí, desarrolló una herramienta para el cálculo de perfiles transitorios a lo largo de líneas de transmisión balanceadas (transpuestas) basado en el modelo de línea de J. Martí considerando dependencia frecuencial [44]. La herramienta conecta en serie diferentes segmentos de línea para poder obtener mediciones en puntos internos, esto la hace propensa a una acumulación de error al considerar la dependencia frecuencial de la línea, y también requiere un paso de tiempo muy pequeño si se utilizan segmentos de poca longitud, lo cual puede generar archivos de solución muy grandes y difíciles de manejar.

En 2003 Brancik presentó un método para la simulación de circuitos de transmisión electrónicos excitados por fuentes concentradas mediante la transformada de Laplace en dos dimensiones. Este método utiliza la transformada rápida de Fourier en conjunto con el algoritmo de diferencia de cocientes para obtener la solución en el dominio del tiempo. En este trabajo no se considera la dependencia de la frecuencia de los parámetros de la línea [45].

En 2003 Trueman desarrolló una herramienta llamada BOUNCE para la animación de transitorios electromagnéticos en líneas de transmisión. El método se basa en la solución recursiva de las ecuaciones de onda [46], lo que permite obtener valores de tensión en diferentes puntos a lo largo de la línea. Esta herramienta solamente puede considerar líneas de transmisión monofásicas uniformes ideales y sin dependencia frecuencial.

En 2003 Menzel presentó una herramienta para la enseñanza de propagación de ondas a través de la animación de transitorios electromagnéticos en líneas de transmisión y componentes electrónicos, considerando parámetros eléctricos constantes. Calculando valores de tensión al interior de la línea en base a una matriz de línea de transmisión de dos dimensiones y el método de diferencias finitas [47].

En 2004 Evrenosoglu et al. presentaron un método para el cálculo de perfiles de tensión en líneas de transmisión a través de un modelo de series de tiempo basado en la propagación de ondas de tensión hacia adelante y hacia atrás; sin embargo este método requiere como datos de entrada de mediciones de tensión hechas con un programa como ATP en los extremos de la línea y en los puntos

internos de interés. En 2007, los mismos autores desarrollaron una herramienta para la visualización en tres dimensiones de los perfiles de tensión [48], [49].

En 2007, Gustavsen y Mahseredjian presentaron un método para el cálculo de tensiones transitorias en puntos internos de una línea de transmisión con dependencia frecuencial [50]. El método utiliza una versión modificada del método de características y el modelo de línea universal. Sin embargo no considera líneas no uniformes y requiere que se especifiquen los puntos a lo largo de la línea en los que se desea conocer las tensiones.

En 2010, Rangu y Negrea desarrollaron una herramienta educativa que permite conocer las tensiones y corrientes en puntos internos de una línea de transmisión por medio de la solución recursiva de las ecuaciones del telegrafista en circuitos electrónicos [51]. Sin embargo su aplicación está limitada a circuitos uniformes, invariantes en el tiempo y sin dependencia frecuencial.

En 2014, Kaloudas y Papagiannis presentaron un método basado en la técnica de diferencias finitas en el dominio del tiempo (FTDT) para el cálculo de perfiles transitorios de tensión en líneas de transmisión multiconductoras uniformes y sin dependencia frecuencial [52]. Pero debido a que no se considera la dependencia frecuencial de la línea los resultados obtenidos pueden presentar errores respecto a modelos más completos. El método puede acomodar líneas no uniformes pero la resolución espacial debe mantenerse pequeña, lo que en consecuencia incrementa considerablemente el tamaño del archivo donde se guarda la solución de la simulación.

En 2014, Nuricumbo et al. presentaron un método para el cálculo de perfiles de tensión y corriente transitorios basado en un modelo de línea de transmisión basado en el dominio  $q$ - $s$  (frecuencia espacial-temporal) y la aplicación sucesiva de la transformada numérica de Laplace [8]. Posteriormente se desarrolló un método para incluir la excitación a través de campos electromagnéticos incidentes [53], aunque en ambos casos se presentan considerables errores de discretización, es el primer trabajo en el que se reporta el cálculo de perfiles transitorios de tensión y corriente debidos a la excitación de campos incidentes.

En 2017, Sadegh Ghiasi et al. presentaron un método para el cálculo de perfiles transitorios basado en el método de Bergeron para líneas de transmisión de parámetros constantes [54].

## **1.5 Justificación**

Uno de los factores más importantes que se tienen que tomar en cuenta en el diseño de líneas de transmisión y elementos de la red eléctrica en general es el comportamiento de estos ante la presencia de transitorios electromagnéticos, ya que las sobretensiones y sobrecorrientes que se pueden alcanzar durante estos

fenómenos pueden ocasionar la falla de algún elemento de la red eléctrica afectando el suministro de energía.

El determinar de manera precisa las sobretensiones que pueden generar los transitorios electromagnéticos permite realizar un mejor diseño del sistema de aislamiento, de manera que se disminuya la posibilidad de una falla ante este tipo de fenómenos, haciendo necesario contar con herramientas de simulación que puedan proporcionar esta información de manera confiable.

En la actualidad, los programas de simulación para el análisis transitorio más usados son del tipo EMTP. Sin embargo, al realizar simulaciones transitorias en dichos programas solamente se pueden obtener mediciones de tensión y corriente en los extremos de la línea de transmisión, sin tener información sobre el comportamiento en puntos internos de la línea, además de que tienen dificultades para considerar no uniformidades de las líneas de transmisión.

Generalmente, los resultados proporcionados por dichos programas pueden ser suficientes para conocer el comportamiento de la línea bajo los efectos de los transitorios electromagnéticos. Sin embargo, en ocasiones las sobretensiones y sobrecorrientes pueden alcanzar magnitudes máximas en puntos internos de la línea [44], ya sea por el efecto de descargas atmosféricas o resonancias presentes en el sistema, además de que las no uniformidades pueden afectar la magnitud y distribución de los transitorios [55]. Por lo que, si no se toman en cuenta las no uniformidades de la línea ni los valores de tensión y corriente al interior de la misma es posible que no se estén considerando las máximas sobretensiones y sobrecorrientes durante el diseño del sistema de aislamiento.

Aunque es posible mitigar estas limitaciones en dichos programas a través de la subdivisión del modelo en varios segmentos de línea, este es un proceso tedioso y que requiere de una gran inversión de tiempo por parte del usuario, además de que esto puede reducir la precisión de los resultados debido a una acumulación de error en el cálculo de parámetros de la línea [44].

Por otro lado, estos programas no cuentan con modelos que consideren líneas de transmisión iluminadas por campos electromagnéticos incidentes, lo que complica realizar un estudio del comportamiento transitorio de las líneas debido a descargas atmosféricas indirectas, las cuales, aunque no alcanzan magnitudes tan grandes como las descargas directas, son el tipo de descarga que se presenta con mayor frecuencia en el sistema eléctrico [55].

Tomando en cuenta lo anterior, este trabajo presenta métodos en el dominio de la frecuencia que permiten el cálculo de perfiles transitorios de tensión y corriente en líneas de transmisión, tanto uniformes como no uniformes. Con lo que se puede acceder a información más completa en la simulación de transitorios

electromagnéticos en comparación de los programas tradicionales. Adicionalmente, es posible implementar el fenómeno de línea iluminada (excitación por campos electromagnéticos incidentes), condiciones variantes en el tiempo y elementos no lineales en los modelos considerados, con lo que la versatilidad del método propuesto para el cálculo de perfiles es comparable con la de los programas ya mencionados, pero que no calculan de manera directa valores de tensión y de corriente en puntos interiores de las líneas.

## **1.6 Limitaciones y Alcances**

### ***1.6.1 Limitaciones***

- Los resultados obtenidos con este trabajo son validados a través de comparaciones con simulaciones en el programa ATP; esto debido a la dificultad que representa obtener datos experimentales para una validación.
- Los métodos propuestos en este trabajo se programaron utilizando Matlab.
- En este trabajo los apartarrayos se consideran aterrizados a una malla de tierra ideal.

### ***1.6.2 Alcances***

Se desarrollan métodos en el dominio de la frecuencia que permiten calcular perfiles transitorios de tensión y corriente en líneas de transmisión uniformes y no uniformes con parámetros eléctricos dependientes de la frecuencia e incluyendo las siguientes características:

- Inclusión de elementos dependientes del tiempo, como lo son operación de interruptores o cambios de topología de la red.
- Inclusión de elementos no lineales, como apartarrayos.
- Inclusión del efecto de campos electromagnéticos incidentes, como los generados por descargas atmosféricas indirectas.
- Se toma en cuenta la dependencia frecuencial de los parámetros de la línea de transmisión.

También se introducen dos aplicaciones de los perfiles transitorios (adicionales al cálculo de sobretensiones y sobrecorrientes en líneas de transmisión) que se pueden obtener con este trabajo:

- Generación de animaciones de la propagación de las ondas de tensión y corriente a lo largo de la línea de transmisión. Los cuales tienen utilidad didáctica.

- Localización de fallas en líneas de transmisión mediante el análisis de perfiles de tensión.

## 1.7 Aportaciones originales

- Se presenta la aplicación en dos dimensiones de la transformada numérica de Laplace utilizando un muestreo híbrido.
- Se propone una técnica para la inclusión de elementos no lineales y dependientes del tiempo (en la forma de apartarrayos e interruptores) en un modelo de línea definido en el dominio  $(q, s)$  por medio de la superposición de respuestas a diferentes topologías de la red para el cálculo de perfiles transitorios.
- Se desarrolla un método para el cálculo de perfiles transitorios en líneas de transmisión no uniformes a partir de un modelo de línea definido en el dominio  $(z, s)$  y basado en la conexión en cascada de matrices cadena. El método permite incluir el fenómeno de la línea iluminada por medio del uso de fuentes de tensión y corriente distribuidas.
- Se propone un método para la generación de animaciones del comportamiento de la tensión y corriente a lo largo de líneas de transmisión durante transitorios electromagnéticos utilizando perfiles transitorios.
- Se desarrolla la herramienta educativa EMTAG, la cual permite generar animaciones de transitorios electromagnéticos en líneas de transmisión monofásicas de manera sencilla. Con esto es posible mejorar la comprensión de los fenómenos transitorios y las ondas viajeras en una línea de transmisión.
- Se propone un método para la localización de fallas en líneas de transmisión multiconductoras uniformes y no uniformes basado en el uso de perfiles transitorios de tensión.

Estas aportaciones han sido reportadas en tres artículos de revista JCR (Q1) [56], [57] y [60]; y en 8 artículos de conferencias nacionales e internacionales [58], [59], [61], [62], [63], [64], [65] y [66].

## 1.8 Estructura de la tesis

- *Capítulo 1 Introducción.* Contiene el objetivo, los antecedentes y estado del arte, la justificación y, las limitaciones y alcances del presente trabajo.
- *Capítulo 2 La transformada numérica de Laplace.* Presenta el algoritmo de la transformada numérica de Laplace, tanto es su forma directa como inversa. También se describe la definición en dos dimensiones de la transformada numérica de Laplace utilizando un muestreo híbrido, lo

que permite la transformación de expresiones en el dominio  $(z, t)$  al dominio  $(q, s)$  y viceversa.

- *Capítulo 3 Cálculo de perfiles transitorios en líneas de transmisión uniformes y no uniformes.* Se presentan dos métodos para el cálculo de perfiles transitorios en líneas de transmisión uniformes y no uniformes. El primer método utiliza un modelo de línea definido en el dominio  $(q, s)$  obtenido de la solución de las ecuaciones del telegrafista en dicho dominio, y el segundo utiliza un modelo en el dominio  $(z, s)$  basado en la conexión en cascada de matrices cadena. En ambos casos se pueden acomodar elementos dependientes del tiempo, elementos no lineales y el fenómeno de la línea iluminada. Los resultados obtenidos se validan a través de comparaciones con simulaciones realizadas en ATP.
- *Capítulo 4 Aplicaciones de los perfiles transitorios.* Se presenta dos aplicaciones para los perfiles transitorios. En la primera se describe un método para obtener animaciones a partir de la información contenida en los perfiles, las animaciones pueden usarse con fines educativos. También se introduce un algoritmo para la localización de fallas en líneas de transmisión a partir de perfiles transitorios calculados con mediciones de tensión y corriente durante la ocurrencia de la falla.
- *Capítulo 5 Conclusiones.* Se presentan las conclusiones del trabajo desarrollado. También se mencionan los productos de investigación generados y se hacen recomendaciones para trabajos futuros.

## Capítulo 2 La Transformada Numérica de Laplace

### 2.1 Introducción

La transformada de Laplace es una transformada integral nombrada en honor al matemático francés Pierre Simon Laplace, quien empleó estas integrales en sus trabajos de la teoría de probabilidad. Sin embargo, fue el ingeniero inglés Oliver Heavyside quien popularizó su uso en la resolución de ecuaciones diferenciales, en especial en el área de transitorios electromagnéticos [67]. En ingeniería eléctrica, permite transformar un conjunto de ecuaciones diferenciales, que describen el comportamiento transitorio de un circuito en el dominio del tiempo, en un conjunto de ecuaciones algebraicas en el dominio de la frecuencia compleja. Posteriormente, por medio de operaciones algebraicas, es posible resolver el problema para las variables de interés. Finalmente, utilizando la transformada inversa la solución obtenida se puede representar en el dominio del tiempo. Uno de los beneficios principales de la transformada de Laplace en el estudio de transitorios, es que puede tomar en cuenta de manera directa la dependencia frecuencial de los parámetros eléctricos [35].

El método de la transformada de la Laplace puede ser representado por la expresión [68]:

$$f(t) \leftrightarrow F(s) \quad (2.1)$$

indicando que existe una correspondencia única entre la función en el dominio del tiempo  $f(t)$  y su transformada en el dominio de la frecuencia  $F(s)$ , donde  $s = c + j\omega$  es la frecuencia compleja, y  $c$  y  $\omega$  son números reales.

En la práctica, la aplicación analítica de la transformada de Laplace puede presentar inconvenientes, ya que en la solución de las ecuaciones algebraicas en el dominio de la frecuencia compleja puede resultar en una expresión difícil o imposible transformar de vuelta al dominio del tiempo, mediante la aplicación de la transformada inversa de Laplace. Para superar esta limitante es posible utilizar herramientas que permiten transformar numéricamente estas expresiones al dominio del tiempo.

En este trabajo se utiliza la transformada numérica de Laplace (TNL) en sus versiones directa (TNL directa) e inversa (TNL inversa) [40], [35], como una herramienta para transformar expresiones definidas en el dominio del tiempo al dominio de la frecuencia compleja y viceversa. Esta herramienta ha demostrado ser efectiva en el análisis de transitorios electromagnéticos en líneas de transmisión [10], [40], [35], [53]. Además, en trabajos recientes se ha presentado una implementación de la aplicación sucesiva de la TNL para el análisis de transitorios electromagnéticos [45], [8], con lo que se puede trabajar con



expresiones de dos variables, que son generalmente espacio y tiempo  $(z, t)$ , y las variables complejas correspondientes frecuencia espacial y frecuencia temporal  $(q, s)$ .

En este capítulo se describe la implementación de la TNL inversa y directa para el análisis de problemas de una y dos variables. También se presentan dos mejoras para la transformación numérica de expresiones de dos variables respecto al algoritmo de la TNL sucesiva; la primera mejora consiste en la implementación de la transformada numérica de Laplace en dos dimensiones (TNL2D), que reduce el tiempo de cómputo y los recursos computacionales necesarios para correr el algoritmo; la segunda consiste en el uso de un muestreo híbrido, que permite una disminución de los errores de truncamiento en comparación con implementaciones anteriores donde se ha utilizado un muestreo convencional [53].

## 2.2 Transformada Numérica de Laplace

### 2.2.1 Transformada de Laplace

Sea  $f(t)$  una función en el dominio del tiempo, su imagen en el dominio de la frecuencia compleja es la función  $F(s)$ , que se obtiene al aplicar la transformada de Laplace, y está definida como sigue:

$$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-st} dt \quad (2.2)$$

Sin embargo, en realidad las funciones que se utilizan en problemas de ingeniería son funciones causales, es decir, que no existen infinitamente en el tiempo, sino que se considera que comienzan en un instante dado  $t = 0$ , por lo que  $f(t) = 0$  cuando  $t < 0$ . Tomando en cuenta lo anterior, (2.2) se puede reescribir para para problemas físicos como:

$$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt \quad (2.3)$$

Al sustituir  $s = c + j\omega$  en (2.3) se obtiene:

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-ct}e^{-j\omega t} dt \quad (2.4)$$

Por otro lado, la transformada inversa de Laplace se puede aplicar para obtener una expresión  $f(t)$  partiendo de una expresión  $F(s)$ , y se define como una integral evaluada en  $c + j\omega$ , donde  $c$  es una constante y  $\omega$  varía de  $-\infty$  a  $+\infty$ :

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F(s)e^{st} ds \quad (2.5)$$

Tomando en cuenta que  $s = c + j\omega$  y que  $c$  es constante, es posible cambiar la variable de integración de  $s$  a  $\omega$  en (2.4), estableciendo  $ds = d\omega$ , quedando (2.5) como:

$$f(t) = \frac{e^{ct}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(c + j\omega)e^{j\omega t} d\omega \quad (2.6)$$

En (2.6)  $c$  es una constante de amortiguamiento que se definirá en una sección posterior y  $\omega$  es la frecuencia angular. Se puede observar que si  $c$  es igual a cero, las ecuaciones (2.4) y (2.6) corresponden a la transformada de Fourier:

$$F(j\omega) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt \quad (2.7)$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega)e^{j\omega t} d\omega \quad (2.8)$$

## 2.2.2 Errores de la Transformada Numérica de Laplace

El uso del algoritmo de la TNL requiere el truncamiento de la frecuencia de integración en (2.4) y (2.6) a un valor finito; también es necesaria la discretización de las variables continuas  $\omega$  y  $t$ . Estas modificaciones introducen errores en los resultados obtenidos al utilizar la TNL, en las siguientes secciones se describe la manera en que se presentan estos errores así como las técnicas utilizadas para mitigarlos.

### 2.2.2.1 Función Ventana y Error por truncamiento

Se asume que  $f(t)$  es integrable en el intervalo  $(-\infty, \infty)$  y, por motivos de simplicidad, se establece  $c = 0$ , de tal manera que:

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(j\omega)\} \quad (2.9)$$

Para evaluar numéricamente a (2.6) es necesario truncar los límites de integración a un rango finito  $[-\Omega, \Omega]$ , obteniéndose la siguiente expresión:

$$f(t) \approx f_T(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\Omega}^{\Omega} F(j\omega)e^{j\omega t} d\omega \quad (2.10)$$

donde  $f_T(t)$  es la aproximación a  $f(t)$  que se obtiene al truncar los límites de integración. Por medio de la introducción de una función  $H(\omega)$ , es posible llegar a

una expresión equivalente a (2.10) en donde los límites de integración están dados por  $(-\infty, \infty)$  como se muestra:

$$f_T(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega)H(\omega)e^{j\omega t} d\omega \quad (2.11)$$

donde

$$H(\omega) = \begin{cases} 1, & -\Omega < \omega < \Omega \\ 0, & \Omega < \omega < -\Omega \end{cases} \quad (2.12)$$

A partir de (2.11) y (2.12) es posible definir una aproximación de  $F(j\omega)$  como:

$$F_T(j\omega) = F(j\omega)H(\omega) \quad (2.13)$$

o en el dominio del tiempo:

$$f_T(t) = f(t) * h(t) \quad (2.14)$$

de tal manera que  $f_T(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F_T(j\omega)\}$  y  $h(t)$  es la transformada inversa de Laplace de  $H(\omega)$  como se muestra:

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega)e^{j\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\Omega}^{\Omega} e^{j\omega t} d\omega \quad (2.15)$$

$$h(t) = \frac{\Omega \operatorname{sen}(\Omega t)}{\pi \Omega t} = \frac{\Omega}{\pi} \operatorname{sinc}(\Omega t) \quad (2.16)$$

donde [69]

$$\operatorname{sinc}(\Omega t) = \begin{cases} 1, & t = 0 \\ \frac{\operatorname{sen}(\Omega t)}{\Omega t}, & t \neq 0 \end{cases} \quad (2.17)$$

Para visualizar el efecto del truncamiento del rango de integración considere a la función escalón unitario  $\mu(t)$  (Figura 2.1), y a la función  $h(t)$  cuya forma de onda se presenta en la Figura 2.2. En la Figura 2.3 se muestra el resultado de la convolución entre  $u(t)$  y  $h(t)$ , se puede observar que cerca de la discontinuidad se presentan oscilaciones cerca de la discontinuidad, las cuales se deben al truncamiento de los límites de integración en (2.6) y conocidas como oscilaciones de Gibbs.

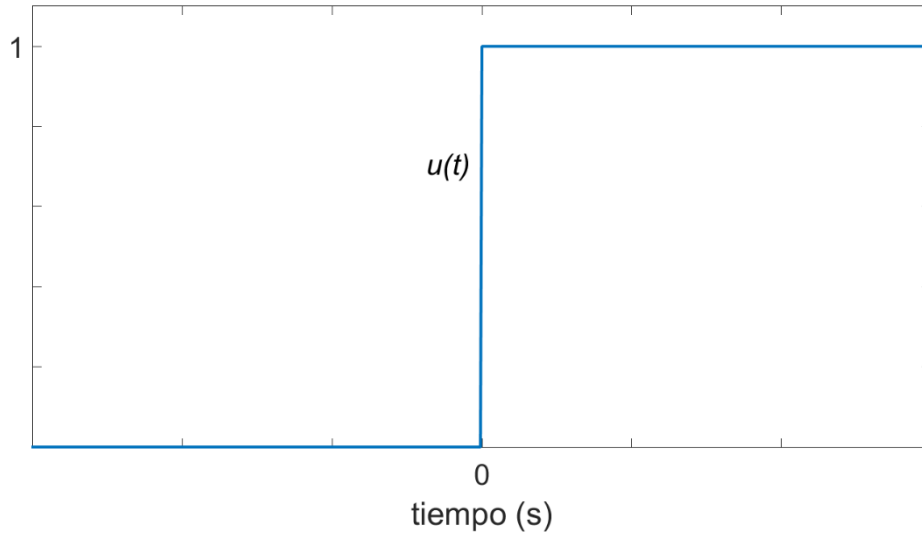


Figura 2.1. Función escalón unitario

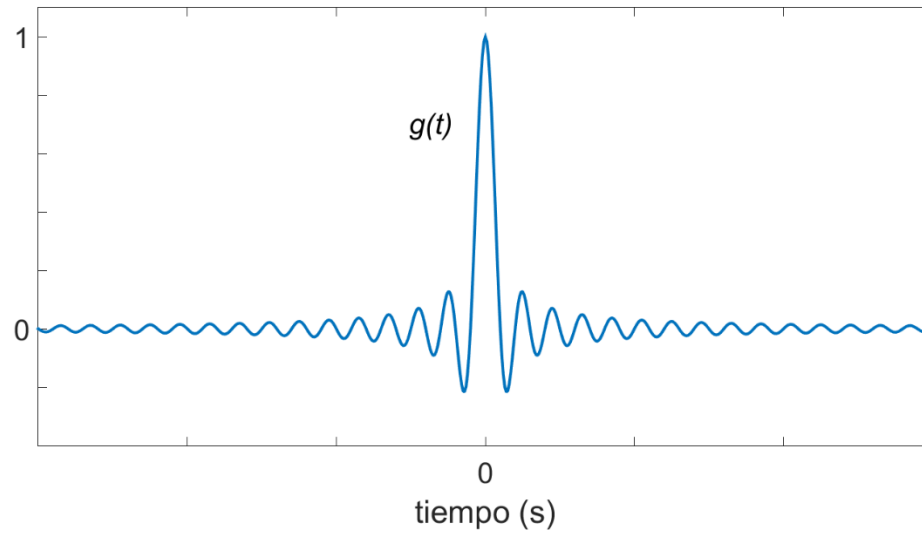


Figura 2.2. Función  $h(t)$

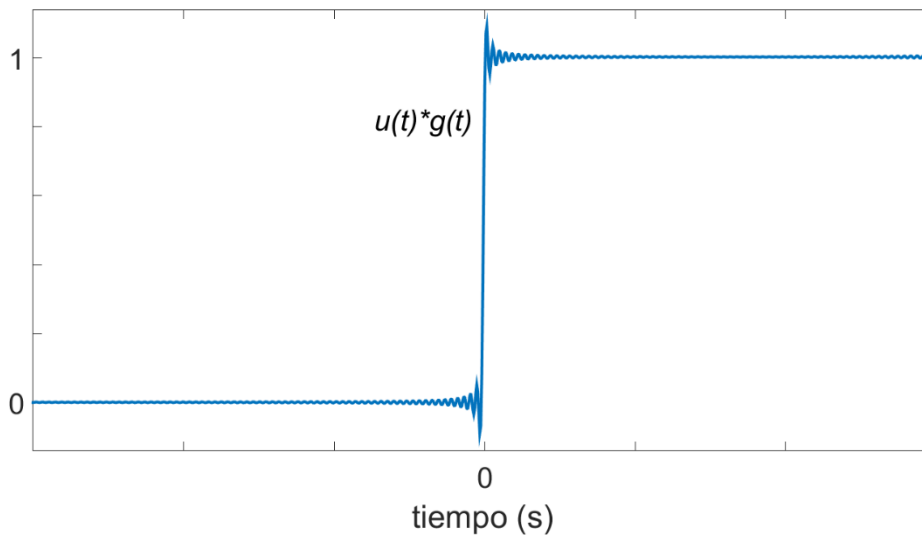


Figura 2.3. Efectos del truncamiento de los límites de integración

Las oscilaciones de Gibbs pueden atenuarse a través del uso de funciones de peso conocidas como “ventanas”. Su implementación consiste en efectuar en cada instante de tiempo un promedio de la función  $f_T(t)$  multiplicada por la función ventana  $\sigma(t)$  en el periodo de las oscilaciones, de tal manera que se obtenga una función  $f_\sigma(t)$  menos oscilatoria:

$$f_\sigma(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} f_T(t)\sigma(t)dt \quad (2.18)$$

A continuación se presentan algunas de las funciones ventana más utilizadas en el análisis de transitorios electromagnéticos [40]:

- **Ventana de Lanczos**

Lanczos propuso que el cálculo de un promedio de la función  $f_T(t)$  en el periodo  $T = 2\pi/\Omega$ . Para este caso lo función ventana es un rectángulo centrada en el origen con longitud  $T$  y amplitud de 1. Con estas consideraciones la ecuación (2.18) queda de la siguiente manera:

$$f_\sigma(t) = \frac{\Omega}{2\pi} \int_{t-\pi/\Omega}^{t+\pi/\Omega} f_T(t)dt \quad (2.19)$$

Sustituyendo (2.10) en (2.19):

$$f_\sigma(t) = \frac{\Omega}{2\pi} \int_{t-\pi/\Omega}^{t+\pi/\Omega} \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{-\Omega}^{\Omega} F(j\omega)e^{j\omega t}d\omega \right\} dt \quad (2.20)$$

Cambiando el orden de integración y resolviendo la integral interior se llega a:

$$f_\sigma(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\Omega}^{\Omega} F(j\omega)\sigma(\omega)e^{j\omega t}d\omega \quad (2.21)$$

donde:

$$\sigma(\omega) = \frac{\text{sen}(\pi\omega/\Omega)}{\pi\omega/\Omega} \quad (2.22)$$

En (2.21),  $f_\sigma(t)$  es una mejor aproximación a  $f(t)$  en comparación con  $f_T(t)$  dado que atenúa las oscilaciones de Gibbs con la introducción de la función ventana  $\sigma(\omega)$ . La expresión en (2.22) se conoce como la ventana de Lanczos [70].

- **Ventana de Hann**

Julius Von Hann propuso una ventana de la forma:

$$\sigma(\omega) = \alpha + (1 - \alpha)\cos\left(\frac{\pi\omega}{\Omega}\right) \quad (2.23)$$

De la ventana de Hann se desprenden en particular la ventana de Hamming ( $\alpha = 0.54$ ) y la ventana de Hanning ( $\alpha = 0.5$ ) [71], de las cuales la última es la utilizada en este trabajo, y cuya expresión se presenta a continuación:

$$\sigma(\omega) = \frac{1 + \cos\left(\frac{\pi\omega}{\Omega}\right)}{2} \quad (2.24)$$

En esta sección se describió la manera en la que el truncamiento de los límites de integración en (2.6) introduce errores en la solución conocidos como oscilaciones de Gibbs. Dichas oscilaciones pueden atenuarse mediante la introducción de una función ventana  $\sigma(\omega)$  en el integrando.

**2.2.2.2 Factor de Amortiguamiento y Error por discretización**

El segundo error que se introduce con la aplicación de la TNL se debe a la discretización de las variables continuas  $\omega$  y  $t$ . Para entender el efecto que tiene este error considere la discretización de (2.6):

$$f(t) \approx f_D(t) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(jn\Delta\omega)e^{jn\Delta\omega t} \quad (2.25)$$

donde  $f_D(t)$  es la aproximación a  $f(t)$  que se obtiene al discretizar las funciones continuas y  $\Delta\omega$  es el paso de integración en la frecuencia. Por medio de la aplicación de la propiedad de muestreo de la función de Dirac  $\delta(\omega)$  es posible introducir una función  $G(\omega)$  para encontrar una representación equivalente de (2.25):

$$f_D(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega)G(\omega)e^{j\omega t}d\omega \quad (2.26)$$

siendo  $G(\omega)$  un tren de pulsos de Dirac con espaciamento  $\Delta\omega$ :

$$G(\omega) = \Delta\omega \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n\Delta\omega) \quad (2.27)$$

y en el dominio del tiempo:

$$g(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT) \quad (2.28)$$

con  $T = 2\pi/\Delta\omega$  y aplicando la definición de la transformada inversa de Fourier a (2.26) se tiene que:

$$F_D(j\omega) = F(j\omega)G(\omega) \quad (2.29)$$

$$f_D(t) = f(t) * g(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(t - nT) \quad (2.30)$$

de tal manera que:

$$\mathcal{L}\{f_D(t)\} = F_D(j\omega) \quad (2.31)$$

Tomando en cuenta lo anterior, la aproximación discreta  $f_D(t)$  es el resultado de la convolución entre la función original  $f(t)$  y  $g(t)$ :

$$f_D(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F_D(j\omega)\} = \mathcal{L}^{-1}\{F(j\omega)G(\omega)\} = f(t) * g(t) \quad (2.32)$$

$$f(t) * g(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(t) * \delta(t - nT) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(t - \tau)\delta(\tau - nT)d\tau \quad (2.33)$$

finalmente obteniendo:

$$f_D(t) = f(t) * g(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(t - nT) \quad (2.34)$$

Como se puede observar en (2.34),  $f_D(t)$  es una función periódica que contiene a la función original  $f(t)$  y a sus desplazamientos  $f(t + T)$ ,  $f(t + 2T)$ ,  $f(t + 3T)$ ... Por lo tanto, si  $f(t)$  existe para  $t \geq T$  existirá un traslape entre señales correspondientes a diferentes periodos como se presenta en la Figura 2.4. A esto se le conoce como *aliasing* o error de discretización. El efecto de la discretización se puede atenuar introduciendo un factor de amortiguamiento  $e^{-ct}$ , el cual multiplica a  $f_D(t)$  de tal manera que el resultado de dicho producto tienda a cero para cuando  $t > T$ .

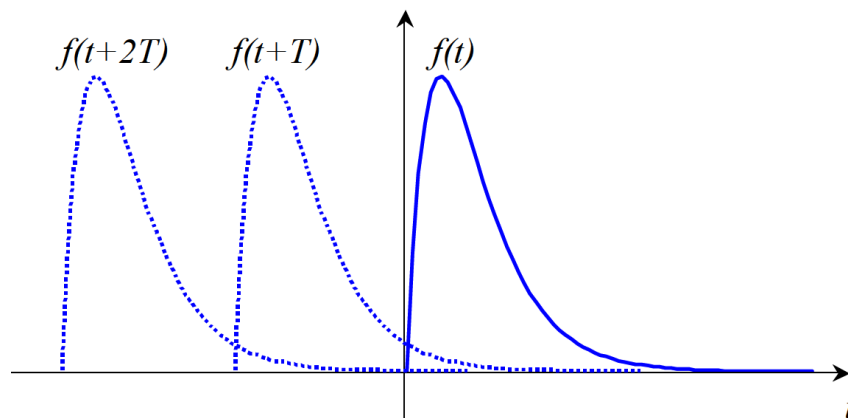


Figura 2.4. . Traslape de los desplazamientos de  $f(t)$  [72]

Al igual que la función ventana, existen diferentes valores de la constante  $c$ . A continuación se presentan las más comúnmente utilizados en la evaluación de transitorios electromagnéticos.

Wilcox [25] propuso obtener el valor de  $c$  a partir del paso de integración en el espectro:

$$c = 2\Delta\omega \quad (2.35)$$

También es posible obtener el valor de  $c$  a partir de un error  $\varepsilon$  definido como [72]:

$$\varepsilon = \exp(-cT) \quad (2.36)$$

donde  $T$  es el tiempo de observación. Al resolver (2.26) para  $c$ , se tiene:

$$c = -\frac{\ln(\varepsilon)}{T} \quad (2.37)$$

Este criterio da buenos resultados utilizando valores de  $\varepsilon$  entre  $1 \times 10^{-3}$  y  $1 \times 10^{-5}$  [72].

Wedephol propuso calcular el valor de  $c$  a partir del número de muestras utilizado [71]:

$$c = -\frac{\ln(N^2)}{T} \quad (2.38)$$

### 2.2.3 Algoritmo de la transformada numérica de Laplace

En esta sección se presentan los algoritmos para la implementación de la TNL inversa (transformación del dominio de la frecuencia al tiempo) y directa (transformación del tiempo a la frecuencia) utilizando los muestreos impar y convencional en el dominio de la frecuencia.

#### 2.2.3.1 TNL Inversa (muestreo impar)

Considerando un intervalo finito de integración  $[-\Omega, \Omega]$ , introduciendo una función ventana  $\sigma(\omega)$  y considerando que  $f(t)$  es una señal física (solo tiene parte real), (2.6) puede reescribirse de la siguiente manera:

$$f(t) \approx \frac{e^{ct}}{\pi} \operatorname{Re} \left\{ \int_{-\Omega}^{\Omega} F(s) \sigma(\omega) e^{j\omega t} d\omega \right\} \quad (2.39)$$

Es posible evaluar numéricamente a (2.39) aplicando un muestreo impar, es decir que solamente se evalúan las frecuencias impares ( $\Delta\omega, 3\Delta\omega, 5\Delta\omega, \dots$ ), de tal manera que se tiene un paso de integración en la frecuencia  $\Delta\omega' = 2\Delta\omega$  con lo que es posible alcanzar una frecuencia de integración máxima dos veces mayor a la que se tiene con un muestreo convencional (paso de integración de  $\Delta\omega$ ). La forma discreta de (2.39) utilizando muestro impar está dada pro:



$$f(n\Delta t) \approx \frac{e^{cn\Delta t}}{\pi} \operatorname{Re} \left\{ \sum_{m=0}^{N-1} F[c + j(2m+1)\Delta\omega] \sigma[(2m+1)\Delta\omega] e^{j(2m+1)n\Delta\omega\Delta t} \Delta\omega' \right\} \quad (2.40)$$

donde:

$$\Delta\omega' = 2\Delta\omega$$

$\Delta\omega$  es el paso de integración en la frecuencia.

$\Delta t$  es el paso de integración en el tiempo.

$N$  es el número de muestras.

$$n, m = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

y el tiempo de observación  $T_0$  se define como:

$$T_0 = \frac{2\pi}{\Delta\omega'} = \frac{\pi}{\Delta\omega} \quad (2.41)$$

además:

$$\Delta t = \frac{T_0}{N} \quad (2.42)$$

$$\Delta t \Delta\omega = \frac{\pi}{N} \quad (2.43)$$

$$\Delta\omega = \frac{\Omega}{2N} \quad (2.44)$$

Se puede obtener una representación compacta de (2.40) utilizando (2.43):

$$f_n = \operatorname{Re} \left\{ C_n \left[ \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} F_m \sigma_m e^{\left(\frac{j2\pi mn}{N}\right)} \right] \right\} \quad (2.45)$$

donde:

$$F_m = F(c + j(2m+1)\Delta\omega) \quad (2.46)$$

$$f_n = f(n\Delta t) \quad (2.47)$$

$$C_n = \frac{2}{\Delta t} e^{(cn\Delta t + \frac{j\pi n}{N})} \quad (2.48)$$

$$\sigma_m = \sigma((2m+1)\Delta\omega) \quad (2.49)$$

El término dentro de los corchetes en (2.35) permite la aplicación del algoritmo de la transformada rápida de Fourier inversa [73], lo cual hace que el cálculo de  $f_n$  sea muy eficiente cuando el valor de  $N$  es igual a una potencia de dos.

Existen diferentes opciones para la selección del tiempo de observación  $T_0$ , el paso de integración en el espectro  $\Delta\omega$  y el número de muestras  $N$  [25]. Una manera consiste en que una vez se conoce el valor de  $T_0$ ,  $\Delta\omega$  se calcula con (2.41); por otro lado, se puede determinar  $\Omega$  según el tipo de transitorio a analizar

y calcular el número de muestras a partir de (2.44). El paso de tiempo  $\Delta t$  se obtiene con (2.42).

### 2.2.3.2 TNL Inversa (muestreo convencional)

Alternativamente, se puede hacer una aproximación numérica de (2.39) utilizando lo que se llama muestreo convencional. En este caso se consideran muestras igualmente espaciadas con una separación igual a  $\Delta\omega$ . A partir de este muestreo se obtiene la siguiente forma:

$$f_n = \frac{e^{cn\Delta t}}{\Delta t} \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} F_m \sigma_m e^{2\pi jmn/N} \right\} \quad (2.50)$$

para  $n = 0, 1, \dots, N - 1$

donde:

$$F_m = \begin{cases} F(c + jm\Delta\omega) & \text{para } m = 0, 1, \dots, N/2 \\ F[c + j(m - N)\Delta\omega] & \text{para } m = N/2 + 1, \dots, N - 1 \end{cases} \quad (2.51)$$

$$\sigma_m = \begin{cases} \sigma(c + jm\Delta\omega) & \text{para } m = 0, 1, \dots, N/2 \\ \sigma[c + j(m - N)\Delta\omega] & \text{para } m = N/2 + 1, \dots, N - 1 \end{cases} \quad (2.52)$$

$$f_n = f(n\Delta t) \quad (2.53)$$

$$\Delta t = T/N \quad (2.54)$$

$$\Delta\omega = 2\pi/T = \Omega/2N \quad (2.55)$$

La selección de los valores para los pasos de integración y número de muestras se hace de manera similar que con el muestreo impar pero considerando las igualdades (2.53) – (2.55). El término dentro de las llaves en (2.50) permite el uso del algoritmo de la transformada rápida de Fourier inversa si  $N$  es igual a una potencia de dos. Debido a que la frecuencia máxima que se alcanza es menor en comparación con el muestreo impar, el muestreo convencional se utiliza con menor frecuencia en el análisis de transitorios electromagnéticos, sin embargo, recientemente se han introducido métodos que utilizan este muestro para la transformación de expresiones de dos variables [8].

