INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

ESCUELA SUPERIOR DE FÍSICA Y MATEMÁTICAS

VALUACIÓN Y SENSIBILIDAD DEL PRECIO DE OPCIONES FINANCIERAS

TESIS PROFESIONAL
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
INGENIERO MATEMÁTICO

PRESENTA:

AÍDA FLORES ALEMÁN

DIRECTOR DE TESIS:

M. EN C. VICTOR HUGO IBARRA MERCADO

MÉXICO D. F. MAYO DE 2006

ÍNDICE

Introducción

Las opciones financieras se encuentran dentro del grupo de los derivados financieros, esto es, que se derivan de otros instrumentos financieros además de mencionar que este tipo de instrumentos se encuentran muy poco desarrollados en México, dado que no se cuenta con el desarrollo que han tenido en otros países, por lo que ocasiona que sean muy poco conocidos, y sobre todo ignorar su utilización y evaluación, olvidando también que esas opciones permiten la obtención de un cierto beneficio con un mínimo de riesgo, sin embargo MexDer (Mercado Mexicano de Derivados) ha ampliado la gama de productos que ofrece al público inversionista, al listar opciones financieras sobre algunas de las principales acciones listadas en la Bolsa Mexicana de Valores, así como del Índice de Precios y Cotizaciones (IPC) de esa misma Bolsa a partir del 2004.

Recalcando que en este mercado de derivados en México, se inician diversas empresas poniendo en él contratos de opciones sobre acciones, sin embargo dado que no se contaba con la información necesaria muchas de estas empresas declinan y optan por ya no cotizar dentro de Mexder, quedando en la actualidad muy pocas de ellas.

Es por esto que esta investigación tratará de demostrar algunas de las metodologías que nos permiten valuar este tipo de contratos y algunas de las coberturas que se pueden implementar durante el tiempo antes del vencimiento de dichos contratos.

Gracias al desarrollo que han tenido dentro del mercado financiero, en esta investigación se centra específicamente en las opciones de tipo europeo. Las principales razones de tomar como objeto de estudio este tipo de contrato son las siguientes:

1. REALIZAR GANANCIAS. El comprador de una opción puede anticipar un cambio en el precio de las acciones o en el valor del subyacente. El comprador de un call se ve favorecido por una subida del activo subyacente y el comprador de un put por una baja. En ambos casos el inversionista puede generar más ganancias con la inversión en Opciones que usando la misma cantidad invertida en los activos subyacentes. A esta característica se le llama apalancamiento. En ambos casos la pérdida máxima es la cantidad invertida.

2. PROTECCIÓN CONTRA MOVIMIENTOS DE PRECIOS. Comprando Opciones, el inversionista puede protegerse contra un incremento en el precio de los activos en el caso de la compra de calls, y contra disminución en el precio de los mismos en el caso de la compra de puts.

3. DENTRO DE NUESTRO PAÍS ES UNA INNOVACIÓN. No se le ha dado el desarrollo debido a este tipo de instrumentos financieros, o simplemente no se ha tratado de investigar más a cerca de ellos y actualmente en México se acaba de abrir este tipo de instrumentos dentro del mercado Financiero Mexicano, específicamente en Mexder iniciando con contratos del tipo europeo y en el año 2006 inicia con las americanas.

En un ambiente de incertidumbre como vive el país actualmente, es necesario proporcionar a los directivos de una empresa todas las herramientas para la toma de decisiones en lo referente a nuevos proyectos de inversión. El flujo de efectivo tradicional no es suficiente en un ambiente tan inestable como lo es el mexicano, por lo que nuevos modelos que incorporen elementos estratégicos serán el futuro para tomas de decisiones.

Mediante el marco teórico y la metodología de Black y Scholes demostrar que se puede obtener una cobertura que permita disminuir el riesgo que se encuentra implícito al adquirir un contrato de opciones, por medio de las llamadas “Griegas”, aplicándolo al caso de un contrato de acciones de la empresa Cemex S. A. de C. V. y Subsidiarias, tomando en cuenta los antecedentes de la misma y la situación financiera en la que se encuentra en la actualidad, haciendo el supuesto de que dicha empresa cotiza en Mexder (Mercado de derivados).

La presente investigación pretende cubrir y lograr los siguientes objetivos que a continuación se enumeran:

1. Mostrar la utilidad y sencillez del cálculo y el precio de las opciones financieras, además de su interpretación, con lo cual permite a los administradores financieros o inversores pueden ayudarse en el análisis y la toma de decisiones correspondientes.
2. Comprender los modelos de valuación y aplicarlos en sus funciones cotidianas, ya que de otra manera, proyectos que aparentemente no son rentables, con opciones financieras se puede concluir que sí lo son.
3. Obtener ciertas coberturas que permitan disminuir el riesgo de pérdidas en determinadas inversiones en opciones, tomando en cuenta que implica más trabajo, pero una mayor seguridad a no sufrir pérdidas mayores, y sobre todo un gran desarrollo en el sector financiero.

La investigación pretende abarcar lo referente a la valuación y sensibilidad del precio de las opciones financieras, sin embargo este tema abarca demasiado contenido por lo que es necesario delimitar el tema, además de que como se mencionó con anterioridad este tipo de instrumentos se siguen desarrollando y buscando nuevas aplicaciones dentro de México, por lo que está investigación sólo se centrará en las opciones financieras del tipo europeo, tratando de obtener una aplicación, observar, analizar y sobre todo interpretar los resultados obtenidos y lo que se puede realizar para cubrirse del riesgo de invertir en este tipo de instrumentos financieros.

Esta investigación se compone de tres capítulos y las conclusiones. El primer capitulo es de carácter introductorio, en él se explica la estructura, características y modalidades de las opciones financieras, así como su importancia y evolución en México. El capítulo dos básicamente es teórico, en él se describe detalladamente el modelo de Black y Scholes el cual es uno de los principales que permite valuar el precio de una opción, así como sus principales supuestos. En el tercer y último capítulo se presenta el análisis empírico de esta investigación, donde utilizando el análisis financiero de una empresa, en este caso Mexder, utilizando sus antecedentes históricos se realiza la trayectoria del precio de las acciones, y se analiza si conviene adquirir un contrato de opciones sobre dicha empresa y el riesgo que se adquiere, además de presentar las características que presenta el Mercado de Derivados (Mexder) y las restricciones que presenta para la adquisición de dicho contrato.

Se analiza el caso en que el tiempo de vencimiento del contrato es de 3 meses, tomando como referencia cálculo del valor de la opción con el modelo de Black y Scholes se modela la trayectoria que tiene el precio del activo subyacente y por medio de esto se van observando los posibles cambios ocurridos en las variables que afectan directamente al precio de la opción y lo más importante, lograr una cobertura que permita disminuir el riesgo del cambio de estas variables y los efectos que producen en el contrato.

En resumen, esta investigación pretende identificar la importancia de contratos de opciones de tipo europeo, así como el poder realizar el análisis y la cobertura de un caso práctico tomando como referencia una cierta empresa, la cual se aclara que en la actualidad no cotiza en Mexder, los alcances y logros que se pueden obtener al invertir en este tipo de instrumentos financieros.

1. Teoría básica de opciones

1. 1 Definición y tipos de opciones

Las opciones se encuentran dentro del grupo de los derivados financieros, como su nombre indica son productos que derivan de otros productos financieros, como acciones, índices bursátiles, divisas, “comodities” (insumos), etc.

Las Opciones Financieras son contratos, entre dos partes, un comprador y un vendedor, en el cual el comprador (de la opción) adquiere el derecho, más no la obligación de comprar (call) o vender (put) determinado activo subyacente a un precio establecido y dentro de un periodo determinado. Mientras que el vendedor o emisor de las opciones sí tiene la obligación de vender o comprar el subyacente, le convenga o no, al vencimiento del periodo, si es que el comprador decide ejercer la opción, obteniendo el beneficio de la prima por el riesgo que adquiere al emitir una opción en el mercado. Por ello, las opciones no son más que operaciones que se liquidan por diferencias entre el precio de mercado del subyacente y el precio pactado, en estos cuando yo gano alguien pierde y a la inversa; las ganancias de un contratante son las pérdidas de otro. Esto es, el valor de fórmula (VF_O) de una opción es igual a:

$$VF_O = PM_S - PE$$

Es importante saber que la prima es realmente el objetivo de la negociación de una opción. Dentro de las opciones financieras se encuentran dos tipos de opciones:

Opción de compra (call): Una opción call es un contrato que da a su comprador el derecho, pero no la obligación a comprar un activo subyacente a un precio predeterminado llamado precio de ejercicio, en o antes de una fecha concreta denominada “fecha de vencimiento”. El vendedor de la opción call tiene la obligación de vender el activo en el caso de que el comprador ejerza el derecho a comprar, en la cual el comprador se guarda el derecho de ejercer la opción. En tanto el vendedor tiene la obligación de vender el activo subyacente al precio acordado.

Opción de venta (put): Una opción put da a su comprador el derecho, pero no la obligación, a vender un activo a un precio predeterminado llamado precio de ejercicio, en o antes de una fecha concreta llamada “fecha de vencimiento”[1].

El vendedor de la opción put tiene la obligación de comprar el activo en caso que el comprador de la opción ejerza el derecho a vender el activo la cual otorga a su comprador el derecho pero no la obligación de vender el activo subyacente.

Por su parte, el vendedor de la put, se obliga a adquirir dicho activo en tanto su propietario decida ejercer la opción.

Posiciones básicas de las opciones:

	COMPRADOR	**VENDEDOR**
CALL	Derecho a comprar	Obligación de vender
PUT	Derecho a vender	Obligación de comprar

Viendo estas mismas posiciones con otro esquema podemos decir que:

A comprar (call) el activo
Opción de compra

El comprador
tiene el derecho

A vender (put) el activo
Opción de venta

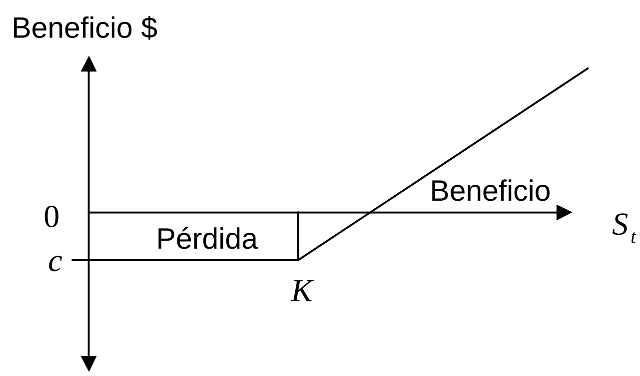
[1] 9

En este subcapítulo, se presenta el perfil de riesgo y la rentabilidad asociado con las operaciones básicas que pueden ser realizadas utilizando opciones.

a) Compra de una opción de compra (call)

En esta operación, el comprador de la opción o titular, se reserva el derecho de comprar el activo subyacente, en tanto el vendedor o emisor, se compromete hacer entrega del activo, si su comprador decide ejercer la opción.

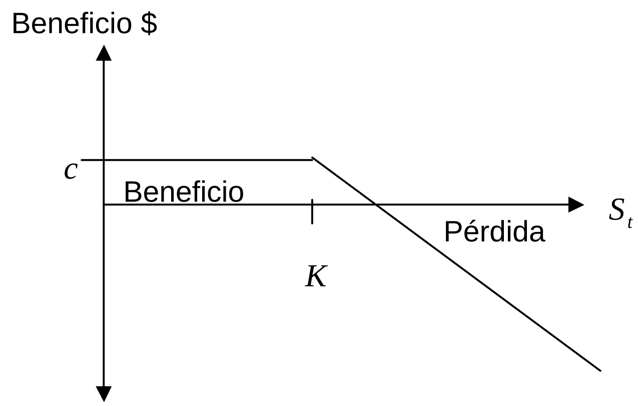
Como se puede observar en la siguiente gráfica, cada vez que el precio del activo subyacente en el mercado (S) supere el precio de ejercicio (K), el titular de la opción registrará un beneficio. Si por el contrario, el precio en el mercado es inferior al de ejercicio, el titular no debe ejercer la opción y tendrá una pérdida equivalente al monto de la prima pagada por la opción (c).



La línea debe tener pendiente de 45 grados, ya que a cada incremento en el precio del activo subyacente, corresponde un incremento de igual magnitud en el beneficio del titular.

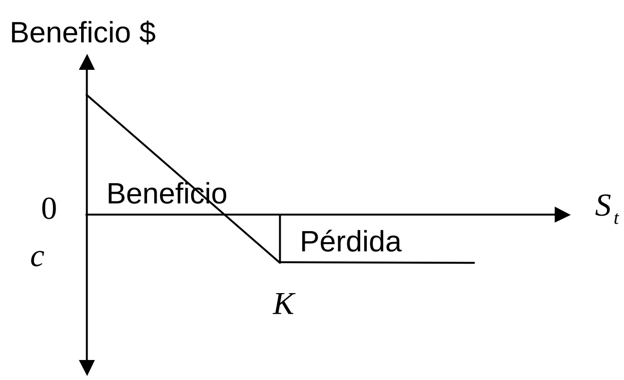
b) Venta de una opción de compra

El vendedor del call, tiene la obligación de vender el activo subyacente, si el titular de la misma decide ejercer. En términos generales, su posición es el inverso del caso anterior y, por tanto, su perfil de riesgo y beneficio es también el contrario a la compra de un call.



c) Compra de una opción de venta o put

En este caso, el comprador tiene el derecho pero no la obligación de vender el activo subyacente. En el siguiente gráfico se observa que si el precio de ejercicio (K), es mayor al precio del activo en el mercado, el titular estaría en la posibilidad de adquirirlo en dicho mercado al precio S e inmediatamente ejercer la opción y entregarlo al precio K, obteniendo así un beneficio. Si, por el contrario, el precio de ejercicio es menor al precio en el mercado, el titular no ejerce la opción y su pérdida se limita al precio de la opción o prima (c).

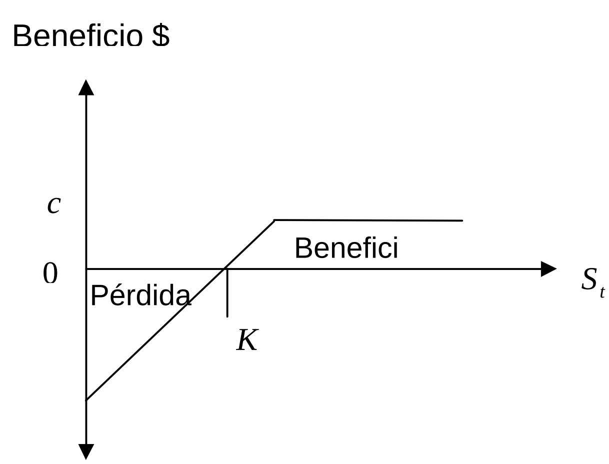


A diferencia de la compra de un call, el límite máximo de la ganancia en el presente caso es el precio de ejercicio pactado en la opción. Esto sucede cuando el precio del activo subyacente en el mercado llegue a cero.

d) Venta de una opción de venta

En este caso las pérdidas pueden llegar a ser del 100% de la inversión realizada y las ganancias, por el contrario, se limitan tan solo al precio recibido por ofrecer la opción.

