



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

ESCUELA SUPERIOR DE FÍSICA Y MATEMÁTICAS

**Una propuesta de instrumento de evaluación alternativa en la
resolución de problemas, para evaluar la transición del concepto de
razón de cambio promedio al concepto de razón de cambio
instantánea, para alumnos de nivel MS**

Tesis

Para obtener el título de Licenciado en Física y Matemáticas

Presenta:

Elizabeth Hernández Arredondo

Director de Tesis:

M en C. Raymundo García Zamudio

México, D.F. 2006

No ames lo que eres, sino lo que puedes llegar a ser.

Cervantes Saavedra

Dedicado con cariño a:

Mis padres; Ma. Josefina Arredondo Marquina
Y Rogaciano Hernández Esquivel.

Mis Hermanos; Liliana y José R.
Hernandez Arredondo.

Mis compañeros de la carrera:
Juan, Ana y Marisol.

Mis compañeros de Cinvestav:
Jaime, Greivin, Esteban, Máx, Alfredo, Hugo,
Ivonne, Petra, Moi, Juan Carlos, Aarón, Pacheco, Aidee.

AGRADECIMIENTOS

Quiero expresar mi profunda gratitud al M. en C. Raymundo García Zamudio por su paciencia y sabia dirección en el transcurso de este trabajo, que fueron vitales en la realización del mismo.

También, quiero agradecer con especial ahínco a: M. en C. Ma. Del Carmen Carcaño Gamboa, Dr. Roberto Acosta Abreu, M. en C. Jorge Gómez Arias y a la Dra. Luz Ma. de Guadalupe González; por su tiempo e importantes sugerencias que me hicieron, las cuales han contribuido al mejoramiento de este trabajo.

Por ultimo me gustaría hacer hincapié en el profundo agradecimiento que tengo por las personas que me han rodeado, principalmente a: mi madre Ma. Josefina Arredondo Marquina, por todo el cariño, apoyo y comprensión que siempre me ha brindado y por enseñarme que las cosas solo se logran trabajando; a mi padre Rogaciano Hernández Esquivel, por ser parte de mi formación; mis hermanos José y Lily, por la paciencia y su valiosa ayuda que siempre me han brindado; y a mis compañeros por su aliento y ayuda que me han dado durante este tiempo de alguna forma, en especial a Jaime I. García.

Resumen

Marco conceptual

Introducción

I. Los antecedentes del problema

I.1 Orígenes de la evaluación

I.2. La situación de la educación y evaluación de las matemáticas en México

I.3 La situación de las matemáticas y sus retos para formar una evaluación

II. La importancia del problema

III. El planteamiento del problema

IV. El alcance y los límites del problema

Marco teórico

Introducción

I. Relación entre la enseñanza y evaluación

II. El constructivismo

II.1 ¿Qué es el constructivismo?

II.2 Un panorama general de la teoría constructivista del aprendizaje

II.2.1 Psicología genético-cognitiva

II.2.2 Psicología dialéctica (escuela rusa)

II.2.3 Aprendizaje Significativo De Ausubel

II.3 Constructivismo principios básicos

II.3.1 La planeación desde el punto de vista constructivista

III. Resolución de problemas

III.1 La enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas

III.1.1 ¿Qué es un problema?

III.1.2 Clasificación de los problemas

III.1.3 ¿Qué es la resolución de problemas?

La resolución de problemas como contexto

La resolución de problemas como el centro de las matemáticas

La resolución de problemas como la naturaleza de las matemáticas

III.2 Un modelo de análisis en la resolución de problemas

III.2.1 La formación de una sociedad matemática en el salón de clases

III.2.2 La tecnología y la resolución de problemas.

III.2.3 El papel del maestro en la resolución de problemas.

IV. La evaluación

IV.1 El interés del profesor al evaluar los aprendizajes debe residir en

IV.1.1 Instrumentos y procedimientos de evaluación

IV.1.2 Tipos De Evaluación

IV.3 Características de una evaluación constructivista

IV.4 Una propuesta de evaluación en resolución de problemas

V. La misión actual de la NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) en la enseñanza de las matemáticas

V.1 Estándares curriculares y evaluación para la educación matemática

VI. El análisis cualitativo como apoyo a la evaluación

VI.1 Análisis cualitativo de los datos

Marco metodológico

Introducción

I. Los Objetivos

I.1 Objetivo General

I.2 Objetivos Particulares

II. Elaboración de las actividades

II.1 Consideraciones Generales

II.2 Metodología y actividades de aprendizaje

Propósito General de las actividades

Propósitos particulares de las actividades

II.3 Algunas consideraciones para la evaluación

Códigos De Trabajo Para Los Alumnos

Tabla de contenidos conceptuales.

Matriz o tabla de competencias y componentes a evaluar

Tabla de capacidades, competencias y componentes a evaluar.- ejemplo específico

II.3 Las actividades

Conclusiones

Bibliografía

Resumen

En el siguiente trabajo, se presentan algunos elementos, para desarrollar una evaluación alternativa en el área de matemáticas; en la transición del concepto de razón de cambio promedio al concepto de razón de cambio instantánea, la que tendría como objetivo analizar algunos aspectos del aprendizaje de los alumnos y valorar la comprensión de los conceptos y las habilidades desarrolladas.

También se presenta un panorama general de cómo es concebida la evaluación actualmente y se trata de mostrar al lector la estrecha relación que se guarda entre evaluación y aprendizaje, mostrando elementos que el docente debe considerar para el diseño de un instrumento elaborado para acceder, a algunas de las formas en que los estudiantes abordan la resolución de problemas.

El instrumento propuesto en el presente trabajo, se puede mirar como una herramienta que permita en un futuro a los docentes evaluar los alcances del aprendizaje de los alumnos, observar los puntos en que el alumno tiene problemas, permitiendo que el docente pueda reorientar el aprendizaje.

El desarrollo de este instrumento permite reflexionar sobre la necesidad de explorar estas formas de evaluación, la pertinencia y aplicabilidad que tiene, además de brindarle a los docentes un valioso instrumento que puede contribuir en la enseñanza, pues monitorea a tiempo algunas de las dificultades que tienen los alumnos para lograr la transición del concepto de razón de cambio promedio al concepto de razón de cambio instantánea, y así permitir adaptar el currículo de los alumnos según sus necesidades.

Marco conceptual

Introducción

En este capítulo se plantea el ambiente general de la evaluación en México, las motivaciones Nacionales e Internacionales que ven en el proceso de evaluación una manera de fortalecer el Aprendizaje.

También se presenta la situación del Aprendizaje de las Matemáticas en México, respecto a los sistemas de Evaluación Internacional y Nacional, así como las deficiencias que se presenta en el Nivel Medio Superior.

Se describe brevemente la evolución en el concepto de Evaluación, hasta el actual aceptado por la ANIUES, así como los parámetros en los que se centra la evaluación.

Además se presenta la problemática de estudio, su justificación e importancia actual, para el desarrollo del aprendizaje del alumno en el tema de Razón de cambio instantáneo.

I. Los antecedentes del problema

Desde nuestra entrada al sistema educativo, primero como alumnos y posteriormente como docentes; nos encontramos en una constante *Evaluación*, pero esta no sólo tiene un carácter puramente académico, también influye en niveles como la motivación, reforzando el aprendizaje de los alumnos cuando se logran alcanzar éxitos durante una prueba, como menciona Woolfolk (1998). En la mayoría de las ocasiones para el alumno resulta un asunto poco grato *la Evaluación*, entonces llega a originar en los estudiantes, situaciones de fracaso debido a la forma en que se lleva a cabo.

La creatividad es el estado natural del niño, sin embargo, las presiones psicológicas que encontrara en el colegio inhibe su creatividad. Los principales asesinos de la creatividad son: La vigilancia constante, la observación continua y el control del niño, esto inhibe, ahoga y esconde el instinto creativo.

La evaluación muchas veces asusta a los pequeños. Muchos niños reprimen sus ideas creativas si piensan que no serán calificados con buenas notas, si no responden como el maestro quiere. Entonces hacen una servil respuesta de lo que el libro o el maestro dice en clase y no se atreven a disentir por miedo a no recibir aprobación del docente. (Crespo, 2000)

Como alumnos algunas veces nos cuestionamos; ¿por qué recibo esta calificación? cuando creemos que no corresponde realmente a lo que aprendimos durante el curso. Estas y algunas otras situaciones originan, que el estudiante prefiera memorizar solamente los conocimientos para evitar así las bajas notas y como consecuencia el fracaso escolar.

I.1 Orígenes de la evaluación.

El termino de Evaluación, según Casanova (1995) aparece a partir del proceso de industrialización que se produjo en Estados Unidos a principios del pasado siglo, el cual modifico su organización social, familiar y también obligo a los centros educativos a

adaptarse a las exigencias del aparato productivo; las escuelas se concibieron como fábricas y los estudiantes en un tipo de materias primas, reduciendo los conceptos educativos de valores y relaciones sociales así como la relación entre escuela y estudiante a un ciclo de medios y fines.

De acuerdo con Casanova (1995), en este marco surge el moderno discurso científico en el campo de la educación, que va a incorporar términos tales como *tecnología de la educación, diseño curricular, objetivos del aprendizaje y evaluación educativa*.

I.2 La situación de la educación y evaluación de las matemáticas en México.

Actualmente las economías mundiales se han tras nacionalizado. El mundo se encuentra en constante comunicación, ubicándonos en gigantesco mercado que exige nuevas competencias individuales como: eficacia y competitividad.

Como menciona Navarrete (1997) la educación es una manera de producir un cambio, y en la actualidad constituye una cuestión de supervivencia, la función básica de educar, es la de aumentar las perspectivas de supervivencia de un grupo. En éste momento; la misión educativa es descrita primordialmente en términos de la conservación de dichas técnicas de supervivencia, el contenido y valorización de los programas se enfocan en desarrollar las capacidades de los alumno.

Entonces las instituciones educativas deben replantearse la función de la escuela, la cual debe formar a ese nuevo sujeto que podrá competir en un mundo globalizado. En México como en la mayoría de los países Latino Americanos se ha empezado tarde a atacar problemas relacionados con evaluación. El Tratado de Libre Comercio celebrado entre Canadá; Estados Unidos y México, con vigencia a partir de 1994, dio con comparaciones sinuosas e inevitables en distintas ramas. Una de ellas en educación, en donde se proponía plantear una sincronía en materia de educación.

Como respuesta de ello, la educación ha tomado consideraciones generales en torno a la calidad, evaluación y acreditación, en México se han buscado los mecanismos para fomentar la calidad de la educación. Una de ellas fue la creación de la Asociación Nacional de Universidades e Instituciones de Educación Superior (ANIUES, 2003), este organismo opina que la evaluación debe ser:

Un proceso, continuo, integral y participativo; que permita identificar una determinada circunstancia educativa, analizarla y explicarla mediante información relevante. Un resultado normal de este proceso, es que permita generar juicios de valor que sustentan la toma de decisiones. Con la evaluación se busca el mejoramiento de la institución, programa o individuo evaluado, constituyéndose en la base para la acción del mejoramiento correspondiente.
(<http://www.anuies.mx/index1024.html>)

En el año 2004 la edición digital del periódico La crónica (2004) y otros medios informativos dieron a conocer al público, los resultados obtenidos en las más recientes pruebas aplicadas en el área de comprensión de Lectura y Matemáticas a diversos países, en estas pruebas México tuvo una mala participación, quedando por debajo de la media.

La preocupación por estos resultados giran entorno a que estas disciplinas son de suma importancia, pues indican la calidad de educación de cada país, México ha participado en diversas evaluaciones obteniendo bajos resultados con los siguientes organismos: la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) en los que participan países de todo el mundo, también en el Primer Estudio Internacional Comparativo, elaborado por la United Nations Educational Scientific, and Cultural Organization (Organización para la Educación, la Ciencia y la Cultura de las Naciones Unidas UNESCO, 2004) en naciones de América Latina y el Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE).

El análisis comparativo, aplicado a once naciones de la región, coloca a México en el quinto lugar en aprendizaje de matemáticas. En donde se tiene como información que la

media regional fue de 257 y México obtuvo 255 puntos. Quedando en la siguiente posición los países participantes Cuba con 357, seguida de Argentina, 265; Brasil, 263; Bolivia, 257; por debajo, México, 255; Chile, 254; Colombia, 250; Paraguay, 246; República Dominicana, 234, y Honduras, 230.

La UNESCO y el LLECE recomendaron a los países participantes hacer un esfuerzo mucho mayor a fin de mejorar el aprendizaje en Matemáticas, porque de lo contrario no estarán preparados para enfrentar los desafíos de la sociedad de la información y conocimiento en el contexto de la globalización (<http://www.unesco.cl/esp/>).

Mientras que el Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes (PISA, por sus siglas en inglés), reportó que la evaluación aplicada a México lo coloca en el sitio 34 de 41 naciones participantes, que fueron evaluadas el conocimiento de las Matemáticas (<http://www.cronica.com.mx/nota.php?idc=72726>)

Es cierto que nuestro sistema educativo es deficiente, pero hay que tomar algunos factores dentro del entorno que afectan, como lo es la región geográfica, esto puede observarse más claramente cuando organismos como el INEE (Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación), hacen un análisis de las evaluaciones dentro de un sistema geográfico, reportando que en el área de matemáticas los mejores resultados obtenidos fueron de los estados de Colima, Distrito Federal y Aguascalientes en donde sus resultados son comparables a los obtenidos por la Federación Rusa, Portugal, Italia, Grecia, Serbia y Montenegro, Turquía, Uruguay y Tailandia. Mientras el desempeño mínimo fue registrado en estados como: Tabasco, Oaxaca, Tlaxcala y Guerrero.

(<http://www.presidencia.gob.mx/buenasnoticias/index.php?contenido=16064&imprimir=true>)

Además de notar que las evaluaciones se concentraron en jóvenes de 15 años de edad, que dentro de nuestro sistema educativo están en el último año de secundaria o en el primer semestre del nivel medio superior, mientras que en otros países, no se rompe el ciclo educativo pues este es continuo, como en Estados Unidos que concentran en 12 grados lo

que en nuestro sistema educativo es equivalente a primaria, secundaria y nivel medio superior.

I.3 La situación de las matemáticas y sus retos para formar una evaluación

Las matemáticas, es sin duda una importante área de estudio. Además de representar una de las materias curriculares en donde la gran mayoría de alumnos tienen dificultad para su aprendizaje. En los últimos años, investigadores como Shoenfeld (1992), Santos (1997) entre otros, con diferentes tipos de formaciones académicas, han elaborado diversas exploraciones acerca de la Enseñanza-Aprendizaje de las Matemáticas, desde distintos enfoques.

En la enseñanza actual de las matemáticas se intenta que el estudiante construya los contenidos, procesos y métodos matemáticos. Pero de lo anterior subyace el problema de redefinir en que consiste el aprendizaje de la matemática.

Es importante reflexionar sobre: ¿en que consiste la enseñanza de las matemáticas?, ¿cómo se puede construir el aprendizaje de las matemáticas?, ¿qué tipo de herramientas se usarán para promover en el estudiante, el aprendizaje de las matemáticas?; cuestionamientos que se derivan a partir de los anteriores son: ¿Qué es evaluar el aprendizaje en matemáticas?, ¿cómo evaluar el aprendizaje de las matemáticas?, ¿qué elementos son importantes considerar?

Los cuestionamientos planteados con anterioridad, se han examinado e implementado en diversas investigaciones en el acto de aprender, es decir; durante el proceso de construcción intervienen por necesidad los métodos de las ciencias de la educación; con sus ramas de influencia: La pedagogía y la didáctica; así como formas de evaluación.

En la evaluación se ha identificado un camino viable para la orientación de las decisiones curriculares. Permite definir adecuadamente los problemas educativos, emprender actividades de investigación didáctica y generar dinámicas de formación del profesorado y

en definitiva, regular el proceso de concretización del currículo a cada comunidad educativa, como lo menciona el decreto 126/1994 de Andalucía, España.

