INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

ESCUELA SUPERIOR DE ECONOMÍA

SECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

COMPOSICIÓN ÓPTIMA DE LAS RESERVAS INTERNACIONALES Y SU MANEJO A TRAVÉS DE DERIVADOS EXÓTICOS.

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN CIENCIAS ECONÓMICAS

(ECONOMÍA FINANCIERA)

PRESENTA:

JUAN CÉSAR CABRERA AVELLANEDA

MÉXICO, D.F., MAYO DE 2013.

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

ACTA DE REVISIÓN DE TESIS

En la Ciudad de México D.F., siendo las 11:00 horas del día 19 del mes de marzo del año 2013 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de la Tesis, designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de **la SEPI ESE-IPN** para examinar la tesis titulada:

Composición óptima de las reservas internacionales y su manejo a través de derivados exóticos.

Presentada por el alumno:

Cabrera	**Avellaneda**	**Juan César**
Apellido paterno	Apellido materno	Nombre(s)

Con registro: | A | 1 | 1 | 0 | 3 | 5 | 5

aspirante de:

Maestría en Ciencias Económicas

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron ***APROBAR LA TESIS***, e virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

LA COMISIÓN REVISORA

Directores de tesis

DR. SALVADOR CRUZ AKÉ

DR. FRANCISCO VENEGAS MARTÍNEZ

M. EN C. HÉCTOR ALLIER CAMPUZANO

PODER EJECUTIVO FEDERAL
ESTADOS UNIDOS MEXICANOS
MEXICO, D.F.

M. EN C. MARIO ALEJANDRO DURÁN SALDÍVAR

DR. GERARDO ANGELES CASTRO

S.E.P.
INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL
E.S.E.
SECCION DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACION

PRESIDENTE DEL COLEGIO DE PROFESORES

DR. ADRIÁN HERNÁNDEZ DEL VALLE

AHV/HAC/ntp*

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

CARTA CESIÓN DE DERECHOS

En México D.F., siendo las **11:00** horas el día martes **19** del mes **marzo** del año **2013**, el (la) que suscribe **Juan César Cabrera Avellaneda** alumno (a) del Programa de **Maestría en Ciencias Económicas** con número de registro **A110355,** adscrito a la **SEPI ESE-IPN,** manifiesta que es autor (a) intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección del **Dr. Salvador Cruz Aké y del Dr. Francisco Venegas Martínez** y cede los derechos del trabajo intitulado **COMPOSICIÓN ÓPTIMA DE LAS RESERVAS INTERNACIONALES Y SU MANEJO A TRAVÉS DE DERIVADOS EXÓTICOS,** al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la siguiente dirección **Briguida Alvarez # 24. Colonia Presidentes de México. Delegación Iztapalapa. México D.F., (C.P. 09750).** Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

M. EN C. (C) JUAN CÉSAR CABRERA AVELLANEDA

Índice

Índice de Figuras y Tablas

Dedicatoria

Hay tanto que agradecer
y tan pocas palabras las que
pueden describir los sentimientos.
Hacia, todos quienes tuvieron
que ver en la formación, intelectual,
personal y emocional, de éste
individuo, que lo único que puede
expresar es un simple ,
gracias por creer,
gracias por confiar,
gracias por todas esas cosas que son
intangibles pero se agradecen desde
corazón, por que son, las que más
llenan la existencia,la confortan,
lo estimulan.

Glosario

Asimetría: Es una propiedad de determinados cuerpos, los cuales son semejantes tanto a partir de su media,funciones matemáticas y otros tipos de elementos.

Activos: Es un bien el cual posee un país o empresa el cual convertirse en dinero u otros medios de liquides.

Bonos del tesoro: Son instrumentos financieros de deuda utilizados ya sea por entidades privadas y también por gobiernos, que tienen como finalidad financiar sus actividades.

Banco de México: Banco Central de México su finalidad principal es la de la emisión de moneda de circulación, procurar la estabilidad del poder adquisitivo, desarrollar un sistema financiero y el buen pago del mismo.

Bonos Soberanos: Instrumento de deuda que permite a el fisco acceder a financiamiento a través del mercado de valores, nacionales como internacionales el cual incluye una tasa de interés mas un "Spread".

Burbuja Especulativa: Es un proceso económico por el cual un activo se revaloriza continuamente fuera de toda lógica económica durante un periodo de tiempo, hasta que se produzca una violenta corrección de su valor.

Cartera de Inversión: Esta compuesta por una combinación de algunos instrumentos ya sean de renta fija o renta variable, acciones, bienes raíces.

Commodities: Son considerados todos aquellos bienes de consumo y materias primas con los que se pueden realizar contratos de futuros para su contratación.

Curtosis: Es la medida de la forma en la distribución, las medidas de la curtosis tratan de estudiar la proporción de la varianza que se explica por la combinación de datos extremos respecto a la media.

Derechos Especiales de Giro: Activo de reserva creado en 1969 por FMI para complementar las reservas oficiales de los países miembros. Están basados en una cesta de cuatro monedas internacionales fundamentales.

Derivados con collar: Instrumento de cobertura que utiliza bandas, para limitar el riesgo de una subida o baja de algún activo.

Devaluación: Perdida de valor nominal de un activo o moneda corriente frente a otras monedas duras.

Distribución Normal: Distribución de probabilidad de variable continua y media constante que con mas frecuencia se aproxima a fenómenos reales.

Divisas: Referencia a moneda utilizada como medio de cambio en el comercio de algunas regiones del mundo, son utilizadas como reservas de valor.

Economía: Es una ciencia social histórica que se encarga del estudio de los hechos, fenómenos y problemas económicos, que permite establecer leyes para predecir el comportamiento de los fenómenos económicos.

Ineficiencia de Mercado : Indica que el mercado no analiza, correctamente toda la información, que se encuentra a su disposición. Lo que provoca una reacción exagerada.

Riesgo de Mercado: Es la pérdida potencial en el valor de los activos financieros debido a movimientos adversos en los factores que determinan su precio.

Monedas Duras: Es toda aquella moneda comerciada globalmente que puede servir como deposito de valor, aceptada como medio de cambio, no tiene que estar en circulación en el país anfitrión.

Reserva Federal de Estados Unidos: Sistema bancario central, es independiente, encargada de guardar todos los fondos de los bancos del sistema bancario.

Reservas internacionales: Depósitos de moneda extranjera, activos financieros de países estables, oro, plata, etc., controlados por los bancos centrales y otras autoridades monetarias.

Sistema Financiero: Esta integrado por diferentes intermediarios financieros y mercados financieros, a través de los cuales una variedad de instrumentos movilizan el ahorro hacia usos más productivos.

Tipos de Cambio Cruzado: Es el tipo de cambio entre dos monedas, que generalmente no es la de residencia del país.

Valuación: Proceso de estimar el valor de un activo o pasivo mediante diferentes técnicas.

Valores de Deuda: Títulos de obligación, emitidos por entidades privadas y publicas para un plazo establecido, con la finalidad de obtener recursos para su financiación.

Volatilidad: Una medida de la frecuencia e intensidad de los cambios del precio de un activo o de un tipo de cambio.

Abreviaturas

DEG: Derechos Especiales de Giro.

Fix: Tipo de cambio promedio de un día anterior.

Forex: Foreign Exchange.

snr: Sistema neutral al riesgo.

MC: Regresión sobre la función característica.

MQ: Método de Quantiles.

MV: Máximo Verosímil.

OTC: Over The Counter.

VAR: Variación Al Riesgo.

Resumen

La evidencia empírica actual señala que, la normalidad es la condición menos común en los mercados financieros, este hecho nos deja más que con una verdad, deja pensando sobre como se ejerce la de medición, formulación de política económica, cobertura de riesgos, cómo se distribuyen esos riesgos, pero estas investigaciones solo se aproximan con lo cual sus resultados son bastante fuera de la realidad que se ve en los mercados financieros, el Matemático Francés Paul Pierre Lévy (1886-1971) introdujo una distribución conocida como Lévy Flights después en el año (1924) Lévy skew alpha-estable distribucion donde su finalidad es determinar que toda la información dada por los mercados, sobre todos los mercados que no se comportan como normales, estas distribuciones distribución consta de cuatro parámetros $S(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$, con los cuales determina, con la α el nivel de curtosis, el eje de asimetría β ,γ la desviación estándar, δ la media de los datos, estos datos son distintos para cada información y única se pueden aproximar pero nunca igualarse. Esto se aplicara a la tipo de cambio dólar con el índice fix y así obtener una distribución que se utilizara para modelar un derivado.

Palabras clave. alpha- estables, distribución, Derivado.

Abstract

The current empirical evidence indicates that the condition of normality is less common in financial markets, this fact leaves us with a truth, leave thinking about how measurement is exercised, policy formulation, risk coverage, how distribute those risks, but this research only approach whereby results are quite out of touch that is seen in the financial markets, the French mathematician Paul Pierre Lévy (1886-1971) introduced a distribution known as Lévy Flights later in the year (1924) Lévy skew alpha-stable distribution which aims at establishing that all information given by the markets, all markets do not behave as normal, these distributions distribution has four parameters $S(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$, with which determines the α kurtosis level, the axis of asymmetry β ,γ standard deviation, δ the average of the data, these data are different for each unique information can be approximated but never equaled. This is applied to the dollar exchange rate with the index fix and get a distribution that is used to model a derivative.

Key words. alpha-stable distribution, derived.

Introducción

Las reservas internacionales Mexicanas en los últimos años, tienen un máximo histórico, de 150,000 millones de dólares para julio del 2012, pero el 80 % de estas están constituidas, en bonos del tesoro de la reserva federal de Estados Unidos, el 20 % restante están compuestas por otras monedas duras y bonos soberanos de otros países, así como Derechos Especiales de Giro (DEG) de las Naciones Unidas y Banco Mundial.

Sin embargo, esto puede ser una debilidad por las siguientes razones, en caso de una devaluación como la ocurrida, por la burbuja especulativa del ramo inmobiliario de Estados Unidos (crisis suprime) en el año de 2008, donde el valor del dólar se depreció, las bolsas de todo el mundo se colapsaron, varios bancos quebraron, para evitar un colapso total, del sistema financiero, surgieron los gobiernos, para su rescate de estos, que tanto afectó a las reservas su valor, para el año del 2009 la moneda mexicana llegó a su máximo histórico 15.368 pesos por dólar con lo cual se ponen riesgo las reservas nacionales, pero sobre su todo valor en el tiempo, esto también afecta a la economía mexicana por el efecto transmisor, por decir algunas de las consecuencias.

El Banco de México tiene un instrumento para intentar contener la depreciación del peso con respecto al dólar, a través de la colocación de opciones de compra de dólares con lo que trata de detener la especulación en el mercado de monedas duras, pero ni todas las reservas serian suficientes para controlar esta oleada en los mercados financieros, que andan buscando refugio para sus carteras de inversión.

Una alternativa de controlar la especulación y transmitir el riesgo al mercado financiero, es a través de la estructura misma del Banco de México, cambiando las opciones de venta por derivados exóticos, con un estudio técnico de pisos y techos para controlar la ejecución de los mismos.

Sin embargo, los datos presentan distorsiones en su distribución ya que los mercados son ineficientes, los agentes económicos son demasiado irracionales en épocas de crisis, en las series de datos de las paridades del dólar provoca que esta serie de tiempo no se pueda analizar con toda confianza porque se parte del supuesto de normalidad en la distribución, para analizar con una normal u otro tipo de distribución con colas pesadas tienen la complicación de no abarcar el total la asimetría y curtosis de la distribución, para poder tener un pronóstico probabilístico más acertado a la realidad se utilizarán las distribuciones α-estables, que con éstas se puede modelar la distribución a través de cuatro factores los cuales le da su forma y su amplitud de la serie a distribuir.

Asimismo, se pretende analizar que en épocas de turbulencia financiera se cambien las reservas a un activo cuyo valor no se deprecie con facilidad, en este caso la paridad de la precio (oro, platino, paladio) no tiende a depreciarse en especulación si no a revalorarse por lo que un cambio sería muy útil.

Ya que las reservas internacionales de México deben estar constituídas por valores de deuda, divisas, oro o Derechos Especiales de Giro (DEG), su constitución resulta en un problema clásico de elección de portafolio suponiendo una restricción adicional para la curtosis. Actualmente, el valor de este portafolio (reservas) es superior a los 80,000 millones de dólares en valores de la Reserva Federal de Estados Unidos. El resto del portafolio está constituido en divisas y oro hasta llegar casi a los 150,000 millones de dólares.[1]

En el hipotético, aunque plausible caso en que la paridad del dólar respecto al peso u otras monedas duras cambiara súbitamente, el valor de capitalización de las reservas disminuye drásticamente, por lo que el manejo de la composición de estas reservas se vuelve determinante para mantener la solvencia del país y atenuar el costo de mantenimiento de las reservas.

Para explicar con mayor detalle este ajuste, es necesario enfatizar que cuando las monedas de algunos países se devalúan, sus bonos también lo hacen, V.g. Grecia, Portugal, España, Irlanda. Estos cambios en el valor de

[1] Banco de México, http://www.banxico.org.mx/divulgacion/glosario/glosario.html, México, 2011

los activos afecta el valor de las reservas, por lo que es necesario rebalancear su composición para mantener la estabilidad del país en épocas de turbulencias en los mercados financieros internacionales.

Por lo cual se utilizarán las distribuciones α estables (Nolan, 1997) la razón es que estas, alcanza un 99 % la distribución aún con distorsiones, con periodos largos de tiempo, para este análisis de α estables se utilizará un método de máxima verosimilitud (Nolan, 2002), tomamos en cuenta que la distribuciones gaussianas, no abarcan en su totalidad las colas pesadas de la distribución, con efectos de inestabilidad económica, la distribución no alcanza a recopilar la totalidad de los datos.

Ya que el mercado de divisas fuertes (Forex) es demasiado grande para poderlo controlar, el mecanismo que utiliza el Banco de México es a través de colocación de opciones de dólares, con lo cual trata de mitigar los efectos especulativos sobre la moneda nacional, por lo consiguiente se tiene que encontrar un mecanismo dentro de la estructura del régimen cambiario de México, para poder controlar la especulación dejando que el mercado absorba una parte de esta, de lo contrario las reservas soberanas no serán suficientes para controlar la paridad del peso con respecto al dólar.

El planteamiento del problema es el siguiente: Los continuos movimientos de los tipos de cambio cruzado entre distintas monedas duras y la volatilidad de algunos commodities usados como almacén de valor, hacen suponer que la actual conformación de las reservas internacionales no minimiza el riesgo de mercado asociado al mantenimiento de estas reservas.

Dentro de las características no capturadas por el modelo de Black-Scholes se encuentran las distribuciones empíricas asimétricas y su gran peso en las colas. Lo anterior puede establecerse mediante la analogía entre el comportamiento de la difusión de calor cuando esta es anómala debido a condiciones externas que afectan al sistema y el comportamiento de los rendimientos de los subyacentes cuando factores económicos externos provocan agrupamientos de varianza que se traducen en colas pesadas similares a las de la difusión anómala.

La valuación de opciones con distribuciones estables se realiza en el dominio de las frecuencias y se ha limitado a buscar técnicas que permitan trasladar al dominio del espacio y tiempo el resultado de la valuación, traduciendo en derivadas fraccionales sobre el tiempo las esperas anómalas para la presencia de saltos y en derivadas fraccionales sobre el subyacente los movimientos anómalos en los precios. Tradicionalmente, estos cambios han sido modelados mediante adaptaciones a las técnicas discretas, aunque en este trabajo se pretende hacer uso de una ecuación cerrada, similar a la de Black-Scholes, para la valuación de las opciones necesarias para el control y ajuste de las reservas del Banco Central.

Con el uso de esta metodología se pretende resolver situaciones que con el (Hull y White, 1987), (Herton, 1993), (Merton, 1976) modelo Black-Scholes no se tenían contempladas, V.g. los agrupamientos de volatilidad o la existencia de saltos, estos derivados de crisis financieras o externalidades de otros países. Lo que da como resultado una ecuación de calor anómala producida por perturbaciones similares a las tratadas en el ejemplo de previo de la varilla con la difusión de calor, el cual conduce a distribuciones α estables.

