



Instituto Politécnico Nacional

Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica

Sección de Estudios de Posgrado e Investigación

Unidad Profesional Zacatenco

“Simulación numérica de la transferencia de calor por convección libre en superficies verticales con aletas inclinadas”

Tesis: Que para obtener el grado de Maestro en Ciencias en
Ingeniería Mecánica

Presenta:

Ing. Pedro José Argumedo Teuffer.

Director:

Dr. Ignacio Carvajal Mariscal.

RESUMEN

En este trabajo se presenta el análisis numérico del proceso de transferencia de calor por convección natural de una superficie vertical con aletas inclinadas. El calor se disipa desde las aletas hacia el fluido de trabajo que en este caso es aire. La disposición de las aletas en corredores provoca un flujo de aire caliente ascendente y otro de aire frío descendente en el corredor contiguo. Los factores principales que provocan este particular movimiento del fluido son la diferencia de temperaturas entre la aleta y el fluido, así como la disposición geométrica de las aletas.

Después de la revisión bibliográfica de artículos relacionados con el tema, se realizó un cálculo en forma analítica para condiciones iniciales de operación específicas, utilizando las ecuaciones correspondientes para obtener información más detallada del caso bajo de estudio. Una vez hecho este análisis el siguiente paso fue realizar una segunda aproximación mediante el análisis numérico con el propósito de validar los resultados de los cálculos analíticos y por otro lado obtener información más detallada sobre las características del fluido bajo estas condiciones de operación.

Los resultados obtenidos de este análisis numérico, los cuales son la distribución de vectores de velocidad y temperaturas en todo el dominio, indican que existe una relación entre las fuerzas de flotación del fluido y el gradiente de temperaturas entre las aletas y el fluido de trabajo. También las fuerzas viscosas del fluido se ven afectadas por este fenómeno debido a la presencia de los cambios en magnitud y dirección de los vectores de velocidad del fluido. Finalmente, se encontró que factores tales como la disposición geométrica de las aletas, el material de la misma y el tipo de fluido de trabajo, son determinantes para mejorar la transferencia de calor por unidad de área o por unidad de volumen.

ABSTRACT

This thesis shows a numeric analysis related to the natural convection heat transfer process with inclined fins on a vertical surface. The heat is dissipated from the fins to the fluid that in this case is air. The fins configuration causes a hot air flow upwards and in an alternate way cold air flows downwards. The main factors that cause this flow particular motion are the temperature differences between the fin and the flow, the fins geometric configuration as well.

Later it was developed a first approach by an analytical compute for initial specific operation conditions, using the equations to obtain more detailed information about the case under study. Once this analysis was done, the next step was to develop a second approach through the numeric analysis with the purpose of validate the results of the analytical computations and in the other hand to obtain more detailed information about the fluid characteristics under these operation conditions.

The results obtained from the numerical analysis, velocity vectors and temperature distribution in all the domain, indicate that there is a connection between the buoyancy forces and temperature gradient between the fins and the fluid. There are viscous forces that are affected by this phenomenon due the presence of changes in the velocity vectors magnitude and direction in the fluid. Finally the results show that factors such as the fins geometry configuration, the fin material and the fluid type, determine the heat transfer improvement per area or volume unit.

INTRODUCCIÓN

Hoy en día existen equipos como es el caso de los radiadores en los que se ha estudiado el fenómeno de transferencia de calor y se profundizado acerca de su funcionamiento y desempeño. Generalmente son utilizados para calefacción o regulación de temperatura en espacios cerrados.

Para tal efecto la evolución de la tecnología ha hecho posible que se desarrollen equipos como este, los cuales funcionen por medio de transferencia de calor por convección libre. Este fenómeno es posible de producir utilizando diferentes componentes como es el caso de aletas con características muy específicas que hacen posible este tipo de transferencia de calor.

Los factores que ayudan a que se produzca este fenómeno es la diferencia de temperaturas entre la aleta y el fluido de trabajo que generalmente es aire. Así también la disposición de aletas como es el caso del ángulo de inclinación, geometría de las aletas como es el caso del ángulo e inclinación, geometría de la aleta, dimensiones, material, entre otros.

La diferencia de temperaturas entre la aleta y el fluido de trabajo es muy importante, pues debido a la presencia de esta diferencia se presentan fuerzas de flotación que provocan el desplazamiento de fluido a través del arreglo de las aletas. Al existir desplazamiento se detecta la presencia de campos de velocidad en el fluido y por lo tanto dan lugar a la presencia de fuerzas viscosas en el mismo. Al hablar de estos fenómenos se relaciona con lo que se conoce como capa limite, la cual al aumentar su espesor disminuye la transferencia de calor entre la aleta y el medio circundante. En este trabajo de tesis se comentan algunos esfuerzos que son mostrados en diferentes publicaciones de distintos autores que se enfocan en este problema.

Este trabajo de tesis analiza en forma más detallada algunos de los aspectos anteriormente mencionados, sobre todo se enfoca en los perfiles de velocidad y distribución de temperaturas en el dominio que son los que originan la presencia de la capa limite. Para realizar este estudio la tesis sigue una estructura como se muestra a continuación.

En el capítulo I, se presentan los conceptos fundamentales para el estudio de transferencia de calor por convección libre, tales como los números adimensionales, así también algunas aplicaciones industriales del fenómeno de transferencia de calor por convección libre, finalizando con el estado del arte de los últimos estudios realizados en relación al tema de uso de aletas inclinadas para mejorar el desempeño de la transferencia de calor.

INTRODUCCIÓN

En el capítulo II, se realiza el cálculo en forma manual de aspectos fundamentales de las características que guarda el flujo durante este proceso como son el espesor de la capa límite hidrodinámica, el cálculo de la velocidad máxima del perfil de velocidades en el flujo desarrollado en los canales formados por las aletas inclinadas, así también el cálculo de los números adimensionales que competen al fenómeno de transferencia de calor por convección libre, en otros aspectos.

En el capítulo III, se describe el método y en cada una de las etapas en que se llevó a cabo la simulación numérica, así como la descripción de algunos conceptos y aspectos fundamentales para llevar a cabo una simulación numérica, bajo una descripción detallada de cada paso.

En el capítulo IV, se analizan los resultados arrojados por el proceso de simulación numérica y que son de interés para este tema de tesis. Dichos resultados son por ejemplo la distribución de temperaturas, la presencia de campo de velocidades, perfiles de velocidad y los patrones de flujo en todo el dominio. El análisis en este capítulo consiste en relacionar los efectos de la presencia de los gradientes de temperatura en el comportamiento del fluido y de sus propiedades, en el proceso de transferencia de calor por convección libre.

CONTENIDO

CAPITULO I: INTERCAMBIADORES DE CALOR Y ESTADO DEL ARTE.

1.1.- Fundamentos de Transmisión de calor por convección libre.

1.1.1.- Parámetros adimensionales.

1.1.2.- Capa Límite térmica

1.2.- Superficies de transferencia de calor (Radiadores).

1.3.- Publicaciones sobre la transferencia de calor por convección libre utilizando aletas inclinadas (Estado del arte).

CAPITULO II: CALCULO ANALITICO DE TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCION LIBRE POR MEDIO DE ALETAS DE ENFRIAMIENTO INCLINADAS.

2.1 Condiciones de operación.

2.2.- Obtención de las características de flujo de trabajo (aire), a través del canal formado por las aletas de enfriamiento.

2.2.1.- Características Generales.

2.2.2.- Cálculo del Número de Grashof.

2.2.3.- Cálculo del espesor de la capa límite.

2.2.4.- Cálculo de la velocidad promedio.

2.2.5.- Cálculo de número adimensional Rayleigh (Ra).

2.2.6.- Cálculo de flujo de calor (q) de la aleta.

CAPITULO III- MODELO DE SIMULACION NUMÉRICA.

3.1 Dinámica de Fluidos Computacionales.

3.1.1.- Antecedentes Históricos.

3.1.2.- Método de Volumen Finito en dos Dimensiones.

3.2.- Definición de la geometría y la malla.

3.2.1.-Definición de geometría.

3.2.2.- Definición de la malla.

3.3.- Análisis de independencia de malla.

3.4.- Dominio y condiciones de frontera.

3.4.1.- Solución Numérica.

CONTENIDO

CAPITULO IV: ANÁLISIS NUMÉRICO DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCIÓN LIBRE EN UNA SUPERFICIE CON ALETAS INCLINADAS

4.1.- Zonas de análisis del dominio.

4.1.1.- Zona inferior o fría.

4.1.2.- Zona intermedia.

4.1.3.- Zona superior o caliente.

4.2.- Perfiles de Velocidad y distribución de temperaturas

CONCLUSIONES

REFERENCIAS

ANEXO I Análisis de independencia de malla.

ANEXO II Tablas de perfiles de velocidades.

ANEXO III Volúmenes de control.

ANEXO IV Tablas de perfiles de velocidades.

INDICE DE FIGURAS

Figura 1.- Capa límite térmica.

Figura 2.- Interacción de capas límite hidrodinámica y térmica.

Figura 3.- Representación de los espesores de capas límite térmica e hidrodinámica cuando $Pr \gg 1$.

Figura 4.- Radiadores para la industria de la construcción.

Figura 5.- Diferentes arreglos de aletas inclinadas y verticales.

Figura 6.- Efectos del ángulo de inclinación de aletas sobre el espesor de capa límite térmica.

Figura 7- Transferencia de calor (Número de Nusselt) como una función del ángulo de inclinación para varios números de Rayleigh.

Figura 8 - Patrones de flujo en un conjunto de aletas y tubos de intercambiadores de calor.

Figura 9 - Efecto de la inclinación sobre la transferencia de calor a través de la pared fría.

Figura 10 -(a) Diagrama esquemático de una superficie con aletas inclinadas, (b) Diagrama esquemático entre dos aletas inclinadas. 1) Flujo de capas límite; 2) Flujo en transición; 3) Flujo desarrollado.

Figura 11 - Condiciones de operación.

Figura 12 - Paso de aire entre aletas de enfriamiento.

Figura 13 - Espesor de capa límite.

Figura 14.- Diferentes aplicaciones de la dinámica de fluidos computacional en el sector aeroespacial.

Figura 15 - Arreglo de aletas de enfriamiento rectangulares.

Figura 16 - Modelo simplificado de elementos de aletas rectangulares.

Figura 17 .- Elemento típico del arreglo de una aleta rectangular y mecanismo de transferencia de calor conductivo-convectivo.

Figura 18 – Proceso de simulación numérica

Figura 19.- Malla típica de elemento finito. Elementos, nodos y aristas.

Figura 20 .- Geometría del caso de estudio.

Figura 21.- Diferentes tipos de estructuras de elementos de mallas.

Figura 22.- Diferentes tipos de bloques de mallas.

Figura 23.- Tipo de malla del caso de estudio.

Figura 24.- Modelo geométrico y de malla de superficie vertical con aletas inclinadas a 45 grados.

Figura 25.- Convergencia de resultados de simulación de transferencia de calor por convección natural en la placa vertical con aletas inclinadas a 45 grados.

Figura 26.- Magnitudes de campo de vectores velocidad sobre una superficie vertical con aletas inclinadas a 45 grados.

INDICE DE FIGURAS

Figura 27.- Magnitudes de temperatura estática sobre una superficie vertical con aletas inclinadas a 45 grados.

Figura 28.- Espaciado óptimo (Sopt) entre aletas inclinadas de diferentes materiales.

Figura 29.- a) Localización del vórtice en la zona derecha inferior del dominio.

b) Localización del vórtice en la zona izquierda inferior del dominio.

Figura 30.-a) Desplazamiento de flujo por el canal central principal.

b) Desplazamiento del fluido por el canal derecho principal y canales secundarios.

Figura 31.- Flujo en zona derecha e izquierda superior del dominio.

Figura 32.- Flujo en zona central superior del dominio.

Figura 33.- Recirculación zona izquierda superior.

Figura 34.- Flujo con magnitudes de velocidad máxima saliendo del dominio por la condición de frontera de salida.

Figura 35.- Flujo reingresando al dominio por la condición de frontera de entrada.

Figura 36.- Zona de recirculación de flujo en zona central superior en la vecindad con la frontera de salida.

Figura 37.- Perfiles de velocidad en uno de los canales secundarios de la zona superior derecha del dominio.

Figura 38.- Perfiles de velocidad en uno de los canales secundarios de la zona superior izquierda del dominio.

Figura 39.- Distribución de temperaturas en el dominio de aletas inclinadas.

NOMENCLATURA

- ρ .- Densidad de fluido caliente. (kg/m³)
 ρ_c Densidad de fluido frío. (kg/m³)
 T_c Temperatura del fluido frío. (K)
 T Temperatura de fluido caliente. (K)
 A Fuerza de Arquímedes. (N)
 G Fuerza de Gravedad. (N)
 Gr .- Número de Grashof.
 β .- Coeficiente de expansión. (1/K)
 Pr .- Numero de Prandtl.
 ν .- Viscosidad cinemática, momento de difusividad molecular.
 α .-Difusividad molecular de calor.
 Ra .- Numero de Rayleigh.
 Nu .- Número de Nusselt.
 $\alpha^*(x,t) = h$.- Coeficiente de convección. (W/m²)
 $\lambda_s = k$.- Coeficiente de conductividad térmica. (W/m K)
 θ .- Perfil de temperaturas.
 δ_t .- Espesor de capa limite térmica. (m)
 δ .- Espesor de capa limite dinámica. (m)
 T_w .- Temperatura de la pared. (K)
 T_∞ .- Temperatura del flujo de aire. (K)
 $\bar{U}(x)$.- Componente de vector velocidad sobre el eje x. (m/s)
 U .- Magnitud de Vector velocidad puntual. (m/s)
 $c(Pr)$.- Constante de número de Nusselt.
 γ .- Angulo de inclinación de aletas
 ν .- viscosidad cinemática (m²/s).
 s .- Espacio entre aletas (mm).
 $SOPT$.- Espacio entre aletas optimo (mm).
 y .- valor de capa limite a una estación específica.
 L .- Longitud de aleta (mm).
 q .- Transferencia de calor por unidad de superficie (W/m²).
 q_v .- Transferencia de calor por unidad de volumen (W/m³).
 $a,b,c,d,,I,j$ nodos de malla.

CAPITULO I

- INTERCAMBIADORES DE CALOR Y ESTADO DEL ARTE -

La transferencia de calor por convección libre se puede utilizar en diferentes problemas de ingeniería, una aplicación de este fenómeno es la de utilizar aletas de enfriamiento. La función principal de la aleta es la de disipar el calor procedente de algún componente industrial en operación mediante el desplazamiento de aire inicialmente a temperatura ambiente por medio de transferencia de calor por convección libre para poner en movimiento el aire que por cambios de densidad causado por diferencia de temperaturas entre la aleta y el aire en movimiento alcance este ultimo velocidades que ayuden en dicho proceso. Las aplicaciones industriales posibles en este trabajo de tesis se enfocan sobre el enfriamiento de componentes electrónicos, control de clima en cuartos cerrados usando radiadores, etc.

1.1.- Fundamentos de Transmisión de calor por convección libre.

El desarrollo de esta tesis se enfoca en el estudio del proceso de transferencia de calor por medio de convección libre, este fenómeno se puede explicar como un mecanismo o tipo de transferencia de calor en el cual el movimiento del fluido no es generado por ninguna fuente externa (como una bomba, ventilador, algún dispositivo de succión, etc.) sino que es producido por una diferencia de densidades en el fluido que ocurre debido a gradientes de temperatura. En la convección libre, la masa de fluido que circunda una fuente de calor aumenta su temperatura, volviéndose menos denso y provocando un desplazamiento del mismo. El espacio es ocupado por una masa de fluido de menor temperatura, es decir, más frío. El fluido frío se calienta de nuevo y el proceso se repite, presentándose una circulación permanente del flujo mientras se mantiene el flujo de calor desde la superficie. La fuerza que impulsa a que se presente la transferencia de calor por convección libre se le llama fuerza de flotación, que es el resultado de las diferencias de densidad entre el fluido frío y el caliente, como lo expresa la siguiente ecuación.

$$F_{FLOT} = A + G = -g(\rho - \rho_c) = -\beta\rho g(T_c - T) \quad (1)$$

Donde:

β Es el coeficiente de expansión volumétrica del fluido de trabajo.

CAPITULO I: INTERCAMBIADORES DE CALOR Y ESTADO DEL ARTE.

$\rho - \rho_c$ Diferencia de densidades entre los fluidos frío y caliente.

T_c Temperatura del fluido frío.

T Temperatura de fluido caliente.

A Fuerza de Arquimides.

G Fuerza de Gravedad.

Factores tales como la geometría, materiales, el fluido de trabajo los gradientes de temperatura, son determinantes para establecer la cantidad de calor transmitido de una superficie a un fluido. Afectando también a los números adimensionales que describen las características del fluido para diferentes casos, es decir, los números adimensionales involucran propiedades físicas y termodinámicas tales como densidad, viscosidad, temperatura y presión, entre otros, los cuales son características que sirven para describir al fluido y su comportamiento. Los números adimensionales que se utilizan para el análisis del fenómeno de transferencia de calor por convección libre son los siguientes: Numero de Grashof (Gr), Numero de Prandtl (Pr), Numero de Raleigh (Ra), Numero de Nusselt (Nu).

1.1.1.- Parámetros adimensionales:

Número de Grashof:

El número de Grashof representa la relación entre las fuerzas de flotación y las fuerzas viscosas actuando en el fluido. Realizando una analogía entre el número de Reynolds y el número de Grashof, el número de Reynolds representa la relación de las fuerzas inerciales entre las fuerzas viscosas actuando en el fluido.

$$Gr = \frac{g\beta L^3(T_W - T_\infty)}{v^2} \quad (2)$$

Número de Prandtl:

El número de Prandtl puede ser presentado de la siguiente forma:

$$Gr = \frac{g\beta L^3(T_W - T_\infty)}{v^2} \\ = \text{Momento de difusividad molecular} / \text{Difusividad molecular del calor} \quad (3)$$

Así que esto representa la energía de momento entre la energía de transporte en un proceso de difusión. De ahí que para los gases con $Pr \approx 1$, la transferencia de momento y energía por un proceso de difusión es comparable. Para aceites, $Pr \gg 1$, de aquí que la difusión de momento es mucho mas grande que la energía de difusión; pero para metales líquidos, $Pr \ll 1$ y es que es una situación inversa. Sabemos que el desarrollo de las capas limites de

CAPITULO I: INTERCAMBIADORES DE CALOR Y ESTADO DEL ARTE.

velocidad y térmica en un flujo a lo largo de una placa plana, el grosor de ambas dependen de la magnitud del número de Prandtl [1].

Número de Rayleigh:

El número de Rayleigh está relacionado con el número de Grashof y el número de Prandtl en referencia al fenómeno de transferencia de calor convección libre, este sirve también como indicador para identificar si el flujo en convección libre se encuentra en un régimen laminar o turbulento y el tipo de fuerzas predominan dentro del mismo, es decir ya sea fuerzas de flotación o fuerzas viscosas.

$$Ra_L = Gr_L Pr = \frac{\beta g L^3 \Delta T}{\nu \alpha} \quad (4)$$

Número de Nusselt:

Considérese un número Nusselt, basado en la característica de longitud L, se arregla de la siguiente forma [1],

$$Nu = \frac{hL}{k} = \frac{h\Delta T}{k\Delta T/L} \quad (5)$$

Donde ΔT es una diferencia de temperatura entre la pared y la temperatura del fluido. Entonces el número de Nusselt puede ser interpretado como la transferencia de calor por convección respecto a la transferencia de calor por conducción a través de la capa límite con espesor δ . Basado en esta interpretación, el valor del número de Nusselt mucho menor a la unidad implica que no hay convección- la transferencia de calor es por conducción. Un valor más grande del número de Nusselt a la unidad implica una transferencia de calor por convección.

Después de mencionar los parámetros que ayudarán a interpretar el comportamiento del fluido a partir de los resultados obtenidos de la simulación, será interesante analizar el fenómeno de transferencia de calor por convección libre y sus efectos sobre las capas límite Térmica e Hidrodinámica.

En conjunto este grupo de números adimensionales ayudan a comprender las condiciones de operación del fluido y su naturaleza [1].

CAPITULO I: INTERCAMBIADORES DE CALOR Y ESTADO DEL ARTE.

