



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

ESCUELA SUPERIOR DE FÍSICA Y MATEMÁTICAS
MAESTRÍA EN CIENCIAS FÍSICOMATEMÁTICAS

OSCILACIONES DE NEUTRINOS:
EXPERIMENTO DAYA BAY

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:
Maestro en Ciencias Físico Matemáticas

PRESENTA:

Lic. Jorge García Bello

DIRECTORES DEL TRABAJO:

Dr. Jesús Escamilla Roa

Dr. Jesús García Ravelo



Ciudad de México, 23 de Junio de 2016

Resumen

En esta Tesis se realiza un análisis estadístico de los datos reportados por la colaboración Daya Bay, con el cual se obtienen regiones de confianza para el ángulo de mezcla θ_{13} involucrado en el modelo más aceptado de oscilaciones de neutrinos. Se propone una estadística χ^2 que ofrece regiones de confianza consistentes a las reportadas por la colaboración Daya Bay [29]. Se observa que los errores estadísticos son dominantes en los resultados. El análisis arroja un valor de $\sin^2 2\theta_{13} = 0.08387$ y $|\Delta m_{ee}^2| = 2.507 \times 10^{-3} eV^2$ en un marco de trabajo de tres neutrinos.

Abstract

In this Thesis, we do a statistical analysis about the data reported by the Daya Bay collaboration, with this analysis is performed confidence regions are obtained for the mixing angle θ_{13} involved in the most widely accepted model of neutrino oscillation. We propose a statistic χ^2 that provides confidence regions consistent to those reported by Daya Bay collaboration [29]. Is possible noted that the statistical errors dominant in the results. We obtain $\sin^2 2\theta_{13} = 0.08387$ and $|\Delta m_{ee}^2| = 2.507 \times 10^{-3} eV^2$ within a framework of three neutrinos.

Índice general

Resumen	9
Abstract	11
Introducción	13
1. Neutrinos	15
1.1. Primer acercamiento a los neutrinos	15
1.2. Una breve historia del neutrino	16
1.3. El neutrino y el Modelo Estándar	21
1.4. Indicios experimentales de las oscilaciones de neutrinos	23
1.4.1. Neutrinos atmosféricos	24
1.4.2. Neutrinos solares	25
1.5. Confirmación en Sudbury Neutrino Observatory y SuperKamiokande	26
2. Oscilaciones de Neutrinos	29
2.1. Oscilaciones de neutrinos	29
3. Experimentos con reactores para el ángulo θ_{13}	39
3.1. CHOOZ	39
3.2. MINOS	40
3.3. T2K	40
3.4. Double CHOOZ	40
3.5. RENO	41
3.6. Daya Bay	41
4. Colaboraciones CHOOZ y Daya Bay	43
4.1. CHOOZ	43

4.1.1.	Generalidades experimentales	43
4.1.2.	El detector	44
4.1.3.	Probabilidad de supervivencia	46
4.1.4.	Producción de positrones por reactor	47
4.1.5.	Análisis estadístico	49
4.2.	Daya Bay	51
4.2.1.	Generalidades experimentales	52
4.2.2.	Los detectores	52
4.2.3.	Probabilidad de supervivencia	53
4.2.4.	Análisis estadístico	54
5.	Análisis y Resultados	59
5.1.	Enfoques para análisis de datos	59
5.2.	Experimento CHOOZ	60
5.3.	Experimento Daya Bay	62
	Conclusiones	67
	Bibliografía	67
A.	Introducción a la estadística χ^2	73
B.	Códigos realizados para CHOOZ	79
C.	Códigos realizados para Daya Bay	97

Resumen

En esta Tesis se realiza un análisis estadístico de los datos reportados por la colaboración Daya Bay, con el cual se obtienen regiones de confianza para el ángulo de mezcla θ_{13} involucrado en el modelo más aceptado de oscilaciones de neutrinos. Se propone una estadística χ^2 que ofrece regiones de confianza consistentes a las reportadas por la colaboración Daya Bay [29]. Se observa que los errores estadísticos son dominantes en los resultados. El análisis arroja un valor de $\sin^2 2\theta_{13} = 0.08387$ y $|\Delta m_{ee}^2| = 2.507 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$ en un marco de trabajo de tres neutrinos.

Abstract

In this Thesis, we do a statistical analysis about the data reported by the Daya Bay collaboration, with this analysis is performed confidence regions are obtained for the mixing angle θ_{13} involved in the most widely accepted model of neutrino oscillation. We propose a statistic χ^2 that provides confidence regions consistent to those reported by Daya Bay collaboration [29]. Is possible noted that the statistical errors dominant in the results. We obtain $\text{sen}^2 2\theta_{13} = 0.08387$ and $|\Delta m_{ee}^2| = 2.507 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$ within a framework of three neutrinos.

Introducción

El fenómeno en el que los neutrinos cambian de sabor es conocido como oscilaciones de neutrinos. Dicho fenómeno es de importancia en la Física de partículas elementales, tan es así que el premio Nobel de Física 2015 se otorgó a Takaaki Kajita y a Arthur B. McDonald por sus investigaciones, al confirmar experimentalmente que los neutrinos cambian de sabor. Tal descubrimiento implica que la masa de los neutrinos es diferente de cero y da señal de que el Modelo Estándar (ME) en partículas elementales debe ser modificado, ya que en este modelo se considera que la masa de los neutrinos es cero.

El equipo japonés de Super-Kamiokande llegó a la conclusión de la masa de los neutrinos detectando neutrinos creados en las reacciones de rayos cósmicos con la atmósfera de la Tierra; mientras que la colaboración canadiense de Sudbury Neutrino Observatory (SNO) detectaron los neutrinos procedentes del Sol.

Para el estudio especializado del tema es necesario el dominio de los análisis empleados en los diferentes experimentos de oscilaciones, ya que desafortunadamente la literatura deja vacíos en el estudio de los datos. Como primer acercamiento para abordar los métodos de análisis utilizados en los experimentos más recientes, es importante el experimento CHOOZ (Francia) que establece límites para el parámetro de mezcla $\sin^2(2\theta_{13})$ y el experimento Daya Bay (China), por su sensibilidad para la medición de dicho parámetro.

El presente trabajo de Tesis tiene la siguiente estructura: El Capítulo 1 introduce de forma general al neutrino, su historia, fuentes y el papel que juega en el ME. En el Capítulo 2 se introduce el modelo más aceptado de oscilaciones de neutrinos, considerando dos tipos de neutrinos. El Capítulo 3 presenta el modelo de oscilaciones de neutrinos para tres tipos de estas partículas. Para dar lugar en el Capítulo 4 a los resultados de los diferentes experimentos que se han diseñado para la búsqueda del ángulo θ_{13} y haciendo énfasis a su importancia en la Física. El método de análisis estadístico utilizado en CHOOZ y la propuesta de análisis para Daya Bay se detallan en el Capítulo 5. El Capítulo 6

hace mención de los dos enfoques de análisis comúnmente empleados en los experimentos de oscilaciones de neutrinos, se proporciona la interpretación general de una región de confianza, con una comprensión de los dos puntos anteriores se discuten las regiones de confianza logradas y se comparan con las mostradas en los artículos de las colaboraciones CHOOZ y Daya Bay.

A continuación se ofrecen las conclusiones de esta Tesis. Al final de la Tesis se han introducido tres Apéndices: el primero, introduce el concepto de estadística, su empleo y significado; el segundo y tercero, muestran respectivamente los códigos de programación generados para el estudio del experimento CHOOZ y Daya Bay.

Capítulo 1

Neutrinos

Lo primero que uno se puede preguntar al escuchar la palabra “*neutrino*” es: ¿Qué es un neutrino? así que, lo primero que hay que hacer es, presentarlos al público!.

1.1. Primer acercamiento a los neutrinos

¿Qué es un neutrino?

Los neutrinos son partículas subatómicas consideradas en el modelo estándar, están definidos por sus propiedades; carga eléctrica cero, masa diferente de cero, espín 1/2 y la manera con que interactúan con la materia; interacción débil y gravitatoria.

Hoy en día se han observado tres tipos o “sabores” de neutrinos, cada “sabor” de neutrino está relacionado con un leptón (que da al correspondiente neutrino su nombre). Así, el *neutrino electrónico* ν_e , está asociado al electrón y los otros dos neutrinos ν_μ , ν_τ , están asociados correspondientemente al muon y al tau. Cada neutrino tiene su propia antipartícula.

Por ahora hemos mencionado las características que definen a los neutrinos y los tres tipos existentes en la actualidad, sin embargo surge la siguiente interrogante ...

¿De dónde vienen?

De acuerdo con lo que sabemos hoy en día, la mayoría de los neutrinos a nuestro alrededor nacieron aproximadamente hace 15 billones de años, un poco después del inicio del

universo. Otros neutrinos son constantemente producidos en estaciones nucleares, aceleradores de partículas (los neutrinos se obtienen principalmente mediante el decaimiento beta), en la atmósfera, el Sol y durante las colisiones y muertes de estrellas, en particular las explosiones de supernovas.

Los neutrinos están presentes en todo el universo y son de hecho sus partículas más abundantes, con excepción de los fotones. En promedio, alrededor de diez trillones de neutrinos por segundo cruzan un centímetro cúbico de la Tierra [8].

1.2. Una breve historia del neutrino

Hay mucho que decir acerca de los neutrinos a través de tiempo, aquí encontraremos algunos acontecimientos importantes. Mayor información puede ser consultada en [1], [2], [3], [4].

1930-1933 El “neutrón de Pauli”

Históricamente, la primera evidencia de los neutrinos proviene del estudio del decaimiento beta. En 1911 Lise Meitner y Otto Hahn desarrollaron un experimento que mostró que las energías de los electrones emitidos en el decaimiento beta tienen un espectro continuo. Esto fue una aparente contradicción a la conservación de la Ley de energía - momento, al parecer había pérdida de energía. En 1930, Wolfgang Pauli sugiere que además de electrones y protones, el átomo contiene una partícula extremadamente ligera y sin carga, que llama “*neutrón*”. Él sugiere de esta manera que dicho “neutrón” se emite durante el decaimiento beta y simplemente se escapa de la detección.

En 1933 Enrico Fermi renombró el “neutrón” de Pauli como *neutrino*, que en Italiano significa pequeño neutrón.

1934 Fermi incluye al neutrino en una teoría de la interacción débil

Enrico Fermi desarrolla una teoría del decaimiento beta que incluye al neutrino, en donde el neutrino es una consecuencia de la interacción débil del decaimiento beta. Con ello prueba brillantemente el éxito de la partícula propuesta por Pauli.

1955 Descubrimiento experimental del neutrino

En 1995 se otorgó el premio Nobel de Física a Clyde L. Cowan y Frederick Reines por el experimento en el que se detectaron por primera vez a los neutrinos. En dicho experimento se utiliza un reactor nuclear, con un flujo de neutrinos esperado del orden de 10^{12} a 10^{13} por segundo por cm^2 , más que cualquier otra fuente radiactiva. Los neutrinos¹ entonces interactúan con los protones de un tanque de agua, creando neutrones y positrones (1.1). Cada positrón crea un par de rayos gamma cuando se aniquila con un electrón. Los rayos gamma se detectaron mediante la colocación de un material centelleador en el tanque de agua. El material centelleador emite destellos de luz en respuesta, y los destellos de luz son detectados por tubos fotomultiplicadores. Sin embargo, estos experimentos no fueron conclusivos, así que se optó por detectar los neutrones producidos mediante la colocación de cloruro de cadmio en el tanque. El cadmio es un absorbente de neutrones altamente eficaz y emite un rayo gamma cuando un neutrón es absorbido. El arreglo fue diseñado de tal manera que, si el rayo gamma proviene del cadmio es realmente producido por un neutrino, entonces, se deberá detectar 5 microsegundos después del rayo gamma, debido a la aniquilación del positrón.



1957 Bruno Pontecorvo propone las oscilaciones de neutrinos

En 1957, Bruno Pontecorvo sugiere un método para la investigación de las masas de los neutrinos, a través de las oscilaciones de neutrinos. Ya que hasta entonces sólo un tipo de neutrino se conocía, el neutrino electrón. Pontecorvo inventó el concepto de neutrino estéril, que es un fermión neutral que no toma parte en la interacción débil [12].

1962 Descubrimiento de otro sabor de neutrino en el Laboratorio Nacional Brookhaven

Leon Lederman, Melvin Schwartz y Jack Steinberger, realizaron sus descubrimientos en el *Alternating Gradient Synchrotron* (AGS). En ese momento, sólo el neutrino electrónico era conocido, y los científicos se preguntaban si podrían encontrar más tipos de estas partículas. El AGS, el acelerador más potente del mundo, fue capaz de producir el haz necesario para el descubrimiento de otro tipo de neutrino.

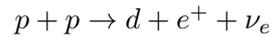
¹En realidad, la reacción es $\bar{\nu} + p \rightarrow n + e^+$, sin embargo, hasta la fecha no se sabía de la existencia de antineutrinos $\bar{\nu}$.

El experimento utilizaba mesones π , que viajaban hacia un muro de acero. En el camino, al decaer en muones y neutrinos, sólo los neutrinos podrían pasar a través de la pared hacia un detector. El impacto de los neutrinos en placas de aluminio producirían muones que podrían ser detectados a través de sus trazas, para probar la existencia de neutrinos muónicos. Por su contribución Leon Lederman, Melvin Schwartz y Jack Steinberger fueron galardonados con el Premio Nobel de Física en 1988 por el método de haz de neutrinos.

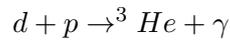
1964-1968 Primer experimento para detectar neutrinos electrónicos producidos por el Sol

Los neutrinos provenientes del Sol se crean vía la cadena pp , la cual se muestra a continuación:

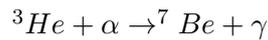
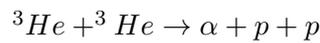
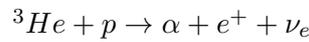
Step 1: Dos protones hacen un deuterón.



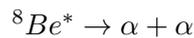
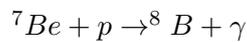
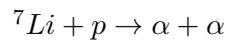
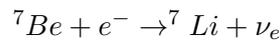
Step 2: Deuterón más protón hacen ${}^3\text{He}$.



Step 3: Helio-3 genera partículas alfa o ${}^7\text{Be}$.



Paso 4: Berilio genera partículas alfa.



El proceso comienza con un par de protones (núcleos de hidrógeno), que al combinarse se crea un deuterón, un positrón y un neutrino (el deuterón es un protón y un neutrón, lo que ocurre aquí es que uno de los protón se convierte en un neutrón, un positrón y un neutrino, vía el decaimiento inverso del neutrón $p \rightarrow n + \nu + e^+$). El deuterón a su vez, captura otro protón resultando en helio-3, con las siguientes opciones: al unirse con otro

protón se origina una partícula alfa - un núcleo de helio-4 (dos protones y dos neutrones). Una vez más, un protón se ha transformado en un neutrón, con la emisión de un positrón y un neutrino. La segunda, dos helio-3 pueden combinarse y crear una partícula alfa y dos protones. O el helio-3 con una partícula alfa (producida en una de las reacciones previas) producen berilio-7 con la emisión de un fotón. Finalmente, el berilio puede absorber un electrón, haciendo litio, que atrapa un protón, produciendo dos partículas alfa, o bien, absorbe un protón, generando boro y un fotón, después el boro decae en un estado excitado de berilio-8, emitiendo un positrón y un neutrino, finalmente el berilio-8 decae en dos partículas alfa.

En 1964, Raymond Davis Jr. y Jhon N. Bahcall proponen el experimento, Davis realizó el experimento y en 1968 dio a conocer los primeros resultados, el experimento está situado en una antigua mina de oro, la mina de Homestake. Se midieron menos neutrinos de lo previsto. Al perfeccionarse el experimento y la teoría, el desacuerdo parecía más robusto. Durante los siguientes veinte años muchas posibilidades para explicar el déficit de neutrinos solares fueron examinadas por cientos y tal vez miles de físicos, químicos y astrónomos. Tanto el experimento y el cálculo teórico parecían ser correctos. Así nació el famoso déficit de los neutrinos solares.

1968-1969 Explicación del déficit de los neutrinos solares

Pontecorvo sugiere una explicación para el déficit de los neutrinos solares. Él propone que los neutrinos electrónicos producidos por el Sol se transforman como $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ o como $\nu_e \rightarrow \nu_{\text{estéril}}$ [12].

1975-1978 Leptón tau y su neutrino

En 1975 se anunció evidencia de eventos que producen electrones y muones. Estos eventos indican la producción de un nuevo leptón pesado llamado tau, que podría decaer para producir electrones y muones, junto con neutrinos asociados.

En el período 1975-1978 en el Deutsches Elektronen Sincrotrón (DESY), que se encuentra cerca de Hamburgo en Alemania, se confirmó el descubrimiento y la interpretación de los procesos de producción de muones y electrones como resultado de un nuevo leptón pesado, el tau.

1983-1990 Experimento Kamiokande

Kamiokande inicia su funcionamiento en 1983 y en el año 1989 se convierte en el segundo experimento en detectar neutrinos provenientes del Sol y confirmar el déficit de un tercio de la razón esperada. La primera evidencia para las oscilaciones de neutrinos, vía $\nu_\mu \leftarrow \nu_\tau$, la obtuvo Kamiokande usando neutrinos atmosféricos.

1990 El experimento Irvine-Michigan-Brookhaven (IMB) confirma el déficit en la detección de neutrinos atmosféricos

El experimento IMB está localizado en la mina de sal Morton, en Fairport Harbor, Ohio. Después de una actualización que mejora la capacidad de identificar las interacciones de neutrinos muónicos, confirma el déficit en la detección de los neutrinos muónicos provenientes de la atmósfera, informado por Kamiokande.

1994 Evidencias de las oscilaciones de neutrinos en el experimento Liquid Scintillator Neutrino Detector (LSND)

El experimento [5], recabó datos entre los años 1993-1998, designado para medir el número de neutrinos producidos por el acelerador de LSND, durante este período los científicos tuvieron dificultades para conciliar las diferencias entre el número esperado de neutrinos y el número real de neutrinos medidos. La explicación propuesta para esta discrepancia es que los neutrinos oscilan entre los tres sabores : electrón, muón y tau.

1998 Kamiokande anuncia evidencia de neutrinos masivos

El objetivo de Kamiokande era detectar la desintegración de protones, sin embargo no detectó alguna. Por otra parte, tuvo éxito en la detección de neutrinos, a pesar de ello, se necesitaba mayor sensibilidad para observar neutrinos. Esto llevó a la construcción de Super-Kamiokande, con un detector diez veces más grande que Kamiokande. Super-Kamiokande (SK) inició la observación en 1996 y anunció la primera evidencia de oscilaciones de neutrinos atmosféricos en 1998, consistente con la teoría de neutrinos con masa diferente de cero.

2001 SNO detecta cambio de sabor en neutrinos solares

En Junio de 2001 el equipo de científicos del laboratorio Canadiense SNO (Sudbury Neutrino Observatory) dieron a conocer la primera evidencia experimental de que los neutrinos

producidos en el interior del Sol cambian de sabor. Todo parecía indicar que la explicación más plausible de dicho fenómeno son las llamadas oscilaciones de neutrinos. Es hasta el 2002 que los resultados obtenidos por SNO prueban definitivamente dicho fenómeno.

1.3. El neutrino y el Modelo Estándar

Las partículas fundamentales del Modelo Estándar (ME) están divididas en dos grupos: bosones, con espín 0 y fermiones con espín $1/2 \hbar$. Los bosones g o gluones son los mediadores de la fuerza fuerte, los fotones γ de la fuerza electromagnética, el W^\pm y Z^0 de la fuerza débil. El SM explica las interacciones entre las partículas, excepto la interacción gravitatoria. Sin embargo, la interacción gravitatoria es despreciable ante las otras tres fuerzas, ya que su magnitud es menor a cualquiera de las otras en varios ordenes de magnitud a escalas subatómicas.

