



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN COMPUTACIÓN

**MÉTODO HÍBRIDO PARA EL DIAGNÓSTICO DE FALLAS
EN MOTORES DE INDUCCIÓN TRIFÁSICOS**

T E S I S

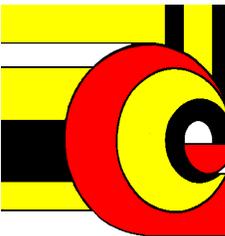
Que para obtener el grado de
DCOTOR EN CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN

PRESENTA:

M. EN C. RODRIGO LÓPEZ CÁRDENAS

DIRECTORES:

**DR. LUIS PASTOR SÁNCHEZ FERNÁNDEZ
DR. ÁNGEL ALBERTO COSTA MONTIEL**



MÉXICO, D.F.

JULIO 2008

Hoy elevo mi agradecimiento
al que es tres veces santo,
a ti que eres mi **Roca**
y en quien mi vida toda desemboca.

A mis queridos padres, por su amor, comprensión
y ayuda sin medida durante toda mi existencia.
A mis lindas hermanas.

Mi especial agradecimiento a mi director de Tesis
Dr. Luis Pastor Sánchez por brindarme su amistad
por más de siete años.
Mi agradecimiento al Dr. Ángel Alberto Costa
porque su ayuda fue vital para culminar este trabajo

A todos mis profesores que con su ayuda
cooperaron para que alcanzara esta meta.
A todos mis amigos con los cuales he
compartido mi estancia en el Instituto.

Al **Instituto Politécnico Nacional** por quince
años de formación, mi eterna gratitud.

Índice general

Índice de figuras	9
Índice de tablas	13
Glosario de siglas y términos	14
1. Introducción	17
1.1. Antecedentes	17
1.2. Problemas científicos	20
1.3. Hipótesis	21
1.4. Objetivos	21
1.4.1. General	21
1.4.2. Particulares	22
1.5. Contribuciones	22
1.6. Método de investigación y desarrollo	23
1.7. Estructura de la tesis	24
2. Estado del Arte	25
2.1. Introducción	25
2.2. Enfoque cuantitativo	28
2.2.1. Señales mensurables	28
2.2.2. Modelos matemáticos	28
2.3. Enfoque cualitativo	31
2.3.1. Sistemas basados en conocimiento	31
2.3.2. Métodos basados en Redes Neuronales	32
2.3.3. Métodos basados en Lógica Difusa	33
2.3.4. Técnicas Neurodifusas	34
2.3.5. Diagnóstico con algoritmos genéticos	34

2.4.	Métodos basados en señales	35
2.4.1.	Diagnóstico con ondeletas (<i>wavelets</i>)	36
2.4.2.	Diagnóstico con análisis espectral	36
2.5.	Métodos actuales de diagnóstico de fallas	37
2.5.1.	Desbalance mecánico	37
2.5.2.	Rodamientos defectuosos	39
2.5.3.	Rotura de barras del rotor	41
2.5.4.	Corto circuito en el enrollado del estator	41
2.5.5.	Excentricidad del entrehierro	42
2.5.6.	Desbalance en la alimentación	43
2.6.	Conclusiones	43
3.	Modelo matemático de referencia	47
3.1.	Introducción	47
3.2.	Principio de funcionamiento	48
3.2.1.	Transformación entre <i>abc</i> y <i>qd</i> estacionario	52
3.2.2.	Transformación entre <i>abc</i> y <i>qd</i> rotatorio	52
3.3.	Modelo dinámico del motor	53
3.4.	Modelo de corto circuito en el bobinado del estator	58
3.5.	Modelo de barra de rotor rota	60
3.6.	Observaciones a los modelos	61
3.7.	Conclusiones	63
4.	Modelo matemático propuesto	65
4.1.	Introducción	65
4.2.	Modelo matemático del motor de inducción	66
4.2.1.	Modelo en estado transitorio	66
4.2.2.	Modelo en estado estacionario. Circuito equivalente	79
4.3.	Determinación de los parámetros eléctricos del modelo	84
4.3.1.	Parámetros y datos de catálogo	86
4.3.2.	Resistencia del rotor	88
4.3.3.	Reactancias de dispersión	91
4.3.4.	Reactancia magnetizante	95
4.3.5.	Resistencia del estator	96
4.4.	Algoritmo computacional para la simulación del modelo	97
4.4.1.	Modelo de bobinado en corto circuito. Falla interna	98
4.4.2.	Modelado de barra de rotor rota. Falla interna	100
4.4.3.	Desbalance en la alimentación. Falla externa	101

4.5.	Validación del algoritmo computacional de simulación del modelo, con distintas condiciones iniciales	102
4.5.1.	Prueba 1. Arranque a carga nominal	103
4.5.2.	Prueba 2. Arranque a media carga	105
4.5.3.	Prueba 3. Arranque a vacío	105
4.5.4.	Prueba 4. Operación a media carga y aumento a carga nominal	106
4.5.5.	Prueba 5. Operación a carga nominal y disminución a media carga	106
4.6.	Conclusiones	109
5.	Metodología de extracción de rasgos, a partir de la respuesta temporal, para crear patrones de falla	113
5.1.	Introducción	113
5.2.	Preprocesamiento de señal	114
5.3.	Extracción de rasgos a partir de la respuesta temporal	118
5.3.1.	Rasgos relativos unidimensionales	122
5.3.2.	Rasgos relativos bidimensionales	124
5.3.3.	Rasgos absolutos	126
5.4.	Conclusiones	127
6.	Modelo computacional para el diagnóstico de fallas eléctricas	129
6.1.	Introducción	129
6.2.	Modelo computacional	130
6.2.1.	Características del modelo computacional	132
6.3.	Extracción de patrones para el entrenamiento de la Red Neuronal Artificial	132
6.3.1.	Rasgos relativos unidimensionales	133
6.3.2.	Rasgos relativos bidimensionales	136
6.3.3.	Rasgos absolutos	137
6.4.	Topología y entrenamiento de la Red Neuronal Artificial	138
6.5.	Evaluación de la Red Neuronal Artificial empleada en el diagnóstico	140
6.6.	Conclusiones	144
7.	Conclusiones y recomendaciones	147
7.1.	Conclusiones	147
7.2.	Recomendaciones	149

Referencias Bibliográficas	151
A. Publicaciones generadas por el trabajo de investigación	159
A.1. Publicaciones	159
A.2. Eventos	160
B. Rutinas en MATLAB	161
C. Diagrama de bloques en Simulink	181
D. Otros ejemplos de patrones de falla	187

Índice de figuras

2.1. Fase de entrenamiento para un sistema de detección de fallas basado en Redes Neuronales.	33
2.2. Diagnóstico de fallas en motores basado en Lógica Difusa. . .	34
2.3. Aplicación de los Algoritmos Genéticos para el diagnóstico de fallas en motores basado en Redes Neuronales.	35
2.4. Apariencia espectral del desbalance mecánico.	39
2.5. Ejemplo de apariencia espectral de algunos rodamientos. . . .	40
2.6. Espectro de vibraciones en un motor de 1740 r.p.m. con corto circuito en sus bobinados.	42
3.1. Circuito equivalente de una máquina de inducción.	54
3.2. Corriente de las tres fases, i_a , i_b e i_c en A	57
3.3. Par de la carga, T_l , en Nm.	57
3.4. Frecuencia angular eléctrica del estator, ω_e , y velocidad angular eléctrica del rotor, ω_r , en rad/seg.	57
3.5. Configuración del bobinado del estator cuando ocurre un corto circuito en una conexión tipo estrella y tipo delta respectivamente.	59
3.6. Modelo tipo malla para el rotor de jaula de ardilla.	60
4.1. Vector espacial trifásico en diferentes sistemas de coordenadas.	71
4.2. Diagrama a bloques representativo del modelo matemático del motor.	78
4.3. Circuito equivalente del motor de inducción trifásico.	81
4.4. Circuito equivalente de Thevenin del motor de inducción trifásico.	82
4.5. Característica deslizamiento - momento electromagnético del motor de inducción trifásico.	83

4.6. Diagrama fasorial aproximado del circuito equivalente mostrado en la Fig. 4.3.	90
4.7. Algoritmo computacional para la simulación del modelo implementado en Simulink de Matlab.	97
4.8. Interior del bloque “PARAMETROS RESISTIVOS” implementado en Simulink de Matlab.	99
4.9. Interior del bloque “PARAMETROS INDUCTIVOS” implementado en Simulink de Matlab.	99
4.10. Cuadros de diálogo para la introducción de parámetros al modelo en Simulink.	100
4.11. Comportamiento de la velocidad con arranque a carga nominal	104
4.12. Comportamiento del valor efectivo de las corrientes con arranque a carga nominal	104
4.13. Comportamiento de la velocidad con arranque a media carga del valor nominal	105
4.14. Comportamiento del valor efectivo de las corrientes con arranque a media carga del valor nominal	106
4.15. Comportamiento de la velocidad con arranque al vacío	107
4.16. Comportamiento del valor efectivo de las corrientes con arranque al vacío	107
4.17. Comportamiento de la velocidad operando a media carga y aumentando a carga nominal	108
4.18. Comportamiento del valor efectivo de las corrientes operando a media carga y aumentando a carga nominal	108
4.19. Comportamiento de la velocidad operando a carga nominal y disminuyendo a media carga	109
4.20. Comportamiento del valor efectivo de las corrientes operando a carga nominal y disminuyendo a media carga	110
5.1. Comparación de la velocidad del motor en funcionamiento normal y bajo distintas condiciones de falla.	115
5.2. Comparación del valor efectivo de la corriente del motor en funcionamiento normal y bajo distintas condiciones de falla.	116
5.3. Comparación de una señal con falla y el resultado de su procesamiento por medio de diezmo y suavizado de señal	117
5.4. Diferencia de velocidades contra diferencia de corrientes para distintas intensidades de falla.	119

5.5.	Diferencia de velocidades contra diferencia de corrientes para distintas intensidades de falla en barra del rotor.	120
5.6.	Diferencia de velocidades contra diferencia de corrientes para distintas intensidades de falla en corto circuito del estator. . .	120
5.7.	Diferencia de velocidades contra diferencia de corrientes para distintas intensidades de desbalance en la alimentación del motor.	121
5.8.	Representación gráfica de la extracción de rasgos relativos unidimensionales para corriente.	123
5.9.	Representación gráfica de la extracción de rasgos relativos bidimensionales para corriente.	125
6.1.	Diagrama a bloques del modelo computacional para el diagnóstico de fallas.	130
6.2.	Ejemplo de extracción de rasgos relativos unidimensionales para distintas fallas e intensidades	134
6.3.	Ejemplo de extracción de rasgos relativos bidimensionales para distintas fallas e intensidades	135
6.4.	Topología de la Red Neuronal empleada en el diagnóstico . . .	140
6.5.	Desempeño del entrenamiento de la Red Neuronal empleada en el diagnóstico	141

Índice de tablas

5.1. Rasgos relativos bidimensionales de corriente extraídos del motor de ejemplo.	126
6.1. Resultado del cálculo de rasgos relativos unidimensionales para distintas fallas e intensidades del ejemplo mostrado en la Fig. 6.2	136
6.2. Resultado del cálculo de rasgos relativos bidimensionales para distintas fallas e intensidades del ejemplo mostrado en la Fig. 6.3	137
6.3. Ejemplo de rasgo absoluto compuesto del valor <i>RMS</i> de la corriente de la Fase <i>A</i> en estado estacionario	138
6.4. Valor de las neuronas de salida para la Red Neuronal Artificial encargada del diagnóstico	139
6.5. Obtención de patrones para la evaluación de la Red Neuronal Artificial	141
6.6. Evaluación de la Red Neuronal Artificial empleada en el diagnóstico	142
6.7. Patrones de ejemplo para la evaluación del error en la Red Neuronal	143
6.8. Resultado del diagnóstico de ejemplo para la evaluación del error en la Red Neuronal	144

Glosario de siglas y términos

- **ANFIS.** *Adaptive Network based Fuzzy Inference System.*
- **EPVA.** *Extended Park's Vector Approach.*
- **FALCON.** *Fuzzy Adaptive Learning Control/decision Network.*
- **FDI.** *Fault detection and isolation*, aislamiento y detección de fallas.
- **HOS.** *Higher Order Spectra*, espectros de alto orden.
- **IEEE.** *Institute of Electrical and Electronic Engineers*, Instituto de Ingenieros Eléctricos y Electrónicos.
- **MATLAB.** *MATh LABoratory software.*
- **MMF.** *Motional Magnetic Force*, fuerza magnetomotriz.
- **RMS.** *Root Mean Square*, raíz cuadrática media.
- **RNA.** Red Neuronal Artificial.
- **RPM.** Revoluciones por minuto.

Resumen

El presente trabajo de investigación muestra el desarrollo de un método híbrido de diagnóstico de fallas eléctricas de corto circuito en el estator, barra rota en el rotor y desbalance en la alimentación en motores de inducción trifásicos y de jaula de ardilla, mediante un modelo computacional del motor y sus variables de operación. La necesidad surge por las carencias siguientes:

- Métodos híbridos de diagnóstico de fallas que integren las ventajas de los métodos tradicionales.
- Un modelo matemático que en lugar de considerar constantes a los parámetros del motor, involucre su variación en correspondencia al deslizamiento.
- Un método de cálculo que posibilite la extracción de los parámetros internos sin la necesidad de realizar mediciones invasivas al motor.

En el trabajo se desarrolla un método de cálculo para la obtención de constantes y parámetros del motor (constantes de resistencia y de inductancia, resistencia del estator, inductancia de dispersión del estator e inductancia magnetizante) a partir de datos de catálogo (potencia nominal, par nominal, voltaje de alimentación, corriente de consumo, eficiencia, entre otros) y los emplea en un algoritmo matemático que incorpora el comportamiento de la resistencia del rotor y de las inductancias del estator, rotor y mutua basado en los cambios de deslizamiento. Se crea una metodología para construir patrones de fallas eléctricas de corto circuito en el bobinado del estator, barra rota en el rotor y desbalance en la alimentación, basada en rasgos relativos unidimensionales, relativos bidimensionales y absolutos, con la finalidad de emplearlos en un modelo computacional que permita reconocer tales patrones y realizar el diagnóstico identificando la falla y su intensidad.

Se realizaron pruebas con distintos motores comprobando la eficiencia del método.

Abstract

This research shows the development of a hybrid method for electric faults diagnostic as stator inter-turn short circuit, rotor broken bar and supply unbalance voltage in three phase induction machines and squirrel cage, through a motor computational model and its operation variables. The need arises from the following shortcomings:

- Hybrid methods for faults diagnostic that integrate the advantages of traditional methods
- A mathematical model that instead to consider constant the motor parameters, involving its variation as a function of slip
- A calculation method that allows the extraction of motor internal parameters without make invasive measurements

This work develops a calculation method for obtaining constants and motor parameters (resistance's constants and inductance's constants, stator resistance, stator dispersion inductance and magnetizing inductance) from data catalog (rated power, nominal torque, voltage supply, rated current, efficiency, among others) and employs a mathematical algorithm that incorporates the behavior of the rotor resistance and stator, rotor and mutual inductances, based on slip changes. It creates a methodology to construct electrical faults patterns of short-circuit faults in the stator windings, rotor broken bar and supply unbalance voltage, based on relative unidimensional, relative bidimensional and absolute characteristics, in order to employ them in a computational model that allows recognize such patterns and make the diagnosis by identifying the fault and its intensity.

Tests were conducted with severals motors checking the efficiency of the method.

Capítulo 1

Introducción

1.1. Antecedentes

Las primeras herramientas surgieron hace unos tres millones de años entre los homínidos de África Oriental cuando sintieron la necesidad de golpear, tallar o cortar. Desde nuestros antepasados del Neolítico, pasando por la imaginativa Edad Media al Renacimiento, la Revolución Industrial y la Revolución Informática, la humanidad ha construido máquinas para reducir la cantidad de trabajo realizado por humanos y para automatizar tareas que son repetitivas. Una de las principales herramientas que ha revolucionado la industria actual es, sin lugar a dudas, los dispositivos rotatorios de conversión de energía electromecánica.

El principio de campo magnético rotatorio atribuido comúnmente a Nicola Tesla en 1882 fue productivamente empleado por científicos como Michael Faraday y James Clerk Maxwell en la década de 1820. Tesla, sin embargo, explotó el principio al diseñar un motor de inducción bifásico en 1883. Michael von Dolivo-Dobrowlsky inventó el primer motor trifásico moderno con un rotor tipo “jaula” en 1890, a partir de entonces se inició lo que se conoce como la Segunda Revolución Industrial.

Los dispositivos rotatorios de conversión de energía electromecánica son conocidos popularmente como máquinas rotatorias. Están clasificadas como máquinas de corriente directa si sus salidas son de corriente directa o si la energía de entrada a la máquina proviene de una fuente de corriente directa. Se llaman máquinas de corriente alterna si sus salidas son periódicas o si la energía primaria de entrada proviene de una fuente de corriente alterna.

Una máquina rotatoria se llama generador si convierte energía mecánica en energía eléctrica y se llama motor si convierte energía eléctrica en mecánica.

Las máquinas de corriente alterna se clasifican de diferentes formas: máquinas monofásicas, bifásicas o trifásicas, dependiendo del tipo de fuente usada; como síncronas si giran a una velocidad constante llamada velocidad angular síncrona y, asíncronas si su velocidad de rotación es menor que la velocidad angular síncrona. Generalmente las máquinas asíncronas son conocidas como máquinas de inducción.

Toda máquina de inducción tiene una parte estacionaria llamada estator y una parte rotatoria conocida como rotor. El estator, generalmente es un bobinado con cierta cantidad de polos, con número de fases idéntica al número de fases de la fuente de alimentación usada. Una máquina de inducción puede tener un rotor bobinado o un rotor de jaula de ardilla. El rotor bobinado por lo común es similar en el número de polos y fases al bobinado del estator, mientras que el rotor de jaula de ardilla consiste en barras conductoras e igualmente distribuidas a lo largo de la periferia del rotor. Los extremos de los conductores se ponen en corto circuito por anillos metálicos terminales. La ventaja principal del rotor de jaula de ardilla, al lado de su simplicidad de construcción y robustez, es que el número de polos del rotor será equivalente al número de polos del estator asociado a él.

Las claves para una operación exitosa del motor son la calidad, la comprensión de la aplicación, la elección del tipo de motor apropiado para esa aplicación y el mantenimiento del mismo. Sin embargo, el uso de motores en la industria actual es intenso y los motores pueden ser expuestos a ambientes hostiles, errores de operación, defectos de manufactura, etc. Diferentes fallas internas junto con fallas externas pueden ocurrir tarde o temprano, además, la amplia variedad de ambientes y condiciones a los cuales los motores son expuestos pueden envejecerlos y hacerlos sujetos de una falla prematura. Estos tipos de fallas se refieren al deterioro gradual del motor el cual puede terminar con una falla mayor si no es detectada a tiempo. Los problemas en los motores pueden causar crisis que son costosas para las empresas, y por lo tanto, se desean evitar.

Podemos enumerar las principales fallas electromecánicas en los motores de inducción como las siguientes [57] [64]:

- Desbalance. El desbalance puede ser definido como la no coincidencia del eje de rotación y el eje longitudinal principal, que provocan cuatro tipos de desbalance: estático, par, cuasi-estático y dinámico.

- Desalineamiento. El desalineamiento es el acoplamiento incorrecto que se produce generalmente entre la unión de dos máquinas, es decir, una unidad conductora y una unidad conducida. Puede presentar tres formas: paralelo, angular y combinado.
- Soltura mecánica. Las diferentes formas de manifestarse las solturas mecánicas tienen lugar como resultado del deterioro de la condición de ensamblaje de los elementos mecánicos que han excedido las tolerancia de holgura o sencillamente se han aflojado debido a la dinámica de operación de la máquina.
- Rodamientos defectuosos. Pueden existir defectos que degradan el desempeño de la máquina de inducción, debido a los elementos rodantes o a las pistas sobre las cuales corren y donde están contenidos.
- Rotura de barras del rotor. La barras rotas en el rotor provocan disturbios en la distribución del flujo magnético que son proporcionales a la magnitud de la falla.
- Corto circuito en el enrollado del estator. Un corto circuito en el enrollado del estator provoca que disminuya la velocidad de rotación y se incremente la frecuencia de deslizamiento.
- Excentricidad del entrehierro. Esta situación ocurre cuando el rotor no está correctamente ubicado con respecto al centro magnético del estator, es decir, su eje de rotación está desplazado de su centro geométrico.

El diagnóstico temprano de fallas permitiría el mantenimiento adecuado y evitaría períodos de inactividad debido a fallas mayores lo cual mejoraría globalmente la disponibilidad y el desempeño además de que los gastos de mantenimiento son reducidos [46] [47] [62]. Por ejemplo, sólo en Estados Unidos los motores convierten el 60 % de la energía [40] y según éste estudio, las fallas más comunes en motores de inducción están relacionadas con el rotor, mientras que otros estudios [32] indican que 3/4 partes de las fallas en motores se relacionan con bobinados y soportes, algunos más, afirman que problemas de desbalance y desalineamiento son causa de vibraciones excesivas en un 40 % a 50 % de los casos [57], mientras que, aproximadamente entre el 30-40 % de las fallas son producidas en el estator [64].

1.2. Problemas científicos

1. Carencia de métodos híbridos de diagnóstico de fallas, que integren ventajas de los métodos puros.
2. Carencia de un modelo dinámico de un motor de inducción trifásico que involucre la variación de la resistencia del rotor y las inductancias del estator, rotor y mutua, en función del deslizamiento.
3. Carencia de un método de cálculo que haga posible extraer los parámetros internos del motor de inducción trifásico, tales como resistencia del rotor y estator, inductancias del rotor, estator y mutua, a partir de datos de catálogos comerciales, tales como potencia nominal, voltaje nominal de alimentación, par nominal, corriente nominal de consumo, eficiencia, factor de potencia, corriente de arranque, par de arranque, par máximo e inercia del motor.

Básicamente, los métodos de diagnóstico se pueden dividir en tres puntos de enfoque: basado en procesamiento de señales, modelos y conocimiento.

Los métodos basados en procesamiento de señales incluyen análisis de vibraciones, análisis espectral de corrientes, entre otros. Estos métodos hacen uso de modelos de señales tales como funciones de espectro o funciones de correlación para analizar las señales directamente. Este tipo de métodos son atractivos pues evitan el modelado matemático [4] [52] [53].

Los métodos basados en modelo (ecuaciones diferenciales, espacio de estados, funciones de transferencia, entre otras) utilizan los resultados del campo de teoría de control. La filosofía del enfoque es que la falla causará cambios en ciertos parámetros físicos o estados. Monitoreando los parámetros estimados o los estados, es posible detectar y aislar cada falla [38] [12]. Con este enfoque, es esencial tener un conocimiento a priori de las relaciones entre el sistema y las fallas y los parámetros o estados. Sin embargo, la comprensión de modelos teóricos es complejo y difícil de obtener, y en algunas situaciones ciertamente se hace imposible [58].

Por último, los métodos basados en conocimiento trabajan dentro del dominio de la Inteligencia Artificial aplicable a sistemas dinámicos, estos hacen uso de Redes Neuronales, decisiones difusas y métodos neurodifusos [3]. Estos métodos son atractivos puesto que no requieren elaborar analíticamente modelos matemáticos, el entrenamiento de la red neuronal y el desarrollo de reglas difusas son “modelos basados en datos”. El problema con el uso de

este tipo de métodos es la expresión del conocimiento en reglas, lo que no siempre es fácil y generalmente consume tiempo. El entrenamiento de la red neuronal invierte tiempo y la determinación de su estructura y la selección de sus conjuntos de entrenamiento pueden ser tareas complicadas [44].

Últimamente, existe una tendencia de integración de distintos métodos, aceptada y promovida por varios investigadores pues se obtienen ventajas en ello. Generalmente, la integración se efectúa entre métodos basados en modelo y métodos basados en conocimiento [58].

Un método que involucre en su modelado la variación de sus parámetros, como la resistencia del rotor y las inductancias del estator, rotor y mutua, correspondientes a los cambios de deslizamiento, se aproximaría fiablemente al comportamiento real de un motor de inducción.

1.3. Hipótesis

A través de datos de catálogo comerciales es posible calcular los parámetros internos del motor para emplearlos en un algoritmo computacional basado en modelo matemático el cual tome en cuenta la variación de la resistencia del rotor y las reactancias del estator y del rotor en función del deslizamiento, creando un modelo más cercano al comportamiento real del motor. Con este modelo sería posible emular el motor bajo distintas condiciones de operación y extraer rasgos para la construcción de patrones que identifiquen su comportamiento bajo tales condiciones, y por medio de herramientas de Inteligencia Artificial crear una metodología de diagnóstico de fallas eléctricas.

1.4. Objetivos

1.4.1. General

Desarrollar un método híbrido de diagnóstico de fallas eléctricas en motores de inducción trifásico y de jaula de ardilla, mediante un modelo dinámico del motor y sus variables de operación.

Se define como *método híbrido* porque está basado en modelo y en conocimiento, con el entendido de que el producto de ambos puede producir mejores resultados que si se abordara el diagnóstico con los métodos individuales

1.4.2. Particulares

1. Incorporar un método de cálculo cuyas variables de entrada sean los datos comerciales de catálogo del motor y cuya salida se emplee para el cálculo de los parámetros internos del motor.
2. Construir un algoritmo computacional basado en el modelo matemático del motor de inducción trifásico, que incorpore la variación de la resistencia del rotor y las inductancias del estator, rotor y mutua, en función del deslizamiento.
3. Construir un algoritmo computacional basado en el modelo matemático del motor de inducción trifásico para emular fallas eléctricas de cortocircuitos en el bobinado del estator, roturas de barras en el rotor y desbalance en la alimentación.
4. Construir una metodología para la extracción de rasgos de la respuesta temporal del motor trifásico de inducción para crear patrones de fallas eléctricas útiles en el diagnóstico del mismo.
5. Construir un modelo computacional que permita reconocer patrones de fallas eléctricas.

El alcance del presente trabajo de investigación se limitará a motores de inducción trifásicos con rotor de jaula de ardilla, arranque directo y sin control de velocidad por variación de frecuencia, por ser estos los más comúnmente usados en la industria, y por lo tanto, los de mayor valor práctico.

1.5. Contribuciones

Los aportes del presente trabajo pueden enumerarse como sigue:

1. Método de cálculo original que hace posible extraer los parámetros internos del motor de inducción trifásico, tales como resistencia del rotor y estator, inductancias del rotor, estator y mutua, a partir de datos de catálogos comerciales tales como número de polos, potencia nominal, voltaje nominal de alimentación, par nominal, corriente nominal de consumo, eficiencia, factor de potencia, corriente de arranque, par de arranque, par máximo y momento de inercia.

2. Un modelo matemático original asociado a un algoritmo computacional que incorpora el comportamiento de la resistencia del rotor y las reactancias del estator y rotor basado en los cambios de deslizamiento del motor.
3. Una metodología para crear patrones de fallas eléctricas basada en rasgos unidimensionales, bidimensionales, absolutos y relativos, extraídos de la respuesta temporal del motor.
4. Un método híbrido de diagnóstico de fallas eléctricas basado en modelo y en variables de operación del motor.
5. La metodología de creación de patrones de falla puede ser útil para otras aplicaciones diferentes al diagnóstico de motores de inducción.

1.6. Método de investigación y desarrollo

El desarrollo del trabajo propuesto implica el planteamiento de las siguientes necesidades metodológicas.

- Estudio y evaluación de la principales métodos de diagnóstico de fallas para sistemas dinámicos basados en modelo, en conocimiento y en procesamiento de señales.
- Modelado matemático del motor para incluir la variación de los parámetros del motor correspondientes a los cambios de deslizamiento y velocidad.
- Incorporación de métodos para calcular parámetros del motor de inducción a partir de datos de catálogos comerciales.
- Extracción de rasgos de funcionamiento normal y en condición de falla para la creación de patrones a partir de la respuesta temporal del motor, con la finalidad de realizar diagnóstico.
- Pruebas y validaciones.
- Realización de publicaciones.

1.7. Estructura de la tesis

El presente documento esta formado por seis capítulos incluido éste. El Capítulo 2, Estado del Arte, aborda en primera instancia conceptos relacionados a la terminología en el campo del diagnóstico de fallas, para continuar con una clasificación de los métodos utilizados en esa área de conocimiento, clasificándolos en tres importantes grupos: enfoque cuantitativo, cualitativo y basado en señales. El Capítulo 3, Modelo matemático de referencia, es un capítulo dedicado a los conceptos básicos del funcionamiento del motor y herramientas utilizadas en su análisis. Presenta tres modelos matemáticos que describen desde tres puntos de vista al motor de inducción. El Capítulo 4, Modelo matemático, es un desarrollo amplio de la deducción del modelo matemático del motor de inducción trifásico con jaula de ardilla basado en el vector espacial trifásico. Consta del modelo del motor de inducción en estado transitorio y, del modelo en estado estacionario y circuito equivalente. Contiene una sección sobre el cálculo de parámetros a partir de datos de catálogo comerciales y la descripción del algoritmo computacional empleado para la simulación del motor de inducción. El Capítulo 5 explica la metodología empleada para la extracción de rasgos absolutos, relativos unidimensionales y bidimensionales empleados para la construcción de patrones de falla. El Capítulo 6 describe el modelo computacional empleado en el diagnóstico de fallas eléctricas y aborda la extracción de rasgos para el entrenamiento de la Red Neuronal, su topología y los resultados de su evaluación. Finalmente, el último capítulo son las conclusiones generales y las recomendaciones del presente trabajo de investigación.

Capítulo 2

Estado del Arte

2.1. Introducción

Una falla debe ser entendida como un cambio indeseable en el sistema que tiende a degradar el desempeño global del mismo. Un esquema de detección de fallas debería ser capaz de detectar fiablemente fallas tempranas en los componentes de un sistema, antes de que una intervención humana o automática sea necesaria. Nuevos métodos para la detección incipiente de fallas abren interesantes desafíos y posibilidades para el monitoreo y para el mantenimiento predictivo. Cuánto más conocimiento se puede usar sobre el proceso, ya sea en forma matemática, descriptiva (cualitativa) o en forma simbólica, el diagnóstico de fallas será más confiable y robusta. El proceso para detectar y aislar fallas es conocido en la literatura como función FDI (*fault detection and isolation*). Un procedimiento de monitoreo encargado de aislar y detectar fallas y evaluar su importancia o severidad en un sistema es llamado sistema de diagnóstico de fallas [58] [72].

La terminología en el campo del diagnóstico de fallas no está aún estandarizada, pero de acuerdo a la terminología generalmente aceptada, la detección y diagnóstico de fallas consiste de las siguientes tareas [5] [24]:

- *Detección de la falla*: la indicación de que algo va mal en el sistema.
- *Aislamiento de la falla*: la determinación de la localización exacta de la falla.
- *Identificación de la falla*: la determinación del tamaño de la falla, el nivel de degradación y el pronóstico de evolución de la falla.

Si las fallas son detectadas y aisladas tempranamente, pueden tomarse las acciones apropiadas para evitar una falla mayor previniendo la caída total del sistema. La detección y aislamiento de fallas incipientes ayuda a los operadores a mantener o incluso incrementar la calidad de los productos manufacturados.

Los mecanismos FDI son logrados usando replicación de hardware, conocido como redundancia de hardware, es decir, salidas de idénticos componentes son comparadas para corroborar consistencia en las mediciones. Alternativamente, el FDI puede ser alcanzado usando información analítica o funcional acerca del sistema bajo monitoreo, esto es, basados en modelos matemáticos del sistema. Esta aproximación es conocida como redundancia analítica o también como diagnóstico de fallas basado en modelo [7] [39].

Cuando se usa información del modelo matemático cuantitativo el principio basado en FDI es comparar las respuestas actuales y reconstruidas del sistema. También pueden usarse, además de modelos cuantitativos, técnicas de modelado cualitativo. La combinación de métodos cuantitativos y cualitativos puede proveer una aproximación poderosa para diagnosticar fallas en aplicaciones reales. Es recomendable usar la combinación de todos los modelos junto con la información apropiada del sistema, para monitorear el desempeño de procesos reales.

La clasificación de los métodos de diagnóstico varía entre autores [5] [58] [65], aunque la mayoría coincide en dividirlos en aquellos que usan modelos cuantitativos (ecuaciones diferenciales, métodos de espacio de estados, funciones de transferencia, entre otros) que utilizan los resultado del campo de teoría de control y, modelos cualitativos que utilizan métodos basados en Inteligencia Artificial.

Los métodos cuantitativos están basados en la estimación de parámetros, estimación de estados o conceptos de paridad de espacios. La filosofía del enfoque es que la falla causará cambios en ciertos parámetros físicos o estados. Monitoreando los parámetros estimados o los estados, es posible detectar y aislar cada falla. Con este enfoque, es esencial tener un conocimiento a priori de las relaciones entre el sistema y las fallas (en que punto son consideradas como tales) y los parámetros del modelo (cómo cambian y cuales parámetros son susceptibles de cambiar) o estados (el número de variables de estado y su posible interpretación física). Sin embargo, los modelos teóricos son complejos y difíciles de obtener y pueden consumir mucho tiempo en su desarrollo y raramente replican las funciones del proceso en su totalidad [44] [65].

Los segundos, basados en los métodos de Inteligencia Artificial utilizan

razonamiento cualitativo y modelado cualitativo. Para los enfoques basados en simulación cualitativa, los modelos cualitativos del proceso son usados para predecir el comportamiento bajo condiciones normales de operación y también durante condiciones de varias fallas. La detección de fallas se realiza comparando el comportamiento predicho con las observaciones actuales [6] [58]. Un área más amplia del diagnóstico de fallas hace uso de Redes Neuronales, decisiones difusas y métodos neurodifusos [70]. Estos métodos son atractivos puesto que no requieren elaborar analíticamente modelos matemáticos. El entrenamiento de la red neuronal y el desarrollo de reglas difusas de los datos proveen modelos implícitos o “modelos basados en datos”. Cuando las redes neuronales son entrenadas, las relaciones entre fallas y causas pueden ser identificadas y almacenadas en sus pesos. La red entrenada puede ser usada para diagnosticar fallas asociando el mal funcionamiento observado con la falla correspondiente. Un enfoque ampliado con sistemas de base de conocimiento podría localizar la falla. Los métodos basados en Lógica Difusa para detección de fallas esencialmente pertenecen a una amplia subclase de enfoques basados en reglas donde las fallas son diagnosticadas por el seguimiento de sus trayectorias de propagación [8] [71]. Para desarrollar sistemas de diagnóstico basados en conocimiento, es necesario conocer la estructura del proceso y los modelos cualitativos bajo varias condiciones de fallas. El desarrollo del diagnóstico basado en sistemas de conocimiento generalmente demanda un tiempo y esfuerzo considerable para que realmente sea efectivo. [64] [58].

Además, existe un amplio desarrollo de diagnóstico de fallas basado en los métodos de procesamiento de señales, que incluyen principalmente análisis de vibraciones, análisis espectral de corrientes, entre otros. Estos métodos hacen uso de modelos de señales tales como funciones de espectro o funciones de correlación para analizar las señales directamente. Así, las características del motor pueden ser extraídas y ser usadas para el diagnóstico de fallas. La principal ventaja de este tipo de métodos es que el modelado del motor se evita, sin embargo, este tipo de métodos solo ocupa señales de salida del motor, no así señales de entrada, por lo tanto la influencia de la entrada en la salida no es considerada evitando de esta manera que el motor sea considerado como un sistema [44]. Aunque el análisis de vibraciones es un método efectivo, es difícil obtener resultados completos del diagnóstico del motor, pues se enfoca principalmente a problemas mecánicos [4] [57].

2.2. Enfoque cuantitativo

La supervisión básica de procesos tecnológicos está restringida a comprobar directamente la trasgresión de variables medidas por arriba o por debajo de límites fijos o tendencias. Varias fallas son detectadas únicamente después de que los valores de salida son afectados considerablemente. Una supervisión que emplea modelos matemáticos se orienta a detectar fallas con la ayuda de variables de entrada $U(t)$ y salida $Y(t)$ mensurables, no mensurables, y estados internos mensurables y parcialmente no mensurables [28] [29].

2.2.1. Señales mensurables

Las señales de entrada medidas $U(t)$ y las señales de salida $Y(t)$ pueden ser directamente usadas para monitorear los cambios en el sistema bajo observación. La comprobación por límites y por tendencia son métodos ampliamente usados para verificar los estados de la señal $Y(t)$, es decir, si ésta excede de un valor máximo Y_{max} o cae por debajo de un valor mínimo Y_{min} . El estado normal conocido como comprobación de valor absoluto es:

$$Y_{min} < Y(t) < Y_{max} \quad (2.1)$$

La comprobación de límites también puede ser aplicada a la tendencia $\dot{Y}(t)$ de la señal $Y(t)$. Por supuesto, una combinación de límites por valor y tendencia es posible, su estado normal es:

$$\dot{Y}_{min} < \dot{Y}(t) < \dot{Y}_{max} \quad (2.2)$$

Si sólo se usa comprobación por límites, estos generalmente son fijados en un valor seguro para permitir holgura de tiempo y tomar las acciones necesarias con suficiente tiempo de antelación a la llegada de un punto crítico. Sin embargo, pueden ocurrir falsas alarmas si la variable regresa a su valor normal sin intervención externa. Esta desventaja puede ser evitada si la señal $Y(t)$ es predicha para conocer el tiempo en que excedería el umbral. Los modelos matemáticos pueden ser empleados para este fin [28] [29].

2.2.2. Modelos matemáticos

La tarea consiste en diagnosticar fallas en un sistema dinámico mediante la medición de variables de entrada y salida. Todo proceso de parámetros puede ser linealizado alrededor de un punto de operación, aunque en el presente

trabajo no es necesario, usualmente descrito por una ecuación diferencial como la Ec. 2.3 con entrada $u(t)$ y la salida $y(t)$.

$$\begin{aligned} y(t) + a_1\dot{y}(t) + a_2\ddot{y}(t) + \dots + a_n y^{(n)}(t) &= b_0 u(t) \\ + b_1\dot{u}(t) + b_2\ddot{u}(t) + \dots + b_m u^{(m)}(t) & \end{aligned} \quad (2.3)$$

Fallas aditivas a la entrada y a la salida pueden modelarse por la Ec. 2.4 [58]:

$$\begin{aligned} y(t) + a_1\dot{y}(t) + a_2\ddot{y}(t) + \dots + a_n y^{(n)}(t) &= b_0 u(t) \\ + b_1\dot{u}(t) + b_2\ddot{u}(t) + \dots + b_m u^{(m)}(t) + f_y + b_0 f_u & \end{aligned} \quad (2.4)$$

Los parámetros del modelo $\theta^T = [a_1 \dots a_n \mid b_1 \dots b_m]$ pueden ser relaciones intrincadas de varios procesos físicos, por ejemplo, masa, velocidad, viscosidad y resistencia. Si una falla afecta uno o varios parámetros por $\Delta\theta_j$ la señal de salida cambia y la estimación de parámetros indicará un cambio $\Delta\theta(t)$. Generalmente los parámetros del modelo dependen de coeficientes físicos p , $\theta = f(p)$ vía ecuaciones algebraicas no lineales. Si la inversa de la relación existe:

$$p = f^{-1}(\theta) \quad (2.5)$$

entonces los cambios en los coeficientes físicos Δp_i pueden calcularse. Esos cambios en los coeficientes están en muchos casos relacionados directamente a fallas [28] [29]. Un requerimiento indispensable para este procedimiento es la existencia de la inversa de la Eq. 2.5.

Un proceso lineal puede ser descrito en el espacio de estados como:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (2.6)$$

donde x es el vector de estado de dimensión n , u es el vector de control de dimensión r , A es una matriz de $n \times n$, B es una matriz de $n \times r$, C es una matriz de $m \times n$ y, y es el vector de salida de dimensión n .

Un observador de estado puede ser usado para reconstruir los estados a partir de las señales medidas a la entrada y la salida, la matriz de retroalimentación, H , debe seleccionarse apropiadamente para asegurar que el observador sea estable:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= A\hat{x}(t) + Bu(t) + He(t) \\ e(t) &= y(t) - C\hat{x}(t) \end{aligned} \quad (2.7)$$

donde $e(t)$ es el error de salida. El proceso es ahora influenciado por perturbaciones y fallas como se presenta en las Ec. 2.8 y 2.9 [33] [58]:

$$\dot{x} = Ax(t) + Bu(t) + Fv(t) + Lf_L(t) \quad (2.8)$$

$$y(t) = Cx(t) + Nn(t) + Mf_M(t) \quad (2.9)$$

$v(t)$ y $n(t)$ representan perturbaciones no medibles a la entrada y a la salida respectivamente, mientras que $f_L(t)$ denota falla a la entrada actuando a través de L sobre $x(t)$. $f_M(t)$ denota falla a la salida actuando a través de M como un cambio en la salida Δy .

Para el error de estimación de estado, las Ec. 2.10 y 2.11 son válidas si las perturbaciones $v(t) = 0$ y $n(t) = 0$

$$\dot{\tilde{x}} = [A - HC]\tilde{x}(t) + Lf_L(t) - HMf_M(t) \quad (2.10)$$

y la salida del error es:

$$e(t) = C\tilde{x} + Mf_M(t) \quad (2.11)$$

$f_L(t)$ y $f_M(t)$ son fallas aditivas porque ellas influyen a $x(t)$ y $e(t)$ por medio de una adición. Esencialmente, el residuo $e(t)$ es la vía para la aplicación de diferentes métodos de detección de fallas basados en estimación de estados. Si las fallas aparecen como cambios de ΔA , ΔB o ΔC de los parámetros, el comportamiento se convierte en

$$\dot{x} = [A + \Delta A]x(t) + [B + \Delta B]u(t) \quad (2.12)$$

$$y(t) = [C + \Delta C]x(t) \quad (2.13)$$

y la estimación del error es:

$$\dot{\tilde{x}} = [A - HC]\tilde{x}(t) + [\Delta A - H\Delta C]x(t) + \Delta Bu(t) \quad (2.14)$$

$$e(t) = C\tilde{x}(t) + \Delta Cx(t) \quad (2.15)$$

Las fallas ΔA , ΔB y ΔC son imprecisiones de modelado multiplicativas porque ellas influyen a $x(t)$ y $e(t)$ por un producto con las variables $x(t)$ y $u(t)$. En este caso, la diferencia depende del cambio en los parámetros así como de los cambios a la entrada y la variable de estado.

Es importante aclarar que los autores en [33] [58] simplifican las fallas por el método linealizado arriba planteado, los procesos pueden ser influenciados por perturbaciones que se describirían de forma más complicada, pero escapan a los objetivos del presente trabajo.

La técnica de estimación de parámetros intenta monitorear los procesos directamente basado en leyes físicas, mientras que la técnica de variable de estados debe asumir los parámetros de procesos como conocidos e intentar monitorear las señales.

2.3. Enfoque cualitativo

Los métodos basados en conocimiento incluyen Sistemas Expertos, Lógica Difusa y Redes Neuronales. Un sistema experto puede construirse para detectar y diagnosticar fallas en base a la experiencia de un ingeniero. Un ingeniero experimentado puede detectar y diagnosticar fallas observando el desempeño del motor sin comprender o entender exactamente el comportamiento dinámico, pero difícilmente, esta experiencia puede ser descrita, transmitida o automatizada [8] [21].

Estos métodos, conocidos también como *soft computing* son un enfoque emergente de computación inteligente, los cuales mimetizan la habilidad de la mente humana para razonar y aprender en circunstancias con incertidumbre e imprecisión. En contraste con los métodos de *hard computing* que solamente manejan información precisa, confiable y rigurosa, son efectivos en generar soluciones imprecisas o subóptimas a problemas del mundo real pero que a la vez son económicas y competitivas. En general, estos métodos consisten en tres paradigmas principales: redes neuronales, lógica difusa y algoritmos genéticos [61] [66].

2.3.1. Sistemas basados en conocimiento

Los sistemas de diagnóstico basados en conocimiento pueden ser clasificados como “conocimiento superficial” o “conocimiento profundo” de acuerdo a la naturaleza del conocimiento empleado [59] [58]. El conocimiento superficial captura las relaciones entre las anomalías observadas y el mal funcionamiento observado. El conocimiento es frecuentemente representado por reglas, y generalmente, se utiliza razonamiento incierto dado que el conocimiento en sí es incierto. A pesar de que estas reglas heurísticas pueden emplearse en sistemas de diagnóstico en línea, poseen la desventaja de tender a fallar ante circunstancias nuevas que no fueron consideradas anteriormente. El conocimiento superficial es empleado donde el razonamiento basado en modelo no puede ser empleado o para procesos de pequeña escala donde el

conocimiento requerido para el diagnóstico es limitado.

Cuando se compara con el conocimiento superficial, el conocimiento profundo incluye información detallada acerca de procesos individuales y procesos globales, acerca de comportamiento dinámico y de estado permanente y de la naturaleza de la fallas a ser diagnosticadas. Una de las maneras para representar y procesar conocimiento profundo es el modelado cualitativo [59]. Este es un intento de describir cualitativamente el comportamiento de procesos. Cuando un proceso bajo monitoreo contiene una cantidad considerable de variables, el uso de modelos cualitativos pueden simplificar significativamente la cantidad de cálculos. Un sistema de diagnóstico basado en modelado cualitativo usualmente utiliza la estrategia de “prueba de hipótesis”, donde los modelos cualitativos son usados para predecir el comportamiento del proceso bajo condiciones normales de operación y de varias condiciones de falla. Si el comportamiento predicho bajo condiciones normales de operación es diferente del observado, la falla es detectada. Basada en la anomalía observada, un conjunto de hipótesis es formulada, prediciendo el comportamiento del proceso bajo esas hipótesis y comparándolas con las observaciones reales cualquier hipótesis no plausible es eliminada. El desempeño de sistemas de diagnóstico basado en modelado cualitativo es afectado por parámetros como los umbrales utilizados para la conversión de valores cuantitativos a valores cualitativos. *La elección inapropiada de tales parámetros puede provocar diagnósticos equivocados o ignorar de fallas* [37] [58].

2.3.2. Métodos basados en Redes Neuronales

Con las Redes Neuronales Artificiales la experiencia humana puede ser parcialmente imitada entrenando una red neuronal basada únicamente en ejemplos de entrada y salida sin la necesidad de modelos matemáticos. La motivación de emplear redes neuronales para el diagnóstico de motores es debido a su generalización y sus habilidades de aproximación no lineal, las cuales pueden extraer las relaciones entre diferentes variables de entrada y salida para realizar diagnóstico e indicar fallas. Es necesario anotar que el procedimiento de aprendizaje es generalmente guiado por personas expertas en la materia.

El desempeño de las redes neuronales depende de que las variables de entrada seleccionadas sean indicadoras de fallas, además, puede ser afectado por problemas como la selección de la estructura de la red, el sobre y bajo entrenamiento efectuado [19] [61]. Sin embargo, el principal defecto del

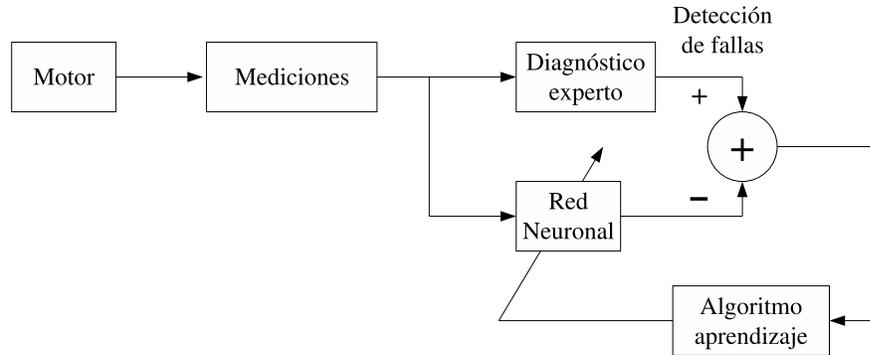


Fig. 2.1: Fase de entrenamiento para un sistema de detección de fallas basado en Redes Neuronales.

diagnóstico de fallas basado en redes neuronales es que información lingüística del proceso no puede ser directamente utilizada o inmersa en la estructura de la red, a diferencia de métodos como los basados en Lógica Difusa o inclusive los basados en conocimiento [19] [61].

La Fig 2.1 muestra una estructura típica basada en Red Neuronal de retropropagación de errores (*backpropagation*) utilizada para el diagnóstico incipiente de fallas [9].

2.3.3. Métodos basados en Lógica Difusa

Un sistema basado en Lógica Difusa permite la traducción de términos heurísticos y lingüísticos a valores numéricos a través de reglas difusas y funciones de membresía para aproximar el desempeño del diagnóstico al mundo real. La mayor desventaja de la Lógica Difusa es que no provee una solución exacta a los problemas (la solución es difusa en sí misma) además, el diseño de un sistema depende en gran medida de la experiencia adquirida por un operador experto. Las funciones de membresía y las reglas difusas no pueden garantizar que sean óptimas en cualquier sentido. Mas allá, los sistemas basados en lógica difusa carecen de la habilidad de auto aprendizaje lo cual es obligatorio en algunos sistemas de tiempo real altamente exigentes en el diagnóstico de fallas. Las desventajas antes citadas pueden ser superadas con la fusión de las técnicas de redes neuronales y sistema difusos [8] [19] [61].

La Fig. 2.2 muestra un sistema de razonamiento difuso que incluye una

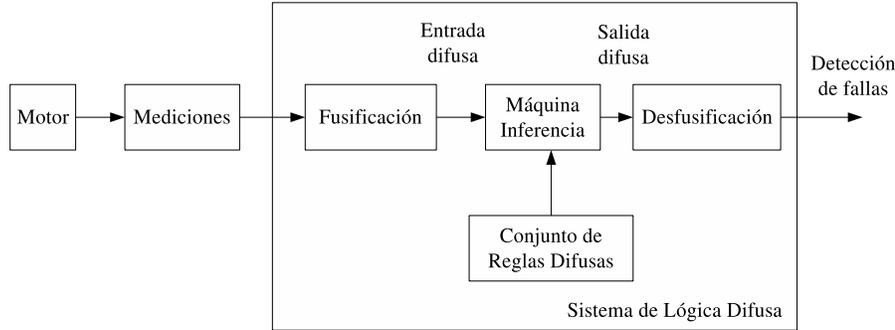


Fig. 2.2: Diagnóstico de fallas en motores basado en Lógica Difusa.

interfaz de fusificación, una máquina de inferencia, un conjunto de reglas difusas y una unidad de desfusificación para el diagnóstico de motores de inducción [51].

2.3.4. Técnicas Neurodifusas

Para superar los inconvenientes mencionados acerca de sistemas basados en Redes Neuronales y Lógica Difusa, se puede construir un sistema híbrido neurodifuso que tome las ventajas que ambas herramientas ofrecen y minimice sus desventajas. La idea detrás de la fusión de ambas herramientas es el uso de la habilidad de aprendizaje de las redes neuronales para implementar y automatizar sistema difusos. Una posibilidad es usar sistemas de inferencia como el ANFIS (*Adaptive Network based Fuzzy Inference System*) o FALCON (*Fuzzy Adaptive Learning Control/decision Network*) [1] [31].