1.1.2.- Capa Límite térmica:

La capa límite térmica depende del gradiente de temperaturas que se presenta cuando interactúa una superficie y un fluido a diferentes temperaturas, si se toma como ejemplo el flujo uniforme sobre una placa plana, en este caso la placa se encuentra a una temperatura diferente a la del fluido y cada una de ellas se mantiene constante en su valor medido. Sean también x e y los ejes coordenados a lo largo y en forma perpendicular a la placa plana respectivamente. Se define a la temperatura adimensional $\Theta(x,y)$ [1] como

$$\Theta(x,y) = \frac{T(x,y) - T_w}{T_\infty - T_w} \quad (6)$$

Donde $T(x,y)$ es la temperatura local en el fluido. Sobre la superficie de la pared, la temperatura del fluido es igual a la de la superficie de la pared, por lo que

$$\Theta(x,y) = 0 \quad \text{en} \quad y = 0 \quad (\text{superficie de la pared})$$

En distancias suficientemente lejanas de la pared, la temperatura del fluido permanece como T_∞ ; entonces

De ahí que cada ubicación a lo largo de la placa sobre el eje de las x , se puede visualizar la ubicación de $y=\delta_t(x)$ en el fluido donde $\Theta(x,y)=0.99$. La forma que logran tales puntos donde $\Theta(x,y) = 0.99$ es llamada capa límite térmica $\delta_t(x)$.

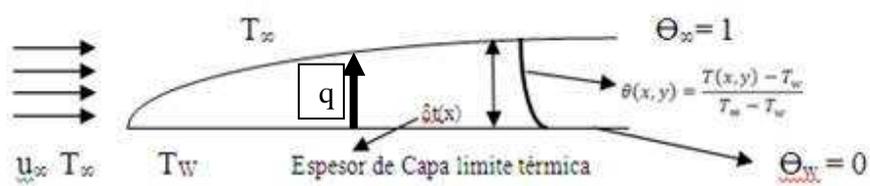


Figura 1.- Capa límite Térmica.

El espesor relativo de la capa límite térmica $\delta_t(x)$ y de la capa límite hidrodinámica $\delta(x)$ se compararán de acuerdo al número de Prandtl en párrafos subsiguientes. En la siguiente

CAPITULO I: INTERCAMBIADORES DE CALOR Y ESTADO DEL ARTE.

figura se presentan algunas imágenes de la interacción de los perfiles de velocidad y temperatura en las capas limites térmica e hidrodinámica cuando la temperatura de la pared es mayor a la del fluido y viceversa.

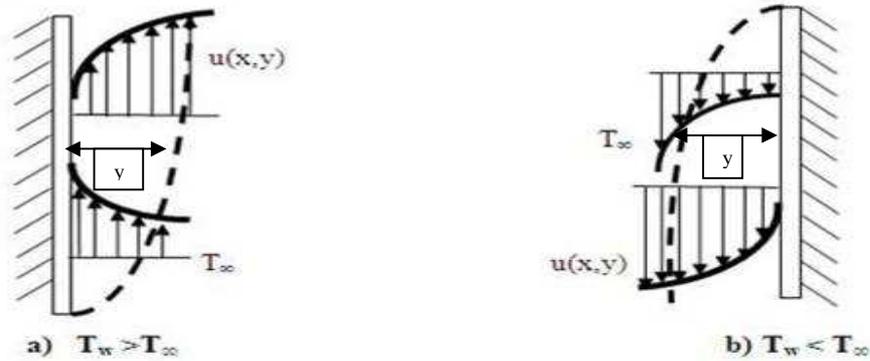


Figura 2.- Interacción de capas limite Hidrodinámica y Térmica [1]

Para el caso en que la temperatura T_w es mayor que T_∞ , aumentan los perfiles de velocidad y temperatura. Las representaciones polinómicas pueden ser utilizadas para aproximarse a estos perfiles. El perfil de temperatura está representado por un polinomio de segundo grado en la forma [1]:

Si tomamos en cuenta las siguientes condiciones para determinar las constantes de a_0 , b_0 y c_0 en términos de grosor de capa límite, tenemos que: (7)

$$\begin{aligned}
 T &= T_w & \text{en} & \quad y = 0 \\
 T &= T_\infty & \text{en} & \quad y = \delta \\
 \frac{dT}{dy} &= 0 & \text{en} & \quad y = \delta
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

El resultado del perfil de temperatura se vuelve:

$$\frac{T - T_w}{T_\infty - T_w} = \frac{3}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^3
 \tag{9}$$

Asumiendo que $\delta = \delta_T$.

El espesor de la capa limite bajo las condiciones de convección natural en una placa plana, se calcula de la siguiente manera:

CAPITULO I: INTERCAMBIADORES DE CALOR Y ESTADO DEL ARTE.

$$\delta(x) = 3.93Pr^{-1/2} \left(Pr + \frac{20}{21} \right)^{1/4} * \left(\frac{g * \cos\gamma\beta(T_W - T_\infty)}{v^2} \right)^{-1/4} * x^{1/4} \quad (10)$$

A continuación se tratará la forma en que se calcula la transmisión de calor por convección libre.

1.1.2.1.- Teoría de Prandtl (Capa límite Térmica)

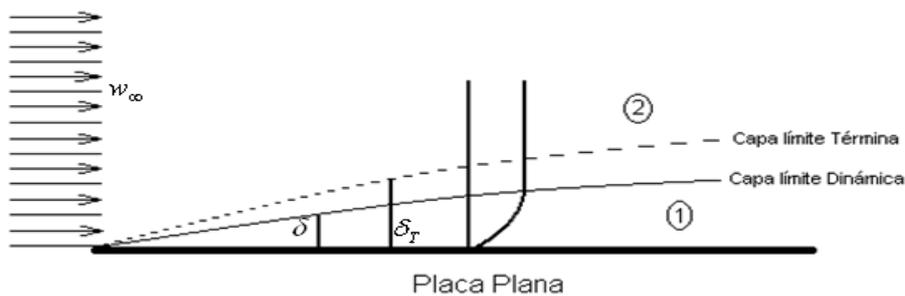


Figura 3.- Representación de los espesores de capas límite Térmica e Hidrodinámica, cuando $Pr \gg 1$.

1.2.- Superficies de transferencia de calor (Radiadores).

En este apartado se analizan los equipos denominados “Radiadores” los cuales tienen una gran aplicación en la industria.

Se define a un radiador como un dispositivo que tiene como función principal disipar el calor de algún equipo por medio de la convección y mantener su temperatura dentro de límites permitidos para satisfacer las necesidades de seguridad y eficiencia en su operación [2].

Existen algunos radiadores que manejan convección de tipo natural o libre que tienen su aplicación en la industria de la construcción, como es el siguiente caso:

Este radiador de última generación es utilizado para mantener a una temperatura aceptable oficinas, casas, negocios, etc. y funciona por medio de convección natural, el aire entra por la parte inferior del dispositivo pasando por una serie de aletas de enfriamiento las cuales están conectadas a una tubería de agua caliente, se realiza un transferencia de calor por convección natural al aire aumentando su temperatura, liberándolo hacia la atmósfera en un espacio cerrado por la parte superior, las ventajas que ofrece este equipo sobre los modelos convencionales es la cantidad de agua que utiliza para realizar esta operación, la cual es

CAPITULO I: INTERCAMBIADORES DE CALOR Y ESTADO DEL ARTE.

mucho menor a la que utilizan los modelos convencionales, en la siguiente imagen se muestra el dispositivo:



Figura 4.- Radiador que funciona por convección libre. [3].

Como se puede observar los equipos de radiadores están utilizando la convección libre en una forma más eficiente para lograr mejores resultados en este campo.

1.3.- Publicaciones sobre la transferencia de calor por convección libre utilizando aletas inclinadas (Estado del arte).

El fenómeno de transferencia de calor por convección libre en aletas inclinadas está siendo ampliamente estudiado por diferentes investigadores, que se enfocan en el análisis del comportamiento de las capas límites térmica e hidrodinámica incluyendo la interacción entre ellas y que mediante los coeficientes adimensionales anteriormente mencionados en este capítulo se observan los efectos de dichas capas sobre la cantidad de calor transferida al fluido.

Este fenómeno es aprovechado para diferentes equipos sobre todo aplicados para la disipación de calor de los componentes de los circuitos electrónicos. Otros se usan en diseños de equipos eléctricos de dimensiones y que requieran de intercambiadores de calor grandes como es el caso de los transformadores eléctricos, en los cuales los intercambiadores de calor que requieren deben de ser de dimensiones pequeñas y ligeros en peso debido a restricciones relacionadas al espacio y también a la economía.

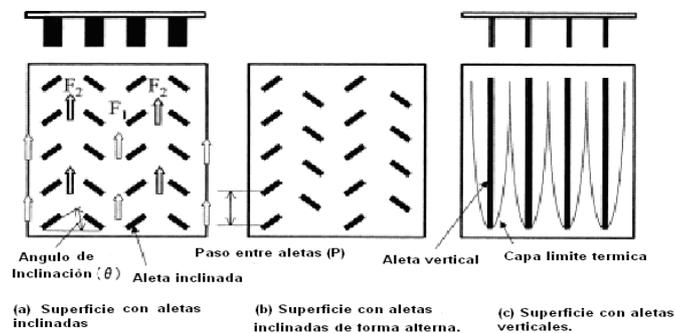
Este tipo de intercambiadores de calor han sido enfriados por aire o agua, generalmente en convección forzada. Sin embargo, desde el punto de vista ambiental la reducción de los

CAPITULO I: INTERCAMBIADORES DE CALOR Y ESTADO DEL ARTE.

niveles de ruido, ahorro de energía, y mantenimiento, el enfriamiento por convección natural se espera que sea la más indicada para estos propósitos.

Es por esta razón que en este documento se analiza en forma numérica la opción del uso de aletas para propósitos de enfriamiento para realizar una transferencia de calor en términos importantes.

Existen diferentes configuraciones de aletas inclinadas que se pueden tomar he aquí algunos de esos ejemplos, sin embargo este documento se enfocará solamente en uno de esas configuraciones, se puede observar a continuación en la figura 8 dichas configuraciones:



- Figura 5.- Diferentes arreglos de aletas inclinadas y verticales [4].

La Figura 5a [4], se muestra un arreglo similar de aletas al propuesto en este trabajo de tesis, la tasa de transferencia de calor en aletas de enfriamiento a una inclinación a 60° es de 19 % más alta que las aletas verticales.

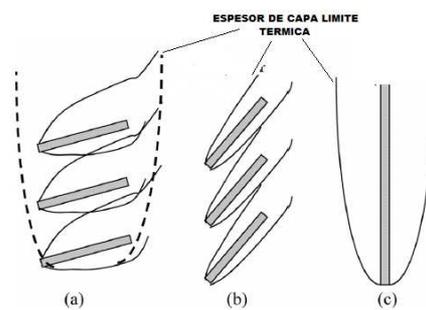
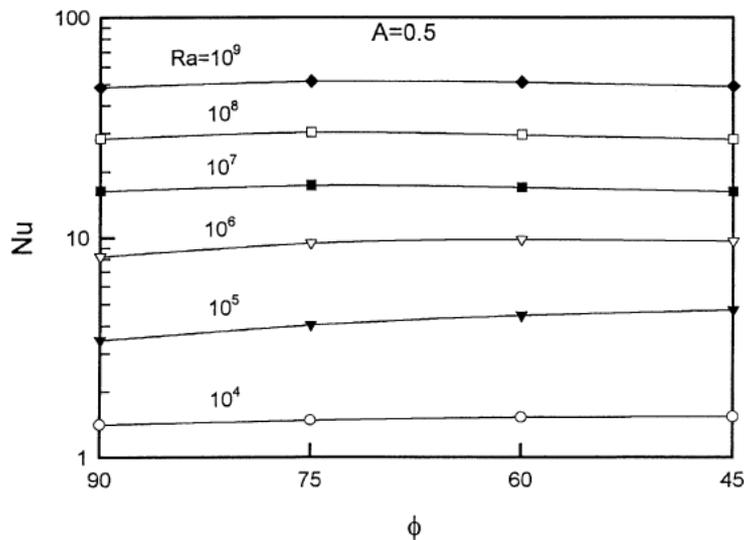


Figura 6.- Efectos del ángulo de inclinación de aletas sobre el espesor de capa límite térmica [4].

CAPITULO I: INTERCAMBIADORES DE CALOR Y ESTADO DEL ARTE.

Los efectos del espesor de la capa limite térmica tiene un efecto negativo sobre la cantidad de flujo de calor transferido al fluido por medio de convección natural si las aletas no están inclinadas en el ángulo correcto, ver Figura 6.

Otra publicación consultada [5] enfoca sus esfuerzos al estudio del efecto de aletas inclinadas sobre la transferencia de calor la cual menciona que definitivamente existe una relación y un incremento en el calor transferido al fluido mediante la variación del valor de curvas isoterma o distribución de temperaturas incrementando el valor de el número de Rayleigh como se aprecia en la Figura 7.



- Figura 7.- Transferencia de calor (Número de Nusselt normalizado) como una función del ángulo de inclinación para varios números de Rayleigh [5]-

En el siguiente trabajo [6] se realizaron experimentos en laboratorio con un arreglo de aletas, que inclinadas a diferentes posiciones se podía observar los efectos de dicha posición con respecto a la cantidad de calor transferido, se llegó a la conclusión que en el rango de 30° a 45° de inclinación el desempeño de la transferencia de calor aumentaba y que a medida que el ángulo se incrementaba arriba de los 45° el calor transferido disminuía considerablemente.

CAPITULO I: INTERCAMBIADORES DE CALOR Y ESTADO DEL ARTE.

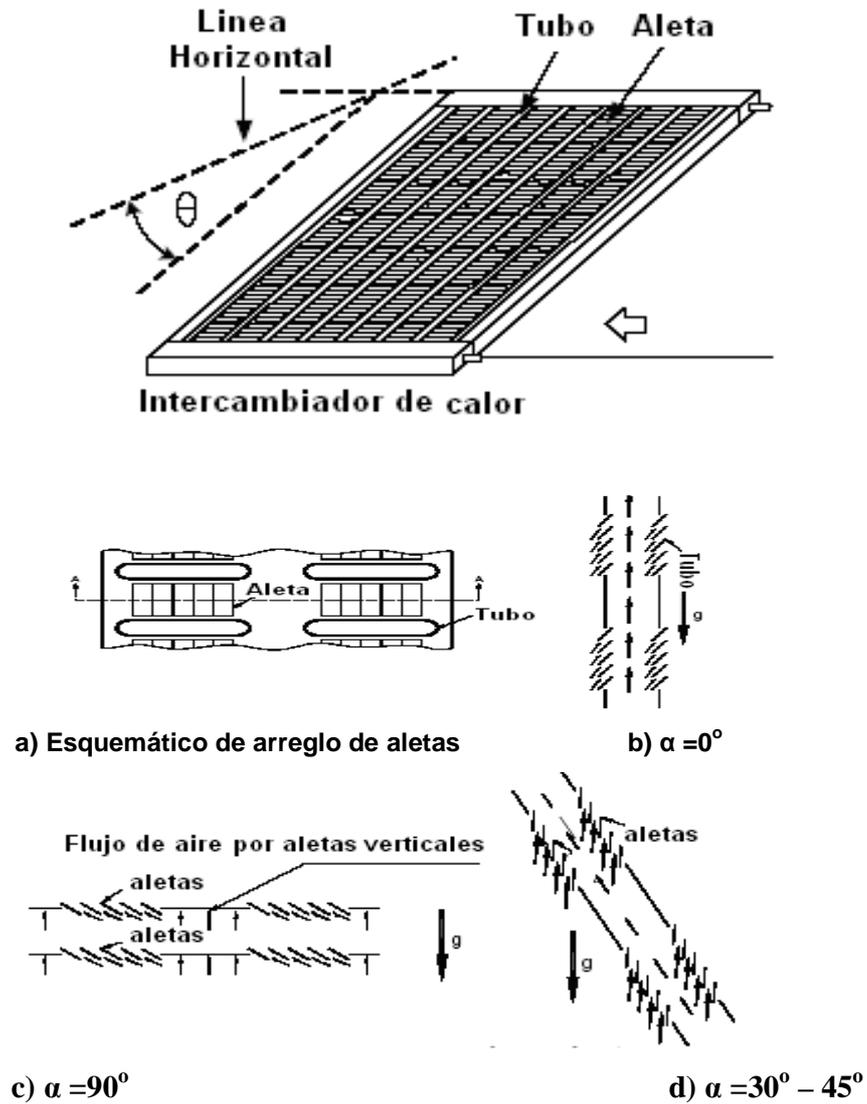
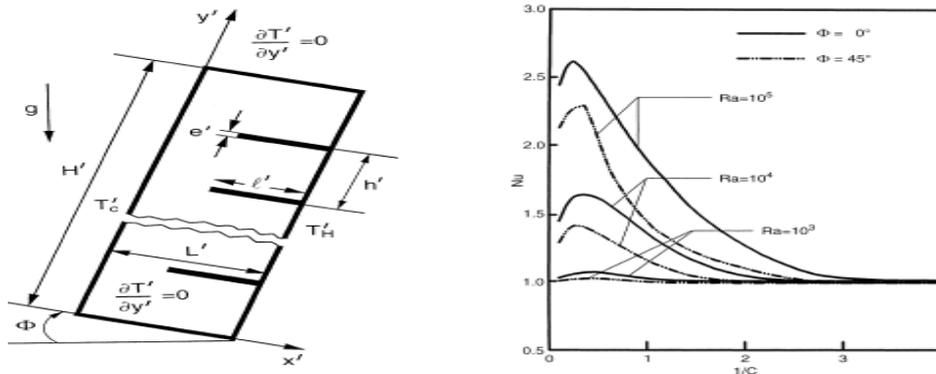


Figura 8.- Patrones de flujo en un conjunto de aletas y tubos de intercambiadores de calor [6] -

En el siguiente documento [7] se compara el comportamiento de la transferencia de calor a diferentes números de Rayleigh mencionando que la transferencia de calor por conducción se vuelve más dominante cuando se va aumentando el ángulo de inclinación en arreglo de aletas presentado a continuación:

CAPITULO I: INTERCAMBIADORES DE CALOR Y ESTADO DEL ARTE.



- Figura 9.- Efecto de la inclinación sobre la transferencia de calor a través de la pared fría [7] -

La siguiente publicación [8] que compete a este trabajo de tesis se enfoca en analizar un grupo de aletas a diferentes ángulos de inclinación para observar la tasa de calor transferido desde las aletas al fluido que en este caso es aire. El trabajo de esta tesis consiste en analizar la transferencia de calor en el espacio formado por un par de aletas de ese grupo y reproducir algunos de los resultados obtenidos en la publicación hecha G. Gorobetz en forma numérica y analítica, de tal forma que se puedan validar dichos resultados. Ya que la publicación en la que se basa este trabajo de tesis los resultados obtenidos fueron producto de la experimentación y de un análisis profundo de las ecuaciones que rigen el fenómeno de transferencia de calor por convección libre.

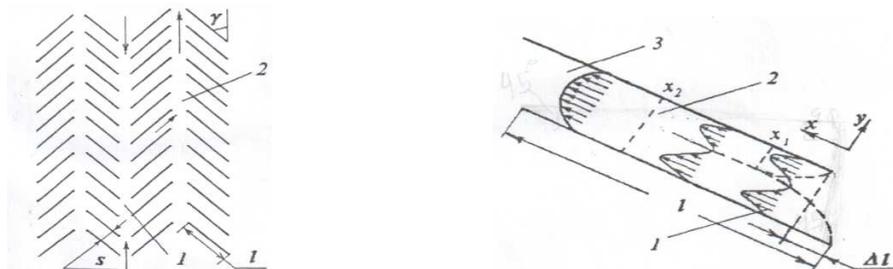


Figura 10.- (a) Diagrama esquemático de una superficie con aletas inclinadas, (b) Diagrama esquemático entre dos aletas inclinadas. 1) Flujo de capas limite; 2) Flujo en transición; 3) Flujo desarrollado. [8] -

El fenómeno bajo estudio de este trabajo es la transferencia de calor por convección libre, como ya se sabe la convección libre se da a partir una diferencia de temperaturas entre dos sistemas o medios. Formando un gradiente de temperaturas que va desde la mayor temperatura hasta la menor. Cuando esto sucede como el caso bajo estudio, se deben

CAPITULO I: INTERCAMBIADORES DE CALOR Y ESTADO DEL ARTE.

analizar diferentes aspectos involucrados en este fenómeno, es decir, se debe analizar el régimen del fluido (laminar o turbulento) que está siendo estudiado, se debe tomar en cuenta qué mecanismo de transferencia de calor es predominante, si es por conducción o por convección, comparar los espesores de las capas límite (hidrodinámica y térmica) entre otros.

