



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

**CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN CIENCIA
APLICADA Y TECNOLOGÍA AVANZADA**

UNIDAD QUERÉTARO

POSGRADO EN TECNOLOGÍA AVANZADA

**“DISEÑO Y MODELADO CINEMÁTICO-DINÁMICO DE
PLATAFORMA MÓVIL BASADA EN LOCOMOCIÓN
HOLONÓMICA”**

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

“MAESTRO EN TECNOLOGÍA AVANZADA”

P R E S E N T A:

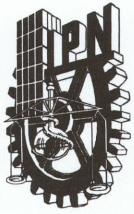
Luis Daniel Filomeno Amador

Dirigida por:

Dr. Eduardo Castillo Castañeda

Santiago de Querétaro Qro. Junio de 2021





INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

ACTA DE REGISTRO DE TEMA DE TESIS Y DESIGNACIÓN DE DIRECTOR DE TESIS

Ciudad de México, a 7 de junio del 2021

El Colegio de Profesores de Posgrado de **CICATA Unidad Querétaro** en su Sesión **ordinaria** No. **210604** celebrada el día **4** del mes junio de **2021**, conoció la solicitud presentada por el alumno:

Apellido Paterno:	Filomeno	Apellido Materno:	Amador	Nombre (s):	Luis Daniel
-------------------	----------	-------------------	--------	-------------	-------------

Número de registro:

B	1	9	0	8	8	9
---	---	---	---	---	---	---

del Programa Académico de Posgrado:

Maestría en Tecnología Avanzada

Referente al registro de su tema de tesis; acordando lo siguiente:

1.- Se designa al aspirante el tema de tesis titulado:

Diseño y modelado cinemático-dinámico de plataforma móvil basada en locomoción holonómica

Objetivo general del trabajo de tesis:

Diseñar y generar el modelo cinemático-dinámico de una plataforma móvil basada en locomoción omnidireccional en el desplazamiento planar.

2.- Se designa como Directores de Tesis a los profesores:

Director:

Dr. Eduardo Castillo Castañeda

 2° Director:

--

No aplica:

3.- El Trabajo de investigación base para el desarrollo de la tesis será elaborado por el alumno en:

CICATA-Unidad Queretaro

que cuenta con los recursos e infraestructura necesarios.

4.- El interesado deberá asistir a los seminarios desarrollados en el área de adscripción del trabajo desde la fecha en que se suscribe la presente, hasta la aprobación de la versión completa de la tesis por parte de la Comisión Revisora correspondiente.

Director de Tesis

Dr. Eduardo Castillo Castañeda

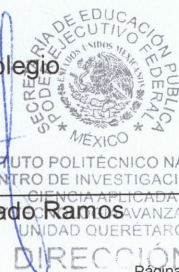
2° Director de Tesis

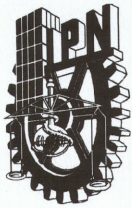
Aspirante

Luis Daniel Filomeno Amador

Presidente del Colegio

Dr. Juan Bautista Hurtado Ramos





INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

ACTA DE REVISIÓN DE TESIS

En la Ciudad de siendo las horas del día del mes de

del se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de la Tesis, designada por el Colegio de Profesores de Posgrado de: para examinar la tesis titulada:

del (la) alumno (a):

Apellido Paterno:	Filomeno	Apellido Materno:	Amador	Nombre (s):	Luis Daniel
--------------------------	----------	--------------------------	--------	--------------------	-------------

Número de registro:

Aspirante del Programa Académico de Posgrado:

Una vez que se realizó un análisis de similitud de texto, utilizando el software antiplagio, se encontró que el trabajo de tesis tiene **7 %** de similitud. **Se adjunta reporte de software utilizado.**

Después que esta Comisión revisó exhaustivamente el contenido, estructura, intención y ubicación de los textos de la tesis identificados como coincidentes con otros documentos, concluyó que en el presente trabajo **SI** **NO** **SE CONSTITUYE UN POSIBLE PLAGIO.**

JUSTIFICACIÓN DE LA CONCLUSIÓN:

Ningún documento del reporte de similitud rebasa el 1%

****Es responsabilidad del alumno como autor de la tesis la verificación antiplagio, y del Director o Directores de tesis el análisis del % de similitud para establecer el riesgo o la existencia de un posible plagio.**

Finalmente y posterior a la lectura, revisión individual, así como el análisis e intercambio de opiniones, los miembros de la Comisión manifestaron **APROBAR** **SUSPENDER** **NO APROBAR** la tesis por **UNANIMIDAD** o **MAYORÍA** en virtud de los motivos siguientes:

El documento de tesis satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

COMISIÓN REVISORA DE TESIS

Dr. Eduardo Castillo Castañeda
Director de Tesis

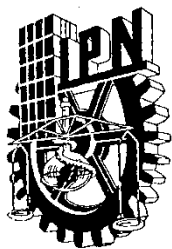
Dra. Xóchitl Yamile Sandoval Castro

Dr. José Joel González Barbosa

M. en I. Maximiano Francisco Ruiz Torres

Dr. Antonio Hernández Zavala

SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO
INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN
Dr. Juan Bautista Hualde Ramos
PRESIDENTE DEL COLEGIO DE PROFESORES
DIRECCIÓN



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

CARTA CESIÓN DE DERECHOS

En la Ciudad de México, D.F. el día 09 del mes de Junio del año 2021, el (la) que suscribe Luis Daniel Filomeno Amador alumno(a) del Programa de Maestría en Tecnología Avanzada, con número de registro B190889, adscrito(a) al CICATA – Unidad Querétaro, IPN, manifiesto(a) que es el (la) autor(a) intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección del (de la, de los) Dr. Eduardo Castillo Castañeda y cede los derechos del trabajo titulado Diseño y modelado cinemático-dinámico de plataforma móvil basada en locomoción holonómica, al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del (de la) autor(a) y/o director(es) del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a las siguientes direcciones luisfilo1@hotmail.com y ecastilloca@ipn.mx. Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

Luis Daniel Filomeno Amador

Agradecimientos

Agradezco a mi familia por su apoyo incondicional, a mi madre por ser un ejemplo de perseverancia, esfuerzo y valentía, a mi padre por todos sus consejos, que me ayudan a ser cada día una mejor persona, a mis hermanas por ser un apoyo incondicional y enseñarme a siempre ser positivo ante cualquier adversidad, a mi pareja por confiar en mi y siempre sacarme una sonrisa, gracias a todos ustedes que siempre me llenan de alegría.

A mi asesor el Dr. Eduardo Castillo Castañeda por su apoyo incondicional, su enseñanza y amistad que me motivaron a lograr cada objetivo que me proponía.

Agradezco a mis amigos del CICATA-Qro, que siempre fueron un pilar de apoyo en todos los retos que me proponía.

A CONACYT por su apoyo económico durante la maestría.

Luis Daniel.

Índice general

Resumen	1
Abstract	2
Capítulo I: Introducción	3
1.1. Justificación	4
1.2. Objetivos	5
1.2.1. Objetivo general	5
1.2.2. Objetivos específicos	5
1.3. Metodología	6
Capítulo II: Estado del arte	8
2.1. Plataforma móvil holonómica con ruedas esféricas	8
2.2. Sistema con ruedas tipo mecanum/suecas	12
2.3. Sistema con ruedas ortogonales	13
2.4. Sistema con rueda de oruga	13
2.5. Mecanismo con ruedas sincronizadas	14
Capítulo III: Marco teórico	15
3.1. Problemas clave para la locomoción móvil terrestre	16
3.2. Clasificación de ruedas	17
3.3. Geometría del mecanismo	19
3.3.1. Estabilidad	21
3.3.2. Maniobrabilidad	21
3.3.3. Controlabilidad	21
3.4. Clasificación de movilidad	22
3.4.1. Locomoción Holonómica	22
3.4.2. Locomoción No-Holonómica	22
3.5. Clasificación de suspensión	24
3.5.1. Suspensiones independientes	25
3.5.2. Suspensiones semi-independientes	26
3.5.3. Suspensión dependiente o eje rígido	26
3.6. Propiedades en sistemas de suspensión	27
3.6.1. Transferencia de carga	28
3.6.2. Sistema Masa-Resorte-Amortiguador	29
3.7. Cinemática del robot móvil	31
3.7.1. Análisis posicional	32
3.7.2. Resistencia a la rodadura	33
3.7.3. Análisis cinemático de ruedas estándar	33

3.7.4. Análisis cinemático de ruedas estándar orientables	34
3.7.5. Convención Denavit-Hartenberg	34
3.8. Dinámica del robot móvil	36
3.8.1. Formulación de Euler-Lagrange	36
Capítulo IV: <i>Diseño de robot móvil</i>	37
4.1. Requisitos de diseño.	37
4.2. Diseño de plataforma móvil	38
4.3. Diseño sistema de suspensión	39
4.3.1. Base del sistema de amortiguamiento	39
4.3.2. Amortiguador	40
4.3.3. Incorporación a la plataforma móvil	41
4.4. Diseño de rueda activa	43
4.4.1. Modelo 1: Octagonal plano	43
4.4.2. Modelo 2: Octagonal cóncava	44
4.4.3. Modelo 3: Triángulo cóncavo.	45
4.5. Diseño de rueda pasiva	47
4.5.1. Modelo 1: Roller Ball	47
4.5.2. Modelo 2: Castor Wheels	48
4.5.3. Modelo 3: Big Roller Ball.	49
Capítulo V: <i>Modelo cinemático</i>	50
5.1. Definiciones y supuestos	50
5.2. Asignación de sistemas coordenados	51
5.3. Análisis de velocidades	53
5.4. Cinemática inversa.	55
5.5. Aceleración	55
Capítulo VI: <i>Modelo dinámico</i>	56
6.1. Definiciones y supuestos	56
6.3. Restricciones holonómicas	57
6.4. Formulación de Newton-Euler	58
6.5. Formulación de Lagrange	59
Capítulo VII: <i>Validación</i>	61
7.1. Desplazamiento	61
7.2. Superficies irregulares	63
7.2.1. Modelo de adherencia de Dugoff	63
7.3. Simulación dinámica	65
7.3.1. Desplazamiento en superficie inclinada	65

7.3.2. Arranque de un motor	68
7.4. Fuerza de amortiguamiento.....	70
Conclusiones	72
Anexo	73
Base de plataforma móvil	73
Sistema de amortiguamiento.....	74
Bibliografía	75

Índice de figuras

Figura 1: Desplazamiento robot con tracción diferencial [4].	4
Figura 2: a) Robot de limpieza a presión [7], b) Plataforma móvil basada en locomoción holonómica, c) Diseño propuesto robot de limpieza a presión.	5
Figura 3: Diagrama de flujo metodológico.	6
Figura 4: Clasificación de robots móviles [10].	8
Figura 5: a) Robot móvil [52], b) actuador [52], c) plataforma móvil [52].	9
Figura 6: Robot Atsushi [49].	9
Figura 7: Plataforma omnidireccional KIT [2].	10
Figura 8: Plataforma omnidireccional LUH [3].	11
Figura 9: Plataforma omnidireccional Ballbot [50].	12
Figura 10: a) plataforma omnidireccional ruedas suecas geometría rectangular, b) plataforma omnidireccional ruedas suecas geometría triangular [12].	12
Figura 11: Plataforma omnidireccional ruedas ortogonales [16].	13
Figura 12: Plataforma omnidireccional rueda de oruga [17].	14
Figura 13: Plataforma omnidireccional ruedas sincronizadas [18].	14
Figura 14: Eficiencia de mecanismos de locomoción [10].	16
Figura 15: Ruedas para la locomoción móvil terrestre [10].	18
Figura 16: Rueda tipo Liddiard [4].	18
Figura 17: Plataforma holonómica 3 ruedas suecas [51].	22
Figura 18: a) vehículo no holonómico (automóvil), b) Configuración Ackerman [14].	23
Figura 19: Plataforma móvil redundante [51].	23
Figura 20: Efecto de fuerza en suspensión automóvil [14].	24
Figura 21: Suspensión independiente [14].	25
Figura 22: Sistema Dion [14].	26
Figura 23: Sistema eje de torsión [14].	26
Figura 24: Suspensión dependiente [54].	27
Figura 25: Transferencia de carga [55].	28
Figura 26: Amortiguamiento [13].	29
Figura 27: Representación M-R-A.	30
Figura 28: a) sistema sobreamortiguado, b) sistema críticamente amortiguado, c) sistema subamortiguado.	31
Figura 29: Convención de Sheth-Uicker [19].	32

Figura 30: Diagrama resistencia a rodadura [40].	33
Figura 31: Análisis cinemático rueda estándar	34
Figura 32 Análisis cinemático ruedas estándar orientables	34
Figura 33: Convención D-H [20].	35
Figura 34: Algoritmo de Pahl y Beitz [13].	37
Figura 35: Diseño de plataforma móvil.	39
Figura 36: Falta de contacto en ruedas de plataforma móvil [10].	39
Figura 37: Sistema de suspensión flexible.	40
Figura 38: Amortiguador [53]	40
Figura 39: Análisis FEM de amortiguador [53].	41
Figura 40: Implementación a plataforma móvil.	41
Figura 41: Diagrama de sistema de suspensión.	42
Figura 42: Diagrama de velocidades.	42
Figura 43: Modelo 1 rueda activa.	43
Figura 44: Modelo 2 rueda activa.	44
Figura 45: Modelo 3 rueda activa.	45
Figura 46: Modelo 4 rueda activa.	45
Figura 47: Análisis estático rueda activa.	46
Figura 48: Modelo 1 rueda pasiva.	47
Figura 49: Modelo 2 rueda pasiva.	48
Figura 50: Modelo 3 rueda pasiva.	49
Figura 51: Diagrama Sheth-Uicker [19].	50
Figura 52: a) Plataforma vista superior, b) Plataforma vista lateral.	51
Figura 53: Diagrama de restricciones.	57
Figura 54: Diagrama rueda activa.	58
Figura 55: Seguimiento de plataforma móvil.	62
Figura 56: Desarrollo de seguimiento.	62
Figura 57: Error de seguimiento.	63
Figura 58 "Superficies irregulares"	64
Figura 59: Pendiente con inclinación variable.	65
Figura 60: Desplazamiento por plano inclinado.	66
Figura 61: Torque-inclinación.	67
Figura 62: Gráfica de velocidad.	68
Figura 63: Gráfica de aceleración.	69
Figura 64: Análisis de torque en motores.	69
Figura 65: Análisis dinámico ADAMS.	70
Figura 66: Velocidad plataforma móvil.	70
Figura 67: Análisis de esfuerzo en amortiguador.	71
Figura 68: Análisis de esfuerzo ADAMS.	71

Índice de tablas

Tabla 1 Tipos de locomoción [13]. _____	15
Tabla 2: Configuración de robots móviles terrestres [10]. _____	20
Tabla 3: Escenarios de amortiguamiento _____	31
Tabla 4: Parámetros de diseño. _____	38
Tabla 5: Características de plataformas móviles. _____	38

Resumen

En la actualidad, la locomoción en los robots móviles terrestres ha evolucionado con la presencia de modernos sistemas holonómicos capaces de: detectar un barrido (deslizamiento), poseer dos estados de operación en las ruedas (modo articulado y modo libre), presentar un sistema capaz de detectar el desgaste en la rueda, etc. Estas características tan importantes generan como resultado robots móviles omnidireccionales con mayor rigidez para la industria, al mismo tiempo con mayor adaptabilidad en terrenos para aplicaciones específicas. Estas propiedades se resaltan en dispositivos construidos con cinco diferentes tipos de ruedas (véase figura 15) y un sinfín de geometrías en la base de la plataforma móvil, logrando así sistemas holonómicos y omnidireccionales vanguardistas.

En este trabajo se presenta el diseño y modelado cinemático-dinámico de una plataforma móvil omnidireccional que implementa un mecanismo por accionamiento de rueda esférica como elemento activo debido a que presenta una inducción de vibración al sistema en un orden de cuantificación pequeño como resultado de la continuidad en los puntos de contacto, además implementa 4 ruedas esféricas como elementos pasivos que garantizan la estabilidad en la plataforma, la configuración del elemento transmisor de movimiento (rodillo) está diseñado a tal manera de garantizar la omnidireccionalidad en el sistema y en conjunto con el elemento terminador (robot de limpieza a presión, CICATA-Qro) garantiza su holomicidad.

Abstract

Actually, the locomotion of mobile robots has evolved with modern holonomic systems able to: detecting sweep (sliding), having two-wheel operation states (articulated mode and free mode) and presenting a system able to detect the wheel wear. These are important features resulted in more rigid omnidirectional mobile robots for the industry, as well as greater adaptability on land for specific applications. These properties stand out in devices built with five different types of wheels (see figure 15) and many geometries at the base of the mobile platform, thus achieving state-of-the-art holonomic and omnidirectional systems.

This document presents the design and kinematic-dynamic modeling of an omnidirectional mobile platform that implements a spherical wheel drive mechanism as an active element due to it presents a vibration induction to the system in a small quantization order as a result of continuity in the contact points, it also implements 4 spherical wheels as passive elements that guarantee stability on the platform, the configuration of the motion transmitting element (roller) is designed in such a way as to guarantee omnidirectionality in the system and with the terminal element (pressure cleaning robot, CICATA-Qro) guarantees its holomicity.

Capítulo I

Introducción

La robótica experimenta un crecimiento exponencial con aplicaciones innovadoras, diseños futuristas, practicidad en su uso e implementación, todo esto es debido a la presencia de sistemas de control, electrónica, sensores e incluso de estrategias de diseño vanguardistas que permiten explotar su potencial. A pesar de que la robótica ha tenido un mayor impacto en el sector de manufactura industrial, (esto resultado de la rentabilidad que presenta el uso de robots manipuladores), su implementación también se extiende a campos de salud e incluso de servicio.

En sus inicios, la robótica fue pensada para facilitar tareas robustas de uso industrial, puesto que ese campo ya se encuentra mayormente cubierto, ha dado pauta para que áreas en desarrollo como la robótica de servicio sea de mayor interés para los investigadores. En la división de robótica de servicio destacan sistemas de navegación e inspección, inclusive sistemas de limpieza. Con base en este principio el interés de este proyecto está destinado al diseño e implementación de una plataforma móvil para robots de servicio.

La robótica móvil es un campo joven en constante desarrollo, su naturaleza incluye análisis de ingeniería, así como temas selectos de diseño, siendo estos últimos los de mayor impacto en la reciente década. Autores, investigadores, empresarios, así como agencias de seguridad internacional, continúan con la búsqueda de sistemas de locomoción vanguardistas para exploración espacial y rescate ante desastres naturales, por mencionar algunos ejemplos; que les permita reducir costos y maximizar el potencial en su implementación.

La robótica móvil está dividida en 3 diferentes categorías: marina, aérea y terrestre. Este trabajo está enfocado en esta última división. Siguiendo esta analogía podemos clasificar a los robots móviles terrestres como: locomoción mediante ruedas y locomoción mediante patas (bípedos, cuadrúpedos, hexápodos, octópodos), en esta primera división el diseño tiene un papel importante debido a que cuando se desea modelar matemáticamente la cinemática y la dinámica la cantidad de grados de libertad controlables y la geometría de la plataforma determinan su complejidad [13].

1.1. Justificación

Actualmente un gran porcentaje de robots móviles terrestres de uso específico utilizan un sistema de locomoción de ruedas estándar de tipo “desplazamiento diferencial” (velocidad angular, orientación), tal es el caso del robot de servicio tele-operado para asistir en tareas de limpieza a alta presión existente en el CICATA-IPN Querétaro, en el cual el cambio de dirección se realiza modificando la velocidad relativa de las ruedas de izquierda o derecha [7], este principio de funcionamiento tiene la principal desventaja de no tener un control total de trayectoria de desplazamiento, como se observa en la figura 1.

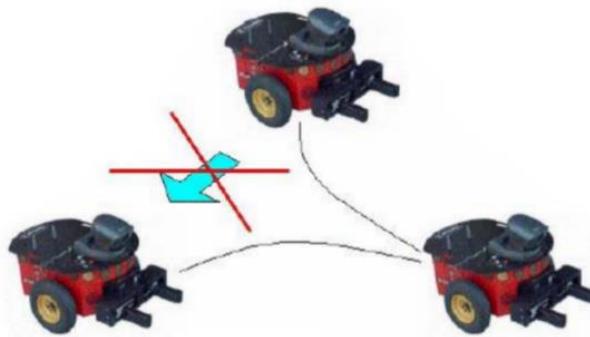


Figura 1: Desplazamiento robot con tracción diferencial [4].

El diseño e implementación propuestos están basados en un sistema de locomoción omnidireccional con mecanismo de accionamiento por rueda de bola, garantizando el control total de los grados de libertad de desplazamiento espacial (x, y). El sistema es capaz de sostener una carga máxima de 25 Kg.

El diseño brinda gran robustez al sistema para minimizar algún tipo de deformación ocasionado por la irregularidad del suelo. El diseño y modelado cinemático-dinámico están planeados para la implementación del sistema en el robot de servicio tele-operado que asiste en tareas de limpieza a alta presión existente en el Centro de Investigación de Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada (CICATA-IPN QUERÉTARO) como se muestra en la figura 2 [7].

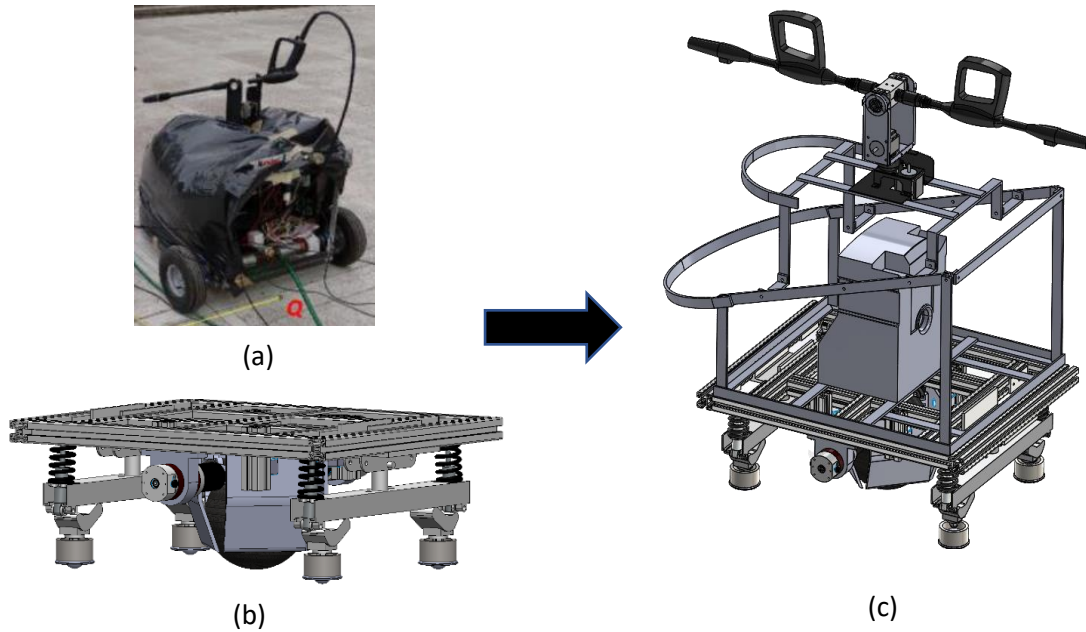


Figura 2: a) Robot de limpieza a presión [7], b) Plataforma móvil basada en locomoción holonómica, c) Diseño propuesto robot de limpieza a presión.