Sí el precio en el mercado (S) supera el precio de ejercicio (K), el titular de la opción no ejerce su derecho, ya que esto implicaría vender el activo subyacente a un precio menor al precio de mercado. Por tanto, el emisor registra un beneficio equivalente al precio de la opción. Por el contrario, si S es inferior a K, el titular ejerce la opción y el emisor experimenta una pérdida equivalente al diferencial entre el precio del activo en el mercado y su precio de ejercicio, más el precio del put o prima, la cual le representa un ingreso.



Ejemplo 1.1.1 *Suponga que el 10 de marzo Laura quiere comprar 100 acciones de La empresa X S.A. a un precio de $14,000, pero no dispondrá de liquidez suficiente hasta*

finales de agosto por lo cual contrata con Claudia que el día 31 de Agosto le venderá estas acciones a dicho precio, por lo que paga $300 por acción como prima de la opción. Al llegar la fecha de vencimiento el contrato de opción da derecho a que ejerza el contrato o no, y esta decisión dependerá del precio de mercado en esta fecha. Ahora supongamos que el día 31 de Agosto el precio en bolsa de La Empresa X S.A. es de $14,500. Laura ejercería la opción comprando a Claudia las acciones a los $14,000 convenidos. El resultado de la operación en términos absolutos son los mostrados en la tabla siguiente

FECHA	***CONCEPTO***	***PRECIO***
30 / 03 / 03	Prima pagada por la opción	-30,000
31 / 08 / 03	Precio pagado al comprar las acciones en la bolsa	-1,400,000
31 / 08 / 03	Valor final de la cartera el día de la fecha	1,450,000
31 / 08 / 03	Resultado de la operación	20,000

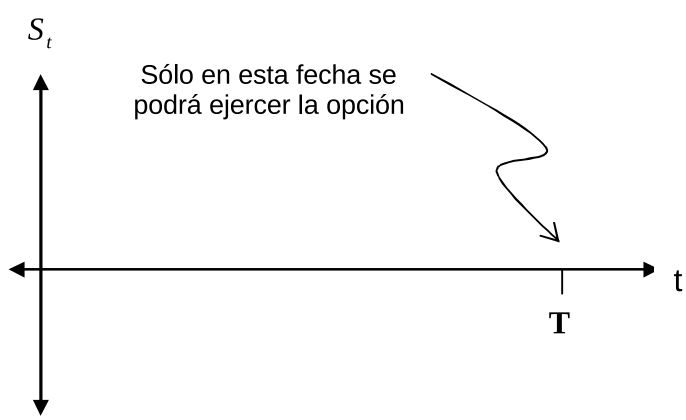
Ejemplo1.1.2 *Supongamos que Laura quiere cubrir un beneficio mínimo para sus 100 acciones de La Empresa X S.A. que piensa vender en el plazo de un año a un precio mínimo de $14,500 por acción. Para asegurar este precio mínimo contrata una opción de venta para ese precio de ejercicio y plazo de vencimiento 31 de Agosto de siguiente año por lo que paga una prima de $ 400 por acción. Al llegar la fecha de vencimiento tendremos, como en el caso del Call, la posibilidad de ejercerla o no dependiendo del precio final del subyacente. En caso de que el precio en bolsa de La Empresa X S.A. hubiese caído hasta las $13,200. Laura ejercería la opción vendiendo a Claudia al precio de $ 14,500. El resultado de la operación en términos absolutos para Laura sería el mostrado en la tabla siguiente*

FECHA	*CONCEPTO*	*PRECIO*
30 / 03 / 03	Prima pagada por la opción	-40,000
31 / 08 / 03	Precio pagado al comprar las acciones en la bolsa	1,450,000
31 / 08 / 03	Valor de la cartera vendida	-1,320,000
31 / 08 / 03	Resultado de la operación	90,000

Modalidades de las opciones financieras

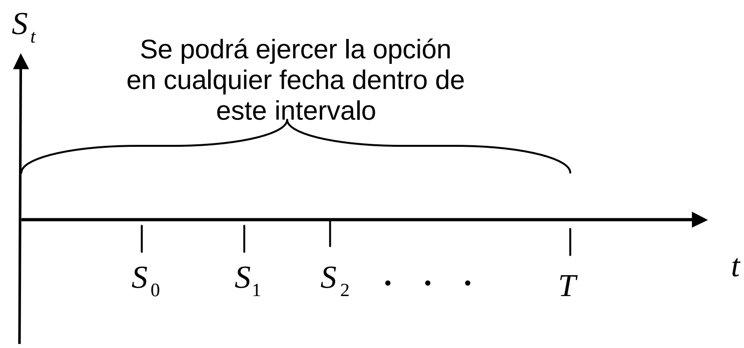
Existen ciertas modalidades de las opciones financieras de las cuales podemos destacar algunas, como son:

Opciones Europeas: en esta modalidad el derecho a ejercer la opción de compra o de venta se fija respecto de una determinada fecha a futuro y solamente se podrá ejercer la opción en esa fecha, ni antes, ni después de esta fecha.



Opciones Americanas: son una modalidad de las opciones, en el que el ejercicio de la misma se puede hacer e cualquier momento o hasta el día de vencimiento, según le convenga al dueño de la opción.

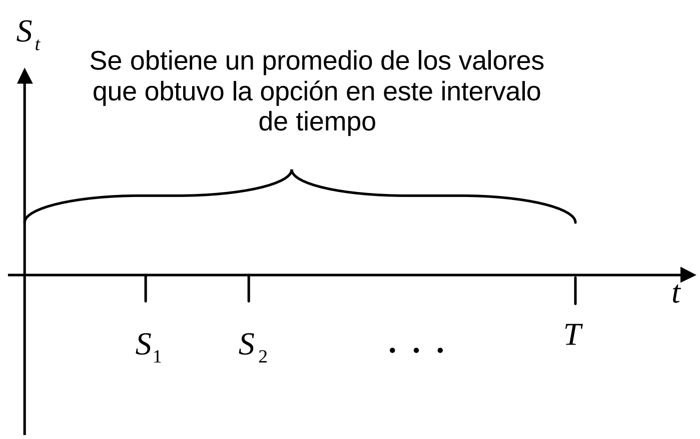
Estas modalidades de opciones son las que se utilizan con más frecuencia en el mercado, incluso la modalidad de tipo americana y europea se conocen con el nombre de opciones vainilla (plain vanilla), puesto que son las que de una o de otra forma se utilizan con más frecuencia dentro del mercado de opciones.



Sin embargo existe otra modalidad de opciones en la cual entran todas aquéllas que no están dentro de las europeas o las americanas:

Opciones Exóticas; son variaciones de una opción plain vanilla ó son productos completamente diferentes con opcionalidad incluida. Las opciones exóticas son muy utilizadas en el mercado de divisas y bienes. Una opción que se encuentra dentro de este tipo de opciones es la siguiente:

Opciones Asiáticas: en las que el precio utilizado para liquidar la opción no es el que tenga en ese momento el subyacente, sino un precio promedio entre todos los que tuvo en determinado intervalo de tiempo.



En una forma general se podría decir que el tipo de opciones financieras exóticas se caracteriza porque toma en cuenta los precios que ha tomado la opción en un determinado intervalo de tiempo.

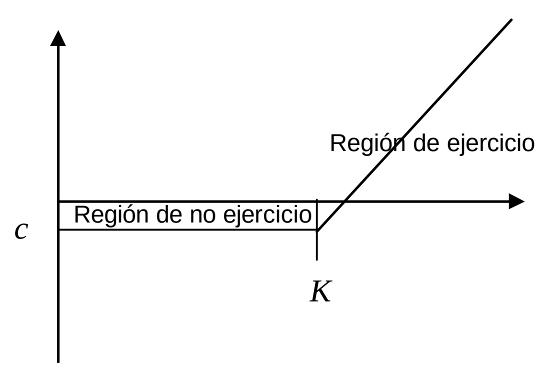
En esta tesis se tratará más a profundidad esta modalidad de opciones del tipo europeo, y como ya se ha comentado estas tienen la característica de que el poseedor de la opción sólo podrá ejercer su derecho al término de el contrato. Dependiendo del valor del activo subyacente será optimo ejercer o no. Por tanto hay que distinguir dos regiones

- Región de ejercicio y
- Región de no ejercicio.

Por ejemplo si tenemos una opción europea de compra de un activo a un precio de ejercicio K, que depende del precio del subyacente (S) y el tiempo (t) entonces

Región de ejercicio: $\begin{cases} V(S,t) \geq \max(S-K,0) \\ V(S,t) = \max(S-K,0) \end{cases}$

Región de no ejercicio: $V(S,t) < \max(S-K,0)$



Regiones de una opción

Factores que influyen en el cálculo del valor de la prima

Como ya se ha mencionado el valor de la prima es el objetivo de las opciones financieras, es decir ¿Cuál será el precio justo que debemos de pagar por la prima? Dicha prima, que refleja el valor de la opción, cotiza en el mercado y su valor depende de diversos factores que a continuación se enumeran:

- Cotización del activo subyacente.
- Precio de ejercicio de la opción.
- Volatilidad.
- Tipo de interés de mercado monetario.
- Tiempo restante hasta el vencimiento.
- Dividendos (sólo para opciones sobre acciones).

El precio de ejercicio es aquél al que se podrá comprar o vender el activo subyacente de la opción si se ejerce el derecho otorgado por el contrato al comprador del mismo.

La comparación entre el precio de ejercicio y la cotización del activo subyacente sirve para determinar la situación de la opción (*in, at o out of the money*) y su conveniencia de ejercerla o dejarla expirar sin ejercer el derecho otorgado por la compra de la opción. Se dice que una opción call está *in the money* si el precio de ejercicio es inferior a la cotización en el mercado del subyacente, mientras que una opción put está *in the money* cuando el precio de ejercicio es superior a la cotización en el mercado del subyacente; por supuesto, una opción está *out of the money* cuando se da la situación contraria a la descrita anteriormente para las opciones *in the money*, con la excepción de las opciones que están *at the money* que sólo sucede cuando precio de ejercicio y precio del subyacente cotizado en el mercado coinciden[2].

Al igual que los contratos de futuros, las opciones se negocian sobre tipos de interés, divisas e índices bursátiles, pero adicionalmente se negocian opciones sobre acciones y opciones sobre contratos de futuros.

[2] 11

La prima de una opción se negocia en función de la ley de oferta y demanda que establece el mercado, como con cualquier otro producto. Su precio está en función de una serie de parámetros, unos conocidos de antemano y otros no

a) ***Precio del activo subyacente***: Precio de la acción o valor del subyacente, y se denota por S_0.

b) ***Precio de ejercicio***: Se fija al momento de listar el contrato y es conocido por el comprador y el vendedor, por lo cual existen muchos precios de ejercicio que se pueden elegir para negociar, y se denota por K

c) ***Tasa de interés***: La tasa de interés correspondiente al plazo entre el día de negociación y el día de vencimiento, denotándose por r.

d) ***Tiempo a vencimiento***: Este dato es el número de días que quedan para el vencimiento de la opción y se denota por t.

e) ***Volatilidad futura***: La volatilidad o variación que se supone que tendrá un activo desde el día de negociación hasta el día de vencimiento es el dato más importante para valuar Opciones. Cuanto más volátil se espera que sea una acción, más cara será la prima y cuánto menos volátil más barata será la prima.

Se dice que la volatilidad es el dato que realmente produce el valor de la prima de tal manera que se asocia *prima a volatilidad* como *volatilidad a prima* como una correspondencia unívoca por la cual dada una prima existe una *volatilidad implícita* única asociada a esa prima.

Estrategias de las opciones

Como se menciono en cada contrato de opciones hay dos partes, el inversor, que ha tomado la ***posición larga***, es decir, ha comprado la opción y el inversor que ha tomado la ***posición corta***, es decir ha vendido o emitido una opción. El beneficio/ pérdida del emisor es la contraria del comprador de la opción.

En opciones existen cuatro estrategias elementales, que son las siguientes

- Compra de opción de compra (long call).
- Venta de opción de compra (short call).
- Compra de opción de venta (long put).
- Venta de opción de venta (short put).

En las opciones una de las partes (la compradora de la opción) tiene el derecho, pero no la obligación de comprar (call) o vender (put), mientras que el vendedor de la opción solamente va a tener la obligación de vender (call) o de comprar (put). Dicha diferencia de derechos y obligaciones genera la existencia de la prima, que es el importe que abonará el comprador de la opción al vendedor de la misma.

En ciertas ocasiones es útil caracterizar las posiciones en opciones europeas en función del valor final (*payoff*) o pago al vencimiento para el inversor. El costo inicial de la opción no esta incluido en el cálculo. Si K es el precio de ejercicio y S_T es el precio final del activo subyacente, el pago de una posición larga en una opción de venta europea es

$$\max(S_T - K, 0)$$

Esto refleja el hecho de que la opción será ejercida si $S_T > K$ y no será ejercida si $S_T \leq K$.

El pago al poseedor de la opción corta en una opción de venta europea es

$$-\max(S_T - K, 0) = \min(K - S_T, 0)$$

El ingreso del poseedor de una opción larga en una opción de venta europea es

$$\max(K - S_T, 0)$$

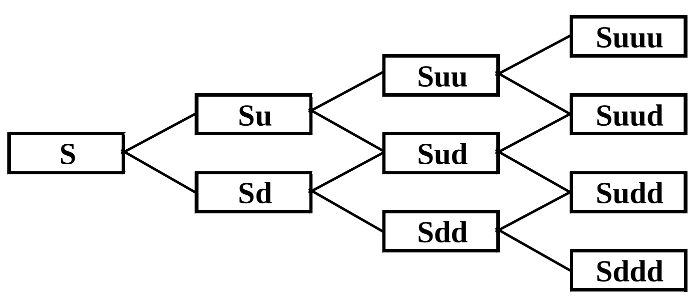
Y el ingreso de una posición corta en una opción de venta europea es

$$-\max(K - S_T, 0) = \min(S_T - K, 0)$$

1.2 Valuación de opciones por látices binomiales

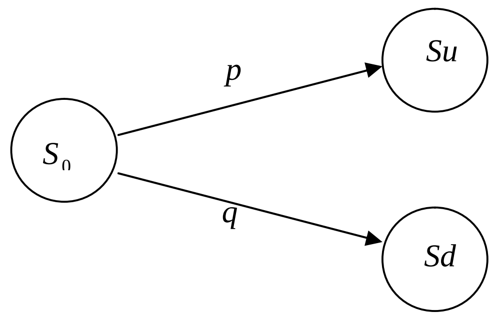
Este método para evaluar Opciones Financieras fue desarrollado por Cox, Ross y Rubinstein, el cual se caracteriza por que además de ser muy intuitivo, utiliza una matemática bastante sencilla y la cual nos permite aplicarla de una forma eficiente y práctica.