2.3.5. Diagnóstico con algoritmos genéticos

Un algoritmo genético es un método de optimización global estocástico inspirado por las leyes de selección natural y genética, ellos usan el concepto de la teoría de la evolución de Darwin, la cual está basada en la supervivencia del más capaz. Los Algoritmos Genéticos necesitan menos información previa de los problemas que serán resueltos que los esquemas convencionales de optimización, por lo que es atractivo emplear Algoritmos Genéticos para optimizar los parámetros y estructuras de Redes Neuronales y Lógica Difusa

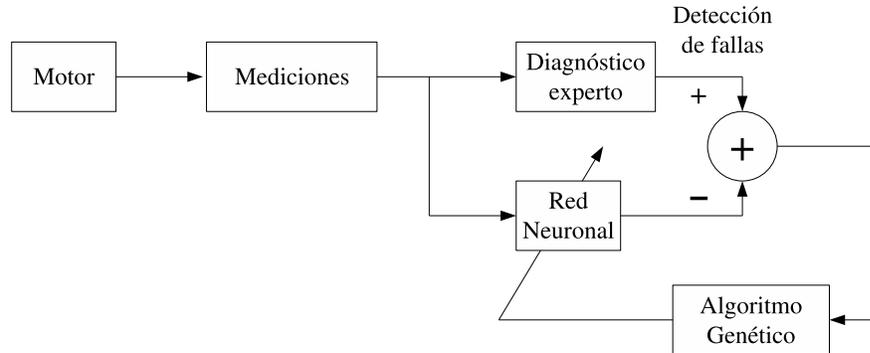


Fig. 2.3: Aplicación de los Algoritmos Genéticos para el diagnóstico de fallas en motores basado en Redes Neuronales.

en lugar de utilizar únicamente el algoritmo de aprendizaje. Dado que los algoritmos genéticos son sólo un método auxiliar de optimización, no pueden ser aplicados independientemente, la combinación de algoritmos genéticos con otros esquemas de diagnóstico de fallas acentuará el desempeño en la búsqueda del mínimo global. Sin embargo, la optimización con Algoritmos Genéticos frecuentemente conlleva el uso de recursos amplios de cómputo y, por lo tanto, consumo de tiempo [30] [61].

De manera similar al esquema de entrenamiento para Redes Neuronales, la Fig. 2.3 muestra la fase de entrenamiento con la diferencia de que el algoritmo de entrenamiento ahora está basado en Algoritmos Genéticos.

2.4. Métodos basados en señales

Los métodos basados en análisis de señales incluyen principalmente análisis de vibraciones y análisis de corrientes. El análisis de vibraciones es usado para detectar, por ejemplo, desbalance y fallas en los rodamientos, mientras que el análisis de corrientes es usado para sensar fallas del rotor asociadas a barras rotas o desbalance mecánico. Estos métodos hacen uso de modelos de señales tales como ondeletas (*wavelets*), funciones espectrales, funciones de correlación, transformada de Fourier, entre otros para analizar las señales adquiridas.

Los análisis de señales son otra fuente de información que son ampliamente

te combinadas con los dos enfoques antes citados, puesto que si dichas señales cambian en proporción a una falla, las características de funcionamiento del motor pueden ser extraídas por los distintos enfoques y usadas, por lo tanto para la detección y diagnóstico de fallas. La sección 2.5 da muestra de lo anterior.

2.4.1. Diagnóstico con ondeletas (*wavelets*)

Una ondeleta o *wavelet* es una función matemática para dividir una determinada función continua en el tiempo en diferentes componentes de frecuencia y estudiar cada componente con una resolución que se ajuste a su escala. La transformada *wavelet* es la representación de una función por ondeletas. Las ondeletas son copias proporcionales e inteligibles, llamadas ondeletas hija, de una onda oscilante de duración finita y descomposición rápida llamada ondeleta madre. La transformada *wavelet* tiene ventajas sobre la transformada de Fourier por representar funciones que presenten discontinuidades y picos pronunciados y, por la descomposición y reconstrucción precisa de señales aperiódicas y no estacionarias [68].

La aplicación de la transformada *wavelet* para el diagnóstico de fallas en máquinas de inducción se ha desarrollado en los últimos años, sus principales usos incluyen el análisis de señales tiempo-frecuencia para la extracción de características de la falla, la eliminación de ruido y extracción de señales débiles y, la comprensión de señales de vibración [60].

2.4.2. Diagnóstico con análisis espectral

En [4] se presenta una revisión de varios métodos que utilizan el espectro en corriente para detectar fallas en motores, aunque todos los métodos requieren del usuario un cierto grado de maestría para distinguir de un modo de operación normal a uno de potencial falla, debido a que los componentes espectrales (ya sean de vibración o corriente) pueden resultar de un número cualquiera de fuentes, incluyendo aquellas relacionadas a condiciones normales de operación.

Incluso se plantea el uso de espectros de alto orden, como el descrito en [2] que es una herramienta relativamente nueva en el área de procesamiento de señal. Sus definiciones son las siguientes: Dada una señal de tiempo discreto $x(n)$, la transformada discreta de Fourier (DFT) $X(f)$ de $x(n)$ es definida

por:

$$X(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)e^{-2j\pi n} \quad (2.16)$$

La medida de segundo orden, que es la densidad de potencia espectral (PSD) $P(f)$ de $x(n)$ puede ser definida en términos de $X(f)$ como

$$P(f) = E[X(f)X^*(f)] \quad (2.17)$$

donde $E[\cdot]$ es la esperanza estadística, o promedio, y $X^*(f)$ es el complejo conjugado de $X(f)$. La PSD es una transformación lineal y es una función del índice de frecuencia f . Extendiendo estas definiciones a medidas de tercero y cuarto orden se obtiene el bispectrum $B(f_1, f_2)$ y trispectrum $T(f_1, f_2, f_3)$ definidos respectivamente por las ecuaciones Ec. 2.18 y 2.19

$$B(f_1, f_2) = E[X(f_1)X(f_2)X^*(f_1 + f_2)] \quad (2.18)$$

$$T(f_1, f_2, f_3) = E[X(f_1)X(f_2)X(f_3)X^*(f_1 + f_2 + f_3)] \quad (2.19)$$

Aunque la PSD, bispectrum y trispectrum son funciones de más de una frecuencia y son cantidades complejas, todas ellas contienen la información de fase y magnitud de la serie original $x(n)$. Otro ejemplo, es [10] que emplea mediciones de vibración para la detección e identificación de fallas empleando estadísticas de más alto orden.

La principal ventaja de estos tipos de métodos es que el modelo matemático del motor se evita. Debido al alto costo de los dispositivos de sensado y adquisición, este método es considerado útil para motores grandes y de alto costo [44].

2.5. Métodos actuales de diagnóstico de fallas en motores de inducción

2.5.1. Desbalance mecánico

El desbalance puede ser definido como la no coincidencia del eje de rotación y el eje longitudinal principal, que provoca cuatro distintos tipos de desbalance mecánico [57]:

- **Desbalance estático.** Se define como aquella condición para la cual el eje longitudinal principal de inercia del rotor está desplazado paralelamente con respecto al eje de rotación.

- **Desbalance cuasi-estático** Se define como aquella condición para la cual el eje longitudinal principal de inercia del rotor intercepta al eje de rotación en un punto arbitrario, o sea, un punto que no coincide con el centro de masa del propio rotor.
- **Desbalance par.** Se define como aquella condición para la cual el eje longitudinal de inercia del rotor intercepta al eje de rotación en el centro de masa del propio rotor.
- **Desbalance dinámico** Se define como aquella condición para la cual el eje longitudinal principal de inercia del rotor no intercepta al eje de rotación y tampoco es paralelo a éste.

El desbalance mecánico es detectado comúnmente por medio de vibraciones a $1xRPM$ mientras que las amplitudes de esas vibraciones indican la severidad relativa del problema, como se muestra en la Fig. 2.4. Si las lecturas de fase reportan que el rotor está vibrando en el plano vertical en forma similar a como lo hace en el plano horizontal entonces este comportamiento es indicativo de desbalance mecánico. Generalmente se corrige añadiendo masas de corrección en el cuerpo del motor, después de análisis de prueba para situar las masas de tal forma que las vibraciones disminuyan, y por lo tanto, el desbalance del motor. El desbalance es una de las fuentes más comunes en los problemas de vibraciones en maquinarias, siendo la causa principal de aproximadamente el 40 % de los casos de vibraciones excesivas. Se manifiesta claramente como una componente espectral a la frecuencia de rotación, como se muestra en la Fig. 2.4 [27], [57].

En [45] se presenta un modelo matemático del impacto de la fricción, que consiste en un contacto continuo o intermitente entre partes rotatorias y estacionarias dentro de una máquina. Las máquinas rotatorias funcionan más eficientemente cuando el espacio libre entre el rotor y estator son mantenidos al mínimo, pero desgraciadamente el desbalance en el rotor puede fácilmente derivar en condiciones donde éste roza contra las partes estacionarias. Este roce intermitente puede provocar un comportamiento dinámico no lineal que es difícil de predecir o diagnosticar usando análisis convencionales o técnicas de análisis espectrales. Para lograr la detección de fallas se implementaron una serie de observadores derivados del modelo específico del sistema, los cuales corresponden a una condición particular de operación. La presencia de una falla puede ser detectada simplemente monitoreando el residuo de tales observadores, es decir, cuando el residuo no converge a un valor previamente

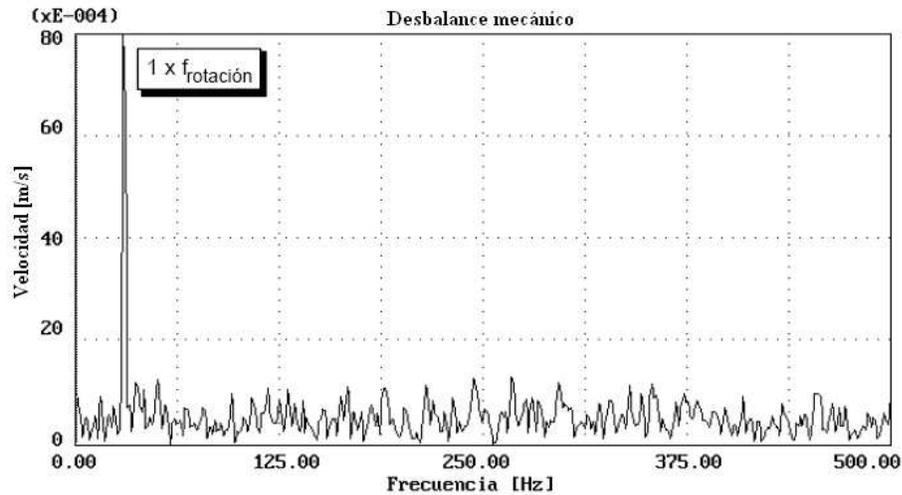


Fig. 2.4: Apariencia espectral del desbalance mecánico.

establecido indica que una falla ha ocurrido, aunque tales residuos pueden ser afectados por interferencia o ruidos externos.

2.5.2. Rodamientos defectuosos

Muchos problemas en la operación de motores están vinculados a fallas en los rodamientos. Pueden existir defectos que degradan el desempeño de la máquina de inducción, debido a los elementos rodantes o a las pistas sobre las cuales corren y están contenidos. El estudio de vibraciones es uno de los métodos que mayor se ha empleado, los métodos para el estudio de esas señales incluyen análisis probalístico, en el dominio del tiempo, en el dominio de la frecuencia; siendo este último el mayormente usado. Aunque es necesario señalar que las frecuencias que se generan en los rodamientos pueden sumarse o restarse de tal forma que se complica sobre manera el análisis de los espectros [57]. La Fig. 2.5 muestra el espectro de frecuencia de algunos rodamientos. Para sobrellevar estos problemas, se han desarrollado técnicas de diagnóstico basadas en modelo, con algoritmos para análisis en tiempo real implementados mediante el uso de simulaciones por computadora [45] y, métodos alternativos basados en el análisis espectral de la corriente del estator y el empleo de Inteligencia Artificial.

Las Redes Neuronales han sido aplicadas al diagnóstico de fallas en los

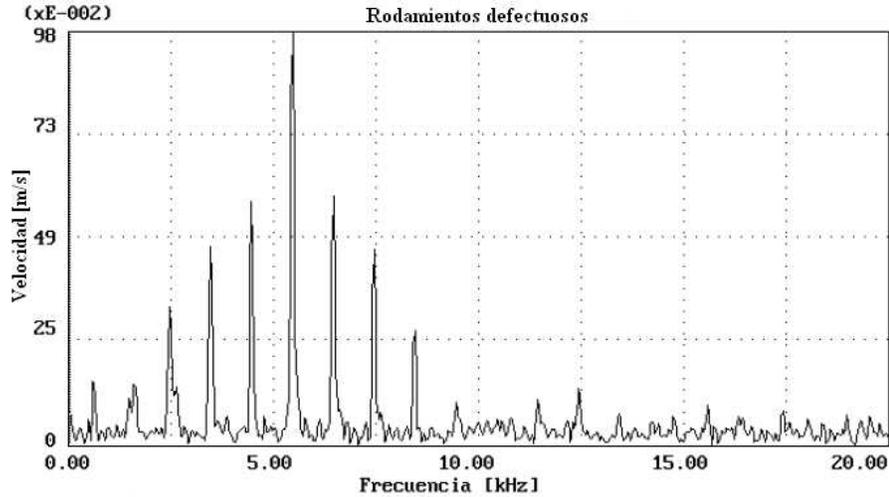


Fig. 2.5: Ejemplo de apariencia espectral de algunos rodamientos.

rodamientos, donde las frecuencias características de vibración son aplicadas a una red neuronal para construir un diagnóstico automático de fallas en los rodamientos. Después de entrenada la red, ésta contiene conocimiento experto para identificar las diferentes causas de vibración en los rodamientos y así realizar la detección de la falla [40]

La relación de los defectos en los rodamientos con el espectro de corriente puede ser determinado teniendo en cuenta que cualquier excentricidad en el entrehierro produce anomalías en la densidad de flujo magnético. Dado que los rodamientos soportan el rotor, cualquier defecto producirá un movimiento radial entre el rotor y el estator. El desplazamiento mecánico resultante por los rodamientos dañados causará que el entrehierro de la máquina varíe, estas variaciones generan corrientes de estator a frecuencias dadas por [4]

$$f_{bnq} = |f_s \pm m f_{i,o}| \quad (2.20)$$

donde $m = 1, 2, 3, \dots$ y $f_{i,o}$ es una de las frecuencias de vibración característica las cuales están basadas en las dimensiones de los rodamientos, tal como se muestra en la Fig. 2.5

$$f_{i,o} = \frac{n}{2} f_r \left[1 \pm \frac{bd}{pd} \cos \beta \right] \quad (2.21)$$

donde:

n	= número de elementos rodantes
f_r	= velocidad mecánica del rotor en hertz
bd	= diámetro del elemento rodante
pd	= diámetro del alojamiento del elemento rodante
β	= ángulo de contacto de los elementos rodantes sobre sus pistas

Como puede verse es necesario tener la información específica concerniente a la construcción física del rodamiento, sin embargo, estas características pueden ser aproximadas para la mayoría de los rodamientos con seis o nueve elementos según se explica en [63].

2.5.3. Rotura de barras del rotor

La barras rotas en el rotor provocan disturbios en la distribución del flujo magnético que son proporcionales a la magnitud de la falla. Las barras rotas en el rotor son detectadas monitoreando los componentes espectrales de la corriente del motor producidas por el campo magnético anómalo de las barras rotas [4]. Las frecuencias producidas por la rotura de las barras están dadas por

$$f_{brb} = f_s \left[k \left(\frac{1-s}{p} \right) \pm s \right] \quad (2.22)$$

donde:

f_s	= frecuencia de alimentación
s	= deslizamiento
p	= número de polos
k	= una constante

Para la detección de estas anomalías, se han empleado técnicas de Inteligencia Artificial como Sistemas Expertos y Redes Neuronales [19], el uso de espectros de más alto orden (HOS: *higher order spectra*) como se explica en [2], y la utilización de modelos para evaluar las corrientes de línea basados en la teoría de fasores de espacio [35], ondeletas [67], así como modelos matemáticos para simulación por computadora [16] [41].

2.5.4. Corto circuito en el enrollado del estator

Un corto circuito en el enrollado del estator provoca que disminuya la velocidad de rotación y se incremente la frecuencia de deslizamiento. En el

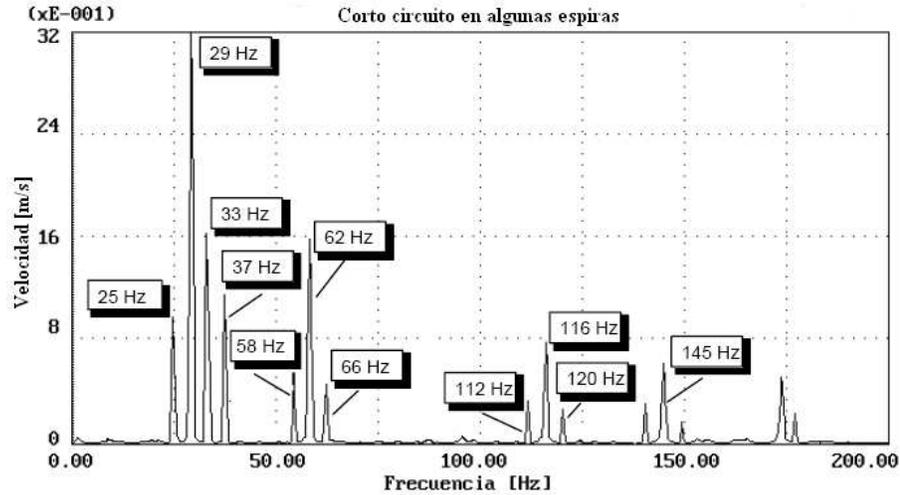


Fig. 2.6: Espectro de vibraciones en un motor de 1740 r.p.m. con corto circuito en sus bobinados.

análisis de vibraciones, el espectro obtenido muestra bandas laterales a la frecuencia de deslizamiento por el número de polos del motor. En la Fig. 2.6 se muestra el espectro de vibraciones registrado en un motor operando a 1740 r.p.m. (29 Hz) [57].

Para la detección de cortos circuitos en los bobinados del estator se han desarrollado métodos basados en funciones de bobinados para modelar motores polifásicos de inducción que utilizan los componentes espectrales de la corriente de línea [32] e inclusive utilizando técnicas como EPVA (*Extended Park's Vector Approach*) [50]

2.5.5. Excentricidad del entrehierro

Esta situación ocurre cuando el rotor no está correctamente ubicado con respecto al centro magnético del estator, es decir, su eje de rotación está desplazado de su centro geométrico. La excentricidad del entrehierro es detectado, al igual que todos los métodos antes citados, por análisis de vibraciones o por análisis espectral de la corriente del motor.

Para el análisis de vibraciones, la excentricidad del entrehierro se identifica cuando se observan componentes de línea, o sea, 60 Hz y a la frecuencia de operación de motor. Esta última aparecerá acompañada de bandas de fre-

cuencia laterales a la frecuencia de deslizamiento por el número de polos de motor [57].

Las bandas de frecuencia asociadas con la excentricidad están dadas por [4]

$$f_{ecc} = f_s \left[1 \pm m \left(\frac{1-s}{p} \right) \right] \quad (2.23)$$

donde:

- f_s = frecuencia de alimentación
- s = deslizamiento
- p = número de polos
- m = 1, 2, 3, . . .

Al igual que en la mayoría de los métodos, para la detección de la excentricidad se han empleado métodos de Inteligencia Artificial, el uso de herramientas de análisis espectral y ondeletas [2] [19] [54].

2.5.6. Desbalance en la alimentación

Aunque no es una falla propia del motor, el desbalance en la alimentación propicia comportamientos ajenos a su operación común, provocando que la velocidad de rotación disminuya al igual que la corriente en la fase afectada, aunado a esto el par electromagnético presenta un rizo que se incrementa conforme se incrementa el desbalance [41].

2.6. Conclusiones

- Como se ha visto a lo largo de este capítulo, el diagnóstico y detección de fallas consiste de las siguientes tareas: *detección de falla*, *aislamiento de la falla* e *identificación de la falla*. Para realizarlas se cuenta con enfoques cuantitativos que hacen uso de modelos matemáticos, enfoques cualitativos que hacen uso de herramientas de Inteligencia Artificial y por último aquellos que están basados en señales.
- El principio de los métodos cuantitativos está basado en que cualquier falla causará un cambio en ciertos parámetros físicos o estados en el modelo dinámico que lo describe, monitoreando tales parámetros o estados es posible, entonces, detectar la falla. Estos métodos requieren

de modelos matemáticos para representar las relaciones físicas entre parámetros o estados, sin embargo, los modelos teóricos son complejos y no sencillos de obtener, además, pueden consumir tiempo en su desarrollo y raramente replican las funciones del proceso en su totalidad cuando estos requieren un grado mayor de generalización.

- Entre los métodos de detección de fallas que utilizan el enfoque cualitativo están los basados en conocimiento, Redes Neuronales, Lógica Difusa, Algoritmos Genéticos y combinaciones de los anteriores. Para desarrollar sistemas de diagnóstico basados en conocimiento es necesario conocer la estructura del proceso y los modelos cualitativos bajo varias condiciones de fallas. Cuando un proceso bajo monitoreo contiene una cantidad considerable de variables, el uso de estos modelos puede simplificar significativamente los cálculos, pero la elección inapropiada de tales variables puede provocar diagnósticos equivocados o incluso ignorar fallas, además, el desarrollo del diagnóstico demanda un tiempo y esfuerzo considerable para que realmente sean efectivos.
- Los métodos basados en Redes Neuronales no requieren elaborar analíticamente modelos matemáticos complejos, sino numerosos ejemplos de entrada y salida para asegurar un buen entrenamiento, además de tener como cualidad la capacidad de generalización y auto aprendizaje. Su desempeño depende de que las variables de entrada sean realmente las adecuadas para realizar el diagnóstico y, además, de la selección de la estructura de la red. Sin embargo, no es posible utilizar información lingüística del proceso bajo monitoreo como sucede en métodos basados en Lógica Difusa o basados en conocimiento.
- Los métodos basados en Lógica Difusa permiten la traducción de términos heurísticos y lingüísticos a valores numéricos, de aquí su amplia difusión y aceptación a distintas ramas del conocimiento aunque, no proveen una solución exacta a los problemas (la solución es difusa en si misma. Su principal desventaja es que carecen de la habilidad de auto aprendizaje.
- Para superar los inconvenientes relacionados a Redes Neuronales y Lógica Difusa es posible construir sistemas híbridos neurodifusos que tomen las ventajas de cada herramienta y minimice sus desventajas, es decir, utilizar la habilidad de aprendizaje de las Redes Neuronales para

implementar y automatizar sistemas difusos. También es posible optimizar las estructuras de Redes Neuronales y Lógica Difusa por medio de Algoritmos Genéticos, sin embargo, la optimización frecuentemente conlleva el uso de recursos amplios de cómputo y, por lo tanto, consumo de tiempo.

- Los métodos basados en análisis de señales incluyen principalmente análisis de vibraciones y análisis de corrientes. El análisis de vibraciones es un método ampliamente usado en el diagnóstico de fallas mecánicas con resultados probados, mientras que del análisis de corriente es posible extraer la misma información que del análisis de vibración. Para el diagnóstico por medio del análisis de corrientes, en algunos casos es necesario conocer datos constructivos de motor, como número y diámetros de elementos rodantes, número de barras en el rotor, entre otros. Pero un inconveniente importante es que ninguno de los métodos de análisis basado en señales trata al motor como un sistema, es decir, solo se ocupa de las señales adquiridas de forma aislada sin relacionarlas a algún modelo matemático o algoritmo de cómputo.
- Un método que relacione modelos matemáticos con un algoritmo computacional, que incorpore el comportamiento de su parámetros en función del deslizamiento, para desarrollar diagnóstico de fallas por Inteligencia Artificial, es decir, un modelo híbrido, podrá aportar una novedosa metodología para desarrollar diferentes tipos de diagnóstico.

Capítulo 3

Modelo matemático de referencia

3.1. Introducción

Este capítulo describe, en su primera parte, el principio de funcionamiento de los motores de inducción, así como sus ecuaciones básicas de voltaje y flujo inducido, la relación que matienen las inductancias en la parte móvil y fija del motor y la justificación de porque existe la necesidad de realizar transformaciones matemáticas para simplificar las operaciones de modelado.

La segunda parte, está compuesta por la presentación de tres modelos matemáticos elegidos de artículos distintos presentados en el Instituto de Ingenieros Eléctricos y Electrónicos (IEEE por sus siglas en inglés), que describen desde distintos puntos de vista al motor de inducción. El primero de ellos [56], es un modelo derivado del de Krause [36] que realiza una implementación modular de una máquina de inducción, en donde, cada bloque resuelve las ecuaciones del modelo. Aunque los modelos aparecen como cajas negras, todos los parámetros de la máquina son accesibles para control y verificación. El segundo artículo [32], desarrolla un método para modelar motores de inducción polifásicos con corto circuito en el enrollado del estator tomando en cuenta que la mayor probabilidad de ocurrencia de un corto circuito es en bobinados de la misma fase. El tercer artículo [41], plantea un modelo para el motor de inducción por el método de mallas para poder simular una barra de rotor rota. Únicamente para el primer modelo se presentan simulaciones pues fue posible adquirir directamente del autor su modelo implementado en

Simulink.

Finalmente, se analiza cada modelo presentado y, a partir de las observaciones se propondrán adiciones y mejoras que serán abordadas durante el desarrollo del Capítulo 4.

3.2. Principio de funcionamiento

En un *motor de inducción* la corriente alterna es suministrada al estator directamente, y al rotor por inducción o efecto transformador desde el estator. Cuando los bobinados del estator son excitados por una fuente balanceada polifásica, éste producirá un campo magnético giratorio en el entrehierro del motor, a una velocidad síncrona determinada por el número de polos y la frecuencia de la corriente aplicada al estator.

El rotor de una máquina de inducción polifásica puede ser de dos tipos. Un rotor bobinado construido con un enrollado similar y con el mismo número de polos que el estator. El otro caso, un rotor del tipo *jaula de ardilla* que en lugar de bobinados consiste de conductores colocados en ranuras igualmente espaciados a lo largo de la periferia del rotor. Los extremos de los conductores se ponen en corto circuito por anillos metálicos terminales.

Asumiremos que el rotor está girando a una velocidad permanente de ω_{rm} radianes mecánicos por segundo, en la misma dirección que el campo magnético rotatorio. Sea la velocidad síncrona del campo magnético de estator $\omega_e = 2\pi f_e$ rad/s, donde f_e es la frecuencia de excitación de las corrientes. En radianes mecánicos por segundo, la velocidad síncrona es

$$\omega_{sm} = \frac{2}{P}\omega_e \quad rad/s \quad (3.1)$$

en revoluciones por minuto, la velocidad síncrona es

$$N_s = \frac{60\omega_{sm}}{s\pi} = \frac{120f_e}{P} \quad rev/min \quad (3.2)$$

la diferencia entre la velocidad síncrona y la velocidad del rotor es comúnmente referida como *deslizamiento* del rotor, en este caso el deslizamiento del rotor es $\omega_{sm} - \omega_{rm}$ medido en rad/s. Generalmente, el deslizamiento es expresado como una fracción de la velocidad síncrona.

$$s = \frac{\omega_{sm} - \omega_{rm}}{\omega_{sm}} = \frac{\omega_e - \omega_r}{\omega_e} \quad (3.3)$$

La velocidad del rotor puede ser expresada en r/min en términos del deslizamiento y la velocidad síncrona como

$$n = (1 - s)n_s \quad (3.4)$$

El movimiento relativo del flujo del estator y los voltajes inducidos en el rotor con frecuencia f_r

$$f_r = sf_e \quad (3.5)$$

es llamada *frecuencia de deslizamiento* del rotor. Así, el comportamiento eléctrico de una máquina de inducción es similar a un transformador pero con la característica adicional de transformación de frecuencia producida por el movimiento relativo del estator y el rotor.

Con el rotor girando en la misma dirección que el campo de rotación del estator, la frecuencia del rotor en ese momento es $s\omega_e$, que producirá un flujo giratorio que rotará a $s\omega_{sm}$ rad/s con respecto al rotor en la misma dirección. Pero superpuesta a esta rotación está la rotación mecánica del rotor a ω_{rm} rad/s. Así, con respecto al estator, la velocidad del flujo producida por la corrientes del rotor es la suma de las dos velocidades y es igual a:

$$s\omega_{sm} + \omega_{rm} = s\omega_{sm} + \omega_{rm}(1 - s) = \omega_{sm} \quad rad\,mec./seg \quad (3.6)$$

La Ec. 3.6 muestra que las corrientes del rotor producen un flujo en el entrehierro el cual gira a velocidad síncrona y, por lo tanto, en sincronía con el producido por las corrientes del estator. Debido a que los campos del estator y rotor giran sincrónicamente, ambos son estacionarios el uno con respecto al otro produciendo un par estacionario, manteniendo así, la rotación del rotor. Tal par, el cual existe para cualquier velocidad del rotor ω_{rm} diferente de la velocidad síncrona, es llamado *par asíncrono* [20].

Como se sabe, una máquina de inducción trifásica consiste de un estator con un bobinado trifásico y de un rotor con un bobinado similar o con un rotor de jaula de ardilla, el cual puede tratarse como un bobinado trifásico para propósitos de análisis [25].

Para un motor de inducción con estator y rotor bobinados, de [55] las ecuaciones de voltaje del circuito de estator acopladas magnéticamente al circuito del rotor pueden ser descritas de la siguiente forma:

Ecuaciones de voltaje del estator

$$\begin{aligned}
v_{as} &= i_{as}R_s + \frac{d\varphi_{as}}{dt} & [V] \\
v_{bs} &= i_{bs}R_s + \frac{d\varphi_{bs}}{dt} & [V] \\
v_{cs} &= i_{cs}R_s + \frac{d\varphi_{cs}}{dt} & [V]
\end{aligned} \tag{3.7}$$

Ecuaciones de voltaje del rotor

$$\begin{aligned}
v_{ar} &= i_{ar}R_r + \frac{d\varphi_{ar}}{dt} & [V] \\
v_{br} &= i_{br}R_r + \frac{d\varphi_{br}}{dt} & [V] \\
v_{cr} &= i_{cr}R_r + \frac{d\varphi_{cr}}{dt} & [V]
\end{aligned} \tag{3.8}$$

donde v_{as} , v_{bs} , v_{cs} son los voltaje para cada fase del estator y v_{ar} , v_{br} , v_{cr} son los voltajes para cada fase del rotor en un sistema trifásico.

Ecuaciones del flujo inducido. En notación matricial, los flujos inducidos del rotor y estator en términos de las inductancias de sus bobinados y de sus corrientes, pueden ser escritas de forma compacta como

$$\begin{bmatrix} \varphi_s^{abc} \\ \varphi_r^{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{ss}^{abc} & \mathbf{L}_{sr}^{abc} \\ \mathbf{L}_{rs}^{abc} & \mathbf{L}_{rr}^{abc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_s^{abc} \\ \mathbf{i}_r^{abc} \end{bmatrix} \quad [Wb.turn] \tag{3.9}$$

donde

$$\begin{aligned}
\varphi_s^{abc} &= (\varphi_{as}, \varphi_{bs}, \varphi_{cs})^T \\
\varphi_r^{abc} &= (\varphi_{ar}, \varphi_{br}, \varphi_{cr})^T \\
\mathbf{i}_s^{abc} &= (i_{as}, i_{bs}, i_{cs})^T \\
\mathbf{i}_r^{abc} &= (i_{ar}, i_{br}, i_{cr})^T
\end{aligned} \tag{3.10}$$

y el superíndice T denota la transpuesta del arreglo. En estas ecuaciones φ_s^{abc} es el vector de flujo inducido para cada fase del estator mientras que, φ_r^{abc} es el vector de flujo inducido para cada fase del rotor. Al igual que las corrientes donde \mathbf{i}_s^{abc} e \mathbf{i}_r^{abc} son las corrientes para cada fase del estator y rotor respectivamente.

Las submatrices de las inductancias de los bobinados stator-stator y rotor-rotor son de la forma

$$\mathbf{L}_{ss}^{abc} = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_{ss} & L_{sm} & L_{sm} \\ L_{sm} & L_{ls} + L_{ss} & L_{sm} \\ L_{sm} & L_{sm} & L_{ls} + L_{ss} \end{bmatrix} \quad [H] \quad (3.11)$$

$$\mathbf{L}_{rr}^{abc} = \begin{bmatrix} L_{lr} + L_{rr} & L_{rm} & L_{rm} \\ L_{rm} & L_{lr} + L_{rr} & L_{rm} \\ L_{rm} & L_{rm} & L_{lr} + L_{rr} \end{bmatrix} \quad [H] \quad (3.12)$$

Las inductancias mutuas estator-rotor son dependientes del ángulo que forma el rotor con respecto a la referencia generalmente fija al estator, esto es

$$\mathbf{L}_{sr}^{abc} = [\mathbf{L}_{rs}^{abc}]^t = L_{sr} \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \cos \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) \\ \cos \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \theta_r & \cos \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \cos \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \theta_r \end{bmatrix} \quad [H] \quad (3.13)$$

donde L_{ls} es la inductancia de fuga por fase del bobinado del estator, L_{lr} es la inductancia de fuga por fase del bobinado del rotor, L_{ss} es la inductancia propia del bobinado del estator, L_{rr} es la inductancia propia del bobinado del rotor, L_{rm} es la inductancia mutua entre los bobinados del rotor y, L_{sr} es el valor pico de la inductancia mutua entre el estator y el rotor.

Es importante hacer notar que esta máquina de inducción idealizada está descrita por seis ecuaciones diferenciales de primer orden, una para cada bobinado. Estas ecuaciones diferenciales están acopladas las unas a las otras a través de inductancias mutuas entre bobinados. En particular, los acoplamientos estator-rotor son una función de la posición del rotor, es decir, cuando el rotor gira, los acoplamientos varían con el tiempo.

Las transformaciones matemáticas como qd pueden facilitar los cálculos del modelo matemático mostrado arriba transformando las ecuaciones diferenciales con inductancias variantes en el tiempo a ecuaciones diferenciales con inductancias constantes. Los dos marcos de referencia principalmente usados en el análisis de la máquina de inducción son el marco de referencia estacionario o fijo al estator y el marco de referencia rotatorio o que gira a velocidad síncrona.

3.2.1. Transformación entre abc y qd estacionario

La transformación entre las variables abc y qd es de la forma:

$$\begin{bmatrix} f_q^s \\ f_d^s \\ f_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

La transformación de arriba puede ser escrita de forma compacta como:

$$[f_{qd0}^s] = [\mathbf{T}_{qd0}^s][f_{abc}] \quad (3.15)$$

donde el superíndice s indica el marco de referencia estacionario, y como se ha dicho antes, f pueden ser voltajes, corrientes o flujos inducidos. Esta transformación generalmente es referida como transformación abc a qd estacionario. La transformación inversa, estos es, qd de nuevo abc , puede ser realizada usando $[f_{abc}] = [\mathbf{T}_{qd0}^s]^{-1}[f_{qd0}^s]$. La matriz inversa de $[\mathbf{T}_{qd0}^s]$, $[\mathbf{T}_{qd0}^s]^{-1}$ es:

$$[\mathbf{T}_{qd0}^s]^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

3.2.2. Transformación entre abc y qd rotatorio

Para ciertas aplicaciones, puede ser ventajoso transformar las variables qd estacionarias a otro marco de referencia, como el rotatorio. La transformación desde qd estacionario a qd rotatorio es:

$$\begin{bmatrix} f_q \\ f_d \\ f_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\text{sen } \theta & 0 \\ \text{sen } \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_q^s \\ f_d^s \\ f_0 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

donde $\theta = \omega t + \theta(0)$. En notación matricial, la transformación de arriba puede ser expresada como:

$$[f_{qd0}] = [\mathbf{T}_\theta][f_{qd0}^s] \quad (3.18)$$

en términos de las variables abc originales:

$$[f_{qd0}] = [\mathbf{T}_\theta][\mathbf{T}_{qd0}^s][f_{abc}] \quad (3.19)$$

denotando $[\mathbf{T}_\theta][\mathbf{T}_{qd0}^s]$ por $[\mathbf{T}_{qd0}]$ se obtiene:

$$[f_{qd0}] = [\mathbf{T}_{qd0}][f_{abc}] \quad (3.20)$$

realizando las operaciones y simplificando se obtiene:

$$[\mathbf{T}_{qd0}] = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left(\theta - \frac{4\pi}{3} \right) \\ \text{sen } \theta & \text{sen} \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \text{sen} \left(\theta - \frac{4\pi}{3} \right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

y su inversa es:

$$[\mathbf{T}_{qd0}]^{-1} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta & \text{sen } \theta & 1 \\ \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \text{sen} \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) & 1 \\ \cos \left(\theta - \frac{4\pi}{3} \right) & \text{sen} \left(\theta - \frac{4\pi}{3} \right) & 1 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Estas transformaciones, como se ha dicho reiteradamente, se aplican a todas las variables, tales como flujos inducidos, voltajes y corrientes.

3.3. Modelo dinámico del motor

El modelo matemático que aquí se presenta como referencia fue presentando en el Instituto de Ingenieros Eléctricos y Electrónicos (IEEE por su siglas en inglés) como la implementación modular en Simulink de Matlab de una máquina de inducción [56], basado en uno de los modelos de inducción más conocidos, el modelo de Krause detallado en [36] y mostrado en la Fig. 3.1.

Frecuentemente, las ecuaciones del motor son expresadas en términos del flujo inducido por segundo, ψ 's y reactancias X 's en lugar de φ 's e L 's, esto está relacionado simplemente por el valor base de la frecuencia angular, ω_b , esto es, $\psi = \omega_b \varphi$ y $X = \omega_b L$.

De acuerdo a este modelo, las ecuaciones en forma de flujos inducidos es como sigue:

$$\dot{\psi}_{qs} = \omega_b \left[v_{qs} - \frac{\omega_e}{\omega_b} \psi_{ds} + \frac{R_s}{X_{ls}} (\psi_{mq} - \psi_{qs}) \right] \quad (3.23)$$

$$\dot{\psi}_{ds} = \omega_b \left[v_{ds} - \frac{\omega_e}{\omega_b} \psi_{qs} + \frac{R_s}{X_{ls}} (\psi_{md} - \psi_{ds}) \right] \quad (3.24)$$

$$\dot{\psi}_{qr} = \omega_b \left[v_{qr} - \frac{\omega_e - \omega_r}{\omega_b} \psi_{dr} + \frac{R_r}{X_{lr}} (\psi_{mq} - \psi_{qr}) \right] \quad (3.25)$$

$$\dot{\psi}_{dr} = \omega_b \left[v_{dr} - \frac{\omega_e - \omega_r}{\omega_b} \psi_{qr} + \frac{R_r}{X_{lr}} (\psi_{mq} - \psi_{dr}) \right] \quad (3.26)$$

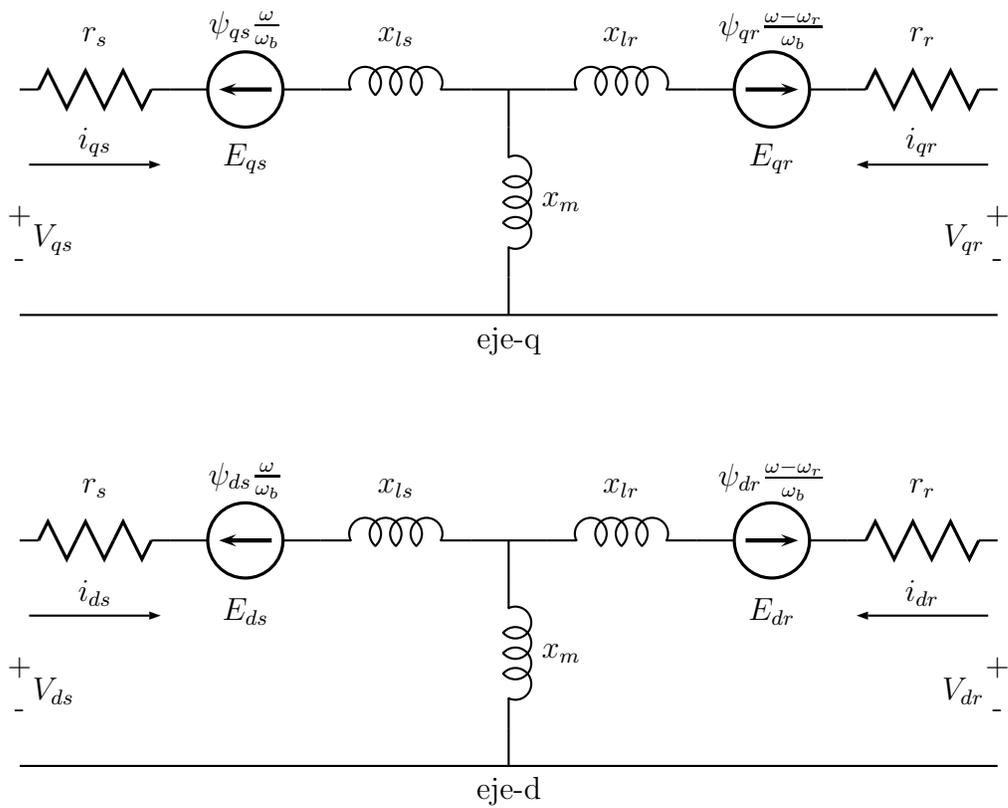


Fig. 3.1: Circuito equivalente de una máquina de inducción.

$$\psi_{mq} = X_{ml}^* \left[\frac{\psi_{qs}}{X_{ls}} + \frac{\psi_{qr}}{X_{lr}} \right] \quad (3.27)$$

$$\psi_{md} = X_{ml}^* \left[\frac{\psi_{ds}}{X_{ls}} + \frac{\psi_{dr}}{X_{lr}} \right] \quad (3.28)$$

$$i_{qs} = \frac{1}{X_{ls}} (\psi_{qs} - \psi_{mq}) \quad (3.29)$$

$$i_{ds} = \frac{1}{X_{ls}} (\psi_{ds} - \psi_{md}) \quad (3.30)$$

$$i_{qr} = \frac{1}{X_{lr}} (\psi_{qr} - \psi_{mq}) \quad (3.31)$$

$$i_{dr} = \frac{1}{X_{lr}} (\psi_{dr} - \psi_{md}) \quad (3.32)$$

$$T_e = \frac{3P}{2} \frac{1}{2\omega_b} (\psi_{ds} i_{qs} - \psi_{qs} i_{ds}) \quad (3.33)$$

$$T_e - T_L = J \frac{2}{P} \dot{\omega}_r \quad (3.34)$$

donde:

d : eje directo

q : eje en cuadratura

s : variable del estator

r : variable del rotor

ψ_{ij} : flujo inducido

v_{qs}, v_{ds} : voltaje del estator en los ejes q y d

v_{qr}, v_{dr} : voltaje del rotor en los ejes q y d

ψ_{mq}, ψ_{md} : flujos inducidos magnetizantes en los ejes q y d

R_r : resistencia del rotor

R_s : resistencia del estator

X_{ls} : reactancia de fuga del estator

X_{lr} : reactancia de fuga del rotor

$X_{ml}^* : \frac{1}{\frac{1}{X_m} + \frac{1}{X_{ls}} + \frac{1}{X_{lr}}}$

i_{qs}, i_{ds} : corrientes del estator en los ejes q y d

i_{qr}, i_{dr} : corrientes del rotor en los ejes q y d

P : número de polos

J : momento de inercia

T_e : salida del par eléctrico

T_L : par de la carga

ω_e : frecuencia angular eléctrica del estator

ω_b : velocidad angular eléctrica base

ω_r : velocidad angular eléctrica del rotor

Para un motor de jaula de ardilla, v_{qr} y v_{dr} en 3.25 y 3.26 son cero. El modelo de la máquina de inducción puede ser representado por las cinco ecuaciones diferenciales mostradas arriba. Para resolver estas ecuaciones deben ser reordenadas en la forma de espacio de estados, $\dot{x} = Ax + B$ donde $x = [\psi_{qs} \ \psi_{ds} \ \psi_{qr} \ \psi_{dr} \ \omega_r]^T$ que es el vector de estados. La forma del espacio de estados puede ser alcanzada insertando 3.27 y 3.28 en 3.23 - 3.26 y reagrupando términos similares, las ecuaciones 3.23 - 3.26 y 3.34 se convierten en las ecuaciones de modelado de un motor de inducción de jaula de ardilla en espacio de estados

$$\dot{\psi}_{qs} = \omega_b \left[v_{qs} - \frac{\omega_e}{\omega_b} \psi_{ds} + \frac{R_r}{X_{ls}} \left(\frac{X_{ml}^*}{X_{lr}} \psi_{qr} + \left(\frac{X_{ml}^*}{X_{ls}} - 1 \right) \psi_{qs} \right) \right] \quad (3.35)$$

$$\dot{\psi}_{ds} = \omega_b \left[v_{ds} + \frac{\omega_e}{\omega_b} \psi_{qs} + \frac{R_r}{X_{ls}} \left(\frac{X_{ml}^*}{X_{lr}} \psi_{dr} + \left(\frac{X_{ml}^*}{X_{ls}} - 1 \right) \psi_{qr} \right) \right] \quad (3.36)$$

$$\dot{\psi}_{qr} = \omega_b \left[-\frac{(\omega_e - \omega_r)}{\omega_b} \psi_{dr} + \frac{R_r}{X_{ls}} \left(\frac{X_{ml}^*}{X_{lr}} \psi_{qs} + \left(\frac{X_{ml}^*}{X_{ls}} - 1 \right) \psi_{qr} \right) \right] \quad (3.37)$$

$$\dot{\psi}_{dr} = \omega_b \left[\frac{(\omega_e - \omega_r)}{\omega_b} \psi_{qr} + \frac{R_r}{X_{ls}} \left(\frac{X_{ml}^*}{X_{lr}} \psi_{ds} + \left(\frac{X_{ml}^*}{X_{ls}} - 1 \right) \psi_{dr} \right) \right] \quad (3.38)$$

$$\dot{\omega}_r = \left(\frac{P}{2J} \right) (T_e - T_L) \quad (3.39)$$

La implementación del modelo matemático expresado por las ecuaciones 3.35 - 3.39 fue realizado en Simulink de Matlab, este modelo fue desarrollado para un motor de jaula de ardilla, trifásico, arranque directo y sin control de velocidad por frecuencia; sus entradas son los voltajes de las tres fases, la frecuencia fundamental y el par de la carga; las salidas son las tres corrientes de fase, el par eléctrico y la velocidad del rotor.

El modelo en Simulink consta básicamente de un bloque encargado de convertir las tres fases *abc* a las variables *dq*, estas variables pasan al modelo del motor de inducción que a su salida entrega las corrientes, i_{qs} e i_{ds} , el par eléctrico y la velocidad del rotor, finalmente, las corrientes en variables *dq* son transformadas nuevamente por el último bloque a los valores de fase *abc*.

La simulación del modelo utilizando los siguientes parámetros del motor arroja, según el artículo, los resultados mostrados en las figuras Fig. 3.2 a

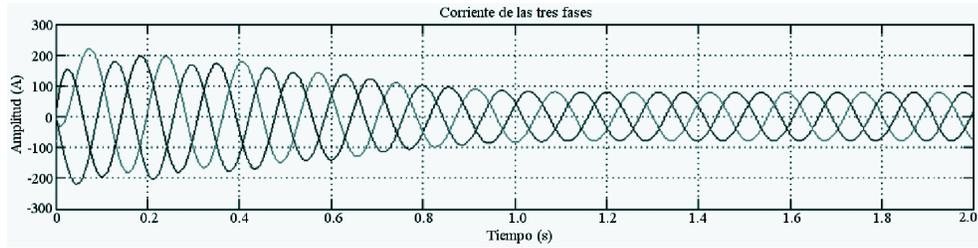


Fig. 3.2: Corriente de las tres fases, i_a , i_b e i_c en A.

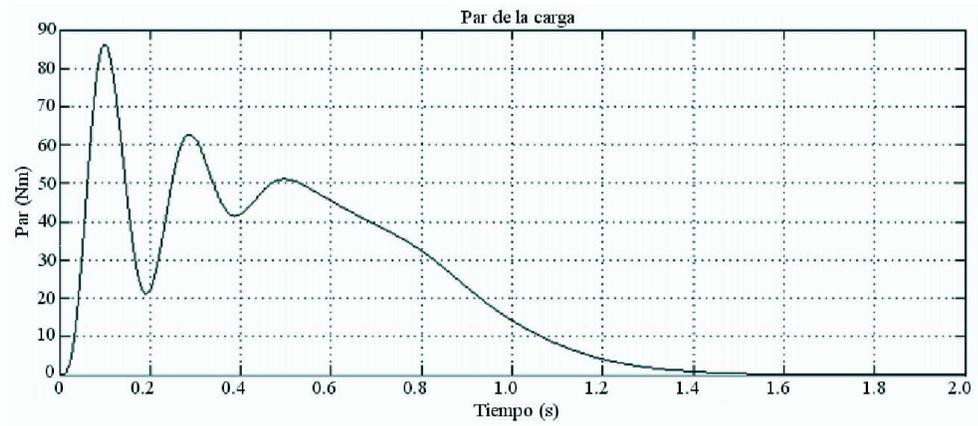


Fig. 3.3: Par de la carga, T_l , en Nm.



Fig. 3.4: Frecuencia angular eléctrica del estator, ω_e , y velocidad angular eléctrica del rotor, ω_r , en rad/seg.

la Fig. 3.4, donde puede verse que el modelo describe correctamente el comportamiento dinámico de un motor de inducción trifásico, aunque es preciso realizarle algunas observaciones que servirán de base para proponer un distinto planteamiento matemático del modelo y crear a partir de éste un nuevo algoritmo matemático que tome en cuenta las observaciones realizadas, temas que serán tratados en el Capítulo 4.

Parámetros:

$R_s = 0.39$	resistencia del estator
$R_r = 0.19$	resistencia del rotor
$l_s = 0.21\text{e-}3$	inductancia del estator
$l_r = 0.6\text{e-}3$	inductancia del rotor
$l_m = 4\text{e-}3$	inductancia magnetizante
$f_b = 100$	frecuencia base
$p = 4$	número de polos
$J = 0.0226$	momento de inercia

3.4. Modelo de corto circuito en el bobinado del estator

El siguiente desarrollo [32] plantea un modelo de corto circuito en el bobinado del estator con las siguientes consideraciones: en la mayoría de los motores de inducción comerciales, las bobinas están aisladas unas de las otras por ranuras. Por lo tanto, la más alta probabilidad de ocurrencia de corto circuito es entre la misma bobina. Se asume, entonces, que el corto circuito en el bobinado del estator es entre dos vueltas de la misma bobina. Como consecuencia del corto circuito, la fuerza magneto-motriz (MMF por sus siglas en inglés) de la fase donde ocurre el corto circuito existirán cambios, así como la inductancia mutua de esa fase y los otros circuitos de la máquina. En adición, una nueva “fase D” es introducida, la cual no tiene contacto conductivo con otras fases, pero está mutuamente acoplada al resto de los circuitos del estator y rotor. La Fig. 3.5 muestra los arreglos del bobinado estator cuando ocurre un corto circuito para la conexión tipo estrella y conexión delta, nótese la nueva corriente de fase I_D provocada por el corto circuito.