### 2.2.3.3 TNL Directa

A continuación se presenta la TNL directa utilizando tanto el muestro impar como el convencional. Aunque este algoritmo no es tan ampliamente utilizado como la TNL inversa, es particularmente útil cuando se requiere transformar señales medidas en el tiempo al dominio de la frecuencia compleja para trabajar con modelos definidos en la frecuencia.

Considerando a  $f(t)$  como una función causal, truncando el rango de integración  $[0, T]$  y aplicando un muestreo impar, (2.3) se puede escribir de manera discreta de la siguiente manera:

$$F(c + j(2m + 1)\Delta\omega) = \sum_{n=0}^{N-1} f(n\Delta t) e^{-cn\Delta t} e^{-j(2m+1)\Delta\omega n\Delta t} \Delta t \quad (2.56)$$

Utilizando a (2.43) es posible llegar a una forma compacta de (2.56):

$$F_m = \sum_{n=0}^{N-1} f_n D_n e^{\left(-\frac{2j\pi mn}{N}\right)} \quad (2.57)$$

donde:

$$D_n = \Delta t e^{\left(-cn\Delta t - \frac{j\pi n}{N}\right)} \quad (2.58)$$

De manera similar, para el caso de muestreo convencional se puede llegar a la expresión:

$$F_m = \sum_{n=0}^{N-1} f_n e^{\left(-\frac{2j\pi mn}{N}\right)} \quad (2.59)$$

donde:

$$D_n = \Delta t e^{-cn\Delta t} \quad (2.60)$$

### 2.3 Aplicación Sucesiva de la TNL

En la sección anterior se presentó el uso de la TNL para llevar expresiones de una variable de su dominio original al dominio de Laplace y viceversa; sin embargo, mediante la aplicación sucesiva de este algoritmo es posible trabajar con expresiones de dos variables, como se presenta a continuación.

Considérese una expresión de dos variables  $f(z, t)$  que son espacio ( $z$ ) y tiempo ( $t$ ), y su imagen en el dominio de Laplace  $F(q, s)$  definida en la frecuencia espacial ( $q$ ) y frecuencia temporal ( $s$ ). El proceso de transformación de una expresión a otra consiste en la aplicación parcial y sucesiva de la TNL, haciendo cada transformación respecto a una variable en particular mientras que la otra se considera como constante. Por motivos de simplicidad, cuando en este trabajo se hable de la frecuencia o frecuencia compleja se estará refiriendo al dominio  $s$ , y para referirse al dominio  $q$  se hará explícitamente la mención de frecuencia espacial.

### 2.3.1 Transformación de (q-s) a (z-t)

Para realizar la aplicación sucesiva de la TNL inversa, primero se define de manera independiente el proceso de transformación inversa para cada variable. Como definió previamente, la transformación de  $s$  a  $t$  está dada por:

$$f(t) \approx \frac{e^{ct}}{\pi} \operatorname{Re} \left\{ \int_0^{\Omega} F(s) \sigma(\omega) e^{j\omega t} d\omega \right\} \quad (2.61)$$

Discretizando mediante un muestro convencional se tiene:

$$f_n = \frac{e^{cn\Delta t}}{\Delta t} \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} F_m \sigma_m e^{2\pi jmn/N} \right\} \quad (2.62)$$

De manera análoga, es posible definir la transformación de  $q$  a  $z$  con un rango finito de integración con la siguiente expresión:

$$p(z) \approx \frac{e^{bz}}{\pi} \operatorname{Re} \left\{ \int_0^R P(q) e^{jrz} dr \right\} \quad (2.63)$$

La forma discreta de (2.53) aplicando muestreo convencional es:

$$p_n = \frac{e^{bn\Delta z}}{\Delta z} \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} P_m \rho_m e^{2\pi jmn/M} \right\} \quad (2.64)$$

donde  $M$  es el número de muestras,  $b$  es el factor de amortiguamiento,  $\rho_m$  es la función ventana,  $L$  la longitud a evaluar y

$$P_m = \begin{cases} P(b + jm\Delta r) & \text{para } m = 0, 1, \dots, M/2 \\ P[b + j(m - M)\Delta r] & \text{para } m = M/2 + 1, \dots, M - 1 \end{cases} \quad (2.65)$$

$$p_n = p(n\Delta z) \quad (2.66)$$

$$\Delta z = L/M \quad (2.67)$$

$$\Delta \omega = 2\pi/L \quad (2.68)$$

Una vez que se tienen definidas las dos transformaciones de Laplace inversas, es posible utilizar la linealidad del operador de Laplace para la obtención de una expresión en el dominio (z-t). Si se tiene que:

$$f(z) = \mathcal{L}_z^{-1}\{F(q)\} \quad (2.69)$$

y

$$f(t) = \mathcal{L}_t^{-1}\{F(s)\} \quad (2.70)$$

Entonces, aplicando la linealidad de la transformada de Laplace es posible afirmar que:

$$f(z, t) = \mathcal{L}_z^{-1}\{\mathcal{L}_t^{-1}\{F(q, s)\}\} = \mathcal{L}_t^{-1}\{\mathcal{L}_z^{-1}\{F(q, s)\}\} \quad (2.71)$$

De (2.71) se observa que es posible obtener a  $f(z, t)$  (expresión en espacio-tiempo) a partir de  $F(q, s)$  (expresión en frecuencia espacial-temporal) mediante la aplicación sucesiva de (2.62) y (2.64).

$$F(q, s) \xrightarrow{\mathcal{L}_z^{-1}} F(z, s) \xrightarrow{\mathcal{L}_t^{-1}} f(z, t) \quad (2.72)$$

$$F(q, s) \xrightarrow{\mathcal{L}_t^{-1}} F(q, t) \xrightarrow{\mathcal{L}_z^{-1}} f(z, t) \quad (2.73)$$

### 2.3.2 Transformación de (z-t) a (q-s)

La obtención de  $F(q, s)$  partiendo de  $f(z, t)$  es muy similar a lo presentado anteriormente, pero con la aplicación sucesiva de la TNL directa. La transformación de una función del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia está dada por (2.59). De manera similar, la transformación del dominio  $z$  a  $q$  es:

$$P_m = \Delta z \sum_{n=0}^{M-1} p_n e^{-bn\Delta z} e^{-\frac{j2\pi mn}{M}} \quad (2.74)$$

De la misma manera que en el caso anterior se tiene lo siguiente:

$$F(q) = \mathcal{L}_z\{F(z)\} \quad (2.75)$$

y

$$F(s) = \mathcal{L}_t\{F(t)\} \quad (2.76)$$

$$F(q, s) = \mathcal{L}_q\{\mathcal{L}_s\{f(z, t)\}\} = \mathcal{L}_s\{\mathcal{L}_q\{f(z, t)\}\} \quad (2.77)$$

Con lo que se llega al resultado en el dominio  $(q, s)$  a través de transformaciones parciales sucesivas aplicando (2.49) y (2.64).

$$f(z, t) \xrightarrow{\mathcal{L}_s} F(z, s) \xrightarrow{\mathcal{L}_q} F(q, s) \quad (2.78)$$

$$f(z, t) \xrightarrow{\mathcal{L}_q} F(q, t) \xrightarrow{\mathcal{L}_s} F(q, s) \quad (2.79)$$

## 2.4 Definición de la TNL en dos dimensiones con muestreo híbrido

En esta sección se propone el uso de la transformada numérica de Laplace en dos dimensiones (TNL2D) con muestreo híbrido, la cual presenta ventajas sobre la aplicación sucesiva de la TNL con muestreo convencional en el análisis de transitorios electromagnéticos.

La TNL2D consiste en utilizar la definición en dos dimensiones de la transformada de Laplace para encontrar directamente una función  $f(z, t)$  a partir de su imagen  $F(q, s)$  sin tener que realizar transformaciones intermedias (en los dominios  $(z, s)$  o  $(q, t)$ ), y viceversa. Lo anterior reduce el tiempo de cómputo de la solución así como también los recursos computacionales necesarios para calcularla.

Por otro lado, la implementación del muestreo híbrido consiste en utilizar el muestreo impar en el dominio  $s$  y mantener el muestreo convencional en el dominio  $q$ . De esta forma es posible mejorar la precisión de los cálculos realizados debido a las ventajas que representa el uso del muestreo impar.

#### 2.4.1 TNL Inversa en dos dimensiones

La transformada inversa de Laplace en dos dimensiones para una función real y causal está definida como:

$$f(z, t) = \frac{e^{bz+ct}}{4\pi^2} \operatorname{Re} \left\{ \int_{-R}^R \int_{-\Omega}^{\Omega} F(q, s) e^{j(rz+\omega t)} d\omega dr \right\} \quad (2.80)$$

donde  $q = b + jr$ ,  $s = c + j\omega$ ,  $b$  y  $c$  son constantes reales y positivas,  $r$  y  $\omega$  son las variables de la frecuencia espacial y frecuencia temporal, respectivamente,  $R$  y  $-R$  son los límites de integración en la frecuencia espacial y,  $\Omega$  y  $-\Omega$  corresponden a los límites de integración de la frecuencia temporal. Aplicando un muestreo impar a la variable  $s$ , un muestreo convencional a la variable  $r$ , e introduciendo una función ventana  $\sigma(r, \omega) = \sigma(r)\sigma(\omega)$  para atenuar las oscilaciones de Gibbs, la ecuación (2.80) se discretiza de la siguiente manera para un tiempo de observación  $t$  y una longitud  $L$ :

$$f_{n_1, n_2} = \frac{e^{(bn_1\Delta z + cn_2\Delta t)}}{2\pi^2} \operatorname{Re} \left\{ \sum_{m_1=0}^{N_1-1} \sum_{m_2=0}^{N_2-1} F_{\dot{m}_1, \dot{m}_2} \sigma_{\dot{m}_1, \dot{m}_2} e^{jm_1 n_1 \Delta r \Delta z} e^{j(2m_2+1)n_2 \Delta \omega \Delta t} \Delta r \Delta \omega \right\} \quad (2.81)$$

para  $n_i = 0, 1, \dots, N_i$ ,  $i = 1, 2$  y además:

$$f_{n_1, n_2} = f(n_1 \Delta z, n_2 \Delta t) \quad (2.82)$$

$$F_{\dot{m}_1, \dot{m}_2} = F(b + j\dot{m}_1 \Delta r, c + j\dot{m}_2 \Delta \omega) \quad (2.83)$$

$$\sigma_{\dot{m}_1, \dot{m}_2} = \sigma(b + j\dot{m}_1 \Delta r, c + j\dot{m}_2 \Delta \omega) \quad (2.84)$$

$$\dot{m}_1 = \begin{cases} m_1, & \text{for } m_1 = 0, 1, \dots, \frac{N_1}{2} \\ m_1 - N_1, & \text{for } m_1 = \frac{N_1}{2} + 1, \dots, N_1 - 1 \end{cases} \quad (2.85)$$

$$\dot{m}_2 = 2m_2 + 1 \quad (2.86)$$

Utilizando las relaciones presentadas en (2.42), (2.44), (2.67) y (2.68) es posible llegar a la siguiente igualdad:

$$\pi^2 = \frac{\Delta r \Delta \omega \Delta z \Delta t N_1 N_2}{2} \quad (2.87)$$

A través de la manipulación algebraica de (2.81) y utilizando la igual de (2.87) es posible llegar a la siguiente expresión:

$$f_{n_1, n_2} = \frac{2e^{(bn_1 \Delta z + cn_2 \Delta t)}}{\Delta z \Delta t} \operatorname{Re} \left\{ e^{\frac{j\pi n_2}{N_2}} \left( \frac{1}{N_1 N_2} \sum_{m_1=0}^{N_1-1} \sum_{m_2=0}^{N_2-1} F_{\dot{m}_1, \dot{m}_2} \sigma_{\dot{m}_1, \dot{m}_2} e^{\frac{2\pi j m_1 n_1}{N_1}} e^{\frac{2\pi j m_2 n_2}{N_2}} \right) \right\} \quad (2.88)$$

La ecuación (2.88) corresponde al algoritmo de la TNL2D inversa con muestreo híbrido, es importante mencionar que los elementos dentro de los paréntesis corresponden a la transformada rápida de Fourier inversa en dos dimensiones, lo que permite hacer más eficiente al algoritmo respecto a su tiempo de cómputo.

#### 2.4.2 TNL Directa en dos dimensiones

El algoritmo de la TNL2D directa en dos dimensiones no es utilizado en este trabajo, pero se incluye para completar la presentación de los algoritmos de transformación en dos dimensiones. La transformada de Laplace directa en dos dimensiones se encuentra definida como sigue:

$$F(q, s) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} [f(z, t) e^{-(ct+bz)}] e^{-j(\omega t + rz)} dz dt \quad (2.89)$$

Considerando un tiempo de observación  $T$ , una longitud  $L$  y aplicando el muestreo híbrido como se ha descrito se llega a la siguiente expresión:

$$F_{\dot{m}_1, \dot{m}_2} = \sum_{n_1=0}^{N_1-1} \sum_{n_2=0}^{N_2-1} \left\{ f_{n_1, n_2} \Delta t \Delta z e^{-bn_1 \Delta z - \frac{j\pi n_1}{N_1} - \frac{j2\pi m_1 n_1}{N_1}} e^{-cn_2 \Delta t - \frac{j\pi n_2}{N_2} - \frac{j2\pi m_2 n_2}{N_2}} \right\} \quad (2.90)$$

La ecuación (2.90) presenta la TNL2D directa. El término entre llaves corresponde a la transformada rápida de Fourier en dos dimensiones.

### 2.5 Validación de los algoritmos de transformación

En esta sección se utiliza la TNL2D inversa con muestreo híbrido para la transformación de una expresión en el dominio  $(q, s)$  a su imagen en el dominio  $(z, t)$ . El resultado obtenido se compara con el resultado de la aplicación sucesiva de la TNL inversa con muestreo convencional, que es la herramienta que se ha utilizado para el estudio de transitorios electromagnéticos considerando dos variables [8], [53].

Considere la siguiente expresión:

$$f(z, t) = k_1 k_2 (e^{-\alpha_1 t} - e^{-\alpha_2 t}) (e^{-\beta_1 z} - e^{-\beta_2 z}) \quad (2.91)$$

donde  $k_1 = k_2 = 1.104$ ,  $\alpha_1 = \beta_1 = 316.9572$  y  $\alpha_2 = \beta_2 = 16000$ . La ecuación (2.91) corresponde a una señal con comportamiento doble exponencial tanto en  $z$  como  $t$ , de tal manera que alcanza un valor máximo de 1 en  $z = t = 0.00025$ , de forma similar a la onda de tensión generada por un transitorio de maniobra aplicada en los dominios  $z$  y  $t$ . La imagen de (2.91) en el dominio  $(q, s)$  es:

$$F(q, s) = \frac{k_1 k_2 (\alpha_2 - \alpha_1) (\beta_2 - \beta_1)}{(s + \alpha_1)(s + \alpha_2)(q + \beta_1)(q + \beta_2)} \quad (2.92)$$

Al aplicar la TNL2D inversa a (2.92) considerando  $T_0 = L = 0.0025$  se obtiene la gráfica en tres dimensiones de la Figura 2.5.

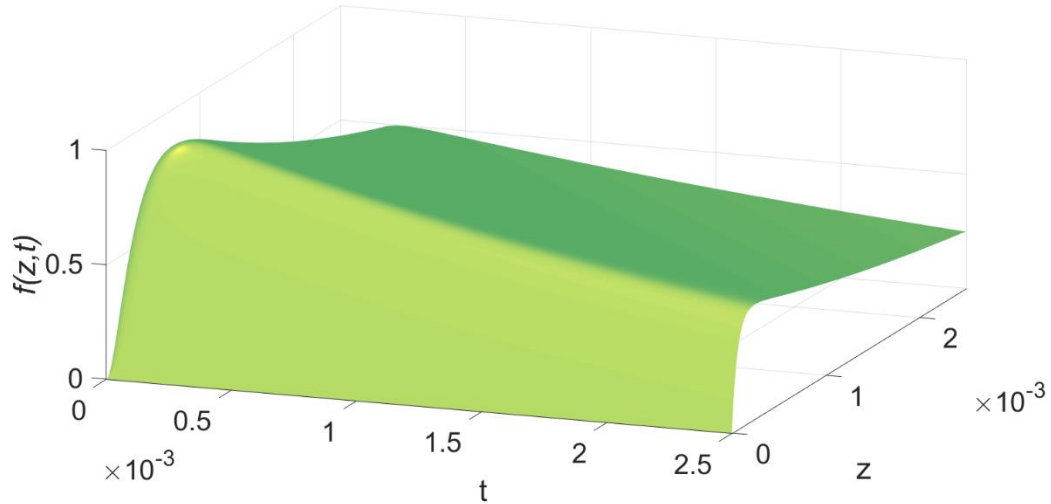


Figura 2.5. Gráfica en tres dimensiones de la aplicación de la TNL2D inversa a (2.92)

Para evaluar el desempeño del método propuesto, se aplicó la TNL2D inversa y la TNL inversa de manera sucesiva a (2.92), y se compararon los resultados con la evaluación numérica de (2.91), calculando un error relativo de la siguiente manera:

$$error = \left| \frac{f_n - f_a}{f_a} \right| \quad (2.93)$$

donde  $f_n$  es el resultado obtenido mediante la transformación de  $F(q, s)$  y  $f_a$  es la evaluación de (2.91). En la Figura 2.6 se presenta el error relativo cuando se aplica la TNL2D inversa, y en la Figura 2.7 se representa el error relativo con la aplicación sucesiva de la TNL inversa. De la comparación de ambas figuras se puede observar fácilmente que el algoritmo de la TNL2D inversa presenta un error relativo menor.



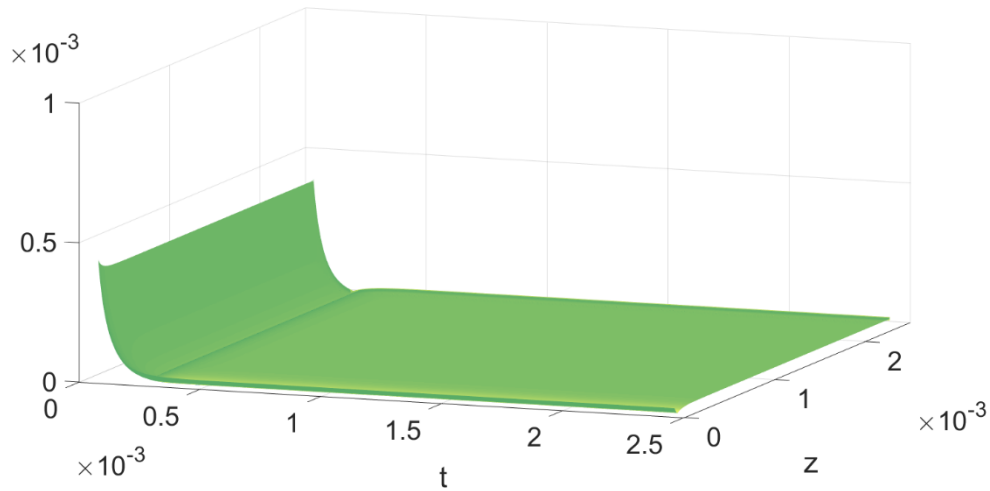


Figura 2.6. Diferencia relativa entre la aplicación de la TNL2D inversa a (2.92) y la evaluación de (2.91)

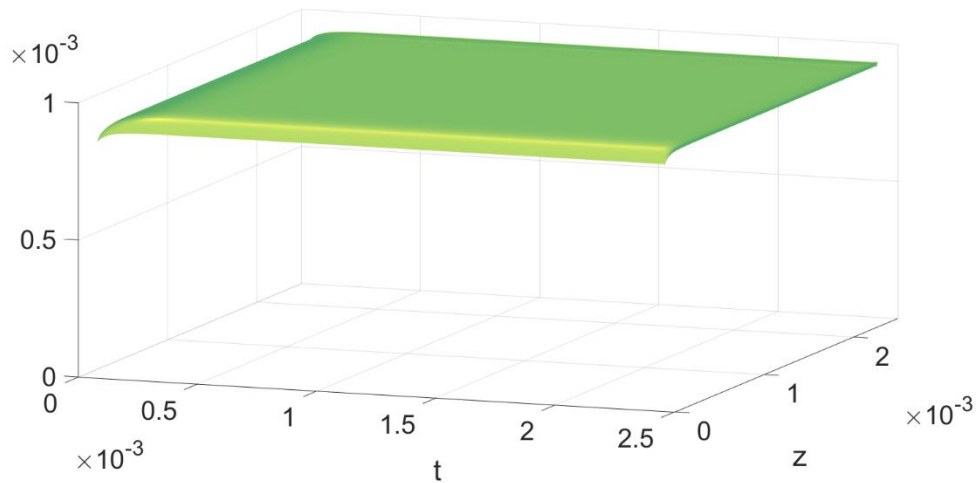


Figura 2.7. Diferencia relativa entre la aplicación sucesiva de la TNL inversa a (2.92) y la evaluación de (2.91)

Adicionalmente, en la Tabla 2.1 se presenta una comparación del tiempo de cómputo de ambos algoritmos, en donde la TNL2D inversa calcula el resultado en un 68% del tiempo requerido por la aplicación sucesiva de la TNL inversa.

Tabla 2.1. Tiempo de cómputo requerido

Algoritmo	Tiempo de cómputo (s)
Aplicación sucesiva TNL inversa	0.273
TNL2D inversa	0.186

## Capítulo 3 Cálculo de perfiles transitorios en líneas de transmisión uniformes y no uniformes

### 3.1 Introducción

En trabajos anteriores se ha utilizado la aplicación sucesiva de la TNL para el cálculo de perfiles transitorios de tensión y corriente en sistemas de transmisión, aunque con ciertas limitantes, ya que solamente son aplicados en líneas de transmisión uniformes (parámetros constantes a lo largo de la línea) sin considerar elementos no lineales ni dependientes del tiempo [8], [53], además de que en [45] tampoco se considera la dependencia frecuencial de los parámetros eléctricos de la línea.

En este capítulo se presenta el uso de modelos de líneas de transmisión dependientes de la frecuencia que permiten superar las limitaciones de los trabajos mencionados anteriormente en el cálculo de perfiles de tensión y corriente debidos a transitorios electromagnéticos. Inicialmente se desarrollan los modelos para líneas uniformes y no uniformes, seguido por una técnica para la inclusión de elementos dependientes del tiempo y no lineales a través del uso del principio de superposición, posteriormente se muestra la inclusión de la influencia de campos electromagnéticos incidentes y finalmente se simulan diversos casos de prueba para validar la metodología propuesta, comparando los resultados con los obtenidos en ATP.

### 3.2 Cálculo de perfiles transitorios en líneas de transmisión uniformes

El cálculo de perfiles transitorios en líneas de transmisión uniformes y multiconductoras se puede lograr a partir de la solución de las ecuaciones del telegrafista en el dominio  $(q, s)$ . Las ecuaciones del telegrafista son un conjunto de ecuaciones diferenciales parciales que describen la variación instantánea de la tensión y corriente eléctricas a lo largo de una línea de transmisión (Apéndice A). Su representación en forma matricial para una línea de transmisión uniforme de  $n$  conductores en el dominio  $(z, t)$  está dada por:

$$\frac{\partial}{\partial z} \begin{bmatrix} \mathbf{v}(z, t) \\ \mathbf{i}(z, t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{R} \\ -\mathbf{G} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}(z, t) \\ \mathbf{i}(z, t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{L} \\ -\mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \mathbf{v}(z, t) \\ \mathbf{i}(z, t) \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

donde  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{G}$ ,  $\mathbf{L}$  y  $\mathbf{C}$  corresponden a la resistencia serie, conductancia en derivación, inductancia serie y capacitancia en derivación de la línea, respectivamente, y son matrices de tamaño  $n \times n$ .  $\mathbf{0}$  es una matriz de  $n \times n$  llena de ceros y,  $\mathbf{v}(z, t)$  e  $\mathbf{i}(z, t)$  son vectores columna de  $n$  elementos cada uno. Aplicando la transformada de Laplace a (3.1) respecto a la variable  $t$ , y considerando que la línea inicialmente no se encuentra excitada, se obtiene lo siguiente:

$$\frac{d}{dz} \begin{bmatrix} \mathbf{V}(z, s) \\ \mathbf{I}(z, s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{R} \\ -\mathbf{G} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}(z, s) \\ \mathbf{I}(z, s) \end{bmatrix} + s \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{L} \\ -\mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}(z, s) \\ \mathbf{I}(z, s) \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

en donde el problema se ha convertido a un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias. Además, se puede definir la impedancia serie  $\mathbf{Z}$  y la admitancia en derivación  $\mathbf{Y}$  como  $\mathbf{Z} = \mathbf{R} + s\mathbf{L}$  y  $\mathbf{Y} = \mathbf{G} + s\mathbf{C}$ , obteniendo la siguiente expresión:

$$\frac{d}{dz} \begin{bmatrix} \mathbf{V}(z, s) \\ \mathbf{I}(z, s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{Z} \\ -\mathbf{Y} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}(z, s) \\ \mathbf{I}(z, s) \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Es posible aplicar la transformada de Laplace una segunda ocasión, ahora respecto a la variable  $z$ , con lo que las ecuaciones del telegrafista se reducen a un conjunto de ecuaciones algebraicas que pueden resolverse de manera sencilla como se presenta a continuación:

$$q \begin{bmatrix} \mathbf{V}(q, s) \\ \mathbf{I}(q, s) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{V}_0(s) \\ \mathbf{I}_0(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{Z} \\ -\mathbf{Y} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}(q, s) \\ \mathbf{I}(q, s) \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

donde  $\mathbf{V}(q, s)$  e  $\mathbf{I}(q, s)$  son la tensión y corriente a lo largo de la línea definidas en el dominio  $(q, s)$ , y  $\mathbf{V}_0(s)$  e  $\mathbf{I}_0(s)$  son la tensión y corriente al inicio de la línea en el dominio de la frecuencia. Si se considera una matriz unidad  $\mathbf{U}$  de tamaño  $n \times n$  se obtiene la siguiente igualdad:

$$q \begin{bmatrix} \mathbf{V}(q, s) \\ \mathbf{I}(q, s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q\mathbf{U} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & q\mathbf{U} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}(q, s) \\ \mathbf{I}(q, s) \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

entonces se puede llegar a la solución de las ecuaciones del telegrafista para  $\mathbf{V}(q, s)$  e  $\mathbf{I}(q, s)$  de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} q\mathbf{U} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & q\mathbf{U} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}(q, s) \\ \mathbf{I}(q, s) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{V}_0(s) \\ \mathbf{I}_0(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{Z} \\ -\mathbf{Y} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}(q, s) \\ \mathbf{I}(q, s) \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

$$\left( \begin{bmatrix} q\mathbf{U} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & q\mathbf{U} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{Z} \\ \mathbf{Y} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \mathbf{V}(q, s) \\ \mathbf{I}(q, s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_0(s) \\ \mathbf{I}_0(s) \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}(q, s) \\ \mathbf{I}(q, s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q\mathbf{U} & \mathbf{Z} \\ \mathbf{Y} & q\mathbf{U} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_0(s) \\ \mathbf{I}_0(s) \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

De (3.8) se puede observar que los perfiles de tensión y corriente en el dominio  $(q, s)$  dependen de  $\mathbf{V}_0(s)$  e  $\mathbf{I}_0(s)$ , por lo que el problema se reduce a calcular estos valores.

La tensión  $\mathbf{V}_0(s)$  se puede calcular a partir de la representación de dos puertos de la línea de transmisión. Además, esta representación también permite obtener la tensión al final de la línea  $\mathbf{V}_L(s)$ :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_0(s) \\ \mathbf{V}_L(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{SS} + \mathbf{Y}_S & -\mathbf{Y}_{SR} \\ -\mathbf{Y}_{SR} & \mathbf{Y}_{SS} + \mathbf{Y}_L \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{S0}(s) \\ \mathbf{I}_{SL}(s) \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

donde:

$$Y_{SS} = Y_0 \coth(\Psi L) \quad (3.10)$$

$$Y_{SR} = Y_0 \operatorname{csch}(\Psi L) \quad (3.11)$$

$$Y_0 = \sqrt{Z^{-1}Y} \quad (3.12)$$

$$\Psi = \sqrt{ZY} \quad (3.13)$$

y  $Y_S$ ,  $Y_L$ ,  $I_{S0}(s)$ ,  $I_{SL}(s)$  y  $L$  son la admitancia conectada en el nodo emisor, la admitancia conectada en el nodo receptor, la corriente inyectada en el nodo emisor, la corriente inyectada en el nodo receptor y la longitud de la línea, respectivamente.

La corriente  $I_0(s)$  se puede calcular a partir del circuito PI equivalente de la línea (Figura 3.1) y utilizando  $V_0(s)$  y  $V_L$ , de (3.9), obteniéndose:

$$I_0(s) = (Y_{SS} - Y_{SR})V_0(s) + Y_{SR}(V_0(s) - V_L(s)) \quad (3.14)$$

$$I_0(s) = Y_{SS}V_0(s) - Y_{SR}V_L(s) \quad (3.15)$$

De esta manera, utilizando (3.9) y (3.15), y aplicando la TNL2D inversa con muestreo híbrido (2.79) a (3.8) es posible calcular  $v(z, t)$  e  $i(z, t)$ , que son los perfiles transitorios de tensión y corriente, respectivamente, a lo largo de la línea de transmisión.

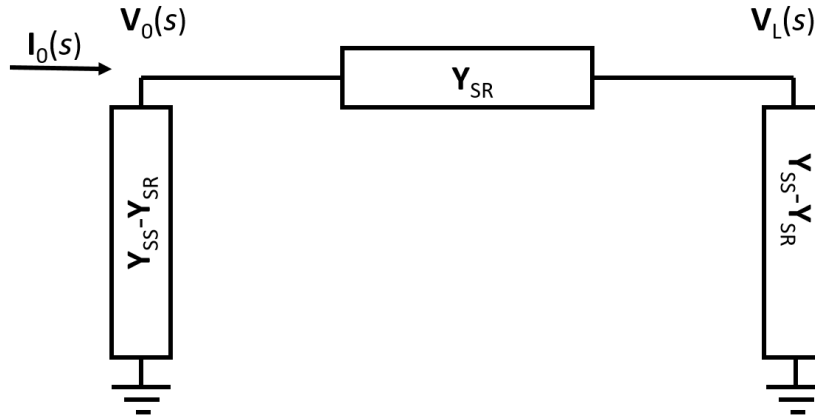


Figura 3.1. Circuito PI equivalente de la línea de transmisión

### 3.3 Cálculo de perfiles transitorios en líneas de transmisión no uniformes

Las líneas de transmisión generalmente presentan cambios en sus parámetros eléctricos (no uniformidades) a lo largo de su longitud en la forma de la catenaria, aunque es común tomar en cuenta el efecto de la catenaria introduciendo una altura equivalente de los conductores y de esta manera obtener una línea de transmisión uniforme [6]. Existen casos en los que no es posible hacer tal simplificación, como lo es cuando existe un cambio considerable en las condiciones del terreno a lo largo de la línea (como un cruce por un río) o cuando

ésta recorre una zona escarpada o montañosa, con constantes cambios en la altura de la misma. Debido a lo anterior, es necesario contar con herramientas que permitan el estudio transitorio de líneas de transmisión con estas características.

El modelo presentado en la sección 3.2 tiene limitada su aplicación a líneas de transmisión uniformes, pues si se introducen no uniformidades en los parámetros de la línea (haciendo  $\mathbf{Z}$  y  $\mathbf{Y}$  dependientes de la distancia) la solución de (3.3) se complica considerablemente cuando se trata de llevar al dominio  $(q, s)$ .

Para solucionar la problemática expuesta, en esta sección se propone un modelo de línea que permite la obtención de perfiles transitorios en líneas de transmisión multiconductoras no uniformes. Este modelo se encuentra definido en el dominio  $(z, s)$  y se basa en la técnica de conexión en cascada de matrices cadena para incluir las no uniformidades en la línea, además de que usa la TNL inversa con muestreo impar para transformar los resultados al dominio  $(z, t)$ .

Inicialmente se considera una línea de transmisión uniforme de longitud  $L$ , como se muestra en la Figura 3.2, donde  $V_0(s)$ ,  $V_L(s)$ ,  $I_0(s)$  y  $I_L(s)$  son la tensión al inicio de la línea, la tensión al final de la línea, la corriente al inicio de la línea y la corriente al final de la línea, respectivamente.

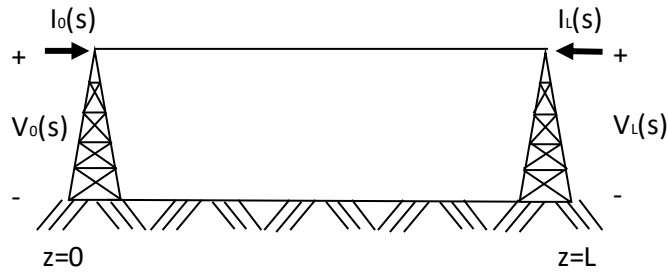


Figura 3.2. Representación de una línea de transmisión uniforme

La solución de las ecuaciones de propagación en el dominio de la frecuencia de la línea de transmisión de  $n$  conductores permite la definición de un modelo de dos puertos conocido como matriz de transferencia ABCD, el cual está dado por:

$$\begin{bmatrix} V_L(s) \\ I_L(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0(s) \\ I_0(s) \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

donde  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$  y  $\mathbf{D}$  son matrices de tamaño  $n \times n$  definidas como:

$$\mathbf{A} = \cosh(\Psi L) \quad (3.17)$$

$$\mathbf{B} = -\mathbf{Z}_0 \sinh(\Psi L) \quad (3.18)$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{Y}_0 \sinh(\Psi L) \quad (3.19)$$

$$\mathbf{D} = -\cosh(\Psi L) \quad (3.20)$$

Si se cambia la dirección de la corriente  $I_L$  en la Figura 3.2 se obtiene la Figura 3.3.

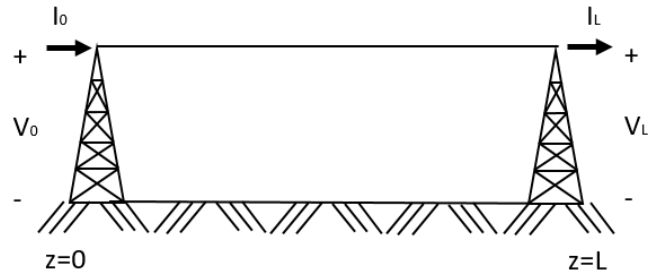


Figura 3.3. Diagrama de la línea de transmisión con la dirección de  $I_L$  invertida

Para tomar en cuenta el cambio de la dirección de la corriente, la ecuación (3.16) se puede modificar de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_L(s) \\ \mathbf{I}_L(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ -\mathbf{C} & -\mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_0(s) \\ \mathbf{I}_0(s) \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

o de manera reducida:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_L(s) \\ \mathbf{I}_L(s) \end{bmatrix} = \Phi \begin{bmatrix} \mathbf{V}_0(s) \\ \mathbf{I}_0(s) \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

La matriz  $\Phi$  en (3.22) también es conocida como matriz cadena de la línea de transmisión. Debido a que las corrientes  $\mathbf{I}_0(s)$  e  $\mathbf{I}_L(s)$  de la Figura 3.3 tienen la misma dirección, es posible utilizar dos líneas en serie a través de sus matrices cadena, como se muestra en la Figura 3.4, o de manera general, se pueden conectar en serie cualquier número de líneas de transmisión (Figura 3.5).

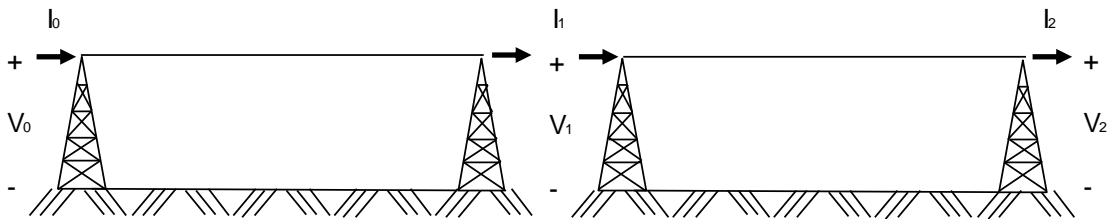


Figura 3.4. Conexión en serie de dos líneas de transmisión

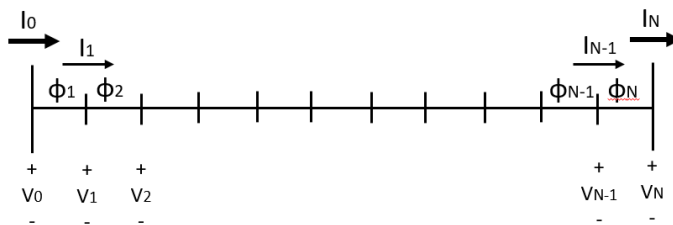


Figura 3.5. Diagrama de conexión en cascada de matrices cadena

En lugar de muchas líneas de transmisión conectadas en serie, la Figura 3.5 puede considerarse como una sola línea de transmisión dividida en varios segmentos, cada uno con su matriz cadena independiente. Dado que los

parámetros eléctricos de cada segmento pueden ser diferentes a los parámetros del resto de los segmentos, este enfoque permite incluir no uniformidades en el modelo de la línea de transmisión.

Adicionalmente, se puede observar de la Figura 3.5 que es posible calcular la tensión y corriente al inicio de cada segmento de línea a partir de la tensión y corriente al inicio del segmento previo:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_1(s) \\ \mathbf{I}_1(s) \end{bmatrix} = \Phi_1 \begin{bmatrix} \mathbf{V}_0(s) \\ \mathbf{I}_0(s) \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_2(s) \\ \mathbf{I}_2(s) \end{bmatrix} = \Phi_2 \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1(s) \\ \mathbf{I}_1(s) \end{bmatrix} = \Phi_2 \Phi_1 \begin{bmatrix} \mathbf{V}_0(s) \\ \mathbf{I}_0(s) \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

y de manera general

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_N(s) \\ \mathbf{I}_N(s) \end{bmatrix} = \Phi_N \Phi_{N-1} \dots \Phi_3 \Phi_2 \Phi_1 \begin{bmatrix} \mathbf{V}_0(s) \\ \mathbf{I}_0(s) \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

donde  $\Phi_n$  es la matriz cadena correspondiente al n-ésimo segmento de la línea y  $N$  es el número de segmentos.

