



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA Y
ELÉCTRICA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

SOLUCIÓN AL PROBLEMA DE FLUJOS ÓPTIMOS DE
POTENCIA USANDO EL MODELO CLÁSICO

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:
INGENIERO ELECTRICISTA

PRESENTA:
CÉSAR LÓPEZ SERVIN

ASESORES:
ING. CARLOS A. BECERRIL GORDILLO
DR. MOHAMED BADAoui



MÉXICO, D.F.

ABRIL, 2015

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
UNIDAD PROFESIONAL "ADOLFO LÓPEZ MATEOS"

TEMA DE TESIS

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO
POR LA OPCIÓN DE TITULACIÓN
DEBERA (N) DESARROLLAR**

**INGENIERO ELECTRICISTA
TESIS Y EXAMEN ORAL INDIVIDUAL
CESAR LÓPEZ SERVIN**

**"SOLUCIÓN AL PROBLEMA DE FLUJOS ÓPTIMOS DE POTENCIA USANDO EL MODELO
CLÁSICO"**

**RESOLVER EL PROBLEMA DE FLUJOS ÓPTIMOS DE POTENCIA CUANDO SE USA EL MODELO
CLÁSICO.**

- **INTRODUCCIÓN.**
- **FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE FLUJOS DE POTENCIA.**
- **OPERACIÓN ECONÓMICA EN LOS SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA.**
- **FLUJOS ÓPTIMOS DE POTENCIA.**
- **CONCLUSIONES**

MÉXICO D.F., A 12 DE SEPTIEMBRE DEL 2014.

ASESORES


ING. CARLOS ANTONIO BECERRIL GORDILLO


DR. MOHAMED BADAOU


ING. ERNESTO ADOLEO NIÑO SOLÍS


**ING. CESAR DAVID RAMIREZ ORTIZ
JEFE DEL DEPARTAMENTO ACADÉMICO
DE INGENIERÍA ELÉCTRICA**



Resumen

El estudio de flujos de potencia es la solución de régimen permanente de las redes del sistema eléctrico de potencia. De estos estudios se obtienen los principales parámetros del sistema que consta de magnitudes y ángulos de voltaje de los buses de carga, potencia activa y reactiva en los buses del generador, flujo de potencia real y reactivo en las líneas de transmisión y otras variables que permitirán otorgar información precisa a los centros de monitoreo. Esta información es muy útil, ya que permite verificar continuamente las condiciones del sistema actual, así como analizar futuras expansiones del sistema satisfaciendo su demanda.

Cabe mencionar que los sistemas de potencia deben estar diseñados para brindar un servicio continuo de la energía eléctrica con niveles de tensión, frecuencia constante, entre otros aspectos. Por otro lado, el aspecto económico y la confiabilidad por parte de las compañías suministradoras juegan un papel determinante; estos “aspectos” se deben coordinar en forma adecuada para llegar a la decisión de la planificación de operación de las unidades. Un estudio que permite el balance entre estos “aspectos” es el de Flujs Óptimos de Potencia (FOP) y será tema de este trabajo.

El objetivo principal del estudio de FOP, es de reducir los costos instantáneos de operación de un sistema eléctrico de potencia satisfaciendo la demanda del usuario. Es decir, se busca minimizar el costo de producción de energía eléctrica mientras se satisface un conjunto de restricciones operativas de las unidades de generación y del sistema de potencia, a través de los ajustes de determinadas variables de control.

En este proyecto se describe de manera detallada la incorporación de una función de optimización al estudio clásico de FOP de un sistema de prueba de cinco nodos [10], de igual manera se justifica porque dicha función se acopla a este tipo de estudios, denotando las principales ventajas al utilizar esta función, no sin antes haber hecho énfasis al estudio de flujos de carga y despacho económico.

Abstract

The power flow study is the steady state solution of the power electric system. Of these studies are obtained the main parameters the power system which are voltage magnitude and angle on load bus, active and reactive power on generator bus, active and reactive power flow on transmission lines and other variables which will allow to give accurate information to monitoring centers. This information is very useful in spite of allowing to verify continuously the current system conditions, as well as to analyze the future system expansion satisfying the load.

In addition to this, power systems must be designed to offer a electric energy continuous service with voltage levels, constant frequency, among others. On the other hand, the economic aspect and reliability for the generating companies have an important role; these aspects must be coordinated in a correct way in order to reach the planning and operation on the generation units. A study which allows the balance between these aspects is the Optimal Power Flow (OPF) and it will be topic of this work.

The main objective of an OPF study is to reduce the instant operating costs of a power electric system satisfying the user load. So that, it is looked for minimizing the electric energy production cost while it is satisfied an operating restrictions set of generation units and power system too, because of adjustment of certain control variables.

On this project, it is describes of a detailed way, the incorporation of an optimization function to classic OPF model of a test system which has five nodes [10]. Moreover, it is justified why optimization function works with this kind of studies, empathizing the main advantages when the function is used, beside this, to check the power flow and economic dispatch studies.

Dedicatoria

Dedicado con cariño para:

Mi padre Jorge López Salazar

Mi madre Rocio Servin Morelos

Mi hermano Jorge Daniel López Servin

Porque siempre he contado con su apoyo incondicional y gracias a ellos he podido alcanzar las metas que me he propuesto.

Dedicada también a todos los integrantes de mi familia porque siempre puedo contar con ellos y siempre me han demostrado su cariño.

Agradecimientos

Agradezco al Ing. Carlos Antonio Becerril Gordillo y al Dr. Mohamed Badaoui porque desde el inicio me brindaron un poco de su espacio y sus conocimientos para poder realizar este trabajo.

A los profesores e integrantes de la ESIME Zacatenco, ya que siempre estuvieron en la disposición de ayudar cuando necesite de ellos.

Agradezco al Instituto Politécnico Nacional y a la Fundación TELMEX por los apoyos económicos proporcionados para realizar mis estudios de licenciatura, ya que fueron de gran ayuda.

Finalmente, agradezco a todos mis familiares, amigos y compañeros que me aprecian y me estiman, y que en algún momento de mi vida me han apoyado con sus consejos y sus buenos deseos, que me enseñaron la belleza de la vida y como hacerle frente, así como el verdadero valor de la amistad, fraternidad y cariño, que dios los bendiga a todos y cada uno de ustedes . . .

Índice general

Resumen	2
Abstract	3
Dedicatoria	4
Agradecimientos	5
Lista de Tablas	9
Lista de Figuras	10
Índice de Términos	11
Abreviaturas	14
1. Introducción	15
1.1. Introducción del Trabajo de Tesis	15
1.2. Objetivo General	16
1.3. Objetivos Específicos	16
1.4. Justificación	17
1.5. Antecedentes	18
1.6. Aportaciones	19
1.7. Límites y Alcances	19
1.8. Estructura del Trabajo	20
2. Estudio De Flujos De Potencia	21
2.1. Matriz de Admitancia	21

2.1.1.	Corrientes y Tensiones Nodales en un Sistema Interconectado	22
2.1.2.	Formulación de la Matriz Y_{BUS}	23
2.2.	La problemática de los Flujos de Potencia (FP)	25
2.2.1.	Ecuaciones de los Flujos de Potencia	27
2.2.2.	Clasificación de los diferentes Tipos de Nodos	29
2.3.	Solución al problema de FP con el Método Gauss-Seidel (GS)	29
2.4.	Solución al problema de FP con el Método Newton-Raphson (NR)	33
2.5.	Solución al Sistema de Prueba de 5 Nodos [10]	36
2.5.1.	Método Gauss-Seidel	39
2.5.2.	Método Newton-Raphson	41
3.	Operación Económica en los Sistemas Eléctricos de Potencia	44
3.1.	Introducción	44
3.2.	Curvas Características Entrada-Salida de las Unidades de Generación	45
3.2.1.	Unidades Generadoras Térmicas	45
3.2.2.	Unidades Generadoras Hidroeléctricas	47
3.3.	Despacho Económico Clásico	48
4.	Flujos Óptimos de Potencia (FOP)	50
4.1.	Formulación Clásica	51
4.2.	Métodos de Solución	55
4.3.	Solución del Sistema de Prueba de 5 Nodos [10]	56
5.	Conclusiones y Trabajos futuros	66
5.1.	Conclusiones	66
5.2.	Trabajos Futuros	67
A.	Programa para obtener los elementos de la matriz Y_{BUS}	71
A.1.	Archivo de salida del programa Y_{BUS}	73
A.2.	Construcción de la matriz Y_{BUS}	74
B.	Programas computacionales para la solución de Flujos de Potencia	76
B.1.	Método Gauss-Seidel	76
B.2.	Método Newton-Raphson	79
C.	Estructura del solver fmincon	82

D. Código Fuente	85
D.1. Modelado de la función objetivo	87
D.2. Modelado de las restricciones	88

Índice de tablas

2.1. Características de los diferentes tipos de nodos.	30
2.2. Resumen de las cantidades especificadas y por obtener de los diferentes nodos [21].	31
2.3. Parámetros de impedancia de las líneas.	37
2.4. Datos de los generadores de la red eléctrica de prueba.	38
2.5. Datos de los buses de la red eléctrica de prueba.	38
4.1. Funciones objetivo más comúnmente utilizadas en los estudios de los FOP. .	54
4.2. Métodos de programación matemática para resolver FOP.	56
4.3. Elección del solver de MatLab para resolver el problema de FOP	61
4.4. Asignación de las variables de control y estado para establecer el vector de la función para el solucionador fmincon.	62
4.5. Comparación de resultados que muestran ambos programas.	63
4.6. Ventajas y Desventajas al utilizar la función “fmincon”	65
C.1. Cuadro descriptivo de los términos de la función utilizada.	84

Índice de figuras

2.1. Representación de un sistema de potencia a través del sistema interno y externo [23].	22
2.2. Representación de un nodo en relación con n líneas interconectadas a diferentes nodos [21].	24
2.3. Circuito equivalente de un elemento infinitesimal de Línea de Transmisión. .	26
2.4. Notación para la potencia aparente en un nodo típico i , para los estudios de flujos de potencia.	28
2.5. Buses y líneas que indica la red eléctrica de 5 nodos [10].	37
3.1. Curva característica de entrada-salida de una unidad de generación térmica.	46
3.2. Curva de entrada-salida de una unidad de generación hidroeléctrica.	47
3.3. Curva de entrada-salida de una unidad de generación hidroeléctrica con carga variable de agua.	48

Índice de Términos

P_i	Potencia activa, representa la parte real de las ecuaciones de flujos de potencia para determinado número de nodo i .
Q_i	Potencia reactiva, representa la parte imaginaria de las ecuaciones de flujo de potencia para determinado número de nodo i .
$ V_i $	Magnitud de tensión para determinado número de nodo i .
δ_i	Ángulo de fase para determinado número de nodo i .
i	Índice del número de buses o nodos.
f	Frecuencia del sistema eléctrico de potencia.

$P - Q$	Denominación a los nodos de carga.
$P - V $	Denominación a los nodos de voltaje.
P_{gi}	Potencia real de generación en un determinado nodo i .
Q_{gi}	Potencia reactiva de generación en un determinado nodo i .
P_{di}	Potencia real demandada en un determinado nodo i .
Q_{di}	Potencia reactiva demandada en un determinado nodo i .
I_i	Corriente inyectada en determinado nodo i .
Y_{ii}	Definición del elemento de la admitancia dominante, compuesta de la suma de todas las admitancias en el nodo de estudio.
θ_{ii}	Ángulo de fase del valor de las admitancias, para la representación en forma polar.
Y_{ij}, Y_{in}	Definición del elemento de la admitancia fuera de la diagonal dominante, de acuerdo al número de nodos que existan.
y_{i0}	Definición de los elementos de la admitancias en paralelo de determinado nodo i .
y_{in}	Admitancias mutuas que conforman al nodo en estudio, obtenidas de los parámetros de impedancia de las líneas de transmisión.
S_i	Potencia aparente de un determinado nodo típico i .
$S_{i,prog}$	Potencia aparente programada para suministrar al sistema de un determinado nodo típico i .

$S_{i,calc}$	Potencia aparente calculada de las ecuaciones de flujos de potencia de un determinado nodo típico i .
$P_{i,especificada}$	Valor inicial o de entrada de potencia real en un nodo típico i .
$Q_{i,especificada}$	Valor inicial o de entrada de potencia reactiva en un nodo típico i .
V_i^*	Elemento conjugado del valor de magnitud y ángulo de fase de la tensión en un nodo típico i .
k	Indica el número de iteración.
$\Delta\delta, \Delta V$	Denominación de las ecuaciones de corrección.
$\Delta P, \Delta Q, \Delta S$	Denominación de las ecuaciones de error.
$f(x)$	Función de una variable.
Δx	Diferencia entre el valor resultante de la iteración y valor anterior.
$V_i^{(p)}$	Tensión inicial para la primera iteración en un nodo típico i .
$V_i^{(p+1)}$	Tensión resultante de la iteración, en un nodo típico i .
$\delta_i^{(p)}$	Angulo de tensión inicial para la primera iteración en un nodo típico i .
$\delta_i^{(p+1)}$	Angulo de tensión resultante de la iteración en un nodo típico i .
C_i	Costo de operación de una unidad generadora en un nodo típico i .
$P_{gi}^{min}, Q_{gi}^{min}$	Límites inferiores de potencia real y reactiva generada en un nodo típico i .
$P_{gi}^{max}, Q_{gi}^{max}$	Límites superiores de potencia real y reactiva generada en un nodo típico i .
$V_i^{min}, \delta_i^{min}$	Límites inferiores de tensión y ángulo de tensión en un nodo típico i .
$V_i^{max}, \delta_i^{max}$	Límites superiores de tensión y ángulo de tensión en un nodo típico i .
$P_i(V, \delta)$	Ecuación de flujos de potencia real de un nodo típico i .
$Q_i(V, \delta)$	Ecuación de flujos de potencia reactiva de un nodo típico i .
u	Vector que contiene variables de control.
v	Vector que contiene variables de estado.
P_i^L, Q_i^L	Potencia real y reactiva de carga en un nodo típico i .
$p.u.$	Valor dado en por unidad.

Abreviaturas

<i>FOP</i>	Flujos Óptimos de Potencia.
<i>FP</i>	Flujos de Potencia.
<i>DE</i>	Despacho Económico.
<i>SEP</i>	Sistema Eléctrico de Potencia.
<i>MatLab</i>	Laboratorio de Matrices, por sus siglas en ingles.
<i>LKC</i>	Ley de Kirchoff de Corrientes.
<i>fmincon</i>	Función de optimización utilizada para el estudio de FOP.
<i>GS</i>	Método de solución Gauss-Seidel.
<i>NR</i>	Método de solución Newton-Raphson.
<i>MVA</i>	Mega Volts-Amperes (Unidad de la Potencia Aparente).
<i>MW</i>	Mega Watts (Unidad de la Potencia Activa o Real).
<i>J</i>	Matriz Jacobiana.
<i>Btu</i>	Unidades Térmicas Británicas.
<i>Y_{BUS}</i>	Matriz de Admitancias de una Red Eléctrica.
<i>Z_{BUS}</i>	Matriz de Impedancias de una Red Eléctrica.
<i>G</i>	Conductancia, parte real de la admitancia.
<i>B</i>	Susceptancia, parte imaginaria de la admitancia.
<i>N</i>	Conjunto de nodos.
<i>L</i>	Conjunto de líneas.
<i>G</i>	Subconjunto de generadores.
<i>C.A.</i>	Corriente Alterna.
<i>FACTS</i>	Sistemas de Transmisión Flexible de C.A.
<i>GAMS</i>	Sistema de Modelado Algebraico General, por sus siglas en ingles.
<i>RLC</i>	Circuito eléctrico que contiene los elementos de resistencia, inductancia y capacitancia.

Capítulo 1

Introducción

En el presente capítulo se muestra en términos generales los motivos por el cual se desarrollará este trabajo. También se describe la introducción al tema, se indican los antecedentes y alcances de la tesis, abordando los objetivos del trabajo y la estructura del mismo.

1.1. Introducción del Trabajo de Tesis

Una de las cuestiones más importantes en la planeación, análisis y operación de un sistema eléctrico de potencia son los estudios de Flujos Óptimos de Potencia (FOP). En las últimas décadas, dicho estudio ha tomado relevancia debido a su habilidad para encontrar las soluciones óptimas considerando diferentes características del sistema eléctrico [1]. Originalmente, los estudios de FOP fueron formulados como una extensión natural del despacho económico tradicional, aunque existen diferencias entre estas dos funciones de optimización, ambas comparten el mismo objetivo; el de optimizar la misma función objetivo [4].

El principal objetivo del estudio de FOP es el de encontrar los ajustes óptimos de un conjunto de variables de control de un sistema de potencia con la finalidad de minimizar o maximizar una función objetivo mientras se satisfacen restricciones de igualdad y desigualdad [3]; dichas restricciones, son las características físicas, de operación y seguridad de una determinada red eléctrica [2]. La función objetivo puede ser la minimización de las pérdidas por transmisión, la maximización del beneficio social neto, la minimización del costo de generación, etcétera [5]. Mientras que las variables de control, se refieren a los

niveles de generación de potencia real, magnitudes de voltaje, relación de los devanados de los transformadores cambiadores de derivación y fase, así como de límites de los equipos de conmutación mecánica [1, 6].

Hoy en día, el problema de FOP toma cada vez más importancia en los procesos de seguridad y economía en las operaciones y control de los sistemas de potencia. El gran reto en el desarrollo de los FOP es anticipar las condiciones de modelado y solución del futuro de la expansión del sistema de potencia. Muchos de estos requisitos contribuyen a una problemática compleja muy superior [7].

La cuestión general de los FOP, es que es un problema de optimización de carácter no lineal, no convexo y de gran envergadura la cual puede contener variables continuas y discretas [8]. En la actualidad, existen muchos métodos para dar solución al problema de FOP, cada uno con distintas características matemáticas, técnicas convencionales y de requisitos computacionales tales como algoritmos de optimización por el método del gradiente, programación lineal, programación no lineal, programación cuadrática, método de Newton y método de puntos interiores [1, 5, 8].

Sin embargo, los métodos antes mencionados sufren de severas limitaciones en el manejo de la no linealidad y funciones discretas-continuas. Por lo que, los métodos de optimización convencionales no son los indicados para resolver el problema de FOP. Por lo tanto, para superar las limitaciones de las técnicas de optimización clásica, se han desarrollado una amplia variedad de métodos heurísticos tales como la programación evolucionaria, estrategias evolucionarias, algoritmos genéticos, redes neuronales artificiales, simulado templado o recocido, teoría de conjuntos difusos, optimización de colonia de hormigas, optimización de enjambre de partículas, por mencionar algunos [1, 4, 5].

1.2. Objetivo General

Resolver el problema de Flujos Óptimos de Potencia cuando se usa el modelo clásico.

1.3. Objetivos Específicos

- Resolver el problema de flujos de potencia en un sistema de cinco nodos usando el método de Gauss-Seidel y de Newton-Raphson.
- Formular el problema de despacho económico como un problema de programación lineal.

- Modificar la formulación del despacho para obtener el modelo clásico de flujos óptimos.
- Resolver el problema de Flujos Óptimos de Potencia en un sistema de pequeña escala de 5 nodos.
- Implementar el algoritmo de solución en MatLab.

1.4. Justificación

El estudio de FOP surge de la necesidad de analizar las redes del sistema eléctrico de potencia (SEP), es decir, hacer estudios de red de gran magnitud que permitan facilitar la planificación y diseño de expansiones futuras del SEP, así como el constante monitoreo de las condiciones del sistema, ya que, periódicamente se realizan estos análisis para verificar los problemas de sobrecargas y voltajes fluctuantes debido al aumento de carga de los usuarios e incluso a fenómenos transitorios.

Este estudio de FOP, es muy importante en el sistema de gestión eléctrica actual, es decir, es una herramienta que permite tomar decisiones óptimas de operación en un sistema eléctrico de potencia, a través de una formulación que incluye la optimización de los costos de generación de potencia eléctrica sujeta a un conjunto de restricciones impuestas por la red, así como los límites de generación y las ecuaciones de balance de potencia activa y reactiva en los nodos de la red, las cuales están en función de las tensiones y ángulo de los nodos. En general, en estos estudios se consideran conocidas gran parte de las variables del sistema. Cuando se consideran los FOP, el estudio es un problema de programación no lineal debido a que son introducidas al modelo clásico las ecuaciones de flujos de potencia, las cuales forman parte de las restricciones del mismo, este problema de optimización representa la operación en estado estacionario del sistema eléctrico y es necesario herramientas computacionales para dar solución a dicha problemática.