En el caso del modelo binomial, básicamente se supone que tanto el bien subyacente como el derivado pueden tener dos posibles resultado en el periodo siguiente: o el precio puede subir (señalado normalmente como el *upstick "u"*) o puede bajar (conocido como el *downstick "d"*). De esa manera es posible simular el "camino" del bien subyacente a través del tiempo como se muestra en la tabla siguiente:



Una manera bastante práctica para explicar este método es a través de un ejemplo, puesto que como es un proceso sencillo solo consta de algunas sustituciones y despejes para poder encontrar el valor justo de la opción.

El esquema básico que maneja este método para un periodo es el siguiente



donde S_0 = Precio del Subyacente

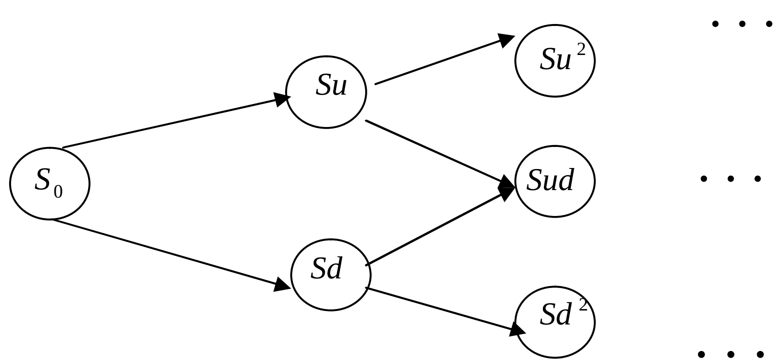
u = Un movimiento a la alza

d = Un movimiento a la baja

p = Probabilidad de que S_0 suba

q = Probabilidad de que S_0 baje

Y de esta manera se volverá a repetir para el caso de que fueran 2, 3, 4,.. periodos, esto gráficamente se ve de la siguiente forma:



Ahora observe el siguiente ejemplo para poder entender mejor el método.

Supongamos que el valor actual de una acción ordinaria es de $100, y que dentro de un período dicho título puede tomar un valor de $120, o bien, haber descendido hasta los $90. La probabilidad de que ocurra un resultado u otro no importa, sólo interesa el abanico de resultados posibles. Si adquirimos por c pesos una opción de compra europea sobre dicha acción ordinaria con vencimiento dentro de un período y precio de ejercicio \$100, sabemos que podrá valer 20 pesos, si el precio de la acción se sitúa en \$120; o bien 0 pesos si la cotización de la acción desciende a \$90.

De la distribución binomial a la distribución lognormal

En el proceso de cálculo multiplicativo del modelo binomial podríamos suponer que el factor de descenso d es igual a la inversa del factor de ascenso u, lo que provocaría que los rendimientos del activo fueran simétricos. Ahora bien, téngase en cuenta que para que esto suceda deberemos medir dicho rendimiento a través del logaritmo de la relación entre el precio en un momento determinado (S_t) y el del momento precedente (S_{t-1}).

Esto es así, debido a que si, por ejemplo, el precio de una acción durante tres instantes de tiempo consecutivos vale 100, 120 y 100 pesos, respectivamente, sus rendimientos serán del 20% (es decir, 20÷100) y del -16,66% (es decir, -20÷120), como se observa el valor absoluto de ambas cantidades no es simétrico aunque el ascenso y descenso sea el mismo en pesos, lo que cambia es la base sobre la que se calcula dicha variación. Sin embargo, si aplicamos el cálculo logarítmico obtendremos unos rendimientos de:

$$Ln\ (120 \div 100) = 18{,}23\% \quad y \quad Ln\ (100 \div 120) = -18{,}23\%,$$

Los cuales son simétricos. Por lo tanto, los precios que se distribuyen según una normal logarítmica tendrán unos rendimientos distribuidos normalmente, que serán calculados según la expresión

$$r_t = Ln\ (S_t / S_{t-1})$$

En la figura siguiente se muestra un ejemplo de un árbol binomial donde los coeficientes de ascenso y descenso son, respectivamente,

$$u = 1{,}2 \text{ y } \quad d = 1/u = 0{,}833$$

que se extiende a lo largo de seis períodos y que comienza con un valor de la acción de $100.

						2986
					2488	
				2074		2074
			1728		1728	
		1440		1440		1440
	1200		1200		1200	
1000		1000		1000		1000
	833		833		833	
		694		694		694
			579		579	
				482		482
					402	
						335

Árbol binomial de 6 periodos

La amplitud de un árbol binomial dependerá del tamaño de u y del número de pasos en los que se descompone. El supuesto equivalente para un activo cuyos rendimientos se distribuyen según una normal, es que la varianza de los rendimientos es constante en cada período. Así, si la varianza del período es s^2, la varianza para t años será $s^2{}_t$. Mientras que la desviación típica será st a la que se le suele denominar *volatilidad* del activo.

Otro ejemplo que se puede ilustrar para entender mejor éste tipo de valuación de opciones por medio de este método es el siguiente:

Suponemos que:

S = 65.88 $\quad$ $s = 20\%$

K = 67.00 $\quad$ t = 3 meses

r = 7.5%

Ahora para iniciar con el proceso para valuar el método de látices binomiales requerimos de las probabilidades de que el subyacente presente un movimiento al alza (*p*) o que se encuentre a la baja ($q = 1 - p$), por lo que se tienen que encontrar utilizando la fórmula siguiente:

$$pu + (1 - p)d = e^{rdt}$$

Donde dt es el intervalo de tiempo en que se encuentra moviendo el activo subyacente, que en este caso es de 1 año ya que si fuera de dos periodos esto sería que el intervalo sería de ½

Despejando *p* de la formula anterior nos queda un resultado de:

$$p = \frac{e^{rdt} - d}{u - d}$$

Y ahora lo que se hace es encontrar a u y a d, por lo que ahora se utiliza la siguiente fórmula en la cual solamente se sustituyen los valores

$$u = e^{s\sqrt{(t/n)}}$$

En este caso n = 1, $s = 20\%$ y t = 1 por lo que queda como:

$$u = e^{0.20\sqrt{(1/1)}} = 1.1052$$

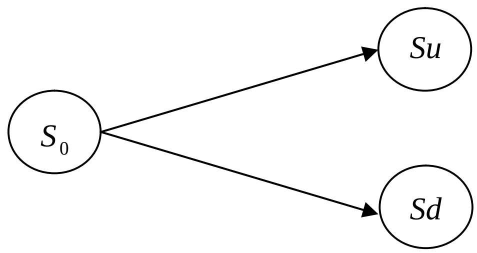
Y para encontrar a d utilizamos la siguiente fórmula, que es similar a la anterior, solo que ahora encontramos a s con signo negativo

$$d = e^{-s\sqrt{(t/n)}}$$

Dándonos un resultado de 0.9048, ahora si se analiza se vera que también podemos encontrar el mismo resultado si utilizamos la siguiente fórmula

$$u = 1/d \qquad \text{y} \qquad d = 1/u$$

Ya que si se hace un análisis, es porque *u* implica un alza en el precio del subyacente y de la misma forma *d* implica una baja en el precio del mismo viéndolo gráficamente vemos el siguiente esquema:



Suponiendo que u = 2, entonces implica que d no puede ser mayor que *u* ya que u significa un aumento en el precio del subyacente, por lo que d sería igual a ½, lo que es equivalente a 0.5 que es lo que nos indica cuanto esta bajando nuestro activo.

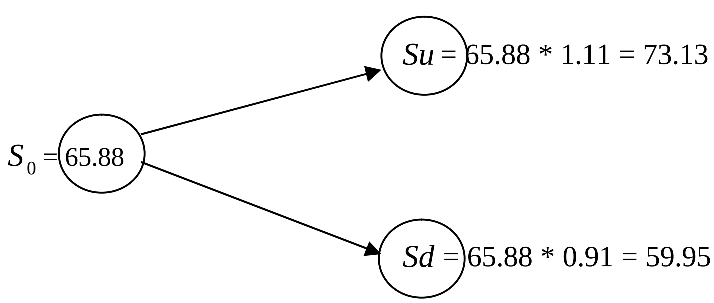
Como se han encontrado los valores de u y d ahora se prosigue a sustituir en la fórmula

$$p = \frac{e^{rdt} - d}{u - d} \qquad p = \frac{e^{0.1} - 0.8187}{1.2214 - 0.8187} = 0.5695$$

De donde se puede deducir q

$$q = p - 1 \qquad q = 1 - 0.5695 = 0.4305$$

Ahora se continua con el esquema anterior, es decir se inicia a formar los látices binomiales, gráficamente se ve como sigue



De lo anterior se obtiene el valor intrínseco, el cual se obtiene de la siguiente forma: $\max(K - S, 0)_+$, por lo que en este caso sería

(73.13 – 65.88, 0)+ = 7.25 y (59.95 – 65.88, 0)+ = 0

Se continúa tomando los valores intrínsecos y se regresan a valor presente, para que de esta forma se analicen los resultados, para esto utilizamos la siguiente fórmula:

$$S = (pu + qd)e^{-rdt}$$

Sustituyendo tenemos

$$S = 3.24$$

Ahora lo que tenemos que interpretar y entender es que el S nos indica no el precio del subyacente, sino el precio justo que debemos pagar por la prima que como se ha mencionado con anterioridad es el objetivo de las opciones financieras.

1. 3 Opciones financieras en México

En el caso de México, las opciones financieras no se encuentran desarrolladas en su totalidad, puesto que si hablamos de hace algunos años, este tipo de instrumentos derivados aún no se encontraban dentro de los instrumentos financieros mexicanos, sin embargo en la actualidad MexDer, Mercado Mexicano de Derivados ha ampliado la gama de productos que ofrece al público inversionista, al listar Opciones Financieras sobre algunas de las principales acciones listadas en la Bolsa Mexicana de Valores, así como del Índice de Precios y Cotizaciones (IPC) de esa misma Bolsa a partir del 2004.

Inicialmente, MexDer ha decidido listar Opciones sobre el Índice de Precios y Cotizaciones (IPC) de la Bolsa Mexicana de Valores (BMV) y sobre las siguientes acciones:

América Móvil L	AX
Cemex CPO	CX
FEMSA UBD	FE
G Carso A1	GC
G Modelo C	GM
Naftrac 02	NA
Telmex L	TX
Televisa CPO	TV
Walmex V	WX

El tamaño del contrato de Opciones sobre acciones es de 100 acciones, excepto cuando hay ajustes por decisiones del emisor, en cuyo caso dicho tamaño puede aumentar o disminuir.

Siendo el contrato de 100 acciones, esto quiere decir que, aun cuando la prima se cotiza en pesos con dos decimales por cada acción, la unidad mínima para operar es un contrato o equivalente a 100 acciones. No se pueden contratar fracciones de un contrato, por tanto para conocer el valor monetario final de un contrato hay que multiplicar por 100.

Ejemplo: La compra de un call de Telmex L con precio de ejercicio $ 16.20 con una prima de $ 0.70 por acción da a su comprador el derecho a comprar 100 acciones de Telmex a 16.20 pesos por acción, es decir un precio por contrato de 1,620 pesos (16.20 pesos por acción x 100 acciones cada contrato). El costo total de la prima por contrato es 70 pesos (0.70 pesos por acción x 100 acciones por contrato).

Todos los días son hábiles excepto sábados, domingos y aquellos que establezca la Comisión Nacional Bancaria y de Valores (CNBV) como inhábiles bancarios. Las Opciones sobre acciones listadas para negociación son los meses de marzo, junio, septiembre y diciembre. Por ejemplo, en un día de enero de 2004 los meses abiertos a negociación serán: marzo 04, junio 04, septiembre 04 y diciembre 04.

En las Opciones sobre IPC los meses abiertos a negociación serán los meses de marzo, junio, septiembre y diciembre, conocido como ciclo trimestral de marzo. Por ejemplo, en un día posterior al vencimiento de marzo del 2004, los meses abiertos a negociación serán junio 04, septiembre 04, diciembre 04 y marzo 05. La fecha de vencimiento es el tercer viernes del mes de vencimiento. Si el viernes fuera festivo, el vencimiento sería el jueves anterior y así sucesivamente[3].

Con lo comentado anteriormente, es evidente que ahora México se encuentra en un desarrollo en este tipo de instrumentos financieros, lo que implica una aplicación de nuevos conocimientos dentro de este campo, por lo cual es necesario dar un impulso y sobre todo la mejora de nuestros instrumentos financieros y el apoyo a los mismos, para que de esta forma México también conozca y maneje más opciones Financieras.

[3] 8

2. Modelo de Black y Scholes

2.1 Supuestos del modelo de Black y Scholes

En 1973, y casi después de cinco años de trabajo, Black y Scholes encontraron una solución analítica para el precio de una opción *call* europea. Para ello se basaron en los siguientes supuestos[4]

1. El precio del activo sigue una distribución normal logarítmica, por lo que los rendimientos se distribuyen normalmente. Esto es:

$$Ln\left(\frac{S(t_2)}{St_1}\right) \approx N\left(m(t_2 - t_1), s^2(t_2 - t_1)\right)$$

2. El valor de los rendimientos es conocido y es directamente proporcional al paso del tiempo.

3. No hay costos de transacción, así que se puede establecer una cobertura sin riesgos entre el activo y la opción sin ningún costo.

4. Los tipos de interés son conocidos y constantes

5. Durante el periodo de ejercicio, la acción subyacente no pagara dividendos

6. Las opciones son de tipo Europeo

---

[4] 4 Pp. 271

Black y Scholes demostraron que, bajo estos supuestos, uno puede replicar el precio final en T de un *call* europea comprando un portafolio compuesto de acciones y bonos libres de riesgo en t, y transando dinámicamente este portafolio hasta T. A fin de evitar operaciones de arbitraje, el valor del call en t debe ser igual al del portafolio replica en *t*.

El modelo de Black y Scholes resuelve el problema fundamental de la valuación de las opciones europeas, que consiste en que dados el tiempo que falta hasta el vencimiento (t), el tipo libre de riesgo (r), el precio de ejercicio (K) y la varianza de la tasa de rentabilidad instantánea (s^2), hay que determinar la relación que existe entre el costo de la opción de compra europea (*c*) y el precio de la acción sobre la que recae (S_0)[5].

Este modelo trata de ofrecer tal relación, así cada día se podría determinar qué opciones se encuentran infravaloradas y cuáles sobrevaloradas.

Las fórmulas de Black y Scholes para los precios de una opción europea de compra (call) y venta (put) sobre las acciones que no pagan dividendos son;

$$C = S_0 N(d_1) - Ke^{r\Delta t} N(d_2)$$

Donde N(d1) es la distribución normal, con media igual a cero y desviación unitaria (N(0,1)).

