INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

ESCUELA SUPERIOR DE FÍSICA Y MATEMÁTICAS

Modelos de la binomial y de Black-Scholes para la valuación de opciones y algunas estrategias de inversión y control de riesgo

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

I N G E N I E R O   M A T E M Á T I C O

P R E S E N T A

SOFÍA YÁÑEZ SAN AGUSTÍN

DIRECTOR DE TESIS

DR. PABLO LAM ESTRADA

México, D. F.   Mayo de 2009

.

A mis padres:

Rafael *y* Guadalupe

y a mis hermanos:

Jorge, Luis *y* Manuel

La vida está llena de sueños,
y en ellos se encuentran las ilusiones
más grandes de mi existir.

Agradecimientos

A mis padres:

Rafael Yáñez Bassa y Guadalupe San Agustín García.

De quienes les debo la vida y, por supuesto, mi superación personal a pesar de los grandes problemas que hemos compartido. Gracias papá y mamá.

A mis hermanos:

Manuel, Luis y Jorge.

Porque con ellos he compartido momentos muy agradables, y para ellos lo mejor de la vida.

A mi director de tesis:

Dr. Pablo Lam Estrada.

Por su apoyo incondicional, paciencia y compresión para la realización de este trabajo de tesis.

A los profesores:

M. en C. Ma. Elizabeth de la Cruz Santiago,
M. en C Luis Alfonso Godínez Contreras,
Lic. Manuel Robles Bernal, y
Lic. Salvador Quintín Flores García.

Por su colaboración en la revisión del trabajo de tesis, así como ser miembros del jurado de examen profesional.

Al Instituto Politécnico Nacional, en particular a la Escuela Superior de Física y Matemáticas, por haberme brindado los conocimientos necesarios para el desarrollo profesional.

Introducción

En los últimos años, las opciones se han convertido en mercados muy importantes dentro del mundo financiero. Se ha llegado el punto en el que los profesionales de las finanzas deben de entender cómo es de que trabajan éstos en los mercados, cómo pueden ser usados y qué determina el precio de estos instrumentos. Si bien es cierto que éstos son de gran uso en mercados norteamericanos y europeos, su aceptación ha ido dando paulatinamente en los mercados financieros más importantes del mundo.

Los derivados financieros (o instrumentos derivados) son productos financieros cuyo valor se basa en los precios de otro activo, de ahí su nombre. Los activos de los que dependen toman el nombre de activo subyacente, por ejemplo el futuro sobre el oro se basa en los precios del oro. El subyacente utilizado pueden ser muy diferentes: acciones, índices bursátiles, valores de renta fija, tipos de interés o también materias primas. Así que, las opciones son un tipo de derivados financieros que le da al comprador el derecho, más no la obligación, de comprar o de vender alguna acción o valor en alguna fecha predeterminada y a un precio preestablecido. Entre los activos más comunes que fungen como subyacentes se encuentran las acciones, los índices accionarios (Índice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores, el Dow-Jones de la Bolsa de Nueva York, etc.), las divisas, los futuros y algunos instrumentos de deuda.

Muchas de las bolsas del mundo cotizas opciones sobre índices accionarios. La Bolsa Mexicana de Valores no es la excepción y cotiza sobre el Índice de Precios y Cotizaciones. El mecanismo y la definición es como una opción sobre una acción, la única diferencia es que el subyacente es el IPC.
Por otro lado, un warrant es un valor corporativo parecido a una opción de compra, la diferencia es que esta última es un instrumento emitido por el mercado mientras que la primera lo emite una compañía (generalmente, la misma que emite las accciones). Sin embargo, en los diferentes mercados del mundo estos instrumentos tienen características muy particulares. Los warrants mexicanos son emitidos, principalmente, por casas de bolsas y han sido llamados Títulos Opcionales. Desde el mes de septiembre de 1992, la Comisión Nacional de Valores autorizó a las sociedades

de inversión inscritas en la bolsa y a los intermediarios financieros, la emisión y negociación de los títulos opcionales en el mercado de valores. Desde su autorización, estos mercados han crecido a ritmo cada vez más acelerado.

El objetivo de esta tesis es el de mostrar el funcionamiento de las opciones, cómo pueden ser usados y qué determina el precio de estos instrumentos; así como las estrategias de inversión y control de riesgos con opciones. La metodología utilizada será la aplicación de modelos matemáticos de la binomial y de Black-Scholes para la valuación de opciones.

En el Capítulo 1 introduciremos las opciones en el que abordaremos el funcionamiento esencial de las mismas. Los fundamentos en la valuación de opciones serán tratadas en el Capítulo 2, en donde se determinarán los límites de las opciones, la determinación del valor de una opción, su volatilidad y el factor tiempo. Las fórmulas de la binomial de Black-Scholes serán tratas en el Capítulo 3 y Capítulo 4, respectivamente. Finalmente, en el Capítulo 5, trataremos sobre las estrategias de inversión y el control de riesgos con opciones.

Índice general

Capítulo 1

Opciones

1.1. Valuación de opciones

Las opciones se han convertido en mercados muy importantes en el mundo de las finanzas y de las inversiones. Por ello es de gran importancia entender cómo es que trabajan estos mercados, cómo pueden ser usados y qué determina el precio de estos instrumentos.

Definición 1.1.1. *Una* ***opción*** *es un contrato que le ofrece a su tenedor o comprador el derecho, pero no la obligación, de comprar o vender un número fijo de acciones u otros activos financieros de un activo subyacente especificado, a un precio estipulado durante o antes de una fecha programada.*

Hay que enfatizar que la opción le da al tenedor o comprador sólo la elección, pero no necesariamente tiene la obligación, de comprar o vender las acciones de un activo subyacente. Por ello, la opción se puede ejercer cuando el tenedor o comprador lo desee, siempre y cuando esté dentro de la fecha de vencimiento.

De esta forma, por el derecho que otorga la opción al comprador de la misma, existen dos tipos de opciones:

Definición 1.1.2. *Una* ***opción de compra*** (***call***) *es un contrato que le da a su tenedor o comprador el derecho de comprar un número fijo de acciones de un activo subyacente especificado a un precio fijo, ya sea en una fecha futura predeterminada o antes de la misma.*

Definición 1.1.3. *Una* ***opción de venta*** *(**put**) es un contrato que le da a su tenedor o comprador el derecho de vender un número estipulado de acciones de un activo subyacente especificado a un precio fijo, en una fecha futura predeterminada o antes de la misma.*

Existen conceptos básicos asociados al manejo de las opciones, como son:

- El acto de realizar una transacción se conoce como **ejercer la opción**.
- A la fecha T programada para ejercer una opción se le conoce como **fecha de vencimiento o fecha de expiración**.
- El **precio de ejercicio** E, en el caso de una opción de compra, es el importe que el poseedor de la opción tiene que pagar al emisor por cada unidad del activo subyacente estipulado en el contrato, en caso de que opte por ejercer la opción. En el caso de una opción de venta, el precio de ejercicio es el importe que el emisor de la opción debe pagar al poseedor de ésta por cada unidad del activo estipulado en el contrato, en caso de que el poseedor de la opción decida ejercer su derecho de venta.
- El importe pagado por el comprador de una opción al emisor de ésta, por el derecho a la opción, se le conoce como **prima de la opción**; ésta es independiente del precio de ejercicio y se paga por adelantado al emisor de la opción, sin importar si se adquiere o no la opción, ya sea de compra o de venta.
- El **emisor** es la persona que recibe una prima y está obligado a entregar el activo subyacente, en caso de que se lo exija el comprador.
- Y, por tanto, el **comprador** es la persona que paga una prima y tiene el derecho a solicitar el activo subyacente al emisor en caso de que desee ejercerla.

Las opciones se clasifican en dos tipos: **tipo americano** y **tipo europeo**. Están clasificadas de acuerdo al tiempo en que se puede ejercer el derecho que ellas otorgan a su tenedor o comprador. Las opciones de compra y de venta de *tipo americano*, pueden ser ejercidas por su propietario en cualquier momento que él lo decida (esto puede ser desde el momento en que compra la opción hasta el momento que prescribe). Una vez que la opción ha expirado, ya no puede ser ejercida. Las opciones de *tipo europeo* son aquellas que pueden ser ejercidas en la fecha de su vencimiento.

Hay que notar que la opción de compra tiene un período de vida limitado, durante el cual puede ser ejercida. Se incurre en una *pérdida irreversible* en la fecha de vencimiento si el valor del activo subyacente no se ha movido en dirección favorable.

Por otra parte, una posición basada en la compra directa de la acción subyacente no implica la realización de pérdidas, y existe siempre la posibilidad de una alza de precios.

También hay que hacer notar la necesidad de gestionar de manera dinámica una opción, debido al riesgo implícito y a la vida limitada del instrumento. El tenedor de una opción no suele mantener su posición hasta la fecha de vencimiento, por lo que hay que estar preparado para entrar o salir del mercado cuando sea necesario.

1.2. Objetivos de las opciones

Por lo general, los objetivos de las opciones se pueden agrupar en dos categorías de acuerdo al nivel agregado. Esto es, en primer lugar, hay que considerar los objetivos a nivel microeconómico y, en segundo lugar, los objetivos a nivel macroeconómico.

Una opción es un instrumento financiero que tiene básicamente dos objetivos a nivel microeconómico:

- Que sea un producto con el cual un inversionista puede protegerse del riesgo.
- Que el inversionista lo puede usar simplemente para invertir o especular.

A nivel macroeconómico se tienen los siguientes objetivos:

- Formación más eficiente de precios de los valores subyacentes.
- Mejorar los niveles de liquidez en el mercado.
- Ampliar las oportunidades de arbitraje.
- Permitir perfiles de riesgo y rendimientos controlables.

1.3. Ventajas y desventajas de las opciones

Las ventajas y desventajas consideradas incluyen microfactores y macrofactores. Los macrofactores afectan a todos los participantes en el mercado, así como a la economía en general. Los microfactores afectan principalmente a los usuarios específicos de los mercados de opciones y futuros.

Las opciones representan un tipo alternativo de cobertura y contrato especulativo para un usuario. Además, las opciones tienen un límite de pérdida potencial equivalente al precio de la misma; aquí existe tanto un comprador como un vendedor de la opción. Por lo tanto, si las posiciones son descubiertas, uno tiene un potencial limitado de pérdida y/o ganancia y el otro un potencial ilimitado de pérdida o ganancia, según sea su posición.

Las opciones son utilizadas de la siguiente manera:

- Para ajustar el riesgo y el rendimiento de una posición determinada a un costo muy bajo.
- Para cubrirse de los riesgos de movimientos en los precios y en las cantidades; es decir, las opciones son mejores cuando la cantidad que uno desea proteger es incierta.

1.4. Los valores subyacentes de las opciones

Las opciones pueden ser emitidas sobre un buen número de valores, siendo las más comunes las acciones, los índices de mercados accionarios, las divisas extranjeras, los futuros, los certificados de la tesorería y hasta los swaps.

¿Cómo se pone en funcionamiento un contrato de opciones?

Primero. Suponga que un inversionista le da instrucciones a su agente de Bolsa para que compre un contrato de opción de compra de una acción del grupo CARSO con un precio de ejercicio de $ 150.00 y vencimiento en abril (estamos en febrero).

Segundo. Este agente le pasará estas instrucciones al agente de piso de la Bolsa de opciones y futuros. Así, este último tratará de encontrar a otro agente o inversionista que esté dispuesto a vender un contrato de opción de compra de acciones del grupo CARSO y a un precio de $ 150.00.

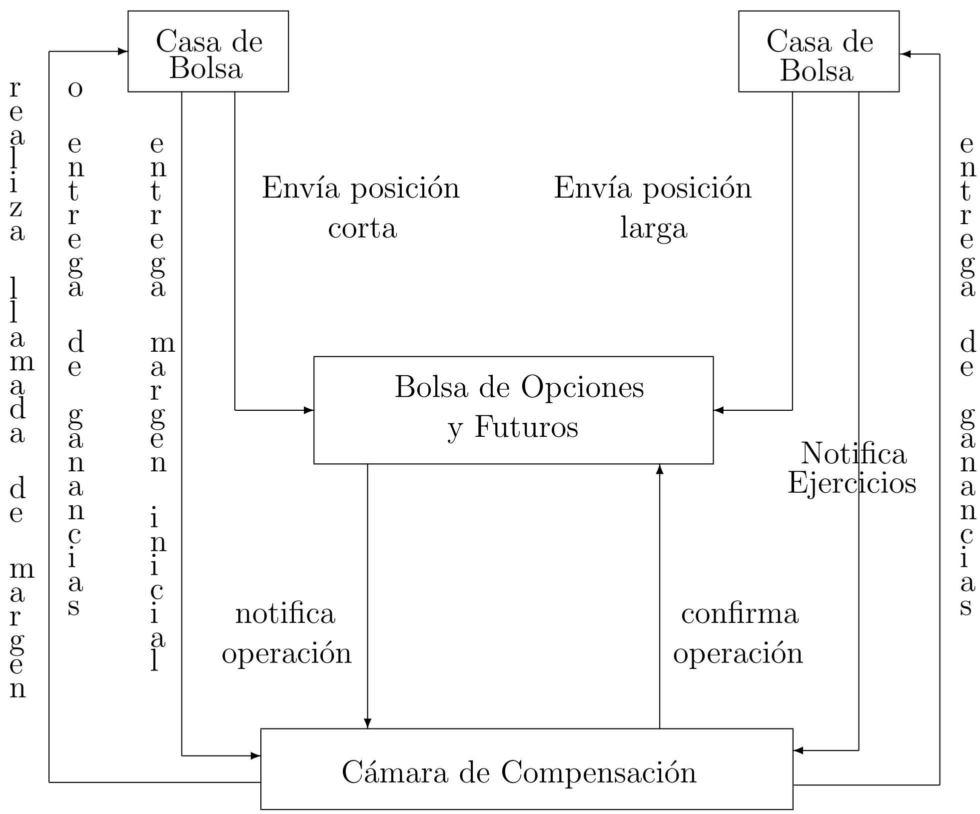
Tercero. Una vez que los dos se han identificado, el precio del contrato será negociado. Suponga aquí que éste fue de $ 6.00 por opción: el contrato tendrá cien opciones cada una de las cuales será respaldada por una acción.

Cuarto. El comprador de la opción de compra entrega al vendedor de la misma $ 600.00 (es decir, $ 6 · 100), cantidad que es transferida a nombre del vendedor a la Cámara de Compensación como parte del margen que él debe constituir.

Observe que el precio de la acción no tiene necesariamente que ser igual al precio de ejercicio. El precio de la acción, justo al momento en que se efectuó el trato, pudo haber sido de $ 152.00. En este ejemplo, el inversionista ha obtenido a un costo de $ 600.00 el derecho a comprar 100 acciones del grupo CARSO por $ 150.00 cada una durante un período predeterminado. El otro inversionista (el vendedor) ha recibido $ 600.00 y se ha comprometido a vender 100 acciones a $ 150.00 cada una si el otro inversionista así lo desea.

Quinto. El vendedor deposita en la Cámara de Compensación un margen, es decir, una garantía por una cantidad igual a la prima más otro monto definido por la Cámara. La operación general del Mercado se puede ilustrar como en el siguiente diagrama:

ESQUEMA DE OPERACIÓN DEL MERCADO DE OPCIONES



Hacemos notar que cuando uno compra un valor, se dice que tomó una **posición larga**, mientras que al vendedor del valor se le asigna una **posición corta**.

El grupo CARSO es uno de los conglomerados más importantes de América Latina. Controla y opera gran cantidad de empresas de los ramos industrial, comercial y de infraestructura y construcción; también se encuentra en otros sectores, como el automotriz y el minero. En el ramo industrial, grupo CARSO tiene empresas reconocidas a escala mundial como: Condumex (manufactura y comercializa productos para la industria de la construcción, energía, electrónica, automotriz y telecomunicaciones) y Cigatam (en sociedad con Philip Morris, produce y comercializa cigarros de marcas como Marlboro, Benson and Hedges y Delicados); dentro del ramo de infraestructura y construcción, se encuentran empresas de gran importancia como: grupo PC Constructores (construcción civil), Swecomex (fabricación de equipos de proceso y plataformas petroleras), CICSA (instalaciones de ductos y radiobases), CILSA (constructora de infraestructura latinoamericana en carreteras, presas y plantas de tratamiento de agua); y las principales subsidiarias del ramo comercial se encuentran agrupadas en el grupo Sanborns que incluye a: Sanborns Hermanos, Promotora Musical, Sears y Dorian's.

En México, la Cámara de Compensación es una entidad central o mecanismo de procesamiento centralizado por medio del cual las instituciones financieras acuerdan intercambiar instrucciones de pago u otras obligaciones financieras. Las instituciones liquidan los instrumentos intercambiados en un momento determinado basándose en las reglas y procedimientos de la cámara de compensación. Se nombra como **Asigna** al fideicomiso que tiene por fin compensar y liquidar contratos de futuro y contratos de opción, así como actuar como contraparte central en cada operación que se celebre en la Bolsa Mexicana de derivados (MexDer), la cual se identifica con el nombre comercial de "Asigna, Compensación y Liquidación". MexDer (Mercado Mexicano de Derivados, S. A. de C.V.) fue constituida con la autorización de la Secretaria de Hacienda y Crédito Público, como una sociedad anónima de capital variable, para que en ella se celebren contratos de futuro y opciones.

Hay que hacer notar que se conoce como **derivados** a un conjunto de instrumentos financieros, cuya principal característica es que están vinculados al valor de un activo que les sirve de referencia y que surgieron como instrumentos para cubrir las fluctuaciones de precios que sufrían particularmente las operaciones de compra-venta de productos agroindustriales, también conocidos como **commodities**.
Los derivados financieros, por otra parte, tienen como activos de referencia las acciones individuales de empresas cotizadas en el mercado de valores, canastas de acciones, índices accionarios, tasas de interés y divisas, por lo que generalmente se aplican a cubrir los probables cambios en el valor de: créditos adjudicados a tasa de interés variable, cuentas por pagar o por cobrar en moneda extranjera y a un plazo determinado, portafolios de inversión en acciones, o de los flujos de caja presupuestados.
Los principales derivados financieros son: futuros, opciones, opciones sobre futuros, warrants y swaps.

Uso de una opción con el propósito de protección

En este caso examinaremos cómo un inversionista puede utilizar las opciones. Esto es, construiremos dos ejemplos. El primero para analizar cómo un inversionista se protege del riesgo sobre el precio de una acción. En el segundo ejemplo, nuestro inversionista será un especulador.

Definición 1.4.1. *Se entiende por* ***cobertura*** *una posición en un instrumento que compensa el riesgo asociado con una posición que se ha tomado en otro instrumento.*

Una cobertura combina una opción con su acción subyacente de tal manera que la acción protege la opción o ésta protege la primera contra una posible pérdida. En otras palabras, una cobertura combina una *posición larga* (posición de compra) en una acción, con la venta de una opción de compra o con una compra de una opción de venta.

Considere un inversionista que en febrero tiene 1000 acciones del grupo CARSO. El precio actual de cada una de ellas es de \$ 52.00. Este inversionista está preocupado porque presiente que el precio de la acción puede bajar abruptamente en los próximos dos meses, mas sin embargo, no desea vender las acciones, por lo que quiere nada más protegerse. La manera como lo puede hacer es la siguiente.

