

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
SECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

**METODOLOGÍA PARA LA OPTIMIZACIÓN DE
ANÁLISIS DE ESFUERZOS POR FATIGA DE ALTO
CICLO EN COMPONENTES DE MÁQUINAS**

T E S I S

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN CIENCIAS
CON ESPECIALIDAD EN INGENIERÍA MECÁNICA**

OPCIÓN: DISEÑO MECÁNICO

PRESENTA:

ING. AMARA BANGOURA

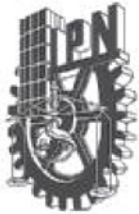
DIRECTORES:

DR. LUIS HECTOR HERNÁNDEZ GÓMEZ

DR. GUILLERMO URRIOLAGOITIA SOSA

MÉXICO, D.F. 2007





INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL SECRETARIA DE INVESTIGACION Y POSGRADO

ACTA DE REVISION DE TESIS

En la Ciudad de México, D. F. siendo las 12:00 horas del día 26 del mes de Abril del 2007 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de Tesis designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de la E. S. I. M. E. para examinar la tesis de grado titulada:

“METODOLOGÍA PARA LA OPTIMIZACIÓN DE ANÁLISIS DE ESFUERZOS POR FATIGA DE ALTO CICLO EN COMPONENTES DE MÁQUINAS”

Presentada por el alumno:

BANGOURA

Apellido paterno

AMARA

Nombre(s)

Con registro:

A	8	5	0	9	6	9
---	---	---	---	---	---	---

Aspirante al grado de:

MAESTRO EN CIENCIAS

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **SU APROBACION DE LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

LA COMISION REVISORA

Director de tesis

DR. LUIS HÉCTOR HERNÁNDEZ GÓMEZ

Segundo Vocal

DR. GUILLERMO URRIOLAGOITIA SOSA

Secretario

M. EN C. GABRIEL VILLA Y RABASA

Presidente

DR. GUILLERMO URRIOLAGOITIA CALDERÓN

Tercer Vocal

M. EN C. ALLA KABATSKAJA IVANOVNA

Suplente

DR. EMMANUEL ALEJANDRO MERCHÁN CRUZ

EL PRESIDENTE DEL COLEGIO

DR. JAIME ROBLES GARCÍA





INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

CARTA DE CESIÓN DE DERECHOS

En la ciudad de México, Distrito Federal, el día 30 de Abril del año 2007, el que suscribe Amara Bangoura alumno del programa de Maestría en Ciencias con especialidad en Ingeniería Mecánica; Opción Diseño Mecánico con número de registro A850969, adscrito a la Sesión de Estudios de Posgrado e Investigación de la ESIME Unidad Profesional Adolfo López Mateos - Zacatenco, manifiesta que es autor intelectual del presente Trabajo de Tesis bajo la dirección del Dr. Luis Héctor Hernández Gómez y del Dr. Guillermo Urriolagoitia Sosa y cede los derechos del trabajo intitulado: METODOLOGÍA PARA LA OPTIMIZACIÓN DE ANÁLISIS DE ESFUERZOS POR FATIGA DE ALTO CICLO EN COMPONENTES DE MÁQUINAS, al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la siguiente dirección: abangouras@yahoo.com.mx

Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.



Amara Bangoura
Nombre y firma

AGRADECIMIENTOS

- A la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación de la Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica (SEPI-ESIME Zacatenco) del Instituto Politécnico Nacional (IPN):

Por la formación profesional y obtención de un grado más en mis estudios.

- Al Dr. Guillermo Urriolagoitia Calderón:

Por toda la ayuda y apoyo incondicionales al inicio y durante mi permanencia en la SEPI.

- A mis Directores de Tesis:

Dr. Luis Héctor Hernández Gómez
Dr. Guillermo Urriolagoitia Sosa

Por la orientación decidida a mi persona para la realización y culminación de este trabajo de tesis.

- A mis Sinodales:

M. en C. Gabriel Villa y Rabasa
M. en C. Alla Kabatskaia Ivanovna
Dr. Emmanuel Alejandro Merchán Cruz

Por sus comentarios, consejos y revisiones con los cuales se llevó a buen término el desarrollo de la presente tesis.

DEDICATORIAS

A MIS PADRES:

Aunque lejos, sus bendiciones siempre llegan a mí:

Martín Bangoura
Fatou Sylla

Por haberme brindado a lo largo de toda mi vida su apoyo, además de que me dieron las herramientas necesarias para poder vivir dignamente en este mundo.

A MI ESPOSA E HIJA:

Criseida González R.
Mariam Bangoura González

Por haberme brindado su cariño y entendimiento para lograr un paso más en mi formación profesional.

A TODA MI FAMILIA:

Por estar espiritualmente cerca, siempre que se necesita de ellos.

A MIS AMIGOS Y COLABORADORES DISTINGUIDOS:

Dr. Ricardo Fernández del Busto
M. I. Enrique Cruz Gómez

Por haberme brindado esa gran amistad y aprecio, y a todos aquellos que en algún momento preguntaron y se preocuparon por mi persona.

¡ GRACIAS !

Contenido	I
Contenido de Figuras	VIII
Contenido de Tablas	XIII
Resumen	XIV
Abstract	XV
Objetivo	XVI
Justificación	XVII
Simbología	XVIII
Capítulo I	1
I.1.- Generalidades de las teorías de falla	2
I.2.- Estudio de las fallas por fatiga	3
I.2.1.- Historial más significativo de las fallas por fatiga	3
I.2.2.- Algunos costos de fallas por fatiga	5
I.2.3.- Algunos sucesos y logros fundamentales en la investigación de las fallas por fatiga	6
I.3.- Mecanismos de falla por fatiga	9
I.3.1.- Etapas de fallas por fatiga	10
I.3.1.1.- Etapa de nucleación de las grietas	10
I.3.1.2.- Etapa de propagación de grietas	11
I.3.1.3.- Proceso de fractura	14
I.4.- Sumario	15
I.5.- Referencias	16
Capítulo II	18
II.1.- Definición de falla por fatiga	19

II.2.- Diseño para distintos tipos de carga y material	19
II.2.1.- Materiales comunes para el diseño a fatiga	19
II.2.2.- Cargas por fatiga	20
II.2.2.1.- Cargas de maquinaria rotativa	20
II.2.2.2.- Cargas de equipo en servicio	22
II.3.- Criterios de medición de las fallas	23
II.3.1.- Condiciones de aplicación de criterios	24
II.3.1.1.- Condiciones estáticas	24
II.3.1.2.- Condiciones dinámicas	24
II.3.2.- Esfuerzos totalmente alternantes cíclicos	24
II.3.2.1.- Aplicación de las técnicas de prueba para medición de falla por fatiga	25
II.3.3.- Esfuerzo medio y alternante combinados	36
II.3.4.- Criterios de la mecánica de fractura	38
II.3.5.- Ensayos de ensambles reales	41
II.4.- Sumario	41
II.5.- Referencias	42
Capítulo III	44
III.1.- Introducción	45
III.2.- Estimación de la resistencia teórica a la fatiga S'_f o de límite de resistencia a la fatiga S'_e	45
III.2.1.- Determinación experimental de los límites de resistencia a la fatiga	45
III.2.2.- Factores de corrección aplicables a la resistencia a la fatiga o al límite de resistencia a la fatiga teóricos	51
III.2.2.1.- Efectos de la carga y factor de carga	52
III.2.2.2.- Efectos dimensionales y factor de tamaño	52

Contenido	III
III.2.2.3.- Efectos superficiales	55
III.2.2.4.- Efectos y factor de temperatura	58
III.2.2.5.- Efectos diversos y factor de confiabilidad	60
III.3.- Cálculo de la resistencia a la fatiga corregida S'_f	61
III.3.1.- Creación de diagramas S-N estimados	61
III.3.1.1.- Muecas y concentraciones de esfuerzos	64
III.3.1.2.- Esfuerzos residuales	68
III.4.- Modelos de análisis de falla por fatiga	69
III.4.1.- Regímenes de fatiga	69
III.5.- Sumario	70
III.6.- Referencias	71
Capítulo IV	73
IV.1.- Generalidades de diseño para diferentes tipos de carga y material	74
IV.2.- Clasificación de esfuerzos de diseño en fatiga	75
IV.2.1.- Esfuerzos de diseño para fatiga de alto ciclo	76
IV.2.2.- Esfuerzos uniaxiales totalmente alternantes ($\sigma_m = 0$), categoría I	76
IV.2.3.- Esfuerzos uniaxiales fluctuantes ($\sigma_m \neq 0$), categoría	76
IV.2.4.- Esfuerzos multiaxiales totalmente alternantes ($\sigma_m = 0$) y fluctuantes ($\sigma_m \neq 0$), categorías III y IV	76
IV.3.- Diseño para esfuerzos uniaxiales totalmente alternantes	77
IV.4.- Diseño para esfuerzos uniaxiales fluctuantes	77
IV.4.1.- Introducción	77
IV.4.2.- Descripción de las líneas de falla	78
IV.4.2.1.- Efecto de combinación de esfuerzos medio alternante	79

IV.4.2.2.- Aplicación de los efectos de concentraciones de esfuerzos con esfuerzos fluctuantes	83
IV.4.2.3.- Determinación del factor de seguridad con esfuerzos fluctuantes	86
IV.4.2.4.- Pasos de diseño para esfuerzos fluctuantes	90
IV.5.- Diseño para esfuerzos multiaxiales a la fatiga	93
IV.5.1.- Frecuencia y relaciones de fase	93
IV.5.2.- Esfuerzos multiaxiales simples, totalmente alternantes	94
IV.5.3.- Esfuerzos multiaxiales fluctuantes simples	95
IV.5.3.1.- Método de Sines	95
IV.5.3.2.- Método de Von Mises	96
IV.5.4.- Esfuerzos multiaxiales complejos	97
IV.5.6.- Sumario	98
IV.7.- Referencias	99
Capítulo V	101
V.1.- Introducción	102
V.2.- Procedimiento general para el diseño a la fatiga de alto ciclo	102
V.2.1.- Antecedentes técnicos	103
V.2.2.- Consideraciones sobre uso de materiales	103
V.3.- Consideraciones prácticas para el uso de la metodología de diseño por fatiga	104
V.3.1.- Elección del modelo de falla	104
V.3.2.- Carga fluctuante o cíclica, torsión media y torsión alternante	105
V.3.3.- Curvas o diagramas S-N para probetas	106
V.3.4.- Aproximación de una curva S-N para probeta	108
V.3.5.- Corrección de una curva S-N para un componente dado	109

V.3.6.- Factores modificadores del límite de fatiga	109
V.3.6.1.- Factor de superficie k_a	110
V.3.6.2.- Factor de tamaño K_b	110
V.3.6.3.- Factor de tipo de carga k_c	111
V.3.6.4.- Factor de temperatura k_d	111
V.3.6.5.- Factor de otras influencias k_e	111
V.3.6.6.- Factor de reducción de límite de fatiga por concentración de esfuerzos K_f	112
V.3.7.- Influencia de esfuerzos medios en fatiga uniaxial	113
V.3.7.1.- Utilización del diagrama de Gooman	113
V.3.7.2.- Utilización del diagrama de Goodman modificado	114
V.3.7.3.- Utilización del diagrama de Soderberg	115
V.3.7.4.- Tensión alternante equivalente	115
V.3.7.5.- Esfuerzo estático equivalente	116
V.3.7.6.- Combinación de muesca y esfuerzo medios	117
V.3.8.- Esfuerzos multiaxiales	117
V.3.8.1.- Fundamentos	117
V.3.8.2.- Consideraciones prácticas para diseño a fatiga bajo esfuerzos multiaxiales	118
V.3.9.- Cargas de amplitud variable	119
V.3.9.1.- Regla de Palmgren-Miller	119
V.3.9.2.- Conteo de ciclos temporales irregulares (método Rainflow)	121
V.4.- Métodos de análisis de diseños	123
V.5.- Sumario	130
V.6.- Referencias	131

Capítulo VI	132
VI.1.- Generalidades	133
VI.2.- Introducción al estudio de diseño de ejes	134
VI.2.1.- Aplicación conceptual de un diseño de ejes	135
VI.3.- Diseño de ejes rotatorios	136
VI.3.1.- Consideraciones de diseño	136
VI.3.2.- Diseño a rigidez	137
VI.3.2.1.- Deflexiones	137
VI.3.2.2.- Rigidez torsional	137
VI.3.3.- Planteamiento del diseño resistente a fatiga bajo cargas cíclicas	137
VI.3.3.1.- Desarrollo de expresiones de cálculo para material dúctil	138
VI.3.3.2.- Desarrollo de expresiones de cálculo para material frágil	146
VI.3.3.3.- Diferencias de aplicaciones de teorías de fallas en materiales frágiles y dúctiles	148
VI.3.3.4.- Diseño para flexión totalmente alternante con torsión uniforme	148
VI.3.3.5.- Diseño para una flexión fluctuante y una torsión fluctuante	149
VI.3.3.6.- Condiciones prácticas de diseño de ejes sometidas a flexión y torsión	150
VI.3.4.- Procedimiento general de diseño de ejes rotatorios	150
VI.4.- Caso de Estudio	152
VI.4.1.- Consideraciones metodológicas de diseño de un eje bajo sollicitaciones distintas	152
VI.4.2.- Resolución	155
VI.4.2.1.- Diseño a flexión invertida y torsión constante	155

Contenido	VII
VI.5.- Evaluación de resultados	171
VI.5.1.- Evaluación preliminar	171
VI.5.2.- Evaluación y comparación de resultados definitivos	172
VI.6.- Referencias	173
Conclusiones	175
Propuestas de trabajos futuros	179

Capítulo I

I.1.- Esfuerzos variables con el tiempo. a) Totalmente alternante b) Repetido c) Fluctuante [1.2]	4
I.2.- Diagrama S-N o de vida-resistencia de Wöhler	4
I.3.- La falla del fuselaje en pleno vuelo [I.12]	6
I.4.- Estría por fatiga en la superficie de la grieta [I.18]	13
I.5.- Piezas con fallas por fatiga. a) Falla a flexión rotativa de una flecha con cuñero. b) Falla a flexión y torsión combinados de un cigüeñal de motor diesel [I.19]	15

Capítulo II

II.1.- Valores alternantes, medios y rangos para esfuerzos cíclicos. a) Totalmente alternantes, b) Repetidos o c) Fluctuantes [II.1]	20
II.2.- Variación en esfuerzo medio cíclico diferente de cero [II.1]	21
II.3.- Cargas semi-aleatorias en diferentes periodos (viajes, meses, vuelos) a) Caso general b) Barco o estructura marina c) Aeronave comercial. [II.4]	23
II.4.- Probeta para la máquina de ensayos de viga rotatoria de R. R Moore [II.6]	25
II.5.- Gráfica log-log de curvas compuestas S-N para aceros forjados de $S_{ut} < 200$ ksi [II.10]	26
II.6.- Ciclos de histéresis de esfuerzo y deformación reales que muestran las cinco primeas versiones de esfuerzo de un material con suavización cíclica [II.11] es $\Delta\varepsilon = \Delta\varepsilon_p + \Delta\varepsilon_e$	27
II.7.- Resultados monotónicos y cíclicos de esfuerzo-deformación, a) Acero ausformado H-11, 660 Bhn; b) Acero SAE 4142, 400 Bhn [II.1]	28
II.8.- Relación entre resistencia a la fatiga y resistencia máxima, para probetas de acero [II.12]	29
II.9.- Bandas S-N para aleaciones de aluminio representativas, excluyendo aleaciones forjadas con $S_{ut} > 38$ ksi [II.13]	30
II.10.- Resistencia a la fatiga 5×10^8 ciclos para aleaciones de aluminio forjado comunes [II.14]	31

II.11.- Probeta para un ensayo a la tensión	31
II.12.- Comparación de curvas S-N axiales totalmente alternantes y de viga en rotación [II.15]	32
II.13.- Curva S-N axial, totalmente alternante, para el acero AISI 4130, mostrando la ruptura en la transición de fatiga de bajo ciclaje a fatiga de alto ciclaje y un límite de resistencia a la fatiga [II.16]	33
II.14.- Curvas esfuerzo-vida para flexión en voladizo de materiales termoestables rellenos de mineral y de vidrio (líneas sólidas) y termoplásticos sin relleno (líneas punteadas) [II.12]	34
II.15.- Fallas de esfuerzos torsionales y biaxiales a flexión combinados, totalmente alternantes, en los ejes $\sigma_1 - \sigma_2$ [II.1]	34
II.16.- Elipse de energía de distorsión en dos dimensiones según el límite de fluencia elástico del material [II.1]	35
II.17.- Datos experimentales de falla a tensión superpuestos en tres teorías de falla [II.1]	35
II.18.- Efectos de un esfuerzo medio sobre la resistencia a la fatiga alternante en larga b) Aleaciones de aluminio en 5×10^8 ciclos [II.17]	36
II.19.- Efecto de esfuerzo medio a compresión y a tensión [II.18]	37
II.20.- Efecto del esfuerzo medio en la vida a la fatiga	38
II.21.- Tres regiones de la curva de tasa de crecimiento de grietas [II.20]	39
II.22.- Dispositivo de prueba a la fatiga del Boeing 757 para ensambles de ala y fuselaje [II.21]	41

Capítulo III

III.1.- Gráfica de límites de fatiga en función de resistencia a la tensión, con base en resultados de prueba reales para un gran número de hierros y aceros forjados [III.3].	46
III.2.- Relación entre la resistencia a la fatiga a flexión en rotación sin muescas, y la resistencia máxima. a) Aceros forjados. b) Hierros forjados y fundidos [III.2].	48
III.2.- Relación entre la resistencia a la fatiga a flexión en rotación sin muescas, y la resistencia máxima. c) Aleaciones de Aluminio. d) Aleaciones forjadas de Cobre [III.2]	49

III.3.- El área en un espécimen en viga en rotación que esforzada por encima del 95% del esfuerzo máximo	53
III.4.- Fórmulas para áreas esforzadas al 95% de diversas secciones, cargadas a flexión [III.3]	54
III.5.- Factores superficiales para diversos acabados en acero [III.5]	55
III.6.- Factor superficial como una función de la aspereza de la superficie y de la resistencia máxima a tensión [III.7]	56
III.7.- Efecto del cromado en la resistencia a la fatiga del acero [III.9]	57
III.8.- Efecto del niquelado y de la granalla de acero sobre la resistencia a la fatiga del acero [III.10]	58
III.9.- Curvas S-N estimadas para a) Materiales con codo, b) Materiales sin codo	61
III.10.- Constantes de Neuber para acero y aluminio [III.3]	62

Capítulo IV

IV.1.- Varias líneas de falla para esfuerzos fluctuantes [IV.2]	78
IV.2.- Efecto de una combinación de esfuerzos medio y alternante [IV.2]	80
IV.3.- Un diagrama Goodman modificado “aumentado” [IV.2]	81
IV.4.- Variación del factor de concentración de esfuerzo medio con el esfuerzo máximo, en materiales dúctiles con posibilidad de fluencia plástica local [IV.3]	84
IV.5.- Factores de seguridad para el diagrama Goodman modificado, para cuatro escenarios posibles de variaciones de carga [IV.2]	87

Capítulo V

V.1.- Algunas relaciones esfuerzo-tiempo: a) esfuerzo fluctuante con pulsaciones de alta frecuencia; b) y c) esfuerzo fluctuante no senoidal; d) esfuerzo fluctuante senoidal; e) esfuerzo repetido; f) esfuerzo alternante senoidal con inversión completa [V.3 y V.7]	105
V.1d.- Ciclos de amplitud constante y nomenclatura asociada	106

V.2.- Curva de flexión rotativa S-N ajustada a los puntos de fallo por fatiga de varias probetas, con límite de fatiga definido	107
V.3.- Generación de una curva S-N para las fases preliminares de diseño	108
V.4.- Corrección de la curva S-N para un componente dado	109
V.5.- Diagrama $\sigma_a - \sigma_m$ y recta de Goodman para $\sigma_m > 0$	114
V.6.- Criterio de Goodman modificado	114
V.7.- Criterio de Soderberg	115
V.8.- Esfuerzo alternante equivalente	116
V.9.- Esfuerzo estático equivalente	116
V.10.- Efecto del concentrador de esfuerzos en un diagrama esfuerzo medio-alternante	117
V.11.- Aplicación de la regla de Palmgren-Miner en la predicción de vida para cargas de amplitud variable alternantes puras	119
V.12.- Predicción de vida para historias temporales repetitivas con variación de esfuerzo medio	121
V.13.- Ejemplo de conteo de ciclos mediante el método Rainflow	123
V.14.- Diagrama lógico para visualizar los métodos de análisis de diseño	124
Capítulo VI	
VI.1.- Cigüeñal de una máquina automotriz diesel	133
VI.2.- Eje escalonado de un reductor de velocidad [VI.4]	134
VI.3.- Eje y elementos asociados [VI.6]	135
VI.4.- Esfuerzo normal fluctuante y de cortante que actúan sobre un eje	139
VI.5.- Línea de Soderberg para el esfuerzo cortante	140
VI.6.- Ilustración de la relación dada en la Ecuación VI.8	141
VI.7.- Ensamble de eje.	151

VI.8.- Caso de estudio	152
VI.9.- Diagrama de fuerzas sobre los engranajes D y C	156
VI.10.- Orientación de los elementos P, D, C y Q	157
VI.11.- Esquema de fuerzas tangenciales y axiales en el engrane C	158
VI.12.- Diagrama de cuerpo libre plano vertical YZ	159
VI.13.- Diagrama de cuerpo libre plano horizontal XZ	159
Diagrama de fuerzas cortantes en el plano YZ	160
Diagrama de fuerzas cortantes en el plano XZ	160
Diagrama de fuerzas axiales en los planos YZ y XZ	161
Diagrama de momentos torsores	161
Diagrama de momentos flectores creados por las fuerzas en el plano vertical YZ	162
Diagrama de momentos flectores creados por las fuerzas en el plano horizontal XZ	162
Conclusiones	
C.1.- La analogía del flujo de fuerzas para partes con contorno	175
C.2.- Concentración de esfuerzos en flechas	176
C.3.- Algunas modificaciones del diseño para reducir la concentración de esfuerzos en una esquina aguda	176

Capítulo I

- I.1.- Sucesos y logros en la investigación de fallas por fatiga [I.14] 7

Capítulo II

- II.1.- Parámetros de la ecuación de Paris para varios aceros 40

Capítulo III

- III.1.- Límite a la fatiga aproximado para varios materiales [III.5] 47
- III.2.- Propiedades cíclicas de algunos metales [III.2 y III.4] 50
- III.3.- Coeficientes para la Ecuación de factor superficial [III.8] 57
- III.4.- Efecto de la temperatura de operación en la resistencia a la tensión de acero [III.3] 59
- III.5.- Factores de confiabilidad para $S_d = 0.08\mu$ [III.11] 60
- III.6.- Factores z para la Ecuación III.18 con rango de valores N_1 con N_2 fijo en 10^3 ciclos 64
- III.7.- Constantes de Neuber [III.15] 68

Capítulo IV

- IV.1.- Clasificación de esfuerzos en fatiga 75

Capítulo V

- V.1.- Caracterización de los ciclos que aparecen en el ejemplo de la Figura V.13 122

Capítulo VI

- V1.1.- Comparativa de los resultados del diseño del eje 172

Conclusiones

- C.1.- Efecto de tamaño en la resistencia a la fatiga de ejes de acero de gran tamaño, sin muesca 177

RESUMEN

En el presente trabajo de investigación, se desarrolla un estudio metodológico para la optimización del análisis de esfuerzos por fatiga de alto ciclo en componentes de máquinas.

En principio, se darán a conocer los fundamentos de análisis de esfuerzos por fatiga en forma general y posteriormente en forma particular con la elección del modo de falla de vida-esfuerzo en ciclos de vida infinita; utilizando el método analítico.

Se desarrollará una metodología de análisis aplicada específicamente a ejes rotatorios que tiene montados elementos transmisores de potencia, tales como engranes, poleas, cadenas, levas, volantes, manivelas, ruedas dentadas y cojinetes de elementos rodantes.

En esta metodología de optimización, se determinarán las cargas sobre el eje que puede ser de varias combinaciones de flexión (cíclica); de torsión (cíclica o no); de cortante de choque, axial, normal o transversal.

Al final de este trabajo, se analizan los resultados a partir del establecimiento de un proceso metódico de revisión generalizado, determinando un factor de seguridad adecuado u óptimo para el diseño y/o análisis del componente giratorio (eje) de máquina, con la opción de uso de una computadora para programar y agilizar el cálculo de los parámetros de diseño.

ABSTRACT

In the present research, a methodological study is developed for the analysis optimization of fatigue efforts for the high cycle in machines' parts.

First, the fundamentals of analysis of fatigue efforts will be known in a general Manner and subsequently in a particular manner with the choice of failure of Life-effort in infinity life cycles using the analytic method.

An analysis methodology will be developed specifically applied to axis of rotation that have assembled transmitting power elements, such as mesh, pulleys, chains, cams, cranks, cog and roller bearing.

In this optimization methodology, the loads will be determined over the axis that can be of several flexion combination (cyclic) of torque (cyclic or not) of transversal, axial, normal or impact cutting.

At the end of this research, the results are analyzed from a methodical process setting of general review determining an appropriate safety factor o ideal for the design or analysis of the rotating part (axis) of the machine, with the options of using a computer to program and speed up the design parameters calculus.

OBJETIVO

Desarrollar el estudio de investigación destinado para facilitar la comprensión del diseño por fatiga de alto ciclo en aplicaciones asociadas al análisis de componentes (ejes rotatorios) de máquinas, abarcando los temas críticos en ese campo como: esfuerzos, ciclos de vida, infinita, material, etc.

Este estudio tiene la finalidad de un marcado didáctico de los conceptos y principios fundamentales del diseño de máquinas a partir de los conocimientos de elasticidad , resistencia de materiales, matemáticas, dinámica, materiales, mecanismos industriales, procesos de ensamble, fabricación o manufactura, que al terminar podrá servir de gran ayuda como texto o fuente de consulta en la industria e instituciones educativas y para utilizarse en cursos de actualización profesional de ingenieros, diseñadores, preparadores técnicos y personal a nivel operacional.

JUSTIFICACIÓN

Este estudio nace como una respuesta a las necesidades e inquietudes que tienen los estudiantes de diseño de máquinas en ingenierías mecánica, mecatrónica, mecánica-eléctrica y carreras afines. Se observa en la actualidad que, una vez conocida la teoría fundamental necesaria para el cálculo de componentes de máquinas, los alumnos que estudian esta disciplina se encuentran con la dificultad de aplicar adecuadamente las técnicas adquiridas.

La elección de modelos de falla por fatiga para fines de diseño de máquinas depende del tipo de maquinaria que se está diseñando y cual es su uso pretendido. Las máquinas rotativas (estacionarias y móviles) quedan bien servidas con el modelo de vida-esfuerzo, porque normalmente, la vida requerida entra dentro del rango de fatiga de alto ciclo.

Por esta razón, esta investigación consiste en realizar un estudio que responda a las necesidades que dé el mayor efecto de aprendizaje, aplicación y que disponga de los índices más altos técnico-económico y de explotación que son:

- Resistencia Mecánica
- Rendimiento económico
- Alta productividad Confiable
- Dimensiones
- Mantenimiento y seguridad de servicio
- Longevidad elevada

Este estudio debe servir también de enlace que motive la realización de algunos otros estudios del mismo ámbito utilizando otros modelos de falla por fatiga aplicando el modelo de esfuerzo-deformación; sea de vida finita o infinita.

SIMBOLOGÍA

K	=	Factor de intensidad de esfuerzo
K_c	=	Nivel de tenacidad a la fractura del material
σ'	=	Esfuerzo de Von Mises
σ	=	Esfuerzo
$\sigma_{\text{máx}}$	=	Esfuerzo máximo
$\sigma_{\text{mín}}$	=	Esfuerzo mínimo
σ_m	=	Esfuerzo medio
σ_a	=	Esfuerzo alternante
$\Delta\sigma$	=	Rango de esfuerzo
R	=	Relación de esfuerzos
A	=	Relación de amplitud de esfuerzo
S_e	=	Límite de resistencia a la fatiga del componente
S'_e	=	Límite de resistencia a la fatiga de la probeta
S_u, S_{ut}	=	Esfuerzo último a la tensión
S_f	=	Resistencia a la fatiga del componente
S'_f	=	Resistencia a la fatiga de la probeta
N	=	Número de ciclos
S_y	=	Resistencia a la fluencia elástica a tensión
S_{sy}	=	Resistencia a la fluencia elástica a torsión
k_a	=	Factor de superficie
k_b	=	Factor de tamaño
k_c	=	Factor de carga
k_d	=	Factor de temperatura
k_e	=	Factor de confiabilidad o de efectos diversos
k_o	=	Factor de modificación del límite a la fatiga
K_f	=	Factor de concentración de esfuerzo a la fatiga
K_t	=	Factor geométrico o teórico de concentración de esfuerzo a la fatiga debido a tensión
K_{ts}	=	Factor geométrico o teórico de concentración de esfuerzo a la fatiga debido a la torsión
K_{fs}	=	Factor de concentración a la fatiga debido a la torsión
q	=	Sensibilidad a las muescas del material
\sqrt{a}	=	Constante de Neuber
FS	=	Factor de seguridad
τ_m	=	Esfuerzo cortante medio
τ_a	=	Esfuerzo cortante alternante
τ_{eq}	=	Esfuerzo cortante equivalente
M_m	=	Momento flexionante medio o momento flector medio
M_a	=	Momento flexionante alternante o momento flector alternante
T_m	=	Momento torsionante medio o par de torsión medio
T_a	=	Momento torsionante alternante o par de torsión alternante

CAPÍTULO I

ANTECEDENTES DEL ESTUDIO DE LAS TEORÍAS DE FALLAS POR FATIGA

CAPÍTULO I

I.1.- Generalidades de las teorías de falla

¿Por qué fallan las piezas? Es una pregunta que durante siglos ha mantenido ocupados a científicos y a ingenieros. Hoy día, se comprende mucho más sobre los diversos mecanismos de falla de lo que se sabía hasta hace unas cuantas décadas, principalmente gracias a mejores técnicas experimentales y de medición [I.1 y I.2].

En general, los materiales dúctiles sometidos a cargas de tensión estática están limitados por su resistencia al cortante. En tanto que los materiales frágiles están limitados por sus resistencias a tensión (aunque hay excepciones a esta regla cuando materiales dúctiles se comportan como si fueran frágiles). Esta situación demanda las distintas teorías de falla para las dos clases de materiales, dúctiles y frágiles [I.3].

Diversas teorías han sido propuestas en el intento de explicar el proceso de fractura. Las descritas a continuación son bien conocidas y dependiendo de condiciones generales, son usualmente utilizadas en el desarrollo del criterio de fallas para la propagación de grietas. Estas teorías son aplicadas distintamente a fallas frágiles sin flujo plástico o con flujo plástico definiendo el valor del esfuerzo local para empezar el mecanismo de inestabilidad [I.4].

Las teorías aplicadas a cargas estáticas y/o dinámicas son las siguientes [I.5 y I.6]:

1. – Materiales dúctiles

- Teoría del esfuerzo cortante máximo o criterio de Tresca o teoría de esfuerzo cortante octaédrico.
- Teoría de la energía de distorsión o criterio de Von Mises.

2.- Materiales frágiles

- Teoría de esfuerzo normal máximo.

- Teoría de Coulomb-Mohr o teoría de fricción interna.
- Teoría de modificada de Mohr.

I.2.- Estudio de las fallas por fatiga

En su mayoría, las fallas en máquinas se deben a cargas que varían con el tiempo y no a cargas estáticas [I.7]. Estas fallas suelen ocurrir a niveles de esfuerzo muy por debajo del límite elástico de los materiales. Por lo tanto, de manejar sólo las teorías de falla estática, puede llevar a diseños poco seguros cuando las cargas sean dinámicas.

I.2.1.- Historial más significativo de las fallas por fatiga

Este fenómeno se observó por primera vez en los años 1800, cuando empezaron a fallar ejes de los carros de ferrocarril después de sólo poco tiempo de servicio [I.2]. Estaban fabricados de acero dúctil, pero mostraban falla súbita de tipo frágil.

En 1843, Rankine publicó un estudio sobre las causas de la ruptura inesperada de los rodamientos de los ejes de ferrocarril [I.8]. En el cual postuló, que el material se había “cristalizado” y hecho frágil debido a los esfuerzos fluctuantes. Los ejes se habían diseñado según todos los conocimientos de ingeniería disponibles a la fecha, conocimientos que se basaban en experiencia adquirida con estructuras cargadas estáticamente.

Las cargas dinámicas eran entonces un fenómeno nuevo, resultado de la introducción de maquinaria movida por vapor. Estos ejes estaban fijos a las ruedas, y giraban junto con ellas. Por lo que el esfuerzo a flexión en cualquier punto de la superficie del eje variaba cíclicamente de positivo a negativo, según se aprecia en la Figura I.1a. Estas cargas se identifican como totalmente alternantes.

Un ingeniero alemán, August Wöhler, realizó la primera investigación científica en lo que se conocía como fallas por fatiga [I.9]. Probó los ejes hasta la falla, en el laboratorio, bajo cargas totalmente alternantes. Publicó sus resultados en 1867, que identificaban como “culpable” al número de ciclos de esfuerzo en

concordancia con su variación en tiempo, y encontró la existencia de un límite de resistencia a la fatiga para los aceros. Es decir, un nivel de esfuerzos que puede ser tolerable para millones de ciclos de esfuerzos totalmente alternantes.

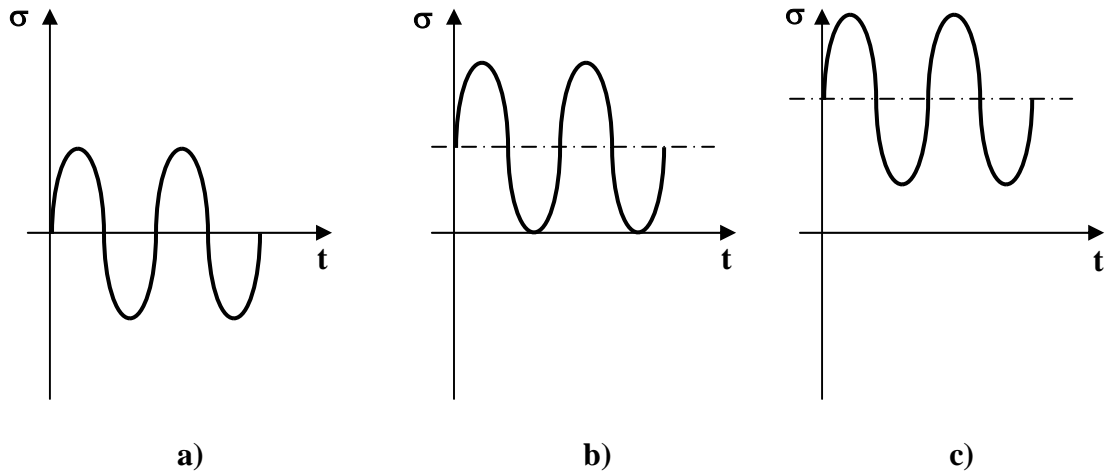


Figura I.1.- Esfuerzos variables con el tiempo
 a) Totalmente alternante b) Repetido c) Fluctuante [1.2]

El diagrama S-N o de Wöhler, que se muestra en la Figura I.2, se convirtió en la forma estándar de caracterizar el comportamiento de los materiales bajo cargas completamente alternantes, y sigue en uso. Aunque ahora también están disponibles otras medidas de resistencia de los materiales bajo cargas dinámicas [1.6].

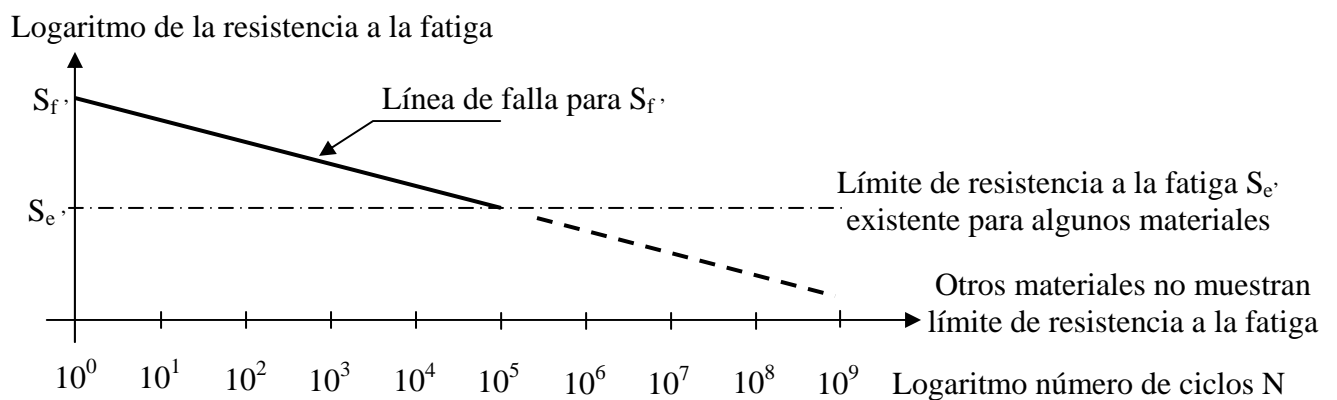


Figura I.2.- Diagrama S-N o de vida-resistencia de Wöhler

El término “fatiga” fue aplicado por primera vez a esta situación por Poncelet en 1839 [I.10]. Todavía no se entendía el mecanismo de las fallas y la apariencia frágil de la superficie de falla en un material dúctil hizo que se especulara que de alguna manera el material se había “cansado” y hecho frágil, debido a la oscilación de las cargas. Wöhler demostró después que las mitades rotas de los ejes seguían siendo tan resistentes y dúctiles a los ensayos a tensión como el material original [I.9]. Sin embargo, se retuvo el término falla por fatiga y se sigue manejando para describir cualquier falla debida a cargas que varían con el tiempo.

I.2.2.- Algunos costos de fallas por fatiga

Las fallas por fatiga, como las conocemos en la actualidad, no son completamente extrañas. La fatiga constituye la causa individual más grande de falla en los metales, la cual se estima que es el 90% de todas las fallas metálicas [I.11].

Las fallas por fatiga, especialmente en las estructuras, resultan catastróficas e insidiosas, y ocurren repentinamente, a menudo sin advertencia. Por esta razón los ingenieros deben tener en cuenta el efecto de la fatiga en sus diseños.

La falla por fatiga es causa de un costo importante en la economía [I.3]. Dowling propone, con base en datos del informe del gobierno de Estados Unidos por Reed y colaboradores que; “El costo anual para la economía de Estados Unidos por fatiga de los materiales, en dólares de 1982, es de alrededor de 100 000 millones”, correspondiendo a aproximadamente el 3% del Producto Nacional Bruto (PNB). Estos costos provienen de la ocurrencia o prevención de fallas por fatiga en vehículos terrestres, vehículos sobre rieles, aeronaves de todo tipo, puentes, grúas, equipos de plantas generadoras de energía, estructuras de pozos petroleros submarinos y una amplia variedad de maquinaria y equipo vario, como artefactos domésticos, juguetes y equipo deportivo.

El costo también puede implicar vidas humanas. La primera aeronave a reacción comercial para pasajeros, el Comet británico, sufrió dos accidentes graves en 1954, debido a fallas por fatiga causadas por los ciclos de presurización y

despresurización de la cabina [I.12]. Más recientemente, en 1988, un Boeing 737 de Hawaiian Airlines perdió un tercio de la parte superior de su cabina en pleno vuelo, a 25,000 pies de altitud. Aterrizó con pérdidas mínimas de vidas [I.13] (Figura I.3).



Figura I.3.- La falla del fuselaje en pleno vuelo [I.12]

Las cargas fluctuantes inducen esfuerzos de fluctuación (cíclicos), que con frecuencia resultan en la falla por daño acumulativo.

I.2.3.- Algunos sucesos y logros fundamentales en la investigación de las fallas por fatiga

En los últimos 150 años se ha trabajado mucho a fin de determinar el mecanismo real de la falla por fatiga. Las demandas impuestas desde la Segunda Guerra Mundial sobre los materiales, en aplicaciones para naves aéreas y aeroespaciales han motivado crecientes desembolsos en la investigación científica de este tema y ahora está razonablemente bien comprendido, aunque los investigadores siguen buscando respuestas a preguntas sobre el mecanismo de fatiga. La Tabla I.1 muestra algunos sucesos básicos de importancia ocurridos en la historia de la investigación de las fallas por fatiga.

Tabla I.1.- Sucesos y logros en la investigación de fallas por fatiga [I.14]

Año	Investigador	Suceso o logro
1829	Albert	Primero en documentar la falla por cargas repetidas.
1837	Ranking	Analiza la teoría de la cristalización de la fatiga.
1839	Poncelet	Primero en utilizar el término fatiga.
1849	Stephenson	Analiza la responsabilidad del producto asociada con fallas por fatiga en los ejes de los carros de ferrocarril.
1850	Braithwaite	Primero en utilizar el término fatiga en una publicación en inglés y analiza la teoría de la cristalización.
1864	Fairbairn	Informa sobre los primeros experimentos sobre cargas repetidas.
1871	Wöhler	Publica los resultados de 20 años de su investigación de las fallas de los ejes, perfecciona la prueba a flexión giratoria, el diagrama S-N, y define el límite de resistencia a la fatiga.
1886	Bauschinger	Inventa un extensómetro de espejo con una sensibilidad de 10^{-6} , y estudia el esfuerzo-deformación inelástico.
1903	Swing / Humfrey	Descubre las líneas de deslizamiento, grietas por fatiga y crecimiento de grietas hasta la falla, demostrando lo incorrecto de la teoría de cristalización.
1910	Baitstow	Verifica la teoría de Bauschinger respecto a un límite de fluencia elástico natural y el límite de resistencia a la fatiga de Wohler.
1910	Basquin	Enuncia la ley exponencial de las pruebas de resistencia a la fatiga (ecuación de Basquin).
1915	Smith / Wedgewood	Separan la deformación plástica cíclica de la deformación plástica total.
1921	Griffith	Aplica criterios para la fractura y relaciona la fatiga con el crecimiento de las grietas.
1927	Moore / Kommers	Cuantifican datos de fatiga de alto ciclaje para muchos materiales en "The Fatigue of Metals".
1930	Goodman /	Por separado determinan la influencia de los esfuerzos

	Sodeberg	medios sobre la fatiga.
1937	Neuber	Publica la ecuación de Neuber para la concentración de deformaciones en muescas (traducción al inglés en 1946).
1953	Peterson	Publica "Stress Concentration Design Factors" con un procedimiento para tomar en cuenta las muescas.
1955	Coffin / Manson	Publican de manera independiente la ley de fatiga de bajo ciclaje, con base en la deformación (ley Coffin/Manson).
1961	París	Publica la ley de París de mecánica de fracturas, para el crecimiento de la grietas por fatiga.
1962 1963 1966 1967 1969	Smith / Laird Mc Clinton Weetman Laird / Rice Newman y Pelloux	Con la aplicación de los conceptos de mecánica de fractura para falla por fatiga, fueron desarrollados modelos conceptuales y cuantitativos para racionalizar experimentalmente la falla por fatiga a partir de la resistencia de los materiales de ingeniería.
1970's 1980's	Elber / Bucci / Ghaki	Argumentan el contacto prematuro entre superficies de falla (basado en los efectos de grieta plástica) representado por un mecanismo asociado con el fenómeno de fatiga de grieta cerrada.
1980 1988 1990	Hertzberg / Manson Newman Suresh / Nakamura / Yeshurum / Yang/Duffy	Investigan y recogen los efectos que producen los materiales no metálicos y compuestos de los cuales se ofrece el potencial de mejoramiento mecánico, térmico y ambiental bajo cargas cíclicas a fatiga.
1991	Rosakis / Zehnder	Distribución de temperatura alrededor de grietas, propagándose dinámicamente en acero 4340 utilizando la medición experimental por medio de detectores infrarrojos de alta velocidad.
1994	Nakamura /	Análisis computacional de la propagación dinámica de

	Krushner	grietas a lo largo de interfases bimateriales.
1995	Needlman / Tvergaard	Análisis de una transición “frágil-dúctil” bajo la dinámica de carga cortante en materiales sólidos y/o estructuras.
1997	Lameros / Shukla / Rosakis	Investigación de la mecánica de propagación intersónica a lo largo de una interfase bimaternal usando gradiente coherente y fotoelasticidad.
1999	Willis / Movchan	Perturbación dinámica tridimensional de propagación de grieta.
2000	Rosakis / Ravichandran	Tópicos para la investigación en la dinámica de fallas mecánicas (introducción y aplicaciones).
2002	Alves, M. / Jones, N.	Falla por impacto de vigas usando la mecánica de daños acumulados bajo cargas estáticas y dinámicas de modelo continuo.
2003	Dwivedi, S.K. / Espinosa, H. D.	Modelación dinámica de la propagación de grieta en fibra reforzada de material compuesto incluyendo los efectos friccionales.
2004	Lin, Z. / Lingang, C.	Modelo simplificado para la predicción de la dinámica de daños y fractura de materiales dúctiles.
2005	Rusineck, A. / Zaera, R.	Análisis de inercia y efectos escalares en la formación dinámica durante la tensión en una lámina de acero.
2006	Roy Xu, L. / Wang, P.	Análisis dinámico de la fractura mecánica del modo de transición de falla a lo largo de interfases en sólidos elásticos.

I.3.- Mecanismos de fallas por fatiga

Las fallas por fatiga siempre empiezan en una grieta. La grieta pudiera haber estado presente en el material desde su manufactura o haberse presentado a lo largo del tiempo, por causa de las deformaciones cíclicas cerca de las concentraciones de esfuerzos. La falla por fatiga ocurre en esfuerzos relativamente bajos de un componente o en una estructura sometidos a esfuerzos fluctuantes o cíclicos [I.14].

Se ha demostrado que casi todos los miembros estructurales contienen discontinuidades, desde microscópicos hasta macroscópicos, introducidos en el proceso de manufactura o de fabricación [I.15]. Las grietas por fatiga se inician en una muesca o en otra concentración de esfuerzo. Las grietas por fatiga por lo general comienzan en la superficie y se propagan por el volumen de un componente, a menos que existan grandes defectos bajo la superficie o concentradores de esfuerzo en el sustrato.

Resulta vital que piezas dinámicamente cargadas sean diseñadas para minimizar concentraciones de esfuerzos, que son los típicos aceleradores del mecanismo de falla por fatiga [I.11].

I.3.1.- Etapas de fallas por fatiga

Las grietas por fatiga comienzan en sitios simultáneamente y se propagan cuando un defecto domina y crece más rápidamente que los otros. Hay tres etapas de fallas por fatiga, la nucleación de la grieta, la propagación de la grieta y la fractura súbita causada por el crecimiento inestable de la grieta [I.14]. La primera etapa puede ser de corta duración, la segunda etapa implica la mayor parte de la vida de la pieza y la tercera etapa es instantánea.

I.3.1.1.- Etapa de nucleación de las grietas

La vida total de un componente o estructura representa el tiempo que le toma a una grieta para comenzar, más el tiempo que necesita para propagarse por la sección transversal [I.16]. Entonces la vida de diseño se maximiza en las formas siguientes:

a) Fenómeno de nucleación

Un metal dúctil que al ser fabricado, no tenía grietas, pero tiene la colección normal de partículas, inclusiones, etc, comunes en materiales de ingeniería. A escala microscópica, los metales no son homogéneos ni isotrópicos. Además, que hay algunas partes de concentración de esfuerzos causados por la geometría (muescas) en localizaciones de esfuerzo significativo variando con

el tiempo, que contienen un componente de tensión (positivo), según se mostró en la Figura I.1. Como los esfuerzos de la muesca oscilan, puede ocurrir fluencia plástica local debido a concentración de esfuerzo, aún cuando el esfuerzo nominal en la sección esté muy por debajo del límite elástico del material. La fluencia plástica local causa distorsión, creando bandas de deslizamiento (regiones de deformaciones intensas producidas por movimientos cortantes) a lo largo de los bordes cristalizados del material. Conforme los esfuerzos se alternan, aparecen más bandas de deslizamiento, las que forman grietas microscópicas. Aun en ausencia de muescas (como en las probetas lisas) ese mecanismo sigue funcionando, siempre que en alguna parte del material se haya excedido el límite elástico. Los huecos o inclusiones preexistentes servirán como elevadores de esfuerzo para la iniciación de la grieta.

b) Influencia de grietas en materiales de ingeniería

Los materiales menos dúctiles no tienen la misma capacidad de fluencia plástica que los dúctiles y tenderán a generar con mayor rapidez. El debilitamiento de la estructura por el fenómeno de iniciación de grieta; son más sensibles a las muescas. Los materiales frágiles (especialmente los fundidos) que no tienen fluencia pueden pasar por alto esta etapa inicial y llegar directamente a la propagación de grietas, en sitios de los huecos o inclusiones existentes, que sirven como micro-grietas. Maximizar el tiempo de iniciación permite que las funciones por más tiempo con poca o ninguna pérdida de rendimiento.

I.3.1.2.- Etapa de propagación de las grietas

Las grietas por fatiga se propagan más rápido a lo largo de los límites de las fronteras reticulares que a través de los granos (porque la disposición de los granos tiene un empaque atómico mucho más eficiente). De esta forma, la utilización de un material que no presente granos alargados en la dirección del

crecimiento de grietas por fatiga extiende la vida a la fatiga (por ejemplo, usando componentes trabajados en frío en vez de fundidos) [I.17].

a) Fenómeno de propagación

Una vez establecida la microgrieta (o si está presente desde el inicio), se hacen operables los mecanismos de la mecánica de fracturas. La grieta aguda crea concentraciones de esfuerzos superiores a los de la muesca original, lo que provoca una zona plástica en el extremo de la grieta cada vez que el original, lo que provoca una zona plástica en el extremo y reduce la concentración efectiva de esfuerzos. La grieta crece un poco. Cuando el esfuerzo se alterna desde un régimen de esfuerzo a compresión hasta cero o hasta un esfuerzo a tensión lo bastante inferior, según se muestra en las Figuras I.1a, I.1b, I.1.c respectivamente, la grieta se cierra, la fluencia plástica cesa momentáneamente y de nuevo la grieta se vuelve aguda, aunque con una dimensión mayor. Este proceso continúa en tanto el esfuerzo local en la punta de la grieta este alternando desde por debajo del punto de fluencia a tensión, hasta por encima. Por lo que el crecimiento de la grieta se debe a esfuerzos a tensión, y la grieta crece a lo largo de planos normales al esfuerzo máximo a tensión.

b) Influencia de propagación de grietas en materiales de ingeniería

Las fallas por fatiga se consideran causadas por esfuerzos a tensión, aun cuando en los materiales dúctiles el esfuerzo cortante inicia el proceso como se descubrió arriba. Los esfuerzos alternantes que sean siempre a compresión no causarán crecimiento de grietas, ya que en este caso aquéllos tienen tendencia a cerrarlas. Si se observan con gran ampliación, las estrías debidas a cada ciclo de esfuerzo aparecen como en la Figura I.4, que muestra la superficie de la grieta de un espécimen

fallado de aluminio a una ampliación de 12000x, junto con una representación del patrón de ciclo de esfuerzo que la hizo fallar.