Utilizando (3.25), es posible calcular los perfiles transitorios de tensión y corriente a lo largo de la línea si la tensión  $\mathbf{V}_0(s)$  y la corriente  $\mathbf{I}_0(s)$  se conocen. Por lo que, al igual que en el caso de línea uniforme, es necesario calcular estos valores.

$\mathbf{V}_0(s)$  se puede calcular a partir de la representación de dos puertos de la línea de transmisión no uniforme, para cual es necesario obtener primer la matriz cadena de toda la línea:

$$\Phi_{FL} = \Phi_N \Phi_{N-1} \dots \Phi_3 \Phi_2 \Phi_1 = \begin{bmatrix} \Phi_{FL11} & \Phi_{FL12} \\ \Phi_{FL21} & \Phi_{FL22} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

y

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_0(s) \\ \mathbf{V}_L(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{SS} + \mathbf{Y}_S & -\mathbf{Y}_{SR} \\ -\mathbf{Y}_{SR} & \mathbf{Y}_{SS} + \mathbf{Y}_L \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{S0}(s) \\ \mathbf{I}_{SL}(s) \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

donde

$$\mathbf{Y}_{SS} = -\Phi_{FL12}^{-1} \Phi_{FL11} \quad (3.28)$$

$$\mathbf{Y}_{SR} = -\Phi_{FL12}^{-1} \quad (3.29)$$

$$\mathbf{Y}_{RR} = -\Phi_{FL22} \Phi_{FL12}^{-1} \quad (3.30)$$

$\mathbf{I}_0(s)$  se puede obtener de la misma forma que en el caso de la línea uniforme utilizando (3.5). Sustituyendo los valores de  $\mathbf{V}_0(s)$  y  $\mathbf{I}_0(s)$  en (3.25) y aplicando la TNL inversa con muestreo impar es posible obtener los perfiles transitorios de tensión y corriente a lo largo de una línea de transmisión no uniforme.

### 3.4 Modelado de elementos dependientes del tiempo

Debido a que la transformada de Laplace es una operación lineal, el cálculo de perfiles transitorios en líneas de transmisión utilizando métodos en el dominio de la frecuencia, ha estado limitado a sistemas lineales invariantes en el tiempo. Sin embargo, en trabajos anteriores se ha demostrado que es posible introducir condiciones variantes en el tiempo y en modelos en el dominio de la frecuencia a través de la superposición de las respuestas de tensión y corriente de las diferentes configuraciones del circuito [18], [35]. Utilizando este enfoque, los cambios en el tiempo que tiene la configuración del circuito simulado se tratan como problemas de condiciones iniciales.

En esta sección se presenta cómo la aplicación de la técnica de superposición en conjunto con los modelos de línea presentados en las secciones 3.2 y 2.3 permite calcular perfiles transitorios de tensión y corriente considerando condiciones variantes en el tiempo. De manera general, el método consiste en sumar la respuesta del sistema a la excitación inicial con la respuesta equivalente del sistema debida al cambio en la topología del mismo, lo cual se explica a continuación de manera detallada.

#### 3.4.1 Cierre de un interruptor

En la Figura 3.6 se presenta una línea de transmisión multiconductora conectada a una fuente de tensión a través de un interruptor abierto. En la Figura 3.7 se muestra el mismo circuito después de una maniobra de cierre.  $\mathbf{V}_0(s)$  es el vector de tensiones al inicio de la línea,  $\mathbf{V}_L(s)$  es el vector de tensiones al final y  $\mathbf{V}_E(s)$  corresponde al vector de tensiones de la fuente.

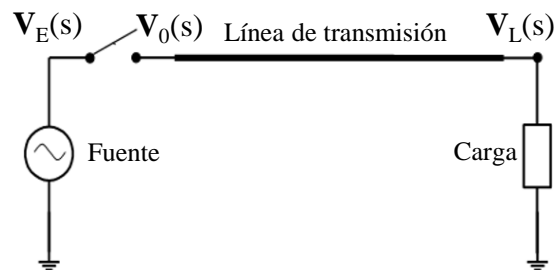


Figura 3.6. Circuito de una línea de transmisión antes del cierre de un interruptor



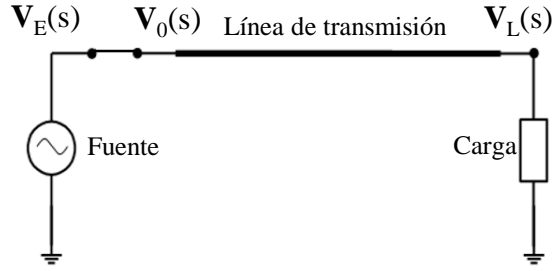


Figura 3.7. Circuito de una línea de transmisión después del cierre de un interruptor

Antes la maniobra del interruptor, la tensión en los nodos del circuito se puede calcular mediante:

$$\mathbf{V}_{sw0} = \mathbf{Y}_{bus0}^{-1} \mathbf{I}_{sw0} \quad (3.31)$$

donde  $\mathbf{Y}_{bus0}^{-1}$  es  $\mathbf{I}_{sw0}$  son la matriz de admitancias del circuito y el vector de corrientes inyectadas a la línea antes de la maniobra del interruptor.  $\mathbf{V}_{sw0}$  contiene la información de la tensión en los nodos del circuito antes de la maniobra y está dada por:

$$\mathbf{V}_{sw0} = [\mathbf{V}_{Esw0}(s) \quad \mathbf{V}_{0sw0}(s) \quad \mathbf{V}_{Lsw0}(s)]' \quad (3.32)$$

Por otro lado, las tensiones en el circuito después del cierre del interruptor se obtienen de:

$$\mathbf{V}_{sw1} = \mathbf{Y}_{bus1}^{-1} \mathbf{I}_{sw1} \quad (3.33)$$

donde  $\mathbf{V}_{sw1}$ ,  $\mathbf{Y}_{bus1}^{-1}$  e  $\mathbf{I}_{sw1}$  tienen una definición similar a sus contrapartes antes de la operación del interruptor. En este segundo cálculo es necesario mencionar que no se consideran las fuentes conectadas al sistema antes de la operación del interruptor, sino que la excitación del circuito se da solamente por las corrientes inyectadas contenidas en el vector  $\mathbf{I}_{sw1}$ .

Para el cálculo de las corrientes en el vector  $\mathbf{I}_{sw1}$  se puede considerar que un interruptor abierto se puede representar como una fuente de tensión  $\mathbf{V}_{sw}$  conectada entre los contactos con una magnitud igual a la diferencia de potencial entre los mismos (Figura 3.8). Con esta consideración, es posible simular el cierre del interruptor conectando una fuente de tensión  $\mathbf{V}_{swc}$  en serie con  $\mathbf{V}_{sw}$  (Figura 3.9) cuya magnitud está dada por:

$$\mathbf{V}_{swc} = \begin{cases} -\mathbf{V}_{sw}, & t_c \geq 0 \\ 0, & t_c < 0 \end{cases} \quad (3.34)$$

donde  $t_c$  es el instante de tiempo cuando se cierra el interruptor.

Dado que se trabaja con una representación nodal de la línea, no es posible conectar la fuente  $\mathbf{V}_{sw}$  entre los contactos del interruptor, por lo que se conectan fuentes de corriente equivalentes  $\mathbf{I}_{sw}$ , las cuales se calculan como sigue:

$$\mathbf{I}_{sw} = \mathbf{Y}_{sw} \mathbf{V}_{sw} \quad (3.35)$$

donde  $\mathbf{Y}_{sw}$  es la admitancia de los contactos del interruptor y, para el caso de la Figura 3.6:

$$\mathbf{V}_{sw} = \mathbf{V}_{Esw0}(s) - \mathbf{V}_{Osw0}(s) \quad (3.36)$$

Tomando en cuenta las consideraciones anteriores, el circuito resultante para el cálculo de  $\mathbf{V}_{sw1}$  se presenta en la Figura 3.10.

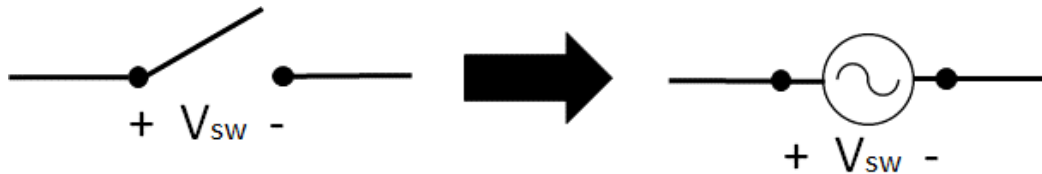


Figura 3.8. Representación de un interruptor abierto



Figura 3.9. Representación de un interruptor después de una maniobra de cierre

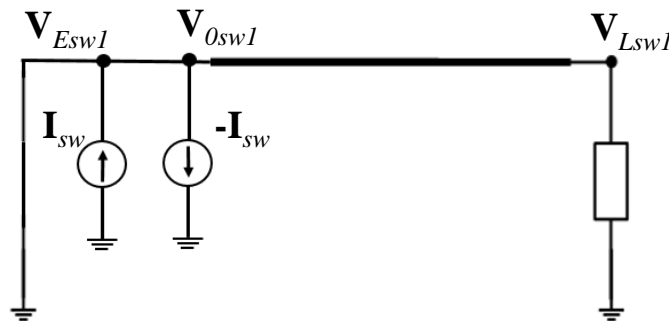


Figura 3.10. Circuito equivalente para el cálculo de  $\mathbf{V}_{sw1}$  tras el cierre de un interruptor

Finalmente, la respuesta total se obtiene de la superposición de la respuesta de ambas simulaciones:

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{V}_{sw0} + \mathbf{V}_{sw1} \quad (3.37)$$

De tal manera que  $\mathbf{V}_1$  contiene las tensiones resultantes en todos los nodos debidas a la maniobra del interruptor:

$$\mathbf{V}_1 = [\mathbf{V}_{E1} \ \mathbf{V}_{O1} \ \mathbf{V}_{L1}]' \quad (3.38)$$

### 3.4.2 Apertura de un interruptor

Para simular la apertura de un interruptor se sigue un procedimiento similar al presentado en la sección anterior. Inicialmente se calcula la tensión en los nodos del circuito antes de la operación del interruptor:

$$\mathbf{V}_{sw0} = \mathbf{Y}_{bus0}^{-1} \mathbf{I}_{sw0} \quad (3.39)$$

donde  $\mathbf{V}_{sw0}$ ,  $\mathbf{Y}_{bus0}^{-1}$  e  $\mathbf{I}_{sw0}$  son la tensión en los nodos, la matriz de admitancias y las corrientes inyectadas correspondientes al circuito antes de la apertura del interruptor.

Las tensiones en el circuito después del cierre son:

$$\mathbf{V}_{sw1} = \mathbf{Y}_{bus1}^{-1} \mathbf{I}_{sw1} \quad (3.40)$$

donde  $\mathbf{V}_{sw1}$ ,  $\mathbf{Y}_{bus1}^{-1}$  e  $\mathbf{I}_{sw1}$  corresponden a la tensión, matriz de admitancia y corrientes inyectadas debidos a la operación de apertura. Al igual que en la sección anterior, el problema se centra en calcular las corrientes en  $\mathbf{I}_{sw1}$ .

Un interruptor inicialmente cerrado puede representarse por una fuente de corriente  $\mathbf{I}_{sw}$  cuya magnitud es igual a la corriente a través del mismo (Figura 3.11). Por lo tanto, la apertura del interruptor se puede simular mediante la conexión en paralelo a  $\mathbf{I}_{sw}$  de una fuente  $\mathbf{I}_{sw0}$  (Figura 3.12) cuya magnitud está dada por:

$$\mathbf{I}_{sw0} = \begin{cases} -\mathbf{I}_{sw}, & t_c \geq 0 \\ 0, & t_c < 0 \end{cases} \quad (3.41)$$

donde  $t_c$  es el instante donde ocurre la operación de apertura del interruptor, generalmente dado por el primer cruce por cero después de recibir la señal de apertura.

Considerando lo anterior, el circuito correspondiente para el cálculo de  $\mathbf{V}_{sw1}$  se presenta en la Figura 3.13. Finalmente, la respuesta total del circuito debido a la apertura del interruptor está dada por:

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{V}_{sw0} + \mathbf{V}_{sw1} \quad (3.42)$$

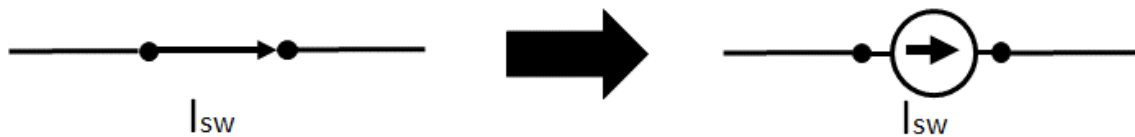


Figura 3.11. Representación de un interruptor antes de la apertura

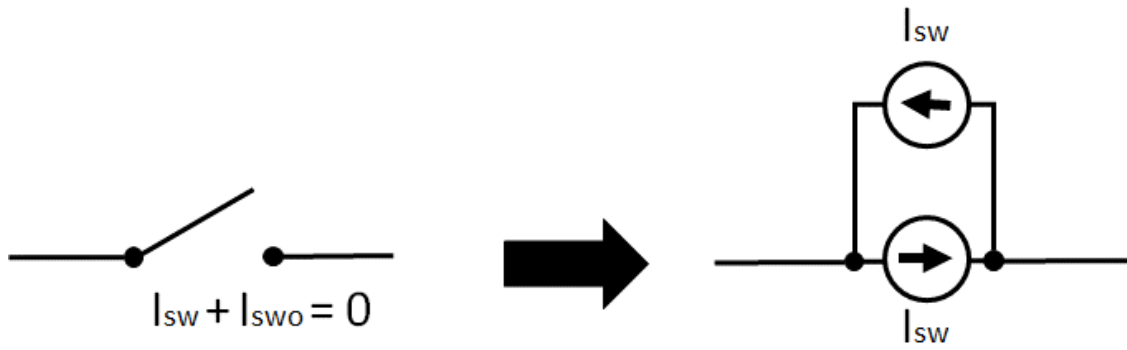


Figura 3.12. Representación de un interruptor después de la apertura

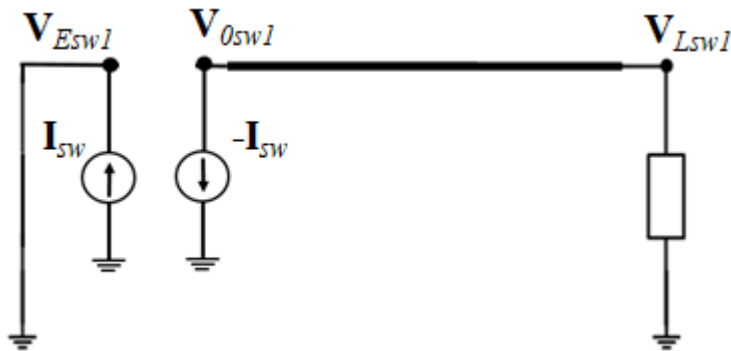


Figura 3.13. Circuito equivalente para el cálculo de  $V_{sw1}$  tras la apertura de un interruptor

Con la finalidad de evitar la aparición de arcos eléctricos durante la maniobra de apertura, esta operación no ocurre cuando se recibe la señal de apertura, sino hasta que se presenta el primer cruce por cero de la corriente después de la señal. Para ejemplificar esto considérese una línea de transmisión trifásica conectada a un interruptor inicialmente cerrado y alimentada por una fuente trifásica como se muestra en la Figura 3.14, donde  $ta(A)$ ,  $ta(B)$  y  $ta(C)$  corresponden a los instantes cuando se general las señales para la apertura de las fases A, B y C, respectivamente. Por otro lado,  $tzc(A)$ ,  $tzc(B)$  y  $tzc(C)$  son los instantes cuando ocurre el primer cruce por cero de la corriente después de que se generó la señal de apertura. Considerando lo anterior, los tiempo de apertura utilizados en la simulación deben coincidir con los valores de  $tzc(A)$ ,  $tzc(B)$  y  $tzc(C)$  para que la simulación de la operación de apertura se asemeje al comportamiento real de un interruptor.

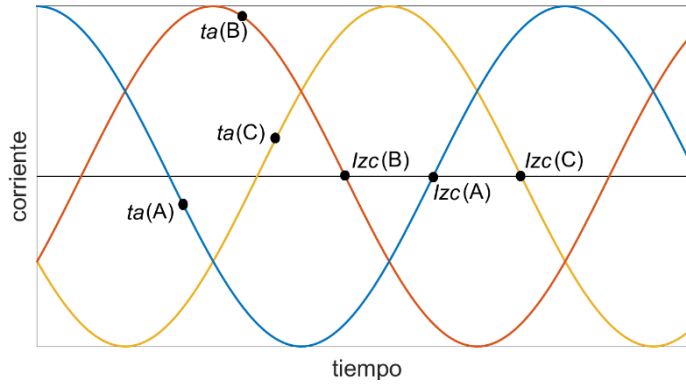


Figura 3.14. Secuencia de apertura para interruptores [72]

El vector de tensiones  $V_1$  obtenido de la simulación de la maniobra de un interruptor (cierre o apertura) contiene la información necesaria para el cálculo de los perfiles transitorios de tensión y corriente a lo largo de la línea de transmisión. La tensión al inicio de la línea viene dada por  $V_{01}$ , y la corriente  $I_{01}$  al inicio de la misma se puede calcular con (3.15). Los vectores  $V_{01}$  e  $I_{01}$  se pueden introducir en (3.8) (línea uniforme) o en (3.25) (línea no uniforme) para general los perfiles transitorios.

Es importante mencionar que este método puede generalizarse a cualquier número de operaciones del interruptor (combinando cierres y aperturas) con la siguiente expresión:

$$V_N = Y_{bus_0}^{-1} I_{sw_0} + Y_{bus,sw_1}^{-1} I_{sw_1} + Y_{bus,sw_2}^{-1} I_{sw_2} + \dots + Y_{bus,sw_N}^{-1} I_{sw_N} \quad (3.43)$$

$$V_N = Y_{bus_0}^{-1} I_{sw_0} + \sum_{n=1}^N Y_{bus,sw_n}^{-1} I_{sw_n} \quad (3.44)$$

donde  $N$  es el número de operaciones,  $I_{sw_n}$  y  $Y_{bus,sw_n}$  corresponden a la matriz de admitancias del circuito y a las corrientes inyectadas en el mismo asociadas a la  $n$ -ésima operación del interruptor.

### 3.5 Modelado de elementos no lineales

La inclusión de elementos no lineales (como apartarrays) no es posible de lograr de manera directa en modelos definidos en el dominio de la frecuencia, debido a que las técnicas de transformación utilizadas para llevar las soluciones del dominio de la frecuencia al tiempo son operaciones lineales. Sin embargo, es posible aproximar el comportamiento de estos elementos a través de la superposición de las respuestas del circuito a las diferentes condiciones de operación del elemento no lineal [72]. En este trabajo se utiliza este enfoque para representar al comportamiento no lineal de un apartarray mediante una serie de operaciones de interruptores.

Inicialmente es necesario realizar una aproximación piezolineal (o por partes) del comportamiento característico no lineal del elemento, como ejemplo en la Figura 3.15 se presenta una aproximación piezolineal de cinco segmentos de la característica  $v - i$  de una resistencia no lineal.

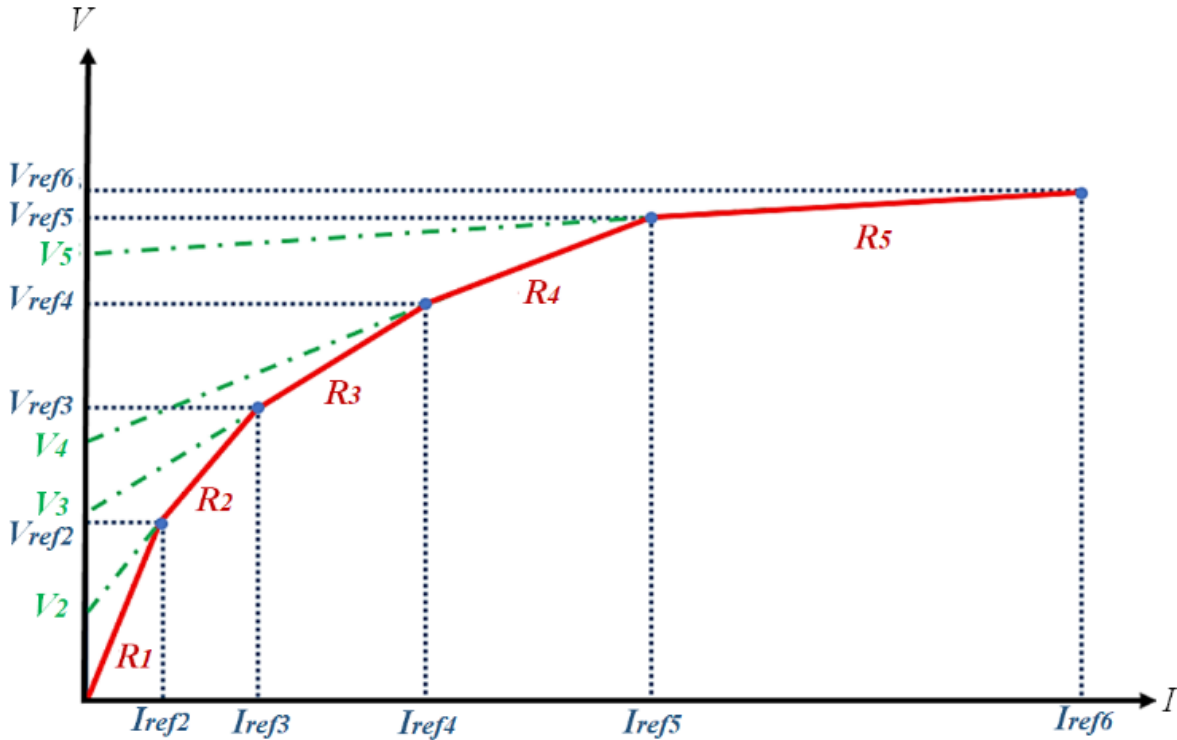


Figura 3.15. Aproximación piezolineal de cinco segmentos de la característica  $v - i$  de una resistencia no lineal

De la Figura 3.15, la pendiente  $R_n$  del  $n$ -ésimo segmento lineal representa la resistencia del elemento cuando opera en dicho segmento.  $V_{refn}$  e  $I_{refn}$  son la tensión y corriente de referencia para que el elemento no lineal opere en su  $n$ -ésimo segmento, si estos valores son superados, el elemento comienza a operar en el siguiente segmento de la aproximación. La tensión  $V_n$  y la pendiente  $R_n$  se calculan con las siguientes expresiones:

$$R_n = \frac{V_{refn+1} - V_{refn}}{I_{refn+1} - I_{refn}} \quad (3.45)$$

$$V_n = (-R_n I_{refn}) + V_{refn} \quad (3.46)$$

Al aproximar la característica  $v - i$  de esta manera, un elemento no lineal conectado a los nodos  $j$  y  $k$  de una red, se puede modelar como un circuito de  $N$  ramas conectadas en paralelo conectado a los mismos nodos, como se muestra en la Figura 3.16.

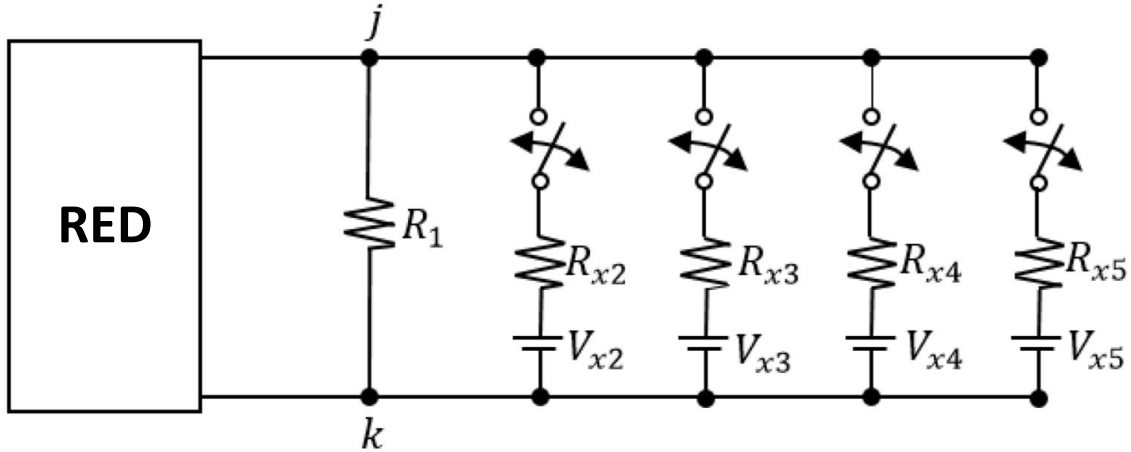


Figura 3.16. Circuito para una resistencia no lineal modelada con cinco segmentos lineales

En la Figura 3.16, el punto de operación para el interruptor de la  $n$ -ésima rama está dado por  $V_{refn}$ , cerrándose cuando la tensión entre los nodos  $j$  y  $k$  sobrepasa la tensión de referencia y abriendo sus contactos cuando la tensión cae debajo de  $V_{refn}$ . Cabe mencionar que un interruptor puede hacer una maniobra de cierre solamente cuando el interruptor de la rama anterior se encuentra cerrado, y de manera similar, un interruptor puede realizar una apertura solamente cuando el interruptor de la rama posterior se encuentra abierto.  $R_{x_n}$  se calcula de tal manera que cuando el  $n$ -ésimo interruptor se cierra, la resistencia equivalente de Thévenin entre los nodos  $j$  y  $k$  es igual al valor de la pendiente del  $n$ -ésimo segmento lineal en la Figura 3.15:

$$R_{x_n} = \frac{R_{n-1}R_n}{R_{n-1} - R_n} \quad (3.47)$$

El valor de  $V_{xn}$  se calcula de tal manera que al cierre del  $n$ -ésimo interruptor, la tensión entre los nodos  $j$  y  $k$  debe corresponder al valor de  $V_n$  (Figura 3.15):

$$V_{xn} = \frac{R_{n-1}V_n - V_{n-1}R_n}{R_{n-1} - R_n} \quad (3.48)$$

Al tomar en cuenta estas consideraciones, un elemento no lineal se puede representar en un modelo en el dominio de la frecuencia por medio un circuito con una cantidad de ramas en paralelo igual al número de segmentos utilizados para aproximar su comportamiento no lineal. Dado que la ramas se conectan/desconectan al circuito a través de la operación de apertura/cierre de interruptores, es posible utilizar lo presentado en la sección 3.4 para el cálculo de perfiles de tensión incluyendo elementos no lineales.

### 3.6 Perfiles transitorios en líneas de transmisión iluminadas no uniformes

Los campos electromagnéticos incidentes producidos por descargas atmosféricas indirectas son un fenómeno común en las líneas de transmisión, donde las descargas atmosféricas indirectas generan este fenómeno. Estos campos producen ondas viajeras a lo largo de líneas de transmisión que pueden ocasionar sobretensiones capaces de dañarlas al igual que a los equipos conectados a éstas. Aunque este tipo de fenómeno transitorio no es tan severo como el ocasionado por descargas atmosféricas directas, su frecuencia es mucho mayor. Es por esto que su análisis es importante para el diseño de los sistemas de aislamiento y de los elementos de protección del sistema, especialmente a las tensiones de operación de las redes de distribución.

El estudio de este fenómeno en líneas no uniformes es de particular importancia pues, en el análisis de transitorios rápidos, como los generados por descargas atmosféricas, el efecto de las no uniformidades pueden ser tan importantes como la dependencia frecuencial [37].

Considerando lo anterior, en esta sección se desarrolla un método para el cálculo de perfiles transitorios en líneas de transmisión no uniformes debidos a campos electromagnéticos incidentes (fenómeno también conocido como línea iluminada). El método propuesto se basa en la formulación de Taylor [26] para incluir el efecto de los campos electromagnéticos incidentes, en donde se considera que los campos incidentes se pueden representar como fuentes de tensión y corriente distribuidas a lo largo de la línea. Con esta consideración, las ecuaciones del telegrafista en el dominio de la frecuencia se modifican de la siguiente manera:

$$\frac{d}{dz} \begin{bmatrix} \mathbf{V}(z, s) \\ \mathbf{I}(z, s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{Z} \\ -\mathbf{Y} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}(z, s) \\ \mathbf{I}(z, s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{V}_F(z, s) \\ \mathbf{I}_F(z, s) \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

donde  $\mathbf{V}_F(z, s)$  es un vector de fuentes de tensión distribuidas conectadas en serie a lo largo de la línea y  $\mathbf{I}_F(z, s)$  es un vector de fuentes de corriente distribuidas conectadas en derivación. La solución de (3.46) para un segmento de línea  $\Delta z$  en términos de la matriz cadena  $\Phi(\Delta z, s)$  de dicho segmento está dada por [37]:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}(z + \Delta z, s) \\ \mathbf{I}(z + \Delta z, s) \end{bmatrix} = \Phi(\Delta z, s) \begin{bmatrix} \mathbf{V}(z, s) \\ \mathbf{I}(z, s) \end{bmatrix} + \int_z^{z+\Delta z} \Phi(z - \tau, s) \begin{bmatrix} \mathbf{V}_F(\tau, s) \\ \mathbf{I}_F(\tau, s) \end{bmatrix} d\tau \quad (3.50)$$

La ecuación (3.52) relaciona la tensión y corriente de un extremo del segmento de línea con la tensión y corriente en el otro extremo, tomando en cuenta la



influencia del campo incidente en dicho segmento. Si la distancia  $\Delta z$  es eléctricamente corta, la integral en (3.52) se puede aproximar como:

$$\int_z^{z+\Delta z} \Phi(z - \tau, s) \begin{bmatrix} \mathbf{V}_F(\tau, s) \\ \mathbf{I}_F(\tau, s) \end{bmatrix} d\tau \approx \begin{bmatrix} \mathbf{V}_F(z, s)\Delta z \\ \mathbf{I}_F(z, s)\Delta z \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

y por lo tanto:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}(z + \Delta z, s) \\ \mathbf{I}(z + \Delta z, s) \end{bmatrix} = \Phi(\Delta z, s) \begin{bmatrix} \mathbf{V}(z, s) \\ \mathbf{I}(z, s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{V}_F(z, s)\Delta z \\ \mathbf{I}_F(z, s)\Delta z \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

En la Figura 3.17 se muestra una representación gráfica de (3.54).

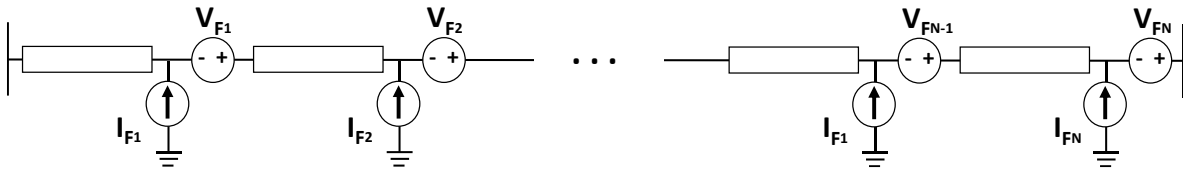


Figura 3.17. Fuentes distribuidas simulando un campo electromagnético incidente

De la Figura 3.17 anterior,  $\mathbf{V}_{F_n}$  e  $\mathbf{I}_{F_n}$  representan las fuentes distribuidas conectadas al final del n-ésimo segmento de línea. Aunque la formulación de Taylor fue inicialmente propuesta para líneas de transmisión uniforme, es posible adaptarlo al caso no uniforme fácilmente con el uso de matrices cadena, pues cada segmento puede tener parámetros eléctricos diferentes. Así, a partir de (3.54) y la Figura 3.17:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_1(s) \\ \mathbf{I}_1(s) \end{bmatrix} = \Phi_1(s) \begin{bmatrix} \mathbf{V}_0(s) \\ \mathbf{I}_0(s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{F_1}(s) \\ \mathbf{I}_{F_1}(s) \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_2(s) \\ \mathbf{I}_2(s) \end{bmatrix} = \Phi_2(s) \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1(s) \\ \mathbf{I}_1(s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{F_2}(s) \\ \mathbf{I}_{F_2}(s) \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_n(s) \\ \mathbf{I}_n(s) \end{bmatrix} = \Phi_n(s) \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{n-1}(s) \\ \mathbf{I}_{n-1}(s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{F_n}(s) \\ \mathbf{I}_{F_n}(s) \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

De esta manera, mediante la aplicación recursiva de (3.57) es posible obtener los perfiles transitorios de tensión y corriente a lo largo de una línea de transmisión no uniforme a partir de la tensión y corriente al inicio de la misma. Cabe mencionar que este método también es aplicable a líneas de transmisión uniformes.

### 3.6.1 Cálculo de las tensiones al inicio de la línea no uniforme iluminada

De (3.57) se observa que es necesario conocer las tensiones y corrientes al inicio de la línea de transmisión para calcular los perfiles transitorios a lo largo de la misma. Esto se puede lograr a partir de la representación de dos puertos de la línea iluminada. Partiendo de (3.57), es posible calcular la tensión y corriente al final de la línea de una manera similar a (3.25):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}(L, s) \\ \mathbf{I}(L, s) \end{bmatrix} = \Phi_N(s)\Phi_{N-1} \dots \Phi_2(s)\Phi_1(s) \begin{bmatrix} \mathbf{V}(0, s) \\ \mathbf{I}(0, s) \end{bmatrix} + \Phi_N(s)\Phi_{N-1} \dots \Phi_2(s) \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{F_1}(s) \\ \mathbf{I}_{F_1}(s) \end{bmatrix} \\ + \Phi_N(s)\Phi_{N-1} \dots \Phi_3(s) \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{F_2}(s) \\ \mathbf{I}_{F_2}(s) \end{bmatrix} + \dots + \Phi_N(s) \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{F_{N-1}}(s) \\ \mathbf{I}_{F_{N-1}}(s) \end{bmatrix} \quad (3.56)$$

o en forma compacta:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}(L, s) \\ \mathbf{I}(L, s) \end{bmatrix} = \Phi_{FL} \begin{bmatrix} \mathbf{V}(0, s) \\ \mathbf{I}(0, s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{FT}(L, s) \\ \mathbf{I}_{FT}(L, s) \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

donde:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_{FT}(L, s) \\ \mathbf{I}_{FT}(L, s) \end{bmatrix} = \sum_{i=0}^{N-2} \left\{ \left[ \prod_{n=1}^{N-1-i} \Phi_{N+1-n}(s) \right] \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{F_i}(s) \\ \mathbf{I}_{F_i}(s) \end{bmatrix} \right\} \quad (3.58)$$

$$\Phi_{FL} = \prod_{i=1}^N \Phi_i(s) = \begin{bmatrix} \Phi_{FL11} & \Phi_{FL12} \\ \Phi_{FL21} & \Phi_{FL22} \end{bmatrix} \quad (3.59)$$

En (3.59)  $\mathbf{V}_{FT}(L, s)$  y  $\mathbf{I}_{FT}(L, s)$  son fuentes de tensión y corriente conectadas al final de la línea que aproximan el efecto de las fuentes distribuidas a lo largo de la línea. Por medio de manipulación algebraica es posible transformar (3.59) a una representación de dos puertos, donde las fuentes conectadas al final de la línea son reemplazadas por fuentes de corriente equivalentes conectadas en ambos extremos de la línea, llegando a:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}(0, s) \\ \mathbf{I}(L, s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{SS} + \mathbf{Y}_S & -\mathbf{Y}_{SR} \\ -\mathbf{Y}_{SR} & \mathbf{Y}_{SS} + \mathbf{Y}_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}(0, s) \\ \mathbf{V}(L, s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{SC0}(s) \\ \mathbf{I}_{SCL}(s) \end{bmatrix} \quad (3.60)$$

donde  $\mathbf{V}(0, s)$  es uno de los valores necesarios para iniciar el algoritmo en (3.50) para el cálculo de los perfiles transitorios,  $\mathbf{Y}_{SS}$  y  $\mathbf{Y}_{SR}$  están definidos en (3.28) y (3.29), respectivamente, y las fuentes de corriente conectadas en los extremos de la línea son:

$$\mathbf{I}_{SC0}(s) = -\Phi_{FL12}^{-1} \mathbf{V}_{FT}(L, s) \quad (3.61)$$

$$I_{SCL}(s) = -\Phi_{FL22} \Phi_{FL12}^{-1} V_{FT}(L, s) + I_{FT}(L, s) \quad (3.62)$$

### 3.6.2 Cálculo de las corrientes al inicio de la línea no uniforme iluminada

Para el cálculo de la corriente el inicio de la línea  $I_0(s)$  se puede utilizar un enfoque similar al de la sección 3.3. Partiendo del circuito pi equivalente de la línea (Figura 3.18) y de las tensiones en ambos extremos, se tiene  $I_0(s)$  se puede obtener de las tensiones en ambos extremos  $V(0, s)$  y  $V(L, s)$ , y de la fuente equivalente de corriente  $I_{SCO}(s)$  conectada al inicio de la misma, obteniendo:

$$I_0(s) = Y_{SS} V(0, s) - Y_{SR} V(0, s) - I_{SCO}(s) \quad (3.63)$$

donde  $I_0(s)$  se utiliza en (3.55) para el cálculo de los perfiles transitorios.

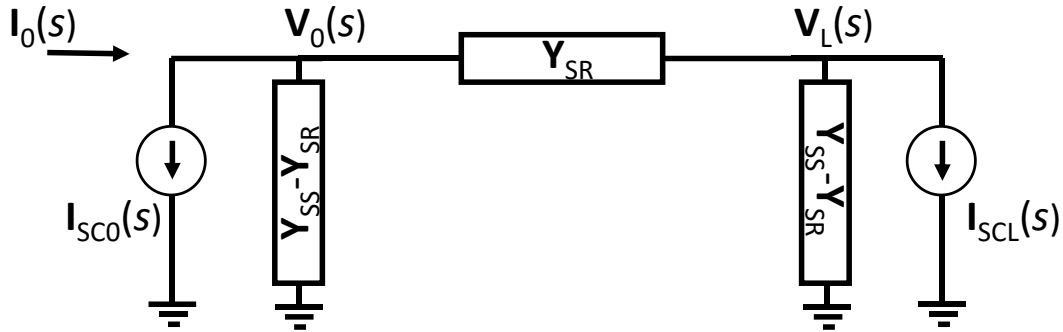


Figura 3.18. Circuito pi equivalente de una línea de transmisión iluminada

## 3.7 Casos de prueba

En esta sección se presentan los resultados obtenidos al aplicar los métodos propuestos en este trabajo. Cada uno de los casos presentados considera diferentes condiciones de operación que se pueden presentar en los sistemas de transmisión. Para validar el funcionamiento correcto de dichos métodos, se hacen comparaciones con simulaciones realizadas en el programa ATP. Por motivos de simplicidad, en todos los casos evaluados se consideran conductores con un radio de 2.54 cm y resistividad de  $2.1971 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$ ; y la resistividad del terreno se toma con un valor de  $100 \Omega \cdot m$ . La dependencia frecuencial de los parámetros eléctricos se considera utilizando el concepto de profundidad de penetración compleja [74], [75].

