

Resumen

Montoya Zamora, Norma Yteel. **Análisis de Riesgo en la evaluación de proyectos de inversión como Opciones Reales: aplicación al Mercado del Diesel.** IPN, 2006. Disertación para obtener el grado de Ingeniero Matemático con especialidad en Finanzas - Escuela Superior de Física y Matemáticas.

Las técnicas tradicionales de evaluación de proyectos, específicamente la del VPN, no reflejan de manera adecuada la incertidumbre inherente a estos, tampoco poseen flexibilidad en la toma de decisiones. Para corregir esto, se implementa la metodología de evaluación por Opciones Reales, la cuál es análoga a las Opciones Financieras. El riesgo inherente a toda inversión puede adaptarse con las metodologías de medición de este, principalmente con el criterio del VaR, a proyectos que han sido evaluados con el enfoque de Opciones Reales. En esta tesis se desarrolla la metodología de las Opciones Reales para evaluar un proyecto y se mide su riesgo asociado. Finalmente se analizan los resultados derivados con cada una de estas técnicas y se muestra por qué es más preciso emplear estos enfoques.

Palabras clave: Opciones Reales, Riesgo, Incertidumbre, Evaluación de proyectos.

Agradecimientos

A mi asesor de tesis, M. en I. Rubén Téllez Sánchez, por guiarme en este trabajo, por su apoyo y motivación en la realización.

A la Ing. Ma. del Carmen Valdez Elias González, al Dr. Esteban Antonio Martina Boggetto, al M. en C. Francisco Villarreal, a Carlos Ibarra Valdez y a la Dra. Olivia Niño Leal del Instituto Mexicano del Petróleo, por haberme ayudado en mi formación y por haberme transmitido sus conocimientos, muchos de los cuáles he empleado para desarrollar esta tesis.

Al Dr. Manuel Mendoza y al Dr. Tapen Sinha del Instituto Tecnológico Autónomo de México por haberme orientado y realizar observaciones acerca de la temática y despejar mis dudas.

A mi amigo y sinodal M. en C. David Juárez Luna del Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey por haberme impulsado a realizar un mejor trabajo y por todas sus observaciones.

A mis sínodos el M. en C. Armando Hernández Solís y el Lic. Cecilio Shamar Sánchez Nava por haber aceptado participar en esta importante etapa y por estar en la mejor disponibilidad para realizarla.

Al M. en C. Osvaldo Céspedes Gama, por ser mi guía en el área de Finanzas durante toda la carrera transmitiéndome gran parte de sus conocimientos y experiencias con sus innumerables enseñanzas.

A mi familia, por haberme apoyado moral y económicamente para la realización de este trabajo a lo largo de este tiempo y a mis amigos por las palabras de aliento para seguir adelante.

Dedicatoria

A mis padres, José e Irma, en especial a mi mamá, gracias por tu incanzable apoyo, por guiarme y enseñarme a superarme cada día, a no conformarme con la simple realización de las cosas, sino ir más allá, a dar lo mejor de mí en todo lo que haga. Gracias por haberme dado la confianza para salir adelante y respetar mis ideas e inquietudes.

A mis hermanos, Ricardo y Miriam, a quienes respeto y admiro por caminar siempre junto a mí, gracias por los buenos momentos compartidos, por mantenernos unidos y enseñarme a seguir adelante aunque sea difícil el sendero, lo que me da fuerzas para esforzarme cada día.

A mi sobrina Hebe Zoe Lajhan, gracias por todas esas sonrisas y por los bellos momentos que me has brindado y por enseñarme que la niñez es una etapa que todos llevamos dentro.

A mis abuelos Camerino Zamora y Antonia Salgado por compartir conmigo su experiencia a lo largo de este camino que es la vida y a mi tía Reyna, quien siempre ha estado en las buenas y en las malas para apoyarnos.

A mis amigas Judith, Guadalupe, Ingrid, Elsa, Eva, Hortensia y Tommy, gracias por ser las mejores amigas, por su apoyo, comprensión y por brindarme su amistad que para mí es algo invaluable.

A todos ustedes Muchas Gracias!

*El valor de la educación Universitaria
no reside en el aprendizaje de muchos datos,
sino en capacitar a la mente para que piense
de manera que lo haga sobre aquello
que no se encuentra en los textos.*

Albert Einstein, 1896.

Índice general

Introducción

1. Fundamentos Financieros y Matemáticos	1
1.1. Antecedentes Financieros	1
1.1.1. Derivados Financieros	1
1.1.2. Inversiones y Proyectos de inversión	3
1.1.3. Análisis de Decisiones	7
1.2. Antecedentes Matemáticos	7
1.2.1. Cálculo Determinístico	7
1.2.2. Cálculo Estocástico	8
2. Opciones	11
2.1. Desarrollo de las Opciones	11
2.1.1. Antecedentes Históricos de las Opciones	11
2.1.2. Inicio de la Teoría de Valoración de Opciones	13
2.1.3. Evolución de la Teoría de Valoración de las Opciones Financieras desde los modelos de Black - Scholes y Merton	14
2.2. Descripción de las Opciones	14
2.2.1. Descripción de las Opciones y sus características	14
2.2.2. Principales tipos de Opciones	18
2.2.3. Principales tipos de Estrategias con Opciones	20
2.3. Principales modelos de Valoración de Opciones	25
2.3.1. Modelo de Látices Binomiales de Valoración de Opciones	25
2.3.2. Modelo de valoración de Opciones de Black & Scholes	30
2.3.3. Método de Redes Neuronales Polinomiales Artificiales	32
2.3.4. Método de Diferencias Finitas	35
2.3.5. Método de Simulación MonteCarlo	38
2.4. Opciones Reales	39
2.4.1. Diferencias entre los enfoques tradicionales de Evaluación de proyectos y el enfoque de las Opciones Reales	40
2.4.2. Descripción de las Opciones Reales	42
2.4.3. Analogía entre las Opciones Financieras y Opciones Reales	42
2.4.4. Identificación y clasificación de las Opciones Reales	43
3. Análisis y Administración de Riesgo	50
3.1. Terminología asociada al Riesgo	51
3.1.1. Volatilidad	51
3.1.2. Incertidumbre	52
3.1.3. Riesgo	54
3.2. Métodos para medir el Riesgo	55

3.2.1.	Métodos tradicionales para medir el Riesgo.	56
3.2.2.	Valor en Riesgo (VaR)	58
3.2.3.	Medición del Riesgo en Opciones	66
3.3.	Administración de Riesgos	68
4.	Evaluación del Riesgo del Proyecto de Combustible Diesel (ULSDF)	70
4.1.	Descripción del caso de estudio	70
4.1.1.	Antecedentes del sector energético	70
4.1.2.	Descripción de la problemática	73
4.1.3.	Regla de Decisión	73
4.1.4.	Metodología	75
4.2.	Proyecto ULSDF como un conjunto de Opciones Reales	77
4.2.1.	Descripción del Activo Subyacente	77
4.2.2.	Evaluación de una Opción de Diferir	79
4.2.3.	Evaluación de una Opción de Abandono	83
4.2.4.	Evaluación de una Opción de Crecimiento	88
4.3.	Aplicación de la metodología de Riesgo	89
4.3.1.	Análisis de sensibilidad	89
4.3.2.	Aplicación del VaR	90
	Conclusiones y Recomendaciones	

Índice de figuras

1.1. Ciclo de vida de un proyecto	4
1.2. Ejemplo de un árbol de decision simple con sus posibles resultados	7
1.3. Proceso de Wiener obtenido cuando $\Delta t \rightarrow 0$ en la propiedad 1. (Fuente: Options, Futures and other derivatives, Hull, 3a.ed., 1997)	9
1.4. Proceso de Wiener generalizado (Fuente: Options, Futures and other derivatives, Hull, 3a.ed., 1997)	10
2.1. Diagrama de Bachelier (Fuente: Ingeniería Financiera; Diez de Castro y Mascareñas.)	16
2.2. Perfil de Beneficio de una Opción Call a)para su comprador b)para su emisor.	21
2.3. Perfil de Beneficio de una Opción Put a)para su comprador b)para su emisor.	22
2.4. Gráfico del perfil de Beneficio de una Opción Straddle	23
2.5. Gráfico del perfil de Beneficio de un Strangle	23
2.6. Perfil de Beneficio de un a) Strip b)Strap	24
2.7. Perfil de Beneficio de un a) Bull y un b) Bear	24
2.8. Gráfico del comportamiento de el valor de un activo y el de su correspondiente prima visto como un modelo binomial	26
2.9. Gráfico del comportamiento de el valor de un activo y el de su correspondiente prima vistos por separado	26
2.10. Gráfico del modelo binomial de dos periodos	28
2.11. Generalización del modelo binomial de n periodos	29
2.12. Estructura básica de una Red Neuronal Artificial tipo Perceptrón Multicapa (Fuente: Modelación y Optimización del mezclado de Petróleo crudo con Redes Neuronales; Rubio Ávila José de Jesús; CINVESTAV, IPN.)	33
2.13. Funcionamiento de una Red Neuronal Artificial (Fuente: Modelación y Optimización del mezclado de Petróleo crudo con Redes Neuronales; Rubio Ávila José de Jesús; IPN.)	34
2.14. Representación de la malla empleada en el método Diferencias Finitas	35
2.15. Representación de la malla para un punto P	35
2.16. Representación de la relación entre los enfoques del VPN y las Opciones Reales.	41
2.17. Perfil de Beneficio de una Opcion de espera o aplazamiento	45
2.18. Perfil de beneficio de una Opcion de salida o abandono	46
2.19. Perfil de beneficio de una Opción de Crecimiento	47
3.1. Incertidumbre versus valor (Amram y Kulatilaka, 1998)	53
3.2. Cono de incertidumbre (Amram y Kulatilaka, 1998)	53
3.3. Esquema de Incertidumbre (Amram y Kulatilaka, 1998)	54
3.4. Diagrama del Riesgo Sistemático (Beta) con correlación perfecta	56
3.5. Diagrama del Riesgo Sistemático (Beta) con correlación imperfecta	57
3.6. Representación del VaR	59
3.7. Fases de Riesgo.	69

4.1. Nivel de partículas de Sulfuro en el Diesel por país (Fuente: Current Trends in Worldwide Desulfurization.)	72
4.2. Principales empresas petroleras en el mundo (Fuente: Petroleum Intelligence Weekly, 2004)	72
4.3. Horizonte para la puesta en marcha de la regla (Fuente: Impacts on TIER II Implementation on the supply and deliverability of Gasoline and Diesel Fuel, EIA.)	74
4.4. Árbol de decisión para la Opción de aplazar el proyecto.	75
4.5. Metodología empleada para desarrollar la evaluación del proyecto.	76
4.6. Precios diarios Spot Diesel con identificación de saltos.	77
4.7. Distribución de los Precios diarios.	77
4.8. Distribución de los Rendimientos de los Precios diarios.	78
4.9. Analogía Opcion Call y el proyecto visto como una Opcion Real	79
4.10. Árbol Binomial para la evolución del Subyacente y el valor de la prima a 4 periodos.	81
4.11. Comparación entre los resultados del método Binomial y B& S para los escenarios de EPA y EIA de la Opción de Diferir.	82
4.12. Perfil de Beneficio para los escenarios de EPA y EIA para distintos periodos de diferimiento de la Opción.	82
4.13. VPN con flexibilidad versus VPN sin flexibilidad.	83
4.14. Valor de la Opción de Diferir vs Valor Intrínseco.	84
4.15. Resultados de la evaluación de la Opción de Abandono.	85
4.16. Perfil de Beneficio para los escenarios de EPA y EIA para distintos periodos de la evaluación de la Opción de Abandono.	86
4.17. VPN sin flexibilidad versus VPN con flexibilidad.	86
4.18. Valor de la Opción de Abandono vs Valor intrínseco.	87
4.19. Estrategia Straddle para el proyecto.	87
4.20. Perfil de Beneficio para la ampliación de la Capacidad del Proyecto	88
4.21. Sensibilidad del valor de la prima a cambios en la volatilidad del activo subyacente.	89
4.22. Sensibilidad del valor de la prima a cambios en la tasa libre de riesgo.	90
4.23. Resultados de la Prueba de Estrés para el escenario EPA con y sin la Opción para un nivel de confianza del 95 %	91
4.24. Enfoque Delta-Gamma para el Proyecto	92
4.25. Comparación de los resultados obtenidos de los distintos métodos empleados para calcular el VaR.	92

Introducción

Antecedentes

Las decisiones de inversión presentan tres características: una vez realizada la inversión, esta es irreversible, existe un alto grado de incertidumbre sobre el comportamiento futuro de la variable por evaluar y el desconocimiento e incertidumbre sobre el momento adecuado en el cuál es óptimo realizar la inversión. Estos aspectos determinan el valor del proyecto; es por ello que al emplear el enfoque de Opciones Reales en la evaluación de este, se modifica la forma en que los Flujos de Efectivo del proyecto son cuantificados. Generalmente, cuando un proyecto es evaluado se suponen ciertos e inmodificables los Flujos de Efectivo y se supone fija la decisión de la gerencia; es decir, se presupone que el proyecto se realice con las condiciones actuales que fueron calculadas y que no serán modificadas. La evaluación económica de un proyecto ha sido estudiada ampliamente a través de varias metodologías entre ellas la más destacada es la metodología del Valor Presente Neto que relaciona los Flujos de Efectivo Futuros a valor presente y a la Inversión inicial.

Existe evidencia empírica de que el método VPN no evalúa correctamente un proyecto cuando en este intervienen factores cuyo nivel de incertidumbre es alto. Generalmente se considera que un proyecto debe realizarse cuando el VPN de un valor positivo, cuando ocurra lo contrario, este debe ser rechazado; sin embargo, se ha observado que en varios casos esta decisión no siempre es la más adecuada. En torno a esto se han dado diversas explicaciones, una de ellas -quizás la más importante- es que el método del VPN no incorpora flexibilidad, debido a que al momento de ser evaluado un proyecto este debe realizarse de manera inmediata, en caso contrario la empresa pierde la oportunidad de realizarlo o al menos parte del valor del proyecto, esta característica puede modificarse al implementar el enfoque de Opciones Reales y que repercute en sus decisiones estratégicas (véase Trigeorgis, 1996; Myers, 1977; Brennan y Schwartz, 1985; Kulatilaka, 1993; Dixit y Pindyck, 1995; Copeland, Koller y Murrin, 1996; Fernández, 1996; Phelan, 1997; Copeland y Antikarov, 2001; Paddock, Siegel y Smith, 1988; Bjerksund y Ekern, 1990; Laughton y Jacoby, 1991; Amram y Kulatilaka, 1999.).

El método de las Opciones Reales permite asignar probabilidades de ocurrencia a los sucesos sin que esto afecte a su desarrollo. Existen varios trabajos que estudian el contraste de los modelos Opciones Reales y VPN (Trigeorgis y Mason, 1987; Kester, 1984). Considerar las Opciones Reales también implica estudiar el Riesgo implícito en ellas y en las inversiones que evalúan. Así, resulta importante distinguir entre incertidumbre, volatilidad y riesgo; para conocer su repercusión de estas en cada sector en que estemos evaluando una inversión. En esta tesis se considera el valor que la flexibilidad aporta al valor del proyecto, lo cual se realiza al emplear Opciones Reales, con lo que se muestra cómo cambia el valor del proyecto al emplear estas.

Los Flujos de Efectivo se estiman a partir de suponer un comportamiento Lognormal del activo subyacente del proyecto, además se explica la teoría que sustenta el desarrollo de la Teoría de Opciones Reales. Existen varios trabajos que abordan la medición del riesgo en portafolios que se componen de Opciones sobre Activos Financieros (Sheedy&Trevor, 1998; Alessi, 2005; Lehar, 2000; Smith & Thompson, 2003; Capinski, 2004); sin embargo, ninguno ha abordado portafolios cuyo Activo subyacente sea un activo real. Este hecho permite plantear la hipótesis de que el Riesgo puede medirse en un proyecto que ha sido evaluado previamente como una Opción Real. Para mostrarlo, se realiza un análisis empírico sobre un proyecto, en donde se analiza y plantea una valoración con el método de Opciones Reales y cómo afecta el riesgo.

Objetivos

El principal objetivo de esta tesis es analizar la propuesta del proyecto ULSDF¹, evaluarlo con el enfoque de las Opciones Reales y comparar estos resultados con los obtenidos con la metodología del VPN; además de adecuar los métodos de medición del riesgo, entre ellos el método del VaR, al proyecto.

El segundo objetivo es proporcionar los principales fundamentos teóricos que desarrollan la Teoría de Opciones Financieras (y como consecuencia de esta la Teoría de Opciones Reales), así como los modelos existentes para evaluarlas (entre los que recientemente se han agregado el método de Redes Neuronales Artificiales y el método de Diferencias Finitas) y para la medición del riesgo y así brindar una herramienta de consulta en el área de Ingeniería Financiera.

El objetivo final es determinar cuáles son las principales variables que afectan la evaluación del proyecto, si es conveniente su posterior realización y en qué magnitud puede afectar el riesgo y su repercusión.

Hipótesis

El método de evaluación como Opciones Reales evalúa de forma más adecuada un proyecto cuyo nivel de incertidumbre de su Activo subyacente es muy alto, respecto a la evaluación del mismo con el método del VPN.

Es posible adaptar la metodología de medición del Riesgo, incluyendo el enfoque del VaR, a un proyecto que ha sido evaluado con Opciones Reales.

Metodología

Se considera la metodología de Opciones Reales para evaluar el proyecto, se modifica la manera en que se cuantifican los Flujos de Efectivo (FE), suponiendo que estos no son fijos, para lo que se simulan; posteriormente se emplean los modelos Binomial y B&S para evaluar el proyecto. Se realiza un Análisis y Administración del riesgo, que implica identificar los factores de Riesgo cuyos movimientos repercuten directamente en el valor del Proyecto, se cubren al emplear los derivados y se miden a través de las metodologías Prueba de Estrés (*Stresstesting*), Análisis de sensibilidad, Análisis de escenarios y Valor en Riesgo, y se controla/reduce a través de la fijación de los parámetros dentro de los cuáles debe tomarse la decisión de invertir o no.

¹Combustible Diesel de Ultrabajo Sulfuro. Descrito mas a detalle en el Cap.4.

Problemática

Puede medirse el riesgo en un proyecto que ha sido evaluado con Opciones Reales con los métodos que han sido aplicados para medir el Riesgo en Portafolios sobre Activos Financieros?

Justificación

Las Opciones son uno de los principales instrumentos Financieros Derivados que se emplean para minimizar los riesgos en las Operaciones Financieras ya que brindan cobertura a la empresa. Con esta investigación se exponen los principales conceptos y supuestos que envuelven la Teoría de Opciones Reales y se hace una breve introducción a las metodologías de medición del riesgo, para adaptarlas a la evaluación de Proyectos de inversión.

No existe un método que nos permita medir el riesgo de un proyecto durante su realización, ni determinar cuál es la cantidad que se está arriesgando a cambio de obtener mayores beneficios. Es por ello que en primera instancia pueden adaptarse los principales modelos que miden el riesgo, en especial el VaR, para medir la cantidad de dinero que debe poseer la empresa para hacer frente a una posible pérdida que ocurra y además tener una protección. No existen antecedentes de esta aplicación, por lo que este trabajo aborda esta problemática de manera sencilla y empírica para determinar si es posible o no realizar una conjunción entre ambas metodologías enfocadas a la evaluación de proyectos de inversión.

Contenido

En el primer capítulo se describen y se definen todos los conceptos básicos, tanto matemáticos como financieros, en que se basa el posterior desarrollo de la Teoría de las Opciones Reales y Riesgo. Conceptos tales como Derivados, proyectos de inversión, conceptos probabilísticos, cálculo estocástico y principales métodos de evaluación de proyectos.

En el segundo capítulo se describen las Opciones en general, incluyendo las Opciones Reales, su descripción, definición, antecedentes, clasificación, etc. También se describen los dos principales modelos con los que se calcula el valor de una Opción: modelo de Black & Scholes y modelo de Látices binomiales, además, se hace una breve descripción e introducción a los modelos de Redes Neuronales Artificiales y de Diferencias Finitas para posteriores desarrollos en esta área.

En el tercer capítulo se hace una breve descripción de los métodos con los que se mide el Riesgo de un portafolio de inversión, entre los que destacan los métodos de Prueba de Estrés, Análisis de escenarios y Valor en Riesgo.

En el cuarto capítulo se realiza la evaluación del Proyecto ULSDF empleando el método de las Opciones Reales proyectando los Flujos de Efectivo mediante un enfoque de incertidumbre. Por último se hace una adaptación de estos criterios al proyecto. Se realiza una breve descripción de la empresa, el producto y su desarrollo en el contexto. Finalmente se presentan las Conclusiones y los Resultados.

Capítulo 1

Fundamentos Financieros y Matemáticos

*No te preocupes por tus
problemas en Matemáticas.
Puedo asegurarte que los míos
son aún más grandes.
A. Einstein.*

1.1. Antecedentes Financieros

1.1.1. Derivados Financieros

Un Derivado¹ es un instrumento Financiero, cuyo valor depende de otros valores. Los Derivados son contratos financieros del Mercado de dinero que se derivan de otros instrumentos tales como acciones, bonos, divisas, *Commodities*, etc., estos se emplean para fijar un determinado precio y no correr riesgos asociados a su volatilidad, además, nos permiten protegernos de los cambios en los tipos de cambio, de interés e inflaciones.

Derivado . Se denomina así a la familia (o conjunto) de instrumentos financieros, cuya principal característica es que están vinculados a un valor Subyacente o de referencia.

Los productos Derivados² surgieron como instrumentos de cobertura ante fluctuaciones en el precio de los productos agroindustriales (*Commodities*) de elevada volatilidad³. Los Derivados Financieros son instrumentos cuyos activos de referencia son títulos representativos del Mercado de Capital o Deuda, por ejemplo Índices Bursátiles, Tasas de interés y otros instrumentos financieros.

Contrato Financiero . Es un derivado que tiene una fecha de vencimiento o expiración en un tiempo T , la cuál es determinada exactamente por el precio de Mercado del instrumento Subyacente en ese tiempo.

¹La siguiente definición hace referencia a la emitida por el Mercado Mexicano de Derivados (MEXDER)

²Algunos de los instrumentos derivados que se han emitido en el país son los Petrobonos (Indizados a la mezcla de crudo Itsmo de 1977 a 1991), los Pagafes (Indizados al tipo de cambio peso dolar de 1986 a 1991) y los Tesobonos (Títulos de crédito emitidos por la Tesorería de la Federación denominados en dólares y liquidados en moneda nacional de 1989 a 1995).

³Definición de la Bolsa Mexicana de Valores

Tipos o clases de Derivados

Los Derivados se pueden agrupar en tres clases⁴:

1. Contratos Futuros (*Futures*) y Contratos a Plazo (*Forwards*)
2. Opciones (*Options*)
3. Contratos de cambio (*Swaps*)

Podemos listar los cinco principales Activos Subyacentes :

1. Acciones : Documento que otorga a sus propietarios el derecho a percibir una renta en forma de Dividendos⁵ .
2. Divisas⁶ : Se consideran Divisas, los billetes y monedas metálicas extranjeras, depósitos bancarios, títulos de crédito sobre el exterior y denominada en moneda extranjera, así como en general, los medios internacionales de pago.
3. Tasas de interés : Denomina al interés que es expresado como un porcentaje de la cantidad original en una inversión, un préstamo, un crédito, etc. por unidad de tiempo.
4. Índices⁷ : Un índice mide el valor de una variable en el tiempo, que tiene como base una fecha determinada
5. *Commodities* : Materias primas brutas que han sido transformadas de manera mínima o de manera insignificante. En los Mercados Financieros internacionales se clasifican en grupos básicos: metales, energéticos, alimentos, insumos, granos y ganado.

Contrato a Plazo (*Forward*). Es un contrato en el que el poseedor se obliga a comprar o vender un Activo Subyacente a un precio determinado en una fecha conocida.

En un Contrato a Plazo existen dos partes, una de las cuales asume una Posición Larga (quien acuerda comprar el activo subyacente en una cierta fecha futura especificada) y la otra parte asume una Posición Corta (acuerda vender el Activo Subyacente en dicha fecha y al mismo precio).

Futuro (*Future*). Este Contrato es un acuerdo entre dos partes para comprar o vender un activo en cierto tiempo en el Futuro y a un cierto precio. Un Contrato de Futuros es obligatorio cumplirlo, tanto para el comprador como el vendedor.

Los Contratos de Futuros cubren dos propósitos básicos:

- a) Permiten a los inversores cubrir el riesgo de los movimientos de los precios en el Mercado de Dinero.
- b) Permiten a los especuladores respaldar sus previsiones con un alto grado de apalancamiento.

⁴Existen más clases de derivados, aunque los más comunes e importantes para nuestro estudio son los siguientes.

⁵Parte del beneficio anual, después de impuestos, de una sociedad anónima, que se reparte entre los accionistas en proporción a su participación en el Capital social

⁶Esta definición es de acuerdo a el Artículo 20 de la Ley del Banco de México

⁷En general existen muchos tipos de índices; sin embargo aquí nos referiremos específicamente a los Índices Bursátiles, es decir a aquellos que miden el desempeño de los Mercados Financieros

El Mercado de Derivados en México

Después de la gran crisis de 1994 en nuestro país se tenía planeado crear un Mercado para los Derivados; con el fortalecimiento del Sistema Financiero Mexicano, las Reformas regulatorias y el apoyo de varias instituciones financieras -entre ellas la Asociación Mexicana de Intermediarios Bursátiles (AMIB), la Bolsa Mexicana de Valores (BMV), la S.D. Indeval y por la parte reguladora del país la Secretaría de Hacienda y Crédito Público (SHCP), el Banco de México (BANXICO) y la Comisión Nacional Bancaria y de Valores (CNBV)- esta institución fué creada.

El Mercado Mexicano de Derivados (MEXDER⁸) arrancó sus operaciones el 15 de Diciembre de 1998 -al listar un contrato Futuro sobre el dolar americano- con su Cámara de Compensación⁹ denominada ASIGNA Compensación y Liquidación y contó con el respaldo de la S.D. INDEVAL. Algunos de los organismos internacionales que han apoyado la creación de éste Mercado son el Fondo Monetario Internacional (FMI) y la Corporacion Financiera Internacional (IFC¹⁰).

Al surgir el MEXDER inicia funciones la Cámara de Compensación y Liquidación ASIGNA, la cuál es un soporte de garantía para los inversionistas y las instituciones para que se cumplan las Obligaciones contractuales y Financieras que adquieran y/o que se deriven de las operaciones que se realizen en el MEXDER. Desde el inicio de operaciones hasta hoy en día han ocurrido varias reformas entre las que destacan la establecida por la Comisión Nacional de Sistema de Ahorro para el Retiro (CONSAR) que permite a las SIEFORES celebrar operaciones con Derivados y la circular 10-266 de la CNBV que autoriza a las Casas de Bolsa para realizar operaciones con Derivados.

El 22 de Abril de 2004 se inauguró el Mercado de Opciones Financieras, con este hecho, el Mexder amplió la gama de productos que ofrece a los inversionistas. Las Opciones Financieras listadas tienen como Activo Subyacente las acciones de las principales emisoras que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores y sobre el Índice de Precios y Cotizaciones de esta. Al conocer los antecedentes de la creación del Mexder y los principales instrumentos que en este se transan, nos damos cuenta de que se requiere una amplia extensión de los tipos de instrumentos, ya que actualmente no se cuenta con Opciones sobre *Commodities* en el sector energético (diesel, petróleo, etc.) que nos permitan tener un seguimiento en tiempo real de este Activo ni hacer operaciones eficientes, ya que la información que se tiene a veces es insuficiente.

1.1.2. Inversiones y Proyectos de inversión

Existen muchos tipos de proyectos : en el sector educativo, de alimentos, en el sector salud, etc. Cada proyecto emplea distintas tecnologías o metodologías, distintos enfoques; pero todos están encaminados a generar un bien o servicio que beneficie a la sociedad. Todos los pasos necesarios que se realizan para poner en marcha un proyecto (y que este cumpla sus objetivos para lo que fue ideado) inicia con la decisión de desarrollarlo o no, este proceso se muestra en la Fig. 1.1. Cualquier proyecto requiere de un desembolso inicial de un monto de capital, por lo que al evaluar un proyecto de inversión se desea conocer su rentabilidad económica y social.

⁸Su diferencia con la Bolsa Mexicana de Valores es que en la primera se comercializan instrumentos como Opciones, Futuros, Commodities, etc.(Derivados) y en la segunda unicamente se comercializan acciones de las principales emisoras del país.

⁹Es la institución que funge como intermediaria entre dos partes que realizan una transacción para que esta se realice de manera legal y regulada.

¹⁰Por sus siglas en inglés International Finance Corporation.

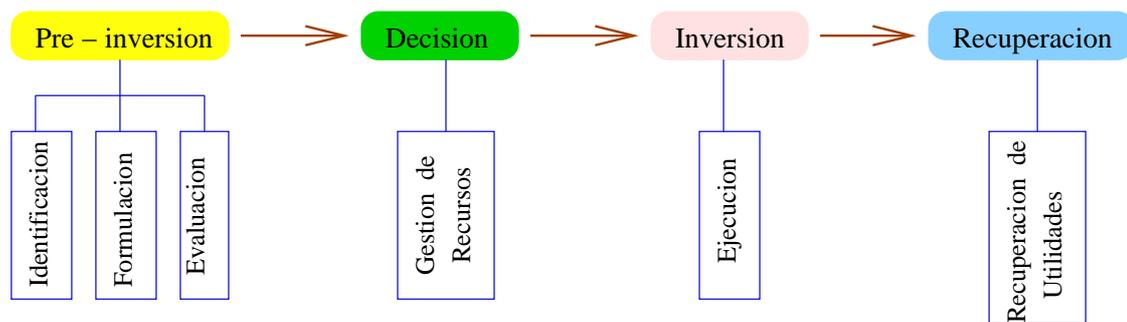


Figura 1.1: Ciclo de vida de un proyecto

En la mayoría de ocasiones se tendrá que decidir entre varios proyectos; por esta razón, se necesita elegir un método para evaluar un proyecto de inversión adecuadamente¹¹.

Proyecto. Es la búsqueda de una solución inteligente al planteamiento de un problema cuyo objetivo es resolver una necesidad.

La toma de una decisión¹² se deriva de la incertidumbre sobre el comportamiento que pudieran tener ciertas variables en el futuro y que existiera la posibilidad de que al ocurrir esto se afecte (directa o indirectamente) las posibilidades de inversión que se le presenten a un inversionista.

El desarrollo económico global requiere de ajustes y cambios¹³ en las alternativas de valoración que repercuten en la toma de decisiones de inversión. Las técnicas de evaluación de proyectos están en un continuo desarrollo; en el ámbito privado, desde el tradicional método VPN hasta el uso de los Mercados de Opciones¹⁴; en el ámbito social, desde el método de emplear un Sistema de Asignación residual hasta el Análisis Costo-Beneficio.

El análisis sobre si invertir o no en un proyecto debe ser lo más completo posible, tomando en cuenta que toda inversión conlleva ciertos riesgos y que el hecho de calcular ganancias futuras no asegura que dichas utilidades se ganen en realidad en la misma magnitud en que fueron calculadas. El proyecto debe realizarse por etapas, evaluando en cada una la posibilidad de continuar y en caso contrario se abandona su realización sin necesidad de arriesgar recursos monetarios adicionales.

Si el proyecto es conveniente, al final de una etapa se decide si debe continuar su desarrollo de manera inmediata o realizar un costo adicional para reevaluarlo nuevamente. Si dado el resultado no se tiene una decisión, se requiere encontrar un criterio básico que nos permita determinar la Probabilidad de cometer un error al abandonar la realización del proyecto. Así, debe visualizarse el proyecto como un proceso de iteraciones en el que cada una conlleva a una decisión: continuar, postergar o abandonar.

Evaluación de Proyectos. Es la actividad dirigida a tomar una decisión sobre si invertir o no en un proyecto dado.

¹¹Lo que representa el pilar fundamental de las decisiones de inversión de la gerencia.

¹²La definición de este concepto se ampliará más en el siguiente sección.

¹³Dentro de estos cambios se toma en cuenta la relación desarrollo-medio ambiente. Anteriormente un proyecto se consideraba factible cuando cumplía con las normas de legislación ambiental, sin embargo, actualmente las legislaciones continúan cambiando en función de lograr una protección ambiental que de acuerdo con las teorías sustentables sea aplicable ahora como en años futuros.

¹⁴Esto se expone más ampliamente en el segundo capítulo.

Evaluar, en términos sencillos, significa emitir una opinión acerca de algo, para lo que es necesario determinar algún parámetro de comparación. Además, desde el punto de vista Económico, una inversión se define como:

Inversión. Es el acto de incurrir en un coste inmediato con la esperanza de obtener alguna recompensa futura¹⁵.

Kester¹⁶ define el siguiente concepto :

Decisión de inversión. Constituye la primera de una prolongada cadena de subsecuentes elecciones y actuaciones que dirigen y moldean, en la medida de lo posible, los resultados del proyecto.

De una inversión se obtiene una Rentabilidad con la que se hacen frente a los costos que tiene que cubrir la empresa. Para la valoración y selección de proyectos de inversión existe gran cantidad de modelos.

- Aproximados (Periodo de Recuperación)
- No aproximados y válidos en condiciones de certeza (VPN, TIR)
- Válidos en condiciones de Riesgo

La mayoría de los autores en Finanzas aceptan como el más adecuado para medir la contribución que haga un proyecto de inversión y financiación a la empresa, el criterio de Rentabilidad. Por esta razón, la mayoría de los modelos de valoración de proyectos mide dicha rentabilidad en condiciones de certeza. El principal objetivo de realizar la evaluación es proporcionar una visión del proyecto en condiciones económicas actuales considerando las variables que puedan afectarle, pero en especial aquellas que justifiquen su operación y puesta en marcha. En estas condiciones los modelos clásicos de valoración de proyectos son:

- a) Valor Presente Neto (VPN)
- b) Tasa Interna de Retorno (TIR)
- c) Razón Beneficio / Costo (B/C)
- d) Índice de Rentabilidad (IR)
- e) Periodo de Recuperación (PER)
- f) Tasa de Retorno Contable (TRC)

Aquí solo analizaremos los métodos de Valor Presente Neto y el de Tasa Interna de Retorno por ser los métodos más frecuentemente empleados en la valoración de proyectos de inversión.

¹⁵Ver Dixit y Pindyck, 1994.

¹⁶1984

Valor Presente Neto (VPN)

El Valor Presente Neto es uno de los criterios financieros más empleados en la evaluación de un proyecto; este método consiste en traer a Valor Presente los Flujos de Efectivo Futuros que genera el proyecto y sustraerle la Inversión inicial que se realiza al comienzo de este. El criterio empleado para la aceptación del proyecto es:

$$VPN \begin{cases} < 0 & \text{Se rechaza el proyecto} \\ = 0 & \text{Es indiferente la realización del proyecto} \\ > 0 & \text{Se acepta el proyecto} \end{cases}$$

El VPN se calcula de la siguiente manera:

$$VPN = \sum_{t=0}^n \frac{FE_t}{(1+i)^t} \quad (1.1)$$

donde FE_t son los Flujos de Efectivo hasta el año T e i es la tasa de interés nominal.

El objetivo es que si el VPN es positivo, se recupere el desembolso inicial hecho y además obtener beneficios monetarios. Las ventajas del VPN son que considera el efecto del tiempo sobre el valor del dinero y nos da un valor en términos monetarios; la desventaja es que depende de la tasa de interés y no existe un método totalmente confiable para determinarla.

Tasa Interna de Retorno (TIR)

La Tasa Interna de Retorno es un índice de rentabilidad que se emplea en la evaluación de proyectos, se define como la Tasa que hace que el Valor Presente Neto se haga cero, representa en términos económicos, la tasa de interés devengada¹⁷ sobre el saldo aún no recuperado por la inversión. Es la porción de la inversión inicial que está por recuperarse después de agregar los ingresos y descontar el pago de intereses hasta el horizonte de tiempo elegido.

La Tasa Interna de Retorno es así, la tasa de interés producida por el saldo que aún no ha sido recuperado de una inversión tal que al final de la vida de la inversión el saldo restante sea cero. La TIR se expresa como :

$$\sum_{t=0}^n \frac{FE_t}{(1+TIR)^t} - I_0 = 0 \quad (1.2)$$

La obtención de la Tasa Interna de Rendimiento equivale a encontrar la raíz de una Ecuación Polinomial¹⁸.

Las ventajas de la TIR son que es un indicador del proyecto, no se necesita predeterminedar una tasa fija (como en el VPN) y nos indica la tasa máxima a la que la empresa debe ajustar sus créditos; la desventaja es que si en el proyecto existen FE positivos y negativos a lo largo del horizonte de tiempo, pueden existir varias TIR, lo que elimina cierta certeza del proyecto.

¹⁷Acción que se realiza al momento de adquirir un derecho y una obligación por el cumplimiento de la condición acordada, obtenido del «Glosario de Economía.»

¹⁸Con base en la Teoría de los Polinomios, un Polinomio de orden n -ésimo tiene n raíces. Además la regla de los signos de Descartes nos conduce a que n Flujos de Efectivo pueden tener hasta M masas internas de Rendimiento positivas, donde M es el número de cambios de signos de los FE.

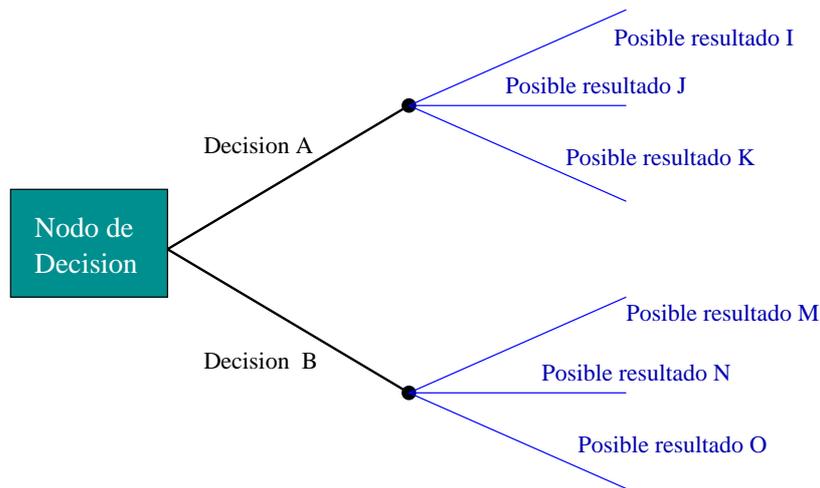


Figura 1.2: Ejemplo de un árbol de decisión simple con sus posibles resultados

1.1.3. Análisis de Decisiones

Las decisiones de las grandes industrias determinan el rumbo de miles de millones de dólares cada año. Una buena decisión deriva una concesión, el mejor proceso de desarrollo, la prioridad, e incluso, la firma de un contrato a corto o largo plazo. Algunos problemas son simples de resolver y solo se necesitan realizar sencillos cálculos, pero en muchas ocasiones la toma de decisiones es mucho más compleja, ya que una Compañía puede tardar meses -e incluso años- para realizar los cálculos, hipótesis, recopilación de información, análisis y modelación que requiere. Las decisiones de inversión en las empresas¹⁹ siguen un principio de separación que revela que los accionistas en una empresa, independientemente de las tasas, concuerdan que los ejecutivos de la empresa deben maximizar el valor de la riqueza de los accionistas, realizando inversiones que al menos retribuyan el costo de oportunidad de Capital.

Lo primordial al tomar una decisión es identificar y plantear el problema, la construcción de un árbol de decisión nos permite encontrar todos los caminos posibles en el proceso y de ahí seleccionar el óptimo que nos conduzca a la mejor solución de acuerdo con nuestros objetivos e intereses. Estos son diagramas que ilustran el flujo de un proceso y lo representan como una secuencia de eventos y de posibles resultados. Aquí los eventos son representados por puntos y las ramas derivadas de cada nodo representan los posibles resultados (ver Fig. 1.2).

1.2. Antecedentes Matemáticos

1.2.1. Cálculo Determinístico

Expansión de la serie de Taylor

Sea $f(x)$ una función diferenciable infinita de $x \in R$, elegimos un valor arbitrario de x al que llamamos x_0 . El Polinomio de Taylor de $f(x)$ alrededor de x_0 se define como:

$$f(x) = f(x_0) + f_x(x_0)(x - x_0) + \frac{1}{2}f_{xx}(x_0)(x - x_0)^2$$

donde $f^i(x_0)$ es la derivada de i -ésimo orden de $f(x)$ evaluada en el punto x_0 .

¹⁹Copeland y Antikarov, 2001.

Expansión de la serie de Taylor para Derivados.

La expansión de la serie de Taylor del cambio en el valor de un Portafolio en un periodo corto de tiempo muestra el rol de la interacción de los Coeficientes Griegos²⁰, si la volatilidad se considera constante el valor del Portafolio (Π) es una función del precio del Activo (S) y del tiempo (t). Así, para un Derivado, la expansión de la serie de Taylor está dada por:

$$\Delta\Pi = \frac{\partial\Pi}{\partial S}\Delta S + \frac{\partial\Pi}{\partial t}\Delta t + \frac{1}{2}\frac{\partial^2\Pi}{\partial t^2}\Delta t^2 + \frac{\partial^2\Pi}{\partial S\partial t}\Delta S\Delta t + \dots \quad (1.3)$$

donde $\Delta\Pi$ es el cambio en el valor del Portafolio y ΔS es el cambio en el precio del Activo en un pequeño intervalo de tiempo Δt .

1.2.2. Cálculo Estocástico

Un proceso estocástico es estacionario cuando sus propiedades no varían en un largo tiempo. Con respecto al tiempo se pueden clasificar como continuos o discretos.

Proceso Estocástico . En este proceso, interviene una variable que se desenvuelve en el tiempo de una manera pseudoaleatoria²¹ e imprevisible.

Los Procesos estocásticos pueden clasificarse de dos formas :

- 1) Estacionarios o no-estacionarios.
- 2) De tiempo discreto o continuo.