Las inductancias entre dos enrollados i y j cualquiera fueron calculadas

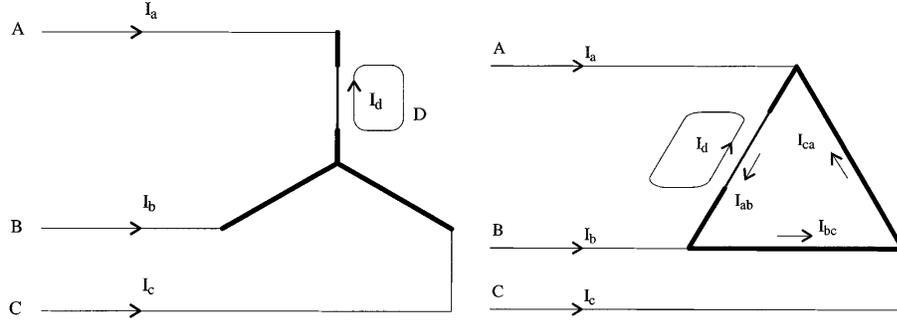


Fig. 3.5: Configuración del bobinado del estator cuando ocurre un corto circuito en una conexión tipo estrella y tipo delta respectivamente.

utilizando la expresión [49]:

$$L_{ij}(\theta) = \mu_0 r l \int_0^{2\pi} g^{-1}(\varphi, \theta) N_i(\varphi, \theta) N_j(\varphi, \theta) d\varphi \quad (3.40)$$

donde:

- l es la longitud axial de la máquina
- r radio promedio del entre hierro
- $g^{-1}(\varphi, \theta)$ función inversa del entre hierro
- $N_i(\varphi, \theta), N_j(\varphi, \theta)$ funciones de enrollado de las bobinas i y j

Debido a que existen conexiones desbalanceadas (creadas por el corto circuito) las corrientes en el estator tienen que adaptarse para cumplir la ley de Kirchof, así el corto circuito es modelado como:

$$\begin{bmatrix} u_{sa} \\ u_{sb} \\ u_{sc} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a & -R_b & 0 & 0 \\ 0 & R_b & -R_c & 0 \\ -R_a & 0 & R_c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_d \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_{sa} \\ \psi_{sb} \\ \psi_{sc} \\ \psi_{sd} \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

donde U_{si} , $i = a, b, c$ son los voltajes de línea del estator. El término cero en los voltajes del estator describe la “fase” en corto circuito. A fin de que las corrientes del estator satisfagan las Leyes de Corriente de Kirchof, los flujos inducidos son expresados como:

$$\begin{bmatrix} \psi_{sa} \\ \psi_{sb} \\ \psi_{sc} \\ \psi_{sd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} & L_{ad} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} & L_{bd} \\ 1 & 1 & 1 & L_{cd} \\ L_{da} & L_{db} & L_{dc} & L_{dd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{ar} \\ L_{br} \\ 0 \\ L_{dr} \end{bmatrix} [I_r] \quad (3.42)$$

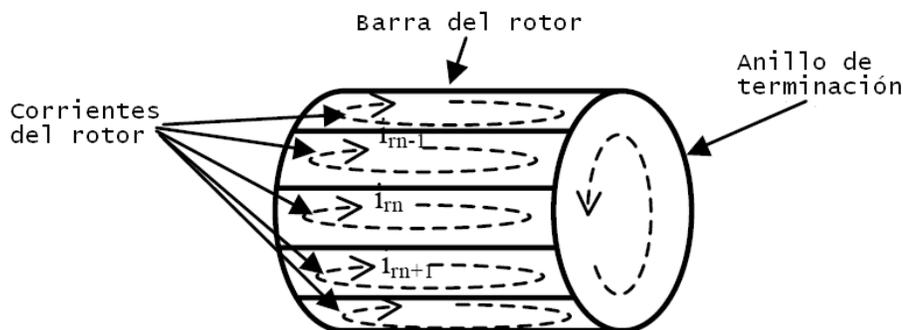


Fig. 3.6: Modelo tipo malla para el rotor de jaula de ardilla.

donde L_{ir} , $i = a, b, c$ son vectores de dimensiones 1 por n , donde n son el número de barras de rotor.

3.5. Modelo de barra de rotor rota

El siguiente desarrollo [41] simula una barra de rotor rota, para lo cual plantea un modelo tipo malla para el rotor de jaula de ardilla como el mostrado en la Fig. 3.6 [42]. Para un rotor que tiene N_r barras y dos anillos de terminación (uno para cada extremo del rotor), hay $N_r + 2$ bucles de corriente y $2N_r$ nodos. Esto es debido a que a que N_r barras tendrán N_r bucles y, si los dos anillos de terminación son considerados como bucle, entonces habrá $N_r + 2$ bucles. La distribución de corrientes puede ser especificada en términos de las $N_r + 2$ corrientes independientes del rotor las cuales fluyen en bucles comprendidos entre dos barras adyacentes y dos segmentos de los anillos de terminación que las unen. Cada barra del rotor y cada segmento de anillo de terminación están caracterizados por una resistencia R_{bn} o R_{en} y una inductancia $L_{rn, rn}$ asociada con el bucle del rotor. Con el fin de obtener interacción entre el estator y el rotor la corriente de barra $i_{bar, n} = i_{rn+1} - i_{rn} \neq 0$ bajo condiciones normales. Si la barra está rota, entonces $i_{bar, n} = i_{rn+1} - i_{rn} = 0$, así $i_{rn+1} = i_{rn}$. Esto significa que una barra rota puede ser simulada forzando la corriente que fluye en una barra en particular a cero. Con el fin de simplificar la expresión del modelo matemático para las ecuaciones del voltaje e inducción del motor, se presenta la siguiente expresión en forma matricial:

$$V = RI + \frac{d\psi}{dt} = \left[R + \frac{dL}{dt} \right] I + L \frac{dI}{dt} \quad (3.43)$$

donde:

ψ : es el flujo inducido por segundo

$$V = [V_{sA} \quad V_{sB} \quad V_{sC} \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0]$$

son los tres voltajes de fase en el estator y los voltajes para cada barra del rotor respectivamente

$$I = [I_{sA} \quad I_{sB} \quad I_{sC} \quad i_{r1} \quad i_{r2} \quad \dots \quad i_{rNr} \quad i_{en}]$$

son las corrientes de fase en el estator y las corrientes para cada barra y anillo de terminación del rotor respectivamente

La resistencia y la inductancia en la Ec. 3.43 son definidas como:

$$R = \begin{bmatrix} R_{sA} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_{sB} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & R_{sC} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_l & -R_{b1} & \dots & -R_{bn} & R_{en} \\ 0 & 0 & 0 & -R_{b1} & R_l & \dots & \dots & R_{en} \\ \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & -R_{bn} & \dots & \dots & R_l & R_{en} \\ 0 & 0 & 0 & R_{en} & R_{en} & R_{en} & R_{en} & N_r \times R_{bn} \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} L_{sA,sA} & M_{sA,sB} & M_{sA,sC} & M_{r1,sA} & M_{r2,sA} & \dots & M_{rN,sA} & 0 \\ M_{sA,sB} & L_{sB,sB} & M_{sB,sC} & M_{r1,sB} & M_{r2,sB} & \dots & M_{rN,sB} & 0 \\ M_{sA,sC} & M_{sB,sC} & L_{sC,sC} & M_{r1,sC} & M_{r2,sC} & \dots & M_{rN,sC} & 0 \\ M_{r1,sA} & M_{r1,sB} & M_{r1,sC} & L_{r1,r1} & M_{r1,r2} & \dots & M_{r1,rN} & L_{en} \\ M_{r2,sA} & M_{r2,sB} & M_{r2,sC} & M_{r1,r2} & L_{r2,r2} & \dots & M_{r2,rN} & L_{en} \\ \dots & L_{en} \\ M_{rN,sA} & M_{rN,sB} & M_{rN,sC} & M_{r1,rN} & M_{r2,rN} & \dots & L_{rNr,rNr} & L_{en} \\ 0 & 0 & 0 & L_{en} & L_{en} & \dots & L_{en} & N_r \times L_{en} \end{bmatrix}$$

3.6. Observaciones a los modelos

Cada modelo y simulación presentados en las secciones anteriores representan al motor de inducción de forma eficiente, pero son susceptibles de observaciones en los siguientes puntos:

- No toman en cuenta la variación de la resistencia e inductancia del rotor con el deslizamiento en el arranque. El rotor de los motores de inducción con jaula de ardilla se construyen intencionalmente para tener una alta resistencia en el arranque y baja resistencia con deslizamiento nominal [43]. Esto se hace para conseguir un alto par de arranque (proporcionado por la alta resistencia rotor) y pocas pérdidas en el rotor en condiciones nominales (proporcionada por la baja resistencia del rotor). No considerar este efecto en los motores de jaula puede conducir

a graves errores, inclusive puede suceder que en la simulación, el motor no arranque al añadirle carga.

- Si se desea simular el comportamiento dinámico del motor de tal forma que siempre opere con un deslizamiento cercano al nominal, como ocurre en [56], no existe ningún problema y tal modelo puede utilizarse con parámetros constantes en el rotor. Pero para simular procesos donde la velocidad del motor varía desde cero hasta valores cercanos al nominal, el modelo no cumple todas las expectativas. Solo los motores de rotor bobinado tienen parámetros constantes en el rotor.
- Existen restricciones que evitan la generalización de los métodos en los artículos [32] y [41], que obviamente no ha sido esa su intención, pero para el desarrollo de este trabajo son importantes. En primer lugar es benéfico contar con un solo modelo capaz de integrar en él mismo diferentes condiciones de operación, como funcionamiento normal, corto circuito en el bobinado del estator o barras rotas en el rotor. Un segundo punto, es evitar la necesidad de conocer datos constructivos específicos como ocurre en ambos artículos. Por ejemplo, en el segundo, es necesario conocer el número de barra de rotor para poder resolver el método de mallas; en el tercero, es necesario conocer el radio promedio del entre hierro del motor para calcular las inductancias de sus bobinados, entre otros valores.
- Finalmente, adquirir los parámetros de fabricación del motor tales como resistencias e inductancias del rotor y estator e inductancia mutua, no es una tarea fácil. Existen distintos métodos que pueden acercarnos a valores reales, por ejemplo, a partir de las características constructivas de la máquina y utilizando métodos clásicos de teoría de control (espacio de estados, estimación de parámetros, entre otros) [15] [69], métodos basados en ensayos con y sin carga [20], entre otros. Pero lo más conveniente sería tener a la mano un método capaz de inferir tales parámetros por medio de datos generales del motor como los contenidos en catálogos comerciales, tales como potencia nominal, velocidad nominal, corriente nominal, par nominal, eficiencia, factor de potencia, corriente de arranque, par de arranque, par máximo e inercia del motor, presentes en cualquier catálogo.

3.7. Conclusiones

Dada la complejidad para la descripción matemática de un motor de inducción trifásico debido a las inductancias mutuas entre el rotor y el estator que están en función de posición y tiempo, se hace necesaria para simplificar las ecuaciones, una transformación que convierta las inductancias variantes en el tiempo a inductancias constantes.

Pero la representación matemática del comportamiento del motor no termina con tales transformaciones, para mejorar su eficiencia es necesario considerar algunos aspectos más, tales como, la variación de la inductancias del estator y rotor y la resistencia del rotor en función del deslizamiento, la variación de los parámetros en función de la velocidad del motor, que cambia desde cero hasta valores cercanos a la nominal y, principalmente, la dificultad de tener acceso a los parámetros físicos reales del motor, plantea nuevas necesidades que serán analizadas y resueltas en los capítulos siguientes.

Capítulo 4

Modelo matemático propuesto

4.1. Introducción

En este capítulo se desarrolla, primeramente, el modelo matemático del motor que debido al carácter trifásico de éste, tanto en el rotor como en el estator, es conveniente un planteamiento basado en el *vector espacial trifásico* que considera en un solo ente matemático el efecto de las tres fases. El desarrollo matemático incluye el modelo del motor de inducción en estado transitorio seguidamente del modelo en estado estacionario y circuito equivalente. El planteamiento matemático y su resolución en las ecuaciones que describen su comportamiento ha sido con la intención de derivar de éstos el algoritmo computacional empleado en la simulación del motor.

El algoritmo toma en cuenta el comportamiento de la resistencia del rotor y las inductancias del estator y rotor en función del deslizamiento, inconveniente observado en el Capítulo 3 en los tres modelos presentados. La ventaja de simular la resistencia del rotor de esta forma es obtener una alta resistencia en el arranque cuando el deslizamiento es el máximo y baja resistencia a deslizamiento nominal. Esto se hace para proporcionar un alto par de arranque y pocas pérdidas en condiciones nominales. Este comportamiento tiene una aproximación más fiel al comportamiento real ocurrido en los motores de inducción.

Para calcular la resistencia del rotor y de las inductancias del estator y rotor en función del deslizamiento se emplea un método de cálculo que a partir de los datos comerciales tales como: potencia nominal, velocidad nominal, par nominal, número de polos, voltaje de alimentación, corriente de consu-

mo, eficiencia, factor de potencia, corriente de arranque, par de arranque, par máximo y momento de inercia, valores disponibles en catálogos; calcula los parámetros internos del motor, como resistencia del estator y rotor, inductancia del estator, rotor y mutua, entre otros. De tal forma que el algoritmo de cómputo toma como entradas los parámetros y constantes calculadas a partir de los datos comerciales del motor (debido a esto, este modelo puede ser extendido a cualquier tipo de motor independientemente de su construcción, como potencia, número de polos, voltaje de alimentación, etc.) y como salida entrega señales de velocidad, corriente de las tres fases, valor efectivo de las corrientes, par electromagnético y comportamiento de la resistencia del rotor en función del deslizamiento.

Inclusive, para la aplicación del algoritmo computacional, no es necesaria la presencia física del motor para calcular sus parámetros internos, pues esencialmente solo es necesaria su información comercial.

4.2. Modelo matemático del motor de inducción

4.2.1. Modelo en estado transitorio

Debido al carácter trifásico del motor, tanto en el estator como en el rotor, es conveniente desarrollar un modelo basado en el denominado *vector espacial trifásico* el cual considera en un solo ente matemático el efecto de las tres fases. Su definición para el caso de las corrientes es:

$$\vec{i} = \frac{2}{3}(i_A + \vec{a}i_B + \vec{a}^2i_C) \quad (4.1)$$

donde i_A, i_B, i_C son las corrientes por las tres fases y se definen los vectores unitarios como

Para la fase a : $\vec{1} = e^{j0}$

Para la fase b : $\vec{a} = e^{j\frac{2\pi}{3}}$

Para la fase c : $\vec{a}^2 = e^{-j\frac{2\pi}{3}}$

Este vector no considera la componente de secuencia cero, la cual se define como:

$$i_0 = \frac{1}{3}(i_A + i_B + i_C) \quad (4.2)$$

de ser diferente de cero esta componente, tendría que restarse a la de cada fase del estator. Definido el vector trifásico puede deducirse el modelo matemático del motor.

En el planteamiento del siguiente modelo se harán las siguientes suposiciones iniciales:

1. El campo magnético del entrehierro se distribuye sinusoidalmente.
2. Los devanados del estator y el rotor son simétricos y las tres fases de cada uno de ellos están situadas a 120 grados eléctricos en el espacio.
3. Se desprecia la saturación y la histéresis.
4. Los parámetros del motor se suponen referidos al estator.

Para un motor de inducción con estator y rotor bobinados, las ecuaciones de voltaje del circuito de estator acopladas magnéticamente al circuito del rotor son las mostradas en las Ecs. 3.7 y 3.8 mostradas a continuación por comodidad:

Ecuaciones de voltaje del estator

$$\begin{aligned} u_{as} &= i_{as}R_s + \frac{d\varphi_{as}}{dt} & [V] \\ u_{bs} &= i_{bs}R_s + \frac{d\varphi_{bs}}{dt} & [V] \\ u_{cs} &= i_{cs}R_s + \frac{d\varphi_{cs}}{dt} & [V] \end{aligned} \quad (4.3)$$

Ecuaciones de voltaje del rotor

$$\begin{aligned} u_{ar} &= i_{ar}R_r + \frac{d\varphi_{ar}}{dt} & [V] \\ u_{br} &= i_{br}R_r + \frac{d\varphi_{br}}{dt} & [V] \\ u_{cr} &= i_{cr}R_r + \frac{d\varphi_{cr}}{dt} & [V] \end{aligned} \quad (4.4)$$

Ecuaciones del flujo inducido. Los flujos inducidos del rotor y estator en términos de las inductancias de sus bobinados y de sus corrientes son:

$$\begin{bmatrix} \varphi_s^{abc} \\ \varphi_r^{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{ss}^{abc} & \mathbf{L}_{sr}^{abc} \\ \mathbf{L}_{rs}^{abc} & \mathbf{L}_{rr}^{abc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_s^{abc} \\ \mathbf{i}_r^{abc} \end{bmatrix} \quad [Wb.turn] \quad (4.5)$$

donde

$$\begin{aligned}
 \varphi_s^{abc} &= (\varphi_{as}, \varphi_{bs}, \varphi_{cs})^T \\
 \varphi_r^{abc} &= (\varphi_{ar}, \varphi_{br}, \varphi_{cr})^T \\
 \mathbf{i}_s^{abc} &= (i_{as}, i_{bs}, i_{cs})^T \\
 \mathbf{i}_r^{abc} &= (i_{ar}, i_{br}, i_{cr})^T
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

y el superíndice T denota la transpuesta del arreglo.

Las submatrices de las inductancias de los bobinados estator-estator y rotor-rotor son de la forma:

$$\mathbf{L}_{ss}^{abc} = \begin{bmatrix} L_{fs} + L_{ss} & L_{sm} & L_{sm} \\ L_{sm} & L_{fs} + L_{ss} & L_{sm} \\ L_{sm} & L_{sm} & L_{fs} + L_{ss} \end{bmatrix} \quad [H] \tag{4.7}$$

$$\mathbf{L}_{rr}^{abc} = \begin{bmatrix} L_{fr} + L_{rr} & L_{rm} & L_{rm} \\ L_{rm} & L_{fr} + L_{rr} & L_{rm} \\ L_{rm} & L_{rm} & L_{fr} + L_{rr} \end{bmatrix} \quad [H] \tag{4.8}$$

donde L_{fs} es la inductancia de dispersión por fase del bobinado del estator, L_{fr} es la inductancia de dispersión por fase del bobinado del rotor, L_{ss} es la inductancia propia del bobinado del estator, L_{rr} es la inductancia propia del bobinado del rotor, L_{sm} es la inductancia mutua entre los bobinados del estator y L_{rm} es la inductancia mutua entre los bobinados del rotor. Debido a la simetría magnética existente tanto en el estator como en el rotor, éstas inductancias son equivalentes y no dependen de la posición, es decir, las inductancias propias y mutuas entre los devanados del estator y los devanados del rotor son [36]:

$$\begin{aligned}
 L_{ss} &= L_{rr} = L_m \\
 L_{sm} &= L_{rm} = L_m \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{L_m}{2}
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

de tal manera que las submatrices 4.7 y 4.8 quedan de la forma:

$$\mathbf{L}_{ss}^{abc} = \begin{bmatrix} L_{fs} + L_m & -\frac{L_m}{2} & -\frac{L_m}{2} \\ -\frac{L_m}{2} & L_{fs} + L_m & -\frac{L_m}{2} \\ -\frac{L_m}{2} & -\frac{L_m}{2} & L_{fs} + L_m \end{bmatrix} \quad [H] \tag{4.10}$$

$$\mathbf{L}_{rr}^{abc} = \begin{bmatrix} L_{fr} + L_m & -\frac{L_m}{2} & -\frac{L_m}{2} \\ -\frac{L_m}{2} & L_{fr} + L_m & -\frac{L_m}{2} \\ -\frac{L_m}{2} & -\frac{L_m}{2} & L_{fr} + L_m \end{bmatrix} \quad [H] \quad (4.11)$$

Las inductancias mutuas estator-rotor son dependientes del ángulo del rotor, esto es:

$$\mathbf{L}_{sr}^{abc} = [\mathbf{L}_{rs}^{abc}]^t = L_m \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \cos \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) \\ \cos \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \theta_r & \cos \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \cos \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \theta_r \end{bmatrix} \quad [H] \quad (4.12)$$

donde L_m es el valor pico de la inductancia mutua entre el estator y el rotor.

Sustituyendo las Ecs. 4.10, 4.11 y 4.12 en 4.5 se obtiene:

$$\begin{aligned} \varphi_{as} &= L_S i_{as} + L_m \left[i_{ar} \cos \theta_r + i_{br} \cos \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) + i_{cr} \cos \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) \right] \\ \varphi_{bs} &= L_S i_{bs} + L_m \left[i_{ar} \cos \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) + i_{br} \cos \theta_r + i_{cr} \cos \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) \right] \\ \varphi_{cs} &= L_S i_{cs} + L_m \left[i_{ar} \cos \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) + i_{br} \cos \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) + i_{cr} \cos \theta_r \right] \end{aligned} \quad (4.13)$$

$$\begin{aligned} \varphi_{ar} &= L_m \left[i_{as} \cos \theta_r + i_{bs} \cos \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) + i_{cs} \cos \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) \right] + L_R i_{ar} \\ \varphi_{br} &= L_m \left[i_{as} \cos \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) + i_{bs} \cos \theta_r + i_{cs} \cos \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) \right] + L_R i_{br} \\ \varphi_{cr} &= L_m \left[i_{as} \cos \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) + i_{bs} \cos \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) + i_{cs} \cos \theta_r \right] + L_R i_{cr} \end{aligned} \quad (4.14)$$

en estas ecuaciones:

$$\begin{aligned} L_S &= L_{fs} + L_M \\ L_R &= L_{fr} + L_M \\ L_M &= \frac{3}{2} L_m \end{aligned} \quad (4.15)$$

Recordando las ecuaciones de Euler:
 $\cos(\theta) = \frac{e^{j\theta} + e^{-j\theta}}{2}$; $\cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) = \frac{\bar{a}e^{j\theta} + \bar{a}^2 e^{-j\theta}}{2}$; $\cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) = \frac{\bar{a}^2 e^{j\theta} + \bar{a} e^{-j\theta}}{2}$ y que

$\vec{a} \vec{a}^2 = 1$; $\vec{a}^2 \vec{a}^2 = \vec{a}$ y $1 + \vec{a} + \vec{a}^2 = 0$, sustituyendo estas ecuaciones en 4.13 y 4.14 se obtiene:

$$\begin{aligned}\varphi_{as} &= L_S i_{as} + L_M e^{j\theta} i_{ar} \\ \varphi_{bs} &= L_S i_{bs} + L_M e^{j\theta} i_{br} \\ \varphi_{cs} &= L_S i_{cs} + L_M e^{j\theta} i_{cr}\end{aligned}\quad (4.16)$$

$$\begin{aligned}\varphi_{ar} &= L_R i_{ar} + L_M e^{j\theta} i_{as} \\ \varphi_{br} &= L_R i_{br} + L_M e^{j\theta} i_{bs} \\ \varphi_{cr} &= L_R i_{cr} + L_M e^{j\theta} i_{cs}\end{aligned}\quad (4.17)$$

Multiplicando 4.16a por $\frac{2}{3}$, 4.16b por $\frac{2}{3}\vec{a}$ y 4.16c por $\frac{2}{3}\vec{a}^2$ y aplicando la definición del vector espacial se obtiene:

$$\begin{aligned}\vec{\varphi}_s &= L_S \vec{i}_s + L_M \vec{i}_r e^{j\theta} \\ \vec{\varphi}_r &= L_R \vec{i}_r + L_M \vec{i}_s e^{j\theta}\end{aligned}\quad (4.18)$$

Como puede notarse, los vectores de los flujos inducidos del rotor y del estator dependen de la posición θ . La causa de que este ocurra es que los vectores del estator se definen en un sistema de referencia o coordenadas fijo en el estator y los del rotor en un sistema de coordenadas fijo en el rotor. Para resolverlo deben referirse todos los vectores a un sistema de coordenadas de referencia común.

Generalmente, se utilizan tres sistemas de referencia en el análisis de estas máquinas: el que está fijo en el estator, el que está fijo en el rotor, y el que gira a la velocidad sincrónica. Los más importantes para la máquina de inducción trifásica son el primero y el tercero y será a los que se hará referencia. Para analizar cómo se puede referir un vector de un sistema de referencia a otro se utilizará la Fig. 4.1.

Sea $\vec{i}^{(s)}$ el vector en coordenadas del estator, $\vec{i}^{(r)}$ en coordenadas del rotor e $\vec{i}^{(k)}$ en coordenadas sincrónicas. Por ejemplo, si el vector está en coordenadas del estator forma un ángulo ψ con la referencia mientras que si se refiere a coordenadas sincrónicas va a formar un ángulo $\psi - \theta_k$. Por tanto, es evidente

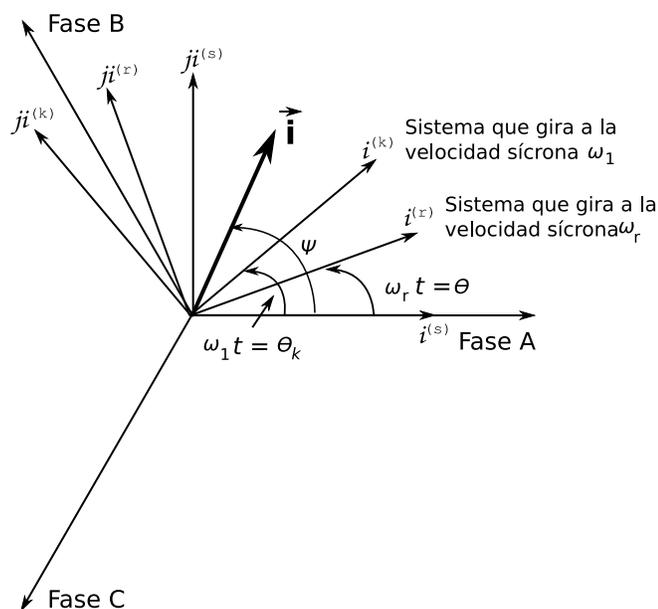


Fig. 4.1: Vector espacial trifásico en diferentes sistemas de coordenadas.

que se cumplen las relaciones siguientes:

$$\begin{aligned}
 \vec{i}^{(r)} &= i^{(s)} e^{-j\theta} \\
 \vec{i}^{(s)} &= i^{(r)} e^{j\theta} \\
 \vec{i}^{(k)} &= i^{(s)} e^{-j\theta_k} \\
 \vec{i}^{(s)} &= i^{(k)} e^{-j\theta_k}
 \end{aligned} \tag{4.19}$$

De acuerdo a esto se procederá a referir las Ecs. 4.18 a coordenadas del estator. Aplicando la Ec. 4.19b en 4.18a y multiplicando 4.18a por $e^{j\theta}$ y aplicando 4.19a se obtiene:

$$\begin{aligned}
 \vec{\varphi}_s^{(s)} &= L_S \vec{i}_s^{(s)} + L_M \vec{i}_r^{(s)} \\
 \vec{\varphi}_r^{(r)} &= L_R \vec{i}_r^{(s)} + L_M \vec{i}_s^{(s)}
 \end{aligned} \tag{4.20}$$

Como puede apreciarse, los flujos inducidos no dependen de la posición del rotor. Para referir los flujos inducidos a un sistema que gira a velocidad síncrona se aplica 4.19c a 4.20 y se obtiene:

$$\begin{aligned}
 \vec{\varphi}_s^{(k)} &= L_S \vec{i}_s^{(k)} + L_M \vec{i}_r^{(k)} \\
 \vec{\varphi}_r^{(k)} &= L_M \vec{i}_s^{(k)} + L_R \vec{i}_r^{(k)}
 \end{aligned} \tag{4.21}$$

Multiplicando 4.3 y 4.4 por $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{3}\vec{a}$ y $\frac{2}{3}\vec{a}^2$ y aplicando el concepto de vector trifásico se obtiene:

$$\vec{u}_s^{(s)} = \vec{i}_s^{(s)} + R_s \frac{d\vec{\varphi}_s^{(s)}}{dt} \quad (4.22)$$

$$\vec{u}_r^{(r)} = \vec{i}_r^{(r)} + R_r \frac{d\vec{\varphi}_r^{(r)}}{dt} \quad (4.23)$$

donde R_r es la resistencia por fase del devanado del rotor referida al estator. Como 4.22 esta referida al estator, sólo resta referir a 4.23 para tener todos los vectores a un sistema común. Se hace primero $\vec{\varphi}_r^{(r)} = \vec{\varphi}_r^{(s)} e^{-j\theta}$, siendo su derivada:

$$\frac{d\vec{\varphi}_r^{(r)}}{dt} = e^{-j\theta} \frac{d\vec{\varphi}_r^{(s)}}{dt} + \vec{\varphi}_r^{(s)} e^{-j\theta} \left(-j \frac{d\theta}{dt} \right) \quad (4.24)$$

haciendo $\omega_r = \frac{d\theta}{dt}$ y sacando factor común

$$\vec{u}_r^{(s)} = R_r \vec{i}_r^{(r)} + \left[\frac{d\vec{\varphi}_r^{(s)}}{dt} - j\omega_r \vec{\varphi}_r^{(s)} \right] e^{j\theta} \quad (4.25)$$

multiplicando 4.25 por $e^{j\theta}$ y aplicando 4.19b tanto para las corrientes como para las voltajes se obtiene:

$$\vec{u}_r^{(s)} = R_r \vec{i}_r^{(s)} + \frac{d\vec{\varphi}_r^{(s)}}{dt} - j\omega_r \vec{\varphi}_r^{(s)} \quad (4.26)$$

El primero de los términos de esta expresión es la caída de tensión en la resistencia, el segundo es una fuerza electromotriz (fem) de transformación y el tercero una fem que depende de los flujos inducidos del rotor y la velocidad, es decir, una fem de velocidad variable de acoplamiento electromagnético.

Si se quieren las ecuaciones vectoriales de tensión en un sistema de referencia que gira a velocidad síncrona:

$$\begin{aligned} \vec{\varphi}_s^{(s)} = \vec{\varphi}_s^{(k)} e^{j\theta_k} & \quad y \quad \frac{d\vec{\varphi}_s^{(s)}}{dt} = e^{j\theta_k} \left[\frac{d\vec{\varphi}_s^{(k)}}{dt} + j\omega_1 \vec{\varphi}_s^{(k)} \right] \\ \vec{\varphi}_r^{(s)} = \vec{\varphi}_r^{(k)} e^{j\theta_k} & \quad y \quad \frac{d\vec{\varphi}_r^{(s)}}{dt} = e^{j\theta_k} \left[\frac{d\vec{\varphi}_r^{(k)}}{dt} + j\omega_1 \vec{\varphi}_r^{(k)} \right] \end{aligned} \quad (4.27)$$

sustituyendo las Ecs. 4.27 en las Ecs. 4.22 y 4.26 y multiplicando por $e^{-j\theta_k}$ se obtiene:

$$\vec{u}_s^{(k)} = R_s \vec{i}_s^{(k)} + \frac{d\vec{\varphi}_s^{(k)}}{dt} - j\omega_1 \vec{\varphi}_s^{(k)} \quad (4.28)$$

$$\vec{u}_r^{(k)} = R_r \vec{i}_r^{(k)} + \frac{d\vec{\varphi}_r^{(k)}}{dt} - j(\omega_1 - \omega_r) \vec{\varphi}_r^{(k)} \quad (4.29)$$

haciendo $\omega_1 - \omega_r = s\omega_1$, donde ω_1 es la velocidad síncrona eléctrica, ω_r la velocidad del rotor referida a la de una máquina de dos polos y s es el deslizamiento, se obtiene:

$$\vec{u}_r^{(k)} = R_r \vec{i}_r^{(k)} + \frac{d\vec{\varphi}_r^{(k)}}{dt} - js\omega_1 \vec{\varphi}_r^{(k)} \quad (4.30)$$

De la misma manera pueden deducirse las ecuaciones para un sistema de coordenadas fijo en el rotor, obteniéndose los siguientes resultados:

$$\vec{u}_s^{(r)} = R_s \vec{i}_s^{(r)} + \frac{d\vec{\varphi}_s^{(r)}}{dt} - j\omega_r \vec{\varphi}_s^{(r)} \quad (4.31)$$

$$\vec{u}_r^{(r)} = R_r \vec{i}_r^{(r)} + \frac{d\vec{\varphi}_r^{(r)}}{dt} \quad (4.32)$$

como puede apreciarse, la fem de velocidad no aparece nunca en el lado en el cual esta fijo el sistema de coordenadas.

La ecuación mecánica del movimiento del motor y su carga mecánica es:

$$m_{em} = J \frac{d\omega_r}{dt} + m_{mec}(\omega_r) \quad (4.33)$$

donde J es la inercia total del motor y su carga referida al eje del motor, $m_{mec}(\omega_r)$ es el momento mecánico resistivo de la carga y m_{em} el momento electromagnético. De forma diferencial, la energía eléctrica de entrada al motor está dada por la expresión:

$$dW_{elec} = p_i dt = \frac{3}{2} \Re \left[\vec{u}_s^* \vec{i}_s \right] dt \quad (4.34)$$

donde p_i es la potencia de entrada, dt es el diferencial del tiempo, \vec{u}_s^* es el conjugado del vector de tensión en coordenadas del estator y \Re significa la parte real. Si se aplica esta expresión en cada uno de los términos de la derecha de 4.31 se obtiene, para el primer término, la energía disipada en forma de calor,

para el segundo la almacenada en el campo y para el tercero la convertida a la forma mecánica que es la que interesa para determinar el momento o par electromagnético. Por tanto, puede plantearse que el diferencial de energía convertido a la forma mecánica es igual:

$$dW_{mec} = \frac{3}{2} \Re [-j\omega_r \vec{\varphi}_s^* i_s] dt \quad (4.35)$$

Si se supone un desplazamiento angular virtual igual a $d\theta$ el diferencial de energía mecánica puede expresarse también como:

$$dW_{mec} = md\theta dt = m\omega_r dt \quad (4.36)$$

combinando 4.35 y 4.36

$$m_{em} = \frac{3}{2} \Re [-j\vec{\varphi}_s^* \vec{i}_s] \quad (4.37)$$

dado que $\vec{\varphi}_s^* = \varphi_d - j\varphi_q$ e $\vec{i}_s = i_d + ji_q$ entonces para una máquina de 2 polos:

$$m_{em} = \frac{3}{2} (\varphi_d i_q - \varphi_q i_d) = \frac{3}{2} \Im [\vec{\varphi}_s^* \vec{i}_s] \quad (4.38)$$

donde \Im representa la parte imaginaria. Para una máquina de P polos:

$$m_{em} = \frac{3P}{2} \Im [\vec{\varphi}_s^* \vec{i}_s] \quad (4.39)$$

esta ecuación se cumple para cualquier sistema de coordenadas. Sustituyendo 4.39 en 4.33 y generalizando para una máquina de P polos queda, finalmente la ecuación mecánica de movimiento:

$$\frac{3P}{2} \Im [\vec{\varphi}_s^* \vec{i}_s] = J \frac{2}{P} \frac{d\omega_r}{dt} + m_{mec}(\omega_r) \quad (4.40)$$

Las ecuaciones dinámicas de movimiento que constituyen finalmente el modelo matemático del motor (expresadas en coordenadas del estator) son la Ec. 4.40 que representa la ecuación mecánica de movimiento, las Ecs. 4.22 y 4.26 que tienen en cuenta la relación entre las velocidades eléctrica y mecánica y, las Ecs. 4.20 que relacionan los flujos inducidos con las corrientes. Las Ecs.

4.22 y 4.26 se descomponen en componente real e imaginaria a partir de las componentes real e imaginaria de voltajes y flujos inducidos, es decir:

$$\begin{aligned}
 \vec{u}_s^{(s)} &= u_{s\alpha} + ju_{s\beta} \\
 \vec{u}_r^{(s)} &= u_{r\alpha} + ju_{r\beta} \\
 \vec{i}_s^{(s)} &= i_{s\alpha} + ji_{s\beta} \\
 \vec{i}_r^{(s)} &= i_{r\alpha} + ji_{r\beta} \\
 \vec{\varphi}_s^{(s)} &= \varphi_{s\alpha} + j\varphi_{s\beta} \\
 \vec{\varphi}_r^{(s)} &= \varphi_{r\alpha} + j\varphi_{r\beta}
 \end{aligned} \tag{4.41}$$

donde:

$$\begin{aligned}
 \varphi_{s\alpha} &= L_S i_{s\alpha} + L_M i_{r\alpha} \\
 \varphi_{s\beta} &= L_S i_{s\beta} + L_M i_{r\beta} \\
 \varphi_{r\alpha} &= L_M i_{s\alpha} + L_R i_{r\alpha} \\
 \varphi_{r\beta} &= L_M i_{s\beta} + L_R i_{r\beta}
 \end{aligned} \tag{4.42}$$

por lo tanto, las ecuaciones de voltaje del estator quedan de la forma:

$$\begin{aligned}
 u_{s\alpha} &= R_s i_{s\alpha} + \frac{d\varphi_{s\alpha}}{dt} \\
 u_{s\beta} &= R_s i_{s\beta} + \frac{d\varphi_{s\beta}}{dt} \\
 0 &= R_r i_{r\alpha} + \frac{d\varphi_{r\alpha}}{dt} + \frac{2}{P} \omega_r \varphi_{r\beta} \\
 0 &= R_r i_{r\beta} + \frac{d\varphi_{r\beta}}{dt} + \frac{2}{P} \omega_r \varphi_{r\alpha}
 \end{aligned} \tag{4.43}$$

La tensión aplicada al rotor se supone igual a cero por tratarse de un motor de jaula de ardilla con rotor en cortocircuito. En esta ecuación se ha utilizado también la relación existente entre la velocidad eléctrica y la mecánica del rotor. Obsérvese el acoplamiento existente entre los voltajes de los ejes α y β .

Como puede apreciarse, existen cuatro ecuaciones diferenciales eléctricas, dos para el estator y dos para el rotor, pero aparecen ocho variables diferentes, cuatro flujo inducidos y cuatro corrientes. Las ecuaciones quedan de forma más simple si se eliminan las corrientes y se trabaja con las inducciones de

flujo. Las las ecuaciones eléctricas en función de los flujos inducidos son:

$$\begin{aligned}
u_{s\alpha} &= \frac{R_s}{L_{\sigma R}} \varphi_{s\alpha} - \frac{R_s}{L_{\sigma M}} \varphi_{r\alpha} + \frac{d\varphi_{s\alpha}}{dt} \\
u_{s\beta} &= \frac{R_s}{L_{\sigma R}} \varphi_{s\beta} - \frac{R_s}{L_{\sigma M}} \varphi_{r\beta} + \frac{d\varphi_{s\beta}}{dt} \\
0 &= -\frac{R_r}{L_{\sigma M}} \varphi_{s\alpha} + \frac{R_r}{L_{\sigma S}} \varphi_{r\alpha} + \frac{d\varphi_{r\alpha}}{dt} + \frac{2}{P} \omega_r \varphi_{r\beta} \\
0 &= -\frac{R_r}{L_{\sigma M}} \varphi_{s\beta} + \frac{R_r}{L_{\sigma S}} \varphi_{r\beta} + \frac{d\varphi_{r\beta}}{dt} + \frac{2}{P} \omega_r \varphi_{r\alpha}
\end{aligned} \tag{4.44}$$

en esta ecuación:

$$\begin{aligned}
L_{\sigma S} &= \frac{L_S L_R - L_M^2}{L_S} \\
L_{\sigma R} &= \frac{L_S L_R - L_M^2}{L_R} \\
L_{\sigma M} &= \frac{L_S L_R - L_M^2}{L_M}
\end{aligned} \tag{4.45}$$

conociendo los flujos inducidos pueden determinarse las corrientes despejándolas de 4.42:

$$\begin{aligned}
i_{s\alpha} &= \frac{1}{L_{\sigma R}} \varphi_{s\alpha} - \frac{1}{L_{\sigma M}} \varphi_{r\alpha} \\
i_{s\beta} &= \frac{1}{L_{\sigma R}} \varphi_{s\beta} - \frac{1}{L_{\sigma M}} \varphi_{r\beta} \\
i_{r\alpha} &= \frac{1}{L_{\sigma S}} \varphi_{r\alpha} - \frac{1}{L_{\sigma M}} \varphi_{s\alpha} \\
i_{r\beta} &= \frac{1}{L_{\sigma S}} \varphi_{r\beta} - \frac{1}{L_{\sigma M}} \varphi_{s\beta}
\end{aligned} \tag{4.46}$$

finalmente, de la Ec. 4.40 se obtiene la ecuación mecánica:

$$\frac{3P}{2} (\varphi_{s\alpha} i_{s\beta} - \varphi_{s\beta} i_{s\alpha}) = J \frac{2}{P} \frac{d\omega_r}{dt} + m_{mec}(\omega_r) \tag{4.47}$$

El modelo matemático del motor lo constituyen las ecuaciones diferenciales 4.44 y 4.47 conjuntamente con las ecuaciones algebraicas lineales 4.46,

que como se ve es de quinto orden. Los voltajes de este sistema son los componentes:

$$\begin{aligned} u_{s\alpha} &= \sqrt{2}U_f \cos(\omega_1 t) \\ u_{s\beta} &= \sqrt{2}U_f \sen(\omega_1 t) \end{aligned} \quad (4.48)$$

donde U_f es el voltaje de fase. Estos voltajes constituyen un sistema bifásico balanceado cuyo efecto es equivalente al del trifásico original. Si se desean las corrientes por las tres fases debe aplicarse la transformación de coordenadas denominada $\alpha\beta 0 - abc$ que se deduce a partir de la expresión del vector espacial:

$$\vec{i}_s^{(s)} = \frac{2}{3} (i_{as} + \vec{a}i_{bs} + \vec{a}^2 i_{cs}) = i_{s\alpha} + j i_{s\beta} \quad (4.49)$$

sustituyendo $\vec{a} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$ y $\vec{a}^2 = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$ se obtiene finalmente:

$$\begin{aligned} i_{s\alpha} &= \frac{2}{3} \left(i_{as} - \frac{1}{2}i_{bs} - \frac{1}{2}i_{cs} \right) \\ i_{s\beta} &= \frac{\sqrt{3}}{2} (i_{bs} - i_{cs}) \end{aligned} \quad (4.50)$$

ecuaciones semejantes pueden obtenerse para voltajes y flujos inducidos.

Combinando las Ecs. 4.50 y la igualdad $i_{as} + i_{bs} + i_{cs} = 0$ se determinan las relaciones inversas, las cuales también se cumplen para voltajes y flujos inducidos:

$$\begin{aligned} i_{as} &= i_{s\alpha} \\ i_{bs} &= \frac{1}{2}i_{s\alpha} + \frac{\sqrt{3}}{2}i_{s\beta} \\ i_{cs} &= -\frac{1}{2}i_{s\alpha} - \frac{\sqrt{3}}{2}i_{s\beta} \end{aligned} \quad (4.51)$$

La Fig. 4.2 muestra un diagrama a bloques representativo del modelo matemático del motor.

La forma del espacio de estados, $\dot{x} = Ax + Bu$, donde $x = [\varphi_{s\alpha} \varphi_{s\beta} \varphi_{r\alpha} \varphi_{r\beta} \omega_r]^T$ y $u = [u_{s\alpha} u_{s\beta} 0 0 - m_{mec}]$, puede ser alcanzada reordenando las Ecs. 4.44 y 4.47, de tal forma que cada estado sólo esté en función de otras variables de estado y entradas al modelo. Por lo tanto, las ecuaciones de modelado de un

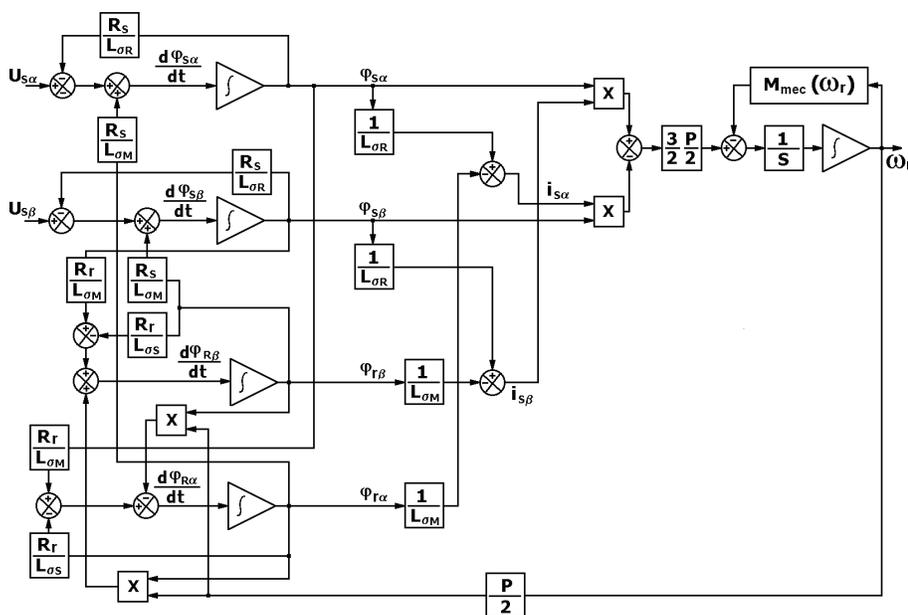


Fig. 4.2: Diagrama a bloques representativo del modelo matemático del motor.

motor de inducción de jaula de ardilla en espacio de estados son:

$$\begin{aligned}
 \dot{\varphi}_{s\alpha} &= u_{s\alpha} - \frac{R_s}{L_{\sigma R}}\varphi_{s\alpha} + \frac{R_s}{L_{\sigma M}}\varphi_{r\alpha} \\
 \dot{\varphi}_{s\beta} &= u_{s\beta} - \frac{R_s}{L_{\sigma R}}\varphi_{s\beta} + \frac{R_s}{L_{\sigma M}}\varphi_{r\beta} \\
 \dot{\varphi}_{r\alpha} &= \frac{R_r}{L_{\sigma M}}\varphi_{s\alpha} - \frac{R_r}{L_{\sigma S}}\varphi_{r\alpha} - \frac{2}{P}\omega_r\varphi_{r\beta} \\
 \dot{\varphi}_{r\beta} &= \frac{R_r}{L_{\sigma M}}\varphi_{s\beta} - \frac{2}{P}\omega_r\varphi_{r\alpha} - \frac{R_r}{L_{\sigma S}}\varphi_{r\beta} \\
 \dot{\omega}_r &= -m_{mec} + \frac{3P^2}{8J} \left[\varphi_{s\alpha} \left(\frac{1}{L_{\sigma R}}\varphi_{s\beta} - \frac{1}{L_{\sigma M}}\varphi_{r\beta} \right) - \varphi_{s\beta} \left(\frac{1}{L_{\sigma R}}\varphi_{s\alpha} - \frac{1}{L_{\sigma M}}\varphi_{r\alpha} \right) \right]
 \end{aligned} \tag{4.52}$$

la ecuación de salida es $y = Cx$, resultando $y = [i_{s\alpha} \ i_{s\beta} \ i_{r\alpha} \ i_{r\beta}]^T$ donde las corrientes están definidas en las Ecs. 4.46

Es esta deducción se suponen constantes los parámetros resistivos e inductivos del modelo, realmente no es así, la resistencia del rotor y la inductancia de dispersión total (compuesta por la suma de la inductancias de dispersión del estator y el rotor) dependen fuertemente del deslizamiento s , por lo que

una aproximación más cercana al comportamiento real del motor tendría que considerar la variación de la resistencia del rotor en función del deslizamiento y de igual forma para las inductancias $L_{\sigma S}$, $L_{\sigma R}$ y $L_{\sigma M}$.

De esta manera, el sistema de Ecs. 4.52 queda de la forma mostrada en 4.53. No confundir el subíndice en el parámetro de la resistencia del estator, R_s , con la variable s que denota al deslizamiento del motor.

$$\begin{aligned}
\dot{\varphi}_{s\alpha} &= u_{s\alpha} - \frac{R_s}{L_{\sigma R}}\varphi_{s\alpha} + \frac{R_s}{L_{\sigma M}}\varphi_{r\alpha} \\
\dot{\varphi}_{s\beta} &= u_{s\beta} - \frac{R_s}{L_{\sigma R}}\varphi_{s\beta} + \frac{R_s}{L_{\sigma M}}\varphi_{r\beta} \\
\dot{\varphi}_{r\alpha} &= \frac{R_r(s)}{L_{\sigma M}}\varphi_{s\alpha} - \frac{R_r(s)}{L_{\sigma S}}\varphi_{r\alpha} - \frac{2}{P}\omega_r\varphi_{r\beta} \\
\dot{\varphi}_{r\beta} &= \frac{R_r(s)}{L_{\sigma M}}\varphi_{r\beta} - \frac{2}{P}\omega_r\varphi_{r\alpha} - \frac{R_r(s)}{L_{\sigma S}}\varphi_{r\beta} \\
\dot{\omega}_r &= -m_{mec} + \frac{3P^2}{8J} \left[\varphi_{s\alpha} \left(\frac{1}{L_{\sigma R}}\varphi_{s\beta} - \frac{1}{L_{\sigma M}}\varphi_{r\beta} \right) - \varphi_{s\beta} \left(\frac{1}{L_{\sigma R}}\varphi_{s\alpha} - \frac{1}{L_{\sigma M}}\varphi_{r\alpha} \right) \right]
\end{aligned} \tag{4.53}$$

La resistencia del rotor, R_r y la reactancia de dispersión total, X_{cc} (que es la inductancia de dispersión total multiplicada por la $2\pi f_n$, donde f_n es la frecuencia nominal de alimentación), en función del deslizamiento se definen de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
R_r(s) &= K_1 + K_2\sqrt{s} \\
X_{cc}(s) &= K_{x1} + \frac{K_{x2}}{\sqrt{s}}
\end{aligned} \tag{4.54}$$

donde el cálculo de las constantes de resistencia K_1 , K_2 , y las constantes de inductancia K_{x1} , K_{x2} se desarrollará en la Sección 4.3 correspondiente a la determinación de los parámetros eléctricos del motor.

4.2.2. Modelo en estado estacionario. Circuito equivalente

Se denomina estado estacionario a la condición de operación cuando el momento electromagnético se ha igualado al momento de carga y la velocidad y el valor efectivo de la corriente del estator permanecen constantes. El estado

estacionario para el caso de una alimentación trifásica balanceada del estator en sus propias coordenadas es:

$$\vec{u}_s^{(s)} = \sqrt{2}U_f e^{j\omega_1 t} \quad (4.55)$$

si se supone un sistema de coordenadas que gira a velocidad síncrona:

$$\vec{u}_s^{(k)} = \vec{u}_s^{(s)} e^{-j\omega_1 t} = \sqrt{2}U_f \quad (4.56)$$

Esto quiere decir que en estado estacionario el vector de tensión del estator tiene módulo y ángulo constantes con respecto al sistema de referencia pues gira a su misma velocidad. El vector de flujo inducido $\vec{\varphi}_s^{(k)}$ también ocupa una posición fija con respecto al sistema de referencia y, por tanto, su derivada con respecto al tiempo es igual a cero. Entonces 4.28 se convierte en:

$$\vec{U}_s^{(k)} = \sqrt{2}U_f = R_s \vec{I}_s^{(k)} + j\omega_1 \vec{\varphi}_s^{(k)} \quad (4.57)$$

Ahora, los vectores de tensión y corriente se han simbolizado con mayúscula para entender que se trabaja en estado estacionario. De las Ecs. 4.43 se obtiene: $\vec{U}_s^{(k)} = R_s \vec{I}_s^{(k)} + j\omega_1 L_S \vec{I}_s^{(k)} + j\omega_1 L_M \vec{I}_r^{(k)}$ y recordando que $L_S = L_{fs} + L_M$, queda:

$$\vec{U}_s^{(k)} = R_s \vec{I}_s^{(k)} + j\omega_1 L_{fs} + j\omega_1 L_M \left[\vec{I}_s^{(k)} + \vec{I}_r^{(k)} \right] \quad (4.58)$$

Siguiendo un procedimiento similar en las ecuaciones de tensión del rotor y haciendo igual a cero la tensión se obtiene:

$$0 = \frac{R_r}{s} \vec{I}_r^{(k)} + j\omega_1 L_{fr} \vec{I}_r^{(k)} + j\omega_1 L_M \left[\vec{I}_s^{(k)} + \vec{I}_r^{(k)} \right] \quad (4.59)$$

si se hace:

$$\vec{I}_M = \vec{I}_s^{(k)} + \vec{I}_r^{(k)} \quad (4.60)$$

siendo $\vec{I}_M^{(k)}$ el vector de corriente magnetizante

$$X_{fs} = \omega_1 L_{fs}; \quad X_{fr} = \omega_1 L_{fr}; \quad X_M = \omega_1 L_M \quad (4.61)$$

donde las dos primeras reactancias son las reactancias de dispersión del estator y rotor, respectivamente, y la última la reactancia magnetizante. Se obtiene entonces:

$$\begin{aligned} \vec{U}_s^{(k)} &= R_s \vec{I}_s^{(k)} + jX_{fs} \vec{I}_s^{(k)} + jX_M \vec{I}_M \\ 0 &= \vec{I}_r^{(k)} \frac{R_r}{s} + jX_{fr} + jX_M \vec{I}_M \end{aligned} \quad (4.62)$$

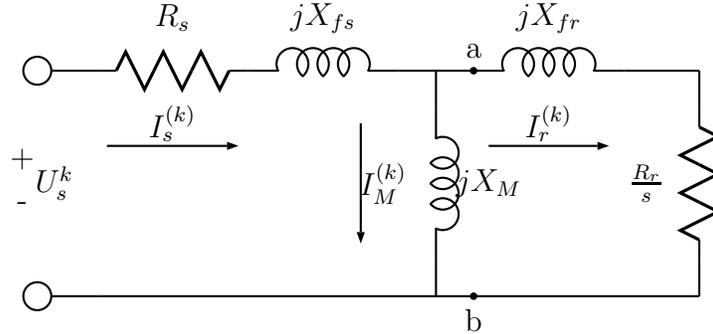


Fig. 4.3: Circuito equivalente del motor de inducción trifásico.

donde s es el deslizamiento del motor.