II. La importancia del problema

De acuerdo con: Lara, Parker, Aviles, Mason (1998) la evaluación tradicional de tipo formal, es poco conveniente para mejorar el aprendizaje de las matemáticas, por enfatizar su evaluación sólo en las habilidades algorítmicas, considerando para la evaluación únicamente respuestas rígidas, es decir califica el producto, esto se debe a la dificultad de incorporar problemas matemáticos en un contexto cultural real; que establecerían la importancia del problema.

Resulta útil pensar en los siguientes cuestionamientos: ¿es importante evaluar?, ¿cómo va a contribuir la evaluación en el aprendizaje de las matemáticas?, ¿cómo ayudará al progreso de la docencia?

En el Diccionario de las Ciencias de la Educación (1993) se indica, que la importancia de la evaluación recae en ser una actividad sistemática y continua como el mismo proceso de aprendizaje, que tiene como misión principal recoger información fidedigna sobre el proceso de aprendizaje; mejorarlo dentro de los programas, recursos y técnicas. Entonces podemos notar que la evaluación ayuda a elevar la calidad del aprendizaje, aumentar el rendimiento de los alumnos; cuando produce un diagnóstico, se comprueba hasta qué punto se han conseguido los objetivos propuestos; también permite orientar y reorganizar la estructura del currículo.

Hay que diferenciar que la evaluación no es la asignación de una calificación, lamentablemente como menciona la SEP (1994): *La acreditación de los aprendizajes se ha centrado en la asignación de notas o calificaciones exclusivamente, lo cual ha generado un concepto de que la evaluación apoya la visión del aprendizaje como un producto y no como un proceso.*

En la actualidad como indican Collazo y López (1994), la enseñanza es un proceso que lleva al estudiante a construir su conocimiento, y es por eso que la evaluación debe contener los conocimientos logrados por el y los procesos de pensamiento; es decir las estrategias que el estudiante utiliza para aprender. Así que es importante poder integrar la evaluación de una forma activa en el de aprendizaje; teniendo como beneficio el conocer el progreso de los estudiantes

Torres (1998) especifica que la evaluación permite obtener información de cómo se está llevando el proceso de aprendizaje, proporcionando información para detectar errores, incomprensiones, carencias, etc. para corregirlos o superarlos, evitando el fracaso antes de que se produzca. Este sentido formativo la evaluación sirve para mejorar el proceso de aprendizaje en los alumnos y proponer estrategias de enseñanza.

Así se reconoce que en la evaluación se pueden identificar aspectos de un determinado proceso, y que es un instrumento que permite monitorear el aprendizaje y mejorarlo, antes de que concluya.

Es decir que la evaluación se puede mirar con fines formativos pues permite tomar conciencia y reflexionar sobre un proceso de enseñanza-aprendizaje de acuerdo con Torres (1998), pues analiza en el ciclo reflexivo de la investigación, la planificación de una actividad, la toma de conciencia de lo ocurrido, además de encaminar a responder la pregunta ¿cómo los alumnos están aprendiendo y progresando?

De acuerdo con Torres (1998) la evaluación tiene efectos sobre el proceso de aprendizaje, cuando la evaluación es cualitativa abarca un concepto en concreto, se dice que tiene sobre el estudiante el efecto de activar o consolidar recuerdos; centrar su atención sobre aspectos importantes del contenido; estimular estrategias de aprendizaje, proporcionar oportunidades, consolidar el aprendizaje y ofrecer información sobre el mismo: ayudándole a conocer su proceso a efecto de mejorar su auto-concepto.

La evaluación es un vehículo para mejorar el aprendizaje. El aprendizaje es un proceso complejo en donde intervienen los estudiantes en un ciclo que relaciona lo que saben y pueden hacer con lo que no saben; esto involucra el conocimiento, habilidades, valores, actitudes, y hábitos que afectan el desempeño académico. La evaluación cualitativa es un proceso de tipo acumulativo, que rastrea el progreso de los estudiantes de manera individual, el valor de la información en el proceso de mejoramiento del aprendizaje.

Entonces la evaluación no debe ser concebida como un proceso de medición, aún cuando hasta ahora ha tenido que traducirse en calificaciones; sino que se refiere a una tarea de facilitar estrategias, que permiten ir considerando las necesidades individuales en la interacción con un grupo y generando necesidades grupales que van respondiendo a todos y cada uno de los participantes. (Collazo y López, 1994)

De acuerdo con Pérez (1988) citado por Torres (1998) el objetivo de la evaluación no se limita a las conductas observables, ni a los resultados a corto plazo, ni a los efectos previsibles o previstos en objetivos y programas. Los efectos secundarios y a largo plazo son más significativos que los inmediatos; el análisis e interpretación de capacidades complejas de investigación comprensión y solución de problemas, son factores definitivamente medibles y cuantificables.

Díaz (1985) dice que la evaluación ayuda a que los alumnos puedan manifestarse críticamente frente al conocimiento, al aprendizaje y a su calificación. Ayudándole a reflexionar sobre los elementos que intervienen en el proceso de aprendizaje.

La docencia puede verse fortalecida, con la evaluación pues le permite la anticipación de algunos fenómenos no propicios y la autoridad para corregirlos. La evaluación en el proceso de aprendizaje tiene una relación muy estrecha entre el problema de investigación de cómo aprenden los estudiantes y un problema práctico, que se puede generalizar a otras áreas dentro de las matemáticas.

Más aún puede contestarnos el punto ¿para que evaluar?, ¿con que evaluar? y ¿cuándo evaluar? como instrumento nos informa sobre tres propósitos notables:

Conocer¹ :

- 1. A los alumnos, como destinatarios activos de la enseñanza, sus necesidades e intereses, así como expectativas, su experiencia anterior, sus aciertos y errores.*
- 2. Proceso del aprendizaje, sus propósitos, los medios y los elementos que favorecen o dificultan el aprendizaje.*
- 3. Los resultados del proceso de enseñanza y aprendizaje entendidos como cambios relevantes y significativos en la experiencia y las capacidades de los alumnos.*

Valorar¹ :

- 1. Los elementos que constituyen la actividad educativa, desde su planificación y programación en los distintos niveles, hasta los resultados, pasando por la aplicación y la puesta en práctica de las estrategias y actividades previstas.*

Decidir¹ :

- 1. Las medidas de ayuda individualizada que son necesarias para lograr un desarrollo óptimo en cada alumno en función de sus posibilidades. También comprende las decisiones sobre posibilidades. La decisión de posibles cambios en la programación, en la práctica docente, en la metodología y en los recursos.*

Entonces es importante reflexionar sobre ¿Cómo ayudará al progreso de la docencia? es en correspondencia a la responsabilidad que recae en el docente, de formar a los profesionistas del mañana y establecer los medios que permite elevar la calidad de la educación.

Autores como Artigue (1998), Thurston (1995), Santos (1997) y Orduño (2004); reconocen en la resolución de problemas, un camino para mejorar el aprendizaje de las matemáticas y primordialmente en el aprendizaje del calculo; en donde se observa que los estudiantes

¹ González, M. "La evaluación del aprendizaje; tendencias y reflexión crítica." , Revista cubana Educación Media Superior 20001; 15(1): 85-96

tienen dificultades en conceptualizar nociones de la derivada, como lo es la de razón de cambio instantánea.

Para Santos (1997, p.103) una preocupación por parte de las personas que proponen implementar la resolución de problemas en el salón de clases, se relaciona con la forma de evaluar el trabajo de los estudiantes.

Schonfeld (1992) Considera que si se aprende a partir de la resolución de problemas (actividades); es primordial presentar la propuesta de una evaluación que permita analizar las soluciones, las conclusiones y criticarlas.

La docencia puede verse fortalecida al hacer de la evaluación una práctica constante dentro del salón de clases, pues le permitiría la anticipación de algunos fenómenos no propicios y la autoridad para corregirlos, además de tener una mejor condición en educación.

III. El planteamiento del problema

Lo anterior ha servido como preámbulo, para proponernos el siguiente problema:

Proponer un instrumento de evaluación alternativa para el docente en la resolución de problemas, para lograr que el alumno de cuarto semestre en el nivel medio superior dentro del sistema educativo DGETI, logre construir los elementos necesarios que le permitan un proceso de transición del concepto de razón de cambio promedio al concepto de razón de cambio instantánea, así como evaluar y medir los avances de los estudiantes mientras resuelven actividades.

IV. El alcance y los límites del problema

Esta propuesta, puede servir como un instrumento de evaluación para los profesores o como plataforma para posteriores investigaciones, ya que plantea el desarrollo de un instrumento de Evaluación Alternativa como un modelo orientador para el docente en la resolución de problemas, pues permitirá valorar el progreso del aprendizaje, monitorear el avance de los alumnos y observar las posibles dificultades que presenta cada estudiante de manera oportuna.

El problema propuesto es muy amplio, por lo que se enfrenta a limitaciones debidas a la complejidad de los propios conceptos y limitaciones para documentar todo el proceso de pensamiento de los estudiantes, es algo efímero considerar que se puede ver en su totalidad el proceso de interpretación de un concepto. Así que el trabajo sólo se queda en la presentación de la propuesta de un instrumento de evaluación.

Para llevar a la práctica este instrumento y planteamiento de actividades aquí propuestas, se necesita de un tiempo mayor para el análisis de los resultados; pues estos tendrían que obtener un grado de validez y confiabilidad. Resulta importante considerar como un trabajo abierto, que puede abrir posibilidades a futuras investigaciones.

Por ejemplo, Irwin (1996, p. 137) afirma que:

El proceso de construir el entendimiento de un concepto no puede ser completamente entendido, ya que ocurre dentro de la mente de cada estudiante. Los estudiantes necesariamente exhiben todo lo que ocurre durante el proceso de encontrar el sentido a las cosas. Lo que ofrece las ventajas para observar parte del proceso de la formación de los conceptos a partir del proceso y las discusiones de lo que hace.

Esta propuesta para una evaluación alternativa es oportuna pues, las estadísticas de la DGETI revelan que de cada 100 alumnos que ingresan al Bachillerato Tecnológico, sólo la

mitad lo concluyen, mientras que en otras instituciones sólo lo logran alrededor del 30% o 20%; la causa más frecuente a este problema es la reprobación de materias y la gran mayoría de los que abandonan la escuela lo hacen por haber reprobado, por lo menos un curso de matemáticas (Orduño; 2004).

Además, los alumnos que egresan de este nivel educativo muestran serias deficiencias en su formación académica. En el estudio publicado en 1996, llamado Propuestas Para la Reforma Académica del Bachillerato Tecnológico, como cita Orduño (2004) de la Subsecretaría de Educación e Investigación Tecnológica de México; concluyen que los alumnos de Bachillerato Tecnológico no poseen los conocimientos científicos y técnicos necesarios, y tampoco desarrollan habilidades como la lectura, la expresión correcta de sus ideas, la resolución de problemas, entre otras; lo cual les impide desempeñarse eficientemente en el nivel superior.

El Perfil del Estudiante de Ingreso del Sistema Nacional de Institutos Tecnológicos en 1995, como cita Orduño (2004) nota al analizar el perfil con el que egresan los alumnos, que se presenta un panorama poco alentador pues muchos estudiantes apoyan su aprendizaje en la memorización y mecanización, teniendo serias dificultades para comprender lo que leen, además de no dominar las herramientas elementales exigidas para la adquisición de los conocimientos mínimos requeridos. Así señala que se puede ver en la práctica docente un vínculo indiscutiblemente con la evaluación; pues esta puede promover y estimular, el aprendizaje.

Marco teórico

Introducción

Desde hace algunos años ha crecido la preocupación de instituciones como la NCTM (National Council of Teachers of Mathematics; 1991, 1998 y 2000) y de investigadores como Shoenfeld (1992), Santos (1997) entre otros sobre el aprendizaje y la evaluación de las matemáticas. Señalan, que la enseñanza está al servicio de la educación, y por lo tanto, deja de ser el objetivo central de los programas la transmisión de información y conocimientos. Existiendo la necesidad de un mayor cuidado en el proceso formativo, en donde la capacitación del alumnado está centrada en el autoaprendizaje, como un proceso de desarrollo.

Este tipo de ideas son el resultado de teorías del aprendizaje enfocadas en la construcción del conocimiento y que guardan una estrecha relación con la resolución de problemas al considerar, a la resolución de problemas la naturaleza de las matemáticas, de acuerdo con los siguientes investigadores: Shoenfeld (1992), Santos (1997), Batanero (2001), entre otros; que ven al aprendizaje de las matemáticas como un proceso continuo.

Así como lo señala la NCTM (1998) la evaluación de tipo alternativo, es una herramienta capaz de romper con los enfoques tradicionales de evaluación; que ven en la evaluación la sola asignación de una medida o nota escolar.

I. Relación entre la enseñanza y evaluación

A continuación se muestra una lista que relaciona la vinculación existente entre evaluación y enseñanza; que señala como se va dando la interconexión de ambos procesos, como presenta Sachs (1975, p.421).

<i>Enseñanza.</i>	<i>Evaluación.</i>
<i>1. La enseñanza es eficaz en la medida en que provoca cambios deseados en los alumnos.</i>	<i>1. La evaluación es eficaz por cuanto suministra información sobre la medida de los cambios efectuados en los alumnos.</i>
<i>2. Las nuevas formas de comportamiento son mejor aprendidas por los alumnos cuando estos comprenden lo inadecuado del comportamiento presente, y la importancia de aquellas se pone de relieve en este proceso.</i>	<i>2. La evaluación tiene una eficacia para llevar a una buena comprensión cuando facilita y fomenta la auto evaluación.</i>
<i>3. Las nuevas formas de comportamiento pueden ser desarrolladas por aquellos maestros que conocen las formas de comportamiento actuales de sus alumnos y sus motivos con mayor eficacia.</i>	<i>3. La evaluación guía a la enseñanza cuando revela grandes clases de comportamientos inadecuados y las causas principales de dichos comportamientos.</i>
<i>4. El proceso cognitivo se ve fomentado por problemas y actividades que requieren reflexión y/o acción por parte del alumno individual.</i>	<i>4. La evaluación alcanza su máxima importancia en el proceso cognoscitivo cuando permite y fomenta el ejercicio de la iniciativa individual.</i>
<i>5. Las actividades que se hallan con base a la enseñanza y aprehensión de un comportamiento determinado son a la vez las más apropiadas para evocar y evaluar lo adecuado de dicho comportamiento.</i>	<i>5. Las actividades o los ejercicios desarrollados con el objetivo de evaluar un comportamiento determinado son primordiales para enseñar y aprender de dicho comportamiento.</i>

No debemos de olvidar que cada alumno es un ser único, y que su desenvolvimiento en una clase se ve influenciada por su entorno, es decir su medio personal y social. Así el modelo educativo moderno contemporiza la atención al individuo, junto con los objetivos y las exigencias sociales.

De acuerdo con Sachs (1975) la evaluación debe permitir la adaptación de los programas educativos a las características individuales del alumno, detectar sus puntos débiles para poder corregirlos.

II. El constructivismo

II.1 ¿Qué es el constructivismo?

De acuerdo con Woolfolk (1998) el constructivismo sitúa al aprendizaje como el modelo de cuestionamientos y de procesamiento simbólico, que considera a la mente humana como un sistema que convierte los datos sensoriales de una estructura simbólica (esquemas) y que luego procesa tales estructuras; de forma que el conocimiento pueda mantenerse y recuperarse de la memoria, es decir el aprendizaje conduce a modificaciones en las estructuras simbólicas internas.

Debe de entenderse por esquema, a una estructura básica para organizar la información, de los conceptos. Este esquema consiste en formar categorías mentales de percepción y experiencia. (Woolfolk, 1998, p.599)

En resumen el constructivismo es un enfoque pedagógico que explica la forma en que los seres humanos nos apropiamos del conocimiento, la forma a la que se hace referencia es la interacción entre el sujeto y el medio (objeto).