Estas distribuciones son provocadas por la regularidad y la magnitud con que se presentan movimientos extremos en los precios, tanto positivos como negativos.

Por tanto, se plantea que la composición actual de las reservas internacionales del Banco de México no asegura que se minimiza el riesgo de mantener su valor en el futuro. Específicamente, en este trabajo tendremos la siguiente hipótesis:

El uso de derivados exóticos, como una distribución α-estables, disminuye el riesgo de pérdida de valor de los activos integrantes de las reservas internacionales, en tanto permite transmitir el riesgo de las operaciones de mercado al sistema financiero.

En otras palabras, en esta tesis se plantea un esquema de minimización de este riesgo y su manejo a través de derivados con collar, para poner los techos y los pisos se realizará un estudio técnico, a fin de no presionar, mediante repetidas entradas al mercado el tipo de cambio entre estas monedas duras o los precios de los commodities.

Marco teórico:

La obtención de las distribuciones α-estables

Manejo y constitución de reservas para el Banco Central de México

Análisis técnico de techos y pisos para la aplicación de barreras de activación de derivados

Modelo con derivados con collar α-estables:

Metodología para la comprobación de la hipótesis:

Construcción de una cartera de inversión para las reservas del Banco Central y un esquema de rebalanceo mediante derivados con distribuciones α-estables.

El periodo de estudio que se eligió fue desde el año del 2008, cuando las turbulencias financieras afectaron la paridad del peso, hasta la actualidad, de lo contrario los datos dan una estructura más parecida a una distribución normal y este método de distribución ya no es confiable para este tipo de análisis.

El presente trabajo de Tesis se estructura de la siguiente manera:En este capítulo 1 se hablará sobre el marco legal que rige la composición de las reservas soberanas su estructura, su manejo y regulación a través de la venta de opciones de compra sobre dólares. El Capitulo 2 va enfocado a la estructuración de las funciones de distribuciones α estables para poder realizar su parametrización y poder crear una estimación a través de máxima verosimilitud.En el Capitulo 3 se realizará la evaluación de los derivados exóticos con distribuciones α estables, así como la obtención del subyacente del derivado y se evaluará. Finalmente se presentarán las conclusiones.

Capítulo 1

La composición de las reservas internacionales de México

Dentro de la sociedad como se cataloga a una ente productivo, tiene que ser trabajador, vistos como una persona moralmente estable o buena, saber gastar en lo necesario y justo para su familia, así como sus inversiones para el futuro deben de ser para incrementar su capacidad de capital de este núcleo, sobre todo saber ahorrar para imprevistos. Esto mismo pasa con un país, él encargado de esto sería el Banco Central y esto es lo que le da la estabilidad macroeconómica que se necesita para crecer.

El Banco Central de México tiene una Ley que establece como se deben de componer las reservas internacionales, la toma de decisiones, sus formas de administración.

Pero cuando eventos externos afectan sus inversiones, las turbulencias, incertidumbre financiera, por la crisis, la paridad del peso con respecto a monedas duras, se ve afectado seriamente.

1.1. Definición de las reservas internacionales de México

Son determinados como activos financieros que el banco central invierte en el exterior y que pueden ser fácilmente convertidos en liquidez. Por esto último, su característica principal es la liquidez; es decir, la propiedad de los activos que la integran para liquidar, de manera expedita, obligaciones de pago fuera o fuera de nuestro país.

El objetivo de contar con una reserva internacional es primero, el de ayudar a la estabilidad del poder adquisitivo de la moneda nacional mediante la compensación de desequilibrios en la balanza de pagos, diferencias entre los ingresos y egresos de divisas al país.

Las reservas internacionales fungen como un mecanismo de auto seguro para afrontar contingencias que podrían reflejarse en un deterioro de los flujos comerciales o de capital de la balanza de pagos, generados principalmente por desequilibrios macroeconómicos y financieros, ya sean de origen interno o externo, segundo de tener un deposito para pago de importaciones que se realizan al país, tercero como instrumento de política monetaria para equilibrar la paridad del peso con respecto al dólar.[1]

1.2. La composición de las reservas internacionales de México

Para que los activos financieros sean considerados como parte de las reservas internacionales de México tiene que cumplir con ciertos atributos. Tales activos deben cumplir con lo que establece el artículo 19 de la Ley del Banco de México, el cual estipula que la reserva internacional se constituye por las divisas y el oro propiedad del Banco Central que se hallen libres de todo gravamen y cuya disponibilidad no esté sujeta a restricciones. Concretamente, se trata sólo de activos que representan obligaciones de pago de entidades no residentes en México y deben estar denominados en monedas extranjeras de libre convertibilidad. El artículo 20 de la misma Ley establece que las divisas susceptibles de formar parte de la reserva son únicamente: Los billetes y monedas metálicas extranjeros. Los depósitos, títulos y valores pagaderos fuera del territorio nacional, considerados de primer orden en los mercados internacionales y de amplia liquidez, denominados en moneda extranjera y

[1]Banco de México, http://www.banxico.org.mx/divulgacion/glosario/glosario.html, México, 2011

a cargo de gobiernos de países distintos a México, de organismos financieros internacionales o de entidades del exterior, siempre que sean exigibles a plazo no mayor de seis meses o de amplia liquidez. Los créditos a cargo de bancos centrales, exigibles a plazo no mayor de seis meses, cuyo servicio esté al corriente. Los derechos especiales de giro (DEG) del Fondo Monetario Internacional

En la práctica, los criterios anteriores implican que la reserva internacional del Banco de México se integra por activos financieros denominados en las divisas de mayor importancia en los mercados internacionales, tales como dólares de los E.U.A., euros, yenes japoneses, entre otras.

Los instrumentos financieros en los que invierte, las reservas internacionales, títulos representativos de la deuda de países cuyas monedas se incluyen como divisas, valores emitidos por organismos internacionales, instituciones bancarias y agencias respaldadas por los gobiernos antes mencionados. Adicionalmente, las reservas internacionales pueden invertirse en depósitos a plazo y a la vista que se constituyan en instituciones bancarias del exterior que cumplan con ciertos requisitos establecidos por la Comisión Reguladora[2] del Banco de México.

Para que los instrumentos de deuda formen parte de los activos elegibles para inversión, las instituciones bancarias estén dentro de la lista de contrapartes autorizadas, se requiere que sean reconocidos como de primer orden; esto es, que tengan una calificación crediticia mínima relativamente alta por parte de las agencias especializadas (Moodyś, S&Pś, Fritchś)[3]la calificación que ostenta México es BBB en calificación de riesgos para el 11 de mayo del 2012[4] .

El artículo 20 de la Ley del Banco de México, no deja que se consideren como reserva internacional activos tales como inversiones en territorio nacional, activos fijos, instrumentos de dudosa calidad crediticia o baja liquidez, entre muchos otros. Esto se justifica considerando la función antes mencio-

[2]Su constitución, normatividad y alcances están establecidos en los artículos 3424564687765634352 de la Ley del Banco de México.

[3]http://www.moodys.com/researchandratings/market-segment/sovereign-supranational/sovereign/

[4]http://www.fitchmexico.com/riesgosob/default.aspx,

nada de auto-seguro que tiene la reserva internacional, pues para enfrentar desequilibrios en la balanza de pagos se requiere que los activos en los que se invierte la reserva sean fácilmente convertibles en medios de pagos para liquidar obligaciones en moneda extranjera.

Es de suma importancia que los activos de las reservas internacionales no sean expedidos Bancos Mexicanos, esto nos llevaría a lo contrario, en caso de enfrentarse un desequilibrio en la balanza de pagos que aumente el riesgo país, el valor de mercado de esos activos y en concreto todas nuestras reservas se perderían, se vería disminuido y no servirían adecuadamente como medio de cobertura ante tales desequilibrios.[5]

1.3. Marco jurídico de las reservas internacionales de México

Las Leyes, son las reglas o lineamientos con las que un hijo(a) de familia, que tiene que seguir en la casa, donde no se puede hacer más de lo que sea dispuesto por nuestras autoridades (padres), esto es bueno en algunas ocasiones, pero en otras, se busca una salida a través de la desregulación de los mercados, emancipación de los padres. En términos de un país significa que Banco de México tiene lineamientos claros a lo dispuesto en su Ley de los cuales no puede desobedecer o salirse. Pero para los actores económicos estas reglas no están tan claras y se pueden aplicar de acuerdo a una interpretación de estas.

Ley del Banco de México.

Para efectos de este trabajo, únicamente se revisara el apartado cuarto que comprende desde el artículo 18 hasta el 20, donde se muestran las características de las reservas, su uso y propósito. Con lo cual se pretende demostrar que el rebalanceo de reservas mediante derivados con distribuciones α-estables está dentro de las capacidades jurídicas actuales del Banco

[5] Banco de México, http://www.banxico.org.mx/sistema-financiero/material-educativo/basico/fichas/reservas-internacionales

Central, lo que permitiría su pronta utilización en la paridad del peso con monedas duras.

CAPITULO IV (De la Ley del Banco de México)

De la Reserva Internacional y el Régimen Cambiario

Del artículo 18, se desprende que contaran como reservas activos internacionales, que ayudaran a estabilizar el poder adquisitivo del peso, por medio de la compensación de los ingresos y egresos de divisas del país.[6]

Su función principal es ayudar a la estabilización del peso con respecto a las diversas divisas, como hacer frente a las turbulencias financieras internacionales, como al constante ataque especulativo el cual provoca una depreciación del peso con respecto a otras monedas.

Las reservas internacionales de México estarán constituídas. Las divisas y el oro, se encuentran libres de todo gravamen y cuya disponibilidad no esté sujeta a restricción alguna. La diferencia entre la participación de México en el Fondo Monetario Internacional y el saldo del pasivo a cargo del Banco por el mencionado concepto, cuando dicho saldo sea inferior a la citada participación.

Para determinar el monto de la reserva, no se considerarán las divisas pendientes de recibir por operaciones de compraventa contra moneda nacional, y se restarán los pasivos de la Institución en divisas y oro, excepto los que sean a plazo mayor de seis meses y los correspondientes a los financiamientos mencionados en la fracción III de este artículo.[7]

En el artículo numero 20 se habla de lo concerniente a la definición de las monedas y billetes metálicas del exterior, lo concerniente a los activos financieros, derechos de giro del FMI (Fondo Monetario Internacional) en los que puede estar compuesta las reservas internacionales de México, así como sus plazos de contratación de los activos, se hace notar que si hay una pequeña clausula en este apartado, deben estar en activos de rápida liquidez.

[6] Ley del banco de México, http://www.diputados.gob.mx/LeyesBiblio/, DOF 23-12-1993,

[7] Ibid

Las divisas susceptibles de formar parte de la reserva son, los billetes y monedas metálicas extranjeros, los depósitos, títulos, valores y demás obligaciones pagaderos fuera del territorio nacional, considerados de primer orden en los mercados internacionales, denominados en moneda extranjera y a cargo de gobiernos de países distintos de México, de organismos financieros internacionales o de entidades del exterior, siempre que sean a plazo no mayor de seis meses o de amplia liquidez, los derechos especiales de giro del Fondo Monetario Internacional.[8]

1.4. Esquema de intervención en el mercado a través de opciones

Un instrumento derivado que fue emitido por el Banco México, con el objeto de aumentar las reservas de divisas y de no alterar la naturaleza del régimen vigente del tipo de cambio de flotación. A través de este instrumento se podían generar excedentes en los rendimientos de corto plazo. En la actualidad, Banco México ha dejado de llevar a cabo estas subastas.

Para referirse a la operación en valores del Banco Central tenemos que hacer referencia al artículo 7, 8, 14, 24, de la Ley del banco de México, como le otorga crédito al gobierno federal, Instituto para la protección del ahorro bancario.

Pero sobre todo se referirá en lo que dice la fracción X de este articulo 7 el cual dice:

"X. Efectuar operaciones con divisas, oro y plata, incluyendo reportos"[9]. Constituir depósitos en instituciones de crédito o depositarias de valores, del país o del extranjero.

El artículo 8 de esta Ley, la cual otorga al Banco de México la colocación de los valores referidos, cuyo monto, plazo y rendimiento sean iguales a los de los valores objeto de la operación respectiva. Para las opciones colocadas mediante subasta realizadas el último día hábil de cada mes, el plazo de

[8] Ibid
[9] Ibid

vigencia comprendía a la totalidad de días hábiles bancarios en la Ciudad de México, Distrito Federal, entre el día hábil inmediato siguiente a la fecha de subasta y el último día hábil del mes inmediato siguiente en que se haya celebrado tal subasta, durante el cual podían ejercerse los derechos derivados de la Opción de Venta asignada en dicha subasta. Tratándose de las opciones que se colocaban mediante la subasta que, en su caso, se realizaba durante los primeros quince días del mes, dicho período iniciaría el día hábil inmediato siguiente a la fecha de la subasta y terminaría el último día hábil de ese mes. Estas adquisiciones en ningún caso deberán ser por monto mayor al de los títulos a cargo del propio Gobierno propiedad del Banco que venzan el día de colocación de los valores objeto de la subasta.

El Banco de México subastará en el mercado primario del país Opciones tipo Europea. El comprador podrá ejercer su derecho de venta en cualquier de Venta el último día hábil bancario de cada mes. Cada postor podía presentar una o más posturas por subasta desde las 14:00 hrs. hasta las 14:30 hrs., a través del sistema electrónico del Banco de México "DOLARBAN". Aquellos inversionistas interesados que no fueran bancos podrían comprar las opciones en el mercado secundario.[10]

Las operaciones que el Banco de México realice con las instituciones de crédito se efectuarán mediante subasta o de conformidad con disposiciones de carácter general que expida el propio Banco, esto viene regulado por el artículo 14, y en el último artículo citado al número 24 el cual se refiere disposiciones, para regular la política monetaria y las sanciones a los actores inmersos en la economía Mexicana

Diariamente, Banco de México subastaba entre los diferentes bancos comerciales, derechos de venta de 200 millones de dólares. Estos derechos se podían ejercer total o parcialmente dentro del mes inmediato siguiente al de la subasta respectiva.

Si durante los primeros quince días de cada mes, se ejercen los derechos de los títulos derivados de las Opciones de Venta que se subastaron el mes anterior por el ochenta por ciento o más del Monto de Referencia, el Banco

[10] Opciones de venta de dólares, BBVA Bancomer Institución de banca Múltiple S.A de C.V.

de México convocaba, a otra subasta el mismo día en que se había alcanzado el porcentaje señalado. (Vigencia a partir de febrero de 1997).

Los tenedores de los títulos de derechos podrán vender dólares al Banco de México al tipo de cambio FIX de referencia determinado el día hábil inmediato anterior, cuando dicho tipo de cambio no fuera mayor a su promedio de los veinte días hábiles inmediatos anteriores a la fecha de ejercicio de los derechos respectivos, con el propósito de no afectar la tendencia del peso frente al dólar.

El Banco de México, subastaba los títulos de opciones de venta de dólares con el objetivo de adquirir dólares cuando la demanda por dolares de los intermediarios Bancos y así incrementar el nivel de reservas de divisas, teniendo en cuenta de no presionar al tipo de cambio de manera indeseable y de no enviar señales que pudieran interpretarse en forma errónea por los agentes económicos, ejerciendo sobre el peso a devaluarse ante el dólar innecesaria. Este esquema favorecía las compras del Banco Central cuando el mercado esta sin ninguna influencia especulativa y las desaliente cuando estaba demandado y sobre todo tratando de no alterar la naturaleza del régimen vigente de flotación, una de cuyas características principales era no predeterminar el nivel de tipo de cambio.