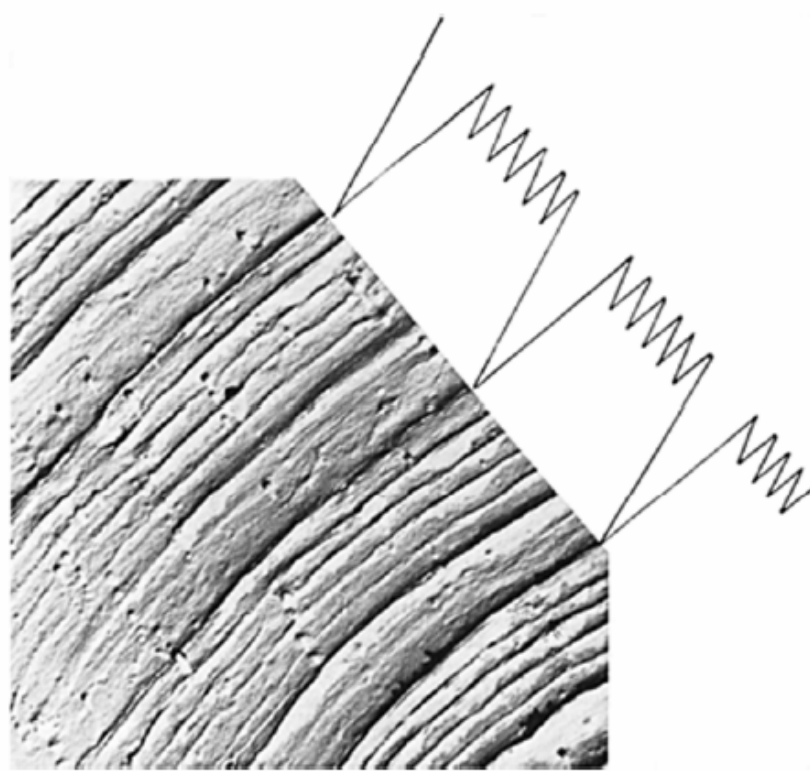


Figura I.4.- Estría por fatiga en la superficie de la grieta [I.18]

Los ciclos de esfuerzo de gran amplitud ocasionales aparecen como estrías más grandes a los más frecuentes, de amplitud menor, indicando que las amplitudes de los esfuerzos mayores causan por ciclo un más elevado crecimiento de la grieta.

c) Influencia de la corrosión en la propagación de grietas

Otro mecanismo de propagación de grietas es la corrosión. Si una pieza que contiene una grieta está en un entorno corrosivo, la grieta crecerá sujeta a esfuerzos estáticos. La combinación de un esfuerzo y de un entorno corrosivo tiene efecto acumulativo aumentado y el material se corroe con mayor rapidez que sino estuviera esforzado. Esta situación combinada a veces se conoce como corrosión por esfuerzo o agrietamiento asistido por el

entorno. Si la parte está esforzada cíclicamente en un entorno corrosivo, la grieta crecerá con mayor rapidez que como resultado de cualquiera de los factores solos. Esto también se conoce como fatiga por corrosión. En tanto que en un entorno no corrosivo la frecuencia del ciclo de esfuerzos (a diferencia del número de ciclos) parecería no tener efecto decremental en el crecimiento de las grietas, en presencia de entornos corrosivos si la tiene. Menores frecuencias alternantes le dejan más tiempo al entorno para actuar sobre el extremo esforzado de la grieta, cuando ésta se mantiene abierta bajo esfuerzo a tensión incrementando de manera importante la velocidad de crecimiento, por ciclo, de la grieta. Maximizar el tiempo de propagación facilita que las grietas se detecten antes de que tengan un efecto catastrófico, un enfoque previamente llamado la “doctrina del peligro manifiesto” [I.1].

I.3.1.3.- Proceso de fractura

La grieta continuará creciendo en tanto estén presentes esfuerzos cíclicos a tensión y/o factores de corrosión de superficie severidad. Llegando algún momento, el tamaño de la grieta se hace lo bastante grande como para elevar el factor de intensidad de esfuerzo K , en el extremo de la grieta al nivel de la tenacidad a la fractura del material K_c , y en el siguiente ciclo de esfuerzo a tensión ocurre al instante la falla súbita. Este mecanismo de falla es el mismo, sin importa que la situación $K = K_c$ haya sido alcanzada por la propagación de la grieta a un tamaño suficiente por haberse elevado bastante el esfuerzo nominal. Por lo regular en cargas dinámicas ocurre lo primero, en tanto que lo último es más común en cargas estáticas [I.3]. El resultado es el mismo, una falla súbita y catastrófica, sin advertencia.

El examen a simple vista de las piezas falladas a la carga por fatiga muestra un patrón característico, según se aprecia en la Figura I.5. Hay una región que emana del sitio de la microgrieta original, que aparece como bruñida, y otra región

aparte, que aparece mate y áspera con la apariencia de una fractura frágil. La región bruñida era la grieta, con marcas de playa.

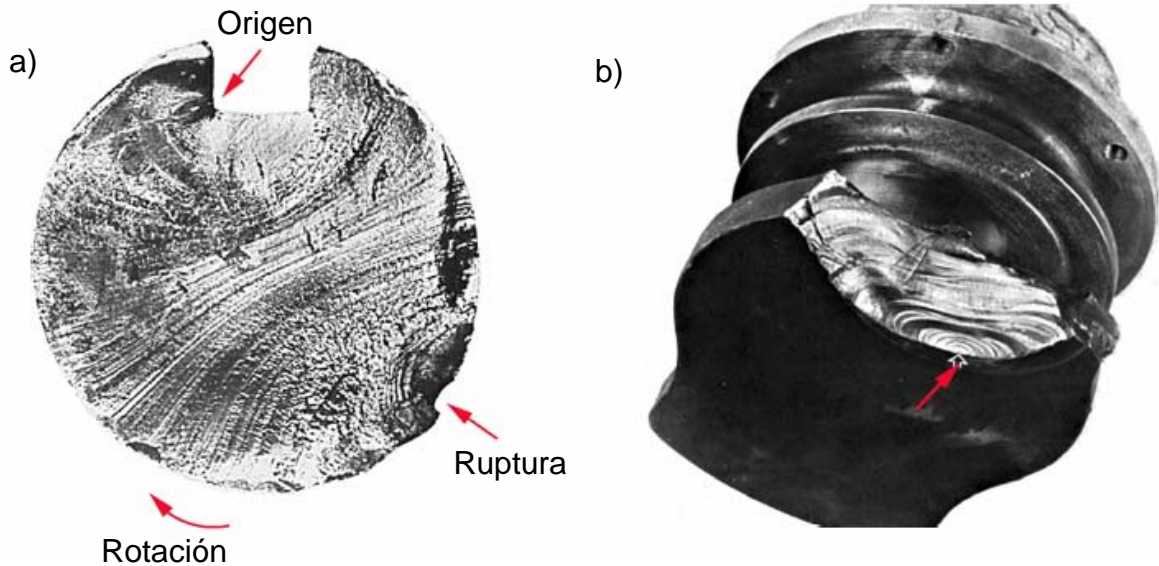


Figura I.5.- Piezas con fallas por fatiga.

- a) Falla a flexión rotativa de una flecha con cuñero.
- b) Falla a flexión y torsión combinados de un cigüeñal de motor diesel [I.19]

Las marcas de playa se deben a la iniciación y la detención alternante del crecimiento de la grieta, y rodean el origen de la misma, por lo general en una muesca o en un elevador de esfuerzos internos. Maximizar la longitud crítica de la grieta conduce a una vida larga con una probabilidad mayor de conocer una falla inminente.

I.4.- Sumario

En este capítulo, se presentó la definición de la falla por fatiga, además de un historial breve de las fallas por fatiga y las distintas etapas del mecanismo de propagación de fallas por fatiga.

Cabe mencionar, que las fallas en componentes o estructuras con frecuencia están causadas por esfuerzos fluctuantes. Si la secuencia de la variación del esfuerzo se repite, se llama cíclica. Por ello, se observa que la mayoría de las fallas de los elementos de máquina implica condiciones de carga que fluctúan con el tiempo.

Sin embargo, el conocimiento de las condiciones de carga estática, previo a este estudio, son importantes porque proporcionan la base para la comprensión de los capítulos subsecuentes. Dichos capítulos deben enfatizar esa misma comprensión y prevención de la falla de un componente bajo carga cíclica y de impacto.

En lugar de considerar una variación general de la carga con el tiempo (carga fluctuante), sólo se tomarán en cuenta cargas cíclicas o una secuencia de carga que se repite como consideraciones de fallas por fatiga en Diseño y/o análisis de componentes de máquina. Estas consideraciones serán temas posteriores a discutir en términos de criterios de medición de las fallas definiendo:

- Las condiciones de aplicación de estos criterios de medición.
- Las técnicas óptimas de pruebas para medición de falla por fatiga.

I.5.- Referencias

1. Ares, J., Rosakis, A. J. y Ravichandran, G., Dynamic failure mechanics, *International Journal of Solids and Structures*, Volume 37, Issues 1-2, January, pp 331-348, 2000.
2. Norton, R. L., *Diseño de máquinas*, 1ª. Edición, Ed. Prentice hall, pp 345-351, 1999.
3. Craig, R.R., *Mecánica de materiales*, 2ª Edición, CECSA, 2005.
4. Urriolagoitia-Calderón, G., *The analysis of the stresses in gear wheels with Novikov teeth using photo-elastic and finite element method*, Tesis de Maestría, University of Strathclyde, Escocia, 1970.
5. Hamrock, B. J., *Elementos de máquinas*, 1ª. Edición, Ed. Mc Graw Hill, pp 257-269, 2000.
6. Shigley, J. E., *Diseño en ingeniería mecánica*, 5ª Edición, Ed. Mc Graw Hill, ISBN; 9701036468, pp 272-278, 2001.
7. Sandor, B.I., *Fundamentals of cyclic stress and strain*, The University of Wisconsin Press, pp 3-4, 1983

8. Rankine, W. J. M., On the causes of unexpected breakage of journals of railway axles and the means of preventing such accidents by observing the law of continuity in their construction, *Proceedings of the Institute of Civil Engineering*, London, pp105-108, 1843.
9. Wöhler, A., Versuche über die Festigkeit der Eisenbahnwagenachsen, *Zeitschrift für Bauwesen* 10, English summary, *Engineering* 4, pp 160-161, 1867.
10. Poncelet, J. V., Introduction á la mécanique, *Industrielle, Physique our Experimentale*, pp 317-318, 1839.
11. Mott, R. L., *Diseño de elementos de máquinas*, 1a. Edición, Ed. Prentice Hall, pp 134-159, 1999.
12. http://news.bbc.co.uk/onthisday/hi/witness/october/19/newsid_3112000/3112466.stm.
13. http://en.wikipedia.org/wiki/Aloha_Airlines.
14. Suresh, S., *Fatigue of materials*, Cambridge, University Press, 1991.
15. Wood, W. A., Formation of fatigue cracks, *Philosophical magazine*, 3, pp 692-699, 1958.
16. Gurney, T. R., *Fatigue of welded structures*, Cambridge University Press, 1968.
17. Liu, H. W., Fatigue crack propagation and applied stress range “An energy approach”, *Journal of basic engineering*, 85, pp 116.122, 1963.
18. Broek, D., *The practical use of fracture mechanics*, Kluwer Publishers, Dordrecht, pp 10, 1988.
19. Wulpi, D. J., *Understanding how components fail*, Am. Soc. for Metals: Metals Park, Ohio, pp149 and 152, 1990.

CAPÍTULO II

CONSIDERACIONES DE FALLA POR FATIGA EN DISEÑO Y/O ANÁLISIS DE COMPONENTES DE MÁQUINA

CAPÍTULO II

II.1.- Definición de falla por fatiga

Se entiende por fatiga de un componente mecánico el fallo del mismo originado por una sollicitación variable con el tiempo. Dicha sollicitación es relativamente baja, de forma que no se alcanzan las tensiones de rotura del material en ninguno de los ciclos de carga. Sin embargo el efecto repetitivo de la sollicitación aplicada da lugar al fallo del componente, aunque las tensiones nominales alcanzadas en servicio no sean elevadas [II.1].

II.2.- Diseño para distintos tipos de carga y material

Una pieza de máquina es segura para operar bajo condiciones susceptibles de ser previstas en forma razonable. Esto se logra realizando un análisis de tensión, ya sea en forma analítica o experimental, y comparando la tensión que se observe la pieza bajo condiciones de operación. La decisión en cuanto a qué esfuerzos de tensión de diseño utilizar implica, cuando menos, considerar el tipo de carga en la pieza y el material con que se fábrica.

II.2.1.-Materiales comunes para el diseño a fatiga

Es importante considerar la ductilidad del material, así como su resistencia y rigidez. Las diferencias en los modos en que fallan los materiales dúctiles y los frágiles o quebradizos son, por demás sorprendentes. Las piezas para máquinas se fabrican con materiales dúctiles, en particular si se les somete a cargas que generan fatiga, o bien, a choque o impacto [II.2].

Los metales forjados, como el acero, aluminio o cobre son, por lo regular, dúctiles; en lo que corresponde a la carga que genera fatiga, se recomienda que la elongación porcentual para el material sea significativamente mayor que 5%, digamos 10% o más, como protección contra fracturas de tipo quebradizo. El acero fundido gris o dulce, algunos aceros que se someten a tratamiento térmico intenso, algunos plásticos y algunas piezas que se fabrican con metal en polvo son quebradizos [II.3].

II.2.2.- Cargas por fatiga

Cualquier carga cíclica o repetitiva con el tiempo puede causar falla por fatiga. El carácter de estas cargas llega a variar de manera importante de una a otra aplicación. En maquinaria rotativa, las cargas tienden a ser de amplitud uniforme a lo largo del tiempo y a repetirse con alguna frecuencia. En equipo de servicio (vehículos de todo tipo), las cargas tienden a ser, a lo largo del tiempo, bastante variables en amplitud y frecuencia e incluso pueden ser de naturaleza aleatoria.

II.2.2.1.- Cargas de maquinaria rotativa

Las funciones típicas esfuerzo-tiempo experimentadas por maquinaria rotativa se pueden modelar como se observa en la Figura II.1 mostradas de manera esquemática como ondas senoidales.

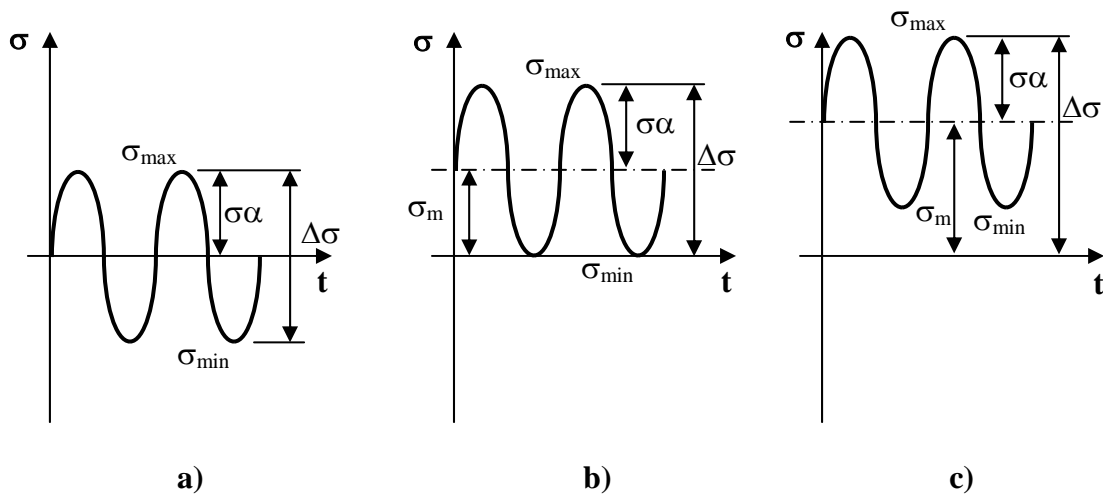


Figura II.1.- Valores alternantes, medios y rangos para esfuerzos cíclicos.
 a) Totalmente alternantes, b) Repetidos o c) Fluctuantes [II.1]

Cualquiera de estas formas de onda se puede caracterizar mediante dos parámetros, sus componentes medio y alternante, sus valores máximo y mínimo o la relación entre estos valores. El rango de esfuerzo $\Delta\sigma$ se define de la forma:

$$\Delta\sigma = \sigma_{\max} - \sigma_{\min} \tag{II.1}$$

El componente alternante σ_a se determina a partir de:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \quad \text{II.2}$$

Se pueden formar dos relaciones:

$$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} \quad A = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}} = \frac{1-R}{1+R} \quad \text{II.3}$$

Donde R es la relación de esfuerzos y A es la relación de amplitud. Cuando el esfuerzo es totalmente alternante (Figura II.1a), $R = -1$ y $A = \infty$. Cuando el esfuerzo se repite (Figura II-1b), $R = 0$ y $A = 1$. Cuando los esfuerzos máximos y mínimos tienen el mismo signo en la Figura II.1c, tanto R como A son positivos, y $0 \leq R \leq 1$.

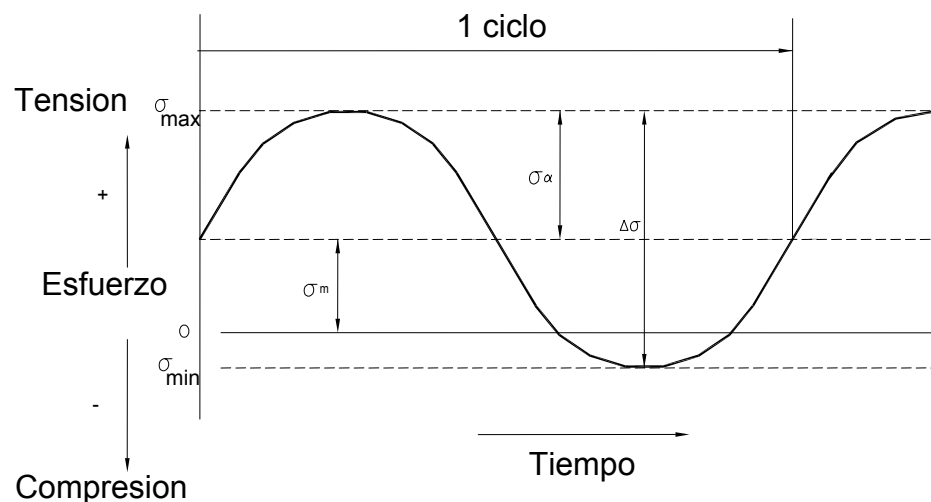


Figura II.2.- Variación en esfuerzo medio cíclico diferente de cero [II.1]

Estos patrones de carga pueden resultar de esfuerzos a flexión, axial, torsional o una combinación de ellos. También la presencia de un componente medio de esfuerzo puede tener un efecto significativo en la vida a la fatiga con variación del

esfuerzo medio diferente de cero. El esfuerzo cíclico es una función del tiempo; pero la variación es tal que la secuencia del esfuerzo se repite. Los esfuerzos son axiales (de tensión o compresión), de flexión (flexionante) o de torsión (torcedura). En la Figura II.2 se muestra la variación cíclica del esfuerzo medio diferente de cero con el tiempo. La amplitud del esfuerzo es alterna respecto a un esfuerzo medio σ_m , el cual se define como el promedio de los esfuerzos máximo y mínimo en el ciclo.

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} \quad \text{II.4}$$

Los cuatro patrones que más frecuentemente se usan de la amplitud constante del esfuerzo cíclico son:

- 1.- Completamente alternante ($\sigma_m = 0$, $R = -1$, $A_G = \infty$).
- 2.- Media diferente de cero (como se muestra en la Figura II.2).
- 3.- Tensión liberada ($\sigma_{\min} = 0$, $R_s = 0$, $A = 1$, $\sigma_m = \sigma_{\max} / 2$).
- 4.- Compresión liberada ($\sigma_{\max} = 0$, $R_s = \infty$, $A = 1$, $\sigma_m = \sigma_{\min} / 2$).

II.2.2.2.- Cargas de equipo en servicio

El carácter de la función carga-tiempo en el equipo de servicio no se define tan fácilmente como en el caso de maquinaria rotativa. La mejor información proviene de mediciones reales efectuadas sobre equipos en servicio u operadas bajo condiciones simuladas de servicio [Figura II.3].

Estos patrones tienen naturaleza semi-aleatoria, ya que los sucesos no se repiten con ninguna periodicidad particular. Datos como éstos son listados en programas de simulación de computadora que calculan el daño por fatiga acumulando en función de ya sea un modelo basado en deformación, un modelo mecánico a la fractura o una combinación de ambos [II.4].

El modelo esfuerzo-vida no puede manejar tan efectivamente este tipo de historial de cargas. La atención adecuada, al igual que el factor de seguridad, constituye un resultado y se aplica mejor con la experiencia.

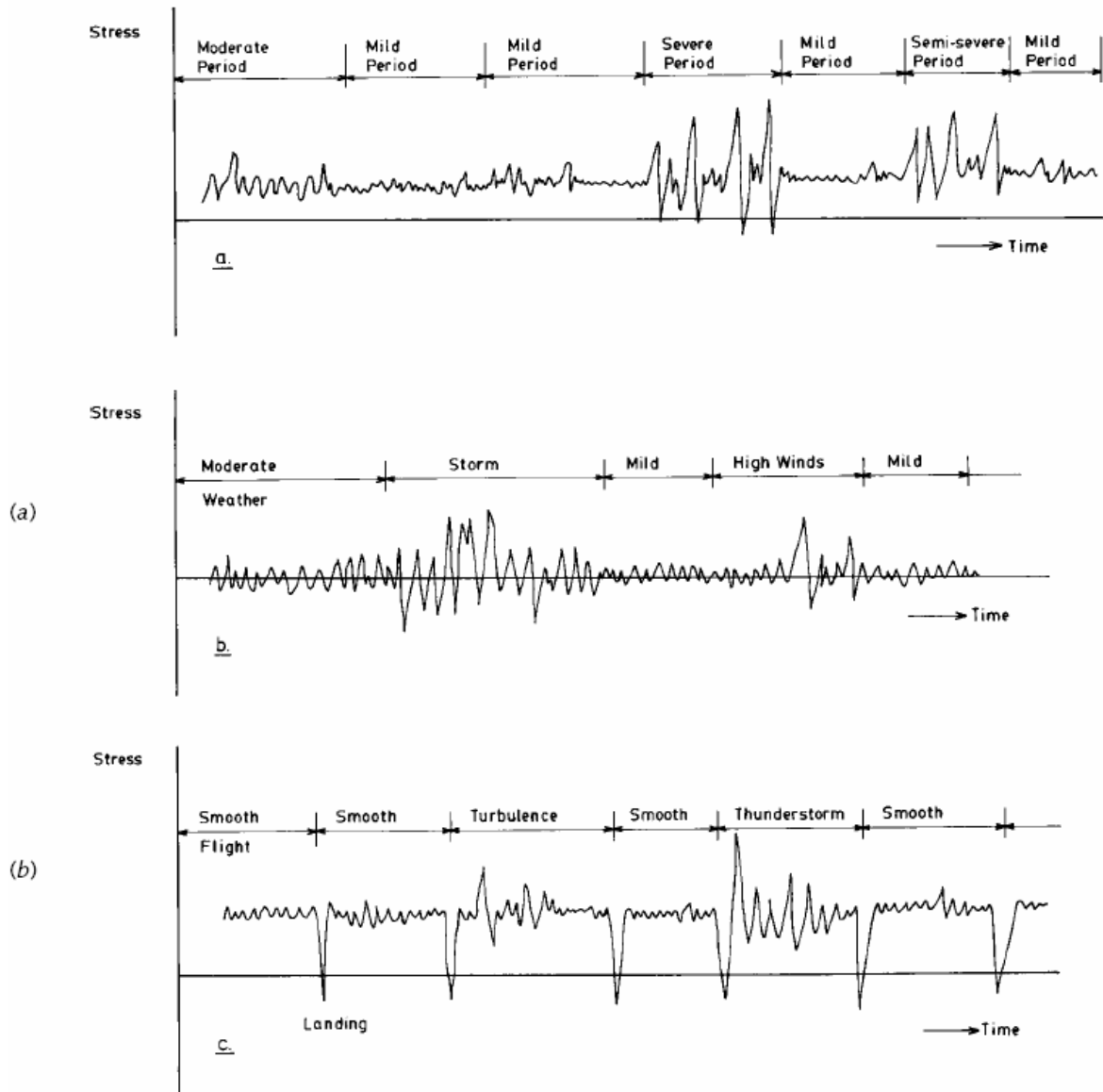


Figura II.3.- Cargas semi-aleatorias en diferentes periodos (viajes, meses, vuelos)
a) Caso general b) Barco o estructura marina c) Aeronave comercial. [II.4]

II.3.- Criterios de medición de las fallas

En la presente sección se describirá el modo en que fallan los elementos en condiciones no estáticas y cómo diseñarlos para que resistan con seguridad a tales efectos.

II.3.1.- Condiciones de aplicación de criterios

II.3.1.1.- Condiciones estáticas

Para obtener las propiedades de materiales relacionados con el diagrama esfuerzo-deformación, la carga se aplica en forma gradual dando suficiente tiempo para que se desarrolle la deformación, hasta que se destruye, de manera que los esfuerzos se aplican sólo una vez. Estas condiciones se conocen como condiciones estáticas, y se tienen con alto grado de aproximación en muchas estructuras y elementos de máquina [II.2].

II.3.1.2.- Condiciones dinámicas

Ocurre con frecuencia que los esfuerzos varían o fluctúan entre determinados valores. Por ejemplo, una fibra particular de la superficie de un eje rotatorio, sometido a la acción de cargas de flexión, pasa por esfuerzos de tensión y de compresión en cada revolución del eje. Si el eje está cargado axialmente (por ejemplo, en el caso de un engrane helicoidal o de tornillo sinfín), habrá una componente axial de esfuerzo que se superpondrá a la componente de flexión. Esto, en cualquier, fibra, ocasionará un esfuerzo que seguirá siendo fluctuante pero que oscilará entre valores diferentes. Esas y otras clases de cargas que ocurren en elementos de máquina producen esfuerzos que se llaman repetidos, alternantes o fluctuantes cíclicos. Por lo tanto, la falla bajo dichos esfuerzos; repetidos, alternantes o fluctuantes; se denomina falla por fatiga [II.5].

II.3.2.- Esfuerzos totalmente alternantes cíclicos [II.6 y II.7]

Se puede conseguir esta situación de carga mediante pruebas a la fatiga de flexión rotativa, fatiga axial, flexión en voladizo o fatiga a torsión, dependiendo del tipo de carga deseada. La prueba a flexión rotativa es totalmente alternante, basada en esfuerzos por fatiga de alto ciclaje, que trata de determinar la resistencia a la fatiga del material en esas condiciones. Puede aplicarse la prueba a la fatiga axial para agregar datos totalmente alternantes, similares a los de la prueba de la viga en voladizo giratoria de un material dado, y también para efectuar pruebas controladas de deformación. La ventaja principal de la prueba

axial es su capacidad de aplicar cualquier combinación de esfuerzos medios o alternantes.

La prueba a flexión en voladizo sujeta una viga no giratoria a oscilaciones a esfuerzos a flexión. Puede aplicar un esfuerzo medio, así como un esfuerzo totalmente alternante. La prueba a torsión tuerce una barra en dirección opuesta de manera alternada, aplicando esfuerzos cortantes puros.

II.3.2.1.- Aplicación de las técnicas de prueba para medición de falla por fatiga

Para determinar la resistencia de materiales bajo la acción de cargas de fatiga, las probetas se someten a fuerzas repetidas o variables de magnitudes especificadas y, así, se cuentan los ciclos o alteraciones de esfuerzos que soporta el material hasta la falla o ruptura.

a.- Prueba de la viga rotativa

El procedimiento más antiguo es el de Wöhler [II.8]; que carga una viga en voladizo girando a flexión para conseguir variaciones en esfuerzo a lo largo del tiempo. Este dispositivo para ensayos de fatiga más empleado es la máquina de viga rotatoria de alta velocidad de R. R. Moore [II.9]. La cual se somete a la probeta a flexión pura (no a cortante transversal) por medio de pesas. La muestra que se observa en la Figura II.4.

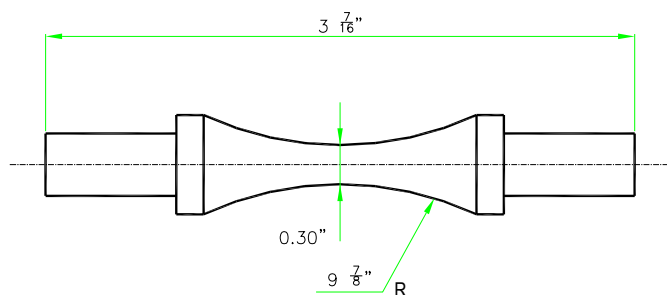


Figura II.4.- Probeta para la máquina de ensayos de viga rotatoria de R. R Moore [II.6]

El momento a flexión pura es de magnitud constante al mismo tiempo que se le hace girar la probeta a 1725 rpm. Esto genera un esfuerzo de flexión totalmente alternante en cualquier punto de la circunferencia de la probeta según se observa en la Figura II.4. La prueba sobre un espécimen tarda alrededor de 10^6 ciclos, hasta alcanzar 10^8 ciclos. Los datos que se obtienen se trazan como una resistencia a la falla normalizada S/S_{ut} , en función del número de ciclos N , para obtener un diagrama S-N.

La Figura II.5 muestra los resultados de varias pruebas de viga rotativa en aceros forjados, hasta una resistencia a tensión de 200 ksi, aproximadamente. Los datos muestran que los especímenes probados a niveles de esfuerzos alternantes más elevados fallan en menos ciclos [II.10]. A niveles inferiores de esfuerzos, algunos (identificados en el círculo como no rotos) no fallan de ninguna manera antes se detiene su prueba al haber llegado a cierto número de ciclos (en este caso 10^7).

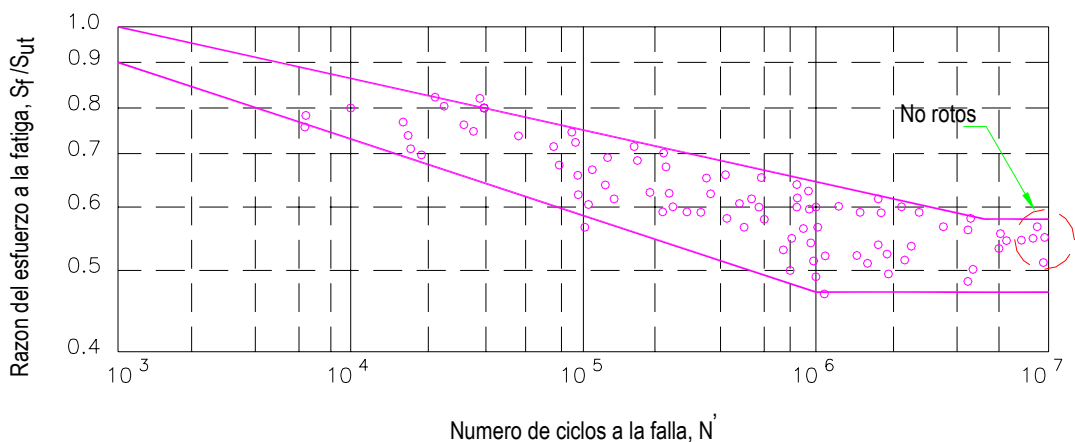


Figura II.5.- Gráfica log-log de curvas compuestas S-N para aceros forjados de $S_{ut} < 200$ ksi [II.10]

Otras máquinas para ensayos de fatiga permiten aplicar a las probetas esfuerzos axiales, torsionales o combinados, de tipo fluctuante o alternante (invertido alternativamente). Landgraf ha investigado el comportamiento a la fatiga en ciclos bajos de un número considerable de aceros de muy alta resistencia, y obtuvo muchas gráficas cíclicas de esfuerzo-deformación [II.7]. La Figura II.6 ha sido

elaborada para mostrar el aspecto general de estas gráficas en los primeros ciclos de deformación cíclica controlada.

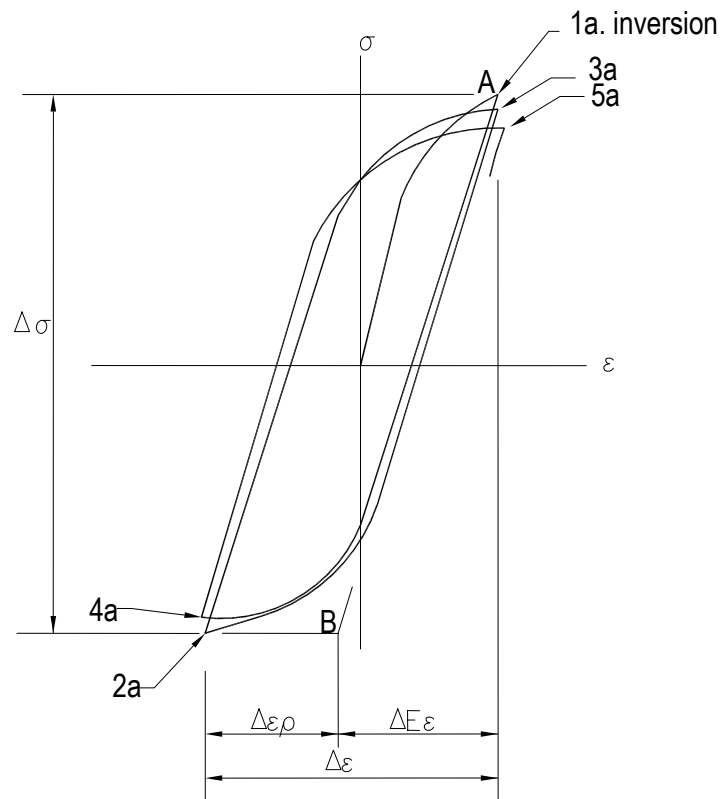


Figura II.6.- Ciclos de histéresis de esfuerzo y deformación reales que muestran las cinco primeras versiones de esfuerzo de un material con suavización cíclica [II.11] es $\Delta\varepsilon = \Delta\varepsilon_p + \Delta\varepsilon_e$

b.- Límite de resistencia a la fatiga [Figura II.5]

Observe que la resistencia a la fatiga S se reduce uniformemente y de manera lineal (en coordenadas log-log) como una función de N , hasta llegar a un codo de aproximadamente 10^6 a 10^7 ciclos. Este codo define un límite de resistencia a la fatiga S_e ; para el material, que es el nivel de esfuerzo por debajo del cual es posible alternar de manera infinita sin falla. Más allá del codo, en el límite inferior de la banda de dispersión, el límite aproximado de resistencia a la fatiga se puede definir de la forma [II.1]:

$$\text{Para los aceros: } S_e \cong 0.5 S_{ut} \quad S_{ut} < 200 \text{ ksi} \quad \text{II.5}$$

Para aplicaciones que necesiten $<10^6$ ciclos de operación, se puede, partiendo de estos datos, definir una resistencia a la fatiga S (a veces conocida también como resistencia de durabilidad a la fatiga) a cualquier N . El término límite de resistencia a la fatiga se emplea sólo para representar la resistencia a la fatiga de vida infinita de aquellos materiales que sí la tienen. Los aceros con resistencias más elevadas a tensión no muestran la relación que aparece en la Ecuación II.5.

La Figura II.7 presenta el límite de resistencia a la fatiga S'_e trazado en función de S_{ut} . La banda de dispersión es grande, pero el comportamiento medio es una línea de pendiente 0.5, hasta aproximadamente 200 ksi. Más allá de este nivel, el límite de resistencia a la fatiga de los aceros de alta resistencia se reduce. El procedimiento usual es suponer que la resistencia a la fatiga del acero nunca excederá del 50% de 200 ksi [II.1].

$$\text{Para los aceros: } S'_e \cong 100 \text{ ksi} \quad S_{ut} \geq 200 \text{ ksi} \quad \text{II.6}$$

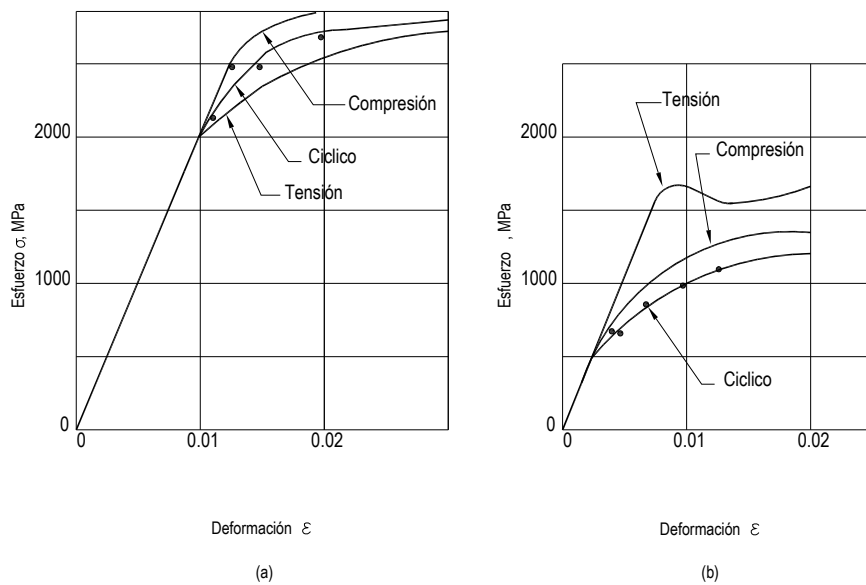


Figura II.7.- Resultados monotónicos y cíclicos de esfuerzo-deformación, a) Acero ausformado H-11, 660 Bhn; b) Acero SAE 4142, 400 Bhn [II.1]

La Figura II-7 también muestra bandas de dispersión de resistencia a la fatiga para especímenes con muescas de importancia, o para especímenes en entornos

corrosivos. Estos dos factores tienen un efecto importante sobre la resistencia a la fatiga de cualquier material. Un límite de resistencia a la fatiga sólo se presenta en ausencia de corrosión. Los materiales en entornos corrosivos tienen curvas S-N que al incrementarse N siguen reduciéndose.

La Figura II.8 muestra los resultados de banda de dispersión de pruebas medidas a la rotación, de aleaciones de aluminio de diversos tipos, entre ellas aleaciones forjadas (con $S_{ut} < 48$ ksi), piezas fundidas a presión y especímenes vaciados en arena. Ninguno de ellos tiene muescas y están pulidos. La carencia de un codo claro, aunque cerca de los 10^7 ciclos la pendiente se reduce. Los aluminios no tienen un límite de resistencia a la fatiga, por lo que normalmente su resistencia a la fatiga S'_f se toma como esfuerzo medio a la falla, a $N = 5E8$ ciclos, o algún otro valor de N (que debe ser indicado como parte de los datos).

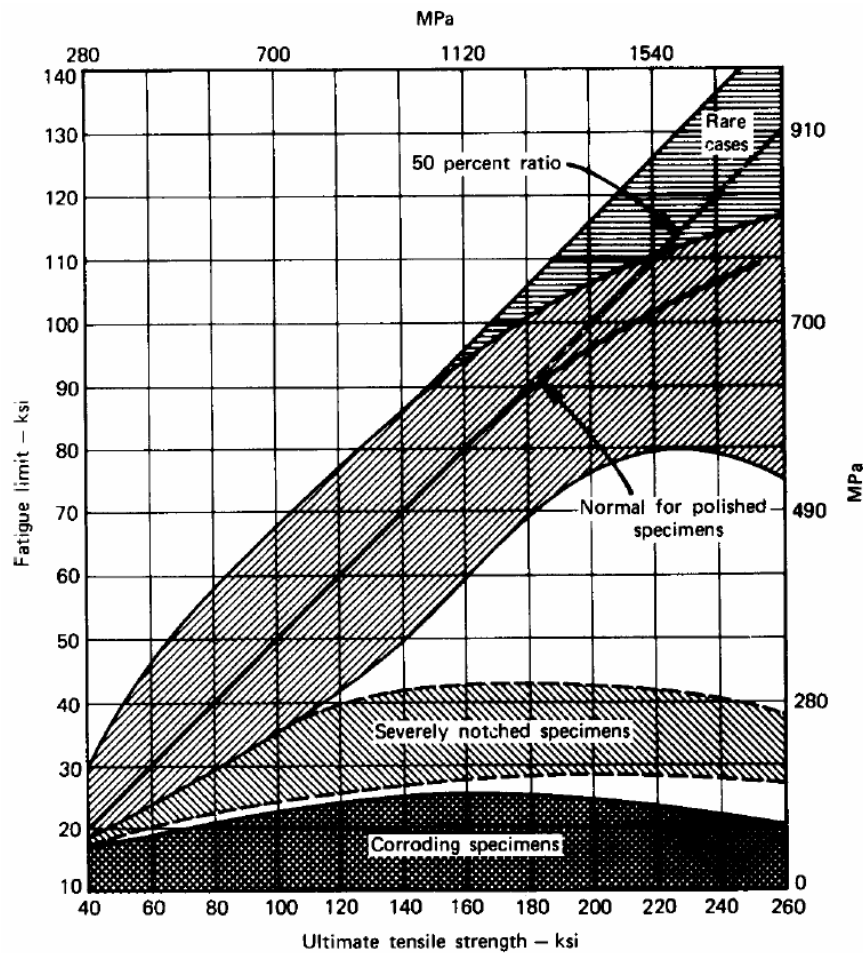


Figura II.8.- Relación entre resistencia a la fatiga y resistencia máxima, para probetas de acero [II.12]

La Figura II.9 muestra la tendencia de la resistencia a la fatiga (en $N = 5E8$) de varias aleaciones de aluminio con diversas resistencias estáticas a tensión. La resistencia a la fatiga sigue las resistencias estáticas a tensión de las aleaciones según una relación de:

$$\text{Para aluminios: } S_{f(5E8)} \cong 0.4 S_{ut} \quad S_{ut} < 48 \text{ ksi} \quad \text{II.7}$$

hasta una meseta de aproximadamente $S'_f = 19$ ksi, indicando que las aleaciones de aluminio con $S_{ut} >$ aproximadamente 48 ksi “llegan al límite”, a una resistencia a la fatiga de 19 ksi. (En la Figura S'_n es lo mismo que S'_f).

$$\text{Para aluminios: } S_{f(5E8)} \cong 19 \text{ ksi} \quad S_{ut} \geq 48 \text{ ksi} \quad \text{II.7}$$

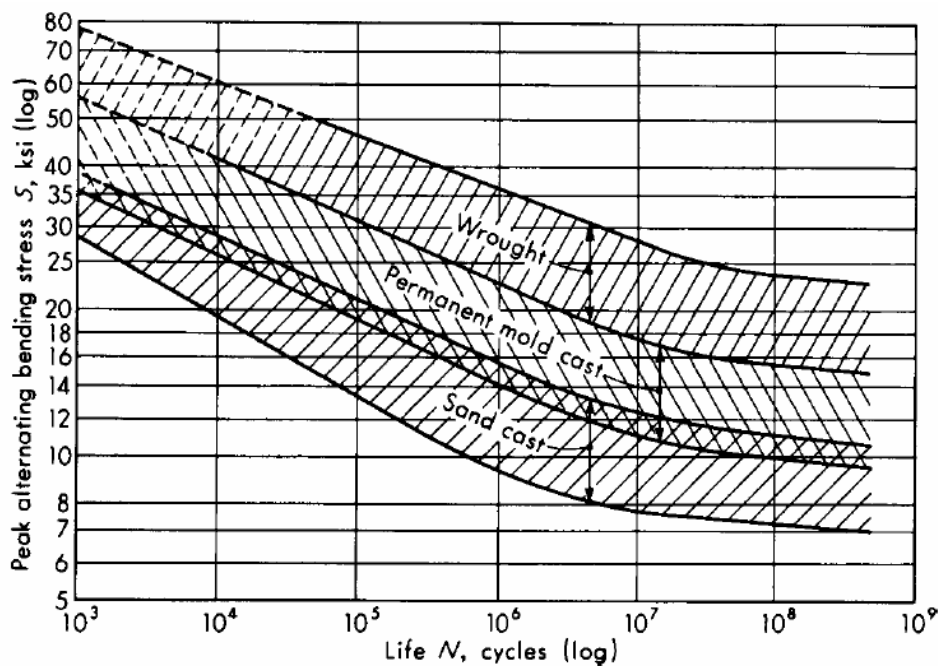


Figura II.9.- Bandas S-N para aleaciones de aluminio representativas, excluyendo aleaciones forjadas con $S_{ut} > 38$ ksi [II.13]

c.- Prueba a la fatiga axial [II.1]

El diagrama S-N también se puede generar para un material de una prueba a la fatiga axial, en la cual un espécimen similar al que se muestra en la Figura II.10 se carga de manera cíclica en una máquina de prueba servohidráulica.

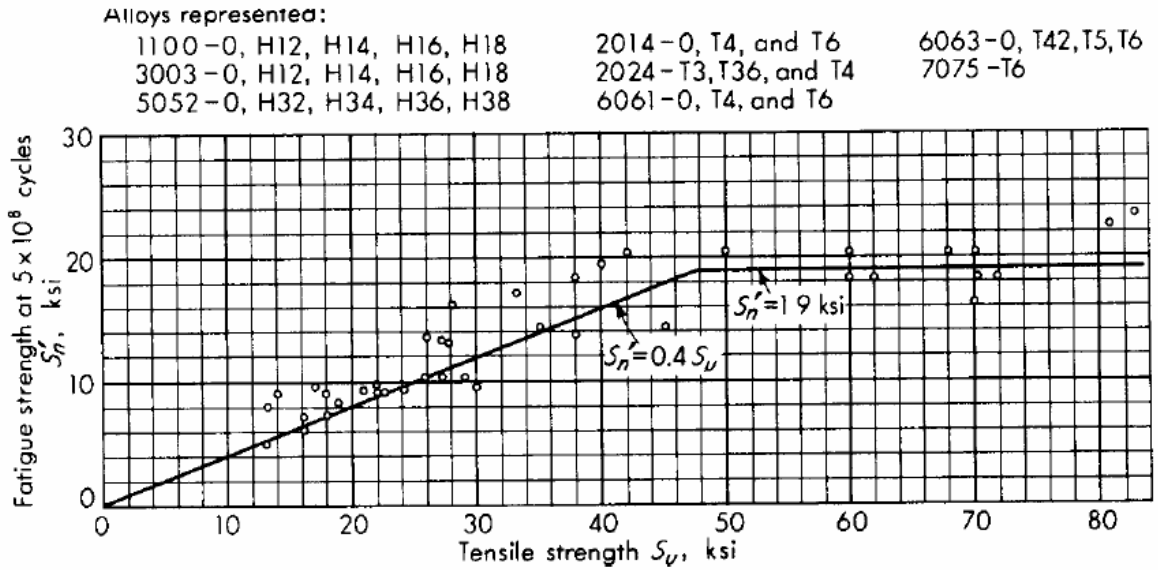


Figura II.10.- Resistencia a la fatiga 5×10^8 ciclos para aleaciones de aluminio forjado comunes [II.14]

Una consecuencia es que las resistencias a la fatiga que resultan en pruebas axiales son típicamente menores a las que se observan en pruebas de la viga rotativa. La Figura II.11 muestra dos curvas S-N para un mismo material (acero C10). Si hay flexión además de carga axial, entonces la reducción puede ser hasta de un 40 por ciento.

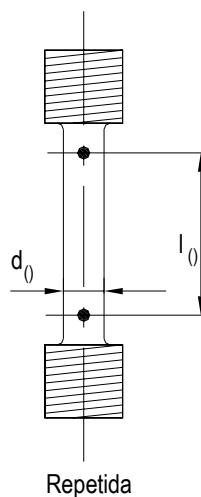


Figura II.11.- Probeta para un ensayo a la tensión

La Figura II.12 muestra los datos para una prueba de carga axial totalmente alternante sobre acero AISI 4130, trazado en coordenadas log-log. Observe el cambio de pendiente a unos 10^3 ciclos, que corresponde a la transición aproximada de la región de fatiga de bajo ciclaje a la región de fatiga de alto ciclaje, y el cambio a una pendiente esencialmente igual a cero a unos 10^6 ciclos, lo que corresponde al límite de resistencia a la fatiga para una vida infinita.

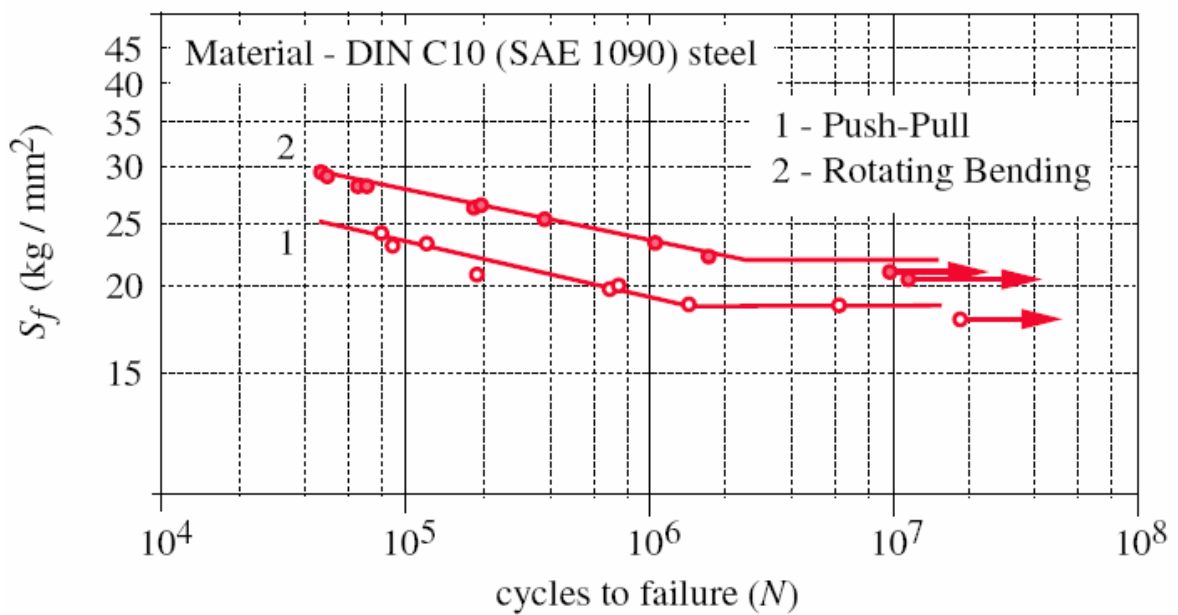


Figura II.12.- Comparación de curvas S-N axiales totalmente alternantes y de viga en rotación [II.15]

El conjunto de conocimientos disponible acerca de la falla por fatiga desde $N = 1$ hasta $N = 1000$ ciclos generalmente se clasifica como fatiga de ciclo bajo, como se indica en la Figura II.12. La fatiga del ciclo alto es la falla correspondiente a los ciclos de esfuerzo con frecuencia mayor que 10^3 ciclos.

d.- Pruebas de flexión en voladizo

Si una viga en voladizo se hace oscilar en sus extremos por un mecanismo de acoplamiento, se puede conseguir cualquier combinación de esfuerzos medios o alternantes, según se observa en la Figura II.1. Esta prueba no se aplica con tanta

frecuencia como la prueba de flexión rotativa o axial, pero es una alternante menos costosa de esta última.

En la Figura II.13 se muestran varios ejemplos de datos de la prueba en voladizo para diversos polímeros. Es un trazo semi-logarítmico, pero aun así muestra la presencia de un límite de resistencia a la fatiga para algunos de estos materiales no metálicos.

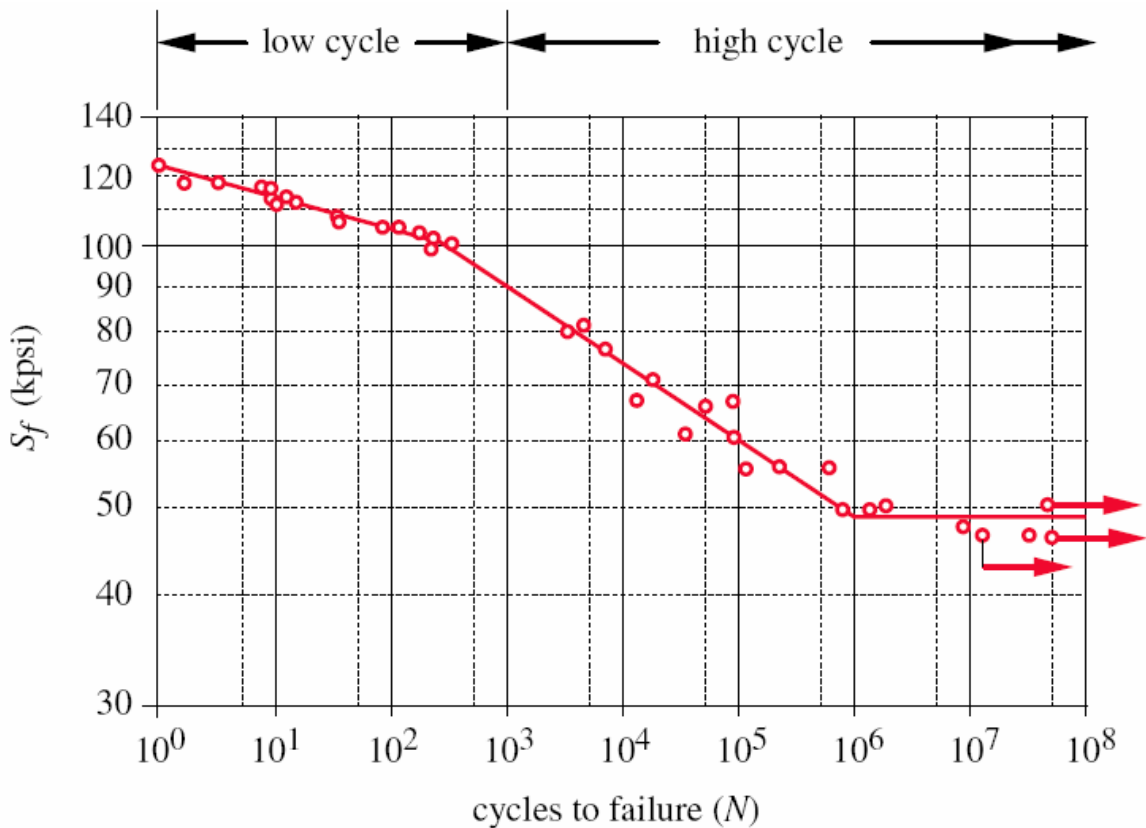


Figura II.13.- Curva S-N axial, totalmente alternante, para el acero AISI 4130, mostrando la ruptura en la transición de fatiga de bajo ciclaje a fatiga de alto ciclaje y un límite de resistencia a la fatiga [II.16]

e.- Pruebas a la fatiga torsional

Éstas se efectúan en un espécimen cilíndrico sujeto a una carga torsional totalmente alternante. Los puntos de falla, para torsión y la flexión alternantes en pruebas de esfuerzos biaxiales, están marcados en los ejes $\sigma_1 - \sigma_2$ de la Figura II-14. Observe la similitud de la elipse de energía de distorsión de las Figuras II.15, II.16 y II.17 que se refiere a fallas por cargas estáticas; de ahí que la

relación entre la resistencia a torsión y la resistencia a flexión en cargas cíclicas es la misma que en el caso de cargas estáticas.