Con:

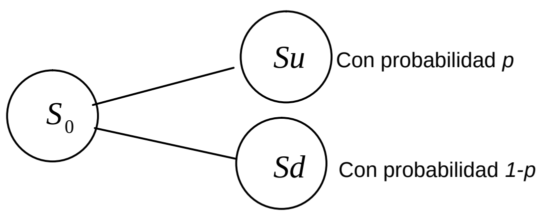
$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{k}\right) + r\Delta t + \frac{1}{2}s^2 t}{s\sqrt{t}} \quad ; \quad d_2 = d_1 - s\sqrt{t}$$

[5] 3 pág. 275

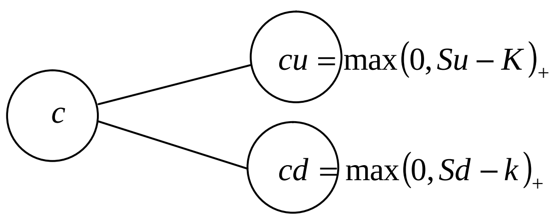
Donde S_0 representa el precio corriente de la acción, K es el precio de ejercicio del *call*, T es la fecha de vencimiento del *call*, r es la tasa libre de riesgo por período compuesta continuamente, y s es la volatilidad instantánea de la acción (esto es, la desviación estándar del precio de la acción por unidad de tiempo).

Obtención de la fórmula de Black y Scholes

Existen distintas maneras de obtener la fórmula de Black-Scholes. Una de ellas es a través del árbol binomial en un mundo neutral al riesgo. Este método de valoración es ampliamente utilizado no sólo en la valuación de opciones sino también en una amplia gama de instrumentos derivados. El modelo binomial de un período asume que el precio de la acción sube o baja con probabilidad *q* y *1-q*, respectivamente:



Y que el precio de la opción en la fecha de vencimiento está dado por:



donde $u \equiv$ 1+tasa de retorno si el precio de la acción sube; $d \equiv$ 1+tasa de retorno si el precio de la acción baja; $r^* \equiv$ 1+tasa de interés para prestar y pedir prestado, tal que $d < r^* < u$.

Con el objetivo de encontrar el precio de la opción, se crea un portafolio que contenga D acciones y un préstamo de $1 a la tasa libre de riesgo

$$\Delta S - L \begin{array}{l} \nearrow \ \Delta Su - r^{*}L \\ \\ \searrow \ \Delta Sd - r^{*}L \end{array}$$

Para replicar el precio del *call* en $t = 1$, deben satisfacerse las siguientes ecuaciones

$$\Delta Su - r^{*}L = Cu \quad \text{y} \quad \Delta Sd - r^{*}L = Cd \,,$$

así,

$$\Delta = \frac{Cu - Cd}{S(u-d)} \quad , \quad L = \frac{dCu - uCd}{r*(u-d)} \,.$$

Para el caso de un *call*, L es siempre positivo, puesto que la diferencia es mayor o igual a cero. Esto implica que parte del costo de la acción utilizada para replicar el precio de un *call* es financiada con un préstamo.

El precio de un call es expresado en términos de probabilidades ajustadas por riesgo. Sea

$$p = \frac{r-d}{u-d} \quad , \quad 1 - p = \frac{u-r}{u-d}$$

Dado que $d < r < u$, entonces $0 \leq p \leq 1$. Con esto:

$$c = \Delta S - L \,,$$

$$c = \frac{pcu + (1-p)cd}{r}$$

Dado que las probabilidades anteriores ya están ajustadas por riesgo, los flujos futuros son descontados a la tasa libre de riesgo. En efecto, las opciones son valoradas como una función de $S(t)$, u, d y r. Puesto que esta relación es obtenida vía argumentos de arbitraje, la valorización de los derivados es independiente de las preferencias por riesgo de los inversionistas. Tomando ventaja de esta independencia, valuaremos estos instrumentos financieros en un mundo neutral al riesgo ficticio, en el cual todos los inversionistas son neutrales al riesgo. Ello, claramente, simplifica el análisis porque en un mundo neutral al riesgo los inversionistas no demandan un premio por riesgo y, por lo tanto, todos los activos tienen un retorno igual a la tasa libre de riesgo.

A fin de resolver un árbol binomial de varios períodos, es necesario resolver el modelo binomial de un período repetidamente. Si n representa el número de períodos; j, el número de movimientos hacia arriba necesarios para alcanzar un punto dado; y, $n-j$, el número de movimientos hacia abajo necesarios para alcanzar un punto dado, entonces el número de trayectorias que conducen a

$$cu^j d^{(n-j)},$$

está dado por

$$\frac{n!}{j!(n-j)!},$$

con ello la fórmula para n períodos está dada por

$$c = \frac{1}{r^n} \sum_{j=0}^{n} \frac{n!}{j!(n-j)!} p^j (1-p)^{n-j} máx\left(0, u^j d^{n-j} S - K\right)$$

La fórmula anterior se puede expresar

$$c = \frac{1}{r^n} \sum_{j=a}^{n} \frac{n!}{j!(n-j)!} p^j (1-p)^{n-j} \left(u^j d^{n-j} S - K\right)$$

$$c = S\sum_{j=a}^{n}\frac{n!}{j!(n-j)!}p^{j}(1-p)^{n-j}\frac{u^{j}d^{n-j}}{r^{n}} - Kr^{-n}\sum_{j=a}^{n}\frac{n!}{j!(n-j)!}p^{j}(1-p)^{n-j}$$

donde “a” representa el número mínimo de movimientos hacia arriba en el precio de la acción necesarios para que el *call* esté *in-the-money*. Esto es, para que el precio de la acción supere el precio de ejercicio de la opción y, por tanto, resulte atractivo ejercer la opción en la fecha de su vencimiento.

A fin de replicar la dinámica del precio de la acción cuando éste se distribuye lognormal, se debe escoger $u = \exp\left(s\sqrt{T/n}\right)$ y $d = \exp\left(-s\sqrt{T/n}\right)$. En virtud del teorema del Límite Central, Cox, Ross y Rubinstein demostraron que cuando $n \to \infty$,

$$\sum_{j=a}^{n}\frac{n!}{j!(n-j)!}p^{j}(1-p)^{n-j}\frac{u^{j}d^{n-j}}{r^{n}} = \sum_{j=a}^{n}\frac{n!}{j!(n-j)!}\left(\frac{up}{r}\right)^{j}\left(\frac{(1-p)d}{r}\right)^{n-j} \to \Phi(d_1)$$

$$\sum_{j=a}^{n}\frac{n!}{j!(n-j)!}p^{j}(1-p)^{n-j} \to \Phi\left(d_2\right)$$

con $r = \exp\left(rT/n\right)$, $p = (r-d)/(u-d)$, y a = el número entero más pequeño mayor o igual a

$$\frac{\ln\left(K/S\right) - s\sqrt{nT}}{2s\sqrt{T}},$$

Con ello la ecuación

$$c = S\sum_{j=a}^{n}\frac{n!}{j!(n-j)!}p^{j}(1-p)^{n-j}\frac{u^{j}d^{n-j}}{r^{n}} - Kr^{-n}\sum_{j=a}^{n}\frac{n!}{j!(n-j)!}p^{j}(1-p)^{n-j}$$

se reduce a la fórmula de Black-Scholes.

Una segunda vía utilizada en la obtención de la fórmula de Black-Scholes es el método de valuación neutral al riesgo. Este se basa en las siguientes observaciones.

Primero, un \$1 invertido a la tasa libre de riesgo ($t = 0$) equivaldrá a Se^{rt} en T.

Segundo, \$1 invertido en acciones alcanzará para $1/S(0)$ acciones hoy día, las cuales valdrán $S(T)/S(0))$ en T. Si nos encontramos en un mundo neutral al riesgo, la retribución esperada en T por invertir en la acción debería ser igual a aquella obtenida en el activo libre de riesgo. Es decir,

$$E\left[\frac{S(T)}{S(0)}\right] = e^{rT}$$

Si el precio de la acción en T, fecha de vencimiento de la opción, condicional en el precio en $t = 0$, se distribuye lognormal, entonces:

$$E\left[\frac{S(T)}{S(0)}\right] = e^{mT+0.5s^{2}T}$$

Por lo tanto, $m = r - 0.5s^{2}$. Si se descuenta el precio del *call* en t a la tasa libre de riesgo, en un mundo neutral al riesgo se tiene que:

$$c = e^{-r(T-t)} E*_{t}\left[\max(0, S(t) - K)\right]$$

donde E^{*}, denota el valor esperado en un mundo neutral al riesgo, condicional en el valor de $S(t)$.

Bajo el supuesto de lognormalidad

$$\ln\left[\frac{S(T)}{S(0)}\right] \approx N(\left[r - 0.5s^{2}\right](T-t), s^{2}(T-t)).$$

así,
$$C = e^{-r(T-t)}\int_{0}^{\infty} máx\left[0, S(T) - K\right] f\left(S(T)\right) dS(T)$$

$$C = e^{-r(T-t)}\int_{0}^{\infty} \left[S(T) - K\right] f\left(S(T)\right) dS(T)$$

$$Z = \frac{\ln\left(\frac{S(T)}{S(t)}\right) - \left(r - \frac{1}{2}s^{2}\right)t}{s\sqrt{t}} \sim \text{N }(0,1)$$

si se hace el siguiente cambio de variable con $t = T - t$ se llega a la fórmula de Black y Scholes.

2.2 Propuesta de Black y Scholes

La fórmula de Black-Scholes fue derivada del árbol de probabilidades correspondiente al logaritmo natural del precio de la acción. Contrario a otros métodos, este es un modelo continuo el cual sus cálculos no se limitan a movimientos finitos de los precios de las acciones correspondientes.

Por lo tanto, ésta fórmula es utilizada para calcular el valor asignado a una opción según el número de posibles precios de la acción que crecen sin límites. La fórmula de Black-Scholes utiliza la siguiente ecuación diferencial, donde mdt es la parte determinística, es decir podemos saber como se comporta, s que representa la volatilidad y dw, que representa un movimiento “Browniano Geométrico”, lo que hace que esta parte sea estocástica y no saber como se comporta[6].

[6] 6 Pp. 175 – 178

Para modelar los cambios en el valor de la acción; ellos suponen que el subyacente seguirá un proceso estocástico llamado "movimiento browniano geométrico" y que por lo tanto, el derivado lo seguirá también.

$$\frac{dS}{S} = mdt + odw$$

m = Media (constante)

s = Volatilidad (constante)

S = Precio de la acción

dw = La Ecuación de Movimiento "Browniano" que representa la falta de estabilidad en el valor de las acciones

Ahora lo que se pretende es eliminar el término estocástico y quedarse con la parte determinística, para poder trabajar con la misma, entonces se toma $s = 0$, y obtenemos como resultado la siguiente ecuación diferencial ordinaria: $\frac{dS}{S} = mdt$

Evaluamos cualquier tipo de función que depende de S y del tiempo (t), no necesariamente un call o un put, desarrollando por serie de Taylor

$$V(S,t) = V(S_0, t_0) + (S - S_0)\frac{\partial V}{\partial S} + (t - t_0)\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\left[(S - S_0)^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + \right.$$

$$\left. 2(S - S_0)(t - t_0)\frac{\partial^2 V}{\partial S \partial t} + (t - t_0)^2 \frac{\partial^2 V}{\partial t^2}\right] + .\cdots$$

$$dV = dS\,\frac{\partial V}{\partial S} + dt\,\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\left[(dS)^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + 2(dS)(dt)\frac{\partial^2 V}{\partial S \partial t} + (dt)^2 \frac{\partial^2 V}{\partial t^2}\right] + .\cdots$$

$$dV = (mSdt + sSdw)\frac{\partial V}{\partial S} + dt\,\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\left[(mSdt + sSdw)^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} \cdot \right.$$

$$\left. + 2(mSdt + sSdw)(dt)\frac{\partial^2 V}{\partial S \partial t} + (dt)^2 \frac{\partial^2 V}{\partial t^2}\right] + .\cdots$$

por el Lema de Ito ocurre lo siguiente

$$dV = (mSdt + sSdw)\frac{\partial V}{\partial S} + dt\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\left[s^{2}S^{2}dt\frac{\partial^{2}V}{\partial S^{2}}\right] + .\cdots$$

simplificando se tiene

$$dV = \left(m\frac{\partial V}{\partial S} + \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}s^{2}S^{2}\frac{\partial^{2}V}{\partial S^{2}}\right)dt + \left(sS\frac{\partial V}{\partial S}\right)dw$$

A continuación se forma una cartera con - ΔS , el cual corresponde a un incremento del activo subyacente y una opción que en este caso es V .

El valor de la cartera p viene dado por $p = V - \Delta S$ y el cambio de su valor en el tiempo Δt se encuentra dado por

$$dp = dV - \Delta dS$$

Ahora la rentabilidad de la cartera debe ser igual a la rentabilidad del activo libre de riesgo,

si $\Delta = \left(\frac{\partial V}{\partial S}\right)$

$$dp = \left(\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}s^{2}S^{2}\frac{\partial^{2}V}{\partial S^{2}}\right)dt$$

si se invierte a tasa libre de riesgo queda

$$prdt = (V - AS)rdt$$

$$dp = \left(\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}s^{2}S^{2}\frac{\partial^{2}V}{\partial S^{2}}\right)dt = \left(V - \frac{\partial V}{\partial S}\right)rdt$$

De esta forma se obtiene la ecuación diferencial de Black y Scholes

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2} s^{2} S^{2} \frac{\partial^{2} V}{\partial S^{2}} + rS \frac{\partial V}{\partial S} - rV = 0$$

2.3 Valor de la Prima por el modelo de Black y Scholes.

$$c = S_0 N(d_1) - Ke^{-rT} N(d_2)$$

con $$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r + \frac{s^{2}}{2}\right)T}{s\sqrt{T}},$$

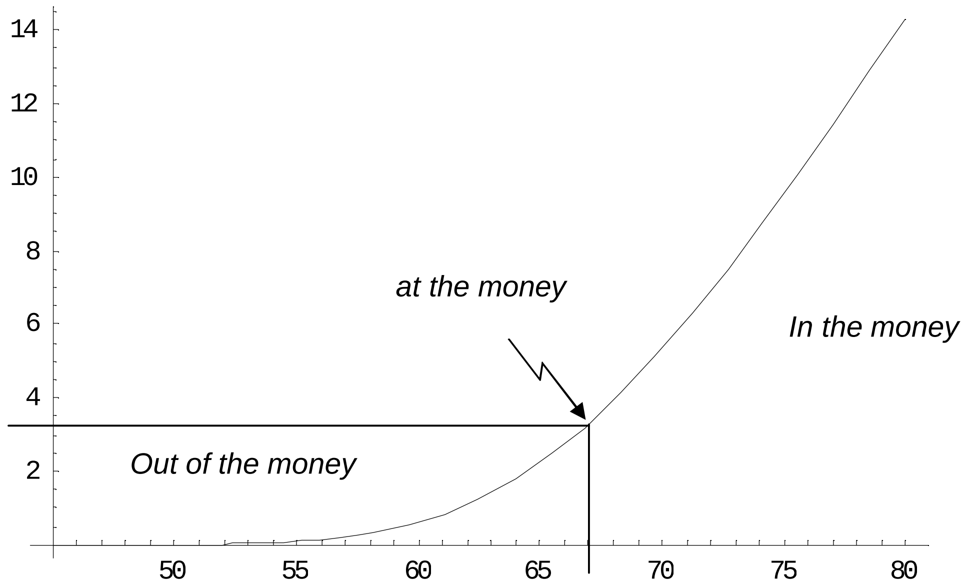
$$d_2 = d_1 - s\sqrt{T}$$

$$d_1 = 0.06892 \qquad N(d_1) = 0.5275$$
$$d_2 = -0.03107 \qquad N(d_2) = 0.4876$$

$$C = 65.88(0.5275) - 67.00e^{-0.075*0.25}(0.4876)$$

$$c = 2.6881$$

En este caso si el precio de la opción está por debajo de $268.81, se ejercería esta misma, sin embargo si es superior a este se deja expirar sin ejercer el derecho otorgado por la compra de una opción. Lo que se ilustra en la gráfica siguiente.