El inversionista podría comprar opciones de venta al mes de abril (teniendo presente que estamos en enero) para vender las 1000 acciones a un precio de ejercicio de \$ 50.00. Debido a que el contrato de opción ampara 100 acciones, él necesitaría comprar 10 contratos de opciones. El precio de la opción fue pactado en \$ 200.00 (es decir, $\$\ 200 \cdot 10$ contratos de opciones).

Esta estrategia de protección o cobertura le cuesta \$ 2000.00, pero le garantiza que las acciones pueden ser vendidas por \$ 50.00 cada una. Si las opciones son ejercidas entonces se obtienen \$ 50000.00 (es decir, $1000 \cdot \$\ 50$); aunque tomando en cuenta el costo, obtenemos \$ 48000.00. Sin embargo, si el precio de la acción permanece arriba de \$ 50.00, entonces las opciones no son ejercidas y expiran sin valor.

Como puede observarse, las opciones proveen un **seguro**, ya que protege de fluctuaciones en los precios de las acciones en el futuro, pero manteniendo la posibilidad de beneficiarse de movimientos favorables en los mismos.

Uso de una opción con el propósito de invertir

Una opción también puede ser usada con el propósito de especular, es decir, para tratar de hacer una ganancia cuando se tiene la creencia de un movimiento favorable en los precios.

Supondremos que en marzo, un inversionista quiere especular tomando una posición donde él ganará si una acción se incrementa. Actualmente, este inversionista tiene \$ 3900.00 para sus operaciones de especulación.

Ahora, vamos a suponer que el precio actual de la acción es de \$ 39.00 y que una opción de compra con vencimiento a 30 días teniendo un precio de ejercicio de \$ 40.00, se está vendiendo en \$ 1.50.

Con esta información, el inversionista tiene las siguientes dos estrategias alternativas:

1.- Comprar 100 acciones.

2.- Comprar 2600 opciones.

Supongamos que existen únicamente dos escenarios posibles dentro de 30 días:

a) Que el precio de la acción se incremente a $ 45.00 y,

b) Que el precio de la acción baje a $ 35.00.

Los resultados en cada uno de los escenarios son los siguientes:

-Escenario (a): El precio de la acción se eleva a $ 45.00.

◇ Bajo la alternativa 1. El inversionista tendrá una ganancia equivalente a la diferencia de los precios multiplicada por el número de acciones que compró en marzo. Esto es:

$$100 \cdot (\$\ 45 - 39) = \$\ 600.00$$

◇ Bajo la alternativa 2. El inversionista podría ejercer sus 2600 opciones ya que le dan el derecho de comprar las acciones a $ 40.00 cuando en realidad valen $ 45.00. Así al ejercerlas tendrá 2600 acciones y su ganancia por acción será de $ 5.00, por lo cual la ganancia total es:

$$2600 \cdot \$\ 5 = \$\ 13000.00$$

menos: costo de las opciones = $ 3900.00 (2600 · $ 1.50)

Ganancia Total = $ 9100.00

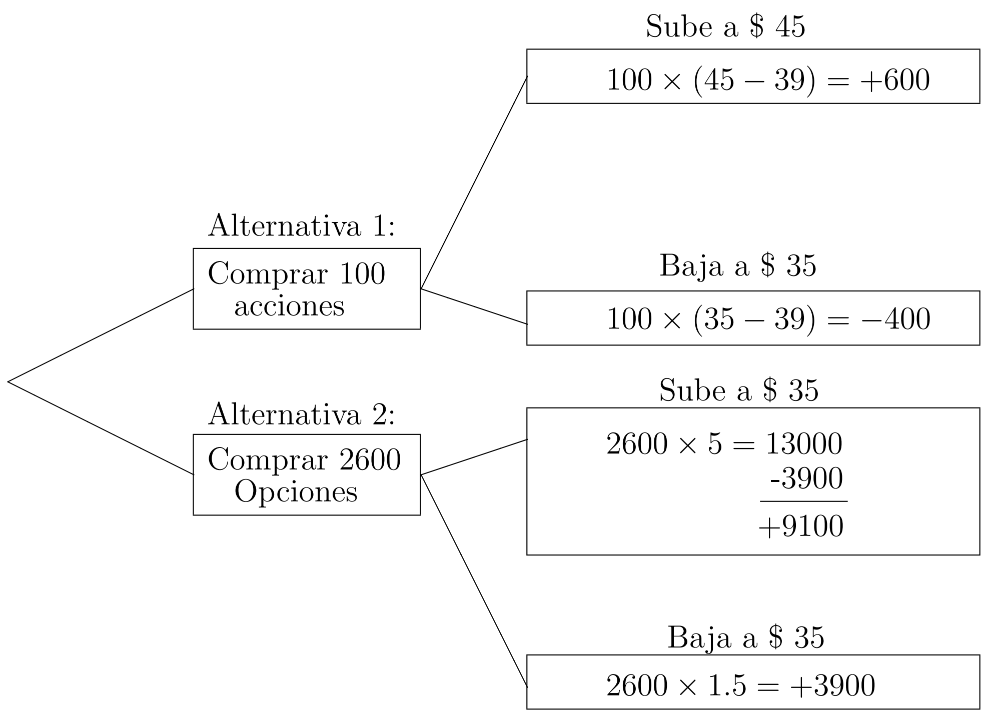
-Escenario (b): El precio de la acción baja a $ 35.00.

◇ Bajo la alternativa 1. Esta alternativa arroja una pérdida de $ 4.00 por acción, por lo que la pérdida es de $ 400.00, es decir:

$$100 \cdot (\$\ 39 - \$\ 35) = \$\ 400.00$$

◇ Bajo la alternativa 2. La opción no se va a ejercer ya que carece de valor. La pérdida aquí es el costo de las opciones, esto es, $ 3900.00. Se dice que una opción de compra, el día de la expiración, **carece de valor** si el precio de ejercicio es mayor al precio de la acción ese mismo día.

En el siguiente cuadro se resume la estrategia tomada para especular tanto con acciones como con opciones.



Como se observa, la alternativa de usar las opciones para especular en lugar de las acciones, hace que las ganancias sean mucho mayores (es decir, $ 600.00 contra $ 9100.00); pero también el uso de opciones trae como consecuencia que en caso de que la acción baje de precio, las pérdidas se magnifican (es decir, $ 400.00 contra $ 3900.00). Sin embargo, si la reducción en el precio es muy profunda, entonces la opción de hecho limita la pérdida a $ 3900.00. Por este motivo los especuladores prefieren más el uso de las opciones.

Dentro del dinero, en el dinero y fuera del dinero

Por lo general, las opciones se describen como: **en dinero**, **a dinero**, o **fuera de dinero**. Por ejemplo, en una opción de compra, si el precio de mercado del activo subyacente S supera al precio de ejercicio E de la opción, $S > E$, se dice que la opción está **en dinero**, si son iguales está **a dinero** y si el precio del subyacente está por debajo del precio de ejercicio, $S < E$, se dice que está **fuera de dinero**.

Con esto podemos concluir que si el precio de ejercicio E, en la fecha de vencimiento es mayor que el precio actual del activo subyacente S, el propietario de la opción no estará interesado en ejercerla. Por otro lado, si el precio actual del activo subyacente S, está por arriba del precio de ejercicio E, se debe ejercer la opción y, si su propietario lo desea, tendrá una ganancia igual a $S - E$ por cada activo revendiendo inmediatamente en el mercado.

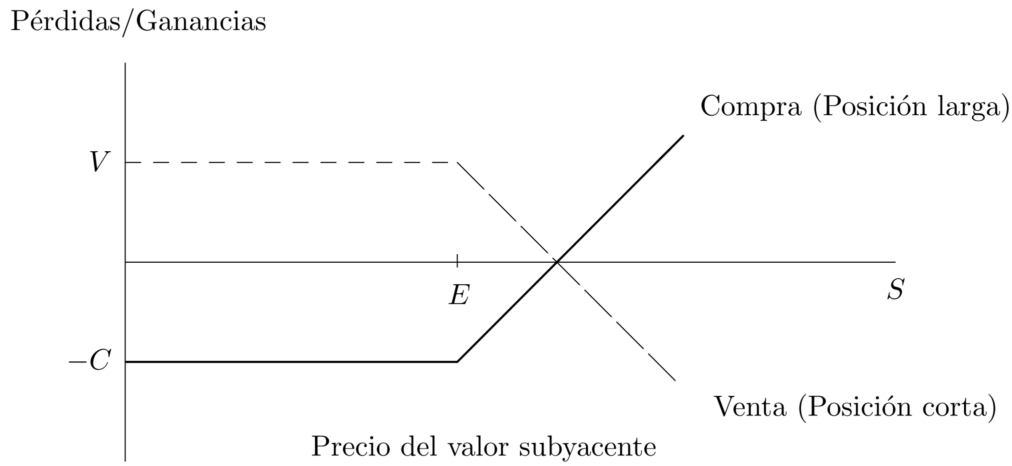
El motivo de esto es simple, si una opción se encuentra dentro del dinero, es porque tiene un valor positivo, si es que se quiere vender. Si, por el contrario, se encuentra fuera de dinero, nadie querrá comprarla.

Para una opción de venta, sucede lo contrario. Si el precio de ejercicio E es mayor que el precio del activo subyacente S, es decir, $E > S$, entonces la opción de venta se encuentra dentro de dinero. Por el contrario, si el precio del activo subyacente es mayor que el de ejercicio, es decir, $S > E$, la opción de venta se encuentra fuera de dinero. Finalmente, si los dos precios son iguales, la opción de venta está exactamente en dinero.

1.5. Cálculo de las pérdidas y ganancias de las opciones

Como ya lo hemos mencionado, los contratos de opciones permiten cubrirse de posibles pérdidas frente a cambios inesperados en los precios del subyacente. Veamos formalmente cómo se calcula los beneficios, en pérdidas o ganancias, de las opciones.

El gráfico de la figura de abajo permite mostrar la relación entre las pérdidas y ganancias, y precio de subyacente al tiempo de expiración S para una opción de compra de tipo europea, donde C representa el precio de compra o **prima** de la opción de compra y V el valor de venta.



Perfiles de rendimiento de una opción de compra
en posición corta y posición larga

Si al tiempo T el vencimiento de la opción resulta que $S > E$, como la opción da derecho a comprar al precio de ejercicio, la misma es ejercida obteniendo un beneficio (pérdida o ganancia) de $S - E - C$, ya que al mismo tiempo que compramos a E ejerciendo la opción podemos vender al precio de mercado S. Para S entre E y el punto de corte, como se ve del gráfico, el beneficio resulta negativo (pérdida), sin embargo conviene ejercerla por que nos da una pérdida menor que el valor de la prima. La ganancia en realidad puede ser mayor si se tiene en cuenta que la cantidad E sería pagada al tiempo T, luego E puede provenir de un capital menor puesto a cierta tasa de interés al momento de la firma del contrato. Si por otro lado, resulta que $S < E$, la opción no conviene ejercerla, perdiendo en ese caso el valor de la prima. De aquí que, podamos expresar el beneficio (pérdidas o ganancias) de una opción de compra mediante la fórmula:

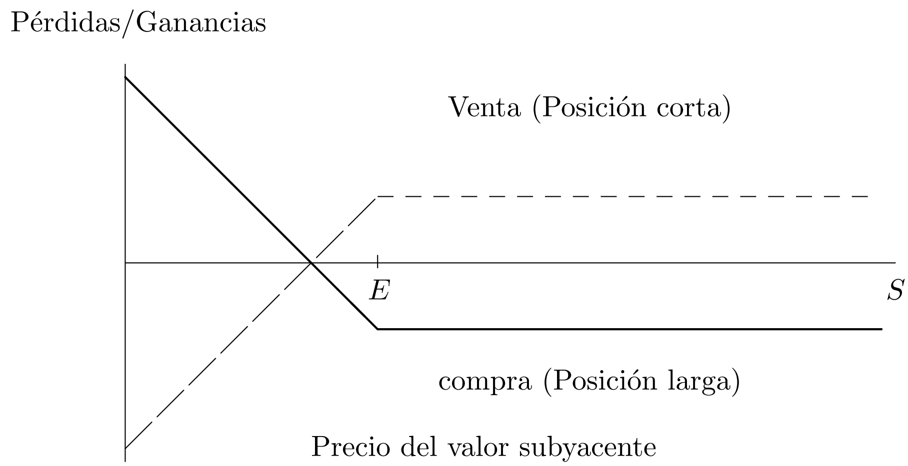
$$B_C = \max\{0, S - E\} - C.$$

Para la venta de una opción de compra, la curva de Pérdida/Ganancias contra S es la indicada con líneas de puntos en el gráfico de arriba, como se ve es simétrica a la de compra, y el beneficio entonces viene dado por:

$$B_C^* = V - \max\{0, S - E\}.$$

Esto es aún muy esquemático, en el cálculo real debemos tener en cuenta que si bien se firma el contrato el vendedor de la opción puede poner, el dinero recibido de la prima, a cierta tasa de interés de manera que al tiempo de ejercicio posea un capital incrementado. De cualquier manera, está claro que al vendedor le conviene que no se ejerza la opción.

El gráfico siguiente corresponde a una opción de venta:



Perfiles de rendimiento de una opción de venta
en posición corta y posición larga

Como se trata de la venta de un activo, si el precio en el mercado al momento del ejercicio es menor que el acordado entonces conviene ejercer, obteniendo un beneficio de $E-S-P$, donde P indica el precio de la opción de venta. La fórmula del beneficio al comprar una opción de venta es entonces:

$$B_P = \max\{0, E-S\} - P.$$

y para la venta de una opción de venta:

$$B_P^* = V - \max\{0, E-S\}.$$

El interés en comprar o vender opciones de determinado activo dependerá de las expectativas acerca de la evolución del precio de dicho activo, luego una pregunta que debemos responder es ¿cómo estimar razonablemente la evolución del precio del subyacente? Además, también tenemos que preguntarnos ¿hasta cuánto conviene pagar por la opción? Analizaremos primeramente en forma cualitativa los factores que afectan el valor de una opción.

Capítulo 2

Fundamentos en la valuación de opciones

2.1. Introducción

Uno de los puntos más importantes cuando se estudian opciones, es el de su valuación. El precio de una opción es aquel que fue negociado entre su comprador y su vendedor; en otras palabras, es determinado por las leyes del mercado.
Para poder comprender el funcionamiento de las opciones y así tomar posiciones adecuadas, se necesitan conocer los factores que determinan su precio, es decir, se necesita saber de qué depende el precio de la opción. Nuestro análisis se basará en una opción de compra y puede fácilmente ser extendido a las opciones de venta. Primeramente, encontraremos los límites dentro de los cuales puede encontrarse el precio de una opción de compra. Posteriormente, y de manera muy esquemática, determinaremos el precio de la opción de compra. Esto nos será de mucha utilidad ya que así podremos identificar los factores que influyen en el precio de una opción.

Descompondremos el valor de la opción en la suma de dos componentes: una parte llamada *intrínseca* y otra conocida como el *valor tiempo*. La primera puede definirse como "el valor que tendría una opción en un momento determinado si se ejerciese inmediatamente". Mientras que el valor tiempo del valor de la opción es lo que le agrega el vendedor para cubrirse de una alteración en los precios que le pueda infringir una pérdida mayor cuando el comprador la ejerza. Veremos que un aumento en el precio del subyacente aumenta el valor intrínseco para las opciones de compra y diminuye para las opciones de venta.

La volatilidad es otra variable importante la cual, como veremos, es proporcional a la desviación standar en los precios del subyacente; cuanto mayor sea, mayor será el rango de precios, y mayor la chance de ejercer la opción. Con lo cual aumenta el valor tanto para las opciones de compra como para las opciones de venta, dado que implica un riesgo mayor para los vendedores.

Cuando el subyacente se trata de acciones que pagan dividendos, esto hace que disminuya el precio del subyacente y, con ello, afectará negativamente a las opciones de compra, pero de manera positiva a las opciones de venta. Con el tipo de interés también se ve afectado el valor de la opción, ya que con un aumento de la tasa de interés para el mismo periodo, como la opción de compra es un derecho de compra aplazada, el valor actual del precio de ejercicio será menor, favoreciendo al comprador de una opción de compra, con lo cual el valor de la opción de compra aumenta. Lo contrario pasará para una opción de venta. Con el plazo de expiración aumenta la incertidumbre en cuanto al valor final del precio del subyacente, con lo cual los riesgos del vendedor son mayores y por lo tanto aumenta el valor tiempo de la opción.

Finalmente, el aumento del precio de ejercicio influirá en el valor de la opción (bastará ver cómo se modifica el valor intrínseco) haciendo que disminuya para la opción de compra y aumente para la opción de venta.

Nos adelantamos, y en el siguiente cuadro resumimos la influencia cualitativa que se presentará en el aumento de los factores mencionados sobre el valor (o primas) de las opciones de compra y opciones de venta:

Factor	**Opción de compra**	**Opción de venta**
Precio del subyacente $\Uparrow$	$\Uparrow$	$\Downarrow$
Volatilidad $\Uparrow$	$\Uparrow$	$\Uparrow$
Pago de dividendos $\Uparrow$	$\Downarrow$	$\Uparrow$
Tasa de interés $\Uparrow$	$\Uparrow$	$\Downarrow$
Plazo de expiración $\Uparrow$	$\Uparrow$	$\Uparrow$
Precio de ejercicio $\Uparrow$	$\Downarrow$	$\Uparrow$

Para establecer que la tabla anterior es correcta, es conveniente especificar algunos términos que usaremos más adelante:

S_1: Precio de la acción en el Período 1, fecha de expiración.

S_0: Precio de la acción el día de la emisión de la opción (hoy).

C_1: Valor de la opción de compra a la fecha de expiración.

C_0: Valor de la opción de compra el día de la emisión (hoy).

P_1: Valor de la opción de venta el día a la fecha de expiración.

P_0: Valor de la opción de venta el día de la emisión (hoy).

E: Precio de ejercicio establecido en la opción.

T: Fecha de expiración.

r: Tasa de interés.

