CENTRO DE INVESTIGACION EN CIENCIA APLICADA Y TECNOLOGIA AVANZADA DEL INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL

ACERCAMIENTO GRAFICO A LOS CEROS DE LA FUNCION POLINOMIO Y A LAS RAICES DE LA ECUACION POLINOMIO.
UNA EXPERIENCIA CON ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS

TESIS QUE PARA OBTENER EL
GRADO DE MAESTRA EN CIENCIAS
EN MATEMATICA EDUCATIVA

PRESENTA:
SUSANA BAZALDUA MERINO

DIRECTORA DE TESIS:
DRA. GISELA MONTIEL ESPINOSA

MEXICO D. F., NOVIEMBRE DE 2007

SIP-14

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

ACTA DE REVISIÓN DE TESIS

En la Ciudad de México siendo las 11:00 horas del día 23 del mes de octubre del 2007 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de Tesis designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de CICATA LEGARIA para examinar la tesis de grado titulada:

Acercamiento gráfico a los ceros de la función polinomio y a las raíces de la ecuación polinomio. Una experiencia con estudiantes universitarios

Presentada por el alumno:

Bazaldua	Merino	Susana
Apellido paterno	materno	nombre(s)

Con registro:

A	0	5	0	3	8	7

aspirante al grado de:

Maestría en Ciencias en Matemática Educativa

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron ***SU APROBACIÓN DE LA TESIS***, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

LA COMISIÓN REVISORA

Director de tesis

Dra. Gisela Montiel Espinosa

Dr. Apolo Castañeda Alonso

M. en C. Juan Gabriel Molina Zavaleta

CICATA - IPN
Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional

M. en C. Flor Monserrat Rodríguez Vásquez

M. en C. Catalina Navarro Sandoval

EL PRESIDENTE DEL COLEGIO

Dr. José Antonio Irán Díaz Góngora

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

CARTA CESIÓN DE DERECHOS

En la Ciudad de México el día _22 del mes _OCTUBRE________ del año _2007_, el (la) que suscribe_ SUSANA BAZALDUA MERINO_ alumno (a) del Programa de Maestría en Ciencias en Matemática Educativa con número de registro _A050387_, adscrito al Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, Unidad Legaria, manifiesta que es autor (a) intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección de _DRA. GISELA MONTIEL ESPINOSA_ y cede los derechos del trabajo intitulado _ACERCAMIENTO GRAFICO A LOS CEROS DE LA FUNCION POLINOMIO Y A LAS RAICES DE LA ECUACION POLINOMIO. UNA EXPERIENCIA CON ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS_, al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la siguiente dirección _susybms@yahoo.com.mx_. Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

SUSANA BAZALDUA MERINO

DEDICATORIAS

A mis hijos *Daniel y Paola* por ser la razón de mi existencia

A *Lauris*, por animarme a continuar y creer siempre en mi.

A *Carlos* por ser el amor de mi vida y mi apoyo incondicional.

A mis padres *Sergio y María*, por darme la vida y la oportunidad de estudiar.

A mis hermanas *Nene y Miny* por compartir la vida.

A *Montse* por ser mi alegría.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco al Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional, por la oportunidad de estudiar en sus aulas virtuales.

Al Instituto Politécnico Nacional por la beca otorgada para poder concluir mis estudios de maestria.

A los profesores del Departamento de Matemática Educativa del CICATA Unidad Legaria por sus apreciables enseñanzas.

Al Dr. Javier Lezama por sus valiosos consejos y enseñanzas.

A la Dra. Gisela Montiel, por su paciencia y por sus atinadas contribuciones para la mejora de este trabajo.

Y a los alumnos que formaron parte de este trabajo.

RESUMEN

El presente trabajo muestra la experiencia de una serie de secuencias didácticas aplicadas a alumnos de nivel superior en torno a los conceptos ceros de la función polinomio y raíces de la ecuación polinomio desde una perspectiva gráfica. Se fundamenta en el marco teórico de la Teoría de Situaciones Didácticas de Guy Brosseau, ya que se tiene como propósito generar en los alumnos conocimiento matemático a través del diseño, análisis y estudio de los objetos didácticos mediante una organización del medio. El acercamiento gráfico que se propone se basa en procesos de visualización, dichos procesos demandan un gran esfuerzo cognitivo, pero generan razonamiento por medio de elementos visuales que ayuda a un mejor entendimiento matemático estimulando el proceso de descubrimiento matemático. Esta investigación surge debido a que se encontró después de aplicar un cuestionario, que los alumnos no cuentan con las habilidades para responder a preguntas con un acercamiento gráfico, la importancia de esto se hace explicita en la necesidad de la interpretación de gráficas que modelan ciertos fenómenos para la solución de problemas de su entorno. Las herramientas tecnológicas que se utilizan son dos programas graficadores que sirven como apoyo para lograr el entendimiento de los conceptos en juego. Esta investigación pretende también a través de sus resultados encontrar variables e información para refinar las secuencias y que estas sirvan de apoyo a profesores en el tratado de estos temas desde un enfoque visual que rompe con la tradición algebraica y algorítmica de enseñanza de estos temas.

ABSTRAC

This work shows the experience of a series of didactic sequences applied to university students around concepts of polynomial function zero and polynomial equation root from a graphic perspective. This work is founded on the theoretical frame of Gay Brosseau's Didactic Situation Theory, since the purpose of it, is to generate mathematical knowledge in the students through the design, analysis and study of didactic objects by organizing the entire milieu. The proposed graphical approach is based on visualization processes, and even though they demand high cognitive effort, they also generate reasoning by visual elements that help having a better mathematical understanding stimulating the mathematical discovery process. The present investigation comes out after applying a test, in which was found that students do not have the ability to answer questions from a graphical approach; the importance of this finding is more explicit in the need of interpreting graphics that map some situations to solve problems of life-world. Two graphical programs are used as technological tools to help achieve the understanding of the concepts presented. This investigation also tries, through the results, to find variables and information to enhance the sequences and make them useful as support material to professors when treating these topics from a visual perspective that breaks the algebraic and algorithmic tradition when teaching these topics.

CONTENIDO

INTRODUCCION

Este trabajo surge al identificar la necesidad de que alumnos de nivel superior de ingeniería no cuentan con las habilidades necesarias para la identificación de los objetos matemáticos ceros de la función polinomio y raíces de la ecuación polinomio, objetos que por su distinta naturaleza e importancia requieren de un preciso entendimiento para su empleo posterior en problemas de aplicación en ingeniería.

Como disciplina científica, la Matemática Educativa nos da las herramientas para diseñar secuencias didácticas para favorecer la apropiación de los significados. Nos basamos en la Teoría de Situaciones Didácticas, donde se tiene por objeto de estudio al Sistema Didáctico compuesto por la triada alumno, saber y profesor y su interacción dentro de un medio que organizado genera conocimientos matemáticos en los alumnos. A partir de fundamentos epistemológicos, cognitivos y didácticos hemos diseñado, aplicado y analizado las producciones de alumnos universitarios ante una serie de secuencias didácticas que favorecen el contexto gráfico de la función y ecuación polinomio.

Este trabajo está formado por los antecedentes, el marco teórico, el diseño y aplicación de las secuencias, los análisis de resultados y las conclusiones.

En los antecedentes definimos el porqué de la necesidad de esta serie de secuencias didácticas, el cuestionario que nos llevó a identificar las carencias de habilidades de los estudiantes para responder a preguntas desde una perspectiva gráfica. Así mismo mencionamos los antecedentes de investigación que nos sirven de base para definir el por qué de la propuesta de trabajar con un acercamiento gráfico. Dichos antecedentes son en torno a la visualización, encontramos el por qué de la visualización, las ventajas y las desventajas de trabajar con ella.

Enmarcamos el diseño de las secuencias dentro de la Teoría de Situaciones Didácticas, explicamos dicha teoría y su objeto de estudio: el Sistema

Didáctico; explicamos así mismo las tres componentes que nos servirán para identificar las restricciones que se tienen para poder controlar la evolución de las concepciones que queremos provocar en los alumnos: la dimensión epistemológica, la dimensión cognitiva y la dimensión didáctica. En la dimensión epistemológica, hacemos referencia a la naturaleza y evolución histórica de la noción en juego, hasta llegar al concepto que ahora conocemos. En la dimensión cognitiva, explicamos las concepciones de los alumnos, los obstáculos epistemológicos que se han encontrado alrededor de este concepto en diferentes investigaciones, las diferentes definiciones de visualización y el rol que tendrá la tecnología que usaremos como herramienta para lograr que los alumnos lleven a cabo el proceso de visualización. En la dimensión didáctica analizamos tres libros de texto que mencionan el tema de polinomios, las definiciones que maneja y el acercamiento que hace cada autor al respecto del tema.

En el diseño y aplicación de las secuencias, explicamos el objetivo en particular de cada secuencia que proponemos, así como los detalles del uso de los programas graficadores en cada una de las secuencias y lo que esperamos provocar en los alumnos.

En el análisis de resultados, encontramos la información acerca de las respuestas que dieron a las secuencias que se aplicaron, tanto las acertadas así como las conflictivas, en cuanto a las respuestas conflictivas investigamos si estas se deben a su relación con el álgebra, con los conocimientos previos o con el desarrollo de las secuencias en sí mismas.

Por último en las conclusiones, condensamos los puntos más importantes a nuestro criterio de los resultados encontrados y lo que esperamos pueda ser de utilidad de la información localizada.

ANTECEDENTES ESCOLARES

Los estudiantes de primer semestre de la Carrera de Ingeniería en Aeronáutica que se imparte en el Instituto Politécnico Nacional en la Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica Unidad Ticomán (ESIME Ticomán), trabajan el tema de polinomios en la materia de Fundamentos de Álgebra en la Unidad II. Este tema se refiere a lo que en los libros se conoce como teoría de las ecuaciones y básicamente es tratado con los estudiantes de manera analítica.

El programa de estudios lo estructura de la siguiente forma:

II.- POLINOMIOS

- II.1 Conceptos
- II.2 Operaciones
- II.3 Determinación de raíces
- II.4 Descomposición en fracciones parciales

La importancia de este tema se hace explicita en los contenidos posteriores del plan de estudios, aplicando los conceptos en problemas de su entorno para la interpretación de gráficas que modelan ciertos fenómenos, es por ello que se considera fundamental en el desarrollo de las habilidades matemáticas y el pensamiento matemático del ingeniero.

Se aplicó un cuestionario a los estudiantes de primer semestre, tanto de nuevo ingreso como los que estaban recursando la materia, con el objetivo de identificar cuáles eran las dificultades asociadas al concepto de función polinomio.

El cuestionario consistió en identificar a partir de las gráficas de dos funciones polinomios elementos de la función como tipo, grado, ceros, ordenada al origen y la función.

CONTESTA LAS SIGUIENTES PREGUNTAS:

De acuerdo a la siguiente gráfica ¿Qué elementos puedes obtener de ella?

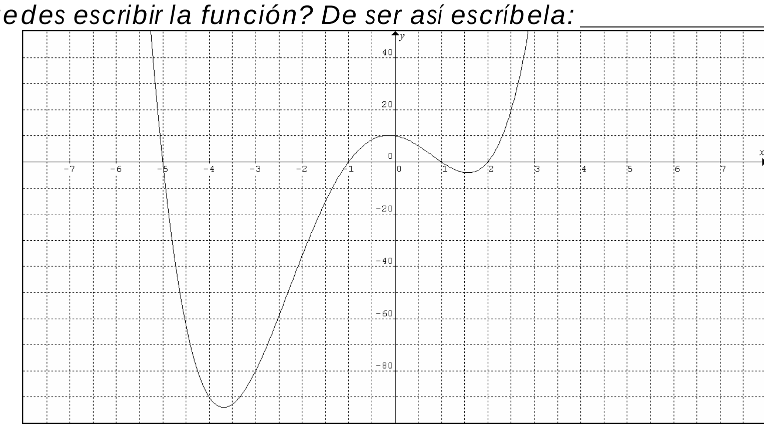
*¿El tipo de función?*_______________________________________

*¿Su grado?*____

*¿Los ceros de la función?*___________________________________

*¿El valor de la ordenada en el origen?*__________________________

¿Puedes escribir la función? De ser así escríbela: __________________



CONTESTA LAS SIGUIENTES PREGUNTAS:

De acuerdo a la siguiente gráfica ¿Qué elementos puedes obtener de ella?

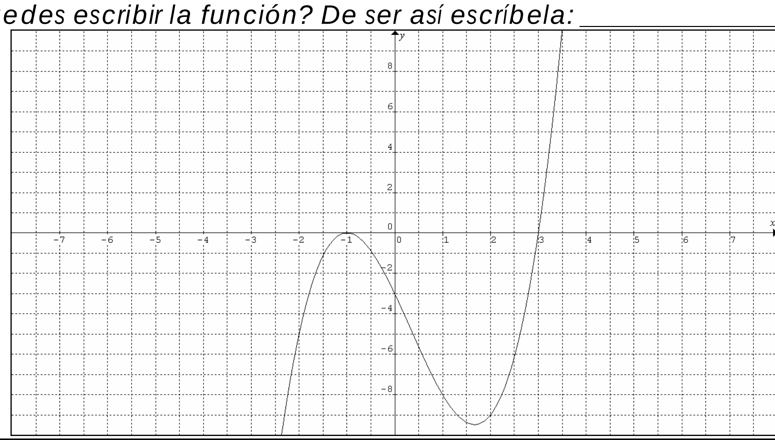
*¿El tipo de función?*_______________________________________

*¿Su grado?*____

*¿Los ceros de la función?*___________________________________

*¿El valor de la ordenada en el origen?*__________________________

¿Puedes escribir la función? De ser así escríbela: __________________



De la variedad de respuestas que obtuvimos nos llaman la atención principalmente las siguientes:

Rogelio contesta:

Para la primera función, ¿su grado?: segundo porque los dos extremos terminan en +α

Rogelio al parecer la está interpretando como una parábola sólo porque los dos extremos terminan hacia arriba, sin poner atención a los cambios de concavidad que tenga la curva, para él es de segundo grado.

Rogelio:

Para la segunda función, ¿su grado?: primero porque va de + α a -α

Al parecer Rogelio está relacionando que como una recta va de infinito negativo a infinito positivo o viceversa, esta curva es de primer grado.

Para Luis:

Para la primera función, ¿su grado?: segundo.
Para la segunda función, ¿su grado?:segundo.

Aquí Luis parece que relaciona que el grado es el mismo son varias parábolas juntas.

Juan respondió:

Para la primera función, ¿su grado?: cuarto, porque corta cuatro veces el eje X.
Para la segunda función, ¿su grado?: segundo, porque corta el eje X dos veces.

Aquí Juan, simplemente se guía por el número de veces que corta el eje de las X para identificar el grado, así para la de tercer grado la identifica como de segundo grado. Esto nos hace reflexionar acerca de la respuesta que daría Juan para las raíces imaginarias.

Erasmo responde:

Para la primera función, ¿su grado?: cuarto, porque hay cuatro líneas unidas.
Para la segunda función, ¿su grado?: tercero, porque hay tres líneas unidas.

De manera general respondieron que la información que podrían obtener de la gráfica era coordenadas, puntos, pendientes, focos, hipérbolas, vértices y función.

Sin embargo, cuando se les preguntó que tipo de función era, hubo respuestas ambiguas que iban desde curvial, lineal, tangente, cociente, curvilínea, hasta trinomio y parábola.

Al preguntar por el grado hubo respuestas como: 3° para la de cuarto y 2° para la de grado 3; o grado 2 para la cúbica porque cortaba 2 veces.

En cuanto a los ceros de la función, respondieron que no tienen o, en algunos casos, se refirieron a los puntos cercanos al cero, al máximo y/o mínimo de la función.

El valor de la ordenada al origen fue respondida como cero en la mayoría de los casos. Y finalmente, la pregunta que pedía que escribieran la función nadie la respondió.

Cabe aclarar que estos estudiantes ya llevaron en su instrucción inmediata anterior (media superior) un curso precálculo y/o cálculo donde se trabaja con el concepto de función, tipos de funciones, sus principales elementos y sus respectivas gráficas.

Debido a que la graficación se aborda en la matemática tradicional escolar como una técnica y no como una forma de visualizar procedimientos y conceptos matemáticos, los estudiantes no cuentan con las habilidades para responder a preguntas con un acercamiento gráfico, entendiendo la visualización como la habilidad para representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflejar información visual en el pensamiento y en el lenguaje del que aprende (Cantoral y Montiel, 2001).

Esto nos da la pauta para proponer un acercamiento a la función polinomio y sus ceros de manera gráfica, articulándolo dentro de un contexto numérico y algebraico.

Basándonos en el método de las operaciones gráficas (Cantoral y Montiel, 2001); que consiste en bosquejar gráficas a partir de un análisis visual amplio que involucra herramientas analíticas y numéricas, trabajan con tres funciones $y = x$, $y = x^2$, $y = x^3$ que con algunos cambios de su método de transformaciones, las operan gráficamente para obtener de este modo gráficas de otras funciones y utilizando una calculadora dinámica[1],

[1] Calculadora Casio modelo Álgebra FX 2.0. Se conocen como calculadoras dinámicas aquellas que pueden imprimir dinamismo a las gráficas variando los valores de los coeficientes de una función para visualizar el efecto que produce esta variación.

efectúan operaciones de suma, multiplicación, división de las funciones que proponen y hacen el análisis de los diferentes resultados; se propone en este trabajo entonces una serie de secuencias donde el estudiante partiendo de la función identidad la opere gráficamente y construya el universo de las funciones polinomio.

En este tránsito se espera que el estudiante construya conceptos como ceros de la función e identifique ciertas características de la función polinomio, así como que identifique la naturaleza de las raíces de la ecuación polinomio. Se pretende institucionalizar la diferencia que existe entre los objetos matemáticos cero de la función y raíz de la ecuación, ya que dentro del ambiente escolar se da por obvio que el alumno entiende la diferencia entre función y ecuación, entre cero de la función y raíz de la ecuación, por ejemplo, los ceros de la función $f(x)=(x-1)(x-1)(x+3)$, son:1 y -3; pero las raíces de la ecuación $f(x)=0;\quad (x-1)(x-1)(x+3)=0$; son: 1, 1 y 3, dentro del contexto gráfico se generan confusiones debido a que no se ha trabajado esta diferencia.

Al decir que esta diferencia la haremos en la institucionalización, nos referimos a aquella que se da en el momento en el que el profesor intervine para dar la significación socialmente establecida del saber que ha sido construido por el alumno en situaciones adidácticas de acción, formulación y validación, (Brosseau, 1997).

ANTECEDENTES DE INVESTIGACION

Según Eisenberg y Dreyfus (1991) se ha visto los beneficios de la visualización de los conceptos matemáticos, sin embargo, ésta demanda un gran trabajo cognitivo, siendo esta una razón de tantas del por qué los estudiantes prefieren el trabajo algorítmico al visual.

Mientras más sea posible, los estudiantes parecen escoger un marco de referencia simbólico para procesar la información matemática más que uno visual (Eisenberg y Dreyfus, 1991), esto implica entonces, que el enseñar las matemáticas desde una perspectiva visual involucra más trabajo que hacerlo de manera tradicional.

Investigaciones como la de Selden, Mason y Selden (1989) reportan resultados poco favorables de una serie de preguntas de cálculo, que se aplicaron a estudiantes que ya habían llevado y aprobado el curso en su instrucción, preguntas que podían resolverse fácilmente si entendían el concepto de la derivada de manera visual.

Clements (1984) ha observado que la tendencia de evitar la visualización existe incluso en los matemáticos (citado en Eisenberg y Dreyfus, 1991), pero se ha visto que no sólo los matemáticos, profesores y alumnos consideran también que las matemáticas se estudian y evolucionan en un ambiente no visual.

Los estudiantes tienen una alta tendencia a pensar algebraicamente más que de manera visual (Vinner, 1989).

Sin embargo, se considera que la visualización es una herramienta poderosa para lograr que los estudiantes tengan una aproximación al entendimiento de los conceptos matemáticos, aunque esto implique un mayor reto para ellos. Partimos de este hecho para la propuesta que se plantea del diseño de las secuencias.

Roth (2004) de la Universidad Victoria en Canadá, en su estudio antropológico cognitivo, muestra que para la interpretación y entendimiento de las gráficas es necesario estar familiarizado con lo que representan, el ambiente natural y establecido de donde surgen así como las herramientas y prácticas que se dan para su creación. Wolf, en su estudio con 37 científicos de diferentes áreas observó las dificultades que tuvieron para interpretar gráficas de libros de textos dentro de su área, debido a que no conocían el objeto natural de estudio que representaba la gráfica y no estaban familiarizados con los detalles de la misma, llegaron así, a interpretaciones incorrectas, debido a que se enfocaban en características no pertinentes al fenómeno que representaban.

Lo anterior refuerza el hecho de que los estudiantes al no estar familiarizados con la elaboración, manejo e interpretación de gráficas, requerirán un proceso más elaborado para el entendimiento de las mismas. Será necesario, involucrar a los alumnos dentro del contexto gráfico del manejo y transformación de la de la función lineal para la obtención de la función polinomio y sus características.

OBJETIVO

Nuestro objetivo es entonces el diseño y aplicación de diferentes secuencias didácticas para la construcción del universo gráfico de la función polinomio; así como la diferencia entre los conceptos cero de la función y raíz de la ecuación.

PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

¿Se logrará que centrando la actividad en el contexto gráfico el alumno articule los contextos algebraico y numérico para dar significado a los ceros y al grado de la función polinomio?

¿Se podrá identificar la naturaleza de las raíces de la ecuación polinomio una vez que se institucionalizó la diferencia entre los objetos matemáticos función y ecuación?

TEORIA DE SITUACIONES DIDACTICAS

Este trabajo se realiza dentro del marco de la Teoría de Situaciones Didácticas de Guy Brosseau perteneciente a la escuela francesa de Didáctica de las Matemáticas.

La Teoría de Situaciones Didácticas tiene como propósito generar conocimientos matemáticos en los alumnos a través del diseño, análisis y estudio de los objetos didácticos, mediante una organización del medio determinando el origen, naturaleza y condiciones de los conceptos matemáticos en juego. Dichos conceptos son considerados elementos de análisis y viven dentro de un ambiente escolarizado.

Lo anterior se desarrolla dentro de un sistema llamado Sistema Didáctico.
Consta de tres polos:

El polo psicológico (representado por el alumno)
El polo epistemológico (representado por el saber a enseñar)
El polo cognitivo (representado por el profesor en escenario escolar).

Los polos están interactuando constantemente, es decir, la triada alumno, profesor y saber a enseñar.

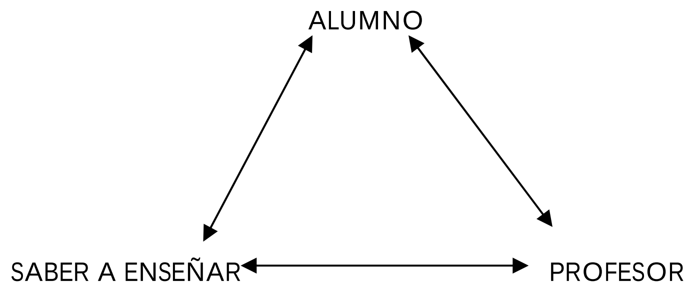


Fig. 1. Sistema didáctico.

Entre el alumno y el profesor respecto del saber, se establece un contrato didáctico, dicho contrato se desarrolla dentro de una situación didáctica, cuyo objetivo es lograr que el alumno se apropie del saber a través de la óptima organización del medio.

El saber, cuando es producido por matemáticos, saber sabio, sufre una transformación antes de estar en los textos y en la matemática escolar y convertirse en un saber a enseñar, a esta transformación se le conoce como transposición didáctica, dicha teoría es desarrollada por Yves Chevallard a principios de los años ochenta.

En palabras de Chavellard (1988) “un contenido de saber que ha sido designado como saber a enseñar sufre a partir de entonces un conjunto de transformaciones que van a hacerlo apto para ocupar un lugar entre los objetos de enseñanza. El trabajo que transforma un objeto de saber a enseñar a uno de enseñanza es denominado transposición didáctica”

Es necesario organizar el medio con el que el alumno interacciona, esta interacción se da en tres niveles que son: acción, comunicación y prueba; dicho medio es organizado por el profesor y tiene que ser capaz de evolucionar. Estas interacciones se llevan a cabo en diferentes etapas llamadas situaciones adidácticas, y son tres:

Situación adidáctica de acción: aquí sin la intervención del profesor, el alumno actúa sobre un problema, analiza sus resultados, obtiene modelos implícitos y se encuentran las nociones protomatemáticas, aquellas que no son reconocidas como objetos de estudio ni para el estudio de otros objetos pero que están presentes.

Situación adidáctica de comunicación: El alumno intercambia información con otros alumnos, se crean modelos explícitos formulados con símbolos y reglas conocidas en el lenguaje matemático, aparecen nociones paramatemáticas, que sirven para describir objetos pero no se les considera como tal en la cultura matemática.

Situación adidáctica de validación: donde el alumno expone su modelo explícito usando nociones matemáticas, que son aquellas que ya son consideradas objetos de conocimiento y utilizadas en la cultura matemática.

Cuando el alumno se adapta al medio, es entonces cuando construye el conocimiento, es decir el alumno ha logrado una génesis artificial del conocimiento, aunque no lo reconoce. Es necesario entonces que el nuevo conocimiento sea identificado por el alumno como un objeto matemático, esto sucede en el momento en el que el profesor interviene para dar la significación socialmente establecida del saber que ha sido construido por el alumno, a dicha situación se le conoce como situación didáctica de *institucionalización*.

Sin embargo, es importante señalar que la presencia de un contexto escolar no es esencial en la definición de una situación didáctica, lo que sí es esencial es su carácter intencional, el haber sido construida con el propósito explícito de que alguien aprenda algo (Galvez, 1983).

Entonces resumiendo, una situación didáctica, contendrá situaciones adidácticas, así mismo hay una relación entre el alumno, el medio y el profesor ya sea de manera implícita o explícitamente para que se cumpla el objetivo de aprendizaje de un saber matemático, esta triada forma el sistema didáctico, y entre ellos existe una relación que cambiará a medida que el proceso didáctico se lleva a cabo, esta relación se llama contrato didáctico.

La siguiente figura muestra de manera concreta lo anterior:

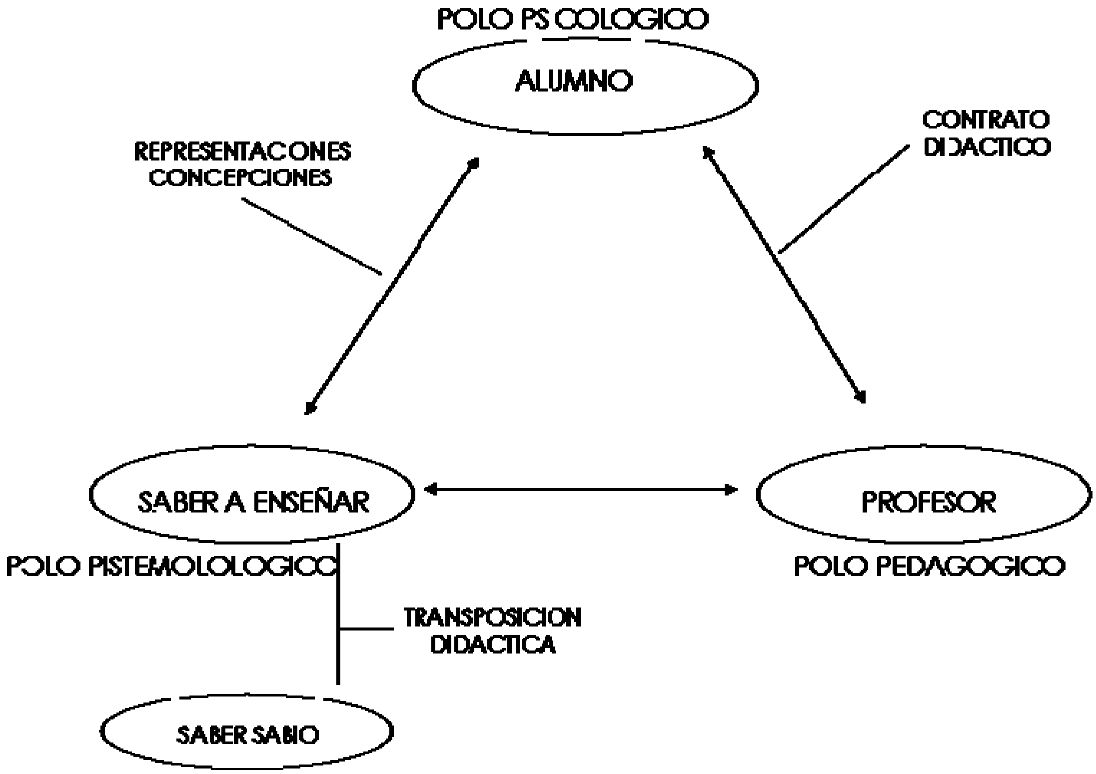


Figura 2.- Sistema Didáctico.

El punto de apoyo esencial para el desarrollo de este trabajo, se basa en las dificultades y los errores escolares más frecuentes de los estudiantes. A partir de esto, esperamos provocar de manera controlada la evolución de las concepciones.

Hemos mencionado ya, que en la escuela el tema de las raíces de un polinomio se estudia de manera tradicional en un contexto algebraico y ello puede influir en que no se haga una diferencia entre los conceptos *cero de la función* y *raíz de la ecuación.* Se da por entendido que la raíz de un polinomio es la solución a la ecuación que se obtiene de la función polinomio en el caso $f(x)=0$. En cursos posteriores se hace una aproximación a la solución a través de métodos numéricos, sin embargo, de manera gráfica no se estudia con debida profundidad y reflexión.

Esto se da debido a que no existe movilidad en las concepciones que tienen los estudiantes de la función polinomio para pasar del contexto algebraico al gráfico y viceversa.

Es necesario entonces, identificar las restricciones que se tienen para poder construir el universo gráfico de los polinomios, para esto se tienen en cuenta tres dimensiones: la epistemológica, la cognitiva y la didáctica.

DIMENSION EPISTEMOLÓGICA

Conceptos de distinta naturaleza matemática como cero de una función y raíz de una ecuación son trabajados en la escuela sin hacer la apropiada distinción entre la naturaleza de cada uno. En algunos textos se habla de raíz de una función, dando por entendido que se trata del valor que corresponde al cero de la función. Esto genera confusión, ya que la raíz corresponde al valor que resuelve una ecuación, y comentábamos que se llegan a encontrar respuestas erróneas cuando se da un tratamiento gráfico. Para el ejemplo que comentábamos anteriormente, los ceros de la función $f(x)=(x-1)(x-1)(x+3)$, son: 1 y -3; pero las raíces de la ecuación $f(x)=0; \quad (x-1)(x-1)(x+3)=0$; son: 1, 1 y -3; y esta diferencia no se ve. Queremos hacer notar esto en la institucionalización que se haga de dichos conceptos una vez que se haya trabajado con las secuencias, así como el entender la naturaleza de las raíces, lo que sucede con la gráfica cuando son imaginarias, iguales, o diferentes.

Desde un enfoque histórico epistemológico observamos que el concepto de función ha pasado por una evolución a lo largo de la historia, siendo diferentes factores y variables las que han influido en esta evolución. A la par han evolucionado también las diferentes representaciones que actualmente conocemos de función, así las primeras ideas del concepto de función dentro del contexto gráfico dieron las bases para lo que actualmente conocemos.

En la época antigua, los Babilónicos (2000 a.C. – 600 a.C.) dejaron sus numerosas tablas, consideradas como el modo más viejo de representación de relación o mapeo. Los matemáticos babilónicos poseyeron un auténtico instinto de funcionalidad, ya que una función no sólo es una fórmula es una relación más general que asocia elementos de dos conjuntos, y esto sí está presente en las numerosas tablas de los cálculos babilónicos (Pedersen, 1974; citado por Ruiz, 1998).

Para los griegos ya se tenía una idea primitiva de función en las nociones que tenían de cambio y movimiento y relación de variables, pero ellos consideraban que estas nociones físicas no tenían que ver con las matemáticas, los objetos matemáticos eran algo estático. Esto llevo a que por mucho tiempo se mantuviera la idea de incógnitas indeterminadas más que variables.

Según un estudio de René de Cotret (1985; citado por Ruiz, 1998) las nociones que tuvieron una influencia negativa, fue la fuerte disociación existente en el pensamiento griego de número y magnitud, así como la homogeneidad que conducía a comparar siempre magnitudes de la misma naturaleza, pudo ser también un obstáculo al desarrollo de la noción de función, puesto que oscurecía e impedía encontrar, de forma significativa, dependencias entre variables de diferentes magnitudes, germen de toda relación funcional.

En la edad media, la matemática se convierte en la ciencia racional modelo de acuerdo a las ideas de Platón, los sentidos eran engañosos y sólo la razón podía alcanzar la verdad. En esta misma época, los árabes clasifican las ecuaciones de manera detallada creando la base para la teoría general de las ecuaciones.

Del S.XII al XVII hubo un progreso de las matemáticas debido a la introducción del método científico en las matemáticas europeas, empezando a involucrar física con matemáticas. Así, filósofos de Paris y Oxford, tales como Grosseteste y Bacon, aseguran que las matemáticas son el principal instrumento para estudiar los fenómenos naturales.

Antes del año 1361, Nicolas Oresme sugiere el que un dibujo o gráfica represente el modo en que varían las cosas, aunque no conecta una representación algebraica con la gráfica es una idea primitiva de lo que nosotros llamamos la representación gráfica de las funciones, capta el principio esencial de que una función de una variable se puede representar por una curva.

En el S.V al S.VI el progreso de la notación algebraica sirve para el desarrollo de lo que conocemos como variable de una función o incógnita de una ecuación. Se hicieron sistemas de símbolos oportunos para todas las operaciones matemáticas.

Galileo (1561 – 1642) realiza gráficos que provienen de la experiencia y la medida.

Chuquet, a finales del S.XVI estudia las progresiones aritméticas y geométricas (1,2,3…n) y (a^1, a^2,…a^n) respectivamente, observando que había una correspondencia en ambas progresiones, dando así la definición de logaritmo. Ruiz, (1998) menciona que mediante estos trabajos se iría gestando la idea mucho mas moderna de funciones definidas directamente por una correspondencia determinada entre la variable independiente y la variable dependiente. Neper sin embargo, trabaja con los logaritmos de manera diferente, comparando movimientos, dando así un sentido profundo de continuidad y a la relación que existía entre número y magnitud.

En el S. XVII, según Youschevitch (1976; citado por Ruiz, 1998), el desarrollo de la teoría de funciones se basó fundamentalmente en tres pilares, el crecimiento impetuoso de los cálculos matemáticos, la creación del álgebra simbólico – literal, y la extensión del concepto de número que a finales del S. XVI abarca no sólo el campo de los reales, sino también los imaginarios y los complejos.

Se crea el puente entre dos áreas de las matemáticas con Fermat y Descartes, al trabajar un método que permite traducir cualquier problema geométrico en uno algebraico, este método de las coordenadas constituye la base también para el desarrollo del concepto de función y del cálculo infinitesimal (Dioudonné, 1989; citado por Ruiz, 1998).

Descartes es con quien aparece claramente la expresión de dependencia general entre dos magnitudes variables según Rene de Cotret, (1985; citado por Ruiz, 1998).

La introducción de funciones bajo la forma de ecuaciones según Youschevitch (1976) tuvo el efecto de una revolución en el desarrollo de las matemáticas. La utilización de expresiones analíticas junto con las reglas para operar con ellas conferiría al estudio de funciones un estatus de verdadero cálculo, abriendo así horizontes enteramente nuevos a la matemática.

El cálculo diferencial e integral nace para finales del S.XVII sirviendo como base el desarrollo del álgebra, la introducción de las matemáticas variables y el método de coordenadas. Los diferentes problemas de la física, fueron el motor para el desarrollo del cálculo. Newton trabaja con su método de fluxiones y al igual que Barrow considera variables dependientes que transcurre en forma continua considerando el tiempo como noción universal. La velocidad de los movimientos o crecimientos es la derivada o fluxión y sirve para estudiar las variaciones de la fluente, que son las magnitudes engendradas.

Leibniz en 1675 da las reglas del Cálculo Diferencial bajo una concepción geométrica, consideró elementos siempre bajo una curva. Introduce por primera vez el término función en 1673, pero no bajo la concepción que actualmente tenemos la relación del valor de ordenada de una variable y su abscisa, si no para representar la función de un órgano o máquina con un punto de una curva. De la misma manera lo consideró Bernoulli. Pero en su escrito en 1718 escribe la definición de función de manera analítica. El desarrollo posterior que dio las bases para su definición como la conocemos hoy lo hizo Euler. Así como la notación ya que el fue el primero en utilizar f(x).

Una función de una cantidad variable es una expresión analítica compuesta de cualquier forma que sea, de esta cantidad y de números o cantidades constantes. Las funciones se dividen en algebraicas y trascendentes. Las primeras están formadas por operaciones algebraicas solamente y las últimas necesitan para su formación operaciones trascendentes. (..) Las funciones algebraicas se subdividen en racionales e irracionales. En las últimas la variable está afectada por radicales y en las primeras no. (..) Las funciones racionales por último se dividen en enteras y fraccionarias (Euler, citado por Ruiz, 1998).

La evolución que ha tenido el concepto de función, históricamente ha tenido que superar diferentes obstáculos epistemológicos para llegar al concepto y la representación que hoy conocemos, de cierta manera nuestros estudiantes tienen que transitar por ese camino para conseguirla también. De acuerdo a los trabajos de Sierpinska (1992) y Ruíz (1998) se tienen los siguientes:

- En la época antigua, estudian los cambios de un fenómeno (cómo cambian, no lo que cambian), es decir hay una disociación entre cambio y variable. Nuestros estudiantes cuando empiezan a estudiar funciones tienen que pasar de lo que conocen como constante pasa a ser variable.

- Consideraban en la edad media a la física y a la matemática como dos ciencias apartes, Galileo con el método científico lo supera al empezar a establecer relaciones con la experimentación y la medida.

Y en el aula básicamente se ven los obstáculos siguientes:

- Empiezan a identificar como función una que es siempre continua y diferenciable. Debido a las primeras representaciones que se hacen con tablas y gráficas.

- Las tablas son percibidas como secuencias, y se forma un obstáculo cuando los estudiantes llegan a identificar que todas las funciones son secuencias.

- Las curvas sirvieron como herramienta para empezar a acuñar el concepto de función. Leibniz desarrolla el cálculo diferencial dentro del contexto geométrico y Bernoulli gesta el primer concepto de función bajo ese contexto. Las curvas fueron evolucionaron también, ya que al principio no eran consideradas como la representación de una correspondencia entre variables. En los estudiantes, algunos hacen la clasificación de las funciones de acuerdo a la forma gráfica, considerándolos objetos geométricos solamente, sin ver la correspondencia (x, y).

- En la graficación no son capaces los estudiantes de graficar en dos dimensiones esa relación.

- Ven la gráfica como algo estático.

DIMENSION COGNITIVA

Las concepciones de los estudiantes respecto al concepto de función los analizamos en esta dimensión.

Entenderemos primero lo que un obstáculo epistemológico es, de acuerdo a los trabajos de Sierpinska (1992) y Ruíz (1998): el entender un nuevo conocimiento, requiere de cambiar las viejas maneras de conocimiento, esto lleva consigo el superar ciertos obstáculos que son producto del observar las viejas formas y que nos alertan del nuevo conocimiento. Dichos obstáculos son llamados epistemológicos. Pertenecen al conocimiento en sí mismo y se dan en una cultura, no de manera individual, ya sea en el presente o pasado.

Se distinguen tres niveles que dependen entre ellos, el tercer nivel es el resultado de los dos primeros:

- Actitudes y creencias de nuestro mundo.
- Esquemas de pensamiento, la manera de interpretar y abordar problemas y situaciones, que son aprendidas por la sociabilización y la educación.
- Conocimiento técnico, que vale y valida que sea por un criterio más racional.

Son superados cuando somos capaces de ver desde afuera nuestras creencias y esquemas de pensamiento y darle cabida al nuevo conocimiento.

Para poder superar los obstáculos, es necesario tener actos de entendimiento, entonces tenemos que pasar por las siguientes etapas:
Identificación, de un objeto que ya está presente pero aparece como principal, lo identificamos en un término científico. Discriminación, entre dos objetos, identificando diferencias y propiedades. Generalización, pasamos al campo de aplicaciones. Síntesis, unimos todos la información, hechos, propiedades, objetos organizándolo en un todo.

Se habla también del uso, no como acto de entendimiento pero si como herramienta para que dicho acto ocurra.
En el cuestionario que se aplicó a los estudiantes de primer semestre para conocer acerca de las nociones que tenían de la función polinomio arrojo respuestas muy interesantes que nos dan la pauta para encontrar diferentes obstáculos:

- No se pudo transitar de la representación gráfica a la representación analítica de una función polinomio.

- No identifican el cambio de función polinomio a ecuación, es decir cuando la variable pasa a ser incógnita. No se ha entendido lo que significa el caso de la función polinomio $f(x)=0$.

- Identifican que el grado de la función polinomio es el número de veces que corta el eje de las abscisas la gráfica. No identifican la relación que hay con las raíces reales (diferentes o iguales) y las complejas con la forma de la gráfica, con el número de veces que corta el eje de las abscisas.

Consideramos entonces que para una articulación significativa de los registros gráfico, numérico y algebraico es necesario diseñar las actividades y plantear las preguntas dentro del contexto gráfico, pues ante la tradición algebraica y algorítmica de la escuela, el estudiante debe

construir sus expresiones algebraicas con base a los comportamientos y patrones gráficos.

Tenemos entonces como referencia teórica también, a la visualización, diferentes autores la citan como:

> La habilidad para representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflejar información visual en el pensamiento y el lenguaje del que aprende (Cantoral y Montiel 2001).

Borba y Villarreal, (2005) reportan diferentes definiciones de visualización de acuerdo a diferentes autores, considero las más pertinentes para este trabajo las siguientes:

- La visualización en matemáticas es un proceso de formación de imágenes (mentalmente, con papel o lápiz, o con la ayuda de tecnología) que usándolos ayuda a la obtención de un mejor entendimiento matemático y estimulación del proceso de descubrimiento matemático. (Zimmerman y Cunningham, 1991)
- La visualización en matemáticas es el tipo de actividad de razonamiento basada en el manejo de elementos visuales o espaciales, ya sea física o mentalmente, usados para resolver problemas o probar propiedades. (Gutierrez, 1996)

La herramienta tecnológica de este trabajo es el uso de la tecnología, específicamente el software para graficar en dos dimensiones llamado Graphmatica, que es de libre distribución y el software de la calculadora Casio ClassPad Manager.

Consideramos que estos será de gran utilidad en el proceso de visualización que llevarán los estudiantes, tal como lo menciona Devlin (1997) y Levy (1993), la computadora puede jugar un papel importante en el proceso de razonamiento de los conceptos matemáticos y la llegada de un nuevo medio, como una computadora, no suplanta a uno ya existente, como papel y lápiz.

Dubinsky y Tall (1991) mencionan que la rápida ejecución de la computadora de los algoritmos matemáticos no garantizan el entendimiento de los conceptos, de aquí que el uso en este caso de los programas Graphmatica y Casio ClassPad Manager, serán sólo una herramienta que nos ayude a guiar el aprendizaje y los procesos que se están diseñando para lograr un profundo entendimiento matemático del conocimiento que se pretende que los alumnos asimilen.

El rol potencial de las computadoras en la reorganización del pensamiento y los cambios en los contenidos o estrategias de enseñanza, nos lleva también a considerarlas como una herramienta primordial en el diseño de las secuencias.

Aunque en diferentes investigaciones se ha visto un rechazo al uso de la tecnología no sólo por los profesores, sino también por los estudiantes, y como lo mencionan Borba y Villarreal, (2005) este rechazo puede tener sus raíces en la manera en como las matemáticas son presentadas por profesores e investigadores: en forma oral o escrita; sin embargo pensamos que esta forma de trabajo motivará a los estudiantes y se construirá en ellos los conceptos que pretendemos.

Básicamente creemos que la visualización y el uso de la tecnología son dos elementos importantes en este diseño debido a que la combinación de ambos puede ser un detonador de interés, entendimiento y construcción de los conocimientos en nuestros estudiantes. Como lo describen Borba, M.C. y Villarreal, M.E. (2005):

- Visualización constituye una alternativa de acceder al conocimiento matemático.

- La comprensión de los conceptos matemáticos requiere múltiple representaciones, y la representación visual puede transformar el entendimiento en sí mismo.

- La visualización es parte de la actividad matemática y una manera de resolver problemas.

La tecnología con sus interfaces visuales potentes es presentada en las escuelas, y su uso para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas requieren de la comprensión de procesos visuales.

DIMENSION DIDACTICA

Pero ahora queremos responder a la pregunta ¿Cómo se enseña la función polinomio en el aula? Para ello nos dimos a la tarea de buscar bibliografía para ver la aproximación que se hace de ella.