1.5. Aspectos de política de los derivados

Política monetaria

Puede a ver tres áreas en las cuales los derivados pueden ejercer presión sobre política monetaria. Como en todo sistema se encuentran relacionadas, respectivamente, con el contenido informativo del mercado; Cualquier efecto ejercido sobre el mecanismo de transmisión; y el posible uso de derivados como instrumentos de política monetaria.

Mecanismos de transmisión.

Dado el intercambio ejercido en el mercado financiero o negociación de derivados permite que el riesgo, la exposición, la exposición, sea transferido de una persona/institución a otra, una comisión estudio si la negociación de derivados afectaba el mecanismo de transmisión, y llego a la conclusión de que no existía un efecto significativo en los mercados estudiados.

Esto se concluyo en el documento del Fondo Monetario Internacional. Teóricamente la negociación con derivados acelera la transmisión a los precios de los activos financieros, pero los cambios a los precios de la economía real son poco confiables e ilusorios.

El uso de derivados como instrumentos de política monetaria. En la actualidad gran número de bancos usan swaps, de divisas como instrumentos de política monetaria, algunos utilizaran una extensa gama de derivados en el manejo de sus reservas de divisas, pero ellos no lo aplican con propósitos de política monetaria. Es posible crear un caso teórico en favor del uso de derivados, incluidas las opciones que ya se utilizan en México, con el objeto de defender una postura de política monetaria, y su uso se considera normalmente inseguro y probablemente muy volátil para un banco que gusta de activos con poca dispersión. En general, consideramos que, con la excepción, los derivados deben usarse por los bancos centrales con propósito de política monetaria.

Supervisión de los riesgos de derivados por parte de los bancos. "Los derivados originan pocos riesgos completamente nuevos en sí mismos. Al igual que la mayoría de los productos, generan exposiciones al riesgo de mercado y al riesgo de crédito de contra parte. Así como la acostumbrada serie de riesgos operativos. Sin embargo, los derivados a veces pueden reempaquetarse los riesgos en formas bastante complejas. Esto puede resultar en una mala comprensión de la exposición de los riesgos y una mala fijación de precio. Los derivados pueden permitirte a los bancos aceptar grandes exposiciones a los riesgos de mercado a cambio de desembolsos iniciales de efectivo relativamente pequeños. Esto se conoce como efecto de apalancamiento."[11]

La administración y minimización del riesgo de mercado. De los derivados pueden ser el mayor desafío que el manejo o gestión de los activos de los subyacentes, a causa de la relación volátil que existe entre los cambios de valor

[11] Fondo Monetario Internacional, Efecto de los derivados sobre la transmisión de política monetaria, 1997

de los derivados y los en el precio de los activos subyacentes. Esto ocurre sobre todo en el caso de las a opciones: a medida que el precio de la opción cambia, los valores de la opción cambian en forma lineal, lo que los hace en ocasiones muy sensibles a pequeños cambios en el precio del derivado. Actualmente los bancos usan modelos de Valor en Riesgo (VAR) para manejar su exposición de riesgo de mercado. Estos modelos VAR estiman la perdida potencial de una cartera en un intervalo de tiempo t y un intervalo de confianza t, pero cabe señalar que este modelo se le considera miope por que solo lee el 5 percentiles del total de la expocisión al riesgo. La valuación por parte de cada uno de los demandantes del mercado financiero se colocan en las posiciones constituye un importante aspecto del control interno en cualquier área de negociación, incluidas las que usan derivados. En los casos de valorización a precios de mercado, la valuación de cualquier producto OTC (extra bursátil) pueden resultar difícil si no se dispone fácilmente de los precios de mercado. Los derivados OTC no son la excepción y, de hecho, el problema puede ser mayor para las opciones OTC, cuyo valor depende de la volatilidad implícitas, que son difícil de estimar; particularmente en lo concerniente a las opciones out of Money. Las perdidas, en consecuencia, pueden fácilmente quedar ocultas en una cartera.

Capítulo 2

Distribuciones α -Estables

Las distribuciones (alpha) estables ó Levy estables, fueron introducidas por Paul Pierre (Lévy, 1924) en el estudio de la Suma Independiente Idénticamente Distribuida en Condiciones. Son procesos aleatorios dependiente del tiempo, donde la probabilidad condicional en el presente, pasado y futuro son independientes (procesos de Márkov). Después de un gran número de pasos, la distancia del origen de la caminata aleatoria tiende a una distribución estable.

2.1. Función Característica

La función de distribución o función de densidad caracteriza completamente a una variable aleatoria. En el caso de las distribuciones estables, estas funciones no tienen una expresión simple. Por otro lado la función característica, la cual contiene información completa, sobre las variables aleatorias, tiene una expresión que depende de cuatro parámetros que determinan la distribución, aunque los parámetros de α, β determinan la forma de distribución son:

α (Alpha)Índice de estabilidad: este parámetro determina el grado de curtosis y las colas pesadas, esto es, la tasa a la cual las colas de la distribución decrecen. El índice de estabilidad puede tomar valores en el intervalo (0,2]. Sin embargo la medida de dispersión ó varianza es infinita. Los extremos de las colas son más gordas que las de una distribución de Gauss (Normal) lo que ocasiona que la probabilidad en el extremo de las colas se incrementan a medida que ? se aleja del valor 2 y se aproxime a cero. Cuando $1 < \alpha < 2$ la medida existe u cuando $\alpha \leq 1$, la media se vuelve infinita.

β (Beta) Parámetro de asimetría: Este caracteriza el grado de asimetría de la distribución y toma valores en el intervalo $[-1, 1]$, cuando $\beta = 0$, la distribución es simétrica alrededor de la media y la distribución es denominada simétrica estable, cuando el parámetro $\beta < 0$ y $1 < \alpha < 2$, la distribución es asimétrica negativa y el grado de asimetría se incrementa en el intervalo $[-1, 0)$ a medida que β se aproxima -1. Pero cuando este $\beta > 0$ y $1 < \alpha < 2$,la distribución de asimetría positiva y el grado de asimetría se incrementa a medida que β se aproxima a 1. Cuando α se aproxima a 2, β pierde su efecto y la distribución se transforma en simétrica, sin importar el valor de β.

γ(Gamma)Parámetro de escala: Toma valores mayores a cero $\gamma > 0$ y es empleada para establecer las unidades mediante la cual es distribución se expande o comprime en torno de la media. En el concepto de normalización, $\gamma = \sigma$ es una medida de dispersión. Cuando $\gamma < 2$, la varianza es infinita, γ toma el lugar de la desviación estándar.

δ (Delta)Parámetro de localización: es un número real $\delta \in \mathbb{R}$ y posiciona la distribución a la izquierda o derecha. Si $\alpha < 1$ la media es el valor esperado. Cuando $\alpha > 1$, la media es infinita y el parámetro se convierte en un índice de localización. Cuando $\beta = 0$,δ es igual a la mediana de la distribución para cualquier valor de α.

Ante la falta de una fórmula cerrada para las distribuciones estables, con excepción de tres distribuciones: Normal o Gaussiana distribución $x \sim N(\mu, \sigma^2)$ si esta tiene densidad

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp(-\frac{(x-\mu^2)}{2\sigma^2}, -\infty < x < \infty$$

Distribución Cauchy $x \sim Cauchy(\gamma, \delta)$ si esta tiene densidad, También llamada distribución de Lorentz en Física

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \frac{\gamma}{\gamma^2 + (x-\delta)^2}, -\infty < x < \infty$$

Distribución Levy $x \sim Levy(\gamma, \delta)$ si esta tiene densidad.

$$f(x) = \sqrt{\frac{\gamma}{2\pi}} \frac{1}{(x-\delta)^{3/2}} \exp\left(\frac{\gamma}{2(x-\delta)}\right), \delta < x < \infty$$

Las distribuciones alpha estables pueden ser descritas mediante su función característica. Sin embargo, existen múltiples parametrizaciones, de las cuales dos son las más utilizadas, la primera de ellas (Parametrización estándar "S^1 ") es debida a (Samorodnitsky y Taqqu, 1994), la segunda (Parametrización cero "S^0") a (Nolan, 1997).

2.2. Variable Estable

Las distribuciones α-estables permiten modelar la asimetría, la curtosis y otras propiedades estadísticas relevantes de los activos. A continuación se establece el concepto de variable aleatoria alpha estable Definición: (Variable aleatoria α-estable). Si una variable aleatoria X es ?-estable si y sólo si para todo $n \in \mathbb{N}$, existen las constantes $C_n > 0$ y $d_n \in \mathbb{R}$ tales que:

$$X_1 + ... + X_n \stackrel{d}{=} c_n X + d_n$$

Donde $X_1 + ... + X_n$ son copias independientes idénticamente distribuidas de la variable aleatoria X y la constante escala satisface $c_n = n^{1/\alpha}$ para $0 < \alpha \leq 2$ .La notación "$\stackrel{d}{=}$" indica convergencia en distribución (Climent, 2012). Las distribuciones α estable tienen expresiones analíticas cerradas para los tres casos siguientes:

Gauss: $\alpha = 2$,$\beta = 0$,$\gamma = \frac{\sigma}{\sqrt{2}}$,$\delta = \mu$

Cauchy: $\alpha = 1$, $\beta = 0$

Lévy:$\alpha = \frac{1}{2}$, $\beta \pm 1$

2.3. Parametrización Cero

Las distribuciones α estables, en general, no tienen alguna expresión analítica cerrada para caracterizar a la variable aleatoria. Afortunadamente, a través de la función característica φ de la función de cumulantes ψ se puede caracterizar de forma única a cualquier variable aleatoria (Nolan, 1997). Variable aleatoria α estable. Una variable aleatoria Y es α estable si y sólo si $Y \stackrel{d}{=} \gamma Z + \delta$ donde Z es una variable aleatoria con función característica siguiente:

$$\varphi_z(K) = E(e^{iKZ}) = \begin{cases} e^{-|K|^\alpha(1-i\beta \mathrm{sgn}(K)\tan(\theta))} & \text{si } \alpha \neq 1 \\ e^{-|K|(1+i\frac{2}{\pi}\beta \mathrm{sgn}(K)\ln(|K|))} & \text{si } \alpha = 1 \end{cases} \tag{2.1}$$

Donde:

$$\theta = \alpha\frac{\pi}{2} \qquad \text{y} \qquad sgn(K) = \begin{cases} \frac{K}{|K|} & K \neq 1 \\ 0 & K = 0 \end{cases} \tag{2.2}$$

La función de cumulantes de la variable aleatoria tiene la forma siguiente:

$$\psi_Z(K) = \ln(\varphi_Z(K) = \begin{cases} -|K|^\alpha(1-i\beta \mathrm{sgn}(K)\tan(\theta)) & \text{si } \alpha \neq 1 \\ -|K|\left(1+i\frac{2}{\pi}\beta \mathrm{sgn}(k)\ln(|K|)\right) & \text{si } \alpha = 1 \end{cases} \tag{2.3}$$

Dónde $t = \sqrt{-1}$. Esta notación es empleada en el transcurso del presente trabajo ya que la letra se reserva para denotar la tasa de interés nacional.

2.4. Parametrización estándar

La Parametrización mas utilizada para las distribuciones alpha estables, que permite realizar cálculos numéricos, es la propuesta por (Samorodnitsky y Taqqu, 1994) y se denota mediante $S_1(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$.

Parametrización estándar. Una variable aleatoria se distribuye $S_1(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$ si:

$$Y \stackrel{d}{=} \begin{cases} \gamma Z + \delta & \text{si } \alpha \neq 1 \\ \gamma Z + \delta + \frac{2}{\pi}\beta\gamma\ln(\gamma) & \text{si } \alpha = 1 \end{cases} \tag{2.4}$$

Donde la variable aleatoria $Z \sim S_1(\alpha, \beta)$.

2.5. Función de Densidad y de Distribución

Como se ha mencionado, una de las grandes desventajas y que se ha limitado el uso de las distribuciones estables, es la falta de una expresión analítica simple para la función de densidad y la función de densidad y la función de distribución. Existen, algunos intentos para encontrar una expresión, intentos que se ha limitando a expresiones de distribuciones estrictamente estables. Sin embargo, realizando una integración directa de (Zolotarev, 1986) (Nolan,2002) obtiene una función de densidad y de distribución, expresiones que se presentan una clara ventaja desde el punto de vista numérico. Distribución Normal como Distribución Estable Cuando $\alpha = 2$ la distribución $S_1(2, 0, \gamma, \delta)$ es una distribución Normal con media δ y con varianza $\sigma^2 = 2\gamma^2$ así $N(\delta, \sigma) = S_1(2, 0, \gamma, \delta)$.

$$\psi(K) = \log fc(K) = i\delta K - \gamma^2|K|^2 \tag{2.5}$$

Distribuciones Simétricas Estables Si $X \sim S_1(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$ la distribución es simétrica con respecto a δ si $\beta = 0$.Si la distribución es simétrica y estrictamente estable ($\delta = 0$ y $\beta = 0$) entonces $X \sim S_1(\alpha, 0, \gamma, 0)$ y la función característica está dada por:

$$\psi(K) = \log fc(K) = \begin{cases} -\gamma^\alpha|K|^\alpha & \text{si } \alpha \neq 1 \\ -\gamma\,|K| & \text{si } \alpha = 1 \end{cases} \tag{2.6}$$

Distribuciones estables extremas. Si $X \sim S_1(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$se dice que la distribución estable extrema si $\beta = 1$ ó $\beta = -1$.

Si $X \sim S_1(\alpha, \beta = 1, \gamma, \delta)$ tiene función característica.

$$\psi(K) = \log fc(K) = \begin{cases} i\delta K - \gamma^{\alpha}|K|^{\alpha}\left\{1 - isig(K)\tan\frac{\pi\alpha}{2}\right\} & \text{si } \alpha \neq 1 \\ i\delta K - \gamma\,|K|\left\{1 + isig(K)\frac{2}{\pi}\log|K|\right\} & \text{si } \alpha = 1 \end{cases} \tag{2.7}$$

Si $X \sim S_1(\alpha, \beta = -1, \gamma, \delta)$ tiene una función característica.

$$\psi(K) = \log fc(K) = \begin{cases} i\delta K - \gamma^{\alpha}|K|^{\alpha}\left\{1 + isig(K)\tan\frac{\pi\alpha}{2}\right\} & \text{si } \alpha \neq 1 \\ i\delta K - \gamma\,|K|\left\{1 - isig(K)\frac{2}{\pi}\log|K|\right\} & \text{si } \alpha = 1 \end{cases} \tag{2.8}$$

2.6. Función de Densidad

Sea $\varsigma = -\beta\tan\frac{\pi\alpha}{2}$. La función de densidad $f(x;\alpha,\beta,\gamma,\delta)$ de una variable aleatoria alpha estable estándar en parametrización $S_0(X \sim S_0(\alpha,\beta,1,0)$ puede expresarse como:

$$f(x;\alpha,\beta,1,0) = \frac{\alpha(x-\varsigma)^{\frac{1}{\alpha-1}}}{\pi(\alpha-1)}\int_{-\xi}^{\frac{\pi}{2}} V(\theta;\alpha,\beta)\exp\left\{-(x-\varsigma)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}}V(\theta;\alpha,\beta)\right\}d\theta \tag{2.9}$$

Cuando $\alpha \neq 1$ y $x > \varsigma$

$$f(x;\alpha,\beta,1,0) = \frac{\Gamma(1+\frac{1}{\alpha})\cos(\xi)}{\pi(1+\varsigma^2)^{\frac{1}{2\alpha}}} \tag{2.10}$$

Cuando $\alpha \neq 1$ y $x = \varsigma$

$$f(x;\alpha,\beta,1,0) = f(-x;\alpha,-\beta,1,0) \tag{2.11}$$

Cuando $\alpha \neq 1$ y $x < \varsigma$

$$f(x;1,\beta,1,0) = \frac{1}{2\,|\beta|}e^{-\frac{\pi x}{2\beta}} \int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{2}} \begin{matrix} V(\theta;1\beta)\exp\left\{-e^{-\frac{\pi x}{2\beta}}V(\theta;1,\beta)\right\}d\theta & \beta \neq 0 \\ \frac{1}{\pi(1+x^2)} & \beta = 0 \end{matrix} \tag{2.12}$$

