



# INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

---

---

ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

UNIDAD PROFESIONAL ZACATENCO

SECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

## “ANÁLISIS DE MECÁNICA DE LA FRACTURA EN MATERIALES POLÍMEROS”

# T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE  
MAESTRO EN CIENCIAS  
CON ESPECIALIDAD EN  
DISEÑO MECÁNICO  
P R E S E N T A

*ING. JUAN ALFONSO BELTRÁN FERNANDEZ*

DIRECTOR: Dr. Luis Héctor Hernández Gómez

MEXICO, D.F. Febrero de 2002



## ***DEDICATORIAS***

*A través de los últimos 3 años, se ha recorrido un largo e intenso camino para lograr cada uno de los objetivos trazados. En este caso, la obtención del grado de Maestro en Ciencias.  
Todo lo que sea capaz de hacer, siempre lo fundamentaré en la fe que tenga en Dios nuestro señor.*

*Mil gracias por darme la paciencia y dedicación cuando  
la he requerido*

A todas las personas que han contribuido con una palabra de aliento para concluir todos los proyectos que se han trazado, les agradezco infinitamente de todo corazón.

A mis padres:

### **Gloria Fernández Cabrera**

Por tu inmenso apoyo en todos los aspectos y tu cariño inigualable de madre, a pesar de todas tus actividades.

### **Alfonso Beltrán Herrera**

Por todas tus enseñanzas y consejos, sabes que siempre contarás conmigo.

Sé que no ha sido fácil para ustedes, pero la mejor herencia que nos han podido dejar es el habernos dado la oportunidad de valerlos por nosotros mismos.

Los amo

A mis hermanos:

### **Salvador, Mónica y Carlitos**

Espero siempre mostrarles un buen camino y ejemplo dentro y fuera de nuestra familia. Nunca terminaremos de intercambiar experiencias, así que espero seguir aprendiendo mucho de ustedes y logremos emprender muchos proyectos nuevos.

Los quiero mucho.

A mis cuñados:

**Dulce:**

Por tu inmenso cariño y dedicación hacia mi hermano, espero que siempre pueda ayudarlos en el bienestar y formación de mis adorados sobrinos Missael y Maryfer.

**Angel:**

Todos debemos elegir diversos caminos para lograr nuestras metas en la vida. Cualquiera que sea, elige o corrige con el mejor y el más digno, y eso te dará una gran tranquilidad, estabilidad y calidad, no sólo como persona, sino con tu nueva familia. Te aprecio mucho y ojalá vengan mejores cosas para ustedes y mis sobrinos.

A todos mis queridos amigos:

**Alfredo, Mario, José, Dannizei,**

Mis Amigas:

**Lucero, Carmen, Blanca y Angélica.**

**Y a toda la familia Blancas y Romero**

Por todo su cariño, comprensión, ayuda y aliento, además de todas las inmensas alegrías que hemos pasado juntos. Gracias por su amistad sincera.

Muy especialmente a:

**Gustavo y Maribel**

Con quienes he recorrido este camino. Sabemos que no ha sido fácil, sin embargo, espero que siempre logremos impulsarnos mutuamente. Gracias por su apoyo incondicional.

**Y para ti Verónica**

Han sido muchas las experiencias buenas y malas que hemos vivido. De todas ellas se han obtenido mucho aprendizaje. Espero que siempre pueda motivarte a lograr tu éxito y desarrollo profesional. Te lo mereces.

Te adoro y te quiero mucho



## ***AGRADECIMIENTOS***

Mis agradecimientos al:

Instituto Politécnico Nacional

Por haberme permitido aprender, desarrollarme y brindarme todos los valores que como profesional requiero.

A la:

Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y  
Eléctrica

Por iniciarme en mi formación ingenieril y enseñarme a apreciar y defender el orgullo de ser un ingeniero en toda la extensión de la palabra.

A la:

Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica -  
U-Ticomán

Por todo el apoyo brindado en el uso de las instalaciones para el desarrollo del trabajo experimental.

Al:

Programa de Formación Docente

Por brindarnos el apoyo para la obtención de una formación de calidad y por iniciarnos en el arduo camino para aprender a ser dignos profesores con un alto sentido de responsabilidad y desempeño académico.

Muy especialmente

Al:

M. en C. Jesús Reyes García

Mil gracias por enseñarnos que a través del trabajo e iniciativa, podemos lograr todas y cada una de nuestras metas. Por impulsar a la educación de calidad y todo el apoyo recibido. No lo defraudaremos.

A Mi asesor y Director de Tesis:

Dr. Luis Héctor Hernández Gómez

Por todas sus enseñanzas en todo el proceso de formación y en la calidad para formar personas con capacidad de raciocinio en cualquiera de las ramas ingenieriles. Gracias por impulsarme en todo momento y por el inmenso apoyo que he recibido desde el momento en que lo conocí.

Al:

Dr. Guillermo Urriolagoitia Calderón

Por todo el apoyo brindado durante el transcurso de la maestría. Además de impulsarnos a lograr siempre cada vez mayores metas y objetivos en afán de un mayor desarrollo profesional.

Al:

M. en C. Gabriel Villa y Rabasa

Por los consejos y apoyo dentro y fuera del ambiente profesional. Siempre tendré muy en cuenta sus sabias palabras y recomendaciones. Sin duda, siempre será un ejemplo a seguir para nosotros.

Al:

M. en C. Ricardo López Martínez

Por inculcarnos una mentalidad emprendedora y de calidad. Sin duda, un aspecto muy clave para todo

profesional en aras de buscar una vida digna y llena de éxitos.

A los profesores que integraron la comisión revisora de tesis y sinodales en el examen de grado:

Dr. Guillermo Urriolagoitia Calderón  
 Dr. Orlando Susarrey Huerta  
 Dr. Luis Héctor Hernández Gómez  
 M. en C. Cándido Palacios Montufar  
 M. en C. Gabriel Villa y Rabasa  
 M. en C. Ricardo López Martínez

Por sus sinceras palabras, recomendaciones y consejos en el desarrollo de este trabajo.

A mis profesores de la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación, por haber influido y colaborado en la educación de calidad que he recibido, además de su amistad y confianza.

Al:

M. en C. Hilario Hernández Moreno e Ing. Mario Méndez Ramos

Por su apoyo en el uso de las instalaciones de la ESIME - U-Ticomán y su asesoría en el desarrollo del trabajo experimental.

A mis amigos y compañeros de la Sección de Posgrado de la ESIME-Zacatenco:

Erika, Rubén, Victor, Israel, Jorge, Alfredo,  
 Mario, Maribel y Gustavo,

Por todos sus consejos y amistad incondicional

A mis amigos (as) y compañeros (as) del Programa de Formación Docente, por todas las experiencias vividas

y en espera de que todos y cada uno de ustedes logren sus objetivos y metas.

GRACIAS

---

# EXPERIMENTACIÓN DE LA MECANICA DE LA FRACTURA EN MATERIALES POLIMEROS.

## INDICE

	Página
Dedicatorias	i
Agradecimientos	iii
Resumen	vi
Abstract	viii
Objetivo	x
Justificación	xi
Índice	xii
Índice de Figuras	xviii
Índice de Tablas	xxi
Índice de Fotografías	xxii
Simbología	xxiii
Introducción	1

---

## CAPÍTULO I

### 1 GENERALIDADES DE LOS PLÁSTICOS

1.1	Importancia de los plásticos en la vida cotidiana	5
1.2	Propiedades mecánicas de los polímeros	8
1.2.1	Módulo de Elasticidad de los polímeros	8
1.2.2	Tenacidad	11
1.3	Propiedades mecánicas de los polímeros reales	14
1.4	Evolución de los polímeros en relación con otros materiales	17
1.5	Requerimientos solicitados para cada uno de los materiales en función de sus propiedades.	20
1.6	Sumario	22
1.7	Referencias	23

## CAPÍTULO II

### 2 ELASTICIDAD Y VISCOELASTICIDAD EN LOS POLÍMEROS

2.1	Generalidades	25
2.2	Viscoelasticidad lineal	29
2.2.1	Ensayo de Fluencia o capacitancia	32
2.2.2	Principio de Superposición de Boltzmann (PSB)	33
2.2.3	Relación de las deformaciones lineales con el Principio de Superposición de Boltzmann	36
2.3	Modelos Viscoelásticos	45
2.3.1	Modelo de Maxwell	47
2.3.1.1	Fluencia (Creep)	48
2.3.1.2	Relajación (Relaxation)	50
2.3.2	Modelo de Zener	51
2.4	Sumario	53
2.5	Referencias	54

## CAPÍTULO III

### 3 ANÁLISIS DE FRACTURA EN PLACAS AGRIETADAS HECHAS DE POLÍMEROS

3.1	Conceptos básicos de la Mecánica de Fractura	56
3.1.1	Generalidades	56
3.1.2	Análisis de fractura debido al comportamiento del material	58
3.1.3	Ductilidad y Fragilidad	58
3.1.4	Aspectos Geométricos de un cuerpo agrietado	61
3.1.5	Modos de carga en los materiales agrietados	63
3.2	El Estado de esfuerzos en la vecindad de la punta de una grieta	65
3.2.1	Condiciones iniciales	65
3.2.2	Factor de intensidad de esfuerzos ( $K$ )	66
3.2.3	Campo de esfuerzos resultante	67
3.3	Punto de vista energético de la Mecánica de Fractura	70
3.4	Equivalencia entre $G$ y $K$	76
3.5	Análisis Elastoplástico de Fractura	78
3.6	Sumario	80
3.7	Referencias	81

## CAPÍTULO IV

### 4 ANÁLISIS EXPERIMENTAL

4.1	Características del Polimetil metacrilato (PMMA)	84
4.2	Metodología para la realización de la prueba de tensión	86
4.3	Configuración geométrica de la probeta de tensión	87
4.4	Fabricación de las probetas de tensión	89
4.5	Configuración geométrica de la probeta de fractura	90
4.6	Resultados de las pruebas de tensión	91
4.6.1	Gráficas esfuerzo – tiempo y deformación – tiempo (Stress y Strain – rate)	93
4.7	Realización de la prueba de fractura	96
4.7.1	Metodología para el cálculo de $K_{Ic}$	96

---

4.7.2 Resultados de la prueba de Fractura	98
4.8 Sumario	99
4.9 Referencias	99

## **CAPÍTULO V**

### **5 ANÁLISIS NUMÉRICO**

5.1 Requerimientos para realizar la prueba numérica	101
5.2 Metodología para la obtención de la tenacidad a la fractura	103
5.3 Resultados gráficos para la probeta de fractura	104
5.4 Simulación de la prueba de tensión en ANSYS 5.5	110
5.5 Sumario	113
5.6 Referencias	113

## **CAPÍTULO VI**

### **6 EVALUACIÓN DE RESULTADOS**

6.1 Análisis Experimental	115
Prueba de tensión	115
Prueba de fractura	116
6.2 Análisis Numérico en ANSYS 5.5	116
6.3 Comparación entre los métodos experimental y numérico para el caso de fractura	116

<b>CONCLUSIONES</b>	119
---------------------	-----

<b>RECOMENDACIONES PARA TRABAJO FUTURO</b>	124
--------------------------------------------	-----

<b>ANEXOS</b>	125
Anexo 1	



➤ Programa para la manufactura de las probetas en la fresadora Denford	126
<b>Anexo 2</b>	
➤ Realización del dispositivo de sujeción para las probetas de fractura	129
<b>Anexo 3</b>	
➤ Descripción de la máquina para pruebas de tensión Instron 8540	132
➤ Partes que conforman el equipo	133
➤ Mordazas	133
➤ Módulo de Control Análogo	134
➤ Terminales para los extensómetros	134
➤ Extensómetro	135
➤ Módulo o Terminal	135
➤ Sujetadores del espécimen	135
➤ Programa de control Instron	136
<b>Anexo 4</b>	
➤ Gráficas esfuerzo – tiempo y deformación – tiempo (Stress y Strain rate)	137
➤ Probeta 1 (t = 6.35 mm) Velocidad de carga 1 mm/min	137
➤ Probeta 2 (t = 6.35 mm) Velocidad de carga 4 mm/min	139
➤ Probeta 3 (t = 6.35 mm) Velocidad de carga 6 mm/min	141
➤ Probeta 4 (t = 3.175 mm) Velocidad de carga 1 mm/min	143
➤ Probeta 5 (t = 3.175 mm) Velocidad de carga 4 mm/min	145
➤ Probeta 6 (t = 3.175 mm) Velocidad de carga 6 mm/min	147
<b>Anexo 5</b>	
➤ Gráficas esfuerzo – tiempo (Stress – rate) y deformación – tiempo (Strain – rate) para las probetas a tensión	149
<b>Anexo 6</b>	
Gráficas generadas para la prueba de fractura	
Probeta 1 (t = 9.5 mm) Esfuerzo – elongación y esfuerzo – $K_{IC}$ con velocidad de carga 6 mm/min	155
Probeta 2 (t = 6.35 mm) Esfuerzo – elongación y esfuerzo – $K_{IC}$ con velocidad de carga 6 mm/min	156
Probeta 3 (t = 3.175 mm) Esfuerzo – elongación y esfuerzo – $K_{IC}$ con	

---

velocidad de carga 6 mm/min	157
Anexo 7	
➤ Proceso de elaboración del modelo en ANSYS 5.5	158
➤ Preliminares para la definición del material en estudio	158
➤ Creación del modelo a simular	161
➤ Creación del mallado para la división por elementos finitos	167
➤ Método para la generación de la malla libre	169
➤ Método de Mallado por Modificación	171
➤ Aplicación de las cargas aplicadas a la probeta de fractura	175
➤ Solución del problema	179
➤ Graficación de los resultados	180
➤ Cálculo de la tenacidad de Fractura ( $K_{Ic}$ )	183
➤ Cálculo de la tenacidad de Fractura ( $K_{Ic}$ ) por el método directo	185

## ÍNDICE DE TABLAS

	<b>Página</b>
<b>Tabla 1.1</b> Datos representativos de algunos termoplásticos.	<b>14</b>
<b>Tabla 1.2</b> Papel de los materiales en relación a la energía que se transmite	<b>27</b>
<b>Tabla 3.1</b> Estudios necesarios para realizar un análisis de fractura	<b>62</b>
<b>Tabla 3.2</b> Tipos de fractura en los materiales	<b>64</b>
<b>Tabla 4.1</b> Propiedades físicas del acrílico GP	<b>85</b>
<b>Tabla 4.2</b> Relación de dimensiones de probetas empleadas en el ensayo de tensión	<b>88</b>
<b>Tabla 4.3</b> Condiciones de carga para las probetas de tensión	<b>89</b>
<b>Tabla 4.4</b> Comparación de los valores obtenidos en la prueba de tensión experimental	<b>93</b>
<b>Tabla 4.5</b> Comparación de módulos de elasticidad del PMMA a distintos strain - rate	<b>94</b>
<b>Tabla 4.6</b> Obtención de la tenacidad de fractura	<b>97</b>
<b>Tabla 5.1</b> Parámetros necesarios para modelizar las probetas de fractura	<b>102</b>
<b>Tabla 5.2</b> Resultados de la simulación de la prueba de fractura en ANSYS 5.5 con el modelo completo	<b>106</b>
<b>Tabla 5.3</b> Resultados de la simulación de la prueba de fractura en ANSYS 5.5 con medio modelo	<b>106</b>
<b>Tabla 5.4</b> Comparación de resultados de la simulación de la prueba de fractura en ANSYS 5.5 con el modelo completo y la mitad	<b>109</b>
<b>Tabla 5.5</b> Comparación de los valores obtenidos en la prueba de tensión por el método numérico para una probeta completa y la mitad	<b>113</b>
<b>Tabla 6.1</b> Resultados comparativos de los métodos experimental y numérico para la prueba de fractura	<b>178</b>

---



---

**ÍNDICE DE FIGURAS**

<b>Fig. 1.1</b> Consumo de plásticos en 1992 en USA	<i>Pag. 11</i>
<b>Fig. 1.2</b> Curva esfuerzo – deformación unitaria	<i>Pag. 12</i>
<b>Fig. 1.3</b> Curva esfuerzo – deformación unitaria para plásticos	<i>Pag. 13</i>
<b>Fig. 1.4</b> Curva esfuerzo – deformación unitaria para definir la tenacidad	<i>Pag. 15</i>
<b>Fig. 1.5</b> Curva esfuerzo – deformación unitaria para distintas clases de plásticos	<i>Pag. 16</i>
<b>Fig. 1.6</b> Curva esfuerzo – deformación unitaria de los polímeros reales	<i>Pag. 18</i>
<b>Fig. 1.7</b> Influencia de la orientación de las fibras en los esfuerzos en polímeros reales	<i>Pag. 20</i>
<b>Fig. 1.8</b> Competición de los seis materiales más importantes de los estados unidos sobre una base en peso.	<i>Pag. 22</i>
<b>Fig. 1.9</b> Evolución de los materiales utilizados en la industria automotriz, para los años 1985, 1992 y 2000	<i>Pag. 23</i>
<b>Fig. 1.10</b> Aviones militares de alta tecnología	<i>Pag. 24</i>
<b>Fig. 1.11</b> Instalaciones de una central nuclear	<i>Pag. 24</i>
<b>Fig. 1.12</b> Motor de turbina para avión (PW 2037) fabricado con aleaciones metálicas, especialmente para altas temperaturas	<i>Pag. 26</i>
<b>Fig. 2.1</b> Comportamiento de un acero bajo la acción de cargas	<i>Pag. 29</i>
<b>Fig 2.2</b> Gráficas de comportamiento de polímeros bajo la acción de cargas y tiempo de aplicación.	<i>Pag. 30</i>
<b>Fig. 2.3</b> Componentes del esfuerzo finito	<i>Pag. 35</i>
<b>Fig. 2.4</b> Comparación entre las deformaciones de un sólido elástico contra un sólido viscoelástico lineal.	<i>Pag. 39</i>
<b>Fig. 2.5</b> Variación de la razón a temperatura constante para un polímero amorfo con una simple transición de relajación.	<i>Pag. 40</i>
<b>Fig. 2.6</b> Proceso de carga de dos etapas.	<i>Pag. 41</i>
<b>Fig. 2.7</b> rango de medición de las frecuencias para el comportamiento viscoelástico.	<i>Pag. 54</i>
<b>Fig. 3.1</b> Diagramas esfuerzo – deformación unitaria para materiales frágiles y dúctiles.	<i>Pag. 66</i>
<b>Fig. 3.2</b> Forma general de una grieta.	<i>Pag. 67</i>
<b>Fig. 3.3</b> Modos de carga.	<i>Pag. 69</i>
<b>Fig. 3.4</b> Placa agrietada en el centro.	<i>Pag. 70</i>
<b>Fig. 3.5</b> Sistema de coordenadas alrededor de una grieta.	<i>Pag. 72</i>
<b>Fig. 3.6</b> Extremos de una grieta en punta aguda y con punta redondeada.	<i>Pag. 74</i>
<b>Fig. 3.7</b> Trayectorias de integración para una grieta.	<i>Pag. 85</i>
<b>Fig. 3.8</b> Curva carga – desplazamiento de un cuerpo agrietado con deformación elasto – plastica.	<i>Pag. 86</i>