Por lo que en este trabajo se propone una solución al modelo clásico de FOP de un sistema eléctrico, tomando en cuenta el aspecto económico que repercute al conocer el costo final, esto, al suministrar los valores si no ideales, los más convenientes de potencia eléctrica de cada unidad generadora en determinado tiempo, además de considerar aquellas variables que puede manipular un operador de un SEP para lograr encontrar la solución óptima a la problemática planteada.

1.5. Antecedentes

Como antecedentes históricos del problema de FOP se encuentra el estudio de Ward y Hale, quienes publicaron en 1956 la primer solución digital automática para el problema de Flujo de Potencia (FP). Mientras que en el año 1967, Sasson y Jaimés proporcionaron un estudio comparativo de los primeros métodos de solución de los FP, los cuales son métodos iterativos basados en la matriz de admitancia nodal o su inversa. Los primeros investigadores, incluyendo Carpentier, utilizaron el método Gauss-Seidel, y al mismo tiempo, se aplicó el método Newton-Raphson, que llegó a ser usado comúnmente como método de solución durante la década de los 60's (Peschon et al. 1968). Luego, Tinney y otros investigadores desarrollaron técnicas de dispersión para tomar ventaja en la formación de la matriz de admitancia en el problema de FOP [6].

A lo largo de la historia, la optimización de los sistemas de potencia han evolucionado debido al aumento de demanda del consumidor. En la primera mitad del siglo XX, el problema de FOP era resuelto usando el juicio de operadores e ingenieros experimentados y utilizando herramientas primitivas, como analizadores de red analógicos y redes de cálculo especializadas, por lo que, paulatinamente las herramientas computacionales fueron auxiliando la toma de decisiones del operador [6]. El problema de FOP fue formulado primeramente en 1962 por Carpentier, el método de solución propuesto consistía en el método del gradiente reducido incluyendo límites variables, basados en las condiciones de Kuhn-Tucker [6]. Posteriormente Dommel y Tinney abordaron el problema resolviendo las ecuaciones de Kuhn-Tucker usando una combinación del método del gradiente para un grupo conocido de variables independientes y funciones de penalización para violaciones en las restricciones dependientes dicho método es uno de los más reconocidos en la literatura existente sobre este tema [6].

Khorshandi et al. trabajaron recientemente en la modificación del algoritmo de colonia de abejas artificial, que simula el comportamiento inteligente de búsqueda de polen de un enjambre de abejas, formulando así, el problema de FOP como un problema de optimización entera mixta y multi-objetivo [1]. Por otra parte, Mohapatra et al. manifestaron un intento de encontrar una solución al FOP con funciones y variables críticas, correspondientes a múltiples datos de entrada de incertidumbre [2]. Mientras que AlRashidi et al. proporcionaron en el 2009 una visión de conjunto de los importantes estudios computacionales con respecto a los FOP [4].

Asimismo, López Lezama et al. presentaron un modelo de FOP por el método del gradiente para la reducción de pérdidas en sistemas de potencia, el algoritmo permite ajustar

un conjunto de variables de control con el fin de obtener un punto de operación que minimice las pérdidas de potencia activa [5]. De igual manera, Bedriñana et al. hacen hincapié al método de puntos interiores, al ser demostrado como el más eficiente para encontrar la solución óptima en la programación lineal y algunas aplicaciones de la programación no lineal en FOP [3]. No obstante, los esfuerzos descritos con anterioridad son cada vez más desafiantes; los métodos de solución varían considerablemente al tratarse de adaptar a los requisitos de las diferentes aplicaciones de la ingeniería. Es por eso que a la fecha, no existe una sola formulación y solución que se adecúe a las diversas formas de los problemas de FOP [8].

1.6. Aportaciones

El propósito de tener herramientas computacionales para resolver los FOP, facilitan el análisis al usuario para determinar el costo mínimo de generación, mientras se mantiene el abasto de energía eléctrica del sistema de potencia dentro de sus límites de operación. En el presente trabajo se considera como aportación más relevante una codificación para dar solución al modelo clásico de FOP con la herramienta de optimización de MatLab 'fmincon', comprobando que resulta confiable al momento de la obtención de resultados con sistemas pequeños.

De igual forma, se plantea un procedimiento para incorporar los datos de un sistema eléctrico y así determinar las cantidades de las variables de estado, este desarrollo va desde la obtención de los elementos de la matriz Y_{BUS} (*obtenido con un algoritmo general en MatLab*), hasta la evaluación de la función objetivo de dicho sistema.

Finalmente, se toman en cuenta como aportaciones importantes los programas que dan solución a los FP, estos algoritmos son de los métodos iterativos Gauss-Seidel y Newton-Raphson, los cuales resuelven el sistema de 5 nodos [10].

1.7. Límites y Alcances

Como ya se ha mencionado, en el presente trabajo se da solución únicamente al modelo clásico de FOP, esto por la complejidad que existe al incorporar más variables de control. Bajo este esquema, las restricciones del modelo de FOP son los límites de la potencia real y reactiva, así como los valores de magnitud y ángulo de fase de los nodos del sistema incluyendo aquellas cantidades en las unidades generadoras. Debido a la solución

del modelado clásico con la herramienta de optimización de MatLab, no se consideran las pérdidas por transmisión en las líneas u otras restricciones que pudiesen existir en un sistema eléctrico de potencia, ya que únicamente se obtienen las variables de estado y control correspondientes al sistema analizado.

1.8. Estructura del Trabajo

En el Capítulo 1, se hace énfasis al objetivo principal de este trabajo, que es el de diseñar un programa que sea capaz de dar solución a la problemática de los FOP, además de que se describen los aspectos introductorios al tema, delimitando de igual manera el trabajo debido a que se puede extender por la complejidad con que se maneje.

En el Capítulo 2, se presenta una revisión a los elementos que se toman en cuenta para el análisis de los FP, con la finalidad de determinar la magnitud de tensión y ángulo de fase para cada uno de los buses del sistema, la potencia suministrada por las unidades generadoras y potencia entre líneas así como las pérdidas entre las mismas, es decir, se busca describir como es que se modela cada una de dichas cantidades, así como de los métodos de solución (Gauss-Seidel y Newton-Raphson) para los flujos de carga, detallándolos de manera general e incluso dando solución a los mismos, ejemplificándolos en el sistema de 5 nodos [10].

A lo largo del Capítulo 3, se hace hincapié al desarrollo del despacho económico clásico, donde en primera instancia se analiza la operación económica de los sistemas de potencia en la generación y en el suministro. A su vez, se toman en cuenta las restricciones de operación, las cuales son dadas por las características de entrada y salida de las unidades generadoras ya que las restricciones de seguridad son despreciadas además de otras características.

En el Capítulo 4, se define lo que es un FOP, seguido de la formulación de optimización matemática no lineal, esto, para llegar a la formulación clásica denotando que variables de estado y de control pueden incluirse. En última instancia, se describe detalladamente como fue que se utilizó la función de optimización, incorporando los datos del sistema de prueba de 5 nodos para ser comparados con los resultados de la referencia [10].

Finalmente, en el Capítulo 5 únicamente se exponen las conclusiones y recomendaciones de los resultados obtenidos, así como de los trabajos futuros que pueden continuar con este proyecto. Y como complemento del trabajo, en la parte de apéndices, se encuentran los algoritmos de solución, así como sus archivos de salida, entre otras cuestiones.

Capítulo 2

Estudio De Flujos De Potencia

Introducción

El objetivo fundamental de un Sistema Eléctrico de Potencia (SEP) para lo cual se diseña, construye y opera, es el de suministrar potencia eléctrica a las cargas con buena calidad, asegurando una operación segura al menor costo posible. La calidad de la energía eléctrica consiste en lograr que se cumplan los siguientes cuatro aspectos [29, 30]:

- Continuidad del servicio.
- Magnitud constante de tensión.
- Frecuencia constante.
- Pureza en la ondas senoidales de tensión y corriente.

Para lograr la continuidad del servicio en el suministro de energía, se debe realizar una adecuada planeación que redunde en una operación correcta del sistema [30].

2.1. Matriz de Admitancia

Los componentes de un sistema de potencia se encuentran interconectados eléctricamente lo que hace que un cambio de un parámetro de un elemento o de la potencia generada o demandada en un nodo, produzca una variación de las corrientes, potencias o tensiones existentes en otras partes del sistema.

La relación de interdependencia entre los diferentes elementos del sistema de potencia puede ser adecuadamente caracterizada por la matriz admitancia Y_{BUS} o la matriz impedancia Z_{BUS} [20, 23].

2.1.1. Corrientes y Tensiones Nodales en un Sistema Interconectado

En resumen, el SEP se divide en dos sistemas: el sistema externo y el sistema interno, como se muestra en la figura 2.1. Al primer grupo pertenecen los generadores y las cargas del sistema. Mientras que el segundo grupo lo conforman las líneas, transformadores y demás elementos pasivos que permanecen inalterados durante la operación del sistema. Los nodos permiten la interconexión entre el sistema interno y el sistema externo [23].

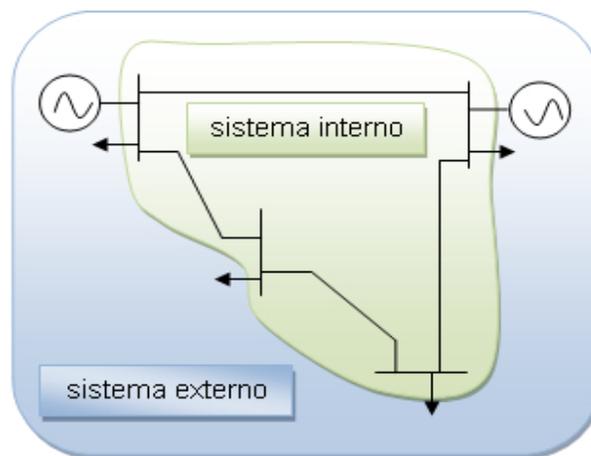


Figura 2.1: Representación de un sistema de potencia a través del sistema interno y externo [23].

Las tensiones nodales del sistema se agrupan en un vector siguiendo la enumeración arbitraria que el analista haya hecho de los nodos.

Las corrientes se dividen en dos grandes grupos. El primer grupo lo conforman las corrientes asociadas a los generadores y a las cargas del sistema. Estas corrientes se denominan *corrientes inyectadas* y, por convención, siempre se toman entrando al nodo donde se encuentra conectado el generador o la carga. Estas corrientes presentan una particularidad, provienen de la parte externa del sistema que representa la parte no estática o variable.

En un sistema eléctrico que opera en condiciones normales, la matriz de admitancias de nodo (Y_{BUS}) da el comportamiento en estado estable de todas las componentes activas y pasivas conectadas al sistema. Para la solución del sistema en régimen permanente, es necesario realizar un estudio de Flujos de Potencia (FP).

Dentro de la serie de estudios que se realizan a los SEP's se puede observar la relación que se tiene entre la potencia activa (P) y la frecuencia (f) así como la relación existente entre potencia reactiva (Q) y la magnitud de tensión ($|V|$). En un SEP generalmente las cargas se consideran como elementos que demandan potencia, de otra manera se dice que inyectan potencia negativa; contrario a esto los generadores son los únicos elementos en el SEP que no demandan potencia, por lo tanto inyectan potencia positiva [20, 22]. El segundo grupo de corrientes lo conforman las corrientes que fluyen por el interior del sistema de potencia, es decir, a través de las líneas, de los transformadores, y de los elementos pasivos. Estas corrientes fluyen por la denominada parte interna del sistema o simplemente por el sistema interno.

2.1.2. Formulación de la Matriz Y_{BUS} .

Cuando se formula matemáticamente el sistema sólo se escriben las ecuaciones que relacionan las corrientes inyectadas, las tensiones nodales y los parámetros de los elementos del sistema interno escritos en forma de admitancias. Para obtener un modelo matemático, se plantea inicialmente la Ley de Kirchhoff de Corrientes (LKC) a todos los nodos del sistema. Lo anterior puede observarse en la figura 2.2. Si i es un nodo típico se tiene [21]:

$$I = \sum_{\substack{j=0 \\ i \neq j}}^n I_{ij} \quad (2.1)$$

Así, la corriente inyectada en la red I_i en el nodo i , que es la suma de las corrientes puede ser escrita como:

$$I_i = y_{i0}V_i + y_{i1}(V_i - V_1) + y_{i2}(V_i - V_2) + \cdots + y_{in}(V_i - V_n) \quad (2.2)$$

o bien:

$$I_i = (y_{i0} + y_{i1} + y_{i2} \cdots y_{in})V_i - y_{i1}V_2 - \cdots - y_{in}V_n \quad (2.3)$$

Si se definen las admitancias:

$$\left. \begin{aligned} Y_{ii} &= y_{i0} + y_{i1} + y_{i2} + \cdots + y_{in} \\ Y_{i1} &= -y_{i1} \\ Y_{i2} &= -y_{i2} \\ &\vdots \\ Y_{in} &= -y_{in} \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

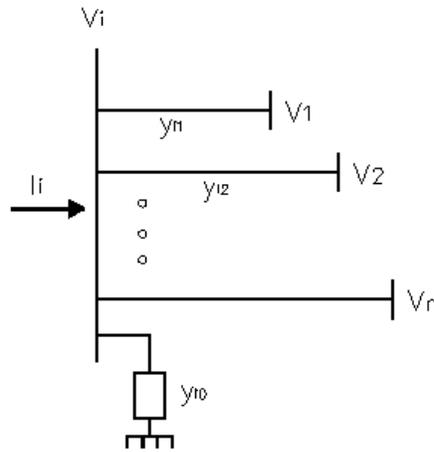


Figura 2.2: Representación de un nodo en relación con n líneas interconectadas a diferentes nodos [21].

El conjunto de ecuaciones (2.3), se escribe como:

$$I_i = Y_{ii}V_i + Y_{i1}V_1 + Y_{i2}V_2 + \cdots + Y_{in}V_n \quad (2.5)$$

Simplificando lo anterior:

$$I_i = Y_{ii}V_i + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n Y_{ik}V_k \quad (2.6)$$

En forma matricial, para un sistema de n nodos, se tiene:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_i \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & \cdots & Y_{1i} & \cdots & Y_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Y_{i1} & \cdots & Y_{ii} & \cdots & Y_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Y_{n1} & \cdots & Y_{ni} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_i \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Cuya notación es la siguiente:

$$[I] = [Y_{BUS}][V] \quad (2.8)$$

De la formulación (2.4) se observa que [23]:

- ◊ Los elementos de la diagonal son positivos y se pueden calcular sumando las admitancias de los elementos conectados a los nodos. Por ejemplo, el elemento Y_{ii} es la suma de las admitancias de los elementos conectados al nodo i . Por lo tanto:

$$Y_{ii} = \sum_{j=0}^n y_{ij} \quad (2.9)$$

- ◊ Los elementos por fuera de la diagonal Y_{ij} de la matriz Y_{BUS} son el negativo de la admitancia del elemento y_{ij} . Por lo tanto:

$$Y_{ij} = -y_{ij} \quad (2.10)$$

- ◊ La matriz es diagonalmente dominante, es decir, la magnitud de los elementos de la diagonal es numéricamente mayor que la magnitud de los elementos de la diagonal es numéricamente mayor que la magnitud de los elementos fuera de la diagonal.
- ◊ Es una matriz cuadrada de tamaño $(n \times n)$ siendo n el número de nodos.
- ◊ Es una matriz simétrica, esto quiere decir que el elemento Y_{ij} es igual al elemento Y_{ji} .
- ◊ En sistemas reales de gran tamaño la matriz Y_{BUS} , es dispersa, es decir, contiene muchos ceros. Esta condición ocurre porque normalmente sólo existe conexión directa entre algunos. En un sistema eléctrico de la vida real del orden de 100 nodos, un nodo promedio puede estar interconectado con 3 o 4 nodos, y unos pocos nodos pueden tener conexión hasta con 8 o 9 nodos.

2.2. La problemática de los Flujos de Potencia (FP)

Debido a que las redes del sistema de potencia contienen cientos de nodos (*nodos*) y líneas (*con impedancias especificadas en por unidad, referidas a una base en MVA común*), los estudios de FP, comúnmente llamados como flujos de carga, son esenciales en el análisis

y diseño de los sistemas de potencia. Estos estudios son necesarios para planeación, operación económica, e incluso en la programación e intercambio de potencias entre empresas de servicio público. Se asume que la operación del sistema de potencia está bajo condiciones balanceadas y puede ser representada por un diagrama lineal.

Las ecuaciones de la red pueden ser formuladas en formas diferentes. Sin embargo, el método de voltaje nodal es comúnmente usado para el análisis de sistema de potencia. Las ecuaciones de la red, que están en forma de admitancia, resultan en ecuaciones algebraicas simultáneas lineales complejas en términos de corriente de nodos. Los resultados de los flujos de carga proporcionan la magnitud del voltaje de nodo y ángulo de fase, y por consiguiente el flujo de potencia a través de las líneas de transmisión, pérdidas en líneas e inyección de potencia en todos los buses [21].

El punto inicial para resolver el problema de flujos de potencia, es un simple diagrama de una línea de transmisión (equivalente monofásico nominal π), como se muestra en la figura 2.3. En este modelo de la línea de transmisión se consideran los parámetros RLC Y G, asumiendo que están uniformemente distribuidos a lo largo de la línea. Con base en lo anterior, un elemento incremental de la línea Δx localizado a una distancia x a partir de extremo transmisor se tomara como base para establecer las variaciones de tensión ($v(x, t)$) y corriente ($i(x, t)$) en ese elemento incremental de línea, y si la línea es constituida por una solución de elementos incrementales de las mismas características se podrá decir que lo que sucede en un elemento incremental se repetirá sucesivamente ($v(x + \Delta x, t)$ e $i(x + \Delta x, t)$).

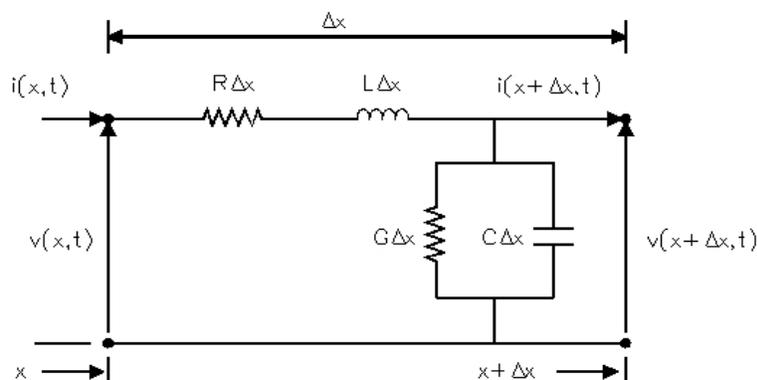


Figura 2.3: Circuito equivalente de un elemento infinitesimal de Línea de Transmisión.

Los datos de entrada para la problemática de los flujos de potencia radican en los parámetros de las líneas de transmisión, así como de los datos nodales y de transformadores, que a su vez serán de utilidad para calcular las admitancias propias y mutuas que com-

ponen la matriz de admitancias de nodo Y_{BUS} o las impedancias de punto de operación y de transferencia que constituyen Z_{BUS} [17, 21].

Otra información esencial incluye los valores nominales de los transformadores y sus impedancias, las capacidades de los capacitores en derivación y los cambiadores de fase y derivación de los transformadores.

Las ecuaciones de flujo de potencia, dan valores calculados para la potencia real P_i y la potencia reactiva Q_i totales que entran a la red a través de un nodo típico [21, 22, 31].

2.2.1. Ecuaciones de los Flujos de Potencia

Como se mencionó anteriormente, el análisis de FP se realiza para el diseño y expansión del sistema en el caso de un crecimiento de la carga y/o generación, además tiene un papel importante en la toma de decisiones dentro de la operación óptima del sistema evitando que las líneas de transmisión y transformadores se sobrecarguen [21, 22].

Para determinar las ecuaciones de flujos de carga en un SEP se hace hincapié en la inyección de potencia real y reactiva en un determinado nodo i . Dentro de los márgenes de estabilidad de un sistema, se debe cumplir la siguiente condición [21]:

$$S_{i,prog} = S_i \quad (2.11)$$

De la figura 2.4, se puede observar que al aplicar la LKC en el punto a , la potencia programada total que se está inyectando al nodo i , es la diferencia de la potencia programada que se está generando (S_{gi}) y la potencia programa demandada de la carga (S_{di}). Lo anterior se representa en la siguiente ecuación:

$$S_{i,prog} = S_{gi} - S_{di} \quad (2.12)$$

Por ende, se asigna al valor calculado de S_i como $S_{i,calc}$ y se llega a la definición de error ΔS_i , como el valor programado ($S_{i,prog}$) menos el valor calculado ($S_{i,calc}$).

$$\Delta S_i = S_{i,prog} - S_{i,calc} = (S_{gi} - S_{di}) - S_{i,calc} \quad (2.13)$$

La potencia compleja se puede escribir en términos de P_i e Q_i , quedando de la siguiente forma:

$$P_i - jQ_i = V_i^* I_i \quad (2.14)$$

Sustituyendo (2.6) en (2.14):

$$P_i - jQ_i = V_i^* \left[Y_{ii} V_i + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n Y_{ik} V_k \right] \quad (2.15)$$

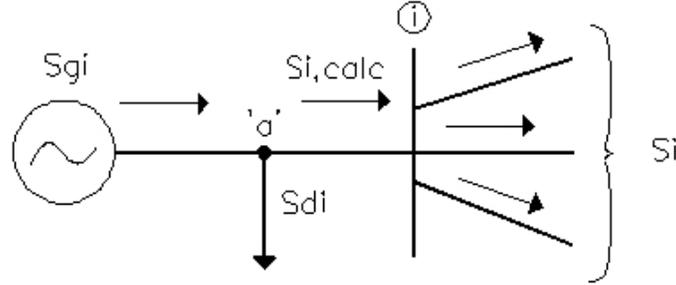


Figura 2.4: Notación para la potencia aparente en un nodo típico i , para los estudios de flujos de potencia.

