



# Instituto Politécnico Nacional

Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y  
Tecnología Avanzada  
Unidad Querétaro

Posgrado en Tecnología Avanzada

**Análisis cinemático y dinámico de un dispositivo de  
rehabilitación activa para el brazo incluyendo un  
diseño innovador de articulaciones de rigidez variable.**

Tesis

que para obtener el grado de  
Doctorado en Tecnología Avanzada

Presenta

**María Guadalupe Contreras Calderón**

Directores de Tesis

**Dr. Eduardo Castillo Castañeda**

**Dr. Mohamed Amine Laribi**



Santiago de Querétaro, Querétaro. Enero 2023



# INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL SECRETARIA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

## ACTA DE REGISTRO DE TEMA DE TESIS Y DESIGNACIÓN DE DIRECTOR DE TESIS

Ciudad de México, a 7 de junio del 2021.

El Colegio de Profesores de Posgrado de CICATA – IPN – Unidad Querétaro en su Sesión (Unidad Académica) Ordinaria No. 210604 celebrada el día 4 del mes junio de 2021, conoció la solicitud presentada por el (la) alumno (a):

Apellido Paterno:	CONTRERAS	Apellido Materno:	CALDERÓN	Nombre (s):	MARÍA GUADALUPE
-------------------	-----------	-------------------	----------	-------------	-----------------

Número de registro: A 1 9 0 5 8 4

del Programa Académico de Posgrado: Doctorado en Tecnología Avanzada

Referente al registro de su tema de tesis; acordando lo siguiente:

1.- Se designa al aspirante el tema de tesis titulado:

Análisis cinemático y dinámico de un dispositivo de rehabilitación activa para el brazo incluyendo un diseño innovador de articulaciones de rigidez variable.

Objetivo general del trabajo de tesis:

Analizar y evaluar experimentalmente el uso de articulaciones de rigidez variable innovadoras para un dispositivo de cinco barras para la rehabilitación activa del brazo.

2.- Se designa como Directores de Tesis a los profesores:

Director: Dr. Eduardo Castillo Castañeda 2° Director: Dr. Mohamed Amine Laribi

3.- El Trabajo de investigación base para el desarrollo de la tesis será elaborado por el alumno en:

CICATA – IPN - Querétaro

que cuenta con los recursos e infraestructura necesarios.

4.- El interesado deberá asistir a los seminarios desarrollados en el área de adscripción del trabajo desde la fecha en que se suscribe la presente, hasta la aprobación de la versión completa de la tesis por parte de la Comisión Revisora correspondiente.

Director(a) de Tesis

Dr. Eduardo Castillo Castañeda

2° Director de Tesis

Dr. Mohamed Amine Laribi

Aspirante

María Guadalupe Contreras Calderón

Presidente del Colegio

Dr. Juan Bautista Hurtado Ramos  
INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL  
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN EN  
Y TECNOLOGÍA AVANZADA  
UNIDAD QUERÉTARO  
DIRECCIÓN



# INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

## SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

### ACTA DE REVISIÓN DE TESIS

En la Ciudad de  siendo las  horas del día  del mes de  del  se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de la Tesis, designada por el Colegio de Profesores de Posgrado de:  para examinar la tesis titulada:

"Análisis cinemático y dinámico de un dispositivo de rehabilitación activa para el brazo incluyendo un diseño innovador de articulaciones de rigidez variable"

del (la) alumno (a):

Apellido Paterno:	Contreras	Apellido Materno:	Calderón	Nombre (s):	María Guadalupe
-------------------	-----------	-------------------	----------	-------------	-----------------

Número de registro:

Aspirante del Programa Académico de Posgrado: **Doctorado en Tecnología Avanzada**

Una vez que se realizó un análisis de similitud de texto, utilizando el software antiplagio, se encontró que el trabajo de tesis tiene 12% de similitud. **Se adjunta reporte de software utilizado.**

Después que esta Comisión revisó exhaustivamente el contenido, estructura, intención y ubicación de los textos de la tesis identificados como coincidentes con otros documentos, concluyó que en el presente trabajo **SI**  **NO**  **SE CONSTITUYE UN POSIBLE PLAGIO.**

**JUSTIFICACIÓN DE LA CONCLUSIÓN:** Ningún documento consultado rebasa el 1% de similitud

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

**\*\*Es responsabilidad del alumno como autor de la tesis la verificación antiplagio, y del Director o Directores de tesis el análisis del % de similitud para establecer el riesgo o la existencia de un posible plagio.**

Finalmente, y posterior a la lectura, revisión individual, así como el análisis e intercambio de opiniones, los miembros de la Comisión manifestaron **APROBAR**  **SUSPENDER**  **NO APROBAR**  la tesis por **UNANIMIDAD**  o **MAYORÍA**  en virtud de los motivos siguientes:

La tesis satisface los requerimientos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes

### COMISIÓN REVISORA DE TESIS

Dr. Eduardo Castillo Castañeda

Dr. Mohamed Amine Laribi

Med. Esp. María del Rosario Hernández Hernández

Dra. Laura Ivoone Garay Jiménez

Dr. Francisco Javier Ornelas Rodríguez

Dr. Juan Bautista Hurtado Ramos  
PRESIDENTE DEL COLEGIO DE PROFESORES  
DIRECCIÓN



# INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

## SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

### CARTA DE AUTORIZACIÓN DE USO DE OBRA PARA DIFUSIÓN

En la Ciudad de México el día 24 del mes de Noviembre del año 2022, la que suscribe María Guadalupe Contreras Calderón alumna del programa de Doctorado en Tecnología Avanzada con número de registro A190584, adscrita a CICATA-Unidad Querétaro, IPN manifiesta que es autora intelectual del presente trabajo de tesis bajo la dirección de Dr. Eduardo Castillo Castañeda y el Dr. Mohamed Amine Laribi y cede los derechos del trabajo titulado **"Análisis cinemático y dinámico de un dispositivo de rehabilitación activa para el brazo incluyendo un diseño innovador de articulaciones de rigidez variable"**, al Instituto Politécnico Nacional, para su difusión con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expresado del autor y/o director(es). Este puede ser obtenido escribiendo a la siguiente dirección de correo ma.gpe.contreras.c@gmail.com. Si el permiso se otorga, al usuario deberá dar agradecimiento correspondiente y citar la fuente de este.

---

María Guadalupe Contreras Calderón

*"Apuesten por grandes ideales. Hay que ser  
valientes para ir contra corriente"*

-Papa Francisco

## **Dedicatoria**

---

A Dios y a mi familia por ser mi luz y guía en este caminar.

A mis amigos y QCNs por ser un pilar en mi vida y caminar conmigo en mis aventuras.

Este trabajo ha sido gracias a su apoyo incondicional.

## Agradecimientos

---

Agradezco a Dios, por ser mi guía y no dejarme caer, por darme fortaleza, porque han sido sus fuerzas y no las mías, por siempre mostrarme que está ahí.

Agradezco a mi familia por ser mi apoyo incondicional, a mi mamá que me inspira a ser una mejor mujer cada día, a mi papá porque de él aprendí a no rendirme, ellos son mi más grande ejemplo. A mis hermanos Melissa y José Juan, y a mi cuñada Caro, por su cariño, apoyo y comprensión, gracias por tantos momentos de alegría y risas. A mi sobrina por llenarme de alegrías, abrazos, buenos momentos y enseñarme a ser soñadora.

Agradezco a mi asesor el Dr. Eduardo Castillo Castañeda, por su apoyo incondicional, por su amistad, por impulsarme a ser mejor, por motivarme a hacer mi estancia en extranjero, a viajar y disfrutar del presente.

Agradezco al Dr. Amine Laribi por darme la oportunidad de trabajar en su laboratorio y ser parte de su equipo, gracias por sus enseñanzas. Al Dr. Juan Sandoval y al Dr. Marc Arsicault por su apoyo durante mi estancia y mi proyecto. Agradezco al CoBRA team por ser más que mis compañeros, son mis amigos y mi familia durante casi un año, gracias por amar mi cultura.

Agradezco a mis amigos y QCN por ser el pilar más fuerte en esta aventura, por su acompañamiento y mucho amor, gracias por ayudarme a nunca perder la fe.

A todos ellos les expreso todo mi amor.

A CONACYT y al Instituto Pprime de la Universidad de Poitiers por su apoyo económico durante mi doctorado y mi estancia en Francia.

## Resumen

---

En los entornos de interacción humano-robot se han implementado mecanismos flexibles que relacionan la fuerza con el movimiento, con el fin de proporcionar una interacción más segura. Las articulaciones de rigidez variable incluyen flexibilidad a un mecanismo rígido y permiten cambiar la posición y la rigidez articular de un mecanismo simultáneamente. Esta tesis presenta una articulación de rigidez variable de configuración antagónica con dos resortes como elementos flexibles, integrada en un mecanismo para la asistencia de la rehabilitación basado en un mecanismo de cinco barras. La articulación proporciona torque constante o variable en el efector final de un dispositivo de asistencia para la rehabilitación, variando la longitud de los resortes mediante un motor dispuesto en un engrane de un sistema de engranes y cremalleras. El motor controla la posición de un engrane, con el cual se varía la longitud de los resortes para controlar la rigidez. Se detalla el modelo matemático de la articulación y el mecanismo de cinco barras y se presenta la validación en simulación. Con base en el diseño se construye un prototipo que se somete a pruebas experimentales individuales y se integra en el dispositivo para realizar pruebas con voluntarios siguiendo una trayectoria. Los datos que se obtuvieron son el torque de la articulación y la fuerza constante en el efector final.

## Abstract

---

In human-robot interaction environments, flexible mechanisms have been implemented that relate force and movement to provide a safe interaction. Variable stiffness joints add flexibility to a rigid mechanism and allow change simultaneously the position and the joint stiffness. This thesis presents a variable stiffness joint with an antagonistic configuration, with two springs as flexible elements, integrated into a device for rehabilitation assistance based on a five-bar mechanism. Joint provides to the device constant or variable torque at the end-effector by varying the length of the springs using a motor attached to a set of gears and racks. The motor controls the gear position, which varies the length of the springs to control the stiffness. Also, it detailed the joint mathematical model and five-bar mechanism, and the simulation validation is presented. Based on the design a prototype is fabricated that is subjected to experimental tests and is integrated into the device to carry out tests with volunteers who follow a trajectory. The data obtained are the torque of the joint and the constant force in the end-effector.

## Índice

---

<b>Resumen.....</b>	<b>VII</b>
<b>Abstract.....</b>	<b>VIII</b>
<b>Lista de figuras.....</b>	<b>IX</b>
<b>Lista de tablas.....</b>	<b>XI</b>
<b>CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>12</b>
1.1 Justificación.....	13
1.2 Objetivos.....	16
1.2.1 Objetivo general.....	16
1.2.2 Objetivos específicos .....	16
1.3 Hipótesis.....	17
1.4 Metodología.....	17
<b>CAPÍTULO 2 ESTADO DEL ARTE .....</b>	<b>19</b>
2.1 Robótica de rehabilitación .....	19
2.2 Articulaciones de rigidez variable .....	20
2.3 Articulaciones de configuración serial.....	23
2.3.1 Articulación de barra flexible.....	23
2.3.2 Articulación de rigidez variable con magnetos.....	24
2.3.3 Actuador elástico serial.....	25
2.3.4 Articulación de rigidez variable con material súper elástico .....	26
2.3.5 Articulaciones de rigidez variada por la longitud de una barra flexible	27
2.4 Articulaciones con configuración antagonica.....	28
2.4.1 Sistema antagonico bidireccional .....	28
2.4.2 Sistema híbrido, dual, antagonico y serial .....	29
2.4.3 Articulación de rigidez variable con resortes paralelos.....	30

<b>CAPÍTULO 3</b>	<b>MARCO TEÓRICO.....</b>	<b>32</b>
3.1	Biomecánica del brazo.....	32
3.1.1	Lesiones más comunes del brazo .....	34
3.1.2	El codo.....	35
3.1.3	Fracturas de codo.....	37
3.2	Proceso de rehabilitación.....	40
3.2.1	Técnicas de terapia para la rehabilitación del brazo .....	41
3.2.2	Ejercicios de rehabilitación para el codo .....	42
3.3	Robótica de rehabilitación .....	44
<b>CAPÍTULO 4</b>	<b>ARTICULACIÓN DE RIGIDEZ VARIABLE .....</b>	<b>46</b>
4.1	Diseño conceptual.....	46
4.1.1	Articulación de rigidez variable .....	46
4.2	Propuesta de diseño.....	46
4.3	Modelo matemático .....	50
4.4	Simulación de la ARV.....	52
4.4.1	Rigidez constante.....	52
4.4.2	Rigidez variable .....	54
4.5	Diseño y construcción de la Articulación de Rigidez Variable .....	58
4.5.1	Modelo CAD de la Articulación de Rigidez Variable .....	58
4.5.2	Prototipo de la Articulación de Rigidez Variable .....	59
4.5.3	Instrumentación e implementación del control .....	61
4.6	Resultados experimentales de la Articulación de Rigidez Variable .....	62
4.6.1	Torque constante.....	63
4.6.2	Torque variable .....	65

<b>CAPÍTULO 5 MECANISMO NURSE.....</b>	<b>68</b>
5.1 Trayectorias.....	69
5.2 Modelo matemático.....	70
5.2.1 Cinemática directa.....	71
5.2.2 Cinemática inversa.....	71
5.2.3 Dinámica.....	72
5.2.4 Matriz jacobiana.....	73
<b>CAPÍTULO 6 INTEGRACIÓN DE ARV AL MECANISMO NURSE.....</b>	<b>77</b>
6.1 CAD de la Articulación de Rigidez Variable y el mecanismo de cinco barras.....	77
6.2 Modelo matemático integrado ARV y el cinco barras.....	78
6.3 Simulaciones.....	80
6.4 Resultados experimentales.....	83
<b>Conclusiones.....</b>	<b>96</b>
<b>Productos... ..</b>	<b>97</b>
<b>Congresos.... ..</b>	<b>98</b>
<b>Referencias.....</b>	<b>99</b>

## Lista de figuras

---

<b>Figura 1.1.</b> a) Flexo-extensión de codo b) Aducción de hombro.....	14
<b>Figura 1.2.</b> Metodología.....	18
<b>Figura 2.1</b> Configuración de las ARV a) Antagónica b) Serial.....	22
<b>Figura 2.2</b> Función antagónica de los músculos en la flexión y extensión del codo. .....	23
<b>Figura 2.3</b> Articulación de rigidez variable con barra flexible.....	24
<b>Figura 2.4</b> Articulación de rigidez variable con imanes .....	25
<b>Figura 2.5</b> Actuador elástico serial.....	26
<b>Figura 2.6</b> Articulación de rigidez variable con material super elástico .....	26
<b>Figura 2.7</b> Representación gráfica de la articulación en equilibrio y deflexión.....	27
<b>Figura 2.8</b> Articulación de rigidez variable compacta. ....	28
<b>Figura 2.9</b> Articulación de rigidez variable bidireccional. ....	29
<b>Figura 2.10</b> Articulación variable híbrida antagónica y serial .....	30
<b>Figura 2.11</b> Principio de funcionamiento de la articulación con resortes paralelos	31
<b>Figura 3.1</b> Extremidad superior.....	32
<b>Figura 3.2</b> Músculos de la extremidad superior.....	33
<b>Figura 3.3</b> Flexión del brazo.....	34
<b>Figura 3.4</b> Músculos del antebrazo. ....	36
<b>Figura 3.5</b> Epicondilitis o codo de tenista.....	38
<b>Figura 3.6</b> Anatomía del codo.....	39
<b>Figura 3.7</b> Fractura del húmero.....	40
<b>Figura 3.8</b> Terapia de recuperación de fuerza.....	42
<b>Figura 3.9</b> Flexo extensión horizontal del hombro. ....	43
<b>Figura 3.10</b> Flexo extensión del codo.....	43
<b>Figura 3.11</b> a) Posición intermedia b) Supinación c) Pronación. ....	44
<b>Figura 4.1</b> Diagrama de la articulación de rigidez variable. ....	47
<b>Figura 4.2</b> a) Giro sentido antihorario b) Giro sentido horario.....	47
<b>Figura 4.3</b> Posición de los resortes a diferentes valores de $x_{li}$ .....	49
<b>Figura 4.4</b> Diagrama de la Articulación de Rigidez Variable.....	50
<b>Figura 4.5</b> Simulación numérica de la articulación de rigidez variable: a) Desplazamiento angular de $\theta$ b) Comportamiento de $x_{li}$ .....	53

<b>Figura 4.6</b> Simulación numérica de la articulación de rigidez variable: a) P3posición angular b) Comportamiento del torque $\tau$ .....	54
<b>Figura 4.7</b> a) Valores fijos para $x_{ij}$ b) Posición del engrane $P_3$ .....	55
<b>Figura 4.8</b> Resortes a diferentes valores para $x_{ij} = 0.01, 0.02$ y $0.03$ m. ....	56
<b>Figura 4.9</b> Comportamiento del torque $\tau$ a cualquier valor de $\theta$ , a diferentes valores de $x_{ij}$ .....	57
<b>Figura 4.10</b> Comportamiento de la rigidez versus $\theta$ , a diferentes valores de $x_{ij}$ . ....	57
<b>Figura 4.11</b> CAD de la Articulación de Rigidez Variable.....	58
<b>Figura 4.12</b> Articulación de Rigidez Variable vista en explosión.....	59
<b>Figura 4.13</b> Prototipo de la Articulación de Rigidez Variable. ....	60
<b>Figura 4.14</b> Vista en perspectiva del prototipo de la Articulación de Rigidez Variable. ....	60
<b>Figura 4.15</b> Sujetador de resortes y cremalleras.....	61
<b>Figura 4.16</b> Diagrama de instrumentación. ....	61
<b>Figura 4.17</b> Diagrama de bloques del control.....	62
<b>Figura 4.18</b> Diagrama de conexión de los componentes del control.....	62
<b>Figura 4.19</b> Configuración del experimento. ....	63
<b>Figura 4.20</b> Torque constante para una fuerza de 3 N. ....	64
<b>Figura 4.21</b> Torque constante para una fuerza de 6 N. ....	65
<b>Figura 4.22</b> Comportamiento del torque simulación vs experimental a) $x_{ij} = 0.01$ m b) $x_{ij} = 0.02$ m.....	66
<b>Figura 4.23</b> Comportamiento del torque experimental vs teórico para un $x_{ij} = 0.03$ m.....	67
<b>Figura 5.1</b> NURSE dispositivo de asistencia portátil para ejercicios del brazo.....	68
<b>Figura 5.2.</b> Diagrama del mecanismo de cinco barras con pantógrafo integrado....	69
<b>Figura 5.3</b> Trayectorias de ejercicios de rehabilitación por el mecanismo NURSE. 69	
<b>Figura 5.4</b> Diagrama del mecanismo de cinco barras.....	70
<b>Figura 5.5</b> Configuración del mecanismo de cinco barras del NURSE. ....	71
<b>Figura 5.6</b> Representación del mecanismo de cinco barras con dos estructuras abiertas. ....	73
<b>Figura 6.1</b> Localización de las Articulaciones de Rigidez Variable en el mecanismo de cinco barras.....	77
<b>Figura 6.2</b> CAD de la integración de articulaciones de rigidez variable al mecanismo NURSE.....	78

<b>Figura 6.3</b> Diagrama de relación de los modelos matemáticos. ....	78
<b>Figura 6.4</b> Trayectoria 8 en el mecanismo de cinco barras. ....	80
<b>Figura 6.5</b> Comportamiento del torque para las articulaciones a) $\tau_1$ y b) $\tau_2$ . ....	81
<b>Figura 6.6</b> Simulación numérica de la $ARV_1$ : a) Rotación del motor b) Valor $x_{li}$ . ....	81
<b>Figura 6.7</b> Simulación numérica de la $ARV_2$ : a) Rotación del motor b) Valor $x_{li}$ . ....	82
<b>Figura 6.8</b> Fuerza constante de 20 N en el efector final. ....	82
<b>Figura 6.9</b> Rigidez variable de la articulación a) $ARV_1$ y b) $ARV_2$ . ....	83
<b>Figura 6.10</b> Integración del prototipo de la ARV al mecanismo de cinco barras. ....	83
<b>Figura 6.11</b> Seguimiento de trayectoria por un voluntario. ....	84
<b>Figura 6.12</b> Comportamiento del torque de la articulación con diferentes personas bajo prueba. ....	86
<b>Figura 6.13</b> Variación de la distancia a tierra $x_{li}$ . ....	88
<b>Figura 6.14</b> Rotación del motor en el engrane $P_3$ durante la trayectoria. ....	90
<b>Figura 6.15</b> Comportamiento de la rigidez en la articulación para cada persona voluntaria. ....	91
<b>Figura 6.16</b> Fuerza en el efector final durante la trayectoria para cada paciente. ....	93
<b>Figura 6.17</b> Seguimiento de trayectoria por ocho personas voluntarias. ....	95

## Lista de tablas

---

<b>Tabla 1.</b> Tipos de lesiones de la extremidad superior. ....	35
<b>Tabla 2.</b> Error en el torque .....	86
<b>Tabla 3.</b> Error en la fuerza del efector final durante la trayectoria .....	93

## CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN

---

La rehabilitación es una parte esencial de la cobertura sanitaria universal, junto con la promoción de la buena salud, la prevención de enfermedades, el tratamiento y los cuidados paliativos. En el ámbito mundial, se estima que 2400 millones de personas tienen alguna afección de salud que se beneficia de la rehabilitación. En la actualidad, buena parte de las necesidades de rehabilitación no están atendidas. En algunos países de ingreso bajo y mediano, más del 50% de las personas no reciben los servicios de rehabilitación que precisan. Para la OMS, la rehabilitación se define como un conjunto de intervenciones encaminadas a optimizar el funcionamiento y reducir la discapacidad en personas con afecciones de salud en la interacción con su entorno.

La rehabilitación evita complicaciones, contribuye a la mejora de problemas de salud, como son lesiones medulares, accidentes cardiovasculares o fracturas [1]. Más de mil millones de personas en todo el mundo sufren alguna discapacidad relacionada con la extremidad superior [2]. En terapias de rehabilitación física el tratamiento para recuperar la movilidad en los miembros afectados requiere personal capacitado como fisioterapeutas; la mayor parte de los protocolos existentes para rehabilitar la extremidad superior incluyen una serie de ejercicios repetitivos que el paciente debe realizar, enfocados a recuperar la movilidad, rango de movimiento, así como a recuperar la fuerza en la extremidad [3]. La rehabilitación puede ser activa o pasiva.

La pasiva es cuando el paciente necesita asistencia para mover la extremidad y comenzar a incrementar el rango de movilidad, mientras que en la terapia activa el paciente ya es capaz de mover su extremidad; en esta etapa se busca la recuperación de la fuerza de la extremidad trabajando en la tonificación de los músculos y recuperar la precisión de los movimientos, además de mejorar el rango de movilidad recuperado en

la terapia pasiva. La recuperación del tono muscular es mediante la aplicación de fuerza a los músculos que produzcan tracción y compresión.

Se han desarrollado dispositivos robóticos para asistir en tareas de rehabilitación y ha resultado ser una alternativa que disminuye el tiempo de recuperación de los pacientes. En CICATA-Qro., se ha desarrollado un dispositivo para la asistencia en la rehabilitación del brazo, con él se pueden emular los ejercicios de una terapia. Actualmente el dispositivo puede desarrollar ejercicios para la etapa activa, donde se trabaja la precisión del rango de movimiento, sin embargo, no asiste en la recuperación del tono muscular del paciente [4].

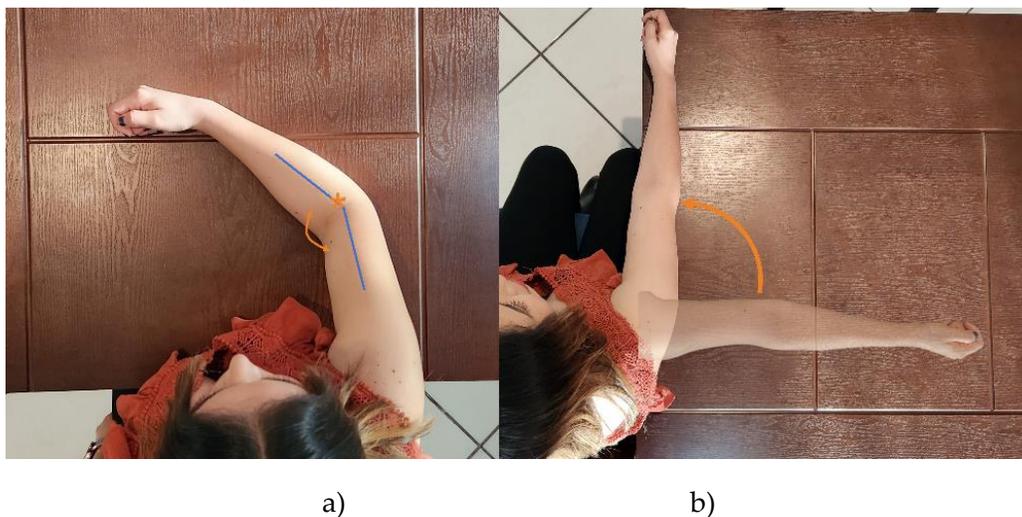
Por lo anterior el problema a resolver en esta tesis es que el dispositivo proporcione una fuerza constante durante los ejercicios, controle la resistencia de oposición al movimiento del paciente y que además mida la fuerza que el paciente ejerce durante un ejercicio. Por lo que se propone diseñar, construir e implementar dos articulaciones de rigidez variable que le permitan al dispositivo proveer una resistencia en la extremidad del paciente para producir tracción y compresión en los músculos, y de esta forma se puede medir también la fuerza ejercida por él.

## **1.1 Justificación**

En México, en el año 2019 se registraron 60 664 lesiones en la extremidad superior por accidentes en el trabajo de los cuales 21 228 casos obtuvieron incapacidad [5]. Cuando una persona obtiene una incapacidad temporal para trabajar, el IMSS entrega un subsidio establecido por la ley del Seguro Social, que consiste en el 60% del salario registrado ante esta institución. Considerado \$5 255 como salario mínimo mensual en México [6], y si se toma en cuenta que el tiempo promedio de incapacidad es de 3 meses entonces el IMSS paga \$334 659 420 anualmente. Se ha demostrado que el uso de dispositivos robóticos

para la rehabilitación es posible reducir un mes de terapia. Con el uso de los dispositivos robóticos para la rehabilitación el IMSS puede ahorrar \$36 096 091.

Los ejercicios más comunes en las terapias de rehabilitación del brazo son realizados en el plano horizontal y estos son: aducción de hombro, flexión horizontal y flexo extensión de codo (Figura 1.1). La rehabilitación puede ser de tipo pasiva o activa [3]. Además de la recuperación del rango de movilidad y precisión de la extremidad, es fundamental en la rehabilitación recuperar la fuerza del miembro afectado, a través de diferentes terapias según la gravedad de la lesión, recuperar el tono muscular que es la tensión subyacente que genera la contracción del músculo, afectada por factores nerviosos y biomecánicos [7], lo anterior se realiza durante la etapa de la rehabilitación activa.



**Figura 1.1.** a) Flexo-extensión de codo b) Aducción de hombro.

En el presente trabajo se consideran los agentes mecánicos de la rehabilitación para la recuperación del tono muscular que consisten en la aplicación de fuerza para aumentar o disminuir la presión sobre el cuerpo del paciente. La aplicación de fuerza produce una tracción y compresión del músculo según el movimiento realizado [8], por ejemplo, en la

flexo-extensión de codo participan los músculos como bíceps y tríceps que son antagonistas, por lo que realizar este movimiento produce tracción para uno y compresión para otro [3]. Existen dos tipos de dispositivos para asistir a la rehabilitación. Dispositivos activos [9] [10] que proporcionan asistencia en movimiento pasivo del paciente, apoyan a la movilidad del brazo del paciente y poseen al menos un actuador, por lo que son capaces de producir movimiento a la extremidad superior. Los dispositivos pasivos equipados con actuadores proporcionan solo fuerza resistiva, tales actuadores consumen menos energía y son más baratos que los actuadores más pesados para la asistencia activa [11]. Existen algunos híbridos [12] [13] que pueden asistir las dos etapas de la rehabilitación: activa y pasiva.

Las etapas de rehabilitación de una extremidad son dos: activa y pasiva. La pasiva es cuando se le asiste al paciente para la movilidad de su extremidad porque no cuenta con la suficiente fuerza para moverla, mientras que en la etapa activa el paciente es capaz de mover su extremidad por sí solo, pero carece de fuerza. Para adquirir la fuerza o tonificación en el brazo se necesita realizar ejercicios resistivos para producir la tracción y contracción de los músculos involucrados, de otra forma se puede definir a lo anterior como la resistencia del músculo que es la capacidad que tiene para permanecer en una tarea determinada de carácter estático dinámico. Algunos trabajos [14] comprueban que con la ejecución de ejercicios que producen contracción y tracción de los músculos de manera repetitiva, hay un cambio significativo en las fibras de los músculos. Para la asistencia en la recuperación de la fuerza en la extremidad con un dispositivo, es necesario que este oponga resistencia al movimiento, es decir, cuando un paciente realice una trayectoria encuentre en el dispositivo una resistencia, lo que le ayude a hacer trabajo de fuerza. Para que un dispositivo proporcione una fuerza determinada a la salida requiere de actuadores con la capacidad de resistir la magnitud de fuerza de un brazo. Dentro de los sistemas robóticos para la rehabilitación existen activos y pasivos [15]. Los dispositivos

activos son los que asisten a la rehabilitación pasiva, y los dispositivos pasivos asisten a la rehabilitación activa del brazo [16], éstos últimos necesitan actuadores con la capacidad de resistir la fuerza de respuesta de la extremidad, sin embargo, hay otras alternativas para proporcionar la fuerza necesaria en el dispositivo como los actuadores de rigidez variable (VSA) que son dispositivos que permiten cambiar la posición y rigidez articular de un robot en forma simultánea [17], se trata de articulaciones rotacionales que requieren la aplicación de una fuerza  $F$  para poder girar un ángulo  $\theta$ . Lo anterior por similitud con el concepto de rigidez mecánica que dice que es la resistencia que ofrece una estructura a ser deformada.