---



---

---

Fig. 4.1 Configuración para la manufactura de la probeta de sección rectangular de tensión.	<i>Pag. 92</i>
Fig. 4.2 Proceso de maquinado de las probetas de tensión.	<i>Pag. 96</i>
Fig. 4.3 Configuración para la manufactura de la probeta de fractura.	<i>Pag. 97</i>
Fig. 4.4 Ensamble del dispositivo para pruebas de fractura con carga tensional.	<i>Pag. 99</i>
Fig. 4.5 Placa agrietada en un costado en el modo I de carga.	<i>Pag. 126</i>
Fig. 5.1 Declaración del elemento estructural.	<i>Pag. 139</i>
Fig. 5.2 Declaración del método de división.	<i>Pag. 140</i>
Fig. 5.3 Declaración de las propiedades mecánicas del elemento.	<i>Pag. 141</i>
Fig. 5.4 Declaración de los keypoints.	<i>Pag. 142</i>
Fig. 5.5 Keypoints formados.	<i>Pag. 143</i>
Fig. 5.6 Creación de las líneas de la probeta de fractura.	<i>Pag.144</i>
Fig. 5.7 Contorno de la probeta de fractura.	<i>Pag. 144</i>
Fig. 5.8 Creación de las áreas de la probeta de fractura.	<i>Pag. 145</i>
Fig. 5.9 Áreas conformadas de la probeta de fractura.	<i>Pag. 146</i>
Fig. 5.10 Creación de los barrenos de sujeción.	<i>Pag. 146</i>
Fig. 5.11 Áreas sustraídas.	<i>Pag. 147</i>
Fig. 5.12 Delimitación del área de mallado.	<i>Pag.148</i>
Fig. 5.13 Áreas delimitadas.	<i>Pag. 149</i>
Fig. 5.14 Asignación del valor de división.	<i>Pag. 150</i>
Fig. 5.15 Delimitación de los barrenos.	<i>Pag. 150</i>
Fig. 5.16 Elección de las áreas a mallar.	<i>Pag. 151</i>
Fig. 5.17 Proceso de creación del mallado.	<i>Pag. 152</i>
Fig. 5.18 Modificación de la malla en la punta de la grieta.	<i>Pag. 152</i>
Fig. 5.19 Selección de los elementos de la malla a modificar.	<i>Pag.153</i>
Fig. 5.20 Elementos seleccionados para la modificación de la malla.	<i>Pag. 154</i>
Fig. 5.21 Asignación del valor de división de los elementos seleccionados.	<i>Pag. 154</i>
Fig.5.22 Malla modificada en la punta de la grieta.	<i>Pag. 155</i>
Fig. 5.23 Acercamiento y selección de elementos de la malla modificada.	<i>Pag. 155</i>
Fig. 5.24 Selección circular de los elementos de la malla a modificar.	<i>Pag.156</i>
Fig. 5.25 Aspecto de la malla modificada o refinada.	<i>Pag.156</i>
Fig. 5.26 Aplicación de empotramiento en la base de la probeta.	<i>Pag. 157</i>
Fig. 5.27 Comando <b>all dof</b> empleado para empotrar la probeta.	<i>Pag. 158</i>
Fig. 5.28 Detalle del empotramiento de la probeta.	<i>Pag. 158</i>
Fig. 5.29 Aplicación de la carga tensional en el extremo de la probeta.	<i>Pag. 159</i>
Fig. 5.30 Asignación del valor de la carga de tensión distribuida.	<i>Pag. 160</i>
Fig. 5.31 Aspecto de la probeta con las cargas y restricciones asignadas.	<i>Pag. 160</i>

---

<b>Fig. 5.32</b> Aplicación de los comandos necesarios para resolver el problema.	<b><i>Pag. 161</i></b>
<b>Fig. 5.33</b> Problema resuelto.	<b><i>Pag. 162</i></b>
<b>Fig. 5.34</b> Comandos necesarios para graficar los resultados.	<b><i>Pag. 163</i></b>
<b>Fig. 5.35</b> Elección del método de solución para el cálculo de los parámetros mecánicos.	<b><i>Pag. 163</i></b>
<b>Fig. 5.36</b> Aspectos de la probeta ensayada. Malla sin deformar y probeta deformada.	<b><i>Pag. 164</i></b>
<b>Fig. 5.37</b> Zonas de esfuerzo de la probeta de fractura ensayada.	<b><i>Pag. 164</i></b>
<b>Fig. 5.38</b> Operaciones necesarias para el calculo de $K_{Ic}$ en la punta de la grieta.	<b><i>Pag. 165</i></b>
<b>Fig. 5.39</b> Elección de los puntos de calculo para $K_{Ic}$ .	<b><i>Pag. 166</i></b>
<b>Fig. 5.40</b> Asignación de la etiqueta $K_{Ic}$ .	<b><i>Pag. 166</i></b>
<b>Fig. 5.41</b> Resultados de los 5 puntos elegidos para $K_{Ic}$ .	<b><i>Pag. 167</i></b>
<b>Fig. 5.42</b> Método 2 para la obtención de $K_{Ic}$ .	<b><i>Pag. 167</i></b>
<b>Fig. 5.43</b> Resultados para el cálculo de $K_{Ic}$ por el método directo.	<b><i>Pag. 168</i></b>
<b>Fig. 6.1</b> Grafica esfuerzo – deformación unitaria comparativa para las probetas sometidas a la prueba de tensión.	<b><i>Pag. 173</i></b>

## ÍNDICE DE FOTOGRAFÍAS

<b>Fotografía 4.1</b> Ensamble del dispositivo y la probeta de fractura	<i>Pag. 100</i>
<b>Fotografía 4.2</b> Mordazas de la maquina Instron	<i>Pag. 103</i>
<b>Fotografía 4.3, 4.4 y 4.5</b> Detalle de las mordazas de la maquina Instron	<i>Pag. 103</i>
<b>Fotografía 4.6</b> Modulo de control analógico de la maquina Instron	<i>Pag. 104</i>
<b>Fotografía 4.7</b> Conexión de las terminales para los extensómetros de la maquina Instron	<i>Pag. 104</i>
<b>Fotografía 4.8, 4.9 y 4.10</b> Extensómetro con aditamentos empleado para la prueba de tensión	<i>Pag. 105</i>
<b>Fotografía 4.11</b> Módulo o terminal del extensómetro	<i>Pag. 105</i>
<b>Fotografía 4.12</b> Sujetadores o plizadores del espécimen de tensión	<i>Pag. 105</i>
<b>Fotografía 4.13</b> Ambiente del programa Instron fast track para las pruebas mecánicas	<i>Pag. 106</i>
<b>Fotografía 4.14</b> Introducción de los datos en el menú del programa	<i>Pag. 106</i>

---



---

## SIMBOLOGÍA

### Símbolo Definición

<b>T<sub>g</sub></b>	Temperatura de transición cristaloplástica
<b>PMMA</b>	Polimetil – Metacrilato
<b>PVC</b>	Cloruro de Polivinil
<b>HIPS</b>	Poliestireno de alto impacto
<b><math>\sigma</math></b>	Esfuerzo de tensión
<b>t</b>	Tiempo
<b>e</b>	Deformación unitaria
<b>E</b>	Módulo de elasticidad
<b><math>\nu</math></b>	Relación de Poisson
<b>e<sub>ii</sub></b>	Deformación unitaria finita
<b><math>\sigma_{ii}</math></b>	Esfuerzo finito
<b>f</b>	Esfuerzo Nominal
<b><math>\lambda</math></b>	Razón de extensión para esfuerzo finito
<b><math>\varepsilon</math></b>	Componente de la deformación en esfuerzo finito
<b>f<sub>1</sub>, f<sub>2</sub>, f<sub>3</sub></b>	Fuerzas actuantes en las caras de un cubo unitario
<b>W</b>	Trabajo realizado
<b>U</b>	Energía elástica almacenada (Función de energía de esfuerzo)
<b>A</b>	Energía libre de Helmotz
<b>G</b>	Módulo de rotura
<b><math>\eta</math></b>	Viscosidad Dinámica
<b>e</b>	Esfuerzo total
<b>e<sub>1</sub></b>	Deformación elástica
<b>e<sub>2</sub></b>	Deformación elástica retardada
<b>J(t)</b>	Relación de capacitancia en el ensayo de fluencia
<b><math>\tau'</math></b>	Retardo de tiempo en la prueba de fluencia
<b>e(t)</b>	Capacitancia a tiempo
<b>G<sub>u</sub></b>	Término de no relajación
<b><math>\tau</math></b>	Tiempo en el ensayo de fluencia



---



---

**Símbolo Definición**

$e'_c$	Capacitancia adicional
$e_r$	Recuperación del material
$\epsilon$	Deformación
$Q(t, \tau)$	Medida de relajación
$R(t, \tau)$	Relajación de Kernel
$C(t, \tau)$	Fluencia o Creep
$\xi$	Coordenadas de Lagrange
$G^*, G_1$ y $G_2$	Módulo de Torsión
$f_r$	Frecuencia de resonancia
$l$	Longitud
$h$	Grosor de la probeta de fractura
$\rho$	Densidad
FR	Recuperación fraccional
$t_R$	Tiempo reducido
$g(e)$	Función del esfuerzo normal
$K_{Ic}$	Tenacidad de fractura crítica en modo de carga I
$J_{Ic}$	Integral J
$P$	Carga de tensión
$a$	Longitud de grieta
$\theta$	Angulo de propagación de grieta
$\tau_{xy}$	Esfuerzo cortante en el plano "xy"
$r$	Distancia cualquiera desde la punta de la grieta (en coordenadas polares)
$U$	Energía Potencial del cuerpo con grieta
$U_0$	Energía Potencial del cuerpo sin grieta
$t$	Espesor de placa
$\gamma_s$	Energía de superficie
R	Resistencia del material
$G$	Razón de energía liberada

**Símbolo    Definición**

$\rho$	Radio de grieta
$\gamma_p$	Deformación plástica
$G_c$	Razón d energía elástica liberada crítica
$Y$	Factor geométrico de la placa para fractura en estudio
$T$	Vector de tensión sobre un elemento diferencial
$\Gamma$	Trayectoria cerrada alrededor de una punta de grieta

# “ANÁLISIS DE MECANICA DE LA FRACTURA EN MATERIALES POLIMEROS”

## *RESUMEN*

En el presente trabajo, se analiza la importancia de los plásticos en la industria actual y su evolución en los últimos años. Se estudia además, el comportamiento mecánico de los polímeros, haciendo uso de las propiedades mecánicas, tales como: Módulo de Elasticidad, Dureza, Tenacidad y fluencia. Todo ello con la finalidad de comprender el efecto viscoelástico existente en los polímeros.

Se pretende además, obtener algunas de dichas propiedades mecánicas, tales como: *Modulo de Elasticidad, Esfuerzo normal máximo, Esfuerzo de Cedencia y las curvas esfuerzo – deformación unitaria, Esfuerzo – tiempo (Stress- rate) y Deformación – tiempo (Strain – rate)*, a través de la realización de la prueba de tensión para probetas hechas de Polimetil - Metacrilato (PMMA), con la finalidad de conocer el comportamiento mecánico real ante las condiciones de carga establecidas y a distintas velocidades de prueba.

Posteriormente, se efectuarán pruebas de fractura en especímenes con una grieta lateral. Con la finalidad de analizar el efecto resultante en la resistencia del material y obtener la tenacidad de fractura, para el modo de carga I.

Como apoyo a la experimentación en fractura y en tensión, se hará uso del programa ANSYS 5.5 para realizar una simulación de dichas prueba y obtener, además de la tenacidad a la fractura y la deformación unitaria máxima, un panorama visual de la distribución de los esfuerzos con las variantes en la geometría de las probetas.

Se desarrolla además toda una descripción detallada del proceso de generación del modelo, la aplicación de las condiciones de carga y la solución del problema, con el

afán de mostrar a los futuros usuarios del programa, una panorámica más sencilla en el manejo y operación de los comandos mínimos necesarios para simular la prueba de fractura.

Evidentemente, se generarán gráficas de comportamiento mecánico para el caso del esfuerzo contra la tenacidad a la fractura; además de validar la metodología experimental y numérica, mediante la comparación de resultados, desarrollando tablas comparativas.

## INTRODUCCIÓN

Los Polímeros en varias de sus formas son ampliamente usados en ingeniería. Por una parte, los termoplásticos son empleados generalmente como estabilizadores, rellenos y agentes endurecedores, debido a la amplia gama de propiedades con las que cuentan. Las resinas termofijas se utilizan en matrices de compuestos y hules, ya sean naturales o sintéticos; además de ser empleadas para crear resortes y mecanismos de amortiguamiento. En todos los casos, la presencia de fracturas en los productos finales es un asunto de preocupación y eso se refleja en el amplio número de pruebas empleadas para simular las diversas condiciones de fractura que generen fallas. El uso de dichas pruebas como normas y controles de calidad está diseñado para evitar fallas ante las condiciones reales de trabajo. Dichas pruebas están diseñadas de tal modo que sean fáciles de desarrollar y sobre todo se incluyan las suficientes circunstancias de las situaciones reales, dando así una medición realista de cómo el material se comporta en la práctica.

Por tanto, debido a que se considera de suma importancia poder visualizar el efecto de los concentradores de esfuerzos en los materiales, es preciso tener una idea mucho mas clara de cuanto se afecta la resistencia del material y con esto se pueda diseñar una vez que se conozca el valor de los esfuerzos antes de existir alteraciones geométricas y cuya repercusión resida directamente en el tiempo de vida útil de la pieza diseñada.

Para el desarrollo del trabajo, se propone emplear como material de prueba, el denominado, Polimetil Metacrilato (PMMA).

Se evaluará dicho material de prueba a diferentes tipos de condiciones fracto – mecánicas, variando el espesor, la carga aplicada y las velocidades de respuesta para el polímero sólido, buscando obtener respuestas en: elasticidad, viscoelasticidad, y fractura.

Para lo anterior, en el capítulo 1 se presenta un panorama general acerca de lo que son los plásticos, los tipos existentes y la importancia e influencia en nuestra vida cotidiana, con el afán de remarcar la dependencia actual de las actividades de investigación, industriales, domésticas y de entretenimiento, además de incursionar en el campo de las propiedades mecánicas de los polímeros.

En el capítulo 2, se presenta el concepto de elasticidad en los materiales, y los principios básicos de la *viscoelasticidad*. En este sentido, se aborda el concepto mediante el principio de Superposición de Boltzmann, con el cual, se podrá conocer como influyen y se calculan las deformaciones y esfuerzos tanto de relajamiento, como los principales en esta clase de materiales.

En el capítulo 3 se presentan los principios y ecuaciones características de la Mecánica de la Fractura Clásica. En particular se pretende estudiar el primer modo de falla a la fractura para el caso de placas agrietadas en un extremo. De tal forma que se profundizará el estudio únicamente en estos casos.

En el capítulo 4 se realizan pruebas de tensión y de fractura utilizando probetas normalizadas. Además se efectuará el análisis tanto particular, como comparativo de las probetas ensayadas a distintas velocidades de prueba con el objeto de observar el comportamiento del material de manera gráfica y numérica.

En el capítulo 5 se efectúa el análisis numérico mediante una simulación de las pruebas anteriores en ANSYS V.5.5 Profesional, para obtener los valores críticos de los esfuerzos y las deformaciones; además del factor de concentración de esfuerzos K para el caso de fractura utilizando el Método del Elemento Finito.

En el capítulo 6 se evaluarán los resultados de las pruebas de tensión y fractura experimental y numéricamente, para corroborar los resultados obtenidos en cada una de las metodologías y cuantificar la diferencia obtenida.

Al finalizar las conclusiones del presente trabajo, se harán recomendaciones para futuros trabajos, con el objeto de acrecentar la información en relación al comportamiento de los plásticos bajo niveles de carga tensional.

Para la realización de este trabajo, se ha contado con el apoyo del “Programa de Formación Docente”, retomado por el M. C. Jesús Reyes García y cuya finalidad además de culminar este trabajo, ha sido el formar personal docente con una mayor responsabilidad y preparación.

Finalmente, es importante destacar que este trabajo se realizó dentro del marco del proyecto de investigación 34950 – U, denominado: “*Análisis Mecánico Estructural en Componentes con Nivel de Seguridad I en Plantas Nucleares*”.

## JUSTIFICACIÓN

Actualmente, la industria de los plásticos tiene un auge sumamente importante en los niveles de producción. Toda vez que la demanda por productos de alta resistencia, bajo costo y sobre todo ligeros, como es el caso de la industria automotriz, hace mayor la necesidad por desarrollar nuevos materiales, a través de la experimentación con los materiales existentes. Ante esto, uno de los principales problemas en la tarea de obtener una mayor resistencia de los componentes ante las cargas de trabajo, radica en la falta de conocimiento y razonamiento suficiente de los principios teóricos que rigen el comportamiento de los polímeros a nivel molecular y en las respuestas que estos tienen ante las múltiples cargas mecánicas. Por ello, la forma en la que algunas de las propiedades mecánicas pueden ser mejoradas mediante la modificación de la composición o morfología, como es el caso de: *Cambiar la temperatura a la cual los polímeros se ablandan y recuperan su estado de sólido elástico*, o bien la optimización de los diseños en las configuraciones geométricas, colaborará para obtener materiales y diseños cada vez mejores, en función de las demandas, necesidades y seguridad de los usuarios finales.

Uno de los principios preponderantes en la comprensión de los principios que rigen el comportamiento de los polímeros está sustentado en la *viscoelasticidad*. Y en este sentido, el trabajo de experimentación que se genere, aportará el comportamiento fracto – mecánico para el caso del Polimetil Metacrilato (PMMA), el cual es uno de los materiales de mayor importancia en la industria de autopartes y en la industria de la telefonía. No solo por el gran volumen de productos, sino por las condiciones de trabajo a los que son sometidos.



## OBJETIVO

Ante la amplia y cada vez más creciente gama de bienes fabricados con polímeros y la necesidad de comprender en mayor escala los fundamentos teóricos que estos materiales poseen; el objetivo de esta tesis es analizar el comportamiento mecánico bajo diversas pruebas de tensión a velocidad variable, análisis de fractura, y análisis numérico empleando el programa ANSYS 5.5 Profesional; tomando en cuenta el efecto viscoelástico, toda vez que el diseño de dichos bienes lo demanda.

Por otra parte, se compararán los resultados obtenidos de manera experimental y numérica, para certificar la validez de ambos métodos en la realización de las pruebas antes mencionadas.

# ***CAPÍTULO 1***

## ***GENERALIDADES DE LOS PLÁSTICOS***

*La positiva respuesta de los elementos manufacturados con plásticos, ha propiciado mayor investigación y desarrollo de tecnología con nuevos materiales con mejores propiedades.*

## 1. GENERALIDADES DE LOS PLÁSTICOS

### 1.1 IMPORTANCIA DE LOS PLÁSTICOS EN LA VIDA COTIDIANA

A pesar del rol central que los plásticos juegan en la vida de hoy, muchos de los productos generados actualmente son baratos y abundantes. Esto se pudo ver en una encuesta pública hecha en Italia en 1997 [1.1]. De la muestra analizada, el 15 % fue neutral, es decir, nunca o casi no utilizaban plásticos, el 25 % no los habían previsto como soluciones a algunos de sus problemas industriales, el 35 % los han aprovechado y solo un 25 % se oponían al uso de ellos.

Los polímeros, en la forma de plásticos, hules y fibras, tienen muchos años de formar un papel esencial en muchas aplicaciones en la vida diaria; tal es el caso de los aislantes eléctricos, llantas, y empaquetadores de alimentos, por mencionar solo algunos de los tantos usos. No hay otra clase de material que pueda sustituirlo para ello. Y al respecto debería pensarse en que el uso de los plásticos en empaquetamiento de alimentos podría ser favorable, ya que después de todo, los plásticos en los países desarrollados mundialmente tienen un bajo desperdicio (menos del 2%), mientras que en los países subdesarrollados cerca de un 50 % de la comida producida que no se empaqueta llega a pudrirse.

Los plásticos para empaquetamiento brindan una gran higiene en cuestiones alimenticias. Desgraciadamente, la impresión pública de los plásticos en alimentos no es bien vista aún en estos días, debido a la gran influencia que el vidrio, el papel y el aluminio tienen actualmente.

El origen de ésta aparente contradicción es psicológico, debido a que los plásticos fueron concebidos como imitación de las cosas metálicas y comerciales, además como sinónimo de baja calidad. Sin embargo, existen muchos ejemplos dentro de los cuales podemos mencionar buenos usos y una gran calidad, así como confiabilidad.

Entre ellos están las prótesis de rótulas, los dientes falsos, las aplicaciones de ingeniería automotriz en cuestiones de seguridad, reducción de ruidos, comodidad y ahorro de combustible. Todo esto derivado de la sustitución de las aleaciones metálicas por plásticos.

El volumen total de plástico producido excede al de los metales y se está expandiendo en una tasa mayor. Ante esto, los plásticos se han dividido en dos grupos. El primero y el más grande, el de los **polímeros termoplásticos**, y el segundo el de los **polímeros termofijos**.

- **Polímeros Termoplásticos.** Son aquellos plásticos que después de ser calentados, pueden fluir como un líquido viscoso, y el proceso puede ser reversible, es decir, pueden recobrase mediante un enfriamiento. Este tipo de material es reciclable.
- **Polímeros Termofijos.** Son aquellos plásticos que han sido calentados en un tiempo corto. Después de que también fluyeron en forma de líquido viscoso, una reacción química causa que el líquido se solidifique para formar una masa infundible. Los materiales precursores a formar estos polímeros deben ser de peso molecular bajo, es decir, pesarán poco y algo muy importante, no pueden ser recuperados como los termoplásticos.

Esta clasificación es de gran ayuda para remarcar la principal diferencia entre estos tipos de polímeros. Debido a que si un **termoplástico** es calentado y después contraído en un molde, este adoptará la forma definida. Posteriormente puede ser enfriado y removido de dicho molde. En el caso de los termofijos, su formación es mas complicada, ya que los materiales precursores a estos deben ser inyectados dentro de un molde, el cual ha sido calentado para que el resultado de esto sea una masa polimérica, la cual, una vez enfriada, adoptará la forma definida. La diferencia, como se mencionó anteriormente, radica en que estos no pueden ser recuperados.