Cuando $\alpha = 1$

Donde

$$\xi = \begin{cases} \frac{1}{\alpha}\arctan(-\varsigma) & \alpha \neq 1 \\ \frac{\pi}{2} & \alpha = 1 \end{cases} \tag{2.13}$$

$$V(\theta;\alpha,\beta) = \begin{cases} (\cos\alpha\xi)^{\frac{1}{\alpha-1}}\left(\frac{\cos\theta}{\sin\alpha(\xi+\theta)}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}}\frac{\cos\{\alpha\xi+(\alpha-1)\theta\}}{\cos\theta} & \alpha \neq 1 \\ \frac{2}{\pi}\left(\frac{\frac{\pi}{2}+\beta\theta}{\cos\theta}\right)\exp\left\{\frac{1}{\beta}(\frac{\pi}{2}+\beta\theta)\tan\theta\right\} & \alpha = 1, \beta \neq 0 \end{cases} \tag{2.14}$$

2.7. Función de Distribución

La función de distribución de una variable α-estable estándar en representación S_0 puede expresarse como:

$$F(x;\alpha,\beta,1,0) = c_1(\alpha,\beta) + \frac{sig(1-\alpha)}{\pi}\int\limits_{-\xi}^{\frac{\pi}{2}} \exp\left\{-(x-\varsigma)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}}V(\theta;\alpha,\beta)\right\}d\theta \tag{2.15}$$

Cuando $\alpha \neq 1$ y $x > \varsigma$

Donde

$$c_1(\alpha,\beta) = \begin{cases} \frac{1}{\pi}\left(\frac{\pi}{2}-\xi\right) & \alpha < 1 \\ 1 & \alpha > 1 \end{cases} \tag{2.16}$$

$$F(x;\alpha,\beta) = \left\{\frac{1}{\pi}\left(\frac{\pi}{2}-\xi\right)\right. \tag{2.17}$$

Cuando $\alpha \neq 1$ y $x = \varsigma$

$$F(x;\alpha,\beta,1,0) = 1 - F(-x;\alpha,-\beta,1,0) \tag{2.18}$$

Cuando $\alpha \neq 1$ y $x < \varsigma$

$$F(x;\alpha,\beta,1,0) = \begin{cases} \frac{1}{\pi} \int\limits_{-\xi}^{\frac{\pi}{2}} \exp\left\{-e^{\frac{\pi x}{2\beta}} V(\theta;\alpha,\beta)\right\} d\theta & \beta > 0 \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan x & \beta = 0 \\ 1 - F\left(x; 1, -\beta, 1, 0\right) & \beta < 0 \end{cases} \tag{2.19}$$

2.8. Propiedades de las distribuciones α-estables.

Aun cuando no hay una formula explícita general para las funciones de densidad estables, varias propiedades son conocidas. Alguna propiedad básica puede ser encontrada en (Zolotarev, 1986 (Nolan´s,2002). Las siguientes propiedades son de particular importancia para el presente trabajo. Propiedad 1 (Suma de variables aleatorias). Si $X_1 \sim S_1(\alpha,\beta_1,\gamma_1,\delta_1)$ y $X_2 \sim S_2(\alpha,\beta_2,\gamma_2,\delta_2)$ son variables aleatorias independientes, entonces:

$$X = X_1 + X_2 \sim S_1(\alpha,\beta,\gamma,\delta) \tag{2.20}$$

Donde:

$$\gamma^\alpha = \gamma_1^\alpha + \gamma_2^\alpha, \beta = \frac{\beta_1\gamma_1^\alpha + \beta_2\gamma_2^\alpha}{\gamma_1^\alpha + \gamma_2^\alpha} y\delta = \delta_1 + \delta_2 \tag{2.21}$$

Propiedad 2 (Reflexión). Si $X \sim S_1(\alpha,\beta,\gamma,\delta)$, entonces:

$$X \sim S_1(\alpha,\beta,\gamma,\delta) \Leftrightarrow -X \sim S_1(\alpha,-\beta,\gamma,-\delta) \tag{2.22}$$

Propiedad 3 (Suma de variables independientes y con distribuciones idénticas). Si $X_1 \sim S_1(\alpha,\beta_1)$, entonces existen las variables aleatorias independientes y distribuciones idénticas $X_1 = X_2 \sim S_1(\alpha,1)$, tales que $X \stackrel{d}{=} \gamma_2 X_2 - \gamma_1 X_1$, por lo cual:

$$\gamma_1^\alpha = \frac{1-\beta}{2}\gamma^\alpha \tag{2.23}$$

$$\gamma_2^\alpha = \frac{1-\beta}{2}\gamma^\alpha \tag{2.24}$$

Propiedad 4 (Transformada de Laplace). Si $X \sim S_1(\alpha, 1, \gamma, \delta)$ y $\lambda \in \mathbb{C}$ es tal que la parte real de λ satisface $\Re(\lambda) > 0$, entonces:

$$\mathcal{L}_X(\lambda) = E(e^{-\lambda X}) = \begin{cases} e^{-\gamma^\alpha \lambda^\alpha \sec(\theta) + \delta\lambda} & \text{si} \quad \alpha \neq 1 \\ e^{\frac{2}{\pi}\gamma\lambda \ln(\lambda) - \delta\lambda} & \text{si} \quad \alpha = 1 \end{cases} \tag{2.25}$$

Equivalentemente se tiene que si $X \sim S_1(\alpha, -1, \gamma, \delta)$ y $\lambda \in \mathbb{C}$ es tal que $\Re(\lambda) > 0$, entonces:

$$\mathcal{L}_X(-\lambda) = E(e^{\lambda X}) = \begin{cases} e^{-\gamma^\alpha \lambda^\alpha \sec(\theta) + \delta\lambda} & \text{si} \quad \alpha \neq 1 \\ e^{\frac{2}{\pi}\gamma\lambda \ln(\lambda) - \delta\lambda} & \text{si} \quad \alpha = 1 \end{cases} \tag{2.26}$$

2.9. Simulación

El algoritmo para la construcción de variables aleatorias estables $x \sim S_1(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$, considerado más rápido y eficaz. Sea $Z \sim S_1(\alpha, \beta, 1, 0)$ una variable estable estándar,V y W variables independientes, de manera tal que V está distribuida uniformemente en $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ y W distribuida exponencialmente con media 1.

Entonces, para $\alpha \neq 1$

$$Z = S_{\alpha,\beta} \frac{sen\left\{\alpha\left(V + B_{\alpha,\beta}\right)\right\}}{\left\{\cos\left(V\right)\right\}^{1/\alpha}} \left[\frac{\cos\left\{V - \alpha\left(V + B_{\alpha,\beta}\right)\right\}}{W}\right]^{(1-\alpha)/\alpha} \tag{2.27}$$

Donde

$$B_{\alpha,\beta} = \frac{\arctan\left\{\beta \tan\left(\frac{\pi\alpha}{2}\right)\right\}}{\alpha} \tag{2.28}$$

$$S_{\alpha,\beta} = \left\{1 + \beta^2 \tan^2\left(\frac{\pi\alpha}{2}\right)\right\}^{1/2\alpha} \tag{2.29}$$

Para $\alpha = 1$

$$Z = \frac{2}{\pi}\left\{\left(\frac{\pi}{2}\right)\tan\left(V\right) - \beta \ln\left(\frac{\frac{\pi}{2}\cos\left(V\right)}{\frac{\pi}{2} + \beta V}\right)\right\} \tag{2.30}$$

Finalmente, si $X \sim S_1(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$ entonces

$$X = \begin{cases} \gamma X + \delta & \alpha \neq 1 \\ \gamma X + \frac{2}{\pi}\beta\gamma \ln\gamma + \delta & \alpha = 1 \end{cases} \tag{2.31}$$

2.10. Estimación por máxima verosimilitud para las α estables

Es estable por encima. Del cual usamos $S = (\alpha, \beta, \gamma, \delta; 0)$ parametrización que seguiremos. Esta simplificación de notación, denotaremos que los parámetros del vector $\overrightarrow{\theta} = (\alpha, \beta, \gamma, \delta_0)$ y de densidad con $f\left(x|\overrightarrow{\theta}\right)$. El parámetro de espacio es $\Theta = (0, 2] \times [-1, 1] \times (0, \infty) \times (-\infty, \infty)$ La log verosimilitud función para i.i.d (independiente e idénticamente distribuido) de la muestra estable $X_1, ..., X_n$ se da por.

$$l\left(\overrightarrow{\theta}\right) = \sum_{i=1}^{n} \log f\left(X_i|\overrightarrow{\theta}\right) \tag{2.32}$$

Otra dificultad para la evaluación es que no conocemos una formula cerrada para las densidades estables (Zolotarev,1986). Cuando α es en especio tipo de numero racional, esta expresión para la densidad en términos de una función especial. Conociendo las densidades en el aislado espacio de los parámetros valuados no es útil cuando uno está tratando de maximizar la verosimilitud. (Hoffman-Jorgensen, 1994) expresando en general la densidad en términos que el llama ?incompleta hypergoemetria? función de (Zolotarev, 1995) expresando en general la densidad en términos de Meijer G-funciones, que esto es la intención de incluir la mayor parte de las funciones especiales conocidas, como casos particulares. Desafortunadamente, ninguna de estas representaciones son prácticas para la evolución de densidades estables. El programa STABLE descrito en (Nolan, 1997) puede hacer posible la estimación de densidades estables para valores de $\alpha > 0{,}1$ y para cualquier $(\beta, \gamma, \delta_0)$. Este programa ha mejorado en mucho la estimación de las densidades, en las colas, que nosotros necesitamos para precisar el cálculo de Máxima Verosimilitud. El programa ahora incluye una rápida, pre-computación aproximación de la ranura para las densidades estables para las rutinas para estimación de máxima verosimilitud de los parámetros estables, el diagnostico para los valores de estabilidad para el conjunto de valores. El ajuste de conjunto de valores de $n = 10,000$ puntos con modelo de estable la computadora usa un gradiente de aproximación basado en la busca de la máxima verosimilitud. El estimador de quantiles de (McCulloch, 1985) es usado en la aproximación inicial de los parámetros y de un limitado (por el espacio de parámetros) Método usado para la maximización de casi-Newton.

Capítulo 3

Ecuación diferencial parcial fraccionaria.

Aunque las ecuaciones fraccionaria se utilizan en formulación matemática de procesos de física por que se da la relación entre una función matemática en nuestro caso las distribuciones α estables y con varias variables independientes, como lo es el precio del dolar con respecto al peso.

3.1. Medida equivalente neutral al riesgo (snr) y valor esperado de S_t

Es conocido que hay dos enfoques para la valuación libre de arbitraje de una opción Europea de compra $C_t$sobre un subyacente S_t .

El primer enfoque es el método de (Black -Scholes, 1973) en donde se construye un portafolio libre de riesgo a partir de donde, bajo el supuesto de no arbitraje y del uso del Lema de Itô, se obtiene la ecuación diferencial parcial que debe satisfacer el precio de la opción.

$$\frac{\partial C(S_t,t)}{\partial t} + rS_t \frac{\partial C(S_t,t)}{\partial S_t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S_t^2 \frac{\partial^2}{\partial_t^2} = rC(S_t,t) \tag{3.1}$$

El segundo enfoque, el enfoque probabilista, se encuentra una probabilidad Q bajo la cual el subyacente S_t se convierte en una martingala. Lo que permite evaluar

$$C(S_t,t) = E^Q[e^{-r(T-t)}\{\text{máx}(S_t - K, o)\}] \tag{3.2}$$

El resultado de ambos enfoque es la muy conocida formula de (Black-Scholes, 1973)

$$C(S_t, t) = S_t N(d_1) - K e^{-r(T-t)} N(d_2) \tag{3.3}$$

Donde

$$d_1 = \frac{\ln(\frac{S_t}{K}) + (r + \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma(T-t)^{1/2}} \tag{3.4}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma(T-t)^{1/2} \tag{3.5}$$

Valuación de Opciones Bajo Distribuciones Estables

$$N(x) = {}^{x}_{-\infty} \int f_s(x; 2, 0, 1/\sqrt{2}, 0) dx \tag{3.6}$$

la función $f_s(x; 2, 0, 1/\sqrt{2}, 0) dx$es la función de densidad de una distribución normal estándar expresada en términos de una distribución estable.

Este resultado está basado en el supuesto que los rendimientos logarítmicos y por tanto el precio del subyacente son conducido por

$$d \ln(S_t) = \mu dt + Y dt \tag{3.7}$$

$$S_t = S_0 e^{\mu\tau + Y_\tau} \qquad \tau \in [0, \infty) \tag{3.8}$$

En la cual Y_t está distribuido normalmente con media igual a cero y varianza $\sigma^2\tau$ con $\tau = T - t$ denotado el horizonte de tiempo. El desarrollo de ambos enfoques es claramente explicado en (Venegas, 2007).

Para el caso en el que la distribución asociada a la variable Y_t es una distribución alpha estable, el enfoque empleado es el enfoque probabilista, en el cual la medida neutral al riesgo empleada para la valuación de la opción es la obtenida en (McCulloch, 2003). En lo que respecta al enfoque de ecuaciones diferenciales el cual generalmente se inicia construyendo un portafolio libre de riesgo, presenta la dificultad de no poder aplicar el lema de itô cuando se involucran las distribuciones alpha estable, esto, en vista que las distribuciones estable no tienen un segundo momento finito (primer momento finito si $0 < \alpha < 1$Sin embargo (Lewis, 2001) encuentra que, en el dominio de las frecuencias y bajo una medida neutral al riesgo, el precio de una opción esta dado por la solución de una ecuación diferencial ordinaria. Este resultado permite deducir las ecuaciones diferenciales parciales que conducen el precio de una opción en el dominio del espacio y tiempo, calculando la transformada inversa de Fourier véase (Cartea, 2005) y (Cartea y del-Castillo, 2006).

3.2. Precio de una opción en el dominio de las frecuencias.

El precio de una opción Europea de compra es obtenida de si $x_t = \ln S_t, g(x_t, t) = \max(e^{x_t} - K, 0)$ denota la función de pago y el precio del subyacente satisface $d \ln S_t = (r + \gamma_1^2 \sec \theta)\tau + d\hat{Y}_t$, entonces el precio de la opción, en el universo neutral al riesgo, está dado por.

$$C(x_t, t) = e^{-r\tau} E[g(x_T, T)] \tag{3.9}$$

con $\tau = T - t$, y en el dominio de las frecuencias el precio satisfacer la ecuación diferencial ordinaria

Con condición en frontera $[C(k,t) = g(k,T)$

$$\frac{\partial C(k,t)}{\partial t} = [r + ik(r - \beta\gamma^{\alpha} \sec \theta) - \psi_{snr}(-k)]C(k,t) \tag{3.10}$$

En $C(k,t) = g(k,T)$, $C(k,t)$ y $g(k,T)$ denotan las transformadas de Fourier del precio y de la función de pago de la opción respectivamente, en tanto el logaritmo de la función característica se denota por $\psi_{snr}(k) = \ln fc_{snr}(k)$

Escribiendo a $g(x_T, T)$ en términos de su transformada de Fourier, $C(x_t, t) = e^{-r\tau} E[g(x_T, T)]$ se escribe como

$$C(x_t, t) = \frac{e^{-r\tau}}{2\pi} E \left[{}_{-\infty+iki}^{\infty+iki} \int e^{ik_\tau x} g(k,T) dk \right] \tag{3.11}$$

Ahora, intercambiando la integral y el valor esperado

$$C(x_t, t) = \frac{e^{-r\tau}}{2\pi} \int\limits_{-\infty+iki}^{\infty+iki} E\left[e^{ikx_T}\right] g(k, T)dk \tag{3.12}$$

$$C(x_t, t) = \frac{e^{-r\tau}}{2\pi} \int\limits_{-\infty+iki}^{\infty+iki} e^{ikx_\tau - ik(r-\beta\gamma^\alpha \sec\theta)\tau} E\left[e^{ix_\tau \overset{\wedge}{Y_\tau}}\right] g(k, T)dk$$

$$C(x_t, t) = \frac{e^{-r\tau}}{2\pi} \int\limits_{-\infty+iki}^{\infty+iki} e^{ikx_\tau - ik(r-\beta\gamma^\alpha \sec\theta)\tau} e^{\psi_{snr}(-k)\tau} E\left[e^{ix_\tau \overset{\wedge}{Y_\tau}}\right] g(k, T)dk$$

$$C(x_t, t) = \frac{e^{-r\tau}}{2\pi} \int\limits_{-\infty+iki}^{\infty+iki} e^{-ikx_\tau - ik(r-\beta\gamma^\alpha \sec\theta)\tau + \psi_{snr}(-k)\tau} E\left[e^{ix_\tau \overset{\wedge}{Y_\tau}}\right] g(k, T)dk$$

Expresando $C(x_t, t)$ como

$$C(x_t, t) = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\infty+iki}^{\infty+iki} e^{-ikx_\tau} C(k, t)dk \tag{3.13}$$

se obtiene

$$C(x_t, t) = e^{[-r-ik(r-\mu)+\psi_{snr}(-k)]\tau} g(k, T) \tag{3.14}$$

Está ultima expresión es la solución de la ecuación diferencial ordinaria dada por 3.10 con condiciones a la frontera $C(k, t) = g(k, T)$.