## **1.2 Objetivos**

---

### **1.2.1 Objetivo general**

---

Analizar y evaluar experimentalmente el uso de articulaciones de rigidez variable innovadoras para un dispositivo de cinco barras para la rehabilitación activa del brazo.

### **1.2.2 Objetivos específicos**

---

- Diseñar una articulación de rigidez variable para un mecanismo de cinco barras.
- Realizar el análisis matemático de la articulación de rigidez variable, cinemática y dinámica del mecanismo de cinco barras.
- Seleccionar una patología para la evaluación
- Integrar las ecuaciones de la articulación y el mecanismo, y evaluar en simulación.
- Construir la articulación de rigidez variable e integrar al dispositivo NURSE.
- Comprobar el desempeño del rehabilitador con la articulación control.

### **1.3 Hipótesis**

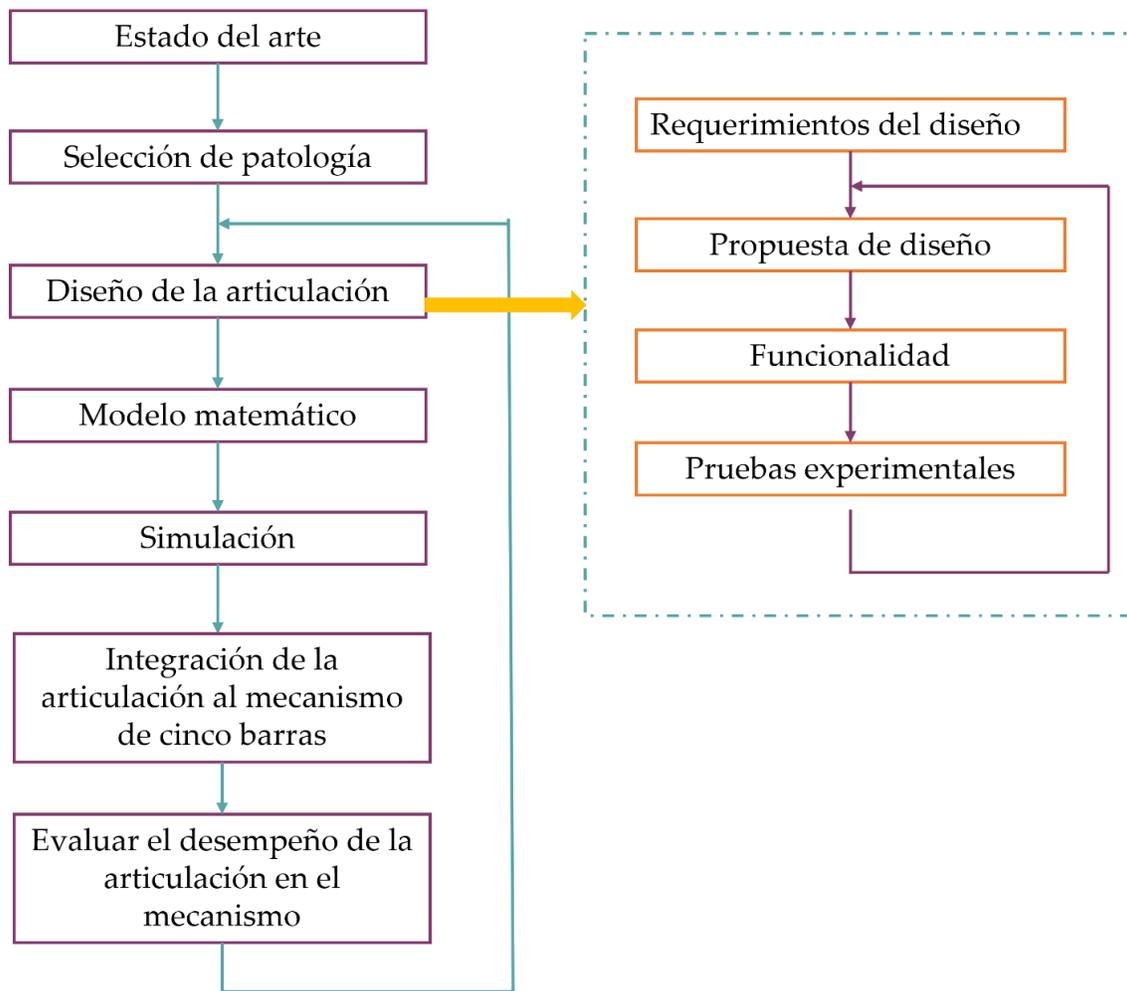
---

La articulación de rigidez variable proporciona fuerza constante o variable en el efector final de un dispositivo de asistencia para la rehabilitación del brazo, ajustando el torque necesario durante el seguimiento de trayectorias.

### **1.4 Metodología**

---

La metodología que se utiliza para realizar el proyecto se describe en el diagrama de la Figura 1.2. Comprende la búsqueda de dispositivos de rehabilitación del brazo y el estado actual del desarrollo de tecnologías. La selección de la patología es fundamental para establecer las trayectorias que el dispositivo emulará y para su posterior validación. Una vez definida la patología y las trayectorias se determinan los requisitos de diseño para la articulación. El diseño de la articulación es un proceso de retroalimentación entre el diseño y la fabricación del prototipo, así como las pruebas experimentales. El modelo matemático se valida a través de simulaciones numéricas y posteriormente se validan con los resultados experimentales de la articulación. Finalmente se concluye con la evaluación del desempeño de la articulación en conjunto con el mecanismo de cinco barras, dónde se compara con los resultados de la simulación numérica.



**Figura 1.2.** Metodología.

## CAPÍTULO 2 ESTADO DEL ARTE

---

### 2.1 Robótica de rehabilitación

La robótica de rehabilitación es la aplicación de la tecnología en las necesidades de rehabilitación de personas con discapacidad, así como asistencia a la creciente población de personas mayores. Esta definición incluye la recuperación de la movilidad de los pacientes con robots de entrenamiento terapéutico y robots de asistencia para terapeutas [18]. La robótica de rehabilitación es una herramienta más en los programas de rehabilitación que permite incrementar la intensidad y calidad de la terapia, a diferencia de los dispositivos convencionales. No es una herramienta que se utilice en automático debido a que se requiere del conocimiento clínico para identificar qué tecnología debe aplicarse a cada paciente en cada momento específico del proceso de la terapia, y cómo hacer uso de la robótica para proporcionar terapia basada en los principios del aprendizaje motor, la biomecánica y la neuroplasticidad, por lo que se considera sólo de herramienta de asistencia. Las nuevas tecnologías se enfocan en la seguridad de los pacientes, debido a que pueden ocasionar lesiones, movimientos involuntarios, perturbaciones, por eso se trabajan a potencias mucho más bajas comparadas con las de un robot industrial. Dispositivos con estrategias de control basados en tolerancia de dolor, limitación de fuerza, comunicación entre robot y paciente entre otros métodos [18].

La robótica de rehabilitación ha tenido beneficios en la recuperación de lesiones, ya que permite realizar un mayor número de repeticiones y contribuye a una mayor funcionalidad de las extremidades, así como a la mejora de las actividades en la vida diaria. Además de facilitar la realización de terapias intensivas, al proporcionar retroalimentación en tiempo real y niveles de dificultad ajustables que garantizan que los pacientes trabajen en su grado de rendimiento óptimo, posibilitando cambios eficaces en

el tratamiento diario. Los avances no se limitan a pacientes en fase aguda o lesiones recientes gracias a los programas adaptados. En el caso de la rehabilitación de la extremidad superior los pacientes obtienen cambios importantes en la función del brazo y la mano permitiendo recuperar la independencia en su vida diaria meses después de haber sufrido la lesión [19]. Los dispositivos robóticos para la rehabilitación, junto con la terapia convencional, brindan una enorme cantidad de beneficios a las clínicas y los pacientes.

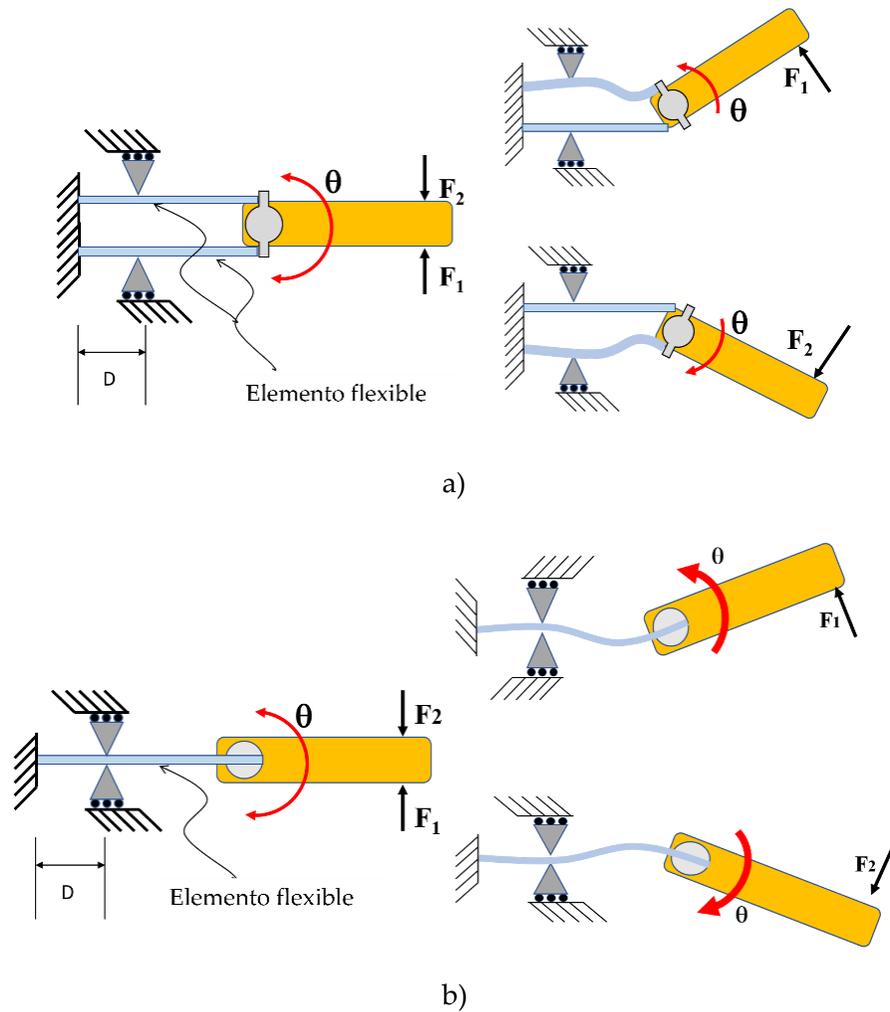
Por lo tanto, la terapia robótica se ha propuesto como un enfoque viable para la rehabilitación de la extremidad superior, como una forma de aumentar la cantidad y la intensidad de la terapia, y estandarizar el tratamiento. El metaanálisis más reciente sugiere que la robótica puede mejorar la función motora de las extremidades superiores y la fuerza muscular después de una lesión y, cuando se compara con una cantidad similar de terapia convencional, no se detectan diferencias significativas en términos de recuperación motora [20].

## **2.2 Articulaciones de rigidez variable**

La interacción de robots y humanos es cada vez más frecuente, tanto en robots de servicio como en robots industriales. Por eso es importante incluir elementos flexibles, con la posibilidad de controlar su rigidez, con la finalidad de lograr un ambiente seguro durante la interacción. Algunas ventajas del uso de elementos flexibles en mecanismos es la disminución de colisiones de alto impacto, mejoran la inercia [21], reducen las perturbaciones internas y externas en el mecanismo, así como la precisión de fuerza [22]. Los mecanismos tradicionales pueden controlar su rigidez mediante el control de actuadores, mientras que los elementos flexibles usan elementos como resortes, barras flexibles, cables, etc.

Existen dos métodos para controlar la fuerza y la rigidez. El primer utiliza un control de torque con retroalimentación de la articulación, con relación a la posición medida y enviada. El control por impedancia utiliza dicha técnica. Si el brazo humano fuera de rigidez variable tendría un retraso de transmisión neuronal, y cambiaría también el tiempo de cálculo para realizar movimientos, así como las propiedades dinámicas de los músculos y los tendones [23]. El segundo método para controlar la rigidez utiliza articulaciones de rigidez variable, que son capaces de variar físicamente la rigidez efectiva de la articulación. Existen dos configuraciones en las articulaciones de rigidez variable, la configuración serial y la antagonica.

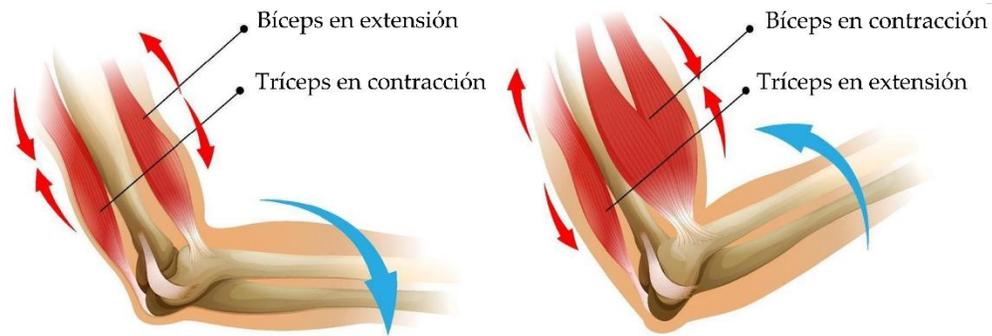
Las articulaciones con configuración en serie son aquellas que incorporan un elemento flexible en el mecanismo de transmisión y puede ser comprimido de manera independiente por un segundo actuador. El diseño de la en la Figura 2.1a usa una barra flexible con el principio de barra en voladizo, en la que la rigidez cambia de acuerdo con la distancia de un soporte movable. Articulaciones con configuración antagonica Figura 2.1b tienen dos elementos de naturaleza flexible o elementos de transmisión flexibles con características no lineales de fuerza y elongación. Las articulaciones con configuración antagonica dos actuadores de naturaleza flexible o con elementos de transmisión flexibles, que poseen una característica fuerza-elongación no lineal, se acoplan a la misma articulación, pero de forma opuesta [24].



**Figura 2.1** Configuración de las ARV a) Antagónica b) Serial.

Las articulaciones con configuración serial incorporan un elemento flexible de transmisión mecánica y puede ser independientemente comprimido por un segundo actuador. Las articulaciones de configuración antagónica funcionan de manera similar al fenómeno que producen los músculos del bíceps y el tríceps por la contracción y extensión del músculo como se muestra en la Figura 2.2. Cuando el codo se flexiona el bíceps se contrae mientras el tríceps se expande, cuando ocurre la extensión el efecto es antagónico, el bíceps está en extensión, mientras que el tríceps está en contracción. Los músculos bíceps y tríceps pueden ser ejecutados al mismo tiempo por niveles específicos de activación para que la posición del brazo no cambie, pero la rigidez de la articulación

aumente. La desventaja de este método es el consumo de energía requerido para contraer los músculos incluso cuando no hay trabajo externo. Este efecto se reproduce en las articulaciones antagónicas.



**Figura 2.2** Función antagónica de los músculos en la flexión y extensión del codo.

En los últimos años se han desarrollado diferentes articulaciones con configuraciones serial, antagónicas y mixtas, cada una con una aplicación específica, en las secciones 2.3 y 2.4, se presentan algunos trabajos sobre articulaciones existentes.

## 2.3 Articulaciones de configuración serial

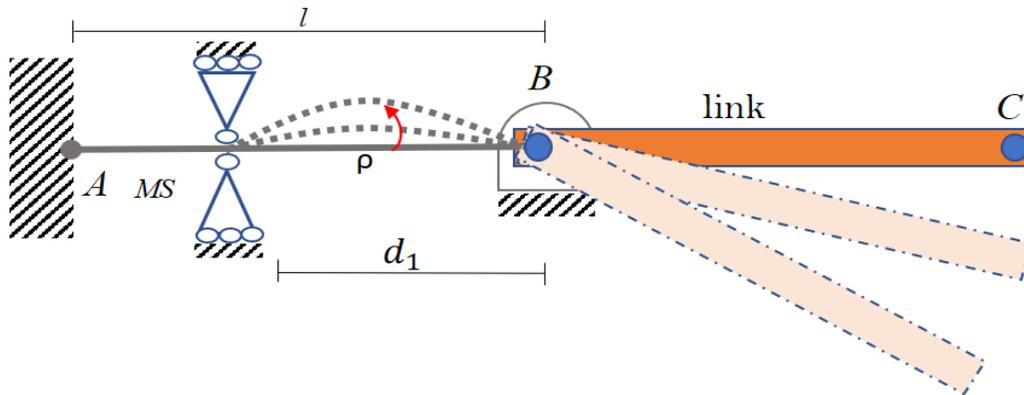
---

### 2.3.1 Articulación de barra flexible

---

La articulación de barra está basada en el principio de una barra en cantiléver o en voladizo empotrada a un extremo Figura 2.3. Es el caso de una viga con longitud  $l$ , se encuentra empotrada en el extremo A, y está libre del otro extremo B, lo que permite que esta viga se flexione cuando se ejerza una fuerza  $F$  en el punto C del eslabón. Se coloca un soporte  $MS$  que se desliza a lo largo de la viga, variando la distancia  $d_1$ . Para flexionar la

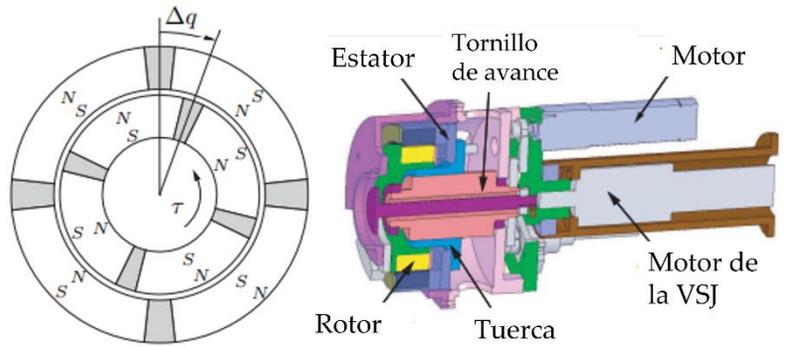
viga se requiere una fuerza determinada, si se mueve el punto  $MS$  hacia el extremo empotrado la fuerza para flexionar la viga será menor que la fuerza que se necesita si el punto de apoyo  $MS$  se encuentra en el extremo  $B$ . El control de la posición de  $MS$  es quien provee la variación de la rigidez en la articulación [25].



**Figura 2.3** Articulación de rigidez variable con barra flexible [25].

### 2.3.2 Articulación de rigidez variable con magnetos

La articulación de rigidez variable (ARV) consiste en dos anillos magnéticos con forma de arco separados por espaciadores, un motor y una guía lineal para cambiar la sección transversal del área de los anillos Figura 2.4. El desplazamiento angular entre los dos anillos causa que los imanes generen el torque, estos imanes actúan de forma no lineal. La rigidez de la articulación varía cambiando el área de superposición de los anillos magnéticos. La articulación presenta rigidez cercana a cero, que permite al robot sean más seguros durante la interacción con los humanos a altas velocidades de operación.

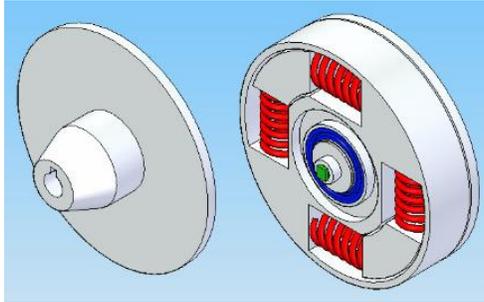


**Figura 2.4** Articulación de rigidez variable con imanes [26].

El motor está conectado a la articulación en serie, la rigidez y la posición de la articulación son controladas de forma independiente por dos motores. Utilizando el modelo dinámico de la articulación, se utiliza el método de linealización de retroalimentación para controlar la ARV. Además de la linealización de la retroalimentación, se aumenta el controlador integral para reducir el efecto de la incertidumbre y las perturbaciones del modelo [26].

### 2.3.3 Actuador elástico serial

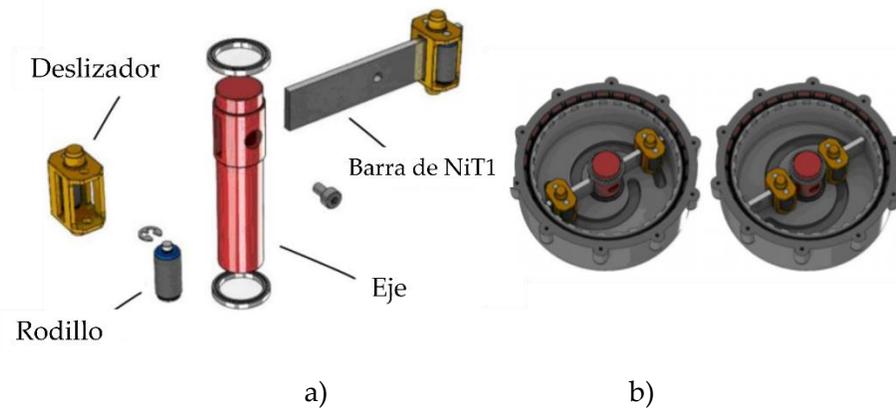
El actuador elástico serial trata de un elemento elástico en serie como componente modular que podrían usarse con una gama de sistemas de motor, como son otros elementos de transmisión como las cajas de cambios. Introduce deliberadamente flexibilidad a través de un resorte entre la caja de cambios del motor y la carga, por lo que tiene una baja impedancia intrínseca. La compresión de los resortes (medida con un sensor magnético Philips KMZ-41) es proporcional al par del resorte. El uso de esta medida para la retroalimentación crea un actuador controlado por par con una impedancia de salida inherentemente baja. Existe una compensación con el elemento elástico: el aumento de la rigidez brinda un mejor control de alta frecuencia, pero degrada las propiedades inherentes de seguridad y respuesta a colisiones [27].



**Figura 2.5** Actuator elástico serial [27].

### 2.3.4 Articulación de rigidez variable con material súper elástico

La articulación consiste en una barra de NiTiInol está fijada al eje de rotación de la articulación Figura 2.6a. En consecuencia, todo el sistema se considera de dos muelles de acero soldados al eje de rotación, se asume que el diámetro del eje es pequeño comparado con la longitud del muelle. Un deslizador se traslada a lo largo de cada muelle; cada deslizador contiene dos rodillos cilíndricos cuyos ejes son paralelos, para permitir el contacto entre los muelles durante la rotación.

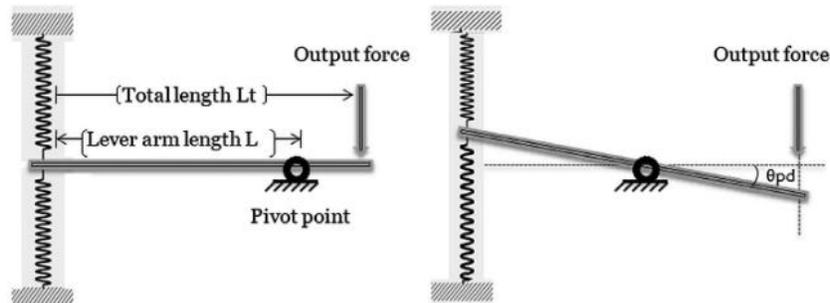


**Figura 2.6** Articulación de rigidez variable con material super elástico [28].

El mecanismo es ubicado dentro de la caja que se puede observar en la Figura 2.6b. La longitud efectiva de los muelles varía moviendo los deslizadores a lo largo de la figura de espiral. El torque aplicado se transmite a través de la barra por los deslizadores, y al mover estos últimos se provee la rigidez variable [28].

### 2.3.5 Articulaciones de rigidez variada por la longitud de una barra flexible

Esta articulación tiene dos condiciones: Controlar la rigidez independientemente y regular la posición. Consta de una barra flexible con un pivote que al cambiar su posición cambia la longitud del brazo de palanca y en consecuencia varía la rigidez de salida; propone un mecanismo de tornillo con bolas para mover el pivote a lo largo de una guía, hacia adelante y hacia atrás [29].



**Figura 2.7** Representación gráfica de la articulación en equilibrio y deflexión [29].

Dos resortes de extensión están conectados antagónicamente al eslabón de salida de la articulación. Cuando se aplica una fuerza externa en el eslabón de salida, desvía un eslabón intermedio y, en consecuencia, la fuerza en el eslabón de salida depende completamente de la posición del pivote. El principio simple de la ventaja mecánica del brazo de palanca es se utiliza para reducir el efecto de la fuerza externa aplicada.

Un diseño muy similar al anterior se presenta en [30], es una articulación de rigidez variable compacta basada en el brazo de palanca con un pivote continuamente variado (ver Figura 2.8). La articulación permite un amplio rango de rigidez y una rápida respuesta de variación de rigidez. La implementación del actuador hace uso de un brazo de palanca en forma de leva con un eje de pivote variable accionado por un sistema de transmisión de cremallera y piñón.

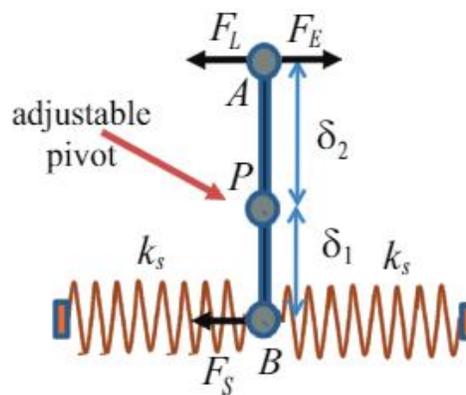


Figura 2.8 Articulación de rigidez variable compacta [30].

## 2.4 Articulaciones con configuración antagonista

---

### 2.4.1 Sistema antagonista bidireccional

---

La articulación bidireccional de la Figura 2.9 ajusta la posición del eslabón y su rigidez pasiva. En la configuración antagonista, una característica es el desplazamiento de torque no lineal en los elementos elásticos es esencial para la variación de la rigidez. Esto se debe a la dependencia de la rigidez del mecanismo en la curva de torque y el torque aplicado. Para variar la rigidez de la articulación, los elementos son elongados por dos motores en dirección opuesta en una configuración antagonista. Esto incrementa la fuerza aplicada al

elemento elástico. Como resultado, la rigidez del eslabón incrementa también. Esta bidireccionalidad permite la extensión del antagonismo normal a un antagonismo bidireccional: Cada motor está conectado bidireccionalmente al eslabón para impulsarlo en ambas direcciones, y los dos torques del actuador se suman para generar el torque del eslabón [31].

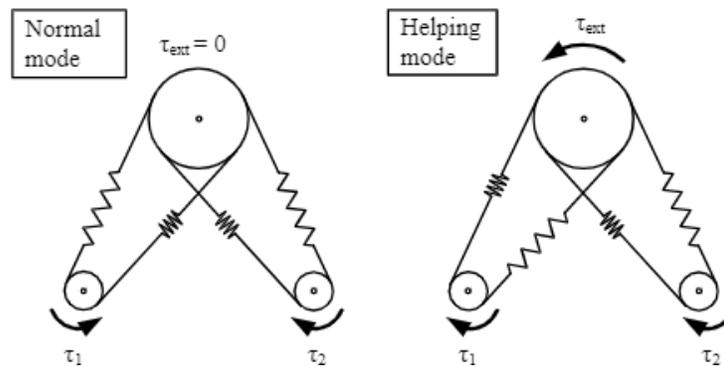


Figura 2.9 Articulación de rigidez variable bidireccional [31].

## 2.4.2 Sistema híbrido, dual, antagónico y serial

Esta articulación híbrida proporciona una rigidez en la articulación independientemente del desplazamiento angular ( $\theta$ ) como se muestra en la Figura 2.10a. La articulación consiste en un marco de posición, un eje de salida fijado a un eslabón guía y dos bloques de resorte. Utiliza resortes de compresión lineal instalados en cada bloque de resorte, los que restringen la rotación del eje de salida en relación con el marco de posición al empujar el eslabón guía en ambos lados. El ángulo de rotación del marco de posición  $\theta_p$  y el brazo de momento ajustable  $r$  son los parámetros de control asociados al control de posición y el control de rigidez, respectivamente.

El módulo de control híbrido es una estructura mecánica para implementar la articulación basada en un brazo de momento ajustable; consta de dos bloques de resorte y un mecanismo de brazo de momento ajustable como se muestra en la Figura 2.10b. El bloque de resorte consta de un resorte de compresión lineal, un bloque de movimiento lineal y un rodillo seguidor. Se adopta un tren de engranajes planetarios modificado con un mecanismo de piñón y cremallera el mecanismo de brazo de momento ajustable, de esta forma proporciona la rigidez en la articulación [32].