De los 31 millones de toneladas de plástico vendidos en Estados Unidos en 1992, cerca del 90 % fueron termoplásticos. El alto consumo de plásticos en el mercado se muestra en la figura 1.1. En este gráfico se puede ver que la industria del empaquetamiento es la más grande consumidora de materiales plásticos, tomando el 31 % del material, seguida de la industria de la construcción con un 17 % y la del transporte con 7%; las aplicaciones eléctricas consumen un 7% y después de estas, otras aplicaciones tienen un consumo más pequeño.

## Consumo de plásticos en 1992 en USA

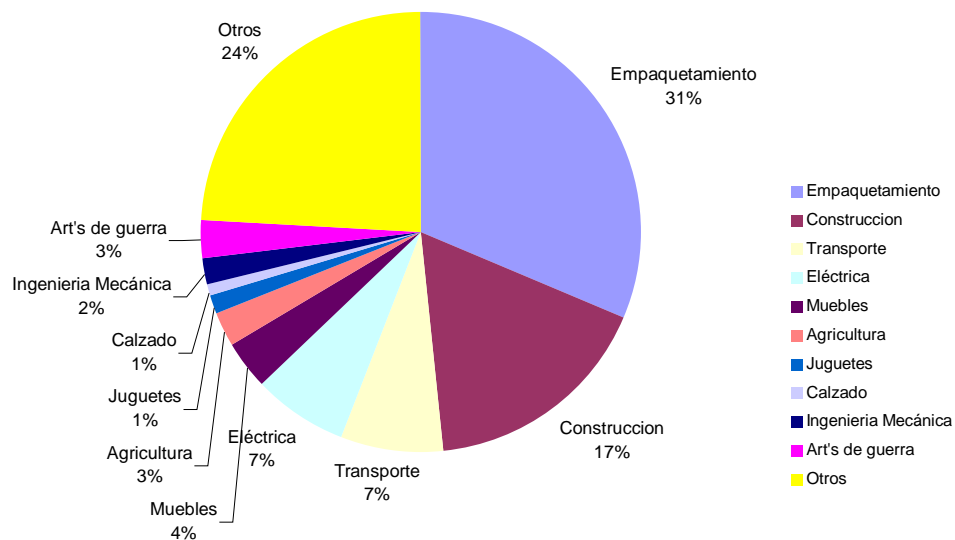


Fig. 1.1 Consumo de plásticos en 1992 en USA [1.1]

## 1.2 PROPIEDADES MECÁNICAS DE LOS POLÍMEROS

### 1.2.1 MÓDULO DE ELASTICIDAD EN LOS POLÍMEROS

Los elastómeros deben exhibir una alta elongación elástica [1.2]. Pero para otro tipo de materiales, como los plásticos, por lo general es mejor que no se estiren o deformen tan fácilmente. Si se requiere conocer cuanta deformación resiste un material, se debe medir algo llamado: *módulo de elasticidad*, y para su evaluación, debe procederse de la misma forma en que se mide la resistencia y la elongación final de un material (*Elongación es el término que usamos cuando hablamos específicamente de estiramiento por tensión*). La medición de la resistencia debe obtenerse ejerciéndose una fuerza directa sobre el material, de la misma manera que para la resistencia a la tensión. Si se incrementa lentamente la tensión y se mide la elongación que experimenta la muestra en cada nivel de carga, hasta que finalmente se rompe, se logra graficar el esfuerzo a la tensión contra la elongación, de este modo:

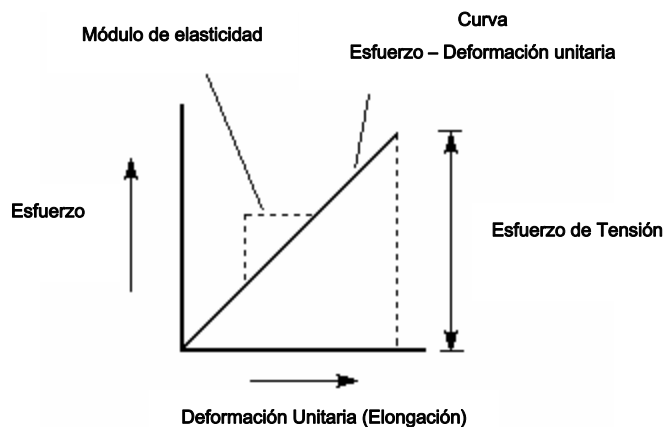


Fig. 1.2 Curva Esfuerzo - Deformación unitaria

La curva de la figura 1.2 se denomina curva de esfuerzo - deformación unitaria. (*Estiramiento es todo tipo de deformación, incluyendo la elongación*). La altura de la curva, cuando la muestra se rompe, representa la resistencia a la tensión, y la pendiente es el módulo de elasticidad. Si la pendiente es pronunciada, la muestra

tiene un alto módulo de elasticidad, lo cual significa que es resistente a la deformación. Si es suave, la muestra posee un módulo bajo y por lo tanto puede ser deformada con facilidad.

En ocasiones, la curva esfuerzo – deformación unitaria no es una recta, de modo tal que, para algunos polímeros, especialmente plásticos flexibles, se obtienen curvas irregulares, como la de la figura 1.3:

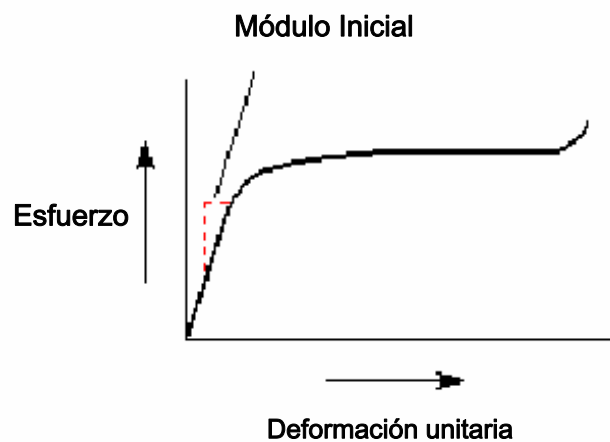


Fig. 1.3 Curva Esfuerzo – Deformación unitaria para plásticos [1.2]

A medida que la tensión se incrementa, la pendiente, es decir el módulo, no es constante, sino que va experimentando cambios con la tensión. En casos como éste, generalmente se toma como módulo la pendiente inicial.

En general, las fibras poseen los módulos de elasticidad más altos, y los elastómeros los más bajos, mientras que los plásticos exhiben módulos intermedios. De ahí que se observe un comportamiento no lineal.

El módulo se mide calculando la tensión y dividiéndola por la elongación. Pero dado que la elongación es adimensional, no tiene unidades por cual dividir las. Por lo tanto,

el módulo es expresado en las mismas unidades que la resistencia, es decir, en N/m<sup>2</sup> o bien en GPa.

A continuación, se muestra en la tabla 1.1, las propiedades mecánicas y el módulo de Elasticidad o de Young para diversos polímeros.

Tabla 1.1 Datos representativos de algunos termoplásticos. Las familias de los Polímeros están enlistadas en orden descendente a su consumo. La tasa de deformación y otras condiciones están especificadas en nomenclatura ASTM. [1.2, 373]																			
	Prueba ASTM	HDPE	PP	30% GF PP	uPVC	ABS	PMMA	50% RH PA6	PA6.6 seco	PA6.6 50% RH	33% GF/T* PA6.6 50% RH	PC	POM	MPPPO	PBT	30% GF PBT	40% GF PPS <sup>ψ</sup>	PBF	PES
Precio Relativo		1.0	1.0	1.6	0.7	1.8	<b>1.8</b>	2.8	2.9	2.9	3.0	3.5	2.5	3.0	3.1	3.1	6.9	12.0	12.0
Módulo de Young (GPa)	D790	0.8	1.5	6.5	3.0	2.1	<b>3.2</b>	1.2	2.8	1.2	5.5	2.3	2.8	2.5	2.2	7.5	11.7	2.7	2.6
Esfuerzo a la cedencia/fractura*	D638	28	33	86*	55	41	<b>72*</b>	41	82	59	110*	65	69	55	50	120	134	70	82
Elongación hasta la rotura (%)	D638	300	50	4	30	20	<b>4</b>	290	60	300	4	100	40	50	300	3	1	50	40
Resistencia al Impacto IZOD Ranurada (J m <sup>-1</sup> )	D256	>1300	150	125	70	350	<b>40</b>	75	53	112	140	700	75	200	55	65	75	86	84
Temperatura de distorsión del calor (°C)	D648	< 23	<23	148	55	110	<b>95</b>	<23	90	<23	232	140	136	130	55	215	>260	174	203
Índice de oxígeno limitante (LOI) <sup>ψ</sup>	D2863	18	18	18	45	19	<b>17</b>	23	28	31	28	25	16	24	20	32	46	30	36
Coefficiente de Expansión Lineal (10 <sup>-6</sup> K <sup>-1</sup> )	D696	90	110	25	60	96	<b>68</b>	70	81	81	18	70	122	60	70	25	22	54	55
Gravedad Específica	D792	0.96	0.90	1.12	1.40	1.04	<b>1.18</b>	1.13	1.14	1.14	1.32	1.20	1.42	1.06	1.31	1.62	1.60	1.24	1.37

\* GF/T significa Glass-Filled y rubber toughened (Vidrio cortado y hule tensado)

<sup>ψ</sup> Sulfato de polifenil es un plástico altamente cristalino con una  $T_m \cong 288$  °C.

<sup>ψ</sup> LOI es la mínima concentración de oxígeno, expresada como el % que soportará la combustión del polímero. Se mide mediante el paso de una mezcla de O<sub>2</sub> y N<sub>2</sub> sobre un espécimen quemado, y reduciendo el nivel del O<sub>2</sub> hasta antes de un nivel crítico



## 1.2.2 TENACIDAD

La curva esfuerzo – deformación unitaria puede proporcionar información muy valiosa [1.2]. Si se mide el área sombreada bajo la curva tensión-estiramiento en la figura 1.4, el número que se obtiene es algo llamado: *tenacidad*.

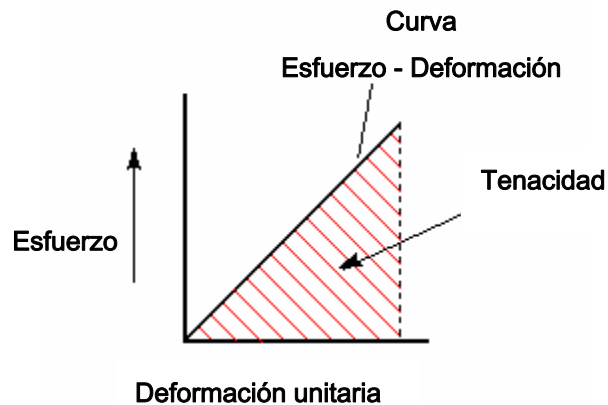


Fig. 1.4 Curva Esfuerzo - Deformación para definir la dureza [1.2]

Esta es en realidad, una medida de la energía que una muestra puede absorber antes de que se rompa. Dado que la resistencia es proporcional a la fuerza necesaria para romper la muestra y el estiramiento es medido en unidades de longitud (una medida de la muestra estirada), entonces resistencia por deformación o estiramiento es proporcional a la fuerza por distancia, y según recordamos de la física, fuerza por distancia es energía.

$$\text{Resistencia} \times \text{deformación} \sim \text{Fuerza} \times \text{Distancia} = \text{Energía}$$

Desde el punto de vista físico, la resistencia se diferencia de la tenacidad en que el primer parámetro proporciona la cantidad de fuerza necesaria para romper una muestra, y el segundo indica la cantidad de energía necesaria para romper la muestra.

Lo importante es saber que justamente, dado que un material es resistente, no necesariamente debe ser tenaz. Observando el gráfico de la figura 1.5, se tiene:



Fig. 1.5 Curva Esfuerzo – Deformación unitaria para distintas clases de plásticos [1.3]

La curva 1 de la figura 1.5 representa la relación esfuerzo – deformación unitaria de una muestra que es resistente, pero no tenaz. Como puede verse, debe emplearse mucha fuerza para romperla, pero no mucha energía, debido a que el área bajo la curva es pequeña. Asimismo, esta muestra no se estirará demasiado antes de romperse. Por esto, los materiales de este tipo, que son resistentes, pero no se deforman demasiado antes de la ruptura, se denominan *frágiles*.

Por otra parte, la curva 2 representa la relación esfuerzo – deformación unitaria para una muestra que es tenaz y resistente. Se observa que este material no es tan resistente como el de la curva 1, pero su área bajo la curva es mucho mayor. Por lo tanto, puede absorber mucha más energía que el de la curva 1 antes de fallar.

Entonces, la muestra de la grafica 2 es capaz de elongarse mucho más antes de romperse que la muestra de la gráfica 1, debido a que la deformación permite que la muestra pueda disipar energía, es decir, si una muestra no puede deformarse, la energía no será disipada y por lo tanto se romperá.

En la vida real, generalmente es deseable trabajar con materiales que sean tenaces y resistentes. Sería ideal tener un material que no se doblara ni rompiera, pero desafortunadamente, las condiciones reales de trabajo no lo permiten. Ante esto, es preciso efectuar algunas combinaciones. Si se observan las curvas de la figura 1.5 nuevamente, la muestra de la gráfica 1 tiene mucho mayor módulo que la de la gráfica 2. Si bien se requiere que para muchas aplicaciones los materiales posean elevados módulos de elasticidad y resistencia a la deformación, *en el mundo real es mucho mejor que un material pueda doblarse antes que romperse*, y si el hecho de flexionarse, estirarse o deformarse de algún modo impide que el material se rompa, será de mayor beneficio. De modo que cuando se diseñan nuevos polímeros o nuevos compuestos, a menudo se sacrifica un poco de resistencia con el objeto de conferirle al material mayor tenacidad.

### 1.3 PROPIEDADES MECÁNICAS DE LOS POLÍMEROS REALES

Para conocer el comportamiento mecánico de algunos polímeros, tales como: resistencia a la tensión, tenacidad, entre otras, en la figura 1.6 se comparan algunas curvas típicas esfuerzo - deformación para diferentes clases de polímeros. [1.4]

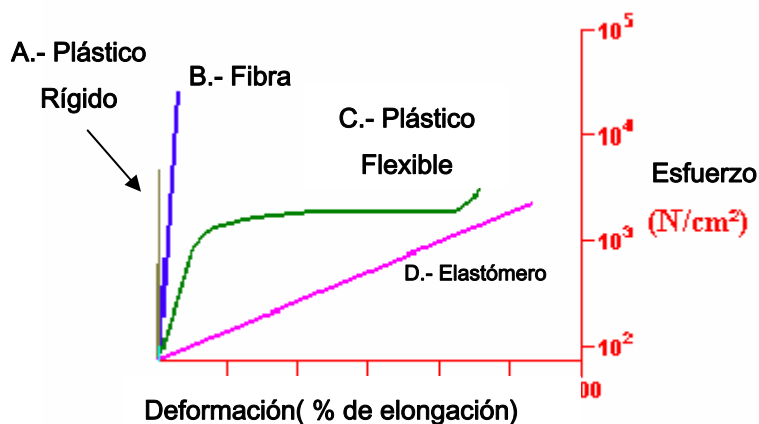


Fig. 1.6 Curva Esfuerzo – Deformación de los Polímeros Reales [1.3]

Como se observa en la curva A de la figura 1.6, los plásticos rígidos como el *poliestireno*, el *polimetilmetacrilato (PMMA)* o los *policarbonatos* pueden soportar un gran esfuerzo de tensión, pero no demasiada elongación antes de su ruptura. El área bajo la curva es pequeña, y por ello, se dice entonces que estos materiales son resistentes, pero no muy tenaces. Por otra parte, la pendiente de la recta es muy pronunciada, lo que significa que debe ejercerse una considerable fuerza para deformar un plástico rígido. (*Este es el significado real de "rigidez"*). De modo que resulta sencillo comprobar que los plásticos rígidos tienen módulos de elasticidad elevados.

Resumiendo por tanto, los plásticos rígidos tienden a ser:

- \* Resistentes
- \* Soportan la deformación

---

\* Pero no suelen ser muy tenaces, es decir, son frágiles.

En la curva C de la figura 1.6, se observa que los plásticos flexibles como el *polietileno* y el *polipropileno* difieren de los plásticos rígidos en el sentido que no soportan tan bien la deformación, pero tampoco tienden a la ruptura. El módulo de elasticidad inicial es elevado, o sea que resisten por un tiempo la deformación, pero si se ejerce demasiada tensión sobre un plástico flexible, finalmente se deformará. Esto se puede comprobar con una bolsa de plástico. Si se le estira, será difícil al comienzo, pero una vez que se le haya alargado lo suficiente, cada vez se hará con mayor facilidad.

De lo anterior, se asume que los plásticos flexibles pueden no ser tan resistentes como los rígidos, pero son mucho más tenaces.

Por otra parte, para alterar el comportamiento tensión - deformación de un plástico se utiliza una serie de aditivos denominados *plastificantes*. Este último se define como una molécula pequeña que hace más flexible al plástico. Por ejemplo, sin plastificantes, el *Cloruro de Polivinil (PVC)*, es un plástico rígido, que se usa tal cual para cañerías de agua; pero con plastificantes, el PVC puede ser lo suficientemente flexible como para fabricar juguetes inflables, empleados en albercas de natación.

Las fibras como el *Kevlar™*, la *fibra de carbono* y el *nylon* tienden a exhibir curvas esfuerzo – deformación como la curva B de la figura 1.6. Al igual que los plásticos rígidos, son más resistentes que tenaces, y no se deforman demasiado bajo tensión. Pero cuando es resistencia lo que se requiere, las fibras tienen mucho que ofrecer. Son mucho más resistentes que los plásticos, aún los rígidos, y algunas fibras poliméricas como el Kevlar™, la fibra de carbono y el polietileno de peso molecular ultra alto poseen mejor resistencia a la tensión que el acero.

Los *elastómeros* como el *poliisopreno*, el *polibutadieno* y el *poliisobutileno* muestran un comportamiento mecánico completamente diferente al de los otros tipos de

materiales. Si se observa la curva D en la figura 1.6, los elastómeros tienen módulos muy bajos; debido a esto, se puede observar una pendiente de la recta no muy pronunciada. Es por ello que resulta más sencillo estirar o plegar un trozo de caucho. Si los elastómeros no tuvieran módulos bajos, no tendrían una buena aplicación en la industria química.

Pero para que un polímero sea un elastómero, es necesario que además de tener un módulo de elasticidad bajo, éste pueda ser fácilmente estirado y además pueda volver a su tamaño y forma original una vez que el estiramiento ha terminado. Las banditas de goma no servirían de nada si sólo se estiraran y no recobraran su forma original. Obviamente, los elastómeros recobran su forma y eso los hace tan sorprendentes y no solo poseen una elevada elongación, sino una alta elongación *reversible*.

Sin embargo, cuando se tratan con otras propiedades, como las de compresión o flexión, las cosas pueden ser totalmente distintas. Por ejemplo, en la figura 1.7, se observa que las fibras poseen alta resistencia a la tensión y también buena resistencia a la flexión, pero por lo general exhiben una desastrosa resistencia a la compresión. Además, tienen buena resistencia a la tensión sólo en la dirección de las fibras.

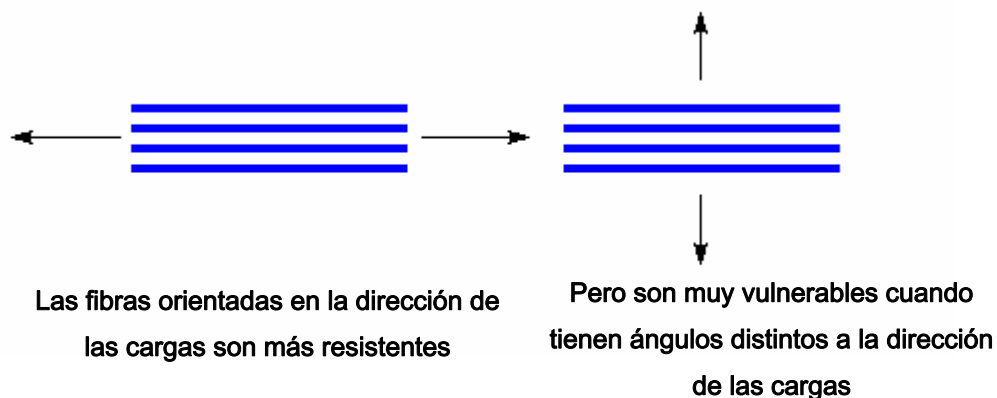


Fig. 1.7 Influencia de la orientación de las fibras en los Esfuerzos en Polímeros Reales

## 1.4 EVOLUCIÓN DE LOS POLÍMEROS EN RELACIÓN CON OTROS MATERIALES

Actualmente, el uso de los polímeros se ha incrementado de manera significativa. Por ello, resulta interesante destacar la evolución que han tenido en relación con la producción de bienes con otros materiales. Esto servirá de referencia para las tendencias actuales en ingeniería.