1.2. Objetivos

1.2.1 Objetivo general

- Diseñar y generar el modelo cinemático-dinámico de una plataforma móvil basada en locomoción omnidireccional en el desplazamiento planar.

1.2.2 Objetivos específicos

- Determinar las condiciones y variables teóricas de análisis (posición angular, velocidad, desplazamiento, fuerzas) cinemático y dinámico de desplazamiento del sistema.
- Diseñar y modelar un sistema de rueda capaz de gobernar la locomoción holonómica de la plataforma.
- Diseñar el prototipo para el mecanismo de accionamiento por rueda de bola que cumpla con el análisis teórico antes realizado.
- Generar el modelado cinemático y dinámico de la plataforma móvil basada en locomoción holonómica.

1.3. Metodología

El diseño y modelado cinemático-dinámico de la plataforma móvil con locomoción omnidireccional se efectuó en cuatro etapas principales, las cuales son:

- Asignación de condiciones y variables teóricas de análisis (cinemática directa, cinemática inversa, análisis dinámico, análisis estático, factores de seguridad, etc.)
- Diseño y modelado de sistema mecánico para rueda esférica.
- Diseño de prototipo para el mecanismo de accionamiento por rueda de bola.
- Modelado cinemático-dinámico de la plataforma omnidireccional.

En la figura 3 se presenta el flujo de la metodología empleada para el desarrollo del proyecto.

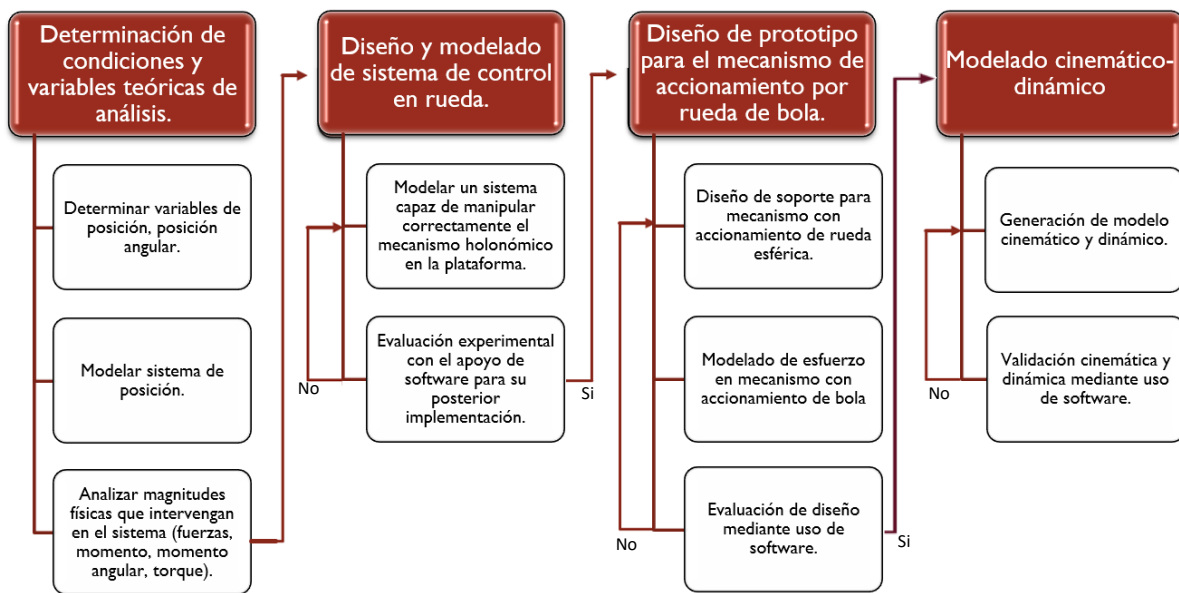


Figura 3: Diagrama de flujo metodológico.

Asignación de condiciones y variables teóricas de análisis: En esta fase se determinaron correctamente las condiciones de operación, así como las variables teóricas de análisis (posición, posición angular, velocidad, aceleración, momento y torque), que permitieron crear un modelado físico funcional y posteriormente predecir los cambios en las variables logrando así el control total de los grados de libertad (3 gdl, para el caso planar) en la plataforma de locomoción omnidireccional.

Diseño y modelado de sistema de control en rueda: esta etapa plantea diseñar y modelar el sistema de control que permita gobernar correctamente la locomoción holonómica en la plataforma, puesto que es indispensable para el mecanismo controlar cada variable de desplazamiento, para que el sistema no se vuelva redundante y mantenga un correcto funcionamiento de movimiento omnidireccional.

Diseño de prototipo para el mecanismo de accionamiento por rueda de bola: El mecanismo por accionamiento de rueda esférica es un concepto relativamente nuevo, como consecuencia, diseñar una base sólida funcional que permita resistir una cantidad considerable de masa y que mantenga una continuidad con los puntos de contacto es un verdadero reto. Este diseño será construido bajo condiciones de suelo específicas, otorgadas por el anterior análisis de variables teóricas, generando así las trayectorias a seguir. En este punto se anexan los sistemas de monitoreo y accionamiento que utilizará el modelo para cumplir con su movimiento.

Generar el modelado cinemático-dinámico de la plataforma omnidireccional: Después de lograr diseñar el mecanismo de accionamiento por rueda esférica se generaron las ecuaciones que describen correctamente la posición de la plataforma, hasta este punto, la cinemática y la dinámica son resultado del análisis en el estudio de posición. Además, se utilizan las ecuaciones que se obtuvieron para garantizar el desplazamiento omnidireccional y validar su movimiento mediante el software ADAMS VIEW.

Capítulo II

Estado del arte

Este capítulo describe la evolución que ha sufrido la robótica móvil, en específico relacionado a la plataforma móvil, algunos prototipos antecesores a nuestro trabajo a nivel laboratorio, comercial o de patente. Además, se incluye un análisis de sistemas robóticos holonómicos y omnidireccionales.

2.1. Plataforma móvil holonómica con ruedas esféricas

Clasificar correctamente a los robots móviles no es una tarea sencilla, aunque el autor Siegwart [10] brinda una clasificación generalmente aceptada por la comunidad de robótica. Esta clasificación es extensa, pero para fines de este proyecto, la figura 4 muestra la clasificación correspondiente al trabajo de tesis:

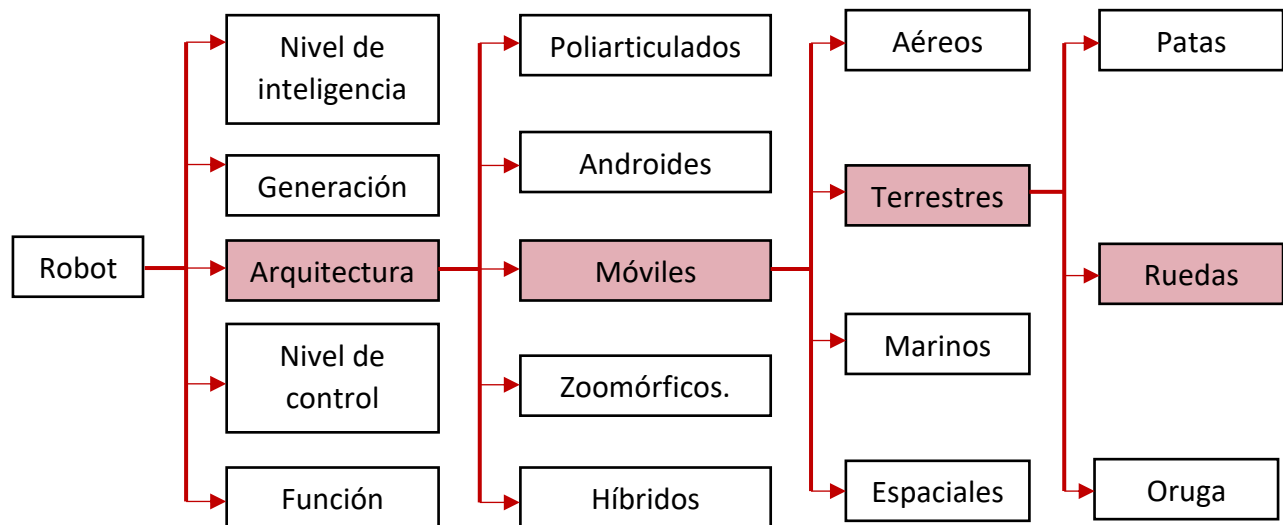


Figura 4: Clasificación de robots móviles [10].

Dentro de la clasificación de robots móviles terrestres mediante ruedas se encuentran los robots de servicio y los robots industriales, los cuales comparten una característica en común en la cual el robot móvil se clasifica en 2 partes como se observa en la figura 5, en la imagen a se observa el actuador del robot móvil, el cual se encarga de realizar la tarea específica, en la figura b observamos la plataforma móvil, la cual se encarga de dotar de movimiento al robot móvil terrestre.

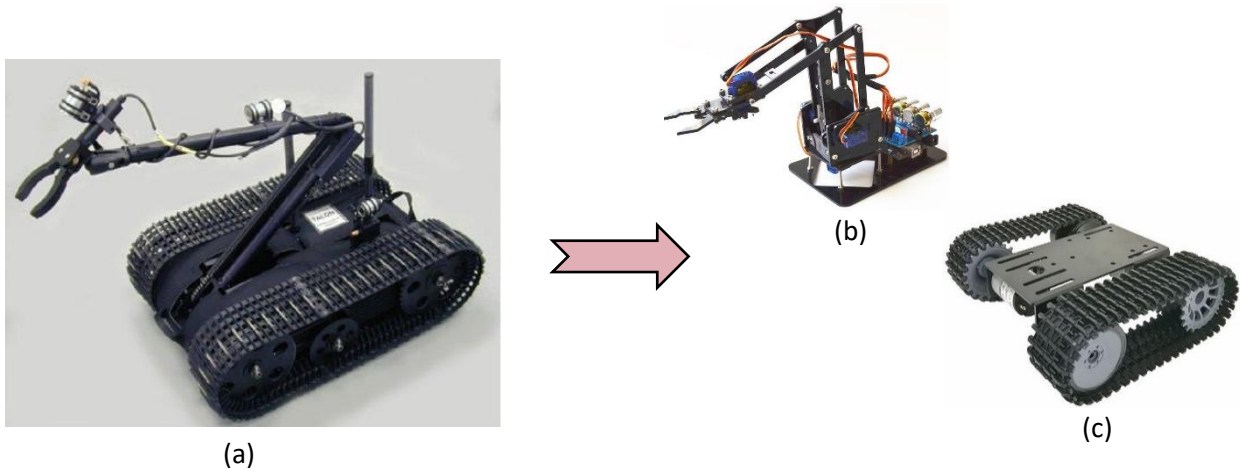


Figura 5: a) Robot móvil [52], b) actuador [52], c) plataforma móvil [52].

El primer robot móvil desarrollado bajo la premisa de ruedas esféricas pertenece al Dr. Atsushi Koshiyama y el Dr. Kazuo Yamafuji, en su trabajo publicado en 1992 [49], en él se propone un robot móvil con la capacidad de desplazarse en cualquier dirección controlando los mecanismos que componen a la rueda, como se observa en la figura 6.

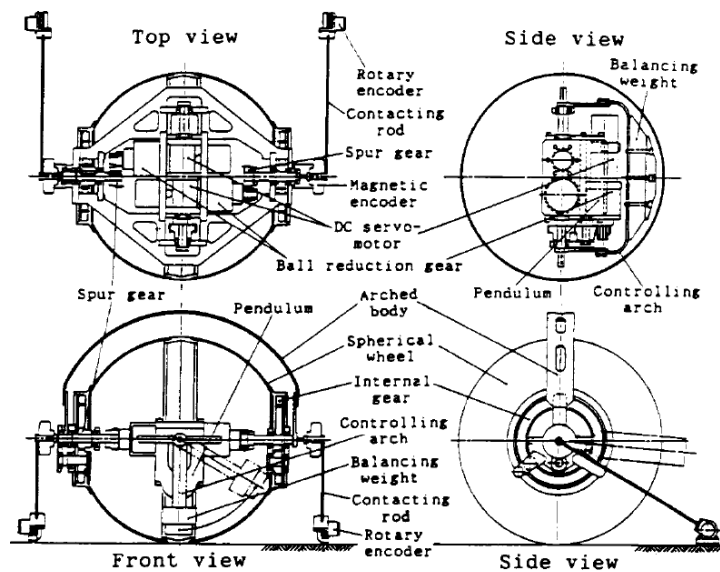


Figura 6: Robot Atsushi [49].

La complejidad del modelo está centrada en la construcción y el control, pues se utilizan 2 actuadores que permiten avanzar y direccionar la rueda esférica, convirtiéndose en una plataforma móvil redundante.

En el año 2010, el Dr. Shuichi Ishida y el Dr. Hiroyuki Miyamoto presentaron en el World Automation Congress (2010) [2], un vehículo holonómico omnidireccional por accionamiento de rueda esférica, el desarrollo consta de tres ruedas esféricas de silicón y las dimensiones de la plataforma son 235 mm x 270 mm x 100 mm, diseñado con una geometría triangular como se muestra en la figura 7.

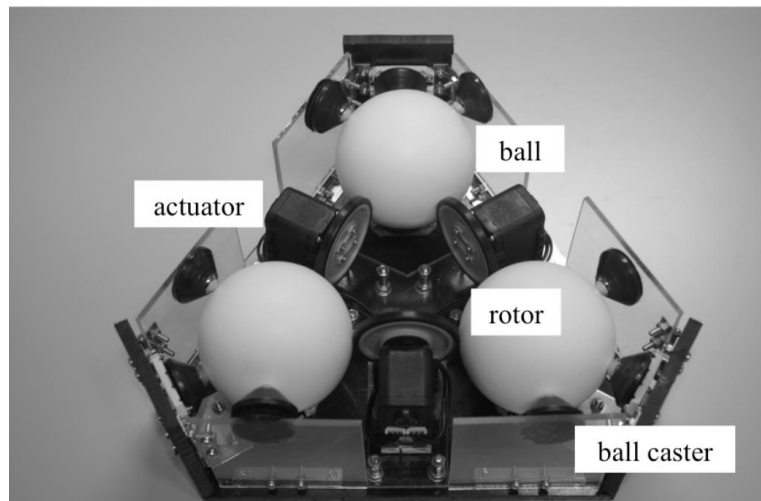


Figura 7: Plataforma omnidireccional KIT [2].

Como es de esperarse las ruedas esféricas del sistema de locomoción de accionamiento por rueda de bola necesitan 2 grados de libertad para trasladarse en el espacio cartesiano de dos dimensiones (planar), el método comúnmente usado para la construcción de estos sistemas consta de actuadores dispuestos que pueden combinar los grados de libertad de movimiento de las ruedas (geometría triangular). Su clasificación esta propuesta como: Los mecanismos de accionamiento permiten generar un grado de libertad de desplazamiento, el grado de libertad restante se obtiene de la combinación de los mecanismos de accionamiento gracias al diseño de su geometría.

Como se observa en la figura 7, un mecanismo de accionamiento puede generar movimiento en 2 direcciones. Los movimientos omnidireccionales son posibles mediante la disposición de estos mecanismos en el robot. Sin embargo, la rueda de bola que gira libremente reduce la estabilidad del movimiento, en general en el caso en que produce 2 fuerzas impulsoras se obtiene una restricción excesiva mediante la disposición de actuadores entre un lado de funcionamiento [2].

Las restricciones excesivas que se crean en el sistema generan una dependencia para la rotación de las ruedas esféricas, y como era de esperarse el control se vuelve sumamente complicado. Debido a que el mecanismo es complejo, las características de control y mantenimiento se vuelven deficientes.

La Dra. Gundula Gunge, el Dr. Gunnar Borchert y la Dra. Annika Raatz, presentaron el diseño de una plataforma móvil holonómica por accionamiento de rueda esférica, el diseño esquemático del modelo presentado se muestra en la figura 8. Uno de los elementos clave del diseño es la bola de rodamiento que se encuentra en el centro del caché, que conecta todo el sistema de accionamiento con el suelo [3]. La posición de la rueda esférica en el plano horizontal se define por una combinación de dos ruedas motrices y dos ruedas que se encargan de sensor, la posición de los ejes de rotación de las ruedas activas queda fija con respecto al caché (base de la rueda), básicamente el sistema permite detectar cuándo existe un derrape de la rueda, puesto que la fuerza de contacto entre la rueda activa y la pasiva se vuelve cero [3].

Los requisitos de diseño principales para la construcción de este modelo son:

- Movilidad omnidireccional con una simple rueda esférica.
- Relaciones completamente desacopladas de ambas unidades.
- Detección de derrape en las ruedas activas.

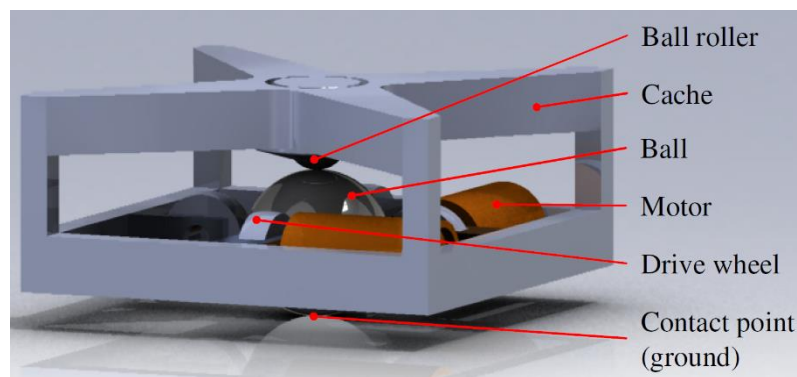


Figura 8: Plataforma omnidireccional LUH [3].

En el año 2006 el Dr. Umashankar publicó un artículo en el cual se presenta un robot omnidireccional que cuenta con una rueda esférica accionada por rodillos utilizando la analogía de un ratón mecánico alámbrico que se utilizaba en las computadoras, en la figura 9 se muestra el diseño del mecanismo. El sistema transmite el movimiento de los motores a los rodillos por medio de bandas, dicha transmisión garantiza el movimiento omnidireccional de la plataforma que en conjunto con un actuador permite el giro sobre su propio eje y se obtiene como resultado una plataforma móvil holonómica.

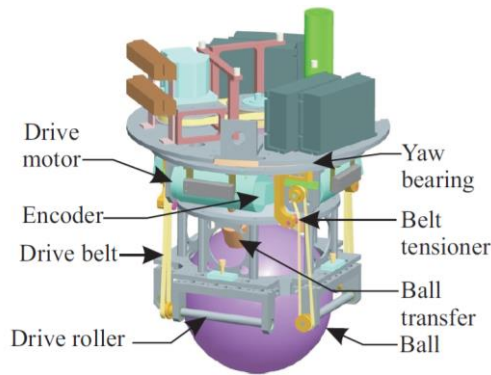


Figura 9: Plataforma omnidireccional Ballbot [50].

2.2. Sistema con ruedas tipo mecanum/suecas

En el año 1975 se presentó por primera vez un vehículo omnidireccional el cual mostraba una característica sobresaliente, su rueda tenía una estructura única que contenía rodillos pasivos alrededor de la rueda estándar con un ángulo de inclinación fijo en cada uno de ellos, su nombre: “Swedish Wheels”. La estructura que presentaba la “Swedish Wheel” permite producir una velocidad lateral gracias a sus rodillos pasivos, de esta manera las plataformas convencionales que hasta el momento tenían como restricción principal un desplazamiento vertical lograron eliminar dicha restricción resultando en una plataforma móvil omnidireccional y holonómica [12], la figura 10 presenta dichos modelos.

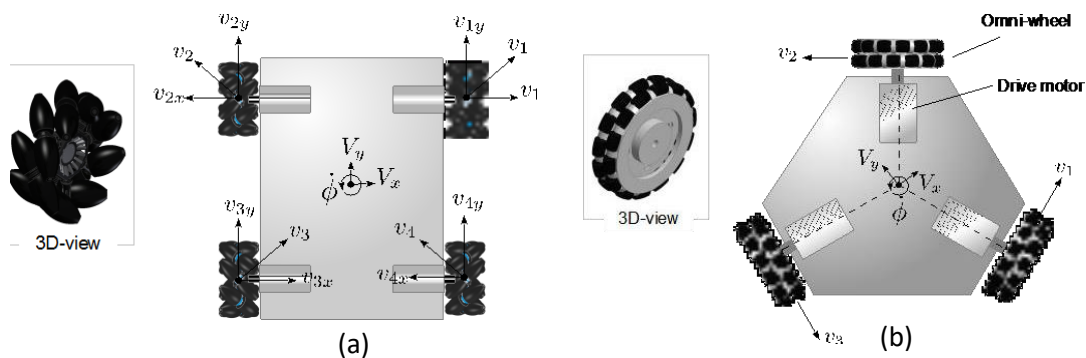


Figura 10: a) plataforma omnidireccional ruedas suecas geometría rectangular, b) plataforma omnidireccional ruedas suecas geometría triangular [12].

La inclinación de los rodillos en las ruedas suecas depende de la geometría de la plataforma. Uno de los principales problemas al usar este tipo de ruedas es la vibración que se genera en el sistema, además de la condición de deslizamiento que se genera en el contacto entre el suelo y la rueda.

2.3. Sistema con ruedas ortogonales

El Dr. Pin y el Dr. Killough presentaron un artículo [16] donde muestran un novedoso sistema de locomoción el cual se compone de ruedas esféricas cortadas. Cada pedazo de rueda esférica es colocado en el eje motriz de una configuración ortogonal. La configuración junto con la estructura de la rueda genera una tracción normal en la dirección deseada y al mismo tiempo permiten una tracción libre en una dirección perpendicular, de esta manera la implementación de 3 ruedas ortogonales en una plataforma móvil garantiza un sistema de locomoción holonómico omnidireccional, la figura 11 presenta el sistema ortogonal, en el inciso a) se observa cómo están constituida una rueda ortogonal, en el inciso b) se observa la implementación mecánica de una rueda en una plataforma móvil.