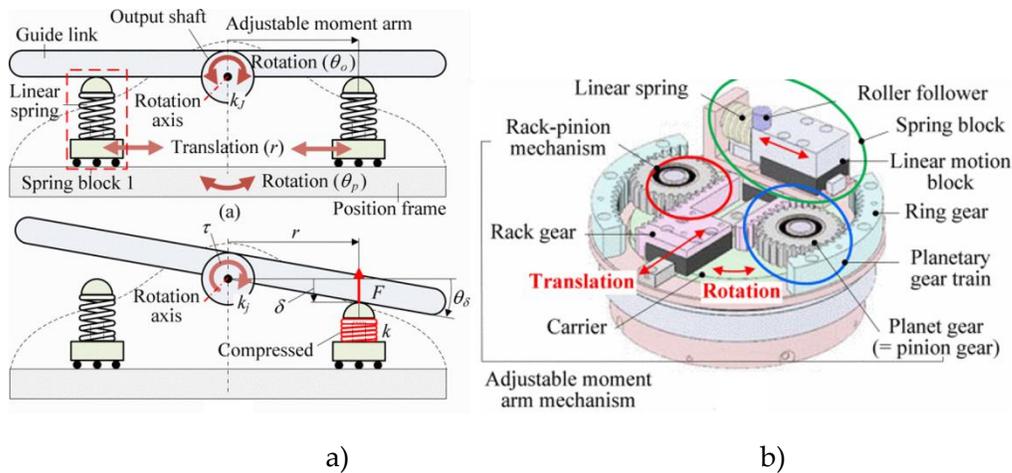
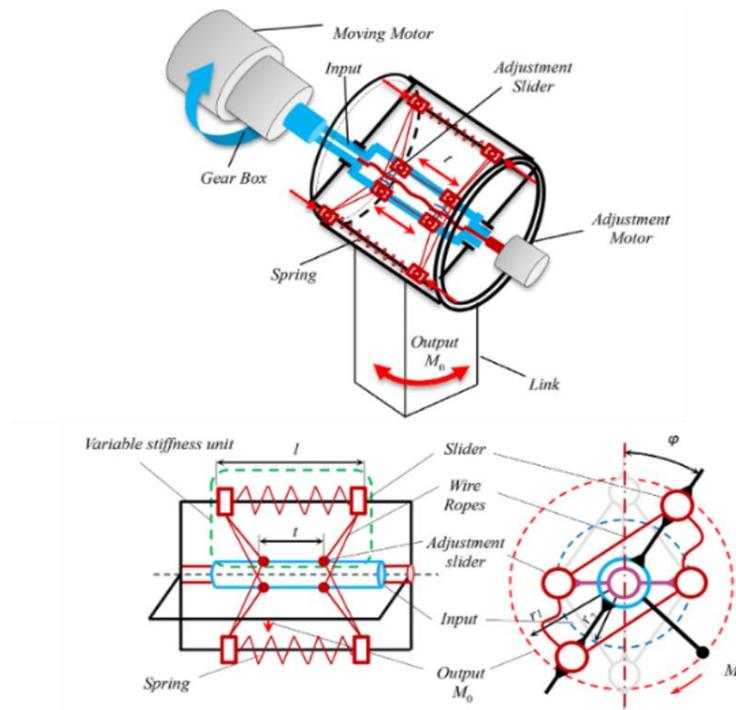


Figura 2.10 Articulación variable híbrida antagonística y serial [32].

### 2.4.3 Articulación de rigidez variable con resortes paralelos

La característica de esta articulación es que los elementos elásticos y los pares antagonísticos se encuentran distribuidos en ángulo, como se muestra en la Figura 2.11. El ángulo  $\varphi$  entre el elemento elástico y los pares antagonísticos se puede ajustar cambiando la distancia  $t$  entre las dos correderas de ajuste con el motor de ajuste. Por lo tanto, la rigidez del actuador se puede ajustar tensando el componente elástico a través de los pares antagonísticos.

La estructura utiliza cables metálicos como tendones para transmitir la fuerza antagónica y el resorte como componente elástico está conectado en paralelo con los cables metálicos, donde el resorte se comprime y almacena energía bajo el par externo  $M_0$  sin participar en la transmisión de fuerza. Esta estructura elimina los efectos antagónicos de los componentes elásticos, reduce los requisitos de rendimiento del resorte y aumenta la capacidad de carga y la densidad de almacenamiento de energía de la junta. La rigidez se controla mediante la longitud  $t$  entre los deslizadores de ajuste, que se modifica mediante el control del motor [33].



**Figura 2.11** Principio de funcionamiento de la articulación con resortes paralelos [33].

## CAPÍTULO 3 MARCO TEÓRICO

---

### 3.1 Biomecánica del brazo

---

La extremidad superior está compuesta por brazo, antebrazo, mano y dedos. El primer segmento del miembro superior que es el brazo se constituye por un solo hueso, el húmero. El antebrazo es el segundo segmento que comprende el cúbito y el radio. El tercer segmento se compone de muñeca o carpo, mano o metacarpo y dedos o falanges Figura 3.1.

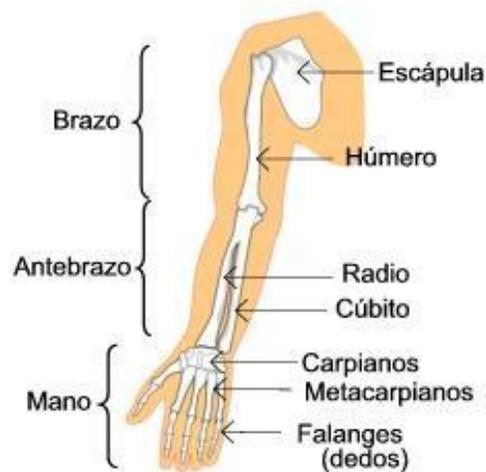
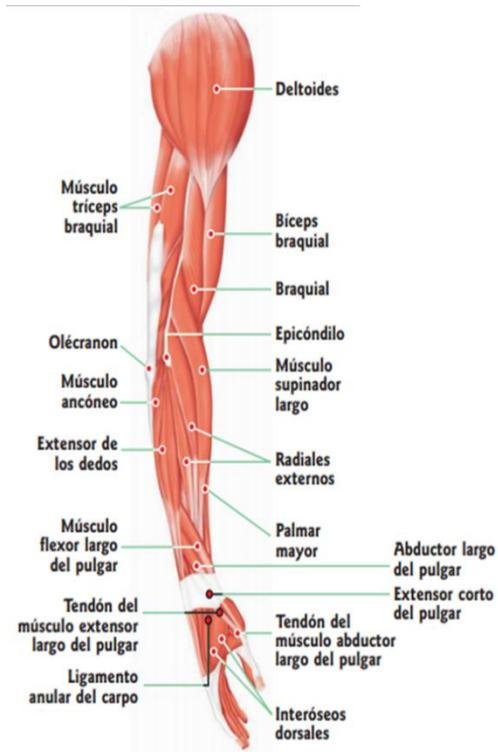


Figura 3.1 Extremidad superior.

Los músculos del brazo se insertan en los huesos por medio de los tendones. Según el sitio donde están ubicados, pueden agruparse en dos categorías: músculos profundos y músculos superficiales. Los músculos profundos se insertan, generalmente, en los huesos del esqueleto por medio de los tendones. Estos músculos efectúan los movimientos de flexión, extensión, elevación, depresión, abducción, etc. Los músculos superficiales se encargan de recubrir las distintas partes del cuerpo. Se encuentran insertos inmediatamente debajo de la piel, con la que mantienen estrecha vinculación, por

lo general son planos (ver Figura 3.2). Los músculos de las extremidades superiores son los responsables de la movilidad del brazo y el antebrazo. Unos actúan sobre las articulaciones del hombro, el codo o la muñeca.



**Figura 3.2** Músculos de la extremidad superior.

La forma de los músculos puede ser:

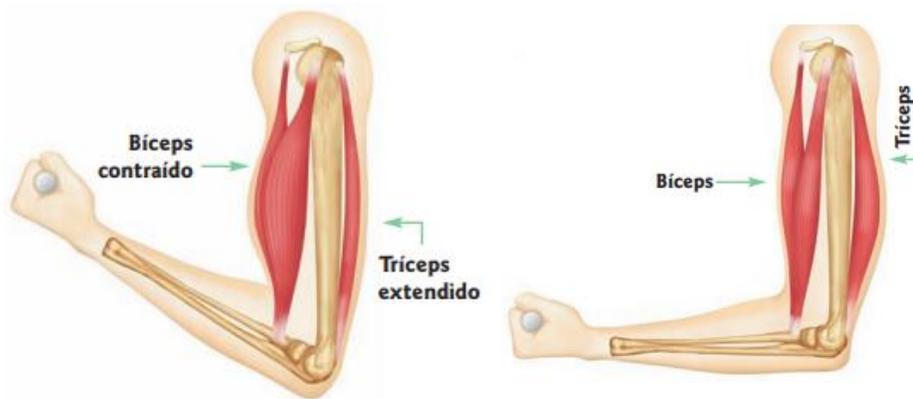
- Largos: músculos con mucho movimiento y fuerza.
- Anchos: músculos con poco movimiento y poca fuerza.
- Cortos: músculos con poco movimiento y mucha fuerza.

La denominación de los músculos según el movimiento que realizan:

- Flexores: acercan a dos segmentos de una extremidad.
- Extensores: alejan y disponen en línea recta los segmentos de una extremidad.
- Aductores: acercan una parte móvil a la línea media del cuerpo.

- Rotadores (pronadores y supinadores): facilitan los movimientos de rotación de las articulaciones.
- Depresores: deprimen o bajan un segmento o miembro.

Los tendones se asemejan a cuerdas inextensibles. Por medio de ellos, los músculos se insertan en el hueso. Cuando el músculo se contrae, tira del hueso por medio del tendón (Figura 3.3) [34].



**Figura 3.3** Flexión del brazo.

### 3.1.1 Lesiones más comunes del brazo

Las extremidades superiores son las más expuestas a sufrir accidentes durante una jornada de trabajo. Según el IMSS, alrededor de, 60 644 personas anualmente sufren alguna lesión en el trabajo [5]. La Tabla 1 muestra el tipo de lesiones del brazo y los casos que se presentan anualmente ante el IMSS.

Las fracturas son las lesiones que toma más tiempo en la recuperación de entre 8 y 10 semanas [35], comparado con las luxaciones que toman de 2 a 3 semanas de recuperación. La fractura de codo por la cantidad de tiempo que toma en la recuperación es también una de las que requieren mayor tiempo de incapacidad y, por lo tanto, pérdidas económicas.

**Tabla 1.** Tipos de lesiones de la extremidad superior

<b>Tipo de Lesión</b>	<b>Personas afectas</b>
Traumatismos superficiales	15 186
Luxaciones, esguinces y desgarros	12 162
Heridas	4 530
Fracturas	8 026
Traumatismos	1 040
Quemaduras y corrosiones	1 717
Amputaciones	66
Lesiones varias	374

### 3.1.2 El codo

Kapandji define al codo en [36], como la articulación intermedia del miembro superior, ya que une mecánicamente el brazo y el antebrazo. Realiza movimientos como flexión-supinación utilizados para tomar cosas y moverlas de un lugar a otro como los alimentos, por lo que el codo es un fundamental en la función de la alimentación.

Los músculos motores de la flexión del codo son esencialmente tres: 1) El *músculo braquial*, es monoarticular, es exclusivamente flexo de codo y uno de los pocos músculos que tienen una sola función. 2) El *músculo braquiorradial* tiene como función principal la flexión del codo. 3) El *músculo bíceps braquial* es el flexor principal, por lo que la flexión de codo es su función principal. La extensión del codo se debe a la acción de un solo músculo, el músculo tríceps braquial, está constituido por tres cuerpos carnosos: la cabeza medial, la cabeza lateral y la cabeza larga.



**Figura 3.4** Músculos del antebrazo.

La eficacia del músculo tríceps braquial difiere según su grado de extensión del codo: extensión completa o ligera flexión porque la fuerza se descompone de diferente forma. La fuerza del músculo tríceps braquial es mayor cuando el hombro está flexionado. La porción larga del músculo tríceps braquial refuerza parte de la potencia de los músculos flexores del hombro con el codo extendido. También es mayor para el movimiento que asocia la extensión de codo y la extensión de hombro (a partir de la posición de flexión de 90°), como es el caso del movimiento del leñador al golpear con el hacha. Por la misma razón, la fuerza del músculo tríceps braquial aumenta debido a la flexión de hombro que tensa previamente la porción larga del músculo tríceps braquial. Los ligamentos colaterales cubitales y el colateral radial, en conjunto con los músculos mencionados previamente y con los músculos del antebrazo: braquiorradial, epicondíleos y general resistencia a la tracción.

Durante la posición de extensión del codo se alinean tres puntos de referencia: el olécranon, la epitroclea y el epicóndilo, estos tres puntos forman un triángulo en la flexión. La fuerza de los flexores difiere según la posición de pronosupinación: la fuerza

de flexión en pronación es mayor que la fuerza de flexión en supinación. De hecho, el músculo bíceps braquial está más elongado y, por lo tanto, es más eficaz cuando el antebrazo está en pronación, la fuerza de los grupos musculares difiere según la posición de la articulación del hombro [36].

### **3.1.3 Fracturas de codo**

---

Las fracturas que afectan la región del codo pueden en ocasiones ser lesiones complejas y el tratamiento con frecuencia requiere intervención quirúrgica. La fractura puede ser supracondílea, que afecta la parte distal del húmero. La fractura de cabeza radial es una lesión muy frecuente. El cúbito proximal se fractura frecuentemente tras una caída sobre el codo. La tríada terrible del codo es una lesión combinada en la cual se produce una luxación, fractura de la cabeza radial y una fractura en la apófisis coronoides, La fractura luxación de monteggia produce una fractura del cúbito proximal y una luxación de la articulación del radio y del cúbito en el codo [37].

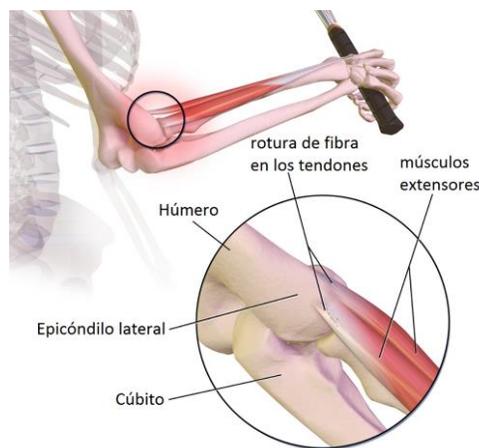
El tratamiento para fracturas del codo depende del desplazamiento de la fractura, puede ser cirugía o tratamiento conservador. En ambos el codo se inmoviliza a 90° con respecto del brazo. Dependiendo de la gravedad, el tratamiento podrá prolongarse de 3 a 6 meses, y se tiene que evitar la tensión de tríceps [38]. Será después de la sexta semana que se trabaje el codo contra resistencia de forma progresiva.

#### **3.1.3.1 Epicondilitis lateral**

---

La epicondilitis es mejor conocida como codo de tenista. Esta afección es la inflamación o en algunos casos un micro desgarro de los tendones que unen los músculos del antebrazo en la parte externa del codo. Los músculos del antebrazo y los tendones se dañan por el exceso de uso, la repetición de los mismos movimientos una y otra vez. Esto

provoca dolor y sensibilidad en la parte externa del codo [39]. Esta lesión es común en las personas que juegan mucho tenis u otros deportes de raqueta, de ahí su nombre de codo de tenista. Pero cualquier actividad que involucre torsión repetitiva de la muñeca (como usar un destornillador) puede llevar a esta afección. Los pintores, los plomeros, los obreros de la construcción, los cocineros y los carniceros son todos más propensos a presentar el codo de tenista. Esta afección también puede deberse al uso repetitivo del teclado y el ratón de la computadora; las personas que tienen de 35 a 54 años son con frecuencia las más afectadas y en algunas ocasiones, no se identifica la causa del codo de tenista [40].



**Figura 3.5** Epicondilitis o codo de tenista

### *Tratamiento*

El enfoque más frecuente de reparación del codo de tenista es la cirugía abierta. Esta cirugía consta de realizar una incisión en el codo y se realiza de forma ambulatoria, lo que el paciente no requiere de hospitalización de larga estancia. La cirugía más utilizada es la cirugía artroscópica, la cual se utiliza una cámara diminuta para observar dentro del codo, se hacen pequeños cortes para introducir la cámara y pequeños instrumentos quirúrgicos dentro de la articulación para realizar el procedimiento. Al

igual que la cirugía abierta, también es un procedimiento del mismo día o ambulatorio, sin embargo, esta última implica más riesgos y una recuperación más larga.

### **3.1.3.2 Fractura supracondílea**

Las fracturas supracondíleas son el segundo tipo de lesión más frecuente en la población pediátrica, con presentación del 60% en niños entre los cinco y siete años [41]. En el adulto, las fracturas del húmero distal son relativamente poco frecuentes y corresponden a en torno al 2% de todas las fracturas y un tercio de las del húmero [42]. El mecanismo de lesión más frecuente es una caída sobre una mano extendida, mientras el codo está en hiperextensión, lo que genera una fractura de extensión, que provoca una fractura del húmero distal. Los pacientes suelen presentar dolor, deformidad visible y limitación de la amplitud de movimiento del codo lesionado. Una fractura supracondílea afecta al húmero distal, justo por encima del codo, y se observa con frecuencia en la población pediátrica (ver Figura 3.6 y Figura 3.7).



**Figura 3.6** Anatomía del codo.

La fractura supracondílea de húmero se clasifica según su mecanismo de producción en: fractura en extensión o flexión. La fractura en extensión ocurre cuando el paciente cae y se apoya sobre la mano con el codo en hiperextensión; mientras que la fractura en flexión

ocurre cuando el niño cae sobre el codo y se encuentra en flexión. La clasificación de las fracturas en extensión más usada en la actualidad es la propuesta por Gartland [43].



**Figura 3.7** Fractura del húmero.

### *Tratamiento*

Dependiendo del grado de gravedad clasificado por Gartland, las fracturas de grado 1 sin comunicación, se inmovilizan con férula. Para las fracturas de Gartland II, se puede abordar por tratamiento quirúrgico o tratamiento conservador. Para las fracturas grado II A se recomienda tratamiento conservador y para las de grado II B se recomienda cirugía. El tratamiento recomendado para las fracturas Gartlan II B a IV es la reducción cerrada con fijación mediante pines percutáneos, pues son fracturas con desplazamientos que requieren corrección para evitar las complicaciones [41].

## **3.2 Proceso de rehabilitación**

La rehabilitación consta de dos etapas, de la pasiva y la activa. Durante la rehabilitación del codo en su etapa pasiva, es necesario mover la extremidad despacio y de manera progresiva, generando movilizaciones de baja intensidad, pero mantenidas en el tiempo. Se deben de evitar movimientos bruscos que provoquen dolor al paciente y

cómo consecuencia más inflamación y esta posteriormente más cicatriz que causa un cuadro de rigidez.

La patología del codo puede presentar tres alteraciones: patológica, sensitivas y motoras. Para que se realice una correcta rehabilitación se tiene que atacar las tres alteraciones. Para este proyecto se consideran únicamente las alteraciones motoras, las terapias para recuperar la motricidad. En esta etapa se comienza con la activación muscular, causando contracciones a los músculos. Debido a la inmovilización, los pacientes pierden fuerza en la musculatura implicada en la lesión y es necesario devolver a la musculatura la fuerza óptima que le permita realizar funciones correctas.

### **3.2.1 Técnicas de terapia para la rehabilitación del brazo**

---

Depende del estado del paciente, se realiza la terapia adecuada. La terapia manual, mediante ciertas movilizaciones y manipulaciones, el fisioterapeuta es capaz de producir deslizamientos, rodamientos y descompresiones en las articulaciones que estén implicadas en la aparición de la patología. El objetivo de estas movilizaciones y manipulaciones es generar un aumento y mejora del movimiento articular y una reducción del dolor. En algunas ocasiones, se necesita mejorar el movimiento en articulaciones que no están directamente en la zona de la lesión debido a que pueden tener algún tipo de influencia mecánica sobre el foco de la lesión [37].

Algunas técnicas para la rehabilitación se aplican según la lesión y a criterio del fisioterapeuta, técnicas como *crioterapia*, que es la aplicación directa de hielo, para reducir la inflamación, dolor y hemorragia. La técnica de *lámparas infrarrojas*, producen calor para incrementar la extensibilidad del tejido y reduce la rigidez y tiene efecto analgésico. El uso de *ultrasonido* posee un efecto térmico al aumentar la temperatura de los tejidos a un nivel profundo con las mismas consecuencias que la lámpara infrarroja. La *movilización* se

utiliza para mantener y aumentar la amplitud de la articulación, se comienza de forma pasiva, hasta que el paciente haya completado toda la amplitud de movilidad y aumenta la fuerza y el grado de control del paciente, hasta llegar a la movilidad activa para luego aplicar carga. Tanto la amplitud del movimiento como la carga irán en aumento con una progresión gradual, de esta forma se podrá aumentar la fuerza y el rango de movimiento de la articulación [44].

Los ejercicios de fuerza comienzan con pesos muy ligeros que el fisioterapeuta determina. Los ejercicios se realizan con pelotas, mancuernas, bandas de resistencia, entre otros materiales (Figura 3.8).



**Figura 3.8** Terapia de recuperación de fuerza.

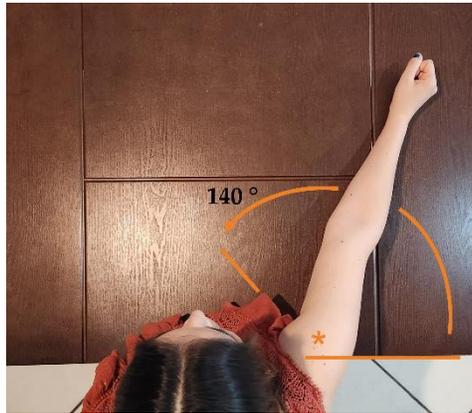
### **3.2.2 Ejercicios de rehabilitación para el codo**

---

Los ejercicios recomendados para recuperar la movilidad y fuerza del codo más comunes son:

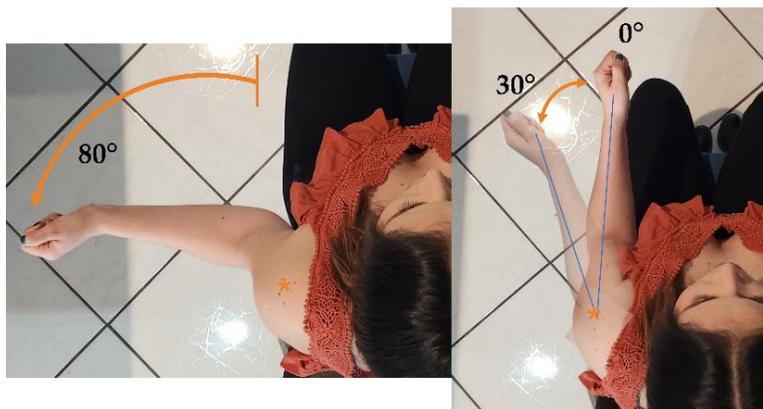
- Flexión horizontal de hombro
- Flexión extensión de codo
- Pronosupinación

La flexo-extensión horizontal asocia la flexión y aducción de  $140^\circ$  de amplitud y activa los músculos, deltoides, pectorales mayor y menor, subescapular y serrato anterior.



**Figura 3.9** Flexo extensión horizontal del hombro.

La flexo-extensión se denomina también rotación externa, donde el codo se encuentra flexionado a  $90^\circ$  (ver Figura 3.10). A este movimiento se le puede agregar los ejercicios de pronosupinación para trabajar músculos diferentes en cada posición. La rotación interna de  $30^\circ$  posiciona la mano delante del tronco, es la posición más empleada. La amplitud de  $80^\circ$  no se usa habitualmente [36].



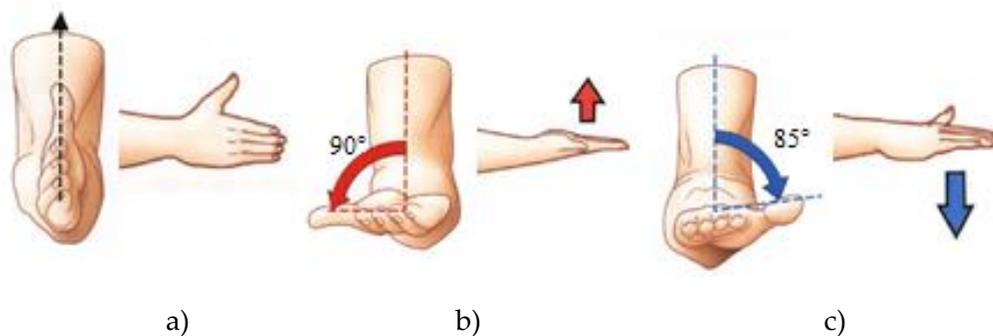
**Figura 3.10** Flexo extensión del codo.

La pronosupinación únicamente se puede analizar con el codo flexionado  $90^\circ$  y pegado al cuerpo. Las posiciones que conforman a la pronosupinación son:

La *posición intermedia* (Figura 3.11a) o también llamada posición cero, determinada por la dirección del pulgar hacia arriba y de la palma de la mano hacia adentro. A partir de esta posición intermedia se miden las amplitudes de los movimientos de pronosupinación.

La *posición de supinación* en la Figura 3.11b se realiza cuando la palma de la mano se dirige hacia arriba con el pulgar hacia afuera.

La *posición de pronación* se observa en la Figura 3.11c se cumple cuando la palma de la mano “mira” hacia abajo y el pulgar hacia adentro [36].



**Figura 3.11** a) Posición intermedia b) Supinación c) Pronación.

### **3.3 Robótica de rehabilitación**

Los robots han sido aplicados tradicionalmente en tareas repetitivas bien definidas en entornos industriales. Sin embargo, durante la pasada década diferentes robots han sido desarrollados con el objetivo de utilizarse en tareas de rehabilitación, a causa de que las tareas de rehabilitación suelen centrarse en movimientos repetitivos realizados con la ayuda del fisioterapeuta. De este modo, el robot permitiría que el paciente ejecute los movimientos repetitivos, y únicamente el fisioterapeuta debería indicar inicialmente el

movimiento que posteriormente deberá repetir el robot. Se entiende por robótica de rehabilitación a aquellos robots o herramientas mecánicas para terapia, enfocadas a rehabilitación neuromotriz. El uso de robots en rehabilitación tiene dos aplicaciones fundamentales:

- Durante movimientos activos del paciente, permiten almacenar información de la realización del movimiento (posición, velocidad y fuerza), ayudando de esta forma a evaluar la evolución de la terapia sobre el paciente.
- Por otra parte, pueden provocar movimientos pasivos o resistivos de la extremidad de la paciente sujeta por el robot, sustituyendo en este caso al fisioterapeuta [15].

## CAPÍTULO 4 ARTICULACIÓN DE RIGIDEZ VARIABLE

---

### 4.1 Diseño conceptual

#### 4.1.1 Articulación de rigidez variable

En general, los actuadores están diseñados para ser lo más rígidos posible. Cuando un robot trabaja en un entorno estructurado, su automatización es más fácil que en un entorno no estructurado. Esos entornos no estructurados, son aquellos en los que no se tiene control de la tarea, como aquellas que realizan los humanos. Para los entornos con interacción con los humanos se han propuesto mecanismos flexibles, con elementos que agreguen esa flexibilidad, como articulaciones de rigidez variable (ARV).

### 4.2 Propuesta de diseño

Se propone una ARV que proporcione una rigidez variable o constante, esto permite mantener a la salida de un eslabón una fuerza variable o constante independientemente del sentido de rotación de la articulación. La articulación propuesta consta de dos resortes antagonistas  $R_1$  y  $R_2$  montados en el eslabón de salida de la articulación (Figura 4.1). A partir de una posición de equilibrio donde los resortes están en su longitud original, y la articulación rota en sentido antihorario, el resorte  $R_1$  se estira y  $R_2$  se comprime (Figura 4.2a). Cuando el eslabón gira en sentido horario (Figura 4.2b), el resorte  $R_2$  se estira y  $R_1$  se comprime. Se utilizan las propiedades y características individuales de los resortes para determinar la relación entre la rigidez de la articulación y la fuerza de resistencia producida en el extremo del eslabón, según el ángulo de rotación. La extensión y compresión de los resortes  $R_1$  y  $R_2$  depende del sentido de la rotación.



De la Figura 4.2,  $l_c = l_i - x_m$  es la longitud de compresión y  $l_e = l_i + x_m$  es la longitud de extensión. La rigidez de la articulación depende de la longitud de los resortes, debido a la extensión o compresión. El resorte se estira una longitud  $x_m$  que depende del ángulo de rotación ( $\theta$ ) y del radio del eslabón ( $r$ ). A mayor ángulo  $\theta$ , la rigidez en la articulación incrementa, de esta forma se obtiene una fuerza variable a la salida del eslabón. También se puede mantener una fuerza constante a la salida del eslabón si se varía la longitud de los resortes, para asegurar una rigidez constante en la articulación. La forma de controlar la longitud del resorte es moviendo la tierra donde están sujetos los resortes, es decir, se ajusta la distancia de la tierra ( $x_{li}$ ). Entonces la longitud total ( $X_{Ti}$ ) del resorte es la suma de  $x_m$  y  $x_{li}$ , como muestra la Figura 4.2.