Si se usan coordenadas polares, cada una de las expresiones queda de la forma:

$$\left. \begin{aligned} Y_{ii} &= |Y_{ii} \angle \theta_{ii} \\ Y_{ik} &= |Y_{ik} \angle \theta_{ik} \\ V_i &= |V_i \angle \delta_i \\ V_i^* &= |V_i \angle -\delta_i \\ V_k &= |V_k \angle \delta_k \end{aligned} \right\} \quad (2.16)$$

Sustituyendo (2.16) en (2.15), y separando la parte real e imaginaria, se tienen las ecuaciones de flujos de potencia en términos de coordenadas polares para un nodo i -ésimo [20, 21, 22].

$$P_i = \sum_{k=1}^n |Y_{ik}| |V_i| |V_k| \cos(\theta_{ik} + \delta_k - \delta_i) \quad (2.17)$$

$$Q_i = - \sum_{k=1}^n |Y_{ik}| |V_i| |V_k| \operatorname{sen}(\theta_{ik} + \delta_k - \delta_i) \quad (2.18)$$

De igual forma, el valor de Y_{ik} puede expresarse en forma rectangular. Ahora las ecuaciones de FP pueden quedar expresadas de la forma [17, 10]:

$$P_i = V_i \sum_{k=1}^n V_k [G_{ik} \cos(\delta_i - \delta_k) + \beta_{ik} \operatorname{sen}(\delta_i - \delta_k)] \quad (2.19)$$

$$Q_i = V_i \sum_{k=1}^n V_k [G_{ik} \operatorname{sen}(\delta_i - \delta_k) - \beta_{ik} \cos(\delta_i - \delta_k)] \quad (2.20)$$

Las cuatro últimas ecuaciones enunciadas de flujos de potencia (2.17) a (2.20), otorgan los valores calculados para la potencia aparente total ($S_{i,calc}$) que ingresa a un determinado nodo i .

De la ecuación (2.13), la potencia aparente se puede descomponer en su forma compleja ya que en el desarrollo de la solución de FP ocurren errores cuando los valores de P_i y Q_i coinciden con los valores programados. Si los valores $P_{i,calc}$ y $Q_{i,calc}$ igualan perfectamente a los valores programados $P_{i,prog}$ y $Q_{i,prog}$, se dice que los errores ΔP_i y ΔQ_i son cero en el nodo i [22], esto es:

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_i &= P_i - P_{i,prog} = P_i - (P_{gi} - P_{di}) = 0 \\ \Delta Q_i &= Q_i - Q_{i,prog} = Q_i - (Q_{gi} - Q_{di}) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.21)$$

En adición a las ecuaciones de los FP, las expresiones siguientes son para el cálculo de flujos de potencia entre las líneas (2.22) y las pérdidas por transmisión (2.23), que son utilizadas en la solución por los métodos iterativos de Gauss-Seidel y Newton-Raphson de los algoritmos propuestos [21].

$$\left. \begin{aligned} P_{ik} &= -|V_i|^2 |Y_{ik}| \cos(\theta_{ik}) + |V_i| |V_k| |Y_{ik}| \cos(\theta_{ik} - \delta_i + \delta_k) \\ Q_{ik} &= |V_i|^2 |Y_{ik}| \sen(\theta_{ik}) - |V_i| |V_k| |Y_{ik}| \sen(\theta_{ik} - \delta_i + \delta_k) - |V_k|^2 |y_{ki}^0| \end{aligned} \right\} \quad (2.22)$$

$$\left. \begin{aligned} P_{LOSS,ik} &= P_{ik} + P_{ki} \\ Q_{LOSS,ik} &= Q_{ik} + Q_{ki} \end{aligned} \right\} \quad (2.23)$$

2.2.2. Clasificación de los diferentes Tipos de Nodos

A cada una de los nodos i se les son asociadas cuatro cantidades. Estas cantidades son; magnitud de voltaje $|V_i|$, ángulo de fase δ , potencia real P_i y potencia reactiva Q_i . Por lo tanto, en la práctica, en un estudio de flujo de carga, dos de las cuatro cantidades son especificadas y las dos restantes cantidades se obtienen a través de la solución de las ecuaciones (2.17) y (2.18). Los nodos del sistema son generalmente clasificadas en tres categorías descritas en la tabla 2.1 [21, 22].

En resumen, las cantidades dadas y por obtener de los tres tipos de nodo pueden visualizarse en la tabla 2.2 [21].

2.3. Solución al problema de FP con el Método Gauss-Seidel (GS)

La complejidad de obtener una solución formal al problema de FP, se debe a las diferencias en el tipo de datos especificados para las diferentes clases de nodo. Aunque la

Tipo de Nodo	Descripción
Nodo de Carga	Se conoce como <i>nodo de carga</i> ó <i>nodo P-Q</i> ; en este nodo no se tiene generación, es decir, P_{gi} y Q_{gi} son cero y la potencia real P_{di} y la reactiva Q_{di} son tomadas del sistema por la carga (entradas negativas al sistema). Las dos cantidades que van a ser determinadas para este nodo son δ_i y $ V_i $.
Nodo de Voltaje Controlado	Cualquier nodo del sistema en la que se mantiene constante la magnitud del voltaje se llama <i>nodo de voltaje controlado</i> . En este nodo (<i>también conocida como nodo P-V</i>) existe un generador conectado donde se puede controlar la generación de MW por medio del ajuste de la fuente de energía mecánica y la magnitud del voltaje puede ser controlada al ajustar la excitación del generador. Por lo tanto, en cada nodo con generador i , se pueden especificar apropiadamente P_{gi} y $ V_i $.
Nodo de Compensación	En este nodo, el ángulo del voltaje sirve como referencia para los ángulos de todos los demás voltajes de nodo. La práctica común es seleccionar $\delta_i = 0^\circ$. No se definen errores para el nodo y así la magnitud del voltaje se especifica como la otra cantidad conocida junto con el ángulo de fase. El ángulo particular que se le asigne al voltaje no es de importancia porque las diferencias de voltaje-ángulo determinan los valores calculados de P_i y Q_i .

Tabla 2.1: Características de los diferentes tipos de nodos.

formulación de ecuaciones suficientes que igualen el número de variables de estado desconocidas no es difícil, la forma de encontrar la solución no es práctica debido a la lenta convergencia del método.

El método Gauss-Seidel (GS), es un algoritmo recursivo para resolver sistemas de ecuaciones no lineales. En el caso de las ecuaciones de FP, son de carácter no lineal y se puede aplicar el método de solución GS a la ecuación (2.15) [17, 21]. La metodología consiste en un proceso iterativo que para el problema de FP asigna valores estimados a los voltajes de nodo desconocidos, es decir, se supone un vector de solución basado en la guía de la experiencia práctica en una situación física, esto para calcular nuevos valores para

Tipo de Nodo	Cantidades conocidas	Cantidades desconocidas
Nodo de Compensación	$ V , \delta$	P, Q
Nodo de Carga	P, Q	$ V , \delta$
Nodo de Voltaje Controlado	P, $ V $	Q, δ

Tabla 2.2: Resumen de las cantidades especificadas y por obtener de los diferentes nodos [21].

cada voltaje de nodo, a partir de los estimados en los otros nodos y de las potencias real y reactiva especificadas. Luego el vector solución se actualiza de manera inmediata con respecto a esta variable, para calcular otro conjunto de voltajes de nodo. A cada cálculo de un nuevo conjunto de voltajes se llama iteración. El proceso iterativo se repite hasta que los cambios en cada nodo son menores que un valor mínimo especificado [20, 22].

Reescribiendo la ecuación (2.15):

$$\frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} = Y_{ii}V_i + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n Y_{ik}V_k \quad (2.24)$$

Al despejar la tensión V_i , se obtiene la ecuación general para la tensión calculada en cualquier bus de un sistema de dimensión n , donde se programan P_i y Q_i , en el caso de hablar de un *nodo P-Q*. Por lo que, durante el curso de cualquier iteración, el nuevo voltaje en el *i-ésimo* bus es:

$$V_i^{(p+1)} = \frac{1}{Y_{ii}} \left[\frac{P_i - jQ_i}{V_i^{*(p)}} - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n Y_{ik}V_k^{(p)} \right] \quad (2.25)$$

En este método, el nuevo voltaje calculado como $V_i^{(p+1)}$, inmediatamente reemplaza el valor de $V_i^{(p)}$, y es usado en la solución de las ecuaciones subsecuentes. Dicho proceso iterativo se repite hasta que el vector solución converja dentro de la exactitud prescrita que se representa con la letra griega epsilon (ϵ) y puede tomar valores según la exactitud con que se desee trabajar ($\times 10^3, \times 10^4, \times 10^5, etc.$). La convergencia es muy próxima a los valores supuestos con los que comienza. Por fortuna, en un estudio de flujo de carga se puede sin dificultad identificar por la experiencia previa en un vector inicial cercano a la solución final conocida como perfil plano [20, 21].

Algoritmo general para la solución del método GS

1. Convertir todos los valores del sistema en cantidades por unidad.
2. Elegir un bus como bus compensador.
3. Calcular la potencia inyectada en los demás buses, conjunto de ecuaciones (2.21).
4. Formar la matriz Y_{BUS} .
5. Comenzar con el proceso iterativo con la ecuación (2.25) dependiendo del número de buses P-Q, estableciendo un conjunto de valores iniciales para cada uno de los voltajes.
6. En caso de tener buses de voltaje controlado, como P_i y $|V_i|$ son especificados, se calcula la potencia reactiva $Q_i^{(p+1)}$:

$$Q_i^{(p+1)} = - \sum_{k=1}^n |Y_{ik}| |V_i|^p |V_k|^p \text{sen}(\theta_{ik} + \delta_k^p - \delta_i^p)$$

Luego, un conjunto de voltajes complementarios son resueltos (2.25), sin embargo, sólo se retiene la parte imaginaria de $V_i^{(p+1)}$ y la parte real de $|V_i|$ especificada, esto para satisfacer:

$$\left(e_i^{p+1} \right)^2 = \left\{ |V_i|^2 - \left(f_i^{p+1} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

donde

$$\left(e_i^{p+1} \right)^2 + \left(f_i^{p+1} \right)^2 = |V_i|^2$$

7. Establecer el valor de tolerancia (ϵ) para el criterio de convergencia, hasta que el cambio de las magnitudes de voltaje (*nuevo y anterior*) son menor a la tolerancia especificada, es decir:

$$\Delta V = \max |V_i^{(p+1)} - |V_i^{(p)}| < \epsilon, \quad \forall i = 2, 3, \dots, n$$

8. Calcular las potencias del bus de compensación, así como en los demás buses, ecuaciones (2.17) y (2.18).
9. Calcular el flujo y pérdidas entre las líneas, conjunto de ecuaciones (2.22) y (2.23).

2.4. Solución al problema de FP con el Método Newton-Rapshon (NR)

El método de solución de Newton-Raphson (NR) es una metodología muy práctica para la solución de flujos de potencia en redes eléctricas de potencia grandes. Este muestra una convergencia más rápida en comparación del método de GS; lo cual se puede observar después de la primera iteración donde se obtienen valores cercanos a la raíz. Anteriormente, el único inconveniente que existía en la aplicación de este método, era la necesidad de una gran memoria de computadora [20]; sin embargo, con el avance de la tecnología en la computación esto ya no representa mayor problema, al existir computadoras con un gran almacenamiento de datos.

Antes de dar la solución a FP con este método, se debe tener en cuenta el desarrollo matemático, donde en un principio se da un determinado conjunto de ecuaciones no lineales, como se muestra a continuación:

$$\left. \begin{aligned} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &= y_1 \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &= y_2 \\ &\vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) &= y_n \end{aligned} \right\} \quad (2.26)$$

Asimismo, se definen que $x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0$ son el conjunto de estimaciones iniciales y además se suponen que $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$ son las correcciones requeridas para que $x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0$ sean la solución de (2.26). Obteniendo así:

$$\left. \begin{aligned} f_1(x_1^0 + \Delta x_1, x_2^0 + \Delta x_2, \dots, x_n^0 + \Delta x_n) &= y_1 \\ f_2(x_1^0 + \Delta x_1, x_2^0 + \Delta x_2, \dots, x_n^0 + \Delta x_n) &= y_2 \\ &\vdots \\ f_n(x_1^0 + \Delta x_1, x_2^0 + \Delta x_2, \dots, x_n^0 + \Delta x_n) &= y_n \end{aligned} \right\} \quad (2.27)$$

Cada ecuación de (2.27) se puede expandir por el teorema de Taylor de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} f_1(x_1^0 + \Delta x_1, \dots, x_n^0 + \Delta x_n) &= f_1(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0) + \Delta x_1 \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \right|_0 + \\ &+ \Delta x_2 \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \right|_0 + \dots + \Delta x_n \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \right|_0 + \Phi_1 \end{aligned} \quad (2.28)$$

Donde Φ_1 es una función de potencias superiores de $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$; y segundas y terceras derivadas de la función f_1 . Si las estimaciones iniciales para las x_i es cercana a la solución, las Δx_i serán relativamente pequeñas y todos los términos de potencias superiores pueden despreciarse. El sistema de ecuaciones que resulta es:

$$\left. \begin{aligned} f_1(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0) + \Delta x_1 \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \Big|_0 + \dots + \Delta x_n \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \Big|_0 &= y_1 \\ \vdots \\ f_n(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0) + \Delta x_1 \frac{\partial f_n}{\partial x_1} \Big|_0 + \dots + \Delta x_n \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \Big|_0 &= y_n \end{aligned} \right\} \quad (2.29)$$

Y expresando (2.29) en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \Big|_0 & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \Big|_0 & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \Big|_0 \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} \Big|_0 & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \Big|_0 & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \Big|_0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} \Big|_0 & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} \Big|_0 & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \Big|_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \vdots \\ \Delta x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 - f_1(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0) \\ y_2 - f_2(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0) \\ \vdots \\ y_n - f_n(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0) \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

Ó bien, $[J][C]=[D]$. Donde:

- $[J]$, es el jacobiano para las funciones f_i .
- $[C]$, es el vector de incógnitas Δx_i .
- $[D]$, es el vector resultante de la diferencia de valores estimados y evaluados.

Los elementos de la matrices $[D]$ y $[J]$ se evalúan sustituyendo los valores de x_i , de aquí que la solución para Δx_i se puede obtener por cualquier método de solución de ecuaciones lineales. Finalmente los valores de x_i se calculan como la ecuación (2.31). Este proceso se repite hasta que 2 valores sucesivos para cada x_i difieran por una tolerancia especificada.

$$x'_i = x_i^0 + \Delta x_i \quad (2.31)$$

Entonces, incorporando lo anterior a la solución de FP, se parte definiendo cada uno de los vectores y variables del sistema eléctrico. Para los *nodos P-Q*, es necesario satisfacer la siguiente ecuación conocida como *ecuaciones de error*:

$$\Delta P_i = P_{i,especificada} - P_i = 0 \quad (2.32)$$

$$\Delta Q_i = Q_{i,especificada} - Q_i = 0 \quad (2.33)$$

De dónde los términos $P_{i,especificada}$ y $Q_{i,especificada}$ son valores de entrada [20]. Entonces los vectores para el problema de flujos de potencia de un sistema con n buses, donde los valores deben de estar dados en cantidades por unidad, a excepción de los valores angulares que se tienen que expresar en radianes, son:

$$f(x) = \begin{bmatrix} P(x)_2 \\ \vdots \\ P(x)_n \\ Q(x)_2 \\ \vdots \\ Q(x)_n \end{bmatrix}; \quad x = \begin{bmatrix} \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_n \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix}; \quad b = \begin{bmatrix} P_2 \\ \vdots \\ P_n \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_n \end{bmatrix}; \quad (2.34)$$

Es importante resaltar que no se consideran errores y correcciones en el *nodo de compensación* que es el nodo 1; por tal motivo se inician todos los vectores en el nodo 2. Siguiendo con la formulación de FP, se tiene [17]:

$$\begin{bmatrix} \left. \begin{array}{ccc} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \cdots & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_n} \\ \vdots & J11 & \vdots \\ \frac{\partial P_n}{\partial \delta_2} & \cdots & \frac{\partial P_n}{\partial \delta_n} \end{array} \right| & \left. \begin{array}{ccc} \frac{\partial P_2}{\partial V_2} & \cdots & \frac{\partial P_2}{\partial V_n} \\ \vdots & J12 & \vdots \\ \frac{\partial P_n}{\partial V_2} & \cdots & \frac{\partial P_n}{\partial V_n} \end{array} \right| & \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \vdots \\ \Delta \delta_n \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \vdots \\ \Delta P_n \end{bmatrix} \\ \left. \begin{array}{ccc} \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} & \cdots & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_n} \\ \vdots & J21 & \vdots \\ \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_2} & \cdots & \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_n} \end{array} \right| & \left. \begin{array}{ccc} \frac{\partial Q_2}{\partial V_2} & \cdots & \frac{\partial Q_2}{\partial V_n} \\ \vdots & J22 & \vdots \\ \frac{\partial Q_n}{\partial V_2} & \cdots & \frac{\partial Q_n}{\partial V_n} \end{array} \right| & \begin{bmatrix} \Delta V_2 \\ \vdots \\ \Delta V_n \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} \Delta Q_2 \\ \vdots \\ \Delta Q_n \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

De donde $\Delta \delta$, ΔV se denominan correcciones y los términos ΔP , ΔQ , representan la ecuaciones de error (2.21). Es de suma importancia conocer los valores de la matriz *Jacobiana* (J), por que describe la variación existente de la potencia real y reactiva respecto a los ángulos y la tensión. Finalmente, se suman las correcciones encontradas por la iteración ($\Delta \delta_i^{(0)}$, $\Delta |V_i|^{(0)}$) a los valores iniciales, es decir, durante cada proceso iterativo se actualizan los valores iniciales de las variables de estado. Esto se pueden expresar en términos generales de la siguiente forma [17, 21]:

$$\delta_i^{(k+1)} = \delta_i^{(k)} + \Delta \delta_i^{(k)} \quad y \quad |V_i|^{(k+1)} = |V_i|^{(k)} + \Delta |V_i|^{(k)} \quad (2.36)$$

Algoritmo general para la solución del método NR

1. Convertir todos los valores del sistema en cantidades por unidad.
2. Elegir un bus como bus compensador.
3. Calcular la potencia inyectada en los demás buses, conjunto de ecuaciones (2.21).
4. Formar la matriz Y_{BUS} .
5. Comenzar con el proceso iterativo calculando P_i y Q_i a partir de las ecuaciones de FP (2.17) y (2.18).
6. Desarrollar y evaluar las derivadas parciales de los bloques $J11$, $J12$, $J21$ y $J22$ de los valores obtenidos del desarrollo de las ecuaciones de FP.
7. Con el paso anterior se puede resolver las ecuaciones de error ΔP_i y ΔQ_i (2.32) y (2.33) respectivamente, para los buses $P-Q$ y buses $P-V$.
8. Si para un bus $P-V$, $Q_i^{(p)}$ excede los límites prácticos programados durante alguna iteración es necesario ajustar al valor límite que excedió, además de que en esa iteración se considera como *nodo P-Q*. De otra manera se sigue considerando como bus de tensión controlado.
9. Establecer el valor de tolerancia (ϵ) para el criterio de convergencia, hasta que el cambio de las magnitudes del conjunto de ecuaciones (2.36) sean menor a la tolerancia especificada.
10. Calcular las potencias del bus de compensación, así como en los demás buses, ecuaciones (2.17) y (2.18).
11. Calcular el flujo y pérdidas entre las líneas, conjunto de ecuaciones (2.22) y (2.23).