Los fermiones se dividen en leptones, que no interactúan fuertemente y los quarks, que sí lo hacen. Existen 6 leptones y 6 quarks, ver Figura 1.2. Hay tres quarks con carga eléctrica $-1/3$; d, s, b denominados down, strange, bottom y tres quarks con carga eléctrica $+2/3$; u, c, t , llamados up, charm, top. Estos quarks nunca aparecen libres, solo en estados ligados, formando partículas conocidas de manera genérica como hadrones. El protón y el neutrón de los núcleos atómicos son ejemplos de hadrones. El protón está formado por dos quarks u y uno d , mientras que el neutrón lo está por dos quarks d y uno u . Los quarks se agrupan en tres pares o familias (u, d) , (c, s) , (t, b) , idénticos en sus propiedades, excepto en la masa. Tres de los leptones tienen carga eléctrica -1 , el electrón, el muon y el tau. Los otros tres, tienen carga eléctrica cero, son el neutrino electrón ν_e , el neutrino muon ν_μ y el neutrino tau ν_τ (en diferentes fuentes se les nombra neutrino electrónico, neutrino muónico y neutrino tauónico), que en el ME se consideran con masa cero.

Como ya hemos dicho, los neutrinos interactúan débilmente, en Figura 1.1 se muestran los diagramas de Feynman para dicha interacción.

Ahora se sabe que los neutrinos son masivos, pero con masas con seis ordenes de magnitud más pequeñas que los leptones cargados. Experimentos que observan la distorsión del espectro de energía en el decaimiento β debida a la masa diferente de cero de los neutrinos, ponen un límite para la masa del neutrino electrón de $2.8 \text{ eV}/c^2$, otros experimentos limitan el valor de la masa del neutrino muon a menos de $170 \text{ keV}/c^2$ y la masa

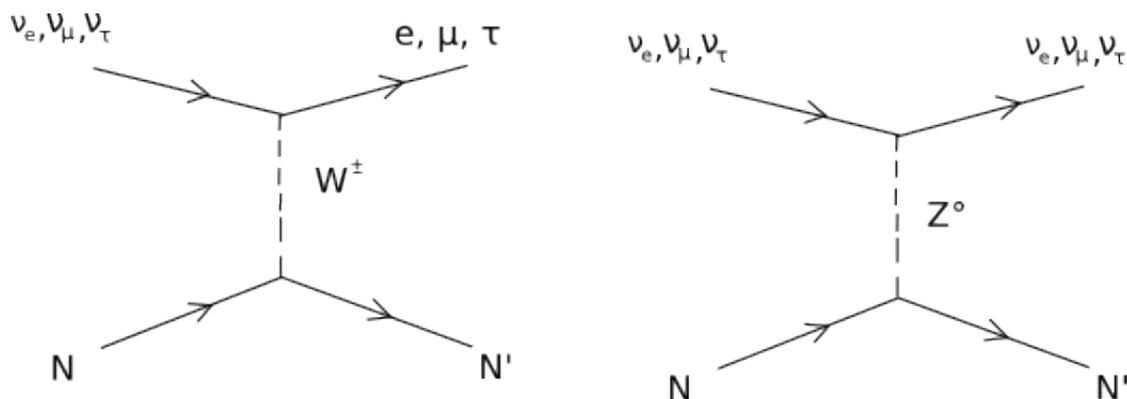


Figura 1.1: Diagramas de Feynman para interacción débil. N y N' son los nucleones involucrados.

del neutrino tau a ser inferior a $15 \text{ MeV}/c^2$ [7]. La naturaleza exacta de su masa es un área de investigación.

El que las partículas de materia sean las que son, y se clasifiquen en familias es algo no explica a priori por el ME, esto último es uno de los problemas abiertos más importantes en Física de partículas. La explicación requiere de nuevas teorías que vayan más allá del SM.

La confirmación de que los neutrinos oscilan entre las distintas especies, es decir, el cambio de un tipo de neutrino a otro a medida que viaja a través del espacio o la materia, es un fenómeno descrito por la mecánica cuántica que requiere que los neutrinos tengan masa y se mezclen. Algo no contemplado en el Modelo Estándar de partículas elementales. El cual debe por lo tanto ser modificado. Finalmente, y quizás lo más importante que los neutrinos tengan masa puede ser la primera ventana a nueva Física más allá del ME. De ahí el enorme interés que los datos sobre las oscilaciones de neutrinos han generado.

En realidad los neutrinos han estado siempre de actualidad desde que fueron propuestos por Pauli, debido a que juegan un papel muy importante en muchos campos de la física nuclear y de partículas, así como en astrofísica y cosmología.

Mediante los neutrinos se explora el interior del Sol y no sólo su superficie, como en el caso con la luz y otras radiaciones electromagnéticas estudiadas en los observatorios astronómicos convencionales. Con la detección, en 1987 de neutrinos provenientes de la explosión de la SuperNova SN1987A se ha inaugurado lo que podríamos denominar

Quarks			Bosones intermediarios
up u	charm c	top t	fotón γ
down d	strange s	bottom b	gluones g
Leptones			
electrón e	muón μ	tau τ	W^+
Neutrino del electrón ν_e	Neutrino del muón ν_μ	Neutrino del tau ν_τ	Z^0

Figura 1.2: Clasificación de las partículas elementales según el Modelo Estándar.

astrofísica de neutrinos. Los detectores² actualmente existentes podrían estudiar con bastante detalle los neutrinos producidos en explosiones de supernovas en nuestra galaxia, lo cual permitiría estudiar aspectos no bien conocidos sobre la dinámica del colapso estelar y la consiguiente explosión. La estructura en gran escala del Universo depende de la materia oscura que contiene, a la que contribuyen en una pequeña proporción los neutrinos con masa de la radiación de fondo del Universo. Los neutrinos también juegan un papel principal en la nucleosíntesis primordial, poco después del Big Bang, en la que se produjeron los núcleos atómicos más ligeros. En la nucleosíntesis estelar, en la que se producen núcleos hasta de hierro. En la nucleosíntesis de supernovas, se producen núcleos más pesados que los de hierro, por ejemplo, níquel y cobre.

1.4. Indicios experimentales de las oscilaciones de neutrinos

En las siguientes dos secciones se hace mención respectivamente a la producción de neutrinos atmosféricos y solares, además de las anomalías en su detección.

²Como ejemplo, el utilizado en el experimento ICECUBE [6].

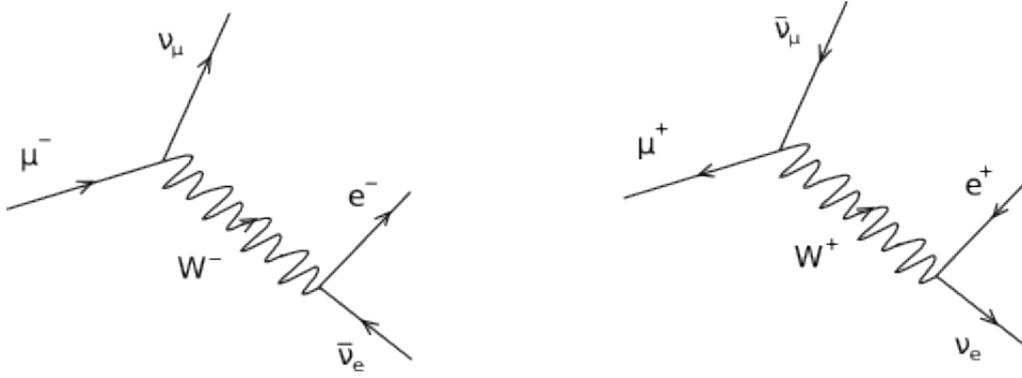


Figura 1.3: Esquema del decaimiento de un muón μ^- y de un antimuón μ^+ .

1.4.1. Neutrinos atmosféricos

El proceso inicia en la colisión de los rayos cósmicos con los núcleos de oxígeno y nitrógeno. La radiación cósmica consiste en partículas cargadas de alta energía provenientes del espacio. Aproximadamente el 85 % de los rayos cósmicos primarios son protones, el 12 % partículas α (núcleos de helio) y el resto electrones y otros núcleos más pesados. En el choque con la atmósfera se producen partículas secundarias, en su mayoría piones (π^+), los cuales se desintegran muy rápidamente en muones (μ) y neutrinos muónicos (ν_μ), como sigue



Los muones en su mayoría se desintegran antes de llegar a la Tierra. En la Figura 1.3 se observa que el muón decae en su correspondiente neutrino y un W^- (interacción débil), el cual decae a su vez en un electrón y un antineutrino electrónico. También se ilustra el decaimiento del antimuón. Este proceso se representa por



De los decaimientos (1.2) y (1.3) se puede observar que la cantidad de neutrinos muónicos (y antineutrinos) debería ser el doble de los neutrinos electrónicos. Sin embargo, el experimento Kamiokande encontró aproximadamente igual número de neutrinos electrónicos y muónicos. Esto sugiere que los neutrinos muónicos están transformándose a un sabor diferente. De hecho el detector de Kamiokande era capaz de detectar la dirección de inci-

dencia de los neutrinos; aquellos directamente desde arriba habían viajado sólo 10 km más o menos, llegando a la proporción esperada de 2 a 1, pero a medida que la distancia a la fuente aumenta, la proporción se reduce. Estos resultados fueron confirmados y mejorados por SK en 1998. Parece que los neutrinos muónicos se convierten en neutrinos tauónicos con

$$\theta_{atm} \approx \pi/4 \quad \text{y} \quad \delta m^2 \approx 3 \times 10^{-3} (eV/c^2)^2, \quad (1.4)$$

donde θ_{atm} es el ángulo de mezcla θ_{23} involucrado en el modelo de oscilaciones de neutrinos. La transición entre $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$ está en función de dicho ángulo y del cuadrado del valor absoluto de la diferencia de las masas al cuadrado $\delta m^2 = |m_3^2 - m_2^2|^2$, las masas m_2 y m_3 corresponden a los estados de masa ν_2 y ν_3 . En el Capítulo 2, abordaremos con detalle los ángulos de mezcla, las diferencias de las masas al cuadrado, los estados de masa y sabor.

Los experimentos de neutrinos atmosféricos (que implican oscilaciones de neutrinos muónicos) no nos dicen nada sobre el problema de los neutrinos solares (que involucran neutrinos electrónicos).

La prueba ideal de oscilaciones de neutrinos implicaría una fuente fija (un reactor o un acelerador) y un detector móvil. Desafortunadamente, los detectores de neutrinos tienden a ser enormes, y las longitudes de oscilación están típicamente en el rango de varios kilómetros. Así que uno debe conformarse con fuentes muy intensas y estudiar la variación en la detección de neutrinos en función de su energía.

1.4.2. Neutrinos solares

Los neutrinos han vuelto a ser un foco de intensa atención en los últimos años, concretamente desde que en 1998 el experimento SK de Japón presentara evidencia de oscilaciones en neutrinos atmosféricos. Los resultados de SK reavivaron el interés en los experimentos de neutrinos solares cuyos datos mostraban de diversas maneras que el flujo detectado de neutrinos procedente del Sol era inferior al esperado. A partir de entonces el progreso ha sido espectacular. El experimento SK aumentó notablemente su estadística, confirmando claramente el fenómeno, también observado por otros experimentos menos sensibles. El detector de SK es también capaz de detectar los neutrinos solares en cierto rango de energía, confirmando la anomalía en el flujo de los mismos. Además SK mide la dirección de los neutrinos, lo cual permitió comprobar que realmente venían del Sol.

En la primavera del 2002 el experimento Sudbury Neutrino Observatory (SNO), en Canadá, presentó resultados que explican de manera definitiva el problema del déficit de neutrinos solares en términos de oscilaciones entre las distintas especies de neutrinos [10]. Recientemente el experimento KamLAND, situado en la mina japonesa de Kamioka, ha comprobado, a partir de antineutrinos procedentes de varios reactores nucleares, que rodean su detector, que las oscilaciones de neutrinos necesarias para explicar el problema solar dan cuenta de sus resultados.

1.5. Confirmación en Sudbury Neutrino Observatory y SuperKamiokande

En 2001 la colaboración Super-Kamiokande presentó resultados sobre neutrinos solares. Super-Kamiokande utiliza agua como detector, que es sensible a neutrinos muón y tau, así como neutrinos electrón. El proceso es una dispersión neutrino-electrón: $\nu + e \rightarrow \nu + e$; el electrón saliente se detecta por la radiación Cerenkov que se emite en el agua. El neutrino puede ser de cualquier tipo, pero la eficiencia de detección es 6.5 veces mayor para los neutrinos electrónicos que para los otros dos tipos. En la toma de datos, se detectaron menos neutrinos electrónicos de los previstos. Algunos de los ν_e se habían convertido a ν_μ o ν_τ , de esta manera el flujo para los dos últimos neutrinos debería ser mayor.

Mientras tanto, en el Sudbury Neutrino Observatory (SNO) un experimento muy similar estaba en marcha, utilizando agua pesada (D_2H) en lugar de agua corriente. La virtud del agua pesada es que los neutrones presentes admiten otras dos reacciones (en adición a la dispersión de los electrones elásticos), y estos permiten medir por separado el flujo de neutrinos electrónicos y el flujo total de neutrinos. En el verano de 2001 la colaboración SNO publicó sus primeros resultados, reportando el proceso de absorción de neutrinos (que se aplica sólo a los neutrinos electrón). Tienen 35 % del flujo predicho. Si se compara esto con los datos de SK (45 %), parece que 10 % de los neutrinos detectados en SK han sido ν_μ o ν_τ . Pero sabemos que el detector es 6.5 veces más eficiente para neutrinos electrón, por lo que si hubieran sido ν_e , habrían contabilizado $6.5 \times 10 = 65$ %, and $35 + 65 = 100$. Esto era demasiado perfecto para ser un accidente, y mucha gente llegó a la conclusión en ese momento que el problema de neutrinos solares estaba resuelto, y que las oscilaciones de neutrinos estaban confirmadas. Sin embargo, no todo el mundo estaba convencido, porque

este argumento implica una concatenación torpe de los datos de diferentes instrumentos, tomados en diferentes condiciones. Para decir algo definitivamente, las dos mediciones - el flujo total y el flujo de neutrinos electrón - deben realizarse en condiciones idénticas. Estos resultados finalmente se probaron por la colaboración SNO en Abril de 2002 [18]. Confirmaron perfectamente las conclusiones provisionales del verano anterior, con

$$\theta_{sol} \approx \pi/6, \quad \delta(m^2)_{sol} \approx 8 \times 10^{-5} (eV/c^2)^2. \quad (1.5)$$

El ángulo θ_{sol} , es el ángulo de mezcla θ_{12} que da cuenta la transición de los estados físicos ν_1 y ν_2 , involucrados en el modelo de oscilaciones de neutrinos. La cantidad $\delta(m^2)_{sol}$ es el cuadrado del valor absoluto de la diferencia de las masas al cuadrado, $|m_2^2 - m_1^2|^2$, donde las masas m_2 y m_1 corresponden a los estados físicos ν_2 y ν_1 .

Capítulo 2

Oscilaciones de Neutrinos

En lo que respecta a este Capítulo, se hablará de la teoría de oscilaciones para dos estados de sabor, la cual es utilizada en CHOOZ, sección 4.1. Finalmente se abordan las oscilaciones de neutrinos para tres sabores, que se emplea en el análisis del experimento Daya Bay, sección 4.2. Como introducción a la teoría de oscilaciones de neutrinos se puede revisar [9] y [10], para más detalle se sugiere [11], [12], [13], [14], [15] y [16].

2.1. Oscilaciones de neutrinos

La oscilación de neutrinos es un fenómeno mecánico cuántico, propuesto por Bruno Pontecorvo a finales de 1950. Las oscilaciones requieren que los neutrinos tengan masa y que los estados de sabor y de masa estén mezclados. En la época en que Pontecorvo propuso las oscilaciones sólo se conocía el neutrino electrón, por lo que, de acuerdo a las oscilaciones de neutrinos, Pontecorvo inventa el concepto de neutrino estéril, que es un fermión que no interactúa débilmente. Hasta el año 1962, el neutrino muón se descubrió. Con ello fue claro que las oscilaciones entre diferentes tipos de neutrinos era posible. Así, en el mismo año Maki, Nakagawa y Sakata, consideraron por primera vez un modelo con la mezcla de dos neutrinos diferentes. En 1968, Bruno Pontecorvo sugirió una explicación para el problema de los neutrinos solares. Él propuso que los neutrinos electrónicos producidos por el Sol se transforman en su trayecto a la Tierra, en especies diferentes. Este es el mecanismo que llamamos *oscilaciones de neutrinos*.

En la actualidad el ME, sección 1.3, considera tres sabores de neutrinos; neutrino electrón ν_e , neutrino muón ν_μ , neutrino tau ν_τ . A cada sabor de neutrino, se le asocia correspondiente un estado cuántico $|\nu_e\rangle$, $|\nu_\mu\rangle$ o $|\nu_\tau\rangle$. En esta Tesis trabajaremos el modelo

de oscilaciones considerando estos sabores de neutrinos.

Es conveniente introducir el operador de masa M , dado por

$$M = \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{pmatrix}, \quad (2.1)$$

donde m_k es el eigenvalor de masa correspondiente al eigenvector $|\nu_k\rangle$ ($k = 1, 2, 3$) del operador de masa M . El estado $|\nu_k\rangle$ es llamado estado físico o de masa. En resumen

$$\langle \nu_j | M | \nu_k \rangle = m_j \delta_{jk}, \quad \text{y} \quad m_j - m_k \neq 0 \quad (j, k = 1, 2, 3). \quad (2.2)$$

En general los estados de sabor $|\nu_e\rangle$, $|\nu_\mu\rangle$ y $|\nu_\tau\rangle$ son diferentes a los estados físicos $|\nu_1\rangle$, $|\nu_2\rangle$ y $|\nu_3\rangle$. Sin embargo se relacionan por una matriz unitaria U , de la siguiente manera

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}. \quad (2.3)$$

donde $U_{\alpha k}$ ($\alpha = e, \mu, \tau$; $k = 1, 2, 3$) son los elementos de la matriz U , también llamada matriz de Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata ($U = U_{PMNS}$), parametrizada como

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\alpha_1/2} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\alpha_2/2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (2.4)$$

donde $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$ y $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$. Los factores de fase α_1 y α_2 son físicamente significativos sólo si los neutrinos son partículas de Majorana, es decir, si el neutrino es idéntico a su antineutrino (aspecto hasta ahora desconocido). El factor de fase δ es diferente de cero sólo si las oscilaciones de neutrinos violan la simetría CP [9], sin embargo no se ha observado experimentalmente. Para los propósitos de esta Tesis no se consideran los factores de fase α_1 , α_2 y δ , ya que se considera que los neutrinos son partículas de Dirac, es decir, que el neutrino es diferente al antineutrino y consideramos que no hay violación de la simetría CP, es decir $\delta = 0$.