II.2 Un panorama general de la teoría constructivista del aprendizaje

A continuación se presentan brevemente, algunas de las principales teorías de aprendizaje mediacional, que se funda en investigaciones de Piaget, Vygotsky, Ausubel de los psicólogos de la Gestalt, Bartlett y Bruner, así como el filósofo de la educación John Dewey, por mencionar sólo algunos.

II.2.1 Psicología genético-cognitiva

Sus representantes son: Piaget, Bruner, Flavell, Inhelder, Ausbel. De acuerdo con Torres (1997, p.28) el aprendizaje esta vinculado a la dinámica del desarrollo interno. Las estructuras objetivas con las cuales se da el aprendizaje.

Por lo que el proceso continuo de construcción genética del conocimiento implica, la asimilación y la acomodación. En donde por asimilación debe entenderse como un ciclo que integra los objetos o conocimientos nuevos a las estructuras viejas. Mientras que la acomodación consiste en la reformulación y elaboración de estructuras nuevas como consecuencia de la incorporación precedente. (Torres, 1997, p.28)

En donde la estructura para Bruner como lo cita Woolfolk (1998, p.599) consiste en el esquema o marco de referencia de las ideas.

Las estructuras son mecanismos reguladores los cuales se subordina a la influencia del medio. Torres (1997)

Bezares y Díaz (2002) señala que los esquemas se van construyendo a medida que el sujeto interactúa con el objeto de conocimientos; conforme se avanza sobre el conocimiento del objeto, éste se vuelve más complejo y se precisan niveles más avanzados de desarrollo del conocimiento, es decir, establecer conocimiento más profundo del objeto, pero nunca total.

Así que el conocimiento es una elaboración continua, que desemboca en adquisición de representaciones organizadas de lo real y de la formación de estructuras formales de los conceptos. La adquisición de nuevas estructuras se origina de los procesos constructivos, de la percepción, y representación simbólica de la imaginación que implican una componente de actividad física-fisiológica o mental. Para el proceso dialéctico del conocimiento intervienen estructuras cognitivas como: la maduración, experiencia física, interacción social y equilibrio. (Torres, 1997)

Como menciona Torres (1997, pp.28) el conocimiento es el resultado del proceso de la construcción subjetiva, en los intercambios cotidianos con el medio circundante: el niño y el adulto construyen sus esquemas de pensamiento y acción; sobre los esquemas anteriormente elaborados y como consecuencia de su medio exterior. El progreso del alumno se logra cuando se ven cuestionados sus esquemas.

De acuerdo con Bezares y Díaz (2002) la teoría genético cognitiva parte de la lógica y de la psicología; y esencialmente se interesa por las estructuras cognitivas del sujeto y la forma en que estas operan para establecer el conocimiento de los significados. Los cambios del nivel cognitivo del sujeto, requieren un momento de ajuste entre las estructuras mentales previas y las nuevas. En esos estudios la concepción conceptual defiende el desarrollo intelectual mediante el análisis de aspectos estructurales, referidos al tipo de estructuras lógico-matemáticas; cuestionándose lo siguiente:

¿Cómo se adquieren conocimientos a partir de un dato provisto por la experiencia?, ¿Cómo pueden los sujetos acercarse progresivamente al conocimiento del objeto?, ¿Cómo cambia el sujeto de una condición de conocimientos simple a uno de mayor complejidad? (Bezares y Díaz, 2002, pp. 78)

II.2.2 Psicología dialéctica (escuela rusa)

Los representantes de esta corriente son: Vigotsky, Luria, Leontiev, Rubinstein, Liublinskaia, Galferin. De acuerdo con Torres (1997) su teoría constructivista se basa en la concepción dialéctica de la relación entre aprendizaje y el desarrollo.

Como menciona Torres (1997, pp. 28) el desarrollo es el resultado del intercambio entre información genética y el contacto de experimentar con las circunstancias reales de un medio social históricamente constituido. A través de la actividad psíquica de la función del cerebro como reflejo del mundo exterior.

Woolfolk (1998) señala sobre esta teoría, que el conocimiento se construye sobre las bases de las interacciones sociales y la experiencia. El conocimiento refleja el mundo externo infiltrado e influido por la cultura, el lenguaje y las creencias. El descubrimiento guiado, la enseñanza, los modelos y el entretenimiento, así como el conocimiento previo, influyen en el aprendizaje.

De acuerdo con Woolfolk (1998, pp.281) el conocimiento es construido socialmente por los estudiantes, en donde el aprendizaje se genera con la construcción colaborada y valores socialmente definidos; la enseñanza consistirá en construir el conocimiento, en conjunto con los estudiantes, en donde la función del maestro consiste en ser un guía para encaminar a los estudiantes al descubrimiento del conocimiento.

II.2.3 Aprendizaje significativo de Ausubel

Su representante es David Ausubel, de acuerdo con Torres (1997, pp.30) esta teoría se basa en la idea de que el análisis es la explicación del aprendizaje de los cuerpos de conocimiento, incluyen conceptos, principios y teorías. Es la clave del desarrollo cognitivo del hombre y el objeto prioritario de la práctica didáctica.

El aprendizaje significativo, ya sea por percepción o por descubrimiento, comprende la adquisición de los significados, la clave del aprendizaje significativo está en la vinculación sustancial de nuevas ideas y conceptos con el bagaje cognitivo del individuo. (Torres, 1997, pp.30)

La adquisición del aprendizaje significativo se puede ver en dos dimensiones que dependen del potencial del material de aprendizaje.

1. *Significatividad lógica. Coherencia en la estructura interna del material, secuencia lógica en los procesos y consecuencias en las relaciones entre sus elementos.*
2. *Significatividad psicológica. Que sus contenidos sean comprensibles desde la estructura cognitiva que posee sujeto que aprende. (Torres, 1997, pp.30)*

De acuerdo con Bezares y Díaz (2002) el aprendizaje significativo, es el más valioso y recomendable, sobre todo en los niveles medio superior y superior, puesto que, el alumno no puede estar descubriendo el conocimiento debido a la falta de tiempo, ya que existen en esta etapa conocimientos de alto nivel de complejidad conceptual.

Woolfolk (1998) menciona que la propuesta de Ausubel plantea la necesidad que tiene el maestro de comprender los procesos de motivación, subyacentes en el aprendizaje de los alumnos; para poder activar los conocimientos y experiencias almacenados.

II.3 Constructivismo principios básicos

El constructivismo señala nueve conceptos básicos a considerar la naturaleza del aprendizaje (Torres, 1997, p.31).

1. El aprendizaje es un proceso activo de elaboración de significados, que requiere la utilización y la aplicación de conocimientos, para resolver problemas de significados.
2. El aprendizaje es mejor cuando implica cambios conceptuales, modifica nuestras nociones previas de conceptos, lo que permite una comprensión más profunda o verdadera del concepto.
3. El aprendizaje siempre es subjetivo y personal; el estudiante aprende mejor cuando puede interiorizar mediante imágenes, gráficos y modelos lo que está aprendiendo.
4. El aprendizaje también se sitúa o contextualiza. Los estudiantes llevan a cabo tareas para resolver problemas cuya naturaleza se parece a las tareas de problemas del mundo real. Más que hacer ejercicios fuera del contexto, los alumnos aprenden a solucionar problemas contextualizados.
5. El aprendizaje social. El mejor aprendizaje es el que se desarrolla al interactuar con personas, compartir percepciones, intercambiar información y solucionar problemas colectivamente.

-
6. El aprendizaje es afectivo. El conocimiento y el afecto están estrechamente relacionados; es decir, los aspectos afectivos influyen en el grado de la naturaleza del aprendizaje.
 7. La naturaleza del trabajo del aprendizaje es crucial, las mejoras se caracterizan por: las dificultades para optimizar el desarrollo del alumno; la relevancia de las necesidades del alumno; la autenticidad respecto al mundo real y el resto, así como la novedad que perciba el alumno.
 8. El desarrollo del alumno influye en el aprendizaje. Los estudiantes se mueven a través de etapas identificables de crecimiento psíquico, intelectual, emocional y social; las cuales impactan lo que puede ser aprehendido en oportunidad de la comprensión.
 9. El mejor aprendizaje comprende conocimientos transformados que se reflejan durante el proceso de aprendizaje del alumno.

II.3.1 La planeación desde el punto de vista constructivista

De acuerdo con Woolfolk; (1998) en las aproximaciones constructivistas la planeación se comparte; y se propone lo que se va a aprender y como va a ser evaluado, de modo que el maestro toma con sus alumnos las decisiones sobre el contenido, las actividades y los métodos.

En lugar de proponer como objetivos conductas específicas de los estudiantes, el maestro tiene metas generales que dirige la planeación; estas metas son conocimientos o habilidades a las que el docente regresa una y otra vez.

III. Resolución de problemas

De acuerdo con Santos (1997) el desarrollar una disposición hacia el estudio de las matemáticas en los estudiantes ha sido una preocupación constante en la sociedad

educativa. Se ha buscado formar un ambiente instruccional que motive a los estudiantes a participar activamente en actividades, donde el resolver un problema involucre la utilización sería de la exploración de conjeturas.

Santos (1996) el aprendizaje se puede interpretar en función de la participación, por parte de los estudiantes al interactuar con actividades que les permitan identificar argumentos, proponer explicaciones, que les ayuden a entender y resolver diversos problemas.

En la evolución de la educación matemática destaca la idea esencial de que los estudiantes reflexionen abiertamente sobre los conceptos, problemas, y estrategias de resolución, durante el aprendizaje de las matemáticas. La resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas promueve una disposición matemática en los estudiantes. (Santos, 1997)

III.1 La enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas

Para Moreno y Waldegg (1992) el propósito fundamental de enseñar matemáticas a través de la resolución problemas es que los estudiantes aprendan y desarrollen su pensamiento matemático en el salón de clases con actividades en donde razonen y planifiquen la resolución de un problema.

III.1.1 ¿Qué es un problema?

Para Schoenfeld (1992) un problema es una tarea difícil, para el individuo que está tratando de hacerla.

Para Santos (1997) el que exista un problema no es una propiedad inherente de la tarea matemática; la palabra está ligada a la relación entre el individuo y esa tarea. Debe además representar una dificultad intelectual y no sólo a nivel operacional o de cálculo.

III.1.2 Clasificación de los problemas

Santos (1997) menciona que los problemas se pueden clasificar en las siguientes tres categorías:

1. Bien estructurados: Aparecen claramente formulados y se resuelven aplicando algoritmos conocidos.
2. Estructurados: Requieren un pensamiento productivo para su diseño.
3. Mal estructurados: Carecen de una clara formulación, no poseen un procedimiento que garantice la solución y no existen criterios definidos para determinar cuándo se ha obtenido una solución.

Es importante plantearles a los estudiantes; como menciona Santos (1997) problemas no rutinarios, que son aquellos que no tienen una solución inmediata, existen varios caminos para su solución y favorecen el descubrimiento. Este es el sentido que adquiere el término problema bajo la perspectiva de resolución de problemas.

III.1.3 ¿Qué es la resolución de problemas?

Kilpatrick (1985) en su revisión histórica del papel de la resolución de problemas en el currículum de matemáticas menciona que; el término resolución de problemas ha llegado a ser un eslogan que abarca diferentes visiones de lo que es la educación, la escuela, las matemáticas, y de por qué debemos de enseñar en matemáticas en general y resolución de problemas en particular

La Resolución de problemas para la NCTM (2000) significa comprometerse en una tarea en donde la resolución no se conoce de antemano. Para encontrar una solución, los diferentes alumnos recurrirán a sus conocimientos y a través de eso, con este proceso adquirirán nuevas nociones de matemáticas.

La resolución de problemas como contexto

Los problemas son empleados como vehículo al servicio de otros objetivos curriculares. Stanic y Kilpatrick (1989) identifican cinco principales roles que los problemas juegan bajo esta interpretación:

1. Como justificación para enseñar matemáticas
2. Proporcionar motivación para temas específicos
3. Como recreación
4. Como medio para desarrollar nuevas habilidades
5. Como práctica

La resolución de problemas como el centro de las matemáticas

En esta visión Schoenfeld (1992) sostiene que la resolución de problemas, es el centro de las matemáticas y las matemáticas en sí mismas. Entonces las matemáticas realmente consisten en:

1. Aceptar que el conocimiento se construye
2. Los estudiantes pueden crear y desarrollar sus propios conocimientos matemáticos
3. Considera a las matemáticas como la ciencia de los patrones
4. Se concibe a las matemáticas como una disciplina dinámica
5. El salón de clases es visto como una pequeña comunidad matemática

La resolución de problemas como la naturaleza de las matemáticas

Batanero (2001, pp.120, 121) considera actualmente, a la resolución de problemas como la naturaleza de las matemáticas y que con ella podemos describir dos concepciones extremas sobre la matemática y sus aplicaciones a problemas de la vida real.

1. *Los objetos matemáticos (conceptos, teoremas, propiedades, algoritmos) tienen una existencia objetiva, ideal, independiente del sujeto y de la realidad a la que se aplican.*

-
2. *Las matemáticas son una construcción humana que surge como consecuencia de la necesidad de resolver problemas; los objetos matemáticos serían consecuencia de un proceso de negociación social y están en evolución.*

Santos (1997) una idea fundamental, es considerar a la resolución de problemas con una forma de pensar, donde el estudiante continuamente tiene que desarrollar diversas habilidades y utilizar diferentes estrategias de su aprendizaje de las matemáticas. Que se logran al desarrollar las siguientes etapas.

1. La comprensión del problema
2. El planteamiento de conjeturas
3. El tanteo
4. La aproximación a la solución

III.2 Un modelo de análisis en la resolución de problemas

De acuerdo con Batanero (2001, p.121) Las matemáticas deben aparecer como una respuesta natural al entorno físico, biológico y social en que el hombre vive. Los estudiantes deben ver, por sí mismos, que las matemáticas son necesarias con el fin de comprender los problemas de la Naturaleza y la Sociedad.

III.2.1 La formación de una sociedad matemática en el salón de clases

Como menciona Santos (1997, p. 27) la resolución de problemas es una componente necesaria para instrucción de los estudiantes en donde se observa a la matemática desde punto de vista dinámico.

Además sugiere la composición de una comunidad matemática en el salón de clase, como un medio de razonamiento matemático y verificación, contrapuesto con la idea de ver al maestro como la sola autoridad. Y que desarrollara la búsqueda de conexiones en las

matemáticas; es decir, permitirá que el estudiante rompa con la idea que las matemáticas son un cuerpo fijo de conocimientos.

La NCTM (1990) considera que al crear un ambiente en el salón de clase se valorará el aprendizaje de la disciplina y se puedan establecer metas en conjunto, esto ayuda a fortalecer y clarificar el papel del maestro y el estudiante en el aprendizaje, al dar claridad en la toma de decisiones instruccionales.

III.2.2 La tecnología y la resolución de problemas.

De acuerdo con Santos (1997, pp. 91, 92) la tecnología ha sido un factor importante para mejorar tanto aspectos de comunicación, como la forma de presentar e interactuar con diversos tipos de información ya que es un elemento potencial pues esta influenciado notablemente por la forma de desarrollar matemáticas. Por ejemplo la búsqueda de patrones o comportamientos de fenómenos, la computadora ha resultado ser un gran instrumento que permite representar y organizar información antes difícil de sistematizar.

III.2.3 El papel del maestro en la resolución de problemas.

Para Torres (1997) el maestro realiza el trabajo de observar y guiar a los estudiantes para construir el modelo conceptual en proceso. Observa a los alumnos mientras ellos realizan el trabajo y les ofrece sugerencias como un guía.

La Actividad del docente consistirá sólo en plantear, conducir y diseñar las estrategias para poner en práctica la solución de problemas. (Moreno y Waldegg, 1992)

De acuerdo con Torres (1997) El maestro fomentará en el alumno la articulación de su conocimiento y su proceso de razonamiento que sirve para hacer visible el proceso cognitivo.

El papel del profesor para la NCTM (2000) consiste en la selección de tareas y problemas matemáticos, es importante analizar y preparar un problema, previendo, las ideas

matemáticas que pueden extraerse al trabajar con él. Con las preguntas de los alumnos, los profesores pueden decidir si el problema en cuestión lograra los objetivos matemáticos para la clase.