### 3.7.1 Caso 1. Línea de transmisión multiconductora uniforme.

Se considera una línea de transmisión uniforme de 34.5 kV con tres conductores a una altura de 16 m. La separación horizontal entre conductores es de 5 m y la longitud total de la línea es de 1500 m. El conductor de la fase A se excita en su

nodo emisor por medio de una fuente de tensión ideal tipo escalón (1 p.u.), y el resto de los nodos de la línea se dejan abiertos. El tiempo de observación de este caso es de 2.5 ms.

Se obtuvieron los perfiles transitorios utilizando los dos métodos propuestos en este trabajo (TNL2D inversa con muestreo híbrido y la evaluación recursiva de la matriz cadena) y con la aplicación sucesiva de la TNL con muestreo convencional. El propósito de este ejemplo es comparar el comportamiento de las tres técnicas mencionadas. El número de muestras tanto para el tiempo como el espacio fue de  $2^{10}$ . Se utilizó la ventana de Hanning para atenuar el error por truncamiento y un factor de amortiguamiento basado en un error  $\varepsilon = 1 \times 10^{-3}$ . Los perfiles transitorios de tensión y corriente a lo largo de la fase A obtenidos con la TNL2D inversa se presentan en la Figura 3.19 y en la Figura 3.20, respectivamente. Los perfiles obtenidos con los otros dos métodos son muy similares a los presentados en estas figuras.

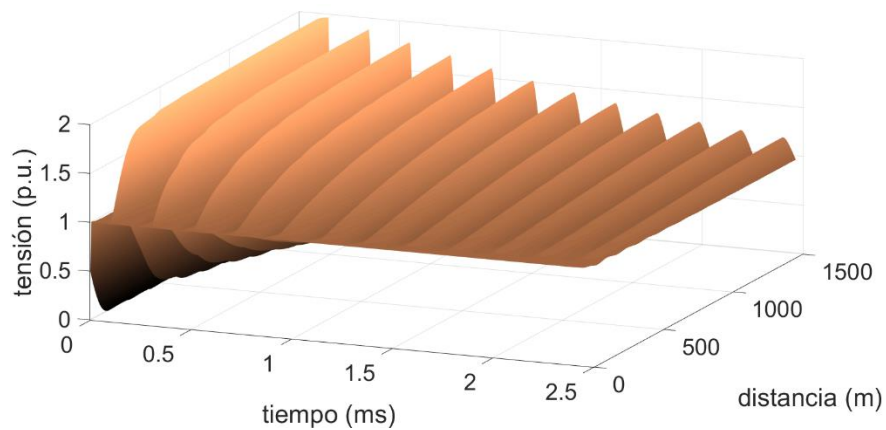


Figura 3.19. Perfil de tensión a lo largo de la fase A (caso 1)

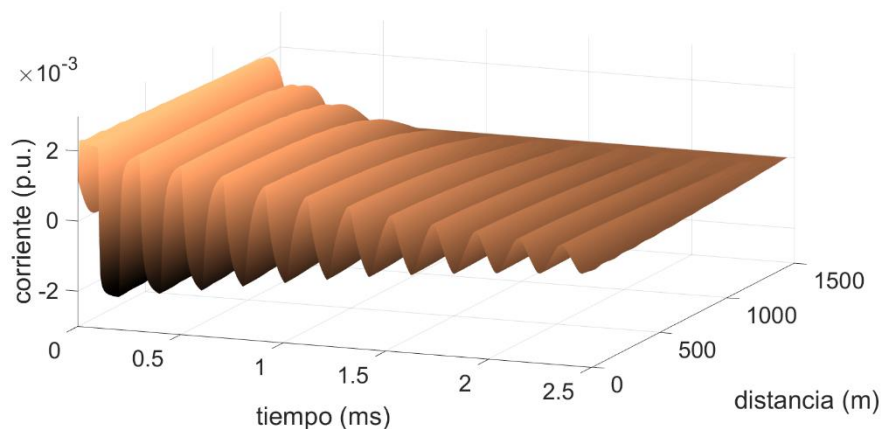


Figura 3.20. Perfil de corriente a lo largo de la fase A (caso 1)

Con propósitos de validación, los resultados obtenidos se compararon con los de una simulación de ATP en la que la línea se dividió en dos segmentos para poder acceder a mediciones a la mitad de la misma. En la Figura 3.21 se presenta

la comparación de la tensión de la fase a la mitad de la línea y en la Figura 3.22 se muestra la comparación de corriente; en ambos casos se observa que hay un alto grado de coincidencia, indicando que los métodos propuestos funcionan correctamente. Cabe señalar que, la simulación en ATP requirió cuatro veces el número de muestras en el tiempo para lograr los resultados presentados.

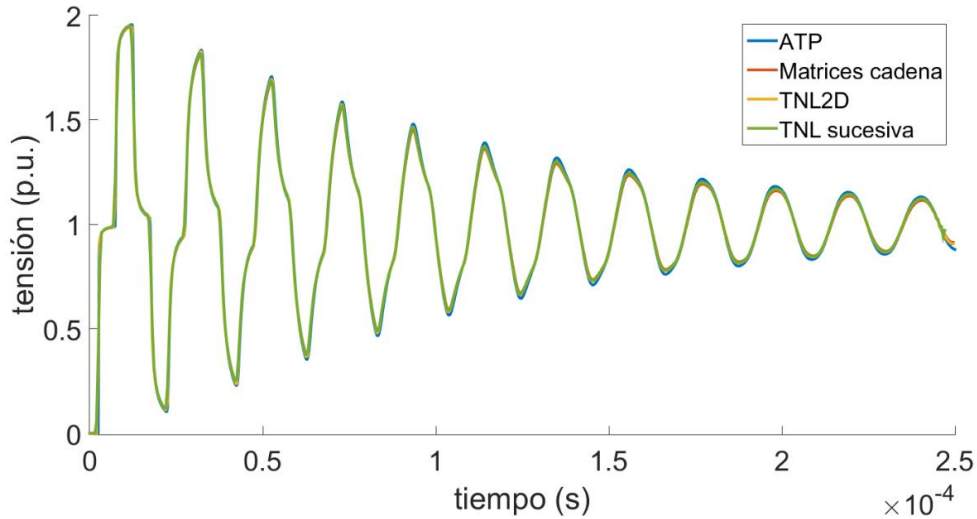


Figura 3.21. Comparación de la tensión en la fase A a la mitad de la línea entre los diferentes métodos y ATP

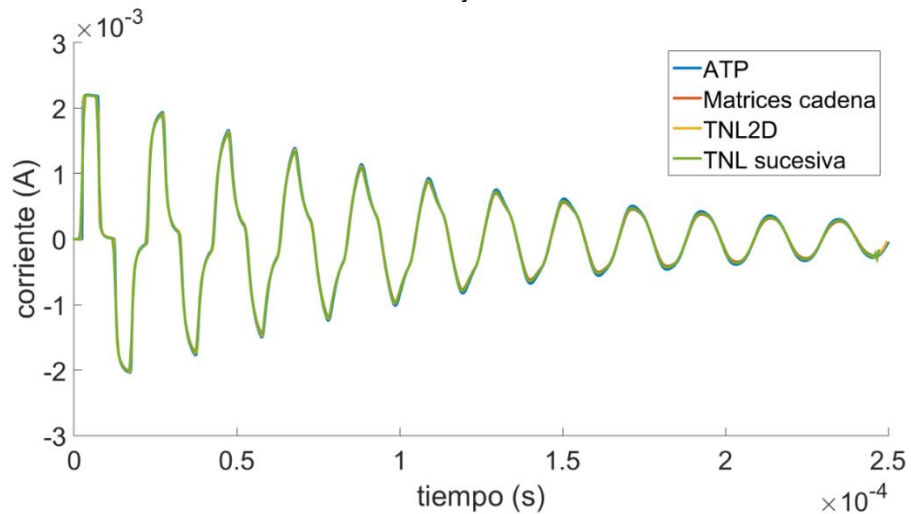


Figura 3.22. Comparación de la corriente en la fase A a la mitad de la línea entre los diferentes métodos y ATP

Adicionalmente se evalúa el error de discretización que presentan los métodos propuestos en comparación con la aplicación de la TNL sucesiva. Esta comparación es importante, ya que dicho error tiende a ser el más representativo cuando se trabaja con métodos basados en la TNL. Para la evaluación de este error, tomando los resultados de la simulación en que se aplicó la TNL sucesiva, se gráfica la tensión en tres puntos de la línea (145, 750 y 1470 m) durante el último quinto del tiempo de observación (Figura 3.23). De manera similar, se

graficó la tensión a lo largo de los últimos 500 m de la línea en tres instantes de tiempo diferentes, 24, 125 y 245  $\mu$ s (Figura 3.24). En la Figura 3.23 se observa que existe una distorsión de la forma de onda de la tensión en todas las mediciones, siendo más notable en la curva correspondiente a la medición de tensión a 145 m del nodo emisor de la línea, en la cual los efectos del error de discretización comienzan a ser visibles alrededor de los 2.40 ms y se vuelve más intensa conforme avanza el tiempo hasta que se llega a una oscilación de valores muy altos. Esto ocasiona alrededor del 4% de las muestras finales en el tiempo tengan que ser descartadas en el resultado final.

De manera similar, en la Figura 3.24 se muestra que los resultados correspondientes a los últimos metros de la línea de transmisión se distorsionan notablemente. Esta distorsión comienza a ser visible alrededor de los 1440 m y se incrementa entre más se acerca al final de la línea. A diferencia del análisis anterior, se tiene el mismo comportamiento de este error en todas las curvas analizadas, el cual corresponde aproximadamente a un 4% de la longitud final de la línea. Con este análisis se puede observar que se pierde una parte considerable de los resultados obtenidos con la TNL sucesiva, ocasionando una pérdida de confianza en las orillas de los perfiles transitorios calculados con la aplicación sucesiva de la TNL inversa.

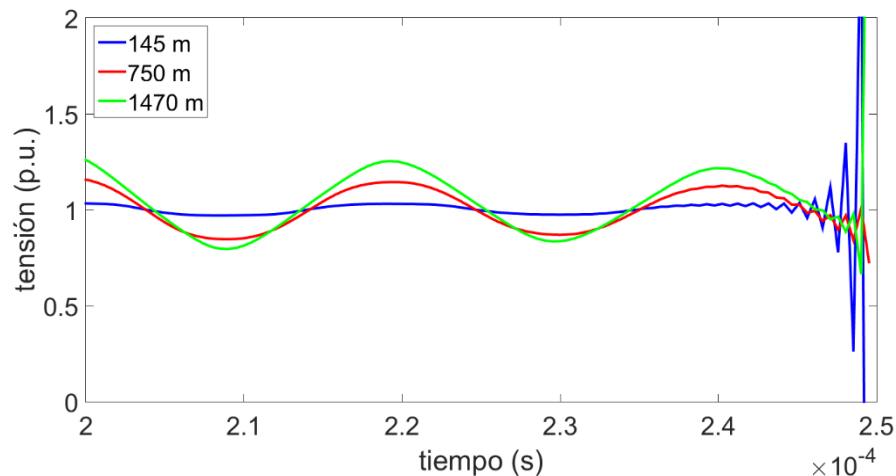


Figura 3.23. Efecto del error de discretización en el tiempo evaluado en diferentes puntos de la línea de transmisión en los resultados obtenidos mediante la aplicación de la TNL sucesiva

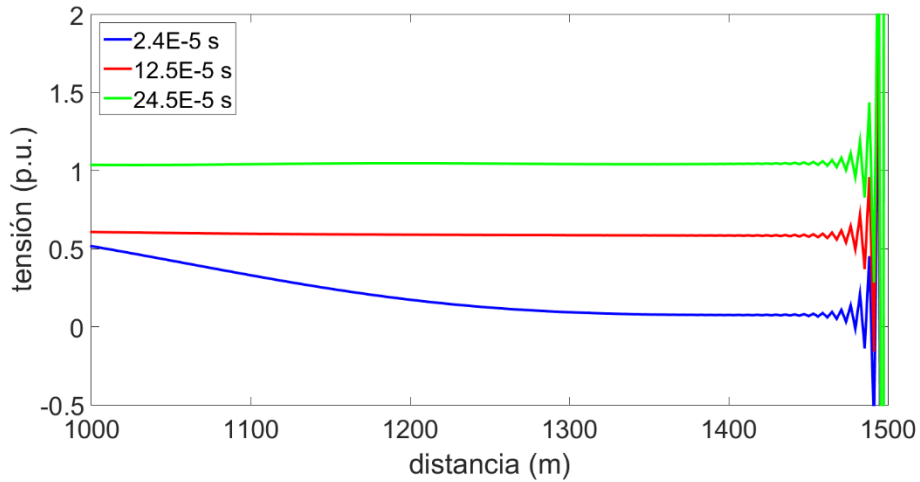


Figura 3.24. Efecto del error de discretización a lo largo de la línea de transmisión en diferentes instantes en los resultados obtenidos mediante la aplicación de la TNL sucesiva

Se realizó un análisis similar con los perfiles de tensión obtenidos aplicando la TNL2D inversa (Figura 3.25 y Figura 3.26) y con el uso de matrices cadena (Figura 3.27 y Figura 3.28). En la Tabla 3.1 se presentan el porcentaje de muestras en el tiempo y en el espacio que se tienen que desechar del resultado final para los métodos utilizados.

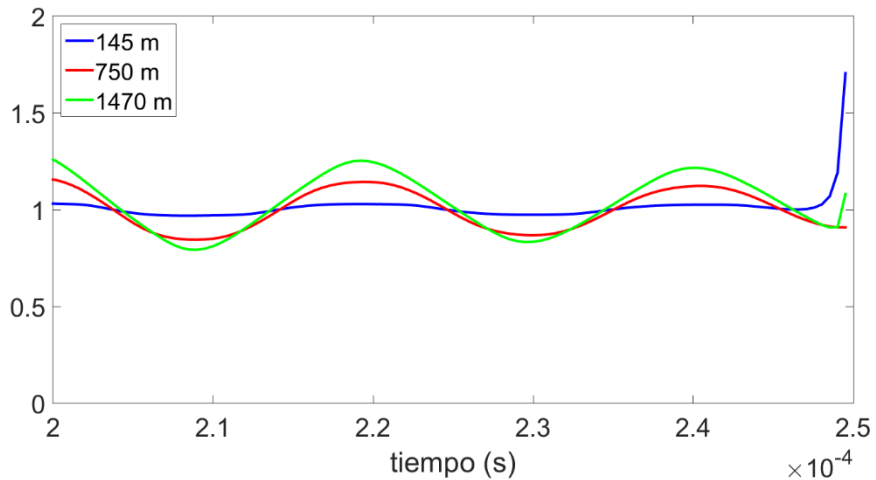


Figura 3.25. Efecto del error de discretización en el tiempo evaluado en diferentes puntos de la línea de transmisión en los resultados obtenidos mediante la aplicación de la TNL2D inversa

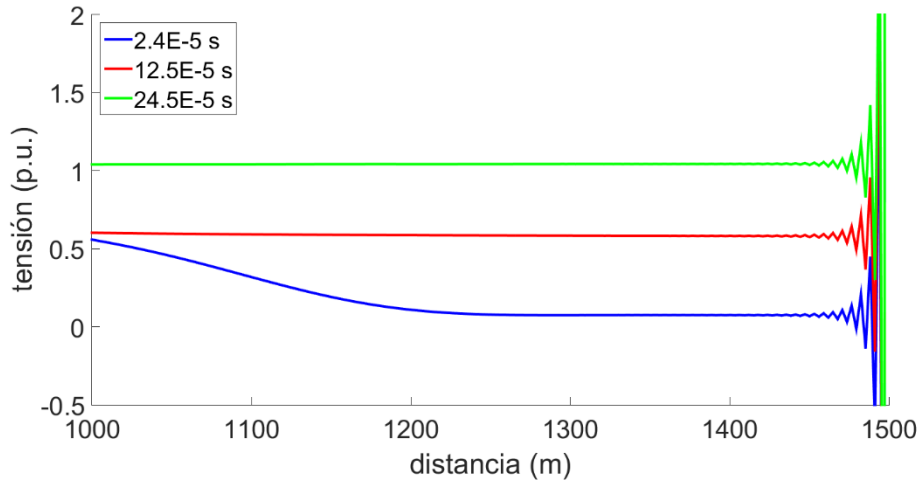


Figura 3.26. Efecto del error de discretización a lo largo de la línea de transmisión en diferentes instantes en los resultados obtenidos mediante la aplicación de la TNL2D inversa

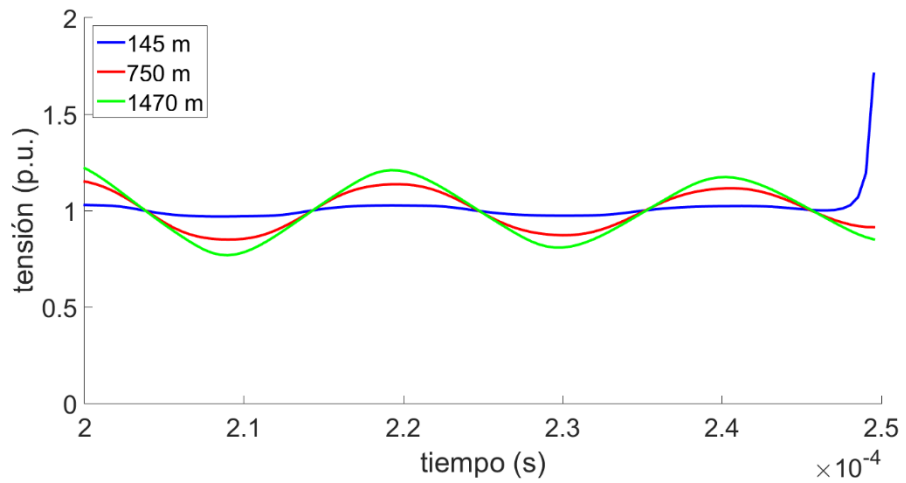


Figura 3.27. Efecto del error de discretización en el tiempo evaluado en diferentes puntos de la línea de transmisión en los resultados obtenidos con el modelo basado en matrices cadena

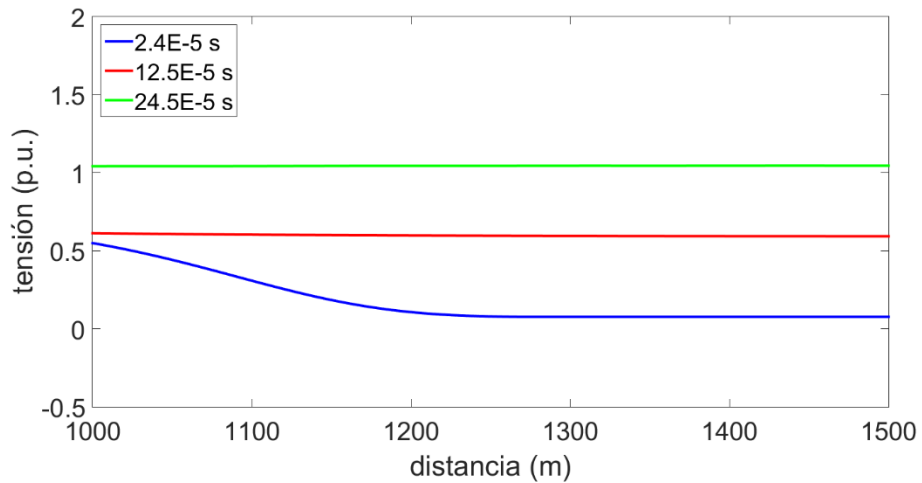


Figura 3.28. Efecto del error de discretización a lo largo de la línea de transmisión en diferentes instantes en los resultados obtenidos con el modelo basado en matrices cadena



Tabla 3.1. Porcentaje de muestras del perfil transitorio no útiles debido al error de discretización

Método utilizado	Porcentaje no útil del resultado calculado en el tiempo	Porcentaje no útil del resultado calculado en el espacio
TNL sucesiva	4.00%	4.00%
TNL2D inversa	0.96%	4.00%
Matrices cadena	0.80%	0.00%

De la Tabla 3.1 se observa que ambos métodos propuestos tienen un porcentaje de muestras no útiles menor que la TNL sucesiva, en particular, el uso de matrices cadena es menos del 1% de las muestras totales. Además, de las Figuras 3.21 – 3.26 se observa que las oscilaciones debidas al error de discretización tienen una magnitud menor y en algunos casos son imperceptibles cuando se utilizan los métodos propuestos.

Con este ejemplo se puede concluir que los métodos propuestos en este trabajo para el cálculo de perfiles transitorios en líneas de transmisión son más eficientes (al desechar menor número de muestras) y tienen un error menos prominente en comparación con el método de la TNL sucesiva, el cual es el único método en el dominio de la frecuencia previamente reportado para el cálculo de perfiles transitorios en líneas de transmisión con dependencia frecuencial.

### **3.7.2 Caso 2. Apertura de un interruptor trifásico en el cruce por cero de la corriente.**

En este caso se considera una línea de transmisión uniforme de 230 kV de tres conductores de 100 km de longitud. Los conductores tienen una altura de 30 m y una separación de 10 m entre ellos. Una fuente sinusoidal trifásica (1 p.u.) excita a la línea desde el nodo emisor a través de un interruptor. Los contactos del interruptor se cierran en el tiempo  $t = 0$ , y posteriormente se mandan señales de apertura a los 5, 10 y 15 ms para las fases A, B y C, respectivamente. Los conductores se dejan abiertos en el nodo receptor de la línea. Se tiene un tiempo de observación de 30 ms y se utilizan  $2^{10}$  muestras tanto en el tiempo como en la frecuencia.

Tomando en cuenta que los contactos del interruptor deben de abrir cuando la corriente tenga un valor de cero (como se menciona en la sección 3.4), después de realizar la simulación se encontró que los tiempos de cierre reales fueron 5.42, 10.31 y 19.42 ms, para las fase A, B y C.

Después de que los perfiles transitorios se calculan en el dominio  $(q, s)$ , se aplica la TNL2D inversa para obtener los perfiles en el dominio  $(z, t)$ . En la Figura 3.29 se muestra el perfil transitorio de tensión en tres dimensiones a lo largo de la fase C; en esta figura se observa que existe una cantidad considerable de reflexiones al interior de la línea debido a la energización inicial. Además, una vez que se realiza la maniobra de apertura, todavía se encuentran presentes ondas de tensión a lo largo de la línea, lo cual ocasiona que los conductores mantengan una tensión diferente de cero a pesar de que se le ha retirado la excitación.

Con propósito de validar los resultados obtenidos, se realizó una simulación en ATP dividiendo la línea en dos para obtener mediciones a la mitad de la misma, en la Figura 3.30 se presenta la comparación de la tensión calculada a la mitad de la línea para todas las fases entre el método propuesto y los resultados de ATP, evidenciando que los resultados obtenidos con ambos métodos son muy similares.

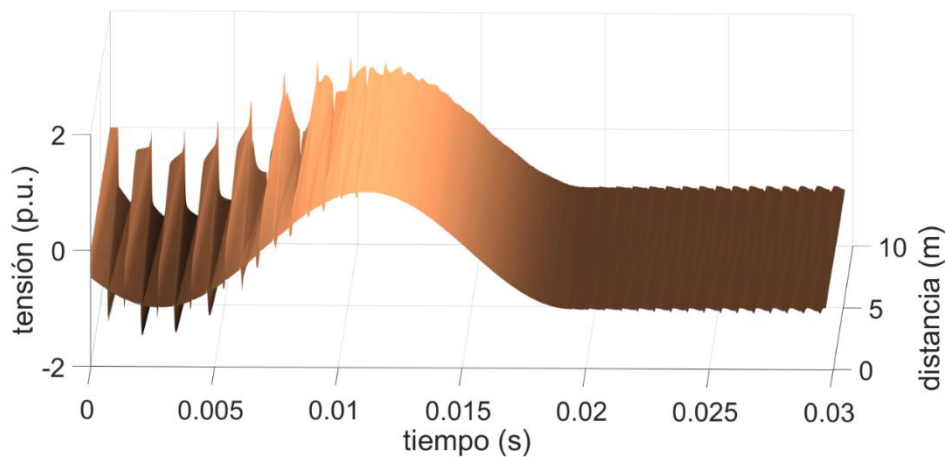


Figura 3.29. Perfil transitorio de tensión a lo largo de la fase C (caso 2)

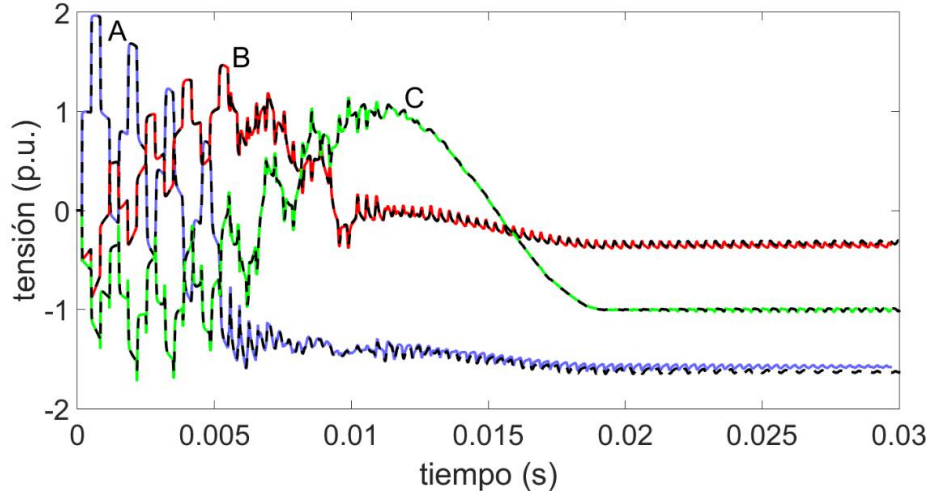


Figura 3.30. Comparación entre los resultados obtenidos con el método propuesto (líneas sólidas) y los obtenidos con ATP (líneas punteadas) a la mitad de la línea (caso 2).

### 3.7.3 Caso 3. Simulación de una falla de dos fases a tierra.

En este caso se considera una línea de transmisión trifásica de 230 kV de 10 km de longitud con el nodo receptor abierto. Una fuente trifásica sinusoidal ideal se conecta en el nodo emisor en el tiempo  $t = 0$ , y las fases B y C se fallan a tierra en el tiempo  $t = 5$  ms a una distancia de 5 km del nodo emisor. Para simular la falla se conecta un interruptor trifásico abierto en el punto de la falla en la línea hacia tierra, y los polos correspondientes a las fases B y C se cierran en el instante de la falla. El tiempo total de simulación es de 10 ms y se utilizaron  $2^{10}$  muestras tanto en el tiempo como en el espacio.

Se calcularon los perfiles de tensión transitorios en el dominio  $(q, s)$  aplicando el método presentado en las secciones 3.2 y 3.4, posteriormente se aplicó la TNL2D inversa para obtener los resultados en el dominio  $(z, t)$ , donde se pueden analizar con facilidad. Los perfiles transitorios de tensión a lo largo de las fases B y C se presentan en la Figura 3.31 y Figura 3.32, respectivamente. En estas figuras se puede observar la respuesta transitoria a lo largo de la línea antes y después del instante de falla, así como también la variación del perfil de tensión a lo largo del punto de falla. En la Figura 3.33 se presenta el perfil de corriente tridimensional a lo largo de la fase C. En esta figura se muestra, como era de esperarse, que hay un incremento constante de la magnitud de la corriente justo después de la ocurrencia de la falla, también es de notar que dicho incremento de corriente solamente se presenta en el segmento de línea entre el nodo emisor y el punto de falla.

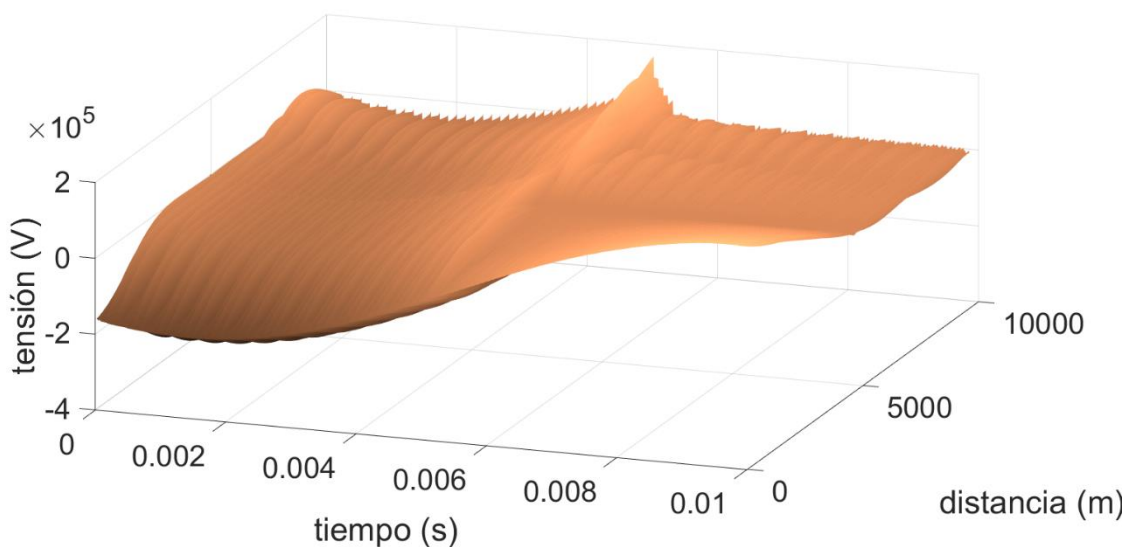


Figura 3.31. Perfil transitorio de tensión a lo largo de la fase B (caso 3)

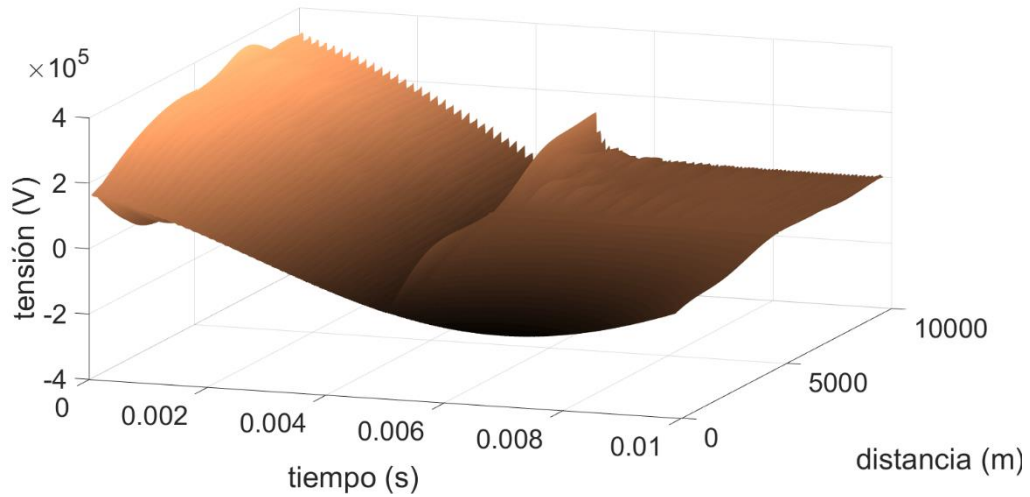


Figura 3.32. Perfil transitorio de tensión a lo largo de la fase C (caso 3)

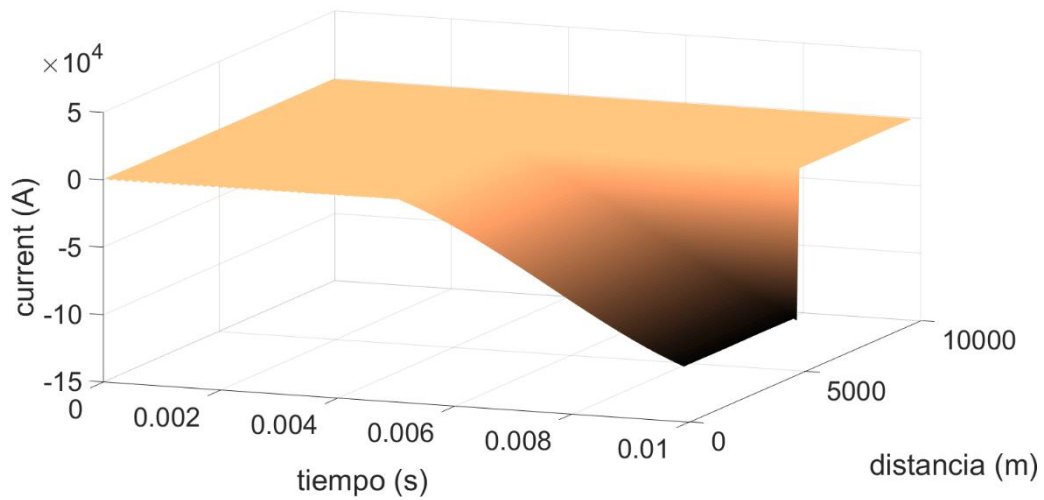


Figura 3.33. Perfil transitorio de corriente a lo largo de la fase C (caso 3)

En la Figura 3.34 y en la Figura 3.35 se presentan comparaciones de mediciones de tensión para las tres fases con resultados obtenidos con ATP a 2.5 y 7.5 km del nodo emisor, respectivamente. La comparación de corriente en la fase en las mismas distancias del nodo emisor se observa en la Figura 3.36 y en la Figura 3.37. Como se puede observar en estas gráficas, existe un alto nivel de coincidencia entre los resultados arrojados por ambos métodos, demostrando la precisión del método propuesto.

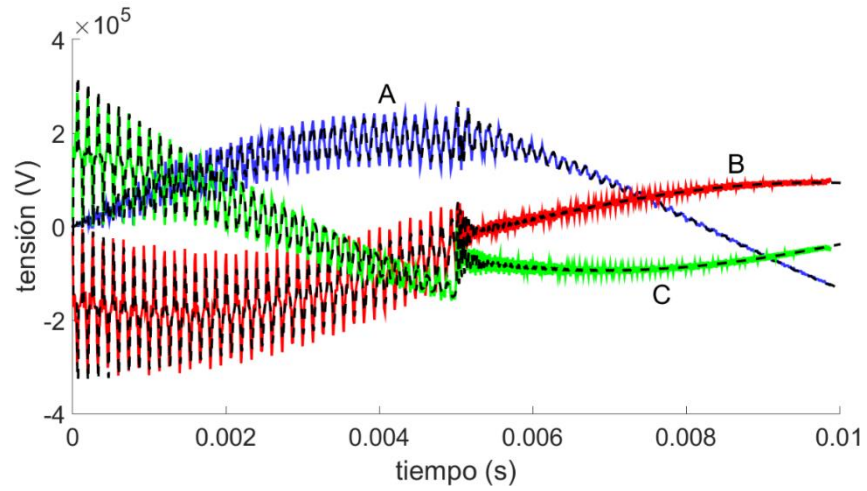


Figura 3.34. Comparación de los resultados del método propuesto (línea sólida) con los obtenidos en ATP (línea punteada) a 2.5 km del nodo emisor

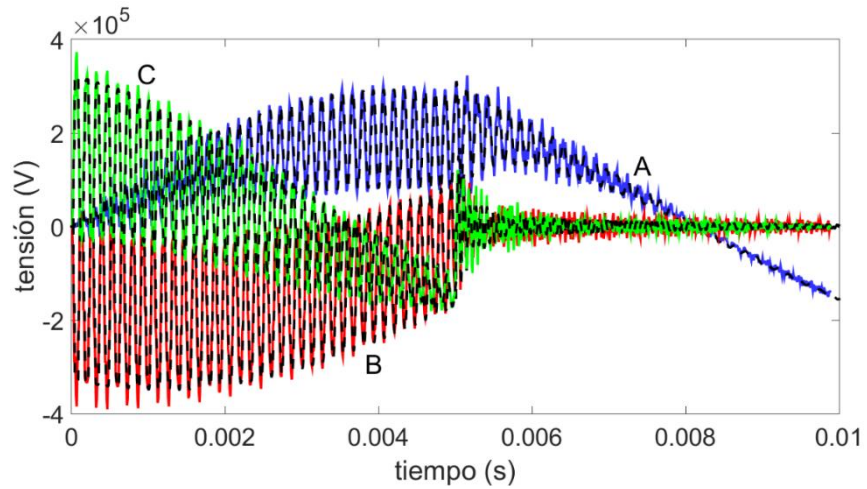


Figura 3.35. Comparación de los resultados del método propuesto (línea sólida) con los obtenidos en ATP (línea punteada) a 7.5 km del nodo emisor

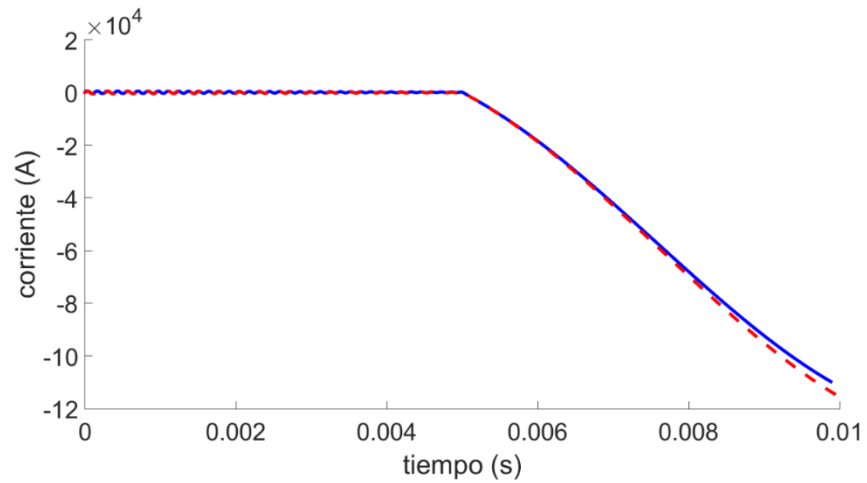


Figura 3.36. Comparación entre la corriente obtenida con el método propuesto (línea azul sólida) y la obtenida en ATP (línea roja punteada) a 2.5 km del nodo emisor

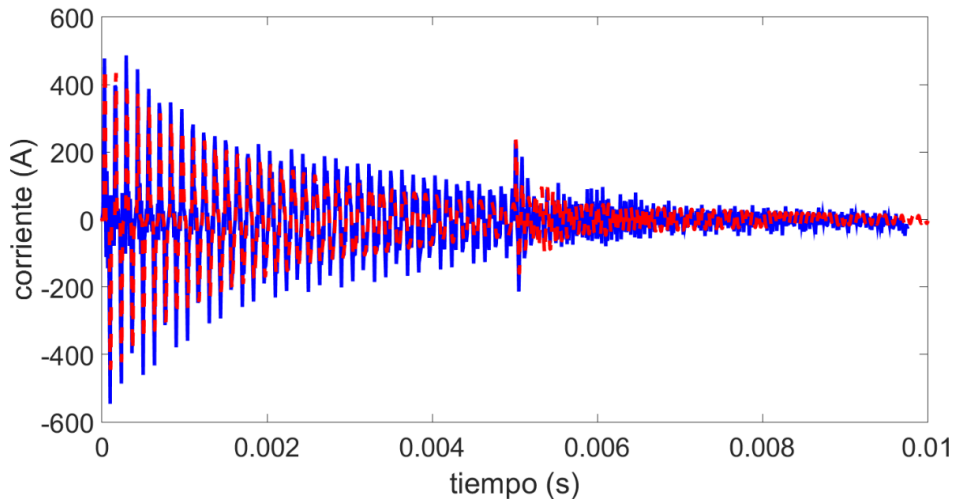


Figura 3.37. Comparación entre la corriente obtenida con el método propuesto (línea azul sólida) y la obtenida en ATP (línea roja punteada) a 7.5 km del nodo emisor

### 3.7.4 Caso 4. Línea de transmisión con alto grado de no uniformidad

En este caso se considera la línea de transmisión trifásica de 230 kV presentada en la Figura 3.38. Se puede observar que existe una variación considerable en altura de la línea a lo largo de su longitud, además el nodo emisor y el nodo receptor se encuentran a alturas muy diferentes, lo que hace imposible el uso de métodos de simplificación de la línea para encontrar una altura equivalente. Todos los conductores tienen la misma altura, con una separación horizontal de 10 m entre conductores contiguos. La variación de la altura del conductor debido a la catenaria se aproxima por medio de una ecuación polinomial de segundo orden. Se considera un tiempo de observación de 2.5 ms con  $2^{10}$  muestras en el tiempo.

