



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERIA Y ARQUITECTURA
UNIDAD ZACATENCO

**“PLANTEAMIENTO MATRICIAL DE
ANÁLISIS SÍSMICO”**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
INGENIERO CIVIL

PRESENTAN:
**ALEJANDRO EDUARDO FLORES HERNÁNDEZ
LILIANA RAMOS RIVERA**

DIRECTOR DE TESIS:
M. EN I. ALFREDO ANTONIO PÁEZ ROBLES

MÉXICO, D.F. 2013





Instituto Politécnico Nacional
ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA
UNIDAD ZACATENCO
SUBDIRECCIÓN ACADÉMICA

"90 Aniversario de la Escuela Superior de Ingeniería y Arquitectura"
"60 Aniversario de la Escuela Superior de Economía"
"50 Aniversario de la Escuela Superior de Enfermería y Obstetricia"
"40 Aniversario de la Unidad Profesional Interdisciplinaria de Ingeniería
y Ciencias Sociales y Administrativas"



SECRETARÍA DE
EDUCACIÓN PÚBLICA

México, D.F. a 20 de septiembre de 2012
Of. No.SA.1426.IX.2012

ASUNTO: SE DESIGNA ASESOR DE TESIS
(COLECTIVA) Y AUTORIZA TEMA

M. EN I. ALFREDO ANTONIO PÁEZ ROBLES
PRESIDENTE DE LA ACADEMIA DE
ESTRUCTURAS T.M. Y
PROFESOR DE LA E.S.I.A. U. ZACATENCO

P R E S E N T E

Con base en su experiencia profesional, y actuación docente en la Academia de Estructuras y de acuerdo al Colegio de Profesores, ha sido designado asesor del **C. Alejandro Eduardo Flores Hernández**, pasante de la carrera de Ingeniería Civil, en la elaboración del informe de su Tesis, el cual debe apegarse a la estructura general.

Así también se le comunica que el tema e índice que se propusieron y que a continuación se cita, ha sido aprobado para su desarrollo, mismo que deberá concluir en un plazo máximo de un año a partir de esta fecha, esto de acuerdo al Reglamento de Titulación vigente (Capítulo V, Art. 28).

"PLANTEAMIENTO MATRICIAL DE ANÁLISIS SÍSMICO"

Capítulo I – Introducción

Capítulo II – Análisis dinámico

Capítulo III- Comportamiento estructural

MACR/RGA/crv

Av. Juan de Dios Bátiz S/N Edificio 10, 11, 12, Unidad Profesional "Adolfo López Mateos" Zacatenco, México, D.F. 07738
Tel. 57296000 Ext. 53084, ing_aplicada_esiaz@ipn.mx



Instituto Politécnico Nacional
ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA
UNIDAD ZACATENCO
SUBDIRECCIÓN ACADÉMICA

"90 Aniversario de la Escuela Superior de Ingeniería y Arquitectura"
"60 Aniversario de la Escuela Superior de Economía"
"50 Aniversario de la Escuela Superior de Enfermería y Obstetricia"
"40 Aniversario de la Unidad Profesional Interdisciplinaria de Ingeniería
y Ciencias Sociales y Administrativas"
SECRETARÍA DE
EDUCACIÓN PÚBLICA



México, D.F. a 20 de septiembre de 2012
Of. No.SA.1426.IX.2012

ASUNTO: SE DESIGNA ASESOR DE TESIS
(COLECTIVA) Y AUTORIZA TEMA

Capítulo IV- Métodos del análisis sísmico

Capítulo V- Planteamiento matricial de análisis sísmico

Capítulo VI- Resultados y conclusiones

Índice de figuras (en caso de tenerlos)

Indicé de tablas (en caso de tenerlos)

Indicé de graficas (en caso de tenerlos)

Sin otro particular, reciba un cordial saludo.

ATENTAMENTE
"LA TÉCNICA AL SERVICIO DE LA PATRIA"

ING. MARÍA DEL ALBA CAMACHO REYES
SUBDIRECTORA ACADÉMICA
UNIDAD ZACATENCO

C.c.p.- Ing. Rodolfo Granados Aguilar – Jefe del Departamento de Formación Profesional en Ingeniería Aplicada
Expediente

MACR/RGA/crv

Av. Juan de Dios Bátiz S/N Edificio 10, 11, 12, Unidad Profesional "Adolfo López Mateos" Zacatenco, México, D.F. 07738
Tel. 57296000 Ext. 53084, ing_aplicada_esiaz@ipn.mx



Instituto Politécnico Nacional
ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA
UNIDAD ZACATENCO
SUBDIRECCIÓN ACADÉMICA

"90 Aniversario de la Escuela Superior de Ingeniería y Arquitectura"
"60 Aniversario de la Escuela Superior de Economía"
"50 Aniversario de la Escuela Superior de Enfermería y Obstetricia"
"40 Aniversario de la Unidad Profesional Interdisciplinaria de Ingeniería
y Ciencias Sociales y Administrativas"
SECRETARÍA DE
EDUCACIÓN PÚBLICA



México, D.F. a 20 de septiembre de 2012
Of. No.SA.1427.IX.2012

ASUNTO: SE DESIGNA ASESOR DE TESIS
(COLECTIVA) Y AUTORIZA TEMA

M. EN I. ALFREDO ANTONIO PÁEZ ROBLES
PRESIDENTE DE LA ACADEMIA DE
ESTRUCTURAS T.M. Y
PROFESOR DE LA E.S.I.A. U. ZACATENCO

P R E S E N T E

Con base en su experiencia profesional, y actuación docente en la Academia de Estructuras y de acuerdo al Colegio de Profesores, ha sido designado asesor de la **C. Lilibana Ramos Rivera**, pasante de la carrera de Ingeniería Civil, en la elaboración del informe de su Tesis, el cual debe apegarse a la estructura general.

Así también se le comunica que el tema e índice que se propusieron y que a continuación se cita, ha sido aprobado para su desarrollo, mismo que deberá concluir en un plazo máximo de un año a partir de esta fecha, esto de acuerdo al Reglamento de Titulación vigente (Capítulo V, Art. 28).

"PLANTEAMIENTO MATRICIAL DE ANÁLISIS SÍSMICO"

Capítulo I – Introducción

Capítulo II – Análisis dinámico

Capítulo III- Comportamiento estructural

MACR/RGA/crv

Av. Juan de Dios Bátiz S/N Edificio 10, 11, 12, Unidad Profesional "Adolfo López Mateos" Zacatenco, México, D.F. 07738
Tel. 57296000 Ext. 53084, ing_aplicada_esiaz@ipn.mx



Instituto Politécnico Nacional
ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA
UNIDAD ZACATENCO
SUBDIRECCIÓN ACADÉMICA

"90 Aniversario de la Escuela Superior de Ingeniería y Arquitectura"
"60 Aniversario de la Escuela Superior de Economía"
"50 Aniversario de la Escuela Superior de Enfermería y Obstetricia"
"40 Aniversario de la Unidad Profesional Interdisciplinaria de Ingeniería
y Ciencias Sociales y Administrativas"
SECRETARÍA DE
EDUCACIÓN PÚBLICA



México, D.F. a 20 de septiembre de 2012
Of. No.SA.1427.IX.2012

ASUNTO: SE DESIGNA ASESOR DE TESIS
(COLECTIVA) Y AUTORIZA TEMA

Capítulo IV- Métodos del análisis sísmico

Capítulo V- Planteamiento matricial de análisis sísmico

Capítulo VI- Resultados y conclusiones

Índice de figuras (en caso de tenerlos)

Índice de tablas (en caso de tenerlos)

Índice de graficas (en caso de tenerlos)

Sin otro particular, reciba un cordial saludo.

ATENTAMENTE
"LA TÉCNICA AL SERVICIO DE LA PATRIA"

ING. MARÍA DEL ALBA CAMACHO REYES
SUBDIRECTORA ACADÉMICA
UNIDAD ZACATENCO

C.c.p.- Ing. Rodolfo Granados Aguilar – Jefe del Departamento de Formación Profesional en Ingeniería Aplicada
Expediente

MACR/RGA/crv

Av. Juan de Dios Bátiz S/N Edificio 10, 11, 12, Unidad Profesional "Adolfo López Mateos" Zacatenco, México, D.F. 07738
Tel. 57296000 Ext. 53084, ing_aplicada_esiaz@ipn.mx



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
 ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA
 UNIDAD ZACATENCO
 SUBDIRECCIÓN ACADÉMICA



F3

Asunto: Solicitud de titulación
 Por la opción de TESIS COLECCIÓN

México D.F., a 30 de MAYO de 20 13.

M. en C. MA. DEL CARMEN C. JIMÉNEZ FERRERO
 SUBDIRECTORA ACADÉMICA
 DE LA ESIA U. ZACATENCO
 P r e s e n t e

Una vez concluido el proceso de revisión y aprobación del trabajo terminal de titulación del pasante C. ALEJANDRO EDUARDO FLORES HERNÁNDEZ con número de boleta 200731078 se solicita la fecha del acto de titulación correspondiente, por lo que se anexa el Acta de la Comisión Revisora del trabajo terminal y se propone el siguiente jurado, conforme al capítulo VI del Reglamento de Titulación Profesional del IPN.

Presidente

ING. CALDARDO CARLOS MAGDALENO DOMÍNGUEZ
 (Nombre y firma)

Secretario

M. en C. ALFREDO ANTONIO PARRA ROBLES
 (Nombre y firma)

Primer Vocal

DR. ERNESTO PIÑERA LEÓN
 (Nombre y firma)

Segundo Vocal

ING. JOSÉ EDUARDO GUTIÉRREZ MARTÍNEZ
 (Nombre y firma)

Tercer Vocal

ING. JUAN GARCÍA CARBAJAL
 (Nombre y firma)

Suplente

M. en C. GUILLERMO MARÍAS OROZCO
 (Nombre y firma)

ESQUELA SUPERIOR DE
 INGENIERIA Y ARQUITECTURA
RECEBIDO
 06 JUN 2013
 SUBDIRECCION
 ACADÉMICA

ATENTAMENTE

PARRA CARLOS MAGDALENO
 (Nombre y firma)
 Presidente de la Academia de: ESTRUCTURAS T.H.



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA
UNIDAD ZACATENCO
SUBDIRECCIÓN ACADÉMICA



ACTA DE REVISIÓN DE TRABAJO TERMINAL

En la Ciudad de México, D. F. siendo las 12:0 horas del día 5 del mes de JUNIO del año 2013, se reunieron los miembros de la Comisión Revisora designada por la Subdirección Académica de la Escuela Superior de Ingeniería y Arquitectura Unidad Zacatenco, para revisar el trabajo terminal "PLANTEAMIENTO MATRICIAL DE ANALISIS SISMICO." que presenta el C. ALCANTARA EDUARDO FLORES HERNANDEZ, con número de boleta 2007310318, pasante de la carrera de Ingeniería Civil, plan 2004, para obtener el título de Ingeniero Civil.

Ya revisada y después de intercambiar opiniones, los miembros de la Comisión acordaron **APROBAR EL TRABAJO TERMINAL**.

COMISIÓN REVISORA

Asesor de trabajo terminal

<u>ING. CILDARDO CARLOS MAGDALENO DOMINGUEZ</u> (nombre y firma)	<u>M. EN I. ALFREDO RUIZ DOMESTICO PÉREZ ROBLES</u> (nombre y firma)
<u>ING. JOSE EDUARDO GUTIERREZ MARTINEZ</u> (nombre y firma)	<u>ING. JUAN CARLOS CARBAJAL</u> (nombre y firma)
<u>M. EN I. GUILLERMO TARRAS OROZCO</u> (nombre y firma)	<u>DR. ENDESIO PINEDA LEON</u> (nombre y firma)

Se anexa a la presente un ejemplar del trabajo terminal.

ATENTAMENTE
 "LA TÉCNICA AL SERVICIO DE LA PATRIA"

Vo.Bo.

CARLOS MAGDALENO
 (NOMBRE Y FIRMA)
 Presidente de la Academia de

[Firma]
 Subdirección Académica

ESTRUCTURAS T.M.

ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERIA Y ARQUITECTURA U. ZAG.

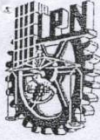
RECIBIDO

06 JUN 2013

c.c.p. Jefe del Depto. de Formación Profesional en Ingeniería Aplicada Expediente.

SUBDIRECCION ACADÉMICA

2512



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
 ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA
 UNIDAD ZACATENCO
 SUBDIRECCIÓN ACADÉMICA



F3

Asunto: Solicitud de titulación
 Por la opción de Tesis Colectiva

México D.F., a 30 de Mayo de 2013.

M. en C. MA. DEL CARMEN C. JIMÉNEZ FERRERO
 SUBDIRECTORA ACADÉMICA
 DE LA ESIA U. ZACATENCO
 P r e s e n t e

Una vez concluido el proceso de revisión y aprobación del trabajo terminal de titulación del pasante C. Liliana Ramos Rivera con número de boleta 2007310869 se solicita la fecha del acto de titulación correspondiente, por lo que se anexa el Acta de la Comisión Revisora del trabajo terminal y se propone el siguiente jurado, conforme al capítulo VI del Reglamento de Titulación Profesional del IPN.

Presidente

Ing. GILBERTO Carlos Magdaleno Domínguez
 (Nombre y firma)

Secretario

M. en I. Alfredo Antonio Pérez Robles
 (Nombre y firma)

Primer Vocal

Dr. Ernesto Pineda León
 (Nombre y firma)

Segundo Vocal

Ing. José Eduardo Gutiérrez Martínez
 (Nombre y firma)

Tercer Vocal

Ing. Julio García Carbajal
 (Nombre y firma)

Suplente

M. en C. Guillermo Macías Orozco
 (Nombre y firma)

ESCUELA SUPERIOR DE
 INGENIERIA Y ARQUITECTURA U. ZAC.
RECIBIDO
 06 JUN 2013
 SUBDIRECCIÓN
 ACADÉMICA

ATENTAMENTE

Ing. MAURICIO
 (Nombre y firma)
 Presidente de la Academia de: ESIA Zacatenco S-11

c.c.p. Jefe del Departamento de Formación Profesional en Ingeniería Aplicada.
 Pasante.

T-1187



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA
UNIDAD ZACATENCO
SUBDIRECCIÓN ACADÉMICA



ACTA DE REVISIÓN DE TRABAJO TERMINAL

En la Ciudad de México, D. F. siendo las 12:00 horas del día 5 del mes de JUNIO del año 2013, se reunieron los miembros de la Comisión Revisora designada por la Subdirección Académica de la Escuela Superior de Ingeniería y Arquitectura Unidad Zacatenco, para revisar el trabajo terminal "PLANTEAMIENTO MATRICIAL DE ANÁLISIS SÍSMICO" que presenta el C. LILIANA RAMOS RIVERA, con número de boleta 2007310869, pasante de la carrera de Ingeniería Civil, plan 2004, para obtener el título de Ingeniero Civil.

Ya revisada y después de intercambiar opiniones, los miembros de la Comisión acordaron **APROBAR EL TRABAJO TERMINAL**.

COMISIÓN REVISORA

Asesor de trabajo terminal

<u>ING. CIRO CARLOS WAGDALENO DOMÍNGUEZ</u> (nombre y firma)	<u>M. en I. ALFREDO ANTONIO PÁEZ ROBLES</u> (nombre y firma)
<u>ING. JOSE EDUARDO GONZÁLEZ MARTÍNEZ</u> (nombre y firma)	<u>ING. JULIO CARLOS CANBAJAL</u> (nombre y firma)
<u>M. en I. GUILLERMO HACIENDA OROZCO</u> (nombre y firma)	<u>DR. ALEJANDRO PINEDA LEON</u> (nombre y firma)

Se anexa a la presente un ejemplar del trabajo terminal.

ATENTAMENTE
 "LA TÉCNICA AL SERVICIO DE LA PATRIA"

Vo.Bo.

CARLOS WAGDALENO
(NOMBRE Y FIRMA)
 Presidente de la Academia de
ESTRUCTURAS T.H.

[Firma]
 Subdirección Académica

ESCUELA SUPERIOR DE
 INGENIERÍA Y ARQUITECTURA U. ZAC.
RECIBIDO

c.c.p.

Jefe del Depto. de Formación Profesional en Ingeniería Aplicada Expediente.

06 JUN 2013
 SUBDIRECCIÓN
 ACADÉMICA

T-1187

2195

ANEXO A

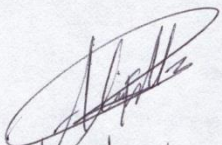
Declaración jurada y cesión de derechos

En la Ciudad de México, Distrito Federal, el día 29 de Mayo del año 2013, quien suscribe C. Alejandro Eduardo Flores Hernández, pasante de la carrera de Ingeniería Civil con número de boleta 2007310318, egresado de la Escuela Superior de Ingeniería y Arquitectura, Unidad Zacatenco, bajo protesta de decir la verdad y consiente de las responsabilidades penales de éste acto, **manifiesto ser autor intelectual del presente trabajo original de tesis colectiva titulado “Planteamiento Matricial de Análisis Sísmico” y haber sido asesorado por M. I. Alfredo A. Páez Robles;** el presente es resultado de mi trabajo y hasta donde sé y creo no contiene material propiedad de otro autor, ni material previamente publicado, así como tampoco material motivo de premios o que en su caso haya sido utilizado para la obtención de otro título académico de enseñanza superior, salvo los casos específicos en los que se indica con precisión en el mismo texto y se hace el oportuno y debido reconocimiento; por lo tanto libero a la Escuela de toda responsabilidad en caso de que mi declaración sea falsa.

Siendo el autor intelectual de éste documento, de conformidad cedo los derechos al Instituto Politécnico Nacional, para su difusión social, académica y de investigación.

A los usuarios, de la información aquí contenida, no se les autoriza reproducirla textualmente por ningún medio, sin la autorización expresa de su autor, la cual puede obtener solicitándola al correo alex84fh@outlook.com.

En caso de otorgarse la autorización de su reproducción, debe citarse la fuente de la información y manifestarse el agradecimiento correspondiente.


Alejandro Eduardo Flores Hernández

Nombre y firma

ANEXO B

Declaración jurada y cesión de derechos

En la Ciudad de México, Distrito Federal, el día 29 de Mayo del año 2013, quien suscribe C. Liliana Ramos Rivera, pasante de la carrera de Ingeniería Civil con número de boleta 2007310869, egresada de la Escuela Superior de Ingeniería y Arquitectura, Unidad Zacatenco, bajo protesta de decir la verdad y consiente de las responsabilidades penales de éste acto, **manifiesto ser autora intelectual del presente trabajo original de tesis colectiva titulado “Planteamiento Matricial de Análisis Sísmico” y haber sido asesorada por M. C. Alfredo A. Páez Robles;** el presente es resultado de mi trabajo y hasta donde sé y creo no contiene material propiedad de otro autor, ni material previamente publicado, así como tampoco material motivo de premios o que en su caso haya sido utilizado para la obtención de otro título académico de enseñanza superior, salvo los casos específicos en los que se indica con precisión en el mismo texto y se hace el oportuno y debido reconocimiento; por lo tanto libero a la Escuela de toda responsabilidad en caso de que mi declaración sea falsa.

Siendo la autora intelectual de éste documento, de conformidad cedo los derechos al Instituto Politécnico Nacional, para su difusión social, académica y de investigación.

A los usuarios, de la información aquí contenida, no se les autoriza reproducirla textualmente por ningún medio, sin la autorización expresa de su autora, la cual puede obtener solicitándola al correo lramosr0600@hotmail.com.

En caso de otorgarse la autorización de su reproducción, debe citarse la fuente de la información y manifestarse el agradecimiento correspondiente.



Liliana Ramos Rivera

Nombre y firma

Agradecimientos:

Al concluir una meta más en mi vida agradezco, en primer lugar, a dios por darme la oportunidad de vivir, pero sobre todo de lograr mi meta profesional.

La vida en el campo me ayudó para aprender a luchar por mis sueños y metas a alcanzar. Llevo en mi memoria los días de trabajo, del cultivo de la tierra y el cuidado de los animales, que día con día me van fortaleciendo para ser mejor persona, pues las diferencias sociales, culturales y económicas no me estancaron, ya que la diferencia fue la dedicación e interés que tuve para realizar las cosas.

Agradezco también a mis padres quienes me han mostrado su apoyo incondicional. A ti mamá María porque no me alcanzaré la vida para agradecerte cada uno de los consejos, la paciencia que me has enseñado a tener y tus palabras de aliento que han sido uno de mis motores para seguir adelante. A ti papá Serafín que a pesar de la distancia seguiré contando con tus consejos, eres una persona a quien admiro ya que me has enseñado a ser constante, a valorar cada logro obtenido y los sacrificios que has realizado, pues siempre te has preocupado por darnos lo mejor a mis hermanos y a mí.

A ti hermana Delfina que eres un ejemplo a seguir pues con tu constancia, empeño y perseverancia me has demostrado que las cosas se pueden conseguir a pesar de las diversas adversidades, muchas gracias por tu apoyo.

Asimismo, a mis abuelitos Santiago, Juana†, Zenaida y Lorenzo, ustedes a través de su experiencia, su carácter y consejos son mi fortaleza y motivación para seguir adelante para así alcanzar mis metas.

“Jamás te rindas, busca tu destino como los grandes”

Agradecimientos:

A mis padres, Isabel y Fausto, por su apoyo incondicional en todo momento, su comprensión, su dedicación; una mujer y un hombre excepcionales que siempre han sido mi ejemplo a seguir; les agradezco infinitamente el haberme dado la oportunidad de cumplir una meta más en mi vida, y sobre todo por estar siempre a mi lado; los amo.

A mis hermanos, Adriana, Gabriela y Eduardo por su apoyo, por ser parte importante en mi vida y, por llenarla de alegrías y amor cuando más lo he necesitado, los quiero y los admiro.

A Alejandro por haber sido un excelente compañero de tesis, por haberme tenido la paciencia necesaria y motivarme a seguir adelante en los momentos de desesperación pero sobre todo por su amistad incondicional.

Son muchas las personas que han formado parte de mi vida como estudiante a quienes me encantaría agradecerles su amistad, consejos, apoyo, ánimo y compañía en los momentos difíciles de mi vida; algunas están conmigo y otras en mis recuerdos y en mi corazón, sin importar en dónde estén, quiero darles las gracias por formar parte de mí, y por todo lo que me han brindado.

Agradecemos de manera especial y sincera al M. en I. Alfredo A. Páez Robles por aceptarnos para realizar ésta tesis bajo su dirección, por su apoyo, confianza y paciencia para dirigirla. Gracias por habernos facilitado siempre los medios suficientes para llegar a la culminación de éste proyecto.

Esperamos sinceramente que éste documento sirva de apoyo, enriquecimiento y aprendizaje para las futuras generaciones.

ÍNDICE

Pág.

CAPÍTULO 1.- Introducción.

1.1 Introducción.....	vii
1.2 Objetivo.....	vii
1-3 Justificación.....	vii
1.4 Hipótesis.....	viii
1.5 Marco Teórico.....	ix
1.6 Metodología.....	ix

CAPÍTULO 2.- Análisis Dinámico.

2.1 Sistemas con un Grado de Libertad.....	3
2.1.1 Elementos Fundamentales de la Dinámica Estructural.....	3
2.1.2 Formulación del Problema.....	4
2.1.3 Formulación de la Ecuación de Movimiento de Vibración Libre de un Sistema no Amortiguado.....	6
2.1.4 Formulación de la Ecuación de Movimiento de Vibración Libre de un Sistema Amortiguado.....	11
2.1.5 Sistema de un Grado de Libertad Sometido a Excitación Armónica.....	19
2.1.5.1 Sistema de un Grado de Libertad Sometido a Excitación Armónica no Amortiguada.....	19
2.1.5.2 Sistema de un Grado de Libertad Sometido a Excitación Armónica con Amortiguamiento.....	22
2.2 Sistemas de Varios Grados de Libertad.....	23
2.2.1 Vibración Libre.....	23
2.2.2 Ecuaciones de Equilibrio para Excitación Arbitraria.....	24
2.2.3 Ecuaciones de Equilibrio para Excitación en la Base.....	26
2.2.4 Método De Newmark.....	30

2.2.5 Método de Holzer.....	32
2.2.6 Propiedades de Ortogonalidad de las Matrices de Masas y Rigideces.....	33
2.2.7 Ecuaciones de Movimiento en Coordenadas Modales.....	37
2.2.8 Análisis modal espectral.....	40

CAPÍTULO 3.- Comportamiento Estructural.

3.1 Propiedades de Materiales y Sistemas Estructurales.....	47
3.1.1 Características de los Edificios que Definen la Respuesta a Sismos.....	47
3.1.2 Características de los Materiales.....	51
3.1.3 Comportamiento de los Principales Elementos Estructurales.....	57
3.1.4 Comportamiento de Sistemas Estructurales.....	64
3.1.5 Propiedades Mecánicas y Geométricas de los Elementos Estructurales para el Análisis de Edificios.....	69
3.2 Criterios de Estructuración.....	70
3.2.1 Importancia de la Configuración Estructural en el Comportamiento Sísmico.....	70
3.2.2 Características Relevantes del Edificio para el Comportamiento Sísmico	
Peso.....	71
3.2.3 Requisitos Básicos de Estructuración.....	75
3.2.4 Ventajas y Limitaciones de los Sistemas Estructurales Básicos.....	75

CAPÍTULO 4.- Método de Análisis sísmico.

4.1 Criterios Generales de Diseño.....	81
4.2 Condiciones de Análisis y Diseño.....	81

4.3 Espectros para el Diseño Sísmico.....	83
4.4 Reducción de Fuerzas Sísmicas.....	86
4.5 Factor de Comportamiento Sísmico.....	86
4.5.1 Requisitos para $Q = 4$	86
4.5.2 Requisitos para $Q = 3$	87
4.5.3 Requisitos para $Q = 2$	88
4.5.4 Requisitos para $Q = 1.5$	88
4.5.5 Requisitos para $Q = 1$	89
4.6 Condiciones de Regularidad.....	89
4.6.1 Estructura Regular.....	89
4.6.2 Corrección por Irregularidad.....	91
4.7 Método Estático Simplificado.....	91
4.8 Método de Análisis Sísmico Estático.....	93
4.8.1 Condiciones de Regularidad.....	102
4.8.2 Cálculo de Coordenadas al Centro de Masas de Cada Piso.....	104
4.8.3 Cálculo de Centro de Cortante CV.....	106
4.8.4 Valuación de Fuerzas Sísmicas sin Estimar el Periodo Fundamental del Edificio.....	107
4.8.5 Estimación del Periodo Fundamental del Edificio.....	110
4.8.6 Cálculo del Centro de Torsión.....	112
4.8.7 Conclusiones.....	118

CAPÍTULO 5.- Planteamiento Matricial de Análisis Sísmico.

5.1 Planteamiento Matricial del Análisis Sísmico.....	123
5.1.1 Cálculo de Rigidez y Distribución por Entrepiso.....	126
5.1.2 Cálculo del Centro de Masas o Centro de Cargas CM.....	128

5.1.2.1 Distribución de Muros en Cada Nivel y Calculo del Centro de Cargas de Muros.....	130
5.1.3 Cálculo de Centro de Cortante CV.....	134
5.1.4 Análisis Sísmico Estático y Cálculo de Centro de Cortante (CV).....	135
5.2 Determinación del Centro de Torsión.....	140
5.2.1 Determinación del Centro de Torsión para Marcos No-ortogonales.....	140
5.3 Repaso de Análisis Estructural.....	144
5.3.1 Transformación de Fuerzas del Sistema Local al Global.....	144
5.3.2 Transformación de Desplazamientos del Sistema Global al Local.....	145
5.4 Procedimiento Matricial para Determinar el Centro de Torsión.....	147
5.5 Análisis 3-D Considerando Torsión Sísmica.....	153
5.5.1 Calculo del Cortante Directo y Cortante por Torsión.....	157
5.5.2 Planteamiento Matricial (Sismo en dirección X y Y).....	160
5.6 Aplicación del Planteamiento Matricial de Análisis Sísmico a una Estructura Irregular.....	167
5.7 Diseño de Elementos por Marco.....	178

CAPÍTULO 6.- Análisis de Resultado.

6.1 Resultados Esperados.....	181
6.2 Resultados Obtenidos.....	181
6.3 Interpretación de Resultados.....	182
Conclusiones.....	x
Recomendaciones.....	xi
Bibliografía.....	Xii

CAPITULO 1

INTRODUCCIÓN

1.1 Introducción

En las normas de diseño sísmico actuales del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal RCDF-04, se plantean métodos de análisis Sísmico Estático y Dinámico, así mismo en la bibliografía existente, se presentan algunos casos prácticos y ejemplos basados en las Normas de Diseño Sísmico actuales, Normas Técnicas Complementarias para el Diseño Sísmico 2004. (Meli y Bazán, 2000).

En este trabajo se presentan tanto los conceptos fundamentales del Análisis Dinámico de Edificios, como los aspectos indicados en la reglamentación para el Diseño Sísmico de Edificios y también casos prácticos de aplicación tanto en edificios con planta a base de marcos Ortogonales como de edificios con planta a base de marcos No-Ortogonales.

1.2 Objetivo

El objetivo del presente trabajo de tesis es el de realizar un planteamiento matricial general que sirva para el Análisis Sísmico de Edificios, en especial cuando la planta del edificio tiene Marcos No-Ortogonales.

1.3 Justificación

Aunque en la bibliografía existente se presentan ejemplos de aplicación para edificios con marcos No-Ortogonales, a nuestro juicio hacía falta un planteamiento matricial de la metodología a seguir de forma más completa y detallada, lo cual se presenta en el capítulo 5 de este trabajo.

1.4 Hipótesis

Basados en la hipótesis de que: "El Centro de Torsión de un edificio es el punto donde al aplicar la fuerza de inercia de un sismo, este solo sufre movimiento de traslación sin rotación", se ha desarrollado el método matricial que establece que los grados de libertad de desplazamiento o traslación están desacoplados del grado de libertad del giro o rotación de la planta del edificio y como consecuencia de lo anterior resulta un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas L_x y L_y que son las coordenadas del Centro de Torsión de cada nivel del edificio.

Lo anterior no ocurre en la realidad, ya que siempre la fuerza de inercia del sismo que pasa por el Centro de Masas, tiene una excentricidad accidental, por lo que se genera un momento de torsión y la correspondiente rotación alrededor del Centro de Torsión o resultante de la distribución de rigideces de cada nivel del edificio.

El planteamiento basado en la hipótesis de partida no quiere decir que el edificio no sufra rotación, simplemente es una suposición para poder determinar las coordenadas del Centro de Torsión de manera matricial y de esta manera tomar en cuenta la participación de marcos No-Ortogonales en la planta del edificio.

1.5 Marco Teórico

Los principios básicos del análisis estructural forman las bases o Marco Teórico empleado en el planteamiento a saber:

- Equilibrio
 $\mathbf{F} = \mathbf{T} \mathbf{F}'$
- Compatibilidad de Deformaciones
 $\mathbf{d} = \mathbf{T}^t \mathbf{D}$
- Relaciones Fuerza-Desplazamiento
 $\mathbf{F} = \mathbf{K} \mathbf{D}$

1.6 Metodología

La metodología propuesta es la siguiente:

Dado un edificio de varios niveles con una distribución en planta a base de marcos No-Ortogonales:

1.- Determinación de las Rigideces de Entrepiso:

De cada uno de los marcos que componen el edificio, se efectúa un análisis con una carga lateral propuesta de 1000 t en el último nivel por facilidad de cálculos posteriores.

Del análisis efectuado, se obtienen los desplazamientos totales de cada nivel y con ellos se pueden determinar las deformaciones o desplazamientos relativos de cada nivel para que finalmente a partir de ellos, se pueda determinar su rigidez

2.- Transformación de Rigideces del Sistema Local al Global:

Las rigideces de entrepiso obtenidas en el punto anterior están en el sistema local correspondiente al plano de cada marco con su orientación particular.

Por lo anterior, se tienen que transformar al sistema global y posteriormente sumarse, para que finalmente se pueda obtener la matriz de rigidez de todo el entrepiso en el sistema Global y que ya tome en cuenta la contribución de todos los marcos del entrepiso.

3.- Determinación del Centro de Torsión:

La matriz de rigideces total de cada entrepiso obtenida en el punto anterior, se transporta del origen del sistema donde se planteó originalmente (punto 2), al punto donde pasa el Centro de Torsión cuyas coordenadas son desconocidas (punto 1, ver capítulo 5).

Lo anterior implicaría un sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas por entrepiso, es decir, el desplazamiento X, desplazamiento Y y el giro en cada entrepiso.

Al realizar el transporte de la matriz del punto 2 al 1, mencionados en el capítulo 5 de este trabajo, y por otra parte, sabiendo que las fuerzas aplicadas en el Centro de Torsión CT, no producen giro, resulta un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas desacopladas del grado de libertad del giro, donde las dos incógnitas L_x y L_y son precisamente las coordenadas del Centro de Torsión.

4.- Cálculo de los desplazamientos en el sistema Global ante cargas sísmicas:

Ahora con la matriz de Rigideces referida al Centro de Torsión, ya nos es posible aplicar las fuerzas sísmicas que indican las NTC- Sismo y además con las excentricidades de diseño que indican nuestras normas e incluso se podrían especificar valores indicados en otras normas o reglamentos ya que se conoce la ubicación del centro de torsión.

5.- Transformación de Desplazamientos Globales al Local:

Con los desplazamientos Globales correspondientes a las fuerzas sísmicas de diseño que indican las Normas, se podría proceder a transformarlos a desplazamientos sobre el eje local o dirección particular de cada Marco.

6.- Distribución de fuerzas Sísmicas:

Con los Desplazamientos locales o de cada marco se pueden obtener las fuerzas cortantes de cada entrepiso y realizar la deducción correspondiente para tener las fuerzas laterales por cada nivel.

De la deducción anterior, se obtiene un modelo en el plano para cada marco según su orientación particular dentro de la planta de cada entrepiso del edificio y con ese modelo se procede a realizar un análisis convencional como marco plano el cual tiene la virtud de indicar las fuerzas laterales que le corresponden a cada marco aún que los marcos sean No-Ortogonales en planta.

7.- Obtención de Elementos Mecánicos:

Se realiza el análisis del modelo de cada marco del punto anterior y se obtienen valores de Elementos Mecánicos y Desplazamientos para Diseño.

CAPITULO 2

ANÁLISIS DINÁMICO

2.1 Sistemas con un Grado de Libertad

2.1.1 Elementos Fundamentales de la Dinámica Estructural

Definiciones

Para comprender el tema de sistemas de un grado de libertad, es necesario conocer los conceptos básicos que ayudaran a la mejor comprensión, interpretación y análisis del tema.

Las estructuras pueden estar sujetas a acciones externas cuya magnitud varia rápidamente con el tiempo, estas acciones las podemos encontrar en diversos sistemas y van desde problemas de vibraciones en maquinaria debido a desbalanceo en sus masas, vibraciones en las estructuras que soportan dichas maquinarias, vibraciones en edificaciones debidas a movimientos sísmicos, hasta vibraciones en fuselajes de aeronaves, solo por mencionar algunos de los problemas en donde se deben de evaluar los efectos de las vibraciones mecánicas.¹

El objetivo de la Dinámica Estructural es predecir el comportamiento para establecer el grado de seguridad frente al colapso de una estructura.

En el análisis dinámico el número de grados de libertad de un sistema será el número de desplazamientos independientes necesarios para definir las posiciones desplazadas de todas las masas relativas a su posición original.

Grados de libertad (GL)

Se definen como grados de libertad (GL) a los puntos de la estructura en los cuales se identifica algún desplazamiento y permiten brindar una deformada de la estructura.

Grados de libertad dinámicos (GLD)

Son los grados de libertad que tienen asociada masa y para los cuales pueden conocerse los desplazamientos en función del tiempo.²

¹Páez Robles Alfredo A., 2011, Capítulo 2 Conceptos básicos de Dinámica Estructural, México, ESIAZ, IPN, p. 23.

² M. Cassano Arturo, 2009, Análisis de estructuras bajo acciones dinámicas, Facultad Regional Paraná, Universidad Tecnológica Nacional – edUTecNe, p. 1-7.

El sistema de un grado de libertad es conocido también como osciladores simples, en el cual se analizan las características de vibración de una estructura adecuando sus propiedades mecánicas que asemejen a la realidad.

El objetivo del sistema con un grado de libertad es conocer la historia de los desplazamientos con respecto al tiempo producido por una carga que a su vez es perturbada por tiempo.

2.1.2 Formulación del Problema

Iniciamos con nuestro estudio de dinámica estructural con un sistema de un grado de libertad (oscilador simple sin amortiguamiento), en el cual suponemos que tenemos una estructura que es perturbada de su posición estática de equilibrio desplazándose la masa M en una dirección a una distancia X , dicha vibración del sistema tiende a regresar a su posición de equilibrio bajo la acción de fuerzas restauradoras elásticas que el resorte ejerce sobre el cuerpo, éste tiende a regresar a su posición original moviéndose de un lado a otro Fig. 2.1.

Con la segunda ley de movimiento de Newton podemos predecir en cualquier instante de tiempo, el desplazamiento o velocidad de la masa m , dicha ley “establece que la tasa de variación del momentum, de cualquier partícula de masa m es igual a la fuerza que actúa sobre él”.² Esta relación puede expresarse matemáticamente por la ecuación diferencial.

$$p(t) = \frac{d}{dt} \left(m \frac{dx}{dt} \right)$$

dónde $p(t)$ es la fuerza aplicada que actúa sobre la masa m , $x(t)$ es el vector de posición de dicha masa. Bajo el supuesto que la masa del cuerpo permanece constante, tenemos la relación analítica entre el desplazamiento y el tiempo t está dada por la expresión.

$$p(t) = m \frac{d^2x}{dt^2} \quad \text{Ó} \quad p(t) - m\ddot{x}(t) = 0$$

² Ray W. Clough, Joseph Penzien, 1995, Dynamics of Structures, USA, CA 94704, p. 9.

La expresión $m\ddot{x}(t)$ es la fuerza de inercia desarrollada por la aceleración absoluta de la masa que se mueve alrededor de su punto de equilibrio, para conocer las características del movimiento en el instante $t = 0$ se considera el uso del principio de D'Alembert que "establece que un sistema puede estar en equilibrio dinámico agregando una fuerza de inercia (fuerza ficticia). Dicha fuerza es igual al producto de la masa por su aceleración y que actúa en una dirección opuesta a la aceleración".³

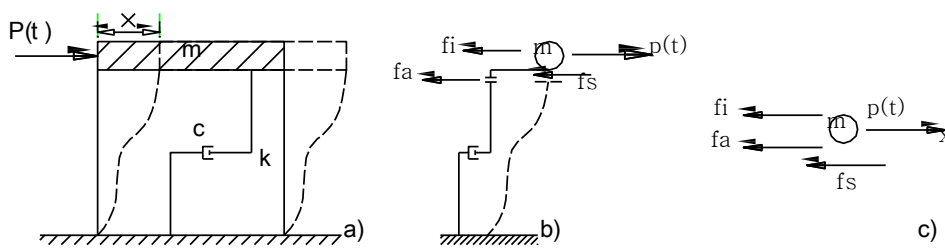


Figura 2.1 a) Sistema de un grado de libertad sujeto a una fuerza horizontal. b) idealización de fuerzas que intervienen en la masa c) Diagrama de cuerpo libre.

Aplicando el principio de D'Alembert obtenemos la ecuación de equilibrio estático en cada instante de tiempo, sumando las fuerzas en la dirección x del diagrama de cuerpo libre de la figura 2.1c tenemos:

$$\sum F_x = 0 = -f_i - f_a - f_s + p(t)$$

$$f_i + f_a + f_s = p(t) \quad (2.1)$$

donde:

Fuerzas de inercia $f_i = m\ddot{x}$ desarrollada por la aceleración de la masa que se mueve alrededor de su posición estática de equilibrio con un desplazamiento $x(t)$.

Fuerzas de amortiguamiento $f_a = c\dot{x}$ desarrollado en sentido opuesto del movimiento, disminuyendo la amplitud en cada ciclo, con una constante de

³ Anil K. Chopra, 1995, Dynamics Structures: Theory and Applications to Earthquake engineering, New Jersey, Electronic Publishing Services, Inc. p. 15 y 16.

amortiguamiento c (origina la disipación de energía), que es proporcional a la velocidad de la masa.

Fuerzas restauradoras elásticas (o inelásticas) $\mathbf{f}_s = \mathbf{k}\mathbf{x}$ desarrollada dentro del resorte y es proporcional al desplazamiento de la masa.

Fuerzas excitadoras $\mathbf{P}(\mathbf{t})$. Pueden ser periódicas o no periódicas al nivel de la masa o pueden ser fuerzas equivalentes debidas a la aceleración del terreno en la base de la estructura debida al sismo.⁴

Por lo tanto la expresión. 2.1 nos queda:

$$m\ddot{\mathbf{x}} + c\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{k}\mathbf{x} = \mathbf{P}(\mathbf{t}) \quad (2.2)$$

2.1.3 Formulación de la Ecuación de Movimiento de Vibración Libre de un Sistema no Amortiguado

“Una estructura está en vibración libre cuando es perturbada de su posición estática de equilibrio y comienza a vibrar sin la excitación de fuerza externa alguna ($\mathbf{p}(\mathbf{t}) = \mathbf{0}$)”⁵. Entiéndase por condición inicial al sistema que solo considera el desplazamiento y la velocidad en un instante $\mathbf{t} = \mathbf{0}$, la masa m se encuentra restringida por el resorte k al moverse linealmente a lo largo de un eje de coordenadas \mathbf{x} , por lo tanto estos elementos transforman la energía deformación a energía cinética.

Fuerza restauradora elástica (o inelástica) \mathbf{f}_s que establece la relación entre la fuerza y el desplazamiento del resorte lineal como:

$$\mathbf{f}_s = -\mathbf{k}\mathbf{x}$$

donde:

\mathbf{f}_s = fuerzas restauradoras elásticas ejercida por el resorte.

k = rigidez del resorte.

\mathbf{x} = desplazamiento relativo entre los dos extremos del resorte (m).

⁴ Sarria Molina Alberto, 1990, Ingeniería sísmica, Bogotá Colombia, p. 215-238.

⁵ Goytia Torrez Ivan Richard, Villanueva Inca Rolando, 2001, Texto Guía de Ingeniería Antisísmica, Bolivia, p. 31.

La fuerza de inercia es igual al producto de la masa por su aceleración y que actúa en una dirección opuesta a la aceleración según la segunda ley de Newton.

$$f_i = m\ddot{x}$$

Tenemos la ecuación de equilibrio estático en cada instante de tiempo como:

$$f_s = f_i$$

Sustituyendo ambos valores de las fuerzas

$$-kx = m\ddot{x}$$

Siguiendo con el planteamiento propuesto la expresión nos queda:

$$m\ddot{x} + kx = 0 \tag{2.3}$$

La expresión 2.3 representa la Ecuación de Movimiento de Vibración Libre de un sistema no Amortiguada.

El movimiento periódico que oscila la masa por las condiciones iniciales de desplazamiento y velocidad se representa en la fig. 2.2. Este movimiento armónico se realiza cada 2π radianes, T es el periodo de vibración natural del sistema expresada en segundos, el cual se presenta al completarse cada ciclo.

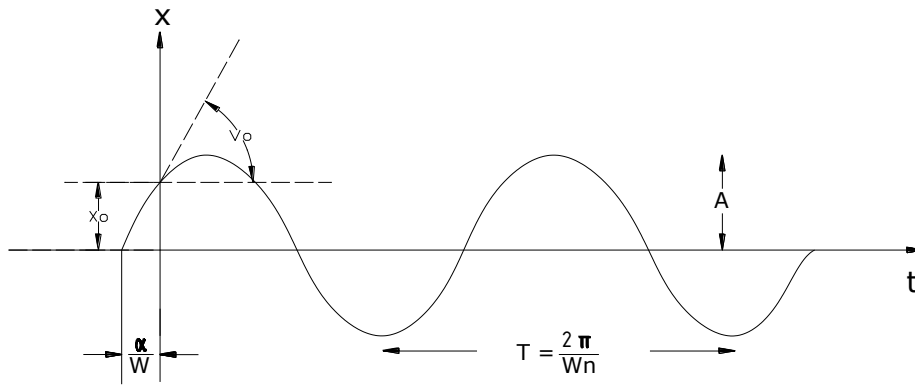


Fig. 2.2 Se ilustra el registro del movimiento armónico, en donde A es la amplitud de la oscilación medida a partir de la posición de equilibrio de la masa y T es el periodo del movimiento.

“Si el desplazamiento del movimiento armónico lo representamos como”¹

$$x = A \text{ sen } \omega t \quad (2.4)$$

derivamos para obtener a la velocidad como a la aceleración

$$\dot{x} = \omega A \text{ cos } \omega t \quad (2.5)$$

$$\ddot{x} = -\omega^2 A \text{ sen } \omega t \quad (2.6)$$

$$\ddot{x} = -\omega^2 x \quad (2.7)$$

sustituyendo la expresión anterior en la ecuación 2.3 tenemos

$$m(-\omega^2 x) + kx = 0 \quad (2.8)$$

despejando ω^2 nos queda

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \quad \text{ó} \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

“ ω se le denomina frecuencia natural de vibración expresada como ω_n ”¹. Si la expresión 2.3 la dividimos entre la masa se obtiene:

¹ Páez Robles Alfredo A., 2011, Capítulo 2 Conceptos básicos de Dinámica Estructural, México, ESIA, IPN, p.33.

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0 \quad (2.9)$$

Sustituyendo el valor de $\frac{k}{m}$ por la frecuencia natural de vibración

$$\ddot{x} + \omega_n^2 x = 0 \quad (2.10)$$

“La solución de esta ecuación está dada por términos de funciones armónicas y cíclicas satisfaciendo la solución”.⁵

$$x(t) = A \cos \omega t + B \sin \omega t \quad (2.11)$$

Las constantes A y B son determinadas a partir de las condiciones iniciales que indujeron el movimiento, por lo tanto si se define $x = x_0$ como el desplazamiento de la masa y $v_0 = \dot{x}(0)$ como su velocidad al iniciarse el movimiento ó sea en un instante $t = 0$.

Derivando la ecuación 2.11

$$\dot{x} = -A \omega \sin \omega t + B \omega \cos \omega t \quad (2.12)$$

Al sustituir las condiciones iniciales en la ecuación 2.11 y 2.12 obtenemos:

“ $A = x(0)$; es igual al desplazamiento inicial

$B = \frac{\dot{x}(0)}{\omega_n}$; está en función de la frecuencia y la velocidad inicial”.¹

Sustituyendo estas constantes en la ecuación 2.11 obtenemos

$$x(t) = x_0 \cos \omega_n t + \frac{\dot{x}(0)}{\omega_n} \sin \omega_n t \quad (2.13)$$

⁵ Sarria Molina Alberto, 1990, Ingeniería sísmica, Bogotá Colombia, p. 224.

¹ Páez Robles Alfredo A., 2011, Capítulo 2 Conceptos básicos de Dinámica Estructural, México, ESIA IPN, p.35.

Esta condición describe el movimiento de un oscilador simple sin amortiguamiento que modelan estructuras con un grado de libertad, donde el movimiento descrito es armónico y se repite cada 2π radianes, el tiempo requerido para que este sistema no amortiguado complete un ciclo de vibración libre es denominado periodo natural de vibración T_n expresada en segundos.

$$T_n = \frac{2\pi}{\omega_n} \quad (2.14)$$

La frecuencia cíclica natural de vibración, f_n , está definida como el número de ciclos que se repiten en 1 segundo de tiempo y su valor es:

$$f_n = \frac{1}{T_n} = \frac{\omega_n}{2\pi} \quad (2.15)$$

Las propiedades de vibración natural, ω_n , T_n y f_n , dependen de la masa y rigidez de la estructura, y el término “natural” es utilizado para enfatizar el hecho de que éstas son propiedades naturales del sistema cuando éste en estado de vibración libre.⁶

Considerando un ángulo de fase provocado por las condiciones iniciales fig.2.2. La solución general de la ecuación 2.3 ó 2.4 puede escribirse.

$$x(t) = A \text{ sen } (\omega_n t + \alpha) \quad (2.16)$$

donde A es la amplitud y α el ángulo de fase. Estos valores son determinados por las condiciones iniciales la cual tenemos como:

$$A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{\dot{x}_0}{\omega_n}\right)^2} \quad (2.17)$$

Y el ángulo de fase:

$$\alpha = \tan^{-1} \left[\frac{\dot{x}(0) \omega_n}{x(0)} \right] \quad (2.18)$$

⁶ Goytia Torrez Ivan Richard, Villanueva Inca Rolando, 2001, Texto Guía de Ingeniería Antisísmica.

2.1.4 Formulación de la Ecuación de Movimiento de Vibración Libre de un Sistema Amortiguado

De acuerdo con la fig. 2.1 la expresión dinámica que define a este tipo de vibración es representado por un sistema compuesto por una masa m , sujeto al extremo de un resorte de constante de rigidez k y un amortiguamiento viscoso con constante c , cuya posición de la masa es descrita por la ordenada x .