Es importante hacer notar que el intercambio de integral y valor esperado realizado en 3.12 es posible, las características para llevar acabo dicho intercambio son satisfechas por la medida estable neutral al riesgo (véase Lewis 2001).

3.3. Medida Neutral al Riesgo

Si se supone que todos los agentes son neutrales al riesgo, es decir, no requieren de un premio para inducirlos a participar en el mercado, implica que el rendimiento promedio de cualquier activo es la tasa libre de riesgo. Si suponemos, en el universo neutral al riesgo, que los rendimientos logarítmicos son conducidos por la ecuación.

$$d\ln(S_t) = rdt + Ydt \tag{3.15}$$

El precio del subyacente S_t es conducido por

$$S_T = S_0 e^{r\tau + Y_T}\tau \in [0, \infty) \tag{3.16}$$

En la cual Y_t es una variable α estable $Y_t \sim S^1(\alpha, \beta, \gamma, r)$ y $\tau = T - t$ es el horizonte de tiempo. El empleo de una distribución estable conduce a enfrentar el problema de la existencia de los momentos de los rendimientos logarítmicos y por tanto el de asegurar que el precio de la opción a valuar sea finito. Este problema conduce a (Carr y Wu, 2002) a restringir el uso de la distribución estable a la familia de las distribuciones establece extremas negativas. $(\beta = -1)$, esta familia de distribuciones estables son las únicas que permiten asegurar momentos finitos de todos los órdenes de S_t aun cuando los momentos de los rendimientos logarítmicos tengan segundo momento infinito (Modelo Log-Estable de Momentos Finitos). Extendiendo los trabajos de (Carr y Wu, McCulloch, 2003) presente una medida equivalente a una distribución alpha estable que permite asegurar valores finitos en los precios sin la necesidad de restringirse a la familia de distribuciones estables extremas negativas.

La medida de McCulloch puede ser obtenida como la convolución de dos distribuciones: una distribución estable extrema negativa $(\beta = -1)$; y una distribución estable extrema positiva ajustada exponencialmente $(\beta = -1$ y $\lambda = -1)$.Esto es , si tiene una distribución α estable neutral al riesgo, su función de densidad se expresar como $(para\ 0 < \alpha < 2\ y\ \alpha \neq 1)$.

$$\begin{aligned} &f_{snr}(\widetilde{Y}; \alpha, \beta, \gamma t^{1/\alpha}, (r - \beta\gamma^\alpha \sec\theta)t) = \\ &f_s(\widetilde{Y_t}; \alpha, -1, \gamma_1 t^{1/\alpha}, (r + \gamma^\alpha \sec\theta)t) * f_{ts}(\widetilde{Y_t}; \alpha, 1, \gamma_2 t^{1/\alpha}, (r - \gamma^\alpha \sec\theta)t) \end{aligned} \tag{3.17}$$

Con

$$\gamma_1^\alpha = \left(\frac{1-\beta}{2}\right)\gamma^\alpha, \gamma_2^\alpha = \left(\frac{1-\beta}{2}\right)\gamma^\alpha \qquad \text{y} \qquad \theta = \frac{\alpha\pi}{2} \tag{3.18}$$

Y la función característica está dada por

$$\log fc_{snr}(k;\alpha,\beta,\gamma t^{1/\alpha},(r-\beta\gamma^\alpha \sec\theta)t) = \log fc_s(k;\alpha,-1,\gamma_1 t^{1/\alpha},(r-\beta\gamma^\alpha \sec\theta)t) + \log fc_{st}(k;\alpha,1,\gamma_2 t^{1/\alpha},0,-1) \tag{3.19}$$

$$= (r-\beta\gamma^\alpha \sec\theta)ikt - \gamma_1^\alpha t|k|^\alpha\{1+isign(k)\tan\theta\} + \gamma_2^\alpha t\sec\theta\{1-(1-ik)^\alpha\}$$

$$= (r-\beta\gamma^\alpha \sec\theta)ikt - \gamma_1^\alpha t|k|^\alpha \sec\theta\{\cos\theta+isign(k)sen\theta\} + \gamma_2^\alpha t\sec\theta\{1-(1-ik)^\alpha\}$$

$$= (r-\beta\gamma^\alpha \sec\theta)ikt - \gamma_1^\alpha t\sec\theta(ik)^\alpha + \gamma_2^\alpha t\sec\theta\{1-(1-ik)^\alpha\}$$

El efecto de la medida estable equivalente neutral al riesgo se puede apreciar en la figura en donde se presenta la distribución α estable con tendencia a la normal se va desplazando de hacia la distribución α estable $f_s = (fix; 1{,}6068, -1, 0{,}62875, 12{,}8038)$. los parámetros se realizaron con datos de Banxico (2008-01-02 al 2012-09-25) y con el progama Stable by (Nolan´s, Copyright 1997-2003).

Gráfica realizada con datos de Banxico (2008-01-02 al 2012-09-25) y con el progama Stable.exe by (Nolan´s, Copyright 1997-2003)

La ecuación 3.19, conduce a expresar la ecuación estocástica que conduce a los rendimientos logarítmicos en el universo neutral al riesgo como:

$$d\ln S_t = (r-\beta\gamma^2\sec\theta)\tau + d\widetilde{Y}_t \tag{3.20}$$

Se puede observar de 3.19 que cuando la variable $\underset{t}{\widetilde{Y}}$ tiene una distribución alpha estable neutral al riesgo con parámetro de ubicación igual a cero, la función de densidad de puede escribir como

$$f_{snr}(\widetilde{Y}_t;\alpha,\beta,0) = f_s(\widetilde{Y}_t;\alpha,-1,\gamma_1 t^{1/\alpha},0) * f_{ts}(\widetilde{Y}_t;\alpha,1,\gamma_2 t^{1/\alpha},0,-1) \quad (3.21)$$

De lo anterior se obtiene que si $\Omega = \Re$ y $F = B(\Re)$ representa el σ-álgebra de borel $dP(Y) = f_s(Y_t;\alpha,\beta,\gamma t^{1/\alpha}, rt)dY$ y $d\widetilde{P}(\widetilde{Y}_t) = f_{snr}(\widetilde{Y}_t;\alpha,\beta,\gamma t^{1/\alpha},(r-\beta\gamma^{\alpha}\sec\theta)t)d\widetilde{Y}_t$, se tiene que para $\widetilde{Y}_t$ definida sobre (Ω, F, P) si $A \in F$.

$$P(A) = \int_A dP\,(Y) \quad (3.22)$$

$$P(A) = \int_A f_s\left(Y_t;\alpha,\beta,\gamma t^{1/\alpha}, rt\right) dY_t \quad (3.23)$$

$$P(A) = \int_A f_{snr}\left(\widetilde{Y}_t;\alpha,\beta,\gamma t^{1/\alpha},(r-\beta\gamma^{\alpha}\sec\theta)t\right) d\widetilde{Y}_t \quad (3.24)$$

$$P(A) = \int_A d\,\widetilde{P}\left(\widetilde{Y}\right) \quad (3.25)$$

3.4. Ecuación diferencial parcial fraccionaria bajo un modelo Estable.

Los casos particulares de relevancia con los cuales la medida α estable neutral al riesgo se puede comparar, son los correspondientes al modelo Log-Estable de Momentos Finitos ($\beta = -1$) y el caso browniano.

Caso ($\beta = -1$)

para este caso se observa que al sustituir $\beta = -1$

$$\gamma_1^{\alpha} = \left(\frac{1-\beta}{2}\right)\gamma^{\alpha}, \gamma_2^{\alpha} = \left(\frac{1-\beta}{2}\right)\gamma^{\alpha} y \theta = \frac{\alpha\pi}{2} \quad (3.26)$$

$$= (r - \beta\gamma^{\alpha} \sec\theta)ikt - \gamma_1^{\alpha} t \sec\theta(ik)^{\alpha} + \gamma_2^{\alpha} t \sec\theta\{1 - (1 - ik)^{\alpha}\}$$

$$f_{snr}(\widetilde{Y}; \alpha, \beta, \gamma t^{1/\alpha}, (r - \beta\gamma^{\alpha} \sec\theta)t) = f_s(\widetilde{Y}_t; \alpha, -1, \gamma_1 t^{1/\alpha}, (r + \gamma^{\alpha} \sec\theta)t) *$$
$$f_{ts}(\widetilde{Y}_t; \alpha, 1, \gamma_2 t^{1/\alpha}, (r - \gamma^{\alpha} \sec\theta)t) \tag{3.27}$$

Se obtiene $\gamma_1^{\alpha} = \gamma^{\alpha}, \gamma_2^{\alpha} = 0$, la función característica y la función de densidad dadas por

$$\log fc_{snr}(k; \alpha, \beta, \gamma t^{1/\alpha}, (r + \beta\gamma^{\alpha} \sec\theta)t) = (r + \gamma^{\alpha} \sec\theta)ikt) - (\gamma^{\alpha} t \sec\theta(ik)^{\alpha}) \tag{3.28}$$

$$f_{snr}(\widetilde{Y}; \alpha, -1, \gamma t^{1/\alpha}, (r + \beta\gamma^{\alpha} \sec\theta)t) = f_s\left(\widetilde{Y}; \alpha, -1, \gamma t^{1/\alpha}, (r + \gamma^{\alpha} \sec\theta)t\right) \tag{3.29}$$

Conduce a expresar la ecuación estocástica que conduce a los rendimientos logarítmicos en el universo neutral al riesgo como

$$d \ln S_t = \left(r + \gamma_1^2 \sec\theta\right)\tau + d\underset{t}{\widetilde{Y}} \tag{3.30}$$

Caso ($\alpha = 2$) En este caso, la medida estable neutral al riesgo, corresponde a una distribución normal, lo cual se explica a partir de: 1 las distribuciones estables con ($\alpha = 2$) son distribuciones normales ajustadas exponencialmente es una distribución normal. De lo anterior, al sustituir ($\alpha = 2$) en.

$$(r - \beta\gamma^{\alpha} \sec\theta)ikt - \gamma_1^{\alpha} t \sec\theta(ik)^{\alpha} + \gamma_2^{\alpha} t \sec\theta\{1 - (1 - ik)^{\alpha}\}$$

$$= (r - \beta\gamma^2 \sec\theta)ikt - \gamma_1^2 t \sec\theta(ik)^2 + \gamma_2^2 t \sec\theta\{1 - (1 - ik)^2\} \tag{3.31}$$

$$= \left(r - \gamma^2\right)ikt - \gamma^2 t k^2 \tag{3.32}$$

$$= \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)ikt - \left(\frac{\sigma^2}{2} t k^2\right) \tag{3.33}$$

En esta última expresión se hace uso de $\sigma^2 = 2\gamma^2$ y observar que $\Theta = \pi$.

Por lo tanto la función característica corresponde a una distribución normal y

$$f_{snr}(\widetilde{Y}; \alpha, \beta, \gamma t^{1/\alpha}, (r - \beta\gamma^{\alpha} \sec\theta)t) = f_s(\widetilde{Y}_t; \alpha, -1, \gamma_1 t^{1/\alpha}, (r + \gamma^{\alpha} \sec\theta)t) * f_{ts}(\widetilde{Y}_t; \alpha, 1, \gamma_2 t^{1/\alpha}, (r - \gamma^{\alpha} \sec\theta)t) \tag{3.34}$$

se convierte en

$$f_{snr}(\widetilde{Y}_t; \alpha, \beta, \gamma t^{1/2}, (r - \beta\gamma^2 \sec\theta)t) = f_{normal}\left(\widetilde{Y}_t; \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right) t, \sigma^2 t\right) \tag{3.35}$$

y conduce a expresar la ecuación estocástica que conduce a los rendimiento logarítmicos en el universo neutral al riesgo como

$$d \ln S_t = \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right) \tau + \sigma\sqrt{\tau \widetilde{Y}_t} \tag{3.36}$$

Que coincide con el comportamiento obtenido por el modelo de Black-Scholes para los rendimientos.

3.5. Casos particulares de la ecuación diferencial parcial fraccionaria

Modelo Log-Estable de Momentos Finitos ($\beta = -1$)

Observando que cuando ($\beta = -1$) y $\gamma_1^{\alpha} = \gamma^{\alpha}, \gamma_2^{\alpha} = 0$, se escribe como

$$rC(x_t, t) = \frac{\partial C(x_t, t)}{\partial t} + r\frac{\partial C(x_t, t)}{\partial x_t} + \frac{1}{2}\gamma^2_{-\infty} D^2_{x_t} C(x_t, t) - \frac{1}{2}\gamma^2 \left(C(x_t, t) - e^{x_t}{}_{x_t}D_{\infty} e^{-x_t} C(x_t, t)\right) \tag{3.37}$$

$$rC(x_t,t) = \frac{\partial C\left(x_t,t\right)}{\partial t} + r\frac{\partial C\left(x_t,t\right)}{\partial x_t} + \frac{1}{2}\gamma^2\frac{\partial^2 C\left(x_t,t\right)}{\partial x_t^2} - \frac{1}{2}\gamma^2\left(C\left(x_t,t\right) - e^{x_t}\frac{\partial^2 e^{-x_t}C\left(x_t,t\right)}{x_t^2}\right) \tag{3.38}$$

$$rC(x_t,t) = \frac{\partial C\left(x_t,t\right)}{\partial t} + \left(r-\gamma^2\right)\frac{\partial C\left(x_t,t\right)}{\partial x_t} + \gamma^2\frac{\partial^2 C\left(x_t,t\right)}{\partial x_t^2} \tag{3.39}$$

$$rC(x_t,t) = \frac{\partial C\left(x_t,t\right)}{\partial t} + \left(r-\frac{1}{2}\sigma^2\right)\frac{\partial C\left(x_t,t\right)}{\partial x_t} + \sigma^2\frac{\partial^2 C\left(x_t,t\right)}{\partial x_t^2} \tag{3.40}$$

Nuevamente, para el caso normal hay que recordar la relación $\sigma^2 = 2\gamma^2$ .Esta última es la ecuación de Black-Scholes expresada en términos de $x_t = \ln S_t$.