En el siguiente capítulo se procederá a realizar el cálculo analítico de la transferencia de calor por convección libre en una superficie con aletas inclinadas.

CAPITULO II: CALCULO ANALITICO DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCION LIBRE EN UNA SUPERFICIE CON ALETAS INCLINADAS.

CAPITULO II

CALCULO ANALITICO DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCION LIBRE EN UNA SUPERFICIE CON ALETAS INCLINADAS.

En este capítulo se muestran las condiciones y consideraciones bajo los cuales se desarrollaron los cálculos en forma analítica para estudiar el comportamiento de la transferencia de calor, mediante la obtención de valores tales como la cantidad de calor por unidad de superficie, velocidad promedio del flujo.

Entre otros para poder observar el comportamiento del flujo en el dominio para este caso en particular.

Es de interés para este trabajo de tesis poder observar los efectos sobre los coeficientes adimensionales que están involucrados en este análisis, cuando se considera un ángulo de 45° de inclinación, el cual es marcado como el ángulo óptimo en donde se presenta un flujo de calor mayor por unidad de área.

Algunos de los autores mencionados anteriormente establecen que después de este valor la transferencia de calor tiende a disminuir.

En este trabajo de tesis se estudia mediante un análisis numérico el comportamiento del flujo de calor por unidad de área cuando se varían las condiciones de operación de las aletas, tal como es el caso de la geometría de las aletas, configuración de los arreglos y tipo de fluido que se está manejando.

2.1 Condiciones de operación:

Las fig. 11 a y 11 b muestran el caso particular que es del interés de este trabajo de tesis para su análisis.

CAPITULO II: CALCULO ANALITICO DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCION LIBRE EN UNA SUPERFICIE CON ALETAS INCLINADAS.

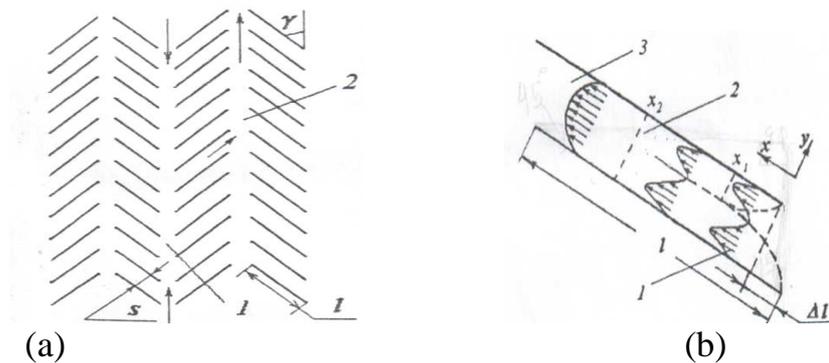


Fig. 11.- Condiciones de operación. [2]

Las características geométricas de las aletas de enfriamiento inclinadas influyen en la transferencia de calor por convección libre cuyo fluido de trabajo es aire a temperatura ambiente. Como se observa en la fig.11a, el canal señalado como "1" permite el paso de aire frío el cual tiene la función de evacuar el aire caliente que se encuentra en los pequeños canales formados por pares de aletas inclinadas, todo el aire caliente se desplaza por el canal señalado como numero "2", en la fig. 11 b se puede observar un acercamiento a uno de los canales entre aletas. En esta figura se observa el fluido de aire que entra por la parte inferior del canal formado por el par de aletas, cuando el fluido entra en contacto con la superficie de cada aleta por diferencias de temperaturas se produce un movimiento que genera un campo de velocidades y con el cual se forma una capa limite correspondiente a cada superficie de aleta.

Se observa que se forman dos perfiles de velocidad independientes que después de recorrer una cierta distancia en la dirección "x" se alcanza el perfil desarrollado de velocidades.

CAPITULO II: CALCULO ANALITICO DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCION LIBRE EN UNA SUPERFICIE CON ALETAS INCLINADAS.

Es el punto en donde las capas limites se unen y con esto se establece que las fuerzas viscosas se consideran despreciables en el centro del canal donde las magnitudes de los vectores velocidad son más altas.

Diferentes autores [4,5,6,7] coinciden en el hecho de que se puede mejorar la transferencia de calor variando el ángulo de inclinación de las aletas de enfriamiento y el espacio entre ellas, explorando diferentes configuraciones para ver cuál de ellas es la más óptima para la transferencia de calor. De entre los artículos analizados anteriormente se utilizaron algunos valores típicos y comunes como lo menciona la referencia [2] la cual establece que en forma analítica se llega a la conclusión que el flujo de calor por unidad de volumen máximo se presenta con una configuración con las siguientes características: inclinación de 45o, con una aleta cuyas dimensiones son 20 mm de largo (l) y 50 mm (H) de alto.

Con esta información, se procede más adelante a realizar los cálculos analíticos y numéricos correspondientes para este caso.

Si se analiza el canal formado por estas dos aletas, se puede identificar tres zonas en la que fluido tiene un comportamiento específico:

- * La región de desarrollo de la capa limite hidrodinámica sobre las superficies internas de ambas aletas de enfriamiento.
- * La región de flujo de transición en donde en donde ambas capas limite hidrodinámicas se unen, pero sin llegar a un flujo desarrollado.
- * La región de flujo desarrollado.

El perfil de velocidades de la capa limite hidrodinámica, está dado por la siguiente expresión:

$$u(x, y) = u_0 \frac{y}{\delta} \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^2 \quad (11)$$

CAPITULO II: CALCULO ANALITICO DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCION LIBRE EN UNA SUPERFICIE CON ALETAS INCLINADAS.

Se tiene una diferencia de temperaturas entre las aletas de enfriamiento y el fluido, que en este caso es aire, las condiciones permiten que exista transferencia de calor por convección libre.

En base al análisis en particular que compete a este trabajo se puede describir que la expresión para calcular el flujo de calor en este caso se obtuvo mediante el uso de métodos de integración [2].

$$q = \alpha^*(x,t)(T - T_\infty) \times \left[\frac{1}{x(T - T_{g\infty})^{5/3}} \int_0^x (T - T_{g\infty})^{5/3} dx \right]^{-1/4} \quad (12)$$

El término que se encuentra entre corchetes puede ser tratado como un coeficiente que incorpora el efecto de la naturaleza no isotérmica del fluido sobre la superficie bajo condiciones de transferencia de calor. El coeficiente local de transferencia de calor para una superficie isotérmica inclinada $\alpha^*(x, T) = h$ y $\lambda_g = k_g$ se representa por medio de [2]:

$$h = c(\text{Pr}) k_g (Gr_x \text{Pr})^{1/4} / x \quad (13)$$

Donde:

$$c(\text{Pr}) = \frac{3}{4} \left(\frac{\text{Pr}}{2.435 + 4.88\text{Pr}^{1/2} + 4.95\text{Pr}} \right)^{1/4} \quad (14)$$

El flujo de transición, en el punto donde se unen las capas límite, conserva todos los atributos del flujo de la capa límite y puede ser calculado de las ecuaciones mencionadas anteriormente, sin embargo la temperatura T_{gm} , diferirá de la temperatura T_∞ externa del medio ambiente. Su valor esta determinado por la condición de unión de las capas límite hidrodinámica:

$$\delta_1(x_1) + \delta_2(\Delta + x_1) = s \quad (15)$$

CAPITULO II: CALCULO ANALITICO DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCION LIBRE EN UNA SUPERFICIE CON ALETAS INCLINADAS.

donde δ_1 y δ_2 son los espesores de capa límite de las aletas superior e inferior que se unen en un punto del canal antes de presentar un perfil desarrollado de velocidades.

El espesor de la capa límite y sus parámetros están determinados por métodos integrales de solución de ecuaciones de capa límite. Las distribuciones de velocidad y temperatura en la capa límite pueden aproximarse con las siguientes expresión

$$\delta(x) = 3.93 \text{Pr}^{-1/2} \times \left(\text{Pr} + \frac{20}{21} \right)^{1/4} \times \left(\frac{g \text{Cos} \gamma \beta (T_w - T_\infty)}{\nu^2} \right)^{-1/4} \times x^{1/4} \quad (16)$$

$$U(x) = \left[5.17 \nu \left(\text{Pr} + \frac{20}{21} \right)^{-1/2} \right] \times \left[\frac{g \text{Cos} \gamma \beta (T_w - T_\infty)}{\nu^2} \right] \times x^{1/2} \quad (17)$$

$$U = U(x) \frac{y}{\delta} \left(1 - \frac{y}{\delta} \right)^2 \quad (18)$$

A continuación se muestran los cálculos analíticos para obtener las características particulares del caso que se está estudiando específicamente.

2.2.- Obtención de las características de flujo de trabajo (aire), a través del canal formado por las aletas de enfriamiento.

2.2.1.- Condiciones iniciales de operación.

Primeramente hay que considerar que el fluido (gas) de trabajo para este caso de estudio se comporta idealmente por lo que las condiciones a las que se encuentra el gas que en este caso es aire esta bajo un régimen laminar y su temperatura es de $20^0\text{C} = 293.15^0\text{K}$, este valor se considera así por ser un promedio de las condiciones atmosféricas locales. La transferencia de calor se realiza desde las aletas inclinadas a 45^0 con respecto a la vertical y que están a

CAPITULO II: CALCULO ANALITICO DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCION LIBRE EN UNA SUPERFICIE CON ALETAS INCLINADAS.

una temperatura de 60°C (333.15°K) hacia el flujo de aire que transita entre las dos aletas. El valor de la temperatura de las aletas se considera como un valor típico de operación debido a que si fuera a mayor temperatura se corre el riesgo que al tener contacto físico con ellas pudieran producirse quemaduras u otro tipo de accidentes.

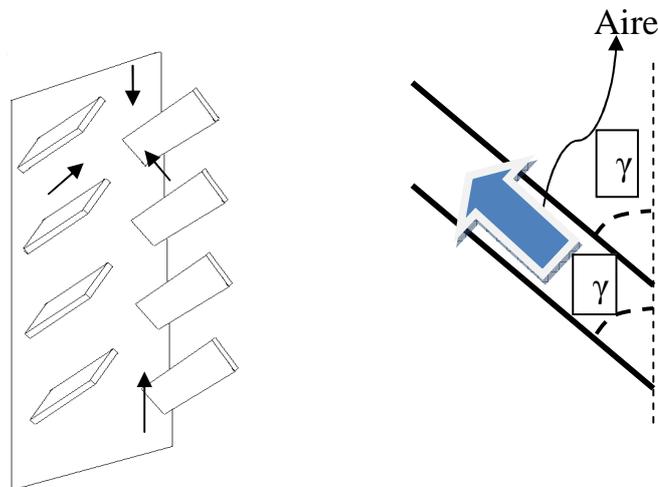


Fig. 12.- Paso de aire entre aletas de enfriamiento.

Consideraciones iniciales:

$$T_w = 60^{\circ}\text{C} = 333.15^{\circ}\text{K}$$

$$T_{\infty} = 20^{\circ}\text{C} = 293.15^{\circ}\text{K}$$

Para que exista una transferencia de calor por convección es necesario tener un gradiente de temperaturas, por lo que bajo estas condiciones es posible determinar la tasa de calor transferido de un medio a otro.

Sin embargo hay que considerar también otros factores que afectan directamente a dicho proceso. En este caso es necesario calcular el coeficiente de expansión y encontrar por medio de la tabla de propiedades termofísicas

CAPITULO II: CALCULO ANALITICO DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCION LIBRE EN UNA SUPERFICIE CON ALETAS INCLINADAS.

del aire seco el primer número adimensional llamado número de Prandtl, dicho número ayudará a calcular la constante $c(\text{Pr})$.

Posteriormente utilizando dicha constante será posible calcular el coeficiente de transferencia de calor por convección en la zona de la capa límite, hay que recordar que el número de Prandtl representa la relación de la energía de momento y la energía de difusión de calor.

En otras palabras nos ayuda a verificar la difusividad de energía debido a los efectos viscosos y de momento del fluido o por efectos térmicos mediante la comparación de los espesores de las capas límite hidrodinámica y térmica.

El coeficiente de expansión se calcula de la siguiente forma:

$$\beta = \frac{1}{T_{\infty}} = \frac{1}{293.15} = 0.00341 \quad \text{1/K} \quad (19)$$

El valor de número de Prandtl es obtenido por tablas de propiedades termofísicas del aire seco anexas en este documento:

$$\text{Pr} = 0.703$$

Se hace la consideración que la inclinación de las aletas es a 45° , posición de ambas aletas en donde la publicación marca una transferencia de calor óptima.

$$\gamma = 45^\circ$$

2.2.2.- Cálculo del Número de Grashof.

A una temperatura de 293.15 K se obtiene la viscosidad cinemática, la cual utilizamos para calcular el siguiente número adimensional que es el número de Grashof, como se muestra en el cálculo siguiente:

$$V_{\text{AIRE @ 293.15 K}} = 0.1506 * 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$$

**CAPITULO II: CALCULO ANALITICO DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR
POR CONVECCION LIBRE EN UNA SUPERFICIE CON ALETAS INCLINADAS.**

$$Gr_x = \frac{g\beta L^3 \cos\gamma (T_w - T_\infty)}{\nu^2}$$

$$Gr_x = \frac{(9.81)(0.00341)(0.02)^3 \cos(45)(333.15 - 293.15)}{(0.1506 * 10^{-4})^2} = \frac{\left(\frac{m}{s^2}\right)\left(\frac{1}{K}\right)(m^3)(K)}{m^4/s^2}$$

$$Gr_x = \frac{7.569346 * 10^{-6}}{0.0000000002 268036}$$

$$Gr_x = 33704 .01$$

El número de Grashof es calculado utilizando las fórmulas mencionadas por [2], como se puede observar se aproxima significativamente a los resultados mencionados en dicha publicación Gr=29200, interpretando el valor obtenido, se observa que las fuerzas de flotación son las que están dominando el proceso de transferencia de calor.

2.2.3.- Cálculo del espesor de la capa límite.

El espesor de la capa límite puede obtenerse mediante la ecuación (16). Sustituyendo los valores obtenidos anteriormente en esta expresión se tiene lo siguiente:

$$\delta(x) = \frac{(3.93)(1.13429)(0.02)^{1/4}}{(0.83845)(254.14)}$$

$$\delta(x) = 0.00786 \text{ m}$$

$$y = 0.75*(0.00786\text{m})$$

CAPITULO II: CALCULO ANALITICO DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCION LIBRE EN UNA SUPERFICIE CON ALETAS INCLINADAS.

$$y = 0.005900 \text{ m}$$

En éste último cálculo, el autor de la publicación señala que a un 75 % del espesor total de la capa límite de dicha distancia se toma en cuenta posteriormente para calcular la velocidad puntual del fluido, e indica la separación óptima (S_{opt}) entre aletas, en donde se presenta el flujo de calor por unidad de volumen máximo [2].

2.2.4.- Cálculo de la velocidad promedio.

El perfil de velocidades del flujo es calculada utilizando la expresión (18), [2]. Se procede a calcular primero la componente de la velocidad paralela al eje de las x, debido a que este eje es paralelo a la longitud de la aleta, utilizando la ecuación (17).

$$\bar{U}(x) = \left[(0.000077860)(1.655380)^{-1/2} \right] * \left[\frac{(9.81)(\cos 45)(0.00341)(40)}{(0.1506 * 10^{-4})^2} \right]^{1/2} * (0.02)^{1/2}$$

$$\bar{U}(x) = [0.00006052156][5.2146894 * 10^5]^{1/2} [0.02]^{1/2}$$

$$\bar{U}(x) = [0.00006052156][64589.097][0.02]^{1/2}$$

$$\bar{U}(x) = 0.552765 \text{ m/s}$$

Una vez obtenida la componente x de la velocidad se sustituye este dato en la ecuación (25), para calcular la velocidad puntual del flujo en la última estación sobre el eje x de la longitud de la aleta.

$$U = (0.552765) \left(\frac{0.005900}{0.00786} \right) \left(1 - \left(\frac{0.005900}{0.00786} \right) \right)^2$$

CAPITULO II: CALCULO ANALITICO DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCION LIBRE EN UNA SUPERFICIE CON ALETAS INCLINADAS.

$$U = (0.552765)(0.750636)(0.0621823)$$

$$U = 0.0258035 \text{ m/s}$$

Este resultado es la velocidad puntual en la última estación de la aleta donde el perfil de velocidades ya se encuentra desarrollado. Como se puede observar la velocidad del flujo depende de varios factores.

2.2.5.- Cálculo del número adimensional Rayleigh (Ra).

El número de Rayleigh se utiliza para conocer el régimen de flujo, es decir si es laminar o turbulento. A continuación se calcula dicho número:

$$Ra = Gr Pr \quad (20)$$

$$Ra = (33374 \cdot 0.01)(0.703)$$

$$Ra = 23461.92$$

Así el cálculo del número de Rayleigh nos muestra que es un flujo de tipo laminar. Según lo menciona la referencia [2]. Cuyo valor se encuentra en el intervalo $10^{-1} < RaL < 10^9$ [1].

2.2.6.- Cálculo del flujo de calor de la aleta.

Antes de proceder a calcular la transferencia de calor por convección libre, se debe obtener por medio de números adimensionales como es el número de Prandtl, y Grashof. A continuación se muestra el cálculo de la constante $c(Pr)$, [2]

**CAPITULO II: CALCULO ANALITICO DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR
POR CONVECCION LIBRE EN UNA SUPERFICIE CON ALETAS INCLINADAS.**

$$c(\text{Pr}) = \frac{3}{4} \left(\frac{\text{Pr}}{2.435 + 4.884 \text{Pr}^{1/2} + 4.953 \text{Pr}} \right)^{1/4}$$

$$c(\text{Pr}) = \frac{3}{4} \left(\frac{0.703}{2.435 + 4.884(0.703)^{1/2} + 4.953(0.703)} \right)^{1/4}$$

$$c(\text{Pr}) = \frac{3}{4} \left(\frac{0.703}{2.435 + 4.0949 + 3.4819} \right)^{1/4}$$

$$c(\text{Pr}) = \frac{3}{4} (0.070217)^{1/4}$$

$$c(\text{Pr}) = \frac{3}{4} (0.5147)$$

Esta constante es calculada con la fórmula mencionada anteriormente, debido a que se tiene un caso específico de aletas inclinadas:

$$c(\text{Pr}) = 0.38607$$

Comparando este resultado con valores indicados en [1] donde se establece una serie de valores de la constante para régimen laminar es de 0.59 y para régimen turbulento es 0.10 respectivamente, para una placa plana en posición vertical.

Se encontró que nuestro caso particular $c(\text{Pr})$ se encuentra en una zona de transición, esto debido a que influye el ángulo de inclinación de la aleta con respecto a la vertical.

La razón de utilizar valores de placa plana vertical es debido a que no hay mucha información sobre el valor de estas constantes para placas inclinadas.

El coeficiente de conductividad térmica k y la constante $c(\text{Pr})$, son utilizados para calcular el coeficiente de transferencia de calor por convección en forma

**CAPITULO II: CALCULO ANALITICO DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR
POR CONVECCION LIBRE EN UNA SUPERFICIE CON ALETAS INCLINADAS.**

local, el cual es utilizado posteriormente para calcular el flujo de calor (q) de la aleta [2]:

$$h = \alpha^*(x, T) = \frac{c(\text{Pr})\lambda_g (Gr_x \text{Pr})^{1/4}}{x}$$

(21)

$$h = \alpha^*(x, T) = \frac{c(\text{Pr})\lambda_g (Ra)^{1/4}}{x}$$

$$h = \alpha^*(x, T) = \frac{(0.38607)(0.0259)(23461.92)^{1/4}}{0.02}$$

$$h = \alpha^*(x, T) = \frac{(0.38607)(0.0259)(12.376)}{0.02}$$

$$h = \alpha^*(x, T) = 6.1875 \text{ W/m}^2\text{K}$$

Con este dato se puede calcular el Número de Nusselt como se observa a continuación:

$$Nu = hL / k$$

$$Nu = 6.1875 * 0.02 / 0.0259$$

$$Nu = 4.77$$

CAPITULO II: CALCULO ANALITICO DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCION LIBRE EN UNA SUPERFICIE CON ALETAS INCLINADAS.

Se observa por medio del valor de número de Nusselt, que el tipo predominante de transferencia de calor es por convección, que en este caso es convección libre.