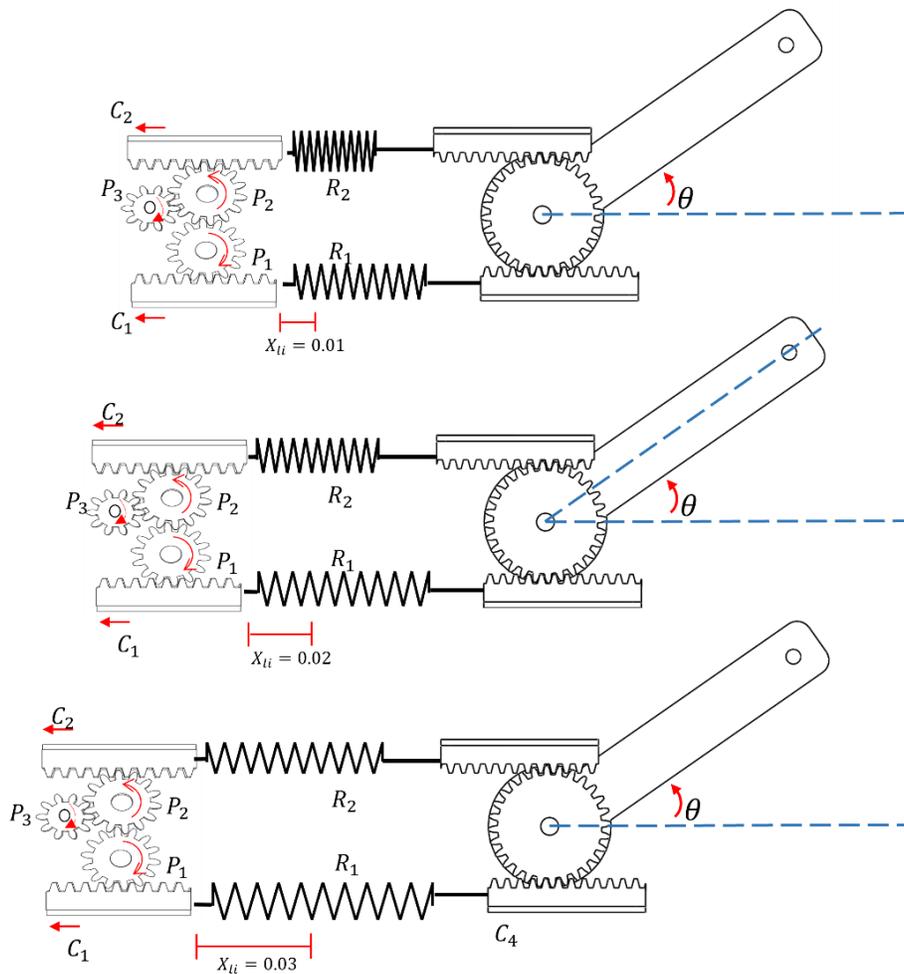
El ajuste de la distancia recorrida de la tierra  $x_{li}$ , permite modificar la longitud del resorte, y se puede realizar de diferentes formas, por ejemplo: con un tornillo sin fin, actuadores lineales o con motores rotacionales. Para esta propuesta de ARV se elige un motor que transmitirá el movimiento a través de un juego de piñones.

El diseño de la articulación consiste en un eslabón, que tiene un engrane ( $P_e$ ) de radio  $r$ , y está colocado en la articulación rotacional. El engrane  $P_e$  engrana con dos cremalleras ( $C_3$  y  $C_4$ ), de las cuales se sujetan los resortes ( $R_1$  y  $R_2$ ), y se encuentran colocadas de forma paralela al eslabón, esto permiten la transmisión lineal del movimiento de rotación a las cremalleras. De acuerdo con la Figura 4.2a cuando el eslabón gire en sentido antihorario, entonces la cremallera  $C_4$  estira el resorte  $R_1$ , mientras la cremallera  $C_3$  comprime al resorte  $R_2$  gracias a la misma rotación. Cuando la rotación es sentido horario, entonces el resorte  $R_2$  se estira y  $R_1$  se comprime.

El otro extremo de los resortes  $R_1$  y  $R_2$  se encuentran sujetos a las cremalleras  $C_1$  y  $C_2$  respectivamente; estas cremalleras están engranadas a un juego de piñones ( $P_1, P_2$  y  $P_3$ ). Los piñones  $P_1$  y  $P_2$  están engranados a las cremalleras  $C_1$  y  $C_2$  respectivamente. El piñón  $P_3$  tiene un motor acoplado, que genera el movimiento del juego de engranes. Los piñones

$P_1$  y  $P_2$  permiten que las cremalleras  $C_1$  y  $C_2$  extiendan los resortes, modificando su longitud. Los soportes de las cremalleras  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  y  $C_4$  están fijos a tierra. El motor con un control de posición extiende/comprime los resortes, para asegurar una rigidez específica en la articulación, por lo tanto, una fuerza específica a la salida del eslabón.

En la Figura 4.3 se presenta la articulación con diferentes valores de  $x_{li}$ , dónde se puede observar las diferentes longitudes del resorte, independientemente de la deformación de la rotación y su sentido.



**Figura 4.3** Posición de los resortes a diferentes valores de  $x_{li}$ .

### 4.3 Modelo matemático

La ARV considera la extensión y compresión de los resortes para generar rigidez en la articulación. El resorte que aporta la rigidez a la articulación es el que se estira a causa del sentido de rotación. En el caso de la rotación antihoraria, como se muestra en la Figura 4.4. El resorte estirado es  $R_1$ . La longitud total de extensión o compresión de los resortes es  $X_{Ti}$ , que es la suma de la longitud de  $x_m$  (ver Figura 4.2) que depende del ángulo de rotación y de la extensión por el motor ( $x_{li}$ ). La longitud  $x_{li}$  se varía a través de la rotación del engrane  $P_3$  para obtener una fuerza constante a la salida del eslabón. Se utiliza la ley de Hooke para el análisis de los resortes:

$$F = kx \quad (1)$$

donde  $k$  es la constante del resorte y  $x$  corresponde a la longitud que el resorte se estira

$$x_{li} = \text{length by motor} \quad (2)$$

$$x_m = r\theta \quad (3)$$

$$X_{Ti} = x_{li} + \theta x_m \quad i = 1,2 \quad (4)$$

Donde  $X_{Ti}$  es el total de extensión/compresión del resorte.

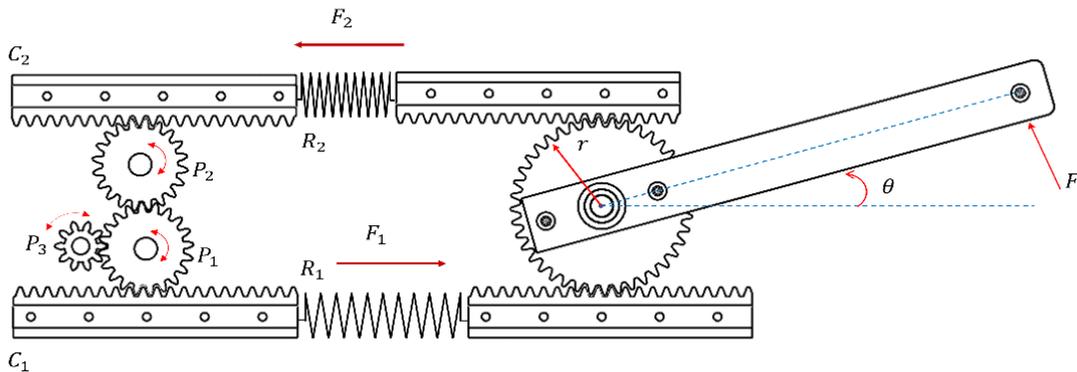


Figura 4.4 Diagrama de la ARV.

$$\begin{array}{ll}
\text{Extensión} & X_{T1} = x_{l1} + x_m \\
\text{Compresión} & X_{T2} = x_{l2} - x_m
\end{array} \tag{5}$$

A la salida del eslabón se obtiene una fuerza

$$F_i = k(x_{li} + \theta x_m) \tag{6}$$

El control de la longitud del resorte es a través del motor acoplado en el engrane  $P_3$ , que transmite el movimiento de los engranes  $P_1$  y  $P_2$ , conectados a las cremalleras  $C_1$  y  $C_2$ .  $x_{li}$  se calcula con la fuerza deseada a la salida del eslabón, con este valor se caracteriza la posición del motor, y de esta manera se controla la posición del engrane  $P_3$  entonces:

$$X_{Ti} = \frac{F}{k} \tag{7}$$

$$x_{li} + \theta x_m = \frac{F}{k} \tag{8}$$

$$x_{li} = \left[ \frac{F}{k} \right] + \theta x_m \tag{9}$$

El torque aplicado debido a los resortes es:

$$\begin{aligned}
\tau &= r(F_1 - F_2) \\
\tau &= rk(x_{l1} - x_{l2}) + 2kr^2\theta
\end{aligned} \tag{10}$$

Finalmente, quien controla la longitud de los resortes es la posición angular del piñón  $P_3$ . Se determina la relación  $a$  entre la longitud  $x_{li}$  y el paso de la cremallera  $P_i$ , puede ser de la cremallera  $C_1$  o  $C_2$ .

$$\theta_{Pi} = \frac{x_{li}}{rP_i} \tag{11}$$

El ángulo de rotación  $\theta_{P3}$  del engrane  $P_3$  se determina por:

$$\theta_{P3} = \theta_{Pi} \frac{Z_{P1,2}}{Z_{P3}} \tag{12}$$

Donde,  $M_{P_{1,2}}$ : es el módulo de paso de los piñones  $P_1$  y  $P_2$ .  $Z_{P_{1,2}}$  es el número de dientes de los engranes  $P_1$  y  $P_2$ .  $Z_{P_3}$  es el número de dientes del engrane  $P_3$ .

La articulación propuesta permite tener a la salida del eslabón una fuerza constante o variable en función del ángulo de rotación y de la rotación del engrane  $P_3$ . Se puede calcular el torque en función de ángulo de giro del engrane con las siguientes ecuaciones.

$$x_{li} = \frac{\tau}{r} + F - x_m k \quad (13)$$

$$\theta_{P_3} = \frac{(x_{li} Z_{P_{1,2}})}{r_{P_i} Z_{P_3}} \quad (14)$$

$$\tau = k \left( \frac{\theta_{P_3} r_{P_i} Z_{P_3}}{x_{li} Z_{P_{1,2}}} \right) + x_m k - F \quad (15)$$

Para obtener fuerza variable a la salida  $x_{li}$  debe permanecer constante. Y para obtener una fuerza constante a la salida del eslabón, es necesario mantener un torque constante, por lo que el comportamiento de  $x_{li}$  debe ser variable y esto se obtiene con la ecuación; **Error! No se encuentra el origen de la referencia.** (13). La rigidez en la articulación se define con la siguiente ecuación:

$$K = T/\theta \quad (16)$$

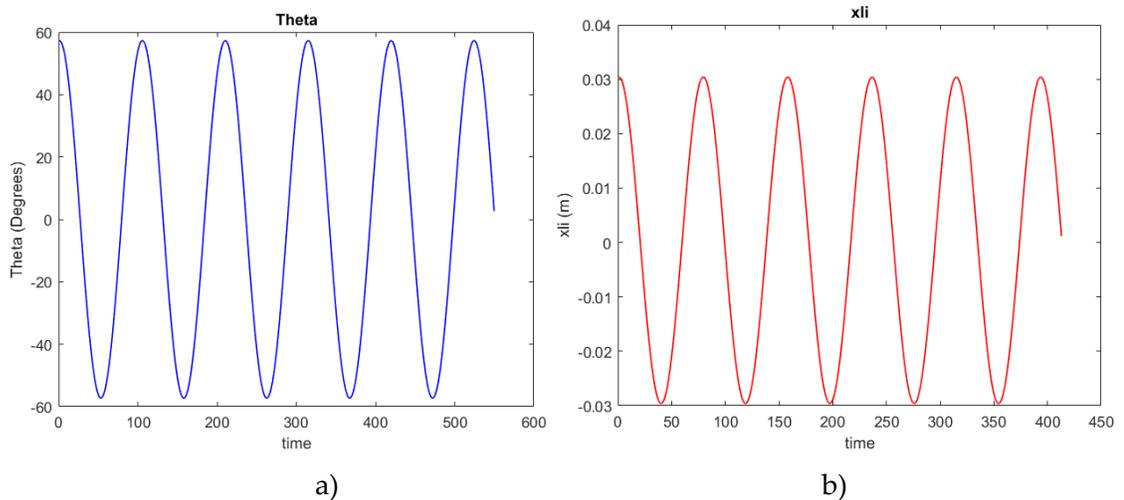
## 4.4 Simulación de la ARV

### 4.4.1 Rigidez constante

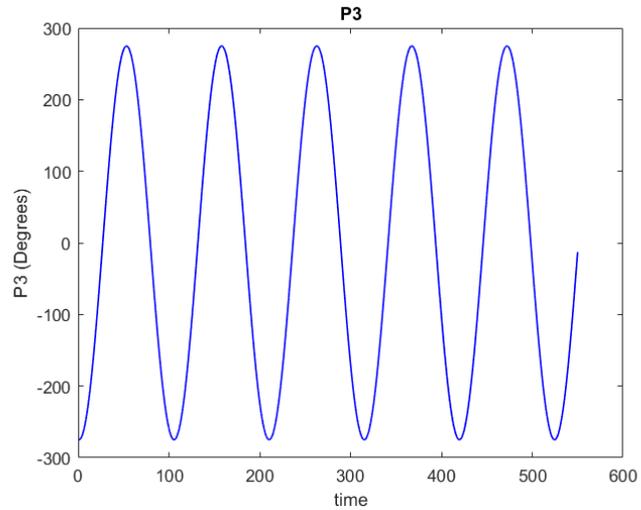
El modelo matemático de la articulación se verifica a través de una simulación en Matlab. Se simula una rotación oscilatoria, desde  $-60^\circ$  hasta  $60^\circ$ , como se reporta en la Figura 4.5a, para evaluar el comportamiento de la rigidez de la articulación. La simulación considera los resortes antagonicos idénticos con una longitud de  $0.0385 \text{ m}$  y una constante de  $k = 340 \text{ N}$ . El valor de entrada de fuerza al final del eslabón es considerada

como  $F = 30 \text{ N}$  constantes. El comportamiento de la longitud  $x_{li}$  se muestra en la Figura 4.5b, donde el máximo de la longitud es desde  $-0.03 \text{ m}$  a  $0.03 \text{ m}$ .

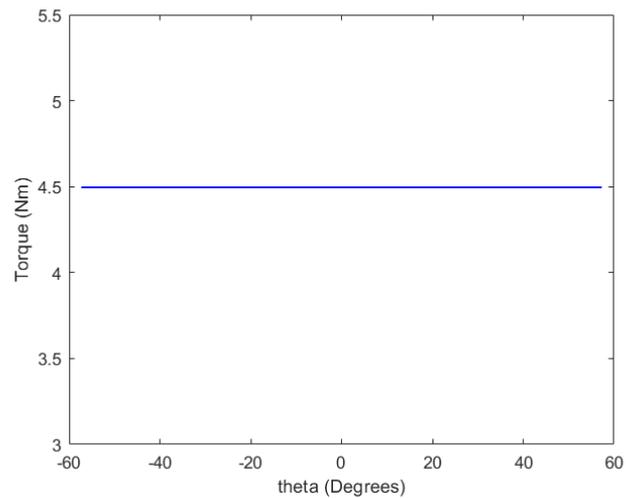
El diseño de los engranes  $P_1$  y  $P_2$  es considerado idéntico. Estos engranes tienen un módulo de  $M_{P_{1,2}} = 1.25$ , con número de dientes  $Z_{P_3} = 20$ . El engrane  $P_3$  tiene un número de dientes de  $Z_{P_3} = 10$ . La relación entre la longitud de  $x_{li}$  y el ángulo rotacional de  $P_3$  es calculado. La Figura 4.6a muestra el comportamiento oscilatorio del ángulo  $\theta_{P_3}$  con valores entre  $-272^\circ$  y  $273.3^\circ$ . La Figura 4.6b describe el comportamiento esperado del torque  $\tau$  a una trayectoria dada de  $\theta$ . Se puede observar que el torque es constante, por lo tanto, la rigidez es constante también.



**Figura 4.5** Simulación numérica de la articulación de rigidez variable: a) Desplazamiento angular de  $\theta$  b) Comportamiento de  $x_{li}$ .



a)



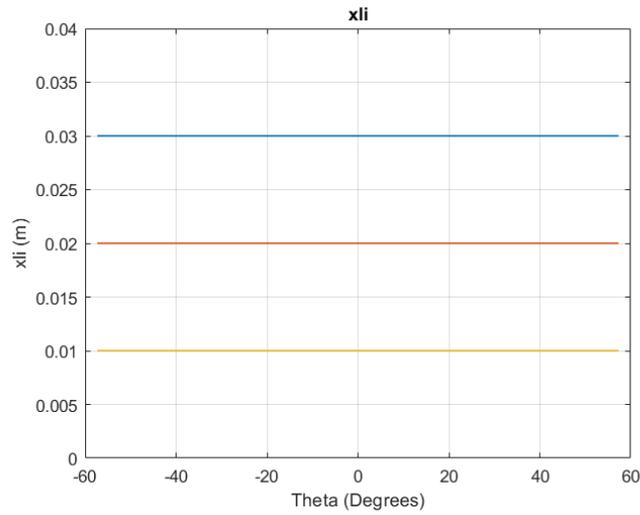
b)

**Figura 4.6** Simulación numérica de la articulación de rigidez variable: a)  $P_3$  posición angular b) Comportamiento del torque  $\tau$

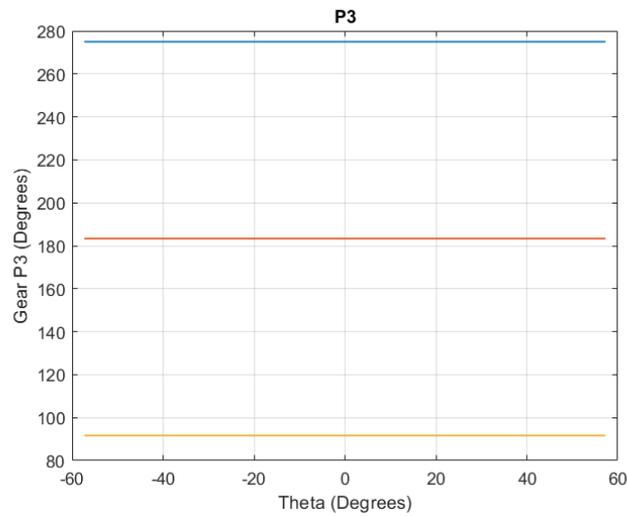
#### 4.4.2 Rigidez variable

La articulación de rigidez variable también permite un torque variable y con el ajuste de la longitud de los resortes la longitud incrementa o decrementa. Esto se puede obtener manteniendo la tierra de los resortes fija a un valor específico. Una simulación se realiza con los mismos parámetros de la sección 4.4.1. La diferencia en esta simulación es que la

tierra se fija a tres diferentes valores, como se reporta en la Figura 4.7a, donde  $x_{li} = 0.01\text{ m}$  (línea azul),  $0.02\text{ m}$  (línea roja), y  $0.03\text{ m}$  (línea amarilla). La Figura 4.7b muestra la posición correspondiente para el engrane  $P_3$  para alcanzar la longitud de  $x_{li}$ , la cual corresponde a  $91.67^\circ$ ,  $183.3^\circ$ , y  $275^\circ$ , respectivamente.



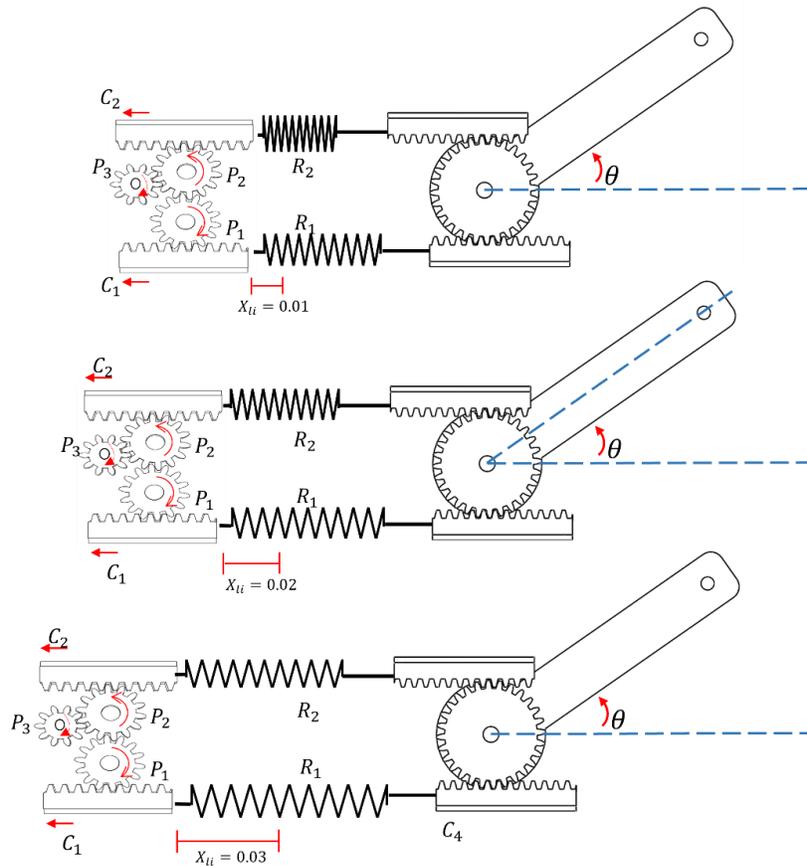
a)



b)

**Figura 4.7** a) Valores fijos para  $x_{li}$  b) Posición del engrane  $P_3$ .

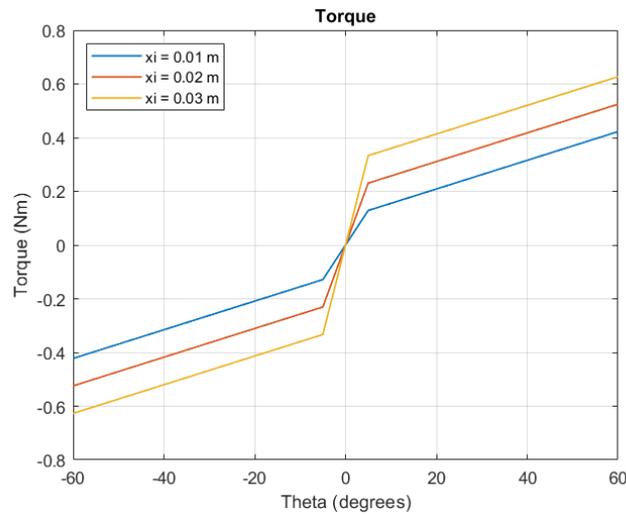
La Figura 4.8 muestra la configuración de la articulación para cada valor de  $x_{li}$ , donde los engranes extienden el par de resortes antagonicos, modificando su longitud.



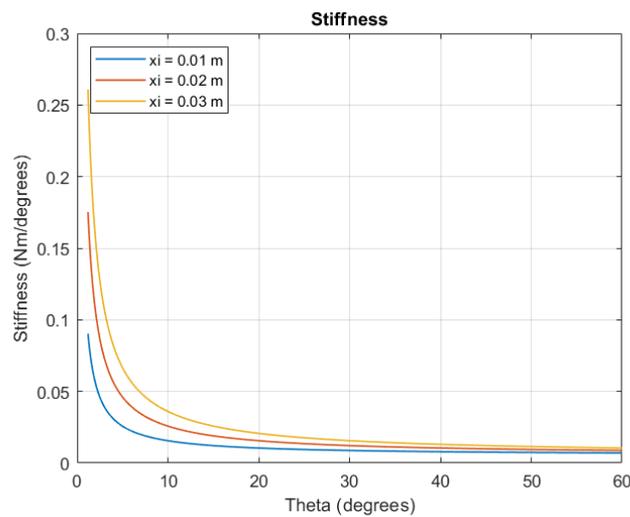
**Figura 4.8** Resortes a diferentes valores para  $x_{li} = 0.01, 0.02$  y  $0.03$  m.

La Figura 4.9 muestra el comportamiento del torque  $\tau$  para cada valor de  $\theta$ . Se puede observar que el torque  $\tau$  incrementa cuando  $\theta$  incrementa. Por el contrario, el torque  $\tau$  decrece cuando  $\theta$  decrece. El comportamiento comienza de cero. El comportamiento del torque para cada valor de  $x_{li} = 0.01$  m (línea azul) es de  $-4.09$  a  $4.7$  Nm. Cuando  $x_{li} = 0.02$  m (línea roja), el torque es de  $-3.9$  a  $4.6$  Nm. Y para el valor de  $x_{li} = 0.03$  m (línea amarilla), el torque es de  $-3.8$  a  $4.47$  Nm.

La Figura 4.10 muestra el comportamiento de la rigidez a diferentes valores de  $x_{li}$ . La línea azul representa la rigidez con un valor de  $x_{li} = 0.01$  m, la línea roja corresponde a  $x_{li} = 0.02$  m, y la línea amarilla a  $x_{li} = 0.03$  m. Se puede ver que la rigidez incrementa cuando  $x_{li}$  incrementa [45].



**Figura 4.9** Comportamiento del torque  $\tau$  a cualquier valor de  $\theta$ , a diferentes valores de  $x_{li}$ .

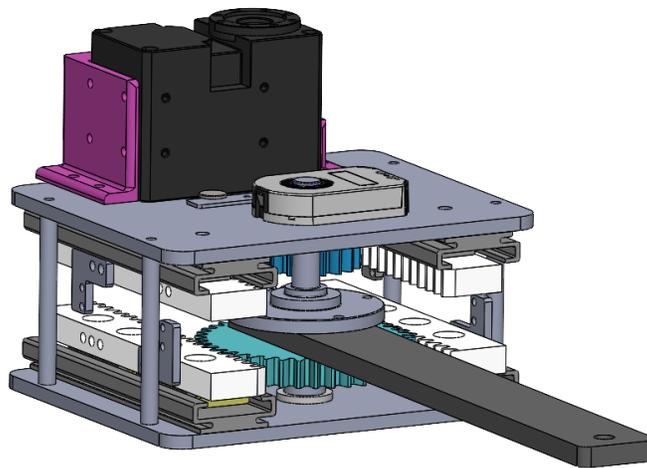


**Figura 4.10** Comportamiento de la rigidez versus  $\theta$ , a diferentes valores de  $x_{li}$ .

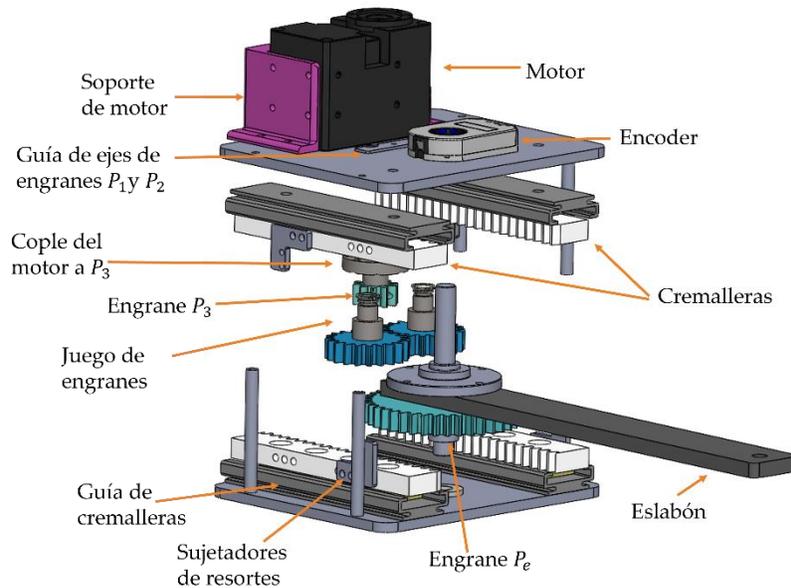
## 4.5 Diseño y construcción de la Articulación de Rigidez Variable

### 4.5.1 Modelo CAD de la Articulación de Rigidez Variable

Siguiendo el principio propuesto para la ARV, el diseño se realiza en software de SolidWorks. Con el fin de reducir el tamaño de la articulación, se compone en dos etapas: la primera está compuesta por la placa inferior, la articulación rotacional, el eslabón con engrane  $P_e$  y las cremalleras  $C_3$  y  $C_4$  que se engranan al engrane  $P_e$ . La segunda etapa consta del juego de engranes  $P_1, P_2$  y  $P_3$  con sus respectivas cremalleras  $C_1$  y  $C_2$ , el encoder y el motor que se encuentra en el engrane  $P_3$  (ver Figura 4.11).