En este caso consideramos “las fuerzas de amortiguación o fricción en el análisis dinámico de estructuras, generalmente se presume que éstas son proporcionales a la magnitud de la velocidad y opuestas a la dirección del movimiento. Este tipo de fricción se conoce como amortiguación viscosa”⁶ denotado por:

$$F_a = c\dot{x}$$

donde:

c = coeficiente de amortiguamiento del sistema, tal que origina la misma disipación de energía que la producida por el amortiguamiento real de la estructura.

La ecuación de movimiento para un sistema lineal amortiguado en vibración libre, de acuerdo al principio de D`Alembert y considerando la fuerza de amortiguamiento nos queda:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (2.19)$$

“La solución de esta ecuación está dada en términos del decaimiento exponencial”⁵ $e^{\lambda t}$ que es igual a

$$x(t) = e^{\lambda t} \quad (2.20)$$

derivando la ecuación 2.20 y reemplazándolo en la ecuación 2.19, obtenemos la ecuación auxiliar en términos λ .

$$m\lambda^2 e^{\lambda t} + c\lambda e^{\lambda t} + ke^{\lambda t} = 0$$

$$m\lambda^2 + c\lambda + k = 0 \quad (2.21)$$

⁶ Paz Mario, 1992, Dinámica Estructural “Teoría y Cálculo”, Barcelona, Reberté, p. 25.

⁵ Sarria Molina Alberto, 1990, Ingeniería sísmica, Bogotá Colombia, p. 242.

Cuyas raíces son:

$$\lambda_{1,2} = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} \quad (2.22)$$

donde:

$$w_n^2 = \frac{k}{m} \quad \text{Frecuencia natural de vibración del sistema}$$

$$c_{cr} = 2mw_n \quad \text{Amortiguamiento Crítico}$$

$$\xi = \frac{c}{c_{cr}} \quad \text{Razón o relación de amortiguamiento}$$

Al sustituir el valor del amortiguamiento crítico en la razón de amortiguamiento se tiene la siguiente ecuación $\xi w_n = \frac{c}{2m}$, si la sustituimos en la ecuación 2.22 nos resulta las siguientes ecuaciones.

$$\lambda_{1,2} = -\xi w_n \pm \sqrt{(\xi w_n)^2 - w_n^2} \quad (2.22a)$$

$$\lambda_{1,2} = [-\xi \pm \sqrt{(\xi)^2 - 1}] w_n \quad (2.22b)$$

“Por lo tanto, la solución general de la ecuación (2.19) viene dada por la superposición de las dos soluciones posibles,

$$x(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} \quad (2.23)$$

donde C1 y C2 son constantes de integración que se determinan a partir de las condiciones iniciales.”⁷ El valor del amortiguamiento depende del valor del radical de la ecuación 2.22, los cuales se presentan 3 casos.

⁷ Paz Mario, 1992, Dinámica Estructural “Teoría y Cálculo”, Barcelona, Reverte, p. 26.

1er Caso: Sistema de Amortiguamiento crítico ($C = C_{cr}$ ó $\xi = 1$)

Es llamado sistema de amortiguamiento crítico cuando el “sistema pierde sus características vibratorias”⁸, es decir no presenta oscilaciones ver fig. 2.2. “En un sistema que oscile con amortiguación crítica, la expresión bajo el radical de la ecuación (2.22a) es igual a cero; esto es”⁷,

$$\left(\frac{C_{cr}}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m} = 0 \quad (2.24)$$

Si sustituimos la frecuencia natural de vibración ($\omega_n^2 = \frac{k}{m}$) en la ecuación 2.24 y despejando el amortiguamiento crítico la expresión anterior nos queda.

$$c_{cr} = 2m\omega_n \quad (2.25)$$

En este sistema de amortiguamiento crítico el valor del radical de la ecuación 2.22a ó 2.22b son iguales, entonces.

$$\lambda_1 = \lambda_2 = -\xi\omega_n$$

de tal forma que la solución para el movimiento x , para un sistema de amortiguamiento crítico viene dada, por la superposición de las dos soluciones⁷,

$$x(t) = (C_1 + C_2 t)e^{-(C_{cr}/2m)t} \quad (2.26)$$

o

$$x(t) = (C_1 + C_2 t)e^{-\xi\omega_n t} \quad (2.26a)$$

⁸ Wakabayashi Minoru, 1921, Diseño de estructuras sismo resistentes (Traducido por Martínez Romero Erique, 1988), México, McGraw – Hill, p.220.

⁷ Paz Mario, 1992, Dinámica Estructural “Teoría y Cálculo”, Barcelona, Reverte, p. 27

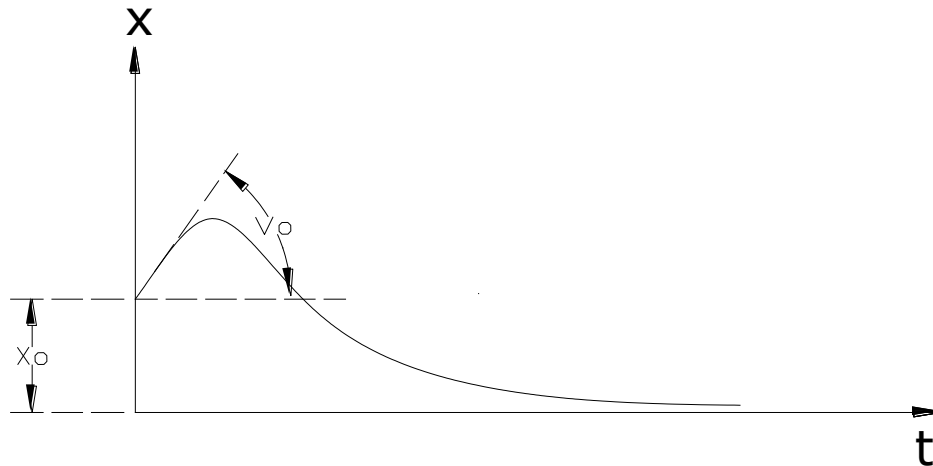


Figura 2.3 - Respuesta de un sistema en vibración libre con amortiguamiento crítico.

2do Caso Sistema sobre-amortiguada ($C > C_{cr}$ ó $\xi > 1$)

Es llamado sistema sobre-amortiguada cuando el sistema retorna a su posición estática de equilibrio lentamente. En un sistema sobre-amortiguado el coeficiente de amortiguamiento es mayor que el coeficiente de amortiguamiento crítico, esto es

$$C > C_{cr}$$

Por lo tanto, la expresión bajo el radical de la ecuación (2.22) es positiva y las dos raíces de la ecuación característica son reales y distintas; consecuentemente, la solución está dada, en este caso, directamente por la ecuación (2.23).

$$x(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} \quad (2.27)$$

si sustituimos el valor de λ_1 y λ_2 obtiene

$$x(t) = e^{\xi w_n t} \left[C_1 e^{\sqrt{\xi^2 - w_n^2} t} + C_2 e^{-\sqrt{\xi^2 - w_n^2} t} \right] \quad (2.28)$$

don

de:

C_1 y C_2 son constantes que dependen de las condiciones iniciales, “en este caso el movimiento decrece más lentamente que el amortiguamiento crítico.”⁹

3er Caso Sistema sub-amortiguado ($C < C_{cr}$ ó $\xi < 1$)

Se presenta cuando el sistema oscila alrededor de la posición estática de equilibrio con una amplitud de movimiento que se disminuye con el tiempo t .

La solución de este sistema como $\xi < 1$, se tiene los valores negativos del radical de la ecuación 2.22, por cual tenemos raíces imaginarias quedando la expresión 2.22b como.

$$\lambda_{1,2} = [-\xi \pm i \sqrt{(\xi)^2 - 1}] w_n \quad (2.29)$$

“Llamando frecuencia natural amortiguada $w_D = w_n \sqrt{1 - \xi^2}$, las dos raíces son complejas y conjugadas:

$$\lambda = -\xi w_n + i w_D \quad \text{y} \quad \bar{\lambda} = \xi w_n \pm i w_D$$

Por lo tanto, la solución general es la combinación lineal empleando las dos raíces:”¹

$$x(t) = C_1 e^{\lambda t} + C_2 e^{\bar{\lambda} t} \quad (2.30)$$

“En este caso es conveniente usar las condiciones de Euler, que relacionan funciones exponenciales y trigonométricas”.⁷

$$e^{ix} = \cos x + i \operatorname{sen} x$$

$$e^{-ix} = \cos x - i \operatorname{sen} x \quad (2.31)$$

⁹ García Reyes Luis Enrique, 1998, Dinámica estructural aplicada al diseño sísmico, Bogota Colombia, p.22.

¹ Páez Robles Alfredo A., 2011, Capítulo 2 Conceptos básicos de Dinámica Estructural, México, ESIA, IPN, p.41.

⁷ Paz Mario, 1992, Dinámica Estructural “Teoría y Cálculo”, Barcelona, Reverte, p. 28

Aplicando las ecuaciones de Euler y de las raíces $\lambda_{1,2}$ de la ecuación 2.22 en la ecuación 2.30, “nos da la forma siguiente, conviene expresar el movimiento de un sistema sub-amortiguado:”⁷

$$x(t) = e^{-\xi w_n t} (C_1 \cos w_D t + C_2 \operatorname{sen} w_D t) \quad (2.32)$$

“Definido ξ como el coeficiente de amortiguamiento crítico, igual al cociente C/C_{cr} entonces:”⁹

“Finalmente introduciendo las condiciones iniciales de desplazamiento y de velocidad, x_o y \dot{x}_o las constante de integración pueden ser calculadas y sustituidas en la ecuación (2.32), dando:

$$x(t) = e^{-\xi w_n t} \left(x_o \cos w_D t + \frac{\dot{x}(0) + x_o \xi w_n}{w_D} \operatorname{sen} w_D t \right) \quad (2.33)$$

Alternativamente esta expresión puede ser escrita como”⁷

$$x(t) = e^{-\xi w_n t} [A \operatorname{sen}(\operatorname{sen} w_D t + \alpha)] \quad (2.34)$$

“Y la amplitud se calcula ahora como:

$$A = \sqrt{x_o^2 + \left[\frac{\dot{x}(0) + x_o \xi w_n}{w_D} \right]^2} \quad (2.35)$$

Y el ángulo de fase es:

$$\alpha = \tan^{-1} \left[\frac{x_o w_D}{\dot{x}(0) + x_o \xi w_n} \right] \quad (2.36)$$

Donde la frecuencia natural amortiguada y el periodo amortiguado son:

⁷ Paz Mario, 1992, Dinámica Estructural “Teoría y Cálculo”, Barcelona, Reverte, p. 28-29.

⁹ Luis Enrique García Reyes, 1998, Dinámica estructural aplicada al diseño sísmico, Bogotá Colombia, p.22.

$$w_D = w_n \sqrt{1 - \xi^2} \quad (2.37)$$

$$T_D = \frac{2\pi}{w_D} = \frac{2\pi}{w_n \sqrt{1 - \xi^2}} \quad (2.38)$$

el rango de los valores de amortiguamiento estructural está entre 2% y 20%.”

Se muestra en la figura 2.3 el diagrama de respuesta de un sistema sud-amortiguado sometido a un desplazamiento inicial $V_0 = X_0$, partiendo de una velocidad cero $V(0) = \dot{x}(0)$. Las verdaderas características de amortiguamiento de los sistemas estructurales son muy complejas y difíciles de definir.³

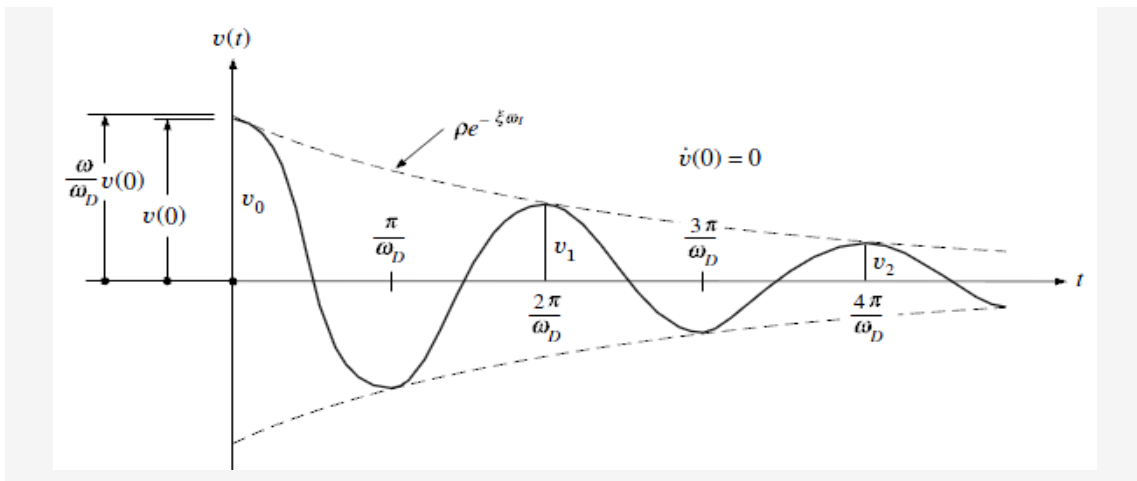


Figura 2.4 Respuesta de un sistema en vibración libre sub-amortiguado.

[Ray W. Clough. Joseph Penzien. 1995. Dynamics of Structures. USA. CA 94704, p. 28.]

Es de interés práctico poder conocer el valor del amortiguamiento de un sistema estructural, lo anterior se puede realizar de manera experimental a través de la observación de las amplitudes de dos ciclos consecutivos cuando el sistema se encuentra en vibración libre.¹

³ Ray W. Clough, Joseph Penzien, 1995, Dynamics of Structures, USA, CA 94704, p. 28.

¹ Páez Robles Alfredo A., 2011, Capítulo 2 Conceptos básicos de Dinámica Estructural, México, ESIA, IPN, p.45.

Obtenemos “**el decremento logarítmico**, que se define como el logaritmo natural de la razón de dos amplitudes máximas consecutivas v_1 e v_2 (figura 2.3) en vibración libre.”⁷ El cual se puede obtener el decremento logarítmico de amortiguamiento ξ , definida por

$$\xi = \ln \frac{x(t_n)}{x_{n+1}} = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \quad (2.39)$$

Para valores bajos de la razón amortiguamiento, la ecuación (2.39) se puede aproximar por

$$\xi \simeq 2\pi\xi \quad (2.40)$$

Para sistemas ligeramente amortiguados, una mayor precisión de la evaluación de la relación de amortiguamiento puede obtenerse a través de amplitudes que se miden durante m ciclos de observación de movimiento, por lo tanto el valor del decremento logarítmico puede obtenerse.

$$\xi = \ln \frac{x(t_n)}{x(t_n + mT_D)} \left[\frac{1}{2\pi m} \right] \quad (2.41)$$

⁷ Paz Mario, 1992, Dinámica Estructural “Teoría y Cálculo”, Barcelona, Reverte, p. 31.

2.1.5 Sistema de un Grado de Libertad Sometido a Excitación Armónica

De acuerdo con la fig. 2.5 es representado por un sistema de un grado de libertad con excitación armónica, “cuya masa m se le aplica una fuerza que varía en el tiempo con una periodicidad constante.”⁹

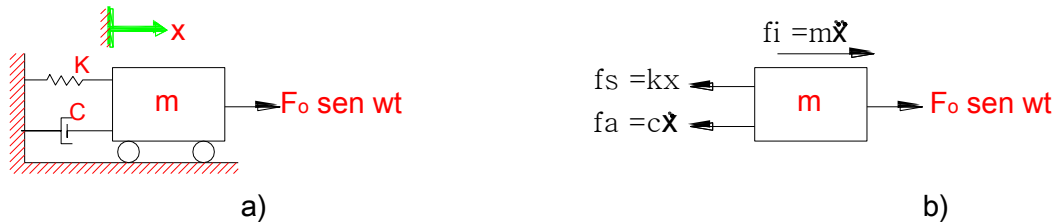


Figura 2.5. a) Sistema de un grado de libertad sometido a excitación armónica b) diagrama de cuerpo libre.

De acuerdo al diagrama de cuerpo libre de la fig.2.5b y aplicando el principio de D' Alembert se obtiene la ecuación diferencial sometido a un movimiento forzado por excitación armónica.

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = p(t) \quad (2.42)$$

“En este caso, podemos definir la carga o fuerza de excitación con una magnitud F_0 que varía de acuerdo a una función armónica como el seno en función del tiempo y con una frecuencia angular w .”¹

$$p(t) = F_0 \text{ sen } wt$$

Sustituyendo la expresión anterior en la ecuación 2.32 se tiene:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_0 \text{ sen } wt \quad (2.43)$$

2.1.5.1 Sistema de un Grado de Libertad Sometido a Excitación Armónica no Amortiguada

La ecuación diferencial se obtiene sumando todas las fuerzas en el diagrama de cuerpo libre de la figura 2.5, es

$$m\ddot{x} + kx = F_0 \text{ sen } wt \quad (2.44)$$

⁹ García Reyes Luis Enrique, 1998, Dinámica estructural aplicada al diseño sísmico, Bogotá, Colombia, Universidad de los Andes. p. 27.

¹ Páez Robles Alfredo A., 2011, Capítulo 2 Conceptos básicos de Dinámica Estructural, México, ESIA, IPN, p. 48.

La solución de la ecuación anterior puede ser expresada como

$$x(t) = x_c(t) + x_p(t) \quad (2.45)$$

dónde $x_c(t)$ es la solución complementaria que satisface a la ecuación homogénea 2.44 con el segundo miembro igualado a cero; e $x_p(t)$ es la solución particular de la ecuación o homogénea, ecuación 2.33. la solución complementaria viene dada por la ecuación (2.9) como

$$x_c(t) = A \cos wt + B \operatorname{sen} wt \quad (2.46)$$

La naturaleza de la función forzada en la ecuación (2.43) sugiere que se tome como la solución particular a¹

$$x_p(t) = H \operatorname{sen}(wt) \quad (2.47)$$

Donde H es el valor máximo o amplitud de la solución particular. Derivando la expresión anterior y sustituyendo el valor de $x(t)$ y $\ddot{x}(t)$ de en la ecuación 2.44 nos da:

$$[m(-w^2) + k]H \operatorname{sen}(wt) = F_0 \operatorname{sen}(wt) \quad (2.48)$$

Simplificando nos queda

$$H = \frac{F_0}{k\left(1 - \left(\frac{w}{w_n}\right)^2\right)} \quad (2.49)$$

Sustituyendo H en la ecuación 2.47, se tiene la respuesta del movimiento debido a la carga armónica y recibe el nombre de solución particular:

$$x_p(t) = \frac{F_0}{k\left(1 - \left(\frac{w}{w_n}\right)^2\right)} \operatorname{sen}(wt)$$

¹ Páez Robles Alfredo A., 2011, Capítulo 2 Conceptos básicos de Dinámica Estructural, México, ESIA, IPN, p.48.

La relación de la frecuencia de la excitación a la frecuencia natural del sistema la podemos designar como: $r = \frac{w}{w_n}$, y la deformación estática como $x_s = \frac{F_0}{k}$, sustituyendo estos valores en la expresión anterior.

$$x_p(t) = \frac{x_s}{k(1-r^2)} \text{sen}(w t) \quad (2.50)$$

La solución particular corresponde a la vibración forzada, en este caso debido a una fuerza armónica y que se le conoce también como respuesta estacionaria o permanente, porque permanece debido a la fuerza excitadora en el sistema.

La solución debe incluir la parte complementaria que corresponde al caso de vibración libre ecuación 2.10

$$x_c(t) = A \cos w_n t + B \text{sen } w_n t$$

Esta parte de la respuesta también se le conoce como respuesta transitoria, porque aunque en teoría, la vibración libre permanecería indefinidamente, en realidad la vibración disminuye paulatinamente, debido a las fuerzas de amortiguamiento inherentes en todos los sistemas y eventualmente el movimiento cesa, por lo que la respuesta se denomina transitoria.

Por lo tanto, la solución completa incluyendo las dos partes es:

$$x(t) = x_c(t) + x_p(t)$$

$$x(t) = C_1 \cos w_n t + C_2 \text{sen } w_n t + \frac{x_s}{(1-r^2)} \text{sen}(w t) \quad (2.51)$$

Se pueden determinar las dos constantes de la expresión anterior, a partir de las condiciones iniciales: $x(0) = x_0$ y $\dot{x}(0) = \dot{x}_0$.

aplicando la primera condición a la ecu. 2.51, para $t=0$:

$$x(0) = C_1$$

derivando la ecuación 2.51:

$$x(t) = -w_n C_1 \cos w_n t + w_n C_2 \cos w_n t + x_s \frac{w}{(1-r^2)} \text{sen}(w t) \quad (2.52)$$

aplicando la segunda condición, para $t=0$, y despejando C_2 :

$$x(t) = w_n C_2 + x_s$$

dónde

$$C_2 = \frac{\dot{x}(0)}{w_n} - x_s \frac{\frac{w}{w_n}}{(1-r^2)} = \frac{\dot{x}(0)}{w_n} - x_s \frac{r}{(1-r^2)}$$

sustituyendo las constantes en la ecu. 2.40:

$$x(t) = x(0) \cos w_n t + \left[\frac{\dot{x}(0)}{w_n} - \frac{x_s r}{(1-r^2)} \right] \text{sen} w_n t + \frac{x_s}{(1-r^2)} \text{sen}(w t) \quad (2.53)$$

La parte de la solución que considera la respuesta permanente o estacionaria, contiene el término $\frac{1}{(1-r^2)}$, el cual amplifica la deformación estática, por lo que se le llama “factor de amplificación dinámica”.

2.1.5.2 Sistema de un Grado de Libertad Sometido a Excitación Armónica con Amortiguamiento

Para el caso de vibración con carga armónica con amortiguamiento, la ecuación diferencial del movimiento se obtiene a partir del diagrama de cuerpo libre de la figura 2.5b, por lo tanto tenemos:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_o \text{sen} wt \quad (2.54)$$

Para el caso de vibración con carga armónica con amortiguamiento, se puede realizar un desarrollo análogo y llegar a la siguiente expresión, que también es la suma de la solución complementaria o transitoria más la solución particular o estacionaria:

$$x(t) = e^{-\xi w_n t} [C_1 \cos w_D t + C_2 \text{sen} w_D t] + \frac{x_s \text{sen}(wt - \alpha)}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2}} \quad (2.55)$$

En este caso la respuesta permanente o estacionaria contiene el término $\frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2}}$ que es el factor de amplificación de la deformación estática x_s .

2.2 Sistemas de Varios Grados de Libertad

2.2.1 Vibración Libre

En edificios es usualmente aceptable suponer que las masas están concentradas en los niveles de los pisos y que las fuerzas de inercia importantes son sólo laterales; por ésta razón el siguiente planteamiento se limita a tratar este caso.¹¹

Supongamos que tenemos un sistema de tres grados de libertad como el mostrado en la figura 2.6. Podemos observar el cuerpo libre de cada una de las tres masas y las fuerzas que actúan sobre ellas. Al plantear ecuaciones de equilibrio, utilizando el principio D'Alembert, para cada una de las masas obtenemos:

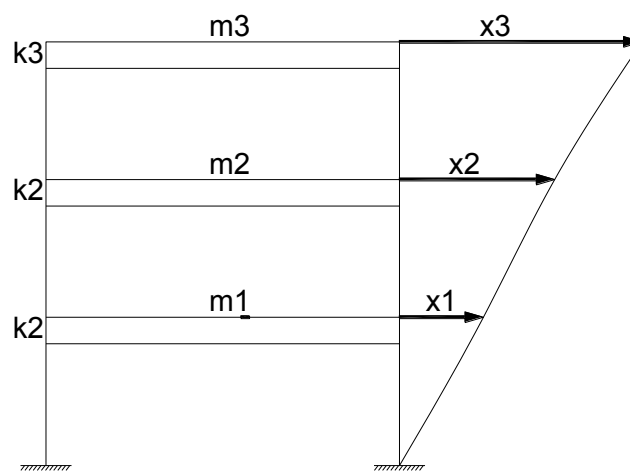


Figura 2.6. Sistema de tres grados de libertad

Masa m_1 :

$$m_1 \ddot{x}_1 + k_1 x_1 - k_2 (x_2 - x_1) = 0 \quad (2.56)$$

Masa m_2 :

$$m_2 \ddot{x}_2 + k_2 (x_2 - x_1) - k_3 (x_3 - x_2) = 0 \quad (2.57)$$

Masa m_3 :

$$m_3 \ddot{x}_3 + k_3 (x_3 - x_2) = 0 \quad (2.58)$$

Reorganizando y factorizando los términos de las tres ecuaciones anteriores obtenemos:

¹¹ Roberto Méli, Enrique Bazán Zurita, 2010, Diseño sísmico de edificios, México, Limusa, p.108.

$$\begin{aligned}
m_1 \ddot{x}_1 + (k_1 + k_2)x_1 - k_2 x_2 &= 0 \\
m_2 \ddot{x}_2 - k_2 x_1 + (k_2 + k_3)x_2 - k_3 x_3 &= 0 \\
m_3 \ddot{x}_3 - k_3 x_2 + k_3 x_3 &= 0
\end{aligned} \tag{2.59}$$

Las ecuaciones simultáneas en (2.59) pueden expresarse matricialmente de la siguiente forma:

$$\begin{Bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{2.60}$$

Que a su vez:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K][x] = \{0\} \tag{2.61}$$

Hemos planteado con éstas ecuaciones el equilibrio dinámico del conjunto de masas y resortes por medio de un sistema de ecuaciones diferenciales simultáneas. Este planteamiento mostrado es válido para sistemas de cualquier número de grados de libertad. Debe considerarse que, cada línea de este sistema de ecuaciones corresponde a una ecuación de equilibrio para un grado de libertad de la estructura.

2.2.2 Ecuaciones de Equilibrio para Excitación Arbitraria

Ahora supondremos que en el sistema presentado en la figura 2.6 se aplica una fuerza que varía en el tiempo, $P_i(t)$, a cada una de las masas i de la estructura, o sea a cada uno de los grados de libertad de la estructura hay una fuerza dinámica aplicada, como se muestra en la Figura 2.7.

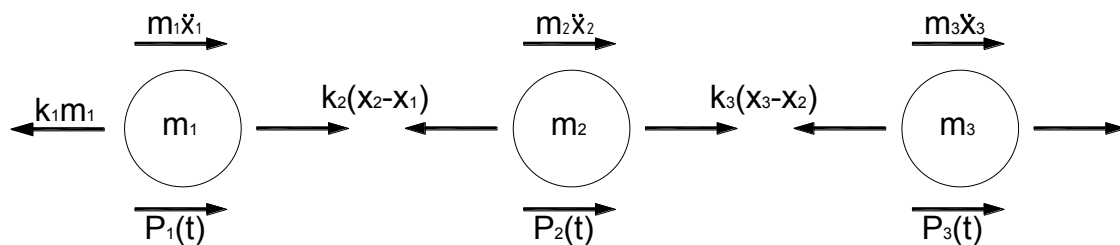


Figura 2.7 Fuerza dinámica aplicada al sistema de tres grados de libertad

Al plantear las ecuaciones de equilibrio, y utilizando el principio D'Alembert, para cada una de las masas obtenemos lo siguiente:

Masa m_1 :

$$m_1\ddot{x}_1 + k_1x_1 - k_2(x_2 - x_1) - P_1(t) = 0 \quad (2.62)$$

Masa m_2 :

$$m_2\ddot{x}_2 + k_2(x_2 - x_1) - k_3(x_3 - x_2) - P_2(t) = 0 \quad (2.63)$$

Masa m_3 :

$$m_3\ddot{x}_3 + k_3(x_3 - x_2) - P_3(t) = 0 \quad (2.64)$$

Reorganizando y factorizando los términos en las tres ecuaciones anteriores obtenemos:

$$\begin{aligned} m_1\ddot{x}_1 + (k_1 + k_2)x_1 - k_2x_2 &= P_1(t) \\ m_2\ddot{x}_2 - k_2x_1 + (k_2 + k_3)x_2 - k_3x_3 &= P_2(t) \\ m_3\ddot{x}_3 - k_3x_2 + k_3x_3 &= P_3(t) \end{aligned} \quad (2.65)$$

Las ecuaciones simultáneas presentadas en (2.65) pueden expresarse matricialmente de la siguiente manera:

$$\begin{Bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_1(t) \\ P_2(t) \\ P_3(t) \end{Bmatrix} \quad (2.2.11)$$

Que es, a su vez:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K][x] = \{P(t)\} \quad (2.66)$$

Este planteamiento también es válido para sistemas de cualquier número de grados de libertad. Al igual que para vibración libre debe de tenerse en cuenta que cada línea de éste sistema de ecuaciones simultaneas corresponde a una ecuación de equilibrio para un grado de libertad de la estructura, por lo tanto la fuerza aplicada al sistema debe ser colineal con el grado de libertad.

2.2.3 Ecuaciones de Equilibrio para Excitación en la Base

Ahora supondremos que al sistema presentado en la figura 2.7, se le somete a una excitación en su base, como lo muestra la figura 2.8.

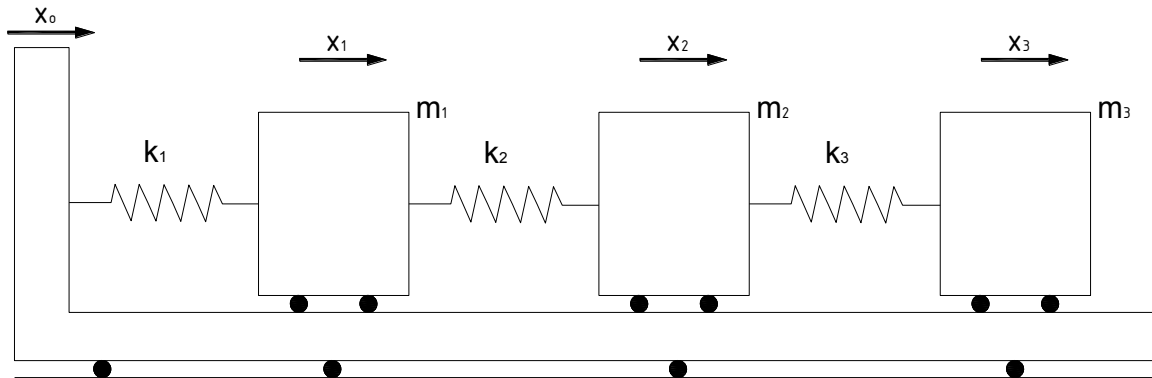


Figura 2.8 [Luis Enrique García Reyes, 1998, Dinámica estructural aplicada al diseño sísmico, ISBN, Pág. 326]

Si definimos que:

$$\begin{aligned} u_1 &= x_1 - x_0 \\ u_2 &= x_2 - x_0 \\ u_3 &= x_3 - x_0 \end{aligned} \quad (2.67)$$

o matricialmente:

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} x_0 \\ x_0 \\ x_0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \{x_0\} \quad (2.68)$$

que es equivalente a:

$$\{u\} = \{x\} - \{x_0\} = \{x\} - \{\gamma\}\{x_0\} \quad (2.69)$$

La matriz \$\{\gamma\}\$, que en éste caso es un vector con elementos unitarios, indica que el grado de libertad expresado en la línea del sistema de ecuaciones simultáneas es colineal con la aceleración del terreno.

Al despejar $\{x\}$, se obtiene:

$$\{x\} = \{u\} + \{\gamma\}\{x_0\} \quad (2.70)$$

Si derivamos la ecuación anterior (2.70) contra el tiempo obtenemos:

$$\{\dot{x}\} = \{\dot{u}\} + \{\gamma\}\{\dot{x}_0\} \quad (2.71)$$

y si la derivamos nuevamente contra el tiempo obtenemos que:

$$\{\ddot{x}\} = \{\ddot{u}\} + \{\gamma\}\{\ddot{x}_0\} \quad (2.72)$$

Los cuerpos libres de las masas ahora son los que se presentan en la figura 2.9:

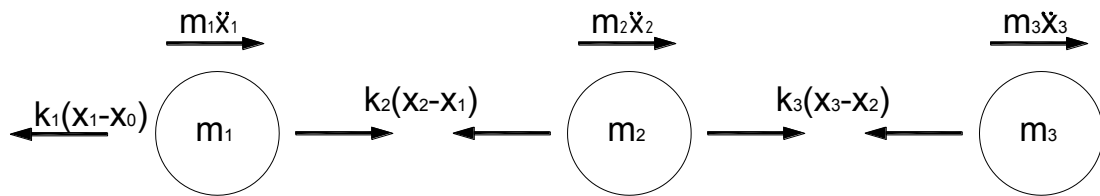


Figura 2.9.

Es evidente que:

$$x_1 - x_0 = u_1$$

$$x_2 - x_1 = u_2 - u_1 \quad (2.73)$$

$$x_3 - x_2 = u_3 - u_2$$

Entonces tenemos que, las ecuaciones de equilibrio son las siguientes:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.74)$$

que a su vez:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K][u] = \{0\} \quad (2.75)$$

Al remplazar la ecuación (2.72) en la anterior, se obtiene:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K][u] = -[M]\{\gamma\}\{\ddot{x}_0\} \quad (2.76)$$

Ésta última ecuación corresponde a las ecuaciones diferenciales simultáneas de equilibrio dinámico de un sistema de varios grados de libertad sometidos a una excitación en su base.

Un aspecto importante que se deriva, consiste en que las matrices de la masa, y de rigidez, son las mismas en los casos de vibración libre, excitación arbitraria y excitación en la base, y sólo varía el lado derecho de la ecuación matricial de equilibrio, dependiendo del tipo de excitación.⁹

Si consideramos a la estructura en vibración libre y sin amortiguamiento, la ecuación (2.76) se transforma en:

$$\underline{M}\ddot{x} + \underline{K}x = 0 \quad (2.77)$$

Se planteará la siguiente solución para la estructura vibrando libremente, que es una solución análoga a la de un sistema de un grado de libertad, en éste caso **A**, es un vector de amplitudes para cada una de las masas:

$$x(t) = A \text{ sen } (\omega_n t + \alpha) \quad (2.78)$$

Derivando dos veces:

$$\dot{x}(t) = A\omega_n \cos(\omega_n t + \alpha) \quad (2.79)$$

Sustituyendo en la ecuación de movimiento:

$$-\omega \underline{M}A \text{ sen } (\omega_n t + \alpha) + \underline{K}A \text{ sen } (\omega_n t + \alpha) = 0$$

$$[\underline{K} - \omega_n^2 \underline{M}]A \text{ sen } (\omega_n t + \alpha) = 0 \quad (2.80)$$

⁹ García Reyes Luis Enrique, 1998, Dinámica estructural aplicada al diseño sísmico, Bogotá, Colombia, Universidad de los Andes, p. 326.

En la ecuación hay tres posibles soluciones:

- a) Cuando $A=0$, no hay amplitud del movimiento, por lo tanto ésta solución no interesa y se le denomina trivial.
- b) Cuando $(\omega_n t + \alpha) = 0$, solo se cumple para determinados valores del argumento.
- c) Cuando $[\underline{K} - \omega_n t \underline{M}]A = 0$, éste es un sistema de ecuaciones lineales homogéneo y para que existan valores de la amplitud A distintos de cero, el determinante del sistema debe ser nulo:

$$[\underline{K} - \omega_n t \underline{M}]A = 0 \quad (2.81)$$

Desarrollando el determinante se llega a un polinomio de grado n igualando a cero, el cual tendrá raíces (ω_n^2) , al cual se le conoce como polinomio característico.

En el álgebra lineal a éste problema se le conoce como problema de valores característicos, valores propios o eigen-valores.

Los valores de las raíces del polinomio característico son las frecuencias naturales de vibración de la estructura ω_n^2 .

La estructura que se muestra en la figura 2.6, con tres grados de libertad, un desplazamiento horizontal por cada nivel, tendrá tres modos de vibración, a cada modo de vibración le corresponde una frecuencia de vibración.

A la primera frecuencia natural de vibración, que es la de menor valor, se le llama frecuencia o modo fundamental de la estructura.

La estructura del marco de 3 niveles de la figura 2.6, se le puede idealizar a través de un modelo de masas y resortes, en donde cada resorte representa la rigidez lateral de cada entrepiso, como se representa en la figura 2.10. En cada masa se concentra el peso de cada entrepiso, esto es, carga muerta más carga viva accidental.

En la figura 2.10 se representa el marco de la figura 2.6 por medio de un sistema de masas y resortes, y las configuraciones deformadas que adopta la estructura cuando vibran libremente a la frecuencia correspondiente a sus primeros modos de vibración¹

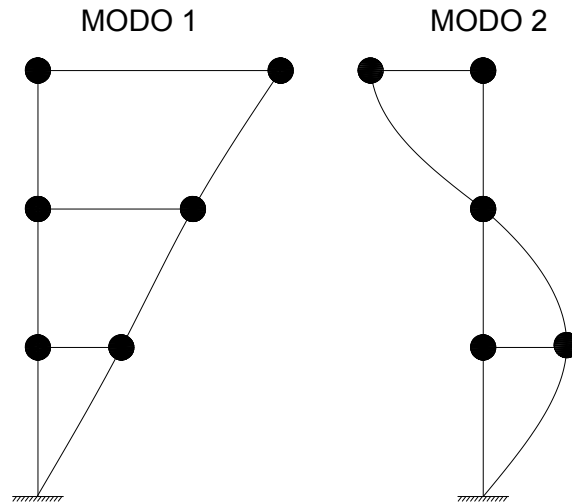


Figura 2.10. Sistema de masas y resortes

2.2.4 Método De Newmark

Este método se aplica para calcular el primer modo de vibración de estructuras estrechamente acopladas, es decir, estructuras cuyas masas se conectan solamente a las de los pisos superior o inferior por medio de resortes que idealizan las rigidez lateral de los entrepisos correspondientes.

Básicamente este método consiste en proponer un estimativo de la aceleración al final del intervalo, que se va corrigiendo por medio de un proceso iterativo lo que hace posible resolver el problema.

A continuación se presenta la secuela de cálculo del método de Newmark:

- 1) Se supone una configuración inicial de desplazamientos para el primer modo de vibrar, usualmente se proponen valores de desplazamiento cuyo valor sea igual al número de nivel correspondiente de cada masa x .

¹Páez Robles Alfredo A., 2011, Capítulo 2 Conceptos básicos de Dinámica Estructural, México, ESIA, IPN, p. 66-67.

- 2) Las fuerzas de inercia en cada masa son iguales a $F_i = m_i a = m_i x_i \omega_1^2$, pero como aún no conocemos ω_1^2 , entonces se trabaja con las fuerzas de inercia divididas entre la frecuencia del primer modo $\frac{F_i}{\omega_1^2} = m_i x_i$.
- 3) Los cortantes de entrepiso son las fuerzas de inercia acumuladas desde la masa del último nivel $\frac{V_i}{\omega_1^2} = \sum_i^n \frac{V_i}{\omega_1^2}$.
- 4) La deformación de entrepiso se obtiene dividiendo la fuerza cortante entre la rigidez del entrepiso correspondiente $\frac{\Delta x_i}{\omega_1^2} = \frac{V_i}{K_i}$.
- 5) La configuración de los desplazamientos se obtiene acumulando las deformaciones de entrepiso desde el primer nivel $\frac{x_i}{\omega_1^2} = \sum_i^n \frac{\Delta x_i}{\omega_1^2}$.
- 6) La frecuencia aproximada del primer modo se obtiene dividiendo el valor del desplazamiento inicial entre el obtenido en el paso anterior, $\omega_1^2 = \frac{x_i}{\frac{x_i}{\omega_1^2}}$, cuando el cociente es aproximadamente el mismo para todas las masas se ha encontrado la configuración y la frecuencia de vibración correspondiente al primer modo de vibración. En caso de que no exista convergencia, se hacen iteraciones de los pasos 1 a 6, solo que ahora la configuración inicial se obtiene normalizando los desplazamientos del paso 5 de la primera iteración con respecto al desplazamiento de la primera masa.¹

¹ Páez Robles Alfredo A., 2011, Capítulo 2 Conceptos básicos de Dinámica Estructural, México, ESIA, IPN. p.59

2.2.5 Método de Holzer

Una vez calculada la frecuencia y la configuración del primer modo, podemos utilizar el método de Holzer para los modos superiores, el cual también es aplicable para estructuras estrechamente acopladas.

A continuación se presenta la secuela de cálculo del método de Holzer:

- 1) Suponer un valor de ω^2 mayor que el de la frecuencia del primer modo, obtenida por cualquier otro modo.
- 2) Suponer un desplazamiento de la primera masa (x_1).
- 3) Calcular la fuerza cortante del primer entrepiso $V_1 = K_1 \Delta x_1$, tomando en cuenta que $\Delta_1 = x_1$.
- 4) Calcular la fuerza de inercia de la masa 1, $F_1 = M_1 \omega^2 x_1$.
- 5) Calcular la fuerza cortante del segundo entrepiso, aplicando el equilibrio de fuerzas horizontales $V_1 = V_2 + F_1$; despejando, $V_2 = V_1 - F_1$.
- 6) Calcular la deformación del segundo entrepiso $\Delta x_2 = \frac{V_2}{K_2}$.
- 7) Calcular el desplazamiento de la segunda masa $x_2 = x_1 - \Delta x_2$.
- 8) Calcular la fuerza de inercia de la segunda masa $F_2 = M_2 \omega^2 x_2$.
- 9) Se repiten los pasos 5 al 8 para las masas de los niveles superiores hasta el último entrepiso, en donde por lo general resultará una diferencia o residuo entre el valor de la fuerza cortante y la fuerza de inercia.
- 10) Se propone un valor mayor que el propuesto inicialmente, hasta que el residuo entre el valor de la fuerza cortante y la fuerza de inercia sea lo más pequeño posible, del orden de algunas décimas.

Recuerde que el valor de la frecuencia ω^2 es una de las raíces del polinomio característico y por lo tanto al cambiar el signo nos indica que el valor propuesto debe reducirse.

La configuración del segundo modo se toma de las deformaciones de la última iteración.

2.2.6 Propiedades de Ortogonalidad de las Matrices de Masas y Rigideces

A partir de la ecuación (2.72), que establece la solución para el caso de vibración libre son amortiguamiento de un sistema de varios grados de libertad

$$[\underline{K} - \omega_n^2 \underline{M}] A \operatorname{sen}(\omega_n t + \alpha) = 0$$

En donde planteamos que se debería cumplir con la siguiente ecuación característica:

$$[\underline{K} - \omega_n^2 \underline{M}]_{n \times n} A_{n \times 1} = 0_{n \times 1} \quad (2.82)$$

Cada valor característico o frecuencia natural de vibración ω_1^2 , satisface la ecuación anterior y a cada una le corresponde un vector de amplitudes A_i .

Así para un sistema de n grados de libertad le corresponderán n frecuencias y n vectores de amplitud que satisfacen la ecuación característica.

Los vectores de amplitud A_i , se les denomina vectores característicos o formas modales y no representan la configuración de desplazamientos reales de la estructura sino únicamente la proporcionalidad entre los desplazamientos de cada una de las masas.

Analicemos la ecuación característica para los modos de vibración A_i y A_j :

Para el modo i :

$$[\underline{K} - \omega_i^2 \underline{M}] A_i = 0$$

$$\underline{K} A_i - \omega_i^2 \underline{M} A_i = 0$$

$$\underline{K} A_i = \omega_i^2 \underline{M} A_i \quad (a)$$

Análogamente para el modo j :

$$\underline{K} A_j = \omega_j^2 \underline{M} A_j \quad (b)$$

Pre multiplicando la ecuación (a) por el vector modal transpuesto A_j^t

$$A_j^t \underline{K} A_i = \omega_i^2 A_j^t \underline{M} A_i \quad (c)$$

Pre multiplicando la ecuación (a) por el vector modal transpuesto A_i^t

$$A_i^t \underline{K} A_j = \omega_i^2 A_i^t \underline{M} A_j \quad (c)$$

Como ambas matrices \underline{K} y \underline{M} son simétricas, las siguientes igualdades se cumplen:

$$A_i^t \underline{M} A_j = A_j^t \underline{M} A_i$$

$$A_i^t \underline{K} A_j = A_j^t \underline{K} A_i$$

Restando la ecuación (d) de la (c):

$$0 = \omega_i^2 A_j^t \underline{M} A_i - \omega_j^2 A_i^t \underline{M} A_j$$

$$0 = (\omega_i^2 - \omega_j^2) A_i^t \underline{M} A_j$$

Como las frecuencias de los modos en estudio son diferentes, entonces la diferencia del paréntesis no es cero, por lo tanto:

$$A_i^t \underline{M} A_j = 0 \quad (2.83)$$

La igualdad anterior nos indica la propiedad de ortogonalidad de la matriz de masas \underline{M} .

Cuando $i = j$, entonces:

$$A_i^t \underline{M} A_j \neq 0 = m_i^* \quad (2.84)$$

El triple producto de la expresión anterior, da un escalar que llamaremos masa modal o masa generalizada de modo $i = m_i^*$. Sustituyendo la propiedad de la ortogonalidad de la masa de la ecuación (2.83) en la ecuación (d), tendremos:

$$A_i^t \underline{M} A_j = 0 \quad (2.85)$$

Que se cumple cuando $i \neq j$. Análogamente, la ecuación anterior nos indica también la propiedad de ortogonalidad de la matriz de rigideces \underline{K} .

Empleando otra vez la ecuación (d) pero cuando $i = j$, entonces:

$$A_i^t \underline{K} A_i = \omega_i^2 A_j^t \underline{M} A_i = \omega_i^2 m_i^*$$

Similarmente, el triple producto de la expresión anterior, da un escalar que llamaremos rigidez modal o rigidez generalizada del modo i .

$$k_i^* = A_i^t \underline{K} A_i = \omega_i^2 m_i^* \quad (2.86)$$

De donde:

$$\omega_i^2 = \frac{k_i^*}{m_i^*} \quad (2.87)$$

Modos Ortonormales

Es conveniente trabajar con los modos normalizados con respecto a la raíz de la masa generalizada $\sqrt{m_i^*} = \sqrt{A_i^t \underline{M} A_i}$.

Así el modo normalizado i será:

$$\phi_i = \frac{A_i}{\sqrt{m_i^*}}$$

Y la propiedad de ortogonalidad de la matriz de masas con los modos normalizados también se cumple:

$$\phi_i^t \underline{M} \phi_j = \frac{A_i^t}{\sqrt{m_i^*}} \underline{M} \frac{A_j}{\sqrt{m_j^*}} = \frac{A_i^t \underline{M} A_j}{\sqrt{m_i^* m_j^*}} = 0 \quad (e)$$

Cuando $i = j$, entonces:

$$\phi_i^t \underline{M} \phi_i = \frac{A_i^t}{\sqrt{m_i^*}} \underline{M} \frac{A_i}{\sqrt{m_i^*}} = \frac{A_i^t \underline{M} A_i}{\sqrt{m_i^{*2}}} = \frac{m_i^*}{m_i^*} = 1 \quad (f)$$

Entonces los modos normalizados tienen masas generalizadas iguales a la unidad.

Análogamente, la propiedad de ortogonalidad de la matriz de rigidez con los modos normalizados también se cumple:

$$\phi_i^t \underline{K} \phi_j = \frac{A_i^t}{\sqrt{m_i^*}} K \frac{A_j}{\sqrt{m_j^*}} = \frac{A_i^t K A_j}{\sqrt{m_i^* m_j^*}} = 0 \quad (g)$$

Cuando $i = j$, resulta:

$$\phi_i^t \underline{K} \phi_i = \frac{A_i^t}{\sqrt{m_i^*}} K \frac{A_i}{\sqrt{m_i^*}} = \frac{A_i^t K A_i}{\sqrt{m_i^{*2}}} = \frac{k_i^*}{m_i^*} = \frac{\omega_i^2 m_i^*}{m_i^*} = \omega_i^2 \quad (h)$$

Entonces las rigideces generalizadas de los modos normalizados son iguales a ω_i^2 .

Recopilando las expresiones (e), (f), (g) y (h):

$$\phi_i^t \underline{M} \phi_j = 0 \quad (2.88)$$

$$\phi_i^t \underline{M} \phi_i = 1 \quad (2.89)$$

$$\phi_i^t \underline{K} \phi_j = 0 \quad (2.90)$$

$$\phi_i^t \underline{K} \phi_i = \omega_i^2 \quad (2.91)$$

Si agrupamos todos los n vectores modales normalizados en una matriz que llamaremos Matriz Modal $\underline{\Phi}_{n \times n}$:

$$\underline{\Phi} = [\phi_1 \ \phi_2 \ \dots]$$

Entonces podemos aplicar la propiedad de ortogonalidad para la matriz de masas empleando los modos normalizados aplicando la expresión (2.88) para todos los términos fuera de la diagonal y la (2.89) para los términos de la diagonal:

$$\underline{\Phi}^t \underline{M} \underline{\Phi} = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}_{n \times n}$$

Procediendo de igual forma con la matriz de rigidez aplicando la expresión (2.90) para todos los términos fuera de la diagonal y la (2.91) para los términos de la diagonal:

$$\underline{\Phi}^t \underline{K} \underline{\Phi} = \begin{bmatrix} \omega_i^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \omega_i^2 \end{bmatrix}_{n \times n}$$

2.2.7 Ecuaciones de Movimiento en Coordenadas Modales

En una estructura con n grados de libertad, con un vector de excitación $F(t)$, tenemos que resolver un sistema de ecuaciones de movimiento de $n \times n$.