El flujo de calor (W/m²) es de:

$$q = h (T_w - T_\infty) \quad (22)$$

$$q = (6.1875 \text{ W/m}^2\text{K})(333.15 \text{ K} - 293.15 \text{ K})$$

El resultado arrojado por los cálculos expuestos anteriormente nos indica la cantidad de flujo de calor por unidad de área de las aletas hacia el fluido de trabajo

$$q = 247.5 \text{ W/m}^2$$

El flujo de calor por unidad de volumen (W/m³) es de:

$$q_v = \alpha^*(x,T)(T_w - T_\infty) \left[\frac{1}{x(T_w - T_\infty)^{5/3}} \int_0^x (T_w - T_\infty)^{5/3} dx \right]^{-1/4} \quad (23)$$

$$q_v = \frac{247.5(40)}{\left[\frac{0.02(40)^{5/3}}{0.02(40)^{5/3}} \right]^{1/4}}$$

$$q_v = 9900 \frac{\text{W}}{\text{m}^3}$$

CAPITULO II: CALCULO ANALITICO DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCION LIBRE EN UNA SUPERFICIE CON ALETAS INCLINADAS.

El resultado arrojado por los cálculos expuestos anteriormente nos indica la cantidad de flujo de calor por unidad de volumen de las aletas al fluido de trabajo. Se compara este valor con el obtenido por el autor [2] en la tabla 1.

TABLA1: Calor por unidad de volumen.

Material	q (W/m ³)
Acero	16 X 10 ⁴
Cobre	20 x 10 ⁴

A continuación se muestra el espesor de la capa límite sobre la aleta inclinada a 45°. Ver Anexo IV.

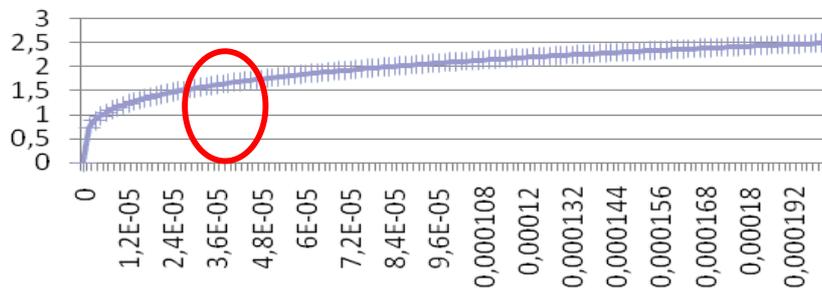


Fig. 13.-Espesor de capa limite en mm.

Con los datos recabados anteriormente se procede a calcular el espesor de la capa límite térmica, la cual como los cálculos muestran, arrojan un valor esperado de la misma debido a que el valor del número de Prandtl es menor a 1 por lo que el espesor de la capa límite térmica es mayor que el de la capa límite dinámica.

CAPITULO II: CALCULO ANALITICO DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCION LIBRE EN UNA SUPERFICIE CON ALETAS INCLINADAS.

$$\frac{\delta_T}{\delta} \approx \frac{1}{\sqrt{\text{Pr}}} \quad (24)$$

$$\delta_T \approx \frac{0.00786}{\sqrt{0.703}}$$

$$\delta_T \approx 0.0093$$

A continuación se hace una recopilación y análisis de los resultados de los parámetros adimensionales para este caso en particular.

TABLA 2: Concentrado de valores de números adimensionales.-

Número adimensional	Valor
Número de Prandtl	0.703
Número de Grashof	33704.01
Número de Rayleigh	23461.92
Número de Nusselt	4.77

De los resultados arrojados anteriormente, se concluye que factores geométricos tales como el ángulo de inclinación de aleta es un factor determinante que tiene impacto sobre los números adimensionales como los que se ven en la Tabla 2 y también en la cantidad de flujo de calor y flujo de calor por unidad de volumen.

Se puede observar también que aunque el ángulo de inclinación juega un papel muy importante dentro de la transferencia de calor por unidad de área y de volumen, otro factor determinante es el material con el que esta hecho la aleta pues influye en la conductividad térmica de la aleta. El resultado de transferencia de calor por unidad de volumen obtenido anteriormente a 45°,

CAPITULO II: CALCULO ANALITICO DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCION LIBRE EN UNA SUPERFICIE CON ALETAS INCLINADAS.

corresponde al material de aleta de aluminio (Al) cuyo valor se encuentra por debajo del valor del cobre (Cu). Este análisis esta dirigido a estudiar el desempeño de las aletas de enfriamiento bajo condiciones específicas de operación mediante la observación de los valores de los números adimensionales mencionados en la tabla 2.

En el Capítulo III se revisará el modelo de simulación numérica así también como procedimiento para la realización del análisis numérico para este trabajo de tesis.

CAPITULO III

- MODELO DE SIMULACION NUMÉRICA-

En este capítulo se realiza una descripción y análisis de las diferentes características del modelo numérico para realizar la simulación en ambiente virtual del fenómeno de transferencia de calor por convección libre en una superficie vertical con aletas de enfriamiento inclinadas, para disipar el calor de dicha superficie. Entre las características que se toman en cuenta es el modelo matemático que define el comportamiento del fluido en un régimen de tipo laminar. Por otra parte, se analizan las condiciones bajo las cuales se realizaron las diferentes corridas para obtener el comportamiento y qué tanto se aproxima al descrito por [2]. Antes de dar paso al análisis del caso en particular que compete a este trabajo, es necesario proporcionar al lector una breve introducción de las herramientas utilizadas para llevar a cabo este análisis

3.1 Dinámica de Fluidos Computacionales

CFD (Computational Fluid Dynamics), es una forma de estudio que utiliza métodos de aproximación numérica para analizar la naturaleza de los fluidos bajo diferentes condiciones de operación así también como su comportamiento. Esta herramienta es muy útil para conseguir el objetivo anteriormente mencionado. Para conocerla mejor hay que empezar con un poco de historia.

3.1.1.- Antecedentes Históricos.

El desarrollo de la dinámica de fluidos computacional moderna (CFD) empieza con el advenimiento de las computadoras digitales a principios de los años 50's. Los métodos de diferencias finitas (FDM) y del elemento finito (FEM), los cuales son herramientas básicas utilizadas en la solución de ecuaciones diferenciales parciales en general y CFD en particular, tienen diferentes orígenes. En 1910, en la real academia de Londres, Richardson presentó un documento de la primera solución del análisis de esfuerzos de una viga. En contraste, el primer trabajo de FEM fue publicado en el Journal de Aeronautical Science por Turner, Clough, Martin y Topp para aplicaciones en aeronaves en análisis de esfuerzos

CAPITULO III- MODELO DE SIMULACION NUMÉRICA

en 1956. Desde entonces, ambos métodos han sido desarrollados extensivamente en dinámica de fluidos, transferencia de calor y áreas relacionadas. Para complementar la información histórica se puede acudir a la referencia [8] de este trabajo de tesis.

Existe evidencia creciente de los beneficios de los conocimientos combinados de ambos métodos de FDM y FEM. El método de Volumen Finito (FVM), debido a su estructura de datos tan simple, se ha hecho muy popular en años recientes, su formulación se ha relacionado tanto con FDM y FEM. Históricamente, FDM ha dominado a la comunidad de CFD. La simplicidad en las formulaciones y cálculos han contribuido a esta tendencia. FEM por otro lado es conocido por ser más complicado en sus formulaciones y mas consumidor de tiempo en cálculos. Sin embargo, ya no es el caso en recientes desarrollos. En muchos ejemplos de importantes desarrollos se ha utilizado FEM. El objetivo de este texto no es desacreditar ninguno de los dos métodos sino observar las ventajas y desventajas de cada uno que combinado con la capacidad de las supercomputadoras de hoy en día puede uno ajustar el método que mejor se acople para resolver un problema particular.

CFD es una herramienta muy útil para resolver problemas de ingeniería, sin embargo hay que tener en cuenta que la persona que quiera utilizar esta herramienta necesita tener algunas bases como son las siguientes:

- *Conceptos básicos de Mecánica de Fluidos y Transferencia de calor.
- *Fundamentos del método de elementos finitos, método de volúmenes finitos.
- * Generación de mallas, tipos de mallas, adaptación de las mismas según el tipo de problema, condiciones de frontera.
- * Modelos de simulación numérica.

A continuación se mencionan dos métodos numéricos de discretización más comunes para realizar un análisis numérico:

CAPITULO III- MODELO DE SIMULACION NUMÉRICA

A) Método de elemento finito (MEF).

Para efectos de comprender mejor este método se dará un ejemplo aplicado al tema de este trabajo. Para analizar una superficie extendida mejor conocida como “aleta” se muestra un esquemático de un arreglo de aletas en la figura 13 de este documento.

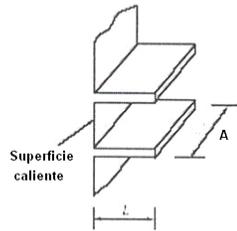


Figura 14.- Arreglo de aletas de enfriamiento rectangulares.

La figura 14 muestra un arreglo de aletas unidas a una superficie caliente que en este caso esta disipando calor hacia los alrededores. En la figura 15 se realiza una simplificación del modelo de acuerdo al método de elemento finito, es decir, dividir al modelo en nodos y cada componente del modelo en un elemento único que lo identifique, cada nodo representa una ecuación que describe el fenómeno que se desea analizar en los nodos (1, 2, 3 y 4). Los elementos 1,2 y 3 representan a las aletas y a la superficie caliente.

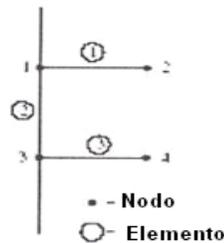


Figura 15.- Modelo simplificado de elementos de aletas rectangulares.

CAPITULO III- MODELO DE SIMULACION NUMÉRICA

De manera similar el siguiente caso se resuelve en forma matemática, es decir una aleta horizontal y que está sometida a condiciones de operación de transferencia de calor, como se aprecia en la figura 16.

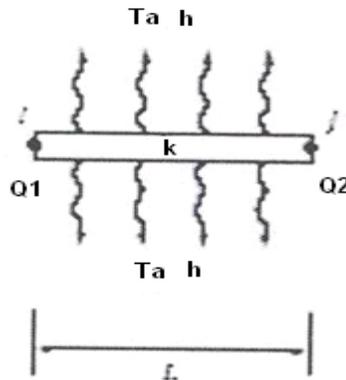


Figura 16.- Elemento típico del arreglo de una aleta rectangular y mecanismo de transferencia de calor conductivo-convectivo.

Se pudiera escribir las ecuaciones de balance de energía en los nodos i y j como sigue:

En el nodo i:

$$Q_i - \frac{kA}{L}(T_i - T_j) - \frac{hPL}{2} \left(\frac{T_i + T_j}{2} - T_a \right) = 0 \quad (25)$$

En el nodo j:

$$-Q_j + \frac{kA}{L}(T_i - T_j) - \frac{hPL}{2} \left(\frac{T_i + T_j}{2} + T_a \right) = 0 \quad (26)$$

Simplificando, tenemos que para el nodo i:

$$\left(\frac{kA}{L} + \frac{hPL}{4} \right) T_i + \left(-\frac{kA}{L} + \frac{hPL}{4} \right) T_j = Q_i + \frac{hPL}{2} T_a \quad (27)$$

Y para el nodo j:

CAPITULO III- MODELO DE SIMULACION NUMÉRICA

$$\left(-\frac{kA}{L} + \frac{hPL}{4}\right)T_i + \left(\frac{kA}{L} + \frac{hPL}{4}\right)T_j = -Q_i + \frac{hPL}{2}T_a \quad (28)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{kA}{L} + \frac{hPL}{4} & -\frac{kA}{L} + \frac{hPL}{4} \\ -\frac{kA}{L} + \frac{hPL}{4} & \frac{kA}{L} + \frac{hPL}{4} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_i \\ T_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q_i + \frac{hPL}{2}T_a \\ -Q_i + \frac{hPL}{2}T_a \end{Bmatrix} \quad (29)$$

En las ecuaciones anteriores tanto Q_j como T_i son comúnmente conocidas y cantidades tales como T_a , h , k , L y P son conocidas primero. El problema de las aletas mencionado anteriormente se reduce a encontrar tres variables desconocidas Q_i o T_i , T_j y Q_j , adicionalmente existe una ecuación que relaciona a estas variables, la cual es la siguiente:

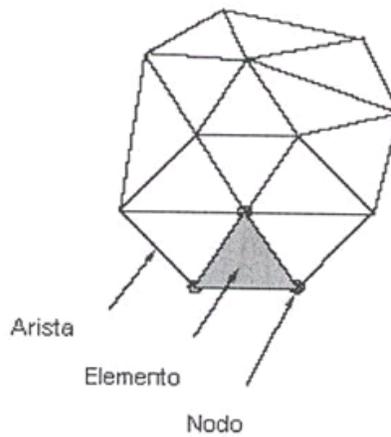
$$Q_i = Q_j + hPL \left(\frac{T_i + T_j}{2} - T_a \right) \quad (30)$$

En forma resumida se presentan los pasos del proceso de solución de un problema en forma general aplicándole el método de elemento



CAPITULO III- MODELO DE SIMULACION NUMÉRICA

- Figura 17.- Proceso de simulación numérica [8].



- Figura 18- Malla típica de elemento finito. Elementos, nodos y aristas [8]

Para terminar con esta sección denotaremos con la figura 18 que un elemento puede ser llamada también a un área que está formada por aristas y estas aristas están unidas por medio de nodos, sabiendo que cada nodo representa una ecuación del fenómeno que se esté analizando en ese momento.

B) Método de Volúmenes finitos:

Las ecuaciones que gobiernan la dinámica de fluidos han sido matemáticamente expresadas cuando un esquema numérico es aplicado a estas ecuaciones diferenciales, el dominio computacional es subdividido en puntos de malla, y las ecuaciones diferenciales finitas son resueltas en cada punto. Una alternativa de aproximación es resolver la forma integral de la solución de las ecuaciones gobernantes. En esta aproximación, el dominio físico es subdividido en pequeños volúmenes (o áreas para un caso de 2D), y las variables dependientes son evaluadas ya sea en centros de volumen (celdas) o esquinas de volúmenes.

El método de volumen finito tiene una ventaja sobre el método de elemento finito, si el dominio físico es altamente irregular y complicado, quizá volúmenes arbitrarios puedan ser

CAPITULO III- MODELO DE SIMULACION NUMÉRICA

utilizados para subdividir el dominio físico. También si las ecuaciones son resueltas directamente en un dominio físico, ninguna transformación de coordenadas es requerida. Otra ventaja del volumen finito es que la masa, momentum y la energía se conservan automáticamente, si las formas de las ecuaciones gobernantes son resueltas

3.1.2.- Método de Volumen Finito en dos Dimensiones.

Para explicar el método de volumen finito, considere el modelo de la ecuación en 2D [8]:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} = 0 \quad (31)$$

Integrando esta ecuación sobre el volumen finito abcd (con unidades de profundidad) mostrada en la figura 19 [8]:

$$\iiint_{abcd} \left(\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} \right) dV = 0 \quad (32)$$

Donde el volumen diferencial $dv = dx \, dy$. Después de aplicar el teorema de Green, esta ecuación se vuelve

$$\frac{\partial}{\partial t} \iint_{abcd} U(1) dx dy + \oint_{abcd} H n ds = 0 \quad (33)$$

Donde n es la unidad normal a la superficie s del volumen finito y H puede ser expresada en coordenadas cartesianas como:

$$H = E_i + F_j \quad (34)$$

Para la presente geometría es 2D,

$$H n ds = (E dy - F dx) \quad (35)$$

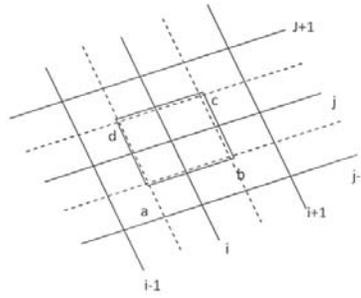


Figura 19.- Volumen finito bidimensional

Que puede ser sustituido en las ecuaciones

$$\frac{\partial}{\partial t} \iint_{abcd} U dx dy + \oint_{abcd} (E dy - F dx) = 0 \quad (36)$$

La expresión puede ser aproximada como:

$$\left(\frac{U_{i,j}^{n+1} - U_{i,j}^{n+1}}{\Delta t} \right) S_{abcd} + (E_{i,j-1/2} \Delta y_{ab} + E_{i+1/2,j} \Delta y_{bc} + E_{i,j-1/2} \Delta y_{cd} + E_{i,j-1/2} \Delta y_{da}) - (F_{i,j-1/2} \Delta x_{ab} + F_{i+1/2,j} \Delta x_{bc} + F_{i,j-1/2} \Delta x_{cd} + F_{i,j-1/2} \Delta x_{da}) = 0 \quad (37)$$

Donde S_{abcd} es el área (la cual se asume constante) del cuadrilátero $abcd$ y $U_{i,j}$ es el valor promedio de U en cuadrilátero o celda. Esta formulación es referida como un esquema de celda centrada de volumen finito.

Los incrementos en x e y sondados por:

$$\begin{aligned} \Delta x_{ab} &= x_b - x_a & \Delta x_{bc} &= x_c - x_b & \Delta x_{cd} &= x_d - x_c & \Delta x_{da} &= x_d - x_a \\ \Delta y_{ab} &= y_b - y_a & \Delta y_{bc} &= y_c - y_b & \Delta y_{cd} &= y_d - y_c & \Delta y_{da} &= y_a - y_d \end{aligned} \quad (38)$$

Los flujos E y F pueden ser evaluados en un nivel de tiempo n o $n+1$ para proveer ya sea un esquema implícito o explícito. Adicionalmente, los valores especiales de los flujos pueden

CAPITULO III- MODELO DE SIMULACION NUMÉRICA

ser determinados por una gran variedad de formas las cuales llevan a varios algoritmos. Como ejemplo, se evaluarán los flujos utilizando los valores promedio dados por:

$$\begin{aligned}
 E_{i,j-1/2} &= 0.5(E_{i,j-1} + E_{i,j}) & F_{i,j-1/2} &= 0.5(F_{i,j-1} + F_{i,j}) \\
 E_{i+1/2,j} &= 0.5(E_{i+1,j} + E_{i,j}) & F_{i+1/2,j} &= 0.5(F_{i+1,j} + F_{i,j}) \\
 E_{i+1/2,j} &= 0.5(E_{i,j+1} + E_{i,j}) & F_{i+1/2,j} &= 0.5(F_{i,j+1} + F_{i,j}) \\
 E_{i-1/2,j} &= 0.5(E_{i-1,j} + E_{i,j}) & F_{i-1/2,j} &= 0.5(F_{i-1,j} + F_{i,j})
 \end{aligned} \tag{39}$$

Sustituyendo las expresiones (38) en la ecuación (39) nos llevan a lo siguiente:

$$\begin{aligned}
 &\left(\frac{U_{i,j}^{n+1} - U_{i,j}^n}{\Delta t} \right) S_{abcd} + 0.5(E_{i,j-1} / E_{i,j}) \Delta y_{ab} - 0.5(F_{i,j-1} / F_{i,j}) \Delta x_{ab} \\
 &+ 0.5(E_{i+1,j} + E_{i,j}) \Delta y_{bc} - 0.5(E_{i+1,j} + E_{i,j}) \Delta x_{bc} \\
 &+ 0.5(E_{i,j+1} + E_{i,j}) \Delta y_{cd} - 0.5(F_{i,j+1} + F_{i,j}) \Delta x_{cd} \\
 &+ 0.5(E_{i-1,j} + E_{i,j}) \Delta y_{da} - 0.5(F_{i-1,j} + F_{i,j}) \Delta x_{da}
 \end{aligned} \tag{40}$$

Si el cuadrilátero abcd es de forma rectangular y si los lados coinciden con las líneas constantes x e y, la ecuación (40) se reduce a :

$$\frac{U_{i,j}^{n+1} - U_{i,j}^n}{\Delta t} + \frac{E_{i+1,j} - E_{i-1,j}}{2\Delta x} + \frac{F_{i,j+1} - F_{i,j-1}}{2\Delta y} = 0 \tag{41}$$

El método de volumen finito descrito hasta ahora ha sido aplicado a un modelo de Ecuaciones Diferenciales Parciales (PDE) conteniendo solamente derivada de primer orden. Sin embargo para mostrar como el método de volumen puede ser aplicado a ecuaciones que

CAPITULO III- MODELO DE SIMULACION NUMÉRICA

contienen derivadas de segundo orden, se considerará una ecuación de transferencia de calor en 2-D,

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (42)$$

Donde α es una constante asumida. Integrando esta ecuación sobre el volumen finito abcd (con unidades de profundidad) mostradas en la figura 17 resulta lo siguiente:

$$\iiint_{abcd} \frac{\partial T}{\partial t} dx dy = \alpha \iiint_{abcd} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) dx dy \quad (43)$$