Con estas ecuaciones se llega al *circuito equivalente del motor de inducción trifásico*, que se muestra en la Fig. 4.3

Para hallar el momento electromagnético en estado estacionario se hace uso de la Ec. 4.38 pero utilizando las cantidades del rotor.

$$m = \frac{3}{2} \Im \left[\vec{\varphi}_r^* \vec{I}_r \right] \quad (4.63)$$

Combinando esta ecuación con las Ecs. 4.60, 4.61 y 4.18 se obtiene la siguiente expresión para el valor absoluto del momento en función del valor efectivo de la corriente del rotor, para una máquina de P polos:

$$M = \frac{3P}{\omega_1} I_r^2 \frac{R_r}{s} = \frac{3}{\omega_s} I_r^2 \frac{R_r}{s} \quad (4.64)$$

La potencia convertida en forma mecánica es:

$$P_{mec} = M\omega_M = M\omega_s(1-s) = 3I_r^2 R_r \frac{(1-s)}{s} \quad (4.65)$$

y la potencia en el eje $P_{eje} = P_{mec} - \Delta p_{mec}$ donde Δp_{mec} son las pérdidas mecánicas de fricción y batimiento y las adicionales. El balance de potencia total del motor de inducción es:

$$P_{entrada} = 3U_f I_s \cos \theta = 3I_s^2 R_s + 3I_r^2 R_r + P_{mec} + \Delta p_{ac} \quad (4.66)$$

donde Δp_{ac} son las pérdidas en el acero, las cuales muchas veces se representan por una resistencia en paralelo con la reactancia magnetizante.

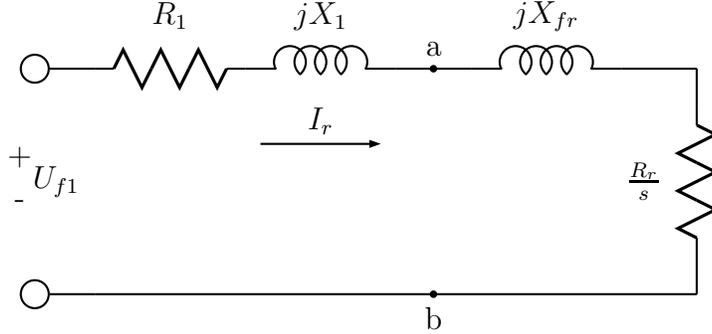


Fig. 4.4: Circuito equivalente de Thevenin del motor de inducción trifásico.

Para obtener la característica del momento en función del deslizamiento se llevarán a cabo algunas transformaciones en el circuito equivalente de la Fig. 4.3. Aplicando el teorema de Thevenin entre los puntos a y b, obteniéndose el circuito de la Fig. 4.4, donde $R_1 + jX_1$ es el resultado de conectar en paralelo $R_s + jX_{fs}$ con jX_M , siendo sus componentes real e imaginaria a:

$$R_1 = \frac{X_M R_s (X_M + X_{fs}) - X_M^2 X_{fs} R_s}{R_s^2 + (X_M + X_{fs})^2} \quad (4.67)$$

$$X_1 = \frac{R_s^2 X_M + X_{fs} X_M^2 (X_M + X_{fs})}{R_s^2 + (X_M + X_{fs})^2}$$

La tensión U_{f1} es el que aparecería entre los puntos a y b si el circuito se abre en ese lugar:

$$\vec{U}_{f1} = \vec{U}_s \frac{jX_M}{R_s + j(X_M + X_{fs})} \quad (4.68)$$

Hallando la corriente en este circuito y sustituyendo en la ecuación de momento 4.64, se obtiene:

$$M = \frac{3}{\omega_s} \left[\frac{U_{f1}^2}{(R_1 + \frac{R_r}{s})^2 + (X_1 + X_{fr})^2} \right] \frac{R_r}{s} \quad (4.69)$$

Si se varía el deslizamiento desde $-\infty$ hasta $+\infty$ y se supone tensión aplicada constante, se obtiene la característica de la Fig. 4.5. En esta figura s_M es el deslizamiento para el momento máximo como motor y s_{MG} el deslizamiento que corresponde al momento máximo como generador. Entre estos

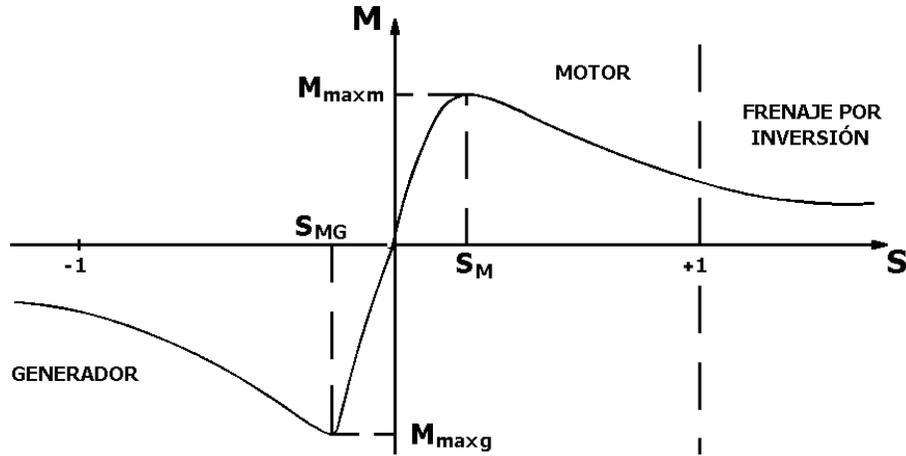


Fig. 4.5: Característica deslizamiento - momento electromagnético del motor de inducción trifásico.

dos valores de deslizamiento se encuentra la *zona de operación estable del motor*. En la Fig. 4.5 también se observan las tres condiciones de operación del motor de inducción, que expresadas en función del deslizamiento son:

- Si: $s < 0, M < 0$ y $\omega > \omega_s$ Operación generadora
- Si: $0 < s < 1, M > 0$ y $(0 < \omega < \omega_s)$ Operación motora
- Si: $s > 1, M > 0$ y $(\omega < 0)$ Frenaje por inversión

Como el momento es proporcional a la potencia consumida en la resistencia $\frac{R_r}{s}$, el momento máximo ocurrirá cuando la potencia consumida por esta resistencia sea máxima, lo que ocurre cuando su valor óhmico es igual al del resto de la impedancia del circuito equivalente, o sea, cuando:

$$\frac{R_r}{s} = \sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_{fr})^2} \quad (4.70)$$

y por tanto

$$s_M = \frac{R_r}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_{fr})^2}} \quad (4.71)$$

como $R_1^2 \ll (X_1 + X_{fr})^2$ entonces $s_M \approx \frac{R_r}{(X_1 + X_{fr})}$ se obtiene el valor del momento máximo:

$$M_{max} = \frac{3U_{f1}^2}{2\omega_S \left[R_1^2 + \sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_{fr})^2} \right]} \quad (4.72)$$

y aproximadamente $M_{max} \approx \frac{3U_{f1}^2}{2\omega_s(X_1+X_{fr})}$ Si se divide 4.69 entre 4.72 se obtiene:

$$\frac{M}{M_{max}} = \frac{2 \left[R_1^2 + \sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_{fr})^2} \right] \frac{R_r}{s}}{(R_1 + \frac{R_r}{s})^2 + (X_1 + X_{fr})^2} \quad (4.73)$$

Utilizando esta expresión y haciendo $a = \frac{R_1}{X_1+X_{fr}}$, se obtiene:

$$\frac{M}{M_{max}} = \frac{2 \left[a + \sqrt{1 + a^2} \right]}{2a + \sqrt{1 + a^2} \left(\frac{s}{s_M} + \frac{s_M}{s} \right)} \quad (4.74)$$

En muchos casos, sobre todo en las máquinas de potencia media y grande, R_1 que es casi igual a la resistencia del estator, es muy pequeña con la resistencia total, y el coeficiente a es despreciable, quedando 4.74 de una forma aproximada, conocida como *fórmula de Kloss*

$$\frac{M}{M_{max}} \approx \frac{2}{\frac{s}{s_M} + \frac{s_M}{s}} \quad (4.75)$$

Por otra parte, en condiciones normales de operación en estado estacionario, el deslizamiento del motor es muy pequeño y por lo tanto se cumple que:

$$\frac{R_r}{s} \gg R_1 \quad y \quad \left(\frac{R_r}{s} \right) \gg (X_1 + X_{fr})^2 \quad (4.76)$$

Teniendo en consideración estas desigualdades queda de esta forma:

$$M \approx \frac{3}{\omega_s} \frac{U_{f1}^2}{R_r} s \quad (4.77)$$

4.3. Determinación de los parámetros eléctricos del modelo

En la deducción llevada a cabo en la Sección 4.2 se supusieron constantes los parámetros resistivos e inductivos del modelo, realmente no es así, algunos de ellos varían con las variables de comportamiento. La resistencia y la reactancia del rotor dependen fuertemente del deslizamiento. Otro parámetro variable es la inductancia o reactancia magnetizante, la cual depende del nivel de saturación del circuito magnético de la máquina [13] [48].

El circuito equivalente del motor de inducción es ampliamente utilizado para la determinación de sus características de comportamiento en estado estacionario y, a partir de los mismos parámetros y sus ecuaciones dinámicas, se determina su comportamiento transitorio [20]. En el análisis del motor en estado estacionario es de gran interés el conocimiento del comportamiento energético de la máquina, es decir, su eficiencia y factor de potencia, lo cual implica la necesidad de conocer esas pérdidas. Las pérdidas de acero pueden considerarse proporcionales al cuadrado de la tensión aunque realmente son proporcionales al cuadrado de la densidad de flujo y, por tanto, una consideración más rigurosa implicaría considerarlas proporcionales a la fuerza electromotriz inducida en el estator. Cuando se desea hacer esto es mejor determinar el valor de una resistencia en paralelo con la rama magnetizante cuyas pérdidas son iguales a las pérdidas de acero. Las pérdidas mecánicas dependen de la velocidad por lo que no se comete mucho error si se suponen directamente proporcionales a la velocidad. Las pérdidas adicionales son extremadamente difíciles de estimar. Las normas europeas las suponen igual a un 0.5 % de la potencia de entrada y las norteamericanas entre el 1 % y el 1.8 %, en dependencia de la potencia del motor.

Existen cuatro métodos generales para la determinación de las características del motor de inducción:

1. *Métodos clásicos de la teoría de control.* Estos métodos han alcanzado un gran desarrollo y son muy exactos pero requieren de instrumentos relativamente complejos y costosos [14] [23] [69].
2. *Métodos basados en los ensayos sin carga.* Se basan en la realización de los ensayos de vacío y rotor bloqueado y la medición de la resistencia del estator por fase. Requieren de una fuente de frecuencia variable [20] [43].
3. *Determinación de los parámetros a partir de la aplicación de un método numérico tal como el de los Elementos Finitos.* Para aplicar este método es necesario conocer todos los datos constructivos del motor incluyendo las características de los aceros y demás materiales que lo componen lo cual, en general, se hace muy complicado [17].
4. *Método basado en el conocimiento de los datos de catálogo.* Este método parte de los datos que aparecen en el catálogo del motor, es el menos

exacto pero es muy sencillo de aplicar y práctico y los errores cometidos muy rara vez invalidan las conclusiones que puedan sacarse de los modelos utilizados partiendo de estos parámetros [11] [18] [22].

4.3.1. Parámetros y datos de catálogo

En la Fig. 4.3 se muestra el circuito equivalente del motor de inducción, donde R_s es la resistencia del estator por fase, X_{fs} es la reactancia de dispersión del estator por fase, X_M es la reactancia magnetizante del estator por fase, X_{fr} es la reactancia de dispersión del rotor referida al estator por fase y R_r la resistencia del rotor referida al estator por fase. En el circuito de la Fig. 4.3 también se aprecian las variables de comportamiento en estado estacionario como el voltaje del estator por fase U_s , la corriente del estator por fase I_s , la corriente magnetizante o de vacío I_M , la corriente del rotor referida al estator I_r y el deslizamiento s .

En este circuito, la potencia por fase que pasa del estator al rotor está dada por la expresión $I_r^2 \frac{R_r}{s}$. Ahora bien, de esta potencia por fase, una parte $I_r^2 R_r$, se convierte en calor en el motor y el resto es el equivalente a la potencia que consume la carga mecánica.

$$P_{cm.fase} = I_r^2 \frac{R_r}{s} - I_r^2 R_r = I_r^2 R_r \frac{1-s}{s} \quad (4.78)$$

En algunos casos es necesario simplificar el circuito, para ese caso se aplica el teorema de Thevenin y se obtiene el circuito mostrado en la Fig. 4.4 junto con las Ecs. 4.67 y 4.68.

Tal como se ha mencionado, el circuito equivalente y el modelo matemático del motor no tienen parámetros constantes y es necesario considerar su variación con las variables de comportamiento. Por otra parte, cuando se utiliza el modelo del motor en estado estacionario para llevar a cabo análisis energéticos, es necesario considerar las pérdidas mecánicas nominales, las pérdidas adicionales nominales y las pérdidas de acero nominales. Estas últimas, en muchos casos se consideran como una resistencia en paralelo con la reactancia magnetizante.

Estos parámetros, que son los necesarios para la solución de los modelos del motor, no son ofrecidos (salvo casos extraordinarios) por ningún fabricante y son ellos los que determinan los datos de catálogo del motor los cuales sí pueden obtenerse de cualquier fabricante. Existiendo una relación entre

los parámetros y los datos de catálogo, es posible determinar los primeros a partir de los segundos. Los datos de catálogo necesarios en este caso son:

- La potencia nominal en W, P_n
- La velocidad nominal en r/min, n_n
- La tensión nominal en V, U_n
- La corriente nominal del estator en A, I_n
- La frecuencia nominal en Hz, f_n
- La eficiencia nominal en %, η_n
- El factor de potencia nominal, f_{pn}
- La corriente de arranque por unidad de la corriente nominal, I_a
- El par o momento de arranque por unidad del par nominal, M_a
- El par o momento máximo por unidad del par nominal, M_{max}
- La inercia del motor en kgm^2 , J_m

Los parámetros y constantes calculados por el presente método son los siguientes:

- Constante K_1 de resistencia, Ω
- Constante K_2 de resistencia, Ω
- Constante K_3 de inductancia, H
- Constante K_4 de inductancia, H
- Inductancia magnetizante, L_m , H
- Inductancia de dispersión del estator, L_{fs} , H
- Resistencia del estator, R_s , Ω
- Inercia de carga nominal, J_c , kgm^2

Las constantes K_1 y K_2 se emplean para calcular las resistencias del rotor en función del deslizamiento, mientras que las constantes K_3 y K_4 se emplean para calcular la inductancia del rotor, las inductancias magnetizante y de dispersión del estator se emplean para calcular las inductancias del estator y mutua. La inercia de carga nominal se emplea a su vez para resolver la ecuación mecánica del motor. A continuación se explicará y justificará el cálculo de cada uno de los parámetros y constantes.

4.3.2. Resistencia del rotor

Una alta resistencia en el rotor aumenta las pérdidas de cobre y disminuye la eficiencia del motor, por otra parte, una baja resistencia del rotor hace que el factor de potencia del rotor en el arranque sea bajo (predomina la reactancia sobre la resistencia). Esto hace que la componente de corriente del rotor en fase con la fuerza electromotriz inducida en el rotor sea baja. Esta componente es la que determina el par de arranque, por tanto, un bajo valor de resistencia del rotor da lugar a un bajo par de arranque lo que puede provocar que el motor no sea capaz de poner en movimiento a su carga al conectarse a la red. Por otra parte, una resistencia del rotor baja provoca una corriente de arranque mayor lo cual también es perjudicial.

Los diseñadores de motores han resuelto esta situación con dos métodos:

1. El motor de doble jaula.
2. El motor de jaula de ranura profunda.

El primer método consiste en ubicar en el rotor dos jaulas: una de alta resistencia y baja reactancia de dispersión que trabaja en el arranque y otra de baja resistencia y alta reactancia de dispersión que opera en condiciones nominales.

El método más usado es el segundo que consiste en ranurar las barras del rotor con forma alargada y estrecha que acentúa el denominado Efecto Pelicular (*Skin Effect*) [20]. Este efecto es la tendencia de una corriente alterna de distribuirse en un conductor de tal forma que la densidad de corriente en la superficie es mayor que en su centro, es decir, la corriente eléctrica tiende a fluir sobre la “piel” del conductor. El efecto pelicular causa que la resistencia efectiva del conductor se incremente con la frecuencia de la corriente. A corriente continua y a frecuencias muy bajas, prácticamente, este fenómeno no existe.

Cuando el motor arranca y la velocidad es cero, la frecuencia de la corriente que circula por las barras del rotor es igual a la de alimentación y es cuando el efecto pelicular es más acentuado, haciendo que, en este instante del arranque, la resistencia del rotor sea alta. Ahora bien, cuando el motor acelera y alcanza una velocidad nominal, el deslizamiento es muy bajo y la frecuencia del rotor, que es igual a $f_2 = sf_1$, es muy baja de alrededor de 2 ó 3Hz, haciendo que prácticamente no exista tal efecto, garantizando de esta forma una baja resistencia y una eficiencia mayor en operación normal.

Por otra parte, la jaula del rotor de un motor de inducción está compuesta de dos partes: las barras propiamente dichas y los anillos que las unen y sostienen (ver Fig. 3.6). El efecto pelicular sólo ocurre en las barras, no así en los anillos, esto hace que la expresión para la resistencia del rotor deba tener dos componentes: una constante que corresponde a los anillos y otra, función de la frecuencia del rotor que corresponde a las barras. Esta última parte es mejor ponerla en función del deslizamiento (recuérdese que la frecuencia del rotor y el deslizamiento son proporcionales), según [43] esta parte es proporcional a la raíz cuadrada de la frecuencia del rotor y, por tanto, proporcional a la raíz cuadrada del deslizamiento.

Por tanto, la expresión de la resistencia del rotor en función del deslizamiento toma la siguiente forma:

$$R_r(s) = K_1 + K_2\sqrt{s} \tag{4.79}$$

El parámetro resistencia del rotor, debido a su variación, tiene dos parámetros K_1 y K_2 . Para calcularlos, deben determinarse dos valores de resistencia del rotor diferentes: la resistencia en condiciones normales de operación, R_{rn} y, la resistencia en el arranque R_{rk} . Como en el arranque el deslizamiento es igual a uno y en condiciones normales de operación es igual al deslizamiento nominal, s_n , pueden plantearse dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$\begin{aligned} R_{rn} &= K_1 + K_2\sqrt{s_n} \\ R_{rk} &= K_1 + K_2 \end{aligned} \tag{4.80}$$

resolviendo este sistema de ecuaciones se obtiene:

$$\begin{aligned} K_1 &= \frac{R_{rn} - \sqrt{s_n}R_{rk}}{1 - \sqrt{s_n}} \\ K_2 &= \frac{R_{rk} - R_{rn}}{1 - \sqrt{s_n}} \end{aligned} \tag{4.81}$$

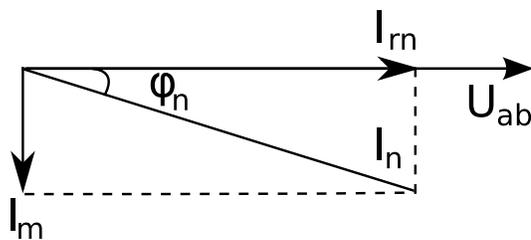


Fig. 4.6: Diagrama fasorial aproximado del circuito equivalente mostrado en la Fig. 4.3.

De la Ec. 4.78, la potencia que se transforma en mecánica en condiciones nominales es:

$$P_n = 3I_{rn}^2 R_{rn} \frac{1 - s_n}{s_n} \quad (4.82)$$

en esta ecuación el número tres es porque el circuito equivalente es por fase y el motor tiene tres fases.

En el circuito de la Fig. 4.3, la caída de tensión en la rama $R_s + jX_{fs}$ en condiciones nominales es despreciable, por lo tanto, el voltaje en el estator U_s es aproximadamente igual al voltaje entre los puntos a y b del mismo circuito. También se cumple que $\frac{R_{rn}}{s_n}$ (resistencia del rotor en condición nominal) es mucho mayor que X_r . Esto provoca que la corriente del rotor I_r esté prácticamente en fase con el voltaje entre los puntos a y b y que pueda utilizarse el diagrama fasorial de la Fig. 4.6.

Del diagrama fasorial puede despejarse la corriente nominal del rotor en función de la corriente nominal (que es la del estator) y el factor de potencia nominal $f_{pn} = \cos(\varphi_n)$:

$$I_{rn} \approx I_n \cos(\varphi_n) \quad (4.83)$$

Sustituyendo 4.83 en 4.82 y despejando la resistencia del rotor en condiciones nominales se obtiene:

$$R_{rn} = \frac{s_n P_n}{3(1 - s_n)(I_n f_{pn})^2} \quad (4.84)$$

donde s_n es el deslizamiento nominal calculado como: $s_n = \frac{n_s - n_m}{n_s}$ y, n_s es la velocidad síncrona que es función de la frecuencia nominal y número de polos del motor: $n_s = \frac{120f_n}{\text{polos}}$.

Para determinar la resistencia del rotor en el arranque, se parte de la expresión del par electromagnético, el cual se puede considerar igual al par

mecánico de la carga si se desprecian las pérdidas mecánicas, debido a que estas son muy pequeñas en condiciones nominales. Entonces puede plantearse la siguiente expresión para el par nominal:

$$T_n = \frac{3}{\omega_s} I_{rn}^2 \frac{R_{rn}}{s_n} \quad (4.85)$$

donde ω_s es la velocidad síncrona en radianes por segundo, dada por: $\omega_s = \frac{2\pi}{60} n_s$. La expresión para el par de arranque es entonces (el deslizamiento en el arranque es igual a uno):

$$T_{arr} = \frac{3}{\omega_s} I_{arr.r}^2 R_{rk} \quad (4.86)$$

donde $I_{arr.r}$ es la corriente del rotor en el arranque. Dividiendo 4.86 entre 4.85 se obtiene:

$$\frac{T_{arr}}{T_n} = \left(\frac{I_{arr.r}}{I_{rn}} \right)^2 \frac{R_{rk}}{R_{rn}} s_n \quad (4.87)$$

El término de la izquierda es el par en el arranque, un dato que proporciona el catálogo. Dado que en el arranque la corriente magnetizante es muy baja respecto a las corrientes del rotor y estator, es posible realizar la siguiente aproximación:

$$M_a = I_a^2 \frac{R_{rk}}{R_{rn}} s_n \quad (4.88)$$

de esta ecuación se despeja la resistencia del rotor en el arranque:

$$R_{rk} = R_{rn} \frac{M_a}{I_a^2 s_n} \quad (4.89)$$

Como se aprecia, una vez calculada la resistencia del rotor en condiciones nominales y, junto con el deslizamiento nominal, la corriente de arranque y el par de arranque, es posible determinar la corriente del rotor en el arranque. Finalmente, las resistencias del rotor en condiciones nominales y en el arranque son utilizadas para resolver el sistema de ecuaciones Ec. 4.81 y obtener así los constantes $K1$ y $K2$.

4.3.3. Reactancias de dispersión

Cuando hay acoplamiento magnético entre dos enrollados, la mayor parte del flujo magnético producido por la corriente en uno de ellos se induce en

el otro, ahora bien, hay una parte del flujo que nunca llega al otro enrollado, este es el denominado *Flujo de Dispersión*.

Como existe flujo de dispersión tanto en el estator como en el rotor, existe una reactancia de dispersión en el estator y una en el rotor que son las que aparecen en los circuitos equivalentes de la Fig. 4.3 con las denominaciones X_{fs} y X_{fr} . Debido al estrecho acoplamiento magnético entre el estator y el rotor, es muy difícil separar mediante ensayos o cálculos estos dos parámetros y suele trabajarse con la denominada *Reactancia de Dispersión Total* X_{cc} :

$$X_{cc} = X_{fs} + X_{fr} \quad (4.90)$$

En los motores de propósito general suele suponerse que el 40 % de la reactancia corresponde a la del estator y el 60 % a la del rotor [20].

El efecto pelicular afecta también a la reactancia pero en sentido contrario, es decir, a mayor frecuencia menor reactancia y viceversa, por lo tanto, en el arranque la reactancia de dispersión del rotor es pequeña y en operación normal mas grande. Dado el estrecho acoplamiento entre rotor y estator, se considerará de forma conjunta la variación de la reactancia del estator y la del rotor (aunque se sabe que esta última varía mucho más). De acuerdo a lo anterior, la reactancia de dispersión total puede plantearse en función del deslizamiento de la siguiente forma [43]:

$$X_{cc}(s) = K_{x1} + \frac{K_{x2}}{\sqrt{s}} \quad (4.91)$$

La variación de los parámetros de reactancia de dispersión pueden calcularse por medio del par máximo M_{max} , Ec. 4.72 y la corriente de arranque. Como en el arranque la corriente del rotor es mucho mayor que la magnetizante, la rama de esta corriente puede despreciarse, por lo que la ecuación de arranque sería:

$$I_{arr} = \frac{U_s}{\sqrt{(R_r + R_r)^2 + X_{cck}^2}} \quad (4.92)$$

donde $X_{cck} = X_s + X_{rk}$ es la reactancia de dispersión en el arranque y X_{rk} es la reactancia de dispersión del rotor en el arranque.

Debe señalarse que, a diferencia del caso de la resistencia del rotor que se tomaban como puntos de operación la condición nominal y la de arranque, en el caso de la reactancia de dispersión, es necesario tomar la condición de par máximo y la de arranque, ya que la reactancia total que aparece en la Ec. 4.72 ocurre al par máximo y no al nominal. Es, por tanto, necesario

determinar una expresión para el deslizamiento al cual ocurre el par máximo s_m . En [34] se deduce la fórmula de Kloss:

$$\frac{T_{em}}{T_{max}} = \frac{2(1 + s_m)}{\frac{s}{s_m} + \frac{s_m}{s} + 2s_m} \quad (4.93)$$

sustituyendo el deslizamiento, s , por el deslizamiento nominal, s_n , y el par electromagnético, T_{em} , por el par nominal, T_n , e invirtiendo la ecuación anterior se obtiene:

$$M_{max} = \frac{T_{max}}{T_n} = \frac{\frac{s_n}{s_m} + \frac{s_m}{s_n} + 2s_m}{2(1 + s_m)} \quad (4.94)$$

de esta expresión se despeja el deslizamiento para el par máximo obteniéndose:

$$s_m = s_n \frac{M_{max} + \sqrt{M_{max}^2 - (1 + 2s_n - 2M_{max}s_n)}}{1 + 2s_s - 2M_{max}s_n} \quad (4.95)$$

de aquí se desprende que es posible calcular el deslizamiento para el par máximo con sólo dos datos de catálogo: la velocidad nominal y el par máximo.

El momento máximo ocurrirá cuando la potencia consumida por la resistencia $\frac{R_r}{s}$ sea máxima, lo cual ocurre cuando su valor sea igual al resto de la impedancia del circuito, de la Ec. 4.70:

$$\frac{R_{rsm}}{s_m} = \sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_{fr}^2)} \approx \sqrt{X_{cc}^2 + R_1^2} \quad (4.96)$$

donde $R_{rsm} = K_1 + K_2\sqrt{s_m}$ es la resistencia del rotor que corresponde al deslizamiento del par máximo. En esta misma expresión, la reactancia de dispersión total, X_{cc} , es mucho mayor que la resistencia equivalente, R_1 , pudiéndose omitir esta última y plantear entonces como expresión para la reactancia de dispersión total para el deslizamiento máximo la siguiente:

$$X_{ccsm} = \frac{R_{rsm}}{s_m} \quad (4.97)$$

Suponiendo, como se planteó anteriormente, que el 40 % de esta reactancia corresponde al estator y el resto al rotor, se puede llevar a cabo la división tanto para la reactancia de dispersión total a deslizamiento máximo como para la correspondiente al arranque:

$$\begin{aligned} X_{fs} &= 0.4X_{cc} \\ X_{fr} &= 0.6X_{cc} \end{aligned} \quad (4.98)$$

La Ec. 4.92 puede llevarse a corriente de arranque por unidad de corriente nominal por medio de:

$$\frac{I_{arr}}{I_n} = \frac{\frac{U_s}{U_{nf}} U_{nf}}{I_n \sqrt{(R_s + R_{rk})^2 + X_{cck}^2}} = \frac{\frac{U_s}{U_{nf}}}{\sqrt{\left(\frac{R_s + R_{rk}}{Z_b}\right)^2 + \left(\frac{X_{cck}}{Z_b}\right)^2}} \quad (4.99)$$

donde $Z_b = \frac{U_{nf}}{I_n}$ es la impedancia base igual a la relación entre la tensión de fase y la corriente de fase nominal, igual a la de línea si se supone al motor conectado en Y (si no lo está puede suponerse una estrella equivalente). Si la tensión es igual a la nominal U_s/U_{nf} es igual a 1 y entonces:

$$I_a = \frac{1}{\sqrt{(R_s + R_{rk})_{pu}^2 + (X_{cck})_{pu}^2}} \quad (4.100)$$

despejando la reactancia de dispersión total (expreda de manera adimensional) se obtiene:

$$X_{cck.pu} = \sqrt{\frac{1}{I_a^2} - (R_s + R_{rk})_{pu}^2} \quad (4.101)$$

multiplicando por la impedancia base se obtiene su valor en ohms

$$X_{cck} = X_{cck.pu} Z_b \quad (4.102)$$

Aplicando Ec. 4.97 y Ec. 4.102 a Ec. 4.91 se obtienen las dos ecuaciones con dos incógnitas correspondientes a la reactancia de dispersión del rotor:

$$\begin{aligned} X_{ccsm} &= K_{x1} + \frac{K_{x2}}{\sqrt{s_m}} \\ X_{cck} &= K_{x1} + K_{x2} \end{aligned} \quad (4.103)$$

resolviendo para K_{x1} y K_{x2} :

$$\begin{aligned} K_{x1} &= \frac{X_{cck} - \sqrt{s_m} X_{ccsm}}{1 - \sqrt{s_m}} \\ K_{x2} &= \frac{\sqrt{s_m} (X_{ccsm} - X_{cck})}{1 - \sqrt{s_m}} \end{aligned} \quad (4.104)$$

Debido a lo planteado anteriormente, que el 60% por ciento de la reactancia de dispersión total corresponde al rotor, esta misma proporción corresponde a las constantes empleadas para el cálculo de las inductancia del

rotor en el algoritmo computacional, como se apreciará es la Sección 4.4, por lo que las constantes K_3 y K_4 son entonces:

$$\begin{aligned} K_3 &= 0.6 K_{x1} \\ K_4 &= 0.6 K_{x2} \end{aligned} \tag{4.105}$$

4.3.4. Reactancia magnetizante

La reactancia magnetizante X_m es la que corresponde al flujo mutuo, por ella circula la corriente magnetizante I_m según puede verse en el circuito equivalentes de la Fig. 4.3, su expresión es:

$$X_m = \frac{U_{abn}}{I_m} \tag{4.106}$$

donde U_{abn} es el voltaje entre los puntos a y b del circuito equivalente en condiciones nominales:

$$U_{abn} = U_{nf} - I_n(R_s + jX_s) \tag{4.107}$$

donde X_{fs} es la reactancia de dispersión del esator en condiciones nominales, la cual, según la Ec. 4.91 y la división de reactancias planteada (Ec. 4.98) es igual a: $X_{fs} = 0.4 \left(K_{x1} + \frac{K_{x2}}{\sqrt{s_n}} \right)$.

El voltaje entre los puntos a y b es posible aproximarlo a:

$$U_{abn} \approx U_n - R_s I_n \cos(\varphi_n) - X_{fs} I_n \sin(\varphi_n) \tag{4.108}$$

o expresado en función del factor de potencia que es un dato de catálogo como:

$$U_{abn} \approx U_n - R_s I_n f_{pn} - X_s I_n \sqrt{1 - f_{pn}^2} \tag{4.109}$$

La corriente magnetizante en condiciones nominales, I_m puede calcularse a partir de la Fig. 4.6 y la Ec. 4.83:

$$I_m = \sqrt{I_n^2 - I_m^2} \tag{4.110}$$

Se ha explicado el cálculo de las reactancias para el caso de trabajar a frecuencia constante, si la operación es a frecuencia variable deben calcularse las inductancias, dividiendo las reactancias entre $2\pi f_n$.

4.3.5. Resistencia del estator

Para el cálculo de la resistencia del estator se determinarán primero las pérdidas de cobre en el estator a partir de un balance de potencia en el motor empleando la expresión siguiente:

$$p_{cobsn} = \Sigma \text{perdidas}_n - (p_{cobr_n} + p_{acn} + p_{mecn} + p_{adn}) \quad (4.111)$$

En esta expresión, p_{consn} , son las pérdidas de cobre nominales en el estator, p_{cobr_n} son las pérdidas de cobre nominales en el rotor, p_{acn} las pérdidas de acero nominales, p_{mecn} las pérdidas mecánicas nominales, p_{adn} las pérdidas adicionales o indeterminadas nominales y, $\Sigma \text{perdidas}_n$ la suma de todas las pérdidas existentes en el motor en condiciones nominales, las cuales se calculan con la expresión:

$$\Sigma \text{perdidas}_n = P_{enn} - P_n \quad (4.112)$$

donde P_{enn} es la potencia nominal de entrada dada por:

$$P_{enn} = \sqrt{3}U_n I_n f_{pn} \quad (4.113)$$

Las pérdidas de cobre en el rotor se calculan con la expresión siguiente:

$$p_{cobr_n} = 3I_{rn}^2 R_{rn} \quad (4.114)$$

Las pérdidas de acero nominales, p_{acn} , están entre un 15 % y un 20 % de la sumatoria total de pérdidas [20] [34] [43], se supondrán un 20 % para motores menores de 15kW, un 18 % para motores entre 15 y 100 kW y un 15 % para motores mayores de 100 kW. Las pérdidas mecánicas, p_{mecn} , nominales son siempre algo menores que las de acero, se supondrán siempre las $\frac{3}{4}$ partes de las de acero. Las pérdidas adicionales, p_{adn} , se determinarán siguiendo las normas de la IEEE [26], o sea, se considerarán un 1.8 % de la potencia nominal para motores menores de 90kW, un 1.5 % para motores entre 90kW y 375kW, un 1.2 % para motores entre 375kW y 1850kW y, un 0.9 % para motores mayores.

Una vez obtenidas las pérdidas de cobre nominales en el estator, la resistencia del estator se calcula mediante la expresión:

$$R_s = \frac{p_{cobsn}}{3I_n^2} \quad (4.115)$$

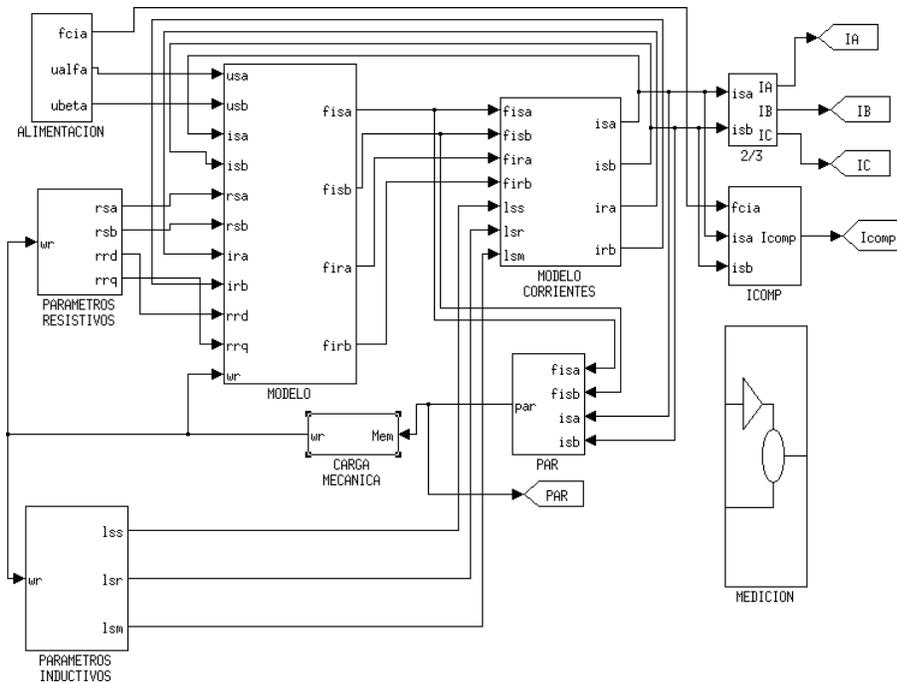


Fig. 4.7: Algoritmo computacional para la simulación del modelo implementado en Simulink de Matlab.

4.4. Algoritmo computacional para la simulación del modelo

El algoritmo computacional fue programado en Simulink de Matlab y toma como entradas los parámetros calculados a partir de datos de catálogo (ver Sección 4.3) y como salida entrega las corrientes de las tres fases, el valor efectivo de las corrientes, el par electromagnético y velocidad del rotor. Además, este algoritmo computacional incorpora dentro del modelo la capacidad de simular tres fallas: desbalance en la alimentación, corto circuito en el bobinado del rotor y rotura de barras del rotor.

El diagrama a bloques del algoritmo se presenta en la Fig. 4.7. La resolución del modelo, como puede apreciarse en la figura, está compuesto de varios bloques que resuelven las ecuaciones derivadas del modelo matemático (ver Sección 4.2), de tal forma que el bloque “PARAMETROS RESISTIVOS” calcula la resistencia del rotor a partir de las constantes K_1 y K_2 , además

de calcular del corto circuito en el bobinado del rotor, la Fig. 4.8 muestra el interior del bloque. El bloque “PARAMETROS INDUCTIVOS” calcula las inductancia del rotor a partir de las constantes K_3 y K_4 , las inductancias del estator y mutua se calculan a partir la inductancia magnetizante y de dispersión del estator, la Fig. 4.9 muestra el interior del bloque. El bloque “ALIMENTACIÓN” se encarga de realizar la transformación de un sistema trifásico a uno bifásico, cuyo efecto es del trifásico original (Ec. 4.50), mientras que el bloque “2/3” realiza la operación contraria (Ec. 4.51). El bloque “MODELO CORRIENTE” resuelve las ecuaciones Ec. 4.46 que expresa las corrientes de rotor y estator en el sistema bifásico $\alpha\beta$ en función de los flujos inducidos y de las inductancias. El bloque “MODELO” resuelve el sistema de ecuaciones mostrado en Ec. 4.43. La ecuación mecánica (Ec. 4.47) se resuelve en los bloques “PAR” y “CARGA MECANICA”. Finalmente, el bloque “ICOMP” calcula el valor efectivo de las dos corrientes en el sistema bifásico, i_α e i_β , mediante la Ec. 4.116 que como puede apreciarse hace uso del sistema de referencia síncrono.

$$I_{eficaz} = \frac{[(i_{s\beta} \sen(2\pi ft) + i_{s\alpha} \cos(2\pi ft))^2 + (i_{s\beta} \cos(2\pi ft) - i_{s\alpha} \sen(2\pi ft))^2]}{\sqrt{2}} \quad (4.116)$$

Nótese la exhaustiva realimentación entre bloques y, por lo tanto, la actualización de variables y parámetros del motor. Es de esta forma que se logra la incorporación del comportamiento de las resistencia del rotor y de las inductancias en función del deslizamiento en el algoritmo computacional.

La introducción de los parámetros en el modelo creado en Simulink de Matlab es a través de cuadros de diálogo como los mostrados en en Fig. 4.10. Para automatizar simulaciones de distintos motores bajo distintas condiciones de operación, (corto circuito, rotura de barras, desbalance) es posible crear *scripts* en Matlab que actualicen los parámetros e inicien la simulación.

4.4.1. Modelo de bobinado en corto circuito. Falla interna

Para tener en cuenta las espiras en corto circuito se supone que éstas provocan una disminución de la resistencia del estator proporcional al número de espiras. Se selecciona la fase A que coincide con la fase α al hacer la transformación de un sistema trifásico a uno bifásico. Es decir, la resistencia

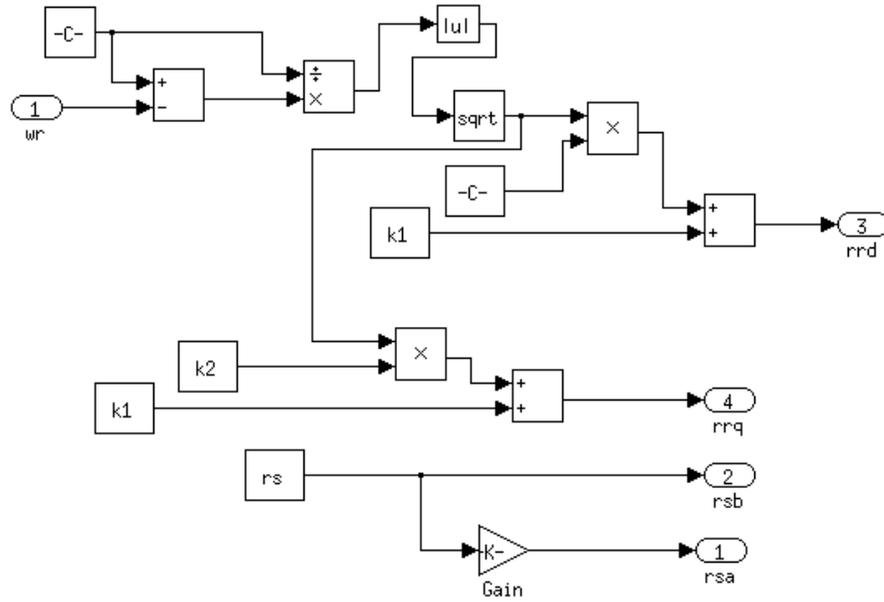


Fig. 4.8: Interior del bloque “PARAMETROS RESISTIVOS” implementado en Simulink de Matlab.

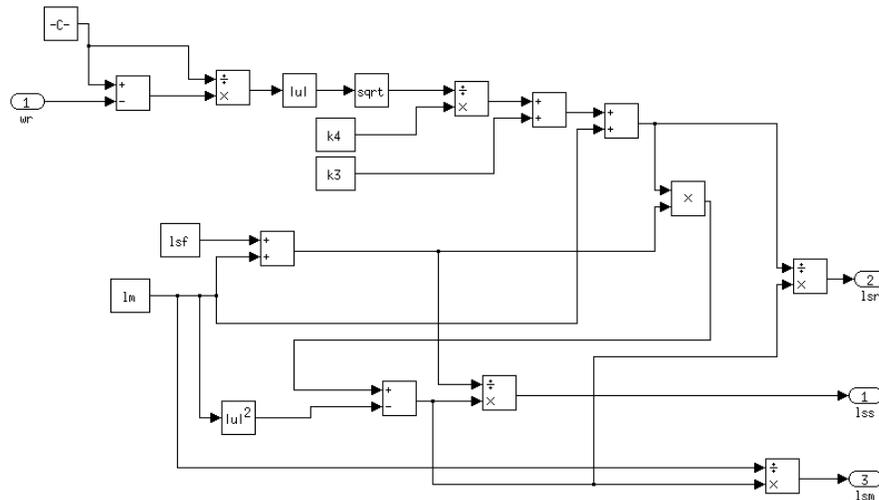


Fig. 4.9: Interior del bloque “PARAMETROS INDUCTIVOS” implementado en Simulink de Matlab.

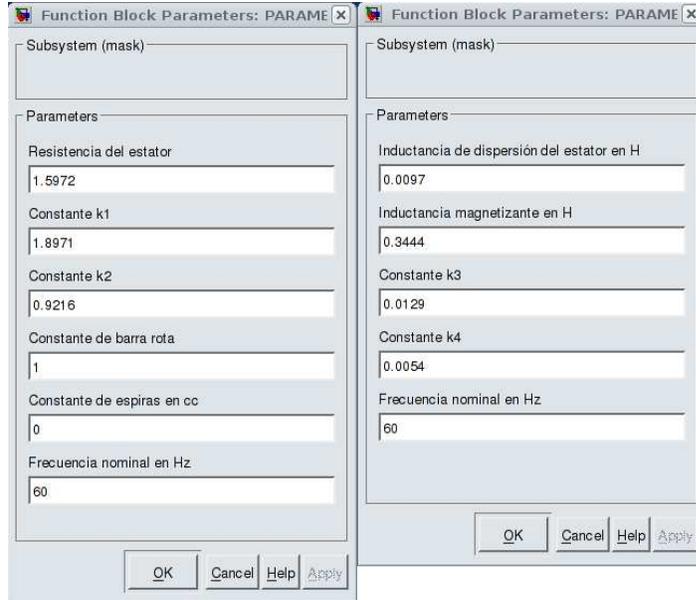


Fig. 4.10: Cuadros de diálogo para la introducción de parámetros al modelo en Simulink.

de esta fase es igual a:

$$R_{s\alpha} = (1 - ecc)R_s \quad (4.117)$$

donde ecc es el porcentaje del número de espiras en corto circuito. Las ecuaciones del voltaje del estator quedan entonces de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} u_{s\alpha} &= R_{s\alpha}i_{s\alpha} + \frac{d\varphi_{s\alpha}}{dt} \\ u_{s\beta} &= R_s i_{s\beta} + \frac{d\varphi_{s\beta}}{dt} \end{aligned} \quad (4.118)$$

el resto de las ecuaciones permanece igual, ignorando el efecto de la espira en corto circuito sobre la reactancia de dispersión el cual es mucho más pequeño que el de la resistencia.

4.4.2. Modelado de barra de rotor rota. Falla interna

El modelo se basa en el sistema vectorial bifásico y, se supone que la rotura de la barra o barras provoca que la resistencia en uno de los ejes sea

mayor que en el otro. El eje α del rotor se sitúa precisamente en el eje de simetría del rotor, esto provoca que la resistencia del rotor según este eje sea mayor que la del eje β .

$$R_{r\alpha} > R_{r\beta} \quad (4.119)$$

Las ecuaciones del modelo son entonces las siguientes:

$$\begin{aligned} u_{s\alpha} &= R_s i_{s\alpha} + \frac{d\varphi_{s\alpha}}{dt} \\ u_{s\beta} &= R_s i_{s\beta} + \frac{d\varphi_{s\beta}}{dt} \\ 0 &= R_{r\alpha} i_{s\alpha} + \frac{d\varphi_{r\alpha}}{dt} + \frac{2}{P} \omega_m \varphi_{r\beta} \\ 0 &= R_{r\beta} i_{s\beta} + \frac{d\varphi_{r\beta}}{dt} + \frac{2}{P} \omega_m \varphi_{r\alpha} \end{aligned} \quad (4.120)$$

Las expresiones de la resistencia del rotor son:

$$\begin{aligned} R_{r\alpha} &= K_1 + K_{rb} K_2 \sqrt{s} \\ R_{r\beta} &= K_1 + K_2 \sqrt{s} \end{aligned} \quad (4.121)$$

La constante K_{rb} expresa el aumento de la resistencia del rotor en el eje α debido a la rotura de la barra. Obsérvese que se sitúa sólo en la parte que corresponde a la barra que es la variable con el deslizamiento y no en la parte constante K_1 que es la que corresponde a los anillos del rotor. Se le denominará *Constante de Rotura de Barra*.

En cuanto a las inductancias, para simplificar el análisis se supone que no varían con la rotura de barras y que la de dispersión del estator y la magnetizante son constantes. La de dispersión del rotor se supone que sólo varía con el deslizamiento.

4.4.3. Desbalance en la alimentación. Falla externa

Para provocar el desbalance en la alimentación es necesario variar el voltaje de entrada en el módulo de alimentación del programa de simulación en Matlab. Por lo común, se elige la fase A de alimentación por coincidir ésta con la fase α del sistema de coordenada transformado, es decir, el sistema

bifásico transformado quedaría de la siguiente manera:

$$u_{s\alpha} = \frac{2}{3} \left[(u_{as} + u_{des}) - \frac{1}{2}u_{bs} - \frac{1}{2}u_{cs} \right] \quad (4.122)$$

$$u_{s\beta} = \frac{\sqrt{3}}{2} (u_{bs} - u_{cs})$$

donde u_{des} es el voltaje de desbalance que bien puede ser positivo o negativo.

4.5. Validación del algoritmo computacional de simulación del modelo, con distintas condiciones iniciales

Para la validación del algoritmo se tomará como ejemplo un motor con las siguientes características:

Potencia nominal:	2.2 kW
Tensión nominal:	220 V
Frecuencia nominal:	60 Hz
Número de polos:	4
Corriente nominal:	8.2 A
Velocidad nominal:	1740 rpm
Par nominal:	12.07 Nm
Eficiencia nominal:	87.5 %
Factor de potencia:	0.82
Corriente de arranque:	7.56 veces la corriente nominal
Par de arranque:	2.6 veces el par nominal
Par máximo:	3 veces el par nominal
Momento de inercia:	0.005 kgm^2

Las pruebas de validación consisten en someter al motor a distintas condiciones iniciales: arranque a carga nominal, a media carga y a vacío. También se presentan pruebas de variación de carga una vez que es alcanzada la velocidad de operación: operación a media carga y aumento a carga nominal, operación a carga nominal y disminución a media carga.

Para comprender el comportamiento del motor en las distintas condiciones de operación antes citadas es preciso remitirnos a la ecuación que describe

su comportamiento mecánico, Ec. 4.47:

$$\frac{3P}{2} \frac{P}{2} (\varphi_{s\alpha} i_{s\beta} - \varphi_{s\beta} i_{s\alpha}) = J \frac{2}{P} \frac{d\omega_r}{dt} + m_{mec}(\omega_r) \quad (4.123)$$

el lado izquierdo de la ecuación representa el momento electromagnético, M_{em} , y el lado derecho la ecuación mecánica de movimiento, ecuaciones Ec. 4.33 a Ec. 4.39. Donde P es el número de polos, φ_{sx} e i_{sx} representan los flujos inducidos y las corrientes en el estator en el sistema bifásico $\alpha\beta$, J es la inercia total del motor y su carga, ω_r es la velocidad angular del rotor y m_{mec} es el momento mecánico de la carga.