2.5. Solución al Sistema de Prueba de 5 Nodos [10]

En la presente sección se dará solución al problema de FP con los métodos antes mencionados (*Gauss-Seidel y Newton Raphson*), utilizando un pequeño sistema de prueba de 5 nodos [10]. Dicho sistema consta de cinco buses, de los cuales tres son nodos de generación y dos son de carga (el nodo 1 es considerado como el nodo de compensación).

Nodo i	Nodo k	Resistencia en Serie $R_{ik}[p.u.]$	Reactancia en serie $X_{ik}[p.u.]$	Suceptancia en paralelo $\beta_{ik}[p.u.]$
1	2	0.000	0.300	0.000
1	3	0.023	0.145	0.040
2	4	0.006	0.032	0.010
3	4	0.020	0.260	0.000
3	5	0.000	0.320	0.000
4	5	0.000	0.500	0.000

Tabla 2.3: Parámetros de impedancia de las líneas.

La interconexión entre cada bus puede observarse en la figura 2.5, así como la ubicación de cada uno de los nodos de generación.

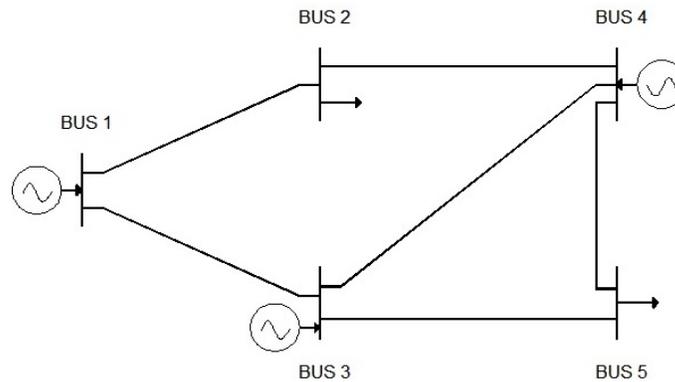


Figura 2.5: Buses y líneas que indica la red eléctrica de 5 nodos [10].

En adición a los datos de los parámetros de la línea, el bus 2 tiene una susceptancia en paralelo de $j0.30$ p.u. y el bus 3 tiene una conductancia en paralelo de 0.05 p.u. Los demás datos y descripciones del sistema eléctrico se encuentran en las tablas 2.3, 2.4 y 2.5, donde todos los datos son dados en valores por unidad. Una observación importante para la solución exclusiva de FP de este sistema, es en cuestión a los datos de la red, ya que para fines prácticos, únicamente se cambiaron los datos de potencia de carga real y reactiva (tabla 2.5) de los nodos 4 y 5 a los nodos 3 y 4 respectivamente. De igual manera, es conveniente aclarar que esta excepción de toma de datos no se realizó en la simulación principal de este trabajo (Capítulo IV).

Nodo	Potencia real mínima del generador [p.u.]	Potencia real máxima del generador [p.u.]	Potencia reactiva mínima del generador [p.u.]	Potencia reactiva máxima del generador [p.u.]
1	$-\infty$	∞	$-\infty$	∞
3	0.10	0.40	-0.20	0.30
4	0.05	0.40	-0.20	0.20

Tabla 2.4: Datos de los generadores de la red eléctrica de prueba.

Nodo	Potencia real de carga [p.u.]	Potencia reactiva de carga [p.u.]	Voltaje mínimo del bus [p.u.]	Voltaje máximo del bus [p.u.]
1	0.000	0.000	1.000	1.000
2	0.000	0.000	0.950	1.050
3	0.000	0.000	0.950	1.050
4	0.900	0.400	0.950	1.050
5	0.239	0.129	0.950	1.050

Tabla 2.5: Datos de los buses de la red eléctrica de prueba.

Se ha visto que para la resolución del problema de FP con cualquiera de los métodos descritos en este trabajo, se debe construir la matriz de admitancias Y_{BUS} . Para estos ejemplos, la formación de dicha matriz se obtuvo mediante un pequeño algoritmo en el programa MatLab (Apéndice A), y de igual manera el desarrollo algebraico es mostrado en el Apéndice A.2. Donde se introdujeron los datos de la tabla 2.3 en un archivo externo para que el programa (Apéndice A.1) los fuera extrayendo conforme se requirieran. La matriz resultante queda de la siguiente forma:

$$Y_{BUS} = \begin{bmatrix} 1.067 - 10.04j & 0 + 3.333j & -1.07 + 6.73j & 0 & 0 \\ 0 + 3.33j & 5.66 - 33.22j & 0 & -5.66 + 30.19j & 0 \\ -1.07 + 6.73j & 0 & 1.41 - 13.65j & -0.29 + 3.82j & 0 + 3.125j \\ 0 & -5.66 + 30.19j & -0.29 + 3.82j & 5.95 - 36.01j & 0 + 2j \\ 0 & 0 & 0 + 3.125j & 0 + 2j & 0 - 5.13j \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

2.5.1. Método Gauss-Seidel

Una vez obtenida la matriz Y_{BUS} , se procede a aplicar el método GS, donde se deben de tomar en cuenta los datos de las potencias reales y reactivas (generación y carga) de las tablas 2.4 y 2.5, tomando en cuenta la aclaración antes mencionada, esto, con la finalidad de tener el valor de la potencia compleja para ser sustituida en forma iterativa de acuerdo a la ecuación (2.25).

$$\left. \begin{aligned} P_2 &= P_{2G} - P_{2L} = 0 - 0 = 0 \text{ pu} \\ P_3 &= P_{3G} - P_{3L} = 0.4 - 0.9 = -0.5 \text{ pu} \\ P_4 &= P_{4G} - P_{4L} = 0.4 - 0.239 = 0.161 \text{ pu} \\ P_5 &= P_{5G} - P_{5L} = 0 - 0 = 0 \text{ pu} \end{aligned} \right\} \quad (2.38)$$

$$\left. \begin{aligned} Q_2 &= Q_{2G} - Q_{2L} = 0 - 0 = 0 \text{ pu} \\ Q_3 &= Q_{3G} - Q_{3L} = 0.3 - 0.4 = -0.1 \text{ pu} \\ Q_4 &= Q_{4G} - Q_{4L} = 0.2 - 0.129 = 0.071 \text{ pu} \\ Q_5 &= Q_{5G} - Q_{5L} = 0 - 0 = 0 \text{ pu} \end{aligned} \right\} \quad (2.39)$$

Primera Iteración:

Los valores iniciales de tensión obtenidos de la tabla 2.5 de cada uno de los nodos son:

$$V_i^{(0)} = 1 + 0j, \quad \forall i = \{1, 2, 3, 4, 5\} \quad (2.40)$$

Para el nodo 2, 3, 4 y 5, el desarrollo de la ecuación (2.24) del voltaje es:

$$\left. \begin{aligned} V_2^{(1)} &= \frac{1}{Y_{22}} \left[\frac{P_2 - jQ_2}{V_2^{*(0)}} - Y_{21}V_1 - Y_{23}V_3^{(0)} - Y_{24}V_4^{(0)} - Y_{25}V_5^{(0)} \right] \\ V_3^{(1)} &= \frac{1}{Y_{33}} \left[\frac{P_3 - jQ_3}{V_3^{*(0)}} - Y_{31}V_1 - Y_{32}V_2^{(1)} - Y_{34}V_4^{(0)} - Y_{35}V_5^{(0)} \right] \\ V_4^{(1)} &= \frac{1}{Y_{44}} \left[\frac{P_4 - jQ_4}{V_4^{*(0)}} - Y_{41}V_1 - Y_{42}V_2^{(1)} - Y_{43}V_3^{(1)} - Y_{45}V_5^{(0)} \right] \\ V_5^{(1)} &= \frac{1}{Y_{55}} \left[\frac{P_5 - jQ_5}{V_5^{*(0)}} - Y_{51}V_1 - Y_{52}V_2^{(1)} - Y_{53}V_3^{(1)} - Y_{54}V_4^{(1)} \right] \end{aligned} \right\} \quad (2.41)$$

Sustituyendo cada uno de los valores en la primera ecuación (nodo 2) del conjunto (2.35), se tiene lo siguiente:

$$V_2^{(1)} = \frac{1}{5.66 - 33.22j} \left[\frac{0}{1 - 0j} - (0 + 3.33j)(1) - (0)(1) - (-5.66 + 30.19j)(1) - (0)(1) \right]$$

De este modo:

$$V_2^{(1)} = 1.0088 - 0.0015j$$

Como se puede observar, el valor resultante se va estar sustuyendo en las ecuaciones restantes del conjunto (2.41), de manera que se tengan los valores pertenecientes a la primera iteración de cada uno de los nodos. Cabe mencionar, que para la solución completa de este método, se recurrió a un programa diseñado en MatLab 7.10.0 (Apéndice B.1). Los resultados se muestran después de la 29ª iteración al establecer una tolerancia de $\varepsilon = 0.0001$. Dichos valores de tensión, potencias (reales y reactivas) en cada uno de los nodos, así como el flujo entre las líneas pueden observarse a continuación:

Voltajes nodales:

$$\left. \begin{aligned} V_2 &= 1.0539 - 0.0149j \\ V_3 &= 1.0064 - 0.0522j \\ V_4 &= 1.0492 - 0.0155j \\ V_5 &= 1.0221 - 0.0379j \end{aligned} \right\} \quad (2.42)$$

Potencia compleja en los nodos:

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= 0.3913 - 0.3019j && \text{Generacion} \\ S_2 &= -0.0005 - 0.0025j && \text{Carga} \\ S_3 &= -0.5001 - 0.1005j && \text{Generacion} \\ S_4 &= 0.1610 + 0.0709j && \text{Generacion} \\ S_5 &= 0.000 + 0.000j && \text{Carga} \end{aligned} \right\} \quad (2.43)$$

Potencia compleja entre líneas:

$$\left. \begin{aligned} S_{12} &= 0.049 - 0.179j & S_{21} &= -0.049 + 0.190j \\ S_{13} &= 0.344 - 0.099j & S_{31} &= -0.344 + 0.117j \\ S_{24} &= 0.049 + 0.144j & S_{42} &= -0.049 - 0.143j \\ S_{34} &= -0.161 - 0.145j & S_{43} &= 0.162 + 0.158j \\ S_{35} &= -0.047 - 0.047j & S_{53} &= 0.047 + 0.048j \\ S_{45} &= 0.047 + 0.056j & S_{54} &= -0.047 - 0.053j \end{aligned} \right\} \quad (2.44)$$

Pérdidas en las líneas:

$$\left. \begin{aligned} S_{LOSS,12} &= S_{LOSS,21} = -0.0000 + 0.0104j \\ S_{LOSS,13} &= S_{LOSS,31} = 0.0030 + 0.0186j \\ S_{LOSS,24} &= S_{LOSS,42} = 0.0001 + 0.0007j \\ S_{LOSS,34} &= S_{LOSS,43} = 0.0009 + 0.0121j \\ S_{LOSS,35} &= S_{LOSS,53} = 0.0000 + 0.0014j \\ S_{LOSS,45} &= S_{LOSS,54} = 0.0000 + 0.0025j \end{aligned} \right\} \quad (2.45)$$

2.5.2. Método Newton-Raphson

De igual manera, se procedió a aplicar al sistema de 5 nodos [10] el método de solución de Newton-Raphson a los FP. Los datos y valores iniciales del sistema de prueba (tablas 2.3, 2.4 y 2.5) son los mismos, por lo que se omiten algunos pasos en el desarrollo de mismo.

Como punto de inicio se toma la formulación de la matriz Y_{BUS} , obtenida anteriormente (4.3), y de manera similar se toman los valores de potencia real (2.38) y reactiva (2.39) especificadas. Una vez obtenidos dichos valores, se desarrollan las ecuaciones de flujos de potencia en su forma polar tanto para la potencia real (2.17) como para la potencia reactiva (2.18). A continuación se ejemplifica el desarrollo de la potencia real del nodo 2.

$$\begin{aligned}
 P_2 = & |V_2||V_1||Y_{21}|\cos(\theta_{21} + \delta_1 - \delta_2) + |V_2||V_2||Y_{22}|\cos(\theta_{22} + \delta_2 - \delta_2) + \\
 & |V_2||V_3||Y_{23}|\cos(\theta_{23} + \delta_3 - \delta_2) + |V_2||V_4||Y_{24}|\cos(\theta_{24} + \delta_4 - \delta_2) + \\
 & |V_2||V_5||Y_{25}|\cos(\theta_{25} + \delta_5 - \delta_2)
 \end{aligned} \quad (2.46)$$

Sustituyendo los valores iniciales:

$$P_2 = 3.333 \cos(89.99) + 33.698 \cos(-80.33) + 30.716 \cos(100.61)$$

De modo que la ecuación (2.46) queda:

$$P_2 = -3.5527 \times 10^{-15} \text{ p.u.}$$

Como paso siguiente se obtienen los residuos de potencia (2.32) y (2.33). Para ejemplificar, se toma nuevamente los valores de potencia del bus 2 y se sustituyen en la ecuación correspondiente.

$$\Delta P_2^0 = P_{2,especificada} - P_{2,calculada}^0 = 0 - 0 = 0 \text{ p.u.} \quad (2.47)$$

Ahora, se procede a la formación de la matriz Jacobiana, que consta de las evaluaciones en las derivadas parciales (2.35); el desarrollo de la siguiente derivada parcial pertenece al primer elemento de la matriz Jacobiana.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} = & |V_2||V_1||Y_{21}|\sin(\theta_{21} + \delta_1 - \delta_2) + |V_2||V_3||Y_{23}|\sin(\theta_{23} + \delta_3 - \delta_2) + \\
 & |V_2||V_4||Y_{24}|\sin(\theta_{24} + \delta_4 - \delta_2) + |V_2||V_5||Y_{25}|\sin(\theta_{25} + \delta_5 - \delta_2)
 \end{aligned} \quad (2.48)$$

Sustituyendo se obtiene:

$$\frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} = (3.333)\cos(89.99) + (30.716)\cos(100.61) = 33.523 \text{ p.u.} \quad (2.49)$$

El desarrollo para los demás elementos de la matriz Jacobiana se hace de manera análoga. Una vez obtenidos estos valores se sustituye en la ecuación (2.35) para obtener los nuevos valores de magnitud y ángulo de tensión, para sustituirlos en la siguiente iteración, de tal manera que cada uno de los residuos de potencia sea menor o igual al valor de tolerancia de convergencia ($\varepsilon = 0.0001$). Cabe resaltar, que la solución completa del problema usando este método se obtuvo en la 7^a iteración; para esto, se desarrolló un programa en MatLab exclusivamente para este sistema (Apéndice B.2). Los resultados de la ejecución del programa son los siguientes: Voltajes nodales:

$$\left. \begin{aligned} V_2 &= 1.0544 - 0.0149j \\ V_3 &= 1.0067 - 0.0522j \\ V_4 &= 1.0497 - 0.0155j \\ V_5 &= 1.0225 - 0.0378j \end{aligned} \right\} \quad (2.50)$$

Potencia compleja en los nodos:

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= 0.3908 - 0.3050j && \text{Generacion} \\ S_2 &= 0.000 + 0.000j && \text{Carga} \\ S_3 &= -0.500 - 0.1000j && \text{Generacion} \\ S_4 &= 0.1610 + 0.0710j && \text{Generacion} \\ S_5 &= 0.000 + 0.000j && \text{Carga} \end{aligned} \right\} \quad (2.51)$$

Potencia compleja entre líneas:

$$\left. \begin{aligned} S_{12} &= 0.049 - 0.182j & S_{21} &= -0.049 + 0.191j \\ S_{13} &= 0.344 - 0.100j & S_{31} &= -0.341 + 0.119j \\ S_{24} &= 0.049 + 0.145j & S_{42} &= -0.049 - 0.144j \\ S_{34} &= -0.161 - 0.146j & S_{43} &= 0.162 + 0.158j \\ S_{35} &= -0.047 - 0.047j & S_{53} &= 0.047 + 0.048j \\ S_{45} &= 0.047 + 0.056j & S_{54} &= -0.047 - 0.054j \end{aligned} \right\} \quad (2.52)$$

Pérdidas en las líneas:

$$\left. \begin{aligned} S_{LOSS,12} = S_{LOSS,21} &= 0.0000 + 0.0106j \\ S_{LOSS,13} = S_{LOSS,31} &= 0.0030 + 0.0186j \\ S_{LOSS,24} = S_{LOSS,42} &= 0.0001 + 0.0007j \\ S_{LOSS,34} = S_{LOSS,43} &= 0.0009 + 0.0122j \\ S_{LOSS,35} = S_{LOSS,53} &= 0.0000 + 0.0014j \\ S_{LOSS,45} = S_{LOSS,54} &= 0.0000 + 0.0025j \end{aligned} \right\} \quad (2.53)$$

Capítulo 3

Operación Económica en los Sistemas Eléctricos de Potencia

3.1. Introducción

Los sistemas eléctricos de potencia experimentan un crecimiento en sus tres sectores: generación, transmisión y distribución. En el pasado, los sistemas de transmisión se caracterizaban por un bajo grado de interconexión, de aquí que era una tarea fácil el reparto de la carga entre varios generadores. El incremento en la demanda y la complejidad operacional han introducido mayores dificultades en la operación de las redes eléctricas, lo que ha vuelto impráctico determinar las estrategias apropiadas de operación basadas únicamente en la experiencia de los operadores [25]. Además, la cuestión económica se volvió parte inherente de los objetivos en varios estudios en los sistemas de potencia.

En la operación óptima del sistema, en general se consideran criterios de economía de operación y seguridad del sistema, contemplando las emisiones contaminantes de ciertas plantas de combustible fósil, liberaciones óptimas de agua en la generación hidroeléctrica, etc. Todas estas consideraciones pueden llevar a requisitos de conflicto y suele hacerse un compromiso para la operación óptima del sistema [20].

Se deben cumplir dos objetivos básicos en la operación de un sistema eléctrico de potencia: Garantizar una operación segura y encontrar un punto de operación económico. La seguridad está medida por la utilización de los diferentes dispositivos del sistema de potencia dentro de los parámetros de seguridad. Por otro lado, la operación económica significa reducir los costos por la utilización de la energía eléctrica, esto incluye los costos

de producción, transporte y consumo [25].

La operación económica que involucra la generación de potencia y el suministro, se puede subdividir en dos partes: una llamada despacho económico, que trata con el costo mínimo de producción de potencia y el suministro con pérdidas mínimas de la potencia generada a las cargas.

Para cualquier condición de carga específica, el despacho económico determina la salida de potencia real (costo de producción) de cada central generadora que minimizara el costo total de combustible necesario para alimentar la carga del sistema. Asimismo, despacho económico hace hincapié en la coordinación de los costos de producción en todas las plantas generadoras que operan en el sistema [20, 22].

3.2. Curvas Características Entrada-Salida de las Unidades de Generación

En estudios relacionados con la operación económica de SEP's, se necesitan conocer algunos parámetros, entre los más importantes se encuentran las curvas características entrada-salida de los generadores [36]. Para poder determinar la distribución económica de la carga entre las diferentes unidades generadoras (que consisten en una turbina, un generador y una fuente de vapor), se deben expresar los costos operacionales variables de la unidad en términos de la potencia de salida. Cabe señalar, que el costo total de operación incluye combustible, mano de obra y costos de mantenimiento, pero por simplicidad se asumirá que la única variable de costos que se necesita considerar son los costos de combustible. Para dichos costos de combustible se asumirá de igual forma, que ya son dadas las curvas costo-combustible para cada unidad generadora, especificando el costo del combustible usado por hora como una función de la salida de potencia del generador. [19, 22].

3.2.1. Unidades Generadoras Térmicas

Analizando los problemas asociados con la operación y control de un sistema de potencia hay muchos parámetros importantes involucrados, pero en cuanto a la operación económica, la cuestión relevante esta asociado con la curva característica de costos de la unidad térmica, ya que en ella se indica cuánto cuesta producir cierta cantidad de potencia. Esta curva es mejor conocida como la curva entrada-salida de una unidad térmica [36].

Para las unidades térmicas, las características de entrada-salida están en función del consumo de combustible de la unidad generadora o en función del costo operacional. En la figura 3.1, se muestra una curva típica entrada-salida (convexa), que es una gráfica de la entrada de combustible en una planta de combustible fósil en función de la potencia de salida; la entrada de combustible está dada en unidades térmicas británicas por hora (Btu/hr) y da el costo de operación, mientras que la potencia de salida está en MW. Las ordenadas de la gráfica se convierten a dólares por hora al multiplicar la entrada de combustible por el costo de combustible dado en dólares por millón de Btu [19, 22, 24].