2.2. Determinación de los límites

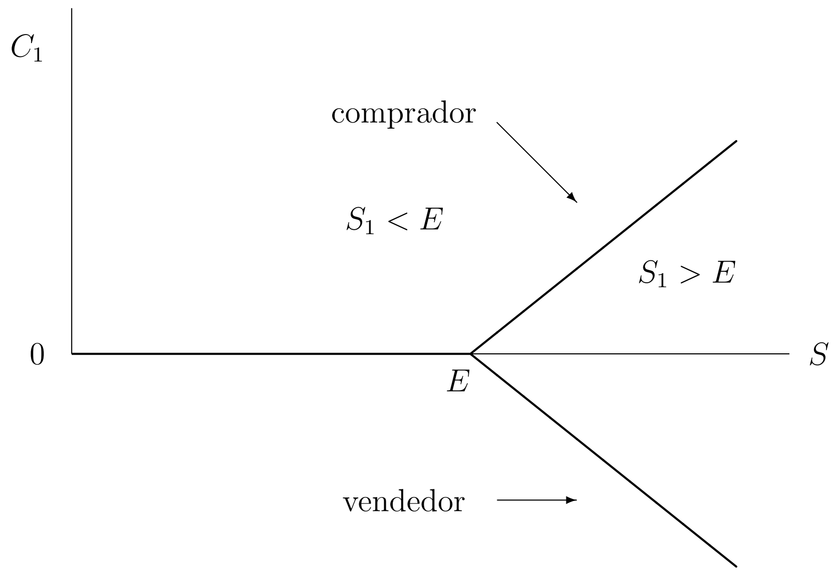
El valor de las opciones se encuentra entre determinados límites, uno superior y otro inferior. Si en el día de la expiración, el precio de ejercicio es mayor o igual que el precio de la acción, es decir, si $S_1 \leq E$, entonces $C_1 = 0$, es decir,

$$C_1 = 0, \quad \text{si} \;\; S_1 - E \leq 0.$$

Por otra parte, si el precio de la acción es mayor al precio del ejercicio en el vencimiento o Período 1, entonces el valor de la opción es igual a su diferencia:

$$C_1 = S_1 - E, \quad \text{si} \;\; S_1 - E > 0.$$

Esto lo podemos ilustrar en la siguiente gráfica:



Se puede observar que a la derecha de E la opción empieza a tener valor, ya que $S_1 > E$. Por el contrario, a la izquierda de E, la opción carece de valor, ya que los valores de S_1 son menores a E ($S_1 < E$). También en la gráfica se presenta la posición del vendedor de la opción.

Por lo tanto, tenemos que el valor de la opción de compra a la fecha de expiración es:

$$C_1 = \max\{0, S_1 - E\}.$$

Hacemos notar que el valor de la opción de venta a la fecha de expiración es:

$$P_1 = \max\{0, E - S_1\}.$$

Así pues, en el vencimiento, el precio de la opción está determinado por la diferencia entre el precio de la acción en el Período 1 y el precio de ejercicio. Sin embargo, el problema que aquí nos confiere es cuánto cuesta la opción en el año cero, esto es, nos interesa conocer C_0. Lo importante de este método es que encontramos los determinantes del valor de una opción y la manera como éstos la influencian. Un primer paso para esto es determinar los límites dentro de los cuales se encuentra necesariamente el precio de la opción compra.

2.3. Límite superior y límite inferior

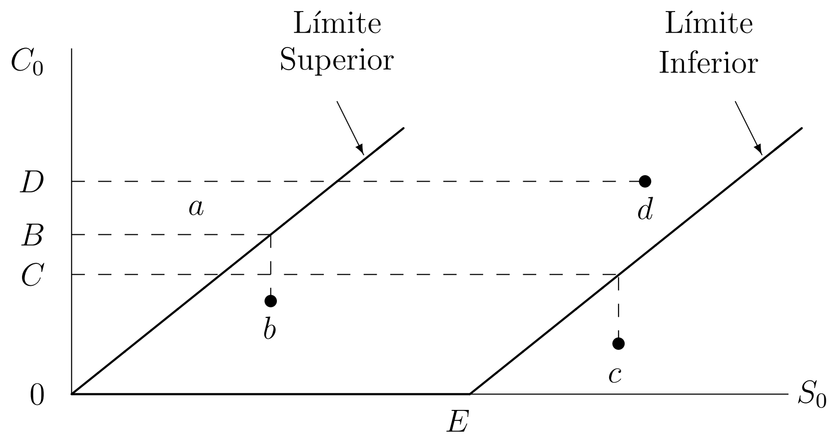
Una opción de compra otorga el derecho de comprar una acción por lo que nunca puede valer más de lo que cuesta una acción. Por ello, una opción de compra se venderá siempre por debajo de la acción. Consecuentemente, el límite superior es S_0, esto es:

$$C_0 \leq S_0.$$

Para el límite inferior, el primer aspecto a considerar es que el valor tiene que ser igual o mayor a cero. Por otro lado, si el precio de la acción S_0 es mayor al precio de ejercicio E, entonces el valor de la opción de compra vale al menos $S_0 - E$. Por lo tanto,

$$\begin{aligned} C_0 &\geq 0, && \text{si} \quad S_0 - E < 0 \\ C_0 &\geq S_0 - E, && \text{si} \quad S_0 - E \geq 0. \end{aligned}$$

Esto significa que el límite inferior sobre el valor de compra es $\max\{0, S_0 - E\}$. Este límite inferior es llamado el **valor intrínseco** de la opción y nos dice lo que la opción valdría si fuera a expirar ahora. Esto es, el día de la expiración, una opción vale su valor intríseco. Generalmente, la opción valdrá algo más antes de la expiración, y dicho valor adicional es considerado como el **valor tiempo** (también conocido como **valor extrínseco**) del valor de la opción, el cual es lo que le agrega el vendedor para cubrirse de una alteración en los precios que le pueda infringir una pérdida mayor cuando el comprador la ejerza.



Como se observa en la gráfica de arriba, las líneas son de 45 grados. Esto nos dice que cuando hay un punto arriba del límite superior (punto a), entonces $C_0 \geq S_0$ por lo que el precio de la opción será de cero. Si es por abajo de este límite superior entonces $S_0 \geq C_0$ por lo que el valor de la opción será de B. Por otro lado, un punto c por debajo del límite inferior significa que $(S_0 - E) \geq C_0$ por lo que el valor de la opción sería $S_0 - E$, o sea el valor intrínseco y estaría exactamente sobre el límite inferior, es decir, el valor sería de C en la gráfica. Por último si $C_0 \geq (S_0 - E)$, entonces ése es el valor de la acción (así en el punto d, $C_0 = D$). Por lo anterior, el área entre los dos límites, el superior y el inferior, es el espacio de oportunidades dentro del cual se va a ubicar el precio de la acción.

En resumen, tenemos que el valor de una opción de compra al día de su emisión está determinado como sigue:

$$\max\{0, S_0 - E\} \leq C_0 \leq S_0.$$

2.4. Determinantes del valor de una opción

Para obtener los determinantes del valor de una opción usaremos herramientas provenientes del análisis conocido como binomial, así como de teoría de portafolios (también conocida como teoría de carteras). Usaremos una metodología simple e ilustrativa; de esta manera conoceremos los determinantes del valor de una opción con los que podremos tomar importantes decisiones con respecto a la operación de las mismas.

Definición 2.4.1. *Un* ***portafolio de inversión*** *consiste en una selección de acciones, valores o documentos, los cuales se cotizan en el mercado bursátil y en los que una empresa o persona pueden invertir.*

El análisis consiste en evaluar dos portafolios que tengan el mismo valor presente de tal manera que seamos indiferentes entre uno y otro. Nótese que ya se habla de valor presente, lo que implica un análisis de más de un período. Por simplicidad, definiremos dos portafolios de la siguiente manera: 1) acciones (una o varias) de una empresa y, 2) opciones de compra (una o varias) combinada(s) con valores libres de riesgo, como lo son los certificados de la tesorería (CETES).

Para un mejor entendimiento utilizaremos un ejemplo numérico. Suponga que se tienen dos portafolios alternativos: uno formado por una sola acción y el otro formado por una opción y por un valor libre de riesgo (por ejemplo, un CETES). Asimismo, suponga que la cantidad que disponemos para la inversión es de \$ 100. Por último, suponga que sabemos que el precio de la acción en el Período 1 puede solamente tomar los valores: los dos por arriba del precio de la acción el día de hoy.

Los datos son los siguientes (observe que no sabemos el precio de la opción de compra en el Período cero, sin embargo lo sabemos en el Período 1):

Ejemplo 1:

$$\begin{array}{rcl} S_0 & = & \$\ 100 \\ S_1 & = & \$\ 110 \text{ ó } \$\ 130 \\ E & = & \$\ 105 \\ r & = & 0.20 \text{ anual} \\ T & = & 1 \text{ año} \end{array}$$

Tomemos nuestro primer portafolio, el de la acción. Aquí tenemos tan sólo dos posibles resultados al final del Período: 1) la acción sube a \$ 110 por lo que el portafolio vale \$ 110 y, 2) la acción sube a \$ 130 y el portafolio vale \$ 130.

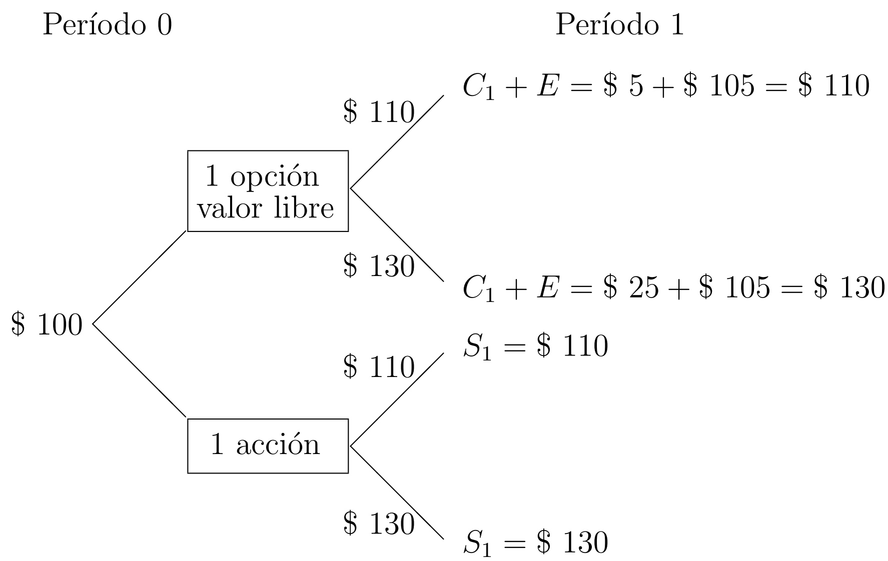
Ahora analizaremos el portafolio de la opción de compra con el valor libre de riesgo. Primero, observe que la opción terminará **dentro del dinero** en los dos escenarios, por lo que en ambos casos la opción, al vencimiento, tendrá un valor de C_1 y puede tomar los valores: $ 5 (es decir, $S_1 - E$=$ 110 -$ 105) ó $ 25 (es decir, $S_1 - E$=$ 130-$ 105). Esto es, al final del Período 1 tendremos una opción (que puede tomar dos valores dependiendo el precio de la acción en ese período) más el valor libre de riesgo que al vencimiento vale $X(1 + r)$, donde X es la cantidad de efectivo invertido en el período inicial (período cero) y r es la tasa de rendimiento libre de riesgo.

Ahora bien, si la inversión es de $ 100, y se eligió el portafolio de la opción más el valor libre de riesgo, entonces la pregunta es ¿cuándo debemos invertir en el valor libre de riesgo? Si sabemos que la opción acabará **dentro del dinero**, la respuesta es que necesariamente la vamos a ejercer. Por ello, deberemos tener a la fecha de vencimiento la cantidad de $ 105, el precio de ejercicio. Por consiguiente, tendremos que invertir el valor presente de $ 105 (asumiendo, además, que r es la tasa de descuento adecuada), esto es:

$$\$ \ 105/(1+0.20) = \$ \ 87.50$$

Por tanto, este último portafolio valdrá, a la fecha de vencimiento, $C_1 + X(1 + r)$ el cual puede tomar dos valores de acuerdo al precio de la acción en el Período 1. Si la acción sube a $ 110, la opción valdrá $ 5 y el valor libre de riesgo es $ 105, por lo que tendremos $ 110. Por otro lado, si la acción sube a $ 130, entonces la opción valdrá $ 25 por lo que sumado al valor libre de riesgo, el portafolio tendrá un valor de $ 130.

La valuación de los dos portafolios alternativos recién descrita, puede ser esquematizada de la siguiente manera:



En resumen, si compramos una acción en el Período 1 tendremos \$ 110 ó \$ 130, el cual es exactamente el mismo valor del portafolio formado por una opción más el valor libre de riesgo. Concluyendo, cualesquiera de los dos portafolios tiene el mismo valor presente por lo que, en principio, debiéramos ser indiferentes ante cualquiera de los dos, bajo la condición de que la inversión fue la misma en el Período 0. Por esto, podemos analizar sólo una de las partes del árbol que acabamos de esquematizar.

Enfocándonos sólo en la parte superior del árbol. En el Período 0, nuestra inversión de \$ 100 la dividimos entre una opción y un valor libre de riesgo que nos costó \$ 87.50. Esto lo podemos expresar de la siguiente manera:

$$\$ \ 100 = \$ \ 87.50 + C_0.$$

Ahora bien, el término del lado izquierdo de esta ecuación no es más que el precio de la acción en el Período 0, es decir, S_0; mientras que el primer término del lado derecho de la ecuación (\$ 87.50) no es más que el valor presente del precio de ejercicio de la opción de compra, es decir, \$ 87.50 = \$ 105/(1+0.20). Por tanto, la ecuación de arriba puede ser expresada de la siguiente manera (en el Período 0):

$$S_0 = E/(1 + r) + C_0$$

la cual para C_0 es:

$$C_0 = S_0 - E/(1+r) \tag{2.4.1}$$

Este no es realmente el valor de C_0 bajo condiciones normales ya que nunca estamos seguros de cuál será el valor S_1. Sin embargo con esto hemos obtenido algo muy importante: los determinantes del valor de una opción de compra, así como la relación que guardan con ésta.

De la igualdad de C_0 se generan los siguientes factores que influyen en el precio de una opción:

1. **Precio de la acción subyacente**. Si éste se eleva, así lo hará el precio de la opción de compra. Por tanto, hay una relación positiva entre el precio de la acción subyacente y el de la opción.
2. **Precio de ejercicio**. Si este precio se incrementa, el valor de la opción de compra disminuye por lo que encontramos una relación negativa entre estas dos variables.
3. **Tasa libre de riesgo**. Si ésta aumenta, el precio de la opción de compra se elevará con lo que la relación que guardan estos dos factores será positiva.
4. **La fecha de expiración**. Esta relación es también positiva y en la expresión representa el exponente de $(1+r)$.

Variable	Relación
Precio de la acción subyacente	+
Precio de ejercicio	-
Tasa libre de riesgo	+
Plazo de la opción	+

Existe, además, un quinto determinante (quizá el más importante) este es la volatilidad del precio del subyacente.

Ejemplo 2:

Aquí, uno de los posibles precios de la acción en el Período 1 es menor al precio de ejercicio. Como se verá esto no altera ni los determinantes del valor de una opción ni las relaciones que éstos guardan con respecto al precio de la opción. Sin embargo, el valor de la opción difiere ligeramente del obtenido de la ecuación (2.4.1) de C_0.

Para este ejemplo, suponga que el precio de ejercicio es ahora de \$ 120, y que el resto de la información permanece constante. Esto es:

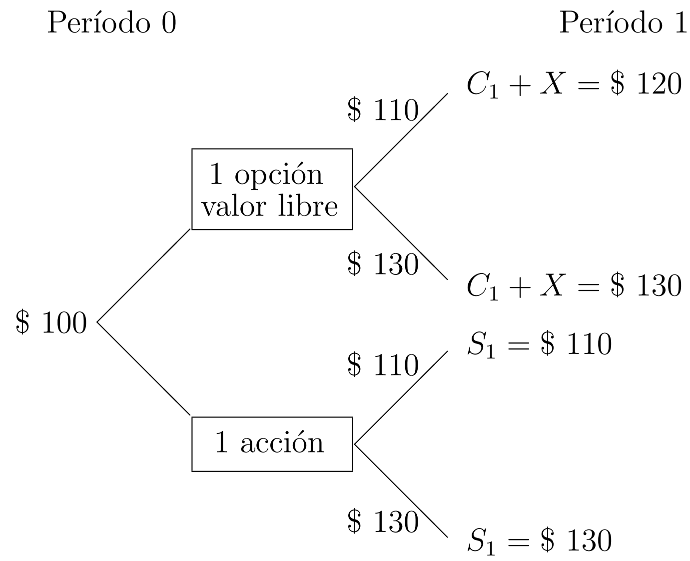
$$\begin{aligned} S_0 &= \$\ 100 \\ S_1 &= \$\ 110 \text{ ó } \$\ 130 \\ E &= \$\ 120 \\ r &= 0.20 \text{ anual} \\ T &= 1 \text{ año} \end{aligned}$$

En este ejemplo, el valor del primer portafolio que contiene sólo una acción, es exactamente el mismo del ejemplo anterior. Sin embargo, el segundo portafolio sufre considerables cambios.

Si S_1 resulta ser de \$ 110, entonces el valor de la opción de compra en el Período 1, C_1, es de cero ya que la acción termina **fuera del dinero** y por ello no vale nada. Por otro lado, si S_1 es igual a \$ 130, la opción valdría en el Período 1, \$ 10 (es decir, $S_1 - E =$ \$ 130 - \$ 120 = \$ 10). Una vez establecido esto, utilizaremos ahora el mismo método de obtención del precio de la opción en el Período 0.

De nueva cuenta mostraremos que es posible combinar la(s) opción(es) de compra y una inversión libre de riesgo para replicar el resultado de mantener una acción en nuestro portafolio. De otra manera, no tendríamos el mismo valor presente en los dos portafolios y, por tanto, no podríamos aplicar el método.

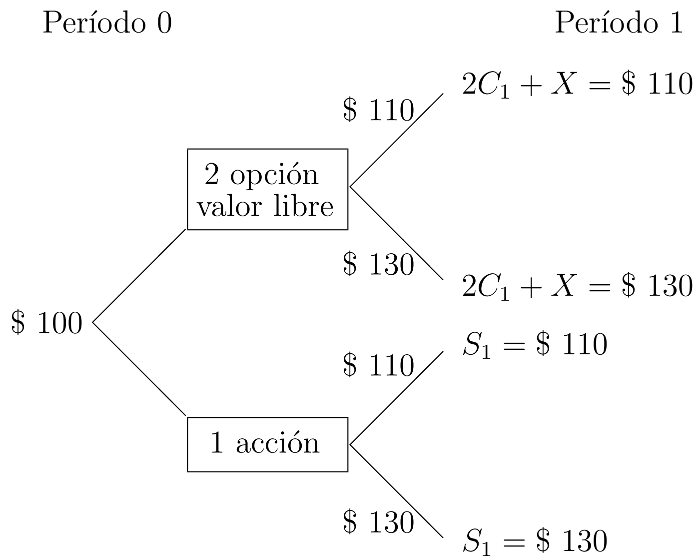
El ejemplo anterior nos indicó que deberíamos invertir el valor presente del precio de ejercicio por lo que en un año tendremos \$ 120 más una opción que vale \$ 0 ó \$ 10. El valor total del portafolio formado con la opción de compra y el valor libre de riesgo es de \$ 110 ó \$ 130. En forma esquemática tenemos lo siguiente:



Como se observa en este esquema, los valores presente de los portafolios no son los mismos (la parte superior del árbol difiere de la inferior, en valores) por lo que el método anterior no se puede llevar a cabo. Necesitamos encontrar un portafolio que tenga el mismo valor presente. Como regla general, podemos decir que para obtener lo anterior necesitamos que el valor libre de riesgo nos cueste el valor presente del precio menor de la acción de los dos posibles. En este caso, éste es de $ 110.

Lo anterior nos garantiza $ 110 si el precio de la acción en el Período 1 es de $ 110 ya que la opción vence sin valor. Por otra parte, si el precio de la acción es de $ 130, entonces tenemos una opción de compra dentro del dinero que vale $ 10 (es decir, $ 130-$ 120) más el valor libre de riesgo que para el Período 1 equivale a $ 110, por lo que terminamos con $ 120.