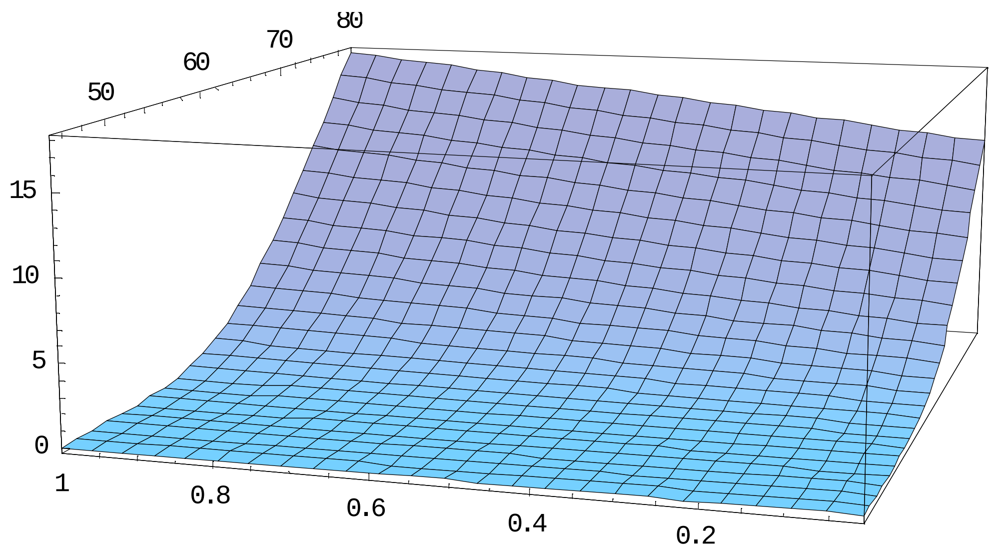
La primera situación que se presenta del intervalo [40, 67] es *aut of the Money* puesto que el precio de ejercicio es inferior al precio del activo subyacente cotizado en el mercado, tomando en cuenta que en este caso es conveniente dejar expirar la opción sin ejercer, ya que si se ejerce, sólo obtendríamos pérdidas, tomando como ejemplo el caso en que el subyacente se cotiza en el mercado en $ 60 sin olvidar que $K = \$67$, y el valor aproximado de la opción es de $ 2.6881, del lado del comprador:

Precio de ejercicio	- 67.00
Precio Aproximado de la opción	- 2.69
Total a pagar	- 69.69
Precio en el mercado	60.00
Beneficio	***- 9.69***

Dando como resultado de la operación que en la situación *out of the Money* sólo obtendremos pérdidas, ahora en el momento en que el precio de ejercicio es igual al precio del subyacente cotizado en el mercado, no es recomendable ejercer, ya que obtendremos como pérdida el precio de la opción.

Ahora se pensaría que después de esta posición deberíamos de ejercer, pero observando bien podemos iniciar a ejercer sólo cuando no obtengamos pérdidas, lo que es mejor ejercer cuando el precio del activo subyacente sea igual al precio de ejercicio o supere a este mismo.

Ahora si observamos el mismo caso pero ahora lo observamos variando el tiempo y lo que sucede con el subyacente da como resultado la siguiente gráfica



3. Análisis de Sensibilidad

3.1 Posición cubierta y descubierta.

Cuando una Institución financiera o un inversionista no se preocupa por el riesgo que presenta al lanzar al mercado una opción financiera, se le denomina como una ***posición descubierta***, que también podemos llamar como una estrategia abierta.

Es una estrategia segura que funciona bien si el precio de la opción es inferior al precio inicial del subyacente dentro de el tiempo de vencimiento. Este tipo de estrategia no le cuesta nada a la institución o al inversionista, ya que no realiza ningún tipo de movimiento, y le genera un beneficio, todo depende del precio de venta.

La posición descubierta no funciona de la misma manera si se ejerce la opción de compra, puesto se tendrá que comprar determinado número de acciones al precio de mercado dentro del tiempo de vencimiento para poder cubrir este tipo de opción.

Tomando en cuenta lo anterior, el costo será del número de acciones, por la cantidad por la que el precio de las acciones exceda al precio de ejercicio.

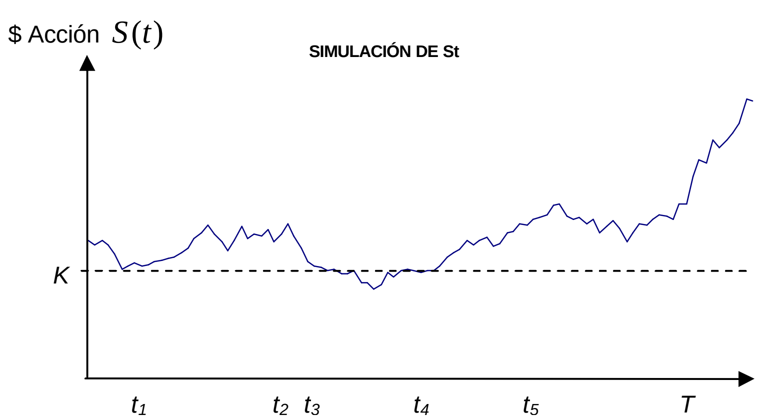
Otra alternativa que se tiene es la ***posición cubierta***, esto es, se deberá comprar el mismo número de acciones que venda, tan pronto como la opción haya sido vendida. Si la opción se ejerce, la estrategia funciona bien, pero en otro caso puede generar una pérdida significativa, es decir si el precio de la opción baja del precio inicial, la institución perdería, ya que el valor de ejercicio supera al precio en que vendió la opción.

Las posiciones cubierta y descubierta no proporcionan una satisfacción total, ya que con el análisis anterior nos damos cuenta de que no existe una garantía de que siempre obtengamos un beneficio completo, puesto que se corre el riesgo de sufrir pérdidas. Una cobertura perfecta sería aquella que nos asegure el no sufrir pérdidas, para que esto sucediera, es decir tener una cobertura perfecta la desviación estándar del coste de emitir y cubrir la opción es cero.

Con lo mencionado anteriormente, es evidente la necesidad que se presenta de podernos cubrir, tal vez no total, sino parcialmente de los riesgos que presenta un lanzador que pone una opción en el mercado.

Para poder lograr una estrategia para frenar pérdidas, se ilustra de la siguiente manera; Una Institución Financiera que ha emitido una opción de compra con un precio de ejercicio K para la compra de una acción. El proyecto de cobertura implica comprar las acciones tan pronto como su precio suba por encima de K y venderlas tan pronto como su precio caiga por debajo de K. Con este tipo de proyecto se pretende asegurar que la Institución financiera tenga las acciones en el momento t, si la opción cierra *at the Money* y no tienen las acciones si la opción cierra *out of the Money*. Esta estrategia genera pagos que son iguales a los pagos de la opción.

Viendo el supuesto anterior de una manera gráfica se tiene que la estrategia de cobertura implica comprar las acciones en el momento t_1, venderlas en el momento t_2, comprarlas en el momento t_3, venderlas en el momento t_4, comprarlas en el momento t_5 y entregarlas en el momento T.



El coste inicial de establecer la cobertura es S_0, si $S_0 > K$ y cero si no se cumple esta desigualdad, es decir el valor intrínseco es igual a

$$V = \max(S_0 - K, 0)$$

Ya que todas las ventas y compras que se realizan después de momento cero se hacen a un precio K. Sin embargo si esto fuera cierto en su totalidad sería una cobertura perfecta en ausencia de costes de transacción, además de que el coste por cubrir la opción siempre sería menor que su precio dado por el modelo de Black – Scholes. Y así mismo el inversor podría ganar beneficios libres de riesgos emitiendo opciones y cubriéndolas.

Esta estrategia sería una de las ideales, puesto que nos presenta la forma en que podemos cubrir de un riesgo y donde podemos perder, etc., sin embargo analizando esta estrategia tiene dos razones básicas por las cuales la ecuación anterior es incorrecta, La primera es que los flujos de caja para el coberturista ocurren en momentos diferentes y deben de ser descontados. La segunda es que las compras y ventas que se realicen durante el tiempo de vencimiento no se pueden hacer exactamente al precio de K.

Una estrategia para frenar las pérdidas a pesar de que es bastante atractiva, no funciona muy bien como estrategia de cobertura, puesto que si el precio de ejercicio de una opción nunca alcanza el precio de ejercicio K, el esquema de cobertura no cuesta nada, pero si la trayectoria del precio de las acciones es tal que el precio de las acciones es igual a K muchas veces, el proyecto resultaría bastante caro.

3.2 Análisis financiero sobre Cemex S. A de C. V. y Subsidiarias

Este análisis de sensibilidad se hará con respecto a la empresa Cemex de México, CEMEX cotiza en la Bolsa Mexicana de Valores bajo la clave de pizarra CEMEXCPO, así como en la Bolsa de Nueva York (NYSE) bajo la clave de pizarra CX y lo hace por medio de Certificados de Participación Ordinario, o CPO. Cada CPO se compone de dos acciones de CEMEX serie A y una acción de CEMEX serie B, las cuales no cotizan en bolsa. El valor negociable en los Estados Unidos de Norteamérica son los ADR (American Depositary Receipt) y ampara la tenencia accionaria de una empresa extranjera. Los ADR son cotizados en los Estados Unidos, y en dólares Estadounidenses. En caso de que la compañía pague dividendos, estos se le serán depositados a los tenedores de ADRs en dólares. Los ADRs fueron diseñados para facilitar la compra y venta de acciones de compañías extranjeras, así como proveer de un vehículo adicional de financiamiento a las compañías extranjeras. Un ADR puede representar una fracción, o un múltiplo de las acciones ordinarias de la compañía extranjera[7].

Financieramente se analiza en que situación se encuentra la empresa tomando en cuenta los valores en libro que se presentan

CEMEX S.A. de C.V. Y SUBSIDIARIAS

Estado de Resultados

En miles de pesos constantes al 31 de Diciembre de 2005

	Al 31 de Diciembre		
ESTADO DE RESULTADOS	***2005***	***2004***	***% Var.***
Ventas Netas	162,708,569	87,061,732	87%
Costo de Ventas	-98,460,108	-48,997,162	101%
Utilidad Bruta	64,248,461	38,064,570	69%
Gastos de Operación	-37,840,146	-18,282,627	107%
Utilidad de Operación	26,408,315	19,781,942	33%
Gastos Financieros	-5,587,902	-3,976,627	41%
Productos Financieros	416,966	250,213	67%
Ganancia (Pérdida) Cambiaria	-837,022	-251,748	232%
Utilidad (Pérdida) por Posición Monetaria	4,447,980	4,122,324	8%

[7] 10

Ganancia (Pérdida) en Instrumentos Financieros	4,101,453	1,280,329	220%
(Costo) Ingreso Integral de Financiamiento	2,541,475	1,424,491	78%
Otros Gastos, Netos	-3,371,787	-5,169,209	-35%
Utilidad Antes de IS.R. y P.T.U.	25,578,002	16,037,224	59%
I.S.R.	-3,507,362	-1,959,852	79%
P.T.U	11,289	-316,621	N/A
Total ISR y PTU	-3,496,074	-2,276,474	54%
Utilidad Antes de Part. de Subsi. Y Asociadas no Consolidadas	22,081,929	13,760,751	60%
Participación de Subs. No Consolidadas	927,677	427,984	117%
Utilidad Neta Consolidada	23,009,605	14,188,735	62%
Utilidad Neta Minoritaria	584,540	223,624	161%
UTILIDAD NETA MAYORITARIA	22,425,066	13,965,111	61%
Flujo de Operación (EBITDA)	37,776,391	27,116,891	39%
Utilidad por CPO	6.48	4.37	48%

CEMEX S.A. de C.V. Y SUBSIDIARIAS

Balance general trimestral

En miles de pesos constantes al 31 de Diciembre de 2005

	Al 31 de Diciembre		
BALANCE GENERAL	***2005***	***2004***	***% Var.***
Activo Total	284,227,716	185,684,365	53%
Efectivo e Inversiones Temporales	6,387,425	3,657,166	75%
Clientes y Dctos. por Cobrar	16,914,120	4,572,289	270%
Otras Ctas, y Dctos. por Cobrar	8,236,090	4,856,748	70%
Inventarios	11,014,882	6,757,894	63%
Otros Activos Circulantes	1,697,258	1,005,779	69%
Activo Circulante	44,249,774	20,849,876	112%
Activo Fijo	165,053,799	102,703,018	61%
Otros Activos	74,924,143	62,131,472	21%
Pasivo Total	174,270,280	97,871,776	78%
Pasivo Circulante	43,687,092	25,771,889	70%
Pasivo Largo Plazo	88,006,226	52,207,453	69%
Otros Pasivos	42,576,962	19,892,434	114%
Capital Contable Consolidado	109,957,436	87,812,590	25%
Capital Contable Minoritario	5,613,142	4,155,040	35%
Capital Contable Mayoritario	104,344,294	83,657,550	25%

El análisis financiero sirve esencialmente para conocer la situación en la que se encuentra la empresa, sobre su solvencia, estabilidad, Rentabilidad, liquidez, etc.