Podemos plantear la ecuación de movimiento:

$$\underline{M}\ddot{x} + \underline{C}\dot{x} + \underline{K}x = F \quad (2.92)$$

Mediante un cambio de variable, podemos transformar tal sistema para trabajar con n ecuaciones desacopladas equivalentes a la ecuación de movimiento para un sistema de un grado de libertad que llamaremos oscilador modal.

Así, la suma de respuestas modales, es decir, debidas a la participación de cada oscilador modal son igual a los desplazamientos del sistema acoplado en un instante de tiempo dado.

Introduciremos el siguiente cambio de variable en la ecuación anterior de movimiento:

$$x(t) = \underline{\Phi}Z(t) \quad (2.93)$$

En donde:

$x(t)$ = Vector de desplazamientos relativos al apoyo del sistema.

$\underline{\Phi}$ = Matriz modal.

$Z(t)$ = Vector de coordenadas generalizadas o modales de los modos de vibración en función del tiempo.

Aplicando la ecuación anterior para un sistema de tres grados de libertad:

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \phi_{13} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \phi_{23} \\ \phi_{31} & \phi_{32} & \phi_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \phi_{11} \\ \phi_{21} \\ \phi_{31} \end{Bmatrix} Z_1 + \begin{Bmatrix} \phi_{12} \\ \phi_{22} \\ \phi_{32} \end{Bmatrix} Z_2 + \begin{Bmatrix} \phi_{13} \\ \phi_{23} \\ \phi_{33} \end{Bmatrix} Z_3$$

Es decir, la sumatoria del producto de cada forma modal por cada coordenada generalizada:

$$x(t) = \sum_1^n \underline{\Phi}_i Z_i(t) \quad (2.94)$$

La coordenada generalizada $Z_i(t)$ modifica o escala a la configuración modal $\underline{\Phi}_i$ en cada instante de tiempo. Como es una sumatoria, cada modo tiene determinada participación en la respuesta acoplada de la estructura $x(t)$.

A partir de la ecuación (2.93) y obviando que los vectores están en función del tiempo. Podemos establecer que:

$$x = \underline{\phi} Z$$

$$\dot{x} = \underline{\phi} \dot{Z}$$

$$\ddot{x} = \underline{\phi} \ddot{Z}$$

Sustituyendo en la ecuación (2.90):

$$\underline{M} \underline{\phi} \ddot{Z} + \underline{C} \underline{\phi} \dot{Z} + \underline{K} \underline{\phi} Z = F$$

Ahora, emplearemos las propiedades de ortogonalidad de los modos, premultiplicando la ecuación anterior por la matriz modal traspuesta $\underline{\Phi}^t$:

$$\underline{M}^* \ddot{Z} + \underline{C}^* \dot{Z} + \underline{K}^* Z = \underline{\Phi}^t F \quad (2.95)$$

Por propiedad de ortogonalidad, los triples productos matriciales arrojan la matriz de masas modales generalizadas \underline{M}^* y la matriz de rigideces generalizadas \underline{K}^* , ambas con elementos nulos excepto en la diagonal:

$$\underline{M}^* = \begin{bmatrix} m_1^* & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & m_n^* \end{bmatrix}$$

$$\underline{K}^* = \begin{bmatrix} k_1^* & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & k_n^* \end{bmatrix}$$

Para la matriz de amortiguamiento, se considera un amortiguamiento proporcional a la combinación lineal de las matrices de rigideces y masas: $C = \alpha M + \beta K$ y en tal caso también \underline{C}^* es diagonal con los elementos nulos excepto en la diagonal, en tal caso se dice que el sistema tiene un Amortiguamiento Clásico, ya que se puede aplicar al análisis clásico modal.

$$\underline{C}^* = \begin{bmatrix} c_1^* & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & c_n^* \end{bmatrix}$$

Desarrollando la ecuación (2.95), tenemos que para la *i*-ésima ecuación:

$$m_1^* \ddot{Z}_i + c_i^* \dot{Z}_i + k_1^* Z_i = \phi_i^t F$$

En el segundo miembro de la ecuación anterior, tenemos ϕ_i^t que es el *i*-ésimo vector renglón de la matriz modal transpuesta ϕ^t , que multiplicado por el vector columna de cargas F da un escalar, por lo tanto, la expresión anterior es igual a la ecuación de movimiento para un solo grado de libertad.

Cada oscilador modal tiene la masa m_i^* , y el amortiguamiento c_i^* y la rigidez k_1^* de cada uno de los modos de vibrar de la estructura.

Si consideramos el oscilador modal en vibración libre, tendremos la siguiente ecuación de movimiento:

$$m_i^* \ddot{Z}_i + c_i^* \dot{Z}_i + k_i^* Z_i = 0$$

Dividiendo entre m_i^* :

$$\ddot{Z}_i + 2\xi_i^* \omega_{ni} \dot{Z}_i + \omega_{ni}^2 Z_i = 0$$

2.2.8 Análisis Modal Espectral

De la ecuación que nos sirve para conocer el desplazamiento de cada masa de la estructura para cada instante de tiempo, partiendo del hecho, de que conocemos el acelerograma del temblor que nos interesa tenemos que:

$$x_k(t) = \sum_{i=1}^n \phi_{ki} \frac{\Phi_i^T}{m^* i} u_i(t) = \sum_{i=1}^n \phi_{ki} p_i u_i(t) \quad (2.96)$$

Pero, para fines de diseño, nos interesa más la respuesta máxima de la estructura ante un temblor que puede ocurrir durante su vida útil.

Por lo anterior dicho temblor va a ocurrir en el futuro y sus intensidades no se pueden predecir, por lo tanto, debemos acudir a los llamados espectros de diseño que especifican las normas o reglamentos de la localidad donde se pretenda construir la estructura.

Estos espectros de diseño carecen de los picos o máximos de los espectros de respuesta.



Figura 6. Espectro de diseño de la zona IIIc según las NTC-Sismo-04

Los espectros de diseño también son graficas de pseudo-aceleración como fracción de la gravedad $\frac{A}{g}$ en el eje de las ordenadas, y los periodos de las estructuras T, en el de las abscisas.

De la ecuación $A = w_n^2 D$, en donde la pseudo-aceleración máxima (A), ocurre en el instante que se presenta el máximo desplazamiento $u(t)_{m\acute{a}x} = D$, teníamos:

$$A = w_n^2 D$$

De donde:

$$D = u(t)_{m\acute{a}x} = \frac{A}{w_n^2}$$

Podemos particularizar la ecuación $x_{ki}(t) = \phi_{ki} Z_i(t)$ para conocer la contribución del modo i al desplazamiento máximo de la masa k, $x_{ki \text{ máx}}$:

$$x_{ki \text{ máx}} = \frac{A_i}{w_{ni}^2} p_i \phi k_i \quad (2.97)$$

y para todas las masas del sistema:

$$x_i \text{ máx} = \frac{A_i}{w_{ni}^2} p_i \phi_i \quad (2.98)$$

2.2.9 Reglas de Combinación Modal

Enunciaremos a continuación algunas reglas de combinación modal, empleando la ecuación anterior podríamos calcular la deformación máxima de la masa K -ésima, sumando la participación de todos los modos calculados:

$$x_k \text{ máx} = \sum_{i=1}^n x_{k \text{ máx}} = \sum_{i=1}^n \frac{A_i}{w_{ni}^2} p_i \phi k_i \quad (2.99)$$

En general cualquier respuesta máxima de la estructura $r_{\text{máx}}$, como las deformaciones de entrepiso, las fuerzas cortantes, etc., podrían calcularse sumando las respuestas máximas considerando su valor absoluto:

$$r_{\text{máx}} = \sum_{i=1}^n |r_{i \text{ máx}}| \quad (2.100)$$

Esta es una regla de combinación modal muy conservadora, ya que las respuestas máximas de cada modo $r_{i \text{ máx}}$, no ocurren en el mismo instante de tiempo, por lo que la expresión anterior sería como el límite superior para el valor de la respuesta máxima.

Rosenblueth (1951), desarrolló otra regla de combinación modal en su tesis doctoral, que se conoce como la regla de la Raíz Cuadrada de la Suma de los Cuadrados (RCSC):

$$r_{\text{máx}} = \sqrt{\sum_{i=1}^n r_{i \text{ máx}}^2} \quad (2.101)$$

Esta regla de combinación modal es apropiada, cuando las frecuencias naturales difieren al menos en 10 por ciento entre sí.

Entonces para el caso de edificios de plantas asimétricas en donde los valores de las frecuencias están muy cercanos y la limitación mencionada no se cumple, podemos emplear la regla de Combinación Cuadrática Completa (CRC), propuesta por Rosenblueth y Elorduy, (1969):

$$r_{\text{máx}} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{r_{i \text{ máx}} r_{j \text{ máx}}}{1 + \xi_{ij}^2}} \quad (2.102)$$

En donde:

$$\xi_{ij} = \frac{w_{Di} - w_{Dj}}{\xi'_i w_i + \xi'_j w_j}$$

$$\xi'_i = \xi_i + \frac{2}{w_i s}$$

Y

$$w_{Di} = w_i \sqrt{1 - \xi_i^2}$$

En la penúltima expresión s es la duración de la fase intensa del temblor, Rosenblueth, (1979) propuso para las normas de diseño sísmico del D.F., valores de s iguales a 20, 30 y 40 segundos para las zonas I, II y III respectivamente y de 50 segundos para suelos donde se desconocen sus características geotécnicas.

CAPITULO 3
COMPORTAMIENTO
ESTRUCTURAL

3.1 Propiedades de Materiales y Sistemas Estructurales

3.1.1 Características de los Edificios que Definen la Respuesta a Sismos

La respuesta sísmica de una estructura depende tanto de las características de la excitación como de las propiedades dinámicas de la estructura misma. Cuando se selecciona el material y el sistema estructural que resiste las cargas laterales y se determina el tipo de cimentación, se imponen desde ese momento a las características que influyen de manera preponderante en su respuesta sísmica.

Periodo Natural de Vibración

La respuesta sísmica de un sistema elástico de un grado de libertad depende de su frecuencia de vibración $T = 2\pi/\omega$. Esto se refleja en que, la respuesta máxima de un sistema a un temblor varía principalmente con el periodo de vibración. La representación gráfica de ésta variación se denomina espectro de respuesta.

Los sistemas de varios grados de libertad pueden caracterizarse para fines de estudiar su respuesta a sismos, por medio de sus periodos y frecuencias naturales de vibración, y que en particular dado que el primer modo es el que tiene mayor participación, el primer periodo es la característica dinámica más importante en definir el comportamiento de una estructura ante temblores. La respuesta sísmica inelástica se puede correlacionar adecuadamente con la respuesta de sistemas elásticos con el mismo periodo inicial de vibración.

Los reglamentos de construcción estipulan espectros de diseño cuyas ordenadas dependen del periodo de vibración, asimismo perciben factores de reducción para considerar el comportamiento inelástico, cuyo valor depende también del periodo de vibración.

Las fuerzas de diseño que deben adoptarse para una estructura pueden modificarse en forma significativa controlando las variables que influyen en el periodo fundamental de vibración.

Los periodos de vibrar dependen de la relación de masas a rigideces. El proyectista tiene en general poca libertad para modificar la masa del edificio. Mucho mayor es la amplitud en

que puede variar la rigidez lateral principalmente dependiendo del sistema estructural que se elija, el cual puede ser relativamente flexible, a base de marcos, muy rígido, con abundancia de contravientos o muros de rigidez.

La determinación del periodo de la estructura es el resultado del análisis dinámico de la misma. Algunas de las formas para estimar el periodo de la estructura lo expresan únicamente como función del número de pisos o de la altura del edificio y debe tomarse solo como medios para estimar la magnitud del periodo para fines de detectar errores en cálculos más refinados. La ecuación más común para la determinación del periodo es la que lo considera como una décima parte del número de pisos del edificio:

$$T = 0.1 n \quad (3.1)$$

Esta ecuación es aproximada, y las siguientes, están pensadas para estructuras sobre suelo firme. Para terreno blando las deformaciones relativas entre la estructura y el suelo suministran significativamente el periodo fundamental. Para edificios altos en la zona del lago del Distrito Federal, este incremento suele ser entre 20 y 30 por ciento.

Fórmulas un poco más refinadas toman en cuenta el tipo de sistema estructural y hacen depender el periodo de la altura del edificio, H en metros. Entre las más usadas están las siguientes:

$$T = \alpha H^{3/4} \quad (3.2)$$

El coeficiente α toma los siguientes valores:

- 0.085 para edificios a base de marcos de acero
- 0.075 para edificios a base de marcos de concreto
- 0.05 para edificios con muros de rigidez o contravientos

Para tener un cálculo inicial preciso del periodo fundamental del edificio aún si es irregular, sin resolver el problema de valores característicos, conviene usar la fórmula de Schwartz, con el “método del peso” presentado en el texto de Wakabayashi, 1985. El método consiste en calcular la deflexión en la punta de la estructura sujeta a fuerzas laterales iguales en cada piso al peso de dicho piso; el periodo en segundos se obtiene como:

$$T = \frac{\Delta^{1/2}}{5.5} \quad (3.3)$$

Siendo Δ la deflexión lateral en la punta, en centímetros.

El periodo fundamental de vibración del edificio cobra particular importancia en la zona de terreno blando del valle de México. Allí el movimiento del terreno durante un sismo es prácticamente una oscilación armónica con un periodo de vibración que depende principalmente del espesor de los estratos de arcilla. El espectro de respuesta presenta un muy fuerte pico en coincidencia con el periodo dominante del suelo, el cual se mantiene casi constante en todos los sismos, por lo que es conveniente evitar en ésta situación que los edificios tengan un periodo fundamental de vibración cercano al del suelo, ya que de ser así estarían sujetos en cada sismo a excitaciones elevadas; es decir, ubicar la estructura fuera de la región de respuesta máxima.

El periodo de la estructura depende de la masa de la construcción, que se puede estimar con cierta precisión y de la rigidez lateral de la estructura que es una propiedad que varía significativamente con el nivel de esfuerzos en los materiales en cuya estimación pueden cometerse errores sustanciales.

Amortiguamiento Viscoso

El amortiguamiento viscoso es otra característica estructural que influye en la respuesta sísmica, se expresa normalmente como una fracción ζ del amortiguamiento crítico. Toma en cuenta fuentes de disipación de energía como fricciones internas, fricciones en los apoyos y en elementos no estructurales.

La tabla 3.1 representa valores recomendados por una norma de los EE. UU. Para los amortiguamientos de distintos tipos de estructura.

El amortiguamiento varía significativamente con la amplitud de las vibraciones que experimenta la estructura. Reconociendo lo anterior, la norma referida recomienda un amortiguamiento para vibraciones moderadas y otro para vibraciones intensas como las que se prevé pueden presentarse en el sismo de diseño.

En años recientes se han desarrollado dispositivos de diversa índole que colocados estratégicamente en el edificio proporcionan fuentes significativas de amortiguamiento.

Tipo de estructura	Porcentaje del amortiguamiento crítico	
	Niveles bajos de respuesta	Niveles altos de respuesta
Concreto reforzado	4	7
Concreto presforzado	2	5
Acero con conexiones de soldadura o pernos de fricción	2	4
Acero con conexiones de tornillos o remaches	4	7
Mampostería	4	7
Madera	4	7

Tabla 3.1 Coeficientes de amortiguamiento típicos de estructuras [DOE Standard, 1020-94 en U.S. Dept. of Energy, 1994]

Comportamiento Inelástico

Los reglamentos admiten que el comportamiento de las estructuras rebase el intervalo lineal ante temblores moderados y severos, y se tengan incursiones importantes en zonas de comportamiento inelástico durante las cuales se puede disipar gran parte de la energía introducida por el sismo. Al proceder de esta manera se permite que las estructuras se diseñen para resistencias muy inferiores a las que requerirían si se les quisiera mantener en su intervalo elástico lineal.

Por lo tanto, es importante que la estructura tenga un comportamiento inelástico adecuado, para lo cual debe poseer la habilidad de mantener su capacidad de carga para deformaciones muy superiores a la de fluencia.

Debido a que el sismo introduce en la estructura varios ciclos de sollicitaciones en distintas direcciones, interesa el comportamiento ante repeticiones de cargas alternadas. Éste se presenta mediante las curvas de carga-deformación obtenidas de ensayos ante cargas alternadas; estas curvas tienen la forma de *lazos de histéresis* como los mostrados en la

figura 3.2. El área incluida en estos lazos representa un índice de capacidad de disipación de energía que equivale a un amortiguamiento adicional muy importante para la estructura.

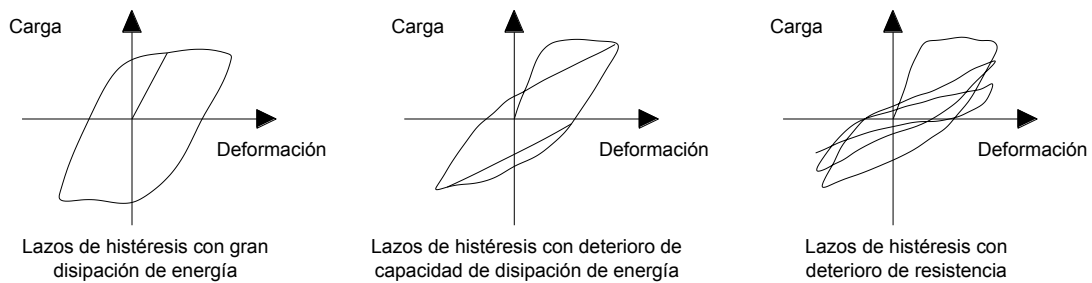


Figura 3.2 Lazos de histéresis típicos

Debe de procurarse que las estructuras sean capaces de desarrollar lazos de histéresis con un área considerable y que además sean estables en ciclos sucesivos, ya que este tipo de comportamiento ayuda a la estructura a disipar gran parte de la energía generada por el sismo.

La respuesta inelástica de una estructura en su conjunto depende de las propiedades de los elementos estructurales que la componen, y estas a su vez del comportamiento de los materiales correspondientes.

3.1.2 Características de los Materiales

La respuesta sísmica de una estructura depende básicamente de los materiales que la componen. Las principales características de estos materiales son:

- Peso volumétrico del material.- éste define la masa de la estructura y por tanto influye en las fuerzas de inercia que se generan y en los periodos de vibración.
- Módulo de elasticidad del material.- es el determinante de la rigidez y en su periodo.
- Forma de la curva esfuerzo-deformación.- es importante más allá del solo módulo de elasticidad.
- Ductilidad.- define el comportamiento y la forma de los lazos de histéresis definen el amortiguamiento inelástico con que puede contarse.

Concreto

Su comportamiento es frágil tanto en compresión como en tensión. El módulo de elasticidad inicial depende de la calidad de los agregados, del peso volumétrico del concreto y de la velocidad con que se aplica la carga.

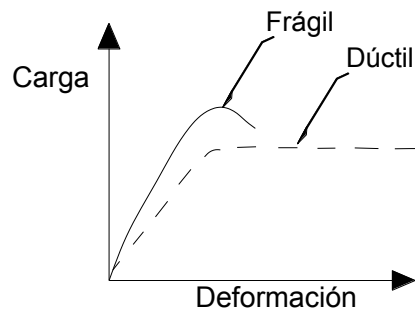


Figura 3.3 Relación esfuerzo-deformación típica del concreto.

El módulo de elasticidad inicial depende de la calidad de los agregados, del peso volumétrico del concreto y de la velocidad con la que se aplica la carga. El esfuerzo máximo en compresión se alcanza para deformaciones unitarias cercanas a 0.002 y la falla por aplastamiento para deformaciones entre 0.003 y 0.004.

La curva esfuerzo-deformación se vuelve más frágil para concretos de mayor resistencia como se puede apreciar en la figura 3.4. Cuando la sollicitación se aplica muy rápidamente, como en el caso de un sismo, la curva esfuerzo deformación muestra incrementos en el módulo de elasticidad y en la resistencia que son del orden de 15 por ciento, como se ve en la figura 3.5.

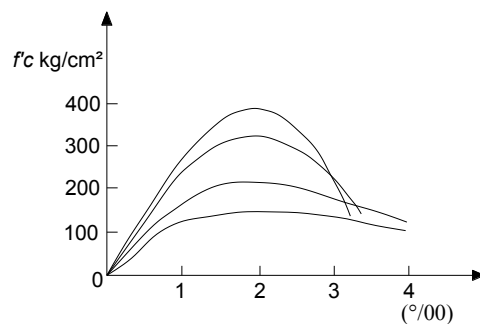


Figura 3.4 Relación esfuerzo-deformación para concretos de distintas resistencias

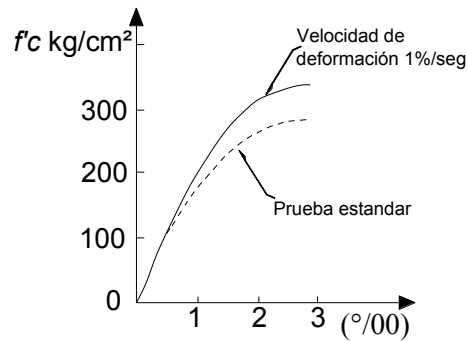


Figura 3.5 Relación esfuerzo-deformación de concreto para distintas cargas de aplicación

Las repeticiones de esfuerzos de compresión no causan modificaciones significativas en la curva esfuerzo-deformación cuando el esfuerzo máximo excede de 0.7 de f'_c , para esfuerzos mayores de 0.85 de f'_c las repeticiones de ciclo de carga deterioran rápidamente la resistencia y rigidez del concreto.

En las estructuras de concreto reforzado se puede reducir o incluso eliminar el comportamiento frágil de éste, si se mantienen bajos los esfuerzos de compresión en el concreto y si se diseñan y refuerzan los elementos estructurales de manera que su capacidad está regida por la presencia del acero de refuerzo.

La aplicación de esfuerzos transversales de compresión no solo aumenta sustancialmente la resistencia en compresión axial del concreto, sino que incrementa hasta varios órdenes de magnitud su capacidad de deformación como se muestra en la figura 3.6.

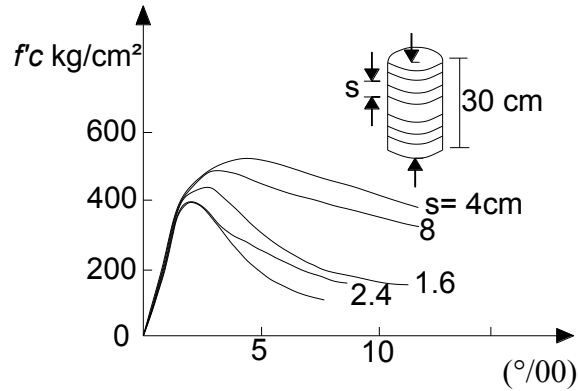


Figura 3.6 Efectos del confinamiento por refuerzo transversal

Acero

Tanto el acero de refuerzo como el acero estructural tienen curvas de esfuerzo-deformación de un comportamiento lineal prolongado, con un módulo de elasticidad de $2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$. El esfuerzo de fluencia y su capacidad de deformación dependen de la composición química del acero y del tratamiento al que éste ha sido sometido. El esfuerzo de fluencia aumenta con el contenido de carbono y puede incrementarse aún más con tratamientos específicos. En ambos casos, dicho aumento va acompañado de una disminución de la capacidad de deformación, a la que se le denomina deformación unitaria de ruptura (ϵ_u), así como de la relación entre esfuerzo máximo y el de fluencia.

La figura 3.7 muestra curvas típicas esfuerzo-deformación para aceros de distintos grados, nótese que, los factores de ductilidad son siempre grandes y exceden de diez, aún para los aceros más dúctiles, y para velocidades altas de cargas, como las que se presentan en un sismo el esfuerzo de fluencia aumenta del orden de 5 por ciento, mientras que el módulo de elasticidad y la deformación última no se alteran significativamente. Por esta razón, la curva obtenida para cargas estáticas se adopta sin modificación para análisis de efectos sísmicos.

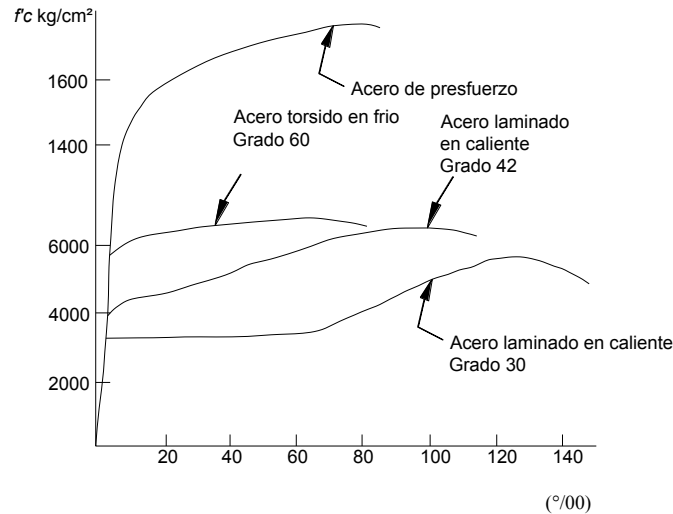


Figura 3.7 Curvas de esfuerzo-deformación del acero de refuerzo

Bajo la aplicación de cargas alternadas que exceden la fluencia, se reduce la zona en que los esfuerzos son proporcionales a la deformación y la curva se vuelve más redondeada (efecto Bauschinger); sin embargo, los ciclos son muy estables y con lazos de histéresis muy amplios y sin evidencia de deterioro, por lo que su capacidad para disipar la energía es muy alta, y su comportamiento se puede idealizar como elastoplástico sin deterioro.

Mampostería

Las propiedades mecánicas de la mampostería varían desde un intervalo muy grande en función de las propiedades de sus elementos que lo componen, así como del procedimiento de construcción. En términos generales, la resistencia en tensión es muy baja, la falla es frágil y la curva esfuerzo-deformación es compresión prácticamente es lineal hasta la falla como se puede observar en la figura 3.8. La resistencia en compresión piezas-mortero puede variar desde 20-30 kg/cm² para piezas débiles de barro o de cemento de fabricación artesanal; hasta 200 kg/cm², o más, para piezas de alta calidad producidas industrialmente. Su módulo de elasticidad, para cargas de corta duración varía entre 600 y 1000 veces la resistencia en compresión.

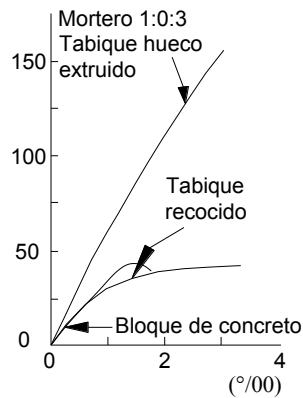


Figura 3.8 Curvas típicas esfuerzo-deformación para mampostería

La resistencia al cortante es muy variable, y es influida por las propiedades del mortero de unión. El comportamiento ante cargas alternadas de elementos de mampostería no reforzada es frágil, especialmente cuando los muros están constituidos por piezas huecas cuyas paredes se destruyen progresivamente, para limitar su comportamiento frágil, se emplea acero de refuerzo en el interior de los muros o elementos de confinamiento.

Madera

Es un material natural sujeto a grandes variaciones en sus propiedades mecánicas; su principal ventaja en cuanto a comportamiento sísmico es su bajo peso volumétrico, que limita las fuerzas de inercia que se pueden generar en la estructura. Su comportamiento es muy cercano al lineal hasta cerca del esfuerzo resistente, aunque no puede desarrollar grandes ductilidades, las estructuras echas con éste material muestran gran capacidad de disipación de energía, por lo que su comportamiento sísmico ha sido favorable, excepto sólo en algunos casos en que se encontraba deteriorada por pudrición o ataque se insectos' y aquellos en que las conexiones no eran las adecuadas.

Las principales reservas sobre el empleo de estas estructuras están asociadas con si inflamabilidad que se vuelve crítica por los incendios que se pueden generar ocasionalmente a raíz de sismos, sin embargo la protección adecuada se logra mediante recubrimientos y materiales aislantes.

3.1.3 Comportamiento de los Principales Elementos Estructurales

Vigas y Columnas de Concreto Reforzado

El comportamiento de elementos sujetos a flexión, simple o combinada con otras fuerzas internas, puede estudiarse con las relaciones momento-rotación obtenidas del ensaye de especímenes representativos o en su caso, mediante el cálculo analítico de las relaciones momento-curvatura de la secciones a partir de la hipótesis básicas de resistencia de materiales¹¹.

Se ha demostrado mediante éstas curvas mencionadas anteriormente que, si se usan cuantías de tensión bajas, es decir, si las secciones son subreforzadas, se obtienen ductilidades considerablemente elevadas, comparables a las de acero de refuerzo. En estas condiciones, para una cuantía de acero de refuerzo en tensión, el refuerzo en compresión no hace crecer apreciablemente la resistencia, sin embargo da lugar a un incremento importante en la ductilidad.

Cuando la cuantía de refuerzo de tensión es elevada, la ductilidad se reduce y se requiere de acero de compresión para ayudar al concreto a resistir la resultante de compresión y para que el refuerzo de tensión pueda alcanzar la fluencia antes del aplastamiento del concreto.

Este tipo de elementos ante cargas alternadas presentan lazos de histéresis amplios y estables sólo si las secciones son muy subreforzadas y doblemente armadas, sin efectos importantes de contante, torsión o adherencia como se muestra en la figura 3.9. En caso de que los esfuerzos cortantes sean elevados y produzcan un agrietamiento diagonal significativo, se presenta entonces deterioro de la rigidez y en parte de la resistencia, lo que limita su capacidad de deformación inelástica como se puede observar en la figura 3.10.

¹¹ Meli Roberto, Enrique Bazán, 2010, Diseño Sísmico de Edificios, México, Limusa, p. 147-194

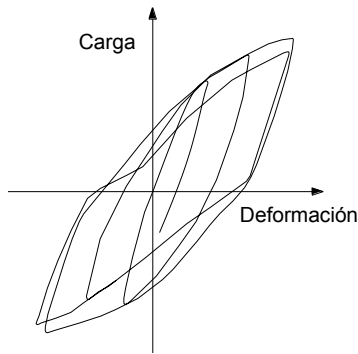


Figura 3.9 Lazos de histéresis de una sección de concreto reforzado con falla de flexión¹¹

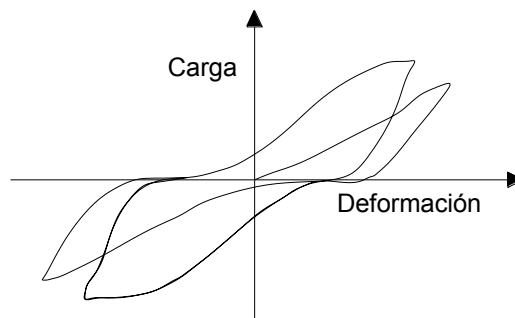


Figura 3.10 Lazos de histéresis de una viga de concreto reforzada con esfuerzos altos de cortante¹¹

La capacidad de deformación de las vigas queda limitada por el aplastamiento del concreto y es sucesivo pandeo del refuerzo de compresión; si éste último se encuentra restringido por estribos poco espaciados, que eviten el pandeo y proporcionen confinamiento al núcleo del concreto, se incrementa sustancialmente la ductilidad y se hace más estable el comportamiento ante cargas alternadas.

En columnas la ductilidad se reduce a medida que aumenta la carga axial; en cambio, cuando ésta es superior a la carga axial balanceada, es decir, cuando la falla es por compresión, prácticamente no hay ductilidad. La ductilidad se puede aumentar proporcionando confinamiento al núcleo del concreto mediante un zuncho helicoidal.

¹¹ Meli Roberto, Enrique Bazán, 2010, Diseño Sísmico de Edificios, México, Limusa, p. 147-194

Ante repeticiones de cargas alternadas se tienen deterioros drásticos de rigidez y resistencia de las columnas si las secciones no se encuentran perfectamente confinadas y aún, en las mejores condiciones de confinamiento, el área de lazos de histéresis es reducida cuando la carga axial es muy elevada.

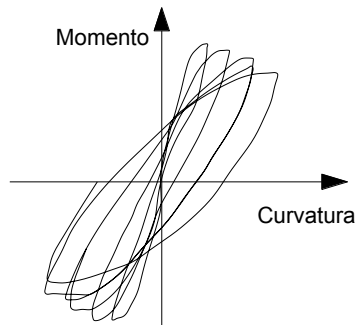


Figura 3.11 Lazos de histéresis para columnas de concreto sujetas a carga axial¹¹

Uniones Viga-Columna en Concreto Reforzado

Es de suma importancia tener buenas conexiones entre los elementos estructurales; el diseño de una conexión debe tener como objetivo que su resistencia sea mayor a la de los elementos que la unen y que su rigidez debe de ser suficiente para no alterar la rigidez de los elementos conectados.

Los aspectos críticos del comportamiento crítico de las uniones entre vigas y columnas de concreto son la adherencia, el cortante y el confinamiento. Las condiciones de adherencia para el acero longitudinal de las vigas son desfavorables debido a que es necesario transferir esfuerzos elevados al concreto en longitudes relativamente pequeñas. La situación también es crítica también en situaciones interiores donde el signo de los esfuerzos debe cambiar de tensión a compresión de una a otra cara de la columna. La adherencia se ve afectada cuando se presentan grietas diagonales por los efectos de la fuerza cortante; el diseño por fuerza cortante de una unión viga-columna requiere el conocimiento de las fuerzas que se desarrollan en los extremos de las vigas que forman articulaciones plásticas,

¹¹ Meli Roberto, Enrique Bazán, 2010, Diseño Sísmico de Edificios, México, Limusa, p. 147-194

es decir, cuando las barras longitudinales de las vigas llegan a la conexión alcanzan la fluencia en tensión en una cara de la columna y en compresión en la otra cara.

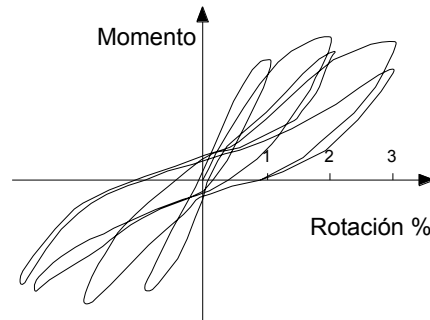


Figura 3.12 Lazos de histéresis de una conexión viga columna de concreto con problemas de adherencia.¹¹

Muros de Concreto

Son elementos muy eficientes para absorber efectos sísmicos en los edificios, por su gran rigidez y capacidad a cargas laterales. El comportamiento de los muros difiere en forma importante dependiendo de su relación altura total a longitud. En muros bajos ($H/L < 2$) rigen básicamente los efectos de cortante; la resistencia y rigidez a cargas laterales es elevada, sin embargo su comportamiento tiende a ser frágil por la superioridad de los efectos de cortante. Con un refuerzo vertical y horizontal abundante se limita al deterioro de la capacidad ante cargas repetidas.

Los muros esbeltos ($H/L > 2$) actúa esencialmente como vigas en voladizo; la carga axial sobre ellos es generalmente pequeña y dominan los efectos de flexión. Para evitar el pandeo de estos elementos, así como el aplastamiento del concreto en el extremo comprimido de los muros, es necesario confinar el refuerzo longitudinal formando columnas extremas con abundantes estribos.

¹¹ Meli Roberto, Enrique Bazán, 2010, Diseño Sísmico de Edificios, México, Limusa, p. 147-194

Las aberturas que con frecuencia es necesario dejar en los muros por razones de funcionamiento de los edificios, constituyen zonas alrededor de las cuales se presentan grandes concentraciones de esfuerzos y que requieren extremas precauciones en su refuerzo para limitar su deterioro.

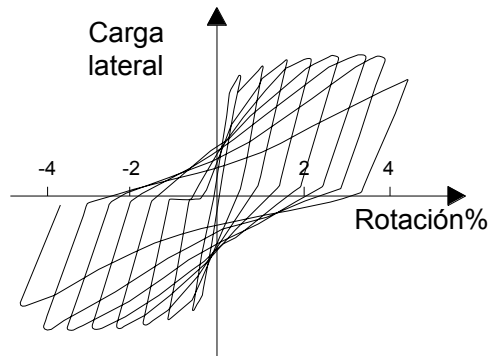


Figura 3.13 Lazos de histéresis de un muro esbelto de concreto reforzado¹¹

Vigas y Columnas de Acero Estructural

Debido a sus excelentes características del material, los elementos de acero son en general capaces de desarrollar grandes ductilidades y disipar mucha energía por comportamiento inelástico, pero estas características pueden verse totalmente canceladas si el diseño de los elementos es tal que se presentan los fenómenos de pandeo o de fractura frágil. Los problemas de pandeo aparecen en circunstancias como las siguientes:

- a. Pandeo local de placas comprimidas con altas relaciones ancho a espesor.
- b. Pandeo en flexión de columnas esbeltas.
- c. Pandeo lateral de vigas y columnas.
- d. Efectos $P - \Delta$, que consisten en la inestabilidad lateral de marcos flexibles sujetos a cargas verticales elevadas.

En estructuras sujetas a sismo deben evitarse los fenómenos mencionados, no solo dentro del intervalo lineal elástico sino también después de que se ha alcanzado fluencia en partes del elemento y se ha reducido sustancialmente la rigidez. La incidencia de fenómenos de

¹¹ Meli Roberto, Enrique Bazán, 2010, Diseño Sísmico de Edificios, México, Limusa, p. 147-194

pandeo inelástico, aunque no afecte la capacidad de carga del elemento, impide se desarrolle íntegramente la capacidad de deformación de la estructura. En vigas los problemas de pandeo lateral se evitan usando secciones compactas, es decir, con baja relación ancho a espesor y los de pandeo lateral proporcionando arriostramiento transversal. Se pueden lograr así lazos de histéresis sumamente anchos y estables.

En éste tipo de columnas la capacidad de rotación disminuye apreciablemente al aumentar la carga axial. Cuando dicha carga es más de la mitad de la resistencia de la columna, la capacidad de rotación es sumamente reducida. Su ductilidad también disminuye al aumentar la relación de esbeltez de la columna. Hay que evitar también problemas de falla frágil que puedan ser debidos a fallas de tensión en la sección neta de conexiones remachadas o atornilladas, a fractura de soldadura por concentraciones de esfuerzos, o fractura por fatiga en secciones que hayan sido previamente sometidas a un gran número de ciclos de esfuerzos de intensidad moderada.

Conexiones Viga-Columna de Acero

Para asegurar la continuidad entre vigas y columnas de un marco, las conexiones deben de ser rígidas y capaces de transmitir momentos flexionantes elevados. Las fallas que se pueden presentar en la conexión son debidas a pandeo por fractura o concentración de esfuerzos transmitidos por los patines o la fluencia por cortante del panel de la conexión.

El diseño adecuado de la conexión determina el espesor necesario de la placa del panel y la posible adición de atiesadores para la correcta transmisión de esfuerzos.

Contravientos de Acero

La inserción de diagonales de acero en los marcos proporciona un incremento considerable en la rigidez de la estructura y la resistencia a cargas laterales; estos elementos resultan muy eficientes trabajar a carga axial.

En estructuras pequeñas suelen estar constituidos por barras que trabajan exclusivamente como tensores incapaces de tomar fuerzas de compresión; en éste caso la capacidad de disipación de energía por comportamiento inelástico es reducida, ya que los contravientos solo son capaces de disipar energía cuando son sujetos a deformaciones inelásticas

adicionales a la máxima experimentada anteriormente. Como se aprecia en la figura 3.14, los lazos de histéresis ante una deformación máxima constante prácticamente no tienen área incluida. En cambio, los contravientos son a base de elementos robustos la capacidad de disipación de energía es sustancialmente mayor. Ésta depende de la relación de esbeltez de los miembros.

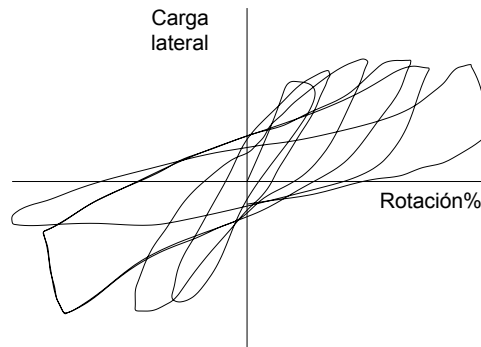


Figura 3.14 Lazos de histéresis de un marco de acero con contravientos robustos.¹¹

Muros de Mampostería

En construcciones modernas con elementos de liga y refuerzo, el desempeño de este tipo de elementos se ha considerado excelente dentro de ciertos límites de altura de la construcción así como de cantidad y distribución de muros.

Pueden colocarse como paredes de relleno en crujías de marcos de concreto o de acero, en éste caso, si comportamiento muestra cierta ductilidad y capacidad para disipar la energía, si la resistencia en cortante de los extremos de la columna es suficiente para contener la grieta diagonal que se forma en la mampostería cuando rebasa su capacidad a fuerza cortante. Sin embargo, aún en ésta situación, su comportamiento es frágil y con degradación si la mampostería está formada por piezas huecas de paredes delgadas.

Para bajas cuantías de refuerzo, que se colocan usualmente en éstos muros, el comportamiento es frágil por la falla de cortante.

¹¹ Meli Roberto, Enrique Bazán, 2010, Diseño Sísmico de Edificios, México, Limusa, p. 147-194

3.1.4 Comportamiento de Sistemas Estructurales

Respuesta No Lineal de Sistemas

El comportamiento de una estructura en su conjunto depende del tipo de comportamiento que tengan los elementos que la componen, pero dependen también en forma importante de la manera en que estos elementos se encuentran integrados e interconectados para formar la estructura en su conjunto.

Es de suma importancia estudiar el comportamiento en la etapa no lineal de la estructura y relacionarlo a su vez con la respuesta local de las secciones y elementos que la componen. En el mecanismo de comportamiento no lineal de la estructura depende básicamente del número de secciones que sobrepasen esta etapa. Mientras mayor sea el número de secciones que se comporten de manera no lineal, y mientras más dúctil sea su comportamiento, entonces tendremos mayor ductilidad de la estructura en conjunto.

En la etapa de diseño se puede influir en el mecanismo de deformación inelástica de la estructura, al decidir la resistencia que deben tener las secciones para distintos modos de falla. Un aspecto esencial del diseño sísmico consiste en proporcionar a las diferentes partes de la estructura resistencias tales que hagan que en conjunto se desarrolle la máxima ductilidad posible. Éste es el principio de criterio de *diseño por capacidad*.

Medidas de la Respuesta No Lineal de Sistemas

Una medida representativa de la respuesta de un sistema estructural sujeto a cargas laterales es el desplazamiento relativo de entrepiso, es decir, el incremento en el desplazamiento lateral entre un piso y el siguiente como se muestra en la figura 3.14. Resulta conveniente el uso de un índice adimensional de esta medida de la respuesta, dividiendo el desplazamiento relativo del entrepiso entre la altura del mismo:

$$\gamma = \frac{\Delta}{H} \quad (3.4)$$

Este índice se denomina *distorsión de entrepiso*, o *deriva*, y es comúnmente usado para cuantificar la respuesta de edificios, para comparar el comportamiento de diferentes

sistemas y para estimar el grado de daño que puede presentarse, tanto en la estructura como en los elementos no estructurales.

Una medida global de respuesta de la estructura es el desplazamiento máximo de ésta, que se puede obtener al sumar los desplazamientos relativos a todos los pisos que la conforman.

Cuando se habla de ductilidad de una estructura en su conjunto, ésta se relaciona estrechamente con el comportamiento del entrepiso más crítico, o el del desplazamiento en la punta de la estructura.

Entonces el factor de ductilidad de entrepiso es la del máximo desplazamiento que puede aceptar el entrepiso antes del colapso del mismo, y el desplazamiento al que se presentó la primera fluencia en alguna sección de los elementos que la componen.

En términos generales tenemos que, para que se desarrolle cierto factor de ductilidad de conjunto se requiere un factor de ductilidad local mucho mayor.

Relación entre Ductilidad de un Elemento y Ductilidad de una Sección

La ductilidad de una sección se representa comúnmente por la relación entre curvatura última y la curvatura de fluencia de la sección sujeta a momento flexionante. Tomaremos como ejemplo una viga en voladizo sujeta a una carga uniforme, cuya respuesta se define por la relación entre la carga total aplicada y el desplazamiento en la punta (V- Δ).

La ductilidad de la viga se expresa como la relación entre el desplazamiento de colapso y el de fluencia.

$$\mu_{\Delta} = \frac{\Delta_u}{\Delta_y} \quad (3.5)$$

El desplazamiento del colapso es la suma de una parte lineal y una de deformación plástica.

$$\Delta_u = \Delta_y + \Delta_p \quad (3.6)$$

La deformación plástica es igual a la rotación de la articulación plástica multiplicada por la longitud de la viga.

$$\Delta_p = \theta_p l_v \quad (3.7)$$

La rotación de la articulación plástica se determina como la curvatura de colapso menos la curvatura a la que inicial la fluencia, multiplicada esta diferencia por la longitud de plastificación, o sea la porción de la viga en que se propaga la plastificación.

$$\theta_p = l_p(\phi_u - \phi_y) \quad (3.8)$$

El desplazamiento de fluencia de la viga se calcula en función de la rotación de fluencia, por relaciones de mecánica de materiales.

$$\Delta_y = \frac{\phi_y l_p^2}{4} \quad (3.9)$$

Por lo anterior:

$$\mu_\Delta = \frac{\Delta_u}{\Delta_y} = 1 + \mu_\Delta = \frac{\Delta_p}{\Delta_y} = 1 + 4 \left(\frac{l_p}{l_v} \right) \left(\frac{\theta_u}{\theta_y} - 1 \right) \quad (3.10)$$

El cociente de $\frac{\Delta_u}{\Delta_y}$ es la ductilidad de curvatura de la sección, que se identificará como μ_θ .

La relación entre el factor de ductilidad de desplazamiento de la viga y el de curvatura de la sección crítica queda expresada como:

$$\mu_\Delta = 1 + 4 \left(\frac{l_p}{l_v} \right) \left(\frac{\theta_u}{\theta_y} - 1 \right)$$

La longitud de plastificación para una articulación plástica que se forma en empotramiento se estima conservadoramente como la mitad del peralte de la viga.

Por lo que:

$$\mu_\Delta = 1 + 2 \left(\frac{l_p}{l_v} \right) (\mu_\theta - 1) \quad (3.11)$$

Para valores usuales de la relación peralte a longitud de la viga, se aprecia que para lograr un factor de ductilidad dado en la viga, se requiere un factor de ductilidad significativamente alto para la sección.

Podemos tomar la demostración anterior como representativa para el comportamiento de un edificio en que las cargas laterales son resistidas principalmente por un muro de concreto.

Este muro es esencialmente un elemento sujeto a flexión que se comporta como la viga en voladizo. Por lo tanto la respuesta de un edificio puede representarse en función del desplazamiento del muro para el cual el factor de ductilidad es función de la rotación de la articulación plástica que se forma en la base del muro.

Relación entre ductilidad de entrepiso y ductilidad de la sección crítica

La relación entre el desplazamiento relativo de entrepiso y la rotación en la base de la columna en el intervalo lineal y hasta la fluencia bale:

$$\Delta_y = \frac{\phi_y l_c^2}{6} \quad (3.12)$$

Se identifican dos mecanismos básicos de deformación inelástica:

1. Columnas débiles-vigas fuertes.- en el que las articulaciones plásticas se presentan en los extremos de las columnas
2. Columnas fuertes-vigas débiles.- es que las articulaciones plásticas se presenta en los extremos de las vigas.

Mecanismo de Columna Débil-Viga Fuerte

El cálculo puede hacerse aislando una columna del entrepiso; es desplazamiento de colapso vale:

$$\Delta_u = \Delta_y + \Delta_p \quad (3.13)$$

$$\Delta_p = \theta_c l_c \quad (3.14)$$

$$\theta_c = (\phi_p + \phi_y) l_p \quad (3.15)$$

$$\mu_\Delta = 1 + 6 \left(\frac{l_p}{l_v} \right) (\mu_\theta - 1) \quad (3.16)$$

Para $l_p = \frac{h_c}{2}$, en que h_c es el peralte de la columna

$$\mu_\Delta = 1 + 3 \left(\frac{h_c}{l_c} \right) (\mu_\theta - 1) \quad (3.17)$$

$$\text{Para } \frac{h_c}{l_c} = \frac{1}{4}, \quad \mu_{\Delta} = 1 + \frac{3}{4}(\mu_{\phi} - 1) \quad (3.18)$$

$$\text{Para } \frac{h_c}{l_c} = \frac{1}{8}, \quad \mu_{\Delta} = 1 + \frac{3}{8}(\mu_{\phi} - 1) \quad (3.19)$$

La diferencia entre ductilidad de entrepiso y la ductilidad local de curvatura no es extremadamente grande, sin embargo, hay que tomar en cuenta que las columnas por estar sujetas a cargas axiales elevadas no son capaces de desarrollar ductilidades significativas, por lo tanto, este mecanismo de falla es indeseable

Mecanismo de Fallas Columnas Fuerte-Viga Débil

Nuevamente aislando una columna interior en el nudo con las vigas tenemos que, entre la rotación de la articulación plástica de las vigas y la rotación de la columna se da la relación:

$$\theta_v = 2\theta_c \quad (3.20)$$

Por lo que

$$\Delta_p = \left(\frac{\theta_v}{2}\right) l_c = \left[\left(\frac{\phi_p - \phi_z}{z}\right)\right] l_p l_c \quad (3.21)$$

$$\mu_{\Delta} = 1 + 3 \frac{l_p}{l_c} (\mu_{\phi} - 1) \quad (3.22)$$

Para $l_p = \frac{h_v}{2}$

$$\mu_{\Delta} = 1 + \frac{3}{2} \left(\frac{h_v}{l_c}\right) (\mu_{\phi} - 1) \quad (3.23)$$

Para la relación entre peralte de la viga y altura de la columna, se tomarán también los valores; para $\frac{h_v}{l_c} = \frac{1}{4}$

$$\mu_{\Delta} = 1 + \left(\frac{3}{8}\right) (\mu_{\phi} - 1) \quad (3.24)$$

Para lograr $\mu_{\Delta} = 4$ se requiere $\mu_{\phi} = 9$.