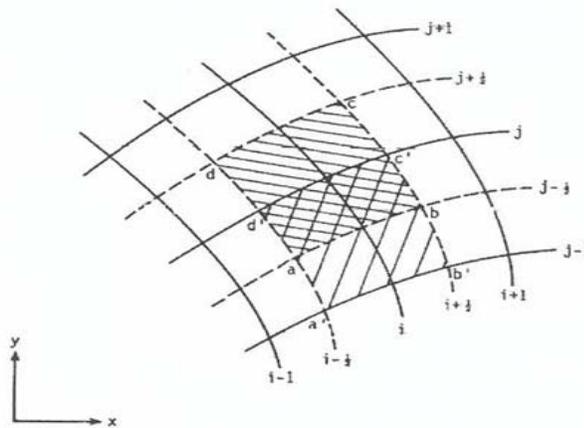


Figura 20.-Volúmenes finitos traslapados en 2-D.

$$\iiint_{abcd} \frac{\partial T}{\partial t} dx dy = \iint_{abcd} H nds \quad (43)$$

Donde H se puede expresar en coordenadas cartesianas:

$$H = \frac{\partial T}{\partial x} i + \frac{\partial T}{\partial y} j$$

Para una geometría en 2-D

CAPITULO III- MODELO DE SIMULACION NUMÉRICA

$$Hnds = \frac{\partial T}{\partial x} dy - \frac{\partial T}{\partial y} dx \quad (44)$$

Las cuales son sustituidas en la ecuación (49) dando como resultado:

$$\frac{\partial}{\partial t} \iint_{abcd} T dx dy = \oint_{abcd} \left(\frac{\partial T}{\partial x} dy - \frac{\partial T}{\partial y} dx \right) \quad (45)$$

La ecuación anterior (51) puede ser aproximada como antes para obtener:

$$\begin{aligned} \left(\frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t} \right) S_{abcd} = \alpha \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{i,j-1/2} \Delta y_{ab} + \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{i+1/2,j} \Delta y_{bc} + \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{i,j+1/2} \Delta y_{cd} \right. \\ \left. + \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{i-1/2,j} \Delta y_{da} - \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{i,j-1/2} \Delta x_{ab} - \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{i+1/2,j} \Delta x_{bc} \right. \\ \left. - \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{i,j+1/2} \Delta x_{cd} - \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{i-1/2,j} \Delta x_{da} \right] \quad (46) \end{aligned}$$

Donde los incrementos en x e y están dados por $\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{i,j-1/2}$ y $\left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{i,j-1/2}$ pueden ser evaluados con sus valores promedio sobre el elemento finito a'b'c'd' en la figura 20, por lo que se tiene lo siguiente:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{i,j-1/2} = \frac{1}{S_{a'b'c'd'}} \iint \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) dx dy = - \frac{1}{S_{a'b'c'd'}} \oint T dy \quad (47)$$

Donde la línea integral puede aproximarse por medio de:

$$\oint T dy = T_{i,j-1} \Delta x_{a'b'} + T_b \Delta_{b'c'} + T_b \Delta_{b'c'} + T_{i,j} \Delta x_{c'd'} + T_a \Delta_{d'a'} \quad (48)$$

La temperatura Ta y Tb son evaluadas como el promedio de las cuatro temperaturas circundantes:

CAPITULO III- MODELO DE SIMULACION NUMÉRICA

$$T_a = \frac{1}{4}(T_{i,j} + T_{i+1,j} + T_{i-1,j-1} + T_{i,j-1})$$

$$T_b = \frac{1}{4}(T_{i,j} + T_{i+1,j} + T_{i+1,j-1} + T_{i,j-1}) \quad (49)$$

En cierto modo,

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{i,j-1/2} = \frac{1}{S_{ab'c'd'}} \iint \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) dx dy = -\frac{1}{S_{ab'c'd'}} \oint T dx \quad (51)$$

Y la línea integral puede aproximarse como:

$$\oint T dx = T_{i,j-1} \Delta x_{a'b'} + T_b \Delta_{b'c'} + T_b \Delta_{b'c'} + T_{i,j} \Delta x_{c'd'} + T_a \Delta_{d'a'} \quad (52)$$

El orden de las derivadas que aparecen en la ecuación (52) pueden determinarse de manera similar. Una vez conocidos estos métodos, el que es de interés para realizar este análisis es el último, puesto que es el método mas adecuado, en lo que se refiere a la simulación de la dinámica de fluidos.

3.2.- Definición de la geometría y la malla

3.2.1.-Definición de la geometría

La generación de la geometría básica puede provenir de software de diseño asistido por computadora y luego introducido a un generador de mallas; o puede construirse mediante un pre-procesador incluido generalmente en los paquetes de simulación actuales. Para el caso de estudio, la geometría es un conjunto de 26 aletas de enfriamiento inclinadas a 45 grados con un espesor de 2 mm X 20 mm de largo X 50 mm de alto, el material de la aleta es Aluminio, se considera un paso entre aletas de 5 mm. Como se muestra en la figura 21.

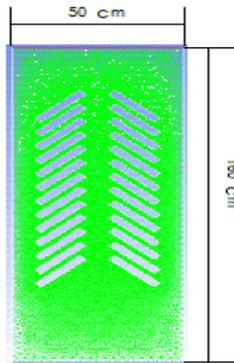


Figura 21.- Geometría del caso de estudio

3.2.2.- Definición de la malla

La diferencia entre la solución analítica y la numérica (computacionales), es que la solución numérica identifica puntos específicos del campo de flujo.

Es necesario delimitar un dominio computacional en donde se colocarán diferentes variables, estableciendo conjuntos de puntos, elementos o volúmenes (nodos) a través de un método de discretización.

* Estructuras de mallas regulares, irregulares e híbridas

Las estructuras regulares están compuestas de mallas rectangulares y polares, las mallas irregulares están formadas por elementos tetraédricos que generan una expansión no uniforme, Las mallas híbridas son aquellas con regiones regulares e irregulares que se encuentran en un mismo objeto.

*Forma del elemento y número de nodos

Los elementos que componen una malla pueden tener 3,4 o más nodos ya sean triángulos o cuadriláteros o para el caso tridimensional formar tetraedros, prismas o hexaedros como lo muestra la figura 22.

CAPITULO III- MODELO DE SIMULACION NUMÉRICA

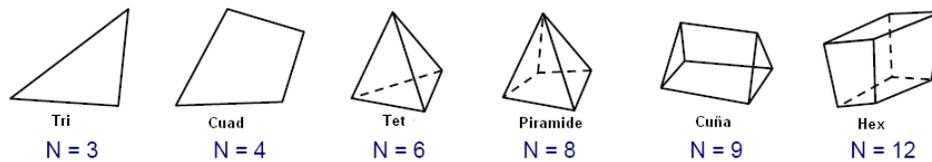


Figura 22.- Diferentes tipos de estructuras de elementos de mallas [9]

Bloques

Las mallas pueden o no tener una relación directa o estar unidos de una forma simple o compleja como se observa el figura 23.

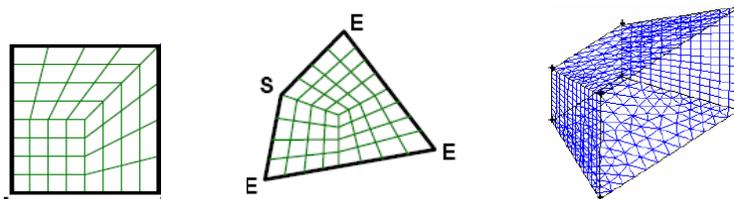


Figura 23- Diferentes tipos de bloques de mallas [9]

Disposición

Se encuentran las cartesianas que superponen al objeto de tal forma que el espaciado entre celdas es regular y también las adaptativas que envuelven al objeto y se despliegan a partir de sus límites.

Espacio

Pueden ser bidimensionales o tridimensionales, utilizando figuras planas o volúmenes respectivamente. La generación de la geometría básica puede provenir de software de diseño asistido por computadora y luego introducido a un generador de mallas; o puede construirse mediante un pre-procesador incluido generalmente en los paquetes de simulación actuales.

En la figura 24 se puede apreciar la malla utilizada para el caso de estudio de este trabajo de tesis,

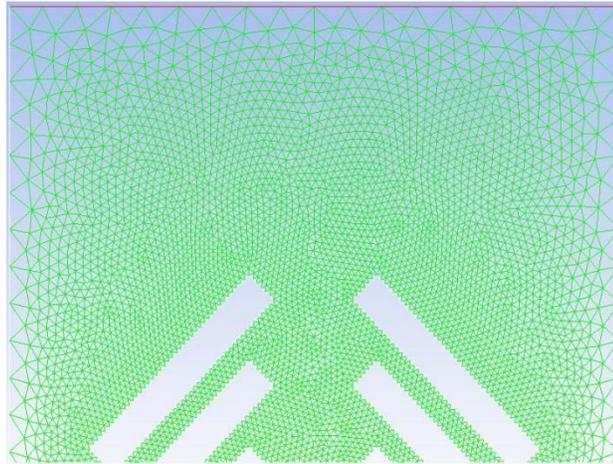
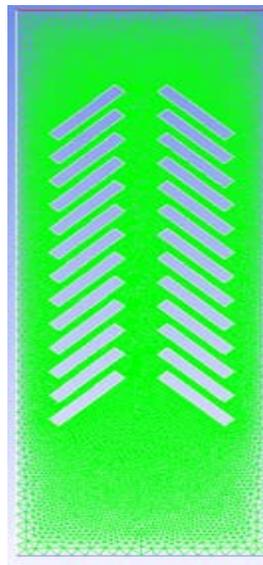


Figura 24.- Tipo de malla del caso de estudio

Las características de la malla de la figura anterior son las siguientes: los tipos de elementos utilizados son bidimensionales triangulares conocidos comúnmente como “tri-pave” en algunos softwares de análisis de flujo, la densidad de malla aumenta al aproximarse al volumen de control en cuestión que en este son los canales formados por las aletas inclinadas. A continuación se muestra, fig. 22, el modelo geométrico y el mallado utilizados y que son de interés para este trabajo de tesis,



CAPITULO III- MODELO DE SIMULACION NUMÉRICA

Figura 25.- Modelo geométrico y de malla de superficie vertical con aletas inclinadas a 45 grados.

3.3.- Análisis de independencia de malla.

El término de convergencia de malla es utilizado para describir la mejora de los resultados utilizando de manera exitosa la reducción del tamaño de celdas e incrementando el número de dichas celdas en el dominio del flujo para realizar cálculos posteriores. Dichos cálculos deben aproximarse a la respuesta correcta a medida de que la malla se vuelve mas fina, hasta alcanzar la independencia de malla, la técnica normal de CFD es empezar con una malla gruesa y refinarla gradualmente hasta que los cambios observados en los resultados sean más pequeños que los errores predeterminados, es decir que los errores deben acercarse asintóticamente a cero, excluyendo de esta manera errores de redondeo en el análisis numérico realizado por la computadora. Las simulaciones en CFD son parte de las actividades en el estudio del diseño puede requerir cientos de simulaciones, es por esto que es deseable observar algún tipo de evaluación o estudio en la convergencia de malla.

3.4.- Dominio y condiciones de frontera.

Una vez creada la malla se procede a definir los límites del dominio computacional y las condiciones de frontera determinadas en la fase inicial (formulación) que se pueden aplicar, se procede a visualizar el tipo de fluido que interactúa con las superficies que se designaron como fronteras. El tipo de fluido puede ser agua, aire, aceite o cualquier otro fluido para los cuales deben encontrarse la densidad y la viscosidad. Posteriormente debe encontrarse la condición del flujo como es el caso del Número de Rayleigh (Ra) por el tipo de transferencia de calor que se esta llevando a cabo, para definir si es laminar o turbulento. Posteriormente se define la estructura del fluido que generalmente incluye parámetros como la dirección de flujo, localización de vórtices, áreas de separación, capas limites y ondas de choque, dependiendo de la simulación.

CAPITULO III- MODELO DE SIMULACION NUMÉRICA

La identificación de tipo de condiciones de frontera que deben ser aplicadas así como el estado inicial de sus variables al empezar con la corrida y las condiciones de operación son los parámetros que determinan si los resultados de la simulación convergen o no. Otros parámetros de importancia son:

- *) Establecimiento de la velocidad inicial (para flujos laminares a la entrada).
- *) Establecimiento de un perfil de velocidades inicial (para flujos turbulentos a la entrada)
- *) Definición de una presión inicial (asociada a la altitud que se desea simular).
- *) Establecimiento de la energía cinética y sus condiciones de disipación.

Para el caso estudio que concierne a este trabajo de tesis las características como son el dominio y las condiciones de frontera que se establecen están contenidas en la siguiente tabla:

TABLA 3: Características de las condiciones de frontera y definición de sus valores.

CARACTERISTICA	VALOR DE CONDICIONES DE OPERACION
Condición de frontera: Entrada Tipo: Velocity inlet.	Velocidad : 0 m/s Temperatura del fluido: 293.15 K
Condición de frontera: salida Tipo: Outflow	Sin valor asignado, solo declarado como salida del flujo
Condición de frontera: Paredes Tipo: Wall	Numero de paredes declaradas: 28. De las cuales 26 son las aletas de enfriamiento inclinadas y presentan las siguientes características: Temperatura de pared: 333.15 K. Coeficiente de Convección: 6.1875 W/m ² K.

CAPITULO III- MODELO DE SIMULACION NUMÉRICA

	Flujo de calor por unidad de área (q): 247.5 W/m ² .
Material de trabajo: Aire	Densidad: 1.205 Kg/ m ³ Cp : 1005 J/Kg °K Conductividad térmica (k) : 0.0259 W/m K. Viscosidad: 1.81 *10 ⁻⁵ Kg /m s. β= 0.00341 1/K Régimen de flujo: Laminar.
Material de aleta: Aluminio.	k=209.3 W/ m K.

3.4.1.- Solución Numérica.

Una vez que se ha creado la geometría, la malla y se han especificado los parámetros que definen al fluido de trabajo, el trabajo esta completamente definido y puede ejecutarse de forma numérica.

En general el programa obtiene su información del pre-procesador, el cual ha sido alimentado por el usuario con los datos de la parametrización. De esta manera los datos procedentes del pre-procesador el programa los puede asimilar. Una vez asimilados por el programa, el proceso de solución se lleva a cabo.

Después de la descripción de las características del modelo mencionado anteriormente, se procede a realizar la corrida del caso bajo estudio, el proceso de cálculo es monitoreado en forma visual para verificar que los resultados converjan como se puede apreciar en la figura 26.

En esta figura podemos corroborar que la solución ha convergido sin ningún problema, por lo que posteriormente se mostrarán los resultados obtenidos

CAPITULO III- MODELO DE SIMULACION NUMÉRICA



Figura 26.- Convergencia de resultados de simulación de transferencia de calor por convección natural en la placa vertical con aletas inclinadas a 45 grados.

Los resultados se muestran en la figura 27 se puede observar claramente el comportamiento del campo de velocidades en el arreglo. Debido a los cambios de temperatura y transferencia de calor de las aletas al fluido se presenta un gradiente de velocidades. La velocidad se incrementa conforme el fluido se desplaza y entra en contacto con las aletas, alcanzando la velocidad máxima en la condición de frontera salida.

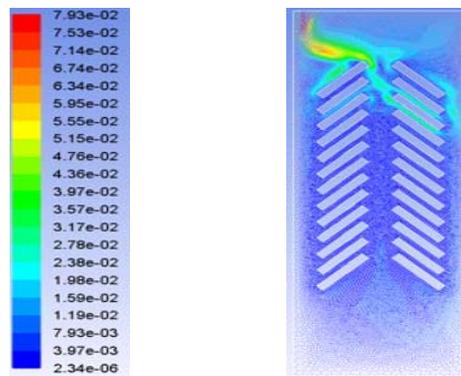


Figura 27.- Magnitudes de campo de vectores velocidad sobre una superficie vertical con aletas inclinadas a 45 grados.

CAPITULO III- MODELO DE SIMULACION NUMÉRICA

Por otro lado también se muestran los contornos de temperatura estática, figura 28, en los que se pueden observar el incremento de temperatura conforme el fluido se desplaza a través del espacio entre aletas de enfriamiento alcanzando sus valores máximos en la parte superior del arreglo de aletas muy cerca de la frontera de salida.

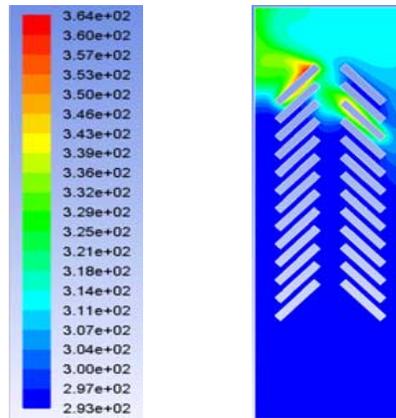


Figura 28.- Magnitudes de temperatura estática sobre una superficie vertical con aletas inclinadas a 45 grados.

En este Capítulo se han asentado las bases para poder realizar el análisis numérico que es de interés a este trabajo de tesis, se analizaran en el Capítulo IV con mas detalle los resultados obtenidos como son los campos de velocidades y los campos de temperatura.

CAPITULO IV :ANÁLISIS NUMÉRICO DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCIÓN LIBRE EN UNA SUPERFICIE CON ALETAS INCLINADAS

CAPITULO IV

ANÁLISIS NUMÉRICO DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCIÓN LIBRE EN UNA SUPERFICIE CON ALETAS INCLINADAS

En base al proceso seguido en el capítulo anterior para la obtención de los resultados en forma numérica, se realiza en el presente capítulo, el estudio de la transferencia de calor por convección libre en canales formados por aletas inclinadas a 45 grados y colocadas una respecto a la otra a una distancia (S) de 5 mm. El estudio se hizo por medio de un análisis numérico, utilizando el programa Fluent se simula numéricamente este caso en particular, reportando, de acuerdo a estos resultados se puede observar un comportamiento en el flujo de calor por unidad de volumen (q) cuando se grafica este parámetro con respecto a la distancia entre aletas.

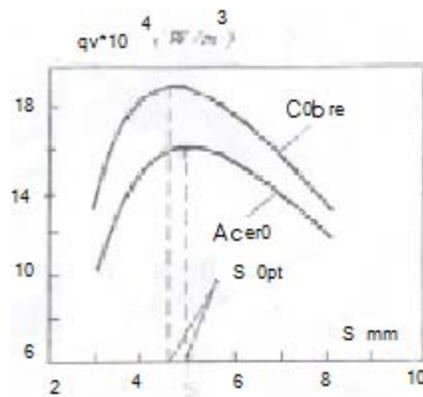


Fig. 28.- Espaciado óptimo (S_{opt}) entre aletas inclinadas de diferentes materiales.

La fig. 28 muestra el comportamiento del flujo de calor por unidad de volumen bajo condiciones de convección libre a diferentes espacios entre aletas. Se observa un espacio entre aletas óptimo en donde el flujo de calor es máximo y luego disminuye. En el presente trabajo se lleva a cabo el análisis en forma numérica del fenómeno en cuestión, utiliza un espacio entre aletas fijas pero con otro material en este caso es Aluminio.

Para realizar un análisis más detallado de lo que ocurre en el dominio del caso bajo estudio, éste se divide en forma vertical en tres zonas principales: zona inferior o fría, zona intermedia y zona superior o caliente, además el dominio se puede dividir también en forma horizontal en tres canales principales, canal izquierdo, central y derecho, además de los

CAPITULO IV :ANÁLISIS NUMÉRICO DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCIÓN LIBRE EN UNA SUPERFICIE CON ALETAS INCLINADAS

canales secundarios formados por las aletas inclinadas tanto del lado derecho como el izquierdo.

Zona inferior o fría:

Esta zona se ubica muy cerca de la condición de frontera de entrada del dominio. Si consideramos un flujo de tipo bidimensional que se mueve en el plano (x,y) se puede apreciar en las imágenes que la magnitud de los vectores velocidad son muy próximas a cero.