Como se observa, ahora la parte inferior de la rama superior del árbol no es igual a la parte inferior de la rama inferior del árbol, esto es, $ 120 $\neq$ $ 130. Para igualarlas tendremos que comprar dos opciones que sabemos que al vencimiento valdrán $ 10 cada una. En este caso, el comprar un valor libre de riesgo igual al valor presente de $ 110 y dos opciones, nos arrojarán los valores de $ 110 y $ 130 cuando el precio de la acción sea de $ 110 y $ 130, respectivamente. Esquemáticamente tenemos:



Observe que las dos estrategias arrojan el mismo resultado por lo que deben de tener el mismo valor esperado hoy. De otra manera, habría oportunidad de realizar una ganancia libre de riesgo misma que desaparecería finalmente por vía del arbitraje.

Definición 2.4.2. *El **arbitraje** se entiende como el acto de hacer transacciones simultáneas en dos o más mercados, con el fin de obtener un beneficio mediante una discrepancia de precios entre dichos mercados.*

Con este segundo ejemplo podemos ver que:

$$\$\ 100 = \$\ 100/1.20 + 2C_0.$$

Ahora bien, el término del lado izquierdo de esta ecuación no es más que el precio de la acción en el Período 0, es decir, S_0; mientras que el primer término del lado derecho de la ecuación no es más que el valor presente del precio posible menor de la acción en el Período 1. Por tanto, la ecuación anterior puede ser expresada de la siguiente manera (todo esto en el Período 0):

$$S_0 = E - 10/(1 + r) + 2C_0,$$

donde se tiene que para C_0:

$$C_0 = (1/2)S_0 - (E - 10)/2(1 + r). \tag{2.4.2}$$

Observe que el precio menor de la acción ($S_1 =$ \$ 110) fue expresado como $E - 10$, esto es, E es un multiplo de S_1. Este sería el valor de la opción de compra en el Período 0. Se observa que no es la misma que el Ejemplo 1, sin embargo el procedimiento, con algunas variables, fue similar. En este caso, el valor de la opción de compra fue de \$ 4.166 (sólo hay que sustituir los valores dados en la Ecuación (2.4.2)). No obstante esto, los determinantes fueron los mismos, así como la relación que éstos guardan con C_0. Este ejemplo nos muestra que los determinantes de la opción son los cuatro que hemos obtenido a través de los dos ejemplos anteriores.

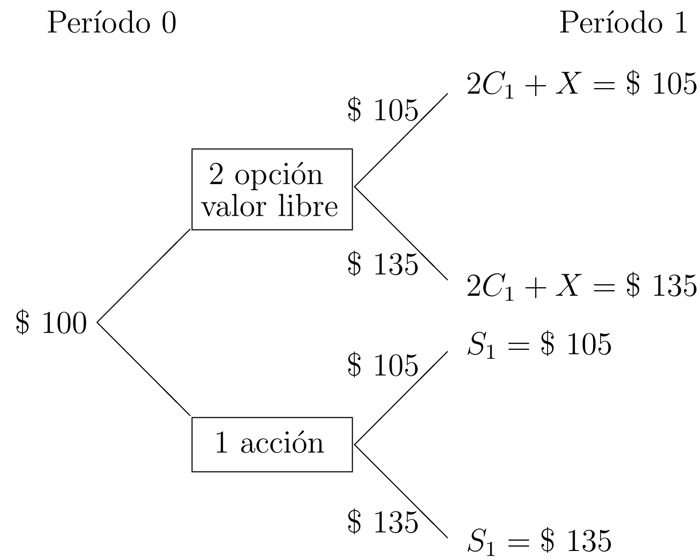
2.5. La volatilidad en la valuación de una opción

En este introduciremos una nueva variante, la dispersión de los posibles precios futuros de la acción en el Período 1. Considere ahora que S_1 puede tomar ahora los valores de \$ 105 ó \$ 135. Se aprecia que ahora la diferencia de estos dos precios es de \$ 30 (es decir, \$ 135 - \$ 105) en contraste con la establecida en los dos ejemplos de la sección anterior, la cual era de \$ 20 (es decir, \$ 130 - \$ 110). En otras palabras, los precios tienen una mayor volatilidad. Los datos restantes son idénticos a los del Ejemplo 2.

De acuerdo con nuestra metodología anterior, los pasos serían los siguientes:

Primero, invertir el valor presente del precio menor de los dos posibles (en este caso invertir \$ 105) en un valor libre de riesgo.

Segundo, comprar dos opciones las cuales acabarán **dentro del dinero** si el precio de la acción resulta ser de \$ 135, esto es, $C_1 = \$15$.



Se observa que las dos estrategias arrojan el mismo resultado, por lo que deben de tener el mismo valor esperado hoy. De otra manera habría oportunidad de realizar una ganancia libre de riesgo misma que desaparecería finalmente por vía de arbitraje.

En este ejemplo podemos observar que:

$$\$\ 100 = \$\ 105/1.20{+}2C_0.$$

El término del lado izquierdo de esta ecuación no es más que el precio de la acción en el Período 0, es decir, S_0; mientras que el primer término del lado derecho de la ecuación no es más que el valor presente del precio posible menor de la acción en el Período 1. Por tanto, la ecuación anterior puede ser expresada de la siguiente manera (esto en el Período 0):

$$S_0 = E - 15/(1+r) + 2C_0,$$

donde resulta para C_0:

$$C_0 = (1/2)S_0 - (E - 15)/2(1+r). \tag{2.5.1}$$

Esta es la ecuación que, bajo las circunstancias descritas (que S_1 será \$ 105 ó \$ 135), nos describe el valor de C_0. Utilizando las cantidades de este ejemplo, el precio de la opción de compra en el período cero sería de \$ 6.25.

Este resultado contrasta con los \$ 4.166 del ejemplo anterior donde había una dispersión menor en los dos posibles precios subyacentes en el período uno. La conclusión que de aquí se puede extraer es que a mayor dispersión de los precios, mayor será el precio de la opción de compra. Esto es, **la volatilidad** en los precios del subyacente, es también un elemento importante en explicar el precio de una opción.

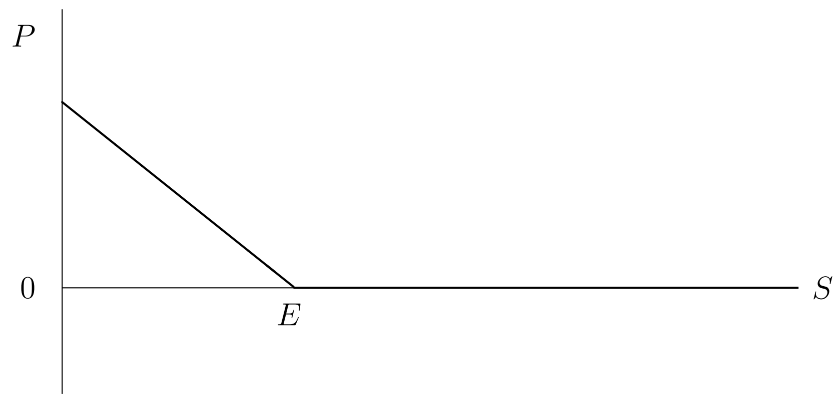
Con esto se muestra que los seis factores que afectan el precio de una opción son los siguientes:

1. Precio del subyacente.
2. Precio de ejercicio.
3. Tasa libre de riesgo.
4. Vida de la opción.
5. Volatilidad.
6. Los dividendos esperados durante la vida de la opción.

El último factor se debe a que los dividendos reducen el precio de la acción en la fecha después del anuncio del pago de dividendos. Estas son malas noticias para el tenedor de una opción de compra, pero son muy buenas para el de la opción de venta. El valor de la opción de compra está relacionado negativamente con el pago de dividendos.

2.6. Los determinantes del valor de una opción de venta

En cuanto más sube el precio del subyacente, más son las posibilidades de que la opción acabe **fuera del dinero**. Lo anterior es cierto ya que si $E > S$, entonces la opción de venta se encuentra **dentro del dinero**, lo que significa que el tenedor de la opción tiene el derecho de vender la acción subyacente a un precio mayor que el precio de mercado. Esto le conviene al tenedor y por ello se observa, en la gráfica de abajo, que para todos los **S** hacia la izquierda de **E**, el valor intrínseco es positivo.



Compra de una opción de Venta

Podemos concluir que el precio de una opción de venta depende de los mismos factores que el de la opción de compra. Sin embargo, la relación de éstos con los precios es la opuesta. Usando la metodología anterior se puede obtener la siguiente expresión:

$$P_0 = E/(1+r) - S_0.$$

Se tienen los mismos determinantes que se habían obtenido anteriormente con las opciones de compra. La diferencia está en la relación que éstos guardan con el valor de la opción.

1. **Precio de ejercicio**. A mayor precio de ejercicio, mayor es el precio de la opción de venta debido a que aumentan las posibilidades de que acabe **dentro del dinero**. La relación es positiva.

2. **Precio del subyacente**. A mayor precio del subyacente, menor es la probabilidad de acabar **dentro del dinero**, por lo que la opción de venta tendrá un valor menor. La relación es negativa.

3. **Tasa libre de riesgo**. A mayor tasa de interés, menor es el valor presente del precio de ejercicio y, por ello, menor la probabilidad de acabar **dentro del dinero**. La relación es negativa.

4. **Fecha de vencimiento**. La relación es negativa y la razón es que en cuanto más tiempo haya, la probabilidad de que acabe **fuera del dinero** es mayor.

5. **Volatilidad**. La relación es positiva, es la misma que con la opción de compra. A mayor volatilidad, mayor incertidumbre y mayor es el precio de la opción.

6. **Dividendos**. La relación es negativa, ya que los dividendos reducirán el precio de la acción por lo que la opción de venta tendrá mayores posibilidades de acabar **dentro del dinero**.

2.7. El factor tiempo

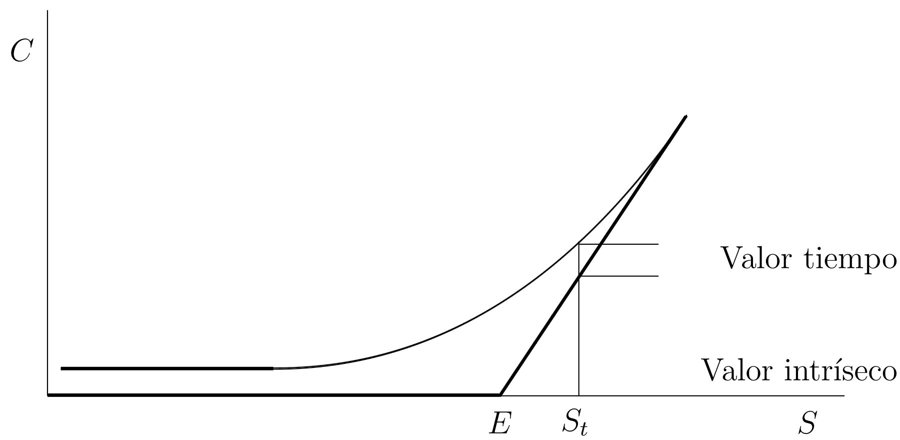
La madurez de la opción o fecha de vencimiento es un factor importante en la valuación de una opción. Se analizará la influencia del tiempo ya que este juega un papel importante en la valuación de opciones.

Cuando vemos un listado de precios de opciones en el periódico, normalmente éstos difieren del **valor intrínseco** de las opciones, siendo éste último menor. A la diferencia entre estos dos valores se le conoce como **Valor Tiempo**. Este valor es un reconocimiento explícito a que en el tiempo los precios de los subyacentes cambian con regularidad. Por ello, una opción que se encuentra **exactamente en el dinero**, tiene un **valor intrínseco** igual a cero, pero cuando vemos un listado en el periódico encontramos que el precio de dicha opción es positiva. En este caso se está reconociendo que la opción tiene una probabilidad positiva considerable de acabar **dentro del dinero**. Es decir, se considera que entre más tiempo le demos a la opción para acabar **dentro del dinero**, ésta vale más.

Con esto resumimos que el valor de una opción esta formado por dos componentes: el valor tiempo y el valor intrínseco. Esto es:

$$\text{Valor de una opción} = \text{Valor intrínseco} + \text{Valor tiempo.}$$

Esta expresión puede ser representada esquemáticamente para una opción de compra de la siguiente manera:



Como se observa en la gráfica de arriba, el valor tiempo se aproxima al valor intrínseco en los dos límites de S, cuando el límite tiende a cero y a infinito, respectivamente. Por un lado, esto significa que cuando la opción de compra está muy fuera del dinero, la probabilidad de que acabe dentro del dinero en un período de tiempo determinado son muy bajas y, por lo tanto, su valor en el tiempo es muy pequeño, por lo que la opción tiene solamente el valor intrínseco, que en este caso es de cero. Por otro lado, cuando la opción de compra está muy dentro del dinero, la probabilidad de que la acción no acabe sus días fuera del dinero son muy bajas por lo que no es necesario compensar con una cantidad esta posibilidad. Por lo general, las opciones tienen el máximo valor en el tiempo cuando el precio de la acción se encuentra en la vecindad del precio de ejercicio.

2.8. Significado de neutralidad en el riesgo

El principio de neutralidad en el riesgo establece que cualquier valor dependiente del precio de una acción es valuado bajo el supuesto de que:

1. El rendimiento esperado de todos los valores negociados es la tasa libre de riesgo.
2. Los flujos de efectivo futuros pueden ser valuados descontando los flujos esperados con la tasa libre de riesgo.

Lo anterior quiere decir que los agentes no tienen aversión contra el riesgo, pero tampoco son amantes de él.

Capítulo 3

Fórmulas convencionales de la binomial

3.1. Una derivación heurística

La derivación heurística es necesaria para posteriormente exponer intuitivamente los modelos de Black-Scholes y la binomial de Cox-Ross-Rubinstein. Esta derivación se hará sobre opciones de compra, pero la misma puede ser extensible para las opciones de venta. Asimismo, se puede también extender esta derivación para otros instrumentos financieros subyacentes.

Esta derivación concluye que el valor de una opción de compra, cuyo subyacente lo constituye una acción, es simplemente el valor presente de la posible cantidad **dentro del dinero** en la fecha de vencimiento del instrumento.

Para esta derivación se usará el valor de una opción de compra en la fecha de vencimiento la cual es:

$$C_1 = \begin{cases} S_1 - E & \text{si} \quad C \text{ está dentro del dinero} \\ \\ 0 & \text{si} \quad C \text{ está fuera del dinero.} \end{cases}$$

Este valor necesita ser descontado para obtener el valor presente. El proceso de descuento de algún valor futuro para obtener el valor actual es conocido como técnica financiera, y no es otra cosa que el dividir el valor futuro entre la tasa de interés sobre un período de tiempo que va de hoy a la fecha futura. Por lo mismo, se puede decir, hasta el momento, que el valor de una opción de compra es la cantidad mayor entre el valor presente de la cantidad **dentro del dinero** en el vencimiento y cero. Esto puede ser representado alternativamente por la ecuación:

$$C = e^{-rt} \cdot \max\{S_1 - E, 0\}.$$

Como se ignora cuál será el precio de la acción en el Período 1, entonces aparentemente no podremos continuar con esta derivación. No obstante, con una buena estimación de cuál será este precio, la fórmula puede todavía funcionar adecuadamente. Específicamente, si se puede estimar algunos posibles precios de la acción el día de la expiración de la opción, así como su probabilidad de ocurrencia, la anterior fórmula puede ser transformada a un proceso equivalente de la siguiente manera:

1. Definir un rango potencial que cubra los posibles precios de las acciones el día de la expiración de la opción.
2. Calcular el valor intrínseco con cada uno de los posibles precios estimados en el punto 1), anterior. Escoger solamente aquellos que acaben dentro del dinero.
3. Ponderar cada valor intrínseco positivo (encontrados en el punto 2), anterior) por su respectiva probabilidad de ocurrencia.
4. Sumar todos los valores encontrados en 3).
5. Descontar el valor total de 4) para expresarlo en valor presente.

Por consiguiente, este proceso nos dice que el valor de una opción de compra es el valor presente de la suma de los posibles valores intrínsecos positivos ponderados cada uno por su probabilidad de ocurrencia.

Estos pasos son exactamente los que Black y Scholes, y Cox, Ross y Rubinstein siguen para valuar las opciones de compra. Para apreciar mejor esta conexión usaremos la fórmula desarrollada por Cox, Ross y Rubinstein para las opciones de compra:

$$C = e^{-rt} \sum_{k=0}^{n} \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!} p^k (1-p)^{n-k} \cdot \max\{Su^k d^{n-k} - E, 0\}, \qquad (3.1.1)$$

donde u es el valor de la acción en el Período 1 cuando el precio de ésta sube, y d lo es cuando baja; n es el número de nodos del árbol; k el subperiodo y p la probabilidad de ocurrencia. Esta fómula puede ser descompuesta en los cinco pasos antes mencionados de la siguiente manera:

$$
\begin{array}{lccccc}
C = & e^{-rt} & \displaystyle\sum_{k=0}^{n} & \dfrac{n!}{(n-k)!\cdot k!}\cdot p^k(1-p)^{n-k} & \cdot & \max\{Su^k d^{n-k}-E,0\} \\
 & \Uparrow & \Uparrow & \Uparrow & & \Uparrow \\
C = & (5) & (4) & (3) & & (1),\ (2)
\end{array}
$$

La fórmula de Cox-Ross-Rubinstein sigue precisamente este procedimiento de cinco pasos ya que calcula, usando un diagrama de árbol, el valor presente de las posibles trayectorias que sigue el precio de una acción. Cabe señalar que puede haber un número importante de posibles precios de la acción el día de su vencimiento. Por esto, es importante describir el comportamiento del precio de las acciones de una manera razonable. En la medida que se conozca cómo se comportan los precios de las acciones, será más fácil obtener los parámetros u y d.

Existe un buen número de modelos que tratan de explicar la evolución de los precios de las acciones, el más popular sigue siendo el de que éstos están distribuidos de manera lognormal. Para poder continuar con este proceso es necesario comprender lo que es una distribución. Estimar una distribución de precios es encontrar la frecuencia con la que un precio cae en un cierto rango. Una vez que se conoce la frecuencia, se observa cómo se distribuyen las observaciones. Cuando la mayoría de las observaciones caen cercanas a la media y muy pocas caen proporcionalmente fuera, ya sea hacia a la derecha o hacia a la izquierda, se puede caracterizar la simetría de esta frecuencia como forma de **campana**. La distribución continua con forma simétrica y de campana más común es la distribución normal. Sin embargo, una función normal estandarizada tiene media cero, por lo que es muy difícil aplicarla a los precios de las acciones, ya que los valores hacia a la izquierda de la media serán negativos, por lo que será imposible aplicarla pues los precios de las acciones nunca son negativos. Por esto, se asume generalmente que dichos precios siguen una distribución **lognormal** la cual es sesgada hacia a la izquierda y con media, mediana y moda diferentes.

Lo anterior significa que los logaritmos de los precios de las acciones siguen una distribución normal. Esto es, el rendimiento de las acciones sigue una distribución normal ya que los logaritmos de los precios de las acciones son aproximadamente igual al cambio porcentual de los mismos. En consecuencia, la distribución lognormal de los precios de las acciones no es otra cosa que afirmar que los cambios porcentuales de los precios de las acciones se distribuyen normalmente.