Cuando $\frac{h_v}{l_c} = \frac{1}{8}$; se tiene $\mu_{\Delta} = 1 + \left(\frac{3}{16}\right)(\mu_{\phi} - 1)$

Y para lograr $\mu_{\Delta} = 4$ se requiere $\mu_{\phi} = 17$.

Las demandas de ductilidad locales necesarias para lograr la ductilidad dada de entrepiso, son en éste caso mucho mayores que en el anterior, sin embargo, hay que considerar que las articulaciones plásticas en vigas son capaces de desarrollar ductilidades muy superiores que las de columnas.

3.1.5 Propiedades Mecánicas y Geométricas de los Elementos Estructurales para el Análisis de Edificios

Para efectuar el análisis lineal de un marco se requiere conocer el módulo de elasticidad del material que constituye los elementos estructurales, el área y el momento de inercia de las secciones transversales de los mismos.

Para valuar las propiedades geométricas de columnas de concreto reforzado se puede considerar la sección bruta, considerando que éstas por estar sujetas generalmente a compresiones altas no tendrán mucho agrietamiento.

En vigas de concreto que no estén coladas monolíticamente con las losas, es razonable usar el momento de inercia de la sección agrietada transformada, el cual para secciones rectangulares con porcentajes usuales de refuerzo, vale alrededor del 60 por ciento del momento de inercia de la sección bruta. Si las vigas están coladas monolíticamente con la losa, entonces, en las zonas de momentos positivos, existen patines que dan lugar a un sección T cuyo momento de inercia vale de 1.5 a 2 veces el de las secciones rectangulares.

Cuando el marco por analizar es una idealización de un sistema a base de losas planas y columnas se recomienda considerar que el ancho efectivo de la losa es $c+3h$, donde c es el ancho de la columna y h el peralte total de la losa plana. Si la losa es aligerada, entonces conviene considerar un promedio de inercia entre los apoyos.

Para edificios de acero, el módulo de elasticidad es de $2'000,000 \text{ kg/cm}^2$, independientemente del tipo de acero.

Con frecuencia se busca que losas de piso de concreto reforzado trabajen en conjunto con vigas de acero en que se apoyan, dando lugar a las llamadas secciones compuestas. Esto requiere que entre la losa y las vigas exista la capacidad de resistir los esfuerzos cortantes que implica este trabajo solidario, para lo cual generalmente es necesario la utilización y diseño de conectores.

Las propiedades mecánicas de la mampostería se calculan a partir de su resistencia nominal a compresión f^*m , sobre el área bruta. f^*m se puede determinar a partir de ensayos de pilas, o de la resistencia nominal de las piezas y del mortero; sin embargo cuando no se cuenta con la posibilidad de realizar estas pruebas se cuenta con tablas de valores indicativos para f^*m .

De acuerdo con las normas, para cargas de corta duración como las de un sismo, es módulo de elasticidad E_m es igual a $800 f^*m$, si la mampostería es de tabiques o bloques de concreto, e igual a $600 f^*m$ para mampostería de tabique de barro.¹¹

3.2 Criterios de Estructuración

3.2.1 Importancia de la Configuración Estructural en el Comportamiento Sísmico

Es evidente que la configuración estructural queda definida en buena parte por el proyecto arquitectónico; es por ello que en ésta etapa es esencial la interacción entre el responsable del proyecto arquitectónico y el del proyecto estructural. El segundo debe de hacer consiente al primero de las necesidades mínimas de rigidez, resistencia y regularidad que requiere la estructura, así como de las consecuencias que tienen las decisiones arquitectónicas en el comportamiento estructural.

En lo posible se debe evitar salir de los límites recomendados, ya que de lo contrario, el edificio debe ser materia de análisis más refinados que lo usuales, para tomar en cuenta los efectos desfavorables de la forma o configuración especial de la estructura.

¹¹ Meli Roberto, Enrique Bazán, 2010, Diseño Sísmico de Edificios, México, Limusa, p. 147-194

3.2.2 Características Relevantes del Edificio para el Comportamiento Sísmico

Peso

Considerando que las fuerzas de inercia son proporcionales a la masa y, en consecuencia, al peso del edificio, debe procurarse que éste sea lo más ligero posible. Una parte importante del peso de la construcción proviene de los revestimientos y de los elementos divisorios y no estructurales, es en éste rubro en donde más fácilmente pueden lograrse reducciones significativas.

Es importante evitar masas excesivas en la parte alta del edificio, de tal manera que en el proyecto arquitectónico conviene ubicar en los pisos más bajos las áreas donde se consideren mayores concentraciones de pesos y evitar apéndices pesados en la punta del edificio.

Deben evitarse fuertes diferencias en los pesos de los pisos sucesivos, debido a que generan variaciones bruscas en las fuerzas de inercia y en la forma de vibrar del edificio.

Hay que tratar también que el peso del edificio esté simétricamente distribuido en la planta de cada piso, una posición fuertemente asimétrica podría generar vibraciones torsionales.

Forma del Edificio en Planta

Debe evitarse aspectos como la simetría de la planta del edificio, ya que este tipo de configuración tiende a provocar vibraciones torsionales, por ello deben evitarse formas como las indicadas en la figura 3.15. Aunque es factible eliminar o cuando menos minimizar la vibración torsional mediante una distribución de elementos resistentes que haga coincidir el baricentro de la masa con el centro de torsión, con frecuencia esto implica concentraciones de fuerzas en ciertas zonas de la planta y vibraciones locales difíciles de cuantificar.¹¹

¹¹ Meli Roberto, Enrique Bazán, 2010, Diseño Sísmico de Edificios, México, Limusa, p. 147-194

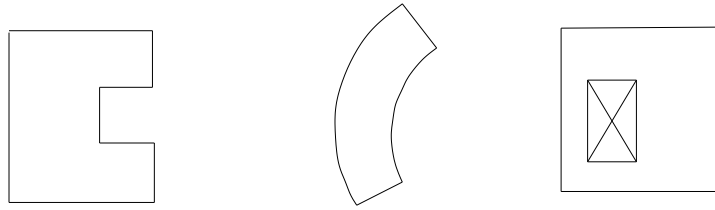


Figura 3.15 Formas asimétricas en planta indeseables¹¹

Otra forma de remediar los problemas de asimetría de la planta es mediante elementos estructurales exteriores que ligen las distintas partes del edificio y que lo vuelvan más simétrico. Hay que evitar también que en la planta del edificio existan alas muy alargadas como el los casos de la figura 3.16. Para remediar este tipo de problemas puede recurrirse nuevamente a la subdivisión de las planta en cuerpos independientes y cortos, o en su caso, proporcionarse gran rigidez a los extremos de las alas y reforzar cuidadosamente las esquinas interiores.

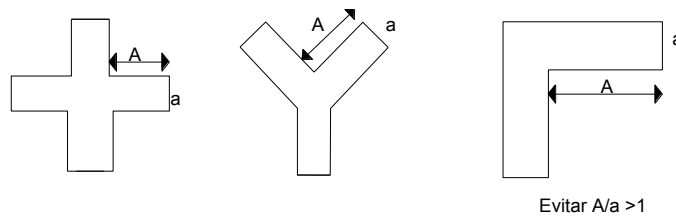


Figura 3.16 Plantas con alas muy largas

Debe procurarse también que las plantas no sean muy alargadas, debido a que entre mayor sea su longitud, mayor es la habilidad de que actúen sobre su base movimientos que difieran en un extremo y otro en planta, pero, el problema principal de las plantas muy alargadas es que la flexibilidad del sistema de piso puede ocasionar vibraciones considerables en planta, las cuales incrementan las solicitaciones en la parte central del edificio.

En la mayoría de las recomendaciones sobre la correcta configuración de los edificios, se desaconsejan las plantas con esquinas entrantes como las que se ilustran en la figura 3.17.

¹¹ Meli Roberto, Enrique Bazán, 2010, Diseño Sísmico de Edificios, México, Limusa, p. 147-19

Debe buscarse que la planta sea lo más compacta posible, para evitar la concentración de esfuerzos en las esquinas entrantes.

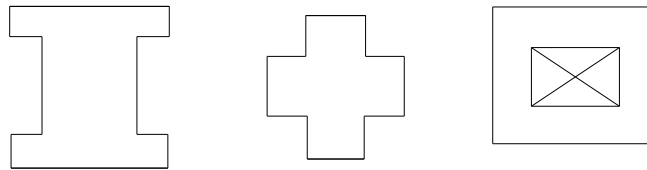


Figura 3.17 Plantas con esquinas entrantes

Forma del Edificio en Elevación

La sencillez, regularidad y simetría debe también considerarse en la elevación del edificio para evitar que se produzcan concentraciones de esfuerzos en ciertos pisos o en su caso amplificaciones de la vibración en las partes superiores del edificio.

Son particularmente críticas las reducciones bruscas en la parte superior del edificio, como se muestra en la figura 3.18, donde el cambio drástico de la rigidez en la parte superior del edificio tiende a producir el fenómeno “de chicoteo” con gran amplificación de vibración en la punta.

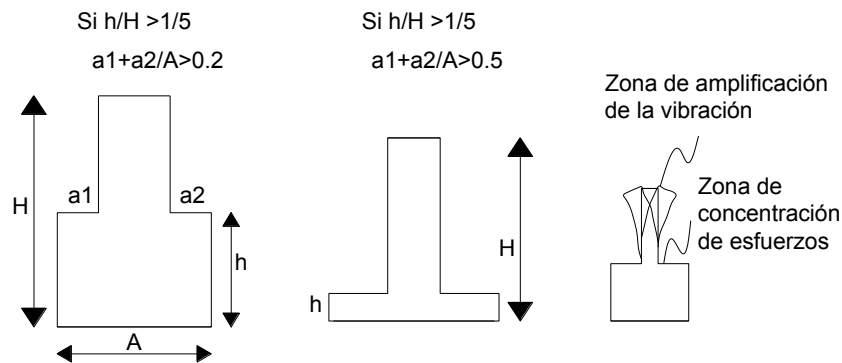


Figura 3.18 Reducciones bruscas de las dimensiones de la planta¹¹

La esbeltez excesiva de la construcción puede provocar problemas de volteo, de inestabilidad y de transmisión de cargas elevadas a la cimentación y al subsuelo.

¹¹ Meli Roberto, Enrique Bazán, 2010, Diseño Sísmico de Edificios, México, Limusa, p. 147-194

Todos estos problemas se pueden manejar mediante análisis dinámicos refinados de la estructura y cuidando de proporcionar una elevada rigidez lateral en la dirección más esbelta del edificio y de recurrir a una cimentación rígida.

Separación entre Edificios Adyacentes

Al ubicar la posición exacta del edificio dentro del terreno correspondiente, es importante guardar una separación que sea suficiente con respecto a edificios adyacentes, para evitar que los distintos cuerpos se golpeen al vibrar fuera de fase durante un sismo, ver figura 3.19. El daño puede ser considerable cuando los pisos de los cuerpos adyacentes no coinciden en las mismas alturas, de manera que durante la vibración las losas de piso de un edificio pueden golpear a media altura a las columnas del otro.

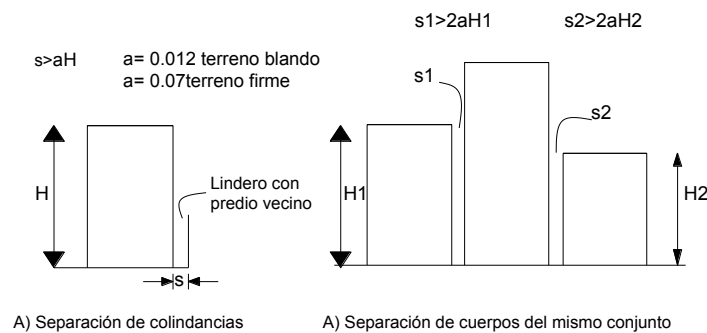


Figura 3.19 Separación entre edificios adyacentes para evitar choques¹¹

Diversas recomendaciones proponen una separación mínima entre edificios de un centésimo de la altura del punto más alto posible de contacto. Las Normas del RCDF establecen un requisito más estricto, especialmente en edificios sobre terreno blando donde la rotación de la base puede incrementar significativamente el desplazamiento en la punta

Para solucionar éste problema, se puede optar por rigidizar los edificios para limitar sus movimientos laterales, ligarlos para que vibren en fase, o colocar ente ellos dispositivos que amortigüen el impacto.

¹¹ Meli Roberto, Enrique Bazán, 2010, Diseño Sísmico de Edificios, México, Limusa, p. 147-194

3.2.3 Requisitos Básicos de Estructuración

En términos generales, podemos establecer cuatro requisitos básicos para el sistema estructural de edificios en zonas sísmicas.

1. El edificio debe de poseer una configuración de elementos estructurales que le confiera resistencia y rigidez a cargas laterales en cualquier dirección; esto se logra generalmente, proporcionando sistemas resistentes en dos direcciones ortogonales.
2. La configuración de los elementos estructurales debe permitir un flujo continuo, regular y eficiente de las fuerzas sísmicas desde el punto donde éstas se generan hasta el terreno.
3. Hay que evitar las amplificaciones de las vibraciones, las concentraciones de solicitaciones y las vibraciones torsionales que pueden producirse por distribución irregular de masas y rigideces en planta o elevación.
4. Los sistemas estructurales deben disponer de redundancia y de capacidad de deformaciones inelásticas que les permitan disipar la energía introducida por sismos de excepcional intensidad, mediante elevado amortiguamiento inelástico y sin la presencia de fallas frágiles locales y globales.

Algunos sistemas estructurales básicos de los cuales podemos echar mano al hacer la estructuración cualquier edificio son los siguientes:

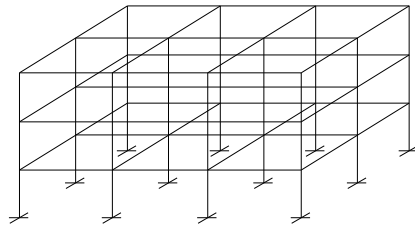
- Marco tridimensional
- Marco rigidizado
- Estructura tipo cajón

3.2.4 Ventajas y Limitaciones de los Sistemas Estructurales Básicos

Marco Rígidos

El marco tridimensional (figura 3.20) es un sistema muy convencional por la gran libertad que permite en el uso del espacio interno del edificio y por la poca obstrucción que las secciones relativamente pequeñas de la columnas imponen al uso de áreas habituales. Desde el punto de vista sísmico su principal ventaja es su gran ductilidad y capacidad de

disipación de energía que se puede lograr con éste sistema. El mecanismo de falla que se pretende propiciar en éste sistema es el llamado “viga débil-columna fuerte”.



Marco tridimensional

Figura 3.20 Marco tridimensional¹¹

Dado que el comportamiento ante cargas laterales de un marco está regido por las deformaciones de flexión de sus vigas y columnas, el sistema presenta una resistencia y rigidez a cargas laterales relativamente bajas, a menos que las secciones transversales de estos elementos sean extraordinariamente robustas. Los edificios a base de marcos resultan en general considerablemente flexibles y en ellos se vuelve crítico el problema de mantener los desplazamientos laterales dentro de los límites prescritos por las normas.

La gran flexibilidad de los edificios a base de marcos da lugar a que su periodo fundamental resulte largo. Esto es favorable cuando el espectro de diseño tiene ordenadas que se reducen fuertemente para periodos largos, como el que es típico para edificios desplantados en terreno firme.

En general la aplicación de éste tipo de sistema se limita para la estructuración de edificios de altura baja a mediana.

Sistema Tipo Cajón

El arreglo tridimensional de muros de carga poco separados que caracteriza a éste sistema estructural, da lugar a edificios de gran rigidez y resistencia a cargas laterales. Las proporciones de los muros son en general tales que domina la falla de cortante sobre la de

¹¹ Meli Roberto, Enrique Bazán, 2010, Diseño Sísmico de Edificios, México, Limusa, p. 147-194

flexión y por lo tanto no se pueden esperar buenas características de disipación de energía en el campo inelástico.

Sin embargo es factible para edificios de mediana altura el dimensionar los muros para que rija en ellos la falla por flexión, resulta más ventajoso aprovechar la gran capacidad de carga de estos elementos y diseñar para fuerzas laterales elevadas que no consideran reducciones importantes por comportamiento inelástico.

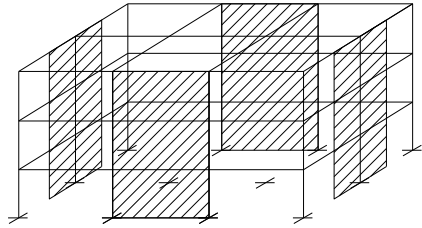
Generalmente la aplicación de este sistema se recomienda para edificios de altura baja a mediana, no por limitaciones estructurales sino por qué en edificios altos es difícil mantener en todos los pisos la misma distribución del espacio en áreas pequeñas y uniformes, tal como lo requiere el sistema.

Marcos Rigidizados

Este tipo de sistema constituye uno de los más eficientes para resistir las fuerzas sísmicas; mediante una adecuada distribución de elementos rigidizantes es posible mantener las ventajas de la estructura a base de marcos en lo relativo a libertad de uso del espacio y a ductilidad, a la vez que se obtiene una estructura con mucho mayor rigidez y resistencia ante cargas laterales.

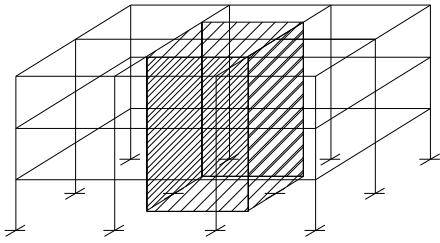
Sin embargo deben cuidarse algunos aspectos que puedan hacer que el comportamiento sísmico de estos sistemas sea inadecuado, debido a la extrema diferencia entre rigidez que existe entre las zonas rigidizadas y el resto de la estructura; las fuerzas laterales se concentran en dichas zonas y así se transmiten a áreas concentradas de la cimentación. Pueden producirse también sollicitaciones excesivas en los elementos que conectan al resto de la estructura con las zonas rigidizadas.

Por lo anterior hay que evitar en estos sistemas que se concentre la rigidez en un pequeño número de elementos, y hay que procurar distribuir de manera uniforme en la planta de la estructura en mayor número posible de elementos rígidos.



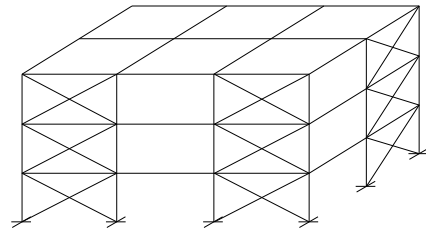
a) Con muros de rigidez

Figura 3.21 a) Con muros de rigidez¹¹



b) Con núcleos

Figura 3.22 b) Con núcleos¹¹



c) Con contravientos

Figura 3.23 c) Con contravientos¹¹

¹¹ Meli Roberto, Enrique Bazán, 2010, Diseño Sísmico de Edificios, México, Limusa, p. 147-194

CAPITULO 4
MÉTODOS DE ANÁLISIS
SÍSMICO

4.1 Criterios Generales de Diseño

El objetivo principal de las **NTC para el Diseño por Sismo** es obtener una seguridad adecuada tal que, bajo el sismo máximo probable, no existan fallas estructurales mayores ni pérdida de vidas, aunque pueden presentarse daños que lleguen a afectar el funcionamiento del edificio y requerir reparaciones importantes. Por lo que se considera que las estructuras deberán calcularse para poder resistir un sismo de intensidad aproximadamente igual o mayor de 8° en la escala Richter, “para esos 50 segundos que suceden cada 25 años” (Capítulo VI del diseño por sismo de la seguridad estructural de las construcciones RCDF).

4.2 Condiciones de Análisis y Diseño

El Art. 165 del RCDF y la sección 1.2 de las NTC para el Diseño por Sismo especifican que las estructuras se analizaran bajo la acción de dos componentes horizontales ortogonales no simultáneos del movimiento del terreno. En el caso de estructuras que no cumplan con las condiciones de regularidad, deben analizarse mediante modelos tridimensionales. Las condiciones de análisis y diseño se realizaran en base a:

1. Elección del tipo de análisis. En la sección 2 de Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo establecen las limitaciones en la elección del tipo de análisis, según sean las características de la estructura de que se trate, ésta podrá analizarse por sismo mediante el método simplificado, el método estático o uno de los dinámicos que se describen en los Capítulos 7 a 9 de las NTC para el Diseño por Sismo.
2. Salvo el método simplificado de análisis, se calcularan las fuerzas sísmicas, deformaciones y desplazamientos laterales de la estructura, incluyendo giros por torsión y teniendo en cuenta los efectos de flexión de sus elementos y, cuando sean significativos, los de fuerza cortante, fuerza axial y torsión de los elementos, así como los efectos geométricos de segundo orden, entendidos estos últimos como los que producen las fuerzas gravitacionales que actúan en la estructura deformada por la acción de dichas fuerzas y de las laterales.
3. En el análisis se tendrá en cuenta la contribución de la rigidez de todo elemento, estructural o no, que sea significativa.

4. Se verificará que la estructura y su cimentación no rebasen ningún estado límite de falla o de servicio.
5. Para el diseño de todo muro, columna o contraviento que contribuya en más del 35% a la resistencia en fuerza cortante, momento torsionante o momento de volteo de un entrepiso dado, se adaptara a factores de resistencia 20% inferiores a los que le corresponderán de acuerdo a la norma correspondiente.

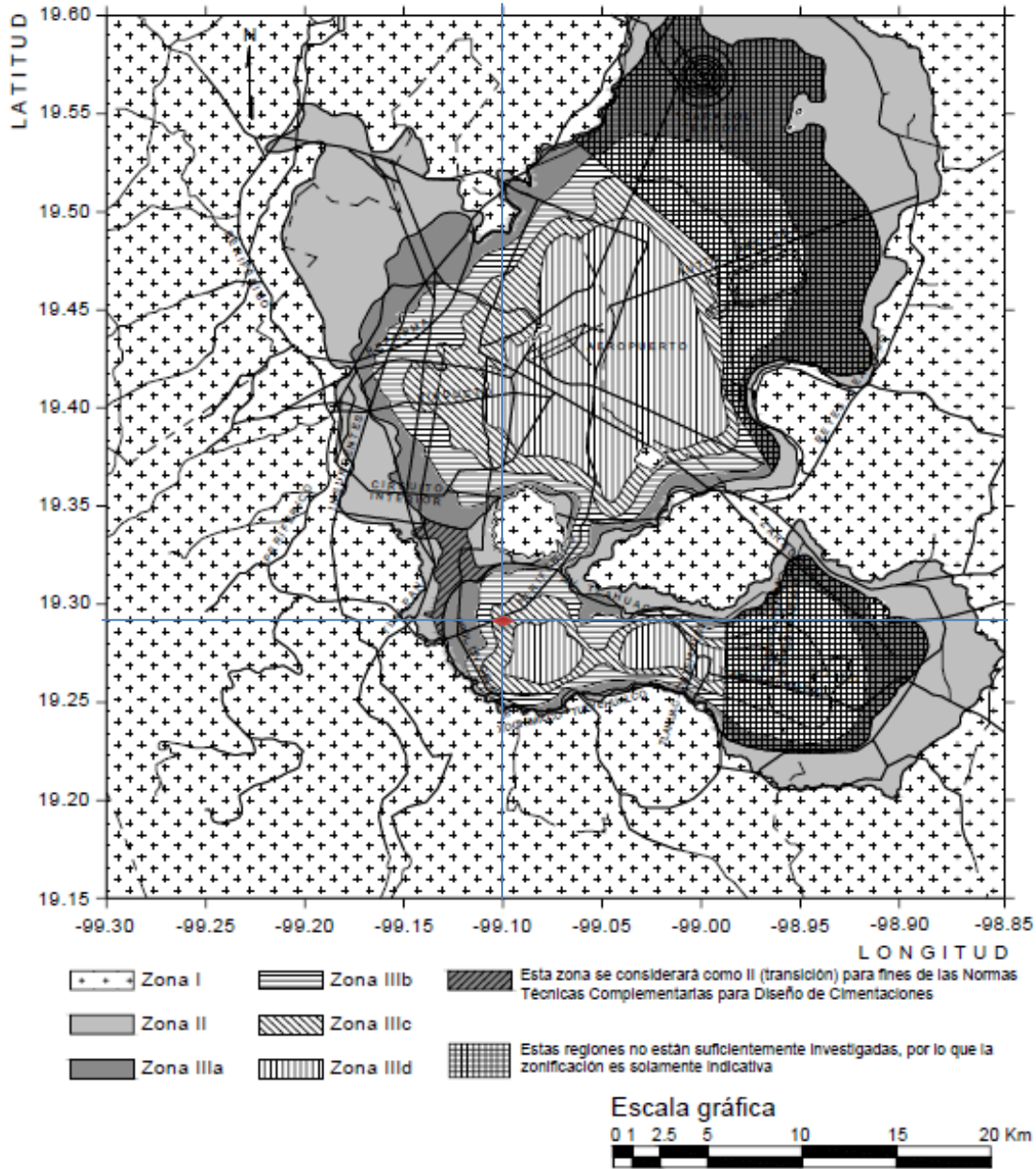


Figura 1.1 Zonificación del DF para fines de diseño por sismo de las RCDF.

4.3 Espectros para el Diseño Sísmico

Cuando se aplique el análisis dinámico modal que especifica el Capítulo 9 de las NTC para el Diseño por Sismo, se adoptará como ordenada del espectro de aceleraciones para diseño sísmico, a , expresada como fracción de la aceleración de la gravedad, la que se estipula a continuación:

$$\begin{aligned}
 a &= a_o + (c - a_o) \frac{T}{T_a}; & \text{si } T < T_a \\
 a &= c; & \text{si } T_a \leq T \leq T_b \\
 a &= qc; & \text{si } T > T_b
 \end{aligned}
 \tag{3.1 NTCS 2004}$$

Dónde:

$$q = \left(\frac{T_b}{T} \right)^r
 \tag{3.2 NTCS 2004}$$

Los parámetros que intervienen en estas expresiones se obtienen de la tabla 3.1

Zona	c	a_o	T_a^1	T_b^1	r
I	0.16	0.04	0.2	1.35	1.0
II	0.32	0.08	0.2	1.35	1.33
IIIa	0.40	0.10	0.53	1.8	2.0
IIIb	0.45	0.11	0.85	3.0	2.0
IIIc	0.40	0.10	1.25	4.2	2.0
IIId	0.30	0.10	0.85	4.2	2.0

¹periodo en segundos.

Donde T es el periodo natural de interés, T, T_a y T_b están expresados en segundos. c se denomina coeficiente sísmico, y constituye el índice más importante de la acción sísmica

que emplea el RCDF tanto para el análisis estático como dinámico. Este coeficiente es una cantidad adimensional que define la fuerza cortante horizontal que actúa en la base de un edificio como una fracción del peso total del mismo, W .

Los valores de c , T_a , T_b y del exponente r dependen de en cual de las zonas del Distrito Federal estipuladas en el capítulo 3 de la tabla 3.1 del RCDF, se encuentre el edificio.

En la siguiente tabla se describen dichas zonas:

Zona	Descripción
I Lomas	Formada por rocas o suelos generalmente firmes que fueron depositados fuera del ambiente lacustre, pero en los que pueden existir, superficialmente o intercalados, depósitos arenosos en estado suelto o cohesivos relativamente blandos. Es frecuente la presencia de oquedades en rocas y de cavernas o túneles excavados en suelos para explotar minas de arena.
II Transición	Los depósitos profundos se encuentran a 20m de profundidad o menos. Constituida predominantemente por estratos arenosos y limo arcillosos intercalados con capas de arcilla lacustre, el espesor de éstas es variable entre decenas de centímetros y pocos metros.
III Lacustre	Integrada por potentes depósitos de arcilla altamente compresible, separados por capas arenosas con contenido diverso de limo o arcilla. Estas capas arenosas son de consistencia firme a muy dura y de espesores variables de centímetros a varios metros. Los depósitos lacustres suelen estar cubiertos superficialmente por suelos aluviales y rellenos artificiales, el espesor de este conjunto puede ser superior a 50m.

El coeficiente sísmico c varía además en función de la importancia de la construcción, específicamente del grupo en que se clasifique al edificio, las edificaciones clasificadas como el grupo B en el artículo 139 del reglamento se tomará c igual a 0.16 en la zona I, 0.32 en la II y 0.40 en la III. Teniendo en cuenta que es mayor la seguridad que se requiere para las construcciones en que las consecuencias de sus fallas son particularmente graves ó

para aquellas que es vital que permanezcan funcionando después de un evento sísmico intenso, se incrementa el coeficiente sísmico en un 50 %.

Grupo	Descripción
Grupo A	Construcciones cuya falla estructural podría causar un número elevado de muertes, pérdidas económicas o culturales excepcionalmente altas, o que constituyan un peligro significativo por contener sustancias tóxicas o explosivas, así como construcciones cuyo funcionamiento es esencial a raíz de una emergencia urbana, como hospitales y escuelas, estadios, templos, salas de espectáculos y hoteles que tengan salas de reunión que puede alojar a más de 200 personas; gasolineras, depósito de sustancias inflamables o tóxicas, terminales de transporte, estaciones de bomberos, subestaciones eléctricas, centrales telefónicas y de telecomunicaciones, archivos y registros públicos de particular importancia a juicio del Departamento, museos, monumentos y locales que alojen equipo especialmente costoso.
Grupo B	Construcciones comunes destinadas a viviendas, oficinas y locales comerciales, hoteles construcciones comerciales e industriales no incluidas en el grupo A, las que se dividen en:
Grupo B1	Construcciones de más de 30 metros de altura o con más de 6000m ² de área total construida, ubicadas en las zonas I y II según se definen en el artículo 175, y construcciones de más de 15 m de altura o 3000m ² de área total construida en zona III.
Grupo B2	Las demás de este grupo.

4.4 Reducción de Fuerzas Sísmicas

Los reglamentos de construcción prescriben materiales y detalles constructivos tales que las estructuras pueden incursionar en comportamiento inelástico y disipar la energía impartida por un temblor fuerte mediante histéresis, esto permite reducir las fuerzas elásticas de diseño sísmico mediante factores que reflejan la capacidad del sistema estructural para deformarse inelásticamente ante fuerzas laterales alternantes sin perder su resistencia. En el caso del RCDF, las fuerzas para análisis estático y las obtenidas del análisis dinámico modal se pueden reducir dividiéndolas entre el factor Q' que depende del factor de comportamiento sísmico Q , para estructuras que satisfacen las condiciones de regularidad que fija la sección 6 de las NTD para Diseño por Sismo. El cual se calculara como sigue.

$$Q' = Q; \quad \text{si se desconoce } T, \text{ o si } T \geq T_a$$
$$Q' = 1 + \frac{T}{T_a}(Q - 1); \quad \text{si } T < T_a \quad (4.1 \text{ NTCS } 2004)$$

T se tomará igual al periodo fundamental de vibración de la estructura cuando se utilice el método estático, e igual al periodo natural de vibración del modo que se considere cuando se utilice el análisis dinámico modal; T_a es un periodo característico del espectro de diseño, Q es el factor de comportamiento sísmico.

4.5 Factor de Comportamiento Sísmico

El factor de comportamiento sísmico “ Q ” se adaptará a los valores especificados, según cumplan con los siguientes requisitos.

4.5.1 Requisitos para $Q = 4$

Se usará $Q = 4$ cuando se cumplan los requisitos siguientes:

- a) La resistencia en todos los entrepisos es suministrada exclusivamente por marcos no contraventeados de acero, concreto reforzado o compuestos de los dos materiales, o

bien por marcos contraventeados o con muros de concreto reforzado o de placa de acero o compuestos de los dos materiales, en los que en cada entrepiso los marcos son capaces de resistir, sin contar muros ni contravientos, cuando menos 50 por ciento de la fuerza sísmica actuante.

- b) Si hay muros de mampostería ligados a la estructura en la forma especificada en la sección 1.3.1, éstos se deben considerar en el análisis, pero su contribución a la resistencia ante fuerzas laterales sólo se tomará en cuenta si son de piezas macizas, y los marcos, sean o no contraventeados, y los muros de concreto reforzado, de placa de acero o compuestos de los dos materiales, son capaces de resistir al menos 80 % de las fuerzas laterales totales sin la contribución de los muros de mampostería.
- c) El mínimo cociente de la capacidad resistente de un entrepiso entre la acción de diseño no difiere en más de 35 por ciento del promedio de dichos cocientes para todos los entrepisos. Para verificar el cumplimiento de este requisito, se calculará la capacidad resistente de cada entrepiso teniendo en cuenta todos los elementos que puedan contribuir a la resistencia, en particular los muros que se hallen en el caso de la sección 1.3.1. El último entrepiso queda excluido de este requisito.
- d) Los marcos y muros de concreto reforzado cumplen con los requisitos que fijan las Normas correspondientes para marcos y muros dúctiles.
- e) Los marcos rígidos de acero satisfacen los requisitos para marcos con ductilidad alta que fijan las Normas correspondientes, o están provistos de contraventeo excéntrico de acuerdo con las mismas Normas.

4.5.2 Requisitos para $Q=3$

Se usará $Q=3$ cuando se satisfacen las condiciones del inciso 4.5.1b y 4.5.1d ó 4.5.1e y en cualquier entrepiso dejan de satisfacerse las condiciones 4.5.1a ó 4.5.1c, pero la resistencia en todos los entrepisos es suministrada por columnas de acero o de concreto reforzado con

losas planas, por marcos rígidos de acero, por marcos de concreto reforzado, por muros de concreto o de placa de acero o compuestos de los dos materiales, por combinaciones de éstos y marcos o por diafragmas de madera. Las estructuras con losas planas y las de madera deberán además satisfacer los requisitos que sobre el particular marcan las Normas correspondientes. Los marcos rígidos de acero satisfacen los requisitos para ductilidad alta o están provistos de contraventeo concéntrico dúctil, de acuerdo con las Normas correspondientes.

4.5.3 Requisitos para $Q = 2$

Se usará $Q = 2$ cuando la resistencia a fuerzas laterales es suministrada por losas planas con columnas de acero o de concreto reforzado, por marcos de acero con ductilidad reducida o provistos de contraventeo con ductilidad normal, o de concreto reforzado que no cumplan con los requisitos para ser considerados dúctiles, o muros de concreto reforzado, de placa de acero o compuestos de acero y concreto, que no cumplen en algún entrepiso lo especificado por las secciones 4.5.1 y 4.5.2 de este Capítulo, o por muros de mampostería de piezas macizas confinados por castillos, dalas, columnas o trabes de concreto reforzado o de acero que satisfacen los requisitos de las Normas correspondientes.

También se usará $Q = 2$ cuando la resistencia es suministrada por elementos de concreto prefabricado o presforzado, con las excepciones que sobre el particular marcan las Normas correspondientes, o cuando se trate de estructuras de madera con las características que se indican en las Normas respectivas, o de algunas estructuras de acero que se indican en las Normas correspondientes.

4.5.4 Requisitos para $Q = 1.5$

Se usará $Q = 1.5$ cuando la resistencia a fuerzas laterales es suministrada en todos los entrepisos por muros de mampostería de piezas huecas, confinados o con refuerzo interior, que satisfacen los requisitos de las Normas correspondientes, o por combinaciones de

dichos muros con elementos como los descritos para los casos de las secciones 4.5.2 y 4.5.3, o por marcos y armaduras de madera, o por algunas estructuras de acero que se indican en las Normas correspondientes.

4.5.5 Requisitos para $Q = 1$

Se usará $Q = 1$ en estructuras cuya resistencia a fuerzas laterales es suministrada al menos parcialmente por elementos o materiales diferentes de los arriba especificados, a menos que se haga un estudio que demuestre, a satisfacción de la Administración, que se puede emplear un valor más alto que el que aquí se especifica; también en algunas estructuras de acero que se indican en las Normas correspondientes.

En todos los casos se usará para toda la estructura, en la dirección de análisis, el valor mínimo de Q que corresponde a los diversos entrepisos de la estructura en dicha dirección.

El factor Q puede diferir en las dos direcciones ortogonales en que se analiza la estructura, según sean las propiedades de ésta en dichas direcciones.

4.6 Condiciones de Regularidad

4.6.1 Estructura Regular

Para que una estructura pueda considerarse regular debe satisfacer los siguientes requisitos:

- 1) Su planta es sensiblemente simétrica con respecto a dos ejes ortogonales por lo que toca a masas, así como a muros y otros elementos resistentes. Éstos son, además, sensiblemente paralelos a los ejes ortogonales principales del edificio.
- 2) La relación de su altura a la dimensión menor de su base no pasa de 2.5.
- 3) La relación de largo a ancho de la base no excede de 2.5.
- 4) En planta no tiene entrantes ni salientes cuya dimensión exceda de 20 por ciento de la dimensión de la planta medida paralelamente a la dirección que se considera del entrante o saliente.
- 5) En cada nivel tiene un sistema de techo o piso rígido y resistente.
- 6) No tiene aberturas en sus sistemas de techo o piso cuya dimensión exceda de 20 por ciento de la dimensión en planta medida paralelamente a la abertura; las áreas huecas no ocasionan asimetrías significativas ni difieren en posición de un piso a

otro, y el área total de aberturas no excede en ningún nivel de 20 por ciento del área de la planta.

- 7) El peso de cada nivel, incluyendo la carga viva que debe considerarse para diseño sísmico, no es mayor que 110 por ciento del correspondiente al piso inmediato inferior ni, excepción hecha del último nivel de la construcción, es menor que 70 por ciento de dicho peso.
- 8) Ningún piso tiene un área, delimitada por los paños exteriores de sus elementos resistentes verticales, mayor que 110 por ciento de la del piso inmediato inferior ni menor que 70 por ciento de ésta. Se exime de este último requisito únicamente al último piso de la construcción. Además, el área de ningún entrepiso excede en más de 50 por ciento a la menor de los pisos inferiores.
- 9) Todas las columnas están restringidas en todos los pisos en dos direcciones sensiblemente ortogonales por diafragmas horizontales y por trabes o losas planas.
- 10) Ni la rigidez ni la resistencia al corte de ningún entrepiso difieren en más de 50 por ciento de la del entrepiso inmediatamente inferior. El último entrepiso queda excluido de este requisito.
- 11) En ningún entrepiso la excentricidad torsional calculada estáticamente, es, excede del diez por ciento de la dimensión en planta de ese entrepiso medida paralelamente a la excentricidad mencionada.

Toda estructura que no satisfaga uno o más requisitos mencionados anteriormente, será considerado irregular. Será considerada fuertemente irregular una estructura cuya excentricidad torsional e_s calculada exceda en algún entrepiso de 20% de la dimensión en planta de ese entrepiso, medida paralelamente a la excentricidad mencionada. La rigidez o la resistencia al corte de algún entrepiso exceden en más de 100% a la del piso inmediatamente inferior.

4.6.2 Corrección por Irregularidad

El factor de reducción Q se multiplicará por 0.9 cuando no se cumpla con uno de los requisitos de regularidad mencionados anteriormente, por 0.8 cuando no cumpla con dos o más de dichos requisitos y por 0.7 cuando la estructura sea fuertemente irregular.

4.7 Método Estático Simplificado

El método simplificado a que se refiere el Capítulo 7 de las NTC para Diseño por Sismo, será aplicable al análisis de edificios que cumplan simultáneamente los siguientes requisitos:

a) En cada planta, al menos el 75 por ciento de las cargas verticales estarán soportadas por muros ligados entre sí mediante losas monolíticas u otros sistemas de piso suficientemente resistentes y rígidos al corte. Dichos muros tendrán distribución sensiblemente simétrica con respecto a dos ejes ortogonales y deberán satisfacer las condiciones que establecen las Normas correspondientes. Para que la distribución de muros pueda considerarse sensiblemente simétrica, se deberá cumplir en dos direcciones ortogonales, que la excentricidad torsional calculada estáticamente, es, no exceda del diez por ciento de la dimensión en planta del edificio medida paralelamente a dicha excentricidad, b. La excentricidad torsional es podrá estimarse como el cociente del valor absoluto de la suma algebraica del momento de las áreas efectivas de los muros, con respecto al centro de cortante del entrepiso, entre el área total de los muros orientados en la dirección de análisis. El área efectiva es el producto del área bruta de la sección transversal del muro y del factor FAE, que está dado por

$$F_{AE} = 1 ; \quad \text{si } \frac{H}{L} \leq 1.33$$
$$F_{AE} = \left(1.33 \frac{L}{H}\right)^2 ; \quad \text{si } \frac{H}{L} > 1.33 \quad (\text{NTC-SISMO- 2004})$$

donde H es la altura del entrepiso y L la longitud del muro.

Los muros a que se refiere este párrafo podrán ser de mampostería, concreto reforzado, placa de acero, compuestos de estos dos últimos materiales, o de madera; en este último

caso estarán arriostrados con diagonales. Los muros deberán satisfacer las condiciones que establecen las Normas correspondientes.

b) La relación entre longitud y ancho de la planta del edificio no excederá de 2.0, a menos que para fines de análisis sísmico se pueda suponer dividida dicha planta en tramos independientes cuya relación entre longitud y ancho satisfaga esta restricción y las que se fijan en el inciso anterior, y cada tramo resista según el criterio que marca el Capítulo 7.

c) La relación entre la altura y la dimensión mínima de la base del edificio no excederá de 1.5 y la altura del edificio no será mayor de 13 m.

Éste método permite ignorar los efectos de flexión y los de la torsión sísmica, así como concentrar la atención en la revisión de la fuerza cortante. Dicha revisión se basa en la hipótesis de que la suma de las resistencias de todos los muros alineados es la dirección del análisis. Para considerar que, los muros muy cortos, y por tanto muy flexibles, pueden no alcanzar su resistencia antes de que los muros más rígidos pierdan su capacidad, su contribución se afecta por un factor reductivo que depende de las dimensiones del muro en su propio plano.

Para el cálculo de la fuerza cortante en cada entrepiso se siguen los mismos principios del método estático, con la simplificación de que los efectos del periodo de vibración y de la reducción de los factores de comportamiento sísmico se han incorporado en los coeficientes sísmicos, los cuales se multiplican directamente por el peso total para obtener así la fuerza cortante basal.

Al aplicar el método simplificado se omitirán los desplazamientos horizontales, torsiones, y momentos de volteo, y se verifica únicamente que en cada piso la suma de las resistencias al corte de los muros de carga, proyectadas en la dirección en que se considera la aceleración, sea cuando menos igual a la fuerza cortante total que obre en dicho piso, pero empleando los coeficientes sísmicos reducidos que se indican en la tabla 4.1 para construcciones del grupo B, tratándose de las construcciones clasificadas en el grupo A, dichos coeficientes se multiplican por 1.5.

Tipo de muro	Altura de la construcción	Zona I	Zona II y III
Muros de piezas macizas o diafragmas de madera contrachapada	menor de 4 m	0.07	0.13
	entre 4 y 7 m	0.08	0.16
	entre 7 y 13 m	0.08	0.19
Muros de piezas huecas o diafragmas de duelas de madera*	menor de 4 m	0.1	0.15
	entre 4 y 7 m	0.11	0.19
	entre 7 y 13 m	0.11	0.23

Tabla 7.1 Coeficientes sísmicos reducidos para el método simplificado, correspondientes a estructuras del grupo B.

4.8 Método de Análisis Sísmico Estático

Este método se basa en la determinación de las fuerzas laterales a partir de la fuerza de inercia que se induce en un sistema equivalente de un grado de libertad, para después distribuir esta fuerza cortante en fuerzas concentradas a diferentes alturas de la estructura, obtenidas suponiendo que ésta va a vibrar esencialmente en su primer modo natural. El RCDF acepta el uso de éste método en estructuras regulares de altura no mayor de 30 metros y estructuras irregulares de altura no mayor que 20 m. En la zona I se incrementan los límites mencionados a 40 m y 30 m, respectivamente. Debe, sin embargo, evitarse su uso en estructuras de geometría muy irregular o distribuciones no uniformes de masas o rigideces.

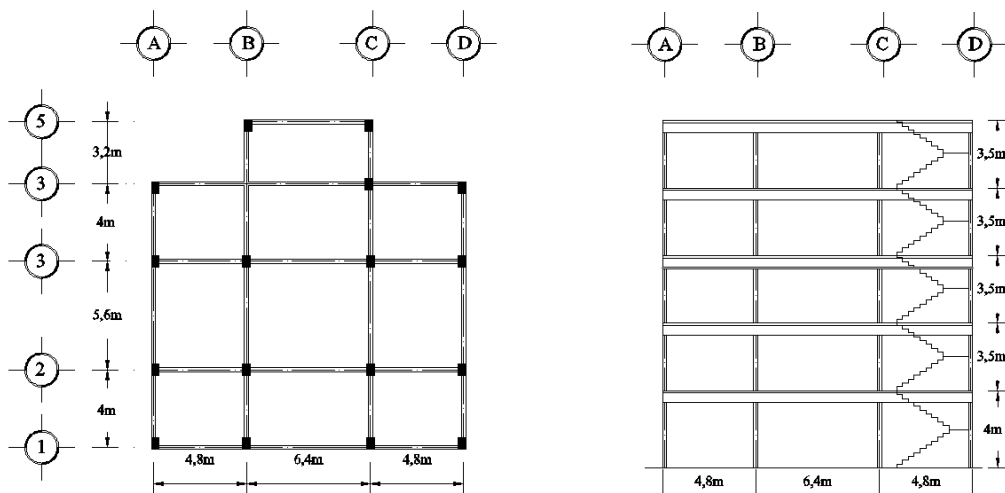
Para la aplicación de este análisis sísmico estático, se consideran las siguientes características del edificio.

A) Características de la Estructura

- ⊕ Números de niveles: 5 niveles
- ⊕ Descripción.
- ⊕ Altura entre ejes: El 1er entrecimso será 4m, el resto de 3.5 m.
- ⊕ Altura total: 18 m.
- ⊕ Longitud dirección y: 16.8 m
- ⊕ Longitud dirección x: 16 m
- ⊕ Área de la planta: 268.8 m²
- ⊕ Tipo de cimentación. Zapatas corridas

- ⊕ Uso de proyecto. Oficinas
- ⊕ Tipo de estructura: Grupo B (Art. 139, RDF)
- ⊕ Columnas: 40 x 60 cm.
- ⊕ Trabes: 25 x 50 cm.
- ⊕ Resistencia del concreto $F'c = 250 \text{ kg/m}^2$

B) Configuración Arquitectónica.



Análisis de cargas en losas: Para cada tipo de losa habrá un análisis de cargas.

- Losa de azotea

Concepto	Espesor (m)	Peso Volumétrico(t/m^3)	ton/m^2
1.- Enladrillado	0.02	1.5	0.030
2.- Mortero, cemento, arena	0.02	2.1	0.042
3.- Impermeabilizante.			0.005
4.- Concreto Reforzado.	0.12	2.4	0.288
5.- Falso Plafón.	-	-	0.040
N.T.C Acc y criterios inciso 5.1.2 Carga Muerta= 0.04 ton/m^2			0.040
Carga Viva W_{cv} (Azotea con $< 5\%$)= 0.1 ton/m^2			0.100
$W_u =$			0.55

- Losa de entrapiso

Concepto	Espesor (m)	Peso Volumétrico(t/m³)	ton/m²
1.- Loseta	-	-	0.010
2.- Mortero, cemento, arena	0.02	2.1	0.042
3.- Concreto Reforzado	0.12	2.4	0.288
4.- Casetón de espuma de Polietileno	0.2	0.01	0.002
5.- Falso Plafón e instalaciones	-	-	0.040
N.T.C Acc y criterios inciso 5.1.2 Carga Muerta= 0.04 ton/m²			0.040
Uso Oficinas=0.250 kg/m²			0.250
W _u =			0.672

- Losa de entrepiso (baño)

Concepto	Espesor (m)	Peso Volumétrico(t/m³)	ton/m²
1.- Loseta	-	-	0.010
2.- Capa de Transición tezontle	0.1	1.6	0.160
3.- Concreto Reforzado	0.12	2.4	0.288
4.- Casetón de espuma de Polietileno	0.2	0.01	0.002
5.- Falso Plafón e instalaciones	-	-	0.040
N.T.C Acc y criterios inciso 5.1.2 Carga Muerta= 0.04 ton/m²			0.040
Uso Oficinas=0.250 kg/m²			0.250
W _u =			0.790

En la siguiente tabla tenemos el resumen del peso de losa multiplicada por su correspondiente área.