De acuerdo con Schoenfeld (1992), La responsabilidad del maestro consiste en desarrollar en el salón de clases una comunidad, la actividad se centrara en la discusión de los métodos que pueden ayudar a resolver problemas, analizando la pertinencia de los métodos y evaluado el potencial particular o general de estas actividades. El maestro es un proveedor de información y preparador de las tareas o actividades.

IV. La evaluación

La evaluación es un proceso integral sistemático y permanente que valoran los cambios producidos en la conducta del educado, la eficacia de las técnicas empleadas, la capacidad científica y pedagógica del docente y todo cuanto converge en la realización del hecho educativo. (Bezares y Díaz, 2002, pp.129)

La evaluación como señala Woolfolk (1998), tiene efectos sobre la motivación de los estudiantes y es que considera que existe una diferencia de actitud en los estudiantes cuando se trabaja por una calificación a cuando se hace por aprender. La respuesta del alumno depende en parte de cómo se determine la calificación para motivar el aprendizaje.

De acuerdo con Torres (1998) la evaluación es la comprobación de la incongruencia entre resultados y objetivos.

Bezares y Díaz (2002) consideran que la evaluación tiene por objeto descubrir hasta qué punto las experiencias de aprendizaje, producen los resultados deseados, por lo tanto supone determinar tanto los aciertos como los defectos de los planes y sus procesos.

La pertinencia y efectividad de las actividades de aprendizaje seleccionadas son un problema empírico. Su evaluación depende del conocimiento previo de los estudiantes y de las expectativas de la sociedad. (Romberg, 1993, pp. 107,108)

IV.1 El interés del profesor al evaluar los aprendizajes debe residir en:

De acuerdo con Bezares y Díaz (2002), el profesor debe valorar el grado de significación del aprendizaje que ha logrado cada alumno. Es necesario plantear y seleccionar la forma estratégica y correcta de las tareas o instrumentos de evaluación pertinente; que proporcionan información valiosa en tal sentido.

Así el docente debe plantear a sus alumnos tareas, actividades, instrumentos evaluación donde se reflejen las interpretaciones y significados construidos como producto de su aprendizaje. La evaluación le proporciona al docente la información importante sobre la utilidad o eficacia de las estrategias de enseñanza propuestas en clase.

IV.1.1 Instrumentos y procedimientos de evaluación

Técnicas informales: se utilizan dentro de episodios de la enseñanza. Entre ellas, podemos identificar dos tipos.

1. *Observaciones de las actividades realizadas por los alumnos.*
 2. *Exploración a través de preguntas formuladas por el profesor durante la clase.*
- (Bezares y Díaz, 2002, p.111)

Técnicas semi-formales: Se caracterizan por requerir de un mayor tiempo de preparación que las informales, exigen a los alumnos respuestas más duraderas, lo cual hace que a esas actividades se les impongan calificaciones, en particular por estructuradas, los alumnos suelen percibir las más como actividades de evaluación, en comparación con las técnicas informales. Podemos identificar algunas variantes de evaluación semi-formal.

1. *Ejercicios y prácticas que los alumnos realizan en clase.*
2. *Tareas que los profesores encomienda a sus alumnos para realizarlas fuera del clase.* (Bezares y Díaz, 2002, p.113)

Técnicas formales. Dichas técnicas exigen un proceso de planeación y elaboración más sofisticados y suelen aplicarse situaciones que demandan mayor grado de control

1. *Pruebas o exámenes tipo test.*
2. *Mapas conceptuales.*
3. *Pruebas de ejecución.*
4. *lista de cotejo o verificación y escalas.* (Bezares y Díaz, 2002, p.114)

IV.1.2 Tipos de evaluación

De acuerdo con Bezares y Díaz (2002, pp. 121) los tipos de evaluación son:

La Evaluación Inicial o Diagnostica: es aquella que analiza previamente al desarrollo del proceso educativo cualquiera que éste sea, existe una distinción funcional entre dos tipos de evaluación inicial que el profesor debe tomar en cuenta su práctica educativa: la primera es la evaluación diagnóstica inicial en la segunda se denomina evaluación diagnóstica puntual.

La Evaluación Formativa: esta evaluación se realiza cotidianamente con el proceso de enseñanza y aprendizaje, por lo que debe considerarse más que las otras, como parte consustancial del proceso. Es importante y sustancial, porque es precisamente la que el profesor requiere para saber ¿qué? y ¿cómo? explorar los procesos de construcción de los alumnos al resolver problemas.

Sin perder de vista, la intención hay que ir regulando los dos aspectos fundamentales del proceso de enseñanza descritos, que son:

1. Los procesos de construcción realizados por los alumnos sobre los contenidos escolares para saber si se encuentra en el camino señalado por las intenciones educativas.
2. La eficacia de las estrategias pedagógicas que profesor ha planeado y/o ejecutado durante el proceso mismo, en relación con el aprendizaje de los alumnos, y que

tiene como finalidad que estos logren el manejo de los contenidos en forma autónoma.

IV.3 Características de una evaluación constructivista

En el aula constructivista los planes de evaluación son diferentes, ya que la evaluación tiene lugar cuando los maestros y los estudiantes hacen comentarios sobre los esfuerzos de cada cual. Pero quizás lo más importante es que maestros y alumnos comparten la autoridad para evaluar el trabajo. (Woolfolk; 1998)

En el marco teórico-conceptual constructivista de acuerdo con Bezares y Díaz, (2002) la evaluación depende de que el profesor también procure llevar la actividad evaluativa durante todo el proceso de construcción que desarrolle el alumno de un concepto. Hay que tener presente que el proceso de construcción no puede ser explicado en su totalidad, partiendo exclusivamente de las acciones cognitivas, sino conductuales de los alumnos.

IV.4 Una propuesta de evaluación en resolución de problemas

De acuerdo con Santos (1997, pp.103-105) la evaluación en la resolución de problemas, es una forma de pensar en la que los estudiantes muestran una gran diversidad de estrategias en diferentes momentos en el proceso de resolver algún problema. Por ejemplo, el estudiante usa tablas o diagramas para presentar la información y entender el problema.

Un modelo de evaluación que intenta analizar el proceso utilizado por los estudiantes para resolver problemas incluye tres componentes (Santos, 1997, pp.103 y 104):

1. La primera etapa:

Centrar la atención en la parte relacionada con el entendimiento del problema, es decir; verificar que el estudiante ha entendido el problema, de manera que puede enunciarlo con sus propias palabras o representar el problema de diversas maneras;

además de que es capaz de identificar los datos necesarios y suficientes del problema.

2. La segunda etapa:

Observar si el estudiante selecciona y usa estrategias de resolución de problemas; y si es capaz de diseñar un plan y de ejecutarlo.

3. La tercera etapa:

Revisar los aspectos relacionados con la validez de la solución y la extensión del problema.

V. La misión actual de la NCTM en la enseñanza de las matemáticas

La NCTM (1998 y 2000) considera que se requieren currículos matemáticamente sólidos, profesores competentes e informados que puedan integrar la instrucción con evaluación. Existe una gran necesidad de poder incorporar el uso de las matemáticas en la vida diaria en el trabajo; además de formar una comunidad científica y técnica.

La NCTM (2000) menciona; que para obtener una educación matemática de gran calidad se deben promover características como:

1. Igualdad: Todos los estudiantes deben aprender matemáticas y uno como docente debe tomar en cuenta las diferencias para ayudar a cada alumno a aprender; en donde la tecnología no debe de ser motivo de desigualdad educativa.
2. Currículo: No sólo es la colección de temas, estos deben orientarse y centrarse en el desarrollo de conceptos y habilidades importantes de las matemáticas.
3. Enseñanza: Para que esta sea efectiva se debe conocer lo que los alumnos saben y necesitan aprender, para posteriormente estimularlos y así ayudar en el proceso de aprendizaje

-
4. Aprendizaje: Los estudiantes deben aprender matemáticas comprendiéndolas, estar en un constante proceso para construir y formar sus nuevos conocimientos a partir de conocimientos previos y de experiencias.
 5. Evaluación: El aprendizaje de las matemáticas se apoya y proporciona información útil tanto a profesores como alumnos; no sólo debe hacerse a los alumnos sino también para los alumnos, esta enriquece el aprendizaje.
 6. Tecnología: Es fundamental en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas ya que ayuda a enriquecer el conocimiento, pues es un instrumento útil que abre las posibilidades y atrae a los alumnos a las matemáticas.

V.1 Estándares curriculares y evaluación para la educación matemática

Los estándares de evaluación propuestos por la NCTM (1998) proponen cambios que van más allá de una mera modificación de los exámenes. La evaluación tradicional, sus puntos de vista sobre lo que significa saber y enseñar matemáticas; además de quedar integrada a la práctica de la docencia, que se propone evaluar todos los aspectos del conocimiento matemático y sus conexiones.

De acuerdo con lo mencionado por la NCTM (1998) los planteamientos pueden incluir una calificación del trabajo de los alumnos, basados en las capacidades desarrolladas, esto se puede llevar haciendo un registro y anotaciones de los alumnos.

En las siguientes tablas se plantean algunos de los elementos a considerar para llevar a cabo una evaluación desde los diferentes niveles.

La próxima tabla presenta los tipos de evaluación según su estándar y los propósitos por alcanzar propuesto en la NCTM (1998, pp.125-254).

Tipo de estándar	Estándar	Propósitos
Evaluación General	Coherencia	<ul style="list-style-type: none"> -metas, objetivos y contenidos matemáticos -el énfasis relativo que se da a diversos temas y procesos y a sus relaciones -enfoques y actividades docentes, incluyendo el uso de calculadoras, ordenadores y materiales manipulativos
	Fuentes múltiples de información	<ul style="list-style-type: none"> -requieran diferentes tipos de pensamiento matemático -presentar el mismo concepto o procedimiento matemático en contextos, formatos y situaciones de problemas diferentes
	Métodos y formas adecuadas de evaluación	<ul style="list-style-type: none"> -el tipo de información que se requiere obtener -el uso que se vaya a dar a la información
Evaluación de los Alumnos	Potencia matemática	<ul style="list-style-type: none"> -capacidad para aplicar lo que saben a la resolución de problemas dentro de las matemáticas y en otras materias -capacidad de utilizar el lenguaje matemático para comunicar ideas -capacidad de razonamiento y de análisis -conocimiento de estructuras conceptuales y procesuales -actitud hacia las matemáticas -comprensión de la naturaleza de las matemáticas -integración de estos aspectos de conocimiento matemático
	Resolución de problemas	<ul style="list-style-type: none"> -formular problemas -aplicar diversas estrategias para resolver problemas -resolver problemas -comprobar e interpretar resultados -generalizar soluciones
	Comunicación	<ul style="list-style-type: none"> -expresar ideas matemáticas hablando, escribiendo, demostrándolas y representándolas visualmente -entender, interpretar y juzgar ideas matemáticas presentadas de forma escrita, oral o visual -utilizar vocabulario matemático, anotaciones, estructuras para representar ideas, describir relaciones y modelar situaciones
	Razonamiento	<ul style="list-style-type: none"> -utilizar el razonamiento educativo para reconocer patrones y formular conjeturas -utilizar el razonamiento para desarrollar argumentos plausibles de enunciados matemáticos -utilizar el razonamiento proporcional y espacial para resolver problemas -utilizar el razonamiento deductivo para verificar una conclusión, juzgar la validez de un argumento y construir argumentos válidos -analizar situaciones para hallar propiedades y estructuras comunes -reconocer la naturaleza axiomática de las matemáticas
	Conceptos matemáticos	<ul style="list-style-type: none"> -dar nombres, verbalizar y definir conceptos -identificar y generar ejemplos válidos y no válidos -utilizar modelos, diagramas y símbolos para representar conceptos -pasar de un modo de representación a otro -reconocer los diversos significados e interpretaciones de los conceptos -identificar propiedades de un concepto determinado y reconocer las condiciones que determinan un concepto en particular -comparar y contrastar conceptos
	Procedimientos matemáticos	<ul style="list-style-type: none"> -reconocer cuando es adecuado un procedimiento -explicar las razones para los distintos pasos de un procedimiento -llevar a cabo un procedimiento de forma fiable y eficaz -verificar el resultado de un procedimiento empíricamente (por ejemplo utilizando modelos) o analíticamente -reconocer procedimientos correctos e incorrectos -generar procedimientos nuevos y ampliar o modificar los ya conocidos -reconocer la naturaleza y el papel que cumplen los procedimientos dentro de las matemáticas

	Actitud matemática	<ul style="list-style-type: none"> -la confianza que tenga en el uso de las matemáticas para resolver problemas, comunicar ideas y razonar -la flexibilidad que demuestren al expresar ideas matemáticas y probar métodos alternativos para la resolución de problemas -su deseo de continuar hasta el final con una tarea matemática -el interés, curiosidad e inventiva de los alumnos al hacer matemáticas -la inclinación que demuestren a revisar y reflexionar sobre su propio pensamiento y su actuación -cómo valora la aplicación de las matemáticas a situaciones que surjan de otras materias y de la experiencia diaria
Evaluación del Programa	Indicadores para la evaluación del programa	<ul style="list-style-type: none"> -los resultados de los alumnos -las expectativas y apoyo que reciba el programa -la igualdad para todos los estudiantes -la revisión y reforma del currículo
	Recursos curriculares y docentes	<ul style="list-style-type: none"> -metas, objetivos y contenidos matemáticos -énfasis relativo de diversos temas y procesos y sus interrelaciones -enfoques y actividades docentes -articulación entre los distintos cursos -métodos e instrumentos de evaluación -disponibilidad de herramientas tecnológicas y materiales de apoyo
	Docencia	<ul style="list-style-type: none"> -el contenido matemático y su tratamiento -los énfasis relativos que se dan a diversos temas y procesos y sus interrelaciones -las oportunidades de aprendizaje -recursos docentes y la atmósfera en el aula -métodos e instrumentos de evaluación -estructuración de la docencia entre los distintos niveles
	Equipo de evaluación	<ul style="list-style-type: none"> -personas que tengan experiencia y preparación en educación matemática -personas que tengan experiencia y entrenamiento en evaluación de programas -personas que tomen decisiones sobre programas de matemáticas -lo que vayan a usar información suministrada por evaluación

La siguiente tabla presenta los propósitos y métodos de evaluación propuestos por la NCTM (1998, pp. 208-209)

Propósito (ejemplos de preguntas)	Quiénes las va usar	Unidad de evaluación	Tipo de evaluación	Métodos de evaluación
Diagnóstico. -¿Qué entiende este alumno sobre el concepto o procedimiento? -¿Qué aspectos de la resolución de problemas resultan difíciles? -¿Cuál es la causa de que este alumno se muestre reacio a intentar problemas nuevos o a aplicar material ya aprendido?	El profesor por separado. El alumno por separado.	El alumno por separado	-Tareas que se centren en una cierta destreza, tipo de procedimiento, concepto, estrategia o tipo de razonamiento. -Se evalúa a cada alumno.	-Observación. -Preguntas orales para que los alumnos expliquen qué procedimiento llevan a cabo. -Tareas descritas centradas. -Preguntas examen dirigido.
<Feedback> docente -¿Qué saben los alumnos sobre el material presentado? -¿Pueden los estudiantes aplicar lo que han aprendido a situaciones nuevas? -¿Qué ritmo debe llevar la docencia? -¿Necesita la clase un repaso más intensivo o un material más exigente?	El profesor por separado	El grupo clase	-Tareas que requieran una integración de conocimiento -Tareas que cubran una gama de habilidades, conceptos y procedimientos -Tareas que requieran aplicación de lo aprendido a contextos nuevos -Tareas de resolución de problemas y de razonamiento -Tareas en las que varíe el formato y el contexto en que se presentan material -Estadillo matricial de alumnos/temas	-Exámenes escritos, incluyendo los que requieren métodos diferenciales para resolver problemas -Trabajos ampliados de resolución de problemas -Observación del debate en clase -Pruebas para resolver en casa -Deberes diarios -Trabajos en grupo