Sin embargo se presentan pequeños desplazamientos que describen dos vórtices en la parte baja del dominio debido a las componentes de velocidad $\delta u/\delta y$ y $\delta v/\delta x$.

$$\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \quad (31)$$

La diferencia de estas componentes originan lo que es conocido en calculo vectorial como rotacional, lo cual físicamente indica la presencia de una velocidad angular ω , cuya definición es la siguiente

$$\omega = 1/2 \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad (32)$$

en consecuencia existe la presencia de vorticidad, la cual matemáticamente se define como vorticidad = 2ω , por otra parte la integral de la diferencia de las componentes de velocidad da como resultado la circulación (Γ), definida como

$$\Gamma = \iint \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) dx dy.$$

(33)

Si se observa la fig. 29 (a), en general el fluido en la parte inferior del dominio se empieza a desplazar hacia arriba por el canal central principal y parte de él entra en el primer canal secundario formado por las aletas de enfriamiento y debido a la transferencia de calor que se produce desde la primera y segunda aletas con las que entra en contacto.

El fluido incrementa su temperatura presentándose un efecto de circulación alrededor de la primera aleta inferior derecha con lo que contribuye a la presencia del vórtice en la parte inferior derecha cercana a la entrada del dominio. Parte del flujo se desplaza hacia el lado izquierdo inferior del dominio ver fig. 29 (b).

CAPITULO IV :ANÁLISIS NUMÉRICO DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCIÓN LIBRE EN UNA SUPERFICIE CON ALETAS INCLINADAS

En donde se forma también un vórtice, dicho vórtice alimenta el canal izquierdo principal del dominio entrando en contacto con la primera aleta inferior izquierda produciéndose una circulación alrededor de la misma y contribuyendo al vórtice que se encuentra en la parte inferior izquierda cercana a la entrada del dominio.

En esta zona la temperatura es baja, los grandes cambios de densidad no se han dado todavía, por lo que la magnitud de las fuerzas de flotación son aún muy pequeñas, si se compara con la magnitud de las fuerzas viscosas.

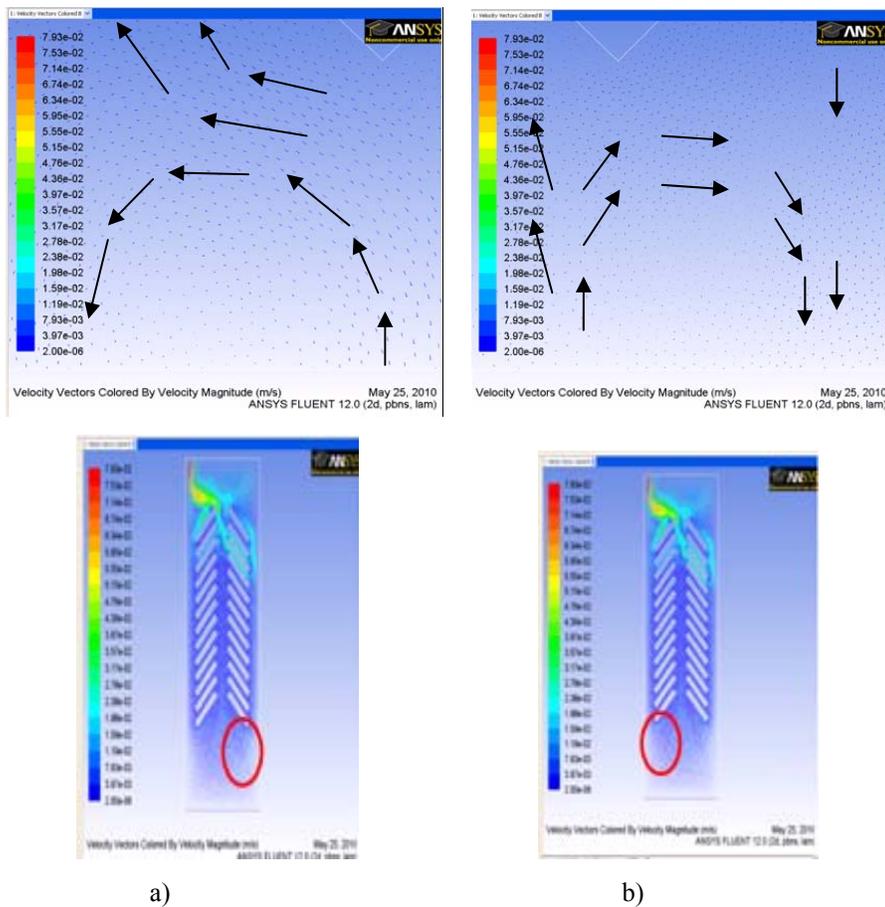


Fig. 29 a) Localización del vórtice en la zona derecha inferior del dominio. b) Localización del vórtice en la zona izquierda inferior del dominio.

Zona intermedia:

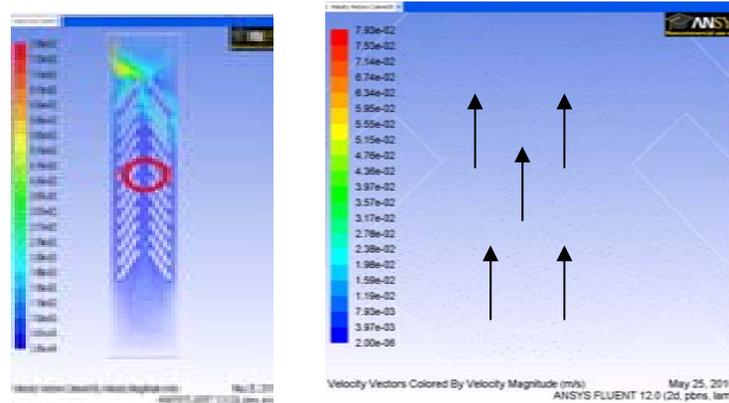
En esta zona la magnitud de los vectores velocidad no experimenta grandes variaciones, conservando la dirección del flujo en el canal central principal con dirección hacia arriba ver fig. (30 a).

CAPITULO IV :ANÁLISIS NUMÉRICO DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCIÓN LIBRE EN UNA SUPERFICIE CON ALETAS INCLINADAS

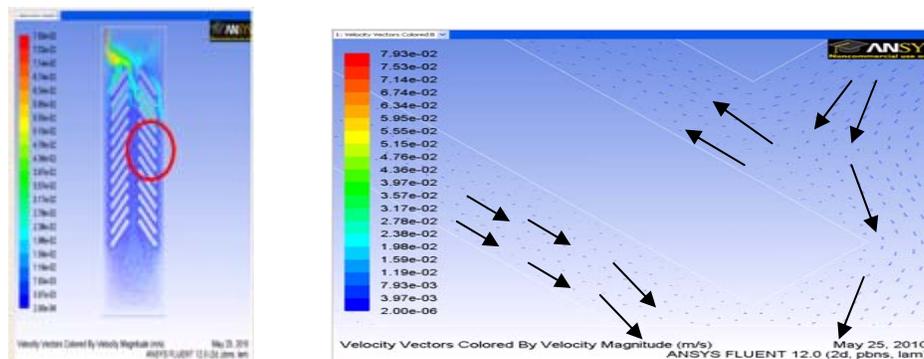
Parte de este flujo se desvía hacia los canales secundarios formados por las aletas del lado derecho, otra parte del fluido se desplaza en el canal derecho principal.

Proveniente de la parte caliente del dominio hacia la parte fría también entra en estos canales secundarios ascendiendo a través de ellos e integrándose finalmente al canal central principal, contribuyendo al ascenso del fluido en el canal central principal fig. (30 b).

Parte del fluido en el canal izquierdo sigue ascendiendo, entrando por los canales secundarios del lado izquierdo e integrándose al flujo en el canal central principal cada vez que el flujo entra en contacto con las aletas, la temperatura va incrementándose aunque no de manera importante a comparación de la parte superior del dominio.



a)



b)

Fig. 30 a) Desplazamiento de flujo por el canal central principal. b) Desplazamiento del fluido por el canal derecho principal y canales secundarios.

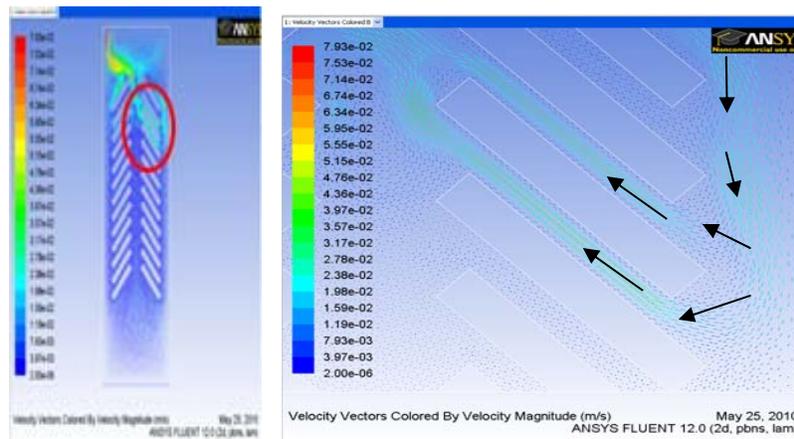
Zona superior o caliente:

CAPITULO IV :ANÁLISIS NUMÉRICO DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCIÓN LIBRE EN UNA SUPERFICIE CON ALETAS INCLINADAS

Esta zona se caracteriza por sus altas temperaturas en el fluido que son el resultado de haber estado en contacto con las aletas en las zonas inferior e intermedia, antes de llegar a esta región.

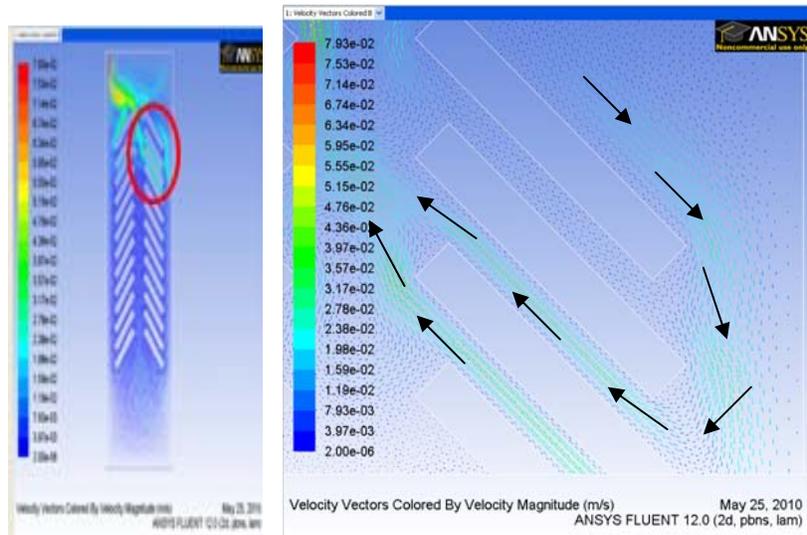
Debido a las altas temperaturas la magnitud de los vectores velocidad del fluido aumenta, en la fig. 31, el desplazamiento de flujo muestra que las líneas de corriente que se encuentran en la vecindad de la frontera de salida del dominio se desplazan hacia los canales secundarios del lado derecho del dominio como puede observarse en la fig. (31 a, b, c) integrándose a las línea de corriente del canal central principal.

Se puede observar también que existen en el canal central principal dos vórtices debido a la interacción de las líneas de corriente descendentes procedentes de la frontera de salida y las líneas de corriente ascendentes procedentes de los canales secundarios de la sección derecha y canal central principal fig. (32a y 32b). En esta zona la magnitud de la temperatura alcanzada por el fluido aumenta, el impacto de esto se ve reflejado en las fuerzas de flotación debido a que esta depende de la diferencia de temperaturas entre el fluido y la de la aleta. Al disminuir la fuerza de flotación, el flujo tiende a bajar nuevamente por el canal derecho principal. Entrando por los canales secundarios e integrándose de nuevo al canal central principal.

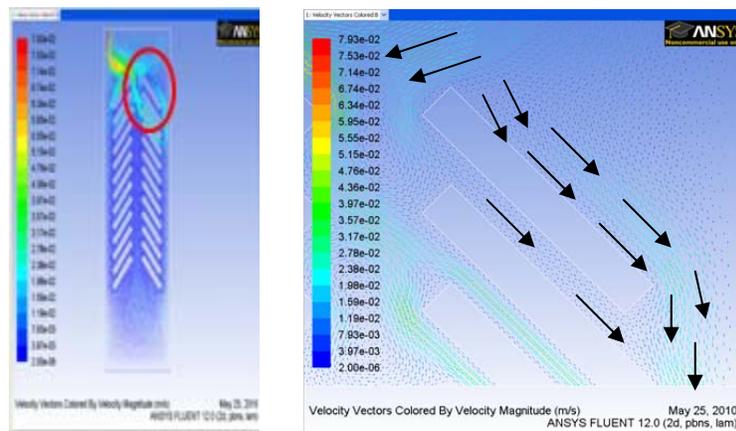


a)

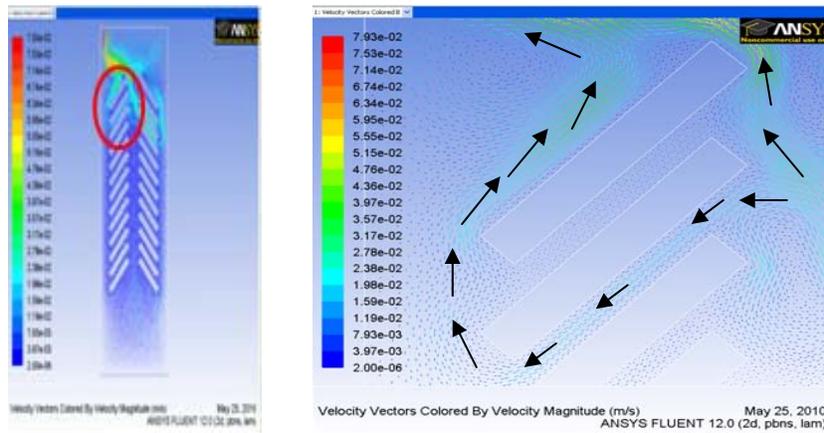
CAPITULO IV :ANÁLISIS NUMÉRICO DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCIÓN LIBRE EN UNA SUPERFICIE CON ALETAS INCLINADAS



b)



c)

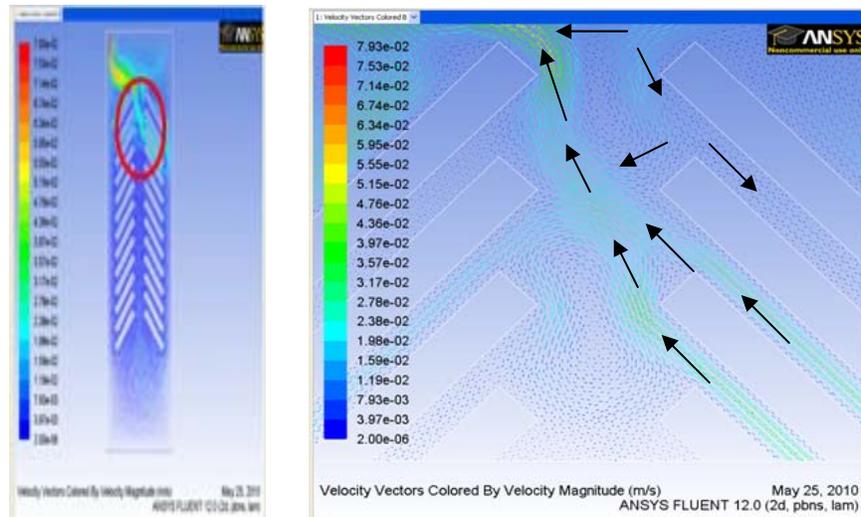


d)

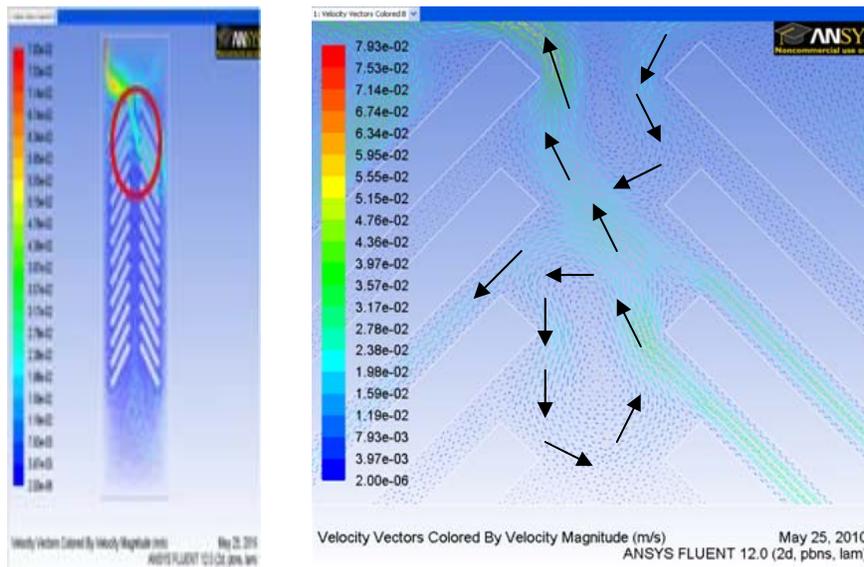
Fig. 31.- Flujo en zona derecha e izquierda superior del dominio.

CAPITULO IV :ANÁLISIS NUMÉRICO DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCIÓN LIBRE EN UNA SUPERFICIE CON ALETAS INCLINADAS

El sentido de giro de ambos vórtices son contrarios, ver (fig. 32 a y b), lo que permite distribuir en los canales secundarios tanto en el lado izquierdo como derecho el flujo que ya en este punto se encuentra a un valor de temperatura en la vecindad de la temperatura que presentan las aletas.



a)



b)

Fig 32.- Flujo en zona central superior del dominio.

CAPITULO IV :ANÁLISIS NUMÉRICO DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCIÓN LIBRE EN UNA SUPERFICIE CON ALETAS INCLINADAS

En la fig. (32b) se puede observar que las zonas de recirculación en canal central principal, debido al aumento de temperaturas provoca la aceleración del flujo y el desplazamiento hacia la parte izquierda del dominio, esta aceleración impulsa al fluido como lo marca las líneas de corriente a ascender hasta alcanzar las magnitudes máximas de velocidad cerca de la frontera de salida del dominio existe una zona de recirculación, en el canal izquierdo principal adyacente a la ultima aleta (fig. 33).

La velocidad tangencial de dicha recirculación contribuye a aumentar aún más la velocidad del flujo en esta región provocando que las líneas de corriente salgan del dominio por la frontera de salida del lado izquierdo (fig. 34).

Re ingresando nuevamente por la misma frontera por el lado derecho (fig. 35), con esto se observa que existe una recirculación alrededor de la frontera de salida (figura 36).

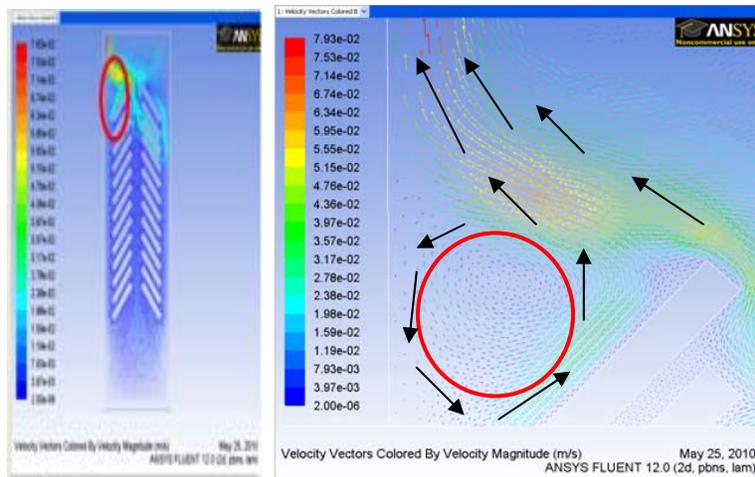


Fig 33.- Recirculación zona izquierda superior.

CAPITULO IV :ANÁLISIS NUMÉRICO DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCIÓN LIBRE EN UNA SUPERFICIE CON ALETAS INCLINADAS

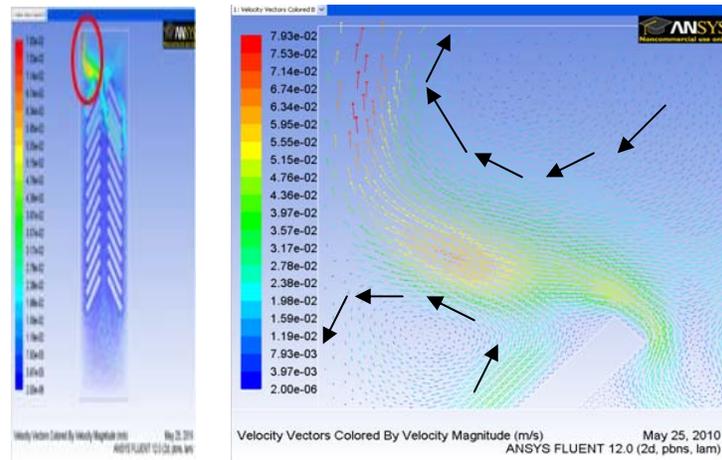


Fig. 34.- Flujo con magnitudes de velocidad máxima saliendo del dominio por la condición de frontera de salida.