Concepto	Peso (t/m²)	Ancho (m)	Largo (m)	Peso (t)
Losa de azotea	0.55	13.6	16	120
	0.55	3.2	6.4	11.2
			Suma=	131
Losa de entrepiso	0.672	13.6	16	146
Losa de entrepiso baño	0.79	3.2	6.4	16

Análisis de cargas en muros: para cada muro estructural tendrá un análisis de cargas.

- Muro exterior e interior.

Muro de Baño Exterior e Interior				
Elemento	Espesor m	Peso Volumetrico ton/m ³	Ton/m ²	Croquis
Muro de tabique recocido	0.12	1.60	0.19	
Yeso	0.02	1.50	0.03	
Aplanado cemento-arena	0.02	2.10	0.04	
Azulejo	-	-	0.02	
Sumatoria=			0.28	

- Muro interior.

Muro Exterior				
Elemento	Espesor m	Peso Volumetrico ton/m ³	Ton/m ²	Croquis
Muro de tabique recocido	0.12	1.60	0.19	
Yeso	0.02	1.50	0.03	
Aplanado cemento-arena	0.02	2.10	0.04	
Sumatoria=			0.26	

Una vez realizado el análisis de cargas para cada tipo de muro, se calcula el peso de cada muro de la planta estructural, como se muestra a continuación en la tabla 4.1 y 4.2.

Tabla 4.1 Calculo de Pesos de Muros del Nivel 1				
Muro	Peso (t/m ²)	Longitud (m)	Altura (m)	CM (t)
M1	0.28	6.56	4.00	7.32
M2	0.28	3.04		3.39
M3	0.28	3.04		3.39
M4	0.28	10.02		11.18
M5	0.26	4.96		5.24
M6	0.26	0.63		0.67
M7	0.26	2.84		3.00
M8	0.26	2.31		2.44
M9	0.26	7.99		8.44
M10	0.26	4.80		5.07
M11	0.26	5.23		5.52
M12	0.26	4.44		4.69
M13	0.26	4.44		4.69
M14	0.26	5.70		6.02
M15	0.26	5.93		6.26
M16	0.26	5.38		5.68
M17	0.26	2.84		3.00
M18	0.26	2.84		3.00
M19	0.26	5.39		5.69
M20	0.26	1.15		1.21
M21	0.26	2.41		2.54
M22	0.26	2.41		2.54
M23	0.26	1.23		1.30
			Sumatoria =	102.29

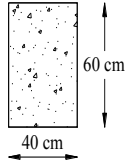
Tabla 4.2 Cálculo de Pesos de Muros del Nivel 2,3,4 y 5				
Muro	Peso (tn/m ²)	Longitud (m)	Altura (m)	CM (t)
M1	0.28	6.56	3.50	6.41
M2	0.28	3.04		2.97
M3	0.28	3.04		2.97
M4	0.28	10.02		9.78
M5	0.26	4.96		4.58
M6	0.26	0.63		0.58
M7	0.26	2.84		2.62
M8	0.26	2.31		2.13
M9	0.26	7.99		7.38
M10	0.26	4.80		4.44
M11	0.26	5.23		4.83
M12	0.26	4.44		4.10
M13	0.26	4.44		4.10
M14	0.26	5.70		5.27
M15	0.26	5.93		5.48
M16	0.26	5.38		4.97
M17	0.26	2.84		2.62
M18	0.26	2.84		2.62
M19	0.26	5.39		4.98
M20	0.26	1.15		1.06
M21	0.26	2.41		2.23
M22	0.26	2.41		2.23
M23	0.26	1.23		1.14
M24	0.26	1.54		1.42
M25	0.26	1.7		1.57
Sumatoria =				92.49

	Muro NO Estructural
	Muro Estructural

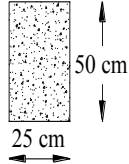
Tabla 4.3 Resumen Cargas Muertas de Muros Estructurales y No Estructurales.

Concepto	Altura (m)	Carga muerta (t)
Muro Estructural	3.5	77.53
Muro no Estructural		14.95
Muro Estructural	4	88.6
Muro no Estructural		13.69

- Columnas.

COLUMNAS				
Elemento	Espesor (m)	Peso Volumétrico	t/m	Croquis
Concreto Reforzado	-	2.4	0.58	COLUMNA DE 40X60 
Aplanado Yeso	0.02	1.5	0.03	
Total			0.61	

- Trabes.

TRABES				
Elemento	Espesor (m)	Peso Volumétrico	t/m	Croquis
Concreto Reforzado	-	2.4	0.30	TRABE DE 25X50 
Aplanado Yeso	0.02	1.5	0.03	
Total			0.33	

Procedemos a realizar a calcular el peso de las trabes como de las columnas.

Altura (m)	Concepto	Peso (t/m)	Longitud (m)	Núm. Columnas	Carga Muerta (t)
3.5	Columna	0.61		18	38.43
	Trabe	0.33	114.2		37.69
4	Columna	0.61		18	43.92

Con los sistemas constructivos establecidos anteriormente obtenemos los pesos totales por entrepiso:

Entrepiso 5: Peso de losa de azotea + Peso muros estructurales al 50% + Peso de columnas al 50% + Peso de trabes = $131 + (77.53/2) + (38.43/2) + 37.69 = 227$ t.

Para el entrepiso 2,3 y 4 será: Peso de losa de entrepiso + Peso de losa de baño entrepiso + Peso muros estructurales + Peso de muros no estructurales + Peso de columnas + Peso de trabes = $146 + 16 + 77.53 + 14.95 + 38.43 + 37.69 = 331$ t.

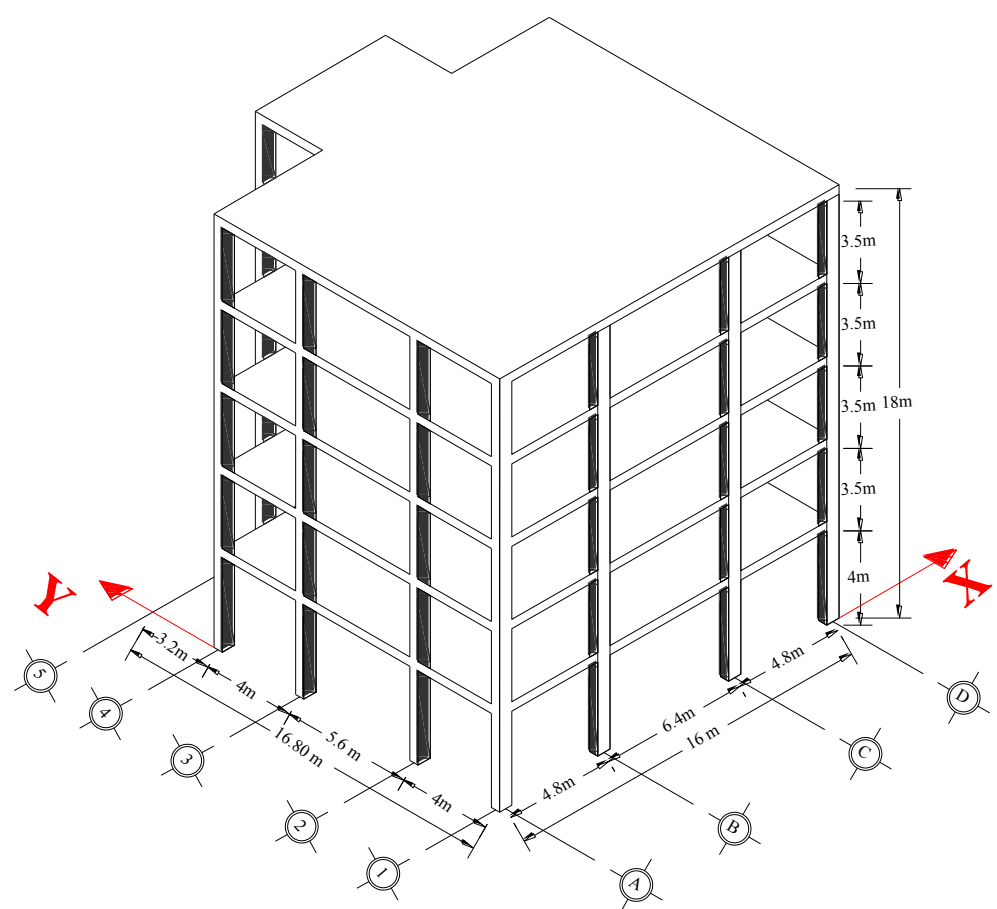
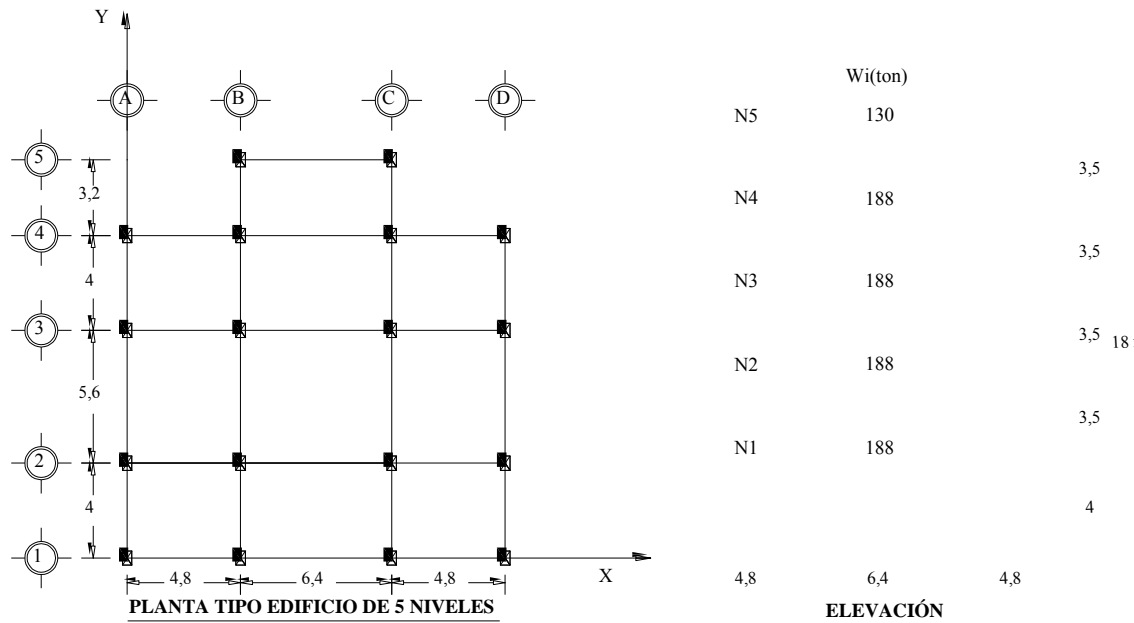
Para el entrepiso 1: Peso de losa de entrepiso + Peso de losa de baño entrepiso + Peso muros estructurales al 50% de ambos niveles + Peso de muros no estructurales + Peso de columnas al 50% de ambos niveles + peso de trabes = $146 + 16 + (77.53/2) + 14.95 + (88.60/2) + (38.43/2) + 37.69 + (43.92/2) = 339$ t.

Como resumen tenemos la siguiente tabla los pesos totales por entrepiso.

N5	227	Ton
N4	331	Ton
N3	331	Ton
N2	331	Ton
N1	339	Ton

C) Características de la zona

- ⊕ Clasificación del suelo: lacustre, integrada por depósitos de arcilla altamente comprensible, por capas arenosas con contenido de limo y arcilla.
- ⊕ Ubicación coordenadas: latitud $19^{\circ} 29'$, longitud de $- 99^{\circ} 10'$
- ⊕ Zona: III c
- ⊕ Coeficiente sísmico c: 0.40
- ⊕ Factor de ductilidad Q: 2



b)

Figura 4.2 a) Configuración Geométrica del Edificio de 5 Niveles, b) Edificio en 3ra dimensión.

4.8.1 Condiciones de Regularidad

A continuación se presenta la evaluación del análisis de las condiciones de regularidad de nuestro edificio de 5 niveles, que nos permitirán considerar una estructuración más eficiente para resistir las acciones sísmicas. Dicha estructuración se recomienda que sea regular cumpliendo los siguientes requisitos.

REQUISITO DE REGULARIDAD	OPERACIONES Y OBSERVACIONES	¿CUMPLE en XX?	¿CUMPLE en YY?
1. Planta simétrica por lo que toca a forma y rigideces.	La excentricidad afecta el comportamiento en XX	NO	SI
2. Relación en alzado altura/dimensión menor < 2.5	$18/16 = 1.125 < 2.5$ (CUMPLE)	SI	SI
3. Relación en planta largo/ancho < 2.5	$16.8/16 = 1.05 < 2.5$ (CUMPLE)	SI	SI
4. La planta no tiene entrantes ni salientes > 0.20	en XX: NO TIENE en YY: $6.4/16 = 0.40 > 0.20$ (AFECTA EL COMPORTAMIENTO EN XX)	NO	SI
5. En cada nivel el piso o techo es rígido y resistente.	SE CUMPLE	SI	SI

<p>6. No hay aberturas de más del 20% de la dimensión correspondiente.</p>	<p>Dirección X-X: $3.2/16.8 = 0.19 < 0.20$ (OK, Afecta el comportamiento YY) Dirección Y-Y: $6.4/16=0.4 > 0.20$ (MAL, Afecta el comportamiento xx)</p>	<p>NO</p>	<p>SI</p>
<p>7. El peso de cada nivel P_i: $P_{i-1} \leq 110\%$ (excepto en azotea)</p>	<p>SE CUMPLE (EL PESO DE LOS PISOS 4,3,2,1 ES SIMILAR)</p>	<p>SI</p>	<p>SI</p>
<p>8. El área A_i de cada nivel: $0.7A_{i-1} \leq A_i \leq 1.1A_{i-1}$ (excepto azotea)</p>	<p>SE CUMPLE</p>	<p>SI</p>	<p>SI</p>
<p>9. Todas las columnas están restringidas lateralmente por el sistema de piso.</p>	<p>SE CUMPLE</p>	<p>SI</p>	<p>SI</p>
<p>10. La rigidez y la resistencia al corte de ningún piso no difieren en</p>	<p>SE CUMPLE</p>	<p>SI</p>	<p>SI</p>

más del 50% de las del piso inferior			
11. En ningún entrepiso la excentricidad torsional es excede del 10% de la dimensión en planta.	SE CUMPLE	SI	SI

CONCLUSIONES

Cantidad de requisitos que no cumple la estructura:

En dirección X: 2 (se multiplicará Q por 0.8)

En dirección Y: 0 (se multiplicará Q por 1.0)

Coefficiente sísmico de la Zona IIIc: $c = 0.40$.

Factor de comportamiento sísmico sin afectar por irregularidad $Q = 2.0$

Factor de comportamiento sísmico reducido por irregularidad $Q_X = 2.0 \times 0.8 = 1.6$

Factor de comportamiento sísmico reducido por irregularidad $Q_Y = 2.0 \times 1.0 = 2.0$

4.8.2 Calculo de Coordenadas al Centro de Masas de Cada Piso

Se define como centro de masas al lugar, a nivel de cada piso, en el cual se suponen concentradas las fuerzas de dicho piso. En caso de que las cargas se apliquen uniformemente, este centro se ubicará en el centroide de áreas de la planta de la estructura. En cambio, en el caso de distribución no uniforme de áreas (como en el caso en que las cargas vivas no son uniformes, en el caso de destino diferente para distintas zonas de un piso), deberá ubicarse el centro de gravedad de las cargas del piso.

Tabla 4.5 Centro de Carga de Muros Entrepiso 1								
Concepto	Wm(t/m²)	Coordenadas		Longitud(m)	Altura (m)	wi=H*L*Wm	WiXi	WiYi
		Xi(m)	Yi(m)					
M1	0.28	8.00	16.00	6.56	4.00	7.32	58.57	117.14
M2	0.28	4.80	15.16	3.04	4.00	3.39	16.28	51.43
M3	0.28	11.20	15.16	3.04	4.00	3.39	38.00	51.43
M4	0.28	5.06	13.60	10.02	4.00	11.18	56.58	152.08
M5	0.26	13.56	13.60	4.96	4.00	5.24	71.02	71.23
M6	0.26	0.00	13.20	0.63	4.00	0.67	0.00	8.78
M7	0.26	8.00	12.10	2.84	4.00	3.00	23.99	36.29
M8	0.26	0.00	9.45	2.31	4.00	2.44	0.00	23.05
M9	0.26	4.12	9.60	7.99	4.00	8.44	34.76	81.00
M10	0.26	13.48	9.60	4.80	4.00	5.07	68.33	48.66
M11	0.26	16.00	10.91	5.23	4.00	5.52	88.37	60.25
M12	0.26	5.70	7.30	4.44	4.00	4.69	26.73	34.23
M13	0.26	11.20	7.30	4.44	4.00	4.69	52.51	34.23
M14	0.26	2.96	4.00	5.70	4.00	6.02	17.82	24.08
M15	0.26	12.92	4.00	5.93	4.00	6.26	80.91	25.05
M16	0.26	0.00	2.65	5.38	4.00	5.68	0.00	15.06
M17	0.26	5.70	1.54	2.84	4.00	3.00	17.09	4.62
M18	0.26	10.10	1.54	2.84	4.00	3.00	30.29	4.62
M19	0.26	16.00	2.65	5.39	4.00	5.69	90.98	15.07
M20	0.26	0.74	0.00	1.15	4.00	1.21	0.90	0.00
M21	0.26	5.70	0.00	2.41	4.00	2.54	14.51	0.00
M22	0.26	10.10	0.00	2.41	4.00	2.54	25.70	0.00
M23	0.26	15.27	0.00	1.23	4.00	1.30	19.83	0.00
Sumatoria=						102.29	833.18	858.29

$$X_{cm} = \frac{\sum W_i X_i}{\sum W_i} = \frac{833.18}{102.29} = 8.15 \text{ m}$$

$$y \quad Y_{cm} = \frac{\sum W_i Y_i}{\sum W_i} = \frac{858.29}{102.29} = 8.39 \text{ m}$$

Tabla 4.6 Centro Carga de Muros Entrepiso 2,3,4,5								
Concepto	Wm(t/m ²)	Coordenadas		Longitud(m)	Altura (m)	wi=H*L*Wm	WiXi	WiYi
		Xi(m)	Yi(m)					
M1	0.28	8.00	16.00	6.56	3.50	6.41	51.25	102.49
M2	0.28	4.80	15.16	3.04	3.50	2.97	14.25	45.00
M3	0.28	11.20	15.16	3.04	3.50	2.97	33.25	45.00
M4	0.28	5.06	13.60	10.02	3.50	9.78	49.51	133.07
M5	0.26	13.56	13.60	4.96	3.50	4.58	62.15	62.33
M6	0.26	0.00	13.20	0.63	3.50	0.58	0.00	7.68
M7	0.26	8.00	12.10	2.84	3.50	2.62	20.99	31.75
M8	0.26	0.00	9.45	2.31	3.50	2.13	0.00	20.17
M9	0.26	4.12	9.60	7.99	3.50	7.38	30.42	70.87
M10	0.26	13.48	9.60	4.80	3.50	4.44	59.79	42.58
M11	0.26	16.00	10.91	5.23	3.50	4.83	77.32	52.72
M12	0.26	5.70	7.30	4.44	3.50	4.10	23.38	29.95
M13	0.26	11.20	7.30	4.44	3.50	4.10	45.95	29.95
M14	0.26	2.96	4.00	5.70	3.50	5.27	15.59	21.07
M15	0.26	12.92	4.00	5.93	3.50	5.48	70.79	21.92
M16	0.26	0.00	2.65	5.38	3.50	4.97	0.00	13.17
M17	0.26	5.70	1.54	2.84	3.50	2.62	14.96	4.04
M18	0.26	10.10	1.54	2.84	3.50	2.62	26.50	4.04
M19	0.26	16.00	2.65	5.39	3.50	4.98	79.61	13.19
M20	0.26	0.74	0.00	1.15	3.50	1.06	0.79	0.00
M21	0.26	5.70	0.00	2.41	3.50	2.23	12.69	0.00
M22	0.26	10.10	0.00	2.41	3.50	2.23	22.49	0.00
M23	0.26	15.27	0.00	1.23	3.50	1.14	17.35	0.00
M24	0.26	6.55	2.84	1.54	3.50	1.42	9.32	4.04
M25	0.26	9.17	2.84	1.70	3.50	1.57	14.40	4.46
Sumatoria=						92.49	752.76	759.51

$$X_{cm} = \frac{\sum W_i X_i}{\sum W_i} = \frac{752.76}{92.49} = 8.14 \text{ m} \quad \text{y} \quad Y_{cm} = \frac{\sum W_i Y_i}{\sum W_i} = \frac{759.51}{92.49} = 8.21 \text{ m}$$

Debido a las características de los niveles no varían la tabla 4.5 se muestra los centros de masas de los niveles correspondientes del edificio:

Tabla 4.7 Centro de Masas por Nivel		
NIVEL	Xi (m)	Yi (m)
5	8.14	8.21
4	8.14	8.21
3	8.14	8.21
2	8.14	8.21
1	8.15	8.39

4.8.3 Cálculo de Centro de Cortante CV

El centro de cortante CV, es el punto entre dos niveles consecutivos, es decir, en el entrepiso que es la posición resultante de la fuerza de inercia del sismo que toma en cuenta la influencia de los centros de carga de los niveles superiores.

Centro de Gravedad Nivel 1					
Concepto	Wi(t)	$\bar{X}_i(m)$	$\bar{Y}_i(m)$	WiXi(t*m)	WiYi(t*m)
1/2 Muros Estructurales Entrepiso 1	44.30	8.15	8.39	360.85	371.73
1/2 Muros Estructurales Entrepiso 2	38.76	8.14	8.21	315.47	318.30
Muros No Estructurales Entrepiso 2	14.95	8.14	8.21	121.67	122.76
Losa de entrepiso Nivel 1	146.00	8.08	6.88	1179.68	1004.48
Losa de entrepiso Baño Nivel 1	16.00	8.08	15.36	129.28	245.76
Trabes Nivel 1	37.69	8.01	7.68	301.95	289.41
1/2 Columnas Entrepiso 2	21.82	7.96	7.85	173.70	171.18
1/2 Columnas Entrepiso 1	21.82	7.96	7.85	173.70	171.18
Sumatoria=	341.33			2756.30	2694.80

donde:

$$X_M = \frac{\sum W_i X_i}{\sum W_i} = \frac{2756.30}{341.33} = 8.08$$

$$Y_M = \frac{\sum W_i Y_i}{\sum W_i} = \frac{2694.80}{341.33} = 7.90$$

Siguiendo la misma metodología se obtienen los centros de cargas de los niveles restantes, el cual se observa en la siguiente tabla.

Calculo del Centro de Carga		
Nivel	$\bar{x}_m (m)$	$\bar{y}_m (m)$
1	8.08	7.90
2	8.07	7.87
3	8.07	7.87
4	8.07	7.87
5	8.07	7.32

4.8.4 Valuación de Fuerzas Sísmicas sin Estimar el Periodo Fundamental del Edificio

En el primer párrafo de la sección 8 de las NTDS, las fuerzas cortantes sísmicas a diferentes niveles de una estructura pueden ser evaluadas suponiendo un conjunto de fuerzas horizontales actuando sobre cada uno de los puntos donde se supongan concentradas las masas. Cada una de estas fuerzas se tomará igual al peso de la masa que corresponde, multiplicado por un coeficiente proporcional a h , siendo h la altura de la masa en cuestión sobre el desplante (o nivel a partir del cual las deformaciones estructurales

pueden ser apreciables). De acuerdo con este requisito, la fuerza lateral que actúa en el i-ésimo nivel. F_i . Se calculará con la ecuación 8.1 del NTDS.

$$F_i = \frac{c}{Q'} W_i h_i \frac{\sum W_i}{\sum W_i h_i}; \frac{c}{Q'} \geq a_o \quad (8.1 \text{ NTCS 2004})$$

Dónde:

W_i = peso de la i-ésima masa y

h_i = altura de la i-ésima masa sobre el desplante.

Fuerzas de Inercia y Cortante en Dirección X						
Nivel	Entrepiso	Hi (m)	Wi (t)	WiHi (t*m)	Fi (t)	Vi(t)
5		18	227	4086	97	
	5					97
4		14.5	331	4800	114	
	4					211
3		11	331	3641	87	
	3					298
2		7.5	331	2483	59	
	2					357
1		4	339	1356	32	
	1					389
c=	0.4		1559	16366		
Q'=	1.6					

Fuerzas de Inercia y Cortante en Dirección Y						
Nivel	Entrepiso	Hi (m)	Wi (t)	WiHi (t*m)	Fi (t)	Vi(t)
5		18	227	4086	78	
	5					78
4		14.5	331	4800	91	
	4					169
3		11	331	3641	69	
	3					238
2		7.5	331	2483	47	
	2					285
1		4	339	1356	26	
	1					311
c=	0.4		1559	16366		
Q'=	2					

Tabla 4.8 Calculo del fuerzas sísmicas y cortantes en cada nivel en ambas direcciones.

dónde:

Coefficiente sísmico de la Zona IIIc: $c = 0.40$.

Factor de comportamiento sísmico sin afectar por las condiciones de irregularidad $Q = 2.0$

Factor de comportamiento sísmico reducido por irregularidad $QX = 2.0 \times 0.8 = 1.6$

Factor de comportamiento sísmico reducido por irregularidad $QY = 2.0 \times 1.0 = 2.0$

Posteriormente se debe ubicar una nueva posición de las fuerzas sísmicas en la planta de cada nivel. Siendo el piso (formado por un diafragma de concreto y trabes que lo rigidizan) muy rígido en su plano, podrá considerarse la resultante de las fuerzas cuya magnitud se obtuvo mediante la expresión (8.1 NTCS 2004) aplicada en el centro de masas del piso en cuestión.

Centro de Gravedad o de Cargas en la Dirección X							
Nivel	Entrepiso	Fi	Vix	yi	Fi yi	∑ Fi Yi	yv
5		97		7.32	710.04	710.04	7.32
	5		97				
4		114		7.87	897.18	1607.22	7.62
	4		211				
3		87		7.87	684.69	2291.91	7.69
	3		298				
2		59		7.87	464.33	2756.24	7.72
	2		357				
1		32		7.90	252.8	3009.04	7.74
	1		389				

Centro de Gravedad o de Cargas en la Dirección Y							
Nivel	Entrepiso	Fi	Viy	xi	Fi xi	∑ Fi xi	xv
5		78		8.07	629.46	629.46	8.07
	5		78				
4		91		8.07	734.37	1363.83	8.07
	4		169				
3		69		8.07	556.83	1920.66	8.07
	3		238				
2		47		8.07	379.29	2299.95	8.07
	2		285				
1		26		8.08	210.08	2510.03	8.07
	1		311				

4.8.5 Estimación del Periodo Fundamental del Edificio

De acuerdo a las NTC para Diseño por Sismo, en su sección 8.2, es permitido utilizar fuerzas cortantes reducidas, siempre y cuando se tome en cuenta el valor aproximado del periodo fundamental de vibración del edificio en cuestión, calculado con la siguiente expresión:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\sum W_i x_i^2}{g \sum F_i x_i}} \quad (8.2 \text{ NTCDS})$$

Siguiendo con el procedimiento y la aplicación de la expresión anterior tenemos los datos correspondientes a cada dirección en la tabla 4.3.

Tabla 4.3 Estimación del periodo fundamental del edificio en “X” y “Y”.

Dirección X								
Nivel	Wi (ton)	Fix (ton)	Vix (ton)	Ki (ton/cm)	Vi/Ki (cm)	di (cm)	Widi ²	Fidi
5	227	97.00	97.00	151	0.642	9.054	18608.3	878.24
4	331	114.31	211.00	129	1.636	8.412	23422.1	961.54
3	331	87.00	298.00	129	2.310	6.776	15197.6	589.51
2	331	59.00	357.00	139	2.568	4.466	6601.8	263.49
1	339	32.00	389.00	205	1.898	1.898	1221.2	60.74
Suma	1559						65051.1	2753.52

$$T_x = 0.978 \text{ seg}$$

Dirección Y								
Nivel	Wi (ton)	Fiy (ton)	Viy (ton)	Ki (ton/cm)	Vi/Ki (cm)	di (cm)	Widi ²	Fidi
5	227	78	78.00	188	0.415	5.880	7848.4	457.76
4	331	91	169.00	162	1.043	5.465	9885.7	499.74
3	331	69	238.00	162	1.469	4.422	6472.4	306.76
2	331	47	285.00	172	1.657	2.953	2886.4	139.67
1	339	26	311.00	240	1.296	1.296	569.4	33.48
Suma	1559						27662.3	1437.42

$$T_y = 0.882 \text{ seg}$$

Si siguiendo las condiciones que marcan las NTC para Diseño por Sismo, tenemos que:

Si $T \leq T_b$; No hay reducción de fuerzas

$$Si T > T_b; F_i = W_i(k_1 h_1 + k_2 h_2^2) \frac{a}{Q}$$

Considerando que la zona en la que se desplantará el edificio es IIIc, los valores correspondientes a ella son:

Zona	c	α_o	T_a^1	T_b^1	r
IIIc	0.4	0.1	1.25	4.2	2

Tabla 4.8 Valores de los parámetros para calcular los espectros de aceleraciones.

Al comparar el periodo fundamental del edificio en ambas direcciones con el periodo T_b , tenemos que:

$$T_x = 0.934 \text{ seg} < 4.2 \text{ seg}$$

$$T_y = 0.844 \text{ seg} < 4.2 \text{ seg}$$

Por lo cual, no hay reducción de fuerzas cortantes.

4.8.6 Cálculo del Centro de Torsión

El centro de torsión es aquel, por el cual pasa la resultante de las reacciones que se generan en el edificio.

Tabla 4.9 Centro de torsión

Entrepiso 5								
Eje	R_{jx}	y_j	$R_{jx}y_j$	y_{jt}	$R_{jx}y_{jt}$	$R_{jx}y_{jt}^2$	c_d	c_t
1	35	0.0	0.0	-7.53	-263.50	1983.73	0.232	-0.02412
2	35	4.0	140.0	-3.53	-123.50	435.76	0.232	-0.01131
3	35	9.6	336.0	2.07	72.50	150.19	0.232	0.00664
4	35	13.6	476.0	6.07	212.50	1290.22	0.232	0.01945
5	11	16.8	184.8	9.27	101.99	945.57	0.073	0.00934
Sumatoria	151		1136.8			4805.47	1.00	0.00000
				$x_t =$	7.53			
Eje	R_{jy}	x_j	$R_{jy}x_j$	x_{jt}	$R_{jy}x_{jt}$	$R_{jy}x_{jt}^2$	c_d	c_t
A	39	0.0	-	8.00	- 312.00	2496.00	0.207	-0.02856
B	55	4.8	264.0	-3.20	- 176.00	563.20	0.293	-0.01611
C	55	11.2	616.0	3.20	176.00	563.20	0.293	0.01611
D	39	16.0	624.0	8.00	312.00	2496.00	0.207	0.02856
Sumatoria	188		1,504.0		-	6118.40	1.00	0.00000
				$y_t =$	8.00			

$$R_t = \sum (R_{jx} y_{jt}^2 + R_{jy} x_{jt}^2) = 0923.868$$

$$c_d = \frac{R_{jx}}{\sum R_{jx}} \text{ o } \frac{R_{jy}}{\sum R_{jy}} = \quad c_t = \frac{R_{jx} y_{jt}}{R_t} \text{ o } \frac{R_{jy} x_{jt}}{R_t} =$$

Entrepiso 3,4								
Eje	R_{jx}	y_j	$R_{jx}y_j$	y_{jt}	$R_{jx}y_{jt}$	$R_{jx}y_{jt}^2$	c_d	c_t
1	30	0.0	0.0	-7.50	-224.93	1686.45	0.233	-0.02394
2	30	4.0	120.0	-3.5	-104.93	367.01	0.233	-0.01117
3	30	9.6	288.0	2.1	63.07	132.59	0.233	0.00671
4	30	13.6	408.0	6.1	183.07	1117.15	0.233	0.01948
5	9	16.8	151.2	9.3	83.72	778.80	0.070	0.00891
Sumatoria	129		967.2			4082.01	1.00	0.00

$$x_t = 7.50$$

Eje	R_{jy}	x_j	$R_{jy}x_j$	x_{jt}	$R_{jy}x_{jt}$	$R_{jy}x_{jt}^2$	c_d	c_t
A	34	0.0	-	8.00	-272.00	2176.00	0.21	-0.02895
B	47	4.8	225.6	-3.2	-150.40	481.28	0.29	-0.01601
C	47	11.2	526.4	3.2	150.40	481.28	0.29	0.01601
D	34	16.0	544.0	8.0	272.00	2176.00	0.21	0.02895
Sumatoria	162		1,296			5314.56	1.00	0.0000

$$y_t = 8.00$$

$$R_t = \sum (R_{jx}y_{jt}^2 + R_{jy}x_{jt}^2) = 9396.57$$

$$c_d = \frac{R_{jx}}{\sum R_{jx}} \circ \frac{R_{jy}}{\sum R_{jy}} = c_t = \frac{R_{jx}y_{jt}}{R_t} \circ \frac{R_{jy}x_{jt}}{R_t} =$$

Entrepiso 2.								
Eje	R_{jx}	y_j	$R_{jx}y_j$	y_{jt}	$R_{jx}y_{jt}$	$R_{jx}y_{jt}^2$	c_d	c_t
1	32	0.0	0.0	-7.59	-242.92	1844.12	0.23	-0.02404
2	32	4.0	128.0	-3.6	-114.92	412.73	0.23	-0.01137
3	32	9.6	307.2	2.0	64.28	129.11	0.23	0.00636
4	32	13.6	435.2	6.0	192.28	1155.32	0.23	0.01903
5	11	16.8	184.8	9.2	101.29	932.79	0.08	0.01002
Sumatoria	139		1055.2			4474.07	1.00	0.0000

$$x_t = 7.59$$

Eje	R_{jy}	x_j	$R_{jy}x_j$	x_{jt}	$R_{jy}x_{jt}$	$R_{jy}x_{jt}^2$	c_d	c_t
A	36	0.0	-	-8.00	-288.00	2304.00	0.21	-0.02850
B	50	4.8	240.0	-3.2	-160.00	512.00	0.29	-0.01583
C	50	11.2	560.0	3.2	160.00	512.00	0.29	0.01583
D	36	16.0	576.0	8.0	288.00	2304.00	0.21	0.02850
Sumatoria	172		1,376.0			5632.00	1.00	0.0000

$$y_t = 8.00$$

$$R_t = \sum (R_{jx}y_{jt}^2 + R_{jy}x_{jt}^2) = 10106.1$$

$$c_d = \frac{R_{jx}}{\sum R_{jx}} \circ \frac{R_{jy}}{\sum R_{jy}} =$$

$$c_t = \frac{R_{jx}y_{jt}}{R_t} \circ \frac{R_{jy}x_{jt}}{R_t} =$$

Entrepiso 1.								
Eje	R_{jx}	y_j	$R_{jx}y_j$	y_{jt}	$R_{jx}y_{jt}$	$R_{jx}y_{jt}^2$	c_d	c_t
1	47	0.0	0.0	-7.63	-358.58	2735.67	0.23	-0.02459
2	47	4.0	188.0	-3.63	-170.58	619.06	0.23	-0.01170
3	47	9.6	451.2	1.97	92.62	182.54	0.23	0.00635
4	47	13.6	639.2	5.97	280.62	1675.53	0.23	0.01924
5	17	16.8	285.6	9.17	155.90	1429.74	0.08	0.01069
Sumatoria	205		1564.0			6642.54	1.00	0.0000

$$x_t = 7.63$$

Eje	R_{jy}	x_j	$R_{jy}x_j$	x_{jt}	$R_{jy}x_{jt}$	$R_{jy}x_{jt}^2$	c_d	c_t
A	51	0.0	-	-8.00	-408.00	3264.00	0.21	-0.02798
B	69	4.8	331.2	-3.2	-220.80	706.56	0.29	-0.01514
C	69	11.2	772.8	3.2	220.80	706.56	0.29	0.01514
D	51	16.0	816.0	8.0	408.00	3264.00	0.21	0.02798
Sumatoria	240		1,920.0			7941.12	1.00	0.0000

$$y_t = 8.00$$

$$R_t = \sum (R_{jx}y_{jt}^2 + R_{jy}x_{jt}^2) = 14583.7$$

$$c_d = \frac{R_{jx}}{\sum R_{jx}} \circ \frac{R_{jy}}{\sum R_{jy}} = c_t = \frac{R_{jx}y_{jt}}{R_t} \circ \frac{R_{jy}x_{jt}}{R_t} =$$

En la sección 8.5 NTDS se tomara la excentricidad torsional de rigidez calculada en cada entrepiso, es, como la distancia entre el centro de torsión del nivel correspondiente y el punto de aplicación de la fuerza cortante en dicho nivel. Para fines de diseño, el momento torsionante se tomará por lo menos igual a la fuerza cortante de entrepiso multiplicada por la excentricidad que para cada marco o muro resulte más desfavorable de las siguientes:

a) Dirección X											
Nivel	Vx	Yv (ton)	yt (m)	b (m)	es (m)	e1 (m)	e2 (m)	e3 (m)	Mt (Ton-m)	M4 (Ton-m)	e4 (m)
5	97.00	7.32	7.53	16.80	-0.21	-1.99	1.47	0.06	-20.22	0	-
4	211.00	7.62	7.50	16.80	0.12	1.86	-1.56	0.096	25.81	-10.11	- 0.05
3	298.00	7.69	7.50	16.80	0.19	1.97	-1.49	0.06	57.31	12.91	0.04
2	357.00	7.72	7.59	16.80	0.13	1.87	-1.55	0.06	45.92	28.66	0.08
1	389.00	7.74	7.63	16.80	0.11	1.85	-1.57	0.00	43.07	28.66	0.07

a) Dirección Y											
Nivel	Vy	xv (Ton)	yt (m)	b (m)	es (m)	e1 (m)	e2 (m)	e3 (m)	Mt (Ton-m)	M4 (Ton-m)	e4 (m)
5	78.00	8.07	8.00	16.00	0.07	1.71	-1.53	0.04	5.46	0	-
4	169.00	8.07	8.00	16.00	0.07	1.71	-1.53	0.075	11.83	2.73	0.02
3	238.00	8.07	8.00	16.00	0.07	1.71	-1.53	0.00	16.66	5.92	0.02
2	285.00	8.07	8.00	16.00	0.07	1.71	-1.53	0.00	19.95	8.33	0.03
1	311.00	8.07	8.00	16.00	0.07	1.71	-1.53	0.00	21.77	9.98	0.03

Tabla 4.10 Cortantes sísmicas en los elementos resistentes del edificio.

V_x, V_y y sus coordenadas de aplicación x_v, y_v provienen de la tabla 4.5

$$e_1 = e_s(1.5 + 0.1 b/|e_s|)$$

$$e_2 = e_s(1.0 - 0.1 b/|e_s|)$$

e_3 = mitad del máximo e_s abajo del nivel considerado

$$M_t = V e_s$$

M_4 = mitad del máximo M_t arriba del nivel considerado

$$e_4 = M_4/V$$

Cortantes Sísmicas en los Elementos Resistentes del Edificio							
a) Entrepiso 5							
Sentido	V (ton)	e_1 (m)	e_2 (m)	$M_{t1} = V_{e1}$	$M_{t2} = V_{e2}$	M_{t0}	
X	97.00	- 1.99	1.47	- 193.29	142.74	-193.29	
Y	78.00	1.71	- 1.53	132.99	-119.34	132.99	

Eje	c_d	c_t	V_d	V_1	V_2	V_m	V_o	V_{xy1}	V_{xy2}
1	0.23	-0.0241	22.48	4.66	- 3.44	27.15	4.66	28.54	12.81
2	0.23	-0.0113	22.48	2.19	- 1.61	24.67	2.19	25.32	9.59
3	0.23	0.0066	22.48	- 1.28	0.95	23.43	-1.28	23.82	8.31
4	0.23	0.0195	22.48	- 3.76	2.78	25.26	-3.76	26.39	11.34
5	0.07	0.0093	7.07	- 1.80	1.33	8.40	-1.80	8.94	4.32
Sumatoria			97.00	-	-		0.00	113.01	46.37

A	0.21	-0.02856	16.18	-3.80	3.41	19.59	-3.80	20.73	9.68
B	0.29	-0.01611	22.82	-2.14	1.92	24.74	-2.14	25.38	9.57
C	0.29	0.01611	22.82	2.14	-1.92	24.96	2.14	25.60	9.63
D	0.21	0.02856	16.18	3.80	-3.41	19.98	3.80	21.12	9.79
Sumatoria			78.00	0.00	0.00		0.00	92.84	

Cortantes Sísmicas en los Elementos Resistentes del Edificio							
a) Entrepiso 4							
Sentido	V (ton)	e_1 (m)	e_2 (m)	$M_{t1} = V_{e1}$	$M_{t2} = V_{e2}$	M_{t0}	
X	211.00	1.86	- 1.56	393.20	-328.67	393.20	
Y	169.00	1.71	- 1.53	288.15	-258.57	-328.67	

Eje	c_d	c_t	V_d	V_1	V_2	V_m	V_o	V_{xy1}	V_{xy2}
1	0.23	-0.0239	49.07	- 9.41	7.87	56.94	-9.41	59.76	26.49
2	0.23	-0.0112	49.07	- 4.39	3.67	52.74	-4.39	54.06	20.21
3	0.23	0.0067	49.07	2.64	- 2.21	51.71	2.64	52.50	18.15
4	0.23	0.0195	49.07	7.66	- 6.40	56.73	7.66	59.03	24.68
5	0.07	0.0089	14.72	3.50	- 2.93	18.22	3.50	19.28	8.97
Sumatoria							0.00	244.62	98.51

A	0.2099	-0.02895	35.47	-8.34	7.48	42.95	9.51	45.81	22.40
B	0.2901	-0.01601	49.03	-4.61	4.14	53.17	5.26	54.75	21.21
C	0.2901	0.01601	49.03	4.61	-4.14	53.64	-5.26	55.22	21.35
D	0.2099	0.02895	35.47	8.34	-7.48	43.81	-9.51	46.66	22.66
Sumatoria			169.00	0.00	0.00		0.00	202.44	87.62

Cortantes Sísmicas en los Elementos Resistentes del Edificio						
a) Entrepiso 3						
Sentido	V (ton)	e_1 (m)	e_{e1} (m)	$M_{t1} = V_{e1}$	$M_{t2} = V_{e2}$	M_{to}
X	298.00	1.97	- 1.49	586.61	-443.33	586.61
Y	238.00	1.71	- 1.53	405.79	-364.14	-443.33

Eje	c_d	c_t	V_d	V_1	V_2	V_m	V_o	V_{xy1}	V_{xy2}
1	0.23	-0.0239	69.30	- 14.04	10.61	79.91	-14.04	84.13	38.02
2	0.23	-0.0112	69.30	- 6.55	4.95	74.25	-6.55	76.22	28.83
3	0.23	0.0067	69.30	3.94	- 2.98	73.24	3.94	74.42	25.91
4	0.23	0.0195	69.30	11.43	- 8.64	80.73	11.43	84.16	35.65
5	0.07	0.0089	20.79	5.23	- 3.95	26.02	5.23	27.59	13.03
Sumatoria							0.00	346.51	141.43

A	0.2099	-0.02895	49.95	-11.75	10.54	60.49	12.83	64.34	30.98
B	0.2901	-0.01601	69.05	-6.50	5.83	74.88	7.10	77.01	29.56
C	0.2901	0.01601	69.05	6.50	-5.83	75.54	-7.10	77.67	29.76
D	0.2099	0.02895	49.95	11.75	-10.54	61.70	-12.83	65.55	31.34
Sumatoria			238.00	0.00	0.00		0.00	284.57	121.64

Cortantes Sísmicas en los Elementos Resistentes del Edificio						
a) Entrepiso 2.						
Sentido	V (ton)	e_1 (m)	e_2 (m)	$M_{t1} = V_{e1}$	$M_{t2} = V_{e2}$	M_{to}
X	357.00	1.87	- 1.55	668.64	-553.84	668.64
Y	285.00	1.71	- 1.53	485.93	-436.05	-553.84

Eje	c_d	c_t	V_d	V_1	V_2	V_m	V_o	V_{xy1}	V_{xy2}
1	0.23	-0.02404	82.19	- 16.07	13.31	95.50	-16.07	100.32	44.72
2	0.23	-0.01137	82.19	- 7.60	6.30	88.49	-7.60	90.77	34.15
3	0.23	0.00636	82.19	4.25	- 3.52	86.44	4.25	87.72	30.18
4	0.23	0.01903	82.19	12.72	- 10.54	94.91	12.72	98.72	41.19
5	0.08	0.01002	28.25	6.70	- 5.55	34.95	6.70	36.96	17.19
Sumatoria			357.00	-	-		0.00	414.49	167.44

A	0.21	-0.0285	59.65	-13.85	12.43	72.08	15.78	76.81	37.41
B	0.29	-0.0158	82.85	-7.69	6.90	89.75	8.77	92.38	35.69
C	0.29	0.0158	82.85	7.69	-6.90	90.54	-8.77	93.17	35.93
D	0.21	0.0285	59.65	13.85	-12.43	73.50	-15.78	78.23	37.83
Sumatoria			285.00	0.00	0.00		0.00	340.60	146.86

Cortantes Sísmicas en los Elementos Resistentes del Edificio						
a) Entrepiso 1						
Sentido	V (ton)	e_1 (m)	e_2 (m)	$M_{t1} = V_{e1}$	$M_{t2} = V_{e2}$	M_{t0}
X	389.00	1.85	- 1.57	718.13	- 610.45	718.13
Y	311.00	1.71	- 1.53	530.26	- 475.83	-610.45

Eje	c_d	c_t	V_d	V_1	V_2	V_m	V_o	V_{xy1}	V_{xy2}
1	0.23	-0.02459	89.19	164.64	- 139.96	253.83	-17.66	259.13	93.81
2	0.23	-0.01170	89.19	164.64	- 139.96	253.83	-8.40	256.35	84.55
3	0.23	0.00635	89.19	164.64	- 139.96	253.83	4.56	255.20	80.71
4	0.23	0.01924	89.19	164.64	- 139.96	253.83	13.82	257.98	89.97
5	0.08	0.01069	32.26	59.55	- 50.62	91.81	7.68	94.11	35.22
Sumatoria			389.00	718.13	- 610.45		0.00	1122.77	384.25

A	0.21	-0.0280	66.09	112.68	-101.11	178.77	17.08	183.89	70.71
B	0.29	-0.0151	89.41	152.45	-136.80	241.86	9.24	244.63	81.80
C	0.29	0.0151	89.41	152.45	-136.80	241.86	-9.24	244.63	81.80
D	0.21	0.0280	66.09	112.68	-101.11	178.77	-17.08	183.89	70.71
Sumatoria			311.00	530.26	-475.83		0.00	857.05	305.02

M_{t0} = máximo valor absoluto entre M_{t1} y M_{t2} en la dirección ortogonal.