<p>Calificación</p> <p>-¿los alumnos han entendido e integrado el material adecuadamente?</p> <p>-¿Pueden un alumno aplicar lo que ha aprendido en otros contextos?</p> <p>-¿Está preparado el alumno para pasar al curso o al nivel siguiente?</p>	<p>Los alumnos por separado.</p> <p>Los padres.</p> <p>La escuela.</p>	<p>El alumno por separado</p>	<p>-Tareas que exijan la integración del material enseñado</p> <p>-Tareas que intrínsecamente resulten interesantes y exigentes para el alumno.</p> <p>-Tareas que requieran que el alumno estructure el material y genere soluciones, en el contexto del mundo real así como en matemáticas.</p>	<p>-Trabajos ampliados de resolución de problemas</p> <p>-Trabajos o argumentaciones por escrito que exijan una investigación reflexiva sobre un tema matemático.</p> <p>-Exámenes escritos que presenten problemas con un grado de dificultad basado en los resultados previos</p> <p>-Presentaciones orales</p>
<p>Logros matemáticos y general</p> <p>-¿Cómo es la capacidad matemática general del alumno en comparación con los otros o con la norma nacional?</p>	<p>Los padres.</p> <p>Los profesores.</p> <p>La administración.</p>	<p>El alumno por separado</p>	<p>-Tareas organizadas en pruebas de alta fiabilidad diseñadas para un máximo de discriminación entre los alumnos.</p>	<p>-Exámenes de logros normalizados</p>
<p>Valoración del programa</p> <p>-¿Es eficaz de programa en consecución de los objetivos del aprendizaje matemático?</p>	<p>Los profesores.</p> <p>La administración.</p> <p>Otras personas encargadas de tomar decisiones.</p>	<p>El grupo clase</p> <p>La escuela</p>	<p>-Tareas que reflejen el propósito de los objetivos curriculares.</p> <p>-Tareas que sean coherentes con los métodos docentes y con el contenido del currículo.</p> <p>-Estadillo matricial de alumnos/temas</p>	<p>-Entrevista con los alumnos</p> <p>-Exámenes de realización</p> <p>-Exámenes de criterio de referencia</p> <p>-Observación del debate en clase</p> <p>-Éxito de los alumnos que han completado el programa.</p>

La siguiente tabla representa los propósitos que se esperan cumplir por estándar según señala la NCTM (1998)

ESTANDAR	PROPOSITOS
Resolución de problemas	<ul style="list-style-type: none"> • Construir nuevos conocimientos a través de la resolución de problemas • Resolver problemas que surjan de las matemáticas y otros contextos • Aplicar y adaptar diversas estrategias para resolver problemas • Controlar el proceso de resolución de los problemas matemáticos y reflexionar sobre el
Razonamiento y Demostración	<ul style="list-style-type: none"> • Reconocer el razonamiento y la demostración como aspectos fundamentales de las matemáticas • Formular e investigar conjeturas matemáticas • Desarrollar y evaluar argumentos matemáticos y demostraciones. • Elegir, utilizar varios tipos de razonamiento y métodos de demostración
Comunicación	<ul style="list-style-type: none"> • Organizar y consolidar su pensamiento matemático a través de la comunicación • Comunicar su pensamiento matemático con coherencia y claridad a los compañeros, profesores y otras personas • Analizar y evaluar esa tesis de pensamiento matemáticos de los demás • Usar el lenguaje matemático, comprensión para expresar ideas matemáticas

Conexiones	<ul style="list-style-type: none"> • Reconocer y usar conexiones entre ideas matemáticas • Comprender cómo las ideas matemáticas se interconectan y construyen una sobre otras para producir un todo coherente • Reconocer y aplicar las matemáticas en contextos no matemáticos
Representación	<ul style="list-style-type: none"> • Crear y utilizar representaciones para organizar registrar y comunicar ideas matemáticas • Seleccionar, aplicar y traducir representaciones matemáticas para resolver problemas • Usar representaciones para modelar e interpretar fenómenos físicos, sociales y matemáticos

VI. El análisis cualitativo como apoyo a la evaluación

Es importante cuestionarnos como se puede desarrollar de manera organizada el planteamiento de una evaluación cualitativa del aprendizaje, que posteriormente se pueda transformar en datos cuantitativos sobre la misma. Es importante hacer notar que la evaluación cualitativa y cuantitativa, no son excluyentes entre si, sino que se ven compenetradas y complementadas entre ellas.

Las siguientes etapas que plantea Sampieri (2003) son elementos a desarrollar después de hacer un análisis cualitativo, para apoyar la evaluación.

1. Confrontar el material recolectado con los objetivos de investigación, es decir elaborar un análisis de los materiales y los datos recolectados; esta etapa es de tipo inductivo y permite establecer hipótesis, inducir conclusiones y generar ideas.
2. Preparar el material para el análisis, reducirlos, resumirlos, resolverlos, clasificarlos, transcribirlos a un formato; no se debe eliminar información valiosa.
3. Organización de el material recopilado, usando criterios como:

○ Cronológico.	○ Importancia del
○ Por unidad de análisis.	participante.
○ Por tema.	○ Por el tipo de anotación:
○ Por perfil de los sujetos	directa, interpretación,
participantes.	temática, personal.

-
- U otro criterio relevante.
4. Evaluar la confiabilidad y validez del método utilizado, esto se realiza a través de la reflexión, apoyándose sobre una teoría.

VI.1 Análisis cualitativo de los datos.

Este se esboza bajo el planteamiento de un propósito general; Creswell (1998) citado por Sampieri (2003) considera, que dicho análisis se da en forma de espiral, ya que se pueden encontrar diferentes facetas a puntos de vista del mismo objeto de estudio. Así se pe pueden distinguir los siguientes propósitos centrales:

1. Darle orden a los datos.
2. Organizar las unidades de análisis, las categorías, los temas y los patrones.
3. Comprender en profundidad el contexto que rodea a los datos.
4. Describir las experiencias de las personas estudiadas bajo su óptica, en su lenguaje y con sus expresiones.
5. Interpretar y evaluar unidades de análisis, categorías, temas y patrones.
6. Explicar contextos, situaciones, hechos, fenómenos.
7. Generar preguntas de investigación e hipótesis.
8. Reconstruir Historias.
9. Relacionar los resultados del análisis, con teoría fundamentada o con la construcción de teorías.

Marco metodológico

Introducción

En el siguiente capítulo se describen los aspectos que se han retomado para el planteamiento del instrumento de evaluación alternativa, cuales son los objetivos y lineamientos a seguir en esta propuesta, la descripción del planteamiento de las actividades en matemáticas para lograr que los alumnos logren la transición del concepto de razón de cambio promedio al concepto de razón de cambio instantánea.

En esta parte se encontrará la propuesta del instrumento de evaluación para una serie de actividades que se proponen; que pretenden objetivizar la transición del concepto de razón de cambio promedio al tema de razón de cambio instantánea.

La propuesta de este trabajo tiene como objetivo, dar a conocer una manera de realizar una evaluación alternativa, en donde se pueda observar como evaluar una serie de actividades a través de un análisis cualitativo del aprendizaje y que este análisis se vea transformado en una evaluación de tipo cuantitativa.

El aprendizaje en si mismo no se puede medir, esto es algo muy ambiguo, lo que se propone es una manera de cómo el docente puede categorizar lo aprendido, a partir de establecer propósitos que puedan ser identificados en el proceso de aprendizaje.

I. Los Objetivos

I.1 Objetivo General

El objetivo de este trabajo, es elaborar un instrumento de evaluación alternativa en matemáticas que pueda evaluar la transición del concepto de razón de cambio promedio al concepto de razón de cambio instantánea, que sea un instrumento que permita al docente identificar algunas de las dificultades que los alumnos tienen para aprender y resolver problemas que impliquen dicho concepto.

I.2 Objetivos Particulares

1. Elaborar una serie de actividades en base a la teoría constructivista enfocada en la resolución de problemas; con las cuales el estudiante pueda pasar del concepto de razón de cambio promedio al concepto de razón cambio instantánea.
2. Elaborar un instrumento de evaluación que permita al docente evaluar los resultados de las actividades.
3. Mostrar cómo se analizan los resultados del instrumento de evaluación.

II. Elaboración de las actividades

II.1 Consideraciones Generales

Como punto de referencia para conocer los objetivos que se establecen para dicho tema se retomara el programa que proporciona la SEP y DGTI para el Nivel Medio Superior de Bachillerato Tecnológico, el presente programa me fue proporcionado por el Instituto Tecnológico y Cultural México, la parte del programa que se presenta corresponde al cuarto semestre y la materia es Cálculo Diferencial.

UNIDAD	TEMA	SUB TEMA	CONTENIDOS	OBJETIVOS DE OPERACION	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE.
	6..3	6..3.1	Rapidez de variación y rapidez de variación instantánea	Interpretar a la rapidez de variación instantánea como el límite de la rapidez de variación en un punto	Aplicando el concepto de límite, interpretar geoméricamente a la razón de cambio promedio como la pendiente de la tangente en un punto cuando el incremento de la variable independiente tiende a cero.

Los puntos de referencia para establecer las actitudes, procedimientos y habilidades que debe desarrollar el alumnado también se tomaran de los Estándares Curriculares de la NCTM (1998 y 2000), que aparecen en el presente trabajo. Con lo que se percibirán las diversas conexiones que existen entre las diferentes áreas de las matemáticas y otras ciencias.

II.2 Metodología y actividades de aprendizaje

Propósito General de las actividades: Que el alumno pueda transitar del concepto de razón de cambio promedio al concepto de razón de cambio instantánea y logre conceptualizarlo como:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{x_2 \rightarrow x_1} \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}.$$

Propósitos particulares de las actividades:

1. Que los alumnos, a través de actividades planteadas, logren percibir las conexiones existentes entre los temas del concepto de razón de cambio promedio al de razón de cambio instantánea y logren una transición de un tema a otro tema.
2. Que la resolución de las actividades, permita a los estudiantes reflexionar las relaciones entre los diversos conceptos que aparecen y que los estudiantes establezcan relaciones y diferencias entre el concepto de razón de cambio promedio y la de razón de cambio instantánea y puedan establecer sus diferencias.

Ahora tenemos que identificar una serie de conceptos básicos que debe conocer el alumno para desarrollar la transición a este concepto. Entre ellos podemos identificar los siguientes conceptos: función, razón de cambio promedio, límite, recta tangente, recta secante, pendiente de una recta; entre otros.

II.3 Algunas consideraciones para la evaluación

Antes de proseguir con el planteamiento de las actividades hay que hacer algunas consideraciones sobre la evaluación, téngase presente como se ha mencionado en diversas ocasiones durante el trabajo, que la evaluación es parte de el proceso de aprendizaje y se lleva de manera activa, por ello es importante que para la elaboración de las actividades se reflexione un poco sobre la manera en que se evaluarán, para que no se vean como elementos sin conexión entre si.

Los puntos de referencia para este modelo de evaluación serán tomados de las tablas de los estándares curriculares de la NCTM del (2000) para las actitudes, habilidades y contenidos; mientras que de los estándares de la NCTM del (1998) ayudaran a definir elementos de la evaluación.

Para caracterizar los propósitos a medir en la evaluación, se hará uso de:

1. Una tabla² de contenidos conceptuales que permiten tener una visión completa de los aprendizajes, conocimientos conceptuales, procedimentales, actitudinales y sugerencias de evaluación de acuerdo a la actividad que se establezca.
2. Una serie de actividades², a través de las cuales se pretende que el alumno construya su conocimiento, y se puedan analizar los diferentes capacidades conceptuales, procedimentales y actitudinales; esto se da en forma de matrices en donde se especifican lo que requiere el alumno desarrollar en el tema, además de los aprendizajes y formas de evaluación.
3. Se presentan una serie de códigos de evaluación, una hoja especial para el maestro que contiene: competencias y componentes a evaluar, la actividad que atenderá el alumno, comentarios pedagógicos acerca del ejercicio.

A) Códigos de trabajo para los alumnos²

La intención de colocar un código para cada ejercicio es recibir la información necesaria en relación con los objetivos de la actividad desarrollada, la implementación de dicho código permitirá hacer que un instrumento de tipo cualitativo se pueda transformar en una medida específica de tipo cuantitativa; A continuación se describen los significados de los códigos.

Código 0 de ausencia de respuestas: *El código 0 se le atribuye al ejercicio o parte del ejercicio que no fue tratado o cuando hubo ausencia de respuestas.*

Código 1 de una respuesta correcta: *El código 1 se le atribuye a toda respuesta exacta o esperada, en forma numérica, como elemento de un enfoque o un razonamiento, o como parte de un proceso, o se arriba a una respuesta donde se han considerado varios aspectos, en donde cada uno de estos aspectos, esta considerado por códigos separados.*

El código 2: *Se atribuye a otras respuestas que son correctas, pero diferentes del modelo de código 1, o respuestas parcialmente parecidas al código 1; es decir una formulación menos esperada, procedimiento diferente al proceso esperado.*

Código 3: *respuesta parcialmente exacta sin elementos erróneos.*

Código 4: *respuesta parcialmente exacta y parcialmente errónea.*

Código 5: *es una respuesta errónea específica.*

Código de respuestas erróneas

Código 6: *ausencia de respuestas exactas.*

² RAYMUNDO GARCÍA ZAMUDIO 2002

Código 7: otras respuestas erróneas o toda respuesta diferente de la respuesta esperada o eventualmente de las respuestas de los códigos 2 o 6. En particular toda respuesta ambigua o ilegible será código 7.

Dentro de cada evaluación que se realice, en el desarrollo del problema y de la pregunta, se puede asignar una nota a cada código para facilitar la calificación. Esta calificación se puede negociar en la interacción Alumno-Profesor, con lo que se puede dar abiertamente una retroalimentación sobre las dificultades presentadas en cada actividad; Para que de esa manera no quede de forma muy subjetiva e injusta la nota otorgada a cada código.

Además que permite que los sujetos no se perciban como una parte aislada de la evaluación; sino como una parte esencial del proceso de la misma.

Para crear la matriz hay que considerar los estándares curriculares de la NCTM (1998 y del 2000) en la siguiente tabla se presentan; los elementos que deben alcanzar todos los estudiantes, los contenidos conceptuales y actitudinales que pueden identificarse a partir de los aprendizajes para el concepto de razón de cambio instantánea. La presente tabla está basada en la idea del material desarrollado por García Zamudio (2004) para el PEA (Programa de Estudios Actualizado) y EDA (Examen de Diagnóstico Académico)

Tabla² de contenidos conceptuales.