Entonces, los precios de las acciones serán la media (o valor esperado) de una variable distribuida lognormalmente más o menos (dependiendo de si sube o baja el precio) la desviación estándar de la misma. Esto significa que u es igual al valor medio del rendimiento de la acción más la desviación estándar y, por otro lado, d es igual al valor medio menos la desviación estándar. Esto es:

$$u = (r - \sigma^2/2) + \sigma\sqrt{T}$$

$$d = (r - \sigma^2/2) - \sigma\sqrt{T}.$$

Por su parte, la probabilidad de alza o baja p es establecida de acuerdo a la experiencia; la mayor parte de las veces p es pensada como 0.5. Estas definiciones de u, d y p tienen sentido si se piensa en que el precio de la acción puede cambiar, con igual probabilidad, alrededor de una tasa promedio de crecimiento con una variación igual a una desviación estándar hacia arriba o hacia abajo.

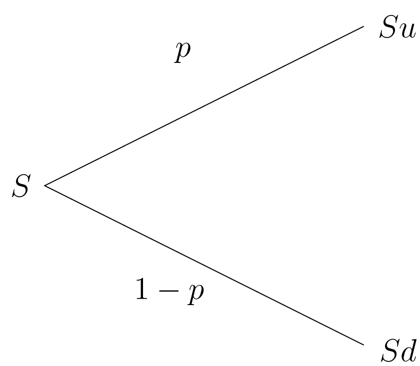
En resumen, lo que la fórmula binomial hace implícitamente es:

1. Definir un rango potencial que cubra los posibles precios de las acciones el día del vencimiento de la opción.
2. Calcular el valor intrínseco con cada uno de los posibles precios estimados en (1), escogiendo solamente aquellos que acaben dentro del dinero.
3. Ponderar cada valor intrínseco positivo (encontrados en 2) por su respectiva probabilidad de ocurrencia.
4. Sumar todos los valores encontrados en (3).
5. Descontar el valor total de (4) para expresarlo en valor presente.

3.2. Modelo binomial

En este modelo asumiremos que los movimientos de los precios son binomiales en un período de tiempo muy pequeño Δt, es decir, un subperíodo diminuto del total de la vida de la opción. Este es el supuesto que está detrás del procedimiento númerico de Cox-Ross-Rubinstein. Expondremos este método para acciones que no pagan dividendos.

El método implica dividir el período de vigencia de la opción en un gran número de subperiodos de tiempo Δt. En cada uno de estos subperiodos, el precio puede tomar solamente dos valores (por ello se le llama binomial), uno a la alza, Su, y otro a la baja, Sd, cada uno con cierta probabilidad de ocurrencia. El modelo se ilustra de la siguiente manera:



Movimientos del precio de la acción en el subperiodo Δt.

donde p es la probabilidad de que el precio de la acción vaya a la alza y $1-p$ de que vaya a la baja. Asumiremos que la tasa R de descuento es la tasa libre de riesgo, es decir, es indiferente al riesgo. O sea, asumiremos que la tasa I de interés es constante y positiva. Además, asumiremos que no hay impuestos, costos de transacción o los requerimientos de margen. Por lo tanto, se les permite a los inversionistas vender en corto cualquier valor y recibir completo uso de las ganancias. Más aún, asumiremos que los mercados son competitivos: un sólo individuo puede comprar o vender valores tanto como él lo desee sin afectar su precio.

Como queremos un modelo libre de arbitraje, sabemos que $d < I + R < u$. Sea $r = I + R$, entonces

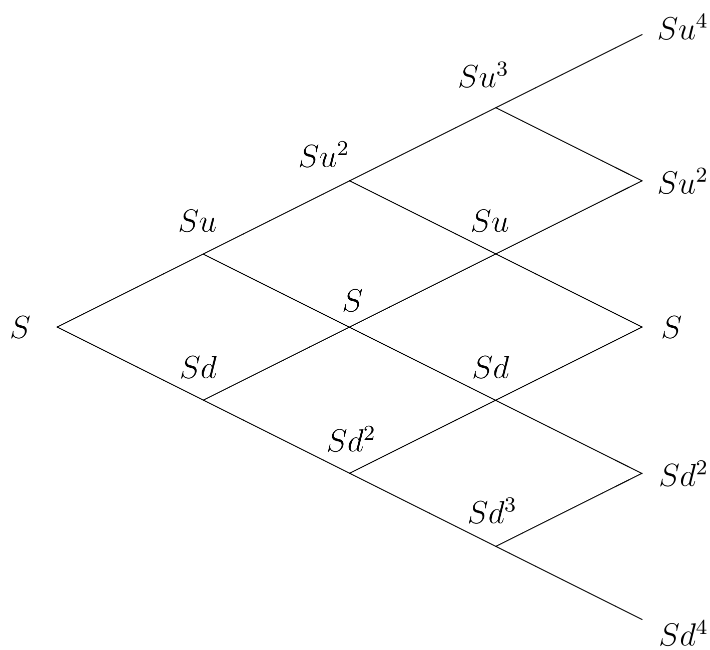
$$d < r < u.$$

La falta de esta condición trae como consecuencia que el modelo no tenga sentido. Es decir, si $r \geq u$ entonces la tasa de retorno del mercado de dinero es siempre mayor o igual que la tasa de retorno del activo, por tanto nadie invertiría en el activo. Si $r \leq d$, un inversionista podría hacer una ganancia concreta sin invertir al conseguir un préstamo a una tasa de interés r y con esto comprar el activo subyacente.

Adicionalmente, se impone la siguiente condición:

$$u = 1/d$$

El método binomial consiste en adicionar el valor presente de todos los posibles resultados de los subperiodos Δt. El árbol completo es:



Se observa en la gráfica que en el tiempo cero, el precio de la acción es conocido; al tiempo Δt, existen dos posibles precios, Su y Sd; al tiempo $2\Delta t$ hay tres posibles precios S, Su^2 y Sd^2; y así sucesivamente. (Se observa que los subperiodos se miden verticalmente en las bifurcaciones de los precios.) Se aplica la relación $u = 1/d$ para calcular el precio de la acción en cada nodo del árbol. Por ejemplo, $Su^2d = Su$. En general, al tiempo $i\Delta t$ se consideran $i+1$ precios de acciones; estas son:

$$Su^j d^{i-j}, \quad j = 0, 1, \ldots, i.$$

Por simplicidad, también recombinamos los movimientos en el sentido de que una alza seguida por una baja conlleva al precio original de la acción, esto nos permite reducir el número de nodos en forma considerable.

Así, las opciones se valúan comenzando por las ramas finales del árbol y hacia la rama inicial. El valor de la opción es conocida al tiempo T. Por ejemplo, una opción de venta vale $\max\{E - S_T, 0\}$, mientras que el de una opción de compra vale $\max\{S_T - E, 0\}$, donde S_T es el precio de la acción en el tiempo T (fecha de vencimiento) y E es el precio de ejercicio. De esta manera, el valor en cada uno de los nodos al tiempo $T - \Delta t$ puede ser calculado trayendo a valor presente en el tiempo T utilizando la tasa de descuento r para el período Δt. Similarmente, el valor en cada nodo al tiempo $T - 2\Delta t$ se obtiene calculando el valor presente del tiempo $T - \Delta t$ descontado para el período Δt con la tasa r, y así sucesivamente. Si la opción es de tipo americano, es necesario verificar en cada nodo que el ejercicio sea o no preferible a mantener la opción por un período Δt más. Finalmente, trabajando cada uno de los nodos hacia atrás, se obtiene el valor de la opción en el tiempo 0. El resultado es la fórmula dada en (3.1.1) y donde n es el número de nodos.

3.3. Construcción de un portafolio para un período

Para ver cómo valuar una opción de compra sobre un activo subyacente, se comenzará con la situación más simple: La fecha de vencimiento está a un sólo período. Supongamos a C el valor actual de la opción de compra, C_u su valor al final del período si el precio del activo subyacente sube a Su y sea C_d su valor al final del período si el precio del activo subyacente baja a Sd. Puesto que ahora hay solamente un período restante en la vida de la opción de compra, y además sabemos que los términos de su contrato y una política racional de ejercicio, implican que:

$$C_u = \max\{Su - E, 0\} \quad \text{y} \quad C_d = \max\{Sd - E, 0\},$$

es decir,

$$
C \begin{cases} C_u = \max\{Su - E, 0\} \\ \text{con probabilidad } q \\ \\ C_d = \max\{Sd - E, 0\} \\ \text{con probabilidad } 1 - q \end{cases}
$$

Ahora, vamos a suponer que formamos un portafolio que contenga Δ acciones del activo subyacente y la cantidad A en bonos libres de riesgo. Esto va a costar $\Delta S + A$. Al final del período, el valor de este portafolio será entonces de:

$$
\Delta S + A \begin{cases} \Delta Su + rA \text{ con probabilidad } q \\ \\ \Delta Sd + rA \text{ con probabilidad } 1 - q \end{cases}
$$

Puesto que se puede seleccionar Δ y A de cualquier forma que se desee, ahora supongamos que los elegimos para igualar los valores al final del período del portafolio con los de la opción de compra para cada resultado posible. Es decir,

$$
\Delta Su + rA = C_u
$$
$$
\Delta Sd + rA = C_d
$$

Con este sistema de ecuaciones encontramos que:

$$\Delta = \frac{C_u - C_d}{(u-d)S}$$

y

$$A = \frac{uC_d - dC_u}{(u-d)r}$$

Las cuales son las variables de un portafolio de cobertura para replicar la opción de compra.

Si no se tiene arbitraje libre de riesgo, el valor actual de la opción de compra C no puede ser menor que el valor actual del portafolio de cobertura $\Delta S + A$. Si lo fuera, podríamos hacer una ganancia libre de riesgo sin la inversión neta comprando la opción de compra y vendiendo el portafolio. Con ello podríamos decir que no puede valer más, puesto que tendríamos una oprtunidad de arbitraje libre de riesgo invirtiendo el procedimiento, vendiendo la opción de compra y comprando el portafolio. Pero esto no se toma en cuenta, debido al hecho de que la persona quien compró la opción que vendimos tiene el derecho de ejercerla inmediatamente.

Supongamos que $\Delta S + A < S - E$. Si intentamos hacer un beneficio por arbitraje vendiendo las opciones de compra por más de $\Delta S + A$, pero menos de $S - E$, entonces nos enfrentaríamos a la situación de producir los beneficios de arbitraje en vez de recibirlos. Cualquier persona podría asegurar un beneficio por arbitraje comprando nuestras opciones de compra y ejerciéndolas inmediatamente.

Sin embargo, de alguna manera, cada uno encontrará ventajoso retener las opciones de compra por un período más como una inversión en vez de tomar un beneficio rápido al ejercerlas inmediatamente. Con ello cada persona razonará: Si ahora no ejerzo, recibiré la misma rentabilidad que un portafolio con ΔS de activo subyacente y A en bonos. Si ahora ejerzo, puedo tomar las ganancias, $S - E$, compro este mismo portafolio y también algunos bonos extras, tiene una rentabilidad más alta en cada circunstancia posible. Consecuentemente, nadie estaría dispuesto a retener las opciones de compra por un período más.

Es decir, se concluye que si no hay oportunidades de arbitraje, entonces es cierto que:

$$C = \Delta S + A$$

Al sustituir los valores de Δ y A se tiene que:

$$C = \frac{C_u - C_d}{(u-d)S}S + \frac{uC_d - dC_u}{(u-d)r} = \frac{rC_u - rC_d + uC_d - dC_u}{(u-d)r}$$

Por lo tanto,

$$C = \frac{1}{r}\left[\left(\frac{r-d}{u-d}\right)C_u + \left(\frac{u-r}{u-d}\right)C_d\right]$$

en caso de que sea mayor que $S - E$, ó si no $C = S - E$.

Al sustituir las probabilidades martingalas se tiene que:

$$p = \frac{r-d}{u-d}$$

y

$$1 - p = \frac{u-r}{u-d}$$

Por lo que tendremos

$$C = \frac{1}{r}\Big[pC_u + (1-p)C_d\Big].$$

En el caso actual, sin dividendos, este será siempre mayor que $S - E$ siempre y cuando el tipo de interés sea positivo. Asumiremos que la tasa de interés libre de riesgo, R, es mayor que 0, lo cual implica que $r > 1$.

Para confirmar esto, notemos que si $Su \leq E$ entonces $S < E$; ahora, como $d < r < u$, en particular $d < u \Rightarrow Sd < E$, luego

$$C_u = \max\{Su - E, 0\} = 0 \quad \text{y} \quad C_d = \max\{Sd - E, 0\} = 0,$$

lo cual implica

$$C = \frac{1}{r}\Big[pC_u + (1-p)C_d\Big] = 0,$$

y en consecuencia $C = S - E$, ya que $S - E < 0$.

Ahora, si $Sd \geq E$ se tiene que $Su > E$, pues $u > d$, con esto se llega a que:

$$C_u = \max\{Su - E, 0\} = Su - E \quad \text{y} \quad C_d = \max\{Sd - E, 0\} = Sd - E,$$

y entonces

$$C = \frac{1}{r}\Big[p(Su - E) + (1-p)(Sd - E)\Big] = \frac{1}{r}\Big[pS(u-d) + Sd - E\Big] = S - \frac{E}{r}\ .$$

Como $r > 1$, se tiene que $S - \dfrac{E}{r} > S - E$, por lo tanto se cumple que $C > S - E$.

También, se tiene la posibilidad de que $Sd < E < Su$; en este caso tenemos que

$$C_u = \max\{Su - E, 0\} = Su - E \quad \text{y} \quad C_d = \max\{Sd - E, 0\} = 0.$$

Por lo tanto, tenemos que

$$C = \frac{p}{r}\Big(Su - E\Big)$$

Por otro lado

$$p = \frac{r-d}{u-d}$$

implica que

$$(1-p)d = r - pu$$

entonces, si se multiplica por S, tenemos que $(1-p)Sd = rS - pSu$. Luego, como $r > 1$, entonces $r - p > 1 - p$, y al utilizar la desigualdad $Sd < E$, obtenemos que

$$(1-p)Sd < (r-p)E,$$

luego, al sustituir $(1-p)Sd$ por $rS - pSu$, se tiene que

$$rS - pSu < (r-p)E$$

lo cual implica que

$$\frac{p}{r}\Big(Su - E\Big) > S - E.$$

Entonces, $C > S - E$.

Por lo que la ecuación

$$C = \frac{1}{r}\Big[pC_u + (1-p)C_d\Big]$$

es la fórmula exacta para el valor de una opción de compra en un período antes de la expiración en términos de S,E,u,d y r.

Las características que esta fórmula presenta son: Primero, la probabilidad q no aparece en la fórmula. Esto significa, que incluso si diferentes inversionistas tienen diferentes probabilidades subjetivas sobre un movimiento ascendente para el activo subyacente, ellos podrían aún coincidir en la relación de C a S,u,d y r.

En segundo lugar, el valor de la opción de compra depende de las actitudes de los inversionistas frente al riesgo. Ya que al sustituir la fórmula, la única suposición que se tomó sobre el comportamiento del individuo fue que él prefiere más ganancia que menos ganancia y, por tanto, tiene un incentivo para aprovecharse de oportunidades de arbitraje libre de riesgo. Obtendríamos la misma fórmula si los inversionistas se opusieran al riesgo o prefirieran el riesgo.

Tercero, la única variable aleatoria de la cual depende el valor de la opción de compra es del precio del activo subyacente. En particular, no depende de los precios aleatorios de otros valores o portafolios, tales como los portafolios de mercado que contienen todos los valores en la economía.

Es más fácil entender estas características si se recuerda que la fómula es solamente una relación de valuación que da C en términos de S,u,d y r.

Las actitudes de los inversionistas frente al riesgo y las características de otros activos pueden, en efecto, influenciar los valores de la opción de compra indirectamente, a través de su efecto sobre estas variables, pero no serán determinantes separados del valor de la opción de compra.

Además, notemos que $p = \dfrac{r-d}{u-d}$ es la probabilidad martingala, $0 < p < 1$; de hecho, p es el valor que q tendría si los inversionistas fueran neutrales al riesgo. Para ver esto, observemos que la tasa de retorno esperada del activo subyacente, la cual es la suma de cada posible tasa de retorno por su probabilidad de ocurrir, sería entonces la tasa de interés libre de riesgo, es decir

$$q_u(Su) + q_d(Sd) = rS,$$

donde

$$q = \frac{r-d}{u-d} = p.$$

Por lo tanto, el valor de la opción de compra puede ser interpretado como la esperanza de su valor futuro descontado donde es neutral al riesgo.

Puesto que la fórmula no involucra a q o cualquier medida de actitud frente al riesgo, entonces debe ser la misma para alguna serie de preferencias, incluyendo neutralidad en el riesgo.

Es de suma importancia hacer notar que esto no implica que el equilibrio de la tasa de retorno esperada de la opción de compra es la tasa de interés libre de riesgo.

Podemos entonces decir que en equilibrio, retener la opción de compra sobre el período es exactamente equivalente a retener el portafolio de cobertura. Consecuentemente, el riesgo y la tasa de retorno esperada de la opción de compra deben ser iguales al del portafolio de cobertura. Como $\Delta \geq 0$ y $A \leq 0$, entonces el portafolio de cobertura es equivalente a una posición larga apalancada particular del activo subyacente. En equilibrio, lo mismo es cierto para la opción de compra. Además, si la opción de compra está actualmente fuera de valuación, su riesgo y retorno esperado sobre el período serán diferentes de los del portafolio de cobertura.

Capítulo 4

Fórmulas convencionales de Black-Scholes

4.1. Fórmulas de Black-Scholes

Las fórmulas de Black-Scholes están diseñadas para las opciones de tipo europeas, ya sea de compra o de venta. Para la opción de compra la fórmula es la siguiente:

$$C \;=\; S \cdot N\left(\frac{\ln(S/E) + (r+\sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right) - Ee^{-rT} \cdot N\left(\frac{\ln(S/E) + (r-\sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right)$$

Mientras que el precio de la opción de venta es:

$$P \;=\; E^{-rt} \cdot N\left(\frac{\ln(E/S) - (r-\sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right) - S \cdot N\left(\frac{\ln(E/S) - (r+\sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right)$$

donde σ es desviación estándar y σ^2 la varianza de la serie histórica del precio de la acción subyacente S.

Cuando tomamos en cuenta las fórmulas binomiales desarrolladas por Cox, Ross y Rubisntein, también para las opciones europeas, tenemos:

$$C = e^{-rt} \sum_{k=0}^{n} \frac{n!}{(n-k)!(k)!} p^k (1-p)^{n-k} \cdot \max\{Su^k d^{n-k} - E, 0\}$$

y

$$P = e^{-rt} \sum_{k=0}^{n} \frac{n!}{(n-k)!(k)!} p^k (1-p)^{n-k} \cdot \max\{E - Su^k d^{n-k}, 0\}.$$

4.2. Una derivación heurística

Este análisis consiste en la derivación heurística de las fórmulas:

$$C = S \cdot N\left(\frac{\ln(S/E) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right) - Ee^{-rT} \cdot N\left(\frac{\ln(S/E) + (r - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right)$$

$$P = E^{-rt} \cdot N\left(\frac{\ln(E/S) - (r - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right) - S \cdot N\left(\frac{\ln(E/S) - (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right)$$

Lo interesante de estas fórmulas es que en el fondo contiene el método binomial, pero los subperiodos de tiempo son mucho más pequeños.