Proceso de Wiener

Un proceso de *Wiener* (también llamado movimiento *Browniano*²²) es un proceso estocástico en tiempo continuo y es un caso particular de los Procesos de Markov²³. Una variable z sigue un proceso de *Wiener* cuando pequeñas variaciones Δz , en un periodo Δt satisfacen las siguientes tres propiedades:

1. La variable sigue un proceso de Markov, es decir, la distribución de probabilidades de z_{t+1} depende solamente de z_t .
2. Incrementos independientes, la variación en cierto intervalo de tiempo es independiente de las variaciones en otros intervalos de tiempo. Los valores Δz en dos periodos Δt son independientes
3. Las variaciones del proceso siguen una Distribución Normal con una varianza aumentando linealmente como el intervalo de tiempo.

²⁰Para ver una descripción más a detalle de estos conceptos vease «Ingeniería Financiera, Díez de Castro y Mascareñas».

²¹Para más detalle de este concepto vease Simulation, Donald Knuth.

²²muy empleado en física para describir el movimiento de una partícula que está sujeta a un gran número de pequeños choques moleculares.

²³Un Proceso de Markov es un tipo particular de proceso Estocástico donde solo es relevante el valor actual para prever el futuro. La historia pasada de la variable o la manera cómo se comporta el presente respecto al pasado es irrelevante.

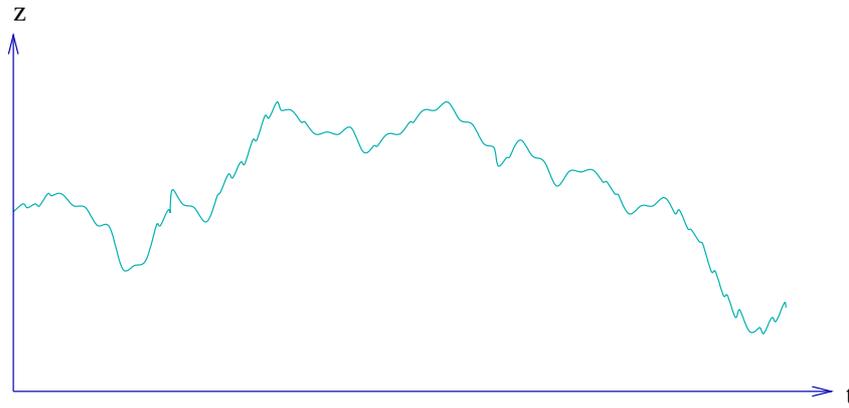


Figura 1.3: Proceso de Wiener obtenido cuando $\Delta t \rightarrow 0$ en la propiedad 1. (Fuente: Options, Futures and other derivatives, Hull, 3a.ed., 1997)

Sea $z(t)$ un proceso de *Wiener*, cualquier incremento Δz en un intervalo de tiempo Δt satisface las siguientes propiedades:

1. $\Delta z = \varepsilon\sqrt{\Delta t}$ donde $\Delta z \sim N(0, 1)$
2. La variable aleatoria ε_t es serialmente no correlacionada, esto es: $E[\varepsilon_i\varepsilon_j] = 0$ para $t \neq s$. Así los valores de Δz para dos intervalos distintos de tiempo son independientes²⁴. El proceso de *Wiener* básico se ilustra en la Fig. 1.3 .

Movimiento Browniano con Tendencia

Un proceso de *Wiener* puede generalizarse fácilmente en procesos complejos, su generalización más simple es el Movimiento *Browniano* con tendencia:

$$dx = \alpha dt + \sigma dz \quad (1.4)$$

donde dz es un incremento de un proceso de Wiener, α es el parámetro de tendencia y σ es el parámetro de varianza. El término αdt implica que x tiene una tasa de tendencia de α por unidad de tiempo y el término σdz es la variabilidad de la trayectoria seguida por x . El caso general para el proceso de *Wiener* se ilustra en la Figura 1.4.

Movimiento Browniano Generalizado (Proceso de Itô)

Cuando en el proceso de *Wiener* generalizado los parámetros α y σ son funciones²⁵ del valor de la variable subyacente (x y t)²⁶, esto se conoce como *Proceso de Itô* y se describe como:

$$dx = \alpha(x, t)dt + \sigma(x, t)dz \quad (1.5)$$

Un *Proceso de Itô* es continuo en el tiempo y no diferenciable de acuerdo a las reglas ordinarias del Cálculo, para esto se emplea el Lema de Itô²⁷.

²⁴ $z(t)$ sigue un proceso de Markov con incrementos independientes.

²⁵Dichas funciones son conocidas y no aleatorias.

²⁶Son funciones de las condiciones actuales y del tiempo.

²⁷también conocido como Teorema Fundamental del Cálculo Estocástico, este puede ser interpretado como una versión de la serie de Taylor pero aplicada al Cálculo estocástico

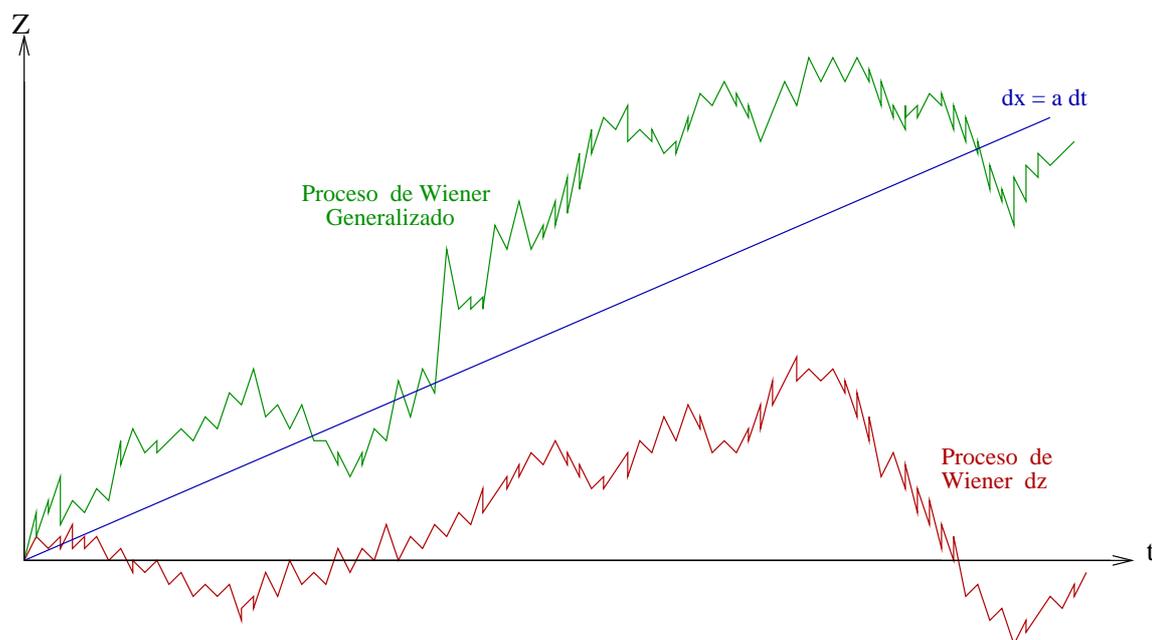


Figura 1.4: Proceso de Wiener generalizado (Fuente: Options, Futures and other derivatives, Hull, 3a.ed., 1997)

Movimiento Geométrico Browniano

Un caso especial del *Movimiento Browniano generalizado* (GBM) es el *Movimiento Geométrico Browniano con tendencia*, donde $a(x, t) = \alpha x$ y $b(x, t) = \sigma x$ (α y σ son constantes):

$$dx = \alpha x dt + \sigma x dz \quad (1.6)$$

Proceso de Reversión a la media

Para las variables que tienden a comportarse como un Movimiento Browniano, sus valores tienden a alejarse de sus puntos iniciales; esto se cumple para algunas variables económicas, sin embargo, para otras no (en especial los *Commodities*); por lo cuál, estas deberían modelarse como un Proceso de Reversión a la media²⁸. El Proceso de Reversión a la media simple²⁹ se describe como:

$$dx = \eta(x_{media} - x)dt + \sigma dz \quad (1.7)$$

donde η es la velocidad de reversión, x_{media} es el nivel al cual revierta x y σ_ϵ es la Desviación estándar de la regresión. Aquí $x_{media} = -\frac{a}{b}$, $\eta = -ln(1 + b)$ y $\sigma = \sigma_\epsilon \sqrt{\frac{2ln(1+b)}{(1+b)^2 - 1}}$.

El proceso de Reversión a la media permite modelar la evolución estocástica de una variable cuyas diferencias infinitesimales³⁰ se distribuyen Normalmente, pero que, a diferencia de este último, fluctúan alrededor de un valor predeterminado al que tiende la variable a largo plazo.

²⁸Para más detalle vease Stochastic Processes with focus in petroleum applications, Renato Feres & Investment under uncertainty, Dixit and Pindyck.

²⁹También llamado Proceso Ornstein-Uhlenbeck

³⁰Al igual que en el caso Geométrico Browniano

Capítulo 2

Opciones

*Lo conocido es finito, lo desconocido es infinito;
desde el punto de vista intelectual estamos en una pequeña isla
en medio de un oceano ilimitable de inexplicabilidad.
Nuestra tarea en cada generación es recuperar algo más de tierra.
T. H. Huxley.*

Las Opciones son contratos similares a los Contratos Futuros, la diferencia radica en que al adquirir estos se debe pagar un cierto porcentaje del valor del título Subyacente. Este tipo de transacción nos permite tomar alguna decisión respecto del valor del activo en el Mercado y el precio al cuál fue especificado en dicho contrato; lo cuál nos permitirá reducir las pérdidas o poder aumentar nuestras ganancias. Un accionista común provee de recursos monetarios a una empresa a cambio de recibir en el momento presente un título y en el futuro ingresos. En cambio, el tenedor de una opción no tiene relación directa con la empresa, pues solo posee un derecho de compra o venta sobre los títulos de tal empresa.

La posesión de los contratos de Opciones dan a los inversores la posibilidad de variar el riesgo¹ de las acciones; es decir, se puede aumentar o disminuir el rendimiento y el riesgo operando con estos instrumentos. Algunas de las empresas que generalmente negocian con Opciones son las Compañías de seguros.

2.1. Desarrollo de las Opciones

2.1.1. Antecedentes Históricos de las Opciones

Los antecedentes de los contratos de Opciones se remontan a la era antigua, los Fenicios, los griegos y los romanos ya realizaban negocios de contratos de mercancías que ellos mismos comercializaban con ciertas cláusulas que daban ciertas opciones. El primer Mercado organizado de Opciones apareció en Holanda en el siglo XVII, donde se negociaban Opciones de compra o venta de Tulipanes y ahí se establecía el precio que estos iban a tener en un cierto momento futuro. De esta manera los comerciantes aseguraban obtener la cantidad de mercancía necesaria a un precio que, a su criterio, ellos sabían que podían pagar, y así poder ofrecer a sus clientes precios accesibles y poder asegurar sus ventas en el futuro mientras que los agricultores adquirían el derecho de vender su cosecha en un momento futuro a un precio determinado en el momento en el que se efectuaba dicho contrato.

¹Este término se definirá mas adelante, en el tercer Capítulo.

Así, una de las causas del alza en el precio de los bulbos de Tulipanes fue la posibilidad de comprarlos en el futuro. Alrededor de 1730 se negociaban contratos futuros en Osaka, Japón. En 1882 se introdujo el concepto de cámara de compensación², la institución que sería la encargada de asegurar el cumplimiento de los contratos.

Debido a los fuertes cambios de los precios en el mercado en estas épocas, surgieron varios incumplimientos de contratos; por lo que se pensó que estos Mercados eran muy especulativos y riesgosos, debido a que no existía alguna institución que los regulara. En esta época, *Joseph de la Vega* publica su libro *Confusión de Confusiones*³, en el cual presenta el significado etimológico de la palabra Opción y describe el uso de las Opciones sobre las acciones .

La palabra Opción proviene del proverbio latino *Optionis* que significa elegir; de ahí que se le da ese nombre a este contrato ya que nos permite elegir lo que más nos convenga. Más tarde se iniciaron las negociaciones de opciones sobre las acciones de las principales compañías comerciales. En 1720, debido a la especulación del precio de las acciones de una importante compañía, el precio de estas cae y se declara ilegal el mercado de Opciones hasta el siglo XX. En 1936, en los Estados Unidos de America, las opciones sobre los *Commodities* quedaron prohibidas. Mientras tanto -en 1970, en Londres- las opciones incrementaban el número de inversionistas.

El primer mercado de Opciones de tipo moderno surge en Chicago, en 1972, bajo el nombre de *Chicago Board Options Exchange*, el cual comienza sus operaciones formalmente el 26 de Abril de 1976; el cual en un principio solo admitía Opciones de compra⁴, siendo hasta 1977 cuando se negociaron las primeras Opciones de Venta. En México, la historia de los derivados comienza en 1977 con la emisión de los petrobonos⁵. En 1995 se emitieron opciones y futuros sobre futuros del peso mexicano en el *Chicago Mercantile Exchange* y en 1996 se empezaron a operar opciones y futuros sobre los Bonos *Brady*, en 1997 sobre Certificados de la Tesorería (CETES) a 91 días y sobre la Tasa de interés Interbancaria de Equilibrio (TIIE) a 28 días.

Algunos de los factores que permiten el adecuado desempeño de este mercado son:

1. La normalización de los precios y las fechas de vencimiento.
2. La facilitación de su negociación, debido a que elimina los vínculos entre el emisor y el comprador.
3. Reducción en los costes de transacción.

El inicio de operaciones del Mercado Mexicano de Derivados en el país representa parte del proceso de desarrollo del Sistema Financiero, en este proceso participan instituciones como la Bolsa Mexicana de Valores (BMV), la Asociación Mexicana de Intermediarios Bursátiles (AMIB) y la S.D. Ineval, de acuerdo con los requisitos jurídicos establecidos por la Secretaría de Hacienda y Crédito Público (SHCP), la Comisión Nacional Bancaria y de Valores (CNBV) y el Banco de México (BANXICO). La *International Organization of Securities Comissions (IOSCO)*, La *Fédération Internationale des Bourses de Valeurs* y la *Futures Industry Association (FIA)* establecen los requerimientos especiales para un Mercado de Derivados⁶ con el objetivo de fomentar la estabilidad económica y el control de riesgos .

²Para mas detalle véase «Ingeniería Financiera, Diez de Castro y Mascareñas».

³Este libro se realizó observando el comportamiento de la Bolsa de Amsterdam

⁴Este mercado inició con dieciseis opciones de compra que aparecían en el índice de Nueva York

⁵El valor de los petrobonos dependía del valor del precio del petróleo y del tipo de cambio peso/dolar

⁶Junto con los establecidos por el Grupo de los 30

2.1.2. Inicio de la Teoría de Valoración de Opciones

La Teoría de valoración de Opciones tiene su inicio en 1900, cuando el matemático francés *Louis Bachelier* presentó en La Sorbona su tesis doctoral sobre la teoría de la especulación, en donde se comparaba la conducta de los compradores y los vendedores con los movimientos azarosos de las partículas suspendidas en los fluidos. Él introdujo el modelo del Movimiento Browniano⁷, de esta manera, *Bachelier* contribuyó a estudiar el precio de las Opciones y con esto construyó la base de los Derivados Financieros. *Bachelier* propuso que las Acciones evolucionaban de acuerdo con:

$$L_t = L_o + \sigma W_t + \nu t$$

donde W_t ⁸ es un Movimiento Browniano.

El gran salto se produjo en la década de los setentas con el desarrollo del modelo del precio de las Opciones por *F.Black y M.Scholes*⁹, quienes utilizaron el cálculo estocástico y coincidieron con la apertura de las cotizaciones en Opciones del *Chicago Board Options Exchange* en Abril de ese mismo año.

Black y Scholes, en 1973, expusieron en su artículo *The pricing of Options and Corporate liabilities*, publicado en *Journal of Political Economic*, un modelo para valorar una Opción Europea al mismo tiempo que establecieron su cobertura sobre una acción que no paga Dividendos. Dicho modelo que describe el comportamiento de los precios es un modelo en tiempo continuo que combina dos activos, uno con riesgo y otro sin riesgo.

El comportamiento del precio de la acción se puede escribir mediante la Ecuación Diferencial Estocástica:

$$dS_t = S_t(\mu dt + \sigma dB_t)$$

donde B_t es un Movimiento Browniano Estándar.

El modelo tiene validez en el intervalo $[0, T]$ y su solución es:

$$S_t = S_o e^{\mu t - \frac{\sigma^2}{2}t + \sigma B_t}$$

donde S_o es el precio observado en el momento inicial.

En 1973, *Merton* estableció argumentos matemáticos rigurosos utilizando la teoría estocástica en su artículo *The theory of rational option pricing* publicado en *Bell Journal of Economics and Management Science*, donde desarrolló un modelo que permitía valorar Opciones de venta de tipo americano en un horizonte perpetuo. En 1976, justifica que la Distribución del rendimiento de los títulos se desvía de una Distribución Normal y pueden existir saltos imprevisibles. Para estudiar todo el proceso, propuso dos modelos alternativos: un proceso de *Poisson* para modelar los saltos y un proceso Browniano para modelar la tendencia general.

⁷Su nombre se deriva del hecho de que inicialmente éste fenómeno fué observado por Brown en 1826.

⁸ W_t es Gaussiano, por lo que L_t puede tomar valores positivos y negativos.

⁹El trabajo de Black & Scholes tuvo como base el trabajo de Bachelier.

2.1.3. Evolución de la Teoría de Valoración de las Opciones Financieras desde los modelos de Black - Scholes y Merton

En la Teoría de la valoración de Opciones Financieras han surgido una gran cantidad de modelos. Dichos modelos pueden ser clasificados de diversas maneras, una de ellas es de acuerdo con el proceso que describe el comportamiento del Activo subyacente.

De acuerdo con lo anterior, puede hacerse la clasificación en cuatro grupos:

- 1) Modelos simples
- 2) Modelos con saltos
- 3) Modelos de proporción de interés no constante
- 4) Modelos de volatilidad no constante

En su mayoría los modelos se clasifican en los grupos anteriores, o bien, algunos combinan entre sí características de éstos¹⁰.

2.2. Descripción de las Opciones

2.2.1. Descripción de las Opciones y sus características

El término Opción se emplea para denotar una decisión sobre una alternativa que puede ser o no postergada hasta cierto instante futuro y que se acompaña de cierta incertidumbre. La flexibilidad que se deriva de una Opción se traduce como la disminución de los resultados desfavorables.

Opción. Es un Contrato¹¹ que da a su tenedor¹² el derecho (pero no la obligación) a comprar o vender un Activo Subyacente a un precio fijo en algún momento en una fecha futura predeterminada y a su vendedor¹³ le da la obligación de comprar o vender dicho activo si el tenedor de la Opción decide ejercerla.

Un inversionista tiene una Posición larga cuando tiene el derecho de comprar un activo subyacente hasta una fecha específica desde el momento del contrato, si así lo decide, y tendrá una posición corta cuando tenga la obligación de vender el activo subyacente en una fecha específica y a cierto precio de ejercicio, si quien adquiere la posición larga decide ejercer su derecho.

Prima (*Premium*). Es el porcentaje que se tiene que pagar por adquirir la Opción, es decir, es el precio a pagar por tener el derecho de comprar o vender el Activo subyacente.

La prima se paga a quien emite la opción a cambio de comprometerse a entregar o adquirir el Activo al precio de ejercicio al comprador o vendedor en el momento en que este decida ejercer el contrato.

¹⁰Para una descripción más detallada de estos modelos vease: Evolución de la Teoría de Valoración de Opciones, Oscar Mejía Carbajal, Univ. ICESI

¹¹Acto jurídico bilateral que se constituye por el acuerdo de voluntades de dos o más personas y que produce ciertas consecuencias jurídicas (creación o transmisión de derechos y obligaciones) debido al reconocimiento de una norma de derecho. Diccionario Jurídico Mexicano

¹²El poseedor de la Opción.

¹³El que emite la Opción.

Factores que determinan el precio de una Opción.

El precio de una Opción o prima (*premium*) está determinado básicamente por seis factores y puede ser expresado como:

$$c = f(S, E, \sigma, T, i_{L.R.}, D) \quad (2.1)$$

donde S es el valor¹⁴ del Activo Subyacente, E es el precio de Ejercicio, σ es la Volatilidad del precio del Activo Subyacente, T es el tiempo de vida de la Opción¹⁵, $i_{L.R.}$ es la tasa de interés libre de riesgo y D los Dividendos esperados durante la vida de la Opción.

Todos estos factores podemos clasificarlos en dos grupos:

- a) Factores exógenos
- b) Factores endógenos

Factores Exógenos . Son aquellos cuyo comportamiento y valor lo determina el Mercado y además estos no están determinados en el contrato de la Opción. Los factores exógenos del precio de una Opción son: $S, \sigma, i_{L.R.}, D$

Activo Subyacente (S). Es el activo en el cual se basa el contrato de la Opción y su valor¹⁶ es lo que se desea conocer o aproximar para posteriormente calcular el precio de la Opción. El Precio corriente del Activo Subyacente es el precio que toma dicho activo a través del tiempo, sin contar la inflación¹⁷.

Las variaciones en el precio del Activo Subyacente son directamente proporcionales al valor del contrato de una Opción de Compra¹⁸ e inversamente proporcionales a una Opción de Venta. Un alza en el valor del Activo subyacente provocará que el costo de la Opción *Call* aumente, mientras que el costo del *Put* disminuya.

La Figura 2.1 nos muestra el *Diagrama de Bachelier* que nos indica la relación entre el precio de una Opción *Call* y el del activo sobre el que fué emitida. La línea OM indica la igualdad entre el precio de la Opción (c) y el del Activo Subyacente (S) cuando $E = 0$. De ésta manera, si el precio de la Opción fuese mayor al del activo subyacente, sería más barato adquirir éste directamente en el Mercado.

Por lo general el precio de una Opción (c) tiene un comportamiento similar a la línea OBD. En O, el valor de la Opción y del Activo subyacente es cero. En OB, cuando $S < E$ el precio de la Opción toma un valor positivo y creciente, esto se debe a que el inversor cree que en el futuro el precio del Activo Subyacente en el Mercado superará al precio de ejercicio, i.e. :

$$c = 0 \times P\{S \leq E\} + (S - E) \times P\{S > E\}$$

Volatilidad del valor del Activo Subyacente (σ). Es una medida referencial respecto a cuánto varía el rendimiento que se obtiene de dicho Activo subyacente en un cierto periodo, respecto al valor esperado o rendimiento esperado de este.

¹⁴A precios corrientes.

¹⁵A partir de la firma del contrato.

¹⁶Generalmente su valor lo determina el Mercado.

¹⁷Es el precio actual del Activo Subyacente

¹⁸Definido más adelante

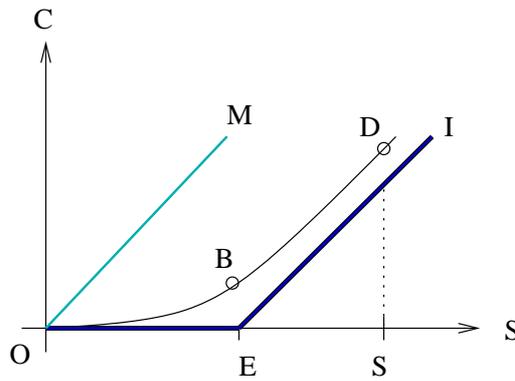


Figura 2.1: Diagrama de Bachelier (Fuente: Ingeniería Financiera; Díez de Castro y Mascareñas.)

La Volatilidad¹⁹ del Activo subyacente representa el potencial que posee dicho activo de poder experimentar cambios en un cierto periodo. En el Mercado de Opciones se emplea la Desviación estándar como una medida de la volatilidad. La magnitud de las oscilaciones diarias del precio del activo subyacente influye directamente en el precio de la Opción (de compra o venta). De tal manera que a mayor volatilidad en el precio de un activo mayor será el valor de la Opción²⁰.

Como una aproximación $\sigma\sqrt{t}$ es la Desviación estándar del cambio proporcional del precio del activo subyacente en el tiempo t , utilizando el método insesgado $n - 1$, se calcula la Desviación estándar:

$$\sigma = \sqrt{\frac{n \sum_{i=1}^n x^2 - \left(\sum_{i=1}^n x\right)^2}{n(n-1)}}$$

Tasa Libre de Riesgo ($i_{L.R.}$). Es el Rendimiento que proporciona una inversión ausente de Riesgo; puesto que hay alguna institución²¹ que garantiza este rendimiento a su tenedor.

Debido a que en cualquier Economía las tasas de interés se incrementan, la tasa de crecimiento esperada del Activo subyacente también tiende a incrementarse; sin embargo, el Valor Presente del Flujo de Efectivo Futuro que recibe el tenedor del contrato disminuirá. El valor de una Opción depende de la Tasa que se aplica en el Mercado Financiero a las inversiones financieras que están libres de riesgo, al combinar emisiones de compra de un Activo Subyacente y la tenencia de dichos activos, se puede eliminar el riesgo.

De esta manera podemos visualizar a la adquisición de una Opción como la adquisición de un activo subyacente en el que una parte del pago está aplazado, dicho pago aplazado es el valor actualizado del precio de ejercicio al tipo de interés libre de riesgo $i_{L.R.}$. Así, el valor actual del Activo subyacente será como máximo:

$$S_o \leq c + \frac{E}{1 + i_{L.R.}}$$

¹⁹La volatilidad es una medida para determinar cuánto varía algo respecto a su valor promedio, en este caso mide la variabilidad del valor del Activo subyacente respecto al rendimiento esperado de dicho activo. Estadísticamente es la dispersión del valor del Activo Subyacente respecto a la media o valor promedio de su precio.

²⁰Por ejemplo, si consideramos dos activos subyacentes, A y B, tal que $\sigma_A > \sigma_B$ y además ambos activos tienen el mismo precio en el Mercado y de ejercicio. La Opción A valdrá más que la Opción B.

²¹En México los títulos libres de riesgo son los Certificados de la Tesorería (CETES) los cuales están avalados por el Gobierno y el Banco de México

reordenando términos:

$$c \geq S_0 - \frac{E}{(1 + i_{L.R.})}$$

Por lo general, se supone que el activo subyacente sobre el cuál se emite una Opción no paga dividendos. Los Dividendos pagados al poseedor del activo pueden ser calculados.

Dividendos (D). Son las utilidades que obtienen las empresas y que reparten entre el total de sus accionistas, es decir, es una fracción del beneficio anual después de impuestos que una sociedad reparte entre sus accionistas en relación con su participación en el Capital social.

Factores Endógenos. Son aquellos cuyo valor está previamente especificado en el contrato de compra/venta de la Opción al momento de realizar una compra o venta de una Opción Financiera. Los factores endógenos del precio de una Opción son: T, E .

Plazo o Fecha de Vencimiento del contrato (T). Es el tiempo que resta, desde que se negocia la Opción, para que el contrato deje de tener validez²².

En el caso de las Opciones sobre activos, estos se deprecian con el tiempo, de esta manera, el precio de la Opción tiende a decrecer al aproximarse la fecha de expiración (o vencimiento) del contrato. Cuanto más tiempo haya pasado entre el inicio del contrato y la fecha de expiración, menor será el valor del contrato ya que existen menos probabilidades de que el precio en el Mercado del activo subyacente sea mayor al precio de ejercicio²³.

Si analizamos dos contratos de Opciones, A y B, tal que el plazo de A vence antes que el de B, éste último tendrá mayor oportunidad de que el precio del activo en el Mercado sea mayor, por lo tanto, el precio de la Opción B será mayor que el de A. Así el tenedor de un contrato con plazo mayor al vencimiento tiene una gran cantidad de oportunidades de ejercer dicho contrato cuando existan cambios positivos en el precio del Activo Subyacente que las oportunidades que tiene aquel tenedor de un contrato con menor plazo al vencimiento.

Precio de Ejercicio (E). Es el valor que debe pagarse por un activo cuando se adquiere mediante ejercer su correspondiente certificado. Es el precio de liquidación al Vencimiento por cada unidad del Activo Subyacente y cuyo valor es previamente especificado en el contrato de la Opción.

De esta manera, cuando se ejerce una opción, este precio será aquel al cual puede adquirirse el Activo Subyacente. Entonces, el término ejercer una opción significará aplicar el derecho de comprar o vender unidades del Activo Subyacente a un precio previamente especificado. En el caso de las Opciones Americanas, el precio de ejercicio es anterior a la expiración del contrato; en las Opciones Europeas, es hasta el vencimiento del contrato. Cuanto menor sea el precio de ejercicio (E), mayor será el precio de la Opción (c), puesto que existirá una mayor probabilidad de que el precio de Mercado del Activo Subyacente supere al precio de ejercicio²⁴.

²²Es decir, para que pueda ser ejercido.

²³Esto se refiere a una Opción de compra, en el caso de las Opciones de Venta es menos probable que el precio de Mercado sea menor al de ejercicio entre más cercana sea la fecha de Vencimiento.

²⁴Para las Opciones de venta ocurre lo contrario.

2.2.2. Principales tipos de Opciones

El Objetivo de una Opción es que su poseedor se beneficie o proteja del riesgo²⁵ inherente a cualquier inversión. En general sabemos que la mayoría de las veces las Opciones se realizan sobre acciones, sin embargo, el activo subyacente puede ser cualquier instrumento. Para facilitar su descripción se realizó una agrupación con base en sus características; así, las Opciones pueden clasificarse como:

Opciones sobre Activos Financieros.

Existen muchos tipos de Activos Financieros; sin embargo, los más comercializados y en consecuencia sobre los que más se emiten Opciones son sobre Acciones, Divisas e Índices bursátiles.

Opciones sobre Divisas. En estas Opciones el tenedor tiene el derecho a adquirir (o vender) una cierta cantidad fija de la divisa a un tipo de cambio predeterminado y a cambio se paga una prima.

Opciones sobre Índices Bursátiles. Las Opciones que operan sobre un índice bursátil²⁶ han sido diseñadas para beneficiarse o protegerse de las oscilaciones en los precios en el Mercado de Valores.

Opción Multiíndice. Su comportamiento depende de la evolución de dos o más índices.

Opciones Flexibles (*Flex Options*). En este tipo de Opciones²⁷ su Activo Subyacente puede ser valores o índices bursátiles, los operadores de Mercado acuerdan condiciones no estandarizadas, por ejemplo, incluyen un precio de ejercicio o fecha de Vencimiento distintos a los que se manejan en ese instante en el Mercado²⁸.

Opciones para Ejecutivos (*Executive Stock Options*). Son Opciones de compra que se emiten para los ejecutivos con el fin de motivarlos a actuar en el interés de la empresa y sus accionistas²⁹.

Opciones de acuerdo a la fecha de ejercicio.

En esta categoría se encuentran aquellas Opciones que se caracterizan por poder ejercerse en un momento dado, las cuales son:

Opción Americana. El tenedor de una Opción Americana tiene el derecho de ejercer su Opción antes³⁰ o en la fecha de expiración.

²⁵Por el momento la palabra riesgo no será definida, sino hasta el siguiente Capítulo.

²⁶En este caso el activo Subyacente de la opción es en sí una cartera de activos que componen el índice.

²⁷Son únicamente transadas en el *Chicago Board Options Exchange (CBOE)*.

²⁸La Opción puede ser Europea o Americana y es el Mercado el que especifica el tamaño mínimo para las operaciones con estas Opciones.

²⁹Cuando son emitidas por primera vez, están *At the money*, al transcurrir el tiempo adquieren valor y pueden ejercerse, sus periodos de duración son hasta de 10 a 15 años.

³⁰Las razones por las que no se debe ejercer una Opción de compra Americana antes del Vencimiento son que mantiene una protección respecto al precio de nuestro Activo al asegurar contra los incrementos o decrementos del precio respecto al Precio de Ejercicio; y, además, desde el punto de vista del poseedor de la Opción, es mejor retardar el precio de Ejercicio por el valor del dinero en el tiempo.

Opción Europea. La Principal característica de esta Opción es que únicamente puede ser ejercida en su fecha de Vencimiento³¹.

Una Opción de venta Europea puede ser vista como un seguro cuando se mantiene junto con el Activo correspondiente, asegura a su propietario contra disminuciones del precio del Activo por debajo de cierto valor.

Opciones que dependen de un valor específico del Activo Subyacente.

En este tipo de Opciones, el aspecto más importante es el desarrollo del valor del Activo Subyacente, a veces por debajo de un valor, como un promedio, etc.

Opciones Exóticas. Son aquellas cuya función de pago es mucho más compleja que el de las Opciones Americanas y Europeas³². La mayoría de estas Opciones se negocian fuera de los Mercados organizados, su principal ventaja es que su costo es más bajo que el de las Opciones que se negocian dentro de estos Mercados.

Opciones Asiáticas. En este tipo de Opción, el precio del activo subyacente³³ se calcula como promedio de los precios obtenidos a lo largo de un periodo determinado³⁴.

Opciones Rusas (*Lookback*). Las Opciones rusas son aquellas en las que la función de Beneficio depende del máximo (o mínimo) precio temporal del Activo Subyacente alcanzado hasta el momento de ejercicio³⁵. Una Opción *Call* tipo *lookback* da a su tenedor el derecho a adquirir una cantidad fija del Activo Subyacente al mínimo precio alcanzado durante la vida de la opción³⁶.

Opciones que dependen de la relación entre el valor del Activo Subyacente y el Precio de Ejercicio.

Opciones Binarias. En estas Opciones³⁷, cuando el precio del activo subyacente supera al precio de ejercicio se recibe una cierta cantidad; en el caso contrario no se percibe nada. Las Opciones Binarias (o digitales) son Opciones con pagos discontinuos. Así para una Opción *Put* Binaria se paga:

$$Pago = \begin{cases} D & \text{si } S(T) \leq E \\ 0 & \text{si } S(T) > E \end{cases}$$

Superacciones. Cuando el precio del Activo subyacente coincida o se aproxime mucho al precio de ejercicio, el tenedor de la Opción recibirá un pago, previamente determinado, en la fecha de expiración. En caso contrario, no se percibe nada.

³¹En general, ejercer una Opción de venta antes del vencimiento es más atractivo cuando S_0 disminuye, i aumenta y cuando la volatilidad decrece. Puesto que siempre $i > 0$, es mejor ejercer antes, cuando el Precio del Activo es lo suficientemente bajo.

³²Geske, 1979; Kemna y Vorst, 1990; Rubinstein, 1991; Hull y White, 1992.

³³El objetivo de éste tipo de Opción es evitar cualquier tipo de manipulación del precio del Activo subyacente en la fecha de vencimiento.

³⁴La razón es que el precio promedio es menos volátil que la serie de precios a partir de la cuál se obtiene éste.

³⁵Estas Opciones fueron introducidas en el caso Europeo por A. Conze y Viswanathan en 1991, quienes las denominaron *lookback Options* y en el caso americano por L. Sheep y N. Shiryaev en 1993, quienes las renombraron como Opciones rusas.

³⁶Análogamente, el propietario de una Opción de venta *lookback* tiene derecho a vender el activo Subyacente al máximo precio alcanzado durante la vida de la Opción. En estas Opciones el valor de la función de beneficio depende de toda la trayectoria del proceso $(S_t)_{t \geq 0}$.

³⁷Denominada así porque tiene sólo dos posibles resultados (0,1)

Otros tipos de Opciones.

Opción de Elección (Chooser). Tras un periodo de tiempo especificado el tenedor puede elegir si la Opción será de compra o de venta.

Opciones Diferidas. Son Opciones que pueden ser adquiridas antes de que comience su vida.

Opciones Condicionales. Son aquellas cuya vigencia depende de un determinado suceso que se asocie con la evolución de los precios del activo subyacente; es decir, su tenedor ejerce la Opción cuando el valor del Activo subyacente supera un cierto valor previamente determinado.

Opciones compuestas. Se refieren a las Opciones sobre opciones. De esta manera, las Opciones compuestas pueden ser: una Opción de compra sobre otra Opción de compra, una Opción de compra sobre una Opción de venta, una Opción de venta sobre una Opción de compra o una Opción de venta sobre otra Opción de venta.

2.2.3. Principales tipos de Estrategias con Opciones

Estrategias Simples

Opción de compra (*Call*). Proporciona a su tenedor el derecho de comprar una porción del Activo Subyacente a un precio de ejercicio dentro de un periodo determinado.

Ahora describiremos el punto de vista del emisor, el cual emite la Opción de Compra y el punto de vista del comprador, el cual adquiere dicha Opción ³⁸.

Punto de vista del comprador. Supongamos que un inversor desea adquirir una acción de una empresa porque piensa que su cotización puede subir, pero en este momento no posee efectivo para pagar el costo al cual se cotizan estas acciones en el Mercado. En este caso podría adquirir una Opción de compra sobre dichas acciones. En la Fecha de Vencimiento pueden ocurrir dos situaciones:

1. Que el Precio de Ejercicio sea menor que el Precio de Mercado.
2. Que el precio de Ejercicio sea mayor que el Precio de Mercado.

El poseedor de una Opción de compra puede decidir si ejerce o no la opción, la ejercerá cuando el precio en el Mercado del activo Subyacente (S) sea mayor al precio de ejercicio previamente fijado (E). De manera inversa, si al cumplirse la fecha de vencimiento de la Opción el precio de ejercicio es mayor a la cotización en el Mercado, esta no será ejercida debido a que resulta más barato comprar directamente el activo en el Mercado; sin embargo, existirá una pérdida en caso de no ejercer la opción, dada por el costo del contrato de la Opción (prima). Esto se ilustra en la Fig. 2.2 (a).

³⁸En este caso siempre hay que tomar un Sistema de referencia para poder decir quién es el comprador y quién el vendedor. Por simplicidad tomaremos como vendedor aquel que posee el activo físico y comprador aquel que posee el papel moneda.

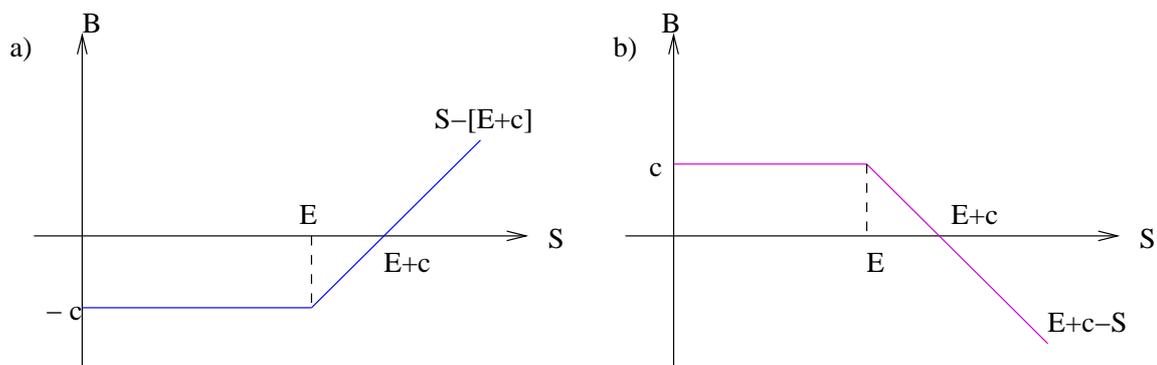


Figura 2.2: Perfil de Beneficio de una Opción Call a) para su comprador b) para su emisor.

El Beneficio³⁹ que obtiene el comprador de la opción al llegar la fecha de Vencimiento es:

$$B = \begin{cases} B > 0 & \text{si } S > E + c \\ B = 0 & \text{si } S = E + c \\ B < 0 & \text{si } S < E + c \end{cases}$$

- Será positivo cuando $S > E + c$, por lo que es rentable ejercer la Opción.
- En el caso de que $S = E + c$ dará lo mismo comprar el activo en el Mercado que ejercer la Opción, de ésta manera el beneficio será igual a cero.
- Si sucede que $S < E + c$, no se ejerce la opción, y en este caso el Beneficio será negativo, pues nuestra única pérdida es la prima pagada por la Opción.

De manera general:

$$B = (Max(S - E, 0)) - c \quad (2.2)$$

Punto de vista del emisor. El inversor que emite una Opción de compra espera que la cotización del Activo Subyacente se mantenga estable⁴⁰ o tienda a la baja (esto se muestra en la Fig. 2.2 (b)). Si el Precio de Mercado del Activo es menor que el Precio de Ejercicio el Beneficio estará dado por el cobro de la Prima. En el caso de que el Precio de Mercado sea mayor que el Precio de Ejercicio, el propietario de la Opción ejercerá dicho contrato, lo cual repercutirá en una pérdida para el emisor de la Opción equivalente a la diferencia :

$$B = c - \{Max(S - E, 0)\} \quad (2.3)$$

Opción de Venta (Put). Da el derecho de vender una porción del Activo Subyacente a cierto precio de Ejercicio dentro de un determinado periodo de tiempo.

Punto de vista del comprador. Este tipo de Opciones se emplea cuando se espera que los precios del Activo Subyacente tengan una tendencia a la baja (para el comprador de un *Put*), mientras se cumpla que $S > E$, la pérdida máxima estará dada por el Costo de la Opción, es decir, la prima pagada. En este caso, para obtener un Beneficio positivo, el precio del Activo Subyacente debe ser estrictamente menor a la suma del precio de ejercicio y el costo de la Opción.

³⁹El beneficio puede ser positivo o negativo

⁴⁰Puede ser estable o con variaciones mínimas

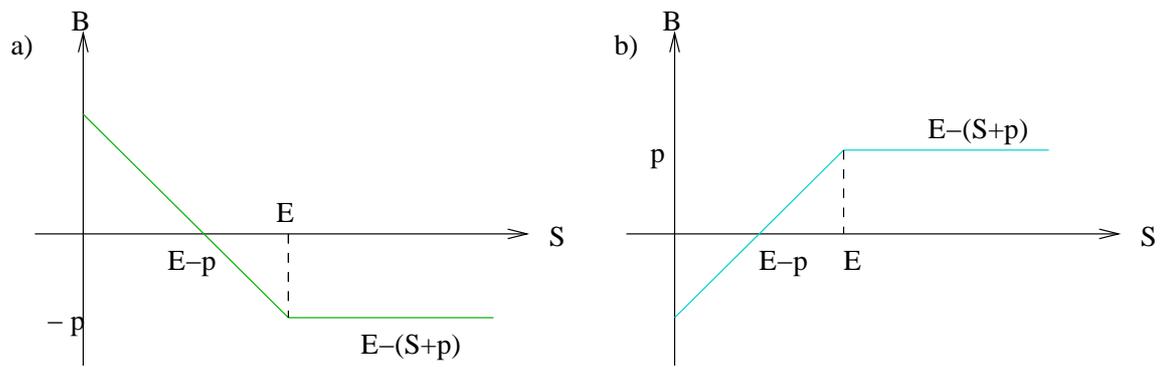


Figura 2.3: Perfil de Beneficio de una Opción Put a) para su comprador b) para su emisor.