El programa de estudios de la materia de Fundamentos de Álgebra, los libros que sugiere como bibliografía para este curso, ninguno aborda este tema, ni los que recomienda para este tema. Así nos dimos a la tarea de buscar en la biblioteca de la unidad los libros que tratan este tema y a los que el estudiantes tiene acceso.
Se encontraron principalmente en mayor número y por la cantidad de veces que son solicitados los siguientes libros:

I. Adrian Albert (1991). *Álgebra Superior*. Grupo Noriega Editores; Unión Tipográfica Editorial Hispano Americana. México.

II. Willerding y Hoffman (1990) *Fundamentos de Álgebra*. Editoral Limusa. México.

III. Hall y Knight (1991). *Álgebra Superior*. Unión Tipográfica Editorial Hispano Americana; Instituto Politécnico Nacional. México.

Adrian Albert en su libro Álgebra Superior, Cap. IV llamado Polinomios y funciones racionales, comienza dando la definición de polinomio como sigue:

Polinomio en x, es una expresión algebraica de la forma $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + ... + a_n$.

En seguida el autor explica el significado de cada término, pero no menciona nunca el que se trata de una función aunque la notación a lo largo del capitulo siempre la mantiene. Trabaja con las operaciones de suma, diferencia, multiplicación y división de polinomios. Menciona los diferentes teoremas de factorización, polinomios con varios símbolos (variables), terminando con el tema de funciones racionales y su proceso de simplificación, como lo llama él. Más adelante en el capítulo VII, llamado raíces reales de ecuaciones reales, principia mencionando que un polinomio se transforma para poder estudiar las raíces reales de ecuaciones de la forma $f(x)=0$ y dichas transformaciones reemplazaran un polinomio. Se mencionan diferentes teoremas para determinar las raíces de la ecuación, raíces enteras, raíces racionales, cotas superiores e inferiores, demostración del método de los radicales y otros métodos. El concepto de función, operaciones y ecuaciones de una curva. Todo el planteamiento que hace para estos temas, es de manera analítica, con ejemplos ilustrativos y propone después una serie de ejercicios. Todo lo realiza de manera analítica, no hace nunca ningún acercamiento gráfico, ni en el tema ecuaciones de una curva.

El libro *Fundamentos de Álgebra* de Willerding y Hoffman su capítulo 9 se llama Polinomios. Empieza el capítulo mencionando también la definición de polinomio como

> *"...una expresión algebraica de la forma* $a_0x^n + a_1x^{n-1} + ... + a_n$ *en donde* $a_0 \neq 0$ *y* $a_0, a_1, ..., a_n$ *son elementos de F y n es un entero no negativo"*

Después el autor menciona que está denotado por P(x), y trabaja con el caso de que P(x)=0, como una ecuación polinomial, haciendo referencia a el cero de un polinomio y raíz de una ecuación polinomial. Se trabaja después con la división sintética y teorema del residuo para localizar las raíces reales enteras de la ecuación polinomial. Después se trabaja con la gráfica de funciones polinomiales, en este subtema es en donde se refiere por primera vez a los polinomios como función polinomial. Presenta las gráficas como resultado de una tabla de valores donde se muestran los pares ordenados para la función, no se hace la liga de lo que son los ceros de la función o raíces de la ecuación con la gráfica, así como tampoco se plantea la relación que existe con la gráfica y el coeficiente a_0. Después se menciona los números de ceros de una función polinomial, los ceros complejos de funciones polinomiales, raíces racionales, todos estos subtemas acompañados con ejercicios algebraicos. Es hasta el subtema raíces irracionales de ecuaciones de ecuaciones polinomiales, cuando se habla entonces de la gráfica de la función con las raíces de la ecuación. Cabe mencionar que en este mismo libro, el Capítulo 4 estudia las funciones cuadráticas, su gráfica y el método algebraico para encontrar el vértice de la parábola, si abre hacia arriba o hacia abajo de acuerdo a el signo de a_0. Y el Capítulo 3 en el subtema 3.1 llamado Ecuaciones Cuadráticas donde hace referencia a la manera de obtener las raíces de una ecuación de segundo grado, presenta la fórmula general, habla de la naturaleza de las raíces de acuerdo al discriminante, sin embargo, no presenta de manera gráfica las raíces, así como tampoco se menciona como función polinomio de grado dos.

El libro de Álgebra Superior de Hall y Knight en su capítulo IX trata el tema de las ecuaciones cuadráticas, y en el capítulo XXXV llamado teoría de las ecuaciones, habla ya de manera general de las raíces de la función polinomio. En el capítulo IX hace el análisis del discriminante, si es mayor, menor o igual a cero, del tipo de raíces de la ecuación cuadrática que se obtienen; reales o imaginarias, iguales o diferentes. Y finaliza el capítulo con diversos teoremas y ejemplos algebraicos, donde principalmente menciona la definición de función y de función racional para referirse a la función polinomio. Ya en el capítulo XXXV da la definición de nuevo de función racional para seguir con el caso en que dicha función f(x)=0 se tiene lo que llamamos una ecuación racional entera de grado n. Habla así mismo que cualquier valor que anula f(x) se llama raíz de la ecuación, es decir f(x)=0. Trata diferentes teoremas donde se trabaja con los factores de la ecuación polinomio, con la división sintética, así como analiza la naturaleza de las raíces, después trata de manera particular una ecuación cúbica, tratando su resolución con la fórmula de Cardano, una cuártica, tratando su solución con la ecuación de Ferrari. En estos dos capítulos, no se analiza de manera gráfica ninguno de los temas, todos son abordados de manera algebraica.

Podemos concluir entonces que estos textos cuando abordan de manera gráfica a la función polinomio, lo hacen simplemente a un nivel ilustrativo, no a un nivel donde la graficación sirva para visualizar las características y propiedades del universo gráfico de la función polinomio.

¿Cuál es el objetivo de una secuencia didáctica?, Montiel (2002) nos comenta al respecto: Una secuencia didáctica tiene por objetivo provocar en el alumno una génesis artificial de conceptos, dichos conceptos pueden adquirir nuevos significados o recobrar su significado inicial si se conoce su génesis real, es decir, es necesario conocer su naturaleza epistemológica.

Nuestra propuesta es el diseño de secuencias que logren que el estudiante a través de procesos de visualización tenga un acercamiento a la función polinomio y sus ceros de manera gráfica, articulándolo dentro de un contexto numérico y algebraico, así como la identificación de la distinta naturaleza de las raíces en la ecuación polinomio.

Las secuencias se trabajaran con el método de las operaciones (Cantoral y Montiel, 2001). Para empezar a familiarizar a los estudiantes con las actividades, empezaremos a trabajar con la función identidad y partiremos con la operación de suma de una constante y multiplicación para empezar a visualizar el universo gráfico de los polinomios.

Las herramientas tecnológicas de apoyo serán el programa emulador ClassPad Manager y el programa graficador Graphmatica. Se trabajará primeramente para familiarizar a los estudiantes con estas herramientas con el Anexo 1 y Anexo 2 donde se da una breve explicación del manejo de estos programas poniendo atención en los comandos que nos interesa que ellos aprendan.

Se trabajará con un grupo de 10 alumnos de primer semestre de la Carrera de Ingeniería en Aeronáutica de la ESIME Ticomán[2], en un periodo de 6 días, el primer día se dará una introducción a los programas propuestos, y los días siguientes se espera que los alumnos puedan resolver 2 secuencias por clase.

SECUENCIA 1. Exploración de la gráfica de la Función Identidad.

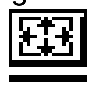
Objetivos:

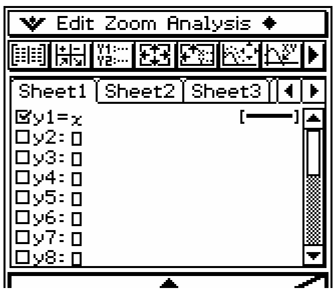
- Que el estudiante visualice la relación de dependencia entre las variables x e y en la gráfica de la función $y = x$.

[2] Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica Unidad Ticomán del Instituto Politécnico Nacional.

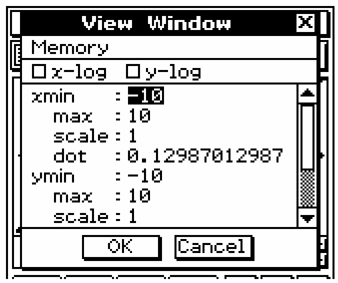
- Que el estudiante identifique el cero de la función como el punto donde la gráfica corta el eje X.

Herramienta:

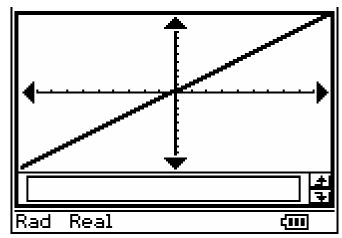
Se utilizará el programa para computadora Casio ClassPad Manager, en el modo de Gráficas y Tablas, para graficar la función identidad y hacer una exploración se presiona el icono  , para que muestre la ventana de visualización y se tenga acceso a diferentes vistas de la función identidad.



Editor de ecuaciones



Ventana de visualización



Gráfica

ACTIVIDAD I

Con el programa Classpad Manager, grafica la función identidad $y = x$.

1. ¿Por qué cuadrantes pasa la función?

2. Observa la gráfica con las ventanas que se indican a continuación.

3. ¿Notas algún cambio en la gráfica?
4. Cuando se amplia la ventana de visualización, ¿la gráfica pasa por algún cuadrante diferente?
5. Copia las gráficas correspondientes a cada ventana de visualización y para cada una de las ventanas indica dónde la gráfica muestra el cambio de signo para la variable y (que pase de ser negativa a positiva).

Comentarios:

En esta etapa se espera que el estudiante identifique a la función identidad, los cuadrantes por donde pasa y comience a construir la noción de que el cero de la función es el valor donde $y = 0$.

SECUENCIA 2. Sumando una constante a la Función Identidad.

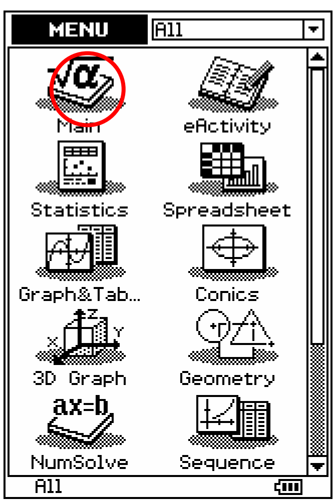
Objetivos:

- Que el estudiante identifique el efecto de sumar una constante a la función identidad, centrando la atención en el punto donde la gráfica corta el eje Y.

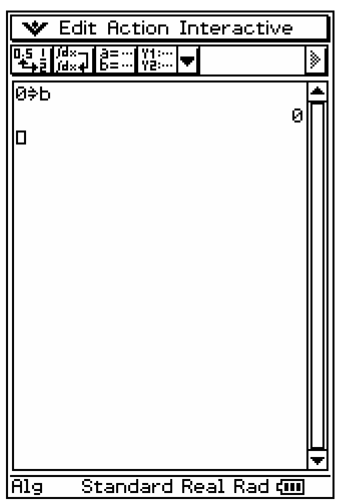
- Que el estudiante identifique el valor donde la recta corta el eje X y empiece a construir la noción de cero de la función..

Herramienta:

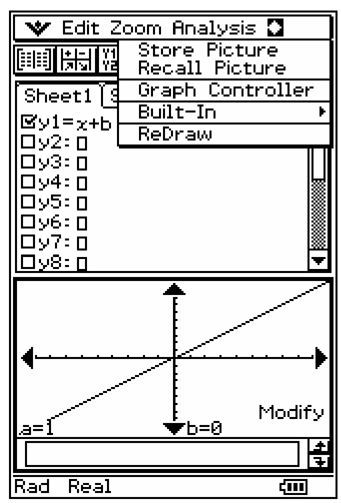
Se utilizará el modulo de Gráficas y Tablas del Classpad Manager, pero será necesario primero en el módulo de Main (principal) definir el parámetro b, para dar dinamismo a la gráfica.



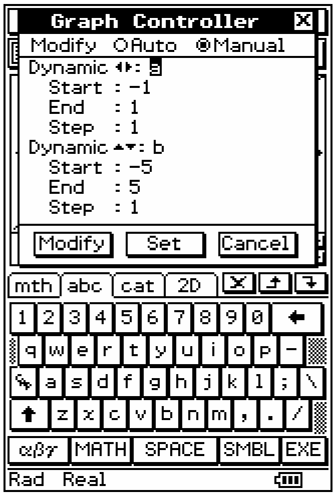
En el módulo Main



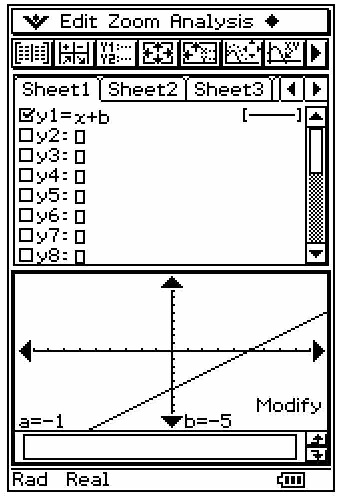
Se define la constante b



Opción Controlador Gráfico



Definen valores para b



Se mueve el cursor para ver el dinamismo de la gráfica

ACTIVIDAD II

Con el Classpad Manager grafica la función $y = x + b$.
Agrega el dinamismo a la gráfica definiendo la constante b de la función en el modulo de Main, en el rango -5 < b < 5.

1. Una vez que la gráfica está en modo dinámico, ¿cuál notas que es la relación del valor de b y la intersección de la gráfica con el eje Y? Pega algunas ventanas que muestren lo anterior.

2. Para los diferentes valores de b, escribe en la siguiente tabla el valor donde la variable y pasa de negativa a positiva.

VALOR DE B	VALOR DE x DONDE y CAMBIA DE NEGATIVA A POSITIVA	VALOR DE y DONDE y CAMBIA DE NEGATIVA A POSITIVA
-5		
-4		
-3		
-1		
0		
1		
2		
3		
4		
5		

De acuerdo a la tabla anterior, ¿encuentras alguna relación en los valores de y?

3. De acuerdo a lo anterior, escribe la definición de cero de la función con tus propias palabras. ________________________________

Comentarios:

Se espera que los estudiantes visualicen que el valor del término independiente de la función es el valor de ordenada en el origen.

A través de la tabla que se propone se espera que identifiquen que el valor donde cruza el eje X la función es el valor donde la variable y cambia de signo.

Se institucionaliza que el valor de x donde la variable y es siempre cero se llama cero de la función. Y se espera que ellos escriban con sus propias palabras la reflexión que han hecho.

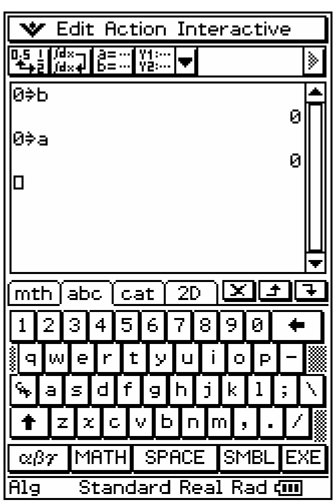
SECUENCIA 3. Analizando el coeficiente a de una Función Lineal.

Objetivos:

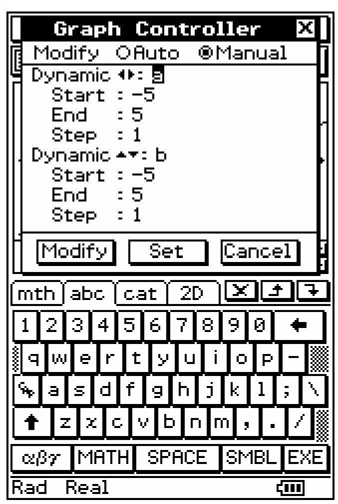
- Que el estudiante visualice que el coeficiente del término lineal de la función identidad da la inclinación de la recta.

Herramienta:

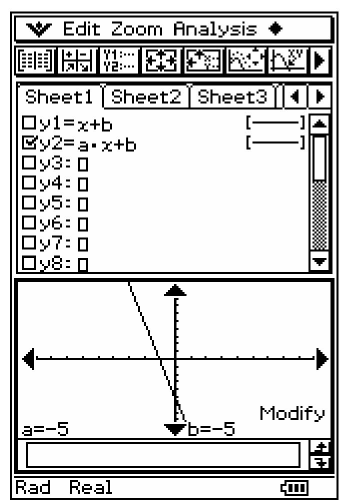
En el Classpad Manager se utilizará el modulo de Gráficas y Tablas, previamente será necesario primero en el módulo de Main (principal) definir el parámetro a para dar dinamismo a la gráfica.



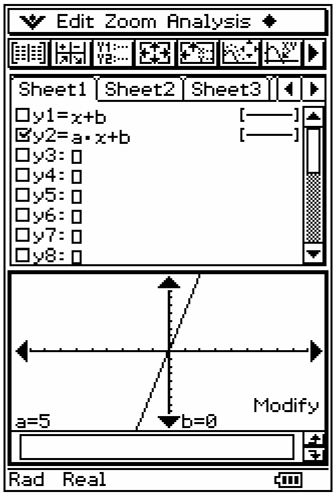
Se define el parámetro a



Se definen valores para a



Se ve en el efecto en la gráfica



Se ve el dinamismo en la gráfica.

ACTIVIDAD III

Grafica la función $y = ax + b$ con el programa Classpad Manager, definiendo previamente los parámetros de a y b en el rango de -5 < a < 5 y -5 < b < 5, para analizar el efecto en la gráfica.
Con el par de flechas del teclado izquierda - derecha, puedes ver el efecto en la gráfica de a, con el par de arriba – abajo se ve el efecto de b en la gráfica.

Copia las ventanas donde se vea el efecto de a sobre la gráfica para responder las siguientes preguntas.

1. Cuando el valor de a es positivo, ¿qué efecto tiene en la gráfica?, ¿Por cuál cuadrante empieza y por cuál termina?

2. ¿Qué sucede con la gráfica cuando a es negativa?, ¿Por cuál cuadrante empieza y por cuál termina?

3. Dejando un valor fijo de a, para cada valor de b propuesto llena la siguiente tabla.

PARA a = -4 VALOR DE b	FUNCION	CERO DE LA FUNCIÓN	ESCRIBE LA FUNCION SI y = 0,	SOLUCION DE LA ECUACION RESULTANTE
-5				
-4				
-3				
PARA a = -2 VALOR DE b				
-1				

0				
PARA a = 1 VALOR DE b				
1				
2				
3				
PARA a = 3 VALOR DE b				
4				
5				

4. ¿Encuentras alguna relación entre los ceros de cada función y las raíces de la ecuación correspondiente?

Comentarios:

Se espera que los estudiantes al analizar el efecto del parámetro a sobre la recta visualice que a positiva hace creciente a la recta (inicie en el 3er. Cuadrante) y cuando a es negativa la hace decreciente (inicia en el 2o. cuadrante). Así como que empiecen a identificar que el cero de la función es la solución de la ecuación lineal resultante para el caso $y=0$.

SECUENCIA 4. Multiplicando dos rectas.

Objetivos:

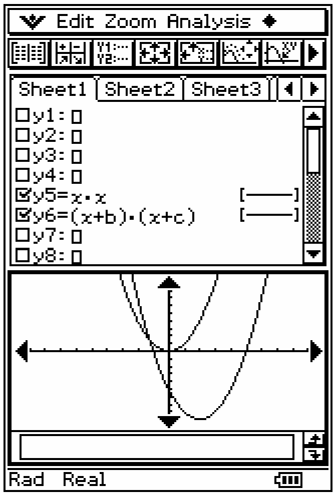
- Que el estudiante visualice que de la multiplicación de dos rectas se obtiene la función cuadrática.

- Que el estudiante identifique que el cero de la función lo obtiene con el punto donde la gráfica corta o toca el eje X.

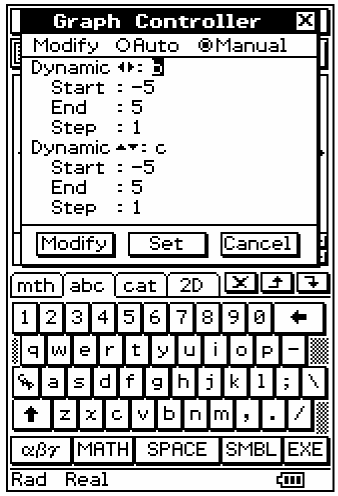
- Que al escribir de manera general el producto, el estudiante identifique los efectos de los parámetros en la gráfica.

Herramienta:

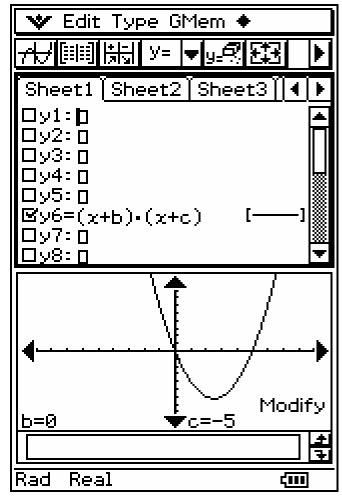
Utilizaremos el Classpad Manager, para graficar el producto $y=x*x$ así como de $y=(x+b)(x+c)$, con la gráfica en el modo dinámico analizaremos cómo obtenemos los ceros de la función, así como valor de ordenada en el origen corresponde al término independiente.



Graficando las dos expresiones



Definiendo los parámetros



Analizando el efecto de la gráfica

ACTIVIDAD IV.

Usando el Classpad Manager grafica la función $y = x * x$.

1. ¿En que se convirtió la gráfica de la función identidad?
2. ¿Cuál es el cero de la función?
3. ¿Cuál es el valor de ordenada al origen?

Define los parámetros de b y c para dar dinamismo a la gráfica de la función $y = (x+b)(x+c)$, copia las ventanas para los diferentes valores de b y c propuestos y llena la siguiente tabla:

Valores de a y b	Función	Gráfica	Ceros de la función, valor de ordenada al origen.
B = 2, c = 4			
B = 1, c = -3			
B = 0, c = -5			
B =-3, c = -1			
b = -5, c = -5			

4. ¿Encuentras algunas relación notas entre los ceros de la función y los valores de b y c?
5. ¿Encuentras alguna relación notas entre los valores de b y c y la ordenada al origen?

Comentario:

Se espera que los estudiantes visualicen que el producto de dos funciones lineales da una función cuadrática.

Se espera que los estudiantes relacionen los ceros de la función con el término independiente de cada binomio de la expresión cuadrática factorizada, así como que la ordenada al origen es el producto de los términos de cada factor.

SECUENCIA 5. Analizando la forma general de la función de segundo grado.

Objetivos:

- Que el alumno identifique la forma general de la función de segundo grado $y = Ax^2 + Bx + C$ como resultado del producto de dos factores $y = (x+b)(x+c)$.

- Que el alumno identifique en la gráfica los ceros de la función.

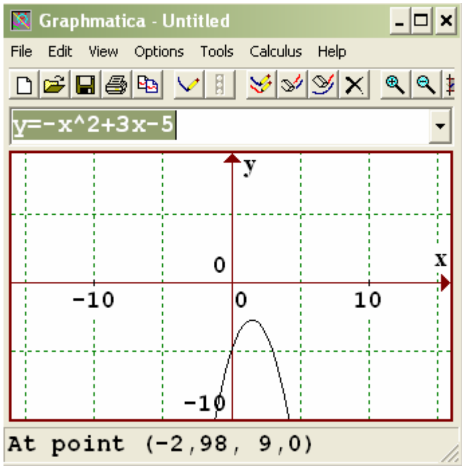
- Que el alumno visualice el efecto que tienen el signo del coeficiente del término cuadrático en la gráfica.

- Que el alumno visualice que el término independiente C, es la ordenada al origen.

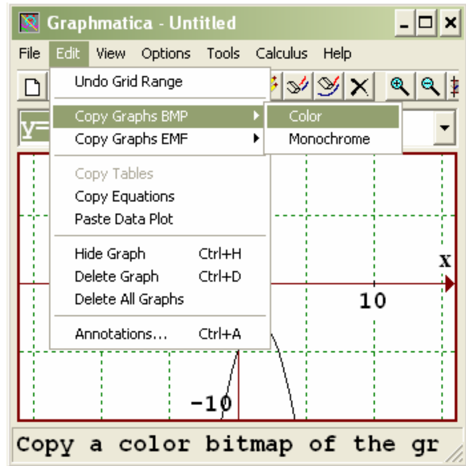
- Una vez institucionalizando que para el caso especial $y = 0$ se analicen las raíces de la ecuación.

Herramienta:

Se generalizará la expresión anterior para obtener $y = Ax^2 + Bx + C$, se graficará y de manera visual se analizará el efecto de los parámetros A y C en la gráfica, así como el visualizar los ceros de la función. Utilizando el programa Graphmatica visualizaremos el comportamiento de los diferentes casos de la función cuadrática expresada en forma general.



Graficando la función



Copiando la gráfica

ACTIVIDAD V:

1. Al efectuar el producto $y=(x+b)(x+c)$ ¿Qué expresión obtenemos?

Al generalizar esa expresión, estamos obteniendo **la forma general de la función de segundo grado** $y = Ax^2 + Bx + C$**.**

Vamos a darles diferentes valores a A, B y C para ver su comportamiento gráfico, llenando la siguiente tabla:

Valores de A, B, C	Función	Gráfica	Comienza en el cuadrante. Termina en el cuadrante. Ordenada en el origen.
A = 2, B = 3, C = -8			
A = 2, B = 8, C = -24			
A = -6, B = -13, C = 5			
A = -1, B = $\vert$, C = 6			
A = 1, B = 9, C = 14			
A = -1, B = 3, C = -5			

De acuerdo a la tabla anterior,

2. ¿Cuándo A > 0, qué relación encuentras entre el valor de A y la gráfica?

3. ¿Cuándo A < 0, qué relación encuentras entre el valor de A y la gráfica?

4. ¿Qué relación encuentras entre el valor independiente de la función y la ordenada al origen?

Sobre papel:

Para el caso especial de y = 0, escribe todas las ecuaciones resultantes de la tabla anterior.

Resuelve cada ecuación cuadrática por el método analítico que desees, y completa la siguiente tabla.

Función	Ceros de la función	Si y = 0	Solución analítica

5. ¿Existe alguna relación entre los valores obtenidos para el caso y = 0 y los ceros de la función?

6. ¿Qué sucede en el caso de tener raíces imaginarias de la ecuación con los ceros de la función?

7. ¿Qué notas en el caso de que las raíces sean iguales con los ceros de la función?

Comentario:

Se espera que los estudiantes identifiquen la forma general de la función de segundo grado.

Se espera que los estudiantes al visualizar el efecto del signo del coeficiente del término cuadrático identifiquen que la parábola abre “hacia arriba” o empieza en el 2º cuadrante, y cuando es negativo abre “hacia abajo” o empieza en el 3er. cuadrante.

Se espera que los estudiantes identifiquen que el término independiente es la ordenada al origen.

Se espera que los estudiantes identifiquen de manera gráfica la relación entre los ceros de la función con las raíces de la ecuación, notando especial atención en que cuando son raíces imaginarias no existen los ceros y dichas raíces vienen en pares, así como que cuando son raíces iguales existe sólo un cero de la función correspondiente a ese par de raíces.

SECUENCIA 6. Multiplicando tres rectas.

Objetivos:

- Que el alumno visualice que la función de tercer grado como resultado del producto de la función identidad por el cuadrado de la variable x.
- Que el alumno analice la forma general de un polinomio de tercer grado, el coeficiente del término cúbico y el término independiente con su gráfica.
- Que el alumno identifique los ceros de la función y las raíces de la ecuación.

Herramienta:

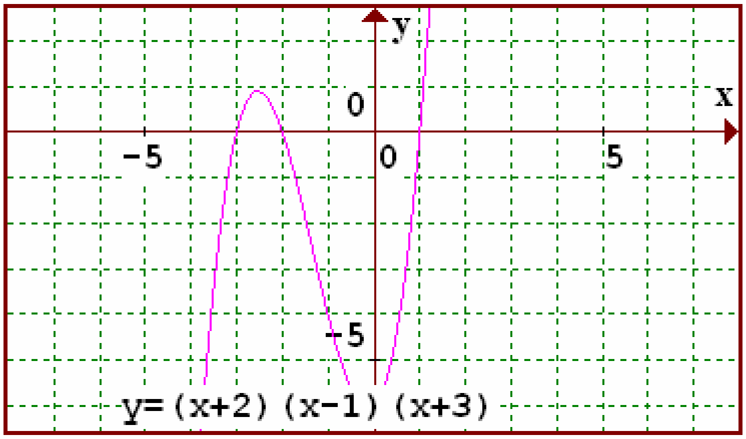
Utilizando el programa graficador Graphmatica, se graficará la función de tercer grado en la manera que se ha trabajado en las actividades previas.

ACTIVIDAD VI.

Con el programa graficador Graphmatica grafica la función $y = x * x * x$.

1. Pega la gráfica obtenida y contesta, ¿De qué grado es la función resultante?
2. ¿En qué cuadrante empieza y en cuál termina?

La siguiente gráfica es el producto de tres rectas, de acuerdo a ella contesta:



3. ¿De que grado es la gráfica mostrada?

4. ¿Cuáles son los ceros de la función y qué relación guardan con los términos independientes de los factores de la función?

5. ¿Cuál es la ordenada al origen y qué relación encuentras con los términos independientes de los factores de la función?

Sobre papel:

Si generalizamos la función $y=(x+a)(x+b)(x+c)$

6. ¿Qué expresión obtenemos?

7. ¿Podríamos escribirla como $y=Ax^3+Bx^2+Cx+D$?

Grafica las siguientes funciones y llena la siguiente tabla:

Función	Coeficiente A >0 ó A<0 Término Independiente	Gráfica	Empieza en el cuadrante: Termina en el cuadrante:	Ceros de la función	Ordenada al origen
$y=x^3-4x^2-7x+10$					
$y=x^3-2x^2-15x+36$					
$y=-4x^3-16x^2+3x+12$					
$y=-x^3+7x^2+x-7$					
$y=4x^3+12x^2+x+3$					

De acuerdo a la tabla anterior,

8. ¿Cuál es la relación que encuentras entre el signo del coeficiente A y la gráfica?

9. ¿Cuál es la relación que encuentras entre el término independiente y la ordenada al origen?

Para las funciones anteriores:

10. Sí analizamos el caso en el que $y=0$ obtenemos una ecuación ¿de qué grado?

11. ¿Cuántas raíces crees que tiene cada ecuación?

12. De acuerdo a las actividades anteriores, ¿qué relación guardan los ceros de la función con las raíces de la ecuación?

13. Podrías escribir las ecuaciones anteriores como productos de binomios de la forma $(x+a)$, de ser así, escríbelas.

14. En algunas ecuaciones estas encontrando tres raíces, en otras dos, y en otras una, ¿cómo explicas lo anterior?

14a. De acuerdo a las reflexiones anteriores llena la siguiente tabla:

Función en forma general	*Ceros*	*Función en forma de producto de binomios*	*Ecuación*	*Raíces*
$y=x^3-4x^2-7x+10$				
$y=x^3-2x^2-15x+36$				
$y=-4x^3-16x^2+3x+12$				
$y=-x^3+7x^2+x-7$				
$y=4x^3+12x^2+x+3$				

Comentarios:

Se espera que los estudiantes identifiquen a la función polinomio de tercer grado como producto de de tres binomios.

Se espera que los estudiantes visualicen con las gráficas que el coeficiente del término cúbico como el que da la dirección de la gráfica, positivo empieza en el 2º cuadrante y termina en el 4º, negativo empieza en el 3er cuadrante y termina en el 1º, así como que el término independiente de la función es la ordenada en el origen.

Se espera que los estudiantes vean el caso donde la función es cero, como una ecuación de tercer grado con una variable, y relacionen de acuerdo a las actividades anteriores que los ceros de la función, corresponden a las raíces de la ecuación.

Se espera que los estudiantes al trabajar con las raíces de la ecuación, se reflexione que al tener raíces imaginarias, la gráfica toca solamente un punto, y al tener raíces iguales la gráfica toca dos puntos.

Se espeta que los estudiantes al tratar de encontrar los valores de las raíces imaginarias de la ecuación recurran a la expresión algebraica de producto de binomios y traten de resolver la expresión.

SECUENCIA 7. Generalizando las características gráficas de la función polinomio.

Objetivos:

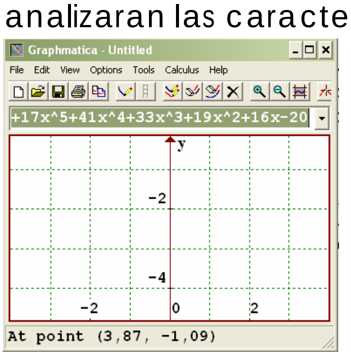
- Que el alumno visualice que las funciones polinomio de grado par de acuerdo al signo del coeficiente de mayor grado, empiezan en el 2º cuadrante y terminan en el 1er cuadrante o empiezan en el 3er cuadrante y terminan en el 4º cuadrante.

- Que el alumno visualice que las funciones polinomio de grado impar de acuerdo al signo del coeficiente de mayor grado, empiezan en el 2º cuadrante y terminan en el 4º cuadrante o empiezan en el 3er cuadrante y terminan en el 1er cuadrante.

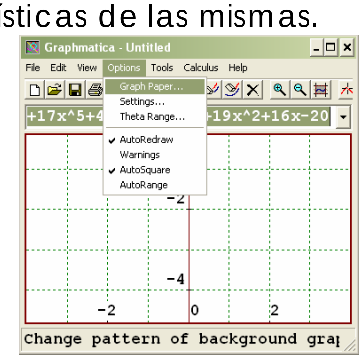
- Que el alumno identifique que de acuerdo al grado del polinomio es el número de raíces.

- Que el alumno identifique que las raíces imaginarias vienen en pares y no tocan el eje X, que las raíces iguales “rebotan” en el eje X, y que el término independiente del polinomio da la ordenada al origen.

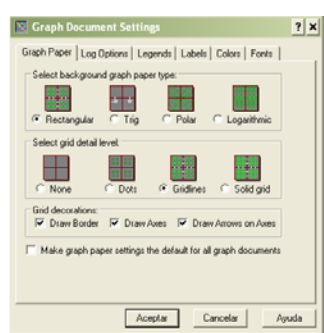
Herramienta:
Utilizando el programa graficador Graphmatica, mostrando las gráficas de diferentes colores en una sola ventana por grupos de gráficas se analizaran las características de las mismas.



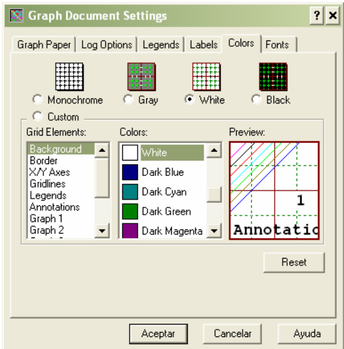
Pantalla del Graficador



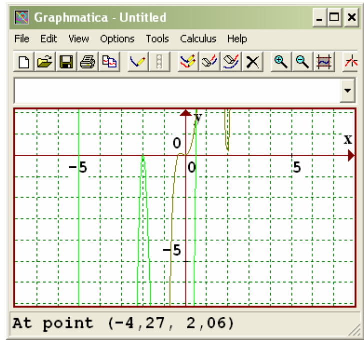
Opción para escoger el papel



Ventana de opciones de papel



Opciones de vista de de las gráficas



Varias Gráficas con color

ACTIVIDAD VII

En una sola pantalla del programa Graphmatica, grafica las siguientes funciones con diferentes colores, pega la ventana resultante, y contesta:

$$y = x^2 + 1$$
$$y = x^4 - 3x^3 - 6x^2 + 28x - 24$$
$$y = 2x^6 + 17x^5 + 41x^4 + 33x^3 + 19x^2 + 16x - 20$$

1. ¿En qué cuadrante empieza y termina cada gráfica?
2. El coeficiente Ax^n para cada función ¿es positivo A>0 o negativo A<0?
3. Escribe el grado de cada una de estas funciones:
4. Coinciden en que todas son de grado:

Grafica las siguientes funciones con diferentes colores con el programa Graphmatica, pega la ventana resultante, y contesta

$$y = -x^2 + 1$$
$$y = -x^4 - 3x^3 - 6x^2 + 28x - 24$$
$$y = -2x^6 + 17x^5 + 41x^4 + 33x^3 + 19x^2 + 16x - 20$$

5. ¿En qué cuadrante empieza y termina cada gráfica?
6. El coeficiente Ax^n para cada función ¿es positivo A>0 o negativo A<0?

7. Escribe el grado de cada una de estas funciones:

8. Coinciden en que todas son de grado:

Grafica el siguiente grupo de funciones, pega la ventana resultante y contesta las siguientes preguntas.

$y = 2x - 3$

$y = 2x^3 - 2x^2 - 8x + 4$

$y = x^5 + 11x^4 + 36x^3 + 4x^2 - 160x - 192$

$y = 3x^7 - 11x^6 + 11x^5 - 7x^4 + 8x^3 + 4x^2$

9. ¿En qué cuadrante empieza y termina cada gráfica?

10. El coeficiente Ax^n para cada función ¿es positivo A>0 o negativo A<0?

11. Escribe el grado de cada una de estas funciones:

12. Coinciden en que todas son de grado:

Grafica el siguiente grupo de funciones, pega la ventana resultante y contesta las siguientes preguntas.

$y = -2x - 3$

$y = -2x^3 - 2x^2 - 8x + 4$

$y = -x^5 + 11x^4 + 36x^3 + 4x^2 - 160x - 192$

$y = -3x^7 - 11x^6 + 11x^5 - 7x^4 + 8x^3 + 4x^2$

13. ¿En qué cuadrante empieza y termina cada gráfica?

14. El coeficiente Ax^n para cada función ¿es positivo A>0 o negativo A<0?

15. Escribe el grado de cada una de estas funciones:

16. Coinciden en que todas son de grado:

De cada uno de los grupos de funciones escribe las ecuaciones resultantes para el caso para el que cada función es igual a cero en la tabla siguiente.

Siguiendo con la misma tabla, analiza la gráfica de cada función, y cada ecuación, escribe el número de raíces que cada ecuación tiene, así como su naturaleza, (si son reales diferentes, reales iguales o imaginarias) y la ordenada al origen.

Ecuación	*Número de Raíces*	*Número de raíces reales diferentes, reales iguales y/o imaginarias.*

Comentario:

Se espera que los estudiantes visualicen el comportamiento de los polinomios de acuerdo al signo del coeficiente del término x^n, así como clasificarlos de acuerdo al exponente grado par e impar.

Se espera que no importando el grado al trabajar con el caso $y = 0$ visualicen que la ecuación que se forma tiene n raíces, e identifiquen la naturaleza de las raíces y localicen gráficamente las raíces reales.

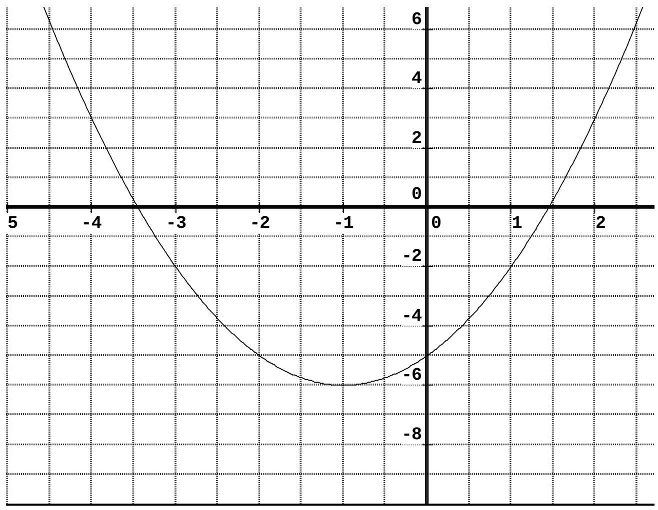
ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS:

Las siguientes actividades engloban todos los conocimientos previos, ya que a través de ellas, se pretende que el alumno haga uso de todos ellos para transitar de la representación algebraica a la gráfica y de la gráfica a la algebraica.

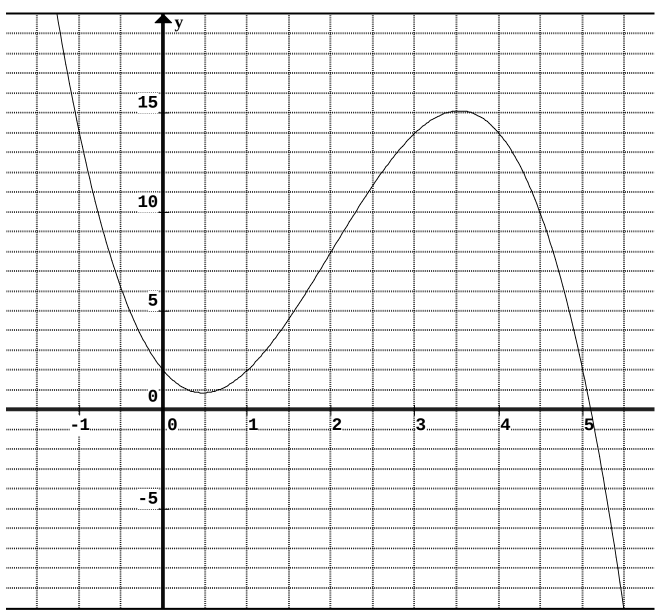
ACTIVIDAD VIII

Relaciona las siguientes funciones con su respectiva gráfica.