La solución de esta ecuación, tal y como se resuelve en el bloques “PAR” y “CARGA MECANICA” del algoritmo computacional es de la siguiente forma:

$$\omega_r = \frac{P}{2} \frac{1}{J} \int (M_{em} - M_{mec}(\omega_r)) dt \quad (4.124)$$

A partir de esta ecuación, si el momento mecánico varía en un rango de cero (arranque a vacío) a carga nominal alterará de forma proporcional la velocidad del rotor, ω_r . Como ha quedado establecido en la Sección 4.3, la resistencia del rotor esta en función de deslizamiento, Ec. 4.79, y este en función de la velocidad del rotor Ec. 3.3, por lo que una variación de la velocidad del motor provocará también una variación en la resistencia del rotor, alterando la solución de la Ec. 4.44, resuelta en el bloque “MODELO” y, por lo tanto la Ec. 4.46, bloque “MODELO CORRIENTES”.

Así, una alteración a la carga mecánica, propiciará una variación de la velocidad y corrientes de consumo así como también del tiempo de establecimiento del motor con respecto al funcionamiento nominal.

4.5.1. Prueba 1. Arranque a carga nominal

La presente prueba muestra el comportamiento del motor a condiciones nominales, con par de carga nominal e inercia de carga nominal, pudiéndose observar que el tiempo de establecimiento del motor es aproximadamente 6 segundos y su velocidad de operación y corriente de consumo son las especificadas por el fabricante, 1758 rpm y 8.2 A. La Fig. 4.11 muestra la velocidad del motor mientras que la Fig. 4.12 el comportamiento del valor efectivo de las corrientes.

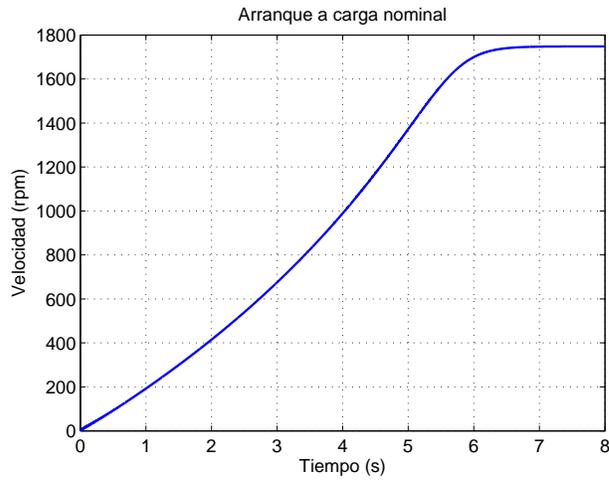


Fig. 4.11: Comportamiento de la velocidad con arranque a carga nominal

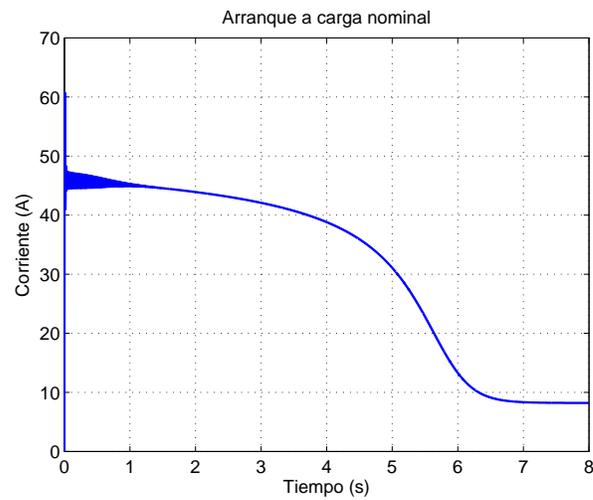


Fig. 4.12: Comportamiento del valor efectivo de las corrientes con arranque a carga nominal

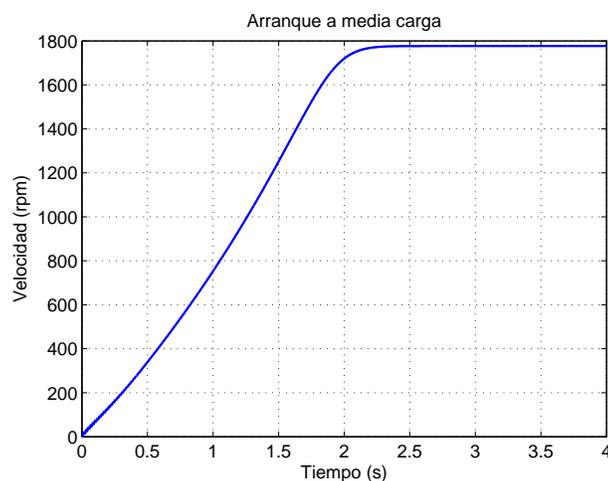


Fig. 4.13: Comportamiento de la velocidad con arranque a media carga del valor nominal

4.5.2. Prueba 2. Arranque a media carga

Esta prueba muestra el comportamiento del motor con arranque a media carga del valor nominal, es decir, con medio par nominal y media inercia de carga nominal (suponiendo que la inercia de la carga es proporcional al par). Se observa una disminución del tiempo de establecimiento comparándolo con el motor operando a condiciones nominales y una disminución del consumo de corriente a 5.248 A y aumento de velocidad a 1777 rpm, todo esto debido a la disminución de la carga. La Fig. 4.13 muestra la velocidad del motor mientras que la Fig. 4.14 el comportamiento del valor efectivo de las corrientes.

4.5.3. Prueba 3. Arranque a vacío

Esta prueba muestra el comportamiento del motor con arranque a vacío, es decir, sin par de carga e inercia de carga, únicamente la inercia propia del motor. Se puede apreciar un incremento súbito de la velocidad que supera a la síncrona con un sobrepaso y se estabiliza casi en el valor de velocidad síncrona, también se aprecia una disminución considerable de la corriente de consumo y del tiempo de establecimiento. La corriente de consumo para esta condición de operación en el motor se conoce como *corriente de vacío* y algunos fabricantes pueden o no proporcionarla, para este motor su corriente

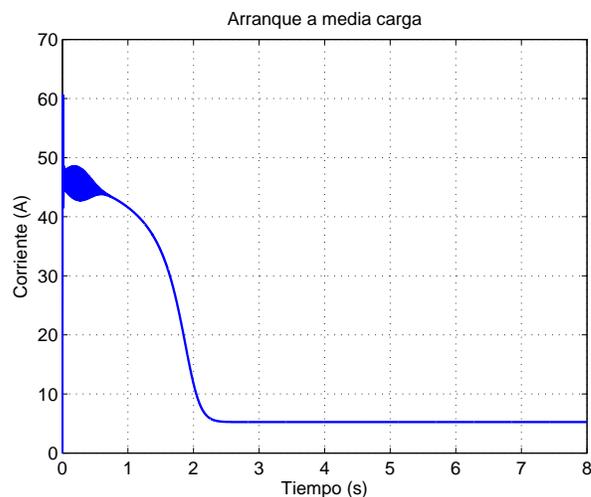


Fig. 4.14: Comportamiento del valor efectivo de las corrientes con arranque a media carga del valor nominal

de vacío es de 3.8 A, que es la especificada por el fabricante. La Fig. 4.15 muestra la velocidad del motor mientras que la Fig. 4.16 el comportamiento del valor efectivo de las corrientes.

4.5.4. Prueba 4. Operación a media carga y aumento a carga nominal

Esta prueba muestra el comportamiento del motor operando a media carga con un aumento a carga nominal. Nótese la disminución de la velocidad del motor y el aumento de la corriente para cumplir con la nueva condición de operación. La Fig. 4.17 muestra la velocidad del motor mientras que la Fig. 4.18 el comportamiento del valor efectivo de las corrientes.

4.5.5. Prueba 5. Operación a carga nominal y disminución a media carga

Finalmente, esta prueba muestra el comportamiento del motor operando a carga nominal y una disminución a media carga. Nótese el aumento de la velocidad del motor y la disminución de la corriente para cumplir con la nueva

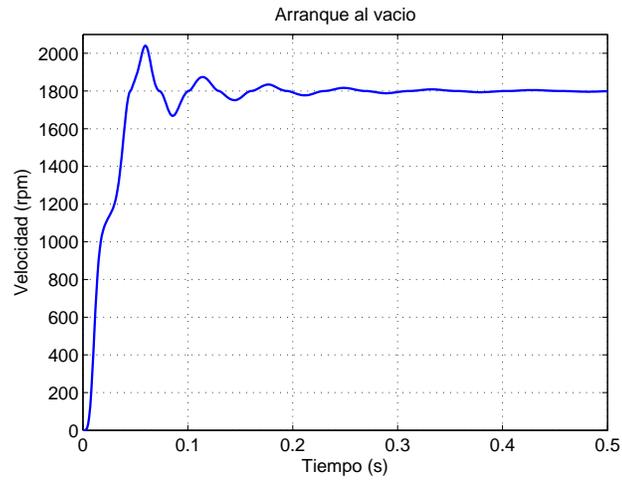


Fig. 4.15: Comportamiento de la velocidad con arranque al vacío

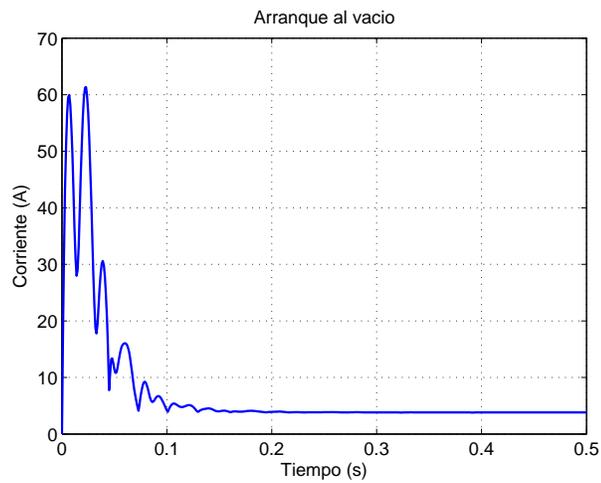


Fig. 4.16: Comportamiento del valor efectivo de las corrientes con arranque al vacío

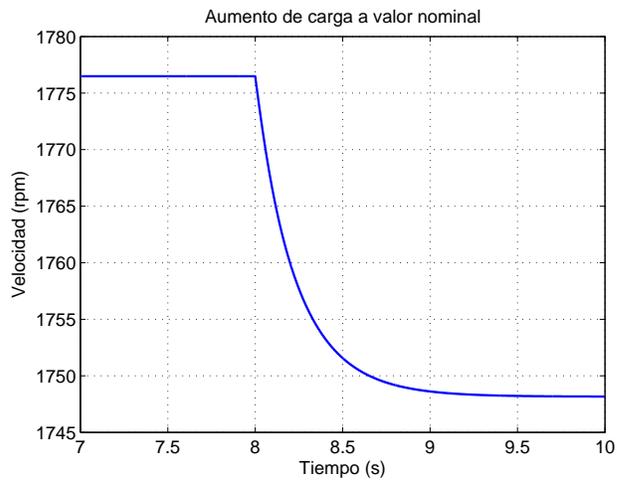


Fig. 4.17: Comportamiento de la velocidad operando a media carga y aumentando a carga nominal

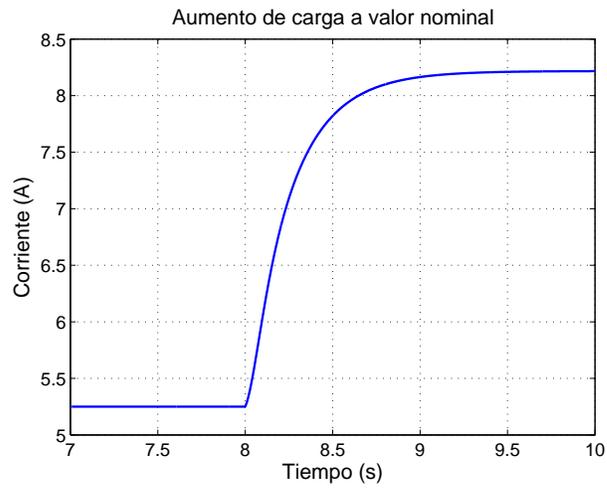


Fig. 4.18: Comportamiento del valor efectivo de las corrientes operando a media carga y aumentando a carga nominal

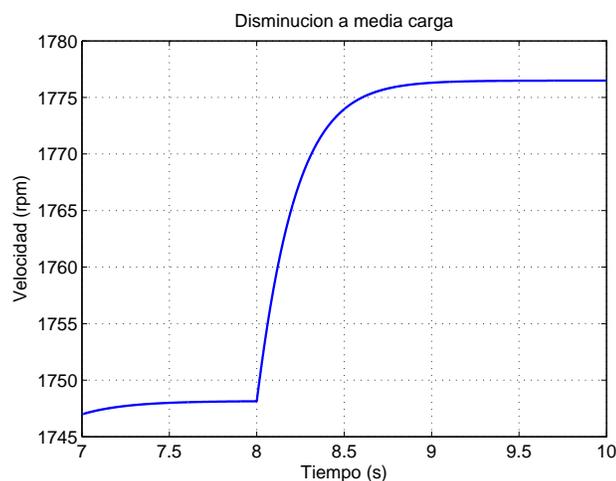


Fig. 4.19: Comportamiento de la velocidad operando a carga nominal y disminuyendo a media carga

condición de operación. La Fig. 4.19 muestra la velocidad del motor mientras que la Fig. 4.20 el comportamiento del valor efectivo de las corrientes.

4.6. Conclusiones

Se ha desarrollado el modelo matemático del motor basado en el denominado *vector espacial trifásico* el cual considera en un solo ente matemático el efecto de las tres fases. El desarrollo matemático incluye el modelo del motor de inducción en estado transitorio seguidamente del modelo en estado estacionario y circuito equivalente. El planteamiento matemático y su resolución en las ecuaciones que describen su comportamiento ha sido con la intención de derivar de estos el algoritmo computacional empleado en la simulación del motor. Algoritmo que toma en cuenta el comportamiento de la resistencia del rotor y las inductancias del estator y rotor en función del deslizamiento. La ventaja de simular la resistencia del rotor de esta forma es una alta resistencia en el arranque cuando el deslizamiento es el máximo y baja resistencia a deslizamiento nominal. Esto proporciona un alto par de arranque y pocas pérdidas en condiciones nominales. Este comportamiento tiene una aproximación más fiel al comportamiento real que ocurre en los motores de inducción.

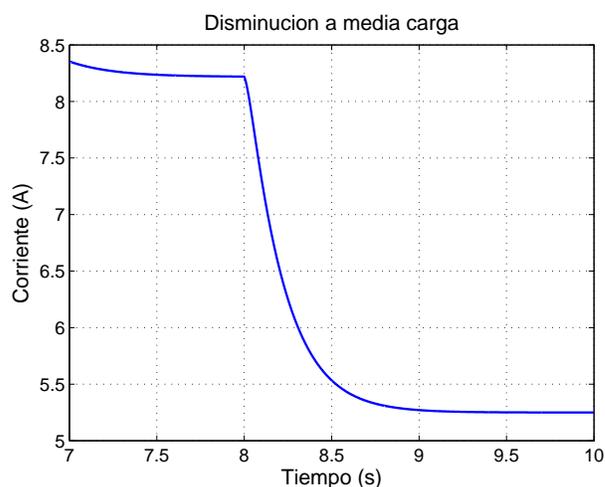


Fig. 4.20: Comportamiento del valor efectivo de las corrientes operando a carga nominal y disminuyendo a media carga

Se ha construido un método de cálculo que a partir de los datos comerciales tales como: potencia nominal, velocidad nominal, par nominal, número de polos, voltaje de alimentación, corriente de consumo, eficiencia, factor de potencia, corriente de arranque, par de arranque, par máximo y momento de inercia, valores disponibles en catálogos, que se emplean para calcular constantes y parámetros tales como constantes de resistencia e inductancia, resistencia del estator, inductancia de dispersión del estator e inductancia mutua.

De tal forma que el algoritmo de cómputo, implementado en Simulink de Matalab, toma como entradas los parámetros y constantes calculadas a partir de los datos comerciales del motor (debido a esto, este modelo puede ser extendido a cualquier tipo de motor independientemente de su construcción, como potencia, número de polos, voltaje de alimentación, entre otros). Como salida entrega señales de velocidad, corriente de las tres fases, valor efectivo de las corrientes, par electromagnético y comportamiento de la resistencia del rotor en función del deslizamiento.

Se ha derivado del modelo matemático modelos de falla para simular corto circuito en el enrollado del estator, rotura de barras en el rotor y desbalance en la alimentación. Donde se supone que las espiras en corto circuito provocan una disminución en la resistencia del estator en uno de los ejes del sistema bifásico transformado y la rotura de barra provoca que la resistencia en uno

de los ejes sea mayor que en el otro. Los efectos de las inductancias para ambos casos se consideran mucho más pequeños que el de las resistencias, por lo que pueden despreciarse.

Capítulo 5

Metodología de extracción de rasgos, a partir de la respuesta temporal, para crear patrones de falla

5.1. Introducción

Este capítulo describe la metodología empleada para la extracción de rasgos de patrones de falla con la finalidad de realizar posteriormente el diagnóstico del motor. Dichos rasgos se han dividido en rasgos absolutos que son tomados de sus especificaciones y respuesta temporal; en rasgos relativos unidimensionales que tienen la característica de ofrecer particularidades del motor basado en tiempo; y rasgos relativos bidimensionales que ofrecen la relación que existe entre las señales de corriente y voltaje. Se verá en el desarrollo del capítulo el comportamiento que ocurre en el motor para fallas internas como corto circuito en el bobinado del estator y rotura de barra en el rotor, así como fallas de incidencia externa como desbalance en la alimentación. De tal comportamiento son identificados rasgos utilizados para la construcción de patrones e identificación de fallas.

Se tomará como ejemplo, para la explicación de cada uno de los pasos para la extracción de rasgos, a un motor con las siguientes características:

Potencia nominal: 3 kW
Voltaje de alimentación: 220 V

Corriente nominal:	11.08 A
Frecuencia de operación:	60 Hz
Número de polos:	2
Velocidad nominal:	3485 rpm
Par nominal:	8.22 Nm
Eficiencia:	83.4 %
Factor de potencia:	0.86
Corriente de arranque:	7.5 veces la corriente nominal
Par de arranque:	2.7 veces el par nominal
Par máximo:	2.8 veces el par nominal
Momento de inercia:	0.0048 kgm^2

5.2. Preprocesamiento de señal

Una vez calculados los parámetros internos (constantes de resistencia K1 y K2, constantes de inductancia K3 y K4, inductancia magnetizante, resistencia del estator e inercia de carga nominal) por el método descrito en la sección 4.3, los resultados obtenidos por el algoritmo computacional se presentan en las figuras Fig. 5.1 y Fig. 5.2, la cual muestra curvas de operación normal del motor comparadas con 30% de corto circuito en el bobinado del estator, una constante de barra rota de 1.3 y, un desbalance de 30V en la fase A del motor, se ha elegido esta fase por coincidir con la fase α del sistema de transformación de coordenadas como quedó establecido en la sección 4.2. La simulación de fallas quedó establecido en la sección 4.4.

Puede apreciarse de la Fig. 5.1 una ligera variación en la curva de velocidad entre la condición normal o sin falla y aquellas con fallas, esta misma desviación aparece en las señales de corriente, además de notarse un rizo considerable en las curvas con condición de falla como puede verse en la Fig 5.2.

Autores como [2] proponen realizar al tipo de señales como las de corriente un análisis espectral, pero este trabajo propone una alternativa novedosa para abordar esta situación: es la extracción de rasgos que caracterizan al comportamiento del motor bajo distintas condiciones e intensidades de falla confrontando velocidad y corriente, de este forma, el motor es tratado de manera más integral que únicamente analizar una o otra señal con el objetivo de diagnosticar alguna falla.

Inspeccionando detalladamente las figuras Fig. 5.1 y Fig. 5.2 es posible ver

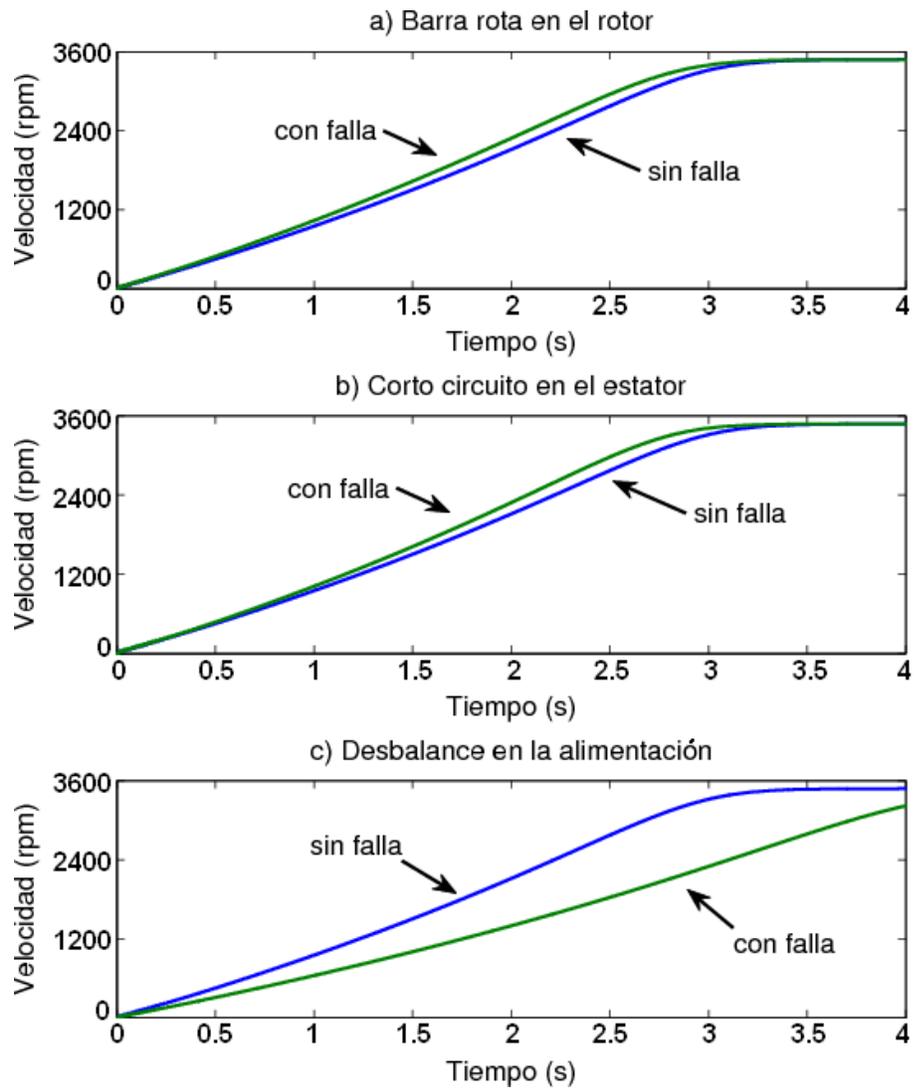


Fig. 5.1: Comparación de la velocidad del motor en funcionamiento normal y bajo distintas condiciones de falla.

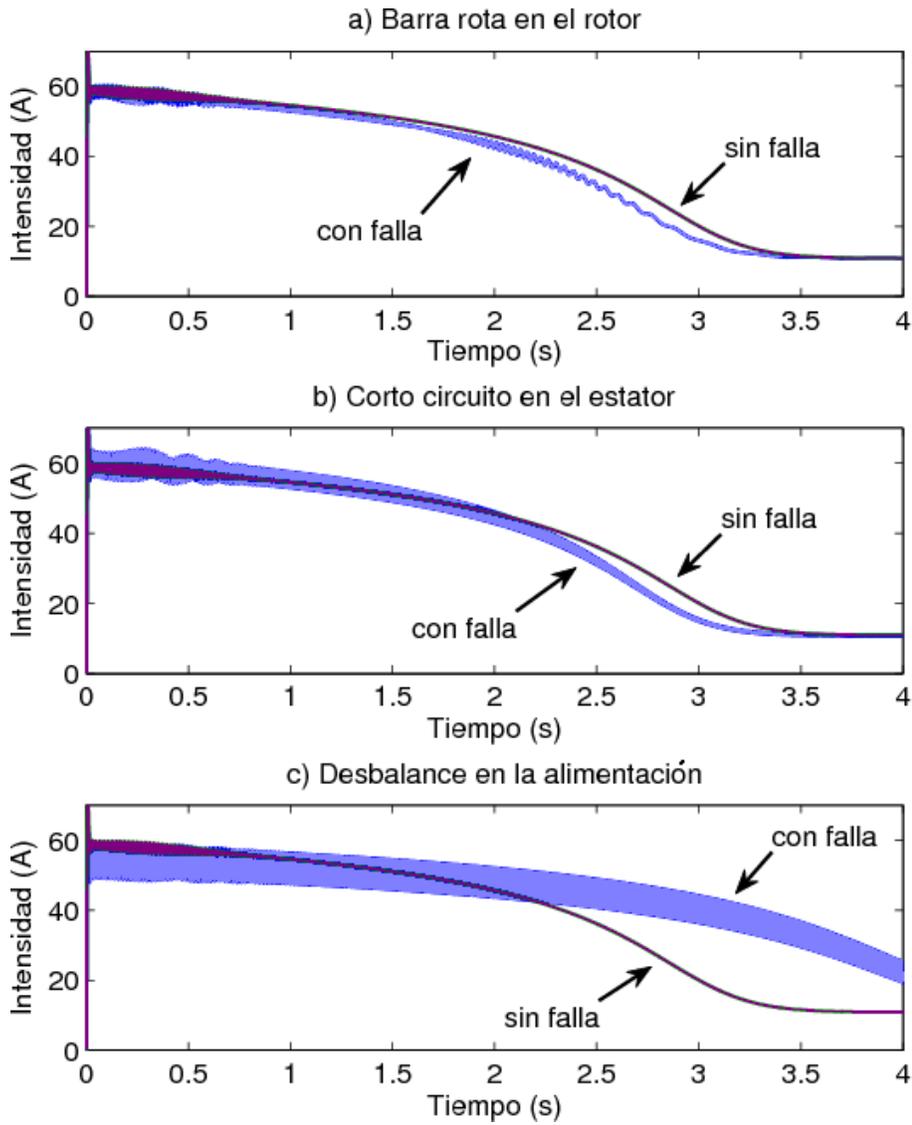


Fig. 5.2: Comparación del valor efectivo de la corriente del motor en funcionamiento normal y bajo distintas condiciones de falla.

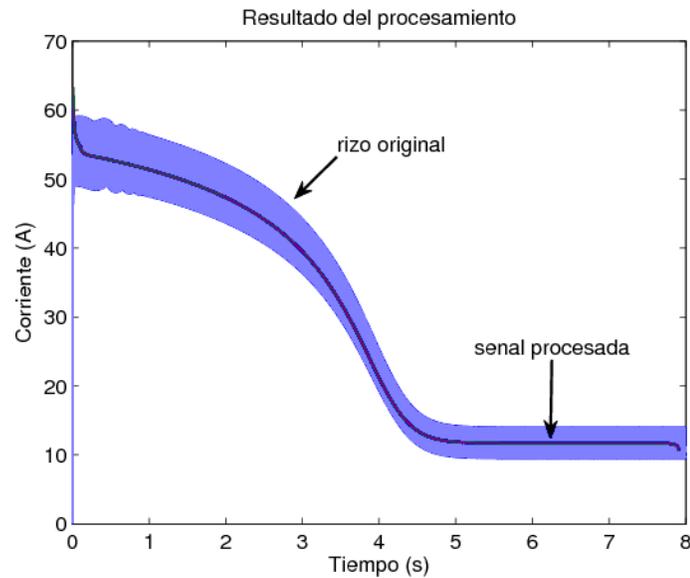


Fig. 5.3: Comparación de una señal con falla y el resultado de su procesamiento por medio de diezmo y suavizado de señal

una relación directa entre el comportamiento de la corriente y de la velocidad, es por eso que nuestro análisis estará centrado en estas dos señales.

El primer paso para la extracción de rasgos fue la eliminación del rizo de las señales de corriente con la finalidad de tener gráficas suaves que representen su comportamiento. Dado el análisis de Inteligencia Artificial que desea implantarse, no es necesario extraer información tradicional (resultados de análisis espectral, estadísticos, entre otros) de las señales generadas por simulación o adquiridas por medición, sino al contrario, la finalidad es extraer particularidades, que si bien podrían no ser valores físicos reales sino más bien heurísticos, puedan proporcionar información sobre las características de comportamiento del proceso bajo estudio. Debido a lo anterior, se comprobó mediante la realización de pruebas prácticas que para la eliminación del rizo presente en las señales de corriente es necesario realizar un procesamiento consistente de diezmo y de suavizado de señal.

El proceso de diezmo usado filtra la señal de entrada con un filtro pasa bajos y reduce la razón de muestreo por un factor r , obteniéndose a la salida una nueva señal r veces mas corta en longitud que la original, mientras que

el suavizado emplea un filtro de media móvil definido como:

$$Y(k) = \frac{1}{2M+1} \sum_{i=-M}^M X(k-i) \quad (5.1)$$

donde M indica el rango del filtro.

Para el filtrado de la señal con diezmado se empleó el filtro predeterminado por el programa de cómputo utilizado, es decir, un filtro Chebyshev de octavo orden pasa bajos tipo I, y los mejores resultados se obtuvieron con un factor de $r = 10$. Para la etapa de suavizado se emplea un filtro de media móvil para el cual se obtuvieron mejores resultados utilizando un rango $M = 10$. El empleo de estas funciones (u otras siempre y cuando se obtengan resultados semejantes) no tiene ninguna intención matemática sino mas bien heurística y la única finalidad es obtener señales que representen el comportamiento de las originales, además, estas funciones no representan costos computacionales considerables.

La Fig. 5.3 muestra una señal de corriente con falla junto con la misma señal procesada donde puede apreciarse el resultado de aplicar el procesamiento de señal arriba mencionado.

5.3. Extracción de rasgos a partir de la respuesta temporal

Para la extracción de rasgos se considera toda la respuesta temporal, aunque es la respuesta transitoria la que proporciona mayor información.

Empleando un análisis heurístico el cual plantea la diferencia entre condiciones de operación del mismo motor, es decir, un motor en condiciones normales de operación o sin fallas y ese mismo que presenta alguna de las condiciones de falla antes citada, se propone calcular la diferencia en tiempo de muestreo entre magnitudes de las señales de velocidad y corriente. Así, la diferencia de una condición sin falla contra una que presenta una falla para las señales de velocidad y valor efectivo de las corrientes nos proporciona un resultado interesante de analizar. Por ejemplo, la gráfica de la Fig. 5.4 muestra dos fallas en el motor, corto circuito en el enrollado del estator y desbalance en la alimentación pudiéndose apreciar una marcada diferencia entre cada falla. En esta gráfica el eje de las abscisas pertenece a la diferencia entre velocidades y el eje de las ordenadas a la diferencia entre valores

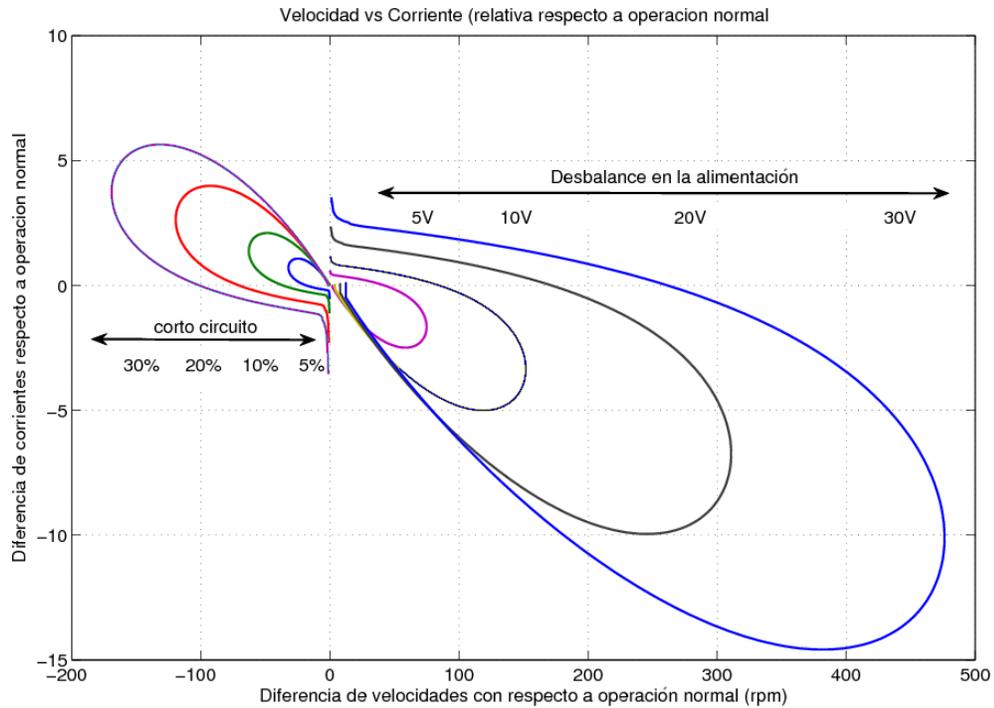


Fig. 5.4: Diferencia de velocidades contra diferencia de corrientes para distintas intensidades de falla.

efectivos de las corrientes, es decir:

$$\begin{aligned}
 Eje_{abscisas} &= Velocidad_{sinfalla} - Velocidad_{confalla} & (5.2) \\
 Eje_{ordenadas} &= Corriente_{sinfalla} - Corriente_{confalla}
 \end{aligned}$$

Entre fallas de corto circuito y barra rota sus diferencias no son tan notorias por lo que es preferible explicar de manera individual cada falla.

En la Fig. 5.5 es notorio que durante el estado transitorio las velocidades generadas por las distintas intensidades de barra rota son mayores que la velocidad generada por la condición sin falla, mientras que las corrientes en la condición de falla son menores que la corriente en condición normal. Debido a este hecho, los lóbulos generados en la gráfica están inclinados hacia el segundo cuadrante, es decir, diferencia de velocidades negativa y diferencia de corrientes positiva.

Algo similar ocurre en la Fig. 5.6, que muestra las intensidades de falla relacionada al corto circuito en el bobinado del estator, donde de igual

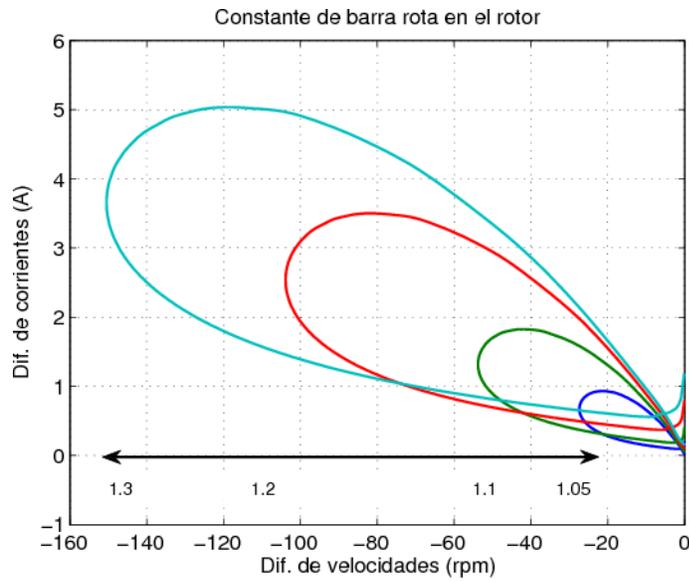


Fig. 5.5: Diferencia de velocidades contra diferencia de corrientes para distintas intensidades de falla en barra del rotor.

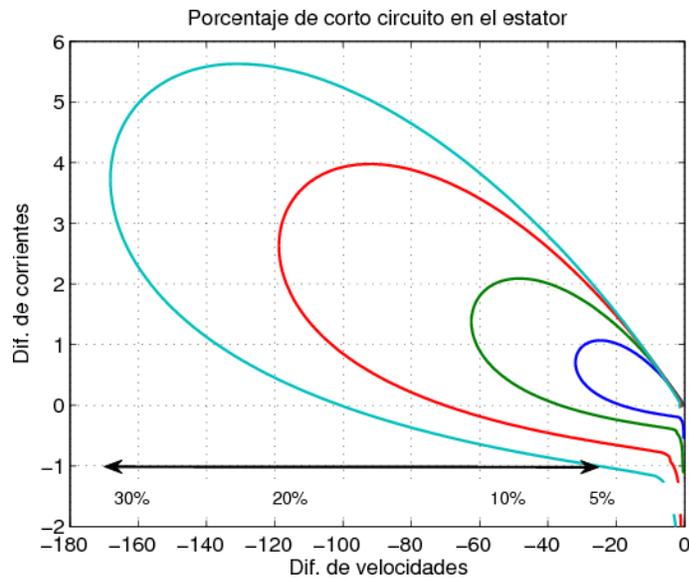


Fig. 5.6: Diferencia de velocidades contra diferencia de corrientes para distintas intensidades de falla en corto circuito del estator.

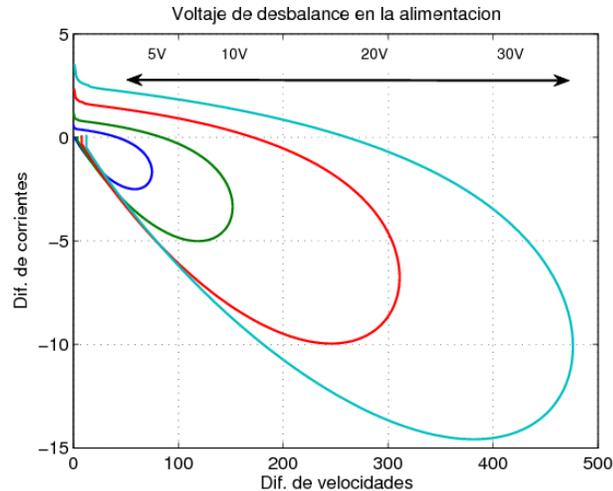


Fig. 5.7: Diferencia de velocidades contra diferencia de corrientes para distintas intensidades de desbalance en la alimentación del motor.

manera, las velocidades generadas por las distintas condiciones de falla son mayores que su correspondiente a operación normal, mientras que la corriente sin falla es mayor que aquellas generadas por falla. Pero, de ambas gráficas anteriores, la principal diferencia radica en el ancho del lóbulo generado y de su magnitud, dos aspectos importantes que proporcionan la posibilidad de diferenciar ambas fallas, además de, como se verá más adelante, el valor *rms* de la corriente en estado estacionario.

Finalmente, de la Fig. 5.7 es notoria la diferencia que existe entre esta condición de operación y las dos anteriores. Ahora, la velocidad en operación normal durante el estado transitorio supera en magnitud a las velocidades generadas por las distintas condiciones de desbalance en la alimentación del motor, mientras que la corriente en condición normal es inferior a las condiciones producidas de falla, provocando que los lóbulos generados se inclinen hacia el tercer cuadrante, es decir, diferencia de velocidades positivas pero diferencia de corrientes negativa.

De las figuras Fig. 5.5, Fig. 5.6 y Fig. 5.7 podemos extraer varias deducciones: las diferencias del corto circuito en el bobinado del estator y barra rota en el rotor generan amplitudes máximas negativas en velocidad y amplitudes máximas positivas en corriente, con una diferencia de amplitud y ancho de pulso entre ellas. Mientras que el desbalance en la alimentación

genera amplitudes máximas positivas en velocidad y amplitudes máximas negativas en corriente. Estas gráficas también demuestran de manera fehaciente la estrecha relación entre las señales de velocidad y corriente. Con la información recopilada hasta el momento, es posible comenzar a extraer los rasgos que integrarán los patrones para la identificación de fallas.

Derivado del estudio y deducciones anteriores respecto al comportamiento que sufren las diferencias de velocidad y valor efectivo de las corrientes cuando son graficadas las unas contra las otras, se presenta a continuación la metodología para la extracción de rasgos particulares, que se han clasificado como rasgos relativos unidimensionales y rasgos relativos bidimensionales.

5.3.1. Rasgos relativos unidimensionales

El primer paso para extraer este tipo de rasgos es calcular el tiempo de asentamiento, es decir, el tiempo que se requiere para que la respuesta alcance un rango alrededor del valor final y permanezca dentro de él, se toma entonces el tiempo que se requiere desde que el motor arranque y alcanza el 98 % del valor en estado estacionario.

Los rasgos relativos unidimensionales están compuestos por las diferencias respecto al tiempo de la condición normal contra las condiciones de falla, es decir, se calcula la diferencia en tiempo de muestreo entre magnitudes del valor efectivo de la corriente sin falla contra aquellas señales que presentan alguna, la nueva señal conformada por esta diferencia es analizada para extraer de ella el pico máximo (positivo o negativo), el valor relativo respecto al tiempo de asentamiento en el cual ocurre el pico máximo y por último el ancho del pulso al 70 % respecto al tiempo de asentamiento.

Es necesaria la aplicación de una función escalar que cumpla con dos objetivos: el primero es eliminar el pulso transitorio generado por el incremento repentino de la corriente del estator en el momento de arranque del motor y, el segundo es limitar la ventana de análisis a un valor de tiempo finito que capture todas las características del estado transitorio, las pruebas realizadas dan como un intervalo suficiente una ventana con dos veces el ancho del tiempo de establecimiento. La función elegida fue la de Hamming definida por:

$$w(n) = 0.53856 - 0.46164 \cos\left(2\pi \frac{n}{N-1}\right) \quad (5.3)$$

donde:

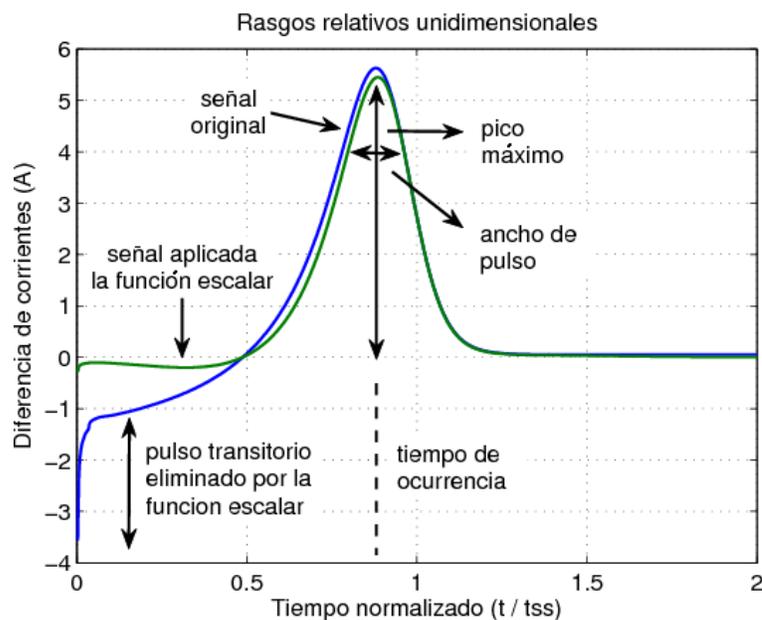


Fig. 5.8: Representación gráfica de la extracción de rasgos relativos unidimensionales para corriente.

n es un entero que toma valores entre $0 \leq n \leq N - 1$

N representa el número de muestras de la señal

El empleo de esta función escalar no tiene una intención matemática sino más bien heurística, puesto que se comprobó durante la realización de pruebas que la inclusión de estos rasgos facilitaba la diferenciación de las distintas fallas así como la identificación de la intensidad de las mismas, así, es posible emplear cualquier tipo de función escalar siempre y cuando esa función sea simétrica y dicha función se aplique de manera uniforme a todas las señales, para el presente caso se eligió por libre albedrío la función de Hamming.

La Fig. 5.8 es una señal generada por un corto circuito en el bobinado del estator y muestra gráficamente la manera de extracción de los rasgos, además puede verse la aplicación de la función escalar a la señal generada. El eje de las abscisas representa el tiempo normalizado con respecto al tiempo de establecimiento, t_{ss} , mientras que el eje de las ordenadas es la diferencia de corrientes expresada en amperios.

En total son extraídos tres rasgos por este método:

1. Pico máximo generado por la diferencia entre la corriente de operación y la corriente de falla.
2. Tiempo de ocurrencia del pico máximo relativo al tiempo de establecimiento.
3. Ancho de pulso al 70 % de la amplitud relativo al tiempo de establecimiento.

Por ejemplo, de la Fig. 5.8 el tiempo de establecimiento t_{ss} es igual a 3.1525 segundos. Como se especificó anteriormente el ancho de la función escalar es dos veces el tiempo de establecimiento, $2t_{ss}$, esto es 6.305 segundos. Por lo tanto, los rasgos extraídos de la figura son:

Pico máximo: 5.4497 A
Tiempo de ocurrencia: 0.8871 relativo al tiempo de establecimiento
Ancho de pulso al 70 %: 0.1756 relativo al tiempo de establecimiento

Claramente, según esta lógica, de la condición de operación normal o sin falla se obtendrían para el pico máximo un valor de cero, que es la diferencia de la condición sin falla con ella misma, por lo tanto no existiría tiempo de ocurrencia del pico máximo por lo que su valor es cero y al no existir pulso tampoco habría ancho de pulso, por lo que su valor sería el ancho de la ventana, es decir, dos veces el tiempo de establecimiento, lo que daría un valor de dos. Los resultados de analizar el mismo motor de ejemplo pero para una condición sin falla son los siguientes:

Pico máximo: 0 A
Tiempo de ocurrencia: 0.0028 relativo al tiempo de establecimiento
Ancho de pulso al 70 %: 1.9975 relativo al tiempo de establecimiento

5.3.2. Rasgos relativos bidimensionales

Debido a que existe una relación directa entre el comportamiento del valor eficaz de las corrientes y la velocidad que pueden dar cuenta de una potencial falla, el tiempo transitorio durante el arranque del motor provee de importante información para los propósitos de diagnóstico. Es así, que se seleccionan diez puntos de corriente durante el tiempo transitorio tomados

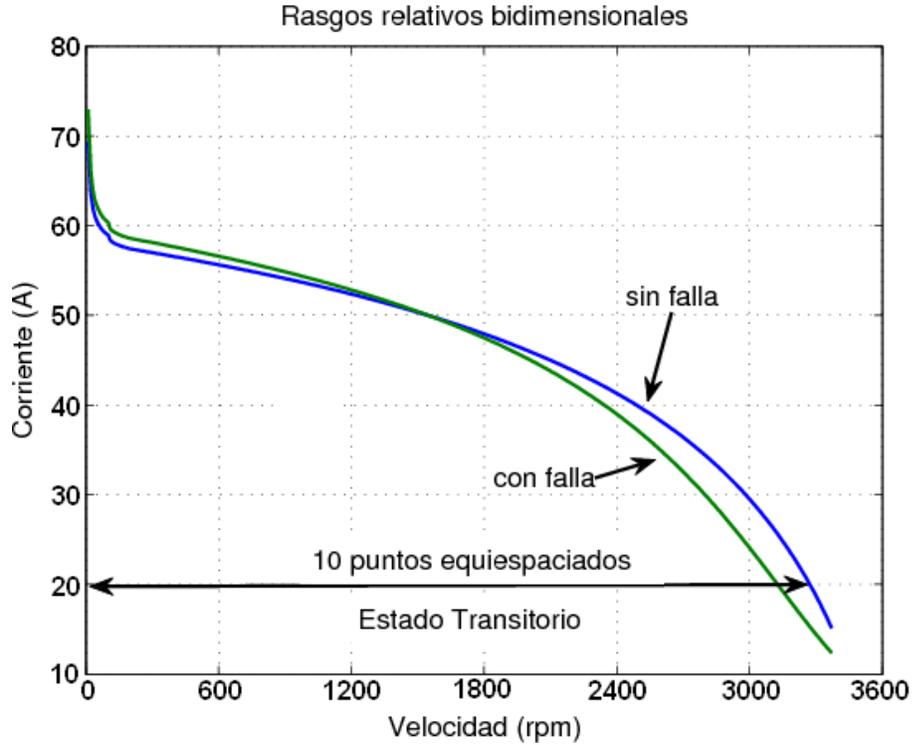


Fig. 5.9: Representación gráfica de la extracción de rasgos relativos bidimensionales para corriente.

a valores equidistantes de velocidad. Pero estos valores, son normalizados al valor del motor sin falla, es decir:

$$Valor_{pto} = \frac{Valor_{con\ falla}}{Valor_{sin\ falla}} \tag{5.4}$$

Es por estos motivos que a estos rasgos se han nombrado relativos bidimensionales, relativos al valor del motor sin falla y dado que la construcción de estos rasgos es confrontando velocidad contra valor efectivo de las corrientes, en la cual el tiempo queda implícito su extracción es en dos dimensiones. La pauta de velocidades para extraer los puntos de corriente es tomada de la condición sin falla, y el rango de velocidades es desde que el motor arranca hasta que esta alcanza la velocidad al término del tiempo de establecimiento, a esta velocidad se le llamará velocidad de establecimiento, n_{ss} .

La Fig. 5.9 ejemplifica el comportamiento transitorio de velocidad contra

Tabla 5.1: Rasgos relativos bidimensionales de corriente extraídos del motor de ejemplo.

Rasgos relativos bidimensionales de corriente									
$\frac{n_{ss}}{10}$	$\frac{n_{ss}}{5}$	$\frac{3n_{ss}}{10}$	$\frac{2n_{ss}}{5}$	$\frac{n_{ss}}{2}$	$\frac{3n_{ss}}{5}$	$\frac{7n_{ss}}{10}$	$\frac{4n_{ss}}{5}$	$\frac{9n_{ss}}{10}$	n_{ss}
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1.0201	1.0183	1.0155	1.0117	1.0061	0.9972	0.9821	0.9532	0.8993	0.8099

corriente, del motor de ejemplo utilizado a lo largo de este capítulo, con dos condiciones de operación: operación normal o sin falla y con 30 % de corto circuito en el bobinado del estator.

La Tabla 5.1 muestra los diez puntos extraídos del motor con referencia a la velocidad de establecimiento, n_{ss} . El primer renglón son los diez puntos en los que la velocidad se divide, el segundo y tercer renglón son las condiciones de operación normal y con falla respectivamente. Nótese que el segundo renglón tiene un valor de uno en todas sus columnas pues representa la operación sin falla, mientras que el tercer renglón la mitad de ellas tiene valor superior a uno y el resto inferior indicando que la corriente de falla de corto circuito tiene un comportamiento como el que se aprecia en la Fig. 5.9.

5.3.3. Rasgos absolutos

Los rasgos absolutos son tomados de las características constructivas y de operación estacionaria del motor, para este caso es particular se ha elegido la potencia en kW , el número de polos del motor de inducción, el par nominal del motor y el valor rms . Tanto la potencia, el número de polos y el par nominal son tomados directamente de las especificaciones del motor, mientras que el valor rms de la corriente puede calcularse a través de las muestras adquiridas con la siguiente ecuación:

$$V_{RMS} = \frac{\left[\sum_{k=1}^M |x_k|^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{M}} \quad (5.5)$$

Para calcularlo, es suficiente tomar el último segundo del valor de la corriente en estado estacionario y aplicar la fórmula anterior.