El Beneficio estará dado por:

$$B = \{Max(E - S, 0)\} - p \quad (2.4)$$

o bien, nuestra pérdida máxima será el Coste de la Opción, es decir, la prima⁴¹.

La compra de una Opción de Venta sobre un activo subyacente asegura contra una caída del precio de éste. En el caso del comprador de la Opción, se tiene garantizado el precio de liquidación al vencimiento en el caso de que el precio de Mercado del activo subyacente se encuentre por debajo del precio de ejercicio (Esto se ilustra en la Fig. 2.3 (a).).

Punto de vista del emisor. Un emisor⁴² de una Opción de venta piensa que el precio del activo subyacente tiene una tendencia constante o ligeramente alcista. Por lo tanto, el beneficio del emisor de un Put estará dado por:

$$B = \{Max(E - S, 0)\} - p \quad (2.5)$$

Al emitir una Opción de Venta la ganancia máxima estará dada por la prima, para que el Beneficio sea positivo y mayor a cero el precio del activo subyacente debe de ser mayor a la diferencia entre el precio de ejercicio y la prima, y menor al precio de ejercicio, es decir:

$$E - p < S < E$$

en caso de que $S < E - p$, se registrará un beneficio negativo. El gráfico de Beneficios para un emisor de un *Put* se ilustra en la Fig. 2.3 (b).

Las estrategias simples de las Opciones Financieras nos permiten actuar adelantándonos al posible comportamiento del Mercado, suponiendo que este tenderá a comportarse de cierta manera y esperando que dicho comportamiento se mantenga.

⁴¹Para el caso de las Opciones Call, la prima será representada por una letra c y para las Opciones put se representará por una p .

⁴²También llamado vendedor.

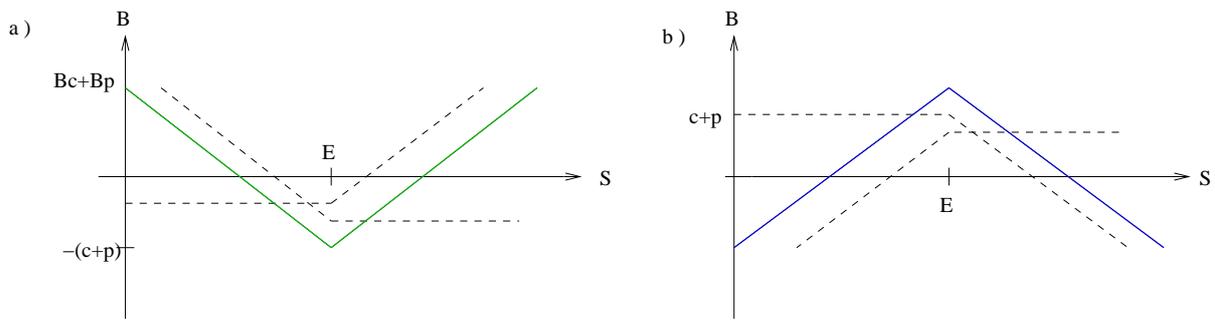


Figura 2.4: Gráfico del perfil de Beneficio de una Opción Straddle

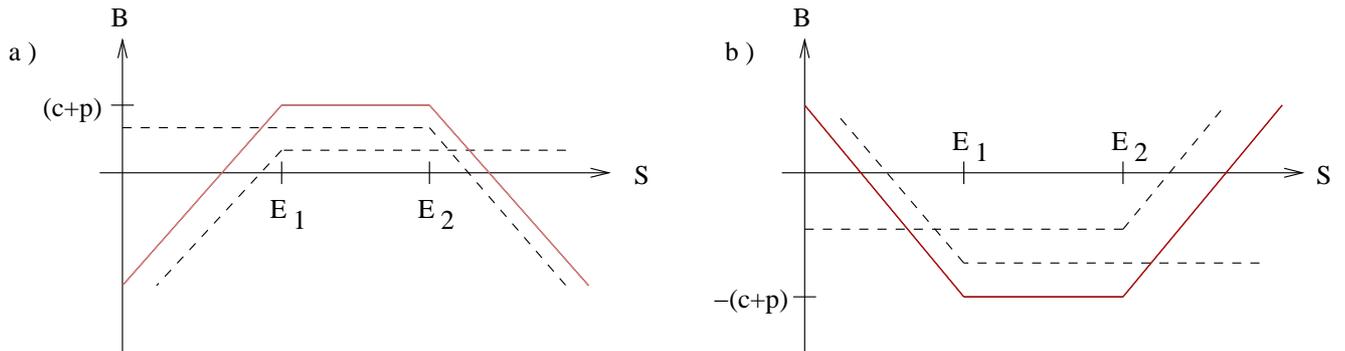


Figura 2.5: Gráfico del perfil de Beneficio de un Strangle

Estrategias Complejas (o Compuestas)

Las estrategias complejas consisten en la adquisición o venta simultánea de las Opciones pertenecientes a las estrategias simples.

Conos (*Straddle*). Consiste en la adquisición simultánea de una Opción de compra y otra de venta sobre el mismo Activo Subyacente y que además tengan la misma fecha de vencimiento y precio de ejercicio.

El poseedor de un *Straddle* obtiene beneficios cuando el precio del Activo Subyacente se mueve fuertemente al alza o a la baja.

Cunas (*Strangle*). Consiste en la venta simultánea de una Opción de compra y una de venta sobre el mismo activo subyacente y que además tienen distinto precio de ejercicio.

El *Strangle* es una estrategia menos arriesgada y menos costosa que la estrategia del *Straddle*.

Bandos (*Strip*). Consiste en la adquisición de dos Opciones de venta y una Opción de compra sobre el mismo activo subyacente y con el mismo precio de ejercicio.

En un *Strip* el inversor considera que habrá una disminución del precio del Activo Subyacente y considera más probable dicha disminución del precio del Activo que una subida.

Cuerdas (*Strap*). Consiste en adquirir dos Opciones de compra y una Opción de venta sobre el mismo activo subyacente y con el mismo precio de ejercicio.

En un *Strap* el inversor considera más probable que habrá un gran movimiento de precios al alza del Activo Subyacente que una disminución.

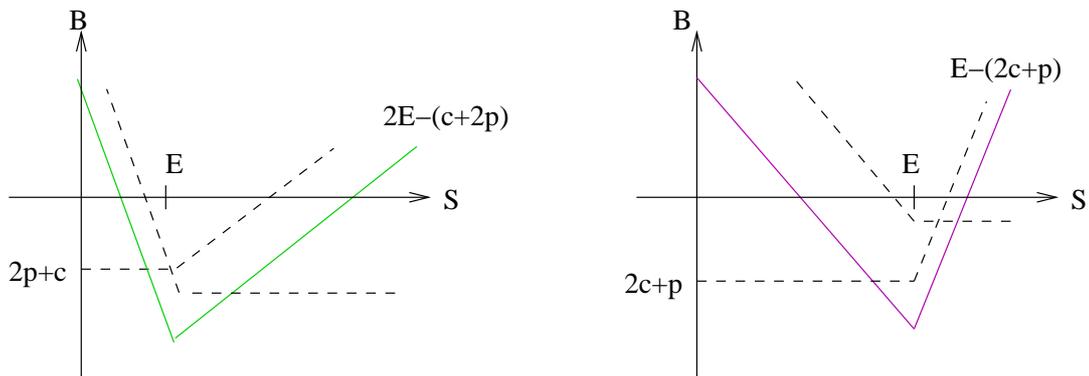


Figura 2.6: Perfil de Beneficio de un a) Strip b)Strap

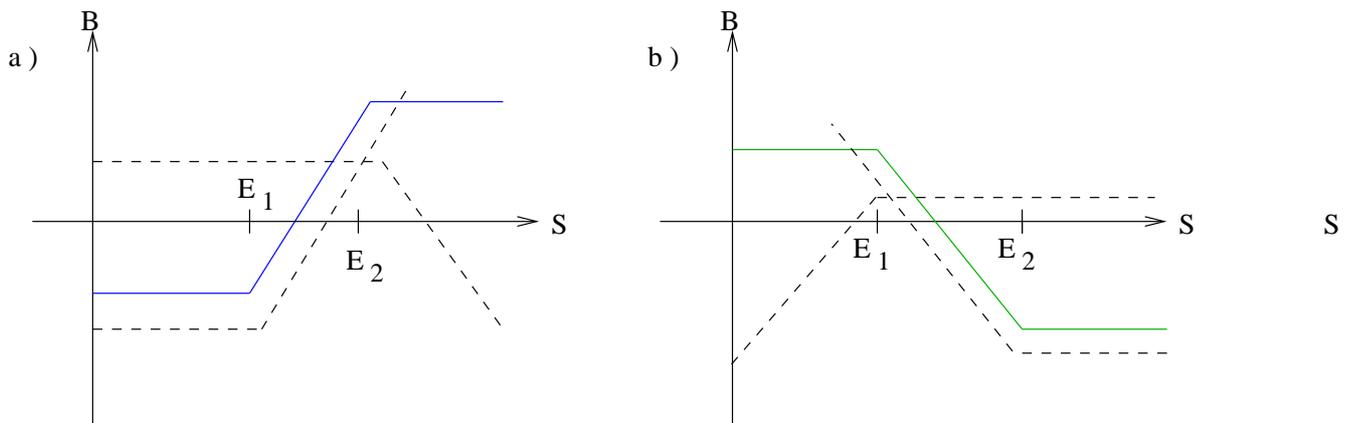


Figura 2.7: Perfil de Beneficio de un a) Bull y un b) Bear

Estrategias basadas en Diferenciales (*Spreads*)

Los Diferenciales son una combinación de dos o más posiciones con distintos precios de ejercicio o con distintas fechas de vencimiento.

Diferencial alcista (*Bull Spread*). Consiste en adquirir una Opción de compra con un precio de ejercicio determinado y vender otra Opción de compra con un precio de ejercicio superior⁴³.

Esta estrategia es adoptada por el inversor que cree que el activo tendrá una ligera tendencia al alza⁴⁴, es una alternativa para la adquisición de una Opción de compra cuando se espera que la diferencia entre el precio de ejercicio y el precio del Activo subyacente sea ligeramente positiva (Fig. 2.7(a)).

Diferencial bajista (*Bear Spread*). Consiste en la adquisición de una Opción de compra con un cierto precio de ejercicio y simultáneamente se vende otra opción de compra con un precio de ejercicio inferior.

Es utilizado cuando el inversor espera que el Mercado se comporte con una tendencia negativa. Su desventaja respecto al Diferencial alcista es que limita la ganancia potencial; sin embargo, implica un costo menor y también se limitan las pérdidas en caso de que el precio del activo subyacente ascienda (Fig. 2.7(b)).

⁴³Generalmente ambas con igual fecha de vencimiento.

⁴⁴El Beneficio es máximo cuando el precio del activo supera al precio máximo de ejercicio al Vencimiento. La pérdida máxima ocurre cuando el precio del activo es menor al mínimo precio de Ejercicio.

2.3. Principales modelos de Valoración de Opciones

2.3.1. Modelo de Látices Binomiales de Valoración de Opciones

Los modelos de valoración de opciones se basan en estructuras analíticas con el objetivo de predecir o conocer en determinado momento el valor teórico de una Opción en función de ciertas variables. Debido a que en la realidad no puede predecirse con exactitud tal valor⁴⁵, estos modelos se basan en ciertos supuestos que permitan tener una mayor aproximación al valor exacto. Los modelos de valoración de Opciones se basan en los factores endógenos y exógenos como variables. A partir de estas variables y supuestos, se construye un modelo cuyo objetivo será determinar el valor teórico de una Opción⁴⁶.

La importancia de la valoración de opciones es que el cálculo de la prima permite determinar cuál será la cantidad que se habrá de pagar⁴⁷ para adquirir una Opción. Si suponemos que p y $(1 - p)$ son las probabilidades asociadas a que el precio del Activo subyacente se incremente o se decremente, respectivamente, en el Mercado, de tal manera que su precio aumente x veces de n posibles incrementos, entonces $p^x q^{n-x}$ es la Probabilidad asociada a que suceda este evento, es decir, es la probabilidad de que el precio del activo subyacente tenga x incrementos y $n - x$ decrementos durante n periodos y sea el número de combinaciones de x incrementos de n posibilidades que el Activo subyacente tenga un cierto valor:

$$P = \begin{cases} \binom{n}{k} p^x q^{n-x} & \forall x \in N \cup \{0\} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

donde P es la probabilidad de que el precio del activo sea igual al precio de mercado. De esto podemos decir que el valor del activo subyacente en el Mercado puede aproximarse mediante un proceso Binomial⁴⁸.

Cox, Ross y Rubinstein desarrollaron este método de valoración de Opciones, este considera que la evolución del precio del Activo subyacente varía siguiendo un proceso binomial multiplicativo, es decir, sólo puede tomar dos valores posibles (uno a la alza y otro a la baja) con probabilidades asociadas p y $1 - p$. De esta manera, extendiendo esta Distribución de probabilidades a lo largo de un cierto número de periodos, se puede determinar el valor teórico de una Opción. Los supuestos en que se basa este modelo son:

- a) El Mercado es perfecto.
- b) No hay costos de transacción, información, ni impuestos.
- c) La Tasa de interés es libre de riesgo a corto plazo y además es conocida, positiva y constante para un determinado periodo.
- d) Las transacciones pueden ser simultáneas.
- e) El Activo subyacente no paga dividendos ni cualquier otro beneficio.
- f) El precio del Activo subyacente evoluciona siguiendo un proceso binomial multiplicativo a lo largo de periodos de tiempo discretos.

⁴⁵Se considera el valor en el tiempo de activo subyacente.

⁴⁶El valor teórico de dicha opción es tomado en cuenta por los Operadores de la Opción, sin embargo, éste puede ser distinto de su precio de Mercado.

⁴⁷Existe una analogía también para las opciones *put*.

⁴⁸Con periodos discretos.

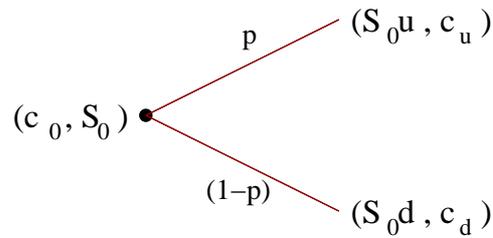


Figura 2.8: Gráfico del comportamiento de el valor de un activo y el de su correspondiente prima visto como un modelo binomial

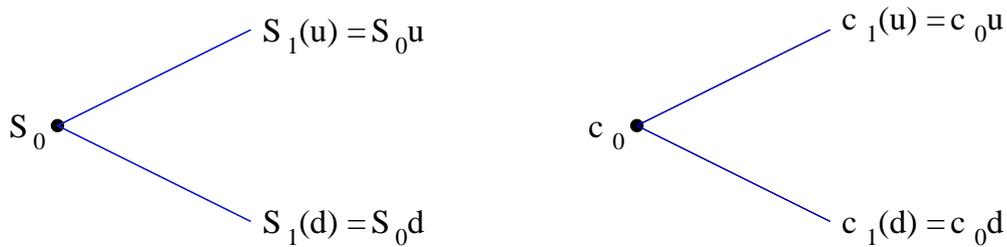


Figura 2.9: Gráfico del comportamiento de el valor de un activo y el de su correspondiente prima vistos por separado

Este método nos permite determinar el valor teórico de una Opción de uno o más periodos. Si tomamos en cuenta el supuesto de que el precio de la Opción está relacionado directamente con la fluctuación del activo subyacente y si el precio inicial del activo es S_0 al instante inicial, en el periodo siguiente, este puede tomar dos valores posibles S_0u o S_0d , donde u y d son factores de incremento y decremento, respectivamente. Un árbol binomial genera una Distribución de precios hasta la expiración del contrato. Teniendo en cuenta dicha distribución y el precio de ejercicio de esta, puede calcularse el valor de la Opción en la fecha de expiración del contrato.

Método Binomial de un periodo

Consideremos el valor de un activo Subyacente en un cierto instante inicial S_0 y una opción sobre dicho activo con un valor de c_0 . Además supongamos que el tiempo de expiración de la Opción es el instante T y que dicho valor inicial del activo puede aumentar o disminuir hasta S_0u o S_0d con probabilidades p & $(1 - p)$ respectivamente.

- i) Si el precio del activo subyacente aumenta de S_0 a S_0u , el precio de la Opción es

$$c_u = \max\{S_0u - S_0, 0\} \quad (2.6)$$

- ii) Si el precio del activo subyacente disminuye de S_0 a S_0d , el precio de la Opción al final del periodo es

$$c_d = \max\{S_0d - S_0, 0\} \quad (2.7)$$

es decir :

$$c_0 = \begin{cases} c_u = \max\{S_0u - S_0, 0\} \\ c_d = \max\{S_0d - S_0, 0\} \end{cases}$$

Formemos un portafolio que conste de el derecho de venta de n activos subyacentes y de una obligación de venta de una Opción idéntica al contrato que se evaluará. Primero determinamos el número de activos subyacentes n que haga que dicho portafolio sea libre de riesgo. Como el portafolio replicará el comportamiento del activo subyacente al vencimiento, ambos deben ser iguales.

$$\begin{aligned} S_0un - c_u &= S_0dn - c_d \\ \Rightarrow n &= \frac{c_u - c_d}{S_0(u - d)} \end{aligned}$$

donde, dado que el portafolio es libre de riesgo, la tasa libre de riesgo se reeditúa al término del primer periodo. De esta manera:

$$\begin{aligned} S_0un - c_u &= [S_0un - c_u]e^{-i_{L.R.}T} \\ \Rightarrow c_0 &= S_0n - [S_0un - c_u]e^{-i_{L.R.}T} \end{aligned}$$

reacomodando términos y sustituyendo el valor de n , obtenemos :

$$c_0 = \left[\frac{c_u(e^{iT} - d) + c_d(u - e^{iT})}{u - d} \right] e^{-iT}$$

es decir :

$$c_0 = [c_u p + c_d(1 - p)]e^{-iT} \quad (2.8)$$

donde:

$$p = \frac{e^{iT} - d}{u - d} \quad \& \quad 1 - p = \frac{u - e^{iT}}{u - d} \quad (2.9)$$

Podemos notar que el valor de c es independiente de la probabilidad⁴⁹ de ocurrencia de los movimientos de alza o baja en el precio del Activo Subyacente. Estas ecuaciones nos permiten valorar una Opción utilizando un modelo binomial de un periodo.

Modelo Binomial de dos periodos

Considere el caso en el que el número de periodos es dos, además la duración de cada periodo es de δt años. El precio inicial del activo subyacente es S_0 y dicho precio puede incrementarse o decrementarse, u ó d veces respecto a ese precio inicial (donde $i_{L.R.}$ es la tasa libre de riesgo). Construimos el árbol binomial correspondiente (Esto se muestra en la figura 2.10).

Del modelo binomial de un periodo sabemos que:

$$c_0 = [c_u p + c_d(1 - p)]e^{-i(\delta T)}$$

aplicando recursividad para los nodos del primer periodo:

$$c_u = [c_{uu} p + c_{ud}(1 - p)]e^{-i(\delta T)}$$

$$c_d = [c_{ud} p + c_{dd}(1 - p)]e^{-i(\delta T)}$$

⁴⁹Estas son probabilidades neutrales al riesgo o Martingalas.

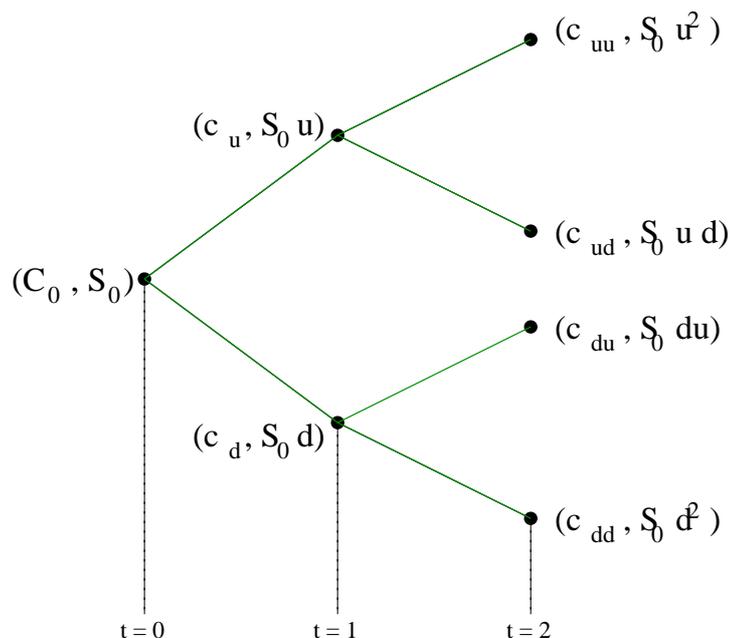


Figura 2.10: Gráfico del modelo binomial de dos periodos

De esta forma calculamos el nodo correspondiente al periodo cero⁵⁰. Así :

$$c_0 = [c_{uu}p^2 + c_{ud}(1-p)p + c_{ud}(1-p)p + c_{dd}(1-p)^2]e^{-2i(\delta T)}$$

$$c_0 = [c_{uu}p^2 + 2c_{ud}(1-p)p + c_{dd}(1-p)^2]e^{-2i(\delta T)}$$

donde p^2 , $2p(1-p)$ & $(1-p)^2$ son las probabilidades de obtener los valores S_{0uu} , S_{0ud} y S_{0dd} , respectivamente. Así :

$$p = \frac{e^{i(\delta T)} - d}{u - d} \quad (2.10)$$

Los valores de u & d dependen de la volatilidad del precio del activo subyacente σ_s . El método de *Cox, Ross y Rubinstein* establecen los valores de u y d .

$$u = e^{\sigma_s \sqrt{\delta T}} \quad \& \quad d = e^{-\sigma_s \sqrt{\delta T}} \quad (2.11)$$

Modelo Binomial de n-periodos

Consideremos el caso de un modelo multiperiodico de un árbol binomial, Recordemos que la potencia n de un binomio está dada por:

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$$

a su vez, la función de distribución binomial está dada por:

$$f(x) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

⁵⁰Calcular el valor de c en el periodo cero refleja el valor presente de la prima.

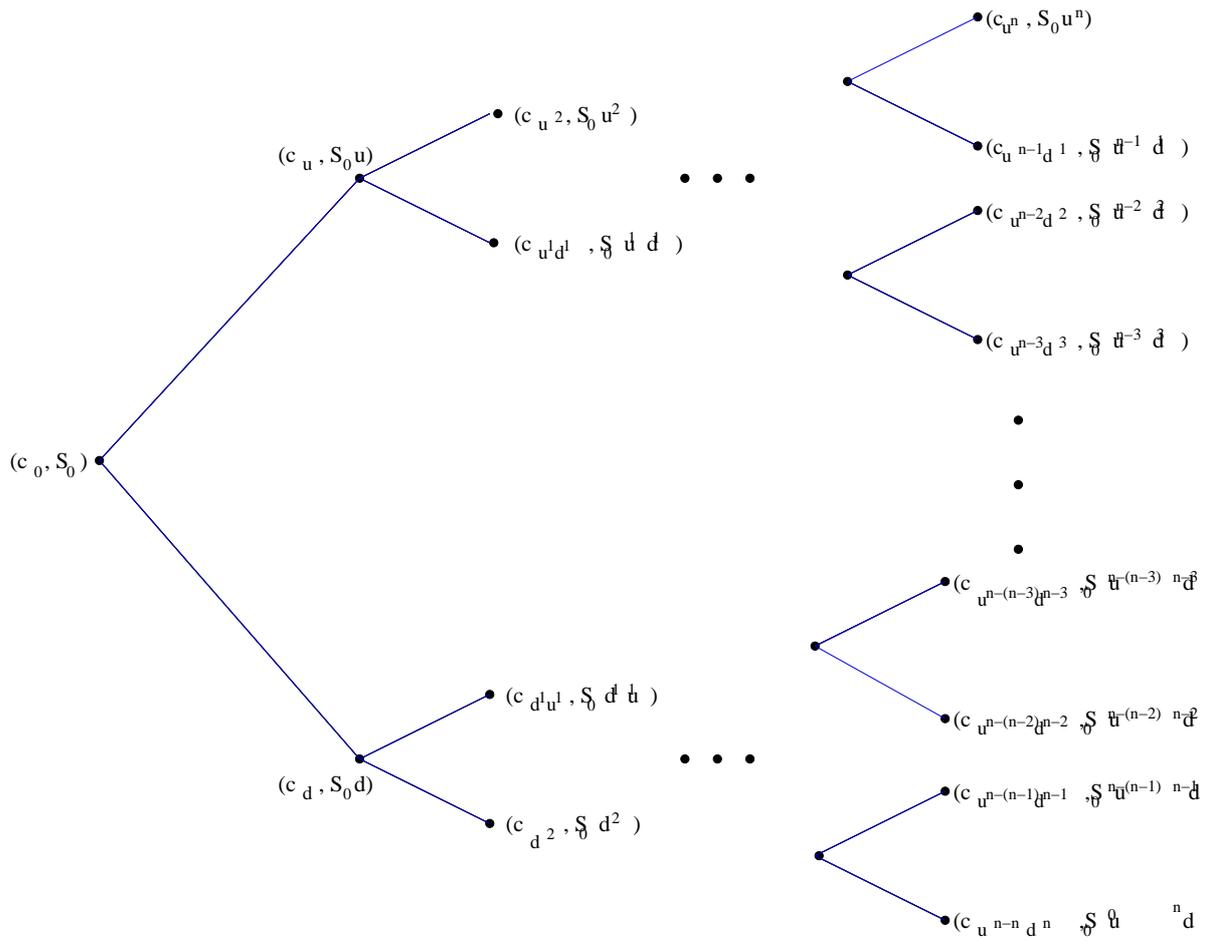


Figura 2.11: Generalización del modelo binomial de n periodos

Aplicando la fórmula de valoración recursivamente⁵¹ obtenemos :

$$c_0 = e^{-i(\delta T)} \sum_{k=0}^n \left[\binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \text{Max}\{(S_0 u^k d^{n-k} - E), 0\} \right]$$

$$c_{u^k d^{n-k}} = \text{Max}\{S_0 u^k d^{n-k} - E, 0\}$$

2.3.2. Modelo de valoración de Opciones de Black & Scholes

A principios de la década de los setentas (1973), *Fischer Black*, *Myron Scholes* y *Robert Merton*, hicieron una fundamental contribución a la valoración de Opciones y además proporcionaron una herramienta para calcular el Riesgo Financiero. Este modelo de valoración de Opciones proporciona una solución analítica en un solo paso y los cálculos son más rápidos que en el método Binomial, reduce el Riesgo a través de los Derivados y permite calcular el valor de una Opción⁵². En un principio *Black* y *Scholes* estudiaron las relaciones existentes entre el Riesgo y la rentabilidad, posteriormente trabajaron en la valoración del precio de las Opciones, tratando de encontrar la fórmula que incluyese los factores que afectaban su precio. Todos estos trabajos culminaron en la famosa ecuación diferencial conocida como *ecuación de calor*.

Supuestos sobre la evolución de los precios

El supuesto del modelo de *Black & Scholes* es que en ausencia de Dividendos el precio del Activo Subyacente sigue un proceso de *caminata aleatoria*; es decir, las variaciones porcentuales en el precio en un periodo sigue una Distribución Normal⁵³. Sea :

μ : Rendimiento esperado

σ : Volatilidad del precio

de esta manera:

$$\frac{dS}{S} \sim N(\mu dt, \sigma \sqrt{dt})$$

Dado que el precio del Activo Subyacente sigue un proceso de *caminata aleatoria*, en un instante futuro el precio seguirá una Distribución lognormal⁵⁴. Tomando el logaritmo natural del precio del Activo Subyacente $\ln(S_T)$, en un instante futuro T , describimos la Distribución:

$$\ln(S_T) \sim N\left(\ln(S_0) + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)T, \sigma\sqrt{T}\right)$$

El Rendimiento esperado⁵⁵, suponiendo que las probabilidades de que suba o baje el precio son p y $1-p$ respectivamente, es:

$$E(S_T) = pS_0u + (1-p)S_0d$$

$$E(S_T) = p[S_0u - S_0d] + S_0d$$

⁵¹ Aquí no será demostrado el método, simplemente se mencionará el resultado, el cuál se basa en el triángulo de Pascal y en la definición de combinatoria.

⁵² En el *MIT* trabajaron juntos *Fisher Black* y *Myron Scholes*, en esa época Myron Scholes era consultor en Arthur D. Little, *Black* estaba interesado en encontrar una interrelación entre el precio de los Valores y su respectivo Riesgo.

⁵³ Una Distribución Normal es simétrica, es decir, la media, la mediana y la moda son iguales.

⁵⁴ Una variable X que se distribuye lognormalmente cumple que: Si $X \sim N \Rightarrow \ln(X) \sim N$.

⁵⁵ El rendimiento esperado debe ser al menos la tasa libre de riesgo.

por lo tanto:

$$E(S_T) = S_0 e^{\mu T}$$
$$\sigma_{S_T}^2 = S_0^2 e^{2\mu T} (e^{\sigma^2 T} - 1)$$

de donde:

$$\ln \frac{S_T}{S_0} \sim N\left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)T, \sigma\sqrt{T}\right]$$

Tasa de Rentabilidad esperada. La Tasa de rentabilidad esperada, μ , es la tasa que requiere un inversor⁵⁶. De esta manera la rentabilidad compuesta continua en T años es:

$$\frac{1}{T} \left(\ln \frac{S_T}{S_0} \right)$$

cuyo valor esperado es:

$$\mu - \frac{\sigma^2}{2}$$

Volatilidad. La volatilidad es una medida sobre la incertidumbre de cuál será el Rendimiento proporcionado por un cierto activo, o bien, sobre cuál será el precio futuro de este⁵⁷.

Supuestos del modelo Black & Scholes

Los supuestos de este modelo son:

1. El comportamiento del precio del Activo Subyacente corresponde a un modelo lognormal con media y varianza constantes y los Rendimientos se distribuyen Normalmente.
2. No hay costos ni impuestos y cualquier activo es perfectamente divisible.
3. El activo no paga dividendos durante la vida de la opción.
4. No hay arbitraje sin riesgo.
5. Las negociaciones son continuas.
6. La tasa de interés libre de riesgo⁵⁸ es la misma para todos los inversores.
7. Las opciones son de tipo europeo.
8. El valor de los rendimientos es conocido y es directamente proporcional al paso del tiempo.

El modelo *Black & Scholes* consiste en valorar una Opción Europea dado el tiempo hasta el vencimiento (T), la tasa libre de riesgo ($i_{L.R.}$), el precio de ejercicio (E) y la varianza de la tasa de Rentabilidad instantánea (σ^2). Con esto se determina la relación existente entre el costo de la Opción Europea (c) y el precio de su Activo subyacente (S_0).

⁵⁶Esta va aunada al riesgo que este desea adquirir, a mayor nivel (tasa) de riesgo mayor tasa de rendimiento.

⁵⁷Este término será descrito más ampliamente en el Cap.3

⁵⁸En el corto plazo esta es constante.

Fórmulas de valoración

Lo que se deriva de éste modelo es que es el primer modelo teórico-práctico que permite evaluar Opciones Financieras. Las fórmulas de Black y Scholes para los precios de opciones Europeas de compra y venta sobre activos que no pagan Dividendos son:

$$c = S_o N(d_1) - E e^{-i_{L.R.} T} N(d_2) \quad (2.12)$$

$$p = E e^{-i_{L.R.} T} N(-d_2) - S_o N(-d_1) \quad (2.13)$$

donde:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_o}{E}\right) + \left(i_{L.R.} + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$
$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S_o}{E}\right) + \left(i_{L.R.} - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

Aquí, $N(d_1)$ es la función de distribución de la variable aleatoria Normal con media cero y desviación típica uno; es decir, $N(d_1)$ es la probabilidad de que la variable aleatoria sea menor o igual a d_1 . Esto es:

$$N(d_1) = P\{x \leq d_1\}$$

2.3.3. Método de Redes Neuronales Polinomiales Artificiales

Recientemente se han determinado limitaciones en los Modelos que permiten evaluar Opciones que dependen de la Distribución Normal o varianza finita, entre los que se encuentra el modelo de *Black & Scholes*. *H. Johnson & D. Shanno* comentan que: “El modelo de *Black & Scholes* supone que el precio del activo subyacente sigue un *Movimiento Geométrico Browniano*, esto implica que dicho precio tenga una *Distribución lognormal*, por lo que la tasa de rendimiento se distribuye *Normalmente*”.

De acuerdo con el *Teorema del Límite Central*, la distribución de los cambios diarios en el precio del activo debe Distribuirse aproximadamente de manera Normal. Sin embargo, esto no se cumple cuando:

- i) Los cambios en el precio no tienen varianza⁵⁹ finita.
- ii) El precio diario sea aleatorio, lo cuál da lugar a procesos subordinados.

El método de Redes Neuronales es un modelo que nos auxilia en un Sistema dinámico complejo, cuyo comportamiento no es lineal, aproximamos el comportamiento del Mercado de Valores a un Sistema Dinámico, su principal característica de éste modelo es aproximar estructuras complejas no lineales.

Redes Neuronales Artificiales . Son Redes interconectadas masivamente en paralelo de elementos simples y con organización jerárquica e intentan interactuar con los objetos del mundo real del mismo modo que lo hace el Sistema Nervioso Biológico⁶⁰.

⁵⁹La varianza no es constante, cambia en el tiempo.

⁶⁰Kohonen.

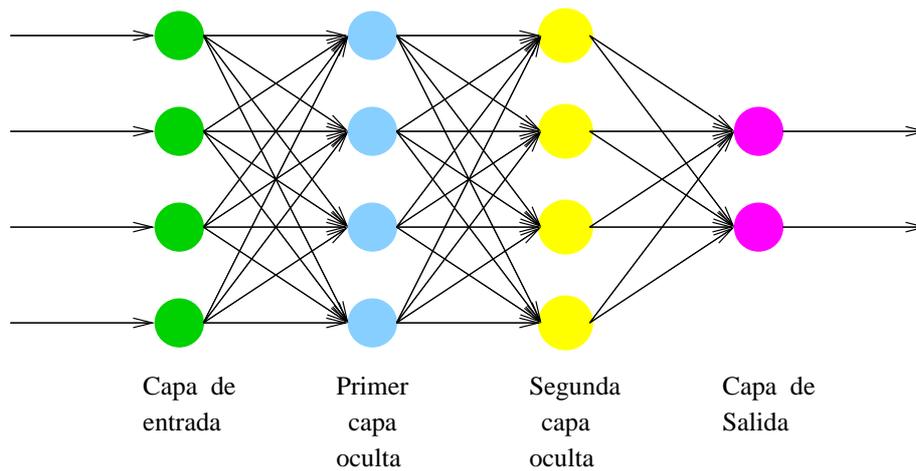


Figura 2.12: Estructura básica de una Red Neuronal Artificial tipo Perceptrón Multicapa (Fuente: Modelación y Optimización del mezclado de Petróleo crudo con Redes Neuronales; Rubio Ávila José de Jesús; CINVESTAV, IPN.)

Las Redes Neuronales Artificiales son un modelo de predicción que emplea datos históricos pero permite incorporar información, representan Sistemas dinámicos que tienen un aprendizaje que adapta y autoorganiza la información. Una Red Neuronal es un Sistema que ha sido diseñado para modelar una determinada acción que realiza el Sistema Nervioso. Esta red esta formada por una serie de unidades de procesamiento que se interconectan, a las que llamamos *Neuronas*. Así, cada neurona recibe un conjunto de señales (como datos de entrada), las pondera, las integra al proceso y determina el resultado a las neuronas que estan conectadas a ella (Fig. 2.12).

Las Redes Neuronales típicamente se conectan con otras neuronas, su principal característica es que en cada capa se tienen señales de entrada dadas por las señales de salida de las neuronas de la capa precedente. El punto de partida del estudio del método Redes Neuronales Artificiales y la investigación en torno a este es el artículo publicado por *McCulloch y Pitts* en 1943⁶¹, en el que se propuso un modelo para la actividad real del Sistema nervioso en el que cada neurona toma cierta función dependiendo de lo que realizan las neuronas conectadas a esta⁶² y por la contribución de *Kleene* (1956) al reformular y generalizar estos resultados.

Su ventaja es que puede adaptarse tanto a probabilidades lineales como no-lineales. Cada conexión entre dos neuronas tiene una determinada importancia asociada denominada *peso*. El proceso al cual se ajustan estos pesos para lograr un determinado objetivo se denomina *aprendizaje* y el procedimiento se llama *Algoritmo de aprendizaje*. Las señales que le llegan a la neurona son sus entradas y los pulsos que emite son sus salidas, así, cada entrada es ponderada.

Una Red Neuronal Artificial (RNA) es capaz de procesar una gran cantidad de información de forma paralela, basándose en el funcionamiento de las Redes Neuronales Biológicas, las cuales pueden almacenar conocimiento y tenerla disponible para su uso. Dicha Red Neuronal se compone por uniones sinópticas; donde cada elemento tiene su propio peso, por un *Sumador* resultado de la suma de los componentes de la entrada multiplicados por su peso y una función de activación que transforma la salida del sumador por la entrada de la siguiente Neurona (Fig. 2.13).

⁶¹Esta primera Red Neuronal Artificial consistía en una suma de las señales de entrada multiplicadas por sus pesos escogidos aleatoriamente.

⁶²Además contribuyó al desarrollo de la Teoría de Autómatas Finitas

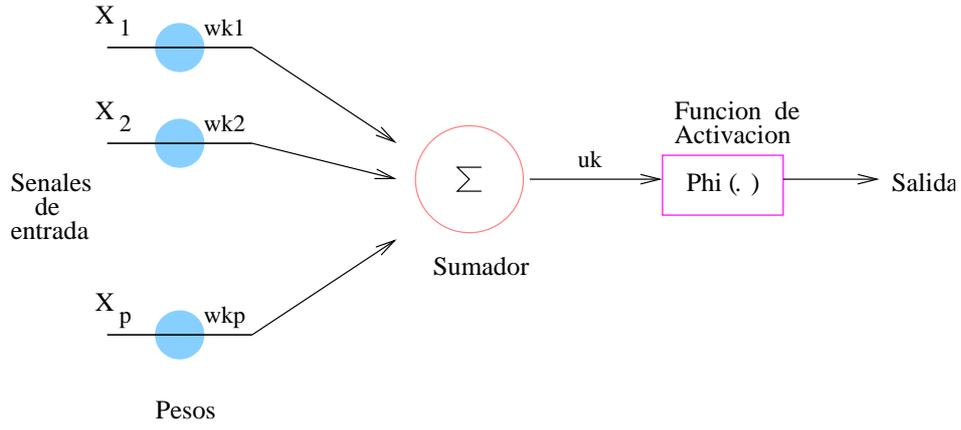


Figura 2.13: Funcionamiento de una Red Neuronal Artificial (Fuente: Modelación y Optimización del mezclado de Petróleo crudo con Redes Neuronales; Rubio Ávila José de Jesús; IPN.)

Unas de las aplicaciones son las propuestas por *M. Mariallis* y *L. Salchenberger* (estiman el precio de una Opción Financiera), *Hutchinson, Lo & Poggio* (identifican las limitaciones del modelo $B \& S$ y proponen una Red Neuronal para la evaluación y cobertura de los Derivados cuando se desconoce la dinámica del precio del Activo Subyacente), *David L. Kelly* realizó una aplicación para evaluar y cubrir Opciones de venta, *Milliaris* y *Salchenberger* demostraron que la Red Neuronal puede predecir la volatilidad implícita de las Opciones financieras. Dicho modelo se define como:

$$\hat{Y}_k = [\phi(z)]_{\phi_{min}}^{\phi_{max}} = \begin{cases} \phi_{max} & \phi(z)\phi_{max} \\ \phi(z) & \phi_{min}\phi(z)\phi_{max} \\ \phi_{min} & \phi(z)\phi_{min} \end{cases}$$

donde ϕ_{max} y ϕ_{min} son los límites superior e inferior, respectivamente, y $\phi(z) \in \phi_p$ es una función lineal donde ϕ_p es una familia de polinomios.

$$\phi_p(z_1, z_2, \dots, z_n) = a_0(z_1, z_2, \dots, z_n) + a_1(z_1, z_2, \dots, z_n) + \dots + a_n(z_1, z_2, \dots, z_n)$$

Además z representa:

$$z = \{x_{1,k}, x_{2,k}, \dots, x_{n,k}, y_{k-2}, \dots, y_{k-n_2}\}$$

Aquí los $\hat{Y}_k \in R$ son la función estimada, $\phi(x, y) \in R$ es una función no lineal, $x_i \in X$ son las entradas y n_i número de entradas y los $y_{k-j} \in Y$ son los valores previos de las salidas, n_i y n_2 son los número de defases en la entrada y la salida, respectivamente. Cada coeficiente polinomial puede ser descrito como:

$$a_0(z_1, z_2, \dots, z_n) = \omega_0$$

$$a_1(z_1, z_2, \dots, z_n) = \omega_{1,1}z_1 + \omega_{1,2}z_2 + \dots + \omega_{1,n}z_n$$

$$a_2(z_1, z_2, \dots, z_n) = \omega_{2,1}z_1z_1 + \omega_{2,2}z_1z_2 + \omega_{2,3}z_1z_3 + \dots z_1z_{n_v} + \dots z_2z_2 + \dots z_2z_3 \dots + \omega_{2,N_2}z_{n_v}z_{n_v}$$

$$a_3(z_1, z_2, \dots, z_n) = \omega_{3,1}z_1z_1z_1 + \omega_{3,2}z_1z_1z_2 + \omega_{3,3}z_1z_1z_3 + \omega_{3,4}z_1z_1z_2 + \omega_{3,5}z_1z_2z_3 + \omega_{3,6}z_1z_3z_3 + \dots + \dots z_2z_2z_2 + \dots z_1z_1z_3 + \dots z_2z_3z_3 + \dots + \omega_{3,N_3}z_{n_v}z_{n_v}z_{n_v}$$

$$a_p(z_1, z_2, \dots, z_n) = \omega_{p,1}z_1^p + \omega_{p,2}z_2^{n-1}z_2 + \dots + \omega_{p,N_p}z_{n_v}^p$$

donde ω es la ponderación asociada, N_i el número de términos de cada polinomio, n_v el número total de elementos de la descripción z y p el grado máximo del polinomio con $n_v = n_1 + n_i n_i + n_2$.