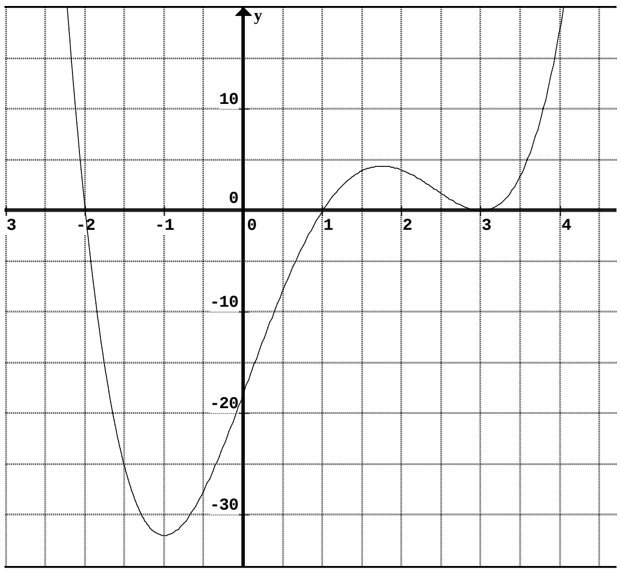
A)



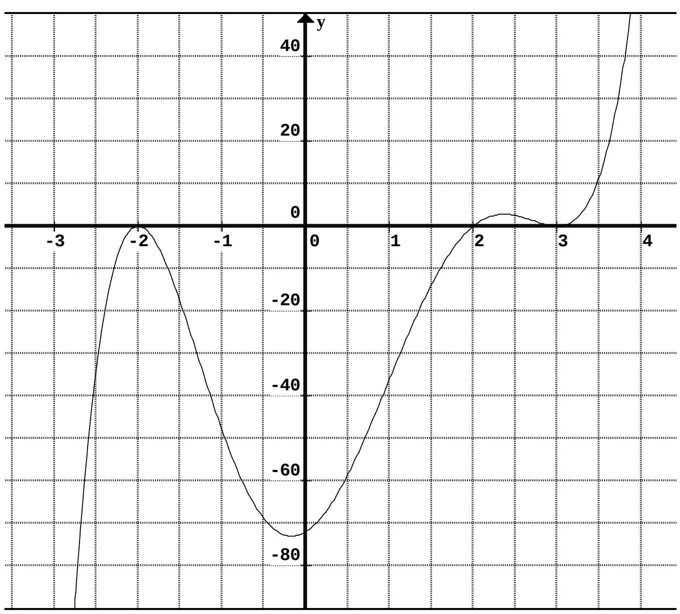
B)



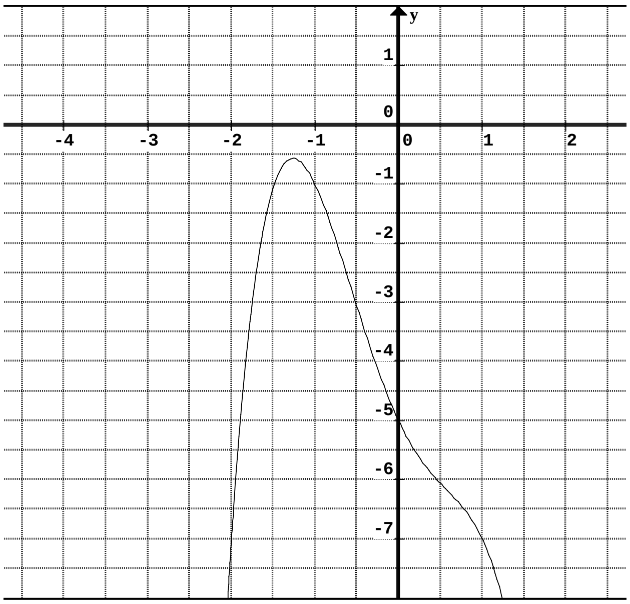
C)



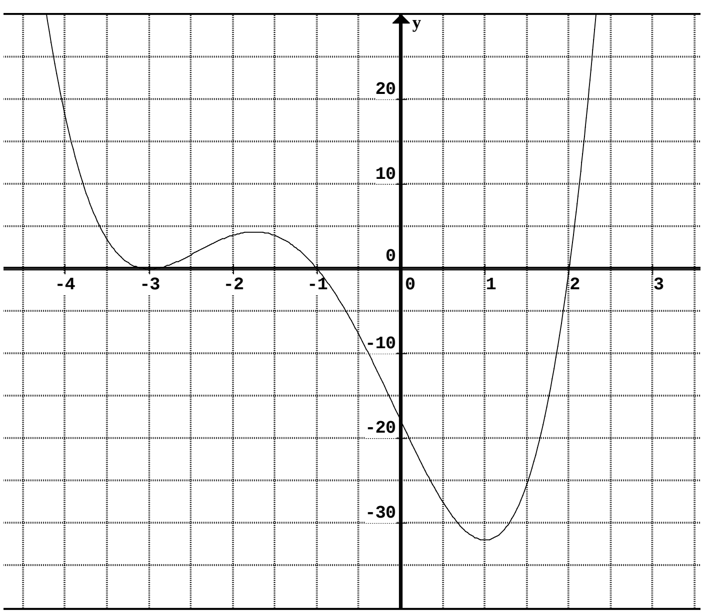
D)



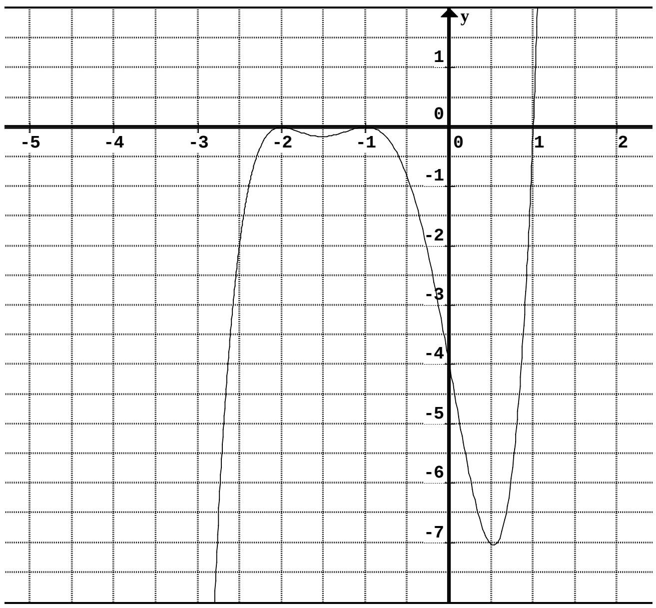
E)



F)



G)



1) $y = (x-2)(x-3)(x+2)^2(x-3)$

2) $y = x^2 + 2x - 5$

3) $y = (x-2)(x+3)^2(x+1)$

4) $y = -x^3 + 6x^2 - 5x + 2$

5) $y = (x+2)^2(x+1)^2(x-1)$

6) $y = (x-1)(x-3)^2(x+2)$

7) $y = -x^4 + 2x^2 - 3x - 5$

ACTIVIDAD IX

Bosqueja las graficas de los siguientes polinomios

$a)\quad y=(x-1)(x+2)$

$b)\quad y=(x+2)(x-3)(x+1)$

$c)\quad y=(-x+1)(x+1)(x-5)$

$d)\quad y=(-x+1)(x+3)$

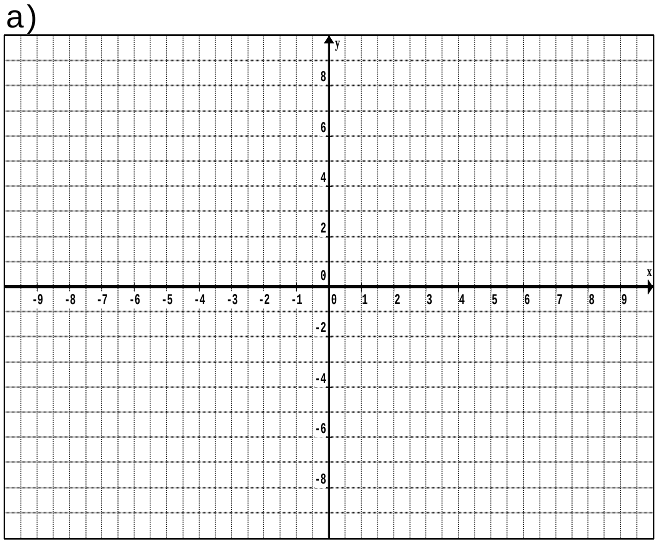
$e)\quad y=(x-1)^2(x+2)^3(x+1)$

$f)\quad y=(x+1)^2(x+2)$

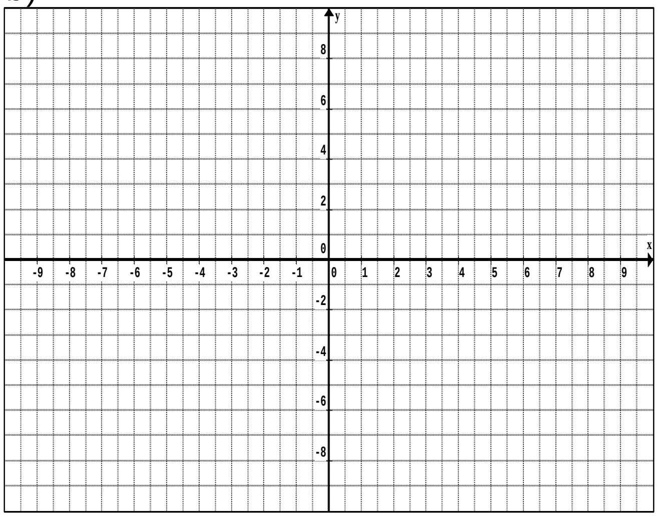
$g)\quad y=(x-3)^3(x+1)(x-1)$

$h)\quad y=(x+2)(x-1)(x-1)$

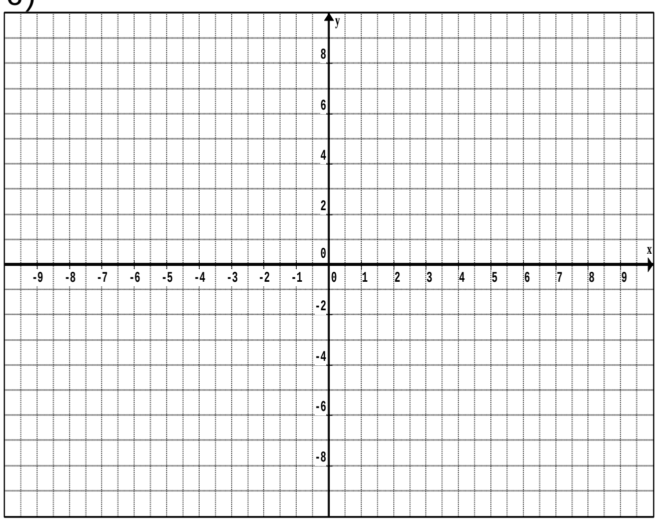
a)



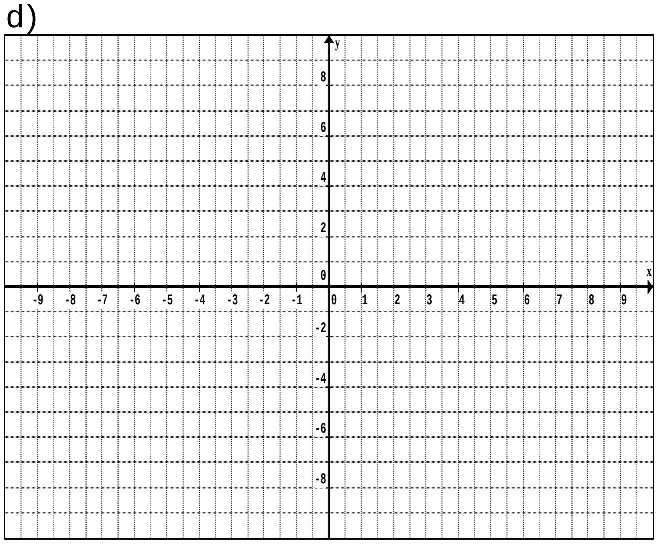
b)


y
8
6
4
2
0
x
-9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
-2
-4
-6
-8

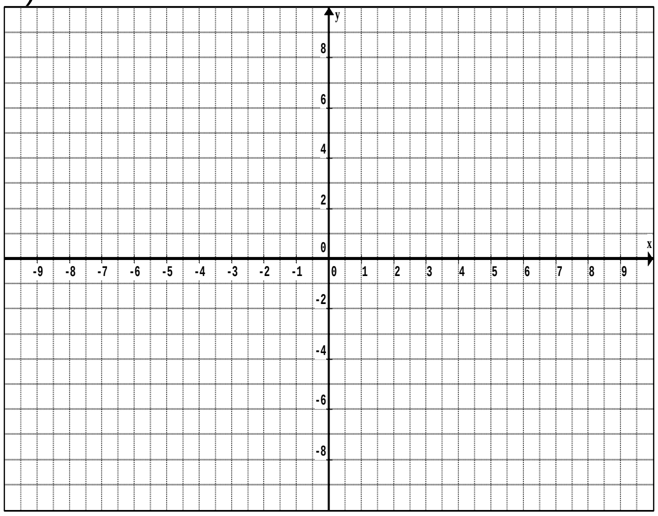
c)


y
8
6
4
2
0
x
-9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
-2
-4
-6
-8

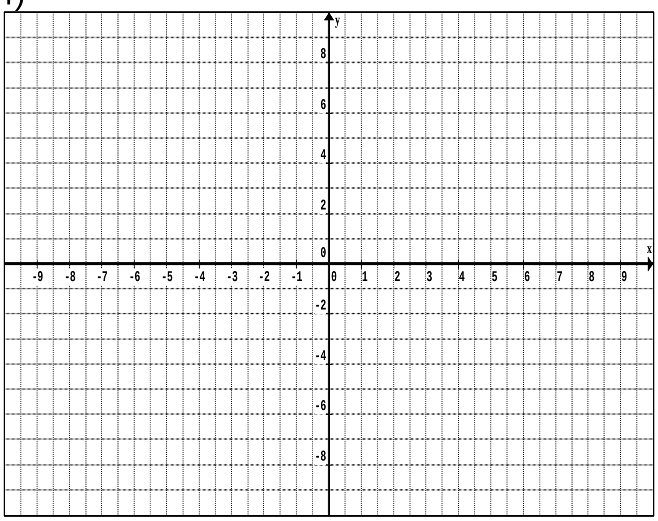
d)


y
8
6
4
2
0
x
-9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
-2
-4
-6
-8

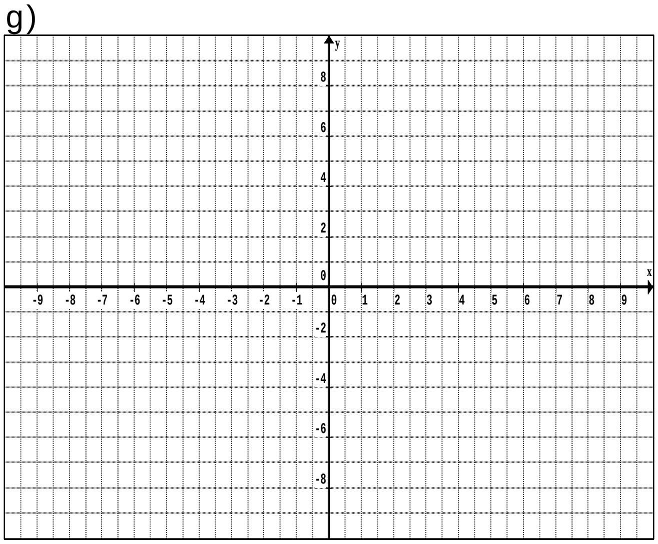
e)


y
x
-9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
8 6 4 2 0 -2 -4 -6 -8

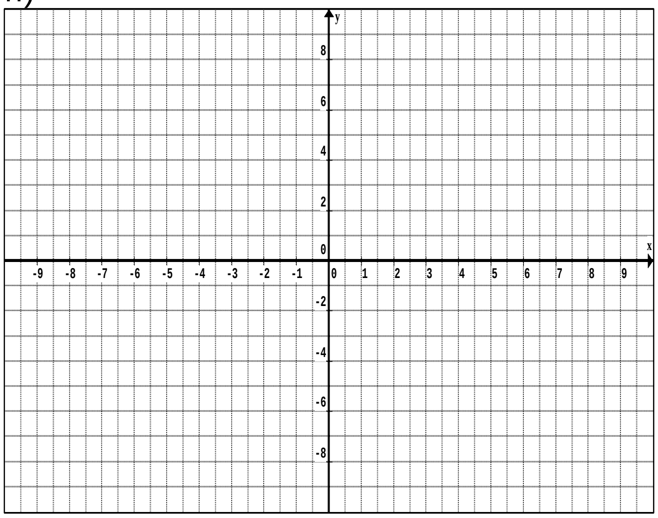
f)


y
x
-9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
8 6 4 2 0 -2 -4 -6 -8

g)

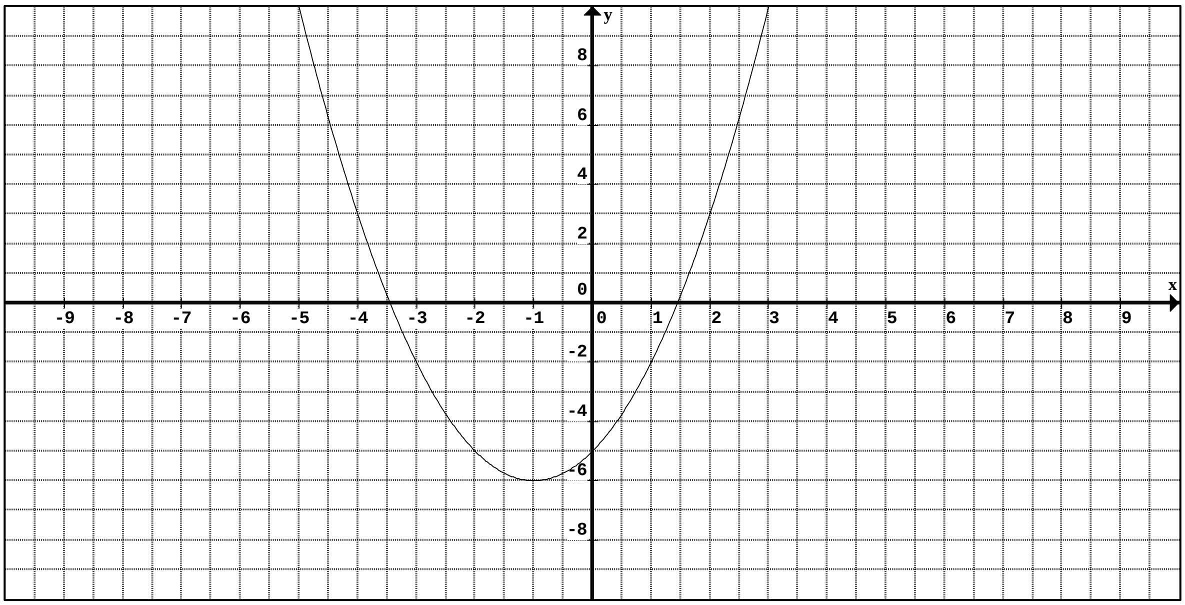

y
x
-9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
8 6 4 2 0 -2 -4 -6 -8

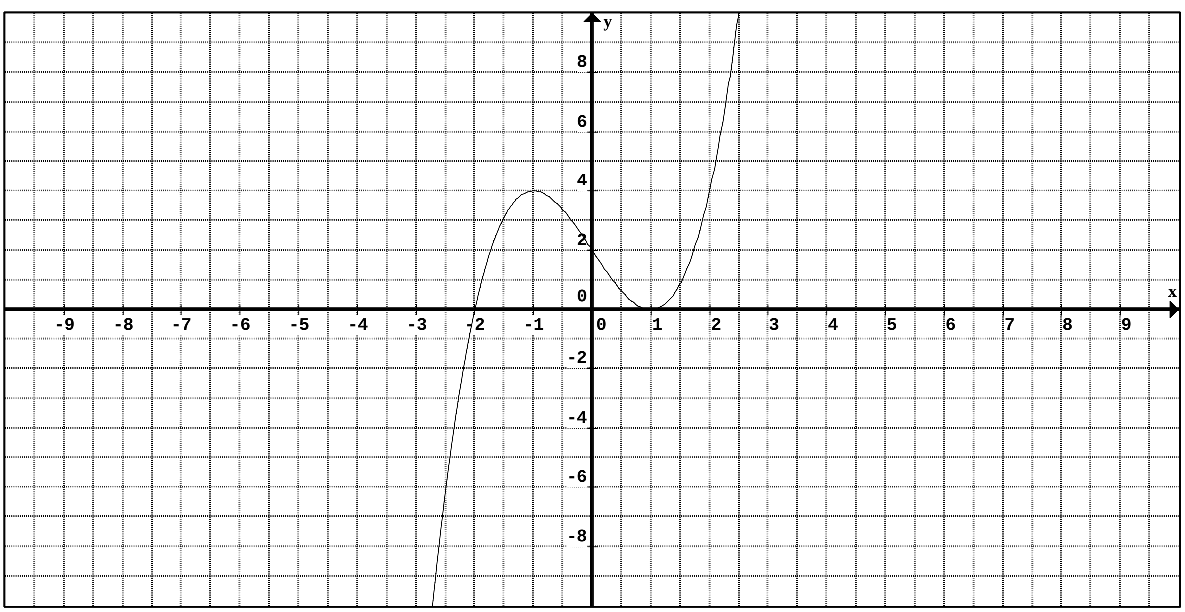
h)

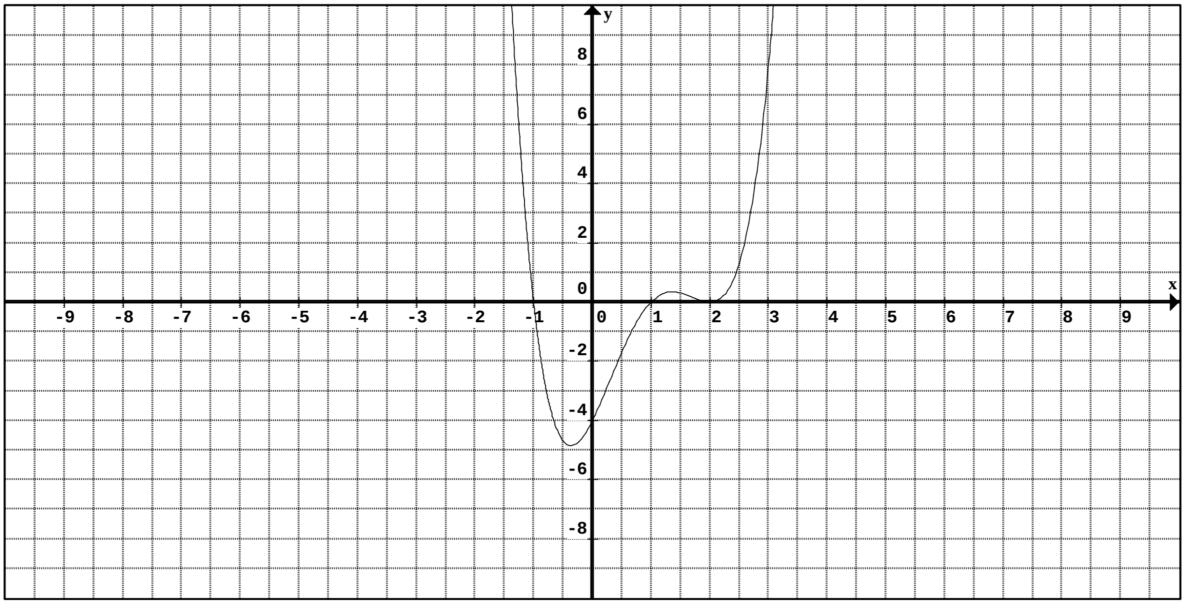


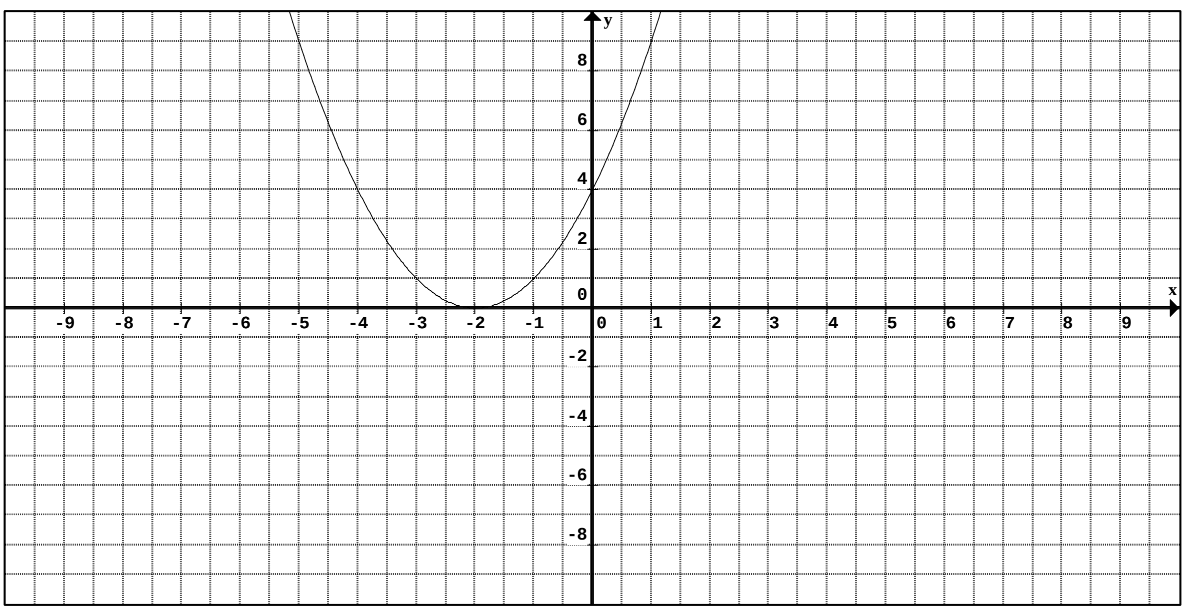
ACTIVIDAD X

De las siguientes graficas obtén su expresión algebraica.






y
8
6
4
2
0
x
-9
-8
-7
-6
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
-2
-4
-6
-8


y
8
6
4
2
0
x
-9
-8
-7
-6
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
-2
-4
-6
-8

RESULTADOS Y ANALISIS DE LA EXPERIENCIA

La aplicación de las secuencias se llevó en un periodo de ocho días, incluyendo el primer día como introductorio para conocer los programas graficadores ClassPad y Graphmatica. Se trabajó en sesiones de una hora. El grupo inicialmente iba a ser de diez personas, jóvenes de primer semestre que oscilan entre los 18 – 19 años, presentándose sólo ocho y continuando hasta el final sólo tres, consideramos que lo anterior se suscitó debido a que iniciaba el periodo de exámenes correspondientes al primer departamental y requerían estudiar así como entregar trabajos y tareas.

Las Actividades VIII, IX y X se aplicaron en una sola sesión, las considero necesarias, ya que son preguntas donde se ve la aplicación gráfica de las secuencias previas, donde se espera que los alumnos con los conocimientos construidos acerca de los polinomios y sus características puedan hacer ese tránsito de las representaciones algebraicas a las visuales y viceversa.

Alejandro, Sergio y Luis tuvieron diferentes comportamientos durante el desarrollo de las secuencias, dichos comportamientos se vieron reflejados en las diferentes respuestas que fueron dando y en las preguntas que iban planteando durante el desarrollo de las mismas y de las que se tomaron nota en el transcurso de su trabajo.

Respuestas de Alejandro.

<u>Actividad I</u>

Alejandro comprendió la representación gráfica de la función identidad al responder sin problemas las primeras preguntas de la actividad, por medio del análisis de diferentes ventanas donde aparece la función identidad.

Pregunta 5, "…indica dónde la gráfica muestra el cambio de signo para la variable y (que pase de ser negativa a positiva)" <u>en $x = 0$</u>

Aquí preguntó si se refería a el valor de x o al valor de y.

Intervine haciéndole notar que el cambio de y o de cualquier otra variable de positiva a negativa se da siempre en $y=0$, entonces el valor que nos interesaba era el de x.

Responde entonces que en $x=0$

Actividad II

Pregunta 1.- Una vez que la gráfica está en modo dinámico, ¿cuál notas que es la relación del valor de b y la intersección de la gráfica con el eje Y? El valor de b aumenta cuando y aumenta.

No logra comunicar partiendo de la información visual que obtuvo de la gráfica que b es igual a y.

Pregunta 3. De acuerdo a la tabla, ¿encuentras alguna relación en los valores de y? Cuando el valor de y es positivo el valor de x es negativo y viceversa.

No refleja el hecho de que la relación de todos esos valores es que y es igual a cero.

Pregunta 4. De acuerdo a lo anterior, escribe la definición de cero de la función con tus propias palabras. Cuando B es cero la grafica tiene una intersección en los dos puntos x y y identica en los ejes 1 y 3.

No comprende la representación visual de cero de la función y escribe una definición confusa.

Actividad III

Vincula sin problemas a partir de la representación gráfica de la expresión $y=ax+b$ que el signo del coeficiente a cambia el sentido de la recta, analizando los valores que obtiene de la gráfica en la tabla:

PARA a = -4 VALOR DE b	FUNCION	CERO DE LA FUNCION	ESCRIBE LA FUNCION SI y = 0,	SOLUCION DE LA ECUACION RESULTANTE

propuesta para dicha actividad; así como que el cero de la función corresponde a la raíz de la ecuación lineal.

En la Actividad IV.

A partir de la tabla propuesta donde se pide:

Valores de a y b, función, gráfica, ceros de la función y valor de la ordenada al origen.

Alejandro logra deducir la relación de los términos independientes de la factorización del polinomio de segundo grado con los ceros de la función, así como que el producto de ellos es la ordenada al origen.

Actividad V

A partir del análisis que se hace partiendo de la gráfica de un polinomio de segundo grado en la tabla que se propone en la actividad

Valores de A, B, C	*Función*	*Gráfica*	*Comienza en el cuadrante. Termina en el cuadrante. Ordenada en el origen.*

Deduce que el signo del coeficiente del término cuadrático, da la concavidad de la parábola, así como que los ceros de la función fueron los resultados para la ecuación de segundo grado.

Pregunta 4a. Resuelve cada ecuación cuadrática por el método analítico que desees, y completa la siguiente tabla.			
Función	Ceros de la función	Si y = 0	Solución analítica
-1x^2+3x-5	No tiene	-1x^2+3x-5=0	No tiene

Relaciona los ceros de la función con las raíces de la ecuación pero no logra diferenciar que dichos conceptos gráficos y algebraicos son de distinta naturaleza para responder que la solución de la ecuación existe como raíces imaginarias.

La pregunta para ver qué pasa con los ceros cuando las raíces son iguales, no fue respondida de manera satisfactoria por ninguno de ellos, ya que en la secuencia por error se omitió escribir una función que muestre este caso.

Actividad VI

Razonando de manera visual la relación de las diferentes gráficas propuestas de la función polinomio de tercer grado, y los valores que se analizaron de acuerdo a la tabla:

Función	Coeficiente A >0 ó A<0 Término Independiente	Gráfica	Empieza en el cuadrante: Termina en el cuadrante:	Ceros de la función	Ordenada al origen

Alejandro identificó sin problemas que los términos independientes de los factores de la función corresponden a los ceros pero con signo contrario. Así como que el término independiente de la función es la ordenada al origen.

Pregunta 11. ¿Cuántas raíces crees que tiene cada ecuación?
R = Creo que tiene 3 raíces y algunas 2 raíces.

Probablemente aquí Alejandro hace la relación visual de los ceros de la función con el número de raíces de una ecuación creando confusión en el hecho de que el número de raíces no depende de los ceros o, carece del conocimiento algebraico previo necesario para responder esta pregunta.

Pregunta 15. De acuerdo a las reflexiones anteriores llena la siguiente tabla:

Función en forma general	*Ceros*	*Función en forma de producto de binomios*	*Ecuación*	*Raíces*

En el llenado de esta tabla de donde se identifica el número de raíces y ceros de la función, escribió el número de soluciones como número de ceros que tenía la función, no identificó, que podían ser iguales o imaginarias.

Actividad VII

Construye a partir del análisis que se hizo de las diferentes funciones polinomios agrupadas por pares e impares, el conocimiento de las funciones polinomios con coeficiente positivo en el término Ax^n de grado impar, empiezan en el tercer cuadrante y terminan en el primero, así como cuando el coeficiente es negativo, empiezan en el II y terminan en el IV.

Pregunta 3. Escribe el grado de cada una de estas funciones: *R = <u>La primera es de segundo grado, la segunda es de cuarto grado y la tercera es de sexto grado.</u>* *Pregunta 4. Coinciden en que todas son de grado:* *R = <u>De segundo grado.</u>*

Alejandro no logra analizar desde la representación algebraica que dichas funciones están agrupadas en pares e impares, ya que responde de igual modo que las funciones impares son de primer grado.

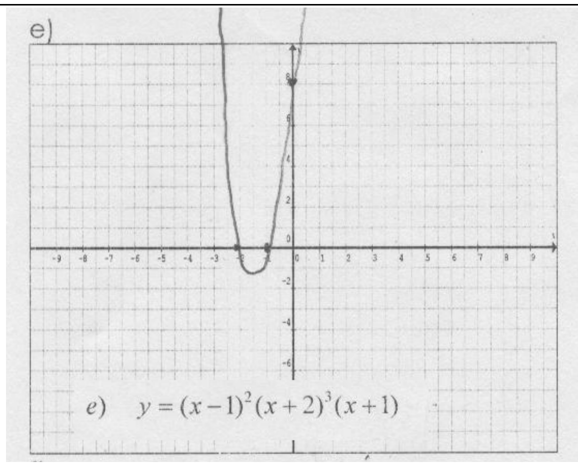
Pregunta 17. Siguiendo con la misma tabla, analiza la gráfica de cada función, y cada ecuación, escribe el número de raíces que cada ecuación tiene, así como su naturaleza, (si son reales diferentes, reales iguales o imaginarias) y la ordenada al origen.		
Ecuación	*Número de Raíces*	*Número de raíces reales diferentes, reales iguales y/o imaginarias.*
- $x^5+11x^4+36x^3+4x^2-160x-192=0$	*3*	*Las tres son reales diferentes.*

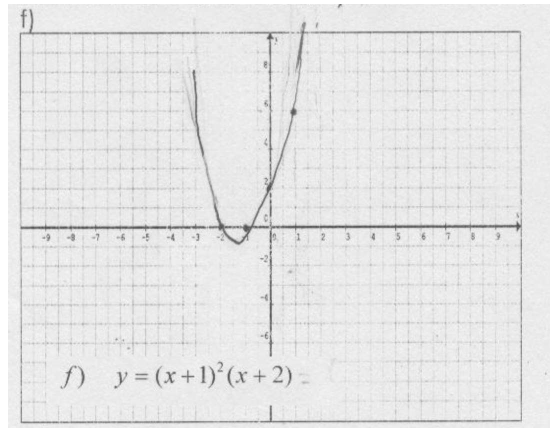
Omitió las raíces imaginarias para los casos en que se daban. Esto es de esperarse, ya que como se había visto anteriormente en la ecuación de segundo grado, había escrito que no tenía solución para el caso de raíces complejas, así como su respuesta de que el número de soluciones para una ecuación de tercer grado podían ser tres o dos.

<u>Actividad VIII, IX y X.</u>

Alejandro vinculó en la actividad XVIII la representación gráfica de cada función con su representación algebraica.

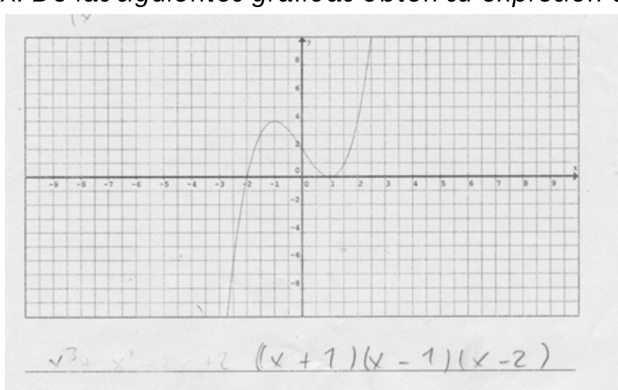
Actividad IX Bosqueja las gráficas de los siguientes polinomios.





Al transitar de la representación algebraica a la representación gráfica en las funciones con factores expresados en alguna potencia, Alejandro las grafica sin tomar en cuenta el número de veces que se repetía el factor, lo cual lo lleva a gráficas que no coinciden con la expresión algebraica.

Actividad X. De las siguientes gráficas obtén su expresión algebraica.



Sin embargo en la actividad X si escribió la función tomando en cuenta los rebotes de la curva, de esta manera si logra hacer coincidir el grado de la función a partir de la gráfica, pero omitió cambiar el signo a cada valor de cero de la función así como expresarlas como $y=\ldots$ o $f(x)=\ldots$

Respuestas de Luis

<u>Actividad I</u>

Luis al igual que Alejandro comprendió la representación gráfica de la función identidad al responder sin problemas las primeras preguntas de la actividad, por medio del análisis de diferentes ventanas donde aparece la función identidad.

Pregunta 5, "...indica dónde la gráfica muestra el cambio de signo para la variable y (que pase de ser negativa a positiva)"<u>en $x > 0$</u>

Al preguntarle el por qué de su respuesta, respondió que cuando x es positiva es cuando y cambia de signo de menos a más.
Le sugerí que analizara exactamente el momento en que sucede esto.
No modificó su respuesta.

<u>Actividad II.</u>

Pregunta 1.- Una vez que la gráfica está en modo dinámico, ¿cuál notas que es la relación del valor de b y la intersección de la gráfica con el eje Y? <u>*Va cambiando al igual que* y.</u>

Al igual que Alejandro no logra comunicar partiendo de la información visual que obtuvo de la gráfica que b es igual a y.

Pregunta 3. De acuerdo a la tabla, ¿encuentras alguna relación en los valores de y? <u>*En que cuando cambia de negativo a positivo es en 0 para todos los valores de x.*</u> *Pregunta 4. De acuerdo a lo anterior, escribe la definición de cero de la función con tus propias palabras.* <u>*Que cualquier valor que tome X, la función siempre va a cambiar de negativo a positivo con respecto a Y en 0*</u>.

Luis pone atención a partir de la información visual que se tiene en la tabla que el cero de la función sucede en el momento en que y es igual a cero.

<u>Actividad III</u>

Pregunta 1. Cuando el valor de a es positivo, ¿qué efecto tiene en la gráfica?, ¿Por cuál cuadrante empieza y por cuál termina? <u>*Siempre pasa por los cuadrantes I y III de izquierda a derecha.*</u> *Pregunta 2 .¿Qué sucede con la gráfica cuando a es negativa?, ¿Por cuál cuadrante empieza y por cuál termina?* <u>*Va de derecha a izquierda pasando por los cuadrantes II y IV*</u>

Identifica sin problemas los cuadrantes por donde pasa la función $y = ax + b$ de acuerdo a el signo del coeficiente a, partiendo del análisis gráfico que se hace; sin embargo toma a las gráficas como si crecieran de arriba hacia abajo.

Pregunta 4. ¿Encuentras alguna relación entre los ceros de cada función y las raíces de la ecuación correspondiente? *Que son negativas.*

Pone atención en el signo de los valores de las raíces, no deduce o nota que son simplemente iguales.

Actividad IV.

Logra vincular las características de las gráficas que se muestran a través de la tabla que se propone con su representación algebraica al identificar la relación de los términos independientes de la factorización del polinomio de segundo grado con los ceros de la función, así como que la ordenada al origen es el resultado de su producto.

Actividad V

Resuelve cada ecuación cuadrática por el método analítico que desees, y completa la siguiente tabla.			
Función	Ceros de la función	Si y = 0	Solución analítica
y=2x^2+3x-8	-2.886,1.38	2x^2+3x-8=0	1.38
y=-1x^2+3x-5	No tiene	-1x^2+3x-5=0	No tiene Solucion

Refleja únicamente una solución para la ecuación de segundo grado, dicha solución es la que coincide con el cero más grande de la función.

Las raíces imaginarias no las considera debido a que no ha identificado ceros en la función, aquí al igual que Alejandro no identifica que se está trabajando con diferentes objetos.

Actividad VI

Al igual que Alejandro, Luis partiendo de la tabla identificó sin problemas que los términos independientes de los factores de la función, corresponden a los ceros pero con signo contrario y que el término independiente corresponde a la ordenada al origen.

Razona de manera visual que la forma de la gráfica (cuadrante donde empieza y termina) va de acuerdo a el signo del término Ax^n, así como que el término independiente de la función es la ordenada al origen.

Pregunta 15. De acuerdo a las reflexiones anteriores llena la siguiente tabla:				
Función en forma general	*Ceros*	*Función en forma de producto de binomios*	*Ecuación*	*Raíces*
$y = x^3 - 2x^2 - 15x + 36$	-4 y 3	*(x+4)(x-3)*	*X^3-2x^2-15x+36=0*	-4 y 3

A pesar que responde anteriormente que tiene tres raíces una ecuación de tercer grado, no documenta las raíces cuando son reales iguales y las imaginarias.

<u>Actividad VII</u>

Al igual que Alejandro, Luis a partir del análisis que se hizo de las diferentes funciones polinomios agrupadas por pares e impares, construye la relación del signo del término Ax^n de grado impar, con el cuadrante donde empiezan y el cuadrante donde terminan, así como las de grado par.

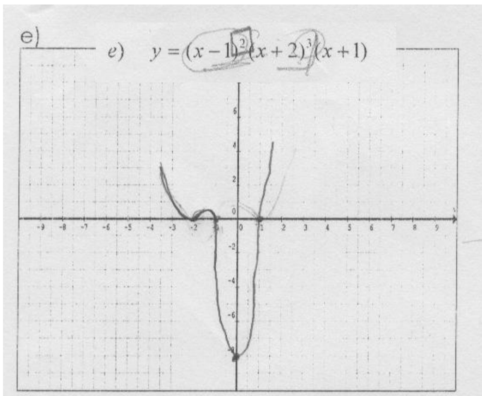
Pregunta 17. Siguiendo con la misma tabla, analiza la gráfica de cada función, y cada ecuación, escribe el número de raíces que cada ecuación tiene, así como su naturaleza, (si son reales diferentes, reales iguales o imaginarias) y la ordenada al origen.		
Ecuación	*Número de Raíces*	*Número de raíces reales diferentes, reales iguales y/o imaginarias.*
$x^4 - 3x^3 - 6x^2 + 28x - 24 = 0$	*2*	*x=-3,x=2. Tiene una real y una imaginaria*
$-x^4 - 3x^3 - 6x^2 + 28x - 24 = 0$	*0*	*0*

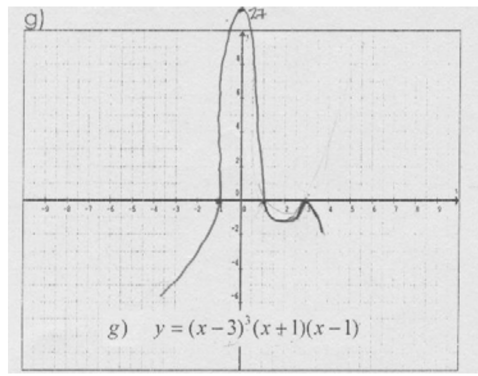
No documenta a partir de la información visual previa que analiza, la naturaleza de las raíces para cada ecuación (las reales iguales e imaginarias); las raíces que obtiene son debido a la relación que hace con los ceros de la función, lo anterior es el resultado de que no posee el bagaje necesario para construir el conocimiento a partir del análisis visual que se propone a lo largo de las actividades.

Actividad VIII, IX y X.

Luis transita en la actividad VIII de la representación gráfica a la algebraica relacionando cada gráfica con su función, y en la actividad X escribe las funciones a partir de su gráfica.

Actividad IX. Bosqueja las gráficas de las siguientes funciones.





En la actividad IX no logra transitar de la representación algebraica a la gráfica, al tener tres ceros iguales representados por factores en forma de potencia los grafica como un rebote de la curva, como si fueran ceros que se repiten en pares, y para los ceros se repiten en pares cruza esos puntos; en la ordenada al origen coloca ahí un punto máximo o mínimo.

Respuestas de Sergio

Actividad I

Pregunta 3.- ¿Notas algún cambio en la gráfica?
Solo cambia la inclinación de la gráfica

Sergio no logra comunicar que la representación gráfica de la función identidad es la misma conforme se cambia de escala, ya que responde que la función identidad cambia de inclinación conforme se va ampliando la ventana de la gráfica pero sigue pasando por los mismos cuadrantes.

Pregunta 5, "...indica dónde la gráfica muestra el cambio de signo para la variable y (que pase de ser negativa a positiva)"
Las tres en 0.1

Debido a la definición gráfica (píxeles) en la pantalla, Sergio hace la intersección de manera aproximada, en este caso la tecnología fue un obstáculo para empezar a construir el concepto de cero de la función.

Actividad II

Pregunta 1.- Una vez que la gráfica está en modo dinámico, ¿cuál notas que es la relación del valor de b y la intersección de la gráfica con el eje Y? <u>*La intersección de la gráfica en Y va variando con respecto a b*</u>.

Al igual que sus compañeros, Sergio no logra comunicar que simplemente los valores de b corresponden o son iguales a los valores de intersección con el eje Y.

Pregunta 3. De acuerdo a la tabla, ¿encuentras alguna relación en los valores de y? <u>*Que en todos los valores de b negativos es cero*</u>

Pregunta 4. De acuerdo a lo anterior, escribe la definición de cero de la función con tus propias palabras. <u>*El cero de la función es el momento en el que el valor de y = 0*</u>.

La definición de cero de la función al igual que Luis, Sergio la escribe en términos de el valor de y, engendran dicho concepto desde otro punto de vista.

Actividad III

Descubre a partir del análisis que se hace de la función lineal con su representación gráfica que el signo del coeficiente a en la expresión $y = ax + b$ cambia el sentido de la recta, así como que el cero de la función corresponde a la raíz de la ecuación lineal.

Actividad IV

Sergio al igual que sus compañeros, en esta actividad a través del análisis de la tabla que se propone logra vincular elementos gráficos de la función de segundo grado con su representación algebraica al identificar la relación de los términos independientes de la factorización del polinomio de segundo grado con los ceros de la función, así como que la ordenada al origen es el resultado de su producto.

Actividad V

Sergio a través de los elementos visuales de la actividad deduce que el signo del coeficiente del término cuadrático, da la concavidad de la parábola así como que el término independiente es la ordenada al origen, identifica que los ceros de la función fueron los resultados para la ecuación de segundo grado, y en el caso de las raíces imaginarias, responde al igual que sus compañeros que la ecuación no tiene solución y que no existen ceros de la función.

Actividad VI

Al igual que sus compañeros partiendo de la tabla Sergio identificó sin problemas que los términos independientes de los factores de la función, corresponden a los ceros pero con signo contrario y que el término independiente corresponde a la ordenada al origen.

Pregunta 11. Sí analizamos el caso en el que $y=0$ obtenemos una ecuación ¿de qué grado?

De tercer grado

Pregunta 12. ¿Cuántas raíces crees que tiene cada ecuación?

Puede tener de 1 a 3 raíces

Pregunta 16.-De acuerdo a las reflexiones anteriores llena la siguiente tabla:

Función en forma general	Ceros	Función en forma de producto de binomios	Ecuación	Raíces
$y=x^3-4x^2-7x+10$	5,1,-2	Y=(X-5)(X-1)(X+2)	(X-5)(X-1)(X+2)=0	X1=5, X2=1 X3=-2
$y=x^3-2x^2-15x+36$	-4,3	Y=(X+4)(x-3)(x-3)	(X-5)(X-1)(X+2)=0	X1=-4, X2=3 X3= 3
$y=4x^3+12x^2+x+3$	-3	Y=A(x+3)(x-ri)(x-(-ri))	(x+3)(x-ri)(x-(-ri))=0	X1=-3 X2=ri X3=-ri

Sergio, logra construir el conocimiento, partiendo del análisis visual que se hace a lo largo de las secuencias, de la naturaleza de las raíces para una ecuación polinomio de tercer grado. Considera a las reales iguales, reales diferentes e imaginarias. Sin embargo llama la atención la respuesta a la pregunta 12 correspondiente al número de raíces de una ecuación de tercer grado.

Actividad VII

Sergio comprende la relación del signo del término Ax^n de la función polinomio con la forma gráfica que tiene, al analizar las representaciones de manera visual.