5.4. Conclusiones

Al contrario de la mayoría de los trabajos de investigación que emplean análisis espectral para efectuar el diagnóstico, este capítulo presenta una manera novedosa de extraer rasgos que caracterizan el comportamiento del motor confrontando señales de velocidad y corriente. Esta metodología surge de la estrecha relación que existe entre ambas señales y establece los pasos para calcular rasgos de una forma diferente pero que integra como un sistema toda la información de la respuesta temporal del motor. Aunque esta metodología se ha creado específicamente para el diagnóstico de motores de inducción, los rasgos relativos unidimensionales y relativos bidimensionales pueden fácilmente adaptarse para aplicarse en cualquier campo de diagnóstico.

Es notorio que un mínimo de corto circuito en el estator, una desviación en los voltajes de alimentación o un cambio en la resistencia equivalente del rotor produce una variación en el comportamiento de la velocidad y del valor efectivo de las corrientes. Además, que la intensidad de falla es directamente proporcional a la desviación de las señales de corriente y velocidad con respecto a los valores de operación normal o sin falla. Es por esto que se ha desarrollado una metodología para la extracción de rasgos que pueden conformar patrones para identificar fallas eléctricas y realizar diagnóstico. Por lo que, la extracción de estos rasgos se ha dividido en tres categorías:

- **Rasgos absolutos.** Estos rasgos se relacionan con las características del motor y son tomados de sus especificaciones y su respuesta temporal, específicamente de su estado estacionario, como potencia y valor *rms* de la corriente. Son rasgos que diferencian entre categorías de potencia en las que los motores se han clasificado para los propósitos de diagnóstico.
- **Rasgos relativos unidimensionales.** Estos rasgos tienen la característica de ofrecer particularidades del motor basado en tiempo, de ahí su nombre, pues calculan de la respuesta transitoria el pico máximo que ocurre de la diferencia entre la condición normal y una condición de falla, además de extraer el tiempo relativo en el cual sucede ese máximo pico absoluto y al ancho del ese mismo pulso al 70 %.
- **Rasgos relativos bidimensionales.** Debido a la estrecha relación que existe entre las señales de corriente y voltaje, y a que la mayoría de la

información disponible para el diagnóstico de motores puede extraerse del estado transitorio, se han tomado 10 puntos de éste periodo de tiempo para confrontar el comportamiento de ambas señales. Así, la construcción de estos puntos se toma de las señales de corriente tomadas a valores iguales de velocidad construyendo rasgos que se han nombrado como relativos bidimensionales en los cuales el tiempo queda implícito. Estos valores son normalizados con respecto a la condición normal, quedando un resultado relativo a operación sin falla.

Capítulo 6

Modelo computacional para el diagnóstico de fallas eléctricas

6.1. Introducción

Este capítulo describe el modelo computacional para realizar diagnóstico de fallas a motores acotados entre potencias de 1kW a 50kW por concentrar este rango el mayor número de motores y la menor dispersión de potencias. A partir de los datos comerciales del motor (potencia nominal, velocidad nominal, par nominal, voltaje de alimentación, número de polos, corriente de consumo, eficiencia, factor de potencia, corriente de arranque, par de arranque, par máximo, momento de inercia) son calculados sus parámetros internos de operación (constantes de resistencia $K1$ y $K2$, constantes de inductancia $K3$ y $K4$, inductancia magnetizante, inductancia de dispersión del estator, resistencia del estator e inercia de carga nominal), utilizados por el algoritmo computacional para calcular señales generadas por el modelo matemático. Para éstas señales al igual que aquellas adquiridas desde el motor bajo diagnóstico, son extraídos rasgos de operación por la metodología descrita en el Capítulo 5 para construir patrones; estos patrones, que pueden ser de falla o de operación normal, son introducidos al bloque de identificación conformado por una Red Neuronal Artificial previamente entrenada donde, a su salida, ofrece el resultado del diagnóstico en dependencia de la falla y la intensidad de la misma.

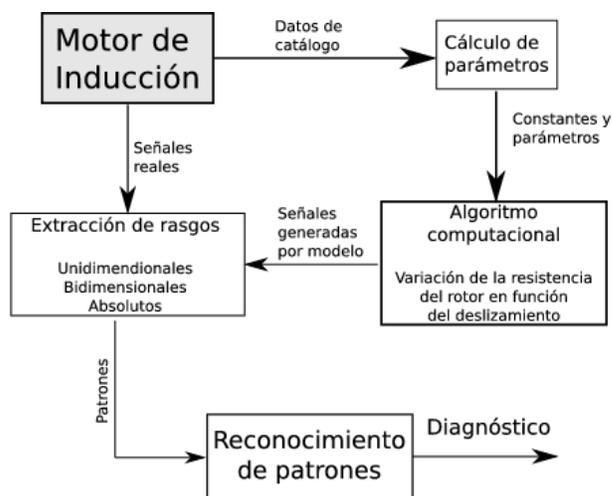


Fig. 6.1: Diagrama a bloques del modelo computacional para el diagnóstico de fallas.

6.2. Modelo computacional

Un modelo computacional es un programa de cómputo que simula un modelo abstracto de un sistema en particular. Tradicionalmente, el modelado ha empleado herramientas matemáticas, las cuales realizan soluciones analíticas al comportamiento de los sistemas con un conjunto de parámetros y condiciones iniciales. Los modelos computacionales pueden hacer uso de algoritmos extraídos puramente de modelos matemáticos y combinarlos con simulaciones y decisiones lógicas. La Fig. 6.1 muestra el modelo computacional empleado para el diagnóstico de fallas donde a partir de modelos matemáticos, (Sección 4.2) y metodologías de cálculo para obtener parámetros del motor a partir de datos de catálogo (Sección 4.3) se crea un algoritmo computacional (Sección 4.4) para poder extraer rasgos generados por el modelo o adquiridos por el motor bajo diagnóstico (Capítulo 5). A partir de la información recolectada y con la ayuda de una Red Neuronal Artificial previamente entrenada con varias condiciones de operación se hace posible el reconocimiento de patrones que identifican el tipo de falla y la intensidad de la misma para un intervalo de motores.

El modelo computacional consta de cuatro bloques, cada uno de ellos con una función específica. A partir de la información comercial del motor bajo diagnóstico como potencia, corriente nominal, voltaje de alimentación

nominal, número de polos, factor de potencia, eficiencia e inercia del motor y, de sus condiciones de operación como par mecánico e inercia de la carga, son calculados sus parámetros internos, es decir, constantes de resistencia e inductancia, resistencia del estator, inductancia de dispersión del estator e inductancia mutua.

Estas constantes y parámetros son empleadas por el Algoritmo computacional que tiene como contribución la variación de la resistencia del rotor en función del deslizamiento. Este bloque se encarga de emular al motor bajo una condición de operación normal o sin falla. Estas señales generadas por modelo y las recibidas por el motor bajo diagnóstico son la entrada al bloque de extracción de rasgos.

Las señales generadas por modelo y aquellas adquiridas del motor bajo diagnóstico son procesadas por filtrado y suavizado en el bloque de extracción de rasgos. El cálculo de los rasgos emplea la respuesta temporal del motor, los rasgos relativos unidimensionales y relativos bidimensionales se logran confrontando las señales generadas por modelo, es decir, la señal de operación normal o sin falla y, la señal adquirida del motor bajo diagnóstico que puede operar o no bajo una condición de falla. Los rasgos absolutos son características de operación del motor o valores tomados de su estado estacionario. La integración de los rasgos forma un patrón que es analizado por el bloque de reconocimiento de patrones.

El bloque de reconocimiento de patrones esta compuesta por una Red Neuronal Artificial previamente entrenada con patrones de falla anticipadamente definidos como se explica en la Sección 6.3, consistente en la generación de señales de corto circuito en el estator, barra rota en el rotor y desbalance en la alimentación bajo distintas intensidades.

Es importante diferenciar la etapa de entrenamiento y la de ejecución de la Red Neuronal, en la primera se generan patrones para las fallas que deberá reconocer con diferentes intensidades, obtenidos de un universo de motores que varían entre número de polos y potencias de consumo. La Red Neuronal entrenada con la diversidad de motores y con la capacidad de identificar las tres fallas mencionadas con diferentes intensidades es utilizada en la etapa de ejecución para reconocer posibles condiciones de falla en motores desconocidos o no empleados en su etapa de entrenamiento, haciendo uso de su capacidad de generalización.

6.2.1. Características del modelo computacional

El diagnóstico operado por el modelo computacional está pensado para un diagnóstico portátil en el cual el sistema de adquisición puede trabajar en línea o fuera de ella si solo son recolectadas las señales para su posterior análisis. Como única condición para el funcionamiento del diagnóstico es necesario someter al motor bajo condiciones de carga mecánica estables, por ejemplo a condiciones nominales, con la finalidad de evitar desviaciones en el diagnóstico provocado por sus variaciones. No se recomienda una instalación permanente del sistema de diagnóstico debido a que los motores generalmente están sometidos a distintas condiciones de carga mecánica lo cual podría provocar diagnósticos equivocados.

Las condiciones de operación son introducidas al modelo para que por medio del algoritmo de simulación genere las señales con las cuales se compararán las adquiridas desde el motor, a partir de ambas señales son generados los patrones para ser reconocidos por la Red Neuronal previamente entrenada y poder diagnosticar la probable falla y su intensidad.

6.3. Extracción de patrones para el entrenamiento de la Red Neuronal Artificial

Esta etapa consiste en la generación de patrones por medio de la metodología de extracción de rasgos establecida en el Capítulo 5. Los patrones son extraídos de diferentes motores con distintas características, como número de polos o potencia de consumo. Los motores empleados en la extracción de patrones son tomados de catálogos comerciales que por medio del método de cálculo descrito en la Sección 4.3 se les ha calculado sus constantes y parámetros internos. Con esta información el algoritmo computacional construido para la simulación de motores se emplea para generar distintas condiciones de operación que podrían alertar de fallas incipientes en motores de inducción. Las fallas generadas por el algoritmo son tres con cuatro intensidades:

1. 5% de corto circuito en el estator
2. 10% de corto circuito en el estator
3. 20% de corto circuito en el estator
4. 30% de corto circuito en el estator
5. 1.05 de constante de barra rota

6.3. Extracción de patrones para el entrenamiento de la RNA 133

6. 1.1 de constante de barra rota
7. 1.2 de constante de barra rota
8. 1.3 de constante de barra rota
9. 5V de desbalance en la alimentación
10. 10V de desbalance en la alimentación
11. 20V de desbalance en la alimentación
12. 30V de desbalance en la alimentación

Para la explicación del procedimiento de generación de rasgos se tomará como ejemplo un motor con las siguientes características:

Potencia nominal:	2.2 kW
Tensión nominal:	220 V
Frecuencia nominal:	60 Hz
Número de polos:	4
Corriente nominal:	8.2 A
Velocidad nominal:	1740 rpm
Par nominal:	12.07 Nm
Eficiencia nominal:	87.5 %
Factor de potencia:	0.82
Corriente de arranque:	7.56 veces la corriente nominal
Par de arranque:	2.6 veces el par nominal
Par máximo:	3 veces el par nominal
Momento de inercia:	0.005 kgm^2

Siguiendo el procedimiento descrito en el Capítulo 5 para la extracción de rasgos se obtuvieron para cada cada falla e intensidad los resultados descritos a continuación.

6.3.1. Rasgos relativos unidimensionales

La Fig. 6.2 muestra un ejemplo de la generación de rasgos relativos unidimensionales para distintas fallas e intensidades y la Tabla 6.1 presenta el resultado del cálculo de los rasgos. Estos rasgos tienen la característica de ofrecer particularidades del motor basado en tiempo pues calculan de la respuesta transitoria el pico máximo que ocurre de la diferencia entre la condición normal y una condición de falla, además de extraer el tiempo relativo, con respecto al tiempo de establecimiento, en el cual sucede ese máximo pico absoluto y al ancho del ese mismo pulso al 70 %.

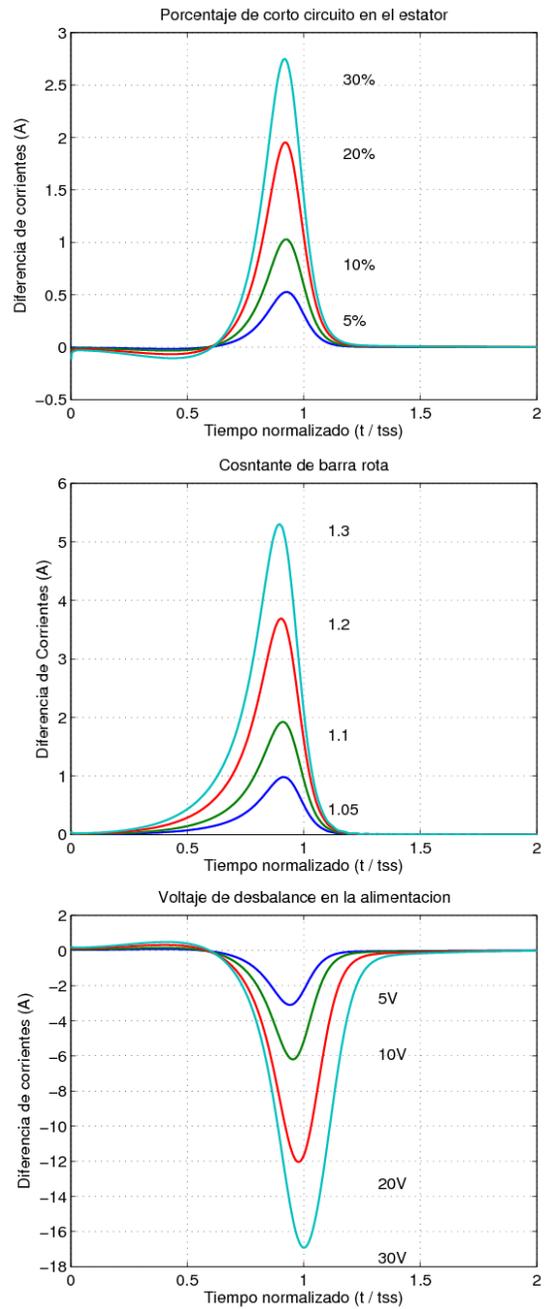


Fig. 6.2: Ejemplo de extracción de rasgos relativos unidimensionales para distintas fallas e intensidades

6.3. Extracción de patrones para el entrenamiento de la RNA 135

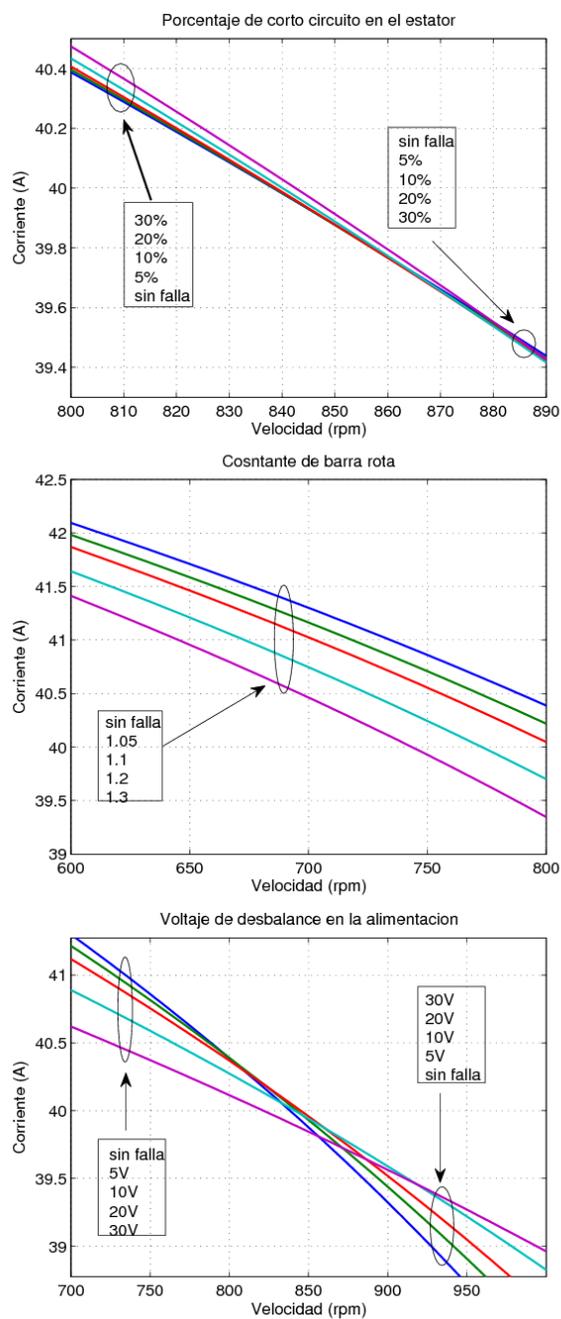


Fig. 6.3: Ejemplo de extracción de rasgos relativos bidimensionales para distintas fallas e intensidades

Tabla 6.1: Resultado del cálculo de rasgos relativos unidimensionales para distintas fallas e intensidades del ejemplo mostrado en la Fig. 6.2

Intensidad	Pico máximo	Tiempo de pico	Ancho de pico
Sin falla			
	0	0.0015	1.9987
Corto circuito en el estator			
5 %	0.5257	0.9271	0.1288
10 %	1.0278	0.9237	0.1271
20 %	1.9519	0.9203	0.1271
30 %	2.7487	0.9169	0.1271
Constante de barra rota			
1.05	0.9806	0.9152	0.1424
1.1	1.9228	0.9102	0.1441
1.2	3.6887	0.9034	0.1441
1.3	5.3014	0.8949	0.1458
Desbalance en la alimentación			
5V	-3.0981	0.9407	0.1322
10V	-6.2004	0.9525	0.1373
20V	-12.0418	0.978	0.1543
30V	-16.9207	0.99	0.1814

De la condición de operación normal o sin falla se obtiene para el pico máximo un valor de cero, que es la diferencia de la condición sin falla con ella misma, por lo tanto no existiría tiempo de ocurrencia del pico máximo por lo que su valor también es cero y al no existir pulso tampoco habría ancho de pulso, por lo que su valor sería el ancho de la ventana, es decir, dos veces el tiempo de establecimiento, lo que daría un valor de dos.

6.3.2. Rasgos relativos bidimensionales

La Fig. 6.3 muestra un ejemplo de generación de rasgos relativos unidimensionales para distintas fallas e intensidades y la Tabla 6.2 presenta el resultado del cálculo de los rasgos. Debido a la estrecha relación que existe

6.3. Extracción de patrones para el entrenamiento de la RNA 137

Tabla 6.2: Resultado del cálculo de rasgos relativos bidimensionales para distintas fallas e intensidades del ejemplo mostrado en la Fig. 6.3

	$\frac{n_{ss}}{10}$	$\frac{n_{ss}}{5}$	$\frac{3n_{ss}}{10}$	$\frac{2n_{ss}}{5}$	$\frac{n_{ss}}{2}$	$\frac{3n_{ss}}{5}$	$\frac{7n_{ss}}{10}$	$\frac{4n_{ss}}{5}$	$\frac{9n_{ss}}{10}$	n_{ss}
Sin falla										
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Corto circuito en el estator										
5 %	1.0013	1.0012	1.0011	1.001	1.0008	1.0003	0.9995	0.9974	0.9917	0.9766
10 %	1.0026	1.0025	1.0023	1.0021	1.0016	1.0008	0.9991	0.9952	0.9845	0.9554
20 %	1.0053	1.0051	1.0048	1.0043	1.0034	1.0019	0.9989	0.9917	0.9723	0.9204
30 %	1.008	1.0076	1.0072	1.0065	1.0054	1.0034	0.9991	0.9894	0.9629	0.8934
Constante de barra rota										
1.05	0.999	0.9988	0.9984	0.998	0.9973	0.9962	0.9943	0.99	0.98	0.9559
1.1	0.9981	0.9976	0.997	0.9961	0.9948	0.9927	0.9889	0.981	0.9619	0.9168
1.2	0.9962	0.9953	0.9941	0.9924	0.9899	0.986	0.979	0.9648	0.9309	0.8517
1.3	0.9943	0.993	0.9913	0.9888	0.9853	0.9799	0.97	0.9502	0.9057	0.8014
Desbalance en la alimentación										
5V	0.9927	0.9932	0.9939	0.995	0.9968	0.9998	1.006	1.0205	1.062	1.1729
10V	0.9856	0.9866	0.9881	0.9904	0.9941	1.0007	1.0146	1.0497	1.1545	1.4132
20V	0.9714	0.9736	0.9769	0.9821	0.9909	1.0074	1.0445	1.1522	1.5299	2.0208
30V	0.9575	0.9612	0.9667	0.9758	0.9918	1.0237	1.1062	1.4032	2.3372	2.4023

entre las señales de corriente y voltaje, se han tomado 10 puntos del estado transitorio confrontando el comportamiento de ambas señales. Así, la construcción de estos puntos se toma de las señales de corriente tomadas a valores iguales de velocidad. Estos valores son normalizados con respecto a la condición normal, quedando un resultado relativo a operación sin falla. Nótese que el renglón sin falla tiene un valor de uno en todas sus columnas pues representa el valor normalizado consigo mismo.

6.3.3. Rasgos absolutos

Estos rasgos relacionan las características operativas del motor y son tomados tanto de sus especificaciones como de su respuesta temporal, específicamente del estado estacionario. Los rasgos pueden ser potencia nominal, número de polos, par nominal o el valor *rms* de la corriente en estado estacionario. La Tabla 6.3 muestra el valor *RMS* de la Fase *A* para cada falla e intensidad.

Tabla 6.3: Ejemplo de rasgo absoluto compuesto del valor *RMS* de la corriente de la Fase *A* en estado estacionario

Intensidad	Valor RMS
Corto circuito en el estator	
5 %	8.1883
10 %	8.1858
20 %	8.1811
30 %	8.1766
Constante de barra rota	
1.05	8.1906
1.1	8.1912
1.2	8.1893
1.3	8.1926
Desbalance en la alimentación	
5V	8.2336
10V	8.2832
20V	8.403
30V	8.5511

6.4. Topología y entrenamiento de la Red Neuronal Artificial

El entrenamiento y prueba de la Red Neuronal consistió en la elección de motores entre los rangos de operación de 1kW a 50kW, por concentrar este intervalo el mayor número de motores y la menor dispersión de potencias. Así, para la etapa de entrenamiento se tuvo la precaución de elegir motores que cubrieran este rango, por ejemplo, siempre que fue posible se eligieron potencias de 1.1kW, 2.2kW, 4kW, 7.5kW, 15kW, 22kW, 37kW y 55kW para 2, 4, 6, 8, 10 y 12 polos. Para la etapa de prueba de la Red Neuronal se eligieron motores que estuvieran incluidos dentro de los intervalos anteriores, por ejemplo, motores de 1.5kW, 3kW, 5.5kW, 11kW, 18.5kW, 30kW y 45kW.

Por lo que la etapa de entrenamiento consistió de 468 patrones, recordando que la información de los motores fue extraída exclusivamente de catálogos

Tabla 6.4: Valor de las neuronas de salida para la Red Neuronal Artificial encargada del diagnóstico

Falla	Neuronas de salida												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Sin falla	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5% corto cto.	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10% "	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20% "	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30% "	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1.05 barra rota	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
1.1 "	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
1.2 "	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
1.3 "	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
5V desbalance	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
10V "	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
20V "	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
30V "	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

de fabricantes y, se emplearon los procedimientos de cálculo de parámetros a partir de datos de catálogo y el algoritmo computacional para la simulación de motores ya descritos.

Ha quedado establecida la inclusión de los rasgos relativos unidimensionales y rasgos relativos bidimensionales dentro de la formación de patrones para el entrenamiento de la Red Neuronal. La selección de qué rasgos absolutos deberían incluirse se llevó a cabo a través de prueba y error, debido a que estos rasgos proporcionan la capacidad de diferenciar entre motores de distinta potencia, puesto que conforme aumenta esta la amplitud de los pulsos generados en los rasgos relativos unidimensionales aumenta en proporción directa. Así, los mejores resultados se obtuvieron únicamente con potencia y número de polos.

Por lo anterior, cada patrón de entrenamiento consiste de quince rasgos: tres rasgos compuesto por los relativos unidimensionales, diez rasgos relativos bidimensionales y dos absolutos, potencia y número de polos. Así, la capa de entrada de la Red Neuronal es de quince neuronas.

La capa de salida de la Red Neuronal se estipuló para reconocer operación

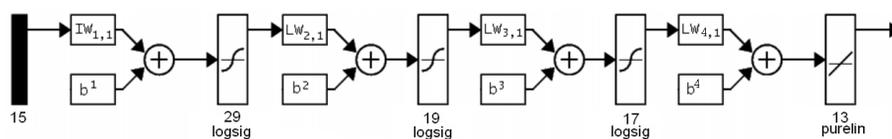


Fig. 6.4: Topología de la Red Neuronal empleada en el diagnóstico

normal y cada una de las intensidades de las tres fallas planteadas, esto es, cuatro neuronas para cada intensidad de falla en corto circuito en el estator, cuatro para rotura de barra de rotor y cuatro para desbalance de alimentación, es decir un total de trece neuronas. La Tabla 6.4 muestra el comportamiento para cada neurona de salida activándose con un “1” cada neurona correspondiente a cada intensidad por cada falla.

Las pruebas comenzaron con dos capas intermedias de 19 y 13 neuronas respectivamente, ambas con función de transferencia sigmoidea y la capa de salida con función de transferencia lineal, pero los resultados no fueron satisfactorios dado que el entrenamiento no alcanzaba el error mínimo deseado. Se realizaron pruebas adicionales incrementando las neuronas en las capas ocultas pero los resultados no mejoraron.

Se decidió el aumento de una capa oculta para tener un total de tres y, como resultado de varias pruebas realizadas, la mejor distribución de neuronas en las capas ocultas fue con 29 en la primera capa, 19 en la segunda y 17 en la tercera. Se realizaron, además, pruebas con diferentes funciones de transferencia llegando a la conclusión que la topología que obtenía mejores resultados consistía en función sigmoidea en las tres capas ocultas y función lineal en la capa de salida, la Fig. 6.4 muestra la topología final de la Red Neuronal Artificial.

Con esta configuración de red se alcanzó un error de 1×10^{-3} en el entrenamiento realizado en Matlab, la Fig. 6.5 muestra el resultado del entrenamiento de la Red Neuronal donde puede apreciarse su desempeño y el número de épocas empleadas.

6.5. Evaluación de la Red Neuronal Artificial empleada en el diagnóstico

La evaluación y prueba de la Red Neuronal consistió en presentarle a la entrada patrones de motores con los que no fue entrenada y observar su ca-

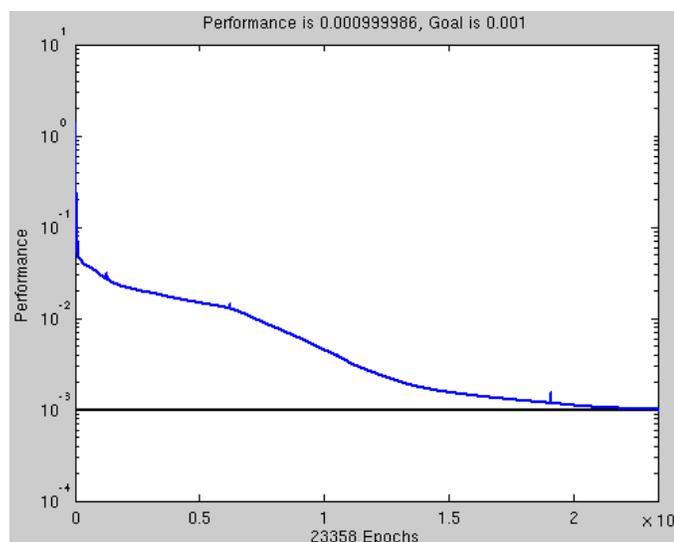


Fig. 6.5: Desempeño del entrenamiento de la Red Neuronal empleada en el diagnóstico

Tabla 6.5: Obtención de patrones para la evaluación de la Red Neuronal Artificial

Tipo de motor	Motores con barra rota	Motores con corto cto.	Motores con desbalance
Real	9	15	15
Simulado	32	32	32

pacidad de generalización. Se presentaron un total de 455 patrones de prueba y se calculó para cada patrón su error de acierto en dependencia de la falla e intensidad. Para la etapa de prueba se emplearon señales extraídas de motores reales con antecedentes de falla y señales generadas por desbalance en la alimentación, aunque el bloque principal de patrones de prueba lo integran motores simulados. La Tabla 6.5 muestra la distribución de motores reales y simulados, los motores reales se componen de mediciones hechas personalmente y algunas otras otorgadas por el Centro de Investigaciones Electroenergéticas del Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, Cuba. Cabe mencionar, dada la flexibilidad del algoritmo computacional, que para cada motor simulado se calcularon sus trece patrones de falla.

Tabla 6.6: Evaluación de la Red Neuronal Artificial empleada en el diagnóstico

Errores de detección	Errores de aislamiento			Errores de identificación		
	Corto circuito	Barra rota	Desbalance	Corto circuito	Barra rota	Desbalance
0 %	3.4 %	0 %	1.8 %	11.5 %	9.5 %	5.9 %

La Tabla 6.6 muestra el resultado de la evaluación de la Red Neuronal dividida en las tres tareas que involucran la detección y el diagnóstico de fallas. La *detección de la falla* indica que algo está mal en el sistema y se logra con la activación de cualquier neurona de salida, inclusive la primera, que indica operación normal, pues detectaría la ausencia de falla. El *aislamiento de la falla* que debe indicar la localización donde ocurre la falla se logra con la activación de cualquier neurona en las que se divide cada grupo de falla. Y finalmente la *identificación de la falla* que es la determinación de su intensidad se logra con la activación individual de cada neurona por grupo de falla.

En la tabla se muestra el error de detección que fue del 0 %, es decir, ante cualquier patrón de falla sin importar que tipo o intensidad la Red Neuronal respondió con la activación de una neurona diferente a la de operación normal indicando una falla. Los errores de aislamiento indican la activación de cualquier neurona que no correspondería para el tipo de falla presentado a la entrada, de la tabla se desprende que el mayor error ocurre en el aislamiento de corto circuito con un valor de 3.4 %. Finalmente los errores de identificación indican la activación de una neurona que no corresponde a la intensidad de falla presentada a la entrada de la red neuronal pero sí a su tipo, en la tabla se observa que el mayor error de identificación corresponde al corto circuito en el estator con 11.5 %. Aunque estos errores se incrementan con respecto a los de aislamiento no son críticos en el desarrollo del diagnóstico, dado que la información primordial es acertada al detectar e indicar que tipo de falla ocurre.

Para mostrar de una forma más clara el proceso de evaluación de la Red Neuronal se utilizará el siguiente motor que fue uno de los detectados con mayor error en el diagnóstico (no tendría caso presentar un motor con resultados aceptables pues no serviría de ejemplo para mostrar el cálculo de errores).

Tabla 6.7: Patrones de ejemplo para la evaluación del error en la Red Neuronal

Pt. Unidimensionales			Pt. Bidimensionales										Pt. Abs.			
0	0	1.99	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	5.5	6
0.84	0.85	0.18	1	1	1	1	1	0.99	0.99	0.99	0.98	0.97	0.96	5.5	6	
1.66	0.85	0.18	1	1	1	1	1	0.99	0.99	0.98	0.97	0.96	5.5	6		
3.22	0.84	0.18	1	1	1	1	1	1	0.99	0.97	0.94	0.92	5.5	6		
4.64	0.84	0.18	1.01	1	1	1	1	1	0.99	0.96	0.92	0.89	5.5	6		
0.93	0.81	0.21	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.98	0.98	0.98	5.5	6		
1.82	0.81	0.21	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.98	0.97	0.96	0.96	5.5	6		
3.49	0.8	0.21	0.99	0.99	0.99	0.98	0.98	0.98	0.97	0.95	0.93	0.93	5.5	6		
5.02	0.8	0.22	0.99	0.98	0.98	0.98	0.97	0.97	0.95	0.93	0.9	0.9	5.5	6		
-3.79	0.86	0.19	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	1	1.01	1.03	1.07	1.09	5.5	6		
-7.66	0.87	0.19	0.98	0.98	0.98	0.99	0.99	1	1.02	1.08	1.16	1.19	5.5	6		
-15.53	0.89	0.2	0.97	0.97	0.97	0.98	0.99	1.02	1.07	1.21	1.41	1.39	5.5	6		
-23.3	0.91	0.21	0.95	0.96	0.96	0.97	0.99	1.04	1.16	1.42	1.71	1.55	5.5	6		

Potencia nominal:	5.5 kW
Voltaje de alimentación:	220 V
Corriente nominal:	21.45 A
Frecuencia de operación:	60 Hz
Número de polos:	6
Velocidad nominal:	1140 rpm
Par nominal:	46.07 Nm
Eficiencia:	85 %
Factor de potencia:	0.79
Corriente de arranque:	6.3 veces la corriente nominal
Par de arranque:	2.7 veces el par nominal
Par máximo:	3.1 veces el par nominal
Momento de inercia:	0.04 kgm^2

Los patrones generados por este motor se presentan en la Tabla 6.7, cada renglón corresponde a un patrón, el primero la condición sin falla, los siguientes cuatro a corto circuito en el estator, los siguientes cuatro a barra rota en el rotor y los últimos a desbalance en la alimentación. Por columnas, las tres primeras corresponden a los rasgos relativos unidimensionales, los diez siguientes a los rasgos relativos bidimensionales y los dos últimos a los rasgos absolutos.

La Tabla 6.8 muestra el resultado de presentar estos patrones a la Red Neuronal entrenada, donde pueden observarse los errores de diagnóstico. Los renglones corresponden a la salida de la red mostrada en la Tabla 6.4. Como puede apreciarse en la tabla, no hubo error en la detección, pues cada patrón presentado obtuvo como resultado una activación de las neuronas correspondientes a fallas. El error de aislamiento puede notarse en el renglón tres, pues

Tabla 6.8: Resultado del diagnóstico de ejemplo para la evaluación del error en la Red Neuronal

SF	Corto circuito				Barra rota				Desbalance			
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0.99	0.07	0	0	0.07	0	0	0	0	0	0
0	0.01	0	0.02	0	0	0.93	0	0	0	0	0	0
0	0.01	0	0	1	0.01	0.09	0.07	0.02	0	0	0	0
0	0.01	0	0.01	1	0.01	0.09	0.1	0	0	0	0	0
0	0.01	0	0.01	0	0	0.98	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0.11	0.91	0.02	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.89	0.11	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

debió activarse la neurona correspondiente a 10% de corto circuito y no la de 1.1 de constante de barra rota. Los errores de identificación se notan en los renglones 2, 4, 6, 7, 8, 11 y 12 pues no corresponden a la intensidad de falla presentada a la entrada aunque si a su tipo, por lo que el diagnóstico en general se puede considerar acertado.

Se hicieron pruebas con fallas simultáneas obteniéndose resultados aceptables, pues las activaciones de las neuronas coincidían con la combinación de la falla presentada a la entrada de la Red Neuronal de tal manera, que el resultado del diagnóstico proporciona indicios de una falla combinada. La evaluación global de la Red Neuronal obtuvo resultados satisfactorios que podrían mejorar al incrementarse la base de datos de motores utilizada en el entrenamiento de la red. Puede concluirse de esta sección que la red para el diagnóstico cumple con la expectativa esperada.

6.6. Conclusiones

El presente capítulo comprobó que el Modelo Computacional planteado es viable para el reconocimiento de patrones de fallas eléctricas, tales como corto circuito en el estator, barra rota en el rotor y desbalance en la alimentación.

Se probó exitosamente que los rasgos elegidos en el Capítulo 5 efecti-

vamente caracterizan al comportamiento del motor bajo varias condiciones distintas de operación en un rango de potencias entre 1kW a 50kW. Además, quedó establecido que la topología elegida para la Red Neuronal es la correcta para las labores de diagnóstico, así como para la identificación de la falla y de su intensidad.

Se comprueba también que los rasgos elegidos permiten la generalización de la red empleada en el diagnóstico cuando a ésta se le presentan patrones de falla desconocidos. Como toda metodología es susceptible de mejoras, incrementando la base de datos de motores será posible reducir errores en el diagnóstico como el presentando en el ejemplo.

Puesto que el diagnóstico de fallas eléctricas ha sido realizado de manera satisfactoria, se comprueba también que los rasgos relativos unidimensionales así como los relativos bidimensionales permiten integrar toda la información del motor y tratarlo como un sistema, una mejor manera de realizar diagnóstico que efectuando análisis por separado a cada señal, ya sea las de corriente, velocidad o aquellas que podrían ser extraídas de cualquier otro método como, por ejemplo, el de vibraciones.

El diagnóstico realizado con la metodología descrita en el Capítulo 5 en conjunto con los patrones creados para la identificación e intensidad de fallas ofrece un desempeño mayor que trabajos de investigación semejantes al presente.

Capítulo 7

Conclusiones y recomendaciones

7.1. Conclusiones

- El trabajo de investigación presentó un método híbrido de diagnóstico de fallas eléctricas para motores de inducción trifásicos entre 1kW y 50kW, llamado así porque está compuesto de métodos basados en modelo y en conocimiento dando como resultado que del producto de ambos se obtienen mejores resultados que si se abordara el diagnóstico con los métodos individuales. Las principales ventajas de emplear el método híbrido consiste en el modelado de diferentes motores bajo distintas condiciones de falla por el algoritmo matemático y la generalización lograda por la Red Neuronal capaz de poder realizar diagnósticos a un amplio rango de motores sin distinguir su potencia o número de polos, entre otras características.
- Del presente trabajo se obtuvieron las siguientes aportaciones:
 1. Un método de cálculo que extrae constantes y parámetros del motor a partir de su información comercial como potencia nominal, corriente nominal, eficiencia, factor de potencia, entre otros. Este método además de ser práctico de aplicar evita el empleo de instrumentos e infraestructura compleja y es útil para realizar pruebas de simulación aún cuando el motor no ha sido adquirido.
 2. Un modelo matemático asociado a un algoritmo de cómputo que

incorpora el comportamiento de la resistencia del rotor y las reactivancias del rotor y estator en función del deslizamiento dando como resultado un comportamiento que se asemeja mejor al funcionamiento real del motor. Tanto el modelo matemático como el algoritmo de cómputo se construyeron para poder emular el comportamiento del motor bajo distintas condiciones de fallas eléctricas, es decir, corto circuito en el enrollado del rotor, barra rota en el estator y desbalance en la alimentación. A partir del algoritmo, es posible extraer señales de corriente y velocidad del comportamiento del motor bajo condiciones de operación normal o de falla.

3. Una metodología para crear patrones de fallas eléctricas a partir de la simulación de motores con diferentes características, es decir, potencia nominal, número de polos, velocidad nominal, entre otras. Los patrones de fallas se componen de rasgos que caracterizan al funcionamiento del motor bajo las distintas condiciones y se han dividido en absolutos, relativos unidimensionales y relativos bidimensionales, calculados a partir de la respuesta temporal del motor. Los rasgos relativos se calculan a partir de la comparación de las condiciones con falla contra la condición de operación normal durante la respuesta transitoria y, los absolutos son tomados de las especificaciones y la respuesta estacionaria del motor.
 4. Un método híbrido de diagnóstico de fallas eléctricas denominado así porque esta basado en modelo y en conocimiento. Este método está pensado para diagnóstico portátil, para lo cual, el motor es sometido a condiciones de operación establecidas evitando de esta manera un diagnóstico equivocado. El método de diagnóstico puede ser aplicado en línea o fuera de ella si únicamente se realiza la recolección de señales.
 5. La metodología de creación de patrones de falla puede ser útil para otras aplicaciones diferentes al diagnóstico de motores de inducción.
- Se comprobó que a partir de datos de catálogo comercial es posible calcular los parámetros internos del motor para emplearlos en un algoritmo computacional basado en modelo matemático que tome en cuenta la variación de sus parámetros en función del deslizamiento. Con tal modelo, fue posible emular diferentes motores bajo distintas condicio-

nes de falla e intensidad para la extracción de rasgos de operación. Con los rasgos fue posible crear patrones para identificar fallas eléctricas empleando una Red Neuronal Artificial.

- Los resultados arrojados por las pruebas de diagnóstico comprueban que el método híbrido planteado en el presente trabajo es viable para el reconocimiento de fallas eléctricas en motores de inducción trifásicos con jaula de ardilla en un rango de motores comprendido entre 1kW y 50kW.

7.2. Recomendaciones

- La metodología empleada en la extracción de rasgos relativos unidimensionales y bidimensionales puede ser útil para otras aplicaciones diferentes al diagnóstico de fallas eléctricas, siempre y cuando sea posible extraer patrones representativos.
- Incorporar al modelo matemático del motor pérdidas de potencia asociadas a su comportamiento térmico.
- Aumentar el número de pruebas con motores instalados en Industria ofreciendo servicios de diagnóstico.
- Incrementar la base de datos de motores empleados en el entrenamiento para reducir el error de diagnóstico.
- Continuar la investigación de rasgos característicos de patrones de fallas eléctricas.

Referencias Bibliográficas

- [1] Sinan Altug, Mo-Yuen Chow, and H. Joel Trussell. Fuzzy inference systems implemented on neural architectures for motor fault detection and diagnosis. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 46:1069–1079, December 1999.
- [2] Neil Arthur and Jim Penman. Induction machine condition monitoring with higher order spectra. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 47:1031–1041, October 2000.
- [3] Mohamed El Hachemi Benbouzid. Bibliography on induction motors faults detection and diagnosis. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 14:1065–1074, December 1999.
- [4] Mohamed El Hachemi Benbouzid. A review of induction motors signature analysis as a medium for faults detection. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 47:984–993, October 2000.
- [5] Leo H. Chiang, Evan Rusell, and Richard D. Braatz. *Fault detection and diagnosis in industrial systems*. Springer, USA, 2001.
- [6] Jie Chien and R. J. Patton. *Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems*. Kluwer Academic Publishers, USA, 1999.
- [7] Edward Y. Chow and Alan S. Willsky. Analytical redundancy and the design of robust failure detection system. *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC-29:603–614, July 1984.
- [8] Mo-Yuen Chow. *Methodologies of using neural network and fuzzy logic technologies for motor incipient fault detection*. World Scientific, Singapore, 1997.

-
- [9] Mo-Yuen Chow, Robert N. Sharpe, and James C. Hung. On the applications of artificial neural networks for motor fault detection - parts I and II. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 40:181–196, April 1993.
- [10] Tommy W. S. Chow and Hong-Zhou Tan. HOS-based nonparametric and parametric methodologies for machine fault detection. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 47:1051–1059, October 2000.
- [11] Gloria Ciumbulea, Neculai Galan, Xose M López Farnández, and Ángel Costa Montiel. Estudio del comportamiento del motor de inducción en base a datos de catálogo. In *7as Jornadas Hispano Lusas de Ingeniería Eléctrica*, Madrid, España, Julio 2001.
- [12] A. Contin, s. D’Orlando, G. Fenu, R. Menis, and S. Milo. Fault detection on a real three-phase induction motor: Simulation and experimental results on residual generation. In *Conference on Decision and Control*, Proceedings of the 40th IEEE, pages 167–172, December 2001.
- [13] Ángel Costa Montiel, Neculai Galan, Gloria Ciumbulea, and Xose M. López Fernández. Parámetros del motor de inducción a partir de datos de catálogo. *Energía y Computación*, 2004.
- [14] L.A. De-Riberio. Fuzzy inference systems implemented on neural architectures for motor fault detection and diagnosis. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 46:1069–1079, December 1999.
- [15] de S. Ribeiro, L.A. Jacobina, and C.B. Lima. Parameter estimation of induction machines under sinusoidal PWM excitation. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 14:1218–1223, December 1999.
- [16] V. Devanneaux, B. Dagues, J. Faucher, and G. Barakat. An accurate model of squirrel cage induction machines under rotor faults. In *Conference on Electrical Machines and Systems. ICEMS 2001*, volume 1 of *IEEE Proceedings of the Fifth International Conference*, pages 384–387, 18-20 August 2001.
- [17] D. Dolina, G. Stumberger, R. Belmans, and E. M. Freeman. Determination of the induction motor model parameters using finite elements. In *ICEM 1996*, pages 153–158, Vigo, Spain, 10-12 September 1996.

-
- [18] E. Ruppert Filho and E. Avolio. Squirrel cage induction motor dynamic simulation using an electrical and thermal mathematical model based on manufacturer technical bulletin data and on technical standard statements. *International Journal of Power Energy Systems*, 14:13–26, 1999.
- [19] Fiorenzo Filippetti, Giovanni Franceschini, Carla Tassoni, and Peter Vas. Recent developments of induction motor drives fault diagnosis using AI techniques. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 47:994–1004, October 2000.
- [20] A. E. Fitzgerald, Charles Kingsley Jr, and Stephen D. Umans. *Electric Machinery*. McGraw-Hill, USA, 6 edition, 2003.
- [21] Dominik Fuessel and Rolf Isermann. Hierarchical motor diagnosis utilizing structural knowledge and self-learning neuro-fuzzy scheme. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 47:1070–1077, October 2000.
- [22] Neculai Galan and R. Vives Fos. The determination of the parameter of the equivalent scheme with rotor resistive circuit of asynchronous motors. In *International Conference on Electrical Machines*, Brugues, Belgium, August 2002.
- [23] A. Gastli. Identification of induction motor equivalent circuit parameters using the single phase test. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 14:51–56, March 1999.
- [24] Janos J. Gertler. Model-based failure detection and isolation in complex plants. *IEEE Control System Magazine*, 8:3–11, December 1988.
- [25] Vembu Gourishankar. *Conversión de energía electromecánica*. Alfaomega, México, 1990.
- [26] IEEE Standard 122. *IEEE standard test procedure for polyphase induction motors and generators*, 2004.
- [27] National Instruments. http://www.ni.com/industrial/machine_vibration.htm, Enero 2006.
- [28] Rolf Isermann. Process fault detection based on modeling and estimation methods - A survey. *Automatica*, 20:387–404, 1984.

-
- [29] Rolf Isermann. *Fault diagnosis system. A introduction from fault detection to fault tolerance*. Springer-Verlag, Germany, 2006.
- [30] Mo Jamshidi, Leandro dos Santos Coelho, Renato A. Krohling, and Peter J. Fleming. *Robust control systems with genetic algorithms*. CRC Press, USA, 2003.
- [31] Jyh-Shing Roger Jang. ANFIS: Adaptive-network-based fuzzy inference system. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 23:665–685, May/June 1993.
- [32] Gojko M. Joksimović and Jim Penman. The detection of inter-turn short circuits in the stator windings of operating motors. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 47:1078–1084, October 2000.
- [33] J. Korbicz, J.M. Kościelny, Z. Kowalczyk, and W. Cholewa, editors. *Fault diagnosis. Models, artificial intelligence, applications*. Springer-Verlag, Germany, 2004.
- [34] M. Kostenko and M. Piotrovsky. *Máquinas eléctricas*, volume II. MIR, Moscú, 1974.
- [35] Christian Kral, Rudolf S. Wieser, Franz Pirker, and Matthias Schagginger. Sequences of field-oriented control for detection on faulty rotor bars in induction machines - the vienna monitoring method. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 47:1042–1050, October 2000.
- [36] Paul C. Krause, Oleg Wasynczuk, and Scott D. Sudhoff. *Analysis of electric machinery and drive systems*. IEEE Press. Wiley-Interscience, USA, 2 edition, 2002.
- [37] Benjamin Kuipers. *Qualitative reasoning: modeling and simulation with incomplete knowledge*. MIT Press, USA, 1994.
- [38] T. Lethla, J. Joller, M. Lethla, and J. Laugis. Parameter identification and comparison of an induction motor models. In *Eight International Conference on Power Electronics and Variable Speed Drives*, IEE Conf. Publ. No. 455, pages 201–205, London, UK, September 2000.
- [39] M.L. Leuschen, I.D. Walker, and J.R. Caravallo. Fault residual generation via nonlinear analytical redundancy. *IEEE Transactions on System Control Technology*, 13:452–458, May 2005.

-
- [40] Bo Li, Mo-Yuen Chow, Yodyium Tipsuwan, and James C. Hung. Neural-network-based motor rolling bearing fault diagnosis. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 47:1060–1069, October 2000.
- [41] B. Liang, A.D. Ball, and S. Iwnicki. Simulation and fault detection of three-phase induction motors. In *Conference on Computer, Communications, Control and Power Engineering. TENCN '02*, volume 3 of *IEEE Proceedings of the 2002 Region 10 Conference*, pages 1813–1817, 28-31 October 2002.
- [42] T.A. Lipo and A. Consoli. Modelling and simulation of induction motors with saturable leakage reactance. *IEEE Transactions on Industrial Applications*, IA-20:180–189, 1984.
- [43] Thomas A Lipo. *Inroduction to AC machine design*. University of Wisconsin, USA, 2 edition, 2004.
- [44] Xiang-Qun Liu, Hong-Yue Zhang, Jun Liu, and Jing Yang. Fault detection and diagnosis of permanent-magnet dc motor based on parameter estimation and neural networks. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 47:1021–1030, October 2000.
- [45] Kenneth A. Loparo, M. L. Adams, Wei Lin, M. Farouk Abdel-Magied, and Nadar Afshari. Fault detection and diagnosis of rotating machinery. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 47:1005–1014, October 2000.
- [46] Rodrigo López Cárdenas. Diagnóstico y detección de fallas implementado mediante un sistema digital con aplicaciones en equipos de refrigeración. Master's thesis, Centro de Investigación en Computación, Instituto Politécnico Nacional, México, 2003.
- [47] Rodrigo López Cárdenas and Luis Pastor Sánchez Fernández. Fault diagnosis methods for AC induction motors. In *International Conference on Digital System Design, CICINDI'2005*, México city, México., 7-9 September 2005.
- [48] Xose M. López Fernández and Ángel Costa Montiel. Dynamic induction motor model considering skin effect and thermal performance. In *International Conference on Electrical Machines, ICEM'02*, Brugues, Belgium, Julio 2002.

-
- [49] X. Lou, Y. Liao, H.A. Toliyat, A. El-Antalby, and T.A. Lipo. Multipled coupled circuit modeling of induction machines. *IEEE Transactions on Industrial Applications*, 31:311–317, March/April 1995.
- [50] Sérgio M. A. Cruz and J. Marques Cardoso. Stator winding fault diagnosis in three-phase synchronous and asynchronous motors, by the extended park's vector approach. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 37:1227–1233, September/October 2001.
- [51] H. Nejjari and Mohamed El Hachemi Benbouzid. Application of fuzzy logic to induction motors condition monitoring. *IEEE Power Engineering Review*, 19:52–54, June 1999.
- [52] Subhasis Nandi. Detection of stator faults in induction machines using residual saturation harmonics. *IEEE Transactions on Industry Application*, 42:1021–1208, September/October 2006.
- [53] Subhasis Nandi, Shehad Ahmed, and Hamid A. Toliyat. Detection of rotor slot and other eccentricity related harmonics in a three phase induction motor with different rotor cages. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 16:253–260, September 2001.
- [54] A.Ñasiri, J. Poshtan, M.H. Kuhaei, and F. Taringoo. Wavelet packet decomposition as a proper method for fault detection in three phase induction motor. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Mechatronics, ICM'04*, Turkey, 3-5 June 2004.
- [55] Chee-Mun Ong. *Dynamic simulation of electric machinery*. Prentice Hall PTR, USA, 1998.
- [56] Burak Ozpineci and Leon M. Tolbert. Simulink implementation of induction machine model - A modular approach. In *IEEE International Electric Machine and Drives Conference, IEMDC'03*, volume 2, pages 728–734 vol.2, 1-4 June 2003.
- [57] Evelio Palomino Marín. *La medición y el análisis de vibraciones en el diagnóstico de máquinas rotatorias*. CEIM - Innovación y Mantenimiento, Cuba, 1997.
- [58] Ron J. Patton, Paul M. Frank, and Robert N. Clark, editors. *Issues of fault diagnosis for dynamic systems*. Springer, Great Britain, 2000.