V_d = cortante directo = $c_d V$

V_j = cortante por torsión = $c_t M_{tj}, j = 1, 2, 0$

c_d y c_t provienen de la tabla

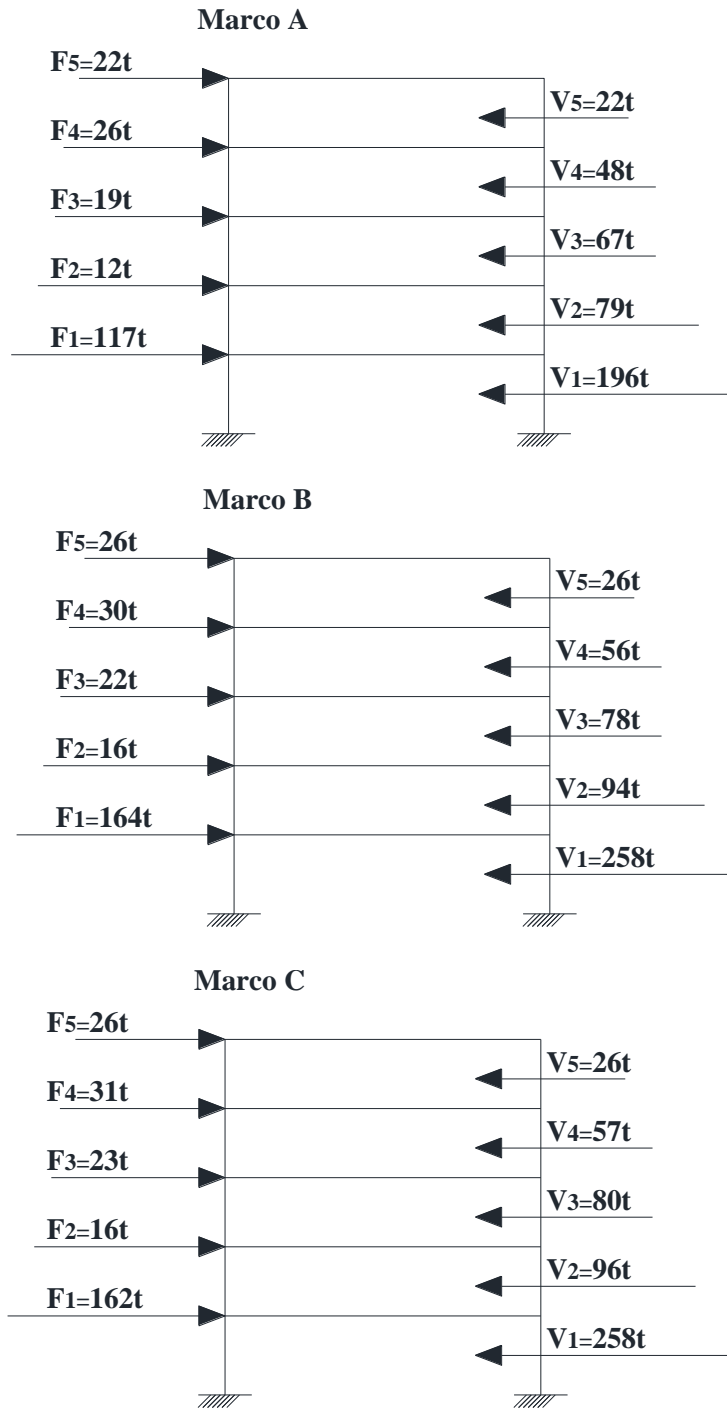
V_m = máximo entre $(V_d + V_1)$ y $(V_d + V_2)$

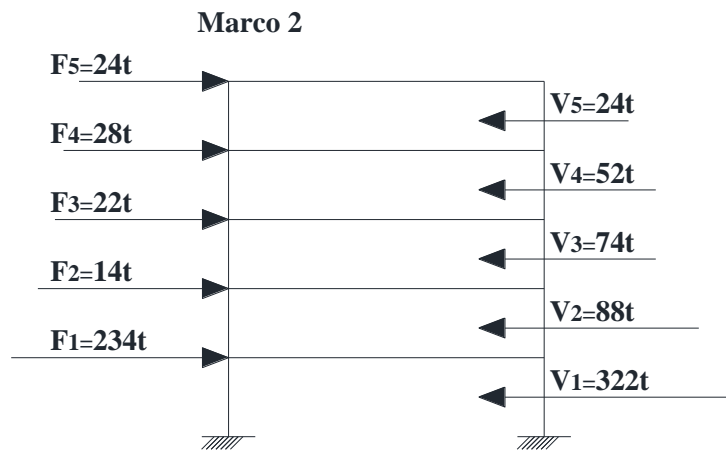
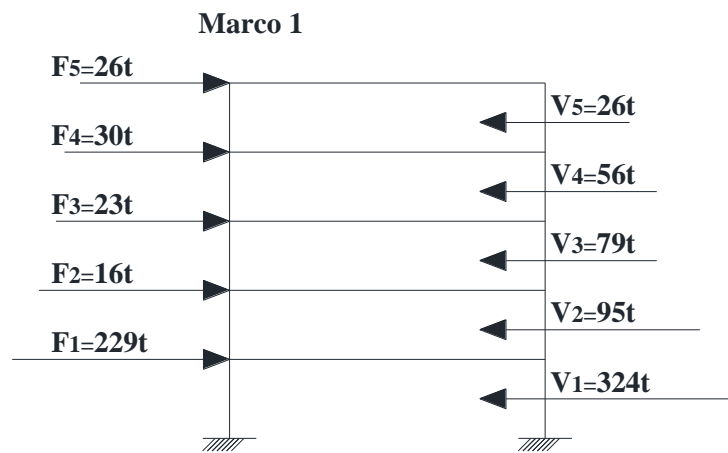
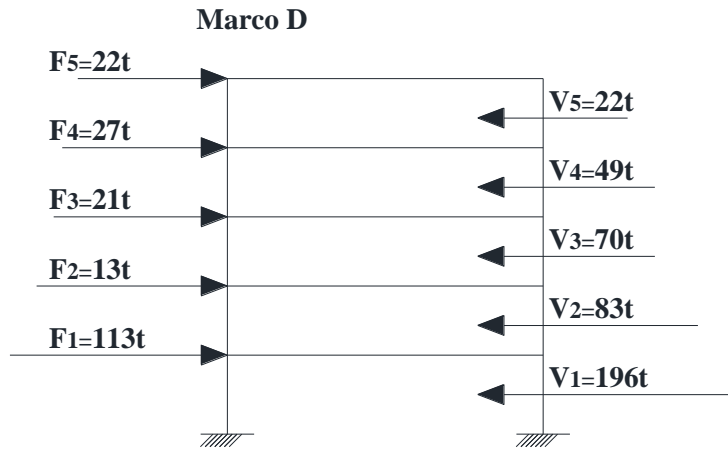
$V_{xy1} = V_m + 0.3$ valor absoluto de V_o

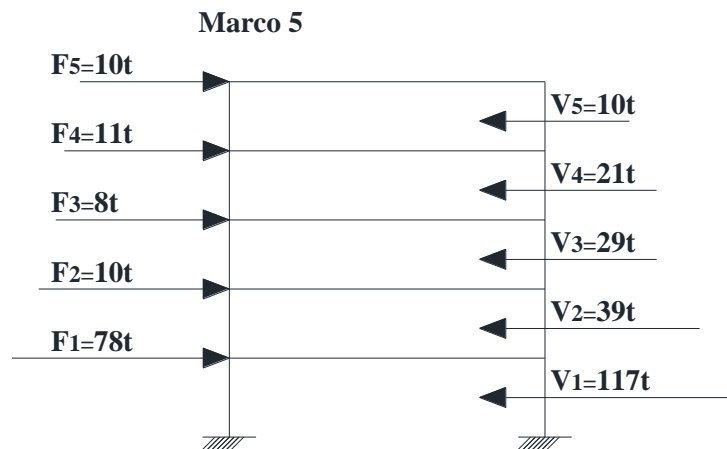
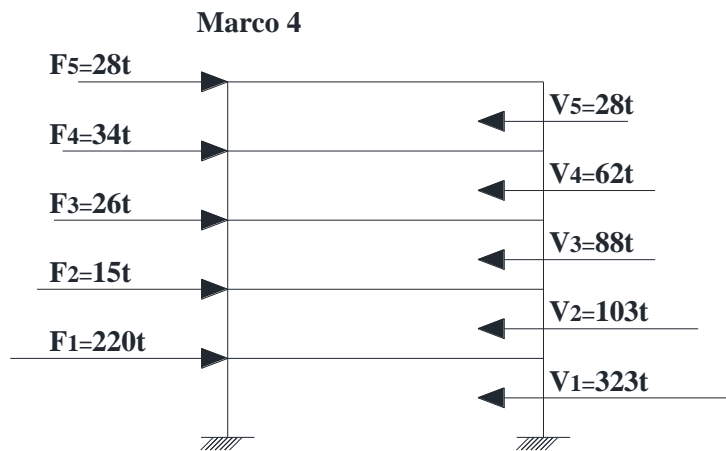
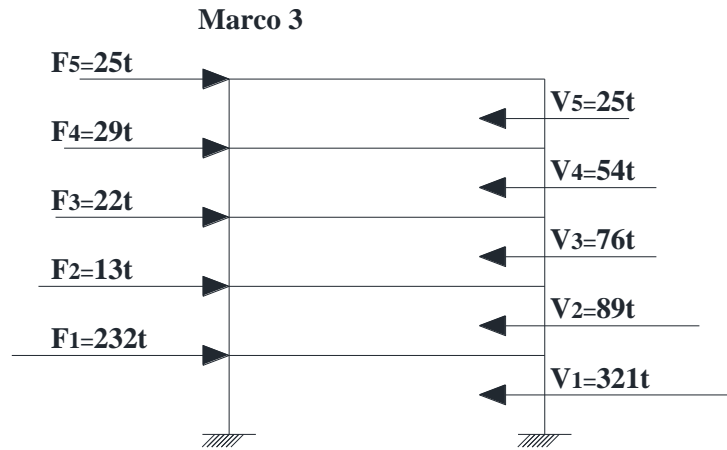
$V_{xy2} = 0.3V_m +$ valor absoluto de V_o

4.8.7 Conclusiones

Con los datos obtenidos de los cortantes en las tablas anteriores, procedemos a calcular las fuerzas de inercia por cada marco.







Con las fuerzas de inercia obtenidas de los cortantes por marco, se diseñan los elementos que constituirán la estructura, y que deberán resistir las fuerzas que actúen sobre ella.

CAPITULO 5
PLANTEAMIENTO
MATRICIAL DE
ANÁLISIS SÍSMICO

5.1 Planteamiento Matricial Análisis Sísmico

Se presenta un procedimiento matricial para el análisis sísmico estático de un edificio de 5 niveles, el cual es más general, es decir, puede emplearse para analizar plantas con marcos NO- ORTOGONALES. Se presentan varias estructuraciones en planta, primero con marcos ortogonales y después con marcos no-ortogonales.

A continuación se muestra la planta y elevación arquitectónica como ejemplo.

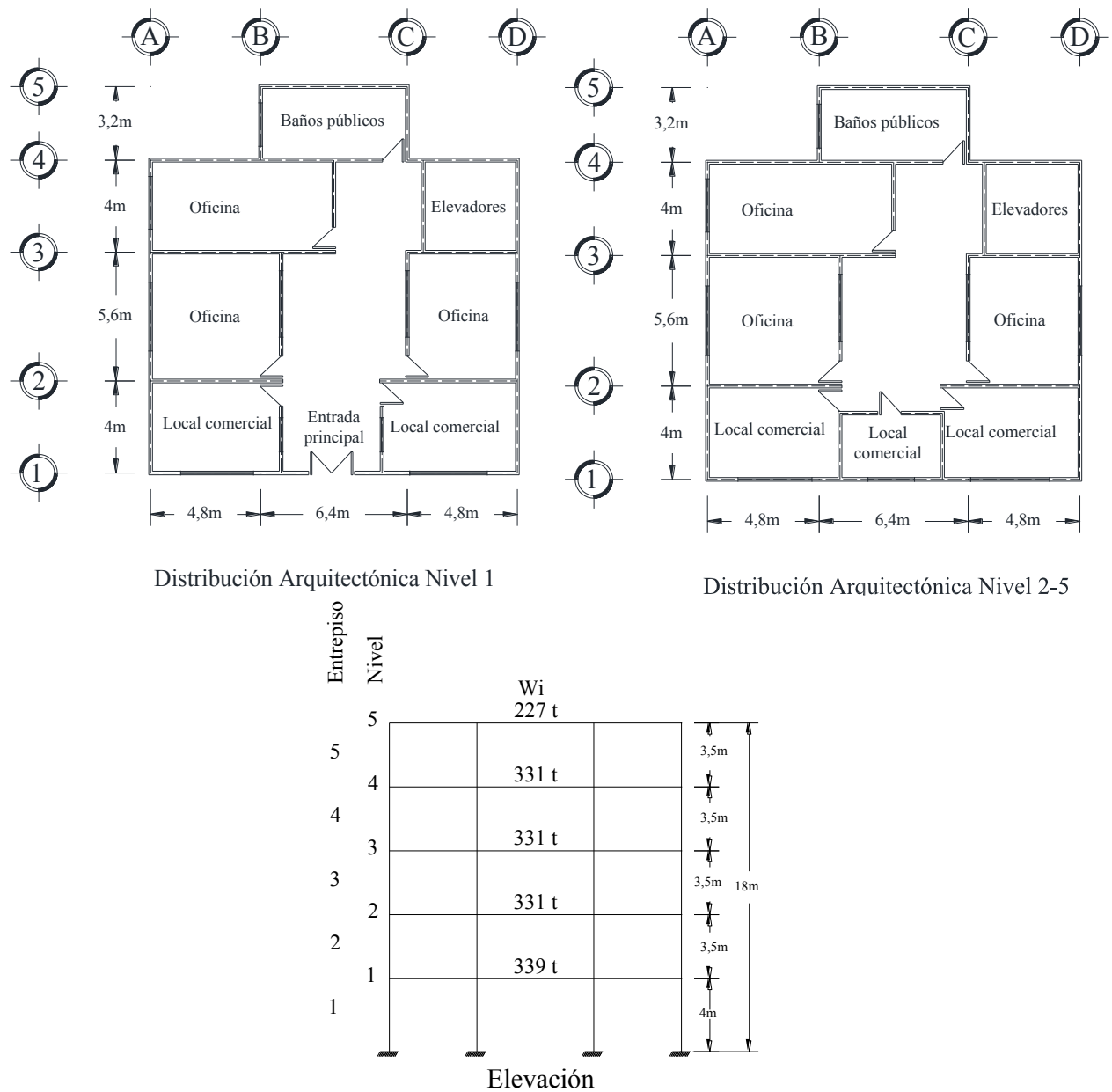


Figura 5.1 Elevación y distribución del edificio de 5 niveles

Teniendo en consideración con el capítulo 4, se tienen las siguientes características del edificio.

D) Características de la estructura

- ⊕ Número de niveles: 5 niveles
- ⊕ Altura entre ejes: El 1er entrecimso será 4m, el resto de 3.5 m
- ⊕ Altura total: 18 m
- ⊕ Longitud dirección y: 16.8 m
- ⊕ Longitud dirección x: 16 m
- ⊕ Área de la planta: 268.8 m²
- ⊕ Tipo de cimentación: Superficial
- ⊕ Uso de proyecto: Oficinas
- ⊕ Tipo de estructura: Grupo B (Art. 174, RDF)
- ⊕ Tipo de muro: ESTRUCTURAL.
- ⊕ Columnas: 40 x 60 cm
- ⊕ Trabes: 25 x 50 cm
- ⊕ Resistencia del concreto: $f'c = 250 \text{ kg/m}^2$
- ⊕ Módulo de elasticidad: $E_c = 14000 \sqrt{f'c}$

E) Característica de la zona

- ⊕ Clasificación del suelo: lacustre, integrada por depósitos de arcilla altamente comprensible, por capas arenosas con contenido de limo y arcilla.
- ⊕ Ubicación coordenadas: latitud 19° 29', longitud de - 99° 10'
- ⊕ Zona: III c
- ⊕ Coeficiente sísmico c: 0.40
- ⊕ Factor de ductilidad Q: 2

Análisis de Cargas:

Se procede ahora a realizar el cálculo del análisis de cargas para cada tipo de muro y de las losas.

Muro de Baño Exterior e Interior				
Elemento	Espesor m	Peso Volumetrico ton/m ³	Ton/m ²	Croquis
Muro de tabique recocido	0.12	1.60	0.19	
Yeso	0.02	1.50	0.03	
Aplanado cemento-arena	0.02	2.10	0.04	
Azulejo	-	-	0.02	
Sumatoria=			0.28	

Muro Exterior				
Elemento	Espesor m	Peso Volumetrico ton/m ³	Ton/m ²	Croquis
Muro de tabique recocido	0.12	1.60	0.19	
Yeso	0.02	1.50	0.03	
Aplanado cemento-arena	0.02	2.10	0.04	
Sumatoria=			0.26	

Análisis de Carga de Losa de Entrepiso (Baño)			
Concepto	Espesor m	Peso Volumetrico t/m ³	t/m ²
1.- Loseta	-	-	0.01
2.-Capa de Transición tezontle	0.10	1.60	0.16
3.- Concreto Reforzado	0.12	2.40	0.29
4.- Casetón de espuma de Polietileno	0.20	0.01	0.00
5.- Falso Plafón e Instalaciones	-	-	0.04
(N.T.C criterio 5.1.2) Carga Muerta W _{cm} = 0.04 t/m ²			0.04
(N.T.C tabla 6.1) Uso oficinas = 0.250 t/m ²			0.25
W _u =			0.79

Análisis de Carga de Losa de Entrepiso			
Concepto	Espesor m	Peso Volumetrico t/m ³	t/m ²
1.- Loseta	-	-	0.01
2.- Mortero, cemento, arena	0.020	2.10	0.04
3.- Concreto Reforzado	0.120	2.40	0.29
4.- Casetón de espuma de Polietileno	0.200	0.01	0.00
5.- Falso Plafón e Instalaciones			0.04
(N.T.C criterio 5.1.2) Carga Muerta= 0.04 t/m ²			0.04
(N.T.C tabla 6.1) Uso oficinas= 0.250 t/m ²			0.25
W _u =			0.67

Análisis de Carga de Losa de Azotea.			
Concepto	Espesor m	Peso Volumetrico	t/m ²
1.- Enladrillado	0.02	1.50	0.03
2.- Mortero, cemento, arena	0.02	2.10	0.04
3.- Impermeabilizante.	-	-	0.01
4.- Concreto Reforzado.	0.12	2.40	0.29
5.- Falso Plafón.	-	-	0.04
Carga Muerta= 0.04 t/m ²			0.04
Carga Viva, W _{cv} (azotea con < 5%)= 0.1 t/m ²			0.10
W _u =			0.55

5.1.1 Cálculo de Rigidez y Distribución por Entrepiso

Se puede calcular la rigidez de entrepiso con las fórmulas de Wilbur si los marcos son regulares.

Para fines de éste trabajo, las rigideces fueron obtenidas empleando un programa de computadora, se aplicó una carga lateral de 1000 t en el último nivel, especificando las medidas de alturas de cada entrepiso, distancias entre ejes, trabes, columnas y rigidez de la estructura, una vez introducidos los datos correspondientes se analiza el marco mediante un programa, observando el desplazamiento lateral en cada nivel provocado por la fuerza aplicada. La rigidez se obtendrá como se muestra en la fig. 5.2. Este procedimiento se realizará por cada marco y ambas direcciones.

En este caso:

$$F_5 = 1000 \text{ t} = V_5 = V_4 = V_3 = V_2 = V_1$$

$$F_4 = F_3 = F_2 = F_1 = 0$$

$$k_5 = \frac{V_5}{\Delta_5}$$

$$k_4 = \frac{V_4}{\Delta_4} = \frac{V_5}{\Delta_4}$$

$$k_3 = \frac{V_3}{\Delta_3} = \frac{V_5}{\Delta_3}$$

$$k_2 = \frac{V_2}{\Delta_2} = \frac{V_5}{\Delta_2}$$

$$k_1 = \frac{V_1}{\Delta_1} = \frac{V_5}{\Delta_1}$$

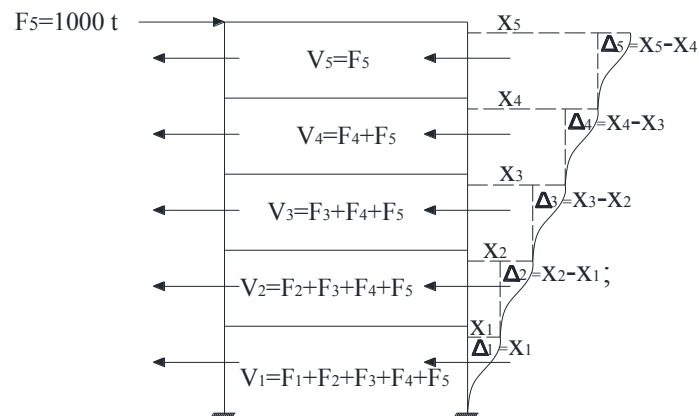


Figura 5.2 Cálculo de Rigideces del Marco 5, donde X_i es el desplazamiento total y Δ_i es desplazamiento relativo

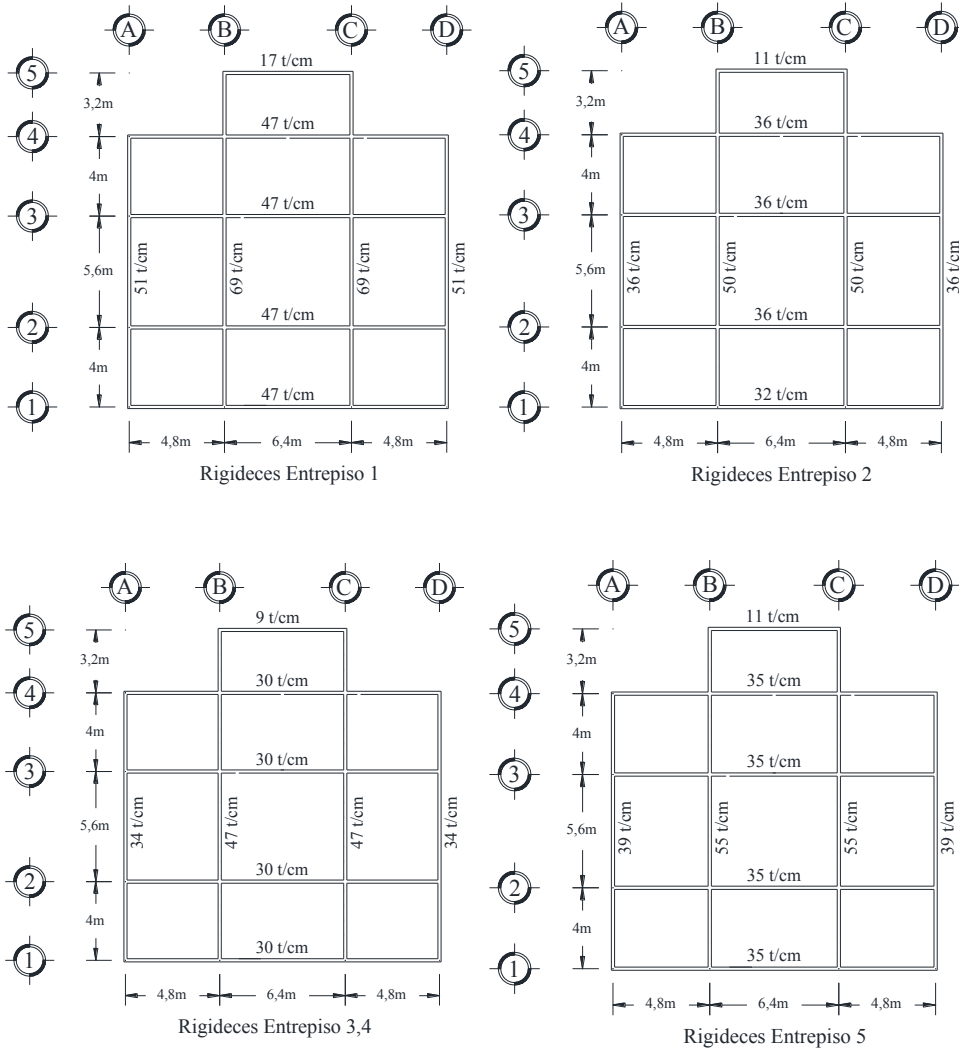


Figura 5.3 Distribución de rigidez por entreciso

5.1.2 Cálculo del Centro de Masas o Centro de Cargas CM

En todo análisis ya sea sísmico estático o dinámico es de gran importancia conocer el centro de masas, debido a que es el punto donde actuará la fuerza de inercia debido al sismo.

La ubicación del centro de masas o centro de cargas en la dirección “x” y “y” se calculará con las siguientes expresiones:

$$\bar{X} = \frac{\sum W_i X_i}{W_T} \quad (5.1)$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum W_i Y_i}{W_T} \quad (5.2)$$

El centroide de cargas es la resultante de cargas en cada nivel. Para calcular el centroide o centro de cargas por nivel habrá que definir el sistema estructural de la edificación, debe incluir:

- a) Pesos de Muros Estructurales.
- b) Pesos de Muros no Estructurales.
- c) Carga para el diseño por sismo.
 - ⊕ Carga Muerta CM.
 - ⊕ Carga Viva por Sismo ó accidental.

a) Muros estructurales.- si están ligados a la estructura, se considera el 50% de su peso en el nivel superior y el 50% en el inferior.

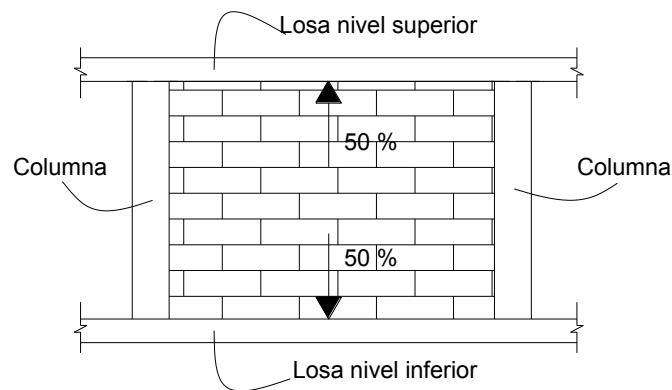


Figura 5.4 Esquema de muro estructural

b) Muros no estructurales.- no están ligados a la estructura y el 100% de su peso se considera actuando en el nivel inferior.

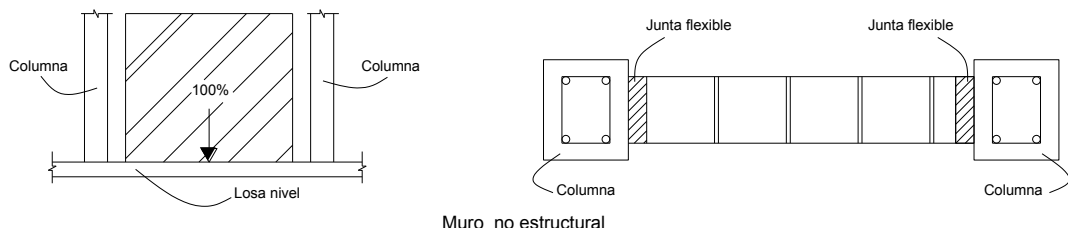


Figura 5.5 Esquemas de muro no estructural

c) Cargas para el Diseño por Sismo

Las cargas que actúan sobre la estructura, en el **Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (RCDF)** establece el empleo de acciones permanentes, variables y accidentales. De las cargas variables, la carga viva es la más importante. En las Normas Técnicas Complementarias sobre Criterios y Acciones para Diseño Estructural de las Edificaciones (NTC CRITERIOS) se presenta la tabla 6.1 en la cual se pueden apreciar las magnitudes de diseño denominadas Carga máxima W_m , instantánea W_a y media W de la carga viva, en KN/m^2 (kg/m^2). En este documento se considerarán las cargas unitarias con unidades kg/m^2 , por lo tanto se considera la carga para el diseño por sismo como:

$W_{DS} = (\text{acciones permanentes} + \text{acciones variables})$, Es decir;

$$W_{DS} = (C_M + W_a)$$

dónde:

W_{DS} = Cargas para diseño sísmico.

C_M = Carga muerta, es el peso propio de cada elemento, más la suma de los pesos de todos los muros de los elementos constructivos, así como los acabados y a todo aquel elemento el cual su posición es permanente cuyo peso no cambia sustancialmente con el tiempo.

W_a = Carga viva, son las fuerzas que se producen por el uso y ocupación de las edificaciones y que no tienen carácter permanente. La carga instantánea W_a se deberá usar para diseño sísmico y por viento y cuando se revisen distribuciones de carga más desfavorables que la uniformemente repartida sobre toda el área.

5.1.2.1 Distribución de Muros en Cada Nivel y Calculo del Centro de Cargas de Muros

Teniendo en cuenta en el plano arquitectónico de la figura 5.1, Se procede a enumerar cada muro de la estructura en cada dirección para realizar los cálculos con mayor eficiencia, así como sus características; longitud y distancia al centroide de cada muro con respecto a ambos ejes de la estructura, con el fin de calcular el centro de cargas por nivel.

A continuación se presenta en el esquema la numeración y la ubicación del centroide de cada muro.

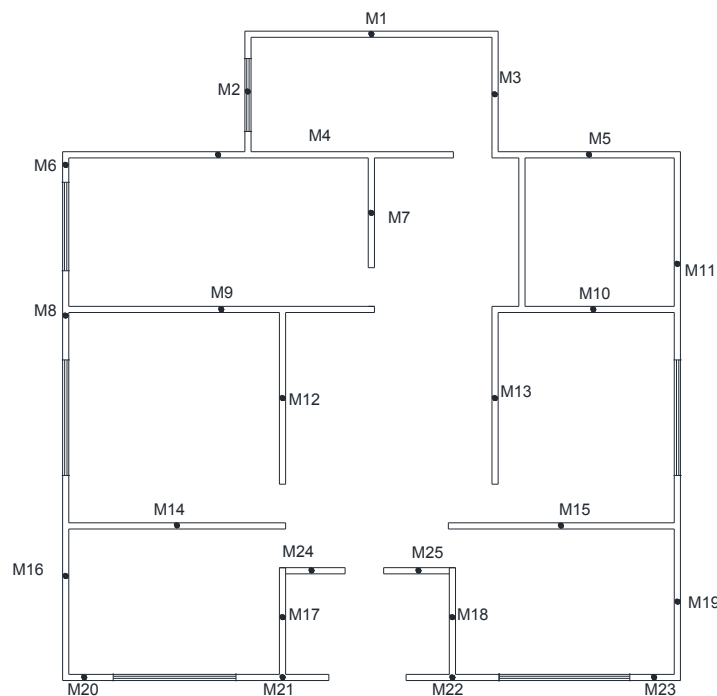


Figura 5.6 Ubicación del centroide de cada muro por nivel

Centro de Carga de Muros Entrepiso 1								
Concepto	Wm(t/m ²)	Coordenadas		Longitud(m)	Altura (m)	wi=H*L*Wm	WiXi	WiYi
		Xi(m)	Yi(m)					
M1	0.28	8.00	16.00	6.56	4.00	7.32	58.57	117.14
M2	0.28	4.80	15.16	3.04	4.00	3.39	16.28	51.43
M3	0.28	11.20	15.16	3.04	4.00	3.39	38.00	51.43
M4	0.28	5.06	13.60	10.02	4.00	11.18	56.58	152.08
M5	0.26	13.56	13.60	4.96	4.00	5.24	71.02	71.23
M6	0.26	0.00	13.20	0.63	4.00	0.67	0.00	8.78
M7	0.26	8.00	12.10	2.84	4.00	3.00	23.99	36.29
M8	0.26	0.00	9.45	2.31	4.00	2.44	0.00	23.05
M9	0.26	4.12	9.60	7.99	4.00	8.44	34.76	81.00
M10	0.26	13.48	9.60	4.80	4.00	5.07	68.33	48.66
M11	0.26	16.00	10.91	5.23	4.00	5.52	88.37	60.25
M12	0.26	5.70	7.30	4.44	4.00	4.69	26.73	34.23
M13	0.26	11.20	7.30	4.44	4.00	4.69	52.51	34.23
M14	0.26	2.96	4.00	5.70	4.00	6.02	17.82	24.08
M15	0.26	12.92	4.00	5.93	4.00	6.26	80.91	25.05
M16	0.26	0.00	2.65	5.38	4.00	5.68	0.00	15.06
M17	0.26	5.70	1.54	2.84	4.00	3.00	17.09	4.62
M18	0.26	10.10	1.54	2.84	4.00	3.00	30.29	4.62
M19	0.26	16.00	2.65	5.39	4.00	5.69	90.98	15.07
M20	0.26	0.74	0.00	1.15	4.00	1.21	0.90	0.00
M21	0.26	5.70	0.00	2.41	4.00	2.54	14.51	0.00
M22	0.26	10.10	0.00	2.41	4.00	2.54	25.70	0.00
M23	0.26	15.27	0.00	1.23	4.00	1.30	19.83	0.00
Sumatoria=						102.29	833.18	858.29

Tabla 5.2 Centro de cargas de muros entrepiso 1

$$\sum W_i = W_T$$

$$W_i \bar{Y} = \sum W_i x_i$$

Despejando \bar{X} y \bar{Y} resulta:

$$\bar{X} = \frac{\sum W_i X_i}{W_T} = \frac{833.18}{102.29} = 8.15$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum W_i X_i}{W_T} = \frac{858.29}{102.29} = 8.39$$

Las expresiones anteriores son la ecuaciones 5.1 y 5.2 planteadas anteriormente.

Este procedimiento se realizará para cada entrepiso, considerando muros, columnas y trabes obteniéndose en la tabla 5.5 el resumen de los centros de cargas CC, de cada entrepiso en ambas dirección “X” y “Y”.

Centro de Carga de Columnas Nivel 1								
Columna No.	Wm(t/ML)	Coordenadas		Longitud(m)	Altura (m)	wi=H*L*Wm	WiXi	WiYi
		Xi(m)	Yi(m)					
1	0.61	4.92	16.50	0.6	4.00	1.45	7.16	24.00
2	0.61	11.20	16.80	0.6	4.00	1.45	16.29	24.43
3	0.61	0.00	13.40	0.6	4.00	1.45	0.00	19.49
4	0.61	4.80	13.38	0.6	4.00	1.45	6.98	19.46
5	0.61	11.20	13.38	0.6	4.00	1.45	16.29	19.46
6	0.61	15.80	13.38	0.6	4.00	1.45	22.98	19.46
7	0.61	0.00	9.60	0.6	4.00	1.45	0.00	13.96
8	0.61	4.80	9.60	0.6	4.00	1.45	6.98	13.96
9	0.61	11.20	9.60	0.6	4.00	1.45	16.29	13.96
10	0.61	15.80	9.60	0.6	4.00	1.45	22.98	13.96
11	0.61	0.00	4.00	0.6	4.00	1.45	0.00	5.82
12	0.61	4.80	4.00	0.6	4.00	1.45	6.98	5.82
13	0.61	11.20	4.00	0.6	4.00	1.45	16.29	5.82
14	0.61	15.80	4.00	0.6	4.00	1.45	22.98	5.82
15	0.61	0.00	0.00	0.6	4.00	1.45	0.00	0.00
16	0.61	4.80	0.00	0.6	4.00	1.45	6.98	0.00
17	0.61	11.20	0.00	0.6	4.00	1.45	16.29	0.00
18	0.61	15.80	0.00	0.6	4.00	1.45	22.98	0.00
Sumatoria=						26.18	208.44	205.42

Tabla 5.3 Tabla de centro de cargas de columnas

Centro de Carga de Trabes								
Trabe No.	Wm(t/ML)	Coordenadas		Longitud(m)	Altura (m)	wi=H*L*Wm	WiXi(t*m²)	WiYi(t*m²)
		Xi(m)	Yi(m)					
1	0.33	8.00	16.80	5.76	0.50	0.95	7.60	15.97
2	0.33	4.80	14.95	2.54	0.50	0.42	2.01	6.27
3	0.33	11.20	14.95	2.54	0.50	0.42	4.69	6.27
4	0.33	2.50	13.60	4.20	0.50	0.69	1.73	9.42
5	0.33	8.00	13.60	6.00	0.50	0.99	7.92	13.46
6	0.33	13.50	13.60	4.20	0.50	0.69	9.36	9.42
7	0.33	0.00	11.50	3.20	0.50	0.53	0.00	6.07
8	0.33	4.80	11.50	3.18	0.50	0.52	2.52	6.03
9	0.33	11.20	11.50	3.18	0.50	0.52	5.88	6.03
10	0.33	16.00	11.50	3.18	0.50	0.52	8.40	6.03
11	0.33	2.50	9.60	4.20	0.50	0.69	1.73	6.65
12	0.33	8.00	9.60	6.00	0.50	0.99	7.92	9.50
13	0.33	13.50	9.60	4.20	0.50	0.69	9.36	6.65
14	0.33	0.00	6.84	5.00	0.50	0.83	0.00	5.64
15	0.33	4.80	6.80	5.00	0.50	0.83	3.96	5.61
16	0.33	11.20	6.80	5.00	0.50	0.83	9.24	5.61
17	0.33	16.00	6.80	5.00	0.50	0.83	13.20	5.61
18	0.33	2.50	4.00	4.20	0.50	0.69	1.73	2.77
19	0.33	8.00	4.00	6.00	0.50	0.99	7.92	3.96
20	0.33	13.50	4.00	4.20	0.50	0.69	9.36	2.77
21	0.33	0.00	2.15	3.10	0.50	0.51	0.00	1.10
22	0.33	4.80	2.15	3.10	0.50	0.51	2.46	1.10
23	0.33	11.20	2.15	3.10	0.50	0.51	5.73	1.10
24	0.33	16.00	2.15	3.10	0.50	0.51	8.18	1.10
25	0.33	2.50	0.00	4.20	0.50	0.69	1.73	0.00
26	0.33	8.00	0.00	6.00	0.50	0.99	7.92	0.00
27	0.33	13.60	0.00	4.40	0.50	0.73	9.87	0.00
Sumatoria=						18.77	150.42	144.17

Tabla 5.4 Tabla de centro de cargas de trabes

Calculo Centro de Carga de Muros		
Nivel	\bar{x}	\bar{y}
1	8.15	8.39
2	8.14	8.21
3	8.14	8.21
4	8.14	8.21
5	8.14	8.21

Tabla 5.5 Tabla resumen de centro cargas de muros

Centro de Carga de Columnas		
Nivel 1-5	\bar{x}	\bar{y}
Columnas	7.96	7.85

Tabla 5.6 Tabla resumen de centro cargas de columnas

Centro de Carga de Trabes		
Nivel 1-5	\bar{x}	\bar{y}
Trabes	8.0	7.68

Tabla 5.7 Tabla resumen de centro cargas de trabes

5.1.3 Cálculo de Centro de Cortante CV

El centro de cortante CV, es el punto entre dos niveles consecutivos, es decir, en el entrepiso que es la posición resultante de la fuerza de inercia del sismo que toma en cuenta la influencia de los centros de carga de los niveles superiores.

Centro de Gravedad Nivel 1					
Concepto	$W_i(t)$	$\bar{X}_i(m)$	$\bar{Y}_i(m)$	$W_i X_i(t*m)$	$W_i Y_i(t*m)$
1/2 Muros Estructurales Entrepiso 1	44.30	8.15	8.39	360.85	371.73
1/2 Muros Estructurales Entrepiso 2	38.76	8.14	8.21	315.47	318.30
Muros No Estructurales Entrepiso 2	14.97	8.14	8.21	121.82	122.91
Losa de entrepiso Nivel 1	146.23	8.08	6.88	1181.52	1006.04
Losa de entrepiso Baño Nivel 1	16.18	8.08	15.36	130.73	248.51
Trabes Nivel 1	37.69	8.0	7.68	301.95	289.41
1/2 Columnas Entrepiso 2	21.82	7.96	7.85	173.70	171.18
1/2 Columnas Entrepiso 1	21.82	7.96	7.85	173.70	171.18
Sumatoria=	341.76			2759.74	2699.27

Dónde:

$$X_M = \frac{\sum W_i X_i}{\sum W_i} = \frac{2759.74}{341.76} = 8.07$$

$$Y_M = \frac{\sum W_i Y_i}{\sum W_i} = \frac{2699.27}{341.76} = 7.90$$

Siguiendo la misma metodología se obtienen los centros de cargas de los niveles restantes, el cual se observa en la siguiente tabla.

Calculo del Centro de Carga		
Nivel	\bar{x} m (m)	\bar{y} m (m)
1	8.08	7.90
2	8.07	7.87
3	8.07	7.87
4	8.07	7.87
5	8.07	7.32

5.1.4 Análisis Sísmico Estático y Cálculo de Centro de Cortante (CV)

Según la ecuación (8.1) de las N.T.C. – Sismo/04:

$$F_i = \frac{c}{Q'} \frac{\sum W_i}{\sum W_i h_i} W_i h_i \quad (5.5)$$

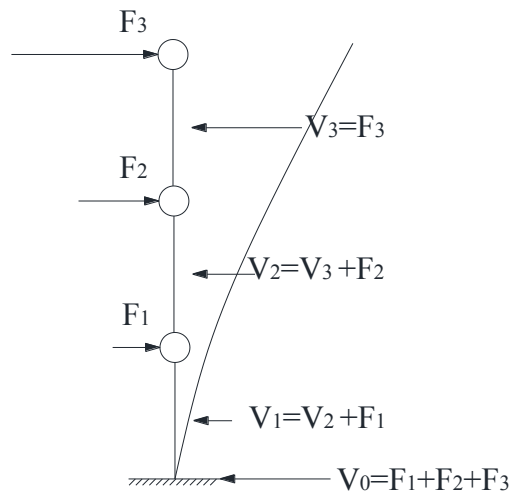


Figura 5.7 Distribución de fuerzas de inercia F_i y fuerzas cortantes V_i

$$F_i = m_i a_i \quad (5.6)$$

Aplicando la ecuación 8.1 de las NTC del diseño por sismo, nos permite conocer las fuerzas de inercias y cortante en cada nivel como se muestra a continuación:

Fuerzas de Inercia y Cortante en Dirección X						
Nivel	Entrepiso	Hi (m)	Wi (t)	WiHi (t*m)	Fi (t)	Vi(t)
5		18	227	4086	97	
	5					97
4		14.5	331	4800	114	
	4					211
3		11	331	3641	87	
	3					298
2		7.5	331	2483	59	
	2					357
1		4	339	1356	32	
	1					389
c=	0.4		1559	16366		
Q'=	1.6					

Fuerzas de Inercia y Cortante en Dirección Y						
Nivel	Entrepiso	Hi (m)	Wi (t)	WiHi (t*m)	Fi (t)	Vi(t)
5		18	227	4086	78	
	5					78
4		14.5	331	4800	91	
	4					169
3		11	331	3641	69	
	3					238
2		7.5	331	2483	47	
	2					285
1		4	339	1356	26	
	1					311
c=	0.4		1559	16366		
Q'=	2					

Tabla 5.8 Tabla de fuerzas de inercia y cortantes

Análisis sísmico estático.

$$F_i = \frac{c}{Q' \sum W_i h_i} W_i h_i \quad (5.7)$$

Donde Q' es un factor de reducción que depende de T y Q:

Q = Factor de comportamiento sísmico, que puede ser diferente en cada dirección de análisis y depende del tipo de estructuración y de los materiales, acero, concreto, mampostería, etc.

En éste caso:

$$Zona 3c = 0.4$$

$$Q_x = 1.6$$

$$Q_y = 2$$

Q' = Depende des periodo fundamental (T_n) de vibración en cada dirección de análisis.

$Q' = Q$, cuando $T_n > T_a$ ó si se desconoce T_n .

$Q' =$ Se reduce cuando $T_n < T_a$ para estructuras muy rígidas.

Centro de Gravedad o de Cargas en la Dirección X							
Nivel	Entrepiso	Fi	Vix	yi	Fi yi	$\sum Fi Yi$	yv
5		97		7.32	710.04	710.04	7.32
	5		97				
4		114		7.87	897.18	1607.22	7.62
	4		211				
3		87		7.87	684.69	2291.91	7.69
	3		298				
2		59		7.87	464.33	2756.24	7.72
	2		357				
1		32		7.90	252.8	3009.04	7.74
	1		389				

Centro de Gravedad o de Cargas en la Dirección Y							
Nivel	Entrepiso	Fi	Viy	xi	Fi xi	$\sum Fi xi$	xv
5		78		8.07	629.46	629.46	8.07
	5		78				
4		91		8.07	734.37	1363.83	8.07
	4		169				
3		69		8.07	556.83	1920.66	8.07
	3		238				
2		47		8.07	379.29	2299.95	8.07
	2		285				
1		26		8.08	210.08	2510.03	8.07
	1		311				

Tabla 5.9 Tablas de centros de cortantes sísmicos y su posición en el entrepiso X_v y Y_v .

Tomando momento estáticos de las fuerzas inercias F_i , considerando su distribución con respecto a la altura.

$$Xv_i V_i = \sum F_i X_i \quad (5.8)$$

$$Xv_i = \frac{\sum F_i X_i}{V_i} = \frac{621.39}{77} = 8.07 \quad (5.9)$$

Análogamente, tenemos:

$$Yv_i = \frac{\sum F_i Y_i}{V_i} = \frac{710.04}{97} = 7.32 \quad (5.10)$$

(Xv_i, Yv_i) Centro de cortante ó centro de masas corregido, ya que, se consideró la posición de los centros de masa de los niveles superiores.

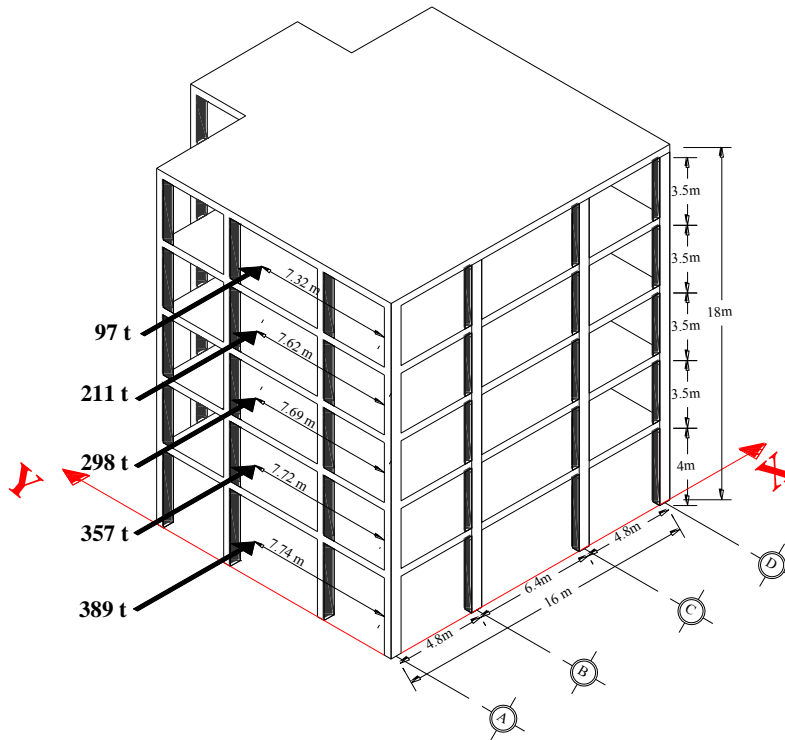


Figura 5.9 distribución de fuerzas de inercia en “X”

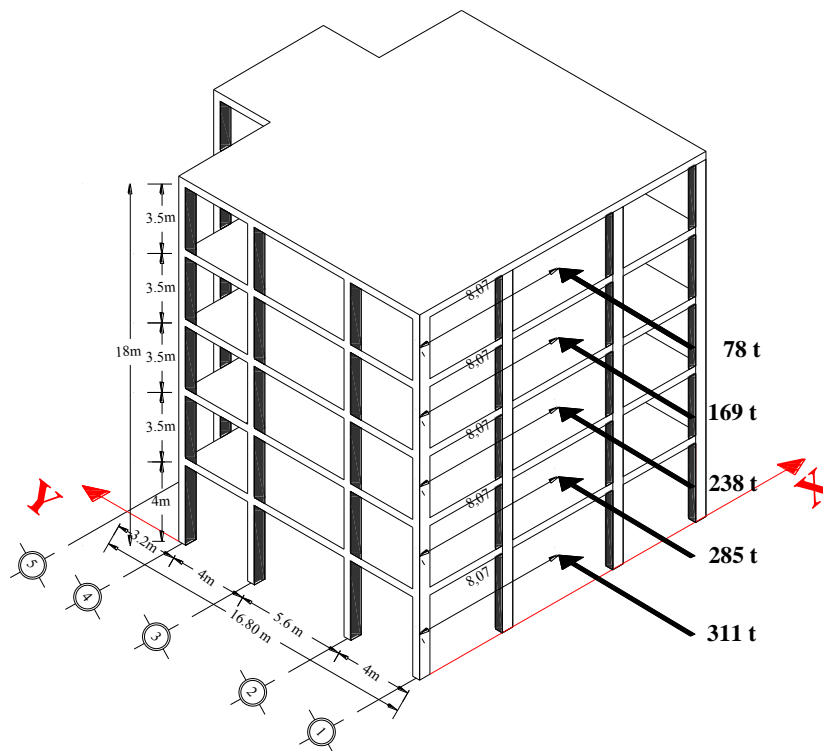


Figura 5.8 distribución de fuerzas de inercia en “Y”

5.2 Determinación del Centro de Torsión

Cuando se tiene una estructuración con marcos ortogonales, el centro de torsión se puede calcular como:

$$X_T = \frac{\sum Ky_i X_i}{\sum Ky_i}; Y_T = \frac{\sum Kx_i Y_i}{\sum Kx_i} \quad (5.44), (5.45)$$

La fuerza cortante sísmica actúa en el centro de cortante y si hay excentricidad e_{sx} con respecto al centro de torsión CT, se produce un momento torsionante $M_T = V_i e_{sx}$.

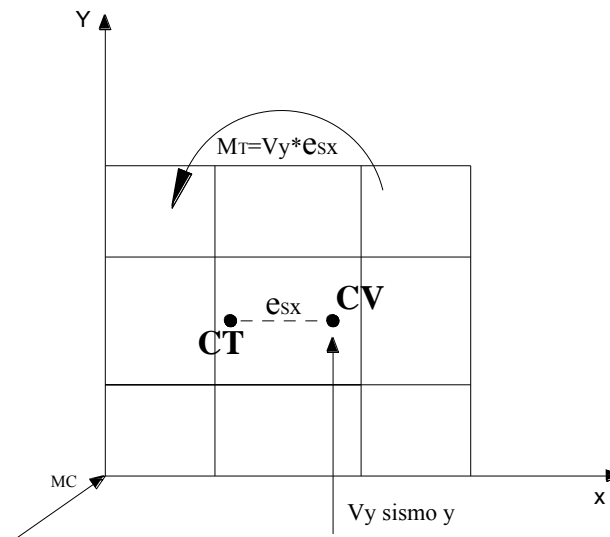


Figura 5.10 Ubicación del centro de torsión

El centro de torsión es la resultante de la distribución de rigideces en cada nivel.

5.2.1 Determinación del Centro de Torsión para Marcos No-Ortogonales

Para una estructura que tiene una estructuración en planta con marcos y muros que no sean ortogonales, como se muestra en la siguiente figura.