El nodo emisor de la fase A se excita a través de una fuente ideal de tensión tipo escalón (1 p.u.) y el resto de los nodos se dejan abiertos. Utilizando el método basado en matrices cadena (sección 3.3), y considerando 80 segmentos de línea, se calculan los perfiles transitorios a lo largo de la línea. Los perfiles transitorios de tensión y corriente a lo largo de la fase A se presentan en la Figura 3.39 y la Figura 3.40.

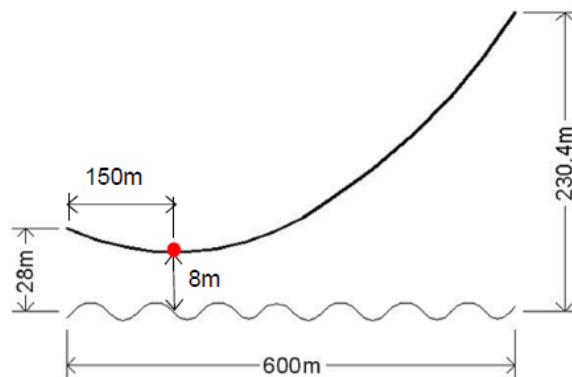


Figura 3.38. Línea de transmisión no uniforme considerada para el caso 4

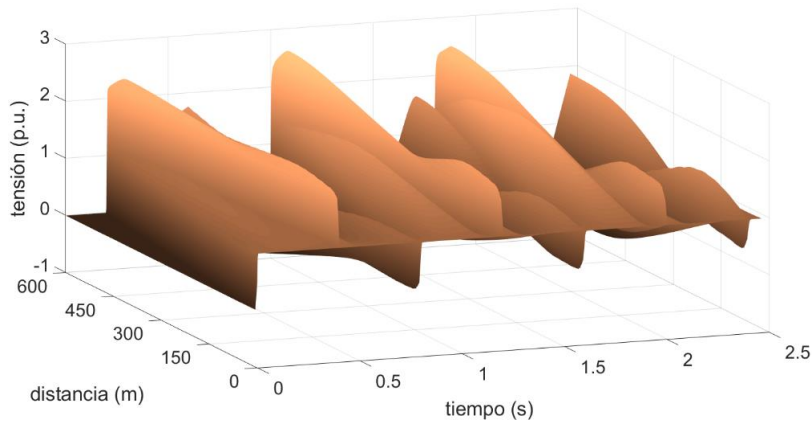


Figura 3.39. Perfil de tensión a lo largo de la fase A (caso 4)

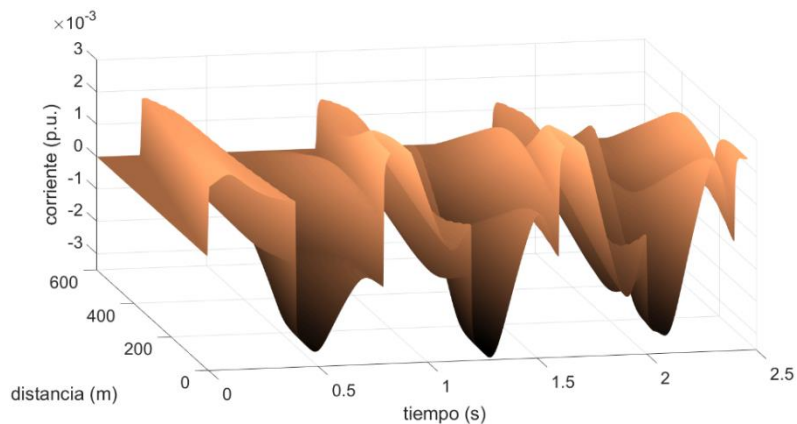


Figura 3.40. Perfil de corriente a lo largo de la fase A (caso 4)

En las Figuras 3.39 - 3.40 se puede observar como las ondas de tensión y corriente viajan a lo largo de la línea y se ven reflejadas al llegar al nodo receptor; además de que, debido a la no uniformidad, la interacción entre las ondas viajeras hacia adelante y las ondas viajeras hacia atrás ocasiona que en algunos puntos existan tensiones negativas, lo cual no es común en análisis transitorios de líneas de transmisión uniformes. Este tipo de información no se puede obtener fácilmente con los programas de simulación transitoria tradicionales.

Para validar los resultados obtenidos, en la Figura 3.41 se presenta la comparación de la tensión con resultados de una simulación de ATP a 150 y 450 m del nodo emisor. Para poder incluir la no uniformidad, la línea de transmisión de ATP se dividió en 20 segmentos, cada uno con una altura diferente. Se observa que las curvas de tensión obtenidas con ambos métodos tienen formas de onda y magnitudes muy semejantes; sin embargo, los resultados de ATP presentan algunas oscilaciones, lo cual se atribuye a la acumulación de error debido a la discretización de la línea [44]. Aunque se podría utilizar un mayor número de segmentos en ATP para “suavizar” la curva quitando las oscilaciones, esto requeriría una reducción considerable del paso de tiempo y una mayor complejidad en la construcción del modelo, lo que no es problema con el modelo



basado en matrices cadena, además de que el uso de un número muy grande de segmentos de línea puede introducir otros errores en los resultados de ATP, como se reporta en [8].

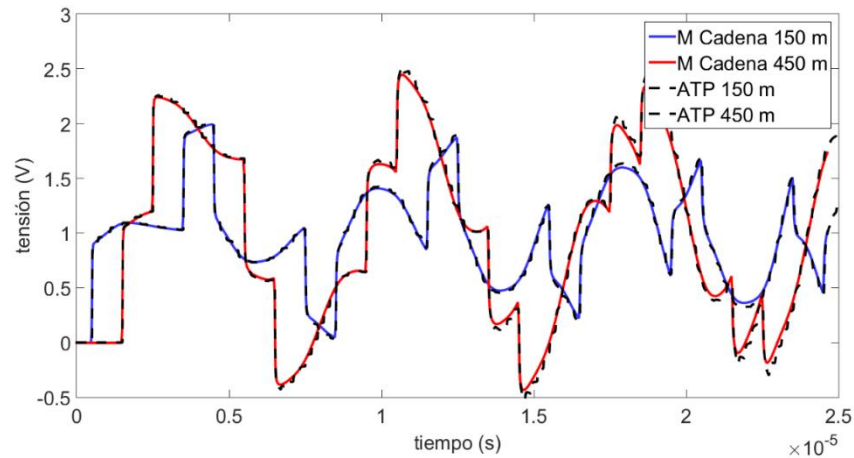


Figura 3.41. Comparación entre las tensiones calculadas con el método de matrices cadena (líneas sólidas) y las obtenidas con ATP (líneas punteadas) a 150 y 450 m del nodo emisor

Adicionalmente, para evaluar la manera en la que afecta el número de matrices cadena utilizadas en el método propuesto, se realizaron simulaciones cambiando el número de matrices consideradas. En la Figura 3.42 se comparan las mediciones de tensión a la mitad de la línea obtenidas con simulaciones utilizando para la simulación 20, 40 y 80 matrices cadena. De esto se puede observar que en todos los casos las curvas de tensión siguen la misma forma de onda general, pero con 20 matrices cadena se presentan ciertos “saltos”. Con 40 y 80 matrices cadena los “saltos” desaparecen y la curva se suaviza notablemente. Simulaciones con un número mayor de matrices cadena no presentaron cambios significativos en los resultados en comparación. Lo anterior indica que aunque el método es sensible al número de matrices utilizadas, no se requiere un número muy grande de las mismas para obtener resultados aceptables.

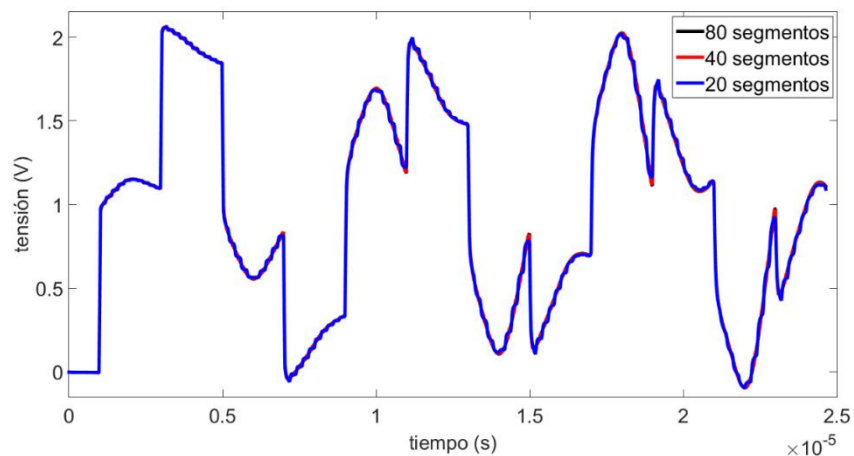


Figura 3.42. Efecto que tiene el número de matrices cadena utilizadas en la simulación



### 3.7.5 Caso 5. Operación de un apartarrayos debido a una descarga atmosférica directa

En este ejemplo se considera la inclusión de elementos no lineales en la forma de apartarrayos modelados como resistencias no lineales, como se describió en la sección 3.5. Se utiliza una aproximación piezolínica de cinco segmentos para representar la curva característica  $v - i$  del apartarrayos; los puntos iniciales y finales de cada segmento de la aproximación se presentan en la Tabla 3.2. Se considera una línea de transmisión trifásica de 200 m de longitud; con la finalidad de evitar reflexiones se conectan cargas en ambos extremos de la línea cuyo valor es igual al de la impedancia característica de la línea, adicionalmente, se conecta un apartarrayos en paralelo con las cargas mencionadas en cada fase del nodo receptor de la línea.

Tabla 3.2. Característica v-i del apartarrayos

VREF (KV)	IREF (KA)
0	0
484	0.1760
616	0.3226
748	0.7626
836	1.6426
880	12.6426

La línea se excita por medio del impacto directo de una descarga atmosférica sobre la fase A del nodo emisor. La corriente inyectada al circuito por la descarga atmosférica se representa con una fuente de corriente con una forma de onda doble exponencial definida por:

$$i(t) = I_0 \left( e^{-\frac{t}{\tau_1}} - e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right) \quad (3.64)$$

o en definida en la frecuencia:

$$I(s) = I_0 \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{(s + \alpha_1)(s + \alpha_2)} \quad (3.65)$$

donde  $\tau_1 = 68.199 \mu s$ ,  $\tau_2 = 0.405 \mu s$ ,  $I_0 = 10.37 kA$ ,  $\alpha_1 = 1/\tau_1$  y  $\alpha_2 = 1/\tau_2$ .

A fin de demostrar la operación del apartarrayos, en la Figura 3.43 se presenta el perfil transitorio de tensión a lo largo de la fase A cuando no se tienen apartarrayos conectados. Por otro lado, en la Figura 3.44 se muestra el perfil de tensión cuando los apartarrayos se encuentran presentes. Se puede observar la manera en que, una vez que el apartarrayos opera, la magnitud de la tensión se reduce a lo largo de la línea, limitando los efectos negativos de la descarga atmosférica. También se puede notar que, entre más lejos del apartarrayos se encuentre un segmento de línea mayor será el tiempo que este segmento se verá

afectado por las sobretensiones generadas debido a la descarga atmosférica. Esta clase de información puede ser de utilidad para determinar la mejor posición para instalar apartarrayos para la protección de sistemas de transmisión.

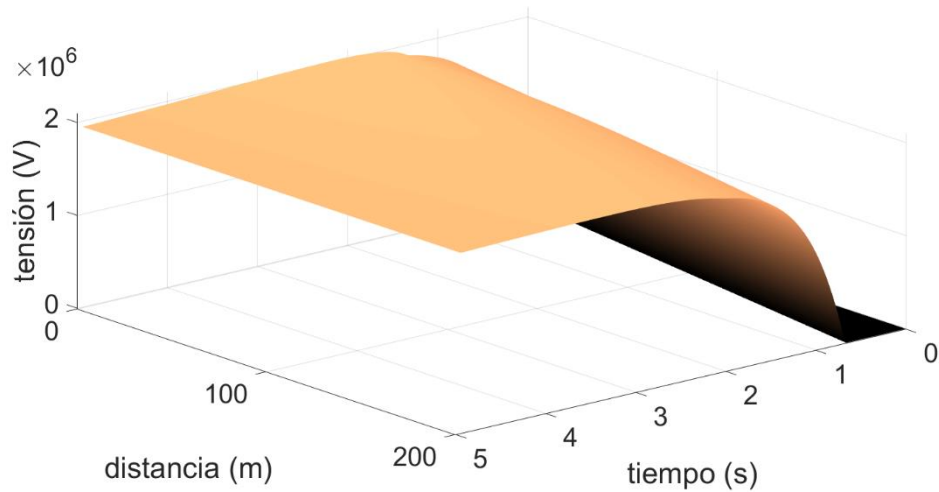


Figura 3.43. Perfil transitorio de tensión a lo largo de la fase A sin la presencia de apartarrayos (caso 5)

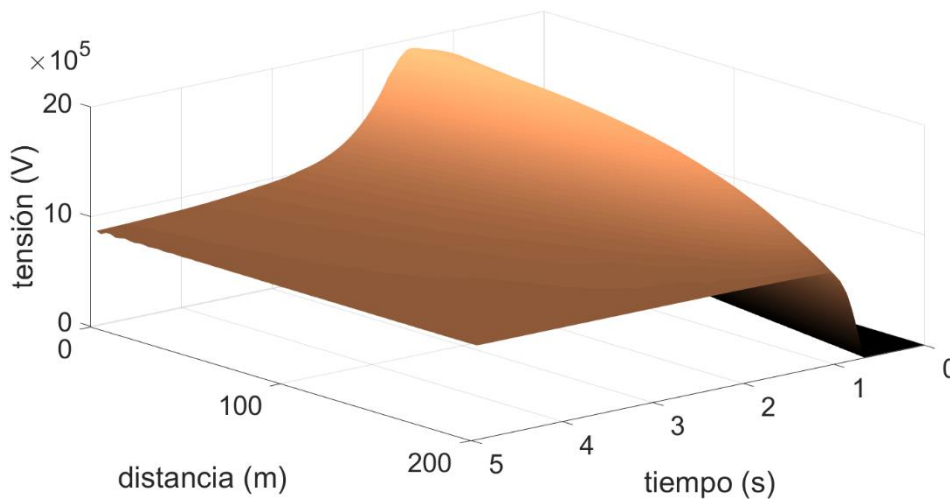


Figura 3.44. Perfil transitorio de tensión a lo largo de la fase considerando apartarrayos en el nodo receptor (caso 5)

Adicionalmente, en la Figura 3.45 se presenta la tensión calculada en la fase A al centro de la línea para los casos con y sin apartarrayos, donde se puede apreciar más fácilmente el efecto que tiene el apartarrayos en atenuación de las sobretensiones.

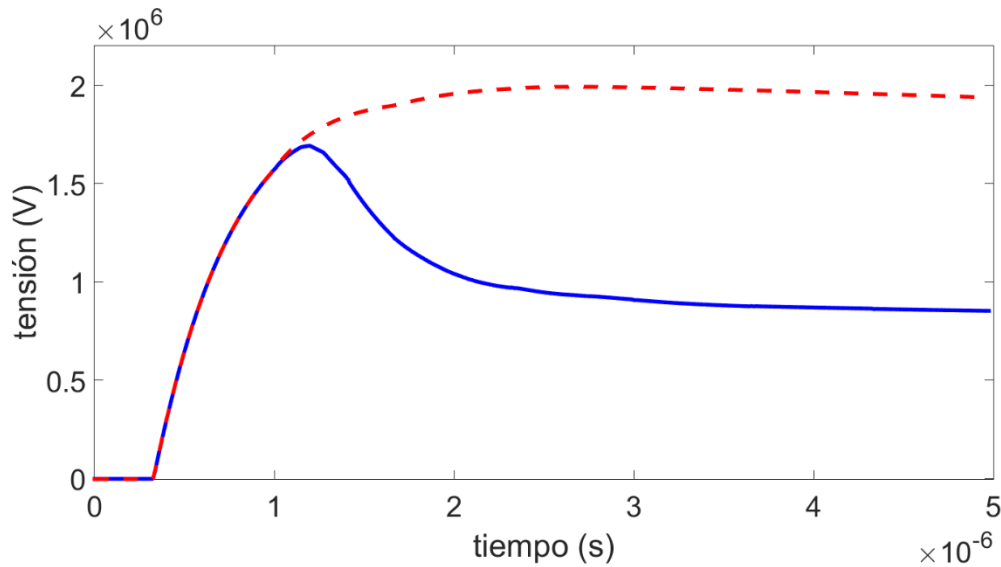


Figura 3.45. Comparación de la tensión en la fase A a la mitad de la línea entre la simulación con apartarrayos (línea azul sólida) y sin apartarrayos (línea roja punteada)

Para validar los resultados obtenidos se realizó una simulación utilizando ATP. En la Figura 3.46 se presenta la comparación, entre ambos métodos, de la tensión calculada en las fases A, B y C a la mitad de la línea. Como en los casos anteriores, la similitud entre los resultados del método propuesto y de ATP es evidente.

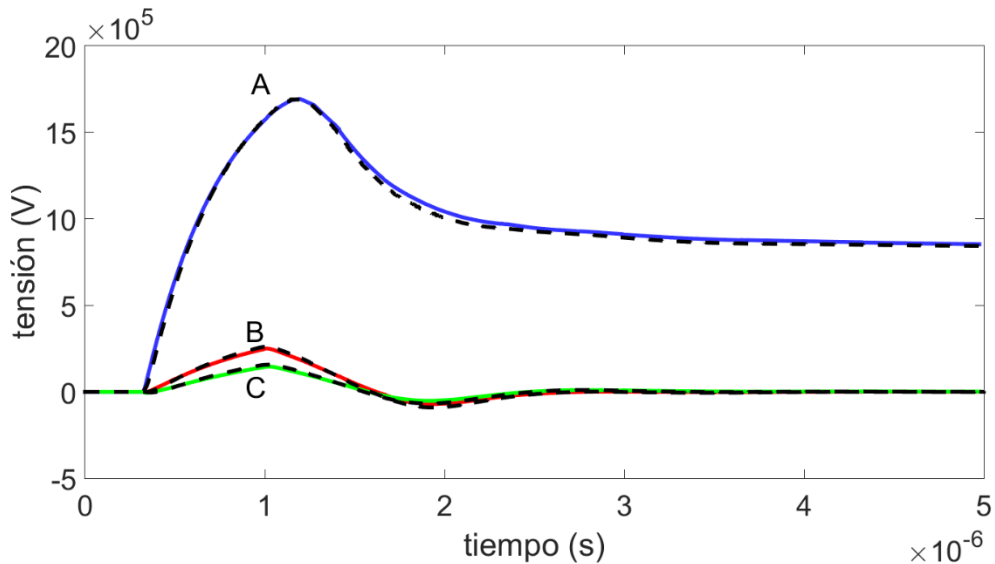


Figura 3.46. Comparación entre los resultados del método basado en matrices cadena (líneas sólidas) y los de ATP (líneas punteadas) a la mitad de la línea (caso 5)

### 3.7.6 Caso 6. Línea de transmisión no uniforme iluminada

En este caso se presenta la excitación de la línea de transmisión a través de un campo electromagnético incidente generado por una descarga atmosférica

indirecta. Se considera la misma configuración geométrica de la línea presentada en el ejemplo del caso 4 de este mismo capítulo. Con la finalidad de evitar reflexiones, en los extremos se colocan cargas con valor igual a la impedancia característica. El campo electromagnético incidente es generado por una descarga atmosférica que impacta a una distancia perpendicular de 100 m del conductor central de la línea, y a 450 m del nodo emisor de la misma (Figura 3.47), la magnitud de este campo se obtuvo por medio de la formulación de Master y Uman [11] como se describe en el Apéndice B.

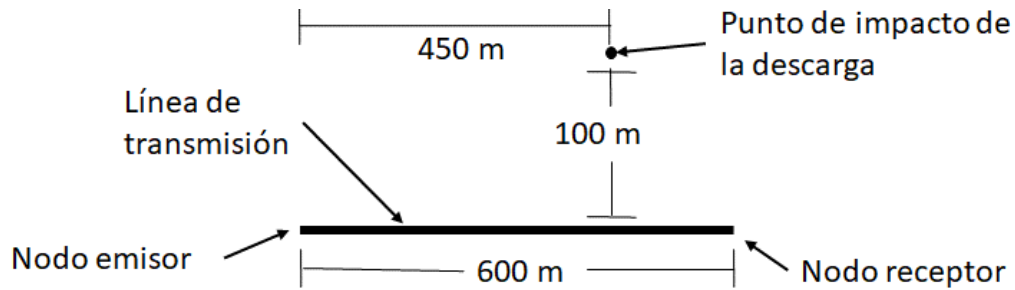


Figura 3.47. Localización de la descarga atmosférica respecto a la línea de transmisión

Se calculan los perfiles transitorios a lo largo de la línea en el dominio  $(z, t)$  aplicando la metodología descrita en la sección 3.6, utilizando 80 matrices cadena y  $2^9$  muestras en el tiempo (en un tiempo de observación de 15  $\mu\text{s}$ ); debido a los recursos computacionales necesarios para obtener los campos electromagnéticos, usar más muestras en el tiempo o más segmentos de línea puede tener un impacto considerable en el tiempo de cómputo de las soluciones. En la Figura 3.48 se presenta el perfil transitorio de tensión a lo largo de la fase A, que es la se encuentra más cercana al punto de impacto de la descarga; se puede observar que la mayor sobretensión se presenta al interior de la línea, lo cual no es fácil de apreciar utilizando programas de simulación tradicionales.

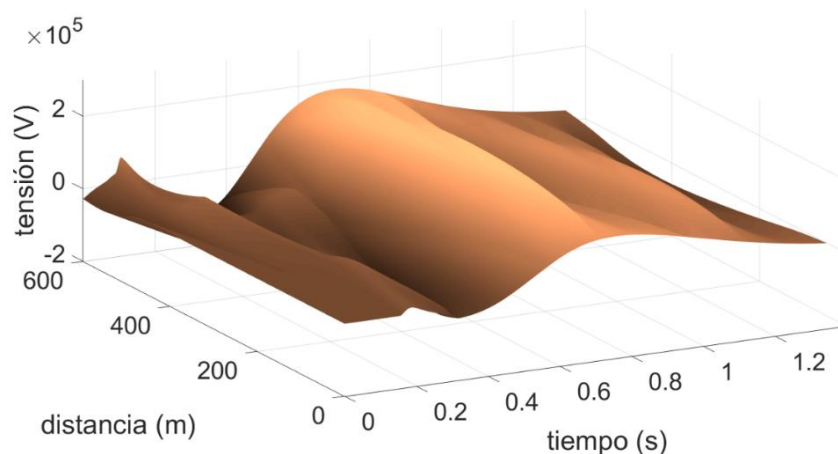


Figura 3.48. Perfil transitorio de tensión a lo largo de la fase A debido a una descarga atmosférica indirecta (caso 6)

Se realizó una comparación de tensión a la mitad de la línea entre los resultados obtenidos y los de una simulación de ATP (Figura 3.49). Para esta simulación en ATP se consideraron 80 segmentos de línea y el doble de muestras en el tiempo. El efecto de los campos incidentes se consideró utilizando fuentes distribuidas a lo largo de la línea; la magnitud de las fuentes se calculó de manera externa a ATP con 512 puntos, y posteriormente se realizó una interpolación para duplicar el número de puntos. Es importante mencionar que la generación del modelo de la línea en ATP tomo alrededor de dos horas (sin considerar el tiempo para el cálculo de las magnitudes de las fuentes distribuidas) y cualquier cambio en las condiciones de la línea requeriría la generación de un modelo nuevo. En comparación, el método propuesto tardó 170 segundos en calcular los perfiles transitorios a lo largo de la línea.

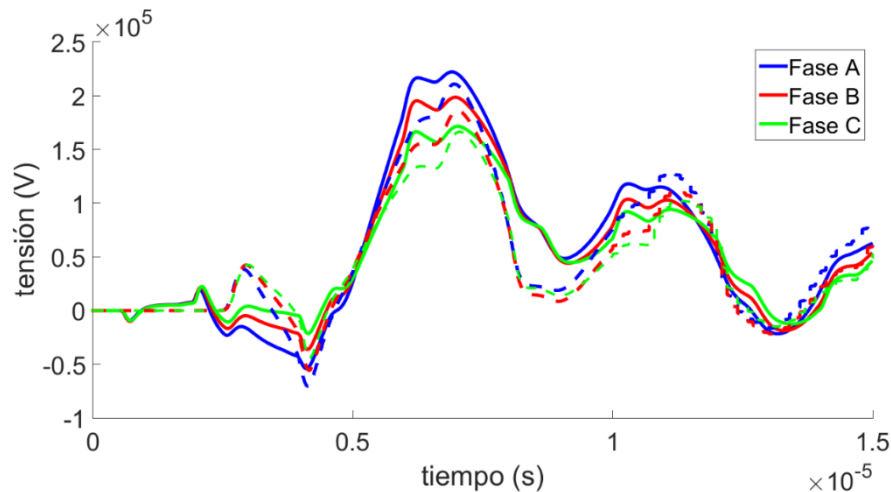


Figura 3.49. Comparación de la tensión a la mitad de la línea entre los resultados del método propuesto (líneas sólidas) y los ATP (líneas punteadas)

La comparación de la Figura 3.49 muestra que los resultados de ambos métodos siguen una misma tendencia de comportamiento, aunque existe una diferencia notable en las magnitudes de las curvas. Estas diferencias se atribuyen a la acumulación de error en ATP en el cálculo de parámetros con dependencia frecuencial, además de que fue necesario manejar un paso de tiempo muy pequeño debido a la longitud de los segmentos de línea, generando archivos de la solución innecesariamente grandes, y si se supera la cantidad de memoria asignada a la solución, es posible que no se pueda realizar la simulación.

Como una segunda validación, a partir del método presentado en [37], se simuló el mismo caso utilizando una representación de dos puertos donde la línea se dividió en dos segmentos de igual longitud y se conectaron en serie a través de la matriz de admitancias del sistema. En la Figura 3.50 se presenta la comparación de los resultados obtenidos, se puede observar que existe un alto grado de coincidencia entre los resultados de ambos métodos, sugiriendo que las

variaciones de la comparación anterior se deben a las limitaciones de ATP para manejar líneas de transmisión no uniformes excitadas con campos electromagnéticos incidentes.

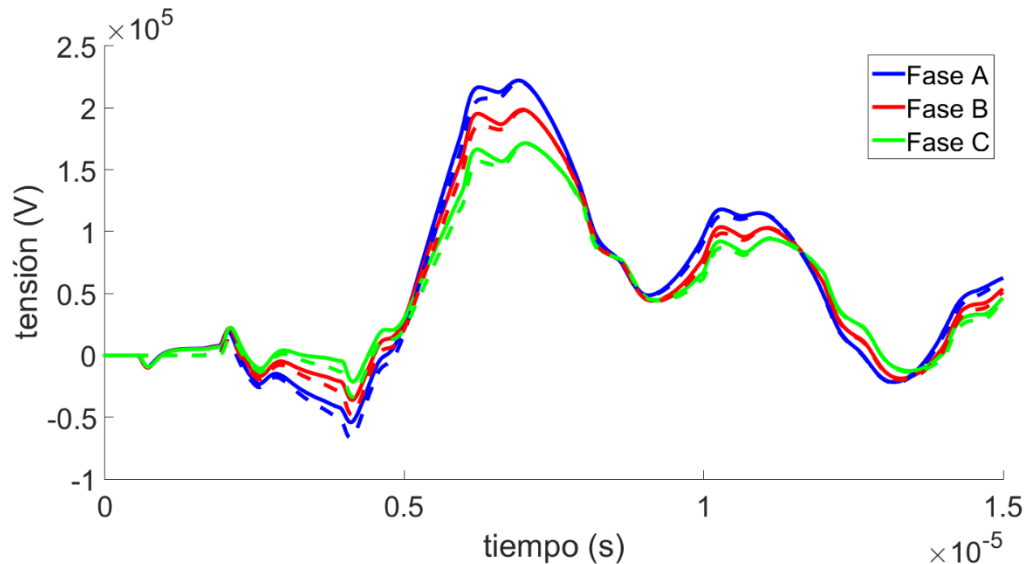


Figura 3.50. Comparación de la tensión a la mitad de la línea entre los resultados del método propuesto (líneas sólidas) y los obtenidos con el método de [37] (líneas punteadas)

### 3.8 Discusión de resultados

En este capítulo se presentaron dos métodos para calcular perfiles transitorios en líneas de transmisión incluyendo elementos dependientes del tiempo, elementos no lineales y campos electromagnéticos incidentes. Aplicando los modelos desarrollados, se realizaron simulaciones de condiciones que se pueden presentar en los sistemas de transmisión, de las cuales se obtuvieron los perfiles transitorios. Los resultados obtenidos con los métodos propuestos proporcionan información que es difícil de conseguir utilizando programas tradicionales de simulación transitoria, pues estos solamente proporcionan información en los extremos de la línea. Esta información adicional puede ser aplicada en la coordinación de aislamientos de líneas de transmisión, en métodos de localización de fallas, como herramienta didáctica y para una mejor comprensión de los fenómenos transitorios en líneas de transmisión.

Los resultados obtenidos se validaron a través de comparaciones con simulaciones en ATP, observándose un alto grado de coincidencia entre ambos métodos. Sin embargo, los métodos propuestos requirieron un menor número de muestras en el tiempo para llegar a los resultados. Por otro lado, en el caso de líneas de transmisión no uniformes, al usar ATP es necesario dividir la línea en una gran cantidad de segmentos para poder tomar en cuenta de manera adecuada los cambios en los parámetros de la línea, lo que representa un proceso

complicado y que consume una cantidad considerable de tiempo para la construcción del modelo. Otra ventaja de los métodos propuestos en comparación con ATP (y programas similares) se presenta en la simulación de líneas iluminadas, pues para considerar el efecto de los campos electromagnéticos incidentes a lo largo de la línea es necesario incluir manualmente fuentes de tensión y corriente distribuidas a lo largo de la misma, lo cual se puede evitar utilizando fuentes equivalentes considerando la conexión en cascada de matrices cadena.

Ninguno de los trabajos que se consultaron en el estado del arte reportan resultados en donde se obtengan perfiles transitorios en líneas de transmisión considerando elementos no lineales, dependientes de la frecuencia y considerando no uniformidades en los parámetros de la línea. Por lo que los métodos propuestos son novedosos y pueden resultar herramientas útiles que complementen a las existentes para el estudio de transitorios electromagnéticos.

## Capítulo 4 Aplicaciones de los perfiles transitorios

### 4.1 Introducción

En este capítulo se presentan dos aplicaciones de los perfiles transitorios que se pueden calcular con los métodos propuestos en el capítulo anterior. La primera aplicación los presenta como una herramienta educativa, que hace posible la generación de animaciones de transitorios electromagnéticos en líneas de transmisión a partir de los perfiles transitorios; estas animaciones pueden utilizarse en cursos de ingeniería eléctrica, proporcionando a los estudiantes una representación de la propagación de las ondas viajeras a lo largo de líneas de transmisión durante un transitorio electromagnético. La segunda aplicación consiste en el desarrollo de un método de localización de fallas en líneas de transmisión utilizando perfiles de tensión calculados a partir de las mediciones de tensión y corriente en ambos extremos de la línea durante la ocurrencia de una falla.

### 4.2 Generación de animaciones de transitorios electromagnéticos en líneas de transmisión

La representación de los perfiles transitorios utilizando gráficas en tres dimensiones permite observar el comportamiento de la tensión y corriente a lo largo de las líneas de transmisión, pero debido a la naturaleza tridimensional de estas gráficas, no siempre es posible visualizarlas correctamente en superficies de dos dimensiones, como lo es el monitor de una computadora o una hoja de papel.

Tomando en cuenta lo anterior, en esta sección se presenta la manera de obtener animaciones partiendo de la información en tres dimensiones de los perfiles transitorios. Con estas animaciones es posible observar las ondas de tensión y corriente a lo largo de la línea durante todo el tiempo de simulación, sin los problemas comunes que se tienen al intentar analizar una imagen en tres dimensiones.

Considerando una línea de transmisión de un conductor, las animaciones se pueden obtener partiendo del hecho que la información del perfil transitorio de tensión/corriente se guarda en una matriz  $A$  con dimensiones  $N_1 \times N_2$ , donde  $N_1$  es el número de segmentos de línea utilizados y  $N_2$  es el número de muestras en el tiempo; la primera columna de  $A$  contiene la distribución de la tensión/corriente a lo largo de la línea en el primer instante de tiempo de la simulación, la segunda columna contiene la información a lo largo de la línea correspondiente al segundo instante de tiempo y así sucesivamente. Tomando en cuenta esto, el proceso de generación de animaciones consiste en graficar la tensión/corriente contenida en cada una de estas columnas de manera sucesiva para todos los instantes de



tiempo de la simulación, siendo cada gráfica un cuadro de la animación. De esta manera se puede simular el movimiento de las ondas viajeras a lo largo de la línea. En la Figura 4.1 se presenta de manera simplificada el resultado obtenido al utilizar este enfoque para generar una animación; se puede apreciar cómo una onda de tensión viaja a lo largo de una línea sin pérdidas, y al llegar al nodo receptor (que se encuentra abierto), se ve reflejada al doble de su valor original.

En este trabajo se utilizó un código de MATLAB para generar las animaciones, debido a sus capacidades gráficas y facilidad de programación; aunque, el proceso descrito se puede adecuar a cualquier lenguaje de programación que tenga las capacidades gráficas necesarias. En la Figura 4.2 se presenta el código utilizado para generar las animaciones, al final de la ejecución del script se obtiene un archivo en formato GIF con la animación correspondiente.

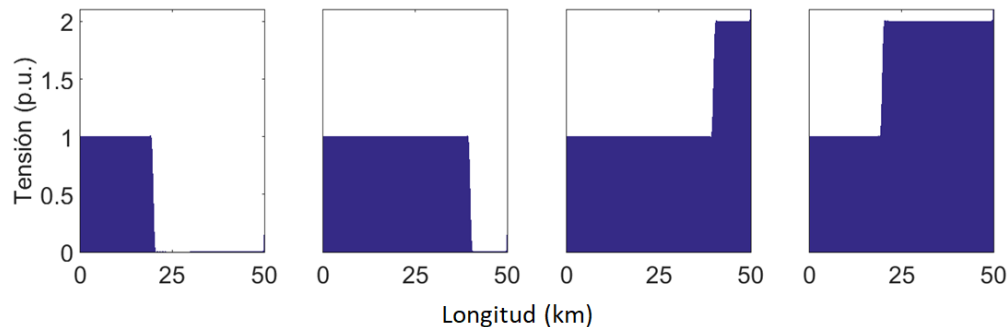


Figura 4.1. Progreso de la animación de una onda viajera de tensión propagándose a lo largo de una línea de transmisión

```

for ii=inicio:final
    bar(z(4:1020),Vzt(4:1020,ii))
    title('Título de la animación')
    xlabel('Etiqueta eje x')
    ylabel('Etiqueta eje y')
    F=getframe(gcf);
    im=frame2im(F);
    [A,map]=rgb2ind(im,256);
    if ii==inicio
        imwrite(A,map,'archivo.gif','gif','Loopcount',0,'DelayTime',0);
    else
        imwrite(A,map,'archivo.gif','writemode','append','DelayTime',0);
    end
end
end

```

Figura 4.2. Ejemplo del código en Matlab para generar animaciones

A continuación se explican brevemente algunos de los comandos presentados en la Figura 4.2 (una explicación más detallada puede encontrarse en [76]):

- `getframe`. Guarda la figura actual de MATLAB como un cuadro de película.

- `frame2im`. Recupera la información de una imagen asociada a un cuadro de película.
- `rgb2ind`. Convierte una imagen RGB a una imagen indexada de MATLAB.
- `imwrite`. Inicialmente se utiliza para crear el archivo de salida (en formato GIF) con el primer cuadro de la animación. Posteriormente los argumentos de entrada de la función se modifican para que los cuadros subsecuentes se anexen al archivo en vez de sobrescribirlo.

Dado que los archivos de salida son generados en formato GIF, pueden ser usados de manera sencilla en diapositivas o páginas web para explicar la propagación de ondas durante transitorios electromagnéticos.