-
- [59] Paul A. Luker Paul A. Fishwick, editor. *Qualitative simulation modeling and analysis*. Springer-Verlag, USA, 1991.
- [60] Z.K. Peng and F.L. Chu. Application of the wavelet transform in machine condition monitoring and fault diagnostics: a review with bibliography. *Mechanical System and Signal Processing*, 18:199–221, 2003.
- [61] Sheng Qiang, X. Z. Gao, and Xianyi Zhuang. State-of-the-art in soft computing-based motor fault diagnosis. In *Conference on Control Applications. CCA 2003*, volume 1 of *Proceedings of 2003 IEEE Conference*, pages 1381–1386 vol.2, 23-25 June 2003.
- [62] Juan Carlos Robles Jiménez, Rodrigo López Cárdenas, Luis Pastor Sánchez Fernández, and Ricardo Barrón Fernández. Sistema de detección de fallas incipientes en un sistema de refrigeración, en una arquitectura distribuida y jerárquica. In *Informática 2003*, Habana, Cuba, 17-21 Marzo 2003.
- [63] Robert L. Schiltz. Forcing frequency identification of rolling element bearings. *Sound and Vibration*, pages 16–19, May 1990.
- [64] Arfat Siddique, G.S. Yadava, and Bhim Singh. Application of artificial intelligence techniques for induction machine stator fault diagnostics: Review. In *IEEE Symposium on Diagnostics for Electric Machines, Power Electronics and Drives*, pages 29–34, Atlanta, USA, 24-26 August 2003.
- [65] Silvio Simani, Cesare Fantuzzi, and Ron J. Patton. *Model-based fault diagnosis in dynamic systems using identification techniques*. Springer, Great Britain, 2003.
- [66] M.L. Sin, W.L. Soong, and N. Ertugrul. Induction machine on-line condition monitoring and fault diagnosis - A survey. In *Australasian Universities Power Engineering Conference*, Christchurch, New Zeland, 28 September - 1 October 2003.
- [67] R. Supangat, N. Ertugrul, W.L. Soong, D.A. Gray, C. Hansen, and J. Grieger. Broken rotor bar fault detection in induction motors using starting current analysis. In *IEEE European Conference on Power Electronics and Applications*, Germany, 11-14 Setember 2005.

- [68] Introduction to wavelets and wavelet transforms, editors. *C. Sidney Burrus and Ramesh A. Gopinath and Haitao Guo*. Prentice Hall, USA, 1998.
- [69] Peter Vas. *Parameter estimation, condition monitoring and diagnosis of electrical machines*. Oxford University Press, USA, 1993.
- [70] Peter Vas. *Artificial-intelligence-based electrical machines and drives. Applications of fuzzy, neural, fuzzy-neural and genetic-algorithm-based techniques*. Oxford University Press, USA, 1999.
- [71] Constantin von Altrock. *Fuzzy logic and neurofuzzy applications explained*. Prentice Hall PTR, USA, 1995.
- [72] Alan S. Willsky. A survey of design methods for failure detection in dynamic systems. *Automatica*, 12:601–611, 1976.

Anexo A

Publicaciones generadas por el trabajo de investigación

A.1. Publicaciones

- López, R., Sánchez, L., Progrebnyak, O. and Costa, A.: Inter-turn short circuit and unbalanced voltage pattern recognition for three phase induction motors. Iberoamerican Congress on Pattern Recognition. Lectures Notes in Computer Science, Vol. -, pp. - -, 2008. ISSN 0302-9743.
- Sánchez, L., Herrera, R. and López, R.: Low-Cost Wave Generation System Based on Combined Neural Control and a Linear Motor. Proceedings of 8th IFAC Symposium on Cost Oriented Automation-Affordable Automation Systems. pp. 1-6, 2007. ISSN 978-959-286-002-5
- Costa, A., Vilaragut, M. and López, R.: Experiences concerning the application of electric machines steady state models for diagnosis purposes. Research in Computing Science, Vol. 31, pp. 213-222, 2007. ISSN 1870-4069.
- Jaime, B., Sánchez, L. and López, R.: Mechanical Faults Diagnosis in Induction Motors based on Neural Networks and Vibration Patterns, Research in Computing Science, Vol. 31, pp. 243-252, 2007. ISSN 1870-4069.
- López, R., Sánchez, L. and Jaime, B.: Diagnostic of three-phase induction machine based on neural networks. Research in Computing

Science, Vol. 24, pp. 55-64, 2006. ISSN 1870-4069

A.2. Eventos

- López, R., and Sánchez, L.: Fault Diagnosis Methods for AC Induction Motors. VI International Congress on Control, Virtual Instrumentation and Digital Systems, CICINDI05, México, 2005.

Anexo B

Rutinas en MATLAB

Nota: Por compatibilidad entre plataformas de cómputo, las siguientes funciones fueron escritas sin acentos o caracteres especiales.

```
function [obj, ptn] = patrones(carpeta, num)
% PATRONES extrae los patrones de un conjunto de motores
%
% [obj, ptn] = patrones(carpeta, num)
%
% 'obj' es la matriz objetivo para los patrones de falla
% 'ptn' es la matriz de patrones de falla
%
% 'carpeta' es la ruta donde se encuentran los archivos de simulacion
% 'num' es el numero de motores

% 13 patrones por motor, 15 neuronas de entrada por patron
ptn = zeros(13*num,15);
% 13 patrones por motor, 13 neuronas de salida por patron
obj = zeros(13*num,13);

for i=1:num
    str = [carpeta '/' 'motor' num2str(i)];
    [t, p] = patron(str);

    m = (i-1)*13 + 1;
    ptn(m:m+12,:) = p;% patrones de falla
    obj(m:m+12,:) = t;% matriz objetivo
end
```

```

function [obj, ptn] = patron(carpeta)
% PATRON extrae los patrones de un motor
%
% [obj, ptn] = patron(carpeta)
%
% obj : es la matriz objetivo para los patrones de falla
% ptn : es la matriz de patrones de falla
%
% 'carpeta' es la ruta de la carpeta donde se almacenaron los archivos
% generados de la simulacion

[idss,t,v,c,i] = cargavar(carpeta);

d = size(v);
ptn = zeros(d(2),14);

% regresa la matriz que compone los rasgos unidimensionales de corriente
ptc = ptrcor(idss,t,c);
% regresa la matriz que compone los rasgos bidimensionales de corriente
v4c = vel4cor(idss,t,v,c);
% regresa la matriz de valores rms de las senales de corriente
%rms = snrms(i);

ptn(:,1:3) = ptc;
ptn(:,4:13) = v4c;
%ptn(:,14) = rms;
ptn(:,14) = load([carpeta '/' 'potencia.txt']);
ptn(:,15) = load([carpeta '/' 'polos.txt']);
%ptn(:,16) = load([carpeta '/' 'par.txt']);

obj = [1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
       0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
       0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
       0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
       0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
       0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0
       0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0
       0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0
       0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0
       0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0
       0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0
       0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0
       0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0
       0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1];

```

```

function [idss, t, v, c, i] = cargavar(carpeta)
% CARGAVAR carga las variables en el espacio de trabajo
%
% [t, v, c, i] = cargavar(carpeta)
%
% [t, v, c, i] : son las variables del motor procesadas.
% t : tiempo
% v : matriz de velocidades procesada
% c : matriz de corrientes procesada
% i : matriz de corrientes sin procesar
%
% 'carpeta' es la ruta de la carpeta donde se almacenaron los archivos
% generados de la simulacion

str = [carpeta '/' 'nr.txt']; load(str); vel = procsenal(nr);
lg = length(vel);% longitud del vector de velocidad
mx = vel(lg); % obtiene el valor de la velocidad en edo estacionario
% encuentra el indice en el cual se alcanza el tiempo de establecimiento
idss = find(vel >= 0.98*mx, 1, 'first');

str=[carpeta '/' 'tiempo.txt']; load(str); t=procsenal(tiempo);

% velocidad procesada
v(:,1) = vel;
str=[carpeta '/' 'nr05br.txt']; load(str); v(:,2)=procsenal(nr05br);
str=[carpeta '/' 'nr10br.txt']; load(str); v(:,3)=procsenal(nr10br);
str=[carpeta '/' 'nr20br.txt']; load(str); v(:,4)=procsenal(nr20br);
str=[carpeta '/' 'nr30br.txt']; load(str); v(:,5)=procsenal(nr30br);
str=[carpeta '/' 'nr05ecc.txt']; load(str); v(:,6)=procsenal(nr05ecc);
str=[carpeta '/' 'nr10ecc.txt']; load(str); v(:,7)=procsenal(nr10ecc);
str=[carpeta '/' 'nr20ecc.txt']; load(str); v(:,8)=procsenal(nr20ecc);
str=[carpeta '/' 'nr30ecc.txt']; load(str); v(:,9)=procsenal(nr30ecc);
str=[carpeta '/' 'nr05eda.txt']; load(str); v(:,10)=procsenal(nr05eda);
str=[carpeta '/' 'nr10eda.txt']; load(str); v(:,11)=procsenal(nr10eda);
str=[carpeta '/' 'nr20eda.txt']; load(str); v(:,12)=procsenal(nr20eda);
str=[carpeta '/' 'nr30eda.txt']; load(str); v(:,13)=procsenal(nr30eda);

% corriente procesada
str=[carpeta '/' 'ic.txt']; load(str); c(:,1)=procsenal(ic);
str=[carpeta '/' 'ic05br.txt']; load(str); c(:,2)=procsenal(ic05br);
str=[carpeta '/' 'ic10br.txt']; load(str); c(:,3)=procsenal(ic10br);
str=[carpeta '/' 'ic20br.txt']; load(str); c(:,4)=procsenal(ic20br);
str=[carpeta '/' 'ic30br.txt']; load(str); c(:,5)=procsenal(ic30br);
str=[carpeta '/' 'ic05ecc.txt']; load(str); c(:,6)=procsenal(ic05ecc);

```

```

str=[carpeta '/' 'ic10ecc.txt']; load(str); c(:,7)=procsenal(ic10ecc);
str=[carpeta '/' 'ic20ecc.txt']; load(str); c(:,8)=procsenal(ic20ecc);
str=[carpeta '/' 'ic30ecc.txt']; load(str); c(:,9)=procsenal(ic30ecc);
str=[carpeta '/' 'ic05eda.txt']; load(str); c(:,10)=procsenal(ic05eda);
str=[carpeta '/' 'ic10eda.txt']; load(str); c(:,11)=procsenal(ic10eda);
str=[carpeta '/' 'ic20eda.txt']; load(str); c(:,12)=procsenal(ic20eda);
str=[carpeta '/' 'ic30eda.txt']; load(str); c(:,13)=procsenal(ic30eda);

```

```

% corriente sin procesar

```

```

i(:,1) = ic;
i(:,2) = ic05br;
i(:,3) = ic10br;
i(:,4) = ic20br;
i(:,5) = ic30br;
i(:,6) = ic05ecc;
i(:,7) = ic10ecc;
i(:,8) = ic20ecc;
i(:,9) = ic30ecc;
i(:,10) = ic05eda;
i(:,11) = ic10eda;
i(:,12) = ic20eda;
i(:,13) = ic30eda;

```

```

function sal = ptrcor(idss,t,c)

```

```

% PTRCOR regresa el patron de la diferencia maxima entre la corriente
% sin falla y aquellas con falla, ademas del ancho y tiempo del pulso
% resultante

```

```

%

```

```

% 'sal' es el vector de resultados, compuesto por:

```

```

% - el pico maximo de la diferencia

```

```

% - el tiempo de ocurrencia del pico maximo

```

```

% - el ancho del pulso a 70%

```

```

%

```

```

% idss : indice del tiempo de establecimiento,

```

```

% t, c : vector de tiempo y matriz de corrientes

```

```

tss = t(idss);% tiempo de establecimiento

```

```

% la función ventana tiene un ancho de 2 veces el tss

```

```

a = 2*idss;% ancho de la ventana

```

```

w = hamming(a);

```

```

%tw = t(1:a)/tss;% tiempo de duracion de la ventana normalizado a tss

d = size(c);
sal = zeros(d(2), 3);
dif = zeros(a, d(2));
tmp = zeros(a, d(2));

for i=1:d(2)
    tmp(:,i) = c(1:a,1) - c(1:a,i);% diferencia de corrientes
    dif(:,i) = w.*tmp(:,i);% multiplicacion por la funcion ventana
end

for i=1:d(2)
    % calculo del pico maximo
    gfc = abs(dif(:,i));
    [mx,id] = max(gfc);

    % calculo del ancho del pulso al 70
    id_i70 = find(gfc >= 0.7*mx, 1, 'first');
    id_d70 = find(gfc >= 0.7*mx, 1, 'last');

    sal(i,1) = sign(dif(id,i))*mx;
    sal(i,2) = t(id)/tss;
    sal(i,3) = (t(id_d70) - t(id_i70))/tss;
end

%figure('Color','white');
%plot(tw,dif(:,2),tw,dif(:,3),tw,dif(:,4),tw,dif(:,5)),...
% xlabel('Tiempo normalizado (t / tss)'),ylabel('Diferencia de Corrientes (A)'),...
% title('Cosntante de barra rota'),grid
%figure('Color','white');
%plot(tw,dif(:,6),tw,dif(:,7),tw,dif(:,8),tw,dif(:,9)),...
% xlabel('Tiempo normalizado (t / tss)'),ylabel('Diferencia de corrientes (A)'),...
% title('Porcentaje de corto circuito en el estator'),grid
%figure('Color','white');
%plot(tw,dif(:,10),tw,dif(:,11),tw,dif(:,12),tw,dif(:,13)),...
% xlabel('Tiempo normalizado (t / tss)'),ylabel('Diferencia de corrientes (A)'),...
% title('Voltaje de desbalance en la alimentacion'),grid

```

```

function sal = vel4cor(idss,t,v,c)
% VEL4COR extrae puntos de la grafica de velocidad contra corriente y los
% presenta de manera proporcional a la grafica de estado sin falla
%
% La salida esta compuesta por un vector de 10 valores de corriente tomados
% al mismo valor de velocidad del motor
%
% idss : indice del tiempo de establecimiento,
% t, v, c : vector de tiempo, matriz de velocidad y de corrientes

M = 10;
d = size(v);
obj = zeros(1,M+1);
sal = zeros(d(2), M);
lg = length(t(1:idss,1));

for i=1:M+1 % se calculan 11 puntos pero el algoritmo solo toma 10
    m = floor(i*lg/(M+1));% calculo de los indices de los M puntos
    % extrae los valores objetivo de velocidad de la condicion sin falla
    obj(i) = v(m,1);
end

for i=1:d(2)
    gfc = v(:,i);
    for j=1:M
        % localizacion de los indices dercho e izquierdo de punto buscado
        id_der = find(gfc >= obj(j), 1, 'first');
        id_izq = find(gfc <= obj(j), 1, 'last');

        % calculo del error de los puntos encontrados
        err_der = gfc(id_der)/obj(j) - 1;
        err_izq = 1 - gfc(id_izq)/obj(j);

        % decision del punto con menor error
        if err_der <= err_izq
            idx = id_der;
        else
            idx = id_izq;
        end

        % obtencion de la corriente
        sal(i,j) = c(idx,i)/c(idx,1);
    end
end
end

```

```

%v = v(1:idss,1);
%figure('Color','white');
%plot(v,c(1:idss,1),v,c(1:idss,2),v,c(1:idss,3),v,c(1:idss,4),...
%   v,c(1:idss,5)),xlabel('Velocidad (rpm)'),ylabel('Corriente (A)'),...
%   title('Cosntante de barra rota'),grid
%figure('Color','white');
%plot(v,c(1:idss,1),v,c(1:idss,6),v,c(1:idss,7),v,c(1:idss,8),...
%   v,c(1:idss,9)),xlabel('Velocidad (rpm)'),ylabel('Corriente (A)'),...
%   title('Porcentaje de corto circuito en el estator'),grid
%figure('Color','white');
%plot(v,c(1:idss,1),v,c(1:idss,10),v,c(1:idss,11),v,c(1:idss,12),...
%   v,c(1:idss,13)),xlabel('Velocidad (rpm)'),ylabel('Corriente (A)'),...
%   title('Voltaje de desbalance en la alimentacion'),grid

```

```

function sal = snrms(i)

```

```

% SNRMS calcula el valor rms de la senal de entrada con su ultimo segundo
%
% La salida es el valor rms de la senal de entrada
% i : matriz de corrientes sin procesar

```

```

d = size(i);
sal = zeros(d(2),1);
inorm = i(d(1)-999:d(1),1);% corriente sin falla
irms = rmssenal(inorm);% valor rms de la corriente sin falla

for m=1:d(2)
    iss = i(d(1)-999:d(1),m);% corriente de estado estacionario
    sal(m,1) = rmssenal(iss);% valor rms de la corriente
end

```

```

function sp = procsenal(sn)

```

```

% PROCSENAL procesa la senal realizando diezmado y suavizado
%
% sp = procsenal(sn)
%

```

```
% sp es la senal procesada
% sn es la senal a procesar

sd  = decimate(sn, 10);
sds = smooth(sd, 21);
sdss = smooth(sds, 21);
sp = sdss;
```

```
function sp = rmssenal(sn)
% RMSSENAL obtiene el valor rms de la senal
%
% sp = rmssenal(sn)
%
% sp es la senal procesada
% sn es la senal a procesar

sp = norm(sn)/sqrt(length(sn));
```

```
function sal = motorarr(parr, carpeta)
% MOTORARR Simula el motor y almacena los resultados en archivos de texto
%
% sal = motorarr(parr, carpeta)
%
% La salida es nula
%
% 'parr' es un arreglo de parametros del motor en el que cada renglon
% esta compuesto de la siguiente forma
% [fn, un, polos, k1, k2, k3, k4, lm, a0, ws, rs, pacn, tn, jn, j]
% 'carpeta' es la ruta del subdirectorio padre donde se almacenaran los
% archivos generados por la simulacion

warning off all;
sal = [];
mkdir(carpeta);
r = size(parr);
```

```
for i = 1:r(1)
    dir = ['motor' int2str(i)];
    mkdir(carpeta, dir);
    str = [carpeta '/' dir];
    motorsim(parr(i,:), str);
end
warning on all;
```

```
function sal = motorsim(arr, carpeta)
% MOTORSIM Simula el motor y almacena los resultados en archivos de texto
%
% sal = motorsim(arr, carpeta)
%
% La salida es nula
%
% 'arr' es un arreglo que contiene los parametros del motor
% [fn, un, polos, k1, k2, k3, k4, lm, a0, ws, rs, pacn, tn, jn, j]
% 'carpeta' es la ruta del subdirectorio donde se almacenaran los
% archivos generados por la simulacion

% === ASIGNACION DE VARIABLES ===
fn = arr(1);
un = arr(2);
polos = arr(3);
k1 = arr(4);
k2 = arr(5);
k3 = arr(6);
k4 = arr(7);
lm = arr(8);
lds = arr(9);
ns = arr(10);
rs = arr(11);
p = arr(12);
tn = arr(13);
jn = arr(14);
j = arr(15);
sal = [];

% === SIMULACION DEL ESTADO NORMAL ===
set_param('modelomotor/ALIMENTACION', 'f1', num2str(fn));
```

```

set_param('modelomotor/ALIMENTACION', 'ua', num2str(un));
set_param('modelomotor/ALIMENTACION', 'ub', num2str(un));
set_param('modelomotor/ALIMENTACION', 'uc', num2str(un));

set_param('modelomotor/PARAMETROS RESISTIVOS', 'rs', num2str(rs));
set_param('modelomotor/PARAMETROS RESISTIVOS', 'k1', num2str(k1));
set_param('modelomotor/PARAMETROS RESISTIVOS', 'k2', num2str(k2));
set_param('modelomotor/PARAMETROS RESISTIVOS', 'kbr', '1');
set_param('modelomotor/PARAMETROS RESISTIVOS', 'kecc', '0');
set_param('modelomotor/PARAMETROS RESISTIVOS', 'fn', num2str(fn));

set_param('modelomotor/PARAMETROS INDUCTIVOS', 'lsf', num2str(lds));
set_param('modelomotor/PARAMETROS INDUCTIVOS', 'lm', num2str(lm));
set_param('modelomotor/PARAMETROS INDUCTIVOS', 'k3', num2str(k3));
set_param('modelomotor/PARAMETROS INDUCTIVOS', 'k4', num2str(k4));
set_param('modelomotor/PARAMETROS INDUCTIVOS', 'fn', num2str(fn));

str = ['[ ' num2str(tn) ' ' num2str(tn) ' ' num2str(tn) ' ' num2str(tn) ' ]'];
set_param('modelomotor/CARGA MECANICA', 'mmec', str);
ws = pi*ns/30; w1 = 0; w2 = ws/3; w3 = 2*ws/3; w4 = ws;
str = ['[ ' num2str(w1) ' ' num2str(w2) ' ' num2str(w3) ' ' num2str(w4) ' ]'];
set_param('modelomotor/CARGA MECANICA', 'wrmec', str);
set_param('modelomotor/CARGA MECANICA', 'Jc', num2str(jn));
set_param('modelomotor/CARGA MECANICA', 'Jm', num2str(j));
set_param('modelomotor/CARGA MECANICA', 'mac', '0');
set_param('modelomotor/CARGA MECANICA', 'wr0', '0');
set_param('modelomotor/CARGA MECANICA', 'P', num2str(polos));

set_param('modelomotor/PAR', 'P', num2str(polos));

sim('modelomotor');
%str = [carpeta '/fa.txt']; save(str, 'faseA', '-ascii');
str = [carpeta '/ic.txt']; save(str, 'icomp', '-ascii');
str = [carpeta '/nr.txt']; save(str, 'nr', '-ascii');
str = [carpeta '/tiempo.txt']; save(str, 'tiempo', '-ascii');
str = [carpeta '/potencia.txt']; save(str, 'p', '-ascii');
str = [carpeta '/par.txt']; save(str, 'tn', '-ascii');
str = [carpeta '/polos.txt']; save(str, 'polos', '-ascii');

%=== SIMULACION DE CORTO CIRCUITO EN EL BOBINADO DEL ESTATOR ===
% 5%
set_param('modelomotor/PARAMETROS RESISTIVOS', 'kecc', '0.05');
sim('modelomotor');
%str = [carpeta '/fa05ecc.txt']; save(str, 'faseA', '-ascii');
str = [carpeta '/ic05ecc.txt']; save(str, 'icomp', '-ascii');

```

```
str = [carpeta '/nr05ecc.txt']; save(str, 'nr', '-ascii');

% 10%
set_param('modelomotor/PARAMETROS RESISTIVOS', 'kecc', '0.1');
sim('modelomotor');
%str = [carpeta '/fa10ecc.txt']; save(str, 'faseA', '-ascii');
str = [carpeta '/ic10ecc.txt']; save(str, 'icomp', '-ascii');
str = [carpeta '/nr10ecc.txt']; save(str, 'nr', '-ascii');

% 20%
set_param('modelomotor/PARAMETROS RESISTIVOS', 'kecc', '0.2');
sim('modelomotor');
%str = [carpeta '/fa20ecc.txt']; save(str, 'faseA', '-ascii');
str = [carpeta '/ic20ecc.txt']; save(str, 'icomp', '-ascii');
str = [carpeta '/nr20ecc.txt']; save(str, 'nr', '-ascii');

% 30%
set_param('modelomotor/PARAMETROS RESISTIVOS', 'kecc', '0.3');
sim('modelomotor');
%str = [carpeta '/fa30ecc.txt']; save(str, 'faseA', '-ascii');
str = [carpeta '/ic30ecc.txt']; save(str, 'icomp', '-ascii');
str = [carpeta '/nr30ecc.txt']; save(str, 'nr', '-ascii');

%=== SIMULACION DE BARRA ROTA EN EL ROTOR ===
% restaura el corto circuito en el estator
set_param('modelomotor/PARAMETROS RESISTIVOS', 'kecc', '0');
% 5%
set_param('modelomotor/PARAMETROS RESISTIVOS', 'kbr', '1.05');
sim('modelomotor');
%str = [carpeta '/fa05br.txt']; save(str, 'faseA', '-ascii');
str = [carpeta '/ic05br.txt']; save(str, 'icomp', '-ascii');
str = [carpeta '/nr05br.txt']; save(str, 'nr', '-ascii');

% 10%
set_param('modelomotor/PARAMETROS RESISTIVOS', 'kbr', '1.1');
sim('modelomotor');
%str = [carpeta '/fa10br.txt']; save(str, 'faseA', '-ascii');
str = [carpeta '/ic10br.txt']; save(str, 'icomp', '-ascii');
str = [carpeta '/nr10br.txt']; save(str, 'nr', '-ascii');

% 20%
set_param('modelomotor/PARAMETROS RESISTIVOS', 'kbr', '1.2');
sim('modelomotor');
```

```
%str = [carpeta '/fa20br.txt']; save(str, 'faseA', '-ascii');
str = [carpeta '/ic20br.txt']; save(str, 'icomp', '-ascii');
str = [carpeta '/nr20br.txt']; save(str, 'nr', '-ascii');

% 30%
set_param('modelomotor/PARAMETROS RESISTIVOS', 'kbr', '1.3');
sim('modelomotor');
%str = [carpeta '/fa30br.txt']; save(str, 'faseA', '-ascii');
str = [carpeta '/ic30br.txt']; save(str, 'icomp', '-ascii');
str = [carpeta '/nr30br.txt']; save(str, 'nr', '-ascii');

%=== SIMULACION DE DESBALANCE EN LA ALIMENTACION ===
% restaura la rotura de barra
set_param('modelomotor/PARAMETROS RESISTIVOS', 'kbr', '1');
% 5V
set_param('modelomotor/ALIMENTACION', 'ua', num2str(un-5));
sim('modelomotor');
%str = [carpeta '/fa05eda.txt']; save(str, 'faseA', '-ascii');
str = [carpeta '/ic05eda.txt']; save(str, 'icomp', '-ascii');
str = [carpeta '/nr05eda.txt']; save(str, 'nr', '-ascii');

% 10V
set_param('modelomotor/ALIMENTACION', 'ua', num2str(un-10));
sim('modelomotor');
%str = [carpeta '/fa10eda.txt']; save(str, 'faseA', '-ascii');
str = [carpeta '/ic10eda.txt']; save(str, 'icomp', '-ascii');
str = [carpeta '/nr10eda.txt']; save(str, 'nr', '-ascii');

% 20V
set_param('modelomotor/ALIMENTACION', 'ua', num2str(un-20));
sim('modelomotor');
%str = [carpeta '/fa20eda.txt']; save(str, 'faseA', '-ascii');
str = [carpeta '/ic20eda.txt']; save(str, 'icomp', '-ascii');
str = [carpeta '/nr20eda.txt']; save(str, 'nr', '-ascii');

% 30V
set_param('modelomotor/ALIMENTACION', 'ua', num2str(un-30));
sim('modelomotor');
%str = [carpeta '/fa30eda.txt']; save(str, 'faseA', '-ascii');
str = [carpeta '/ic30eda.txt']; save(str, 'icomp', '-ascii');
str = [carpeta '/nr30eda.txt']; save(str, 'nr', '-ascii');
```

```
function salarr = paramarr2(entarr)
% PARAMARR Calcula los parametros del motor a partir de datos del catalogo
%
% salarr = paramarr(entarr)
%
% La salida es un arreglo en el que cada renglon esta compuesto por
% [fn, un, polos, k1, k2, k3, k4, lm, lds, ws, rs, pacn, tn, jn, j]
%
% La entrada es un arreglo en el que cada renglon esta compuesto por
% [p, un, in, fn, polos, nn, ef, fpn, ia, ma, mm, tn, j]

[r, c] = size(entarr);
salarr = zeros(r, c+2);

for i = 1:r
    p = entarr(i,1);
    un = entarr(i,2);
    in = entarr(i,3);
    fn = entarr(i,4);
    polos = entarr(i,5);
    nn = entarr(i,6);
    ef = entarr(i,7);
    fpn = entarr(i,8);
    ia = entarr(i,9);
    ma = entarr(i,10);
    mm = entarr(i,11);
    tn = entarr(i,12);
    j = entarr(i,13);

    [k1, k2, k3, k4, lm, lds, ns, rs, pacn, jn] = params2(p, un, in, fn, ...
    polos, nn, ef, fpn, ia, ma, mm);
    salarr(i,:) = [fn, un, polos, k1, k2, k3, k4, lm, lds, ns, rs, ...
    pacn, tn, jn, j];
end
```

```
function salarr = paramarr(entarr)
% PARAMARR Calcula los parametros del motor a partir de datos del catalogo
%
% salarr = paramarr(entarr)
%
```

```

% La salida es un arreglo en el que cada renglon esta compuesto por
% [fn, un, polos, k1, k2, k3, k4, lm, lds, ns, rs, p, tn, jn, j]
%
% La entrada es un arreglo en el que cada renglon esta compuesto por
% [p, un, in, fn, polos, nn, ef, fpn, ia, ma, mm, tn, j]

[r, c] = size(entarr);
salarr = zeros(r, c+2);

for i = 1:r
    p = entarr(i,1);
    un = entarr(i,2);
    in = entarr(i,3);
    fn = entarr(i,4);
    polos = entarr(i,5);
    nn = entarr(i,6);
    ef = entarr(i,7);
    fpn = entarr(i,8);
    ia = entarr(i,9);
    ma = entarr(i,10);
    mm = entarr(i,11);
    tn = entarr(i,12);
    j = entarr(i,13);

    [k1, k2, k3, k4, lm, lds, ns, rs, pacn, jn] = params(p, un, in, fn, ...
    polos, nn, ef, fpn, ia, ma, mm);
    salarr(i,:) = [fn, un, polos, k1, k2, k3, k4, lm, lds, ns, rs, ...
    p, tn, jn, j];
end

```

```

function [k1, k2, k3, k4, lm, lds, ns, rs, pacn, jn] = params2(p, un, in, fn, polos,
nn, ef, fpn, ia, ma, mm)
% PARAMS2 Calcula los parametros del motor de induccion trifasico
%          a partir de datos del catalogo
%
% [k1, k2, k3, k4, lm, lds, ws, rs, pacn, jn] =
%          params(p, un, in, fn, polos, nn, ef, fpn, ia, ma, mm)
%
% Variables de salida:
%   k1 = constante 1 de resistencia en ohms

```

```

% k2 = constante 2 de resistencia en ohms
% k3 = constante 1 de inductancia en henrios
% k4 = constante 2 de inductancia en henrios
% lm = inductancia magnetizante en henrios
% lds = inductancia de dispersion del estator
% ns = velocidad sincrona en rpm
% rs = resistencia del estator en ohms
% pacn = perdidas de acero nominales en watts
% jn = inercia nominal en Kg m^2
%
% Variables de entrada:
% p = potencia nominal en KW
% un = tension trifasica nominal de alimentacion en volts
% in = corriente de alimentacion nominal en ampers
% fn = frecuencia nominal de alimentacion en hertz
% polos = numero de polos de la maquina de induccion
% nn = velocidad nominal en rpm
% ef = eficiencia nominal en porciento%
% fpn = factor de potencia nominal
% ia = corriente de arranque en por unidad de la nominal
% ma = par de arranque en por unidad del nominal
% mm = par maximo en por unidad del nominal
% Operaciones comunes
jn = 0.04*p^0.9*(polos/2)^2.5; % inercia nominal en Kg m^2
a0 = 0.4; % parte de la reactancia total que pertenece al estator
b0 = 1 - a0; % parte de la reactancia total que pertenece al rotor
pn = p*1000; % potencia nominal en watts
%efn = ef/100; % eficiencia nominal en fraccion
unf = un/1.73; % tension nominal de fase en volts
ns = 120*fn/polos; % velocidad sincrona en rpm
sn = (ns-nn)/ns; % deslizamiento nominal en pu
% deslizamiento para el momento maximo, pu
sm = sn*(mm+sqrt(mm^2-1-2*sn+2*mm*sn))/(1+2*sn-2*mm*sn);
zb = unf/in; % impedancia base en ohms
sperd = 1.73*un*in*fpn - pn;% suma de todas las perdidas del motor
%calculo de las perdidas de acero
if p >= 100
    pacn = 0.15*sperd;
elseif (p >= 15 ) && (p < 100)
    pacn = 0.18*sperd;
else
    pacn = 0.2*sperd;

```

```

end
% perdidas mecanicas nominales, se suponen igual a 3/4 partes de las perdidas
de acero
pmecn = 0.75*pacn;
% calculo de las perdidas adicionales nominales
if p >= 1850
    padn = 0.009*pn;
elseif (p >= 375) && (p < 1850)
    padn = 0.012*pn;
elseif (p >= 90) && (p < 375)
    padn = 0.015*pn;
else
    padn = 0.018*pn;
end

% resistencia del rotor nominal
irn = in*fpn; % corriente nominal del rotor
rrn = sn*pn/(3*(1-sn)*irn^2);
% resistencia del rotor en el arranque
rrk = rrn*ma/(ia^2*sn);
% constantes k1 y k2
k1 = (rrn - sqrt(sn)*rrk)/(1 - sqrt(sn));
k2 = (rrk - rrn)/(1 - sqrt(sn));

% resistencia del estator
pcobrn = 3*irn^2*rrn;
pcobsn = sperd - (pcobrn + pacn + pmecn + padn);
rs = pcobsn/(3*in^2);

% reactancia de dispersion en el arranque
%rspu = rs/zb; % resistencia del estator en pu
%rrkpu = rrk/zb; % resistencia del rotor en el arranque en pu
%xcck = zb*sqrt((1/ia)^2 - (rspu + rrkpu)^2);
xcck = sqrt((zb/ia)^2 - (rrn + rrk)^2);
% reactancia de dispersion a momento maximo
rrsm = (k1 + k2*sqrt(sm)); % resistencia del rotor a momento maximo
xccsm = rrsm/sm;
% constantes k3 y k4
k3bis = (xcck - sqrt(sm)*xccsm)/(1 - sqrt(sm)); % constante en ohms
k3 = b0*k3bis/(2*pi*fn); % constante k3 en henrios correspondiente al rotor
k4bis = (sqrt(sm)*(xccsm - xcck))/(1 - sqrt(sm)); % constante en ohms
k4 = b0*k4bis/(2*pi*fn); % cosntante k4 en henrios correspondiente al rotor
% reactancia de dispersion del estator
xcc = k3bis + k4bis/sqrt(sn); % reactancia de dispersion nominal

```

```
xds = a0*xcc;           % reactancia correspondiente al estator
lds = xds/(2*pi*fn);    % inductancia de dispersion del estator
```

```
% reactancia magnetizante
% voltaje entre los puntos a y b del circuito equivalente
uabn = unf - rrn*in*fpn - xds*in*sqrt(1-fpn^2);
im = sqrt(in^2 - irn^2); % corriente magnetizante
xm = uabn/im;           % reactancia magnetizante
lm = xm/(2*pi*fn);      % inductancia magnetizante
```

```
function [k1, k2, k3, k4, lm, lds, ns, rs, pacn, jn] = params(p, un, in, fn, polos,
nn, ef, fpn, ia, ma, mm) |
```

```
% PARAMS Calcula los parametros del motor de induccion trifasico
%      a partir de datos del catalogo
```

```
%
% [k1, k2, k3, k4, lm, lds, ns, rs, pacn, jn] =
%      params(p, un, in, fn, polos, nn, ef, fpn, ia, ma, mm)
```

```
% Variables de salida:
```

```
% k1 = constante 1 de resistencia en ohms
% k2 = constante 2 de resistencia en ohms
% k3 = constante 1 de inductancia en henrios
% k4 = constante 2 de inductancia en henrios
% lm = inductancia magnetizante en henrios
% lds = inductancia de dispersion del estator
% ns = velocidad sincrona en rpm
% rs = resistencia del estator en ohms
% pacn = perdidas de acero nominales en watts
% jn = inercia nominal en Kg m^2
```

```
% Variables de entrada:
```

```
% p = potencia nominal en KW
% un = tension trifasica nominal de alimentacion en volts
% in = corriente de alimentacion nominal en ampers
% fn = frecuencia nominal de alimentacion en hertz
% polos = numero de polos de la maquina de induccion
% nn = velocidad nominal en rpm
% ef = eficiencia nominal en porcentaje
```

```

% fpn = factor de potencia nominal
% ia = corriente de arranque en por unidad de la nominal
% ma = par de arranque en por unidad del nominal
% mm = par maximo en por unidad del nominal
% Operaciones comunes
jn = 0.04*p^0.9*(polos/2)^2.5; % inercia nominal en Kg m^2
a0 = 0.4; % parte de la reactancia total que pertenece al estator
pn = p*1000; % potencia nominal en watts
efn = ef/100; % eficiencia nominal en fraccion
unf = un/sqrt(3); % tension nominal de fase en volts
ns = 120*fn/polos; % velocidad síncrona en rpm
sn = (ns-nn)/ns; % deslizamiento nominal en pu
zb = unf/in; % impedancia base en ohms
sperd = (pn/efn)-pn; % suma de todas las perdidas del motor
pacn = 0.25*sperd; % perdidas de acero nominales, se suponen igual al 25%
de todas las perdidas del motor
pmecn = 0.14*sperd; % perdidas mecanicas nominales, se suponen igual al
14% de todas las perdidas del motor
%ws = pi*ns/30; % velocidad sincrona en rad/seg
% calculo de las perdidas adicionales nominales segun la IEEE
if p < 100
    padn = 0.018*pn;
else
    padn = 0.015*pn;
end

% 1. Resistencia del rotor, ohms
rr = sn*zb;

% 2. Deslizamiento para el momento maximo, pu
sm = sn*(mm+sqrt(mm^2-1-2*sn+2*mm*sn))/(1+2*sn-2*mm*sn);

% 3. Corriente de vacio nominal, ampers
ion = in*(sqrt(1-fpn^2)-sn*fpn/sm);

% 4. Reactancia de dispersion total en condiciones nominales, ohms
xcc = rr/sm;
x1 = a0*xcc; % reactancia correspondiente al estator
lds = x1/(2*pi*fn); % inductancia correspondiente al estator

% 5. Resistencia del estator, ohms
inr = in*sqrt(1+(sn/sm)^2)*fpn; % corriente nominal del rotor
pcobnr = 3*inr^2*rr; % perdidas de cobre nominales en el rotor
pcobns = sperd-(pcobnr+padn+pmecn+pacn); %perdidas de cobre nominales en el
estator

```

```
rs = pcobns/(3*in^2);

% 6. Inductancia magnetizante, henrios
femn = unf-in*rs*fpn-in*x1*sqrt(1-fpn^2); %fuerza electromotriz nominal
xm = femn/ion; % reactancia magnetizante
lm = xm/(2*pi*fn); % inductancia magnetizante

% 7. Resistencia del rotor en el arranque, ohms
rrk = rr*ma/(ia^2*sn);
rrkpu = rrk/zb; % resistencia del rotor en el arranque en pu
rspu = rs/zb; % resistencia del estator en pu

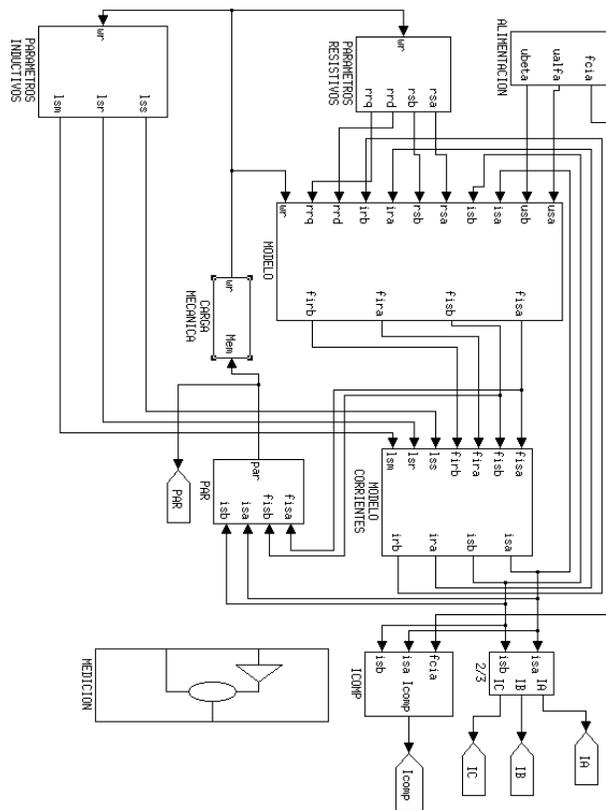
% 8. Constantes de resistencia, ohms
k1 = (rr-rrk*sqrt(sn))/(1-sqrt(sn));
k2 = (rrk-rr)/(1-sqrt(sn));

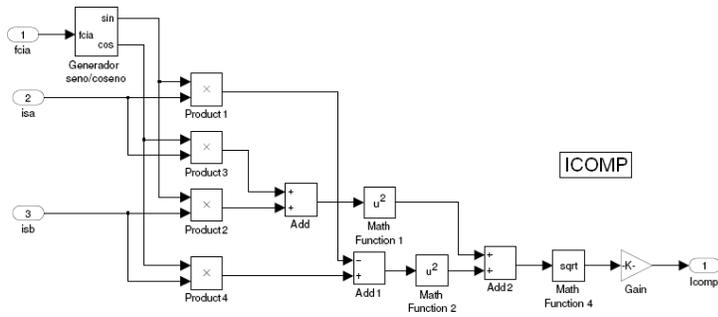
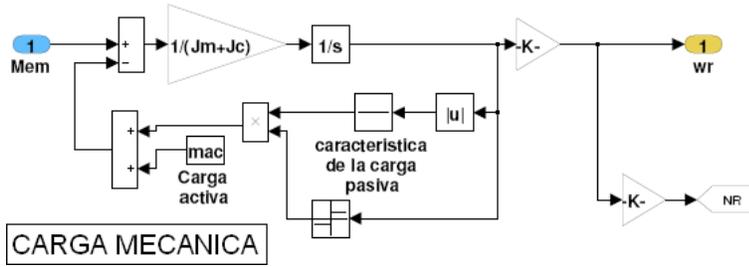
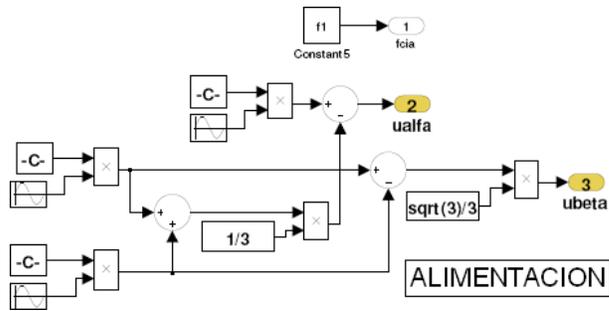
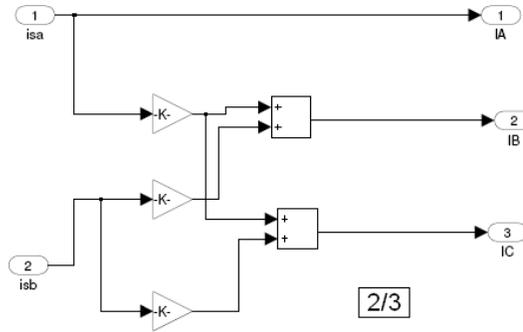
% 9. Reactancia de dispersion total en el arranque, ohms
xcckpu = sqrt((1/ia)^2-(rspu+rrkpu)^2); %reactancia en pu
xcck = xcckpu*zb;

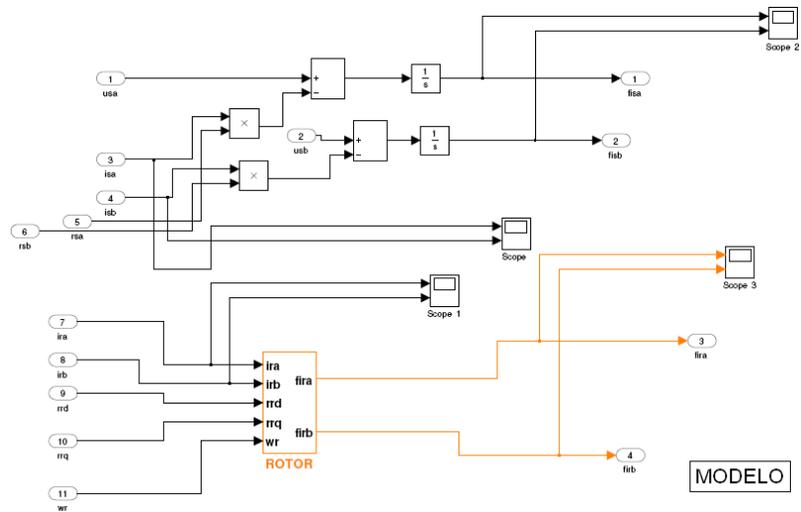
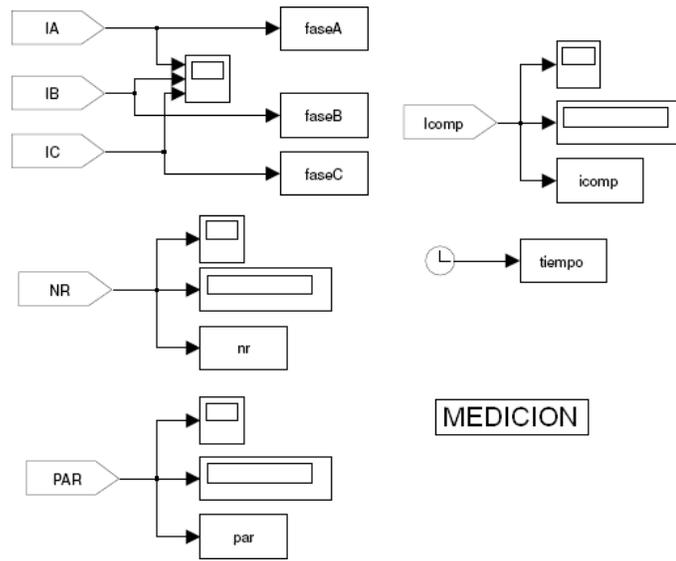
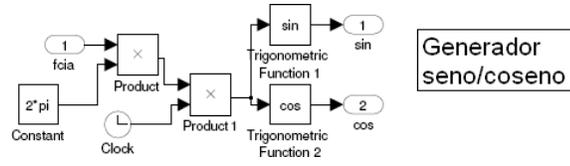
% 10. Constantes de inductancia, henrios
k3bis = (xcck-xcc*sqrt(sm))/(1-sqrt(sm));
k3 = k3bis/(2*pi*fn);
k4bis = ((xcc-xcck)*sqrt(sm))/(1-sqrt(sm));
k4 = k4bis/(2*pi*fn);
```

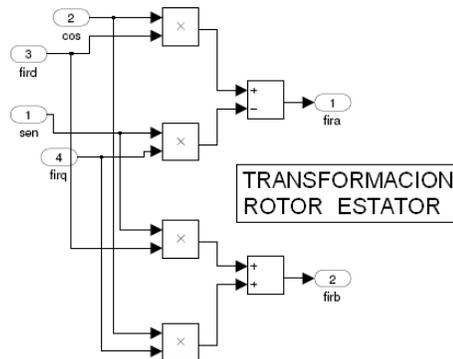
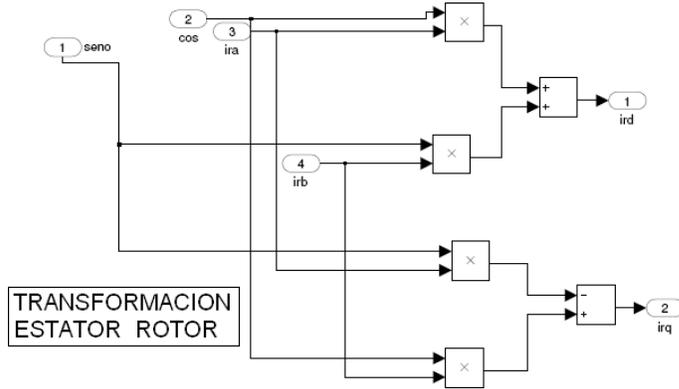
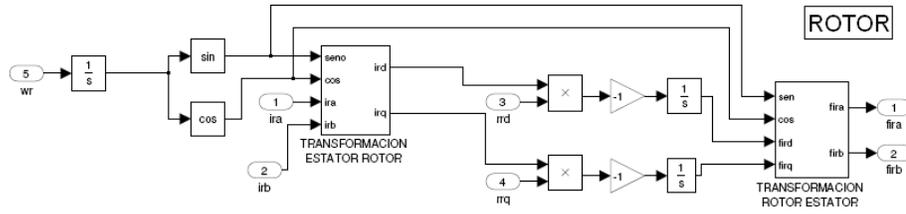

Anexo C

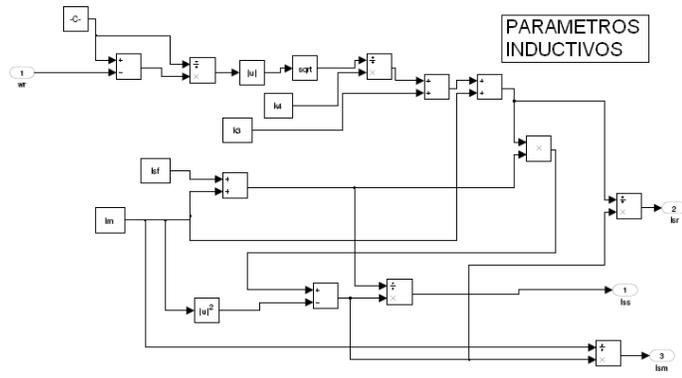
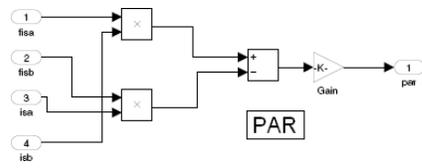
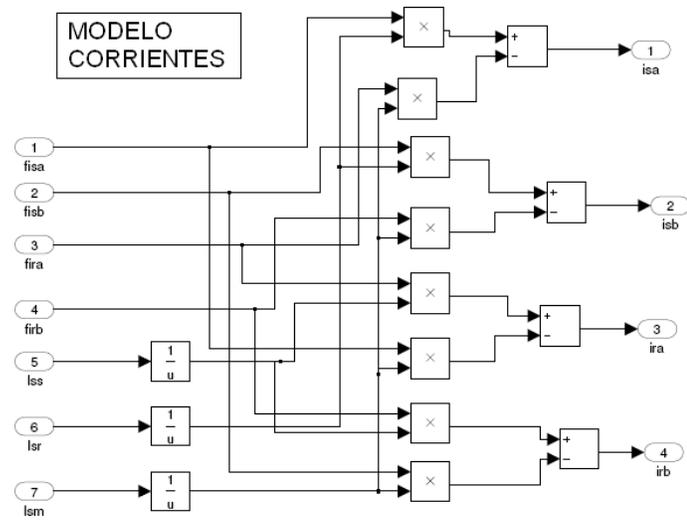
Diagrama de bloques en Simulink