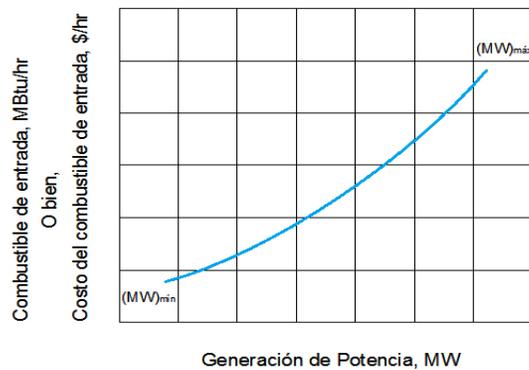


Figura 3.1: Curva característica de entrada-salida de una unidad de generación térmica.

La curva de entrada-salida (figura 3.1) también se puede determinar experimentalmente, lo que se hace, es que se fija la generación de la unidad en un valor y se mide el consumo de combustible por hora correspondiente a esa generación, luego se repite el procedimiento anterior para distintos valores de generación obteniéndose de esta manera una serie de puntos que permiten trazar dicha curva [36]. De igual manera, se puede hacer mención a que las curvas de costo son obtenidas basándose en los registros históricos de la operación de la unidad generadora, así como de los datos de diseño de la unidad generadora proporcionada por el fabricante [19, 20].

En estudios de operación óptima de sistemas eléctricos se acostumbra a trabajar con las curvas características en $\$/hr$, aún cuando la curva convencionalmente esta dada en MBtu/hr. Esta conversión se realiza multiplicando la evaluación del combustible de entrada (MBtu/hr) por el costo combustible en $\$/MBtu$, resultando la curva característica como se muestra en la figura 3.1 [37].

3.2.2. Unidades Generadoras Hidroeléctricas

En este caso, las características de entrada-salida de las unidades generadoras hidroeléctricas son similares a las características de las unidades generadoras térmicas, en cuanto a la salida, la generación de potencia eléctrica sigue predominando, sin embargo, en la entrada de la unidad generadora cambia, esta debido a que no se tiene el mismo recurso de materia prima para generar energía eléctrica, la cual es expresada en términos de volumen de agua por unidad de tiempo (m^3/h). La figura 3.2 muestra una curva típica de entrada-salida de una unidad generadora donde la carga hidráulica neta es constante. Esta característica muestra una curva casi lineal de los requerimientos de entrada de volumen de agua por unidad de tiempo como una función de potencia de salida cuando incrementa desde el mínimo hasta la carga nominal. Por encima de este punto que corresponde a la carga nominal, los requerimientos del volumen de agua incrementan cuando la eficiencia de la unidad cae [19].

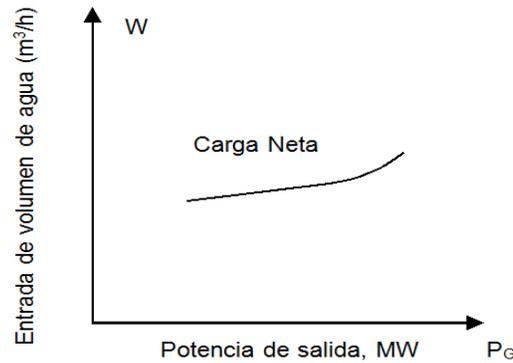


Figura 3.2: Curva de entrada-salida de una unidad de generación hidroeléctrica.

Mientras tanto, se tiene el caso de carga de agua variable, que ocurre siempre que la variación de la balsa de almacenamiento es un porcentaje bastante grande de la carga hidráulica neta total. Dicha descripción se puede observar en la figura 3.3, que muestra una curva de entrada-salida de una planta hidroeléctrica esas características [19].

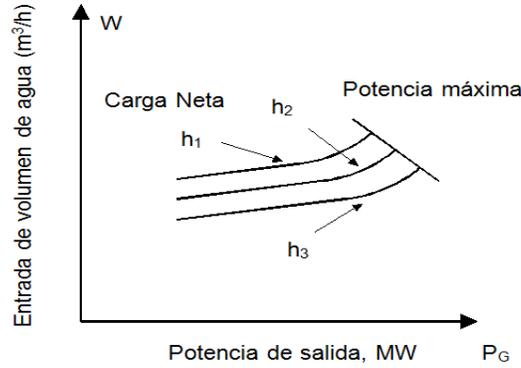


Figura 3.3: Curva de entrada-salida de una unidad de generación hidroeléctrica con carga variable de agua.

3.3. Despacho Económico Clásico

El objetivo del Despacho Económico (DE) es minimizar el costo de operación del sistema, determinando la salida de potencia real de cada unidad generadora bajo ciertas restricciones de operación.

Para la formulación del DE, se debe de tomar en cuenta a un sistema con m generadores, donde la distribución económica de carga entre estas unidades de generación ha sido estudiada determinando el costo de operación incremental de cada unidad como una función de la potencia de salida. Siendo $C_i(P_{Gi})$ el costo de operación de la i -ésima unidad de generación en $\$/hr$, P_{Gi} la potencia activa generada, S_{Di} la potencia aparente demandada y V_i la tensión en el nodo, (para toda $i=1,2,3, \dots, m$) [36, 37].

Cuando las restricciones de seguridad de las líneas son despreciadas, se le llama también *despacho económico clásico*. Dicho problema (idealizado) describe la minimización del costo total de operación sujeto a satisfacer la carga total demandada. La formulación matemática, del despacho clásico es la siguiente [18, 37]:

$$\text{Minimizar } \sum_{i=1}^m C_i(P_{Gi}) \quad (3.1)$$

Sujeta a:

$$\sum_{i=1}^m P_{Gi} - P_D = 0 \quad (3.2)$$

$$P_{Gi}^{min} \leq P_{Gi} \leq P_{Gi}^{max} \quad (3.3)$$

Donde la restricción (3.2) representa las ecuaciones de balance de carga, la cual cumple con la ley de la conservación de la energía, y el conjunto de desigualdades (3.3) representan los límites de generación de potencia activa.

La forma general de las curvas características $C_i(P_{Gi})$ son expresiones cuadráticas de la forma [19, 24]:

$$C(P_G) = \alpha + \beta P_G + \gamma P_G^2 \quad \left[\frac{\$}{horas} \right] \quad (3.4)$$

Capítulo 4

Flujos Óptimos de Potencia (FOP)

En este capítulo, se desarrollará el modelo de FOP para el sistema de prueba [10]. El problema de los FOP se modela de forma general como un problema de optimización no lineal. En este trabajo, se simplifica el modelo de [2], quedando de la siguiente forma:

$$\left. \begin{array}{ll} \min & f(x) \\ \text{s.a.} & g(x) = 0 \\ & \underline{x} \leq x \leq \bar{x} \end{array} \right\} \quad (4.1)$$

Donde,

- ⊢ $x \in \mathbb{R}^n$ Es el vector de variables que contiene los límites de potencia activa y reactiva de generación, magnitud y ángulo de tensión.
- ⊢ $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ Representa la función objetivo que modela los costos de generación.
- ⊢ $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ Denota el vector de igualdades no lineales, que modelan las ecuaciones de balance de potencia.
- ⊢ \underline{x} y \bar{x} Denotan límites inferiores y superiores de x , que corresponden a los límites operativos de seguridad como valores de potencia activa y reactiva de generación, magnitud y ángulo de tensión.

El obtener el mínimo de una función puede resultar relativamente sencillo en el caso de problemas de programación lineal, en donde existen algoritmos generales para su solución.

De hecho, para cualquier problema convexo se asegura que el óptimo encontrado será la solución global al problema [27]. Por otro lado, en problemas no lineales se complica la obtención de la solución debido a que no existen métodos generales y como consecuencia, se aplican algunos métodos numéricos a este tipo de problemas para encontrar el óptimo (mínimo local).

Cabe resaltar que cualquier problema de optimización de sistemas de potencia que incluya las ecuaciones de los flujos de carga en un conjunto de restricciones de igualdad es un FOP. De esta manera, el término FOP ahora abarca una gran variedad de formulaciones, muchos de ellos con métodos de solución adaptados a la formulación. La mayoría de estas variantes, sin embargo, aprovechan la clásica formulación de “Carpentier” y “Dommel y Tinney”. (Esto es tan común que la mayoría de los artículos de FOP omiten la esencia de la formulación completamente, concentrándose sólo en nuevas mejoras o el desarrollo de algoritmos). Primeramente, se presenta la formulación matemática y luego, brevemente, se discute varias ampliaciones a la rama de la Ingeniería [18, 10, 26, 27].

4.1. Formulación Clásica

El problema general de FOP sujeta a restricciones de igualdad y desigualdad fue formulado en 1962 por Carpentier y más tarde extendido por Tinney W. F. y Dommel H. W. [14]. Como se mencionó anteriormente, el propósito de los estudios de FOP es determinar las variables de control óptimas para minimizar una o más funciones objetivo sujeta a diversas restricciones de igualdad y desigualdad. [1]. En general, el problema de FOP es un problema de programación no lineal que es formulado de la siguiente manera [16]:

$$\text{Minimizar } \sum_{i=1}^{N_g} F_i = \sum_{i=1}^{N_g} (a_i P_{gi}^2 + b_i P_{gi} + c_i) \quad \$/hr \quad (4.2)$$

Sujeta a:

1. Balance de potencia activa en la red

$$P_i(V, \theta) - P_{gi} + P_{di} = 0 \quad (i = 1, 2, 3, \dots, N_b) \quad (4.3)$$

2. Balance de potencia reactiva en la red

$$Q_i(V, \theta) - Q_{gi} + Q_{di} = 0 \quad (i = N_v + 1, N_v + 2, \dots, N_b) \quad (4.4)$$

3. Restricciones relacionadas con la seguridad del sistema (restricciones suaves)

a) Límites de los generadores de potencia real

$$P_{gi}^{min} \leq P_{gi} \leq P_{gi}^{max} \quad (i = 1, 2, 3, \dots, N_g) \quad (4.5)$$

b) Límites de magnitudes de voltaje

$$V_i^{min} \leq V_i \leq V_i^{max} \quad (i = N_v + 1, N_v + 2, \dots, N_b) \quad (4.6)$$

c) Límites de ángulos de voltaje

$$\theta_i^{min} \leq \theta_i \leq \theta_i^{max} \quad (i = 1, 2, 3, \dots, N_b) \quad (4.7)$$

4. Restricciones funcionales, que corresponde a una función de las variables de control

$$Q_{gi}^{min} \leq Q_{gi} \leq Q_{gi}^{max} \quad (i = 1, 2, 3, \dots, N_g) \quad (4.8)$$

Donde, los términos:

- F_i , En este estudio, es la suma de los costos de generación de energía eléctrica.
- $P_i(V, \theta)$ y $Q_i(V, \theta)$, Son las ecuaciones de flujos de potencia (2.19) y (2.20), respectivamente.
- N_g , Número de buses de generación.
- N_b , Número de buses o nodos.
- N_v , Número de buses de voltaje controlado.
- P_i , Inyección de potencia activa en los buses.
- Q_i , Inyección de potencia reactiva en los buses.
- P_{di} , Potencia activa demandada en el bus i .
- Q_{di} , Potencia reactiva demandada en el bus i .
- P_{gi} , Generación de potencia activa en el bus i .
- Q_{gi} , Generación de potencia reactiva en el bus i .
- V_i , Magnitud de voltaje en el bus i .
- θ_i , Ángulo de fase de voltaje en el bus i .

Por lo que las ecuaciones de flujos de potencia son usadas como restricciones de igualdad, mientras que las restricciones de magnitudes y ángulos de voltaje de generación, y las salidas de potencia activa y reactiva de generación corresponden a restricciones de desigualdad, las cuales son un conjunto de restricciones variables continuas y discretas que representan la operación del sistema y límites de seguridad [1, 16].

Un principal obstáculo en el problema de FOP es la naturaleza de las variables de control (*también conocidas como variables de decisión independiente*) ya que alguna de ellas son continuas (*límites de los valores de voltajes, así como potencia real y reactiva de generación*) y otras son discretas (*cambiadores de fase y derivación de los transformadores, e inyecciones reactivas debida a capacitores de compensación*), este vector se denota como [4, 25]:

$$u = (P_{i:i \in \text{Generadores}}^G, Q_{i:i \in \text{Generadores}}^G) \quad (4.9)$$

Dichas variables se pueden manipular, es decir, representan las acciones que puede ejecutar un operador del SEP con el fin de encontrar la solución óptima. En la operación y control de un SEP, las variables de control pueden incluir [25]:

- * La potencia activa asignada a las unidades de generación.
- * La potencia reactiva asignada a las unidades de generación.
- * Magnitud de voltaje de los nodos de generación.
- * Posición del tap de los transformadores.
- * Ángulo de los transformadores cambiadores de fase.
- * Potencia reactiva de los condensadores síncronos.
- * Potencia reactiva de un compensador de reactivos.
- * Magnitud de interrupción de carga.
- * Parámetros de control de los dispositivos FACTS (Sistema de Transmisión de Corriente Alterna Flexible).

En cuanto a la función objetivo se refiere, esta es una representación de un criterio (o índice de desempeño) utilizado para optimizar. La selección de la función objetivo obedece a un análisis cuidadoso de la seguridad y economía del sistema eléctrico de potencia [25]. Las funciones objetivo de los estudios de FOP pueden ser agrupados en dos categorías: funciones objetivo tradicionales y recientes. El último grupo ha surgido principalmente

como resultado de la reestructuración de la industria eléctrica. En la tabla (4.1) se muestra de manera el listado de ambas categorías [4, 25]:

Tradicionales	<ul style="list-style-type: none"> -Minimizar el costo de generación -Minimizar las pérdidas de transmisión de potencia activa -Minimizar las pérdidas de transmisión de potencia reactiva -Minimizar el costo por interrupción de carga -Minimizar el número de reprogramación de los controles -Minimizar emisiones contaminantes por parte de los generadores térmicos -Derivación del voltaje de nodo -Índice de severidad de contingencia -Tiempo de corrección de pos-contingencia -Capacidad de transmisión de la red
Recientes	<ul style="list-style-type: none"> -Maximización del bienestar social -Estrategias de ofertas

Tabla 4.1: Funciones objetivo más comúnmente utilizadas en los estudios de los FOP.

Cabe mencionar, que cada autor que habla de optimización en flujos de potencia, desarrolla sus técnicas computacionales para cumplir alguna de estas funciones objetivo, considerando las restricciones de acuerdo al entorno en que se encuentre.

Por otra parte, el vector de variables de estado (*llamadas de igual manera variables de decisión dependientes*) se describen como [25]:

$$x = (\delta_2, \dots, \delta_n, V_2, \dots, V_n) \quad (4.10)$$

Donde dichas variables son el resultado de obtener las variables de control. Las principales variables de estado son [25]:

- ⊙ La potencia en el nodo slack,
- ⊙ Magnitud de voltaje en los nodos de carga.
- ⊙ Potencia reactiva asignada a los generadores.
- ⊙ Ángulo de fase de todos los nodos (excepto el slack).
- ⊙ Flujos de potencia en la red de transmisión.

4.2. Métodos de Solución

Los flujos óptimos de potencia son un extenso y difícil problema de programación matemática, tanto que muchos investigadores y programadores han intentado desarrollar códigos computarizados que sean confiables para resolver esta problemática [18], los cuales pueden ser clasificados en forma general como [4]:

1. Programación Lineal: En este problema las funciones objetivo y las restricciones son dadas en forma lineal con variables de control continuas.
2. Programación No Lineal: En dicha problemática, la función objetivo y las restricciones son no lineales, ya sea cualquiera de estas dos cuestiones o incluso ambas, con variables de control del tipo continuas.
3. Programación Lineal y No Lineal de Integración Mixta: Estos problemas surgen cuando existen ambas variables de control, tanto continuas como discretas.

Sin embargo, los problemas de los FOP típicos de la vida real son demasiado complicados. Por lo que, se recurren a técnicas de solución para problemas específicos que tienen el manejo de numerosas restricciones y peculiaridades en el modelado [7]. De esta manera, muchas técnicas convencionales de optimización han sido desarrolladas para resolver el problema de FOP, cada uno con distintas características matemáticas y requerimientos computacionales; dentro de los más populares se encuentran la programación lineal, la programación cuadrática secuencial, el método del gradiente reducido generalizado y el método de Newton. A pesar del hecho que algunas de estas técnicas tienen excelentes características de convergencia y son utilizadas en la industria eléctrica, se tienen las siguientes desventajas [4]:

- ⊗ La convergencia a la solución global o local depende en gran forma de las estimaciones iniciales seleccionadas, por lo que, se puede converger a la solución local, en vez de la global. Esto debido a que la estimación inicial se mantiene en la vecindad de la solución local.
- ⊗ Cada técnica es adaptada de acuerdo a un específico problema de solución de FOP basado en la naturaleza matemática de funciones objetivo y/o contrastes.
- ⊗ Dichas técnicas son desarrolladas con supuestos teóricos, tales como convexidad, diferenciabilidad, continuidad, entre otras cosas, las cuales no serían adecuadas a las actuales condiciones de FOP.

Actualmente, el rápido desarrollo de herramientas computacionales inteligentes has atraído la atención de varios investigadores en este tema, para emplearlas en resolver los diversos problemas de FOP [4]. En la siguiente tabla (4.2), se encuentra una clasificación de algunos métodos de solución de FOP, incluyendo los métodos tradicionales [19].

Métodos Convencionales de Optimización	<ul style="list-style-type: none"> -Enfoques de optimización sin restricciones -Programación lineal -Programación no lineal -Método de Newton -Método del gradiente reducido generalizado -Método de puntos interiores
Métodos de Inteligencia Artificial	<ul style="list-style-type: none"> -Redes neuronales -Algoritmos evolutivos -Búsqueda Tabú -Optimización por enjambre de partículas
Métodos que consideran incertidumbre en la función objetivo y restricciones	<ul style="list-style-type: none"> Optimización probabilística Aplicaciones de conjuntos difusos Proceso jerárquico analítico

Tabla 4.2: Métodos de programación matemática para resolver FOP.

4.3. Solución del Sistema de Prueba de 5 Nodos [10]

Para la simulación de la codificación diseñada en MatLab 7.10.0 con el solver “fmincon”, que se describirá posteriormente, se tomó como punto de comparación únicamente el sistema de 5 nodos de [10], el cual se utilizó en el ejemplo del Capítulo II, el sistema corresponde a la figura 2.5. De acuerdo a la referencia [10], este sistema de prueba fue simulado en el programa GAMS (Sistema de Modelado Algebraico General por sus siglas en inglés) donde sus resultados fueron comparados con la función de optimización utilizada en este trabajo. Las tablas 2.3, 2.4 y 2.5 donde se encuentran los datos del sistema, también fueron necesarios para el desarrollo del problema de FOP.