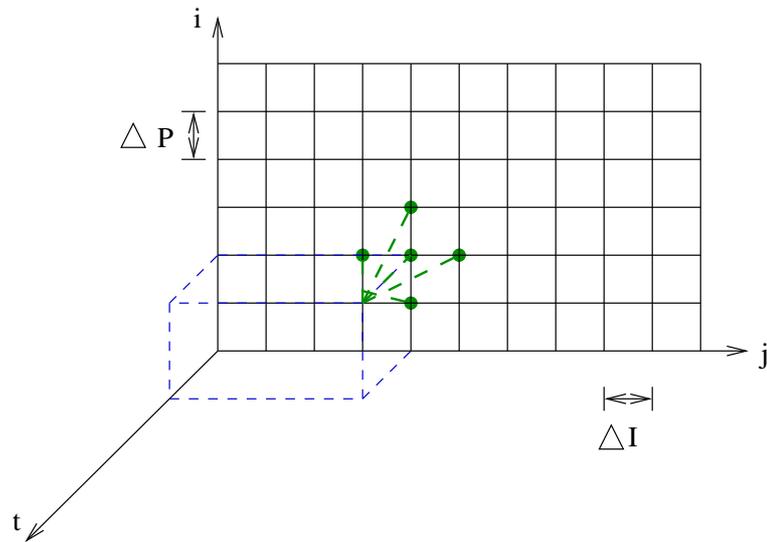


Figura 2.14: Representación de la malla empleada en el método Diferencias Finitas

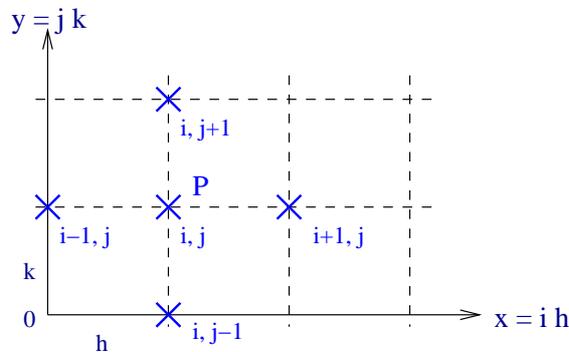


Figura 2.15: Representación de la malla para un punto P

2.3.4. Método de Diferencias Finitas

Conocida la fórmula de *Black & Scholes*, el método de Diferencias Finitas es una forma clásica y sencilla de solución numérica que resuelve dicha Ecuación Diferencial Parcial. Este método consiste en transformar el Dominio de las variables de estado por una red o malla de puntos discretos. La Ecuación Diferencial Parcial es transformada en un conjunto de Ecuaciones Diferenciales Finitas que pueden resolverse con las apropiadas condiciones de frontera. Este método puede ser Implícito o Explícito.

Considere la Ecuación Diferencial Parcial de segundo orden :

$$a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + b \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + c \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + d \frac{\partial u}{\partial x} + e \frac{\partial u}{\partial y} + fu + g = 0$$

Suponiendo que n es una función de las variables independientes x & y , podemos dividir el plano XY en una malla de puntos iguales a:

$$\delta x = h \quad \delta y = k$$

Evaluando u en el punto P :

$$u_p = u(ih, jk) = u_{i,j}$$

Así el valor de la segunda derivada de P sería:

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_p = \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_{i,j} = \frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{h^2}$$

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)_p = \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)_{i,j} = \frac{u_{i,j+1} - 2u_{i,j} + u_{i,j-1}}{k^2}$$

Así, el valor de la primer derivada en P tiene tres aproximaciones: Diferencia central, Diferencia hacia atrás y Diferencia hacia adelante.

Diferencia Central.

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_p = \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2h}$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_p = \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{i,j} = \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j-1}}{2k}$$

Diferencia hacia adelante.

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_p = \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{u_{i+1,j} - u_{i,j}}{h}$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_p = \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{i,j} = \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j}}{k}$$

Diferencia hacia atrás.

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_p = \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{u_{i,j} - u_{i-1,j}}{h}$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_p = \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{i,j} = \frac{u_{i,j} - u_{i,j-1}}{k}$$

Este método evalúa un derivado por medio de la solución iterativa del conjunto de las ecuaciones diferenciales. Si consideramos una Opción tipo *Put* estilo americana sobre un activo que no paga dividendos, la ecuación diferencial que debe satisfacer dicha opción es:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + rS \frac{\partial f}{\partial S} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} - rf = 0$$

Se selecciona un número de intervalos de tiempo (n) entre el periodo comprendido entre el instante inicial (t) y la fecha de vencimiento de la Opción (T). La magnitud de cada uno de éstos intervalos esta dada por:

$$\Delta t = \frac{T - t}{n}$$

con $n + 1$ el número de instantes de tiempo :

$$(t, t + \Delta t, t + 2\Delta t, \dots, T)$$

Se debe discretizar el precio del activo subyacente, para esto, se define inicialmente un precio límite lo suficientemente elevado para garantizar que la probabilidad de que el precio del Activo subyacente lo exceda sea casi nula. Así, el rango de precios del Activo subyacente está dividido en intervalos de magnitud:

$$\Delta S = \frac{S_{max}}{m}$$

con $m + 1$ precios posibles del activo :

$$(0, \Delta S, 2\Delta S, \dots, S_{max})$$

La malla está formada por un total de $(n + 1)(m + 1)$ puntos (Fig. 2.14). Así, el punto (i, j) corresponde a un activo subyacente a un precio $i\Delta S$ en el instante $j\Delta t$.

Método Implícito

La Ecuación Diferencial Parcial puede resolverse indirectamente resolviendo simultáneamente un sistema de Ecuaciones lineales. Por el método implícito, para un punto (i, j) , $\frac{\partial f}{\partial S}$, $\frac{\partial f}{\partial t}$ y $\frac{\partial^2 f}{\partial S^2}$ pueden ser aproximadas por:

$$\frac{\partial f}{\partial S} = \frac{f_{i,j+1} - f_{i,j-1}}{2\Delta S}$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{f_{i+1,j} - f_{i,j}}{\Delta t}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial S^2} = \frac{f_{i,j+1} + f_{i,j-1} - 2f_{i,j}}{\Delta S^2}$$

donde $f_{i,j}$ representa el valor de la opción *Put* cuando el valor del activo subyacente es i en el tiempo j . Reescribimos la ecuación diferencial:

$$a_j f_{i,j-1} + b_j f_{i,j} + c_j f_{i,j+1} = f_{i+1,j}$$

donde :

$$a_1 = \frac{1}{2}rj\Delta t - \frac{1}{2}\sigma^2 j^2 \Delta t$$

$$b_j = 1 + r\Delta t + \sigma^2 j^2 \Delta t$$

$$c_j = -\frac{1}{2}rj\Delta t - \frac{1}{2}\sigma^2 j^2 \Delta t$$

donde el valor del *Put* satisface las siguientes condiciones de entorno:

$$f_{N,j} = \max|X - j\Delta S, 0| \quad j = 0, 1, \dots, M$$

$$f_{i,0} = X \quad i = 0, 1, \dots, N$$

$$f_{i,M} = 0 \quad i = 0, 1, \dots, N$$

Para encontrar los valores de la opción en el instante $T - \Delta t$, tenemos que resolver un sistema con $m - 1$ ecuaciones y $(n - 1)$ variables:

$$a_j f_{N-1,j-1} + b_j f_{N-1,j} + c_j f_{N-1,j+1} = f_{N,j} \quad i = 1, 2, \dots, M - 1$$

Método Explícito

El método implícito es muy confiable, sin embargo, en ocasiones no pueden resolverse de manera simultánea las $m-1$ ecuaciones para obtener el valor de la opción en cada instante. La ecuación Diferencial Parcial puede resolverse directamente usando las condiciones de frontera apropiadas y procediendo hacia atrás en el tiempo a través de pequeños intervalos hasta encontrar la trayectoria óptima para todo t . Podemos simplificar los cálculos y así obtenemos las ecuaciones⁶³:

$$\frac{\partial f}{\partial S} = \frac{f_{i+1,j+1} - f_{i+1,j-1}}{2\Delta S}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial S^2} = \frac{f_{i+1,j+1} + f_{i+1,j-1} - 2f_{i+1,j}}{\Delta S^2}$$

De esta manera la ecuación diferencial puede ser reescrita como:

$$a_j^* f_{i+1,j-1} + b_j^* f_{i+1,j} + c_j^* f_{i+1,j+1} = f_{i,j}$$

donde:

$$a_j^* = \frac{1}{1 + r\Delta t} \left(-\frac{1}{2} r j \Delta t + \frac{1}{2} \sigma^2 j^2 \Delta t \right)$$

$$b_j^* = \frac{1}{1 + r\Delta t} (1 - \sigma^2 j^2 \Delta t)$$

$$c_j^* = \frac{1}{1 + r\Delta t} \left(\frac{1}{2} r j \Delta t + \frac{1}{2} \sigma^2 j^2 \Delta t \right)$$

Esta ecuación es conocida como Método de Diferencias finitas explícitas. Las condiciones de frontera son equivalentes tanto para el método explícito como para el implícito, así los valores para T son conocidos. Así, es más fácil resolver el método explícito que el implícito, pero el método explícito no siempre converge para una solución de la ecuación diferencial, esto depende de ΔS y Δt . *Dewynne* en 1996 demostró que una condición suficiente para asegurar la estabilidad del método explícito es hacer:

$$\Delta t \leq \frac{1}{\sigma^2 M^2}$$

2.3.5. Método de Simulación MonteCarlo

El Método de simulación montecarlo es un método de simulación numérica que se emplea en la valoración de una Opción cuando no existen fórmulas cerradas⁶⁴. Esta metodología surgió en 1977 y su creador fue *Boyle*. Se puede emplear para evaluar la gran mayoría de opciones de tipo Europeo y para Opciones exóticas. Se utiliza para simular un conjunto de procesos estocásticos⁶⁵, lo que implica la selección aleatoria de un resultado para cada variable, la combinación de éstos resultados con cantidades fijas y su respectivo cómputo permiten obtener una corrida en términos de la respuesta deseada. Esto se hace repetidamente hasta conseguir las corridas suficientes para obtener una aproximación cercana a la media, la varianza y la forma de la Distribución.

⁶³Esto resulta del hecho de saber que los valores de $\frac{\partial f}{\partial S}$ y $\frac{\partial^2 f}{\partial S^2}$ son los mismos para los puntos (i, j) y $(i + 1, j)$.

⁶⁴Como en el caso del modelo Black & Scholes.

⁶⁵Definidos en el primer capítulo.

La clave principal de la técnica de la Simulación MonteCarlo es que los resultados de todas las variables de interés sean seleccionadas aleatoriamente. La principal hipótesis del modelo es que el algoritmo natural del Activo Subyacente sigue un proceso geométrico browniano:

$$S + dS = S e^{[(\mu - \frac{\sigma^2}{2})dt + \sigma dz]}$$

donde S es el valor del Activo subyacente, μ es la tasa de rendimiento (o retorno) esperada de dicho activo, σ es la volatilidad del Activo subyacente y dz es un proceso de Wiener con desviación 1 y media 0.

Para simular el proceso se transforma la ecuación anterior en tiempo discreto:

$$S + dS = S e^{[(\mu - \frac{\sigma^2}{2})\Delta t + \sigma \epsilon_t \sqrt{\Delta t}]}$$

donde ϵ_t es un número aleatorio tal que $\epsilon_t \sim N(0, 1)$. Si realizáramos miles de simulaciones, obtendríamos un conjunto de valores para S_t . De la transformación de esta ecuación, y para un activo que no paga Dividendos:

$$S_{t-1} = S_t e^{[i_{L.R.} - \frac{\sigma^2}{2})\Delta t + \sigma \sqrt{\Delta t} \epsilon_t]}$$

donde $i_{L.R.}$ es la Tasa libre de riesgo y Δt es el vencimiento de la Opción.

2.4. Opciones Reales

La expresión *Opciones Reales* se emplea para denotar la estimación que se hace de aquellas oportunidades que se relacionan en un entorno en el que tienen que tomarse decisiones y que son el resultado de una adquisición adicional de información, lo que ayuda a revalorar el grado de incertidumbre. Las *Opciones Reales* son una extensión conceptual de la teoría de las Opciones Financieras, pero aplicada a Activos no-financieros, es decir, activos que no se transan comúnmente en los Mercados. Las Opciones Financieras son detalladas previamente en el contrato, mientras que las Opciones Reales son primero identificadas y posteriormente especificadas.

Opciones Reales . Son una herramienta para la evaluación de proyectos de inversión utilizando para ello los modelos desarrollados para la evaluación de Opciones Financieras.

El ejemplo más antiguo en relación al empleo de los contratos de Opciones Reales proviene del antiguo imperio griego. Según Aristóteles, Tales⁶⁶ leía las hojas de té y una ocasión interpretó los resultados de su lectura como la predicción de una abundante cosecha de Olivas para tal año. De esta manera Tales tomó todo su dinero y se fué a negociar con los propietarios de las prensas de Olivas para hacerse de los derechos del alquiler de las prensas al usual precio durante la época de la cosecha, a cambio del dinero que poseía. Al final, la cosecha excedió las expectativas y los cultivadores de Oliva fueron a las prensas (rentadas por Tales) a extraer el aceite. Tales pagó a los dueños de las prensas el monto normal del alquiler (de acuerdo al contrato hecho) y cobró a los productores el precio de Mercado (que era mucho más alto) por el uso de las prensas, así Tales desarrolló una gran fortuna.

El enfoque de las Opciones Reales unifica los Mercados Financieros eficientes con las decisiones estratégicas de inversión que realice una empresa. Muchas decisiones de carácter estratégico crean oportunidades subsecuentes que pueden realizarse si el Mercado evoluciona de manera favorable.

⁶⁶Filósofo sofista que residió en la isla mediterránea de Mileto.

La expresión *Opciones Reales* fue un concepto creado por el profesor *Stewart Myers* de la *Sloan School of Management* del *Massachusetts Institute of Technology*, como respuesta a la necesidad de crear un vínculo bidireccional entre las finanzas de la empresa y el planteamiento estratégico, debido a que el planteamiento estratégico es el pilar fundamental que da origen a las proyecciones financieras de donde surge el Valor Presente Neto. Sin embargo, las técnicas básicas para calcular el VPN subestiman el valor de todo proyecto con oportunidades⁶⁷ de crecimiento.

La implementación de las Opciones Reales es una estrategia que aprovecha la información del Mercado Financiero y las oportunidades que surgen para realizar operaciones y que vayan de acuerdo a las decisiones de inversión de la empresa para así crear beneficios a los accionistas. El desarrollar o no algún proyecto de inversión implica la toma de decisiones en un medio incierto. En respuesta a esto, la alta dirección de una empresa es la encargada de proponer y controlar variantes en las estrategias tomando en cuenta las condiciones de Mercado.

Una Opción será entonces la oportunidad de tomar una decisión en cierto instante de tiempo después de ver cómo se desarrolla un evento. Si en la fecha de tomar dicha decisión los resultados son satisfactorios para el poseedor de la Opción, éste asumirá tal decisión, en caso contrario se cambia la decisión (o simplemente no se realiza). Una Opción de inversión consiste en el derecho a emprender, antes o en una fecha determinada, un nuevo proyecto en condiciones que pueden ser inciertas o pseudoaleatorias. De esta manera, las oportunidades de inversión proporcionan el derecho (no la obligación) a adquirir un activo a un determinado plazo, siempre y cuando de esto se derive una maximización de los beneficios para los accionistas. Dependiendo de lo que suceda en el futuro, siempre habrá oportunidades para modificar un proyecto, a estas oportunidades se les llama Opciones Reales⁶⁸.

2.4.1. Diferencias entre los enfoques tradicionales de Evaluación de proyectos y el enfoque de las Opciones Reales

Los analistas financieros de las empresas algunas veces manipulan los resultados en los procesos de evaluación de un proyecto, sobreestiman los pronósticos de los flujos de efectivo⁶⁹, aunado a que estos no cuentan con los elementos necesarios para medir las posibles variaciones en el valor de los proyectos de inversión, ya que generalmente utilizan los enfoques Razón Beneficio/Costo (B/C), Valor Presente Neto (VPN) y Tasa Interna de Retorno (TIR⁷⁰) y éstos no consideran todas las oportunidades de inversión. Generalmente cuando se evalúa un proyecto por el criterio del VPN, se evalúa el Binomio Aceptación-Rechazo, a diferencia de que al emplear el criterio de Opciones Reales se evalúa el polinomio Inversión inmediata-Aplazamiento-Crecimiento-Abandono-Rechazo.⁷¹

El enfoque de la teoría de las Opciones reales se enfoca a obtener el valor implícito derivado de la flexibilidad de que se dispone a nivel gerencial y considera la capacidad de aprovechar las oportunidades que se presenten durante el desarrollo de una determinada inversión estratégica.

⁶⁷Se consideran las oportunidades rentables.

⁶⁸García Machado Juan, 2001. Opciones Reales, aplicaciones de la Teoría de Opciones a las Finanzas Empresariales. Ed. Pirámide

⁶⁹En ocasiones estos flujos de efectivo son excesivamente elevados, tanto que la probabilidad de que ocurran es casi nula.

⁷⁰Existen otros métodos más, sin embargo, éstos son los más empleados de manera general

⁷¹Dixit y Pindyck, 1995, pag.107 manejan el trinomio Inversión inmediata-Aplazamiento-Rechazo para un solo instante de inversión inicial; sin embargo, aquí extendiendo este concepto para momentos posteriores en la cadena de inversión.

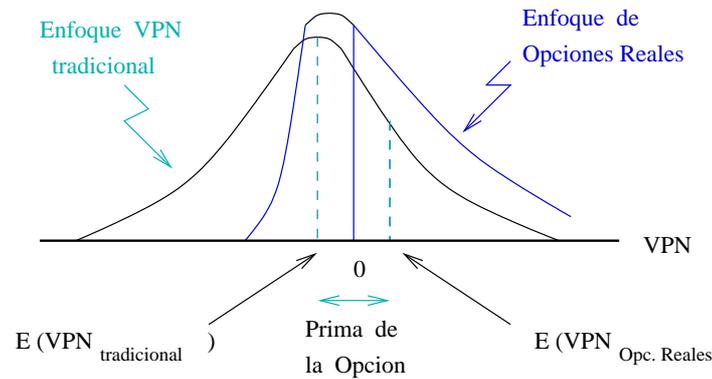


Figura 2.16: Representación de la relación entre los enfoques del VPN y las Opciones Reales.

Esta es la diferencia básica con la teoría del Método del Valor Presente Neto (VPN), el cual no incluye el potencial de captura de valor luego de haberse realizado la inversión inicial. La técnica del VPN no puede acotar las pérdidas, utiliza una misma tasa de descuento para cada periodo y presupone que las acciones que realice la gerencia durante el tiempo de la inversión no tienen efectos significativos. Es por ello que, si el VPN de un proyecto es positivo, esto no es una condición necesaria y suficiente para que dicho proyecto sea rentable⁷².

Las Opciones Reales dotan a la gerencia de la capacidad de acotar las pérdidas y al mismo tiempo tener la capacidad de capturar ganancias adicionales si se presentan buenas oportunidades para invertir. Además de que un inversionista tiene en sus manos la decisión sobre si invertir o no en un proyecto, también tiene la Opción de decidir en qué momento invertir. Esto es a lo que llamamos una Opción Real, ya que esta Opción permite retardar el momento de inversión.

El desarrollo de un proyecto depende de la incertidumbre respecto a la evolución de la Demanda, los costos, la innovación tecnológica, la competencia, e incluso, las decisiones de las instituciones gubernamentales. Al realizar una empresa una inversión, esta obtiene el derecho sobre los posibles Flujos de Efectivo (FE) que pueda generar el proyecto, pero además, le permite identificar nuevas oportunidades de inversión para posibles proyectos en el futuro.

El método de las Opciones Reales incorpora al análisis del valor de una inversión el beneficio que se deriva de la flexibilidad, con este enfoque las oportunidades de inversión son equivalentes a Opciones Financieras (de compra y venta) y consecuentemente pueden ser evaluadas con los mismos métodos. La mayoría de los modelos de valoración en la actualidad evalúan un derecho específico, sin tomar en cuenta que en los proyectos reales intervienen múltiples Opciones Reales de manera simultánea.

El enfoque de las Opciones Reales no implica eliminar el criterio del VPN, sino reajustarlo a condiciones de incertidumbre. Así, podemos redefinir el Valor Presente Neto como⁷³:

$$VPN_{estratégico} = Prima - VPN_{estándar} \quad (2.14)$$

⁷²Ekern, 1998, pag.91.

⁷³Obtenido de Value Creation through Real Options Management.

2.4.2. Descripción de las Opciones Reales

Las Opciones Reales son consecuencias naturales de las circunstancias creadas en el mundo real que proporcionan las características de irreversibilidad e incerteza. Estas características permiten establecer una analogía entre las oportunidades de inversión y las Opciones Financieras.

Un método de evaluación a través de Opciones Reales es sólo una herramienta para apoyar a las empresas a identificar las oportunidades de inversión que maximicen el valor para los accionistas, el cuál debe ser el principal objetivo de la estrategia.

El objetivo es crear un Sistema que maximice el valor a largo plazo de las inversiones de una compañía. Porter (1991) señala que la ventaja competitiva de una empresa depende de:

- a) Las condiciones iniciales; es decir, la actual reputación, habilidades y actividades existentes.
- b) Las decisiones de la gerencia creadas en un ambiente de incertidumbre.

El enfoque de las Opciones Reales provee la estructura del proyecto de valor agregado y la forma para manejarlo con su respectiva exposición de riesgo. Este enfoque amplía las alternativas estratégicas, de tal manera que la gerencia identifique y valore las oportunidades en los Mercados Financieros y de productos. Este enfoque dota a la gerencia de estrategias que posean flexibilidad en respuesta a los eventos inciertos. El valor de las Opciones Reales da la posibilidad de alterar las operaciones para obtener ventaja en oportunidades futuras.

Cuando una empresa invierte sobre algún activo físico está comprando la oportunidad de tomar una decisión futura basándose en el comportamiento de ciertos acontecimientos que en un principio⁷⁴ son inciertos.

2.4.3. Analogía entre las Opciones Financieras y Opciones Reales

En sus inicios el enfoque de las Opciones reales se centraba en la afinidad existente entre las Opciones Financieras y las oportunidades de crecimiento que proporcionan las inversiones, más tarde se llegó a extender a las decisiones derivadas de la asignación de recursos en las empresas. El derecho que un proyecto dé a una empresa para realizar futuras inversiones se traduce como una *Opción Call* sobre la inversión a realizar. Los costos requeridos para realizar dicho proyecto representan el precio de ejercicio y su duración es análoga a la fecha de vencimiento, y el valor actual neto de la primera inversión constituye la prima del derecho de compra.

Cuando la propiedad de un proyecto de inversión incorpora la posibilidad de ser abandonado con anterioridad a su terminación, esta puede interpretarse como una opción de venta definida en el conjunto de recursos asignados que constituye el valor actual neto de los flujos de efectivo pendientes por percibir, el precio de ejercicio está dado por el máximo entre el valor de venta y el de reasignación de los activos comprometidos en el proyecto y la vigencia de tal derecho representa el plazo hasta la fecha de vencimiento.

El derecho de abandono del proyecto proporciona un seguro que limita las pérdidas de la inversión provocando la asimétrica distribución de sus resultados mediante la acotación de los resultados negativos. En los casos cotidianos, los proyectos no tienen una vida económica determinada, sino que al contrario, la inversión es mantenida mientras sea económicamente rentable.

⁷⁴Al momento de comprar dicha oportunidad.

Cuando esto ocurre, la propiedad de la inversión incorpora una *Opción Put*. El derecho de poder incrementar una inversión representa una opción de compra definida sobre dicho proyecto. Por lo que el precio de ejercicio corresponderá al desembolso complementario necesario para expandir el proyecto y el valor de tal ampliación con el Flujo de Efectivo actual adicional que se espera recibir. Análogamente, el derecho a reducir el tamaño de un proyecto constituirá una Opción de venta definida en este proyecto.

El precio de ejercicio corresponderá a la renta futura esperada de la inversión y el valor del activo subyacente es el monto monetario que se obtiene con la venta o reasignación de los activos. La Opción de ampliación permite potenciar las ganancias de los proyectos, mientras que la opción de reducción de la inversión acota el volumen de los posibles resultados negativos.

En el caso de que sea un proyecto multietápico de sucesiva implementación, al final de cada una de las fases de inversión se tiene la posibilidad de continuar o abandonar la construcción del proyecto en la siguiente etapa. El derecho a continuar la inversión equivale a una Opción de compra compuesta que implica la adquisición de una nueva Opción de inversión donde el precio de ejercicio equivale a la fracción del desembolso correspondiente y cuyo plazo es la fecha última hasta la que puede retrasarse el subsiguiente compromiso. Mientras que los derechos de abandono representan una Opción de venta con precio de ejercicio igual al precio de Mercado o de reasignación de los recursos .

Otra forma de la flexibilidad de un proyecto está relacionada con la posibilidad de modificar el ritmo y las características de su actividad, es decir, la iniciación de funcionamiento, intensificación, modificación del ritmo operativo, paralización o reinicio de operaciones, etc., lo cuál se representa como Opciones de compra y venta dependiendo si representan incrementos o disminución en las actividades en relación al estado operativo de la empresa.

Existe una alta analogía entre las Opciones financieras y los derechos de decisión incorporados a los activos empresariales, lo que implica la adopción del análisis de derivados financieros en la valoración de éste tipo de Opciones. A pesar de la complejidad que existe en la aplicación de las técnicas financieras en los proyectos, el enfoque de las Opciones Reales proporciona beneficios en términos cualitativos suficientes como para justificar el coste de su implementación⁷⁵.

2.4.4. Identificación y clasificación de las Opciones Reales

Un análisis de Opciones Reales proyecta los posibles valores futuros y cuantifica la diferencia entre el aumento de los ingresos derivados de la expansión inmediata y las pérdidas que pueden evitarse como consecuencia de esperar, por ello es necesario saber identificar una Opción cuando se nos presenta en base a su clasificación. En la evaluación de todo proyecto por el método de las Opciones Reales, se pueden identificar los principales tipos, los cuáles son los siguientes:

1. Opción de Diferimiento
2. Opción de Abandono
3. Opción de Flexibilidad Operativa
4. Opciones complejas y derivadas

⁷⁵Kester, 1984 y 1993; Sharp, 1991 y Trigeorgis,1996

Opción de Diferimiento

En esta Opción la gerencia tiene la flexibilidad de esperar para tomar la decisión de invertir hasta que para estos sea conveniente.

Opción de Diferir. En un proyecto de inversión, proporciona a su propietario el derecho a posponer su realización durante un plazo de tiempo determinado.

Esta Opción es análoga a ejercer un *Call*, donde el Activo Subyacente son los FE esperados de la inversión, la inversión realizada corresponde al precio de ejercicio. Solo puede justificarse una inversión anticipada cuando el Costo de pérdida por espera sea mayor al Beneficio por la espera. En algunas ocasiones, cuando no se realizan inmediatamente la ejecución de un proyecto, se pierde el derecho a realizarlo posteriormente, por ejemplo, cuando el proyecto ya no resulta atractivo para los consumidores o cuando se anticipa la competencia. El ejercicio de la Opción de espera da el derecho a invertir en una fecha posterior.

Oportunidad de inversión y Opción de aplazamiento representan dos Opciones muy ligadas, ya que el ejercicio de la Opción de inversión implica la renuncia del derecho a invertir en fechas futuras y el ejercicio de la Opción de espera supone la conservación de la Opción de inversión reservada para fechas posteriores. *Cukierman*, 1980; *Bernanke*, 1983; *Demers*, 1991 y *Thimann y Thum*, 1998 interpretan que el diferimiento de la inversión trae consigo la espera de la llegada de información adicional que permita reducir el riesgo del proyecto⁷⁶ y así mejorar la toma de decisiones en la elección de este.

El criterio de selección de una inversión irreversible consiste en aceptar un proyecto cuyo valor actual supere el valor de los recursos que se necesitan para su realización⁷⁷. La elección de invertir en cierto momento o esperar a ver como ocurren los eventos requiere estudiar los beneficios y costos asociados a cada alternativa. Si se escoge la Opción de esperar significa que el valor del proyecto en un momento futuro es mayor al que tendría de realizarlo en este momento.

El retraso del momento de invertir en un proyecto permite a la empresa disminuir o incluso anular el efecto de las circunstancias desfavorables mientras posee el derecho a invertir en el momento en que más le convenga. Es por esto que en ocasiones el valor de esta Opción puede llegar a valer 2 veces el capital empleado⁷⁸. A mayor nivel de irreversibilidad de un proyecto, mayor es el valor de la Opción de esperar. La inversión presente y la inversión en un momento posterior representan así, decisiones de inversión mutuamente excluyentes.

Este es el caso en que se posee una Opción de compra sobre un inmueble⁷⁹ y se dispone de tiempo para dilucidar si aumenta el valor de dicho inmueble. Esta opción vale más para los proyectos de aquellas empresas que tienen derechos exclusivos para invertir y ha perdido valor conforme se han eliminado las barreras de entrada al mercado de los competidores. Si se decide realizar el proyecto de manera anticipada, esto implica renunciar a la opción de diferirlo, por lo que se puede ver como un costo de oportunidad y solo se justificará el proyecto cuando:

$$VPN(FE_t) \leq -I_o + V_{opcion}$$

⁷⁶En muchas ocasiones, con el paso del tiempo y la recepción de información adicional, ésta no proporciona ninguna ventaja. De esta manera, la generación de valor no radica en reducir la incertidumbre a través de la información, sino por brindar o dotar de nuevas capacidades a la Corporación.

⁷⁷Pindyck, 1991, pag.1112; Dixit y Pindyck, 1995, pag. 107

⁷⁸McDonald y Siegel, 1986, pag. 705; Pindyck, 1988, pag.969

⁷⁹De acuerdo al comportamiento de los precios.

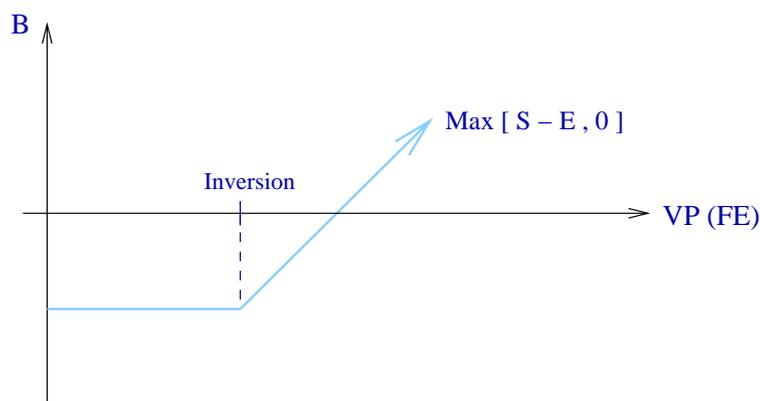


Figura 2.17: Perfil de Beneficio de una Opción de espera o aplazamiento

La finalidad de esta opción es reducir la incertidumbre sobre el comportamiento del valor del Activo subyacente en un periodo futuro cercano. En el caso de no ejercer la Opción en el periodo t sino hasta el periodo $t + 1$, se pierde un año de potencialización contra la acción de la competencia y también pierde los Flujos de efectivo del primer año. Este coste de retraso viene dado por:

$$C_{retraso} = \frac{VPN(FE_{t+1})}{VPN_t}$$

Opción de abandono

En los modelos tradicionales, los proyectos se suponen irreversibles, así la generación de los FE se hace de manera continua desde la fecha en que se acepta la inversión hasta un horizonte de tiempo predeterminado; es decir, hasta el final de la vida del proyecto, es hasta ese momento que se realiza el abandono de este, independientemente de su desarrollo. Pero parece más lógico contar con la posibilidad de decidir el momento adecuado para abandonar el proyecto cuando el costo de abandonar este sea menor que seguirlo conservando⁸⁰.

Opción de Abandonar. Esta Opción proporciona a su propietario el derecho a vender, liquidar o abandonar un proyecto determinado a cambio de un precio.

La Opción de abandono es valiosa porque permite obtener el valor de Mercado del proyecto por su venta, cuando las condiciones son desfavorables para la corporación⁸¹. *Robichek y Van Horne* (1967) propusieron una metodología para analizar una Opción de abandono en el que dedujeron que el momento apropiado para abandonar un proyecto es aquel en que :

$$\text{Valor de abandono} > \text{Valor actual de los FE}$$

Si se decide abandonar en el presente, se anula cualquier posibilidad de abandono futuro, mientras que si mantenemos esa Opción abierta, el valor del proyecto será mayor. Por esta razón, esta problemática se replantea como la regla de decisión de abandonar el proyecto cuando⁸²:

$$\text{Valor de abandono inmediato} \gg \text{Valor de abandono futuro}$$

⁸⁰En un estudio realizado por Porter a 33 empresas en el periodo de 1950 a 1986, la mayoría de ellas abandonó más inversiones que las que mantuvo.

⁸¹En ocasiones, que un proyecto posea esta opción es la única diferencia y ventaja sobre otros proyectos.

⁸²Dyl & Long, 1969, pag. 88; Robichek y Van Horne, 1969, pag. 96; Joy, 1976, pag. 1227; Bappas, 1976, pag.54.

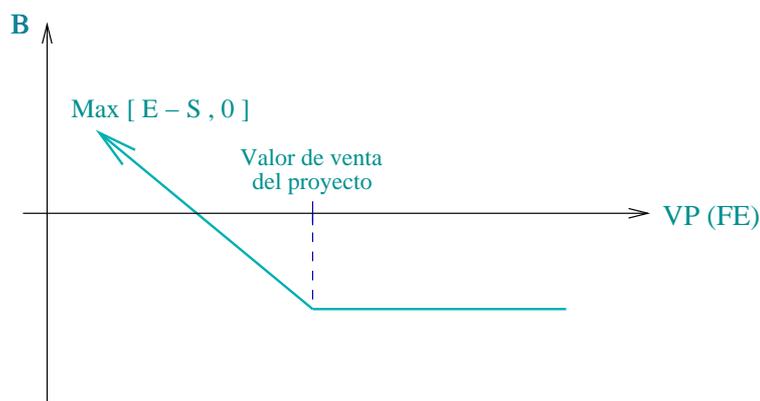


Figura 2.18: Perfil de beneficio de una Opción de salida o abandono

Una Opción de abandono es análoga a una Opción de Venta americana definida sobre los FE generados por el proyecto. Cuando una firma desea iniciar el desarrollo de un nuevo producto pero no se tiene una clara dimensión de la Oportunidad que ofrece el mercado, la gerencia tiene la facultad de decidir la terminación de las actividades, abandonar el proyecto si las oportunidades del Mercado son bajas y revender los activos que constituyen la inversión de Capital. En esta Opción se ejerce un derecho de venta (*Put*) mediante el abandono o venta del proyecto o de un activo que no redita beneficios adicionales; así, el proyecto se vende a su valor alternativo (Valor de Rescate).

Esta Opción se da cuando el valor de la posibilidad de liquidar el proyecto en cualquier momento es mayor a la de esperar o continuar con el desarrollo del proyecto, es decir, debe liquidarse el proyecto cuando este no puede justificarse económicamente⁸³. Debe determinarse el momento en el que el valor de la Opción de abandono alcanza su valor máximo⁸⁴.

Opción de flexibilidad Operativa

Cuando una empresa tiene ciertas previsiones relativas a un producto y el análisis tradicional sugiere poder construir otra planta para alternar la producción, en caso de que fuera necesario, la Opción de alternar la producción crea valor.

Una Opción de crecimiento permite realizar una inversión posterior solo si la inversión previa resultó exitosa; es análoga a un *Call*, vincula la posibilidad de incluir oportunidades adicionales en un proyecto de inversión, entre las que cabe mencionar el aumento de capacidad de la planta productiva, el desarrollo de nuevos productos, adquisiciones de compañías, etc. En la Opción de crecimiento se tiene la posibilidad de poder realizar inversiones posteriores a la primera si esta funciona. La analogía con las Opciones Financieras está dada por una Opción de compra⁸⁵.

Opción de ampliación. La Opción de crecimiento o de ampliar un proyecto de inversión proporciona a su propietario el derecho a adquirir una parte adicional del mismo a cambio de un costo adicional (Precio de Ejercicio).

⁸³En este caso cuando el proyecto ya no es rentable, la empresa debe recortar sus pérdidas y ejercer la Opción de abandonar el proyecto.

⁸⁴Las cláusulas de escape son la forma mas directa de construir Opciones de abandono, ya que crean flexibilidad operativa. El precio de ejercicio es variable, lo que dificulta su cálculo a priori, también, dicho abandono implica costes de cierre o liquidación.

⁸⁵Dapena, 2001.

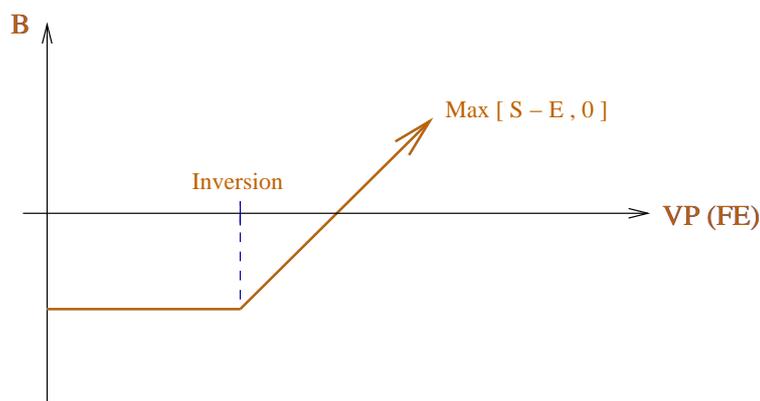


Figura 2.19: Perfil de beneficio de una Opción de Crecimiento

Cuando se realiza una inversión sobre un proyecto se presupone que dicha inversión sólo puede realizarse una vez, así la adquisición del Activo Subyacente correspondiente se hace en una sola etapa, sin embargo, esta Opción permite el desarrollo de inversiones subsecuentes. La Opción de crecimiento está determinada por la etapa anterior y está integrada por un conjunto de sucesivos derechos de realización de una inversión por parte de la corporación en un futuro si las condiciones son favorables. Esta Opción hace referencia a decisiones de inversión que son revisadas y adoptadas en forma secuencial.

Es similar a adquirir una opción de compra sobre una parte adicional del proyecto base con un precio de ejercicio igual a A_E . La Opción de ampliar la escala productiva inicial es una estrategia importante para posibilitar a la compañía a captar futuras oportunidades de crecimiento que solo será ejercida cuando el comportamiento futuro del Mercado se vuelva favorable, además, crea infraestructura y oportunidades para una posterior expansión, crea un enlace entre las fases de crecimiento y expansión, al mismo tiempo que brinda flexibilidad gerencial para realizar la fase siguiente dependiendo de las condiciones de Mercado.

En este tipo de Opción, el valor del Activo Subyacente es el valor actual de los Flujos de Efectivo que genera el proyecto. La variación del valor del Activo Subyacente es proporcional al valor de la volatilidad medido por la Desviación estándar. El precio de ejercicio es el desembolso inicial para desarrollar el proyecto. El plazo es el tiempo de que se dispone para ejercer la Opción. También, hay un costo de oportunidad por esperar a ejercer la Opción de ampliar, lo cual puede traducirse como los Flujos de Efectivo que se pierden mientras no se ejerce la Opción. Desarrollar proyectos en investigación, desarrollo, entrada en un nuevo Mercado, etc. son ejemplos de inversiones que de resultar exitosas permitirán el desarrollo de otros o nuevos proyectos, teniendo que cumplirse necesariamente los primeros como requisito previo para la ejecución de los subsecuentes.

Si para la empresa las condiciones de Mercado son favorables, esta puede llegar a aumentar la escala de producción y el empleo de los recursos disponibles. La alternativa de expandir la escala de producción es equivalente a un *Call*; de esta manera, podría construirse una nueva planta con capacidad equivalente al nivel esperado faltante de demanda o aumentar el ritmo de producción. De manera inversa, si las condiciones del Mercado son desfavorables respecto a lo que se tenía previsto, el ritmo de producción de la empresa puede ser disminuido, esto es análogo a un *Put*.

Opción de contracción. La Opción de reducir un proyecto de inversión proporciona a su propietario el derecho a renunciar a una parte del mismo a cambio de un ahorro adicional (Precio de ejercicio).

Así, si las condiciones del Mercado no resultasen como eran esperadas, la Compañía podría operar con menor capacidad productiva e incluso reducir dicha producción en un cierto porcentaje, lo que nos ahorraría una parte de los posibles desembolsos iniciales. Con este tipo de Opción y su respectiva flexibilidad, se pueden reducir las pérdidas, lo que es análogo a una Opción de Venta sobre parte del proyecto⁸⁶, con un precio de ejercicio igual al ahorro de los Costos potenciales (I_{pot}):

$$Max[I_{pot} - cVA_1; 0]$$

Este tipo de Opción es adecuada en la introducción de nuevos productos en Mercados inciertos.

En cierto tipo de industrias como las de extracciones de recursos naturales y las industrias cíclicas (bienes, etc.), existe la probabilidad de detener temporalmente la totalidad del proceso productivo cuando los ingresos que se obtienen son insuficientes para hacer frente a los costos variables de Operación.

Cerrar temporalmente. Este tipo de Opción proporciona a su propietario el derecho de cerrar por un cierto periodo las operaciones que se realizan, mientras la empresa adquiere nuevamente solvencia económica para reanudar las operaciones.

Esto se traduciría como fases de cierre y aperturas. Así, podemos ver las operaciones anuales como Opciones de Compra de los ingresos de ese año (C) y el precio de ejercicio es equivalente a los Costos Variables Operativos (A_v). El valor de dicha Opción se calcula:

$$Mac[C - A_v; 0]$$

Cuando la demanda de productos de una empresa o los precios cambian, ésta puede adecuar o mantener su mezcla de productos, o bien, emplear distintos insumos.

