

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

*ESCUELA SUPERIOR DE FÍSICA
Y MATEMÁTICAS*

**“EFECTO DEL ÁNGULO DE POLARIZACIÓN EN LA EFICIENCIA
DE DIFRACCIÓN EN EL CRISTAL DE BSO .”**

(CASO PERPENDICULAR)

TESIS

**Para obtener el Título de
Licenciado en Física y Matemáticas**

PRESENTA

IVÁN RENÉ CORRALES MENDOZA

DIRECTOR

Dr. Arturo Zúñiga Segundo

Febrero 2009

DEDICATORIA:

A mis padres

Doroteo Corrales A. y Gloria Mendoza J.

Por su infinito cariño, comprensión y apoyo en cada momento de mi formación.

AGRADECIMIENTOS

Al **Dr. Arturo Zúñiga Segundo** por haber aceptado dirigir éste trabajo, por su paciencia, observaciones, comentarios y apoyo los cuales fueron fundamentales para la realización y término del mismo.

A los Doctores: **Víctor David Granados García, Jaime Avendaño López, Rubén Mares Gallardo.** Y al Fis. **José Antonio Peralta,** por sus sugerencias y observaciones sobre este trabajo para que tuviera una mejor presentación y coherencia.

A **Cynthia Dennise Meza López** por su invaluable apoyo, comprensión y cariño que sirvieron de aliciente para la culminación de este trabajo.

A mis familiares y amigos por su incondicional y constante apoyo y a todos aquellos que indirecta o directamente y tal vez sin saberlo han permitido que se haya realizado éste trabajo.

ÍNDICE

I.- Introducción	1
II.- Antecedentes	3
II.1.- Índice de refracción	3
II.2.- Actividad óptica	4
II.3.- Materiales fotorrefractivos	5
III.- Métodos	8
III.1.- Ecuaciones del material	8
III.2.- Solución numérica	10
III.3.- Ecuaciones acopladas	13
III.4.- Solución numérica	17
IV.- Eficiencia de difracción	19
V.-Conclusiones	23
VI.- Bibliografía	24

1- Introducción

El efecto fotorrefractivo, ó cambio fotoinducido del índice de refracción de un material, ocurre cuando un cristal fotorrefractivo es iluminado por dos ondas de luz que forman un patrón de zonas claras y oscuras. Durante las últimas tres décadas, los materiales fotorrefractivos han sido objeto de muchos estudios debido a la gran variedad de aplicaciones que tienen en la transmisión y manipulación de información óptica. Algunos materiales fotorrefractivos y ferroeléctricos como el LiNbO_3 y el BaTiO_3 y no ferroeléctricos como el $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ (BSO), $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ (BTO) y $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ (BGO) han sido utilizados en el procesamiento óptico de señales, en holografía dinámica, en óptica de fase conjugada y en interconexión óptica de redes entre otras aplicaciones tecnológicas. En particular, los materiales fotorrefractivos de la familia de las silenitas han sido muy estudiados por su gran sensibilidad óptica y rapidez de respuesta (BTO, BSO, BGO).

En el estudio y la optimización de la respuesta física de los cristales fotorrefractivos resulta de gran utilidad, en primer lugar, modelar el proceso fotorrefractivo mismo y conocer los parámetros físicos específicos de los materiales que determinan el proceso. Es decir, resolver las ecuaciones del material. En segundo lugar es necesario modelar el proceso de acoplamiento que ocurre entre las dos ondas cuando éstas se propagan dentro del cristal, así como las características del proceso de grabado de la rejilla de índice de refracción y del proceso de lectura de la información grabada.

Existe una buena cantidad de trabajo reportado en la literatura sobre modelos teóricos para describir tanto el proceso fotorrefractivo como la propagación de los haces de luz en los materiales fotorrefractivos. La respuesta fotorrefractiva no-lineal de estos materiales se ha incrementado aplicando campos eléctricos externos (ac, dc rf) [1] y se ha optimizado con respecto a la orientación del cristal [2,3] y a la polarización de los haces incidentes. Sin embargo, la descripción del acoplamiento de las ondas en silenitas es complicado, ya que es de naturaleza vectorial debido a la presencia de la actividad óptica y la birrefringencia inducida al aplicar campos eléctricos externos. Inicialmente los trabajos tomaban en cuenta sólo una componente del campo eléctrico y el tensor dieléctrico era considerado como un escalar. En la actualidad existen trabajos con formulaciones tensoriales [4,5] para configuraciones ópticas longitudinales, transversales y diagonales de los cristales. Estas formulaciones incluyen los efectos elasto-óptico y piezo-eléctrico así como la birrefringencia y la actividad óptica [6, 7]. Para estas formulaciones se han propuesto soluciones analíticas para algunos casos específicos y soluciones numéricas no generales en otros casos. No obstante, en todas estas formulaciones se considera de una u otra manera, que la modulación de la luz y por tanto el índice de refracción grabado son constantes a lo largo de la dirección de propagación de los haces de luz. Esta es una suposición válida para acoplamiento débil o para muestras delgadas (<3mm), pero no para muestras gruesas ó acoplamientos intensos como aquellos que se dan en el régimen no

lineal de campos aplicados intensos que se estudian en este trabajo. En muestras gruesas hay una redistribución espacial del patrón de intensidad que cambia la modulación de la luz a lo largo del cristal y por tanto el índice de refracción viene a ser no uniforme de manera que tanto su amplitud como su fase son funciones de z , la coordenada a lo largo de la dirección de propagación de la luz. En particular, es posible crecer fibras ópticas de cristales de selenitas de varios centímetros [8,9].

El objetivo del presente trabajo es analizar, mediante simulación numérica, la variación del índice de refracción en cristales de BSO, así como el acoplamiento tensorial que ocurre al mezclar dos ondas dentro del cristal en el proceso de grabado y lectura de la rejilla de índice de refracción fotoinducida. En primer lugar encontrando las soluciones de las ecuaciones del material (que describen el efecto fotorrefractivo) así como, resolviendo las ecuaciones acopladas de dos ondas que viajan a través de un cristal birrefringente, fotorrefractivo y con actividad óptica. En segundo lugar, se incluye la variación de la rejilla de fase o rejilla fotorrefractiva con el grosor de la muestra. Las soluciones generales que se obtienen para las ecuaciones de acoplamiento de las dos ondas en el interior del cristal fotorrefractivo resultan ser una poderosa herramienta de cálculo numérico con la cual obtenemos la eficiencia de difracción en función del ángulo de polarización.

De esta manera nos es posible estudiar y optimizar la respuesta física de las selenitas al variar las características físicas de los cristales (la actividad óptica ρ y la absorción luminosa α) así como las características de los procesos de grabado y lectura de las rejillas de índice de refracción (campo eléctrico aplicado E_0 , modulación de la luz en la frontera del cristal m_0 y grosor del cristal z).

II.- Antecedentes.

En este trabajo abordamos un problema de la óptica no-lineal, en particular el efecto fotorrefractivo, que es muy relevante en una amplia variedad de aplicaciones tecnológicas potenciales en la fotónica y en la opto-electrónica. Una de las características de los materiales fotorrefractivos que los hace tan interesantes para aplicaciones tecnológicas es su gran sensibilidad a la luz incluso a niveles de muy baja iluminación (unos cuantos mW/cm^2). En buena medida, gracias al desarrollo del láser y su enorme impacto en las disciplinas que ahora se conocen como óptica no-lineal, óptica cuántica, y opto-electrónica, se ha dado un renacimiento de la óptica y sus consecuentes aplicaciones tecnológicas, como son las comunicaciones ópticas, las fibras ópticas, la computación óptica, la medición de ultra alta precisión, la holografía dinámica y los meta-materiales de índice de refracción negativo, entre otras.

II.1.- Índice de refracción

Supongamos que nuestro medio dieléctrico es un cristal, que está compuesto de un arreglo periódico de átomos y moléculas con ciertas simetrías al que se le aplica un campo eléctrico. Su respuesta física a este campo eléctrico se puede estudiar mediante la densidad de flujo eléctrico \vec{D} (o vector de desplazamiento eléctrico):

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}. \quad (2.1)$$

Este campo toma en cuenta fuerzas que alteran las posiciones de átomos o moléculas, sus orientaciones y formas e induce dipolos eléctricos, de tal manera que la polarización \vec{P} ó densidad de polarización, es la suma microscópica de los momentos de los dipolos eléctricos inducidos en los átomos y las moléculas del arreglo. Como este efecto ocurre en las tres dimensiones en notación tensorial tenemos que:

$$P_i = \epsilon_0 \chi_{ij} E_j \quad (2.2)$$

Donde χ es el tensor de susceptibilidad eléctrica. Si ahora consideramos el tensor dieléctrico ϵ_{ij} o de permitividad eléctrica

$$\epsilon_{ij} = \epsilon_0 (1 + \chi_{ij}) \quad (2.3)$$

Obtenemos:

$$D_i = \epsilon_0 (1 + \chi_{ij}) E_j = \epsilon_{ij} E_j \quad (2.4)$$

Este tensor es simétrico, de segundo orden y caracteriza las propiedades de un medio dieléctrico a través del índice de refracción de la siguiente manera:

$$\frac{\epsilon_{ij}}{\epsilon_0} = n_{ij}^2 \quad (2.5)$$

Es claro que los elementos del tensor dependen del sistema de coordenadas elegido al representar la orientación del cristal ya que la respuesta física del cristal, a un estímulo dado, depende de su simetría ya que esta determina propiedades físicas.