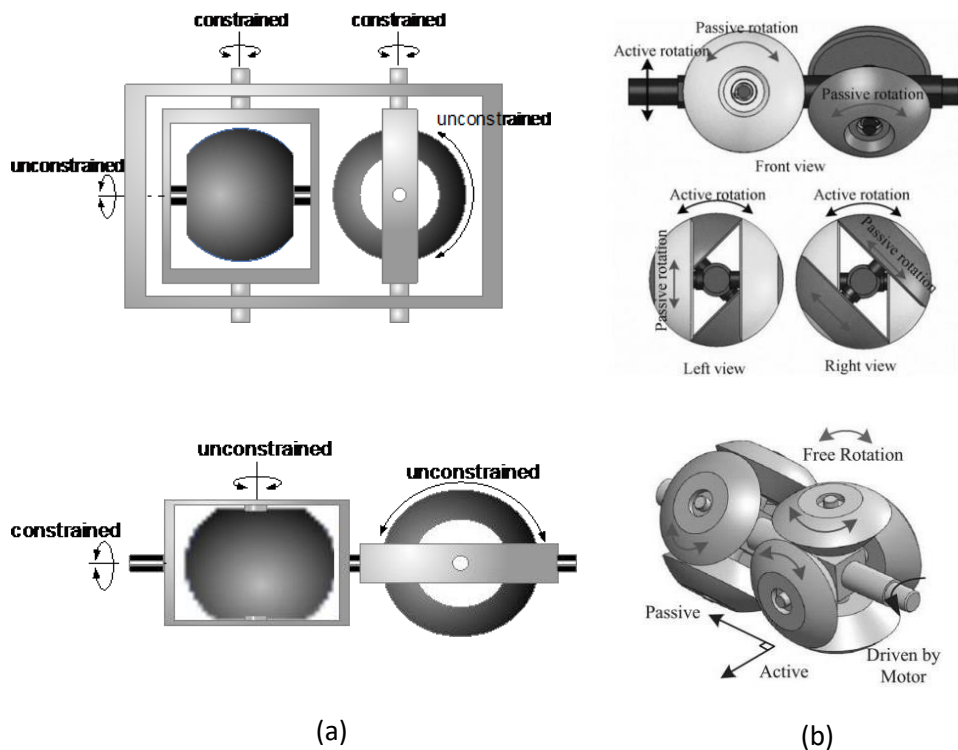


Figura 11: Plataforma omnidireccional ruedas ortogonales [16].

2.4. Sistema con rueda de oruga

El Dr. Nishikawa presentó un artículo [17] en el cual muestra una Plataforma móvil omnidireccional y holonómica con un mecanismo construido con ruedas esféricas. En el mecanismo, la rueda esférica es posicionada en una cadena circular de rodillos la cual controla el movimiento de la rueda esférica, la figura 12 presenta el mecanismo de oruga.

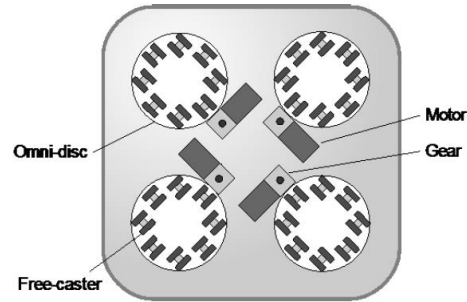


Figura 12: Plataforma omnidireccional rueda de oruga [17].

Uno de los principales problemas de este sistema con ruedas de oruga es que presenta deslizamientos laterales debido a una pérdida de contacto que existe durante el cambio de dirección de la plataforma móvil omnidireccional.

2.5. Mecanismo con ruedas sincronizadas

El Dr. Wada. Publico un artículo [18], donde presenta un mecanismo de transmisión sincronizado para las ruedas de una plataforma móvil como se muestra en la figura 13, el sistema esta mecánicamente acoplado por una banda de transmisión que es actuada por un motor permitiendo la orientación de las ruedas, el segundo motor se encarga de generar el movimiento de avance en las ruedas mediante un sistema de engranajes, al final un tercer motor se encarga de controlar la rotación de la plataforma sobre su propio eje, resultando en una plataforma móvil omnidireccional y holonómica.

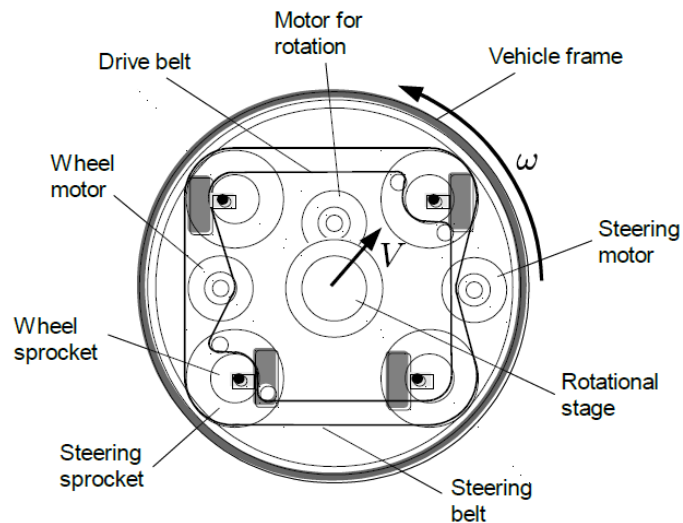


Figura 13: Plataforma omnidireccional ruedas sincronizadas [18].

Capítulo III

Marco teórico

El mecanismo de locomoción en un robot móvil terrestre debe tener la capacidad de moverse sobre su entorno de trabajo para que el actuador realice su tarea, pero en una tarea específica existe una gran variedad de movimientos, entonces, la selección del tipo de movimiento que desarrollara el robot se convierte en un punto clave en el diseño del robot.

En la literatura existen robots que son capaces de caminar, brincar, correr, deslizarse, nadar, volar, etc. La mayoría de estos sistemas de locomoción están inspirados en sus contrapartes biológicas, en la tabla 1 se ejemplifican los modelos de locomoción con su contraparte biológica [13].



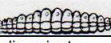
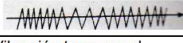

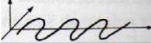






Tipo de movimiento	Resistencia al movimiento	Cinemática básica del movimiento
Flujo en canales 	Fuerzas hidrodinámicas	Eddies 
Arrastre 	Fuerzas de fricción	Vibración longitudinal 
Deslizamiento 	Fuerzas de fricción	Vibración transversal 
Correr 	Perdida de energía cinética	Movimiento oscilatorio 
Saltar 	Perdida de energía cinética	Movimiento oscilatorio 
Caminar 	Fuerza gravitacional	Polígono en rodadura 

Tabla 1 Tipos de locomoción [13].

Los robots móviles generalmente se desplazan utilizando mecanismos con ruedas, una tecnología humana conocida para vehículos, o utilizando un pequeño número de patas articuladas, puesto que es el enfoque más simple para la locomoción. En general la locomoción con patas requiere mayores grados de libertad y, por lo tanto, una mayor complejidad mecánica que la locomoción con ruedas. Las ruedas, además de ser simples,

son muy adecuadas para terreno plano. En superficies planas, la locomoción con ruedas es de uno a dos órdenes de magnitud más eficiente que la locomoción con patas, en la figura 14 se muestra la eficiencia de varios mecanismos de locomoción [10], la eficiencia se mide acorde a la unidad de poder que produce el vehículo según su velocidad, es importante resaltar que la mejor relación se obtiene con una rueda suave rodando en piso.

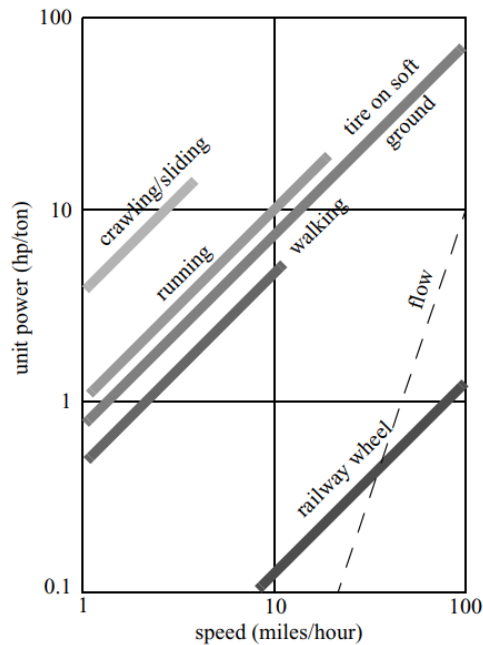


Figura 14: Eficiencia de mecanismos de locomoción [10].

3.1. Problemas clave para la locomoción móvil terrestre

La plataforma móvil es el complemento del manipulador o efector final en un robot móvil. El manipulador o brazo robótico está fijo y es capaz de mover objetos en el espacio de trabajo impartiendo fuerza en la mayoría de los casos de presión en el objeto. En el sistema de locomoción el entorno quedará fijo y el robot tiene la capacidad de moverse impartiendo fuerza a éste. En ambos casos, la base científica se presenta en el estudio de actuadores que generen fuerzas de interacción, y mecanismos que implementen las propiedades cinemáticas y dinámicas diseñadas [10]. La locomoción y manipulación comparten el mismo problema de estabilidad, características de contacto y el tipo de entorno o espacio de trabajo:

- Estabilidad:
 - ◆ Número y geometría de puntos de contacto.
 - ◆ Centro de gravedad.
 - ◆ Estabilidad estática y dinámica.
 - ◆ Inclinación de terreno.

- Características de contacto:
 - ◆ Tamaño y forma del punto de contacto.
 - ◆ Ángulo de contacto.
 - ◆ Fricción
- Espacio de trabajo:
 - ◆ Estructura.
 - ◆ Medio (agua, aire, suelo suave o rugoso).

3.2. Clasificación de ruedas

El mecanismo de locomoción por rueda ha sido el más popular cuando se habla de robots móviles e incluso se ha posicionado como el sistema preferido cuando se diseñan vehículos terrestres en general (autos, camiones, tanques, etc.), esto debido a la gran ventaja que posee cuando se habla de contacto con el suelo, implementación de sistemas de control, diseño mecánico, así mismo se considera como un sistema de fácil implementación mecánica.

Cuando se diseña el sistema de locomoción de un robot móvil no es usual considerar al balance como un problema que requiera mayor tiempo de inversión, debido a que se considera que las ruedas están en contacto con el suelo en todo momento. Bajo esta hipótesis, tres ruedas son suficientes para garantizar una estabilidad en el balance, sin embargo, es posible diseñar robots estables con el uso de dos ruedas. Cuando se utilizan más de tres ruedas para el diseño es necesaria la implementación de un sistema de suspensión para que el robot se mantenga estable en terrenos con un ángulo de inclinación con respecto a la plataforma del robot [13].

En la literatura se encuentran 4 tipos de ruedas para la locomoción móvil terrestre [10], sin embargo, el Dr. William Liddiard presentó un nuevo concepto cuyas ruedas llevan por nombre Liddiard Wheels, de esta manera en la figura 15 se muestran las ruedas documentadas hasta el año 2011, y en la figura 16 se presenta el modelo de ruedas propuesto por el Dr. William.

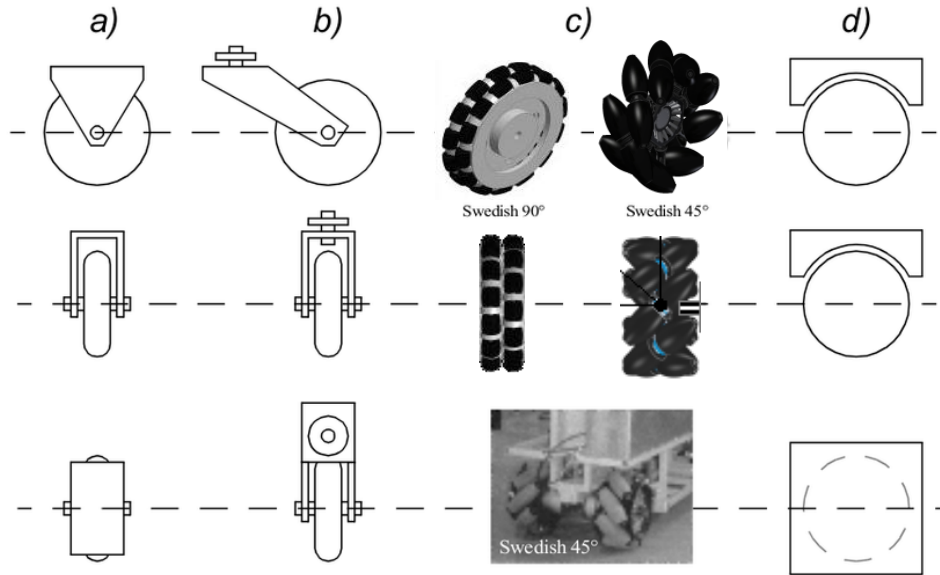


Figura 15: Ruedas para la locomoción móvil terrestre [10].

En la figura 15 a) se muestran las ruedas estándar, las cuales solo cuentan con 1 GDL (avance o frenado), en la figura 15 b) presenta las ruedas tipo castor, las cuales cuentan con 2 GDL (avance o frenado y orientación en el eje principal), en la figura 15 c) se pueden observar las ruedas tipo suecas, estas ruedas solo contienen 1 GDL, pero al contar con rodillo posicionados sobre la circunferencia de la rueda, se genera un vector de avance pasivo en la rueda, en la figura 15 d) se muestran las ruedas esféricas donde los GDL dependen directamente del diseño de la plataforma en la que se construyen.

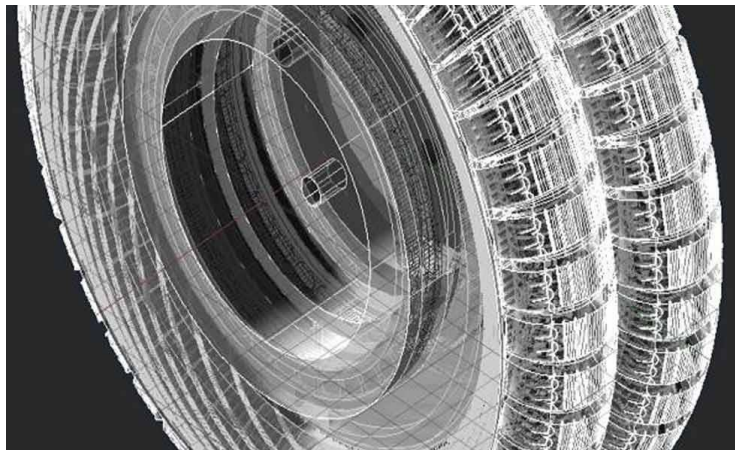


Figura 16: Rueda tipo Liddiard [4].


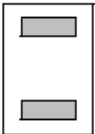
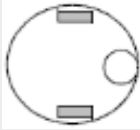
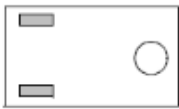
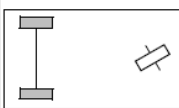
Las Liddiard Wheels son un caso especial de ruedas tipo “suecas”, dado que el vector de movimiento principal se encuentra hacia adelante y hacia atrás, sin embargo, el sistema cuenta con un mecanismo capaz de generar un vector de desplazamiento perpendicular gracias a un motor interno, por lo cual la rueda obtiene 2 GDL [4].

3.3. Geometría del mecanismo

La elección de un tipo de ruedas para el diseño de un sistema de locomoción móvil terrestre va de la mano con la selección del “arreglo” con el cual se desea utilizar, mejor conocido como geometría de mecanismo. Cuando se piensa en el diseño robot móvil, se deben considerar estas dos características de manera simultánea [10].

Pero, ¿cuáles son las ventajas o desventajas de la elección correcta en estos dos parámetros?, las tres principales características que se tienen documentadas como resultado correcto o incorrecto de la geometría de una plataforma móvil son: maniobrabilidad, controlabilidad y estabilidad.

Bajo este concepto, la geometría de cada robot móvil debe ser diseñada considerando la aplicación para la cual será utilizado, y las situaciones en las cuales estará presente, como ejemplo pensemos en un vehículo automotriz, el cual utiliza una configuración o geometría de mecanismo de tipo Ackerman [2], este tipo de configuración le permite tener un gran rango de estabilidad y de controlabilidad, pero minimiza en un gran porcentaje la maniobrabilidad. En la tabla 2 se presentan los tipos de configuración para robots móviles terrestres [10].

Número de ruedas	Esquema de arreglo	Descripción	Ejemplos
2 ruedas		Se compone por una rueda dirigible en la parte frontal y una rueda de tracción en la parte trasera.	* Motocicleta. * Bicicleta.
		Se compone por 2 ruedas activas con tracción diferencial.	* Robot personal Cyb.
3 ruedas		Compuesto por 2 ruedas activas con tracción diferencial y una rueda pasiva como punto de soporte.	* SmartRob EPFL.
		Compuesto por 2 ruedas activas con tracción diferencial y una rueda pasiva como punto de soporte	* The Alice Robot.
		Compuesto por 2 ruedas activas con tracción paralela y una rueda pasiva dirigible.	* Mini tractores Piaggio.

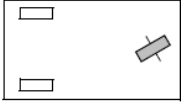
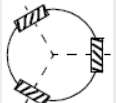
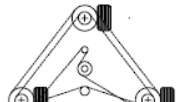
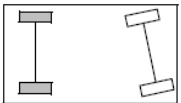
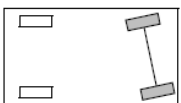
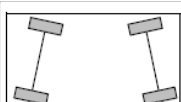
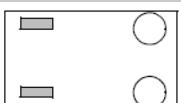
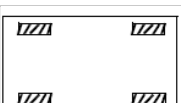
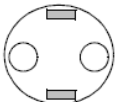
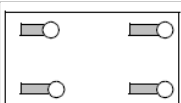
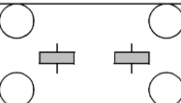

		Dos ruedas pasivas con tracción paralela y una rueda activa dirigible.	* Robot Neptune.
		Tres ruedas activas tipo suecas con configuración triangular.	* Stanford wheel Tribolo EPFL.
		Tres ruedas configurables sincronizadamente.	* Synchro drive.
4 ruedas		Dos ruedas activas con tracción paralela y 2 ruedas pasivas reconfigurables.	* Vehículo con tracción trasera.
		Dos ruedas pasivas con tracción paralela y 2 ruedas activas reconfigurables.	* Vehículo con tracción delantera.
		4 ruedas activas reconfigurables con tracción paralela.	* fourwheel steering Hyperion
		Dos ruedas activas con tracción diferencial y dos ruedas esféricas pasivas como soporte.	* Robot Charlie (DMT-EPFL).
		Cuatro ruedas activas tipo suecas.	* Robot Carnegie Mellon Uranus.
		Dos ruedas activas con tracción diferencia y dos ruedas esféricas pasivas como soporte.	* Hyperbot Chip.
		Cuatro ruedas activas dirigibles (castor Wheels).	* Nomad XR4000.
6 ruedas		Dos ruedas activas dirigibles y 4 ruedas esféricas pasivas.	* Robot First.
		Dos ruedas activas con tracción diferencial y 4 ruedas esféricas pasivas.	* Robot Terregator.

Tabla 2: Configuración de robots mobiles terrestres [10].

3.3.1. Estabilidad

Como se puede observar en la tabla 2 el número mínimo de ruedas necesarias para diseñar un mecanismo es dos, de igual manera ese es el mismo número mínimo de ruedas para mantener una estabilidad estática en el mecanismo, con la condición estricta de que la carga que actuara sobre el sistema debe existir sobre el eje que separa a ambas ruedas (eje que pasa por el centro de masas), esta restricción limita en gran medida el uso de dos ruedas para la construcción de un robot móvil terrestre. De esta manera el mínimo número de ruedas utilizado para la construcción de robots móviles cae en las convencionales tres ruedas [13].

3.3.2. Maniobrabilidad

En el ejemplo utilizado en el tema anterior, un vehículo automotriz utiliza la configuración tipo Ackerman [14], pero como mencionamos en esa ocasión, esto hace que el robot pierda maniobrabilidad. Entonces este concepto decae directamente en la capacidad de un robot móvil terrestre para desplazarse con libertad sobre su entorno de trabajo, bajo esta hipótesis los robots que utilizar configuraciones omnidireccionales con ruedas suecas o ruedas esféricas gozan de un mayor nivel de maniobrabilidad. Puesto que tiene un mayor control sobre el desplazamiento en su entorno de trabajo [13].

3.3.3. Controlabilidad

Existe una relación entre la maniobrabilidad y la controlabilidad, por ejemplo, para un sistema omnidireccional con cuatro ruedas tipo castor, la configuración requiere un proceso significativo para la conversión de movimiento rotacional en movimiento traslacional en dirección perpendicular al vector de movimiento, esto complica la controlabilidad en el sistema, puesto que para generar una posición específica en el robot se debe calcular una suma de vectores existente en cada rueda, del tipo [10].

$$v_{ix} = K \cos(\theta) \quad (3.1)$$

$$v_{iy} = K \sin(\theta) \quad (3.2)$$

3.4. Clasificación de movilidad

En robótica móvil, una de las clasificaciones importantes que caracterizan a las plataformas móviles está relacionada a su locomoción (tipo de movimiento), esta clasificación está compuesta de 3 subconjuntos, los cuales son: locomoción holonómica, locomoción no holonómica y locomoción redundante.

3.4.1 Locomoción Holonómica

El término “Holonómico” hace referencia a una estricta relación de igualdad que existe entre los grados de libertad controlables de la plataforma (CDOF) y el total de grados de libertad de la plataforma (TDOF), un ejemplo clásico de este tipo de locomoción es la plataforma que está construida con 3 ruedas tipo castor ubicadas cada una a 120° en relación al centro de la plataforma como se observa en la figura 17, la plataforma puede desplazarse por cualquier dirección sin necesidad de reorientarse [51].

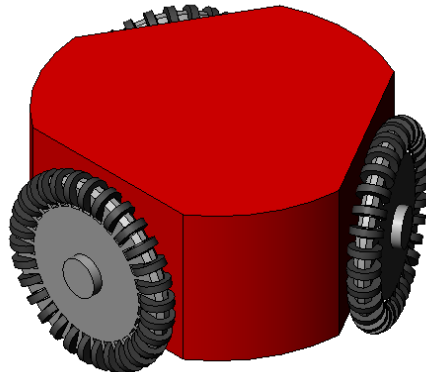


Figura 17: Plataforma holonómica 3 ruedas suecas [51].

3.4.2 Locomoción No-Holonómica

En la plataforma móvil donde los CDOF son menores que TDOF se dice que la plataforma cuenta con una locomoción no-holonómica. Un vehículo convencional es un ejemplo de un sistema de locomoción no holonómico, dado que su total de grados de libertad es 3 (2 grados de desplazamiento x , y , 1 grado de orientación sobre el eje z) y los grados de libertad controlables son 2 (aceleración y el ángulo de giro de las ruedas activas), un ejemplo se muestra en la figura 18.

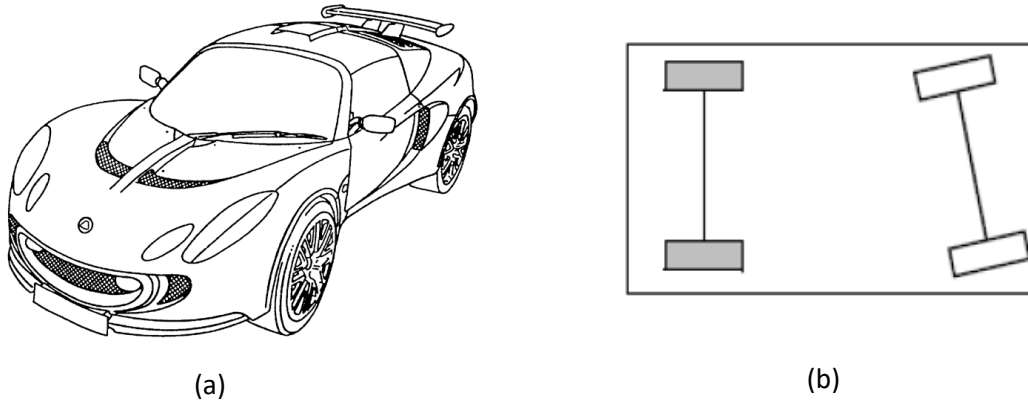


Figura 18: a) vehículo no holonómico (automóvil), b) Configuración Ackerman [14].