Para neutrinos que viajan a velocidades ultrarelativistas se considera el hamiltoniano¹

¹Se ha seguido la derivación estándar, donde $|\vec{p}|$ y no E , es considerado constante. En [17] se considera E como constante, llegando a los mismos resultados para la probabilidad de oscilación.

$$H = \begin{pmatrix} E_1 & 0 & 0 \\ 0 & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & E_3 \end{pmatrix}, \quad (2.5)$$

¿Son los estados físicos eigenestados del hamiltoniano (2.5)?, para responder a esta pregunta, calculemos el conmutador $[H, M]$, donde H y M son respectivamente (2.5) y (2.1).

$$[H, M] = \left[\begin{pmatrix} E_1 & 0 & 0 \\ 0 & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & E_3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{pmatrix} \right] = 0, \quad (2.6)$$

puesto que $[H, M] = 0$ y M no tiene eigenvalores degenerados, entonces cada eigenestado de M es también eigenestado de H . Por tanto

$$H|\nu_k\rangle = E_k|\nu_k\rangle, \quad (2.7)$$

es decir, al estado $|\nu_k\rangle$ le corresponde la energía E_k . De ahora en adelante, por comodidad, consideraremos a la velocidad de la luz $c = 1$ y a la constante de Planck $\hbar = 1$. Al sustituir (2.7) en la ecuación de Schrödinger

$$i\frac{d}{dt}|\nu_k(t)\rangle = H|\nu_k(t)\rangle, \quad (2.8)$$

obtenemos

$$i\frac{d}{dt}|\nu_k(t)\rangle = E_k|\nu_k(t)\rangle, \quad (2.9)$$

con solución

$$|\nu_k(t)\rangle = e^{-iE_k t}|\nu_k\rangle, \quad (2.10)$$

la cual, representa la evolución temporal del estado físico $|\nu_k(t)\rangle$. Una forma alternativa de escribir la relación entre estados físicos y de sabor (2.3) es

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_k U_{\alpha k}|\nu_k\rangle, \quad (2.11)$$

o bien

$$|\nu_k\rangle = \sum_{\alpha} U_{\alpha k}^* |\nu_{\alpha}\rangle, \quad (2.12)$$

con

$$U^{\dagger}U = UU^{\dagger} = I \quad (2.13)$$

i. e.,

$$\sum_{\alpha} U_{\alpha i} U_{\alpha k}^* = \delta_{ik}, \quad \sum_k U_{\alpha k} U_{\beta k}^* = \delta_{\alpha\beta}. \quad (2.14)$$

Ahora, consideremos un estado de sabor $|\nu_{\alpha}(t)\rangle$, que describe a un neutrino creado con un sabor definido α en el tiempo $t = 0$. De (2.10), (2.11) y (2.12) la evolución temporal de este estado está dada por

$$\begin{aligned} |\nu_{\alpha}(t)\rangle &= \sum_k U_{\alpha k} e^{-iE_k t} |\nu_k\rangle \\ &= \sum_{\beta=e,\mu,\tau} \left(\sum_k U_{\alpha k} U_{\beta k}^* e^{-iE_k t} \right) |\nu_{\beta}\rangle. \end{aligned} \quad (2.15)$$

La amplitud de transición del estado $|\nu_{\alpha}\rangle$ al estado $|\nu_{\beta}\rangle$ es

$$A(\nu_{\alpha} \rightarrow \nu_{\beta}; t) \equiv \langle \nu_{\beta} | \nu_{\alpha}(t) \rangle = \sum_k U_{\alpha k} U_{\beta k}^* e^{-iE_k t}. \quad (2.16)$$

La probabilidad de transición está dada por

$$P(\nu_{\alpha} \rightarrow \nu_{\beta}) = |A(\nu_{\alpha} \rightarrow \nu_{\beta}; t)|^2 = \sum_{k,j} U_{\alpha j}^* U_{\beta j} U_{\alpha k} U_{\beta k}^* e^{-i(E_k - E_j)t}. \quad (2.17)$$

La energía E_k está dada por

$$E_k = \sqrt{\vec{p}^2 + m_k^2} \approx |\vec{p}| + \frac{m_k^2}{2|\vec{p}|}, \quad (2.18)$$

donde se considera que los neutrinos tienen el mismo momento, es decir, $\vec{p}_1 = \vec{p}_2 = \vec{p}_3 = \vec{p}$. La aproximación se debe a que los neutrinos son altamente energéticos.

Al despreciar la energía del neutrino debida a la masa, tenemos que $E = |\vec{p}|$ es la energía del neutrino. Así al nombrar $\delta m_{kj}^2 = m_k^2 - m_j^2$, la diferencia de energías $E_k - E_j$ resulta

$$E_k - E_j \approx \frac{m_k^2 - m_j^2}{2E} = \frac{\delta m_{kj}^2}{2E}. \quad (2.19)$$

Al sustituir (2.19) en la probabilidad de transición (2.17) se obtiene

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta; t) = \sum_{k,j} U_{\alpha j}^* U_{\beta j} U_{\alpha k} U_{\beta k}^* e^{-i \frac{\delta m_{kj}^2}{2E} t}. \quad (2.20)$$

Finalmente la derivación estándar de la probabilidad de oscilaciones de neutrinos se basa en el hecho de que es más fácil medir la distancia entre detector y fuente que el tiempo que tarda el neutrino en llegar de la fuente al detector. Puesto que los neutrinos altamente energéticos se propagan con velocidades cercanas a las de la luz, es posible aproximar $L = t$, por tanto

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta; L, E) = \sum_{k,j} U_{\alpha j}^* U_{\beta j} U_{\alpha k} U_{\beta k}^* e^{-i \frac{\delta m_{kj}^2}{2E} L}. \quad (2.21)$$

Las amplitudes de las oscilaciones son especificadas sólo por los elementos de la matriz de mezcla U . Entonces las medidas de las oscilaciones de neutrinos proporcionan alguna luz sobre los valores de las diferencias de las masas al cuadrado δm_{kj}^2 y los elementos de la matriz U (2.4).

Aunque las mediciones de las oscilaciones implican neutrinos masivos, producen información precisa sólo en los valores de las diferencias de masa al cuadrado, pero no en los valores absolutos de masas de los neutrinos.

La probabilidad de oscilación en (2.21) depende de los productos

$$U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*, \quad (2.22)$$

que es independiente de la parametrización específica de la matriz de mezcla y de la elección de las fases.

Es evidente que las transiciones entre los diferentes sabores se manifiestan para longitudes $L > 0$, por la relación de unitariedad

$$UU^\dagger = 1 \quad \text{o bien} \quad \sum_i U_{\alpha i} U_{\beta i}^* = \delta_{\alpha\beta}, \quad (2.23)$$

que implica

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta; L = 0, E) = \delta_{\alpha\beta}. \quad (2.24)$$

En ocasiones esto es conveniente para escribir la probabilidad como

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta; L, E) = \sum_i |U_{\alpha i}|^2 |U_{\beta i}|^2 + 2\text{Re} \sum_{i>j} U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* e^{-2\pi i \frac{L}{L_{ij}^{OSC}}}, \quad (2.25)$$

en la cual definimos la longitud de oscilación

$$L_{ij}^{OSC} = \frac{4\pi E}{\delta m_{ij}^2}. \quad (2.26)$$

La longitud de oscilación es la distancia a la que la fase generada por Δm_{ij}^2 llega a ser igual a 2π .

Otra manera de escribir la probabilidad de oscilación (2.21) es separando las partes reales e imaginarias de $U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*$. De la relación de unitaridad (2.23), obtenemos

$$\sum_k |U_{\alpha k}|^2 |U_{\beta k}|^2 = \delta_{\alpha\beta} - 2 \sum_{i>j} \text{Re} [U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*], \quad (2.27)$$

que permite escribir la probabilidad de oscilación como

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta; L, E) = \delta_{\alpha\beta} - 2 \sum_{i>j} \text{Re} [U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*] \left[1 - \cos \left(\frac{\delta m_{ij}^2 L}{2E} \right) \right] + 2 \sum_{i>j} \text{Im} [U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*] \text{sen} \left(\frac{\delta m_{ij}^2 L}{2E} \right), \quad (2.28)$$

o en la forma

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta; L, E) = \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{i>j} \text{Re} [U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*] \text{sen}^2 \left(\frac{\delta m_{ij}^2 L}{4E} \right) + 2 \sum_{i>j} \text{Im} [U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*] \text{sen} \left(\frac{\delta m_{ij}^2 L}{2E} \right). \quad (2.29)$$

Las probabilidades de oscilación con $\alpha \neq \beta$ son usualmente llamadas probabilidades de transición, mientras que las probabilidades de oscilación con $\alpha = \beta$ son generalmente llamadas probabilidades de supervivencia. Dado que, en el caso de las probabilidades de supervivencia, los productos de cuarto orden en (2.22) son reales e igual a $|U_{\alpha k}|^2 |U_{\alpha j}|^2$, las probabilidades de supervivencia pueden ser escritas en la forma

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha; L, E) = 1 - 4 \sum_{k>j} |U_{\alpha k}|^2 |U_{\alpha j}|^2 \text{sen}^2 \left(\frac{\delta m_{ij}^2 L}{4E} \right). \quad (2.30)$$

Para que la razón $\delta m_{ij}^2 L / 4E$ sea adimensional se utilizaran las siguientes unidades: $[eV^2/C^4]$ para δm_{ij}^2 , $[MeV]$ para energía E y $[m]$ para la distancia L entre fuente y

detector de neutrinos. Recordemos que hasta ahora se ha tomado a la velocidad de la luz $c = 1$ y a la constante de Planck $\hbar = 1$, sin embargo, al no tomar en cuenta esta consideración se tiene que

$$\delta m_{ij}^2 L / 4E \rightarrow \delta m_{ij}^2 c^3 L / 4\hbar E, \quad (2.31)$$

al realizar un análisis dimensional resulta

$$\frac{\left[\frac{eV^2}{c^4}\right] [c^3][m]}{4[6.58212 \times 10^{-22} MeV \cdot s][MeV]} = \frac{1}{26.32848 \times 10^{-22} \times 10^{12}} \left[\frac{eV^2 \cdot m}{c \cdot eV^2 \cdot s}\right] \quad (2.32)$$

$$= \frac{1}{26.32848 \times 10^{-10} \frac{[m/s]}{2.99792 \times 10^8 [m/s]}} \quad (2.33)$$

$$= 1.2669 \quad (2.34)$$

$$\approx 1.27, \quad (2.35)$$

finalmente la probabilidad de supervivencia (2.30) se puede reescribir como

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha; L, E) = 1 - 4 \sum_{k>j} |U_{\alpha k}|^2 |U_{\alpha j}|^2 \sin^2 \left(\frac{1.27 \delta m_{ij}^2 L}{E} \right). \quad (2.36)$$

Considerando el caso de sólo dos tipos de neutrinos, ν_e y ν_μ , los estados de sabor y físicos asociados se relacionan de la siguiente manera

$$\begin{pmatrix} |\nu_e(t)\rangle \\ |\nu_\mu(t)\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |\nu_1(t)\rangle \\ |\nu_2(t)\rangle \end{pmatrix}, \quad (2.37)$$

y la relación entre estados físicos y de sabor para $t = 0$ es

$$\begin{pmatrix} |\nu_1\rangle \\ |\nu_2\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |\nu_e\rangle \\ |\nu_\mu\rangle \end{pmatrix}, \quad (2.38)$$

por lo tanto el estado que describe la evolución temporal de un neutrino creado con sabor electrónico está dado por

$$|\nu_e(t)\rangle = \cos \theta |\nu_1(t)\rangle - \sin \theta |\nu_2(t)\rangle, \quad (2.39)$$

substituyendo (2.10) en (2.39), se llega a

$$|\nu_e(t)\rangle = \cos \theta |\nu_1\rangle e^{-iE_1 t} - \sin \theta |\nu_2\rangle e^{-iE_2 t}, \quad (2.40)$$

utilizando (2.38) y factorizando por $|\nu_e\rangle$ y $|\nu_\mu\rangle$ se tiene

$$\begin{aligned}
|\nu_e(t)\rangle &= \cos\theta(\cos\theta|\nu_e\rangle + \text{sen}\theta|\nu_\mu\rangle)e^{-iE_1t} \\
&\quad - \text{sen}\theta(-\text{sen}\theta|\nu_e\rangle + \cos\theta|\nu_\mu\rangle)e^{-iE_2t} \\
&= (\cos^2\theta e^{-iE_1t} + \text{sen}^2\theta e^{-iE_2t})|\nu_e\rangle \\
&\quad + (\text{sen}\theta\cos\theta e^{-iE_1t} - \cos\theta\text{sen}\theta e^{-iE_2t})|\nu_\mu\rangle.
\end{aligned} \tag{2.41}$$

La probabilidad de detectar al neutrino inicial en el estado $|\nu_\mu\rangle$, al tiempo t , es

$$P(|\nu_e\rangle \rightarrow |\nu_\mu\rangle) = |\langle\nu_\mu|\nu_e(t)\rangle|^2 = |\text{sen}\theta\cos\theta(e^{-iE_1t} - e^{-iE_2t})|^2 \tag{2.42}$$

$$= (\text{sen}\theta\cos\theta)^2(e^{-iE_2t} - e^{-iE_1t})(e^{iE_2t} - e^{iE_1t}) \tag{2.43}$$

$$= \frac{\text{sen}^2(2\theta)}{4} [1 - e^{i(E_2-E_1)t} - e^{-i(E_2-E_1)t} + 1] \tag{2.44}$$

$$= \frac{\text{sen}^2(2\theta)}{4} [2 - 2\cos((E_2 - E_1)t)] \tag{2.45}$$

$$= \frac{\text{sen}^2(2\theta)}{4} 4\text{sen}^2\left[\frac{(E_2 - E_1)t}{2}\right], \tag{2.46}$$

también podemos escribir

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) = \left[\text{sen}(2\theta) \text{sen}\left(\frac{E_2 - E_1}{2}t\right) \right]^2. \tag{2.47}$$

Recurriendo a (2.19), resulta que

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) = \left[\text{sen}(2\theta) \text{sen}\left(\frac{\delta m_{21}^2}{4E}t\right) \right]^2. \tag{2.48}$$

Reescribiendo el resultado anterior en términos de la distancia $L \approx ct$ que recorren los neutrinos entre fuente y detector, se llega a

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) = \left[\text{sen}(2\theta) \text{sen}\left(\frac{\delta m_{21}^2}{4E}L\right) \right]^2. \tag{2.49}$$

En algunos experimentos la cantidad que se mide no es la probabilidad de aparición sino la de supervivencia $P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha)$. Para el caso que estamos tratando por ahora se tiene que

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_e) = 1 - P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu). \tag{2.50}$$

La dependencia en δm^2 de la teoría de oscilaciones es apropiada para explorar valores bajos de las masas de los neutrinos, debido a la sensibilidad que proporciona.

Expresando δm^2 en eV^2/c^4 , E en MeV o GeV y L en m o km respectivamente, la ecuación de la probabilidad de supervivencia se escribe como

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_e) = 1 - \text{sen}^2(2\theta) \text{sen}^2\left(\frac{1.27\delta m^2 L}{E}\right). \quad (2.51)$$

En la sección 4.1.3 se utiliza la expresión (2.51). En los experimentos se tiene control sobre la energía E de los neutrinos y la distancia L entre la fuente y el detector.

En particular, después de una distancia

$$L = \frac{2\pi E}{(m_2^2 - m_1^2)}, \quad (2.52)$$

la probabilidad de conversión es máxima. En $2L$ regresan a neutrinos electrónicos.

Es importante notar que se requieren dos cosas para que las oscilaciones de neutrinos ocurran: un ángulo de mezcla $\theta \neq 0$, y que las masas de los neutrinos no deben de ser iguales y diferentes de cero.

La jerarquía de masas

Con tres neutrinos hay tres diferencias de masas:

$$\delta_{21} = m_2^2 - m_1^2, \quad \delta_{32} = m_3^2 - m_2^2, \quad \delta_{31} = m_3^2 - m_1^2. \quad (2.53)$$

Únicamente dos de ellas son independientes ($\delta_{31} = \delta_{21} + \delta_{32}$). Desafortunadamente las oscilaciones de neutrinos son sensibles solamente a la diferencia cuadrada de las masas, a pesar de que nos gustaría medir las masas individuales directamente. Mientras tanto, un límite superior fue proporcionado por casualidad por la supernova SN1987A: 19 neutrinos, se detectaron en la ráfaga, que sólo duró 10 segundos. Para partículas masivas la velocidad es una función de la energía, y el hecho de que estos llegaron tan cerca pone un límite de alrededor de $20 eV/c^2$ en la masa de los neutrinos [9].

Por otra parte, las oscilaciones de neutrinos atmosféricos implican que al menos una de las masas de los neutrinos debe exceder $0.04 eV/c^2$.

Capítulo 3

Experimentos con reactores para el ángulo θ_{13}

En la actualidad hay diferentes experimentos acerca de las oscilaciones de neutrinos, que investigan los posibles valores de los parámetros involucrados en su modelo. Como ejemplos de dichos experimentos tenemos a Daya Bay, Double Chooz y RENO, los cuales se propusieron a finales del siglo pasado con el propósito de medir el ángulo de mezcla más pequeño, el ángulo θ_{13} . Este ángulo es de gran importancia ya que en la matriz de Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata, el $\sin\theta_{13}$ siempre se multiplica por una fase δ , el cual da cuenta de la violación de la simetría CP. Para medir el ángulo θ_{13} se utilizan antineutrinos producidos en un reactor nuclear. Están destinados a medir este ángulo, o mejorar los límites de su valor en un orden de magnitud. En este capítulo se proporciona el contexto para los temas de actualidad en el campo correspondiente a Daya Bay y experimentos relacionados actualmente.

3.1. CHOOZ

El experimento CHOOZ [19], empleó un solo detector, instalado en una sala subterránea aproximadamente a 1 *km* de la central nuclear de Chooz. La planta tiene dos reactores, cada uno de 4.25 *GW*. La región central del detector se llena con 5 toneladas de líquido centelleador cargado con 0.09 % de gadolinio. La región más externa del detector fue separada ópticamente de las regiones interiores y sirvió como un veto de muones.

CHOOZ recabó datos entre Abril de 1997 y Julio de 1998. Sus primeros resultados se publicaron en 1998 [21] y no encontró evidencias de oscilaciones. Resultados mejorados

se publicaron el siguiente año [20], obteniendo una conclusión similar. Con un nivel de confianza 90 % C.L. (por sus siglas en inglés) se descartó la desaparición de antineutrinos electrónicos para $\delta m^2 > 7 \times 10^{-4} \text{ eV}^2$ y se fijó $\sin^2(2\theta_{13}) < 0.10$ como límite para valores grandes de δm^2 . Una publicación más reciente de 2003 [19], obtuvo como límite máximo en $\sin^2(2\theta_{13})$ un valor de 0.15 a 90 % C.L.

3.2. MINOS

En 2010, el experimento MINOS [22] dio a conocer un resultado para el límite del $\sin^2(2\theta_{13})$, determinado a partir de la aparición de ν_μ a ν_e . Encontraron un límite para la cantidad $2 \sin^2(2\theta_{13}) \sin^2(\theta_{23}) < 0.12(0.10)$ a 90 % C.L. para la jerarquía de masas normal (invertida) [22].

3.3. T2K

El experimento T2K [23], al igual que MINOS, es un experimento que utiliza aceleradores de partículas, que busca ν_e oscilando a ν_μ .

En 2011, la colaboración dio a conocer resultados en los que obtienen una señal de seis ν_e , esto excluye el valor de cero para $\sin^2(2\theta_{13})$. Con un 90 % C.L., los datos son consistentes con $0.03 < \sin^2(2\theta_{13}) < 0.28$ para $\delta_{CP} = 0$ y una jerarquía normal (invertida) [23].

3.4. Double CHOOZ

El experimento Double CHOOZ [24], [25] fue concebido como una mejora de CHOOZ. Se encuentra en operación en la misma planta nuclear que CHOOZ. En el diseño experimental completo se emplean dos detectores; uno se encuentra en la sala experimental original de CHOOZ, el otro es próximo a los reactores con el fin de saber cuantos neutrinos constituyen el flujo de antineutrinos para no-oscilaciones. Los resultados en 2011 y 2012 fueron respectivamente $\sin^2(2\theta_{13}) = 0.086 \pm 0.0410 \pm 0.030$ [24] y $\sin^2(2\theta_{13}) = 0.109 \pm 0.030 \pm 0.025$ [25], donde los errores son correspondientemente estadísticos y sistemáticos.

3.5. RENO

Al igual que en otros experimentos de oscilaciones de la generación actual, el diseño de RENO [26] coloca detectores a diferentes distancias de los núcleos en un gran complejo de reactores. RENO se encuentra en la central nuclear de Yonggwang en Corea del Sur, tiene seis reactores entre 2.66-2.8 *GW*, cuenta con dos detectores idénticos, colocados en piscinas de agua en dos salas localizadas a 300 *m* y 1400 *m* del centro de los reactores.

RENO proporciona una medida del $\sin^2(2\theta_{13}) = 0.113 \pm 0.013 \pm 0.019$ [26].

3.6. Daya Bay

En las siguientes líneas se describe el experimento Daya Bay [27], [28], [29], [30], [31], [34] haciendo una comparación con Double Chooz y RENO. Los tres experimentos tienen el propósito de determinar el ángulo de mezcla θ_{13} , sin embargo existen diferencias de uno a otro.

El sitio se compone de seis reactores con una potencia individual de 2.9 *GW*, que se encuentran en las plantas de energía de Guangdong y Ling Ao, aproximadamente 55 *km* al noreste de Shenzhen, en el sur de China. A diferencia de Double CHOOZ y RENO, hay dos sitios de detección cercanos a los reactores. Uno proporciona información sobre la cantidad de neutrinos que constituyen el flujo de los reactores de Guangdong y el otro para el flujo de los reactores de Ling Ao. Así como RENO, pero a diferencia de Double CHOOZ, los resultados iniciales fueron tomados basados en la razón cercano/alejado, para ello se utilizaron múltiples detectores desplegados a diferentes distancias de los reactores.