Cuando se escoge al sistema de coordenadas coincidente con los ejes y planos principales de un cristal, habrá tres índices de refracción (n_1, n_2, n_3) a lo largo de los ejes principales. Los cristales se clasifican en 32 clases de acuerdo con su simetría y estas clases se agrupan a su vez, según sus propiedades ópticas, en tres grupos: isotrópicos, uniaxiales y biaxiales.

Los cristales isotrópicos (son de simetría cúbica) poseen el mismo índice de refracción en las tres direcciones ($n=n_1=n_2=n_3$); los cristales uniaxiales (tetragonales, trigonales y hexagonales) poseen dos índices de refracción distintos ($n_1=n_2=n_o$ y $n_3=n_e$) y finalmente los cristales biaxiales (triclónicos, monoclónicos y ortorrómbicos) tienen 3 índices de refracción diferentes, uno para cada dirección. Nótese que todo estímulo que altere el estado de polarización de un material, afectará el índice de refracción del material. Esto significa que el índice de refracción de un material puede ser alterado por tensiones o compresiones, por variaciones térmicas, por campos eléctricos, etc.

II.2.- Actividad Óptica

La actividad óptica es una propiedad que tiene su origen en la estructura molecular helicoidal de cierto tipo de materiales, responsables de producir una rotación del plano de polarización de la luz (linealmente polarizada) que pasa a través de ellos, ver figura 2.1

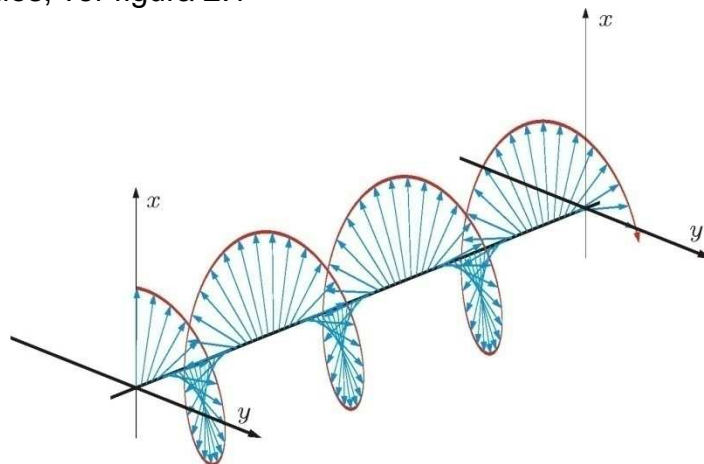


Figura 2.1 Rotación del plano de polarización por un medio con actividad óptica [10].

Cuando entra luz linealmente polarizada al cristal ésta se descompone en dos ondas debido a la torca producida por el arreglo de las moléculas, una con polarización circular hacia la derecha y otra con polarización circular hacia la izquierda. Así, estas ondas tienen distintos índices de refracción en el material y de aquí, velocidades distintas al viajar a través del medio. Esta diferencia de velocidades genera una diferencia de fase entre las ondas, que hace que el plano de polarización de la luz que atraviesa el cristal gire con respecto al plano de polarización de la luz que entra. La actividad óptica se expresa en términos del poder de rotación, ρ , o sea de la rotación por unidad de longitud (grados/cm)

$$\rho = \frac{\pi}{\lambda}(n_i - n_d) \quad (2.6)$$

Donde n_i y n_d son los índices de refracción asociados a las ondas circularmente polarizadas hacia la derecha o hacia la izquierda y λ es la longitud de onda de la luz propagándose a través del material. Este fenómeno para cristales de BSO es considerable ya que produce un giro del vector de polarización de una onda de alrededor de 2π cuando esta viaja un centímetro dentro del material (en el caso de BSO $\rho = 380$ grados /cm).

II.3.- Materiales fotorrefractivos

Los materiales fotorrefractivos son aquellos que exhiben un comportamiento foto-conductivo y además, un comportamiento electro-óptico.

El efecto foto-conductivo se presenta cuando un material en la oscuridad no es un conductor eléctrico y al ser iluminado, empieza a conducir una corriente eléctrica. Esto tiene su origen en la estructura de bandas de energía del material.

Por otro lado el efecto electro-óptico describe el cambio en el índice de refracción de un material al aplicar un campo eléctrico \mathbf{E} . Al aplicar un campo eléctrico las moléculas del material se polarizan, generando un cambio en las componentes del tensor dieléctrico y en las del índice de refracción del material.

Dado que los cambios inducidos en los índices de refracción por la aplicación de campos eléctricos o por la iluminación con haces de luz, suelen ser pequeños es posible expandirlos en potencias del campo eléctrico \mathbf{E} de tal manera que:

$$\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_{ij} = r_{ijk}E_k + s_{ijkl}E_kE_l \quad (2.7)$$

El término lineal de esta relación determina el efecto Pockels mientras que el término cuadrático describe el efecto Kerr. Los coeficientes electro-ópticos lineales y cuadráticos r_{ijk} y s_{ijkl} correspondientes son tensores de tercer y cuarto rango cuyos valores dependen de las simetrías de los cristales. En el caso de los cristales centro simétricos el efecto electro-óptico lineal desaparece y para cristales de la familia de las silenitas el coeficiente es el mismo para las tres direcciones $r_{ij} = r_{41}$.

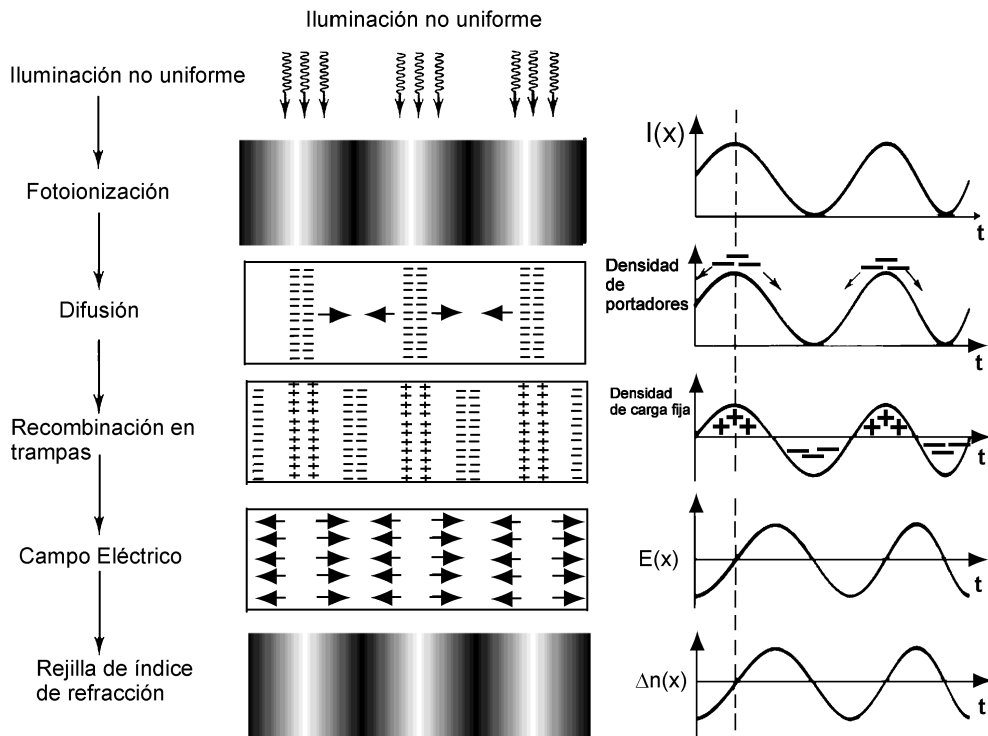


Figura 2.2 Respuesta fotorrefractiva de un material a un patrón sinusoidal de luz [10].

Al ser iluminado un material fotorrefractivo, con un patrón de iluminación de claros y oscuros, se crea una distribución no uniforme de carga eléctrica como resultado de la migración de portadores de carga (electrones) de las regiones brillantes, regiones de alto campo eléctrico a las regiones oscuras de baja intensidad de campo eléctrico. Desde el punto de vista de la teoría de bandas, los portadores de carga eléctrica se excitan por la luz desde los sitios donadores (niveles energéticos dentro de la brecha de energías prohibidas introducidos por la presencia de impurezas y/o defectos en la red cristalina) a la banda de conducción donde se desplazan por efectos térmicos de difusión y de deriva para después eventualmente ser recapturados por los donadores ionizados. Esta redistribución de carga genera un campo de carga espacial que a su vez genera el cambio en el índice de refracción del material a través del efecto electro-óptico lineal (Pockels). Así, los materiales fotorrefractivos tienen la capacidad de almacenar y detectar distribuciones espaciales de intensidad óptica en la forma de patrones espaciales de índice de refracción. Es claro que esta capacidad proviene del hecho de que la fotoredistribución de carga eléctrica produce un campo eléctrico interno que, a su vez, altera el índice de refracción del material por el efecto electro-óptico.