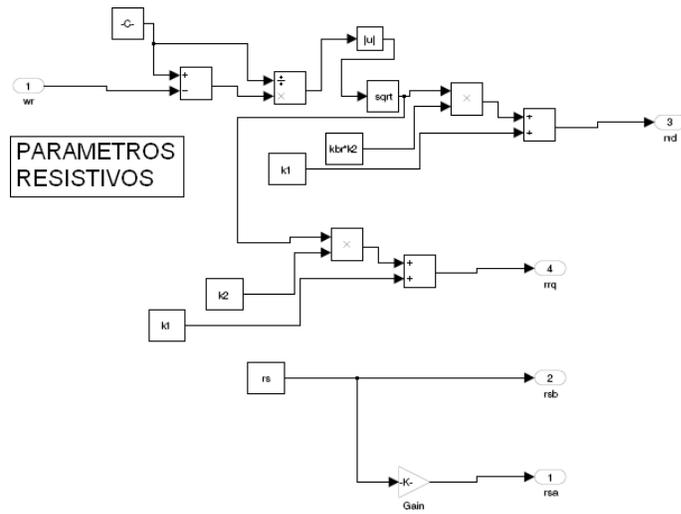












Anexo D

Otros ejemplos de patrones de falla

Pt. Unidimensionales			Pt. Bidimensionales										Pt. Abs.				
0	0.003	1.997	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1.1	2
0.056	0.677	0.34	0.997	0.996	0.996	0.995	0.994	0.993	0.992	0.992	0.993	0.995	1.1	2			
0.109	0.666	0.343	0.994	0.993	0.992	0.991	0.989	0.987	0.986	0.985	0.987	0.991	1.1	2			
0.208	0.677	0.343	0.989	0.987	0.985	0.982	0.979	0.976	0.973	0.972	0.976	0.984	1.1	2			
0.298	0.67	0.351	0.983	0.981	0.978	0.975	0.97	0.965	0.962	0.961	0.967	0.977	1.1	2			
0.113	0.785	0.28	1.003	1.002	1.001	1	0.997	0.994	0.99	0.985	0.982	0.984	1.1	2			
0.224	0.782	0.284	1.006	1.005	1.003	1	0.996	0.99	0.981	0.972	0.966	0.968	1.1	2			
0.43	0.775	0.28	1.013	1.01	1.007	1.001	0.993	0.982	0.966	0.948	0.936	0.938	1.1	2			
0.621	0.771	0.277	1.019	1.016	1.011	1.003	0.992	0.975	0.953	0.928	0.91	0.91	1.1	2			
-0.28	0.81	0.294	0.993	0.994	0.996	1	1.005	1.012	1.023	1.036	1.044	1.041	1.1	2			
-0.569	0.817	0.298	0.987	0.99	0.994	1	1.011	1.027	1.05	1.077	1.091	1.081	1.1	2			
-1.169	0.835	0.308	0.974	0.98	0.989	1.004	1.027	1.064	1.118	1.173	1.192	1.154	1.1	2			
-1.793	0.852	0.319	0.962	0.971	0.987	1.01	1.05	1.116	1.206	1.29	1.295	1.209	1.1	2			
0	0.004	1.995	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2.2	2			
0.171	0.707	0.32	0.997	0.997	0.996	0.996	0.995	0.993	0.992	0.991	0.991	0.992	2.2	2			
0.336	0.713	0.32	0.995	0.994	0.993	0.992	0.99	0.988	0.985	0.983	0.982	0.986	2.2	2			
0.641	0.718	0.326	0.99	0.988	0.987	0.984	0.981	0.976	0.972	0.967	0.967	0.973	2.2	2			
0.924	0.707	0.326	0.985	0.983	0.98	0.977	0.972	0.966	0.959	0.954	0.953	0.963	2.2	2			
0.316	0.814	0.258	1.003	1.002	1.002	1.001	0.999	0.996	0.992	0.986	0.981	0.979	2.2	2			
0.62	0.808	0.252	1.006	1.006	1.004	1.002	0.999	0.994	0.986	0.974	0.963	0.96	2.2	2			
1.182	0.808	0.252	1.013	1.012	1.009	1.006	1	0.99	0.974	0.954	0.932	0.924	2.2	2			
1.672	0.803	0.252	1.02	1.019	1.015	1.01	1.002	0.988	0.967	0.936	0.908	0.894	2.2	2			
-0.813	0.831	0.264	0.993	0.994	0.995	0.998	1.002	1.008	1.019	1.035	1.05	1.055	2.2	2			
-1.647	0.842	0.269	0.986	0.988	0.991	0.996	1.004	1.019	1.043	1.074	1.107	1.113	2.2	2			
-3.368	0.853	0.275	0.973	0.977	0.984	0.994	1.012	1.047	1.1	1.173	1.239	1.23	2.2	2			
-5.144	0.87	0.286	0.96	0.967	0.977	0.994	1.024	1.08	1.179	1.306	1.393	1.337	2.2	2			
0	0.001	1.998	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	4	2			
0.961	0.931	0.11	0.999	0.999	0.999	0.998	0.998	0.997	0.995	0.992	0.983	0.954	4	2			
1.885	0.927	0.112	0.999	0.998	0.998	0.997	0.996	0.994	0.991	0.985	0.968	0.916	4	2			
3.615	0.918	0.113	0.998	0.997	0.996	0.995	0.992	0.989	0.984	0.972	0.944	0.855	4	2			
5.177	0.909	0.116	0.997	0.996	0.994	0.992	0.989	0.985	0.977	0.961	0.924	0.811	4	2			
6.629	0.937	0.105	1.001	1.001	1	1	1	0.999	0.998	0.996	0.991	0.971	4	2			
1.204	0.934	0.105	1.002	1.002	1.001	1.001	1	1	0.998	0.994	0.983	0.947	4	2			
2.166	0.93	0.104	1.004	1.004	1.003	1.003	1.002	1	0.997	0.991	0.972	0.911	4	2			
2.838	0.927	0.104	1.006	1.006	1.006	1.005	1.004	1.002	0.998	0.989	0.966	0.889	4	2			
-3.054	0.954	0.109	0.996	0.996	0.997	0.998	1	1.003	1.008	1.021	1.059	1.193	4	2			
-6.096	0.967	0.116	0.992	0.993	0.995	0.997	1.001	1.008	1.02	1.052	1.158	1.505	4	2			
-11.48	0.994	0.141	0.985	0.987	0.991	0.997	1.007	1.024	1.063	1.178	1.671	2.161	4	2			
-15.396	1.017	0.185	0.978	0.982	0.989	1.001	1.02	1.061	1.168	1.627	2.757	2.317	4	2			
0	0.002	1.997	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	7.5	2			
3.393	0.929	0.126	0.998	0.998	0.998	0.997	0.996	0.995	0.992	0.987	0.973	0.93	7.5	2			
6.562	0.923	0.126	0.997	0.996	0.996	0.995	0.993	0.99	0.986	0.976	0.952	0.876	7.5	2			
12.217	0.913	0.129	0.994	0.993	0.992	0.99	0.987	0.982	0.975	0.958	0.919	0.802	7.5	2			
17.02	0.901	0.132	0.992	0.99	0.988	0.985	0.981	0.975	0.964	0.943	0.894	0.751	7.5	2			
0.906	0.944	0.11	1.001	1.001	1.001	1.001	1.001	1.001	1	0.999	0.995	0.981	7.5	2			

Pt. Unidimensionales			Pt. Bidimensionales									Pt. Abs.		
1.707	0.944	0.11	1.003	1.003	1.002	1.002	1.002	1.002	1.001	0.999	0.992	0.966	7.5	2
2.94	0.941	0.107	1.006	1.006	1.006	1.005	1.005	1.004	1.003	0.999	0.988	0.947	7.5	2
3.55	0.944	0.107	1.009	1.009	1.009	1.009	1.008	1.008	1.006	1.002	0.989	0.939	7.5	2
-3.811	0.953	0.116	0.995	0.996	0.996	0.996	0.997	0.998	1.001	1.007	1.026	1.091	7.5	2
-7.657	0.959	0.12	0.991	0.992	0.992	0.993	0.995	0.998	1.003	1.017	1.058	1.212	7.5	2
-15.23	0.975	0.126	0.983	0.984	0.986	0.988	0.991	0.997	1.01	1.043	1.164	1.572	7.5	2
-22.296	0.99	0.135	0.975	0.977	0.979	0.982	0.988	0.998	1.02	1.087	1.356	2.097	7.5	2
0	0.001	1.998	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	15	2
10.512	0.941	0.104	0.998	0.997	0.997	0.996	0.995	0.993	0.99	0.983	0.966	0.906	15	2
19.694	0.93	0.109	0.996	0.995	0.994	0.992	0.99	0.987	0.981	0.97	0.94	0.847	15	2
33.759	0.91	0.118	0.992	0.991	0.988	0.986	0.982	0.976	0.967	0.949	0.905	0.775	15	2
43.228	0.89	0.131	0.988	0.986	0.983	0.98	0.975	0.967	0.955	0.931	0.881	0.736	15	2
-0.692	0.948	0.116	1	1	1.001	1.001	1.001	1.001	1.001	1.002	1.003	1.008	15	2
-1.639	0.95	0.113	1.001	1.001	1.002	1.002	1.002	1.002	1.003	1.004	1.007	1.019	15	2
-4.483	0.957	0.111	1.003	1.004	1.004	1.004	1.005	1.006	1.007	1.011	1.02	1.055	15	2
-9.013	0.962	0.107	1.004	1.006	1.007	1.007	1.008	1.01	1.014	1.021	1.041	1.118	15	2
-7.902	0.968	0.1	0.995	0.996	0.996	0.996	0.997	0.998	1.001	1.006	1.023	1.093	15	2
-15.801	0.977	0.102	0.991	0.992	0.992	0.993	0.995	0.997	1.002	1.014	1.054	1.233	15	2
-30.738	0.995	0.113	0.983	0.984	0.985	0.987	0.991	0.996	1.009	1.04	1.163	1.701	15	2
-43.384	1.013	0.129	0.975	0.976	0.979	0.982	0.988	0.998	1.02	1.086	1.396	2.351	15	2
0	0.002	1.998	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	22	2
12.686	0.938	0.12	0.997	0.997	0.996	0.995	0.994	0.992	0.988	0.98	0.962	0.907	22	2
23.752	0.927	0.124	0.995	0.994	0.993	0.991	0.988	0.985	0.978	0.964	0.934	0.846	22	2
41.173	0.903	0.134	0.99	0.989	0.986	0.983	0.979	0.972	0.96	0.939	0.894	0.77	22	2
53.367	0.889	0.145	0.986	0.984	0.98	0.976	0.97	0.961	0.946	0.92	0.865	0.729	22	2
-0.744	0.941	0.138	1	1	1.001	1.001	1.001	1.001	1.001	1.002	1.003	1.006	22	2
-1.763	0.943	0.131	1.001	1.001	1.002	1.002	1.002	1.002	1.003	1.004	1.007	1.016	22	2
-4.831	0.95	0.127	1.003	1.004	1.004	1.004	1.005	1.006	1.007	1.011	1.019	1.045	22	2
-9.745	0.955	0.124	1.004	1.006	1.007	1.007	1.009	1.01	1.014	1.021	1.039	1.097	22	2
-9.212	0.967	0.115	0.995	0.996	0.996	0.997	0.997	0.999	1.001	1.007	1.024	1.082	22	2
-18.46	0.974	0.117	0.991	0.992	0.993	0.994	0.995	0.998	1.004	1.017	1.056	1.195	22	2
-36.332	0.992	0.124	0.983	0.984	0.986	0.988	0.992	0.998	1.012	1.046	1.155	1.55	22	2
-52.308	1.007	0.136	0.975	0.977	0.979	0.983	0.989	1.001	1.025	1.094	1.354	2.021	22	2
0	0	1.999	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	37	2
149.972	0.945	0.063	0.998	0.998	0.997	0.996	0.995	0.993	0.991	0.985	0.973	0.93	37	2
178.794	0.895	0.114	0.997	0.996	0.995	0.994	0.992	0.989	0.984	0.976	0.959	0.905	37	2
186.044	0.847	0.205	0.994	0.994	0.992	0.989	0.986	0.982	0.975	0.964	0.942	0.88	37	2
186.359	0.844	0.272	0.992	0.991	0.989	0.985	0.981	0.976	0.969	0.956	0.932	0.864	37	2
-14.721	0.995	0.036	1	1	1	1	1	1	1.001	1.001	1.002	1.008	37	2
-31.617	0.998	0.036	1	1	1.001	1.001	1.001	1.001	1.002	1.003	1.006	1.02	37	2
-70.983	1.004	0.039	1.001	1.001	1.002	1.002	1.003	1.003	1.005	1.007	1.015	1.059	37	2
-113.019	1.012	0.045	1.002	1.003	1.003	1.004	1.005	1.006	1.009	1.014	1.03	1.153	37	2
-105.143	1.011	0.043	0.995	0.996	0.996	0.996	0.997	0.998	1	1.005	1.018	1.113	37	2
-158.239	1.024	0.072	0.991	0.992	0.992	0.994	0.995	0.998	1.003	1.015	1.058	1.935	37	2
-190.325	1.036	0.166	0.983	0.984	0.986	0.989	0.994	1.002	1.021	1.087	2.794	3.662	37	2
-199.797	1.041	0.282	0.976	0.978	0.981	0.988	1	1.028	1.155	4.001	3.921	3.635	37	2
0	0.002	1.997	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1.1	4
0.111	0.76	0.28	0.997	0.996	0.996	0.995	0.994	0.993	0.991	0.988	0.987	0.989	1.1	4
0.215	0.755	0.283	0.994	0.993	0.993	0.991	0.989	0.986	0.982	0.977	0.975	0.979	1.1	4
0.407	0.76	0.285	0.989	0.988	0.986	0.983	0.979	0.974	0.967	0.958	0.953	0.961	1.1	4
0.579	0.747	0.291	0.984	0.982	0.979	0.975	0.97	0.962	0.952	0.941	0.935	0.947	1.1	4
0.24	0.826	0.222	1.003	1.003	1.002	1.001	0.999	0.996	0.991	0.982	0.971	0.967	1.1	4
0.473	0.824	0.222	1.007	1.006	1.005	1.003	1	0.994	0.983	0.965	0.945	0.937	1.1	4
0.916	0.813	0.219	1.015	1.013	1.011	1.007	1.001	0.99	0.97	0.938	0.899	0.88	1.1	4
1.325	0.807	0.219	1.022	1.02	1.017	1.011	1.003	0.987	0.96	0.916	0.862	0.831	1.1	4
-0.469	0.848	0.228	0.993	0.994	0.995	0.997	1	1.006	1.018	1.038	1.06	1.065	1.1	4
-0.95	0.857	0.233	0.986	0.988	0.99	0.994	1.002	1.015	1.04	1.082	1.13	1.132	1.1	4
-1.939	0.876	0.241	0.973	0.976	0.982	0.991	1.007	1.039	1.101	1.203	1.296	1.259	1.1	4
-2.943	0.895	0.252	0.96	0.965	0.974	0.99	1.019	1.076	1.19	1.371	1.484	1.36	1.1	4
0	0.002	1.997	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2.2	4
0.317	0.832	0.239	0.998	0.998	0.997	0.997	0.996	0.994	0.992	0.988	0.983	0.981	2.2	4
0.622	0.832	0.239	0.996	0.996	0.995	0.994	0.992	0.989	0.985	0.977	0.967	0.963	2.2	4
1.194	0.816	0.242	0.993	0.992	0.99	0.988	0.985	0.979	0.971	0.957	0.939	0.931	2.2	4
1.723	0.813	0.242	0.99	0.988	0.986	0.983	0.978	0.97	0.958	0.939	0.914	0.902	2.2	4
0.446	0.861	0.202	1.002	1.002	1.002	1.001	1	0.998	0.995	0.988	0.978	0.97	2.2	4
0.877	0.859	0.199	1.005	1.004	1.004	1.002	1	0.997	0.99	0.979	0.959	0.943	2.2	4
1.687	0.853	0.199	1.01	1.009	1.008	1.006	1.002	0.995	0.984	0.961	0.926	0.895	2.2	4
2.418	0.848	0.199	1.015	1.014	1.012	1.009	1.004	0.995	0.979	0.948	0.9	0.854	2.2	4
-1.258	0.88	0.204	0.993	0.994	0.995	0.996	0.999	1.005	1.015	1.034	1.066	1.087	2.2	4
-2.544	0.89	0.21	0.986	0.988	0.99	0.994	1	1.011	1.034	1.078	1.147	1.182	2.2	4
-5.156	0.909	0.22	0.973	0.976	0.981	0.989	1.004	1.032	1.086	1.202	1.361	1.373	2.2	4
-7.743	0.93	0.234	0.96	0.965	0.973	0.988	1.012	1.062	1.171	1.398	1.637	1.518	2.2	4
0	0.002	1.997	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	4	4
0.559	0.863	0.206	0.998	0.997	0.997	0.996	0.995	0.994	0.991	0.985	0.976	0.968	4	4
1.093	0.851	0.206	0.996	0.995	0.994	0.993	0.991	0.988	0.983	0.972	0.955	0.939	4	4
2.066	0.841	0.209	0.992	0.991	0.989	0.987	0.983	0.978	0.968	0.949	0.918	0.888	4	4

Pt. Unidimensionales			Pt. Bidimensionales									Pt. Abs.		
2.944	0.838	0.212	0.989	0.987	0.984	0.981	0.976	0.968	0.954	0.929	0.886	0.846	4	4
0.375	0.887	0.173	1.001	1.001	1.001	1.001	1.001	1	0.998	0.994	0.986	0.977	4	4
0.732	0.884	0.173	1.003	1.003	1.003	1.002	1.002	1	0.997	0.99	0.974	0.956	4	4
1.386	0.881	0.173	1.007	1.007	1.006	1.005	1.004	1.001	0.995	0.982	0.955	0.92	4	4
1.94	0.878	0.17	1.011	1.011	1.01	1.009	1.007	1.003	0.995	0.977	0.94	0.891	4	4
-0.926	0.896	0.179	0.996	0.996	0.996	0.997	0.998	1	1.005	1.015	1.036	1.059	4	4
-1.864	0.902	0.182	0.992	0.992	0.993	0.994	0.997	1.001	1.011	1.032	1.078	1.124	4	4
-3.766	0.914	0.185	0.984	0.985	0.987	0.99	0.995	1.005	1.027	1.075	1.181	1.269	4	4
-5.675	0.927	0.191	0.976	0.978	0.981	0.985	0.994	1.01	1.048	1.135	1.319	1.424	4	4
0	0.002	1.997	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	7.5	4
2.33	0.915	0.141	0.998	0.998	0.997	0.997	0.996	0.995	0.992	0.987	0.973	0.941	7.5	4
4.522	0.91	0.143	0.997	0.996	0.995	0.994	0.993	0.99	0.985	0.976	0.95	0.893	7.5	4
8.48	0.897	0.146	0.994	0.992	0.991	0.989	0.986	0.981	0.973	0.956	0.913	0.817	7.5	4
11.915	0.892	0.149	0.991	0.989	0.987	0.984	0.98	0.973	0.962	0.939	0.885	0.764	7.5	4
1.011	0.928	0.128	1.001	1.001	1.001	1.001	1.001	1	0.999	0.997	0.991	0.975	7.5	4
1.961	0.928	0.125	1.003	1.003	1.003	1.002	1.002	1.001	1	0.996	0.984	0.953	7.5	4
3.65	0.922	0.125	1.006	1.006	1.006	1.005	1.005	1.003	1	0.993	0.972	0.918	7.5	4
4.994	0.92	0.123	1.009	1.009	1.009	1.008	1.007	1.006	1.002	0.993	0.965	0.892	7.5	4
-2.998	0.938	0.133	0.995	0.996	0.996	0.997	0.997	0.999	1.002	1.009	1.03	1.086	7.5	4
-6.027	0.943	0.133	0.991	0.992	0.993	0.994	0.995	0.998	1.005	1.02	1.069	1.193	7.5	4
-12.058	0.958	0.138	0.983	0.984	0.986	0.988	0.991	0.998	1.013	1.05	1.179	1.472	7.5	4
-17.851	0.971	0.146	0.976	0.977	0.979	0.983	0.989	1	1.026	1.097	1.358	1.825	7.5	4
0	0.002	1.998	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	15	4
8.757	0.938	0.105	0.998	0.998	0.998	0.997	0.997	0.995	0.993	0.989	0.976	0.926	15	4
16.843	0.934	0.108	0.997	0.997	0.996	0.995	0.994	0.992	0.988	0.979	0.956	0.873	15	4
30.939	0.919	0.11	0.995	0.994	0.993	0.991	0.988	0.984	0.977	0.963	0.927	0.801	15	4
42.465	0.905	0.117	0.992	0.991	0.989	0.987	0.983	0.978	0.969	0.95	0.904	0.761	15	4
1.298	0.955	0.094	1.001	1.001	1.001	1.001	1.001	1	1	1	0.998	0.989	15	4
2.382	0.955	0.094	1.002	1.002	1.002	1.002	1.002	1.001	1.001	1	0.997	0.981	15	4
3.78	0.955	0.091	1.004	1.004	1.004	1.004	1.004	1.004	1.003	1.002	0.997	0.973	15	4
3.853	0.959	0.089	1.006	1.006	1.006	1.006	1.007	1.007	1.006	1.005	1.001	0.975	15	4
-9.276	0.959	0.101	0.995	0.996	0.996	0.996	0.997	0.998	1	1.005	1.021	1.096	15	4
-18.581	0.969	0.103	0.991	0.992	0.992	0.993	0.994	0.996	1.001	1.012	1.051	1.231	15	4
-36.506	0.985	0.11	0.983	0.984	0.985	0.987	0.99	0.995	1.005	1.034	1.146	1.677	15	4
-52.405	1	0.122	0.975	0.977	0.978	0.981	0.986	0.994	1.014	1.073	1.34	2.359	15	4
0	0.001	1.998	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	22	4
15.527	0.946	0.106	0.998	0.997	0.997	0.996	0.995	0.993	0.99	0.984	0.969	0.916	22	4
29.316	0.936	0.108	0.996	0.996	0.994	0.993	0.991	0.988	0.982	0.971	0.944	0.86	22	4
51.581	0.917	0.116	0.993	0.992	0.99	0.987	0.983	0.978	0.968	0.95	0.909	0.79	22	4
67.658	0.897	0.128	0.99	0.988	0.985	0.981	0.976	0.969	0.957	0.934	0.885	0.749	22	4
-0.409	0.928	0.169	1	1	1	1	1.001	1.001	1.001	1.001	1.002	1.003	22	4
-1.134	0.94	0.14	1.001	1.001	1.001	1.002	1.002	1.002	1.002	1.003	1.004	1.008	22	4
-3.831	0.952	0.12	1.003	1.003	1.004	1.004	1.004	1.005	1.006	1.008	1.013	1.028	22	4
-8.771	0.958	0.112	1.005	1.006	1.006	1.007	1.008	1.009	1.011	1.016	1.027	1.066	22	4
-12.26	0.972	0.1	0.995	0.996	0.996	0.996	0.997	0.998	1.001	1.006	1.021	1.085	22	4
-24.504	0.98	0.102	0.991	0.992	0.993	0.994	0.995	0.998	1.003	1.014	1.049	1.208	22	4
-47.783	0.996	0.11	0.983	0.984	0.986	0.988	0.991	0.997	1.009	1.038	1.141	1.629	22	4
-67.899	1.011	0.126	0.975	0.977	0.979	0.983	0.988	0.998	1.02	1.079	1.326	2.304	22	4
0	0	1.999	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	55	4
202.216	0.955	0.057	0.998	0.998	0.997	0.996	0.995	0.993	0.99	0.985	0.972	0.928	55	4
261.662	0.913	0.095	0.997	0.996	0.995	0.993	0.991	0.988	0.983	0.975	0.956	0.898	55	4
285.465	0.846	0.174	0.994	0.993	0.99	0.988	0.985	0.98	0.973	0.961	0.936	0.867	55	4
287.917	0.824	0.238	0.991	0.99	0.987	0.983	0.979	0.974	0.965	0.951	0.924	0.849	55	4
-8.916	0.994	0.039	1	1	1	1	1	1	1	1.001	1.001	1.004	55	4
-20.471	0.996	0.039	1	1.001	1.001	1.001	1.001	1.001	1.001	1.002	1.003	1.01	55	4
-52.7	1	0.04	1.001	1.002	1.002	1.002	1.003	1.003	1.004	1.005	1.009	1.03	55	4
-98.24	1.004	0.042	1.003	1.003	1.004	1.004	1.005	1.006	1.007	1.01	1.019	1.066	55	4
-128.876	1.009	0.044	0.995	0.996	0.996	0.996	0.997	0.998	1	1.004	1.015	1.088	55	4
-212.608	1.021	0.062	0.991	0.992	0.993	0.994	0.995	0.997	1.002	1.012	1.044	1.427	55	4
-278.289	1.035	0.125	0.983	0.984	0.986	0.989	0.992	0.999	1.012	1.05	1.32	3.771	55	4
-300.109	1.041	0.211	0.975	0.977	0.98	0.985	0.993	1.008	1.048	1.301	4.081	3.756	55	4
0	0.001	1.998	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1.1	6
0.067	0.662	0.365	0.995	0.994	0.993	0.992	0.991	0.991	0.99	0.99	0.992	0.995	1.1	6
0.128	0.656	0.37	0.99	0.989	0.987	0.986	0.984	0.982	0.981	0.982	0.986	0.99	1.1	6
0.237	0.635	0.375	0.98	0.978	0.976	0.972	0.969	0.967	0.966	0.968	0.975	0.985	1.1	6
0.329	0.631	0.379	0.971	0.968	0.964	0.96	0.955	0.953	0.953	0.957	0.967	0.981	1.1	6
0.097	0.788	0.299	1.003	1.002	1.001	0.999	0.997	0.994	0.99	0.987	0.985	0.986	1.1	6
0.191	0.783	0.298	1.006	1.004	1.002	0.999	0.995	0.989	0.982	0.975	0.971	0.973	1.1	6
0.373	0.777	0.296	1.012	1.009	1.005	0.999	0.991	0.98	0.966	0.952	0.944	0.948	1.1	6
0.543	0.769	0.295	1.019	1.014	1.008	0.999	0.988	0.972	0.952	0.933	0.92	0.923	1.1	6
-0.222	0.819	0.312	0.993	0.995	0.997	1	1.005	1.012	1.02	1.029	1.034	1.03	1.1	6
-0.451	0.827	0.315	0.987	0.99	0.995	1.002	1.011	1.026	1.044	1.063	1.07	1.059	1.1	6
-0.926	0.846	0.328	0.975	0.982	0.992	1.006	1.029	1.061	1.103	1.139	1.142	1.106	1.1	6
-1.417	0.864	0.34	0.964	0.974	0.991	1.015	1.053	1.11	1.178	1.225	1.207	1.136	1.1	6
0	0.001	1.998	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2.2	6
0.509	0.898	0.163	0.998	0.997	0.997	0.996	0.995	0.994	0.991	0.986	0.973	0.952	2.2	6

Pt. Unidimensionales			Pt. Bidimensionales									Pt. Abs.		
0.987	0.894	0.165	0.996	0.995	0.994	0.993	0.992	0.989	0.983	0.973	0.95	0.91	2.2	6
1.86	0.884	0.167	0.992	0.991	0.99	0.987	0.984	0.979	0.969	0.952	0.912	0.843	2.2	6
2.62	0.882	0.17	0.989	0.987	0.985	0.982	0.977	0.97	0.957	0.933	0.882	0.79	2.2	6
0.376	0.913	0.145	1.002	1.002	1.001	1.001	1.001	1	0.998	0.994	0.984	0.964	2.2	6
0.739	0.911	0.143	1.004	1.004	1.003	1.003	1.002	1	0.997	0.99	0.971	0.934	2.2	6
1.421	0.904	0.143	1.008	1.008	1.007	1.006	1.004	1.001	0.995	0.982	0.948	0.882	2.2	6
2.035	0.898	0.143	1.012	1.011	1.011	1.009	1.007	1.003	0.995	0.976	0.931	0.841	2.2	6
-0.718	0.925	0.147	0.996	0.996	0.996	0.997	0.998	1	1.003	1.011	1.033	1.075	2.2	6
-1.445	0.932	0.149	0.992	0.992	0.993	0.994	0.996	1	1.008	1.025	1.074	1.162	2.2	6
-2.9	0.946	0.155	0.984	0.985	0.987	0.989	0.994	1.002	1.02	1.062	1.185	1.376	2.2	6
-4.32	0.959	0.161	0.976	0.978	0.98	0.985	0.992	1.006	1.037	1.117	1.352	1.616	2.2	6
0	0.002	1.997	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	4	6
0.436	0.832	0.197	0.998	0.998	0.998	0.997	0.996	0.995	0.993	0.988	0.981	0.977	4	6
0.856	0.832	0.197	0.997	0.996	0.996	0.995	0.994	0.991	0.987	0.978	0.963	0.956	4	6
1.644	0.83	0.197	0.994	0.993	0.992	0.991	0.988	0.984	0.975	0.959	0.932	0.917	4	6
2.367	0.824	0.2	0.991	0.99	0.989	0.986	0.982	0.976	0.964	0.942	0.905	0.882	4	6
0.448	0.866	0.167	1.001	1.001	1.001	1.001	1.001	1	0.998	0.993	0.983	0.973	4	6
0.879	0.866	0.169	1.003	1.003	1.003	1.003	1.002	1	0.997	0.987	0.968	0.949	4	6
1.682	0.86	0.167	1.007	1.007	1.007	1.006	1.005	1.002	0.995	0.977	0.942	0.905	4	6
2.389	0.857	0.167	1.011	1.011	1.01	1.009	1.008	1.004	0.994	0.97	0.922	0.87	4	6
-0.982	0.874	0.172	0.995	0.996	0.996	0.997	0.998	1	1.005	1.017	1.04	1.06	4	6
-1.979	0.88	0.175	0.991	0.992	0.993	0.994	0.996	1.001	1.011	1.036	1.086	1.124	4	6
-4.003	0.891	0.178	0.983	0.984	0.986	0.988	0.993	1.003	1.027	1.086	1.202	1.261	4	6
-6.044	0.902	0.183	0.975	0.977	0.979	0.983	0.991	1.007	1.048	1.157	1.348	1.401	4	6
0	0.002	1.998	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	7.5	6
1.797	0.9	0.136	0.999	0.998	0.998	0.998	0.997	0.996	0.995	0.99	0.979	0.953	7.5	6
3.517	0.898	0.139	0.998	0.997	0.997	0.996	0.995	0.993	0.99	0.982	0.961	0.913	7.5	6
6.725	0.891	0.139	0.996	0.995	0.994	0.993	0.991	0.988	0.981	0.967	0.93	0.846	7.5	6
9.632	0.886	0.141	0.994	0.993	0.992	0.99	0.987	0.982	0.974	0.954	0.904	0.792	7.5	6
0.627	0.919	0.122	1.001	1.001	1.001	1.001	1	1	1	0.999	0.995	0.983	7.5	6
1.199	0.917	0.122	1.002	1.002	1.002	1.002	1.002	1.001	1	0.998	0.99	0.969	7.5	6
2.147	0.917	0.12	1.004	1.004	1.004	1.004	1.004	1.003	1.002	0.998	0.985	0.947	7.5	6
2.757	0.917	0.12	1.006	1.006	1.006	1.006	1.006	1.006	1.004	0.999	0.982	0.934	7.5	6
-3.113	0.924	0.129	0.995	0.996	0.996	0.996	0.997	0.998	1.001	1.008	1.031	1.09	7.5	6
-6.261	0.931	0.129	0.991	0.992	0.992	0.993	0.994	0.997	1.003	1.019	1.072	1.199	7.5	6
-12.55	0.945	0.134	0.983	0.984	0.985	0.987	0.99	0.996	1.009	1.05	1.19	1.473	7.5	6
-18.633	0.957	0.143	0.975	0.976	0.978	0.981	0.986	0.996	1.02	1.1	1.384	1.793	7.5	6
0	0.001	1.998	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	15	6
5.074	0.929	0.169	0.996	0.995	0.995	0.993	0.992	0.989	0.985	0.977	0.96	0.928	15	6
9.576	0.918	0.172	0.993	0.991	0.99	0.987	0.984	0.979	0.971	0.957	0.929	0.874	15	6
16.911	0.905	0.178	0.986	0.984	0.981	0.976	0.971	0.962	0.948	0.926	0.882	0.799	15	6
22.593	0.884	0.185	0.979	0.976	0.972	0.966	0.958	0.947	0.928	0.9	0.846	0.748	15	6
0.886	0.949	0.141	1.001	1.001	1.001	1	1	1	0.999	0.998	0.995	0.987	15	6
1.722	0.947	0.143	1.002	1.002	1.002	1.001	1.001	1	0.999	0.997	0.99	0.976	15	6
3.212	0.946	0.139	1.004	1.004	1.004	1.003	1.003	1.001	0.999	0.995	0.984	0.958	15	6
4.392	0.944	0.137	1.007	1.007	1.006	1.006	1.005	1.003	1	0.994	0.979	0.945	15	6
-4.054	0.957	0.148	0.996	0.996	0.996	0.997	0.998	1	1.003	1.01	1.026	1.062	15	6
-8.13	0.964	0.15	0.992	0.992	0.993	0.995	0.997	1	1.007	1.022	1.056	1.138	15	6
-16.203	0.979	0.156	0.984	0.985	0.987	0.99	0.995	1.003	1.018	1.053	1.143	1.335	15	6
-23.937	0.992	0.165	0.976	0.978	0.981	0.986	0.994	1.007	1.034	1.097	1.271	1.585	15	6
0	0	1.999	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	22	6
49.294	0.952	0.069	0.998	0.997	0.996	0.995	0.993	0.99	0.986	0.978	0.959	0.896	22	6
75.098	0.919	0.091	0.996	0.995	0.993	0.991	0.988	0.983	0.976	0.963	0.935	0.851	22	6
93.98	0.858	0.148	0.993	0.991	0.988	0.984	0.979	0.972	0.962	0.943	0.907	0.806	22	6
99.015	0.813	0.201	0.99	0.987	0.983	0.979	0.973	0.964	0.951	0.93	0.889	0.782	22	6
5.076	0.982	0.056	1	1	1	1	1	1	0.999	0.998	0.996	0.987	22	6
9.75	0.979	0.056	1.001	1.001	1.001	1.001	1	1	0.999	0.998	0.994	0.977	22	6
17.71	0.975	0.057	1.002	1.002	1.002	1.002	1.001	1.001	0.999	0.997	0.99	0.962	22	6
23.529	0.972	0.057	1.004	1.004	1.004	1.003	1.003	1.002	1	0.996	0.988	0.952	22	6
-34.869	1.001	0.062	0.996	0.996	0.997	0.998	0.999	1.001	1.004	1.012	1.033	1.156	22	6
-62.458	1.015	0.078	0.992	0.993	0.994	0.996	0.999	1.003	1.012	1.031	1.095	1.656	22	6
-92.428	1.034	0.136	0.984	0.987	0.99	0.994	1.002	1.015	1.043	1.123	1.752	2.976	22	6
-105.505	1.045	0.219	0.977	0.982	0.988	0.997	1.013	1.047	1.144	1.94	3.413	2.957	22	6
0	0	1.999	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	37	6
64.736	0.959	0.071	0.998	0.997	0.996	0.995	0.993	0.991	0.987	0.98	0.964	0.907	37	6
106.065	0.935	0.087	0.996	0.994	0.993	0.991	0.988	0.984	0.978	0.966	0.94	0.86	37	6
142.587	0.89	0.13	0.992	0.99	0.987	0.984	0.979	0.973	0.963	0.945	0.909	0.812	37	6
157.367	0.852	0.169	0.988	0.985	0.982	0.977	0.972	0.964	0.951	0.93	0.889	0.783	37	6
0.266	1.001	0.047	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	37	6
-0.45	0.898	0.294	1.001	1.001	1.001	1.001	1.001	1.001	1.001	1.001	1.001	1.002	37	6
-3.221	0.978	0.083	1.002	1.002	1.002	1.002	1.002	1.003	1.003	1.004	1.005	1.009	37	6
-10.181	0.986	0.071	1.003	1.004	1.004	1.004	1.004	1.005	1.006	1.007	1.011	1.026	37	6
-38.605	1	0.065	0.995	0.996	0.996	0.997	0.998	0.999	1.001	1.006	1.02	1.09	37	6
-73.629	1.011	0.073	0.991	0.992	0.993	0.994	0.996	0.999	1.004	1.016	1.052	1.275	37	6
-123.371	1.029	0.102	0.984	0.985	0.987	0.989	0.994	1.001	1.015	1.05	1.195	2.443	37	6
-150.502	1.042	0.147	0.976	0.978	0.981	0.986	0.994	1.007	1.037	1.133	1.915	2.976	37	6

Pt. Unidimensionales			Pt. Bidimensionales										Pt. Abs.	
-38.105	1.022	0.116	0.984	0.986	0.988	0.991	0.997	1.006	1.024	1.07	1.253	2.051	15	8
-49.125	1.038	0.154	0.977	0.979	0.983	0.989	0.999	1.016	1.056	1.182	1.916	2.378	15	8
0	0	1.999	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	22	8
70.271	0.904	0.098	0.997	0.996	0.995	0.993	0.991	0.987	0.981	0.971	0.95	0.885	22	8
79.569	0.841	0.171	0.995	0.993	0.991	0.989	0.985	0.98	0.972	0.958	0.93	0.854	22	8
80.879	0.805	0.283	0.991	0.989	0.986	0.982	0.977	0.97	0.96	0.942	0.91	0.827	22	8
81.163	0.806	0.35	0.987	0.984	0.981	0.977	0.971	0.963	0.951	0.932	0.897	0.811	22	8
8.611	0.986	0.042	1	1	1	1	1	0.999	0.999	0.998	0.995	0.985	22	8
16.588	0.981	0.043	1	1	1	1	1	0.999	0.998	0.996	0.992	0.973	22	8
30.11	0.972	0.047	1.001	1.001	1.001	1	1	0.999	0.997	0.994	0.986	0.955	22	8
40.316	0.964	0.051	1.002	1.002	1.002	1.001	1	0.999	0.996	0.992	0.981	0.942	22	8
-58.131	1.018	0.069	0.996	0.997	0.998	0.999	1.001	1.005	1.011	1.025	1.073	1.541	22	8
-79.404	1.032	0.14	0.993	0.994	0.997	1.001	1.007	1.017	1.04	1.107	1.73	2.501	22	8
-92.607	1.045	0.329	0.988	0.996	1.008	1.031	1.086	1.406	2.924	2.861	2.746	2.48	22	8
-97.084	1.05	0.4	1.083	3.026	3.012	2.995	2.973	2.944	2.901	2.837	2.724	2.46	22	8
0	0.001	1.999	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	7.5	10
2.582	0.928	0.151	0.995	0.994	0.994	0.992	0.991	0.989	0.985	0.979	0.965	0.935	7.5	10
4.741	0.926	0.155	0.99	0.989	0.988	0.986	0.983	0.979	0.972	0.961	0.937	0.888	7.5	10
7.952	0.905	0.167	0.981	0.979	0.976	0.973	0.968	0.961	0.949	0.931	0.895	0.823	7.5	10
10.061	0.893	0.177	0.972	0.969	0.965	0.961	0.954	0.945	0.928	0.906	0.865	0.782	7.5	10
0.637	0.96	0.123	1.001	1.001	1.001	1	1	0.999	0.998	0.994	0.985	0.985	7.5	10
1.261	0.958	0.122	1.002	1.002	1.002	1.001	1.001	1	0.999	0.996	0.99	0.972	7.5	10
2.464	0.953	0.122	1.004	1.004	1.004	1.003	1.002	1.001	0.999	0.994	0.982	0.949	7.5	10
3.596	0.948	0.122	1.006	1.006	1.006	1.005	1.004	1.002	0.999	0.992	0.975	0.93	7.5	10
-2.223	0.971	0.126	0.996	0.996	0.996	0.997	0.997	0.999	1.001	1.007	1.02	1.057	7.5	10
-4.448	0.979	0.128	0.992	0.992	0.993	0.994	0.995	0.998	1.004	1.015	1.046	1.131	7.5	10
-8.771	0.995	0.135	0.984	0.985	0.986	0.988	0.992	0.998	1.011	1.04	1.123	1.336	7.5	10
-12.731	1.009	0.148	0.976	0.977	0.98	0.983	0.989	1	1.022	1.078	1.25	1.59	7.5	10
0	0.001	1.998	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	15	10
5.606	0.943	0.17	0.995	0.994	0.993	0.992	0.991	0.988	0.984	0.977	0.964	0.938	15	10
10.459	0.936	0.177	0.991	0.989	0.988	0.985	0.982	0.977	0.97	0.958	0.936	0.893	15	10
17.85	0.931	0.184	0.982	0.979	0.976	0.972	0.966	0.957	0.945	0.926	0.891	0.827	15	10
23.499	0.9	0.191	0.973	0.97	0.965	0.96	0.952	0.94	0.924	0.9	0.858	0.781	15	10
0.918	0.97	0.14	1.001	1	1	1	1	0.999	0.998	0.996	0.99	0.99	15	10
1.807	0.969	0.14	1.002	1.001	1.001	1.001	1.001	1	0.999	0.997	0.992	0.982	15	10
3.483	0.965	0.138	1.004	1.003	1.003	1.003	1.002	1.001	0.999	0.995	0.986	0.967	15	10
4.986	0.962	0.138	1.006	1.006	1.005	1.004	1.003	1.002	0.999	0.993	0.981	0.954	15	10
-3.95	0.979	0.141	0.996	0.996	0.996	0.997	0.998	0.999	1.002	1.007	1.017	1.043	15	10
-7.902	0.986	0.145	0.992	0.992	0.993	0.994	0.996	0.999	1.004	1.015	1.038	1.095	15	10
-15.677	1	0.15	0.984	0.985	0.987	0.989	0.993	1	1.012	1.036	1.093	1.233	15	10
-23.076	1.011	0.16	0.976	0.978	0.981	0.985	0.991	1.002	1.021	1.064	1.174	1.42	15	10
0	0.001	1.998	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	22	10
10.407	0.948	0.136	0.996	0.995	0.994	0.993	0.992	0.989	0.985	0.978	0.963	0.928	22	10
19.152	0.93	0.144	0.992	0.991	0.989	0.987	0.984	0.98	0.972	0.96	0.935	0.876	22	10
32.492	0.922	0.155	0.984	0.982	0.979	0.975	0.97	0.963	0.95	0.931	0.892	0.809	22	10
41.558	0.892	0.164	0.976	0.973	0.969	0.965	0.958	0.948	0.931	0.907	0.861	0.766	22	10
1.858	0.967	0.116	1.001	1	1	1	1	0.999	0.998	0.995	0.987	0.987	22	10
3.668	0.965	0.118	1.002	1.001	1.001	1.001	1.001	1	0.999	0.997	0.991	0.976	22	10
7.121	0.961	0.118	1.004	1.003	1.003	1.003	1.002	1.001	0.999	0.995	0.985	0.957	22	10
10.314	0.957	0.116	1.006	1.005	1.005	1.004	1.003	1.002	0.999	0.993	0.979	0.94	22	10
-7.489	0.978	0.119	0.996	0.996	0.996	0.997	0.998	0.999	1.001	1.007	1.019	1.056	22	10
-14.961	0.986	0.123	0.992	0.992	0.993	0.994	0.996	0.999	1.004	1.015	1.044	1.129	22	10
-29.355	1.002	0.131	0.984	0.985	0.986	0.989	0.993	0.999	1.012	1.04	1.116	1.344	22	10
-42.331	1.015	0.143	0.976	0.978	0.98	0.984	0.99	1.002	1.023	1.076	1.239	1.631	22	10
0	0.002	1.997	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	9	12
0.979	0.746	0.371	0.99	0.99	0.989	0.988	0.987	0.986	0.985	0.984	0.984	0.987	9	12
1.806	0.733	0.374	0.981	0.98	0.979	0.977	0.975	0.972	0.971	0.97	0.971	0.977	9	12
3.127	0.699	0.399	0.964	0.962	0.959	0.956	0.951	0.948	0.948	0.948	0.953	0.971	9	12
4.108	0.687	0.399	0.948	0.945	0.942	0.937	0.93	0.927	0.93	0.933	0.946	0.982	9	12
0.748	0.947	0.213	1.002	1.002	1.001	1.001	1	0.999	0.998	0.995	0.991	0.986	9	12
1.483	0.947	0.213	1.005	1.004	1.003	1.002	1.001	0.999	0.996	0.991	0.983	0.973	9	12
2.912	0.941	0.21	1.01	1.009	1.007	1.005	1.003	0.999	0.993	0.984	0.969	0.948	9	12
4.274	0.934	0.21	1.015	1.013	1.011	1.009	1.005	0.999	0.99	0.977	0.956	0.927	9	12
-1.295	0.962	0.207	0.996	0.996	0.996	0.997	0.998	1	1.002	1.007	1.014	1.024	9	12
-2.597	0.969	0.21	0.992	0.992	0.994	0.995	0.997	1.001	1.006	1.014	1.03	1.052	9	12
-5.207	0.978	0.213	0.984	0.986	0.988	0.991	0.995	1.002	1.014	1.033	1.067	1.113	9	12
-7.808	0.987	0.219	0.976	0.979	0.982	0.987	0.994	1.005	1.024	1.055	1.112	1.186	9	12
0	0	1.999	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	13	12
3.564	0.907	0.186	0.996	0.995	0.994	0.993	0.991	0.989	0.984	0.977	0.963	0.943	13	12
6.663	0.895	0.19	0.992	0.991	0.989	0.987	0.984	0.979	0.971	0.958	0.934	0.898	13	12
11.655	0.878	0.198	0.984	0.982	0.979	0.975	0.969	0.961	0.948	0.927	0.889	0.832	13	12
15.29	0.859	0.204	0.977	0.974	0.97	0.964	0.957	0.945	0.928	0.902	0.856	0.788	13	12
0.703	0.931	0.155	1	1	1	1	1	0.999	0.999	0.997	0.994	0.988	13	12
1.391	0.929	0.155	1.001	1.001	1.001	1.001	1	0.999	0.998	0.995	0.989	0.978	13	12
2.716	0.926	0.154	1.003	1.003	1.003	1.002	1.001	1	0.997	0.991	0.98	0.959	13	12
3.965	0.922	0.154	1.005	1.005	1.004	1.003	1.002	1	0.996	0.988	0.971	0.941	13	12

Pt. Unidimensionales			Pt. Bidimensionales									Pt. Abs.		
-2.985	0.941	0.159	0.996	0.996	0.996	0.997	0.998	1	1.004	1.011	1.025	1.051	13	12
-5.994	0.95	0.162	0.992	0.992	0.993	0.995	0.997	1.001	1.008	1.024	1.057	1.11	13	12
-11.972	0.966	0.17	0.984	0.985	0.987	0.991	0.996	1.005	1.022	1.059	1.142	1.244	13	12
-17.713	0.98	0.18	0.976	0.979	0.982	0.987	0.996	1.011	1.041	1.11	1.266	1.372	13	12
0	0.001	1.999	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	22	12
7.34	0.933	0.167	0.995	0.994	0.993	0.992	0.99	0.988	0.984	0.977	0.964	0.939	22	12
13.403	0.92	0.173	0.99	0.989	0.987	0.985	0.982	0.977	0.97	0.958	0.936	0.894	22	12
22.438	0.906	0.178	0.981	0.978	0.975	0.972	0.966	0.958	0.946	0.927	0.893	0.831	22	12
28.322	0.882	0.195	0.971	0.968	0.964	0.959	0.952	0.941	0.925	0.902	0.862	0.791	22	12
1.007	0.964	0.134	1	1	1	1	1	1	0.999	0.998	0.996	0.992	22	12
1.993	0.962	0.132	1.001	1.001	1.001	1.001	1	1	0.999	0.997	0.994	0.985	22	12
3.886	0.96	0.132	1.002	1.002	1.002	1.002	1.001	1	0.999	0.996	0.988	0.971	22	12
5.651	0.957	0.132	1.004	1.004	1.003	1.003	1.002	1.001	0.999	0.994	0.984	0.96	22	12
-5.625	0.974	0.136	0.996	0.996	0.996	0.997	0.998	0.999	1.002	1.007	1.019	1.048	22	12
-11.253	0.983	0.14	0.992	0.992	0.993	0.994	0.996	0.999	1.005	1.016	1.043	1.107	22	12
-22.235	0.997	0.147	0.984	0.985	0.987	0.989	0.993	1	1.013	1.041	1.11	1.263	22	12
-32.432	1.012	0.158	0.976	0.978	0.98	0.985	0.991	1.003	1.025	1.077	1.214	1.454	22	12
0	0.001	1.998	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	37	12
8.35	0.925	0.224	0.994	0.993	0.992	0.991	0.989	0.987	0.983	0.978	0.969	0.955	37	12
15.135	0.908	0.214	0.988	0.986	0.984	0.982	0.979	0.975	0.969	0.959	0.944	0.921	37	12
24.914	0.9	0.236	0.976	0.973	0.97	0.966	0.961	0.952	0.943	0.928	0.905	0.871	37	12
31.019	0.893	0.255	0.964	0.96	0.956	0.951	0.944	0.931	0.921	0.904	0.876	0.839	37	12
1.117	0.972	0.148	1	1	1	1	1	1	0.999	0.999	0.997	0.995	37	12
2.202	0.972	0.148	1.001	1.001	1.001	1.001	1	1	0.999	0.998	0.995	0.99	37	12
4.247	0.971	0.146	1.002	1.002	1.002	1.002	1.001	1.001	0.999	0.997	0.992	0.981	37	12
6.073	0.969	0.145	1.004	1.004	1.003	1.003	1.002	1.001	1	0.996	0.989	0.974	37	12
-7.298	0.981	0.152	0.996	0.996	0.996	0.997	0.998	0.999	1.001	1.006	1.015	1.035	37	12
-14.605	0.988	0.155	0.992	0.992	0.993	0.994	0.996	0.998	1.003	1.013	1.033	1.076	37	12
-29.035	1.001	0.16	0.984	0.985	0.986	0.989	0.992	0.998	1.009	1.032	1.081	1.18	37	12
-42.884	1.013	0.168	0.976	0.978	0.98	0.984	0.99	1	1.018	1.057	1.145	1.314	37	12
0	0.001	1.998	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	55	12
20.653	0.945	0.157	0.995	0.994	0.993	0.992	0.991	0.988	0.984	0.978	0.966	0.941	55	12
37.44	0.928	0.161	0.99	0.989	0.987	0.985	0.982	0.978	0.971	0.959	0.938	0.897	55	12
63.494	0.93	0.181	0.981	0.978	0.975	0.972	0.966	0.959	0.947	0.929	0.897	0.836	55	12
80.24	0.906	0.185	0.971	0.968	0.964	0.959	0.952	0.941	0.926	0.904	0.866	0.797	55	12
1.857	0.977	0.125	1	1	1	1	1	1	1	0.999	0.998	0.995	55	12
3.642	0.977	0.123	1.001	1.001	1.001	1	1	1	1	0.999	0.996	0.991	55	12
6.943	0.975	0.123	1.002	1.002	1.002	1.002	1.001	1.001	1	0.998	0.994	0.983	55	12
9.763	0.974	0.122	1.003	1.003	1.003	1.003	1.002	1.002	1	0.998	0.992	0.977	55	12
-14.734	0.986	0.129	0.996	0.996	0.996	0.997	0.997	0.999	1.001	1.005	1.015	1.041	55	12
-29.445	0.993	0.131	0.992	0.992	0.993	0.994	0.995	0.998	1.003	1.012	1.035	1.092	55	12
-58.077	1.007	0.138	0.984	0.985	0.986	0.988	0.992	0.998	1.008	1.031	1.087	1.23	55	12
-84.626	1.021	0.149	0.976	0.977	0.98	0.983	0.989	0.999	1.017	1.058	1.167	1.42	55	12