Si bien estas fórmulas se desarrollan condicionadas a la ocurrencia de supuestos un poco restrictivos, es todavía la más usada en la valuación de opciones. Analizaremos estas fórmulas de manera cualitativa.

Como mencionamos, este método es exclusivo de opciones de tipo europeo. Las fórmulas de Black-Scholes para los precios de las opciones europeas, tanto de compra como de venta sobre acciones sin pago de dividendos, son las siguientes:

$$c = SN(d_1) - Ee^{-rT}N(d_2) \text{ y}$$
$$p = Ee^{-rT}N(-d_2) - SN(-d_1),$$

donde

$$d_1 = \frac{\ln(S/E) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} \text{ y}$$

$$d_2 = \frac{\ln(S/E) + (r - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}.$$

La función $N(x)$ es la función de probabilidad acumulada para una variable normal estandarizada. En otras palabras, es la probabilidad de que una variable distribuida normalmente será menor a x. Observando que el área total bajo la curva es uno, si x tiende a ser muy grande (a infinito), el valor es igual a uno como se podría apreciar en cualquier gráfica de distribución normal.

Para que las ecuaciones anteriores queden lo más claras posibles, recordemos la ecuación

$$C_0 = S_0 - E/(1+r). \tag{4.2.1}$$

Esta no solamente nos sirvió para saber cuáles eran los determinantes del valor de una opción. En realidad nos sirve también para ver la diferencia entre ésta y la C de Black-Scholes es solamente los términos $N(d_1)$ y $N(d_2)$, es decir, la fórmula Black-Scholes solamente pondera el valor intrínseco de una opción con la probabilidad de ocurrencia de que la opción termine dentro del dinero. Así $N(d_1)$ no es otra cosa que esta probabilidad.

Analizando los valores extremos de algunos de los parámetros de la fómula de Black y Scholes veremos que ésta tiene en general las propiedades correctas. Por ejemplo, considere el caso cuando S se convierte muy grande, entonces es muy probable que la opción de compra sea ejercida. Esto es debido a que d_1y d_2 se hacen muy grandes, con lo que el valor de $N(d_1)$y $N(d_2)$ se acercan a uno, consecuentemente, la fórmula de Black y Scholes se reduce a la ecuación (4.2.1), es decir, se reduce al valor intrínseco descontado. Por su parte, cuando el precio de la acción S, se hace muy grande, el precio de la opción de venta europea se aproxima a cero ya que $N(-d_1)$ y $N(-d_2)$ se encontrarían muy cercanas a cero.

Así, podemos decir que las fórmulas difieren del término de descuento en cada una de ellas. Sin embargo, el descuento de E en la de Black-Scholes se efectúa en forma continua (e^{-rt}), mientras que en la otra se hace en forma discreta ($1/1+r$), pero esto en esencia no cambia el concepto.

Por otro lado, la volatilidad σ, si se acerca a cero, entonces el valor de d_1 se aproximaría a infinito (observe que en el denominador tenemos σ multiplicado por la raíz cuadrada de T). Esto significa que $N(d_1)$ se aproxima a uno. Por otra parte, d_2 es igual a d_1 menos $\sigma\sqrt{T}$. Si σ es cercano a cero, podemos considerar que $d_1 = d_2$, es decir, ambas son infinitos con lo que $N(d_1)$ y $N(d_2)$ se aproximan a uno. La fórmula de Black-Scholes se convierte en el valor intrínseco descontado.

Para encontrar los valores de $N(d_1)$ y $N(d_2)$, primero se encuentran los valores de d_1 y d_2 y, posteriormente, se busca el área bajo la curva en las tablas de la normal (estas fueron desarrolladas por los mismos Black y Scholes).

4.3. Ejemplo numérico de una opción de compra

Suponga que contamos con la siguiente información para calcular el valor de una opción de compra:

$$\begin{aligned} S_0 &= \$\ 70 \\ E &= \$\ 80 \\ r_f &= 1\,\%\text{ mensual} \\ \sigma &= 2\,\%\text{ mensual} \\ T &= 9\text{ meses} \end{aligned}$$

Con esta informacón, primero se calculan los valores de d_1 y d_2 con las fórmulas dadas anteriores:

$$\begin{aligned} d_1 &= \frac{\ln(S/E) + (r_f + (1/2)\cdot\sigma^2)\cdot T}{\sigma\cdot\sqrt{T}} \\ &= \frac{\ln(0.875) + (0.01 + (1/2)\cdot(0.02)^2\cdot 9)}{0.02\cdot 3} \\ &= \frac{-0.1335 + 0.0918}{0.06} \\ &= -0.695 \end{aligned}$$

Con este resultado se calcula d_2:

$$\begin{aligned} d_2 &= d_1 - \sigma\cdot\sqrt{T} \\ &= -0.695 - 0.02\cdot 3 \\ &= -0.76 \end{aligned}$$

Con estos valores nos vamos a las tablas de la normal, donde obtenemos los valores de $N(d_1)$ y $N(d_2)$ los cuales son 0.2420 y 0.2236, respectivamente. Es decir:

$$N(d_1) = N(-0.695) = 1 - N(0.695) = 0.2420 \quad \text{y}$$
$$N(d_2) = N(-0.76) = 1 - N(0.76) = 0.2236.$$

El valor de la opción de compra es:

$$\begin{aligned} C &= S_0 N(d_1) - Ee^{-r_f T} N(d_2) \\ &= \$\ 70 \cdot 0.2420 - \$\ 80\ e^{-0.018(9)} \cdot 0.2236 \\ &= \$\ 0.59. \end{aligned}$$

Lo anterior significa que nosotros estaríamos dispuestos a pagar \$ 0.59 por cada opción de compra con las características señaladas. Esta pareciera ser una cantidad muy pequeña, pero se observa que el precio de la acción subyacente tendría que subir más de \$ 10 para terminar **dentro del dinero**. También, se observa en este ejemplo, tanto la tasa de interés como la desviación estándar y el tiempo antes de vencimiento lo expresamos en meses. Por supuesto, también se puede utilizar días, semanas o años, pero lo importante es que las tres sean consistentes y estén expresadas con la misma periodicidad. Si alguna de las variables no fuera consistente en cuanto a período se refiere, entonces hay que convertirla a la periodicidad deseada.

4.4. Ejemplo numérico de una opción de venta

Con la siguiente información, calculemos el precio de una opción de venta usando la fórmula de Black-Scholes:

$$\begin{aligned} S_0 &= \$\ 90 \\ E &= \$\ 95 \\ r_f &= 5\,\%\ \text{anual} \\ \sigma &= 50\,\%\ \text{anual} \\ T &= 0.25\ \text{años} \end{aligned}$$

Primero se tiene que calcular los valores de d_1 y d_2.

$$
\begin{aligned}
d_1 &= \frac{\ln(S/E) + (r_f + (1/2)\cdot\sigma^2)\cdot T}{\sigma\cdot\sqrt{T}}\\
&= \frac{\ln(90/95) + (0.05 + (1/2)(0.25))\cdot(0.25)}{0.5\sqrt{0.25}}\\
&= \frac{-0.05407 + (0.175)\cdot 0.25}{0.5\cdot 0.5}\\
&= \frac{-0.01032}{0.25}\\
&= -0.04128
\end{aligned}
$$

y

$$
\begin{aligned}
d_2 &= -0.04128 - 0.5\sqrt{0.25}\\
&= -0.29128.
\end{aligned}
$$

Con las probabilidades normales asociadas con estos valores se obtienen $N(d_1)$ y $N(d_2)$ de las tablas con interpolación:

$$N(-d_1) = N(-(-0.04128)) = N(0.04128) = 0.5165 \quad \text{y}$$

$$N(-d_2) = N(-(-0.29128)) = N(0.29128) = 0.6179.$$

Con estos datos podemos ya proceder a calcular al valor de la opción de venta:

$$
\begin{aligned}
P &= Ee^{-rt}N(-d_2) - SN(-d_1)\\
&= 95\ e^{-0.05(0.25)}0.6179 - 90(0.5165)\\
&= 95(0.9876)(0.6179) - 46.485\\
&= 57.9726 - 46.485\\
&= 11.4876.
\end{aligned}
$$

Se observa que la acción vale mucho porque desde un inicio se encuentra muy **dentro del dinero** y la probabilidad de que acabe así es alta, por lo que tiene que valer un precio relativamente alto.

Capítulo 5

Estrategias de inversión y control de riesgos con opciones

Las opciones pueden ser utilizadas para cubrirse y controlar los riesgos. Para ello es muy importante desarrollar estrategias. Con éstas los inversionistas pueden lograr, además de reducir riesgos, limitar pérdidas y expandir los beneficios potenciales de sus inversiones.

Para el desarrollo de estas estrategias, consideraremos que los valores, al ser comprados o vendidos, son opciones de compra y opciones de venta suscritos sobre el mismo valor subyacente. Esto significa que pueden existir estrategias con diferentes valores subyacentes. Con base en esto, se distinguen cuatro tipos de posiciones consideradas:

a) Posición descubierta o sin cobertura.

b) Posición cubierta o de cobertura .

c) Posición spread.

d) Posición combinada.

Se entiende por **estrategia** a la acción de cubrir el riesgo inherente a un activo financiero con otro instrumento, de tal manera que la pérdida de valor de uno de ellos se compense con la ganancia en el otro. Cabe aclarar que la cobertura, el spread y las combinadas son posiciones de cobertura, en las que uno o más valores protegen los rendimientos de uno o más valores, todos relacionados al mismo subyacente.

5.1. Posición descubierta o sin cobertura

Este tipo de estrategia generalmente implica un riesgo mayor que el de los otros tipos ya que no se encuentra cubierta con otro instrumento. Existen seis posiciones descubiertas:

1.- Posición larga (comprar) en acciones.

2.- Posición corta (vender) en acciones.

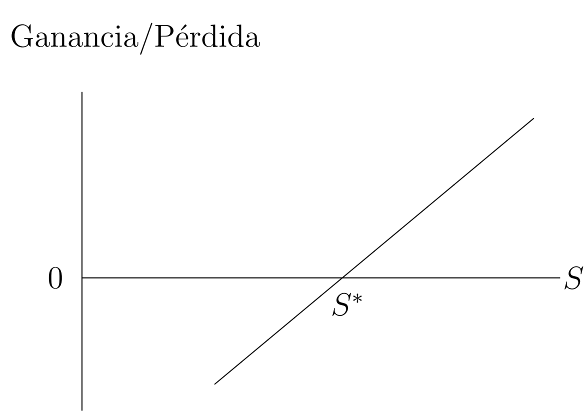
3.- Compra de opción de compra.

4.- Venta de opción de compra.

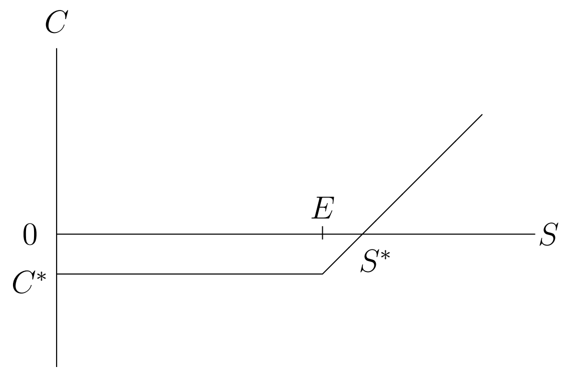
5.- Compra de opción de venta.

6.- Venta de opción de venta.

Estas posiciones pueden ser representadas de forma esquemática de la siguiente manera:



Posición larga en 1 acción



Posición larga (compra)

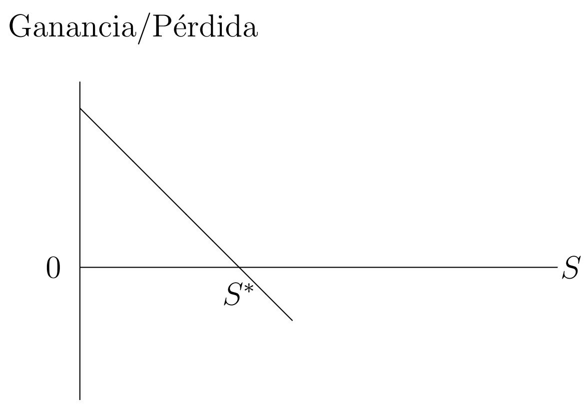
1 opción de compra

En donde S^* representa el precio al que se compró la acción en la posición larga en la acción y C^*, el precio de la opción de compra en la respectiva posición larga. Se observa que en la posición larga en la acción, si el precio se eleva por arriba de S^* (es decir, a la derecha), entonces se hace una ganancia proporcional al incremento en S. Por el contrario, si hay una disminución de S (es decir, a la izquierda de S^*), entonces existe también una pérdida proporcional a la reducción del precio de la acción.

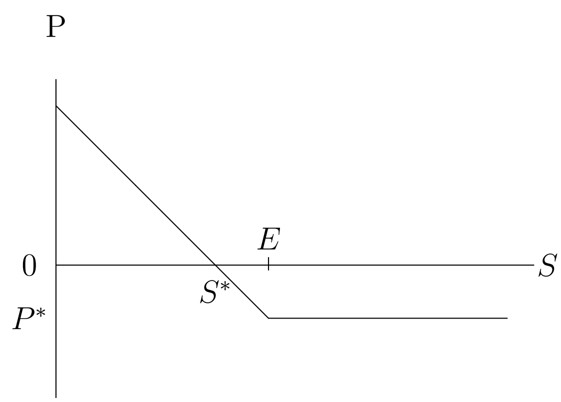
Por otro lado, en la posición larga sobre la opción compra, si el precio se eleva por arriba de S^*, se tiene también una ganancia. Sin embargo, si el precio de la acción disminuye por abajo de E, a diferencia de la posición larga en la acción, la pérdida disminuye y ésta es sólo el precio de la opción de compra C^*. Además, se debe apreciar que la opción de compra actuó como un seguro contra bajas en el precio de la acción.

Ahora bien, se observa en las siguientes dos gráficas que en una posición corta en una acción, si el precio se eleva por arriba de S^* (es decir, hay movimiento a la derecha), existe una pérdida. Por otro lado, si el precio disminuye por abajo de S^* (es decir, movimiento a la izquierda), se genera una ganancia (ya que de haber conservado la acción se hubiera generado una pérdida).

Por su parte, una posición larga en una opción de venta mantiene la posibilidad de ganancia en caso de una reducción en el precio de la opción, pero limita la pérdida al precio de la opción de venta cuando el precio de la acción se incrementa.



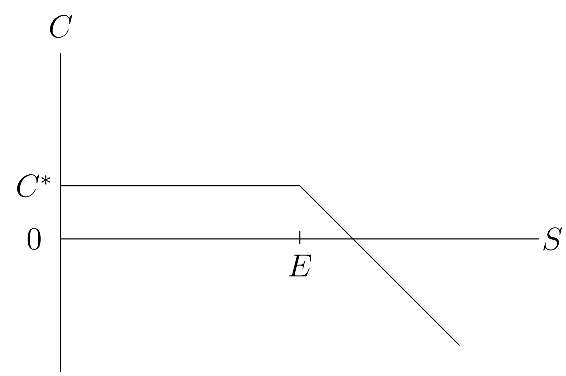
Posición corta (venta) en acción



Posición larga (compra)
en opción de venta

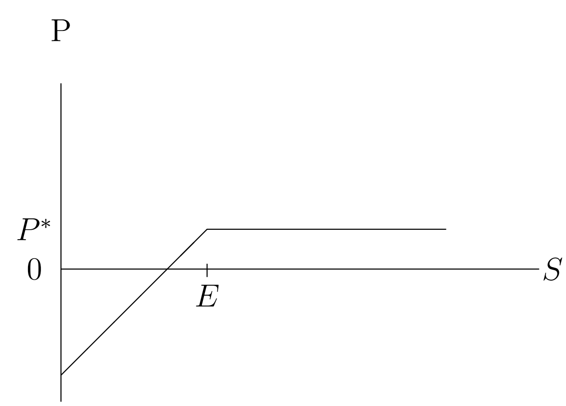
De las siguientes gráficas se puede observar que las posiciones cortas (posición de venta) en opciones tanto de venta como de compra también pueden ser usadas para disminuir pérdidas o, en otras palabras, como seguros a variaciones en los precios de las acciones.

Pérfil de Rendimiento de una posición corta
sobre una opción de compra



Posición corta (venta) sobre un
call (opción de compra)

Pérfil de Rendimiento de una posición corta
sobre una opción de venta



Posición corta (venta)
en opción de venta

5.2. Posiciones de cobertura

Una **cobertura** combina una opción con su acción subyacente de tal manera que la acción protege la opción o ésta protege la primera contra una posible pérdida.

Es decir, una cobertura combina una posición larga (posición de compra) en una acción, con la venta de una opción de compra o con una compra de una opción de venta. Una **cobertura revertida** combina una posición corta (venta) en una acción con la compra de una opción de compra o una emisión de una opción de venta.

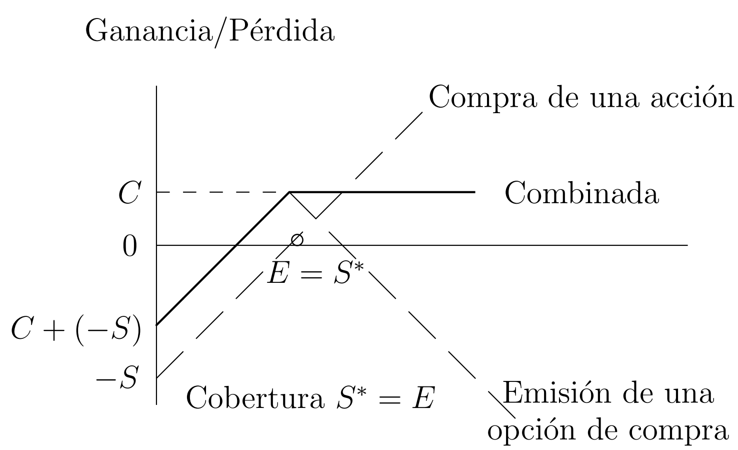
Existe una cobertura muy conocida la cual consiste en tomar una posición corta sobre una opción de compra por cada acción subyacente adquirida. Para analizar esto y todas las posiciones de cobertura, se sobreponen en una sola gráfica las representaciones relevantes de cada posición.

Entonces, *la línea final para la posición combinada se determina sumando verticalmente las distancias de las dos posiciones con respecto al eje horizontal.*

Una comparación de las gráficas anteriores sugiere que el diagrama resultante de una venta de una opción de compra y la adquisición de la acción subyacente, tiene la misma forma que el diagrama que representa una emisión de una opción de venta, como se representa en la siguiente figura.

Posición combinada de la venta de un call

y compra de una acción



De la cuál se puede establecer una relación entre ambas opciones (de compra y de venta). Debe recordarse que tanto la posición larga como la parte descendiente de la emisión de la opción de compra tienen pendiente de 45 grados. Esto es importante porque facilita la suma vertical de las distancias con respecto al eje horizontal.