Aprendizajes establecidos en el programa	Tabla de especificación de los aprendizajes	Se ha aprendido un Conocimiento conceptual en gral. cuando se adquirió la capacidad para:	Se ha aprendido un Conocimiento procesual en gral. cuando se adquirió la capacidad para:	Se ha aprendido un Conocimiento actitudinal en gral. cuando se adquirió la capacidad para:	Sugerencias de evaluación
		Representar situaciones que requieren del uso de graficas y de expresiones algebraicas	Resuelve problemas usando diversas estrategias para la resolución de los problemas, para investigar y entender los contenidos matemáticos	Generar confianza en el uso de las matemáticas para resolver problemas, comunicar ideas y razonar.	
		Usar tablas y graficas para interpretar las razones de cambio.	Aplicar estrategias para la resolución de problemas dentro y fuera de las matemáticas.	Flexibilizar la exploración de ideas matemáticas y probar métodos alternativos para la resolución de problemas.	
		Interpretar eventos del mundo real, con el concepto de razón de cambio instantáneo.	Aplicando el proceso de formulación de modelos matemáticos a situaciones del mundo real	El interés, curiosidad e inventiva para hacer matemáticas.	
		Hacer traducciones entre las representaciones tabulares, graficas y analíticas de funciones	(comunicación matemática) Reflexionar y clarificar ideas sobre conceptos y relaciones matemáticas.	La inclinación que muestre al revisar y reflexionar sobre su pensamiento y su actuación.	
		Reconocer que un mismo problema de razón de cambio instantáneo, proporciona una gran variedad de situaciones problemáticas.	Expresar ideas matemáticas oralmente y por escrito.	Como valoran la aplicación de la matemática a situaciones que surjan de otras materias y de la experiencia diaria.	
		Analizar los efectos que tiene lugar en las graficas y tablas, cuando se hace variar la recta secante.	Leer comprensivamente presentaciones matemáticas escritas.	El reconocimiento que haga del papel que cumplen las matemáticas en nuestra cultura y el valor que tienen como herramienta y como lenguaje.	
		Comprender el proceso que sufre la razón de cambio al intervenir el límite.	Formular preguntas de aclaración y ampliación en relación con sus conocimientos previos.		
		Explorar problemas del mundo real en donde intervenga la razón de cambio instantáneo para explicar el fenómeno.	(sobre razonamiento) Elaborar y comprobar conjeturas.		
		Conocer la conexión que existe entre razón de cambio instantáneo, con la derivada de una función en un punto	Juzgar la validez de un argumento.		
		Elaborar representaciones graficas del problema	Sugerir argumentos lógicos		

Aprendizajes establecidos en el programa	Tabla de especificación de los aprendizajes	Se ha aprendido un Conocimiento conceptual en gral. cuando se adquirió la capacidad para:	Se ha aprendido un Conocimiento procesual en gral. cuando se adquirió la capacidad para:	Se ha aprendido un Conocimiento actitudinal en gral. cuando se adquirió la capacidad para:	Sugerencias de evaluación
		Extraer inferencias a partir de tablas y graficas que recojan datos de fenómenos reales.	Construir argumentos sencillos y validos		
		Comprender las bases conceptuales de razón instantánea de cambio y pendiente de una recta tangente	Sugerir algunas propiedades o formulas básicas de derivación		
			(conexiones matemáticas) Reconocer representaciones equivalentes del mismo concepto.		
			Relacionar el procedimiento en otra representación equivalente.		
			Aplicar y valorar conexiones entre temas matemáticos, y entre otras disciplinas.		
			<u>Representación</u> Crear y utilizar representaciones para organizar registrar y comunicar ideas matemáticas		
			Seleccionar, aplicar y traducir representaciones matemáticas para resolver problemas		
			usar representaciones para modelizar e interpretar fenómenos físicos, sociales y matemáticos		

Las columnas presentadas que se encuentran vacías, se encuentran así por que se le deja al profesor, que el las llene después de una profunda reflexión en donde este relacionará el programa de estudios establecido y la especificación de aprendizajes; con los estándares curriculares de la NCTM (1998, 2000). Como se puede notar la parte sombreada marca la presencia de algunos estándares de manera más específica.

Matriz o tabla de competencias y componentes a evaluar ³

CAPACIDAD	COMPETENCIA	COMPONENTES A EVALUAR	UNIDAD
Leer y comprender	Leer, observar, identificar	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Leer un enunciado ▪ Una tabla ▪ Una gráfica ▪ Observar el proceso ▪ Otros 	
Investigar	Conjeturar, Elaborar y Organizar un Razonamiento	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Prever una respuesta, ensayar ▪ Traducir (pasar de un lenguaje a otro) ▪ Saber informarse (extraer, clasificar renombrar,...) ▪ Seleccionar y decidir una forma de resolución de un problema. ▪ Reconocer una situación de referencia ▪ Seleccionar un hecho, un resultado intermedio, un teorema, una definición 	
Realizar	Ejecutar	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Trazar una figura, elaborar una tabla, completar una gráfica ▪ Calcular una expresión ▪ Utilizar una calculadora o/y software matemático ▪ Emplear una estrategia ▪ Aplicar directamente un conocimiento o una técnica 	
Reflexionar	Criticar	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Controlar la veracidad de una proposición o de un resultado ▪ Validar la coherencia de un razonamiento ▪ Interpretar un resultado 	
Emitir un informe	Presentar un Texto	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Utilizar un vocabulario, notaciones o simbología apropiada ▪ Presentar junto con un texto una gráfica, un diseño 	

Tabla de capacidades, competencias y componentes a evaluar.- ejemplo específico²

CAPACIDAD	COMPETENCIA	COMPONENTES A EVALUAR		
Leer y comprender	Leer Observar Identificar	<p>Razón de Cambio instantáneo.</p> <p>*Interpretar una función * Leer una gráfica * Lea los datos de una tabla* *Otros</p>	<p>Números y operaciones</p> <p>Aritmética y Álgebra</p>	<p>Números. *desarrollar la comprensión de números pequeños.</p> <p>Geometría *Observar un diseño *Otros</p>

³ M en C. RAYMUNDO GARCÍA ZAMUDIO 2002

	Seleccionar	*Seleccionar un método *Otros	*Seleccionar el proceso de límite	
	Conjeturar	*Prever el sentido de variación de las rectas secantes de una función		*Conjeturar las posiciones relativas de una recta (secante o tangente) *Estimar la pendiente de las rectas.
<i>Procesar un mensaje</i>	Elaborar y organizar un razonamiento o plan	*Asociar una gráfica a una situación geométrica o algebraica *Reconocer situaciones de referencia	*Traducir en propiedades geométricas propiedades Algebraicas	*Interpretar gráficamente las Relaciones Algebraicas
	Ejecutar	*Calcular la razón de cambio instantánea *Completar una tabla *Calcular el valor del límite	*Resolver el valor del límite para el caso $(x_0, f(x_0))$ *Usar una calculadora o PC	*Trazar una grafica *Utilizar relaciones geométricas
	Criticar		Validar la coherencia de un razonamiento	
	Producir			*Construir un enunciado *Producir un diseño para un plan
Emitir un mensaje	Justificar			*Justificar las propiedades dentro de un plan *Justificar relaciones geométricas *Justificar propiedades
	Concluir	Interpretar un resultado y concluir		
Aplicar el saber y el saber hacer	Aplicar	Explicar una representación gráfica Utilizar una tabla de valores *	*Desarrollar *Factorizar	Aplicar las propiedades de la razón de cambio

Los espacios vacíos en algunas columnas indican que deben llenarse una vez que se haya reflexionado sobre los elementos que la forman, y puesto a prueba si son los que corresponden²

II.3 Las actividades

Las actividades que a continuación se presentaran, han sido retomadas parcialmente de las actividades y problemas, planteados por los siguientes libros.

1. Elementos del Cálculo. Cuaderno de Apoyo. (Salinas, Alanís, Pulido, Escobedo y Garza,2002)
2. Cálculo Diferencia e Integral. (Guzmán, Núñez, Ángeles, Plata y Laredo, 2005)
3. Cálculo Diferencial. (Orduño, 2002)

ACTIVIDAD 1

Competencias a desarrollar en la Actividad 1
--

INFORMACIÓN PARA EL PROFESOR

TEMA: Recta tangente

Campo de aplicación: Elementos Geométricos y Funciones	Objetivos a desarrollar en la actividad 1 Leer: Figuras y graficas Observar: Figuras geométricas y datos Traducir: De un lenguaje a otro Elaborar y organizar un razonamiento: Proponer una método geométrico, para encontrar la tangente a una curva Conjeturar: A partir de relacionar y encontrar conexiones entre temas. Usar los valores calculados para su análisis.	Tiempo estimado: minutos
Consigna : Emplear calculadora o algún software matemático		
<u>Comentarios pedagógicos:</u> Revisar las características de la recta tangente y secante a una circunferencia y a una curva cualquiera. Análisis de una figura y una grafica, Análisis comparativo de cantidades cuantitativas de la pendiente de la recta secante a una curva, para que el alumno pueda establecer conexiones entre elementos geométricos y conceptuales entre la recta secante y la tangente.		

Aprendizajes :

La presente actividad pretende, que el alumno establezca diferencias y conexiones entre la recta secante y la recta tangente a una curva cualquiera.

Elabore su propia definición sobre recta tangente a una curva y que establezca conexiones existentes, entre el ángulo de una recta, la pendiente de una secante, la pendiente de una tangente.

Ubicación de la actividad:

Antes del estudio de:

El alumno debe tener conocimientos previos de los conceptos de recta secante y recta tangente en geometría analítica y euclidiana.

Después del estudio de:

El alumno deberá encontrar relaciones entre los conceptos de recta secante y recta tangente.

Actividades propuestas:

Es recomendable que el alumno pueda experimentar geoméricamente la relación existente entre la secante y la tangente.

Así que sería recomendable aplicar actividades que consistan en graficar una serie de graficas de segundo y tercer grado en donde se le proponga al alumno calcular la pendiente de la secante a una serie de puntos (en donde uno de los puntos sea fijo y el otro varí acercándose al primero)

Recomendaciones:

Que el alumno aplique su propio razonamiento para establecer conjeturas.

Que establezca conexiones a partir de analizar elementos calculados, con temas ya conocidos, es decir que presente un conocimiento en espiral.

Que muestre una síntesis del conocimiento, solicita la creación de una serie de definiciones concretas a partir de un análisis de procedimientos.

Ítems, Competencias a evaluar, códigos y tabla de respuestas

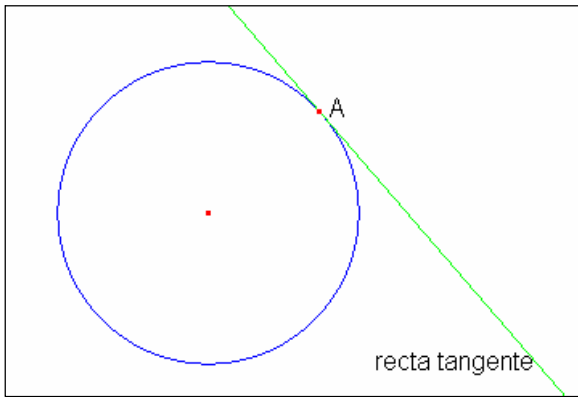
Ítem A-1	Recta tangente a la circunferencia	Código 1	Respuesta correcta: que el alumno señale que es la recta que toca a la circunferencia en un solo punto	OBSEVACION
Ítem A-2	Trazar una recta tangente	Código 1	La cual indique que es la recta perpendicular al radio de la circunferencia.	
Ítem B-1	Calcular y trazar secante	Código 1	$m=4$ traza correctamente la secante como la recta que pasa por los puntos A(1,1), B(3,9)	
		Código 3	Que calcule la pendiente y no trace la secante	
Ítem 2-B	Calcular y trazar secante	Código 1	$m=1.1$ traza correctamente la pendiente como la recta que pasa por los puntos A(1,1), C(1.1,1.21)	

		Código 3	Que calcule la pendiente y no trace la secante	
3-B	Análisis de la recta secante	Código 1	Que indique que decrece cuando los valores de x se acercan	
		Código 3	Que sólo dé una parte de la explicación	Otro razonamiento por parte del alumno.
4-B	Cuántas rectas secantes hay	Código 1	Una infinidad	Razonamiento por parte del alumno
		Código 3	Que especifique un número grande de ellas	Razonamiento por parte del alumno
5-B	Pendiente de una recta	Código 1	medida de la inclinación de una recta dada en un sistema de ejes cartesianos, como $m=(y_2-y_1)/(x_2-x_1)$	
6-B	Angulo de inclinación	Código 1	Que lo describa como $a= \arctang(m)$	
7-B		Código 1	Que lo describa en función de un intervalo, la recta tangente como la que toca en un solo punto a la curva, y la secante como la que la corta en dos.	Razonamiento por parte del alumno
		Código 3	Que lo describa en otro sentido	Razonamiento por parte del alumno
8-B		Código 1	Que es la recta que en un intervalo cercano al punto A sólo toca a la función en un sólo punto	Razonamiento por parte del alumno
9-B		Código 1	Si coincide	Razonamiento por parte del alumno
10-B		Código 1	Que proponga con sus palabras el método de exahución, que consiste en ir acercando entre si los valores de x	Razonamiento por parte del alumno
		Código 3	Que lo describa en otro sentido	Razonamiento por parte del alumno

Actividad 1 (Recta tangente)

Información para el alumno: Esta actividad tiene como propósito, hacerte madurar sobre algunos conceptos como lo son recta tangente y recta secante, para ello tendrás que reflexionar sobre los detalles en algunas figuras y analizar detalladamente los cálculos que realizarás tratando de establecer relaciones con algunos conceptos matemáticos.

A. Recta tangente en la circunferencia.



1. La figura representa la definición geométrica de recta tangente a una circunferencia, de acuerdo con ello, escribe una definición: _____

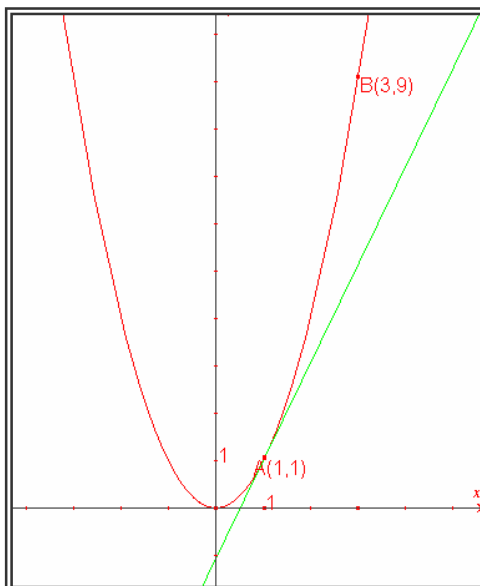
0	1	6
---	---	---

2. ¿Cómo trazas geoméricamente esa recta tangente?

0	1	3	7
---	---	---	---

B. Recta tangente en una curva.

La gráfica que aparece a continuación corresponde a la función $f(x) = x^2$ y la recta p es su tangente en el punto A (1,1).



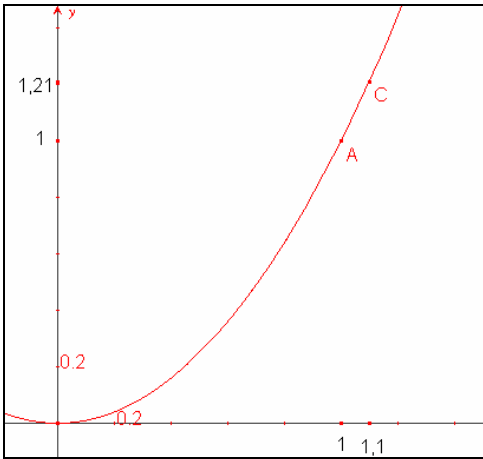
1. Traza una recta secante a la grafica de la función que pase por el punto A y por el punto B de abscisa $x=3$, calcular la pendiente de esta secante.

m =

0	1	3	7
---	---	---	---

2. calcular la pendiente de esta secante a la grafica de la función que pase por el punto A y por el punto C de abscisa $x=1.1$,

$m =$



0	1	3	7
---	---	---	---

3. ¿Que le pasa a la pendiente de la recta secante que pasa por los puntos A y C; respecto a la pendiente de la recta secante que pasa por los puntos A y B?

0	1	3	7
---	---	---	---

4. ¿Cuántas rectas secantes más puedes trazar a la grafica anterior?

0	1	3	7
---	---	---	---

5. ¿A que se le llama pendiente de una recta?

0	1	3	7
---	---	---	---

6. ¿Qué es el ángulo de inclinación de una recta?

0	1	3	7
---	---	---	---

7. ¿Qué diferencia existe entre el concepto de recta secante y de recta tangente a una curva dada? Explica tu respuesta con bosquejos gráficos de curvas cualesquiera.

0	1	3	7
---	---	---	---

8. ¿Cómo defines a la recta tangente a un punto A de una curva?