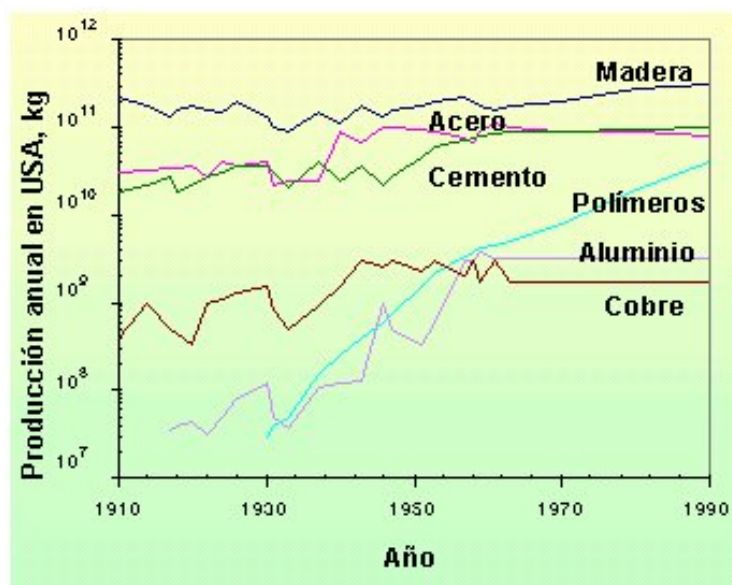


Figura 1.8. Comportamiento de los seis materiales más importantes de los Estados Unidos. [1.5]

La figura 1.8 muestra cómo la producción de materiales en los Estados Unidos ha variado a lo largo del siglo XX [1.5].

Como se observa, el aluminio y los polímeros muestran un aumento significativo en la producción desde 1930. La razón de que el volumen de producción se haya incrementado para ambos y aún más para los últimos, es que se trata de *materiales ligeros y con propiedades mecánicas muy similares a las del acero*.

Por otra parte, la figura 1.9 muestra la evolución de estos tres materiales en la industria del automóvil americano.

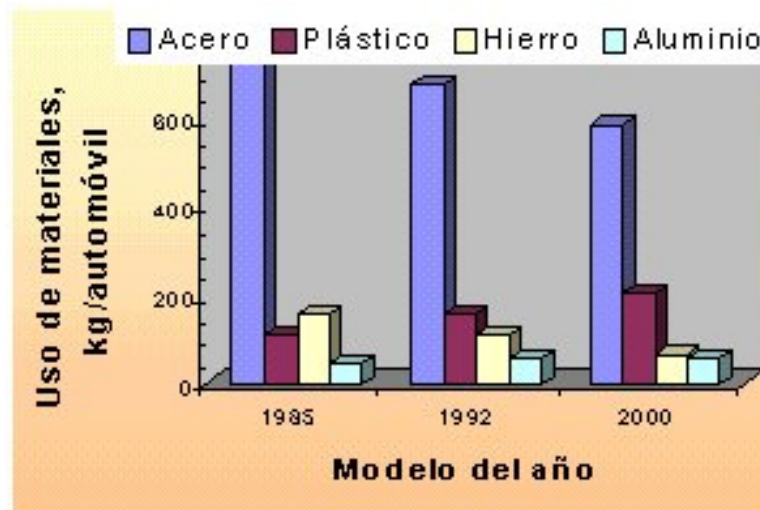


Figura 1.9. Evolución de los materiales utilizados en la industria automotriz, para los años 1985, 1992 y 2000. [1.5]

El automóvil que en 1978 pesaba 1800 kg (60 % acero, 10 % plástico, 5 % aluminio), alcanza las mismas prestaciones pero con 1130 kg de peso con 20 % de plástico y 10 % de aluminio. Es por ello que la evolución hacia los vehículos más ligeros se ha incrementado en mayor medida.

En el caso de la industria aeronáutica, los ingenieros encargados del diseño de aviones militares de alto rendimiento tienen que desarrollar materiales para conseguir:

- \* Reducción del peso de la aeronave.
- \* Obtener altas velocidades, estabilidad y seguridad.

Para su solución se requieren materiales poliméricos, compuestos, aleaciones de aluminio, así como compuestos metálicos.





Figura 1.10. Aviones militares de alta tecnología.

Por otra parte, en el diseño y construcción de una central nuclear se requiere solucionar el problema de corrosión en el circuito primario del reactor y en el circuito secundario de refrigeración. Para ello, el desarrollo de aleaciones como los aceros inoxidable, superaleaciones y aleaciones de titanio resistentes han permitido su realización.



Figura 1.11. Instalaciones de una central nuclear

---

## 1.5 REQUERIMIENTOS SOLICITADOS PARA CADA UNO DE LOS MATERIALES EN FUNCIÓN DE SUS PROPIEDADES

Debido a que los materiales son empleados para *almacenar o transmitir* las variables que definen las diversas energías: mecánica, eléctrica, magnética, térmica, química, ondulatoria, entre otras, es preciso conocer con exactitud el material adecuado para satisfacer tales exigencias.

En el caso de la energía mecánica, para las *características mecánicas o resistentes* se definen variables como: Fuerza (F) y desplazamientos (L).

Cuando se trata de propiedades mecánicas, los materiales destinados a transmitir energía mecánica deben ser capaces de soportar esfuerzos en los desplazamientos requeridos. Un ejemplo lo constituye la transmisión de la energía del motor de un automóvil hasta las ruedas.

Con mayor detalle, a los materiales con esta función se les requiere, entre otras características las de:

- \* Soportar esfuerzos estáticos y dinámicos que identifican las aplicaciones mecánicas.
- \* Conformarse por técnicas de deformación plástica.
- \* Permitir deslizamientos superficiales.
- \* Trabajar en el campo de las bajas, medias o altas temperaturas.

Como ejemplos de los materiales que pueden realizar estas funciones tenemos:

- \* Aceros
- \* Aluminio
- \* Polímeros
- \* Superaleaciones
- \* Refractarios
- \* Cerámicos y otros.

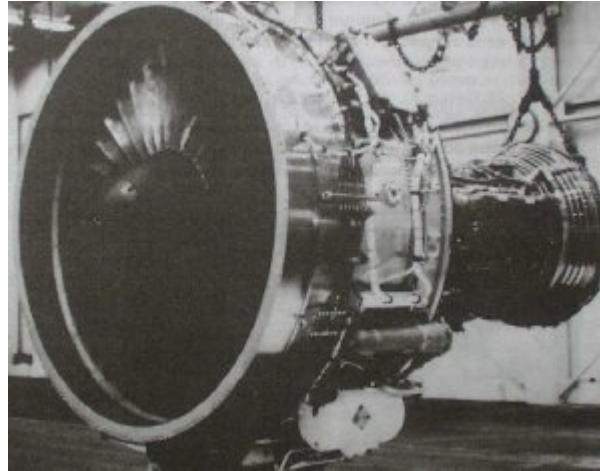


Figura 1.12 Motor de turbina para avión (PW 2037) fabricado con aleaciones metálicas, especialmente para altas temperaturas.

En la tabla 1.2 se resume la utilidad que tienen los materiales poliméricos en relación a los demás tipos de materiales y a las funciones que se requieren cumplir.

Tabla 1.2 Papel de los Materiales en relación a la Energía que se transmite [1.5]						
ENERGÍA	VARIABLES	Metálicos	Cerámicos	Polímeros	Semicon.	Compuestos
Mecánica	Fuerzas / desplazamiento	X		X		X
Térmica	Densidad, capacidad térmica, coeficiente de transmisión, coeficiente de dilatación	X	X			X
Eléctrica	Conducción eléctrica	X				
	Semiconducción				X	
	Aislamiento eléctrico		X	X		
Magnética	Magnéticas	X	X			
Ondulatoria	Vibraciones	X	X	X		
Química	Electrodeposición	X				
	Resistencia a la corrosión	X	X	X		X

Es importante citar algunas de las tesis realizadas en la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación de la ESIME – UZ, como es el caso de la tesis presentada por Zapata [1.6] donde se presenta la influencia de la Mecánica de la Fractura en este tipo de materiales, y a través del empleo del Método de Elemento Finito se calculan los valores de deformación y propagación de grietas a través de la variación de las velocidades de prueba. Por otra parte, en el trabajo presentado por Urriolagoitia [1.7] se presenta la Mecánica de la Fractura desde el punto de vista de fatiga, la afectación del tiempo de vida útil, los conceptos fundamentales del comportamiento esfuerzo – deformación unitaria.

## 1.6 SUMARIO

Una vez que se conoce el papel preponderante de los plásticos en la actualidad y el creciente desarrollo de componentes en la búsqueda por optimizarlos cada vez más, como en el caso de la industria automotriz, cuya necesidad radica en disminuir el peso y conservar la resistencia mecánica, hace de mayor importancia el estudio y comprensión de las propiedades mecánicas de los polímeros. Sin embargo, uno de los problemas que interviene en esto, es el factor *tiempo*. Como se ha estudiado hasta el momento, los polímeros poseen la característica de comportarse mecánicamente, pero a través de la influencia del tiempo, por lo tanto, la relación de linealidad se disminuye y las curvas de comportamiento mecánico diferencian mucho de las de los aceros y materiales comerciales.

Lo anterior hace necesario introducir el concepto de viscoelasticidad, el cual contempla los aspectos de elasticidad y tiempo. Por tanto, en el capítulo 2 se estudiarán los principios que rigen el comportamiento *viscoelástico* en los polímeros y su medición, con la finalidad de contemplar la influencia de la resistencia de estos materiales a través de la variación de la velocidad de las cargas de tensión.

---

## 1.7 REFERENCIAS

- [1.1] **McCRUM, N. G, BUCKEY & etal**, "Principles of Polymer Engineering", 2nd Ed., Oxford Science Publications, New York, p.3-26]
- [1.2] **AFTER Odian, George**, "Principles of Polymerization", 3<sup>rd</sup> ed., J. Wiley, New York, 1991, p.34.]
- [1.3] **JANG, B. Z.**, "Advanced Polymer Composites: Principles and Applications", ASM International, Materials Park, OH, 1994.
- [1.4] **The School of Polymers and High Performance Materials** at The University of Southern Mississippi in Hattiesburg, MS.
- [1.5] **FLINN Richard, & TROJAN Paul, K.**, "Engineering Materials and Their Applications", 2nd. Ed., Houghton Mifflin Company, Boston, 1981, p.356.
- [1.6] **Zapata, López Janis**, "**Aplicación del Método del Elemento Finito para la Modelación de Propagación de Fractura**", Escuela Superior de Ingeniería en Arquitectura (ESIA), México, D.F, Sep. 2000.
- [1.7] **Urriolagoitia, Sosa G.**, "**Aplicación de la Mecánica de la Fractura al caso de Estructuras Agrietadas Sometidas a Cargas de Fatiga**", Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica (SEPI-ESIME-UZ), México, D.F.

## ***CAPÍTULO II***

### ***ELASTICIDAD Y VISCOELASTICIDAD EN POLÍMEROS***

*Se ha requerido de ingenio y tenacidad para entender y expresar las características viscoelásticas de los polímeros, a través del estudio de los modelos que caracterizan su comportamiento mecánico.*

## 2. ELASTICIDAD Y VISCOELASTICIDAD EN POLIMEROS

### 2.1 GENERALIDADES

Uno de los aspectos importantes, cuando se analiza el comportamiento elástico de un material de manera independiente al tiempo, radica en darse cuenta del efecto de reversibilidad instantánea presente (Dentro del límite elástico) y además, la existencia de un comportamiento plástico cuya irreversibilidad también es notoria.

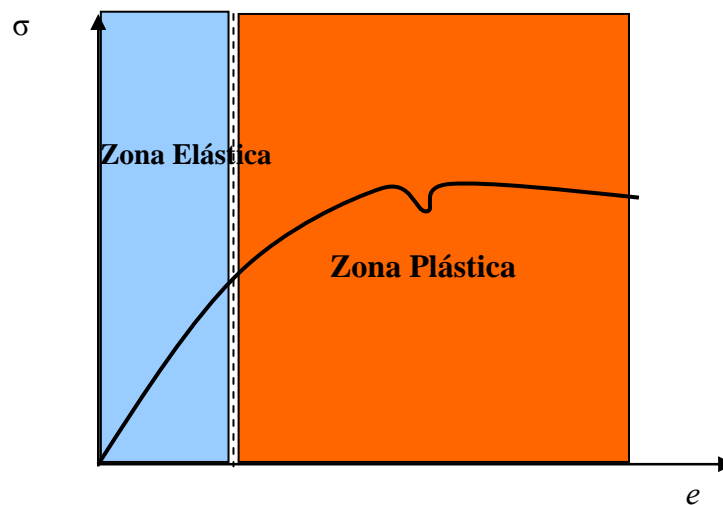


Fig. 2.1 Comportamiento de un acero bajo la acción de cargas

Por otra parte, las deformaciones elásticas, producto de la acción de cualquier esfuerzo, pueden determinarse completamente sin la necesidad de saber por cuanto tiempo el material ha sido cargado ni de que manera (Experimentalmente), debido a que la mayoría de los metales poseen este tipo de comportamiento a pequeños valores de esfuerzos. Sin embargo, es una característica que el comportamiento de los polímeros no pose.

Debido a que el comportamiento de los Polímeros siempre depende del tiempo (*Viscoelasticidad*), sus propiedades mecánicas deben ser calculadas en función de ello. Bajo este análisis, se observarán algunas gráficas en donde se describen algunos comportamientos de los polímeros en función del tiempo. [2.1]

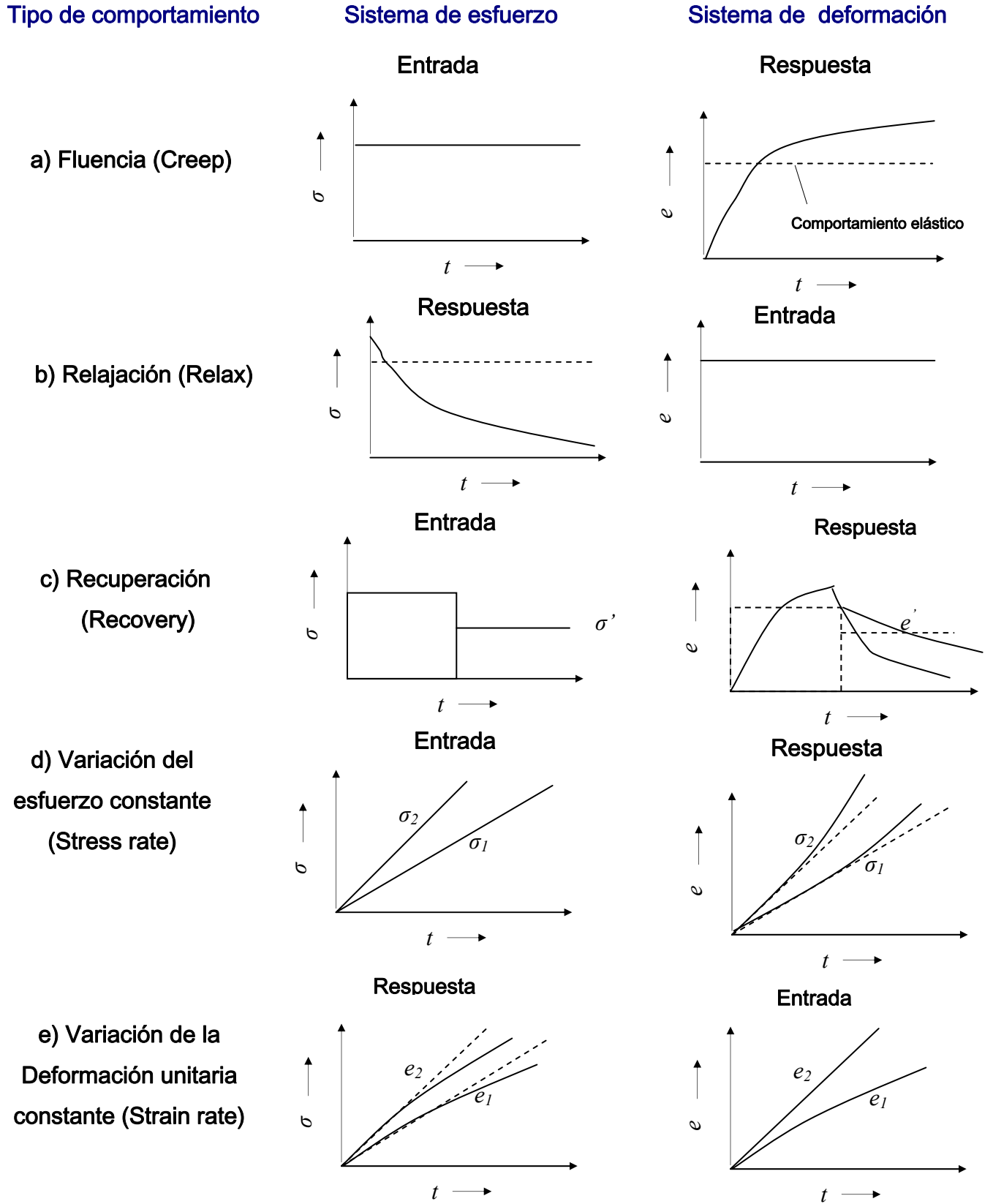


Fig. 2.2 Gráficas de comportamiento de polímeros bajo la acción de cargas y tiempo de aplicación



---

Para la descripción de las gráficas de comportamiento bajo la acción de cargas y el tiempo de aplicación, se tiene:

***a) Fluencia (Creep)***

Si un esfuerzo  $\sigma$  es aplicado de manera constante desde un tiempo 0, la deformación  $e$  se incrementa a medida que se aumenta el tiempo  $t$ .

***b) Relajación o alivio (Relax)***

Cuando se aplica una deformación en un tiempo  $t = 0$  de manera constante, el esfuerzo disminuye su valor a medida que se incrementa el tiempo.

***c) Recuperación (Recovery)***

Si el esfuerzo es retirado, ya sea parcial o totalmente, la deformación disminuye como una función de tiempo, en otras palabras, hay una recuperación retrasada.

***d) Variación del esfuerzo constante (Stress rate)***

La variación del esfuerzo constante resulta en un incremento no lineal de la deformación con relación al tiempo. Un material linealmente elástico arrojará incrementos lineales de deformación. Si las líneas de esfuerzo-deformación se trazan para diferentes tasas de esfuerzos, entonces la curva se incrementa con mucha más pendiente, tanto como la tasa de variación de esfuerzos se incrementa. (Ocurre lo mismo para todas las tasas promedio en un material elástico).

***e) Variación de la deformación unitaria constante (Strain rate)***

El mismo comportamiento se obtiene con tasas incrementales de deformación, es decir, la curva esfuerzo – deformación crece con una mayor pendiente.

Cualquier relación constitutiva debe satisfacer, alguna de las cinco formas de comportamiento anteriores. Por lo menos cualitativamente, y esto implica un problema para la observación experimental para determinar cual relación es una buena descripción cuantitativa de dichos comportamientos. [2.1]

La analogía anterior, nos permite comprender el comportamiento real que tienen los polímeros cuando están sometidos a la acción de cargas tensionales, y por lo tanto es necesario efectuar una simulación mediante modelos que involucren, tanto los aspectos relacionados con la deformación de sus cadenas moleculares, y el efecto de la temperatura generada por la acción de dichas cargas.

Si un peso se suspende de un filamento polimérico, la deformación no será constante pero se incrementará lentamente con el tiempo. El efecto ocurre gracias a que los enlaces característicos del polímero soportan el esfuerzo; aunado a ello, las moléculas recobran lentamente su configuración espacial y la deformación regresa simultáneamente a cero. A este efecto se le denomina **creep** o **fluencia** y es una manifestación de una propiedad general de los polímeros sólidos conocida como **Viscoelasticidad**, es decir, el sólido es elástico en la medida en que se recupera a su estado original, pero es viscoso cuando se comporta bajo fluencia.

Los polímeros son viscoelásticos en casi todas las temperaturas, (recordando que un polímero no es un sólido perfecto), por ello, cuando se consideran deformaciones inducidas cuando estos materiales trabajan, siempre será necesario tomar en cuenta no únicamente los esfuerzos, sino también el tiempo de aplicación.

Por lo anterior, podemos entender que las propiedades viscoelásticas en los polímeros son totalmente dependientes de la temperatura y del tiempo.

Los antecedentes en el estudio experimental y el trabajo teórico en polímeros y en particular del efecto de la viscoelasticidad fueron establecidos en el siglo XIX por los eminentes físicos de la era, incluyendo a *Maxwell, Boltzmann y Kelvin* [2.2]. Su

interés estuvo basado en la fluencia (creep) y la recuperación (recovery) de materiales utilizados en instrumentos de medición eléctrica, tales como el vidrio, metales, algodón y hule.