El material fotorrefractivo que estudiamos en este trabajo es el $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ (BSO), donde el silicio se reemplaza en el centro de la estructura cristalina. Este material pertenece a la familia de las silenitas que son cristales con una estructura cúbica centrada en el cuerpo, pertenecientes al grupo I23. Según la clasificación óptica de los cristales, las silenitas son isotrópicas. Además del efecto fotorrefractivo, estos materiales presentan otros dos efectos bajo la propagación de la luz: la birrefringencia, que describe la presencia de más de un índice de refracción en el material al ser sometido a la acción de un campo eléctrico externo y la actividad óptica, que es una propiedad que hace girar el plano de polarización de la luz al viajar ésta por el material. Estos cristales poseen una respuesta muy rápida a la iluminación, alcanzan una alta foto-sensibilidad (comparable a la de las placas fotográficas $300 \mu\text{J cm}^{-1}$) y el tiempo de almacenaje de la información grabada en ellos es relativamente alto, especialmente si se emplean técnicas de fijado. Así mismo, al igual que todos los cristales fotorrefractivos tienen reciclabilidad ilimitada. La capacidad de almacenamiento de información en estos materiales es mucho mayor ($\cong 10^4$ veces) que en materiales magnéticos.

III.- Métodos

III.1.- Ecuaciones del material

El modelo de transporte de banda desarrollado por N. Kukhtarev [11] es el más utilizado para explicar el efecto fotorrefractivo y aunque implica varias aproximaciones contiene la física del comportamiento de los materiales fotorrefractivos. La descripción de los procesos de excitación, transporte y recombinación que ocurren en los materiales fotorrefractivos al ser iluminados por dos haces de luz coherente linealmente polarizados que forman un patrón de interferencia de tipo senoidal, se modela mediante un sistema de ecuaciones diferenciales parciales no lineales y acopladas que se describen a continuación.

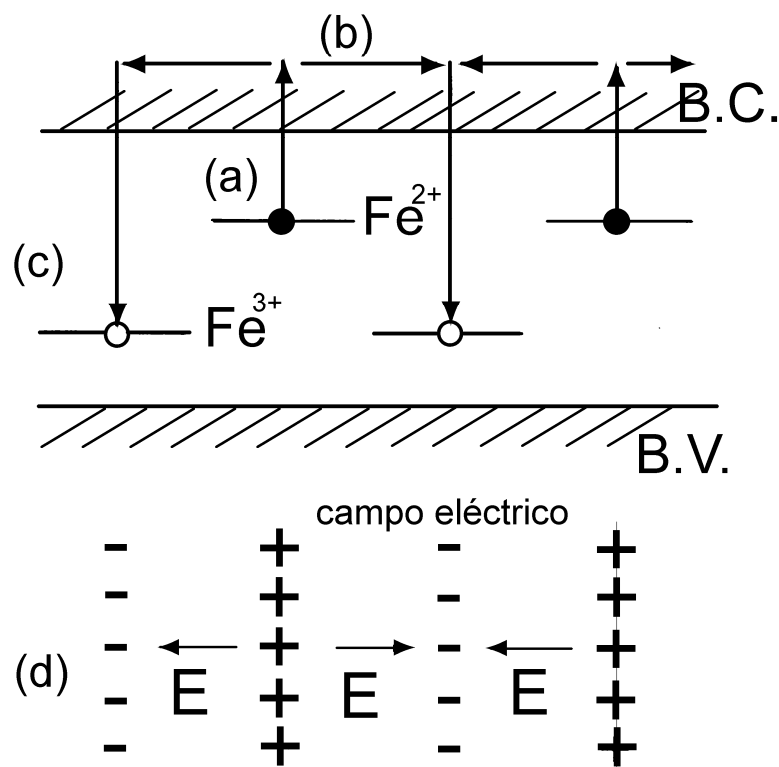


Figura 3.1 Modelo de transporte de banda para el efecto fotorrefractivo en particular en $LiNbO_3$ y/o $KNbO_3$ entre otros materiales impurificado con Fe. [10]

-Excitación y recombinación (a y c)

Suponemos que en el material existe un sólo tipo de centros activos donde ocurre tanto la fotoionización como la recombinación. Los centros activos en muchos materiales son impurezas de hierro (Fe) que crean un nivel de energía entre la banda de valencia (BV) y la banda de conducción (BC). Estos centros son donadores potenciales inmóviles que tienen una densidad volumétrica N_D , de los cuales una fracción N_D^+ de estas impurezas (Fe^{2+}) son centros para la foto-

excitación de electrones y los restantes ($N_D - N_D^+$) de impurezas no ionizadas (Fe^{3+}) son centros para la recombinación de los electrones.

Así, la rapidez de cambio de la densidad de donadores ionizados dependerá de la rapidez de generación de donadores ionizados por la iluminación $(sI + \beta)(N_D - N_D^+)$ y de la rapidez de recombinación γN_D^+ :

$$\frac{\partial N_D^+}{\partial t} = (sI + \beta)(N_D - N_D^+) - \gamma N_D^+ \quad (3.1)$$

Donde s es la sección transversal de fotoionización, I la intensidad de la iluminación, β ($N_D - N_D^+$) la rapidez de generación térmica de portadores, n la densidad de electrones o portadores de carga en la banda de conducción y γ la constante de recombinación.

-Transporte (b).

La densidad de electrones móviles en la banda de conducción que migran de las regiones luminosas a las oscuras está dada por:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = (sI + \beta)(N_D - N_D^+) - \gamma n + \frac{1}{e} \nabla \cdot \mathbf{J} \quad (3.2)$$

Donde e es la carga electrónica y \mathbf{J} es la densidad de corriente. Esta corriente se establece a lo largo de la dirección X y tiene tres contribuciones: la componente de difusión, $eD\nabla n$ que se establece debido al gradiente de concentración de cargas y que depende de la movilidad electrónica μ , de la constante de Boltzman y de la temperatura T ; la componente de deriva $e\mu nE$ ó la corriente de conducción originada por el campo eléctrico total que incluye el campo eléctrico de carga espacial fotoinducido E_{sc} y el campo eléctrico externo E_0 .

$$\mathbf{J} = eD\nabla n + e\mu nE \quad (3.3)$$

- Campo de carga espacial. (d).

La redistribución de la densidad de la carga espacial $\rho(x,y)$ dada por $e(N_D^+ - N_A - n)$ genera un campo de carga espacial E_{sc} que de acuerdo con la Ley de Gauss es:

$$\nabla \cdot (\epsilon_0 \epsilon E_{sc}) = e(N_D^+ - N_A - n) \quad (3.4)$$

Donde ϵ_0 es la permitividad del vacío y ϵ la constante dieléctrica estática del material. La ecuación de la variación temporal del campo de carga espacial $E_{sc}(X, t)$ se obtiene derivando la ecuación (3.4) con respecto al tiempo.

- Índice de refracción.

Como ya se explicó anteriormente la distribución del campo de carga espacial, que aparece dentro del cristal, genera una modulación en la variación del índice de refracción debido al efecto electro-óptico lineal de tal manera que:

$$\Delta n(x, z) = \frac{1}{2} n_0^3 r_{eff} E_1(x, m(z)) = \frac{1}{2} n_0^3 r_{eff} E_1(x, z) \quad (3.5)$$

Donde E_1 es la primera componente de Fourier del campo de carga espacial, n_0 el índice de refracción no perturbado, Δn la variación del índice de refracción y r_{eff} el coeficiente electro-óptico efectivo.

Algunas de las aproximaciones que contiene este modelo son la consideración de un sólo tipo de portadores de carga (electrones) y un sólo tipo de centros involucrados en la donación y captura de los portadores de cargas eléctricas.

El conjunto de las primeras cuatro ecuaciones constituyen las llamadas ecuaciones del material y no pueden desacoplarse ni tienen una solución analítica para el caso general.

III.2. Soluciones numéricas de las ecuaciones del material

Se resolvió numéricamente el conjunto de ecuaciones que describen el modelo de Kukhtarev sin restricciones en el cociente de modulación, sin considerar la recombinación lineal y para cualquier valor del tiempo durante el proceso de grabación dinámica. De las soluciones numéricas que se obtuvieron se construyó la evolución en el tiempo, tanto del campo de carga espacial en el interior de un cristal fotorrefractivo, como de las densidades de electrones, de donadores y de trampas desde tiempo cero hasta alcanzar el estado estacionario.