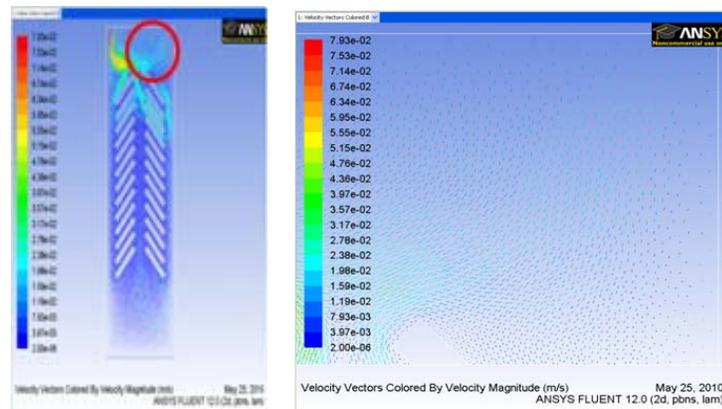
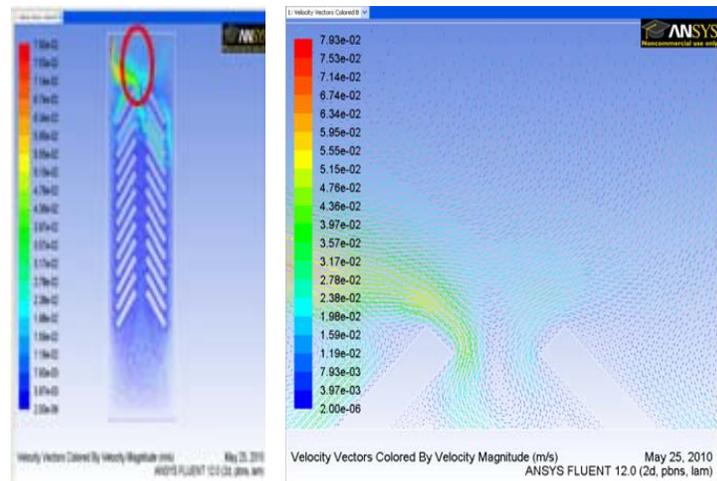


Fig. 35- Flujo reingresando al dominio por la condición d frontera de entrada.



CAPITULO IV :ANÁLISIS NUMÉRICO DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCIÓN LIBRE EN UNA SUPERFICIE CON ALETAS INCLINADAS

Fig. 36- Zona de recirculación de flujo en zona central superior en la vecindad con la frontera de salida.
-Perfiles de Velocidad.

Uno de los objetivos que persigue este trabajo de tesis es la visualización de los perfiles de velocidad en la región de la capa límite, en el Capítulo II de este trabajo de tesis se hace mención de las ecuaciones (17) y (18) que describen dichos perfiles de velocidad. Se puede observar claramente a partir de las ecuaciones mencionadas anteriormente que los perfiles de velocidad guardan una relación muy importante con diferentes conceptos de transferencia de calor como son números adimensionales.

Diferencias de temperatura entre otras cosas, pero primordialmente con las temperaturas, en el capítulo anterior se mostró una distribución de temperaturas de todo el dominio bajo estudio.

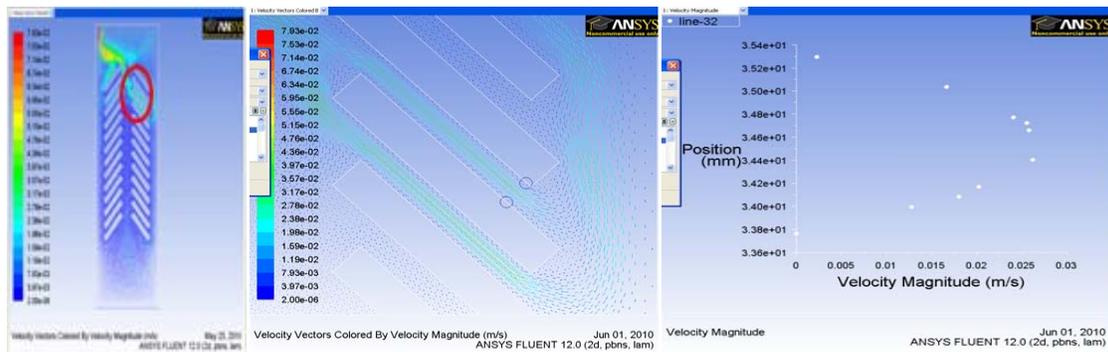
Si dicha distribución cambiase, seguramente tendría un impacto tanto en los patrones de flujo, campos de velocidad y sus perfiles, por lo que la temperatura es un factor clave del que dependen las demás variables que definen el comportamiento del flujo bajo estudio.

En la fig. 37 se puede apreciar los perfiles de velocidad obtenidos en una región específica del dominio, un canal de dicha región fue escogido para realizar dos cortes en esa sección para observar los perfiles de velocidad.

Un corte al principio del canal y otro corte al final de dicho canal, como se puede apreciar el perfil de velocidades en ambas secciones esta casi desarrollado, esto se puede atribuir a las magnitudes de los vectores velocidad.

En las imágenes de los perfiles de velocidad se puede apreciar que los valores máximos se encuentran en la vecindad del valor de 0.025 m/s, esta velocidad coincide con la velocidad puntual calculada o estimada en el Capítulo II de esta tesis. Se hace de nuevo énfasis que la distribución de temperaturas en el dominio es un factor importante para comprender mejor el comportamiento del flujo. Para verificar datos numericos ver Anexo II de este trabajo de tesis..

CAPITULO IV :ANÁLISIS NUMÉRICO DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCIÓN LIBRE EN UNA SUPERFICIE CON ALETAS INCLINADAS



a)



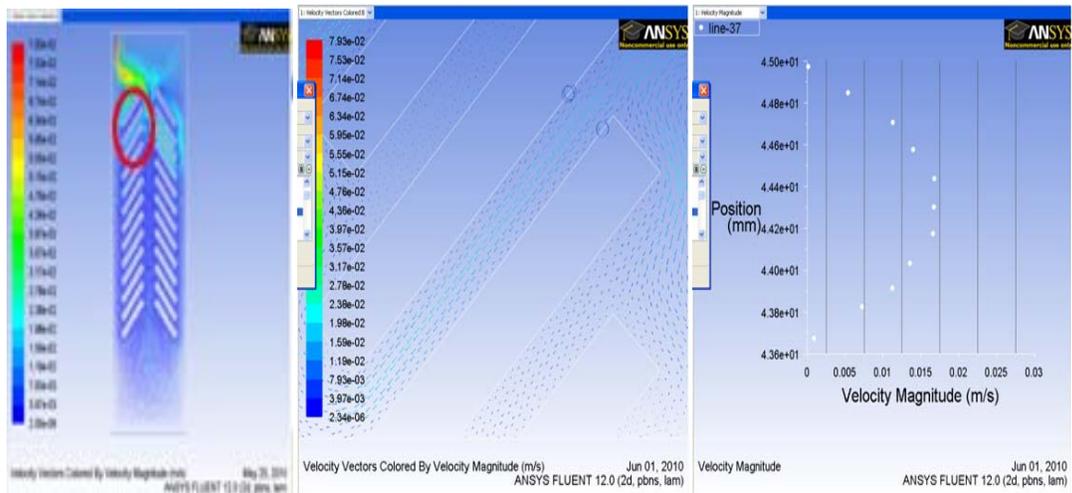
b)

Fig. 37.- Perfiles de velocidad en uno de los canales secundarios de la zona superior derecha del dominio.

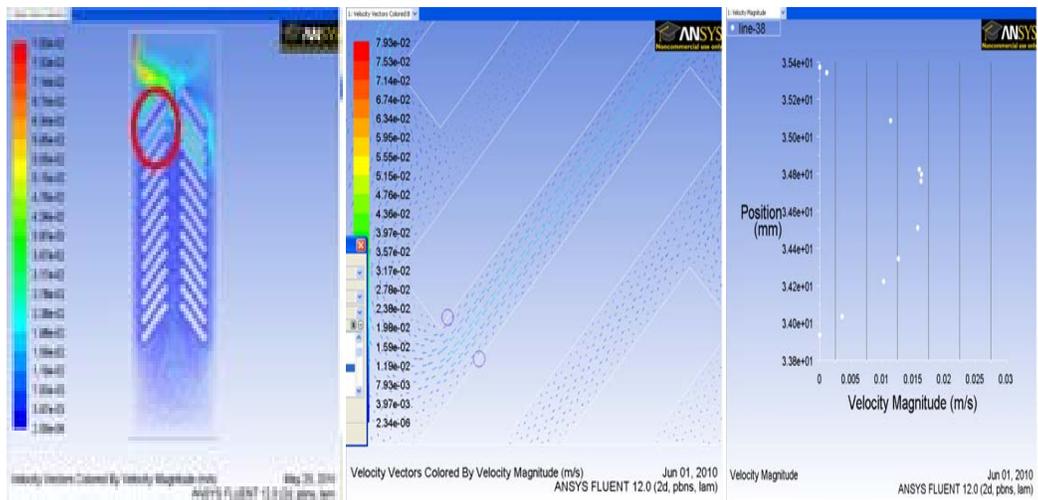
Para reafirmar lo expuesto anteriormente se toma en cuenta otra sección del dominio, en el lado izquierdo se escoge un canal secundario en donde las magnitudes de los vectores velocidad son más bajas como se muestra en la (fig. 38 a,b).

Siguiendo el mismo procedimiento que el marcado anteriormente, se puede observar que los perfiles velocidad son de menor magnitud .

CAPITULO IV :ANÁLISIS NUMÉRICO DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCIÓN LIBRE EN UNA SUPERFICIE CON ALETAS INCLINADAS



a)



b)

Fig. 38.- Perfiles de velocidad en uno de los canales secundarios de la zona superior izquierda del dominio.

CAPITULO IV :ANÁLISIS NUMÉRICO DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCIÓN LIBRE EN UNA SUPERFICIE CON ALETAS INCLINADAS

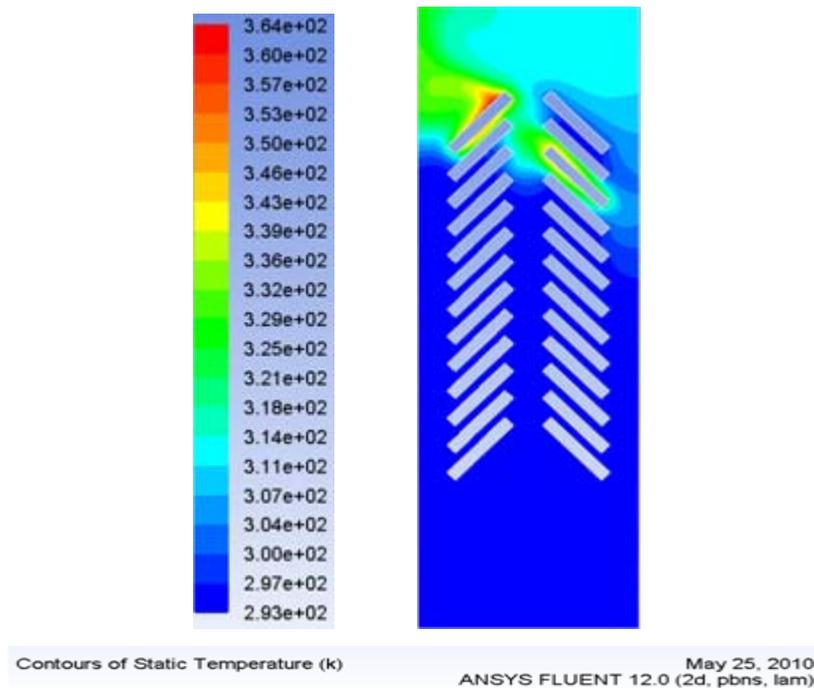


Fig. 39.- Distribución de temperaturas en el dominio de aletas inclinadas.

Como se observa en la (fig. 39), el resultado de la distribución de temperaturas, no se observa un cambio gradual de las mismas, podemos retribuir este comportamiento a la cantidad de calor transferida al fluido y que se muestra en los cálculos de esta tesis.

En este ultimo capitulo los resultados arrojados por este análisis nos lleva a concluir que la intensidad con la que se lleva a cabo el proceso de transferencia de calor depende de factores tales como la geometría de la aleta, tipo de material de la misma, tipo de fluido con el que el sistema está trabajando y propiedades termodinámicas como es el caso de la temperatura.

De todos estos factores el factor geométrico, material de la aleta y propiedades del fluido juegan un papel muy importante puesto que al principio de este capítulo el tipo de material de la aleta así también como la inclinación y distancia entre aletas son factores que afectan de una manera importante la cantidad de calor transferida de la aleta al medio.

CAPITULO IV :ANÁLISIS NUMÉRICO DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCIÓN LIBRE EN UNA SUPERFICIE CON ALETAS INCLINADAS

Uno de los beneficios de utilizar este tipo de tecnología es el costo de operación, pues se aprovecha el efecto de transferencia de calor por convección libre procedente de la aleta a un medio frío como es el caso del aire cuya función es la disipar el calor, evitando así el consumo de energía eléctrica por un ventilador reduciendo de esta manera el costo de operación.

Otro tipo de beneficio que se puede apreciar es en equipos tales como radiadores, muchos de los cuales tienen que transportarse de un lugar a otro, con el uso de esta tecnología el peso en estos equipos se ve reducido.

CONCLUSIONES

- En los cálculos realizados en el capítulo II de este trabajo de tesis, se puede apreciar que el ángulo de inclinación de las aletas afecta directamente a la cantidad de calor transferida de la aleta hacia el fluido. Se observó que comparando dicha transferencia con el caso de aletas verticales, como lo marca la referencia [1], el ángulo de inclinación afecta directamente el número de Rayleigh que a su vez impacta al cálculo del coeficiente de convección promedio. Lo anterior da como resultado una variación de transferencia de calor por unidad de superficie menor en aletas con un ángulo de inclinación de 45 grados que en las aletas verticales. Esto afecta directamente a la intensidad de transferencia de calor.
- Es evidente que conforme la diferencia de temperatura entre las aletas y el fluido va disminuyendo, la magnitud de las fuerzas de flotación también tiende a disminuir, sobre todo en la zona superior del dominio, lo cual provoca que el fluido descienda de nuevo a la zona media y baja del dominio.
- El efecto de las aletas inclinadas también se observa en la transferencia de calor por unidad de volumen que es de 9900 W/m^3 , que comparado con aletas de otros materiales como el cobre, este valor es menor.
- Los resultados arrojados por el programa Fluent aportan una visión más clara del comportamiento del fluido pues muestra el desplazamiento del mismo a través de todo el dominio, así como la distribución de las magnitudes y dirección de los vectores velocidad. Se puede apreciar también la distribución de temperaturas en todo el dominio.
- La magnitud de la velocidad promedio del campo de velocidades dentro del canal formado por dos aletas alcanza 0.025 m/s , este valor fue calculado en forma analítica y corroborado en forma numérica por el programa Fluent, presenta un error menor a la unidad..
- Se aprecia que la dirección del desplazamiento del fluido a través del dominio predicho por las ecuaciones en forma analítica se corrobora con los resultados arrojados por el programa en forma numérica.

RECOMENDACIONES

- Como una recomendación se sugiere cambiar las dimensiones de la aleta y disposición de geometría de las aletas (ángulo de inclinación y distancia entre aletas).
- Así también probar con otros materiales utilizados en la aleta para mejorar la intensidad de transferencia de calor y la reducción del espesor de la capa límite.

REFERENCIAS

- [1] M. Necati Ozisik, "Heat Transfer a Basic Approach", Editorial, McGrawhill International Editions. Mechanical Engineering editions 1999.
- [2] V.G. Gorobets, "Optimal Geometry of Vertical Surfaces with Discrete Fins under Natural Convection Conditions", Institute of Engineering Thermophysics, National Academy of Sciences of Ukraine 2002, Begell House Inc.
- [3] HLK. Heizung, Luftung Klimatechnik.
- [4] Masao Fujii, "Enhancement of Natural Convection Heat Transfer form Vertical Heated Plate using Inclined Fins". Department of Intelligent Systems, Kinki University, Japan. 2007 Wiley Periodicals, Inc.
- [5] O. Polat, E. Bilgen, "Laminar natural convection in inclined opened shallow cavities", Ecole Polytechnic Box 6079, "City Center", Montreal Canada Elsevier.
- [6] Atipoang Nutaphan, "Effect of inclination angle on free convection thermal performance of louver finned heat exchange", Mae Moh Training Center, Electricity Generating Authority in Thailand..
- [7] EK Lakhali, "Natural convection in inclined rectangular enclosures with perfectly conducting fins attached on the heated wall", Springer Verlag, 1997.
- [8] Roland W. Lewis, Perumal Nitirasu, Kankahally N. Seetharamu, "Fundamentals of the Finite Element Method for Heat and Flow", Editorial Wiley..
- [9] Fluent Inc.
- [10] CFD Technologies y Programow Badawczych UE.
- [11] S. Kakac, H. Liu." Heat Exchangers Selection, Rating and Thermal Design", CRC Press, 2002.
- [12] R. Shah, D. Sekulich. Fundamentals of Heat Exchanger Design, Wiley, 2003.

REFERENCIAS

- [13] A. Bejan, G. Tsatsaronis, M. Moran. Thermal Design and Optimization, Wiley, 1996.
- [14] T. Kuppan., Heat Exchanger Design Handbook, Marcel Dekker, 2000.
- [15] R. Shah. Laminar Flow Forced Convection in Ducts, Academic Press, 1978.
- [16] W. Kays, M. Crawford. Convective Heat and Mass Transfer, McGraw-Hill, 1993.
- [17] Abdullatif Ben-Nakhiaand Ali J. Chamkhab. Conjugate natural convection in a square enclosure with inclined thin fin of arbitrary length. International Journal of Thermal Sciences Volume 46, Issue 5, May 2007, Pages 467-478
- [18] Alessio, M. E.; Kaminski, D. A. Natural convection and radiation heat transfer from an array of inclined pin fins. ASME, Transactions, Journal of Heat Transfer (ISSN 0022-1481), vol. 111, Feb. 1989, p. 197-199.
- [19] SM Amminosadatti and B. Ghasemi Engineering Faculty, Shahrekord University, Po BoX 115, Sharekord, Iran “Natural Convection in Inclined Rectangular Enclosures with Perfectly Conducting Fins Attached on the Heated. Wall”, Heat and Mass Transfer, Vol. 32, No
- [20] A. Dayan, R. Kushnir, G. Mitelman and A. Ullmann “Laminar Free Convection Underneath a Downward Facing Hot Fin Array”, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 47, pp. 2849-2860, 2004.
- [21] G. Mittelman, A. Dayan, K. Dado-Turjeman and A. Ullmann "Laminar Free Convection Underneath a Downward Facing Inclined Hot Fin Array", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 50, pp. 2582-2589, 2007
- [22] O. Braunshtein, H. Kalman and A. Ullmann, “Performance and Optimization of Composed Fin Arrays ” Heat Transfer Engineering, Vol. 25 No. 4 pp. 4-12, 2004
- [22] Lakhal, E.K., Hasnaoui, M., Vasseur, P., Bilgen, E. (1995). Natural Convection in a Square Enclosure Heated Periodically From Part of the Bottom Wall. Numerical Heat Transfer. Part A, Applications, 27(3), p. 319-333.