## 2.2 VISCOELASTICIDAD LINEAL.

En el rango elástico, los polímeros se deforman de tal manera que al someterse a tensión, hay una separación de la cadena molecular que ocurre como consecuencia de una rotación sobre los enlaces de la cadena principal. La rotación, ocurre sin problema sólo por encima de la temperatura de transición cristaloplástica ( $T_g$ ), cuyo valor depende de la forma molecular del polímero. En la mayoría de los casos, el valor de  $T_g$  puede ser relacionado con un modelo de volumen libre, en el cual se considera la fracción de todo el volumen macroscópico no ocupado por el volumen de cadenas moleculares individuales. [2.3]

En contraste, los materiales viscoelásticos muestran, regularmente a pequeños esfuerzos, un componente retardado del esfuerzo tanto en la carga como en la descarga, y la aplicación de un esfuerzo constante conduce al correspondiente proceso de relajación de tensión. Por tanto, para pequeños incrementos de esfuerzos, los componentes instantáneo y de retardo son proporcionales a la carga aplicada y al comportamiento entonces se le denomina como: **viscoelástico lineal**.

Dicha **viscoelasticidad** puede ser simulada por modelos matemáticos de resortes y amortiguadores que pueden ser utilizados para definir los tiempos de relajación y retardo que caracterizan la escala de tiempo, de la respuesta de retardo. Estos modelos sencillos no pueden ser relacionados directamente con procesos, tal como el enredo de cadena, responsable de la respuesta de retardo. Por lo tanto, los modelos que tienen un gran realismo físico, deben ser entonces considerados aparte.

Desafortunadamente, *a esfuerzos normales y a largo tiempo, el comportamiento viscoelástico es raramente lineal, y un método general para el tratamiento de la viscoelasticidad no lineal no ha sido todavía desarrollado.*

Ante esto, los ingenieros deben encontrar un método adecuado para derivar las relaciones empíricas, desde observaciones en series de pruebas a diferentes tensiones o esfuerzos, pero tales relaciones no tienen significado físico. El establecimiento de programas del paso de carga puede indicar la relación entre el esfuerzo y la función de la tensión, pero la función de tensión es encontrada para ser dependiente de condiciones experimentales y en pequeños cambios a nivel molecular en el polímero con el cual se ensaya. Otra aproximación que ha conducido al conocimiento físico de relajación de deslizamiento y esfuerzo es la consideración de procesos de activación térmica.

Muchos polímeros de importancia comercial e interés científico, son anisotrópicos, y sus fibras son orientadas en una dirección (orientación fibrilar) o a lo largo de las tres direcciones axiales, para dar una analogía policristalina de cristal de textura simple. Las medidas de pequeños esfuerzos elásticos y de viscoelasticidad lineal en materiales preorientados han sido interpretadas principalmente en términos de dos modelos contrastados: el primero busca como la anisotropía se origina a través de un agregado de unidades preexistentes, mientras el segundo considera un polímero semicristalino como un compuesto de cristales enlazados y regiones amorfas.

Bajo esfuerzos suficientemente grandes, un polímero sólido muestra un estrangulamiento y estiramiento característico. En polímeros orientados en una dirección diferente del alargamiento inicial, la deformación puede estar concentrada en una banda estrecha. Conjuntamente, con el desarrollo del criterio de flexión, es importante obtener algún entendimiento sobre el nivel molecular, y es aquí donde un modelo de deformación de la red molecular parece ser muy útil.

---

A bajas temperaturas, la fractura de polímeros ocurre de manera frágil, formando una porción o cuña de material poroso, llamado agrietamiento, en la punta de rotura. La transición de ductilidad - fragilidad puede considerarse una competición entre los procesos independientes de agrietamiento y cedencia; solo para tratar de explicar la relación entre los procesos de comportamiento de fractura y los procesos moleculares. Por citar, las pruebas de impacto son útiles para caracterizar a materiales de ingeniería, pero los resultados pueden ser interpretados de múltiples formas.

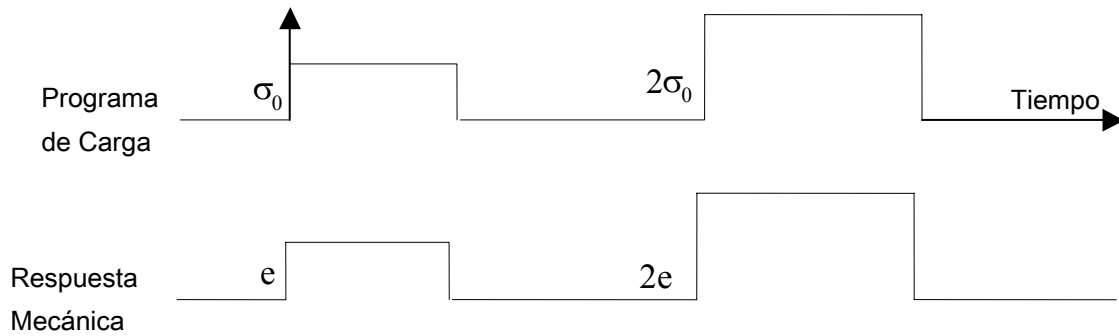
Una simple relación constitutiva del comportamiento para un polímero sólido viscoelástico lineal puede ser obtenida mediante la combinación de la ley de Hooke para un sólido elástico con la ley de Newton para un líquido viscoso. La relación más sencilla, que asume que las tensiones relacionadas con el esfuerzo y el índice de esfuerzo son aditivas, tiene la forma:

$$\sigma_{xy} = Ee_{xy} + \eta \frac{\partial e_{xy}}{\partial t} \quad (2.1)$$

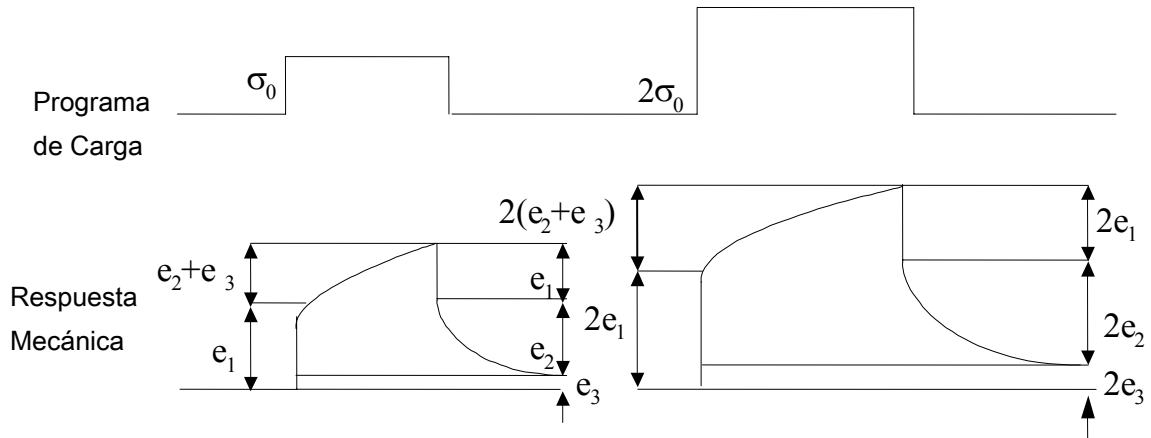
Donde **E** es el módulo de elasticidad y  $\eta$  la viscosidad dinámica. Inicialmente se asume que los esfuerzos son pequeños y las no linealidades son ignoradas.

**2.2.1 ENSAYO DE FLUENCIA O CAPACITANCIA:**

El ensayo de fluencia es el cambio en la deformación dependiente del tiempo con un esfuerzo constante. La deformación bajo esfuerzo constante para un sólido viscoelástico es comparada con la deformación de un sólido elástico. [2.4]



*a) Deformación de un Sólido Elástico*



*b) Deformación de Sólido Viscoelástico lineal*

Fig. 2.3 Comparación entre las deformaciones de un Sólido Elástico VS un Sólido Viscoelástico Lineal

**Deformación de un sólido elástico.-** Si se observa la figura 2.4 a), se asume que para el caso de un sólido elástico, el comportamiento mecánico ante la acción de esfuerzos de tensión será proporcional en relación a las deformaciones que se generen. Todo esto debido a la configuración molecular que los materiales elásticos poseen. Claro está que esto es válido, siempre y cuando no se exceda el límite elástico.

**Deformación de un sólido Viscoelástico lineal.-** En este caso, la respuesta mecánica obtenida es claramente distinta. Se observan 3 tipos de deformaciones; una deformación elástica inmediata  $e_1$ , deformación elástica retardada  $e_2$  y un flujo  $e_3$ . A cualquier tiempo dado, el esfuerzo total es exactamente proporcional a la magnitud de la tensión aplicada, y por tanto, la recuperación (Recovery) también se obtiene de los componentes inmediatos y retardados.

## 2.2.2 PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN DE BOLTZMANN (PSB)

El principio de superposición de Boltzmann data desde 1876 y es de suma importancia, tanto teórica como prácticamente en la obtención de los valores de las deformaciones o esfuerzos en cierto tiempo, para especímenes con comportamiento viscoelástico. [2.1]

Para realizar el análisis matemático, supóngase a  $J(t)$  conocida desde 1 seg. a 1 mseg. Se pueden encontrar las deformaciones  $\gamma_0(t)$  para cualquier valor de  $t$  (1 seg.  $< t < 1$  mseg.) resultando de un esfuerzo constante  $\sigma_0$  aplicado en  $t = 0$ .

$$\gamma_0(t) = \sigma_0 J(t) \quad (2.2)$$

Si se supone que un esfuerzo adicional  $\sigma_1$  se aplica en un tiempo  $t_1$ , el efecto resultante es: De acuerdo al PSB, debe averiguarse primero cual es el efecto de  $\sigma_1$ .

$$\gamma_1(t) = \sigma_1 J(t - t_1) \quad (2.3)$$

Debe notarse que en el tiempo  $t$ , desde que  $\sigma_1$  se aplica en  $t_1$ , el tiempo transcurrido para  $\sigma_1$  es  $t - t_1$  y esto representa una dependencia (Compliance)  $\gamma_1(t)$  en  $t - t_1$ . El PSB entonces, establece que la deformación total en  $t$  es:

$$\begin{aligned} \gamma(t) &= \gamma_0(t) + \gamma_1(t) \\ \gamma(t) &= \sigma_0 J(t) + \sigma_1 J(t - t_1) \end{aligned} \tag{2.4}$$

*En otras palabras, el PSB establece que si un esfuerzo inicial  $\sigma_0$  (Actuando aislado) produce una deformación  $\gamma_0(t)$ , y si  $\sigma_1$  (Actuando aislado) produce una deformación  $\gamma_1(t)$ , entonces  $\sigma_0$  y  $\sigma_1$  (Actuando ambos a la vez) producirán una deformación  $[\gamma_0(t) + \gamma_1(t)]$ .*

Por otra parte, si se tiene un programa de carga incremental inmediato, como en la figura 2.4, se establece que:

$$\gamma(t) = \Delta\sigma_1 J(t - t_1) + \Delta\sigma_2 J(t - t_2) + \Delta\sigma_3 J(t - t_3) + \dots \tag{2.5}$$

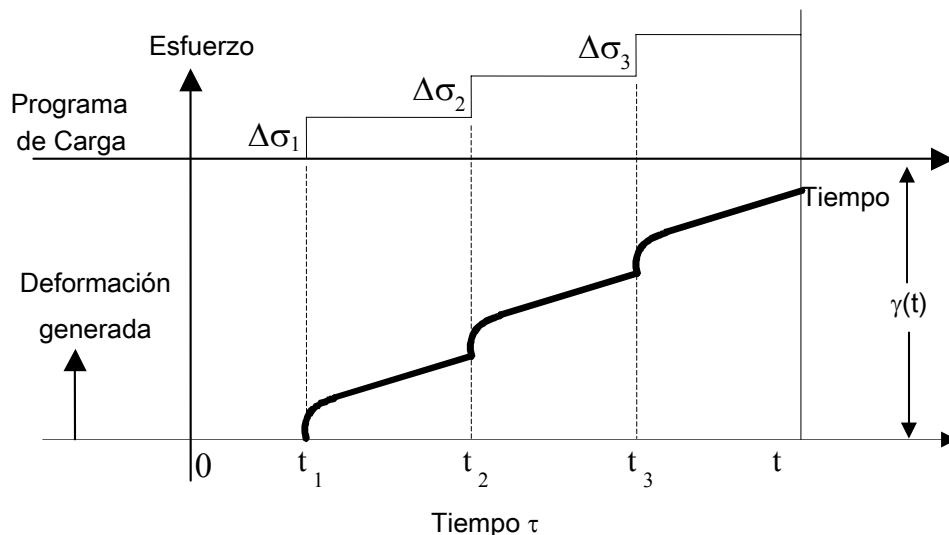


Fig. 2.4 Proceso de carga de tres etapas

Si el esfuerzo cambia continuamente con el tiempo, entonces, la ecuación 2.5 se puede generalizar para formar una integral de forma para el PSB. Se requiere por lo



tanto obtener la deformación a un tiempo  $t$  de un espécimen al cual se le aplique otro esfuerzo  $\sigma(\tau)$  superior a otro tiempo  $\tau$  ( $\tau$  toma valores desde  $0 < \tau < t$ ). Y para esto, se considera que el espécimen se encuentra en estado virgen en  $\tau = 0$ , habiéndose omitido el historial de carga previo. Dicha omisión radica en dejar dicho espécimen por un amplio tiempo sin aplicar esfuerzo alguno. Por tanto, la deformación en  $t$  es entonces:

$$\gamma(t) = \int_0^t J(t-\tau) \frac{d\sigma}{d\tau} d\tau \quad (2.6)$$

Para una carga de tensión, la deformación se obtiene de:

$$\varepsilon(t) = \int_0^t D(t-\tau) \frac{d\sigma}{d\tau} d\tau \quad (2.6 a)$$

Donde,  $D(t)$  representa la dependencia (Compliance) a la tensión y  $\sigma(\tau)$  es el esfuerzo de tensión que actúa sobre el espécimen en un tiempo  $\tau$ . Para la **relajación (Relax) del esfuerzo de tensión**, debido a que continuamente se varían los historiales de deformación, el esfuerzo en un tiempo  $\tau$  es:

$$\sigma(t) = \int_0^t E(t-\tau) \frac{d\varepsilon}{d\tau} d\tau \quad (2.6 b)$$

Donde,  $E(t-\tau)$  representa el módulo de relajación del esfuerzo en un tiempo  $t-\tau$ , y  $\varepsilon(\tau)$  es la deformación impuesta en el tiempo  $\tau$  ( $0 < \tau < t$ ).

### 2.2.3 RELACIÓN DE LAS DEFORMACIONES LINEALES CON EL PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN DE BOLTZMANN.

El estudio de las relaciones constitutivas en viscoelasticidad lineal comienza con el principio de Superposición de Boltzmann para materiales envejecidos (aged)<sup>1</sup> bajo cargas uniaxiales. [2.5]

Considerando un espécimen en la forma de una barra rectangular, la cual está en su estado natural (Libre de esfuerzos). En el instante inicial  $t = 0$ , el espécimen es cargado con fuerzas de tensión. El principio de Boltzmann establece que el esfuerzo  $\sigma(t)$  en el instante mismo  $t$  está en función del historial de deformaciones  $\varepsilon(\tau)$  en el intervalo  $[0, t]$ .

Asumiendo una función lineal y aplicando el teorema de Riesz, se tiene que:

$$\sigma(t) = \int_0^t X(t, \tau) d\varepsilon(\tau) \quad (2.7)$$

donde  $X(t, \tau)$  es una función integrable en  $\tau$  para cualquier tiempo  $t \geq 0$ .

La ecuación 2.7 contempla la relación general esfuerzo – deformación en viscoelasticidad lineal.

Dejando al esfuerzo  $\sigma$  y la deformación  $\varepsilon$  ser funciones lo suficientemente libres del tiempo, se establecen las condiciones iniciales:

$$\sigma(0) = 0, \quad \varepsilon(0) = 0 \quad (2.8)$$

Integrando la ecuación 2.7 por partes con el uso de la ecuación (2.8), obtenemos:

---

<sup>1</sup> El término envejecido (aged) está referido a aquellos materiales poliméricos que han sido sometidos a cambios de temperatura por cierto tiempo, y cuya repercusión se refleja en el incremento o decremento de la rigidez final [2.2]

$$\sigma(t) = X(t, t)\varepsilon(t) - \int_0^t \frac{\partial X}{\partial \tau}(t, \tau)\varepsilon(\tau)d\tau \quad (2.9)$$

La función  $X(t, \tau)$  es presentada en la forma:

$$X(t, \tau) = E(\tau) + Q(t, \tau), \quad (2.10)$$

donde:

$$E(\tau) = X(\tau, \tau) \quad (2.11)$$

Es el modulo de Young, y:

$$Q(t, \tau) = X(t, \tau) - X(\tau, \tau) \quad (2.12)$$

Es una medida de la relajación. De acuerdo a la ecuación (2.12), la función  $Q(t, \tau)$  satisface la condición:

$$Q(t, t) = 0. \quad (2.13)$$

Se introduce la relajación de Kernel  $R(t, \tau)$ :

$$R(t, \tau) = \frac{1}{E(t)} \frac{\partial X}{\partial \tau}(t, \tau) \quad (2.14)$$

Al sustituir las expresiones (2.11) y (2.14) dentro de la ecuación (2.9) se obtiene la ecuación constitutiva para un medio viscoelástico lineal:

$$\sigma(t) = E(t) \left[ \varepsilon(t) - \int_0^t R(t, \tau)\varepsilon(\tau)d\tau \right] \quad (2.15)$$

Las ecuaciones (2.9) y (2.15) con la función  $X(t, \tau)$  dependiendo de dos variables,  $t$  y  $\tau$ , describe la respuesta viscoelástica en materiales viscoelásticos viejos. Esto

último significa que las propiedades del material en cuestión depende explícitamente del tiempo. Ejemplos típicos de materiales viejos son los Polímeros, concreto y telas biológicas.

Para un medio elástico fatigado, el módulo de Young  $E$  depende del tiempo, y la medida de relajación  $Q$  desaparece:

$$Q(t, \tau) = 0. \quad (2.16)$$

Combinando las ecuaciones (2.10) y (2.16), se encuentra:

$$X(t, \tau) = E(\tau).$$

La substitución de esta expresión dentro de la ecuación (2.9) implica que:

$$\sigma(t) = E(t)\varepsilon(t) - \int_0^t \frac{dE}{d\tau}(\tau)\varepsilon(\tau)d\tau \quad (2.17)$$

Diferenciando la ecuación (2.11) con respecto al tiempo obtenemos una relación lineal constitutiva con un coeficiente dependiente del tiempo:

$$\frac{d\sigma}{dt} = E(t) \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (2.18)$$

Para un medio viscoelástico no envejecido, la función  $X$  depende solo de la diferencia  $t - \tau$ :

$$X(t, \tau) = X_0(t - \tau). \quad (2.19)$$

De las ecuaciones (2.11), (2.12), y (2.19), se establece que el Módulo de Young  $E$  para un material viscoelástico no envejecido es dependiente del tiempo:

$$E = X_0(0), \quad (2.20)$$

Y la medida de relajación  $Q$  es una función de la diferencia  $t - \tau$ ,

$$Q = EQ_0(t - \tau). \quad (2.21)$$

La substitución de las expresiones (2.20) y (2.21) dentro de las Ecuaciones (2.9) y (2.15) implica que la relación constitutiva sea:

$$\begin{aligned} \sigma(t) &= E \left[ \varepsilon(t) + \int_0^t \dot{Q}_0(t - \tau) e(\tau) d\tau \right] \\ \sigma(t) &= E \left[ \varepsilon(t) - \int_0^t R_0(t - \tau) e(\tau) d\tau \right], \end{aligned} \quad (2.22)$$

Donde :

$$R_0(t) = -\frac{dQ_0}{dt}(t), \quad (2.23)$$

Y el punto encima de la variable  $Q$  denota diferenciación con respecto al tiempo.