Los detectores de antineutrinos (DAs) de Daya Bay tienen una masa objetivo de 20 toneladas, convirtiéndose en el más grande de esta generación. Cada uno tiene alrededor de 192 tubos fotomultiplicadores (PMT). Hay ocho detectores en el diseño completo (seis instalados para los análisis iniciales) a diferencia de dos para RENO (ambos instalados para el análisis inicial) y Double Chooz.

En Marzo de 2012 el experimento Daya Bay reportó un valor para el $\sin^2(2\theta_{13}) = 0.092 \pm 0.016 \pm 0.005$ en un marco de tres neutrinos [27]. Los resultados de una medición mejorada se publicaron en 2014 [28], con $\sin^2(2\theta_{13}) = 0.090^{+0.008}_{-0.009}$. Los resultados más recientes [29], con la configuración completa de detectores (8 DAs), muestran un valor de $\sin^2(2\theta_{13}) = 0.084 \pm 0.005$. Esta Tesis está basada en los datos recabados en [29].

Los experimentos se diseñaron con múltiples detectores para reducir el impacto de la

incertidumbre del flujo de antineutrinos. Así el experimento Daya Bay incluye ocho detectores de 20 toneladas, colocados en una de las centrales nucleares más grandes del mundo, lo que permite alcanzar la mayor precisión estadística de la antedicha nueva generación de experimentos [32].

En los Capítulos siguientes se estudian los experimentos CHOOZ y Daya Bay, abordando las generalidades de las disposiciones experimentales, el análisis de datos y la obtención de regiones de confianza para los parámetros de oscilación.

Capítulo 4

Colaboraciones CHOOZ y Daya Bay

4.1. CHOOZ

CHOOZ es un experimento sobre oscilaciones de neutrinos en el vacío¹ provenientes de reactores nucleares. Se encuentra en la planta nuclear que lleva el mismo nombre, localizada cerca de la villa de Chooz en la región de Ardennes, Francia [21]. Este experimento contribuye a la solución de la anomalía de los neutrinos atmosféricos, discutida en la sección 1.4.1, ya que descarta la oscilación $\nu_e \leftrightarrow \nu_\mu$. Siendo el experimento Super-Kamiokande que muestra que $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$ es la causa de dicha anomalía.

4.1.1. Generalidades experimentales

La planta nuclear de CHOOZ cuenta con dos reactores que son fuentes de neutrinos, cada uno con una potencia de 4.25 *GW*, los principales isótopos utilizados son U^{235} , Pu^{239} , y Pu^{241} . El flujo de $\bar{\nu}_e$ es perfectamente isotrópico y esencialmente sin contaminación de neutrinos de otro tipo, por ejemplo la razón de emisión de ν_e es menor que la de $\bar{\nu}_e$ por un factor de 10^5 . Los horarios en los que operaron los reactores fueron adecuados para identificar las contribuciones individuales de los reactores y determinar el fondo de los reactores apagados [19].

El detector está localizado en un laboratorio subterráneo a 115 *m* (equivalentes a 300 metros bajo el agua [21]) de la superficie y aproximadamente a 1 *km* de la fuente de

¹Usualmente se considera que el fenómeno de oscilaciones de neutrinos no se ve afectado cuando los neutrinos viajan unos cuantos kilómetros.

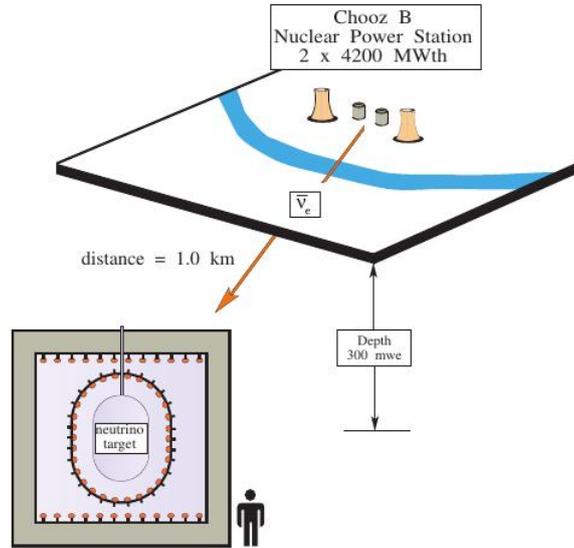
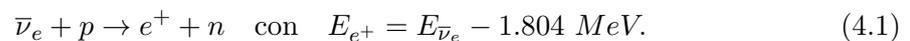


Figura 4.1: Laboratorio Chooz subterráneo de neutrinos [19].

neutrinos. Con ello el detector es protegido de los rayos cósmicos y muones provenientes del exterior, ver Figura 4.1.

4.1.2. El detector

El detector de neutrinos para este experimento se muestra esquemáticamente en la Figura 4.3. El blanco se encuentra dentro de un tanque de acero cilíndrico de 5.5 m de diámetro, blindado localmente por 75 cm de un material bajo en radioactividad. El tanque contiene tres regiones concéntricas: el exterior (llamado contenedor de veto) tiene la finalidad de eliminar efectivamente los eventos de protones de fondo y está equipado con anillos de 24 tubos fotomultiplicadores; el intermedio cuenta con 192 tubos fotomultiplicadores y es usado para proteger al núcleo de la radiactividad y contener los rayos gamma de la captura de neutrones; finalmente el centro es un recipiente de acrílico que contiene cinco toneladas de un líquido centelleador rico en hidrógeno cargado con gadolinio, ver Figura 4.2 (elegido debido a su gran captura de neutrones y a la alta energía de rayos gamma que libera después de la captura), en el que se detectan indirectamente anti-neutrinos a través de los neutrones producidos de la reacción



La energía observable de esta reacción es la cinética de los positrones, aumentada por

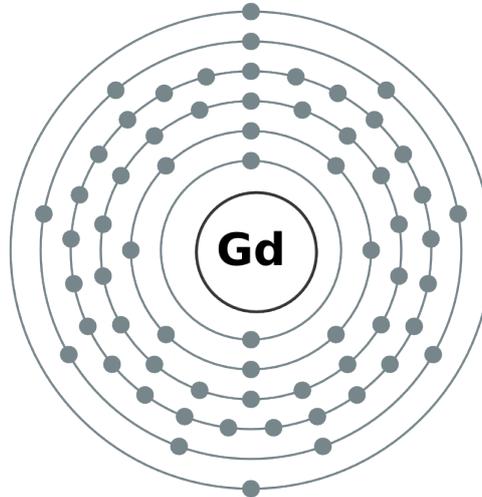
64: Gadolinio

Figura 4.2: El gadolinio es un metal sólido de color blanco plateado, con número atómico 64.

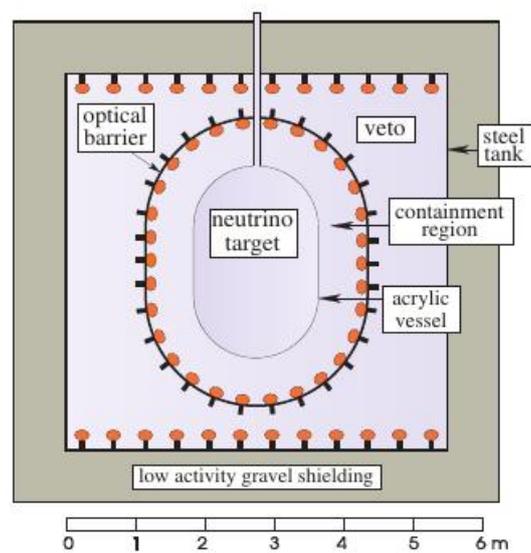


Figura 4.3: Detector utilizado en CHOOZ, imagen tomada de [21].

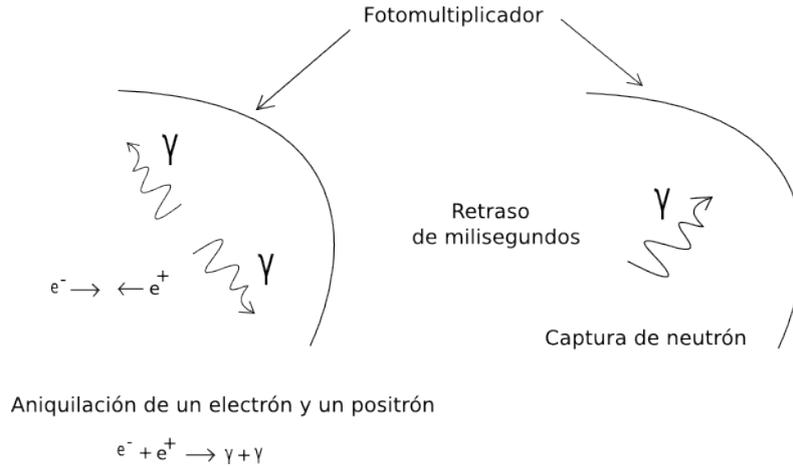


Figura 4.4: Esquema de la detección de fotones por aniquilación de un positrón y captura de un neutrón.

1.022 MeV resultantes de los rayos gamma producidos por la aniquilación de positrones, mientras que el neutrón es capturado típicamente entre 10 y 100 μs después por un núcleo de gadolinio, dando lugar a la liberación de un total de alrededor de 8 MeV de rayos gamma (muy por encima de la radiactividad natural). Con dicho retraso se identifica la interacción 4.1 de neutrinos, ver Figura 4.4. Los fotones de centelleo generados en las regiones internas serán recogidos por 160 tubos fotomultiplicadores y los producidos en la tercer región por 40 adicionales.

4.1.3. Probabilidad de supervivencia

La anomalía de neutrinos atmosféricos, descrita en la sección 1.4.1, es la observación de la mitad de la razón $\bar{\nu}_\mu/\bar{\nu}_e$ que es menor de la esperada, se puede explicar vía la oscilación $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$ o por medio de la oscilación $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_e$. Así, en un modelo de oscilaciones de neutrinos con dos eigenestados de masa m_1 y m_2 que mezcla dos estados de sabor, la probabilidad de supervivencia se escribe como

$$P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e) = 1 - \text{sen}^2(2\theta) \text{sen}^2\left(\frac{1.27\delta m^2(eV)L(m)}{E_\nu(MeV)}\right). \quad (4.2)$$

Notemos que P es una distribución de probabilidad cuya variable aleatoria es la supervivencia del sabor del neutrino.

La ecuación (4.2) es el modelo teórico que someteremos a una prueba de confiabilidad por medio de la estadística ji-cuadrada (ver Apéndice A), con la finalidad de obtener gráficos que definan regiones de confianza para los parámetros $\text{sen}^2(2\theta)$ y δm^2 .

A continuación se presentan los elementos necesarios, además de (4.2), para obtener las regiones de confianza.

4.1.4. Producción de positrones por reactor

La producción de positrones por reactor, las energías y errores correspondientes se muestran en la Tabla 4.1. En el modelo (4.2) utilizado, la producción de positrones debido a el k -ésimo reactor y a la energía E_j , puede ser parametrizado como sigue:

$$\bar{X}(E_j, L_k, \theta, \delta m^2) = \tilde{X}(E_j) \bar{P}(E_j, L_k, \theta, \delta m^2), \quad (j = 1, \dots, 7 \quad k = 1, 2) \quad (4.3)$$

donde E_j son las energías de antineutrinos (4.1) obtenidas de las energías E_{e^+} mostradas en la Tabla 4.1, $\tilde{X}(E_j)$ es la producción de positrones independientes de la distancia en ausencia de oscilaciones de neutrinos, L_k es la distancia entre el reactor y el detector, \bar{P} es la probabilidad de supervivencia promedio sobre el rango de energía, la cual se estudiará en la siguiente sección.

$E_{e^+} [MeV]$	$X_1 \pm \sigma_1$	$X_2 \pm \sigma_2$	\tilde{X}	σ_{12}
1.2	0.151 ± 0.031	0.176 ± 0.035	0.172	$-2.2 \cdot 10^{-4}$
2.0	0.490 ± 0.039	0.510 ± 0.047	0.532	$-1.5 \cdot 10^{-4}$
2.8	0.656 ± 0.041	0.610 ± 0.049	0.632	$-3.5 \cdot 10^{-4}$
3.6	0.515 ± 0.036	0.528 ± 0.044	0.530	$-3.3 \cdot 10^{-4}$
4.4	0.412 ± 0.033	0.408 ± 0.040	0.379	$-2.0 \cdot 10^{-4}$
5.2	0.248 ± 0.030	0.231 ± 0.034	0.208	$-0.7 \cdot 10^{-4}$
6.0	0.102 ± 0.023	0.085 ± 0.026	0.101	$-1.3 \cdot 10^{-4}$

Tabla 4.1: Producción experimental de positrones para ambos reactores (X_1 y X_2) con unidades de conteos diarios entre gigawatts y el espectro esperado (\tilde{X}) para no oscilaciones. Los errores de cada espectro y errores correlacionados entre el reactor 1 y 2, también llamados covarianzas son listados, tomados de [19].

La producción experimental de positrones en los 7 rangos de energía para las distancias L_k entre reactor-detector, listadas en Tabla 4.1, se agrupan en el arreglo \mathbf{X} como sigue:

$$\mathbf{X} = (X_1(E_1), \dots, X_1(E_7), X_2(E_1), \dots, X_2(E_7)), \quad (4.4)$$

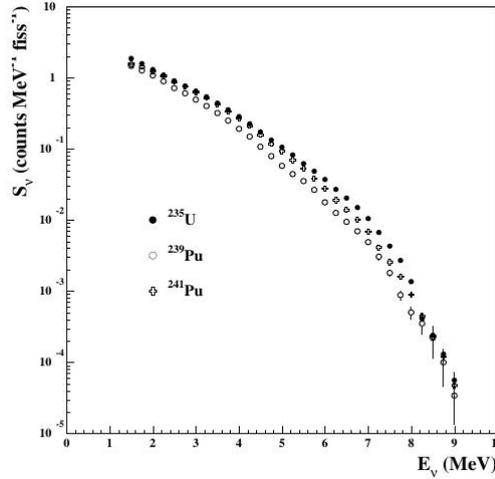


Figura 4.5: Flujo diario de neutrinos por isótopo listado, tomado de [19]

la matriz de covarianza [19] (en la cual se toman en cuenta los errores estadísticos y las incertidumbres sistemáticas involucradas en el experimento) la podemos escribir como:

$$V_{ij} = \delta_{i,j}(\sigma_i^2 + \tilde{\sigma}_i^2) + (\delta_{i,j-7} + \delta_{i,j+7})\sigma_{12}^{(i)}, \quad (i, j = 1, \dots, 14), \quad (4.5)$$

donde σ_i son los errores estadísticos asociados con el arreglo de producción \mathbf{X} , $\tilde{\sigma}_i$ son las incertidumbres sistemáticas y $\sigma_{12}^{(i)}$ son las covarianzas del reactor 1 y 2 para el i -ésimo rango de energía, ver Tabla 4.1.

Probabilidad de supervivencia promedio \bar{P}

Para calcular la probabilidad de supervivencia promedio utilizamos la expresión

$$\bar{P}(E_j, L_k, \theta, \delta m^2) = \frac{\int_{E_j-\varepsilon}^{E_j+\varepsilon} \sigma(E_{e^+}) S_\nu P dE}{\int_E S_\nu dE}, \quad (4.6)$$

donde $\sigma(E_{e^+}) \approx P_{e^+} E_{e^+}$ es la sección eficaz para (4.1), P_{e^+} y E_{e^+} son respectivamente el momento lineal y la energía total del positrón, el momento P_{e^+} lo tomamos como $\sqrt{E_{e^+}^2 - m_{e^+}^2}$, S_ν es el flujo de antineutrinos por día por isótopo, el cual se muestra en la Figura 4.5. P es la probabilidad de supervivencia (4.2). El valor ε es un número pequeño, el cual sirve para realizar la integral en una vecindad de la energía E_j ya que las energías de los antineutrinos detectados vía positrones no tienen necesariamente un único valor, más bien, se encuentran dentro de una vecindad con centro en E_j , se consideró $\varepsilon = 0.4$.

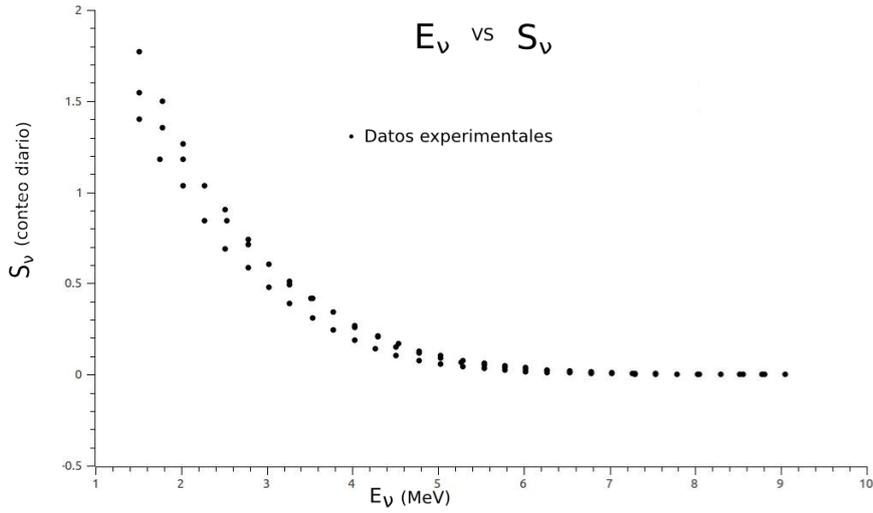


Figura 4.6: Flujo diario de neutrinos por isótopo, sin escala logarítmica en el eje vértical.

La datos numéricos de la Figura (4.5) para el flujo diario de antineutrinos S_ν se tomaron con el programa *G3Data Graph Analyzer*, al cambiar la escala logarítmica del eje vértical se obtiene la gráfica de la Figura (4.6), a partir de estos datos se realizó un ajuste polinomial de grado 6, obteniendo la expresión para el flujo de neutrinos siguiente

$$S_\nu(E) = 3.02606129 - 0.78508451E - 0.3478011E^2 + 0.210110E^3 - 0.04427569E^4 + 0.004425E^5 - 0.0001753E^6. \quad (4.7)$$

Por tanto, la integral del denominador en (4.6) está dada por

$$\int_{1.2MeV-\epsilon}^{6.0MeV+\epsilon} S_\nu dE = \int_{0.8MeV}^{6.4MeV} S_\nu dE = 3.4808, \quad (4.8)$$

ahora que conocemos los ingredientes de los que está compuesta la probabilidad promedio \bar{P} , se abordará el análisis de datos experimentales vía la estadística ji-cuadrada χ^2 [19], empleada por la colaboración CHOOZ.

4.1.5. Análisis estadístico

Para el análisis de datos se utiliza la estadística ji-cuadrada χ^2 . La expresión matemática que la define depende completamente del arreglo experimental, en el caso de CHOOZ [19], se emplea (4.2), (4.3), (4.4), (4.5) y (4.6) para definir

$$\chi^2(\theta, \delta m^2, \alpha, g) = \sum_{i,j}^{14} (X_i - \alpha \bar{X}(gE_i \cdot L_i, \theta, \delta m^2)) V_{ij}^{-1} (X_j - \alpha \bar{X}(gE_j \cdot L_j, \theta, \delta m^2)) + \left(\frac{\alpha-1}{\sigma_\alpha}\right)^2 + \left(\frac{g-1}{\sigma_g}\right)^2, \quad (4.9)$$

donde α es una constante de normalización absoluta, g es el factor de calibración para la escala de energía, $L_{i,j} = L_1 = 1.1146 \text{ km}$ para $i, j \leq 7$ y $L_{i,j} = L_2 = 0.9979 \text{ km}$ para $i, j > 7$. Los últimos dos sumandos en (4.9) son las estadísticas ji-cuadradas asociadas a g y α .