REFERENCIAS

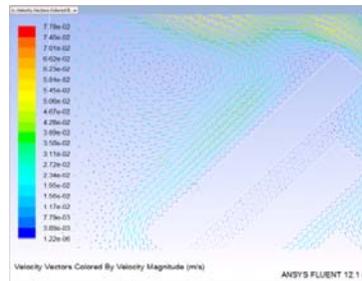
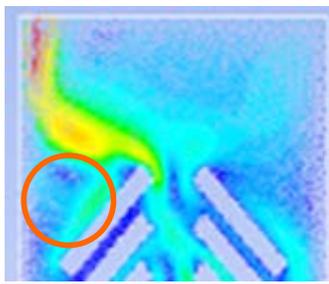
- [23] Oztop, H., Bilgen, E. (2006). Natural Convection in Differentially Heated and Partially Divided Square Cavities With Internal Heat Generation. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 27(3), p. 466-475.
- [24] Bilgen, E., Oztop, H. (2005). Natural Convection Heat Transfer in Partially Open Inclined Square Cavities. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 48(8), p. 1470-1479.
- [25] Bian, W., Vasseur, P., Bilgen, E. (1994). Boundary-Layer Analysis for Natural Convection in a Vertical Porous Layer Filled With a Non-Newtonian Fluid. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 15(5), p. 384-391.

ANEXO I: Análisis de independencia de malla.

ANEXO I: Análisis de independencia de malla.

ANEXO I: Análisis de independencia de malla.

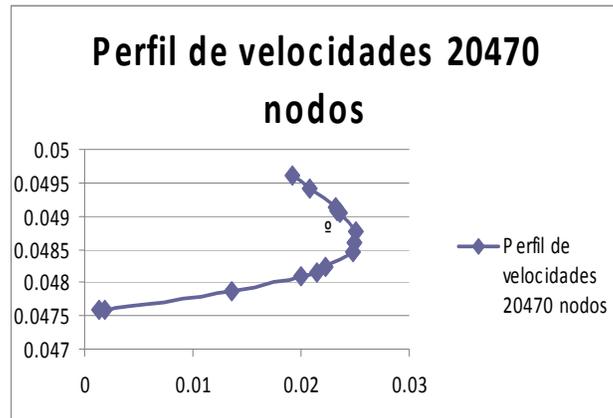
Nodo	Velocidad
20305	0.025
20470	0.024
20771	0.025
21095	0.027



ANEXO I: Análisis de independencia de malla.

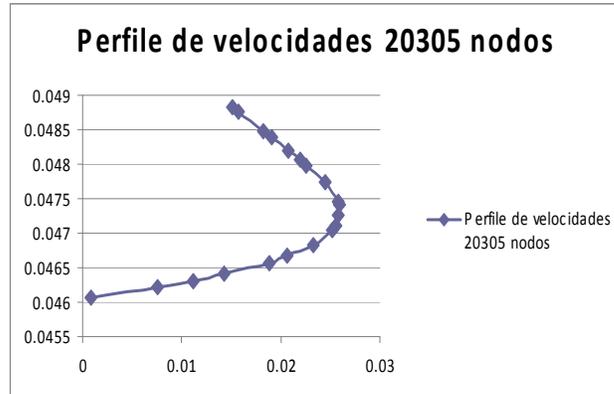
Velocity profile

20470 nodes, binary.	
0.00137327	0.0475921
0.00181583	0.0476016
0.0135617	0.0478595
0.0200415	0.0481053
0.0214147	0.0481586
0.0223008	0.0482388
0.0248233	0.048462
0.0249645	0.0486081
0.0250974	0.0487712
0.0236608	0.0490381
0.0233972	0.0490875
0.0231593	0.0491171
0.0208149	0.0494115
0.0192089	0.0495999



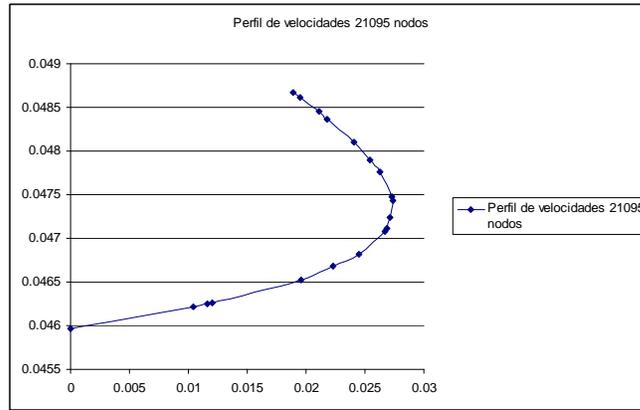
20305 nodes, binary.

0.00079041	0.0460725
0.00761964	0.0462254
0.0112188	0.0463059
0.0142324	0.0464081
0.0188034	0.0465599
0.0206135	0.0466645
0.0232744	0.046821
0.0252321	0.047052
0.0255958	0.0471026
0.0257432	0.0472555
0.0259527	0.0474084
0.0257831	0.0474604
0.0245254	0.047734
0.0225541	0.0479778
0.0219056	0.0480579
0.0207979	0.0481886
0.0191258	0.04839
0.0182979	0.0484854
0.0157477	0.0487584
0.0150826	0.0488272



ANEXO I: Análisis de independencia de malla.

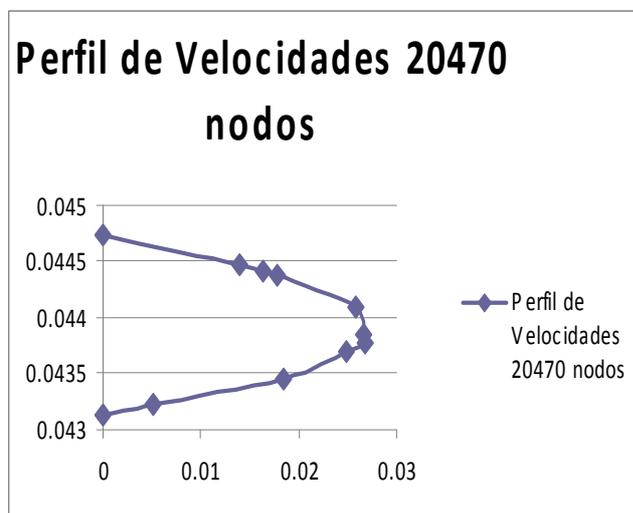
21095	nodes, binary.
0	0.0459667
0.0104113	0.0462161
0.0115871	0.0462444
0.012038	0.04626
0.0196085	0.0465257
0.0222774	0.0466815
0.0244666	0.0468137
0.0266556	0.0470837
0.026896	0.0471161
0.0270775	0.0472396
0.0274126	0.0474326
0.0272951	0.0474777
0.0262977	0.0477621
0.0254237	0.0478993
0.0240377	0.0481035
0.0218083	0.0483675
0.0210627	0.0484532
0.0194913	0.0486099
0.0188985	0.0486699



ANEXO II Tablas de perfil de velocidades.

20470 nodes, binary.

0	0.0447423
0.0140183	0.0444663
0.0164155	0.0444188
0.017885	0.0443681
0.0257636	0.0440957
0.0265968	0.0438444
0.0268375	0.0437737
0.0248784	0.0436977
0.0185148	0.0434519
0.00520669	0.0432206
0	0.0431304



ANEXO III Volúmenes de control.

ANEXO III Volúmenes de control.

Para explicar el método de volumen finito, considere el modelo de la ecuación en 2D [8]:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} = 0$$

Integrando esta ecuación sobre el volumen finito abcd (con unidades de profundidad) mostrada en la figura 19 [8]:

$$\iiint_{abcd} \left(\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} \right) dV = 0$$

Donde el volumen diferencial $dv = dx dy$. Después de aplicar el teorema de Green, esta ecuación se vuelve

$$\frac{\partial}{\partial t} \iint_{abcd} U(1) dx dy + \oint_{abcd} H n ds = 0$$

Donde n es la unidad normal a la superficie s del volumen finito y H puede ser expresada en coordenadas cartesianas como:

$$H = E_i + F_j$$

Para la presente geometría es 2D,

$$H n ds = (E dy - F dx)$$

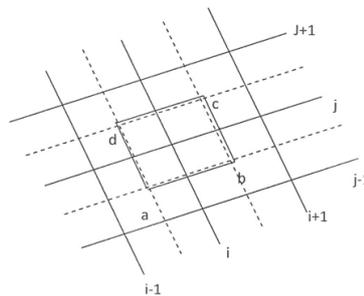


Figura 19.- Volumen finito bidimensional

Que puede ser sustituido en las ecuaciones

ANEXO III Volúmenes de control.

$$\frac{\partial}{\partial t} \iint_{abcd} U dx dy + \oint_{abcd} (E dy - F dx) = 0$$

La expresión puede ser aproximada como:

$$\left(\frac{U_{i,j}^{n+1} - U_{i,j}^n}{\Delta t} \right) S_{abcd} + (E_{i,j-1/2} \Delta y_{ab} + E_{i+1/2,j} \Delta y_{bc} + E_{i,j-1/2} \Delta y_{cd} + E_{i,j-1/2} \Delta y_{da}) \\ - (F_{i,j-1/2} \Delta x_{ab} + F_{i+1/2,j} \Delta x_{bc} + F_{i,j-1/2} \Delta x_{cd} + F_{i,j-1/2} \Delta x_{da}) = 0$$

Donde S_{abcd} es el área (la cual se asume constante) del cuadrilátero $abcd$ y $U_{i,j}$ es el valor promedio de U en cuadrilátero o celda. Esta formulación es referida como un esquema de celda centrada de volumen finito.

Los incrementos en x e y son dados por:

$$\Delta x_{ab} = x_b - x_a \quad \Delta x_{bc} = x_c - x_b \quad \Delta x_{cd} = x_d - x_c \quad \Delta x_{da} = x_d - x_a$$

$$\Delta y_{ab} = y_b - y_a \quad \Delta y_{bc} = y_c - y_b \quad \Delta y_{cd} = y_d - y_c \quad \Delta y_{da} = y_a - y_d$$

Los flujos E y F pueden ser evaluados en un nivel de tiempo n o $n+1$ para proveer ya sea un esquema implícito o explícito. Adicionalmente, los valores especiales de los flujos pueden ser determinados por una gran variedad de formas las cuales llevan a varios algoritmos. Como ejemplo, se evaluarán los flujos utilizando los valores promedio dados por:

$$E_{i,j-1/2} = 0.5(E_{i,j-1} + E_{i,j}) \quad F_{i,j-1/2} = 0.5(F_{i,j-1} + F_{i,j})$$

$$E_{i+1/2,j} = 0.5(E_{i+1,j} + E_{i,j}) \quad F_{i+1/2,j} = 0.5(F_{i+1,j} + F_{i,j})$$

$$E_{i+1/2,j} = 0.5(E_{i,j+1} + E_{i,j}) \quad F_{i+1/2,j} = 0.5(F_{i,j+1} + F_{i,j})$$

$$E_{i-1/2,j} = 0.5(E_{i-1,j} + E_{i,j}) \quad F_{i-1/2,j} = 0.5(F_{i-1,j} + F_{i,j})$$

Sustituyendo las expresiones (38) en la ecuación (39) nos llevan a lo siguiente:

$$\left(\frac{U_{i,j}^{n+1} - U_{i,j}^n}{\Delta t} \right) S_{abcd} + 0.5(E_{i,j-1} / E_{i,j}) \Delta y_{ab} - 0.5(F_{i,j-1} / F_{i,j}) \Delta x_{ab}$$

ANEXO III Volúmenes de control.

$$\begin{aligned}
 &+ 0.5(E_{i+1,j} + E_{i,j})\Delta y_{bc} - 0.5(E_{i+1,j} + E_{i,j})\Delta x_{bc} \\
 &+ 0.5(E_{i,j+1} + E_{i,j})\Delta y_{cd} - 0.5(F_{i,j+1} + F_{i,j})\Delta x_{cd} \\
 &+ 0.5(E_{i-1,j} + E_{i,j})\Delta y_{da} - 0.5(F_{i-1,j} + F_{i,j})\Delta x_{da}
 \end{aligned}$$

Si el cuadrilátero abad es de forma rectangular y si los lados coinciden con las líneas constantes x e y, la ecuación (40) se reduce a :

$$\frac{U_{i,j}^{n+1} - U_{i,j}^n}{\Delta t} + \frac{E_{i+1,j} - E_{i-1,j}}{2\Delta x} + \frac{F_{i,j+1} - F_{i,j-1}}{2\Delta y} = 0$$

El método de volumen finito descrito hasta ahora ha sido aplicado a un modelo de Ecuaciones Diferenciales Parciales (PDE) conteniendo solamente derivada de primer orden. Sin embargo para mostrar como el método de volumen puede ser aplicado a ecuaciones que contienen derivadas de segundo orden, se considerará una ecuación de transferencia de calor en 2-D,

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right)$$

Donde α es una constante asumida. Integrando esta ecuación sobre el volumen finito abad (con unidades de profundidad) mostradas en la figura 17 resulta lo siguiente:

$$\iiint_{abcd} \frac{\partial T}{\partial t} dx dy = \alpha \iiint_{abcd} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) dx dy$$

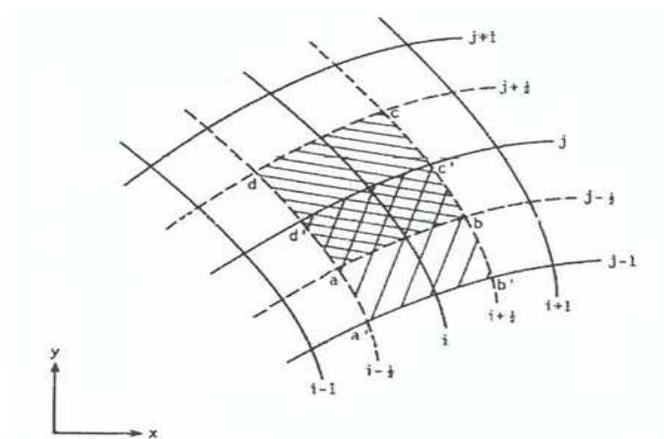


Figura 20.-Volúmenes finitos traslapados en 2-D.

ANEXO III Volúmenes de control.

$$\iiint_{abcd} \frac{\partial T}{\partial t} dx dy = \oint_{abcd} H ds$$

Donde H se puede expresar en coordenadas cartesianas:

$$H = \frac{\partial T}{\partial x} i + \frac{\partial T}{\partial y} j$$

Para una geometría en 2-D

$$H ds = \frac{\partial T}{\partial x} dy - \frac{\partial T}{\partial y} dx$$

Las cuales son sustituidas en la ecuación (49) dando como resultado:

$$\frac{\partial}{\partial t} \iint_{abcd} T dx dy = \oint_{abcd} \left(\frac{\partial T}{\partial x} dy - \frac{\partial T}{\partial y} dx \right)$$

La ecuación anterior (51) puede ser aproximada como antes para obtener:

$$\begin{aligned} \left(\frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t} \right) S_{abcd} = & \alpha \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{i,j-1/2} \Delta y_{ab} + \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{i+1/2,j} \Delta y_{bc} + \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{i,j+1/2} \Delta y_{cd} \right. \\ & + \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{i-1/2,j} \Delta y_{da} - \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{i,j-1/2} \Delta x_{ab} - \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{i+1/2,j} \Delta x_{bc} \\ & \left. - \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{i,j+1/2} \Delta x_{cd} - \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{i-1/2,j} \Delta x_{da} \right] \end{aligned}$$

Donde los incrementos en x e y están dados por $\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{i,j-1/2}$ y $\left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{i,j-1/2}$ pueden ser evaluados con sus valores promedio sobre el elemento finito a'b'c'd' en la figura 20, por lo que se tiene lo siguiente:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{i,j-1/2} = \frac{1}{S_{a'b'c'd'}} \iint \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) dx dy = -\frac{1}{S_{a'b'c'd'}} \oint T dy$$

Donde la línea integral puede aproximarse por medio de:

$$\oint T dy = T_{i,j-1} \Delta x_{a'b'} + T_b \Delta_{b'c'} + T_b \Delta_{b'c'} + T_{i,j} \Delta x_{c'd'} + T_a \Delta_{d'a'}$$

(48)

ANEXO III Volúmenes de control.

La temperatura T_a y T_b son evaluadas como el promedio de las cuatro temperaturas circundantes:

$$T_a = \frac{1}{4}(T_{i,j} + T_{i+1,j} + T_{i-1,j-1} + T_{i,j-1})$$

$$T_b = \frac{1}{4}(T_{i,j} + T_{i+1,j} + T_{i+1,j-1} + T_{i,j-1})$$

En cierto modo,

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{i,j-1/2} = \frac{1}{S_{a'b'c'd'}} \iint \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) dx dy = -\frac{1}{S_{a'b'c'd'}} \oint T dx$$

Y la línea integral puede aproximarse como:

$$\oint T dx = T_{i,j-1} \Delta x_{a'b'} + T_b \Delta_{b'c'} + T_b \Delta_{b'c'} + T_{i,j} \Delta x_{c'd'} + T_a \Delta_{d'a'}$$

El orden de las derivadas que aparecen en la ecuación anterior pueden determinarse de manera similar. Una vez conocidos estos métodos, el que es de interés para realizar este análisis es el último, puesto que es el método mas adecuado, en lo que se refiere a la simulación de la dinámica de fluidos.

ANEXO IV: Valores de capa limite.

ANEXO IV: Valores de capa limite.

ANEXO IV: Valores de capa limite.

X1 (m)	$\delta_1(x \text{ en mts})$
0	0
0,00015	0,002315419
0,0003	0,002753513
0,00045	0,003047263
0,0006	0,003274497
0,00075	0,003462359
0,0009	0,003623827
0,00105	0,003766206
0,0012	0,003894055
0,00135	0,004010423
0,0015	0,004117462
0,00165	0,004216749
0,0018	0,00430948
0,00195	0,004396585
0,0021	0,004478799
0,00225	0,004556721
0,0024	0,004630838
0,00255	0,004701558
0,0027	0,004769224
0,00285	0,004834126
0,003	0,004896515
0,00315	0,004956606
0,0033	0,005014588
0,00345	0,005070626
0,0036	0,005124865
0,00375	0,005177434
0,0039	0,00522845
0,00405	0,005278014
0,0042	0,00532622
0,00435	0,005373152
0,0045	0,005418885
0,00465	0,005463488
0,0048	0,005507026
0,00495	0,005549554
0,0051	0,005591127
0,00525	0,005631792
0,0054	0,005671595
0,00555	0,005710577
0,0057	0,005748777
0,00585	0,005786231
0,006	0,005822971
0,00615	0,005859028
0,0063	0,005894431

ANEXO IV: Valores de capa limite.

0,00645	0,005929208
0,0066	0,005963384
0,00675	0,005996982
0,0069	0,006030024
0,00705	0,006062532
0,0072	0,006094526
0,00735	0,006126023
0,0075	0,006157042
0,00765	0,006187599
0,0078	0,00621771
0,00795	0,006247389
0,0081	0,006276652
0,00825	0,006305511
0,0084	0,006333979
0,00855	0,006362068
0,0087	0,00638979
0,00885	0,006417156
0,009	0,006444176
0,00915	0,006470861
0,0093	0,006497219
0,00945	0,006523261
0,0096	0,006548994
0,00975	0,006574427
0,0099	0,006599569
0,01005	0,006624427
0,0102	0,006649008
0,01035	0,006673319
0,0105	0,006697367
0,01065	0,006721159
0,0108	0,006744701
0,01095	0,006767999
0,0111	0,006791059
0,01125	0,006813887
0,0114	0,006836487
0,01155	0,006858865
0,0117	0,006881027
0,01185	0,006902976
0,012	0,006924718
0,01215	0,006946257
0,0123	0,006967598
0,01245	0,006988744
0,0126	0,0070097
0,01275	0,007030469
0,0129	0,007051057
0,01305	0,007071465
0,0132	0,007091698
0,01335	0,00711176
0,0135	0,007131653
0,01365	0,007151381

ANEXO IV: Valores de capa limite.

0,0138	0,007170948
0,01395	0,007190355
0,0141	0,007209606
0,01425	0,007228705
0,0144	0,007247653
0,01455	0,007266454
0,0147	0,00728511
0,01485	0,007303624
0,015	0,007321998
0,01515	0,007340235
0,0153	0,007358336
0,01545	0,007376306
0,0156	0,007394144
0,01575	0,007411855
0,0159	0,00742944
0,01605	0,0074469
0,0162	0,007464239
0,01635	0,007481458
0,0165	0,007498558
0,01665	0,007515543
0,0168	0,007532413
0,01695	0,00754917
0,0171	0,007565817
0,01725	0,007582354
0,0174	0,007598784
0,01755	0,007615108
0,0177	0,007631328
0,01785	0,007647445
0,018	0,00766346
0,01815	0,007679376
0,0183	0,007695194
0,01845	0,007710914
0,0186	0,007726539
0,01875	0,00774207
0,0189	0,007757508
0,01905	0,007772854
0,0192	0,00778811
0,01935	0,007803277
0,0195	0,007818356
0,01965	0,007833348
0,0198	0,007848254
0,01995	0,007863077
0,0201	0,007877815