Pregunta 17 Siguiendo con la misma tabla, analiza la gráfica de cada función, y cada ecuación, escribe el número de raíces que cada ecuación tiene, así como su naturaleza, (si son reales diferentes, reales iguales o imaginarias) y la ordenada al origen.

Ecuación	*Número de Raíces*	*Número de raíces reales diferentes, reales iguales y/o imaginarias.*
$X^2+1=0$	2	*Dos raíces imaginarias* *Ordenada:1*
$X^4-3x^3-6x^2+28x-24=0$	2	*Dos raíces reales diferentes* *Ordenada:-24*
$2x^6+17x^5+41x^4+33x^3+19x^2+16x-20=0$	4	*Dos raíces reales diferentes y dos raíces reales iguales* *Ordenada: -20*
$-X^4-3x^3-6x^2+28x-24=0$	2	*Dos raíces imaginarias* *Ordenada: -24*
$-3x^7-11x^6+11x^5-7x^4+8x^3+4x^2=0$	5	Dos raíces reales iguales y tres raíces reales diferentes Ordenada: 4

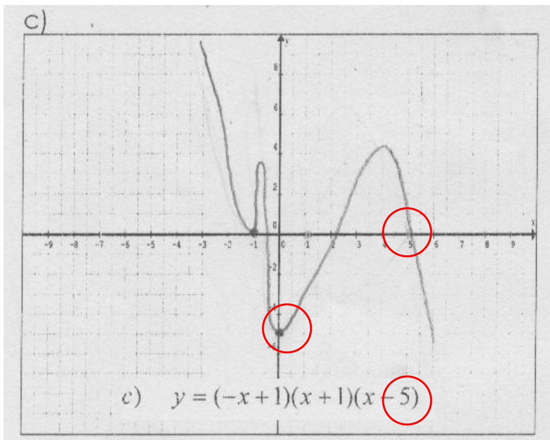
Al trabajar con los polinomios para el caso $y=0$, identifica la naturaleza de las raíces reales ya sea diferentes o iguales, producto del análisis visual previo que se hace de las gráficas, sin embargo las raíces imaginarias las identifica pero sólo para algunas ecuaciones polinomios de grado par, pero omite dichas raíces en las demás ecuaciones de grado mayor a tres, lo cual nos indica que no está generalizando el conocimiento previo de las raíces imaginarias a ecuaciones polinomios de grado superior a tres.

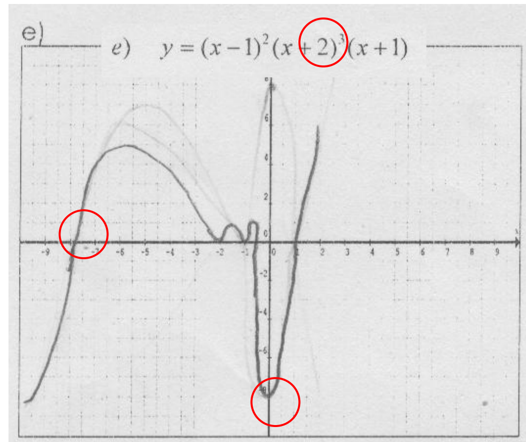
Actividades VIII, IX y X

Sergio transita de la representación gráfica de función polinomio a su representación algebraica, relacionando las funciones con su gráfica en la actividad XVIII y escribiendo las funciones de acuerdo a la gráfica como lo hace en la actividad X.

Actividad IX.

Actividad IX. Bosqueja las gráficas de las siguientes funciones.





Sergio dibuja algunas gráficas tomando en cuenta el producto de los términos independientes de los factores como otro cero, hace el rebote de la curva en ceros que no se repiten o se repiten no en pares; confunde la información visual tanto numérica como gráfica estudiada en las secuencias pasadas teniendo así gráficas que no corresponden con las funciones.

RESUMIENDO LAS RESPUESTAS.

A lo largo del desarrollo de las actividades de cada secuencia, vemos que las diferentes respuestas que se dieron en algunos casos fueron producto de deficiencias de los conocimientos anteriores que tienen los alumnos en álgebra, en otras notamos que fue por el desarrollo de las preguntas y en otras más por el planteamiento de las mismas.

Básicamente podemos agruparlas:

Respuestas conflictivas:

con el ALGEBRA	Con las PREGUNTAS
Nunca reportan que en la expresión $y=ax+b$, b es igual al valor de la ordenada al origen. Se refirieron a ello	Actividad I. Pregunta 5, "...indica dónde la gráfica muestra el cambio de signo para la variable y (que pase de ser negativa a

como cuando: b cambia al igual que y; cuando uno aumenta, aumenta el otro; uno varía respecto al otro.	positiva)". *Hubo confusión en cuanto al valor de qué variable nos referíamos, x o* y.
Raíces imaginarias no son solución de la ecuación de segundo grado. Las raíces imaginarias no son solución de una ecuación.	Actividad V. Pregunta 7. ¿Qué notas en el caso de que las raíces sean iguales con los ceros de la función? *Se omitió un ejemplo donde se viera este caso en el análisis que se hace de las funciones.*
No identifican que el número de raíces que tiene una ecuación polinomio de grado n, son n.	Actividad VI. Pregunta 11. ¿Cuántas raíces crees que tiene cada ecuación? *La palabra crees le quita certeza a la respuesta.*

ALCANCES LOGRADOS.

- Definieron el cero de la función en términos de la variable y.
- A lo largo del desarrollo de las secuencias reafirman el concepto de cero de la función y empiezan a localizarlos gráficamente.
- Establecen la relación de ordenada al origen con el término independiente de la función.
- En la expresión factorizada del polinomio de la forma $f(x)=(x-a)(x-b)...(x-r)$ identifican a la ordenada al origen como el producto de los términos $a,b...r$ y a los ceros de la función como $a,b...r$.
- Identifican que una función tiene ceros, y para el caso $f(x)=0$ se transforma en ecuación y tiene raíces.
- Relacionaron los ceros de la función con las raíces de la ecuación, y a lo largo del desarrollo de las mismas identifican las reales diferentes y las reales iguales en pares y el efecto de estas últimas en la gráfica como un rebote en el valor.
- Construyen la noción gráfica de la forma de una función polinomio partiendo del signo del coeficiente del término de mayor grado Ax^n y sí corresponde a una función de grado par o impar.

OBSERVACIONES

A lo largo del desarrollo de las secuencias se utilizó la palabra raíces imaginarias, creemos que es más apropiado utilizar la palabra raíces complejas por varios motivos: la palabra imaginaria da de entrada la idea de que no existen, y aunque dentro del campo de los reales no existen ellos omiten que si forman parten de la solución de las ecuaciones; en la unidad previa a Polinomios como lo marca el programa se estudia los números complejos, por lo tanto están más familiarizados con el término.

La tecnología formó en el caso específico de Sergio un obstáculo para identificar el valor donde la función identidad cruza el eje X, él al acercar la imagen en la pantalla por la definición de la misma identifica el valor en 0.1 debido al número de píxeles de la misma.

CONCLUSIONES

Las secuencias sirvieron para construir las nociones de cero de la función y raíz de la ecuación desde una perspectiva gráfica a través de procesos de visualización; los alumnos articularon contextos gráficos y numéricos al analizar diferentes gráficas con sus respectivas expresiones algebraicas, haciendo tablas comparativas y contestando las diferentes preguntas que los indujo a reflexionar acerca de los patrones que siguen las funciones polinomios de acuerdo a su grado, acerca de los conceptos ceros de la función y raíz de la ecuación basándose en elementos visuales de distinta naturaleza: su gráfica y su expresión algebraica.

Gráficamente los alumnos identificaron la naturaleza de las raíces cuando estas son reales, pero no llegaron a construir la noción de lo que sucede cuando son complejas, esto fue debido a que no contaban con el conocimiento previo necesario de que las raíces complejas en una ecuación son solución de la misma pero en el campo de los complejos, así como el hecho de que una ecuación de grado n tiene n soluciones (reales iguales o diferentes, y/o imaginarias).

Construyeron también la noción gráfica de la función polinomio respecto a su representación algebraica: su comportamiento debido al grado (par o impar), signo del coeficiente del término de mayor grado y ordenada al origen.

Notamos entonces que es necesario previo a estas secuencias estudiar a fondo las soluciones para una ecuación de segundo grado. Analizando las secuencias, es necesario replantear algunas preguntas y poner mayor atención a las ecuaciones que tengan raíces imaginarias y reales iguales; proponer una actividad extra donde se vea el comportamiento de cualquier gráfica polinomio cuando tenga factores que se repiten dos, tres o más veces en su expresión algebraica.

Las herramientas tecnológicas que nos sirvieron de apoyo, fueron de gran utilidad, ya que de esta manera, no sólo pudimos observar de manera rápida a las funciones polinomio y sus características gráficas, sino que se despertó el interés al ir quedando más claro la relación de las funciones con su gráfica y más adelante la relación de la gráfica con la ecuación para el caso $y=0$. También estas herramientas causaron interés por las aplicaciones extras que tienen, muchas de ellas útiles para más materias.

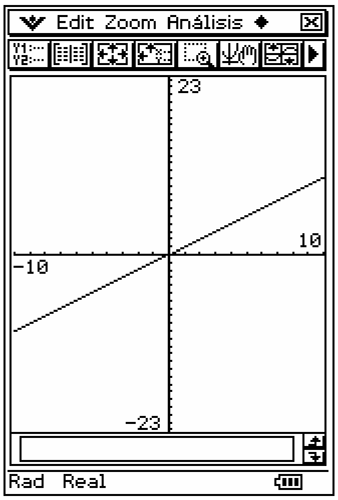
En las opiniones finales, todos coincidieron en el hecho de que les gustó mucho utilizar los programas, que aprendieron a resolver una ecuación con una incógnita de grado n y que aprendieron a graficar y analizar funciones desde una perspectiva diferente.

ANEXO I. ACTIVIDADES DE ALBERTO RIOS

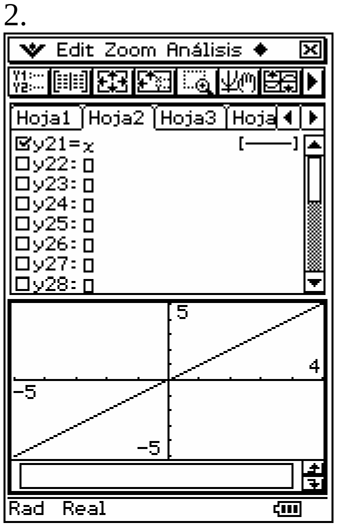
ACTIVIDAD 1.

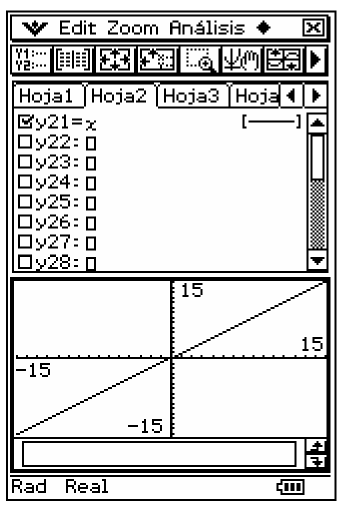
1. ¿Por qué cuadrantes pasa la función?

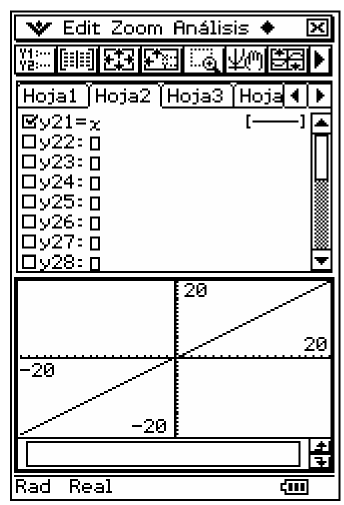
R= Cuadrantes 1 y 3.



2.



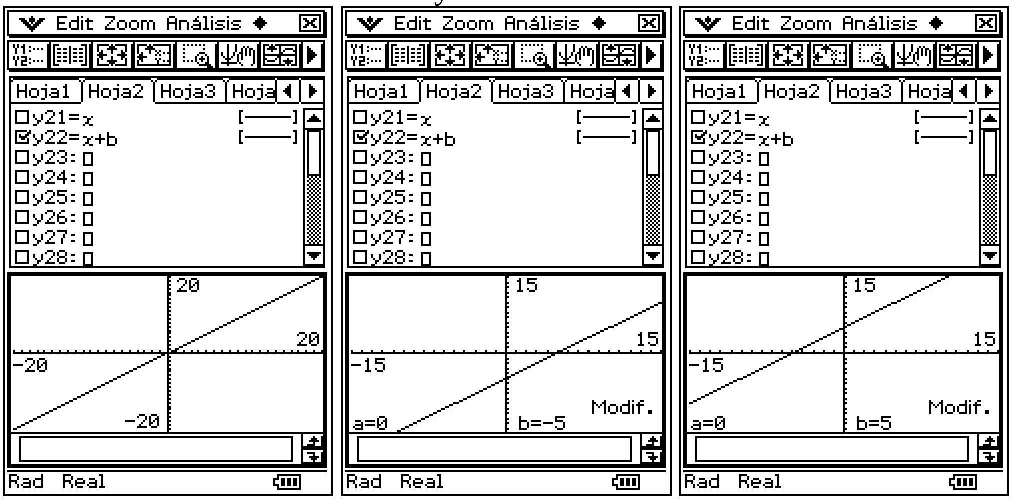




3. No es igual.
4. No.
5. En x en 0.

ACTIVIDAD 2.

1. Cuando el valor de b aumenta y aumenta también.



2.

VALORES DE B	VALORES X DONDE Y CAMBIA DE NEGATIVA A POSITIVA	VALOR DE Y DONDE Y CAMBIA DE NEGATRIVA A POSITIVA.
-5	5	0
-4	4	0
-3	3	0
-2	2	0
-1	1	0
0	0	0
1	-1	0
2	-2	0
3	-3	0
4	-4	0

3. Cuando el valor de y es positivo el valor de x es negativo y viceversa.

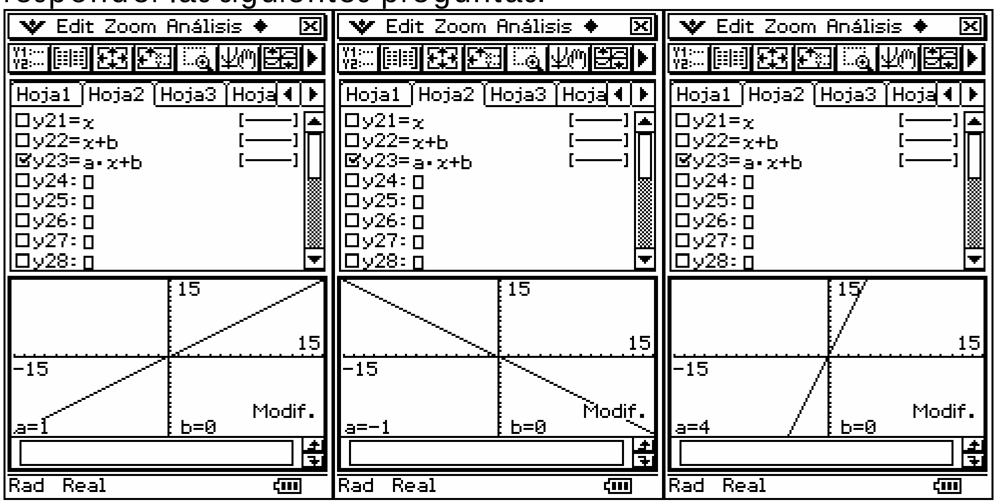
4. Cuando B es cero la grafica tiene una intersección en los dos puntos x y y identica en los ejes 1 y 3.

ACTIVIDAD III

Grafica la función $y = ax + b$ con el programa Classpad Manager, definiendo previamente los parámetros de a y b en el rango de -5 < a < 5 y -5 < b < 5, para analizar el efecto en la gráfica.

Con el par de flechas del teclado izquierda - derecha, puedes ver el efecto en la gráfica de a, con el par de arriba – abajo se ve el efecto de b en la gráfica.

Copia las ventanas donde se vea el efecto de a sobre la gráfica para responder las siguientes preguntas.



1. Cuando el valor de a es positivo, ¿qué efecto tiene en la gráfica?, ¿Por cuál cuadrante empieza y por cuál termina?
   R=Cuando a es positivo la grafica va de x a y y pasa por los cuadrantes 1 y 3.
2. ¿Qué sucede con la gráfica cuando a es negativa?, ¿Por cuál cuadrante empieza y por cuál termina?
   R= Cuando el valor de a es negativo la grafica empieza por el cuadrante 2 y termina en el 4.
3. Dejando un valor fijo de a, para cada valor de b propuesto llena la siguiente tabla.

PARA a = -4 VALOR DE b	FUNCION	CERO DE LA FUNCION	ESCRIBE LA FUNCION SI y = 0,	SOLUCION DE LA ECUACION RESULTANTE
-5	Y= -4x-5	-1.2	0=-4x-5	-1.2
-4	Y= -4x-4	-1	0=-4x-4	-1
-3	Y= -4x-3	-.76	0=-4x-3	-.76
PARA a = -2 VALOR DE b				

-1	Y= -2x-1	-4.8	0= -2x-1	-4.8
0	Y= -2x+0	0	0= -2x+0	0
PARA a = 1 VALOR DE b				
1	Y= 1x+1	-1.06	0= 1x+1	-1.06
2	Y= 1x+2	-2.06	0= 1x+2	-2.06
3	Y= 1x+3	-3.06	0= 1x+3	-3.06
PARA a = 3 VALOR DE b				
4	Y= 3x+4	-1.33	0= 3x+4	-1.33
5	Y= 3x+5	-1.67	0= 3x+5	-1.67

4. ¿Encuentras alguna relación entre los ceros de cada función y las raíces de la ecuación correspondiente?

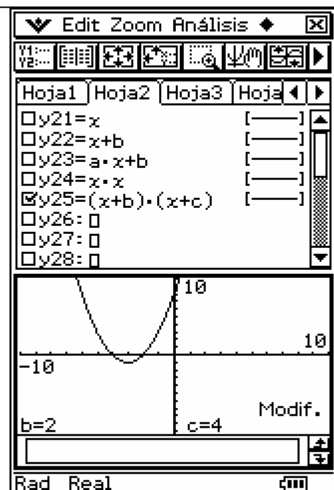
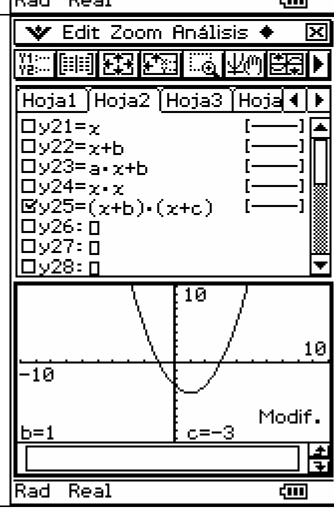
R= Si que son iguales.

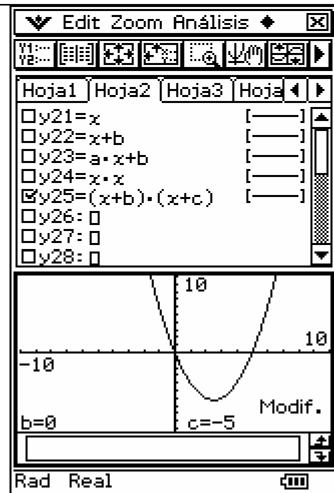
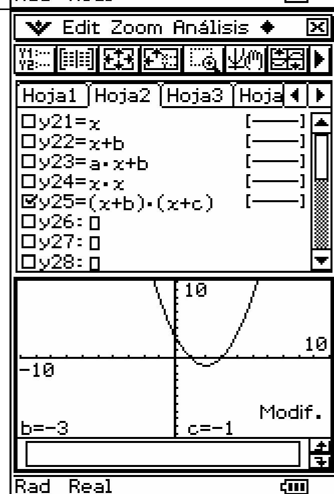
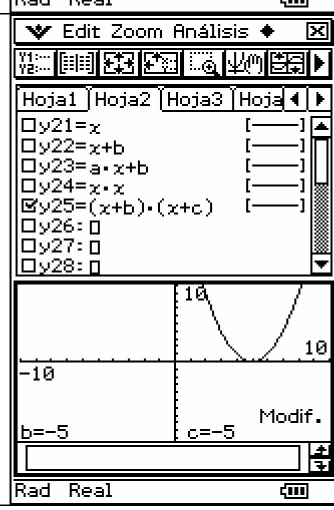
ACTIVIDAD IV.

Usando el Classpad Manager grafica la función $y = x * x$.

1. ¿En que se convirtió la gráfica de la función identidad?
   R= Se convirtió en una parabola.
2. ¿Cuál es el cero de la función?
   R= El cero de la funcion es (0,0).
3. ¿Cuál es el valor de ordenada al origen?
   R= 0.

Define los parámetros de b y c para dar dinamismo a la gráfica de la función $y = (x+b)(x+c)$, copia las ventanas para los diferentes valores de b y c propuestos y llena la siguiente tabla:

Valores de a y b	Función	Gráfica	Ceros de la función, valor de ordenada al origen.
b = 2, c = 4	y=(x+2)(x+4)		-2 y -4 Y=8
b = 1, c = -3	y=(x+1)(x-3)		-1 y 3 Y=-3

b = 0, c = -5	y=(x+0)(x+5)				0 y 5 Y=0
b =-3, c = -1	y=(x-3)(x-1)				3 y 1 y=3
b = -5, c = -5	y=(x-5)(x-5)				5 y=25

4. ¿Encuentras algunas relación entre los ceros de la función y los valores de b y c?
   R= Tienen la misma magnitud pero en todos los casos el signo cambia.

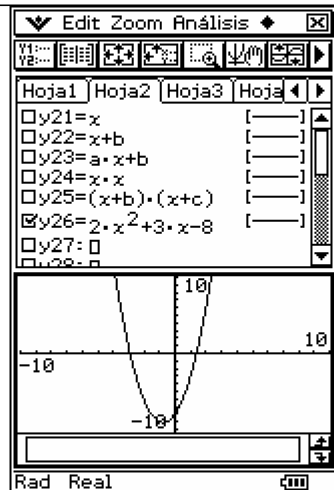
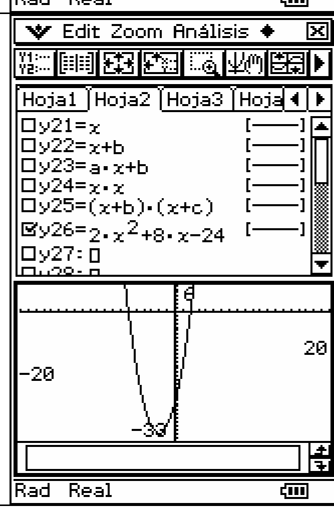
5. ¿Encuentras alguna relación entre los valores de b y c y la ordenada al origen? La ordenada es igual a la multiplicación de los ceros de la función.

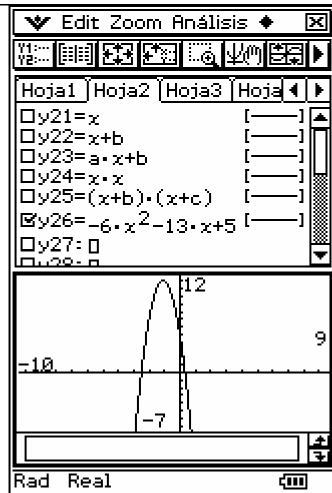
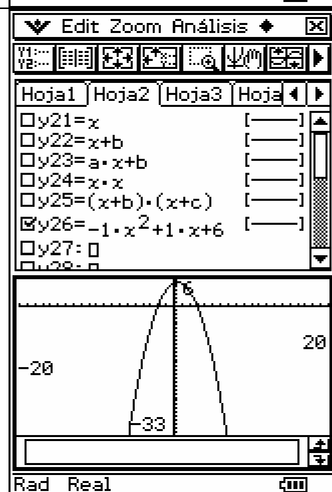
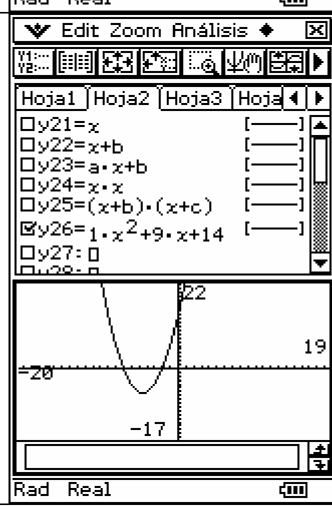
Actividad V:

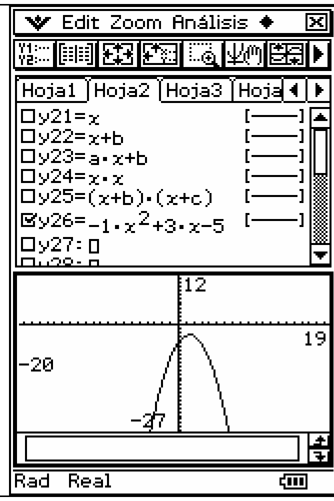
1. Al efectuar el producto $y=(x+b)(x+c)$ ¿Qué expresión obtenemos?
   R= y= Ax^2+Bx+ C.

Al generalizar esa expresión, estamos obteniendo **la forma general de la función de segundo grado** $y = Ax^2 + Bx + C$.

Vamos a darles diferentes valores a A, B y C para ver su comportamiento gráfico, llenando la siguiente tabla:

Valores de A, B, C	Función	Gráfica	Comienza en el cuadrante. Termina en el cuadrante. Ordenada en el origen.
A = 2, B = 3, C = -8	2x^2+3x-8		Empieza en el II y termina en el I. y=-8
A = 2, B = 8, C = -24	2x^2+8x-24		Empieza en el II y termina en el I. y=-24

A = -6, B = -13, C = 5	-6x^2-13x+5				Empieza en el III y termina en el IV y=5
A = -1, B = |, C = 6	-1x^2+1x+6				Empieza en el III y termina en el IV. Y=6
A = 1, B = 9, C = 14	1x^2+9x+14				Empieza en el II y termina en el I. Y=14

A = -1, B = 3, C = -5	-1x^2+3x-5		Empieza en el III y termina en el IV. Y=-5

De acuerdo a la tabla anterior,

2. ¿Cuándo A > 0, qué relación encuentras entre el valor de A y la gráfica?
   R= Cuando A > 0 la parábola ve hacia arriba.
3. ¿Cuándo A < 0, qué relación encuentras entre el valor de A y la gráfica?
   R= Cuando A < 0 la parabola ve hacia abajo.
4. ¿Qué relación encuentras entre el valor independiente de la función y la ordenada al origen?
   R= Son iguales.

Sobre papel:
Para el caso especial de y = 0, escribe todas las ecuaciones resultantes de la tabla anterior.
Resuelve cada ecuación cuadrática por el método analítico que desees, y completa la siguiente tabla.

Función	Ceros de la función	Si y = 0	Solución analítica
2x^2+3x-8	-2.8 y 1.41	2x^2+3x-8=0	2.8 y 1.41
2x^2+8x-24	-6.0 y 1.9	2x^2+8x-24=0	-6.0 y 1.9
-6x^2-13x+5	-2.4 y 0.3	-6x^2-13x+5=0	-2.4 y 0.3
-1x^2+1x+6	-2.0 y 3.0	-1x^2+1x+6=0	-2.0 y 3.0
1x^2+9x+14	-7.0 y -2.0	1x^2+9x+14=0	-7.0 y –2.0
-1x^2+3x-5	No tiene	-1x^2+3x-5=0	No tiene

5. ¿Existe alguna relación entre los valores obtenidos para el caso y = 0 y los ceros de la función?
   R= Si resultaron ser iguales.

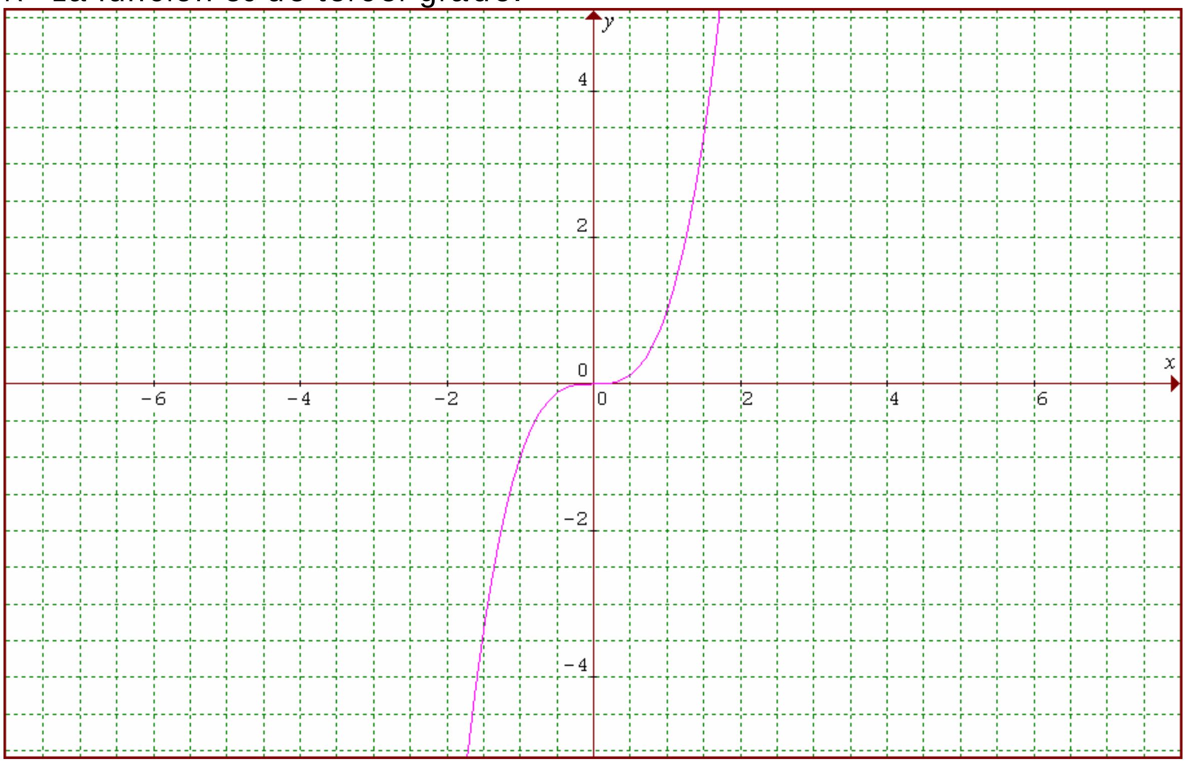
6. ¿Qué sucede en el caso de tener raíces imaginarias de la ecuación con los ceros de la función?
   R= No existen
7. ¿Qué notas en el caso de que las raíces sean iguales con los ceros de la función?
   R= Que ya obtenidos los ceros de la función encontramos al mismo tiempo las raíces (en los números reales).

ACTIVIDAD VI.

Con el programa graficador Graphmatica grafica la función $y = x * x * x$.

1. Pega la gráfica obtenida y contesta, ¿De qué grado es la función resultante?

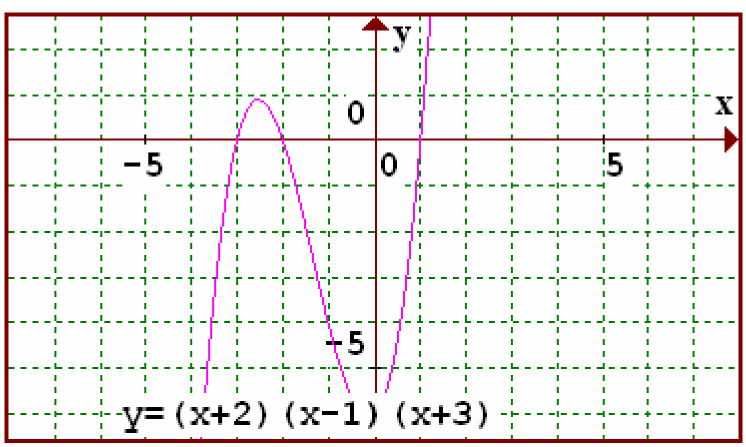
R= La funcion es de tercer grado.



2. ¿En qué cuadrante empieza y en cuál termina?

R= Empieza en el III y termina en el I.

La siguiente gráfica es el producto de tres rectas, de acuerdo a ella contesta:



3. ¿De que grado es la gráfica mostrada?

R= De tercer grado.

4. ¿Cuáles son los ceros de la función y qué relación guardan con los términos independientes de los factores de la función?

R= -3, -2 y 1 y la relacion con los terminos independientes es que son iguales pero con signo diferente.

5. ¿Cuál es la ordenada al origen y qué relación encuentras con los términos independientes de los factores de la función?

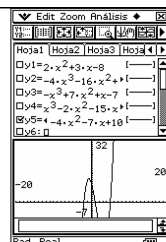
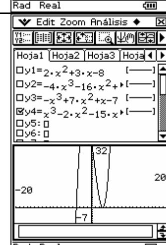
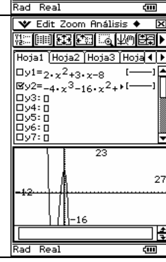
R= La ordenada al origen es -6 y la relacion con los terminos independientes es que es igual a la multiplicación de todos ellos.

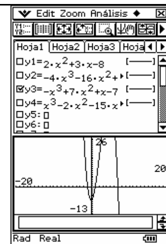
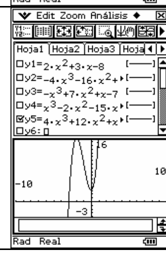
Sobre papel:

Si generalizamos la función $y=(x+a)(x+b)(x+c)$

6. ¿Qué expresión obtenemos?
7. ¿Podríamos escribirla como $y=Ax^3+Bx^2+Cx+D$? R= SI

Grafica las siguientes funciones y llena la siguiente tabla:

Función	Coeficiente A >0 ó A<0 Término Independiente	Gráfica	Empieza en el cuadrante: Termina en el cuadrante:	Ceros de la función	Ordenada al origen
$y=x^3-4x^2-7x+10$	Es positivo, 10		III y I	-2, 1 y 5	10
$y=x^3-2x^2-15x+36$	Es positivo, 36		III y I	-4 y 3	36
$y=-4x^3-16x^2+3x+12$	Es negativo, 12		II y IV	-3.8 ,-1 y 1	4

$y=-x^3+7x^2+x-7$	Es negativo, -7		II y IV	-1, 1 y 7	-7
$y=4x^3+12x^2+x+3$	Es positivo, 3		III y I	-2.9	3

De acuerdo a la tabla anterior,

8. ¿Cuál es la relación que encuentras entre el signo del coeficiente A y la gráfica?

R = Cuando el coeficiente A es positivo la grafica empieza en el cuadrante 3 y termina en el 1 y cuando es negativa empieza en el 2 y termina en el 4.

9. ¿Cuál es la relación que encuentras entre el término independiente y la ordenada al origen?
   R= Es el mismo valor.

Para las funciones anteriores:

10. Sí analizamos el caso en el que $y=0$ obtenemos una ecuación ¿de qué grado?

R =De tercer grado.

11. ¿Cuántas raíces crees que tiene cada ecuación?

R = Creo que tiene 3 raíces y algunas 2 raíces.

12. De acuerdo a las actividades anteriores, ¿qué relación guardan los ceros de la función con las raíces de la ecuación?

R = El numero de ceros de la funcion es el mismo numero de raíces.

13. Podrías escribir las ecuaciones anteriores como productos de binomios de la forma $(x+a)$, de ser así, escríbelas.

R = Si quedaría de la forma (x+a)(x+b)(x+c)

14. En algunas ecuaciones estas encontrando tres raíces, en otras dos, y en otras una, ¿cómo explicas lo anterior?

R = El numero de raíces esta dado desacuerdo al numero de ceros de la función y esto depende directamente del tipo de función.

De acuerdo a las reflexiones anteriores llena la siguiente tabla:

Función en forma general	*Ceros*	*Función en forma de producto de binomios*	*Ecuación*	*Raíces*
$y = x^3 - 4x^2 - 7x + 10$	-2, 1 y 5	*(x+2)(x-1)(x-5)*	*X^3-4x^2-7x+10=0*	-2, 1 y 5
$y = x^3 - 2x^2 - 15x + 36$	-4 y 3	*(x+4)(x-3)*	*X^3-2x^2-15x+36=0*	-4 y 3
$y = -4x^3 - 16x^2 + 3x + 12$	-4 ,-1 y 1	*(x+4)(x+1)(x-1)*	*-4x^3-16x^2+3x+12=0*	-4 ,-1 y 1
$y = -x^3 + 7x^2 + x - 7$	-1, 1 y 7	*(x+1)(x-1)(x-7)*	*-x^3+7x^2+x-7*	-1, 1 y 7
$y = 4x^3 + 12x^2 + x + 3$	-3	*(x+3)(x-IR)(x+IR)*	*4x^3+12x^2+x+3*	-3

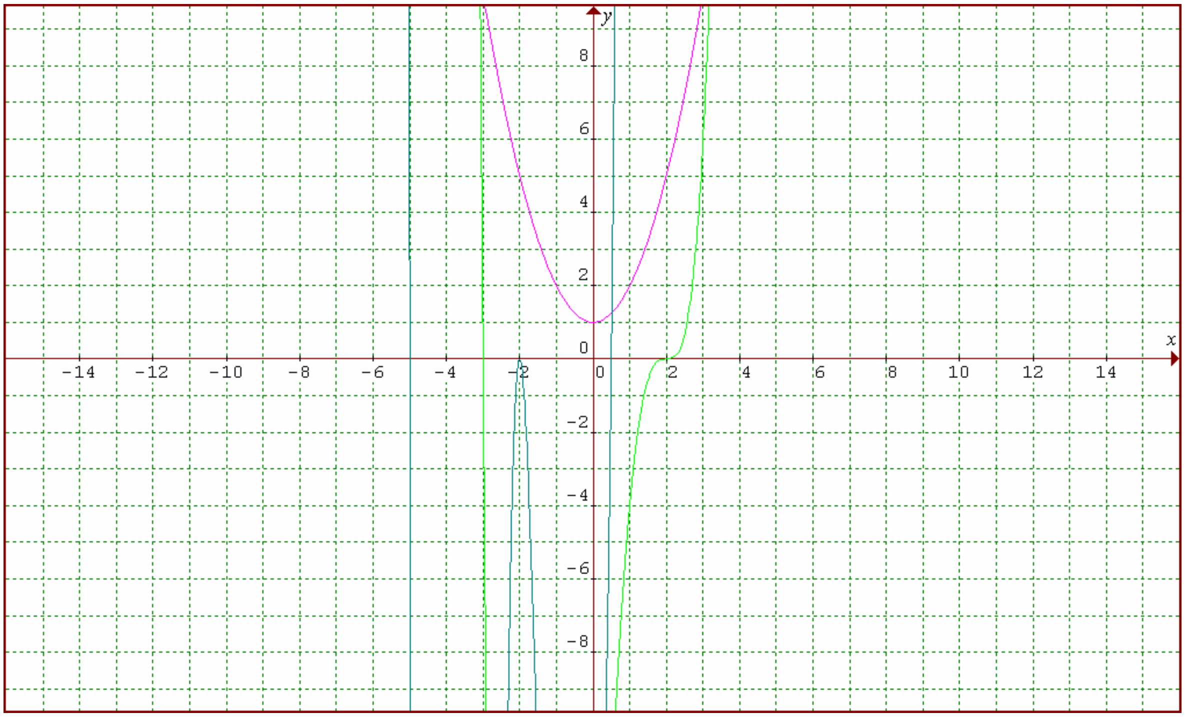
ACTIVIDAD VII

En una sola pantalla del programa Graphmatica, grafica las siguientes funciones con diferentes colores, pega la ventana resultante, y contesta:

$y = x^2 + 1$

$y = x^4 - 3x^3 - 6x^2 + 28x - 24$

$y = 2x^6 + 17x^5 + 41x^4 + 33x^3 + 19x^2 + 16x - 20$



1. ¿En qué cuadrante empieza y termina cada gráfica?
   R = las tres empiezan en el cuadrante II y terminan en el I.

2. El coeficiente Ax^n para cada función ¿es positivo A>0 o negativo A<0?
   R = Es positivo.

3. Escribe el grado de cada una de estas funciones:
   R = La primera es de segundo grado, la segunda es de cuarto grado y la tercera es de sexto grado.

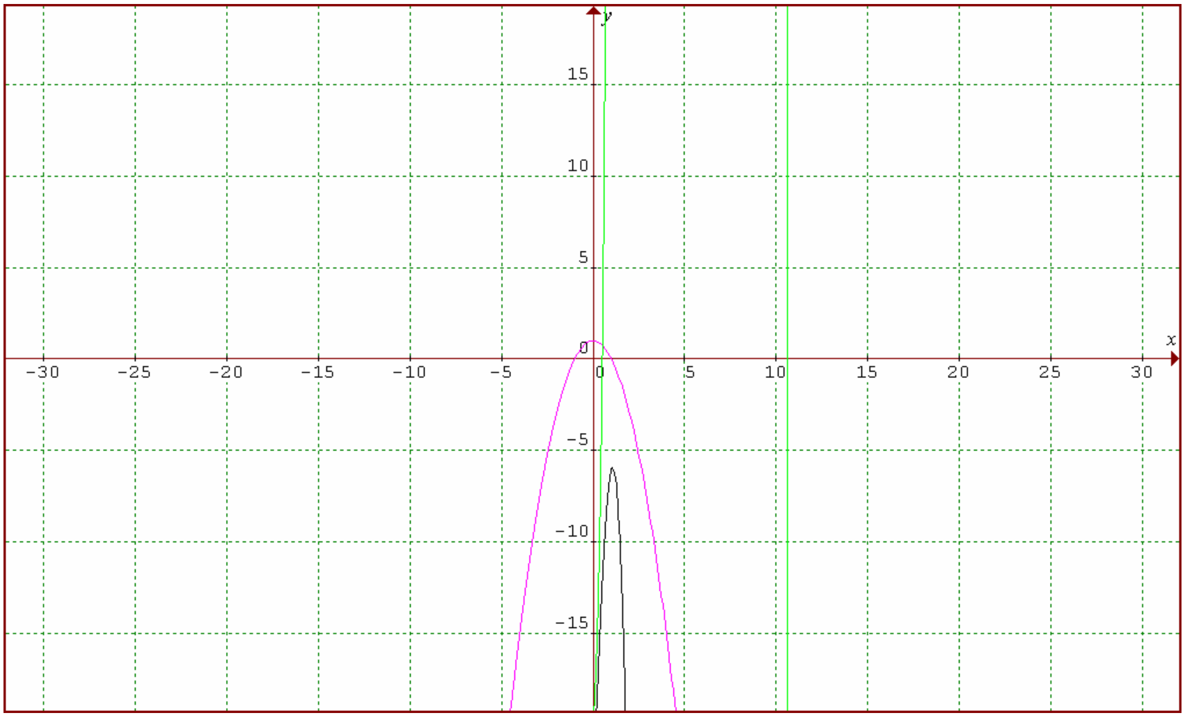
4. Coinciden en que todas son de grado:
   R = De segundo grado.

Grafica las siguientes funciones con diferentes colores con el programa Graphmatica, pega la ventana resultante, y contesta

$y = -x^2 + 1$

$y = -x^4 - 3x^3 - 6x^2 + 28x - 24$

$y = -2x^6 + 17x^5 + 41x^4 + 33x^3 + 19x^2 + 16x - 20$



5. ¿En qué cuadrante empieza y termina cada gráfica?

R = Todas empiezan en el III y terminan en el IV.

6. El coeficiente Ax^n para cada función ¿es positivo A>0 o negativo A<0?

R = Son positivos.

7. Escribe el grado de cada una de estas funciones:

R = La primera es de segundo grado, la segunda de cuarto grado y la tercera es de sexto grado.

8. Coinciden en que todas son de grado:

R = segundo grado.