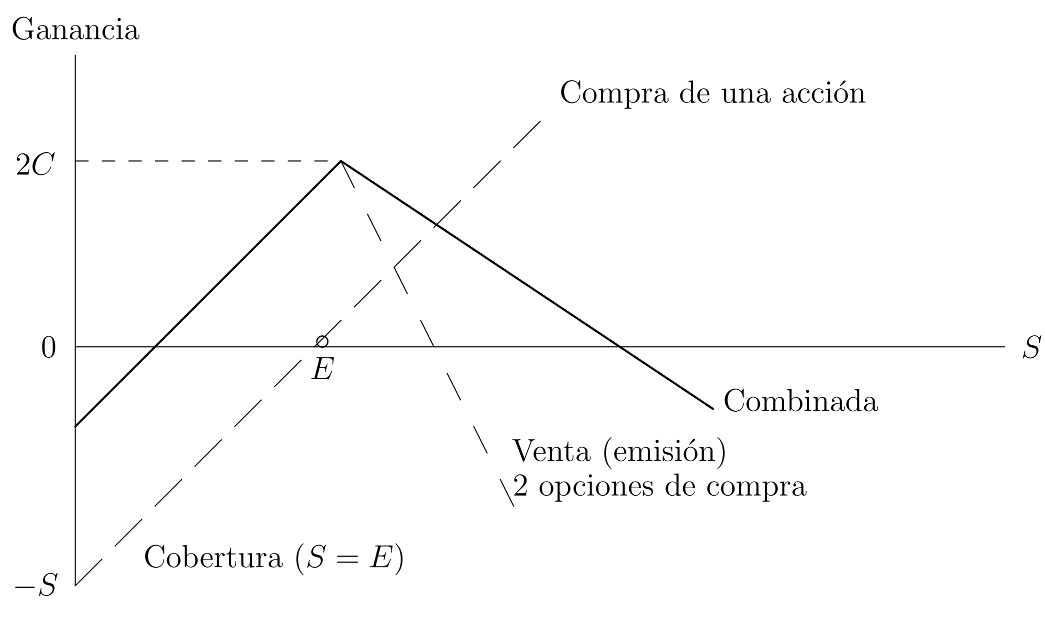
Además se debe observar que la suma vertical de las dos líneas punteadas dan como resultado la línea continua.

Con esto se pueden obtener un buen número de estrategias dependiendo de las expectativas que el inversionista tenga sobre las variaciones de los precios de las acciones.

Por ejemplo, suponga que usted, como inversionista potencial, tiene el presentimiento de que el precio de una acción tendrá pequeñas flutuaciones a la alza y a la baja. A usted no le convienen, por supuesto, las posibles bajas, aún siendo pequeñas, por lo que la estrategia ideal será vender 2 opciones de compra por cada acción comprada. Esto producirá un triángulo que producirá ganancias tan luego como las flutuaciones en el precio de la acción a la alza o a la baja sean pequeñas. El precio de ejercicio de las opciones deberá ser igual al precio de compra de la acción, para esta estrategia específica. Debe hacerse notar que para cualquier variación relativamente pequeña del precio de la acción alrededor de E, existirá una ganacia. Por ello, esta cobertura es la adecuada.

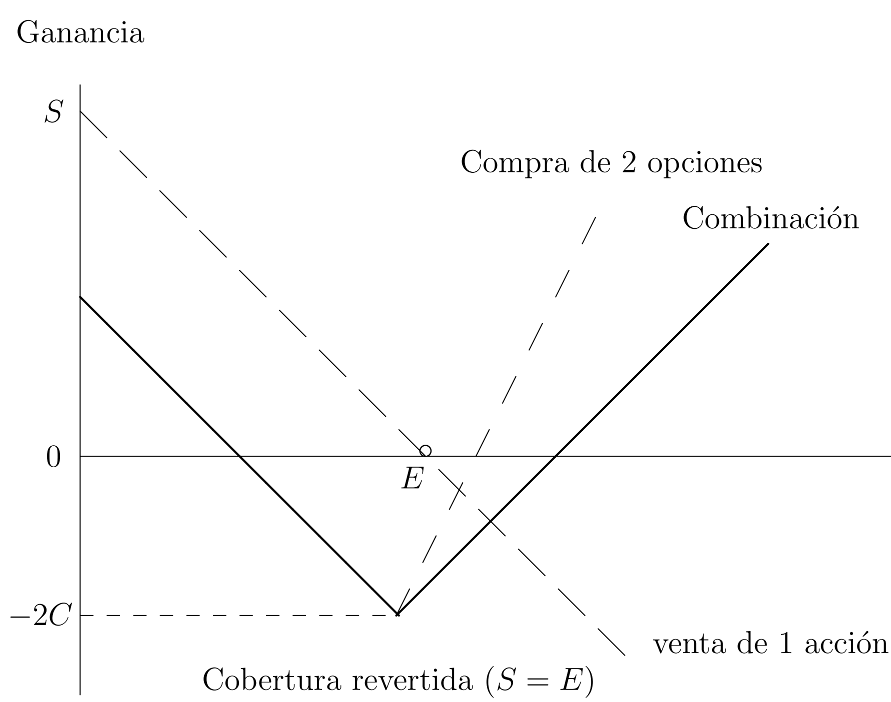
Posición combinada de la venta de dos calls

y compra de una acción



Ahora supongamos, en caso contrario, que un inversionista potencial, tiene la corazonada que un evento va a ocurrir muy pronto y que va a ser publicado de inmediato (por ejemplo, una fusión bancaria). Esto lógicamente téndra un impacto importante sobre el precio de mercado de la acción. No obstante, no sabemos si esta noticia será favorable o desfavorable. En este caso, por cada acción vendida debe adquirir dos opciones de compra. Esta es una posición adecuada. De esta manera se hará una ganancia si el precio de la acción sufre un fuerte cambio, no importando en que dirección se mueva éste. Sin opciones no se hubiera podido aprovechar sus presentimientos. En este ejemplo se puede observar que la disponibilidad de las opciones añade flexibilidad a las decisiones de inversión. Esta última estrategia se le conoce como la **cobertura revertida** y esta representada en la siguiente figura. Se debe hacer notar que las variaciones abruptas en el precio de la acción, tendrá ganancias por lo que su corazonada le deja rendimientos.

Posición combinada de la compra de dos calls
y venta de una acción



Las posiciones de protección o cobertura se pueden formar de acuerdo con las circunstancias y expectativas según la evolución de los precios. Es importante, sin embargo, que se tenga siempre presente que estas estrategias son válidas siempre y cuando las acciones no paguen dividendo durante la vigencia de las mismas. Si esto sucede uno tendría que ajustar este hecho sumando los dividendos recibidos por cada acción o sustrayéndolos en caso de que la posición sobre la acción haya sido corta.

5.3. Spreads

El **spread** es una estrategia que usa solamente opciones. Esta es una combinación de opciones de series diferentes pero de la misma clase, donde algunas son vendidas y otras son compradas.

Se dice que dos opciones son de la **misma clase** si fueron emitidas sobre el mismo valor subyacente.

Existen principalmente tres clases de spread:

C.1 Spread Vertical.

C.2 Spread Horizontal.

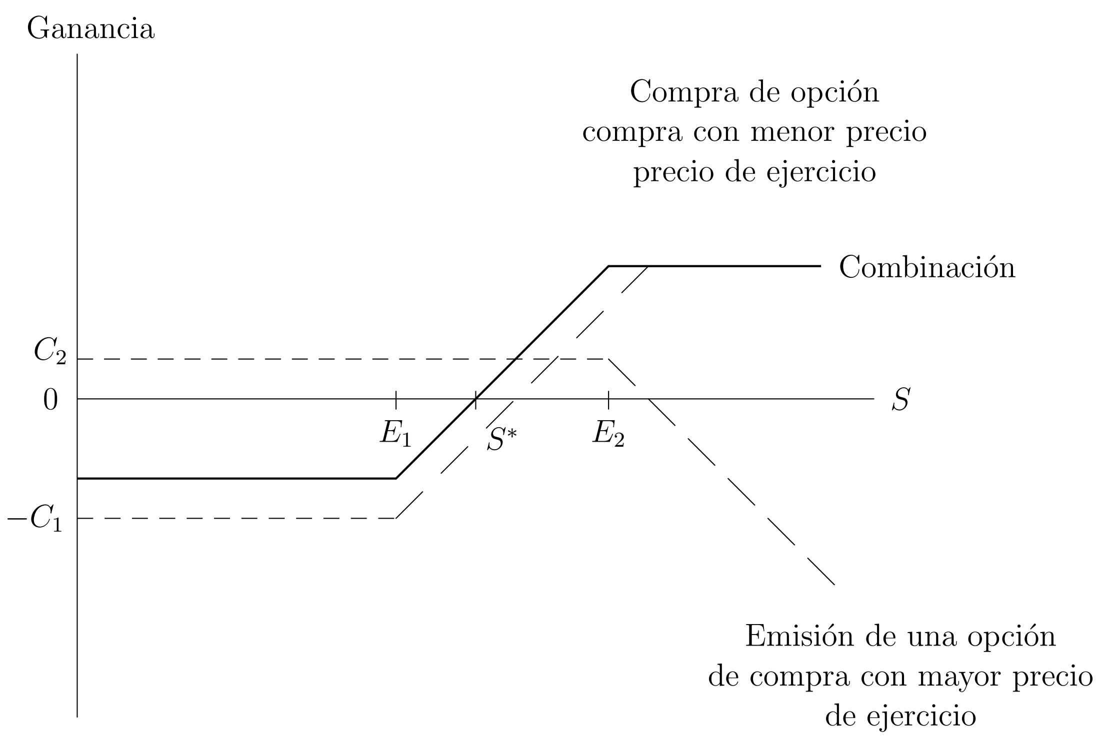
C.3 Spread Diagonal.

Un **spread vertical** es aquél formado con dos opciones, una en posición larga y la otra en posición corta, ambas sobre el mismo valor subyacente y con la misma fecha de vencimiento, lo único diferente son los precios de ejercicio. Como ejemplo se tiene el siguiente tabla:

Spred Vertical (Opciones de Compra)				
Precio de ejercicio	Fecha de vencimiento			Precio de acción
	Julio	Agosto	Septiembre	
30	10	11.5	12	40
40	5	6.25	7.25	40
50	1	1.75	3.75	40

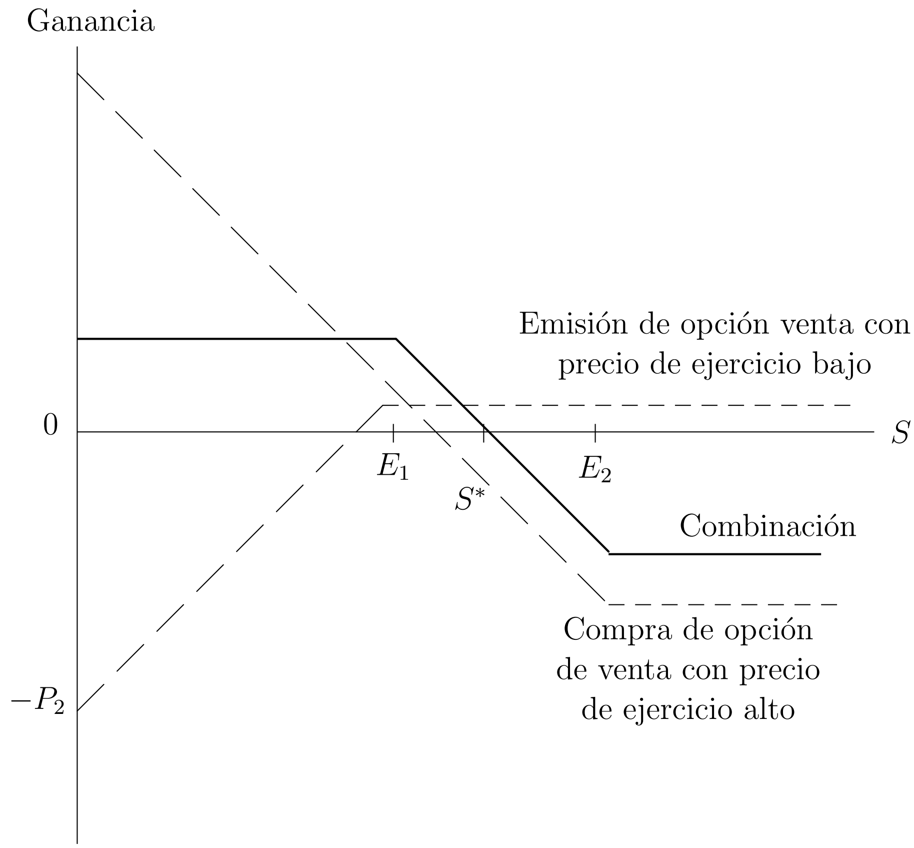
Una spread vertical sería comprar, como se establece en la tabla, la opción de compra con el menor precio de ejercicio, 30, y emitir una con el mayor precio de ejercicio, 50, y con la misma fecha de expiración, septiembre.

Esta última spread vertical se le conoce como **spread vertical bull**, debido a que cualquier incremento en el precio del subyacente conlleva a un incremento del valor del spread, es decir, el inversionista se beneficia del incremento en el precio de la acción subyacente, pero no de la reducción del precio de la misma. En este caso, la opción de compra adquirida tiene el menor precio de ejercicio. Gráficamente, esta estrategia se puede representar como sigue:



De la gráfica se observa que si se eleva S^* la ganancia va aumentando hasta E_2, desde donde con mayores incrementos, la ganancia permanece constante.

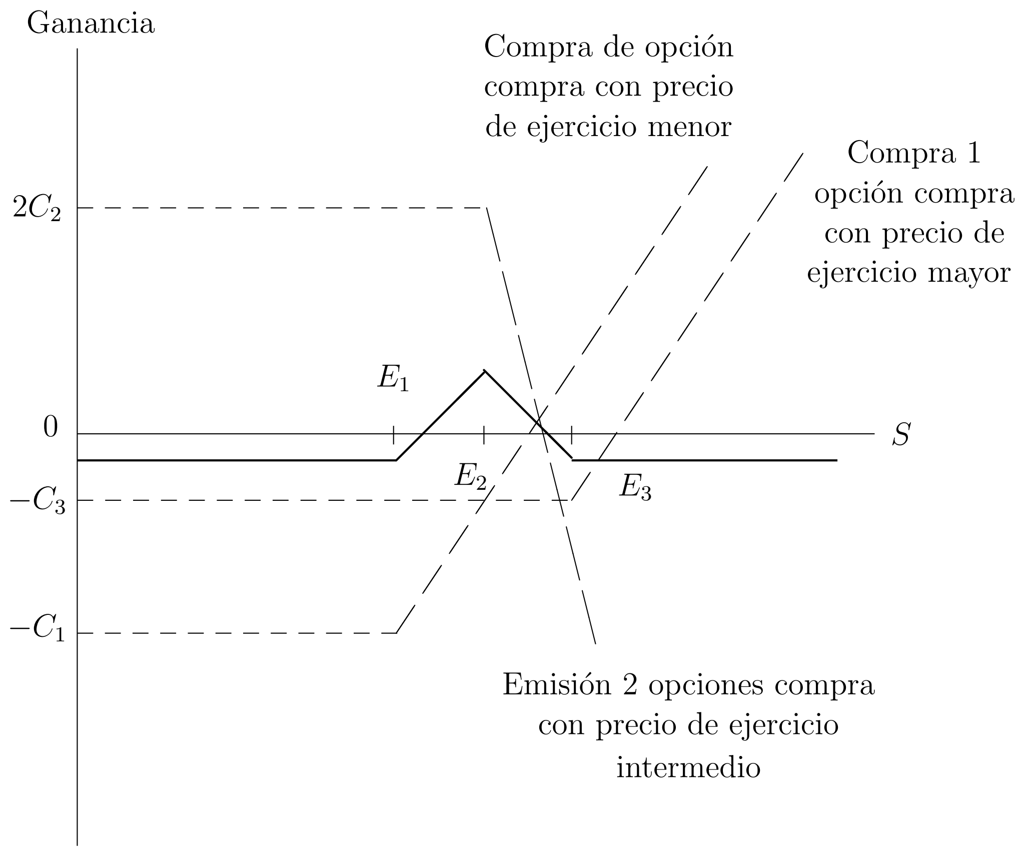
También existe otro tipo de spread conocido como **spread vertical bear** el cual se forma con la compra de una opción con el mayor precio de ejercicio y la emisión de una opción con un precio de ejercicio menor; las dos opciones con la misma fecha de vencimiento. En esta estrategia el inversionista se beneficia cuando el precio del subyacente disminuye ya que el valor del spread aumenta. Se ilustra en la siguiente gráfica una estrategia de este tipo pero con opciones de venta. Hay que tener presente que los spread son con opciones de la misma clase.



En la gráfica se observa que si el precio del subyacente disminuye a partir de S^* y hasta E_1, el valor del spread se incrementa. Disminuciones adicionales a E_1 no afectan el valor. Esta estrategia es apropiada para alguien que cree que el precio de la acción bajará pero no está seguro de la dimensión de esta reducción.

Otro spread muy popular es el **spread mariposa** que se forma con dos opciones cuyo precio de ejercicio sea el mismo y esté en medio de otras dos opciones con precio de ejercicio diferentes. Esta estrategia envuelve el uso de cuatro opciones. Un ejemplo común con opciones de compra es el siguiente: emisión de las dos opciones de compra de en medio y las opciones de compra de los extremos son adquiridas. En la siguiente gráfica se ilustra un spread mariposa:

Spread Mariposa



Spread Mariposa ($S2 = E$)

En ésta se puede apreciar que una pequeña ganancia será hecha sólo si el precio de la acción permanece en la vecindad inmediata al precio de ejercicio de las opciones de en medio emitidas. Esta posición puede ser interpretada como un portafolio de spreads ya sea de bull o de bear, o bien un portafolio que se compone tanto de un spread bull con uno de bear.

Se observa que los precios de ejercicio tienen la siguiente característica: $E_1 < E_2 < E_3$ donde C_2 es la opción inmediata. Además hay que recordar que la mariposa se obtiene también de la suma vertical con respecto al eje horizontal de los integrantes del spread.

El **spread horizontal** es aquél formado por dos opciones de la misma clase, una comprada y la otra vendida, emitidos sobre el mismo subyacente y con los mismos precios de ejercicio pero con diferentes fechas de vencimiento. Haciendo referencia a la tabla anterior, se podría escoger la opción 40 con vencimiento de julio y septiembre. Este spread no se puede graficar debido a que la diferencia entre las dos opciones es la fecha de ejercicio, la cual no esta expresada en términos monetarios. En cuanto sepamos los valores en la expiración, ésta estrategia podría ser aproximada.

Como en los otros spreads, en el diagonal una opción es comprada y la otra es emitida, siempre y cuando sean de la misma clase; la diferencia es que tanto los precios de ejercicio como las fechas de vencimiento difieren. Por tal motivo, se pueden formar cuatro tipos de spreads diagonales. Como cada uno de éstos implica que una de las opciones tenga una fecha de expiración diferente a la otra, no se puede esquematizar.

Ahora, analizaremos las combinaciones. Tengamos en claro que la clave para entender este tipo de estrategias es "leer" correctamente las gráficas, y sumar verticalmente con respecto al eje horizontal las diferentes posiciones de las opciones.