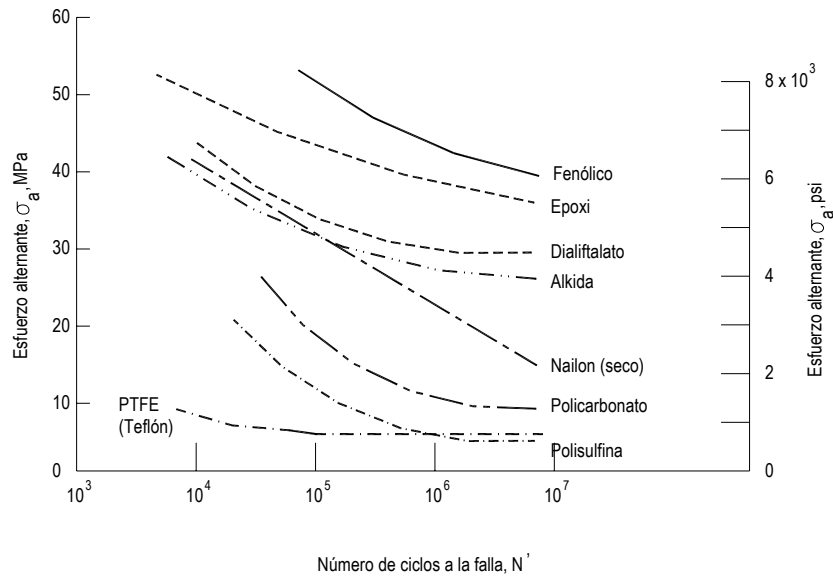


Figura II.14.- Curvas esfuerzo-vida para flexión en voladizo de materiales termoestables rellenos de mineral y de vidrio (líneas sólidas) y termoplásticos sin relleno (líneas punteadas) [II.12]

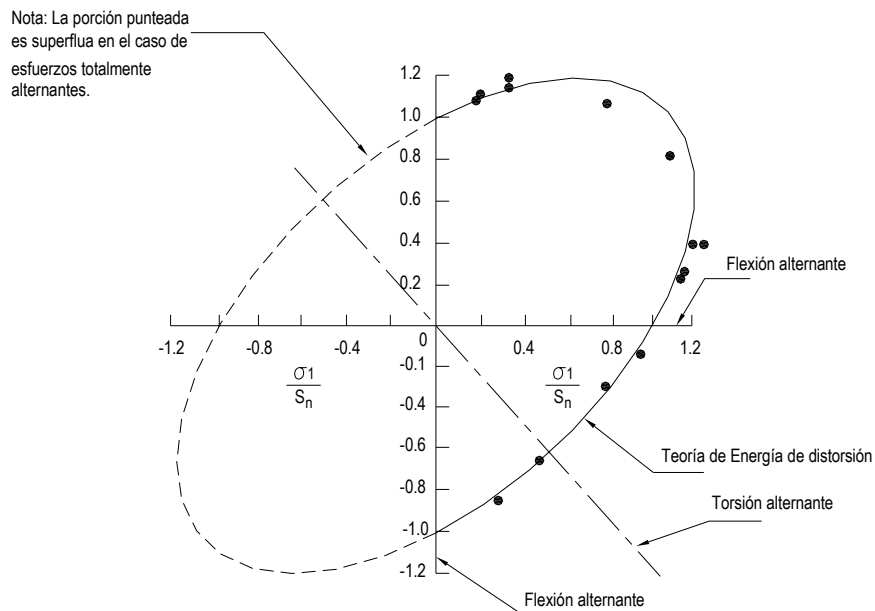


Figura II.15.- Fallas de esfuerzos torsionales y biaxiales a flexión combinados, totalmente alternantes, en los ejes $\sigma_1 - \sigma_2$ [II.1]

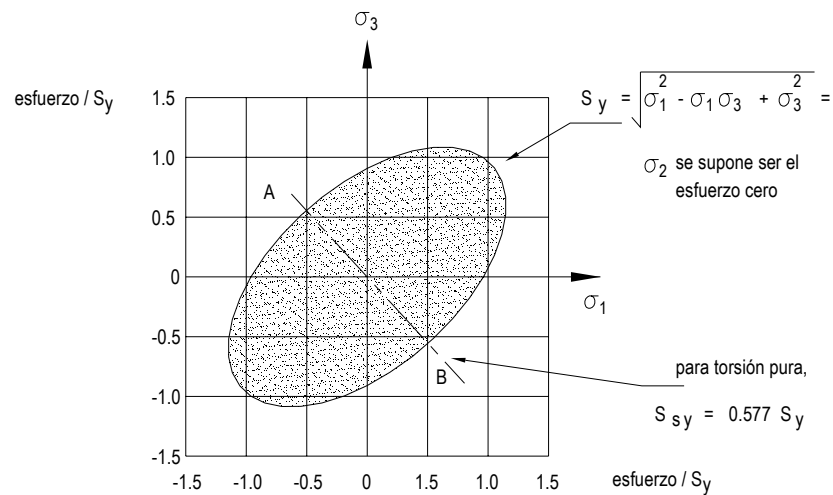


Figura II.16.- Elipse de energía de distorsión en dos dimensiones según el límite de fluencia elástico del material [II.1]

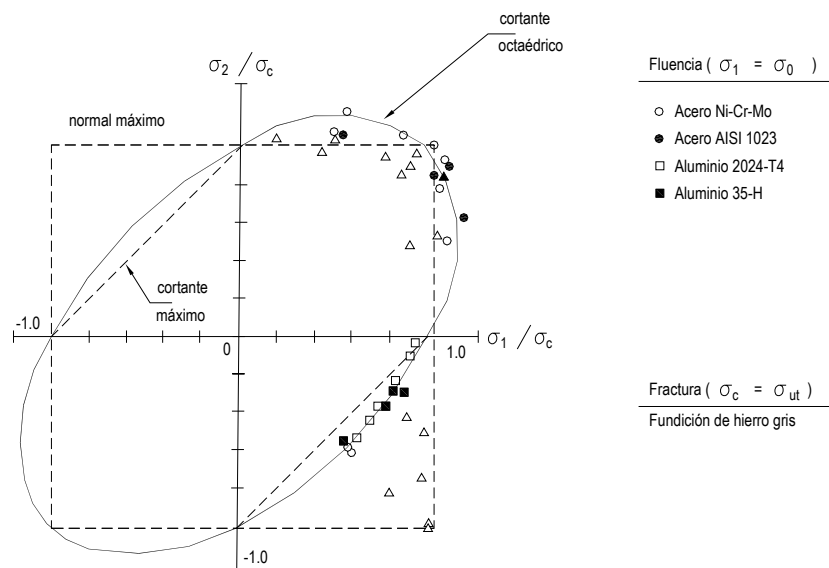


Figura II.17.- Datos experimentales de falla a tensión superpuestos en tres teorías de falla [II.1]

Para un material dúctil la resistencia a la fatiga torsional (o límite de resistencia a la fatiga torsional) se puede esperar sea aproximadamente 0.577 (58%) de la resistencia a la fatiga a flexión (o límite de resistencia a la fatiga a flexión).

II.3.3.- Esfuerzo medio y alternante combinados [II.1]

La presencia de un componente de esfuerzo medio tiene un efecto significativo sobre las fallas. Cuando al componente alternante se le agrega un componente medio a tensión, según se observa en las Figuras II.1b y II.1c, el material falla a esfuerzos alternantes inferiores a los que causan la falla bajo cargas totalmente alternantes. La Figura II.18 muestra los resultados de pruebas efectuadas en aceros a uno 10^7 ciclos [II.17].

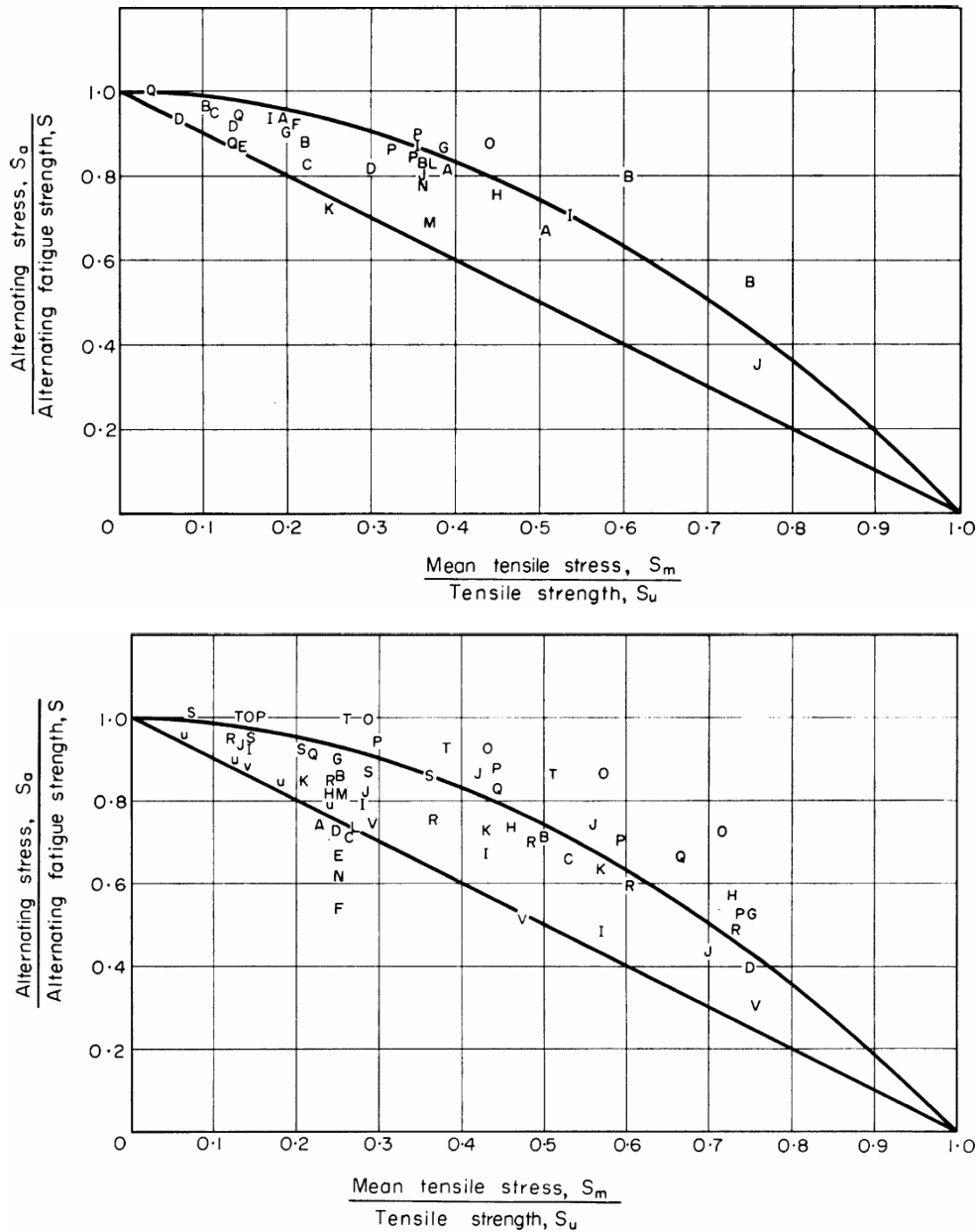


Figura II.18.- Efectos de un esfuerzo medio sobre la resistencia a la fatiga alternante en larga b) Aleaciones de aluminio en 5×10^8 ciclos [II.17]

Hay gran dispersión de datos, pero a los datos se les puede adaptar una parábola, que intercepta el 1 de cada eje, conocida como línea Gerber, con precisión razonable. Una línea recta, que conecta la resistencia a la fatiga (el 1 en el eje y) con la resistencia máxima (el 1 en el eje x), conocida como línea Goodman, es una adecuación razonable para la envoltura inferior de los datos.

La línea Gerber es una medida del comportamiento medio de estos parámetros (para materiales dúctiles) y la línea Goodman es una medida de su comportamiento mínimo. Se suele emplear la línea Goodman como criterio de diseño, ya que es más segura que la línea Gerber [II.18].

La Figura II.19 muestra los efectos de los esfuerzos medios (yendo de un régimen de compresión a un régimen de tensión) a la falla, al ser combinados con esfuerzos a tensión alternantes, tanto para el aluminio como para el acero. De estos datos, resulta claro que los esfuerzos medios a compresión tienen un efecto benéfico y los esfuerzos medios a tensión son perjudiciales.

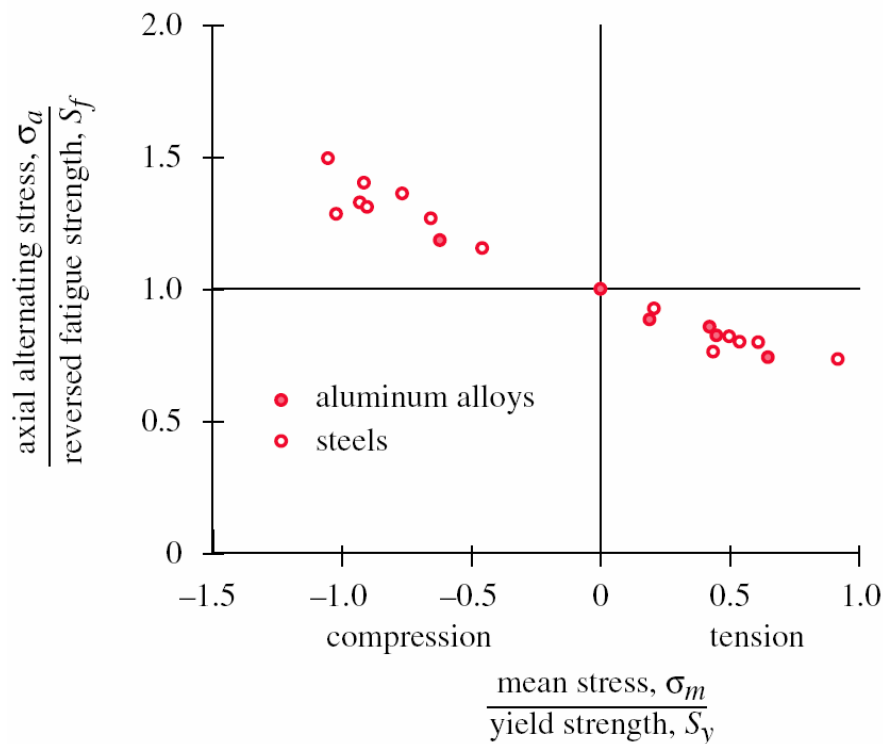


Figura II.19.- Efecto de esfuerzo medio a compresión y a tensión [II.18]

Este hecho da la oportunidad de mitigar los efectos de esfuerzos alternantes a tensión mediante la introducción de liberada de esfuerzos medios a compresión. Una forma de hacerlos es creando un esfuerzo a compresión residual en el material, en regiones donde se esperan grandes componentes alternantes.

La Figura II.20 muestra otra vista de este fenómeno, al trazar la curva S-N (en ejes semi-logarítmicos) para un material hipotético con un esfuerzo medio a compresión, y ningún esfuerzo medio y un esfuerzo medio a tensión agregados. La resistencia a la fatiga y el límite de resistencia a la fatiga del material aumentan de manera efectiva mediante la introducción de un esfuerzo medio a compresión, ya sea aplicado o residual.

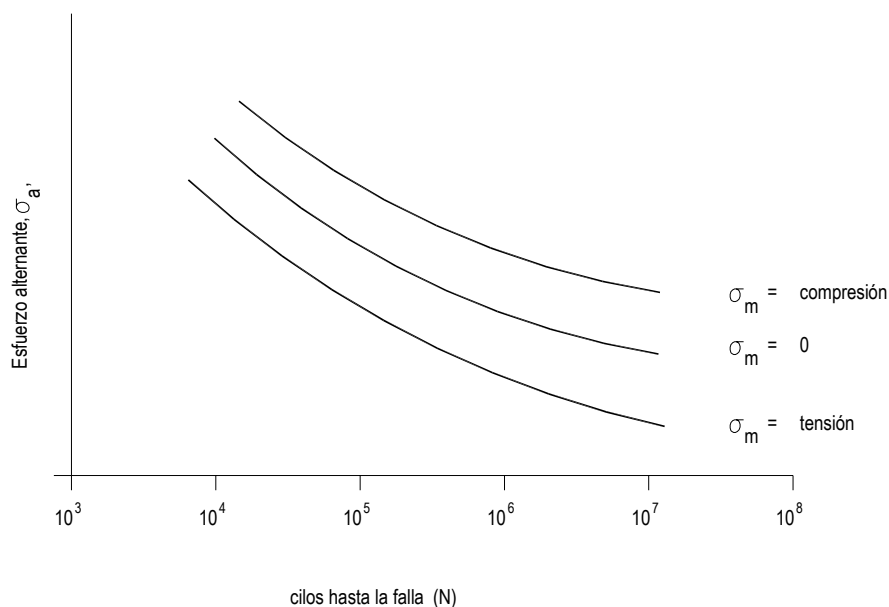


Figura II.20.- Efecto del esfuerzo medio en la vida a la fatiga

II.3.4.- Criterios de la mecánica de fractura [II.7]

Como antecedente se sabe la prueba de tenacidad a la fractura estática. Para generar datos de resistencia a la fatiga en función de la teoría de la mecánica de fracturas, se prueban varias probetas del mismo material hasta la falla, a diversos niveles de un rango de esfuerzos cíclicos $\sigma_{\min} - \Delta\sigma$. Durante la prueba se mide de

manera continua el crecimiento de las grietas. Los esfuerzos aplicados van desde σ_{\min} hasta σ_{\max} . Para cada condición de esfuerzo fluctuante se puede calcular un rango de factor de intensidad de esfuerzo ΔK , a partir de:

$$\Delta K = K_{\max} - K_{\min} : \text{si } K_{\min} < 0 \text{ entonces } \Delta K = K_{\max} \quad \text{II. 8}$$

Sustituyendo en la ecuación apropiada $K = \beta \sigma_{\text{nom}} \sqrt{\pi a}$;

$$\begin{aligned} \Delta K &= \beta \sigma_{\max} \sqrt{\pi a} - \beta \sigma_{\min} \sqrt{\pi a} \\ &= \beta \sqrt{\pi a} (\sigma_{\max} - \sigma_{\min}) \end{aligned} \quad \text{II.9}$$

Según se observa en la Figura II.21 se calcula y se grafica el logaritmo de la razón de crecimiento de grietas, como una función de los ciclos da/dN , en términos del logaritmo del rango del factor de intensidad de esfuerzo ΔK [II.19].

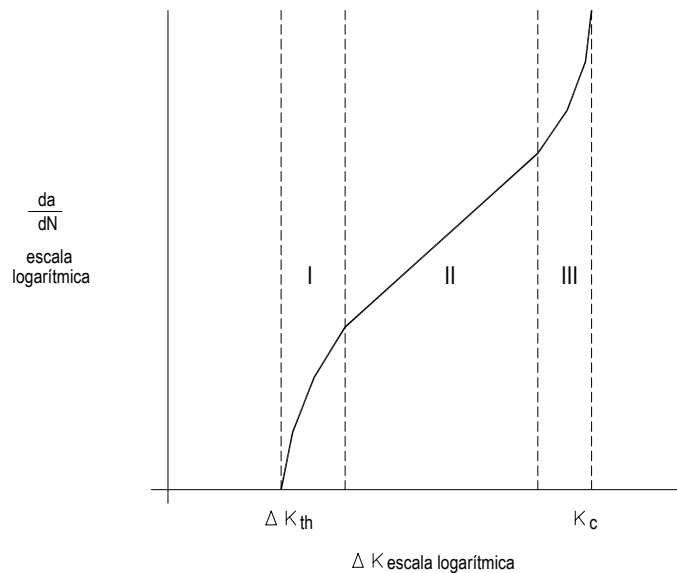


Figura II.21.- Tres regiones de la curva de tasa de crecimiento de grietas [II.20]

La curva sigmoidea de la Figura II.21 se divide en tres regiones, identificadas como I, II, III. La región I corresponde a la etapa de nucleación de la grieta, la región II a la etapa de crecimiento de la grieta (propagación de la grieta) y la región III a la fractura inestable. La región II es interesante para la predicción de la vida a la fatiga, y en coordenadas logarítmicas esta parte de la curva es una línea recta. París definió la relación de la región II de la forma:

$$\frac{da}{dN} = A(\Delta K)^n \quad \text{II.10}$$

Barsom probó varios aceros y logró valores empíricos para el coeficiente A y para el exponente n de la Ecuación II.4. Éstos aparecen en la Tabla II.1.

Tabla II.1.- Parámetros de la ecuación de Paris para varios aceros

Acero	Unidades MKS		Unidades ips	
	A	n	A	n
Ferrítico perlítico	6.90 E-12	3.00	3.60 E-10	3.00
Martensítico	1.35 E-10	2.25	6.60 E-09	2.25
Inoxidable austenítico	5.60 E-12	3.25	3.00 E-10	3.25

La vida del crecimiento de las grietas por fatiga se determina integrando la ecuación II.10 desde una longitud de grieta conocida o inicial supuesta y una longitud de grieta final máxima aceptable, en función de la carga, la geometría y los parámetros del material particulares para la aplicación.

Este “factor de intensidad de umbral de esfuerzo ΔK_{th} , ha sido considerado análogo al límite de resistencia a la fatiga sin muescas S_e , ya que un rango de factor de intensidad de esfuerzo aplicado ΔK por debajo de ΔK_{th} no causa crecimiento de la grieta por fatiga” [II.6].

II.3.5.- Ensayos de ensambles reales

Se obtiene la mejor información al probar el diseño real bajo una carga, temperatura y condiciones de entorno reales. Se trata de un proyecto costoso y sólo se efectúa cuando lo demanda el costo, la cantidad o la seguridad de las personas del diseño.

La Figura II.22 muestra un dispositivo de pruebas a la fatiga de las alas y del conjunto de fuselaje del Boeing 757 durante su producción. Toda la aeronave se coloca en el dispositivo, y a diversos elementos se les aplican cargas variando con el tiempo, mientras se efectúan mediciones sirve para obtener los datos más realistas posibles, aplicando la prueba a formas, tamaños y materiales reales, en vez de a probetas de laboratorio.

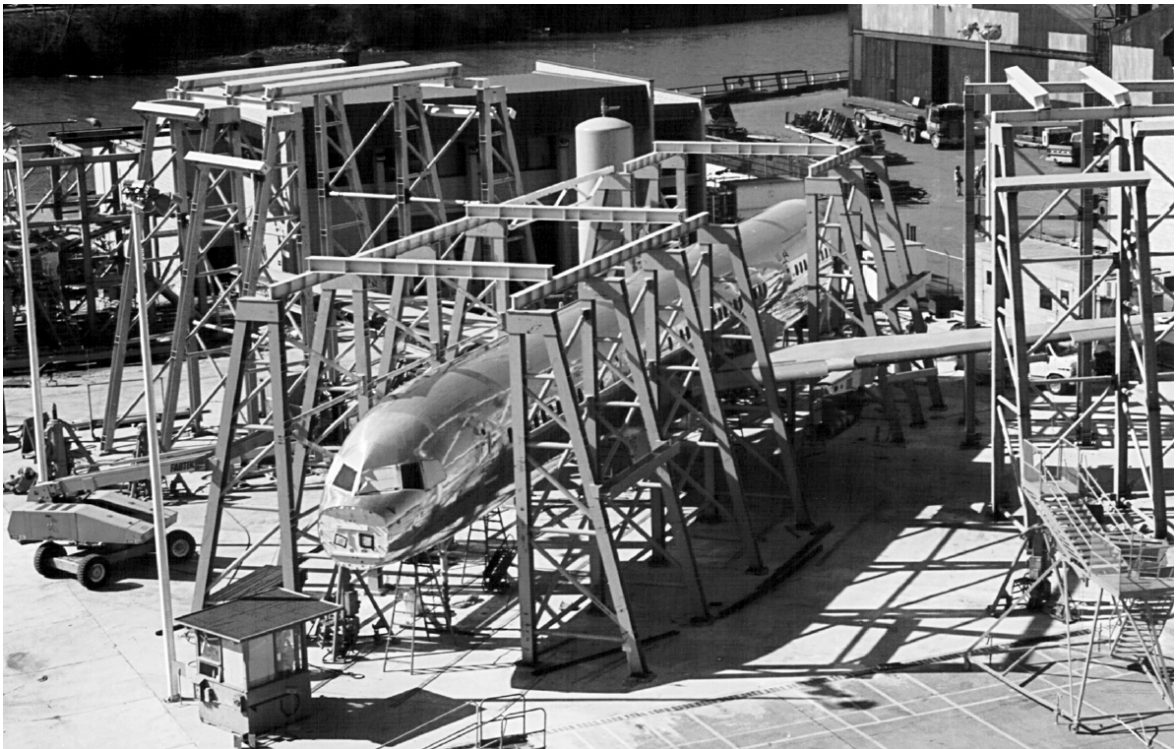


Figura II.22.- Dispositivo de prueba a la fatiga del Boeing 757 para ensambles de ala y fuselaje [II.21]

II.4.- Sumario

Los conocimientos técnicos, tecnológicos y científicos, previos al desarrollo del presente capítulo forman un acervo cultural para elegir los puntos óptimos de

consideraciones para un diseño y/o análisis de esfuerzos por fatiga en elementos de máquinas.

En este capítulo se describieron las consideraciones de diseño y/o análisis por fatiga bajo distintos tipos de solicitaciones (o cargas) aplicadas sea a maquinarias rotativa y de servicios cuyos componentes sean de materiales diversos (dúctiles o frágiles).

Una vez definidas estas consideraciones que servirán como base de decisión tecnológica; se dan a conocer los criterios posibles asociados a dichas consideraciones para efectuar la medición de las fallas.

Estos criterios de medición rigen el uso de:

- Las condiciones de aplicación de criterios; como el tipo de esfuerzo alternante cíclico.
- Las técnicas de pruebas para la medición de las fallas por fatiga.

Como plataforma; este capítulo definido en términos de consideraciones servirá para explicar, desarrollar y entender el cómo se debe estimar y evaluar los criterios de diseño y/o análisis de fallas por fatiga en el siguiente capítulo.

II.5.- Referencias

1. Norton, R. L., *Diseño de Máquinas*, 1ª. Edición, Prentice Hall, 1999.
2. Hibbeler, R. C., *Mecánica de Materiales*, CECSA, pp 517-569, 2004.
3. Mc Cormac, J. C., *Diseño de estructuras metálicas*, ISBN 9701502221, Alfaomega, pp 13-35, 2004.
4. Broek, D., *The Practical Use of Fracture Mechanics*, Kluwer Publishers, Dordrecht, pp 186, 1986.
5. Hernández-Albañil, H. y Espejo-Mora E., *Mecánica de la fractura y análisis de falla*, ISBN 9587012429, Universidad Nacional de Colombia, pp 126-128, 2002.
6. Hamrock, B. J., *Elementos de Máquinas*, 1ª. Edición, Mc Graw Hill, 2000.
7. Suresh, S., *Fatigue of Materials*, Cambridge University Press, 1991.

8. Wöhler, A., Versuche über die Festigkeit der Eisenbahnwagenachsen, *Zeitschrift für Bauwesen* 10, English summary, *Engineering* 4, pp 160-161, 1867.
9. <http://www.instron.com.ar/wa/products/default.aspx>
10. Juvinal, R. C., *Engineering Considerations of Stress, Strain and Strengths*, Mc Graw Hill, N. Y., pp 210, 1967.
11. Landgraf, R. W, *Cyclic Deformation and Fatigue Behavior of Hardness Steels*, Reporte Núm 330, Department of theoretical and Applied Mechanics, University of Illinois, Urbana, 1996.
12. Bullens, D. K., *Steel and its heat treatment*, John Wiley & Sons, New York, pp 110, 1948.
13. Juvinal, R. C., *Fundamentals of Machine Components Design*, Wiley, N. Y., 1991.
14. Juvinal, R. C., *Engineering Considerations of Stress, Strain and Strengths*, Mc Graw Hill, N. Y., pp 215, 1967.
15. Esin, A. A Method of Correlating Different Types of Fatigue Curves, *International Journal of Fatigue*, Vol. 2, No. 4, pp 153-158, 1980.
16. Shigley, J.E. y Mitchell, L. D., *Mechanical Engineering Design*, McGraw-Hill N.Y., pp 273, 1983.
17. Forrest, P. G. *Fatigue of Metals*, Pergamon Press, London, 1962.
18. Sines, G., *Failure of materials under combined repeated stresses with superimposed static stresses*, NACA Technical Note 3495, 1955.
19. Shigley J. E., *Diseño en Ingeniería Mecánica*, 6ª. Edición, Mc Graw Hill, 2005.
20. Bannantine, J. A., Comer, J. J. y Handrock, J. L., *Fundamentals of Metal Fatigue Analysis*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1990.
21. Norton, R. L., *Diseño de Máquinas*, (Cortesía de Boeing Comercial Airplane Co. Seattle, Wash.) Cap. 6, pp 6, 1ª. Edición, Prentice Hall, 1999.

CAPÍTULO III

ESTIMACIÓN DE CRITERIOS DE FALLA POR FATIGA

CAPÍTULO III

III.1.- Introducción

La información más completa y apropiada sobre la resistencia a la fatiga de un material a una cierta vida finita, o su límite de resistencia a la fatiga a una vida infinita, proviene de pruebas de ensambles reales o de prototipos del diseño, como fue descrito anteriormente. Si esto no resulta práctico o posible, la siguiente mejor opción proviene de pruebas a la fatiga de especímenes tomados del material particular, como son fabricados para la pieza (es decir como se vacían, se forjan, se maquinan, etc.). De no poder tener esto, pudieran estar disponibles en la literatura, o de los fabricantes del material, datos publicados de resistencia a la fatiga, pero estos datos corresponderán a pequeños especímenes pulidos, probados en entornos controlados. En ausencia incluso de estos datos, será necesario efectuar alguna estimación del límite de resistencia a la fatiga, o de la resistencia a la fatiga del material, con base en datos disponibles de pruebas monotónicas. Esto pudiera limitarse a información sobre la resistencia máxima S_{ut} y el límite elástico S_y del material [III.1].

III.2.- Estimación de la resistencia teórica a la fatiga S'_f o del límite de resistencia a la fatiga S'_e

III.2.1.- Determinación experimental de los límites de resistencia a la fatiga

La determinación experimental de los límites de resistencia a la fatiga es un procedimiento de rutina, aunque es muy extenso y costoso. En términos generales, se prefiere realizar ensayos de esfuerzo a ensayos de deformación para determinar límites de fatiga [III.2].

Si están disponibles datos publicados de la resistencia a la fatiga S'_f o del límite de resistencia a la fatiga S'_e del material, deberán utilizarse y a los mismos aplicarse los factores de corrección que se analizarán en la siguiente sección. Los datos publicados de resistencia a la fatiga típicamente provienen de pruebas de carga a flexión o axial totalmente alternante, sobre pequeños especímenes pulidos.

La Figura III.1, indica que el límite de fatiga varía para los aceros, desde aproximadamente 40 a 60% de la resistencia última a la tensión, hasta un valor de S_{ut} cercano a 200 ksi (1400 MPa). Comenzando con $S_{ut} = 200$ ksi, más o menos, la dispersión parece aumentar, pero la tendencia es hacia la nivelación, como lo indica la línea punteada horizontal en $S'_e = 100$ ksi (700 MPa) [III.3].

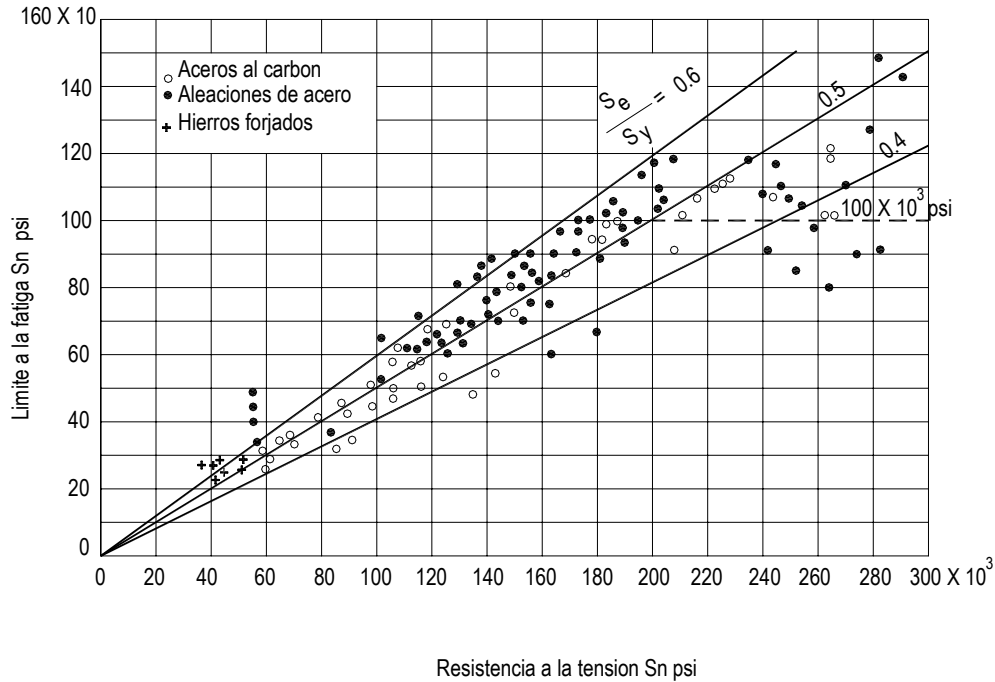


Figura III.1.- Gráfica de límites de fatiga en función de resistencia a la tensión, con base en resultados de prueba reales para un gran número de hierros y aceros forjados [III.3].

La relación Manson-Coffin y Basquin [III.4] $\frac{\Delta \epsilon}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} = (2N')^a + \epsilon'_f (2N')^b$

demonstró que la vida a la fatiga dependerá de la resistencia a la fractura del material, durante un solo ciclo de carga; lo anterior sugiere una posible relación entre la resistencia estática del material y la resistencia a la fatiga (Tabla III.2). [III.2 y III.3]. Varios investigadores han tenido en cuenta dicha relación (véase Figura III.1). Los límites a la fatiga del esfuerzo del acero en tres tipos de carga se pueden calcular como:

$$\begin{aligned}
 S'_e &= 0.5 S_{ut} && \text{flexión} \\
 S'_e &= 0.45 S_{ut} && \text{axial} \\
 S'_e &= 0.29 S_{ut} && \text{torsión}
 \end{aligned}
 \tag{III.1}$$

En el caso de otros materiales, para los cuales se cuenta con menor experiencia, se está incrementando su uso en las aplicaciones a la fatiga. En la Tabla III.1 se proporcionan las resistencias de fatiga aproximadas para diversos tipos de aleaciones.

Tabla III.1.- Límite a la fatiga aproximado para varios materiales [III.5]

Material	Número de ciclos	Relación
Aleaciones de magnesio	10^8	$S'_e = 0.35 S_{ut}$
Aleaciones de cobre	10^8	$0.25 S_{ut} < S'_e < 0.5 S_{ut}$
Aleaciones de níquel	10^8	$0.35 S_u < S'_e < 0.5 S_u$
Titanio	10^8	$0.45 S_u < S'_e < 0.65 S_u$
Aleaciones de aluminio	5×10^8	$S'_e = 0.45 S_u$ ($S_u < 48$ ksi) $S'_e = 19$ ksi ($S_u \geq 48$ ksi)

La información de los experimentos a flexión alternante se grafican como la resistencia a la fatiga contra el logaritmo del número total de ciclos a la falla N para cada espécimen. Estas gráficas se llaman diagramas S-N o diagramas Wöhler en honor de August Wöhler, un ingeniero alemán que publicó su investigación acerca de la fatiga en 1870. Constituyen un método estándar para presentar información relativa a fatiga, y son muy comunes e informativas [III.1].

La Figura III.2 muestra la relación entre S_{ut} y S'_f para aceros forjados (Figura III.2a), para hierros forjados y fundidos (Figura III.1.b), para aleaciones de aluminio (Figura III.1c) y para aleaciones forjadas de cobre (Figura III.2d) para muchos tipos de acero el límite a la fatiga varía 35 y 60%.

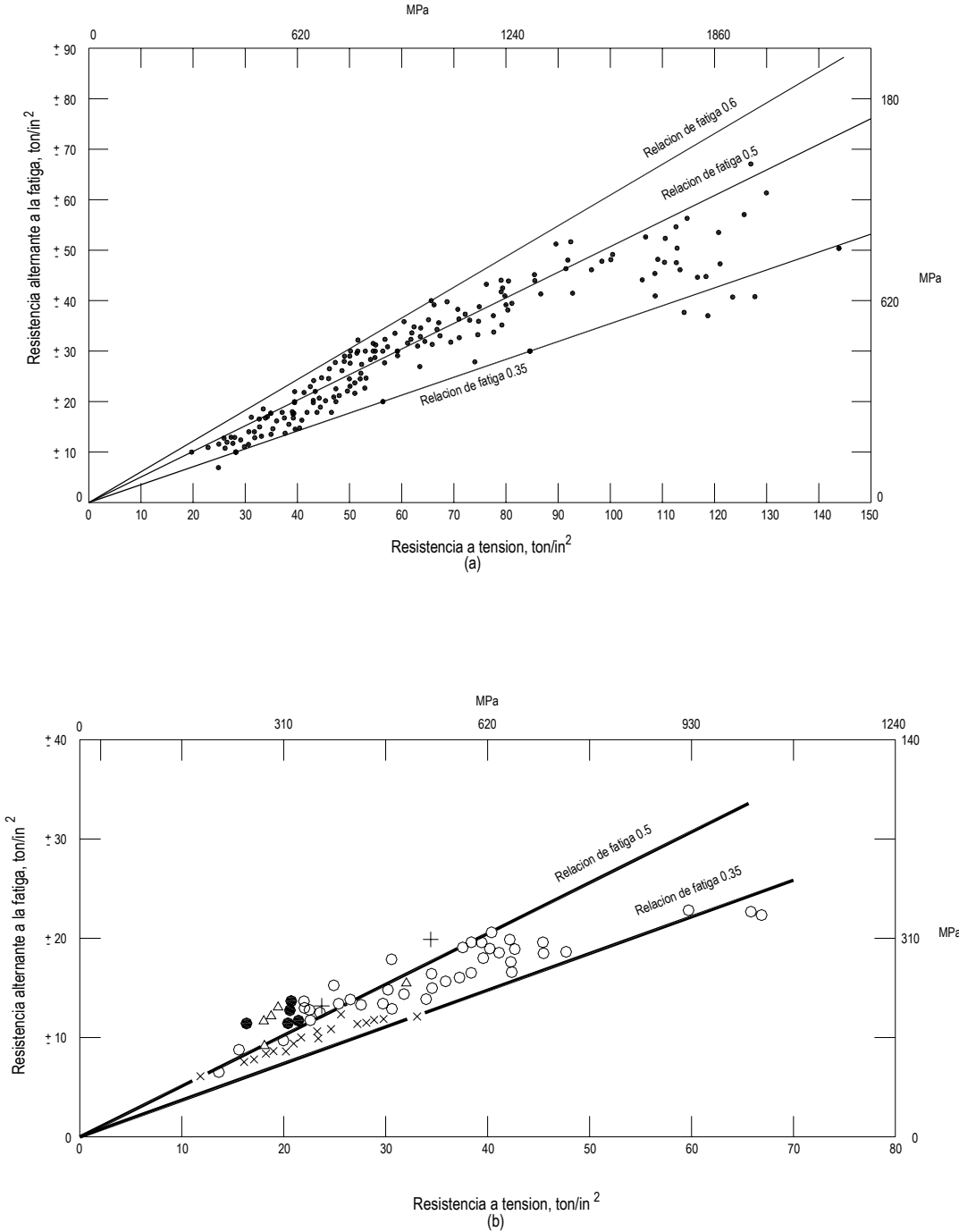


Figura III.2.- Relación entre la resistencia a la fatiga a flexión en rotación sin muescas, y la resistencia máxima. a) Aceros forjados. b) Hierros forjados y fundidos [III.2].

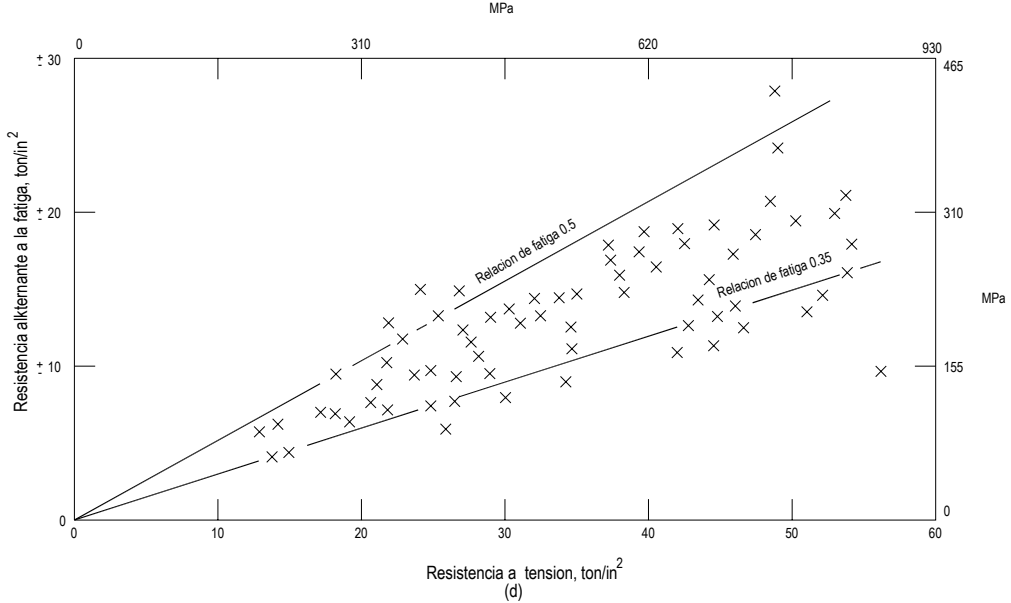
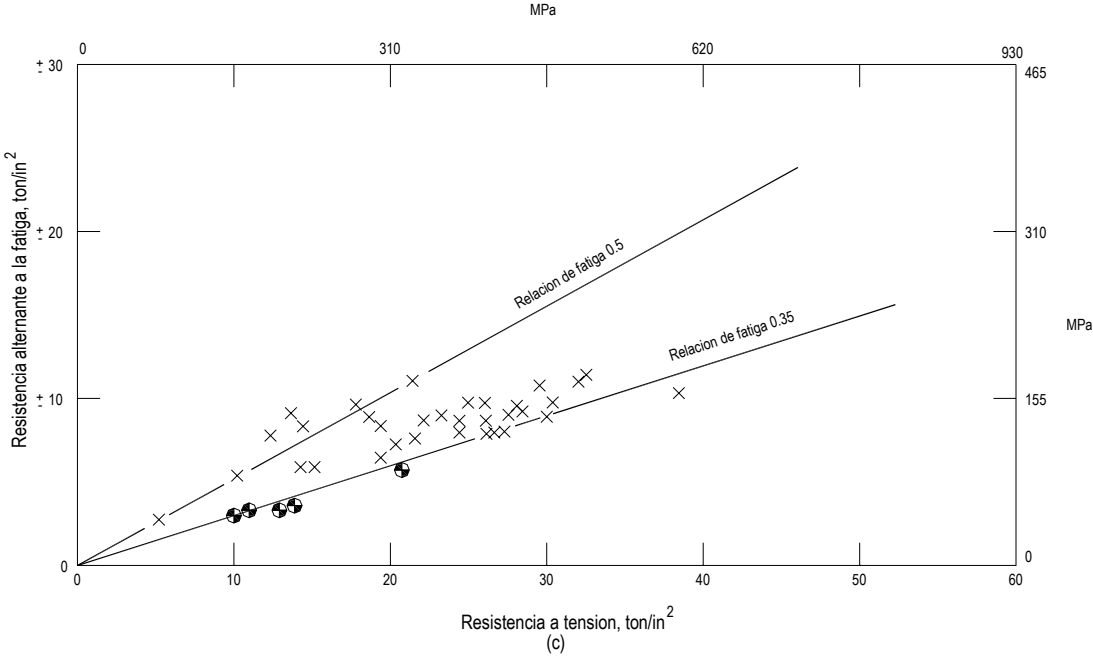


Figura III.2.- Relación entre la resistencia a la fatiga a flexión en rotación sin muescas, y la resistencia máxima. c) Aleaciones de Aluminio. d) Aleaciones forjadas de Cobre [III.2].

Tabla III.2.- Propiedades cíclicas de algunos metales [III.2 y III.4]

Material	Condición	Resistencia a la fluencia S_y MPa	Resistencia a la fatiga σ'_f MPa	Coefficiente de ductilidad a la fatiga ϵ'_f	Exponente de resistencia a la fatiga, a	Exponente de ductilidad a la fatiga, α
Acero						
1015	Normalizada	228	827	0.95	-0.110	-0.64
4340	Templada	1 172	1 655	.73	-.076	-.62
1045	E y T 80°F	—	2 140	—	-.065	-1.00
1045	E y T 360°F	1 720	2 720	.07	-.055	-.60
1045	E y T 500°F	1 275	2 275	.25	-.080	-.68
1045	E y T 600°F	965	1 790	.35	-.070	-.69
4142	E y T 80°F	2 070	2 585	—	-.075	-1.00
4142	E y T 400°F	1 720	2 650	.07	-.076	-.76
4142	E y T 600°F	1 340	2 170	.09	-.081	-.66
4142	E y T 700°F	1 070	2 000	.40	-.080	-.73
4142	E y T 840°F	900	1 550	.45	-.080	-.75
Aluminio						
1100	Recocida	97	193	1.80	-.106	-0.69
2014	T6	462	848	0.42	-.106	-.65
2024	T351	379	1 103	0.22	-.124	-.59
5456	H311	234	724	0.46	-.110	-.67
7075	T6	469	1 317	0.19	-.126	-.52

Los datos muestran considerable dispersión y las líneas se ajustan aproximadamente según los límites superior e inferior. A resistencias elevadas a tensión, las resistencias a la fatiga tienen tendencia a “llegar a tope”. De estos datos, se pueden establecer relaciones aproximadas entre S_{ut} y S'_f o S'_e . Esta relación para aceros y aleaciones de aluminio, que aquí se repiten son los siguientes:

$$\text{Acero: } \left\{ \begin{array}{ll} S'_e \cong 0.5 S_{ut} & \text{para } S_{ut} < 200 \text{ ksi (1400 MPa)} \\ S'_e \cong 100 \text{ ksi (700 MPa)} & \text{para } S_{ut} \geq 200 \text{ ksi (1400 MPa)} \end{array} \right\} \quad \text{III.2}$$

$$\text{Hierros: } \left\{ \begin{array}{ll} S_{e'} \cong 0.4 S_{ut} & \text{para } S_{ut} < 48 \text{ ksi (400 MPa)} \\ S_{e'} \cong 24 \text{ ksi (160 MPa)} & \text{para } S_{ut} \geq 60 \text{ ksi (400 MPa)} \end{array} \right\} \quad \text{III.3}$$

$$\text{Aluminios: } \left\{ \begin{array}{ll} S_{f@5E8} \cong 0.4 S_{ut} & \text{para } S_{ut} < 48 \text{ ksi (330 MPa)} \\ S_{f@5E8} \cong 19 \text{ ksi (130 MPa)} & \text{para } S_{ut} \geq 48 \text{ ksi (330 MPa)} \end{array} \right\} \quad \text{III.4}$$

$$\begin{array}{l} \text{aleaciones} \\ \text{de Cobre:} \end{array} \left\{ \begin{array}{ll} S_{f@5E8} \cong 0.4 S_{ut} & \text{para } S_{ut} < 40 \text{ ksi (280 MPa)} \\ S_{f@5E8} \cong 14 \text{ ksi (100 MPa)} & \text{para } S_{ut} \geq 40 \text{ ksi (280 MPa)} \end{array} \right\} \quad \text{III.5}$$

Si no hay datos disponibles de resistencia a la fatiga, se puede estimar burdamente un S'_f o S'_e aproximado, a partir de la resistencia máxima a tensión publicada del material.

III.2.2.- Factores de corrección aplicables a la resistencia a la fatiga o al límite de resistencia a la fatiga teóricos [III.1]

La resistencia a la fatiga o los límites de resistencia a la fatiga que se obtienen de especímenes de prueba a la fatiga estándar, o a partir de estimaciones basadas en pruebas estáticas deben modificarse para tomar en consideración las diferencias físicas entre el espécimen de prueba y la pieza real que se está diseñando, a fin de obtener la resistencia a la fatiga o el límite de resistencia a la fatiga corregidos, para la aplicación en particular.

$$\begin{aligned} S_e &= C_{\text{carga}} C_{\text{tamaño}} C_{\text{superficie}} C_{\text{temperatura}} C_{\text{confiabilidad}} S'_e \\ S_f &= C_{\text{carga}} C_{\text{tamaño}} C_{\text{superficie}} C_{\text{temperatura}} C_{\text{confiabilidad}} S'_e \end{aligned} \quad \text{III.6}$$

donde S_e representa el límite de resistencia a la fatiga corregido de un material que presenta un codo en una curva S-N, y S_f representa la resistencia a la fatiga corregida a un número particular de ciclos N, para un material que no tiene codo. Los factores de reducción de resistencia de la Ecuación III.6 se definirán ahora.

$$C_{\text{carga}} = k_c \quad ; \quad C_{\text{temperatura}} = k_d \quad ; \quad C_{\text{superficie}} = k_a$$

$$C_{\text{tamaño}} = k_b \quad ; \quad C_{\text{confiabilidad}} = k_e$$

III.2.2.1.- Efectos de la carga y factor de carga

Las diferencias entre la resistencia a la fatiga axial y de flexión rotativa fueron descritas en la sección anterior. Con base en este análisis de las pruebas a la fatiga axial y a flexión se define ahora un factor de carga de reducción de resistencia C_{carga} de forma:

$$\begin{aligned} \text{flexión: } C_{\text{carga}} &= 1 \\ \text{carga axial: } C_{\text{carga}} &= 0.70 \end{aligned} \quad \text{III.7}$$

La teoría de la energía de distorsión predice que $C_{\text{carga}} = 0.577$ para materiales donde se aplica la teoría de la energía de distorsión en el análisis de falla por fatiga. Entonces la prueba a la fatiga torsional muestra una resistencia que tiene un valor 0.577 veces la resistencia a la fatiga a flexión rotativa, según se observa en la Figura II.17 [III.1].

Para un caso de fatiga de torsión pura, se podría comparar directamente el esfuerzo cortante alternante aplicado, con la resistencia a la fatiga a torsión, sin convertir los esfuerzos a equivalentes Von Mises. Con esto, se obtiene un valor de esfuerzo a tensión alternante efectivo que se puede comparar directamente con una resistencia a la fatiga a flexión. Por lo que, con este método para los casos de torsión pura, utilice $C_{\text{carga}} = 1$.