3.4.3 Locomoción Redundante

Existen casos donde en la plataforma móvil los CDOF son mayores al TDOF, este tipo de locomoción se conoce como redundante. Un claro ejemplo de este tipo de locomoción se puede observar en la figura 19, la cual representa la plataforma de un robot móvil diseñado con 4 ruedas tipo estándar. Además, cada rueda cuenta con 2 grados de libertad (orientación y avance), lo cual genera en el robot un total de 8 grados de libertad controlables y el total de grados de libertad es 3 (2 grados de desplazamiento x, y, 1 grado de orientación sobre el eje z).



Figura 19: Plataforma móvil redundante [51].

3.5. Clasificación de suspensión

La función principal de un sistema de suspensión en un vehículo para transporte humano es básicamente mantener en contacto la rueda con la carretera y absorber o minimizar las irregularidades de la misma con el fin principal de reducir las vibraciones hacia los pasajeros. Este proyecto al no ser un vehículo para transporte de personal, está enfocado en el continuo contacto entre el suelo y las ruedas [14].

La suspensión esta principalmente encargada de soportar las fuerzas verticales originadas por los irregulares suelos, además de fuerzas de frenado, aceleración y trayectorias curvas véase la figura 20. La relación de masa en un vehículo esta categorizada como: masa suspendida y masa no suspendida.



Figura 20: Efecto de fuerza en suspensión automóvil [14].

Masa no suspendida: Está compuesta por la masa de la rueda, la masa del amortiguador y básicamente los componentes que constituyen este sistema.

Masa suspendida: Está compuesta por la masa total soportada por el sistema de suspensión que está conformada por carrocería, motores interiores y pasajeros o carga, básicamente son todos los elementos que no conforman el sistema de suspensión.

No existe una configuración genérica que resuelva todos los problemas de suspensión en un vehículo, se tiene que buscar una combinación o un modelo prediseñado para la solución de la problemática emergente, estas diferencias se pueden categorizar si se estudia, por ejemplo, el eje delantero o el eje trasero o se toma en cuenta el tipo de vehículo (deportivo, todoterreno, tractocamión, etc.) por esto, según el grado de dependencia, el tipo de configuración en la carrocería y el tipo de elemento que nos aporta rigidez, se consiguen los siguientes modelos [9]:

3.5.1. Suspensiones independientes

Como podemos intuir por el nombre, este sistema tiene la principal característica de que el movimiento o perturbación que exista en una rueda no depende de la rueda contraria a su mismo eje, para este tipo de suspensiones existen una gran variedad de configuraciones tales como: McPherson, multilink, doble brazo oscilante, entre otras. En los vehículos de transporte de personal, el sistema de suspensión mayormente utilizado es el McPherson, puesto que ocupa poco espacio lateral y deja más espacio para el motor, además de que las reacciones de la suspensión sobre el chasis debidas a fuerzas laterales son bajas.

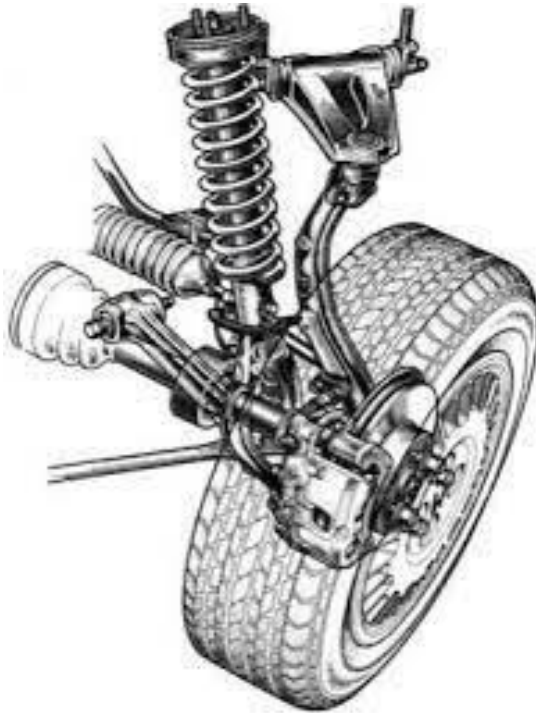


Figura 21: Suspensión independiente [14].

Las ventajas principales presentadas por las suspensiones independientes son:

- El peso del sistema es menor comparado con las suspensiones dependientes y semiindependientes.
- Permite un mayor control sobre la dirección, esto se traduce como estabilidad para el vehículo.
- Ocupa menos espacio, esto beneficia a un mejor acomode para el motor y los demás componentes.

3.5.2. Suspensiones semi-independientes

Los fabricantes de sistemas de suspensiones para vehículos han denominado como “Suspensión semi-independiente” al sistema Dion y el sistema eje de torsión. Básicamente son utilizados para vehículos pequeños con tracción en el eje delantero [14].

- Sistema Dion: Es un sistema complejo en el que las ruedas del vehículo se conectan entre sí mediante un sistema telescópico que hace variar la distancia entre las vías.

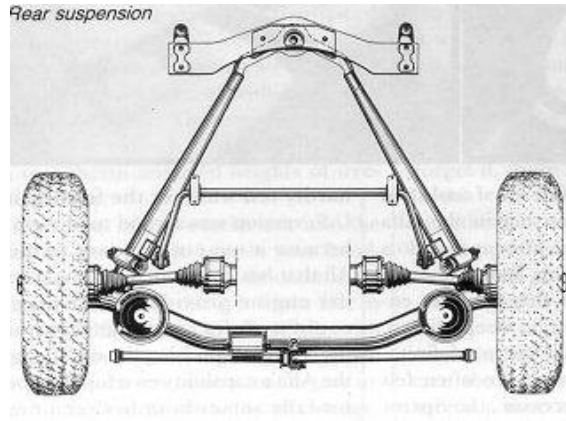


Figura 22: Sistema Dion [14].

- Sistema eje de torsión: Se utiliza el mismo principio del sistema Dion, solo que tiene la ventaja de deformación por torsión.



Figura 23: Sistema eje de torsión [14].

3.5.3. Suspensión dependiente o eje rígido

En este sistema se busca que la trayectoria del eje rígido respecto a la carrocería sea lo más recta posible, se pueden implementar varias configuraciones, pero todas tienen el principio de absorción del momento lateral mediante una barra transversal véase figura 24. Las suspensiones de eje rígido son las menos utilizadas para vehículos tripulados por ciertas

características que en el caso de un vehículo de carga son toleradas, se enlistan aquellas que se consideran “tolerables” [53] entre un vehículo de carga y uno de tripulado:

- Cuando se tiene un sistema diferencial y este está situado en la carcasa del eje, se produce una tendencia de salto en carreteras con bache y esto es debido al peso del sistema.
- El movimiento generado en una rueda influye directamente a la rueda contraria al mismo eje, ya que están conectados por una misma barra, como se puede imaginar cada reacción es opuesta en lados opuestos.
- Tienen poco margen de ajuste o de algún tipo de modificación.
- Se obtienen diferentes tipos de fuerza vertical debido a que el par de giro en una rueda se absorbe por la rueda opuesta.
- Teóricamente, el sistema implementa un eje de giro situado junto al centro del eje entre ruedas.

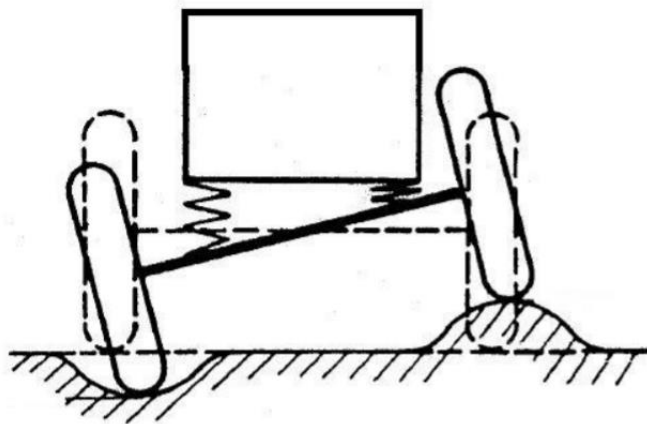


Figura 24: Suspensión dependiente [54].

3.6. Propiedades en sistemas de suspensión

Todo sistema de suspensión está diseñado para asegurar el contacto continuo entre las ruedas y el piso, mantener la estabilidad de la dirección y reducir las vibraciones en la cabina. Para lograr esto, en el sistema se deben configurar tres parámetros de suma importancia [14]:

- *Toe-in* (ángulo de convergencia) es ajustable y configurable a través de las bieletas de la dirección del vehículo.
- *Camber* (ángulo de caída), *Caster* (ángulo de avance) igual son ajustables mediante la dirección del vehículo.

- *KingPing* (ángulo de salida), *KingPing offset* (scrub radius) y *Caster offset*, estas son configuraciones de diseño que no son sencillas de configurar, pero se pueden cuantificar por medio de una inspección técnica del vehículo.

3.6.1. Transferencia de carga

Cuando se produce el balanceo por la masa suspendida la energía que absorbe cada uno de los muelles es distinto, esto genera una transferencia de carga vertical que modifica el ancho de vía y por lo tanto eleva el centro de gravedad disminuyendo así el contacto entre las ruedas y el suelo. Por suerte, la solución a este problema es bastante sencilla, basta con colocar una barra estabilizadora en el sistema de suspensión, aumentando su rigidez y la resistencia al balanceo [14].

Las conclusiones de este análisis se pueden obtener mediante el análisis de un sistema de carga sometido a una fuerza transversal, en la figura 25 se muestra el análisis del sistema de carga sometido a una fuerza transversal, donde las variables F representan las fuerzas aplicadas en los centros de masas (G) y los neumáticos, las variables h representan las distancias entre la rueda y los diferentes centros de masa, ϕ representa el ángulo de inclinación en la plataforma debido a la fuerza trasversal aplicada, la variable M representa la masa .

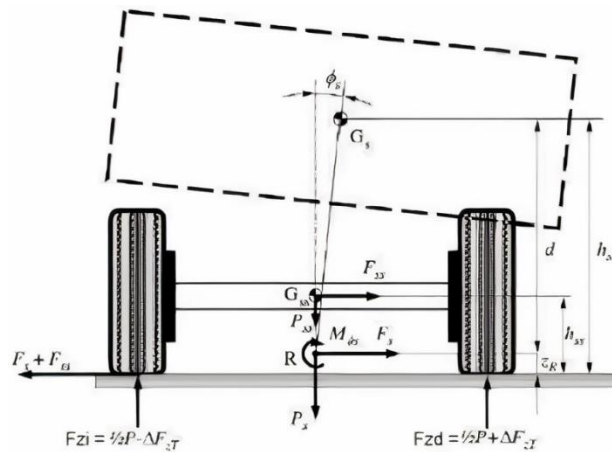


Figura 25: Transferencia de carga [55].

El modelo está básicamente ligado al análisis de momentos cuando el vehículo está en estado estacionario, donde F_{zT} representa la fuerza normal que sufren los neumáticos, considerando el ángulo de inclinación debido a la carga.

$$F_{zT} = \frac{F_{SS}H_{SS} + F_Z Z_R + M\phi}{A_v} \quad (3.3)$$

Donde: F_{zT} es la fuerza aplicada sobre la rueda derecha, A_v es la distancia entre el centro y la rueda, F_{SS} es la fuerza lateral que sufre la plataforma debido al centro de masas G_{SS} , H_{SS} es la distancia entre el centro G_{SS} y el centro de análisis, F_z es la fuerza que se aplica en el eje de rotación, Z_R es la distancia entre el centro y la fuerza aplicada F_z , M_ϕ es el momento debido a la fuerza transversal aplicada.

Por lo tanto, se puede concluir:

- Tener un centro de balanceo que se encuentre muy alto aumentará la transferencia de la carga.
- El valor de vía influye directamente en el comportamiento del vehículo.

Se reduce la transferencia de la carga debida al balanceo y como consecuencia se obtiene un ángulo de balanceo menor.

3.6.2. Sistema Masa-Resorte-Amortiguador

Cuando se analiza un sistema masa resorte, se encuentra con un oscilador armónico simple que, en teoría, podría oscilar infinitamente [13] (sin contemplar el gasto de energía generado la fricción), pero en la práctica se demuestra que la amplitud de esta oscilación inicial disminuye gradualmente, el proceso es llamado amortiguamiento y se puede representar gráficamente como se muestra en la figura 26, se representa una función cosenoidal, donde el crecimiento y decrecimiento tiende a ser una función exponencial $x_m e^{-bt/2m}$, donde m es la masa, b es el coeficiente de amortiguamiento y x_m es la distancia de los resortes del amortiguador al sufrir una perturbación en referencia a su estado estacionario.



Figura 26: Amortiguamiento [13].

Como se puede apreciar en la figura 26, en la gráfica se toma la posición contra el tiempo, y por lo general para representar un movimiento armónico amortiguado se utiliza una función sinusoidal con factor exponencial decreciente. Se sabe que la fuerza de fricción (F) que actúa en el sistema es proporcional a la velocidad (V) del sistema:

$$F = bV \quad (3.4)$$

Donde b es conocida como constante de fricción viscosa y está representada por el tipo de fluido que contiene el cilindro, que por lo general está constituido por una mezcla de aceites. En la rama de la física es muy común representar el sistema M-R-A como se aprecia en la figura 27.

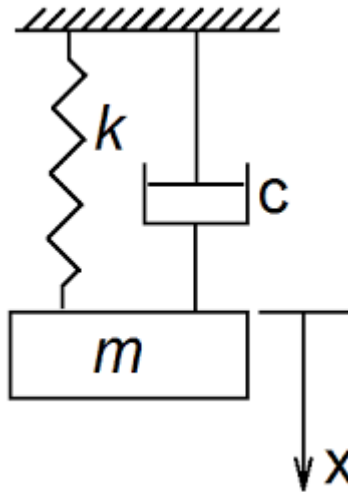


Figura 27: Representación M-R-A.

Aplicando las leyes de Newton a este sistema podemos obtener la ecuación diferencial que nos describe su comportamiento conforme el tiempo avanza:

$$-kx - b \frac{dx}{dt} = m \frac{d^2x}{dt^2} \quad (3.5)$$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = 0 \quad (3.6)$$

Como se puede observar en la ecuación generada, para describir el sistema se obtiene una ecuación diferencial ordinaria de segundo orden, cuya solución propuesta es:

$$(mp^2 + bp + k)e^{pt} = 0 \quad (3.7)$$

Como se puede observar, se propuso la solución $s(t) = e^{pt}$, para poder simplificar la ecuación diferencial, ahora solo tenemos que resolver la ecuación polinómica de segundo orden para obtener la familia de soluciones.

$$mp^2 + bp + k = 0 \quad (3.8)$$

$$p_{1,2} = -\frac{b}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} \quad (3.9)$$

De la ecuación anterior se obtienen los diferentes escenarios de amortiguamiento:

Condición	Conclusión
$\left(\frac{b}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m} > 0$	Sobreamortiguado
$\left(\frac{b}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m} = 0$	Críticamente amortiguado
$\left(\frac{b}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m} < 0$	Subamortiguado.

Tabla 3: Escenarios de amortiguamiento

Gráficamente las podemos representar como:

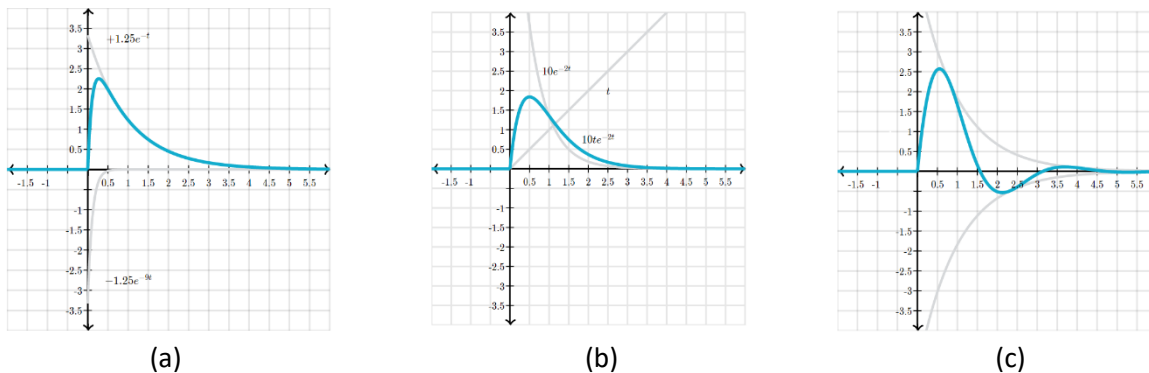


Figura 28: a) sistema sobreamortiguado, b) sistema críticamente amortiguado, c) sistema subamortiguado.

3.7. Cinemática del robot móvil

La cinemática del robot móvil se define como el fundamento físico que determina todo el estudio de movimiento del robot en función de las ruedas y su geometría. Sus aplicaciones son diversas, pero en robótica generalmente se utilizan los modelos matemáticos de la cinemática como referencia para el diseño de un controlador, la predicción cinemática del vehículo e inclusive para fines relacionados con la odometría del robot móvil.

El primer paso para realizar un estudio cinemático es definir los espacios de trabajo y el espacio de referencia del robot móvil, utilizando la convención de Sheth-Uicker, se asignan los sistemas coordenados para generar las matrices de transformación correspondientes.

Dentro del análisis cinemático de un robot móvil la principal diferencia que existe entre el efector final y la plataforma móvil se encuentra en la naturaleza y configuración de sus

articulaciones. El efector final suele modelarse como cadena cinemática abierta compuesta por eslabones con articulaciones de 1 GDL (por lo general prismáticos o de revolución), donde generalmente la tierra (eslabón fijo) se sitúa en la base del robot móvil. Por otra parte, el análisis en la plataforma móvil es considerado como un conjunto de n cadenas cinemáticas cerradas, donde n representa el número de ruedas que tiene contacto con el suelo.

El análisis cinemático del robot considera limitaciones que permiten obtener un modelo matemático funcional y congruente, las limitaciones son:

- Las ruedas poseen solo un eje de direccionamiento, este eje siempre es perpendicular al suelo.
- Todos los elementos del robot se consideran rígidos, incluyendo las ruedas.
- No se considera ningún tipo de fricción en los elementos móviles del vehículo o en contacto con el suelo.
- El robot siempre se mueve sobre una superficie plana.

3.7.1 Análisis posicional

En esta sección se asignan los sistemas coordenados correspondientes a las articulaciones de la plataforma móvil, como se mencionó anteriormente se emplean n cadenas cinemáticas cerradas donde la variable n corresponde al número de ruedas que tienen contacto con el suelo.

Una característica de suma importancia que se observa al utilizar esta asignación es que el contacto con el suelo se genera como un contacto de par superior, para solucionar este inconveniente se implementa la convención “Sheth-Uicker” [19], que nos permite modelar al contacto de par alto como un contacto de par planar, como se observa en la figura 29, como resultado final logramos eliminar las ambigüedades de las matrices de transformación en los sistemas coordenados.

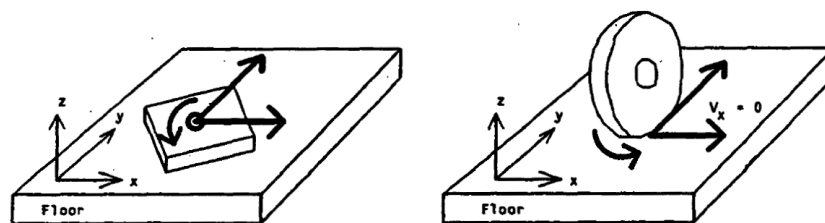


Figura 29: Convención de Sheth-Uicker [19].

3.7.2. Resistencia a la rodadura

Cuando el robot está en movimiento y la rueda se encuentra sobre una superficie flexible se genera una resistencia al movimiento ocasionada por la deformación que sufre la superficie por la presencia de la rueda, este efecto se puede observar en la figura 30.

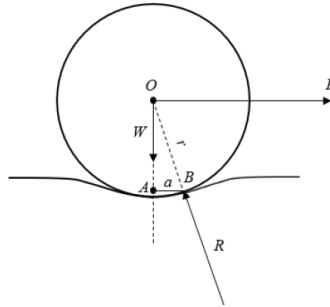


Figura 30: Diagrama resistencia a rodadura [40].

Puesto que la superficie y el suelo generan una presión que ocasiona una deformación sobre el área de contacto, y suponiendo que la velocidad es constante, las fuerzas que actúan sobre el sistema se mantienen constantes, como resultado la fuerza R para sobre el centro de la rueda y esto genera el modelo:

$$\sum M_B = Wx\overline{AB} - Px\overline{OA} = 0 \quad (3.10)$$

Se supone que la deformación que genera la rueda y el suelo es muy pequeña, por lo cual $\overline{OA} \approx r$, por lo tanto, se obtiene:

$$P = \frac{Wa}{r} \quad (3.11)$$

Donde:

P: Resistencia a la rodadura.

W: Peso.

a: Coeficiente de resistencia de rodadura de Coulomb.

R: Radio de la rueda.

3.7.3. Análisis cinemático de ruedas estándar

Las ruedas estándar solo tienen 1 GDL, por lo tanto, no cuentan con un sistema de reorientación, limitando su orientación de manera constante en todo momento y el único vector de desplazamiento sea hacia adelante o hacia atrás, según su configuración geométrica. De acuerdo a estas restricciones la figura 31 muestra el diagrama de desplazamiento y a continuación se muestra su modelo cinemático, donde β y α son los

ángulos de inclinación entre el marco general y el marco A de la rueda, l es la distancia, V es la velocidad lineal y ϕ es la velocidad de la rueda.

$$[\cos(\alpha + \beta) \sin(\alpha + \beta) l \sin(\beta)] R \dot{V} = 0 \quad (3.12)$$

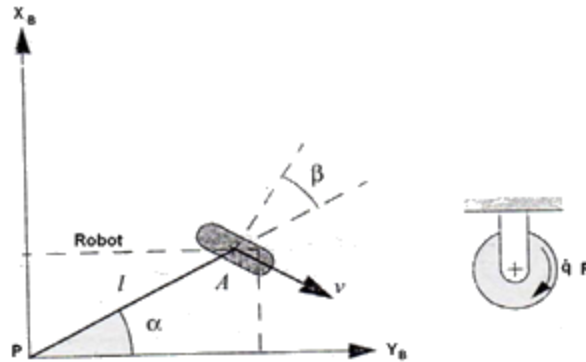


Figura 31: Análisis cinemático rueda estándar

3.7.4. Análisis cinemático de ruedas estándar orientables

El análisis es muy similar al de las ruedas estándar, solo tiene la diferencia de que este sistema cuenta con 2 GDL, por lo cual la orientación de la rueda está en función del tiempo como se observa en la figura 32. El modelo cinemático que se obtiene es:

$$[\sin(\alpha + \beta) - \cos(\alpha + \beta) - l \cos(\beta)] R \dot{V} - R \dot{q} = 0 \quad (3.13)$$

$$[\cos(\alpha + \beta) \sin(\alpha + \beta) l \sin(\beta)] R \dot{V} = 0 \quad (3.14)$$

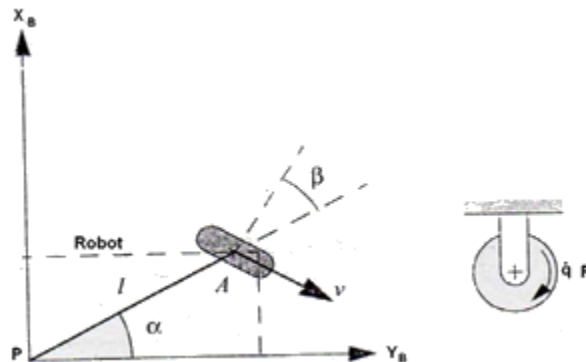


Figura 32 Análisis cinemático ruedas estándar orientables

3.7.5. Convención Denavit-Hartenberg

Cuando se desea describir la estructura cinemática de una cadena cinemática abierta constituida por eslabones y articulaciones con 1 GDL, la opción por excelencia es el uso de la convención de Denavit-Hartenberg. Para aplicar este método es necesario describir correctamente la geometría del robot, desde el eslabón base hasta el efector final. Donde i

refiere a la articulación actual e $i+1$ es la siguiente articulación [20]. La figura 33 muestra este concepto gráficamente.