**Figura 4.11** CAD de la Articulación de Rigidez Variable.

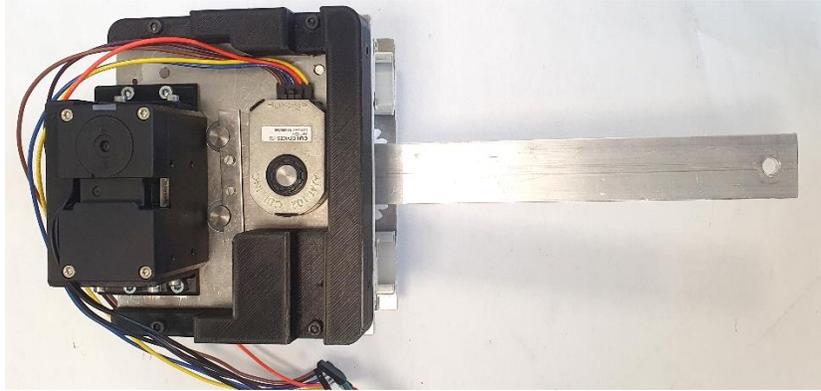


**Figura 4.12** Articulación de Rigidez Variable vista en explosión.

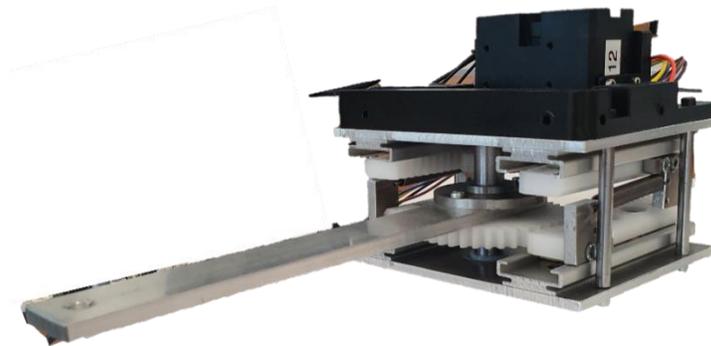
En la Figura 4.12 se muestra una vista explosionada de la articulación, indicando los elementos principales que la conforman. La rigidez es controlada por el motor que se coloca en el engrane  $P_3$ . La rotación de  $P_3$  permite que las cremalleras al deslizarse estiran los resortes. El engrane  $P_e$  en el link transmite la rotación a las cremalleras para generar un movimiento lineal en el resorte.

#### 4.5.2 Prototipo de la Articulación de Rigidez Variable

Las Figura 4.13 y Figura 4.14 muestra el prototipo de la ARV. Las placas principales están fabricadas de aleación de aluminio; las cremalleras y piñones son de plástico de acetal (Delrin-POM). El motor es Dynamixel con un torque de  $8 Nm$ . La longitud del eslabón es de  $0.180 m$ . Los engranes que corresponden a  $P_{1,2}$  tienen  $Z_{P_{1,2}} = 20$  dientes, y el engrane  $P_3$  tiene  $Z_{P_3} = 10$  dientes, con una relación transmisión de  $i = 2$ . Los resortes que se utilizan en el prototipo son de extensión [46], los cuales absorben y almacenan energía, además tienen resistencia a la extensión. Ambos resortes se consideran idénticos, tienen una constante  $k = 1.18 Nmm$  y una longitud natural de  $0.040 mm$ .



**Figura 4.13** Prototipo de la Articulación de Rigidez Variable.



**Figura 4.14** Vista en perspectiva del prototipo de la Articulación de Rigidez Variable.

Además, el prototipo tiene una pieza con un diseño que le permite sujetar los resortes a las cremalleras (ver Figura 4.15) de tal forma que se pueden reemplazar con facilidad. Con esa pieza se pueden agregar más resortes en paralelo para incrementar su constante  $k$ , y opongan más resistencia.

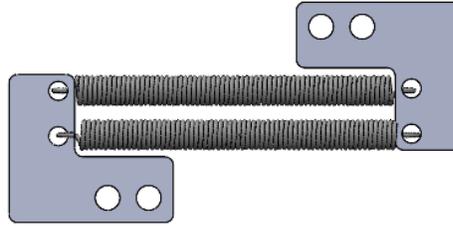


Figura 4.15 Sujetador de resortes y cremalleras.

### 4.5.3 Instrumentación e implementación del control

Se implementa un control de posición de un motor, para variar la longitud de los resortes, se utiliza el software Arduino para realizar la programación. En la Figura 4.16 se muestra el diagrama general de la implementación del hardware.

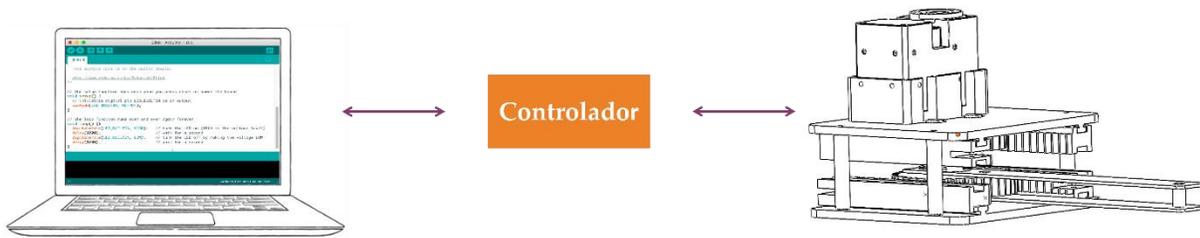


Figura 4.16 Diagrama de instrumentación.

Con el fin de obtener una fuerza constante a la salida del eslabón, independientemente de su posición, es necesario conocer la misma para que los resortes aporten la fuerza necesaria. Por eso se coloca un encoder en la articulación y se conecta a una tarjeta de control. Se calcula el ángulo  $\theta_{P_3}$  con la posición obtenida del encoder del ángulo  $\theta$ , y se envía la posición al motor. El diagrama de bloques del control se presenta en la Figura 4.17. La Figura 4.18 muestra la conexión de los componentes del control.

El prototipo utiliza una tarjeta de control OpenCR de la marca Robotis [47], esta tarjeta realiza la lectura del encoder ATM-102 [48] y envía los datos a un motor Dynamixel

XM540-W270 [49] a través de comunicación serial USB. La fuente de alimentación es de 12 V a 5 A.



Figura 4.17 Diagrama de bloques del control.

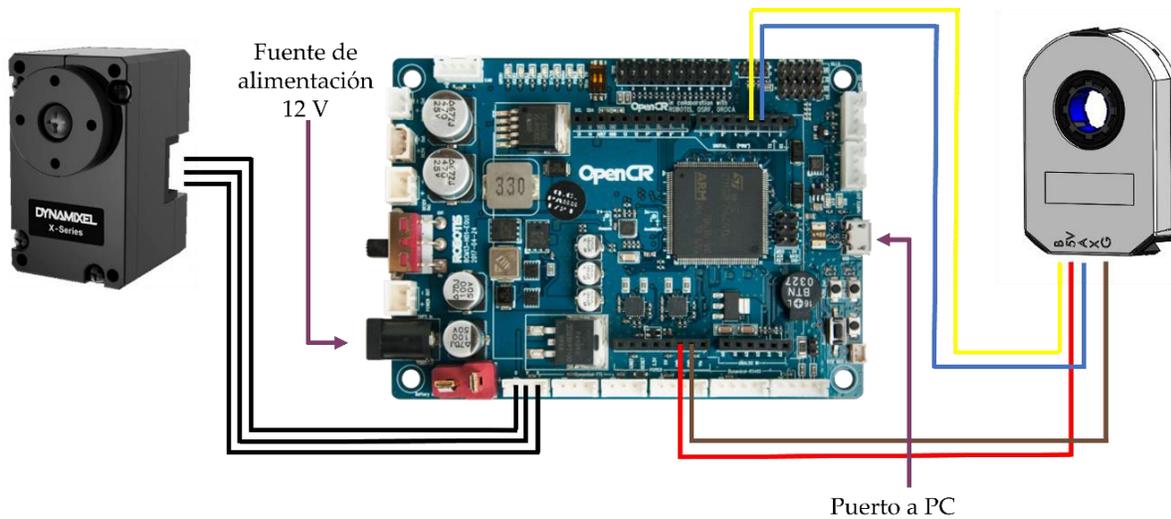


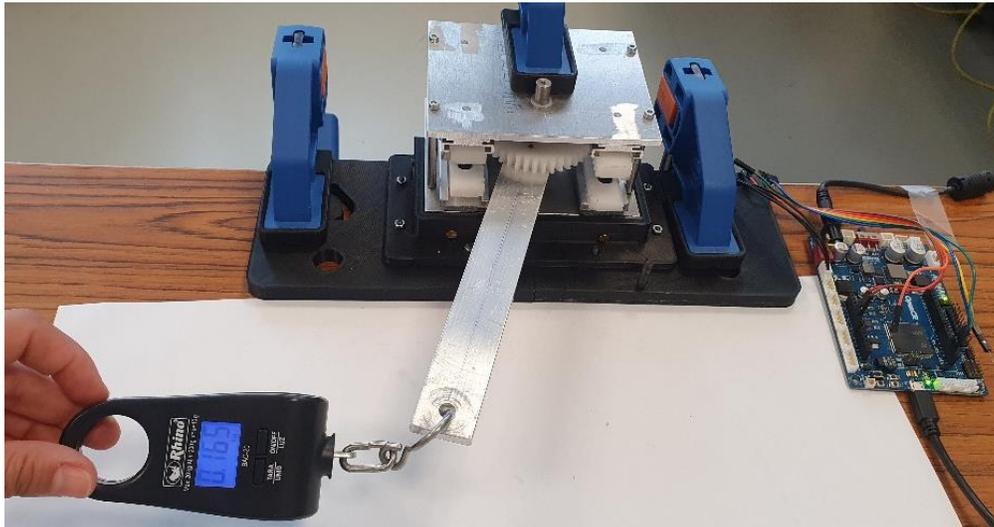
Figura 4.18 Diagrama de conexión de los componentes del control.

## 4.6 Resultados experimentales de la Articulación de Rigidez Variable

La articulación es capaz de proveer dos tipos de fuerza a la salida del eslabón dependiendo de la función de los resortes durante una trayectoria, la primera mantiene una fuerza constante, mientras que la longitud de los resortes varía en función de la rotación, y la segunda provee una fuerza variable debido a que la tierra de los resortes se modifica un valor específico sin importar el ángulo  $\theta$ .

#### 4.6.1 Torque constante

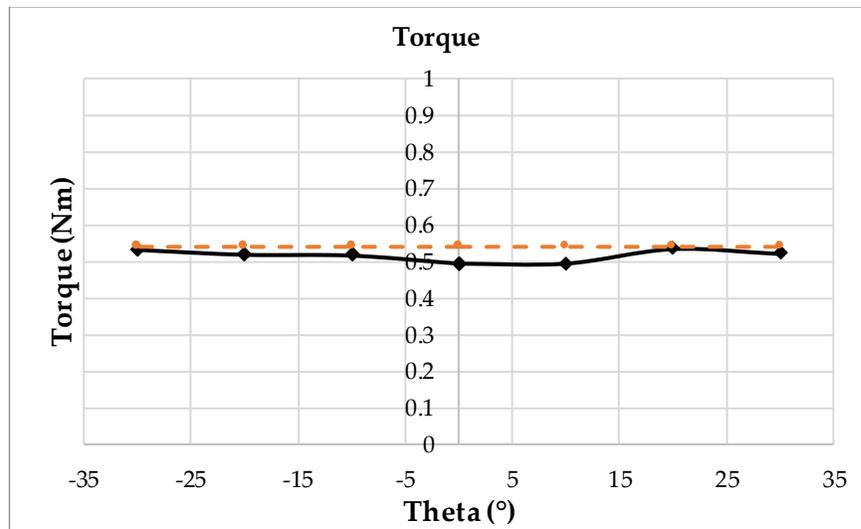
Con el fin de proporcionar una fuerza constante, se varía la longitud de los resortes, para esto se utiliza el control del motor. El test consiste en realizar una rotación desde la posición de equilibrio que es de 0 grados a  $-30^\circ$  y  $30^\circ$ , mientras se mide la fuerza al final del eslabón con un dinamómetro de la marca Rinho con una precisión de 10 gr [50]. Durante esta rotación, la longitud de los resortes está variando para generar un torque constante independientemente del ángulo y, por lo tanto, genera una fuerza constante a la salida del eslabón. El prototipo bajo prueba se muestra en la Figura 4.19.



**Figura 4.19** Configuración del experimento.

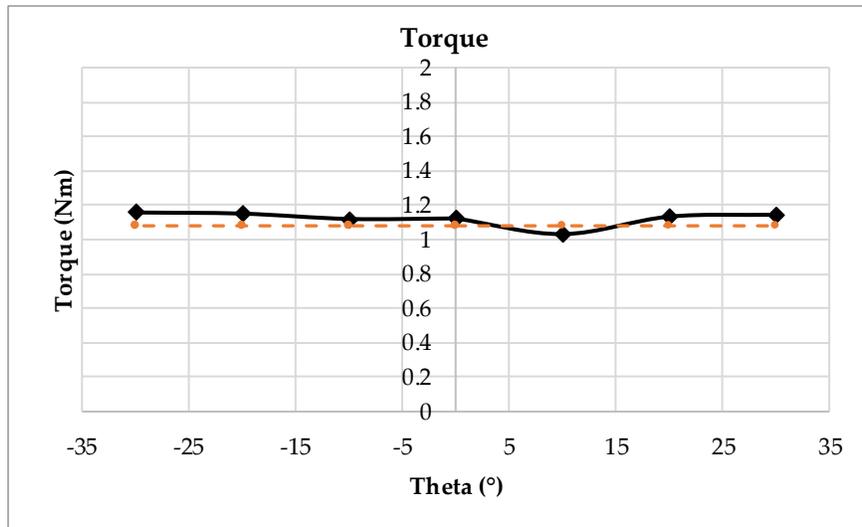
La fuerza se mide para seis posiciones diferentes,  $\pm 10^\circ$ ,  $\pm 20^\circ$  y  $\pm 30^\circ$  con dos fuerzas diferentes que se deben mantener constantes a la salida del eslabón, estas son  $F = 3\text{ N}$  y  $F = 6\text{ N}$ . La fuerza es entrada en el control, donde se calcula el torque necesario para mantener dicha fuerza. Se realiza la medición de la fuerza a la salida del eslabón y se calcula el torque para cada posición con la ecuación de  $\tau = Fd$ . La Figura 4.20 muestra el comportamiento del torque cuando se desea una fuerza la salida de  $3\text{ N}$ . La línea negra

representa el torque experimental, mientras la línea naranja es la curva evaluada en simulación, con las mismas condiciones del prototipo. El torque experimental en promedio es de  $0.5126 \text{ Nm}$ , mientras que el torque teórico es de  $0.54 \text{ Nm}$ . El error promedio entre el torque experimental y el torque simulado es de  $0.05 \text{ Nm}$ .



**Figura 4.20** Torque constante para una fuerza de 3 N.

La Figura 4.21 muestra el comportamiento del torque para mantener una fuerza a la salida del eslabón de 6 N. La línea negra representa el torque experimental, mientras que la línea naranja representa el valor calculado en simulación. El torque experimental en promedio es de  $1.12 \text{ Nm}$ , mientras que el torque en simulación es de  $1.08 \text{ Nm}$ . El error promedio entre el torque experimental y el torque teórico es de  $0.03 \text{ Nm}$ .



**Figura 4.21** Torque constante para una fuerza de 6 N.

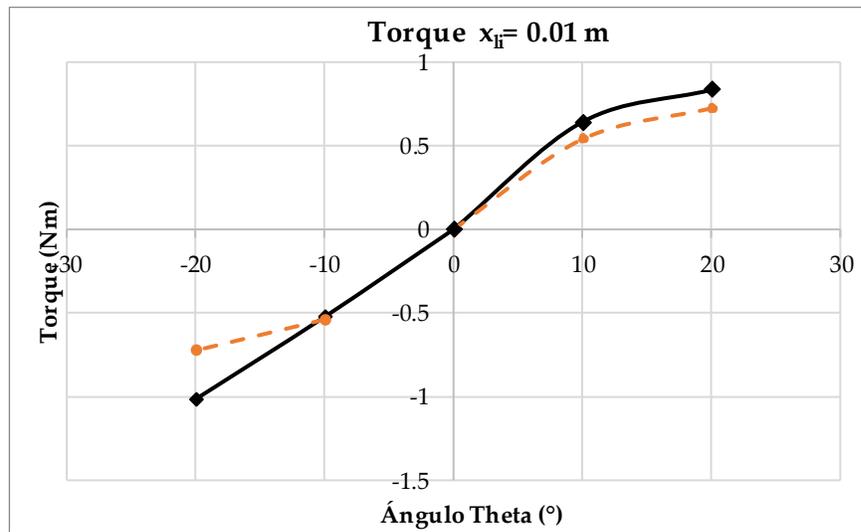
#### 4.6.2 Torque variable

La articulación proporciona fuerza variable a la salida del eslabón, por lo que el torque es variable, esto se obtiene ajustando la longitud de los resortes en un valor fijo. El torque incrementa conforme el ángulo  $\theta$  incrementa. El valor de la distancia de la tierra se puede colocar en diferentes valores, para que el rango de torque y, por lo tanto, de fuerza variable sea más grande o pequeño, según se requiera.

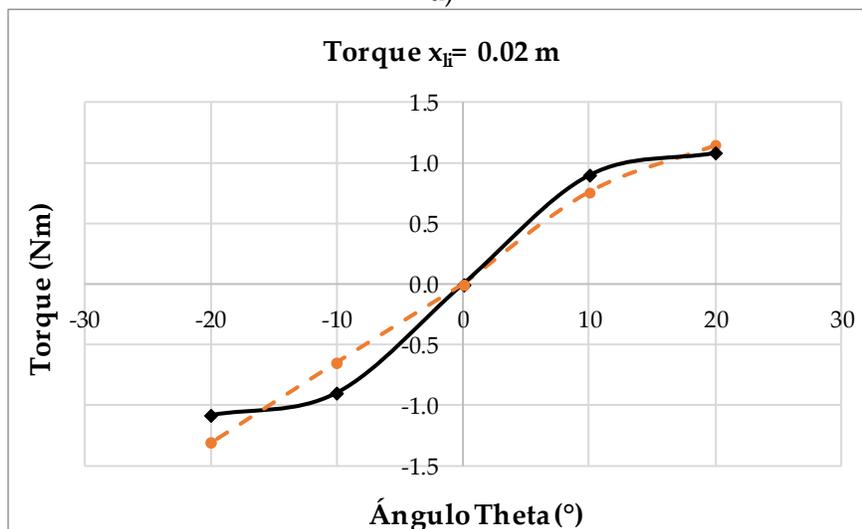
La configuración para del experimento se muestra en la Figura 4.19, en este caso el motor recibe una sola posición que corresponde una extensión específica de los resortes. Se realizan las mediciones en tres diferentes valores de  $x_{li} = 0.01, 0.02$  y  $0.03\text{ m}$  que corresponden en posición angular para el motor  $\theta_{P_3}$  de  $91.64^\circ, 183.84^\circ$  y  $275.01^\circ$  respectivamente para cada valor. Se mide la fuerza a la salida del eslabón en incrementos de  $10^\circ$ , con lo que se puede determinar el torque en la articulación.

La curva de la Figura 4.22a representa el comportamiento del torque en función de  $\theta$  para una rotación de  $-20^\circ$  a  $20^\circ$  para un  $x_{li} = 0.01\text{ m}$ . La línea negra representa el

comportamiento experimental del torque en la articulación. Se realiza una simulación de la articulación con los mismos parámetros del experimento, se puede observar la comparación entre la curva teórica y la experimental, y se puede observar que el comportamiento es muy similar. El comportamiento es simétrico para valores negativos y positivos de  $\theta$ .



a)

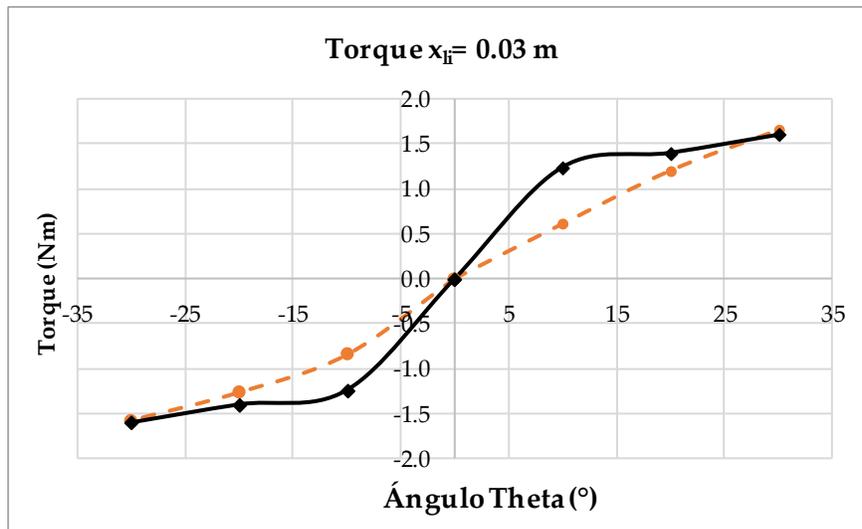


b)

**Figura 4.22** Comportamiento del torque simulación vs experimental a)  $x_{li} = 0.01$  m b)  $x_{li} = 0.02$  m.

La Figura 4.22b se muestra el comportamiento del torque para un  $x_{li} = 0.02 \text{ m}$ , donde la línea negra representa el torque experimental comparada con la curva teórica (línea naranja), y se puede observar que son muy similares.

Se realizó una prueba para  $x_{li} = 0.03 \text{ m}$ , el resultado se muestra en la Figura 4.23, donde se puede observar que el comportamiento del torque experimental (línea negra) comparado con el torque teórico (línea naranja), no representan similitud, esto es debido a la no linealidad de la constante  $k$  del resorte, sin embargo, en un punto llega a coincidir con el resultado teórico a los  $\pm 30^\circ$ . Por lo que este valor será evitado dentro del control, y se propone cambiar el resorte con un constante  $k$  adecuada para obtener un torque mayor o agregar un resorte más en paralelo.

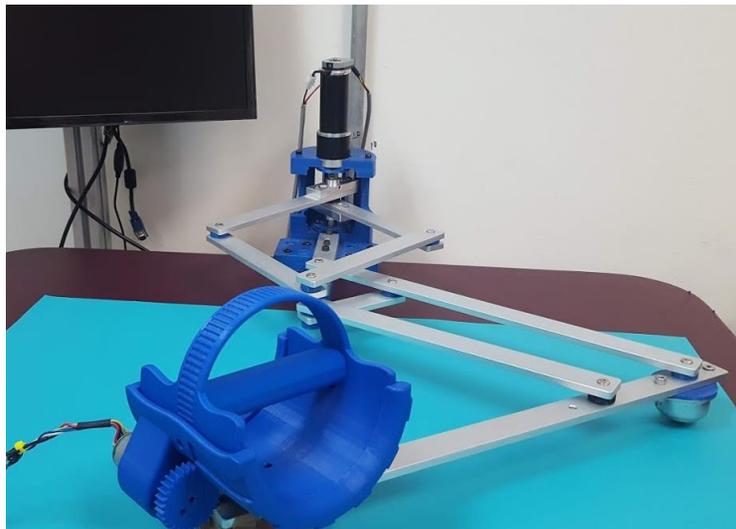


**Figura 4.23** Comportamiento del torque experimental vs teórico para un  $x_{li} = 0.03 \text{ m}$ .

## CAPÍTULO 5 MECANISMO NURSE

---

En el Centro de Investigación de Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada se desarrolló un dispositivo mecánico llamado NURSE, con el fin de asistir en la rehabilitación del brazo (ver Figura 5.1). Es un mecanismo que permite realizar los ejercicios en el plano  $x, y$ , que cubre el área de trabajo del plano horizontal del brazo y está compuesto por un mecanismo de cinco barras con dos grados de libertad y un pantógrafo que permite amplificar el espacio de trabajo [51] [52], con una proporción de 4:1.



**Figura 5.1** NURSE dispositivo de asistencia portátil para ejercicios del brazo.

El diagrama del dispositivo se presenta en la Figura 5.2. El mecanismo de cinco barras se conforma de los eslabones  $r_1=r_2=r_3=r_4$  los cuales son de la misma dimensión, el punto de trazo de trayectorias es el punto  $E$ . El pantógrafo se conforma de los eslabones  $r_6, r_7, r_8$  y  $r_9$ , cuyo punto de trazo es  $F$  y amplifica el trazo de  $E$  cuatro veces. Los motores se representan como  $M_1$  y  $M_2$ .

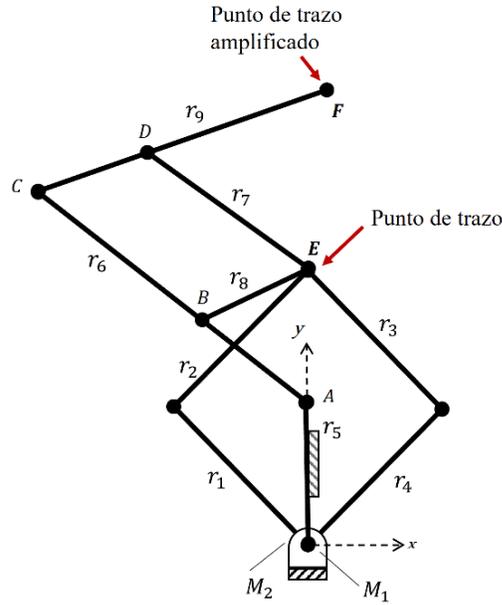


Figura 5.2. Diagrama del mecanismo de cinco barras con pantógrafo integrado.

## 5.1 Trayectorias

El dispositivo NURSE, desarrolla trayectorias en el plano  $x,y$  que describe el puño del brazo en el seguimiento de ejercicios de rehabilitación durante la terapia. Tales ejercicios pueden ser de flexo extensión y aducción de hombro; Estas trayectorias describen figuras como una figura 8, círculos, líneas, arcos, etc. La Figura 5.3 muestra diferentes figuras de las trayectorias descritas por el efector final del mecanismo.

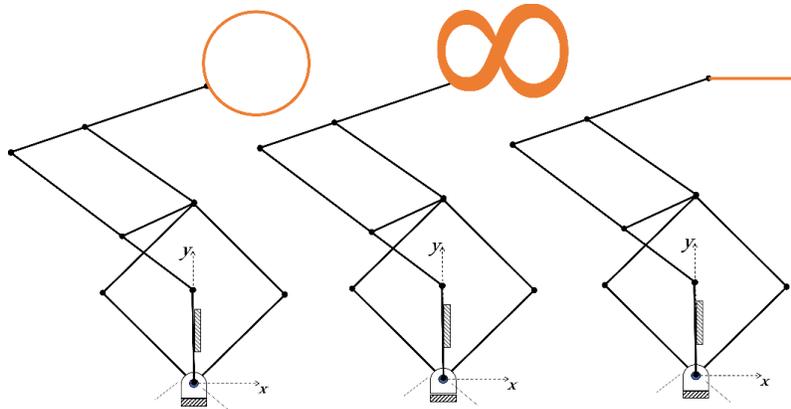


Figura 5.3 Trayectorias de ejercicios de rehabilitación por el mecanismo NURSE.

## 5.2 Modelo matemático

El mecanismo de cinco barras es un mecanismo planar que consta de articulaciones rotacionales, dos activas y tres pasivas (ver Figura 5.4). Este mecanismo es considerado un mecanismo para paralelo. Los eslabones que impulsan el movimiento del mecanismo son considerados como eslabones móviles y son  $r_1$  y  $r_2$ . El punto C describe la trayectoria dentro del espacio de trabajo con las coordenadas angulares de los actuadores.

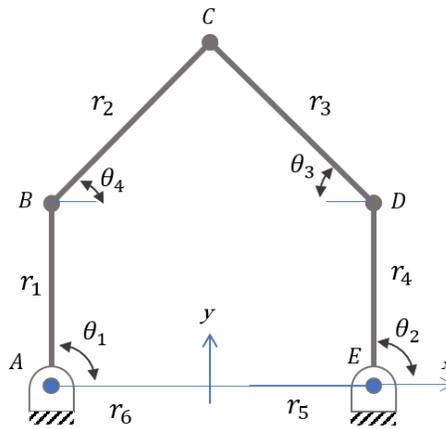
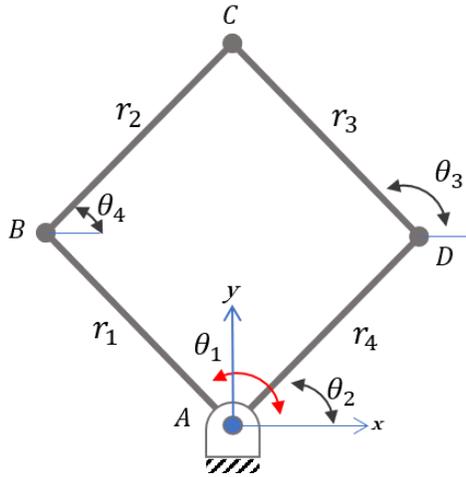


Figura 5.4 Diagrama del mecanismo de cinco barras.

La Figura 5.5 muestra una configuración del mecanismo de cinco barras, en la que se asume que la dimensión de los eslabones  $r_1, r_2, r_3, r_4$  son iguales, los eslabones  $r_5$  y  $r_6$  se hacen cero ( $r_5 = r_6 = 0$ ) y las articulaciones activas están alineadas. Los ángulos de los eslabones  $r_1$  y  $r_2$  son  $\theta_1$  y  $\theta_2$  respectivamente, adicionalmente los ángulos  $\theta_3, \theta_4, \theta_6$  y  $\theta_7$  son utilizados para el análisis cinemático y dinámico; misma configuración que se utiliza en el mecanismo NURSE.