III.2.2.2.- Efectos dimensionales y factor de tamaño

Las secciones cargadas axialmente siempre tienen $C_{\text{tamaño}} = 1$ porque las fallas de los especímenes de prueba cargados axialmente no evidencian sensibilidad al

tamaño de su sección transversal. Shigley y Mitchell ofrecen una expresión sencilla, que es razonablemente conservadora [III.3]:

$$\begin{aligned} \text{para } d \leq 0.3 \text{ in (8 mm): } & C_{\text{tamaño}} = 1 \\ \text{para } 0.3 \text{ in} \leq d \leq 10 \text{ in: } & C_{\text{tamaño}} = 0.869d^{-0.112} \\ \text{para } 8 \text{ mm} \leq d \leq 250 \text{ mm: } & C_{\text{tamaño}} = 1.189d^{-0.097} \end{aligned} \quad \text{III.8}$$

Para tamaños mayores utilice $C_{\text{tamaño}} = 0.6$. (Los datos de prueba sobre los cuales se basan estas ecuaciones son para piezas de acero. La exactitud de la Ecuación III.8 para metales no ferrosos es dudosa).

La Ecuación III.8 es válida para partes cilíndricas. Para piezas con otras formas, Kuguel sugirió que, al igualar el área transversal de la pieza no redonda, es esforzada por encima del 95% de su esfuerzo máximo, con el área similarmente esforzada de un espécimen de viga rotativa, se obtendría un diámetro equivalente para utilizarlo en la Ecuación III.8. El área A_{95} esforzada por arriba del 95% de la fibra exterior es aquella que ocurre entre 0.95 de d y 1.0 de d y 1.9 de d , según se muestra en la Figura III.3 [III.7].

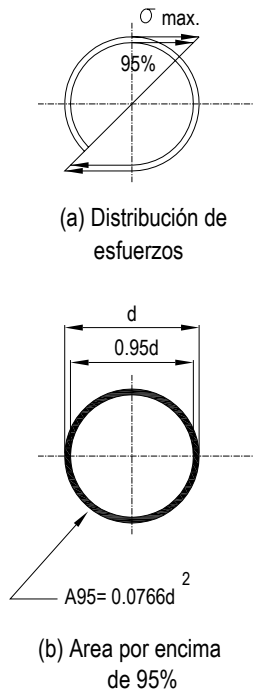


Figura III.3.- El área en un espécimen en viga en rotación que esforzada por encima del 95% del esfuerzo máximo

$$A_{95} = \pi \left[\frac{d^2 - (0.95d)^2}{4} \right] = 0.0766d^2 \quad \text{III.9}$$

El espécimen de diámetro equivalente de viga rotativa para cualquier sección transversal es por lo tanto:

$$d_{equivalente} = \sqrt{\frac{A_{95}}{0.0766}} \quad \text{III.10}$$

donde A_{95} es la porción de la sección transversal de una pieza no redonda, que está esforzada entre el 95 y 100% de un esfuerzo máximo. Shigley y Mitchell [III.3] lo han hecho para varias secciones comunes, y sus resultados se muestran en la Figura III.4.

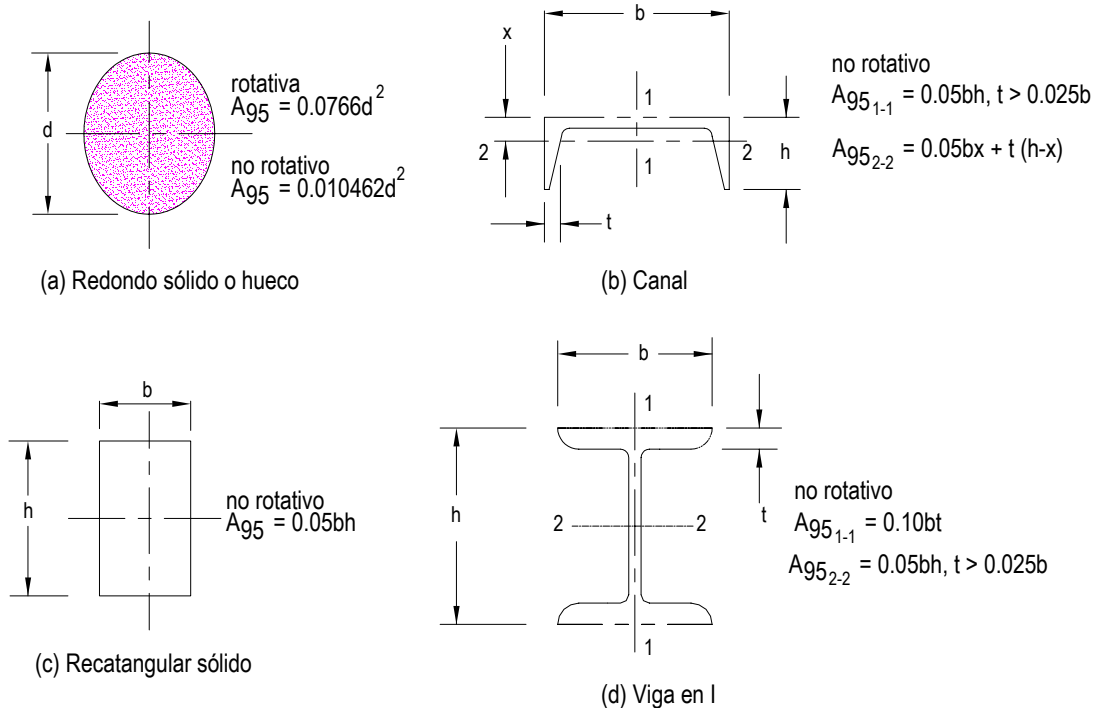


Figura III.4.- Fórmulas para áreas esforzadas al 95% de diversas secciones, cargadas a flexión [III.3]

III.2.2.3.- Efectos superficiales

Acabados superficiales más ásperos bajarán la resistencia a la fatiga debido a la introducción de concentraciones de esfuerzos y/o al alterar las propiedades físicas de la capa superficial [III.1]. Para tomar en cuenta estas diferencias es necesario un factor superficial de reducción de resistencia $C_{superficie}$. Juvinall [III.5] proporciona una gráfica (Figura III.5) que sirve de alguna guía para seleccionar un factor superficial para varios acabados comunes en acero. La resistencia a tensión es también un factor, ya que los materiales con resistencias más altas son más sensibles a concentraciones de esfuerzos introducidas por irregularidades superficiales.

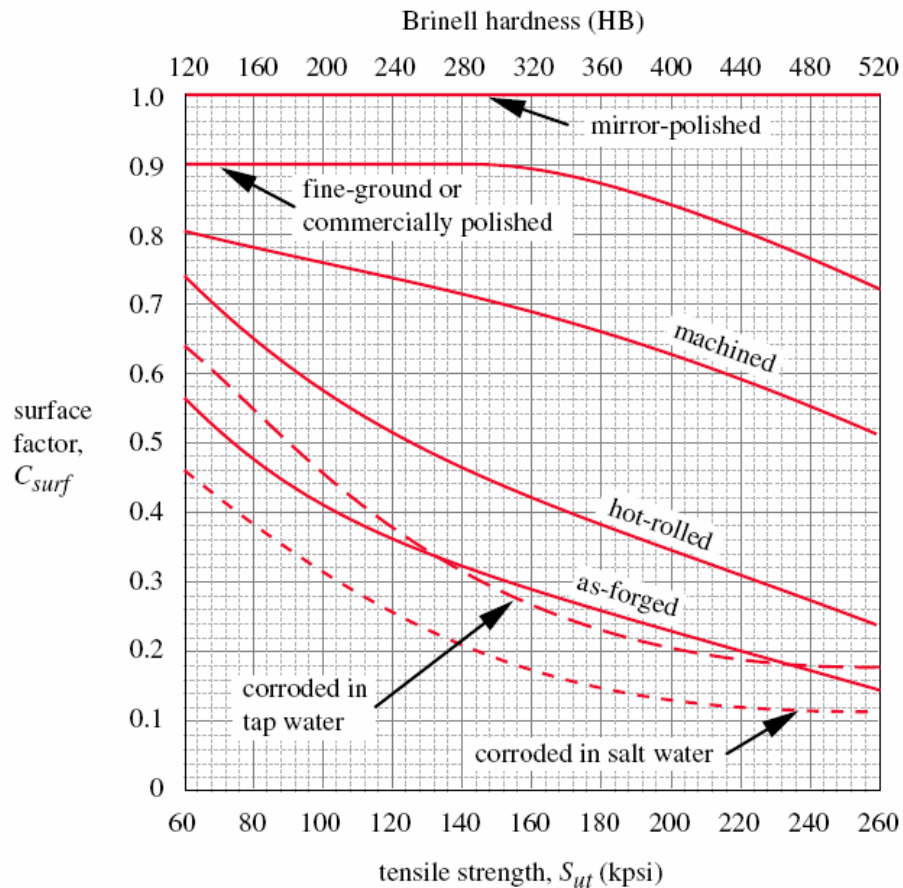


Figura III.5.- Factores superficiales para diversos acabados en acero [III.5]

En la Figura III.5 se puede observar que los entornos corrosivos reducen radicalmente la resistencia. Estos factores superficiales han sido desarrollados

para aceros, y deberán sólo aplicarse a aleaciones de aluminio y otros metales dúctiles, con la advertencia que, para aplicaciones críticas deberán efectuarse pruebas sobre piezas reales bajo condiciones de carga realistas. A los hierros fundidos se les puede asignar un $C_{\text{superficie}} = 1$, ya que sus discontinuidades internas hacen insignificante el efecto de una superficie áspera.

R. C. Johnson [III.7] da la gráfica que se muestra en la Figura III.6, con más detalle para superficies maquinadas y rectificadas, al relacionar $C_{\text{superficie}}$ con la resistencia a tensión con base en la aspereza superficial medio R_a en μin .

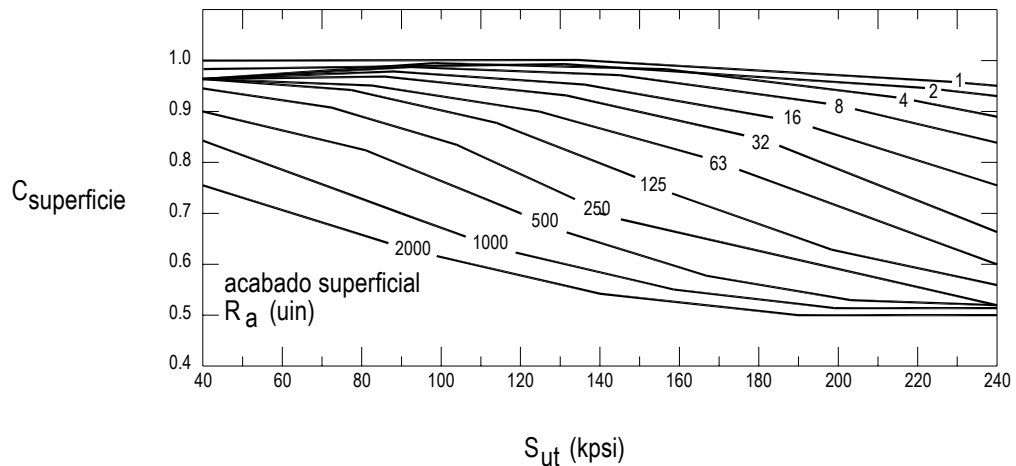


Figura III.6.- Factor superficial como una función de la aspereza de la superficie y de la resistencia máxima a tensión [III.7]

Si se conoce R_a para una pieza maquinada o rectificada, podrá utilizarse la Figura III.6 para determinar un factor superficial $C_{\text{superficie}}$ adecuado. Las curvas de factores superficiales de la Figura III.5 para superficies laminadas en caliente, forjadas y corroídas, podrán seguir siendo utilizadas, ya que toman en consideración la descarburización y los efectos de ataque superficial, así como la aspereza de la superficie. Shigley y Mischke [III.8] proponen que se maneje una ecuación exponencial de la forma:

$$C_{\text{superficie}} \cong A(S_{ut})^b \quad \text{Si } C_{\text{superficie}} > 1.0, \quad \text{considerar set } C_{\text{superficie}} = 1.0 \quad \text{III.11}$$

Tabla III.3.- Coeficientes para la Ecuación de factor superficial [III.8]

Acabado superficial	MPa		ksi	
	A	b	A	b
Maquinado o estirado en frío	4.51	-0.265	2.7	-0.265
Rectificado	1.58	-0.085	1.34	-0.085
Rolado en caliente	57.7	-0.718	14.4	-0.718
Forjado	272	-0.995	39.9	-0.995

Los coeficientes A y los exponentes b para diversos acabados se determinan a partir de datos similares a los de la Figura III.5 y aparecen en la Tabla III.3: Este procedimiento tiene la ventaja de ser programable por computadora, eliminando la necesidad de consultar gráficas, como las Figuras III.5 y III.6.

Los tratamientos superficiales como el electrodepósito usando ciertos metales pueden reducir seriamente la resistencia a la fatiga, según se muestra en la Figura III.7 para el cromado.

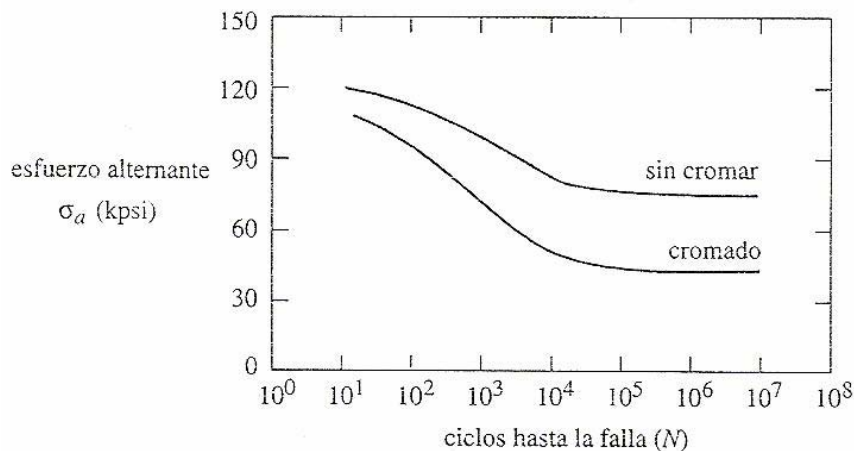


Figura III.7.- Efecto del cromado en la resistencia a la fatiga del acero [III.9]

El cromado y el niquelado generalmente no son recomendables para piezas esforzadas a la fatiga. La mayor parte de la resistencia perdida en el electrodepósito puede recuperarse al granallar la superficie a fin de introducir esfuerzos a compresión benéficos, según se observa en la Figura III.8 [III.10].

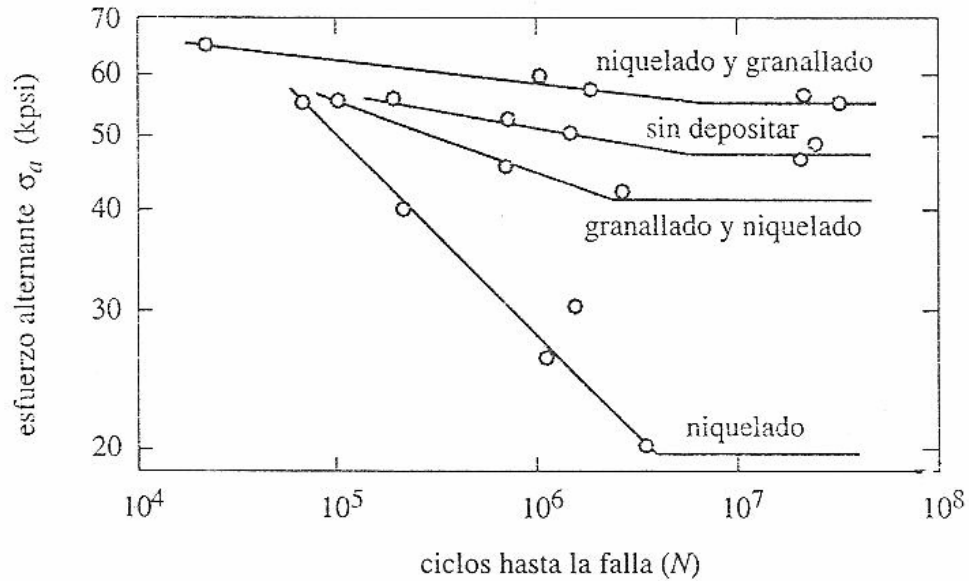


Figura III.8.- Efecto del niquelado y de la granalla de acero sobre la resistencia a la fatiga del acero [III.10]

III.2.2.4.- Efectos y factor de temperatura

Las alternativas de cálculo del factor de temperatura. Se originan dos tipos de problemas cuando se toma en cuenta la temperatura.

a).- Si se conoce el límite de la resistencia a la fatiga de una viga rotativa a temperatura ambiente, entonces se emplea:

$$k_d = \frac{S_{ut}}{S_{ut,ref}} \tag{III.12}$$

Donde: S_{ut} = resistencia a la rotura por tensión del material a la temperatura deseada. $S_{ut,ref}$ = resistencia a la rotura por tensión a la temperatura de

referencia, usualmente la temperatura ambiente de la Tabla III.4 y se procede como es usual.

Tabla III.4.- Efecto de la temperatura de operación en la resistencia a la tensión de acero [III.3]

Temperatura, °C	$S_{ut}/S_{ut,ref}$	Temperatura, °F	$S_{ut}/S_{ut,ref}$
20	1.000	70	1.000
50	1.010	100	1.008
100	1.020	200	1.020
150	1.025	300	1.024
200	1.020	400	1.018
250	1.000	500	0.995
300	0.975	600	0.963
350	0.943	700	0.927
400	0.900	800	0.872
450	0.843	900	0.797
500	0.768	1 000	0.698
550	0.672	1 100	0.567
600	0.549		

b).- Si no se conoce el límite de la resistencia a la fatiga de una viga rotativa, entonces use $k_d = 1$.

c).- Un factor de temperatura $C_{temperatura}$ sugerido por Shigley y Mitchell es lo siguiente:

$$\begin{aligned}
 \text{para } t \leq 450^{\circ}\text{C} \quad (840^{\circ}\text{F}): & \quad C_{temp} = 1 \\
 \text{para } 450^{\circ}\text{C} < T \leq 550^{\circ}\text{C}: & \quad C_{temp} = 1 - 0.0058(T - 450) \\
 \text{para } 840^{\circ}\text{F} < T \leq 1020^{\circ}\text{F}: & \quad C_{temp} = 1 - 0.0032(T - 840)
 \end{aligned}
 \tag{III.13}$$

Estos criterios se basan en datos para aceros, no debiéndose utilizar para otros metales, como aleaciones de Al, Mg y Cu.

III.2.2.5.- Efectos diversos y factor de confiabilidad

Hangen y Wirsching [III.11] informan que las desviaciones estándar de la resistencia a la fatiga de los aceros rara vez exceden del 8% sobre sus valores medios. La Tabla III.5 muestra los factores de confiabilidad para una desviación estándar supuesta del 8%. Por ejemplo, si se desea una probabilidad de 99.99% que sus muestras cumplan o superen la resistencia supuesta, multiplique el valor de resistencia media por 0.702. Los valores de la Tabla III.5 proporcionan los factores de reducción de resistencia $C_{\text{confiabilidad}}$ para niveles de confiabilidad seleccionados.

Tabla III.5.- Factores de confiabilidad para $S_d = 0.08\mu$ [III.11]

Confiabilidad %	$C_{\text{confiabilidad}}$
50	1.000
90	0.897
99	0.814
99.9	0.753
99.99	0.702
99.999	0.659

S_d : desviación estándar de la resistencia

μ : resistencia media

a).- Entorno [III.1]

El entorno puede tener efectos de importancia sobre la resistencia a la fatiga, según se hizo evidente en las curvas para superficies corroídas de la Figura III.5.

b).- Corrosión

El fenómeno de corrosión fatiga todavía no se comprende totalmente. Los únicos aceros que conservan algo de resistencia en el agua son los aceros al cromo (incluyendo los aceros inoxidable), ya que el elemento de aleación aporta algo de protección contra la corrosión.

Con base en la Figura III.9, para aceros al Carbón y de baja aleación en agua dulce, la relación entre S'_e y S_{ut} en la Ecuación III.2 debe de modificarse a:

$$S_e' \cong 15 \text{ ksi (100 MPa) para acero al carbono en agua dulce} \quad \text{III.14}$$

y el entorno en agua salada resultará peor.

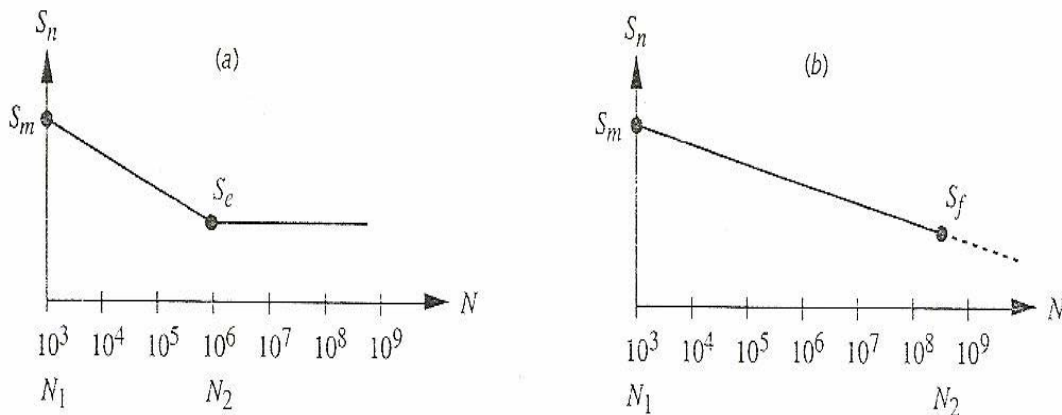


Figura III.9.- Curvas S-N estimadas para a) Materiales con codo, b) Materiales sin codo.

III.3.- Cálculo de la resistencia a la fatiga corregida S'_f o el límite de resistencia a la fatiga corregido S_e

Los factores de reducción de resistencia pueden aplicarse ahora al límite de resistencia a la fatiga sin corregir S'_e y a la resistencia a la fatiga sin corregir S'_f mediante la Ecuación III.6 a fin de obtener valores corregidos para efectos de diseño.

III.3.1.- Creación de diagramas S-N estimados [III.12]

Las Ecuaciones III.6 dan información sobre la resistencia del material en la región de alto ciclaje del diagrama S-N. Con información similar para la región de bajo ciclaje, podemos construir un diagrama S-N para el material particular y para la aplicación específica. El ancho de banda de interés es el régimen de fatiga de alto ciclaje de 10^3 a 10^6 ciclos y más allá.

Para material de resistencia $S_m = 10^3$ ciclos se tiene:

$$\begin{aligned} \text{flexión:} & \quad S_m = 0.9 S_{ut} \\ \text{carga axial:} & \quad S_m = 0.75 S_{ut} \end{aligned} \quad \text{III.15}$$

Ahora se dibuja el diagrama S-N estimado en ejes log-log, como se muestra en la Figura III.10. El S_m apropiado de la Ecuación III.15 para el tipo de carga se grafica en $N = 10^3$.

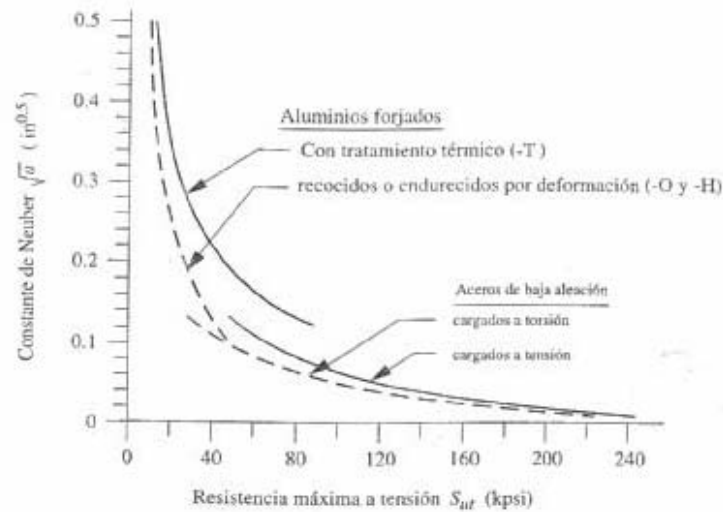


Figura III.10.- Constantes de Neuber para acero y aluminio [III.3]

Si el material muestra la presencia de un codo, entonces $N_e = 10^6$ ciclos se grafica el S_e corregido de la Ecuación III.6, y se dibuja una línea recta entre S_m y S_e . Más allá de este punto la curva se continúa de manera horizontal. Si el material no muestra codo, entonces se grafica el S_f corregido de la Ecuación III.6 en el número de ciclos para los cuales fue generado (que se muestra en $N_f = 5 \times 10^8$) y se dibuja una línea recta entre S_m y S_f . Esta línea puede extrapolarse más allá de dicho punto, pero su exactitud es dudosa, aunque probablemente conservadora (véase la Figura II.11). La Ecuación de la línea de S_m a S_e o S_f se puede escribir de la manera:

$$S_N = S_n = aN^b \quad \text{o} \quad S_N = \sigma_a = AN^B \quad \text{III.16}$$

O bien

$$\begin{aligned} \text{Log } S_N = \text{Log } S_n = \log a + b \log N \\ \sigma_a = C + D \log N \quad \text{o} \quad SN = C + D \log N \end{aligned} \quad \text{III.17}$$

Donde S_n es la resistencia a la fatiga a cualquier N y a , b son constantes definidas por las condiciones de frontera. En todos los casos, la intersección con (y) es $S_n = S_m$ en $N = N_1 = 10^3$. En el caso del límite de resistencia a la fatiga (Figura III.10), $S_n = S_e$ en $N = N_2 = 10^6$. Para un material que no exhiba codo límite de resistencia a la fatiga, la resistencia a la fatiga se toma a cierto número de ciclos: $S_n = S_f$ en $N = N_2$ (Figura III.10b). Sustituya las condiciones de frontera en la Ecuación III.16 y III.17 y resuelva de manera simultánea en función de a y de b :

$$b = \frac{1}{z} \log \left(\frac{S_m}{S_e} \right) \quad \text{donde} \quad z = \log N_1 - \log N_2$$

$$\log(a) = \log(S_m) - b \log(N_1) = \log(S_m - 3b) \quad \text{III.18}$$

N_1 es siempre 1 000 ciclos y que su \log_{10} es 3. Para un material con un codo de $N_2 = 10^6$, $z = (6 - 3) = -3$, según se muestra en la Tabla III.6. Esta curva es válida sólo hasta el codo, más allá del cual $S_n = S_e$, según se muestran en la Figura III.10a. Para un material sin codo, $S_n = S_f$ en $N = N_2$ (Figura III.10b), los valores de z correspondientes a varios valores de N_2 se calculan con facilidad. Por ejemplo, la curva en la Figura III.10b muestra S_f en $N_2 = 5 \times 10^8$ ciclos. El valor para z es por lo tanto:

$$z = \log(1000) - \log(5 \text{ E}8) = 3 - 8.699 = -5.69 \quad \text{III.19}$$

$$b = -\frac{1}{5.699} \log \left(\frac{S_m}{S_f} \right) \quad \text{para } S_f @ N_2 = 5 \text{ E}8 \text{ ciclos}$$

Tabla III.6.- Factores z para la Ecuación III.18 con rango de valores N_1 con N_2 fijo en 10^3 ciclos

N_2	z
1.E6	-3.000
5.E6	-3.699
1.E7	-4.000
5.E7	-4.699
1.E8	-5.000
5.E8	-5.699
1.E9	-6.000
5.E9	-6.699

III.3.1.1.- Muecas y concentraciones de esfuerzos [III.1]

Una muesca pone un obstáculo al “flujo de la fuerza”, puede ser una perforación, una ranura, un filete, un cambio abrupto de la sección transversal, o cualquier otro obstáculo brusco en los contornos suaves de una pieza. Las muescas que preocupan son las ranuras para anillos en O, filetes en escalones de flechas, perforaciones para sujetadores, etc. El ingeniero aplicará óptimas prácticas de diseño y mantendrá los radios de estas muescas todo lo grande que sea posible, a fin de reducir concentraciones de esfuerzos. Las muescas con radios extremadamente pequeños, deberán ser tratadas como grietas y aplicarse la mecánica de fracturas y sus principios para prever las fallas.

a).- Factor de concentración de esfuerzos

Se definieron y actualizaron los factores de concentración de esfuerzo geométricos (teóricos) K_t para esfuerzo cortante, (aquí nos referimos a ambos como K_t y K_{ts} como K_t), y se aplican como multiplicadores del esfuerzo nominal presente en la sección transversal que contiene a la muesca.

Para cargas dinámicas, es necesario que se modifique el factor de concentración de esfuerzo teórico, con base en la sensibilidad a las muescas del material, a fin de obtener un factor de concentración de esfuerzo a la fatiga K_f , que se aplique a esfuerzos dinámicos nominales.

$$K_f = \frac{\text{Límite a la fatiga para espécimen sin muescas}}{\text{Límite a la fatiga para espécimen con muescas}} \quad \text{III.20}$$

b).- Factor de modificación del límite de fatiga

El factor de modificación del límite de fatiga, considerando las concentraciones de esfuerzo, es:

$$k_0 = \frac{1}{K_f} \quad \text{III.21}$$

donde K_f se obtiene de la Ecuación III.23.

Para aplicar los efectos de las concentraciones de esfuerzos, se debe reducir el límite a la fatiga mediante k_0 o incrementar el esfuerzo mediante K_f . Conviene más tratar a estos factores por separado, como en el que se estudian los ejes tales efectos se manejan de manera diferente para materiales dúctiles y para materiales frágiles.

El valor completo del factor de concentración de esfuerzo a la fatiga es sólo aplicable al extremo alto del régimen de fatiga de alto ciclaje ($N = 10^6 - 10^9$ ciclos). Algunos autores recomiendan aplicar la porción reducida, identificado como K_f , al esfuerzo alternante en $N = 10^3$ ciclos. Para materiales de alta resistencia o frágiles, K_f es prácticamente igual pero en el caso de materiales dúctiles de baja resistencia, K_f , se acerca a 1. Otros recomiendan aplicar el valor total incluso a 10^3 ciclos. Se adopta el procedimiento conservador, aplicando uniformemente en todo el rango de fatiga de alto ciclaje dado que las incertidumbres que rodean a las estimaciones sobre resistencia a la fatiga y su conjunto de factores modificadores, alientan cierto espíritu conservador.

Resumen del factor de concentración de esfuerzo

Material frágil:

Estático: Establezca $K_t = K_t$, $K_{ts} = K_{ts}$

Dinámico: Establezca $K_t = K_t$, $K_{ts} = K_{ts}$

Material dúctil:

Estático: Establezca $K_t = K_{ts} = 1$

Dinámico: Establezca $K_t = K_t$, $K_{ts} = K_{ts}$, $K_f = f_1(K_t, q)$, $K_{fs} = f_2(K_{ts}, q_s)$

Aplique en ambas σ_a y σ_m siempre y cuando no ocurra fluencia.

c).- Sensibilidad a las muescas

Cada material tiene una diferencia sensibilidad a las concentraciones de esfuerzos, que se conoce como sensibilidad a las muescas del material.

Conforme los radios de la muesca se acercan a cero, la sensibilidad a las muescas de los materiales se reduce y también se acerca a cero, se recordará que el factor de concentración de esfuerzo teórico K_t se acerca al infinito cuando el radio de la muesca tiende a cero.

Neuber [III.13] hizo el primer estudio completo de los efectos de las muescas y en 1937 publicó una ecuación para el factor de concentración de esfuerzo a la fatiga. Posteriormente, Kuhn revisó la ecuación de Neuber [III.14], y desarrolló experimentalmente datos para la constante de Neuber (una propiedad de los materiales, necesaria en esta Ecuación). Subsecuentemente Peterson refinó el procedimiento, y desarrolló el concepto de sensibilidad a las muescas q , que se define de la forma:

$$q = \frac{K_f - 1}{K_t - 1} \quad \text{III.22}$$

donde K_t es el factor de concentración de esfuerzo teórico (estático) para esta geometría particular, y K_f es el factor de concentración de esfuerzo a la fatiga (dinámico).

La sensibilidad a las muescas q varía entre 0 y 1. Esta ecuación se puede volver a escribir, en función de K_f .

$$k_f = 1 + q(k_t - 1) \quad (3.23) \quad \text{III.22b}$$

d).- *Determinación de los parámetros de muescas*

El procedimiento es determinar primero la concentración de esfuerzo teórica k_t para la geometría y carga específica, y a continuación establecer la sensibilidad a las muescas apropiada para el material escogido, y utilizarlas en la Ecuación III.23, con el objeto de encontrar el factor de concentración de esfuerzo dinámico K_f . El esfuerzo dinámico nominal para cualquier situación quedará entonces incrementado por el factor K_f , de la misma manera que se hizo en el caso está:

$$\begin{aligned} \sigma &= K_f \sigma_{nom} \leftrightarrow \sigma_{m\acute{a}x} = K_f \sigma_{nom} \\ \tau &= K_{fs} \tau_{nom} \leftrightarrow \tau_{m\acute{a}x} = K_{fs} \tau_{nom} \\ \sigma &= K_t \sigma_{nom} \leftrightarrow \sigma_{m\acute{a}x} = K_t \sigma_{nom} \\ \tau &= K_{ts} \tau_{nom} \leftrightarrow \tau_{m\acute{a}x} = K_{ts} \tau_{nom} \end{aligned} \quad \text{III.24}$$

Observe en la Ecuación III.22 que cuando $q = 0$, $K_f = 1$, no incrementando el esfuerzo nominal de la Ecuación III.24. Cuando $q = 1$, $K_f = k_t$ y se hace sentir en la Ecuación III.24 todo el efecto del factor de concentración de esfuerzo geométrico.

La sensibilidad a las muescas q también se puede definir a partir de la fórmula Kunn-Hardrath, en función de la constante de Neuber a y del radio de la muesca r , ambos expresados en pulgadas. [III.15].

$$q = \frac{1}{1 + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{r}}} \quad \text{III.25}$$

Observe que la constante de Neuber se define como la raíz cuadrada de a , y no como a , por lo que se sustituye de manera directa en la Ecuación III.25, en tanto que al valor r se le deberá extraer la raíz cuadrada. En la Figura III.12 aparece un trazo de la constante de Neuber \sqrt{a} para un S_{ut} 20 ksi superior al correspondiente del material.

Tabla III.7.- Constantes de Neuber [III.15]

Aceros		Aluminio recocido		Aluminio endurecido	
S_{ut} (ksi)	\sqrt{a} ($in^{0.5}$)	S_{ut} (ksi)	\sqrt{a} ($in^{0.5}$)	S_{ut} (ksi)	\sqrt{a} ($in^{0.5}$)
50	0.130	10	0.500	15	0.475
55	0.118	15	0.341	20	0.380
60	0.108	20	0.264	30	0.278
70	0.093	25	0.217	40	0.219
80	0.080	30	0.180	50	0.186
90	0.070	35	0.152	60	0.162
100	0.062	40	0.126	70	0.144
110	0.055	45	0.111	80	0.131
120	0.049			90	0.122
130	0.044				
140	0.039				
160	0.031				
180	0.024				
200	0.018				
220	0.013				
240	0.009				

III.3.1.2.- Esfuerzos residuales [III.13 y III.16]

La mayor parte de las piezas contendrán algunos esfuerzos residuales, provenientes de sus procesos de manufactura. Cualquier procedimiento como el conformado, o el tratamiento térmico, que crean deformaciones localizadas por arriba del punto de fluencia, dejarán tras si esfuerzos cuando desaparezca la deformación.

La falla por fatiga es un fenómeno de esfuerzo a tensión. En el capítulo II las Figuras II.21 y II.22, muestran los efectos benéficos que tienen los esfuerzos medios a compresión en la resistencia a la fatiga. Existen técnicas que permiten la introducción en las piezas de esfuerzos residuales a compresión, antes de colocarlas en servicio, son:

- Los tratamientos térmicos,
- Los tratamientos superficiales
- Los tratamientos de pre-esforzado mecánico.

La mayor parte crean en la superficie esfuerzos biaxiales a compresión, esfuerzos triaxiales a compresión por debajo de la superficie y esfuerzos triaxiales a tensión en el núcleo.

Si se excede el tratamiento, los esfuerzos a tensión más elevados en el núcleo pueden causar falla, por lo que se debe llegar a un equilibrio.

En ausencia de información cuantitativa, el diseñador está limitado a considerar el uso de estos tratamientos para conseguir algún factor de seguridad adicional, mal cuantificado, pero en el sentido correcto.

III.4.- Modelos de análisis de falla por fatiga [III.3, III.4, III.16, III.17]

III.4.1.- Regímenes de fatiga

Actualmente hay en uso tres modelos de falla por fatiga, y cada uno de ellos tiene su sitio y objetivo:

- Procedimiento de vida-esfuerzo (S-N)
- Procedimiento de vida-deformación (E-N) y
- Procedimiento de mecánica de fracturas elásticas lineales

Con base en el número de ciclos de esfuerzo o de deformación que se supone va a sufrir la pieza durante su vida útil, se clasifica ya sea como un régimen de fatiga de bajo ciclaje o régimen de fatiga de alto ciclaje. No hay una línea divisoria clara

entre ambos regímenes y varios investigadores proponen divisiones ligeramente distintas. Dowling define la fatiga de alto ciclaje como iniciándose alrededor de 10^2 a 10^4 ciclos de variación de esfuerzo/deformación, variando el número según el material. Juvinall y Shigley proponen 10^3 ciclos, y se define como corte 10^3 o hasta 10^4 ciclos. [III.5 y III.9].

En esta investigación se considerará $N = 10^3$ ciclos es una aproximación razonable de la división entre fatiga de bajo ciclaje y fatiga de alto ciclaje.

III.5.- Sumario

Este tercer capítulo, hace saber que por lo general siempre es una buena práctica de la ingeniería elaborar un programa de ensayos de materiales que se emplearán en el diseño y la fabricación de máquinas y/o componentes de los mismos. Siendo un requisito y no una opción para prevenir la posibilidad de una falla por fatiga.

Debido a esta necesidad de ensayos, sería realmente innecesario proseguir generalmente el estudio de falla por fatiga, si no fuera por una razón o justificación importante, tal como es el caso específico de esta tesis. La justificación es el deseo de saber porqué ocurren las fallas por fatiga y dar a conocer, como poder emplear el método de métodos más efectivos bajo criterios de análisis para la medición de falla por fatiga.

Los enfoques analíticos y de diseño presentados en este capítulo de tesis o en cualquier otra obra de esta materia a mayor o menor grado, según sea el caso, no producen resultados precisos. Sin embargo, estos deben considerarse como una guía, como un indicador de que es importante y que no lo es en el diseño contra falla por fatiga.

Con los fundamentos técnicos definidos en este capítulo, se procederá a explicar en el siguiente capítulo, los procedimientos respectivos a cada clase de diseño para fatiga de alto ciclaje, antes de presentar el método general de solución.

A partir de estas explicaciones, se culminaría a elegir y definir el modelo de falla por fatiga de alto ciclaje correspondiente al estudio de investigación de esta tesis.

III.6.- Referencias

1. Norton, R.L., *Diseño de Máquinas*, Editorial Prentice Hall New Jersey 1999.
2. Zahavi, E. y Torbilo, V., *Fatigue design, Life expectancy of machine parts*, ISBN 0849389704, CRC Press, pp 41-99, 1996.
3. Shigley, J.E. y Mitchell, L. D., *Mechanical Engineering Design*, McGraw-Hill N.Y., 1983.
4. Navarro C. y Domínguez, J., Criterios de iniciación en fretting fatigue en contacto esférico, *Anales de mecánica de la fractura*, Vol.20, pp 314-319, 2003.
5. Juvinall, R.C. y Marshek, K.M., *Fundamentals of Machine Component Design*, Wiley, N. Y. 1991.
6. Kuguel, R., *A Relation Between Theoretical Stress – Concentration Factor Fatigue Notch Factor Deduced from the concept of Highly Stressed*, Vol. Proc. ASTM61, 1961.
7. Johnson, R.C. *Machine Design*, Vol. 45, No. 11, Penton Publishing, Cleveland, Ohio, pp 108, 1967.
8. Shigley, J. E. y Mischke, C. R. *Diseño en Ingeniería Mecánica*, 6ª. Edición McGraw-Hill, 2005.
9. Osgood, C.C., *Fatigue Design*, Pergamon Press, London, 1982.
10. Almen, J. y Black, J. P. H., *Residual Stresses and Fatigue in Metals*, McGraw-Hill, N. Y., 1963.
11. Hangen, E. B. y Wirsching, P.H., Probabilistic Design, *Machine Design*, Vol. 47, pp 10-14, ¿?.
12. Brooks, C. R. y Choudhury, A., *Failure analysis of engineering materials*, McGraw Hill, 2002.
13. Farahmand, B., Bockrath, G. y Glassco, J., *Fatigue and fracture mechanics of high risk parts*, Chapman & Hall, pp 93-96, 1997.
14. ASTM, *Fatigue of aircraft structures*, 1957.
15. Kuhn, P. y Hardrath, H. F., *An Engineering Method for Estimativa Notch–size Effect in Fatigue Test on Steel*, NACA, Washington, D. C. 1952.

-
16. Suresh, S., *Fatigue of Materials*, Cambridge University Press, Reino Unido, 1998.
 17. Dowling, N. E. *Mechanical Behaviour of Materials*, Prentice Hill: Englewood Cliffs, N. Y. pp 347, 1993.
 18. Malaya, A. F., *Metal Fatigue: Theory and Design*, John Willey & Sons, 1969.

CAPÍTULO IV

DISEÑO PARA FATIGA DE ALTO CICLAJE

CAPÍTULO IV

IV.1.- Generalidades de diseño para diferentes tipos de carga y materiales

En la siguiente sección de este trabajo se enumeran los aspectos más importantes que se deben de tomar en cuenta para desarrollar un diseño óptimo bajo condiciones de fatiga.

1.- Asegurar que una parte de la máquina sea segura para trabajar bajo condiciones razonablemente previsibles. Para esto se requiere hacer un análisis de esfuerzos, donde los valores calculados de esfuerzos en la pieza se comparen con el esfuerzo de diseño, o con el valor de esfuerzo permitido bajo las condiciones de operación.

a).- La forma de calcular el esfuerzo de diseño depende de la manera de aplicar la carga y de la clase de material. Entre los tipos de carga están los siguientes: [IV.1]

- Estática
- Repetida e invertida
- Fluctuante
- Choque o impacto
- Aleatoria

b).- Los tipos de material son muchos y variados. Los materiales metálicos se clasifican principalmente en dúctiles y frágiles. Entre otras consideraciones están la manera de moldear el material (colado, forjado, laminado, maquinado, entre otros), el tipo de tratamiento térmico, el acabado superficial, el tamaño físico, el ambiente en va a trabajar y la geometría de la pieza. Deben considerarse otros factores cuando se trata de plásticos, materiales compuestos, cerámicas, madera y otros materiales más.

2.- Tipos de carga y relación de esfuerzos. Los factores principales a considerar, cuando se especifica el tipo de carga para la cual una pieza de máquina se somete, son la variación de la carga y la variación resultante del esfuerzo en función del tiempo. Algunas variaciones de esfuerzos se caracterizan con cuatro valores clave:

- Esfuerzo máximo $\sigma_{\text{máx}}$
- Esfuerzo mínimo $\sigma_{\text{mín}}$
- Esfuerzo medio (promedio) σ_m
- Esfuerzo alternativo σ_a (amplitud de esfuerzo)

Los esfuerzos máximo y mínimo se suelen calcular desde la información conocida, con métodos de análisis de esfuerzos o de elemento finito, o bien se miden con técnicas de análisis experimental de esfuerzos [Ver sección II.2.2]

IV.2.- Clasificación de esfuerzos de diseño en fatiga

Existen cuatro clasificaciones básicas, que se pueden tratar por separado, aunque tres de ellas son simplemente casos especiales de la cuarta, que es el caso general [IV.2].

Tabla IV.1.- Clasificación de esfuerzos en fatiga

	Esfuerzos totalmente alternantes ($\sigma_m = 0$)	Esfuerzos fluctuantes ($\sigma_m \neq 0$)
Esfuerzos uniaxiales	Categoría I	Categoría II
Esfuerzos multiaxiales	Categoría III	Categoría IV

La Tabla IV-1 muestra las cuatro categorías en una matriz. Las columnas definen la presencia o ausencia de un esfuerzo medio. El caso totalmente alternante tiene un esfuerzo medio igual a cero y el caso de esfuerzo fluctuante tiene un valor medio distinto de cero. Ambos tienen componentes alternantes. Las hileras

definen la presencia de componentes de esfuerzo aplicado en un solo eje o en más de uno. [IV.3]

IV.2.1.- Esfuerzos de diseño para fatiga de alto ciclo [IV.3 y IV.4]

El caso uniaxial representa los casos de cargas simples, como la carga axial pura, o la flexión pura. El caso multiaxial es general y acepta componentes de carga normal aplicadas sobre todos los ejes, en combinación con esfuerzos cortantes, aplicados en cualquier cara del cubo de esfuerzos. De hecho, en la práctica los casos de cargas puras son raros. Más a menudo en las piezas de maquinaria estará presente una combinación de esfuerzos multiaxiales. Sin embargo, tanto casos totalmente alternantes como de esfuerzos fluctuantes son encontrados usualmente en la práctica.

IV.2.2.- Esfuerzos uniaxiales totalmente alternantes ($\sigma_m = 0$), Categoría I (Figura II.1.a)

La categoría más simple, esfuerzos uniaxiales totalmente alternantes, Muchos textos subdividirán más esta categoría en cargas a flexión, cargas axiales, y cargas a torsión, presentando métodos por separado para cada uno de ellos. Cambiará todos ellos en una sola categoría, al calcular el esfuerzo efectivo Von Mises, y compararlo con la resistencia a la fatiga y a flexión corregidas del material seleccionado. Con ello se elimina la necesidad de considerar la tensión pura como un caso especial.

IV.2.3.- Esfuerzos uniaxiales fluctuantes ($\sigma_m \neq 0$), categoría II (Figura II.1c)

Esto aumenta la complicación por la existencia de esfuerzos medios y se empleará el diagrama de Goodman modificado en adición al diagrama S-N (más simple). Se utilizará el esfuerzo efectivo de Von Mises para convertir la carga torsional pura en una forma equivalente de esfuerzo a tensión.

IV.2.4.- Esfuerzos multiaxiales totalmente alternantes ($\sigma_m = 0$) y fluctuantes ($\sigma_m \neq 0$), categorías III y IV (Figura II.1b)

Se presentará un procedimiento universal recomendado que funcionará para todas las categorías en la mayor parte de las situaciones comunes de carga. Este procedimiento simplificará un tema complicado y le dará al estudiante un método que puede utilizar en la gran mayoría de las situaciones en el diseño de fatiga de alto ciclaje.

IV.3.- Diseño para esfuerzos uniaxiales totalmente alternantes

El esfuerzo uniaxial totalmente alternante, con un esfuerzo medio igual a cero (Figura II.1a describe su comportamiento). Algunas complicaciones comunes de esta categoría son la flexión rotativa de una flecha que soporta una carga estática, o un par de torsión alternante en una flecha con importantes cargas de inercia oscilantes y un par de torsión medio que es efectivamente cero en comparación con estas oscilaciones. El proceso se describe en un conjunto de 13 pasos generales. [IV.3], cuyo factor de seguridad se calcula:

$$FS = \frac{S_n}{\sigma'} \quad \text{IV.1}$$

Se requerirá una interacción (como siempre ocurre) para refinar el diseño. Cualquier subconjunto de pasos puede repetirse tantas veces como sea necesario, a fin de obtener un diseño aceptable. La táctica más común es volver al paso 3 y mejorar la geometría de la pieza, para reducir esfuerzos y concentraciones de esfuerzos, y/o volver al paso 4 y escoger un material más adecuado. Algunas veces será posible regresar al paso 1, y redefinir una vida más breve aceptable a la pieza.

IV.4.- Diseño para esfuerzos uniaxiales fluctuantes

IV.4.1.- Introducción

Los esfuerzos repetitivos o fluctuantes (como se muestran en el Capítulo II, en la Figura II.1b y II.1c) tienen componentes medios distintos a cero y éstos deben tomarse en consideración al determinar el factor de seguridad. En el Capítulo II,

las Figuras II.17, II.18, II.19 muestran evidencia experimental del efecto de componentes de esfuerzos medios sobre las fallas, cuando éstos están presentes en combinación con esfuerzos alternantes. Esta situación es bastante común en maquinaria de todo tipo.

IV.4.2.- Descripción de las líneas de falla [IV.1] y [IV.3]

La Figura IV.1 muestra una línea Goodman modificada, una parábola de Gerber, una línea Soderberg y la línea de fluencia trazada sobre los ejes σ_m y σ_a .

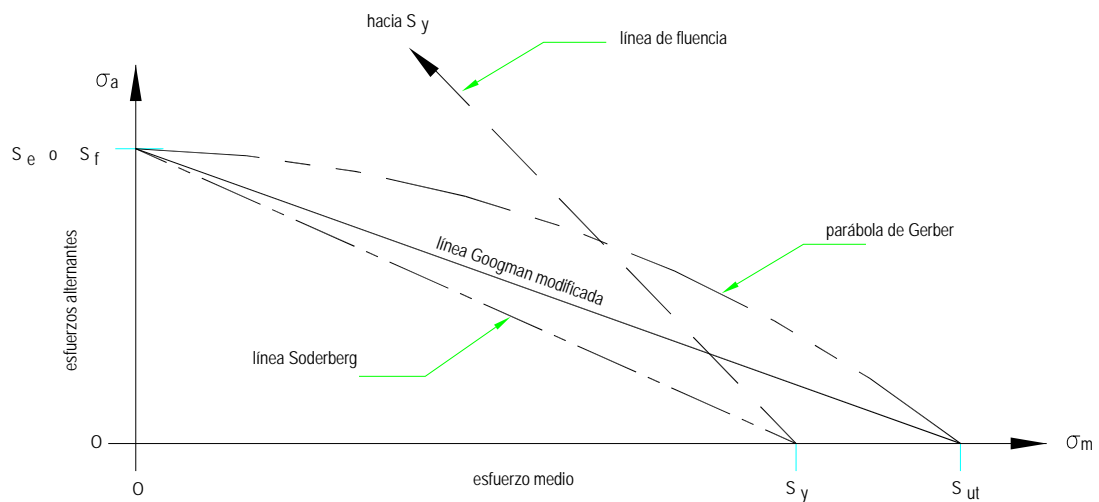


Figura IV.1.- Varias líneas de falla para esfuerzos fluctuantes [IV.2]

a).- La parábola de Gerber se ajusta mejor a los datos experimentales de falla, y la línea Goodman modificada sigue debajo de la dispersión de datos (como se muestra en el Capítulo II, en la Figura II.17) que superpone estas líneas sobre los puntos experimentales de falla. Ambas líneas cruzan en el eje σ_a el límite de resistencia a la fatiga corregido S_e , o la resistencia a la fatiga S_f , con S_{ut} sobre el eje σ_m .

b).- También aparece mostrada una línea de fluencia, que conecta a S_y sobre ambos ejes, para servir de límite al primer ciclo de esfuerzo. (Si la pieza cede, es que ha fallado, independientemente de su seguridad a la fatiga).

c).- La línea Soderberg conecta S_e o S_f con el límite elástico S_y , y por lo tanto es un criterio de falla más conservador, pero evita la necesidad de invocar la línea de fluencia. También elimina combinaciones $\sigma_m - \sigma_a$ que de otra manera serían seguras, como se observa en la Figura II.17. Independientemente de las líneas seleccionadas para representar la falla, las combinaciones seguras de σ_m y σ_a ocurren a la izquierda y por debajo de su envoltura. Estas líneas de falla quedan definidas por:

$$\text{Parábola de Gerber:} \quad \sigma_a = S_e \left(1 - \frac{\sigma_m^2}{S_{ut}^2} \right) \quad \text{IV.2}$$

$$\text{Línea Goodman modificada:} \quad \sigma_a = S_e \left(1 - \frac{\sigma_m}{S_{ut}} \right) \quad \text{IV.3}$$

$$\text{Línea Soderberg:} \quad \sigma_a = S_e \left(1 - \frac{\sigma_m}{S_y} \right) \quad \text{IV.4}$$

d).- Aunque la línea Gerber se ajusta bien a los datos experimentales, lo cual la hace útil para el análisis de partes falladas, la línea Goodman modificada es un criterio de fallas más conservador y de uso más común, al diseñar piezas sujetas a esfuerzos medios, además de alternantes. La línea Soderberg es menos utilizada y en extremo conservadora.

IV.4.2.1.- Efecto de combinación de esfuerzos medio y alternante

La Figura IV.2a muestra un trazo esquemático de una superficie tridimensional, formada por el componente de esfuerzo alternante σ_a , el componente de esfuerzo medio σ_m y el número de ciclos N , para un material que muestra un codo límite de resistencia a la fatiga a los 10^6 ciclos.