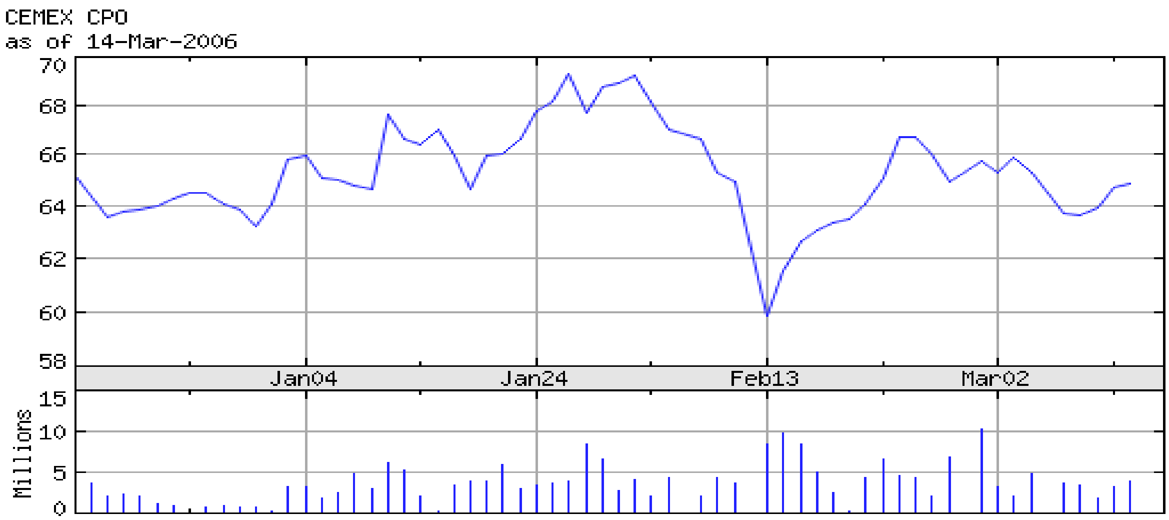
INDICE O RAZÓN	*2005*	*2004*	
De solvencias	1.01288	0.809	los activos circulantes cubren 1 vez sus pasivos a corto plazo
De liquidez	10.7568	8.2699	la empresa puede responder a sus obligaciones de corto plazo con sus activos más líquidos 10 veces.
De endeudamiento o Solidez	0.6131	0.5271	La empresa puede pagar sus deudas con su activo total, sin embargo se encuentra endeudada en un 61.31%
De deuda a capital	1.5849	1.1146	Se puede pagar toda la deuda de pasivo a corto y largo plazo quedando un 0.5849 por cada peso de capital
De Financiamiento propio o de patrimonio a activo total.	0.3869	0.4729	Los bienes o recursos con los que cuenta la empresa están financiados por los accionistas en un 38%
Utilidad bruta en ventas o margen bruto de utilidades.	0.3949	0.4372	Por cada peso obtenido en ventas se obtiene un 0.39 de utilidad bruta, una vez cubiertos los gastos incurridos en la elaboración de cada unidad de producto.
Utilidad neta en ventas o margen neto de utilidades.	0.1414	0.1629	Por cada peso obtenido en ventas se obtiene un 0.14 de utilidad neta, una vez cubiertos los gastos incurridos en la elaboración de cada unidad de producto, de financiamiento y de operación..
De gastos de operación incurridos	0.2326	0.2099	Por cada peso obtenido en ventas se gasta un 0.2326 en gastos de operación.
Rotación de cuentas por cobrar	1.2982	1.6995	Son las veces que las cuentas por cobrar se convierten en efectivo en el curso del año.
Rotación de inventarios y período de existencia	11.0799		Expresa el promedio de veces que los inventarios rotan durante el año.
Rotación del capital de trabajo	1.245		Muestra las veces en que el capital de trabajo es capaz de generar ingresos de la explotación o las ventas.
Rentabilidad o rendimiento sobre el capital contable.	8.3907		Mide el retorno obtenido por cada peso que los inversionistas o dueños del Capital han invertido en la empresa
Rentabilidad o rendimiento sobre inversión o activos totales	0.0954		Mide el retorno obtenido por cada peso invertido en activos.
Rotación del activo total	0.6925		De cada peso invertido en activo sólo se invierte un 0.6925.

Con el análisis anterior se puede observar que la empresa cuanta con cierta Solvencia, Liquidez, y rentabilidad, sin embargo en cuestión de endeudamiento la empresa se encuentra endeudada en un 61.31%, tomando el riesgo se puede invertir en esta empresa, y revisar constantemente el endeudamiento, tratando de comprar acciones y venderlas, puesto que si los inversionistas mayoritarios retiran su capital la empresa se encontraría en una situación bastante inestable, que si se toma como referencia el año anterior, la empresa ha mejorado su situación financiera, y su estabilidad, así como la introducción de su producto en territorios extranjeros, lo cual le ha permitido captar más recursos.

Para seguir con el análisis de Cemex es importante conocer como se han comportado las acciones a través del tiempo, para que después de esto se tenga una visión más clara sobre los riesgos y beneficios que se tendrán al invertir en estas acciones.

Precio de las acciones en un año

Precio de las acciones en los últimos tres meses.



Fecha	Por Pagar	Máximo	Mínimo	Cierre	Volumen	Cierre Ajustado
02/ENERO/2006	64.97	64.97	63.31	64.77	4,936,000	64.77
03	65.20	65.30	64.10	64.97	2,675,900	64.97
04	65.93	66.13	64.90	65.05	2,006,500	65.05
05	66.02	66.55	65.55	65.93	3,207,300	65.93
06	64.00	66.00	64.00	65.83	3,185,000	65.83
09	63.10	64.20	63.10	64.07	313,100	64.07
10	68.81	68.98	68.30	68.93	2,809,700	68.93
11	68.10	68.86	67.80	68.76	6,774,700	68.76
12	67.80	70.23	66.48	67.74	8,585,300	67.74
13	68.47	69.55	68.47	69.34	3,971,000	69.34
16	68.06	68.55	67.60	68.16	3,860,800	68.16
17	66.88	68.00	66.63	67.76	3,563,700	67.76
18	66.50	66.71	65.89	66.65	3,078,100	66.65
19	68.21	68.46	65.95	66.00	6,119,500	66.00
20	65.00	66.75	65.00	65.96	4,040,500	65.96
23	65.01	65.15	64.02	64.65	3,946,800	64.65
24	66.62	66.62	64.95	65.93	3,475,900	65.93
25	66.45	67.07	66.45	66.98	384,000	66.98

26	66.65	66.65	65.92	66.43	2,083,600	66.43
27	67.66	68.00	65.83	66.65	5,331,400	66.65
30	66.31	68.00	66.31	67.66	6,307,400	67.66
31	64.30	64.95	63.85	64.61	3,140,300	64.61
01/FEBRERO/2006	67.80	68.01	66.40	66.65	2,111,200	66.65
02	68.18	68.18	65.40	67.04	4,499,000	67.04
03	69.28	69.40	68.00	68.18	2,101,700	68.18
07	68.93	69.40	68.63	69.26	4,314,300	69.26
08	66.96	66.99	65.00	65.33	4,519,500	65.33
09	65.88	66.31	64.80	64.95	3,708,400	64.95
13	66.68	67.19	66.10	66.74	4,355,000	66.74
14	65.10	66.90	65.09	66.68	4,761,800	66.68
15	64.20	65.40	64.20	65.10	6,684,200	65.10
16	63.60	64.40	63.41	64.04	4,332,200	64.04
17	63.35	63.50	63.34	63.50	417,300	63.50
20	63.06	63.45	62.95	63.35	2,673,600	63.35
21	62.90	63.35	62.80	63.06	5,008,800	63.06
22	61.95	62.80	61.90	62.64	8,437,100	62.64
23	60.04	61.95	59.30	61.50	9,833,100	61.50
24	62.30	62.30	59.70	59.85	8,507,900	59.85
27	65.80	65.80	64.00	64.90	6,987,700	64.90
28	66.80	66.88	65.69	66.05	2,163,300	66.05
01/MARZO/2006	65.31	65.95	65.15	65.88	2,221,300	65.88
02	65.75	66.00	65.00	65.31	3,285,800	65.31
03	65.15	66.10	65.15	65.72	10,266,000	65.72
06	63.80	64.00	63.37	63.90	2,012,800	63.90
08	64.20	65.00	63.25	63.65	3,502,100	63.65
09	63.85	63.85	62.50	63.69	3,781,200	63.69
10	66.01	66.80	65.24	65.32	4,852,500	65.32
13	64.59	65.11	64.20	64.88	3,954,700	64.88
14	64.50	65.20	64.50	64.68	3,395,600	64.68

Con los datos anteriores se hace el supuesto de que se comprarán acciones de la empresa Cemex por medio de las opciones de tipo europeo, en el mercado de Derivados (Mexder), en la cual se invierte con las siguientes características:

<table>
<tr><th></th><th>OPCIONES SOBRE ACCIONES INDIVIDUALES</th></tr>
<tr><td>Características del Contrato</td><td>Cemex, S.A. de C.V. y Subsidiarias
CX
(liquidación en especie)</td></tr>
<tr><td>Tamaño del contrato</td><td>100 acciones</td></tr>
<tr><td>Tipos de Contratos</td><td>Opción de compra (Call)
Opción de venta (Put)</td></tr>
<tr><td>Estilo de Contrato</td><td>Europeo</td></tr>
<tr><td>Periodo del contrato</td><td>Ciclo trimestral: marzo, junio, septiembre y diciembre hasta por un año.</td></tr>
<tr><td>Precios de Ejercicio</td><td>Distarán uno del otro dependiendo del precio de la Acción que sea el Activo Subyacente y siempre serán múltiplos de un intervalo.</td></tr>
<tr><td>Claves del mes de vencimiento</td><td><table>
<tr><th></th><th>CALL</th><th>PUT</th></tr>
<tr><td>MAR</td><td>C</td><td>O</td></tr>
<tr><td>JUN</td><td>F</td><td>R</td></tr>
<tr><td>SEP</td><td>I</td><td>U</td></tr>
<tr><td>DIC</td><td>L</td><td>X</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>Clave de pizarra</td><td>Los primeros dos dígitos serán característicos del nombre del Activo Subyacente, se agregarán hasta 5 dígitos para especificar Precio de Ejercicio (tres enteros y dos decimales) y un dígito más Tipo de Contrato de Opción y el mes de vencimiento:
CX 2400F Opción CALL con vencimiento en Junio.
CX 650U Opción PUT con vencimiento en Septiembre</td></tr>
<tr><td>Unidad de cotización</td><td>Pesos y Centavos de Peso por unidad de Activo Subyacente.</td></tr>
<tr><td>Horario de negociación</td><td>7:30 a 15:00 horas tiempo de la Cd. de México.</td></tr>
<tr><td>Último día de</td><td>Tercer viernes del mes de vencimiento o el Día Hábil</td></tr>
</table>

negociación y vencimiento	anterior, si dicho viernes es inhábil.
Liquidación al vencimiento	Es el segundo día hábil siguiente a la Fecha de Vencimiento.

Las características que tendrá el contrato será una opción call europea sobre Cemex con plazo de 3 meses, precio de ejercicio \$68.90, nivel actual de las acciones \$65.88, tasa de interés 7.5% anual y volatilidad del 20% anual.

3.3 Sensibilidad del precio de las opciones financieras (Cemex)

Se ha hablado del Valor Intrínseco de las opciones, pero existen un segundo conjunto de “factores” que hacen variar el precio de las opciones; Las conocidas griegas, sirven para poder calcular cómo influirá en el precio de las opciones, las variaciones en el precio del activo subyacente, volatilidad o tiempo al vencimiento.

Para poder definir y explicar mejor este concepto de las letras griegas digamos que una Institución Financiera que vende una opción a un cliente en el momento se enfrenta al problema de poder determinar su riesgo. Si la opción fuera igual que alguna negociada en el mercado organizado, la Institución puede neutralizar su exposición comprando en un mercado las mismas opciones que ha vendido a su cliente. Sin embargo, cuando las opciones han sido adaptadas a las necesidades de los clientes y no corresponden a los activos financieros estandarizados que son negociadas en los mercados, la Institución Financiera puede encontrarse con el problema de que la cobertura frente a su exposición es más difícil.

Con lo anterior se puede ver que el objetivo de las letras griegas es proporcionarnos herramientas para poder determinar un probable riesgo y poder buscar una cobertura para este mismo[8].

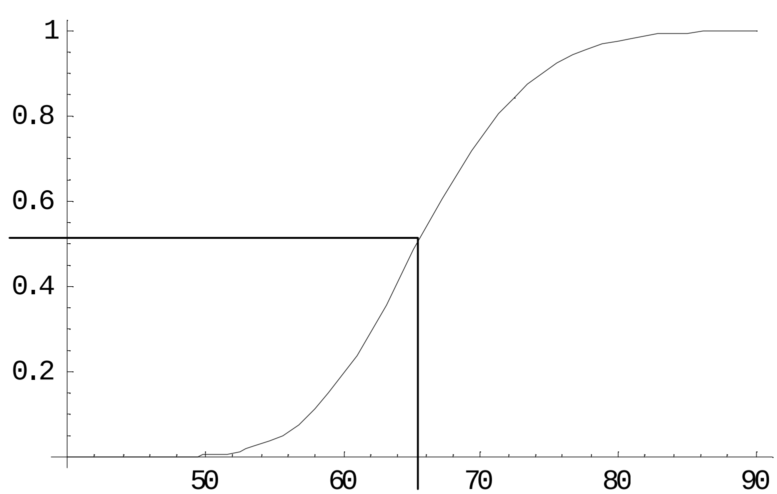
[8] 2 Pp. 189-195

El precio de la prima que se obtiene en la sección 2.3 del capítulo 2 es de $268.81, ya que hay que recordar que se tiene que el tamaño del contrato es de 100 acciones lo que implica que el precio por acción se multiplica por 100, y el valor de delta es 0.5275, lo que indica que si el precio de la acción aumenta o desciende en un peso, el precio de la opción lo hará en algo más que 52 centavos.

Además de que la delta también indica la probabilidad de ejercer la misma, lo que se puede traducir como que se tiene un 52.75% de probabilidad de ejercer la opción de compra sobre Cemex.

Delta indica el número de acciones necesario para cubrir una determinada posición en opciones[9].

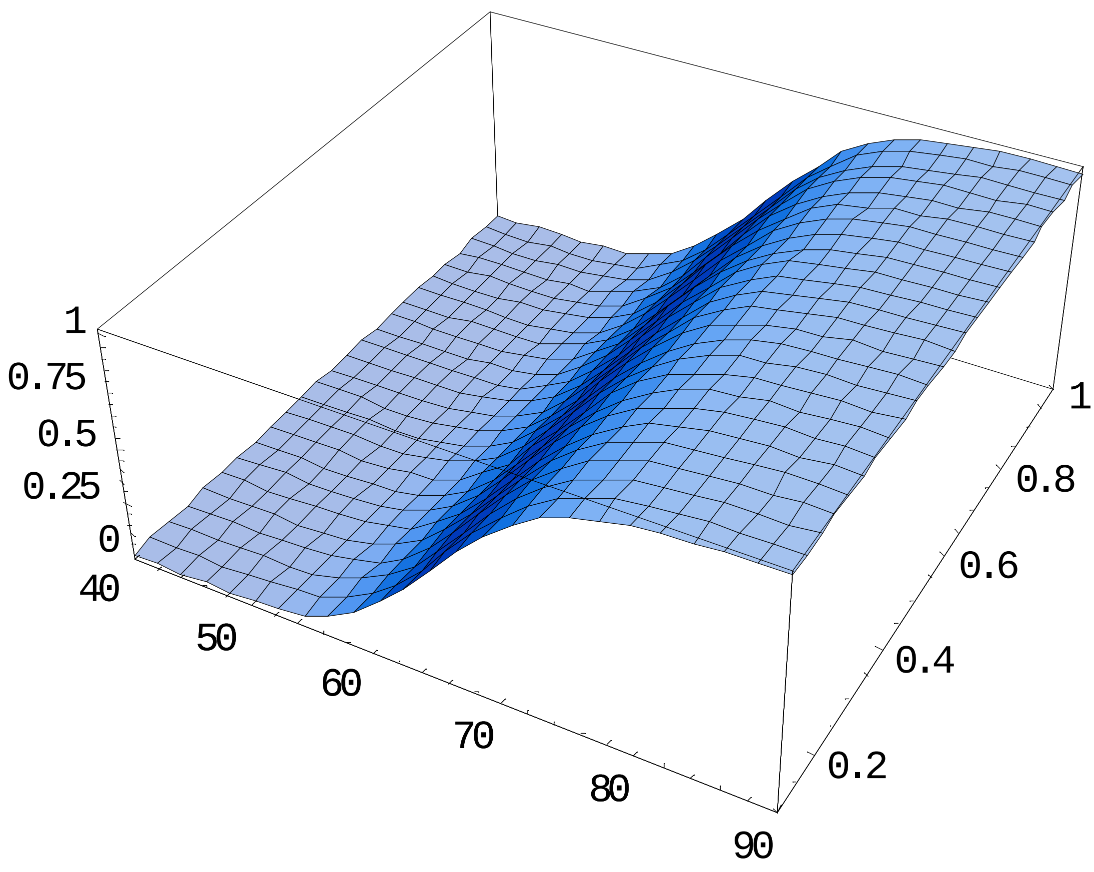
En la figura siguiente se puede apreciar la gráfica representativa de la delta de la opción sobre Cemex.