Como se mencionó anteriormente, una de las principales aplicaciones de este tipo de animaciones es como material didáctico en cursos de ingeniería eléctrica, pues permite una mejor comprensión de los transitorios electromagnéticos y la propagación ondas viajeras, que son temas difíciles de entender utilizando imágenes estáticas o desarrollos matemáticos, y por la naturaleza de dichos fenómenos es complicado realizar demostraciones experimentales de los mismos. Adicionalmente, ayudan a explicar la diferencia entre la teoría de circuitos (uso de modelos con parámetros concentrados) y la teoría de la línea de transmisión (uso de modelos con parámetros distribuidos).

#### **4.2.1 Desarrollo de EMTAG**

Derivado del hecho de que una de las principales áreas de aplicación de las animaciones presentadas en este capítulo es en la enseñanza, se considera que es importante contar con una herramienta de fácil acceso que permita generarlas de manera rápida y sencilla. Con esto en mente, se desarrolló la aplicación llamada “Generador de Animaciones de Transitorios Electromagnéticos” o EMTAG por sus siglas en inglés (*ElectroMagnetic Transients Animations Generator*), la cual permite la simulación de transitorios en líneas de transmisión monofásicas uniformes.

EMTAG se desarrolló en el ambiente GUIDE (graphical user interface development environment) de MATLAB, lo cual facilitó la implementación de los algoritmos de cálculo de perfiles, ya que permite el uso directo de scripts de MATLAB. Además de que tiene acceso a las herramientas gráficas de MATLAB, con la que se puede utilizar el código de la Figura 4.2 para la generación de las animaciones.

En trabajos recientes ha surgido un interés en mejorar la visualización de los fenómenos transitorios en líneas de transmisión, reportando el desarrollo de herramientas similares a EMTAG, aunque estas herramientas han tenido algunas

limitaciones, como la necesidad de un programa de simulación externo (como ATP) para calcular la solución [48], [49], o la necesidad de un programa de diseño asistido por computadora (como MAYA) para generar graficas de los perfiles transitorios. En [46] y [77], se desarrolló una herramienta capaz de calcular la solución de la tensión y crear animaciones sin la necesidad de un programa externo; sin embargo, solamente simula transitorios en líneas de transmisión sin pérdidas, no calcula la respuesta de la corriente y se encuentra limitada a una serie de casos preestablecidos.

En este trabajo se presenta a EMTAG como una alternativa más completa a las herramientas mencionadas anteriormente, pues permite el uso de líneas de transmisión con y sin pérdidas, no necesita el uso de un programa externo para calcular la solución a lo largo de la línea, el caso de simulación puede ser definido por el usuario, también calcula valores de corriente y puede tomar en cuenta el efecto de una descarga atmosférica indirecta. Adicionalmente, las animaciones se pueden guardar como archivos en formato GIF para su uso posterior, y puede generar archivos de MATLAB con las figuras en tres dimensiones de los perfiles calculados y la matriz con los valores de la tensión y corriente.

En la Figura 4.3 se presenta la ventana principal de EMTAG, donde se pueden modificar los parámetros de la línea de transmisión y realizar una simulación. En la parte superior izquierda se muestra una gráfica donde se presentan las animaciones una vez que han sido generadas. Los campos donde se pueden editar los parámetros de la simulación se presentan de lado derecho, y en la parte inferior el usuario puede elegir los archivos que se pueden generar a partir de la simulación. Cabe mencionar que, actualmente esta herramienta está en uso en cursos de ingeniería eléctrica en la ESIME Zacatenco.

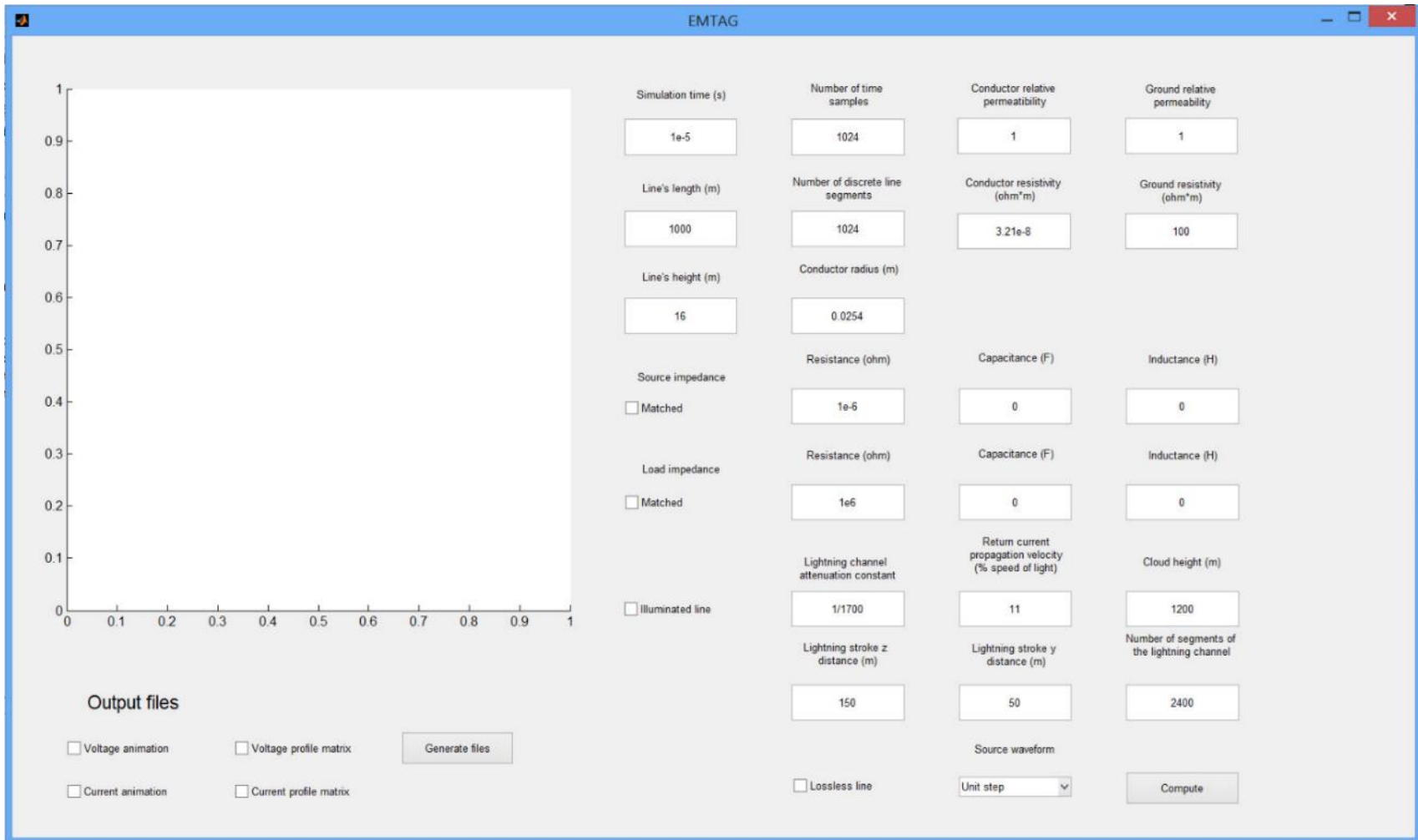


Figura 4.3. Ventana principal de EMTAG

A continuación se presentan dos casos simulados con EMTAG para demostrar la versatilidad y posibles casos de práctica que se pueden estudiar en un salón de clases. Por motivos de simplicidad, las características de la línea son las mismas que las de la sección 3.7.

#### 4.2.2 Caso A

Se considera una línea de transmisión de 1 km de longitud excitada en el nodo emisor por una onda doble exponencial ( $1.2/50 \mu\text{s}$ ) de tensión, y una carga capacitiva de 1 nF se conecta en el nodo receptor de la línea. En la Figura 4.4 se presentan diferentes cuadros de la animación generada de este ejemplo; se puede observar como la máxima sobretensión puede aparecer en puntos internos de la línea (último cuadro de la Figura 4.4). Esta información no se puede obtener de manera sencilla con otros programas de simulación.

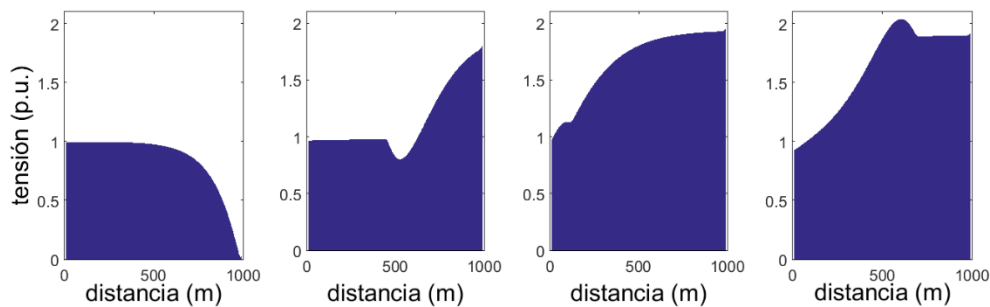


Figura 4.4. Cuadros de la animación de la distribución de tensión a lo largo de la línea (caso A)

#### 4.2.3 Caso B

Se considera una línea de transmisión de 500 m de longitud. La línea se excita por medio de un campo electromagnético incidente generado por una descarga atmosférica cercana. En sus extremos se conectan cargas con valor igual al de la impedancia característica de la línea, de tal manera que se evitan las reflexiones. El punto de impacto de la descarga es 200 m del nodo emisor de la línea y 75 m en dirección perpendicular de la línea (Figura 4.5). Los valores de constante de atenuación de la corriente de descarga, la velocidad de propagación de la corriente de retorno y la altura de la nube se tomaron de [53]. En la Figura 4.6 muestra el perfil de tensión en tres dimensiones durante la descarga y en la Figura 4.7 se presentan diferentes cuadros del progreso de la animación. Se puede observar que el punto más cercano a la descarga es donde aparece primero la tensión inducida por la descarga, como era de esperarse. Con el incremento del tiempo en la simulación, el campo electromagnético incidente se va expandiendo gradualmente a otros segmentos de la línea. Cuando el campo incidente alcanza un segmento de línea, induce una tensión en este segmento, en una manera similar a una fuente de tensión conectada en este punto de la línea. Las tensiones

inducidas producen ondas que viajan a lo largo de la línea, e interactúan con otras ondas generadas debido al efecto del campo electromagnético que incide en otros segmentos de la línea. Este tipo de fenómenos con interacciones complejas puede visualizarse de manera sencilla con animaciones como la generada en este ejemplo.

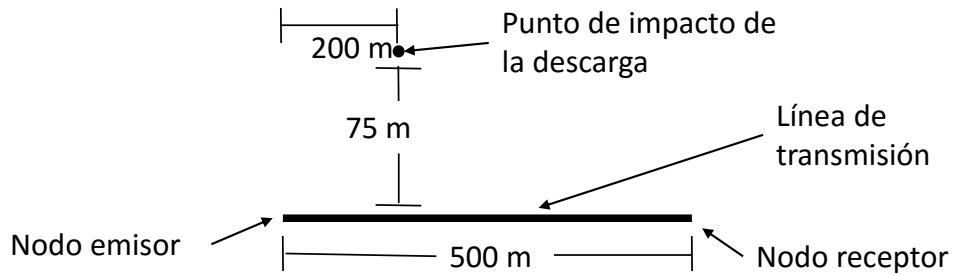


Figura 4.5. Localización de la descarga atmosférica respecto a la línea de transmisión

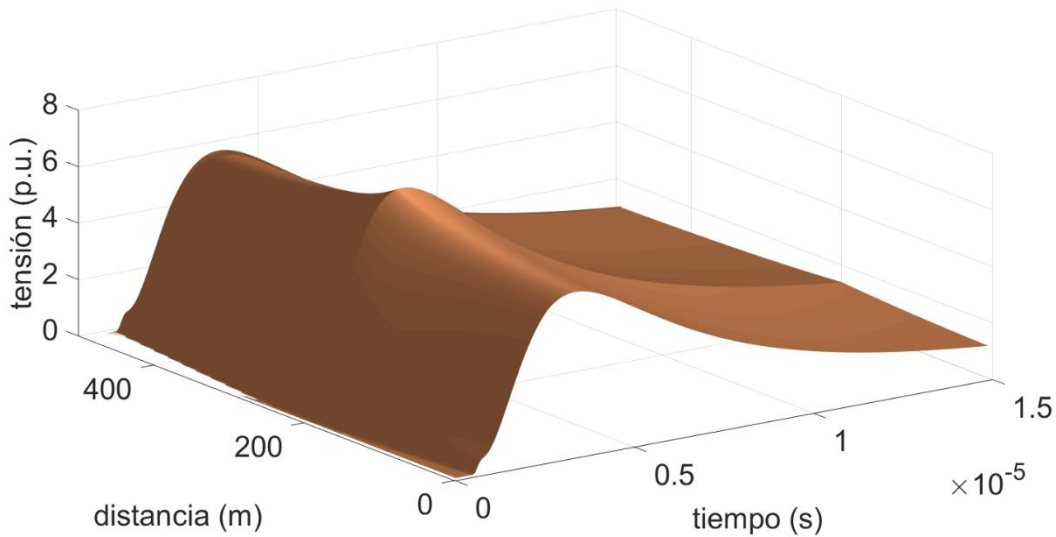


Figura 4.6. Perfil de tensión en tres dimensiones de la línea iluminada (caso B)

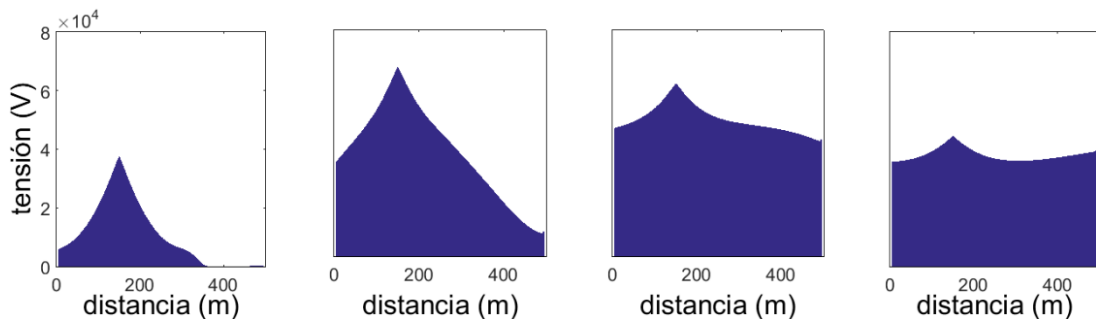


Figura 4.7. Cuadros de la animación de la distribución de tensión a lo largo de la línea (caso B)

### 4.3 Localización de fallas en líneas de transmisión

Las líneas de transmisión son elementos muy importantes en los sistemas eléctricos de potencia debido a que cumplen la función de llevar la energía desde los centros de generación hasta los puntos de consumo. Para lograr este objetivo, las líneas deben extenderse a través de grandes distancias, lo que las hace unos de los componentes del sistema eléctrico más propensos a presentar fallas ocasionadas por factores externos [78], [79]. Es por esto que las fallas en líneas de transmisión son fenómenos relativamente comunes en comparación con fallas en otros elementos de la red eléctrica.

Debido a lo anterior, es importante contar con herramientas que puedan indicar de manera rápida y precisa la ubicación de una falla en una línea de transmisión, y de esta manera corregir la causa de dicha falla para reestablecer el suministro de energía eléctrica en el menor tiempo posible.

Existe una variedad de métodos que pueden ser utilizados para la localización de fallas, ver [78] - [80] por ejemplo. Sin embargo, la aplicación de estos métodos generalmente se encuentra limitada a líneas de transmisión uniformes, por lo que no pueden ser aplicados a líneas con altos grados de no uniformidad, como cuando cruzan ríos o terrenos montañosos.

En esta sección se presenta un método para la localización de fallas en líneas de transmisión utilizando perfiles transitorios de tensión. Dado que los perfiles son calculados en el dominio de la frecuencia, se puede incluir el efecto de la dependencia frecuencial en la localización de las fallas. Adicionalmente, si se modela la línea basándose en la conexión en cascada de matrices cadena (sección 3.3), es posible aplicar el método a líneas de transmisión no uniformes. Es importante mencionar que no se encontraron trabajos que reporten métodos para localización de fallas en líneas no uniformes.

A continuación se describe el método propuesto para la localización de fallas en líneas de transmisión utilizando perfiles transitorios de tensión:

Partiendo de la línea de transmisión presentada en la Figura 4.8, se puede elegir de manera arbitraria la ubicación del nodo emisor (y por lo tanto, el otro extremo de la línea corresponde al nodo receptor). Como se explicó en el capítulo 3, si se conoce la tensión  $V_0(s)$  y la corriente  $I_0(s)$  en el nodo emisor es posible calcular el perfil transitorio de tensión  $v(z, t)$  a lo largo de ésta. Por otro lado, si se intercambia la posición de los nodos emisor y receptor, se puede calcular un segundo perfil de tensión  $v'(z, t)$  a partir de la tensión  $V_0'(s)$  y corriente  $I_0'(s)$  en el nuevo nodo emisor.

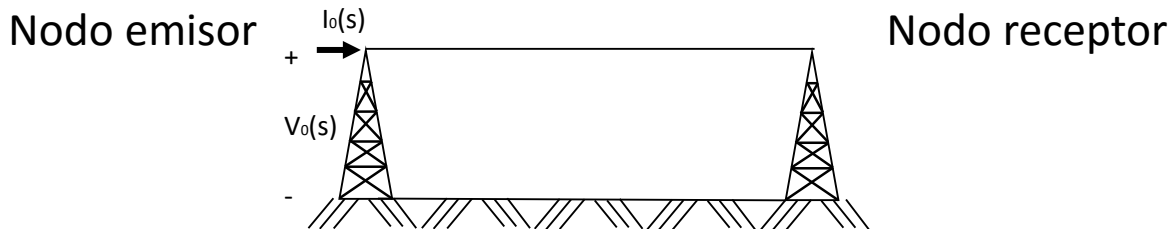


Figura 4.8. Línea de transmisión con la posición de los nodos emisor y receptor elegida arbitrariamente

Considerando una línea de transmisión operando en condiciones normales (sin falla), los perfiles de tensión  $v(z,t)$  y  $v'(z,t)$  son idénticos. Sin embargo, esta igualdad no se cumple cuando existe una falla en algún punto de la línea. En la Figura 4.9 se muestra el perfil transitorio  $v(z,t)$  de la fase A de una línea de transmisión durante una falla trifásica a tierra, mientras que en la Figura 4.10 se presenta el perfil transitorio  $v'(z,t)$  de la misma fase. Es evidente que ambos perfiles son diferentes después de que se presenta la falla.

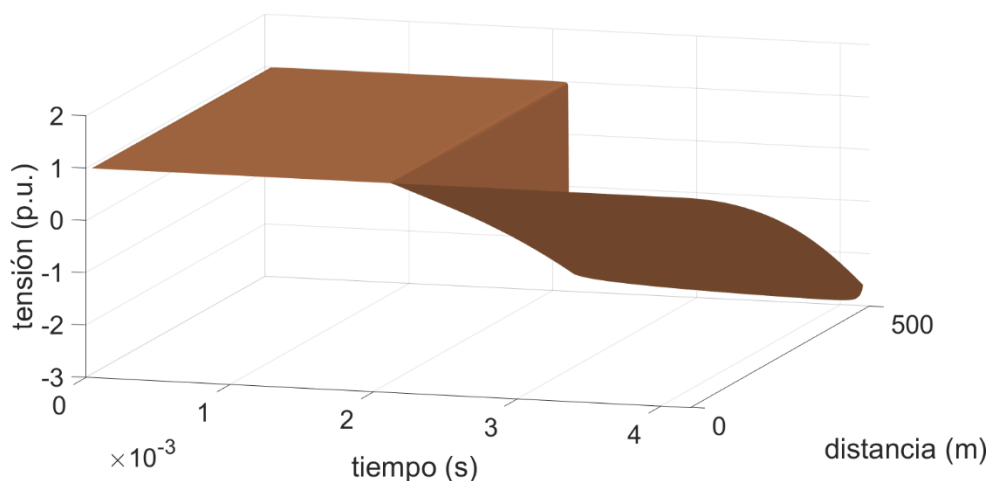


Figura 4.9. Perfil transitorio de tensión  $v(z,t)$  durante una falla

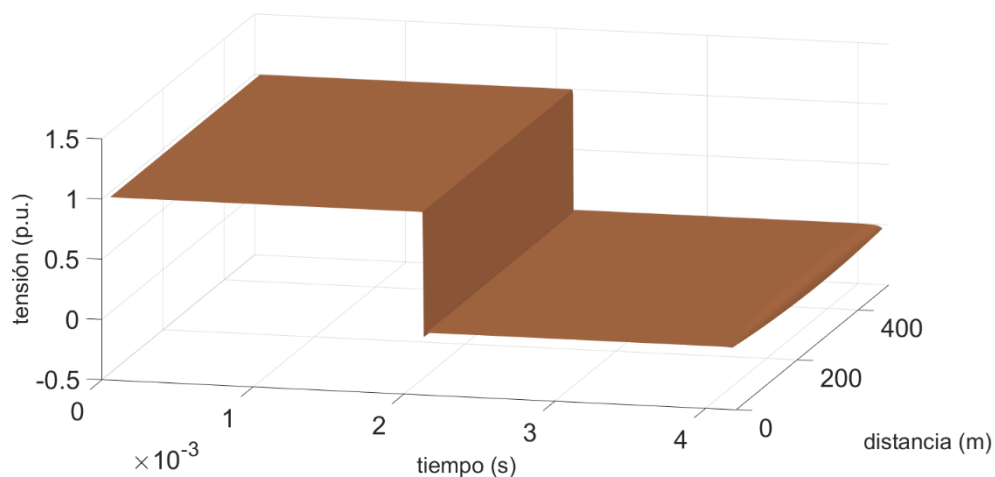


Figura 4.10. Perfil transitorio de tensión  $v'(z,t)$  durante una falla



Ninguno de los dos perfiles calculados corresponde al comportamiento de la tensión a lo largo de la línea. Pero existe un tercer perfil de tensión  $v_f(z, t)$  el cual describe el comportamiento de la tensión a lo largo de la línea después del instante de falla. Aunque  $v_f(z, t)$  no se puede calcular directamente a partir de mediciones en los extremos de la línea, es posible obtener una aproximación del mismo a partir de  $v(z, t)$  y  $v'(z, t)$ . Suponiendo que se presenta una falla a una distancia  $d_f$  del inicio de una línea de transmisión de longitud  $L$ , el perfil transitorio tensión  $v_f(z, t)$  en la línea fallada está dado por:

$$v_f(z, t) = \begin{cases} v(z, t) & \text{desde } z = 0 \text{ hasta } z = d_f \\ v'(z, t) & \text{desde } z = d_f \text{ hasta } z = L \end{cases} \quad 4.1$$

De acuerdo con (4.1), la diferencia entre los perfiles  $v(z, t)$  y  $v'(z, t)$  es mínima cuando  $z = d_f$ . Por lo tanto, la ubicación de la falla puede estimarse al calcular la diferencia entre ambos perfiles para un tiempo  $t_f$  después de la ocurrencia de ésta, de tal manera que el punto donde el valor absoluto de la diferencia sea mínimo indica la ubicación de la falla:

$$|v(d_f, t_f) - v'(d_f, t_f)| \rightarrow 0 \quad 4.2$$

La Figura 4.11 proporciona una representación gráfica de (4.2), donde se calcula el valor absoluto de la diferencia entre los perfiles que se tienen en la Figura 4.9 y la Figura 4.10. También se puede observar que la diferencia entre los perfiles es cero antes del instante de falla. En la Figura 4.12 se presenta el diagrama de flujo con los pasos para localizar una falla utilizando el algoritmo presentado.

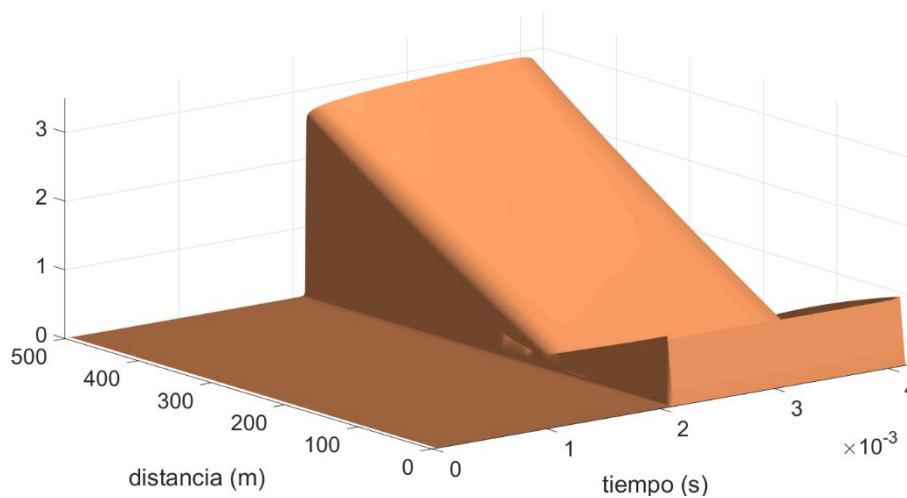


Figura 4.11. Valor absoluto de la diferencia entre  $v(z, t)$  y  $v'(z, t)$

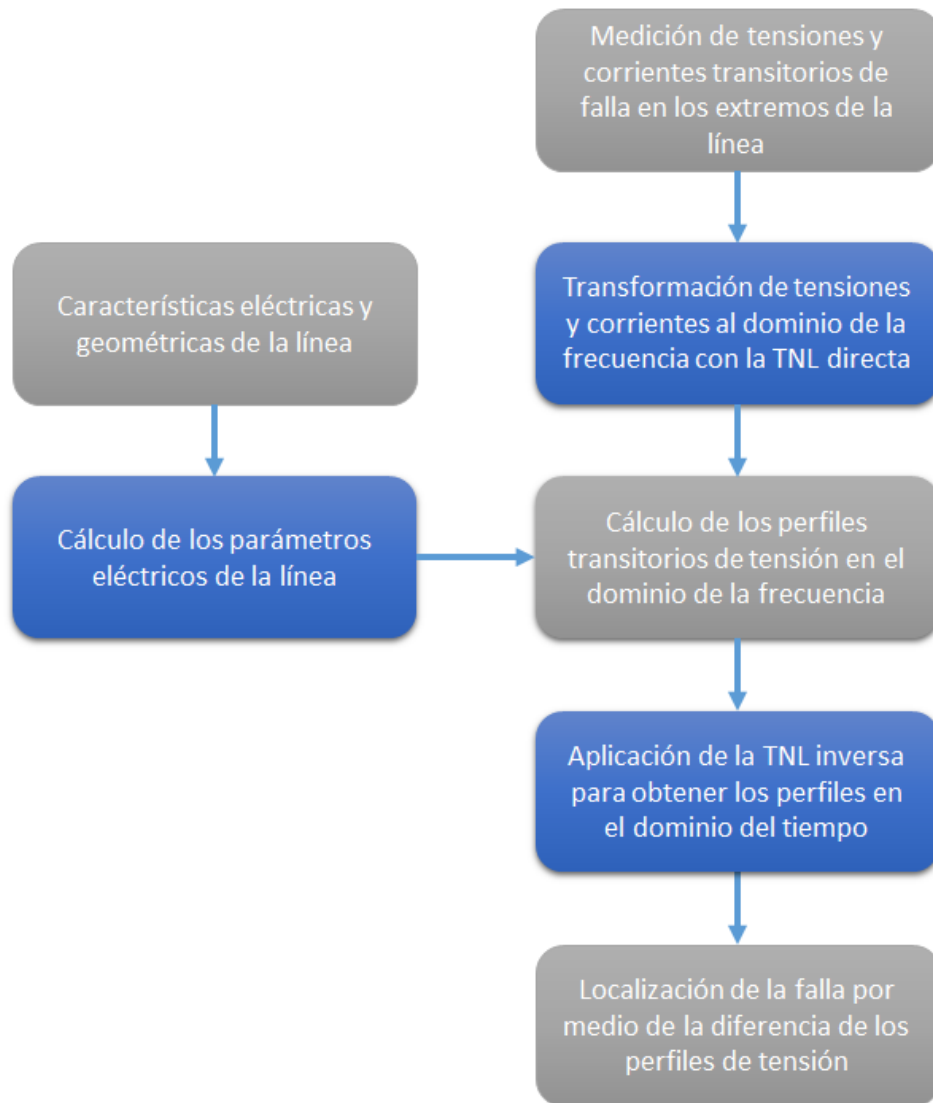


Figura 4.12. Diagrama de flujo para la localización de una falla utilizando perfiles de tensión

Al trabajar con líneas multiconductoras, el método propuesto se aplica por separado a cada una de las fases de la línea de transmisión y la ubicación de la falla se estima del promedio de la ubicación dada por cada conductor.

Es importante mencionar que esta técnica no funciona si se utilizan perfiles de corriente en lugar de los perfiles de tensión. Esto se debe a que la corriente de falla que se aporta desde el inicio de la línea no es necesariamente igual a la que se aporta desde el final de la línea, por lo que la diferencia entre los perfiles de corriente no será mínima en el punto de falla.

A continuación se presentan dos casos de prueba para validar el funcionamiento del método presentado. En estos casos se aplican diferentes condiciones de falla a una línea de transmisión multiconductora por medio de simulaciones hechas en ATP. De estas mismas simulaciones se obtuvieron las

mediciones de tensión y corriente necesarias como datos de entrada del método. Se utilizó el error relativo basado en la longitud de la línea para determinar el error en los resultados calculados [81]:

$$\text{Error}(\%) = \frac{|\text{ubicación real} - \text{ubicación calculada}|}{\text{longitud de la línea}} * 100 \quad 4.3$$

#### 4.3.1 Caso A

En este ejemplo se considera una línea de transmisión trifásica uniforme de 400 kV con características tomadas de [82]. La línea tiene una longitud de 167 km y los conductores se encuentran a una altura de 24 m, con una separación de 11 m entre conductores contiguos.

Se simularon fallas a 33, 63 y 93 km del nodo emisor en los tiempos 15 y 20 ms. Los tipos de falla considerados son:

- Fase A a tierra (AG)
- Fase A con fase B (AB)
- Falla trifásica a tierra (ABCG)
- Falla trifásica (ABC)

En las simulaciones de AG y ABCG se consideraron impedancias de falla a tierra con valores de 0, 5, 50, 100, 200 y 500 ohm.

Se considera que los datos de entrada (mediciones de tensión y corriente) son vectores de  $2^{10}$  muestras, los cuales son proporcionados por cualquier equipo de adquisición de datos con una velocidad de muestreo de 20 kHz. Al calcular los perfiles la línea se discretiza en  $2^{10}$  segmentos.

En la Figura 4.13 y en la Figura 4.14 se presenta el error relativo de los resultados AG y ABCG en función de la impedancia de falla para las distintas ubicaciones consideradas. Se puede observar que la ubicación y tipo de falla no tienen una influencia evidente en los resultados, manteniéndose en general por debajo o muy cercanos al 1%. En la Figura 4.15 se muestran los resultados para las fallas no aterrizadas, con excepción de dos puntos, todos los resultados se mantienen por debajo del 1% de error. En la Figura 4.16 se presenta una comparativa del comportamiento del error relativo para todos los casos de fallas aterrizadas consideradas. Se puede observar que en las fallas tipo AG el incremento de la impedancia parece tener un impacto negativo en los resultados, pero este comportamiento no se repite en las fallas ABCG. El instante de falla parece no tener un efecto apreciable en los resultados. Con excepción del caso de falla ABCG a 93 km del nodo emisor en el instante  $t = 15$  ms en el que se obtiene

un error inusualmente alto (1.1%), el comportamiento general entre las fallas a 15 y 20 ms siguen una misma tendencia. En el Apéndice C se incluyen todos los resultados obtenidos de las simulaciones realizadas.

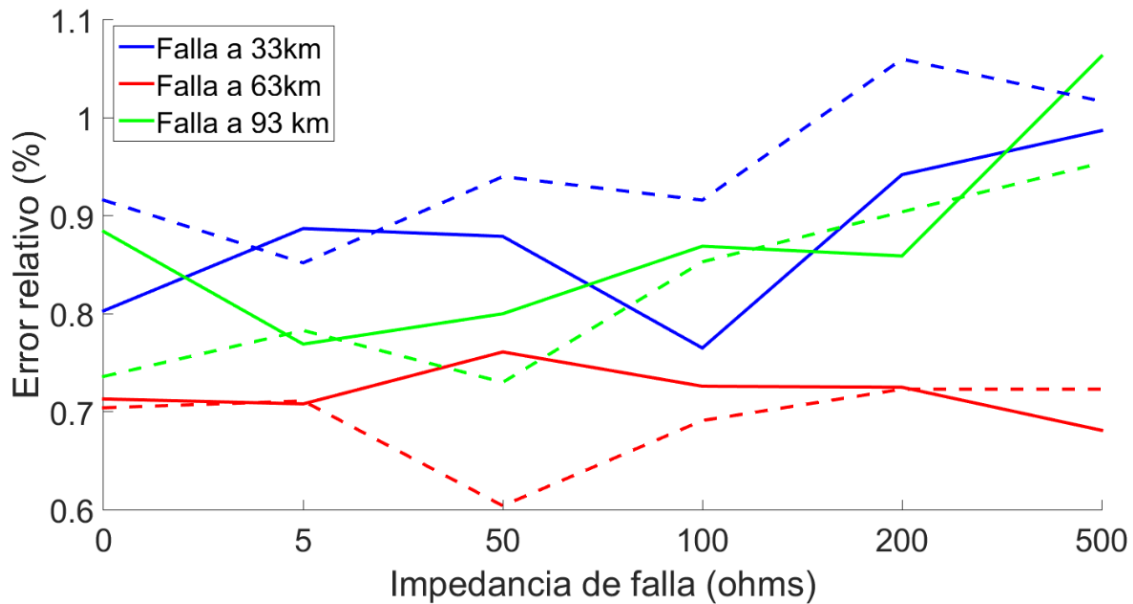


Figura 4.13. Error relativo de los resultados calculados con el método propuesto considerando una falla AG con instantes de falla en 15 (líneas sólidas) y 20 ms (líneas punteadas)

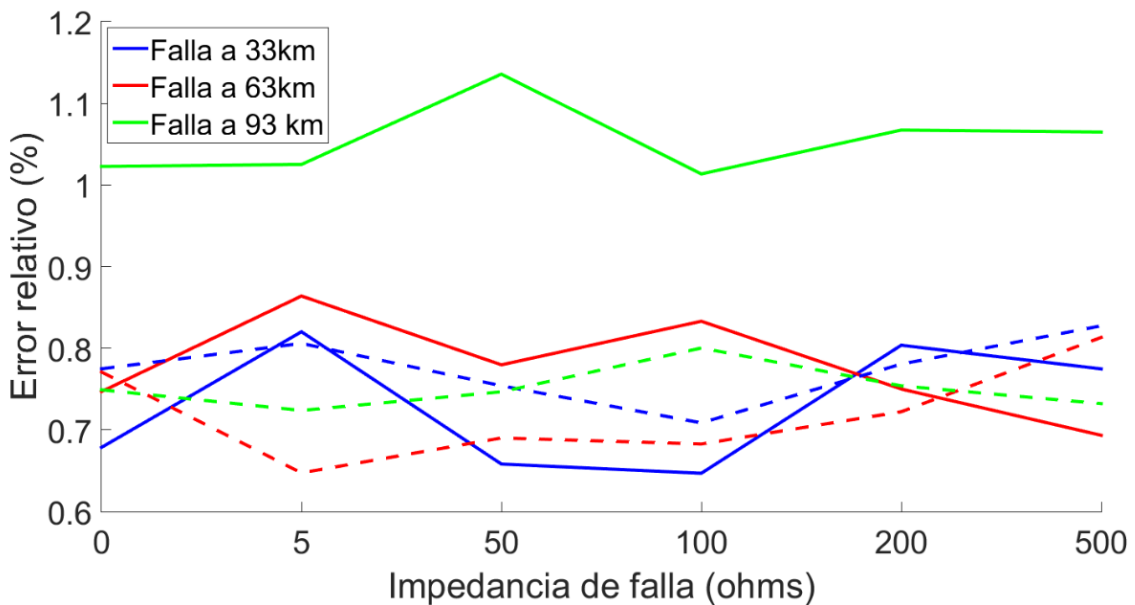


Figura 4.14. Error relativo de los resultados calculados con el método propuesto considerando una falla ABCG con instantes de falla en 15 (líneas sólidas) y 20 ms (líneas punteadas)

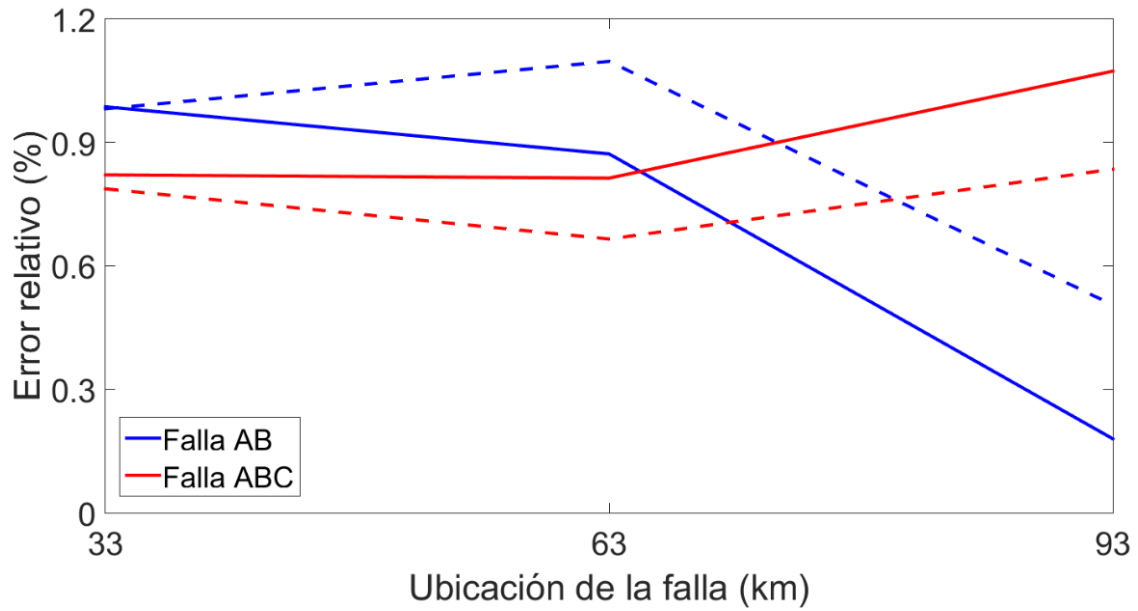


Figura 4.15. Error relativo de los resultados calculados con el método propuesto considerando fallas tipo AB y ABC con instantes de falla en 15 (líneas sólidas) y 20 ms (líneas punteadas)

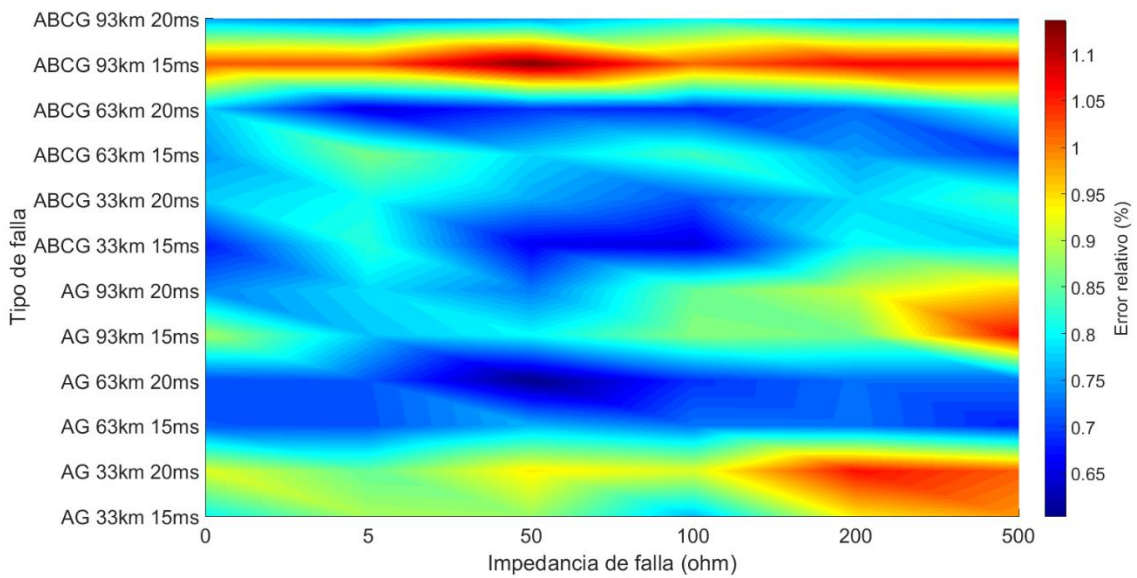


Figura 4.16. Error relativo de los resultados calculados con el método propuesto considerando diferentes condiciones de falla

### 4.3.2 Caso B

En este ejemplo se considera una línea de transmisión multiconductora de 400 kV no uniforme, la cual se consiste de los siguientes segmentos conectados en serie:

- Un segmento uniforme de 15 km de longitud con las mismas características presentadas en el caso anterior.