Utilizamos un programa de cálculo [12] desarrollado con una rutina existente en la literatura que utiliza un método de líneas usando un procedimiento de colocación de elementos finitos con polinomios de segundo orden para la discretización de la variable espacial x . La solución aproximada para cada tiempo es un polinomio de segundo orden para cada subintervalo (y_n, y_{n+1}) . Imponiendo la condición de continuidad al polinomio y a su primera derivada en cada extremo del subintervalo y estableciendo las condiciones iniciales congruentes con las condiciones de frontera adecuadas a este problema se calcula la evolución de campo de carga espacial como función de x . Se realiza esta rutina múltiples veces desde 10^{-8} segundos hasta llegar al estado estacionario.

Con el fin de analizar el efecto fotorrefractivo en los cristales de silenita en el régimen no lineal (aplicación de campos intensos y altas modulaciones de la luz), se estudiaron varios casos de campo eléctrico aplicado de 5 KV/cm considerándose varios valores de la modulación de la luz en cada uno de estos casos ($m_0 = 0.1, 0.3, 0.6, 0.9$) y varias longitudes de onda de la rejilla de interferencia ($\Lambda = 0, 5, 1, 2, 4, 5, 10, 20$), para el cristal de BSO. Los parámetros utilizados en los cálculos se encuentran en la Tabla 3.1.

- Evolución espacial y temporal del campo de carga espacial

En la figura 3.2 se muestra, para el caso de BSO, la evolución espacial del campo de carga espacial con respecto a X para un campo aplicado de 5kV/cm, una modulación de la luz $m_0 = 0.9, 0.6$ y diferentes tiempos de iluminación indicados por la flecha rotulada con la letra t . Pudimos observar que se requiere mayor tiempo para llegar al estado estacionario conforme mayor es el campo aplicado y menor es la intensidad de la iluminación.

Una vez obtenidos los campos de carga espacial E_{sc} para todos los conjuntos de condiciones de grabado mencionadas anteriormente, calculamos la primera componente de Fourier del campo de carga espacial y con ellas la variación del índice de refracción (ecuación 3.5) debido al efecto electro-óptico lineal. Cabe hacer notar que si se satisface la condición de Bragg, sólo la componente, fundamental de Fourier del campo de carga espacial, E_1 , es importante.

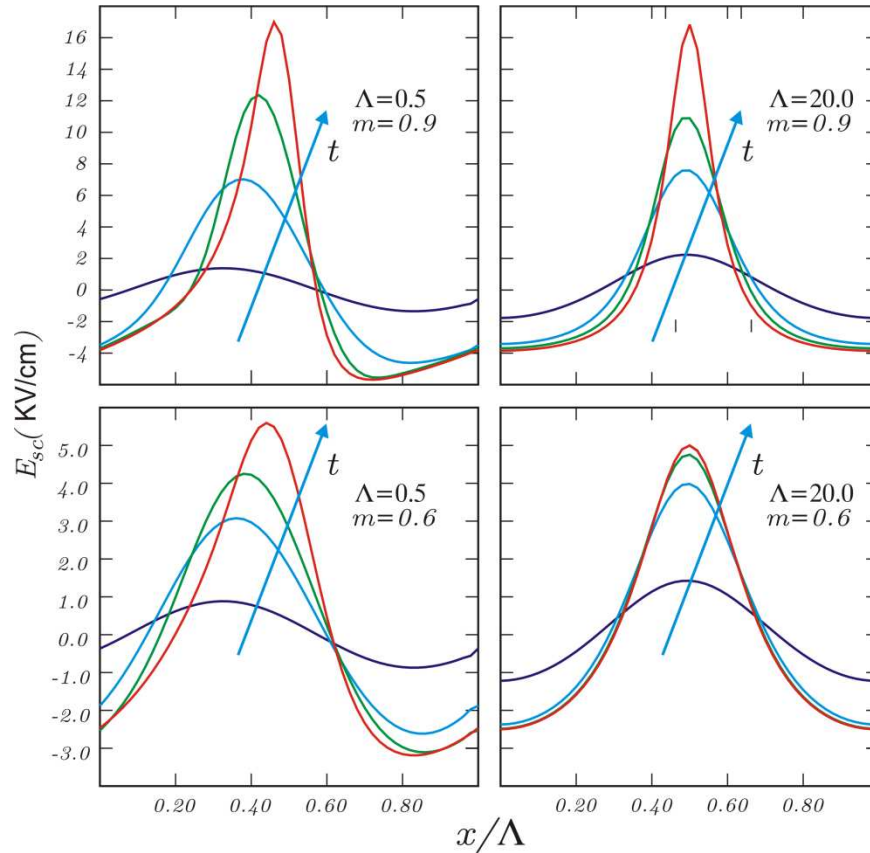


Figura 3.2 Evolución espacial del campo de carga espacial para BSO grabado con 5kV/cm y $m_0=0.9, 0.6$ para distintos tiempos indicado por la flecha.

En la figura 3.3 mostramos la evolución temporal de la amplitud del campo de carga espacial desde el inicio del grabado hasta que llega a estado estacionario. También incluimos la primera y segunda componente de Fourier, E_1, E_2 , del campo de carga espacial E_{sc} . Como en el caso anterior si se satisface la condición de Bragg, sólo la componente, fundamental de Fourier del campo de carga espacial, E_1 , es importante. La amplitud de esta primera componente del campo de carga espacial E_1 así como la fase entre el índice de refracción grabado y el patrón de iluminación Φ_g se calculan [12] para cada uno de los casos mencionados.

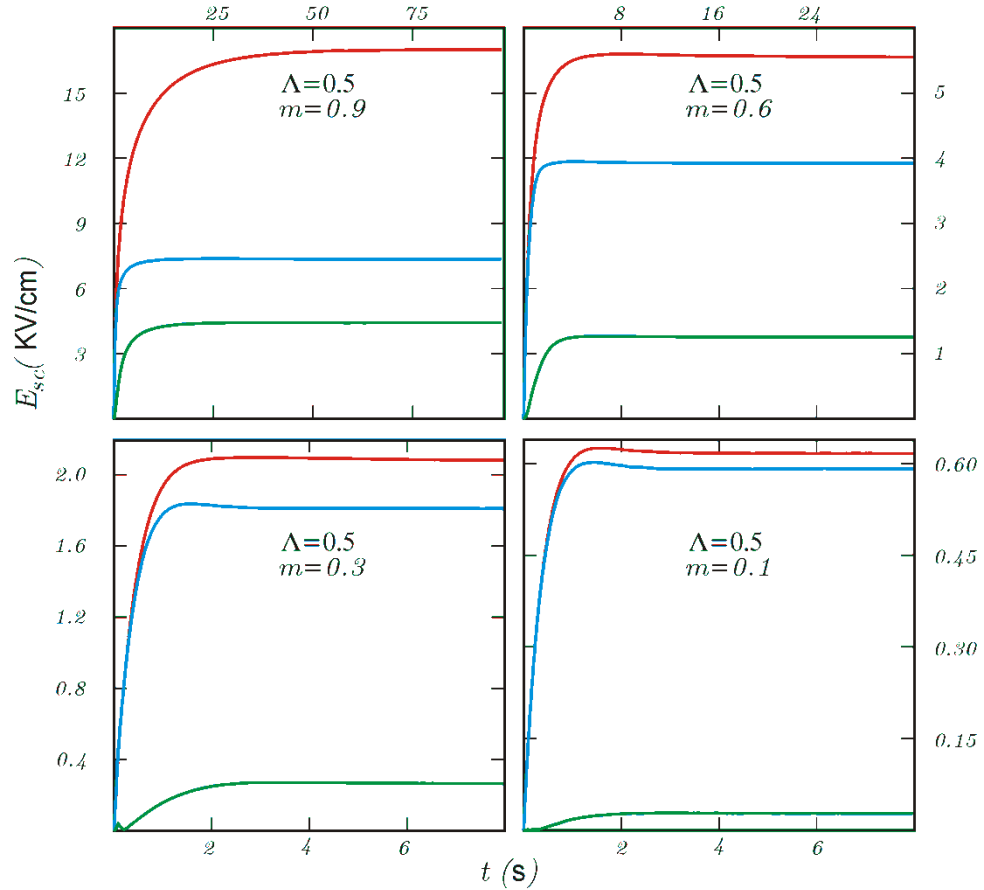


Figura 3.3. Evolución temporal de la amplitud del campo de carga espacial E_{sc} (rojo); de su componente fundamental E_1 (azul) y la segunda componente fundamental E_2 (verde) para BSO grabado con 5kV/cm , $m_0=0.9, 0.6, 0.3$ y 0.1 y $\Lambda=0.5\mu\text{m}$.

Nótese que la amplitud del campo de carga espacial E_{sc} depende de la modulación m de la luz. Sin embargo, esta modulación varía tanto a lo largo de la muestra en la dirección \mathbf{z} como en el tiempo mientras se propagan los haces de luz que graban la rejilla fotorrefractiva. Esto nos permite calcular el campo de carga espacial como función de \mathbf{z} y por tanto también el índice de refracción como función de \mathbf{x} y \mathbf{z} . Esto es, como:

$$E_1 = E_1(x, m) = E_1(x, m(z)) = E_1(x, z)$$

Entonces

$$\Delta n(x, z) = \frac{1}{2} n_0^3 r_{eff} E_1(x, m(z)) = \frac{1}{2} n_0^3 r_{eff} E_1(x, z)$$

De manera que, para cada z , al conocer el valor de la modulación de la luz $m(\mathbf{z})$, por interpolación encontramos el valor correspondiente de E_1 y así por consiguiente obtenemos $\Delta n(\mathbf{z})$.