Con base en los datos del bus (*límites de voltaje, carga y generación*) dados en las tablas 2.3 - 2.5, y considerando la potencia base de 100 MW. Se definen los siguientes conjuntos de acuerdo a los nodos (N), generadores (G) y líneas (L) del sistema eléctrico

de la figura 2.5.

$$\left. \begin{aligned} N &= \{1, 2, 3, 4, 5\} \\ G &= \{1, 3, 4\} \\ L &= \{(1, 2), (1, 3), (2, 4), (3, 4), (4, 5)\} \end{aligned} \right\} \quad (4.11)$$

Las tres funciones de costos de generación (*miles de dólares*) expresados en valores por unidad (red eléctrica figura 2.5), que formará la función objetivo, son las siguientes:

$$\left. \begin{aligned} C_1(P_1^G) &= 0.35P_1^G, \\ C_3(P_3^G) &= 0.20P_3^G + 0.40(P_3^G)^2, \\ C_4(P_4^G) &= 0.30P_4^G + 0.50(P_4^G)^2, \end{aligned} \right\} \quad (4.12)$$

Una vez interpretados los datos del sistema eléctrico, se procede a la formulación de la matriz Y_{BUS} , con la finalidad de sustituir en las ecuaciones de flujos de potencia. Dicha formulación fue obtenida con el programa diseñado para obtener estos parámetros (Apéndice A), que resulta no solo para este sistema, sino para redes de cualquier número de nodos. Reiterando, el desarrollo detallado de este problema puede observarse en el Apéndice A.2 del trabajo y la ejecución del programa (Apéndice A.1) muestra la matriz Y_{BUS} (4.3):

$$Y_{BUS} = \begin{bmatrix} 1.067 - 10.04j & 0 + 3.333j & -1.07 + 6.73j & 0 & 0 \\ 0 + 3.33j & 5.66 - 33.22j & 0 & -5.66 + 30.19j & 0 \\ -1.07 + 6.73j & 0 & 1.41 - 13.65j & -0.29 + 3.82j & 0 + 3.125j \\ 0 & -5.66 + 30.19j & -0.29 + 3.82j & 5.95 - 36.01j & 0 + 2j \\ 0 & 0 & 0 + 3.125j & 0 + 2j & 0 - 5.13j \end{bmatrix}$$

Antes de formular el modelo clásico con la función objetivo y todas sus restricciones se deben de desarrollar las ecuaciones de flujos de potencia en su forma rectangular (2.19) y (2.20) vistas en el Capítulo II, debido a que estas forman parte de la descripción de flujos óptimos de potencia (4.3) y (4.4)

Sustituyendo en base a los parámetros de las líneas y a las ecuaciones anteriores, además de ya haber establecido que el nodo 1 es el de compensación ($V_1 = 1.00 \angle 0.0^\circ$), se desarrolla la ecuación (2.19) para la potencia real en el nodo 1 (generación):

$$\begin{aligned} P_1^G &= V_1 V_1 [G_{11} \cos(\delta_1 - \delta_1) + B_{11} \text{sen}(\delta_1 - \delta_1)] + V_1 V_2 [G_{12} \cos(\delta_1 - \delta_2) \\ &\quad + B_{12} \text{sen}(\delta_1 - \delta_2)] + V_1 V_3 [G_{13} \cos(\delta_1 - \delta_3) + B_{13} \text{sen}(\delta_1 - \delta_3)] + \\ &\quad V_1 V_4 [G_{14} \cos(\delta_1 - \delta_4) + B_{14} \text{sen}(\delta_1 - \delta_4)] + V_1 V_5 [G_{15} \cos(\delta_1 - \delta_5) \\ &\quad + B_{15} \text{sen}(\delta_1 - \delta_5)] \end{aligned} \quad (4.13)$$

Debido a que no existe una conexión entre los nodos 1-4 y 1-5 de la red eléctrica en cuestión, estos términos son despreciados al sustituir los valores de las admitancias, quedando de la siguiente forma:

$$P_1^G = 1.067V_1V_1\cos(\delta_1 - \delta_1) - 10.04V_1V_1\sen(\delta_1 - \delta_1) + 0V_1V_2\cos(\delta_1 - \delta_2) + 3.33V_1V_2\sen(\delta_1 - \delta_2) - 1.07V_1V_3\cos(\delta_1 - \delta_3) + 6.73V_1V_3\sen(\delta_1 - \delta_3) \quad (4.14)$$

Finalmente, se reduce la sustitución a su mínima expresión sabiendo que $\cos(0^\circ) = 1$ y $\sen(0^\circ) = 0$.

$$P_1^G = 1.067 + 3.33V_2\sen(-\delta_2) - 1.07V_3\cos(-\delta_3) + 6.73V_3\sen(-\delta_3) \quad (4.15)$$

De manera análoga se desarrollan las ecuaciones de flujos de potencia para cada uno de los nodos, sin embargo, hay que tomar en consideración el análisis correspondiente a cada uno de los buses, ya que la reducción mínima de la ecuación desarrollada estará en función de si existe o no conexión al nodo que se esté analizando con los demás buses.

-Potencia Real en el nodo 2 (carga):

$$0 = 3.33V_2\sen(\delta_2) + 5.66V_2^2 - 5.66V_2V_4\cos(\delta_2 - \delta_4) + 30.19V_2V_4\sen(\delta_2 - \delta_4) \quad (4.16)$$

-Potencia Real en el nodo 3 (generación):

$$P_3^G = -1.07V_3V_1\cos(\delta_3 - \delta_1) + 6.73V_3V_1\sen(\delta_3 - \delta_1) + 1.41V_3^2 - 0.29V_3V_4\cos(\delta_3 - \delta_4) + 3.82V_3V_4\sen(\delta_3 - \delta_4) + 3.125V_3V_5\sen(\delta_3 - \delta_5) \quad (4.17)$$

-Potencia Real en el nodo 4 (generación):

$$P_4^G = 0.9 - 5.66V_4V_2\cos(\delta_4 - \delta_2) + 30.19V_4V_2\sen(\delta_4 - \delta_2) - 0.29V_4V_3\cos(\delta_4 - \delta_3) + 3.82V_4V_3\sen(\delta_4 - \delta_3) + 5.95V_4^2 + 2V_4V_5\sen(\delta_4 - \delta_5) \quad (4.18)$$

-Potencia Real en el nodo 5 (carga):

$$0 = 0.239 + 3.125V_5V_3\sen(\delta_5 - \delta_3) + 2V_5V_4\sen(\delta_5 - \delta_4) \quad (4.19)$$

Cabe hacer énfasis, en que la obtención de la expresión mínima de las ecuaciones para las potencias reactivas, se sigue el mismo procedimiento respetando su ecuación correspondiente (2.20). El siguiente listado muestra las reducciones mínimas de cada una de las ecuaciones.

-Potencia Reactiva en el nodo 1 (generación):

$$Q_1^G = 10.04 - 3.33V_2 \cos(-\delta_2) - 1.07V_3 \sin(-\delta_3) - 6.73V_3 \sin(-\delta_3) \quad (4.20)$$

-Potencia Reactiva en el nodo 2 (carga):

$$\begin{aligned} 0 = & -3.33V_2V_1 \cos(\delta_2 - \delta_1) + 33.22V_2^2 - 5.66V_2V_4 \sin(\delta_2 - \delta_4) \\ & -30.19V_2V_4 \cos(\delta_2 - \delta_4) \end{aligned} \quad (4.21)$$

-Potencia Reactiva en el nodo 3 (generación):

$$\begin{aligned} Q_3^G = & -1.07V_3V_1 \sin(\delta_3 - \delta_1) - 6.73V_3V_1 \cos(\delta_3 - \delta_1) + 13.65V_3^2 \\ & -0.29V_3V_4 \sin(\delta_3 - \delta_4) - 3.82V_3V_4 \cos(\delta_3 - \delta_4) \\ & -3.125V_3V_5 \cos(\delta_3 - \delta_5) \end{aligned} \quad (4.22)$$

-Potencia Reactiva en el nodo 4 (generación):

$$\begin{aligned} Q_4^G = & 0.4 - 5.66V_4V_2 \sin(\delta_4 - \delta_2) - 30.19V_4V_2 \cos(\delta_4 - \delta_2) \\ & -0.29V_4V_3 \sin(\delta_4 - \delta_3) - 3.82V_4V_3 \cos(\delta_4 - \delta_3) \\ & +36.01V_4^2 - 2V_4V_5 \cos(\delta_4 - \delta_5) \end{aligned} \quad (4.23)$$

-Potencia Reactiva en el nodo 5 (carga):

$$0 = 0.239 - 3.125V_5V_3 \cos(\delta_5 - \delta_3) - 2V_5V_4 \cos(\delta_5 - \delta_4) + 5.13V_5^2 \quad (4.24)$$

De esta forma, el modelo clásico a resolver queda como:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & 0.35P_1^G + 0.20P_3^G + 0.40(P_3^G)^2 + 0.30P_4^G + 0.50(P_4^G)^2, \\
 \text{s.a.} \quad & \\
 P_1^G = \quad & 1.067 + 3.33V_2\text{sen}(-\delta_2) - 1.07V_3\text{cos}(-\delta_3) + 6.73V_3\text{sen}(-\delta_3) \\
 0 = \quad & 3.33V_2\text{sen}(\delta_2) + 5.66V_2^2 - 5.66V_2V_4\text{cos}(\delta_2 - \delta_4) + 30.19V_2V_4\text{sen}(\delta_2 - \delta_4) \\
 P_3^G = \quad & -1.07V_3V_1\text{cos}(\delta_3 - \delta_1) + 6.73V_3V_1\text{sen}(\delta_3 - \delta_1) + 1.41V_3^2 - \\
 & 0.29V_3V_4\text{cos}(\delta_3 - \delta_4) + 3.82V_3V_4\text{sen}(\delta_3 - \delta_4) + 3.125V_3V_5\text{sen}(\delta_3 - \delta_5) \\
 P_4^G = \quad & 0.9 - 5.66V_4V_2\text{cos}(\delta_4 - \delta_2) + 30.19V_4V_2\text{sen}(\delta_4 - \delta_2) - 0.29V_4V_3\text{cos}(\delta_4 - \delta_3) \\
 & + 3.82V_4V_3\text{sen}(\delta_4 - \delta_3) + 5.95V_4^2 + 2V_4V_5\text{sen}(\delta_4 - \delta_5) \\
 0 = \quad & 0.239 + 3.125V_5V_3\text{sen}(\delta_5 - \delta_3) + 2V_5V_4\text{sen}(\delta_5 - \delta_4) \\
 Q_1^G = \quad & 10.04 - 3.33V_2\text{cos}(-\delta_2) - 1.07V_3\text{sen}(-\delta_3) - 6.73V_3\text{sen}(-\delta_3) \\
 0 = \quad & -3.33V_2V_1\text{cos}(\delta_2 - \delta_1) + 33.22V_2^2 - 5.66V_2V_4\text{sen}(\delta_2 - \delta_4) - \\
 & 30.19V_2V_4\text{cos}(\delta_2 - \delta_4) \\
 Q_3^G = \quad & -1.07V_3V_1\text{sen}(\delta_3 - \delta_1) - 6.73V_3V_1\text{cos}(\delta_3 - \delta_1) + 13.65V_3^2 - \\
 & 0.29V_3V_4\text{sen}(\delta_3 - \delta_4) - 3.82V_3V_4\text{cos}(\delta_3 - \delta_4) - 3.125V_3V_5\text{cos}(\delta_3 - \delta_5) \\
 Q_4^G = \quad & 0.4 - 5.66V_4V_2\text{sen}(\delta_4 - \delta_2) - 30.19V_4V_2\text{cos}(\delta_4 - \delta_2) - 0.29V_4V_3\text{sen}(\delta_4 - \delta_3) \\
 & - 3.82V_4V_3\text{cos}(\delta_4 - \delta_3) + 36.01V_4^2 - 2V_4V_5\text{cos}(\delta_4 - \delta_5) \\
 0 = \quad & 0.239 - 3.125V_5V_3\text{cos}(\delta_5 - \delta_3) - 2V_5V_4\text{cos}(\delta_5 - \delta_4) + 5.13V_5^2 \\
 & 0.10 \leq P_3^G \leq 0.40, \\
 & 0.05 \leq P_4^G \leq 0.40, \\
 & -0.20 \leq Q_3^G \leq 0.30, \\
 & -0.20 \leq Q_4^G \leq 0.20, \\
 & 0.95 \leq V_i \leq 1.05, \quad \forall i = \{2, 3, 4, 5\} \\
 & -180^\circ \leq \delta_i \leq 180^\circ, \quad \forall i = \{2, 3, 4, 5\}
 \end{aligned} \tag{4.25}$$

Se debe observar que el modelo anterior es un problema de optimización no lineal, con una función objetivo cuadrática, cuatro elementos de las variables de control, ocho elementos para las variables de estado y diez restricciones no lineales resultantes de las ecuaciones de flujos de potencia.

Para darle solución a lo anterior, se desarrolló una serie de instrucciones en MatLab 7.10.0. y debido a las características del modelo, se implementó el solver `fmincon`, que encuentra el mínimo de una función no lineal de varias variables a partir de una estimación inicial (Tabla 4.3) [28].

El solver elegido puede resolver un programa matemático con la siguiente estructura:

$$\min f(x) \quad s.a. \quad \begin{cases} c(x) \leq 0 \\ ceq(x) = 0 \\ A \cdot x \leq b \\ Aeq \cdot x \leq beq \\ lb \leq x \leq ub \end{cases} \quad (4.26)$$

Tipo de Restricción	Tipo de Función Objetivo			
	Líneal	Cuadrática	Mínimos cuadrados	No lineal
Ninguno	-	quadprog	lsqnonlin lsqcurvefit	fminsearch fminunc
Acotado	lindprog	quadprog	lsqlin lsqnonlin lsqcurvefit lsqnonneg	fminbnd fmincon fsemif
Líneal	lindprog	quadprog	lsqlin	fmincon
General	fmincon	fmincon	fmincon	fmincon

Tabla 4.3: Elección del solver de MatLab para resolver el problema de FOP

De la formulación (4.26), los términos $c(x)$ y $ceq(x)$ son funciones externas al archivo principal, donde se alojan las restricciones no lineales de desigualdad y de igualdad respectivamente; el término A y Aeq son matrices con los coeficientes de las desigualdades e igualdades lineales respectivamente, a su vez, los vectores b y beq contienen los valores de la otra parte de las desigualdades e igualdades lineales. Y finalmente, lb y ub contienen los datos de los límites inferiores y superiores de las variables de control y estado.

La descripción de la estructura del solver `fmincon` se desglosa en el apéndice C, mientras que la codificación para resolver el problema se muestra en el apéndice D. Cabe mencionar, que el programa contiene algunos comentarios que describen las indicaciones o comandos

que se están utilizando, con la finalidad de entender la estructura del solver aplicado al sistema de prueba.

Para aplicar el solver `fmincon` al problema (4.25), la introducción de la función objetivo y de las restricciones lineales y no lineales fueron de la siguiente manera:

- ⊗ $f(x)$: La función objetivo, corresponde a la suma de las curvas de costo para cada nodo de generación del sistema; archivo “FunObjetivo.m” (*Apéndice D.1. Modelado de la función objetivo*).
- ⊗ $c(x) = 0$: No contiene ninguna ecuación ya que el problema (4.25) no muestra restricciones no lineales de desigualdad, por lo que únicamente se hizo la declaración de dicho término en el archivo “Restricciones NL.m” (*apéndice D.2. Modelado de las restricciones*).
- ⊗ $ceq(x) = 0$: Corresponden al desarrollo de las ecuaciones de flujos de potencia para cada nodo (4.15)-(4.24); alojadas en el archivo “Restricciones NL.m” (*apéndice D.2. Modelado de las restricciones*).
- ⊗ $lb \leq x \leq ub$: En estos vectores se colocaron los coeficientes de las 12 variables que describían los límites inferiores y superiores (*variables de control y estado*).
- ⊗ Finalmente, como no se tienen restricciones $A \cdot x \leq b$ y $Aeq \cdot x \leq beq$ en el problema (4.25), estas quedan sin un modelo correspondiente en el sistema bajo estudio.

Cabe señalar, que para la realización del programa, se tuvieron que asignar cada una de las variables a determinar con las del vector x que integraban la función objetivo y las restricciones como se denota en la tabla 4.4.

$P_1^G \rightarrow x(1)$	$\delta_3 \rightarrow x(8)$
$P_3^G \rightarrow x(2)$	$\delta_4 \rightarrow x(9)$
$P_4^G \rightarrow x(3)$	$\delta_5 \rightarrow x(10)$
$Q_1^G \rightarrow x(4)$	$V_2 \rightarrow x(11)$
$Q_3^G \rightarrow x(5)$	$V_3 \rightarrow x(12)$
$Q_4^G \rightarrow x(6)$	$V_4 \rightarrow x(13)$
$\delta_2 \rightarrow x(7)$	$V_5 \rightarrow x(14)$

Tabla 4.4: Asignación de las variables de control y estado para establecer el vector de la función para el solucionador `fmincon`.

Las variables se pueden denotar en los siguientes dos vectores, en el cual, el primer vector consta de variables de control (*vector* u), y el segundo de las variables de estado (*vector* x).

$$u = (P_1^G, P_3^G, P_4^G, Q_1^G, Q_3^G) \quad x = (\delta_2, \delta_3, \delta_4, \delta_5, V_2, V_3, V_4, V_5) \quad (4.27)$$

En adición a esto, en la parte final del programa se reasignaron las variables del vector x a las variables originales, con la finalidad de que en la ejecución del programa se mostraran las variables en términos de flujos óptimos de potencia del problema y no las variables en términos de x . Una vez establecido todas las variables y haber creado los vectores correspondientes al sistema eléctrico de 5 nodos, se ejecutó el programa donde se pueden observar en la tabla 4.5 que los valores encontrados coinciden de gran manera con la simulación que hicieron los investigadores de la Universidad de Colorado en el lenguajes del modelado del GAMS en su publicación del 2012 [10].

Variables a comparar	Resultados del programa desarrollado	Modelado en GAMS de la publicación de la Universidad de Colorado [10]
Evaluación $f(x)$	0.4025	0.4016
P_1^G	0.9424	0.946
P_3^G	0.1943	0.195
P_4^G	0.0570	0.058
Q_1^G	0.1214	0.249
Q_3^G	0.0477	-0.072
Q_4^G	0.2000	0.200
δ_2	-8.4386°	-7.50°
δ_3	-3.8147°	-4.22°
δ_4	-9.2515°	-8.20°
δ_5	-8.8059°	-8.64°
V_2	0.9896	0.983
V_3	0.9812	0.964
V_4	0.9773	0.970
V_5	0.9500	0.950

Tabla 4.5: Comparación de resultados que muestran ambos programas.

Como se puede observar, en dicha tabla 4.5, los valores que solucionan al sistema eléctrico en las dos herramientas de optimización son casi iguales, de hecho se utilizó el algoritmo de puntos interiores en esta solución al ser, como ya se mencionó un método de solución completo y extensamente desarrollado para los FOP.

Sin embargo, la diferencia de los resultados obtenidos radica en que al modelo del sistema de prueba de 5 nodos, se le introdujeron más variables de control (*Posición del tap de los transformadores y ángulo de los transformadores cambiadores de fase*).

Aun así, la codificación diseñada utilizando el solucionador **fmincon**, resulta confiable para poder determinar flujos óptimos de potencia de cualquier red eléctrica considerando solamente las variables de control dadas por las ecuaciones de flujos de potencia activa y reactiva asignadas a cada unidad de generación, así como de las variables de estado (magnitud de tensiones y ángulo de fases de cada nodo).

Esto permitirá obtener la evaluación de la función objetivo de tal manera que el costo en miles de dólares resultante sea el mínimo y por ende se tenga un ahorro la compañía suministradora en su sector generación; esto obviamente aplicado en la industria eléctrica donde el aspecto económico repercute de manera importante en las compañías controladoras de los sistemas eléctricos de potencia. Otras observaciones que se le puede hacer al utilizar la función **fmincon** se puede denotar en la tabla 4.6.

Ventajas	Desventajas
Confiabilidad en la obtención de resultados.	Se tienen que desarrollar e indicar todas las restricciones no lineales
No es necesario demasiado lenguaje de programación.	Necesita de archivos <i>file.m</i> independientes que contengan las funciones requeridas.
Al agregar más indicaciones el sistema el programa podía iterar o evaluar más veces según se le indique.	Hay problemas cuando existen problemas con demasiadas variables en las restricciones no lineales, no convexos.
Obtención de resultados en un tiempo no mayor a 10 segundos.	No muestra los flujos de las líneas.
Especifica errores en caso de haber colocado incorrectamente una variable, o al llamar una función externa.	

Tabla 4.6: Ventajas y Desventajas al utilizar la función “fmincon”

Capítulo 5

Conclusiones y Trabajos futuros

5.1. Conclusiones

En este trabajo se propuso la implementación del solver `fmincon` de MatLab en el problema de flujos óptimos de potencia. El modelo resuelto incluye el desarrollo para un sistema pequeño de 5 nodos en donde se contemplan restricciones de tensión y ángulo en los nodos (variables de estado), valores de potencia real y reactiva en cada una de las unidades generadoras (variables de control) y ecuaciones no lineales que resultan de desarrollar las ecuaciones de flujos de potencia.

Cabe señalar que el haber resuelto el problema de flujos de potencia por ambos métodos de solución (Gauss-Seidel y Newton-Raphson) y el haber formulado el problema de despacho económico, fue el punto de partida para comprender como se modela el problema general de FOP. Debido a que este estudio requiere de bases fuertemente cimentadas en cuanto estos temas, ya que el tema de FOP es una extensión del modelo de DE en donde se incorporan las restricciones antes mencionadas. La aplicación de este modelo mejora las condiciones de operación de las redes eléctricas y reduce los costos de generación de la energía eléctrica, que es el objetivo principal de este trabajo.

Los resultados obtenidos muestran que la herramienta incorporada en MatLab, es confiable para poder aplicarlo a otro sistema siempre que se modele con las restricciones desarrolladas en este trabajo (modelo clásico). Una ventaja del solver utilizado, es la posibilidad de elegir el método de solución de puntos interiores, el cual es un método completo y extensamente desarrollado usado para los FOP por su versatilidad y manejo de las restricciones de desigualdad. Dicha implementación del solver podría ser tomado co-

mo alternativa por otros estudiantes para continuar la formulación del problema de FOP incorporándole otro tipo de restricciones o formular otro tipo de función objetivo.

5.2. Trabajos Futuros

Dentro de los trabajos futuros se propone:

1. Incluir en el modelo, variables dadas por los cambiadores de fase y derivación en las restricciones de igualdad;
2. Formular la función objetivo de los flujos óptimos de potencia tomando criterios relacionados con la seguridad, economía y factores medioambientales del sistema eléctrico de potencia, ajustando ciertas cantidades controlables para poder optimizarla mientras se satisface un determinado conjunto de restricciones operativas y seguridad del sistema eléctrico;
3. Desarrollar dicha formulación en otro lenguaje de alto nivel para modelar problemas de programación matemática y optimización, como el GAMS o Fortran, esto con la finalidad de evaluar su desempeño.