0	1	3	7
---	---	---	---

9. La definición que diste de recta tangente, en este caso, ¿Coincide con la definición de recta tangente a una circunferencia?_____ ¿Por que?_____

0	1	3	7
---	---	---	---

10. Propón y explica un método geométrico para trazar la recta tangente a la curva_____

0	1	2	4	7
---	---	---	---	---

ACTIVIDAD 2

Competencias a desarrollar en la Actividad 2

INFORMACIÓN PARA EL PROFESOR TEMA: Simbología sobre variación de cantidades

<p>Campo de aplicación:</p> <p>Numérico</p>	<p>Objetivos a desarrollar en la actividad 2</p> <p>Leer: Un enunciado</p> <p>Observar: El conjunto de datos desde un contexto determinado</p> <p>Traducir: De un lenguaje matemático y darle sentido dentro del contexto del problema.</p> <p>Ejecutar: Calcular una expresión</p> <p>Criticar: La veracidad de un resultado</p>	<p>Tiempo estimado:</p> <p>..... minutos</p>
---	---	--

Consigna : Emplear calculadora

Comentarios pedagógicos:

Revisar la simbología sobre variaciones en una situación determinada.

Fomentar que el estudiante dé significados a expresiones en donde se indique una variación y le dé un sentido en términos del problema planteado.

Aprendizajes :

Valore la aplicación matemática a situaciones en otras disciplinas.

Comprensión y manejo de la simbología de incrementos

Dar un contexto de significado de la variación de las variables

Ubicación de la actividad:

Antes del estudio: cambio de velocidad promedio.

Después del estudio: el alumno dará un sentido al lenguaje dentro del contexto del problema.

Actividades para la unidad:

El profesor puede plantear problemas similares, en donde busque como principal objetivo, que el alumno le dé una interpretación, al lenguaje matemático

Recomendaciones:

Que se trabaje en equipo, para un debate, pero que cada alumno responda su actividad con sus propias palabras.

Esta actividad pretende que el alumno analice la notación de incrementos, lo perciba como una variación y lo provea de un sentido dentro de un contexto

Verificar y calcular la variación, que reflexione para sintetizar y reconstruir su conocimiento. Como síntesis del conocimiento se debe solicitar que el alumno describa los significados de las variaciones o incrementos del problema.

Ítems, Competencias a evaluar, códigos y tabla de respuestas

Ítem 1	Significado de p_2-p_1	Código 1	Indicar que es la variación o incremento de los precios, Es el aumento sufrido por el precio 2 respecto al precio 1	Observaciones Cómo lo explican
		Código 3	Que sólo traduzcan la fórmula diciendo que es la diferencia de los precios: precio 2 menos el precio 1	Cómo lo explican
Ítem 2	Significado de V_2-V_1	Código 1	Indicar que es la variación o incremento de la venta, Es el aumento sufrido por la venta 2 respecto al venta 1	Cómo lo explica y el razonamiento utilizado
		Código 3	Que solo traduzcan la formula diciendo que es la diferencia de los precios: precio 2 menos el precio 1	Cómo lo explica y el razonamiento utilizado
Ítem 3	Calcular p_2-p_1	Código 1	El incremento del precio= 50	
Ítem 4	Calcular $V(p_1)=$	Código 1	$V(p_1)= -22200$	
Ítem 5	Calcular $V(p_2)=$	Código 1	$V(p_2)= -29700$	
Ítem 6	Calcular V_2-V_1	Código 1	$V_2-V_1= -7500$	
Ítem 7	Signo de V_2-V_1	Código 1	Negativo	
Ítem 8	Significado de V_2-V_1	Código 1	Describa el significado de V_2-V_1 , como una pérdida en la venta de CD. al sólo variar 50 pesos en su precio	Cómo lo explica y el razonamiento utilizado
		Código 3	Que lo describa como V_2-V_1	Cómo lo explica y el razonamiento utilizado

Actividad 2 (Simbología sobre variación de cantidades)

Información para el alumno: Esta actividad, tiene como propósito familiarizarte con la notación Δ (incremento de una variable) a la cual deberás de comprender su significado dentro del contexto de un problema particular).

Un CD para ser considerado el mejor de la temporada, debe tener el mayor número de ventas, en comparación con otros CD del mismo género musical, la venta de un CD depende del precio que estos tengan, sin tomar en cuenta al cantante o grupo musical. Supongamos que la venta de CD del género pop, de cierto cantante o grupo, está dada por la función: $v(p) = 150(2 - p)$. Calcula el incremento de la venta de CD si el precio, de cada uno aumenta, de \$150 a \$200.

Reúnete con algunos de tus compañeros de grupo para analizar y contestar las siguientes preguntas:

1. Si p_1 es un primer precio de un CD y p_2 es un segundo precio del mismo CD. ¿Qué significado tiene la expresión: $\Delta p = p_2 - p_1$? _____

0	1	3	5	7
---	---	---	---	---

2. Si v_1 es el valor de v cuando el precio del CD es p_1 ; es decir, $v(p_1)$ y v_2 es el valor de v cuando el precio del mismo CD es p_2 ; es decir, $v(p_2)$, entonces ¿qué significado tiene la expresión: $\Delta v = v_2 - v_1$? _____

0	1	3	5	7
---	---	---	---	---

3. El incremento del precio de cada CD es: $\Delta p = 200 - 150 =$ _____

0	1	7
---	---	---

4. Calcula $v(p_1)$: _____

0	1	7
---	---	---

5. Calcula $v(p_2)$: _____

0	1	7
---	---	---

6. Entonces: $\Delta v = v_2 - v_1$: _____

0	1	7
---	---	---

7. ¿Qué signo tiene Δv ? _____

0	1	7
---	---	---

8. ¿Qué significado tiene Δv en términos del enunciado del problema?

0	1	3	5	7
---	---	---	---	---

ACTIVIDAD 3

Competencias a desarrollar en la Actividad 3

INFORMACIÓN PARA EL PROFESOR

TEMA: Razón de Cambio Promedio

<p>Campo de aplicación:</p> <p>Razón de Cambio Promedio</p> <p>Numérico, algebraico y geométrico.</p>	<p>Objetivos a desarrollar en la actividad 3</p> <p>Leer: Un enunciado, una expresión algebraica y una gráfica.</p> <p>Observar: Un conjunto de datos de una gráfica.</p> <p>Traducir: De un lenguaje a otro</p> <p>Elaborar y organizar un razonamiento: Poner en marcha una estrategia o enfoque</p> <p>Ejecutar: Conjeturar sobre el comportamiento general de una función y de las pendientes de las mismas. Utilizar una calculadora o software si es necesario.</p> <p>Criticar: Controlar la veracidad de un resultado</p> <p>Aplicar: El concepto básico de pendiente de una recta dado dos puntos</p>	<p>Tiempo estimado:</p> <p>..... minutos</p>
---	--	--

Consigna : Utilizar calculadora o algún software matemático (Excel, derive, otro)

Comentarios pedagógicos:

Este problema intenta fomentar algunos aspectos del conocimiento procedimental y conceptual: Al proponerle al alumno conjeturar acerca de un proceso recursivo matemático de la pendiente de una función y encontrar conexiones entre las matemáticas y otras disciplinas, entre otros procedimientos.

Aprendizajes :

Predecir cuál es el comportamiento de una ecuación.
 Construir el concepto y utilidad de la razón de cambio promedio.
 Relacionar las conexiones existentes entre la pendiente de la recta secante y la razón de cambio promedio
 Desarrollar la habilidad para analizar los valores obtenidos.
 Calcular la velocidad promedio de caída.
 Otros objetivos que se determinen.

Ubicación de la actividad:

Antes del estudio de: El alumno debe conocer los conceptos de recta tangente y secante a una curva, además de que posean los conocimientos básicos para calcular la pendiente de la recta secante, también debe ser capaz de dar una interpretación del significado de la diferencia de cantidades de una variable.

Después del estudio de:

El alumno deberá ser capaz de relacionar la pendiente de la recta secante con el concepto de razón de cambio promedio.

Actividades para la unidad:

Permitir al alumno elaborar conjeturas sobre el significado, que el docente pida (o plantee) a los alumnos encontrar situaciones de la vida real en donde se encuentren conceptos parecidos.

Recomendaciones:

La Actividad intenta que el alumno aprenda a: predecir, calcular, construir un modelo, intenta mostrar un desarrollo en espiral.

El alumno debe aprender a reflexionar, analizar y sintetizar para reconstruir el conocimiento.

Se debe trabajar con casos "concretos" analizando el comportamiento de la gráfica de una función y su pendiente.

Verificar y calcular (éste problema puede usarse para pasar del recordatorio, al tema de derivadas)

Como síntesis del conocimiento se debe solicitar que escriba que conceptos, que procedimientos y que valores aprendió.

Otros

Ítems, Competencias a evaluar, códigos y tabla de respuestas

Ítem 1	Calcule $s(t)$	Código 1	Que de las siguientes respuestas: 0, 0.7848, 3.1392, 7.0632, 12.5568, 19.62, 28.2528	Observaciones
		Código 3	Que no llene completamente la tabla	
		Código 4	Que algunos de los valores de la tabla sean correctos	
Ítem 2	Grafique $s(t)$	Código 1	Grafica correcta de la función sólo para los valores de la tabla	
		Código 2	Que la gráfica construida sea correcta pero graficada en su totalidad o parcial con valores diferentes a la tabla	
		Código 4	Que la gráfica sea correcta dentro de algunos intervalos	Revisar si esto se debe a un mal cálculo de los valores de la tabla o a otros
Ítem 3	Cálculo de la pendiente	Código 1	$M=16.677$	

Ítem 4	Significado y cálculo de t_2-t_1	Código 1	$t_2-t_1= 1.4$ tiempo transcurrido	Revisar razonamiento	el
Ítem 5	Calcule $s(t)$	Código 1	$S(2.4)= 28.2528$ $S(1)= 4.905$		
Ítem 6	Calcule la velocidad promedio	Código 1	Velocidad promedio= 16.677		
Ítem 7	Qué significa la velocidad promedio	Código 1	Que es la velocidad media de un objeto en caída libre, que sólo se refiere a la velocidad promedio obtenida usando dos puntos de referencia, que tiene relación con la pendiente de la recta secante, que también se puede una relación entre estas.	Revisar razonamiento	el
		Código 3	Que su contestación sólo se quede en describir a la velocidad promedio sin establecer una relación con la pendiente de la recta secante.	Revisar razonamiento	el
Ítem 8	Establecer otra relación	Código 1	Que pueda establecer una relación gráfica, al notar que $t_2=t_1+Dt$, y que esta es la velocidad promedio, es valida pues se desprende de la anterior, y conserva todas sus conexiones matemáticas	Revisar razonamiento	el
		Código 3	Que su descripción sea solamente parcial.	Revisar razonamiento	el

Actividad 3 (Tasa de cambio promedio)

Información para el alumno: En esta actividad conocerás un concepto muy importante en matemáticas (la tasa de cambio promedio), por la estrecha relación que guarda con la física (tal vez, puedas vincularlo con la velocidad promedio) pero además de eso, podrás percibir como conceptos, cómo el de pendiente de una secante se relaciona al nuevo concepto de tasa de cambio promedio.

Cuando se deja caer un objeto, partiendo del reposo, la distancia recorrida por ese objeto está dado por $s(t) = \frac{1}{2}gt^2$, donde g es la constante de atracción gravitacional, y cuyo valor

es, aproximadamente: $g = 9.81 \frac{m}{s^2}$.

1. A completa la tabla siguiente, escribiendo la posición del cuerpo en cada uno de los instantes dados.

Tiempo t (s)	0	0.4	0.8	1.2	1.6	2.0	2.4
Distancia s(t) (m)							

0	1	3	4	6
---	---	---	---	---

2. Elabora la grafica de la función.

0	1	2	4	6
---	---	---	---	---

3. Calcula la pendiente de la recta secante de la función anterior en el tiempo $t=1$ y $t=2.4$

Nota:

0	1	7
---	---	---

Recuerde que la velocidad media o promedio se define como,

$$\text{Velocidad promedio} = \frac{\text{desplazamiento del cuerpo}}{\text{tiempo transcurrido}} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Determina la *velocidad promedio* (también llamada *velocidad media*) del objeto.

4. Calcula y explica el significado $\Delta t = t_2 - t_1 = 2.4 - 1$ en el contexto del problema: _____

0	1	4	6
---	---	---	---

5. Calcula lo siguiente:

$$s(2.4) = 4.905(2.4)^2 =: \underline{\hspace{2cm}}$$

$$s(1) = 4.905(1)^2 =: \underline{\hspace{2cm}}$$

0	1	7
---	---	---

6. Calcula la velocidad promedio para $t=1$ y $t=2.47$

$$\bar{v} = \frac{s(2.4) - s(1)}{1.4} : \underline{\hspace{2cm}}$$

0	1	7
---	---	---

Reúnete con algunos de tus compañeros de grupo, y discutan la validez de lo anterior.

Explique lo siguiente, escriba sus argumentos.

7. Que \bar{v} significa *velocidad promedio (media) del objeto*.

$$\bar{v} = \frac{s(t_2) - s(t_1)}{t_2 - t_1} : \underline{\hspace{10cm}}$$

0	1	3	4	7
---	---	---	---	---

8. Explica la siguiente relación en términos de la anterior $\bar{v} = \frac{s(t + \Delta t) - s(t)}{\Delta t}$:

0	1	3	4	7
---	---	---	---	---

ACTIVIDAD 4

Competencias a desarrollar en la Actividad 4

INFORMACIÓN PARA EL PROFESOR

TEMA: Razón de Cambio Instantánea

<p>Campo de aplicación:</p> <p>Razón de Cambio Instantánea Funciones Numérico y Algebraico</p>	<p>Objetivos a desarrollar en la actividad 4</p> <p>Leer: Un enunciado, una tabla, una gráfica</p> <p>Observar: El conjunto de datos de una tabla y las propiedades geométricas de una función</p> <p>Traducir: De un lenguaje a otro</p> <p>Elaborar y organizar un razonamiento: Para establecer conexiones</p> <p>Ejecutar: Criticar: Calcular una expresión, trazar una gráfica usando un software</p>	<p>Tiempo estimado:</p> <p>..... minutos</p>
--	--	--

Consigna : emplear una calculadora gráfica o software matemático

Comentarios pedagógicos:

Esta actividad pretende fomentar algunos aspectos del conocimiento procedimental: razonar sobre un proceso para establecer conexiones matemáticas con conceptos y estructuras previas.

Aprendizajes :

Valorar la aplicación de las matemáticas en otras disciplinas.
Reconocer que la razón de cambio no es constante, por lo que el modelo lineal resulta inadecuado.
Desarrollar la habilidad de analizar magnitudes en una tabla.
Calcular la velocidad de crecimiento instantánea.
Otros objetivos que se determinen.

Ubicación de la actividad:

Antes del estudio de: Que el alumno tenga nociones de la razón de cambio promedio.
Después del estudio de: El alumno podrá encontrar la relación existente entre la razón de cambio promedio y razón de cambio instantáneo; además de que este pueda establecer conexiones entre estos nuevos conceptos con la pendiente de una recta secante.

Actividades para la unidad:

El docente puede pedir a los alumnos encontrar otros conceptos con los que tenga relación la razón de cambio instantánea.

Recomendaciones:

La actividad pretende que el alumno encuentre una serie de relaciones y construya su conocimiento sobre la razón de cambio instantánea, utilizando conexiones previas.

El alumno aprenda a reflexionar, analizar y sintetizar para reconstruir su conocimiento.

Como síntesis del conocimiento, se debe solicitar que escriba qué conceptos, qué procedimientos y qué valores aprendió.

Otros.