Habiendo obtenido el campo de carga espacial podemos ahora estudiar la propagación de las dos ondas de luz en los cristales de silenitas mediante un conjunto de ecuaciones acopladas que se obtienen a partir de la ecuación de onda que se describirán a continuación.

ϵ	Constante dieléctrica.	56
n	Índice de refracción promedio.	2.5
r_{eff}	Coefficiente Electro-óptico (mV^{-1})	4.7×10^{-12}
N_D	Densidad de donadores (m^{-3})	10^{25}
N_A	Densidad de aceptores (m^{-3})	10^{22}
μ	Movilidad ($cm^2 V^{-1}$)	1×10^{-7}
γ	Constante de recombinación ($m^3 s^{-1}$)	1.6×10^{-17}
s	Sección eficaz de fotoionización ($m^2 J^{-1}$)	1×10^{-5}
α	Coefficiente de absorción (cm^{-1}) para $\lambda = 532$ nm	0.65
I_0	Intensidad promedio (mW/cm^2).	5.0
ρ	Actividad óptica ($^\circ/cm$) para $\lambda = 532$ nm	386

Tabla 3.1.- Valores de los parámetros físicos relevantes de cristales de BSO

III.3.- Ecuaciones Acopladas

En la figura 3.5 mostramos la configuración que vamos a resolver, donde el eje cristalográfico [001] es perpendicular al vector de onda K_G que ahora, está orientado a lo largo de [110], paralelo al campo aplicado. Los ejes X y Z son paralelo y antiparalelo a los ejes [110] y $[-110]$ respectivamente. Aquí, la propagación de los haces es a lo largo del eje z. Analizamos la propagación, en la dirección z, de dos haces de luz monocromática, con amplitudes complejas R y S, que inciden sobre una muestra de silenita al ángulo de Bragg θ , para las configuraciones del vector de la rejilla fotorrefractiva $K_G \parallel$ paralelo [110]. Cada onda tiene dos componentes una, a lo largo de la dirección de \hat{u}_M perpendicular al plano (y-z) y la otra, a lo largo de la dirección \hat{u}_E , paralela a dicho plano.

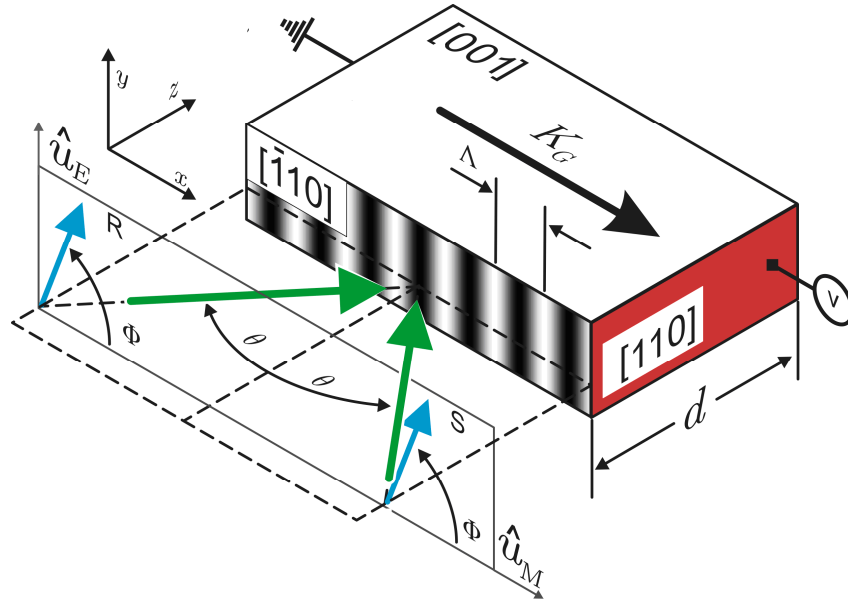


Figura 3.4. Orientación del cristal. K_G paralelo a $[110]$. La línea punteada está en el plano de incidencia.

El campo eléctrico total de estas dos ondas monocromáticas es la superposición de ellas:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \vec{R}(z) \exp(-i\vec{k}_1 \cdot \vec{r} + \Psi_R) + \vec{S}(z) \exp(-i\vec{k}_2 \cdot \vec{r} + \Psi_S) \quad (3.6)$$

Donde k_1, k_2 son los vectores de onda y Ψ_R, Ψ_S son las fases de los haces, que los podemos escribir en función de sus amplitudes complejas R_E, R_M, S_E y S_M como:

$$\vec{S}(z) = S_E(z)\hat{u}_E + S_M(z)\hat{u}_M \quad \text{y} \quad \vec{R}(z) = R_E(z)\hat{u}_E + R_M(z)\hat{u}_M$$

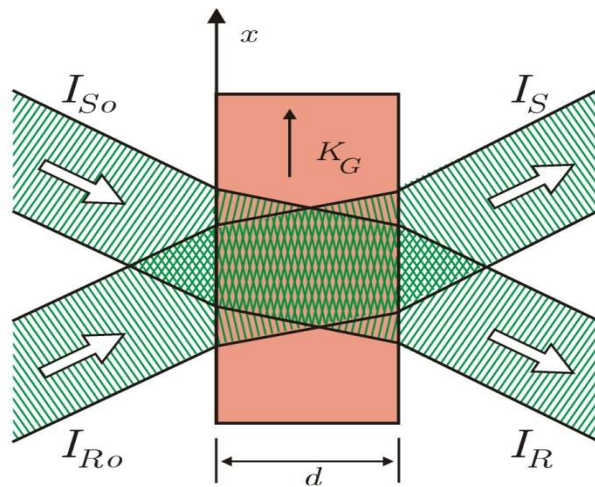


Figura 3.5. Descripción del acoplamiento de dos ondas planas en un material fotorrefractivo. Los haces incidentes I_{R0} e I_{S0} forman el patrón de interferencia a lo largo del grosor d del cristal.

Estos dos haces forman un patrón de interferencia descrito por $I(\vec{r}) = \left| \vec{A}(\vec{r}) \right|^2$ que toma la forma:

$$I(x) = I_0(1 + |m(z)| \cos kx) \quad (3.7)$$

Donde I_0 es la intensidad total de la luz y $m(z)$ una variable compleja que representa la modulación de la luz del patrón de interferencia que varía a lo largo del espesor de la muestra como:

$$m(z) = 2 \frac{S_E(z)R_E(z)^* + S_M(z)^*R_M(z)}{I_0} \quad (3.8)$$

Para la configuración del vector de onda de la rejilla mencionado se obtienen las ecuaciones de acoplamiento de haces de luz substituyendo la estructura del campo $\vec{A}(r)$ de la ecuación (3.6) y el tensor de desplazamiento eléctrico en la ecuación de onda para el estado estacionario (ecuación de Helmholtz).

$$\nabla^2 \vec{A}(r) + \frac{k_0^2}{\epsilon_0} \vec{D}(r) = 0 \quad (3.9)$$

Los cristales de silenitas que se estudiaron son electro-ópticos, birrefringentes y tienen actividad óptica natural, por tanto el vector de desplazamiento eléctrico está dado por [13]:

$$D_i = \epsilon_0 (\epsilon_{ij} + G_{ij} + \Delta\epsilon_{ij}) E_j \quad (3.10)$$

Donde ϵ_{ij} es el tensor dieléctrico en ausencia de actividad óptica y de acoplamiento electro-óptico:

$$\epsilon_{ij} = (n_0^2 + \frac{i\alpha n_0}{k_0}) \delta_{ij} \quad (3.11)$$

n_0 es el índice de refracción del material, α el coeficiente de absorción para cada longitud de onda, k_0 es el vector de onda de la luz y δ_{ij} la delta de Kronecker.

$\Delta\epsilon_{ij}$ es el cambio en el tensor dieléctrico inducido por el efecto lineal electro-óptico ó de Pockels:

$$\Delta \left(\frac{1}{\epsilon} \right)_{ij} = -n_o^4 r_{ijk} E_k \quad (3.12)$$

Donde r_{ijk} son los coeficientes electro-ópticos y E_k es la componente j del campo, ya sea externamente aplicado ó inducido por la redistribución de carga eléctrica (campo de carga espacial) y finalmente G_{ij} es el tensor anti-simétrico que describe la actividad óptica y que para cristales isotrópicos toma la forma:

$$G_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & -a \\ -a & 0 \end{pmatrix} \quad \text{donde} \quad a = \frac{\lambda n_o \rho}{\pi} \quad (3.13)$$

Finalmente, sustituimos las componentes del tensor de desplazamiento eléctrico expresadas en el sistema de propagación de la luz, para cada una de las orientaciones, en la ecuación de Helmholtz, despreciamos las segundas derivadas en la dirección de propagación y obtenemos de manera similar a Marrakchi.