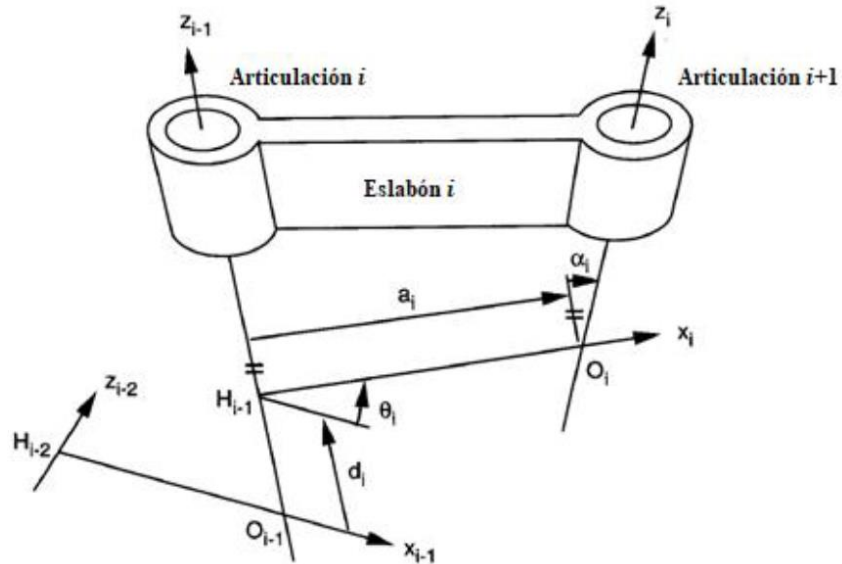


Figura 33: Convención D-H [20].

Donde:

a_i : Es la distancia entre dos ejes de articulaciones adyacentes.

d_i : Es la distancia traslacional entre dos normales incidentes de un eje de la articulación.

α_i : Ángulo entre dos ejes de articulación adyacente.

θ_i : Ángulo entre dos ejes de articulación adyacente.

La principal característica de esta convención es que cada parámetro de Denavit-Hartenberg se representa como una matriz de transformación homogénea, como se observa en la siguiente ecuación:

$${}^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\cos(\alpha_i)\sin(\theta_i) & \sin(\alpha_i)\sin(\theta_i) & a_i\cos(\theta_i) \\ \sin(\theta_i) & \cos(\alpha_i)\cos(\theta_i) & -\sin(\alpha_i)\cos(\theta_i) & a_i\sin(\theta_i) \\ 0 & \sin(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Para obtener más información sobre la asignación de los sistemas coordenados en los eslabones de la cadena cinemática abierta véase la referencia [20].

3.8. Dinámica del robot móvil

El análisis dinámico en un robot móvil hace referencia a la interacción física entre el sistema cinemático y la presencia de masas y fuerzas externas. En la literatura existen diferentes métodos para desarrollar el modelo dinámico de un robot, de los cuales podemos mencionar:

- Método de Euler-Lagrange [25].
- Método de Newton-Euler [21].
- Principio generalizado de D'Alembert [22].
- Método recursivo de Lagrange [23].
- Ecuaciones de Kane [24].

Aunque existen diferentes métodos para formular el análisis dinámico del robot móvil, los dos formalismos principales para derivar las ecuaciones dinámicas:

- Las ecuaciones de Newton-Euler, pues su aplicación está basada directamente en las leyes de Newton.
- Las ecuaciones de Euler-Lagrange, su formulación se deriva del trabajo clásico de D'Alembert y Lagrange en mecánica analítica en conjunto con el trabajo de Euler y Hamilton en el cálculo variacional.

La principal diferencia entre las formulaciones se relaciona con las restricciones y la aplicación final del algoritmo, por un lado, las ecuaciones de Newton-Euler tratan cada articulación del robot de manera separada y el modelo se enfoca en las fuerzas existentes en dichos eslabones, por otro lado, la formulación de Euler-Lagrange se genera por un proceso sistemático y considera la energía total del sistema, de esta manera se obtiene un sistema de ecuaciones diferencial más simple.

3.8.1. Formulación de Euler-Lagrange

En robótica, el método por excelencia para generar el modelo dinámico es Euler-Lagrange, ya que su formulación es sistemática, permitiendo estructurarse de forma algorítmica para calcular los multiplicadores de Lagrange computacionalmente [25], de esta manera se puede concluir que su principal inconveniente es que el cálculo depende directamente de las n operaciones matemáticas. La formulación queda como:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{S}_i} \right) - \frac{\partial K}{\partial S_i} = \tau_i - r_{1i}\lambda_1 - r_{2i}\lambda_2 - r_{ni}\lambda_i \quad (3.16)$$

Donde:

K: Energía total del sistema.

τ_i : Torque generalizado.

λ_i : Multiplicadores de Lagrange.

r_{ni} : Elemento de la matriz de restricciones cinemáticas.

\dot{S} : Vector de velocidades.

Capítulo IV

Diseño de robot móvil

En este capítulo se presenta el diseño de la plataforma móvil que cumple con los requisitos impuestos por el robot de servicio tele-operado para tareas de limpieza a alta presión [7], con el supuesto que la plataforma móvil se incorporará en el robot de limpieza a presión que se encuentra en las instalaciones del Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada CICATA-Qro-IPN.

4.1. Requisitos de diseño.

Se establecen los parámetros de diseño necesarios para la construcción de la plataforma móvil omnidireccional partiendo de los sistemas similares reportados en la literatura, en la figura 34 se muestra el modelo de Pahl y Beitz, el cual es el algoritmo que se siguió para diseñar la plataforma móvil [13].

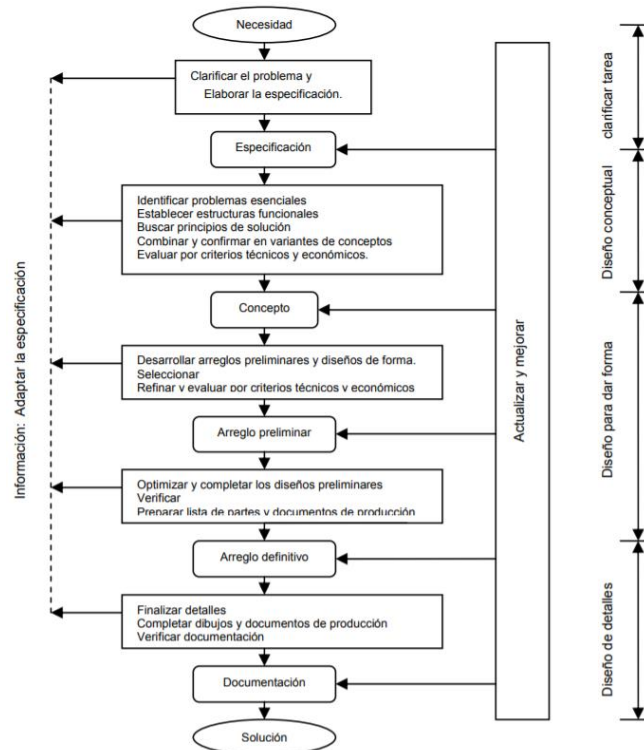


Figura 34: Algoritmo de Pahl y Beitz [13].

Como se puede apreciar, este modelo considera parámetros estéticos, así como parámetros económicos, fue esta la razón principal por la cual se decidió utilizar esta metodología de diseño, los parámetros de mayor importancia rescatados del análisis por la metodología antes propuesta se presentan en la tabla 4.

Tipo de rueda	Esférica
Configuración	Rueda activa, (4 ruedas pasivas)
Tracción	Omnidireccional-holonómica
Estructura	Soporte tipo caja, cubierta tipo vehículo moderno convencional
Dimensiones	(70.5 cm x 55 cm x 25 cm) – (l-w-h)
Peso	15 kg.
V, máx.	2 m/s
Material	Aluminio (perfil Bosch)

Tabla 4: Parámetros de diseño.

En la tabla 5 se presenta una comparación entre las plataformas robóticas documentadas con los parámetros de diseño especificados, estos son la base de nuestros parámetros de diseño, sin embargo, en el modelado se hicieron considerables mejoras, que sirvieron en el aspecto estético y en el aspecto económico, debido a que se considera la metodología de diseño de Pahl y Beitz.

	Rueda	Configuración	Tracción	Estructura	Dimensiones (lxWxH)	Peso (Kg)	V-máx. (m/s)
SEEKUR	dirigible		Diferencial	Cajón	1.05m x 0.84m x 0.5m	77	1.2
TRAXBOT	dirigible		Tracked	Cajón	0.22m x 0.20m x 0.125m	2.045	0.95
LAZARO	Estandard		Skid-Steer	Cajón	0.468m x 0.252m x 0.425m	26	0.28

Tabla 5: Características de plataformas móviles.

4.2. Diseño de plataforma móvil

Para diseñar la plataforma móvil se consideraron el algoritmo de Pahl y Beitz, y los parámetros de la tabla 4, por lo tanto, la plataforma móvil debe contener mínimo 4 ruedas para mantener la estabilidad en el efector final, y para garantizar un sistema holonómico omnidireccional se usaron ruedas esféricas, que disminuyen la vibración en el sistema y

garantizar la continuidad de movimiento en direcciones ortogonales, el modelo se presenta en la figura 35.

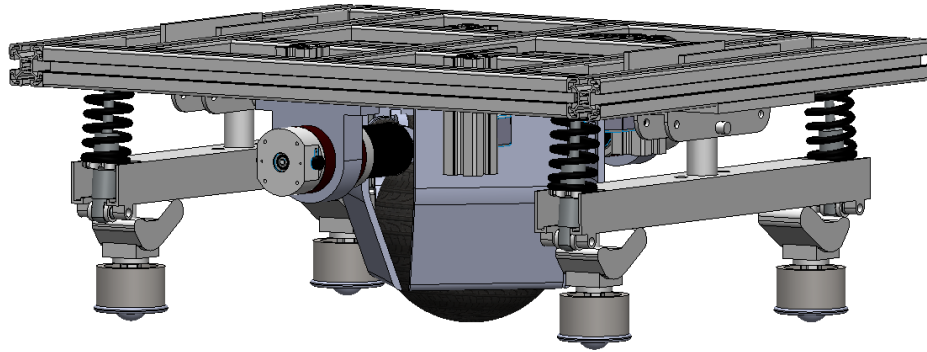


Figura 35: Diseño de plataforma móvil.

4.3. Diseño sistema de suspensión

Uno de los principales problemas de diseño a los cuales está sometido nuestro modelo es la discontinuidad entre la rueda activa y las ruedas pasivas [10]. La presencia de más de 3 apoyos en el robot móvil (incluidas las ruedas de tracción), llevan a graves cálculos de odometría en terrenos irregulares e incluso la pérdida de tracción total, la figura 36 presenta este problema.

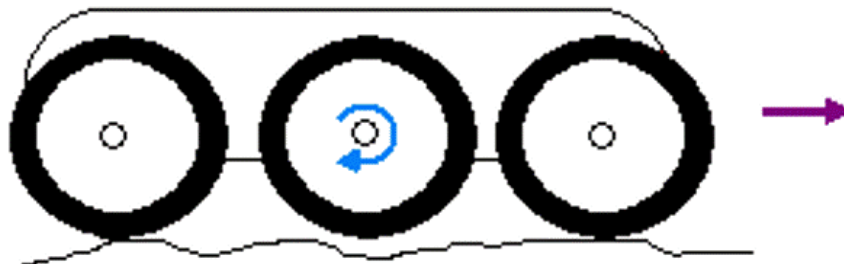


Figura 36: Falta de contacto en ruedas de plataforma móvil [10].

Para solucionar este problema se implementa un sistema de suspensión que asegure el contacto continuo entre las ruedas activas y pasivas con el suelo, además, el sistema de suspensión debe ser sencillo de fabricar y de fácil implementación al mecanismo.

4.3.1. Base del sistema de amortiguamiento

Para implementar la base del sistema de amortiguación se utilizó un sistema de suspensión flexible DBSU 125/160A-600 para un carril, se sigue considerando el cambio del soporte entre la base y la rueda pasiva, se modificaron algunos detalles del modelo comercial, en la figura 37 se presenta el diseño que se implementó.

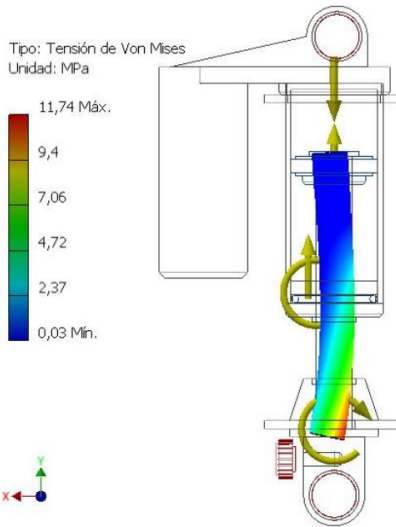


Figura 39: Análisis FEM de amortiguador [53].

4.3.3. Incorporación a la plataforma móvil

La implementación del sistema de suspensión comprende a la base donde se generaliza el uso de una suspensión dependiente, en la figura 40 se puede observar la incorporación del sistema de amortiguación en el robot móvil terrestre.

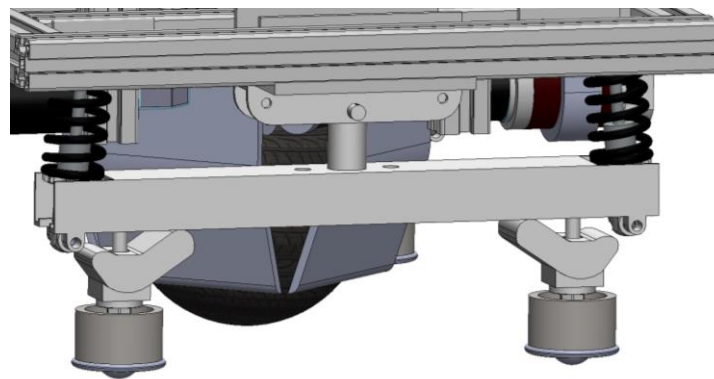


Figura 40: Implementación a plataforma móvil.

4.3.4. Análisis de sistema de suspensión

Analizar el sistema de suspensión comprende incorporar el uso de la ecuación de Gröbler para determinar los grados de libertad del mecanismo, así como el análisis de posición y velocidad del sistema, la figura 41 muestra el diagrama del modelo.

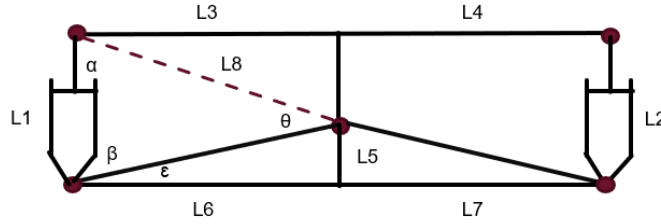


Figura 41: Diagrama de sistema de suspensión.

Ecuación de Grübler [20]:

$$G = \lambda(n - j - 1) + \sum_{i=1}^j f_i \quad (4.1)$$

$$G = 3(4 - 4 - 1) + 4 \quad (4.2)$$

$$G = 1 \quad (4.3)$$

Donde:

λ : GDL del espacio en el cual el mecanismo realiza la función.

n : número de eslabones en el mecanismo, incluyendo el eslabón fijo.

j : número de articulaciones en el mecanismo, asumiendo que todas las articulaciones son binarias.

f_i : Grados de movimiento relativo permitido por la articulación i .

G : Grados de libertad del sistema.

Después de determinar los GDL del mecanismo, se propone el análisis cinemático del sistema de suspensión, en la figura 42 se presenta el diagrama y el análisis matemático.

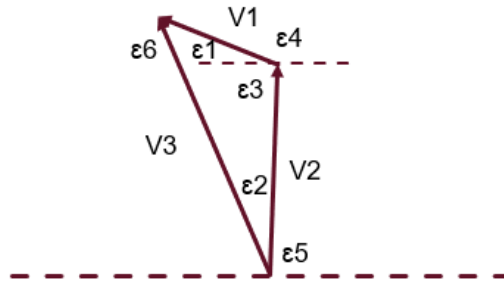


Figura 42: Diagrama de velocidades.

$$L9 = \sqrt{L6^2 + L5^2} \quad (4.4)$$

$$L8 = \sqrt{L9^2 + L1^2 - 2L1L9\cos(\beta)} \quad (4.5)$$

$$\epsilon5 = \epsilon + \beta \quad (4.6)$$

$$\varepsilon_1 = 90 - \varepsilon - \beta \quad (4.7)$$

$$\varepsilon_6 = 180 - \varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \varepsilon_3 \quad (4.8)$$

$$\frac{|\vec{V}_2|}{\sin(\varepsilon_6)} = \frac{|\vec{V}_3|}{\sin(\varepsilon_1 + \varepsilon_3)} \quad (4.9)$$

$$|\vec{V}_3| = |\vec{V}_2| \frac{\sin(\varepsilon_1 + \varepsilon_3)}{\sin(\varepsilon_6)} \quad (4.10)$$

4.4. Diseño de rueda activa

Conseguir el modelo para la rueda activa que cumpliera con los requisitos presentes en la tabla 4 y usando el algoritmo de Pahl and Beitz genero cuatro diseños diferentes, cada uno con ventajas y desventajas que condujeron al diseño final. A lo largo del capítulo se presenta una breve descripción de los modelos propuestos con ventajas y desventajas.

4.4.1. Modelo 1: Octagonal plano

El modelo 1 está basado en una geometría octagonal con placas laterales rectas, esta geometría facilita el control de los actuadores que generan las velocidades de desplazamiento correspondientes a las direcciones (x, y) del plano cartesiano, la figura 43 presenta el modelo descrito.

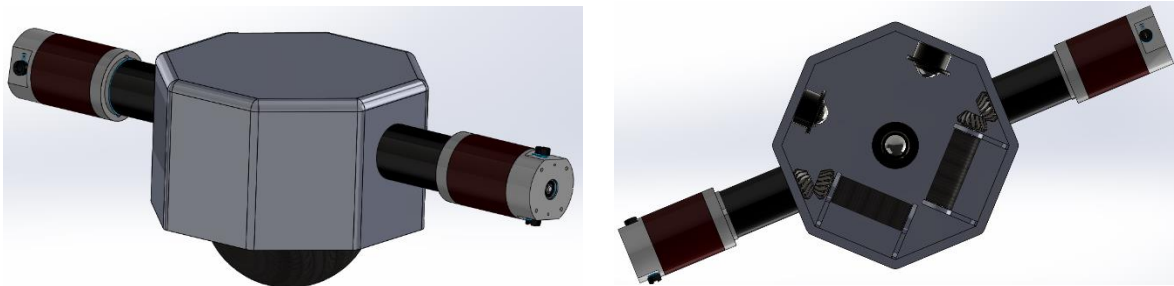


Figura 43: Modelo 1 rueda activa.

Ventajas:

- Bajo costo de fabricación
- Implementación sencilla debido al contacto puntual entre la rueda y los elementos de transmisión de movimiento pasivos.

Desventajas:

- Montaje a base complejo debido a que se considera a la geometría como un cuerpo individual.
- Problema de estabilidad y vibración debido a que el sistema no cuenta con un soporte inferior.
- Proceso de manufactura complejo debido a la geometría del cuerpo.

4.4.2. Modelo 2: Octagonal cóncava

En el modelo 2 se mantiene el principio de geometría octagonal del modelo 1, además, se incluye un soporte inferior que logra eliminar los problemas de vibración y estabilidad, esto resulta en una mejora de contacto puntual y estética, la figura 44 presenta el modelo.

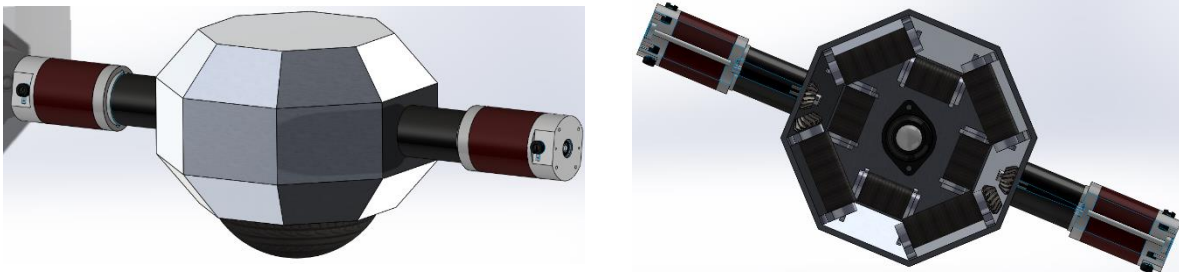


Figura 44: Modelo 2 rueda activa.

Ventajas:

- Mayor estabilidad en comparación con el modelo 1 ya que se implementa el soporte inferior.
- Mayor estabilidad debido al contacto “lineal” que existe entre el rodillo y la rueda.

Desventajas:

- Alto costo de fabricación.
- Mayor complejidad de construcción debido a la geometría utilizada en el diseño.
- Montaje a base complejo debido a que se considera el sistema como un cuerpo individual.

4.4.3 Modelo 3: Triángulo cóncavo.

El modelo 3 está diseñado bajo una geometría hexagonal figura 45 con un soporte inferior, esta geometría delimita los elementos de contacto entre la base y la rueda permitiendo así que el contacto se genere sobre los rodillos activos reduciendo el costo de fabricación.