Cambios en mezcla. Esta Opción da a su tenedor el derecho de hacer cambios en los insumos que adquiere, en la mezcla que produce y/o en el proceso que debe realizar para manufacturarlos con el fin de recortar costos y así maximizar sus beneficios.

La posibilidad de llevar a cabo estos cambios, incluso para la producción es análogo a una Cartera de Opciones de compra y venta, la suspensión de la producción equivale a una Opción de Venta y su reiniciación es equivalente a una Opción de Compra⁸⁷.

Opciones complejas y derivadas

Opción Interrelacionada. Muchas veces en los proyectos se tienen varias opciones que brindan protección frente a cambios favorables o desfavorables del entorno y, al mismo tiempo, se proveen alternativas como la expansión, cambios en las operaciones productivas, etc. e incluso hasta la salida. De esto se deduce que:

$$Opc_1 + Opc_2 + \dots + Opc_n \leq Opc_i \quad \forall i = 1, n$$

$$|Opc_1 + Opc_2 + \dots + Opc_n| \geq \sum_i^n |Opc_i|$$

⁸⁶El porcentaje en que se reducen las operaciones.

⁸⁷Esto puede verse cuando los países industrializados construyen otra planta en un país en vías de desarrollo para disminuir los costos en mano de obra, de ésta manera el valor del cambio operacional justifica la decisión de tal cambio.

Opción Abanico. Se le denomina así cuando se tiene un escenario donde existen fuentes de incertidumbre múltiple. Se tiene incertidumbre sobre la evolución futura de los precios de un cierto activo como consecuencia de su entorno económico y además existen varias incertidumbres con respecto a éste, como por ejemplo, su inserción en el Mercado, el monto de inversión, el momento preciso de hacer dicha inversión, etc. Incluso este tipo de decisiones puede representar una combinación de Opciones Reales.

Opción Compuesta. Son las Opciones Reales sobre otras Opciones Reales. Cada una de las etapas que pueden generarse en un proyecto está en función de la nueva información que va adquiriéndose, permite estructurar en cada una de esas etapas los efectos de maximizar el valor total del conjunto de cada etapa, en el proceso para apoyar las futuras inversiones.

Opción Abanico compleja. Este es el caso de una cadena de inversiones que son afectadas por múltiples fuentes de incertidumbre. Un ejemplo de esto pueden ser las compañías petroleras, tienen que realizar decisiones sobre desarrollar nuevos campos o continuar con las exploraciones, etc., cuyas incertidumbres son respecto al plazo, la cantidad disponible en el yacimiento, etc.

Capítulo 3

Análisis y Administración de Riesgo

La función de las Bolsas Modernas consiste en ofrecer servicios de Administración y diversificación de Riesgos. El control de Riesgo Financiero es una industria en expansión.
Rudiger Von Rossen.

Las inversiones hechas en los actuales Mercados Financieros requieren de la ampliación de las metodologías de evaluación tradicionales, en especial al referirnos a los *Derivados* cuya evaluación es mucho más compleja. En general, las economías mundiales y las empresas, se han vuelto más sensibles a los movimientos de las variables financieras, dos de los principales motivos que han originado esto son la creación de nuevos y más instrumentos y la globalización a nivel mundial. La creación de estos instrumentos ha orillado a las instituciones financieras a entender mejor los Mercados Financieros¹ para poder cubrir sus operaciones e inversiones mientras que la creciente globalización ha conducido a las empresas a poner énfasis en la libre competencia internacional.

Toda inversión, proyecto, etc. tiene asociado un riesgo, ya que generalmente el resultado que se espera puede ser mejor o peor, por ello es importante medir qué tan desfavorable puede ser el resultado y la probabilidad de que ocurra. La Teoría económica explica que cada inversor posee cierto grado de aversión² al riesgo, así un inversor con poco riesgo tendrá poca ganancia comparado con aquel cuyo riesgo asociado a su inversión es mayor debido a que éste recibe una ganancia extra por exponer su Capital a mayores pérdidas con una probabilidad de ocurrencia también mayor. Cuando una inversión tiene un alto nivel de riesgo, las ganancias y las pérdidas son parte de un conjunto de posibles resultados. *Jensen y Meckling* mostraron que cuando la probabilidad de las dificultades financieras no es trivial comienza a ser rentable para los accionistas aumentar el riesgo de la empresa, aunque esto tenga un costo³.

El incremento de la volatilidad de las principales variables financieras ha creado un nuevo campo, la Ingeniería Financiera, cuyo objetivo es dar alternativas para que una empresa se proteja de los riesgos financieros, o bien, especule con estos. Los Derivados son un mecanismo con el cuál una institución puede tener cobertura, lo que es similar a tener un seguro, ya que da protección a su poseedor contra los efectos de las variables que no pueden controlarse.

¹En cuanto a las variaciones en los últimos años de las tasas de interés y el tipo de cambio.

²Qué tanto decide exponer su Capital con posibilidades de obtener ganancias superiores a las que obtiene normalmente.

³Tomado de "Evaluación de Proyectos, una nota técnica, Qué está mal en la evaluación de proyectos de inversión?"; René M. Stultz.

3.1. Terminología asociada al Riesgo

3.1.1. Volatilidad

En los Mercados de Opciones es necesario conocer dos parámetros:

- a) La dirección en que se mueven los precios del Activo Subyacente .
- b) La volatilidad de dichos precios .

El concepto de Volatilidad fue mencionado por primera vez en 1952⁴ como una herramienta para medir el Riesgo.

Volatilidad. Son las oscilaciones que experimenta el precio de un activo dentro de un cierto periodo de tiempo y se mide por la Desviación estándar.

Es la velocidad de los movimientos en el precio de un Activo Subyacente, en otras palabras, es el posible rango de variaciones que puede tomar el precio de un Activo⁵. En los modelos de valoración de Opciones se asume que el Mercado de los activos subyacentes es eficiente, es decir, los precios de dicho activo son influenciados por la información relevante de éste activo, directa o indirectamente⁶.

En general, para cualquier variable aleatoria que se distribuya de manera Normal, el nivel de dispersión de todos los valores posibles de dicha variable lo podemos medir mediante la Varianza o Desviación estándar. De esta manera la volatilidad la podemos asociar a la Desviación estándar de las variaciones en los precios de un Activo subyacente. En el modelo *Black & Scholes* se supone que las variaciones en el precio del Activo subyacente se comportan como una Distribución Lognormal⁷.

Volatilidad Histórica. Una manera de calcular la volatilidad es hacerlo a partir de datos anteriores, se elige un periodo y el intervalo entre cambios sucesivos. Hay que analizar una gran cantidad de datos en un periodo largo⁸.

Primero calculamos el rendimiento⁹ del Activo Subyacente¹⁰:

$$r_t = \ln \frac{S_t}{S_{t-1}} \quad (3.1)$$

A partir de esto se calcula la media y varianza de los Rendimientos.

Volatilidad Implícita. La volatilidad implícita es aquella cuyo valor es igual al valor de la Opción en el Mercado¹¹.

⁴por Harry Markowitz.

⁵Estadísticamente, es la dispersión del Rendimiento del Activo Subyacente. Cuanta mayor volatilidad tenga un activo Subyacente, mayor serán los posibles valores que pueda tener ésta al vencimiento de la Opción, lo que conlleva a que el riesgo asociado a éste sea mayor, lo que implica una mayor probabilidad de ganancia para los compradores de opciones.

⁶Por ejemplo noticias de cambios de tasas de interés, etc.

⁷Esto quiere decir que el logaritmo de los rendimientos (o variaciones) sigue una Distribución Normal.

⁸Se emplea un periodo largo ya que aquí los datos tienden a mostrar un promedio, mientras que en los periodos cortos generalmente existen valores extremos.

⁹Johnson, 2002.

¹⁰Cuando empleamos el logaritmo, la variación de los precios se convierte continua.

¹¹La exactitud de la volatilidad implícita depende de los valores que se tomen como referencia y de las condiciones significativas del Mercado.

Un modelo para obtener la volatilidad de un conjunto de datos históricos es el estimador clásico de volatilidad. *Duque y Paxson*¹² lo definen como la desviación estándar del rendimiento diario de los precios de un activo para un periodo determinado:

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (r_{t-i} - r_{prom})^2}{n-1}} \quad (3.2)$$

donde n es el número de datos históricos en el periodo t y $t-i$ es el rendimiento diario del activo en análisis y r_{prom} es el promedio de los rendimientos.

Si el Mercado es eficiente, la variación de los precios será totalmente aleatoria, ya que se producirá solo cuando aparezca información relevante en el Mercado y dicha información también es aleatoria. Por esta razón, en un Mercado eficiente, los precios de los activos siguen un proceso de caminata aleatoria (*Random Walk*). Si los precios de los activos siguen una caminata aleatoria, se puede demostrar¹³ que la Distribución estadística de tales precios es aproximadamente una Distribución Normal. Al emplear los logaritmos en los precios del activo subyacente para obtener el rendimiento implica convertir la razón $\frac{S_t}{S_{t-1}}$ en una tasa de rentabilidad continua. A partir de éste rendimiento obtenemos su media y su varianza.

$$r_t = \sum_{i=1}^n \frac{r_t}{n} \quad (3.3)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n (r_t - r)^2 \quad (3.4)$$

De manera análoga a las Opciones Financieras, la volatilidad en las Opciones Reales se puede obtener estimando la Desviación estándar instantánea de los cambios del valor del proyecto:

$$\sigma_v = \frac{1}{\sqrt{t}} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n (u_i - u)^2} \quad (3.5)$$

Davis demuestra que para los proyectos relacionados con la extracción y distribución de recursos naturales cotizados en Mercados de materias primas, la volatilidad de puede medir como:

$$\sigma_v = \epsilon \sigma_s \quad (3.6)$$

3.1.2. Incertidumbre

Es una circunstancia en la que desconocemos el valor que puede tomar una variable en el futuro respecto a cierto valor conocido, pero además asociada a un cierto nivel de probabilidad. Las decisiones de inversión que se realizan están hechas en un entorno en el que los factores que influyen en el Mercado son desconocidas.

Incertidumbre. Es el desconocimiento sobre el desarrollo de los hechos futuros, los cuáles pueden representar beneficios o no para una empresa.

Existen dos tipos de incertidumbre: la económica y la técnica. La Incertidumbre Económica se relaciona con los movimientos de la Economía y es exógena al proceso de decisión ya que no puede modificarse.

¹²1997.

¹³El propósito de ésta tesis no es deducir estas demostraciones, para más detalle ver *Lamothe, Pérez - Somalo (2003), Cap.5.*

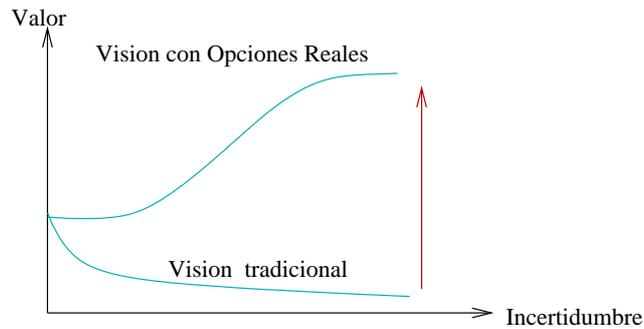


Figura 3.1: Incertidumbre versus valor (Amram y Kulatilaka, 1998)

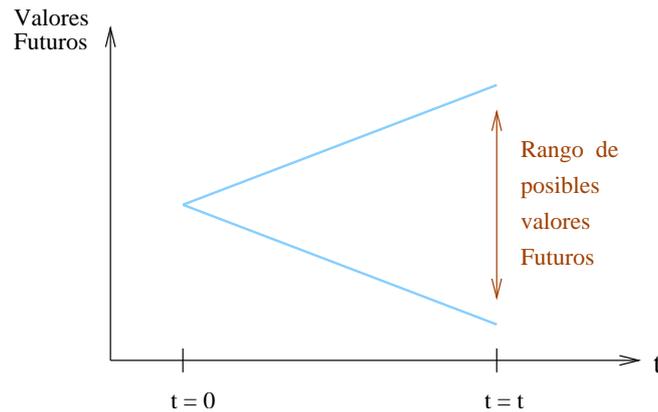


Figura 3.2: Cono de incertidumbre (Amram y Kulatilaka, 1998)

La Incertidumbre técnica existe cuando el resultado no monetario de una inversión no puede ser cuantificado. La incertidumbre es una variable endógena del proceso de decisión que la gerencia puede modificar.

El enfoque de las Opciones Reales muestra que el cambio en la incertidumbre es directamente proporcional a el valor de los activos (Esto se ilustra en la Fig. 3.1). De esta manera, el papel de la persona que tomará las decisiones de inversión será pronosticar¹⁴, la evolución de una variable incierta en un horizonte de tiempo se relaciona con la Distribución de resultados al final de dicho horizonte. El llamado *Cono de incertidumbre* representa el desarrollo del valor de cierto activo en el tiempo, a medida que se incrementa el tiempo, también lo hace el rango de la incertidumbre (ver Fig. 3.2). Contiene un rango de posibles valores futuros al final del horizonte de tiempo, este rango se relaciona con la Distribución de dichos resultados y el valor esperado al final es medido por la media de la Distribución y la Desviación estándar se mide por el rango de dichos resultados.

En las inversiones se tienen una serie de Opciones, es decir, ciertos puntos de decisión con cierta incertidumbre. La incertidumbre se da respecto al actual porcentaje de crecimiento que tendrá el proyecto y se medirá por la volatilidad¹⁵. En la Fig. 3.3 del lado izquierdo se ubica el cono de incertidumbre el cuál contiene un rango de posibles resultados futuros después de un cierto periodo de tiempo t , y además, el valor esperado μ y la desviación estándar σ se miden por la media y desviación de la Distribución de dicho rango de resultados.

¹⁴Pronosticar significará aceptar que existen varios resultados posibles en un tiempo específico, a cuyo valor trataremos de acercar nuestro cálculo.

¹⁵Mediremos la volatilidad a través de la Desviación estándar de los Flujos de Efectivo Esperados.

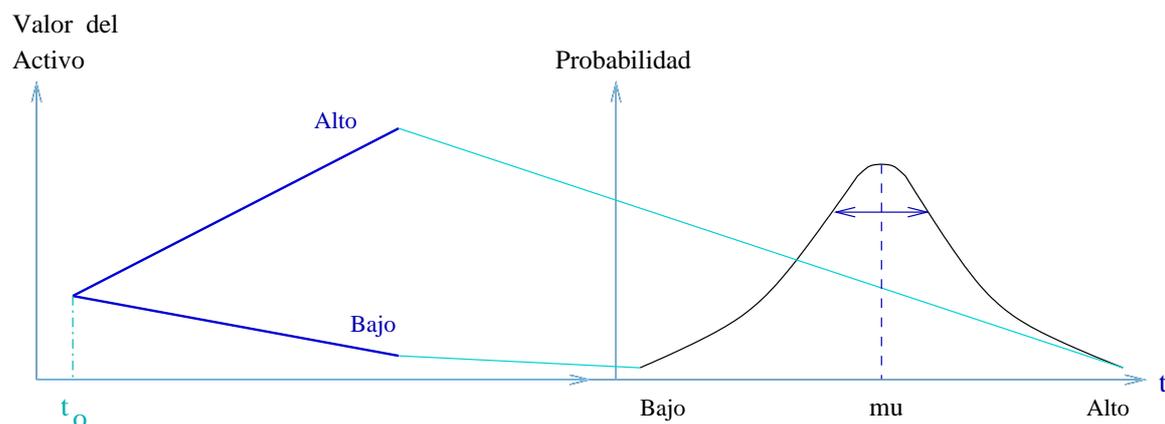


Figura 3.3: Esquema de Incertidumbre (Amram y Kulatilaka, 1998)

3.1.3. Riesgo

Los orígenes de la palabra *Riesgo* provienen del francés *risque* y del italiano *risco* que provienen del latín *re* (tras) y *secare* (cortar). Las pérdidas en que generalmente incurren las corporaciones se dan por la volatilidad en la variable financiera subyacente y la exposición que ésta tiene sobre dicha fuente de riesgo. Sabiendo que éstas variables no pueden ser controladas, se necesita regular dicho riesgo, una forma de hacerlo es a través de los Derivados. En general, la volatilidad de los Mercados financieros crea riesgos y oportunidades que pueden medirse y controlarse.

Riesgo. Es la volatilidad de los flujos financieros no esperados que se deriva del valor de los activos o pasivos de una empresa.

Existen cuatro clases de Riesgos Financieros:

- 1) Riesgo de tasa de interés
- 2) Riesgo cambiario
- 3) Riesgo accionario
- 4) Riesgo de productos físicos

El Riesgo no puede medirse de manera directa, sino que debe ser calculado, es un parámetro que requiere la asociación de dos cantidades: la probabilidad de que éste ocurra y el tipo de evento a que se aplica. Toda actividad (proyecto, inversión, etc.) tiene implícito un riesgo, incluso las actividades estáticas representan un riesgo¹⁶.

Dentro de las actividades empresariales, los principales tipos de riesgo se pueden clasificar como:

1. Estratégico. Es el tipo de Riesgo que se asocia con las decisiones estratégicas que adopta una empresa (por ejemplo, fusiones, adquisiciones, etc.)
2. De Mercado. Es el tipo de Riesgo asociado a la influencia de variables de Mercado en la empresa y/o sus proyectos a futuro (por ejemplo, la demanda, competencia, etc.). El riesgo de Mercado se deriva de las volatilidades de los precios de los activos y pasivos financieros y se mide por el cambio en el valor de las posiciones que tiene una empresa dentro del Mercado¹⁷.

¹⁶En mayor o menor grado toda actividad posee un riesgo, el riesgo nulo no existe.

¹⁷El riesgo de Mercado puede asumir dos formas: El Riesgo base y el riesgo gamma son incluidos dentro del riesgo de Mercado.

3. Financiero. Es el tipo de riesgo cuyo impacto se refleja en el Rendimiento Financiero de una empresa y se deriva del apalancamiento financiero que esta posea.
4. Operativo. Es la posibilidad de pérdida del valor en libros de una empresa por fallas en el Sistema de manufactura de los bienes y servicios que esta produce¹⁸. Este se refiere a las pérdidas potenciales que resulten de fallas tanto tecnológicas como humanas¹⁹.
5. Regulatorio/Legal. El Riesgo legal es la influencia en el precio del activo ocasionada por la imposibilidad de facultad legal de alguna de las partes involucradas en el contrato para realizar una Operación. Este se presenta cuando una contraparte no tiene autoridad legal para realizar una transacción²⁰.
6. De Crédito. Este riesgo ocurre cuando alguna de las dos partes incurre en incumplimiento de los compromisos que el instrumento generó. Este riesgo se presenta cuando las contrapartes no tienen disponibilidad o posibilidad de cumplir sus obligaciones contractuales²¹.
7. De liquidez. Este riesgo se refiere a la facilidad con que un instrumento se venda lo más cercano a su valor real; lo que depende de la cantidad de instrumentos que se negocian en el mercado²².

Las empresas toman ciertas actitudes ante los distintos riesgos en la medida en que les afecten, así pueden identificarse los distintos niveles de riesgo a que se enfrente una empresa como:

- 1) Riesgos por eliminar . Son aquellos que pueden amenazar la viabilidad o el desarrollo de un proyecto o el funcionamiento de una empresa.
- 2) Riesgos por gestionar . Son aquellos que se vinculan directamente a la empresa y se gestionan para obtener el mayor beneficio para la empresa.
- 3) Riesgos por asumir . Son aquellos que se derivan del tipo de actividad de la empresa como consecuencia del giro y su regulación.

Además de los riesgos ya mencionados, existen los riesgos específicos que deben controlarse para que la empresa reduzca o anule sus pérdidas. Estos riesgos se relacionan a la actividad propia de cada empresa, estos son llamados *Riesgos inherentes*.

3.2. Métodos para medir el Riesgo

Al analizar el Riesgo, se intenta medir y cubrir la incertidumbre que se tiene respecto a la evolución de las condiciones del Mercado. Así, el administrador de riesgos debe cuantificar las probabilidades de que ocurra un evento que afecte la estabilidad de la empresa, y si estas son demasiado elevadas debe modificar la estructura para lograr de nuevo el balance²³.

¹⁸Tomado del artículo Defining Operational Risk; King Research Quarterly, Vol. 1, No. 2 , Dic. 1998.

¹⁹El riesgo operacional incluye fraudes, riesgos de interferencia de información, las pérdidas resultantes de un desastre natural, etc.

²⁰Este riesgo se relaciona con la deficiencia en la regulación, fiscalidad y contabilidad en la corporación, también incluye la manipulación del Mercado, la operación con información privilegiada y restricciones de convencionalidad.

²¹Su efecto se mide por el costo de la reposición de flujos de efectivo si alguna de las dos partes incumple el contrato y por la revisión de los Estados Financieros de la empresa.

²²Este riesgo es más alto cuando la diferencia entre el precio de los compradores y el propuesto por los vendedores es mayor.

²³El Riesgo está presente en todas las Actividades cotidianas, evitarlo o no considerarlo puede ser un error. Por ejemplo cuando realizamos una transferencia bancaria, la compra-venta de títulos, inversiones, etc. se tiene la

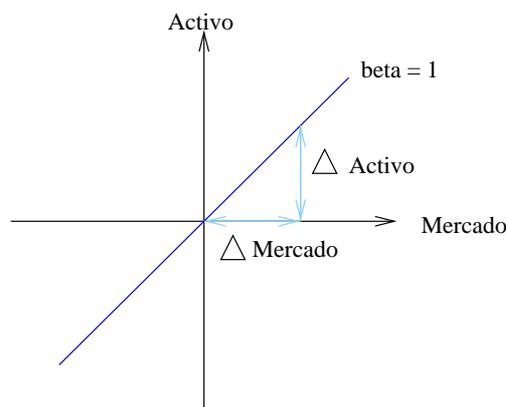


Figura 3.4: Diagrama del Riesgo Sistemático (Beta) con correlación perfecta

3.2.1. Métodos tradicionales para medir el Riesgo.

Métodos CAPM y APT

Modelo de Evaluación de Activos de Capital (CAPM)

Existen varios modelos que miden el Riesgo, uno es el Modelo de Evaluación de Activos de Capital (CAPM²⁴). El CAPM fue desarrollado independientemente por *Lintner* (1965), *Sharpe* (1963,1964), *Mossin* (1996) y por el trabajo no publicado de *Treynor*. Tomando como base la Teoría de Cartera de *Markowitz* (1952,1959), el CAPM es un fundamento del desarrollo de la Teoría del Mercado de Capitales, siendo este un modelo de equilibrio en el Mercado. Este modelo describe el Rendimiento esperado de un activo como la suma del Rendimiento de un Instrumento libre de riesgo y la prima correspondiente, donde el riesgo se mide como un grado de sensibilidad del Rendimiento de un activo respecto a un índice de Mercado, donde la prima que se paga por dicho riesgo depende de esta sensibilidad y de la diferencia (*spread*) entre el Rendimiento esperado del índice y la Tasa Libre de Riesgo.

El CAPM considera que el Rendimiento de un activo se determina únicamente por la Tasa de interés libre de riesgo y el rendimiento que proporciona el portafolio depende de la correlación entre la volatilidad del Rendimiento del Activo y la del Rendimiento de dicho portafolio. La volatilidad la determina la prima por el nivel de Riesgo Sistemático a que está expuesto el activo. La idea principal que se deriva de esto es que la Rentabilidad Esperada de un Activo se relaciona linealmente a su Riesgo Sistemático (medido por β , la β nos indica en términos estadísticos la tendencia de un activo a covariar con el Mercado) y nos permite medir cómo el Riesgo afecta la Rentabilidad. Si la β de un activo es 1, tanto el Activo como el Mercado suben y bajan en la misma proporción (Véase Fig.3.4). Si la $\beta < 1$, el activo se mueve en menor proporción que el Mercado, y si $\beta > 1$ el movimiento del Activo es de mayor proporción que el del Mercado (Véase Fig. 3.5). Un principio básico para invertir es la diversificación, por lo que un Mercado en equilibrio solo paga el Riesgo Sistemático medido por el Coeficiente beta (β) esperado del Activo, por lo que:

$$R_E(\text{Activo}) = R_{LR}(\text{Activo}) + \text{prima}$$

donde $R_E(\text{Activo})$ es el Riesgo Esperado del Activo y $R_{LR}(\text{Activo})$ es la tasa libre de Riesgo.

posibilidad de correr un riesgo, es por ello que todo inversionista buscará conocer los rendimientos futuros que le redituará una inversión para determinar si estos le permitirán cubrir y conservar el riesgo en que incurre al adquirir en dicha inversión, esta es la principal razón por la que surge la necesidad de medir el Riesgo.

²⁴Por sus siglas en inglés *Capital Asset Pricing Model*

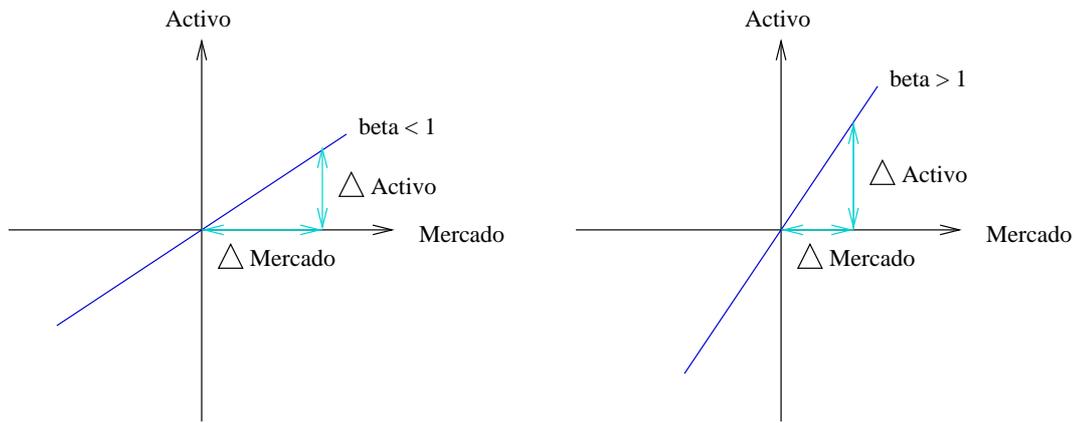


Figura 3.5: Diagrama del Riesgo Sistemático (Beta) con correlación imperfecta

El CAPM supone que el Mercado de Capitales se encuentra en equilibrio²⁵, describe de manera sencilla lo que es el Riesgo y el Rendimiento, pero presupone que este se mide únicamente por la relación Activo-Índice, por lo que es necesario rediseñar un modelo para la valoración de Activos Financieros en un Mercado de Capitales que puede no encontrarse en equilibrio.

Teoría de Evaluación de Arbitraje (APT)

La teoría en que se basa el método CAPM no es tan clara²⁶, así surge la Teoría de Evaluación de Arbitraje (APT²⁷) desarrollada por *Stephen Ross* (1976). Este modelo asume que existe una diversidad de portafolios independientes con varias fuentes de riesgo tal que la generación de rendimientos es multifactorial; se basa en que los precios de los Activos se ajustan cuando se reestructuran los portafolios para obtener utilidades a partir del arbitraje hasta que se llega al equilibrio²⁸. Los supuestos en que se basa son:

- i) Los Mercados de Capitales poseen competencia perfecta.
- ii) Los inversores en condiciones de certeza prefieren incrementar sus ganancias.
- iii) La Rentabilidad de los Activos son generados por un proceso estocástico que representa un modelo lineal de k -factores de los que depende la rentabilidad de los activos.

El APT nos dice que en un Mercado en equilibrio no existen oportunidades de inversión sin explotar, el rendimiento del activo se origina por diversos factores de riesgo y supone que los Rendimientos se relacionan linealmente:

$$\tilde{x}_i = E_i + \beta_{i1}\delta_1 + \dots + \beta_{ik}\delta_k + \epsilon_i$$

donde \tilde{x}_i es el Rendimiento esperado por el inversionista, δ_i es el valor del j -ésimo índice que influye en dicho rendimiento, E_i es el Rendimiento esperado por el activo i , β_{ik} es la sensibilidad del rendimiento del i -ésimo activo respecto al k -ésimo índice y los ϵ_i son términos aleatorios que no están mutuamente correlacionados estocásticamente.

²⁵Todos los inversores consideran la misma Distribución de Rentabilidad de un Activo.

²⁶Debido a que la validez de este modelo se basa en los resultados empíricos de su aplicación.

²⁷por sus siglas en inglés Asset Pricing Theory.

²⁸Este modelo es muy empleado para la Valuación de empresas y proyectos a través del cálculo del Costo de Capital, como cobertura, capitalización y especulación y como medida de riesgo al medir la sensibilidad respecto a variables exógenas.

Por lo que se debe de cumplir que :

- $E(e_i e_j) = 0 \quad \forall i, j \text{ tal que } i \neq j$
- $E[e_i(I_j - T_j)] = 0$

Su desventaja es que no explica qué factores económicos determinan los rendimientos.

3.2.2. Valor en Riesgo (VaR)

Descripción

En 1994, *J.P. Morgan* publicó su sistema de medición del Riesgo *Riskmetrics* que se basa en la metodología VaR, lo que ha ayudado a su popularización aunado a su recomendación de las autoridades internacionales como el Comité de Basilea y la Unión Europea.

El VaR es un método importante para medir el Riesgo Potencial de pérdida económica, con este valor las Instituciones pueden medir la pérdida más grande que cierta inversión puede devengar. En concreto, el VaR resuelve la pregunta Cuál es el monto mínimo que puedo esperar perder con cierta probabilidad en cierto horizonte de tiempo dado. El Valor en Riesgo²⁹ es un método que se emplea para controlar los Riesgos de Mercado, principalmente, permite a los directivos tomar medidas correctivas oportunamente en caso de pérdida o de exposición inusual.

VaR. Resume en un solo número la pérdida máxima esperada³⁰ que podría tenerse en el caso de que existieran cambios en los factores de riesgo a lo largo de un horizonte de tiempo y a un cierto nivel de probabilidad dado³¹(Si se excluyen un conjunto de eventos desfavorables haciendo casi nula la probabilidad de que se produzcan³²).

Esta técnica nos dice la pérdida esperada con cierto nivel de confianza en un horizonte de tiempo bajo condiciones Normales del Mercado³³. El VaR está asociado a un nivel de confianza, por ello, debe realizarse el cálculo del VaR complementado con Pruebas de respaldo (*Backtesting*). La elección del nivel de confianza depende del Activo que se estudia, del objetivo del análisis, etc. El VaR resume en una cifra qué tanto se expone al riesgo de Mercado una corporación. El riesgo es definido³⁴ como la incertidumbre de los Flujos futuros en los rendimientos de un activo determinado. Una de las principales metodologías para evaluar el riesgo y la incertidumbre es el Valor en Riesgo (VaR).

Existen una gran cantidad de trabajos que calculan el VaR desde distintos enfoques, como los de *Jackson, Mande y Perraudin (1997)*; *Leong (1997)*; *Pritsker (1997)*; *Beder (1996)*; *Hendricks (1996)*; *Smithson y Minton (1997)*; *Raaji y Rauning (1998)*, *Blanco y Blomstron (1999)*, entre otros. El VaR es una estimación estadística, su valor no depende del método utilizado, sino de los parámetros: horizonte de tiempo y el nivel de confianza.

²⁹El Valor en Riesgo, también conocido como VaR por sus siglas en inglés Value at Risk.

³⁰Medida en unidades monetarias.

³¹Tomado de Valor en Riesgo, Phillipe Jorion Cap. 1 pp.41.

³²D'après A. Louis Calvet, 2000.

³³El valor calculado con el VaR no es la máxima pérdida, sino la máxima pérdida esperada.

³⁴Jorion,1999.

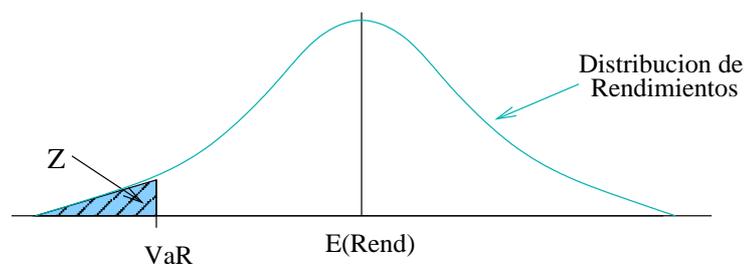


Figura 3.6: Representación del VaR

Debido a que los Rendimientos de los activos se distribuyen como una Normal (aproximada), se puede generar la Distribución de tales rendimientos del activo, entonces se puede obtener un valor en el dominio de la Función de densidad que deja una región (α %) fuera del área en su rango inferior, a lo que se denomina Valor en Riesgo; en términos algebraicos el VaR se define como:

$$Prob\{x_T < VaR\} = z$$

donde x es una variable aleatoria que representa el beneficio³⁵ en una fecha futura T y z es la probabilidad porcentual correspondiente. Esto se ilustra en la Figura 3.6.

El VaR es la medida que proporciona una estimación de la parte potencial en un Activo o Portafolio con cierta probabilidad dada como consecuencia de los movimientos en el precio de la tasa, bajo la hipótesis de que durante un periodo de tiempo³⁶ restante la composición del Portafolio no varía³⁷. De acuerdo con lo anterior, la estimación del VaR depende de 4 factores:

- 1) Grado de sensibilidad de la Cartera a los cambios en sus factores de Riesgo.
Existe una relación entre los elementos³⁸ que componen la Cartera y los factores de Riesgo que la afectan, a esto llamamos *Grado de sensibilidad de la cartera*, movimientos en cualquiera de estos dos factores pueden llevar a que la empresa incurra en pérdidas o ganancias.
- 2) Tipo de Distribución de probabilidad del cambio en los Factores de Riesgo.
Conocer y determinar la Distribución de probabilidad de las frecuencias con que ocurren los factores de Riesgo nos permite estimar el valor y la probabilidad de que se presenten cambios significativos en estos.
- 3) Horizonte de inversión
El Horizonte es el periodo de tiempo en el cuál se mantendrá la inversión y por lo consiguiente un nivel de riesgo asociado a esta.
- 4) Nivel de Confianza
Este nivel determina el rango máximo de pérdidas que puede aceptar un inversionista³⁹, por ejemplo si este fija un nivel de confianza⁴⁰ de k %; significa que estará dispuesto a aceptar que en $(100 - k)$ casos las pérdidas observadas superen a las máximas esperadas.

³⁵El beneficio puede ser positivo o negativo, lo que representa ganancias o pérdidas, respectivamente.

³⁶Horizonte.

³⁷Berdin & Hyde, 2001.

³⁸En este caso los Activos los cuáles pueden ser Financieros o Reales.

³⁹En un escenario probabilístico.

⁴⁰Instituciones como J. Morgan y el Comité de Basilea recomiendan niveles de 95 % y 99 %, respectivamente.

Así, una Cartera de Activos es demasiado arriesgada o no en función de la cifra obtenida de calcular su VaR, del valor de la Cartera y de la aversión al riesgo del inversionista. De esta forma, el Valor en Riesgo constituye una herramienta para medir el Riesgo, específicamente para una corporación, este mide el monto máximo que una institución puede perder con un cierto nivel de probabilidad.

Entre las ventajas de este método está el hecho de que en muchos casos el Riesgo es medido por la varianza (o desviación estándar) y por el grado de sensibilidad, los cuáles solo reflejan el porcentaje en que se desvían los precios (y rendimientos) de los activos en relación a su media y el grado de sensibilidad del precio a las fluctuaciones del Mercado. El VaR nos da una percepción del monto posible de las pérdidas dados un horizonte de tiempo y una probabilidad asociada. Además es fácil su comprensión, ya que no se requieren conocimientos específicos ni especializados en algún área en especial pues los resultados de aplicar la metodología están dados en unidades monetarias y pueden aplicarse tanto a Portafolios constituidos por varios Activos como a Activos simples, a cualquier tipo de empresa o de Activo. De esta manera, la Corporación, a través de la medición del VaR, podrá asignar el capital adecuado a una inversión en función de sus Rendimientos y el nivel de Riesgo que esta pueda soportar para realizarlo.

Cálculo del valor del VaR

Lo primordial al calcular el VaR es elegir si se emplea la Distribución empírica resultante de las frecuencias de los precios o transformarla en una Distribución Normal a partir de la primera, además de calcular el horizonte de tiempo y el nivel de confianza.

VaR para Distribuciones no-paramétricas

Definimos W_o como la inversión inicial y R como su tasa de Rendimiento, al tiempo T ⁴¹ el valor del Portafolio es:

$$W_T = W_o(1 + R) \quad (3.7)$$

Sean μ y σ , el Rendimiento esperado y la volatilidad de R , respectivamente. Ahora definamos, a un nivel de probabilidad c , el valor más bajo de dicho portafolio como:

$$W^* = W_o(1 + R^*) \quad (3.8)$$

Así, el VaR relativo a la media es:

$$VaR(media) = E(W) - W^* = -W_o(R^* - \mu) \quad (3.9)$$

Si medimos dicho VaR en términos absolutos⁴²:

$$VaR(cero) = W_o - W^* = -W_o(R^* + 0) \quad (3.10)$$

al medir estos valores, en la parte central de ambas ecuaciones para determinar el VaR es necesario conocer el valor mínimo del Portafolio (W^*). Equivalentemente, en la parte final de ambas ecuaciones dicho VaR depende de conocer la tasa de rendimiento más bajo (R^*).

⁴¹Al final del horizonte.

⁴²Respecto a cero.

Así, si conocemos la Distribución de frecuencias del valor futuro del Portafolio $f(w)$ a un nivel de confianza c , la probabilidad de que el valor mínimo del Portafolio sea excedido es:

$$c = \int_{W^*}^{\infty} f(W)dW \quad (3.11)$$

análogamente la probabilidad de que el Portafolio sea menor que W^* es:

$$1 - c = \int_{-\infty}^{W^*} f(W)dW = P\{w \leq W^*\} = p \quad (3.12)$$

VaR para Distribuciones Paramétricas

Otra manera de calcular el VaR es suponer que la Distribución de probabilidad de frecuencias de los valores futuros del Portafolio es Normal. Dado W^* el valor mínimo del Portafolio y R^* su Rendimiento mínimo asociado, por definición:

$$W^* = W_o(1 + R^*) \quad (3.13)$$

Debido a que estamos considerando una Distribución Normal, el Rendimiento también puede ser negativo. Dado que R^* es negativo, también se reescribe como $-|R^*|$, a R^* se le suele asociar una Desviación Normal estándar $\alpha > 0$ cuyo valor es:

$$-\alpha = \frac{-|R^*| - \mu}{\sigma} \quad (3.14)$$

así el área a determinar es:

$$1 - c = \int_{-\infty}^{W^*} f(w)dw = \int_{-\infty}^{-|R^*|} f(r)dr = \int_{-\infty}^{-\alpha} \Phi(\varepsilon)d\varepsilon \quad (3.15)$$

Del valor determinado para α el Rendimiento es:

$$R^* = -|R^*| = -\alpha\sigma + \mu \quad (3.16)$$

así:

$$VaR(media) = -W_o(R^* - \mu) = W_o\alpha\sigma\sqrt{\Delta t} \quad (3.17)$$

en términos absolutos:

$$Var(cero) = -W_oR^* = -W_o(-\alpha\sigma\sqrt{\Delta t} + \mu\Delta t) = W_o[\alpha\sigma\sqrt{\Delta t} - \mu\Delta t] \quad (3.18)$$

Métodos para calcular el VaR

Cuando la relación entre el valor de una posición y las tasas del Mercado no es lineal, entonces no podemos estimar los cambios en el valor del Portafolio como múltiplo de la tasa de cambio estimado a través de la sensibilidad de la posición de las tasas de cambio. Para corregir esto *Riskmetrics* propone dos métodos: Aproximación analítica y una estructurada Simulación Montecarlo, a éstas les llamamos medidas integrales de Análisis de Riesgo y se clasifican en dos modalidades :

1. El primer método aproxima dicha relación a través de una expresión matemática que relacione los Rendimientos en la posición y los Rendimientos en las tasas subyacentes, esto se realiza a través de la expansión de la serie de Taylor. Métodos Analíticos: Delta, Delta-Normal, Delta-Gamma, Varianzas-Covarianzas.

2. El segundo modelo implica la creación de un gran número de posibles escenarios para la tasa y la reevaluación del instrumento bajo cada escenario. El VaR se define como el $(1 - \alpha)$ percentil de la distribución de los cambios del valor. Debido a la reevaluación requerida, la aproximación es mayor que el primer método estos Métodos se conocen como de Evaluación Completa (Simulación Histórica y Montecarlo).

Ambos métodos se diferencian en el cambio del valor del Portafolio como consecuencia de los movimientos del Mercado.

Primer Método - Método Analítico

Entre los métodos analíticos se encuentran el Método Delta-Normal y el Método Delta-Gamma, en los cuáles el valor de Mercado de los instrumentos se estima en función de factores de sensibilidad de éste respecto a cambios en estos factores. En el caso de las Opciones equivaldría al cambio estimado en el valor de Mercado del Activo Subyacente. Las aproximaciones analíticas se pueden extender para aquellos instrumentos cuya relación entre el valor de Mercado y los cambios en la tasa no es lineal, por ejemplo, para el caso de las Opciones se realiza a través del método Delta-Gamma, en el que se considera el Riesgo Gamma y el Riesgo Delta.

$$\Delta V = (\text{Factor de sensibilidad})(\Delta i) + \frac{1}{2}(\text{Segundo Factor de sensibilidad})(\Delta i)^2 \quad (3.19)$$

Aproximación Delta

El método VaR estándar puede ser empleado para estimar el valor con aproximaciones de primer orden de los Portafolios que contienen Opciones. La parte más simple de tal aproximación es estimar los cambios en el valor de la Opción via un modelo lineal lo cual es comúnmente conocido como *Aproximación Delta*. Delta es la primera derivada del precio de la Opción con respecto a la tasa de cambio *Spot*. Bajo la suposición de que los Rendimientos del Portafolio se distribuyen Normalmente, el VaR está dado por:

$$VaR = N(1 - \alpha) \sqrt{\sigma_1^2 + (1 + \delta)^2 \sigma_2^2 + 2(1 + \delta)\rho\sigma_1\sigma_2} \quad (3.20)$$

$$r_p = r_1 + \sigma_2 + \delta r_2$$

Método Delta-Normal

El cambio estimado en el valor de una Opción con el método Delta-Normal es:

$$dV = \Delta dS = \frac{\partial f}{\partial S} dS \quad (3.21)$$

Dado que en la ecuación 3.21 la relación es lineal, la peor pérdida esperada para el valor de la Opción en un horizonte es equivalente a la peor pérdida esperada en el mismo horizonte para el Activo Subyacente.

$$VaR_V = |\Delta| VaR_S \quad (3.22)$$

Si suponemos que el Rendimiento del Activo Subyacente se distribuye de manera Normal, empleando las ecuaciones 3.17 y 3.18, obtenemos que⁴³:

$$VaR_S = S_o \alpha \sigma \quad \Rightarrow \quad Var_V = |\Delta| (S_o \alpha \sigma) \quad (3.23)$$

⁴³Para más detalle vease «Value at Risk, Dai Bo, Dep. of Mathematics, National University of Singapour.»