El siguiente conjunto de ecuaciones diferenciales para las variaciones de las amplitudes complejas de los haces. Para la orientación K_G paralelo a [110] [13,16]:

$$\begin{aligned}
\frac{dR_M(z)}{dz} &= -(\rho + i\kappa_0)R_E(z) - i\kappa_1(z)S_E(z) - \frac{\alpha}{2}R_M(z) \\
\frac{dR_E(z)}{dz} &= (\rho - i\kappa_0)R_M(z) - i\kappa_1(z)S_M(z) - \frac{\alpha}{2}R_E(z) \\
\frac{dS_M(z)}{dz} &= -(\rho + i\kappa_0)S_E(z) - i\kappa_1^*(z)R_E(z) - \frac{\alpha}{2}S_M(z) \\
\frac{dS_E(z)}{dz} &= (\rho - i\kappa_0)S_M(z) - i\kappa_1^*(z)R_M(z) - \frac{\alpha}{2}S_E(z)
\end{aligned} \tag{3.14}$$

En este conjunto de ecuaciones κ_0 es el parámetro que representa el efecto de la birrefringencia o sea, la variación de la magnitud del índice de refracción inducido por el campo eléctrico aplicado E_0 :

$$\kappa_0 = \frac{2\pi\Delta n_0}{\lambda \cos \theta} \quad \text{y} \quad \Delta n_0 = \frac{n_0^3 r_{eff} E_0}{2} \tag{3.15}$$

Donde al igual que antes n_0 es el índice de refracción promedio de la muestra, λ es la longitud de onda de los haces monocromáticos, θ es el ángulo de incidencia de Bragg y r_{eff} es el coeficiente electro-óptico efectivo. Nótese que este factor no depende de z .

κ_1 es el parámetro que representa el efecto de la variación del índice de refracción $\Delta n(z)$ generado por el campo de carga espacial E_{sc} cuya amplitud es $E_1(z)$ la primera componente en la expansión en serie de Fourier y ϕ el ángulo de fase entre el patrón de interferencia de la luz y el índice de refracción.

$$\kappa_1(z) = \frac{\pi\Delta n_1(z)}{\lambda \cos \theta} \quad \text{y} \quad \Delta n_1(z) = \frac{n_0^3 r |E_1(z)|}{2[m(z)]} e^{i\phi} * m(z)$$

Por tanto

$$\kappa_1(z) = \frac{\pi}{\lambda \cos \theta} \frac{n_0^3 r |E_1(z)|}{2} \exp i(\phi(z) + \psi_m(z)) \tag{3.16}$$

$\psi_m(z)$ es la fase de la modulación de la luz $m(z)$. Para simplificar podemos llamar a la fase total del índice de refracción Ψ_T donde $\Psi_T(z) = \Psi_m(z) + \phi(z)$. Nótese que $\kappa_1(z)$ es una variable compleja y es función de z .

III.4.- Solución Numérica

Las soluciones de este conjunto de ecuaciones diferenciales parciales (3.14) deben cumplir dos condiciones: primero, las soluciones deben ser auto-consistentes y segundo, deben tomar en cuenta la variación con respecto a z del campo de carga espacial y de la modulación de la luz. La condición de auto-consistencia de las soluciones se refiere al hecho de que los cambios en las intensidades y fases de las ondas causan un cambio en la modulación de la luz y por tanto en el índice de refracción y estos a su vez inducen también nuevos cambios en las intensidades de los haces. Por otro lado, los conjuntos de ecuaciones tendrán soluciones analíticas cuando los elementos de las matrices sean constantes. Las soluciones para la geometría son:

$$\begin{aligned}
 S_M(z) &= (C_1 \exp(-iaz) + C_2 \exp(iaz) + C_3 \exp(-ibz) + C_4 \exp(ibz)) \exp(i(\psi_0 + \phi_0) - \alpha z / 2) \\
 S_E(z) &= (C_1 g \exp(-iaz) - C_2 g \exp(iaz) - C_3 h \exp(-ibz) + C_4 h \exp(ibz)) \exp(i(\psi_0 + \phi_0) - \alpha z / 2) \\
 R_M(z) &= (C_1 g \exp(-iaz) - C_2 g \exp(iaz) + C_3 h \exp(-ibz) - C_4 h \exp(ibz)) \exp(-\alpha z / 2) \\
 R_E(z) &= (C_1 \exp(-iaz) + C_2 \exp(iaz) + C_3 \exp(-ibz) + C_4 \exp(ibz)) \exp(-\alpha z / 2) \quad (3.17)
 \end{aligned}$$

Aquí C_1 , C_2 , C_3 , y C_4 son constantes evaluadas al comienzo de cada rebanada localizada en z_0 y dependen de los valores de las amplitudes complejas en ese punto así como de $\kappa(z_0)$. a , b , g , y h son:

$$\begin{aligned}
 a &= \sqrt{(k_0 + k_1)^2 + \rho^2} & b &= \sqrt{(k_0 - k_1)^2 + \rho^2} \\
 g &= \frac{\sqrt{(k_0 + k_1)^2 + \rho^2}}{k_0 + k_1 - i\rho} & h &= \frac{\sqrt{(k_0 - k_1)^2 + \rho^2}}{k_0 - k_1 - i\rho}
 \end{aligned}$$

La propagación de las ondas en el semiplano infinito es uno de los problemas canónicos de la óptica clásica [14]. Los primeros resultados cuantitativos fueron dados por Fraunhofer y posteriormente por Fresnel. Sus teorías apuntaban hacia los cálculos de patrones de difracción producidos por aberturas. A principios del siglo XX, Sommerfeld trabajó la teoría rigurosa de la difracción para un semiplano metálico. La propagación de haces en el semiplano infinito con inhomogeneidades, puede ser simulado numéricamente. El procedimiento matemático involucrado se llama método de propagación de haces, (B.P.M, Beam Propagation Method) [15].

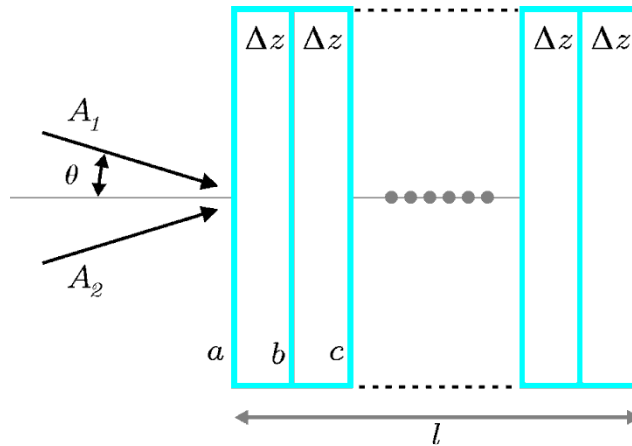


Figura 3.6. Esquema de secciones para el BPM modificado. Observe que la guía de longitud l se dividió en n intervalos de tamaño Δz .

La implementación es como sigue:

- 1.- Con la intensidad inicial I_0 , proponemos un valor a la modulación m_0 y por medio de la relación (3.8), encontramos los campos A_1 y A_2 definidos en la cara (a). Las fases las podemos considerar variables o cero, según se requiera en el cálculo.
- 2.- Con el valor de m_0 , podemos interpolar numéricamente los valores de la componente de Fourier del campo de carga espacial y los valores de su fase ϕ para una determinada longitud de onda de la rejilla Λ . Con esta interpolación es posible calcular la constante de acoplamiento $\kappa_1(z)$ definida por la ecuación (3.16).
- 3.- Conocida $\kappa_1(z)$, con ayuda de la ecuaciones (3.17) determinamos los valores para las constantes C_1 , C_2 , C_3 y C_4 en la cara (a), es decir, para $z=0$.
- 4.- Con los valores de las constantes, nuevamente con ayuda de las ecuaciones (3.17), determinamos los valores de los campos A_1 y A_2 en la cara (b), es decir, para $z = \Delta z$.
- 5.- En la cara (b) con ayuda de la ecuación (3.8), determinamos la magnitud y la fase de la modulación m ; interpolamos los valores de la componente de Fourier del campo de carga espacial y los valores de su fase ϕ y recalculamos las constantes C_1 , C_2 , C_3 y C_4 en la cara (b) y como consecuencia calculamos los valores de los campos A_1 y A_2 en la cara (c).
- 6.- Repetimos este algoritmo hasta el final de la guía de longitud l .

IV.- Eficiencia de difracción

La información grabada en el cristal en forma de variaciones espaciales del índice de refracción se puede recuperar o leer iluminando el cristal donde previamente se ha grabado la rejilla de difracción con un solo de los haces de grabado, que ahora viene a ser un haz de lectura. Este haz de lectura se acopla, a través de la rejilla de índice de refracción, con el haz difractado. Sin embargo, dado que al iluminar la muestra nuevamente los electrones vuelven a ser foto-excitados y estos tienden a recombinarse con las trampas o centros activos, la rejilla de índice de refracción puede tender a borrarse. Se han desarrollado varias técnicas para evitar el desvanecimiento de la rejilla como es el fijado térmico del holograma, sin embargo, una vez fijada la rejilla de esta manera ya no puede ser borrada por métodos ópticos y por tanto ya no es reciclable.