Otra interpretación del Principio de Superposición de Boltzmann establece que la deformación  $\varepsilon(t)$  en el justo instante  $t$  es una función del historial de esfuerzos  $\sigma(t)$  en el intervalo  $[0, t]$ . Asumiendo que esta función sea lineal y aplicando el teorema de Riesz, llegamos a una ecuación constitutiva similar a la ecuación (2.7):

$$\varepsilon(t) = \int_0^t Y(t, \tau) d\sigma(\tau), \quad (2.24)$$

Donde:  $Y(t, \tau)$  es una función integrable en  $\tau$  para cualquier valor  $t \geq 0$ . La integración de la ecuación (2.24) por partes con el uso de la ecuación (2.8) arroja la siguiente ecuación constitutiva:

$$\varepsilon(t) = Y(t, t)\sigma(t) - \int_0^t \frac{\partial Y}{\partial \tau}(t, \tau)\sigma(\tau)d\tau \quad (2.25)$$

Por analogía de la ecuación (2.10), la función  $Y(t, \tau)$  es presentada como:

$$Y(t, \tau) = \frac{1}{E(\tau)} + C(t, \tau), \quad (2.26)$$

donde:

$$E(\tau) = \frac{1}{Y(\tau, \tau)} \quad (2.27)$$

es el Módulo de Young, y:

$$C(t, \tau) = Y(t, \tau) - Y(\tau, \tau) \quad (2.28)$$

es una medición de la fluencia (creep) satisfaciendo la igualdad:

$$C(t, t) = 0 \quad (2.29)$$

La substitución de las expresiones (2.26) y (2.27) dentro de la ecuación (2.25) implica que:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{E(t)} - \int_0^t \frac{\partial}{\partial \tau} \left[ \frac{1}{E(\tau)} + C(t, \tau) \right] \sigma(\tau)d\tau \quad (2.30)$$

Introduciendo la fluencia Kernel (Creep Kernel):

$$K(t, \tau) = -E(t) \frac{\partial}{\partial \tau} \left[ \frac{1}{E(\tau)} + C(t, \tau) \right], \quad (2.31)$$

Se escribe la ecuación (2.30) como:

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{E(t)} \left[ \sigma(t) + \int_0^t K(t, \tau) \sigma(\tau) d\tau \right] \quad (2.32)$$

Para un medio elástico envejecido, el módulo de Young  $E$  depende del tiempo, y la medida de fluencia  $C$  desaparece:

$$C(t, \tau) = 0$$

De esta igualdad y de las ecuaciones (2.26) y (2.30) se tiene:

$$Y(t, \tau) = \frac{1}{E(\tau)}$$

Y

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{E(t)} - \int_0^t \frac{d}{d\tau} \left[ \frac{1}{E(\tau)} \right] \sigma(\tau) d\tau \quad (2.33)$$

Diferenciando la ecuación (2.33) con respecto al tiempo, se llega a la ecuación constitutiva (2.18).

Para medios viscoelásticos no envejecidos, la función  $Y$  depende solo de la diferencia  $t - \tau$ . Obedece a las ecuaciones (2.27) y (2.28) el que el Módulo de Young para materiales no envejecidos sea constante:

$$E(t) = E,$$

Y la medida de fluencia (creep) es una función de la diferencia  $t - \tau$ ,

$$C = \frac{1}{E} C_0(t - \tau) \quad (2.34)$$

La sustitución de la expresión (2.34) dentro de las ecuaciones (2.30) y (2.31) implica que la relación constitutiva sea:

$$\begin{aligned}\varepsilon(t) &= \frac{1}{E} \left[ \sigma(t) + \int_0^t \dot{C}_0(t-\tau)\sigma(\tau)d\tau \right] \\ \varepsilon(t) &= \frac{1}{E} \left[ \sigma(t) + \int_0^t K_0(t-\tau)\sigma(\tau)d\tau \right]\end{aligned}\quad (2.35)$$

Donde

$$K_0(t) = \frac{dC_0}{dt}(t) \quad (2.36)$$

Las ecuaciones constitutivas (2.15) y (2.32) describen la respuesta viscoelástica en un medio homogéneo. Para materiales no homogéneos, el módulo de Young  $E$  y la fluencia (Creep) y el Kernel de Relajación  $K$  y  $R$  explícitamente dependen de las coordenadas de Lagrange  $\xi$ :

$$\begin{aligned}\varepsilon(t, \xi) &= \frac{1}{E(t, \xi)} \left[ \sigma(t, \xi) + \int_0^t K(t, \tau, \xi)\sigma(\tau, \xi)d\tau \right], \\ \sigma(t, \xi) &= E(t, \xi) \left[ \varepsilon(t, \xi) - \int_0^t R(t, \tau, \xi)\varepsilon(\tau, \xi)d\tau \right],\end{aligned}\quad (2.37)$$

Las ecuaciones (2.37) son válidas para un material arbitrario viscoelástico no homogéneo. Para materiales envejecidos no homogéneos, deben tomarse diferentes partes para analizarse en diferentes instantes a partir del instante inicial  $t = 0$ . Para describir el proceso del análisis, una función continua y restringida  $\kappa(\xi)$  se introduce, el cual iguala la edad del material en un punto  $\xi$  en el instante inicial  $t = 0$ . Una vez que la respuesta del material se caracterice por el tiempo interno  $t + k(\xi)$ , las ecuaciones constitutivas para un material viscoelástico no homogéneo envejecido serán:



$$\varepsilon(t, \xi) = \frac{1}{E(t+k(\xi))} \left[ \sigma(t, \xi) + \int_0^t K(t+k(\xi), \tau+k(\xi)) \sigma(\tau, \xi) d\tau \right], \quad (2.38)$$

$$\sigma(t, \xi) = E(t+k(\xi)) \left[ \varepsilon(t, \xi) - \int_0^t R(t+k(\xi), \tau+k(\xi)) \varepsilon(\tau, \xi) d\tau \right]$$

Para derivar una ecuación integral, la cual expresa medidas de fluencia y relajación para un medio viscoelástico envejecido en términos de otro, se sustituye la expresión (2.25) dentro de la ecuación (2.9), tomando cuenta de las ecuaciones (2.11) y (2.27), y se obtiene:

$$\sigma(t) = \sigma(t) - \int_0^t \left[ e(t) \frac{\partial Y}{\partial s}(t, s) + \frac{1}{E(s)} \frac{\partial X}{\partial s}(t, s) \right] \sigma(s) ds + \int_0^t \frac{\partial X}{\partial s}(t, s) ds \int_0^s \frac{\partial Y}{\partial \tau}(s, \tau) \sigma(\tau) d\tau$$

Deduciendo lo siguiente:

$$E(t) \frac{\partial Y}{\partial s}(t, s) + \frac{1}{E(s)} \frac{\partial X}{\partial s}(t, s) = \int_s^t \frac{\partial X}{\partial \tau}(t, \tau) \frac{\partial Y}{\partial s}(\tau, s) d\tau \quad (2.39)$$

Integrando la ecuación (2.39) con respecto a  $s$  desde  $\tau$  a  $t$  y cambiando el orden de integración en el lado derecho, se tiene:

$$E(t) [Y(t, t) - Y(t, \tau)] + \int_\tau^t \frac{1}{E(s)} \frac{\partial X}{\partial s}(t, s) ds = \int_\tau^t \frac{\partial X}{\partial \tau}(t, \tau) d\tau \int_\tau^\tau \frac{\partial Y}{\partial s}(\tau, s) ds \quad (2.40)$$

Calculando la integral en la ecuación (2.40) y usando la ecuación (2.27) se tiene:

$$E(t)Y(t,T) - \int_T^t \frac{\partial X}{\partial \tau}(t,\tau)Y(\tau,T)d\tau = 1 \quad (2.41)$$

La sustitución de las expresiones (2.10) y (2.26) dentro de la ecuación (2.41) resulta en:

$$E(t) \left[ \frac{1}{E(T)} + C(t,T) \right] - \int_T^t \left[ \frac{1}{E(T)} + C(\tau,T) \right] \frac{\partial}{\partial \tau} [E(\tau) + Q(t,\tau)] d\tau = 1 \quad (2.42)$$

Integrando el segundo término en la ecuación (2.42) por partes, y empleando las ecuaciones (2.13) y (2.29), se encuentra la ecuación lineal de Volterra para la medida de relajación  $Q(t,\tau)$ :

$$\frac{Q(t,T)}{E(T)} + \int_T^t [E(\tau) + Q(t,\tau)] \frac{\partial C}{\partial \tau}(\tau,T) d\tau = 0 \quad (2.43)$$

Introduciendo la notación:

$$M(t,T) = 1 + E(T)C(t,T),$$

Se presenta la ecuación (2.43) como:

$$Q(t,T) + \int_T^t \frac{\partial M}{\partial \tau}(\tau,T)Q(t,\tau) d\tau = - \int_T^t E(\tau) \frac{\partial M}{\partial \tau}(\tau,T) d\tau \quad (2.44)$$

Para medios viscoelásticos no envejecidos, la ecuación (2.43) debe ser simplificada. Usando las ecuaciones (2.21), (2.29), y (2.34), se encuentra que:

$$Q_0(t-T) + C_0(t-T) + \int_T^t Q_0(t-\tau) \dot{C}_0(\tau-T) d\tau = 0$$

Recordando que la igualdad de las funciones  $C_0(t)$  y  $Q_0(t)$  satisface a la ecuación integral lineal:

$$Q_0(t) = -C_0(t) - \int_0^t \dot{C}_0(t-\tau) \dot{Q}_0(\tau) d\tau \quad (2.45)$$

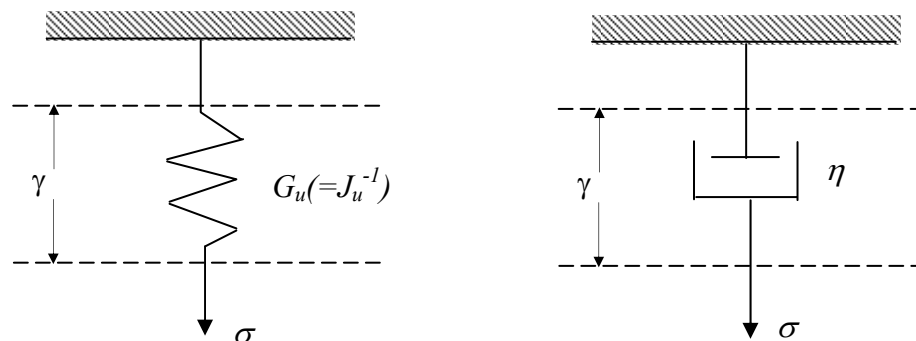
Integrando por partes con el uso de la ecuación (2.29), se obtiene otra versión de la ecuación (2.45):

$$C_0(t) = -Q_0(t) - \int_0^t \dot{Q}_0(t-\tau) \dot{C}_0(\tau) d\tau \quad (2.46)$$

Para resolver las ecuaciones (2.43) con la (2.46), pueden usarse los métodos numéricos estándar para las ecuaciones lineales de Volterra.

### 2.3 MODELOS VISCOELÁSTICOS:

El objetivo de la teoría de la viscoelasticidad lineal es efectuar ensayos para descubrir el tiempo y la respuesta mecánica de un polímero sólido, ante distintas condiciones de carga. Por ello, los parámetros necesarios para modelar dichos ensayos están referidos a *resortes y amortiguadores*. Para ello se tomará como base de análisis la figura 2.5. [2.2]



**Figura 2.5 Resorte y Amortiguador.** La deformación en el resorte es  $\gamma = J_u \sigma$ ; la variación de la deformación (Strain rate)  $(d_\gamma/d_t) = J_u (d_\sigma/d_t)$ . La deformación en el amortiguador no puede ser asociada únicamente al valor del esfuerzo (Depende del historial de carga). Por tanto, la variación de la deformación en el amortiguador es proporcional al esfuerzo y será  $(d_\gamma/d_t) = \sigma / \eta$ .

Por una parte, el *resorte* se describe por un módulo<sup>2</sup>  $G_u$ . Por otra, la deformación inducida por el esfuerzo  $\sigma$  es:

$$\gamma = \frac{\sigma}{G_u} \quad (2.47)$$

Es más conveniente describir el resorte por la variable  $J_u$ , de modo que:

$$\gamma = \sigma J_u \quad (2.48)$$

No importa cuan rápido  $\sigma$  varíe con el tiempo, la deformación en un resorte siempre se obtendrá por la ecuación 2.47 o 2.48. De aquí en adelante, se utilizarán los símbolos  $J_u$ ,  $J_d$ ,  $G_u$ ,  $G_d$  para una cantidad elástica que no dependa del tiempo. Dichas cantidades elásticas pueden ser invertidas siempre que se requiera, por ejemplo:  $J_u = G_u^{-1}$ .

La variación de la deformación unitaria instantánea (Strain rate) en el amortiguador, cuando se multiplica por el coeficiente de amortiguamiento  $\eta$ , se iguala al esfuerzo instantáneo (Obsérvese la figura 2.5).

$$\sigma = \eta \frac{d_\gamma}{d_t} \quad (2.49)$$

La ecuación 2.49, obedece a la relación de viscosidad de Newton, y  $\eta$  representa la viscosidad del elemento amortiguador. **[2.1]**

No importa cuan rápido varíe  $\sigma$  con el tiempo, la variación de la deformación en el amortiguador siempre se obtendrá de la expresión 2.49. Ahora, estos modelos por separado proporcionan resultados triviales equitativos y solo cuando se combinan juntos, generan resultados comprobables.

---

<sup>2</sup> Representa el módulo de rigidez de un resorte ( $E$ )

### 2.3.1 MODELO DE MAXWELL

Un modelo simple, conocido como el modelo de Maxwell, consiste en configurar un resorte y un elemento viscoso, en este caso, un amortiguador en serie, como se muestra en la figura 2.6.[2.6]

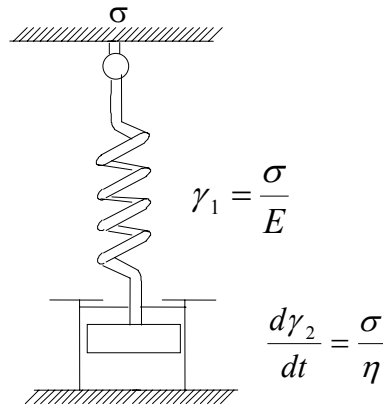


Figura 2.6 Modelo de Maxwell [2.7]

Si  $\gamma_1$  representa la deformación en el resorte y  $\gamma_2$  es la deformación en el amortiguador, se tiene que:

$$\gamma = \gamma_1 + \gamma_2 \quad (2.50)$$

Donde  $\gamma$  representa la deformación total del sistema. Por tanto, el esfuerzo en cada elemento es el mismo, debido a que se aplica a la vez en ambos elementos y por la configuración en serie. Entonces:

$$\gamma_1 = \frac{\sigma}{E} \quad y \quad \frac{d\gamma_2}{dt} = \frac{\sigma}{\eta}$$

Diferenciando la expresión 2.50, se tiene:

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{d\gamma_1}{dt} + \frac{d\gamma_2}{dt}$$

Dando :

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma}{\eta} \quad (2.51)$$

La ecuación 2.51, representa la expresión constitutiva para un material, descrito por el Modelo de Maxwell.

Resulta entonces interesante examinar la respuesta de un material, al variar el esfuerzo y los historiales de deformación.

### 2.3.1.1 Fluencia (Creep)

En el caso del análisis de fluencia por el método de Maxwell, se parte un esfuerzo  $\sigma = \sigma_0$  constante y por tanto  $d\sigma/dt = 0$ . De modo que, para la ecuación 2.51, se tiene:

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{\sigma_0}{\eta}$$

De modo que, para obtener la deformación:

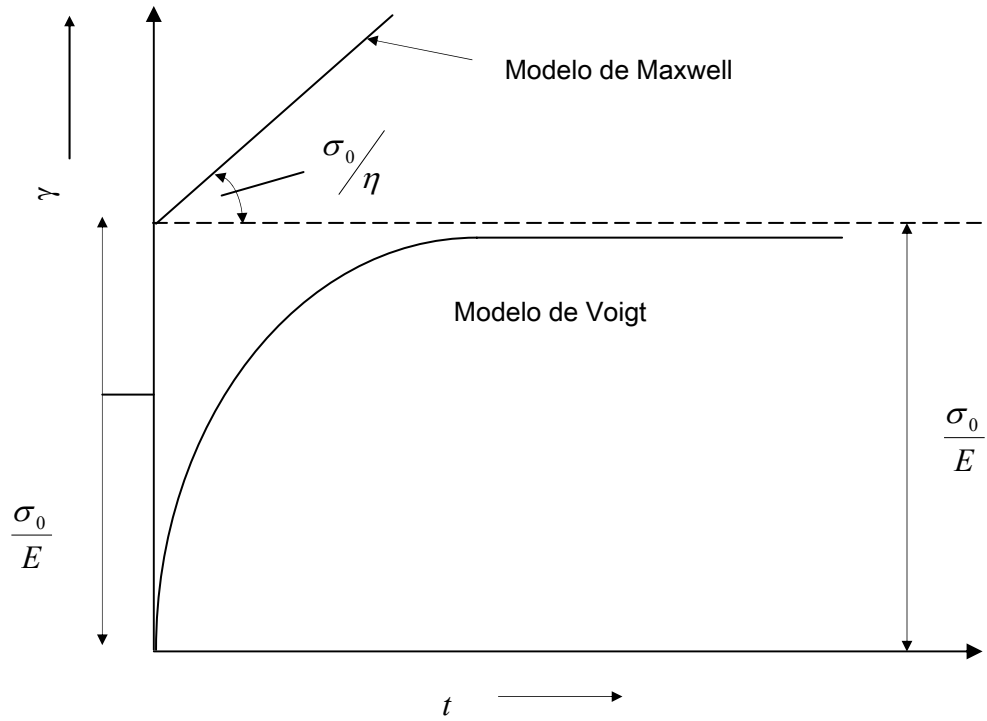
$$\gamma = \frac{\sigma_0}{\eta} t + A$$

Donde A es una constante.

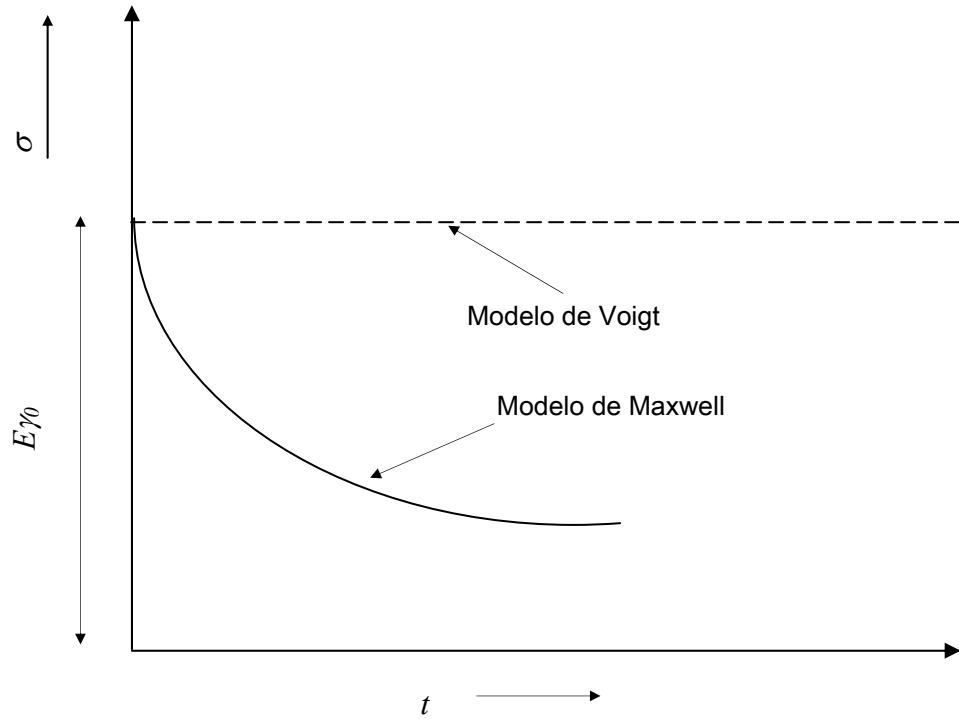
Cabe hacer mención que el análisis que Maxwell realiza corresponde a la respuesta de un elemento viscoso bajo la acción de cargas y tiempos de prueba (ver figura 2.7). Por ello, el esfuerzo aplicado  $\sigma_0$  conlleva a introducir directamente un elemento viscoso, debido a que el resorte proporciona las deformaciones elásticas. Por tanto,  $A = \sigma_0/E$  y la función dependiente para la fluencia (Creep) es:

$$C(t) = \frac{\gamma}{\sigma_0} = \frac{t}{\eta} + \frac{1}{E}$$

Sin embargo, ésta nos es una forma muy realista del comportamiento del polímero, debido a que la deformación se incrementa linealmente con el tiempo y se requiere que la variación de dicha deformación (Strain rate) disminuya con el tiempo (Relajación).