- Cuatro segmentos no uniformes de 12 km de longitud conectados consecutivamente (48 km de longitud considerando los cuatro tramos). La uniformidad en cada segmento se introduce por medio de variaciones del terreno como se muestra en la Figura 4.17.
- Un último segmento uniforme de 37 km de longitud con las mismas características que en el caso anterior.

La línea completa tiene una longitud total de 100 km, de los cuales casi la mitad (48 km) contiene no uniformidades. Utilizando ATP se simuló fallas a 25, 50 y 75 km del nodo emisor. Se tomaron los mismos tipos de fallas y valores de impedancia que en el ejemplo anterior. Se considera el instante de falla a los 15 ms. Las no uniformidades se introducen en el modelo de ATP subdividiendo la línea en segmentos de diferente altura, cada segmento tiene una altura de 200 m.

La velocidad de muestreo considerada es de 20 kHz, y se considera que las mediciones de tensión y corriente que se usan como datos de entrada del método son vectores de  $2^{10}$  elementos.

El método de localización de fallas se aplica dos veces en cada escenario. Inicialmente se estima la ubicación de la falla utilizando perfiles de tensión calculados con el método basado en matrices cadena (sección 3.3), con lo que es posible tomar en cuenta la no uniformidad de la línea. Posteriormente, se estima la ubicación de la falla utilizando el modelo de línea en el dominio  $(q, s)$  (sección 3.2), considerando que la línea es uniforme con una altura constante de 24 m. Con esto se pretende observar el efecto de las no uniformidades en la localización de fallas. Para mantener congruencia con el modelo de ATP, los perfiles de tensión se calculan discretizando la línea en segmentos de 200 m.

Para medir la precisión de los resultados se utiliza (4.3) para obtener el error relativo basado en la longitud de la línea. De la Figura 4.18 a la Figura 4.20 se presenta la comparativa de las ubicaciones de falla calculadas al considerar la línea como uniforme y al tomar en cuenta las no uniformidades. Los resultados completos se encuentran en el Apéndice C. Es evidente que al considerar las no uniformidades de la línea en el método el nivel de error es menor en comparación que cuando la línea se considera uniforme (aproximadamente 1% de diferencia). Aunque podría decirse que la mejora en los resultados es modesta cuando se consideran las no uniformidades (alrededor de 1 km en este ejemplo), esta reducción en el error puede ser importante si la falla ocurre en una zona de difícil acceso. En la Figura 4.21 se muestra la comparativa del comportamiento del error para las fallas aterrizadas. En esta figura se observa que el incremento de la impedancia de falla en los casos AG tiene un ligero impacto negativo en los resultados obtenidos. También es fácil observar que al considerar las no uniformidades de la línea disminuye el error en la localización de la falla.

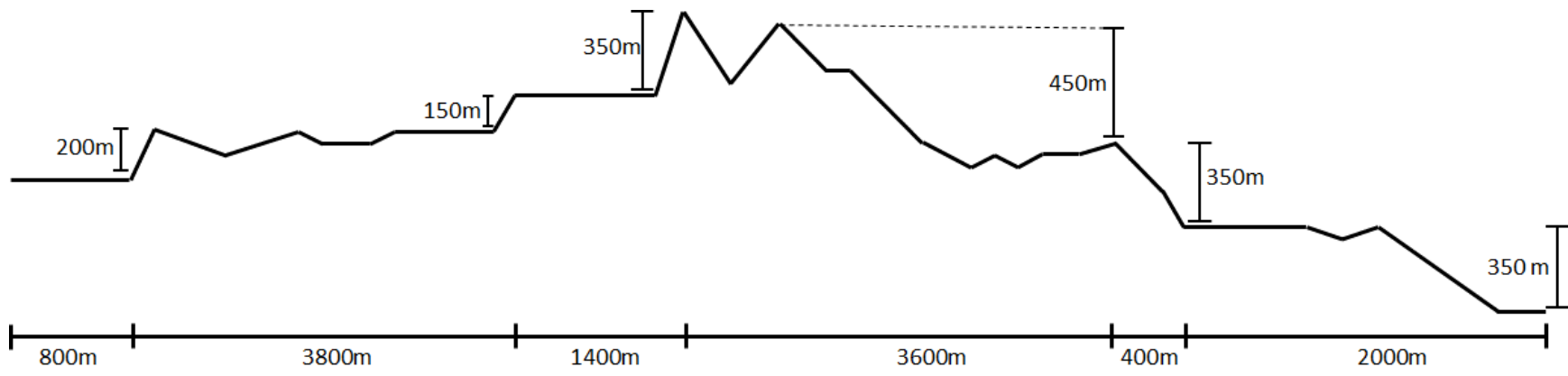


Figura 4.17. Terreno montañoso que introduce un alto grado de no uniformidad a la línea de transmisión del caso B

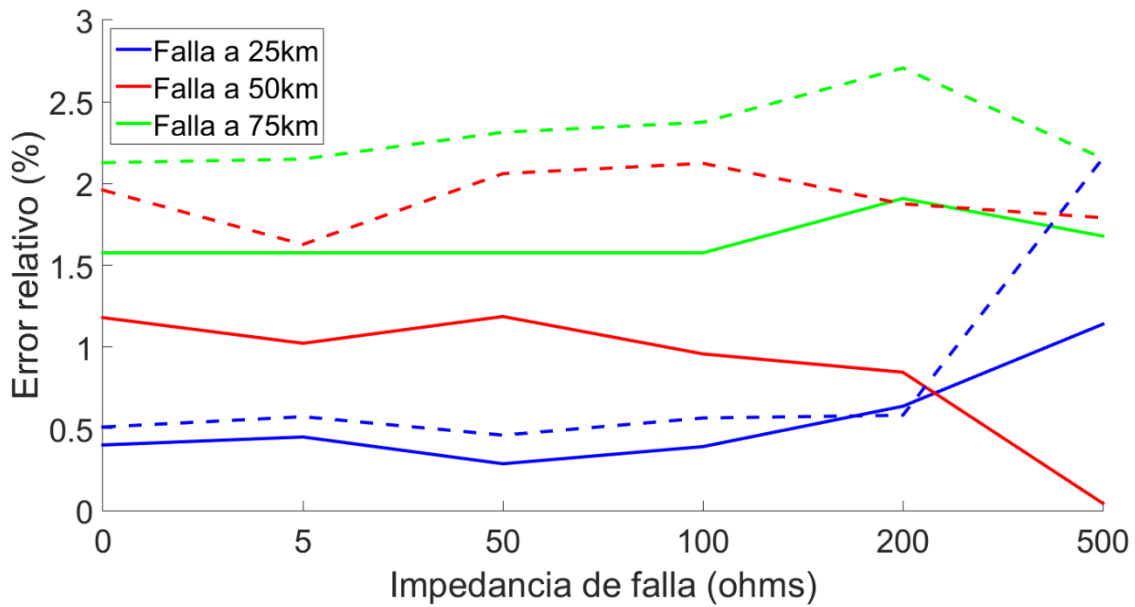


Figura 4.18. Error relativo de los resultados calculados con el método para una falla AG considerando la línea como no uniforme (líneas sólidas) y como uniforme (líneas punteadas)

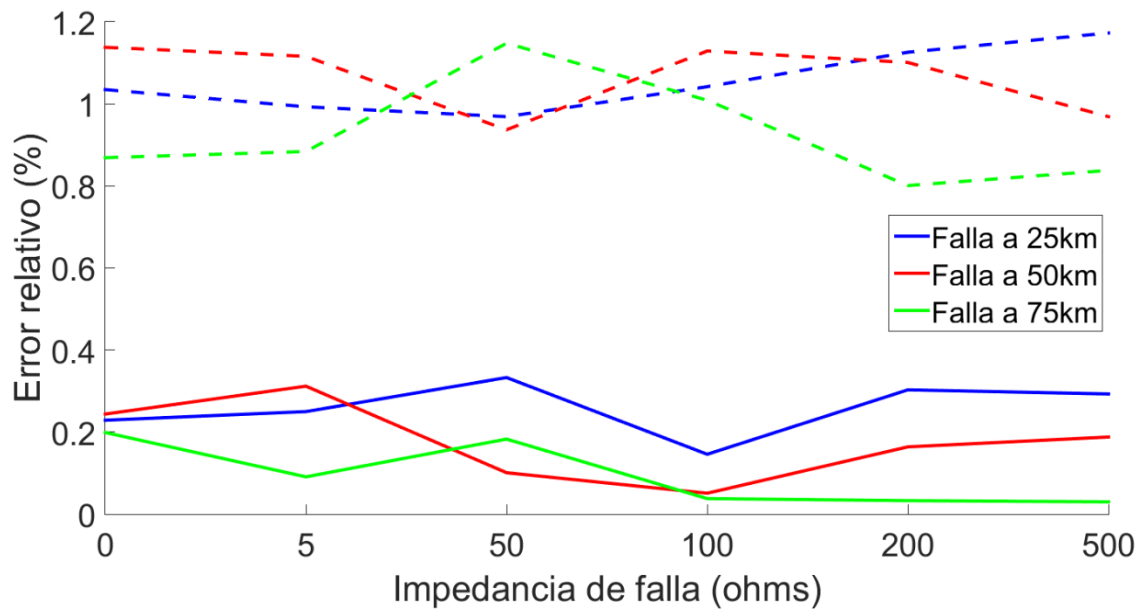


Figura 4.19. Error relativo de los resultados calculados con el método para una falla ABCG considerando la línea como no uniforme (líneas sólidas) y como uniforme (líneas punteadas)



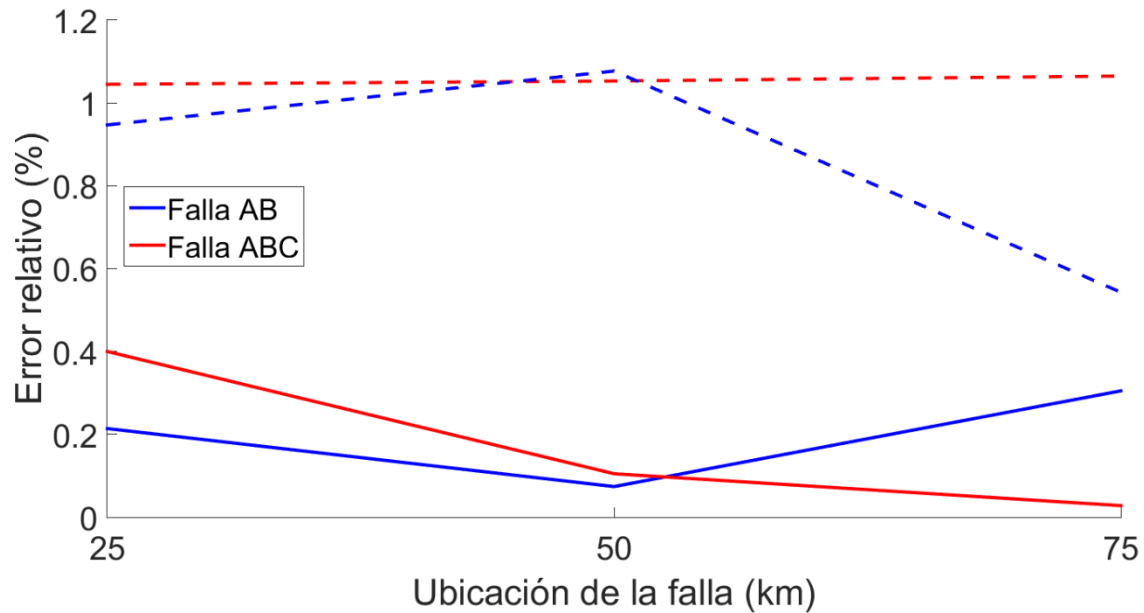


Figura 4.20. Error relativo de los resultados calculados para fallas tipo AB y ABC considerando la línea como no uniforme (líneas sólidas) y como uniforme (líneas punteadas)

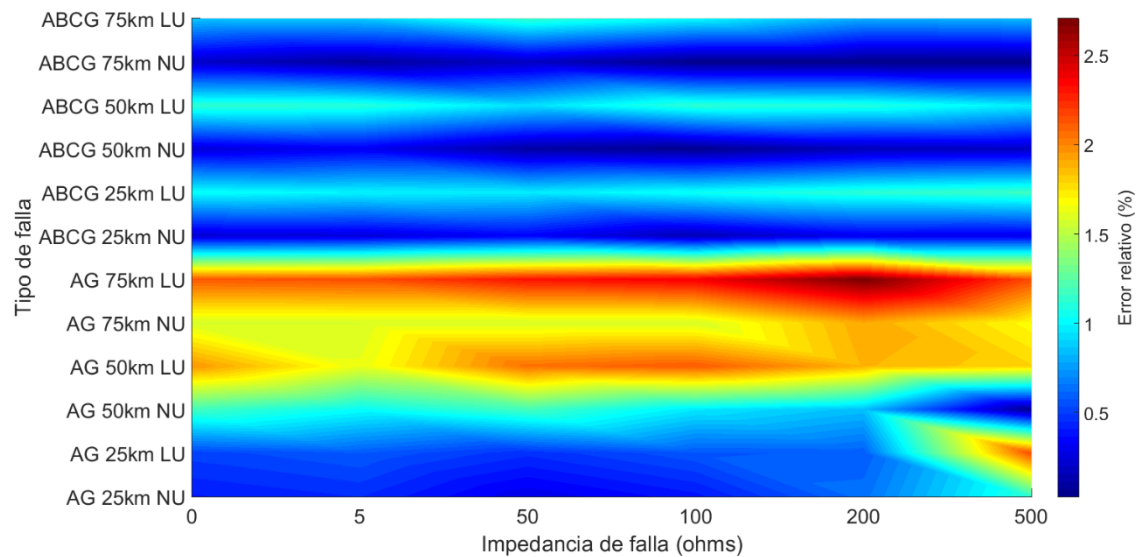


Figura 4.21. Error relativo de los resultados calculados considerando la línea como no uniforme (NU) y como uniforme (LNU)

### 4.3.3 *Discusión de resultados*

En esta sección se propone un método para la localización de fallas en líneas de transmisión basado en el cálculo de perfiles de tensión. El método utiliza como datos de entrada mediciones de tensión y corriente sincronizadas al momento de la falla de ambos extremos de la línea.

Se presentaron dos casos de prueba para validar los resultados obtenidos, donde se consideraron diferentes condiciones de falla (variando la ubicación,

impedancia y tipo de falla). Con las simulaciones realizadas, el método demostró tener un buen nivel de precisión, ya que en general el error relativo de los resultados se mantuvo por debajo del 1%, demostrando una consistencia considerable ante la variación de la ubicación de la falla o en el tipo de falla analizada. Por otro lado, se observó que el incremento del valor de la impedancia de falla puede afectar negativamente los resultados obtenidos en la localización de fallas AG, sin embargo, aun cuando se consideró una impedancia de falla de 500 ohms, los niveles de error se mantuvieron aceptables.

Es importante mencionar que el error relativo del método propuesto se encuentra por debajo de los errores arrojados por los métodos basados en impedancia, los cuales son los más ampliamente utilizados debido a su simplicidad y bajo costo de implementación. Estos métodos pueden ser altamente dependientes de la posición y de la impedancia de la falla, llegando a tener errores mayores al 10% en algunos casos [83], [84], [85].

Adicionalmente a los métodos de localización de fallas basados en las líneas de transmisión, también existe un conjunto de métodos que se clasifican como técnicas basadas en ondas viajeras. Este tipo de métodos generalmente son más precisos que sus contrapartes basadas en impedancia, con errores relativos constantemente debajo del 1% [79], sin embargo la popularidad de estos métodos todavía no es amplia debido a que generalmente necesitan velocidades de muestreo en el orden de MHz [82], [86], [87], [88], [89], para lo cual es necesario contar con equipos de adquisición de datos especiales llamados TWR (*traveling wave recorder*), que pueden incrementar considerablemente los costos de implementación. Al comparar el error relativo de los resultados de este trabajo con los reportados en [82], [87], [88], [89], [90], [91], [92], se puede observar que son valores dentro de los mismos rangos, demostrando que método propuesto es comparable con las técnicas de localización de fallas actuales, pero utilizando una velocidad de adquisición de datos mucho menor (20 kHz).

Por otro lado, se analizó el efecto de una línea con segmentos altamente no uniformes en los resultados del algoritmo de localización de fallas. Se observó que si se considera a la línea como uniforme, los resultados se ven afectados negativamente. El método propuesto puede incluir segmentos no uniformes de una línea de transmisión a través del uso de matrices cadena, lo que permite tener una localizar de manera confiable las fallas sin importar la topología del terreno. Vale la pena mencionar que no se encontraron trabajos donde se reporten métodos de localización de fallas en líneas de transmisión no uniformes, por lo que el método propuesto es una aportación inédita y novedosa de este trabajo.

## Capítulo 5 Conclusiones

### 5.1 Introducción

En este capítulo se presentan las conclusiones de este trabajo de tesis, las cuales se alcanzaron tras el análisis de los resultados presentados a lo largo de este documento. Adicionalmente se mencionan las contribuciones originales de este trabajo y se presentan los productos de investigación generados en forma de artículos en revistas JCR y en congresos nacionales e internacionales. Por último, se hacen recomendaciones de trabajos futuros que puedan extender las aplicaciones de los métodos presentados.

### 5.2 Conclusiones

En este trabajo se propusieron dos métodos para el cálculo de perfiles transitorios de tensión y corriente a lo largo de líneas de transmisión uniformes y no uniformes. El cálculo de perfiles de tensión en líneas uniformes se logra con un modelo de línea en el dominio  $(q, s)$  y el uso de la TNL2D inversa con muestreo híbrido. Por otro lado, al trabajar con líneas no uniformes se utiliza un modelo en el dominio  $(z, s)$  basado en matrices cadena. Ambos enfoques permiten la inclusión de interruptores por medio de la superposición de las respuestas de tensión de las diferentes configuraciones del circuito, antes y después de la operación de un interruptor. Adicionalmente es posible considerar elementos no lineales aproximando esta condición a través de una serie de operaciones de apertura/cierre de interruptores. También se presentó la manera en que se puede incorporar el efecto de campos electromagnéticos incidentes en los métodos propuestos.

Al compararse con la funcionalidad de programas computacionales tradicionales de simulación transitoria (ATP o PSCAD por ejemplo), los perfiles transitorios calculados en este trabajo tienen la ventaja de proporcionar información de tensión y corriente a lo largo de la línea de transmisión, y no solo en los extremos de la misma como lo hacen dichos programas. Esta información permite tener una mejor comprensión de los fenómenos transitorios, así como también puede mostrar la existencia de sobretensiones al interior de una línea (causadas por fenómenos como resonancia o descargas atmosféricas).

Para obtener información similar a la proporcionada por los perfiles transitorios utilizando programas de simulación tradicionales es necesario dividir la línea de transmisión en una gran cantidad de segmentos, esto con la finalidad de tener acceso a puntos de medición a lo largo de la línea y/o poder introducir no

uniformidades de la misma. Sin embargo, este enfoque requiere una inversión de tiempo considerable para generar un modelo de línea, además de que requiere utilizar pasos de tiempo muy pequeños, generando archivos de solución extremadamente grandes, corriendo el riesgo de saturar la memoria asignada al programa y evitando que se complete la simulación. Este tipo de problemas no se presentan al utilizar los métodos propuestos, por lo que tienen una evidente ventaja en el cálculo de tensión y corrientes a lo largo de líneas de transmisión.

Adicionalmente se propuso una aplicación didáctica de los perfiles transitorios, en la que se generan animaciones de transitorios electromagnéticos a partir de la información de los perfiles. Estas animaciones permiten observar de manera sencilla el comportamiento de las ondas de tensión y corriente a lo largo de una línea de transmisión multiconductora, lo cual resulta de gran utilidad didáctica en cursos de ingeniería eléctrica, pues permite a los estudiantes comprender la definición del concepto de ondas viajeras, y la diferencia que existe entre la teoría de circuitos y la teoría de la línea de transmisión. Particularmente, se desarrolló la aplicación educativa EMTAG, que es una herramienta que permite la simulación de manera sencilla de transitorios electromagnéticos en líneas de transmisión monofásicas uniformes y puede generar animaciones de manera automática a partir de los resultados obtenidos. Con esta aplicación, los estudiantes pueden observar y comprender como se desarrolla un transitorio electromagnético en una línea de transmisión sin la necesidad de tener conocimientos previos de programación o modelado de líneas. Actualmente, esta aplicación se utiliza en cursos de ingeniería eléctrica en la ESIME Zacatenco.

Por último, se propuso una segunda aplicación de los perfiles transitorios. En donde se desarrolló un algoritmo para la localización de fallas en líneas de transmisión basado en el cálculo de perfiles transitorios de tensión al momento de una falla. Este algoritmo puede considerar líneas uniformes (modelo en el dominio  $(q, s)$ ) o líneas no uniformes (modelo basado en matrices cadena). Para validar el algoritmo desarrollado se simuló diferentes condiciones de falla (variando la impedancia, ubicación y tipo de falla) en ATP, utilizando las mediciones de tensión y corriente de estas simulaciones como datos de entrada del método. Los resultados obtenidos presentaron en su mayoría un error relativo por debajo de 1%, demostrando una buena estabilidad del método frente a diferentes tipos de falla y ubicaciones de las mismas. Se observó que el valor de la impedancia de falla puede impactar los resultados en la localización de fallas de una fase a tierra, pues existe una tendencia de que el error aumenta a mayores impedancias; sin embargo, aún para un valor de 500 ohms (la impedancia más alta considerada en este trabajo) los niveles de error se mantuvieron aceptables. El error relativo presentado por el algoritmo desarrollado se encuentra por debajo de los que tienen los métodos basados en impedancia, y son comparables con los métodos

basados en ondas viajeras, pero requiriendo un muestreo considerablemente menor de 20 kHz.

También se demostró que el algoritmo puede mantener los mismos niveles de precisión trabajando con líneas de transmisión con alto grado de no uniformidad. Es importante mencionar que no se encontraron trabajos donde se desarrollen métodos de localización de falla para líneas de transmisión no uniformes, por lo que tomando en cuenta este hecho y los resultados positivos obtenidos en las simulaciones, el método de localización de fallas desarrollado tiene el potencial de cubrir un área que no ha sido estudiada ampliamente.

### **5.3 Aportaciones originales**

- Se presentó la aplicación en dos dimensiones de la transformada numérica de Laplace utilizando un muestreo híbrido.
- Se propuso una técnica para la inclusión de elementos no lineales y dependientes del tiempo (en la forma de apartarrayos e interruptores) en un modelo de línea definido en el dominio  $(q, s)$  por medio de la superposición de respuestas a diferentes topologías de la red para el cálculo de perfiles transitorios.
- Se desarrolló un método para el cálculo de perfiles transitorios en líneas de transmisión no uniformes a partir de un modelo de línea definido en el dominio  $(z, s)$  y basado en la conexión en cascada de matrices cadena. El método permite incluir el fenómeno de la línea iluminada por medio del uso de fuentes de tensión y corriente distribuidas.
- Se propuso un método para la generación de animaciones del comportamiento de la tensión y corriente a lo largo de líneas de transmisión durante transitorios electromagnéticos utilizando perfiles transitorios.
- Se desarrolló la herramienta educativa EMTAG, la cual permite generar animaciones de transitorios electromagnéticos en líneas de transmisión monofásicas de manera sencilla. Con esto es posible mejorar la comprensión de los fenómenos transitorios y las ondas viajeras en una línea de transmisión.
- Se propuso un método para la localización de fallas en líneas de transmisión multiconductoras uniformes y no uniformes, basado en el uso de perfiles transitorios de tensión.

### **5.4 Productos de investigación derivados de este trabajo**

#### **5.4.1 Artículos publicados en revistas JCR**

- R. Nuricumbo-Guillén, L. Vergara, P. Gómez, F.P. Espino-Cortés “Laplace-based computation of transient profiles along transmission lines including

time-varying and non-linear elements”, *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, vol. 106, pp. 138-145, 2019.

- R. Nuricumbo-Guillén, F.P. Espino-Cortés, P. Gómez, “Animation of electromagnetic transients in power transmission lines by means of the two-dimensional numerical Laplace transform”, *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, vol. 93, pp. 171-177, 2017.
- P. Gómez, L. Vergara, R. Nuricumbo-Guillén, F.P. Espino-Cortés, “Two-dimensional definition of the numerical Laplace transform for fast computation of transient profiles along power transmission lines”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 31, n° 1, pp. 412-414, 2016.

#### **5.4.2 Artículos en congresos en el extranjero**

- R. Nuricumbo-Guillén, F.P. Espino-Cortés, P. Gómez, Carlos Tejada-Martínez, “Computation of transient profiles along non-uniform transmission lines using the numerical Laplace transform”, *2018 IEEE International Conference on High Voltage Engineering and Application (ICHVE 2018)*, Atenas, Grecia, 10 – 13 de septiembre, 2018.
- A. Alshawawreh, P. Gómez, R. Nuricumbo-Guillén, L. Vergara, F.P. Espino-Cortés, “Transmission line fault location based on the computation of transient profile contour maps”, *2018 IEEE Texas Power and Energy Conference (TPEC 2018)*, College Station, Texas, EUA, 8 – 9 de febrero, 2018.
- R. Nuricumbo-Guillén, F. P. Espino-Cortés, P. Gómez, “EMTAG: A tool for animating electromagnetic transients in transmission lines”, *49th North American Power Symposium (NAPS 2017)*, Morgantown, West Virginia, EUA, 17 – 19 de septiembre, 2017.
- R. Nuricumbo-Guillén, F. P. Espino-Cortés, “Dielectric stress distribution in interleaved transformer windings under PWM-type waveforms”, *2017 IEEE Electrical Insulation Conference (EIC 2017)*, Baltimore, Maryland, EUA, 11 – 14 de junio, 2017.

#### **5.4.3 Artículos en congresos en México**

- R. Nuricumbo-Guillén, J.A. Díaz de la Vega, F.P. Espino-Cortés, “Localización de fallas en líneas de transmisión monofásicas no uniformes con un método definido en el dominio de la frecuencia”, *XXXI Reunión Internacional de Verano de Potencia, Aplicaciones Industriales y Exposición Industrial (RVP-AI 2018)*, Acapulco, Guerrero, México, 15 – 20 de julio, 2018.
- J.A. Días de la Vega, F.P. Espino-Cortés, G. Rosas, R. Nuricumbo-Guillén, “Evaluación de un algoritmo de localización de fallas en líneas de transmisión simuladas en tiempo real”, *XXXI Reunión Internacional de*

*Verano de Potencia, Aplicaciones Industriales y Exposición Industrial (RVP-AI 2018)*, Acapulco, Guerrero, México, 15 – 20 de julio, 2018.

- R. Nuricumbo-Guillén, F. P. Espino-Cortés, “Cálculo de sobretensiones transitorias en puntos internos de líneas de transmisión monofásicas no uniformes con un modelo en el dominio de la frecuencia”, *XVI Congreso Nacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas (CNIES 2017)*, Ciudad de México, México, 13 – 17 de noviembre, 2017.
- S. G. Pérez-Durán, R. Nuricumbo-Guillén, F. P. Espino-Cortés, “Localización de secciones degradadas por arborescencias de agua en cables de potencia”, *XVI Congreso Nacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas (CNIES 2017)*, Ciudad de México, México, 13 – 17 de noviembre, 2017.
- S. G. Pérez Durán, R. Nuricumbo-Guillén, F. P. Espino-Cortés, “Algoritmo para la detección y localización de secciones degradadas en cables”, *XXX Reunión de Verano de Potencia, Aplicaciones Industriales y Exposición Industrial (RVP-AI 2017)*, Acapulco, Guerrero, México, 16 – 22 de Julio, 2017.
- R. Nuricumbo-Guillen, F. P. Espino-Cortés, P. Gómez, “Animaciones de la propagación de ondas en líneas de transmisión generadas con la transformada numérica de Laplace”, *VIII Congreso Internacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas (CIIES 2016)*, Ciudad de México, México, 17 al 21 de octubre, 2016.
- R. Nuricumbo-Guillén, S. G. Pérez Durán, F. P. Espino-Cortés, “Localización de fallas en líneas de transmisión monofásicas a través de perfiles de tensión calculados en el dominio de la frecuencia”, *XXIX Reunión de Verano de Potencia, Aplicaciones Industriales y Exposición Industrial (RVP-AI 2016)*, Acapulco, Guerrero, México, 17 – 23 de Julio, 2016.

## **5.5 Recomendaciones para trabajos futuros**

- El desarrollo de una interfaz gráfica para la simulación de transitorios electromagnéticos de manera sencilla utilizando los métodos presentados.
- Evaluación del impacto de los sistemas de tierra en el comportamiento de la tensión y corriente al interior de la línea de transmisión durante un transitorio electromagnético.
- Uso de datos experimentales para la validación de los perfiles transitorios calculados con los métodos propuestos.
- Evaluación de la validación del algoritmo de localización de fallas mediante su implementación en un sistema de tiempo real y con el uso de datos obtenidos durante fallas reales en el sistema de potencia.

- Aplicación del algoritmo de localización de fallas en líneas de transmisión de HVDC y en líneas de transmisión híbridas.
- Desarrollo de un manual, casos de estudio y ejercicios para el uso de EMTAG en materias de ingeniería eléctrica.



## Referencias

- [1] F. F. da Silva y C. L. Bak, *Electromagnetic Transients in Power Cables*, Londres: Springer, 2013.
- [2] J. A. Martínez-Velasco, *Power Systems Transients Parameter Determination*, Nueva York: CRC Press, 2010.
- [3] J. A. Martínez Velasco, *Coordinación de aislamientos en redes eléctricas de alta tensión*, Madrid: McGraw Hill, 2008.
- [4] M. Aguet y J. J. Morf, *Energía Eléctrica*, Ciudad de México: Limusa, 1988.
- [5] A. R. Hileman, *Insulation Coordination for Power Systems*, Basel: Marcel Dekker Inc, 1999.
- [6] Boneville Power Administration, *Electromagnetic Transient Program Theory Book*, Portland, USA, 1995.
- [7] HVDC Manitoba Research Centre, *PSCAD/EMTDC User's Manual*, 2001.
- [8] R. Nuricumbo-Guillén, P. Gómez, F. P. Espino-Cortés y F. A. Uribe, «Accurate Computation of Transient Profiles Along Multiconductor Transmission Systems by Means of the Numerical Laplace Transform,» *IEEE Transactions of Power Delivery*, vol. 29, nº 5, pp. 2385-2393, 2014.
- [9] J. H. Hasan, B. Ghassan y G. Pablo, «A general code to simulate the effect of indirect lightning on overhead lines using EMTP-type programs,» de *2017 IEEE International Conference on Electro Information Technology (EIT)*, Lincoln, NE, USA, 2017.
- [10] J. C. Escamilla, «Modelado para Análisis de la Transferencia de Sobretensiones Inducidas por Descargas Atmosféricas en Sistemas de Distribución,» SEPI ESIME Zacatenco, Ciudad de México, 2008.
- [11] M. J. Master y M. A. Uman, «Lightning Induced Voltage on Power Lines: Theory,» *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 103, nº 9, pp. 75-86, 1984.

- [12] L. A. Siegert C., *Alta tensión y sistemas de transmisión*, México, D.F.: LIMUSA, 1989.
- [13] J. K. Snelson, «Propagation of Travelling Waves on Transmission Lines Frequency Dependent Parameters,» *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 91, pp. 85-91, 1972.
- [14] W. S. Meyer y H. W. Dommel, «Numerical Modeling of Frequency-Dependent Transmission Line Parameters in an Electromagnetic Transients Program,» *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 93, pp. 1401-1409, 1974.
- [15] J. Martí, «Accurate Modelling of Frequency-Dependent Transmission Lines in Electromagnetic Transient Simulations,» *IEEE Trans. Power Apparatus and Systems*, vol. 101, nº 1, pp. 147-157, 1982.
- [16] L. Martí, «Simulation of Transients in Underground Cables with Frequency Dependent Modal Transformations Matrices,» *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 3, nº 3, pp. 1099-1110, 1988.
- [17] B. Gustavsen y A. Semlyen, «Combined Phase Domain and Modal Domain Calculation of Transmission Line Transients Based on Vector Fitting,» *IEEE Transactions Power Delivery*, vol. 13, nº 2, pp. 596-604, 1998.
- [18] P. Moreno, P. Gómez, J. L. Naredo y J. L. Guardado, «Frequency Domain Transient Analysis of Electrical Networks Including Non-Linear Conditions,» *Electrical Power and Energy Systems*, vol. 27, pp. 139-146, 2005.
- [19] S. J. Day, N. Mullineux y J. R. Reed, «Developments in Obtaining Transient Response using Fourier Transforms. Part I: Gibbs Phenomena and Fourier Integrals,» *International Journal of Electrical Engineer Education*, vol. 3, pp. 501-506, 1965.
- [20] S. J. Day, M. J. Battison, N. Mullineux y J. R. Reed, «Developments in Obtaining Transient Response using Fourier Transforms. Part III: Global Response,» *International Journal of Electrical Engineering Education*, vol. 6, pp. 259-265, 1968.

- [21] S. J. Day, N. Mullineux y J. R. Reed, «Developments in Obtaining Transient Response using Fourier Transforms. Part II: Use of the Modified Fourier Transform,» *International Journal of Electrical Engineering Education*, vol. 4, pp. 31-40, 1966.
- [22] L. M. Wedepohl y S. E. T. Mohamed, «Multiconductor Transmission Lines. Theory of Natural Modes and Fourier Integral Applied to Transient Analysis,» *Proc. Inst. Elec. Eng.*, vol. 116, nº 9, pp. 1553-1563, 1969.
- [23] L. M. Wedepohl y D. J. Wilcox, «Transient Analysis of Underground Power Transmission Systems - System Model and Wave Propagation Characteristics,» *Proc. Inst. Elect. Eng.*, vol. 120, nº 2, pp. 253-260, 1973.
- [24] A. Ametani, «The Application of the Fast Fourier Transform to Electrical Transient Phenomena,» *Int. J. Elect. Eng. Educ.*, vol. 10, pp. 277-287, 1973.
- [25] D. J. Wilcox, «Numerical Laplace Transformation and Inversion,» *Int. J. Elect. Eng. Educ.*, vol. 15, pp. 247-265, 1978.
- [26] C. D. Taylor, «On Electromagnetic Field Excitation of Unshielded Multiconductor Cables,» *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 20, nº 4, pp. 495-500, 1978.
- [27] A. K. Agrawal, H. J. Price y S. H. Gurbaxani, «Transient Response of Multiconductor Transmission Lines Excited by a Nonuniform Electromagnetic Field,» *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 22, nº 2, pp. 119-129, 1980.
- [28] F. Heidler, «Traveling Current Source Model for LEMP Calculation,» de *6th International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, Zurich, Suiza, 1985.
- [29] C. A. Nucci, F. Rachidi, M. V. Ianoz y C. Mazzetti, «Lightning Induced Voltage on Overhead Lines,» *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 35, nº 1, pp. 75-86, 1993.
- [30] N. Nagaoka y A. Ametani, «A development of a generalized frequency-domain transient program-FTP,» *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 3, nº 4, pp. 1996-2004, 1988.

- [31] F. Rachidi, «Formulation of the Field to Transmission Line Coupling Equations in Terms of Magnetic Excitation Field,» *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 35, nº 3, pp. 404-407, 1993.
- [32] C. Paul, «A Spice Model for Multiconductor Transmission Line Excited by an Incident Electromagnetic Field,» *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 36, nº 4, pp. 342-354, 1994.
- [33] C. Paul, «Literal Solution for the Time Domain Response of a Two Conductor Transmission Line Excited by an Incident Electromagnetic Field,» *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 37, nº 2, pp. 241-251, 1995.
- [34] F. Rachidi, C. A. Nucci, M. Iacono y C. Mazzetti, «Influence of a Lossy Ground on Lightning-Induced Voltages on Overhead Lines,» *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 38, nº 3, pp. 250-264, 1996.
- [35] P. Gómez y F. A. Uribe, «The numerical Laplace transform: an accurate tool for analyzing electromagnetic transients on power system devices,» *Int. Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 31, nº 2-3, pp. 116-123, 2009.
- [36] F. A. Uribe, J. L. Naredo, P. Moreno y L. Guardado, «Electromagnetic transients in underground transmission systems through the numerical Laplace transform,» *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, vol. 24, nº 3, pp. 215-221, 2002.
- [37] P. Gómez, P. Moreno y J. L. Naredo, «Frequency Domain Transient Analysis of Nonuniform Lines with Incident Field Excitation,» *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 148, nº 1, pp. 2273-2280, 2001.
- [38] G. Shinh, N. Nakhla, R. Achar, M. Nakhla y I. Erdin, «Analysis of Multiconductor Transmission Lines with Frequency Dependent Parameters and Incident Electromagnetic Fields,» de *IEEE MTT-S International Microwave Symposium*, Long Island, EUA, 2005.
- [39] G. Shinh, R. Nakhla, M. Achar, M. Nakhla, A. Dounavis y I. Erdin, «Fast Transient Analysis of Incident Field Coupling to Multiconductor Transmission Lines,» *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*,

vol. 48, nº 1, pp. 57-73, 2006.