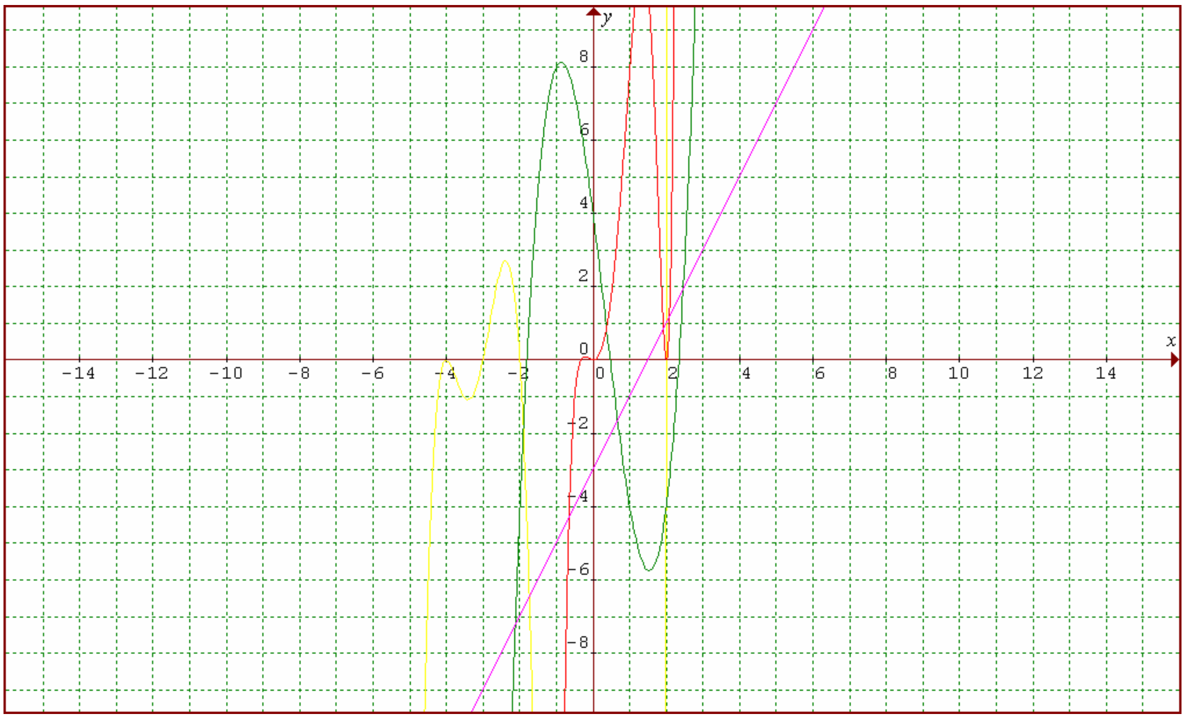
Grafica el siguiente grupo de funciones, pega la ventana resultante y contesta las siguientes preguntas.

$y = 2x - 3$

$y = 2x^3 - 2x^2 - 8x + 4$

$y = x^5 + 11x^4 + 36x^3 + 4x^2 - 160x - 192$

$y = 3x^7 - 11x^6 + 11x^5 - 7x^4 + 8x^3 + 4x^2$



9. ¿En qué cuadrante empieza y termina cada gráfica?

R = las cuatro empiezan en el III y terminan en el I.

10. El coeficiente Ax^n para cada función ¿es positivo A>0 o negativo A<0?

R = Es positivo

11. Escribe el grado de cada una de estas funciones:

R = la primera es de primer grado, la segunda de tercer grado, la tercera es de quinto grado y la cuarta es de séptimo grado.

12. Coinciden en que todas son de grado:

R = De primer grado.

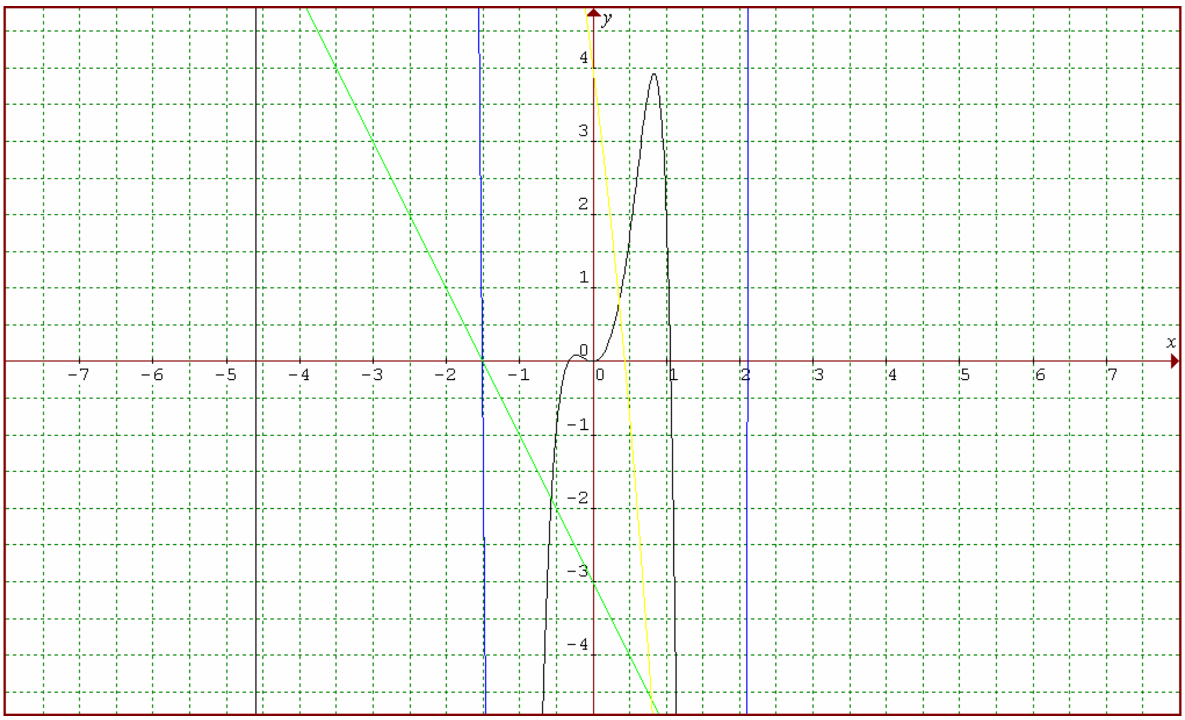
Grafica el siguiente grupo de funciones, pega la ventana resultante y contesta las siguientes preguntas.

$y = -2x - 3$

$y = -2x^3 - 2x^2 - 8x + 4$

$y = -x^5 + 11x^4 + 36x^3 + 4x^2 - 160x - 192$

$y = -3x^7 - 11x^6 + 11x^5 - 7x^4 + 8x^3 + 4x^2$



13. ¿En qué cuadrante empieza y termina cada gráfica?
R = Todas empiezan en el II y terminan en el IV.
14. El coeficiente Ax^n para cada función ¿es positivo A>0 o negativo A<0?
R = todos son negativos.
15. Escribe el grado de cada una de estas funciones:
R = La primeara es de primer grado, la segunda es de tercer grado, la tercera es de quinto grado y la ultima es de séptimo grado.
16. Coinciden en que todas son de grado:
R = De primer grado.

De cada uno de los grupos de funciones escribe las ecuaciones resultantes para el caso para el que cada función es igual a cero en la tabla siguiente.

Siguiendo con la misma tabla, analiza la gráfica de cada función, y cada ecuación, escribe el número de raíces que cada ecuación tiene, así como su naturaleza, (si son reales diferentes, reales iguales o imaginarias) y la ordenada al origen.

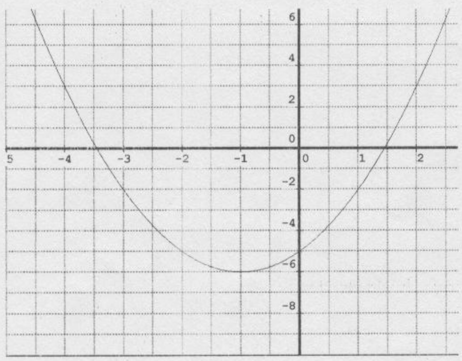
Ecuación	*Número de Raíces*	*Número de raíces reales diferentes, reales iguales y/o imaginarias.*
$x^2+1=0$	*1*	*1 imaginaria*
$x^4-3x^3-6x^2+28x-24=0$	*2*	*2 reales diferentes*
$2x^6+17x^5+41x^4+33x^3+19x^2+16x-20=0$	*4*	*2 reales diferentes y 2 reales iguales.*
$-x^2+1=0$	*2*	*2 raíces reales diferentes.*
$-x^4-3x^3-6x^2+28x-24=0$	*1*	*1 imaginaria.*
$-2x^6+17x^5+41x^4+33x^3+19x^2+16x-20=0$	*2*	*2 raíces reales diferentes.*
$2x-3=0$	*1*	*1 real diferente.*
$2x^3-2x^2-8x+4=0$	*3*	*3 reales diferentes.*
$x^5+11x^4+36x^3+4x^2-160x-192=0$	5	3 reales diferentes y 2 reales iguales.
$3x^7-11x^6+11x^5-7x^4+8x^3+4x=0$	5	1 raíz real diferente y 2 pares de reales iguales.
$-2x-3=0$	1	Una raíz real.
$-2x^3-2x^2-8x+4=0$	1	Una raíz real.
$-x^5+11x^4+36x^3+4x^2-160x-192=0$	3	Las tres son reales diferentes.
$-3x^7-11x^6+11x^5-7x^4+8x^3+4x=0$	5	3 reales diferentes y 2 reales iguales.

RIOS

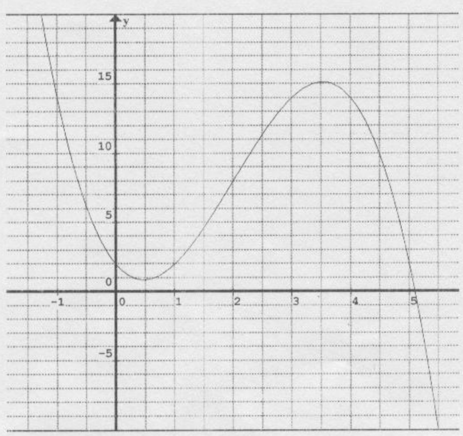
ACTIVIDAD VIII

Relaciona las siguientes funciones con su respectiva gráfica.

A)

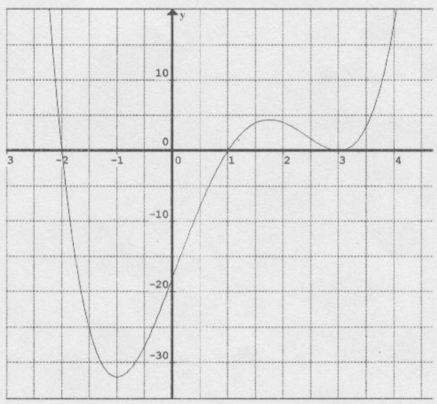


B)

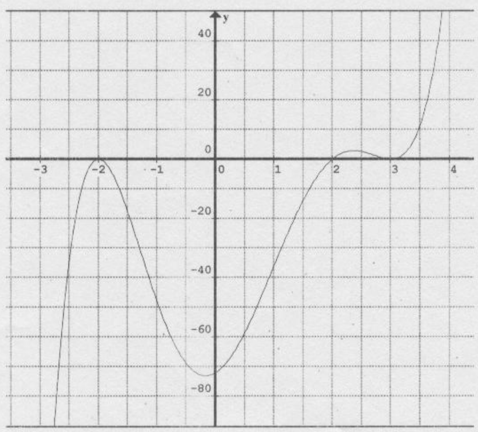


1

C)

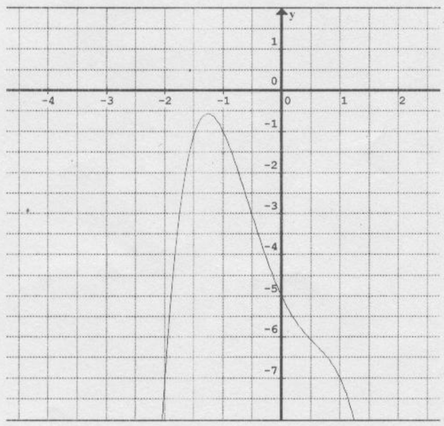


D)

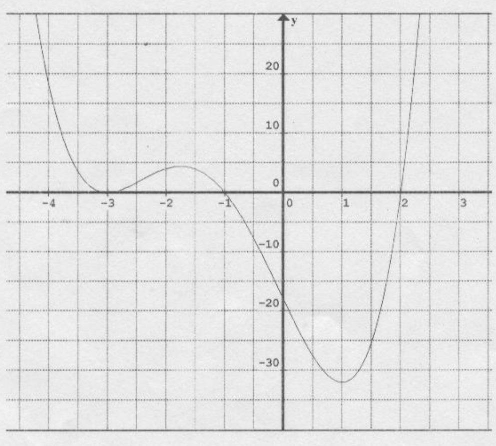


2

E)



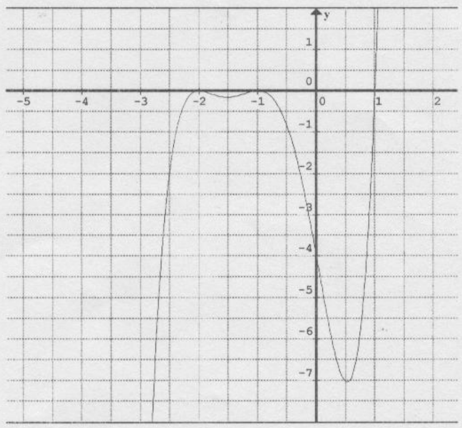
F)



3

Alejandro Arturo Rios Cruz.

G)



1) $y=(x-2)(x-3)(x+2)^2(x-3) = D$

2) $y=x^2+2x-5 = A$

3) $y=(x-2)(x+3)^2(x+1) = F$

4) $y=-x^3+6x^2-5x+2 = B$

5) $y=(x+2)^2(x+1)^2(x-1) = G$

6) $y=(x-1)(x-3)^2(x+2) = C$

7) $y=-x^4+2x^2-3x-5 = E$

4

Alejandro Arturo Rios Cruz

ACTIVIDAD IX

Bosqueja las graficas de los siguientes polinomios

$a)\quad y=(x-1)(x+2)$

$b)\quad y=(x+2)(x-3)(x+1)$

$c)\quad y=(-x+1)(x+1)(x-5)$

$d)\quad y=(-x+1)(x+3)$

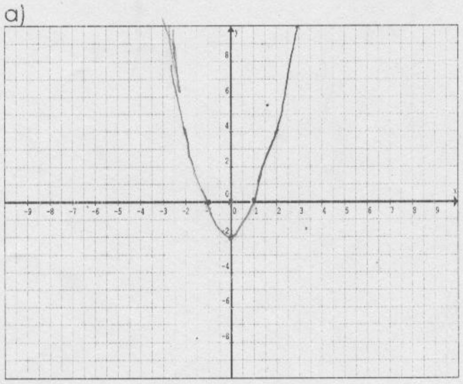
$e)\quad y=(x-1)^2(x+2)^3(x+1)$

$f)\quad y=(x+1)^2(x+2)$

$g)\quad y=(x-3)^3(x+1)(x-1)$

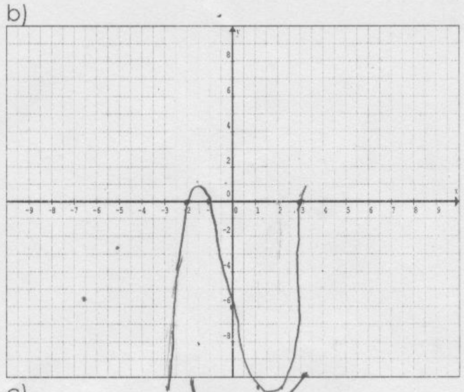
$h)\quad y=(x+2)(x-1)(x-1)$

a)

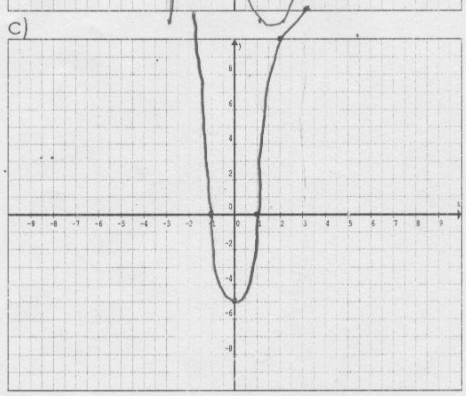


1

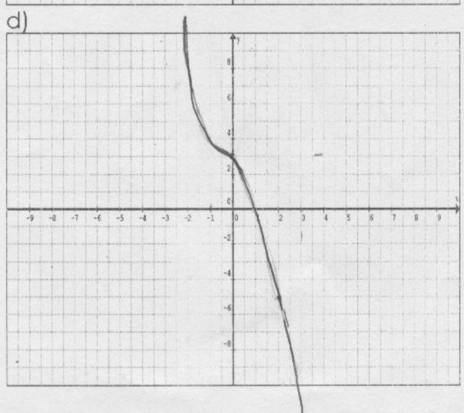
b)



c)

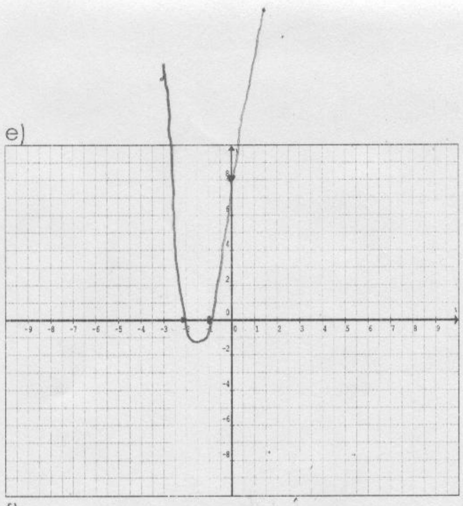


d)

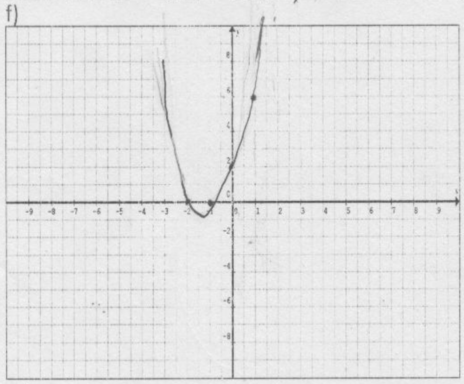


2

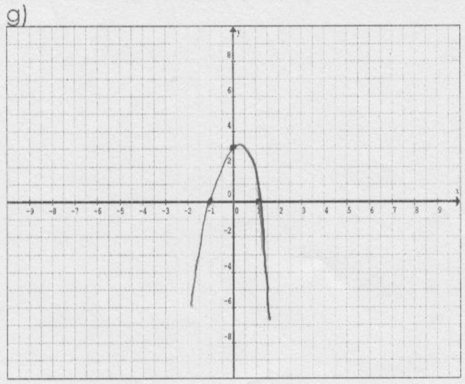
e)



f)

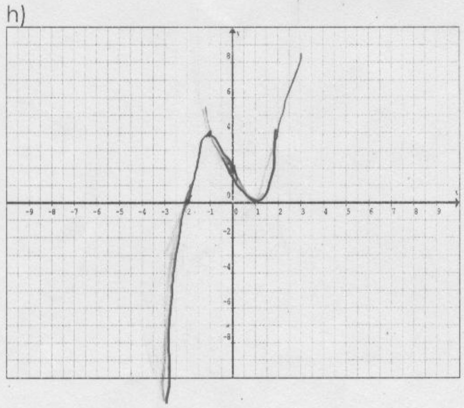


g)



3

h)

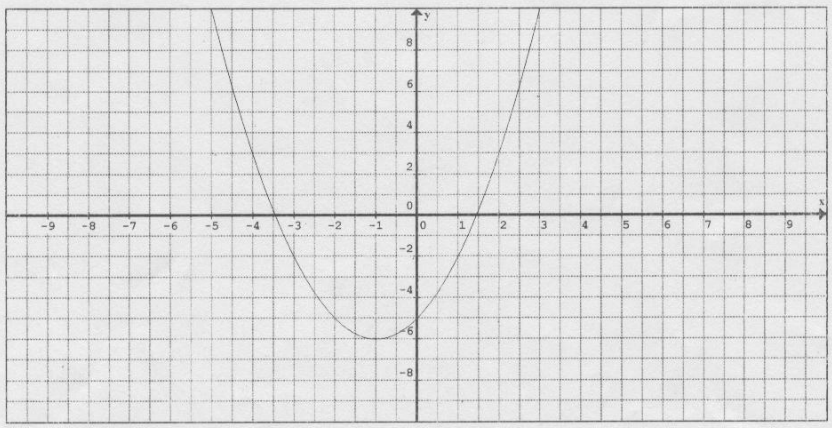


4

Alejandro Arturo Rios Cruz

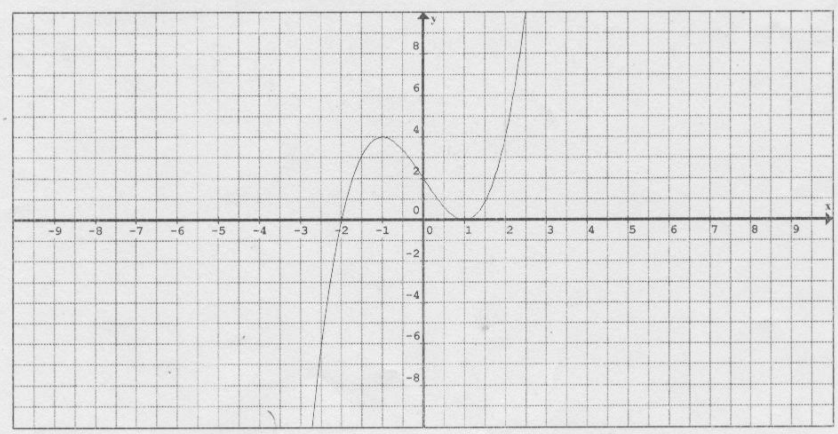
ACTIVIDAD X

De las siguientes graficas obtén su expresión algebraica.



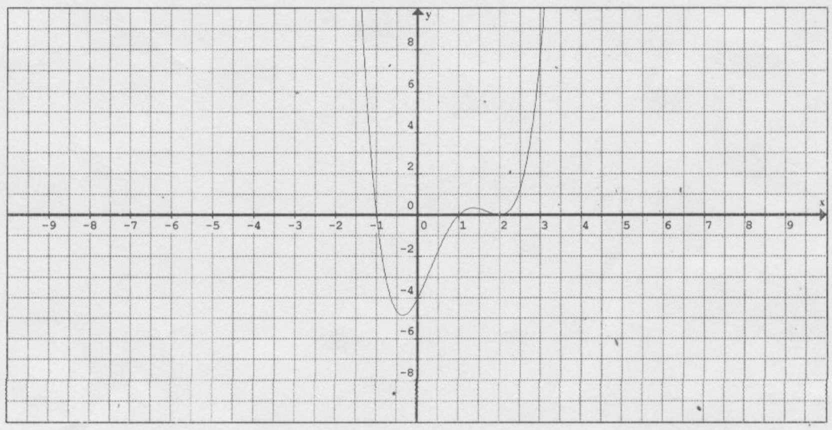
$y = (x^2 + 2x) - 5$

$(x$

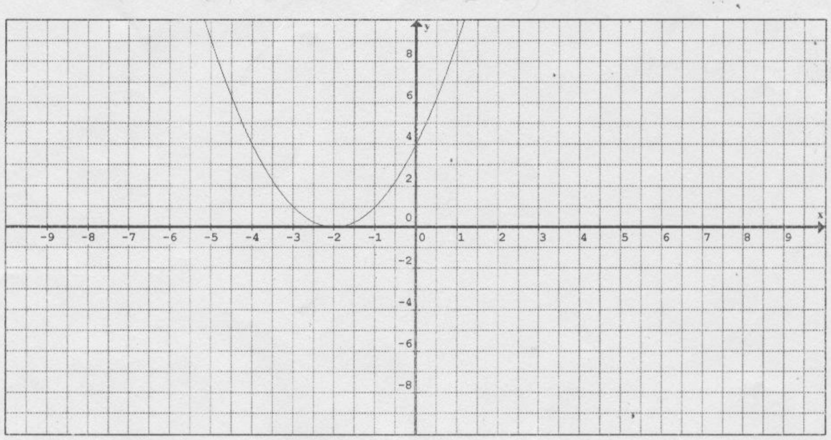


$x^3 + x^2 - 2x + 2$ $(x + 1)(x - 1)(x - 2)$

1



$(x^4+2)(x-1)^2(x-2)$



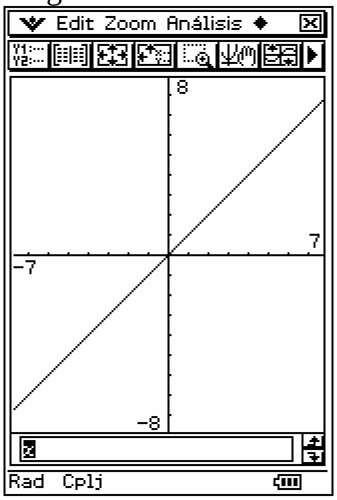
$(x+2)(x+2)$

2

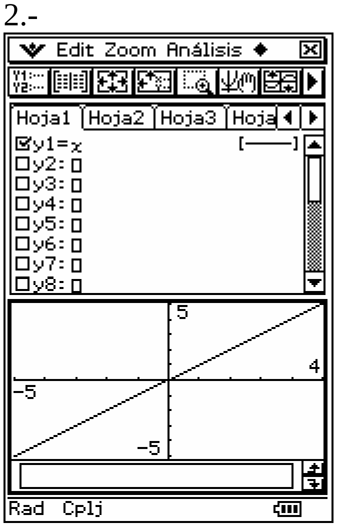
ANEXO II. ACTIVIDADES DE LUIS LOPEZ

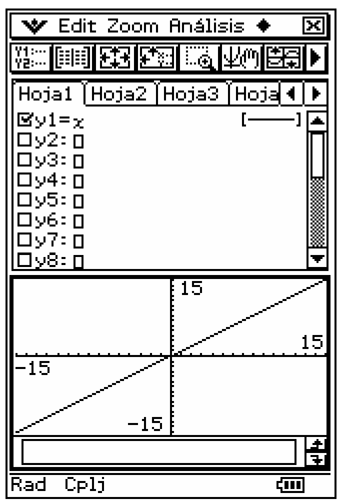
Actividad No. 1

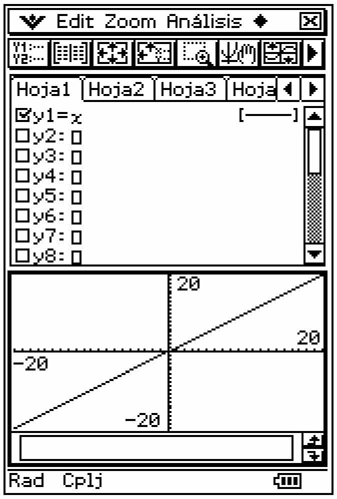
Pregunta1.- Por el cuadrante I y III



2.-



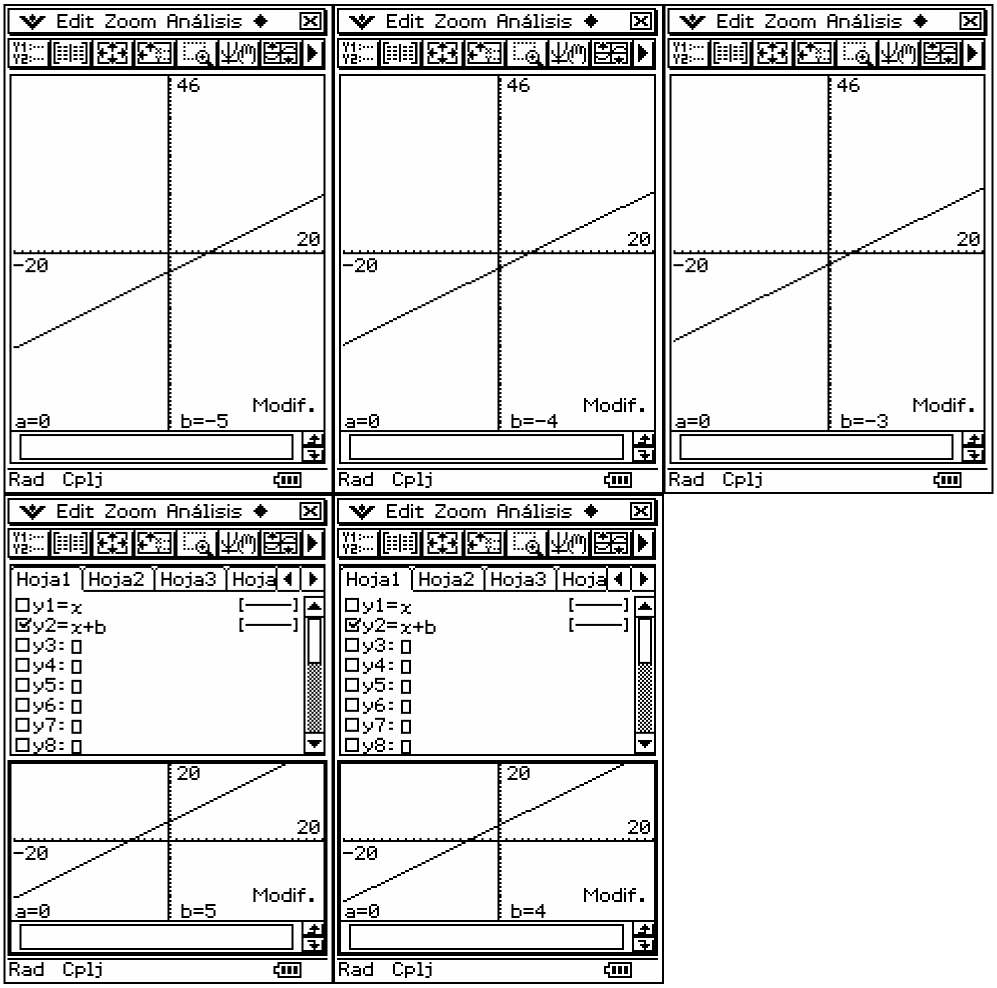




3.- Si, va aumentando la escala y la visualización de la grafica.
4.- No, sigue pasando por los mismos cuadrantes.
5.-Cuando x>0.

ACTIVIDAD II

1.-



Va cambiando al igual que “b”.

2.-

VALORES DE B	VALOR DE X DONDE Y CAMBIA DE NEGATIVO A POSITIVO	VALORES DE Y DONDE Y CAMBIA DE NEGATIVA A POSITIVA
-5	5	0
-4	4	0
-3	3	0
-1	1	0
0	0	0
1	-1	0
2	-2	0
3	-3	0
4	-4	0
5	-5	0

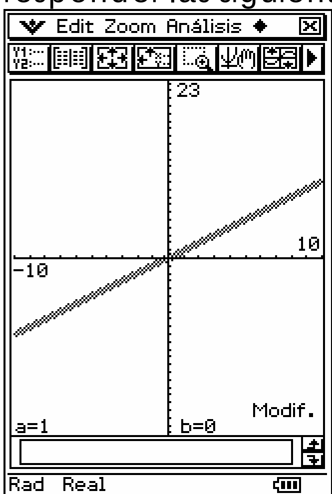
3.- en que cuando cambia de negativo a positivo es en 0 para todos los valores de x.
4.- Que cualquier valor que tome X, la funcion siempre va a cambiar de negativo a positivo con respecto al eje Y en 0.

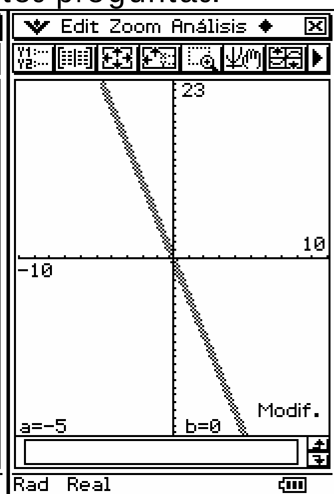
ACTIVIDAD III

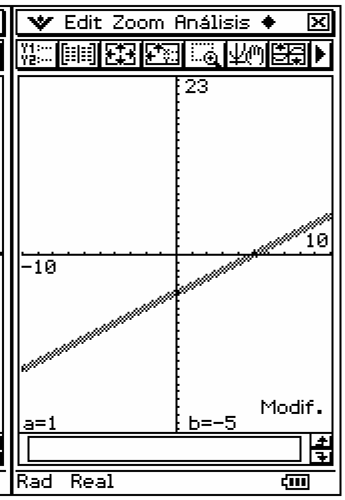
Grafica la función $y = ax + b$ con el programa Classpad Manager, definiendo previamente los parámetros de a y b en el rango de -5 < a < 5 y -5 < b < 5, para analizar el efecto en la gráfica.

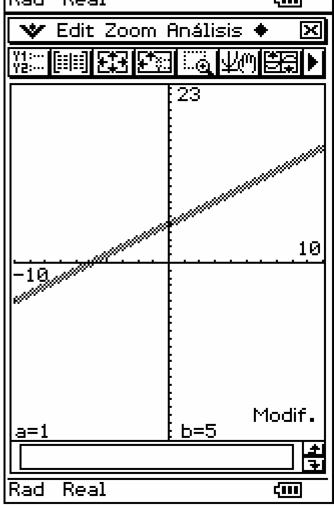
Con el par de flechas del teclado izquierda - derecha, puedes ver el efecto en la gráfica de a, con el par de arriba – abajo se ve el efecto de b en la gráfica.

Copia las ventanas donde se vea el efecto de a sobre la gráfica para responder las siguientes preguntas.









1. Cuando el valor de a es positivo, ¿qué efecto tiene en la gráfica?, ¿Por cuál cuadrante empieza y por cuál termina? Siempre pasa por los cuadrantes I y III de izquierda a derecha
2. ¿Qué sucede con la gráfica cuando a es negativa?, ¿Por cuál cuadrante empieza y por cuál termina? Va de derecha a izquierda pasando por los cuadrantes II y IV
3. Dejando un valor fijo de a, para cada valor de b propuesto llena la siguiente tabla.

PARA a = -4 VALOR DE b	FUNCION Y=ax+b	CERO DE LA FUNCION	ESCRIBE LA FUNCION SI y = 0,	SOLUCION DE LA ECUACION RESULTANTE
-5	Y=-4x+(-5)	-1.2	-4x-5=0	-1.25
-4	Y=-4x+(-4)	-1	-4x-4=0	-1
-3	Y=-4x+(-3)	-0.75	-4x-3=0	-0.75
PARA a = -2 VALOR DE b				
-1	Y=-2x+(-1)	-0.5	-2x-1=0	-0.5
0	Y=-2x+(0)	0	-2x-0=0	0
PARA a = 1 VALOR DE b				
1	Y=1x+1	-1	X+1=0	-1
2	Y=1x+2	-2	X+2=0	-2
3	Y=1x+3	-3	X+3=0	-3
PARA a = 3 VALOR DE b				
4	Y=3x+4	-1.3	3x+4=0	-1.3
5	Y=3x+5	-1.6	3x+5=0	-1.6

4. ¿Encuentras alguna relación entre los ceros de cada función y las raíces de la ecuación correspondiente?

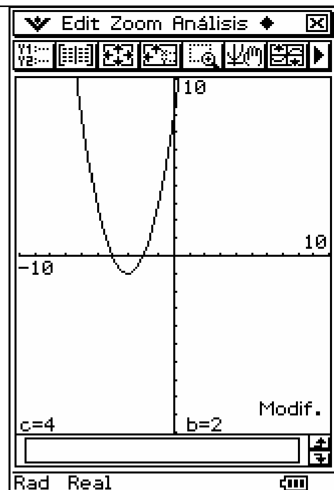
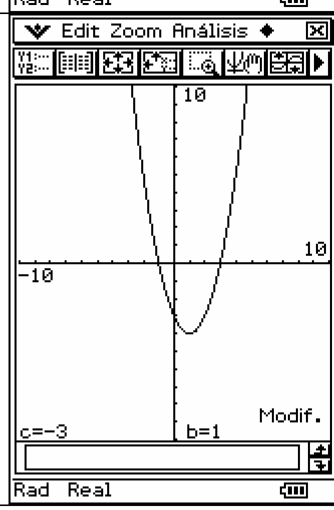
Que son Negativas.

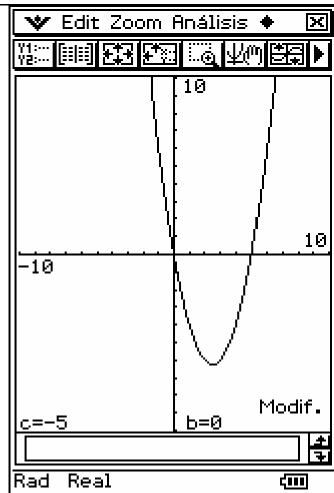
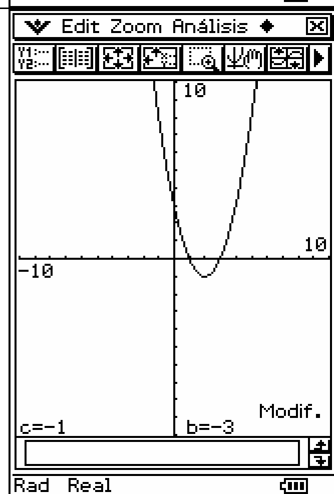
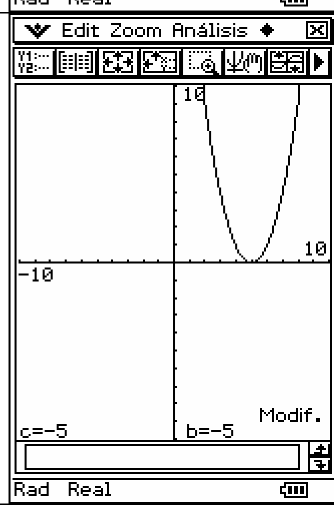
ACTIVIDAD IV.

Usando el Classpad Manager grafica la función $y = x * x$.

1. ¿En que se convirtió la gráfica de la función identidad? En una parábola
2. ¿Cuál es el cero de la función? Es 0
3. ¿Cuál es el valor de ordenada al origen? 0

Define los parámetros de b y c para dar dinamismo a la gráfica de la función $y = (x+b)(x+c)$, copia las ventanas para los diferentes valores de b y c propuestos y llena la siguiente tabla:

Valores de a y b	Función	Gráfica	Ceros de la función, valor de ordenada al origen.
b = 2, c = 4	Y=(x+2)(x+4)		Ceros de la función: -4 y -2. Ordenada al origen: 8
B = 1, c = -3	Y=(x+1)(x-3)		Ceros de la función: -1 y 3. Ordenada al origen: -3

B = 0, c = -5	Y=(x)(x-5)				Ceros de la función: 0 y 5. Ordenada al origen: 0
B =-3, c = -1	Y=(x-3)(x-1)				Ceros de la función: 1 y 3. Ordenada al origen: 3
B = -5, c = -5	Y=(x-5)(x-5)				Ceros de la función: 5 y 5. Ordenada al origen: 25

4. ¿Encuentras algunas relación entre los ceros de la función y los valores de b y c? que los valores de b y c multiplicado por -1 nos da los puntos de los ceros de la funcion.

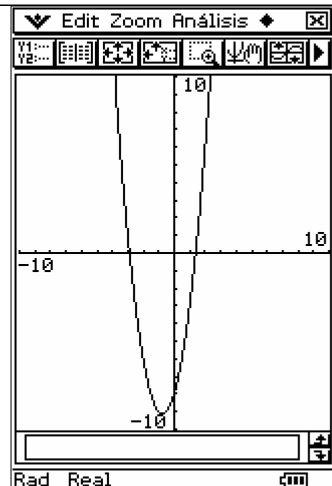
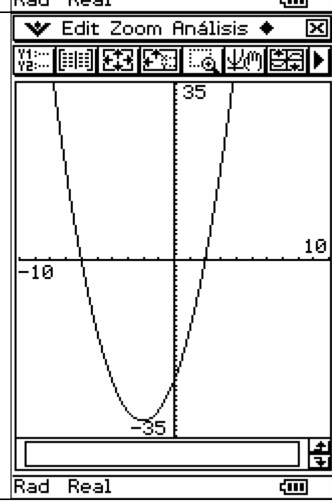
5. ¿Encuentras alguna relación entre los valores de b y c y la ordenada al origen? Que el producto de b y c nos da el punto de la ordenada al origen

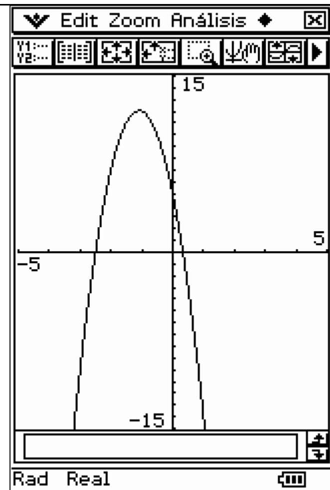
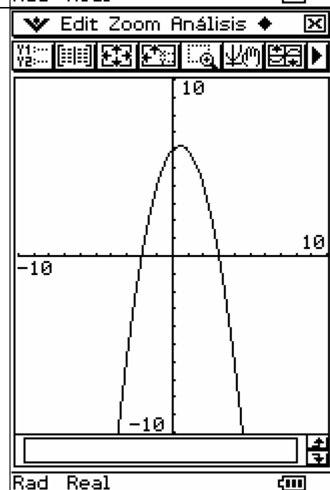
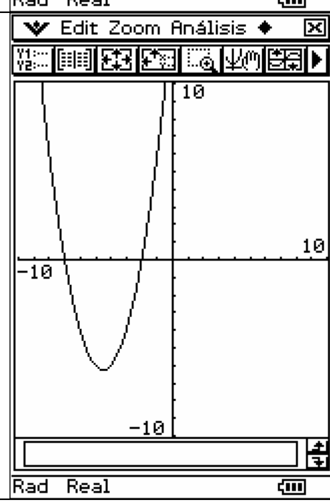
Actividad V:

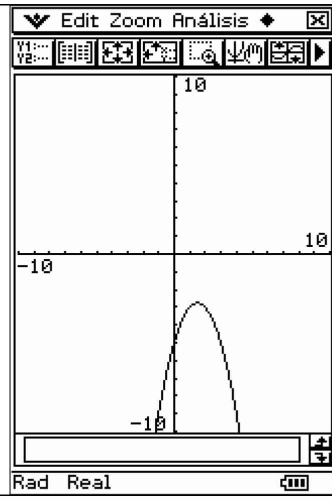
1. Al efectuar el producto $y=(x+b)(x+c)$ ¿Qué expresión obtenemos? Una ecuación de segundo grado

Al generalizar esa expresión, estamos obteniendo **la forma general de la función de segundo grado** $y = Ax^2 + Bx + C$.

Vamos a darles diferentes valores a A, B y C para ver su comportamiento gráfico, llenando la siguiente tabla:

Valores de A, B, C	Función	Gráfica	Comienza en el cuadrante. Termina en el cuadrante. Ordenada en el origen.
A = 2, B = 3, C = -8	y=2x^2+3x-8		Empieza en el cuadrante II y termina en el I. Ordenada al origen: -8.
A = 2, B = 8, C = -24	y=2x^2+8x-24		Empieza en el cuadrante II y termina en el I. Ordenada al origen: -24.

A = -6, B = -13, C = 5	Y=-6x^2-13x+5				Empieza en el cuadrante III y termina en el cuadrante IV. Ordenada al origen: 5.
A = -1, B = |, C = 6	y=-1x^2+1x+6				Empieza en el cuadrante III y termina en el cuadrante IV. Ordenada al origen: 6.
A = 1, B = 9, C = 14	y=1x^2+9x+14				Empieza en el cuadrante II y termina en el I. Ordenada al origen: 14.

A = -1, B = 3, C = -5	y=-1x^2+3x-5		Empieza en el cuadrante III y termina en el cuadrante IV. Ordenada al origen: -5.

De acuerdo a la tabla anterior,

2. ¿Cuándo A > 0, qué relación encuentras entre el valor de A y la gráfica? Que la parábola abre hacia arriba.
3. ¿Cuándo A < 0, qué relación encuentras entre el valor de A y la gráfica? La parábola abre hacia abajo.
4. ¿Qué relación encuentras entre el valor independiente de la función y la ordenada al origen? Que el valor independiente es por donde se intersecta con y cuando x=0

Sobre papel:
Para el caso especial de y = 0, escribe todas las ecuaciones resultantes de la tabla anterior.
Resuelve cada ecuación cuadrática por el método analítico que desees, y completa la siguiente tabla.