Como la detección de un positrón corresponde a la señal de un antineutrino (4.9) proporciona una medida de la compatibilidad del modelo de probabilidad de supervivencia (4.2) con los datos experimentales X_i , es decir, mientras más pequeño sea el valor de χ^2 , el modelo reproduce con mayor fidelidad el comportamiento del fenómeno. Por esta razón, partiendo de la minimización de χ^2 , se obtiene un conjunto de valores posibles de los parámetros θ y δm^2 , este conjunto de puntos constituyen regiones de confianza para los parámetros de oscilación.

A continuación se describe el procedimiento mediante el cual se obtuvieron las regiones de confianza para el experimento CHOOZ.

Lo primero que se realizó fue un programa en el lenguaje de programación Fortran de la estadística (4.9), la cual se minimizó haciendo uso de la subrutina AMOEBA². En el Apéndice B, se encuentra el código para esta primera parte.

El valor mínimo $\chi_{min}^2 = 14.3121$ obtenido corresponde a los parámetros $\theta = 3.717 \times 10^{-4}$, $\delta m^2 = 8.35 \times 10^{-4} eV^2$, $\alpha = 1.000072$ y $g = 0.999916$. Que al compararlos con los resultados señalados en [29]: $\delta m^2 = 8.1 \times 10^{-4} eV^2$ y $\theta = 0.25$, se observa que la δm^2 tiene los mismos ordenes de magnitud, y que el ángulo θ es muy pequeño, pero diferente de cero, tal como se indica en [29]. Para la búsqueda de una mayor precisión de los parámetros de oscilación recurriremos al análisis de los datos proporcionados por Daya Bay.

Fijando los valores de α y g correspondientes a χ_{min}^2 se redefine una nueva estadística

$$\Delta\chi^2(\theta, \delta m^2) = \chi^2(\theta, \delta m^2, \alpha, g) - 14.3121, \quad (4.10)$$

con esta nueva definición de la estadística se ha recorrido $\chi_{min}^2 = 0$, esto se realiza con el

²AMOEBA es una subrutina escrita en Fortran, capaz de minimizar funciones multivariables. Para más información sobre AMOEBA consultar [36].

fin de usar adecuadamente la distribución ji-cuadrada.

La χ^2 en (4.9) contiene 14 errores experimentales, y debido a dos parámetros adicionales (α y g) producen un total de 16 varianzas. El valor de χ^2 para cierto conjunto de parámetros $(\theta, \delta m^2)$ es determinado por la minimización de (4.10) respecto a el factor de calibración g y el de normalización α ; la minimización conduce entonces a 12 grados de libertad, denotados como gl o como df , definidos como el número entero que resulta de la diferencia entre la cantidad de datos experimentales y los parámetros ajustados (en nuestro caso θ y δm^2). El valor de $\Delta\chi^2(\theta, \delta m^2)$ para un conjunto determinado de parámetros $(\theta$ y $\delta m^2)$ se determina mediante el nivel de confianza deseado. Así, con 12 grados de libertad y un 90% C.L. el valor de $\Delta\chi^2(\theta, \delta m^2) = 18.549$, el cual se puede consultar en el Apéndice A. Para generar la región de confianza para los posibles valores de θ y δm^2 se realiza un programa en código Fortran, en el cual, tomando $0 < \sin^2(2\theta) < 1$ y $10^{-4} < \delta m^2 < 1$ se seleccionen los valores de (4.10) que están en una vecindad de 18.549, la cual se tomó igual a (17.0 – 20.0). El código del programa se encuentra en el Apéndice B.

La región de confianza correspondiente al experimento CHOOZ se muestra y se discute en el Capítulo 5.

4.2. Daya Bay

El experimento Daya Bay ha sido designado para hacer la medición más precisa del ángulo de mezcla más pequeño, θ_{13} . Para ello emplea antineutrinos provenientes de los reactores de la planta nuclear Daya Bay (NPP por sus siglas en inglés) y la Ling Ao NPP, China.

Antes de la nueva generación de experimentos sobre oscilaciones de neutrinos, se sabía que el $\sin^2(2\theta_{13})$ tiene un valor pequeño. El límite experimental se estableció a finales de los 1990s por la colaboración CHOOZ [19]. Ellos obtuvieron el límite $\sin^2(2\theta_{13}) < 0.1$ con un 90% C.L. Es importante mencionar que, en general, los experimentos de neutrinos provenientes de reactores, que se basan en un único detector están limitados por el conocimiento del espectro de antineutrinos del reactor. Así, atendiendo el límite impuesto por CHOOZ, se sugirió que las incertidumbres sistemáticas se reducirían al mínimo mediante el empleo de detectores idénticos en múltiples distancias de los reactores.

4.2.1. Generalidades experimentales

El experimento Daya Bay, contiene seis reactores, cada uno con una potencia de 2.9 GW, en total proporcionan 17.4 GW de potencia. Los dos más antiguos, a los que nos referiremos como los reactores de Daya Bay, D1 y D2, se pusieron en marcha en 1993 y 1994. Los otros cuatro, ubicados en la central de Ling Ao, L1, L2, L3 y L4 se pusieron en marcha en 2002, 2002, 2010 y 2011 respectivamente.

Además de la potencia de los reactores, el sitio de Daya Bay es conveniente para un experimento de neutrinos porque hay grandes colinas, en las cuales se colocan las salas experimentales, las cuales denotaremos por EHs. Los detectores se encuentran dentro de las salas EHs, por lo que las salas cercanas (lejanas) a los reactores tienen aproximadamente 100m (300m) de protección de los rayos cósmicos. Las múltiples salas experimentales ubicadas a diferentes distancias de los reactores permite una disminución parcial de las incertidumbres del reactor, y el aumento de la sensibilidad para el $\sin^2(2\theta_{13})$.

El experimento inició coleccionando datos el 24 de diciembre de 2011 con seis detectores de antineutrinos (ADs) localizados en tres salas subterráneas experimentales (EHs). Tres ADs se colocaron en dos salas cercanas a los seis núcleos de los reactores, dos ADs en EH1 y uno en EH2, tres ADs se colocaron en la sala lejana, EH3. La recolección de datos se pausó en julio 28 de 2012, mientras dos nuevos ADs fueron instalados, uno en EH2 y el otro en EH3, ver Figura 4.7. La operación del experimento completo, con los ocho ADs inició el 19 de octubre de 2012. En esta Tesis se ha trabajado con los datos recabados en el periodo de 8 y 6 ADs [29].

4.2.2. Los detectores

Los detectores usados en el experimento Daya Bay son muy similares al que utiliza CHOOZ, ya que cuentan con tres regiones que cumplen las mismas funciones y utilizan como núcleo líquido centelleador denotado por LS, el cual está dopado con gadolinio (con símbolo químico Gd), a continuación se describen brevemente los detectores de Daya Bay.

Cada una de las tres salas experimentales de Daya Bay funciona con ADs idénticos. Cada ADs consta de tres recipientes cilíndricos concéntricos. El recipiente interno se llena con 0.1 % de gadolinio dopado con centelleador³ líquido (Gd-LS), que constituye el núcleo del detector, cuya finalidad es detectar neutrinos vía la reacción (4.1).

³El centelleador es principalmente alquilbenceno, un derivado del Benceno

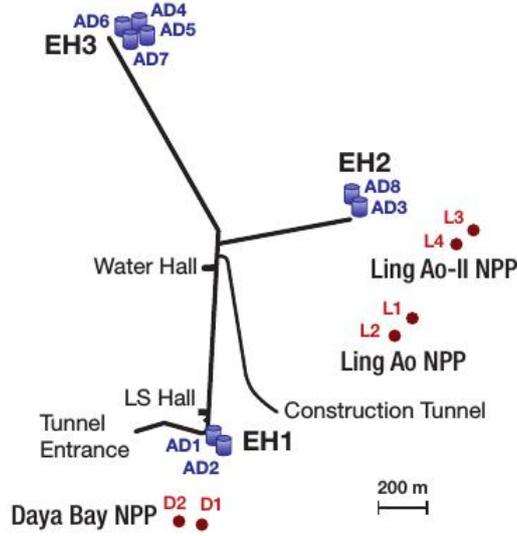


Figura 4.7: Esquema del experimento Daya Bay, tomado de [32].

La región intermedia es un recipiente de acrílico con un diámetro de 4 m , está lleno de LS sin dopar, y tiene como objetivo aumentar la eficiencia de la detección de los rayos gamma producidos en el núcleo. El recipiente exterior es un cilindro de acero inoxidable de 5 m de diámetro, está lleno de aceite mineral, evitando que la radiación de los 192 tubos fotomultiplicadores (PMT) colocados radialmente en cada ADs llegue a los recipientes interiores. El modo en que se detectan indirectamente los antineutrinos es el mismo que el descrito en la subsección 4.1.2 del experimento CHOOZ. En la Figura 4.8 se muestra un dibujo esquemático del detector. Para más detalles sobre el experimento consultar [34].

4.2.3. Probabilidad de supervivencia

La probabilidad de supervivencia de los $\bar{\nu}'_e$ s, en un marco de tres neutrinos, medida en [29], se obtiene de (2.30) y está en función de L/E , como se muestra a continuación

$$\begin{aligned}
 P = & 1 - \cos^2(\theta_{12}) \text{sen}^2(2\theta_{13}) \text{sen}^2\left(\frac{1.27\delta m_{31}^2 L}{E}\right) \\
 & - \text{sen}^2(\theta_{12}) \text{sen}^2(2\theta_{13}) \text{sen}^2\left(\frac{1.27\delta m_{32}^2 L}{E}\right) \\
 & - \text{sen}^2(2\theta_{12}) \cos^4(\theta_{13}) \text{sen}^2\left(\frac{1.27\delta m_{21}^2 L}{E}\right)
 \end{aligned} \tag{4.11}$$

$$\approx 1 - \cos^4(\theta_{13}) \text{sen}^2(2\theta_{12}) \text{sen}^2\left(\frac{1.267\delta m_{21}^2 L}{E}\right) - \text{sen}^2(2\theta_{13}) \text{sen}^2\left(\frac{1.267\delta m_{13}^2 L}{E}\right). \tag{4.12}$$

La ecuación (4.11) se puede simplificar a (4.12) puesto que $\delta m_{13}^2 \sim \delta m_{32}^2$ [35].

El experimento Daya Bay [29] utiliza la siguiente expresión para la probabilidad de supervivencia

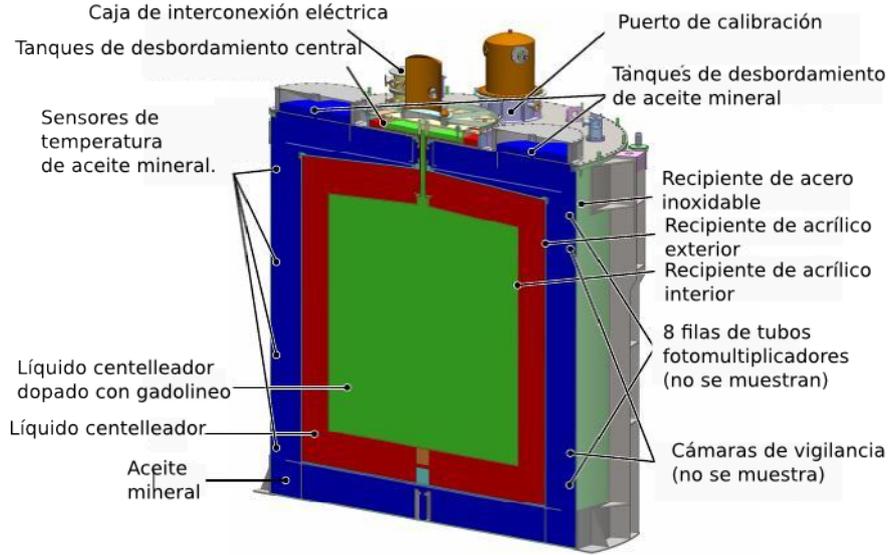


Figura 4.8: Esquema de los detectores utilizados en Daya Bay [32].

$$P = 1 - \cos^4(\theta_{13}) \sin^2(2\theta_{12}) \sin^2\left(\frac{1.267\delta m_{21}^2 L}{E}\right) - \sin^2(2\theta_{13}) \sin^2\left(\frac{1.267\delta m_{ee}^2 L}{E}\right), \quad (4.13)$$

donde E es la energía en MeV del $\bar{\nu}_e$, L es la distancia en metros del punto de producción, θ_{12} es el llamado ángulo de mezcla solar, y $\delta^2 m_{21} = m_2^2 - m_1^2$ es la diferencia de los cuadrados de masas de los dos primeros estados físicos en eV^2 . Es importante notar que en [29] la cantidad δm_{ee}^2 coincide con δm_{13}^2 .

4.2.4. Análisis estadístico

La colaboración Daya Bay muestra en [29] las regiones de confianza con 99.7%, 95.5% y 68.3% C.L. utilizando una χ^2 bastante elaborada. En esta Tesis se implementa una χ^2 básica y a partir de ella se obtienen regiones de confianza. Es por ello que en esta parte se describe el procedimiento mediante el cual se generan las regiones de confianza de los parámetros de oscilación $\sin^2(2\theta_{13})$ y δm_{ee}^2 para el experimento Daya Bay, con un 99.7%, 95.5% y 68.3% C.L.. Dicho procedimiento es bastante similar al descrito en la subsección 4.1.5 de CHOOZ.

En [29], se reporta la probabilidad de supervivencia P en función de la razón L_{eff}/E y los respectivos errores estadísticos, ver Figura 4.9. Dichos datos se tomaron de la gráfica con el programa *G3Data Graph Analyzer* y se muestran en el Tabla 4.2.

L_{eff} [33] es un promedio total de la distancia entre detectores y reactores dada por

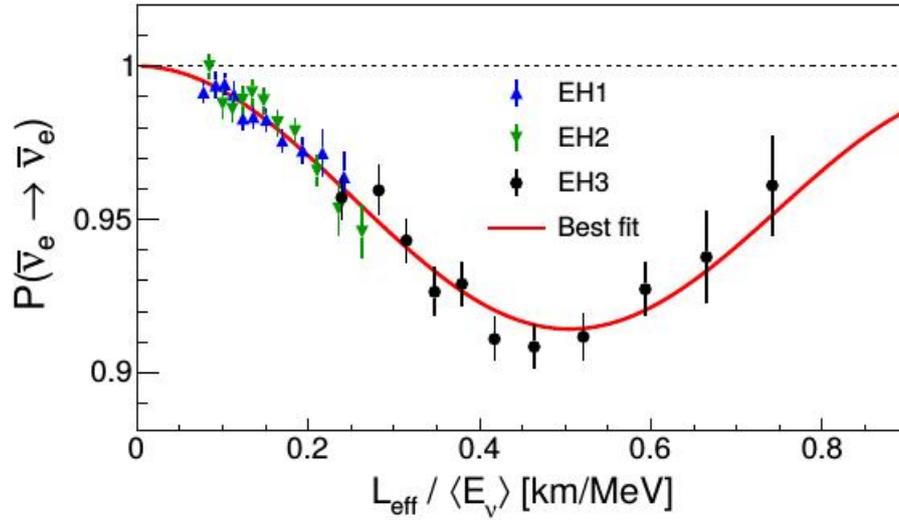


Figura 4.9: Probabilidad de supervivencia en función de la razón L/E . La línea sólida (roja) representa la probabilidad esperada utilizando la mejor estimación de $\sin^2(2\theta_{13})$ y δm_{ee}^2 . Las barras de error son únicamente estadísticas.

$$L_{eff} = \sum_i w_i L_i, \quad (4.14)$$

donde L_i son las distancias entre detector y reactor, w_i es

$$w_i = \frac{\sum_i L_i^2}{L_i^2}. \quad (4.15)$$

Tomando una χ^2 básica como

$$\chi^2 = \frac{(X - \bar{X}(\theta_{13}, \delta m_{ee}^2, L/E))^2}{\sigma^2}, \quad (4.16)$$

donde X es la variable aleatoria que corresponde a los datos experimentales de la probabilidad de supervivencia, \bar{X} corresponde a la probabilidad de supervivencia modelo (4.13), es decir, $\bar{X} = P$, la cual se someterá a una prueba de confianza vía los parámetros de oscilación $\sin^2(\theta_{13})$ y δm_{ee} , utilizando el mismo método que se empleó para CHOOZ, σ^2 corresponde a los errores estadísticos $\sigma_{\text{estadístico}}^{\text{error}}$.

Una vez más, con ayuda de la subrutina AMOEBA se minimiza (4.16), el código se muestra en el Apéndice C. Los valores $\sin^2(2\theta_{13}) = 0.08387$ y $\delta m_{ee} = 2.507 \times 10^{-3} \text{ (eV}^2\text{)}$ corresponden a $\chi_{min}^2 = 21.9163$. Al comparar nuestros resultados con los señalados en [29]:

$\sin^2(2\theta_{13}) = 0.084$ y $\delta m_{ee} = 2.42 \times 10^{-3}$ (eV^2), podemos notar nuestros resultados son muy cercanos a los obtenidos por la colaboración Daya Bay.

Procediendo de forma análoga a la subsección 4.1.5, definimos una nueva estadística $\Delta\chi^2$ en la que su valor mínimo sea cero

$$\Delta\chi^2(\theta_{13}, \delta m_{ee}^2) = \chi^2 - 21.9163 \quad (4.17)$$

Con esta nueva estadística $\Delta\chi^2$, se generan las regiones de confianza para el experimento Daya Bay. Notemos que estamos trabajando con 33 datos experimentales y que a diferencia de (4.9) no ajustamos parámetros⁴ adicionales, así los grados de libertad df , definidos como el número entero que resulta de sustraer los parámetros ajustados a la cantidad de datos experimentales, resultan ser $df = 33$. Por otra parte, recordemos que el valor de $\Delta\chi^2$ para un conjunto determinado de parámetros (θ_{13} y δm_{ee}) se determina mediante el nivel de confianza deseado. Así, con grados de libertad $df = 33$, 68.3% C.L., 95.5% C.L. y 99.7 C.L., los valores de $\Delta\chi^2$ son $\approx 1, 4$ y 9 respectivamente. Para generar las regiones de confianza de los posibles valores de $\sin^2 2\theta_{13}$ y $\delta^2 m_{ee}$ se realiza un programa en código Fortran, que seleccione los valores de $\Delta\chi^2$ dentro de una vecindad, centrada en los valores correspondientes al nivel de confianza deseado. En nuestro caso, se eligieron las vecindades $(0.8 - 1.2)$, $(3.8 - 4.2)$ y $(8.8 - 9.2)$ centradas en 1, 4 y 9 correspondientemente. El código para cada uno de los tres niveles de confianza se encuentran en el Apéndice C.

Las regiones de confianza para un 68.3% C.L., 95.5% C.L. y 99.7 C.L., se muestran y son discutidas en el Capítulo 5.

⁴Para el experimento CHOOZ, resultan ser α y g .

L/E (m/MeV)	$\sigma_{\text{estadístico}}^{\text{error}}$	$P(\nu \rightarrow \nu)$
77.8882861297	0.0035220784	0.9916392119
84.491949363	0.0043893516	0.9996429065
92.4512482405	0.0039373688	0.9940465022
99.6774561666	0.0046886177	0.987650092
102.6331034475	0.0035290521	0.9940515931
111.299316557	0.004666685	0.9856558957
112.79459487	0.0035014008	0.9912566637
122.9560862925	0.0050866528	0.9884617343
122.9182678355	0.0030286261	0.9832616964
133.882674188	0.0046969462	0.9908675699
136.015042754	0.0030285264	0.9840682478
147.6834489375	0.0042678375	0.988474098
150.551822856	0.0034148108	0.9828755118
163.6340522145	0.0042050482	0.9816820486
169.411527621	0.0033505669	0.976084917
183.977398844	0.004172306	0.9788922101
192.661066626	0.0041195989	0.9728965302
210.069129759	0.004462531	0.9665052109
215.9251511915	0.0073241002	0.9717081579
235.430673545	0.0083792926	0.9537174816
239.09614417	0.0067964365	0.9577196925
242.0517914515	0.0076529999	0.9641211936
261.560228207	0.0083074622	0.9465312475
282.747212046	0.0080004101	0.9597415254
314.630963928	0.0066458167	0.9437574091
347.966357441	0.0073034021	0.9273740173
379.983928478	0.0065002877	0.9297900348
417.6742468875	0.0059363452	0.9122088161
464.1995069055	0.0062937379	0.9094320686
520.9531679235	0.0062943801	0.9130604586
593.7912513745	0.0079933895	0.9282969331
665.139874736	0.0140899353	0.9387326453
742.3997926595	0.015447995	0.9619713598

Tabla 4.2: Datos experimentales obtenidos con *G3Data Graph Analyzer*

Capítulo 5

Análisis y Resultados

En el presente Capítulo se discute un método de análisis empleado en los experimentos de oscilaciones de neutrinos, llamado enfoque de covarianza. En el cual se define una estadística ji-cuadrada para la obtención de regiones de confianza. Además se da la interpretación de las regiones de confianza para el experimento CHOOZ y Daya Bay. Finalmente se analiza la χ^2 propuesta en (4.16) para el experimento Daya Bay.