**Figura 5.5** Configuración del mecanismo de cinco barras del NURSE.

### 5.2.1 Cinemática directa

Las ecuaciones que describen la cinemática directa del sistema son las siguientes:

$$r_2^2 = (x - r_1 \cos\theta_1)^2 + (y - r_1 \sin\theta_1)^2 \quad (17)$$

$$r_3^2 = (x - r_4 \cos\theta_1)^2 + (y - r_4 \sin\theta_1)^2 \quad (18)$$

Considerando que

$$\theta_3 = \theta_1 \quad \theta_4 = \theta_2 \quad (19)$$

$$x = r_1 \cos\theta_1 + r_2 \cos\theta_2 \quad y = r_1 \sin\theta_1 + r_2 \sin\theta_2 \quad (20)$$

### 5.2.2 Cinemática inversa

Los ángulos del mecanismo, por geometría, se puede observar que los eslabones  $r_1$  y  $r_3$  son paralelos, al igual que  $r_2$  y  $r_4$ , de esta forma se obtienen las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} \theta_3 &= \theta_1 \\ \theta_2 &= \theta_4 \\ \theta_6 &= \theta_1 - \theta_4 \\ \theta_5 &= \theta_3 - \theta_2 \end{aligned} \quad (21)$$

$$\text{Para } \theta_1 \quad r_2^2 = x^2 - 2xr_1 \cos \theta_1 + r_1^2 \cos^2 \theta_1 + y^2 - 2yr_1 \sin \theta_1 + r_1^2 \sin^2 \theta_1 \quad (22)$$

$$\text{Para } \theta_2 \quad r_3^2 = x^2 - 2xr_4 \cos \theta_2 + r_4^2 \cos^2 \theta_2 + y^2 - 2yr_4 \sin \theta_2 + r_4^2 \sin^2 \theta_2 \quad (23)$$

La cinemática inversa se obtiene a partir de las ecuaciones (22) y (23), con la que se calculan los ángulos independientes  $\theta_1$  y  $\theta_2$ , que se definen por las ecuaciones

$$\theta_1 = 2 \tan^{-1} \frac{-B_1 + \sqrt{B_1^2 - 4A_1C_1}}{2A_1} \quad (24)$$

$$\theta_2 = 2 \tan^{-1} \frac{-B_2 - \sqrt{B_2^2 - 4A_2C_2}}{2A_2} \quad (25)$$

donde,

$$\begin{aligned} A_i &= x^2 + y^2 + r_1^2 + r_2^2 + 2r_1x \\ B_i &= 2(2r_1y) \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} B_i &= 4r_1y \\ C_i &= x^2 + y^2 + r_1^2 + r_2^2 - 2r_1x \end{aligned}$$

Las ecuaciones (24) y (25) determinan las coordenadas articulares para una trayectoria en particular en el efector final.

### 5.2.3 Dinámica

La velocidad en el punto C (x,y) se determina a través de la velocidad angular de  $\theta_1$  y  $\theta_2$ , actuando sobre los eslabones  $r_1$  y  $r_4$ , y transfieren la velocidad al mecanismo. Las velocidades están dadas de la siguiente forma.

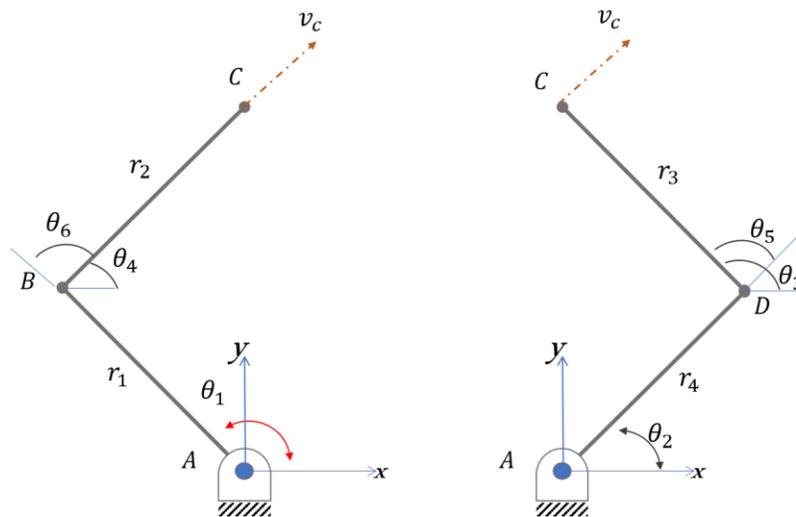
$$V = [V_{c_x}, V_{c_y}]^T \quad (27)$$

$$\dot{\theta} = [\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2]^T \quad (28)$$

Con la matriz jacobiana es posible determinar la velocidad del efector final, esta matriz es un componente crítico para generar trayectorias prescritas en el espacio de trabajo del efector final.

$$v = J\dot{\theta} \quad (29)$$

El mecanismo se descompone en dos estructuras abiertas (Figura 5.6) para el análisis de la velocidad. Para ello se requiere la posición del mecanismo, ya sea la cinemática directa o la inversa, y se obtienen las ecuaciones de ambas cadenas cinemáticas abiertas con dos grados de libertad.



**Figura 5.6** Representación del mecanismo de cinco barras con dos estructuras abiertas.

### 5.2.4 Matriz jacobiana

La matriz jacobiana se obtiene analizando las dos cadenas cinemáticas abiertas individualmente, de tal forma que se aborden dos mecanismos de dos grados de libertad. Se asume que el mecanismo se divide en dos pares, como se muestra en la Figura 5.6. Se obtiene una matriz para cada cadena  $J_1$  y  $J_2$ . Para la cadena de izquierda ( $J_1$ ), se describe como:

$$J_1 = \begin{bmatrix} -a_{11} & -a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \quad (30)$$

Donde:

$$\begin{aligned} a_{11} &= r_1 \sin \theta_1 + r_2 \sin(\theta_1 + \theta_6) \\ a_{12} &= r_2 \sin(\theta_1 + \theta_6) \\ a_{21} &= r_1 \cos \theta_1 + r_2 \cos(\theta_1 + \theta_6) \\ a_{22} &= r_2 \cos(\theta_1 + \theta_6) \end{aligned} \quad (31)$$

Haciendo una analogía del lado derecho se obtiene:

$$J_2 = \begin{bmatrix} -b_{11} & -b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \quad (32)$$

Donde:

$$\begin{aligned} b_{11} &= r_4 \sin \theta_2 + r_3 \sin(\theta_2 + \theta_5) \\ b_{12} &= r_3 \sin(\theta_2 + \theta_5) \\ b_{21} &= r_4 \cos \theta_2 + r_3 \cos(\theta_2 + \theta_5) \\ b_{22} &= r_3 \cos(\theta_2 + \theta_5) \end{aligned} \quad (33)$$

Si suponemos que la distancia entre las dos cadenas es cero, y que la velocidad en el punto C alcanzada por ambas cadenas es iguales, se obtiene el sistema:

$$\begin{aligned} V_{cx} &= -a_{11} \dot{\theta}_1 - a_{12} \dot{\theta}_6 \\ V_{cy} &= a_{21} \dot{\theta}_1 + a_{22} \dot{\theta}_6 \\ V_{cx} &= -b_{11} \dot{\theta}_2 - b_{12} \dot{\theta}_5 \\ V_{cy} &= b_{21} \dot{\theta}_2 + b_{22} \dot{\theta}_5 \end{aligned} \quad (34)$$

Se puede escribir en forma de matriz

$$\begin{bmatrix} V \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_{1,6} \\ \dot{\theta}_{2,5} \end{bmatrix} \quad (35)$$

Donde,

$$\dot{\theta}_{1,6} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_6 \end{bmatrix} \text{ y } \dot{\theta}_{2,7} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_5 \end{bmatrix} \quad (36)$$

Se sustituyen las velocidades de  $\dot{\theta}_6$  y  $\dot{\theta}_5$ , utilizando ecuaciones (30)(32) y las ecuaciones en (36), porque son los ángulos de las articulaciones pasivos.

$$\begin{aligned} V_{cx} &= -c_{11}\dot{\theta}_1 - c_{12}\dot{\theta}_2 \\ V_{cy} &= c_{21}\dot{\theta}_1 + c_{22}\dot{\theta}_2 \end{aligned} \quad (37)$$

De forma matricial

$$V_c = J\dot{\theta} \quad (38)$$

$$J = \begin{bmatrix} -c_{11} & -c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \quad (39)$$

Donde:

$$\begin{aligned} c_{11} &= a_{11} + a_{21} \frac{(b_{12}a_{21} - a_{11}b_{22})}{(a_{12}b_{22} - b_{12}a_{22})} \\ c_{12} &= a_{12} + \frac{(b_{11}b_{22} - b_{21}b_{12})}{(a_{12}b_{22} - b_{12}a_{22})} \\ c_{21} &= a_{21} + a_{22} \frac{(b_{12}a_{21} - a_{11}b_{22})}{(a_{12}b_{22} - b_{12}a_{22})} \\ c_{22} &= a_{22} + \frac{(b_{11}b_{22} - b_{21}b_{12})}{(a_{12}b_{22} - b_{12}a_{22})} \end{aligned} \quad (40)$$

Las ecuaciones anteriores (34) y (37) determinan la velocidad angular en los puntos A, B, C y D, y la velocidad linear del efector final en el punto C. A partir de las ecuaciones anteriores se pueden determinar las ecuaciones para obtener la velocidad angular directamente:

$$\begin{aligned}\dot{\theta}_1 &= \frac{(c_{22}V_{Cx} + c_{12}V_{Cy})}{(c_{11}c_{22} - c_{12}c_{21})} \\ \dot{\theta}_2 &= \frac{(c_{21}V_{Cx} + c_{11}V_{Cy})}{(c_{11}c_{22} - c_{12}c_{21})}\end{aligned}\tag{41}$$

La ecuación que describe el torque es la transpuesta de la matriz jacobiana por la fuerza aplicada en el efector final.

$$\tau = J'F\tag{42}$$

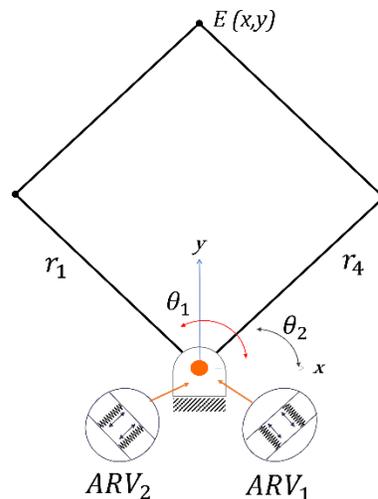
## CAPÍTULO 6 INTEGRACIÓN DE ARV AL MECANISMO NURSE

---

### 6.1 CAD de la Articulación de Rigidez Variable y el mecanismo de cinco barras

---

Con el fin de que el mecanismo NURSE brinde una fuerza constante en el efector final durante una trayectoria, se sustituyen los dos motores por dos articulaciones de rigidez variable (ver Figura 6.2).



**Figura 6.1** Localización de las Articulaciones de Rigidez Variable en el mecanismo de cinco barras.

Los eslabones activos  $r_1$  y  $r_2$  están conectados a la articulación de rigidez variable. La posición de equilibrio de la articulación es cuando el eslabón  $r_1$  está a  $135^\circ$  y para el eslabón  $r_4$  está en  $45^\circ$ . Las posiciones anteriores se consideran dentro del cálculo de los ángulos  $\theta_1$  y  $\theta_2$ , para una trayectoria en el efector final y el torque requerido. La Figura 6.2 muestra el CAD del mecanismo NURSE con las articulaciones integradas. Se diseña una base que permita fijar las ARV a la mesa y al mecanismo, para mantener la linealidad de los ejes de las articulaciones activas.

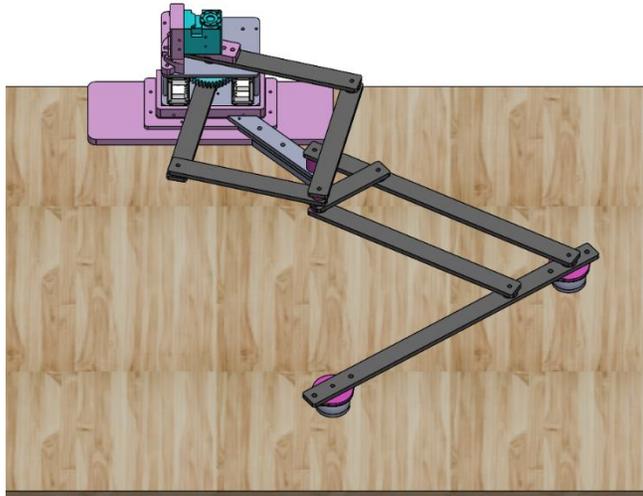


Figura 6.2 CAD de la integración de articulaciones de rigidez variable al mecanismo NURSE.

## 6.2 Modelo matemático integrado ARV y el cinco barras

La integración del modelo matemático de la articulación y el del mecanismo de cinco barras. Consiste en relacionar el torque requerido por el cinco barras para realizar una trayectoria, la fuerza deseada en el efector final y el torque generado por la articulación, así como la fuerza generada por los resortes. El diagrama de la Figura 6.3 muestra la relación entre el mecanismo de cinco barras y la articulación.

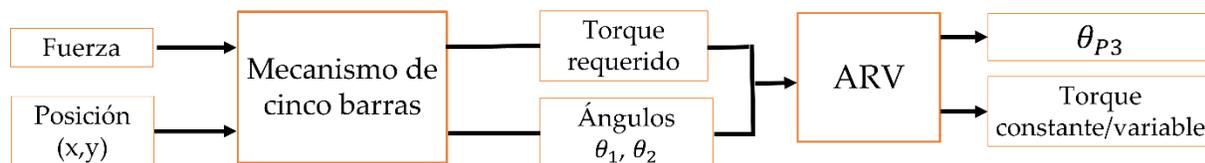


Figura 6.3 Diagrama de relación de los modelos matemáticos.

El diagrama representa la fuerza y la posición de una trayectoria como entrada al mecanismo, que mediante la cinemática inversa se obtiene el torque requerido para una trayectoria en específico, así como la posición angular de las articulaciones. De modo que

estos datos obtenidos del mecanismo son la entrada a la articulación. Mediante el modelo matemático de la ARV se determina la posición angular del motor  $\theta_{P_3}$  para asegurar un torque constante y por lo tanto una fuerza constante en el efector final. Sustituyendo en la ecuación (3) de la ARV el valor de  $\theta$  por los ángulos calculados de  $\theta_1$  y  $\theta_2$  del mecanismo de cinco barras y se obtiene la siguiente ecuación:

$$x_{mi} = r\theta_i \quad (43)$$

Donde  $i = 1,2$ , que corresponden a  $\theta_1$  y  $\theta_2$ , de las  $ARV_1$  y  $ARV_2$  respectivamente. Se calcula el torque del mecanismo en cada articulación con la ecuación (42), el torque calculado es la entrada a la ARV, por lo que:

$$\tau_{ARVi} = J'F \quad (44)$$

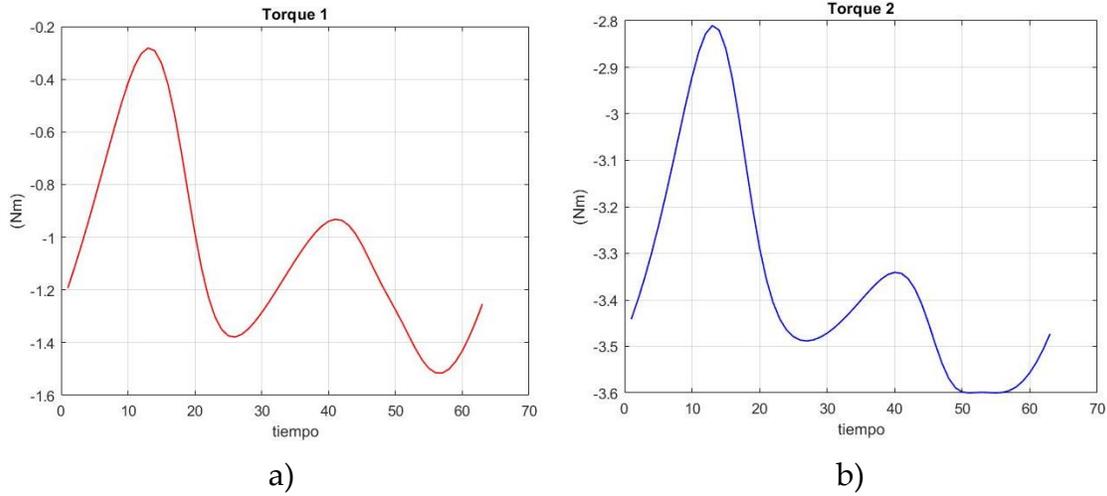
Donde  $i = 1,2$  correspondientes a  $ARV_1$  y  $ARV_2$ ,  $J'$  es la transpuesta de la matriz jacobiana del mecanismo de cinco barras (39) y  $F$  la fuerza deseada en el efector final. Sustituyendo en la ecuación (13) el torque requerido  $\tau_{ARVi}$ , se calcula la longitud  $x_{li}$ , para calcular la fuerza de los resortes y proporcionar un torque constante en lugar del torque producido por la trayectoria. La ecuación que lo describe es:

$$x_{li_i} = \frac{\frac{\tau_{ARVi}}{r} + F - x_{mi}k}{k} \quad (45)$$

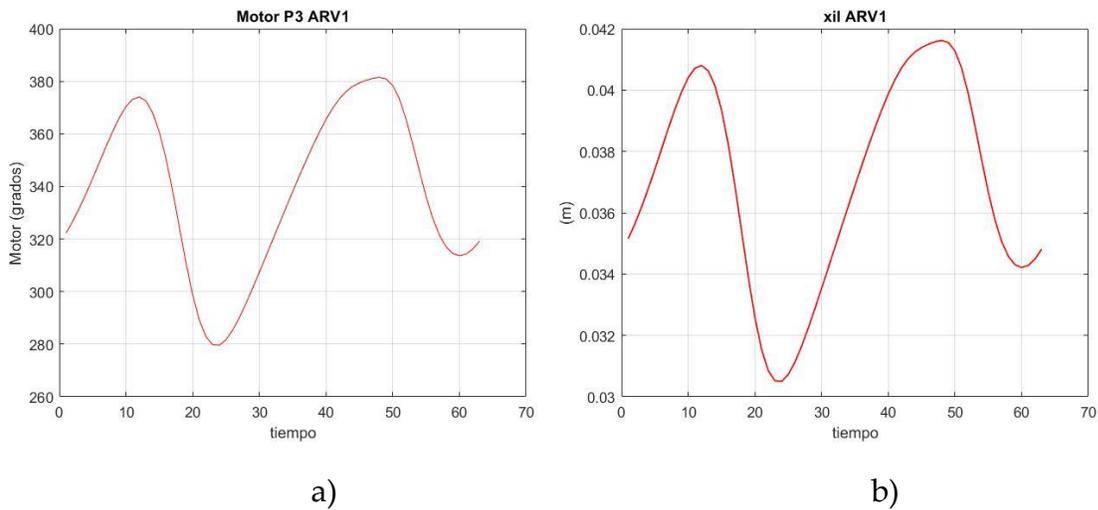
Donde  $x_{li_i}$  es la longitud calculada para cada articulación,  $ARV_1$  y  $ARV_2$ , para posteriormente calcular el ángulo de rotación del motor  $P_3$ , a partir de la ecuación (14) se define para cada articulación como sigue:

$$\theta_{P_{3i}} = \frac{(x_{li_i} Z_{P_{1,2}})}{rP_i Z_{P_3}} \quad (46)$$



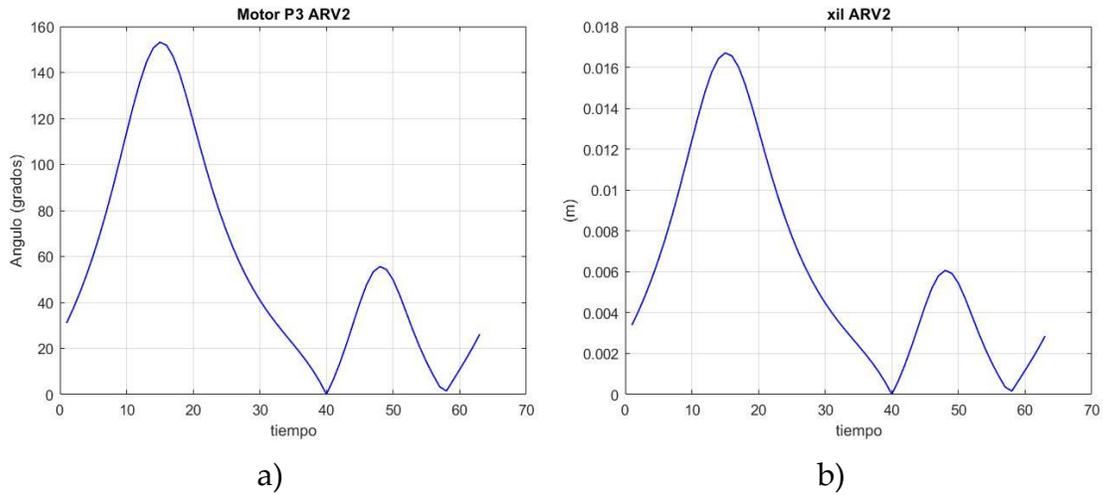


**Figura 6.5** Comportamiento del torque para las articulaciones a)  $\tau_1$  y b)  $\tau_2$ .

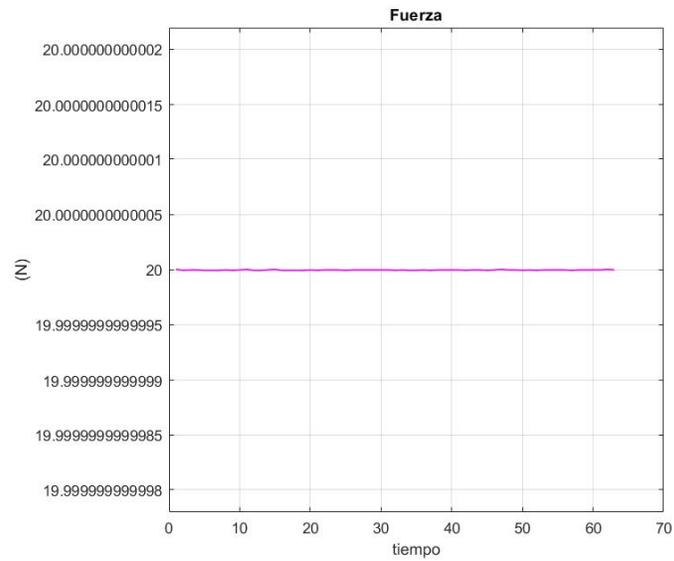


**Figura 6.6** Simulación numérica de la  $ARV_1$ : a) Rotación del motor b) Valor  $x_{li}$ .

La Figura 6.7a muestra el comportamiento del motor en  $ARV_2$  para mover la tierra de los resortes durante la trayectoria. La Figura 6.7b, muestra la variación de la longitud de los resortes. Con estos resultados se puede obtener una fuerza constante en el efector final, cómo se muestra en la Figura 6.8.

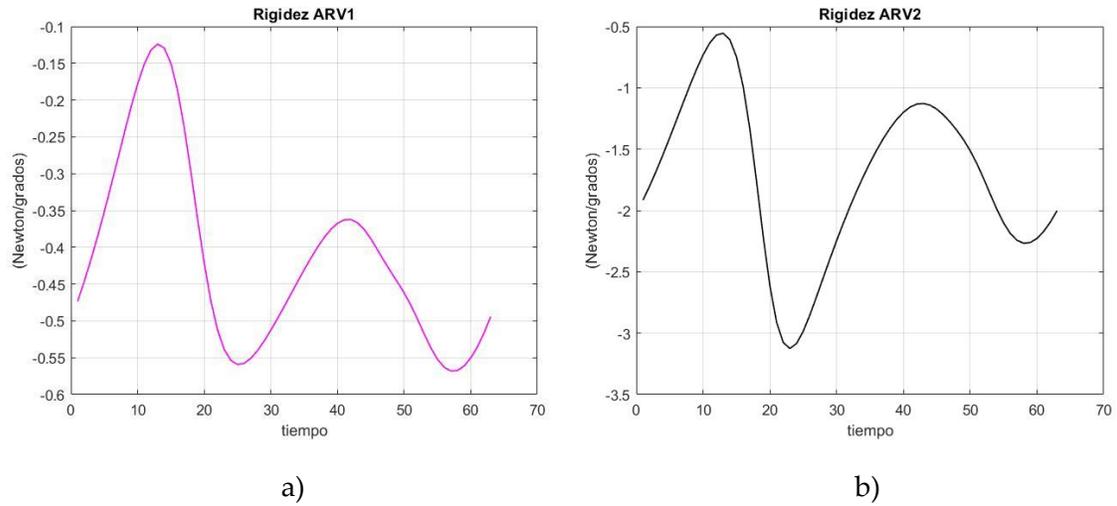


**Figura 6.7** Simulación numérica de la ARV<sub>2</sub>: a) Rotación del motor b) Valor  $x_{li}$ .



**Figura 6.8** Fuerza constante de 20 N en el efector final.

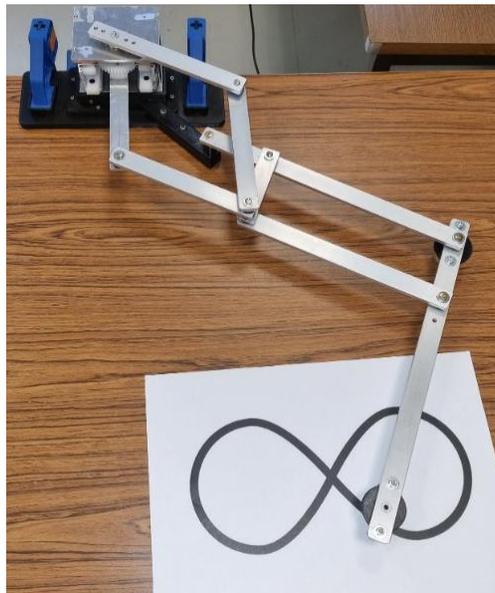
La rigidez para cada articulación se muestra en la Figura 6.9, donde se puede observar que la rigidez varía a lo largo de la trayectoria. Las unidades son  $N/(\circ)$ .



**Figura 6.9** Rigidez variable de la articulación a) ARV1 y b) ARV2.

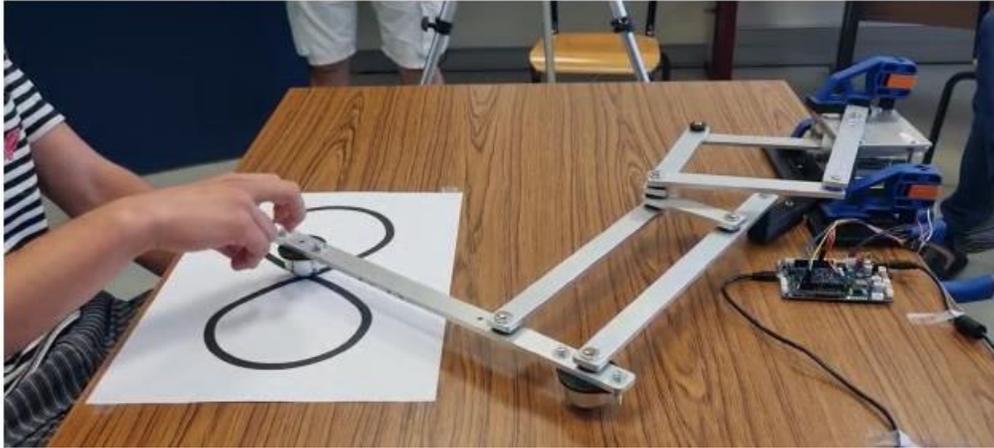
## 6.4 Resultados experimentales

Se coloca una ARV al mecanismo de cinco barras en una de las articulaciones activas mientras la segunda articulación permanece como pasiva (ver Figura 6.10).



**Figura 6.10** Integración del prototipo de la ARV al mecanismo de cinco barras.

Se realizaron pruebas con ocho personas voluntarias (como se reporta en la Figura 6.11), con el fin de determinar el torque estimado al ejecutar una trayectoria, así como la rigidez en la articulación.



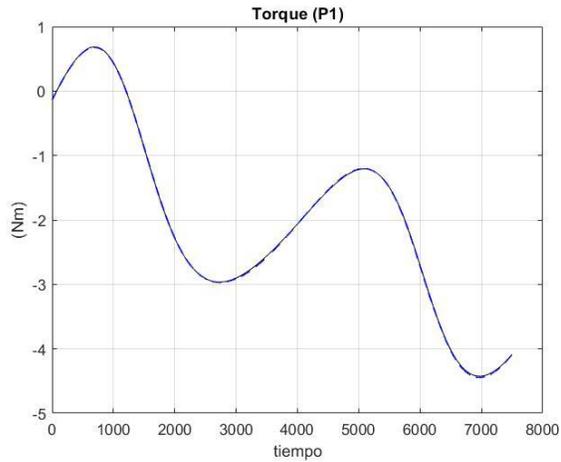
**Figura 6.11** Seguimiento de trayectoria por un voluntario.

Los voluntarios siguieron la trayectoria 8, durante la prueba se toman los datos de la posición angular de cada articulación y los grados del motor del juego de engranes. Para este experimento se consideró únicamente una articulación que corresponde a  $ARV_1$ , cuyo ángulo es  $\theta_1$ , mientras  $\theta_2$  permanece pasiva.