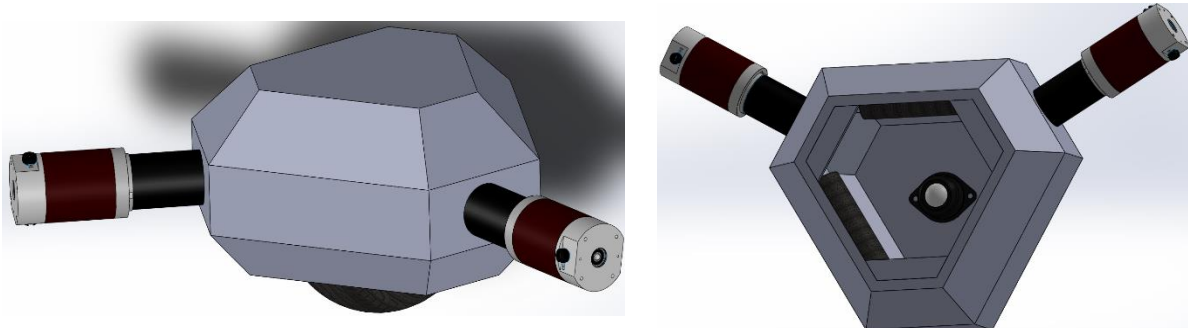


Figura 45: Modelo 3 rueda activa.

Ventajas:

- Mayor estabilidad debido al contacto “lineal” entre los rodillos y la rueda.
- Mayor facilidad de construcción comparado con el modelo 2.

Desventajas:

- Problema de montaje debido a que se considera el modelo como individual.
- Aunque comparada con el modelo 2 si es más fácil de construir, en general su geometría aún posee un grado de complejidad muy alto.

4.4.4. Modelo 4: Base unificada.

El cuarto modelo figura 46 y propuesta actual, está construido de tal manera de que forme parte de la plataforma, eliminando así el problema de montaje, además de que su estructura y construcción es mucho más sencilla, resultando en un modelo más practico cuando se encuentre en funcionamiento.

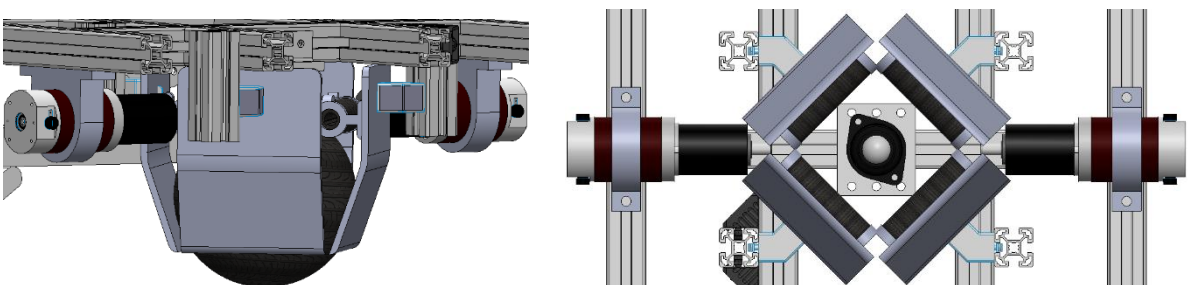


Figura 46: Modelo 4 rueda activa.

Ventajas:

- Mejor ajuste de montaje, ya que el sistema de rueda activa es parte de la base y no se considera como un cuerpo externo.
- Menor costo de fabricación comparado con los 3 modelos anteriores puesto que el material utilizado es de fabricante y el montaje solo requiere de 3 placas metálicas de acero.
- Mayor estabilidad y reducción de vibración, debido a que el sistema tiene el contacto "lineal" entre las ruedas y el rodillo y el sistema cuenta con un soporte inferior de ajuste.

Desventajas:

- Es necesaria una mayor precisión de ajuste para lograr que el sistema no presente algún tipo de vibración parásita, o que se genere desgaste excesivo debido al contacto forzado entre las piezas.

4.4.5. Análisis estático de carga.

El análisis estático correspondiente al modelo 4, se obtiene a partir del diagrama presente en la figura 47.

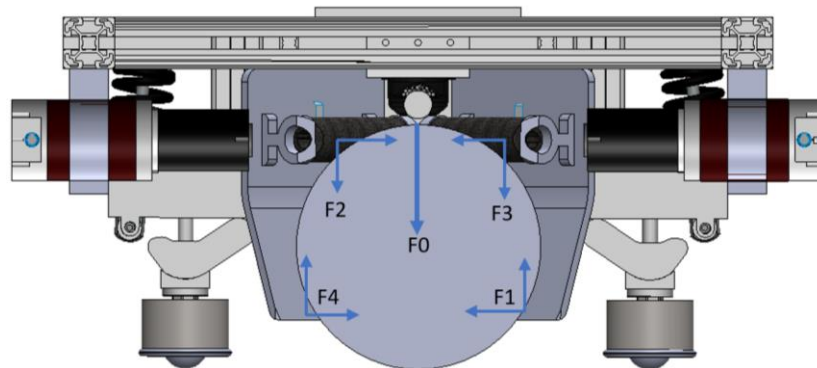


Figura 47: Análisis estático rueda activa.

La condición perfecta de funcionamiento se cumpliría, si siempre existiera el contacto entre la rueda y la base inferior, pero por razones obvias (fricción) esto es imposible, es por esto que se analiza la condición en la que el sistema de rodillos debe soportar el esfuerzo de corte debido al contacto con la rueda:

$$\sum F_x = F_{1x} - F_{2x} - F_{3x} + F_{4x} - F_0 = 0 \quad (4.11)$$

$$\sum F_y = F_{4y} + F_{2y} - F_{3y} - F_{1y} = 0 \quad (4.12)$$

Realizando el análisis cuando el sistema no está en contacto con la base inferior obtenemos:

$$F_0 = F_{2x} + F_{3x} \quad (4.13)$$

De la anterior ecuación se puede concluir el esfuerzo que necesita soportar la base de los rodillos queda dispuesta por:

$$\tau_n = \frac{(F_{2y} + F_{3y} + F'_{2y} + F'_{3y})}{4} r_n \quad (4.14)$$

Donde:

n: representa el número de rodillos.

F'_{2y} y F'_{3y} : representan las fuerzas opuestas a las mostradas en el diagrama.

r_n : distancia entre las bases de los rodillos.

4.5. Diseño de rueda pasiva

Para el diseño de la rueda pasiva se consideraron 3 modelos, los cuales se describirán a continuación, además de su descripción, las ventajas y desventajas por las cuales se decidió utilizar el modelo final.

4.5.1. Modelo 1: Roller Ball

EL modelo de rueda pasivo 1 está basado en la geometría de los Roller ball, que son los mecanismos que permiten la transferencia de energía (giro) entre una superficie y la rueda.

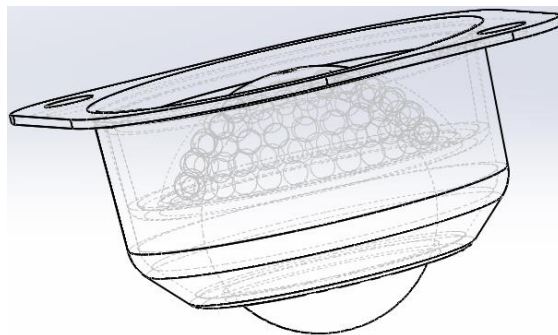


Figura 48: Modelo 1 rueda pasiva.

Ventajas:

- Por su rueda de diámetro “grande” comparado con los 2 modelos posteriores, permite reducir la fuerza necesaria para vencer la fricción estática y dinámica del sistema.
- Al ser un diseño realizado de manera libre, es posible modificar algunos parámetros de diseño importantes para la fijación con el sistema.

Desventajas:

- El costo de fabricación es mayor, debido a la geometría se debe utilizar impresión en 3D, y tener plástico como material de soporte para las ruedas no es una opción muy favorable.
- Debido al dimensionamiento es más complicado montarlo al sistema, considerando la base que se mantiene como una geometría rectangular y el material del cual se considera construir.

4.5.2. Modelo 2: Castor Wheels

Para el modelo 2, se consideró utilizar las ruedas multidireccionales conocidas comúnmente como “ruedas locas”, que se pueden conseguir en cualquier tienda de carpintería o tienda para el hogar.

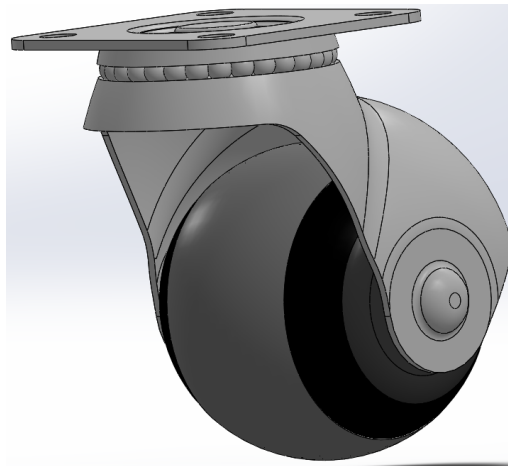


Figura 49: Modelo 2 rueda pasiva.

Ventajas:

- Fácil montaje en la estructura.
- Bajo costo y fácil de conseguir.
- Estructura rígida basado en estándares de calidad (Norma ISO).

Desventajas:

- Al realizar un cambio de dirección se genera un “corte” de continuidad, debido a que la rueda debe orientarse siguiendo a la rueda activa.
- EL “corte” generado por el redireccionamiento de la rueda genera que el sistema se mantenga en alto durante la orientación de la rueda pasiva.

4.5.3. Modelo 3: Big Roller Ball.

El modelo 3 es un Roller ball, utilizado como mecanismo de transferencia de giro para sistemas mecánicos, por su capacidad para soportar grandes cargas y el material (metal) del que está construido permite que exista una reducción de fricción entre los mecanismos de contacto.



Figura 50: Modelo 3 rueda pasiva.

Ventajas:

- Mayor resistencia de carga debido al material (metal) del que está construido.
- Fácil montaje e implementación puesto que está diseñada por Bosch, quien es el fabricante del material (perfil Bosch) del cual se va a implementar la estructura.

Desventajas:

- Perdida de “agarre” (fricción) de contacto entre el suelo y la rueda debido a la esfera de metal.

Capítulo V

Modelo cinemático

En este capítulo se presenta el análisis matemático, algunos supuestos y las convenciones necesarias para obtener el modelo cinemático de la plataforma móvil, es importante mencionar que en la literatura la geometría utilizada en el proyecto no está documentada, por lo tanto, tanto el análisis cinemático como el análisis dinámico son un aporte al estado del arte en el desarrollo de los robots móviles terrestres.

5.1. Definiciones y supuestos

Como se mencionó en capítulos anteriores, la cinemática está fuertemente vinculada con la geometría del robot móvil, bajo este concepto es importante establecer algunas restricciones que garantizan un modelo cinemático funcional:

- Las ruedas poseen solo un eje de direccionamiento, este eje siempre es perpendicular al suelo.
- Todos los elementos del robot se consideran rígidos, incluyendo las ruedas.
- No se considera ningún tipo de fricción en los elementos móviles del vehículo o en contacto con el suelo.
- El robot siempre se mueve sobre una superficie plana.

Al implementar la convención de Sheth-Uicker [9], se establece un comportamiento cinemático con el principio en el que las ruedas que están en contacto con el suelo tienen un comportamiento de tipo articulación planar con 3 GDL, como se observa en la figura 51.

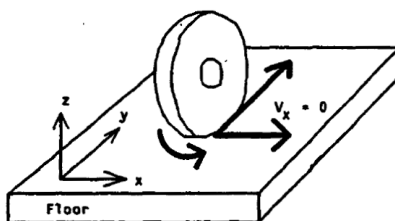


Figura 51: Diagrama Sheth-Uicker [19].

Al considerar todos los elementos del robot móvil rígidos, se establece que la rueda está en contacto con el suelo en un solo punto [19], esto permite considerar este punto de contacto como un sistema de referencia dentro del marco de estudio. El objetivo del proyecto plantea utilizar una rueda esférica activa que brinde desplazamientos omnidireccionales, de esta manera se garantiza que la velocidad de desplazamiento (v_x, v_y) se cumple en todo momento con la plataforma móvil.

Con el supuesto de que la plataforma móvil se incorporará en el robot de limpieza a presión [7] que se encuentra en las instalaciones del CICATA-Qro-IPN, el cual ya cuenta con un sistema pan-tilt para orientar sobre su propio eje al efector final, se cumple la condición de que el robot móvil está diseñado basado en locomoción holonómica.

5.2. Asignación de sistemas coordenados

En esta sección se asignan los sistemas coordenados correspondientes a las articulaciones de la plataforma móvil, como se mencionó anteriormente se emplean n cadenas cinemáticas cerradas donde la variable n corresponde al número de ruedas que tienen contacto con el suelo.

Después de considerar la convención de Sheth-Uicker, se procede a aplicar los sistemas coordenados de cada eslabón en el modelo propuesto, se muestra el modelo en la figura 52, y las matrices correspondientes se muestran a continuación:

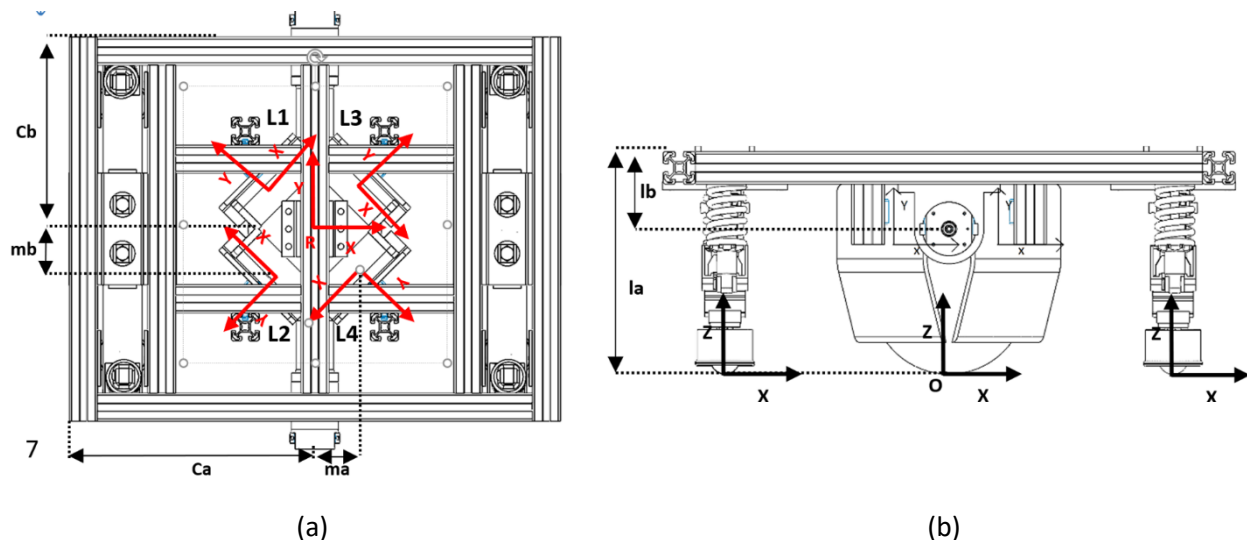


Figura 52: a) Plataforma vista superior, b) Plataforma vista lateral.

Donde:

L1, L2, L3, L4, O: Ejes coordenados de los rodillos.

Cb, Ca, ma, mb, la, lb: dimensiones de la plataforma (cada cota indica la asignación de la dimensión).

Las matrices que se muestran a continuación describen los sistemas coordenados desde el punto central R.

$${}^R T_{L1} = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) & -\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) & 0 & ma \\ \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) & \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) & 0 & mb \\ 0 & 0 & 1 & lb \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

$${}^R T_{L2} = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) & -\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) & 0 & ma \\ \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) & \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) & 0 & -mb \\ 0 & 0 & 1 & lb \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

$${}^R T_{L3} = \begin{bmatrix} \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) & -\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) & 0 & -ma \\ \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) & \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) & 0 & -mb \\ 0 & 0 & 1 & lb \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

$${}^R T_{L4} = \begin{bmatrix} \cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) & -\sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right) & 0 & -ma \\ \sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right) & \cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) & 0 & mb \\ 0 & 0 & 1 & lb \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

Las matrices mostradas a continuación presentan la relación que existe entre el punto R y el punto de contacto O.

$${}^{L1} T_O = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & ma \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & -mb \\ 0 & 0 & 1 & (la - lb) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

$${}^{L2}T_O = \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & ma \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & mb \\ 0 & 0 & 1 & (la - lb) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

$${}^{L3}T_O = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & -ma \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & -mb \\ 0 & 0 & 1 & (la - lb) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

$${}^{L4}T_O = \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & -ma \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & mb \\ 0 & 0 & 1 & (la - lb) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

Como se observa en las matrices 5.1-5.8, no existe ambigüedades entre las matrices de transformación en los sistemas coordenados.

5.3. Análisis de velocidades

Ahora que se conoce el análisis posicional del robot móvil, se presenta el análisis de velocidades, como se mencionó anteriormente se contempla una plataforma omnidireccional en conjunto con el elemento manipulador, se presentan las ecuaciones correspondientes:

$$V_x = w_1 R \cos(-\alpha) + w_2 R \cos(\alpha) \quad (5.9)$$

$$V_y = -w_1 R \sin(-\alpha) + w_2 R \sin(\alpha) \quad (5.10)$$

Donde:

w: Son las velocidades angulares entregadas por los motores.

R: Radio del rodillo que tiene contacto con la rueda esférica.

V_x : Velocidad lineal en dirección al eje x

V_y : Velocidad lineal en dirección al eje y.

α : Ángulo de inclinación del rodillo con referencia al eje x.

Se considera el contacto entre la rueda esférica y el rodillo como contacto continuo con una constante de relación en velocidades, donde se desprecia el deslizamiento que pueda existir en ellos.

$$w_1 R = w_r r \quad (5.11)$$

$$w_r = \frac{w_1 R}{r} \quad (5.12)$$

Sabemos que la velocidad lineal de la rueda está dada por:

$$v = r w_r \quad (5.13)$$

De la igualdad tenemos:

$$v = r \frac{w_1 R}{r} \quad (5.14)$$

$$v = w_1 R \quad (5.15)$$

Donde:

w_r : Velocidad angular de la rueda esférica.

r : radio de la rueda esférica.

Después de definir las relaciones entre la velocidad del rodillo y de la rueda esférica, se obtiene el sistema:

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} R & \frac{\sqrt{2}}{2} R \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} R & \frac{\sqrt{2}}{2} R \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

Considerando la velocidad angular que se obtiene por el manipulador del robot móvil tenemos:

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} R & \frac{\sqrt{2}}{2} R & 0 \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} R & \frac{\sqrt{2}}{2} R & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_k \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

Donde:

w_k : velocidad angular del robot móvil.

De esta manera la matriz jacobiana está dada por:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2}R & \frac{\sqrt{2}}{2}R & 0 \\ -\frac{\sqrt{2}}{2}R & \frac{\sqrt{2}}{2}R & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

5.4. Cinemática inversa.

Ahora que se obtiene el análisis de velocidades junto con la matriz de transformación jacobiana, simplemente despejando de la ecuación 5.19 se obtiene:

$$v = Jw \quad (5.19)$$

$$w = J^{-1}v \quad (5.20)$$

Se justifica la ecuación 5.20 dado que:

$$Det(J) = R^2 \quad (5.21)$$

Como se observa en el resultado de la ecuación 5.21 el determinante es constante y depende del radio de la rueda esférica, si se usa el criterio de ACT (Actuation Characterization Tree) [19] donde categorizan la cinemática de un robot móvil según el resultado del jacobiano que a su vez depende de la configuración del robot móvil, esta categorización es:

- Sistema subdeterminado (singularidad)
- Sistema sobre determinado (conflicto del actuador).

Podemos concluir que el robot móvil gozará de no presenta ni singularidades o conflictos en el actuador.

5.5. Aceleración

En el apartado de aceleración, recordemos que la fórmula para calcularse de un objeto que está en movimiento es [9]:

$$a = \frac{dv}{dt} \quad (5.22)$$

En nuestro caso el movimiento no depende del tiempo sino de la velocidad angular que entregan los motores, por lo tanto, al considerar las ecuaciones 5.9-5.10 y aplicarlas en 5.22 el resultado es:

$$a_x = a_1R\cos(-\alpha) + a_2R\cos(\alpha) \quad (5.23)$$

$$a_y = -a_1 R \sin(-\alpha) + a_2 R \sin(\alpha) \quad (5.24)$$

Que al considerar la velocidad de giro sobre su propio eje obtenemos la matriz:

$$\begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} R & \frac{\sqrt{2}}{2} R & 0 \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} R & \frac{\sqrt{2}}{2} R & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_k \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

Donde:

a_k : aceleración angular del robot móvil.

Capítulo VI

Modelo dinámico

En este capítulo se considera la evolución de la posición, velocidad y aceleración en la plataforma móvil con la presencia de masas y fuerzas externas, todo en función del torque que se presenta en las ruedas activas. Al igual que en el capítulo anterior se consideran las mismas restricciones que en el modelo cinemático.

6.1. Definiciones y supuestos

En el análisis dinámico se pueden encontrar efectos presentes debido a la geometría del robot, tales como:

- Pares inerciales o de Coriolis
- Pares de actuación.
- Fricciones viscosas
- Contacto entre ruedas y suelo.

Al desplazarse sobre un suelo plano, se descartan los pares ocasionados por la gravedad, además de que en la formulación del Lagrangiano no se considera la aportación de la energía potencial.

6.3. Restricciones holonómicas.

En esta sección se definen las ecuaciones restrictivas de la formulación dinámica, se asume que el robot tiene 1 rueda activa por medio de 2 motores. Para lograr esta condición es necesario generar una ecuación que garantice que nuestro robot móvil rodará y no se deslizará:

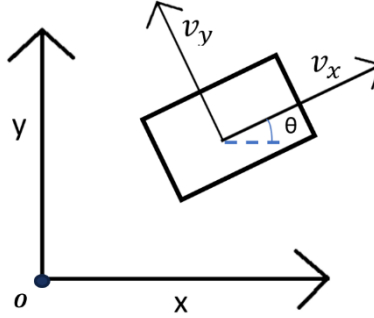


Figura 53: Diagrama de restricciones.

En la figura 53 se presenta el diagrama de restricciones que nos permite garantizar el rodamiento, de aquí obtenemos:

$$v_x \cos(\theta) - v_y \sin(\theta) = \frac{\sqrt{2}}{2} R w_1 + \frac{\sqrt{2}}{2} R w_2 \quad (6.1)$$

$$v_x \sin(\theta) + v_y \cos(\theta) = -\frac{\sqrt{2}}{2} R w_1 + \frac{\sqrt{2}}{2} R w_2 \quad (6.2)$$

Reestructurando las ecuaciones y representarlas de forma matricial se tiene:

$$\begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} R (w_1 + w_2) \\ \frac{\sqrt{2}}{2} R (w_2 - w_1) \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

A partir de la ecuación anterior, se puede plantear una condición de solución:

$$\begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} R (w_1 + w_2) \\ \frac{\sqrt{2}}{2} R (w_2 - w_1) \end{bmatrix} = \vec{0} \quad (6.4)$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & -\frac{\sqrt{2}}{2} R & -\frac{\sqrt{2}}{2} R \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & \frac{\sqrt{2}}{2} R & -\frac{\sqrt{2}}{2} R \end{bmatrix}}_{R(\theta)} \underbrace{\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ w_1 \\ w_2 \end{bmatrix}}_{\dot{S}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

6.4. Formulación de Newton-Euler

La figura 54 presenta el diagrama de análisis para la formación de Newton-Euler, de esta manera se analizan las ecuaciones dinámicas.