5.1. Enfoques para análisis de datos

Considerando un conjunto de N observables $\{R_n\}_{n=1,\dots,N}$, con un conjunto de observaciones experimentales $\{R_n^{exp}\}$ y predicciones teóricas $\{R_n^{teo}\}$. En general, se quiere construir una función ji-cuadrada χ^2 [38] que mida la diferencia $R_n^{exp} - R_n^{teo}$ tomando en cuenta las incertidumbres totales. Esta tarea está completamente determinada si para cualquier diferencia $R_n^{exp} - R_n^{teo}$, se puede estimar un error no-correlacionado u_n , y un conjunto de K errores sistemáticos correlacionados c_n^k , inducidos por K fuentes independientes. A continuación se describe el enfoque de covarianza.

Enfoque de covarianza

En el presente enfoque [38], la estadística χ^2 se define como

$$\chi_{covar}^2 = \sum_{n,m=1}^N (R_n^{exp} - R_n^{teo})[\sigma_{nm}^2]^{-1}(R_m^{exp} - R_m^{teo}), \quad (5.1)$$

donde σ_{nm}^2 es la matriz de covarianza, la cual está dada por

$$\sigma_{nm}^2 = \delta_{nm}u_nu_m + \sum_{k=1}^K c_n^k c_m^k. \quad (5.2)$$

Este enfoque es adecuado cuando todos los elementos de la matriz los proporciona la colaboración del experimento, además es útil cuando los datos a analizar no son demasiados como para hacer los cálculos imposibles, por ejemplo: en CHOOZ se utiliza este enfoque, ya que la matriz de covarianza está completamente definida, todas las entradas son proporcionadas por la colaboración y la matriz (14×14) no es muy grande para realizar el análisis.

5.2. Experimento CHOOZ

En cualquiera de los análisis utilizados en esta Tesis se tiene

$$\chi^2 = \chi^2(\theta, \delta m^2), \quad (5.3)$$

el conjunto de puntos $(\theta, \delta m^2, \chi^2)$ determina una superficie, la cual se representa de forma general en la Figura 5.1, en la que se observa que mientras el valor de χ^2 aumenta, el nivel de confianza también y si χ^2 disminuye, el nivel de confianza también lo hace. Notemos que al hacer un corte a la superficie correspondiente a un nivel de confianza de 99 % el contorno resultante cubre un área mayor que si realizamos un corte de la superficie con un 90 % de nivel de confianza (C.L.), como un ejemplo concreto tenemos las regiones de confianza (contornos) para el experimento CHOOZ y Daya Bay.

La curva de exclusión que se obtuvo para el experimento CHOOZ se muestra en la Figura 5.2, dicha curva prohíbe que los parámetros de oscilación $\sin^2(2\theta)$ y δm^2 tomen valores que se encuentran en la parte superior derecha, dicho de otra forma, si es que el sabor del neutrino oscila, entonces los parámetros de oscilación $\sin^2(2\theta)$ y δm^2 se encuentran por debajo y a la izquierda de la curva de exclusión mostrada. Con un carácter comparativo, se incluye en la Figura 5.3 los resultados obtenidos por la colaboración CHOOZ [19], donde podemos notar que en los límites del $\sin^2(2\theta)$ y δm^2 nuestra curva de exclusión coincide con la curva de exclusión de la colaboración CHOOZ, Figura 5.3.

Gracias a los límites establecidos por la colaboración CHOOZ, se emprende una nueva generación de experimentos con mayor sensibilidad para la búsqueda del ángulo de mezcla θ_{13} , tal como Daya Bay.

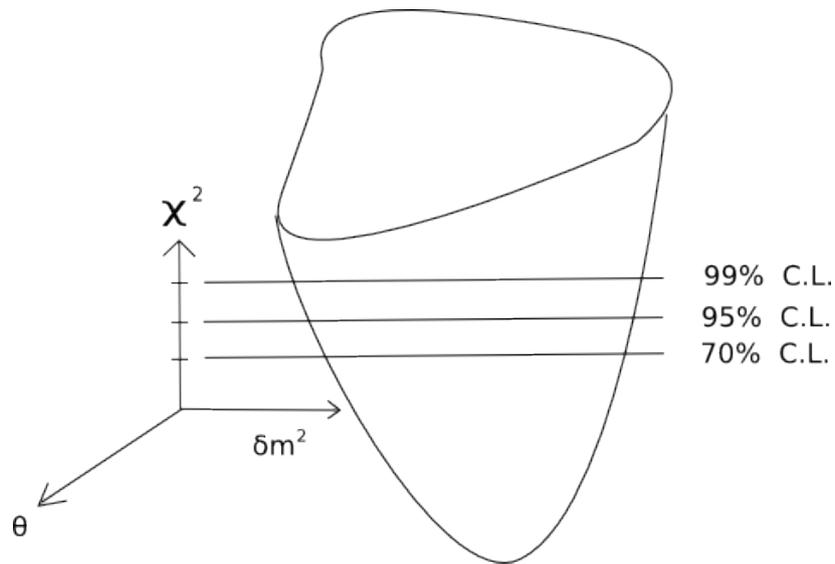


Figura 5.1: Superficie generada por $(\theta, \delta m^2, \chi^2)$. Se muestra la relación entre el valor de χ^2 y el nivel de confianza.

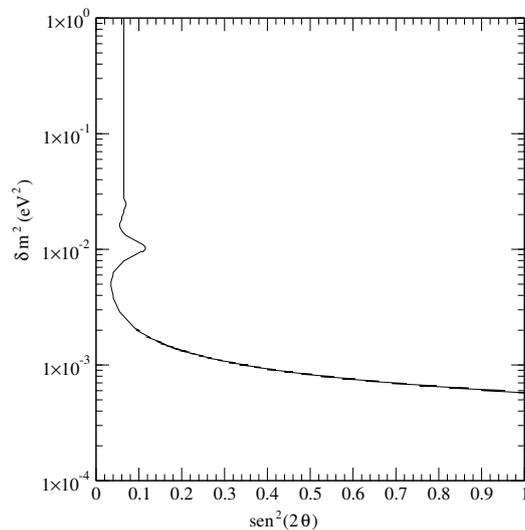


Figura 5.2: Curva de exclusión para un nivel de confianza de 90%. Para valores grandes de δm^2 , se tiene un valor de $\text{sen}^2(2\theta) = 0.1$ y para $\text{sen}^2(2\theta)$ cercano a uno, es decir, mezcla completa, se tiene un valor aproximado $\delta m^2 \approx 10^{-3}$, estos valores coinciden con los publicados en [19].

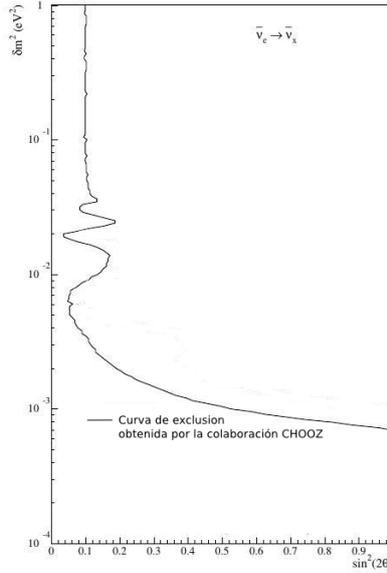


Figura 5.3: Curva de exclusión para un nivel de confianza del 90 %, tomada de [19].

5.3. Experimento Daya Bay

Las regiones de confianza que se obtuvieron a partir de (4.16) con 68.3%, 95.5% y 99.7% C.L. se muestran en la Figura 5.4. Los parámetros de oscilación $\sin^2(2\theta_{13})$ y δm_{ee}^2 pueden tomar valores dentro de la región en forma de elipse con el correspondiente nivel de confianza. Como se puede advertir, a mayor nivel de confianza el área de la región aumenta, dicho en otras palabras, la probabilidad de encontrar a los parámetros de oscilación dentro de la región de confianza es mayor si el área de la región aumenta.

Además, en la Figura 5.5 y 5.6 se incluyen correspondientemente las gráficas de $\Delta\chi^2$ vs δm_{ee}^2 y $\Delta\chi^2$ vs $\sin^2(2\theta_{13})$, en donde el color de las líneas horizontales concuerdan con el nivel de confianza de las regiones mostradas en Figura 5.4.

En la Figura 5.7, se presentan las regiones de confianza publicadas en [29] por la colaboración Daya Bay.

Los resultados de esta Tesis para Daya Bay, emplean la estadística (4.16), que se basa en los errores estadísticos del experimento, con ella se reproducen regiones de confianza consistentes a las señalados por la colaboración. Por lo que podemos decir que los errores estadísticos dominan los resultados y que (4.16) arroja resultados coherentes.

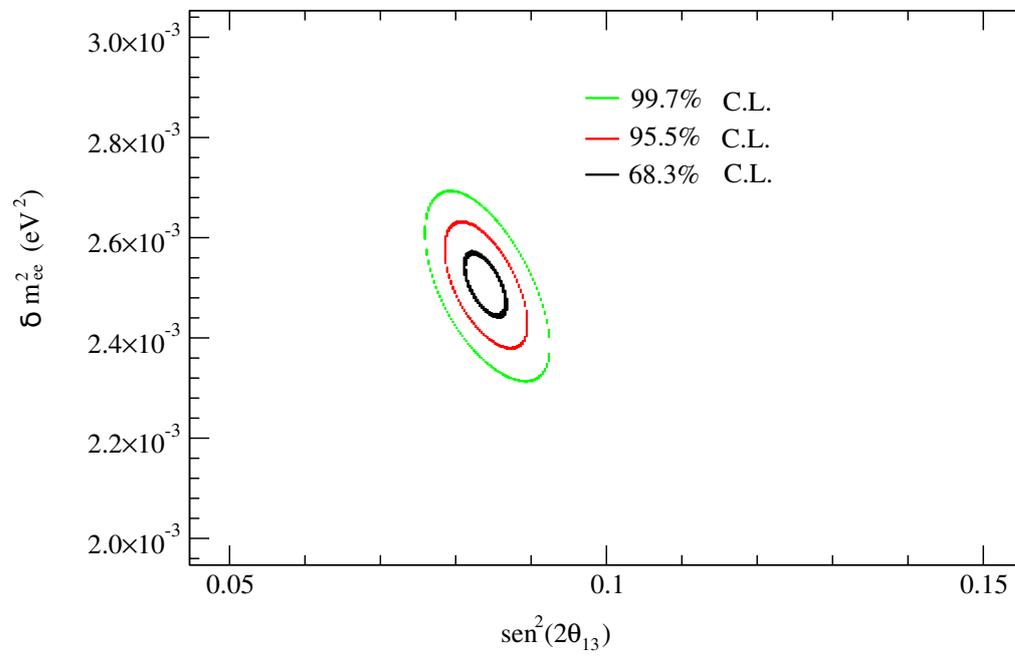


Figura 5.4: Regiones de confianza con un 68.3%, 95.5% y 99.7% nivel de confianza.

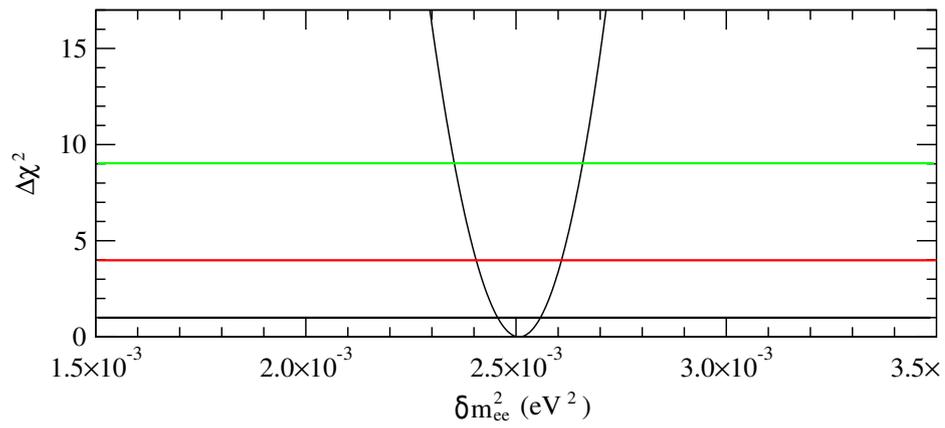


Figura 5.5: Daya Bay $\Delta\chi^2$ vs δm_{ee}^2 .

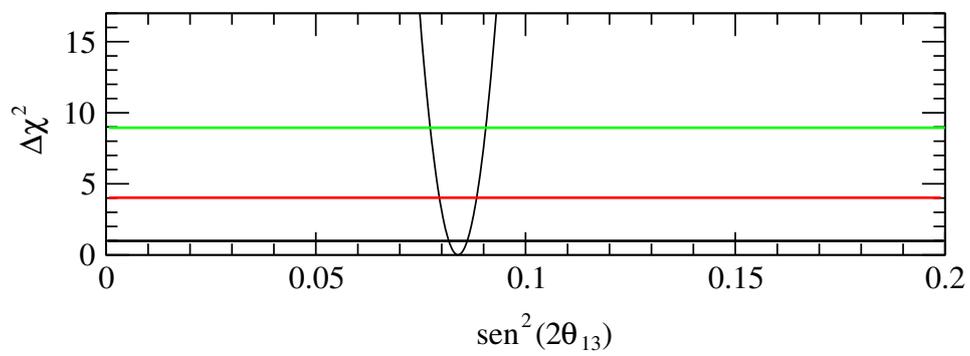


Figura 5.6: Daya Bay $\Delta\chi^2$ vs $\text{sen}^2(2\theta_{13})$.

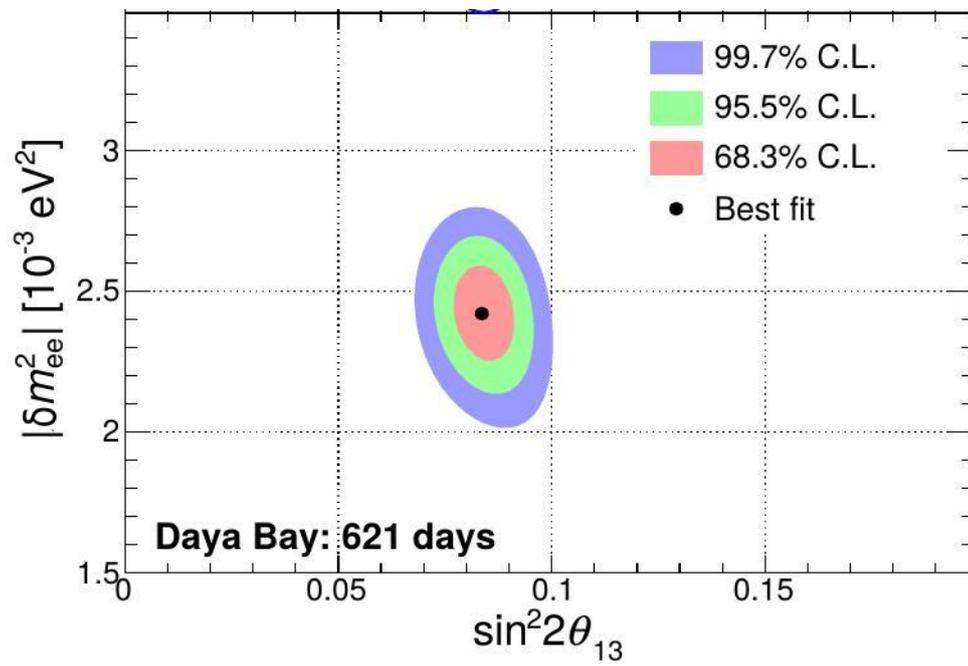


Figura 5.7: Regiones de confianza con un 68.3%, 95.5% y 99.7% nivel de confianza. La mejor estimación es $\sin^2(2\theta_{13}) = 0.084 \pm 0.005$ y $|\delta m_{ee}^2| = (2.42 \pm 0.11) \times 10^{-3} \text{ eV}^2$, tomado de [29].

Conclusiones

En el presente trabajo, se han desarrollado computacionalmente análisis estadísticos de los datos recopilados por los experimentos CHOOZ y Daya Bay para las oscilaciones de neutrinos. Hemos encontrado que nuestras regiones de confianza reproducen bien los resultados publicados por cada una de las colaboraciones experimentales. Para CHOOZ, obtenemos $\theta = 3.717 \times 10^{-4}$ y $\delta m^2 = 8.35 \times 10^{-4} eV^2$, además de límites para el ángulo de mezcla θ_{13} . En el caso de Daya Bay, se ha obtenido $\text{sen}^2(2\theta_{13}) = 0.08387$ para el análisis que se propuso, en el que se toman únicamente errores estadísticos, lo que provoca una disminución en el área de las regiones de confianza, es decir, que al reducir los errores sistemáticos al mínimo se puede obtener una región de confianza que acote de mejor manera los valores posibles del ángulo de mezcla θ_{13} . Nos encontramos en condiciones de reproducir con gran fiabilidad el valor del ángulo en cuestión. Esto significa que el objetivo de manejar las técnicas empleadas en los diferentes laboratorios para el estudio de los parámetros involucrados en las oscilaciones de neutrinos, ha sido cumplido.

El experimento CHOOZ se eligió ya que presenta límites para los parámetros de oscilación $\text{sen}^2(2\theta_{13})$ y δm_{13}^2 . Por otra parte, en medida de lo posible, la colaboración muestra datos completos y un método de análisis explícito para abordar los análisis de datos pertinentes con las oscilaciones. Daya Bay se seleccionó entre muchos otros, debido a que su objetivo es determinar el valor del ángulo de mezcla θ_{13} con la mayor precisión posible, para ello reduce los errores sistemáticos relacionados al flujo de neutrinos colocando cuatro detectores cercanos a los núcleos de sus reactores.

En el estudio de las oscilaciones de neutrinos existen diversas incógnitas, tal como la jerarquía de masas, la posible violación de CP y las oscilaciones de neutrinos en presencia de materia. Por tales motivos, es de gran interés abordar estas interrogantes en estudios posteriores.

Bibliografía

- [1] <https://icecube.wisc.edu/outreach/neutrinos>
- [2] https://www.bnl.gov/bnlweb/history/nobel/nobel_88.asp
- [3] <http://lappweb.in2p3.fr/neutrinos/aneut.html>
- [4] <http://www.ps.uci.edu/~superk/neutrino.html>
- [5] <https://www.aps.org/units/dnp/research/lsnd.cfm>
- [6] <https://icecube.wisc.edu/>
- [7] Jesus Escamilla Roa. *IMPLICATIONS OF ATMOSPHERIC NEUTRINO DATA*. Dirigida por David J. Ernst. Tesis doctoral. University of Vanderbilt University.(2008).
- [8] J. Bernabeu, E. Fernández. *Revista Española de Física*, **17**, 3 (2011).
- [9] David Griffiths. (2008). *Neutrino Oscillations. Introduction to Elementary Particles* (pp.387-397). 2nd ed (Wiley-VCH)
- [10] L. G. Cabral-Rosetti. *Introducción a las oscilaciones de neutrinos*, *Revista Mexicana de Física*, **48**, 4 (2002).
- [11] C. Giunti, Chung W. Kim, *Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics* (Oxford University Press, USA 2007)
- [12] K. Zuber, *Series in High Energy Physics, Cosmology and Gravitation Neutrino Physics* (Taylor & Francis Group, LLC 2004)
- [13] A.D. Dolgov, *Phys. Rept.*, **370**, 333 (2002), arXiv:hep-ph/0202122
- [14] G. Bellini, L. Ludhova, G. Ranucci, F. L. Villante, *Advanced in High Energy Physics*, vol. 2014, Article ID 191960 (2014), arXiv:1310.7858v1 [hep-ph]

- [15] Z. Xing, S. Zhou, Neutrino in Particle Physics, Astronomy and Cosmology (ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS & Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2011)
- [16] V. Barger, D. Marfatia, K. Whisnant, *THE PHYSICS OF NEUTRINOS* (Princeton University Press 2012)
- [17] Kayser, B. (2004) SLAC Sumer Institute on Particle Physics.