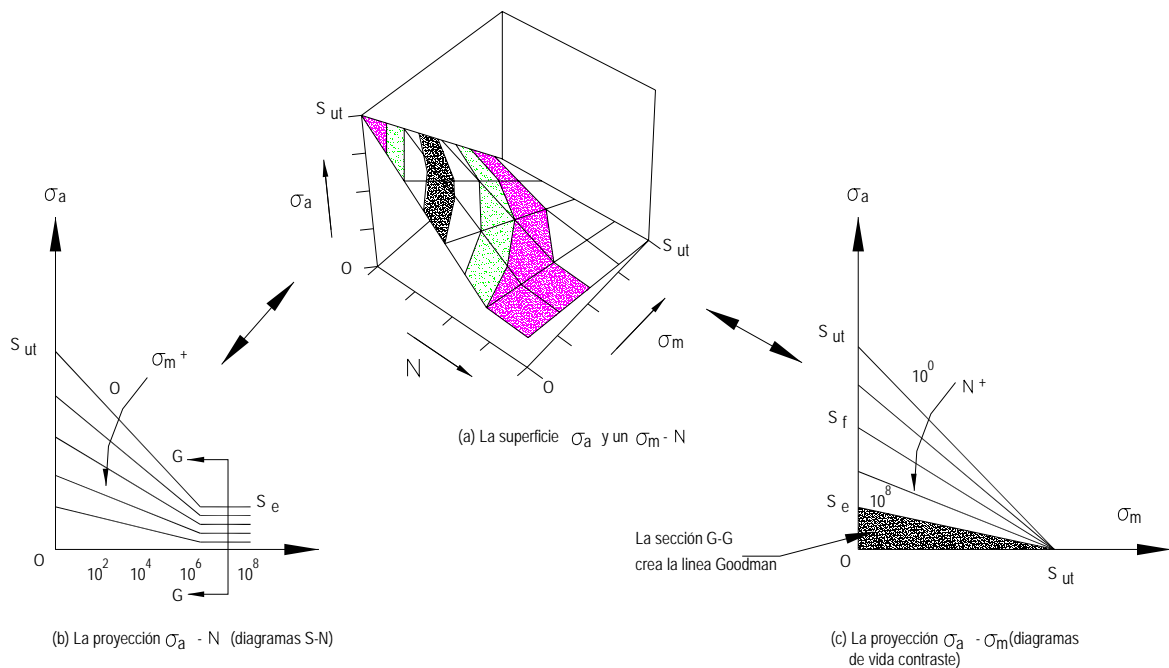


Figura IV.2.- Efecto de una combinación de esfuerzos medio y alternante [IV.2]

Si se mira en el plano $\sigma_a - N$, como se muestra en la Figura IV.2, se ven proyecciones de líneas en la superficie, que son diagramas S-N para diversos niveles de esfuerzos medios. Cuando $\sigma_m = 0$, el diagrama S-N es la línea superior, conectando S_{ut} con S_e (como también se muestra en el Capítulo I, en las Figuras I.2 y II.5). Conforme aumenta σ_m , la intersección σ_a a $N = 1$ ciclo se va reduciendo, convirtiéndose en cero cuando $\sigma_m = S_{ut}$.

La Figura IV.2, también se muestra proyecciones en el plano $\sigma_a - \sigma_m$ para diversos valores de N. Este se conoce como diagrama de vida constante, ya que cada línea que aparece en él muestra la relación entre el esfuerzo medio y alternante en un ciclo de vida particular. Cuando $N = 1$, el trazo es una línea a 45° que conecta S_{ut} en ambos ejes. Se trata de la línea de falla estática. La intersección σ_a se va reduciendo conforme se incrementa N, haciéndose igual al límite de resistencia a la fatiga (S_e) más allá de aproximadamente 10^6 ciclos. La línea que conecta S_e con el eje σ_a y S_{ut} sobre el eje σ_m de la Figura IV.2c es la línea Goodman modificada, tomada en la sección G-G, según se observa en la Figura IV.2a.

La Figura IV.3 muestra un trazo de esfuerzos alternantes σ_a en función del esfuerzo medio σ_m , al cual se refiere como un diagrama Goodman modificado y aumentado.

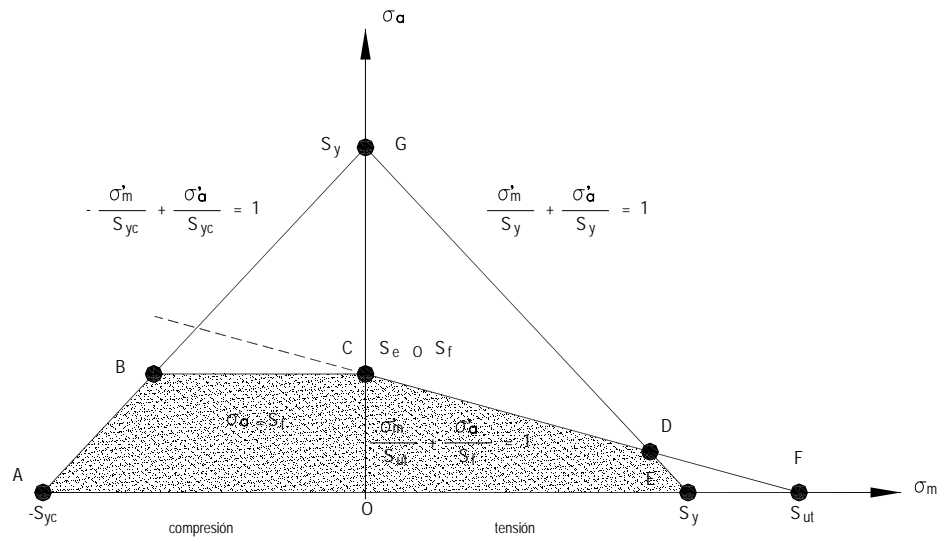


Figura IV.3.- Un diagrama Goodman modificado “aumentado” [IV.2]

a).- Diagrama de Goodman modificado. Es un embellecimiento de la línea Goodman modificada, que aparece en las Figuras II.17 y IV.1. Están incluidas las líneas de fluencia y la región de esfuerzos a compresión. Se observan varios puntos de falla. En el eje de esfuerzo medio (σ_m) en los puntos A, E y F se definen el límite elástico S_y y la resistencia máxima a tensión (S_{ut}) del material particular. En el eje de los esfuerzos alternantes (σ_a) la resistencia a la fatiga corregida S_f a cierto número de ciclos (o límite de resistencia a la fatiga corregido S_e), y el límite elástico (S_y) del material en particular, quedan definidos en los puntos C y G. Observe que por lo general este diagrama representa una sección como la G-G de una superficie tridimensional en la Figura IV.2. Esto es, el diagrama Goodman modificado por lo común se dibuja para vida infinita, o para el caso de una vida de muy alto ciclaje ($N > 10^6$). Pero es posible dibujarla para cualquier sección a lo largo del

eje de las N de la Figura IV.2, lo que representa una situación de vida finita más breve.

Las líneas que definen las fallas se pueden dibujar conectando diversos puntos sobre el diagrama. La línea CF de la línea Goodman se puede extender hasta la región a compresión (mostrándose punteada) con base en datos empíricos, como la que aparece en la Figura II.18. Sin embargo, para representar una línea de falla en la región de compresión es costumbre dibujar la línea horizontal más conservadora CB. Así de hecho se ignoran los efectos benéficos del esfuerzo medio a compresión, considerándose esta situación idéntica al caso totalmente alternante de la sección anterior.

b).- Interpretación del diagrama de Goodman modificado aumentado. En la región a tensión, la línea GE define la fluencia estática, y la envoltura a la falla queda definida como las líneas CD y DE, para tomar en cuenta la posibilidad de falla ya sea a la fatiga o a la fluencia. Si fuera muy grande el componente de esfuerzo medio y el alternante muy pequeño, su combinación podría definir un punto en la región DEF, que estaría seguro dentro de la línea Goodman pero que cedería al primer ciclo.

La totalidad de la envoltura de falla es por lo tanto el área sombreada identificada como ABCDEA. Cualquier combinación de esfuerzo alternante y medio que caiga dentro de esta envoltura es una combinación segura. Al fin de determinar el factor de seguridad de cualquier estado de esfuerzo fluctuante, necesitaremos expresiones para las líneas que forman la envoltura de falla que aparece en la Figura IV.3.

La línea AG define la fluencia a compresión y es:

$$-\frac{\sigma'_m}{S_{yc}} + \frac{\sigma'_a}{S_{yc}} = 1 \quad \text{IV.5}$$

La línea BC define la falla por fatiga con esfuerzos medios a compresión, y es:

$$\sigma'_a = S_f \quad \text{IV.6}$$

La línea define la falla por fatiga con un esfuerzo medio a tensión, y es:

$$\frac{\sigma'_m}{S_{ut}} + \frac{\sigma'_a}{S_f} = 1 \quad \text{IV.7}$$

La línea GE define la fluencia a tensión, y es:

$$\frac{\sigma'_m}{S_y} + \frac{\sigma'_a}{S_y} = 1 \quad \text{IV.8}$$

Estas Ecuaciones aparecen en la Figura IV.3.

IV.4.2.2.- Aplicación de los efectos de concentraciones de esfuerzos con esfuerzos fluctuantes [IV.5 y IV.6]

El componente alternante del esfuerzo σ_a es tratado de la misma manera que lo fue para el caso de esfuerzos totalmente alternantes. Esto es, se determina el factor geométrico de concentración de esfuerzo K_t , se determina la sensibilidad a las muescas del material q , y se utilizan en la Ecuación III.23 para encontrar un factor de concentración de esfuerzo a la fatiga K_f .

Si el material es frágil, entonces por lo general se aplica el valor total de la concentración de esfuerzo geométrico K_t al esfuerzo medio nominal, para obtener el esfuerzo medio local en la muesca, mediante la Ecuación III.24. Si el material es dúctil. Dowling [IV.5] sugiere alguno de los tres procedimientos basados en

Juvinall dependiendo de la relación de esfuerzos locales máximos al límite elástico del material dúctil.

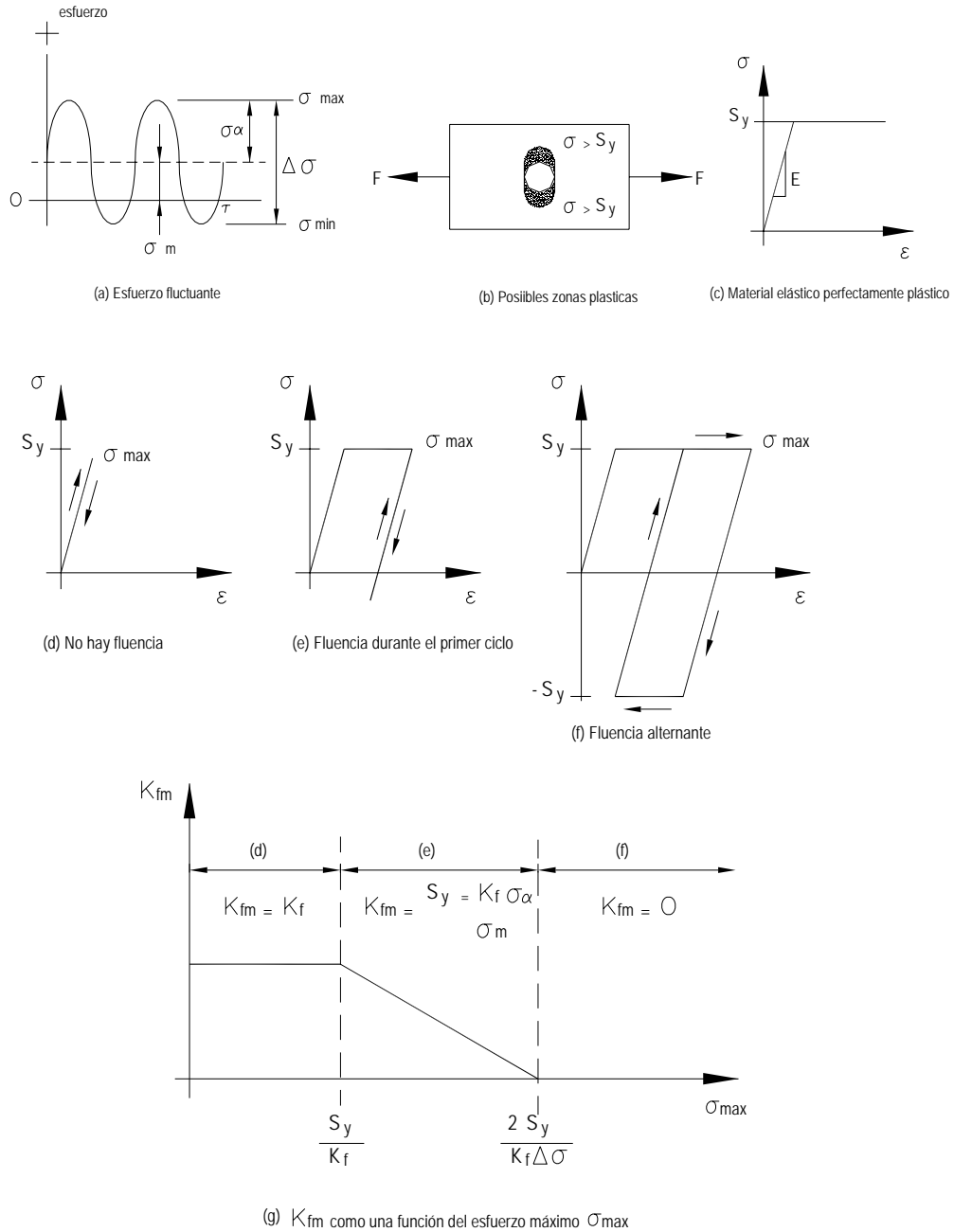


Figura IV.4.- Variación del factor de concentración de esfuerzo medio con el esfuerzo máximo, en materiales dúctiles con posibilidad de fluencia plástica local [IV.3]

Se define un factor de concentración de fatiga al esfuerzo medio K_{fm} con base en nivel de esfuerzo medio local en la concentración de esfuerzo en comparación

con el límite elástico. La Figura IV.4b ilustra la fluencia localizada que pudiera ocurrir alrededor de una concentración de esfuerzo. Para este análisis se supone una relación esfuerzo deformación elástica y perfectamente plástica, como se muestra en la parte (c).

Existen tres posibilidades basadas en la relación entre σ_{\max} y el límite elástico del material S_y . Si σ_{\max} es menor de S_y , no habrá fluencia (véase la Figura IV.4d), y se utilizará el valor total de K_f como valor K_{fm} .

Si $\sigma_{\max} > S_y$, pero $|\sigma_{\min}| < S_y$, habrá fluencia plástica local durante el primer ciclo (Figura IV.4e), después de lo cual el esfuerzo máximo ya no podrá exceder a S_y . El esfuerzo local en la concentración habrá quedado eliminado y se podrá utilizar un valor inferior de K_{fm} , según lo define la Figura IV.4g, que grafica la relación entre K_{fm} y σ_{\max} .

La tercera posibilidad es que el rango de esfuerzos $\Delta\sigma$ exceda a $2S_y$, causando una fluencia alternante, según se observa en la Figura IV.4f. Los esfuerzos máximos y mínimos ahora son iguales a $\pm S_y$ y el esfuerzo medio se convierte en cero (véase la Ecuación II.2a), haciendo $K_{fm} = 0$.

Estas relaciones se pueden resumir como sigue:

$$\begin{aligned}
 \text{si } K_f |\sigma_{\max}| < S_y \text{ entonces:} & \quad K_{fm} = K_f \\
 \text{si } K_f |\sigma_{\max}| > S_y \text{ entonces:} & \quad K_{fm} = \frac{S_y - K_f \sigma_a}{|\sigma_m|} \\
 \text{si } K_f |\sigma_{\max} - \sigma_{\min}| > 2S_y \text{ entonces:} & \quad K_{fm} = 0
 \end{aligned} \tag{IV.9}$$

Los valores absolutos se utilizan para tomar en cuenta situaciones ya sea a compresión o a tensión. Entonces se determina el valor del esfuerzo medio local σ_m para uso en el diagrama Goodman modificado, a partir de la Ecuación III.24, sustituyendo K_f por K_{fm} . Los factores de concentración de esfuerzo deberán

aplicarse a los esfuerzos locales aplicados (incluyendo sus efectos de concentración de esfuerzo a la fatiga) que se utilizan para calcular los esfuerzos alternante y Von Mises medio. Este cálculo se efectúa por separado para componentes alternantes y medio σ'_a y σ'_m . (Véase las Ecuaciones IV.22 y IV.23). Se utilizan estos componentes Von Mises para determinar el factor de seguridad.

IV.4.2.3.- Determinación del factor de seguridad con esfuerzos fluctuantes

La Figura IV.5 muestra cuatro vistas del lado a tensión del diagrama Goodman modificado aumentado, y también muestra una combinación de esfuerzos Von Mises medio y alternante en el punto Z, que representa una pieza sujeta a esfuerzos fluctuantes. Hay cuatro casos posibles a tomar en consideración, según se observa en la Figura IV.5.

Para cada uno de estos casos el factor de seguridad se calcula de manera distinta. Observe que en las expresiones que siguen S_f será utilizado para representar ya sea la resistencia a la fatiga corregida a cierto número definido de ciclos, o el límite de resistencia a la fatiga corregido. Por lo que se puede sustituir S_e por S_f en cualquiera de estas expresiones, si resulta apropiado según el material que se esté empleando.

a).- Para el caso 1. La falla ocurre en el punto Q, y el factor de seguridad es la relación entre las líneas YQ/YZ. Para expresar esto de manera matemática, se puede resolver la Ecuación IV.8 en función del valor $\sigma'_{m@Q}$, y dividirlo entre $\sigma'_{m@Z}$.

$$\sigma'_{m@Q} = \left(1 - \frac{\sigma'_a}{S_y}\right) S_y$$

$$FS = \frac{\sigma'_{m@Q}}{\sigma'_{m@Z}} = \frac{S_y}{\sigma'_m} \left(1 - \frac{\sigma'_a}{S_y}\right) \quad \text{IV.10}$$

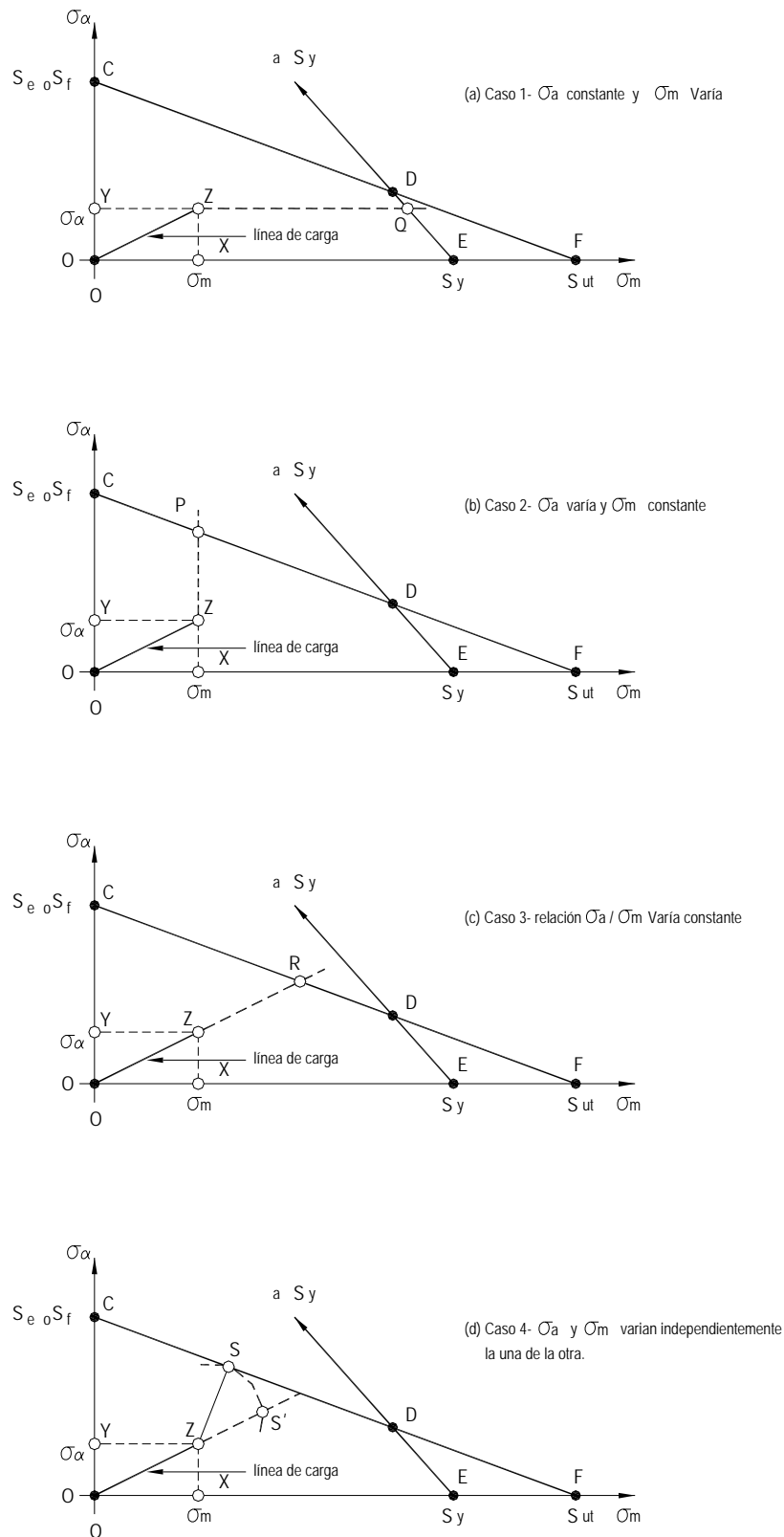


Figura IV.5.- Factores de seguridad para el diagrama Goodman modificado, para cuatro escenarios posibles de variaciones de carga [IV.2]

Si σ'_a fuera tan grande y σ'_m tan pequeño que el punto Q quedara sobre la línea CD, en vez de quedar sobre DE, entonces en vez de esta deberá utilizarse la Ecuación IV.7, para determinar el valor de $\sigma'_{m@P}$ y dividirlo entre $\sigma'_{a@Z}$.

b).- Para el caso 2. La falla en el punto P, y el factor de seguridad es la relación entre las líneas XP/XZ. Para expresar esto matemáticamente, se puede resolver la Ecuación IV.7 en función del valor de $\sigma'_{a@P}$ y dividirlo entre $\sigma'_{a@Z}$.

$$\sigma'_{a@P} = \left(1 - \frac{\sigma'_m}{S_{ut}}\right) S_f$$

$$FS = \frac{\sigma'_{a@P}}{\sigma'_{a@Z}} = \frac{S_f}{\sigma'_a} \left(1 - \frac{\sigma'_m}{S_{ut}}\right) \quad (IV.11)$$

Si σ'_m fuera tan grande y σ'_a tan pequeña que el punto P quedara sobre la línea DE en vez de sobre la línea CD, entonces se utilizaría la Ecuación IV.8 en vez de ésta, para determinar el valor de $\sigma'_{a@P}$.

c).- Para el caso 3. La falla ocurre en el punto R, y el factor de seguridad es la relación entre las líneas OR/OZ o por similitud de triángulos, ya sea de las relaciones $\sigma'_{m@R} / \sigma'_{m@Z}$ o $\sigma'_{a@R} / \sigma'_{a@Z}$. A fin de expresar esto matemáticamente, se pueden resolver las Ecuaciones IV.7, y la Ecuación de la línea OR de manera simultánea, en función del valor $\sigma'_{m@R}$ y dividirlo entre $\sigma'_{m@Z}$. De la Ecuación IV.7:

$$\sigma'_{a@R} = \left(1 - \frac{\sigma'_{m@R}}{S_{ut}}\right) S_f \quad IV.12$$

de la línea OR:

$$\sigma'_{a@R} = \left(\frac{\sigma'_{a@Z}}{\sigma'_{m@Z}} \right) \sigma'_{m@R} = \left(\frac{\sigma'_a}{\sigma'_m} \right) \sigma'_{m@R}$$

La solución simultánea de estas ecuaciones nos da:

$$\sigma'_{m@R} = \frac{S_f}{\frac{\sigma'_a}{\sigma'_m} + \frac{S_f}{S_{ut}}} \quad \text{IV.13}$$

que después de sustituciones y algo de manipulación, se obtiene:

$$FS = \frac{\sigma'_{m@R}}{\sigma'_{m@Z}} = \frac{S_f S_{ut}}{\sigma'_a S_{ut} + \sigma'_m S_f} \quad \text{IV.14}$$

También hay la posibilidad que R pueda ocurrir sobre la línea DE, en vez de CD, en cuyo caso la Ecuación IV.8 deberá sustituirse en lugar de la Ecuación IV.7 en la solución arriba dada.

d).- Para el caso 4. En el cual la relación futura entre los componentes de esfuerzo medio y alternante es aleatorio o desconocido, el punto S en la línea de falla más cercano al punto de esfuerzo en Z se puede tomar como una estimación conservadora del punto de falla. La línea ZS es perpendicular a CD, por lo que su Ecuación se puede escribir y resolver simultáneamente con la de la línea CD, para determinar las coordenadas del punto S y la longitud ZS, que son:

$$\sigma'_{m@S} = \frac{S_{ut}(S_{f^2} - S_f \sigma'_a + S_{ut} \sigma'_m)}{S_{f^2} + S_{ut}^2}$$

$$\sigma'_{m@S} = \frac{S_f}{S_{ut}}(\sigma'_{m@S}) + S_f \quad \text{IV.15}$$

$$ZS = \sqrt{(\sigma'_m - \sigma'_{m@S})^2 + (\sigma'_a - \sigma'_{m@S})^2}$$

Para establecer una relación para el factor de seguridad, corra el punto S en la relación con el punto C hasta que coincida con la línea OZR en el punto S'. El factor de seguridad es la relación OS'/OZ.

$$OZ = \sqrt{(\sigma'_a)^2 + (\sigma'_m)^2}$$

$$FS = \frac{OZ + ZS}{OZ} \quad \text{IV.16}$$

También hay la posibilidad que el punto S pueda aparecer sobre la línea DE, en vez de sobre la línea CD, en cuyo caso en la solución arriba dada deberá utilizarse la Ecuación IV.8 en lugar de la Ecuación IV.7.

El caso 4 da un factor de seguridad más conservador que el 3. Este mismo procedimiento se puede utilizar para obtener expresiones para el factor de seguridad para combinaciones de componentes de esfuerzo en el semiplano izquierdo del diagrama Goodman modificado.

IV.4.2.4.- Pasos de diseño para esfuerzos fluctuantes

Para el caso de esfuerzos fluctuantes puede definirse un conjunto de pasos de diseño similar al visto para el caso totalmente alternante:

- 1.- Determine el número de ciclos de carga N que la pieza va a experimentar en su vida de servicio esperada.
- 2.- Determine la amplitud de las cargas alternantes aplicadas (medio a pico) y la carga media.
- 3.- Cree, con base en buenas prácticas de ingeniería, un diseño geométrico tentativo de la pieza para soportar las cargas aplicadas.
- 4.- Determine cualquier factor geométrico de concentración de esfuerzo K_t en las muescas de la geometría de la pieza. Trate, naturalmente, de minimizar dichas muescas, mediante un buen diseño.
- 5.- Convierta los factores de concentración de esfuerzo geométricos K_t en factores de concentración a la fatiga K_f de acuerdo con el q del material.
- 6.- Calcule la amplitud de los esfuerzos nominales a tensión alternantes σ_a (véase la Figura II.1c), en ubicaciones críticas de la pieza debido a cargas de servicio alternantes, con base en técnicas estándar de análisis de esfuerzo e increméntela según sea necesario con los factores apropiados de concentración de esfuerzo a la fatiga, provenientes de la Ecuación III.22. Calcule la amplitud del esfuerzo medio nominal en las mismas ubicaciones críticas, e increméntela según sea necesario con los factores de concentración apropiados de esfuerzo medio a la fatiga K_{fm} de la Ecuación IV.9.
- 7.- Calcule la amplitud de esfuerzos principal y Von Mises para las ubicaciones críticas, basado en un estado de esfuerzos aplicados.

Hágalo por separado para los componentes medio y alternante (Véase las Ecuaciones IV.22 y IV.23).

8.- Escoja el material tentativo para la pieza, y determine sus propiedades de interés, como S_{ut} , S_y , S_e , (o S_f) a la vida requerida, y la sensibilidad a las muescas 1 , partiendo de información propia sobre pruebas, de la literatura, o de estimaciones.

9.- Determine factores apropiados de modificación de la resistencia a la fatiga para el tipo de carga, tamaño de la pieza, superficie, etc. Observe que el factor de carga C_{carga} cambiará con S_e en si existen cargas axiales o a flexión (véase la Ecuación III.7). Si la carga es a torsión pura, entonces el cálculo de esfuerzo efectivo Von Mises la convertirá a un esfuerzo pseudo a tensión y C_{carga} deberá entonces definirse igual a 1.

10.- Defina la resistencia a la fatiga corregida (S_f) a la vida de ciclos N requerida (o de ser apropiado el límite de resistencia a la fatiga corregido (S_e) para vida infinita). Cree un diagrama Goodman modificado, según se observa en la Figura IV.3, según la resistencia a la fatiga corregida del material (S_f) tomado de la curva S-N en el número deseado de ciclos N . ($S_f = S_e$ para situaciones de vida infinita en las cuales el material presente un codo S-N). Escriba las Ecuaciones (IV.5 a IV.8) para las líneas Goodman y de fluencia.

11.- Trace los esfuerzos Von Mises medio y alternantes (para la localización de esfuerzos más elevados) en el diagrama Goodman modificado, y calcule un factor de seguridad para el diseño, a partir de alguna de las relaciones que se muestran en las Ecuaciones IV.10 a IV.16.

12.- Aplicar los términos del paso 13 de diseño de esfuerzos totalmente alternantes con cargas uniaxiales; a esfuerzos fluctuantes. Si el solucionado de Ecuaciones también tiene capacidad de resolver hacia atrás, permitiendo un intercambio de variables de la entrada a la salida, se puede calcular la geometría necesaria para conseguir un factor deseado de seguridad convirtiendo directamente el factor de seguridad en una entrada, y la variable geométrica en una salida.

IV.5.- Diseño para esfuerzos multiaxiales a la fatiga [IV.7]

Es bastante usual en la maquinaria tener en un mismo punto cargas combinadas, que crean esfuerzos biaxiales y triaxiales simultáneos, que varían con el tiempo. Un ejemplo común es una flecha giratoria sujeta tanto a un momento estático a flexión, y a un par de torsión. Dado que la flecha está girando, el momento estático crea esfuerzos normales totalmente alternantes, que son máximos en la fibra exterior de la flecha, y el par de torsión crea esfuerzos cortantes, que son también máximos en la fibra externa.

Existen muchas combinaciones posibles de carga. El par de torsión puede ser constante, totalmente alternante o fluctuante. Si el par de torsión no es constante, puede ser sincrónico, asincrónico, estar en o fuera de fase con el momento a flexión. Estos factores complican el cálculo de los esfuerzos. Se ha explorado el caso de esfuerzos combinados bajo cargas estáticas y aplicando un esfuerzo Von Mises para convertirlos a esfuerzos a tensión equivalentes, que podían ser utilizados para predecir las fallas en casos de cargas estáticas. Hay técnicas similares para el manejo de esfuerzos combinados en cargas dinámicas. [IV.1]

IV.5.1.- Frecuencia y relaciones de fase

Cuando están presentes cargas múltiples variando con el tiempo éstas pueden ser periódicas, pueden ser mutuamente sincrónicas o asincrónicas. En caso de ser sincrónicas, pueden tener relaciones de fase desde estar en fase, hasta fuera de fase a 180° o cualquier valor entre ambos. Las posibles combinaciones son

muy variadas. Collins sugiere que las premisas que las cargas son sincrónicas y en fase es por lo general precisa para el diseño de máquinas, y en general (aunque no siempre) conservadoras. [IV.6]

Los casos más estudiados son los de cargas periódicas, sincrónicas y en fase, que causan esfuerzos combinados cuyas direcciones principales no cambian con el tiempo. Estos se conocen como esfuerzos multiaxiales simples. El caso de una flecha giratoria a flexión y torsión combinadas, puede también quedar en esta clasificación, si el par de torsión varía con el tiempo, entonces la dirección de los esfuerzos alternantes principales no serán constantes. También cuando están presentes concentraciones de esfuerzos.

Esta situación en la dirección de esfuerzos principales variando con el tiempo o asincrónicos, o fuera de fase, se conocen como esfuerzos multiaxiales complejos, y todavía siguen estudiándose. De acuerdo con el SAE Fatigue Design Handbook el análisis de esta situación está, en general, fuera de alcance del estado actual de la tecnología.

IV.5.2.- Esfuerzos multiaxiales simples, totalmente alternantes

Los datos experimentales desarrollados para esfuerzos biaxiales simples, como el que se muestra en la Figura II.17, indican que en el caso de esfuerzos multiaxiales simples totalmente alternantes en materiales dúctiles, es aplicable la teoría de energía de distorsión, si se calcula el esfuerzo Von Mises para los componentes alternantes usando la Ecuación. En el caso tridimensional.

$$\sigma'_a = \sqrt{\sigma_{1_a}^2 + \sigma_{2_a}^2 + \sigma_{3_a}^2 - \sigma_{1_a} \sigma_{2_a} - \sigma_{2_a} \sigma_{3_a} - \sigma_{1_a} \sigma_{3_a}} \quad \text{IV.17}$$

y para el caso de dos dimensiones:

$$\sigma'_a = \sqrt{\sigma_{1_a}^2 - \sigma_{1_a} \sigma_{2_a} + \sigma_{2_a}^2} \quad \text{IV.18}$$

Esta forma de la Ecuación Von Mises contiene los esfuerzos principales alternantes que se calculan de los componentes de esfuerzos alternantes aplicados del estado de esfuerzo multiaxial; una vez que estos componentes alternantes hayan sido incrementados por todos los factores de concentración de esfuerzo a la fatiga aplicables. Este esfuerzo alternante efectivo σ'_a se podrá entonces utilizar para entrar en un diagrama S-N a fin de determinar el factor de seguridad mediante: (Ecuación IV.1).

$$FS = \frac{S_n}{\sigma'_a} \quad \text{IV.19}$$

donde S_n es la resistencia a la fatiga del material a la vida deseada N y σ'_a es el esfuerzo alternante Von Mises.

IV.5.3.- Esfuerzos multiaxiales fluctuantes simples

IV.5.3.1.- Método Sines [IV.9]

Desarrolló un modelo para esfuerzos multiaxiales fluctuantes simples, que crea un esfuerzo medio equivalente, así como un esfuerzo alternante equivalente a partir de los componentes de esfuerzo aplicados utiliza directamente los esfuerzos aplicados, en vez de los esfuerzos principales. En el caso del esfuerzo triaxial:

$$\sigma'_a = \sqrt{\frac{(\sigma_{x_a} - \sigma_{y_a})^2 + (\sigma_{y_a} - \sigma_{z_a})^2 + (\sigma_{z_a} - \sigma_{x_a})^2 + 6(\tau_{xy_a}^2 + \tau_{yz_a}^2 + \tau_{zx_a}^2)}{2}}$$

$$\sigma'_m = \sigma_{x_m} + \sigma_{y_m} + \sigma_{z_m} \quad \text{IV.20}$$

y en el caso de un esfuerzo biaxial:

$$\sigma'_a = \sqrt{\sigma_{x_a}^2 + \sigma_{y_a}^2 - \sigma_{x_a} \sigma_{y_a} + 3\tau_{xy_a}^2}$$

IV.21

$$\sigma'_m = \sigma_{x_m} + \sigma_{y_m}$$

Los componentes de esfuerzos aplicados en las Ecuaciones IV.20 y IV.21 son los esfuerzos locales, incrementados por todos los factores de concentración de esfuerzo aplicables. Los dos esfuerzos equivalentes σ'_a y σ'_m se utilizan entonces en el diagrama Goodman modificado, a partir de las Ecuaciones IV.10 a IV.16 se calcula el factor de seguridad apropiado.

Observe que el esfuerzo medio equivalente Sines σ'_m de las Ecuaciones IV.20 y IV.21 contiene únicamente componentes normales del esfuerzo (que son los esfuerzos hidrostáticos) en tanto que los esfuerzos alternantes equivalentes Von Mises σ'_a de las Ecuaciones IV.20 y IV.21 contienen tanto esfuerzos normales como cortantes.

IV.5.3.2.- Método Von Mises [IV.6 y IV.8]

Se pueden aplicar factores apropiados (y posiblemente distintos) de concentración de esfuerzo a los componentes alternantes y medios de los esfuerzos aplicados. Entonces se calculan los esfuerzos efectivos Von Mises para los componentes alternantes y medios de un estado de esfuerzos triaxial, mediante:

$$\sigma'_a = \sqrt{\frac{(\sigma_{x_a} - \sigma_{y_a})^2 + (\sigma_{y_a} - \sigma_{z_a})^2 + (\sigma_{z_a} - \sigma_{x_a})^2 + 6(\tau_{xy_a}^2 + \tau_{yz_a}^2 + \tau_{zx_a}^2)}{2}}$$

$$\sigma'_m = \sqrt{\frac{(\sigma_{x_m} - \sigma_{y_m})^2 + (\sigma_{y_m} - \sigma_{z_m})^2 + (\sigma_{z_m} - \sigma_{x_m})^2 + 6(\tau_{xy_m}^2 + \tau_{yz_m}^2 + \tau_{zx_m}^2)}{2}} \quad \text{IV.22}$$

o para un estado de esfuerzo biaxial:

$$\sigma'_a = \sqrt{\sigma_{x_a}^2 + \sigma_{y_a}^2 - \sigma_{x_a} \sigma_{y_a} + 3\tau_{xy_a}^2} \quad \text{IV.23}$$

$$\sigma'_m = \sqrt{\sigma_{x_m}^2 + \sigma_{y_m}^2 - \sigma_{x_m} \sigma_{y_m} + 3\tau_{xy_m}^2}$$

Estos esfuerzos efectivos Von Mises alternantes y medios se utilizan entonces en el diagrama Goodman modificado para IV.10 a IV.16. Este procedimiento es más conservador que el método Sines y, por lo tanto, más apropiado en situaciones que involucren concentraciones de esfuerzos por muescas.

IV.5.4.- Esfuerzos multiaxiales complejos [IV.11 y IV.12]

Todavía no ha sido desarrollado un procedimiento de diseño general aplicable a todas las situaciones de esfuerzos multiaxiales complejos. Para el caso común de esfuerzo biaxial de flexión y torsión combinadas, como ocurre en flechas, se han propuesto varios métodos.

a).- Método SEQA

Basado en el ASME Boiler Code, se analizará brevemente. SEQA es un esfuerzo equivalente o efectivo (similar en un concepto de esfuerzo efectivo Von Mises).

$$SEQA = \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \left[1 + \frac{3}{4} Q^2 + \sqrt{1 + \frac{3}{2} Q^2 \cos 2\Phi + \frac{9}{16} Q^4} \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{IV.24}$$

Donde; σ = amplitud de esfuerzo a flexión, incluyendo cualquier efecto de concentración de esfuerzo:

$$Q = 2 \frac{\tau}{\sigma}$$

τ = amplitud del esfuerzo a torsión, incluyendo cualquier efecto de concentración de esfuerzo

Φ = ángulo de fase entre flexión y torsión

El SEQA se puede calcular tanto para componentes medios como alternantes del esfuerzo.

SEQA como otros procedimientos similares dan predicciones razonablemente exactas de la falla por fatiga de alto ciclaje.

b).- Método SALT [IV.11].

Un método similar basado en la teoría de esfuerzo cortante máximo conocido como SALT, da resultados similares, pero aún más conservadores para fatiga de alto ciclaje que los que se muestran para el método SEQA de la Figura II.10. Son aplicables las advertencias en relación con su aplicación únicamente a cargas por fatiga de alto ciclaje, aunque da una mejor correlación con los resultados experimentales en pruebas a la fatiga multiaxial de bajo ciclo basado en deformación que el método SEQA. [IV.7]

IV.6.- Sumario

El enfoque de este capítulo fue dar a conocer los fundamentos y características del diseño para fatiga de alto ciclaje; los cuales en forma individual se explicaron y

se definieron los procedimientos respectivos de utilización de cada una de las cuatro categorías, según se muestra en la Tabla IV.1.

Se hizo hincapié de la utilización del cálculo del esfuerzo de Von Mises para los esfuerzos alternantes y medios; argumentando que para los esfuerzos uniaxiales este paso no es necesario, ya que el esfuerzo Von Mises será idéntico al esfuerzo aplicado en cualquier caso de esfuerzos multiaxiales.

El proceso de diseño se debe realizar mediante análisis muy aproximados, apoyados por amplios estudios experimentales que deben considerar el material, la geometría y la carga (en los componentes de máquinas) para llegar a la determinación de un coeficiente o factor de seguridad adecuado.

Siendo que el estudio de fatiga es un tema complicado pero abordable; con los fundamentos de diseño bien explicado y entendido, se procederá en establecer a partir del siguiente capítulo una metodología óptima con bases y razonamientos científicos y experimentales para el análisis de esfuerzos uniaxial y biaxial de diseño para componentes (frágil o dúctil) de máquinas, bajo cargas (estática o cíclica); con su respectiva teoría de falla a utilizar.

IV.7.- Referencias

1. Mott, R. L., *Diseño de elementos de máquinas*, 4ª. Edición, Ed. Prentice Hall, pp 167-172, 2006.
2. Suresh, S., *Fatigue of materials*, Cambridge, University Press, 1991.
3. Norton, R. L., *Diseño de Máquinas*, 1ª. Edición, Ed. Prentice Hall, pp 399-434, 1999.
4. Juvinall, R. C., *Engineering Considerations of Stress, Strain and Strength*, McGraw Hill, Nueva York, pp 280, 1967.
5. Dowling, N. E., *Mechanical Behavior of Materials*, Prentice Hall: Englewood Cliffs, N. Jersey, pp 416-425, 1993.

6. Peterson, R. E., *Stress Concentration factors; Charts and relation useful in making strength calculations for machine parts and structural elements*, John Willey & Sons, 1976.
7. Gacud, Y. S., *A New Approach to the Evaluation of Fatigue Under Multiaxial Loadings*, in *Methods for Predicting Material Life in Fatigue*, W. J. Ostergren y J. R. Whithead editors, ASME, Nueva York, pp 249-263, 1979.
8. Collins, J. A., *Failure of Materials in Mechanical Design*, 2ª. Edición, J. Willey & Sons, Nueva York, pp 238-254, 1993.
9. Sines, G., *Failure of Materials under Combined Repeated Stresses Superimposed with Static Stresses*, Technical Observe 3495, NACA, 1955.
10. Shigley, J. E. y Mitchell, L. D., *Mechanical Engineering Design*, 4a. Edición McGraw Hill: New York, pp 333, 1983.
11. Tipton, S. M. y Nelson, D. V., *Fatigue Life Predictions for a Notched Shaft in Combined Bending and Torsion Multiaxial Fatigue*, K. J. Miller y M. W. Brown, editors, ASTM, Philadelphia, Pa., pp 514-550, 1985.
12. Nishihara, T. y Kawamoto, M., *The Strength of Metals under Combined Alternating Bending and Torsion with Phase Difference*, Memoirs College of Engineering, Kyoto Univ., Japón 11, No. 85, 1945.

CAPÍTULO V

METODOLOGÍA PARA OPTIMIZACIÓN DEL ANÁLISIS DE ESFUERZOS POR FATIGA

CAPÍTULO V

V.1.- Introducción

Si se acepta el procedimiento delineado en el capítulo anterior para cargas multiaxiales con concentraciones de esfuerzos, es decir, aplicando el esfuerzo Von Mises tanto para los componentes medios como los alternantes, desaparece la diferencia entre el caso uniaxial y multiaxial. Entonces se puede aplicar el mismo algoritmo de cómputo para todas las cuatro categorías (en el capítulo IV, en la Tabla IV.1) [V.1].

Esto indica que se pueden tratar todos los casos de carga a la fatiga como fluctuantes y consistentemente aplicar con buenos resultados los criterios del diagrama Goodman modificado; lo cual nos da una herramienta universal para determinar un factor de seguridad para cualquier problema de esfuerzo, sea estático, fatiga totalmente alternante o fatiga fluctuante.

V.2.- Procedimiento general para el diseño a la fatiga de alto ciclo [V.1 y V.2]

El procedimiento general recomendado para el diseño de fatiga de alto ciclaje con esfuerzos uniaxiales o multiaxiales sincrónicos es:

- 1.- Genere un diagrama Goodman modificado adecuado a partir de información de resistencia a tensión del material particular. Esto se puede hacer para cualquier vida finita deseada, o para una vida infinita, tomando la sección Goodman en un punto N_2 a lo largo del eje N de la Figura IV.1. Esto se consigue automáticamente al escoger S_f a cierto número de ciclos N_2 , según se observa en la Figura III.10, y en la ecuación III.16. Aplique los factores de reducción de resistencia apropiados de las ecuaciones III.7 y III.8, para obtener una resistencia a la fatiga corregida.

- 2.- Se calculan los componentes alternantes y medio a los esfuerzos aplicados en todos los puntos de interés de la pieza, y aplicar el factor de esfuerzos apropiados a cada componente de esfuerzos aplicados.

3.- Convertir los componentes alternantes y medio de los esfuerzos aplicados en cualquier punto de interés en la pieza cargada, a esfuerzos efectivos Von Mises alternantes y medios, mediante las Ecuaciones IV.22 y IV.23.

4.- Trace los esfuerzos Von Mises alternantes y medios en el diagrama Goodman modificado, y determine el factor apropiado de seguridad, a partir de las Ecuaciones IV.10 a IV.16.

V.2.1.- Antecedentes técnicos [V.1, V.2, V.3 y V.4]

Según análisis de las teorías de fallas estáticas, el procedimiento Von Mises recomienda únicamente para utilizarse con materiales dúctiles, ya que predice con precisión la fluencia en el caso de cargas estáticas, donde el corte es el mecanismo de falla. Un propósito ligeramente distinto, es para combinar los esfuerzos aplicados medio y alternante multiaxiales en esfuerzos a tensión efectivos medio y alternante (seudouniaxiales), que puedan ser comparables con la resistencia a la fatiga a tensión y estática en un diagrama Goodman modificado.

Como tales, el procedimiento Von Mises puede ser utilizado tanto para materiales dúctiles como frágiles, en carga de fatiga de alto ciclaje, ya que la premisa correcta es que las fallas por fatiga son fallas a tensión, independientemente de la ductilidad o fragilidad del material.

De hecho, durante mucho tiempo se pensó que los materiales dúctiles, de alguna manera, se convertían en frágiles bajo cargas prolongadas a la fatiga, porque sus superficies de falla se parecen a las de un material frágil fallado estáticamente. Ahora se sabe, sin embargo, que esto no es cierto.

V.2.2.- Consideraciones sobre uso de materiales [V.3]

El diseñador deberá sin embargo ser advertido sobre el uso de materiales fundidos frágiles en situaciones cargados a la fatiga, ya que sus resistencias a tensión tienen tendencia a ser menores que los de materiales forjados de

densidad equivalente, y debido a una más elevada probabilidad que dentro del material puedan contener elevadores de esfuerzo provenientes del proceso de manufactura (fundición, forja, mecanizado).

Muchas aplicaciones de éxito de fundiciones, bajo cargas a la fatiga como los motores automotrices y de camión de potencia más elevada, por lo general utilizarán acero forjado (dúctil) o hierro fundido nodular (dúctil) en vez de fundición de hierro gris (frágil) para por ejemplo cigüeñales, bielas y árboles de levas.

V.3.- Consideraciones prácticas para el uso de la metodología de diseño por fatiga [V.3, V.4, V.5 y V.6]

V.3.1.- Elección de modelo de falla

El modelo esfuerzo-vida (S-N) es la elección más apropiada para la mayoría de los problemas de diseño de maquinaria rotativa (estacionario o móviles), debido a la necesidad, en la mayor parte de los casos, de una vida dentro del rango de fatiga de alto ciclaje (o infinita). Se entiende por falla por fatiga de alto ciclo aquel que se produce tras un número de ciclos mayor que 10^3 (habitualmente cientos de miles o millones de ciclos de repetición). [V.1, V.3 y V.5].

Generalmente tres situaciones que potencialmente pueden dar lugar a la falla por fatiga:

- a).- Un componente fijo sometido a cargas (fuerzas o momentos) variables con el tiempo.
- b).- Un componente giratorio (como un árbol o eje), sometido a cargas (fuerzas o momentos) constantes con el tiempo. En este caso, los esfuerzos soportados por un punto material del componente pueden cambiar con el tiempo debido al giro del componente.
- c).- Un componente giratorio sometido a cargas variables con el tiempo.

V.3.2.- Carga fluctuante o cíclica, torsión media y torsión alternante [V.2 y V.3]

En muchos casos necesita determinarse la resistencia de piezas, correspondiente a estados de esfuerzo diferentes de los casos en que hay inversión completa sucesiva. En muchas ocasiones, los esfuerzos fluctúan sin pasar por cero. La Figura V.1 muestra algunas de las diversas relaciones esfuerzo-tiempo que se pueden presentar. Los componentes de esfuerzo que se considerarán, algunas de las cuales se indican en la Figura V.1d, son:

- σ_{\min} = esfuerzo mínimo
- σ_{\max} = esfuerzo máximo
- σ_a = amplitud de esfuerzo
- σ_m = esfuerzo a medio intervalo
- σ_r = intervalo de esfuerzo = $\Delta \sigma$
- σ_s = esfuerzo constante o estático

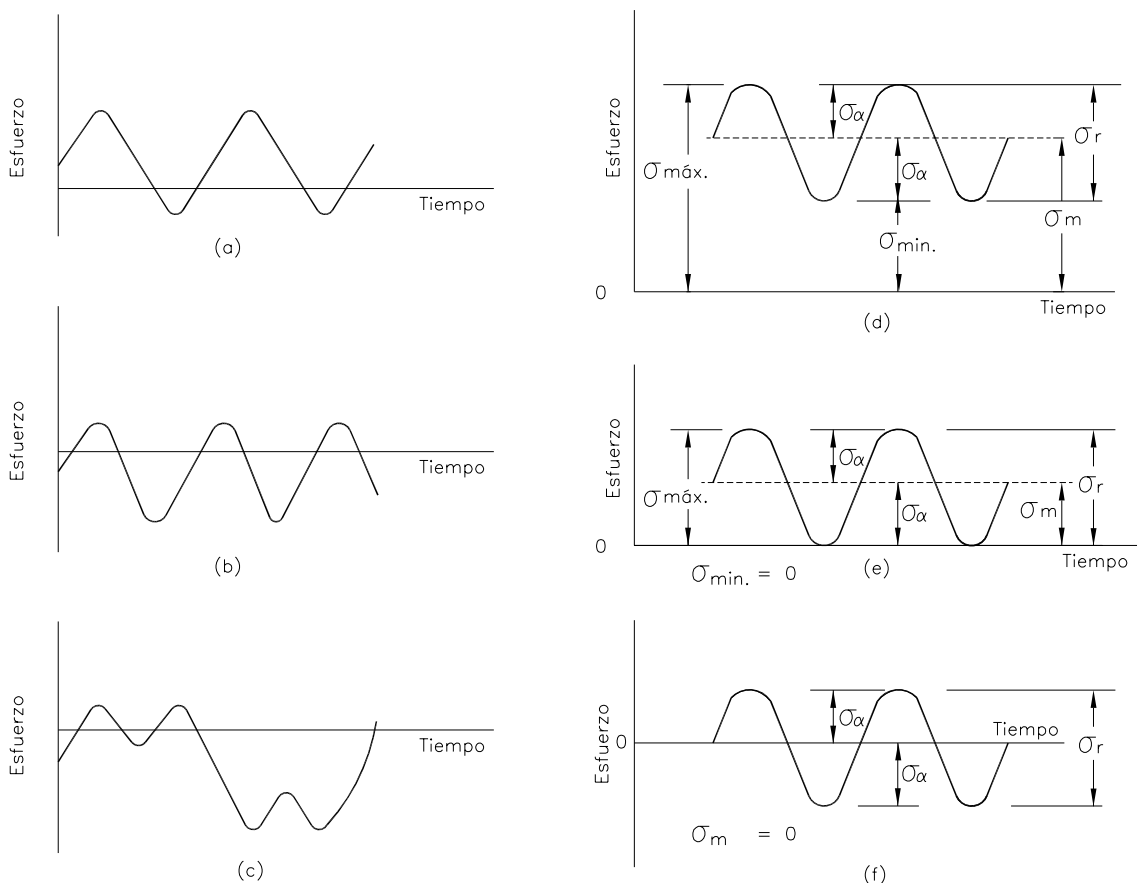


Figura V.1.- Algunas relaciones esfuerzo-tiempo: a) esfuerzo fluctuante con pulsaciones de alta frecuencia; b) y c) esfuerzo fluctuante no senoidal; d) esfuerzo fluctuante senoidal; e) esfuerzo repetido; f) esfuerzo alternante senoidal con inversión completa [V.3 y V.7]

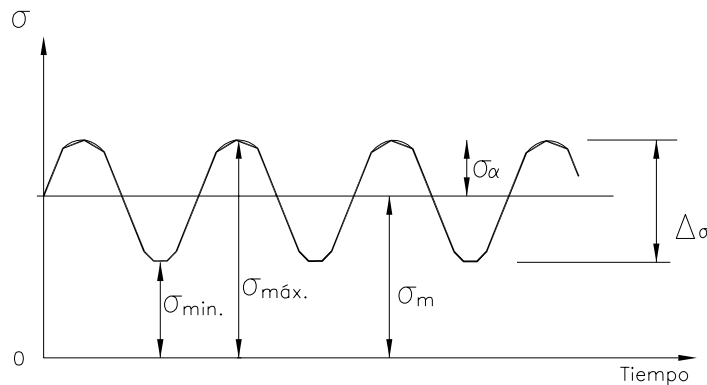


Figura V.1d.- Ciclos de amplitud constante y nomenclatura asociada

La Figura V.1d muestra una carga cíclica en esfuerzos de amplitud constante que oscila entre un valor máximo σ_{\max} y uno mínimo σ_{\min} . Se define:

- Esfuerzo medio σ_m : promedio entre los valores máximo y mínimo.
- Esfuerzo alternante σ_a : mitad de la diferencia entre el valor máximo y mínimo.
- Rango de esfuerzos $\Delta\sigma$: diferencia entre el valor máximo y el mínimo.
- Relación de esfuerzos R: cociente entre el valor mínimo y máximo.

$$\Delta\sigma = \sigma_{\max} - \sigma_{\min} \quad ; \quad \sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} \quad ; \quad \sigma_a = \frac{\Delta\sigma}{2} \quad ; \quad R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} \quad \text{V.1}$$

$$\sigma_{\max} = \sigma_m + \sigma_a \quad ; \quad \sigma_{\min} = \sigma_m - \sigma_a$$

V.3.3.- Curvas o diagramas S - N (esfuerzo-vida) para probetas (ver sección III.3.1)

Tras realizar ensayos experimentales sobre probetas, es habitual representar el esfuerzo alternante que ha dado lugar a la falla (real σ_a o nominal σ_{anom}) frente al número de ciclos N al que se ha producido la falla (ver Figura V.2). Habitualmente se define:

- Esfuerzo de fatiga o resistencia a la fatiga S_N : es el esfuerzo alternante σ_a representada en los diagramas S-N, que origina la falla por fatiga a

N ciclos. Si se trata de un valor registrado para una probeta normalizada (probeta lisa de flexión rotativa), se designa por S'_N (ver Figura V.2). El símbolo S_N se utiliza para el componente mecánico dado.