3.6. Precio de un derivado

Para calcular el precio de una opción europea de compra mediante el enfoque probabilista.Se supone que el activo subyacente es una acción que no paga dividendos durante la vida del contrato y que los rendimientos logarítmicos en el universo neutral al riesgo son conducidos por 3.20. El precio o la prima de una opción de compra europea en t con precio de ejercicio K y vencimiento T, $C(S_t,t)$ está dado por el valor esperado del valor presente del valor intrínseco

Empleando 3.20se tiene que el precio de la opción, en el universo neutral al riesgo, está dado por.

$$C\left(S_t,t\right) = e^{-r\tau}E_t\left[\text{máx}\left[S_t e^{(r-\beta\sec\theta)\tau+\widetilde{Y}_t} - K, 0\right]\right] \tag{3.41}$$

$$C\left(S_t,t\right) = e^{-r\tau}KE_t\left[\text{máx}\left[\frac{S_t}{K}e^{(r-\beta\sec\theta)\tau+\widetilde{Y}_t} - 1, 0\right]\right] \tag{3.42}$$

$$C\left(S_t,t\right)=e^{-r\tau}K\int\limits_{-\infty}^{\infty}\text{máx}\left[\frac{S_t}{K}e^{(r-\beta\sec\theta)\tau+\widetilde{Y}_t}-1,0\right]dF_{snr}\left(\widetilde{Y_\tau};\alpha,\beta,\gamma^{\tau^{1/\alpha}},0\right) \tag{3.43}$$

$$C\left(S_t,t\right)=e^{-r\tau}K\int\limits_{-d}^{\infty}\left[\frac{S_t}{K}e^{(r-\beta\sec\theta)\tau+\widetilde{Y}_t}-1\right]dF_{snr}\left(\widetilde{Y_\tau};\alpha,\beta,\gamma^{\tau^{1/\alpha}},0\right) \tag{3.44}$$

$$C\left(S_t,t\right)=e^{-r\tau}S_t\int\limits_{-d}^{\infty}\left[e^{(r-\beta\sec\theta)\tau+\widetilde{Y}_t}-1\right]dF_{snr}\left(\widetilde{Y_\tau};\alpha,\beta,\gamma^{\tau^{1/\alpha}},0\right)-$$
$$Ke^{-r\tau}\int\limits_{-d}^{\infty}dF_{snr}\left(\widetilde{Y_\tau};\alpha,\beta,\gamma^{\tau^{1/\alpha}},0\right) \tag{3.45}$$

$$C\left(S_t,t\right)=e^{-r\tau}S_t\int\limits_{-d}^{\infty}\left[e^{(r-\beta\sec\theta)\tau+\widetilde{Y}_t}-1\right]dF_{snr}\left(\widetilde{Y_\tau};\alpha,\beta,\gamma^{\tau^{1/\alpha}},0\right)-$$
$$Ke^{-r\tau}\int\limits_{-d}^{\infty}dF_{snr}\left(\widetilde{Y_\tau};\alpha,\beta,\gamma^{\tau^{1/\alpha}},0\right) \tag{3.46}$$

$$C\left(S_t,t\right)=e^{-r\tau}S_t\int\limits_{-d}^{\infty}\left[e^{(r-\beta\sec\theta)\tau+\widetilde{Y}_t}-1\right]dF_{snr}\left(\widetilde{Y_\tau};\alpha,\beta,\gamma^{\tau^{1/\alpha}},0\right)-$$
$$Ke^{-r\tau}\int\limits_{-d}^{\infty}dF_{snr}\left(\widetilde{Y_\tau};\alpha,\beta,\gamma^{\tau^{1/\alpha}},0\right) \tag{3.47}$$

Donde el límite inferior de las integrales se obtiene a partir del valor d que adquiere la forma.

$$d=\ln\left(\frac{S_t}{K}\right)+\left(r-\beta\lambda^{\alpha}\sec\theta\right)\tau \tag{3.48}$$

y que depende del parámetro β y del parámetro α $\left(\theta = \frac{\alpha\pi}{2}\right)$. Finalmente, la prima de la opción Europea de compra se expresa como.

$$C\left(S_t, t\right) = S_t \Phi_{snr}\left(d; \alpha, -\beta, \gamma^{\tau^{1/\alpha}}, 0\right) - Ke^{-r\tau}\Phi_{snr}\left(-d; \alpha, \beta, \gamma^{\tau^{1/\alpha}}, 0\right) \tag{3.49}$$

con

$$\Phi_{snr}(x; \alpha, \beta, \gamma, \delta) = \{1 - F_{snr}\left(x; \alpha, \beta, \gamma, \delta\right)\} \tag{3.50}$$

La fórmula para obtener el precio de la opción, a diferencia de la formula de Black-Scholes, depende de dos distribuciones distintas. Si se realiza la analogía con la formula de Black-Scholes, $\Phi_{snr} = \left(-d; \alpha, \beta, \gamma^{\tau^{1/\alpha}}, 0\right)$ proporciona la probabilidad de que la opción sea ejercida. Por otra parte, esta función también puede ser entendida como la función que proporciona el importe necesario a financiarse al tipo de interés libre de riesgo para replicar la opción, mientras que $\Phi_{snr} = \left(d; \alpha, \beta, \gamma^{\tau^{1/\alpha}}, 0\right)$proporciona la cantidad de activo subyacente requerido para el portafolio replicante.

3.7. Precio de una opción de venta

Si el $P\left(S_t, t\right)$ es el precio de la opción europea de venta, empleando la condición de paridad "put-call", $P\left(S_t, t\right) + S_t = C\left(S_t, t\right) + Ke^{-r\tau}$ se obtiene.

$$P\left(S_t, t\right) = Ke^{r\tau}F_{snr}\left(-d; \alpha, \beta, \gamma^{\tau^{1/\alpha}}, 0\right) - S_t\left(-d; \alpha, \beta, \gamma^{\tau^{1/\alpha}}, 0\right) \tag{3.51}$$

3.8. Procedimiento de ajuste

El procedimiento empleado es el propuesto por Scalas, Enrico y Kim (2006). Se emplea el programa stable.exe (Un programa para calcular los estimadores está disponible en línea en http:/academic2.american.edu/jpnolan/.)

desarrollado por Nolan para la generación de distribuciones alpha-estables. El programa stable.exe permite la estimación de los parámetros por los métodos principales arriba mencionados y proporciona los valores para tres diferentes parametrizaciones de las distribuciones estables. En particular el análisis se realiza sobre la parametrización más conocida y empleada debida a Zolotarev, la cual es denominada S0 en el programa stable.exe. Los tres métodos principales son considerados, en vista que ninguno de los métodos ha mostrado una superioridad en la estimación sobre los demás. Por lo cual en el procedimiento se recure a un análisis visual del ajuste sobre las colas de la distribución a fin de realizar una selección preliminar.

Como primer paso del procedimiento, se realizar la estimación de los parámetros de acuerdo a los tres métodos principales: La estimación máximo verosímil (MV); el segundo basado en los cuantiles tabulados de las distribuciones estables (MQ) y que están restringidos a los valores de ($\alpha \ \leq 0{,}6$). Finalmente el método que emplea una regresión sobre la función característica muestra (MC).

En el segundo paso se realiza una selección preliminar de los tres modelos propuestos. Se realiza la simulación de tres series empleando los parámetros obtenidos por cada uno de los métodos. Se comparan los valores absolutos de los rendimientos de la distribución acumulada empírica con los correspondientes simulados, esta comparación pretende determinar el mejor ajuste a las colas de la distribución.

3.9. Series ajustadas

Las series de tiempo analizadas corresponden a: el precio del dólar Fix durante el periodo 2 de Enero de2008 al 25 de Septiembre del 2012 con datos recopilados del Banco de México atreves de internet y las tasas de interés Cetes a 28 días (on the run) son las correspondientes al mismo periodo de estudio vinculadas con las tablas dinámicas de Excell 2007de Windows7.

Para la estimación del precio teórico de la opción se utilizara el programa (R versión 2.15.0 (2012-03-30)) Copyright (C) 2012 The R Foundation for Statistical Computing, con diversos paquetes como son (lubtidate, chron, da-

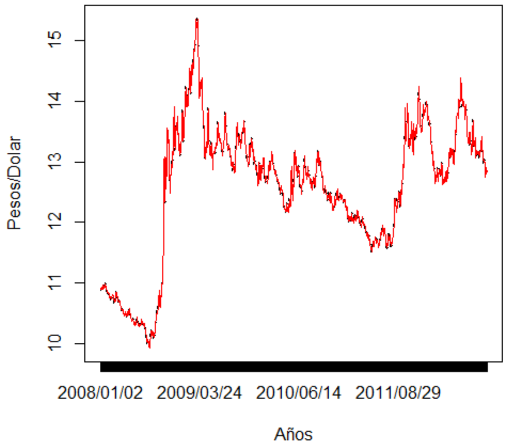

Figura 3.1: El tipo de cambio indice Fix y su comportamiento en el tiempo, Datos de Banco México

te, fopcion) adicionales que se incorporan a este y nos permiten la estimación de las variables con una mayor facilidad, ya como algunos datos recabados en porcentajes o rendimientos o las fechas para calcular la fecha de vencimiento las cuales necesitan todo un tratamiento para poder utilizarlas en el modelo como número.

α	β	γ	δ
1.60	-1	.62	12.80

Cuadro 3.1: Resultados obtenidos con el programa de Nolan para la distribucion α-estable

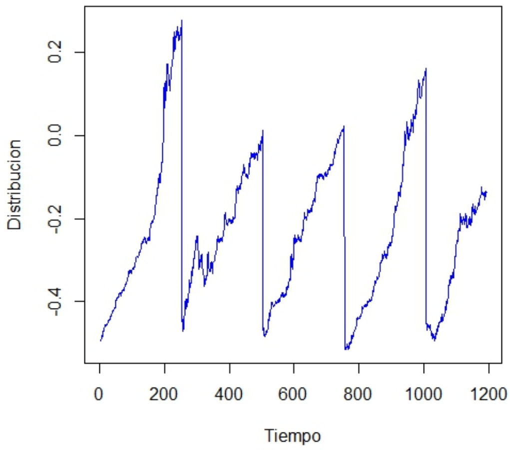

Figura 3.2: Resultados de la d-alpha el demuestra cuantas desviaciones existen para cada valor, creación propia

3.10. Resultados:

Al tener que procesar los parámetros de que se utilizamos nos encontramos con varias dificultades como que la distribución alpha, el programa stable solo nos da un cierto número de parámetros por lo cual se tuvo que realizar una interpolación lineal la cual al contar con 1194 precios del Fix, podría ser una tarea ardua, para resolver este problema la programación en R permite la libertad de poder realizar, y con esto poder obtener nuestra *d_alpha*.

El programar arrojo como resultados una *d_alpha* la cual se comporta como nuestra beta lo mostró que es negativa, con caídas en el tiempo, abruptas solo en algunos periodos se comporta de forma casi cercana al cero pero nunca pasa del cero hacia lo positivos por lo cual se toma como que los valores si se comportan de forma que el eje de simetría no se encuentra en su centro.

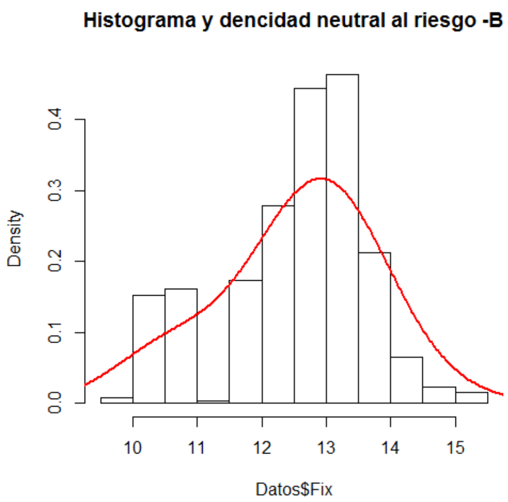

Figura 3.3: Probabilidad para una situación neutral al riesgo -B

Es cuando el precio del peso está por llegar a la barrera de los 15.36 pesos por dólar que es el máximo precio obtenido para el periodo del 2 de Enero de 2008 al 25 de Septiembre del 2012.

Este resultado todavía se tuvo que cotejar cada dato con la distribución α-estable neutral al riesgo, con los datos de la d_alpha, la beta, gamma, delta pero con una media igual a cero, con beta positiva y beta negativa, con esto nos dio un parámetro para poder comparar el valor de nuestra d_alpha.

Localizar el rango del precio del Call con distribuciones alpha estables lo que nos dio como resultado que cuando el peso mas se devalúa o tiene un mayor numero de ataques especulativos tiende el derivado a subir de precio por el riesgo existe en el mercado financiero tanto local como internacional.

Las distribuciones α estables que abarca toda la información de los diferentes precios del peso con respecto al dolar con estas probabilidades se incorporaron al modelo de Black-Scholes con lo que pudimos calcular el precio de Call para nuestro derivado exótico el cual dio los siguientes valores

El costo en una época de incertidumbre seria menor a lo esperado, estarse activando el derivado por collar tiende a minimizar el costo. Así cualquier

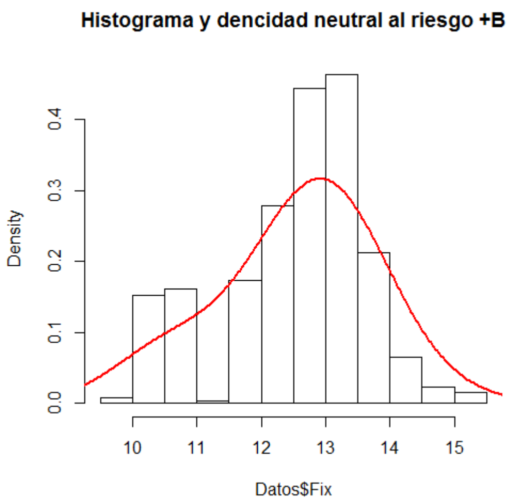

Figura 3.4: Probabilidad para una situación neutral al riesgo +B

0 %	10.3	0 %	13.3
0 %	10.8	5 %	13.8
0 %	11.3	5 %	14.3
0 %	11.8	5 %	14.8
0 %	12.3	10 %	15.3
0 %	12.8	10 %	15.8

Cuadro 3.2: Realización de bandas para la aplicación de de los collares y su porcentaje se tomo en cuenta con su distribución alpha

riesgo hacia las reservas internacionales estará protegiendo el valor de las reservas internacionales de México

Las barreras que se van activando de acuerdo a los collares

Para la creación de los collares se tomo en cuenta la media 12.8 pesos/dólar del tipo de cambio, hacia su izquierda hasta llegar a su mínimo en el periodo de estudio, esto nos da una valuación del peso, por lo que en lugar de vender, Banco de México compra dolares pero al pasar de la media, para no ejercer demasiada presión en el mercado divisas, se considero vender un 5 % de las reservas, cuando se llega a una de las colas de la distribución alpha es cuando el peso tiene una mayor devaluación por lo que tiene que

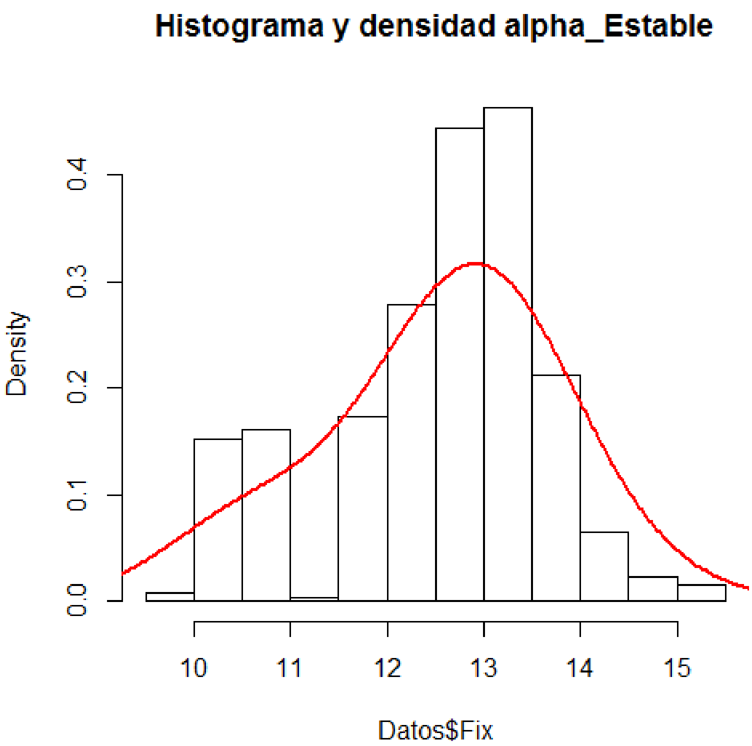

Figura 3.5: Curva de densidad e histograma de las probabilidades α-estables

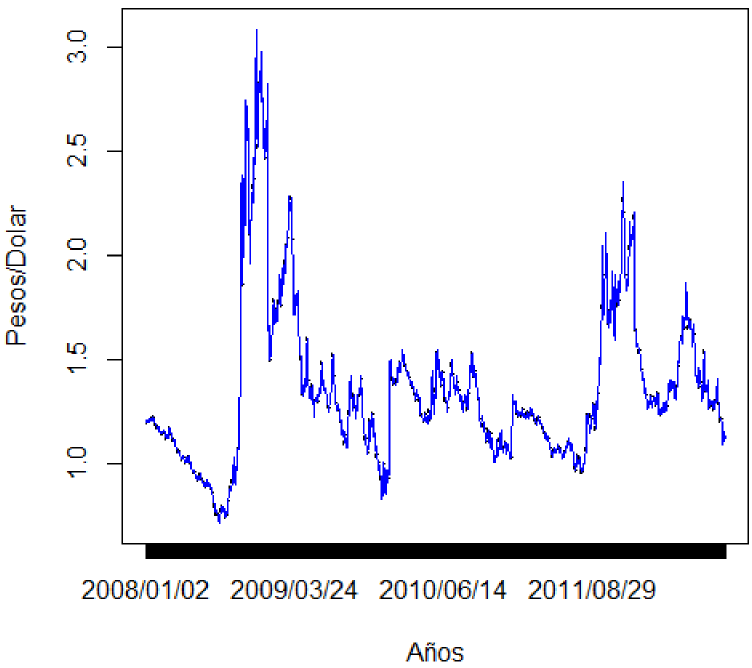

Figura 3.6: El precio de la prima ce un derivado con distribucion α-estable

intervenir el Banco de México y así bajar el precio del tipo de cambio.