Bibliografía

- [1] Khorsandi A., Hosseinian S.H. and Ghazanfari A., “Modified artificial bee colony algorithm based on fuzzy multi-objective technique for optimal power flow problem”, Elsevier, *Electric Power Systems Research* 95 (2013).
- [2] Mohapatra A., Bijwe P.R. and Panigrahi B.K., “Optimal power flow with multiple data uncertainties”, Elsevier, *Electric Power Systems Research* 95 (2013).
- [3] Bedriñana M.F. and Castro C.A., “Step size optimization based interior point algorithm: Applications and treatment of ill-conditioning in optimal power flow solutions”, 2009 IEEE PES General Meeting.
- [4] AlRashidi M.R. and El-Hawary M.E., “Applications of computational intelligence techniques for solving the revived optimal power flow problem”, Elsevier, *Electric Power Systems Research* 79 (2009).
- [5] López J.M. y Gallego L.A., “Flujo de potencia óptimo usando el método del gradiente para reducción de pérdidas en sistemas de potencia”, Universidad EAFIT, Departamento de Ingeniería y Ciencia, Vol. 4, No. 7, Junio 2008.
- [6] Cain M.B., O’Neil R.P. and Castillo Anya, “History of optimal power flow and formulations”, *Optimal Power Flow Paper* 1, December 2012.
- [7] Stott B., Alsac O., “Optimal power flow-Basic requirements for real-life problems and their solutions”, White Paper, Consultants, Arizona, USA, July 2012.
- [8] Frank S., Steponavice I. and Rebennack S., “Optimal power flow: a bibliographic survey I. Formulations and deterministic method”, Springer-Verlag, *Energy Syst* 2012.
- [9] Capitanescu F., Glavic M., Ernst D. and Wehenkel L., “Interior-point based algorithms for the solution of optimal power flows problem”, Elsevier, *Electric Power Systems Research* 77 (2007).

-
- [10] Frank S. and Rebennak S., "A Primer on Optimal Power Flow: Theory, Formulation, and Practical Examples", Colorado School of Mines, Division of Economics and Business, Working paper No. 2012-14, Octubre 2012.
- [11] Sood Y.R., "Evolutionary programming based optimal power flow and its validation for deregulated power system analysis", Elsevier, Electric Power and Energy System 29 (2007).
- [12] Da Costa G.R.M., Costa C.E.U. and De Souza A.M., "Comparative studies of optimization methods fo the optimal power flow problem", Elsevier, Electric Power and Energy System 56 (2000).
- [13] Lai L.L., Ma J.T., Yokohama R. and Zhao M., "Improved genetic algorithms for optimal power flow under both normal and contingent operation states", Elsevier, Electric Power and Energy System, Vol. 19, No. 5, 1997.
- [14] Tinney W.F. and Dommel H.W., "Optimal Power Flow Solutions", IEEE Transactions on Power Appratus Systems, Vol. PAS-87, No. 10, October 1968.
- [15] Tinney W.F., Bright J.M., Demaree K.D. and Hughes B.A., "Some deficiencies in optimal power flow", ESCA Corporation, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 3, No. 2, May 1988.
- [16] LOI LEI LAI AND NIDUL SINHA "Optimal Power Flow Problem".
- [17] J. Duncan Glover, Mulukutlan S. Sarma y Thomas J. Overbye, "Power System Analysis and Design", Ed. Cengage Learning, 5^a edición, 2012.
- [18] Wood A.J and Wollenberg B.F., "Power generation operation and control", John Wiley and Sons, Inc, USA, 1996.
- [19] Zhu J., "Optimization of Power System Operation", Ed. Wiley, 2009.
- [20] Kothari D.P., and Nagrath I.J., "Moder Power System Analysis", Ed. Mc Graw Hill, 3a edición.
- [21] Das B., "Electrical Power Systems", Ed. New Age International Publishers, 2006.
- [22] Grainger J.J. and Stevenson Jr. W.D., "Power System Analysis", Ed. McGraw-Hill, 1a edición, 1996.
- [23] <http://www.utp.edu.co/aescobar/matrizYbus.pdf> (Consulta: 15 Abril 2013)

-
- [24] Bergen A.R. and Vittal V., "Power System Analysis", Ed. Prentice Hall.
- [25] Oñate Y.P.E., Tesis Doctoral en Ingeniería Eléctrica, "Solución del problema de flujos de potencia óptimo con restricciones de seguridad por un optimizador de partículas modificado", Febrero 2008.
- [26] <http://www.docentes.utonet.edu.bo/ablancob/wpcontent/uploads/Aplicación-de-Técnicas-de-Optimización-en-Sistemas-Eléctricos.pdf> (Consulta: 15 Agosto 2013).
- [27] Iqbal K., "Fundamental Engineering Optimization Methods", Ed. Bookbon.com, 1ª edición.
- [28] <http://www.mathworks.com/help/optim/ug/fmincon.html> (Consulta: 21 Septiembre 2013)
- [29] Fernández G.J. y Fuentes L.E., Tesis de Licenciatura en Ingeniería Eléctrica, "Modelo de flujos óptimos de potencia utilizando técnicas de optimización", Octubre 2011.
- [30] Ramírez C.S. y Cano P.E., "Calidad del servicio de energía eléctrica", Universidad Nacional de Colombia, Sede Manizales, 1ª edición, Junio del 2003.
- [31] Escobar M.H. y Pérez Z.J., "Aplicación de flujo de carga directo a redes de distribución de gran tamaño", Proyecto de grado presentado ante la ilustre Universidad Simón Bolívar para obtener el título de Ingeniero Electricista, Noviembre 2010.
- [32] Mora F.W., "Introducción a los métodos numéricos", Revista digital Matemática, Educación e Internet, Febrero 2013.
- [33] Varas S.M., "Introducción al cálculo numérico", publicación del Departamento de Ingeniería Matemática, Universidad de Chile, Marzo 2000.
- [34] Romero H.A., Proyecto de Grado, "Optimización de flujo de carga en los Sistemas Eléctricos de Potencia utilizando Algoritmos Genéticos", Junio 2008.
- [35] Guzmán D.M., Tesis de Licenciatura en Ingeniería Electromecánica, "Flujos de Potencia con MatLab", Junio 2012.
- [36] Granada L., Martínez M. y Záldivar M., Tesis de Licenciatura en Ingeniería Eléctrica, "Análisis del Despacho del Sistema de Generación de El Salvador", Octubre 2004.
- [37] Silva C.J., Tesis Doctoral en Ingeniería Eléctrica, "Análisis de Sistemas Eléctricos de Potencia utilizando Algoritmos Genéticos", Agosto 2007.

Apéndice A

Programa para obtener los elementos de la matriz Y_{BUS}

La codificación que a continuación se muestra se realizó en MatLab 7.10.0, este programa es un medio de solución para la formación de los elementos de la matriz Y_{BUS} , dicho algoritmo puede dar solución a un sistema de un número i -ésimo de nodos, lo que hay que tomar en cuenta es el orden de los datos del archivo externo .txt, donde se alojan número de nodos, número de datos y los parámetros de la líneas.

```
clear all;
clc;
load Datos5.txt
%CÁLCULO DE LA MATRIZ YBUS
disp(' CALCULO DE LA MATRIZ YBUS')
disp('_____')
disp(' ')

n=Datos5(1,1);
fprintf('Número de nodos: %i',n);
disp(' ')

Ybus=zeros(n,n);
Xsis=Inf(n,n);

%Impedancias respecto al neutro
for j=1:n
for k=1:Datos5(1,2)
if (((Datos5(k+1,1))|(Datos5(k+1,2)))==j)
Xsis(j,j)=Xsis(j,j)+(1/(Datos5(k+1,5)*i/2));
end
```

```
end
end

%Impedancias conectadas entre los buses
for j=1:Datos5(1,2)
Xsis(Datos5(j+1,1),Datos5(j+1,2))=Datos5(j+1,3)+Datos5(j+1,4)*i;
end

%Valores simétricos
for j=1:n
for k=1:n
Xsis(k,j)=Xsis(j,k);
end
end

%Obtención de la matriz Ybus
Ybu=zeros(n,n);
for j=1:n
for k=1:n
Ybu(j,k)=(1/(Xsis(j,k)));
if j!=k
Ybus(j,k)=-Ybu(j,k);
end
end
end

%Obtención de la diagonal Ybus
for j=1:n
for k=1:n
Ybus(j,j)=Ybus(j,j)+Ybu(j,k);
end
end

%Impresión de resultados
disp(' ')
disp(' ')
disp(' LA MATRIZ RESULTANTE YBUS ES:')
Ybus
```

El archivo externo (Datos5.txt) utilizado para esta simulación tiene la siguiente forma:

5	6	0	0	0
1	2	0.000	0.300	0.000
1	3	0.023	0.145	0.040
2	4	0.006	0.032	0.010
3	4	0.020	0.260	0.000
3	5	0.000	0.320	0.000
4	5	0.000	0.500	0.000

En donde el elemento (1,1) es el número de nodos, el elemento (1,2) es el número de elementos de transmisión. En la siguiente fila de datos y hasta el número de elementos de transmisión, las primeras dos columnas son los índices de nodos de envío y recepción, y finalmente las últimas tres columnas son los valores de resistencia, reactancia y susceptancia del sistema.

A.1. Archivo de salida del programa Y_{BUS}

En este apartado se muestra la ejecución del programa para la formación de los elementos de la matriz Y_{BUS} utilizado en el trabajo, realizado en el programa MatLab 7.10.0.

CALCULO DE LA MATRIZ YBUS

Número de nodos: 5

LA MATRIZ RESULTANTE YBUS ES:

Ybus =

$$\begin{bmatrix} 1.067 - 10.04j & 0 + 3.333j & -1.07 + 6.73j & 0 & 0 \\ 0 + 3.33j & 5.66 - 33.22j & 0 & -5.66 + 30.19j & 0 \\ -1.07 + 6.73j & 0 & 1.41 - 13.65j & -0.29 + 3.82j & 0 + 3.125j \\ 0 & -5.66 + 30.19j & -0.29 + 3.82j & 5.95 - 36.01j & 0 + 2j \\ 0 & 0 & 0 + 3.125j & 0 + 2j & 0 - 5.13j \end{bmatrix}$$

A.2. Construcción de la matriz Y_{BUS}

Para obtener los elementos de la matriz Y_{BUS} , se toman en cuenta los parámetros de la tabla 2.3, primeramente se hace el cálculo de las admitancias, obteniéndose de la inversa de las impedancias entre ambos nodos de estudio, como es el caso de la línea 1-2 (figura 2.5), mostrada a continuación:

$$y_{12} = y_{21} = \frac{1}{Z_{12}} = \frac{1}{0.000 + 0.300j} = 0 - 3.33j$$

De manera análoga se obtienen los valores de admitancias de las demás líneas del sistema:

$$\begin{aligned} y_{13} &= y_{31} = 1.07 - 6.73j \\ y_{24} &= y_{42} = 5.66 - 30.19j \\ y_{34} &= y_{43} = 0.29 - 3.82j \\ y_{35} &= y_{53} = 0 - 3.125j \\ y_{45} &= y_{54} = 0 - 2j \end{aligned}$$

En cambio, las admitancias propias de cada bus del sistema que conforman la diagonal dominante se obtiene con la ecuación (2.4) vista en el Capítulo II. El desarrollo para obtener el valor de la admitancia propia del nodo 1 es el siguiente:

$$Y_{11} = y_{12} + y_{13} + \frac{b_{13}}{2} = (0 - 3.33j) + (1.07 - 6.73j) + \frac{0.04j}{2} = 1.067 - 10.04j$$

De igual forma, siguiendo este procedimiento se obtienen los elementos de las demás admitancias propias del sistema de 5 nodos, obteniendo los siguientes valores:

$$\begin{aligned} Y_{22} &= 5.66 - 33.22j \\ Y_{33} &= 1.41 - 13.65j \\ Y_{44} &= 5.95 - 36.01j \\ Y_{55} &= 0 - 5.13j \end{aligned}$$

Mientras que los elementos fuera de la diagonal son las admitancias mutuas, que se obtienen del valor negativo de cada una de las admitancias de las líneas anteriormente obtenidas, la sustitución para conseguir el valor de la línea 1-2 es el siguiente:

$$Y_{12} = Y_{21} = -y_{12} = 0 + 3.33j$$

Prosiguiendo con el mismo desarrollo se calculan los elementos faltantes de la Y_{BUS} para comenzar con la sustitución en las ecuaciones de flujos de potencia.

$$Y_{13} = Y_{31} = -1.07 + 6.73j$$

$$Y_{24} = Y_{42} = -5.66 + 30.19j$$

$$Y_{34} = Y_{43} = -0.29 + 3.82j$$

$$Y_{35} = Y_{53} = 0 + 3.125j$$

$$Y_{45} = Y_{54} = 0 + 2j$$

La matriz Y_{BUS} resultante del sistema de prueba de 5 nodos [10] es:

$$Y_{BUS} = \begin{bmatrix} 1.067 - 10.04j & 0 + 3.333j & -1.07 + 6.73j & 0 & 0 \\ 0 + 3.33j & 5.66 - 33.22j & 0 & -5.66 + 30.19j & 0 \\ -1.07 + 6.73j & 0 & 1.41 - 13.65j & -0.29 + 3.82j & 0 + 3.125j \\ 0 & -5.66 + 30.19j & -0.29 + 3.82j & 5.95 - 36.01j & 0 + 2j \\ 0 & 0 & 0 + 3.125j & 0 + 2j & 0 - 5.13j \end{bmatrix}$$

Apéndice B

Programas computacionales para la solución de Flujos de Potencia

B.1. Método Gauss-Seidel

El programa que a continuación se muestra, resuelve FP de manera confiable, donde se le indica la matriz Y_{BUS} y los valores iniciales (perfil plano) considerados para comenzar las iteraciones.

```
clear all;
clc;

%Valores Matriz Ybus

      Y = [1.067 - 10.04j    0 + 3.333j    -1.07 + 6.73j    0    0
           0 + 3.33j      5.66 - 33.22j    0    -5.66 + 30.19j    0
          -1.07 + 6.73j    0    1.41 - 13.65j    -0.29 + 3.82j    0 + 3.125j
                0    -5.66 + 30.19j    -0.29 + 3.82j    5.95 - 36.01j    0 + 2j
                0    0    0 + 3.125j    0 + 2j    0 - 5.13j];

%Tolerancia para el criterio de convergencia
E=0.0001;

%Datos de los nodos
n=5; %Número de nodos
PG=[0;0;0.4;0.4;0]; %Potencia activa de Generación
QG=[0;0;0.3;0.2;0]; %Potencia reactiva de Generación
PD=[0;0;0.9;0.239;0]; %Potencia activa de Carga
QD=[0;0;0.4;0.129;0]; %Potencia reactiva de Carga

for w=1:n
P(w)=PG(w)-PD(w);
```

```

Q(w)=QG(w)-QD(w);
end

%Voltajes iniciales
V=[1,1,1,1,1];
VC=[0,1,1,1,1];

%Fórmula recursiva y Criterio de Convergencia
for m=1:100
for k=2:n
ACM=0;
for l=1:n
C0=max(abs(VC));
if k!=1
SUM(k,l)=-(Y(k,l)*V(l))/(Y(k,k));
ACM=ACM+SUM(k,l);
end
end
V(k)=(1/Y(k,k))*((P(k)-Q(k)*i)/(conj(V(k))))+(ACM);
end
VC=V;
VC(1)=0;
C1=max(abs(VC));
Vcomp=C1-C0;
iteraciones=m;
%Criterio de convergencia
if (Vcomp<E)
break;
end
end

%Ciclo para obtener las potencias P=1,2,...n y Q=1,2,...n
for k=1:n
A=0;
B=0;
for l=1:n
A = A + (abs(V(k)) * abs(V(l)) * abs(Y(k,l))) * cos(angle(Y(k,l)) + angle(V(l)) - angle(V(k)));
B = B - (abs(V(k)) * abs(V(l)) * abs(Y(k,l))) * sin(angle(Y(k,l)) + angle(V(l)) - angle(V(k)));
end
Pfinal(k)=A();
Qfinal(k)=B();
end

%Cálculo del flujo entre las líneas
for k=1:n
for l=1:n
if k!=l
Plinea(k,l) = -(((abs(V(k)))2 * abs(Y(k,l))) * cos(angle(Y(k,l)))) + (abs(V(k)) * abs(V(l)) * abs(Y(k,l))) *
cos(angle(Y(k,l)) + angle(V(l)) - angle(V(k)));
Qlinea(k,l) = (((abs(V(k)))2 * abs(Y(k,l))) * sin(angle(Y(k,l)))) - (abs(V(k)) * abs(V(l)) * abs(Y(k,l))) *
sin(angle(Y(k,l)) + angle(V(l)) - angle(V(k)));
end
end

```

```
end
end

%Cálculo de pérdida entre las líneas
for k=1:n
for l=1:n
if k!=l
Ploss(k,l) = Plinea(k,l) + Plinea(l,k);
Qloss(k,l) = Qlinea(k,l) + Qlinea(l,k);
end
end
end
V,Pfinal,Qfinal,iteraciones,Plinea,Qlinea,Ploss,Qloss
```

B.2. Método Newton-Raphson

El programa mostrado en este apartado, también es capaz de resolver FP de manera más eficaz y confiable, obteniendo resultados en menos iteraciones. De igual manera, se indican los elementos de la matriz Y_{BUS} y los valores iniciales (perfil plano) considerados para comenzar las iteraciones. Este programa es exclusivo para el sistema de 5 nodos, debido a que, la matriz Jacobiana que contiene las derivadas parciales únicas del sistema.

```

clear all;
clc;

%Valores Matriz Ybus

      Y = [1.067 - 10.04j    0 + 3.333j    -1.07 + 6.73j    0    0
           0 + 3.33j      5.66 - 33.22j    0    -5.66 + 30.19j    0
          -1.07 + 6.73j    0    1.41 - 13.65j    -0.29 + 3.82j    0 + 3.125j
           0    -5.66 + 30.19j    -0.29 + 3.82j    5.95 - 36.01j    0 + 2j
           0    0    0 + 3.125j    0 + 2j    0 - 5.13j];

%Tolerancia para el criterio de convergencia
E=0.0001;

%Datos de los nodos
n=5; %Número de nodos
PG=[0;0;0.4;0.4;0]; %Potencia activa de Generación
QG=[0;0;0.3;0.2;0]; %Potencia reactiva de Generación
PD=[0;0;0.9;0.239;0]; %Potencia activa de Carga
QD=[0;0;0.4;0.129;0]; %Potencia reactiva de Carga

%Valores especificados
for w=1:n
Psch(w)=PG(w)-PD(w);
Qsch(w)=QG(w)-QD(w);
end

%Valores iniciales
VF=[0;0;0;0;1;1;1];

for z=1:10
V=[1;VF(5);VF(6);VF(7);VF(8)];
angV=[0;VF(1);VF(2);VF(3);VF(4)];

%Ciclo para obtener las potencias P=2,...n y Q=2,...n
for i=2:n
A=0;
B=0;
for k=1:n
A = A + (V(i) * V(k) * abs(Y(i, k)) * cos(angle(Y(i, k)) + angV(k) - angV(i)));
B = B + (-(V(i) * V(k) * abs(Y(i, k)) * sin(angle(Y(i, k)) + angV(k) - angV(i)));
end
P(i)=A();