Función	Ceros de la función	Si y = 0	Solución analítica
y=2x^2+3x-8	-2.886,1.38	2x^2+3x-8=0	1.38
y=2x^2+8x-24	-6, 2	2x^2+8x-24=0	2
Y=-6x^2-13x+5	-2.5,0.333	-6x^2-13x+5=0	0.33
y=-1x^2+1x+6	-2, 3	-1x^2+1x+6=0	3
y=1x^2+9x+14	-7, -2	1x^2+9x+14=0	-2
y=-1x^2+3x-5	No tiene	-1x^2+3x-5=0	No tiene Solucion

5. ¿Existe alguna relación entre los valores obtenidos para el caso y = 0 y los ceros de la función? en que uno de los valores de los ceros de la funcion (el mayor) es el valor de la solución analitica

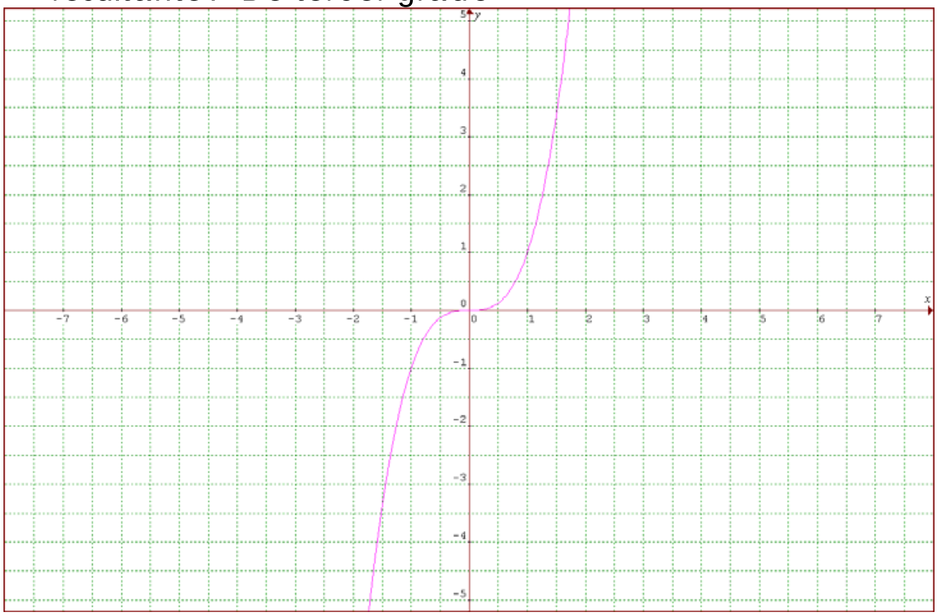
6. ¿Qué sucede en el caso de tener raíces imaginarias de la ecuación con los ceros de la función? en que son los mismos

7. ¿Qué notas en el caso de que las raíces sean iguales con los ceros de la función? en que los ceros de la funcion son los resultados exactos de realizar las operaciones de las ecuaciones.

ACTIVIDAD VI.

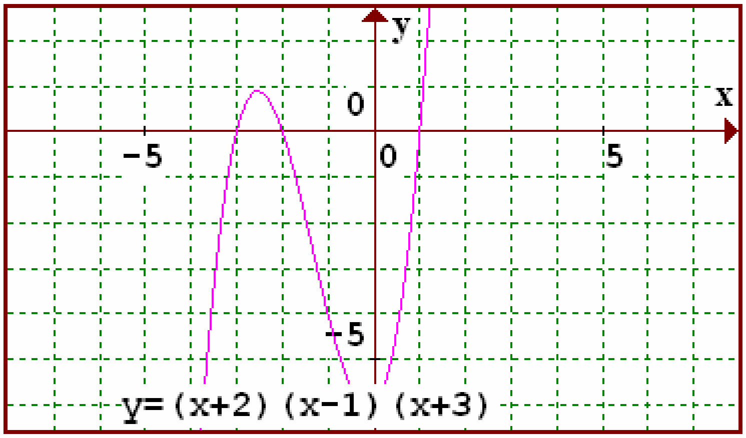
Con el programa graficador Graphmatica grafica la función $y = x * x * x$.

1. Pega la gráfica obtenida y contesta, ¿De qué grado es la función resultante? De tercer grado



2. ¿En qué cuadrante empieza y en cuál termina? Empieza en el III y termina en el I

La siguiente gráfica es el producto de tres rectas, de acuerdo a ella contesta:



3. ¿De que grado es la gráfica mostrada? De tercer grado
4. ¿Cuáles son los ceros de la función y qué relación guardan con los términos independientes de los factores de la función? -3, -2, 1. que es el valor inverso de cada termino independiente de x

5. ¿Cuál es la ordenada al origen y qué relación encuentras con los términos independientes de los factores de la función? -6, es el producto de los términos independientes

Sobre papel:
Si generalizamos la función $y=(x+a)(x+b)(x+c)$

6. ¿Qué expresión obtenemos? Una expresión cúbica
7. ¿Podríamos escribirla como $y=Ax^3+Bx^2+Cx+D$? si

Grafica las siguientes funciones y llena la siguiente tabla:

Función	Coeficiente A >0 ó A<0 Término Independiente	Gráfica	Empieza en el cuadrante: Termina en el cuadrante:	Ceros de la función	Ordenada al origen
$y=x^3-4x^2-7x+10$	A=1, D=10		Empieza en el cuadrante: III Termina en el cuadrante: I	-2, 1 Y 5	10
$y=x^3-2x^2-15x+36$	A=1, D=36		Empieza en el cuadrante: III Termina en el cuadrante: I	-4 Y 3	36
$y=-4x^3-16x^2+3x+12$	A=-4, D=12		Empieza en el cuadrante: II Termina en el cuadrante: IV	-4, -0.86 Y 0.86	12
$y=-x^3+7x^2+x-7$	A=-1, D=-7				
$y=4x^3+12x^2+x+3$	A=4, D=3				

De acuerdo a la tabla anterior,

8. ¿Cuál es la relación que encuentras entre el signo del coeficiente A y la gráfica? Cuando es positivo empieza en el III y termina en el I, y cuando es negativo empieza en el II y termina en el IV.
9. ¿Cuál es la relación que encuentras entre el término independiente y la ordenada al origen? Es el mismo.

Para las funciones anteriores:

10. Sí analizamos el caso en el que $y=0$ obtenemos una ecuación ¿de qué grado? De tercero.
11. ¿Cuántas raíces crees que tiene cada ecuación? Tres
12. De acuerdo a las actividades anteriores, ¿qué relación guardan los ceros de la función con las raíces de la ecuación? Son iguales.
13. Podrías escribir las ecuaciones anteriores como productos de binomios de la forma $(x+a)$, de ser así, escríbelas. En la tabla.

14. En algunas ecuaciones estas encontrando tres raíces, en otras dos, y en otras una, ¿cómo explicas lo anterior? A veces hay tres o dos o una.

De acuerdo a las reflexiones anteriores llena la siguiente tabla:

Función en forma general	*Ceros*	*Función en forma de producto de binomios*	*Ecuación*	*Raíces*
$y = x^3 - 4x^2 - 7x + 10$	-2, 1 y 5	*(x+2)(x-1)(x-5)*	*X^3-4x^2-7x+10=0*	-2, 1 y 5
$y = x^3 - 2x^2 - 15x + 36$	-4 y 3	*(x+4)(x-3)*	*X^3-2x^2-15x+36=0*	-4 y 3
$y = -4x^3 - 16x^2 + 3x + 12$	-4 ,-1 y 1	*(x+4)(x+1)(x-1)*	*-4x^3-16x^2+3x+12=0*	-4 ,-1 y 1
$y = -x^3 + 7x^2 + x - 7$	-1, 1 y 7	*(x+1)(x-1)(x-7)*	*-x^3+7x^2+x-7*	-1, 1 y 7
$y = 4x^3 + 12x^2 + x + 3$	-3	*(x+3)(x-IR)(x+IR)*	*4x^3+12x^2+x+3*	-3

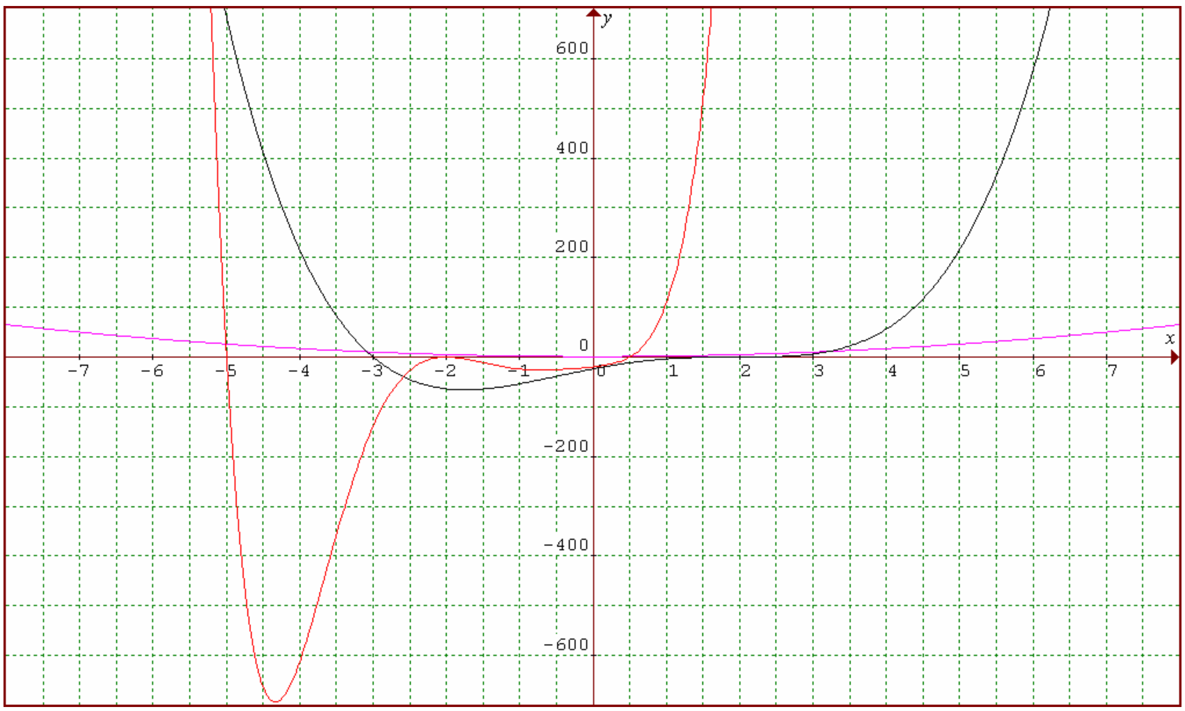
ACTIVIDAD VII

En una sola pantalla del programa Graphmatica, grafica las siguientes funciones con diferentes colores, pega la ventana resultante, y contesta:

$y = x^2 + 1$

$y = x^4 - 3x^3 - 6x^2 + 28x - 24$

$y = 2x^6 + 17x^5 + 41x^4 + 33x^3 + 19x^2 + 16x - 20$



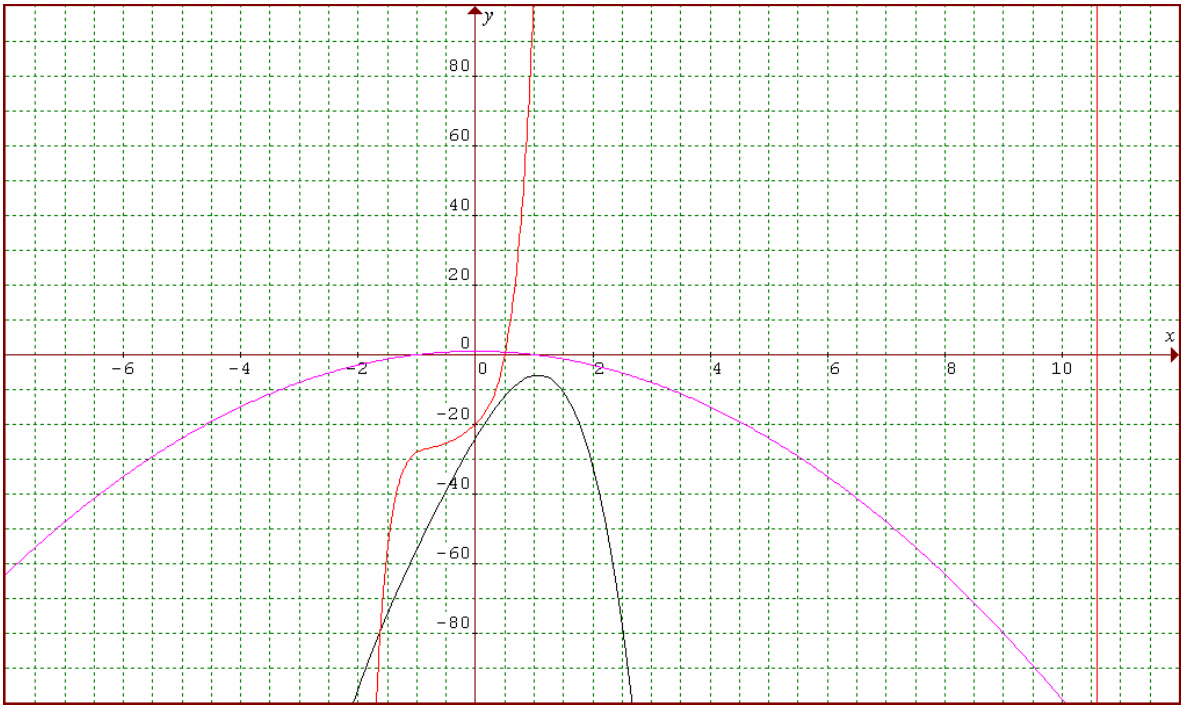
1. ¿En qué cuadrante empieza y termina cada gráfica? Todas empiezan en el cuadrante II y terminan en el I
2. El coeficiente Ax^n para cada función ¿es positivo A>0 o negativo A<0? Son positivas
3. Escribe el grado de cada una de estas funciones: la primera es de segundo grado, la segunda es de cuarto grado y la tercera es de sexto grado
4. Coinciden en que todas son de grado: pares

Grafica las siguientes funciones con diferentes colores con el programa Graphmatica, pega la ventana resultante, y contesta

$y = -x^2 + 1$

$y = -x^4 - 3x^3 - 6x^2 + 28x - 24$

$y = -2x^6 + 17x^5 + 41x^4 + 33x^3 + 19x^2 + 16x - 20$



5. ¿En qué cuadrante empieza y termina cada gráfica? Todas empiezan en el cuadrante III y terminan en cuadrante IV.
6. El coeficiente Ax^n para cada función ¿es positivo A>0 o negativo A<0? Son negativos
7. Escribe el grado de cada una de estas funciones: la primera es de segundo grado, la segunda es de cuarto grado y la tercera es de sexto grado.
8. Coinciden en que todas son de grado: pares

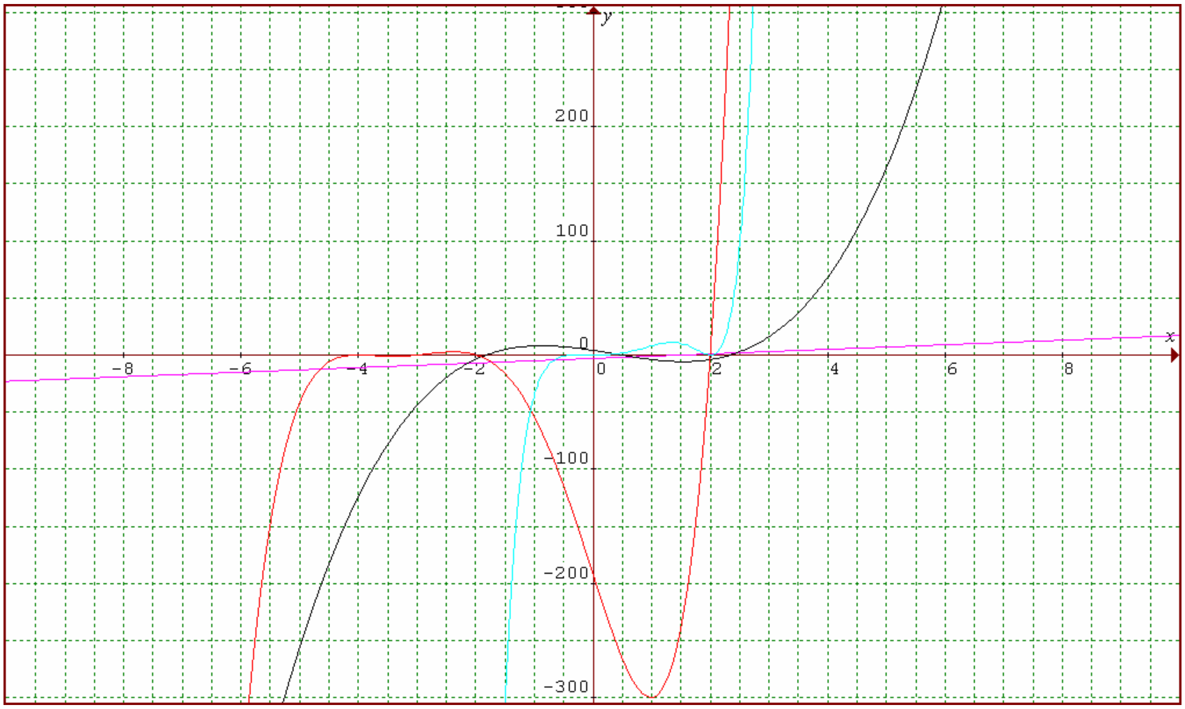
Grafica el siguiente grupo de funciones, pega la ventana resultante y contesta las siguientes preguntas.

$y = 2x - 3$

$y = 2x^3 - 2x^2 - 8x + 4$

$y = x^5 + 11x^4 + 36x^3 + 4x^2 - 160x - 192$

$y = 3x^7 - 11x^6 + 11x^5 - 7x^4 + 8x^3 + 4x^2$



9. ¿En qué cuadrante empieza y termina cada gráfica? Todas empiezan en el cuadrante III y termina en el cuadrante I
10. El coeficiente Ax^n para cada función ¿es positivo A>0 o negativo A<0? Es positivo
11. Escribe el grado de cada una de estas funciones: de primer, de tercer, de quinto y séptimo grado
12. Coinciden en que todas son de grado: impares

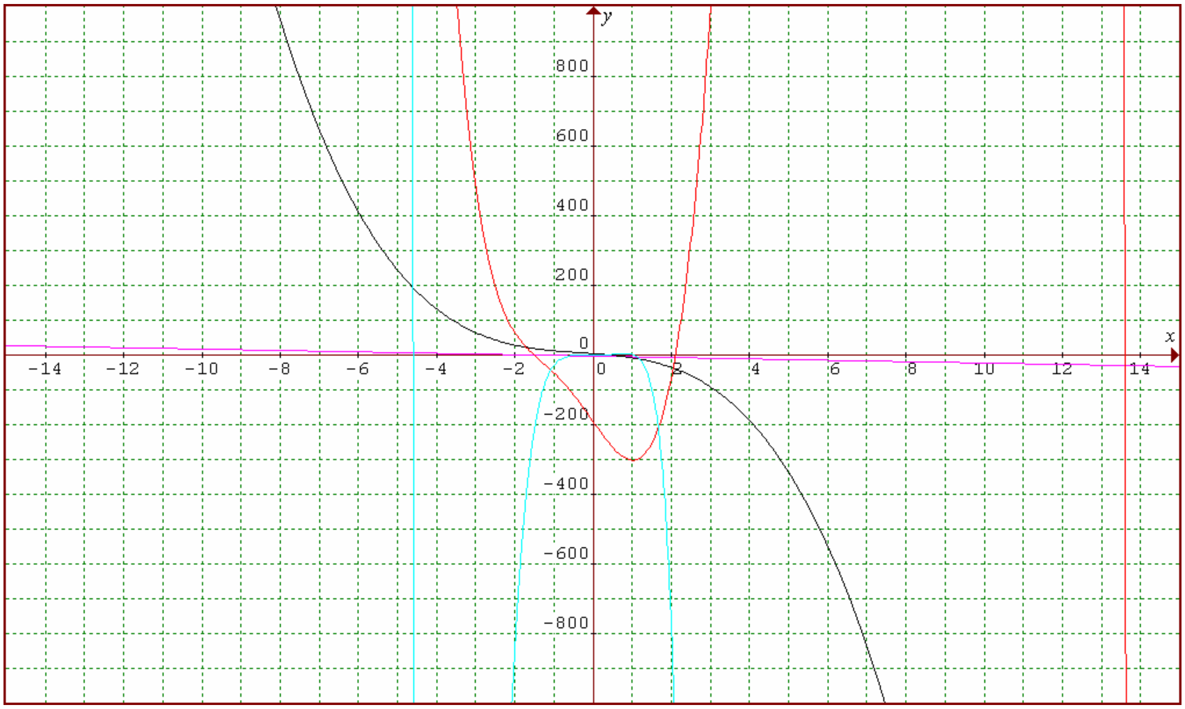
Grafica el siguiente grupo de funciones, pega la ventana resultante y contesta las siguientes preguntas.

$y = -2x - 3$

$y = -2x^3 - 2x^2 - 8x + 4$

$y = -x^5 + 11x^4 + 36x^3 + 4x^2 - 160x - 192$

$y = -3x^7 - 11x^6 + 11x^5 - 7x^4 + 8x^3 + 4x^2$



13. ¿En qué cuadrante empieza y termina cada gráfica? Todos empiezan en el cuadrante II y terminan en el cuadrante IV.
14. El coeficiente Ax^n para cada función ¿es positivo A>0 o negativo A<0? Es negativo
15. Escribe el grado de cada una de estas funciones: de primer, tercer, quinto y séptimo grado
16. Coinciden en que todas son de grado: impares

De cada uno de los grupos de funciones escribe las ecuaciones resultantes para el caso para el que cada función es igual a cero en la tabla siguiente.

Siguiendo con la misma tabla, analiza la gráfica de cada función, y cada ecuación, escribe el número de raíces que cada ecuación tiene, así como su naturaleza, (si son reales diferentes, reales iguales o imaginarias) y la ordenada al origen.

Ecuación	*Número de Raíces*	*Número de raíces reales diferentes, reales iguales y/o imaginarias.*
$x^2+1=0$	*0*	*0*
$x^4-3x^3-6x^2+28x-24=0$	*2*	*x=-3,x=2. Tiene una real y una imaginaria*
$2x^6+17x^5+41x^4+33x^3+19x^2+16x-20=0$	*3*	*x=-5,x=-2,x=((1)/(2)), tiene dos imaginarias y una real*
$-x^2+1=0$	*2*	*x=-1,x=1, una real y una imaginaria.*
$-x^4-3x^3-6x^2+28x-24=0$	*0*	*0*

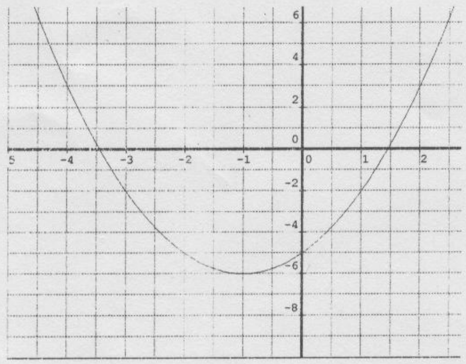
$-2x^6+17x^5+41x^4+33x^3+19x\ \ +16x-20=0$	2	x=0.5007,x=10.5912, reales diferentes.
$2x-3=0$	1	x=3/2, numero rea.l
$2x^3-2x^2-8x+4=0$	3	x=-1.8136,x=0.4706,x=2.3429, uno imaginario y dos reales.
$x^5+11x^4+36x^3+4x^2-160x-192=0$	4	x=-4,x=-3,x=-2,x=2, tres imaginarias y una real.
$3x^7-11x^6+11x^5-7x^4+8x^3+4x^2=0$	3	x=0,x=2,x=-((1)/(3)), dos reales y una imaginaria.
$-2x-3=0$	1	x=-3/2, una imaginaria
$-2x^3-2x^2-8x+4=0$	1	x=0.4328762501079, un numero real
$-x^5+11x^4+36x^3+4x^2-160x-192=0$	3	x=-1.51182,x=2.106,x=13.5995, uno imaginario y dos reales
$-3x^7-11x^6+11x^5-7x^4+8x^3+4x^2=0$	4	x=-4.5987,x=-0.3347,x=1.0554,x=0, dos imaginarios y dos reales.

Lopez Najera Luis Miguel

ACTIVIDAD VIII

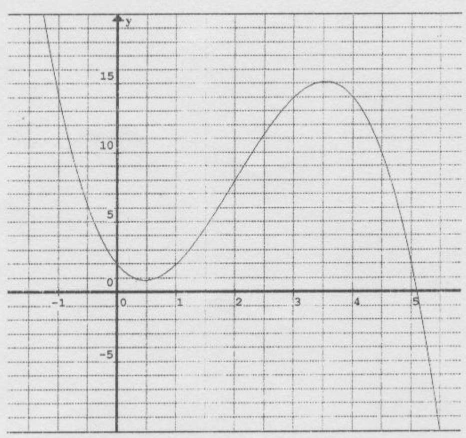
Relaciona las siguientes funciones con su respectiva gráfica.

A)



$y = x^2 + 2x - 5$

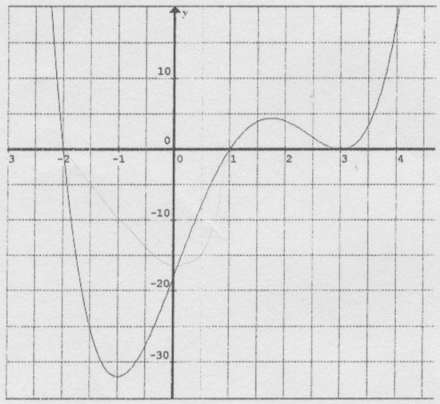
B)



$y = -x^3 + 6x^2 - 5x + 2$

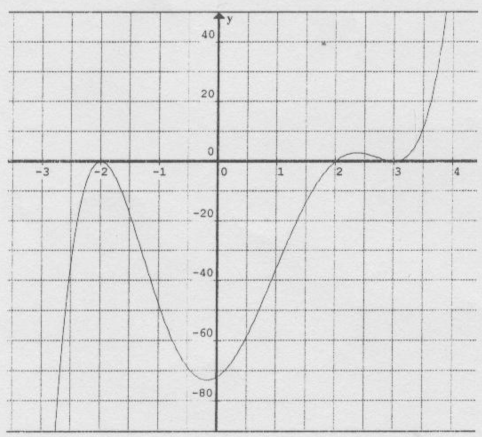
1

C)



$y = (x-1)(x-3)^2(x+2)$

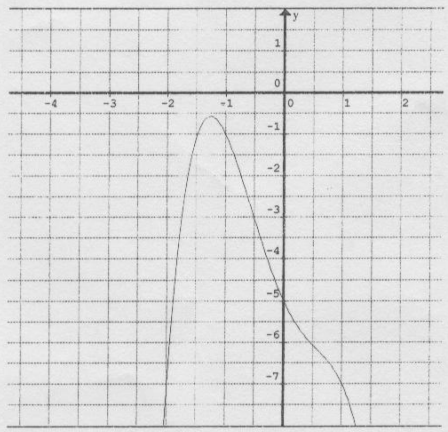
D)



$y = (x-2)(x-3)(x+2)^2(x-3)$

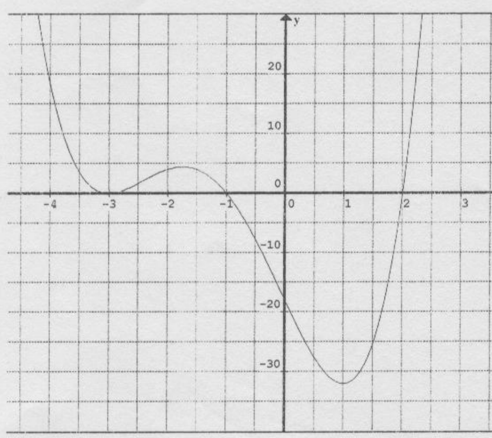
2

E)



$y = -x^4 + 2x^2 - 3x - 5$

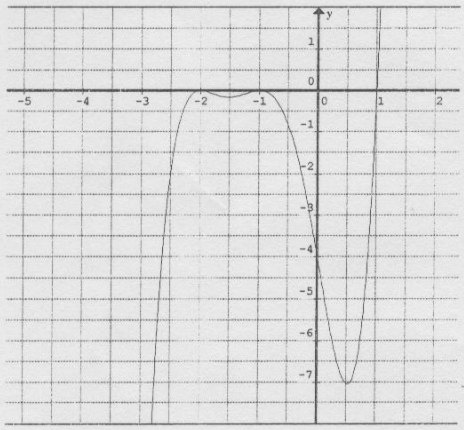
F)



$y = (x-2)(x+3)^2(x+1)$

3

G)



$$y=(x+2)^2(x+1)^2(x-1)$$

x^5 1) $y=(x-2)(x-3)(x+2)^2(x-3)$

2) $y=x^2+2x-5$

x^4 3) $y=(x-2)(x+3)^2(x+1)$

4) $y=-x^3+6x^2-5x+2$

x^5 5) $y=(x+2)^2(x+1)^2(x-1)$

x^4 6) $y=(x-1)(x-3)^2(x+2)$

7) $y=-x^4+2x^2-3x-5$

4

López Najera Luis Miguel

ACTIVIDAD IX

Bosqueja las graficas de los siguientes polinomios

a) $y=(x-1)(x+2)=x^2+2x-1x-2=x^2+x-2$

b) $y=(x+2)(x-3)(x+1)$

c) $y=(-x+1)(x+1)(x-5)=-(x-1)(x+1)(x-5)$

d) $y=(-x+1)(x+3)=-(x-1)(x+3)$

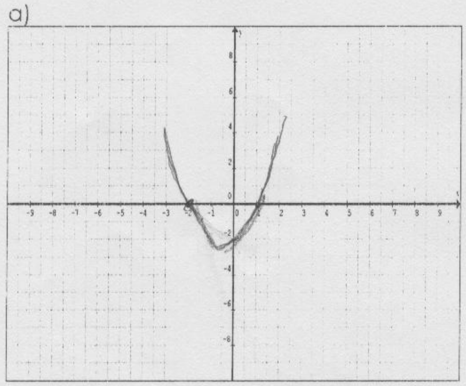
e) $y=(x-1)^{\boxed{2}}(x+2)^3(x+1)$

f) $y=(x+1)^2(x+2)$

g) $y=(x-3)^3(x+1)(x-1)$ 22

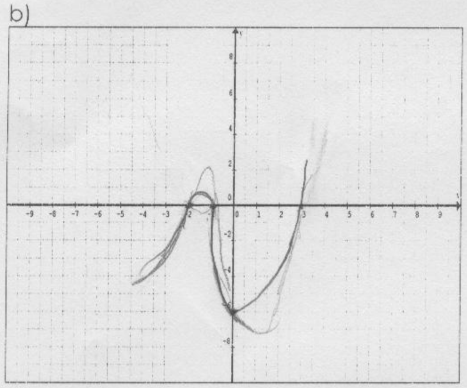
h) $y=(x+2)(x-1)(x-1)$

a)

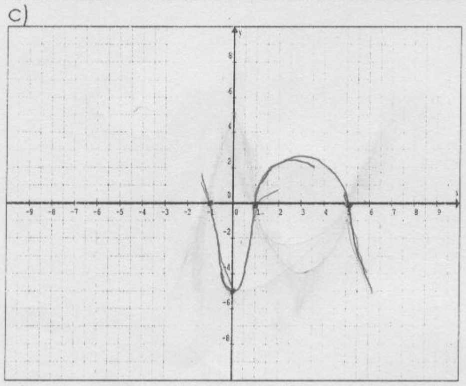


1

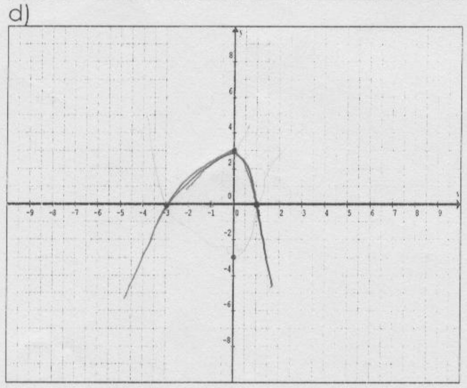
b)



c)

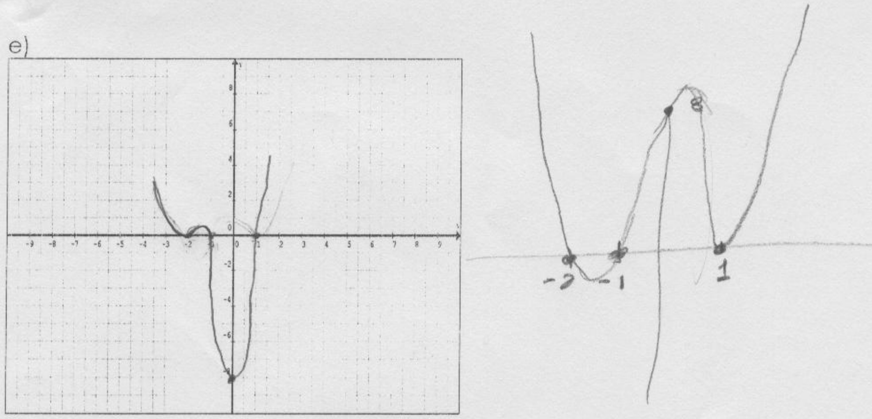


d)

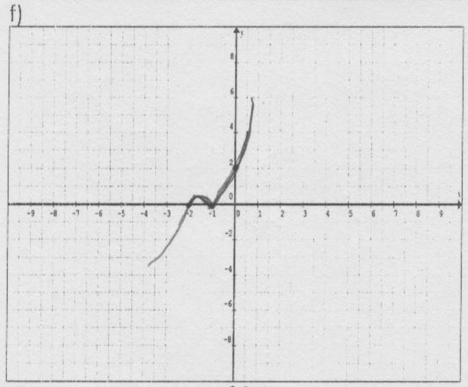


2

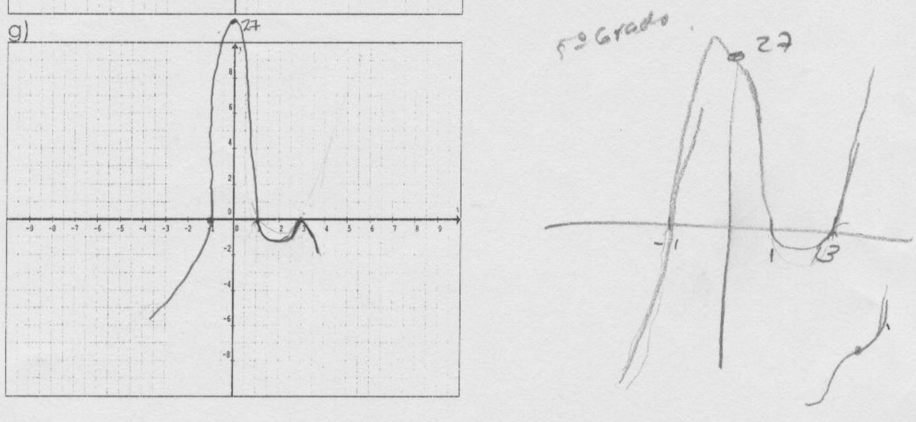
e)



f)

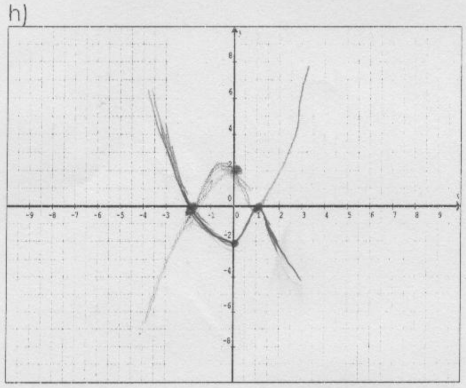


g)



3

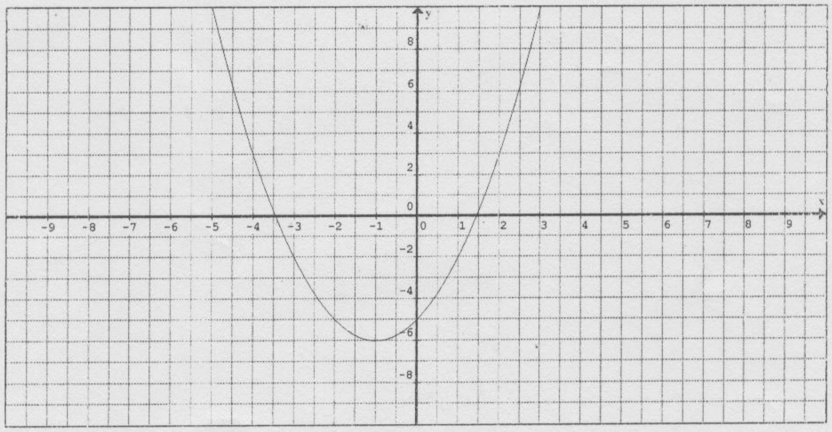
h)



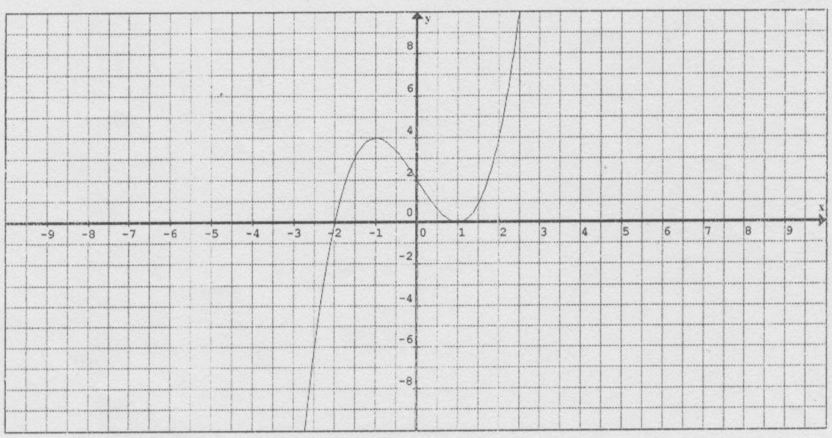
López Nájera Luis Miguel

ACTIVIDAD X

De las siguientes graficas obtén su expresión algebraica.

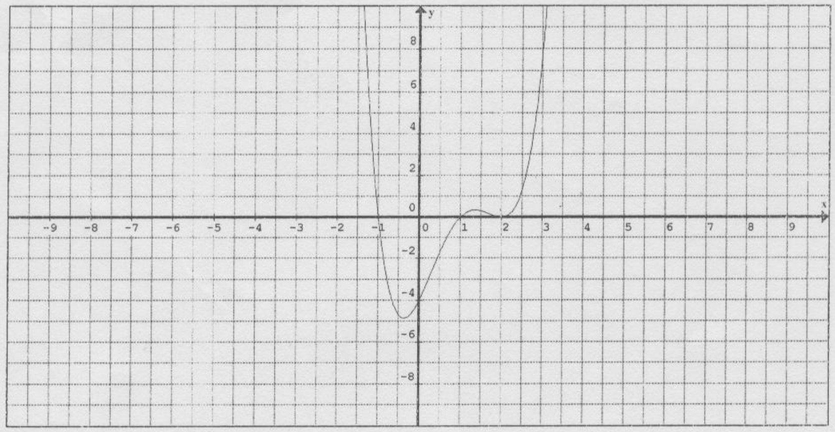


$y=(x-1.48)(x+3.48)$

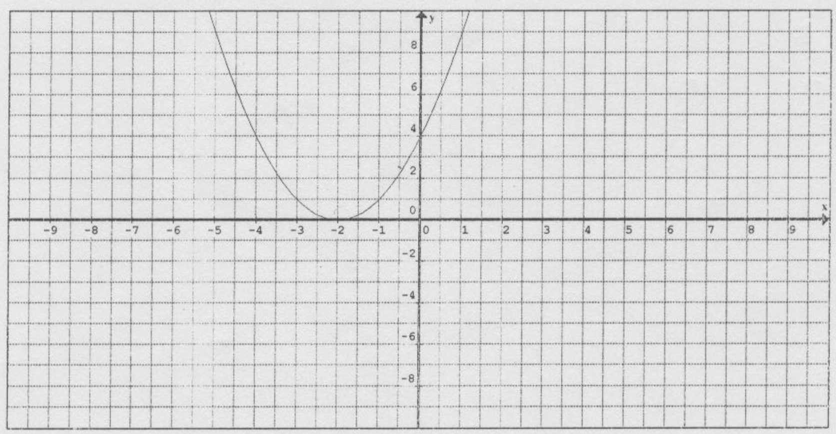


$y=(x+2)(x-1)^2$

1



$y=(x+1)(x-1)(x-2)^2$



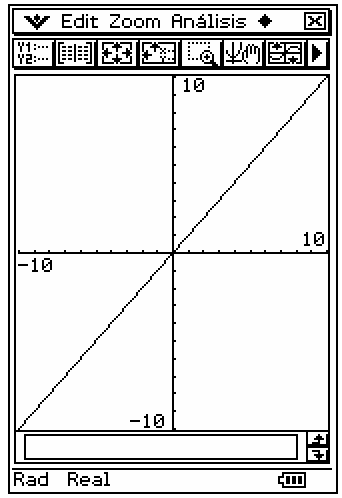
$y=(x+2)^2$

2

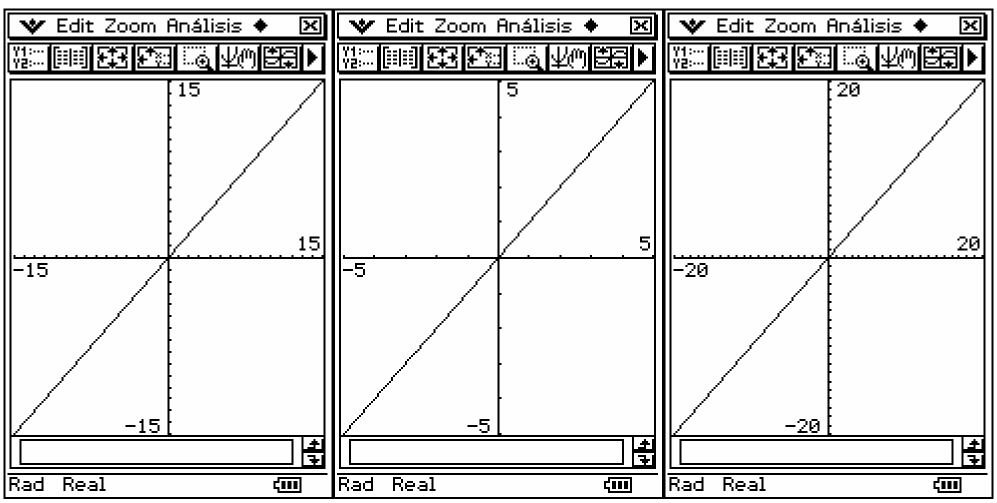
ANEXO III. ACTIVIDADES DE SERGIO LARES

PREGUNTA 1

Pasa por el 3er. Y 1er. Cuadrante.



PREGUNTA 2



PREGUNTA 3

Solo cambia la inclinación de la gráfica

PREGUNTA 4

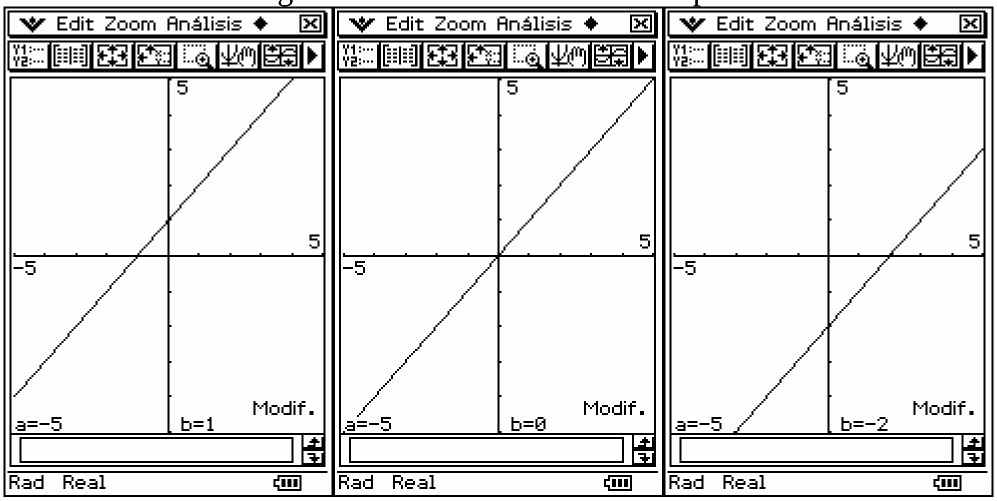
No, pasa por los mismos cuadrantes

PREGUNTA 5

Las tres en 0.1

ACTIVIDAD II
PREGUNTA 1

La intersección de la grafica en Y va variando con respecto a b



PREGUNTA 2

VALOR DE B	Valor de x donde y cambia de negativa a positiva	Valor de y donde y cambia de negativa a positiva
-5	5	0
-4	4	0
-3	3	0
-2	2	0
-1	1	0
0	0	0
1	-1	1
2	-2	2
3	-3	3
4	-4	4
5	-5	5

PREGUNTA 3

Que en todos los valores de b negativos es 0

PREGUNTA 4

El cero de la función es el momento en el que el valor de y=0

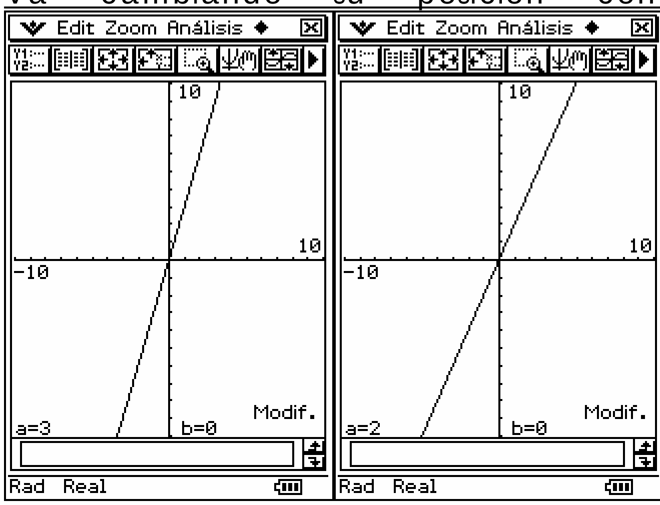
ACTIVIDAD III

Grafica la función $y = ax + b$ con el programa Classpad Manager, definiendo previamente los parámetros de a y b en el rango de -5 < a < 5 y -5 < b < 5, para analizar el efecto en la gráfica.