[9] 7 Pp. 176 - 183

En la gráfica anterior el valor de la delta se mantiene nulo mientras la opción se encuentre por debajo de $50, y su valor es menor a 0.5275 si el precio del subyacente el menor a $65.88, y es mayor a 0.5275, si el precio del subyacente es mayor a el precio de ejercicio de la opción la delta tiende a la unidad, lo que indica mayor probabilidad de ejercer la opción.

En el siguiente gráfico lo que se observa es el comportamiento de la delta conforme al aumento del precio del subyacente y al paso del tiempo.



Cobertura gamma relación con el riesgo

Gamma mide el efecto que produce la inestabilidad del mercado en el valor de delta, Siguiendo con el ejemplo de las opciones sobre Cemex, el valor de la opción de compra será de $2.688, con un precio de la acción de $65.88, la delta toma un valor de 0.5275, y ahora se tendría que encontrar gamma como se indica enseguida.

Cálculo de gamma

Para una opción Europea de compra o de venta que no paga dividendos, la gamma esta dada por:

$$\Gamma = \frac{N'(d_1)}{S_0 s \sqrt{T}}$$

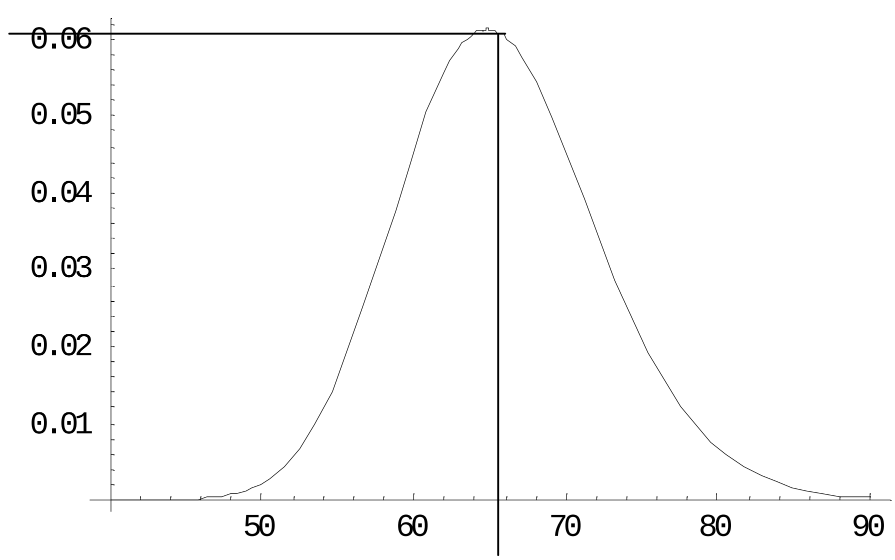
donde

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + (r + \frac{s^2}{2})T}{s\sqrt{T}}$$

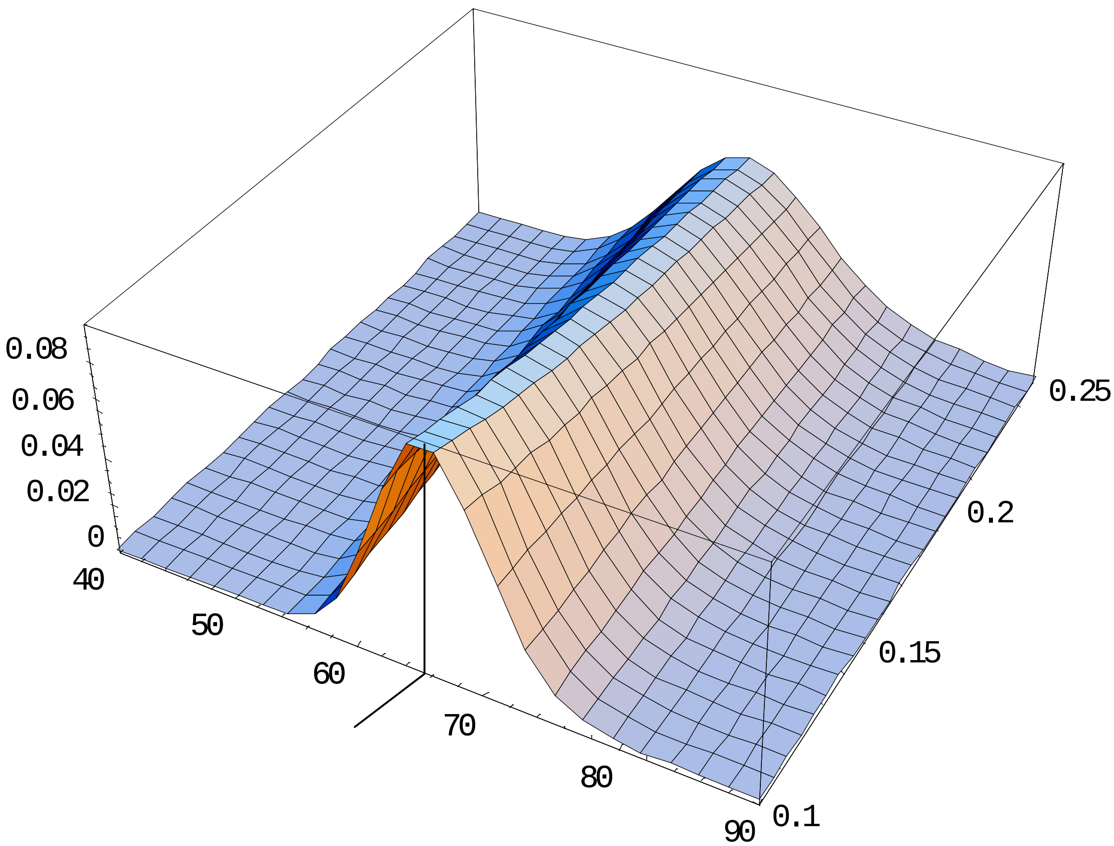
y

$$N'(x) = \frac{1}{\sqrt{2p}} e^{-x^2/2}$$

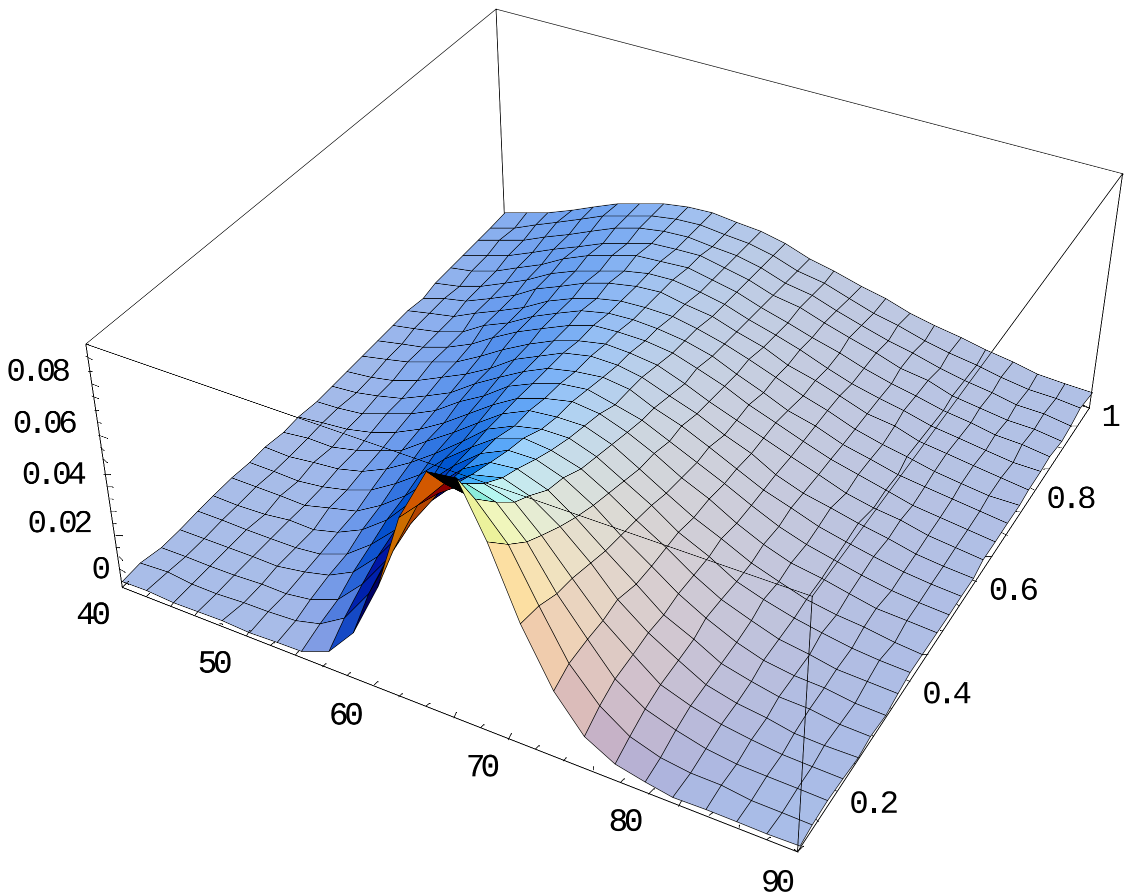
Esta cantidad siempre es positiva y varia con S_0, en el caso de las opciones sobre Cemex, la gamma que se obtiene es de 0.0604, lo que implica que si el precio de la acción sube a \$66.88 la delta se incrementará en 0.0604, alcanzando un valor de 0.5879, como se muestra en la siguiente figura



Enseguida se observa en la siguiente gráfica que es lo que sucede con la gamma cuando el precio del subyacente aumenta y el tiempo transcurre.



Como se observa en la gráfica anterior el valor de gamma es mayor cuando la acción esta *at tne money*, y tendera a cero según se aleje de ella en cualquier dirección, pero al paso del tiempo gamma tendrá un valor menor que en el tiempo inicial. Cuando la opción alcance el valor de ejercicio la gamma alcanzará su valor máximo, y es afectada por la volatilidad y por el plazo hasta el vencimiento, si la opción es *at the money* la gamma aumentará fuertemente, sin embargo desciende a cero si es in y *out of the money*, como se muestra en la gráfica.



Cobertura theta relación con el plazo de vencimiento

Como se sabe el precio de la opción depende directamente del tiempo que resta para su vencimiento, cuanto más tiempo le quede, y a la inversa, El coeficiente *theta* muestra la variación en el precio de la opción como consecuencia de una variación en el tiempo que resta para su vencimiento.

Para una opción Europea de compra que no paga dividendos utilizamos la siguiente ecuación

$$\Theta = -\frac{S_0 N'(d_1)s}{2\sqrt{T}} - rKe^{-rT} N(d_2)$$

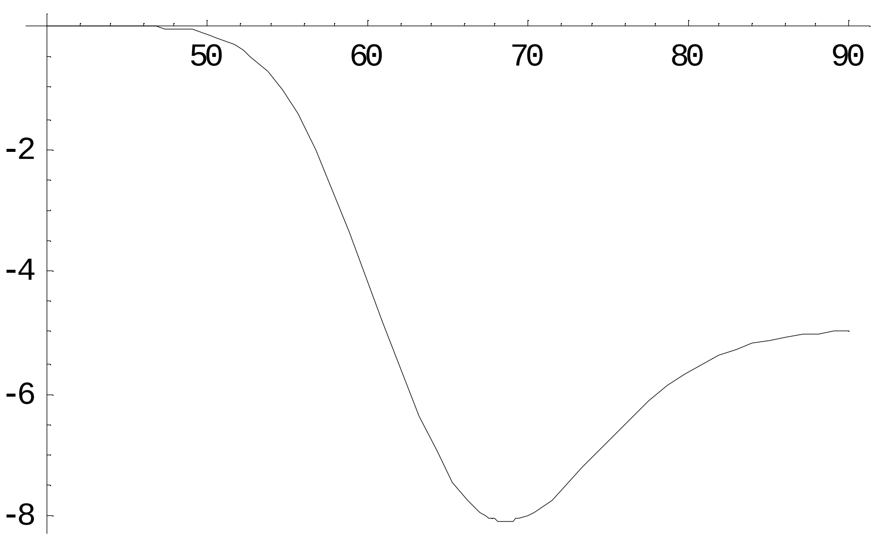
donde

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + (r + \frac{s}{2}s^2)T}{s\sqrt{T}} \;; \qquad d_2 = d_1 - s\sqrt{T}$$

y

$$N'(x) = \frac{1}{\sqrt{2p}} e^{-x^2/2}$$

El coeficiente *theta* de una opción call suele ser siempre negativo, esto se debe a que cuando el tiempo para el vencimiento decrece, la opción tiende a perder valor. La variación de *theta* con el precio de las acciones para nuestra opción de compra sobre las acciones de Cemex se muestra en la siguiente gráfica.



En este caso theta es el cambio en el valor de la cartera cuando pasa un día permaneciendo lo demás constante.

Cobertura vega relación con la volatilidad

Hasta el momento se ha supuesto que la volatilidad del activo subyacente es constante. En la realidad, las volatilidades varían con el tiempo, esto significa que el valor de una opción tiende a cambiar debido a los movimientos en volatilidad, al igual que debido a los cambios en el precio del activo y al paso del tiempo.

La letra griega vega, mide cuánto varía el precio de la opción si la volatilidad implícita sube. Cuanto más cerca estamos al vencimiento de la opción, menor es su valor, a diferencia de lo que ocurre con la theta. Luego, la volatilidad afecta más cuanto mayor tiempo dista, de la fecha de vencimiento.