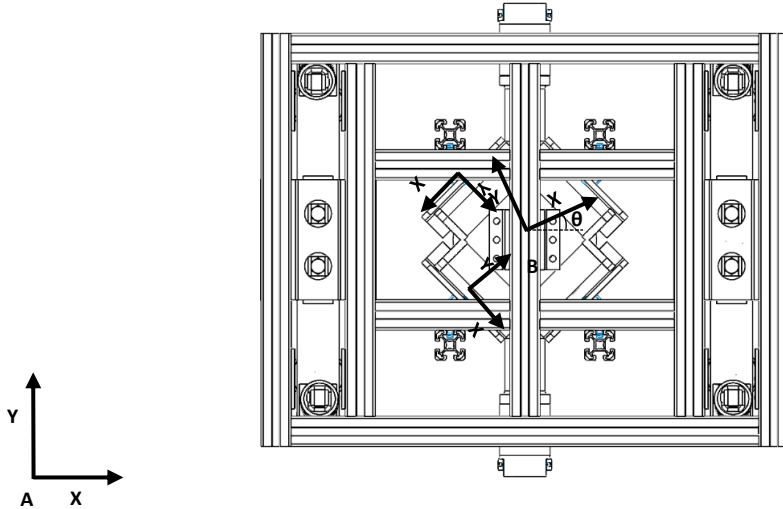


Figura 54: Diagrama rueda activa.

$$\sum F_{xB} = -F_1 \sin(\theta) + F_2 \cos(\theta) = M(\ddot{x}_B - \dot{y}_B \dot{\phi}) \quad (6.6)$$

$$\sum F_{yB} = -F_1 \cos(\theta) - F_2 \sin(\theta) = M(\ddot{y}_B + \dot{x}_B \dot{\phi}) \quad (6.7)$$

Por lo tanto, cada componente de fuerza en las componentes (x, y) del diagrama de cuerpo libre es:

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin(\theta) & -\cos(\theta) \\ \cos(\theta) & -\sin(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M(\ddot{x}_B - \dot{y}_B \dot{\phi}) \\ M(\ddot{y}_B + \dot{x}_B \dot{\phi}) \end{bmatrix} \quad (6.8)$$

Se sabe que:

$$\tau = Fr \quad (6.9)$$

Este sistema de ecuaciones permite obtener junto con el modelo de adherencia de Dugoff el torque en cada rueda dependiendo coeficiente de fricción de la superficie.

6.5. Formulación de Lagrange.

En esta sección se generan las ecuaciones que corresponden a la dinámica inversa donde a partir de posiciones, velocidades y aceleraciones se obtienen los pares que se presentan en los actuadores. Para lograr el objetivo se emplea el análisis de Lagrange a sistemas robóticos móviles.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{S}_i} \right) - \frac{\partial K}{\partial S_i} = \tau_i - r_{1i} \lambda_1 - r_{2i} \lambda_2 \quad (6.10)$$

Para: $i = 1, 2, 3, 4$

Donde:

K: Energía total del sistema.

τ_i : Torque generalizado.

λ_1, λ_2 : Multiplicadores de Lagrange.

r_{ji} : Elemento de la matriz $R(\theta)$.

$$\begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & -\frac{\sqrt{2}}{2}R & -\frac{\sqrt{2}}{2}R \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & \frac{\sqrt{2}}{2}R & -\frac{\sqrt{2}}{2}R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{14} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & r_{24} \end{bmatrix} \quad (6.11)$$

La energía total del sistema está compuesta por:

$$K = K_T + K_R \quad (6.12)$$

Donde:

K_T : Energía traslacional.

K_R : Energía rotacional.

Como se observa la energía potencial se desprecia, pues se considera un desplazamiento horizontal y no vertical por lo cual $U = 0$.

La componente traslacional se describe como:

$$K_T = \frac{1}{2} M (v_x^2 + v_y^2) \quad (6.13)$$

$$M = M_p + M_{RA} + M_{RP} \quad (6.14)$$

Donde:

M_p : Masa de la plataforma.

M_{RA} : Masa de rueda activa.

M_{RP} : Masa de ruedas pasivas.

Por otro lado, la parte rotacional se obtiene mediante la ecuación:

$$K_R = \frac{1}{2}(I_R + I_M)w^2 + \frac{1}{2}I_W(w_1^2 + w_2^2) \quad (6.15)$$

Donde:

I_R : Inercia del robot.

I_M : Inercia de ruedas respecto al punto de contacto.

I_W : Inercias de la rueda respecto a su eje de giro.

De esta manera se genera la ecuación de energía que representa a la plataforma móvil:

$$K = \frac{1}{2}(M_p + M_{RA} + M_{RP})(v_x^2 + v_y^2) + \frac{1}{2}(I_R + I_M)w^2 + \frac{1}{2}I_W(w_1^2 + w_2^2) \quad (6.16)$$

Al aplicar la ecuación de Lagrange se obtiene:

$$(M_p + M_{RA} + M_{RP})\dot{v}_x = -\lambda_1 \cos(\theta) - \lambda_2 \sin(\theta) \quad (6.17)$$

$$(M_p + M_{RA} + M_{RP})\dot{v}_y = \lambda_1 \sin(\theta) - \lambda_2 \cos(\theta) \quad (6.18)$$

$$(I_R + I_M)\dot{w} + I_w \dot{w}_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}R(\lambda_1 - \lambda_2) \quad (6.19)$$

$$(I_R + I_M)\dot{w} + I_w \dot{w}_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}R(\lambda_1 + \lambda_2) \quad (6.20)$$

El modelo dinámico presentado anteriormente describe a la plataforma omnidireccional contemplando las restricciones planteadas anteriormente, así como el hecho de que se trata de una sola rueda activa situada en el centro de masas de la plataforma, lo cual simplifica bastante el modelo

Capítulo VII

Validación

En este capítulo se validan mediante software las ecuaciones que describen la cinemática y dinámica de la plataforma móvil omnidireccional, para lograr estas simulaciones se utilizó el software Matlab, SolidWorks y Adams View, en el capítulo de referencias se hace mención de los manuales oficiales, en caso de que el lector necesita más información sobre el uso de estos programas.

7.1. Desplazamiento.

Validar la cinemática de la plataforma móvil consiste en simular las ecuaciones de velocidad lineal (véase ecuaciones 5.9, 5.10) para posteriormente integrarlas y obtener la posición del objeto, como se observa a continuación.

$$V_x = w_1 R \cos(-\alpha) + w_2 R \cos(\alpha) \quad (7.1)$$

$$V_y = -w_1 R \sin(-\alpha) + w_2 R \sin(\alpha) \quad (7.2)$$

En la figura 55 se muestra la trayectoria que debe seguir la plataforma móvil, en la posición (0, 0) la flecha negra indica la salida del vehículo, la línea verde es la ruta que debe seguir en la posición (10, 20) la segunda flecha indica el destino de la plataforma, la ruta está llena de obstáculos a distancias específicas. La figura 56, describe el seguimiento de la plataforma móvil de la trayectoria a seguir.

La figura 57 describe el error que existe entre la trayectoria específica y la trayectoria seguida por la plataforma móvil, y como se observa este error es cero, lo cual esclarece las ventajas de usar plataformas omnidireccionales comparadas con plataformas con tracción diferencial.

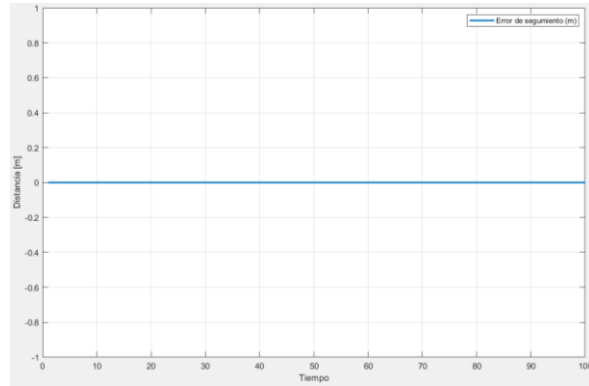


Figura 57: Error de seguimiento.

En la figura 59, se observa el error de seguimiento (posición x, y) en la simulación del robot móvil entre el desplazamiento deseado (línea verde) y el desplazamiento logrado (línea roja). Estos resultados son las simulaciones de los modelos matemáticos obtenidos en las ecuaciones cinemáticas, para validar correctamente el modelo cinemático se utilizó el software Adams View 2020.2, este proceso será descrito en el apartado 7.4.1.

7.2. Superficies irregulares

Al diseñar el robot móvil omnidireccional, propuso que el sistema se desplazará sobre superficies con valores de fricción 0, 0.2, 0.5 y 0.9 que se utilizan para validar las superficies de desplazamiento [26], para lograr esta simulación se utilizó el modelo cinemático, el coeficiente de fricción de Coulomb y el modelo de adherencia de Dugoff [26].

7.2.1. Modelo de adherencia de Dugoff

Este modelo se utiliza cuando la rueda tiene una consistencia deformable, además de desplazarse por una superficie rígida. El coeficiente de adhesión se calcula dividiendo la fuerza de tracción sobre la fuerza normal.

Este modelo relaciona el deslizamiento que sufre la rueda con el coeficiente de adhesión, de esta manera se obtiene:

$$\gamma_i = \frac{\dot{q}_i - w_i}{y_i} \quad (7.3)$$

Donde:

γ_i : Deslizamiento.

w_i : Velocidad de la rueda.

\dot{q}_i : Velocidad angular de la rueda.

Si la rueda frena $y_i = w_i$

Si la rueda acelera $y_i = \dot{q}_i$.

Despejando a w_i se obtiene:

$$w_i = \dot{q}_i(1 - \gamma_i) \quad (7.4)$$

Simulando la ecuación 7.4 en el software Matlab obtenemos la figura 58, donde se observa la variación de velocidad dependiendo el coeficiente de fricción según el modelo de adherencia de Dugoff, aquí es evidente que a menor fricción el vehículo experimenta una mayor velocidad, lo cual resulta razonable pues si la superficie es muy rugosa existe una mayor dificultad de desplazamiento.:

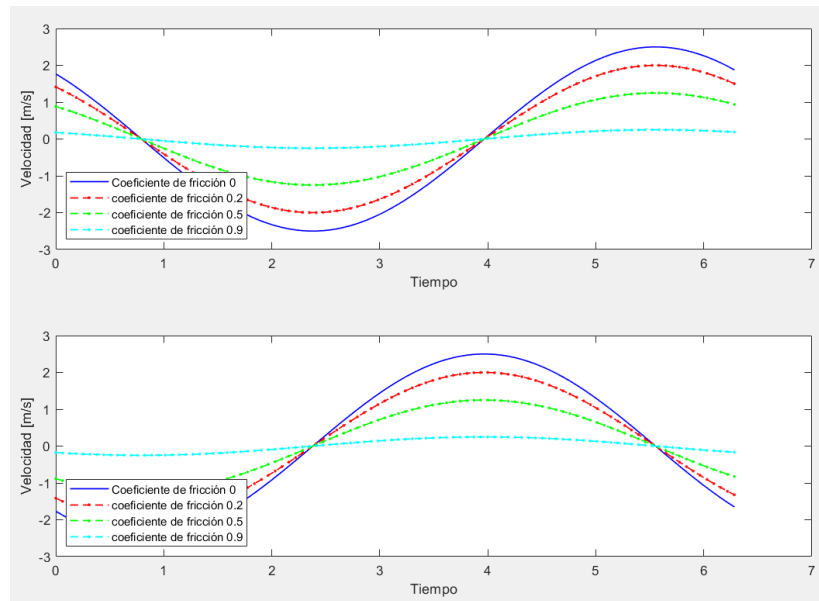


Figura 58 "Superficies irregulares"

7.3. Simulación dinámica

En este apartado se presentan 2 estrategias de simulación, en una se considera la situación en la cual la plataforma debe subir por una pendiente inclinada, en este modelo el ángulo de inclinación cambia en función del tiempo. El segundo modelo de simulación utiliza el arranque del motor, donde la función representativa se obtiene con un arreglo polinomial de cuarto grado.

7.3.1. Desplazamiento en superficie inclinada

Para validar la dinámica de la plataforma móvil se considera un escenario con una pendiente de inclinación variable (figura 59), esto permite obtener el torque necesario para vencer dicha inclinación.

Se considera que la plataforma móvil tiene una rueda activa por 2 motores, lo que implica la variable de avance depende de w_1 y w_2 .

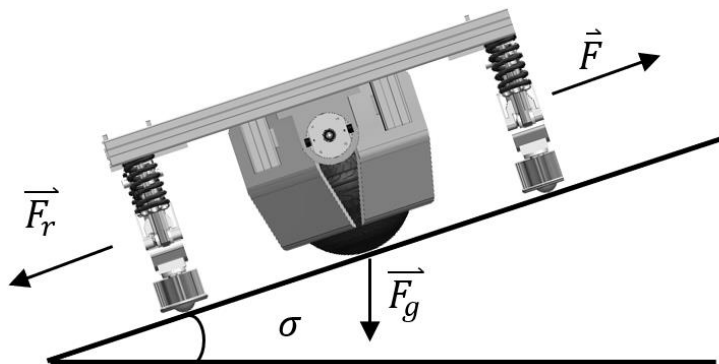


Figura 59: Pendiente con inclinación variable.

Obtener el torque necesario para vencer la fuerza \vec{F}_r y la componente de \vec{F}_g que impiden el movimiento de la plataforma en dirección de \vec{F} implica utilizar las ecuaciones anteriores, considerando en esta situación el efecto de la energía potencial U , que analíticamente se expresa como:

$$L = K - U \quad (7.5)$$

Donde:

L: Lagrangiano.

K: Energía cinética.

U: Energía potencial

La ecuación 10 resulta:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{S}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial S_i} = \tau_i - \tau_l \quad (7.6)$$

Donde:

$\tau_i - \tau_l$: Fuerzas generalizadas no conservativas (τ_i : torque de rueda, τ_l torque por fricción de rozamiento).

Sustituyendo la energía cinética y potencial en L obtenemos:

$$L = K_T + K_R - U \quad (7.7)$$

$$U = mgh \quad (7.8)$$

Donde:

m: masa

g: gravedad

h: altura

Obtener h implica considerar la altura del objeto cuando tanto w_1 y w_2 están activos (véase la figura 60).

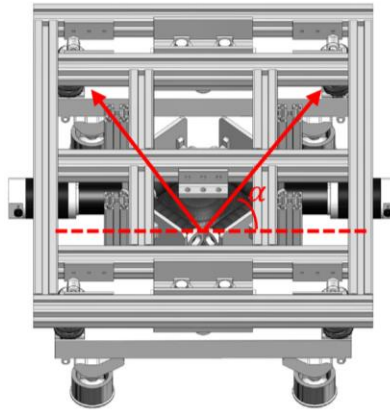


Figura 60: Desplazamiento por plano inclinado.

De esta manera la altura resulta:

$$h = \sqrt{\frac{1}{2}X_1^2 + X_1X_2 + \frac{1}{2}X_2^2 - \left(\frac{1}{2}X_1^2 + X_1X_2 + \frac{1}{2}X_2^2\right)(\cos \alpha)^2} \quad (7.9)$$

Remplazando los valores en L obtenemos:

$$L = \frac{1}{2}(M_p + M_{RA} + M_{RP})(v_x^2 + v_y^2) + \frac{1}{2}I_w(w_1^2 + w_2^2) - mgh \quad (7.10)$$

Sustituyendo la ecuación 19 en 18 y resolviendo Euler-Lagrange se obtiene:

$$\tau_1 = I_W \alpha_1 + \left[\frac{1}{2} mg \left(\frac{X_1 + X_2 - (X_1 + X_2)(\cos \alpha)^2}{\sqrt{\frac{1}{2} X_1^2 + X_1 X_2 + \frac{1}{2} X_2^2 - (\frac{1}{2} X_1^2 + X_1 X_2 + \frac{1}{2} X_2^2)(\cos \alpha)^2}} \right) \right] + \mu_T F_n \quad (7.11)$$

$$\tau_2 = I_W \alpha_2 + \left[\frac{1}{2} mg \left(\frac{X_1 + X_2 - (X_1 + X_2)(\cos \alpha)^2}{\sqrt{\frac{1}{2} X_1^2 + X_1 X_2 + \frac{1}{2} X_2^2 - (\frac{1}{2} X_1^2 + X_1 X_2 + \frac{1}{2} X_2^2)(\cos \alpha)^2}} \right) \right] + \mu_T F_n \quad (7.12)$$

Donde:

α_1, α_2 : aceleración debido a los rodillos.

X_1, X_2 : posición de la plataforma debida a la velocidad de los rodillos.

μ_T : Coeficiente de fricción dinámica.

F_n : Fuerza normal en la rueda activa.

La simulación de las ecuaciones τ_1, τ_1 se observan en la figura 61, donde conforme el grado de inclinación va en aumento el torque necesario para vencerla se expresa en forma exponencial en cada motor de la plataforma.

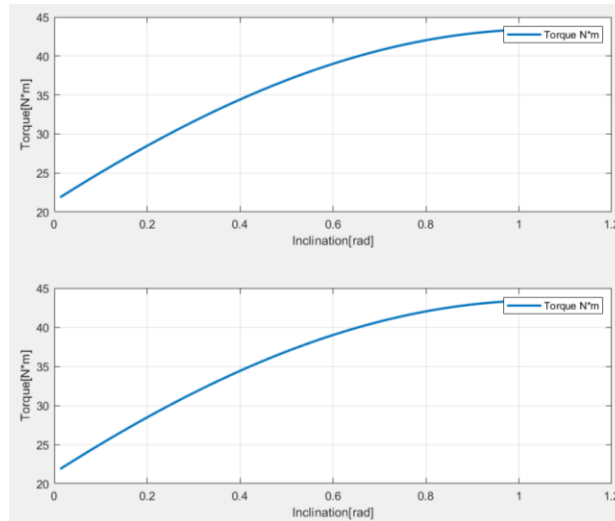


Figura 61: Torque-inclinación.

Para validar la parte dinámica se simularon las ecuaciones, donde se consideraron a los valores:

$$M_p = 11.9 \text{ kg.}$$

$$M_{RA} = 0.5 \text{ kg.}$$

$$M_{Rp} = 0.4 \text{ kg.}$$

$$I_R = \text{diag} (0.6895)$$

$$I_M \text{ e } I_W = \text{diag} (0.0125)$$

Los resultados de la simulación reflejan la congruencia que existe entre el modelo dinámico y el cinemático utilizando las ecuaciones de Euler-Lagrange, garantizando así el uso de este método en la plataforma móvil omnidireccional.

7.3.2. Arranque de un motor

Se considera la solución obtenida con las ecuaciones 6.17-6.20, incluyendo la velocidad mostrada en las ecuaciones 5.9-5.10, y la aceleración mostrada en las ecuaciones 5.23-5.24, para simular el arranque de los motores en la plataforma móvil, la velocidad (figura 62), aceleración (figura 63).

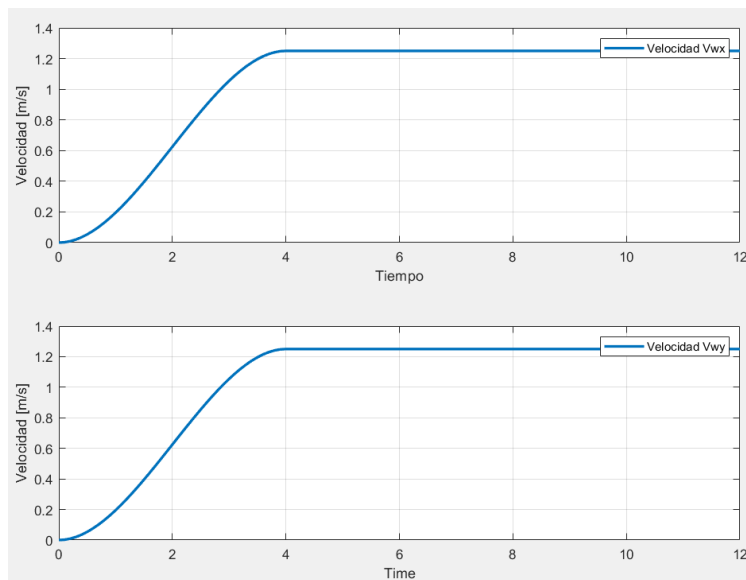


Figura 62: Gráfica de velocidad.

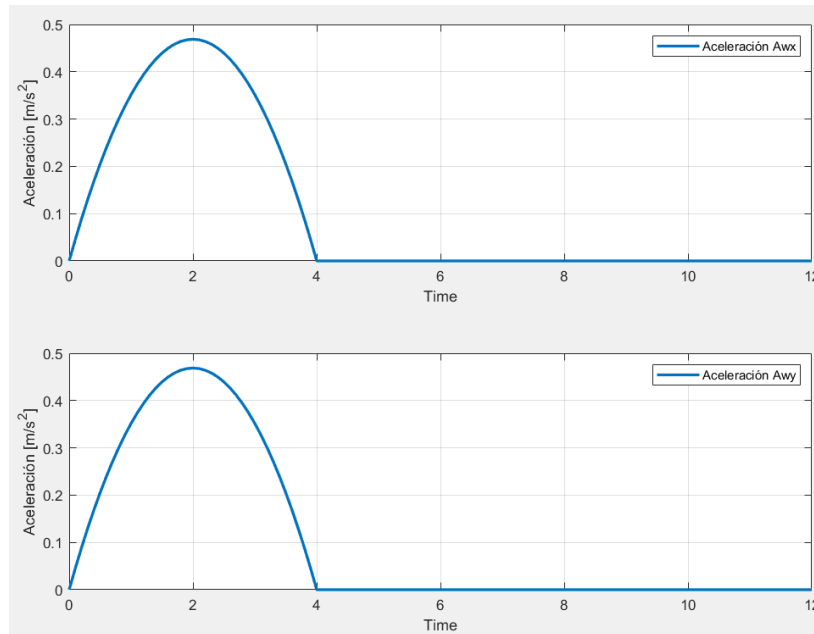


Figura 63: Gráfica de aceleración.

Derivado de los valores obtenidos en aceleración y velocidad, se procede a aplicar la dinámica planteada en las ecuaciones 6.17-6.20, el resultado se observa en la figura 64.