Con el par de flechas del teclado izquierda - derecha, puedes ver el efecto en la gráfica de a, con el par de arriba – abajo se ve el efecto de b en la gráfica.

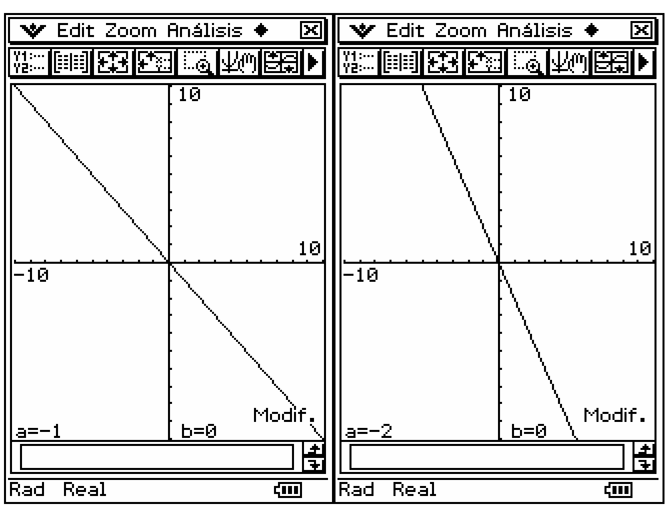
Copia las ventanas donde se vea el efecto de a sobre la gráfica para responder las siguientes preguntas.

1. Cuando el valor de a es positivo, ¿qué efecto tiene en la gráfica? Va cambiando su posición con respecto al eje y



¿Por cuál cuadrante empieza y por cuál termina? Empieza en el tercer cuadrante y termina en el primero.

2. ¿Qué sucede con la gráfica cuando a es negativa? Cambia su sentido



¿Por cuál cuadrante empieza y por cuál termina? Empieza en el cuarto y termina en el segundo

3. Dejando un valor fijo de a, para cada valor de b propuesto llena la siguiente tabla.

PARA a = -4 VALOR DE b	FUNCION	CERO DE LA FUNCION	ESCRIBE LA FUNCION SI y = 0,	SOLUCION DE LA ECUACION RESULTANTE
-5	y=-4x-5	-1.2	-4x-5=0	X=5/-4
-4	y=-4x-4	-1	-4x-4=0	X= 4/-4=-1
-3	Y=-4x-3	-.7	-4x-3=0	X=3/-4
PARA a = -2 VALOR DE b				
-1	y=-2x-1	-.5	-2x-1=0	X=1/-2
0	Y=-2x+0	0	-2x+0=0	X=0/-2=0
PARA a = 1 VALOR DE b				
1	y=x+1	-1	X+1=0	X=-1
2	Y=x+2	-2	X+2=0	X=-2
3	Y=x+3	-3	X+3=0	X=-3
PARA a = 3 VALOR DE b				
4	Y=3x+4	-1.3	3x+4=0	X=-4/3
5	Y=3x+5	-1.6	3x+5=0	X=-5/3

4. ¿Encuentras alguna relación entre los ceros de cada función y las raíces de la ecuación correspondiente?

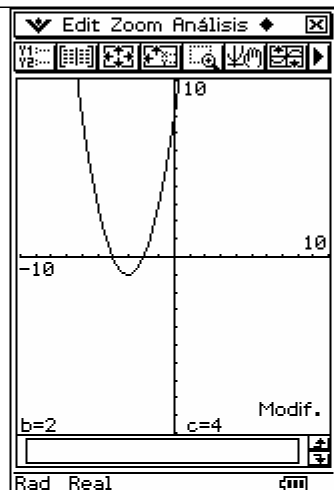
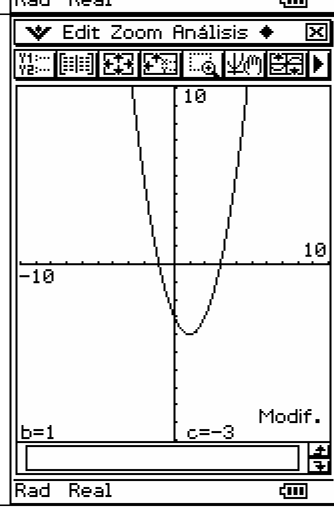
Si, el cero de la función es igual a las raíces de la ecuación

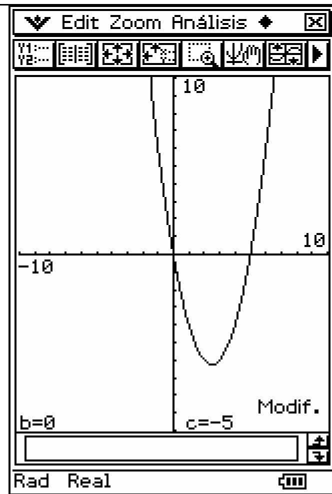
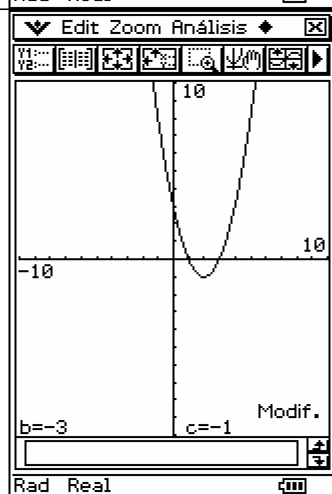
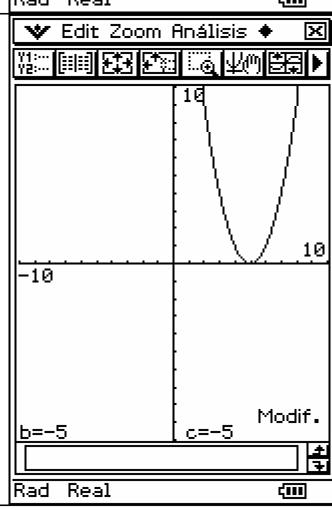
ACTIVIDAD IV.

Usando el Classpad Manager grafica la función $y = x * x$.

1. ¿En que se convirtió la gráfica de la función identidad?
   En una parabola
2. ¿Cuál es el cero de la función?
   El cero de la función es 0
3. ¿Cuál es el valor de ordenada al origen?
   Es cero

Define los parámetros de b y c para dar dinamismo a la gráfica de la función $y = (x+b)(x+c)$, copia las ventanas para los diferentes valores de b y c propuestos y llena la siguiente tabla:

Valores de a y b	Función	Gráfica	Ceros de la función, valor de ordenada al origen.
b = 2, c = 4	y=(x+2)(x+4)		Ceros: -2,-4 Ordenada:8
b = 1, c = -3	y=(x+1)(x-3)		Ceros:-1,3 Ordenada:-3

b = 0, c = -5	y=(x+0)(x-5)				Ceros: 0, 5 Ordenada: 0
b =-3, c = -1	Y=(x-3)(x-1)				Ceros: 3, 1 Ordenada: 3
b = -5, c = -5	Y=(x-5)(x-5)				Ceros:5, 5 Ordenada: 25

4. ¿Encuentras algunas relación entre los ceros de la función y los valores de b y c?

Los ceros de la función con respecto a b y c son los mismos a excepción del signo ya que los ceros de la función son del signo contrario a los valores de b y c, es decir, si b=5 y c=2 los ceros de la función van a ser -5 y -2

5. ¿Encuentras alguna relación entre los valores de b y c y la ordenada al origen?

La ordenada al origen es igual al producto de b y c, es decir si b=2 y c=3 entonces la ordenada al origen es igual a 6.

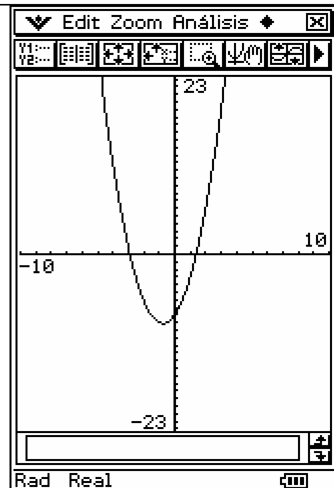
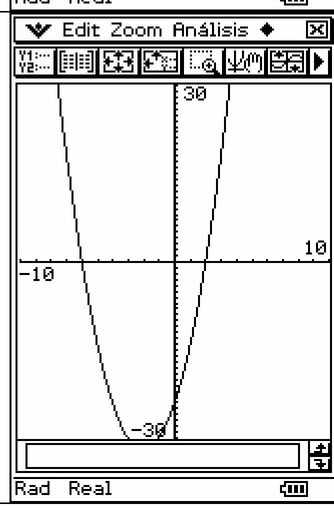
Actividad V:

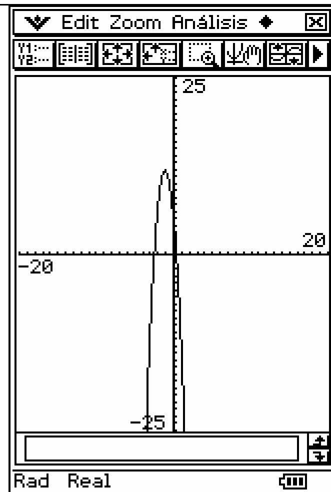
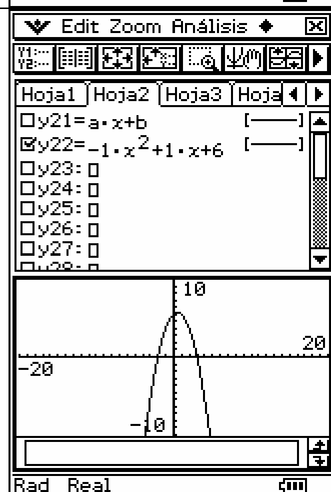
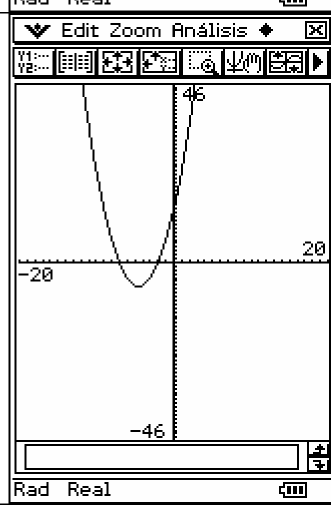
1. Al efectuar el producto $y=(x+b)(x+c)$ ¿Qué expresión obtenemos?

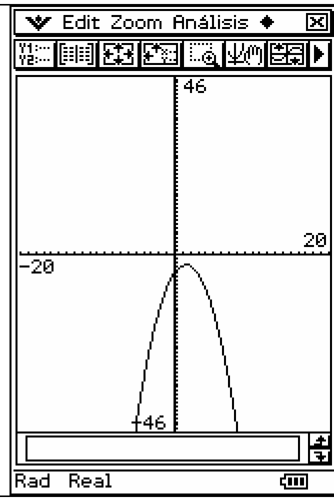
   <u>X^2+xc+xb+bc= x^2+(b+c)x+bc=Ax^2+Bx+C</u>

Al generalizar esa expresión, estamos obteniendo **la forma general de la función de segundo grado** $y = Ax^2 + Bx + C$**.**

Vamos a darles diferentes valores a A, B y C para ver su comportamiento gráfico, llenando la siguiente tabla:

Valores de A, B, C	Función	Gráfica	Comienza en el cuadrante. Termina en el cuadrante. Ordenada en el origen.
A = 2, B = 3, C = -8	Y=2x^2+3x-8		Comienza en el segundo cuadrante y termina en el primero. Ordenada: -8
A = 2, B = 8, C = -24	Y=2x^2+8x-24		Comienza en el segundo y termina en el primero. Ordenada: -24

A = -6, B = -13, C = 5	Y=-6x^2-13x+5		Empieza en el tercero y termina en el cuarto. Ordenada: 5
A = -1, B = |, C = 6	Y=-1x^2+1x+6		Empieza en el tercero y termina en el cuarto. Ordenada: 6
A = 1, B = 9, C = 14	Y=1x^2+9x+14		Empieza en el segundo y termina en el primero. Ordenada: 14

A = -1, B = 3, C = -5	$Y=-1x^2+3x-5$		Empieza en el tercero termina en el cuarto. Ordenada: -5

De acuerdo a la tabla anterior,

2. ¿Cuándo A > 0, qué relación encuentras entre el valor de A y la gráfica?

Debido a que el valor de A es positivo (mayor que 0) la parábola o la grafica comenzaran en el segundo cuadrante y terminara en el primero

3. ¿Cuándo A < 0, qué relación encuentras entre el valor de A y la gráfica?

Debido a que el valor de A es negativo (menor que 0) la parábola o la grafica comenzaran en el tercer cuadrante y terminara en el cuarto

4. ¿Qué relación encuentras entre el valor independiente de la función y la ordenada al origen?

El valor de independiente es el mismo que la ordenada al origen

Sobre papel:
Para el caso especial de y = 0, escribe todas las ecuaciones resultantes de la tabla anterior.
Resuelve cada ecuación cuadrática por el método analítico que desees, y completa la siguiente tabla.

Función	Ceros de la función	Si y = 0	Solución analítica
$Y=2x^2+3x-8$	-3, 1.29	$2x^2+3x-8=0$	X1=-3, X2=1.29
$Y=2x^2+8x-24$	-6, 2	$2x^2+8x-24=0$	X1=-6, X2=2
$Y=-6x^2-13x+5$	-2, 0.3	$-6x^2-13x+5=0$	X1=-2, X2=0.3
$Y=-1x^2+1x+6$	-1.7, 2.8	$-1x^2+1x+6=0$	X1=-1.7, X2=2.8
$Y=1x^2+9x+14$	-7, -2	$1x^2+9x+14=0$	X1=-7, X2=-2
$Y=1x^2+9x+14$	No tiene	$1x^2+9x+14=0$	No tiene

5. ¿Existe alguna relación entre los valores obtenidos para el caso y = 0 y los ceros de la función?

Son idénticos

6. ¿Qué sucede en el caso de tener raíces imaginarias de la ecuación con los ceros de la función?

La función no tiene ceros debido a las raíces imaginarias

7. ¿Qué notas en el caso de que las raíces sean iguales con los ceros de la función?

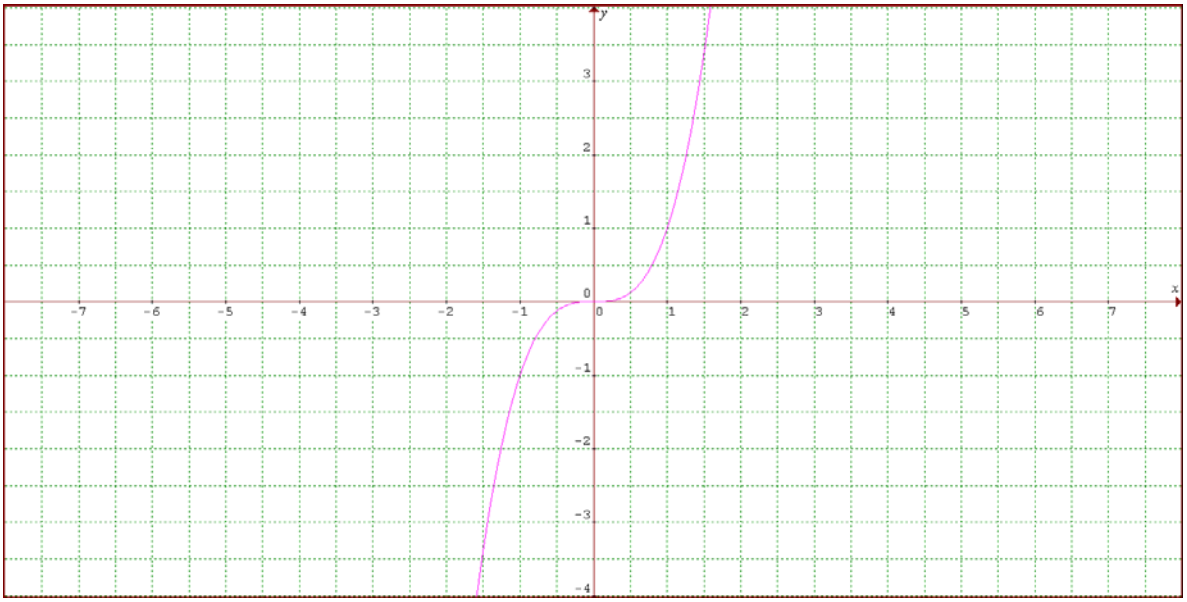
Son iguales a la solución de la ecuación

ACTIVIDAD VI.

Con el programa graficador Graphmatica grafica la función $y = x * x * x$.

1. Pega la gráfica obtenida y contesta, ¿De qué grado es la función resultante?

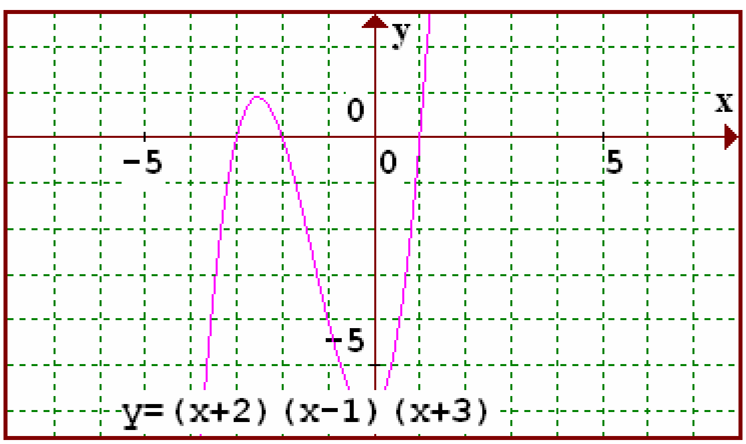
<u>Es una función de tercer grado (x^3)</u>



2. ¿En qué cuadrante empieza y en cuál termina?

<u>Empieza en el tercero y termina en el primer cuadrante</u>

La siguiente gráfica es el producto de tres rectas, de acuerdo a ella contesta:



3. ¿De que grado es la gráfica mostrada?

<u>De tercer grado</u>

4. ¿Cuáles son los ceros de la función y qué relación guardan con los términos independientes de los factores de la función?

Los ceros de la función son -2, -3, 1. La relación que tiene con los valores independientes es que son del mismo valor pero de signo contrario

5. ¿Cuál es la ordenada al origen y qué relación encuentras con los términos independientes de los factores de la función?
6. La ordenada al origen es -6. La relación que guarda con los términos independientes es que la ordenada es el producto de estos.

Sobre papel:
Si generalizamos la función $y=(x+a)(x+b)(x+c)$

7. ¿Qué expresión obtenemos? $x^3+ax^2+bcx+abc$
8. ¿Podríamos escribirla como $y=Ax^3+Bx^2+Cx+D$?

Grafica las siguientes funciones y llena la siguiente tabla:

Función	Coeficiente A >0 ó A<0 Término Independiente	Gráfica	Empieza en el cuadrante: Termina en el cuadrante:	Ceros de la función	Ordenada al origen
$y=x^3-4x^2-7x+10$	Positivo, positivo		Empieza en el tercero y termina en el primer	5,1,-2	10
$y=x^3-2x^2-15x+36$	Positivo, positivo		Empieza en el tercero y termina en el primer	-4,3	35
$y=-4x^3-16x^2+3x+12$	Negativo, positivo		Empieza en el tercero y termina en el primer	-4,-1,1	12
$y=-x^3+7x^2+x-7$	Negativo, negativo		Empieza en el segundo y termina en el cuarto	7,1,-1	-7
$y=4x^3+12x^2+x+3$	Positivo, positivo		Empieza en el segundo y termina en el cuarto	-3	3

De acuerdo a la tabla anterior,

9. ¿Cuál es la relación que encuentras entre el signo del coeficiente A y la gráfica?

De acuerdo al signo que tenga el coeficiente A dependerá el sentido de la grafica, es decir, en que cuadrante empieza y en cual termina

10. ¿Cuál es la relación que encuentras entre el término independiente y la ordenada al origen?

El termino independiente es igual a la ordenada al origen

Para las funciones anteriores:

11. Sí analizamos el caso en el que $y=0$ obtenemos una ecuación ¿de qué grado?

De tercer grado

12. ¿Cuántas raíces crees que tiene cada ecuación?

Puede tener de 1 a 3 raíces

13. De acuerdo a las actividades anteriores, ¿qué relación guardan los ceros de la función con las raíces de la ecuación?

Son idénticos en el caso de que la función tiene tres ceros, pero varian si la función solo tiene dos ceros o un cero.

14. Podrías escribir las ecuaciones anteriores como productos de binomios de la forma $(x+a)$, de ser así, escríbelas.

(X-5)(X-1)(X+2)=0
(X-5)(X-1)(X+2)=0
(-4x+4)(x+.86)(x-.86)=0
(-x-7)(x+1)(x-1)=0
(x+3)(x-ri)(x-(-ri))=0

15. En algunas ecuaciones estas encontrando tres raíces, en otras dos, y en otras una, ¿cómo explicas lo anterior?

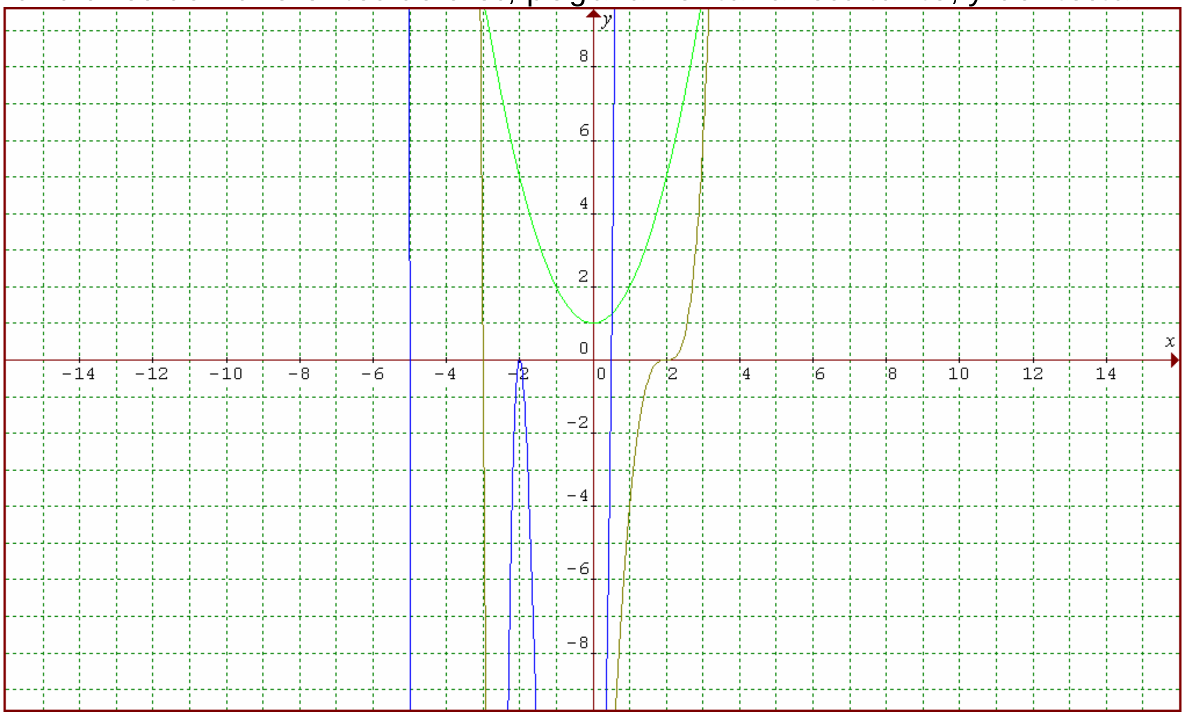
Es con respecto a la grafica y a los ceros de la función, si la función solo tiene un cero, entonces la ecuación tendrá una raíz real y dos imaginarias, pero también dependerá de si la grafica rebota sobre el eje X o solo lo atraviesa.

De acuerdo a las reflexiones anteriores llena la siguiente tabla:

Función en forma general	*Ceros*	*Función en forma de producto de binomios*	*Ecuación*	*Raíces*
$y = x^3 - 4x^2 - 7x + 10$	5,1,-2	Y=(X-5)(X-1)(X+2)	(X-5)(X-1)(X+2)=0	*X1=5, X2=1 X3=-2*
$y = x^3 - 2x^2 - 15x + 36$	-4,3	*Y=(X+4)(x-3)(x-3)*	(X-5)(X-1)(X+2)=0	*X1=-4, X2=3 X3= 3*
$y = -4x^3 - 16x^2 + 3x + 12$	-4,-.86,.86	*Y=A(-x+4)(x+.86)(x-.86)*	*(-4x+4)(x+.86)(x-.86)=0*	*X1=-4 X2=-.86 X3=.86*
$y = -x^3 + 7x^2 + x - 7$	7,1,-1	*Y=-(x-7)(x+1)(x-1)*	*(-x-7)(x+1)(x-1)=0*	*X1= 7 X2=1 X3=-1*
$y = 4x^3 + 12x^2 + x + 3$	-3	*Y=A(x+3)(x-ri)(x-(-ri))*	*(x+3)(x-ri)(x-(-ri))=0*	*X1=-3 X2=ri X3=-ri*

ACTIVIDAD VII

En una sola pantalla del programa Graphmatica, grafica las siguientes funciones con diferentes colores, pega la ventana resultante, y contesta:



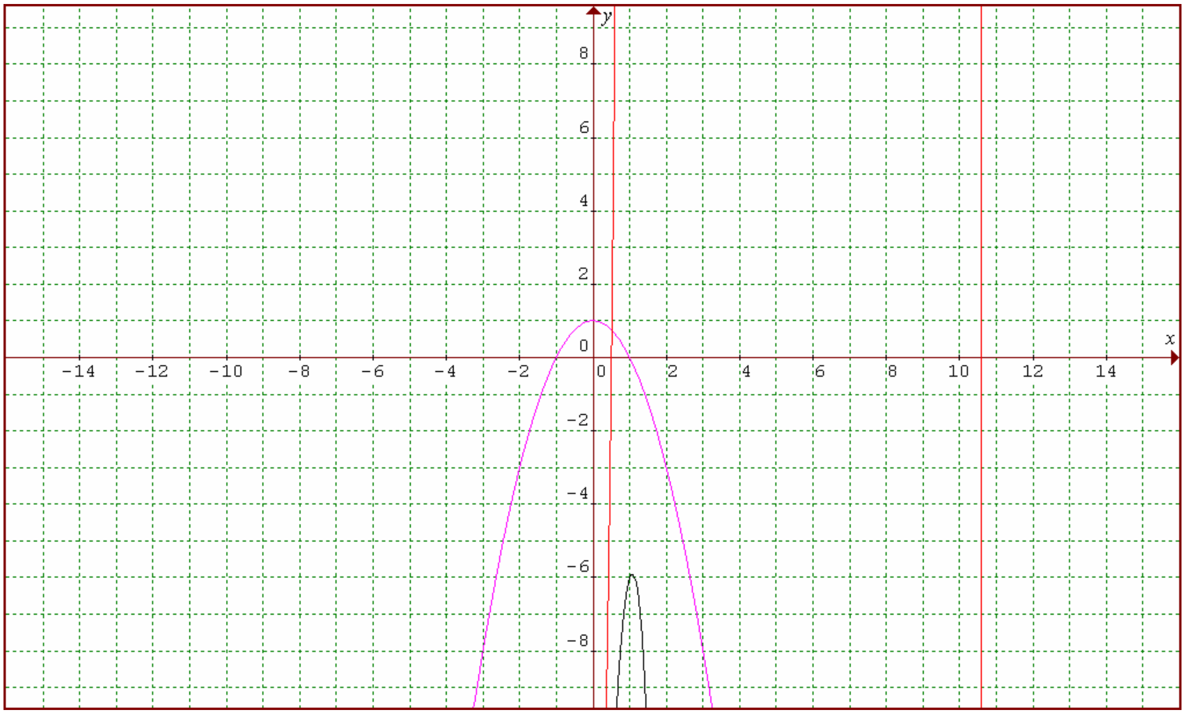
$y = x^2 + 1$

$y = x^4 - 3x^3 - 6x^2 + 28x - 24$

$y = 2x^6 + 17x^5 + 41x^4 + 33x^3 + 19x^2 + 16x - 20$

1. ¿En qué cuadrante empieza y termina cada gráfica?
Empiezan en el segundo cuadrante y terminan en el primero
2. El coeficiente Ax^n para cada función ¿es positivo A>0 o negativo A<0?
Es positivo el coeficiente de Ax^n en todas las funciones ya que A>0
3. Escribe el grado de cada una de estas funciones:
Las funciones son de segundo, cuarto y sexto grado
4. Coinciden en que todas son de grado:
Todas las funciones son de grado par

Grafica las siguientes funciones con diferentes colores con el programa Graphmatica, pega la ventana resultante, y contesta



$y = -x^2 + 1$

$y = -x^4 - 3x^3 - 6x^2 + 28x - 24$

$y = -2x^6 + 17x^5 + 41x^4 + 33x^3 + 19x^2 + 16x - 20$

5. ¿En qué cuadrante empieza y termina cada gráfica?

Empiezan en el tercer cuadrante y terminan en el cuarto

6. El coeficiente Ax^n para cada función ¿es positivo A>0 o negativo A<0?

Es negativo el coeficiente de Ax^n en todas las funciones ya que A<0

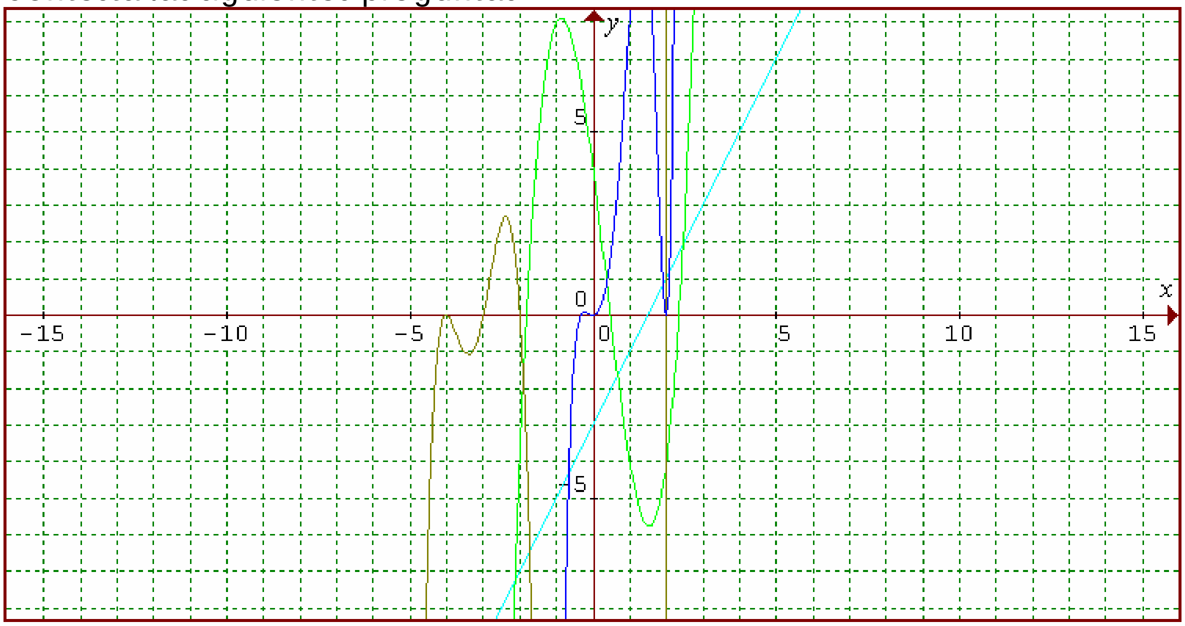
7. Escribe el grado de cada una de estas funciones:

Son de segundo, cuarto y sexto grado

8. Coinciden en que todas son de grado:

Todas las funciones son par

Grafica el siguiente grupo de funciones, pega la ventana resultante y contesta las siguientes preguntas.



$y = 2x - 3$

$y = 2x^3 - 2x^2 - 8x + 4$

$y = x^5 + 11x^4 + 36x^3 + 4x^2 - 160x - 192$

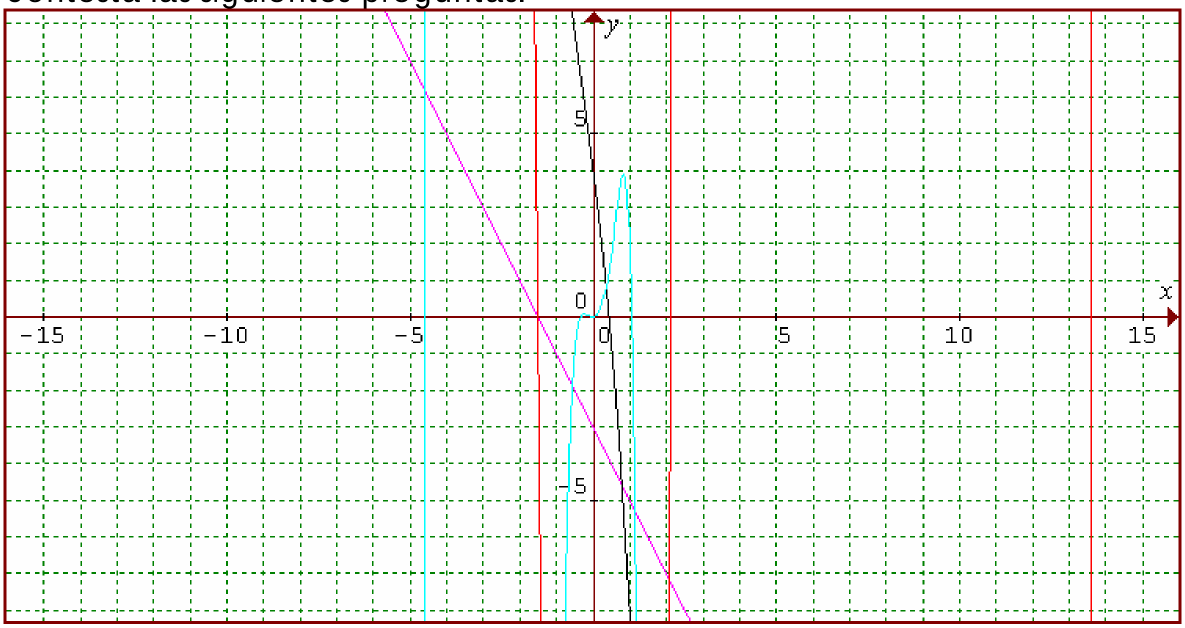
$y = 3x^7 - 11x^6 + 11x^5 - 7x^4 + 8x^3 + 4x^2$

9. ¿En qué cuadrante empieza y termina cada gráfica?
<u>Empiezan en el tercer cuadrante y termina en el primero</u>

10. El coeficiente Ax^n para cada función ¿es positivo A>0 o negativo A<0?
<u>Es positivo el coeficiente de Ax^n en todas las funciones ya que A>0</u>

11. Escribe el grado de cada una de estas funciones:
<u>Son de primer, tercer, quinto y séptimo grado.</u>
12. Coinciden en que todas son de grado:
<u>Impar</u>

Grafica el siguiente grupo de funciones, pega la ventana resultante y contesta las siguientes preguntas.



$y = -2x - 3$

$y = -2x^3 - 2x^2 - 8x + 4$

$y = -x^5 + 11x^4 + 36x^3 + 4x^2 - 160x - 192$

$y = -3x^7 - 11x^6 + 11x^5 - 7x^4 + 8x^3 + 4x^2$

13. ¿En qué cuadrante empieza y termina cada gráfica?
Empiezan en el segundo cuadrante y terminan en el cuarto
14. El coeficiente Ax^n para cada función ¿es positivo A>0 o negativo A<0?
Es negativo el coeficiente de Ax^n en todas las funciones ya que A<0
15. Escribe el grado de cada una de estas funciones:
Son de primer, tercer, quinto y séptimo grado
16. Coinciden en que todas son de grado:
Par

De cada uno de los grupos de funciones escribe las ecuaciones resultantes para el caso para el que cada función es igual a cero en la tabla siguiente.

Siguiendo con la misma tabla, analiza la gráfica de cada función, y cada ecuación, escribe el número de raíces que cada ecuación tiene, así como su naturaleza, (si son reales diferentes, reales iguales o imaginarias) y la ordenada al origen.

Ecuación	Número de Raíces	Número de raíces reales diferentes, reales iguales y/o imaginarias.
$X^2+1=0$	2	Dos raíces imaginarias Ordenada:1
$X^4-3x^3-6x^2+28x-24=0$	2	Dos raíces reales diferentes Ordenada:-24
$2x^6+17x^5+41x^4+33x^3+19x^2+16x-20=0$	4	Dos raíces reales diferentes y dos raíces reales iguales Ordenada: -20
$-X^2+1=0$	2	Dos raíces reales diferentes Ordenada:1
$-X^4-3x^3-6x^2+28x-24=0$	2	Dos raíces imaginarias Ordenada: -24
$-2x^6+17x^5+41x^4+33x^3+19x^2+16x-20=0$	2	Dos raíces reales diferentes Ordenada: -20
$2x-3=0$	1	Una raíz real Ordenada: -3
$2x^3-2x^2-8x+4=0$	3	Tres raíces reales diferentes Ordenada: 4
$X^5+11x^4+36x^3+4x^2-160x-192=0$	6	Un par de dos raíces reales iguales y dos raíces reales diferentes Ordenada: -192
$3x^7-11x^6+11x^5-7x^4+8x^3+4x^2=0$	5	Un par de dos raíces reales iguales y una raíz real Ordenada: 4
$-2x-3=0$	1	Una raíz real Ordenada: -3
$-2x^3-2x^2-8x+4=0$	1	Una raíz real Ordenada: 4
$-X^5+11x^4+36x^3+4x^2-160x-192=0$	3	Tres raíces reales diferentes Ordenada: -192
$-3x^7-11x^6+11x^5-7x^4+8x^3+4x^2=0$	5	Dos raíces reales iguales y tres raíces reales diferentes Ordenada: 4

Observaciones: Se pude deducir que todas las funciones de exponente impar comienzan en el tercer cuadrante y terminan en el primero en el caso de $A>0$, y empiezan en el segundo y terminan en el cuarto en el caso de $A<0$.

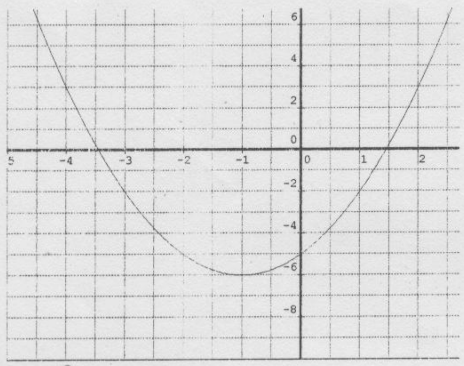
En el caso de las funciones de exponente par se pudo observar que cuando $A>0$ la grafica de la función comienza en el segundo cuadrante y termina en el primero, y cuando $A<0$ la grafica de la función comienza en el tercer y termina en el cuarto cuadrante.

Lares Grifaldo E. Sergio

ACTIVIDAD VIII

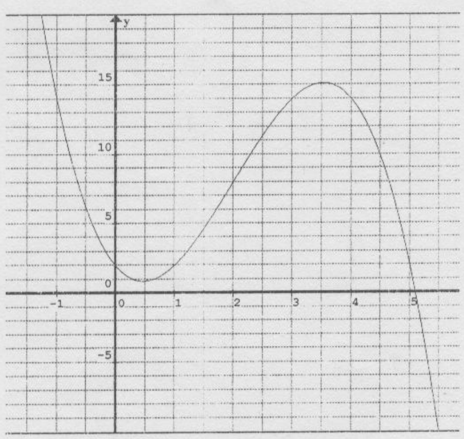
Relaciona las siguientes funciones con su respectiva gráfica.