Ahora para una opción Europea que no paga dividendos, la vega viene dada por

$$v = S_0 \sqrt{T}\, N'(d_1)$$

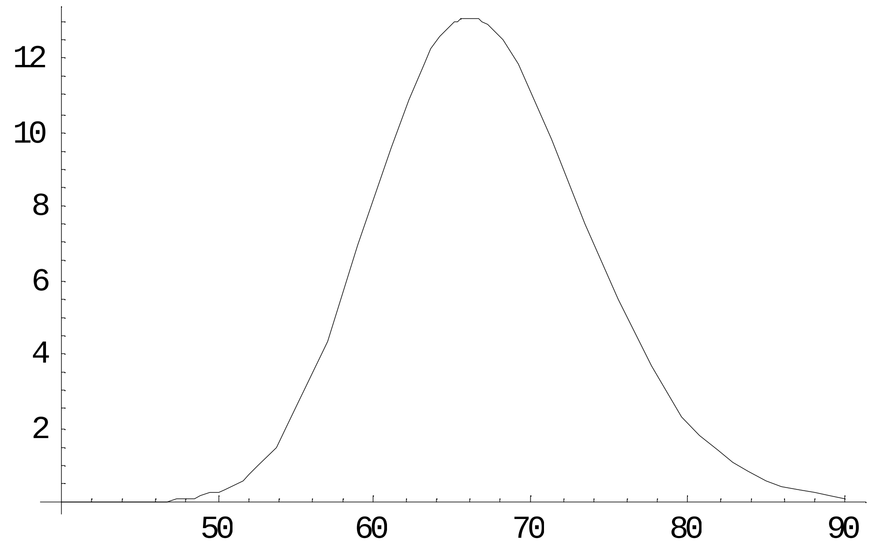
donde

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + (r + \frac{s^2}{2})T}{s\sqrt{T}}$$

y

$$N'(x) = \frac{1}{\sqrt{2p}} e^{-x^2/2}$$

En el caso de las opciones Cemex el valor de vega es de 13.11%, esto quiere decir que un aumento de 1% de la volatilidad provocaría que el valor de la opción sea de 2.8192. El coeficiente vega es positivo debido a que un aumento en la volatilidad del subyacente hace aumentar el valor de la opción, esto se debe principalmente a que a mayor volatilidad se tiene una probabilidad más alta de oscilaciones en el precio de la acción, lo que implica un aumento en el valor de la opción, como se muestra en la siguiente gráfica.



Cobertura rho relación con el tipo de interés

Un último factor que – en menor medida – afecta al precio de la prima es el tipo de interés. Cuando compramos una opción, obtenemos el derecho sobre un bien para un tiempo futuro, lógicamente no desembolsamos la totalidad del dinero, sino una parte pequeña de tal forma que nos estamos ahorrando los intereses del resto del valor del bien hasta la fecha de vencimiento. Cuando compramos opciones nos beneficia no tener que pagar intereses por lo que la rho – así se llama a la sensibilidad del precio de la prima respecto a la variación de los tipos de interés – es positiva cuando compramos opciones. Este factor es el que menos afecta, teniendo escasa importancia en el precio de la opción.

El coeficiente rho de una cartera de opciones es la tasa de variación del valor de la cartera con respecto al tipo de interés, es decir mide la sensibilidad de una cartera frente a los tipos de interés, para calcular rho para una opción europea de compra sobre acciones que no pagan dividendos

$$rho = KTe^{-rt} N(d_2)$$

donde d_2 se define como

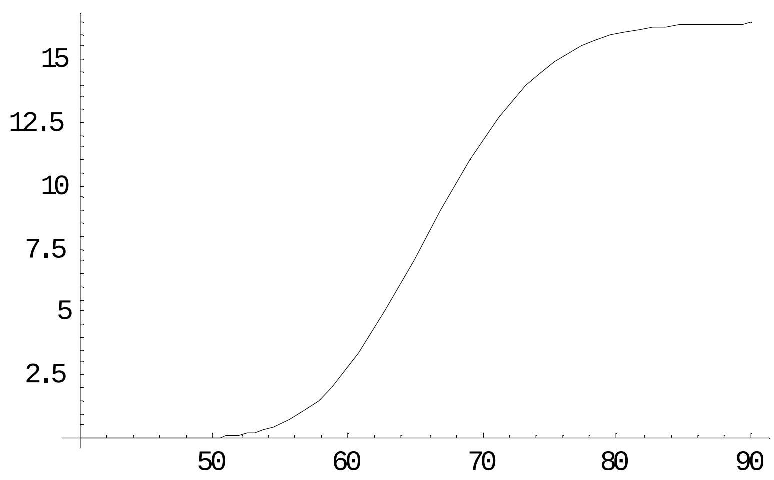
$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + (r - \frac{s^2}{2})T}{s\sqrt{T}}$$

para una opción europea de venta

$$rho = -KTe^{-rt}N(-d_2)$$

Calculando la *rho* para la opción sobre Cemex se tiene que es igual a 8.0157, lo que significa que a un cambio del 1%, de cambio en el tipo de interés libre de riesgo, de 0.075 a 0.085 el valor de la opción baja en 0.080157.

El siguiente gráfico muestra el comportamiento de *rho* con respecto al cambio del precio del subyacente



Con todos estos coeficientes se pueden anticipar ciertos movimientos que permitan la disminución de riesgos al adquirir las opciones, sin embargo en la realidad los operadores que trabajan en instituciones financieras pueden reajustar sus carteras para poder obtener una delta, gamma, vega cero, etc. Sin embargo esto no es posible, puesto que en la realidad los coberturistas tratan de tener una delta cero al menos una vez al día y manteniéndose al pendiente de gamma y vega.

En la siguiente tabla se muestra una simulación de la cobertura delta para la opción que se adquirió sobre Cemex y suponiendo que se tiene una opción que cierra *in the money*.

Semana	Precio de la opción	Delta	Acciones Vendidas	Costo de las acciones Vendidas	Costo acumulado	costo de interés
0	65.88	0.527	53	3,471.88	-	-
1	64.48	0.432	10	612.56	4,084.44	-
2	64.78	0.441	- 1	- 58.30	4,026.14	-
3	65.32	0.468	- 3	- 176.36	3,849.78	-
4	65.76	0.489	- 2	- 138.10	3,711.68	-
5	66.30	0.521	- 3	- 212.16	3,499.52	-
6	65.75	0.467	5	355.05	3,854.57	-
7	67.25	0.586	- 12	- 800.28	3,054.29	-
8	69.08	0.739	- 15	- 1,056.92	1,997.37	-
9	70.25	0.838	- 10	- 695.48	1,301.89	-
10	70.89	0.901	- 6	- 446.61	855.28	-
11	69.85	0.876	3	174.63	1,029.91	-
12	71.15	0.987	- 11	- 789.77	240.14	-
13	71.60	1.000	-	-	240.14	

En la tabla anterior se observa que al adquirirse las opciones es necesario hacer la venta de 53 acciones, puesto que se cuenta con una delta de 0..527, por lo que no se tiene que pedir prestado para realizar esta acción, y se obtiene un ingreso de $3,471.88, y en el segundo mes también se venden 10 acciones sin embargo en el tercer mes se debe comprar 1 acción, para mantener nuestra cartera cubierta del riesgo, sin olvidar que por la venta realizada al inicio se cuneta con $3,471.88 por lo que no se necesita pedir ningún tipo de préstamo para realizar la cobertura, ya que como lo muestra la tabla la cobertura esta a favor del inversionista.

Al final de la vida de la opción, se ejercerá la misma y la delta se aproxima a 1, lo que indica que el coberturista tiene una posición cubierta, por lo cual el coste total de vender y cubrir su opción es de $240.14 a favor del inversionista.

Conclusiones

En general, los activos financieros surgieron y se han desarrollado a consecuencia de la necesidad que tienen las empresas de establecer nuevas modalidades para financiar sus proyectos de inversión. El desarrollo reciente de los mercados de valores ha puesto a disposición del público en general una amplia gama de activos y servicios financieros cuyas características y posibles usos los hacen diferentes de los ofrecidos tradicionalmente. La clasificación tradicional de los activos financieros según el nivel de riesgo, su rendimiento y liquidez pierde validez en la actualidad. En este sentido presentan otros atributos para los agentes participantes en el mercado (inversores y emisores), que hacen necesario idear criterios adicionales para su adecuada clasificación, entre ellos, dinerabilidad, divisibilidad, reversibilidad y plazo de maduración.

El gran crecimiento del comercio internacional ligado a los procesos de liberalización comercial han requerido de un intercambio creciente de servicios financieros y de préstamos internacionales, los avances tecnológicos y de telecomunicaciones, la mayor competencia entre los intermediarios financieros, así como la necesidad que tienen los agentes económicos de manejar la volatilidad creciente en las tasas de interés, el tipo de cambio y los precios, han permitido el surgimiento de nuevos activos y servicios financieros, así como, que los ya existentes sean más competitivos, es decir, la llamada “innovación financiera”. Su objetivo principal ha sido manejar la incertidumbre asociada a todos estos procesos, evitar regulaciones y tributaciones inadecuadas, aligerar los trámites y reducir los costos de la intermediación.

Con el desarrollo de los mercados de valores se han modificado formalmente algunas de las funciones realizadas por los intermediarios financieros. Hoy en día, la reducción de riesgo y la maximización de utilidades vía diversificación de la cartera puede ser mayor, dada la posibilidad de utilizar una gama extra de activos como son los instrumentos derivados (futuros, opciones, swaps, etc).

Desde el punto de vista de la empresa, una buena utilización de estos nuevos instrumentos puede ayudarle a reducir significativamente sus costos financieros, favoreciendo por tanto su competitividad en el mercado.

En este trabajo se realizó el análisis de sensibilidad de un contrato de opciones sobre acciones de la empresa Cemex S. A. de C. V. y Subsidiarias (CX) en el cual se pretende observar el comportamiento de las acciones y sobre todo la situación que se puede presenta en el momento de cotizar en Mexder, porque no hay que olvidar que aún no cotiza en este mercado, y sobre todo analizar los riesgos que esto representa y la situación en que se encuentra la empresa, lo que permite tomar decisiones trascendente para la inversión en este tipo de instrumentos financieros.

Posteriormente se calculó el valor estimado de la prima por medio del modelo de Black y Scholes y se realizó la modelación del precio de las acciones tomando como supuesto que las acciones tienen un cierto crecimiento basado en que la empresa ha mantenido un crecimiento estable y sin tantos riesgos, lo que se obtuvo como resultados se resume en los siguientes puntos:

1. La empresa Cemex es una buena elección para invertir en contratos de opciones del tipo Europeo, determinándolo sus antecedentes históricos y no olvidando revisar los estados financieros y la situación en que se encuentra la empresa constantemente.
2. Es conveniente realizar una cobertura determinada al adquirir un contrato de opciones, ya que esto permitirá un mejor manejo de las mismas y sobre todo es importante analizar que tipo de cobertura utilizar, en esta investigación se utilizaron las “griegas”, observando cuál de estas permite una mejor reducción del riesgo obtenido al adquirir un contrato de opciones de tipo europeo.

3. No es necesario que en el análisis de sensibilidad se utilicen todas las "griegas", puesto que existen algunas que en la realidad no son muy utilizadas, como lo es la *theta,* puesto que no se puede hacer gran cobertura con respecto al plazo al vencimiento, es decir con respecto al paso del tiempo, ya que entre más tiempo falte para la expiración del contrato, el precio de la opción es mayor y entre menos tiempo falte el precio de la opción va perdiendo valor.

Finalmente este solamente fue un caso práctico en el cual se observa y se ejemplifica cómo se puede trabajar en el caso de adquirir un contrato de opciones de tipo europeo, lo que indica que se puede aplicar a diferentes empresas y sobre todo a empresas que realmente coticen en Mexder, tomando en cuenta que este tipo de derivados es una forma de inversión y que en realidad sólo basta contar con cierta liquidez para poder invertir en este tipo de instrumentos financieros.

Ahora en la actualidad Mexder sigue trabajando en el desarrollo y evolución de estos tipos de contratos listando cada vez más empresas que cotizan y que emiten contratos sobre opciones, y ahora no sólo del tipo europeo, sino también en la actualidad, del tipo americano y conforme sigue pasando el tiempo seguirá desarrollando e implementando nuevos instrumentos de inversión, lo que permitirá que se siga trabajando e investigando sobre los mismos, observando que se pueden realizar diversas investigaciones como:

- Realizar un portafolio de inversiones sobre contratos de opciones, tomando en cuenta que en los bancos ya existen portafolios de inversión y realizar diversos movimientos para poder obtener ciertos beneficios timando la estabilidad de las acciones.

- Realizar el análisis a fondo de la volatilidad y la estimación de la misma por medio de ciertos modelos más avanzados y más precisos, que permita una mayor reducción del riesgo dentro de las opciones financieras.

- Analizar el mercado de derivados, y trabajar con las nuevas modalidades de las opciones financieras, en esta investigación se abordaron solamente las de tipo europeo, pero acaban de listar las de tipo americano y por el momento sólo existen pocas empresas que tienen de este tipo como American Movil S. A. de C. V.

Como se observa el trabajo se realizó con respecto a datos de México y lo que se aplica dentro de esté, lo que deja abierto a poder realizar investigaciones con respecto a otros paises y mercaados, sin olvidar que:

"La operación en Opciones y Futuros requiere una vigilancia constante de la posición, ya que estos instrumentos pueden representar un alto riesgo si no se administran adecuadamente. Una ganancia puede convertirse rápidamente en pérdida como consecuencia de la variación de los precios en el mercado. Operar con Opciones y Futuros requiere conocimiento y buen juicio”.

BIBLIOGRAFÍA

1. Burden y Faires
   Análisis Numérico Segunda Edición
   Grupo Editorial Iberoamérica

2. Díez de Castro Luis, Mascareñas Juan
   Ingeniería Financiera, La gestión en los mercados financieros internacionales
   Segunda Edición
   Mc Graw Hill.

3. Hull Jhon C.
   Options, Futures and Other Derivates
   Prentice Hall

4. Hull Jhon C.
   Introducción a los Mercados de Futuros y opciones
   Segunda Edición
   Prentice Hall

5. Srdjan Stojanovic
   Computacional Financial Mathematics Using Matemática
   Optimal Trading in Stocks and Options
   Birkhäuser

6. Wilmott Paul
   The Mathematics of Financial Derivates A student introduction
   Howison Sam
   Dewynne Jeff
   Cambridge University Press

7. Wilmott Paul
   Introduces Quantitative Finance
   Wiley

BIBLIOGRAFÍA ELECTRÓNICA

8. www.asigna.com.mx

9. www.bolsami.com/CURSO/opciones.asp

10. www.cemex.com.mx

11. www.comfia.net/formacio/bancaria/opcion.htm

12. www.ipyme.org/temas/financia/opciones.htm

13. www.meff.com/instituto/futuros/sopci.htm

14. www.mexder.com