Método Delta-Gamma

La aproximación Delta es precisa cuando la tasa de cambio no varía significativamente, esto se debe a que la Delta es una aproximación lineal de una relación no lineal entre el valor de la tasa de cambio y el precio de una Opción. Nosotros podemos ser capaces de mejorar esta aproximación incluyendo el término gamma el cuál es empleado para efectos no-lineales de los cambios en la tasa *Spot*. La expresión para el Rendimiento del Portafolio es:

$$r_p = r_1 + r_2 + \delta r_2 + \frac{1}{2}\Gamma P_2(r_2)^2 \quad (3.24)$$

donde Γ es la *gamma* de la Opción y P_2 es el valor de la tasa de cambio cuando se realiza el VaR pronosticado. El término *gamma* introduce un sesgo en la Distribución r_p , lo que contradice la suposición de Normalidad. Debemos calcular el múltiplo apropiado que incorpore el efecto del sesgo, calculamos el $(1 - \alpha)$ percentil de la Distribución de r_p con los primeros cuatro momentos⁴⁴.

Utilizando el Método Delta-Gamma el cambio estimado en el valor de la Opción es:

$$dV = \Delta dS + \frac{1}{2}\Gamma(dS)^2 \quad (3.25)$$

Por lo que el VaR de la Opción es:

$$VaR_V = |\Delta|(S_o\alpha\sigma) - \frac{1}{2}\Gamma(S_o\alpha\sigma^2)^2 \quad (3.26)$$

Método Analítico de Matriz de Varianza-Covarianza

El VaR puede calcularse como una multiplicación de Matrices :

$$VaR = \sqrt{P^T \Sigma P} \quad (3.27)$$

donde P es el vector de FE del Portafolio, de dimensiones $n \times 1$, Σ es la Matriz de Varianzas-Covarianzas de los vértices

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11}^2 & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22}^2 & \dots & \sigma_{2n} \\ \dots & & \dots & \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \dots & \sigma_{nn}^2 \end{bmatrix}$$

Segundo método - Métodos de Evaluación completa

Existen limitaciones del VaR analítico para portafolios cuya Distribución no es simétrica⁴⁵, una manera posible para corregir esto es usar un modelo el cuál en vez de estimar los cambios en el valor del producto de la tasa de cambio (σ) y la sensibilidad (δ, Γ), se enfoque en reevaluar las posiciones en los niveles de cambio de la tasa. Esta aproximación se basa en el precepto de una evaluación completa donde todos los instrumentos están marcados al Mercado bajo un gran número de escenarios conducidos por la volatilidad y la correlación estimadas.

⁴⁴Media, Varianza, Sesgo y Kurtosis.

⁴⁵Lo cuál solo esta permitida para la Distribución Normal.

En los métodos de evaluación completa se encuentran la Simulación histórica y la Simulación estocástica (o Montecarlo), estos se basan en evaluar los instrumentos del Portafolio bajo distintos escenarios de factores de riesgo. En estos, se obtiene el valor de Mercado para distintos factores de riesgo y el cambio en el valor de Mercado se calcula como:

$$\Delta V = V_1 - V_0 \quad (3.28)$$

Se genera una Distribución empírica de pérdidas y ganancias y posteriormente se calcula el VaR. El modelo de *Simulación Histórica* no realiza ningún supuesto sobre la Distribución que siguen los Rendimientos de los Activos, además evalúa el portafolio replicando situaciones pasadas en variables de Mercado. En el método de Simulación Montecarlo se realizan un alto número de simulaciones de posibles valores que pueda tomar la variable de Mercado, para ello se determinan la media y la varianza.

Simulación Histórica

Este método⁴⁶ consiste en obtener una serie de posibles valores en función de los Rendimientos de cierto periodo histórico, dicho conjunto genera una Distribución de pérdidas y ganancias que puede emplearse para calcular el VaR. Una ventaja de este enfoque es que no depende de supuestos sobre la Distribución de los rendimientos; sin embargo, cuando hay cambios éstos se reflejan en los nuevos valores, pero no es tan inmediato incorporar dichos efectos en la estimación del VaR. Este método supone que los movimientos en el precio son iguales a las variaciones observadas en un periodo pasado, lo que es representativo de la situación actual.

En este enfoque se genera una serie de valores representativos de los rendimientos históricos con un histograma, a partir de la Distribución de este se calcula el VaR, de aquí los Rendimientos se calculan como :

$$R_t = \omega' R_{it} \quad (3.29)$$

donde t es un instante, recursivamente calculamos el valor del portafolio para t periodos anteriores, los escenarios de factores están dados por:

$$FR_{T,j}^{(i)} = FR_{(o)}^{(i)} e^{r_j^{(i)} \sqrt{T}} \quad j = t, t-1, \dots, t-m \quad (3.30)$$

Para obtener la Distribución de pérdidas y ganancias del Portafolio se compara el valor actual de Mercado del Portafolio P_o contra cada uno de los valores de Mercado del Portafolio simulados:

$$P_{T,j} - P_o \quad (3.31)$$

Así el VaR estará dado por la elección del percentil deseado en la Distribución de pérdidas y ganancias.

⁴⁶La Simulación Histórica cuantifica el riesgo replicando una trayectoria histórica de la Evolución del Mercado.

Simulación de MonteCarlo

Este método consiste en la generación múltiple de los Rendimientos de un Activo en cierto horizonte empleando un proceso estocástico⁴⁷. Estos diversos escenarios que se crean surgen de la Función de Distribución de Probabilidades que represente al Proceso estocástico que se está simulando⁴⁸. Una vez simuladas las trayectorias, se obtienen los valores del rendimiento para el horizonte de inversión predeterminado, así se calcula su Desviación estándar del rendimiento del Activo para calcular su VaR.

Este tipo de enfoque es muy similar al enfoque de Simulación histórica, la diferencia radica en que la generación de múltiples escenarios es aleatoria, y al igual que en la Simulación histórica, el VaR se calcula con la Distribución de Beneficios y Pérdidas. La ventaja de este método es su flexibilidad para poder evaluar el riesgo de un portafolio con rendimientos asimétricos, como lo son los Portafolios que poseen Opciones.

La metodología Montecarlo consiste en:

1. Generación del conjunto de variables aleatorias normales estándar independientes.
2. Transformar dicho conjunto en un conjunto de Rendimientos de factores de Riesgo R.
3. Obtener el valor de cada factor de riesgo en cada escenario simulado.
4. Evaluar el Portafolio bajo cada escenario de factores de riesgo simulados.
5. Obtener la Distribución de pérdidas y ganancias comparando el valor actual del Portafolio contra los valores del Portafolio bajo cada escenario.

Usando la volatilidad y correlación estimadas podemos aplicar nuestra técnica de Simulación a nuestro Portafolio generando un gran número de escenarios⁴⁹.

Prueba de Estrés (*Stresstesting*).

En el modelo Prueba de Estrés (*Stresstesting*) se diseñan simulaciones de distintos escenarios para analizar el efecto que tendría sobre los activos que conforman el portafolio la repetición de algunos sucesos pasados. Estas se emplean para medir la pérdida respecto a cambios drásticos en las variables financieras (macroeconómicas), ya que la posibilidad de que ocurran tendría un fuerte impacto sobre las ganancias de los inversionistas.

Procedimiento :

1. Identificar posibles movimientos en las variables macroeconómicas que puedan afectar el valor del Portafolio, se hacen variar a valores extremos para ver su efecto.
2. Se simulan estos movimientos.
3. Se reevalúa el instrumento.
4. Cálculo del efecto en las utilidades

Su desventaja de éste modelo es que no nos dice su probabilidad de ocurrencia.

⁴⁷Para más referencias vease «Riskmetrics Technical Document, J.P.Morgan y Reuters.»

⁴⁸Estos se generan a partir de un Proceso estocástico, por ejemplo, Caminata Aleatoria.

⁴⁹1000 por ejemplo.

3.2.3. Medición del Riesgo en Opciones

Modelo Lineal

El modelo Lineal es una aproximación cuando un Portafolio contiene Opciones. Si consideramos un Portafolio formado de un solo activo con precio S y δ su correspondiente delta de la posición, medimos la tasa de cambio del valor del Portafolio como:

$$\delta = \frac{\Delta P}{\Delta S} \quad \Delta P = \delta \Delta S$$

donde ΔS es el cambio del valor del Activo en un intervalo de tiempo y P es el cambio en el valor del Portafolio. Definamos Δx como el cambio proporcional del precio del Activo en cualquier periodo:

$$\Delta x = \frac{\Delta S}{S}$$

de donde:

$$\Delta P = \delta(S\Delta x)$$

Si tuviéramos una posición en varias variables de Mercado subyacentes que incluyen Opciones, se deriva una relación entre ΔP y las Δx_i 's como:

$$\Delta P = \sum_{i=1}^n S_i \delta_i \Delta x_i$$

donde S_i es el valor de la i -ésima variable de Mercado y δ_i es la delta del Portafolio con respecto a la i -ésima variable de Mercado. Haciendo $\alpha_i = S_i \delta_i$:

$$\Delta P = \sum_{i=1}^n \alpha_i \Delta x_i$$

el Valor en Riesgo de la cartera es:

$$VaR_{lineal} = N(-d_1) \sqrt{t} \sigma_{\Delta P}$$

Modelo Cuadrático

Cuando un Portafolio contiene Opciones, el modelo lineal es sólo una aproximación y no toma en cuenta la *Gamma* del Portafolio. La *Gamma* mide la curvatura de la relación entre el valor del Portafolio y el de una variable de Mercado Subyacente. El VaR de un Portafolio depende en gran medida de la cola izquierda de la Distribución de probabilidad del Portafolio. Para un cálculo más preciso del VaR estimado por el método lineal, podemos usar ambos, la medida *delta* y *gamma* para relacionar el cambio en el valor del Portafolio y los cambios proporcionales en el precio del Activo Subyacente. Si consideramos que un Portafolio depende de un solo Activo cuyo precio es S , su *delta* del Portafolio es δ y su *gamma* es γ obtenemos⁵⁰:

$$\begin{aligned} \Delta P &= \delta \Delta S + \frac{1}{2} \gamma (\Delta S)^2 \\ \Delta P &= S \delta \Delta x + \frac{1}{2} \gamma S^2 (\Delta x)^2 \end{aligned}$$

⁵⁰De la expansión de Taylor.

$$\Delta P = S\delta\Delta x + \frac{1}{2}S^2\gamma(\Delta x)^2$$

donde ΔP es una variable normal.

Supongamos que deseamos calcular el valor del VaR de un Portafolio a k -días de horizonte con un $(1 - \alpha)\%$ de probabilidad de que la pérdida del Valor del Portafolio sea excedida. El cálculo del VaR depende de los siguientes cálculos:

- 1) Valor de Mercado actual del Portafolio : V_o
- 2i) Definir el valor futuro del Portafolio (V_1) :

$$V_1 = V_o e^R$$

donde R es el Rendimiento del Portafolio en el horizonte

- 3) Pronósticar el Rendimiento del Portafolio (\hat{r}) tal que haya un $(1 - \alpha)\%$ de probabilidad de que el Rendimiento actual sea menor que (\hat{r}).

$$P\{r < \hat{r}\} = (1 - \alpha)\%$$

- 4) Definir el valor futuro del Portafolio estimado :

$$\hat{V}_1 = V_o e^{\hat{R}}$$

de esta manera el VaR es⁵¹ :

$$V_o - \hat{V}_1 = V_o[1 - e^{\hat{R}}] = V_o \hat{R}$$

de manera general el VaR se puede obtener con la siguiente expresión :

$$VaR = \omega \sqrt{\sigma_t^2 \Delta t}$$

donde ω es la peor pérdida de los rendimientos con $(1 - \alpha)$ de probabilidad, σ_t^2 es la varianza de los rendimientos en el instante t y Δt es el horizonte de tiempo para el que se calcula. El concepto de evaluación del Riesgo proviene de la necesidad de cuantificar con determinado nivel de significancia o certidumbre la cantidad o porcentaje de pérdida que un Portafolio, Proyecto, empresa, etc. enfrentará en un periodo de tiempo determinado⁵². Analíticamente el VaR se define por el límite superior de la integral de la función de rendimientos esperados $r(s)$:

$$Var = \int_{-\text{inf}}^{E[r]-VaR} r(s) ds = \alpha$$

Existe una forma alterna para calcular el VaR⁵³, que es a través de la siguiente expresión:

$$VaR = \alpha \sigma^2 \Delta t$$

donde α es el factor que define el área de pérdida de los Rendimientos, σ^2 es la varianza de esos rendimientos y Δt el horizonte de tiempo.

⁵¹ Si \hat{R} es suficientemente pequeña $e^{\hat{R}} \sim 1 + \hat{R}$.

⁵² Jorion, 2000; Penza y Bansal, 2001; Best, 1998 ; Dowd, 1998.

⁵³ Para calcular el VaR se parte de la hipótesis que los Rendimientos logarítmicos siguen una Distribución Normal multivariante y no existe autocorrelación.

El VaR representa un nivel de pérdidas que se produce frecuentemente, lo cuál es una función del nivel de confianza. El principal objetivo del VaR es cuantificar el Riesgo de Mercado mediante técnicas estadísticas que permitan realizar estimaciones de un cierto riesgo en un cierto intervalo de tiempo a cierto nivel de confianza. La técnica de Valor en Riesgo fue popularizada por *JP Morgan* cuando publicó su metodología de gestión de riesgos (*Riskmetrics*) y actualmente su utilización es muy amplia, principalmente para medir el Riesgo de Mercado de las carteras de inversión.

El enfoque Delta calcula el cambio en el valor de los Activos del portafolio de acuerdo a su sensibilidad del Activo respecto al mercado. Los modelos globales⁵⁴ basan su análisis en considerar en el estudio varios escenarios, así, el riesgo se define como la diferencia entre el valor de la cartera en cierto momento t y el valor de ésta en condiciones distintas (otro escenario) en el momento actual ($t = 0$).

$$\Delta P = P_t - P_0$$

Así, P_t es el valor esperado del Portafolio al momento t bajo ciertas condiciones y P_0 es el valor actual de este.

3.3. Administración de Riesgos

Todas las actividades económicas en general representan directa o indirectamente un Riesgo. La Administración de Riesgos significa decidir lo que debe hacerse para mejorar la competitividad de una empresa, en nuestro caso, a través de un proyecto. Este proceso incorpora la identificación de las actividades y posibles problemas que pueda provocar esta, la identificación de eventos negativos potenciales con su respectiva probabilidad de ocurrencia, y explorar alternativas e implementar acciones para minimizarlos. La Administración de Riesgos alude a administrar aquellos Riesgos que puedan repercutir en los Flujos de Efectivo Futuro y en las acciones de una empresa.

Administración de Riesgos. Es el proceso de identificar e implementar medidas que permitan reducir el riesgo a niveles mínimos.

La Administración de Riesgos se centra en reducir la exposición de los activos de una empresa respecto a los distintos riesgos que influyen sobre estos. Hay distintas clases de riesgos que un administrador debe analizar⁵⁵, medir⁵⁶ y cubrir. El primer paso es incorporar el Análisis y la Administración del Riesgo en un proyecto es reconocer que este existe como consecuencia natural de la incertidumbre. El Análisis y Administración del Riesgo es un proceso que nos permite controlar o reducir los distintos riesgos que puedan afectar la realización del proyecto, este puede ser cualitativo (identifica y evalúa subjetivamente el riesgo) o cuantitativo (se enfoca en evaluar objetivamente el Riesgo).

⁵⁴Estos modelos también suelen ser llamados *Modelos de Valoración Completa*.

⁵⁵Los más importantes se vieron en la sección anterior.

⁵⁶El objetivo de esta sección es describir los métodos más empleados comúnmente.



Figura 3.7: Fases de Riesgo.

El proceso de Administración de Riesgos de un proyecto (ver Fig. 3.7) abarca su identificación, análisis y gestión, lo que financieramente se traduce como una Optimización de la ocurrencia de eventos con Beneficio o ganancia para la empresa y la minimización de los eventos con pérdidas.

Las principales etapas de este proceso son:

1. Identificación del Riesgo. Esta etapa nos permite identificar los factores de riesgo e implica determinar cuáles de estos tienen una alta probabilidad de afectar el proyecto.
2. Cuantificación del Riesgo. Esta etapa implica evaluar el riesgo para cuantificar su relación con los resultados del proyecto.
3. Reestructuración del Riesgo. Aquí se definen las mejoras o cambios que deben realizarse para dar respuesta al Riesgo.
4. Gestión del Riesgo. En esta parte se implementan todos los pasos anteriores de manera que se diseñe la solución de los eventos de riesgo que afectan el proyecto.

Internacionalmente existen Convenios y Acuerdos Internacionales reconocidos por bloques de países que imponen medidas y condiciones a cumplirse, tales como el propuesto por el Comité de Basilea, en el cual se sugiere emplear la medida del VaR para gestionar el Riesgo.

Capítulo 4

Evaluación del Riesgo del Proyecto de Combustible Diesel (ULSDF)

Soy lo suficientemente artista como para dibujar libremente sobre mi imaginación. La imaginación es más importante que el conocimiento. El conocimiento es limitado. La imaginación circunda al mundo.

Albert Einstein.

4.1. Descripción del caso de estudio

4.1.1. Antecedentes del sector energético

Los productos energéticos y sus derivados se negocian por todo el mundo de manera habitual, las mas comunes son los contratos a plazo entre los productores y la refinería, entre dos compañías, etc. y los plazos varían desde aquellos que se ejercen inmediatamente hasta los que prefijan una fecha de plazo en semanas, meses o hasta años.

Su comercio es de los más globalizados, su industria emplea las más avanzadas tecnologías para su exploración, producción, distribución, comercialización, etc.; por lo que se necesita de una alta disponibilidad de información de precios, puesto que su evolución cambia de forma rápida. Independientemente de lo que ofrece internet, las grandes industrias han dispuesto de redes de comunicaciones tales como *Reuters*® y *Bloomberg*¹®, estas recogen la información y la almacenan en bases de datos y luego la distribuyen y permiten seguir los precios de los Mercados en tiempo real y disponer de esta información inmediatamente.

En este contexto, tenemos que definir las partes principales que intervienen en estos Mercados:

1. Productores. Son aquellos que poseen los derechos sobre el producto².
2. Refinadores. Son aquellos que necesitan el producto en su forma natural, lo adquieren, lo transforman y luego lo venden o comercializan.
3. Intermediarios. Son aquellos que ponen en contacto a los Productores con los Refinadores.

¹Este sistema se empleo en este caso para seguir en tiempo real los precios y tasas de interés.

²Generalmente son Compañías nacionales que venden el producto, aunque en ocasiones este suele ser propiedad de una Compañía privada.

Cuando una compra es puntual (*Spot*), los precios se rigen por la oferta y la Demanda, esto se toma como guía para la publicación de precios. En dichas ventas y en los contratos se fijan cuatro elementos: punto de venta, referencia del tipo de producto, factor de ajuste por calidad o punto de venta y mecanismo para hacer cálculos de acuerdo a la fecha de cotización.

Descripción del Producto

El *Diesel* es un producto que se emplea como combustible en un motor³. Se puede obtener *Diesel* del petróleo, al que se llama Petrodiesel, es una mezcla del hidrocarburo y se obtiene en la destilación del petróleo crudo entre temperaturas de 250 a 350 grados Centígrados a presión atmosférica. Generalmente es más simple refinar el *Diesel* que la Gasolina, sin embargo, contiene cantidades más altas de compuestos de Sulfuro mineral. En Europa la emisión estándar ha forzado a que las refinerías de petróleo reduzcan drásticamente el nivel de estas impurezas. En regiones de otros continentes, el combustible *Diesel* es generalmente menos puro que el *Diesel* europeo, es por ello que se contempla:

La Transición al Combustible Diesel de Ultra Bajo Sulfuro (ULSDF⁴).

El objetivo de esta transición y la reducción de los niveles de Sulfuro en el *Diesel* es ayudar a aminorar los índices de contaminación, esto se hace a través de un Convertidor Catalítico que reduce las emisiones del Oxido de Nitrógeno (NO_x). Algunos países poseen un nivel de *Diesel* más puro que el de otros; sin embargo, otros han implementado métodos de Desulfurización más oportunamente desde hace varios años a través de una reducción del nivel de Sulfuro (Esto se muestra en la Figura 4.1).

Descripción de la empresa

En nuestro país, la empresa encargada de la extracción, refinación, producción, comercialización y distribución de estos productos es la paraestatal Petróleos Mexicanos (PEMEX), que es la novena empresa petrolera a nivel mundial (Esto se muestra en la Fig. 4.2), el tercer productor de crudo a nivel global, es uno de los principales proveedores de crudo del Mercado Estadounidense y es el único productor y comercializador de crudo, gas natural y productos refinados en México; entre los que se incluye el *Diesel*.

El Instituto Mexicano del Petróleo (IMP) es un organismo dependiente de PEMEX cuyo principal objetivo es el desarrollo de la Tecnología y la investigación científica vinculada con la industria petrolera. Es un centro público de investigación dedicado principalmente a generar conocimientos y habilidades críticas para las industrias petrolera, petroquímica y química, que sean factibles de transformarse en realidades industriales, incluyendo los proyectos que de esto se deriven y su respectiva evaluación.

Como respuesta a la necesidad de optimizar la realización de los proyectos, principalmente durante todo el ciclo de los mismos, se plantea la evaluación de este proyecto como una alternativa de inversión.

³Este fué inventado por Rudolf Diesel y perfeccionado por Charles F. Kettering

⁴Por sus siglas en inglés *Ultra Low Sulfur Diesel Fuel*

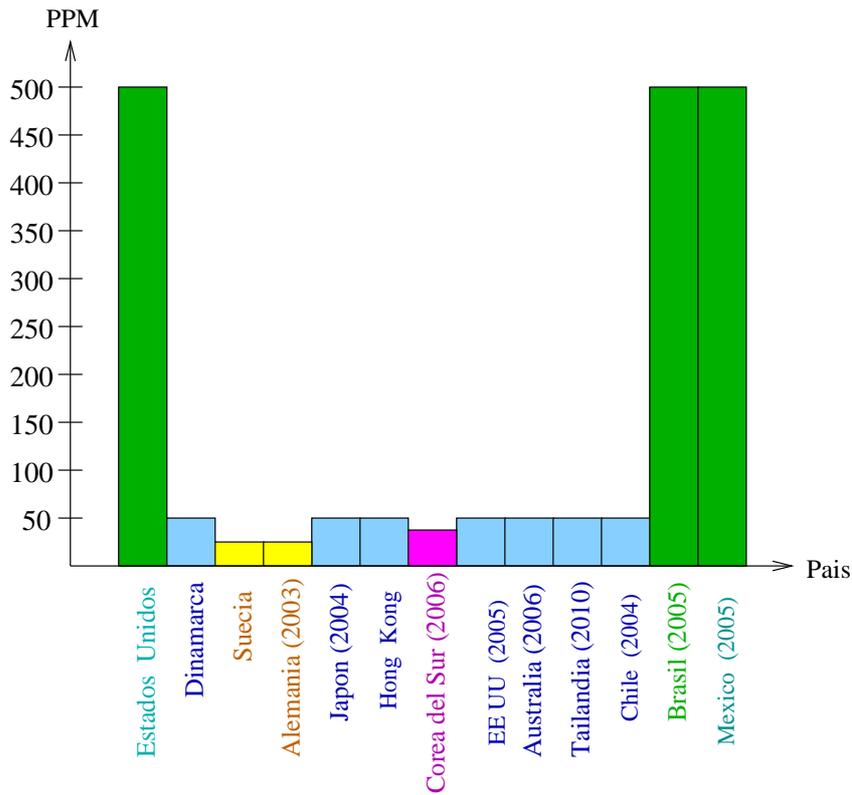


Figura 4.1: Nivel de partículas de Sulfuro en el Diesel por país (Fuente: Current Trends in World-wide Desulfurization.)

Lugar	Empresa	País	Reservas		Produccion		Refinacion	
			Crudo	Gas	Crudo	Gas	Ventas	Capacidades
1	Saudi Aramco	Arabia Saudita	1	4	1	7	7	8
2	Exxon Mobil	EE UU	12	14	4	2	1	1
3	NIOC	Iran	2	2	2	6	10	14
4	PDVSA	Venezuela	5	6	5	12	8	4
5	BP	Reino Unido	17	15	9	4	3	3
6	RD Shell	Holanda y UK	21	17	6	3	2	2
7	Chevron Texaco	EE UU	19	22	11	9	4	9
8	Total	Francia	20	21	14	8	6	6
9	PEMEX	Mexico	9	28	3	15	12	13
10	Petrochina	China	14	18	10	20	11	12

Figura 4.2: Principales empresas petroleras en el mundo (Fuente: Petroleum Intelligence Weekly, 2004)

4.1.2. Descripción de la problemática

TRANSICIÓN AL COMBUSTIBLE DIESEL DEL ULTRA BAJO SULFURO

Problemática vista como Proyecto de inversión

El proyecto de inversión a analizar tiene un riesgo inherente debido a causas internas y externas; además de la incertidumbre económica presente en todo tipo de inversiones. Se eligió la industria de energía, ya que ésta posee un alto nivel de incertidumbre externa, en nuestro caso el precio de un galón de *Diesel* se cotiza a diario en la Bolsa de Nueva York y existen muchos factores que inciden en la fijación de tal precio.

Resulta conveniente hacer el análisis de este tipo de inversiones por medio de la metodología de Opciones Reales, ya que el desarrollo de un nuevo proyecto lleva inherente una gran incertidumbre de tipo tecnológico; debido a que la Tecnología actual no permite desarrollar el *Diesel* con las nuevas características. También existe un nivel de riesgo económico, debido al posible rango de venta y al número de unidades a vender en cada periodo durante la comercialización del producto.

En este caso el producto va a ser desarrollado en etapas y la decisión de inversión en cada próxima fase deberá ser evaluada al finalizar cada etapa subsiguiente. Por lo tanto se podrá hacer una analogía del proyecto en general a una Opción americana y esto se hará dividiendo el periodo total en subintervalos que serán vistos cada uno como una Opción financiera de tipo europeo, la cuál solamente se puede ejercer al vencimiento.

En Diciembre del año 2000 la Agencia de Protección del Medio Ambiente (EPA) de los Estados Unidos, publicó un decreto firmado por el presidente Clinton para lograr reducir los contaminantes en la atmosfera producto de los vehículos accionados con *Diesel*. La aplicación de éste decreto requiere de disminuir el nivel actual del contenido de Sulfuro de dicho combustible. El límite legal actual del Sulfuro en dicho combustible es de 500 porciones por millón (PPM) y con el decreto se impondrá un límite de 15 PPM. Sin embargo, se espera que las refinerías reduzcan dicho nivel aún por debajo de éste nuevo límite, alrededor de las 10 PPM.

Para la refinación del nuevo combustible se requiere de una nueva tecnología, para que este se encuentre disponible al por menor antes del 01/09/2006 con la regla 20/80 aplicable hasta el 2010 como fecha límite. La concesión que tiene los derechos sobre el proyecto, tendrá un plazo máximo, el año 2010 para iniciar dicha desulfurización (Esto se ejemplifica en la Fig. 4.3). Tales alternativas de inversión presentan diferentes oportunidades de ejecución a medida que transcurre el tiempo y se ajusta el riesgo, por lo tanto, es necesario evaluar las Opciones de continuar con el proyecto y las de abandonarlo antes de iniciar una siguiente etapa en el proyecto.

La evaluación de este proyecto da la posibilidad de poder desarrollarlo y así contribuir a la disminución de agentes contaminantes en la Ciudad de México. La evaluación de la regla ULSDF representa un reto financiero, logístico y tecnológico, ya que de evaluarse y luego desarrollarse constituiría un gran adelanto y nos pondría a niveles de competencia con Brasil, EE.UU., Japón, etc. donde algunos de ellos ya han implementado esta regla a distintos niveles de partículas.

4.1.3. Regla de Decisión

Generalmente la decisión que se toma en un proyecto es Invertir o no, sin embargo podemos extender esta decisión a varias subdecisiones que conjuntamente generarán nuestra decisión global.

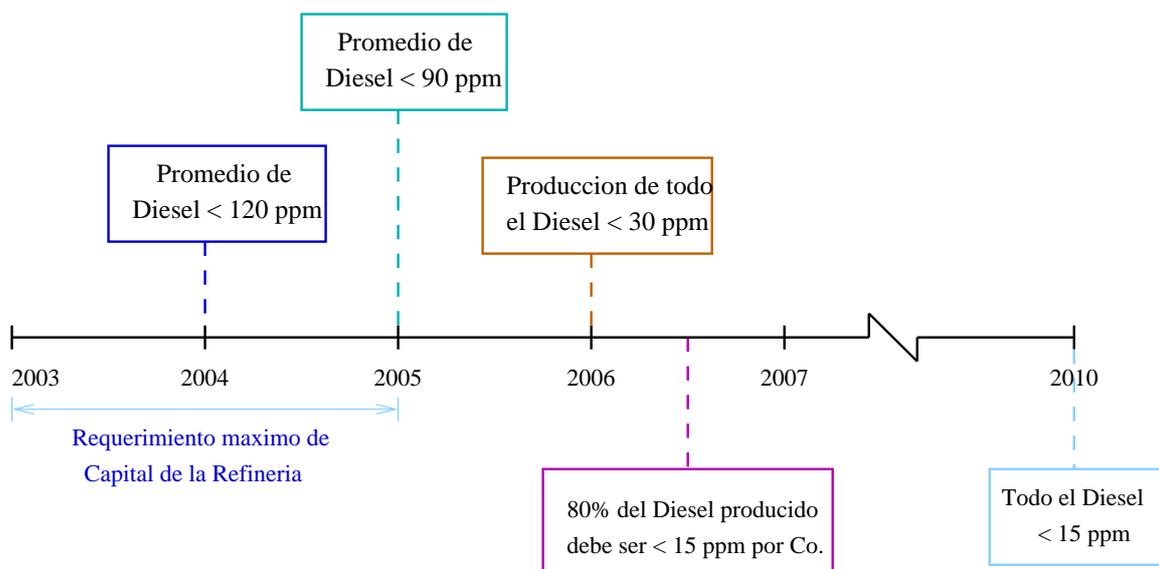


Figura 4.3: Horizonte para la puesta en marcha de la regla (Fuente: Impacts on TIER II Implementation on the supply and deliverability of Gasoline and Diesel Fuel, EIA.)

Las más importantes⁵ son:

* Invertir - No invertir.

Se evalúa el proyecto en caso de invertir ahora, si esto no es viable se considera no invertir.

* Invertir y (aplazar, abandonar, detener operaciones; incrementar o decrementar)

Aquí, se considera invertir ahora, en caso de que sea viable se considera aplazar la decisión de volver a invertir, abandonar el proyecto si no se considera rentable, detener las operaciones temporalmente o incrementar el volumen o decrementarlo.

* Aplazar - (Invertir , No invertir)

Puede aplazarse la decisión de inversión y esperar a ver que pasa en torno al precio del Activo Subyacente y nuevamente se considera la decisión de invertir o no en el nuevo entorno económico.

La determinación de la regla óptima de decisión la estableceremos considerando el tiempo desde esta evaluación hasta la imposición de la regla. Los periodos en que se toma una decisión se consideran anuales para facilitar el cálculo.

Construcción del árbol de decisión

Este contrato de concesión es análogo a una Opción Compuesta sobre los Flujos de Efectivo pronosticados para el proyecto. Aquí el precio de Ejercicio equivale a la inversión inicial que se tiene que realizar para su posterior desarrollo y el tiempo de expiración coincide con la fecha límite para su concesión (2010), donde el número de oportunidades para ejercer corresponde al número de veces en que se tiene dicha oportunidad (medida anualmente). El diagrama correspondiente se muestra en la Fig. 4.4 (Caso especial de diferir la inversión.).

⁵Existen muchas más decisiones, incluso aquellas que son conjunciones de las que mencionamos, sin embargo, estas constituyen una base para nuestro estudio.

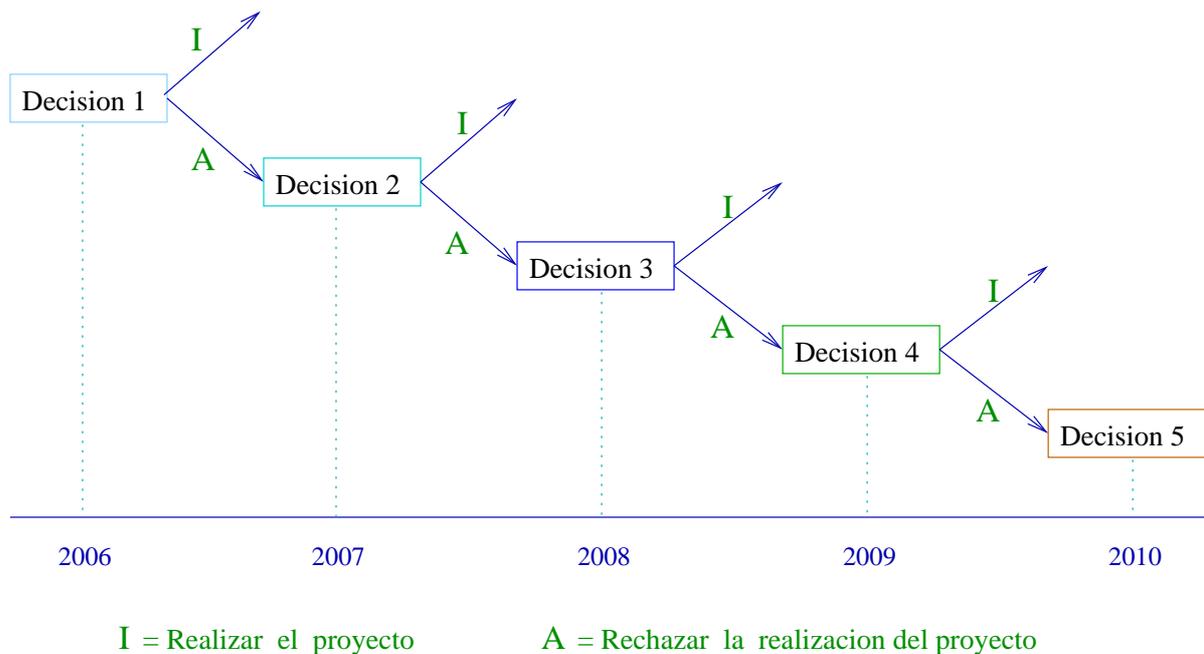


Figura 4.4: Árbol de decisión para la Opción de aplazar el proyecto.

4.1.4. Metodología

Se seleccionó este caso de estudio que permite valorar una o varias alternativas dentro de la inversión. Primero se realizó la evaluación tradicional con la metodología del VPN, después se analizó el proyecto como una Opción Real y finalmente se implementó el análisis de Riesgo. Para poder llevar a cabo esta valoración, será necesario tener como información los siguientes factores: Inversión inicial del proyecto ($-I_0$), Costos anuales de Operación (C), Ingresos anuales recibidos (I), plazo (T) y tasa de interés (i). Los modelos se representarán por medio de árboles de decisión con el objetivo de visualizar la situación de la compañía a medida que pasa el tiempo⁶.

Estructura

La parte más importante del modelo reside en calcular, estimar, comprender y usar el modelo correctamente. Las Opciones Reales no están especificadas en un contrato, pero pueden identificarse a través del análisis y el cálculo⁷. Una vez planteada la Opción y sus características, el próximo paso es implantar el modelo de valoración de la Opción, aplicable a las especificaciones del problema. En este proyecto se evaluaron las alternativas de inversión por medio del modelo de Látices Binomiales y el modelo de *Black & Scholes*.

Descripción

La metodología usada en la evaluación del proyecto *Diesel* incluye tres partes : La evaluación a través de las Opciones Reales, la adaptación del Riesgo al proyecto y por último, el análisis de los resultados y las conclusiones (ver Fig. 4.5).

⁶Los árboles de decisión son herramientas que representan y facilitan el análisis de problemáticas, especialmente las que implican decisiones secuenciales y resultados variables a través del tiempo. Esta técnica es de gran utilidad, ya que nos ha permitido simplificar este problema en términos de problemas simples y pequeños.

⁷Los aspectos más importantes a considerar en esta parte son las decisiones que se consideren y su respectiva incertidumbre.

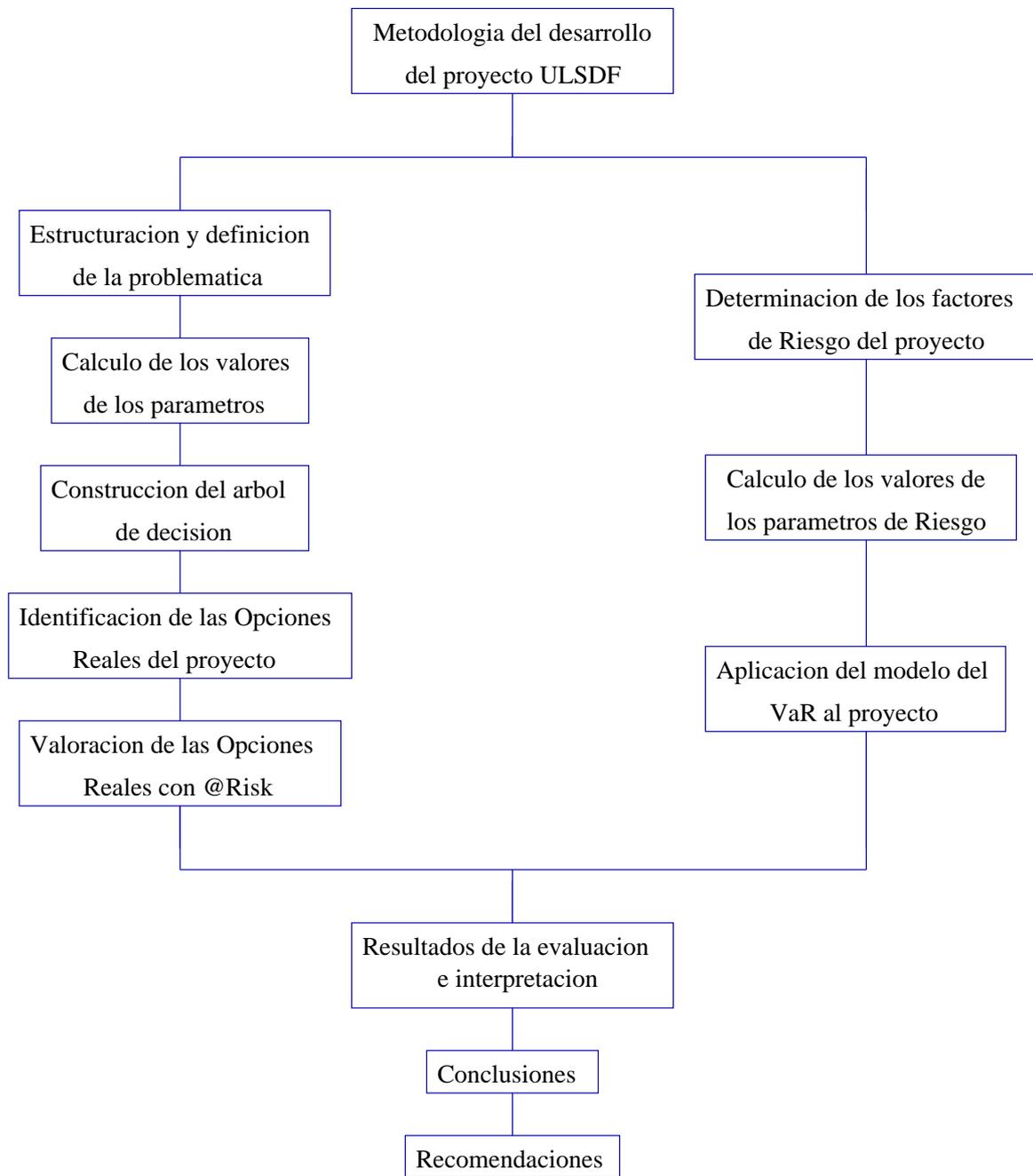


Figura 4.5: Metodología empleada para desarrollar la evaluación del proyecto.

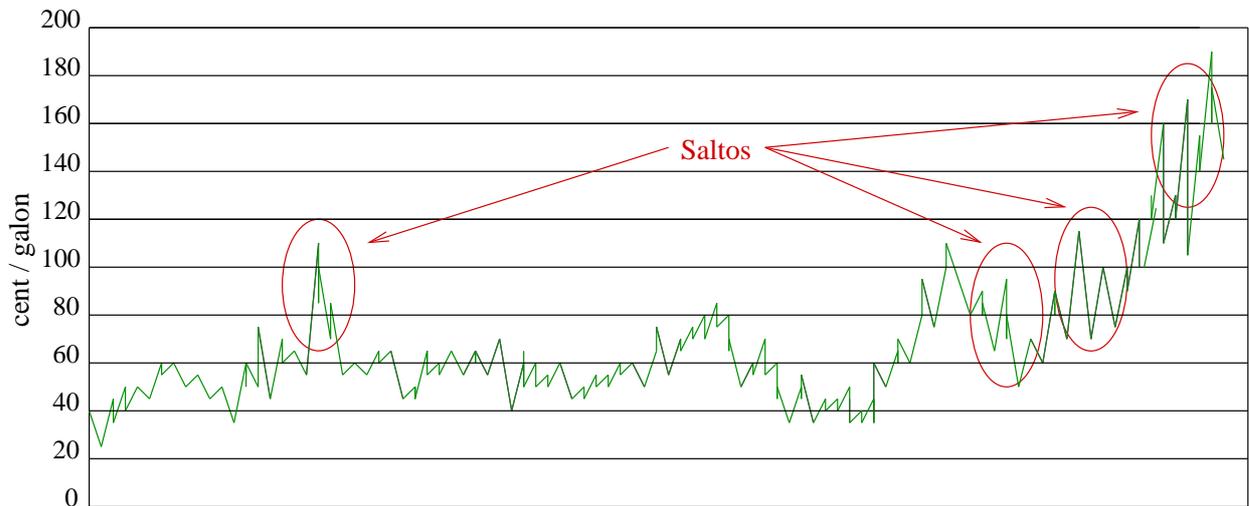


Figura 4.6: Precios diarios Spot Diesel con identificación de saltos.