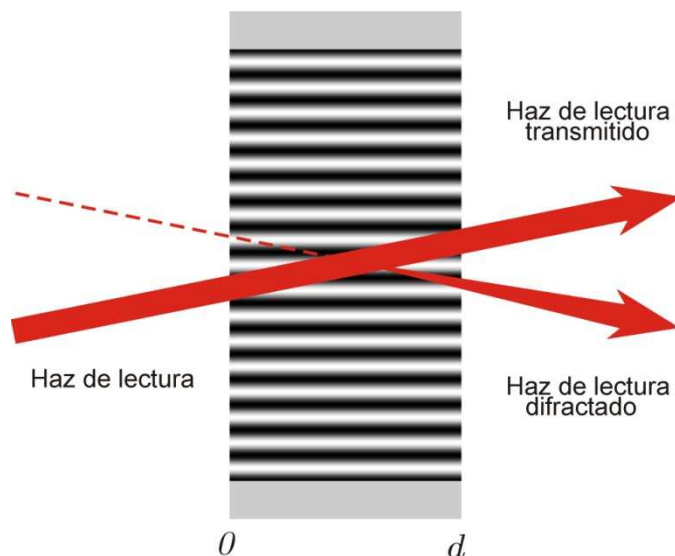


Figura 4.1 Esquema del proceso de grabado y lectura de una rejilla de índice de refracción. El haz de lectura I_R se acopla a través de la rejilla de índice de refracción con el haz difractado I_d

Otro método que se utiliza para leer la rejilla consiste en utilizar diferente longitud de onda para el proceso de grabado y el de lectura. Los haces de grabado tienen una longitud de onda de $\lambda=514$ nm (luz verde) y el haz de lectura de $\lambda=633$ nm (luz roja) y de mucho menor intensidad para evitar borrar la información (fig. 4.1)

Para describir el proceso de lectura utilizamos las mismas ecuaciones acopladas 3.14. Tomamos en cuenta nuevamente la aproximación paraxial, los efectos de birrefringencia, de actividad óptica y de absorción para la nueva longitud de onda. Ahora las condiciones iniciales cambian ya que sólo hay un haz incidente o de lectura $\vec{A}_1 = \vec{A}_i$, que se acopla con el haz difractado a través de la rejilla de índice

de refracción previamente grabada, de tal manera que $\vec{A}_d(z=0) = 0$. Se define la eficiencia del proceso de lectura como la eficiencia de difracción donde $I_d(z)$ es la intensidad del haz difractado

$$\eta(z) = \frac{I_d(z)}{I_i(z=0)}. \quad (4.1)$$

Para desarrollar el proceso de lectura ya conocemos los valores del índice de refracción para cada punto, ya que fueron calculados previamente durante el proceso de grabado y ahora son fijos.

En primer lugar mostramos, en la figura 4.2, los cálculos auto-consistentes obtenidos para la eficiencia de difracción como función del ángulo de polarización, para una muestra de grosor de 2.5 cm grabada en BSO con $m_0 = 0.9$ y con un campo aplicado de 5kV/cm, y distintas longitudes de onda Λ de la rejilla.

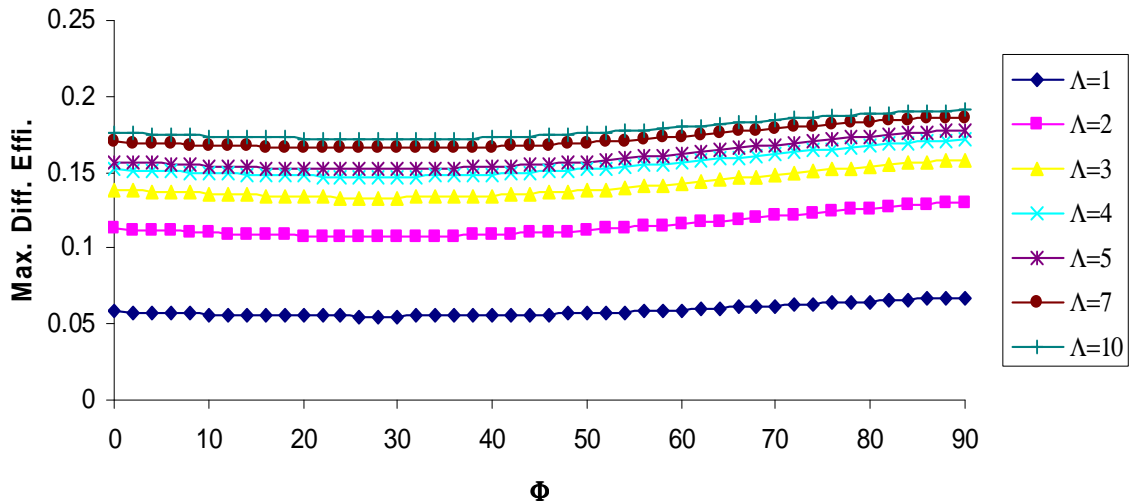


Figura 4.2 Eficiencia de difracción como función del ángulo de polarización, Para una muestra de grosor de 2.5 cm grabada en BSO con $m_0 = 0.9$ y con un campo aplicado de 5kV/cm, y distintas longitudes de onda Λ de la rejilla.

Nótese que para cuando $K_G \perp [001]$ la eficiencia de difracción es casi independiente del ángulo de polarización. En este caso, la observación se mantiene aún para rejillas de 1 a 10 micras, nuestros cálculos auto-consistentes coinciden nuevamente con los obtenidos utilizando la aproximación de uniformidad de la modulación de la luz que se encuentran reportados en la literatura [9]. Este comportamiento se mantiene para modulaciones $m_0 = 0.6$ más pequeñas, como se muestra en la figura 4.3.

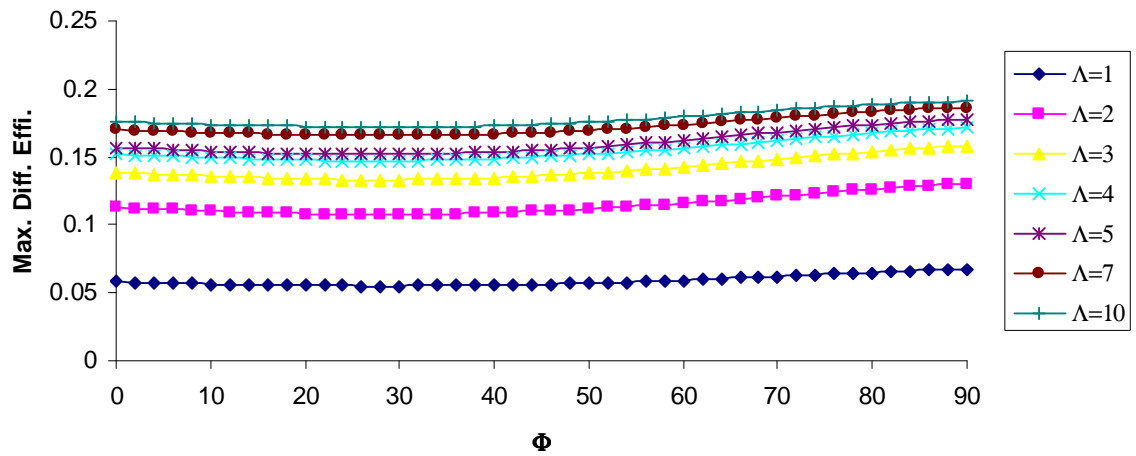


Figura 4.3 Eficiencia de difracción como función del ángulo de polarización, Para una muestra de grosor de 2.5 cm grabada en BSO con $m_0 = 0.6$ y con un campo aplicado de 5kV/cm, y distintas longitudes de onda Λ de la rejilla.

Con el fin de mejorar nuestras observaciones, realicemos el cálculo de la posición de la máxima eficiencia de difracción. Para este caso consideramos un campo aplicado de 5Kv/cm y una modulación inicial de $m_0 = 0.9$, de la misma manera que en figura 4.2. En la figura 4.4, mostramos la posición de la máxima eficiencia de difracción, realizados con cálculos auto-consistentes obtenidos para la eficiencia de difracción como función del ángulo de polarización. Observamos que para las longitudes de onda de la rejilla de interferencia, la posición de la máxima eficiencia de difracción casi se mantiene constante, no así para las longitudes de onda grandes, donde la posición si se ve con cambios más notorios. Por últimos mostraremos la posición de la máxima eficiencia de difracción para otra modulación digamos $m_0=0.6$, (como el la figura 4.3). En la figura 4.5, mostramos nuevamente la posición de la máxima eficiencia de difracción, como función del ángulo de polarización. Donde observamos que aún para longitudes de onda pequeñas la posición del máximo es sensible al ángulo de polarización.