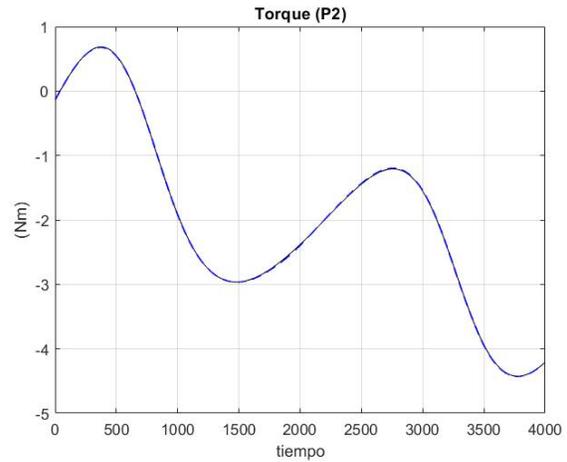
El dispositivo puede mantener una fuerza constante en el efector final y puede medir la fuerza que está ejerciendo el paciente en el efector final. En este experimento el objetivo es mantener una fuerza constante en el efector final para representar una fuerza de oposición del paciente, por lo que se proporciona el torque necesario en la articulación.

Las gráficas mostradas en la Figura 6.12 muestran el comportamiento del torque para mantener una fuerza de  $38\text{ N}$  en el efector final, durante el seguimiento de la trayectoria por cada voluntario.

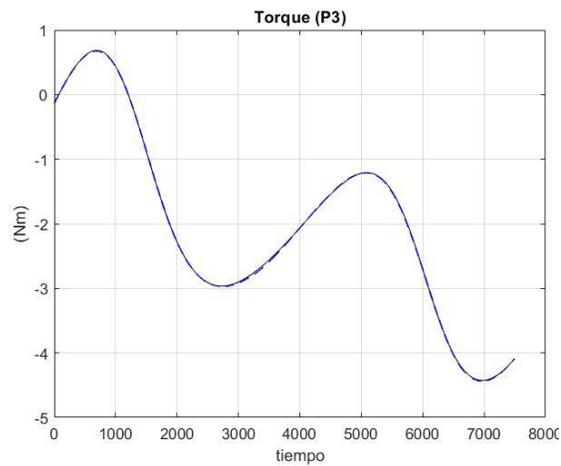
La línea azul punteada representa el comportamiento del torque experimental, mientras que la línea negra representa el torque obtenido en simulación numérica. Se puede observar que el comportamiento es muy cercano, sin embargo, se tiene un error, reportado en la Tabla 2.



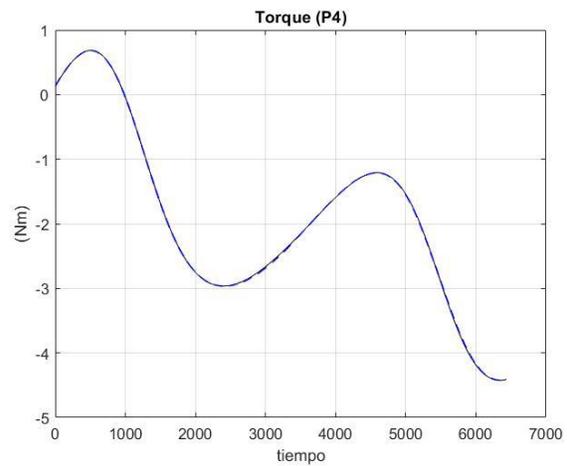
a)



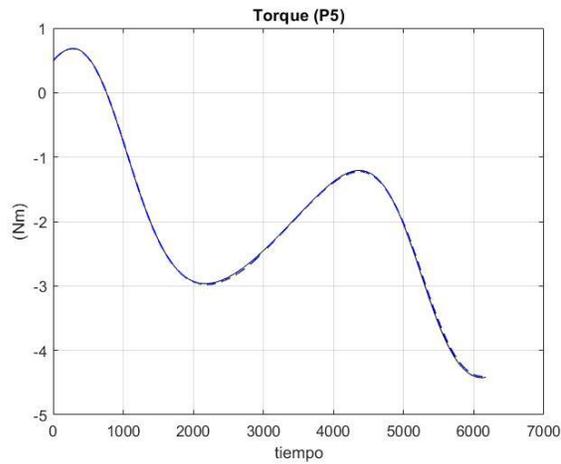
b)



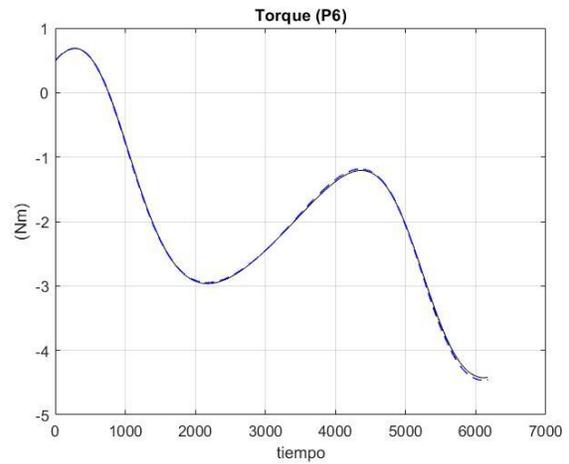
c)



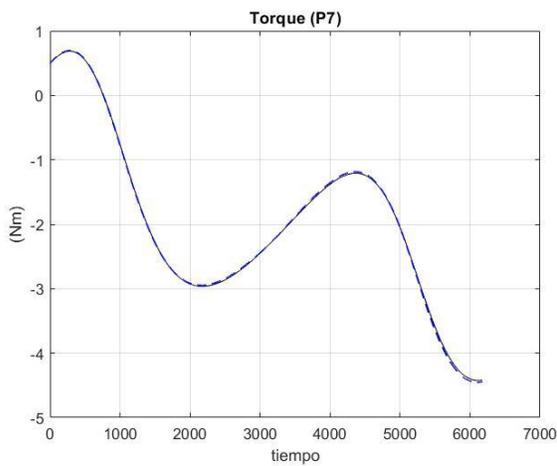
d)



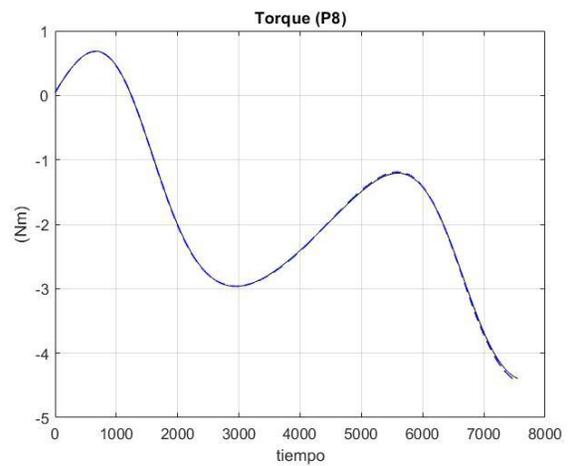
e)



f)



g)



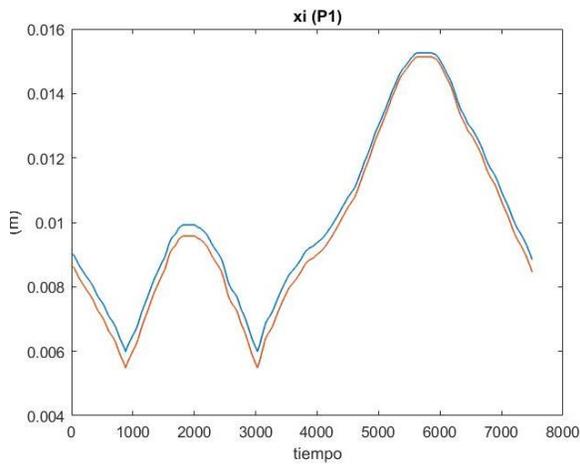
h)

**Figura 6.12** Comportamiento del torque de la articulación con diferentes personas bajo prueba.

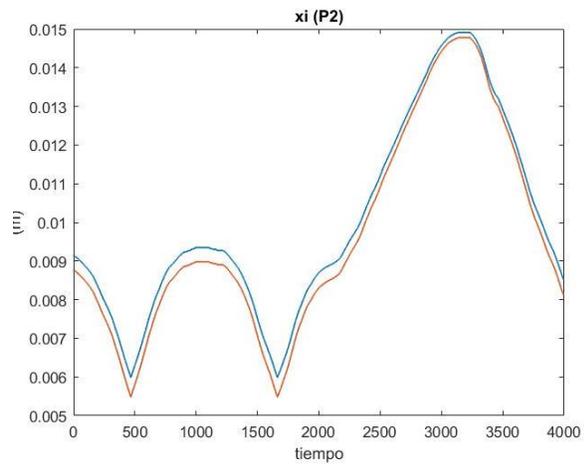
**Tabla 2.** Error en el torque

Paciente	Error (N/m)	Paciente	Error (N/m)
P1	0.0049	P5	0.0014
P2	0.0099	P6	0.0012
P3	0.0056	P7	0.0014
P4	0.0014	P8	0.0034

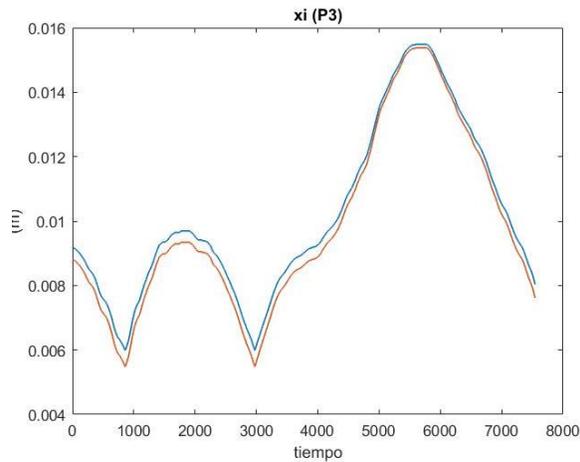
Para mantener una fuerza constante en el efector final, es necesario que la articulación proporcione el torque que se muestra en la Figura 6.12, por lo que se varía la longitud del resorte con la distancia de la tierra de  $x_{li}$ . En la Figura 6.13 se muestra  $x_{li}$  para la trayectoria de cada paciente. Se compara los datos obtenidos respecto a una simulación numérica que considera los mismos parámetros del experimento. La línea naranja muestra la distancia  $x_{li}$  en simulación y la línea azul los datos obtenidos experimentalmente.



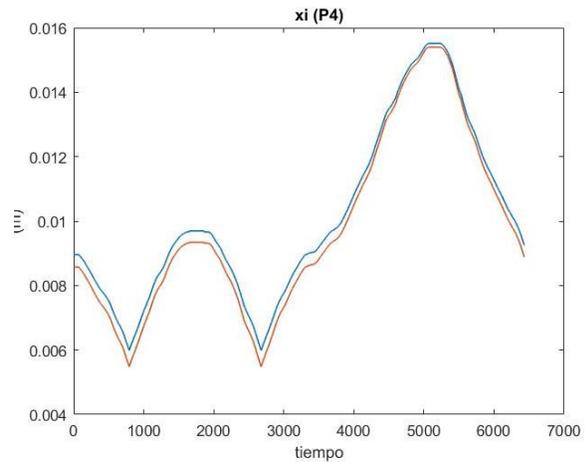
a)



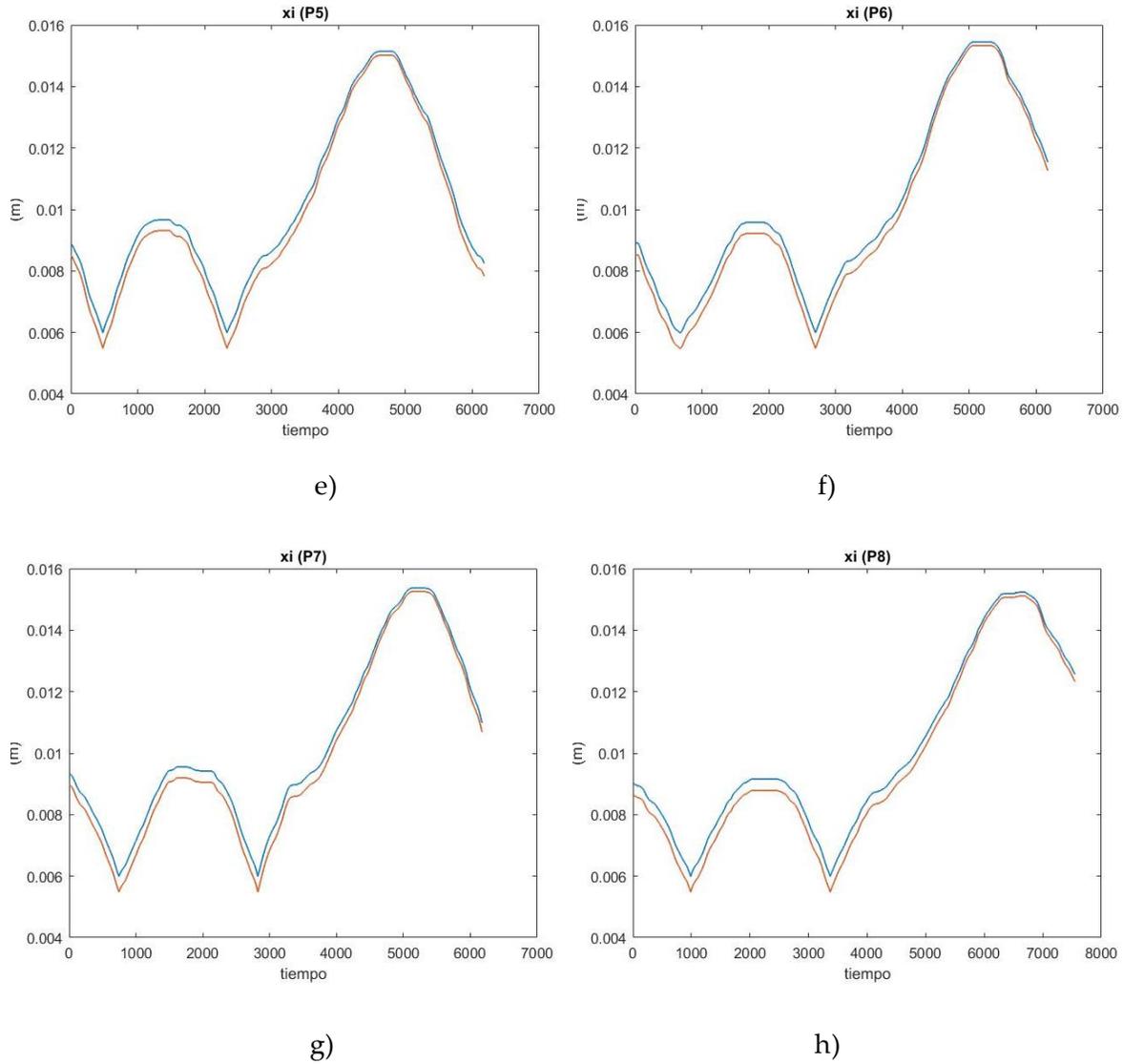
b)



c)

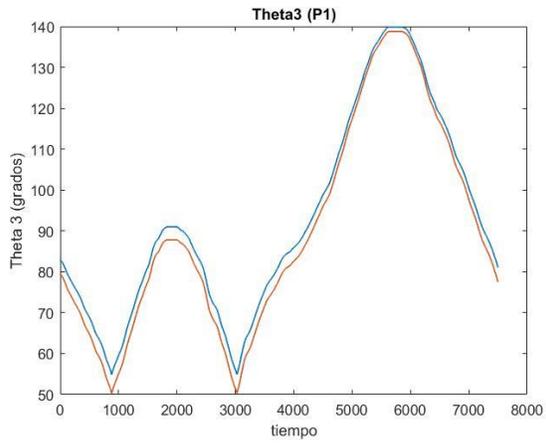


d)

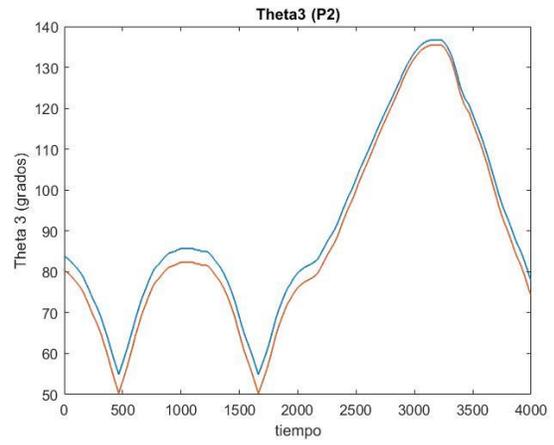


**Figura 6.13** Variación de la distancia a tierra  $x_{li}$ .

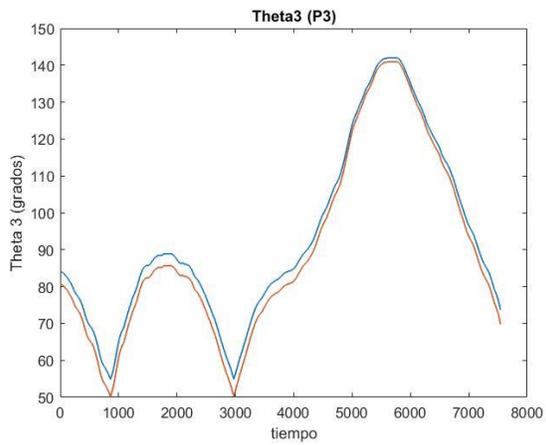
El error entre las curvas de cada paciente es de  $0.003\text{ m}$ . Se varía la distancia de la tierra de los resortes, para modificar la longitud de los resortes, con el motor  $P_3$  que gira como se muestra en la Figura 6.14. De los datos obtenidos durante la prueba muestran el ángulo de giro del motor, la línea naranja representa  $\theta P_3$  en simulación numérica y la línea azul representa los datos experimentales.



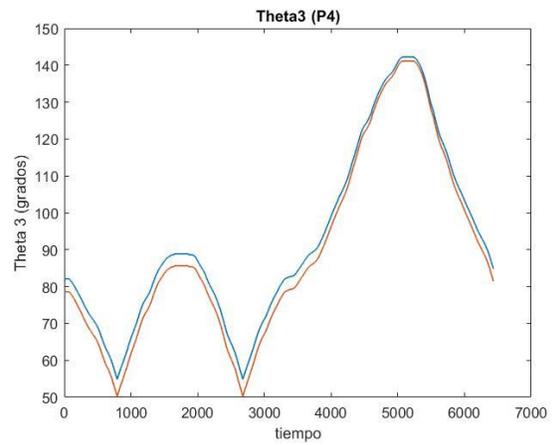
a)



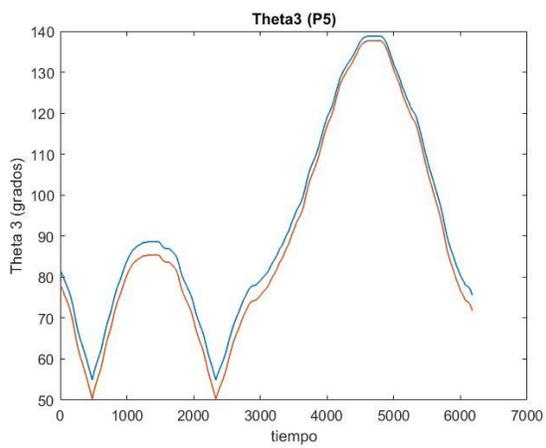
b)



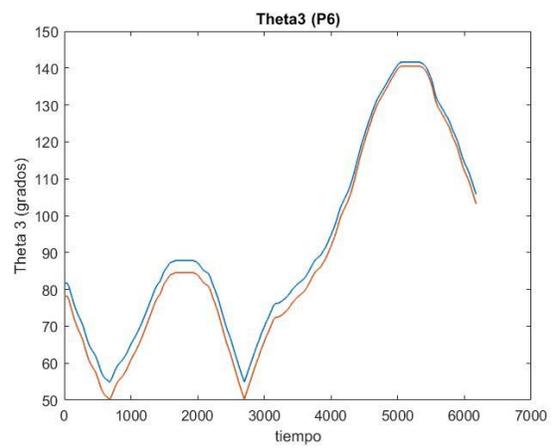
c)



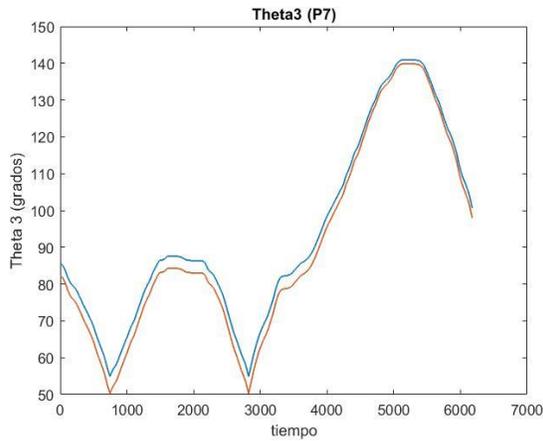
d)



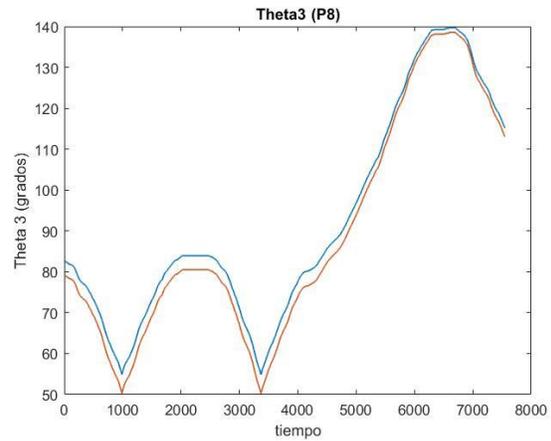
e)



f)



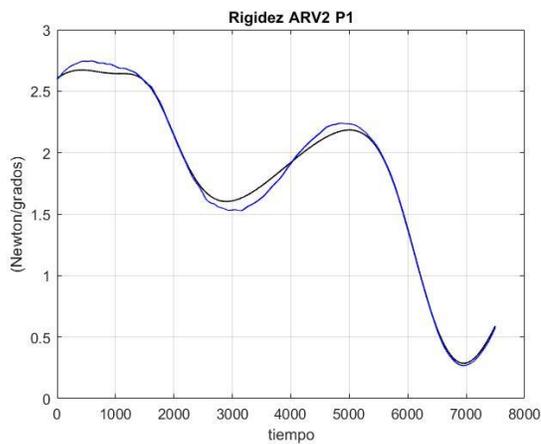
g)



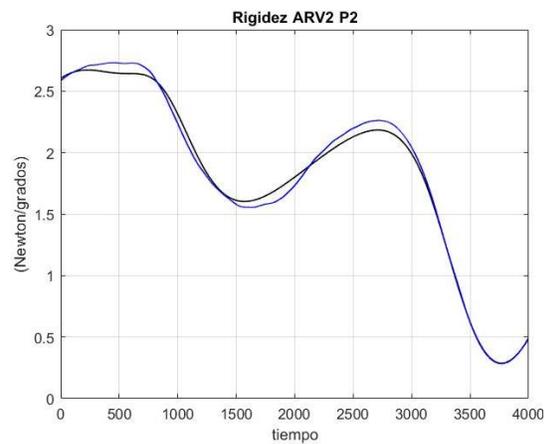
h)

**Figura 6.14** Rotación del motor en el engrane  $P_3$  durante la trayectoria.

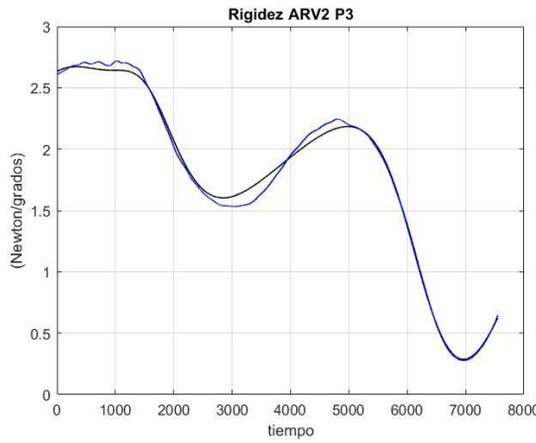
La Figura 6.15 muestra el comportamiento de la rigidez de la articulación, durante la trayectoria por cada paciente. Se observa la variación de la rigidez en la articulación a lo largo de la trayectoria. La línea azul demuestra la rigidez calculada en simulación y la línea negra muestra la rigidez experimental de la articulación.



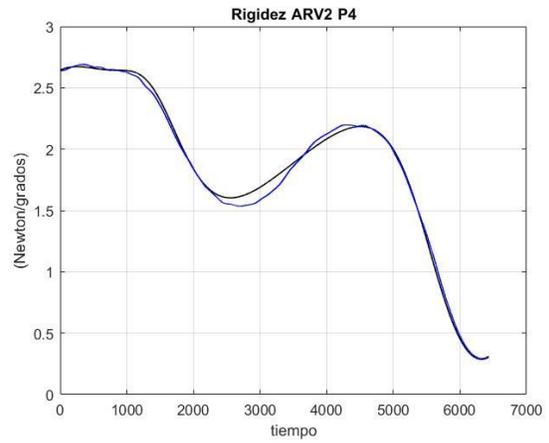
a)



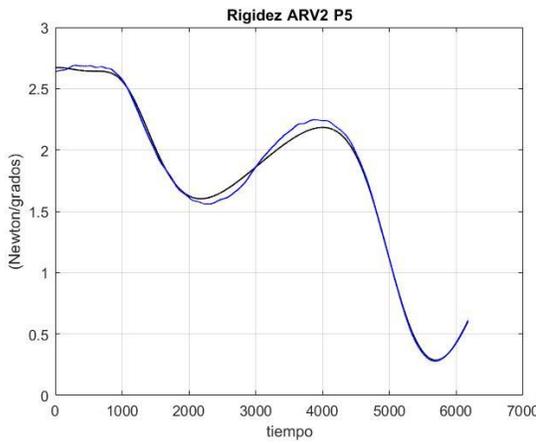
b)



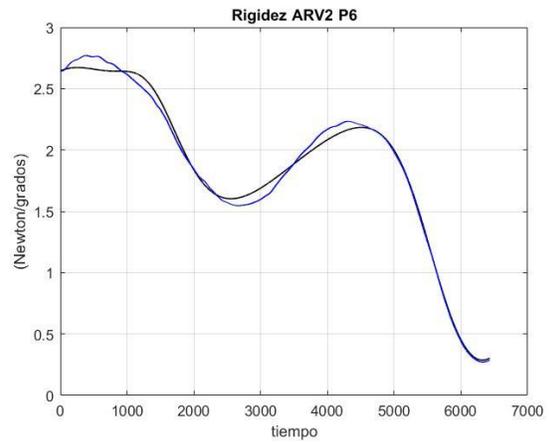
c)



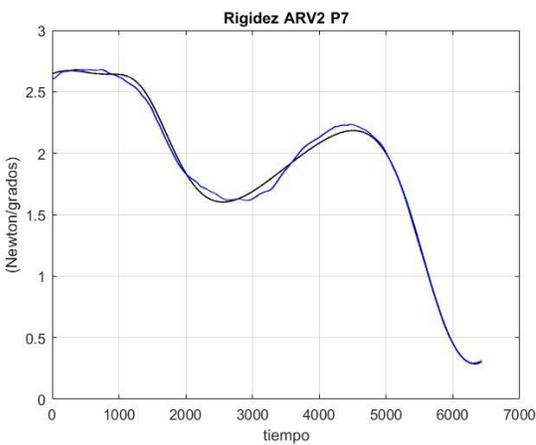
d)



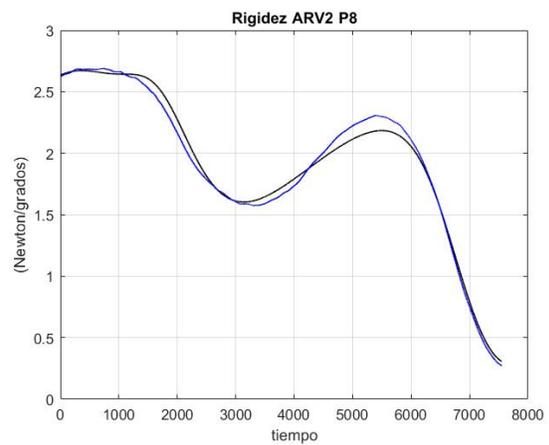
e)



f)



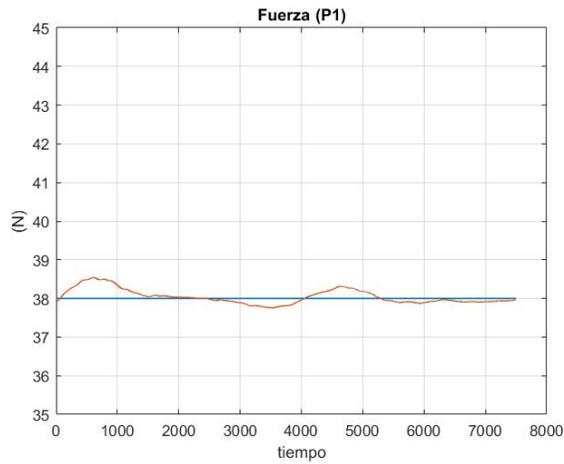
g)



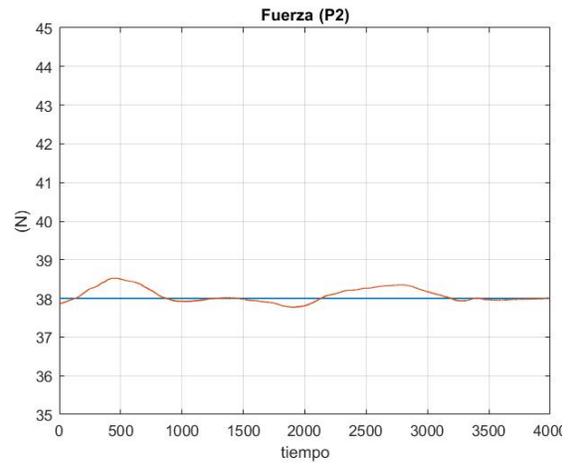
h)

**Figura 6.15** Comportamiento de la rigidez en la articulación para cada persona voluntaria.

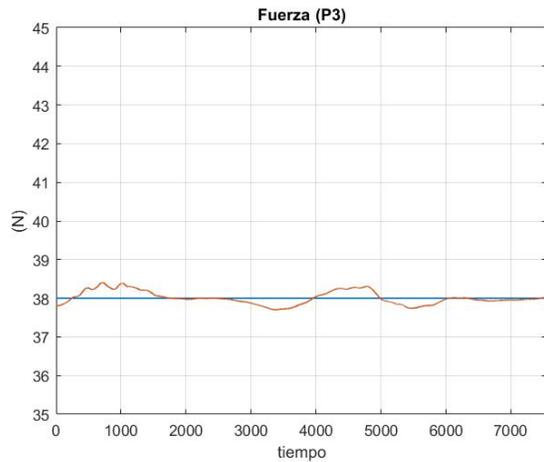
Se espera una fuerza constante en el efector final durante cualquier trayectoria. La Figura 6.16 muestra el comportamiento de la fuerza. La línea azul representa la fuerza que se espera de  $F = 38 \text{ N}$ , la línea naranja representa la fuerza aplicada por el dispositivo en el efector final. Se puede considerar una fuerza estable y constante con un error que se muestra en la Tabla 3.