```

```

Q(i)=B();
end

%Residuos de Potencia
RES=[Psch(2)-P(2)    %DELTA P2
Psch(3)-P(3)    %DELTA P3
Psch(4)-P(4)    %DELTA P4
Psch(5)-P(5)    %DELTA P5
Qsch(2)-Q(2)    %DELTA Q2
Qsch(3)-Q(3)    %DELTA Q3
Qsch(4)-Q(4)    %DELTA Q4
Qsch(5)-Q(5)]; %DELTA Q5

%Valores para la función externa de las Derivadas Parciales
V1=V(1);
V2=V(2);
V3=V(3);
V4=V(4);
V5=V(5);
angV1=angV(1);
angV2=angV(2);
angV3=angV(3);
angV4=angV(4);
angV5=angV(5);
Y21=abs(Y(2,1)); Y22=abs(Y(2,2)); Y23=abs(Y(2,3)); Y24=abs(Y(2,4)); Y25=abs(Y(2,5));
Y31=abs(Y(3,1)); Y32=abs(Y(3,2)); Y33=abs(Y(3,3)); Y34=abs(Y(3,4)); Y35=abs(Y(3,5));
Y41=abs(Y(4,1)); Y42=abs(Y(4,2)); Y43=abs(Y(4,3)); Y44=abs(Y(4,4)); Y45=abs(Y(4,5));
Y51=abs(Y(5,1)); Y52=abs(Y(5,2)); Y53=abs(Y(5,3)); Y54=abs(Y(5,4)); Y55=abs(Y(5,5));
angY21=angle(Y(2,1)); angY22=angle(Y(2,2)); angY23=angle(Y(2,3)); angY24=angle(Y(2,4));
angY31=angle(Y(3,1)); angY32=angle(Y(3,2)); angY33=angle(Y(3,3)); angY34=angle(Y(3,4));
angY41=angle(Y(4,1)); angY42=angle(Y(4,2)); angY43=angle(Y(4,3)); angY44=angle(Y(4,4));
angY51=angle(Y(5,1)); angY52=angle(Y(5,2)); angY53=angle(Y(5,3)); angY54=angle(Y(5,4));
angY25=angle(Y(2,5)); angY35=angle(Y(3,5)); angY45=angle(Y(4,5)); angY55=angle(Y(5,5));

J=MJ_5(V1,V2,V3,V4,V5,angV1,angV2,angV3,angV4,angV5,Y21,Y22,Y23,
Y24,Y25,Y31,Y32,Y33,Y34,Y35,Y41,Y42,Y43,Y44,Y45,Y51,Y52,Y53,Y54,Y55,
angY21,angY22,angY23,angY24,angY25,angY31,angY32,angY33,angY34,angY35,
angY41,angY42,angY43,angY44,angY45,angY51,angY52,angY53,angY54,angY55);

%Valores Nuevos (VN) aplicando la multiplicación de la matriz Inversa de la Jacobiana y los residuos de potencia
VN=(inv(J))*RES;
VF=[VN(1)+angV(2)
VN(2)+angV(3)
VN(3)+angV(4)
VN(4)+angV(5)
VN(5)+V(2)
VN(6)+V(3)
VN(7)+V(4)
VN(8)+V(5)];

%Condición para la convergencia
if((RES(2)≤ E)&&(RES(3)≤ E)&&(RES(4)≤ E)&&(RES(5)≤ E)&&(RES(6)≤ E)&&(RES(7)≤ E)&&(RES(8)≤ E)

```

```

E))
break;
end
end
Iteraciones=z;

%Potencias del nodo de compensación
C=0;
D=0;
for i=1:1
for k=1:n
C=C+(V(i)*V(k)*abs(Y(i,k))*cos(angle(Y(i,k))+angV(k)-angV(i)));
D=D+(-(V(i)*V(k)*abs(Y(i,k))*sin(angle(Y(i,k))+angV(k)-angV(i))));
end
PF(i)=C();
QF(i)=D();
end

%Potencias de los demas nodos
for i=2:n
PF(i)=PG(i)-PD(i);
QF(i)=QG(i)-QD(i);
end

%Magnitudes y ángulos de Tensión
for i=2:n
V(i)=V(i)*cos(angV(i))+V(i)*sin(angV(i))*j;
end

%Cálculo del flujo entre las líneas
for k=1:n
for l=1:n
if k!=l
Plinea(k,l) = -(((abs(V(k)))2 * abs(Y(k,l)) * cos(angle(Y(k,l)))) + (abs(V(k)) * abs(V(l)) * abs(Y(k,l)) *
cos(angle(Y(k,l)) + angle(V(l)) - angle(V(k))));
Qlinea(k,l) = (((abs(V(k)))2 * abs(Y(k,l)) * sin(angle(Y(k,l)))) - (abs(V(k)) * abs(V(l)) * abs(Y(k,l)) *
sin(angle(Y(k,l)) + angle(V(l)) - angle(V(k))));
end
end
end

%Cálculo de pérdida entre las líneas
for k=1:n
for l=1:n
if k!=l
Ploss(k,l) = Plinea(k,l) + Plinea(l,k);
Qloss(k,l) = Qlinea(k,l) + Qlinea(l,k);
end
end
end
V,PF, QF, Iteraciones, Plinea, Qlinea, Ploss, Qloss

```

Apéndice C

Estructura del solver fmincon

En este apéndice se describe el solver “fmincon”. En el cuadro C.1, se indica cada uno de los términos, cuya sintaxis es la siguiente:

$$[x \text{ fval}, \text{exitflag}, \text{output}] = \text{fmincon}(@\text{FOBJ}, x_0, A, b, A_{\text{eq}}, b_{\text{eq}}, lb, ub, @\text{RNL}, \text{options})$$

Ejemplo

Una panorama general de cómo se utiliza el solver “fmincon” se enuncia a continuación. Para una descripción más detallada, ver [28].

El modelo a resolver es el siguiente:

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1^2 + x_1 + 2x_2 \\ \text{s.a.} \quad & \\ & x_1 - 4x_1x_2 + 6x_2 = 0 \\ & 1 \leq x_1 \leq 3 \\ & 0.5 \leq x_2 \leq 2.5 \end{aligned}$$

Para introducir los datos al editor de MatLab, es necesario crear tres archivos en blanco (*extensión .m*). En el primero se indicará cualquier restricción lineal, límites inferiores y superiores, así como la instrucción general del solver fmincon. En el segundo y tercer archivo se crean las funciones para la función objetivo y restricciones no lineales, respectivamente. Ahora, se enuncian los siguientes pasos para obtener la solución óptima.

1. En el segundo archivo, se crea la función objetivo evaluada en x , el cual regresa un valor escalar.

$$\begin{aligned} \text{function} \quad & f = \text{FOBJ}(x) \\ & f = (x(1))^2 + x(1) + 2 * x(2); \end{aligned}$$

2. En el tercer archivo, se crea la función para indicar las restricciones no lineales.

```
function [c, ceq] = RNL(x)
c = [];
ceq(1) = x(1) - 4 * x(1) * x(2) + 6 * x(2);
```

3. En el archivo principal se enuncian las demas restricciones lineales e indicaciones para poder interpretar los resultados.

```
%Límites inferiores
lb(1) = 1;
lb(2) = 0.5;
%Límites superiores
ub(1) = 3;
ub(2) = 2.5;
%Desigualdades Lineales
A = [];      b = [];
%Igualdades Lineales
Aeq = [];    beq = [];
%Condiciones iniciales
x0 = [1; 1];
options = optimset('Algorithm', 'interior - point');
[x fval, exitflag, output] = fmincon(@FOBJ, x0, A, b, Aeq, beq, lb, ub, @RNL, options);
```

4. La obtención de los resultados según las instrucciones que se dieron, son los siguientes.

```
Los Resultados son :
    fval =
        7.8848
    x =
        1.8956
        1.1978
    exitflag =
        1
    output =
        iterations : 8
        funcCount : 28
        constrviolation : 7.8506e - 011
        stepsize : 7.4543e - 006
        algorithm : 'interior - point'
        firstorderopt : 4.0001e - 007
        cgiterations : 0
        message : [1x782char]
```

Término	Descripción
x	Es el vector que contiene todas las variables, es decir, la solución encontrada por la función de optimización.
fval	Es la evaluación de la función objetivo al final del proceso.
exitflag	Indica la condición final del proceso de optimización.
output	Es una estructura de salida que contiene información sobre los resultados de la optimización.
@FOBJ	Referencia el archivo donde esta desarrollada la función objetivo.
x0	Punto inicial, es un vector que contiene los valores iniciales asignados a los elementos de x .
A, b	La matriz A y el vector b son los coeficientes de las restricciones de desigualdad lineal.
A_{eq}, b_{eq}	La matriz A y el vector b son los coeficientes de las restricciones de igualdad lineal.
lb, ub	Vectores de los límites superiores e inferiores de los valores de x .
@RNL	Referencia el archivo donde se desarrollan las restricciones de desigualdad e igualdad.
options	Es una estructura de parámetros, cada uno de estos son opciones de optimización que utiliza el solver.
Nota: Los términos que no contengan elemento alguno, se declara entre corchetes [].	

Tabla C.1: Cuadro descriptivo de los términos de la función utilizada.

Apéndice D

Código Fuente

Dentro de esta sección se muestra el programa computacional implementado en el algoritmo de solución de MatLab (Herramienta de optimización fmincon).

```
% PROGRAMA PARA LA SOLUCIÓN DE FLUJOS ÓPTIMOS DE POTENCIA
% Sistema de 5 nodos
% Autor(es), Stephen Frank y Steffen Rebennak,
% "A Primer on Optimal Power Flow: Theory, Formulation, and Practical Examples",
% Colorado School of Mines, Division of Economics and Business,
% Working paper No. 2012-14, October 2012, págs. 25-30.
% Ejemplo 5.2
% MINIMIZAR LA SIGUIENTE FUNCION OBJETIVO;
%  $f(x) = 0.35P_{G1} + 0.20P_{G3} + 0.40(P_{G3})^2 + 0.30P_{G4} + 0.50(P_{G4})^2$ 
%SUJETO A LAS SIGUIENTES RESTRICCIONES;
%  $P_1^G = 1.067 + 3.33V_2\text{sen}(-\delta_2) - 1.07V_3\text{cos}(-\delta_3) + 6.73V_3\text{sen}(-\delta_3)$ 
%  $0 = 3.33V_2\text{sen}(\delta_2) + 5.66V_2^2 - 5.66V_2V_4\text{cos}(\delta_2 - \delta_4) + 30.19V_2V_4\text{sen}(\delta_2 - \delta_4)$ 
%  $P_3^G = -1.07V_3V_1\text{cos}(\delta_3 - \delta_1) + 6.73V_3V_1\text{sen}(\delta_3 - \delta_1) + 1.41V_3^2 - 0.29V_3V_4\text{cos}(\delta_3 - \delta_4) + 3.82V_3V_4\text{sen}(\delta_3 - \delta_4)$ 
%  $0 = 3.125V_3V_5\text{sen}(\delta_3 - \delta_5)$ 
%  $P_4^G = 0.9 - 5.66V_4V_2\text{cos}(\delta_4 - \delta_2) + 30.19V_4V_2\text{sen}(\delta_4 - \delta_2) - 0.29V_4V_3\text{cos}(\delta_4 - \delta_3) + 3.82V_4V_3\text{sen}(\delta_4 - \delta_3)$ 
%  $0 = 5.95V_4^2 + 2V_4V_5\text{sen}(\delta_4 - \delta_5)$ 
%  $0 = 0.239 + 3.125V_5V_3\text{sen}(\delta_5 - \delta_3) + 2V_5V_4\text{sen}(\delta_5 - \delta_4)$ 
%  $Q_1^G = 10.04 - 3.33V_2\text{cos}(-\delta_2) - 1.07V_3\text{sen}(-\delta_3) - 6.73V_3\text{sen}(-\delta_3)$ 
%  $0 = -3.33V_2V_1\text{cos}(\delta_2 - \delta_1) + 33.22V_2^2 - 5.66V_2V_4\text{sen}(\delta_2 - \delta_4) - 30.19V_2V_4\text{cos}(\delta_2 - \delta_4)$ 
%  $Q_3^G = -1.07V_3V_1\text{sen}(\delta_3 - \delta_1) - 6.73V_3V_1\text{cos}(\delta_3 - \delta_1) + 13.65V_3^2 - 0.29V_3V_4\text{sen}(\delta_3 - \delta_4) - 3.82V_3V_4\text{cos}(\delta_3 - \delta_4)$ 
%  $0 = -3.125V_3V_5\text{cos}(\delta_3 - \delta_5)$ 
%  $Q_4^G = 0.4 - 5.66V_4V_2\text{sen}(\delta_4 - \delta_2) - 30.19V_4V_2\text{cos}(\delta_4 - \delta_2) - 0.29V_4V_3\text{sen}(\delta_4 - \delta_3) - 3.82V_4V_3\text{cos}(\delta_4 - \delta_3)$ 
%  $0 = 36.01V_4^2 - 2V_4V_5\text{cos}(\delta_4 - \delta_5)$ 
%  $0 = 0.239 - 3.125V_5V_3\text{cos}(\delta_5 - \delta_3) - 2V_5V_4\text{cos}(\delta_5 - \delta_4) + 5.13V_5^2$ 
%  $0.10 \leq P_3^G \leq 0.40,$ 
%  $0.05 \leq P_4^G \leq 0.40,$ 
%  $-0.20 \leq Q_3^G \leq 0.30,$ 
%  $-0.20 \leq Q_4^G \leq 0.20,$ 
%  $0.95 \leq V_i \leq 1.05, \quad \forall i = \{2, 3, 4, 5\}$ 
%  $-180^\circ \leq \delta_i \leq 180^\circ, \quad \forall i = \{2, 3, 4, 5\}$ 
%LAS VARIABLES A MIXIMIZAR SON;
```

```

%PG1 = x(1); PG3 = x(2); PG4 = x(3); %Potencias Reales
%QG1 = x(4); QG3 = x(5); QG4 = x(6); %Potencias Reactivas
%Ang2 = (x(7) * 360)/(2 * 3.1416); Ang3 = (x(8) * 360)/(2 * 3.1416); %Angulos de las tensiones nodales
%Ang4 = (x(9) * 360)/(2 * 3.1416); Ang5 = (x(10) * 360)/(2 * 3.1416); %Angulos de las tensiones nodales
%V2 = x(11); V3 = x(12); V4 = x(13); V5 = x(14);
%-----
clear all;
clc;
%Limites inferiores
lb = zeros(14,1);
lb(2) = 0.10;
lb(3) = 0.05;
lb(5) = -0.20;
lb(6) = -0.20;
lb(7) = -(2*3.1416*180)/360;
lb(8) = -(2*3.1416*180)/360;
lb(9) = -(2*3.1416*180)/360;
lb(10) = -(2*3.1416*180)/360;
lb(11) = 0.95;
lb(12) = 0.95;
lb(13) = 0.95;
lb(14) = 0.95;
%Limites superiores
ub = Inf(14,1);
ub(2) = 0.40;
ub(3) = 0.40;
ub(5) = 0.30;
ub(6) = 0.20;
ub(7) = (2*3.1416*180)/360;
ub(8) = (2*3.1416*180)/360;
ub(9) = (2*3.1416*180)/360;
ub(10) = (2*3.1416*180)/360;
ub(11) = 1.05;
ub(12) = 1.05;
ub(13) = 1.05;
ub(14) = 1.05;
%Desigualdades Lineales
A = []; b = [];
%Igualdades Lineales
Aeq = []; beq = [];
%Condiciones iniciales
x0 = [1;1;1;1;1;1;0;0;0;0;1;1;1;1];
%options = optimset ('LargeScale','off','trust-region-reflective','on','Display','iter');
%options=optimoptions(@fmincon,'Algorithm','sqp','MaxIter',1500,'MaxFunEvals');
options=optimset('Algorithm','interior-point');
%Solución del problema
%-----
disp(' Ejecución Sistema de 5 Nodos')
disp('-----')
%Como ejecutar la función fmincon —>X = FMINCON(FUN,X0,A,B,Aeq,Beq,LB,UB,NONLCON)
[x fval, exitflag, output] = fmincon(@FunObjetivo, x0, A, b, Aeq, beq, lb, ub, @Restricciones_NL, options);
%-----

```

```

%Reasignación de las variables
PG1=x(1); PG3=x(2); PG4=x(3); %Potencias Reales
QG1=x(4); QG3=x(5); QG4=x(6); %Potencias Reactivas
Ang2=(x(7)*360)/(2*3.1416); Ang3=(x(8)*360)/(2*3.1416); %Angulos de las tensiones nodales
Ang4=(x(9)*360)/(2*3.1416); Ang5=(x(10)*360)/(2*3.1416); %Angulos de las tensiones nodales
V2=x(11); V3=x(12); V4=x(13); V5=x(14); %Tensiones nodales
disp('-----')
disp(' Los Resultados de la Optimización son:')
fval
PG1, PG3, PG4
QG1, QG3, QG4
V2, V3, V4, V5
Ang2, Ang3, Ang4, Ang5
exitflag
output
lambda

```

Como complemento del lenguaje de programación anterior, se tienen los códigos que son llamados por la función “fmincon” al estar en archivos independientes del programa principal. El primer archivo (Apéndice D.1) unicamente contiene la función objetivo principal, mientras que el segundo código (Apéndice D.2) corresponde al modelado de las restricciones no lineales, ambos archivos son pertenecientes del sistema de prueba de 5 nodos [10].

D.1. Modelado de la función objetivo

Archivo auxiliar (FunObjetivo.m), donde se desarrolla la función objetivo requerido para el algoritmo solución del sistema de prueba de 5 nodos [10].

```

% PROGRAMA PARA LA SOLUCIÓN DE FLUJOS ÓPTIMOS DE POTENCIA
% Sistema de 5 nodos
% Autor(es), Stephen Frank y Steffen Rebennak,
%“A Primer on Optimal Power Flow: Theory, Formulation, and Practical Examples”,
%Colorado School of Mines, Division of Economics and Business,
%Working paper No. 2012-14, October 2012, págs. 25-30.
%Ejemplo 5.2. FUNCIÓN OBJETIVO
%-----

function f = FunObjetivo(x)

f = 0.35 * x(1) + 0.20 * x(2) + 0.40 * (x(2))^2 + 0.30 * x(3) + 0.50 * (x(3))^2;

```

D.2. Modelado de las restricciones

Archivo auxiliar (Restricciones_NL.m), donde se desarrolla la función objetivo requerido para el algoritmo solución del sistema de prueba de 5 nodos [10].

```
% PROGRAMA PARA LA SOLUCIÓN DE FLUJOS ÓPTIMOS DE POTENCIA
% Sistema de 5 nodos
% Autor(es), Stephen Frank y Steffen Rebennak,
% "A Primer on Optimal Power Flow: Theory, Formulation, and Practical Examples",
% Colorado School of Mines, Division of Economics and Business,
% Working paper No. 2012-14, October 2012, págs. 25-30.
% Ejemplo 5.2. RESTRICCIONES
%-----

function[c, ceq] = Restricciones_NL(x)

c = [];

ceq(1) = -x(1) + 3.33 * x(11) * sin(-x(7)) - 1.07 * x(12) * cos(-x(8)) + 6.73 * x(12) * sin(-x(8)) + 1.067;

ceq(2) = 3.33 * x(11) * sin(x(7)) + 5.66 * (x(11))^2 - 5.66 * x(11) * x(13) * cos(x(7) - x(9)) + 30.19 * x(11) * x(13) * sin(x(7) - x(9));

ceq(3) = -x(2) - 1.07 * x(12) * cos(x(8)) + 6.73 * x(12) * sin(x(8)) + 1.41 * (x(12))^2 - 0.29 * x(12) * x(13) * cos(x(8) - x(9)) + 3.82 * x(12) * x(13) * sin(x(8) - x(9)) + 3.125 * x(12) * x(14) * sin(x(8) - x(10));

ceq(4) = 0.9 - x(3) - 5.66 * x(13) * x(11) * cos(x(9) - x(7)) + 30.19 * x(13) * x(11) * sin(x(9) - x(7)) + 5.95 * (x(13))^2 - 0.29 * x(13) * x(12) * cos(x(9) - x(8)) + 3.82 * x(13) * x(12) * sin(x(9) - x(8)) + 2 * x(13) * x(14) * sin(x(9) - x(10));

ceq(5) = 0.239 + 3.125 * x(12) * x(14) * sin(x(10) - x(8)) + 2 * x(14) * x(13) * sin(x(10) - x(9));

ceq(6) = -x(4) - 3.33 * x(11) * cos(-x(7)) - 1.07 * x(12) * sin(-x(8)) - 6.73 * x(12) * cos(-x(8)) + 10.04;

ceq(7) = -3.33 * x(11) * cos(x(7)) + 33.22 * (x(11))^2 - 5.66 * x(11) * x(13) * sin(x(7) - x(9)) - 30.19 * x(11) * x(13) * cos(x(7) - x(9));

ceq(8) = -x(5) - 1.07 * x(12) * sin(x(8)) - 6.73 * x(12) * cos(x(8)) + 13.65 * (x(12))^2 - 0.29 * x(12) * x(13) * sin(x(8) - x(9)) - 3.82 * x(12) * x(13) * cos(x(8) - x(9)) - 3.125 * x(12) * x(14) * cos(x(8) - x(10));

ceq(9) = 0.4 - x(6) - 5.66 * x(13) * x(11) * sin(x(9) - x(7)) - 30.19 * x(13) * x(11) * cos(x(9) - x(7)) - 0.29 * x(13) * x(12) * sin(x(9) - x(8)) - 3.82 * x(13) * x(12) * cos(x(9) - x(8)) + 36.01 * (x(13))^2 - 2 * x(13) * x(14) * cos(x(9) - x(10));

ceq(10) = 0.129 - 3.125 * x(12) * x(14) * cos(x(10) - x(8)) - 2 * x(14) * x(13) * cos(x(10) - x(9)) + 5.13 * (x(14))^2;
```