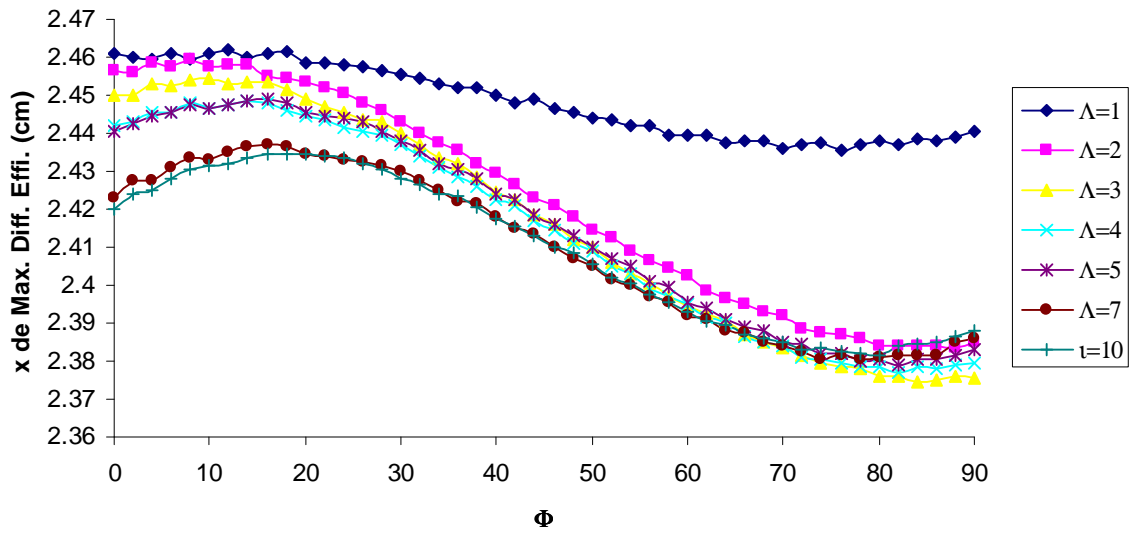


Figura 4.4 Posición de la máxima eficiencia de difracción como función del ángulo de polarización, Para una muestra de grosor de 2.5 cm grabada en BSO con $m_0 = 0.9$ y con un campo aplicado de 5kV/cm, y distintas longitudes de onda Λ de la rejilla.

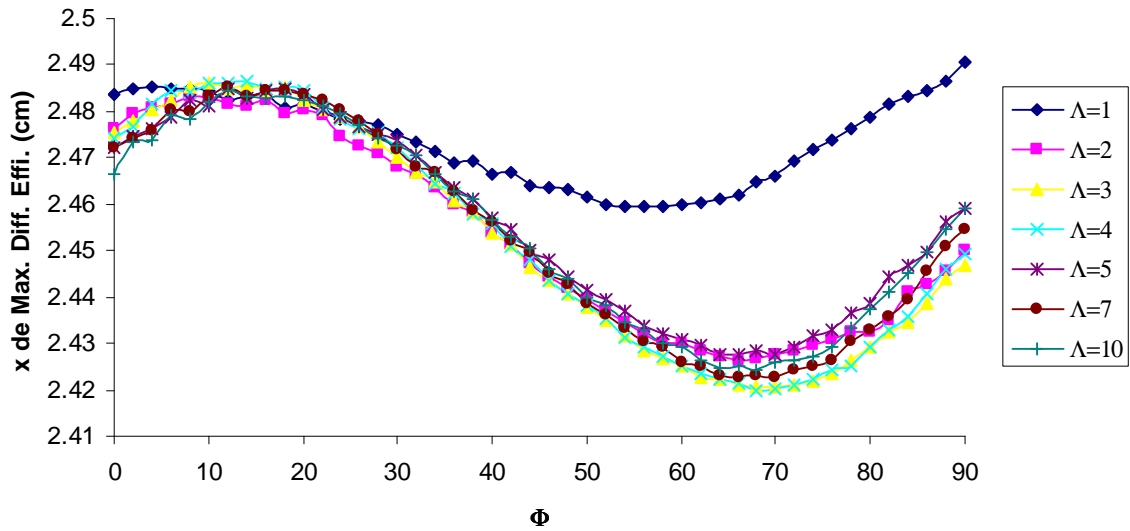


Figura 4.5 Posición de la máxima eficiencia de difracción como función del ángulo de polarización, Para una muestra de grosor de 2.5 cm grabada en BSO con $m_0 = 0.6$ y con un campo aplicado de 5kV/cm, y distintas longitudes de onda Λ de la rejilla

VI.- CONCLUSIONES

Se ha utilizado una herramienta matemática que nos permite calcular, de manera muy general en un régimen no lineal, la respuesta física de cristales de BSO al ser iluminados por dos ondas de luz coherente [10]. En particular, se calculó el campo de carga espacial total, que se da a lo largo del vector de onda de la rejilla, así como el intercambio de energía entre las ondas electromagnéticas a lo largo de la dirección de propagación tanto al grabar información como al leerla. Tomamos en cuenta los efectos de la actividad óptica, de la absorción luminosa y el hecho de que la modulación de la luz y el índice de refracción grabado son variables complejas que no permanecen constantes a lo largo del espesor de la muestra. También se tomó en cuenta el efecto de los ángulos de polarización de los haces incidentes para un de las configuraciones ópticas más comunes de K_G , el vector de onda de la rejilla, ($K_G \perp [001]$).

VII.- Bibliografía

- [1] Kamshin, A. Shandarov, SM. Frolova, M. Shepelevich, VV. Influence of optical activity on self-bending of a light beam in cubic photorefractive crystals in an alternating sign electric field. *Izvestiya Vysshikh Uchebuyleh Zavedenii Fizika*, 47, 7, 26-32. 2004.
- [2] Shepelevich, VV. Nichiporko, SF. Zagaorskiy, AE. Hu, Y. Firsov, AA. Optimization of diffraction efficiency and gain in cubic 111-cut photorefractive piezoelectric crystals. *Ferroelectrics* 266, 305-333. 2002.
- [3] Shepelevich, VV. Yi, H. Firsov, A. Shamonina, E. Ringhofer, KH. Gain optimization with respect to the thickness of a selenite crystal. *Appl. Phys. B*. 68,923-929. 1999.
- [4] Calvo, GF. Sturman, BI. Agullo-Lopez, F. Carrascosa, M. Grating translation technique for vectorial beam coupling and its applications to linear signal detection. *J. Opt. Soc. Am. B* 19, 7, 1564-1574. 2002.
- [5] Sturman, B. I. Podivilov, E.V. Ringhofer, K.H. Shamonina, E.. Kamenov, V.P. Nippolainen, E. Prokofiev, V.V. Kamshilin, AA. Theory of the photorefractive vectorial wave coupling in cubic crystals. *Phys. Rev. E*, 60, 3332-3351. 1999.
- [6] Filippov, O. Ringhofer, KH. Shamonina, E. Kamshilin, AA. Sturman, BI. Polarization properties of light induced scattering in BTO crystals. *J. Opt. Soc. Am. B* 20, 4, 677-684. 2003.
- [7] Shamonina, E. Cedelnik, G. Webb, DJ. Ringhofer, KH. Investigation of two wave mixing in selenite crystals. *Appl. Phys. B*. 64, 49-56. 1997.
- [8] Kamshilin, A. Silvennoinen, R. Jaaskelainen, T. Two wave mixing in photorefractive BSO fibers. *Opt. Lett.* 18,9, 690-692. 1993.
- [9] Ribeiro, RM. Fiasca, AB. Dos Santos, PA. Andreta, MR. Hernández, AC. Optical activity measurements in photorefractive BTO single crystal fibers. *Opt. Mat.* 10, 3, 201-205. 1998.
- [10] Saleh, BE. Teich, MC. J.W. Goodman. *Electrooptics. Fundamental of Photonics, John Wiley & Sons, N.Y.* 1991.
- [11] Kuktahrev, N.V. Buchave, P. Lyuksyutov, SF. Optical and electric properties of dynamic holographic gratings with arbitrary contrast. *Phys. Rev. A*. 55, 4, 3133-3136. 1997.
- [12] Murillo, J. G. Magaña, L. F. Carrascosa, M. Agulló-López, F. Effects of strong modulation on beam coupling gain in photorefractive materials: BSO. *J. Opt. Soc. Am. B* 15, 2092-2104. 1998.
- [13] Marrakchi, A. Johnson, R.V. Tanguay, J.A.R. Polarization properties of photorefractive diffraction in electrooptic and optically active selenite crystals. *J. Opt. Soc. Am. B* 3, 321-335. 1986.
- [14] Born M., and Wolf E. Principles of Optics. Pergamon Press. 1993.
- [15] K. Okamoto, Fundamentals of Optical Waveguides. San Diego, CA. Academic Press. 2000.
- [16] Isabel Casar, José G. Murillo, and Luis Fernando Magaña. Diffraction efficiency of non-uniform gratings in a $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ crystal for a non-linear regime under an external d.c. field. *Phys. Lett. A* 352, 416-420. 2006.