- [40] P. Moreno y A. Ramírez, «Implementation of the Numerical Laplace Transform: A Review,» *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 23, nº 4, pp. 2599-2609, 2008.
- [41] P. Gómez y J. C. Escamilla, «Frequency Domain Modeling of Nonuniform Multiconductor Lines Excited by Indirect Lightning,» *Electrical Power and Energy Systems*, vol. 45, pp. 420-426, 2013.
- [42] G. Flores Vázquez, «Localización de fallas en líneas de transmisión mediante técnicas de modelado en el dominio de la frecuencia,» SEPI ESIME Zacatenco, Ciudad de México, 2015.
- [43] M. J. S. Ramos, A. S. Bretas, D. P. Bernardon y L. L. Pfitscher, «Distribution networks HIF location: A frequency domain system model and WLS parameter estimation approach,» *Electric Power Systems Research*, vol. 146, pp. 170-176, 2017.
- [44] L. Marti, «Calculation of voltage profiles along transmission lines,» *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 12, nº 2, pp. 993-998, 1997.
- [45] L. Brancik, «Simulation of Multiconductor Transmission Line Circuits Combining 1D and 2D Laplace Transformations,» de *10th IEEE International Conference on Electronics, Circuits and Systems, 2003. ICECS 2003*, Sharjah, Emiratos Árabes Unidos, 2003.
- [46] C. W. Trueman, «Animating Transmission-Line Transients with BOUNCE,» *IEEE Trans on Education*, vol. 46, nº 1, pp. 115-123, 2003.
- [47] W. Menzel, «Microwave education supported by animations of wave propagation effects,» *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 51, nº 4, pp. 1312-1317, 2003.
- [48] C. Y. Evrenosoglu y A. Abur, «Time series modeling of voltage profiles along transmission lines,» *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 22, nº 1, pp. 172-178, 2007.
- [49] C. Y. Evrenosoglu, A. Abur y E. Akleman, «Three dimensional visualization and animation of travelling waves in power systems,» *Electric*

*Power Research*, vol. 77, pp. 876-883, 2007.

- [50] B. Gustavsen y J. Mahseredjian, «Simulation of internal overvoltages on transmission lines by an extended method of characteristics approach,» *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol. 22, nº 3, pp. 1736-1742, 2007.
- [51] M. Rangu y C. Negrea, «An educational tool for transmission lines animation,» de *33rd International Spring Seminar on Electronics Technology*, Warsaw, Polonia, 2010.
- [52] C. G. Kaloudas y G. K. Papagiannis, «FDTD analysis using constant parameter modeling for the calculation of transient responses and voltage profiles on multiconductor overhead transmission lines,» de *2014 49th International Universities Power Engineering Conference (UPEC)*, Cluj-Napoca, Rumania, 2014.
- [53] R. Nuricumbo-Guillén, P. Gómez y F. P. Espino-Cortés, «Computation of transient voltage and current profiles along illuminated lines by means of the numerical Laplace transform,» *IET Generation, Transmission & Distribution*, vol. 9, nº 13, pp. 1608-1613, 2015.
- [54] S. M. Sadegh Ghiasi, M. Abedi y S. Hosseid Hosseinian, «A new approach for the estimation of transient voltage profile along transmission line,» *Canadian Journal of Electrical and Computer Engineering*, vol. 40, nº 4, pp. 295-302, 2017.
- [55] P. Gómez y J. C. Escamilla, «Frequency Domain Modeling of Transmission Lines Excited by Nearby Lightning Strokes,» de *International Conference on Power Systems Transients 2009*, Kyoto, Japón, 2009.
- [56] L. Vergara, P. Gómez, R. Nuricumbo-Guillén y F. Espino-Cortés, «Two-Dimensional Definition of the Numerical Laplace Transform for Fast Computation of Transient Profiles Along Power Transmission Lines,» *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 31, nº 1, pp. 412-414, 2016.
- [57] R. Nuricumbo-Guillén, L. Vergara, P. Gómez y F. P. Espino-Cortés, «Laplace-based computation of transient profiles along transmission lines including time-varying and non-linear elements,» *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, vol. 106, pp. 138-145, 2019.

- [58] R. Nuricumbo-Guillén, F. P. Espino-Cortés, P. Gómez y C. Tejada-Martínez, «Computation of transient profiles along non-uniform transmission lines using the numerical Laplace transform,» de *2018 IEEE International Conference on High Voltage Engineering and Application (ICHVE 2018)*, Atenas, Grecia, 2018.
- [59] R. Nuricumbo-Guillén, F. P. Espino-Cortés y P. Gómez, «EMTAG: A tool for animating electromagnetic transients in transmission lines,» de *49th North American Power Symposium (NAPS 2017)*, Morgantown, EUA, 2017.
- [60] R. Nuricumbo-Guillén, F. P. Espino-Cortés y P. Gómez, «Animations of electromagnetic transients in power transmission lines by means of the two-dimensional numerical Laplace transform,» *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, vol. 93, pp. 171-177, 2017.
- [61] R. Nuricumbo-Guillén y F. P. Espino-Cortés, «Dielectric stress distribution in interleaved transformer windings under PWM-type waveforms,» de *Electrical Insulation Conference (EIC 2017)*, Baltimore, Maryland. EUA, 2017.
- [62] A. Alshwawreh, P. Gómez, R. Nuricumbo-Guillén, L. Vergara y F. P. Espino-Cortés, «Transmission line fault location based on the computation of transient profile contour maps,» de *2018 IEEE Texas Power and Energy Conference (TPEC 2018)*, College Station, Texas, EUA, 2018.
- [63] R. Nuricumbo-Guillén, S. G. Pérez-Duran y F. P. Espino-Cortés, «Localización de fallas en líneas de transmisión monofásicas a través de perfiles de tensión calculados en el dominio de la frecuencia,» de *XXIX Reunión de Verano de Potencia, Aplicaciones Industriales y Exposición Industrial*, Acapulco, Guerrero, 2016.
- [64] R. Nuricumbo-Guillén, F. P. Espino-Cortés y P. Gómez, «Animaciones de la propagación de ondas en líneas de transmisión generadas con la transformada numérica de Laplace,» de *VIII Congreso Internacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas (CIIES 2016)*, Ciudad de México, 2016.
- [65] R. Nuricumbo-Guillén y F. Espino-Cortés, «Cálculo de sobretensiones transitorias en puntos internos de líneas de transmisión monofásicas no

uniformes con un modelo en el dominio de la frecuencia,» de *XVI Congreso Nacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas (CNIES 2017)*, Ciudad de México, 2017.

- [66] R. Nuricumbo-Guillén, J. A. Díaz de la Vega Luna y F. P. Espino-Cortés, «Localización de fallas en líneas de transmisión monofásicas no uniformes con un método definido en el dominio de la frecuencia,» de *XXXI Reunión de Verano de Potencia, Aplicaciones Industriales y Exposición Industrial*, Acapulco, Guerrero, 2018.
- [67] O. Heavyside, *Electromagnetic Theory*, New York: Cosimo Inc, 2008.
- [68] A. L. Shenkman, *Transient Analysis on Electric Power Circuits Handbook*, Dordrecht, Netherlands: Springer, 2005.
- [69] P. M. Woodward y I. L. Davies, «Information theory and inverse probability in telecommunication,» *The Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, vol. 99, nº 58, pp. 38-44, 1952.
- [70] K. Turkowski, *Filters for Common Resampling Tasks*, San Diego, EUA: Academic Press Professional, Inc, 1990.
- [71] L. M. Wedephol, «Power System Transients: Errors Incurred in the Numerical Inversion of the Laplace Transform,» de *Proc. of the 26th Midwest Symposium on Circuits and Systems*, 1983.
- [72] P. Gómez, «Modelado de Condiciones No Lineales para Análisis de Transitorios Electromagnéticos Utilizando la Transformada Numérica de Laplace,» *Tesis de Maestría, CINVESTAV, Guadalajara, Jal. 2002*.
- [73] J. W. Cooley y J. W. Tukey, «An Algorithm for the Machine Computation of the Complex Fourier Series,» *Mathematics of Computation*, vol. 19, pp. 297-301, 1965.
- [74] C. Gary, «Approche complète de la propagation multifilaire en haute fréquence par utilisation des matrices complexes,» *EDF Bull. Direction des Études et Rech.*, nº 3/4, pp. 5-20, 1976.
- [75] A. Deri, G. Tevan, A. Semlyen y A. Castanheira, «The Complex Ground Return Plane a Simplified Model for Homogeneous and Multi-Layer Earth Return,» *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vols. %1



de %2PAS-100, nº 8, pp. 3686-3693, 1981.

- [76] Mathworks Inc, «Matlab documentation,» [En línea]. Available: [www.mathworks.com/help/matlab/](http://www.mathworks.com/help/matlab/).
- [77] C. W. Trueman, «Teaching transmission line transients using computer animation,» de *Frontiers in Education Conference*, San Juan, Puerto Rico, 1999.
- [78] The Institute of Engineering and Technology, *Power systems protection 1: Principles and components*, Reino Unido: The Institute of Engineering and Technology, 1995.
- [79] M. S. Murari, *Fault location on power networks*, Springer, 2010.
- [80] A. Gopalakrishnan, M. Kezunovic, S. M. McKenna y D. M. Hamai, «Fault Location Using the Distributed Parameter Transmission Line Model,» *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 15, nº 4, pp. 1169-1174, 2000.
- [81] IEEE Power and Energy Society, «IEEE Guide for Determining Fault Location on AC Transmission and Distribution Lines,» IEEE-SA Standards Board, New York, EUA, 2014.
- [82] A. Mohamed Elhaffar, «Power Transmission Line Fault Location Based on Current Traveling Waves,» Helsinki University of Technology, Helsinki, 2008.
- [83] L. de Andrade y T. Ponce de Leao, «Impedance-based fault location analysis for transmission lines,» de *IEEE PES T&D 2012*, Orlando, FL, EUA, 2012.
- [84] M. Dragomir, A. Miron, M. Istrate y A. Dragomir, «A review of impedance-based Fault Location Approaches for Transmission Lines,» de *International Conference and Exposition on Electrical Power Engineering (EPE 2014)*, Iasi, Rumania, 2014.
- [85] R. Das y D. Novosel, «Review of Fault Location Techniques for Transmission and Subtransmission Lines,» de *Annual Georgia Tech Power Conference*, Georgia, EUA, 2000.
- [86] C. Venturi, T. I. A. H. Mustafa, L. H. Meyer, S. H. L. Cabral, L. B. Puchale

- y E. D. Freitas, «A Tool for Analysis of Fault Location in Transmission,» de *2016 IEEE/PES Transmission and Distribution Conference and Exposition*, Dallas, TX, EUA, 2016.
- [87] R. Mardiana, H. A. Motairy y C. Q. Su, «Ground Fault Location on a Transmission Line Using High-Frequency Transient Voltages,» *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 26, nº 2, pp. 1298-1299, 2011.
- [88] Y. D. Liu, G. H. Sheng, Z. M. He, X. Y. Xu y X. C. Jiang, «Method of Fault Location Based on the Distributed Traveling-wave Detection Device on overhead Transmission Line,» de *2011 IEEE Power Engineering and Automation Conference*, Wuhan, China, 2011.
- [89] S. Tian y S. Ma, «Traveling Wave Fault Location in Coal mine Power Transmission Systems,» de *2009 International Conference on Sustainable Power Generation and Supply*, Nanjing, China, 2009.
- [90] X. Yin y F. Wang, «A New Method of Fault Location On Transmission Lines,» de *2011 International Conference on Electrical and Control Engineering*, Yichang, China, 2011.
- [91] T. P. Hinge y S. S. Dambhare, «Novel Fault Location Algorithm for Transmission Lines using Synchronized Measurements,» de *2016 IEEE/PES Transmission and Distribution Conference and Exposition (T&D)*, Dallas, TX, EUA, 2016.
- [92] E. G. Silveira y C. Pereira, «Transmission Line Fault Location Using Two-Terminal Data Without Time Synchronization,» *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 22, nº 1, pp. 498-499, 2007.
- [93] P. Gómez Zamorano y P. Gómez, *Notas del curso "Técnicas de las Altas Tensiones I"*, Ciudad de México.
- [94] A. Greenwood, *Electrical transients in power systems*, Nueva York: John Wiley & Sons, Inc., 1991.
- [95] C. R. Paul, *Analysis of Multiconductor Transmission Lines*, Nueva York: John Wiley and Sons, 1994.
- [96] A. Borghetti, F. Napolitano, C. A. Nucci y M. Paolone, «Calculation of Lightning Induced Voltages on an Overhead Line Taking into Account the

Presence of Nearby Buildings,» de *2011 7th Asia-Pacific International Conference on Lightning*, Chengdu, China, 2011.

## Apéndice A Ecuaciones del telegrafista

En este apéndice se presenta la derivación de las ecuaciones del telegrafista [93], [94], [95]. Cuando se considera un elemento eléctricamente largo (su dimensión es mucho mayor a la de la longitud de onda de la frecuencia de excitación), su comportamiento distribuido se puede representar mediante la división del elemento en segmentos cuya longitud es igual a la diferencial de longitud. Una línea de transmisión puede representarse a través de segmentos de longitud  $\Delta z$  cuya composición se muestra en la Figura A.1.

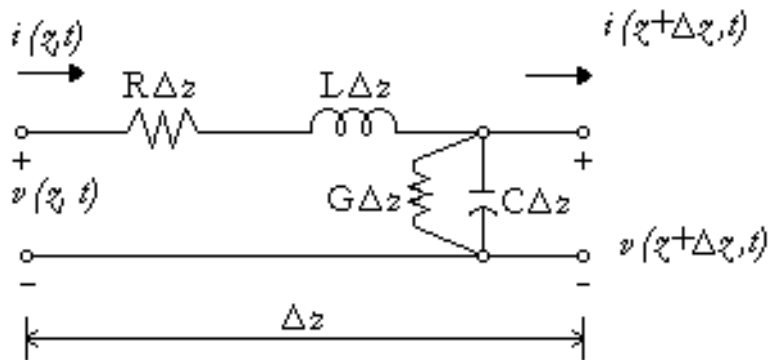


Figura A.1. Representación de un segmento de longitud  $\Delta z$  una línea de transmisión

donde:

$L$  se asocia al flujo magnético debido a la corriente a través del inductor.

$C$  se asocia a la corriente de desplazamiento que fluye entre dos conductores en el plano transversal.

$R$  representa las pérdidas distribuidas a lo largo del conductor.

$G$  se asocia a la corriente de inducción transversal fluyendo entre dos conductores.

Estos cuatro parámetros se conocen como parámetros por unidad de longitud de la línea de transmisión. La tensión en la rama R-L del circuito está dada por:

$$v(z + \Delta z, t) - v(z, t) = -R\Delta z \cdot i(z, t) - L\Delta z \frac{\partial i}{\partial t}(z, t) \quad (\text{A.1})$$

Dividiendo entre  $\Delta z$  y tomado el límite cuando  $\Delta z \rightarrow 0$  se tiene la primera ecuación del telegrafista:

$$-\frac{\partial v}{\partial z}(z, t) = Ri(z, t) + L \frac{\partial i}{\partial t}(z, t) \quad (\text{A.2})$$

De manera similar, la corriente inyectada a la capacitancia es

$$-i(z + \Delta z, t) + i(z, t) = Gi(z, t)\Delta z + C\Delta z \frac{\partial v}{\partial t}(z, t) \quad (\text{A.3})$$

Dividiendo entre  $\Delta z$  y tomando el límite cuando  $\Delta z \rightarrow 0$ , se obtiene ahora la segunda ecuación del telegrafista:

$$-\frac{\partial i}{\partial z}(z, t) = Gv(z, t) + C \frac{\partial v}{\partial t}(z, t) \quad (\text{A.4})$$

## Apéndice B Cálculo de los campos electromagnéticos incidentes

En la Figura B.1 se presenta la configuración en la que una línea de transmisión se ve excitada por un campo electromagnético incidente debido a una descarga atmosférica cercana. En la sección 3.6 se mencionó que el efecto de un campo electromagnético incidente en una línea de transmisión se puede representar con un conjunto de fuentes de tensión y corriente distribuidas a lo largo de la línea. Al incluir estas fuentes, las ecuaciones del telegrafista se modifican de la siguiente manera:

$$\frac{d}{dz} \begin{bmatrix} \mathbf{V}(z, s) \\ \mathbf{I}(z, s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{Z} \\ -\mathbf{Y} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}(z, s) \\ \mathbf{I}(z, s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{V}_F(z, s) \\ \mathbf{I}_F(z, s) \end{bmatrix} \quad (\text{B.1})$$

donde  $\mathbf{V}_F(z, s)$  e  $\mathbf{I}_F(z, s)$  se calculan a partir de los campos electromagnéticos incidentes en la línea y se definen como [11]:

$$\mathbf{V}_F(z, s) = s \begin{bmatrix} h_1(z) & \vdots \\ \int_0^h B_x(z, s) dy + E_{z,i}(0, s) & \vdots \end{bmatrix} \quad (\text{B.2})$$

$$\mathbf{I}_F(z, s) = -\mathbf{Y} \begin{bmatrix} h & \vdots \\ \int_0^h E_{y,i}(z, s) dy & \vdots \end{bmatrix} \quad (\text{B.3})$$

donde  $h_i(z)$  es la altura del  $i$ -ésimo conductor,  $E_{y,i}(z, s)$  y  $B_x(z, s)$  son los componentes del campo eléctrico vertical y el campo magnético transversal, respectivamente.  $E_{z,i}(0, s)$  es el campo eléctrico horizontal al nivel del terreno.

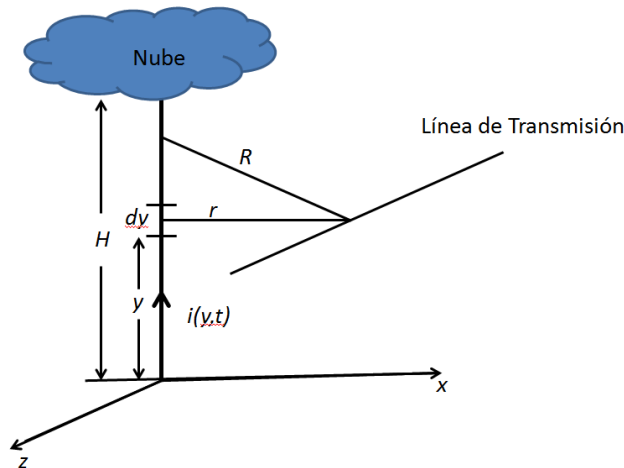


Figura B.1 Configuración geométrica de la interacción entre el canal de descarga y la línea de transmisión

El cálculo del efecto de los campos incidentes sobre la línea se realiza con las formulaciones desarrolladas por Master y Uman [11], donde se toman en cuenta parámetros como la ubicación de la descarga respecto a la línea y la forma de onda de la corriente en la base del canal de descarga, así como el terreno como un conductor perfecto.

Los componentes de campo eléctrico y magnético generados por cada segmento diferencial del canal de descarga se definen como [11]:

$$dE_r(r, y, t) = \frac{dy}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{3r(h-y)}{R^5} \int_0^t i\left(y, \tau - \frac{R}{c}\right) d\tau + \frac{3r(h-y)}{cR^4} i\left(y, t - \frac{R}{c}\right) + \frac{r(h-y)}{c^2R^3} \frac{\partial i(y, t - R/c)}{\partial t} \right] \quad (B.4)$$

$$dE_y(r, y, t) = \frac{dy}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{2(h-y)^2 - r^2}{R^5} \int_0^t i\left(y, \tau - \frac{R}{c}\right) d\tau + \frac{3(h-y) - r^2}{cR^4} i\left(y, t - \frac{R}{c}\right) - \frac{r^2}{c^2R^3} \frac{\partial i(y, t - R/c)}{\partial t} \right] \quad (B.5)$$

$$dB(r, y, t) = \frac{\mu_0 dy}{4\pi} \left[ \frac{r}{R^3} i\left(y, \tau - \frac{R}{c}\right) + \frac{r}{cR^2} \frac{\partial i(y, t - R/c)}{\partial t} \right] \quad (B.6)$$

donde  $r$  es la distancia horizontal del canal de descarga y un punto de la línea,  $h$  es la altura de la línea,  $R$  es la distancia entre un punto de la línea y un segmento diferencial del canal de descarga y  $c$  corresponde a la velocidad de la luz en el vacío. La corriente a lo largo del canal de descarga es  $i(y, t)$ , que se define como:

$$i(y, t) = \exp(-\alpha y) i(0, t - y/v) \quad (B.7)$$

donde  $\alpha$  la constante de atenuación de la corriente en el canal de descarga,  $v$  es la velocidad de la corriente de retorno e  $i(0, t)$  es la corriente en el canal de descarga al nivel del terreno.

Al aplicar la transformada de Laplace respecto al tiempo a (B.4), (B.5) y (B.6) e integrando a lo largo del canal de descarga y su imagen se llega a:

$$E_r(r, y, s) = \frac{\exp(-Rs/c)}{4\pi\epsilon_0} \int_{-H}^H I(y, s) \left[ \frac{3r(h-y)}{R^5} + \frac{3r(h-y)}{cR^4} + \frac{r(h-y)}{c^2R^3} \right] dy \quad (B.8)$$

$$E_y(r, y, s) = \frac{\exp(-Rs/c)}{4\pi\epsilon_0} \int_{-H}^H I(y, s) \left[ \frac{2(h-y)^2 - r^2}{R^5} + \frac{2(h-y)^2 - r^2}{cR^4} - \frac{r^2s}{c^2R^3} \right] dy \quad (\text{B.9})$$

$$B(r, y, s) = \frac{\mu_0 \exp(-Rs/c)}{4\pi} \int_{-H}^H I(y, s) \left[ \frac{r}{R^3} + \frac{r}{cR^2} \right] dy \quad (\text{B.10})$$

donde  $H$  es la altura de la nube e  $I(y, s)$  es la corriente a lo largo del canal de descarga en el dominio de la frecuencia y se encuentra definida como:

$$I(y, s) = \exp(-\alpha y) \exp(-ys/v) I(0, s) \quad (\text{B.11})$$

Para considerar una conductividad finita del terreno, se utiliza la expresión de Cooray-Rubinstein [34], obteniéndose la siguiente expresión del campo eléctrico horizontal:

$$\tilde{E}_r(r, y, s) = E_r(r, y, s) - \frac{cB(r, 0, s)}{\sqrt{\epsilon_{rt} + 1/\epsilon_0\rho_t s}} \quad (\text{B.12})$$

donde:  $B(r, 0, s)$  es el campo magnético al nivel del suelo para un terreno conductor perfecto,  $\epsilon_{rt}$  es la permitividad relativa del terreno,  $\epsilon_0$  es la permitividad del vacío y  $\rho_t$  es la resistividad del terreno.

El campo eléctrico vertical se calcula de forma similar obteniendo:

$$\tilde{E}_y(r, y, s) = E_y(r, y, s) - \frac{cB(r, 0, s)}{\sqrt{\epsilon_{rt} + 1/\epsilon_0\rho_t s}} \quad (\text{B.13})$$

Sustituyendo (B.10), (B.12) y (B.13) en (B.2) y (B.3) es posible calcular los efectos de los campos electromagnéticos representados por fuentes de tensión y corriente distribuidas a lo largo de la línea en el dominio de la frecuencia.

Finalmente, en el ejemplo presentado en la sección 3.7.6, la corriente en la base del canal de descarga se obtuvo a partir de la superposición de dos funciones tipo Heidler [28]:

$$i_H(0, t) = \frac{I_b}{\eta} \frac{(t/\tau_1)^n}{(t/\tau_1)^n + 1} \exp(-t/\tau_2) \quad (\text{B.14})$$

donde

- $I_b$  Amplitud de la corriente en la base del canal de descarga;
- $\tau_1$  Constante de tiempo del frente de onda;
- $\tau_2$  Constante de tiempo de la cola de onda;
- $\eta$  Factor de corrección de la amplitud; y
- $n$  Exponente con valor 2 ... 10.



Los valores introducidos en (B.14) se obtuvieron de [96]. En la Figura B.2 se muestra la forma de onda obtenida en el dominio del tiempo al aplicar esta formulación.

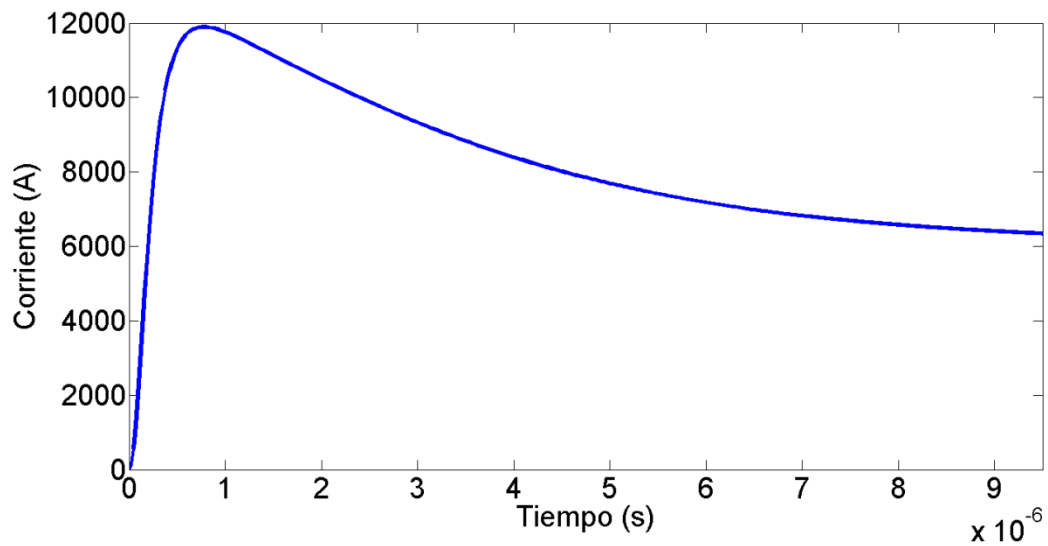


Figura B.2. Forma de onda de la corriente en la base del canal de descarga

Una vez que se cuenta con la forma de onda de corriente en la base del canal, se le aplica la TNL directa para llevarla al dominio de la frecuencia y poder aplicarla en (B.11).

## Apéndice C Resultados de los casos de localización de fallas

En este apéndice se presentan los resultados completos de los casos de prueba del método de localización de fallas propuesto en este trabajo en el capítulo 4.

### Caso A. Localización de fallas en una línea uniforme.

Tabla C.1. Falla AG a 33 km del nodo emisor de una línea de transmisión de 163 km

Impedancia de falla ( $\Omega$ )	Instante de falla (ms)	Ubicación calculada (km)			Promedio de la ubicación calculada (km)	Error relativo (%)
		Fase A	Fase B	Fase C		
0	15	31.897	31.585	31.592	31.691	0.803
5	15	31.615	31.414	31.634	31.554	0.887
50	15	31.588	31.466	31.649	31.568	0.879
100	15	31.765	31.787	31.705	31.753	0.765
200	15	31.471	31.003	31.917	31.464	0.942
500	15	31.739	30.732	31.702	31.391	0.987
0	20	31.565	31.401	31.553	31.507	0.916
5	20	31.449	31.766	31.619	31.611	0.852
50	20	31.523	31.238	31.643	31.468	0.940
100	20	31.593	31.075	31.851	31.507	0.916
200	20	31.567	30.606	31.642	31.271	1.060
500	20	31.558	29.829	32.643	31.343	1.017

Tabla C.2. Falla AG a 63 km del nodo emisor de una línea de transmisión de 163 km

Impedancia de falla ( $\Omega$ )	Instante de falla (ms)	Ubicación calculada (km)			Promedio de la ubicación calculada (km)	Error relativo (%)
		Fase A	Fase B	Fase C		
0	15	62.197	61.701	61.617	61.838	0.713
5	15	61.998	61.903	61.637	61.846	0.708
50	15	61.788	61.495	61.996	61.759	0.761
100	15	61.813	61.495	62.144	61.817	0.726
200	15	61.778	61.557	62.121	61.819	0.725
500	15	61.349	61.997	62.325	61.890	0.681
0	20	61.654	61.696	62.206	61.852	0.704
5	20	61.810	61.859	61.853	61.841	0.711
50	20	61.869	61.996	62.180	62.015	0.604
100	20	61.660	62.011	61.949	61.873	0.691
200	20	61.666	61.482	62.316	61.821	0.723
500	20	61.666	61.482	62.316	61.821	0.723

Tabla C.3. Falla AG a 93 km del nodo emisor de una línea de transmisión de 163 km

Impedancia de falla ( $\Omega$ )	Instante de falla (ms)	Ubicación calculada (km)			Promedio de la ubicación calculada (km)	Error relativo (%)
		Fase A	Fase B	Fase C		
0	15	91.736	91.428	91.513	91.559	0.884
5	15	91.709	91.790	91.743	91.747	0.769
50	15	91.644	91.884	91.559	91.696	0.800
100	15	91.669	91.810	91.270	91.583	0.869
200	15	91.450	91.886	91.462	91.599	0.859
500	15	91.462	91.460	90.880	91.267	1.063
0	20	91.774	92.035	91.590	91.800	0.736
5	20	91.760	91.786	91.626	91.724	0.783
50	20	91.642	91.985	91.805	91.810	0.730
100	20	91.752	91.792	91.283	91.609	0.853
200	20	91.715	91.758	91.107	91.527	0.904
500	20	91.633	91.937	90.765	91.445	0.954

Tabla C.4. Falla ABCG a 33 km del nodo emisor de una línea de transmisión de 163 km

Impedancia de falla ( $\Omega$ )	Instante de falla (ms)	Ubicación calculada (km)			Promedio de la ubicación calculada (km)	Error relativo (%)
		Fase A	Fase B	Fase C		
0	15	32.285	31.951	31.446	31.894	0.679
5	15	31.696	31.849	31.445	31.663	0.820
50	15	32.517	31.713	31.551	31.927	0.658
100	15	32.516	31.877	31.443	31.945	0.647
200	15	31.724	31.927	31.418	31.690	0.804
500	15	31.692	31.907	31.612	31.737	0.775
0	20	31.542	31.573	32.095	31.737	0.775
5	20	31.574	31.771	31.714	31.686	0.806
50	20	31.777	31.628	31.907	31.771	0.754
100	20	31.818	31.568	32.148	31.845	0.709
200	20	31.920	31.458	31.805	31.728	0.781
500	20	31.696	31.464	31.794	31.651	0.828

Tabla C.5. Falla ABCG a 63 km del nodo emisor de una línea de transmisión de 163 km

Impedancia de falla ( $\Omega$ )	Instante de falla (ms)	Ubicación calculada (km)			Promedio de la ubicación calculada (km)	Error relativo (%)
		Fase A	Fase B	Fase C		
0	15	62.053	62.376	60.918	61.782	0.747
5	15	61.791	62.113	60.871	61.592	0.864
50	15	61.952	62.095	61.140	61.729	0.780
100	15	62.034	62.127	60.765	61.642	0.833
200	15	61.616	62.367	61.349	61.777	0.750
500	15	61.978	62.223	61.408	61.870	0.693
0	20	62.707	61.518	61.005	61.743	0.771
5	20	62.697	61.313	61.824	61.945	0.647
50	20	62.425	61.386	61.814	61.875	0.690
100	20	62.433	61.436	61.792	61.887	0.683
200	20	62.309	61.296	61.863	61.823	0.722
500	20	62.479	61.489	61.055	61.674	0.813

Tabla C.6. Falla ABCG a 93 km del nodo emisor de una línea de transmisión de 163 km

Impedancia de falla ( $\Omega$ )	Instante de falla (ms)	Ubicación calculada (km)			Promedio de la ubicación calculada (km)	Error relativo (%)
		Fase A	Fase B	Fase C		
0	15	91.427	91.113	91.459	91.333	1.023
5	15	91.434	91.139	91.414	91.329	1.025
50	15	91.223	90.998	91.225	91.149	1.136
100	15	91.291	91.201	91.552	91.348	1.013
200	15	91.221	91.170	91.390	91.260	1.067
500	15	91.453	90.798	91.575	91.264	1.065
0	20	91.979	91.585	91.763	91.779	0.749
5	20	91.902	91.659	91.896	91.820	0.724
50	20	91.756	91.665	91.955	91.783	0.747
100	20	91.715	91.645	91.713	91.695	0.800
200	20	91.703	91.675	91.945	91.771	0.754
500	20	91.766	91.707	91.947	91.806	0.732

Tabla C.7. Falla AB en una línea de transmisión de 163 km

Ubicación de la falla (km)	Instante de falla (ms)	Ubicación calculada (km)			Promedio de la ubicación calculada (km)	Error relativo (%)
		Fase A	Fase B	Fase C		
33	15	31.855	32.042	30.278	31.392	0.987
33	20	31.786	31.761	30.653	31.400	0.982
63	15	62.283	62.264	60.188	61.578	0.872
63	20	61.786	61.910	59.940	61.212	1.097
93	15	91.422	90.609	96.088	92.707	0.180
93	20	92.011	91.753	92.766	92.177	0.505

Tabla C.8. Falla ABC en una línea de transmisión de 163 km

Ubicación de la falla (km)	Instante de falla (ms)	Ubicación calculada (km)			Promedio de la ubicación calculada (km)	Error relativo (%)
		Fase A	Fase B	Fase C		
33	15	31.891	31.816	31.277	31.661	0.821
33	20	31.709	31.647	31.794	31.717	0.787
63	15	62.026	62.147	60.849	61.674	0.813
63	20	62.413	61.492	61.842	61.915	0.665
93	15	91.405	91.113	91.233	91.250	1.073
93	20	91.958	91.703	91.255	91.639	0.835

### Caso B. Localización de fallas en una línea no uniforme

Tabla C.9. Falla AG a 25 km del nodo emisor de una línea de transmisión de 100 km

Impedancia de falla ( $\Omega$ )	Tipo de modelo	Ubicación calculada (km)			Promedio de la ubicación calculada (km)	Error relativo (%)
		Fase A	Fase B	Fase C		
0	NU	25.427	25.288	25.487	25.401	0.401
5	NU	25.192	25.523	25.635	25.450	0.450
50	NU	25.091	25.462	25.305	25.286	0.286
100	NU	25.343	24.909	25.921	25.391	0.391
200	NU	25.950	25.080	25.885	25.638	0.638
500	NU	26.671	24.549	27.199	26.140	1.140
0	LU	24.209	24.624	24.633	24.489	0.511
5	LU	24.184	24.562	24.531	24.426	0.574
50	LU	24.376	24.462	24.778	24.539	0.461
100	LU	24.408	24.181	24.713	24.434	0.566
200	LU	24.680	23.893	24.680	24.418	0.583
500	LU	22.845	22.845	22.845	22.845	2.155

Tabla C.10. Falla AG a 50 km del nodo emisor de una línea de transmisión de 100 km

Impedancia de falla ( $\Omega$ )	Tipo de modelo	Ubicación calculada (km)			Promedio de la ubicación calculada (km)	Error relativo (%)
		Fase A	Fase B	Fase C		
0	NU	49.265	48.931	48.263	48.820	1.180
5	NU	49.262	48.737	48.931	48.977	1.023
50	NU	49.265	48.913	48.263	48.814	1.187
100	NU	49.265	48.931	48.931	49.042	0.958
200	NU	49.933	48.263	49.265	49.154	0.846
500	NU	50.935	48.263	50.935	50.044	0.044
0	LU	48.310	48.292	47.520	48.040	1.960
5	LU	48.480	48.346	48.292	48.372	1.628
50	LU	48.757	47.520	47.541	47.939	2.061
100	LU	48.333	47.341	47.955	47.876	2.124
200	LU	48.723	47.058	48.593	48.124	1.876
500	LU	49.108	45.788	49.731	48.209	1.791

Tabla C.11. Falla AG a 75 km del nodo emisor de una línea de transmisión de 100 km

Impedancia de falla ( $\Omega$ )	Tipo de modelo	Ubicación calculada (km)			Promedio de la ubicación calculada (km)	Error relativo (%)
		Fase A	Fase B	Fase C		
0	NU	74.315	73.313	72.645	73.424	1.576
5	NU	74.315	73.313	72.645	73.424	1.576
50	NU	74.315	73.313	72.645	73.424	1.576
100	NU	74.315	73.313	72.645	73.424	1.576
200	NU	74.649	72.311	72.312	73.091	1.909
500	NU	75.651	72.311	72.000	73.321	1.679
0	LU	73.511	73.192	71.916	72.873	2.128
5	LU	73.760	72.800	71.991	72.850	2.150
50	LU	73.289	72.554	72.218	72.687	2.314
100	LU	73.508	72.160	72.209	72.625	2.375
200	LU	73.686	71.597	71.597	72.293	2.707
500	LU	74.409	70.230	73.899	72.846	2.154

Tabla C.12. Falla AB en una línea de transmisión de 100 km

Ubicación de la falla (km)	Tipo de modelo	Ubicación calculada (km)			Promedio de la ubicación calculada (km)	Error relativo (%)
		Fase A	Fase B	Fase C		
25	NU	24.691	24.960	24.708	24.786	0.214
25	LU	23.744	23.857	24.558	24.053	0.947
50	NU	49.939	49.938	49.902	49.926	0.074
50	LU	48.902	48.742	49.127	48.923	1.077
75	NU	74.914	74.955	76.048	75.305	0.305
75	LU	74.171	74.119	75.083	74.458	0.543

Tabla C.13. Falla ABC en una línea de transmisión de 100 km

Ubicación de la falla (km)	Instante de falla (ms)	Ubicación calculada (km)			Promedio de la ubicación calculada (km)	Error relativo (%)
		Fase A	Fase B	Fase C		
25	NU	24.504	24.645	24.652	24.600	0.400
25	LU	23.965	23.960	23.941	23.955	1.045
50	NU	49.906	49.663	50.116	49.895	0.105
50	LU	48.983	48.960	48.899	48.947	1.053
75	NU	75.053	74.941	75.091	75.028	0.028
75	LU	73.919	73.935	73.950	73.935	1.065