Conclusiones

La evidencia empírica actual señala que, la normalidad es la condición menos común en los mercados financieros, este hecho nos deja más que con una verdad, o con un instrumento de medición, formulación de política económica o cobertura de riesgos nos deja con una pregunta cómo se distribuyen esos riesgos, aunque es cierto que esta pregunta cimbra los propios cimientos de la teoría financiera, esto va enfocado a la plausibilidad que las modelados financieros y estas modelados tienen sobre el entorno, aunque parece un acercamiento más complicado, pero más real, da mayor información, para la toma de decisión, sobre un tema tan importante como puede ser la constitución de reservas, en otros trabajos se habla a extensamente sobre la constitución de reservas, para poder hacer frente a los ataque especulativos, como los derivados y su apalancamiento protegen a las economías, lo que se trata de demostrar con este trabajo es como la valuación de esos derivados subestima, el precio de los mismos y que por ahí se tiene una puerta de entrada a los ataques especulativos, lo que esta tesis trata de cerrar, al demostrar de donde viene la subvaluación y más que eso, mostrar una forma en que la valuación de estos derivados alpha-estables en trabajos ya hechos.

Las distribuciones alpha estable son caso particular de la distribución Gaussiana, por lo que se podría decir que todos aquellos modelos matemáticos, financieros, como el Black-Scholes , VAR cuya aparato técnico es la distribución normal, con los cuales se calcula el riesgo, evalúan los derivados, se podrían considerar como subvaluados el precio de las primas, la volatilidad demasiado baja, por la falta de información.

Las distribuciones de colas pesadas, estas se definen como aquellas en las que sus momentos muéstrales, no se pueden calcular, por los extremos de sus datos, su varianza tiende hacia al infinito y su desviación estándar no se puede calcular, en el caso de las alpha-estables, este se pueden medir a través de su factor alpha-estable.

La variable aleatoria(tipo de cambio Fix), cuando existen colas anchas, donde la curtosis que es la medida de la forma, es mayor a 3 cuya proporción de la varianza que se explica por la combinación de datos extremos, respecto a la media en contra las distribución.

Las alpha-estable debería ajustar a la evolución del tipo de cambio del peso con respecto al dólar ya que este es un activo que se mueve demasiado brusco en condiciones adversas internas de la economía o a los ataques externos que si bien no son tan constantes, ni controlables, si pueden ser lo bastante perjudicial para la economía mexicana, pero si son mucho más constantes de lo que nos puede predecir una distribución normal, si bien ya existen funciones cerradas donde se utilizan las distribuciones α-estables para la valuación de opciones.

Se logro ajustar el tipo de cambio con una distribución alpha-estable, donde se pudo confirmar que existen colas pesadas, ya que nuestro factor α es de 1.70 de haberse aproximado a 2 esta distribución alpha-estable, no hubiera tenido ningún seguir trabajando con ella, porque esa distribución estaría siendo una normal o Gaussiana.

El tipo de cambio se va deslizando, pero estos deslizamientos, no se dan de forma escalonada, en cambio se tienen brincos en el precio del dólar, lo cual se pudo comprobar al calcular la d-alpha que es la varianza para cada una de los precios de las variables del tipo de cambio, lo que origina las colas pesadas de la distribución.

La compasión casi en su totalidad de las reservas internacionales de México en valores de tesoro del gobierno de E.U.A expone a un fuerte riesgo tipo cambiario, financiero, de mercado, de crédito, aun que no lo afecta de frente, si lo hace al tener que pagar sus obligaciones de importaciones y exportaciones, porque a su vez el dólar se aprecia o se deprecia con respecto a otras monedas, las cuales también ejercen presión de forma cruzada sobre el peso. Una cobertura escalonada a través de los derivados con distribuciones α estables con barreras, son una buena aproximación paramétrica de la distribución real, van dando salida ordenada, para esos tipos de devaluación, con lo cual se podría ir convirtiendo las reservas de México en oro, plata, platino, o en dado caso en algún tipo de Commodities, con lo cual se minimizaría el riesgo de tipo cambiario sobre la moneda nacional, se provocaría una menor injerencia en el mercado.

La distribución estable tiene una característica como de tipo bimodal, esto se puede observar cuando existen, pánicos en los mercados el tipo de cambio pareciera que tiene diferentes regímenes.

Además se tiene que tomar en cuenta como afectan los cambios macroeconómicos, las políticas monetarias, las políticas macroeconómicas, el tamaño de la distribución alpha.

Están relacionadas con la subvaluación de Black-Scholes solo por la distribución, como afectan los vuelos de Lévi cambios al cálculo estocástico fraccional.

Lo que daría como posible línea de investigación buscar el óptimo de la estructura de las barreras con las cuales no se ejercería movimientos abruptos en el tipo de cambio.

Bibliografía

Alexander J. McNeil, Rudiger Frey, Paul Embrechts, (2008), Quantitative Risk Management, Concepts, Techniques and Tools, Published by Princeton University Press.

A. Cartea,(2005), Dynamic hedging of financial instruments when the underlying follows a non-Gaussian process, Working Paper, Birkbeck College, University of London.

A. Cartea and D. del-Castillo-Negrete., (2006),Fraccional DifusiÂ´on Models of Option Price in Market with Jumps, Working Paper, Birkbeck College, University of London.

Black, F., and M. Sholes, (1973),The pricing of Options and Corporate Liabilities, The Journal of Political Economy, Vol. 81, Num. 3 pp.637-654.

Carr P. and Wu L, (2003), The finite moment log stable process and option pricing, The journal of finance, Vol. LVIII.

Contreras Piedragil Cesar Emilio, (2009), Valuación de Opciones con Distribuciones Alpha Estables, ITESM, Tesís Doctoral, México, D.F..

Climent Hernández José Antonio, (2012), Valuación de opciones sobre subyacentes con rendimientos alpha-estables, IPN-ESE.

Fondo Monetario Internacional, (1997), Efecto de los derivados sobre la transmisión de política monetaria.

Lévy, P., (1924), Théorie des erreus la loi de Gauss et les lois exceptionelles, Bulletin de la Société de France, Vol.52, pp. 49-85.

Lewis, Alan, (2001), A Simple Opcion Formula General Jump-Diffusion and other Exponential Lévy Processes, Working Papers.

Hoffman-Jorgensen, J., (1994), Stable Densities, Theory Prob. Appl. Vol.38, pp.350-355.

McMulloch, J.H., (1986), Simple consistent estimators of stable distribution parametres, Commun.:Statist.:Simul. Vol.15, pp.1109-1136.

McMulloch, J.H., (1996), Financial applications of stable distributions, Statistical Meethods in Finance, Handbook of Statistics, Vol.14, Maddala, G.S and Rao, C.R.(eds) North-Holland NY.

McMulloch, J.H., (1997), Measuring Tail Thickness to Estimate the Stable Index: A Critique, J. Bus. Econ. Stat. Vol.15, pp. 74-81.

McMulloch, J.H., (1998), Linear regression with stable disturbances. In Adler, R., and Taqqu, M(eds) A Practical Guide to Heavy Taliled Data, Birkhäuser, Boston, MA, pp.359-376.

Mortiz Cruz, (2006), Revista Economía UNAM, Vol.3, Núm.8, pp.115-124, México.

Monroy Arturo, (2011), Xll Riesgo Crédito y Derivados de Crédito. Instrumentos de Mercado de Derivados, México D.F..

Niklas Wagner, (2008), Credit Risk Models, Derivates and Management, Chapman and Hall/CRC Financial Mathematics Series.

Nolan, J.P., (1997), Numerical computation of stable densities and distribution funtions, Commun. Stat.: Stochastics Models, Vol.13, pp.759-774.

Nolan, J.P., (1998), Parameterizations and Models of Stable Distributions, Stat. Prob. Letters, Vol.38, pp. 187-195.

Nolan, J.P., Panorska, A.K. and McMulloch, J.H., (1996), Estimations of stable spectral measures, to appear Math. Computer Modelling.

Nolan, J.P. and Panorska, A.K.,(1997), Data analysis for heavy tailed multivariate samples, Commun. Stat.: Stochastics Models, Vol.13, pp.687-702.

Nolan, J.P., (1998), Fitting data and assessing goodness of it with stable distributions. In Prroccedings of Coference on Applications of heavy tailed Distributions in Economics, Engineering and Statics, American University, Washintong, D.C., June.

Nolan, J.P., (2012),Stable distributions: Models for Heavy Tailed Data, http://academic2.american.edu/jpnolan/stable/chap1.pdf.

Rodríguez Aguilar, Román, Cruz Aké, Salvador, (2011), Valuación de opciones de tipo de cambio asumiendo distribuciones alpha-estables, Contaduría y Administración UNAM, (por aparecer).

Samorodnitsky, G., and Taqqu, M.S., (1994), Stable Non-Gaussian Random Preccesses, Chapman and Hall, New York, New York.

BBVA Bancomer institución de banca Múltiple S.A. de C.V.,Opciones de venta de dólares, (2007), Dirección Corporativa de Análisis y Estrategia de Mercados, Dirección General de Tesorería y Mercados.

Paul Wilmott, John Wiley and Sons Ltd., The Atrium, (2006), Paul Wilmott On Quantitive Finance, Second Edition, Southern Gate, Chicherter, West Sussex PO198SQ, England.

Venegas Martínez Francisco, (2007), Riesgos Financieros y Económicos, Segunda Edición, Cenegage Learning, México D.F..

Zolotarev, V.M.,(1986), One-Dimensional Stable Distributions, Amer. Math. Monograps, Vol.65, Amer. Math. Soc., Providence, RI.(Translate of the original 1983 Russian).

Zolotarev, V.M., (1995), On representation of desities of stable laws by spacial functions, Theory Probab, Appl. Vol.39, pp.354-362.

Referencias de Internet

Banco de México, http://www.banxico.org.mx

Banco de México, (2011), http://www.banxico.org.mx/divulgacion/gloasario.html, México.

Banco de México, (2011), http://www.banxico.org.mx/sistema-fianciero/material-educativo/basico/fichas/reservas-internacionales/ %7b3f01db52-8470-f85d-5324-0dc63c786619 %7d.pdf, México.

Ley del Banco de México, (DOF 23-12-1993), http://www.diputados.gob.mx/LeyesBiblio/.

Fondo Monetario Internacional, http://www.imf.org/external/index.htm.

Secretaria de Hacienda y Crédito Público, http://www.shcp.gob.mx/

.

Apéndeces A

Griegas del derivado.

Si la prima de la opción europea de compra se expresa como:

$$C\left(S_t,t\right)=S_t\Phi_{snr}\left(d;\alpha,-\beta,\gamma^{\tau^{1/\alpha}},0\right)-Ke^{-r\tau}\Phi_{snr}\left(-d;\alpha,\beta,\gamma^{\tau^{1/\alpha}},0\right) \tag{52}$$

Entonces

$$S_t\Phi_{snr}\left(d;\alpha,-\beta,\gamma^{\tau^{1/\alpha}},0\right)-Ke^{-r\tau}\Phi_{snr}\left(-d;\alpha,\beta,\gamma^{\tau^{1/\alpha}},0\right)=0 \tag{53}$$

Donde se observa que

$$\Phi_{snr}(d;\alpha,\beta,\gamma,0)=f_{snr}(d;\alpha,\beta,\gamma,0)\mathrm{y}\Phi_{snr}(-d;\alpha,\beta,\gamma,0)=f_{snr}(-d;\alpha,\beta,\gamma,0) \tag{54}$$

El resultado se obtiene

$$S_t\Phi_{snr}(d;\alpha,\beta,\gamma^{\tau^{1/\alpha}},0)=S_tf_{snr}(d;\alpha,\beta,\gamma^{\tau^{1/\alpha}},0) \tag{55}$$

$$=S_te^{-\beta\gamma^{\alpha}\sec\theta\tau}e^{-d}f_{snr}(-d;\alpha,\beta,\gamma^{\tau^{1/\alpha}},0) \tag{56}$$

$$= S_t e^{-\beta\gamma^{\alpha}\sec\theta\tau} e^{-\left(\ln\left(\frac{S_t}{K}\right)+(r-\beta\sec\theta)\tau\right)} f_{snr}(-d;\alpha,\beta,\gamma^{\tau}{}^{1/\alpha},0) \tag{57}$$

$$= K e^{-r\tau} f_{snr}(-d;\alpha,\beta,\gamma^{\tau}{}^{1/\alpha},0) \tag{58}$$

$$= K e^{-r\tau} \Phi_{snr}(-d;\alpha,\beta,\gamma^{\tau}{}^{1/\alpha},0) \tag{59}$$

La Delta

Si la razón de cambio entre el precio de la opción y el precio del subyacente se denota por $\Delta c = \frac{\partial C(S_t,t)}{\partial S_t}$ entonces 55 y empleando 56 esta se calculando como

$$\Delta c = \frac{\partial C(S_t,t)}{\partial S_t} = \Phi_{snr}\left(d;\alpha,-\beta,\gamma^{\tau}{}^{1/\alpha},0\right) + S_t\Phi_{snr}\left(d;\alpha,\beta,\gamma^{\tau}{}^{1/\alpha},0\right)\frac{\partial d}{\partial S_t} - K e^{-r\tau}\Phi_{snr}\left(d;\alpha,-\beta,\gamma^{\tau}{}^{1/\alpha},0\right)\frac{\partial d}{\partial S_t} \tag{60}$$

$$= \Phi_{snr}\left(d;\alpha,-\beta,\gamma^{\tau}{}^{1/\alpha},0\right) \tag{61}$$

Obsérvese que al igual que el modelo de Black-Scholes se cumple $0 \leq \Delta_c \leq 1$