(a) Comportamiento de fluencia (Creep)



(b) Comportamiento de relajación (Relaxation)

Figura 2.7 Comportamiento de los modelos de Maxwell y Voigt [2.7]

### 2.3.1.2 Relajación (Relaxation)

En este caso,  $\gamma = \gamma_0$  y  $\frac{d\gamma}{dt} = 0$ , y la ecuación 2.51 se transforma de la siguiente manera:

$$0 = \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma}{\eta}$$

Integrando la expresión, se tiene:

$$\ln \sigma = -\frac{E}{\eta} t + A$$

Donde A es una constante. Si  $\sigma = \sigma_0$  en  $t = 0$ , entonces se tiene:

$$\sigma = \sigma_0 \exp\left(-\frac{Et}{\eta}\right)$$

El esfuerzo  $\sigma_0$  puede determinarse por el hecho de que en la deformación inicial (Ecuación 2.51),  $\frac{d\gamma}{dt}$  es muy grande y por tanto,  $\frac{d\sigma}{dt}$  predomina en dicha ecuación, por lo que:

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt}$$

De modo que,  $\sigma = E\gamma$ , el comportamiento elástico que al final se registra es:

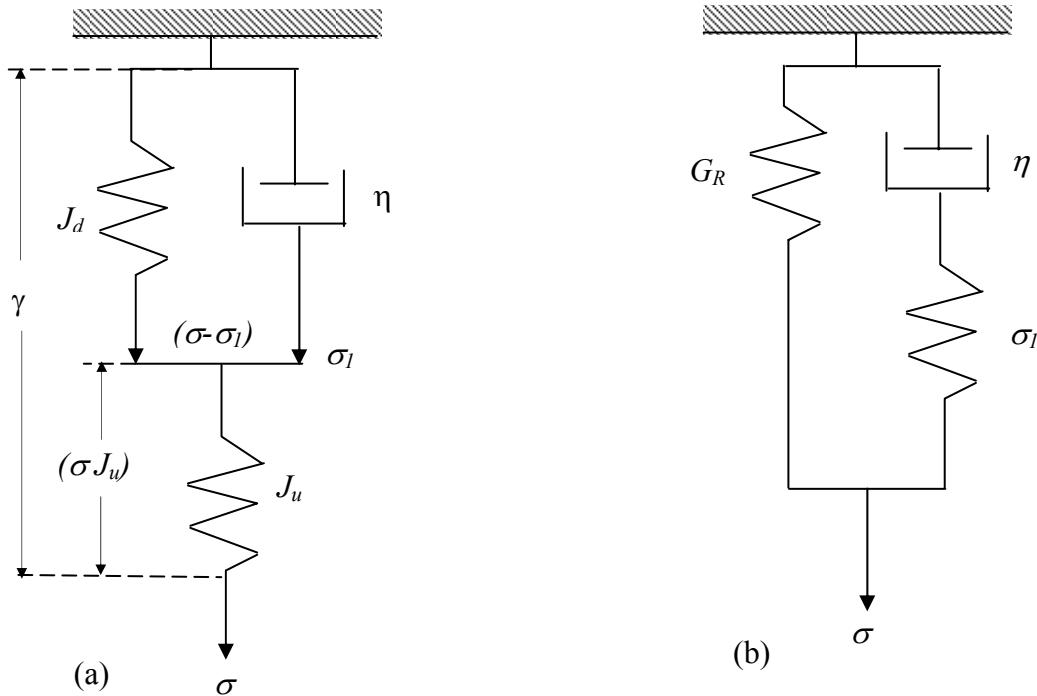
$$\sigma = E\gamma_0 \exp\left(-\frac{Et}{\eta}\right)$$

Lo que representa el valor del esfuerzo de relajación de un polímero.



### 2.3.2 MODELO DE ZENER

Este modelo puede ser configurado de dos formas. Si se refiere a la figura 2.6, las líneas horizontales paralelas en dicha figura indican elementos que tienen una deformación constante, por ejemplo:  $J_d$  y  $\eta$  de (a) tienen la misma deformación. [2.2]



**Figura 2.8. El Modelo Zener (o sólido lineal estándar).** *El modelo se puede representar por un resorte en serie con un modelo Kelvin, como en (a), o como un resorte en paralelo con un modelo de Maxwell, como en (b). Las propiedades significativas en el modelo Zener incluyen: (i) dos constantes de tiempo, una para el esfuerzo constante  $\tau_\sigma$  y una para la deformación constante  $\tau_\epsilon$ ; (ii) una deformación instantánea en  $t = 0$  cuando se sujeta a una función de esfuerzo por pasos; y (iii) una completa recuperación seguida de una eliminación del esfuerzo.*

Ahora, se deriva la ecuación diferencial describiendo la relación entre  $\sigma$ ,  $\gamma$ ,  $\dot{\sigma}$ , y  $\dot{\gamma}$  para (a). Dejando que el esfuerzo en el amortiguador sea  $\sigma_1$ . El esfuerzo en  $J_d$  es entonces  $\sigma - \sigma_1$ , por tanto:

$$\gamma - \sigma J_u = J_d(\sigma - \sigma_1)$$

y

$$\sigma_1 = \eta \frac{d}{dt}(\gamma - \sigma J_u)$$

Por tanto:

$$\gamma - \sigma J_u = J_d \sigma - J_d \eta \left[ \frac{d\gamma}{dt} - J_u \frac{d\sigma}{dt} \right]$$

Se escribe entonces:

$$\tau_\sigma = J_d \eta \quad (\text{Tiempo de relajación})$$

Por lo tanto:

$$\gamma = \sigma(J_u + J_d) - \tau_\sigma \frac{d\gamma}{dt} + \tau_\sigma J_u \frac{d\sigma}{dt}$$

Se introduce:

$$J_R = J_U + J_d$$

Por lo tanto:

$$\gamma + \tau_\sigma \frac{d\gamma}{dt} = \sigma J_R + \tau_\sigma J_U \frac{d\sigma}{dt}$$

Se tiene:

$$\frac{1}{J_R} \left[ \gamma + \tau_\sigma \frac{d\gamma}{dt} \right] = \sigma + \tau_\sigma \left( \frac{J_U}{J_R} \right) \frac{d\sigma}{dt} \quad (2.50)$$

Ahora, la cantidad  $\tau_\sigma(J_U / J_R)$  es otra constante de tiempo, la cual es muy útil para escribirse como  $\tau_\gamma$ . La relación para dos de las constantes de tiempo será entonces:

$$\frac{\tau_\sigma}{\tau_\gamma} = \frac{J_R}{J_U} = \frac{G_U}{G_R} \quad (2.51)$$

Y sustituyendo en la ecuación 2.50, se tiene:

$$\frac{1}{J_R} \left[ \gamma + \tau_\sigma \frac{d_\gamma}{d_t} \right] = \sigma + \tau_\gamma \frac{d_\sigma}{d_t} \quad (2.52)$$

*El modelo de Zener muestra todas las características significativas de las relajaciones de los polímeros*, debido a que si se resuelve esta ecuación diferencial de primer orden, se pueden obtener los valores del esfuerzo  $\sigma$  o de las deformaciones, para cualquier tiempo. Evidentemente, este es el modelo más empleado para el cálculo de las deformaciones y esfuerzos de fluencia (Creep) y relajación (Relax), debido a que hace uso de los modelos de Kelvin y Maxwell.

## 2.4 SUMARIO

Puede observarse que el análisis necesario para comprender el comportamiento de los polímeros ante cargas de tensión es complejo. Sin embargo, al relacionar el efecto molecular con medios mecánicos conocidos, como resortes y medios viscosos, se puede asociar el concepto viscoelástico en términos de deformaciones y esfuerzos. Lo cual, se hace más palpable en términos de ingeniería mecánica.

Además, se ha diferenciado la respuesta mecánica de materiales lineales (tales como aceros), de los polímeros, en términos de la obtención de la deformación y los esfuerzos bajo la influencia del tiempo.

Por tanto, es importante comprender uno de los modelos de mayor efectividad para el cálculo de las deformaciones o esfuerzos a distintos tiempos de prueba, como es el de Zener. Y para ello, mediante la infraestructura disponible, se evaluarán las variaciones de las propiedades mecánicas en el rango de la máquina de tensión, para el caso de probetas fracturadas de Polimetil Metacrilato (PMMA).

---

## 2.5 REFERENCIAS

[2.1] WILLIAMS, J. G, "Stress Analysis of Polymers", 2<sup>nd</sup>.(revised) ed., Ellis Horwood Limited, Great Britain, 1980., p.p 93 -121

[2.2] McCRUM, N. G, BUCKEY & etal, "Principles of Polymer Engineering", 2nd Ed., Oxford Science Publications, New York, p.3-26]

[2.3] BAER, E., "Engineering Design for Plastics", Reinhold, New York, 1964.

[2.4] SANJEEVA Murthy N., Val A. Kagan and Robert G. Bray, "OPTIMIZING THE MECHANICAL PERFORMANCE IN SEMI-CRYSTALLINE POLYMERS: Roles Of Melt Temperature And Skin-Core Crystalline Morphology Of Nylon", Honeywell International, Morristown, New Jersey 07962-1057, USA

[2.5] DROZDOV, Aleksey D., "Mechanics of Viscoelastic Solids", Institute for industrial Mathematics, Beersheba, Israel, John Wiley & Sons Ed., 1998, p.p 2-109.

[2.6] FLINN Richard, & TROJAN Paul, K., "Engineering Materials and their Applications", 2nd. Ed., Houghton Mifflin Company, Boston, 1981, p.401.

[2.7] METHVEN J. Dr, "Engineering Materials II", Mechanical Engineering, UMIST Department of Mechanical, Aerospace and Manufacturing Engineering.

## ***CAPÍTULO III***

### ***ANÁLISIS DE FRACTURA EN PLACAS AGRIETADAS HECHAS DE POLÍMEROS***

*Una vez que se comprende el comportamiento viscoelástico que tienen los polímeros, se conocerá el efecto resultante de una fractura lateral en especímenes compactos sometidos a tensión. Haciendo uso de los principios básicos de la Mecánica de la Fractura.*

---

## 3. ANÁLISIS DE FRACTURA EN PLACAS AGRIETADAS HECHAS DE POLÍMEROS

Los aspectos fundamentales en el estudio de los esfuerzos generados en cuerpos con grietas y hechos de polímeros, son estudiados por la Mecánica de la Fractura, y para realizar el planteamiento de los modelos matemáticos necesarios para evaluar los campos de esfuerzos de cargas de trabajo, deben contemplarse los principios de la teoría clásica.

### 3.1 CONCEPTOS BÁSICOS DE LA MECÁNICA DE LA FRACTURA

#### 3.1.1 GENERALIDADES

Es importante saber que el objetivo fundamental de la Mecánica de la Fractura [3.1], está definido como la predicción de las condiciones bajo las cuales una grieta, en un cuerpo u objeto de forma conocida y bajo la acción de cargas, es inestable y se propaga. Debido a esto, la determinación de las condiciones mencionadas anteriormente requiere del conocimiento de las propiedades fractomecánicas del material en estudio, a través de los parámetros clásicos:  $K_{IC}$ ,  $G_{IC}$ ,  $COD_{IC}$ , y  $J_{IC}$ .

La Mecánica de la Fractura establece los principales modos de falla y los cuantifica; contempla los efectos y especifica el tipo de material que es apropiado para cierta aplicación específica. De tal forma que, en resumen, la Mecánica de la Fractura proporciona las herramientas necesarias para la determinación de la resistencia de una estructura, cuando ésta tiene una fractura.

Para realizar un análisis completo y confiable de fractura, se requiere entre otros, de los estudios mostrados en la tabla 3.1 [3.2]:

Tabla 3.1 Estudios necesarios para realizar un análisis de fractura	
<i>Conocimiento de los elementos mecánicos aplicados</i>	Se requiere el auxilio de la Resistencia de Materiales y de los Métodos Numéricos Computacionales. Una alternativa del análisis es un modelo sometido a la acción de cargas mediante el Método del Elemento Finito.
<i>Conocimiento de las propiedades mecánicas del material en estudio</i>	Básicamente están referidas a la resistencia a la fractura del material, la relación de Poisson y el Módulo de Elasticidad, para establecer el comportamiento real de la estructura.
<i>Conocimiento de la configuración geométrica del defecto o grieta</i>	Está referido a las dimensiones y la forma de la grieta en estudio, y es determinada mediante métodos de inspección visual y Metrología.
<i>Conocimiento de la Mecánica de la Fractura</i>	Debido a que se analiza un elemento agrietado, es posible predecir el comportamiento de la grieta, obtener el campo de esfuerzos en un punto de interés y efectuar los cálculos de los parámetros de fractura.

Los estudios mencionados, están fundamentados en la determinación del campo de esfuerzos en la zona de influencia de una grieta y los cambios de energía almacenada durante el proceso de agrietamiento y de fractura. [3.3]

---

### 3.1.2 ANÁLISIS DE FRACTURA DEBIDO AL COMPORTAMIENTO DEL MATERIAL

Cuando el análisis está fundamentado en un comportamiento elástico lineal y la deformación plástica está limitada a una pequeña región alrededor de una grieta, es preciso utilizar la **Mecánica de la Fractura Lineal Elástica (MFLE)**.

Por otra parte, cuando existen desviaciones de la linealidad y el comportamiento plástico es no lineal, es necesario aplicar el estudio de la **Mecánica de la Fractura Elasto-Plástica (MFEP)**.

La principal justificación para el empleo de la teoría de la Mecánica de la Fractura en la ingeniería de estructuras y maquinaria está basada en el axioma de que toda estructura posee de manera intrínseca grietas, vacíos, imperfecciones, etc. Y esto se debe generalmente a los defectos en los componentes y a los problemas de operación en el manejo de los materiales. [3.4]

### 3.1.3 DUCTILIDAD Y FRAGILIDAD

Las fallas en los elementos estructurales pueden presentarse en forma dúctil o frágil. En el caso de la falla dúctil, se caracterizan aspectos como la fluencia y las deformaciones finitas, como los más significativos.

Alternativamente, en el caso de la falla frágil, pareciera que no se presentan deformaciones previas a la falla final.

Existen diversas condiciones por las cuales un material puede fallar. Pero sin duda, su composición química y la disposición en el trabajo que éste realice, marcarán el tipo de falla que surgirá. Hay un tipo de fractura rápida e inestable, denominada: *fractura frágil*, y una *fractura estable o lenta* cuya ocurrencia es debida a la fatiga por las distintas cargas en los elementos de trabajo.



Ante ésto, cuando en una pieza se tiene una condición de agrietamiento, las características generales de la falla frágil y dúctil son las siguientes:

Tabla 3.2 Tipos de fractura en los materiales	
Fractura frágil	Fractura dúctil
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Generalmente se asocia a la propagación rápida de una grieta, sin que exista una deformación plástica excesiva a niveles de esfuerzos inmediatamente antes del esfuerzo de fluencia del material.</li> <li>• En la mayoría de los casos de fractura frágil, se muestra una limitada deformación plástica en la punta de la grieta.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• En este caso, la fractura está precedida por una deformación plástica considerable, lenta y generalmente como resultado de la formación y unión de vacíos (intersticios).</li> <li>• El proceso de agrietamiento, es generalmente irregular y el gran número de intersticios presentes generan la superficie de fractura con apariencia fibrosa.</li> </ul>

El comportamiento dúctil o frágil de la falla puede depender de la temperatura a la que se encuentre sometido el elemento de trabajo, ya que un material dúctil, puede llegar a tener una falla frágil si se le somete a bajas temperaturas. De tal modo, que un material frágil, presentaría un comportamiento dúctil si su temperatura sobrepasa la temperatura de transición.

En resumen, algunos factores que pueden influenciar en este tipo de comportamiento son: *La velocidad de aplicación de la carga, la temperatura y la corrosión del material.*

Desde el punto de vista energético, un material frágil requiere de poca energía para llegar a fallar, en comparación con la energía que se requiere para lograrlo en un material dúctil.

Cuando una grieta se presenta y se propaga súbitamente, puede llegar a alcanzar altas velocidades, y por lo regular, una falla dúctil ocurrirá después de una deformación y reducción o constricción considerable de la sección transversal, además de una considerable absorción de la energía.

En la figura (3.1a) se muestra el diagrama esfuerzo – deformación unitaria para un material frágil o quebradizo. En él se puede observar que el alargamiento total antes de la fractura, es claramente mucho menor que en la gráfica del material dúctil de la figura (3.1b). Aspecto fundamentalmente importante en el Diseño, debido a que:

- Antes de la fractura, un material frágil prácticamente no presenta un aspecto visual del efecto elástico.
- En un material dúctil, la deformación puede apreciarse antes de la falla.

Factores muy significativos en los materiales dúctiles son: el gran alargamiento que tienen después de la fluencia y su cualidad para redistribuir el campo de esfuerzos en las localidades de alta concentración de esfuerzos.

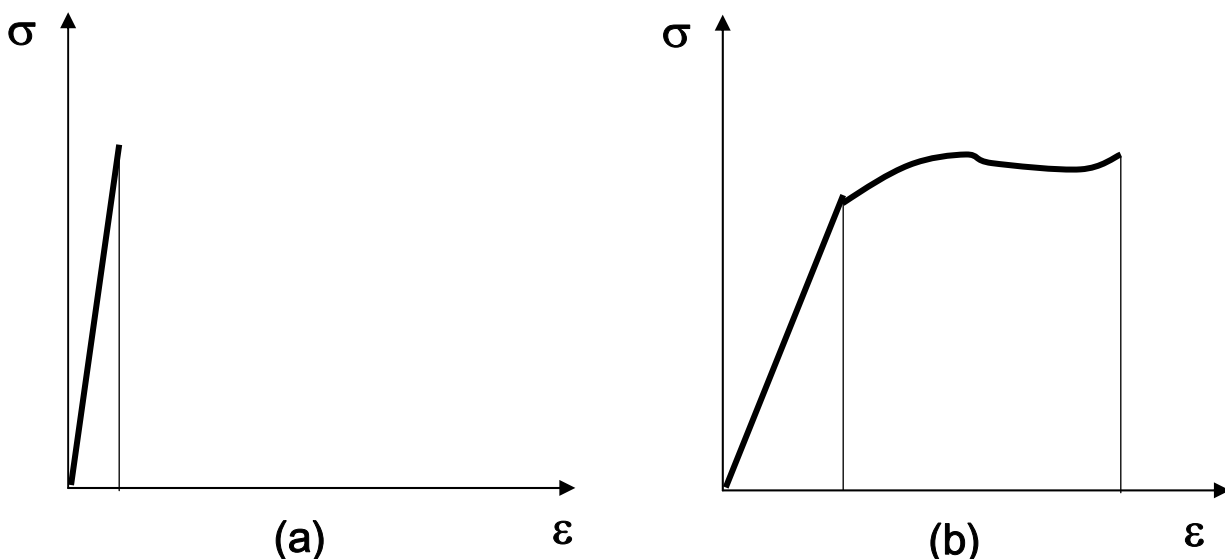


Figura 3.1. Diagramas de esfuerzo – Deformación Unitaria:

a) Para un material Frágil

b) Para un material Dúctil

#### 3.1.4 ASPECTOS GEOMÉTRICOS DE UN CUERPO AGRIETADO

Cuando se presentan grietas en los elementos estructurales, la resistencia mecánica se ve afectada y por lo tanto se disminuye su valor. De tal forma que su capacidad de carga y su vida útil también se reducen, debido a la propagación de dicha grieta. A partir de este efecto, la estructura en cuestión estará propensa a fallar una vez que continúe efectuando las funciones normales para la cual fue diseñada.

Ante esto, cuando existen defectos o concentraciones de esfuerzos debidas a cambios bruscos de geometría en el elemento mecánico, es necesario realizar un análisis geométrico del defecto.

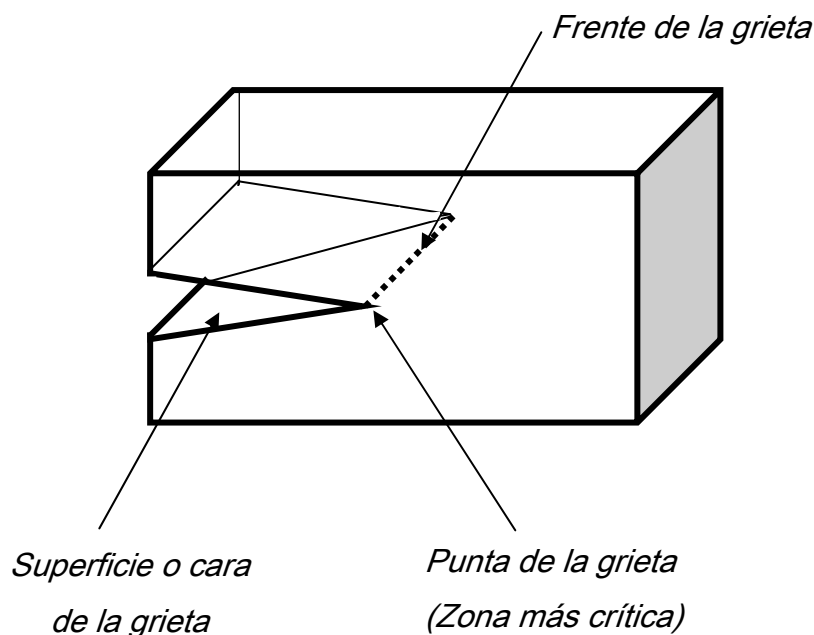


Figura 3.2. Forma general de una grieta

Por lo tanto, es importante definir cada uno de los aspectos que conforman la grieta de una estructura como sigue:

**Frente de la grieta.-** Es la línea que conecta a todos los puntos en donde la separación del cuerpo puede ocurrir. Si se separara totalmente, la línea se movería a lo largo de la superficie, a la cual se le conoce como: *Superficie de fractura*.