- A) La dirección o ángulo de cada marco o muro estructural debe tomarse con respecto al SISTEMA GLOBAL.

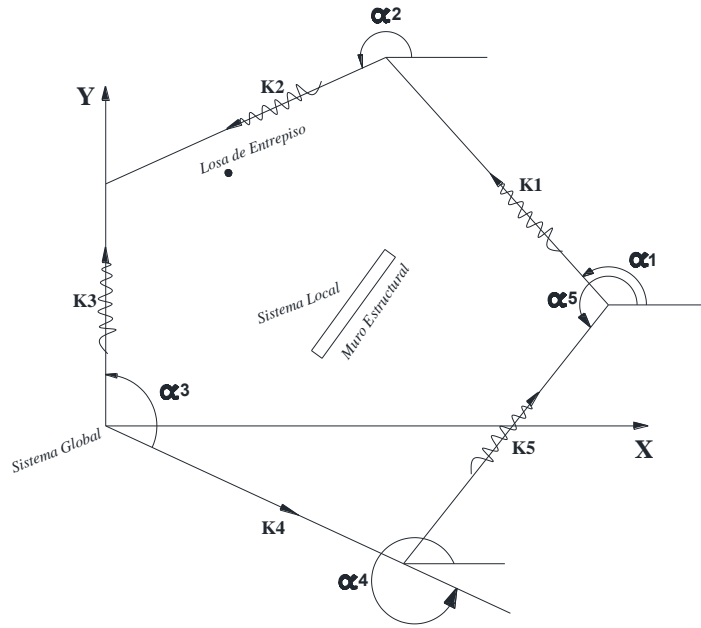


Figura 5.11 Planta de un sistema de marcos no ortogonales

- B) Determinar las coordenadas del centroide $P(X, Y)$, de cada marco ó muro.
- C) Determinar un vector de posición R del origen del sistema global al centroide del marco ó muro.

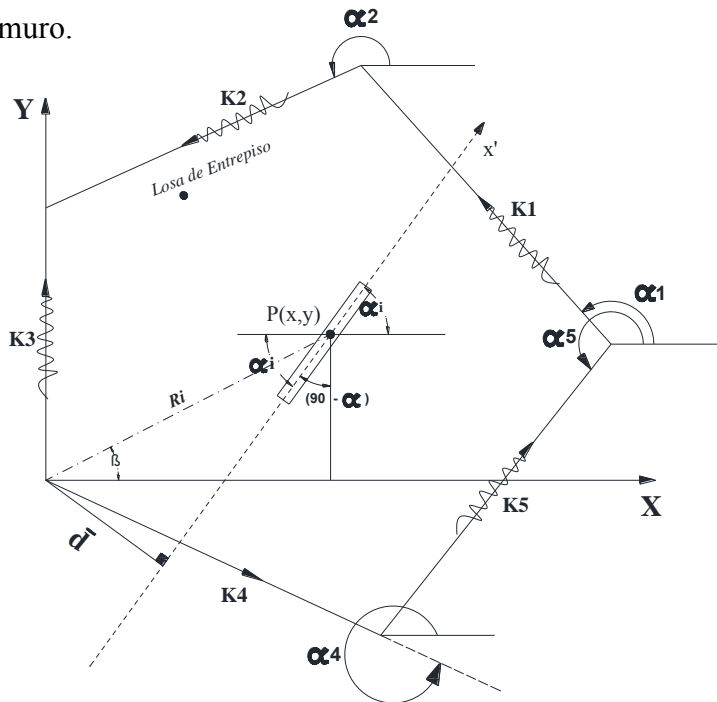


Figura 5.12 Ubicación del vector de posición R

Dónde:

$\bar{d} \cong$ Distancia perpendicular a la línea de acción

R_i = Vector de posición de un punto sobre la línea de acción del muro o marco $P(x,y)$

X' = Eje local u orientación del marco

$P(x,Y)$ = Coordenadas del marco o muro

X,Y = Coordenadas globales

Si trasladamos las coordenadas del muro a la distancia perpendicular a la línea de acción y posteriormente le damos un giro de 90° observamos que \bar{d} con respecto al eje X de la coordenada global tendrá un ángulo de $(90-\alpha)$.

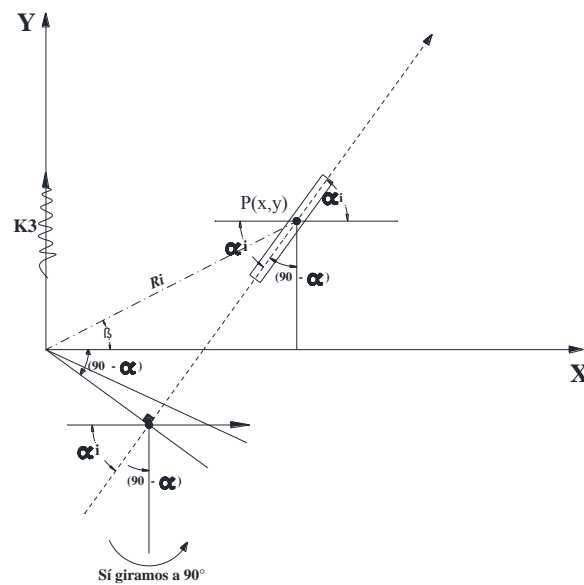


Figura 5.13 Traslación de coordenadas del sistema global al local

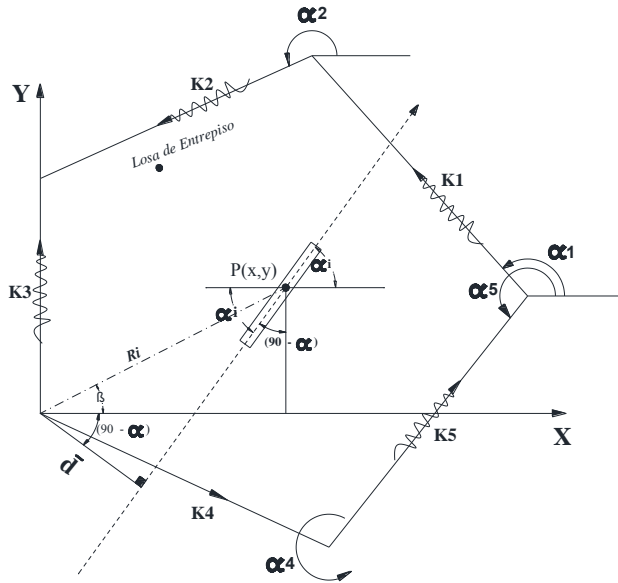


Figura 5.14 Coordenadas trasladadas del sistema global al local

$$R = \sqrt{x^2 + y^2} \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix}; \text{ coordenadas del centroide del marco ó muro}$$

$$\tan \beta = \frac{y}{x}; \tan^{-1} \frac{y}{x} = \beta; x \neq 0$$

$$\text{Si } x = 0 \quad \beta = 90^\circ$$

$$\text{Si } y = 0 \quad \beta = 0^\circ$$

$$d = R \cos[(90 - \alpha) + \beta] \tag{5.11}$$

Por lo tanto de cada marco hay que definir R_i , α_i , $P(x,y)$.

5.3 Repaso de Análisis Estructural

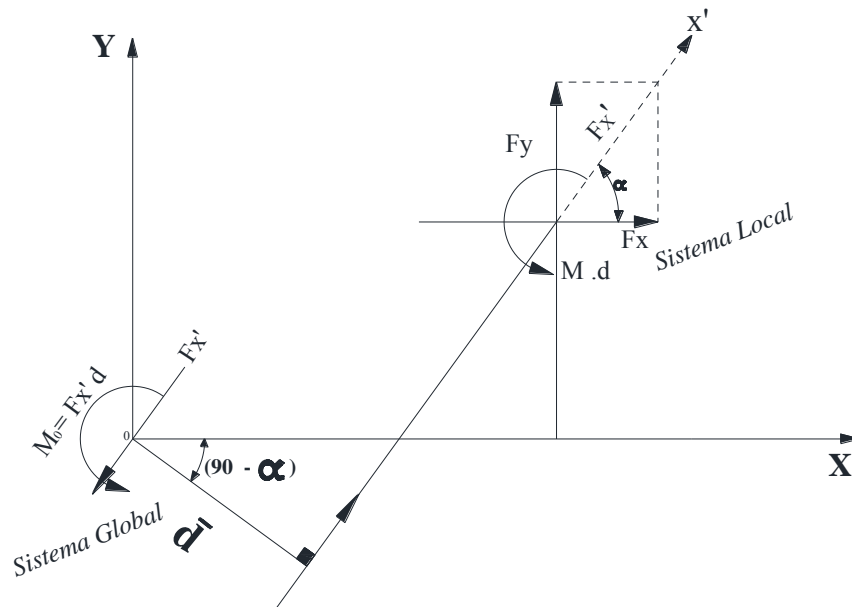


Figura 5.15 Transformación de fuerzas del sistema local al global

5.3.1 Transformación de Fuerzas del Sistema Local al Global

X' indica el sistema global

$$F_X = F_{X'} \cos \alpha$$

$$F_Y = F_{X'} \sin \alpha$$

$M_0 = F_{X'} d$ Momento con respecto origen del sistema global

$$\begin{Bmatrix} F_X \\ F_Y \\ M_0 \end{Bmatrix}_{3 \times 1} = \begin{Bmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \\ d \end{Bmatrix} \{F' x\} \quad (5.12)$$

SISTEMA GLOBAL ← SISTEMA LOCAL

Se llamará transformador de fuerzas del sistema local al global a:

$$T = \begin{Bmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \\ d \end{Bmatrix}$$

Entonces:

$$F = TF' \quad (5.13)$$

5.3.2 Transformación de Desplazamientos del Sistema Global al Local

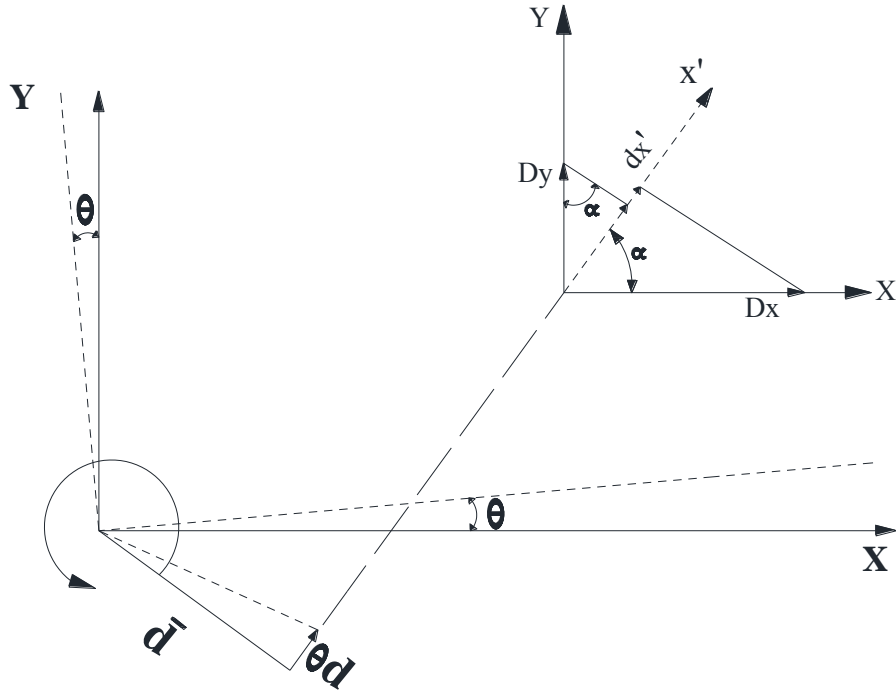


Figura 5.16 Transformación de desplazamientos del sistema global al local

$$d'x = dx \cos \alpha + dy \sin \alpha + \theta d$$

$$\{dx'\} = \{\cos \alpha \quad \sin \alpha \quad \bar{d}\} \begin{Bmatrix} Dx \\ Dy \\ \theta \end{Bmatrix} \quad (5.14)$$

Sistema Local



Sistema Global

$$d' = T^t D \quad (5.15)$$

En donde el transformador del sistema global al local es T^t :

$$T^t = \{\cos \alpha \quad \sin \alpha \quad \bar{d}\}$$

Recordamos que por equilibrio en el sistema local tenemos:

$$F' = k'd' \quad (5.16)$$

Empleando la ecuación (5.15) y sustituyendo en la (5.16):

$$d' = T^t D$$

$$\Rightarrow F' = k' T^t D$$

Pre multiplicando la ecuación anterior por el transformador T:

$$TF' = Tk'T^t D$$

Y empleando la ecuación (5.13) y sustituyendo en la ecuación anterior:

$$F = TF'$$

$$F = Tk'T^t D$$

Dónde:

$$TK'T^t = K$$

K=Matriz de rigideces en el sistema Global.

$$F = K d \quad (5.17)$$

Para pasar una matriz del sistema local al global (por entrepiso):

$$K_i = T k'_i T^t \quad (5.18)$$

$$[K]_i = \begin{Bmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \\ \bar{d} \end{Bmatrix} [k']_i \{ \{ \cos \alpha \quad \sin \alpha \quad \bar{d} \} \} \quad (5.19)$$

$$[K]_i = [k']_i \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \cos \alpha \sin \alpha & \cos \alpha d \\ \cos \alpha \sin \alpha & \sin^2 \alpha & \sin \alpha d \\ \cos \alpha d & \sin \alpha d & \bar{d}^2 \end{bmatrix}_{3 \times 3} \quad (5.20)$$

Una vez determinadas todas las K_i de todos los marcos, la rigidez total del entrepiso será: $k = \sum_{i=1}^7 k_i$ y en cada entrepiso habrá que definir P_i , α_i y K_i para cada marco o muro.

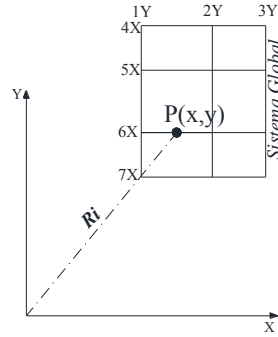


Figura 5.17 Obtención de la rigidez total por entrepiso

5.4 Procedimiento Matricial para Determinar el Centro de Torsión.

También el centro de torsión (CT) se define como el punto donde si se aplicara la fuerza de inercia sísmica, provocaría solo traslación sin rotación.

En el planteamiento que se presenta a continuación, nuestro objetivo será encontrar las coordenadas del centro de torsión X_T y Y_T .

El equilibrio en el punto 2 está dada por.

$$F_2 = K_2 d_2 \quad (5.21)$$

donde K_2 es la matriz de rigidez de todo el entrepiso referida al punto 2

Además si trasladamos las fuerzas y momentos del punto 2 al 1:

$$F x_1 = F x_2$$

$$F y_1 = F y_2$$

$$M_1 = M_2 + F x_2 L_y - F y_2 L_x$$

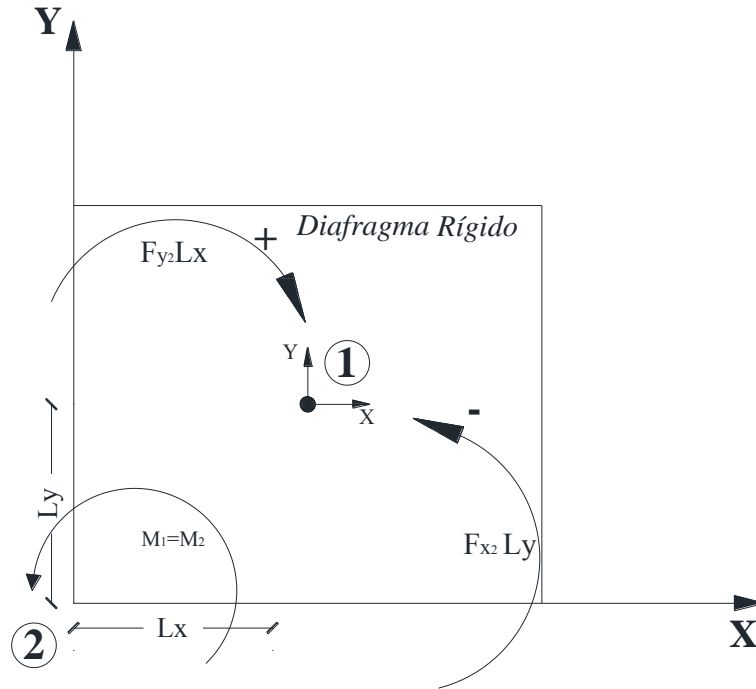


Figura: 5.18 Traslaciones de fuerzas del punto 2 al 1.

y en forma matricial:

$$\begin{Bmatrix} Fx_1 \\ Fy_1 \\ M_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ Ly & -Lx & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Fx_2 \\ Fy_2 \\ M_2 \end{Bmatrix} \quad (5.22)$$

En donde matemáticamente $H \cong$ Matriz de translación de fuerzas del punto 2 a 1:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ Ly & -Lx & 1 \end{bmatrix}$$

$$F_1 = H F_2 \quad (5.23)$$

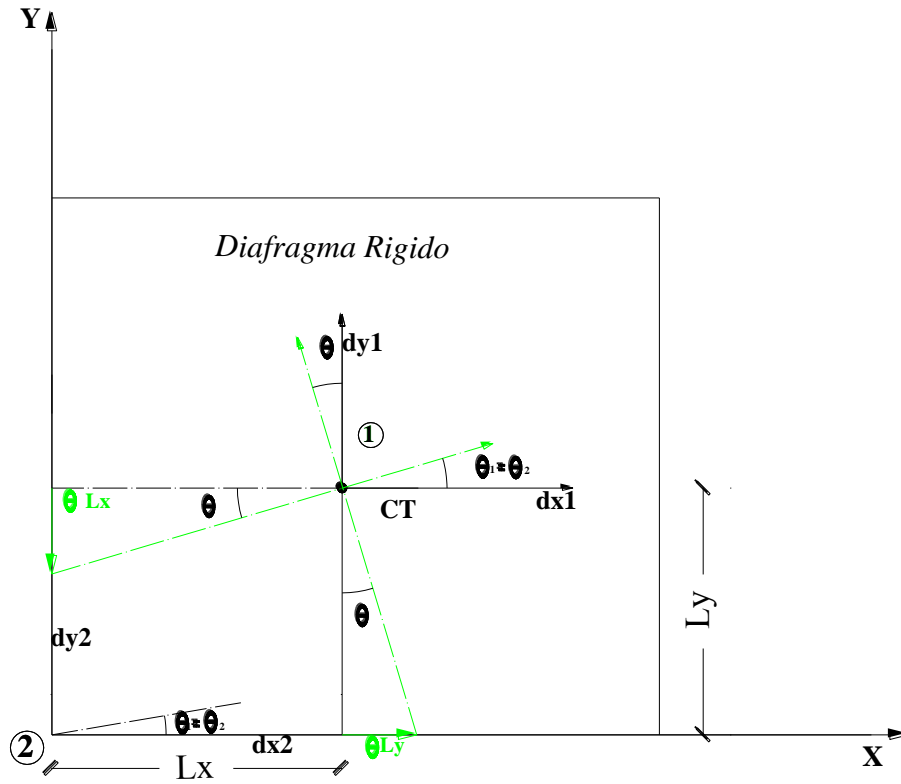


Figura 5.19 traslación de deformaciones de punto 1 a 2

$$dx_2 = dx_1 + \theta_1 Ly$$

$$dy_2 = dy_1 - \theta_1 Lx$$

$$\theta_1 = \theta_2$$

En forma matricial:

$$\begin{Bmatrix} dx_2 \\ dy_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & Ly \\ 0 & 1 & -Lx \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dx_1 \\ dy_1 \\ \theta_1 \end{Bmatrix}$$

$$d_2 = H^T d_1 \tag{5.24}$$

Y en resumen:

Transformación de Fuerzas

Transformación de Desplazamientos

$$F_1 = HF_2, \quad (5.23)$$

$$d_2 = H^T d_1 \quad (5.24)$$

Equilibrio del punto 2.

$$F_2 = K_2 d_2$$

Pre multiplicando por H:

$$HF_2 = HK_2 d_2 \quad (5.25)$$

de acuerdo a la ecuación (5.23)

$$F_1 = HF_2$$

y por la ecuación (5.24)

$$d_2 = H^T d_1$$

Entonces la expresión (5.25) se puede escribir como:

$$F_1 = HK_2 H^T d_1$$

Por lo que

$$K_1 = HK_2 H^T$$

Tendríamos la ecuación de equilibrio del punto 1 que es donde esta ubicado el CT.

$$F_1 = K_1 d_1 \quad (5.26)$$

En donde K_1 es la matriz de rigidez de entrepiso transportada del punto 2 al origen, al punto 1 o centro de torsión.

La ecuación anterior está planteada para una losa o diafragma rígido con tres grados de libertad del punto 1 o centro de torsión: dx_1 , dy_1 , y θ .

$$\begin{Bmatrix} Fx \\ Fy \\ \theta \end{Bmatrix}_1 = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix}_1 \begin{Bmatrix} dx \\ dy \\ \theta \end{Bmatrix}_1$$

Para que el sistema sufra solamente traslación habrá que desacoplar para el grado de libertad 3 (giro), de los desplazamientos, es decir, desacoplar del grado de libertad 1 y del 2, esto es $K_{13}=0$ y $K_{23}=0$.

$$[k]_1 = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & 0 \\ k_{21} & k_{22} & 0 \\ 0 & 0 & k_{33} \end{bmatrix}_1 \quad (5.27)$$

Y sustituyendo en la ecuación de equilibrio (5.31):

$$\begin{Bmatrix} Fx \\ Fy \\ M \end{Bmatrix}_1 = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & 0 \\ k_{21} & k_{22} & 0 \\ 0 & 0 & k_{33} \end{bmatrix}_1 \begin{Bmatrix} dx \\ dy \\ \theta \end{Bmatrix}_1$$

Con $k_{13} = 0$ y $k_{23} = 0$

Lo anterior, quiere decir, que si las fuerzas F_x y F_y se aplican en el punto 1 o Centro de Torsión, el giro vale cero, es decir, están desacopladas de la rotación (θ) aunque no quiere decir que la estructura no pueda girar.

Además se ha planteado que:

$$k_1 = HK_2H^T$$

$$[k]_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ Ly & -Lx & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix}_2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & Ly \\ 0 & 1 & -Lx \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Haciendo el triple producto, se obtiene los elementos K_{13} y K_{23} que con igualdad al caso según la ecuación 5.37:

$$k_{13} = k_{11}Ly - k_{12}Lx + k_{13} = 0 \quad (5.28)$$

$$k_{23} = k_{21}Ly - k_{22}Lx + k_{23} = 0 \quad (5.29)$$

En las ecuaciones anteriores tenemos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas (Lx y Ly).

Las distancias Lx y Ly son a su vez las coordenadas del Centro de Torsión (X_T, Y_T).

$$Lx = X_T \qquad Ly = Y_T$$

Las distancias Lx y Ly están referidos al punto 2, que es el origen del sistema de acuerdo a la figura 5.21.

Escribiendo las ecuaciones anteriores en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Ly \\ -Lx \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -k_{13} \\ -k_{23} \end{Bmatrix} \qquad (5.30)$$

La ecuación anterior sirve para calcular las coordenadas del Centro de Torsión para sistemas con marcos que NO SEAN ORTOGONALES.

Para elementos con marcos ortogonales:

$$k_{12} = 0 \qquad k_{21} = 0$$

Y sustituimos en la ecuación (5.30) tendríamos:

$$\begin{bmatrix} k_{11} & 0 \\ 0 & k_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Ly \\ -Lx \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -k_{13} \\ -k_{23} \end{Bmatrix} \qquad (5.31)$$

De la ecuación anterior:

$$k_{11}Ly = -k_{13} \Rightarrow Ly = \frac{k_{13}}{k_{11}}$$

$$k_{22}Lx = -k_{23} \Rightarrow Lx = \frac{k_{23}}{k_{22}}$$

Las ecuaciones (5.42) y (5.43) dan los mismos resultados que las ecuaciones comúnmente empleadas para marcos ortogonales:

$$X_T = \frac{\sum Ky_i X_i}{\sum Ky_i}; \quad Y_T = \frac{\sum Kx_i Y_i}{\sum Kx_i} \qquad (5.44), (5.45)$$

5.5 Análisis 3-D Considerando Torsión Sísmica

Para calcular el centro de torsión habrá que definir un punto o las coordenadas de cada marco o muro, su ángulo (α), así como su rigidez. Una vez definida estas variables, calcularemos la distancia perpendicular a la línea de acción (\bar{d}) y el vector de posición (R) del origen del sistema global al centroide del marco o muro.

Con la ecuación 5.20 se determinara la matriz de cada entrepiso en el sistema global, con fines de simplificar el trabajo se programó en una hoja electrónica de Excel los cálculos correspondientes como se muestra en la tabla. 5.10.

TABLA 5.10 DE RESUMEN DEL CALCULO DE LA RIGIDEZ GLOBAL DEL QUINTO ENTREPISO																
Dirección	Marco	Rigidez (t/m)	Coordenadas		Vector de posición	α (°)	β	d	cos α	sen α	cos α sin β	cos α d	sin α d	cos ² α	sin ² α	d ²
			X (m)	Y (m)												
Y	A	3,900	0.00	6.80	6.80	90	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00
	B	5,500	4.80	8.40	9.67	90	60.26	4.80	0.00	1.00	0.00	0.00	4.80	0.00	1.00	23.04
	C	5,500	11.20	8.40	14.00	90	36.87	11.20	0.00	1.00	0.00	0.00	11.20	0.00	1.00	125.44
	D	3,900	16.00	6.80	17.39	90	23.03	16.00	0.00	1.00	0.00	0.00	16.00	0.00	1.00	256.00
X	1	3,500	8.00	0.00	8.00	0	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00
	2	3,500	8.00	4.00	8.94	0	26.57	-4.00	1.00	0.00	0.00	-4.00	0.00	1.00	0.00	16.00
	3	3,500	8.00	9.60	12.50	0	50.19	-9.60	1.00	0.00	0.00	-9.60	0.00	1.00	0.00	92.16
	4	3,500	8.00	13.60	15.78	0	59.53	-13.60	1.00	0.00	0.00	-13.60	0.00	1.00	0.00	184.96
	5	1,100	8.00	16.80	18.61	0	64.54	-16.80	1.00	0.00	0.00	-16.80	0.00	1.00	0.00	282.24

Dónde:

$$R = \sqrt{x^2 + y^2} \begin{cases} x \\ y \end{cases}; \text{ coordenadas del centroide del marco ó muro}$$

$$\tan \beta = \frac{y}{x}; \tan^{-1} \frac{y}{x} = \beta; x \neq 0$$

$$\text{Si } x = 0 \quad \beta = 90^\circ$$

$$\text{Si } y = 0 \quad \beta = 0^\circ$$

$$d = R \cos[(90 - \alpha) + \beta]$$

Por lo tanto de cada marco hay que definir $R_i, \alpha_i, P(x,y)$.

Posteriormente calculamos la matriz del sistema global que nos ayudara obtener la rigidez global de cada entrepiso y en ambas direcciones.

En este caso para el entrepiso 5, para el marco A en la dirección Y se tiene la siguiente matriz:

$$[K]_i = [k']_i \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \cos \alpha \sin \alpha & \cos \alpha d \\ \cos \alpha \sin \alpha & \sin^2 \alpha & \sin \alpha d \\ \cos \alpha d & \sin \alpha d & \bar{d}^2 \end{bmatrix}_{3 \times 3} \quad (5.20)$$

Donde $[k']_i$ será la rigidez de cada marco en este caso será de 3900 ton/m, por lo tanto al sustituir los valores en la matriz se tiene a $[K]_A$, para el marco A de la dirección Y del entrepiso 5;

$$[K]_A = [3900] \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3900 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Análogamente este procedimiento se realiza para cada marco y para cada dirección, una vez obtenida la matriz $[K]_i$ de cada marco se suman para obtener la matriz global .

$$[K]_{global\ 5} = \begin{bmatrix} 15\ 100 & 0 & -113\ 680 \\ 0 & 18\ 800 & 150\ 400 \\ -113\ 680 & 150\ 400 & 3\ 151\ 424 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

Para calcular el centro de torsión utilizamos la ecuación 5.41.

$$\begin{bmatrix} k'_{11} & 0 \\ 0 & k'_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Ly \\ -Lx \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -k'_{13} \\ -k'_{23} \end{Bmatrix} \quad (5.41)$$

Sustituyendo valores nos queda

$$\begin{bmatrix} 15100 & 0 \\ 0 & 18800 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Ly \\ -Lx \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 113\ 680 \\ -150\ 400 \end{Bmatrix} \quad (5.41)$$

Despejando a Lx y Ly determinamos los valores del centro de torsión del entrepiso 5

$$Ly = \frac{k'_{13}}{-k'_{11}} = \frac{113\ 680}{15\ 100} = 7.53m$$

$$Lx = \frac{k'_{23}}{k'_{22}} = \frac{-150\ 400}{-18\ 800} = 8.0\ m$$

Este procedimiento se realiza para los entrepisos restantes los cuales tenemos como resumen la siguiente tabla 5.11 los centros de torsión por nivel.

5.11 CENTRO DE TORSIÓN		
Nivel	Xt (m)	Yt (m)
5	8.00	7.53
4	8.00	7.50
3	8.00	7.50
2	8.00	7.71
1	8.00	7.63

Una vez calculado el centro de torsión, procedemos a calcular las excentricidades de diseño NTC-SISMO/04 que se muestran en la tabla 12.

$$e_1 = 1.5e_s + 0.1b \longrightarrow e_{1y} = e_s \left(1.5 + \frac{0.1b}{|e_s|} \right)$$

$$e_2 = e_s - 0.1b \longrightarrow e_{2y} = e_s \left(1.0 - \frac{0.1b}{|e_s|} \right)$$

Para incluir el sismo de la excentricidad

TABLA 5.12 Análisis Sísmico en Dirección X						
Nivel	by	Yv	YT	esy	ely	e2y
5	16.80	7.32	7.53	-0.21	-1.99	1.47

TABLA 5.12 Análisis Sísmico en Dirección y						
Nivel	bx	Xv	XT	esx	ex1	ex2
5	16	8.07	8.00	0.07	1.71	-1.53

Excentricidades en Dirección X	Excentricidades en Dirección Y
$e_{sx} = Y_v - Y_T = 7.32 - 7.53 = -0.21$	$e_{sY} = X_v - X_T = 8.07 - 8.0 = 0.07$
$e_{1X} = -0.21 \left(1.5 + \frac{0.1 * 16.80}{ -0.21 } \right)$ $= -1.99$	$e_{1Y} = 0.07 \left(1.5 + \frac{0.1 * 16}{ 0.07 } \right) = 1.71$
$e_{2X} = -0.21 \left(1.0 - \frac{0.1 * 16.80}{ -0.21 } \right) = 1.47$	$e_{2Y} = 0.07 \left(1.0 - \frac{0.1 * 16}{ 0.07 } \right) = -1.53$

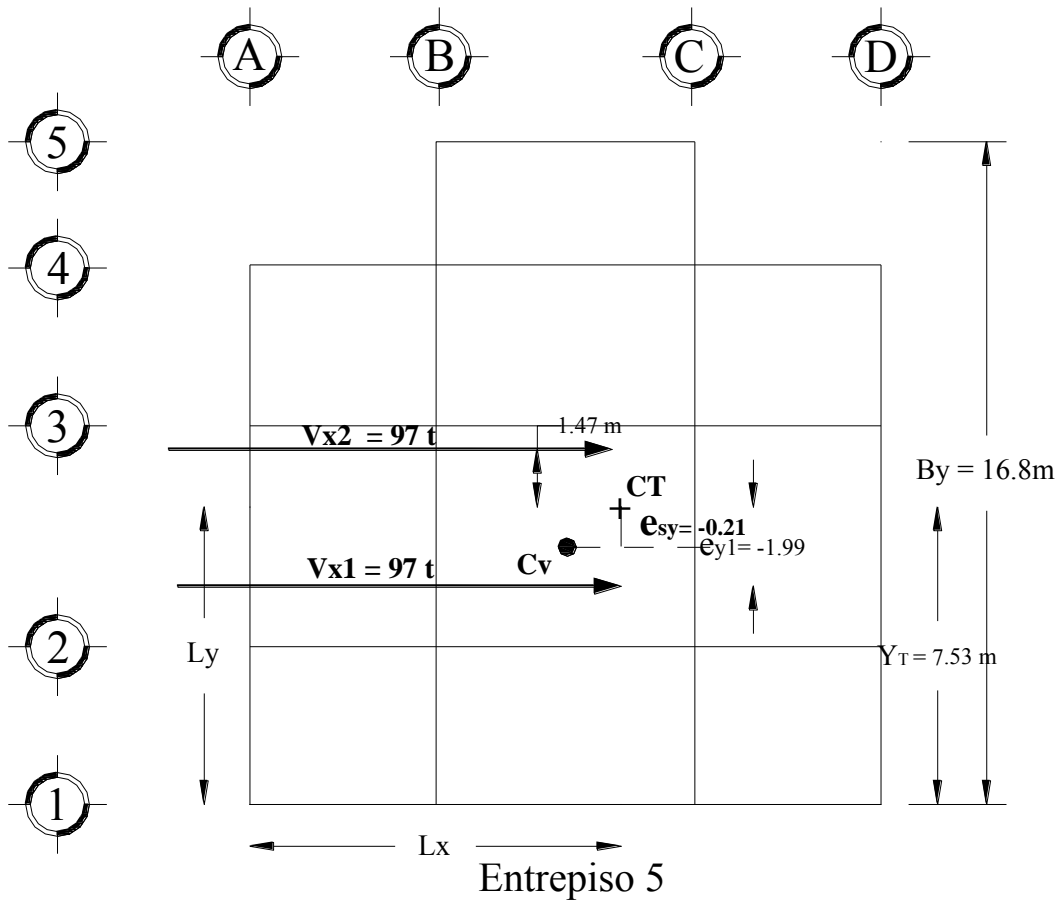


Fig. 5.23 Ubicación de los Centros de Cortante y Centro de Torsión en dirección X

En la siguiente tabla 5.13 tenemos el resumen de las excentricidades de ambas direcciones (X,Y) de los diferentes niveles.

TABLA 5.13 Análisis Sísmico en Dirección X						
Nivel	by	Yv	Yt	esy	ely	e2y
5	16.80	7.32	7.53	-0.21	-1.99	1.47
4	16.80	7.62	7.50	0.12	1.86	-1.56
3	16.80	7.69	7.50	0.19	1.97	-1.49
2	16.80	7.72	7.71	0.01	1.70	-1.67
1	16.80	7.74	7.63	0.11	1.85	-1.57

TABLA 5.13 Análisis Sísmico en Dirección y						
Nivel	bx	Xv	Xr	esx	ex1	ex2
5	16	8.07	8.00	0.07	1.71	-1.53
4	16	8.07	8.00	0.07	1.71	-1.53
3	16	8.07	8.00	0.07	1.71	-1.53
2	16	8.07	8.00	0.07	1.71	-1.53
1	16	8.07	8.00	0.07	1.71	-1.53

5.5.1 Calculo del Cortante Directo y Cortante por Torsión

Debido a la excentricidad generada del centro de masas con respecto al de torsión, las fuerzas cortantes originan los momentos torsionantes de cada entrepiso.

Para el sismo en dirección “x”

$$M_x = V_x e_y; \quad M_y = V_y e_x$$

El cortante directo que resulta en cada marco será la suma de una fracción del cortante de entrepiso proporcional a su rigidez obtenida con la siguiente ecuación:

$$V_{dj} = \frac{V_x R_j}{\sum R_j} \quad (5.46)$$

El cortante por torsión para los distintos marcos alineados en dirección X y Y debida al sismo, se determinara con la ecuaciones 5.47

$$V_{Txj} = \frac{M_t R_{jx} Y_{jt}}{(\sum R_{jx} y_{jt}^2 + \sum R_{jy} x_{jt}^2)} ; \quad V_{Tyj} = \frac{M_t R_{jy} X_{jt}}{(\sum R_{jx} y_{jt}^2 + \sum R_{jy} x_{jt}^2)} \quad (5.47)$$

En la tabla 5.14 se tienen el cortante total generada por cada marco V_1 y V_2 , que resulta de la suma del cortante directo más el cortante por torsión ($V_{dj} + V_{Txj}$ ó V_{Tyj}).

Taabla 5.14 Análisis Sísmico en Dirección X Nivel 5													
Marco	R _{jx}	Y _j	V _y	M1	M2	y _{jt}	R _{jx} y _{jt}	R _{jx} y _{jt} ²	V _d	V _{T1}	V _{T2}	V ₁	V ₂
5	1,100	16.80	97	-193	143	9.27	10199	94557	7.000	-1.805	1.333	5.20	8.33
4	3,500	13.60	97	-193	143	6.07	21250	129022	22.000	-3.760	2.777	18.24	24.78
3	3,500	9.60	97	-193	143	2.07	7250	15019	22.000	-1.283	0.947	20.72	22.95
2	3,500	4.00	97	-193	143	-3.53	-12350	43576	22.000	2.185	-1.614	24.19	20.39
1	3,500	0.00	97	-193	143	-7.53	-26350	198373	22.000	4.662	-3.443	26.66	18.56
Suma =	15,100							480547					

Marco	R _{jy}	X _j	V _x	M1	M2	x _{jt}	R _{jy} x _{jt}	R _{jy} x _{jt} ²	V _d	V _{T1}	V _{T2}	V ₁	V ₂
A	3,900	0.00	78	133	-119	-8.00	-31200	249600	16.181	-3.798	3.409	12.4	19.6
B	5,500	4.80	78	133	-119	-3.20	-17600	56320	22.819	-2.143	1.923	20.7	24.7
C	5,500	11.20	78	133	-119	3.20	17600	56320	22.819	2.143	-1.923	25.0	20.9
D	3,900	16.00	78	133	-119	8.00	31200	249600	16.181	3.798	-3.409	20.0	12.8
Suma =	18,800							611840					

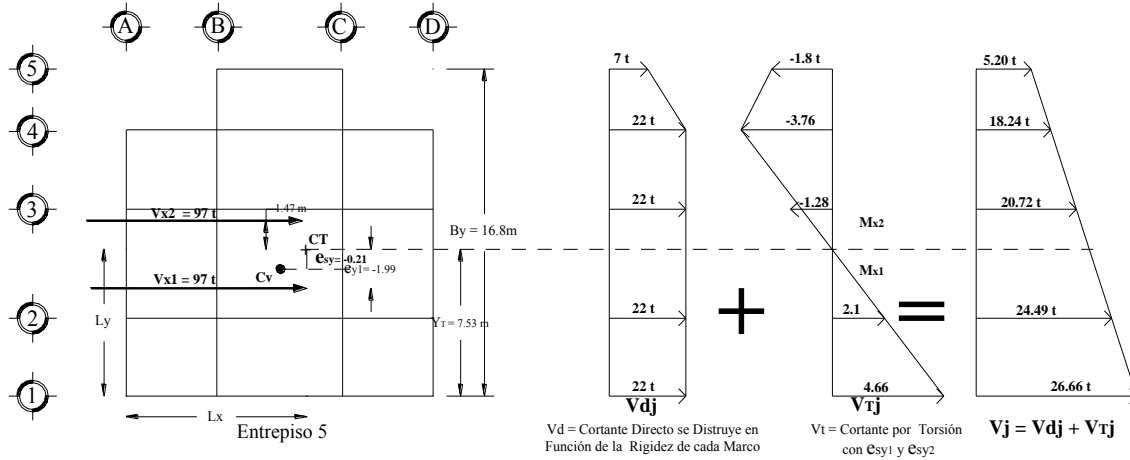


Figura 5.22 Diagrama de cortante directo y cortante por torsión en Dirección x

Este procedimiento se realiza para cada entrepiso obteniéndose a si los cortantes total tomándose el momento mas defavorable generado por las excentricidades. En las tablas correspondientes se tiene un resumen de los cortantes totales de los niveles restantes.

Marco	R _{jx}	Y _j	V _y	M1	M2	y _{jt}	R _{jx} y _{jt}	R _{jx} y _{jt} ²	V _d	V _{T1}	V _{T2}	V ₁	V ₂
5	900	16.80	211	393.20	-328.67	9.30	8372.09	77879.94	14.7209	3.5033	-2.9284	18.2242	11.793
4	3,000	13.60	211	393.20	-328.67	6.10	18306.98	111715.13	49.0698	7.6605	-6.4033	56.7303	42.667
3	3,000	9.60	211	393.20	-328.67	2.10	6306.98	13259.32	49.0698	2.6391	-2.206	51.7089	46.864
2	3,000	4.00	211	393.20	-328.67	-3.50	-10493.02	36701.18	49.0698	-4.3908	3.6702	44.679	52.74
1	3,000	0.00	211	393.20	-328.67	-7.50	-22493.02	168645.37	49.0698	-9.4121	7.8675	39.6577	56.937
Suma =	12,900							408200.93					

Marco	R _{jy}	X _j	V _x	M1	M2	x _{jt}	R _{jy} x _{jt}	R _{jy} x _{jt} ²	V _d	V _{T1}	V _{T2}	V ₁	V ₂
A	3,400	0.00	169	288	-259	-8.00	-27200	217600	35.4691	-8.3367	7.4972	27.1324	42.966
B	4,700	4.80	169	288	-259	-3.20	-15040	48128	49.0309	-4.6097	4.1455	44.4212	53.176
C	4,700	11.20	169	288	-259	3.20	15040	48128	49.0309	4.6097	-4.1455	53.6406	44.885
D	3,400	16.00	169	288	-259	8.00	27200	217600	35.4691	8.3367	-7.4972	43.8058	27.972
Suma =	16,200							531456					

Análisis Sísmico en Dirección X Nivel 3													
Marco	R _{jx}	Y _j	V _y	M1	M2	y _{jt}	R _{jx} y _{jt}	R _{jx} y _{jt} ²	V _d	V _{T1}	V _{T2}	V ₁	V ₂
5	900	16.80	298	584	-444	9.30	8365.81	77763.16	20.791	5.0237	-3.819	25.8144	16.9717
4	3,000	13.60	298	584	-444	6.10	18286.05	111459.83	69.302	10.9808	-8.3476	80.2831	60.9547
3	3,000	9.60	298	584	-444	2.10	6286.05	13171.46	69.302	3.7748	-2.8696	73.0771	66.4327
2	3,000	4.00	298	584	-444	-3.50	-10513.95	36847.74	69.302	-6.3136	4.7997	62.9887	74.102
1	3,000	0.00	298	584	-444	-7.50	-22513.95	168959.37	69.302	-13.5197	10.2777	55.7826	79.58
Suma =	12,900							408201.56					

Análisis Sísmico en Dirección Y Nivel 3													
Marco	R _{iy}	X _j	V _x	M1	M2	x _{jt}	R _{iy} x _{jt}	R _{iy} x _{jt} ²	V _d	V _{T1}	V _{T2}	V ₁	V ₂
A	3,400	0.00	238	-864	-321	-9.43	-32052.3	302162.61	49.951	28.47	10.588	78.4206	60.5386
B	4,700	4.80	238	-864	-321	-4.63	-21747.7	100629.89	69.049	19.317	7.184	88.3664	76.2334
C	4,700	11.20	238	-864	-321	1.77	8332.346	14771.912	69.049	-7.401	-2.752	61.6484	66.2974
D	3,400	16.00	238	-864	-321	6.57	22347.65	146887.55	49.951	-19.85	-7.382	30.1006	42.5686
Suma =	16,200							564451.95					

Análisis Sísmico en Dirección X nivel 2													
Marco	R _{jx}	Y _j	V _y	M1	M2	y _{jt}	R _{jx} y _{jt}	R _{jx} y _{jt} ²	V _d	V _{T1}	V _{T2}	V ₁	V ₂
5	1,100	16.80	357	603	-600	9.08	9992.66	90775.73	26.0066	5.6532	-5.6197	31.6598	20.3869
4	3,600	13.60	357	603	-600	5.88	21183.26	124647.34	85.1126	11.9841	-11.9132	97.0967	73.1994
3	3,600	9.60	357	603	-600	1.88	6783.26	12781.28	85.1126	3.8375	-3.8148	88.9501	81.2978
2	3,600	4.00	357	603	-600	-3.72	-13376.74	49704.78	85.1126	-7.5677	7.5229	77.5449	92.6355
1	3,200	0.00	357	603	-600	-7.72	-24690.44	190505.53	75.6556	-13.9682	13.8856	61.6874	89.5412
Suma =	15,100							468414.65					

Análisis Sísmico en Dirección Y nivel 2													
Marco	R _{iy}	X _j	V _x	M1	M2	x _{jt}	R _{iy} x _{jt}	R _{iy} x _{jt} ²	V _d	V _{T1}	V _{T2}	V ₁	V ₂
A	3,600	0.00	285	-1035	-385	-9.42	-33923.72	319671.9	59.6512	32.9088	12.2388	92.56	71.89
B	5,000	4.80	285	-1035	-385	-4.62	-23116.28	106872.47	82.8488	22.4247	8.3398	105.2735	91.1886
C	5,000	11.20	285	-1035	-385	1.78	8883.7209	15784.1	82.8488	-8.6179	-3.205	74.2309	79.6438
D	3,600	16.00	285	-1035	-385	6.58	23676.279	155712.83	59.6512	-22.9679	-8.5418	36.6833	51.1094
Suma =	17,200							598041.3					

Análisis Sísmico en Dirección X Nivel 1													
Marco	R _{jx}	Y _j	V _y	M1	M2	y _{jt}	R _{jx} y _{jt}	R _{jx} y _{jt} ²	V _d	V _{T1}	V _{T2}	V ₁	V ₂
5	1,700	16.80	389	718	-610	9.17	15590.24	142973.94	95.8406	7.677	-6.5258	103.5176	89.3148
4	4,700	13.60	389	718	-610	5.97	28062.44	167553.29	264.971	13.8186	-11.7464	278.7896	253.2246
3	4,700	9.60	389	718	-610	1.97	9262.44	18253.78	264.971	4.561	-3.8771	269.532	261.0939
2	4,700	4.00	389	718	-610	-3.63	-17057.56	61906.47	264.971	-8.3995	7.14	256.5715	272.111
1	4,700	0.00	389	718	-610	-7.63	-35857.56	273566.95	264.971	-17.6571	15.0093	247.3139	279.9803
suma =	20,500							664254.44					

Análisis Sísmico en Dirección Y Nivel 1													
Marco	R _{iy}	X _j	V _x	M1	M2	x _{jt}	R _{iy} x _{jt}	R _{iy} x _{jt} ²	V _d	V _{T1}	V _{T2}	V ₁	V ₂
A	5,100	0.00	311	531	-476	-8.00	-40800	326400	66.088	-14.846	13.305	51.24	79.39
B	6,900	4.80	311	531	-476	-3.20	-22080	70656	89.413	-8.034	7.200	81.38	96.61
C	6,900	11.20	311	531	-476	3.20	22080	70656	89.413	8.034	-7.200	97.45	82.21
D	5,100	16.00	311	531	-476	8.00	40800	326400	66.088	14.846	-13.305	80.93	52.78
Suma =	24,000							794112					

5.5.2 Planteamiento Matricial (Sismo en Dirección X y Y)

Como las fuerzas y los momentos fueron calculadas en el punto sistema local habrá que calcular las fuerzas sísmicas que obraran en el sistema global.

Hay que reubicar la posición del CV o CM de acuerdo a las excentricidades de diseño calculadas, como se observa en la siguiente tabla 5.15.

$$X_{m1} = X_T + e1_X ; \quad Y_{m1} = Y_T + e1_Y$$

$$X_{m2} = X_T + e2_X ; \quad Y_{m2} = Y_T + e2_Y$$

Estas nuevas posiciones de CV quedan referidas con respecto a la base u origen de la planta ya que ahí se tiene planteada la matriz de rigidez global en cada entrepiso.