La Gamma

La gamma se define como la sensibilidad de la delta con respecto del subyacente, se define como $\Gamma_c = \frac{\partial^2 C(S_t,t)}{\partial S_t^2}$ calculándose

$$\Gamma_c = \frac{\partial^2 C(S_t,t)}{\partial S_t^2} = \frac{\partial \Delta_c}{\partial S_t} \tag{62}$$

$$= \frac{\partial \Phi_{snr}(d; \alpha, \beta, \gamma^{\tau^{1/\alpha}}, 0)}{\partial S_t} \tag{63}$$

$$= \partial \Phi_{snr}(d; \alpha, \beta, \gamma^{\tau^{1/\alpha}}, 0) \frac{\partial d}{\partial S_t} \tag{64}$$

$$= \frac{f_{snr}(d; \alpha, \beta, \gamma^{\tau^{1/\alpha}}, 0)}{S_t} > 0 \tag{65}$$

La Vega

La variación del precio de una opción europea con respecto a la volatilidad del subyacente, se denota por ν_c .En este punto hay que considerara que en vista que las distribuciones estables no tienen segundo momento (con excepción de la distribución normal), la volatilidad se define como el parámetro de escala, Para encontrar la vega, es necesario emplear tanto la regla de Leibnitz) de la siguiente manera.

$$v_c = \frac{\partial C(S_t, t)}{\partial \gamma} \tag{66}$$

$$= S_t \frac{\partial}{\partial \gamma} \int_{-d}^{\infty} f_{snr}(-\widetilde{Y_\tau}; \alpha, -\beta, \gamma^{\tau^{1/\alpha}}, 0) d\widetilde{Y_\tau} - K e^{-r\tau} \frac{\partial}{\partial \gamma} \int_{-d}^{\infty} f_{snr}(-\widetilde{Y_\tau}; \alpha, -\beta, \gamma^{\tau^{1/\alpha}}, 0) d\widetilde{Y_\tau} \tag{67}$$

$$\begin{aligned} &= S_t \left[\int_{-d}^{\infty} \tfrac{\partial}{\partial \gamma} f_{snr}(-\widetilde{Y_\tau}; \alpha, -\beta, \gamma^{\tau^{1/\alpha}}, 0) d\widetilde{Y_\tau} + f_{snr}(-\widetilde{Y_\tau}; \alpha, -\beta, \gamma^{\tau^{1/\alpha}}, 0) \tfrac{\partial d}{\partial \gamma} \right] \\ &- K e^{-r\tau} \left[\int_{-d}^{\infty} \tfrac{\partial}{\partial \gamma} f_{snr}(-\widetilde{Y_\tau}; \alpha, -\beta, \gamma^{\tau^{1/\alpha}}, 0) d\widetilde{Y_\tau} + f_{snr}(-\widetilde{Y_\tau}; \alpha, -\beta, \gamma^{\tau^{1/\alpha}}, 0) \tfrac{\partial d}{\partial \gamma} \right] \end{aligned} \tag{68}$$

$$= S_t \int_{-d}^{\infty} \frac{\partial}{\partial \gamma} f_{snr}(-\widetilde{Y}_\tau; \alpha, -\beta, \gamma^{\tau^{1/\alpha}}, 0) d\widetilde{Y}_\tau - Ke^{-r\tau} \int_{-d}^{\infty} \frac{\partial}{\partial \gamma} f_{snr}(-\widetilde{Y}_\tau; \alpha, -\beta, \gamma^{\tau^{1/\alpha}}, 0) d\widetilde{Y}_\tau \tag{69}$$

$$= S_t \int_{-d}^{\infty} \frac{\partial}{\partial \gamma} f_{snr}(-\widetilde{Y}_\tau; \alpha, -\beta, \gamma^{\tau^{1/\alpha}}, 0) d\widetilde{Y}_\tau - Ke^{-r\tau} \int_{-d}^{\infty} \frac{\partial}{\partial \gamma} f_{snr}(-\widetilde{Y}_\tau; \alpha, -\beta, \gamma^{\tau^{1/\alpha}}, 0) d\widetilde{Y}_\tau \tag{70}$$

La Rho

La rho es la variación del precio de la opción ante los cambios en la tasa de interés libre de riesgo.

$$\rho_c = \frac{\partial C(S_t,t)}{\partial r} = S_t \Phi_{snr}(d; \alpha, -\beta, \gamma^{\tau^{1/\alpha}}, 0) \frac{\partial d}{\partial r} - Ke^{-r\tau} \Phi_{snr}(-d; \alpha, \beta, \gamma^{\tau^{1/\alpha}}, 0) \frac{\partial d}{\partial r} + \tau K e^{-r\tau} \Phi_{snr}(-d; \alpha, \beta, \gamma^{\tau^{1/\alpha}}, 0) \tag{71}$$

$$\rho_c = \tau K e^{-r\tau} \Phi_{snr}(-d; \alpha, \beta, \gamma^{\tau^{1/\alpha}}, 0) \tag{72}$$

$$\rho_c = \tau K e^{-r\tau} \Phi_{snr}(-d; \alpha, \beta, \gamma^{\tau^{1/\alpha}}, 0) > 0 \tag{73}$$

La theta

La razón de cambio del precio de la opción y la fecha de vencimiento, manteniendo todas las otras variables fijas, se denota por $\theta_c = \frac{\partial C(S_t,t)}{\partial t} = \frac{\partial C(S_t,t)}{\partial \tau} \frac{\partial \tau}{\partial t} = -\frac{\partial C(S_t,t)}{\partial \tau}$. Para calcular esta sensibilidad se procede de manera análoga a la vega.

$$\frac{\partial C(S_t,t)}{\partial \tau} = S_t \frac{\partial}{\partial \tau} \int\limits_{-d}^{\infty} f_{snr}(-\widetilde{Y}_\tau; \alpha, -\beta, \gamma^{\tau^{1/\alpha}}, 0) d\widetilde{Y}_\tau - Ke^{-r\tau} \frac{\partial}{\partial \tau} \int\limits_{-d}^{\infty} f_{snr}(\widetilde{Y}_\tau; \alpha, \beta, \gamma^{\tau^{1/\alpha}}, 0) d\widetilde{Y}_\tau \tag{74}$$

$$\frac{\partial C(S_t,t)}{\partial \tau} = S_t \int\limits_{-d}^{\infty} \frac{\partial}{\partial \tau} f_{snr}(-\widetilde{Y}_\tau; \alpha, -\beta, \gamma^{\tau^{1/\alpha}}, 0) d\widetilde{Y}_\tau - Ke^{-r\tau} \int\limits_{-d}^{\infty} \frac{\partial}{\partial \tau} f_{snr}(\widetilde{Y}_\tau; \alpha, \beta, \gamma^{\tau^{1/\alpha}}, 0) d\widetilde{Y}_\tau \tag{75}$$

$$\begin{aligned} &= -\beta\gamma^{\alpha} \sec\theta S_t \Phi_{snr}(-d; \alpha, \beta, \gamma^{\tau^{1/\alpha}}, 0) + \\ &\int\limits_{-d}^{\infty} (S_t e^{-\beta\gamma^{\alpha} \sec\theta\tau} e^{\widetilde{Y}} - Ke^{-r\tau}) \tfrac{\partial}{\partial \tau} f_{snr}(\widetilde{Y}_\tau; \alpha, \beta, \gamma^{\tau^{1/\alpha}}, 0) d\widetilde{Y}_\tau \end{aligned} \tag{76}$$

La kappa

La variación de $C(S_t, t)$ con respecto al precio de ejerció, está dada por

$$k_c = \frac{\partial C(S_t,t)}{\partial K} = S_t \Phi_{snr}(d; \alpha, -\beta, \gamma^{\tau^{1/\alpha}}, 0) \frac{\partial d}{\partial K} - Ke^{-r\tau} \Phi_{snr}(-d; \alpha, \beta, \gamma^{\tau^{1/\alpha}}, 0) \frac{\partial d}{\partial K} - e^{-r\tau} \Phi_{snr}(-d; \alpha, \beta, \tag{77}$$

$$= -e^{-r\tau} \Phi_{snr}(-d; \alpha, \beta, \gamma^{\tau^{1/\alpha}}, 0) \tag{78}$$

$$= -e^{-r\tau} \Phi_{snr}(-d; \alpha, \beta, \gamma^{\tau^{1/\alpha}}, 0) < 0 \tag{79}$$

Las griegas de una opción de venta europea

Al igual que en el caso del modelo de Black-Scholes las griegas de una opción de venta europea para los modelos estable, se basan en la condición de paridad entre opciones de venta y compra.

$$P(S_t, t) = C(S_t, t) + Ke^{-r\tau} - S_t \tag{80}$$

De donde se sigue que las griegas de una opción de venta están dadas por:

$$\Delta_p = \Delta_c - 1 \tag{81}$$

$$\Gamma_p = \Gamma_c \tag{82}$$

$$\rho_p = \rho_c - \tau K e^{-r\tau} \tag{83}$$

$$\theta_p = \theta_c - rKe^{-r\tau} \tag{84}$$

Apéndices B

Programación en R

```
rm(list=ls())

Datos<-read.table("C:\\Users\\Caprichitos\\Documents\\Datos.txt",header=TRUE)

Datos1p<-read.table("C:\\Users\\Caprichitos\\Documents\\Datos1p.txt",header=TRUE)

Datos2p<-read.table("C:\\Users\\Caprichitos\\Documents\\Datos2p.txt",header=TRUE)

alpha_1p<-read.table("C:\\Users\\Caprichitos\\Documents\\alpha_1p.txt",header=TRUE)

alpha_2p<-read.table("C:\\Users\\Caprichitos\\Documents\\alpha_2p.txt",header=TRUE)

View (Datos)

View (Datos1p)

View (Datos2p)

library(chron)

library(date)
```

```
library(lubridate)

matriz_datos<- data.matrix(Datos, rownames.force = NA)

columnas<- ncol(matriz_datos)

filas<-nrow(matriz_datos)

matriz_p1<- data.matrix(Datos1p, rownames.force = NA)

columnas_p1<- ncol(matriz_p1)

filas_p1<-nrow(matriz_p1)

Interpolacion_lineal<- function(x,y1,y2,x1,x2)

{
     m = (y2-y1)/(x2-x1);  y = ((m*x)-(m*x1))+y1
     param = list()
     param$x = x; param$y1 = y1;  param$y2 = y2; param$x1 = x1;   param$x2 =
```

```
     y
}
.....................................................................................

vector_prob1<- matrix(1,filas,1)


contador1 =1



for(contador1 in 1:filas){

contador2=1

while(Datos[contador1,3]>Datos1p[contador2,1]){

contador2 <- contador2+1

}

x <- Datos[contador1,3]
x1<- Datos1p[(contador2-1),1]
x2<- Datos1p[(contador2-0),1]
y1<- Datos1p[(contador2-1),2]
y2<- Datos1p[(contador2-0),2]

vector_prob1[contador1,1]<-Interpolacion_lineal(x,y1,y2,x1,x2)

}
```

```
View(vector_prob1)


for(contador1 in 1:filas){

contador2=1

while(Datos[contador1,3]>Datos1p[contador2,1]){

contador2 <- contador2+1

}

x <- Datos[contador1,3]
x1<- Datos1p[(contador2-1),1]
x2<- Datos1p[(contador2-0),1]
y1<- Datos1p[(contador2-1),2]
y2<- Datos1p[(contador2-0),2]

vector_prob1[contador1,1]<-Interpolacion_lineal(x,y1,y2,x1,x2)
}

View(vector_prob1)
.......................................................................
vector_prob2<- matrix(1,filas,1)

contador1 =1
for(contador1 in 1:filas){
contador2=1

while(Datos[contador1,3]>Datos2p[contador2,1]){

contador2 <- contador2+1
```

```
}
x <- Datos[contador1,3]
x1<- Datos2p[(contador2-1),1]
x2<- Datos2p[(contador2-0),1]
y1<- Datos2p[(contador2-1),2]
y2<- Datos2p[(contador2-0),2]

vector_prob2[contador1,1]<-Interpolacion_lineal(x,y1,y2,x1,x2)

}

View(vector_prob2)

Datos<- data.frame(Datos,vector_prob1)

Datos<- data.frame(Datos,vector_prob2)

Datos <- subset( Datos, select = -c(Rendimiento_de_Fix))

teta<- (((1.72)*(pi))/2)

View(teta)

Datos<- data.frame(Datos,teta)

A?os<- year(Datos$Fecha)

Datos<- data.frame(Datos,A?os)
TablaK<- aggregate(Datos$Fix, list(Datos$A?os), mean)

K<- Datos$Fix
```

```
for (contador1 in 1: filas){K[contador1]=TablaK[TablaK$Group.1==Datos$A?o[con

Datos<- data.frame(Datos,K)

mifecha<-ISOdate(year=(month.day.year(as.Date(Datos$Fecha))$year),month=(mont

mivencimiento<-ISOdate(year=(month.day.year(as.Date(Datos$Fecha))$year),month

dias<-((mivencimiento-mifecha)/(86400*365))

Datos<- data.frame(Datos,dias)

Cetes_p<-(Datos$Cetes_28/100)

Datos<- data.frame(Datos,Cetes_p)

Datos <- subset( Datos, select = -c(Cetes_28))

(log((Datos$Fix/Datos$K), base = exp(1)))

d_alpha<-((log((Datos$Fix/Datos$K), base = exp(1)))+(Datos$Cetes_p)-(((-1*0.6

Datos<- data.frame(Datos,d_alpha)

#.............................................................................

vector_a1<- matrix(1,filas,1)

contador1 =1


for(contador1 in 1:filas){
```

```
contador2=1

while(Datos[contador1,10]>alpha_1p[contador2,1]){

contador2 <- contador2+1

}

x <- Datos[contador1,10]
x1<- alpha_1p[(contador2-1),1]
x2<- alpha_1p[(contador2-0),1]
y1<- alpha_1p[(contador2-1),2]
y2<- alpha_1p[(contador2-0),2]

vector_a1[contador1,1]<-Interpolacion_lineal(x,y1,y2,x1,x2)

}

Datos<- data.frame(Datos,vector_a1)

#...................................................................................
vector_a2<- matrix(1,filas,1)


contador1 =1


for(contador1 in 1:filas){

contador2=1

while(Datos[contador1,10]>alpha_2p[contador2,1]){
```

```
contador2 <- contador2+1

}

x <- Datos[contador1,10]
x1<- alpha_2p[(contador2-1),1]
x2<- alpha_2p[(contador2-0),1]
y1<- alpha_2p[(contador2-1),2]
y2<- alpha_2p[(contador2-0),2]

vector_a2[contador1,1]<-Interpolacion_lineal(x,y1,y2,x1,x2)

}
#View(Vector_a2)


Datos<- data.frame(Datos,vector_a2)

#...................................................................
diasn<-as.numeric(Datos$dias)
#View(diasn)
Datos<- data.frame(Datos,diasn)



#exp(diasn)
Call<-(Datos$Fix*Datos$vector_a1)-(Datos$K*(exp(-1*Datos$Cetes_p*Datos$diasn)

View(Call)
Datos<- data.frame(Datos,Call)

hist(Datos$Fix, prob=Datos$vector_prob1, main="Histograma y densidad alpha_Es
lines(density(Datos$Fix, bw=.8),
```

```
         col="red",
         lwd=2)

hist(Datos$Fix, prob=Datos$vector_a1, main="Histograma y dencidad neutral al riesgo
lines(density(Datos$Fix, bw=.8),
         col="red",
         lwd=2)

hist(Datos$Fix, prob=Datos$vector_a2, main="Histograma y dencidad neutral al riesgo
lines(density(Datos$Fix, bw=.8),
         col="red",
         lwd=2)

plot(Datos$Fecha,Datos$Fix,type='l',col="blue",xlab="Años",ylab="Pesos/Dolar")
lines(Datos$Fecha,Datos$Fix,col="red")

plot(Datos$Fecha,Datos$Call,type='l',col="blue",xlab="Años",ylab="Pesos/Dolar")
lines(Datos$Fecha,Datos$Call,col="blue")

plot(Datos$vector_1a,Datos$Fix,type='l',col="blue",xlab="Gamma",ylab="Probabilidad n
lines(Datos$vector_1a,Datos$Fix,col="blue")
View(Datos)
```