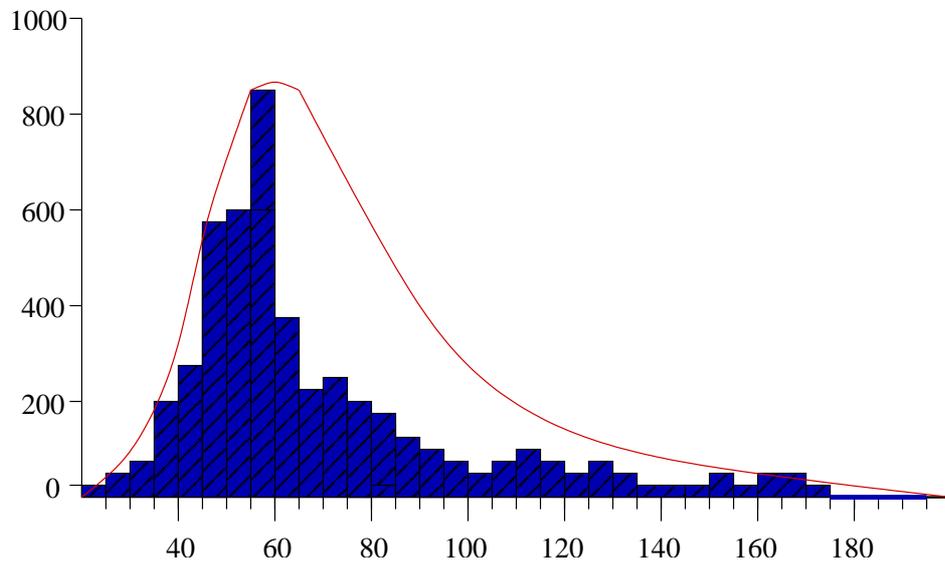


Figura 4.7: Distribución de los Precios diarios.

4.2. Proyecto ULSDF como un conjunto de Opciones Reales

4.2.1. Descripción del Activo Subyacente

El precio del Activo Subyacente se obtiene de una base de datos que incluye los precios *Spot* del *Diesel* para el periodo del 3 de Junio de 1986 y el 7 de Junio de 2005 con periodicidad diaria. Habiendo modelado el comportamiento de los precios, se determina la Distribución de los Precios y de los Rendimientos. Observamos que los precios diarios se Distribuyen de manera Lognormal (ver Fig. 4.7) y sus respectivos Rendimientos de manera Normal (ver Fig. 4.8). Se aplica una regresión lineal con un grado de rezago⁸, obteniendo así la Desviación típica y la media para pronosticar durante 4 años más los precios, equivalente a 1188 días más⁹. De esto se modeló el Precio diario como una variable aleatoria Lognormal.

⁸Empleando Econometric Views

⁹Después de correr estas regresiones se calcularon las señales de cambio encontrando que existía autocorrelación positiva, así se repitieron los cálculos aumentando un rezago en cada regresión.

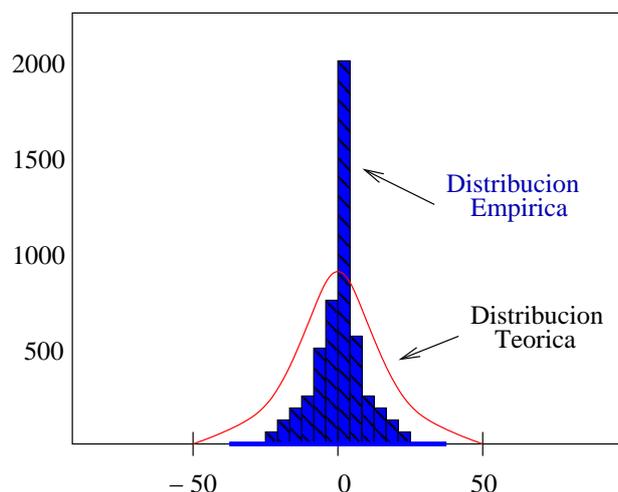


Figura 4.8: Distribución de los Rendimientos de los Precios diarios.

Determinación de los parámetros

Si recordamos que:

$$c = f(S, E, \sigma, T, i_{L.R.}, D)$$

determinamos los valores respectivos.

i) Precio del Activo Subyacente.

Observamos que los FE se comportan de manera *Lognormal*, se pronosticaron sus valores futuros, así, multiplicando dichos precios por los niveles de producción se determinaron los ingresos, suponiendo que los costos¹⁰ se comportaban linealmente se realizó una interpolación para determinar su valor en cada año, a partir de estos dos parámetros se determinaron los Flujos de Efectivo¹¹. Para capturar las variaciones en el precio del Activo Subyacente se emplea una aproximación existente, se realizó una Simulación Montecarlo.

Con estos datos el valor actual de los Flujos de Efectivo es de 13,764,776 (en miles de dólares). Los Flujos de Efectivo se calcularon como la diferencia entre los ingresos y los costos (para simplificar el problema no se tomaron en cuenta impuestos). Los Costos operativos solo eran proporcionados para algunos años, por lo que se supuso un comportamiento lineal y se calculó el valor para los años intermedios entre dichas fechas.

ii) Precio de Ejercicio.

Existen varios estudios sobre cuáles son los costos, donde se incluye el monto de inversión inicial, entre los que se escogieron los estudios de EPA y EIA; cuyos costos¹² son 18,480,00 y 20,339,00¹³, respectivamente, equivalentes al costo de la adaptación de la Tecnología a las Refinerías.

¹⁰Se extrayeron los principales costos del Estudio hecho por EIA y EPA.

¹¹Para más detalle vease «Evaluación de Proyectos de inversión, Baca Urbina .»

¹²Estos costos fueron calculados como el producto entre el costo de Desulfurización por barril y el Volumen promedio de producción por refinería.

¹³Estos valores corresponden a una aproximación, sin embargo pueden no ser exactos debido a la falta de datos específicos sobre costos reales.

Opcion Call	Opcion Real del Proyecto	Valor (u.m.)	
		EPA	EIA
Precio Activo Subyacente	Valor actual de los FE	13764.776	13764.776
Precio de Ejercicio	Inversion inicial	18480	20339
Vencimiento	Plazo de vencimiento	4	4
Volatilidad	volatilidad del Activo Subyacente	0.26	0.26
Interes libre de riesgo	Tasa de libre de Riesgo	0.0963	0.0963

Figura 4.9: Analogía Opcion Call y el proyecto visto como una Opcion Real

iii) Volatilidad e incertidumbre

Los precios internacionales del Diesel han alcanzado recientemente valores muy altos que no habían registrado a lo largo de su historia; en general estos valores oscilaban entre 0,30 dlls y 1,00 dlls por galón y en fechas recientes se han registrado valores cercanos a los 2,00 dlls por galón. Tales valores no nos aseguran qué valores tendrá el Diesel en el Futuro, pero sí nos da una perspectiva de qué posibles valores tendrá y qué tanto pueden cambiar dichos valores. En fechas recientes se ha notado una apreciable tendencia al alza; sin embargo, al estar el precio regido por la ley de Oferta-Demanda (y su equilibrio entre ambas) esto hace que se tenga un alto grado de incertidumbre alrededor del precio del Diesel. Al aplicar el modelo Logarítmico a los Precios, se determinó la volatilidad de 0,2622.

iv) El tiempo de expiración

Este valor esta representado por el tiempo que le queda al poseedor de la Opción para ejercerla. El tiempo fue medido en años, desde el 2006 al 2010, por lo que fueron cuatro años por evaluar.

v) Tasa Libre de Riesgo

Es la Tasa que recibe el inversor cuando realiza una inversión en una identidad que no presenta Riesgo. Tomamos como referencia los Cetes por ser instrumentos gubernamentales a valor actual, cuya tasa es de 9.63 % anual.

4.2.2. Evaluación de una Opción de Diferir

Debido a que tenemos dos valores para la Inversión inicial, consideramos dos escenarios, con dichos desembolsos iniciales respectivamente. La Opción es de tipo Americano, de esta manera puede ser ejercida antes de su expiración o al vencimiento.

Suponiendo que la adaptación de la nueva Tecnología a las refinerías es inmediata, las preguntas serían:

- i. Debe invertirse ahora o esperar, en caso de esperar cuanto tiempo debe ser y si es viable para la empresa esperar ese tiempo.
- ii. En caso de que las cosas vayan bien, es decir, que los FE obtenidos por la empresa sean mejor de lo esperado, sería conveniente incrementar la capacidad de la Refinería o permanecer sin cambios, y si se decide hacer un incremento en que porcentaje sería.

- iii. En caso contrario, si los FE fueron sobreestimados, sería conveniente disminuir la capacidad de la Refinería o incluso abandonar el proyecto y cuál sería el momento óptimo para hacerlo.

Evaluación del Proyecto con el criterio VPN

Empleando el criterio del Valor Presente Neto (VPN), obtenemos:

$$VPN(EPA) = 13764,776 - 18480 = -4698,72$$

$$VPN(EIA) = 13764,776 - 20339 = -6557,72$$

En ambos escenarios el $VPN < 0$, el criterio del VPN aconsejaría no invertir en el Proyecto.

Evaluación del Proyecto con el criterio Opciones Reales

Ahora aplicando la Metodología de Opciones Reales evaluamos el proyecto.

I.- Método de Látices Binomiales

Calculamos los valores de u , d & p , que representan los niveles de incremento y decremento (Ec.2.11) y la probabilidad de ocurrencia de un incremento (Ec.2.10), respectivamente.

$$u = e^{(0,26)} = 1,2969$$

$$d = \frac{1}{u} = 0,7710$$

$$p = \frac{e^{0,0963} - 0,7710}{1,2969 - 0,7710} = 0,6276$$

Esto significa que de acuerdo con la volatilidad del precio del Activo Subyacente, se esperaría que la variación para el próximo año de los FE al alza pudieran ser de hasta el 129.69% con probabilidad del 62.76% y las variaciones a la baja de un 77.10% con probabilidad del 37.24%. Procedemos a construir los árboles Binomiales para 1, 2, 3 y 4 periodos, conjuntamente para el precio del Activo Subyacente y para el precio de la Opción (Fig. 4.10).

Con los resultados de diferir un año el proyecto, obtenemos que el costo sería mínimo (cerca a cero) debido a que sería ejercer la Opción casi inmediatamente, lo cual no tendría mucho sentido. El valor del proyecto es mayor si decidimos diferirlo cuatro periodos (Fig. 4.12).

II.- Método de Black & Scholes

Definimos los parámetros, por simplicidad calculamos el valor de la Opción de diferir cuatro años el proyecto¹⁴ para compararla con el resultado obtenido por el método binomial. La comparación entre ambos métodos se muestra en la Fig. 4.11.

$$\mu = 0,6666 \quad y \quad \sigma = 0,2622$$

$$S_0 = 13764,776; \quad T = 4; \quad E_1 = 18480; \quad E_2 = 20339$$

¹⁴Puede calcularse el valor de la Opción por B&S para cada periodo.

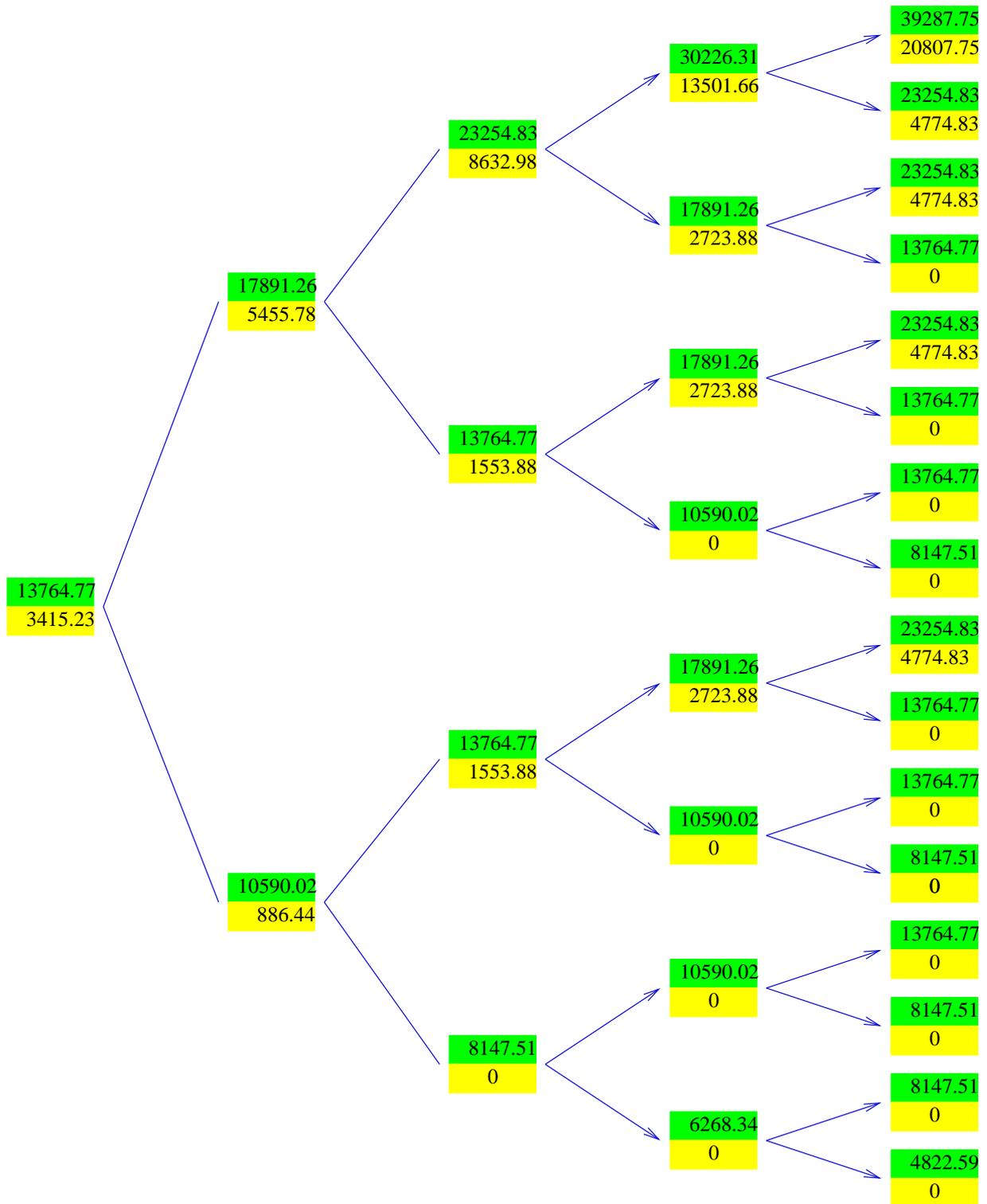


Figura 4.10: Árbol Binomial para la evolución del Subyacente y el valor de la prima a 4 periodos.

ESCENARIO 1 (EPA)

Numero de periodos que se diferira el Proyecto	VPN	Prima (Binomial)	Prima (B & S)
0	- 4698.72		
1	4698.72	359.78	504.68
2	6229.72	1531	1467.96
3	6864.76	2166.04	2418.38
4	8086.51	3387.79	3358.96

ESCENARIO 2 (EIA)

Numero de periodos que se diferira el Proyecto	VPN	Prima (Binomial)	Prima (B & S)
0	- 6557.72		
1	6557.72	251.73	266.89
2	7479.27	921.55	1042.54
3	8375.00	1817.28	1909.46
4	9271.95	2714.23	2794.76

Figura 4.11: Comparación entre los resultados del método Binomial y B& S para los escenarios de EPA y EIA de la Opción de Diferir.

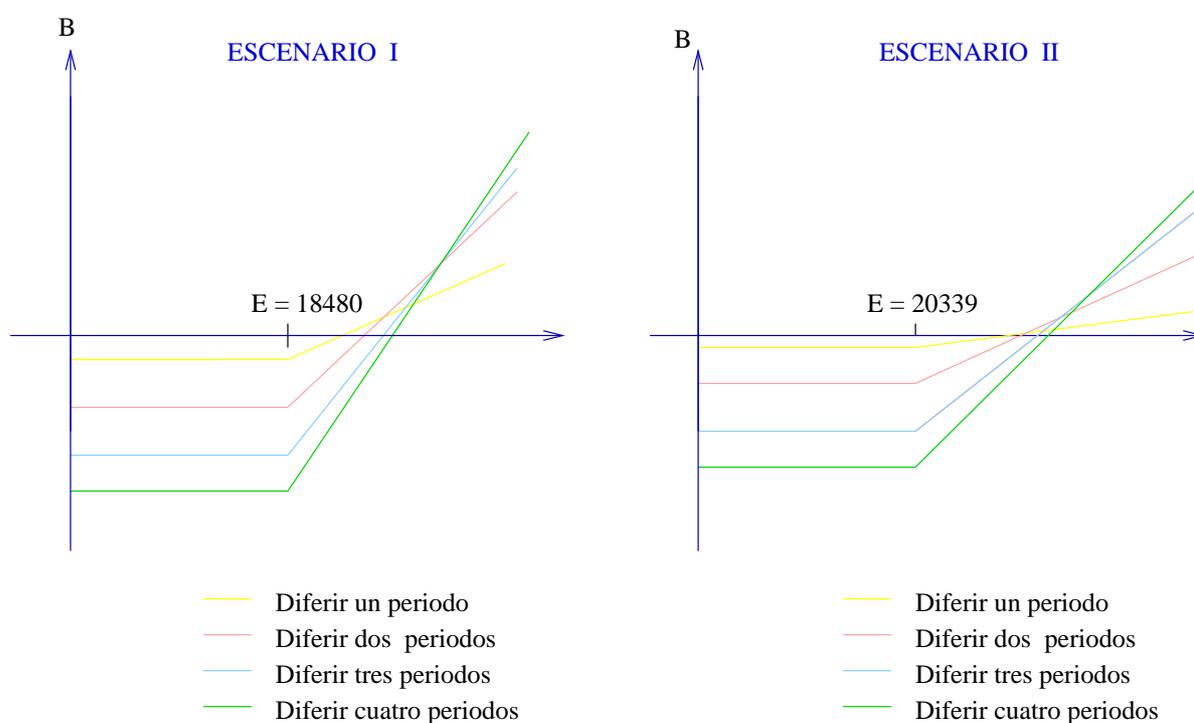


Figura 4.12: Perfil de Beneficio para los escenarios de EPA y EIA para distintos periodos de diferimiento de la Opción.

OPCION DE DIFERIR

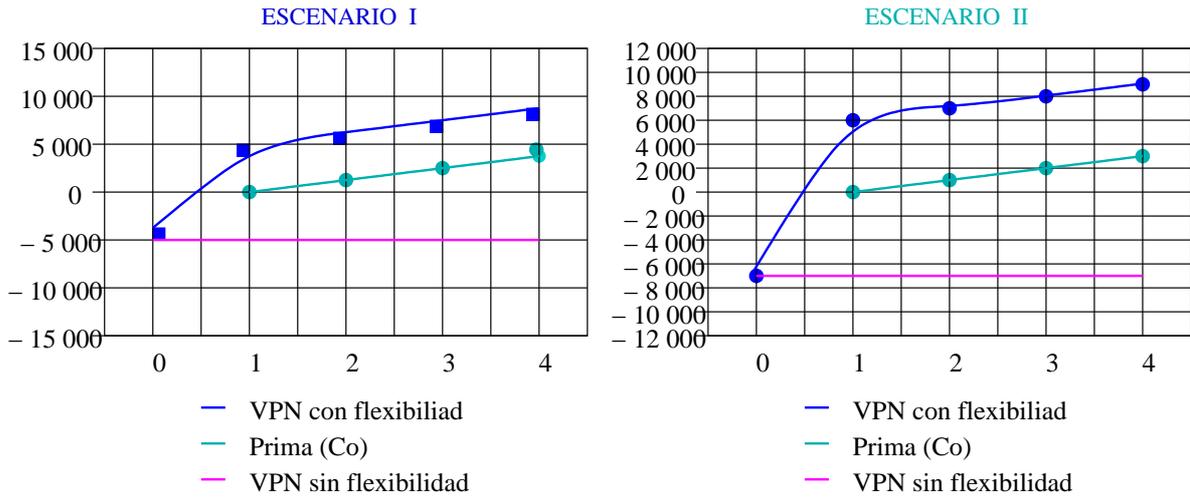


Figura 4.13: VPN con flexibilidad versus VPN sin flexibilidad.

Si aplicamos la fórmula de Black & Scholes (Ec. 2.12):

$$c_o = (13764,776)N(0,6681) - (18480)e^{(-0,0963)(4)}N(-0,0895)$$

donde:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{13764}{18480}\right) + \left(0,0963 + \frac{0,2622^2}{2}\right)(4)}{(0,2622)\sqrt{T}} = 0,6681$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{13764}{18480}\right) + \left(0,0963 - \frac{0,2622^2}{2}\right)(4)}{(0,2622)\sqrt{T}} = 0,4643$$

el valor de la prima a pagar es $c_0 = 3359,09$.

Ahora comparamos los valores obtenidos a través de los métodos Binomial y Black&Scholes, de donde obtenemos que el error porcentual entre ambos métodos es de 0.8%. Al diferir el proyecto, podemos observar que para ambos escenarios el momento óptimo de invertir es hasta el cuarto periodo (2010), (en la Fig. 4.13 observamos como varia el VPN incorporando la flexibilidad del proyecto en comparación con el VPN estático) esto se debe a que podemos esperar que los FE se incrementen a un nivel mayor, la Fig.4.14 nos muestra el valor Teórico *versus* el valor intrínseco de la Opción para el momento óptimo de número de periodos de diferir el proyecto.

4.2.3. Evaluación de una Opción de Abandono

Consideremos nuevamente los dos escenarios (EIA y EPA) para la evaluación, esta Opción es equivalente a una Opción de venta tipo Americano que puede ser ejercida al momento de su expiración o antes. Evaluando con el método *Black & Scholes* la Opción (Ec. 2.13) obtenemos los valores respectivos que se ejemplifican en la Fig. 4.15. Aquí comparamos el valor del VPN tradicional y el VPN que se obtiene al considerar la flexibilidad, este último se obtiene empleando la Ec.2.14. En la Fig. 4.16 se realizó el perfil para esta Opción en los distintos periodos de tiempo. Podemos observar que la mayor pérdida que podemos obtener al emplear esta Opción corresponde a el valor de la prima que pagamos por este derecho.

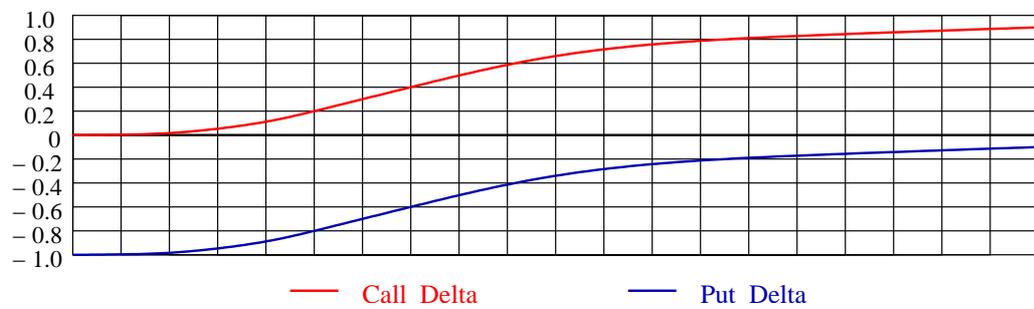
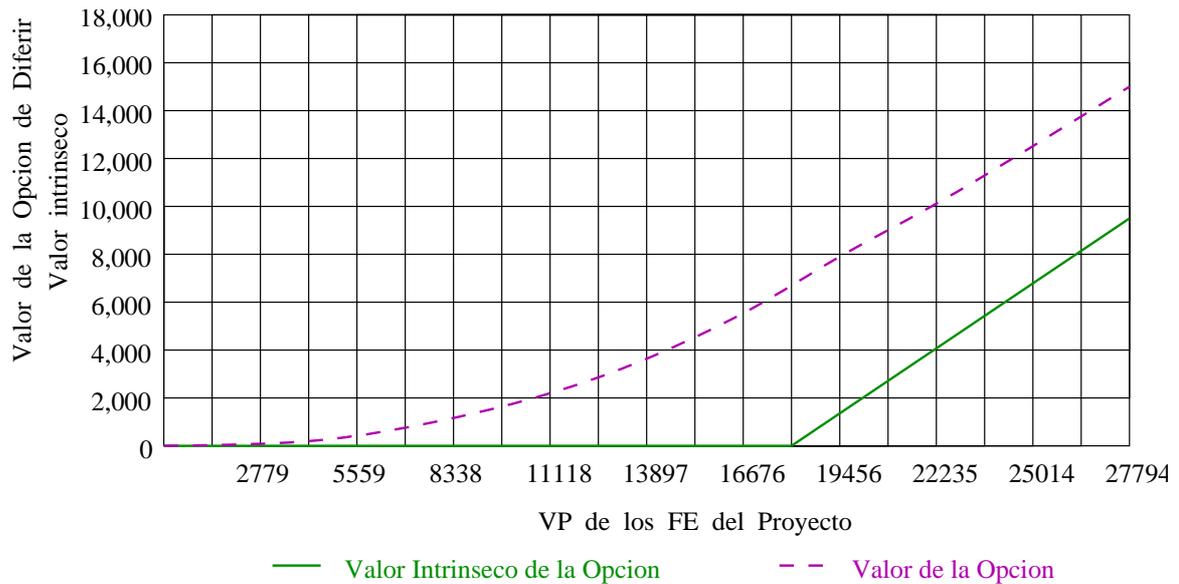


Figura 4.14: Valor de la Opción de Diferir vs Valor Intrínseco.

Escenario I (EPA)

T	VPN (sin flexib.)	Po	VPN (con flexib.)
0	- 4698.72	-	- 4698.72
1	-	3533.19	8231.91
2	-	2951.34	7650.06
3	-	2518.99	7217.71
4	-	2167.00	6865.72

Escenario II (EIA)

T	VPN (sin flexib.)	Po	VPN (con flexib.)
0	- 6557.72	-	- 6557.72
1	-	3469.29	10027.01
2	-	2887.76	9445.48
3	-	2465.40	9023.12
4	-	2122.67	8680.39

Figura 4.15: Resultados de la evaluación de la Opción de Abandono.

En la Fig. 4.17 vemos cómo varía el VPN cuando se utiliza la Opción y cuando no, además el valor máximo del VPN empleando la flexibilidad se obtiene al primer año, de no abandonar el proyecto el primer periodo este iría perdiendo valor ya que el valor de la prima también va disminuyendo. El valor del proyecto con la Opción es mayor comparado con el valor del proyecto sin que tuviéramos esta Opción ($VPN < 0$), la Flexibilidad sigue aportando beneficios (ya que $VPN > 0$). En la Fig.4.18 se muestra el Perfil de la Opción de Abandono para el momento óptimo comparando el valor teórico *versus* el valor intrínseco.

Determinamos la estrategia adecuada para cubrirnos de las fluctuaciones del Activo Subyacente derivado de la alta volatilidad de éste. La estrategia es la adquisición¹⁵ de un *Straddle*¹⁶ formado por un *Call* y un *Put* largos (ver Fig. 4.19), debido a que se espera un movimiento grande en el valor del Activo Subyacente (lo cual depende de los precios del Diesel que tienen un amplio rango de valores en que pueden moverse). Con esta estrategia nuestro beneficio puede ser ilimitado en un movimiento grande mientras que nuestras pérdidas están limitadas.

¹⁵Con esto se posee el derecho de ejercer el Call y el Put y no se está obligado a ejercerlos.

¹⁶Definido en el Capítulo 2. La razón por la que se escogió un Straddle y no un Strangle es que en este último las pérdidas son ilimitadas mientras que las ganancias tienen una cota. En el caso del Strip y el Strap no se escogieron porque el costo de adquirir una Opción de venta (decrecimiento) o una Opción de compra (crecimiento) es muy alto, lo que disminuiría la liquidez de la empresa.

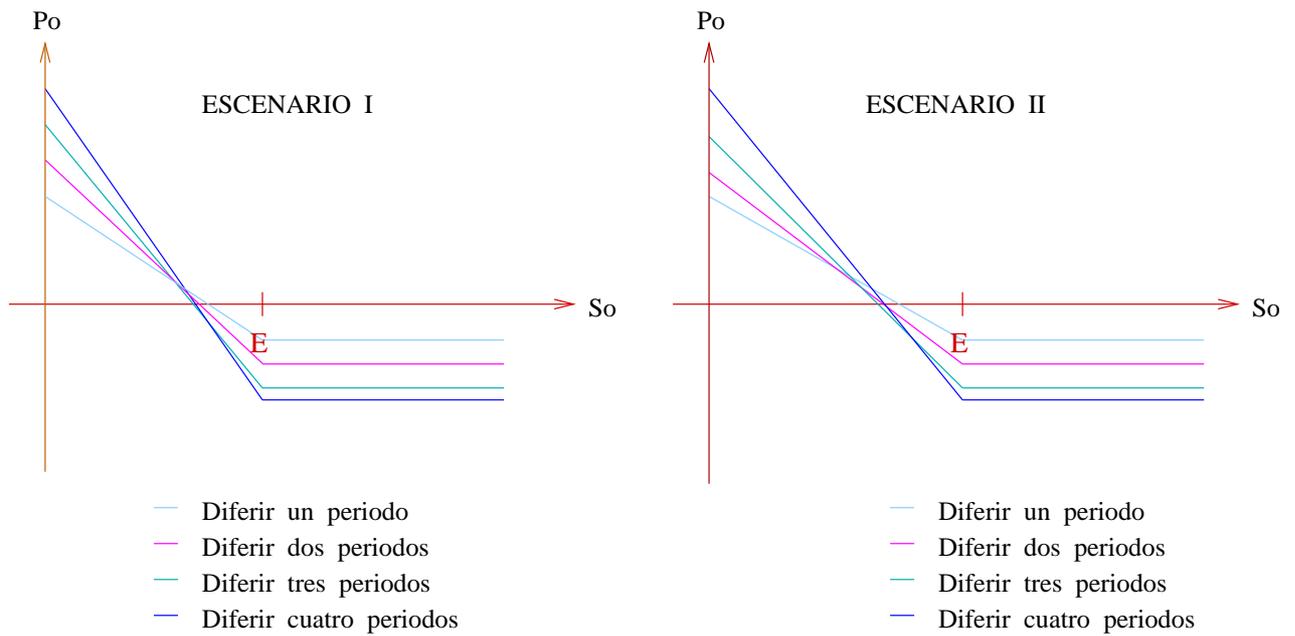


Figura 4.16: Perfil de Beneficio para los escenarios de EPA y EIA para distintos periodos de la evaluación de la Opción de Abandono.

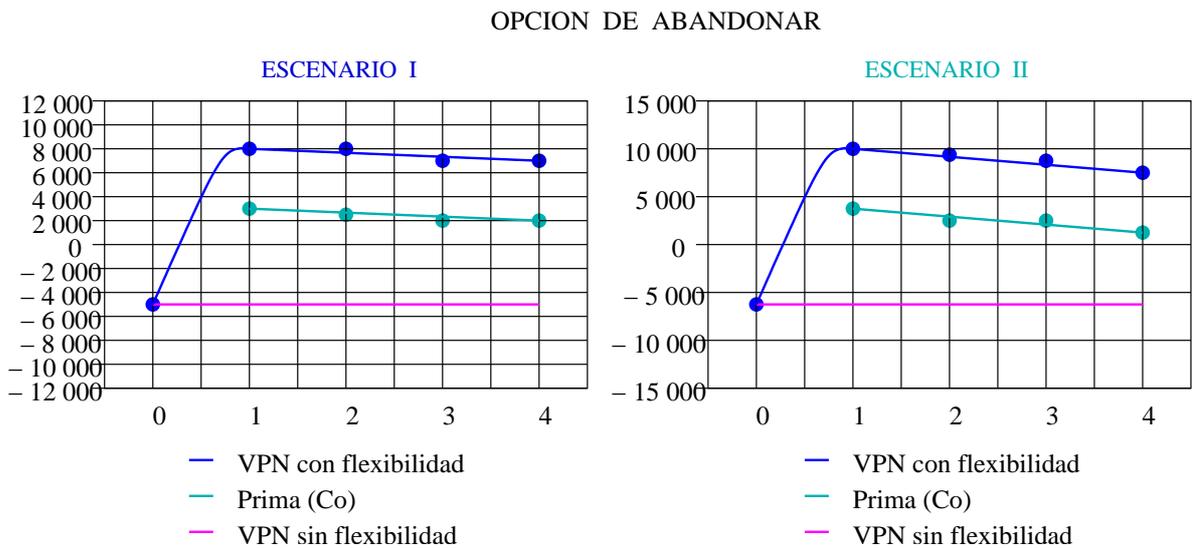


Figura 4.17: VPN sin flexibilidad versus VPN con flexibilidad.

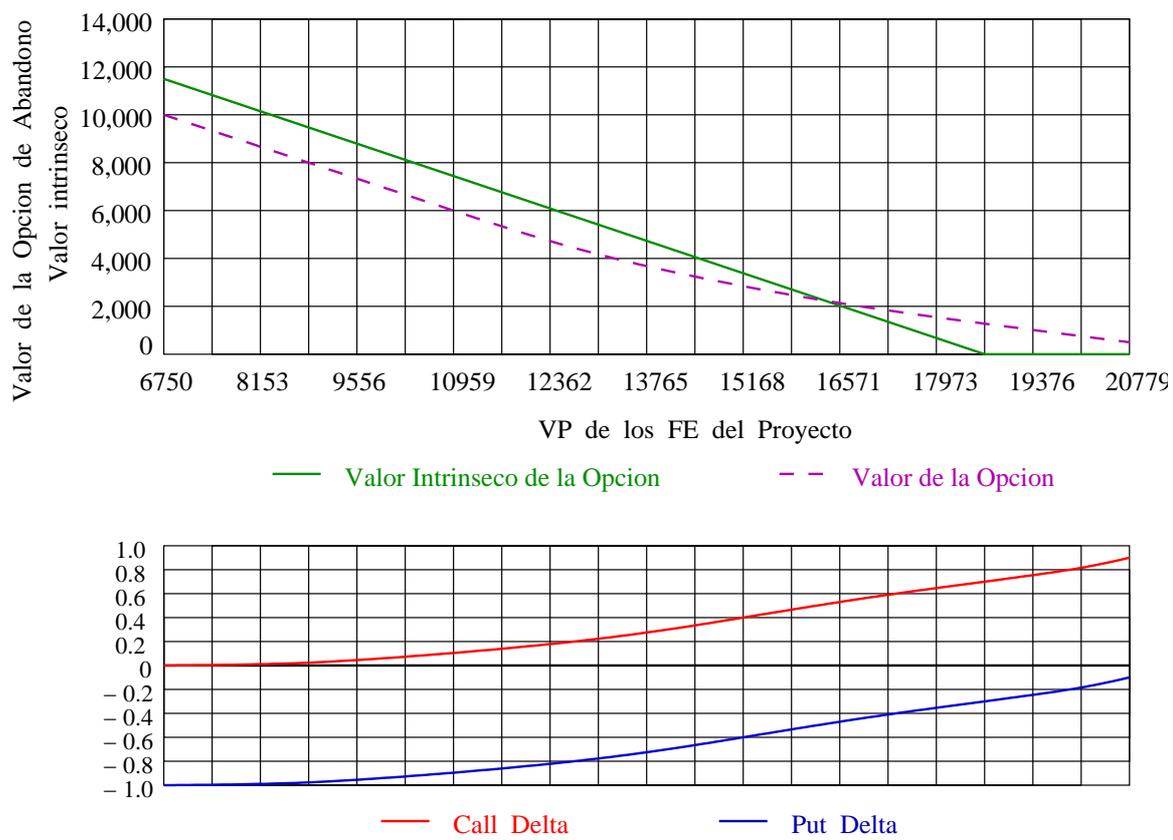


Figura 4.18: Valor de la Opción de Abandono vs Valor intrínseco.

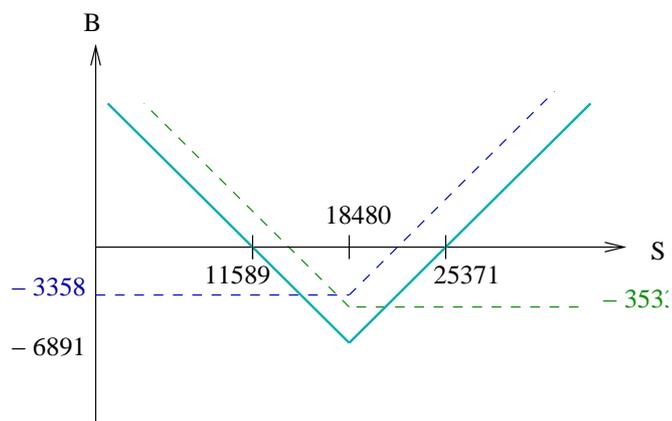


Figura 4.19: Estrategia Straddle para el proyecto.

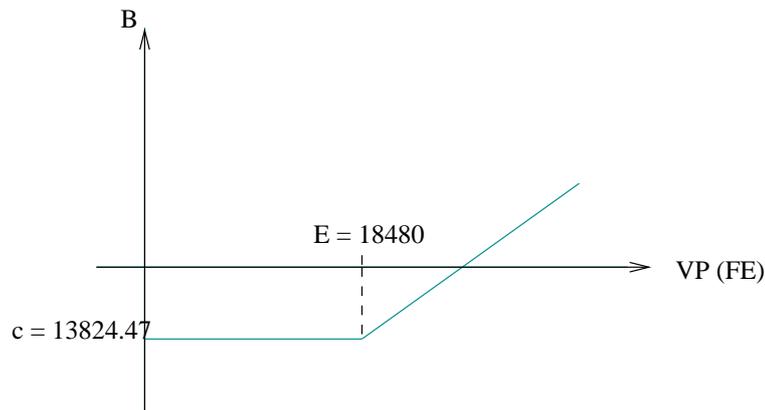


Figura 4.20: Perfil de Beneficio para la ampliación de la Capacidad del Proyecto

4.2.4. Evaluación de una Opción de Crecimiento

OPCION DE INCREMENTAR EL NIVEL DE LA CAPACIDAD DE OPERACIONES

Consideremos la Opción de invertir un Capital adicional posterior a la inversión inicial. Esta Opción se ejerce cuando las condiciones del Mercado han mejorado, así se tendrá la posibilidad de mantener el proyecto en las mismas condiciones o bien, incrementar la escala en cierto porcentaje. Empleando los mismos datos que para la Opción de diferir, obtenemos:

$$c_u = \text{Max}[S_0u, (1 + k)S_0u - E]$$

$$c_d = \text{Max}[S_0d, (1 + k)S_0d - E]$$

Supongamos que decidimos incrementar la escala de la inversión en un 10 % :

$$c_u = \text{Max}[(13764,776)(1,2969), (1 + 0,10)(13764,776)(1,2969) - 18480]$$

$$c_d = \text{Max}[(13764,776)(0,7710), (1 + 0,10)(13764,776)(0,7710) - 18480]$$

así :

$$c_0 = 13824,47$$

Esta Opción permite a la empresa poder capitalizar las oportunidades de crecimiento futuras desembolsando únicamente una prima de 13824,47 y pudiendo obtener Beneficios de hasta 18523,19 sobre los Flujos de Efectivo (ver Fig. 4.20). En las Opciones anteriores que evaluamos, podemos observar que en todos estos casos, al aplicar las Opciones Reales, el VPN pasa de un valor negativo a positivo con incrementos aproximadamente iguales o mucho mayores que los que se tenía cuando se empleaba el enfoque del VPN que consideraba realizar la decisión en el momento $t = 0$.

Al realizar los gráficos de las Opciones podemos observar que pagar una prima mayor implica un beneficio mayor, sin embargo, en ocasiones el valor de la prima aumenta si se incrementa el tiempo en cantidades mucho mayores, por lo que tendría que considerarse la posibilidad de pagar una prima con vencimiento no hasta el ultimo periodo, sino antes, pero que reduciría el valor del desembolso de la empresa y le daría a esta mayor liquidez.

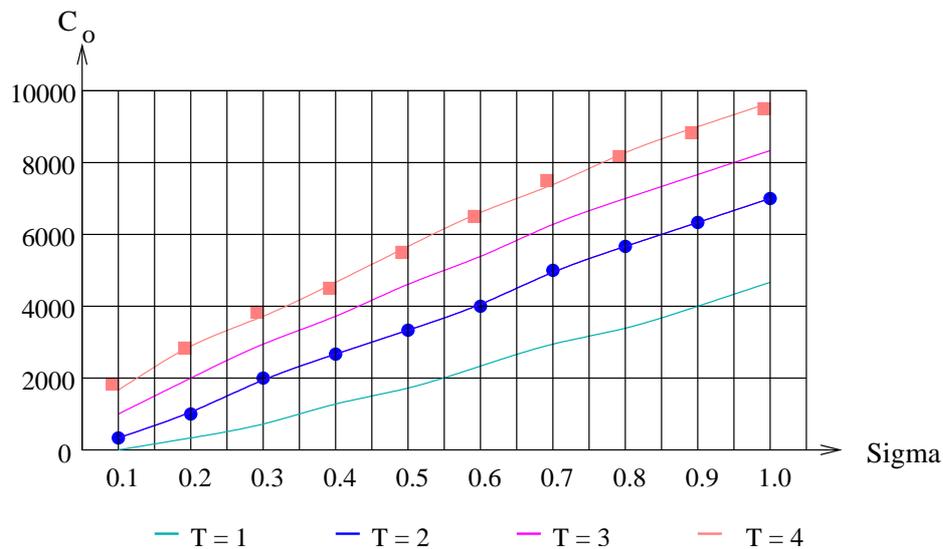


Figura 4.21: Sensibilidad del valor de la prima a cambios en la volatilidad del activo subyacente.