Una **combinación** está formada por opciones de diferentes tipos (es decir, con opciones de compra y opciones de venta simultáneamente) sobre el mismo subyacente de manera tal que ambas son compradas o ambas son emitidas.

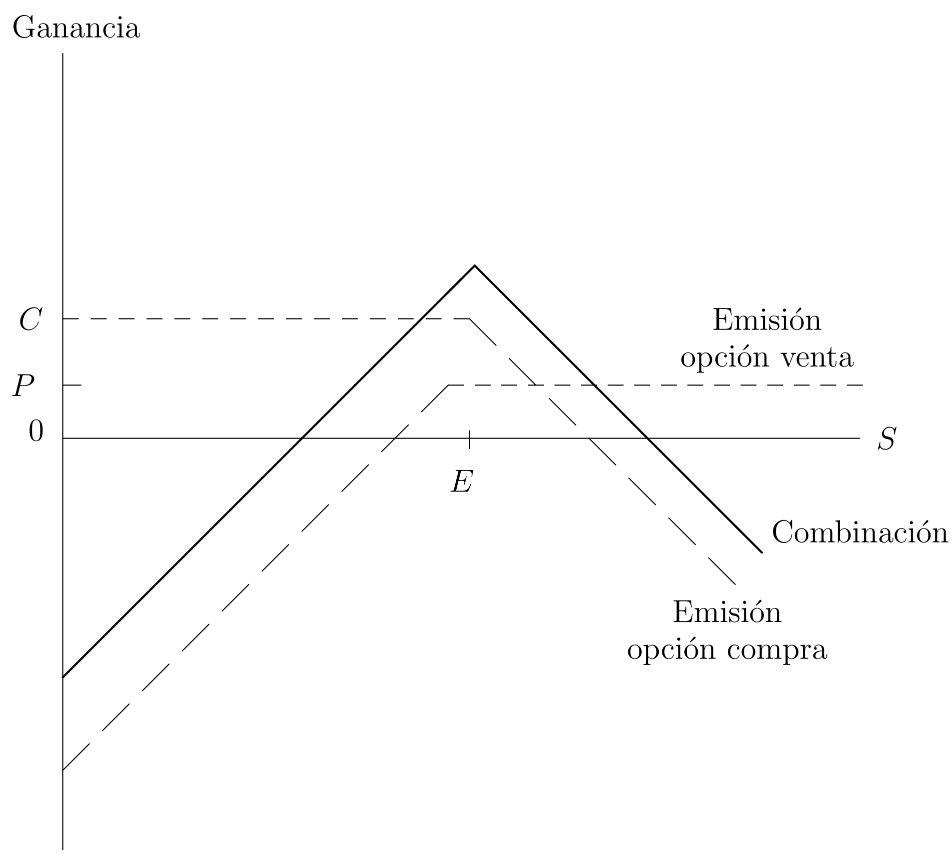
La combinación más popular y más simple es aquella que está formada por una opción de compra y una opción de venta sobre un mismo subyacente, el mismo precio subyacente y fecha de expiración. A esta estrategia se le conoce como el **straddle**.

En la tabla de abajo, se muestran los precios de diferentes opciones, de compra y de venta; así como los respectivos precios de ejercicio y de subyacentes, donde C es la opción de compra y V la opción de venta.

Precio de ejercicio	Tipo	Fecha	de	vencimiento	Precio de la acción
		Julio	Agosto	Septiembre	
60	C	21	22.5	23.5	80
60	V	0.75	1.75	2	80
80	C	15.5	16.25	17.5	80
80	V	4.5	5.25	6.5	80
90	C	1.5	2.75	3.25	80
90	V	10.5	12	12.75	80

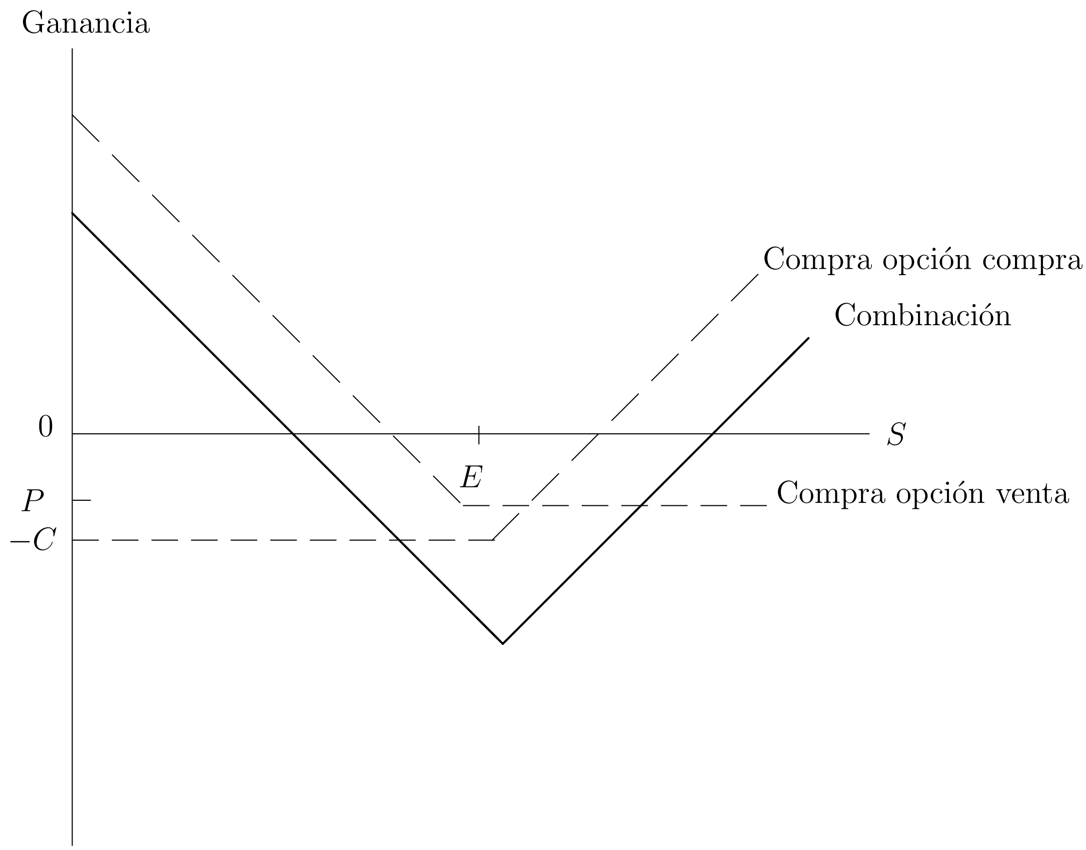
Si escogemos las dos opciones, de compra y de venta, que tienen el precio de ejercicio de 80 y con la misma fecha de vencimiento, septiembre, entonces las dos están exactamente en el dinero. Si las dos son emitidas entonces solamente tenemos una ganancia si el precio del subyacente fluctúa alrededor del precio de ejercicio. A esta primera estrategia se le conoce como **straddle vertical pico**. Pico indica un monto máximo de ganancias. Esta estrategia se puede ilustrar en la siguiente gráfica:

Straddle Vertical Pico



Por el contrario, si las dos son adquiridas, entonces tenemos una ganancia si el precio del subyacente fluctúa abruptamente. A esta segunda estrategia se le conoce como **straddle vertical fondo**, fondo indica un límite máximo de pérdida. De igual forma esta estrategia se ilustra con la siguiente gráfica:

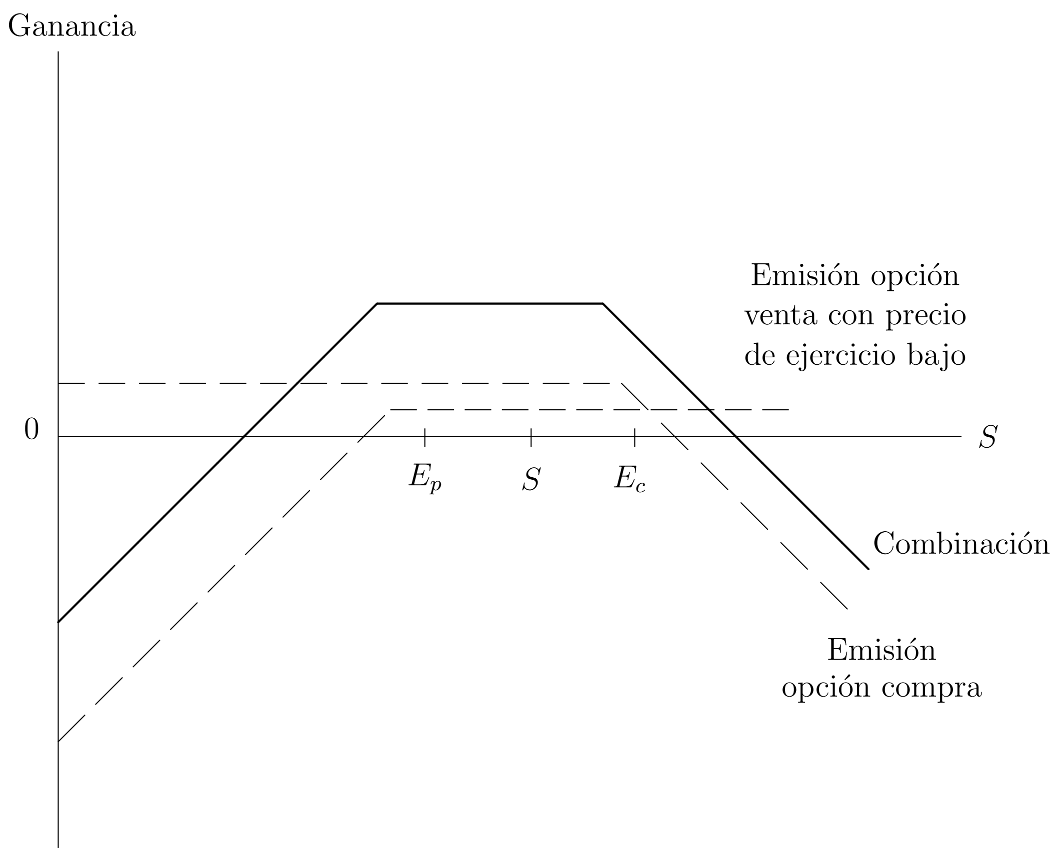
Straddle Vertical Fondo



Straddle Vertical Fondo ($S = E$)

Existen, otras variedades de combinaciones verticales tanto pico como fondo, pero que en lugar de formar un triángulo, forman un paralelogramo. Este tipo de combinaciones se forman exactamente igual que los straddle pico, pero a diferencia de éstos, en los primeros $S \neq E$.

Por ejemplo, la emisión de una opción de venta con un precio de ejercicio bajo E_p combinada con la emisión de una opción compra con un precio de ejercicio alto E_e de tal manera que $E_p < S < E_e$, da una estrategia de la siguiente manera:



Combinación Vertical Pico

Los diagramas son válidos sólo si todas las posiciones de las estrategias se conservan hasta la expiración, esto es, éstas son necesariamente válidas para las opciones **europeas** mas no para las americanas. Asimismo, se debe tener cuidado que la ganancia o pérdida mostrada en los diagramas no consideran el valor del dinero invertido en el tiempo.

Glosario

Acción. Es una parte o fracción del capital social de una sociedad o empresa que esté constituida como tal. Más concretamente, el término acción se refiere al título o valor negociable que representa a esa fracción.

Activo financiero. Con este término se conoce a activos tales como el dinero, los títulos-valores y los depósitos bancarios. Se trata de activos que incorporan un crédito y que constituyen de manera simultánea, una forma de mantener riqueza para sus titulares o poseedores, y un pasivo o deuda para las unidades económicas que lo generan.

Arbitraje. En el mercado de opciones y de otros productos derivados, el término arbitraje se aplica cuando se crea una estrategia que implica comprar un contrato que se considera está subvaluado, y vender otro considerado sobrevaluado de dos activos subyacentes relacionados, esperando obtener un beneficio positivo libre de riesgo sin que medie inversión alguna.

Asigna. Fideicomiso que tiene por fin compensar y liquidar contratos de futuro y contratos de opción.

Cámara de compensación. Organismo que en los mercados financieros ejerce la función de garante de todas las transacciones. La cámara se sitúa de eje de la transacción convirtiéndose en comprador frente al vendedor y en vendedor frente al comprador.

Certificados de la tesorería. Son títulos de crédito al portador, emitidos por el gobierno federal mexicano, en los que se consigna la obligación directa e incondicional que éste asume para pagar su valor nominal al vencimiento, y que son colocados en el mercado por el Banco de México mediante el mecanismo de subasta semanal, cuando los plazos de vencimiento corresponden a veintiocho o noventa y un días, o quincenal cuando los plazos son a ciento ochenta y dos o trescientos sesenta y cuatro días. Subasta en la que participan los bancos comerciales y las casas de bolsa, quienes los adquieren por cuenta propia o de terceros, para después venderlos y comprarlos del público inversionista.

Cobertura. Es una posición en un instrumento que compensa el riesgo asociado con una posición que se ha tomado en otro instrumento.

Comprador de una opción. Es la persona que paga una prima y tiene el derecho a solicitar el activo subyacente al emisor en caso de que desee ejercerla.

Divisa extranjera. Son monedas extranjeras manejadas por un país en el comercio internacional. La norma internacional expresa que "Una transacción en moneda extranjera debe aplicarse al importe en moneda extranjera al tipo de cambio vigente a la fecha de la operación o a un tipo que se aproxime al tipo actual". Por ejemplo, dos tipos de activo en divisas extranjeras son: depósitos bancarios de residentes en moneda extranjera y medios de pagos que se utilizan para movilizar las cuentas anteriores (cheques, transferencias, etc.).

Ejercer una opción. Es el acto de realizar una transacción.

Emisor de una opción. Es la persona que recibe una prima y está obligado a entregar el activo subyacente, en caso de que se lo exija el comprador.

Fecha de expiración. Fecha de vencimiento.

Fecha de vencimiento. Es la fecha t programada para ejercer una opción.

Futuros. Son contratos estandarizados para comprar y/o vender un activo específico en una fecha futura fija y a un precio acordado de antemano. Existen dos partes en un contrato de futuros: el comprador y el vendedor. El comprador del futuro tiene la obligación de comprar en una fecha determinada, mientras que el vendedor tiene la obligación de vender en esa fecha. Los contratos de futuros se negocian en mercados organizados.

Índices de mercados accionarios. Es un indicador de las variaciones agregadas en los precios de grupos de acciones, constituyéndose en el instrumento más ágil y simple para reflejar la evolución y tendencia de los precios de las acciones.

Mercado. En términos generales, es el lugar en el que se ofrecen productos a la venta, normalmente con una periodicidad fijada, aunque actualmente, con el desarrollo de las comunicaciones es posible hablar de mercado sin necesidad de un lugar físico. En cualquier caso, existen en él unas reglas basadas sobre todo en la costumbre para regular las negociaciones.

Mercado de derivados. Es el mercado organizado donde se realiza la compra-venta de contratos de derivados (futuros y opciones).

Mercado de futuros. Es el mercado organizado donde se realiza la contratación pública de futuros. Es un mercado a plazo.

Mercado de opciones. Es el mercado organizado donde se realiza la contratación pública de opciones. Es un mercado a plazo.

Mercado financiero. Así se llama al conjunto de mercados formado por el mercado de capitales, el mercado de dinero y el mercado de divisas. Es un mercado en que se contratan sólo activos financieros, y en el que se opera al contado y a plazo.

Opción. Es un contrato que le ofrece a su tenedor o comprador el derecho, pero no la obligación, de comprar o vender un número fijo de acciones u otros activos financieros de un activo subyacente especificado, a un precio estipulado durante o antes de una fecha programada.

Opción de compra (call). Es un contrato que le da a su tenedor o comprador el derecho de comprar un número fijo de acciones de un activo subyacente especificado a un precio fijo, ya sea en una fecha futura predeterminada o antes de la misma.

Opción de venta (put). Es un contrato que le da a su tenedor o comprador el derecho de vender un número estipulado de acciones de un activo subyacente especificado a un precio fijo, en una fecha futura predeterminada o antes de la misma.

Opción tipo americano. Son opciones de compra y de venta que pueden ser ejercidas por su propietario en cualquier momento que él lo decida (esto puede ser desde el momento en que compra la opción hasta el momento que prescribe). Una vez que la opción ha expirado, ya no puede ser ejercida.

Opción tipo europeo. Son opciones de compra y de venta que pueden ser ejercidas en la fecha de vencimiento.

Posición corta. Es el acto de comprar un valor.

Posición larga. Es el acto de vender un valor.

Precio de ejercicio. En el caso de una opción de compra, es el importe que el poseedor de la opción tiene que pagar al emisor por cada unidad del activo subyacente estipulado en el contrato, en caso de que opte por ejercer la opción. En el caso de una opción de venta, es el importe que el emisor de la opción debe pagar al poseedor de ésta por cada unidad del activo estipulado en el contrato, en caso de que el poseedor de la opción decida ejercer su derecho de venta.

Prima de una opción. Es el importe pagado por el comprador de una opción al emisor de ésta, por el derecho a la opción; ésta es independiente del precio de ejercicio y se paga por adelantado al emisor de la opción, sin importar si se adquiere o no la opción, ya sea de compra o de venta.

Subyacente. Se aplica este nombre al título o activo sobre el que se negocia una opción. Ambos cotizan de forma paralela, pero en mercados financieros diferentes: el subyacente en un mercado al contado y la opción en un mercado de futuros.

Swap. Es un contrato por el cual dos partes se comprometen a intercambiar una serie de flujos de dinero en una fecha futura. Dichos flujos pueden, en principio, ser función ya sea de los tipos de interés a acorto plazo como del valor de índice bursátil o cualquier otra variable. Es utilizado para reducir el costo y el riesgo de financiación de una empresa o para superar las barreras de los mercados financieros.

Valor. Es la utilidad de un bien que permite recibir en equivalencia una determinada cantidad de dinero. Es subjetivo y se cuantifica en el momento de la compraventa. En bolsa se usa como sinónimo de sociedad o empresa.

Conclusiones

El crecimiento de los mercados financieros ha estado asociado con la creación y expansión de nuevos productos y servicios, entre los que destaca en primer orden los derivados financieros, y en particular las opciones financieras. De hecho, su contribución ha sido tan significativa, que el grado de desarrollo financiero de los mercados se puede medir por la existencia, diversidad y volumen operado de estos productos. Las opciones financieras han tenido gran aceptación y su aplicación se ha dado también en la estrategia y control de riesgos, por ejemplo en la venta de seguros y de créditos hipotecarios.

Bibliografía

[1] Daigler, R. *Financial futures and options markets*, Editorial Harper Collins, 1994.

[2] Díaz Tinoco, J., and F. Hernández Trillo, *Futuros y opciones financieras: una introducción*, Editorial Limusa, S. A. de C. V., Grupo Noriega Editores, 1998.

[3] Hull, J. *Introduction to futures and option markets*, Editorial Prentice Hall, 1989.

[4] Lamothe, F. P. *Opciones financieras: un enfoque fundamental*, McGraw-Hill, 1993.

[5] Mendenhall, W. *Introducción a la probabilidad y la estadística*, Editorial Iberoamericana, 1987.

[6] Weimer, R. C. *Estadística*, Compañía Editorial Continental, 2003.

Índice alfabético