<http://www.slac.stanford.edu/econf/C040802/papers/L004.PDF>
- [18] Ahmad, Q. R. et al. (2002) Phys. Rev. Lett. *89*, 011301.
- [19] M. Apollonio *et al.* [CHOOZ Collaboration], Eur. Phys. J. C **27**, 331 (2003) [hep-ex/0301017].
- [20] M. Apollonio *et al.* (CHOOZ), Phys. Lett. **B466**, 415 (1999), hep-ex/9907037
- [21] M. Apollonio *et al.* [CHOOZ Collaboration], Phys. Lett. B **420**, 397 (1998) [hep-ex/9711002].
- [22] P. Adamson *et al.* (MINOS), Phys. Rev. **D82**, 051102 (2010), arXiv:1006.0996 [hep-ex].
- [23] K. Abe *et al.* (T2K), Phys. Rev. Lett. **107**, 041801 (2011), arXiv:1106.2822 [hep-ex].
- [24] Y. Abe *et al.* (DOUBLE-CHOOZ), Phys. Rev. Lett. **108**, 131801 (2012), arXiv:1112.6353 [hep-ex]
- [25] Y. Abe *et al.* (Double Chooz), Phys. Rev. **D86**, 052008 (2012), arXiv:1207.6632 [hep-ex].
- [26] Soo-Bong Kim *et al.* (RENO), Phys. Rev. Lett. **108**, 191802 (2012), arXiv:1204.0626 [hep-ex].
- [27] F. P. An *et al.* (Daya Bay), Phys. Rev. Lett. **108**, 171803 (2012), arXiv:1203.1669 [hep-ex].
- [28] F.P. An *et al.* (Daya Bay), Phys.Rev.Lett. **112**, 061801 (2014), arXiv:1310.6732 [hep-ex].
- [29] F. P. An *et al.* (Daya Bay), Phys. Rev. Lett. **115**, 111802 (2015), arXiv:1505.03456 [hep-ex].

- [30] F. P. An *et al.* [Daya Bay Collaboration], Phys. Rev. Lett. **116**, no. 6, 061801 (2016) doi:10.1103/PhysRevLett.116.061801 [arXiv:1508.04233 [hep-ex]].
- [31] F. P. An *et al.* (Daya Bay), Chin. Phys. **C37** (2013) 011001, arXiv:1210.6327 [hep-ex]
- [32] A. Lewis, Christine. *MEASURING THE ANTINEUTRINO SPECTRUM AT THE DAYA BAY NUCLEAR REACTORS*. Dirigida por Karsten M. Heeger. Tesis doctoral. University of Wisconsin-Madison.(2014).
- [33] Richard Littlejohn, Bryce. *Observation of Antineutrino Disappearance at the Daya Bay Experiment*. Dirigida por Karsten M. Heeger. Tesis doctoral. University of Wisconsin-Madison.(2012).
- [34] X. Guo *et al.* (Daya Bay), hep-ex/0701029, Proposal to DOE.(2007).
- [35] T. Schwetz, M. Tortola, and J. Valle [hep-ph/1103.0734], (2011).
- [36] William H. Press, Saul A. Teukolsky, William T. Vetterling, Brian P. Flannery. (1992). Downhill Simplex Method in Multidimensions. *Numerical Recipes in Fortran 77: The Art of Scientific Computing (Vol. 1 of Fortran Numerical Recipes)* (pp.402-406). United States of America: Press Syndicate of the University of Cambridge.
- [37] https://es.wikipedia.org/wiki/Estad%C3%ADstico_muestra
- [38] G. L. Fogli, E. Lisi , A. Marrone, D. Montanino, A. Palazzo, Phys. Rev. **D66**, 053010 (2002), arXiv:hep-ph/0206162v1

Apéndice A

Introducción a la estadística χ^2

Estadística χ^2

Para entender que es y para que sirve una estadística, en particular la llamada ji-cuadrada, necesitamos introducir los conceptos: variable aleatoria, distribución de probabilidad, estadística, entre otros.

Variable aleatoria

Consideremos el siguiente **experimento estadístico** (término utilizado para describir cualquier proceso en el que hay diferentes resultados posibles). Donde el espacio muestral M se construye seleccionando m artículos de un contenedor y esta denotado de la siguiente manera:

$$M = \{N\dots N, N\dots D, \dots, \dots, D\dots D\}, \quad (\text{A.1})$$

$N(D)$ representa artículos no defectuosos (defectuosos) en el interior de un contenedor. A cada elemento de la muestra se le asigna un número entero, de acuerdo a la siguiente regla, el valor de i ($i = 0, 1, 2, \dots, m$) representa el número de artículos defectuosos. Éstos valores son cantidades aleatorias determinadas por la muestra aleatoria que se obtenga. Por esta razón, los valores enteros que se obtengan pueden ser representados por la variable aleatoria discreta X . Resumiendo tenemos que una **variable aleatoria** X asocia un número real con cada elemento en el espacio muestral M .

Es usual denotar una variable aleatoria (continua o discreta) con una letra mayúscula y sus posibles resultados mediante la correspondiente letra minúscula.

Distribución de probabilidad

Para la probabilidad P los valores de una variable aleatoria X es conveniente utilizar una función que denotaremos por $f(x)$. El conjunto de parejas ordenadas $(x, f(x))$ es llamado *distribución de probabilidad* de la variable aleatoria X si, para cada posible x ,

$$\begin{aligned} 1. & P(X = x) = f(x), \\ 2. & f(x) \geq 0, \\ 3. & \sum_x f(x) = 1, \end{aligned} \tag{A.2}$$

donde $P(X = x)$ es la probabilidad de que la variable aleatoria X tenga el valor x . Cabe decir que estas distribuciones de probabilidad son multiparamétricas dependiendo de la naturaleza aleatoria del fenómeno.

Estadística ji-cuadrada

Una estadística o estadística muestral es una medida cuantitativa, derivada de un conjunto de datos de una muestra M , con el objetivo de estimar o inferir características de una población, a través de los parámetros involucrados en la distribución (experimento); frecuentemente mediante la optimización de la estadística.

La denominada estadística ji-cuadrada χ^2 se define como

$$\chi^2 = \frac{(m-1)S^2}{\sigma^2} = \sum_{i=1}^n \frac{(X_i - \bar{X})^2}{\sigma^2} \tag{A.3}$$

donde m es el tamaño de la muestra, S^2 es la varianza de la muestra, σ^2 es la varianza poblacional, X_i son los datos experimentales, \bar{X} es la media aritmética de los datos [5]. Se le llama *grados de libertad* al número entero $n = m - 1$. La definición (A.3) es básica, sin embargo, la expresión cambia dependiendo de los parámetros involucrados en el experimento, por ejemplo, consideremos que en lugar de comparar los datos experimentales X_i con la media aritmética \bar{X} , queremos hacer la comparación con un modelo teórico, al cual denotaremos ahora por \bar{X} , que depende de los parámetros θ y ϕ , en este caso escribimos

$$\chi^2(\theta, \phi) = \sum_{i=1}^n \frac{(X_i - \bar{X}(\theta, \phi))^2}{\sigma^2}. \tag{A.4}$$

Notemos que entre más pequeño sea el valor de $\chi^2(\theta, \phi)$, el modelo teórico describe mejor el fenómeno del que proviene la variable aleatoria.

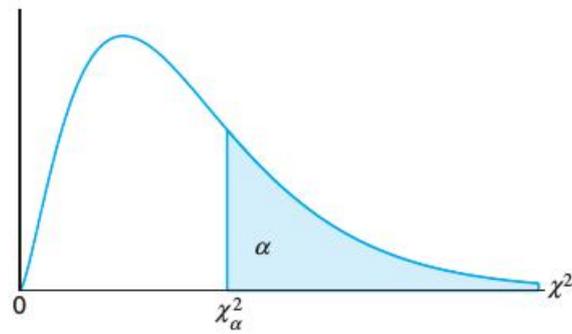
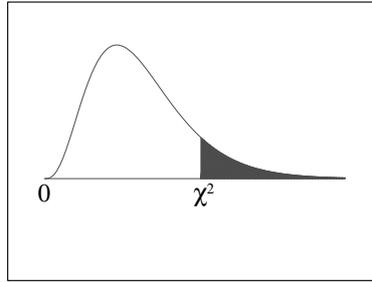


Figura A.1: Curva de la distribución ji-cuadrada.

Por otra parte, la probabilidad de que una muestra produzca un valor de χ^2 mayor que algún valor específico es igual al área bajo la curva de la distribución ji-cuadrada, a la derecha de dicho valor. Es costumbre denotar por χ^2_α el valor de χ^2 en el cual encontramos un área de α por encima, ver Figura A.1.

Chi-Square Distribution Table



The shaded area is equal to α for $\chi^2 = \chi^2_{\alpha}$.

<i>df</i>	$\chi^2_{.995}$	$\chi^2_{.990}$	$\chi^2_{.975}$	$\chi^2_{.950}$	$\chi^2_{.900}$	$\chi^2_{.100}$	$\chi^2_{.050}$	$\chi^2_{.025}$	$\chi^2_{.010}$	$\chi^2_{.005}$
1	0.000	0.000	0.001	0.004	0.016	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879
2	0.010	0.020	0.051	0.103	0.211	4.605	5.991	7.378	9.210	10.597
3	0.072	0.115	0.216	0.352	0.584	6.251	7.815	9.348	11.345	12.838
4	0.207	0.297	0.484	0.711	1.064	7.779	9.488	11.143	13.277	14.860
5	0.412	0.554	0.831	1.145	1.610	9.236	11.070	12.833	15.086	16.750
6	0.676	0.872	1.237	1.635	2.204	10.645	12.592	14.449	16.812	18.548
7	0.989	1.239	1.690	2.167	2.833	12.017	14.067	16.013	18.475	20.278
8	1.344	1.646	2.180	2.733	3.490	13.362	15.507	17.535	20.090	21.955
9	1.735	2.088	2.700	3.325	4.168	14.684	16.919	19.023	21.666	23.589
10	2.156	2.558	3.247	3.940	4.865	15.987	18.307	20.483	23.209	25.188
11	2.603	3.053	3.816	4.575	5.578	17.275	19.675	21.920	24.725	26.757
12	3.074	3.571	4.404	5.226	6.304	18.549	21.026	23.337	26.217	28.300
13	3.565	4.107	5.009	5.892	7.042	19.812	22.362	24.736	27.688	29.819
14	4.075	4.660	5.629	6.571	7.790	21.064	23.685	26.119	29.141	31.319
15	4.601	5.229	6.262	7.261	8.547	22.307	24.996	27.488	30.578	32.801
16	5.142	5.812	6.908	7.962	9.312	23.542	26.296	28.845	32.000	34.267
17	5.697	6.408	7.564	8.672	10.085	24.769	27.587	30.191	33.409	35.718
18	6.265	7.015	8.231	9.390	10.865	25.989	28.869	31.526	34.805	37.156
19	6.844	7.633	8.907	10.117	11.651	27.204	30.144	32.852	36.191	38.582
20	7.434	8.260	9.591	10.851	12.443	28.412	31.410	34.170	37.566	39.997
21	8.034	8.897	10.283	11.591	13.240	29.615	32.671	35.479	38.932	41.401
22	8.643	9.542	10.982	12.338	14.041	30.813	33.924	36.781	40.289	42.796
23	9.260	10.196	11.689	13.091	14.848	32.007	35.172	38.076	41.638	44.181
24	9.886	10.856	12.401	13.848	15.659	33.196	36.415	39.364	42.980	45.559
25	10.520	11.524	13.120	14.611	16.473	34.382	37.652	40.646	44.314	46.928
26	11.160	12.198	13.844	15.379	17.292	35.563	38.885	41.923	45.642	48.290
27	11.808	12.879	14.573	16.151	18.114	36.741	40.113	43.195	46.963	49.645
28	12.461	13.565	15.308	16.928	18.939	37.916	41.337	44.461	48.278	50.993
29	13.121	14.256	16.047	17.708	19.768	39.087	42.557	45.722	49.588	52.336
30	13.787	14.953	16.791	18.493	20.599	40.256	43.773	46.979	50.892	53.672
40	20.707	22.164	24.433	26.509	29.051	51.805	55.758	59.342	63.691	66.766
50	27.991	29.707	32.357	34.764	37.689	63.167	67.505	71.420	76.154	79.490
60	35.534	37.485	40.482	43.188	46.459	74.397	79.082	83.298	88.379	91.952
70	43.275	45.442	48.758	51.739	55.329	85.527	90.531	95.023	100.425	104.215
80	51.172	53.540	57.153	60.391	64.278	96.578	101.879	106.629	112.329	116.321
90	59.196	61.754	65.647	69.126	73.291	107.565	113.145	118.136	124.116	128.299
100	67.328	70.065	74.222	77.929	82.358	118.498	124.342	129.561	135.807	140.169

En la Tabla anterior, se muestran valores de χ^2_α para distintos valores de α y n . Las áreas α , se muestran en la primer fila, acompañadas de la χ^2 , en la primer columna se encuentran los grados de libertad n , y las entradas de la tabla son los valores de χ^2 correspondientes.

Con esta introducción podemos abordar las ji cuadradas utilizadas en los experimentos CHOOZ y Daya Bay para el análisis de datos.

Apéndice B

Códigos realizados para CHOOZ

Minimiza la estadística χ^2 del experimento CHOOZ

```
!-----  
! Test de amoeba / Programa principal  
!-----  
PROGRAM TEST_AMOEBA  
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)  
PARAMETER(MP=21,NP=20)  
  
DIMENSION P(MP,NP), Y(MP), PT(MP)  
  
NDIM=2      ! 2 variables (# de variables)  
FTOL=1.D-8  ! Required tolerance  
  
!define NDIM+1 initial vertices (one by row)  
  
P(1,1)=0;      P(1,2)=-2.7066;  
P(2,1)=3.1410; P(2,2)=0;  
P(3,1)=3.1415; P(3,2)=-2.7064;  
  
!-----  
! Para cuatro variables utilizar la siguiente modificacion
```

```

!
! P(1,1)=0;      P(1,2)=-2.7066; P(1,3)=1.0000; P(1,4)=0.9999
! P(2,1)=3.1410; P(2,2)=0;      P(2,3)=1.0000; P(2,4)=0.9999
! P(3,1)=3.1415; P(3,2)=-2.7064; P(3,3)=0;      P(3,4)=1.0000
! P(4,1)=3.1410; P(4,2)=-2.7066; P(4,3)=1.0000; P(4,4)=0.0
! P(5,1)=3.1414; P(5,2)=-2.7064; P(5,3)=1.0000; P(5,4)=1.0000
!-----
!Initialize Y to the values of FUNC evaluated
!at the NDIM+1 vertices (rows) of P
DO I=1, NDIM+1

    PT(1)=P(I,1); PT(2)=P(I,2)

!-----
! Para cuatro variables utilizar la siguiente modificacion
!
! PT(1)=P(I,1); PT(2)=P(I,2);PT(3)=P(I,3);PT(4)=P(I,4);
!-----

    Y(I)=CHI_2(PT)
END DO

!call main subroutine
CALL AMOEBA(P,Y,MP,NP,NDIM,FTOL,ITER)

!print results
print *,' '
print *,' Number of iterations:', ITER
print *,' '
print *,' Best NDIM+1 points:'
write(*,10) ((P(I,J),J=1,NDIM),I=1,NDIM+1)
print *,' '

```

```

print *, ' Best NDIM+1 mimimum values:'
write(*,20) (Y(I),I=1,NDIM+1)
print *, ' '

10 format(2E16.8)
20 format(E16.8)

END

!-----
! Subrutina AMOEBA
!-----

SUBROUTINE AMOEBA(P,Y,MP,NP,NDIM,FTOL,ITER)
!-----
! Multidimensional minimization of the function FUNC(X) where X is
! an NDIM-dimensional vector, by the downhill simplex method of
! Nelder and Mead. Input is a matrix P whose NDIM+1 rows are NDIM-
! dimensional vectors which are the vertices of the starting simplex
! (Logical dimensions of P are P(NDIM+1,NDIM); physical dimensions
! are input as P(NP,NP)). Also input is the vector Y of length NDIM
! +1, whose components must be pre-initialized to the values of FUNC
! evaluated at the NDIM+1 vertices (rows) of P; and FTOL the fractio-
! nal convergence tolerance to be achieved in the function value. On
! output, P and Y will have been reset to NDIM+1 new points all within
! FTOL of a minimum function value, and ITER gives the number of ite-
! rations taken.
!-----
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
PARAMETER(NMAX=20,ALPHA=1.d0,BETA=0.5d0,GAMMA=2.d0,ITMAX=20)
! Expected maximum number of dimensions, three parameters which define
! the expansions and contractions, and maximum allowed number of
! iterations.