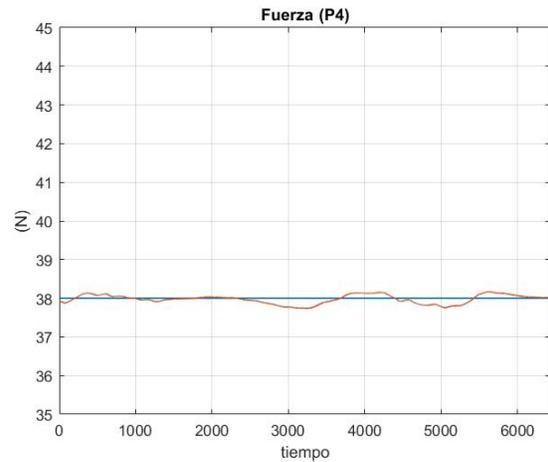
a)



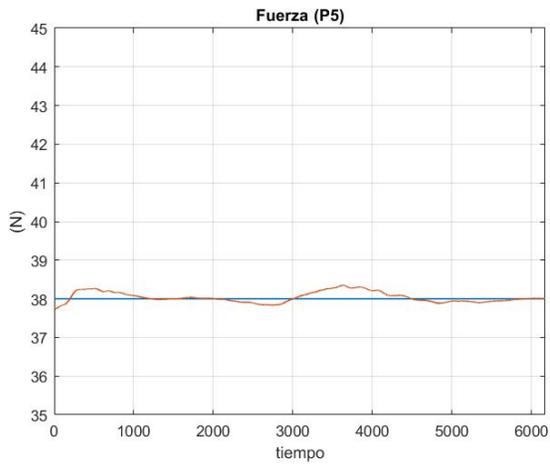
b)



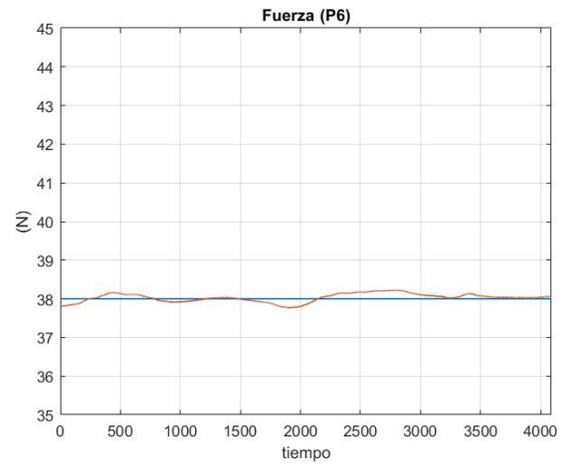
c)



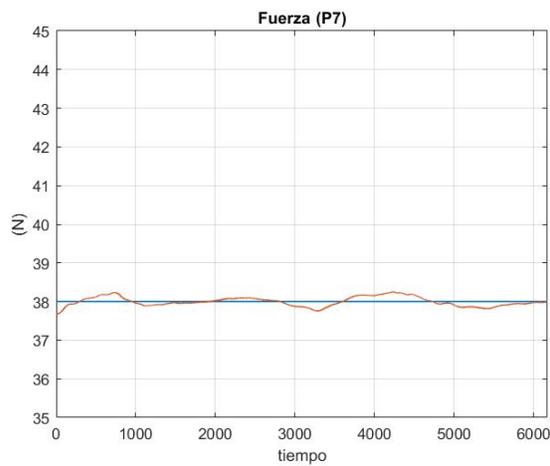
d)



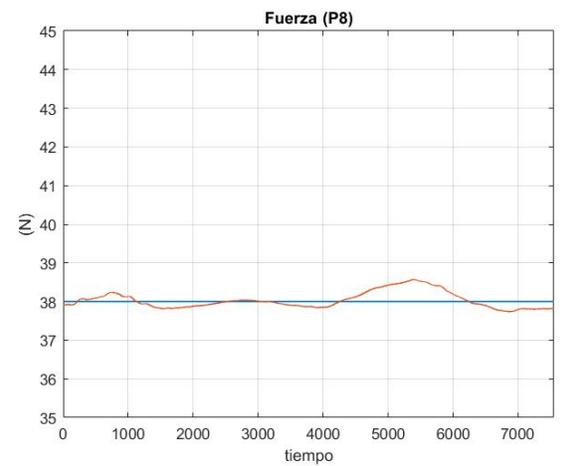
e)



f)



g)



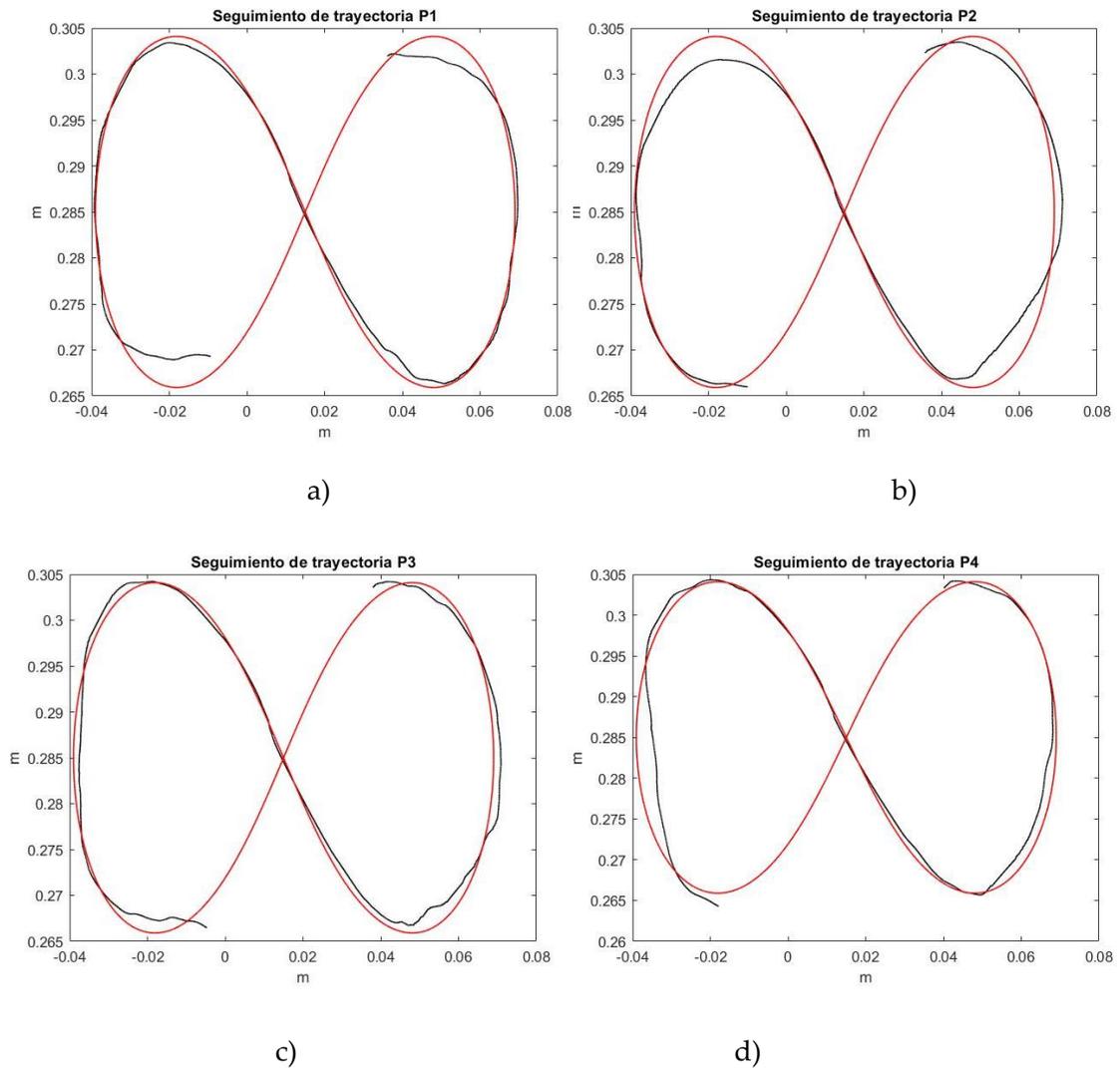
h)

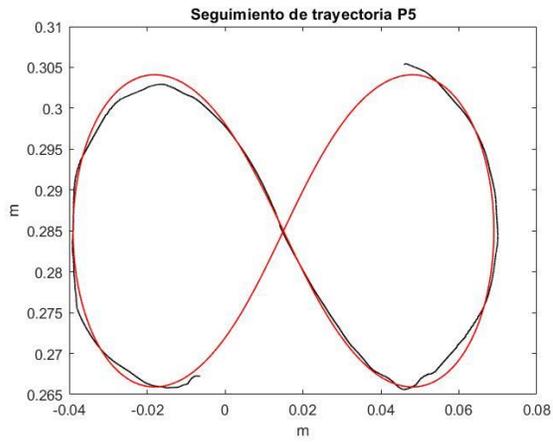
**Figura 6.16** Fuerza en el efector final durante la trayectoria para cada paciente.

**Tabla 3.** Error en la fuerza del efector final durante la trayectoria

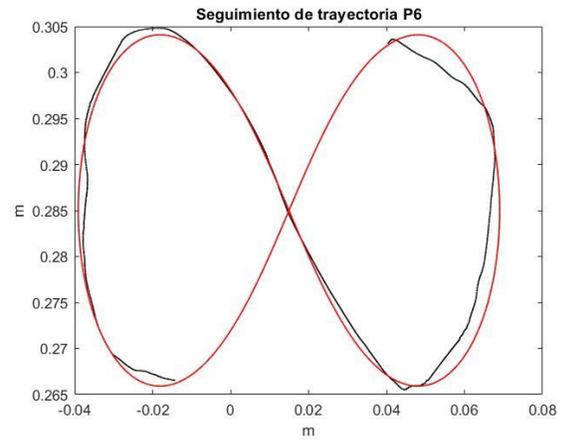
Paciente	Fuerza (N)	Paciente	Fuerza (N)
P1	-0.0434	P5	0.0395
P2	-0.0816	P6	0.0287
P3	-0.085	P7	0.023
P4	0.0248	P8	0.0346

Con la ARV también es posible evaluar el seguimiento de la trayectoria realizada por paciente respecto a la trayectoria definida. Con esto el fisioterapeuta podrá tomar decisiones sobre el tratamiento del paciente. En la Figura 6.17 se muestra el seguimiento de la trayectoria de ocho personas voluntarias. La línea roja muestra la trayectoria definida y la línea negra representa la trayectoria trazada por el paciente.

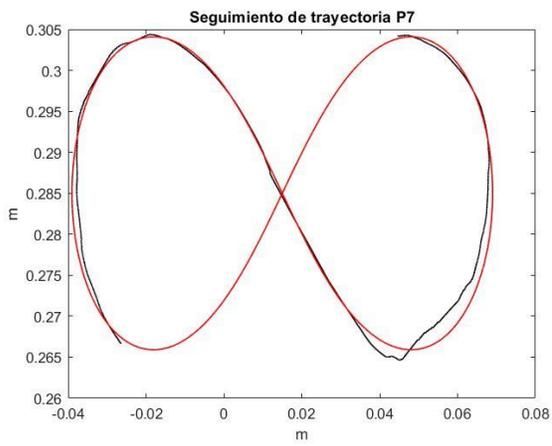




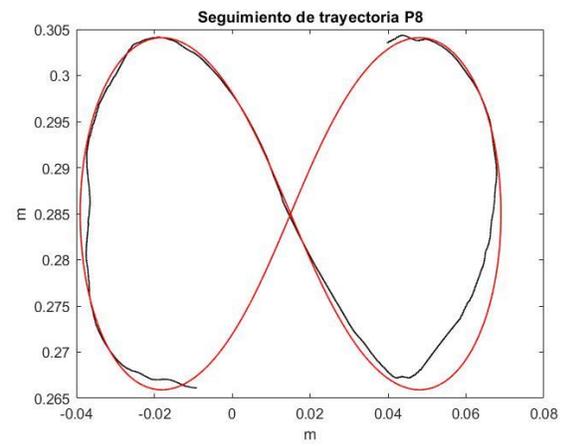
e)



f)



g)



h)

**Figura 6.17** Seguimiento de trayectoria por ocho personas voluntarias.

## Conclusiones

---

En esta tesis, el resultado específico es una articulación de rigidez variable que varía su rigidez para mantener una fuerza constante a la salida de un eslabón o en el efector final de un mecanismo, durante una trayectoria. Se implementó un control de posición de la articulación que permite la variación de la longitud de los resortes, quienes proporcionan el torque a la articulación, y a su vez la variación de la rigidez. Los resultados experimentales fueron comparados con simulaciones numéricas, demostrando un buen desempeño de la ARV.

La articulación proporciona torque constante o torque variable durante una trayectoria dependiendo de la aplicación; también proporciona rigidez variable, lo que permite que un mecanismo sea flexible. En esta tesis se abordó un problema de la rehabilitación, pero la articulación se puede implementar en mecanismos que tengan interacción con los humanos, o mecanismos que requieran mayor torque con motores pequeños.

De acuerdo con los resultados, el dispositivo para la asistencia de la rehabilitación es capaz de proporcionar una fuerza constante en el efector final para cualquier trayectoria del mecanismo. El mecanismo se puede incluir como herramienta durante la recuperación de un paciente, ya que mantiene una fuerza constante, la cual se personaliza según la necesidad de cada paciente.

El trabajo futuro consiste en construir dos articulaciones de rigidez variable e integrarla al dispositivo de rehabilitación, para realizar pruebas con pacientes.

## Productos

---

- M.G Contreras-Calderón, MA Laribi, M Arsicault, E Castillo-Castañeda. Design, analysis, and simulation of a new variable stiffness joint based on antagonist principle. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science. May 2022. doi:10.1177/09544062221088714.
- M.G Contreras-Calderón, E. Castillo-Castañeda, M.A Laribi: Integration of variable stiffness actuators in a five-bar device to assist in active rehabilitation of the arm. *Meccanica* 57(3), 697–706 (2022). doi.org/10.1007/s11012-021-01462-9.
- M.G. Contreras-Calderón and E. Castillo-Castañeda. “PRSX: An end-effector for pronation and supination adaptable to arm rehabilitation devices”. *Advances in Service and Industrial Robotic*, pp.149-158, 2020. ISSN 2211-0992.
- M.G. Contreras-Calderón and E. Castillo-Castañeda. “Design of a Variable Stiffness Joint for a Five-Bar-Mechanism”. *Advances in Service and Industrial Robotic*. RAAD 2020, pp.54-63, 2020. ISSN 2211-0992.
- M.G. Contreras-Calderón, Med Amine Laribi, E. Castillo-Castañeda, “New variable stiffness joint (VSJ): study and simulation”. *Mechanism Design for Robotic*. MEDER 2021 pp. 284-293, ISSN 2211-0992
- M.G. Contreras-Calderón, J. Sandoval, E. Castillo-Castañeda, Med Amine Laribi. *Experimental Validation of a Variable Stiffness Joint Based on Antagonistic Principle.*, *Advances in Service and Industrial Robotics*. RAAD 2022, pp.176-183, ISBN 978-3-031-04870-8

## Congresos

---

- RAAD 2022. Klagenfurt, Austria. Ponencia: Experimental Validation of a Variable Stiffness Joint Based on Antagonistic Principle.
- MEDER 2021. Poitiers, Francia. Ponencia: New variable stiffness joint (VSJ): study and simulation.
- RAAD 2020. Poitiers, Francia. Ponencia: Design of a Variable Stiffness Joint for a Five-Bar-Mechanism.
- RAAD 2020. Poitiers, Francia. Ponencia: PRSX: An end-effector for pronation and supination adaptable to arm rehabilitation devices.

## Referencias

---

- [1] Organización mundial de la salud, «Rehabilitación», 10 Nov 2021. [En línea]. Disponible: <https://www.who.int/es/news-room/fact-sheets/detail/rehabilitation>. [Último acceso: 15 12 2021].
- [2] Organización mundial de la salud, «Informe mundial de la discapacidad», 2011.
- [3] A. Quesnot y J. C. Chanussot, Rehabilitación del miembro superior, Madrid: Médica Panamericana, 2008.
- [4] M. G. Contreras-Calderón, «Desarrollo de interfaces gráfica de usuario, virtual y mecánica para un dispositivo de asistencia para la rehabilitación del brazo», Tesis de maestría, IPN, 2019.
- [5] IMSS, «Salud en el trabajo, Memoria estadística 2019», 2019.
- [6] El economista, «Salario Mínimo 2022: ¿Cuánto se paga en México a los trabajadores? Así quedaron los salarios», *El economista*, 29 12 2021.
- [7] M. Martínez Morillo, M. Pastor Vega y F. Sendra Portero, Manual de medicina física, Madrid: Harcourt Brace, 2008.
- [8] M. Cameron, Agentes físicos de rehabilitación, Elsevier, 2014.
- [9] Hocoma, «Armeo Spring», 2016. [En línea]. Disponible: <https://www.hocoma.com/solutions/armeo-spring/>. [Último acceso: 2021].
- [10] Bionik, «Inmotion ARM interactive motion technologies», 2010. [En línea]. Disponible: <https://www.bioniklabs.com/products/inmotion-arm>. [Último acceso: 04 01 2022].
- [11] P. Maciejaz, J. Eschweiler, K. Gerlach Hahn, A. Jansen Troy y S. Leonhardt, «A survey on robotic devices for upper limb rehabilitation», *Journal of NeuroEngineering and Rehabilitation*, vol. 11, nº 1, p. 3, 2014.

- [12] J. Ayala-Lozano, G. Urriolagoita-Sosa y B. Romero-Angeles, «Mechanical design of an exoskeleton for upper limb rehabilitation», *Revista Colombiana de Biotecnología*, vol. 17, nº 1, pp. 79-90, 2015.
- [13] A. Mancisidora, A. Zubizarreta, I. Cabanes, P. Begoa y J. H. Jung, «Dispositivo robótico multifuncional para la rehabilitación de las extremidades superiores», *Revista Iberoamericana de automática e informática industrial*, vol. 15, pp. 180-191, 2018.
- [14] J. Basmajian, *Terapéutica por el ejercicio*, Ontario, Canadá: Panamericana, 1982.
- [15] R. Trochimczuk, T. Husci, S. Grymek y D. Szalewska, «Rehabilitation device supporting active and passive upper limb exercises», *Current science*, vol. 115, nº 5, pp. 868-873, 2018.
- [16] S. L. Chaparro-Cárdenas, A. Lozano-Guzmán, J. A. Ramírez-Bautista y A. Hernández-Zavala, «A review in gait rehabilitation devices and applied control techniques», *Disability and Rehabilitation: Assistive Technology*, vol. 13, nº 8, pp. 819-834, 2018.
- [17] J. López-Martínez, A. Giménez-Fernández, D. García-Vallejo, A. Jardón-Huete y C. Balaguer-Bernaldo, «Diseño y simulación de un actuador de rigidez variable», *Asociación Española de Ingeniería Mecánica*, 2012.
- [18] N. Tejima, «Rehabilitation robotics: a review», *Advances Robotics*, vol. 14, nº 7, pp. 551-564, 2020.
- [19] Instituto de Salud Cerebral y Neurorehabilitación, «Guttmann Barcelona», 30 03 2020. [En línea]. Disponible: <https://barcelona.guttmann.com/es/article/robotica-para-la-rehabilitacion>. [Último acceso: 06 05 2022].
- [20] I. Aprile, G. Guardati, V. Cipollini, D. Papadopoulou y A. Mastrorosa, «Robotic Rehabilitation: An Opportunity to Improve Cognitive Functions in Subjects With Stroke. An Explorative Study», *Frontiers in Neurology*, vol. 11, 2020.
- [21] I. Hussain, A. Albalasie y M. Awad, «Design and Control of a Discrete Variable Stiffness Actuator With Instant Stiffness Switch for Safe Human-Robot Interaction», *IEEE Access*, vol. 9, pp. 118215-118231, 2021.

- [22] A. Jafari, «Coupling between the Output Force and Stiffness in Different Variable Stiffness Actuators», *Actuators Open Access*, vol. 3, pp. 270-284, 2014.
- [23] C. English y D. Russell, «Implementation of variable joint stiffness through antagonistic actuation using rolamite springs», *Mechanism and machine theory*, vol. 34, pp. 27-49, 1999.
- [24] J. Medina, A. Jardón y C. Balager, «Control desacoplado de un actuador de rigidez variable para robots asistenciales», *Revista Iberoamericana de automatización e informática*, vol. 13, nº 1, pp. 80-91, 2016.
- [25] M. Contreras-Calderón y E. Castillo-Catañeda, «Design of a Variable Stiffness Joint for a Five-Bar-Mechanism», de *Advances in Service and Industrial Robotics. Results of RAAD*, Switzerland, Springer, 2020, pp. 54-63.
- [26] C. Junho, P. Sunchul, L. Woosub y K. Sung-Chul, «Design of a Robot Joint with Variable Stiffness», *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, nº Pasadena, CA, pp. 1760-1765, 2008.
- [27] W. Gordon, «Control Issues for velocity sourced Series Elastic Actuators», *Proceedings of the Australasian Conference on Robotics*, pp. 6-8, 2006.
- [28] G. Naselli, L. Rimassa, M. Zoppi y R. Molfino, «A variable stiffness joint with superelastic material», *Meccanica*, pp. 781-793, 2017.
- [29] M. Usman y A. Raza, «Development of adjustable stiffness actuator by varying lever arm length», *Journal of the Chinese Institute of Engineers*, vol. 40, nº 8, pp. 651-658, 2017.
- [30] N. G. Tsagarankis, I. Sardellitti y D. G. Caldwell, «A New Variable Stiffness Actuator (CompAct-VSA): Design and Modelling», *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 378-383, 2011.
- [31] F. Petit, M. Chalon, W. Friedl, M. Grebenstein, A. Albu-Schäffer y G. Hirzinger, «Bidirectional Antagonistic Variable Stiffness Actuation: Analysis, Design & Implementation», *IEEE International Conference on Robotics and Automation Anchorage Convention District*, pp. 4189-4196, 2010.

- [32] K. Byeong-Sang y S. Jae-Bok, «Hybrid dual actuator unit: A design of a variable stiffness actuator based on an adjustable moment arm mechanism», *010 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1655-1660, 2010.
- [33] L. Yuwang, L. Xiagang, Y. Zhongqiu y L. Jinguo, «Design and analysis of spring parallel variable stiffness actuator based on antagonistic principle», *Mechanism and Machine Theory*, vol. 140, pp. 44-58, 2019.
- [34] L. Barone, «Los músculos», de *Anatomía y fisiología del cuerpo humano*, Buenos Aires, Cultural Librería Americana S.A, pp. 52-56.
- [35] M. Calvagna, «Western New York Urology Associates,» UBMD, 30 08 2017. [En línea]. Disponible: <https://www.wnyurology.com/content.aspx?chunkid=103713#:~:text=En%20general%2C%20la%20recuperaci%C3%B3n%20de,movimiento%20y%20fortalecer%20el%20codo.> [Último acceso: 08 29 2022].
- [36] A. Kapandji, «EL codo», de *Fisiología articular*, Madrid, Médica Panamericana, 2006, pp. 78-103.
- [37] Unidad Hombro Codo Madrid, «Fracturas del codo,» UHCM, 2019. [En línea]. Disponible: <https://www.uhcm.es/codo/patologias/fracturas/>. [Último acceso: 30 09 2022].
- [38] E. Guisasola, «La rehabilitación del codo», *Cirugía de mano y miembro superior*, 2020. [En línea]. Disponible: <https://cirugiamanovalencia.com/la-rehabilitacion-tras-las-fracturas-de-codo/>. [Último acceso: 30 09 2022].
- [39] American academy of orthopaedic surgeons, «OrthoInfo», 2021. [En línea]. Disponible: <https://orthoinfo.aaos.org/es/diseases--conditions/codo-de-tenista-epicondilitis-lateral-tennis-elbow-lateral-epicondylitis/>. [Último acceso: 27 Octubre 2022].
- [40] Biblioteca nacional de medicina, «MedlinePlus», 2022, [En línea]. Disponible: <https://medlineplus.gov/spanish/ency/article/000449.htm>. [Último acceso: 27 octubre 2022].

- [41] C. Peña-Cardona, L. M. Medina-Madrid y C. Trujillo-González, «Actualización en fracturas supracondíleas del codo en la infancia», *Medicina UPB*, vol. 39, nº 1, pp. 57:70, 2019.
- [42] Traumatología y ortopedia. Pontificia Universidad Católica de Chile, «Fracturas de húmero distal,» Pontificia Universidad Católica de Chile, [En línea]. Disponible: <http://www.docencia traumatologia.uc.cl/fracturas-de-humero-distal/>. [Último acceso: 31 10 2022].
- [43] E. Vega-Fernández, M. Torrez-Hernández y J. Martínez-Mesa, «Fractura supracondílea de codo en extensión en niños», *Revista Cubana de Ortopedia y Traumatología*, vol. 20, nº 2, 2006.
- [44] J. Florit-Rozas, «Abordaje integral de fractura de codo en paciente adulto», *efisioterapia*, 2009.
- [45] C.-C. M.G, M. Laribi, M. Arsicault y E. Castillo-Castañeda, «Design, analysis, and simulation of a new variable stiffness joint based on antagonist principle», *Intitution of mechanical engineers*, vol. 236, nº 18, pp. 9991-10000, 2021.
- [46] Lee Springs, «Extension springs», Lee springs, [En línea]. Disponible: <https://www.leespring.mx/es/conoce-mas-resortes-de-extension>. [Último acceso: 21 sep 2022].
- [47] ROBOTIS, «OpenCR 1.0», [En línea]. Disponible: <https://emanual.robotis.com/docs/en/parts/controller/opencr10/>. [Último acceso: 13 agosto 2022].
- [48] CUI Devices, «AMT10 Series Datasheet - Modular | Incremental | CUI Device», 08 abril 2021. [En línea]. Disponible: <https://www.cuidevices.com/product/resource/amt10.pdf>. [Último acceso: 13 agosto 2022].
- [49] ROBOTIS, «MoXM540-W270-T/R», [En línea]. Disponible: <https://emanual.robotis.com/docs/en/dxl/x/xm540-w270/>. [Último acceso: 13 agosto 2022].

- [50] Rhino, «Rhino básculas colgantes», Rhino, 2021. [En línea]. Disponible: <https://www.rhino.mx/producto/bascula-electronica-colgante-bac-20/>. [Último acceso: 22 sep 22].
- [51] B. D. Chaparro-Rico, D. Cafolla, M. Ceccarelli y E. Castillo-Castañeda, «NURSE 2 DoF Device for arm motion guidance: kinematic, dynamic, and FEM Analysis», *MDPI applied sciences*, pp. 21-39, 2020.
- [52] M. Contreras-Calderón y E. Castillo-Castañeda, Desarrollo de interfaces gráfica de usuario, virtual y mecánica para un dispositivo de asistencia para la rehabilitación del brazo, Tesis de maestría: Instituto Politécnico Nacional, 2019.
- [53] M. García, F. Pérez, J. Cantalapiedra y M. Manzanero, Programas de ejercicios, 2014.
- [54] N. Hogan, «Impedance Control: An Approach: Theory», de *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 1985, pp. 1-24.