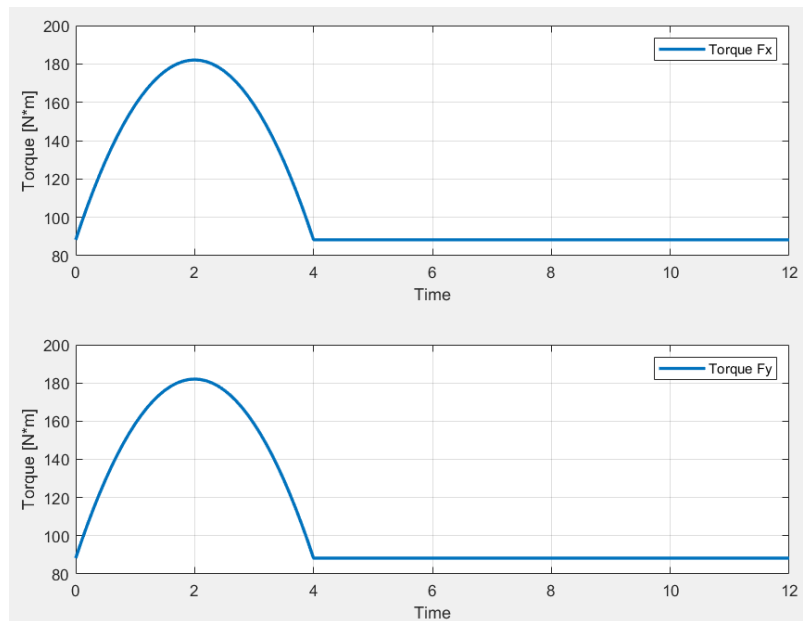


Figura 64: Análisis de torque en motores.

Usando el software Adams View 2020.2 Student Edition, se obtiene la gráfica 65, en la cual podemos observar que tanto la velocidad como la aceleración coinciden con los resultados obtenidos mediante nuestro modelo matemático, donde la línea roja indica la velocidad angular del motor, la línea azul indica la aceleración angular del motor y la línea rosa indica

el torque ejercido por el motor. Por lo tanto, podemos concluir con una validación experimental correcta frente a los modelos matemáticos propuestos.

Es importante mencionar que el elemento de torque que se obtiene en la gráfica 65, contiene ruido parasito, esto es debido a la fricción que existe entre la rueda y el rodillo.

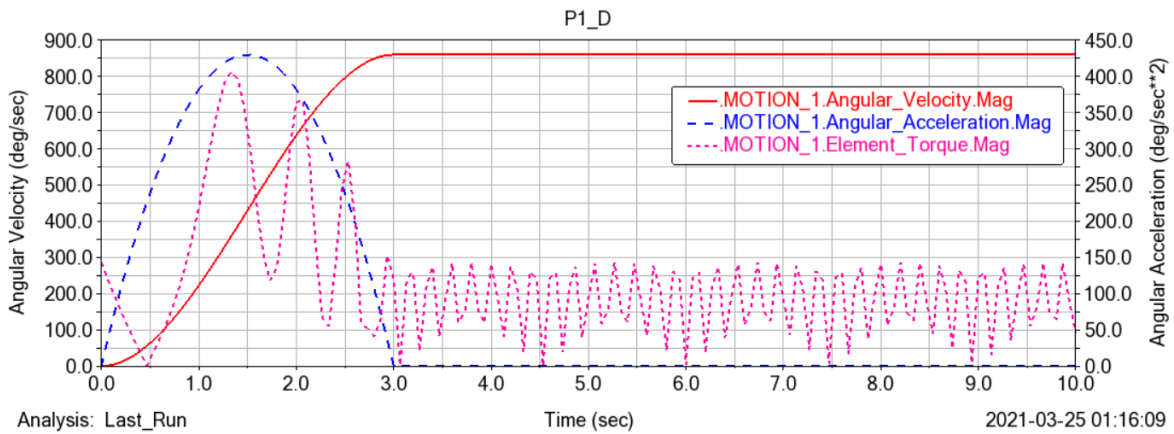


Figura 65: Análisis dinámico ADAMS.

7.4. Fuerza de amortiguamiento

En este apartado se valida el modelo matemático que representa una perturbación sinusoidal en el suelo (tope y bache), la figura 66 muestra la gráfica de velocidad que sigue la plataforma móvil en su desplazamiento antes de encontrarse con el tope o bache.

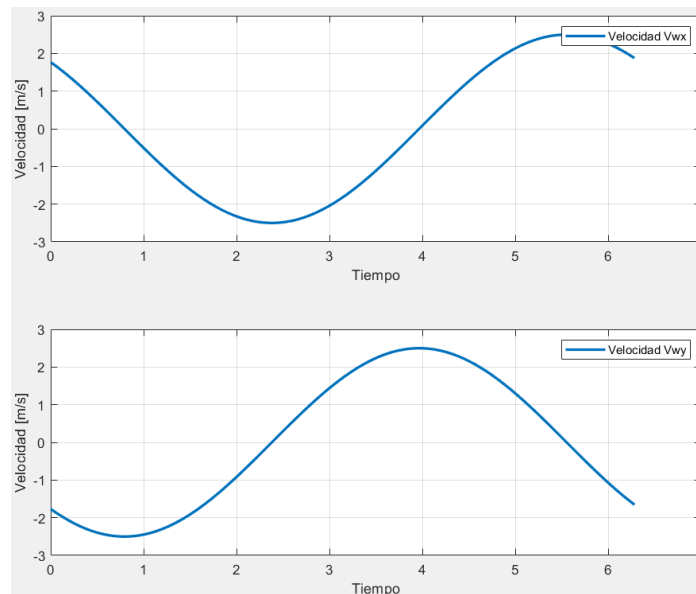


Figura 66: Velocidad plataforma móvil.

Utilizando las ecuaciones 3.5-3.9, se obtiene la gráfica de fuerza en el amortiguador que se muestra a continuación, oscilación sinusoidal corresponde a la perturbación que sufren los amortiguadores al subir y bajar la pendiente del tope o bache, dado que ambos casos son similares (amplitudes negativas), podemos observar el mismo efecto en el sistema continuo.

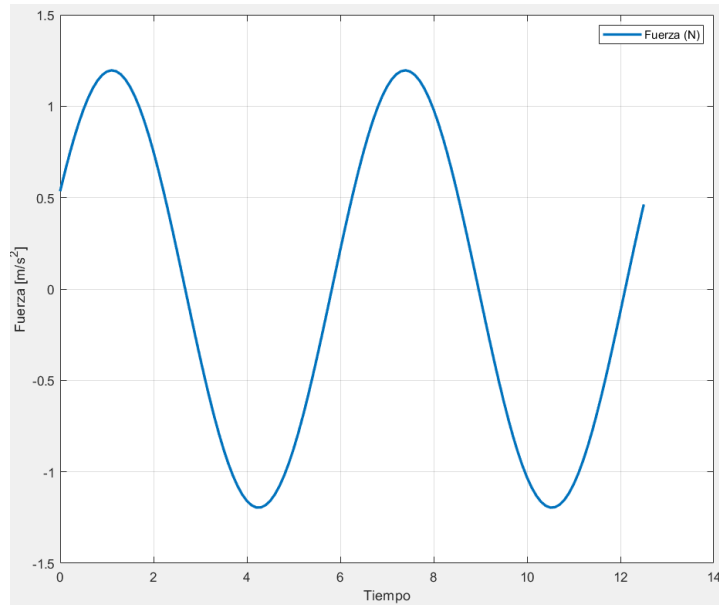


Figura 67: Análisis de esfuerzo en amortiguador.

Validando el sistema dentro del software Adams View, se obtiene la gráfica 68, donde la perturbación en el amortiguador que sufre la plataforma depende directamente de la continuidad de contacto entre la rueda y el tope o bache, es importante observar que tanto la gráfica obtenida por las ecuaciones 3.5-3.9 y la obtenida por el software Adams son idénticas:

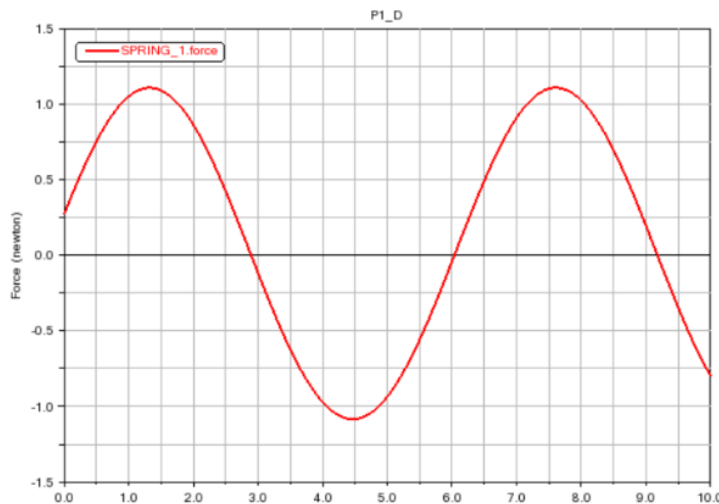


Figura 68: Análisis de esfuerzo ADAMS.

Conclusiones

Se presenta un listado de las conclusiones obtenidas del proyecto:

Se realizó el diseño y modelado cinemático-dinámico de una plataforma móvil basada en locomoción holonómica bajo la premisa de su futura implementación en el robot de servicio tele-operado que se encuentra en CICATA-Qro.

En el diseño de la plataforma móvil se utilizaron ruedas esféricas, garantizando un contacto continuo rueda-suelo y eliminando la mayor cantidad de vibraciones que se realizan en el contacto al desplazar la plataforma.

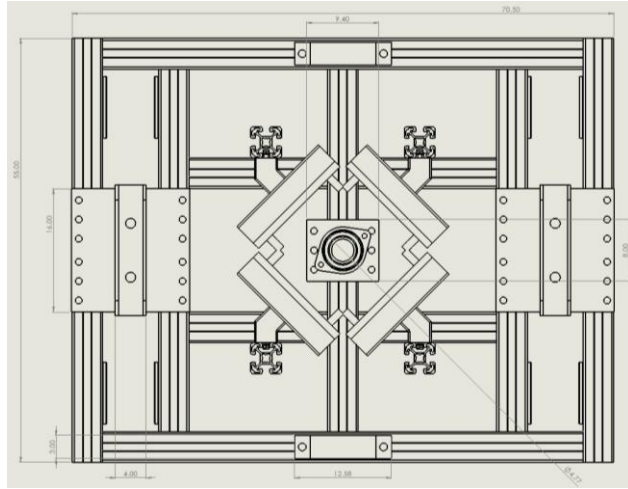
Las restricciones holonómicas impuestas en el modelo cinemático garantizan un sistema de ecuaciones dinámico de fácil implementación para diseñar un sistema de control en la plataforma.

La incorporación de un sistema de amortiguamiento en la plataforma garantiza un contacto continuo de todas las ruedas del sistema, de esta manera las interferencias externas son consideradas en los modelos de la suspensión del robot.

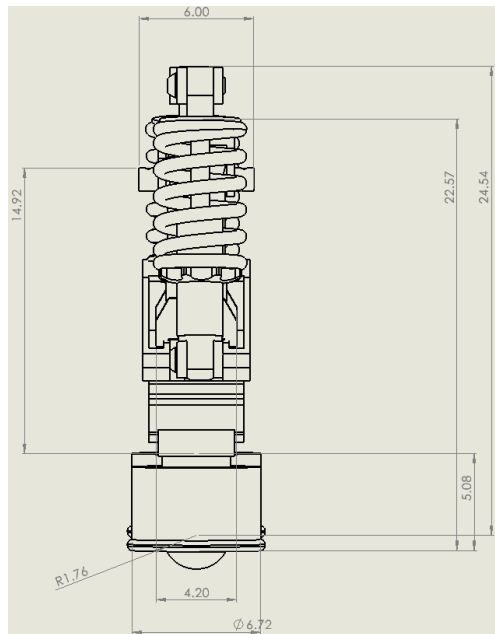
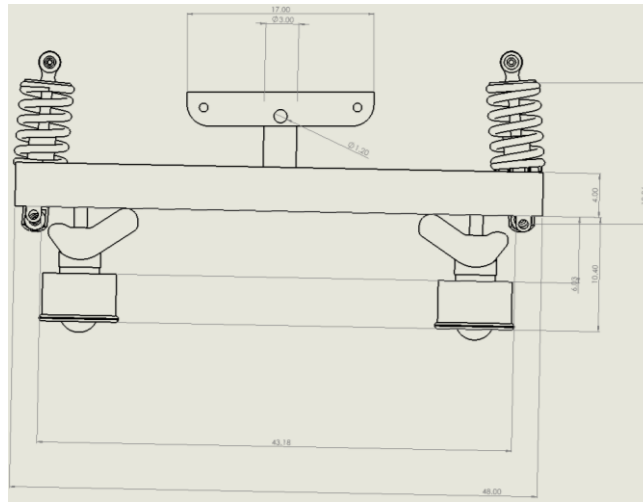
Los modelos matemáticos presentados en el proyecto se validaron correctamente con el uso del software Adams View, que permitió modelar el sistema implementando todas las consideraciones físicas a la plataforma móvil, como resultado las gráficas presentadas coinciden con los modelos propuestos.

El diseño presentado en esta tesis, el modelo cinemático y dinámico son las aportaciones más importantes, dado que tanto el diseño accionado con una rueda esférica y 4 ruedas esféricas pasivas como soporte no se encuentran reportados en la literatura.

Estos últimos meses se ha vivido un descontrol total de tiempos y planeaciones debido al SEARS-COV2, pese a esta pandemia se desarrolló el modelado cinemático y dinámico de la plataforma móvil basada en locomoción holonómica, los modelos se evaluaron gracias al software ADAMS View 2020.2 Student Edition. Como propuesta para trabajo futuro se propone construir e implementar la plataforma móvil en el robot de limpieza que se encuentra en las instalaciones de CICATA-Qro-IPN.



Sistema de amortiguamento.



Capítulo IV

Bibliografía

1. Piña Garza, E. and Chavoya Aceves, O. (1986). Cinemática y dinámica de robots. México: ITESM.
2. Chen, W., Chen, C., Tsai, J., Yang, J., & Lin, P. (2013). Design and implementation of a ball driven omnidirectional spherical robot. ELSEVIER, 1(1),14.
3. B. Runge, G., Borchert, G., & Raatz, A. (2014). Design of a Holonomic Ball Drive for Mobile Robots - A potential alternative to a Mecanum wheel. Lecture, Leibniz Universität Hannover.
4. J. Wu, R. L. Williams, and J. Lew (2016). Velocity and acceleration cones for kinematic and dynamic constraints on omni-directional mobile robots. Journal of Dynamic systems, measurement, and control, vol. 128, no. 4, pp. 788-799.
5. KUMAGAI, M. (23 de 02 de 2010). Perfil. Obtenido de http://www.mech.tohokugakuin.ac.jp/rde/members/kumagai/index_e.html.
6. Rothman, W. (2008). Mitsubishi planea el feroz corredor de rally MMR25 para el año 2025. Retrieved from <https://gizmodo.com/mitsubishi-plans-ferocious-mm25-rally-racer-for-year-2-5055672>.
7. Orozco Magdaleno, E. (2018). desarrollo de un robot de servicio tele-operado para asistir en tareas de limpieza a alta presión (m.t.a). cicata-ipn querétaro.
8. N. Tlale, and M. de Villers, "Kinematics and dynamics modelling of a mecanum wheeled mobile platform", 15th International conference on Mechatronics and Machine Vision in Practice, pp. 657-662, December 2008.
9. P. F. Muir, and C.P. Neuman, "Kinematic modeling for feedback control of an omnidirectional wheeled mobile robot," Proceedings of the 1987 IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 1772- 1778, March 1991.
10. Roland Siegwart, "Introduction to autonomus mobile robots", Massachusetts Institute of Technology, 2004.
11. M.W. Spong and M. Vidyasagar, Robot Dynamics and Control, John Wiley and Sons, 1984.
12. M. Juhairi Aziz Safar, "Holonomic and omnidirectional locomotion systems for wheeled mobile robots: a review", Jurnal Teknologi, 2016 revised.
13. Siegwart, R., Nourbakhsh, I. R., and Scaramuzza, D. (2011). Introduction to Autonomous Mobile Robots. The MIT Press, 2nd edition.
14. Addario, I. M. (2017). Manual de mecánica del automóvil, España: CreateSpace Independent Publishing Platform.

15. A. Koshiyama, K. Yamafuji, "Development and Motion Control of the All-Direction Steering-Type Mobile Robot, 1992, No. 91-0696A
16. Pin, F. G., Killough, S. M. 1994. A New Family of Omnidirectional and Holonomic Wheeled Platforms for Mobile Robots. *IEEE Trans Robot Autom.* 10(4): 480-488.
17. Nishikawa, A., West, M. and Asada, H. 1995. Development of a Holonomic Omnidirectional Vehicle and an Accurate Guidance Method of the Vehicles (In Japanese). *J Robot Soc Japan.* 13(2): 249-256.
18. Wada, M. 2000. A Synchro-Caster Drive System for Holonomic and Omnidirectional Mobile Robots. *Proc of IEEE 26th Annu. Conf. of the Industrial Electronics Society.* 1937-1942.
19. P. F. Muir, and C.P. Neuman, "Kinematic modeling for feedback control of an omnidirectional wheeled mobile robot," *Proceedings of the 1987 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1772- 1778, March 1991.
20. Tsai L. "Robot Analysis", John Wiley & Sons, Inc., USA, 1ra. Edición, 1999.
21. ANGELES, J., "Fundamental of Robotics Mechanical Systems: Theory, Methods and Algorithms", Third Edition, Springer Science, Alemania, 2007.
22. KURFEES T. editor, "Robotics and Automation Handbook", CRC Press, LLC, Boca Ratón, London, 2005.
23. HOLLERBACH, J.M., "A recursive Lagrangian formulation of manipulator dynamics and a comparative study of dynamic formulation complexity", *IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics SMC-10*, no. 11, pp. 730-736. 1980.
24. KANE, T.R. AND LEVINSON, D.A., "The use of Kane's dynamical equations in robotics", *The Int. J. Robotics Res.* 2, no. 3, pp. 3-21. 1983.
25. Yun X., Yamamoto Y. (1993). Internal dynamic of a wheeled mobile robot. *Proc. Of the 1993 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and System*, pp 1288-1294, Yokohama (Japan).
26. H. Dugoff, P. S. Fancher, and L. Segel, "An analysis of tire traction properties and their influence on vehicle dynamic performance", *SAE Trans.*, 1970.
27. Yun X., Yamamoto Y. (1993). Internal dynamic of a wheeled mobile robot. *Proc. Of the 1993 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and System*, pp 1288-1294, Yokohama (Japan).
28. Zhao Y., BeMent S-L. (1992) Kinematics, dynamics and control of wheeled mobile robots. *Proc. Of the 1992 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp 91-96, Nice (France).
29. B. d'Andrea-Novel, G. Bastin, and G. Campion. Modelling and control of non-holonomic wheeled mobile robots, In *Proceedings of 1991 International Conference on Robotics and Automation*, pages 1130-1135, Sacramento, CA, April 1991.
30. J. Barraquand, J.C. Latombe, On non-holonomic niobile robots and optimal manoeuvring, *Revue d'Intelligence Artificielle*, Vol. 3-2, Ed. Herinbs, 1989, pp. 77-103.

31. Agulló, J. Cardona, S. and Vivancos, J. 1987. "Kinematic of vehicles with directional sliding wheels", *Mech. and Mach. Th.* Vol. 22. No. 4. pp. 295-301.
32. Angeles, J. and Lee, S. 1988. "The formulation of dynamical equations of holonomic mechanical systems using a natural orthogonal complement", *Trans. of the ASME, J. of Appl. Mech.* Vol. 55. March. pp. 243-244
33. B. Runge, G., Borchert, G., & Raatz, A. (2014). Design of a Holonomic Ball Drive for Mobile Robots - A potential alternative to a Mecanum wheel. Lecture, Leibniz Universität Hannover.
34. KUMAGAI, M., A robot that balances on a ball, Robot Development Engineering Laboratory, IEEE Spectrum, link: <https://spectrum.ieee.org/automaton/robotics/robotics-software/042910-a-robot-that-balances-on-a-ball>
35. I. Doroftei, V. Grosu, V. Spinu (2007). "Omnidirectional Mobile Robot- Design and Implementation" "Gh. Asachi" Technical University of Iasi, Romania.
36. L. Clavien, M. Lauria, F. Michaud, "Instantaneous centre of rotation-based motion control for omnidirectional mobile robots with sideways off-centered wheels. *Robotics and Autonomous Systems* 106 (2018) pages 58-68, Elsevier.
37. M. West, H. Asada, "Design and control of ball wheel omnidirectional vehicles, Department of mechanical engineering MIT.
38. S. Ishida, H. Miyamoto, "Ball wheel drive mechanism for holonomic omnidirectional vehicle", Kyushu Institute of Technology, Japan.
39. E. Orozco, D. Cafolla, E. Castañeda, G. Carbone, "Static balancing of wheeled-legged hexapod robots, *Robotics*.
40. V. Muñoz, G. Gil-Gómez, A. García, "Modelado cinemático y dinámico de un robot móvil omnidireccional", Dpto. Ingeniería de sistemas y automática, Universidad de Málaga.
41. Y. Lee, D. V. Lee, J. H. Chung, and S. A. Velinsky, "Control of a redundant, reconfigurable ball wheel drive mechanism for an omnidirectional mobile platform" *Robotica* (2007), 2006, pp.385-395.
42. M.Wada, Y.Inoue and T.Hirama, "Kinematics and Mechanical Design of an Active-caster with a Ball Transmission" *The Robotics Society of Japan*, vol.31, No.6, pp.591-598, 2013.
43. M.Kumagai, T. Ochiai: "Development of a robot balanced on a ball – Application of passive motion to transport", *Proc. of ICRA IEEE* (2009), pp.4106-4111, 2009.
44. Y. Inoue, T. Hirama, and M. Wada, "Design of omnidirectional mobile robots with ACROBAT wheel mechanisms", *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 4852-4859, November 2013.
45. D.J. Balkcom, P.A. Kavathekar and M.T. Mason, "Time optimal trajectories for an omnidirectional vehicle, *The International Journal Robotics Research* 2006, 25, 985, January 24, 2007.

46. POZO A. DEL., "Modelo dinámico del mini robot RICIMAF" Reporte de investigación del Icimaf, 569, C.Habana, 2010
47. ANGELES, J., "Fundamental of Robotics Mechanical Systems: Theory, Methods and Algorithms" Third Edition, Springer Science, Alemania, 2007.
48. KURFEES T. editor, "Robotics and Automation Handbook" CRC Press, LLC, Boca Ratón, London, 2005
49. A. Koshiyama, K. Yamafuji., "Development and motion control of the all-direction steering-type mobile robot, Japan, 1992.
50. U. Nagarajan, G. Kantor y R. Hollis, "The Ballbot: An Omnidirectional Balancing Mobile Robot", The international Journal of robotics research, 2013.
51. Xiaoping Yun, & Sarkar, N. (1998). Unified formulation of robotic systems with holonomic and nonholonomic constraints. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 14(4), 640–650. doi:10.1109/70.704238
52. EOD robots performing tech wonders in Iraq Army News 10 Jan 2005.
53. Abo-Shanab, R., & Sepehri, N. (2005). Tip-over stability of manipulator-like mobile hydraulic machines. Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control , 127 (2), 295-301.
54. Bluethmann, B., Herrera, E., Hulse, A., Figuered, J., Junkin, L., Markee, M., y otros. (2010). An active suspension system for lunar crew mobility. IEEE Aerospace Conference, (págs. 1-9). Big Sky.
55. Bruzzone, L., Fanghella, P., & Quaglia, G. (2017). Experimental performance assessment of mantis 2, hybrid leg-wheel mobile robot. International Journal of Automation Technology , 11 (3), 396-403.