```

```

DIMENSION P(MP,NP), Y(MP), PR(NMAX), PRR(NMAX), PBAR(NMAX)
MPTS=NDIM+1
ITER=0
1 ILO=1
IF(Y(1).GT.Y(2)) THEN
    IHI=1
    INHI=2
ELSE
    IHI=2
    INHI=1
ENDIF
DO I=1, MPTS
    IF(Y(I).LT.Y(ILO)) ILO=I
    IF(Y(I).GT.Y(IHI)) THEN
        INHI=IHI
        IHI=I
    ELSE IF (Y(I).GT.Y(INHI)) THEN
        IF(I.NE.IHI) INHI=I
    END IF
END DO
! Compute the fractional range from highest to lowest and return if
! satisfactory.
RTOL=2.d0*DABS(Y(IHI)-Y(ILO))/(DABS(Y(IHI))+DABS(Y(ILO)))
IF(RTOL.LT.FTOL) RETURN
! IF(ITER.EQ.ITMAX) Pause ' Amoeba exceeding maximum iterations.'

ITER=ITER+1
DO J=1, NDIM
    PBAR(J)=0.d0
END DO
DO I=1, MPTS
    IF(I.NE.IHI) THEN
        DO J=1,NDIM

```

```

        PBAR(J)=PBAR(J) + P(I,J)
    END DO
END IF
END DO
DO J=1, NDIM
    PBAR(J)=PBAR(J)/NDIM
    PR(J)=(1.d0+ALPHA)*PBAR(J) - ALPHA*P(IHI,J)
END DO
YPR=CHI_2(PR)
IF(YPR.LE.Y(ILO)) THEN
    DO J=1,NDIM
        PRR(J)=GAMMA*PR(J) + (1.d0-GAMMA)*PBAR(J)
    END DO
    YPRR=CHI_2(PRR)
    IF(YPRR.LT.Y(ILO)) THEN
        DO J=1, NDIM
            P(IHI,J)=PRR(J)
        END DO
        Y(IHI)=YPRR
    ELSE
        DO J=1, NDIM
            P(IHI,J)=PR(J)
        END DO
        Y(IHI)=YPR
    END IF
ELSE IF(YPR.GE.Y(INHI)) THEN
    IF(YPR.LT.Y(IHI)) THEN
        DO J=1, NDIM
            P(IHI,J)=PR(J)
        END DO
        Y(IHI)=YPR
    END IF
DO J=1, NDIM

```

```
      PRR(J)=BETA*P(IHI,J) + (1.d0-BETA)*PBAR(J)
    END DO
    YPRR=CHI_2(PRR)
    IF(YPRR.LT.Y(IHI)) THEN
      DO J=1, NDIM
        P(IHI,J)=PRR(J)
      END DO
      Y(IHI)=YPRR
    ELSE
      DO I=1, MPTS
        IF(I.NE.ILO) THEN
          DO J=1,NDIM
            PR(J)=0.5d0*(P(I,J) + P(ILO,J))
          P(I,J)=PR(J)
        END DO
        Y(I)=CHI_2(PR)
      END IF
    END DO
  END IF
  END DO
END IF
ELSE
  DO J=1, NDIM
    P(IHI,J)=PR(J)
  END DO
  Y(IHI)=YPR
END IF
GO TO 1
END
```

!end of file tamoeba.f90

```
!-----
! Ji-cuadrada a minimizar
!-----
```

```

REAL*8 FUNCTION CHI_2(P)
REAL*8 P(2),R
REAL*8 xmes_CHOOZ(14)
REAL*8 xhat_CHOOZ(14), enech(7)
REAL*8 chooz_er(14,14),energy_CHOOZ(14)
REAL*8 dechooz, drchooz
INTEGER :: i,j
REAL(8) :: sigma_a=0.027 , sigma_g=0.011, a=1.012, g=1.006
      REAL(8) :: x,l,theta,m,area_norm_i,area_norm_j

!Abre archivos
open(35,file='chooz.dat',status='old')
open(36,file='chooz1.dat',status='old')
open(37,file='chooz_err.dat',status='old')

      do i=1,14          !Lectura de datos
      read (35,*) xmes_CHOOZ(i) !Rendimiento de positrones Reactor 1 y 2
      enddo

      do j=1,14
      read (36,*) xhat_CHOOZ(j) !Espectro esperado para no oscilaciones
      enddo

do i=1,14
read (37,*) (chooz_er(j,i),j=1,14)!Lee la entrada ij-esima          de una matriz
enddo

      do i=1,14
      do j=1,14
call p_bar(i,area_norm_i,P(1),P(2))
call p_bar(j,area_norm_j,P(1),P(2))

```

```

                R=(xmes_CHOOZ(i)-a*xhat_CHOOZ(i)*area_norm_i)*chooz_er(i,j)*&
                (xmes_CHOOZ(j)-a*xhat_CHOOZ(j)*area_norm_j)

                enddo
                enddo
R=R+((a-1)/sigma_a)**2+((g-1)/sigma_g)**2

                close(35) !Cerrando archivos
close(36)
                close(37)

IF (DABS(R).LT.1.D-12) THEN
    CHI_2=1.D0
ELSE
    CHI_2=R
END IF
RETURN
END

!-----
! Probabilidad promedio
!-----

subroutine p_bar(k,area_norm,theta,m)
!program p_bar
!Calcula las probabilidades promedio normalizadas (p_bar)
implicit none
real(8) :: c,d,a,b,area,area_1,area_norm
real(8) :: x,l,theta,m,suma
integer :: n, k,i
real*8 energy_CHOOZ(14)

open(38,file='chooz_energy.dat',status='old')
```

```

do i=1,14
read (38,*) energy_CHOOZ(i)
enddo

!Integral sobre el intervalo completo de enrgia (flujo=flu(x))
area_1=3.4808

!Calulo de probabilidades promedio normalizadas

if (k.LT.8) then
l=1114.6
!do k=1,k
a=1.006*energy_CHOOZ(k)-0.4
b=1.006*energy_CHOOZ(k)+0.4
call integral(a,b,theta,m,l,area)
area_norm=area/area_1
else
l=997.9
a=1.006*energy_CHOOZ(k)-0.4
b=1.006*energy_CHOOZ(k)+0.4
call integral(a,b,theta,m,l,area)
area_norm=area/area_1
end if

close(38)
return

end subroutine p_bar
!end program p_bar

!-----
! Integral de la funcion f
!-----

subroutine integral(a,b,theta,m,l,area)

```

```

implicit none
real(8) :: a,b,theta,m,l,area
real(8) :: h
real(8) :: x
real(8) :: f
integer :: n,i

n=1000
h=(b-a)/real(n)
area=0.

do i=1,n
x=a+h*real(i-1)
area=area+h*(f(x,theta,m,l)+&
f(x+h,theta,m,l))/real(2)
enddo

return
end subroutine integral
!-----
! Integral del flujo de neutrinos
!-----

subroutine integral_1(a,b,area_1)

implicit none
real(8) :: a,b,area_1
real(8) :: h
real(8) :: x
real(8) :: flu
integer :: n,i

n=100000
h=(b-a)/real(n)

```

```

area_1=0.

do i=1,n
x=a+h*real(i-1)
area_1=area_1+h*(flu(x)+flu(x+h))/real(2)
enddo
return
end subroutine integral_1

!-----
! Probabilidad modelo * flujo de neutrinos
!-----

      real(8) function f(x,theta,m,l)

implicit none
      real(8) :: x,theta,m,l
      f=(1.0-((SIN(2.0*theta))**2)&
*(SIN(1.27*m*l/x))**2))*&
(3.0260612999999-0.78508451*x-&
0.3478011*x**2+0.210110*x**3&
-0.04427569*x**4+0.004425*x**5-&
0.0001753*x**6)

return
      end function f

!-----
! Flujo de neutrinos
!-----

      real(8) function flu(x)

implicit none
      real(8) :: x
      flu=3.0260612999999-0.78508451*x-&

```

```

0.3478011*x**2+0.210110*x**3-&
0.04427569*x**4+0.004425*x**5-&
0.0001753*x**6

```

```

return
end function flu

```

Genera los datos experimentales para la curva de discriminación

```

program test_1

implicit none
real(8) :: theta,m,a,b,c,d,e,h,sen2
real*8 CHI_2,R,Rmax,Rmin
integer :: i,j

open(30,file='data_1.dat')
open(31,file='data_2.dat')
open(32,file='data_3.dat')
open(33,file='data_4.dat')
open(10,file='data_5.dat')

!-----genera el grif-----!
Rmin=13.8
Rmax=14.8

do i=0,100
do j=0,100

sen2=0.0+0.01*real(j)
m=0.0+exp((-4.0+(0.04)*real(i))*2.302585)

R=CHI_2(sen2,m)-14.3121

```

```

        if ((R.GE.Rmin).AND.(R.LE.Rmax)) then
        write(30,*) sen2,m
        end if

    enddo

enddo

!-----!
Rmin=1449.5
Rmax=1450.5

do i=0,100
do j=0,100

sen2=0.0+0.01*real(j)
m=0.0+exp((-4.0+(0.04)*real(i))*2.302585)

R=CHI_2(sen2,m)

        if ((R.GE.Rmin).AND.(R.LE.Rmax))
        write(31,*) sen2,m
        end if

    enddo

enddo

!-----!
close(30)
close(31)
\subsection*{Genera los datos experimentales para la curva de discriminaci\'on}
close(32)
    close(33)
    close(10)

```

```

end program test_1
!-----
!-----
REAL*8 FUNCTION CHI_2(sen2,m)
REAL*8 R
REAL*8 xmes_CHOOZ(14)
REAL*8 xhat_CHOOZ(14), enech(7)
REAL*8 chooz_er(14,14),energy_CHOOZ(14)
INTEGER :: i,j
REAL :: sigma_a=0.027324 , sigma_g=0.011066, a=1.012, g=1.006
      REAL(8) :: sen2,theta,m,area_norm_i,area_norm_j

open(35,file='chooz.dat',status='old')
open(36,file='chooz1.dat',status='old')
open(37,file='chooz_err.dat',status='old')

      do i=1,14
      read (35,*) xmes_CHOOZ(i) !Rendi_posi_Reac 1 y 2
      enddo
      do j=1,14
      read (36,*) xhat_CHOOZ(j) !Espectro para no_osci
      enddo
do i=1,14
read (37,*) (chooz_er(j,i),j=1,14) !V(-1)_{ij-esima}
enddo

      CHI_2=0.0

do j=1,14
do i=1,14
      call p_bar(i,area_norm_i,sen2,m)
      call p_bar(j,area_norm_j,sen2,m)

```

```

        CHI_2=CHI_2+(xmes_CH00Z(i)-a*xhat_CH00Z(i)*area_norm_i)*chooz_er(i,j)*&
        (xmes_CH00Z(j)-a*xhat_CH00Z(j)*area_norm_j)

    enddo
enddo

CHI_2=CHI_2+((a-1.0)/sigma_a)**2+((g-1.0)/sigma_g)**2

        close(35)
    close(36)
        close(37)

RETURN
END FUNCTION CHI_2

!-----
!-----
subroutine p_bar(k,area_norm,sen2,m)
!program p_bar
!Cálcula las probabilidades promedio normalizadas (p_bar)
implicit none
real(8) :: c,d,a,b,area,area_1,area_norm
real(8) :: x,l,theta,m,suma,sen2
integer :: n, k,i
real*8 energy_CH00Z(14)

open(38,file='chooz_energy.dat',status='old')
do i=1,14
read (38,*) energy_CH00Z(i)
enddo

!Integral sobre el intervalo completo de enrgía (flujo=flu(x))
area_1=3.4808

```

```
!Cálculo de probabilidades promedio normalizadas
```

```
if (k.LT.8) then
  l=1114.6
  a=1.006*energy_CHOOZ(k)-0.4
  b=1.006*energy_CHOOZ(k)+0.4
  call integral(a,b,sen2,m,l,area)
  area_norm=area/area_1
else
  l=997.9
  a=1.006*energy_CHOOZ(k)-0.4
  b=1.006*energy_CHOOZ(k)+0.4
  call integral(a,b,sen2,m,l,area)
  area_norm=area/area_1
end if
```

```
close(38)
```

```
return
```

```
end subroutine p_bar
```

```
!end program p_bar
```

```
\subsection*{Genera los datos experimentales para la curva de discriminación}
```

```
!-----
```

```
!Calcula la integral de la función f (probabilidad promedio)
```

```
subroutine integral(a,b,sen2,m,l,area)
```

```
implicit none
```

```
real(8) :: a,b,theta,m,l,area,sen2
```

```
real(8) :: h
```

```
real(8) :: x
```

```

real(8) :: f
integer :: n,i

n=1000
h=(b-a)/real(n)
area=0.0

do i=1,n
x=a+h*real(i-1)
area=area+h*(f(x,sen2,m,l)+f(x+h,sen2,m,l))/real(2)
enddo

return
end subroutine integral

!-----
!-----
!funcion "f" a integrar:flujo de neutrinos * probabilidad de supervivencia
      real(8) function f(x,sen2,m,l)

implicit none
      real(8) :: x,theta,m,l,sen2

      f=(1.0-(sen2)*((SIN(1.27*m*l/x))**2))*&
      (3.0260612999999-0.78508451*x-0.3478011*x**2+0.210110*x**3 &
      -0.04427569*x**4+0.004425*x**5-0.0001753*x**6)

return
end function f

```


Apéndice C

Códigos realizados para Daya Bay

Minimiza la estadística χ^2 del experimento Daya Bay

```
PROGRAM TEST_AMOEBA
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
PARAMETER(MP=21,NP=20)

DIMENSION P(MP,NP), Y(MP), PT(MP)

NDIM=2      ! 2 variables
FTOL=1.D-8  ! Required tolerance

!define NDIM+1 initial vertices (one by row)
P(1,1)=0.1310d0; P(1,2)=0.00206421d0
P(2,1)=0.1509d0; P(2,2)=-0.00256422d0
P(3,1)=0.1310d0; P(3,2)=0.00196422d0

!Initialize Y to the values of FUNC evaluated
!at the NDIM+1 vertices (rows) of P
DO I=1, NDIM+1
    PT(1)=P(I,1); PT(2)=P(I,2);
    Y(I)=FUNC(PT)
END DO
```

```

!call main subroutine
CALL AMOEB(A,P,Y,MP,NP,NDIM,FTOL,ITER)

!print results
print *,' '
print *,' Number of iterations:', ITER
print *,' '
print *,' Best NDIM+1 points:'
write(*,10) ((P(I,J),J=1,NDIM),I=1,NDIM+1)
print *,' '
print *,' Best NDIM+1 minimum values:'
write(*,20) (Y(I),I=1,NDIM+1)
print *,' '

10 format(2E16.8)
20 format(E16.8)

END PROGRAM

!-----
!                               Chi_2 para DayaBay
!-----

real(8) function FUNC(P)

implicit none

integer :: j
real(8)  pro
real(8) :: ji_2,t12,t13,m21,mee,LE,s12,R
real(8) :: sg(33),L_E(33),dat_p(33),P(2)

call lec(dat_p,sg,L_E)

```

```

s12=0.857
m21=0.000075

t13=P(1)
mee=P(2)

ji_2=0.0
do j=1,33
LE=L_E(j)
ji_2= ji_2+(pro(s12,t13,m21,mee,LE)-dat_p(j))**2/(sg(j))**2
enddo
write(*,*) 'Chi_2=', ji_2

R=ji_2
IF (DABS(R).LT.1.D-12) THEN
FUNC=1.D0
ELSE
FUNC=R
END IF

RETURN
end function FUNC

!-----
! subrutina de lectura de datos
!-----

subroutine lec(dat_p,sg,L_E)
real(8) :: dat_p(33),sg(33),L_E(33)
integer :: i
open(11,file='dat_proba.dat',status='old')
open(12,file='L_E.dat',status='old')
open(13,file='sigma.dat',status='old')

```

```

do i=1,33
read(11,*) ,dat_p(i)
read(12,*) ,L_E(i)
read(13,*) ,sg(i)
enddo

close(11)
close(12)
close(13)

end subroutine

!-----
! probabilidad de supervivencia
!-----
real(8) function pro(s12,t13,m21,mee,L_E)

implicit none
real(8) :: s12,t13,m21,mee, L_E

pro=1.0-((cos(t13))**4)*(s12)*((sin(1.267*m21*L_E))**2) &
      -((sin(2.0*t13))**2)*((sin(1.267*mee*L_E))**2)

return
end function

!-----
! Amoeba Function
!-----
SUBROUTINE AMOeba(P,Y,MP,NP,NDIM,FTOL,ITER)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
PARAMETER(NMAX=20,ALPHA=1.d0,BETA=0.5d0,GAMMA=2.d0,ITMAX=20)
! Expected maximum number of dimensions, three parameters which define
! the expansions and contractions, and maximum allowed number of

```

```

! iterations.
DIMENSION P(MP,NP), Y(MP), PR(NMAX), PRR(NMAX), PBAR(NMAX)
MPTS=NDIM+1
ITER=0
1 ILO=1
IF(Y(1).GT.Y(2)) THEN
  IHI=1
  INHI=2
ELSE
  IHI=2
  INHI=1
ENDIF
DO I=1, MPTS
  IF(Y(I).LT.Y(ILO)) ILO=I
  IF(Y(I).GT.Y(IHI)) THEN
    INHI=IHI
    IHI=I
  ELSE IF (Y(I).GT.Y(INHI)) THEN
    IF(I.NE.IHI) INHI=I
  END IF
END DO
! Compute the fractional range from highest to lowest and return if
! satisfactory.
RTOL=2.d0*DABS(Y(IHI)-Y(ILO))/(DABS(Y(IHI))+DABS(Y(ILO)))
IF(RTOL.LT.FTOL) RETURN

ITER=ITER+1
DO J=1, NDIM
  PBAR(J)=0.d0
END DO
DO I=1, MPTS
  IF(I.NE.IHI) THEN

```

```
      DO J=1,NDIM
        PBAR(J)=PBAR(J) + P(I,J)
      END DO
    END IF
  END DO
DO J=1, NDIM
  PBAR(J)=PBAR(J)/NDIM
  PR(J)=(1.d0+ALPHA)*PBAR(J) - ALPHA*P(IHI,J)
END DO
YPR=FUNC(PR)
IF(YPR.LE.Y(ILO)) THEN
  DO J=1,NDIM
    PRR(J)=GAMMA*PR(J) + (1.d0-GAMMA)*PBAR(J)
  END DO
  YPRR=FUNC(PRR)
  IF(YPRR.LT.Y(ILO)) THEN
    DO J=1, NDIM
      P(IHI,J)=PRR(J)
    END DO
    Y(IHI)=YPRR
  ELSE
    DO J=1, NDIM
      P(IHI,J)=PR(J)
    END DO
    Y(IHI)=YPR
  END IF
ELSE IF(YPR.GE.Y(INHI)) THEN
  IF(YPR.LT.Y(IHI)) THEN
    DO J=1, NDIM
      P(IHI,J)=PR(J)
    END DO
    Y(IHI)=YPR
  END IF
```

```

DO J=1, NDIM
  PRR(J)=BETA*P(IHI, J) + (1.d0-BETA)*PBAR(J)
END DO
YPRR=FUNC(PRR)
IF(YPRR.LT.Y(IHI)) THEN
  DO J=1, NDIM
    P(IHI, J)=PRR(J)
  END DO
  Y(IHI)=YPRR
ELSE
  DO I=1, MPTS
    IF(I.NE.ILO) THEN
      DO J=1, NDIM
        PR(J)=0.5d0*(P(I, J) + P(ILO, J))
      END DO
      P(I, J)=PR(J)
    END DO
    Y(I)=FUNC(PR)
  END IF
END DO
END IF
END DO
END IF
ELSE
  DO J=1, NDIM
    P(IHI, J)=PR(J)
  END DO
  Y(IHI)=YPR
END IF
GO TO 1
END

```

!end of file tamoeba.f90

Genera los datos experimentales para las regiones de confianza en Daya Bay

!-----

```
! Programa que realiza el grid
!-----

program grid
implicit none
real(8) FUNC
real(8) :: t13,mee,chi,R,Rmin,Rmax
integer :: i,j
!-----
!Curvas sen_2(2*t13) vs mee
open(23,file='sn13_mee.dat')
Rmax=53.87
Rmin=53.47

do i=0,1000
do j=0,1000

t13=0.0
t13=t13+0.000231824*real(i)
mee=0.0015
mee=mee+0.000002*real(j)

chi=FUNC(t13,mee)-21.9163

if((chi.GE.Rmin).and.(chi.LE.Rmax)) then
write(23,*) (sin(2.0*t13))**2,mee
end if
enddo
enddo

close(23)
```

```
!-----
```

```
!Curva sen_2(2*t13) vs chi_2
```

```
open(22,file='t13_chi.dat')
```

```
mee=0.002507
```

```
do i=0,100
```

```
t13=0.0
```

```
t13=0.0+0.00231824*real(i)
```

```
chi=FUNC(t13,mee)-21.9163
```

```
write(22,*) (sin(2.0*t13))**2,chi
```

```
enddo
```

```
close(22)
```

```
!-----
```

```
!Curva mee vs chi_2
```

```
open(21,file='mee_chi.dat')
```

```
t13=0.14691
```

```
do i=0,100
```

```
mee=0.0015
```

```
mee=mee+0.00002*real(i)
```

```
chi=FUNC(t13,mee)-21.9163
```

```
write(21,*) mee,chi
```

```
enddo
```

```
close(21)
```

```
end program grid
```

```
!-----
```

```
!      Funcion Chi_2 (FUNC(t13,mee)) para DayaBay
```

```
!-----
```

```
real(8)  function FUNC(t13,mee)
```

```

implicit none

integer :: j
real(8) pro
real(8) :: ji_2,t12,t13,m21,mee,LE,s12
real(8) :: sg(33),L_E(33),dat_p(33)

call lec(dat_p,sg,L_E)

      s12=0.857 !sen_2(2*teta_12)
      m21=0.000075 !diferencia de masas

ji_2=0.0
do j=1,33
LE=L_E(j)
ji_2= ji_2+(pro(s12,t13,m21,mee,LE)-dat_p(j))**2/(sg(j))**2
enddo

FUNC=ji_2

end function FUNC

!-----
! subrutina de lectura de datos
!-----

subroutine lec(dat_p,sg,L_E)
real(8) :: dat_p(33),sg(33),L_E(33)
integer :: i
open(11,file='dat_proba.dat',status='old')
open(12,file='L_E.dat',status='old')
open(13,file='sigma.dat',status='old')

```

```

do i=1,33
read(11,*) ,dat_p(i) !Datos de probabilidad
read(12,*) ,L_E(i) !Razon longitud / energÃa
read(13,*) ,sg(i) !errores sistematicos
enddo

close(11)
close(12)
close(13)

end subroutine

!-----
! probabilidad de supervivencia
!-----
real(8) function pro(s12,t13,m21,mee,L_E)

implicit none
real(8) :: s12,t13,m21,mee, L_E

pro=1.0-((cos(t13))**4)*(s12)*((sin(1.267*m21*L_E))**2) &
      -((sin(2.0*t13))**2)*((sin(1.267*mee*L_E))**2)

return
end function

```