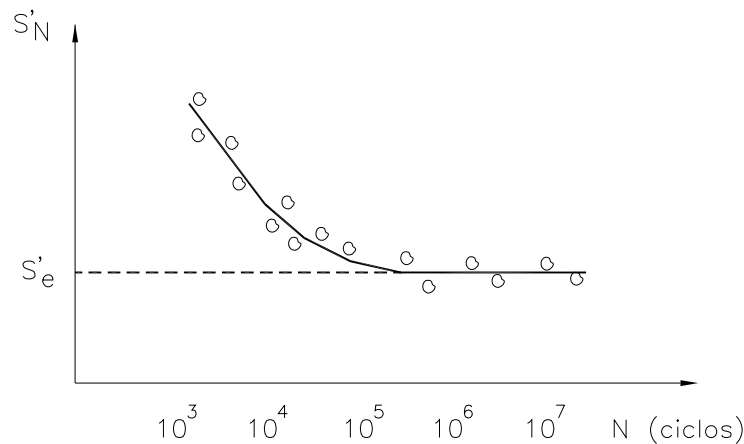


Figura V.2.- Curva de flexión rotativa S-N ajustada a los puntos de fallo por fatiga de varias probetas, con límite de fatiga definido

- Límite de fatiga S_e : es el nivel de esfuerzos alternantes por debajo del cual la fatiga no ocurre en condiciones normales. Es detectable con frecuencia en aceros; no así en aluminios. Si se trata de un valor registrado para una probeta normalizada (probeta lisa de flexión rotativa), se designa por S'_e (ver Figura V.2). El símbolo S_e se utiliza para un componente mecánico dado.

Dos son los tipos de gráficas S-N empleados para representar esta información [V.1, V.3 y V.5]:

- Logarítmica-logarítmica: $\sigma_a = A N^B$, donde A, B son constantes de ajuste (ecuación III.16).
- Lineal-logarítmica: $\sigma_a = C + D \log N$, donde C, D son constantes de ajuste (ecuación III.17).

V.3.4.- Aproximación de una curva S - N para probeta

Debido a que obtener curvas S-N experimentales es relativamente costoso, es posible generar una curva S-N aproximada para las primeras fases de diseño, como se muestra en la Figura V.3.

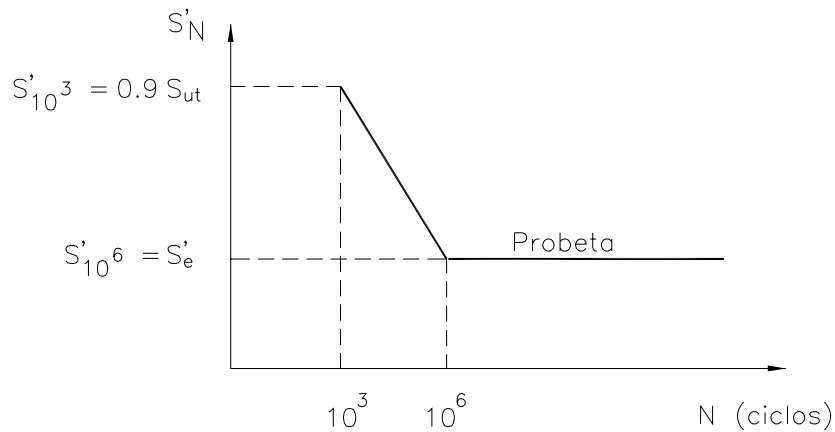


Figura V.3.- Generación de una curva S-N para las fases preliminares de diseño

Para ello, se determinan dos puntos: uno a vidas altas (10^6 ciclos) y otro a vidas bajas (10^3 ciclos). Vidas altas (10^6 ciclos): a falta de datos más concretos es posible estimar el límite de fatiga de una probeta S'_e para aceros a partir del límite de rotura a tracción o tensión denominado aquí S_{ut} , como, se estipula en la ecuación III.2: [V.1 y V.8].

$$S'_e = 0.5 S_{ut} \quad (S_{ut} \leq 1400 \text{ MPa})$$

$$S'_e = 700 \text{ MPa} \quad (S_{ut} > 1400 \text{ MPa})$$

Este valor es considerado como válido para $N \geq 10^6$ ciclos.

Vidas bajas (10^3 ciclos): (Ecuación III.15) para aceros habitualmente este punto corresponde a 10^3 ciclos y se estima que la resistencia a la fatiga es:

$$S'_{10^3} = 0.9 S_{ut} = S_m$$

Vidas intermedias (entre 10^3 y 10^6 ciclos): se interpola entre los valores a 10^3 y 10^6 ciclos.

V.3.5.- Corrección de una curva S-N para un componente dado [V.6 y V.8]

Es necesario corregir o modificar las curvas S-N disponibles para una probeta de forma que tengan en cuenta distintos aspectos concretos del componente, como su acabado superficial, tamaño, tipo de carga, existencia o no de concentradores de esfuerzos, temperatura, etc. Por lo general, la inclusión de estos aspectos da lugar a una disminución de los valores de resistencia de fatiga con respecto a los de una probeta. Por tanto, la curva S-N para un componente suele estar por debajo de la curva S-N para una probeta, como se muestra en la Figura V.4.

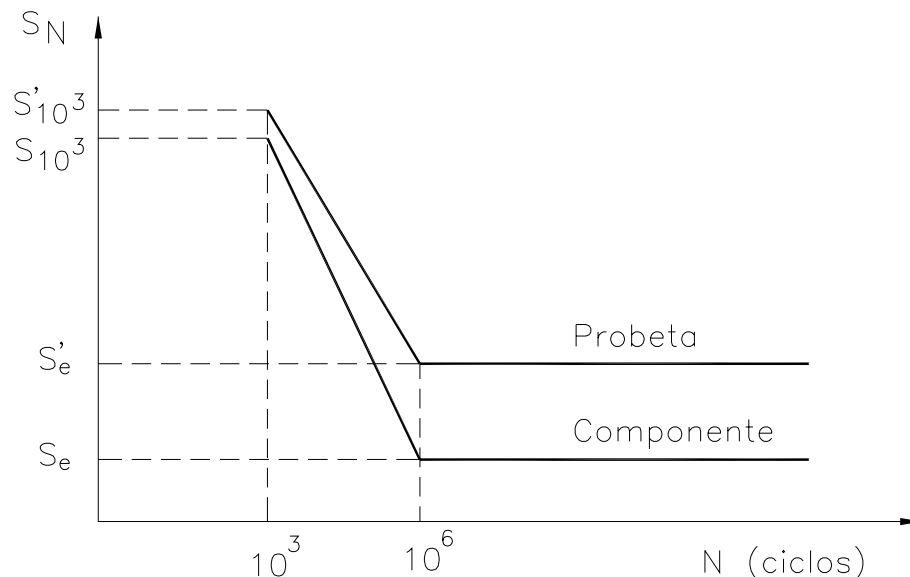


Figura V.4.- Corrección de la curva S-N para un componente dado

En ausencia de datos más precisos, se suele corregir la curva aproximada S-N de una probeta en sólo dos puntos: en $N = 10^6$ ciclos (vidas altas) y en $N = 10^3$ ciclos (vidas bajas), interpolando entre dichos valores corregidos. Esta corrección se realiza mediante los factores modificadores del límite de fatiga.

V.3.6.- Factores modificadores del límite de fatiga (ver sección III.2.2) [V.5 y V.8]

Para la corrección a 10^6 ciclos se utiliza la Ecuación III.6:

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e S'_e / K_f$$

Para la corrección a 10^3 ciclos se utiliza la Ecuación III.6:

$$S_{10^3} = k_a k_b k_c k_d k_e S'_{10^3} / K_f$$

Donde:

S_e = Límite de fatiga del punto del componente

S'_e = Límite de fatiga de la probeta

S_{10^3} = Esfuerzo de fatiga del componente a 10^3 ciclos

S'_{10^3} = Esfuerzo de fatiga de la probeta a 10^3 ciclos

V.3.6.1.- factor de superficie k_a (Sección III.2.2.3)

Considerar la calidad del acabado superficial. Para componentes de acero se utiliza la ecuación III.11:

$$k_a = A(S_{ut})^b$$

donde S_{ut} es el límite de rotura a tracción del material y los parámetros A y b se definen en la Tabla III.3. En condiciones excepcionales:

- Para $N = 10^3$ ciclos, considerar $k_a = 1$.
- Para fundición gris, considerar $k_a = 1$, tanto para vidas altas como para vidas bajas

V.3.6.2.- Factor de tamaño K_b (Sección III.2.2.2)

Considerar el tamaño del componente bajo condiciones de flexión y/o torsión. Para probetas de sección circular, bajo flexión rotativa y/o torsión (Ecuación III.8). Se tiene:

$$K_b = \left(\frac{d}{7.62} \right)^{-0.1133} \quad 2.79 \leq d \leq 51 \text{ mm}$$

$$0.6 < k_b < 0.75 \quad \text{si } d > 51 \text{ mm}$$

Cuando una sección circular no está sometida a flexión rotativa o no se utiliza una sección circular, es posible aplicar la ecuación anterior considerando una dimensión efectiva o diámetro equivalente d_e . Para obtener este diámetro equivalente, d_e , se iguala el área de material sometido a un esfuerzo circular sometido a flexión rotativa cuyo esfuerzo máximo sea igual al de la pieza (Ecuación III.10). En condiciones excepcionales:

- Para $N = 10^3$ ciclos, considerar $k_b = 1$.
- Para carga axial, considerar $k_b = 1$, tanto para vidas altas como para vidas bajas.

V.3.6.3.- Factor de tipo de carga k_c (Sección III.2.2.1)

Considerar el tipo de carga con el factor correspondiente dado por:

$$k_c = \begin{cases} 0.923 & \text{Carga axial } S_u \leq 1520 \text{ MPa} \\ 1 & \text{Carga axial } S_u > 1520 \text{ MPa} \\ 1 & \text{Flexión} \\ 0.577 & \text{Torsión y cortante} \end{cases} \quad \text{V.2}$$

V.3.6.4.- Factor de temperatura k_d

Considerar el efecto de la temperatura del componente en servicio en el valor de la resistencia a fatiga. (Tabla III.4).

V.3.6.5.- Factor de otras influencias k_e

Otros factores que modifican el límite de fatiga son el grado de confiabilidad deseado y los tratamientos superficiales (esfuerzos residuales de compresión, etc.). La Tabla III.5 cuantifica el factor k_e según la confiabilidad deseada.

V.3.6.6.- Factor de reducción de límite de fatiga por concentración de esfuerzos K_f [V.1, V.4 y V.7]

Considerar el efecto de la elevación local de esfuerzos en las denominadas muescas o concentradores de esfuerzos (agujeros, cambios de sección, chaveteros, etc.), ya que favorecen la nucleación de grietas. Se calcula como (Ecuación III.23):

$$K_f = 1 + q(k_t - 1)$$

Donde K_t es el factor de concentración de esfuerzos se define como (Ecuación III.24):

$$K_t = \sigma / \sigma_{nom}$$

Es decir, la relación entre el esfuerzo local σ presente en la muesca y el esfuerzo nominal σ_{nom} aplicada genéricamente al componente. Su valor depende de la geometría y tipo de muesca y se puede encontrar en la literatura apropiada [V.9]. El factor de sensibilidad a la muesca q se calcula como (Ecuación III.25):

$$q = \frac{1}{1 + \frac{\alpha}{\rho}} \quad V.3$$

donde ρ es el radio de curvatura de la muesca y α es una constante de material con dimensiones de longitud, siendo algunos valores típicos en el caso de carga axial y/o flexión los siguientes:

$\alpha = 0.510$ mm (aleaciones de aluminio)

$\alpha = 0.250$ mm (aceros de bajo contenido en carbono recocidos o normalizados)

$\alpha = 0.064$ mm (aceros templados y revenidos) V.4

Una estimación más específica de α utilizada para aceros de alta resistencia relativa es: (ecuación de Peterson) [V.9]:

$$\alpha = 0.025 \left(\frac{2070 \text{ MPa}}{S_u} \right) \text{mm} \quad (S_u \geq 550 \cdot \text{MPa}) \quad \text{V.5}$$

En condiciones excepcionales:

Para carga de torsión, redúzcase el valor anterior de α multiplicando por 0.6.

Si el material es dúctil, tómese $K_f = 1$ para vidas bajas ($N = 10^3$).

V.3.7.- Influencia de esfuerzos medios en fatiga uniaxial [V.1, V.4 y V.7]

La existencia de esfuerzos medios altera la vida esperada a fatiga. Así los esfuerzos medios de tracción ($\sigma_m > 0$) producen una disminución de la resistencia de fatiga, mientras que esfuerzos medios de compresión ($\sigma_m < 0$) producen el efecto contrario, pues tienden a inhibir el crecimiento de grieta [IV.1, IV.3 y IV.5].

V.3.7.1.- Utilización del diagrama de Goodman (Sección IV.3.2.1.(a))

Generalmente se utilizan diagramas esfuerzo alternante vs esfuerzo medio ($\sigma_a - \sigma_m$). El esfuerzo alternante para el caso $\sigma_m = 0$ coincide con la resistencia de fatiga S_N para una vida dada. Esfuerzos medios de tracción ($\sigma_m > 0$) disminuyen este valor, dando lugar a combinaciones ($\sigma_a - \sigma_m$) en las que si σ_m aumenta, disminuye la σ_a admisible. En el límite, cuando el esfuerzo medio coincide con el límite de rotura S_{ut} , no se admite la existencia de esfuerzos alternantes σ_a ($\sigma_a = 0$). Este comportamiento corresponde a una recta de pendiente negativa en el diagrama $\sigma_a - \sigma_m$ (recta Goodman);

$$\frac{\sigma_a}{S_N} + \frac{\sigma_m}{S_u} = 1 \quad \text{Recta de Goodman} \quad \text{V.6}$$

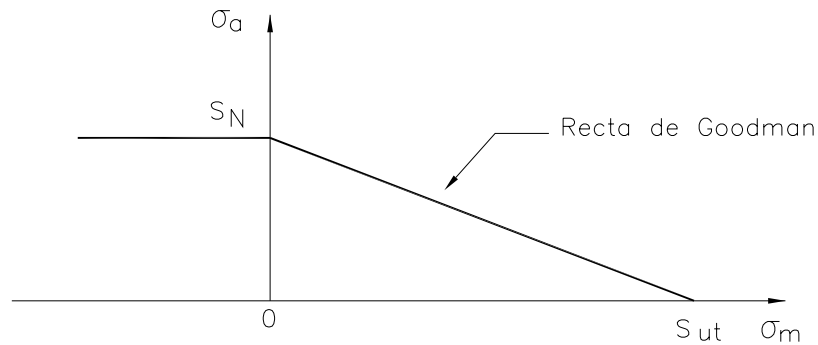


Figura V.5.- Diagrama $\sigma_a - \sigma_m$ y recta de Goodman para $\sigma_m > 0$

Para esfuerzos medios de compresión ($\sigma_m < 0$), se supone simplemente que no se produce beneficio alguno en el comportamiento a fatiga, lo que equivale a una línea horizontal en el diagrama $\sigma_a - \sigma_m$.

V.3.7.2.- Utilización del diagrama de Goodman modificado (Sección IV.3.2.1.(b))

Este criterio considera la posible falla por fluencia cuando, en el ciclo de esfuerzos, el esfuerzo mínimo σ_{min} o el máximo σ_{max} lleguen a alcanzar el límite de fluencia S_y . Las condiciones para alcanzar la fluencia, suponiendo el mismo límite de fluencia a tracción que a compresión ($S_{yc} = -S_{yt} = S_y$). Son:

$$\begin{aligned} \sigma_{min} = \sigma_m - \sigma_a = S_y & \quad \rightarrow \sigma_a = S_y + \sigma_m \\ \sigma_{max} = \sigma_m + \sigma_a = S_y & \quad \rightarrow \sigma_a = S_y - \sigma_m \end{aligned} \quad \text{V.6}$$

La representación del criterio modificado de Goodman (Figura V.6) tiene en cuenta tanto las condiciones límite de falla por fatiga como las de fluencia:

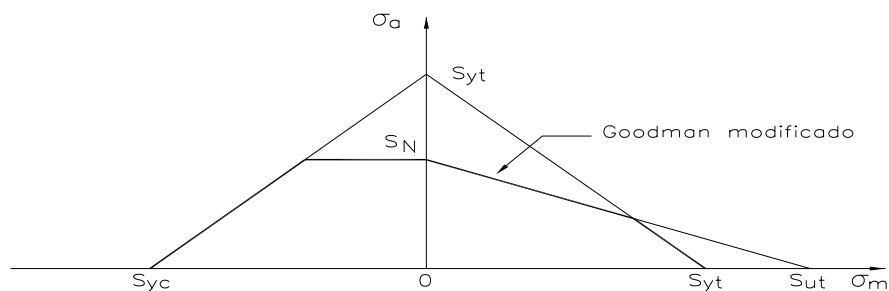


Figura V.6.- Criterio de Goodman modificado

V.3.7.3.- Utilización del Diagrama de Soderberg (Sección IV.3.2.(c))

Para esfuerzos medios de tracción, una alternativa es establecer como criterio de falla a fatiga; la línea que une el punto $(0, S_N)$ con el $(S_y, 0)$. De esta forma, se obtiene el criterio de Soderberg (más conservador que el criterio modificado de Goodman, (Figura V.7):

$$\frac{\sigma_a}{S_N} + \frac{\sigma_m}{S_y} = 1 \quad \text{V.8}$$

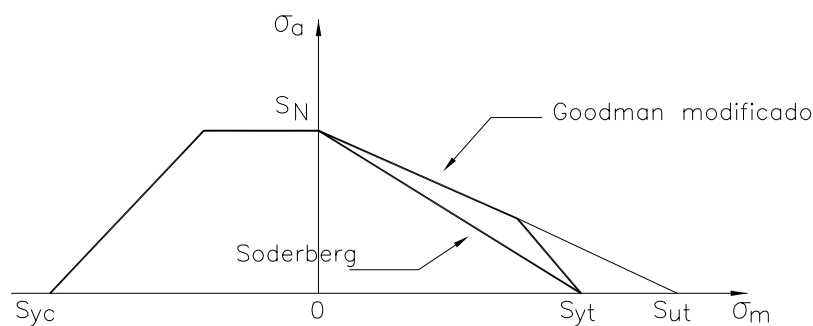


Figura V.7.- Criterio de Soderberg

V.3.7.4.- Tensión alternante equivalente (Secciones IV.2 y IV.3)

Es el límite de fatiga S_N (esfuerzo alternante) que equivale a una combinación dada (σ_m, σ_a) :

$$S_N^{eq} = \frac{\sigma_a}{1 - \frac{\sigma_m}{S_u}} \quad \text{V.9}$$

De esta forma, los valores de los esfuerzos aplicados σ_a y σ_m se utilizan para calcular S_N^{eq} . Con ayuda de un diagrama S-N se obtiene posteriormente el número de ciclos N esperado asociado al valor de S_N^{eq} obtenido. Se utiliza por ello en problemas en los que se busca el número de ciclos hasta la falla.

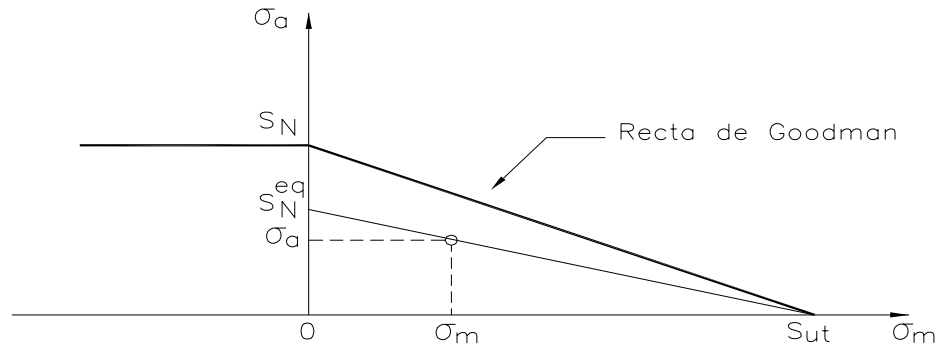


Figura V.8.- Esfuerzo alternante equivalente

V.3.7.5.- esfuerzo estático equivalente (Secciones IV.2 y IV.3)

Es el esfuerzo estático (esfuerzo medio) que equivale a una combinación dada (σ_m, σ_a) se define para una vida determinada de N ciclos. Si se utiliza el criterio de Goodman, corresponde al punto de corte con el eje σ_m de una recta paralela a la recta de Goodman que pase por el punto en cuestión (σ_m, σ_a):

$$\sigma_{eq} = \sigma_m + \frac{S_u}{S_N} \cdot \sigma_a \tag{V.10}$$

Si se utiliza el criterio de Soderberg, la recta deberá ser paralela a la recta de Soderberg. Para comprobar si se produce la falla por fatiga para esta vida, hay que comparar el esfuerzo estático equivalente σ_{eq} con el límite estático asociado al criterio con el que se ha definido (S_y para el criterio de Soderberg, S_u para el criterio de Goodman). Se utiliza sobre todo en problemas en los que la vida del componente es conocida y se pide determinar el coeficiente de seguridad del mismo o bien sus dimensiones geométricas.

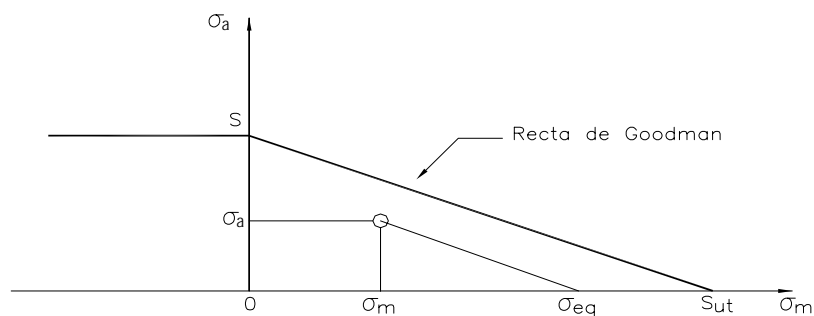


Figura V.9.- Esfuerzo estático equivalente

V.3.7.6.- Combinación de muesca y esfuerzos medios (Sección IV.3.2.2) [V.5]

Para tener en cuenta el efecto de las concentraciones de esfuerzos cuando sobre el componente aparecen esfuerzos medios se distinguirán dos situaciones:

- Material dúctil
- Material frágil

a).- Material dúctil. En este caso se deberá utilizar directamente el criterio de Goodman modificado o el de Soderberg, que ya consideran la falla por fluencia con o sin muesca.

b).- Material frágil. En este otro caso es conveniente utilizar el criterio de Goodman (no existirá prácticamente fluencia). El efecto de la concentración de esfuerzos puede ser muy importante con respecto a la falla por rotura estática. Por ello el diagrama de Goodman debe ser modificado, reduciendo el límite de rotura S_{ut} por el factor de concentración de esfuerzos K_t (Figura V.10).

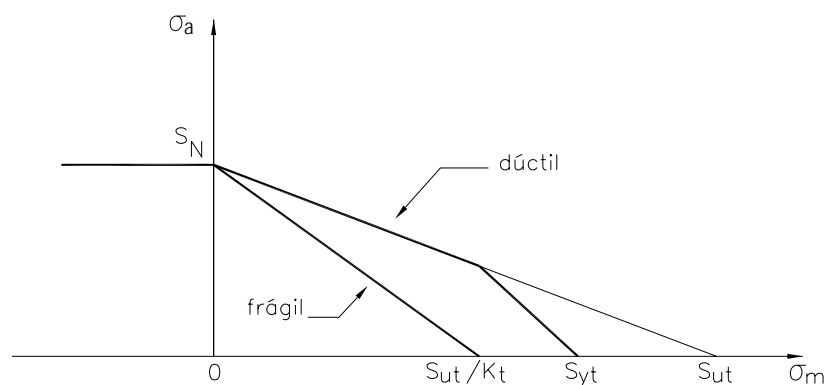


Figura V.10.- Efecto del concentrador de esfuerzos en un diagrama esfuerzo medio-alternante

V.3.8.- Esfuerzos multiaxiales [V.1, V.3, V.5 y V.7]**V.3.8.1.- Fundamentos**

En componentes mecánicos, es usual que la carga cíclica dé lugar a estados de esfuerzos complejos (combinación de esfuerzos normales debidas a un momento flector con esfuerzos tangenciales debidas a un momento torsor, etc.).

El cálculo con esfuerzos multiaxiales se realiza aquí mediante un enfoque basado en esfuerzos estáticos equivalentes:

1.- Considerando un criterio que tenga en cuenta el efecto de los esfuerzos medios (Goodman, Soderberg, etc.), se calculan los esfuerzos estáticos equivalentes: σ_{xeq} , σ_{yeq} , σ_{zeq} , τ_{xyeq} , τ_{xzeq} , τ_{yzeq} .

2.- Se aplica a continuación un criterio de falla estático bajo esfuerzos multiaxiales para determinar la posible falla por fatiga. En general, para el caso de materiales dúctiles se utiliza el criterio de Esfuerzo cortante máximo o el de la Energía de Distorsión.

V.3.8.2.- Consideraciones prácticas para diseño a fatiga bajo esfuerzos multiaxiales (Ver sección IV.4)

El campo de aplicación de este planteamiento está restringido a esfuerzos en fase o desfasadas 180° en las que los ejes principales no giran durante la carga cíclica. Si se utiliza el criterio de Soderberg, los esfuerzos estáticos equivalentes para los esfuerzos normales y tangenciales son:

$$\sigma_{ieq} = \sigma_{im} + \frac{S_y}{S_N} \cdot \sigma_{ia} \quad \text{V.11}$$

y

$$\tau_{ijeq} = \tau_{ijm} + \frac{S_{sy}}{S_{sN}} \cdot \tau_{ija} \quad \text{V.12}$$

donde $i, j = x, y, z$.

V.3.9.- Cargas de amplitud variable (por daño acumulado)

Debido a diferentes condiciones de funcionamiento de una máquina, es habitual que las historias temporales de esfuerzos evolucionen variando su amplitud. Los procedimientos que siguen permiten realizar estimaciones de vida para este tipo de cargas.

V.3.9.1.- Regla de Palmgren-Miner [V.4, V.5, V.6 y V.8]

La regla de Palmgren-Miner aplicada a series temporales de distinta amplitud establece que la falla por fatiga se produce cuando la suma de las fracciones de vida consumidas por cada tipo de ciclo alcanza la unidad.

$$\frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \frac{n_3}{N_3} + \dots = \sum \frac{n_j}{N_j} = 1 \quad \text{V.13}$$

a).- De acuerdo con la Figura V.11, si se aplica una carga de amplitud de esfuerzos σ_{a1} durante un número de ciclos n_1 y si el número de ciclos hasta la falla obtenida de la curva S-N para σ_a es N_1 , entonces se ha consumido una fracción de vida n_1/N_1 . Si se considera otra amplitud de esfuerzos σ_{a2} , con su correspondiente vida N_2 , aplicada durante n_2 ciclos, se consume una fracción de vida adicional de n_2/N_2 , etc.

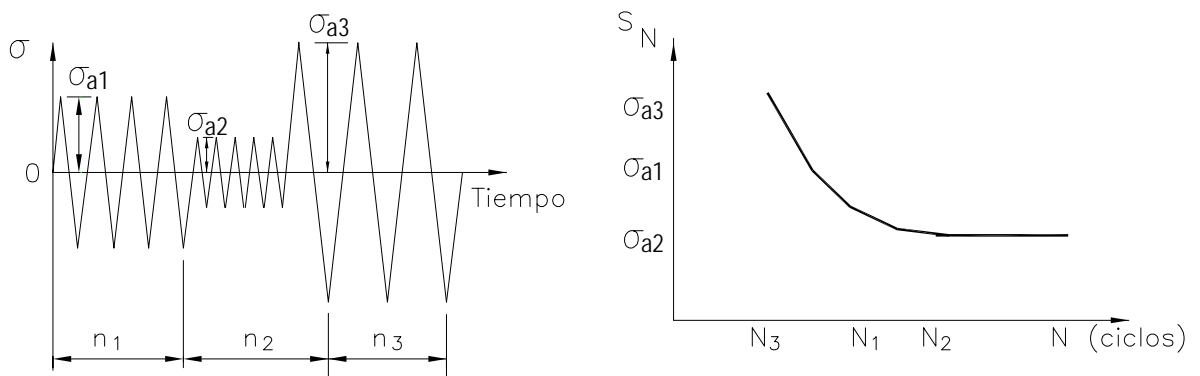


Figura V.11.- Aplicación de la regla de Palmgren-Miner en la predicción de vida para cargas de amplitud variable alternantes puras

Si se aplica una carga de amplitud de esfuerzos σ_{ai} inferior al límite de fatiga su vida teórica es $N_i = \infty$, por lo que en principio esta carga no interviene en la regla de daño acumulado de Palmgren-Miner. Sin embargo algunos autores opinan que aunque este tipo de carga por sí sola no produce falla de fatiga, si puede contribuir al crecimiento de grietas originadas por otras cargas. Por ello proponen calcular la vida N_i prolongando la curva S-N más allá de 10^6 ciclos (como si no existiera límite de fatiga), de manera que este tipo de carga consume una pequeña fracción de vida y el cálculo resulta más conservador.

b).- Limitación fundamental de este planteamiento. No se considera la secuencia de aplicación de cargas. Por tanto, puede dar lugar a predicciones que estén claramente por debajo o por encima de lo estimado.

c).- Aplicación a bloques de carga. Se suman fracciones de vida para una sola repetición y se multiplica por el número de repeticiones de la secuencia B_f soportables hasta la falla.

$$B_f \left[\sum \frac{n_j}{N_{fj}} \right]_{\text{secuencia}} = 1 \quad \text{V.14}$$

Existencia de componente media:

Si algunos ciclos de amplitud de carga presentan componente media, se calculan los correspondientes esfuerzos alternantes equivalentes. Posteriormente se calcula la correspondiente vida N , mediante la curva S-N. Se debe además considerar los rangos de esfuerzos causados por los cambios del esfuerzo medio al realizar la sumatoria de las fracciones de vida. Por ejemplo, en la Figura V.12 los ciclos de esfuerzo medio alternante definidos por $(\sigma_{m1}, \sigma_{a1})$ y $(\sigma_{m2}, \sigma_{a2})$ son obvios. Sin embargo, se debe considerar un ciclo adicional $(\sigma_{m3}, \sigma_{a3})$. Este ciclo causará la mayor parte del daño de fatiga si σ_{a1} y σ_{a2} son pequeñas, de forma que

en este caso omitir este ciclo puede dar como consecuencia una sobreestimación importante de la vida a fatiga.

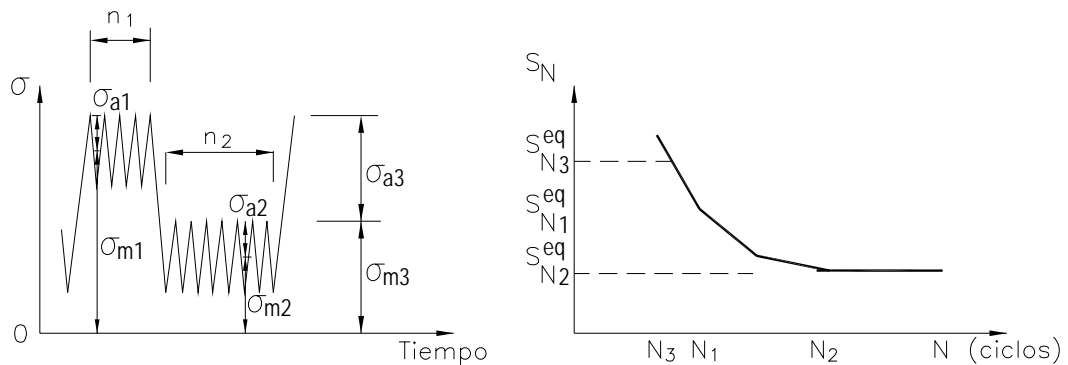


Figura V.12.- Predicción de vida para historias temporales repetitivas con variación de esfuerzo medio

V.3.9.2.- Conteo de ciclos temporales irregulares (método Rainflow) [V.1, V.3, V.5 y V.8]

Para variaciones irregulares de la carga con el tiempo, no es obvio cómo pueden aislarse cada uno de los sucesos y definirlos como ciclos, de forma que se pueda utilizar la regla de Palmgren-Miner. Se describe a continuación el método Rainflow. El objetivo es identificar la existencia de ciclos, caracterizarlos (es decir, dar su esfuerzo medio y alternante) y contabilizarlos.

Una historia irregular de esfuerzos consiste en una serie de picos y valles, que son los puntos máximos y mínimos relativos, como se ilustra en la Figura V.13. Son importantes los rangos de esfuerzos, es decir, las diferencias entre picos y valles, o viceversa.

Criterio de existencia de ciclo: existe un ciclo si el segundo rango es mayor o igual que el primero. Reglas prácticas:

- 1.- Reordenar la secuencia de forma que comience por el pico que tiene el mayor valor absoluto de esfuerzos.

- 2.- Tomar una terna pico-valle-pico o valle-pico-valle (en el ejemplo de la Figura V.13, la terna D-E-F).
- 3.- Si el segundo rango, $\Delta\sigma_{EF}$, es mayor o igual que el primero, $\Delta\sigma_{DE}$, entonces se ha encontrado un ciclo. Se caracteriza y se contabiliza.
- 4.- Si el segundo rango, $\Delta\sigma_{EF}$, es menor que el primero, $\Delta\sigma_{DE}$, entonces no hay ciclo, y se toma otra terna E-F-G. Se comprueba si hay ciclo. Si no, se tomaría otra terna F-G-H.
- 5.- Siempre que se localice un ciclo, debe ser eliminado tras su caracterización (por ejemplo, uniendo los puntos D-G de la Figura V.13).
- 6.- Se comienza a tomar ternas de nuevo desde el principio, D-G-H y se repite el proceso.
- 7.- Al final, siempre aparece el ciclo de mayor amplitud de la secuencia (ciclo D-G-D). Se finaliza el proceso de conteo de ciclos cuando la historia temporal desaparece, al eliminar picos y valles.

En el ejemplo de la Figura V.13, se localizan 4 ciclos diferentes: los ciclos E-F-E', A-B-A', H-C-H' y D-G-D. Cada uno de ellos aparece una única vez. La caracterización de estos ciclos es como sigue:

Tabla V.1.- Caracterización de los ciclos que aparecen en el ejemplo de la Figura V.13

Ciclo	No. veces	σ_m (MPa)	σ_a (MPa)
E-F-E'	1	100	200
A-B-A'	1	-50	150
H-C-H'	1	50	350
D-G-D	1	50	450

V.4.- Métodos de análisis de diseños

A continuación se resumirán los métodos recomendados para el análisis de diseño, basados en el tipo de material (frágil o dúctil), la naturaleza de la carga (estática o cíclica) y el tipo de esfuerzo (uniaxial o biaxial). El hecho de que se describieran 16 casos distintos es un indicio de la gran variedad de métodos que se aplican. A cada caso, ver Figura V.14 se siguen las relaciones entre los factores por considerar.

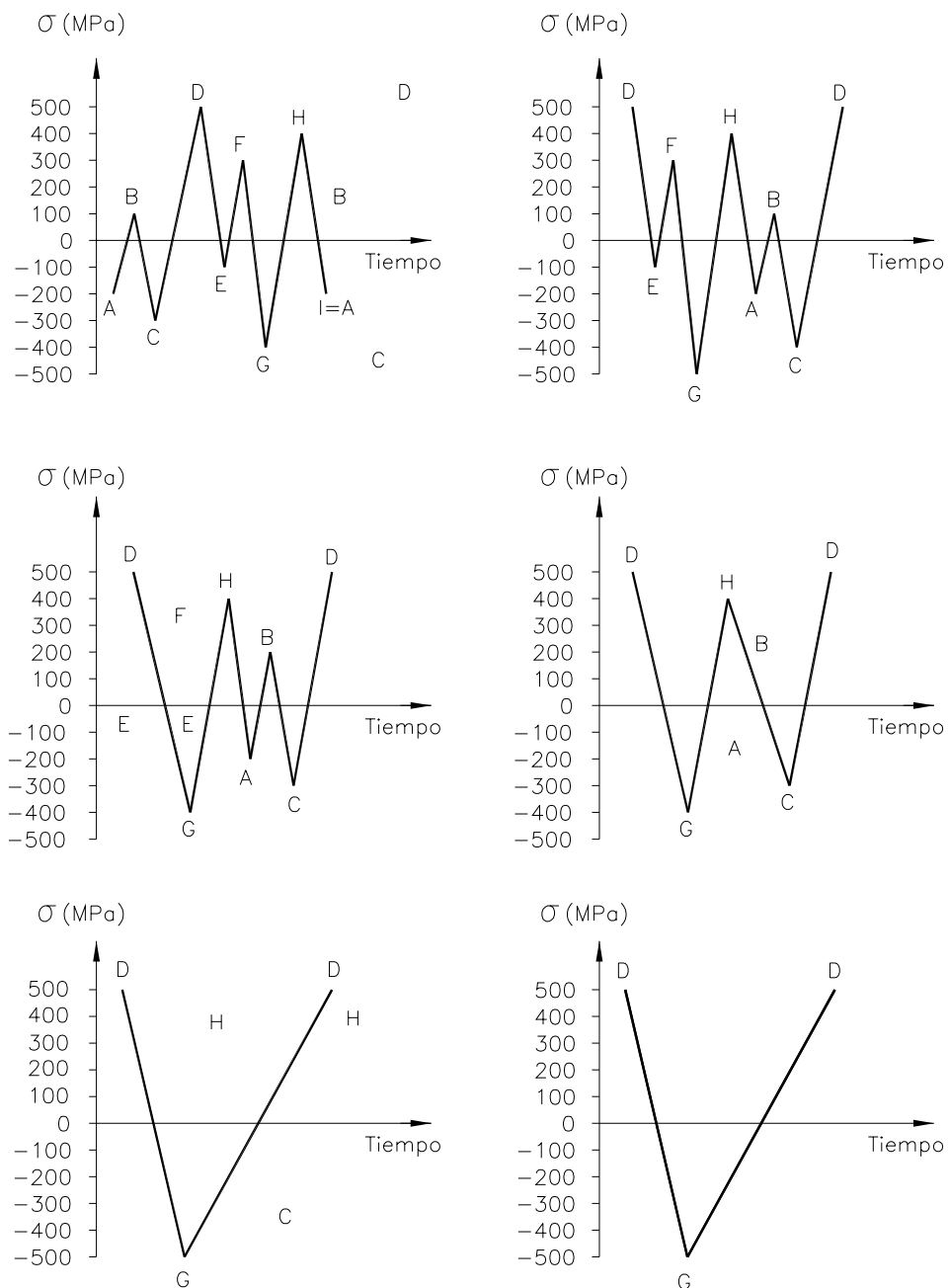


Figura V.13.- Ejemplo de conteo de ciclos mediante el método Rainflow

Para los casos C, E, F e I, donde intervienen materiales dúctiles bajo cuatro clases distintas de cargas, se incluyen los métodos del esfuerzo cortante máximo y de la energía de distorsión. En las descripciones de la sección anterior, el método del esfuerzo cortante máximo es el de aplicación más simple, pero es algo conservador. El método de la energía de distorsión es el estimador más exacto de la línea de falla, pero requiere el paso adicional de calcular el esfuerzo de von Mises. Ambos métodos se presentarán en un problema modelo de esta tesis, se recomienda el de la energía de distorsión.

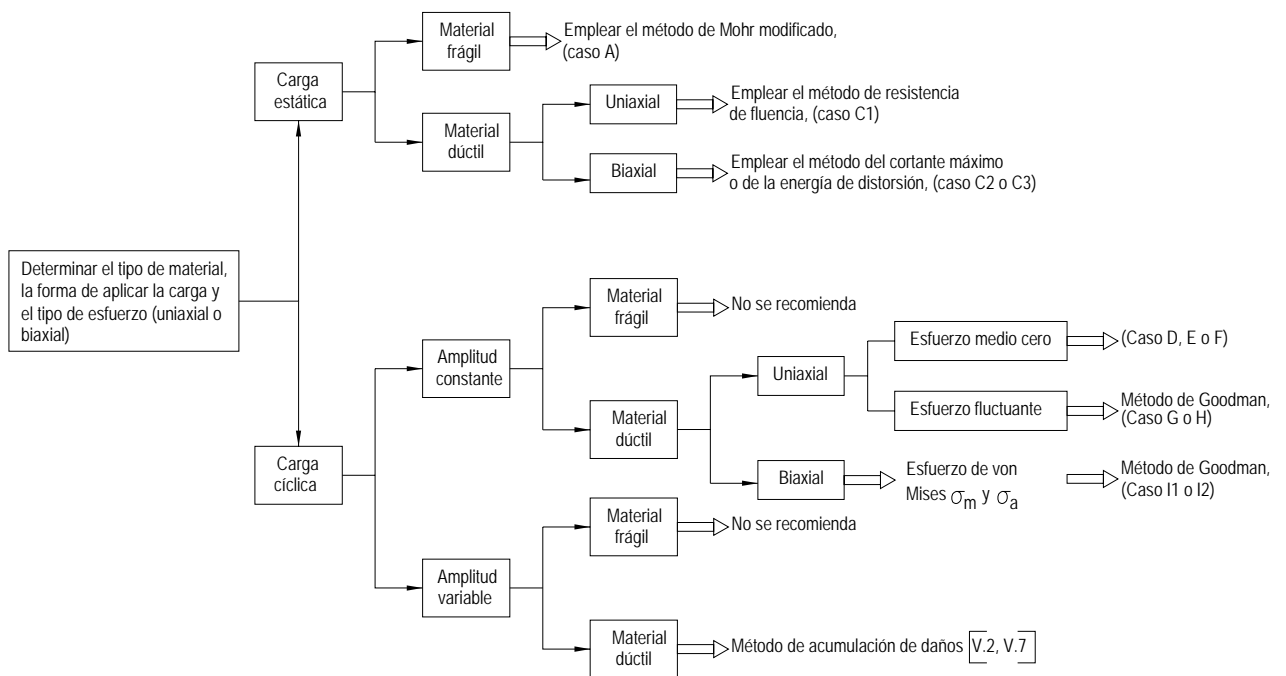


Figura V.14.- Diagrama lógico para visualizar los métodos de análisis de diseño

Caso A: Materiales frágiles bajo cargas estáticas [V.1, V.3, V.5, V.8 y V.9]. Cuando el esfuerzo aplicado real σ sea tensión o compresión simple sólo en una dirección, se aplicó la teoría de falla por esfuerzo normal máximo. Como los materiales frágiles no tienen cedencia, se debe aplicar siempre factores por concentración de esfuerzos al calcular el esfuerzo aplicado.

Caso A1: Esfuerzo de tensión uniaxial.

$$K_t \sigma < \sigma_d = s_{ut} / FS \quad V.15$$

Caso A2: Esfuerzo de compresión uniaxial

$$K_t \sigma < \sigma_d = s_{uc} / FS$$

Caso A3: Esfuerzo biaxial. Se emplea el círculo de Mohr para determinar los esfuerzos principales, σ_1 y σ_2 . Si los dos esfuerzos principales tienen el mismo signo, de tensión o de compresión, aplique el caso A1 o A2. Si tienen distintos signos, empleando el método Mohr modificado, [V.5 y V.7]. Se deben aplicar todos los factores por concentración de esfuerzos a los esfuerzos nominales calculados.

Caso B: Materiales frágiles bajo cargas de fatiga [V.1, V.4 y V.5]. No se dará recomendación especial para materiales frágiles bajo cargas de fatiga, porque en general en esos casos se prefiere no usar un material frágil. Cuando sea necesario hacerlo, se deben hacer pruebas para asegurar la seguridad bajo las condiciones reales de servicio.

Caso C: Materiales dúctiles bajo cargas estáticas [V.2, V.3 y V.5]. Se mencionan tres métodos de falla. El método de resistencia de fluencia es sólo para esfuerzos normales uniaxiales. Para cargas cortantes o biaxiales, es más sencillo el método del esfuerzo cortante máximo, pero es algo conservador. El método de energía de distorsión es el mejor estimador de la falla.

C1: Método de resistencia de fluencia para esfuerzos uniaxiales normales estáticos

$$\text{Para esfuerzo de tensión:} \quad \sigma < \sigma_d = s_{yt} / FS \quad V.16$$

$$\text{Para esfuerzo de compresión:} \quad \sigma < \sigma_d = s_{yc} / FS \quad V.17$$

C2: Método del esfuerzo cortante máximo. Se emplea para esfuerzos cortantes y para esfuerzos combinados. Se determina el esfuerzo cortante máximo con el círculo de Mohr. Entonces, la ecuación de diseño es:

$$\tau_{m\acute{a}x} < \tau_d = s_{sy} / FS = 0.50 s_y / FS \quad V.18$$

C3: Método de la energía de distorsión. Se emplea para esfuerzos cortantes y esfuerzos combinados. Se determina el esfuerzo cortante máximo con el círculo de Mohr. Después se calcula el esfuerzo de von Mises, con:

$$\sigma' = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2} \quad V.19$$

También se pueden manejar las ecuaciones alternativas.

- Para esfuerzos en direcciones ortogonales “x” y “y”; $\sigma_x, \sigma_y = \tau_{xy}$

$$\sigma' = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x\sigma_y + 3\tau_{xy}^2} \quad V.19a$$

- Para esfuerzo uniaxial con cortante $\sigma_y = 0$, la Ecuación V.19a se reduce a:

$$\sigma' = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{xy}^2} \quad V.19b$$

- Para esfuerzo triaxial: $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ de modo que: $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$

$$\sigma' = \left(\sqrt{2}/2\right) \left[\sqrt{(\sigma_2 - \sigma_1)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 + (\sigma_3 - \sigma_2)^2} \right] \quad V.19c$$

Para el diseño, se aplicó:

$$\sigma' < \sigma_d = s_y / FS \quad V.20$$

No se necesita considerar las concentraciones de esfuerzo para la carga estática, si se puede tolerar la fluencia local.

Caso D: Esfuerzo normal invertido y repetido [V.2, V.6, V.7 y V.9]. El esfuerzo medio σ_m es cero, y que el esfuerzo alterno σ_a es igual al esfuerzo máximo $\sigma_{m\acute{a}x}$. Este caso es consecuencia directa de la definición de la resistencia real estimada a la fatiga, porque se emplea el método de prueba de la viga rotatoria para recabar datos de resistencia. También es un caso especial de esfuerzo fluctuante. Con un esfuerzo medio igual a cero, la ecuación de diseño se transforma en:

$$K_t \sigma_{m\acute{a}x} < \sigma_d = s'_n / FS \quad V.21$$

Caso E: Esfuerzo cortante invertido y repetido [V.2, V.4 y V.7]. De nuevo se puede emplear la teoría del esfuerzo cortante máximo, o de la energía de distorsión. Primero se calcula el esfuerzo cortante máximo repetido $\tau_{m\acute{a}x}$, incluyendo todos los factores por concentración de esfuerzos. La descripción del caso D también se aplica al esfuerzo cortante.

Caso E1: Teoría del esfuerzo cortante máximo.

$$s'_{sn} = 0.5 s'_n \text{ (estimado de la resistencia de fatiga en cortante)}$$

$$K_t \tau_{m\acute{a}x} < \tau_d = s'_{sn} / FS = 0.5 s'_n / FS \quad V.22$$

Caso E2: Teoría de la energía de distorsión

$s'_{sn} = 0.577 s'_n$ (estimado de la resistencia de fatiga en cortante)

$$K_t \tau_{m\acute{a}x} < \tau_d = s'_{sn} / FS = 0.577 s_n / FS \quad V.23$$

Caso F: Esfuerzo combinado invertido [V.1, V.3, V.5 y V.7]. Se empleó el círculo de Mohr para determinar el esfuerzo cortante máximo y los dos esfuerzos principales, y maneje los valores máximos de de los esfuerzos aplicados.

Caso F1: Teoría del esfuerzo cortante máximo. Se utilizó la Ecuación V.22.

Caso F.2: Teoría de la energía de distorsión. Se utilizó la Ecuación V.23.

Caso G: Esfuerzos normales fluctuantes; método de Goodman [V.3, V.4, V.5]. Se utilizó el método de Goodman V.3.7, (Figura V.6). Se obtiene un diseño satisfactorio si la combinación del esfuerzo medio y el esfuerzo alterno produce un punto en la zona segura de la Figura 5.15. En este caso se puede emplear la ecuación de diseño para evaluar el factor de diseño para cargas fluctuantes:

$$\frac{K_t \sigma_a}{s'_n} + \frac{\sigma_m}{s_u} = \frac{1}{FS} \quad V.24$$

Caso H: Esfuerzos cortantes fluctuantes [V.4, V.5 y V.7]. El desarrollo anterior del método Goodman también se puede aplicar para esfuerzos cortantes fluctuantes, en lugar de esfuerzos normales. La ecuación del factor de diseño sería entonces:

$$\frac{K_t \tau_a}{s'_{sn}} + \frac{\tau_m}{s_{su}} = \frac{1}{FS} \quad V.25$$

Si no se cuenta con datos de resistencia al cortante, maneje los datos estimados $s'_{sn} = 0.577 s'_n$ y $s_{su} = 0.75 s_u$.

Caso I: Esfuerzos fluctuantes combinados [V.3, V.4 y V.8]. El método que se presentó aquí es parecido al método de Goodman descrito antes, pero primero se determina el efecto de los esfuerzos combinados, mediante el círculo de Mohr.