A)



2) $y = x^2 + 2x - 5$

B)

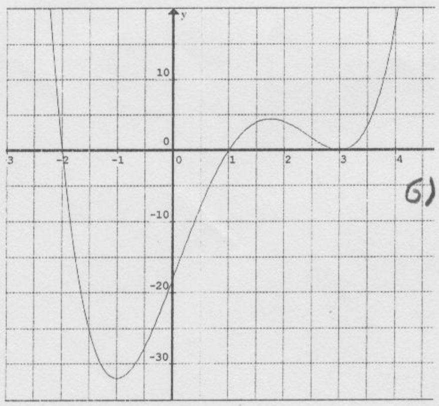


4) $y = -x^3 + 6x^2 - 5x + 2$

1

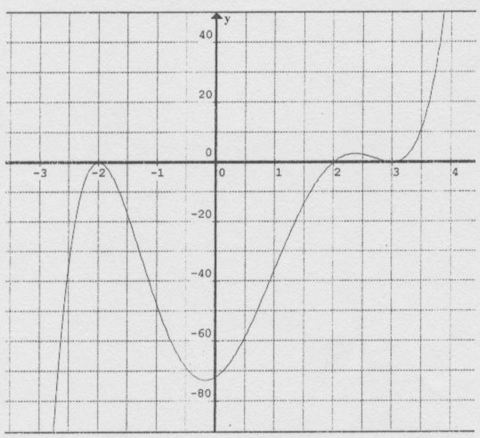
SL

C)



6) $y=(x-1)(x-3)^2(x+2)$

D)

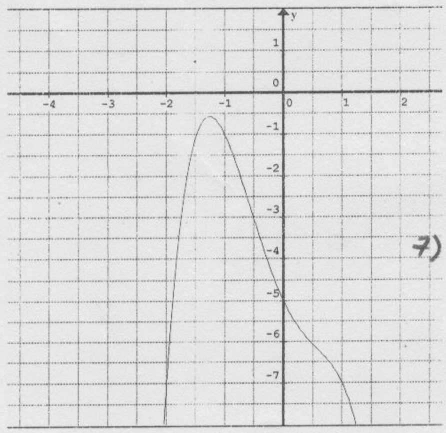


1) $y=(x-2)(x-3)(x+2)^2(x-3)$

2

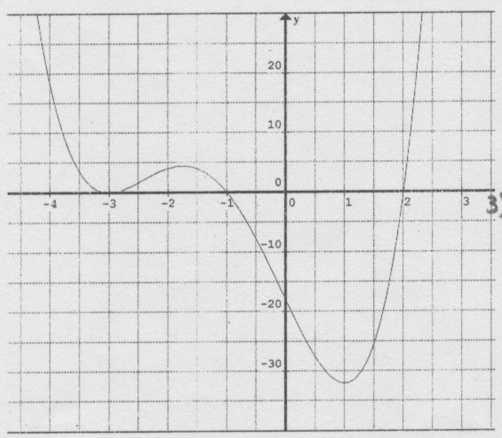
SL

E)



7) $y = -x^4 + 2x^2 - 3x - 5$

F)

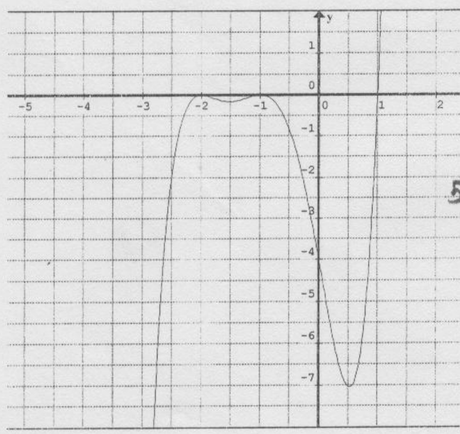


3) $y = (x-2)(x+3)^2(x+1)$

3

SL

G)



5) $y = (x+2)^2(x+1)^2(x-1)$

1) $y = (x-2)(x-3)(x+2)^2(x-3)$

2) $y = x^2 + 2x - 5$

3) $y = (x-2)(x+3)^2(x+1)$

4) $y = -x^3 + 6x^2 - 5x + 2$

5) $y = (x+2)^2(x+1)^2(x-1)$

6) $y = (x-1)(x-3)^2(x+2)$

7) $y = -x^4 + 2x^2 - 3x - 5$

4

Lares Grifaldo E. Sergio

ACTIVIDAD IX

Bosqueja las graficas de los siguientes polinomios

$a)\quad y=(x-1)(x+2)$

$b)\quad y=(x+2)(x-3)(x+1)$

$c)\quad y=(-x+1)(x+1)(x-5)$

$d)\quad y=(-x+1)(x+3)$

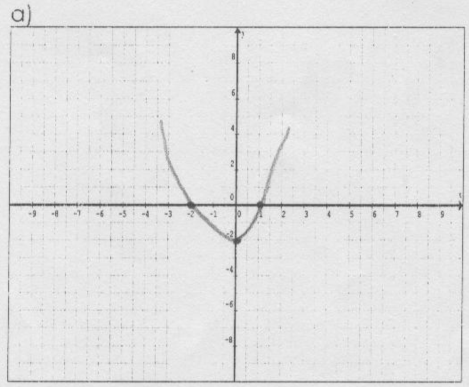
$e)\quad y=(x-1)^2(x+2)^3(x+1)$

$f)\quad y=(x+1)^2(x+2)$

$g)\quad y=(x-3)^3(x+1)(x-1)$

$h)\quad y=(x+2)(x-1)(x-1)$

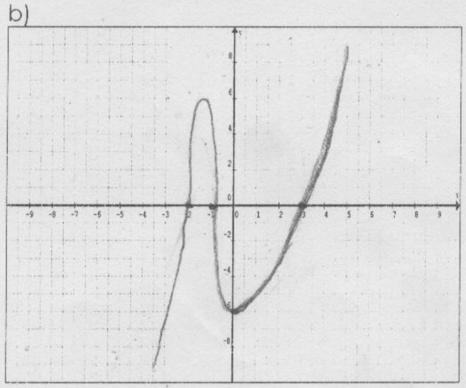
a)



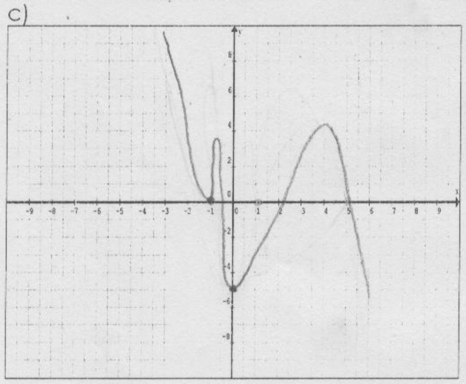
1

Sergio Lares

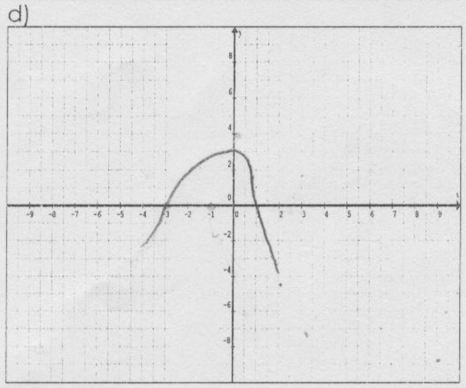
b)



c)



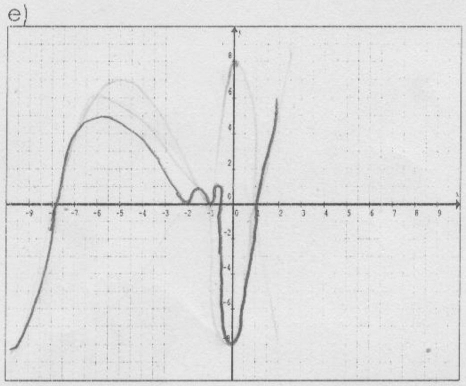
d)



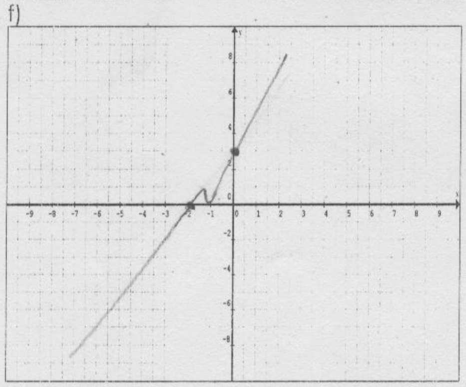
2

Sergio Lares

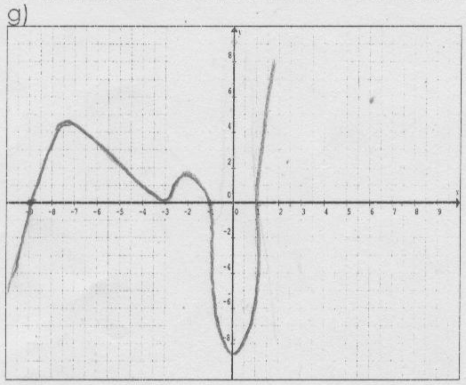
e)



f)



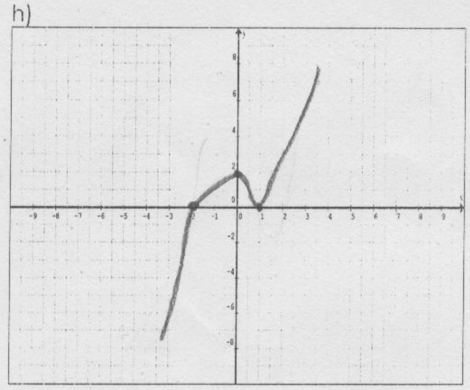
g)



3

Sergio Lares

h)

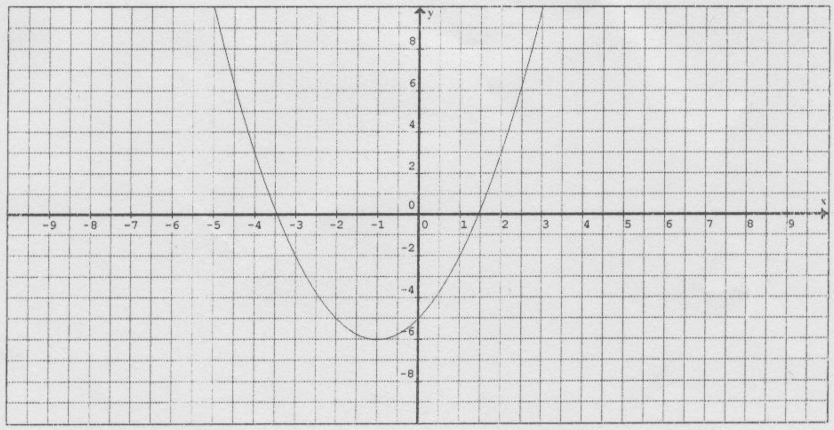


4

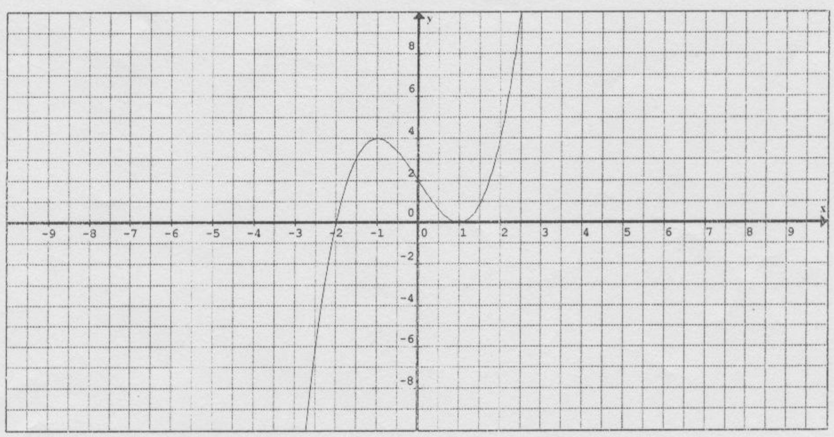
Lares Grifaldo E. Sergio

ACTIVIDAD X

De las siguientes graficas obtén su expresión algebraica.



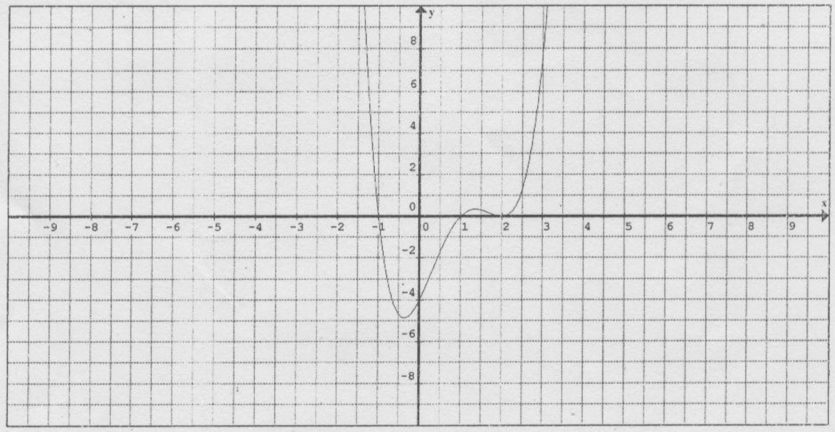
$Y=(x+\frac{19}{5})(x-\frac{13}{10})$



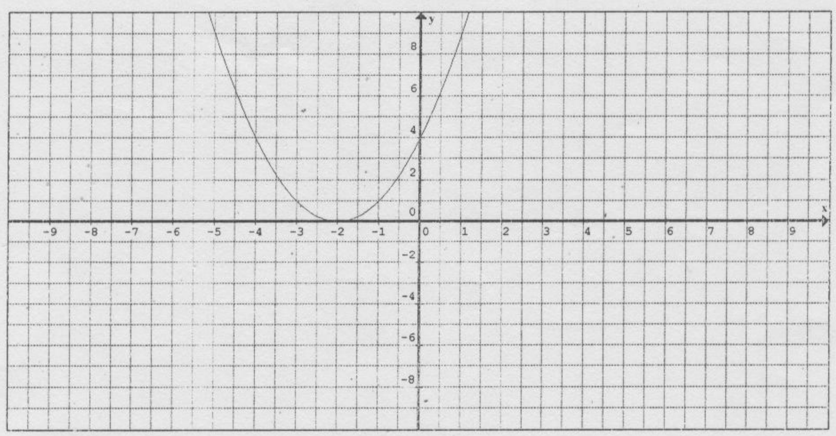
$Y=(x+2)(x-1)(x-1)$

1

SL



$Y=(x+1)(x-1)(x-2)(x-2)$



$Y=(x-2)(x-2)$

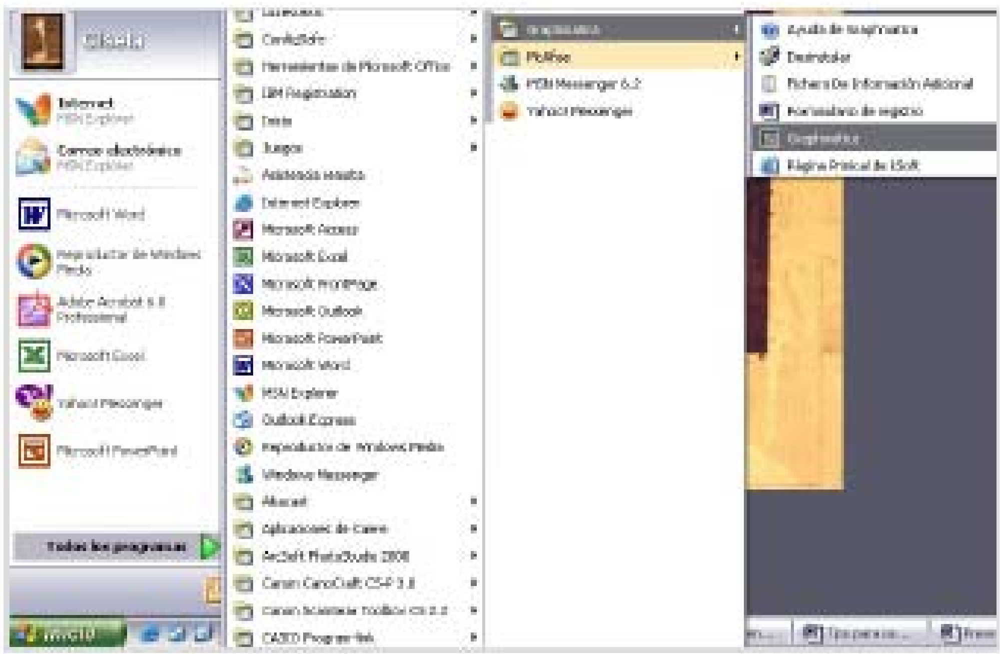
2

ANEXO IV. TIPS PARA USAR GRAPHMATICA.

Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y
Tecnología Avanzada del IPN
Programa de Matemática Educativa
Curso Propedéutico 2004

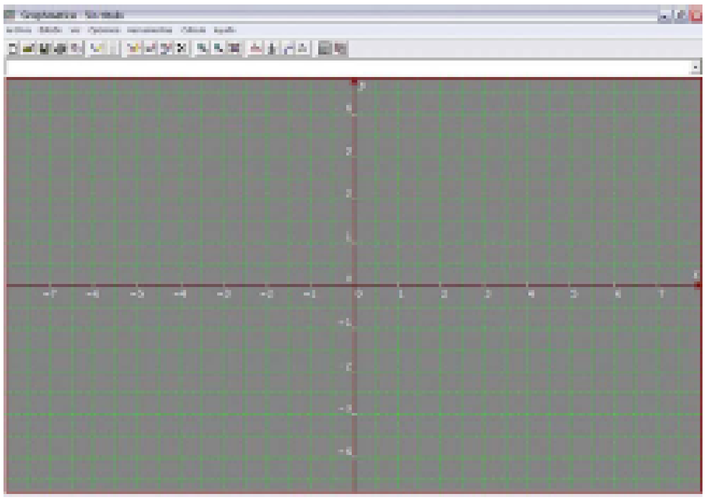
Tips para usar GRAPHMATICA

Una vez que se ha instalado el programa, para ingresar en él se deberá dar clic en *Inicio*, *Programas*, *Graphmatica* y *nuevamente Graphmatica* (Ver la siguiente figura)

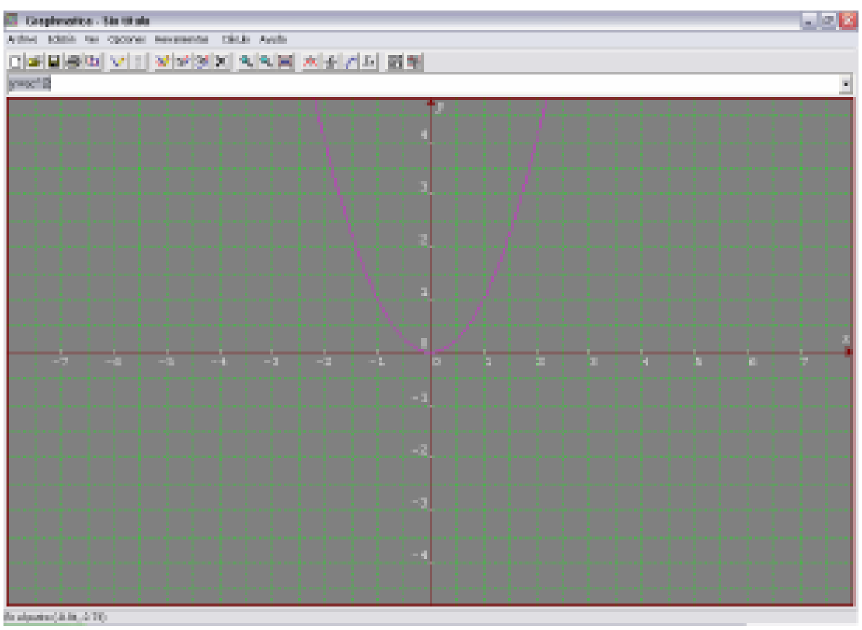


Aparecerá la siguiente pantalla:

TIPS PARA USAR
GRAPHMATICA
http://www8.pair.com/ksoft/



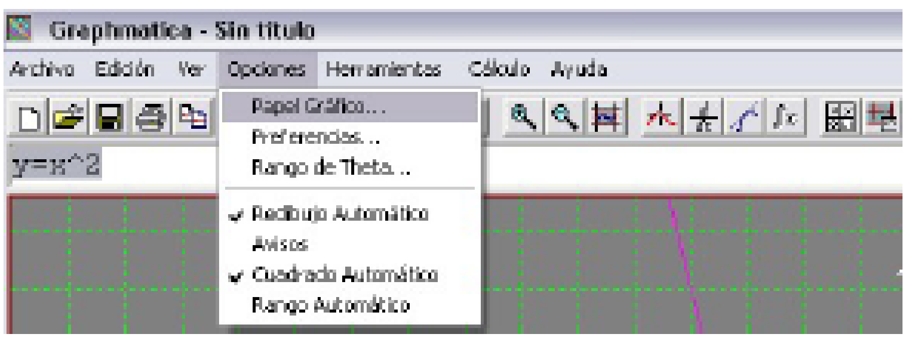
Para graficar una función se deberá escribir, en la barra de edición, la fórmula con el siguiente formato: y = *función* (por ejemplo, y = x^2) y luego presionar la tecla Enter



TIPS PARA USAR
GRAPHMATICA
http://www8.pair.com/ksoft/

Nota: las funciones seno, coseno, tangente, etc. se escriben como aparecen en las calculadoras: sin, cos, tan, log, ln, etc. Si se desea graficar un polinomio, para indicar el exponente se debe anteceder el símbolo ^ (sale de la siguiente manera: presione la tecla **Alt** y sin soltarla escriba el número 94). Suponga que quiere graficar la función $y = \frac{Sin\ x}{Cos\ x}$, deberá hacerlo con la siguiente sintaxis: Y= (Sin x)/Cos x, de no llevar el paréntesis graficará $y = Sin\ \frac{x}{Cos\ x}$.

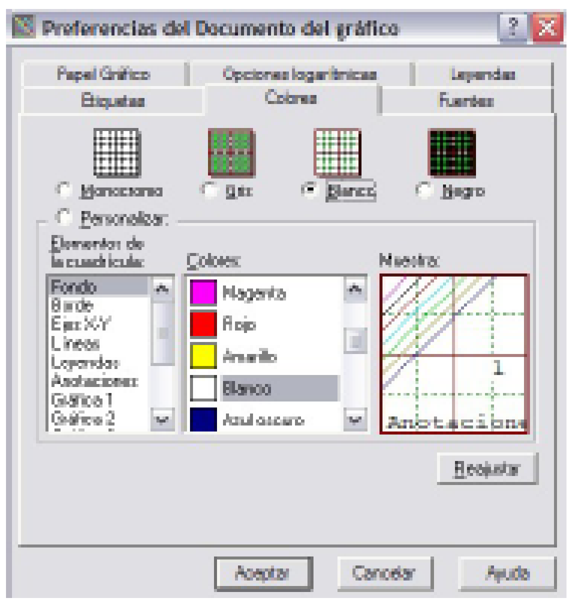
Los colores de fondo pueden cambiarse. En el Menú OPCIONES, selecciona Papel Gráfico



en seguida se abrirá una ventana con diversas opciones para configurar el plano

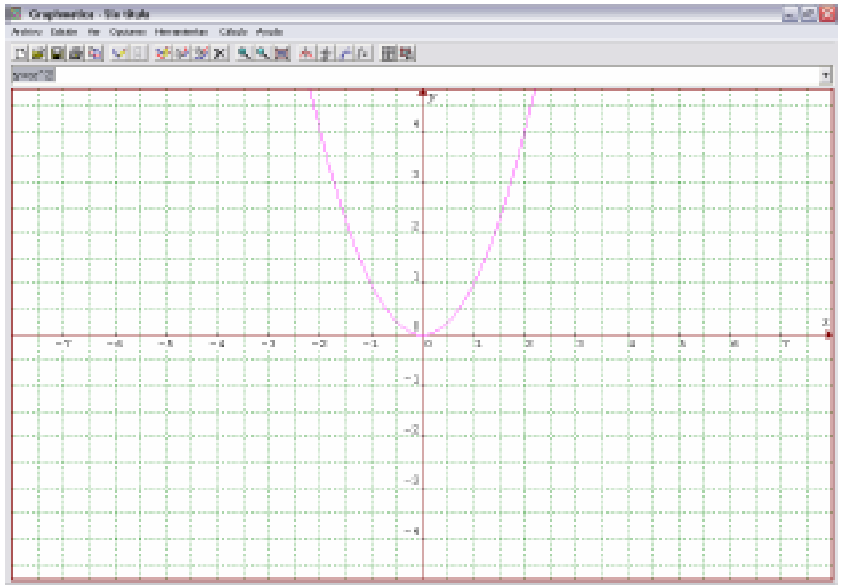
TIPS PARA USAR
GRAPHMATICA
http://www8.pair.com/ksoft/

elige la ceja COLORES y elige la opción BLANCO,

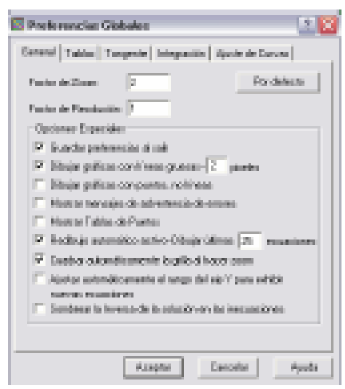


y presiona ACEPTAR para ver la nueva configuración de tu plano

TIPS PARA USAR
GRAPHMATICA
http://www8.pair.com/ksoft/



Si quieres cambiar el grosor de la gráfica de la función, selecciona la opción PREFERENCIAS del Menú OPCIONES

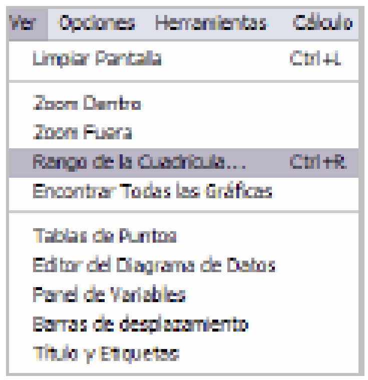


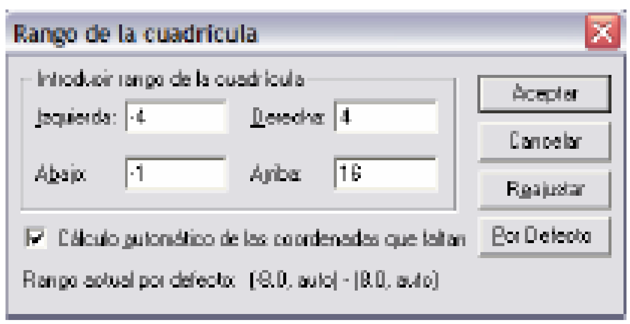
y activa la casilla "Dibujar gráficas con líneas gruesas" con el número de píxeles que consideres conveniente.

Cambiando la ventana de visualización

TIPS PARA USAR
GRAPHMATICA
http://www8.pair.com/ksoft/

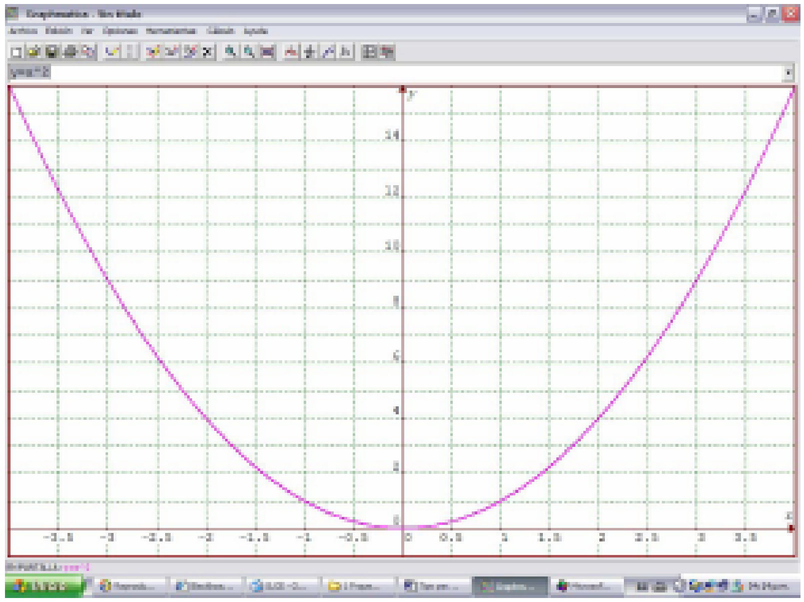
En la imagen anterior tenemos toda la parte inferior del plano sin gráfica, así que podemos cambiar la ventana de tal forma que la gráfica cubra el plano que aparece en pantalla. En el Menú VER, elige la opción RANGO DE LA CUADRÍCULA y modifica los valores de la ventana,





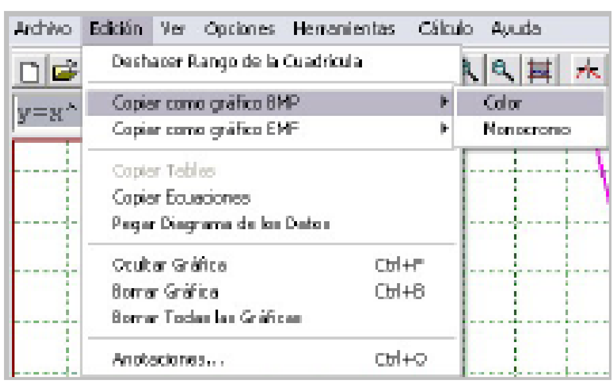
y podrás ver la gráfica en $-4 \le x \le 4$ con $-1 \le y \le 16$

TIPS PARA USAR
GRAPHMATICA
http://www8.pair.com/ksoft/



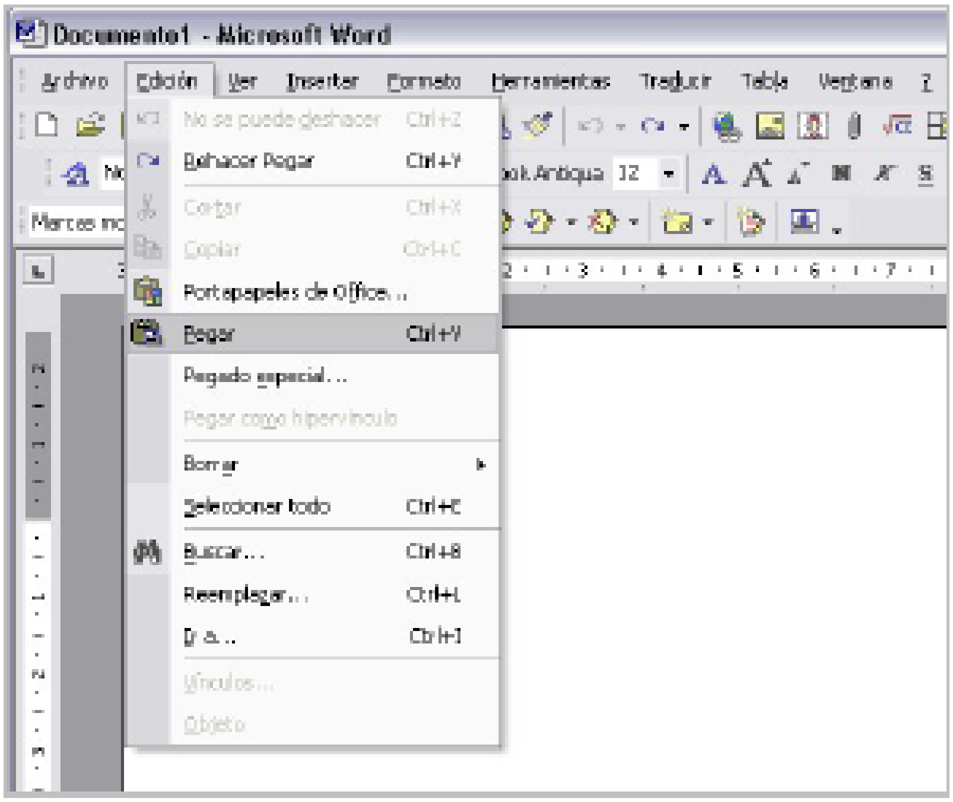
¿Cómo copiar una imagen de graphmatica a un archivo en word?

Una tarea importante es insertar imágenes en un documento de Word. Elegimos la opción *Copiar como grafico BMP* en el Menú EDICIÓN y seleccionamos si la imagen se copiará a color o monocromática.



TIPS PARA USAR
GRAPHMATICA
http://www8.pair.com/ksoft/

La imagen queda en la memoria de la PC, por lo que debemos abrir MS Word y pegarla



La gráfica se insertará en el documento y listo !!!!

ANEXO V. MANUAL DEL EMULADOR CLASS PAD MANAGER.

EMULADOR CLASSPAD MANAGER

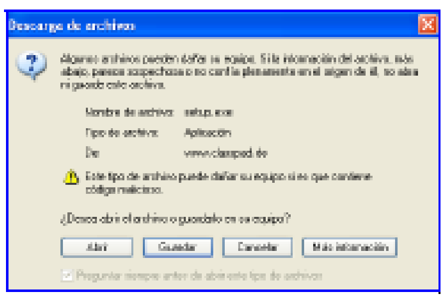
Este documento tiene la finalidad de mostrar en forma breve la manera de utilizar algunas herramientas del emulador ClassPad Manager, específicamente: descargar el programa, instalar, graficar funciones, generar tablas numéricas y aplicar dinamismo a funciones.

Descargar e instalar el programa ClassPad Manager.

Para descargar el programa deberemos ingresar en Internet la siguiente dirección:

http://www.classpad.de/files/setup.exe

Aparecerá una ventana con el cuadro mostrado en la figura:



Elija la opción Guardar, aparecerá una nueva ventana en la cual deberá indicar la posición en el disco duro en la que desea guardar su archivo, elija la opción guardar. Este proceso puede tardar varios minutos, dependiendo del tipo de conexión a Internet. Cuando haya terminado la descarga se mostrará un nuevo cuadro, elija la opción Abrir y con ello comenzará el proceso de instalación, siga las instrucciones.

Preparación y cuidado de la edición:
M. en C. Juan Gabriel Molina Zavaleta
jmolina@mail.cinvestav.mx

Trabajo con ClassPad Manager

Herramientas útiles

En la figura 1 resaltamos algunas herramientas que utilizaremos con frecuencia.

Figura 1.

Preparación y cuidado de la edición:
M. en C. Juan Gabriel Molina Zavaleta
jmolina@mail.cinvestav.mx

¿Cómo graficar una función?

Para graficar una función deberemos ingresar a la herramienta para trabajar funciones, ver la figura 1. Ingresaremos a ella dando un clic con el botón izquierdo del mouse en su icono correspondiente (Graph&Tabs), aparecerá una pantalla como la que mostramos en la figura 2. Para graficar debemos situarnos enfrente de alguna de las expresiones "□y1:□" (esto se logra dando un clic con el botón izquierdo del mouse. En cada una de las hojas -Sheet- podemos graficar 20 funciones), a continuación demos un clic sobre la tecla Keyboard y luego otro en la pestaña 2D (esto nos mostrará el teclado virtual, y luego un editor de ecuaciones, ver figura 3)

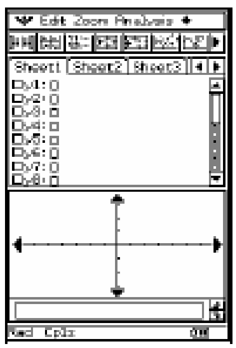


Figura 2

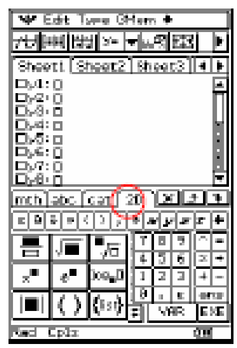


Figura 3

Ejemplo 1: Graficar la función $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 2x + 1$

Situándonos en frente de "□y1:□" demos clic en la siguiente serie de teclas:

2, x,^,3,-,3,x, ^,2,-,2,x,+,1,EXE

Se mostrará una pantalla como la que mostramos en la figura 4:

Figura 4

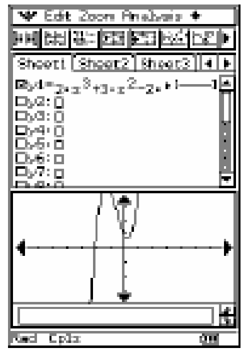


Figura 5

Como se muestra en la figura 4, cuando se da clic en EXE nos cambia de renglón, se ilumina la siguiente posición y aparece una palomita al costado de la función que ingresamos, ésta indica que esa función está elegida para graficar, si damos un clic en la palomita ésta desaparecerá (con ello indicamos que esa función no se grafique). En el costado derecho de nuestra fórmula apareció algo como lo siguiente "[----]", dando sobre ello podemos elegir el tipo de trazo que deseamos para nuestra grafica (experimenten). Para graficar la función presionemos el icono , se mostrará la pantalla de la figura 5. Si damos clic en la opción Resize podremos hacer que la gráfica abarque la pantalla (figura 6).

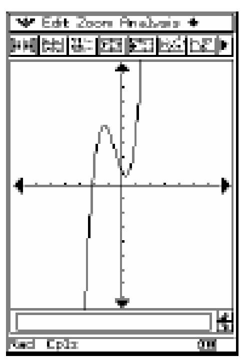


Figura 6

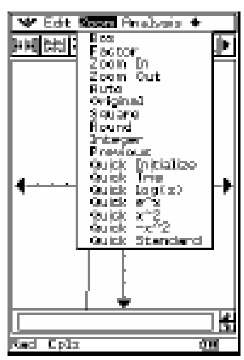


Figura 7

Preparación y cuidado de la edición:
M. en C. Juan Gabriel Molina Zavaleta
jmolina@mail.cinvestav.mx

Dando clic en la opción Zoom podremos aplicar distintos tipos de acercamientos a la gráfica de la función (ver figura 7). Recomendamos que los exploren, si desean regresar a la configuración original de la pantalla, elijan la opción Quick Standard. En la opción Análisis/G-Solve podrán determinar algunos puntos importantes de la curva, como por ejemplo máximos, mínimos, puntos de inflexión o puntos de intersección entre curvas (se recomienda que utilicen esta opción a lo más con dos funciones), etc.

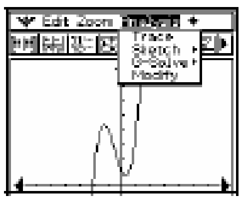


Figura 6

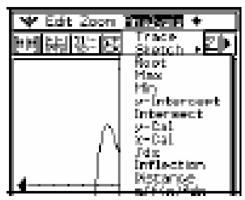


Figura 7

Si quisiéramos graficar otra función únicamente tendríamos que colocarnos en una posición libre y repetir el procedimiento. El editor de ecuaciones del emulador es muy semejante al editor que viene en el procesador de textos Word, con la ventaja de que en la calculadora se pueden hacer manipulaciones con las expresiones, como graficar.

¿Cómo generar una tabla numérica?

Las tablas numéricas se pueden generar cuando se ha ingresado alguna función, podemos utilizar la que graficamos. Para generar la tabla numérica de nuestra función debemos dar clic en el icono , aparecerá un cuadro como el mostrado en la figura 8, en él deberemos indicar en qué valor iniciar nuestra tabla, en qué valor terminarla y el tamaño de los incrementos, ver figura 8. Tabularemos el intervalo de -3 a 3 con incrementos de .5 (demos un clic en OK para fijar estos valores)

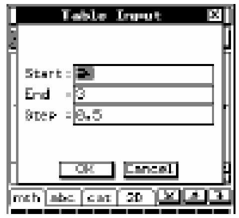


Figura 8

A continuación deberemos dar clic en el icono y se mostrará la tabla de la figura 9, dando clic en la opción Resize podemos amplificar la pantalla y observar las tablas en el formato que se muestra en la figura 11.

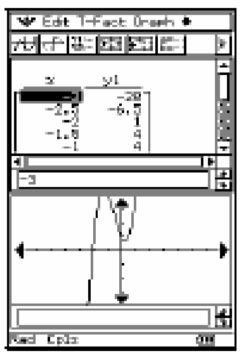


Figura 10

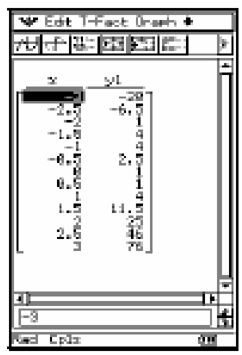


Figura 11

Si son varias las gráficas seleccionadas con la flechita, en la tabla aparecerá una columna por cada una de ellas con sus imágenes en el intervalo definido.

¿Cómo agregar dinamismo a graficas?

Esta técnica permite variar los valores de los parámetros de una función y muestra gráficamente el efecto que produce esta variación. Para ejemplificar esta herramienta trabajaremos con la función cuadrática $y1 = Ax^2 + Bx + 1$ y haremos variar sus parámetros A y B. Para poder agregar dinamismo a la función, necesitamos asignar ciertos valores a los parámetros A y B. Primero vamos a dar un clic en el icono (Main, figura 12), se mostrará una pantalla como la de la figura 13.

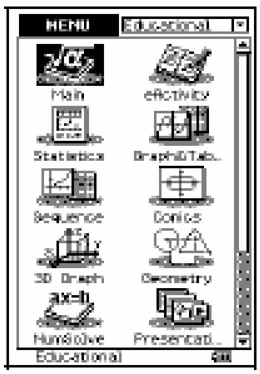


Figura 12

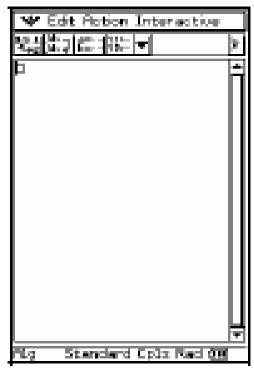


Figura 13

A continuación demos un clic en la tecla Keyboard del emulador, presionemos la tecla 1 y a continuación el símbolo $\Rightarrow$, luego escribamos con el teclado la letra A y demos un clic en EXE, repitamos la operación, pero esta vez escribamos la letra B. Con esta operación obtendremos la imagen que se muestra en la figura 14.

Preparación y cuidado de la edición:
M. en C. Juan Gabriel Molina Zavaleta
jmolina@mail.cinvestav.mx

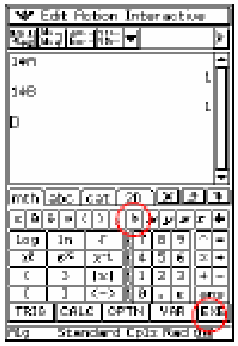


Figura 14

Ahora entremos al Menú Principal y demos un clic en la herramienta para trabajar con funciones. Ingresemos la expresión Ax^2+Bx+1 (de manera semejante cuando graficamos la función de la figura 5), la **única diferencia importante es que la letra x debe ser escrita dando clic con el mouse en la letra x del teclado del emulador, ver figura 15:**

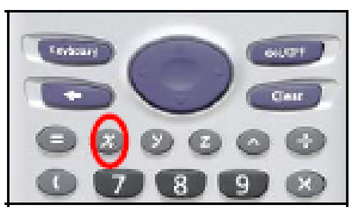


Figura 15

Tendremos una pantalla como la mostrada en la figura 16. A continuación demos clic en el icono , se mostrará la pantalla de la figura 17. Demos clic en el icono ♦ y se desplegará el cuadro que se muestra en la figura 18, dando clic elijamos la opción Graph Controller, lo cual nos llevará a la pantalla 19.

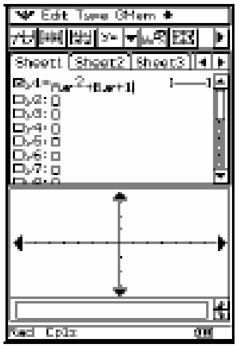


Figura 16

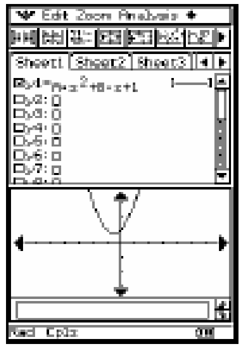


Figura 17

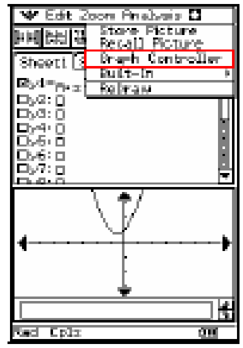


Figura 18

Figura 19

En este menú deberemos indicar quienes son los parámetros, en qué valor inician, en qué valor terminan y el tamaño del incremento que realizarán. Para el caso que nos ocupa, los parámetros son las letras A y B, vamos a configurarlos para que inicien en 1 (Start) y terminen en 10 (End) y se incrementen (Step) una unidad. Estos valores se cambian dando clic sobre los que aparecen y rescribiendo los nuevos, ver pantalla 20 (la letra A se puede escribir con el teclado, debe ser mayúscula). Una vez que se han modificado los valores deberemos dar un clic en la opción Modif y aparecerá la pantalla mostrada en la figura 21, demos clic en Ok dos veces y se mostrará la pantalla de la figura 22. Hasta el momento hemos configurado el modo dinámico, para apreciar mejor la animación demos clic en la gráfica y luego en la opción Resize y obtendremos la pantalla de la figura 23

Figura 20

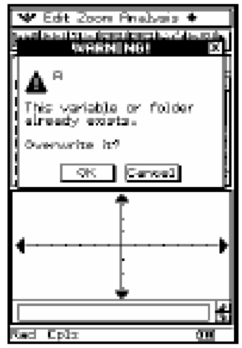


Figura 21

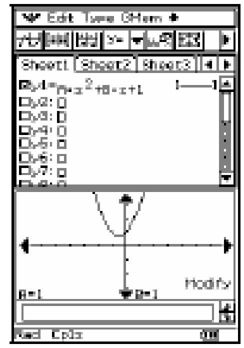


Figura 22

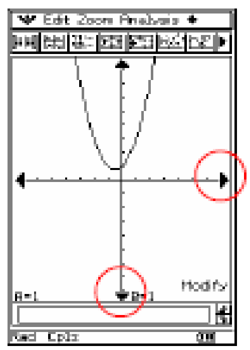


Figura 24

Si damos un clic con el mouse en esta flecha del eje X (▸), por cada clic que demos variará el valor de A y se mostrará el efecto en la gráfica. Si damos clic en la flecha que apunta hacia abajo (sobre el eje Y) variará el parámetro B y se mostrará el efecto en la gráfica. Esta operación la puede realizar automáticamente el emulador, para ello, repetimos el procedimiento, estando en la pantalla 20, dar clic en la opción Auto.

Artigue, M., Douday, R., Gómez, P., (1995). *Ingeniería Didáctica en Educación Matemática*. “Una Empresa Docente” y Grupo Editorial Iberoamérica. México.

Ferrari, M. (2001). *Una visión socio – epistemológica. Estudio de la función logaritmo*. Tesis de Maestría. Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN. México.

Montiel, G. (2002). *Una caracterización del contrato didáctico en un escenario virtual*. Tesis de Maestría. Departamento de Matemática Educativa, *Cinvestav-IPN. México.*

Cantoral, R. y Montiel, G. *(2001). Funciones: visualización y pensamiento matemático*. México: Pearson Educación.

Borba, M.C. y Villarreal, M.E. (2005). *Experimentation, visualization and media in action.* En Humans-with-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking. Information and Communication Technologies, Modeling, Visualization and Experimentation (pp. 125 - 167). U.S.A.: Springer

Borba, M.C. y Villarreal, M.E. (2005). *Visualization, mathematics education and computer environments.* En Humans-with-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking. Information and Communication Technologies, Modeling, Visualization and Experimentation (pp. 79 - 99). U.S.A.: Springer.

Ruiz, L. (1998). *La noción de función: análisis epistemológico y didáctico.* Publicaciones de la Universidad de Jaén, España. Capítulo 3. Epistemología histórica del concepto de función

Sierspinska, A. (1992). *On understanding the notion of function.* En E. Dubinsky y G. Harel (Eds.) The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy (Mathematical Association of America Notes Vol. 25, pp. 25 - 58). USA.

Adrian Albert. *Álgebra Superior*. Ed. UTHEA y Grupo Noriega Editores, México, 1991. Cap. IV pag 100 – 132. Cap. VII pag 174 – 212.

Willerding y Hoffman (1990) *Fundamentos de Álgebra*. Editoral Limusa. México.

Hall y Knight (1991). *Álgebra Superior*. Unión Tipográfica Editorial Hispano Americana; Instituto Politécnico Nacional. México.

Eisenberg y Dreyfus, (1990). *On the reluctance to visualize in mathematics.* En W. Zimmerman y S. Cunningham (Eds.), *Visualization in teaching and learning mathematics* (pp. 25 –37). Washington DC: Mathematical Association of America.

Selden, J., A. Mason, y A. Selden, *"Can Average Calculus Students Solve Nonroutine Problems?"* Journal of Mathematical Behavior, 8 (1989), 45 – 50.

Vinner, S., *"The Avoidance of Visual Considerations in Calculus Students"*, Focus: On Learning Problems in Mathematics, 11 (1989), 149 – 156.

Roth, W.-M. (2004). *Emergence of graphing practices in scientific research*. Journal of Cognition and Culture, 4, 595-627.

BROUSSEAU G. (1997) "Theory of Didactical situations in Mathematics". Recueil de textes de Didactique des mathématiques 1970-1990" traduction M. COOPER et N. BALACHEFF, Rosamund SUTHERLAND et Virginia WARFIELD. (KLUWER).