Ítems, Competencias a evaluar, códigos y tabla de respuestas

Ítem 1	Calcular los valores de $s(t)$ para la tabla	Código 1	0, 0.1962, 0.7848, 1.7658, 3.1392, 4.905, 7.0632, 9.6138, 12.5568, 15.8922, 19.62	Observaciones
		Código 3	No completó toda la tabla, pero los valores contenidos son correctos.	
		Código 4	Algunas respuestas dentro de la tabla son erróneas.	
Ítem 2	$S(t)$ es constante	Código 1	No es constante	Analizar razonamiento
Ítem 3	Cómo es el movimiento de $s(t)$	Código 1	El crecimiento es creciente, no es constante, y crece debido al exponente cuadrado.	
Ítem 4	Calcular la velocidad promedio	Código 1	4.90500000000001 4.90499999999994 4.90499999999905 4.90499999999727	
		Código 4	Algunos de los valores son erróneos	
Ítem 5	Conjeturar sobre la velocidad en un punto	Código 1	Aproximadamente: 4.90499999	Analizar razonamiento
		Código 3	Que la aproximación se quede con menos decimales	Analizar razonamiento
Ítem 6	Análisis de la cadena de argumentos	Código 1	Que explique paso a paso, el desarrollo de las igualdades y que establezca conexiones con elementos geométricos, y pueda distinguir el método de exahución que se establece al disminuir el intervalo de tiempo	Analizar razonamiento

		Código 2	Otras respuestas correctas o con un sólo en foque, sin que establezca conexiones.	Analizar razonamiento
		Código 4	Que tenga elementos correctos pero que también se encuentren algunos erróneos.	Analizar razonamiento
Ítem 6	Establecer conexiones	Código 1	Que establezca conexiones entre la velocidad media como la pendiente de recta secante a una curva, y la velocidad instantánea como la recta tangente a una curva en un punto.	Analizar razonamiento
		Código 2	Una respuesta cierta parcial, con un conjunto de otros elementos con los que no se les busca relacionar.	Analizar razonamiento
		Código 4	Manifieste ciertos elementos correctos, con una mezcla de elementos no correctos.	Analizar razonamiento

Actividad 4 (Velocidad instantánea)

Información para el alumno: En esta actividad tiene como propósito mostrar la conexión existente entre razón de cambio promedio y la razón de cambio instantánea.

Considera el mismo problema planteado en la actividad anterior. Cuando se deja caer un objeto, partiendo del reposo y desde una cierta altura, la distancia recorrida por ese objeto

está dada por $s(t) = \frac{1}{2}gt^2$, donde g es la constante de atracción gravitacional, y cuyo valor

es, aproximadamente: $g = 9.81 \frac{m}{s^2}$.

1. Determina el desplazamiento que sufre el objeto al transcurrir 1.8 segundos

Tiempo t (s)	Desplazamiento $s(t)$ (m)
0	
0.2	
0.4	
0.6	
0.8	
1	
1.2	
1.4	
1.6	
1.8	
2	

0	1	3	4	6
---	---	---	---	---

2. ¿La distancia recorrida en cada minuto por el objeto es constante?

0	1	4	5
---	---	---	---

3. ¿Cómo es el movimiento del objeto?

0	1	3	4	7
---	---	---	---	---

4. Calcule la velocidad promedio, para los diferentes intervalos de tiempo propuestos en la tabla. (Use un programa matemático o Excel)

Intervalo de tiempo Δt (s)	La velocidad promedio en $t=1.8$ s $\bar{v} = \frac{s(t + \Delta t) - s(t)}{\Delta t}$
0.1	
0.01	
0.001	
0.0001	

0	1	4	6
---	---	---	---

5. De acuerdo con la información que obtuviste en la tabla anterior, cual es la velocidad en el punto $t=1.8$ s _____

0	1	3	6
---	---	---	---

B) Determina la velocidad instantánea del objeto

Nota: recuerde que la velocidad instantánea esta definida por

$$\text{Velocidad instantánea} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

6. Reúnete con tus compañeros de grupo, y discutan la validez de la siguiente cadena de igualdades. Escriban a la derecha de cada una de ellas sus argumentos.

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{s(t + \Delta t) - s(t)}{\Delta t} \quad : \underline{\hspace{10cm}}$$

$$= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{s(t + \Delta t) - s(t)}{\Delta t} = \frac{1}{2} g \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{(t + \Delta t)^2 - t^2}{\Delta t} \quad : \underline{\hspace{10cm}}$$

$$= \frac{1}{2} g \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{t^2 + 2t\Delta t + (\Delta t)^2 - t^2}{\Delta t} \quad : \underline{\hspace{10cm}}$$

$$= \frac{1}{2} g \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (2t + \Delta t) \quad : \underline{\hspace{10cm}}$$

Entonces: $v = \frac{ds}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = gt \quad : \underline{\hspace{10cm}}$

Dado que $g = 9.81 \frac{m}{s^2}$ y $t = 1.8 \text{segundos}$, $v = 9.81 \frac{m}{s^2} \times 1.8s = : \underline{\hspace{10cm}} \frac{m}{s}$.

0	1	2	4	7
---	---	---	---	---

7. Usa un paquete *graficador* para bosquejar la función $s(t) = \frac{1}{2}gt^2$, donde $g = 9.81 \frac{m}{s^2}$.

¿Qué interpretación geométrica tienen, en esta gráfica, la velocidad media y la velocidad instantánea de un objeto que se deja caer libremente?

0	1	2	4	7
---	---	---	---	---

Conclusiones

El presente trabajo tiene como propósito general, presentar cómo se puede crear un instrumento de evaluación alternativa en matemáticas, la serie de perspectivas históricas y futuras, respecto a la evaluación presentadas han sido importantes para hacer una reflexión crítica, la evaluación es un término que genera conflicto entre los alumnos y el docente.

Las actuales tendencias pedagógicas como el constructivismo y la resolución de problemas, abre las posibilidades en el desarrollo del aprendizaje en las Matemáticas, como parte de su naturaleza, para que el alumno aprenda y entonces uno se cuestiona ¿cómo se que el alumno aprende?; aquí es donde interviene la evaluación, es ilógico considerar que para evaluar el aprendizaje bajo estas perspectivas de construcción del conocimiento a través de la resolución de problemas, se desarrolle una evaluación de manera tradicional, aplicando un examen que solo me identifique el producto del aprendizaje; actualmente se concibe como una parte formativa a la evaluación es decir existe una estrecha relación entre el aprendizaje y la evaluación.

La evaluación entonces se convierte en parte de la actividad docente, pues es un instrumento que puede guiar el aprendizaje, ya que se convierte en una actividad formativa que monitorea las dificultades que los alumnos encuentran, esto permite al docente reorientar su práctica educativa, la que se ve en constante retro alimentación.

En conclusión ¿para qué evaluar?, se puede decir que se evalúa para mejorar el aprendizaje del alumnado. ¿Qué evaluar? El aprendizaje convertido en objetivos, actitudes fijas que se puedan monitorear y encontrarse estandarizadas.

Por consiguiente el rendimiento escolar se puede ver fuertemente influenciado al aplicar una correcta evaluación de tipo formativa. Para esto se debe tener de manera fija los objetivos programados de los cuales se puede desglosar la evaluación, tanto como procesos y productos; y no sólo productos como en la evaluación tradicional.

Para la mayoría puede resultar difícil considerar que se pueda evaluar el aprendizaje; como se ha mencionado en el marco teórico, es importante resaltar que este se puede evaluar siempre y cuando encuentren atributos o rasgos estandarizables; el evaluar el aprendizaje en si mismo es algo subjetivo, pues cada persona piensa y actúa diferente. Al estandarizar, conceptos, actitudes, habilidades y procedimientos, es posible que se pierda información importante sobre el desarrollo del aprendizaje de cada alumno, pero lo que si permite es monitorear el aprendizaje para dar más garantía de que se alcanzó lo indispensable, e identificar algunas de las dificultades presentadas por cada alumno.

El manejar como docente dos instrumentos de evaluación a la vez, uno de corte cualitativo y otro cuantitativo; en donde el cuantitativo se desprenda de características observadas del cualitativo. Le permitirá al docente mejorar en la práctica educativa.

Es conocido que en nuestra labor educativa, nos encontremos con la existencia de aprendizajes no previstos, que son ignorados si sólo se evalúan en los objetivos. Esto no implica que los objetivos pierdan su importancia como guías y sistema de referencia, la flexibilidad con la que se considera a la evaluación, permitirá incorporarlos, siempre y cuando sea un elemento característico y repetitivo en algunos estudiantes.

La determinación de qué evaluar durante el proceso, está en estrecha relación con el conocimiento y los mecanismos del aprendizaje, es decir de cómo éste se produce, cuáles son sus regularidades, sus atributos, y sus condiciones en el contexto de la enseñanza.

Lograr que las características observables durante el desarrollo de las actividades de los alumnos, pasen de datos cualitativos a cuantitativos, permite hacer aplicable una evaluación justa que valla vinculada con la tendencia pedagógica propuesta.

A través de la transformación de estos datos en categorías; el docente puede codificar de acuerdo a sus objetivos asignando códigos a ciertas características; es aquí donde el alumno puede negociar su calificación, interactuando con el profesor sobre el valor asignado a cada código, e inclusive el mismo alumno puede ver como se encuentra situado según sus

conocimientos, habilidades desarrolladas y marcadas en los códigos, con lo que adquiere una retro alimentación.

No obstante, existe un caudal significativo de información que apunta a una identificación progresiva de aquellos aspectos que deben ser objeto de la evaluación a los efectos de ir valorando y regulando el proceso de enseñanza-aprendizaje desde su comienzo y durante su transcurso, a través de diversos momentos o etapas.

Algunas recomendaciones que caben resaltar para llevar a cabo la aplicación de estas actividades, es que se lleven dentro de una comunidad matemática es decir, considerando necesario que el alumno interactúe como ser social para construir su conocimiento y socializarse el mismo. En donde la función del docente sólo quede remitida a un instructor o mediador del desarrollo de la actividad. Es importante resaltar al alumno de la importancia que el juega dentro de la evaluación y que dentro de ella, el es un factor primordial, que este conciente que en el desarrollo de las actividades le estarán evaluado el grado de avances y desarrollo de algunos elementos estandarizados.

Bibliografía

A

ANIUES. *Concepción de la Evaluación* [en línea]<<http://www.anuies.mx/index1024.html>> [consulta: 26-01-2003]

Artigue, M. (1998). Enseñanza y aprendizaje del análisis elemental: ¿Qué se puede aprender en investigaciones didácticas y los cambios curriculares? *RELIME*. Vol. 1, no. 1, pp. 41-43.

B

Bezares, R. Díaz, M. A. (2002). *Seminario: Praxis Educativa*; Coordinación de Enlace Operativo en el Distrito Federal.

Batanero, C. (2001). *Didáctica de la estadística*. GEEUG, Granada.

C

Cantoral, R. y Mirón, H. (2000) Sobre el estatus de la noción de la derivada: De la epistemología de Joseph Louis Lagrange, al diseño de una situación didáctica, *RELIME*, Vol.3, No. 3, pp.265-292.

Casanova, M. (1995). *Manual de Evaluación Educativa*; La Muralla, Madrid.

Collazo, A. Y López, A. (1994) *Investigación Evaluativa de los Métodos de Evaluación y Calificación en el nivel primario de las escuelas públicas de Puerto Rico*. Centro de Investigaciones. Facultad de Educación. Universidad de Puerto Rico.

Crespo, Y. (2000). Reseña del libro “El espíritu creativo”. Periódico: La Estrella de Panamá, pp. C-4.

D

Decreto 126/1994, de la consejería de Educación y Ciencia [en línea]: Establecimiento de la enseñanza correspondiente al bachillerato en Andalucía; Objetivos y contenidos y criterios de evaluación en Matemáticas (26-07-1994),<<http://averroes.cec.junta-andalucia.es/~cephu1/comunicaciones/nuevos%20decretos/matematicas.PDF>> [Consulta: 16 de Enero 2003]

Díaz Barriga, A. (1985). Tesis para una teoría de la evaluación y sus derivaciones en la docencia, en *Didáctica y Curriculum*. Nuevomar, México.

Diccionario de las Ciencias de la Educación (1993). España. Santillana, Vol I y II.

G

González; M. (2001); "La evaluación del aprendizaje; tendencias y reflexión crítica", *Revista cubana Educación Media Superior*, Vol.15, No.1, pp. 85-96

I

Irwin, K. C. (1996). Young children's formation of numerical concepts: or $8=9+7$. En H Mansfield, N. A. Pateman, y N. Bednarz (Eds.), *Mathematics For tomorrow's young children. International Perspectives on Curriculum*. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

K

Kilpatrick, J. (1985). A retrospective account of the past 25 years of research on teaching mathematical problem solving. *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives*. Editor: Edward A. Silver. San Diego: Lawrence Erlbaum Associates. Págs: 1-15.

L

La Crónica de Hoy (México), La Crónica de Hoy [en línea]: *En Comprensión de Lectura y Matemáticas México es Reprobado*; (02-07-2004). <<http://www.cronica.com.mx/nota.php?idc=72726>> [Consulta: 14 de Noviembre del 2004]

Lara, R. Parker, R. Aviles, C. Manson, S. (1998); Un Estudio de Evaluación Educativa, Manipulativos en el Aprendizaje de las Matemáticas con Estudiantes Hispanos Adquiriendo Inglés Académico como Segunda Lengua *Bilingual Research Journal Bilingual Research Journal*, Vol. 3, & 4.

M

Moreno; L. & Waldegg; G. (1992), "*Constructivismo y educación matemática*", en educación matemáticas, Vol. 4, No. 2, México, pp. 9-12

Morris Klain, (1985), *Matemáticas la pérdida de la certidumbre, siglo XXI*, pp. 336-337

N

Navarrete, P. (1997). *Educación para el Cambio. Hacia un nuevo enfoque Antología*. Escuela Normal Superior “Profesor Moisés Sáenz Garza”, departamento de Psicopedagogía. Pp. 47-49

National Council of Teachers of Mathematics. (1990); *Professional Standards for Teaching mathematics*. Reston, VA: Autor.

National Council of Teachers of Mathematics. (1998); *Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática*, ed. Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000); *Principios y Estándares para la Educación Matemática*, ed. Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.

O

Orduño; H. (2004); *Calculo Diferencial*. Fondo de Cultura Económica. México D.F.

R

Reeves, T. & Okay, J. (1996). Alternative Assessment for constructivist Learning Environments. In Wilson, B. (Ed.) *Constructivist Learning Environments. Case Studies in Instructional Design*. New Jersey, Educational Technology Publications.

Romberg, T. A. (1993). How one comes to Know: Models and theories of the learning mathematics. En M. Niss (Ed.), *Investigations into assessment in mathematics education*. Pags.97-111. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

S

Sachs; G. (1975), *Decisión y evaluación, en educación, psicología; Guidance*, Barcelona, pp. 421.

Salinas; P.; Alanís; J.A.; Pulido; R.; Santos; F.; Escobedo; J.C. y Garza; J.L.; (2002), *Elementos del Calculo; Cuaderno de Apoyo*, ED. Trillas; pp. 37-49.

Sampieri; H. R. (2003); *Metodología de la investigación*, ED. McGraw-Hill, México.

Santos, L. (1996). Análisis de algunos métodos utilizan los estudiantes para resolver problemas matemáticos con varias formas de solución. *Educación matemática*. 8(2), pp. 57-69

Santos, L. M. (1997). *Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas* Editorial Ibero Americana.

Santos, L. (1998). Problematizar el estudio de las matemáticas: un aspecto esencial de la organización del currículum del aprendizaje de los estudiantes: *Didáctica*. Grupo editorial Iberoamericana; pp. 425-443.

SEP (1994) Estrategias de la evaluación en el aula. *La acreditación de los aprendizajes*. México DF. pp. 25.

Schonfeld, A. H. (1992) Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In d. Grouws (Ed), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp.334-370). National Council of Teachers of mathematics, New York; Macmillan

T

Torres, L. (1998) *Evaluación*. Escuela Normal Superior “Profesor Moisés Sáenz Garza”, departamento de Psicopedagogía.

Thurston, W. P. (1995). On Proof and progress in mathematics, publicado por la revista for the learning matmatics un mundo, 15(1), pp.29-37

U

UNESCO (América Latina y el Caribe). [En línea] *México lugar 33 en Materia Educativa* <<http://www.unesco.cl/esp/>> [consulta: 11 de diciembre 2004]

W

Woolfolk; A. E. (1998) *Psicología Educativa*, Editorial Prentice Hall.