Caso I.1: Para la teoría del esfuerzo cortante máximo, trace dos círculos de Mohr: uno para los esfuerzos medios y otro para los esfuerzos alternantes. En el primero, se determinó el esfuerzo cortante máximo medio $(\tau_m)_{m\acute{a}x}$. En el segundo, se determinó el esfuerzo cortante máximo alternativo $(\tau_a)_{m\acute{a}x}$. A continuación aplique esos valores en la ecuación de diseño.

$$\frac{K_t(\tau_a)_{m\acute{a}x}}{s'_{sn}} + \frac{(\tau_m)_{m\acute{a}x}}{s_{su}} = \frac{1}{FS} \quad V.25^a$$

Si se carece de datos de resistencia al cortante, maneje los datos estimados $s'_{sn} = 0.577 s'_n$ y $s_{su} = 0.75 s_u$.

Caso I.2. Para la teoría de la energía de distorsión, trace dos círculos de Mohr: uno para los esfuerzos medios y otro para los esfuerzos alternantes. Con esos círculos, se determinó los esfuerzos principales máximo y mínimo. A continuación, calcule los esfuerzos de von Mises para los componentes medio y alternante, con:

$$\sigma'_m = \sqrt{\sigma_{1m}^2 + \sigma_{2m}^2 - \sigma_{1m}\sigma_{2m}}$$

$$\sigma'_a = \sqrt{\sigma_{1a}^2 + \sigma_{2a}^2 - \sigma_{1a}\sigma_{2a}}$$

Entonces, la ecuación de Goodman se transforma en:

$$\frac{K_t\sigma_a}{s'_n} + \frac{\sigma'_m}{s_u} = \frac{1}{FS} \quad V.26$$

Procedimiento general de diseño.- Los tópicos anteriores de este capítulo sirven como guía respecto de los muchos factores que intervienen en el diseño de elementos de máquinas que sean seguros cuando soporten las cargas aplicadas. Esta sección reúne esos factores para que se pueda terminar el diseño. El procedimiento general de diseño [V.7] que se descubre aquí pretende

comunicarle un sentido del proceso. No es práctico delinear un procedimiento totalmente general. Tendrá usted que adaptarse a los casos específicos con los que se encuentre.

El procedimiento [V.7] se presenta si supone que se conocen o se pueden especificar los siguientes factores:

- Requisitos generales del diseño: objetivos y limitaciones de tamaño, forma, peso y precisión deseada, entre otros.
- Naturaleza de las cargas que se van a aplicar.
- Tipos de esfuerzos producidos por las cargas.
- Tipo de material con que se va a fabricar el elemento.
- Descripción general del proceso de manufactura a usar, en especial si considera el acabado superficial que se vaya a producir.
- Confiabilidad deseada.

V.5.- Sumario

Este capítulo termina con la especificación de los conceptos científicos generales de análisis de esfuerzos por fatiga de alto ciclo aplicados a la obtención de componentes de máquinas con una vida infinita segura.

Dando a conocer una metodología optimizada y concreta para abordar cualquier tipo o clase de diseño de componentes; Esta metodología se resume en 3 grandes grupos:

- 1.- Descripción de herramientas científicas fundamentales y adicionales, que se pueden usar para el diseño de componentes bajo cargas, seguros y con eficiencia razonable en su empleo como materiales.
- 2.- Aprender como clasificar el tipo de carga al componente, si está sometido a cargas estáticas, repetidas e invertidas, fluctuantes de choque e impacto.

- 3.- Aprender como identificar las técnicas apropiadas de análisis, con base en los tipos de carga y los tipos de material.

Todo lo anterior, sirve como base de aprovechamiento de los principios de la resistencia de materiales que nos ampliará del modo de análisis al modo de diseño, involucrando varios pasos para aprender a hacer juicios racionales sobre un método adecuado de aplicación dirigida en el siguiente capítulo a ejes rotatorios de máquinas.

V.6.- Referencias

1. Norton, R. L., *Diseño de Máquinas*, Prentice Hall, Pearson, 1999.
2. Burr, A.B., *Mechanical Analysis and Design*. Elsevier, 1982.
3. Shigley, J. E., y Mischke, C., *Diseño en Ingeniería Mecánica*, McGraw-Hill, 2002.
4. Collins, J. A., *Failure of Materials in Mechanical Design*, John Wiley & Sons, 1981.
5. Hamrock, B. H., Jacobson, B. y Schmid, S. R., *Elementos de Máquinas*, McGraw-Hill, 1999.
6. Decker, K. H., *Elementos de Máquinas*. Ed. Urmo, 1980.
7. Mott, R. L., *Diseño de Elementos de Máquinas*. Prentice Hall, Pearson, 1995.
8. Juvinall, R. C. y Marshek, K. M., *Fundamentals of Machine Component Design*, John Wiley & Sons, 2000.
9. Peterson, R. E., *Stress Concentration factors; charts and relations useful in making strength calculations for machine parts and structural elements*. John Wiley & Sons, 1976.

CAPÍTULO VI

DISEÑO DE EJES ROTATORIOS DE MÁQUINAS BAJO FATIGA DE ALTO CICLO

CAPÍTULO VI

VI.1.- Generalidades

Un eje es un miembro rotatorio o estacionario, el cual usualmente tiene una sección transversal circular mucho más pequeña en el diámetro que en su longitud misma y tiene montados elementos transmisores de potencia, tales como engranes, poleas, bandas, cadenas, levas, volantes de inercia, manivelas, ruedas dentadas y cojinetes de elementos rodantes. La carga sobre el eje puede ser de varias combinaciones; de flexión (casi siempre fluctuante), de torsión (fluctuante o no), de cortante, de choque, axial, normal o transversal [VI.1, VI.2, VI.3 y VI.4].

El eje automotor no es un eje verdadero, el término es un remanente de la era del caballo y la calesa, cuando las ruedas giraban sobre elementos no rotatorios.

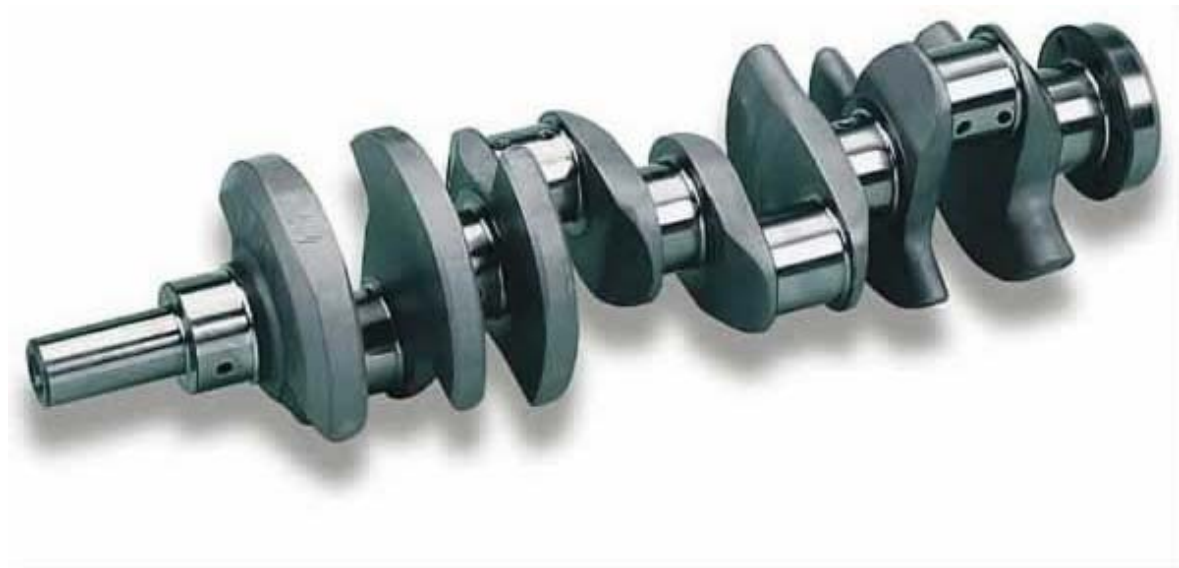


Figura VI.1.- Cigüeñal de una máquina automotriz diesel

La geometría de un eje es tal que el diámetro generalmente será la variable que se use para satisfacer un diseño. Con frecuencia en las aplicaciones prácticas el eje puede ser escalonado en vez de tener un diámetro constante.

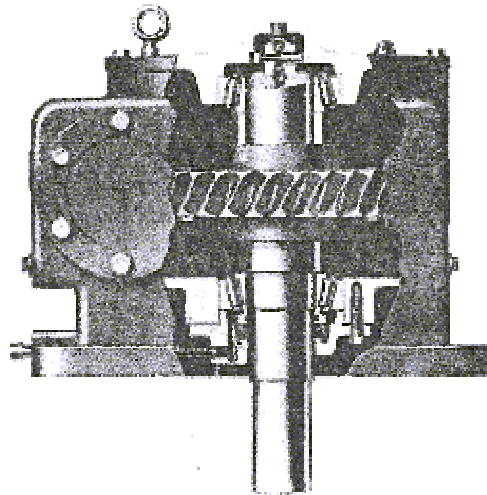


Figura VI.2.- Eje escalonado de un reductor de velocidad [VI.4]

Un husillo es una flecha corta. Términos como árbol, eje principal, gorrón, eje de transmisión, contraeje y eje flexible son nombres asociados a flechas de uso especial.

VI.2.- Introducción al estudio de diseño de ejes [VI.3 y VI.5]

El diseño de una flecha, en realidad, comienza después de mucho trabajo preliminar. El diseño de la propia máquina dictará que ciertos engranes, poleas, cojinetes y otros elementos se tendrán que analizar, al menos parcialmente y determinar en forma tentativa en cuanto a su tamaño y espaciamiento. En esta etapa el diseño se debe estudiar desde los siguientes puntos de vista:

1. Deflexión y rigidez.
 - a) Deflexión por flexión.
 - b) Deflexión por torsión.
 - c) Pendiente en los cojinetes y elementos soportados por el eje.
 - d) Deflexión por cortante debida a cargas transversales sobre ejes cortos.

2. Esfuerzo y resistencia.
 - a) Resistencia estática.
 - b) Resistencia a la fatiga.
 - c) Confiabilidad.

VI.2.1- Aplicación conceptual de un diseño de ejes [VI.2, VI.3 y VI.4]

Si no se cuenta con un diseño existente para emplearlo como punto de partida, entonces la determinación de la geometría del eje puede tener muchas soluciones. El problema se ilustra mediante los dos ejemplos de la Figura VI.3. En la Figura VI.3, se muestra un contra-eje con engranes que debe soportarse por dos cojinetes. En la Figura VI.3c, se debe configurar una flecha de ventilador.

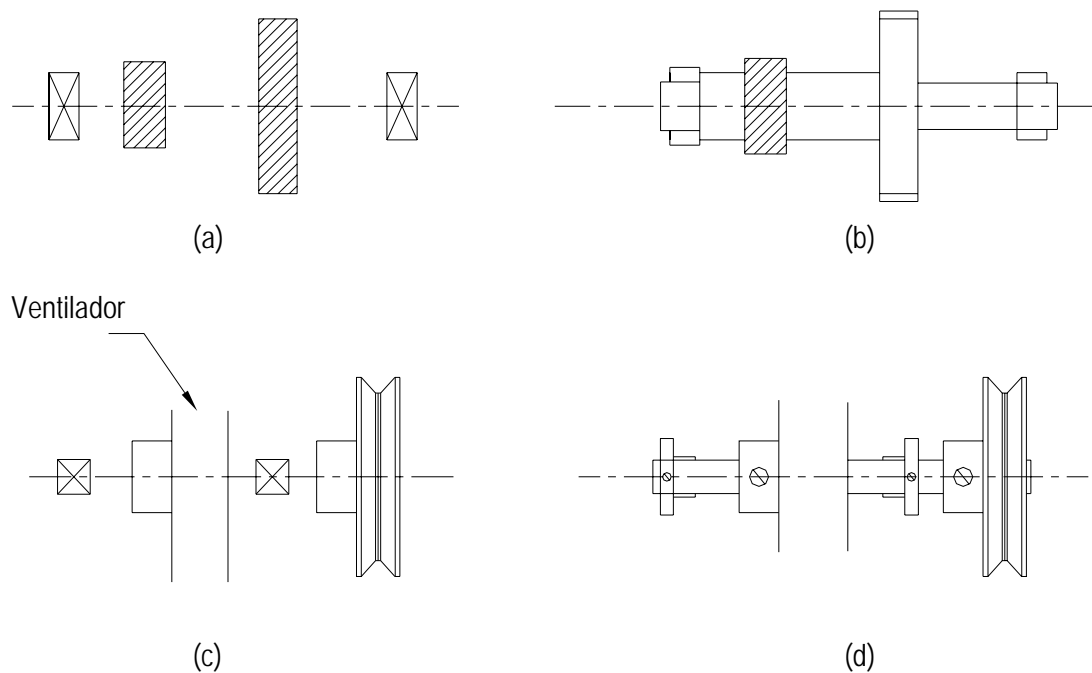


Figura VI.3.- Eje y elementos asociados [VI.6]

- a) Propuesta de ensamble del eje y elementos asociados.
 - Se elije la configuración de un eje para soportar y ubicar los dos engranes y los dos cojinetes (Figura VI.3a).

- En la solución se emplea un piñón integral, tres hombros de eje, cuña, cuñero y un manguito. El alojamiento ubica los cojinetes en sus anillos exteriores y recibe las cargas de empuje (Figura VI.3b).
- Se selecciona la configuración del eje de ventilador (Figura VI.3c).
- En la solución se utilizan cojinetes de casquillo, un eje integral a través de las piezas, collarines, la polea del ventilador y el rotor mismo del ventilador. El alojamiento del ventilador soporta los cojinetes de casquillo (Figura VI.3d).

Las soluciones que se muestran no necesariamente son las mejores, pero ilustran cómo están fijos los dispositivos montados en la flecha y su ubicación en la dirección axial y la forma en que se toma en cuenta la transferencia de par de torsión de un elemento a otro. Obsérvese que la flecha de la Figura VI.3a, está sometida a cargas de flexión, torsión y axiales. La de la Figura VI.3c, sólo experimenta flexión y torsión.

VI.3.- Diseño de ejes rotatorios

VI.3.1.- Consideraciones de diseño [VI.7 VI.8 y VI.9]

Un árbol o eje debe ser diseñado a rigidez y a resistencia. En el diseño a rigidez se deberá evitar que no se sobrepase cierto nivel de desplazamiento máximo en deflexión lateral. Además de rigidez torsional bajo la acción de un par torsor deberá ser suficiente para evitar que el giro de una sección del árbol respecto a otras sobrepase un nivel máximo.

En cuanto a resistencia, la causa de falla más común es la fatiga. La falla normalmente comienza en el punto más desfavorable, típicamente en un concentrador de tensiones. [VI.10].

VI.3.2.- Diseño a rigidez

VI.3.2.1.- Deflexiones

- En ejes de transmisión la deflexión lateral debe ser inferior a 1 mm/m de longitud [VI.8].
- En árboles con engranajes es conveniente una flecha menor de 0.1 mm y una pendiente menor de 0.03. Otra recomendación es que la flecha máxima sea menor que 0.005 mm/ancho de la cara del engranaje [VI.8]

VI.3.2.2.- Rigidez torsional

- En árboles de maquinaria y transmisiones, la deflexión angular está limitada a 0.25°/m de longitud [VI.8].
- En árboles de levas utilizados en motores, la deflexión angular debe ser menor de 0.5 grados en toda la longitud. [VI.8].

Por definición se sabe que el giro producido en un momento torsor T, sobre una longitud L, en una sección de momento polar de inercia J, se calcula como:

$$\theta = \frac{T L}{J \cdot G} \quad \text{VI.1}$$

Para el caso de sección circular:

$$\theta = \frac{32 \cdot T \cdot L}{\pi \cdot d^4 \cdot G} \quad \text{VI.2}$$

VI.3.3.- Planteamiento del diseño resistente a fatiga bajo cargas cíclicas [VI.6]

Las cargas cíclicas varían durante todo un ciclo en vez de permanecer constantes, como las cargas estáticas. Aquí, en los esfuerzos normales fluctuantes y de cortante, se deriva un análisis general para los materiales

dúctiles, y se proporcionan las ecuaciones apropiadas para los materiales frágiles.

Existen dos fases de consideración:

1. Obtención de esfuerzos estáticos equivalentes mediante un criterio que tenga en cuenta el efecto de los esfuerzos medios (Goodman, Soderberg, etc.).
2. Aplicación de un criterio de falla estática a dichos esfuerzos equivalentes.

Este planteamiento en general conduce a ecuaciones conservadoras. Se supondrá que los esfuerzos producidos están en fase o en oposición de fase.

VI.3.3.1.- Desarrollo de expresiones de cálculo para material dúctil [VI.6 y VI.7]

Sobre los puntos de la superficie de un árbol se tendrá un estado de esfuerzos definido por:

- Esfuerzos normales medios y alternantes σ_m y σ_a
- Esfuerzos cortantes medios y alternantes τ_m y τ_a

La Figura VI.4, muestra los esfuerzos normales y de cortante que actúan sobre un eje. La Figura VI.4a, ilustra los esfuerzos que actúan sobre un elemento rectangular, y la Figura VI.4b, los esfuerzos que actúan sobre un plano oblicuo en un ángulo Φ . Los esfuerzos normales se denotan por σ , y los esfuerzos cortantes por τ . El subíndice a designa el esfuerzo alternante y el subíndice m designa el esfuerzo medio o constante. Asimismo K_f designa el factor de concentración de esfuerzos por la fatiga debido a una carga normal y K_{fs} designa el factor de la fatiga debido a una carga de cortante. Sobre un elemento rectangular figura

(VI.4a) el esfuerzo normal es $\sigma_m \pm K_f \sigma_a$ y el esfuerzo cortante es $\tau_m \pm K_{fs} \tau_a$. El esfuerzo más grande ocurre cuando σ_a y τ_a están en fase, o cuando la frecuencia de uno es un múltiplo integral de la frecuencia del otro. Sumando las fuerzas tangentes a la diagonal se obtiene:

$$-\tau_\Phi A + (\tau_m + K_{fs} \tau_a) A \cos \Phi \cos \Phi - (\tau_m + K_{fs} \tau_a) A \operatorname{sen} \Phi \operatorname{sen} \Phi + (\sigma_m + K_f \sigma_a) A \cos \Phi \operatorname{sen} \Phi = 0$$

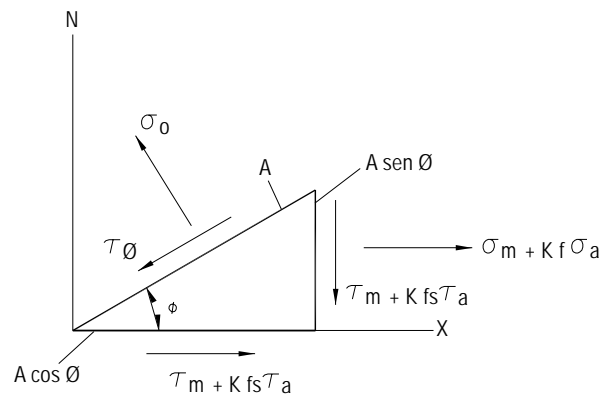
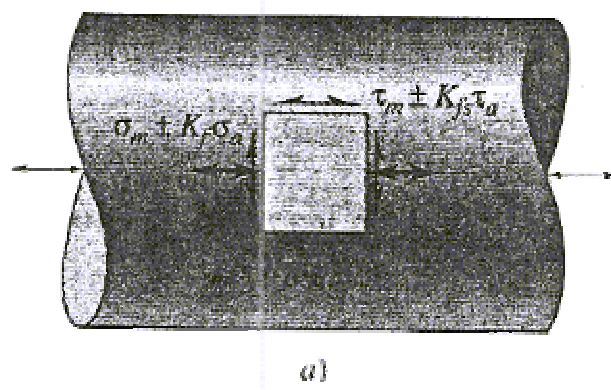


Figura VI.4.- Esfuerzo normal fluctuante y de cortante que actúan sobre un eje
 a) Esfuerzos que actúan sobre un elemento rectangular; b) Esfuerzos que actúan sobre un plano oblicuo en un ángulo Φ . [VI.5]

Utilizando los ángulos dobles, la ecuación anterior se reduce a:

$$\tau_\Phi = (\tau_m + K_{fs} \tau_a) \cos 2\Phi + \frac{1}{2} (\sigma_m + K_f \sigma_a) \operatorname{sen} 2\Phi \tag{VI.2a}$$

Separando los componentes medio y alternante del esfuerzo se obtiene el esfuerzo que actúa sobre el plano oblicuo como:

$$\tau_{\phi} = \left(\tau_{\phi m} + \tau_{\phi a} = \frac{\sigma_m}{2} \operatorname{sen} 2\Phi + \tau_m \cos 2\Phi \right) + \left(\frac{K_{fs} \sigma_a}{2} \operatorname{sen} 2\Phi + K_{fs} \tau_a \cos 2\Phi \right) \quad \text{VI.3}$$

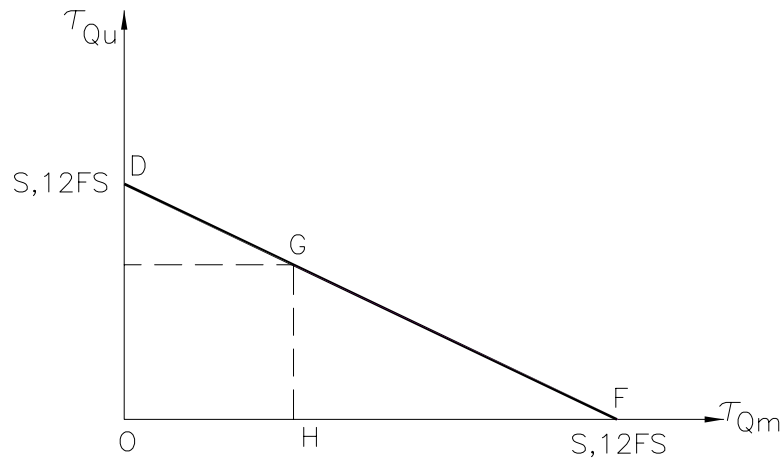


Figura VI.5.- Línea de Soderberg para el esfuerzo cortante [VI.9]

Recuerde la línea de Soderberg en la Figura V.7 para una carga de tensión: Para una carga cortante los puntos extremos de la línea de Soderberg son $S_{se} = S_e/2FS$ y $S_{sy} = S_y/2FS$. En la figura VI.5, se observa la línea de Soderberg para el esfuerzo cortante. De acuerdo con los triángulos proporcionales GHF y D0F de la Figura VI.5.

$$\frac{HF}{OF} = \frac{HG}{OD} \quad \text{o} \quad \frac{S_y/2FS - \tau_{\phi m} - \tau_{\phi a}}{S_y/2FS} = \frac{\tau_{\phi a}}{S_e/2FS} \quad \text{VI.4}$$

$$\frac{1}{FS} = \frac{\tau_{\phi a}}{S_e/2} + \frac{\tau_{\phi m}}{S_y/2}$$

Sustituyendo en la ecuación VI.4 las expresiones para $\tau_{\phi a}$ y $\tau_{\phi m}$ resulta:

$$\frac{1}{FS} = \frac{\frac{K_f \sigma_a}{2} \text{sen } 2\Phi + K_{fs} \tau_a \cos 2\Phi}{S_e / 2} + \frac{\left(\frac{\sigma_m}{2} \text{sen } 2\Phi + \tau_m \cos 2\Phi \right)}{S_y / 2}$$

$$= \tilde{A} \text{sen } 2\Phi + 2\tilde{B} \cos 2\Phi$$

VI.5

Donde:

$$\tilde{A} = \frac{\sigma_m}{S_y} + \frac{K_f \sigma_a}{S_e}$$

VI.6

$$\tilde{B} = \frac{\tau_m}{S_y} + \frac{K_{fs} \tau_a}{S_e}$$

VI.7

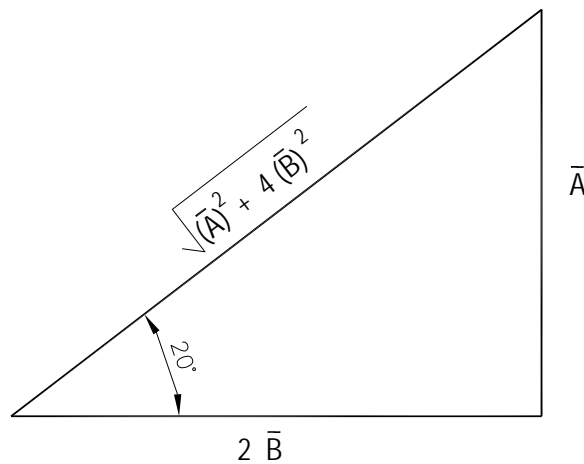


Figura VI.6.- Ilustración de la relación dada en la Ecuación VI.8

El interés está en la combinación de esfuerzos que produce el FS más pequeño, puesto que esto corresponde a la situación de esfuerzo máximo. El valor mínimo de FS corresponde a un valor máximo de 1/FS. Derivando 1/FS en la ecuación VI.4 e igualando el resultado a cero, se tiene:

$$\frac{d}{d\Phi} \left(\frac{1}{FS} \right) = 2\tilde{A} \cos 2\Phi - 4\tilde{B} \operatorname{sen} 2\Phi = 0 \quad \text{VI.8}$$

$$\therefore \frac{\operatorname{sen} 2\Phi}{\cos 2\Phi} = \tan 2\Phi = \frac{\tilde{A}}{2\tilde{B}}$$

Esta relación se ilustra en la figura VI.6 en la cual se muestra que:

$$\operatorname{sen} 2\Phi = \frac{\tilde{A}}{\sqrt{(\tilde{A})^2 + 4(\tilde{B})^2}} \quad \text{y} \quad \cos 2\Phi = \frac{2\tilde{B}}{\sqrt{(\tilde{A})^2 + 4(\tilde{B})^2}} \quad \text{VI.9}$$

Sustituyendo estos valores en la ecuación VI.5 se obtiene:

$$\frac{1}{FS} = \frac{(\tilde{A})^2}{\sqrt{(\tilde{A})^2 + 4(\tilde{B})^2}} + \frac{4(\tilde{B})^2}{\sqrt{(\tilde{A})^2 + 4(\tilde{B})^2}} = \sqrt{(\tilde{A})^2 + 4(\tilde{B})^2} \quad \text{VI.9a}$$

Sustituyendo las ecuaciones VI.5 y VI.6 en la ecuación anterior se tiene:

$$\frac{1}{FS} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_m}{S_y} + \frac{K_f \sigma_a}{S_e} \right)^2 + 4 \left(\frac{\tau_m}{S_y} + \frac{K_{fs} \tau_a}{S_e} \right)^2} \quad \text{VI.10}$$

$$\frac{S_y}{FS} = \sqrt{\left(\sigma_m + \frac{S_y}{S_e} K_f \sigma_a \right)^2 + 4 \left(\tau_m + \frac{S_y}{S_e} K_{fs} \tau_a \right)^2}$$

Considerando $\sigma_y = 0$; $\sigma_x = \sigma$ y $\tau_{xy} = \tau$ para la ecuación de esfuerzos biaxiales, el esfuerzo cortante máximo es:

$$\tau_{\max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2} \right)^2 + \tau^2} \quad \text{VI.11}$$

y el factor de seguridad es:

$$FS = \frac{S_y / 2}{\tau_{\max}} = \frac{S_y / 2}{\sqrt{(\sigma / 2)^2 + \tau^2}} = \frac{S_y}{\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}} \quad \text{VI.12}$$

$$\frac{S_y}{FS} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$$

Las ecuaciones VI.12 y VI.10 tienen la misma forma y

$$\sigma = \sigma_m + \frac{S_y}{S_e} K_f \sigma_a \quad \text{y} \quad \tau = \tau_m + \frac{S_y}{S_e} K_{fs} \tau_a \quad \text{VI.12a}$$

Utilizando, por ejemplo, el criterio de Soderberg, se pueden definir las correspondientes y esfuerzos normales y cortantes estáticos equivalentes para una vida de N ciclos:

Considerando:

$$K_f = K_{fs} = 1 \quad S_e = S_N$$

$$\sigma = \sigma_{eq} \quad ; \quad \tau = \tau_{eq}$$

Entonces:

$$\sigma_{eq} = \sigma_m + \frac{S_y}{S_N} \cdot \sigma_a \quad \text{VI.13}$$

$$\tau_{eq} = \tau_m + \frac{S_{sy}}{S_{sN}} \cdot \tau_a$$

Se puede considerar que el estado de esfuerzos bidimensional definido por σ_{eq} y τ_{eq} es estático y, por tanto, es posible aplicar un criterio de falla estática para esfuerzos multiaxiales. Aplicando el criterio de la teoría de esfuerzo cortante máximo con un coeficiente o factor de seguridad FS.

$$\frac{S_y}{2 \cdot FS} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{eq}}{2}\right)^2 + \tau_{eq}^2} \quad \sigma_{ieq} = \sigma_{im} + \frac{S_y}{S_N} \cdot \sigma_{ia} \quad \text{VI.14}$$

Que sustituyendo las expresiones de σ_{eq} y τ_{eq} queda como:

$$\frac{S_y}{FS} = \sqrt{\left(\sigma_m + \frac{S_y}{S_N} \cdot \sigma_a\right)^2 + 4 \cdot \left(\tau_m + \frac{S_{sy}}{S_{sN}} \cdot \tau_a\right)^2} \quad \text{VI.15}$$

(Criterio Soderberg)

Los esfuerzos normal y de cortante contienen, cada uno; un componente constante y otro alternante, este último compensado por el efecto de la concentración de la fatiga y del esfuerzo.

Usando las relaciones $\sigma = \frac{32M}{\pi d^3}$ y $\tau = \frac{16T}{\pi d^3}$, la ecuación VI.10 se transforma en:

$$FS = \frac{\pi d^3 S_y}{32 \sqrt{\left(M_m + \frac{S_y}{S_e} K_f M_a\right)^2 + \left(T_m + \frac{S_y}{S_e} K_{fs} T_a\right)^2}} \quad \text{VI.16}$$

Si en lugar del factor de seguridad se quiere conocer el diámetro seguro más pequeño para un factor de seguridad específico, la ecuación VI.16 se escribe como:

$$d = \left[\frac{32FS}{\pi S_y} \sqrt{\left(M_m + \frac{S_y}{S_e} K_f M_a\right)^2 + \left(T_m + \frac{S_y}{S_e} K_{fs} T_a\right)^2} \right]^{1/3} \quad \text{VI.17}$$

El factor de concentración de esfuerzos por fatiga K_{fs} se calcula utilizando la torsión en lugar de la carga axial en el factor de concentración de esfuerzos. Las Ecuaciones VI.16 y VI.17 representan la forma general de la teoría de esfuerzo

cortante máximo. Observe que la Ecuación VI.16, S_y , S_y/S_e , K_f y K_{fs} dependen del diámetro del eje d . El enfoque que se usa es estimar el rango del diámetro del eje y repetir los resultados si el diseño final está fuera de dicho rango.

Si los esfuerzos normales medios y alternantes σ_m y σ_a están producidos únicamente por momentos flectores medios y alternantes M_m , M_a y no por fuerzas axiales, y los esfuerzos cortantes medios y alternantes T_m , T_a están producidos por momentos torsores medios y alternantes T_m , T_a , se obtiene la ecuación para el diseño de ejes.

$$d^3 = \frac{32 \cdot FS}{\pi \cdot S_y} \sqrt{\left(M_m + \frac{S_y}{S_N} \cdot M_a\right)^2 + \left(T_m + \frac{S_{sy}}{S_{sN}} \cdot T_a\right)^2} \quad \text{VI.18}$$

(Soderberg, sin fuerzas axiales)

Peterson (1974) modificó la Ecuación VI.10 cambiando el coeficiente del término del esfuerzo cortante de 4 a 3, con lo que se satisface la teoría de energía de distorsión y se obtiene [VI.12]:

$$\frac{S_y}{FS} = \sqrt{\left(\sigma_m + \frac{S_y}{S_e} K_f \sigma_a\right)^2 + 3 \left(\tau_m + \frac{S_y}{S_e} K_{fs} \tau_a\right)^2} \quad \text{VI.19}$$

Si se utiliza como criterio de falla estática el criterio de la teoría de energía de distorsión resulta:

$$\frac{S_y}{FS} = \sqrt{\left(\sigma_m + \frac{S_y}{S_N} \cdot \sigma_a\right)^2 + 3 \cdot \left(\tau_m + \frac{S_{sy}}{S_{sN}} \cdot \tau_a\right)^2} \quad \text{VI.20}$$

(Criterio de Soderberg + Teoría de energía de distorsión)

Con las relaciones $\sigma = \frac{32M}{\pi d^3}$ y $\tau = \frac{16T}{\pi d^3}$, la ecuación VI.19 se transforma en:

$$FS = \frac{\pi d^3 S_y}{32 \sqrt{\left(M_m + \frac{S_y}{S_e} K_f M_a \right)^2 + \frac{3}{4} \left(T_m + \frac{S_y}{S_e} K_{fs} T_a \right)^2}} \quad \text{VI.21}$$

El diámetro más pequeño seguro que corresponde a un factor de seguridad específico se puede expresar entonces como:

$$d = \left[\frac{32FS}{\pi S_y} \sqrt{\left(M_m + \frac{S_y}{S_e} K_f M_a \right)^2 + \frac{3}{4} \left(T_m + \frac{S_y}{S_e} K_{fs} T_a \right)^2} \right]^{1/3} \quad \text{VI.22}$$

o bien:

$$d^3 = \frac{32 \cdot FS}{\pi \cdot S_y} \sqrt{\left(M_m + \frac{S_y}{S_N} \cdot M_a \right)^2 + \frac{3}{4} \cdot \left(T_m + \frac{S_{sy}}{S_{sN}} \cdot T_a \right)^2} \quad \text{VI.23}$$

(Soderberg + Criterio de la teoría de energía de distorsión, sin fuerzas axiales)

Que es menos conservadora que la obtenida anteriormente.

En las Ecuaciones VI.16 y VI.17, la aplicación de la teoría de esfuerzo cortante máximo es válida, y en las Ecuaciones VI.21 y VI.22, la aplicación de la teoría de energía de distorsión lo es. Las cuatro son ecuaciones generales aplicables a los materiales dúctiles.

VI.3.3.2.- Desarrollo de expresiones de cálculo para material frágil [VI.12, VI.13 y VI.14]

Aunque usualmente los ejes son metales trabajados en frío y maquinados a las dimensiones deseadas, existen aplicaciones en las que se usan piezas fundidas (materiales frágiles) como ejes. Esto requiere un análisis con un enfoque ligeramente diferente del de los materiales dúctiles [VI.1].

Para el caso de que se tenga un eje construido con un material de comportamiento frágil, el desarrollo es similar; se calculan los esfuerzos estáticos equivalentes a través del criterio de Goodman y se aplica un criterio de falla estática para esfuerzos biaxiales o multiaxiales adecuado a materiales frágiles (criterio de la teoría del esfuerzo normal máximo).

Para los materiales frágiles las fuerzas en la Figura VI.7b se suponen normales en lugar de tangentes a la diagonal. Asimismo, la línea de diseño que prescribe la teoría del esfuerzo normal máximo se extiende desde S_e/FS hasta S_y/FS en lugar de $S_e/2FS$ a $S_y/2FS$ como resultó válida para la teoría de esfuerzo cortante máximo. Siguiendo procedimientos similares a los seguidos para obtener la Ecuación VI.10, resulta:

$$\frac{2S_u}{FS} = K_c \left(\sigma_m + \frac{S_u}{S_e} \sigma_a \right) + \sqrt{K_c^2 \left(\sigma_m + \frac{S_u}{S_e} \sigma_a \right)^2 + 4K_{cs}^2 \left(\tau_m + \frac{S_u}{S_e} \tau_a \right)^2} \quad \text{VI.24}$$

Donde:

K_c = factor de concentración de esfuerzos

Usando las relaciones $\sigma = \frac{32M}{\pi d^3}$ y $\tau = \frac{16T}{\pi d^3}$ se puede escribir la Ecuación VI.24

como:

$$FS = \frac{\pi d^3 S_u / 16}{K_c \sqrt{\left(M_m + \frac{S_u}{S_e} M_a \right)^2 + \sqrt{K_c^2 \left(M_m + \frac{S_u}{S_e} M_a \right)^2 + K_{cs}^2 \left(T_m + \frac{S_u}{S_e} T_a \right)^2}}} \quad \text{VI.25}$$

Si se quiere el diámetro mínimo seguro del eje para un factor de seguridad específico;

$$d = \left\{ \frac{16FS}{\pi S_u} \left[K_c \left(M_m + \frac{S_u}{S_e} M_a \right) + \sqrt{K_c^2 \left(M_m + \frac{S_u}{S_e} M_a \right)^2 + K_{cs}^2 \left(T_m + \frac{S_u}{S_e} T_a \right)^2} \right] \right\}^{1/3} \quad \text{VI.26}$$

VI.3.3.3.- Diferencias de aplicación de teorías de fallas en materiales frágiles y dúctiles

La diferencia de mayor importancia en las ecuaciones desarrolladas para el factor de seguridad y el diámetro seguro más pequeño consiste en que las Ecuaciones VI.16 y VI.17 son aplicables a materiales dúctiles asumiendo la teoría de esfuerzo cortante máximo, las Ecuaciones VI.21 y VI.22 también son aplicables para materiales dúctiles pero asumiendo la teoría de energía de distorsión. Y las Ecuaciones VI.21 y VI.22 son aplicables a materiales frágiles asumiendo la teoría del esfuerzo cortante máximo.

Las diferencias principales entre las ecuaciones desarrolladas para materiales frágiles y dúctiles son; para las Ecuaciones VI.25 y VI.26, se usan el factor de concentración de esfuerzos K_c y el esfuerzo de roturas S_u . Mientras que para las Ecuaciones VI.16, VI.17, VI.21 y VI.22, se usa el factor de concentración de esfuerzos por fatiga K_f , y el esfuerzo de fluencia S_y .

Con estas expresiones generales, ahora se tendrán en cuenta los esfuerzos fluctuantes específicos.

VI.3.3.4.- Diseño para flexión totalmente alternante con torsión uniforme [VI.2, VI.4 y VI.12]

Una variación del esfuerzo cíclico específico que ocurre en aplicaciones prácticas es la flexión invertida y la torsión constante [VI.7], Observe que la flexión invertida implica que $\sigma_m = 0$ o que $M_m = 0$. Asimismo, la torsión constante implica que $\tau_a = 0$ o que $T_a = 0$. Para aplicar entonces la condición de flexión invertida y torsión constante ($M_m = 0$ y $T_a = 0$ y sabiendo si el material es dúctil o frágil y cuál teoría de falla se debe aplicar, se deberán usar las formas reducidas de las Ecuaciones VI.16 y VI.17, VI.21 y VI.22, o VI.25 y VI.26.

El método ASME [VI.14 y VI.15] cumple con la restricción (flexión invertida – torsión constante) y adiciona la siguiente consideración: que la concentración de esfuerzos para el esfuerzo medio (K_{fs}) es igual a uno en todos los casos, lo que nos da:

Siendo: $M_m = 0$; $T_a = 0$ y $K_{fs} = 1$

La Ecuación VI.22 se transforma en:

$$d = \left\{ \frac{32 FS}{\pi} \left[\left(K_f \frac{M_a}{S_f} \right)^2 + \frac{3}{4} \left(\frac{T_m}{S_y} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{1}{3}} \quad \text{VI.27}$$

Donde $S_e = S_f$

VI.3.3.5.- Diseño para una flexión fluctuante y una torsión fluctuante [VI.6 y VI.16]

Una flecha en rotación en flexión y torsión combinadas tiene un estado de esfuerzos biaxial y se calculan los esfuerzos efectivos de von Mises a partir de la Ecuación IV.23:

$$\begin{aligned} \sigma'_m &= \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2} \\ \sigma'_m &= \sqrt{(\sigma_m + \sigma_{m(axial)})^2 + 3\tau_m^2} \end{aligned} \quad \text{VI.28}$$

En la Figura IV.5c ocurrirá la falla en un punto R, el factor de seguridad quedará definido de la ecuación IV.14:

$$\frac{1}{FS} = \frac{\sigma'_a}{S_f} + \frac{\sigma'_m}{S_{ut}} \quad \text{VI.29}$$

Suponiendo que la carga axial sobre la flecha es cero:

$$\sigma_a = K_f \frac{32 M_a}{\pi d^3} \quad ; \quad \sigma_m = K_f \frac{32 M_m}{\pi d^3}$$

Siendo:

$$\tau_a = K_{fs} \frac{T_a r}{J} \quad ; \quad \tau_m = K_{fs} \frac{T_m r}{J}$$
VI.30

Sustituyendo las Ecuaciones VI.30 y VI.28 en VI.29; se obtiene:

$$d = \left\{ \frac{32 FS}{\pi} \left[\frac{\sqrt{(K_f M_a)^2 + \frac{3}{4} (K_{fs} T_a)^2}}{S_f} + \frac{\sqrt{(K_f M_m)^2 + \frac{3}{4} (K_{fs} T_m)^2}}{S_{ut}} \right] \right\}^{\frac{1}{3}}$$
VI.31

La Ecuación VI.31 es la ecuación general de diseño para determinar un diámetro de flecha para cualquier combinación de cargas a flexión y a torsión, con las suposiciones anteriormente citadas de una carga axial cero y de una relación constante entre los valores alternantes y medio de la carga a lo largo del tiempo.

VI.3.3.6.- Condiciones prácticas de diseño de ejes sometidas a flexión y torsión [VI.6, V.17]

Como ejemplos de ejes sometidos sólo a flexión y a torsión están los que sostienen engranes rectos, poleas para bandas V o ruedas para cadenas. La potencia transmitida causa la torsión, y las fuerzas transversales sobre los elementos causan flexión. En el caso general, las fuerzas transversales no actúan todas en el mismo plano. En esos casos, se preparan primero los diagramas de momento flexionante para dos planos perpendiculares. Después, se determina el momento flexionante resultante en cada punto de interés.

VI.3.4.- Procedimiento general de diseño de ejes rotatorios

Se desarrolla un diagrama de cuerpo libre reemplazando los diversos elementos de máquinas montados sobre el eje por su carga estáticamente equivalente o componentes de torsión. Para ilustrar esto, en la Figura VI.7a se muestran dos engranes que ejercen fuerzas sobre un eje; y en la figura VI.7b un diagrama de cuerpo libre de los engranes que actúan sobre el eje [VI.16].

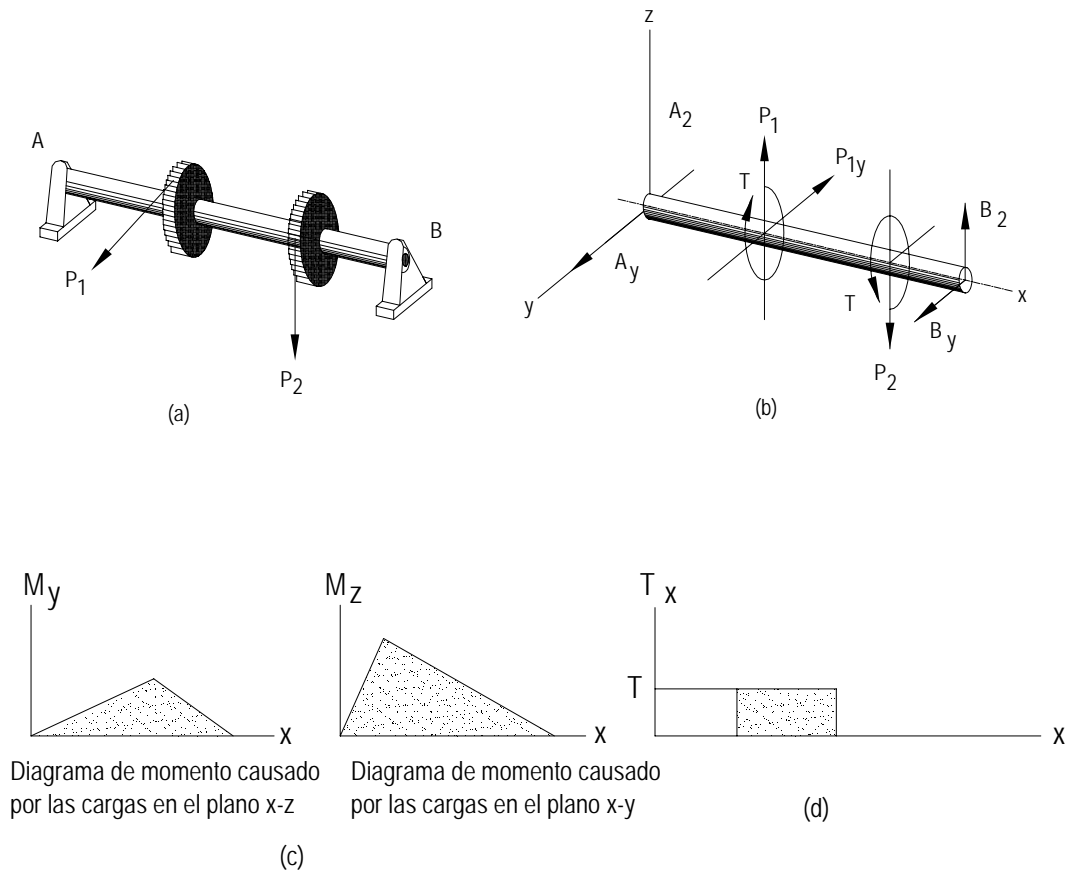


Figura VI.7.- Ensamble de eje. a) Eje con dos cojinetes en A y B, y dos engranes con fuerzas resultantes P1 y P2; b) diagrama de cuerpo libre del par de torsión y de las fuerzas resultantes del dibujo de ensamble; c) diagrama de momento en los planos x-z y x-y; d) diagrama del par de torsión

Se dibuja un diagrama de los momentos flexionantes en los planos x-y y x-z, como se indica en la Figura VI.7c. El momento interno resultante en cualquier sección a lo largo del eje se expresa como:

$$M_x = \sqrt{M_{xy}^2 + M_{xz}^2} \tag{VI.27}$$

Se desarrolla un diagrama de los pares de torsión como se muestra en la Figura VI.7d. El par de torsión que se desarrolla de un elemento transmisor de potencia debe balancear el par de torsión de los otros elementos transmisores de potencia.

Se establece la localización de la sección transversal crítica o la localización x donde el par de torsión y el momento son mayores.

Aplicar el método de predicción de falla correspondiente al tipo de sollicitación o esfuerzo [VI.2], [VI.11] y [VI.14].

- | | |
|---|--|
| a).- Esfuerzo normal máximo | Esfuerzo estático uniaxial en materiales frágiles |
| b).- Mohr modificado o fricción interna | Esfuerzo estático biaxial en materiales frágiles |
| c).- Resistencia de fluencia | Esfuerzo estático uniaxial en materiales dúctiles |
| d).- Esfuerzo cortante máximo | Esfuerzo estático biaxial en materiales dúctiles (moderadamente conservador) |
| e).- Energía de distorsión | Esfuerzo biaxial o triaxial en materiales dúctiles (buen método) |
| f).- Goodman | Esfuerzo fluctuante en materiales dúctiles (un poco conservador) |
| g).- Gerber | Esfuerzo fluctuante en materiales dúctiles (buen método) |
| h).- Soderberg | Esfuerzo fluctuante en materiales dúctiles (moderadamente conservador) |

VI.4.- Caso de Estudio

VI.4.1.- Consideraciones metodológicas de diseño de un eje bajo sollicitaciones distintas

Diseñe el eje maquinado mostrado en la Figura VI.8, que representa la parte de la transmisión de ventilación que suministra aire a un horno, para que tenga una duración de vida ilimitada.

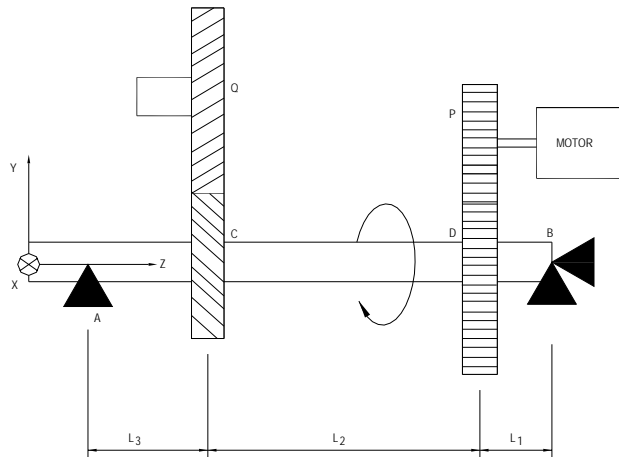


Figura VI.8.- Caso de estudio

Datos generales:

- Longitudes $L_1 = 6$ cm, $L_2 = 21$ cm, $L_3 = 8$ cm
- Potencia transmitida : $P = 14000$ W
- Factor de seguridad : $FS = 1.5$

Datos sobre los rodamientos:

- El eje está apoyado en los rodamientos A y B
- El rodamiento B es capaz de absorber esfuerzos axiales

Datos sobre los engranajes:

- Engranaje D de dientes rectos: ángulo de presión 20° ; diámetro de paso $d_D = 12$ cm
- Engranaje C cilíndrico de dientes helicoidales: ángulo de hélice 25° ; ángulo de presión circunferencial 20° ; diámetro de base 8 cm

- Velocidad angular del motor: 1500 rpm
- Diámetro de paso del piñón del motor: $d_p = 4$ cm

Se desea colocar un rodamiento de bolas estándar sobre el diámetro intermedio (d_2) y por lo tanto, esta superficie se rectificaría para formar un buen asiento para dicho rodamiento. El engrane D recibe 14 kW de potencia del piñón de motor eléctrico. El engrane C entrega la potencia al engrane Q. La velocidad del motor es de 1500 rpm.

A.- Considerando que la variación del esfuerzo cíclico específico que ocurre en aplicaciones prácticas es la flexión invertida y torsión constante (en estado de esfuerzo uniaxial):

- Calcular el diámetro necesario en la sección crítica, considerando el eje uniforme geoméricamente en toda su longitud, para una vida infinita, cuyo factor de seguridad es de 1.5; de forma inicial o nominal y supuesta, a partir del cual se parte para diseñar de manera que los tamaños relativos sean aproximadamente $d_2 = 0.90 d_3$ y $d_1 = 0.72 d_3$.
- Reconsiderar el mismo diseño bajo el mismo criterio del inciso anterior, pero utilizando adicionalmente otro factor de seguridad mayor de: 2.5 bajo las teorías de fallas respectivas.

B.- Replantear este mismo diseño considerando los mismos valores respectivos calculados anteriormente de momento flexionante y de par de torsión; bajo cargas repetidas en eje escalonado considerando los factores de seguridad:

- de 1.5
- de 2.5

- C.- Evaluar y comparar los resultados de los diámetros obtenidos bajo las teorías de fallas correspondientes a las sollicitaciones de carga aplicadas según sea la consideración de diseño.

VI.4.2.- Resolución

VI.4.2.1.- Diseño a flexión invertida y torsión constante

Planteamiento.- Se trata del dimensionado del eje intermedio que es arrastrado por el piñón de un motor eléctrico. En primer lugar, se deberá calcular las fuerzas y/o esfuerzos a los que se ve sometido el eje intermedio a calcular (lo que supone el cálculo de las fuerzas y/o esfuerzos en los engranajes, cálculo de las reacciones y posterior dibujo de los diagramas de momentos flectores, momentos torsores y fuerzas y/o esfuerzos axiales):

- Cálculo de la velocidad angular y par torsor del árbol de interés.
- Cálculo de las fuerzas y/o esfuerzos en los engranajes.
- Cálculo de las reacciones en los apoyos del árbol.
- Dibujo de los diagramas de fuerzas y/o esfuerzos axiales, momentos flexores y torsores.

Una vez que se disponga de los diagramas de fuerzas y momentos, se podrá determinar cuál de las secciones del árbol es la más crítica. A continuación, el proceso de cálculo será el habitual en los problemas de dimensionado de ejes a fatiga en los que se pide calcular el diámetro para un coeficiente de seguridad dado.

- Cálculo de los esfuerzos en la sección crítica.
- Cálculo del límite de fatiga corregido por los factores modificadores.
- Cálculo de los esfuerzos estáticos equivalentes.
- Cálculo del diámetro nominal.