TABLA 5.15 Análisis Sísmico en Dirección X								
Nivel	by	Yv	YT	esy	e1y	e2y	YM1	YM2
5	16.80	7.32	7.53	-0.21	-1.99	1.47	5.54	9.00

TABLA 5.15 Análisis Sísmico en Dirección y								
Nivel	bx	Xv	XT	esx	ex1	ex2	XM1	XM2
5	16	8.07	8.00	0.07	1.71	-1.53	9.71	6.47

Sabemos que para trasladar fuerzas de i a j se tiene

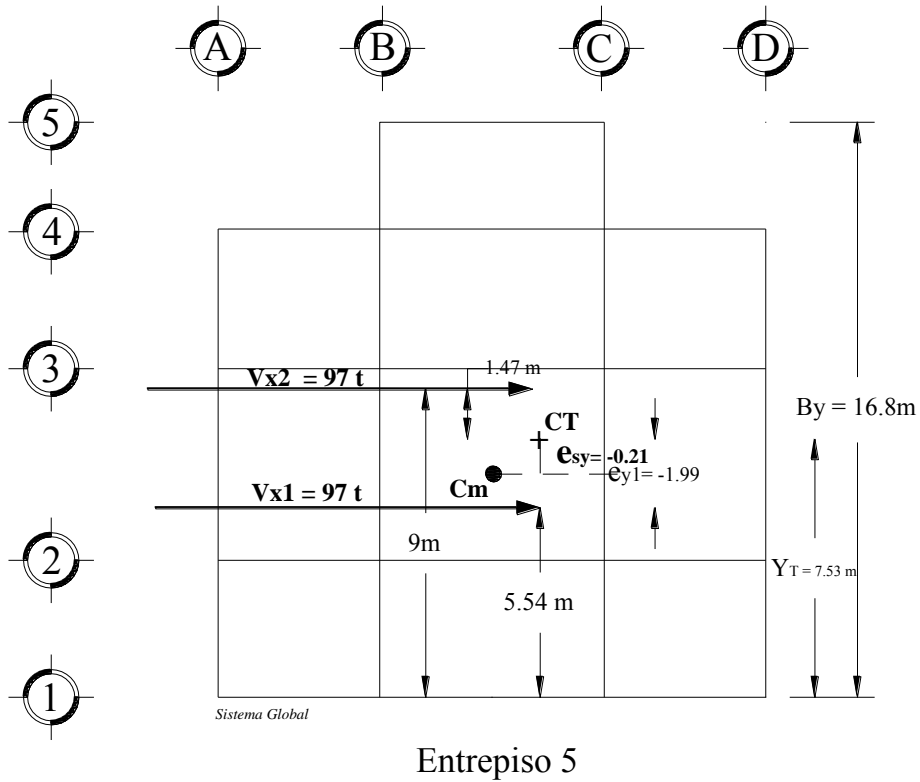


Figura 5.23 Ubicación del CV con Respecto al Sistema Global

SISMO EN DIRECCIÓN X

$$F_j = H^{-1} F_i$$

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ M \end{Bmatrix}_{Mj} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -Ly & Lx & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_x \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}_i = \begin{Bmatrix} V_x \\ 0 \\ -V_x L_x \end{Bmatrix}$$

Tomando en cuanto los efectos bidireccionales que plantea las N.T.C para el diseño por sismo, los efectos de ambos componentes horizontales del movimiento del terreno se combinará tomando, en cada dirección en que se analice la estructura, el 100% de los efectos del componente que obra en esa dirección y el 30% de los efectos del que obra perpendicularmente a ésta, con los signos que resulten más desfavorables para concepto. En este caso la matriz anterior nos queda:

$$Fe_{1X} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -Y_{m1} & X_{m1} & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_X \\ 0.3 * V_Y \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} V_X \\ 0.3 * V_Y \\ -V_X Y_{m1} + 0.3 * V_Y X_{m1} \end{Bmatrix}$$

$$Fe_{2X} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -Y_{m2} & X_{m2} & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_X \\ 0.3 * V_Y \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} V_X \\ 0.3 * V_Y \\ -V_X Y_{m2} + 0.3 * V_Y X_{m2} \end{Bmatrix}$$

Sustituyendo valores se tiene

$$Fe_{1X} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -5.54 & 9.71 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 78 \\ 0.3 * 97 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 78 \\ 0.3 * 97 \\ 78 * -5.54 + 0.3 * 97 * 9.71 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 78 \\ 29.1 \\ -149.559 \end{Bmatrix}$$

$$Fe_{2X} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -9.0 & 6.47 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 78 \\ 0.3 * 97 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 78 \\ 0.3 * 77 \\ 78 * -9.0 + 0.3 * 97 * 6.47 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 78 \\ 29.1 \\ -513.723 \end{Bmatrix}$$

SISMO EN Y

$$Fe_{1y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -5.54 & 9.71 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0.3 * 78 \\ 97 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.3 * 78 \\ 97 \\ 0.3 * 78 * -5.54 + 9.71 * 97 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 23.4 \\ 97 \\ 812.234 \end{Bmatrix}$$

$$Fe_{2y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -9.0 & 6.47 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0.3 * 78 \\ 97 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.3 * 78 \\ 97 \\ 0.3 * 78 * -9.0 + 6.47 * 97 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 23.4 \\ 97 \\ 416.94 \end{Bmatrix}$$

Tenemos 4 vectores de carga referidas al origen donde tenemos planteada la $[K]_{global}$ de cada entrepiso.

Para el entrapiso 5:

Dirección X

Análogamente

$$\left. \begin{aligned} \begin{pmatrix} D_x \\ D_y \\ \theta \end{pmatrix} &= D e_{1y} = [K_j]^{-1} F e_{1y} \\ D e_{2y} &= [K_j]^{-1} F e_{2y} \end{aligned} \right\} \text{Dirección X}$$

Dirección Y

$$\left. \begin{aligned} D e_{1x} &= [K_j]^{-1} F e_{1x} \\ D e_{2x} &= [K_j]^{-1} F e_{2x} \end{aligned} \right\} \text{Dirección Y}$$

Al sustituir los valores de $F e_{iy}$ y $F e_{ix}$, en las ecuaciones anteriores en su respectiva dirección, se obtiene los desplazamientos en el sistema global que posteriormente nos ayudara a calcular los desplazamientos relativos de entrapiso en el sistema local.

Dirección X

FORMULA

$$\begin{pmatrix} D_{e1x} \\ D_{e1y} \\ \theta \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0.00011811 & -0.00005513 & 0.00000689 \\ -0.00005513 & 0.00011178 & -0.00000732 \\ 0.00000689 & -0.00000732 & 0.00000092 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 78 \\ 29.1 \\ -149.559 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.006577426 \\ 4.75818E - 0.5 \\ 0.000187536 \end{pmatrix}$$

Análogamente

$$\begin{Bmatrix} D_{e2X} \\ D_{e2Y} \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.00011811 & -0.00005513 & 0.00000689 \\ -0.00005513 & 0.00011178 & -0.00000732 \\ 0.00000689 & -0.00000732 & 0.00000092 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 78 \\ 29.1 \\ -513.723 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.004067692 \\ 0.002714505 \\ -0.00014583 \end{Bmatrix}$$

Dirección Y

$$\begin{Bmatrix} D_{e1x} \\ D_{e1y} \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.00011811 & -0.00005513 & 0.00000689 \\ -0.00005513 & 0.00011178 & -0.00000732 \\ 0.00000689 & -0.00000732 & 0.00000092 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 23.4 \\ 97 \\ 812.234 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.0030134 \\ 0.0036040 \\ 0.0001944 \end{Bmatrix}$$

Análogamente

$$\begin{Bmatrix} D_{e2X} \\ D_{e2Y} \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.00011811 & -0.00005513 & 0.00000689 \\ -0.00005513 & 0.00011178 & -0.00000732 \\ 0.00000689 & -0.00000732 & 0.00000092 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 23.4 \\ 77 \\ 416.94 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.000289 \\ 0.006498 \\ -0.00016 \end{Bmatrix}$$

Dirección Y

Para cada marco y para cada caso de carga

$$\mathbf{d}' = \mathbf{T}^t \mathbf{D}$$

$$\mathbf{d}'_{local} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & \bar{d} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} D_X \\ D_Y \\ \theta \end{Bmatrix}_{e1y}^{global}$$

Sustituyendo nos queda

$$\mathbf{d}'_A = [0.0 \quad 1.0 \quad 6.8] \begin{Bmatrix} 0.006577426 \\ 4.75818E - 0.5 \\ 0.000187536 \end{Bmatrix} = -0.00005$$

$$\mathbf{d}'_A = [0.0 \quad 1.0 \quad 6.8] \begin{Bmatrix} 0.004067692 \\ 0.002714505 \\ -0.00014583 \end{Bmatrix} = 0.0027$$

$$\mathbf{d}'_A = [0.0 \quad 1.0 \quad 6.8] \begin{Bmatrix} 0.0030134 \\ 0.0036040 \\ 0.0001944 \end{Bmatrix} = 0.0036$$

$$d'_A = [0.0 \quad 1.0 \quad 6.8] \begin{Bmatrix} 0.000289 \\ 0.006498 \\ -0.00016 \end{Bmatrix} = 0.0065$$

Para simplificar los cálculos, estos datos fueron tabulados en una hoja electrónica de Excel y así poder programarlo obteniéndose el desplazamiento máximo comparado con los desplazamientos permisibles que las NTC para el diseño por sismo nos señalan en su apartado 1.8 Revisión de Desplazamientos Laterales, el cual menciona; 0.012h para Marcos y 0.006H para Marcos con muros ligados, siendo **h** la altura correspondiente del elemento estructural.

En las siguientes tablas se muestran los desplazamientos, comparados con los desplazamientos permisibles que manejan el NTC-SISMO/04, obtenidos por cada marco y en cada dirección en su respectivo nivel.

Tabla Resumen de Desplazamientos del Entrepiso 5												
Dirección	Marco	α	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	\bar{d}	de_{1y}	de_{2y}	de_{1x}	de_{2x}	d_{max}	Desplazamientos Permisible	
											0.012h	0.006H
y	A	90	0.00	1.00	0.00	0.00005	0.0027	0.0036	0.0065	0.0065	ok	0k
	B	90	0.00	1.00	4.80	0.0009	0.0020	0.0045	0.0057	0.0057	ok	0k
	C	90	0.00	1.00	11.20	0.0021	0.0011	0.0058	0.0046	0.0058	ok	0k
	D	90	0.00	1.00	16.00	0.0030	0.0004	0.0067	0.0038	0.0067	ok	0k
x	1	0	1.00	0.00	0.00	0.0066	0.0041	0.0030	0.0003	0.0066	ok	0k
	2	0	1.00	0.00	-4.00	0.0058	0.0047	0.0022	0.0010	0.0058	ok	0k
	3	0	1.00	0.00	-9.60	0.0048	0.0055	0.0011	0.0019	0.0055	ok	0k
	4	0	1.00	0.00	-13.60	0.0040	0.0061	0.0004	0.0026	0.0061	ok	0k
	5	0	1.00	0.00	-16.80	0.0034	0.0065	-0.0003	0.0031	0.0065	ok	0k

Tabla Resumen de Desplazamientos del Entrepiso 4												
Dirección	Marco	α	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	\bar{d}	de_{1y}	de_{2y}	de_{1x}	de_{2x}	d_{max}	Desplazamientos Permisible	
											0.012h	0.006H
y	A	90	0.00	1.00	0.00	0.0079	0.0029	0.0135	0.0204	0.0204	ok	0k
	B	90	0.00	1.00	4.80	0.0059	0.0034	0.0133	0.0166	0.0166	ok	0k
	C	90	0.00	1.00	11.20	0.0032	0.0041	0.0129	0.0116	0.0129	ok	0k
	D	90	0.00	1.00	16.00	0.0011	0.0046	0.0127	0.0079	0.0127	ok	0k
x	1	0	1.00	0.00	0.00	0.0099	0.0139	0.0036	-0.0019	0.0139	ok	0k
	2	0	1.00	0.00	-4.00	0.0116	0.0135	0.0038	0.0012	0.0135	ok	0k
	3	0	1.00	0.00	-9.60	0.0140	0.0129	0.0040	0.0056	0.0140	ok	0k
	4	0	1.00	0.00	-13.60	0.0157	0.0124	0.0042	0.0087	0.0157	ok	0k
	5	0	1.00	0.00	-16.80	0.0171	0.0121	0.0044	0.0112	0.01705	ok	0k

Tabla Resumen de Desplazamientos del Entrepiso 3												
Dirección	Marco	α	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	\bar{d}	de_{1y}	de_{2y}	de_{1x}	de_{2x}	d_{max}	Desplazamientos Permisible	
											0.012h	0.006H
y	A	90	0.00	1.00	0.00	0.0111808	0.0024548	0.0251796	0.0172978	0.0251796	ok	0k
	B	90	0.00	1.00	4.80	0.0077834	0.004293	0.0211089	0.0179562	0.0211089	ok	0k
	C	90	0.00	1.00	11.20	0.0032536	0.006744	0.0156813	0.018834	0.018834	ok	0k
	D	90	0.00	1.00	16.00	-0.000144	0.0085823	0.0116106	0.0194923	0.0194923	ok	0k
x	1	0	1.00	0.00	0.00	0.0131429	0.021321	-0.000824	0.0065633	0.021321	ok	0k
	2	0	1.00	0.00	-4.00	0.015974	0.0197891	0.0025686	0.0060146	0.0197891	ok	0k
	3	0	1.00	0.00	-9.60	0.0199376	0.0176445	0.0073178	0.0052465	0.0199376	ok	0k
	4	0	1.00	0.00	-13.60	0.0227687	0.0161126	0.01071	0.0046979	0.0227687	ok	0k
	5	0	1.00	0.00	-16.80	0.0250337	0.0148871	0.0134238	0.004259	0.0250337	ok	0k

Tabla Resumen de Desplazamientos del Entrepiso 2												
Dirección	Marco	α	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	\bar{d}	de_{1y}	de_{2y}	de_{1x}	de_{2x}	d_{max}	Desplazamientos Permisible	
											0.012h	0.006H
y	A	90	0.00	1.00	0.00	0.0118105	0.0024687	0.0279904	0.0194438	0.0279904	ok	0k
	B	90	0.00	1.00	4.80	0.0084602	0.0047235	0.0236497	0.020231	0.0236497	ok	0k
	C	90	0.00	1.00	11.20	0.0039933	0.00773	0.017862	0.0212806	0.0212806	ok	0k
	D	90	0.00	1.00	16.00	0.000643	0.0099848	0.0135212	0.0220678	0.0220678	ok	0k
x	1	0	1.00	0.00	0.00	0.0134938	0.0224953	-0.001309	0.0069264	0.0224953	ok	0k
	2	0	1.00	0.00	-4.00	0.0162857	0.0206163	0.0023085	0.0062704	0.0206163	ok	0k
	3	0	1.00	0.00	-9.60	0.0201943	0.0179857	0.0073727	0.0053521	0.0201943	ok	0k
	4	0	1.00	0.00	-13.60	0.0229862	0.0161067	0.01099	0.0046961	0.0229862	ok	0k
	5	0	1.00	0.00	-16.80	0.0252196	0.0146034	0.0138838	0.0041713	0.0252196	ok	0k

Tabla Resumen de Desplazamientos del Entrepiso 1												
Dirección	Marco	α	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	\bar{d}	de_{1y}	de_{2y}	de_{1x}	de_{2x}	d_{max}	Desplazamientos Permisible	
											0.012h	0.006H
y	A	90	0.00	1.00	0.00	0.0069252	0.0031648	0.0135066	0.01867	0.01867	ok	0k
	B	90	0.00	1.00	4.80	0.0056876	0.0041834	0.0151276	0.017193	0.017193	ok	0k
	C	90	0.00	1.00	11.20	0.0040374	0.0055416	0.017289	0.0152237	0.017289	ok	0k
	D	90	0.00	1.00	16.00	0.0027998	0.0065602	0.0189101	0.0137466	0.0189101	ok	0k
x	1	0	1.00	0.00	0.00	0.0132036	0.0167898	0.0071278	0.0022036	0.0167898	ok	0k
	2	0	1.00	0.00	-4.00	0.014235	0.0159409	0.0057769	0.0034344	0.0159409	ok	0k
	3	0	1.00	0.00	-9.60	0.0156789	0.0147525	0.0038857	0.0051576	0.0156789	ok	0k
	4	0	1.00	0.00	-13.60	0.0167102	0.0139036	0.0025348	0.0063885	0.0167102	ok	0k
	5	0	1.00	0.00	-16.80	0.0175353	0.0132245	0.0014541	0.0073732	0.0175353	ok	0k

5.6 Aplicación del Planteamiento Matricial del Análisis Sísmico a una Estructura Irregular

Teniendo en consideración el capítulo 4, se tienen las siguientes características del edificio.

F) Características de la estructura

⊕ Número de niveles:	1 nivel
⊕ Altura entre ejes:	3.5 m
⊕ Longitud dirección y:	10 m
⊕ Longitud dirección x:	15 m
⊕ Área de la planta:	100 m ²
⊕ Tipo de cimentación:	Superficial
⊕ Uso de proyecto:	Oficinas
⊕ Tipo de estructura:	Grupo B (Art. 174, RDF)
⊕ Tipo de muro:	ESTRUCTRAL.
⊕ Columnas:	40x60 cm
⊕ Trabes:	25 x 50 cm
⊕ Resistencia del concreto:	$f'c = 250 \text{ kg/m}^2$
⊕ Módulo de elasticidad:	$E_c = 11000 \sqrt{f'c}$
⊕ Zona:	III C
⊕ Coeficiente sísmico c:	0.40
⊕ Factor de ductilidad Q:	2

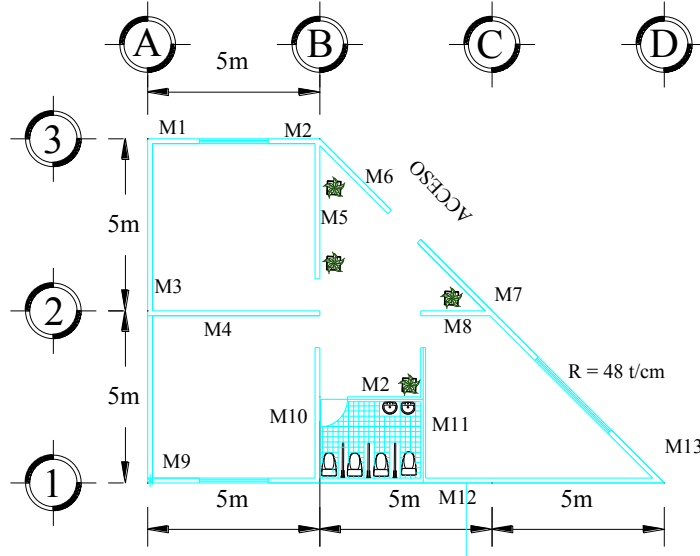
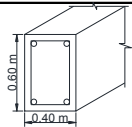
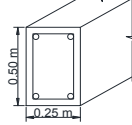


Figura 5.6 Planta arquitectónica de la estructura irregular

Sistemas constructivos de la estructura:

Análisis de Carga de Losa de Azotea.				
Concepto	Espesor m	Peso Volumetrico t/m³	t/m²	Croquis
Enladrillado	0.02	1.50	0.03	
Mortero, cemento-arena	0.02	2.10	0.04	
Impermeabilizante	-	-	0.01	
Concreto Reforzado	0.12	2.40	0.29	
Falso Plafón	-	-	0.04	
Carga Muerta= 0.04 t/m²			0.04	
Carga Viva, Wcv (azotea con < 5%)= 0.1 t/m²			0.10	
			Wu = 0.55	

Análisis de carga muro exterior				
Elemento	Espesor m	Peso Volumetrico t/m³	t/m²	Croquis
Muro de tabique	0.12	1.60	0.19	
Yeso	0.02	1.50	0.03	
Aplanado cemento-arena	0.02	2.10	0.04	
			Wu = 0.26	

Análisis de carga de columna				
Elemento	Espesor m	Peso Volumetrico t/m ³	t/mL	Croquis
Concreto reforzado	-	2.40	0.58	
Aplanado Yeso	0.02	1.50	0.03	
W _u =			0.61	
Análisis de carga de trabe				
Elemento	Espesor m	Peso Volumetrico t/m ³	t/ML	Croquis
Concreto reforzado	-	2.4	0.30	
Aplanado Yeso	0.02	1.5	0.03	
W _u =			0.33	

Cálculo del peso total de los elementos que componen la estructura.

- Losa de azotea:

Área de la losa: 100m²

Análisis de carga unitario: 0.55 t/m²

Peso total de la losa: 100m²* 0.55 t/m²= 55 t

- Columnas:

No. De columnas: 9

Longitud de columna: 3.5 m

Análisis de carga unitario: 0.61 t/m²

Peso total de las columnas: 9*3.5m*0.61 t/m²= 19.09 t

- Trabes:

Longitud de trabes: 69.14 m

Análisis de carga unitario: 0.33 t/m²

Peso total de las trabes: 69.14 m* 0.33 t/m²= 22.82 t

- Muros:

Cálculo de Pesos de Muros del Nivel 1				
Muro	Peso (t/m ²)	Longitud (m)	Altura (m)	CM (t)
M1	0.26	1.36	3.5	1.26
M2	0.26	1.36		1.26
M3	0.26	10.00		9.24
M4	0.26	4.86		4.49
M5	0.26	3.87		3.58
M6	0.26	2.93		2.71
M7	0.26	4.83		4.46
M8	0.26	2.01		1.86
M9	0.26	1.36		1.26
M10	0.26	3.79		3.50
M11	0.26	3.79		3.50
M12	0.26	11.50		10.63
M13	0.26	2.18		2.01
Sumatoria =				49.75

Cálculo del centro de cargas de los elementos:

- Muros:

Cálculo de centroide o centro de cargas de muros							
Muro	Wm (t/m ²)	Coordenadas		Longitud (m)	Wi=L*Wm (t*m)	WiXi (t*m ²)	WiYi (t*m ²)
		Xi (m)	Yi (m)				
M1	0.26	0.75	9.93	1.36	1.26	0.94	12.48
M2	0.26	4.32	9.93	1.36	1.26	5.43	12.48
M3	0.26	0.00	5.00	10.00	9.24	0.00	46.20
M4	0.26	2.43	5.00	4.86	4.49	10.91	22.45
M5	0.26	5.00	8.04	3.87	3.58	17.88	28.75
M6	0.26	5.97	8.89	2.93	2.71	16.16	24.07
M7	0.26	9.56	5.23	4.83	4.46	42.67	23.34
M8	0.26	8.87	5.00	2.01	1.86	16.47	9.29
M9	0.26	0.68	0.00	1.36	1.26	0.85	0.00
M10	0.26	5.00	3.79	3.79	3.50	17.51	13.27
M11	0.26	7.93	3.79	3.79	3.50	27.77	13.27
M12	0.26	8.86	0.00	11.50	10.63	94.15	0.00
M13	0.26	14.20	0.43	2.18	2.01	28.60	0.87
Sumatoria =					49.75	279.35	206.47

$$\bar{X} = \frac{\sum W_i X_i}{W_T} = \frac{279.35 \text{ t} * \text{m}^2}{49.75 \text{ t} * \text{m}} = 5.62 \text{ m}$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum W_i Y_i}{W_T} = \frac{206.47 t * m^2}{49.75 t * m} = 4.15 m$$

- Columnas:

Centro de cargas de columnas							
Columna	Wm (t/mL)	Coordenadas		Longitud (m)	Wi=L*Wm (t*m)	WiXi (t*m ²)	WiYi (t*m ²)
		Xi (m)	Yi (m)				
1	0.61	0.00	10.00	0.60	0.36	0.00	3.64
2	0.61	5.00	10.00	0.60	0.36	1.82	3.64
3	0.61	0.00	5.00	0.60	0.36	0.00	1.82
4	0.61	5.00	5.00	0.60	0.36	1.82	1.82
5	0.61	10.00	5.00	0.60	0.36	3.64	1.82
6	0.61	0.30	0.20	0.60	0.36	0.11	0.07
7	0.61	5.00	0.20	0.60	0.36	1.82	0.07
8	0.61	10.00	0.20	0.60	0.36	3.64	0.07
9	0.61	15.00	0.20	0.60	0.36	5.45	0.07
Sumatoria=					3.27	18.29	13.02

$$\bar{X} = \frac{\sum W_i X_i}{W_T} = \frac{18.29 t * m^2}{3.27 t * m} = 5.60 m$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum W_i Y_i}{W_T} = \frac{13.02 t * m^2}{3.27 t * m} = 3.98 m$$

- Trabes:

Centro de cargas de trabes							
Trabe	Wm (t/mL)	Coordenadas		Longitud (m)	wi = L*Wm(T*m)	WiXi(T*m ²)	Wiyi(T*m ²)
		Xi (m)	Yi (m)				
1	0.33	2.50	10.00	5.00	1.65	4.13	16.50
2	0.33	0.00	7.50	5.00	1.65	0.00	12.38
3	0.33	5.00	7.50	7.07	2.33	11.67	17.50
4	0.33	5.00	7.50	5.00	1.65	8.25	12.38
5	0.33	7.50	5.00	5.00	1.65	12.38	8.25
6	0.33	7.50	5.00	5.00	1.65	12.38	8.25
7	0.33	0.00	2.50	5.00	1.65	0.00	4.13
8	0.33	5.00	2.50	5.00	1.65	8.25	4.13
9	0.33	10.00	2.50	5.00	1.65	16.50	4.13
10	0.33	12.50	2.50	7.07	2.33	29.16	5.83
11	0.33	2.50	0.00	5.00	1.65	4.13	0.00
12	0.33	7.50	0.00	5.00	1.65	12.38	0.00
13	0.33	12.50	0.00	5.00	1.65	20.63	0.00
Sumatoria =					22.82	139.83	93.46

$$\bar{X} = \frac{\sum W_i X_i}{W_T} = \frac{139.83 t * m^2}{22.82 t * m} = 6.13 m$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum W_i Y_i}{W_T} = \frac{93.46 t * m^2}{22.82 t * m} = 4.10 m$$

Resumen del centroide de cargas de los elementos de la estructura:

Centroide de cargas		
Elemento	\bar{X} (m)	\bar{Y} (m)
Muros	5.62	4.15
Columnas	5.6	3.98
Trabes	6.13	4.10

Cálculo del centro de gravedad del entrepiso.

Cálculo del Centro de Gravedad					
Concepto	Wm (t)	Xi (m)	Yi (m)	Wi*Xi (t/m)	Wi*Yi (t/m)
Losa	54.50	5.62	4.15	306.03	226.19
1/2 muros	24.87	5.62	4.15	139.67	103.23
Columnas	9.54	5.6	4.0	53.34	37.97
Trabes	22.82	6.13	4.10	139.83	93.46
Sumatoria=	111.73		Sumatoria=	638.88	460.84

$$\bar{X} = \frac{\sum W_i X_i}{W_T} = \frac{638.88 t * m}{111.73 t} = 5.72 m$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum W_i Y_i}{W_T} = \frac{460.84 t * m}{111.73 t * m} = 4.12 m$$

Análisis sísmico de la estructura.

Zona III C= 0.4

Q= 2

Qx= 1.6

Qy= 1.8

Dirección X									
Nivel	Wi (t)	hi (m)	Wi hi (t*m)	Fix (t)	Vix (t)	yi (m)	Fix Yi	Σ FixYi (m)	Yvi (m)
1	111.73	3.50	391.07	28.00	28.00	4.12	115.48	115.48	4.12

$$F_{ix} = \frac{c}{Q'} * Wihi \frac{\sum Wi}{\sum Wi hi} = \left(\frac{0.4}{1.6}\right) 391.07 t * m \left(\frac{111.73 t}{391.07 t * m}\right) = 28.00 t$$

Dirección Y									
Nivel	Wi (t)	hi (m)	Wi hi (t*m)	Fiy (t)	Viy (t)	xi (m)	Fiy Xi	Σ FiyXi (m)	Xvi (m)
1	111.73	3.50	391.07	25.00	25.00	5.72	142.95	142.95	5.72

$$F_{iy} = \frac{c}{Q'} * Wihi \frac{\sum Wi}{\sum Wi hi} = \left(\frac{0.4}{1.8}\right) 391.07 t * m \left(\frac{111.73 t}{391.07 t * m}\right) = 25.00 t$$

Cálculo de la rigidez global del entrespiso.

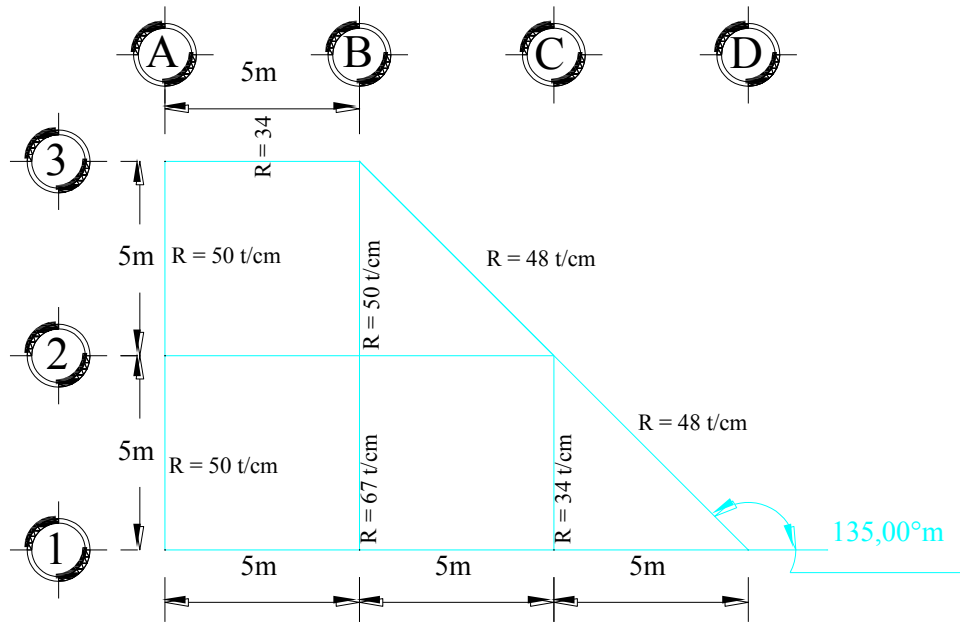


Figura 5.7 Distribución de rigideces en la estructura

TABLA RESUMEN DEL CALCULO DE LA RIDIDEZ GLOBAL DEL PRIMER ENTRESPISO																	
Dirección	Marco	Rigidez (t/m)	Coordenadas		Vector de posición	α i	β	d (m)	cos αi	sen αi	cos α d	sin α d	cos α d	sin α d	cos²α	sin²α	d²
			X (m)	Y (m)													
X	1	3,400	7.50	0.00	7.50	0	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00
	2	5,000	5.00	5.00	7.07	0	45.00	-5.00	1.00	0.00	0.00	-5.00	0.00	1.00	0.00	0.00	25.00
	3	6,700	2.50	10.00	10.31	0	75.96	-10.00	1.00	0.00	0.00	-10.00	0.00	1.00	0.00	0.00	100.00
Y	A	5,000	0.00	5.00	5.00	90	0.00	5.00	0.00	1.00	0.00	0.00	5.00	0.00	1.00	0.00	25.00
	B	5000	5.00	5.00	7.07	90	45.00	5.00	0.00	1.00	0.00	0.00	5.00	0.00	1.00	0.00	25.00
	C	3400	10.00	2.50	10.31	90	14.04	10.00	0.00	1.00	0.00	0.00	10.00	0.00	1.00	0.00	100.00
	D	4800	10.00	5.00	11.18	135	26.57	10.61	-0.71	0.71	-0.50	-7.50	7.50	0.50	0.50	112.50	

$$K_{GLOBAL} = \begin{bmatrix} 17,500 & -2,400 & -128,000 \\ -2,400 & 15,800 & 120,000 \\ -128,000 & 120,000 & 1,925,000 \end{bmatrix}$$

Rigidez global del entrepiso: 1, 937, 500 t/m

Centro de torsión del entrepiso:

$$Lx = \frac{(-k_{23} - k_{11}) + (k_{13} * k_{21})}{(k_{12} * k_{21}) - (k_{22} * k_{11})} = \frac{(-120,000 - 17,500) + (-128,000 * 15,800)}{(-2,400 * -2,400) - (12,800 * 17,500)}$$

$$Lx = 6.62 \text{ m}$$

$$Ly = \frac{-k_{13} + k_{12}Lx}{k_{11}} = \frac{-128,000 + (-2,400 * 6.62)}{17,500} = 6.41 \text{ m}$$

Cálculo de excentricidades.

Dirección X:

$$e_{sy} = Yv - Yt = 4.12 \text{ m} - 6.41 \text{ m} = -2.28 \text{ m}$$

$$e_{1y} = e_{sy} \left[1.5 + \frac{0.1by}{|e_{sy}|} \right] = -2.28 \text{ m} \left[1.5 + \frac{0.1 * 10 \text{ m}}{|-2.28 \text{ m}|} \right] = -4.42 \text{ m}$$

$$e_{2y} = e_{sy} \left[1 - \frac{0.1by}{|e_{sy}|} \right] = -2.28 \text{ m} \left[1 - \frac{0.1 * 10 \text{ m}}{|-2.28 \text{ m}|} \right] = -1.28 \text{ m}$$

$$Y_{m1} = Yt + e_{1y} = 6.41 \text{ m} + (-4.42 \text{ m}) = 1.98 \text{ m}$$

$$Y_{m2} = Yt + e_{2y} = 6.41 \text{ m} + (-1.28 \text{ m}) = 5.12 \text{ m}$$

Dirección X								
Nivel	by (m)	Yv (m)	Yt (m)	e _{sy} (m)	e _{1y} (m)	e _{2y} (m)	Y _{m1} (m)	Y _{m2} (m)
1	10	4.12	6.41	-2.28	-4.42	-1.28	1.98	5.12

Dirección Y:

$$e_{sx} = Xv - Xt = 5.72 \text{ m} - 6.62 \text{ m} = -0.90 \text{ m}$$

$$e_{1x} = e_{sx} \left[1.5 + \frac{0.1bx}{|e_{sx}|} \right] = -0.90 \text{ m} \left[1.5 + \frac{0.1 * 15\text{m}}{|-0.90 \text{ m}|} \right] = -2.86 \text{ m}$$

$$e_{2x} = e_{sx} \left[1 - \frac{0.1bx}{|e_{sx}|} \right] = -0.90 \text{ m} \left[1 - \frac{0.1 * 15 \text{ m}}{|-0.90 \text{ m}|} \right] = 0.60 \text{ m}$$

$$X_{m1} = X_t + e_{1x} = 6.62 \text{ m} + (-4.42 \text{ m}) = 3.77 \text{ m}$$

$$X_{m2} = X_t + e_{2x} = 6.62 \text{ m} + (0.60 \text{ m}) = 7.22 \text{ m}$$

Dirección Y								
Nivel	bx (m)	Xv (m)	Xt (m)	e _{sx} (m)	e _{1x} (m)	e _{2x} (m)	X _{m1} (m)	X _{m2} (m)
1	15	5.72	6.62	-0.90	-2.86	0.60	3.77	7.22

Cálculo de cortante directo y cortantes por torsión.

$$MT1 = V e_{1y} = 25t * -4.42\text{m} = -110.56t - m$$

$$MT2 = V e_{2y} = 25t * -1.28\text{m} = -32.04t - m$$

$$Yjt = Yj - Yt = 0.00\text{m} - 6.41\text{m} = -6.41\text{m}$$

$$VT1 = \frac{Mt Rjx Yjt}{(\sum Rjx Yjt^2 + \sum Rjy Xjt^2)} = \frac{-110.56t - m * (-32,030.73)}{(258,993.45 + 238,697.97)} = 7.116 t$$

$$VT2 = \frac{Mt Rjx Yjt}{(\sum Rjx Yjt^2 + \sum Rjy Xjt^2)} = \frac{-32.04t - m * (-32,030.73)}{(258,993.45 + 238,697.97)} = 2.062 t$$

Dirección X													
Entrepiso 1													
Marco	Rigidez (t/m)	Yj (m)	Vy (t)	MT1 (t-m)	MT2 (t-m)	Yjt (m)	Rjx Yt	Rjx Yt²	Vd (t)	Vt1 (t)	Vt2 (t)	Vj1	Vj2
A	5,000	0.00	25.00	-110.56	-32.04	-6.41	-32,030.73	205193.54	9.33	7.12	2.06	16.44	11.39
B	5,000	5.00	25.00	-110.56	-32.04	-1.41	-7,030.73	9886.23	9.33	1.56	0.45	10.89	9.78
C	3,400	10.00	25.00	-110.56	-32.04	3.59	12,219.10	43913.67	6.34	-2.71	-0.79	3.63	5.56
D	4,800	15.00	25.00	-110.56	-32.04	8.59	41,250.50	354500.76	8.96	-9.16	-2.66	-0.21	6.30
Sumatoria	13,400						Sumatoria=	258,993.45					

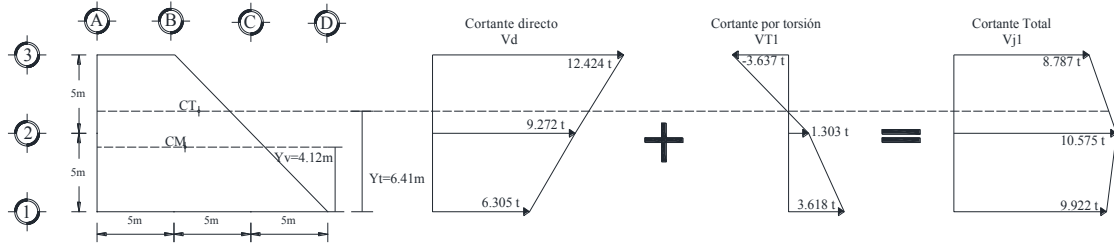


Figura 5.8 Cortante directo, por torsión y total en dirección Y

$$MT1 = V e_{1x} = 28t * -(-2.86m) = -79.97t - m$$

$$MT2 = V e_{2x} = 28t * -0.60m = -16.69t - m$$

$$Xjt = Xj - Xt = 0.00m - 6.62m = -6.62m$$

$$VT1 = \frac{Mt Rjy Xjt}{(\sum Rjx Yjt^2 + \sum Rjy Xjt^2)} = \frac{-79.97t - m * (-22,514.29)}{(258,993.45 + 238,697.97)} = 3.618 t$$

$$VT2 = \frac{Mt Rjy Xjt}{(\sum Rjx Yjt^2 + \sum Rjy Xjt^2)} = \frac{16.69t - m * (-22,514.29)}{(258,993.45 + 238,697.97)} = -0.755 t$$

Dirección Y													
Entrepiso 1													
Marco	Rigidez (t/m)	Xj (m)	Vx (t)	MT1 (t-m)	MT2 (t-m)	Xjt (m)	Rjy Xt	Rjy Xt²	Vd (t)	Vt1 (t)	Vt2 (t)	Vj1	Vj2
1	3,400	0.00	28.00	-79.97	16.69	-6.62	-22,514.29	149086.31	6.30	3.62	-0.75	9.92	5.55
2	5,000	5.00	28.00	-79.97	16.69	-1.62	-8,109.26	13152.01	9.27	1.30	-0.27	10.57	9.00
3	6,700	10.00	28.00	-79.97	16.69	3.38	22,633.60	76459.66	12.42	-3.64	0.76	8.79	13.18
Sumatoria	15,100						Sumatoria=	238,697.97					

Sismo en X, entrepiso 1:

$$Fe_{1y} = \begin{bmatrix} 1.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 1.00 & 0.00 \\ -1.98 & 3.77 & 1.00 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 28.00 \\ 7.50 \\ 0.00 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 28.00 & 28.00 & 28.00 \\ 7.50 & 7.50 & 7.50 \\ -27.30 & -27.30 & -27.30 \end{bmatrix}$$

$$Fe_{2y} = \begin{bmatrix} 1.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 1.00 & 0.00 \\ -5.12 & 7.22 & 1.00 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 28.00 \\ 7.50 \\ 0.00 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 28.00 & 28.00 & 28.00 \\ 7.50 & 7.50 & 7.50 \\ -89.35 & -89.35 & -89.35 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{Desplazamientos} \\
 & \text{Globales} \\
 D\mathbf{e}_{1y} &= \begin{bmatrix} 1.91E-04 & -1.28E-04 & 2.06E-05 \\ -1.28E-04 & 2.06E-04 & -2.13E-05 \\ 2.06E-05 & -2.13E-05 & 3.22E-06 \end{bmatrix}^{-1} * \begin{bmatrix} 28.00 & 28.00 & 28.00 \\ 7.50 & 7.50 & 7.50 \\ -27.30 & -27.30 & -27.30 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0038 \text{ m} \\ -0.0015 \text{ m} \\ 0.0003 \text{ m} \end{bmatrix} \\
 D\mathbf{e}_{2y} &= \begin{bmatrix} 1.91E-04 & -1.28E-04 & 2.06E-05 \\ -1.28E-04 & 2.06E-04 & -2.13E-05 \\ 2.06E-05 & -2.13E-05 & 3.22E-06 \end{bmatrix}^{-1} * \begin{bmatrix} 28.00 & 28.00 & 28.00 \\ 7.50 & 7.50 & 7.50 \\ -89.35 & -89.35 & -89.35 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0025 \text{ m} \\ -0.0001 \text{ m} \\ 0.0001 \text{ m} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Sismo en Y, entrepiso 1:

$$\begin{aligned}
 F\mathbf{e}_{1x} &= \begin{bmatrix} 1.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 1.00 & 0.00 \\ -1.98 & 3.77 & 1.00 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8.40 \\ 25.00 \\ 0.00 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8.40 & 8.40 & 8.40 \\ 25.00 & 25.00 & 25.00 \\ 77.48 & 77.48 & 77.48 \end{bmatrix} \\
 F\mathbf{e}_{2y} &= \begin{bmatrix} 1.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 1.00 & 0.00 \\ -5.12 & 7.22 & 1.00 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8.40 \\ 25.00 \\ 0.00 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8.40 & 8.40 & 8.40 \\ 25.00 & 25.00 & 25.00 \\ 137.40 & 137.40 & 137.40 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{Desplazamientos} \\
 & \text{Globales} \\
 D\mathbf{e}_{1x} &= \begin{bmatrix} 1.91E-04 & -1.28E-04 & 2.06E-05 \\ -1.28E-04 & 2.06E-04 & -2.13E-05 \\ 2.06E-05 & -2.13E-05 & 3.22E-06 \end{bmatrix}^{-1} * \begin{bmatrix} 8.40 & 8.40 & 8.40 \\ 25.00 & 25.00 & 25.00 \\ 77.48 & 77.48 & 77.48 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0000 \text{ m} \\ 0.0024 \text{ m} \\ -0.0001 \text{ m} \end{bmatrix} \\
 D\mathbf{e}_{2x} &= \begin{bmatrix} 1.91E-04 & -1.28E-04 & 2.06E-05 \\ -1.28E-04 & 2.06E-04 & -2.13E-05 \\ 2.06E-05 & -2.13E-05 & 3.22E-06 \end{bmatrix}^{-1} * \begin{bmatrix} 8.40 & 8.40 & 8.40 \\ 25.00 & 25.00 & 25.00 \\ 137.40 & 137.40 & 137.40 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0012 \text{ m} \\ 0.0011 \text{ m} \\ 0.0001 \text{ m} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Desplazamientos locales y permisibles:

ENTREPISO 1											
Marco	α	$\text{Cos } \alpha$	$\text{Sen } \alpha$	$d \bar{m}$ (m)	$d \mathbf{e}_{1y}$ (m)	$d \mathbf{e}_{2y}$ (m)	$d \mathbf{e}_{1x}$ (m)	$d \mathbf{e}_{2x}$ (m)	$d_{\text{máx}}$ (m)	0.006 h	0.012 h
1	0	1.00	0.00	0.00	0.004	0.003	0.000	0.001	0.004	OK	OK
2	0	1.00	0.00	-5.00	0.002	0.002	0.001	0.001	0.002	OK	OK
3	0	1.00	0.00	-10.00	0.001	0.001	0.001	0.000	0.001	OK	OK
A	90	0.00	1.00	5.00	0.000	0.001	0.002	0.002	0.002	OK	OK
B	90	0.00	1.00	5.00	0.000	0.001	0.002	0.002	0.002	OK	OK
C	90	0.00	1.00	10.00	0.002	0.001	0.001	0.002	0.002	OK	OK
D	135	-0.71	0.71	10.61	0.000	-0.001	0.001	0.001	0.001	OK	OK

6.7 Diseño de Elementos por Marco

Una vez que se hayan comparado los desplazamientos permisibles que especifican las NTC-SISMO/04, obtenidos para cada marco:

1.- Se tendrán que deducir los desplazamientos relativos o deformaciones de cada entrepiso:

$$\Delta_i = d_i - d_{i-1}$$

2.- A continuación se obtienen los cortantes de diseño por entrepiso, multiplicando la rigidez de entrepiso de cada marco por la deformación de entrepiso calculada en el punto anterior.

$$V_i = k_i \Delta_i$$

3.- Después habrá que deducir las fuerzas laterales que rigen el diseño:

$$F_i = V_i - V_{i+1}$$

4.- Con las fuerzas laterales del punto anterior se analiza cada marco para obtener los elementos mecánicos (F_N, V, M) de diseño para trabes y columnas del marco, ya que éstas fuerzas son el resultado de la distribución tridimensional de la fuerza sísmica con las excentricidades especificadas en las NTC-SISMO/04.

CAPITULO 6

Análisis de Resultados

6.1 Resultados Esperados

En este trabajo se presentó el caso práctico de un edificio con planta estructural compuesta a base de marcos Ortogonales.

También se presentó otro caso práctico de un edificio con marcos No-Ortogonales en planta.

Los resultados esperados eran en primer lugar para el edificio de marcos ortogonales, obtener resultados similares a los obtenidos con la metodología convencional.

Para el edificio con marcos no-ortogonales, se esperaba calcular las coordenadas del Centro de Torsión, y a partir de él aplicar las excentricidades de diseño que especifican las Normas de Diseño Sísmico actuales y al final checar el equilibrio entre las fuerzas aplicadas y la distribución de fuerzas resultantes en los marcos de cada entrepiso del edificio.

6.2 Resultados Obtenidos

Los resultados obtenidos en ambos casos fueron los esperados y satisfactorios.

Se efectuó el análisis Sísmico del edificio tanto con el procedimiento tradicional para marcos Ortogonales que como lo presenta Meli, 2000, a base de tablas y con el cálculo del centro de torsión para marcos Ortogonales.

Después se efectuó el análisis del mismo edificio aplicando la metodología matricial propuesta en este trabajo.

Los resultados obtenidos tanto para el cálculo del Centro de Torsión del edificio como para la distribución de fuerzas sísmicas en cada uno de los marcos fueron muy similares, dando por aceptable la metodología propuesta.

Para el caso del edificio con marcos No-ortogonales, se aplicó la metodología propuesta y se pudieron aplicar las excentricidades de diseño que indican nuestras normas para el Análisis Sísmico, y se pudo obtener la distribución de fuerzas en cada marco de cada entrepiso de manera adecuada y satisfactoria.

6.3 Interpretación de Resultados

Los datos obtenidos se pueden interpretar como la distribución de fuerzas en cada uno de los marcos de un edificio con marcos con cualquier distribución en planta.

Al tener esta distribución en cada marco la obtención tanto de los elementos mecánicos en las barras de cada marco que componen el edificio y los desplazamientos resultantes pueden ser obtenidos con facilidad para su posterior diseño como se efectúa de manera convencional.

Conclusiones

En este trabajo de tesis se desarrolló el planteamiento matricial para el análisis tridimensional de edificios con una distribución de elementos resistentes no-ortogonal o general.

El planteamiento fue comparado con la metodología convencional que se emplea para edificios con marcos ortogonales.

Posteriormente se aplicó a un edificio con una distribución irregular en planta a base de marcos no-ortogonales, lo anterior también se calibró de alguna manera verificando el equilibrio del modelo propuesto.

Se pudo concluir que es posible aplicar las excentricidades de diseño de nuestras Normas e incluso se pueden aplicar las de otras especificaciones una vez conocidas las coordenadas del Centro de Torsión.

Un análisis tridimensional de edificios se realiza convencionalmente por medio de un programa de Análisis comercial.

De los resultados de este trabajo de tesis podemos concluir que podemos obtener los mismos resultados que se obtienen empleando cualquier software comercial, lo anterior de una manera práctica, ya que es posible implementarla de manera rápida empleando una hoja electrónica de cálculo.

Recomendaciones

Se puede recomendar plantear modelos paramétricos y analizarlos con la metodología propuesta en este trabajo para determinar el comportamiento de edificios ante diferentes zonas sísmicas, diferentes condiciones de regularidad, etc. Y así poder establecer comparativas que indiquen los pros y contras de los modelos propuestos.

También se recomienda extender el alcance de este trabajo para realizar el Análisis Sísmico Dinámico de Edificios a partir del planteamiento presentado en este trabajo de tesis.

Bibliografía

1. Páez Robles Alfredo A., 2011, Capítulo 2 Conceptos básicos de Dinámica Estructural, México, ESIAZ, IPN, p. 23.
2. M. Cassano Arturo, 2009, Análisis de estructuras bajo acciones dinámicas, Facultad Regional Paraná, Universidad Tecnológica Nacional – edUTecNe, p. 1-7.
3. Ray W. Clough, Joseph Penzien, 1995, Dynamics of Structures, USA, CA 94704, p. 9.
4. Anil K. Chopra, 1995, Dynamics Structures: Theory and Applications to Earthquake engineering, New Jerse, Electronic Publishing Services, Inc. p. 15 y 16.
5. Sarria Molina Alberto, 1990, Ingeniería sísmica, Bogotá Colombia, p. 215-238.
6. Goytia Torrez Ivan Richard, Villanueva Inca Rolando, 2001, Texto Guía de Ingeniería Antisísmica.
7. Paz Mario, 1992, Dinámica Estructural “Teoría y Cálculo”, Barcelona, Reberté, p. 25.
8. Wakabayashi Minoru, 1921, Diseño de estructuras sismo resistentes (Traducido por Martínez Romero Erique, 1988), México, McGraw – Hill. p.220.
9. García Reyes Luis Enrique, 1998, Dinámica estructural aplicada al diseño sísmico, Bogota Colombia, p.22.
10. Gobierno del Distrito Federal, 2004, Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo, p. 58-59.
11. Meli Roberto, Enrique Bazan, 2010, Diseño Sísmico de Edificios, México, p. 147-194