4.3. Aplicación de la metodología de Riesgo

4.3.1. Análisis de sensibilidad

El análisis de sensibilidad se desarrolló para conocer el nivel de impacto que tienen las variables sigma (σ que nos da una perspectiva de la volatilidad del Activo Subyacente) y Tasa libre de Riesgo ($i_{L.R.}$ que nos refleja las variaciones en las tasas de interés.), en condiciones de incertidumbre, sobre los principales parámetros que describen el proyecto.

Sensibilidad derivada de la volatilidad

Al ser el valor de la prima una función tanto de la volatilidad como de otros factores, se hizo variar el valor de esta desde un 10 % hasta un 100 % (en intervalos de 10 % cada uno). Podemos observar que el valor de la prima se incrementa a medida que se incrementa la volatilidad, si comparamos como varía el valor de la prima respecto a cada uno de los periodos podemos observar que todas poseen una pendiente aproximadamente igual (como una familia de líneas rectas) pero de abscisa distinta y mayor conforme aumenta el tiempo. Este análisis se muestra en la Fig. 4.21.

Sensibilidad derivada de la tasa de interés

Para este análisis se hizo variar el valor de la Tasa libre de riesgo desde 0 % hasta un 100 % (en intervalos de 10 % cada uno). Podemos observar que el valor de la prima para el primer y segundo periodo es prácticamente idéntica (solo hay una ligera diferencia en el intervalo $[0, 0,2]$), y esta se incrementa a medida que se incrementa la volatilidad, para el tercer y cuarto periodo ambas graficas son semejantes, crecen casi linealmente para los primeros cuatro valores y después decrecen hasta estabilizarse en cierto valor. Este análisis se muestra en la Fig. 4.22.

Podemos notar que el punto de vista tradicional evaluado por el VPN infravalora el valor de los FE al suponer que estos son estáticos y se comportan de acuerdo a la parte inferior, por el contrario, el punto de vista de las Opciones Reales permite considerar que los FE pueden moverse en la región comprendida en el Rango, incluso llegar a igualar el valor superior (o límite superior). De ésta manera, el VPN puede pasar de un valor negativo a uno positivo.

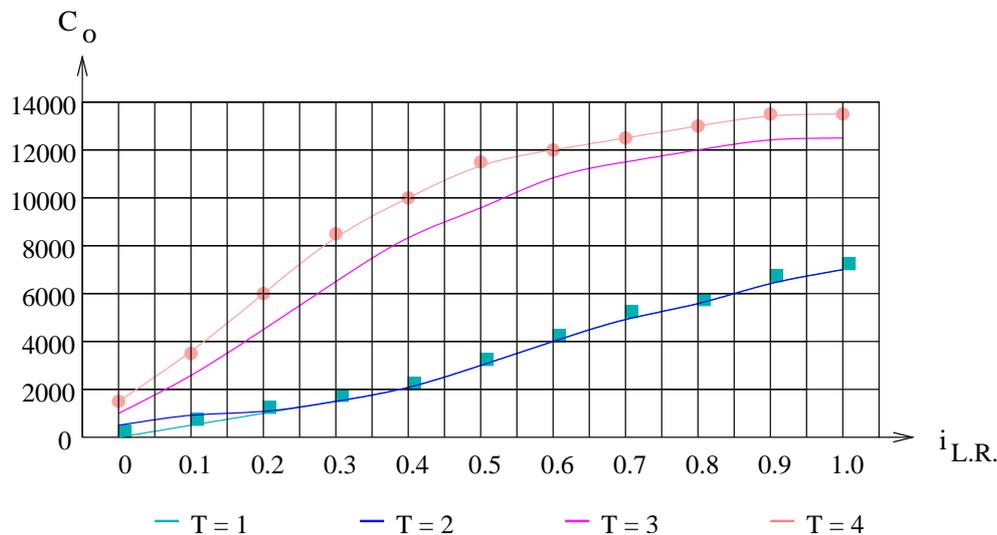


Figura 4.22: Sensibilidad del valor de la prima a cambios en la tasa libre de riesgo.

4.3.2. Aplicación del VaR

El modelo más simple para calcular el VaR en una Opción considera el nivel de exposición correspondiente a una fracción del Activo Subyacente, si asumimos que existe una relación lineal entre el valor del Portafolio y los factores del Mercado, en este caso el VaR es un múltiplo de la Desviación estándar de este¹⁷ que en su forma básica se define como:

$$VaR_{\alpha\%} = P_0 \alpha \sigma_P$$

$$VaR_{95\%} = (13764,776)(0,95)(0,2622) = 3428,66$$

$$VaR_{99\%} = (13764,776)(0,99)(0,2622) = 3573,03$$

donde P_0 es al valor actual de los FE, $\alpha = 99\%$ es el nivel recomendado por el comité de Basilea y $\alpha = 95\%$ es otro nivel de confianza que fijamos para comparar ambos niveles.

Prueba de Estrés

La Distribución de los FE sin adquirir la Opción y adquiriéndola se comparan en la Fig. 4.23, lo cual es el resultado de la prueba de Estrés, de aquí deducimos que hay una pérdida mayor (,2274) si no compramos la Opción que si la adquirimos (,2113). Sin embargo, el Rendimiento promedio comprando la Opción es de 66.43% mientras que el Rendimiento promedio sin comprar la Opción es de 66.73%. Encontramos que el VaR al comprar la Opción es del 22.73% de nuestro efectivo invertido, mientras que si compramos la Opción el VaR disminuye a 21.13%, de no haber comprado la Opción, se pudo perder hasta el 23% de su valor. Por lo tanto el VaR es de:

$$VaR_{95\%} = (13764,77)(0,2113) = 2908,49$$

La diferencia porcentual entre el método anterior y la prueba de Estrés es de 8.74%.

¹⁷Cuya forma más simple es el enfoque de Matriz Varianzas-Covarianzas.

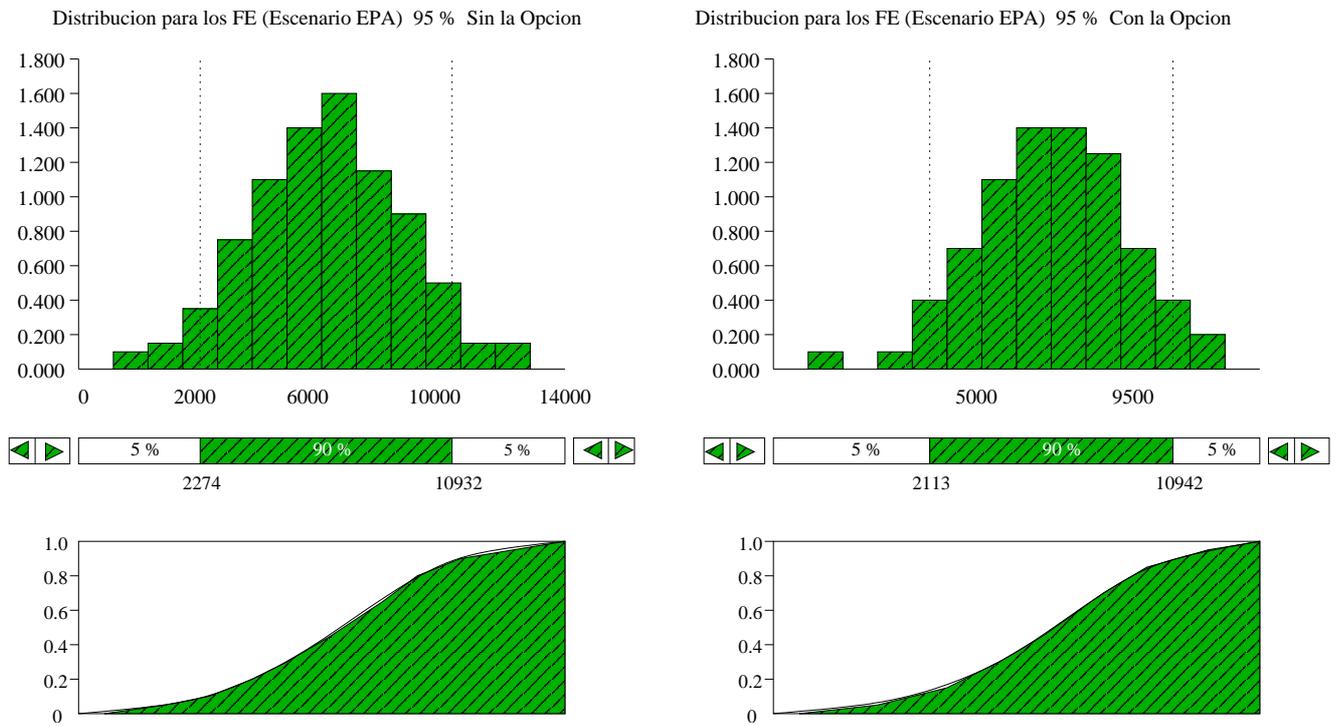


Figura 4.23: Resultados de la Prueba de Estrés para el escenario EPA con y sin la Opción para un nivel de confianza del 95 % .

Método Delta-Gamma

Ahora procedemos a calcular el VaR a través del método *Delta-Gamma* con la Ec.3.26, para ello primero determinamos los valores de la Δ y de la Γ ¹⁸. $\Delta = 0,998$ y de acuerdo a la Fig. 4.24 la Γ es igual a $5,07 \times 10^{-5}$, por lo que el VaR, a un 95 % y 99 % de nivel de confianza, resulta ser :

$$VaR_{95\%} = 3373,56$$

$$VaR_{99\%} = 3514,74$$

El método Analítico nos permitió medir fácil y rápidamente el VaR de la inversión, sin embargo, al tomar en cuenta el valor de la volatilidad¹⁹ incrementa mucho el resultado. El método de Prueba de Estrés nos permite simular el comportamiento del portafolio²⁰ y de ahí medir con cierta probabilidad la máxima pérdida que esperamos; sin embargo, tuvo que modelarse la función para realizar la simulación, lo cuál fue un proceso que requirió emplear un poco de tiempo. Con el método Delta-Gamma es más sencillo y práctico determinar el Riesgo debido a que gráficamente podemos visualizar cómo varía el valor Gamma con los cambios del tiempo y el valor del Activo Subyacente. Por estas razones decidimos que el método más adecuado para medir el Riesgo del proyecto es el método Delta-Gamma.

¹⁸Empleamos Matlab para realizar estas operaciones y su respectiva gráfica.

¹⁹Recordemos que en últimas fechas el valor de la volatilidad del Subyacente se ha incrementado en niveles más altos que los que registraba históricamente.

²⁰Realizando 1000 iteraciones en la simulación.

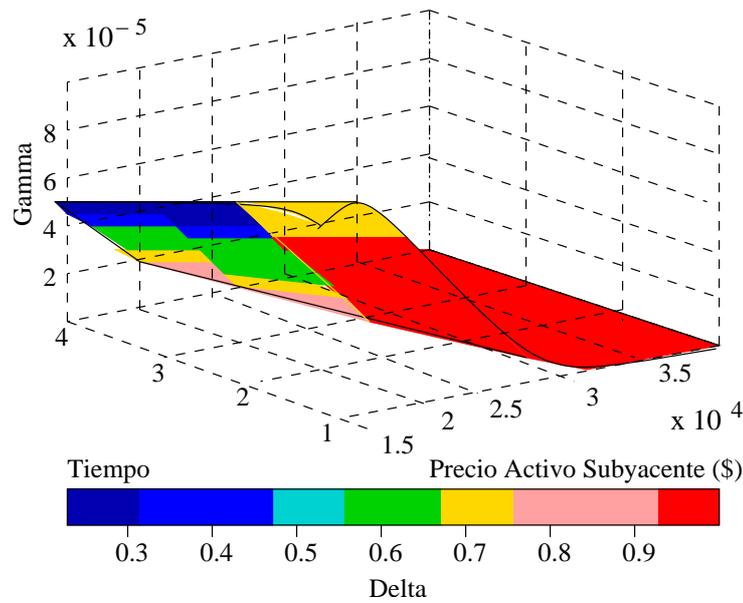


Figura 4.24: Enfoque Delta-Gamma para el Proyecto .

Nivel de Confianza					
95 %			99 %		
Metodo			Metodo		
Analitico	Estres	Delta-Gamma	Analitico	Estres	Delta-Gamma
3428.66	2908.49	3373.56	3573.03	3042.35	3514.74

Figura 4.25: Comparación de los resultados obtenidos de los distintos métodos empleados para calcular el VaR.

En esta última sección comparamos la efectividad²¹ de distintos métodos para medir el riesgo de la inversión. No hay una variación significativa entre los resultados que presentan los tres métodos. Analizando estos valores obtenidos se puede ver que el Riesgo de la inversión es pequeño, varía alrededor del 20 %, comparado con los riesgos que suelen tomar las empresas a cambio de obtener altos rendimientos. Finalmente presentamos una comparación de los resultados de los métodos anteriores, esto se muestra en la Fig. 4.25.

Así, la empresa debe poseer 3500 u.m. más en efectivo para resolver una posible pérdida.

²¹Y la facilidad para realizar los cálculos.

Conclusiones y Recomendaciones

El método propuesto representó una forma simple y directa de medir el riesgo asociado a un proyecto que fue evaluado previamente como un conjunto de Opciones Reales, así fue posible incluir las distintas fuentes de incertidumbre.

Conclusiones

- * Al realizar la evaluación del proyecto mediante el criterio del VPN, al ser negativo, se pensaba que no era conveniente realizarlo. Al implementar el enfoque de Opciones Reales, se pudieron analizar simultáneamente las Opciones de Aplazamiento, incremento de la Inversión y la Opción de Abandono, de lo que se dedujo que la estrategia óptima es esperar hasta el año 2010 para invertir, esperando a que los Flujos de Efectivo se incrementen. En caso de que el valor del Activo Subyacente siga un movimiento bajista, no se invertiría y solo tendríamos una pérdida que correspondería a el valor de la prima que pagamos para poder tener derecho a ejercer dicha Opción. De esto deducimos que el método del VPN es inadecuado para evaluar un proyecto de inversión, cuando el Activo subyacente posee un alto grado de incertidumbre, frente al método de las Opciones Reales.
- * El valor de la prima fue calculado a través del método Binomial y del método de Black & Scholes; sin embargo, se dedujo que el segundo es más adecuado para valorar una Opción comparado con el primero, ya que en un número grande de intervalos de tiempo es más sencillo calcularlo y más rápido y eficiente, a pesar de que ambos presentan resultados semejantes.
- * El valor de la Opción es muy sensible a los cambios en la volatilidad del precio del Activo Subyacente y también (en menor grado) a la variación en los valores de la tasa libre de riesgo.
- * La estrategia Óptima que se encontró es poseer un Straddle sobre el proyecto, lo que implica tener la Opción de Diferir y la Opción de Abandonar y el beneficio será positivo cuando los Flujos de Efectivo sean mayores a 25000.
- * Un factor muy importante que hay que tomar en cuenta es el tipo de cambio peso/dólar, ya que pueden incrementarse considerablemente los costos si el tipo de cambio es muy alto, este y el cambio en el precio del Diesel son los principales factores de riesgo de nuestro proyecto.
- * El Método que fue más representativo y que nos permitió medir de manera más adecuada el riesgo en el proyecto, específicamente sobre los Flujos de Efectivo que genera el proyecto, fue el método Delta-Gamma, a diferencia del método de Matriz Varianzas-Covarianzas y Prueba de Estrés. El Método Delta-Gamma resulta más adecuado para medir el VaR del Proyecto, a pesar de que los resultados son similares.

Limitaciones

Algunas de las principales limitaciones que se presentaron durante la evaluación del proyecto fueron:

1. El precio de ejercicio fue difícil de determinar, ya que los estudios previamente realizados se enfocan a determinar los Costos que genera la implantación de la nueva tecnología.
2. Debido a que los costos estaban dados para un cierto periodo inicial y un periodo final, supusimos que se comportaban de manera lineal y se interpoló para conocer un valor en un instante futuro comprendido en dicho intervalo de tiempo.

Recomendaciones

- * Para eliminar el riesgo en el tipo de cambio se puede transar una Opción de compra a cierto tipo de cambio peso/dolar.
- * Hacer un estudio más extenso del método de Matriz Varianzas-Covarianzas aumentando las entradas de la Matriz incrementando sus factores de riesgo.
- * Realizar un estudio donde se apliquen el método de Diferencias Finitas y Redes Neuronales y comparar los resultados obtenidos a través de los métodos Binomial y Black&Scholes.
- * Extender el análisis evaluando opciones como detener operaciones, decrementar, combinar inversiones (entradas) con abandonos (salidas), etc.

Bibliografía

- [1] Abdelhedi, Anis. *Estimation de la Value at Risk d'un portefeuille d'actions (Etude comparative des approches d'estimation)*. Universite de Sfax.
- [2] Abken, Peter A. *An empirical evaluation of Value at Risk by scenario simulation*. Risk Analysis Division Comptroller of the currency.
- [3] Alessi, Giuseppe. *Value at Risk (VaR) in Real Options analysis*. Facoltà di Economia. Università degli Studi - L'Aquila.
- [4] Alleman, James.; Suto Hirofumi; et.al. *An investment criterion incorporating Real Options*. University of Colorado y Columbia University.
- [5] Alonso Bonis, Susana. *Flexibilizando la valoración de la flexibilidad: Propuesta y aplicación de un modelo de Simulación a un caso real de inversión*. Depto. de Economía y Admon. de empresas, Universidad de Valladolid.
- [6] Amram, Martha; et.al. *Managing Business Risk by IT investment: the Real Options view*.
- [7] Amram, Martha & Kulatilaka, Nalin. *Real Options-Managing strategic investments in an uncertain world*. Harvard University Press, primera edición, 1999.
- [8] Amram, Martha & Kulatilaka, Nalin. *Strategy and Shareholder value creation: the real Options frontier*. Journal of Applied Corporate Finance; vol.13, no. 2, 2000.
- [9] Arnold, Tom & Shockley, Richard L. *Value creation at Anheuser-Busch: A Real Option example*. Indiana University.
- [10] Arredondo, Mauricio & Sinha, Tapen. *An application of multistage Real Options: International expansion strategies of insurance companies*. Consultores Asociados de México.
- [11] Artzner, Philippe; Delbaen, Freddy ; et.al. *Coherent measures of Risk*. Université Louis Pasteur y Eidgenossische Technische Hochschule.
- [12] Avellaneda, Carmenza. *Diccionario Bilingue de términos Financieros*. Ed.McGrawHill .
- [13] Avila Vales, Eric J. *Opciones para ciertos riesgos*. Universidad Autónoma de Yucatán.
- [14] Bailey, William y Couet, Benoit; et. al. *Riesgos Medidos*. Oilfield Review, Invierno de 2001.
- [15] Balzarotti, Verónica & Delfiner, Miguel. *Teoría de Valores extremos aplicada a la medición de riesgos de Mercado en Argentina*. Gerencia de Investigación y Planificación Normativa. Nov. 2001.
- [16] Bartle, Robert G. *Introducción al análisis matemático de una variable*. Ed. Limusa .

- [17] Bazzana, Flavio *I modelli interni per la valutazione del rischio di mercato secondo l'approccio del Value at Risk*. ALEA, Tech Reports.
- [18] Bedford, Tim & Cooke, Roger. *Probabilistic Risk Analysis, foundations and methods*. Cambridge, University Press .
- [19] Beliossi, Giovanni. *Option pricing of an Oil company, the model and an empirical valuation*.
- [20] Benaroch, Michel & Kauffman, Robert J. *A case for using Real Options pricing analysis to evaluate information technology project investments*. Information Systems Research, Vol.10, No.1.
- [21] Blanco, Carlos & Garma, Mark. *Nuevos avances en la metodología de Valor en Riesgo: conceptos de Var Delta y VaR Beta*. Financial Engineering Associates.
- [22] Boudreault, François y Lamanc, Anouar. *La gestion du risque de marche et la Valeur-a-Risque*. École des Hautes Études Commerciales de Montréal.
- [23] Boyarchenko, Svetlana & Levendorskii, Sergei. *Practical guide to Real Options in discrete time*. Department of Economics. The University of Texas at Austin.
- [24] Boyer, Marcel ; et. al. *Value creation, Risk Management and Real Options*.
- [25] Boyer, Marcel ; et. al. *Value creation through Real Options Management*. Concordia University y CIRANO.
- [26] Brambila Paz, José de Jesús. *Financiamiento Rural: Redes de Valor y Opciones Reales*. Banco de México - FIRA.
- [27] Bryant, Ian; Malinverno, Alberto; et.al. *Comprensión de la incertidumbre*. Oilfield Review, Inverno de 2002/2003.
- [28] Capinski, Maciej J. *Managing Value at Risk using Options*. Jagiellonian University, Poland.
- [29] Cappozza D. & Li, Y. *The intensity and timing of investment: the case of land*. American Economic Review, vol.84, pag. 889–904, 1994.
- [30] Cardozo, Pamela. *Valor en Riesgo de los Activos Financieros colombianos aplicando la Teoría del Valor extremo*.
- [31] Carsten Jackwerth, Jens. *Generalized Binomial Trees*. University of California.
- [32] Cervantes Quintanar, Ana Laura. *Comparación de los métodos de Simulación histórica y Monte Carlo estructurado para el cálculo del Valor en Riesgo (VaR) de Mercado enfocado a compañías de seguros en México*. Tesis de Lic. en Actuaría, Instituto Tecnológico Autónomo de México.
- [33] Chamu Morales, Francisco. *Valor en Riesgo: Una comparación entre métodos de Simulación histórica y Simulación estocástica*. Tesis de Lic., Instituto Tecnológico Autónomo de México.
- [34] Chatterjee, Dhiman & Ramesh, V.C. *Real Options for Risk Management in information Technology projects*. IIT

- [35] Chernov, Mikjail & Ghysels, Eric. *What data should be used to Price options*. CIRANO.
- [36] Climent Hernandez, José Antonio. *Análisis Teórico-Práctico para la valuación de Opciones*. Tesis de Lic. en Actuaría, Universidad Nacional Autónoma de México.
- [37] Cobb, Barry R. & Charnes, Juh M. *Simulation and Optimization for Real Options Valuation*. KU
- [38] Coopersmith, Ellen ; Dean, Graham; et.al. *La toma de decisiones en la industria del petróleo y el gas*.
- [39] Copeland, Thomas E.& Keenan, Philip T. *How much is flexibility worth?*. The McKinsey Quarterly 1998 No.2.
- [40] Copeland, Tom & Antikarov, Vladimir. *Opções Reais*. Editora Campus, primera edición, Rio de Janeiro, 2001.
- [41] Copeland, Tom & Antikarov, Vladimir. *Real Options, a practitioner's guide*. Texere, 2001.
- [42] Copeland, Tom & Weiner, Jon. *The Real Power of Real Options*.
- [43] Coronado, María. *Extreme Value Theory (EVT) for Risk Managers: Pitfalls and Opportunities in the use of EVT in measuring VaR*. Universidad P. Comillas de Madrid.
- [44] Corzo, Teresa & Virguria, Carolina. *Opciones Asiáticas: los menores riesgos*.
- [45] Crespo Espert, José Luis. *Tres décadas de la Teoría de Opciones*. Depto. de Economía Financiera, Universidad de Alcalá.
- [46] Cruz Arteaga David. *Plan de negocios de una planta de reciclaje de papel y cartón en la Ciudad de México*. Tesis de Maestría en Administración Internacional. CIENI.
- [47] Da Silveira Barbedo, Claudio Henrique y Silva Araujo, Gustavo; et. al. *Inclusão do Decaimento Temporal na Metodologia Delta - Gamma para o cálculo do VaR de Carteiras compradas em Opções no Brasil*. Trabalho para Discussão No.79. Banco Central do Brasil.
- [48] Damoradan, Aswath. *The promise and peril of Real Options*. Stern School of Business, New York.
- [49] Danielsson, Jon ; Jorgensen, Bjorn N. ; et. al. *Comparing Risk measures*. London School of Business y Columbia Business School.
- [50] Dapena Fernández, José Pablo. *Flexibilidad, Activos estratégicos y valuación por Opciones Reales*. Universidad del CEMA.
- [51] De Garmo, Paul E. & Sullivan, William G. *Ingeniería Económica*. Editorial Prentice Hall.
- [52] De la Fuente Herrero, Gabriel. *Las Opciones Reales en la decisión de inversión. Propuesta y aplicación de un modelo de valoración al caso de una multinacional española*. Tesis doctoral en ciencias económicas y empresariales, Universidad de Valladolid.

- [53] De Lara Haro, Alfonso. *Valuación de proyectos de inversión con un enfoque de Opciones Reales*. Tesis de Maestría en Finanzas, Instituto Tecnológico Autónomo de México.
- [54] De Lima Castro, Alessandro. *Avaliação de investimento de Capital em Projetos de Geração Termoelétrica no Setor Elétrico Brasileiro usando Teoria das Opções Reais*. Tese de Mestre.
- [55] De Luna Butz, Walter. *Teoría de Opciones y estructura óptima de Capital: una aplicación a la inversión y financiación inmobiliaria*.
- [56] De Pablo Gómez del Campo, Luis Carlos. *Comparación de metodologías de Valor en Riesgo usando pruebas de Respaldo*. Tesis de Lic. en Matemáticas aplicadas, Instituto Tecnológico Autónomo de México.
- [57] Del Pozo García, Eva María. *Modelos de Opciones aplicados al seguro*. Universidad Complutense de Madrid.
- [58] Di Bernardi, P.B. *Análise de Risco em Investimentos imobiliários por Simulação*. Tese de Mestre em Engenharia Civil.
- [59] Di Clemente, Annalisa. *The empirical Value-At-Risk/ Expected return frontier: a useful tool of market Risk managing*. University of Rome.
- [60] Díaz Ruíz, Pólux Ernesto. *Métodos alternos para valuación: Opciones estratégicas*. Instituto Tecnológico Autónomo de México.
- [61] Dixit, A. & Pindyck, R. *Investment under uncertainty*. Princeton University Press, primera edición, 1994.
- [62] Diz, Evaristo. *VaR using Monte Carlo Technique (only one asset under Market Risk)*. Actuarial Service and Consulting.
- [63] Dos Santos, Elieber Mateus. *Um estudo sobre a teoria das opções reais aplicada a análise de investimentos em projetos de pesquisa e desenvolvimento (P & D)*. Tese de Mestre em Engenharia de Produção. Escola Federal de Engenharia de Itajubá.
- [64] Dybvig, Philip H. *Options and Futures*. Lecture 4. The Black & Scholes model. WUSL
- [65] Espitia Escuer, Manuel & Pastor Agustín, Gema. *Las Opciones Reales y su influencia en la Valoración de empresas*. Facultad de Ciencias Económicas y empresariales. Universidad de Zaragoza.
- [66] Facciano, Gabriela. *Determinación de las garantías para el contrato de futuros de soja en pesos-Value at Risk*. Bolsa de Comercio del Rosario.
- [67] Feres, Renato. *Stochastic Processes with focus in Petroleum applications*.
- [68] Fernández Molero, Diego. *La Administración del Riesgo como medio para incrementar la riqueza de los accionistas*.
- [69] Fernández, Pablo. *Derivados Exóticos*. IESE, CIIF
- [70] Fernández, Pablo. *Utilización de la fórmula de Black & Scholes para valorar Opciones*. UN

- [71] Fernández, Pablo. *Valoración de Opciones por Simulación*. IESE
- [72] Fernández M., Viviana. *Teoría de Opciones: una síntesis*. Universidad de Chile
- [73] Fernández M., Viviana. *Valorización de Derivados*. Universidad de Chile
- [74] Flatto, J. *Using Real Options in project valuation*. A&TU, 1996
- [75] Gento Marhuenda, Pedro. *Comparación entre métodos alternativos para la estimación del Valor en Riesgo*. Universidad de Castilla - La Mancha
- [76] Geske, R. *the valuation of compound options*. Journal of Financial economics, pp. 63–81, 1979.
- [77] Giot, Pierre & Laurent, Sébastien. *Market Risk in Commodity Markets: a VaR approach*. CEREFIM, CORE y CREST.
- [78] Gómez Villa, Carlos Andrés. *Un caso de estudio para valuar alternativas de inversión usando Opciones Reales*. Tesis de Maestría en Ing. en Sistemas Gerenciales, Universidad de Puerto Rico.
- [79] Granadier, S.R. *Information revelation through options exercise*. The Review of Financial studies, vol.12, no.1, pp.95–129, 1999.
- [80] Gravet Gaytán, Miguel Alexis. *Evaluación de Opciones Reales mediante simulación: el método de los mínimos cuadrados*. Magíster en Ciencias de la Ingeniería. Pontificia Universidad Católica de Chile.
- [81] Grignafini, Ariel. *Operando la volatilidad del Mercado*. Bolsa de Comercio del Rosario.
- [82] Grubisic, Elena & Escudé, Guillermo. *Modelización de la tasa de interés para la evaluación del Riesgo de tasa de interés mediante modelos de Valor en Riesgo (VaR)*. Banco Central de la República Argentina.
- [83] Guasoni, Paolo. *Stimating state price densities by Hermite polynomials theory and application to italian derivatives market*.
- [84] Gysel Amezcua, Hans Jesús & Samano Celorio, María Angeles. *Teoría del Riesgo- Selección de un portafolio de inversión*. Tesis de Lic. en Actuaría, Universidad de Las Américas Puebla.
- [85] Harckbart, Gustavo. *Aplicação da Teoria de Opções Reais á avaliação de empresas*. Tese de Mestrado em Engenharia da Produção, Pontificia Universidade Catolica do Rio de Janeiro.
- [86] Hernández Aguilar, Daniel. *Opciones Reales: El manejo de las inversiones estratégicas en las Finanzas Corporativas*. Tesis de Lic. en Economía, Universidad Nacional Autónoma de México.
- [87] Hernández Muñoz, María Eugenia. *Opciones Reales: Aplicación a la industria del Petróleo crudo*. Tesis de Maestría en Finanzas, Instituto Tecnológico Autónomo de México.
- [88] Hernández Trillo, Fausto. *Manejo de Riesgos Financieros en entidades federativas de México: Fondo de contingencia estatal para enfrentar Riesgos Macroeconómicos*.

- [89] Hull, John C. *Options, Futures and other Derivatives*. Prentice Hall, cuarta edición.
- [90] Hull, John C. y White, Alan. *Value at Risk when daily changes in market variables are not normally distributed*. Journal of Derivatives, Vol.5, No.3.
- [91] Hyun Ahn, Dong ; Boudoukh, Jacob; et.al. *Optimal Risk Management using Options*. NBER Working Paper Series.
- [92] Johnson, Christian A. *Value at Risk: Teoría y Aplicaciones*. Banco Central de Chile, Documentos de Trabajo No. 136.
- [93] Jorion, Philippe. *Valor en Riesgo. El nuevo paradigma para el control de riesgos con derivados*. Editorial Noriega-Limusa, Mexder.
- [94] Kaplanski, Guy y Kroll, Yoram. *VaR Risk measures versus traditional Risk Measures: an Analysis and Survey*. Journal of Risk, 4 (3).
- [95] Knight, John & Satchell, Stephen ; et.al. *Value at Risk Linear Exponent Forecast (VAR-LINEX)*. University of Western Ontario y Cambridge University
- [96] Kogut, B. & Kulatilaka, Nalin. *Strategic, Heuristics and Real Options*. The Oxford handbook of strategy. Cap.30, 2001.
- [97] Lazo Lazo, Juan Guillermo. *Determinação do valor de Opções Reais por Simulação Monte Carlo com aproximação por números Fuzzy e Algoritmos genéticos*. Tese de Doutorado em Engenharia Elétrica, Pontificia Universidade Catolica do Rio de Janeiro.
- [98] Lehar, Alfred. *Alternative Value at Risk models for Options*. Department of Business Studies, University of Vienna.
- [99] Leslie, K.J. & Michaels, M.P. *The real power of Real Options*. The McKinsey Quartely, 1997, No.3
- [100] Lin, J. Barry & Herbst, Anthony F. *Valuation of a startup business with pending patent using Real Options*. Department of Finance, University of South Florida.
- [101] Liu, Guochun. *Value at Risk models for a nonlinear hedged Portfolio*. Thesis of master in Financial Mathematics. Worcester Polytechnic Institute.
- [102] López Dumrauf, Guillermo. *Tendencias en valuación: 4 pasos para incluir el valor de las Opciones Reales*. Ejecutivos de Finanzas, Octubre 2003.
- [103] López Herrera, Francisco & Vázquez Tellez, Francisco Javier. *Un modelo de la APT en la selección de portafolios accionarios en el mercado mexicano*. Facultad de Contaduría y Admon., UNAM.
- [104] López Sherman, David Eduardo. *Análisis de la evolución del Mercado de Derivados como medio para la protección contra el Riesgo*. Tesis de Lic. en Actuaría, Universidad de las Américas Puebla
- [105] Luehrman, T.A. *Strategy as a Portfolio of Real Options*. Harvard Business Review
- [106] Lugo Chávez, Eugenia. *Sistema para valorar instrumentos de Renta fija a través del modelo Ho&Lee*. Tesis de Maestría en Ing. en Investigación de Operaciones, Universidad Nacional Autónoma de México.

- [107] Marcel, Alberto E. *El real valor de las Opciones Reales*. Universidad Nacional de la Plata.
- [108] Marshall, Christopher; Siegel, Michael. *Value at Risk: Implementing a Risk measurement standard*. Wharton, University of Pennsylvania.
- [109] Martin Mato, Miguel Angel. *Productos Derivados*.
- [110] Martinez Barbeito, Josefina & Rodríguez Pontones, María Jesús. *Aplicación de los Métodos estocásticos al Análisis Económico y a las Finanzas*.
- [111] Mascarenhas Filho, Carlos de Góes. *A influência da volatilidade na Avaliação das Opções Reais: O caso dos investimentos em Telecomunicações e Petróleo no Brasil*. Tese de Mestre em Economia, Pontificia Universidade Católica do Rio de Janeiro.
- [112] Mascareñas, Juan. *El método binomial de Valoración de Opciones*. Universidad Complutense de Madrid.
- [113] Mascareñas, Juan. *Las Decisiones de inversión como Opciones Reales: un enfoque conceptual*. Universidad Complutense de Madrid.
- [114] Mascareñas, Juan ; Lamothe, Prosper; et. al. *Opciones Reales y valoración de activos, cómo medir la flexibilidad operativa de la empresa*. Editorial Prentice Hall.
- [115] Mascareñas, Juan. *Opciones Reales en la valoración de proyectos de inversión*. Universidad Complutense de Madrid.
- [116] Mascareñas, Juan. *Riesgos Económico y Financiero*. Universidad Complutense de Madrid
- [117] Mateus dos Santos, Elieber. *Um estudo sobre a Teoria das Opções Reais aplicada análise de investimentos em projetos de pesquisa e desenvolvimento (P&D)*. Tese de Mestre em Engenharia de Produção, UI.
- [118] MathPro. *An Analysis of Technical and economic driving forces for investment in ULSD Capacity in the U.S. Refining sector*.
- [119] Mauboussin, M.J. *Get Real- using Real Options in Security analysis*. Frontier of Finance.
- [120] Medeiros, P.Y. *Aplicação de Opções Reais no Mercado Imobiliário Residencial com enfoque na cidade do Rio de Janeiro*. Tese de Mestre em Economia.
- [121] Mollica, Marcos Antonio. *Uma avaliação de modelos de Value-at-Risk: comparação entre métodos tradicionais e modelos de variancia condicional*. Tese de Mestrado em Economia. Universidade de São Paulo
- [122] Mordecki, Ernesto. *Modelos Matemáticos en Finanzas: Valuación de Opciones*. Universidad de Madrid.
- [123] Murillas, Arantza. *Incertidumbre y Opciones Reales: inversión y explotación de una pesquería*.
- [124] Navarro Girbés, Lluís. *Métodos numéricos para la valoración de Derivados sobre tipos de interés*. Dep. d'Economia Financera, Universitat de Valencia.

- [125] Navarro López, Cora Marcela. *El APT: Evidencia empírica para México*. Tesis de Lic. en Finanzas, Instituto Tecnológico de Estudios Superiores de Monterrey.
- [126] Neftci, Salih N. *An introduction of the mathematics of Financial Derivatives*. Academic Press, segunda edición.
- [127] Nilsen, Thomas & Aven, Terje. *Models and model uncertainty in the context of Risk analysis*. Stavanger University College.
- [128] North, D. W. *Limitations, definitions, principles and methods of Risk analysis*. OIE, Publicación No.14.
- [129] Oliveira de Araújo, Rubens. *Avaliação de Opções Reais através do método dos mínimos quadrados de Monte Carlo*. Tese de Mestre em Engenharia Industrial, Pontificia Universidade Católica do Rio de Janeiro.
- [130] Ossé, Akimou. *La Value at Risk*. Les Cahiers de la Finance.
- [131] Palazzo, Romina. *Análisis de volatilidad implícita*. Bolsa de Comercio del Rosario.
- [132] Pedauga, Luis E. *Modelo de intervención cambiaria para el caso Venezolano*. Banco Central de Venezuela.
- [133] Perelló Palou, Josep. *Correlated Stochastic dynamics in Financial Markets*. Tesi doctoral en Ciències Físiques, Universidad de B.
- [134] Pérez Elizalde, G. & Gómez Ramirez, E. *Estimación del precio de un Título Opcional mediante una Red Neuronal Artificial Polinomial*. Universidad LaSalle.
- [135] Pindyck, Robert S. *Lectures on Real Options*. Sloan School of Management, Massachusetts Institute of Technology.
- [136] Pindyck, Robert S. *The dynamics of Commodity Spot and Futures Markets: a primer*. The Energy Journal.
- [137] Puccini, A.C. *Aplicativos Gerenciais utilizados em Orçamentos de Capitais baseados na Teoria de Opções Reais: os casos de Opção de espera para investir e de expandir um projeto*. Tese de Lic. em Engenharia Industrial.
- [138] Racicot, François-Eric & Théoret, Raymond. *Introduction á l'utilisation des méthodes basées sur le calcul numérique en finance quantitative: variations sur les aspects théoriques de la VaR avec applications Visual Basic du calcul de la VaR selon la méthode du bootstrapping et selon l'expansion de Cornish- Fisher*.
- [139] Reale, Daniela. *Carteras Delta y Gamma neutral*. Bolsa de Comercio del Rosario.
- [140] Riskmetrics. *A practical Risk management guide for individual investors*.
- [141] Riskmetrics. *Risk Grades, Technical document*.
- [142] Rocha, A. *Avaliação da linha aérea como uma Opção Reai: Prosseguir, Expandir, Contrair ou abandonar?'*. Tese de Mestre em Administração. Pontificia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

- [143] Rodrigo, Amalia. *La inversión en Activos Reales como una Opción compuesta*. Universitat de Valencia.
- [144] Rodríguez, Juan Carlos. *Simulación de Montecarlo en la valuación de Derivados Financieros*. Universidad del CEMA.
- [145] Rodríguez, Gustavo. *Real Options*. Bolsa de Comercio del Rosario.
- [146] Rogachev, Andrey. *Dynamic Value at Risk*.
- [147] Roy, Fabien. *Risk Management: une etude appliquee au secteur bancaire et financier*. Université HEC Lausanne y UBS AAT Private Banking.
- [148] Rubinstein, M. *Implied Binomial Trees*. The Journal of Finance, vol.49, no.3, 1994
- [149] Sarmiento S., Julio A. *Evaluación de proyectos*.
- [150] Schiefner, Lars & Schmidt, Reinhart. *Shareholder Value at Risk: concept for company valuation, implementation and simulation example*.
- [151] Serna, Gregorio. *Valoración de Opciones con sonrisas de volatilidad: aplicación al mercado español de Opciones sobre el futuro del índice IBEX-35*. UC
- [152] Sierra G., Jaime H.. *Opciones Reales para las decisiones de inversión*. Pontificia Universidad Javeriana.
- [153] Sinha, Tapen. *Strategic expansion for insurance companies: Quantitative methods using Real Options*.
- [154] Solórzano Vargas, Florencia Eugenia. *Valuación de Proyectos de inversión a través de Opciones Reales*. Tesis del Instituto Tecnológico Autónomo de México.
- [155] Soriano Ramírez, Angel & Cisneros Molina, Myriam. *Considering Real Options techniques for the release of New crude mixtures in México*. Instituto Mexicano del Petróleo.
- [156] Souza de Moura Ribeiro, Fernando. *Avaliação de projetos de incorporação imobiliária sob incerteza, uma abordagem por Opções Reais*. Tese de mestre em Administração, Pontificia Universidade Católica do Rio de Janeiro.
- [157] Stratta, José Eduardo. *Administración del Riesgo: seguros para el sector agrícola en la Argentina*. Bolsa de Comercio del Rosario.
- [158] Tan, Ding. *Quantitative Risk Analysis step by step*. SANS Institute.
- [159] Teixeira Brandão Luiz Eduardo. *Uma aplicação da teoria das Opções Reais em tempo discreto para avaliação de uma concessão rodoviária no Brasil*. Tese de Doutorado em Engenharia de Produção. Pontificia Universidade Católica do Rio de Janeiro.
- [160] Terraza, Virginie. *Modelisations de la Value at Risk du CAC 40. Un essai d'amélioration de l'approche Riskmetrics par la modelisation hétéroscédastique saisonniere*.

- [161] Valdivieso Suástegui, Roberto. *Un análisis del Mercado de Derivados en México (Mexder)*.
- [162] Vélez Pareja, Ignacio. *Decisiones de inversión enfocado a la valoración de empresas*. Pontificia Universidad Javeriana.
- [163] Venegas Martínez, Francisco. *Una guía completa para economistas en la Valuación de Opciones*. Centro de Investigación y Docencia Económica.
- [164] Vera Juárez María Eugenia. *Análisis del Riesgo implícito en los Swaps de tasas de interés en México*. Tesis de Lic. en Economía, Universidad Nacional Autónoma de México.
- [165] Villalón, Julio G. & Martinez Barbeiro, Josefina. *Métodos modernos de valoración de los instrumentos financieros*.
- [166] Villegas, Eduardo & Ortega, Rosa María. *Sistema Financiero de México*. Editorial McGraw Hill.
- [167] Winston, Wayne L. *Financial models using Simulation and Optimization I & II*. Kelley School of Business, Indiana University.
- [168] Zabos Pouler, Enrique Fernando. *Tratamiento de Riesgos de Mercado en carteras de inversión*. U. N. Cuyo.