Velocidad angular y par torsor en el árbol de interés

La velocidad angular del piñón unido al motor es $\omega_p = 1500 \text{ rpm}$ y por tanto, la velocidad de giro del eje de interés se puede obtener con ayuda de la relación de diámetros entre los dos engranajes cilíndricos:

$$\omega = \frac{d_p}{d_D} \cdot \omega_p = \frac{0.04}{0.12}(1500) = 500 \text{ rpm} = \frac{2\pi(500)}{60} = 52.36 \text{ rad/s}$$

La potencia transmitida (supuesta sin pérdidas mecánicas) es:

$$P = 14 \text{ kW} = 14\,000 \text{ W}$$

como; $P = T \cdot \omega$, por lo que el par torsor entre engranajes viene dado por:

$$\therefore T = \frac{P}{\omega} = \frac{14000}{52.36} = 267.38 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Cálculo de fuerzas en los engranajes

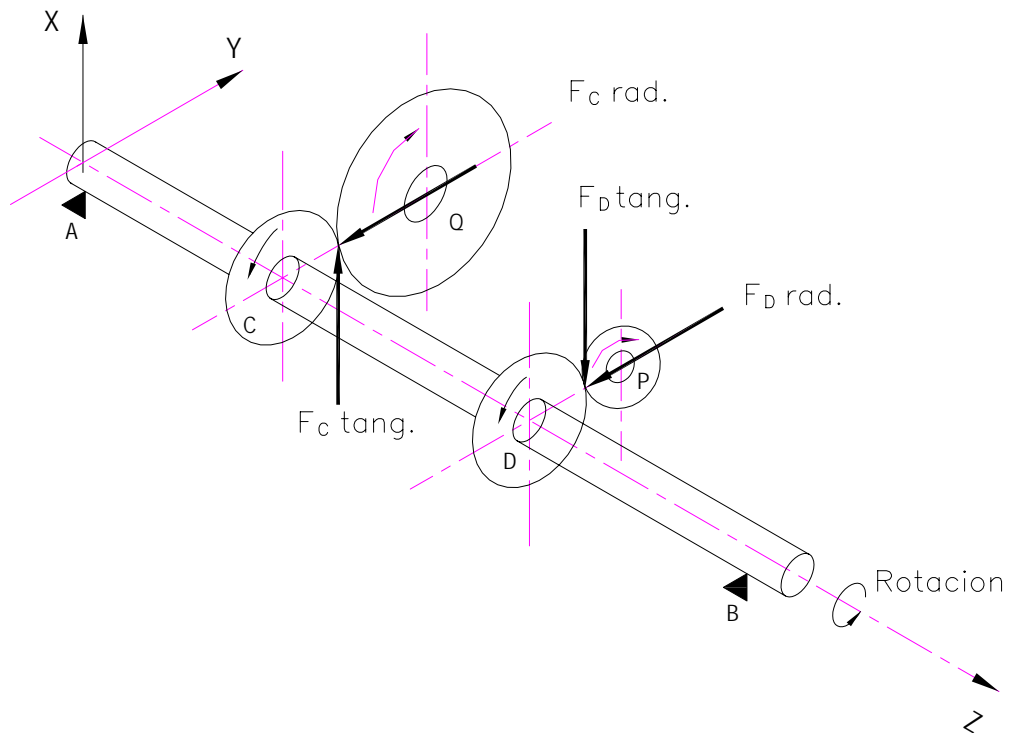


Figura VI.9.- Diagrama de fuerzas sobre los engranajes D y C

Perspectiva de las fuerzas sobre los engranajes D y C

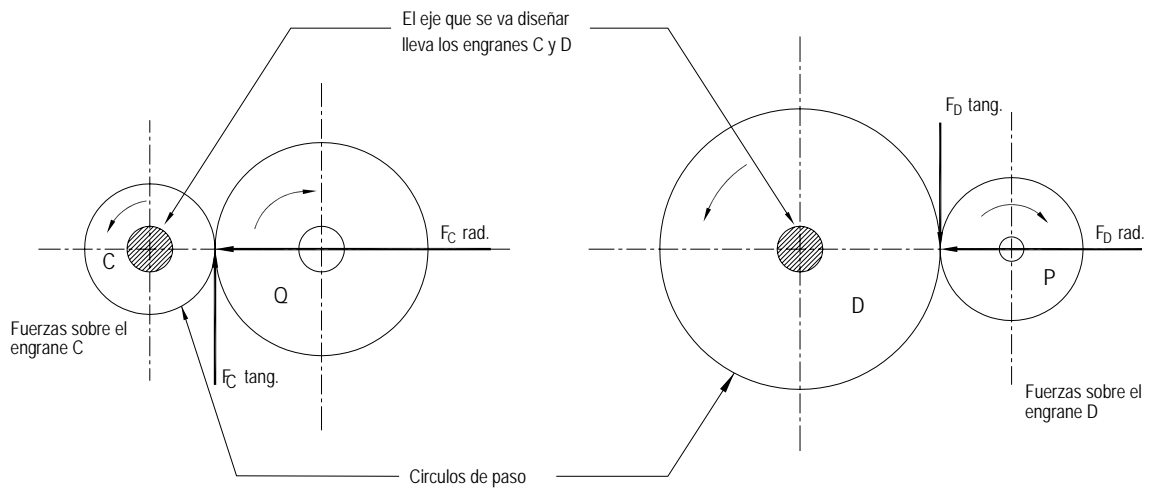


Figura VI.10.- Orientación de los elementos P, D, C y Q
vista desde el extremo derecho del eje

Salida: El engrane C impulsa al engrane Q
Entrada: El engrane P impulsa al engrane D

Caso de la reacción
Fuerzas sobre el engrane Q

Caso de la acción
Fuerzas sobre el engrane P

En el engrane cilíndrico de dientes rectos D perteneciente al eje de interés aparecen fuerzas tangenciales y radiales:

$$F_{D \text{ tang}} = \frac{T}{\left(\frac{d_D}{2}\right)} \quad F_{D \text{ tang}} = \frac{267.38}{\left(\frac{0.12}{2}\right)} = 4456.33N \quad \text{Dirección} - x$$

$$F_{D \text{ rad}} = F_{D \text{ tang}} \tan(\Phi) \quad F_{D \text{ rad}} = 4456.3(\tan 20^\circ) = 1621.97N \quad \text{Dirección} - y$$

Nótese las direcciones y sentidos de las fuerzas resultantes con arreglo al sistema de ejes coordenados del enunciado.

En el engrane cilíndrico de dientes helicoidales C aparecen fuerzas radiales, tangenciales y axiales. Un esquema de las fuerzas tangenciales y axiales que actúan en el engrane C se muestra en la figura siguiente, que presenta una vista del plano superior XZ:

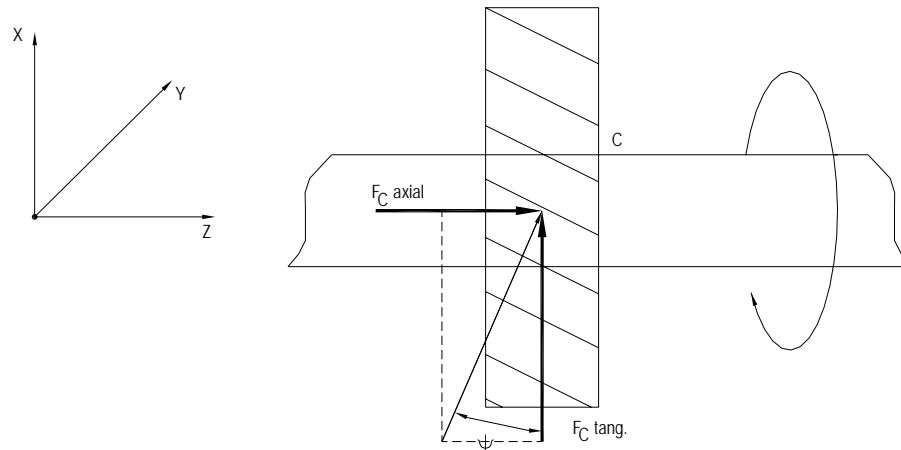


Figura VI.11.- Esquema de fuerzas tangenciales y axiales en el engrane C

$$F_{c \text{ tang}} = \frac{T}{\left(\frac{d_c}{2}\right)} \quad F_{c \text{ tang}} = \frac{267.38}{\left(\frac{0.08}{2}\right)} = 6684.5 \text{ N} \quad \text{Dirección } +x$$

$$F_{c \text{ rad}} = F_{c \text{ tang}} \tan(\phi) \quad F_{c \text{ rad}} = 6684.5(\tan 20^\circ) = 2432.96 \text{ N} \quad \text{Dirección } -y$$

$$F_{c \text{ axial}} = F_{c \text{ tang}} \tan(\psi) \quad F_{c \text{ axial}} = 6684.5(\tan 25^\circ) = 3117.03 \text{ N} \quad \text{Dirección } +z$$

Cálculo de las reacciones en los apoyos del eje

Las fuerzas que producen reacciones en el plano vertical YZ se muestran en la siguiente figura. Reacciones en el plano vertical YZ

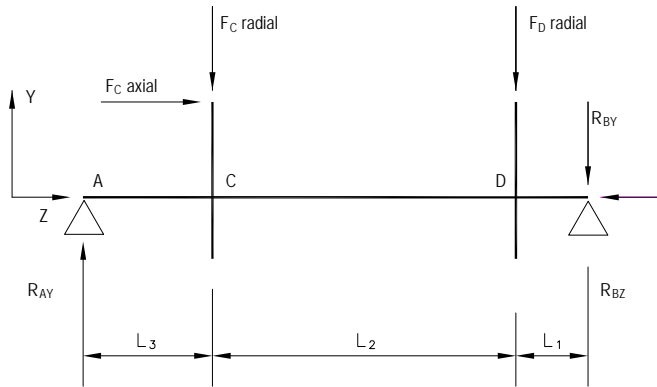


Figura VI.12.- Diagrama de cuerpo libre plano vertical YZ

Para calcular la reacción en A se plantea el equilibrio de momentos con respecto al rodamiento B:

$$\sum M_B = 0$$

$$\therefore R_{Ay} = \frac{F_{C\ rad}(L_1 + L_2) - F_{C\ axial} \cdot \frac{d_c}{2} + F_{D\ rad} \cdot L_1}{L_2 + L_3 + L_1} = \frac{2432.96(0.27) - 3117.03(0.04) + 1621.97(0.06)}{(0.35)} = 1798.7N$$

Por tanto, la reacción vertical en el rodamiento B es a partir de $\sum F_y = 0$

$$\therefore R_{By} = R_{Ay} - F_{C\ rad} - F_{D\ rad} = 1798.7 - 2432.96 - 1621.97 = -2256.3N$$

La reacción horizontal en el rodamiento B es, como se había comentado anteriormente:

$$\sum F_z = 0 \quad \therefore R_{Bz} = F_{C\ axial} \quad R_{Bz} = 3117.03N \quad \text{Dirección} - z$$

En el plano horizontal XZ aparecen las siguientes fuerzas. Reacciones en el plano horizontal XZ:

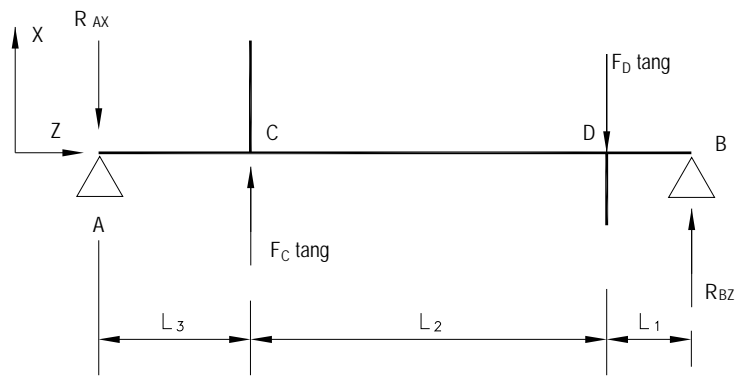


Figura VI.13.- Diagrama de cuerpo libre plano horizontal XZ

Planteando equilibrio de momentos se obtiene:

$$\sum M_B = 0$$

$$\therefore R_{Ax} = \frac{F_{c\text{ tang}}(L_1 + L_2) - F_{d\text{ tang}}L_1}{L_2 + L_3 + L_1} = \frac{6684.5(0.27) - 4456(0.06)}{(0.35)} = 4392.7N$$

y posteriormente: $\sum F_x = 0$

$$\therefore R_{Bx} = R_{Ax} - F_{c\text{ tang}} - F_{d\text{ tang}} = 4392.7 - 6684.5 + 4456.33 = 2164.5 N$$

Diagramas de fuerzas y/o esfuerzos cortantes, axiales de momentos flectores y torsores

Diagrama de fuerzas cortantes en el plano YZ

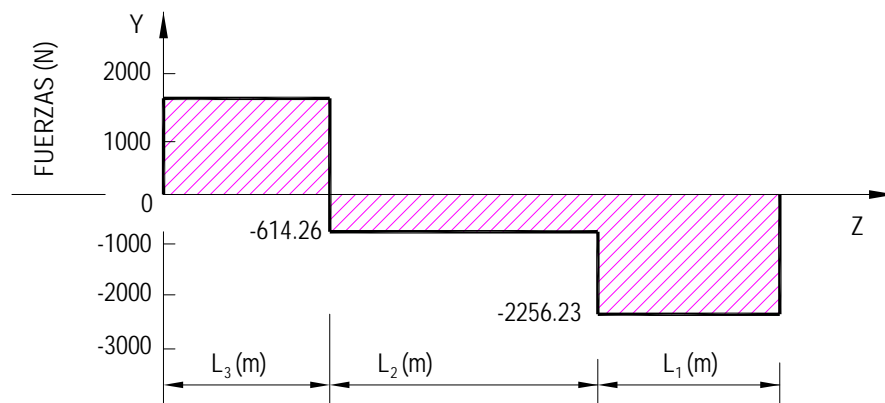


Diagrama de fuerzas cortantes en el plano XZ.

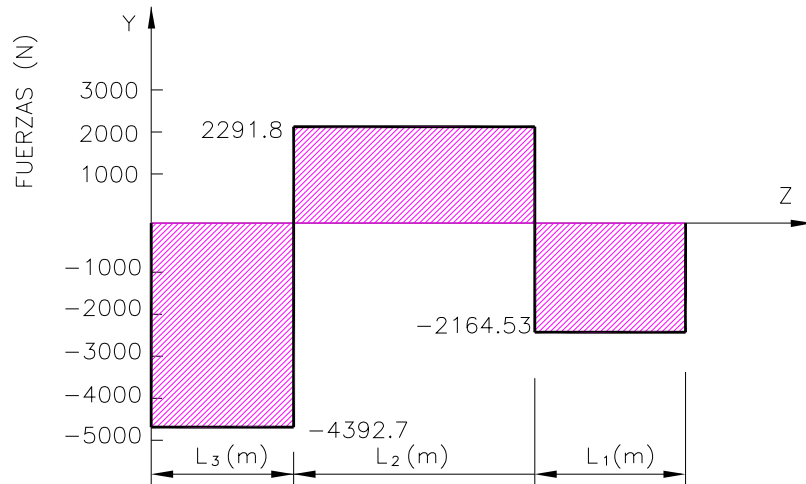
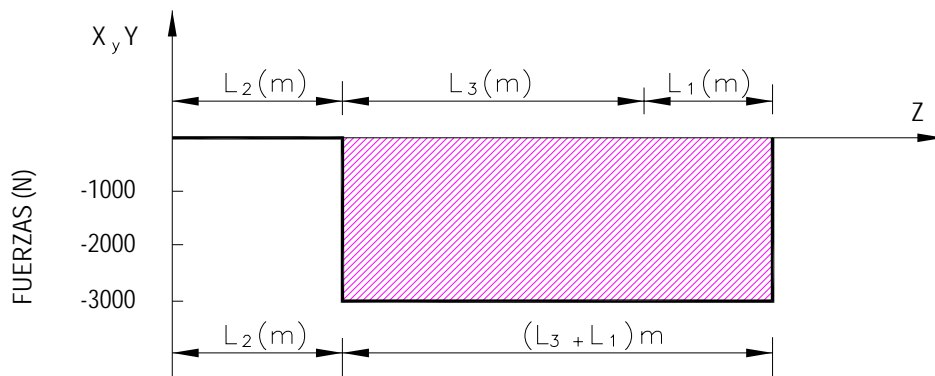
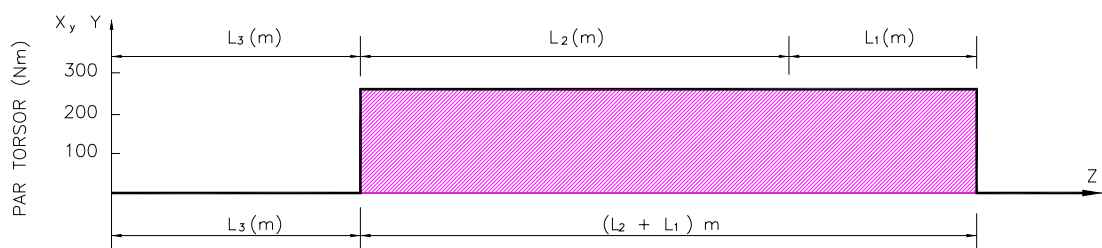


Diagrama de fuerzas axiales en los planos YZ y XZ



Aquí se observa una carga axial de compresión entre el engranaje de dientes helicoidales C y el rodamiento B.

Diagrama de momentos torsores:



Diagramas de momentos flectores

Obtenidas las reacciones en los rodamientos se pueden calcular los diagramas de momentos flectores que aparecerán en cada plano. No se considerarán o analizarán los diagramas de fuerzas cortantes, puesto que los esfuerzos tangenciales a las que da lugar serán despreciados frente a los esfuerzos tangenciales debidos al torsor. Además, no suelen considerarse en ejes relativamente largos, en los que predominan esfuerzos de flexión y no de corte.

Diagrama de momentos flectores creados por las fuerzas en el plano vertical YZ

$$Mc_{yz} = -RA_y \cdot L_3 - Fc_{axial} \cdot \frac{dc}{2} = -(1798.7)(0.08) - (3117.03)\left(\frac{0.08}{2}\right) = -268.58 Nm$$

$$MD_{yz} = -RB_y \cdot L_1 = (-2256.3)(0.06) = -135.38 Nm$$

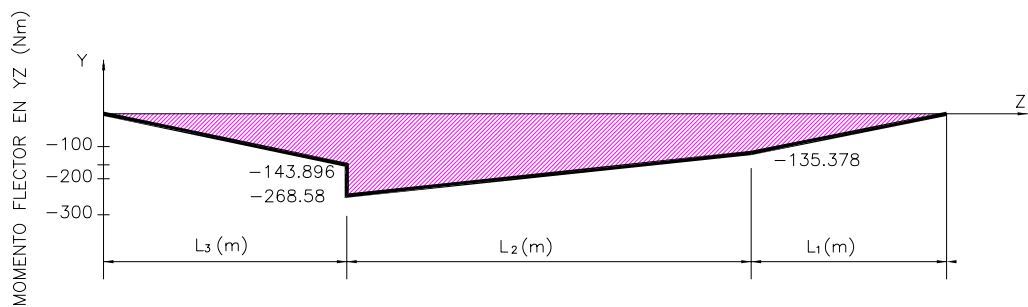
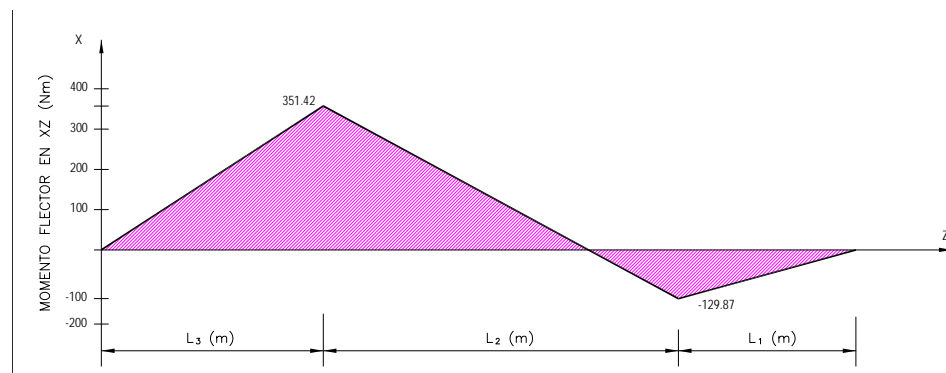


Diagrama de momentos flectores creados por las fuerzas en el plano horizontal XZ

$$Mc_{xz} = -RA_x \cdot L_3 = (4392.7)(0.08) = 351.41 Nm$$

$$MD_{xz} = -RB_x \cdot L_1 = -(2164.5)(0.06) = -129.87 Nm$$



La fuerza axial que aparece en el engranaje C produce dos efectos: por un lado, da lugar a una compresión del eje entre C y B y, por otro, produce un momento flector. El momento flector es debido a que su línea de acción no coincide con el eje geométrico del eje, sino que se trata de una línea paralela a una distancia igual al radio de paso del engrane C. Posteriormente, se despreciarán las tensiones de compresión debidas a la fuerza axial. Los esfuerzos de flexión debidos al momento flector originado por la fuerza axial no deberán ser despreciados, ya que pueden ser considerables.

Cálculo de los esfuerzos en la sección crítica

A la vista de los diagramas de fuerzas y momentos, la sección crítica es la del engranaje C, ya que tiene el mayor de los momentos flectores, además de poseer un concentrador de tensiones. El momento flector resultante de los momentos que aparecen tanto en el plano XZ como en el YZ es:

$$M = \sqrt{M_{Cyz}^2 + M_{Cyz}^2} = \sqrt{(268.58)^2 + (351.41)^2} = 442.29 \text{ Nm}$$

Hay que recordar que esta sección también está sometida al siguiente par torsor:

$$T = 267.38 \text{ Nm}$$

Cálculo del límite de fatiga corregido por los factores modificadores

El valor del límite de fatiga S_e vendrá dado por la expresión:

$$S_e = k_a \cdot k_b \cdot k_c \cdot k_d \cdot k_e \cdot \frac{1}{K_f} \cdot S'_e$$

donde, además de los datos del enunciado, se tomará:

$$k_c = 1 \quad K_{f_flex} = 2$$

Ya que se trata de un problema de fatiga originado por la flexión rotativa a la que se ve sometido el árbol. En cuanto al valor del factor K_b vendrá dado por: (ecuación III.8).

$$k_b = \left(\frac{d}{7.62 \cdot mm} \right)^{-0.1133}$$

No es posible determinar su valor puesto que el diámetro es desconocido. Por otro lado, y puesto que el cálculo del árbol debe realizarse para vida infinita, el valor de S'_e será: (ecuación III.2).

$$S'_e = 0.5 \cdot S_u$$

$$S'_e = 500 \text{ MPa}$$

Por tanto, el valor de S_e queda expresado en función del factor k_b , e implícitamente en función del diámetro buscado d:

$$\therefore S_e = k_a \cdot k_b \cdot k_c \cdot k_d \cdot k_e \cdot \frac{1}{K_f} \cdot S'_e = (0.8)(k_b)(1)(1)(0.9) \left(\frac{1}{2} \right) (500) = 180 k_b \text{ MPa}$$

Cálculo de los esfuerzos estáticos equivalentes

Considerando que:

- El momento flector produce esfuerzos normales alternantes puros al girar el eje. Se desprecian los esfuerzos normales de compresión debidos a la fuerza axial por su tendencia a cerrar las grietas de fatiga.
- El torsor, al ser constante, genera esfuerzos cortantes constantes (sin componente alternante).

$$M_m = 0 \text{ Nm}$$

$$M_a = M$$

$$M_a = 442.29 \text{ Nm}$$

$$T_m = T$$

$$T_a = 0 \text{ Nm}$$

$$T_m = 267.38 \text{ Nm}$$

Obteniendo los esfuerzos estáticos equivalentes correspondientes y considerando, por ejemplo, el criterio de esfuerzo cortante máximo, es posible llegar a la siguiente ecuación como se demuestra en la sección VI.2.3.1, y a partir de la ecuación VI.18:

$$d^3 = \frac{32 \cdot FS}{\pi \cdot S_y} \sqrt{\left(M_m + \frac{S_y}{S_e} \cdot M_a\right)^2 + \left(T_m + \frac{S_{sy}}{S_{se}} \cdot T_a\right)^2}$$

Cálculo del diámetro nominal en la sección crítica

Dado que no existe momento flector medio ni par torsor alternante, a fórmula anterior queda:

$$d^3 = \frac{32 \cdot FS}{\pi \cdot S_y} \cdot \sqrt{\left(\frac{S_y}{S_e} \cdot M_a\right)^2 + T_m^2}$$

Siendo que k_b depende del diámetro, la ecuación vista anteriormente para el cálculo del mismo es más fácil de resolver iterando a partir de un valor inicial cualesquiera. En este caso se ha considerado como diámetro inicial para el proceso de iteración $d = 50$ mm.

$$k_b = \left(\frac{d}{7.62}\right)^{-0.1133} = \left(\frac{50}{7.62}\right)^{-0.1133} = 0.808 \quad \therefore S_e = 180 k_b = 180(0.808) = 145.44 \text{ MPa}$$

$$\therefore d_{i+1} = \left\{ \frac{32 FS}{\pi \cdot S_y} \sqrt{\left(\frac{S_y}{S_e} \cdot M_a\right)^2 + T_m^2} \right\}^{1/3} = \left\{ \frac{(32)(1.5)}{\pi(750)} \sqrt{\left(\frac{750}{145.44} \times 442.29\right)^2 + (267.38)^2} \right\}^{1/3} = 0.036032m = 36.032mm$$

y sucesivamente iterando hasta obtener los dos últimos d_{i+1} consecutivos iguales:

d_i (mm)	$k_{b,j}$	d_{i+1} (mm)
50.000	0.808	36.032
36.032	0.839	35.595
35.595	0.840	35.579
35.579	0.840	35.578

Por lo que el diámetro necesario del eje en cuanto a la falla por fatiga a vida infinita es $d = 36$ mm.

Diseño de eje escalonado bajo flexión invertida y torsión constante

Considerando $d_1 = 36$ mm y según el enunciado del diseño:

$$d_1 = 0.72d_3 \quad \therefore d_3 = \frac{d_1}{0.72} = \frac{36}{0.72} = 50 \text{ mm}$$

y a su vez también:

$$d_2 = 0.90 d_3 = 0.90(50) = 45 \text{ mm}$$

Al establecer que $d_1 = 36$ mm en vez de 50 mm como se supuso inicialmente, se necesita calcular un nuevo factor de tamaño:

$$k_b = \left(\frac{d}{7.62} \right)^{-0.1133} = \left(\frac{36}{7.62} \right)^{-0.1133} = 0.8387$$

$$\frac{r}{d} = \frac{d_2 - d_1}{2d_1} = \frac{45 - 36}{2(36)} = \frac{9}{72} = 0.125$$

Consultando las gráficas de Peterson con $r/d = 0.125$ y $d_2/d_1 = 45/36 = 1.25$ se obtiene un factor de concentración de esfuerzo $K_c = K_t = 1.8$ a flexión:

$$r = \frac{d_2 - d_1}{2} = \frac{45 - 36}{2} = 4.5 \text{ mm}$$

Consultando la tabla III.11 de esta tesis se busca la constante de Neuber para el material AISI 1050 OQT 400; ($S_u = 1000$ MPa; $S_y = 750$ MPa).

$$\text{Como: } S_u = 1000 \text{ MPa} = \frac{1000}{6.895} = 145.03 \text{ ksi}$$

Interpolando de la tabla de Neuber III.7

$$\frac{145.03 - 140}{160 - 140} = \frac{\sqrt{a} - 0.039}{0.031 - 0.039}$$

$$\frac{5.03}{20} = \frac{\sqrt{a} - 0.039}{-0.008} \quad \therefore \sqrt{a} = \left(\frac{5.03}{20} \right) (-0.008) + 0.039 = 0.0368$$

$$\sqrt{a} \approx 0.037$$

Como $r = 4.5 \text{ mm} = 0.177 \text{ in} \approx 0.18 \text{ in}$

La sensibilidad de la muesca será de:

$$q_n = \frac{1}{1 + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{r}}} = \frac{1}{1 + \frac{0.037}{\sqrt{0.18}}} = 0.91$$

El factor de concentración de esfuerzo será:

$$K_f = 1 + (K_t - 1)q_n = 1 + (1.8 - 1)0.91 = 1.728$$

El límite de resistencia a la fatiga modificado es:

$$S_e = k_a \cdot k_b \cdot k_c \cdot k_d \cdot k_e \cdot \frac{1}{K_f} \cdot S'_e$$

$$S'_e = 0.5 S_u = 0.5 (1000) = 500 \text{ MPa}$$

El factor de acabado superficial es:

$$k_a = A S_u^b$$

De la tabla III.3, se obtienen los valores de A y b para un acabado rectificado

$$A = 1.58 \text{ y } b = -0.085$$

$$\therefore k_a = 1.58(1000)^{-0.085} = 0.878$$

- Cálculo del factor de tamaño

Debido a que los diámetros no rebasan los 50 mm; se aplicará la ecuación III.8

donde: para $0.3 \text{ in } (8 \text{ mm}) \leq d \leq 2 \text{ in } (50 \text{ mm}) = 0.869 d^{-0.112}$

$$\therefore k_b = 0.869(50)^{-0.112} = 0.5607 \approx 0.561$$

- Cálculo del factor de carga depende del tipo de carga que es flexión:
 $k_c = 1$.
- Determinación del factor de temperatura.
- De la ecuación III.13 para $t \leq 450^\circ\text{C}$ (840°F) se considera: $k_d = 1$
- Determinación del factor de confiabilidad:

Para la confiabilidad de 99% se obtiene de la tabla III.5 $k_e = 0.814$

Entonces se calcula el límite de resistencia a la fatiga modificado.

$$S_e = k_a \cdot k_b \cdot k_c \cdot k_d \cdot k_e \cdot \frac{1}{K_f} \cdot S'_e$$

Sustituyendo valores:

$$S_e = (0.878)(0.561)(1)(1)(0.814) \frac{1}{1.728} (500) = 116.01 \text{ MPa}$$

- Cálculo de los diámetros del eje usando la teoría del esfuerzo cortante máximo bajo el criterio de Soderberg.

A partir de la ecuación VI.17 se determina:

$$d_1 = \left[\frac{32 FS}{\pi S_y} \sqrt{\left(M_m + \frac{S_y}{S_e} K_f M_a \right)^2 + \left(T_m + \frac{S_y}{S_e} K_{fs} T_a \right)^2} \right]^{1/3}$$

- Para FS = 1.5

$$d_1 = \left[\frac{32(1.5)}{\pi(750)(10^6)} \sqrt{\left(\frac{(750)}{116.01}\right)^2 (1.728)^2 (442.29)^2 + (267.38)^2} \right]^{1/3} = 0.046540 m = 46.54 mm$$

- Para FS = 2.5

$$d_1 = \left[\frac{32(2.5)}{\pi(750)(10^6)} \sqrt{\left(\frac{(750)}{116.01}\right)^2 (1.728)^2 (442.29)^2 + (267.38)^2} \right]^{1/3} = 0.055179 m = 55.18 mm$$

Cálculo de los diámetros del eje usando la teoría del esfuerzo de distorsión a partir de la ecuación VI.22 se determina:

$$d_1 = \left[\frac{32 FS}{\pi S_y} \sqrt{\left(M_m + \frac{S_y}{S_e} K_f M_a \right)^2 + \frac{3}{4} \left(T_m + \frac{S_y}{S_e} K_{fs} T_a \right)^2} \right]^{1/3}$$

- Para FS = 1.5:

$$d_1 = \left[\frac{32(1.5)}{\pi(750)(10^6)} \sqrt{\left(\frac{(750)}{116.01}\right)^2 (1.728)^2 (442.29)^2 + (267.38)^2} \right]^{1/3} = 0.046534 m = 46.53 mm$$

- Para FS = 2.5:

$$d_1 = \left[\frac{32(2.5)}{\pi(750)(10^6)} \sqrt{\left(\frac{(750)}{116.01}\right)^2 (1.728)^2 (442.29)^2 + (0.75)(267.38)^2} \right]^{1/3} = 0.055172 m = 55.17 mm$$

Cálculo usando la ecuación de ASME

Cálculo de diámetros bajo el método de ASME, lo cual considera $M_m = 0$ y $T_a = 0$; a un nivel tal que genere esfuerzos por debajo del límite de fluencia elástico a

torsión del material, y también supone que la concentración de esfuerzos para el esfuerzo medio k_{fsm} es igual a uno en todos los casos. Por esto el límite de fluencia elástico a tensión esemplazado por el límite de tensión a torsión.

A partir de la ecuación VI.27 del ASME se determinan los diámetros del eje:

$$d_1 = \left[\frac{32 FS}{\pi} \sqrt{\left(K_f + \frac{M_a}{S_e} \right)^2 + \frac{3}{4} \left(\frac{T_m}{S_y} \right)^2} \right]^{1/3}$$

- Para FS = 1.5

$$d_1 = \left[\frac{32(1.5)}{\pi} \sqrt{\left(1.728 \frac{442.29}{(116.01)(10^6)} \right)^2 + (0.75) \left(\frac{267.38}{(750)(10^6)} \right)^2} \right]^{1/3} = 0.046534 m = 46.53 mm$$

- Para FS = 2.5

$$d_1 = \left[\frac{32(2.5)}{\pi} \sqrt{\left(1.728 \frac{442.29}{(116.01)(10^6)} \right)^2 + (0.75) \left(\frac{267.38}{(750)(10^6)} \right)^2} \right]^{1/3} = 0.055172 m = 55.17 mm$$

Diseño del eje a flexión y torsión repetidas

Considerando este diseño para una flexión fluctuante y una torsión fluctuante para el mismo eje en rotación (flexión y torsión combinadas) tendrá un estado de esfuerzos biaxial y se calculan los esfuerzos de Von Mises a partir de la ecuación IV para posteriormente aplicar la ecuación general de diseño de ejes VI.31.

$$d_1 = \left\{ \frac{32 FS}{\pi} \left[\frac{\sqrt{\left(K_f M_a \right)^2 + \frac{3}{4} \left(K_{fs} T_a \right)^2}}{S_e} + \frac{\sqrt{\left(K_{fm} M_m \right)^2 + \frac{3}{4} \left(K_{fsm} T_m \right)^2}}{S_{ut}} \right] \right\}^{1/3}$$

Pero antes, hay que determinar el factor de concentración de esfuerzos a torsión (K_{ts}) buscando en las figuras de Peterson; con $r/d = 0.125$ y $d_2/d_1 = 1.25$; se obtiene:

$K_{ts} = 1.38$. Se observa que $K_{ts} < K_t$ se calcula K_{fs}

$$K_{fs} = 1 + q (K_{ts} - 1) = 1 + 0.91 (1.38 - 1) = 1.346$$

Aplicando el mismo factor: $K_{fsm} = K_{fs}$

- Para FS = 1.5

$$d_1 = \left\{ \frac{32(1.5)}{\pi} \left[\frac{\sqrt{(1.728 \times 442.29)^2 + \frac{3}{4}(1.346 \times 0)^2}}{(116.01)(10^6)} + \frac{\sqrt{(0)^2 + \frac{3}{4}(1.346 \times 267.38)^2}}{(1000)(10^6)} \right] \right\}^{1/3} = 0.047239 \text{ m} = 47.24 \text{ mm}$$

- Para FS = 2.5

$$\left\{ \frac{32(2.5)}{\pi} \left[\frac{\sqrt{(1.728 \times 442.29)^2 + \frac{3}{4}(1.346 \times 0)^2}}{(116.01)(10^6)} + \frac{\sqrt{(0)^2 + \frac{3}{4}(1.346 \times 267.38)^2}}{(1000)(10^6)} \right] \right\}^{1/3} = 0.056008 \text{ m} = 56.00 \text{ mm}$$

VI.5.- Evaluación de resultados

VI.5.1.- Evaluación preliminar

Las dimensiones determinadas a partir de los cálculos comparativos realizados para este caso de estudio arrojan en forma preliminar los resultados que fundamentan una toma de decisión para un mecanismo de diseño de ejes.

La determinación de estas dimensiones razonables para los tres diámetros en escalón son: seleccionando el valor para d_1 se obtendrán d_3 y d_2 .

- Estas dimensiones darán factores de seguridad que cumplen con o exceden la especificación. Para ello, deberán volverse a calcular los

esfuerzos y factores de seguridad en los puntos de interés (momento mayor y par torsor mayor) con factores más precisos de reducción de resistencia y de concentración de esfuerzos con base a las dimensiones finales a torsión uniforme y flexión alternante.

- b) Para una buena toma de decisiones en diseño de ejes rotatorios de máquinas, se consideró la presencia de esfuerzos repetidos, ya cual requiere una flecha mayor a fin de mantener el mismo factor de seguridad. En el punto D se necesitará un diámetro estándar de rodamiento probando así los otros diámetros con sus respectivos tamaños estándar de rodamiento. Haciendo cumplir el principio del inciso (a) anterior, pero con flexión y torsión repetidas.

VI.5.2.- Evaluación y comparación de resultados definitivos

La siguiente tabla muestra las diferencias en diámetros de flecha necesarios para una carga uniforme, o para una carga fluctuante. Los factores de seguridad finales son mayores al mínimo de diseño debido a la necesidad de aumentar de la flecha para que quepa un tamaño de rodamiento estándar disponible.

Tabla VI.1.- Comparativa de los resultados del diseño del eje

SOLICITACIONES O CARGAS	FLEXIÓN ALTERNANTE Y TORSIÓN UNIFORME						FLEXIÓN Y TORSIÓN REPETIDAS O FLUCTUANTES O CUALQUIER COMBINACIÓN DE FLEXIÓN Y TORSIÓN			
	ESFUERZO CORTANTE MÁXIMO		ENERGÍA DE DISTORSIÓN		MÉTODO DE ASME		MÉTODO UTILIZANDO LA ECUACIÓN GENERAL DE DISEÑO DE EJES		MÉTODO DE ASME	
METODOLOGÍA O CRITERIO DE DISEÑO UTILIZADO	1.5	2.5	1.5	2.5	1.5	2.5	1.5	2.5	1.5	2.5
Coefficiente o Factor de Seguridad										
Momento alternante Máximo: M_a (N.m)	442.29	442.29	442.29	442.29	442.29	442.29	442.29	442.29	442.29	442.29
Momento Medio Máximo: M_m (N.m)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Par Torsor Medio Máximo: T_m (N.m)	267.38	267.38	267.38	267.38	267.38	267.38	267.38	267.38	267.38	267.38
Par Torsor alternante Máximo: T_a (N.m)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Factor de Concentración de Esfuerzo a Fatiga $K_f = K_{fm}$	1.728	1.728	1.728	1.728	1.728	1.728	1.728	1.728	1.728	1.728
Factor de Concentración de Esfuerzo a Torsión $K_{fs} = K_{fsm}$	Cualquier valor	Cualquier valor	Cualquier valor	Cualquier valor	1.000	1.000	1.346	1.346	1.000	1.000
Diámetro nominal: d_o (mm)	36.000	36.000	36.000	36.000	36.000	36.000	36.000	36.000	36.000	36.000
Diámetro mínimo nominal: d_i (mm)	46.540093	55.179382	46.534429	55.172667	46.534429	55.172667	47.239717	56.008878	46.534429	55.172667
$0.72 d_1 = d_3$ (mm)	33.508866	39.729155	33.504788	39.724320	33.504788	39.724320	34.012596	40.326392	33.504788	39.724320
$0.90 d_3 = d_2$ (mm)	30.157980	35.756239	30.154309	35.751888	30.154309	35.751888	30.611336	36.293752	30.154309	35.751888

Adicionalmente se observa que la aplicación de las distintas teorías; de esfuerzo cortante máximo, del método de ASME y de energía de distorsión bajo la misma carga o sollicitación de flexión alternante y torsión uniforme dan como resultados respectivos; los mismos diámetros de diseño para la flecha en sus diferentes escalones. Esto indica que el uso de cualquiera de las teorías de diseño bajo fatiga a vida infinita es recomendable y aceptable.

Sin embargo, el uso del método de ASME comparado con el uso del método de la ecuación general de diseño de ejes; bajo cargas y sollicitaciones de flexión y torsión de cualquier combinación, hace definir que el método ASME no es una opción recomendable. Debido a que los resultados dimensionales de ASME son inferiores y en consecuencia no garantizan un buen diseño.

En resumen, se especificarán las fracciones adecuadas en todos los lugares, incluyendo los asientos de rodamientos, suponiendo que se usarán rodamientos con dimensiones estándar (con elementos rodantes o de deslizamiento) en cualquier medida (pulgadas o milímetros).

Una de las opciones viables será decidir igualar los diámetros para minimizar el maquinado y para agregar un poco más de factor de seguridad; verificando la compatibilidad de los factores de tamaño y de concentración de esfuerzos asociados.

VI.6.- Referencias

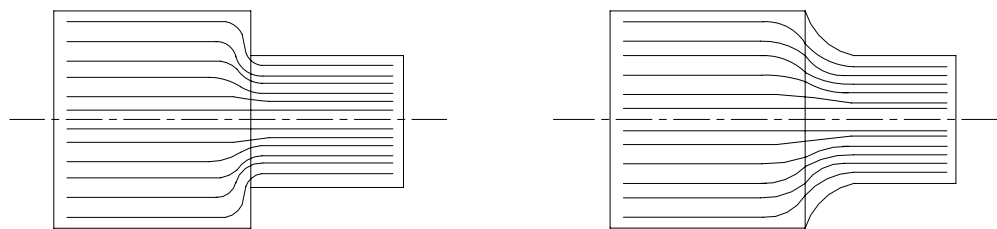
1. Burr, A. B., *Mechanical Analysis and Design*, Elsevier, 1982.
2. Decker, K. H., *Elementos de Máquinas*, Ed. Urmo, 1980.
3. Juvenal, R. C. y Marshek, K. M., *Fundamentals of Machine Component Design*, John Willey & Sons, N. Y., pp 656, 1991 2000.
4. Shigley, J. E. y Mischke, C. R., *Diseño en Ingeniería Mecánica*, McGraw-Hill, 2002.
5. Hamrock B. H., Jacobson, B. y Schmid, S. R., *Elementos de Máquinas*, McGraw-Hill, 1999.

6. Norton, R. L., *Diseño de Elementos de Máquinas*, 1ª. Ed. Prentice Hall, pp 432-434, 1999.
7. Tabular Method for Transverse Shear Deflection, Secc. 37.3, Standard, *Handbook of Machine Design*, 2a. Ed. McGraw-Hill, New York, 1996.
8. Mott, R. L. “Diseño de Elementos de Máquinas”, 4ª. Edición Prentice Hall, pp 163-200 y 532-575, 2006.
9. Collins, J. A., *Failure of Materials in Mechanical Design*, John Willey & Sons, 1981.
10. Craig, R. R., *Mecánica de Materiales*, 2ª. Ed. CECSA, 2005.
11. Peterson, R. E., *Stress concentration factors; charts and relation useful in making strength calculations for machine parts and structural elements*, John Willey & Sons, 1976.
12. Urriolagoitia Calderón, G., *The analysis of the stresses in gear wheels with Nokivov teeth using photoelastic and finite element method*, Tesis de Maestría, University of Stratchclyde, Escocia, 1970.
13. Suresh, S., *Fatigue of Materials*, Cambridge, University Press, 1991.
14. Standard ANSI/ASME B106.1M-1985, *Design of transmission Shafting*, 1985.
15. Loewenthal, S. H., *Proposed Design Procedure for Transmission under Fatigue loading*, Technical Note TM-78927, NASA, 1978.
16. Mott, R. L., *Diseño de Elementos de Máquinas*, 4ª. Edición Prentice Hall, pp 163-200 y 532-575, 2006.
17. Spotts, M. F. y Shoup, T. E., *Elementos de Máquinas*, 7ª. Edición Prentice Hall, 1999.
18. Forrest, G. P., “The Fatigue of Metals The Effect on Fatigue of Notches; Surface Finishes, etc.” *Inst. Metallurgists*, pp 40, 1955.

CONCLUSIONES

La resistencia de los ejes a la fatiga depende enormemente a la severidad de las concentraciones de esfuerzos que tienen lugar en los cambios de sección, en los chaveteros de cuñas, en los agujeros transversales o en otras discontinuidades. La proporción mayor de fallas tiene lugar, probablemente, en los cambios de sección y puede a menudo obtenerse una mejora considerable en la fatiga aumentando el radio de la curva de unión [VI.18].

La clave de un buen diseño de ejes según como se demostró en el caso de estudio y por lo general, con frecuencia la necesidad de una geometría complicada para el funcionamiento adecuado de maquinaria; reside en evitar y/o reducir las concentraciones de esfuerzos debido a cambios geométricos. En tanto, lo mejor que se puede hacer es minimizar los efectos de dichas concentraciones.



(a) Flujo de fuerzas alrededor de una esquina aguda

(b) Flujo de fuerzas alrededor de una esquina con cierto radio

Figura C.1.- La analogía del flujo de fuerzas para partes con contorno

De estas observaciones se enumeran algunas guías de tipo general para minimizar las concentraciones de esfuerzos:

1. De ser posible, evitar cambios abruptos y/o de gran magnitud en la sección transversal del eje o flecha.

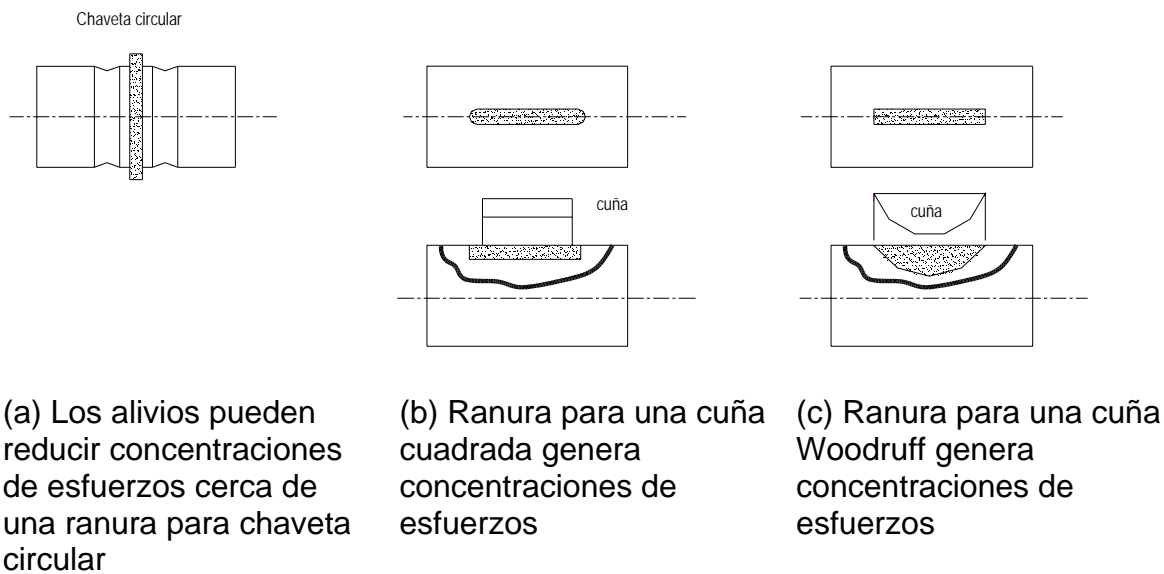


Figura C.2.- Concentración de esfuerzos en flechas

2. Evitar totalmente esquinas agudas o filosas y diseñe los radios de transmisión que sean lo mejor posible, entre superficies de contorno diferente.

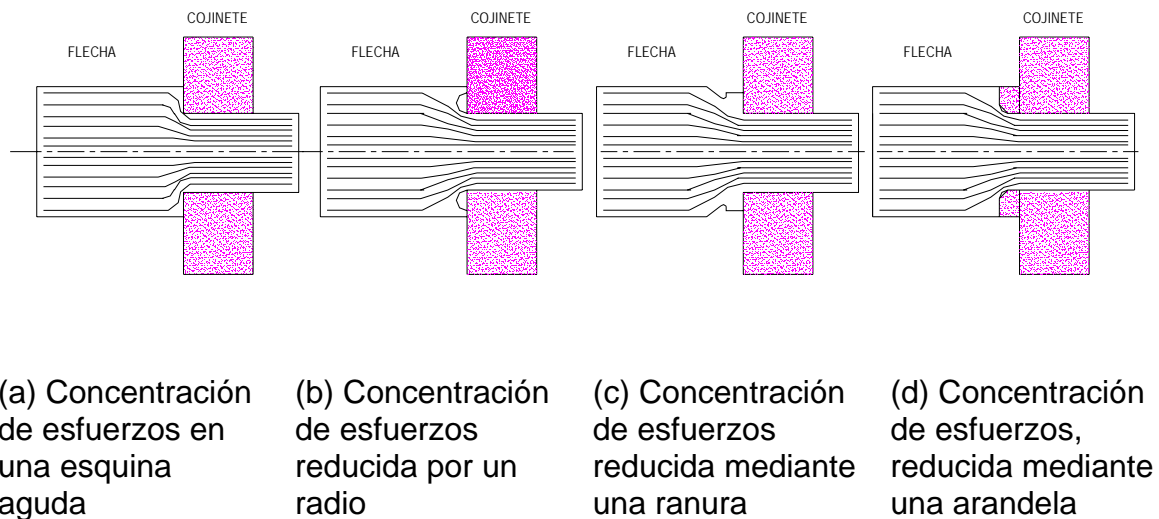


Figura C.3.- Algunas modificaciones del diseño para reducir la concentración de esfuerzos en una esquina aguda

Estas guías de acción son fáciles enunciar y aún mejores si se cumplen pero muy a menudo intervienen restricciones prácticas de diseño para evitar e impedir su estricta adherencia.

El efecto del tamaño no puede despreciarse, pues aún en ausencia de una concentración de esfuerzos se encuentra una reducción considerable en la resistencia a la fatiga de ejes grandes como lo demuestran los resultados citados en la siguiente tabla:

Tabla C.1.- Efecto de tamaño en la resistencia a la fatiga de ejes de acero de gran tamaño, sin muesca

Tipo de Probeta	Diámetro de las probetas pulg	Tipo de ensayo de fatiga	Número de ciclos	Resistencia a la fatiga tons/pulg ²
Ejes de ferrocarril, acero 0,4-0,5 % C Barra de 2 ¼ pulg de diámetro, para la misma especificación Probetas que provienen de ejes de tamaño natural	6-7	Flexión rotativa	85 x 10 ⁶	Aprox. 8*
	1.5		10 ⁸	12.5
	0.3		10 ⁷	11.5
Acero Ni-Cr-Mo	9	Flexión rotativa	10 ⁷	17
Acero Ni-Cr-Mo	0.469			25
Acero 0.22 % C, horno Siemens-Martín ácido	4.9 0.39	Flexión rotativa	2 x 10 ⁷	12.7 13.8
Acero 0.22 % C, horno eléctrico	4.9 0.39			14.9 17.5
Eje de acero 0.23 % C	9 ³ / ₄	Flexión alternante	10 ⁷	10†
	5 ⁵ / ₈			10†
	3			10†
Ejes de Ni-Cr-Mo SAE 86B 45H y 4150 con superficies amoladas, dureza Rockwell C-52	3	Torsión repetida	2 x 10 ⁵	0 a 50
Acero C, Mn dureza Rockwell C-50	3 ³ / ₄	Torsión repetida	2 x 10 ⁵	0 a 55

* Hubo considerable dispersión.

† Extrapolados a partir de los resultados para ejes con diferente radio de transición.

Comprobando esta misma aseveración, la tabla de evaluación y comparación de los resultados de esta tesis demuestran que los diámetros obtenidos aumentan conforme sea mayor el factor de seguridad. Esto confirma la reducción de la resistencia a la fatiga del eje diseñado.

PROPUESTAS DE TRABAJOS FUTUROS

Es un gusto recordar primeramente que esta tesis se elaboró en base a la inquietud de alumnos, profesionistas y todos aquellos interesados o involucrados en el tema de análisis y/o diseño de componentes de máquinas con vida infinita, bajo fatiga; la tesis presenta conceptos, procedimientos, datos y metodología sugeridos para toma de decisiones necesarios para el diseño.

Para seguir facilitando la comprensión, análisis del estudio de fatiga de alto ciclo en aplicaciones asociadas al cálculo y diseño de componentes de máquina, se proponen los siguientes temas de interés para su desarrollo futuro:

- Análisis de esfuerzos debido a cargas cíclicas de amplitud variable en diversos componentes de máquinas. (Ejes, soportes, engranes, levas, etc.) bajo cualquier técnica científica de desarrollo.
- Determinación de vida útil de componentes de máquina bajo análisis de falla por fatiga de alto ciclaje.
- Comportamiento de componentes rotatorios de máquinas usando los métodos de acumulación de daños bajo algún tratamiento superficial.
- Resistencia a la fatiga por frotamiento de rodamientos o de contacto en ejes de maquinaria.

Cabe mencionar que cada uno de los temas propuestos puede desarrollarse en diversos componentes con geometría variada aplicando cualquier teoría de falla asociada al criterio de Soderberg, Goodman, Gerber, etc.).