**Zona del proceso de fractura.-** Es la región que rodea la grieta y en donde se desarrollará la fractura en etapas sucesivas mediante deslices no homogéneos; es decir, sin un orden específico.

Partiendo de lo anterior, se puede establecer que el estado crítico es el que rige el principio o propagación de la grieta, y el criterio para determinar si un estado es crítico, requiere de diversos parámetros en función de las condiciones de carga, tales

---

como: Material, tipo de carga, etapa de propagación y medio ambiente, así como de la geometría de la estructura agrietada.

### 3.2 MODOS DE CARGA EN LOS CUERPOS AGRIETADOS

Uno de los aspectos que contempla la Mecánica de la Fractura, radica en los campos de esfuerzos que ocurren en la vecindad de la punta de la grieta, derivados de los tres modos de carga. Éstos representan las componentes de los estados en los cuales, una estructura o elemento agrietado es sometido a cargas generales, ya sea en forma bidimensional o tridimensional.

Los tres modos de carga antes mencionados son [3.5]:

**Modo I.-** Es el *modo de abertura o tensil*, en donde las superficies de la grieta se desplazan separándose directamente del plano principal. Básicamente, es el modo más crítico para un cuerpo o estructura agrietada.

**Modo II.-** Denominado: *Modo de deslizamiento*, en donde las superficies de la grieta se deslizan una sobre la otra en sentidos opuestos y en dirección a la propagación de la grieta.

**Modo III.-** Denominado: *Modo rasgado*, en donde las superficies se mueven perpendicularmente a la dirección de la propagación de la grieta.

Los casos más frecuentes están referidos al modo I. Esto es debido a la simplicidad en la aplicación de las cargas y a la severidad a la que el elemento está siendo sometido.

Por otra parte, el modo mixto es el de mayor frecuencia en los problemas típicos de ingeniería, después del modo I, es la combinación del Modo I y II de carga.

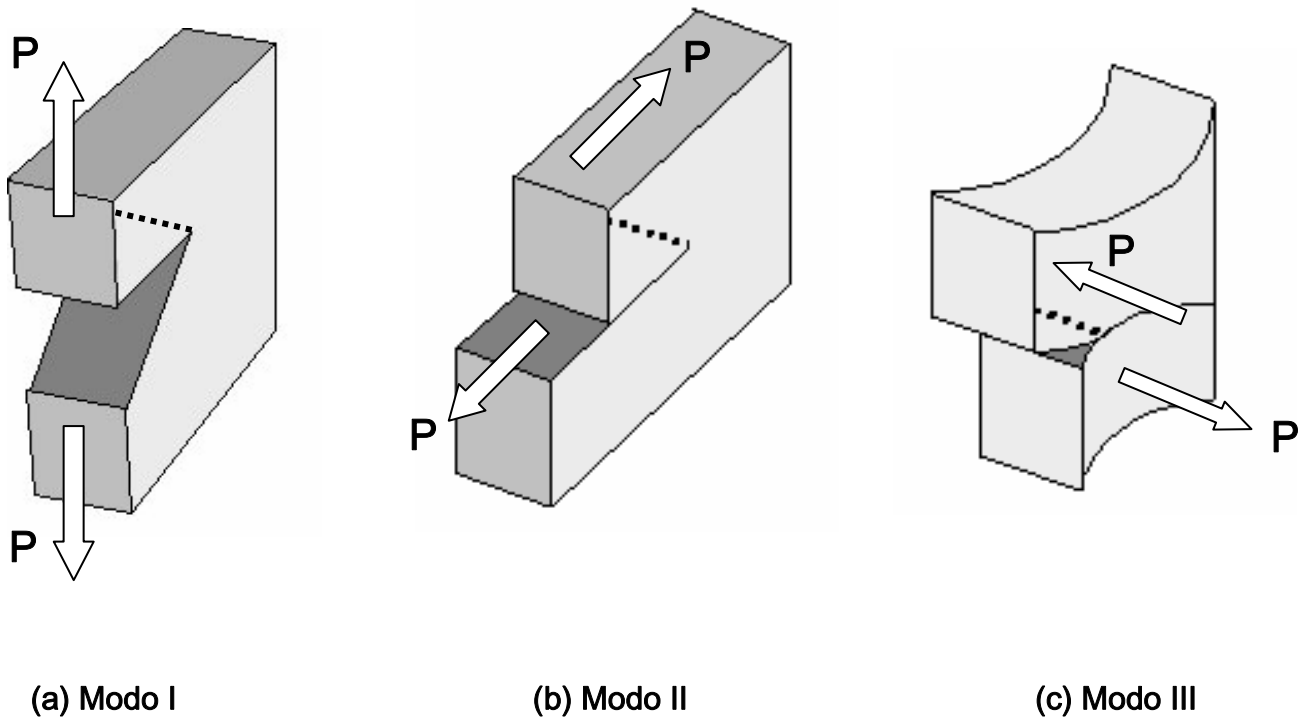


Figura 3.3 Modos de carga

### 3.3 EL ESTADO DE ESFUERZOS EN LA VECINDAD DE LA PUNTA DE UNA GRIETA

Para el desarrollo de tema, es preciso resaltar que se tomará como base principal el Modo I de carga, por las observaciones realizadas en el punto anterior.

#### 3.3.1 CAMPO DE ESFUERZOS RESULTANTE

Se considera el estado de carga en el modo I, que se genera en una placa de espesor finito, con una grieta central de longitud  $2a$  en un plano infinito, mostrado en la figura 3.4 sujeto a esfuerzos de tensión  $\sigma$ .

Para el cálculo del esfuerzo elástico en la vecindad de la punta de la grieta, se propone un elemento diferencial  $d_x d_y$  en la placa a una distancia  $r$  de la punta de la grieta y con un ángulo  $\theta$  con respecto a la punta de la grieta, originándose con éstos esfuerzos normales  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ , y esfuerzos cortantes  $\tau_{xy}$ , todos ellos mostrados en la figura 3.5.

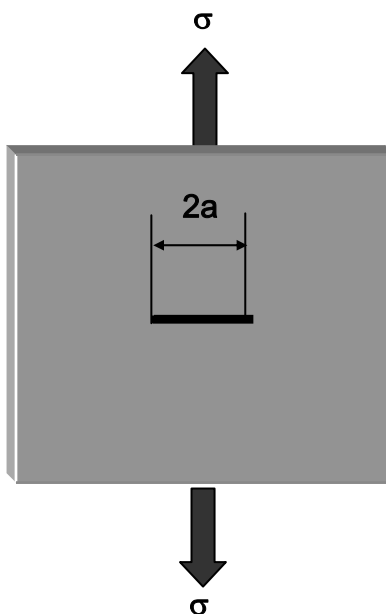


Figura 3.4 Placa agrietada en el centro

De la figura 3.5, Irwin demostró que el campo de esfuerzos elásticos en la vecindad de la punta de la grieta puede representarse por la conformación del siguiente tensor de esfuerzos en el modo I de carga [3.10]:

$$\sigma_x = \sigma \left( \frac{a}{2r} \right)^{1/2} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[ 1 - \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right]$$

$$\sigma_y = \sigma \left( \frac{a}{2r} \right)^{1/2} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[ 1 + \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right]$$

$$\sigma_z = \sigma \left( \frac{a}{2r} \right)^{1/2} \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right)$$

### 3.3.2 FACTOR DE INTENSIDAD DE ESFUERZOS, K

En términos generales,  $K$  caracteriza la magnitud (Intensidad) de los esfuerzos en la vecindad de la punta de una grieta de forma aguda en un material linealmente elástico, continuo e isotrópico. [3.12]

Para describir el concepto, se toma como base la figura 3.5, en donde se muestran las coordenadas polares  $r$  y  $\theta$  en el plano  $x - y$  normal al plano de la grieta, y la dirección  $z$  paralela al filo de dicha grieta.



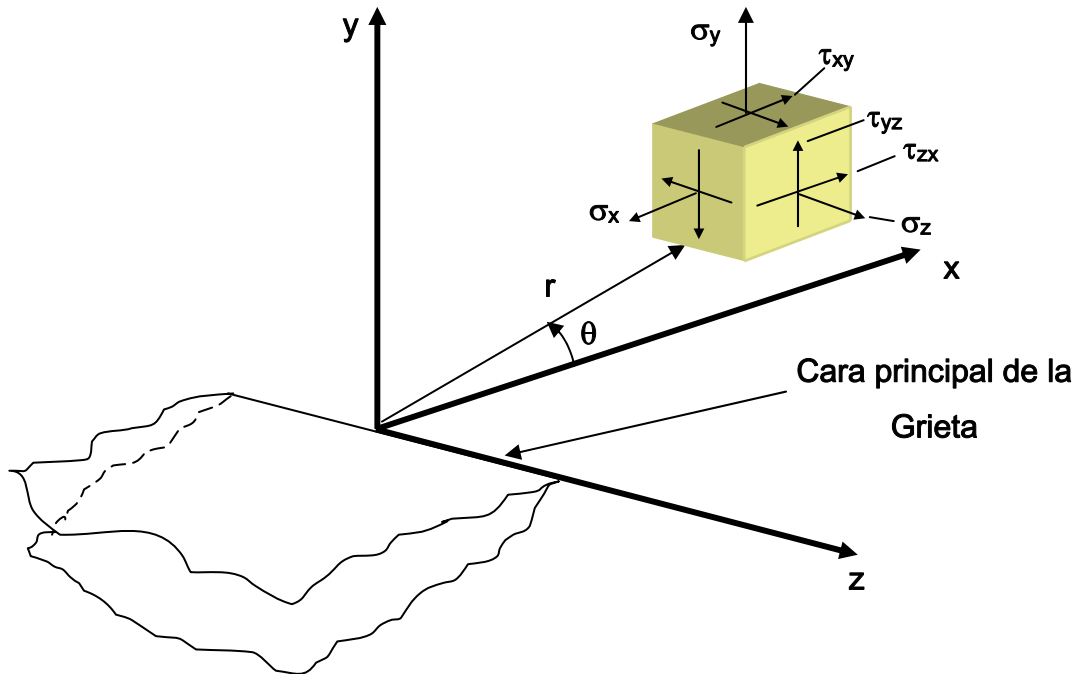


Figura 3.5 Sistema de coordenadas tridimensional para la región de una punta de grieta

La aplicación de la teoría lineal predice el esfuerzo que tiende a infinito mientras se acerca a la punta de la grieta, pero en materiales reales no puede existir un esfuerzo infinito. Ante esto, si se llegase a presentar una deformación plástica o permanente en la vecindad de la punta de la grieta, pueden ser empleados los conceptos de la teoría elástica lineal siempre y cuando se considere que la deformación está contenida en una pequeña región en comparación con la región donde domina el término  $K$  en el campo de esfuerzos. La región en donde ocurre ésta deformación no elástica se conoce como *zona plástica*.

Las componentes del esfuerzo  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  y  $\tau_{xy}$  tienen una singularidad en la punta de la grieta y no se puede definir el grado de severidad. Para poder evaluar la integridad estructural se ha propuesto el factor de intensidad de esfuerzos ( $K$ ). Por tanto, debido a que dichos esfuerzos son proporcionales al valor de  $K_I$ , y los esfuerzos varían en función de  $r$  y  $\theta$ ; la magnitud del campo de esfuerzos cerca de la punta de la grieta se puede caracterizar a través del valor de  $K_I$ . De tal modo que,  $K_I$  representa una

medida de la severidad de la grieta, y su definición en una forma matemática viene dada por:

$$K_1 = \lim_{r, \theta \rightarrow 0} (\sigma_y \sqrt{2\pi r}) \quad (3.2)$$

Pero, generalmente conviene expresarlo como:

$$K_1 = F\sigma\sqrt{\pi a} \quad (3.3)$$

Donde el factor  $F$  es un factor geométrico y representa una cantidad en función de la relación  $a/b$ , y  $a$  : es la semilongitud de la grieta como se observa en la figura 3.6.

$\sigma$  : Es el esfuerzo normal aplicado a la estructura.

*Y en función del factor de intensidad de esfuerzos, el cual es  $K = \sqrt{\pi a}$*  (3.1)

$$\sigma_x = \frac{k_1}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[ 1 - \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right]$$

$$\sigma_y = \frac{k_1}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[ 1 + \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right]$$

$$\sigma_z = \frac{k_1}{\sqrt{2\pi r}} \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right)$$

En donde :

$$\sigma_z = 0 \quad \text{Para esfuerzo plano}$$

$$\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y) \quad \text{Para deformación plana} \quad (\varepsilon_z = 0)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$$

Las ecuaciones 3.1 están basadas en la teoría de la elasticidad lineal, y describen el campo de esfuerzos cerca de la punta de la grieta. De tal forma, que muestran que los esfuerzos se incrementan rápidamente cerca de la punta de la grieta, y tienden a infinito.

Si un elemento agrietado tiene un espesor relativamente delgado en la dirección  $z$ , debe emplearse el principio de **esfuerzo plano** con  $\sigma_z = 0$ . Pero, si el espesor es grueso, deberá emplearse el caso de **deformación plana** con  $\varepsilon_z = 0$ , en cuyo caso la ley de Hooke requiere que  $\sigma_z$  depende de los esfuerzos  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  y la relación de poisson  $\nu$ .

Edwards [3.14] deduce que, idealmente, el factor de intensidad de esfuerzos crítico ( $K_{Ic}$ ) asociado con una geometría de grieta específica se puede emplear para predecir el comportamiento en una estructura específica. Sin embargo,  $K_{Ic}$  depende de la temperatura de prueba, del espesor del espécimen y de la forma en que se aplique la carga.

Mas allá de un cierto espesor, cuando un material está predominantemente en deformación plana y bajo carga máxima, el valor de  $K_{Ic}$  tiende a ser constante.

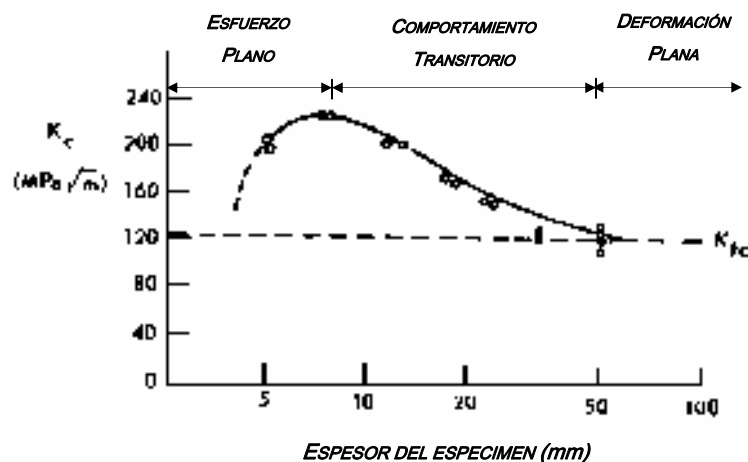


Figura 3.5 - a Efecto del espesor en el comportamiento de  $K_{Ic}$  para un acero de alta resistencia

El caso que se analizará en este trabajo, corresponde al esfuerzo plano, por las dimensiones del espesor que las probetas presentan.

Es importante resaltar que en materiales frágiles, el comportamiento de una grieta se determina fundamentalmente por el *Factor de Intensidad de Esfuerzos K*. Para ello, las soluciones analíticas para determinar los Factores de Intensidad de Esfuerzos están limitadas a un número pequeño de situaciones idealizadas, donde los elementos se consideran infinitos [3.11]. Pero en situaciones prácticas, ocurre de manera contraria, ya que se emplean longitudes finitas pero con cargas complejas. Por tanto, existe la necesidad de desarrollar técnicas numéricas cada vez mejores que proporcionen otro enfoque para la determinación de soluciones acertadas para la predicción del comportamiento de una grietas en la Mecánica de la Fractura.

Para el caso del espécimen con una grieta lateral, se tiene:

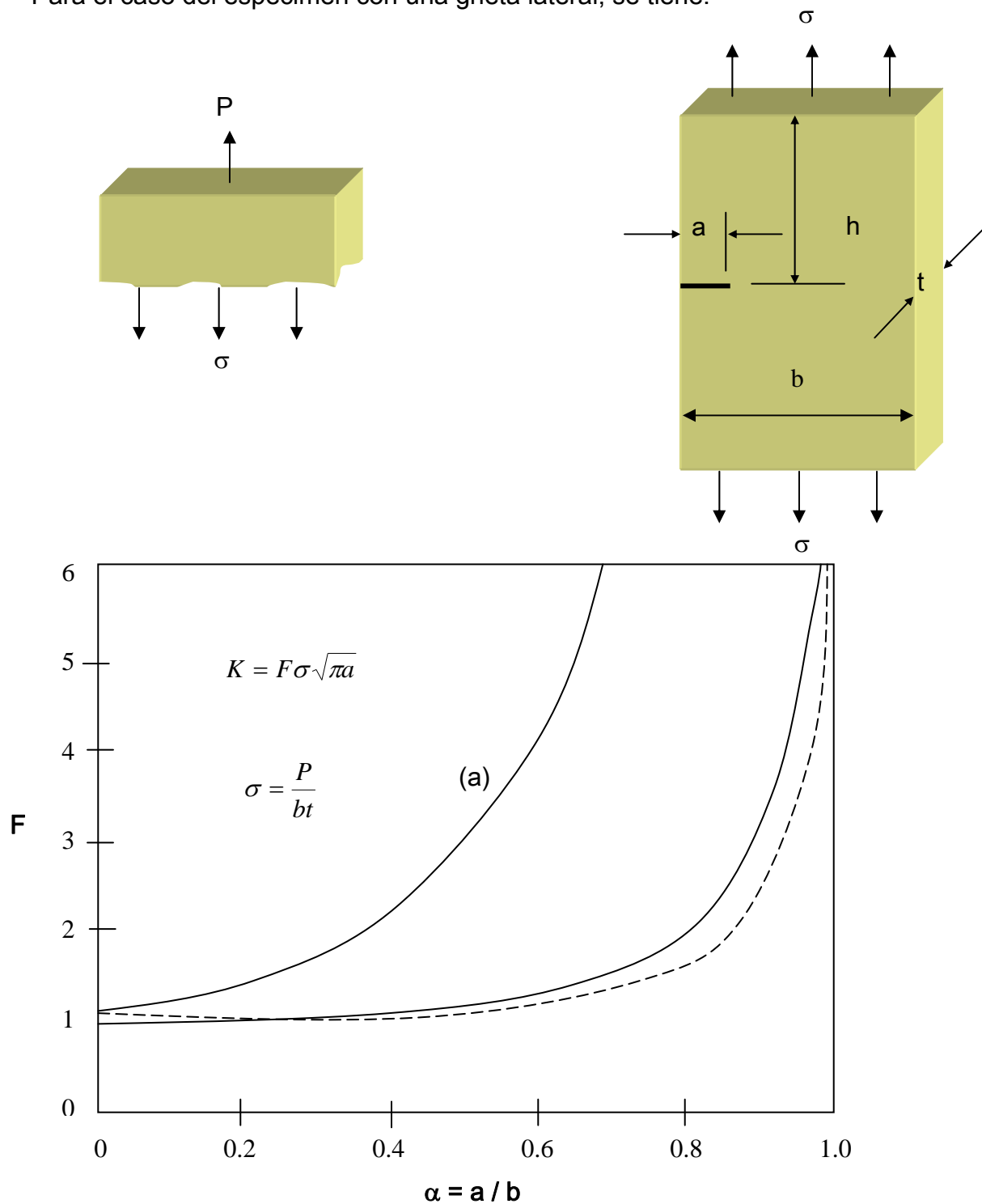


Fig. 3.6 Factor de intensidad de esfuerzos para el caso de una placa agrietada en el extremo bajo esfuerzo de tensión.

Para valores  $a/b$  pequeños:

$$K = 1.12\sigma\sqrt{\pi a}$$

$$\left(\frac{a}{b} \leq 0.13\right)$$

Y para cualquier valor  $\alpha = a / b$ :

$$F = 0.265(1 - \alpha)^4 + \frac{0.857 + 0.265\alpha}{(1 - \alpha)^{3/2}} \quad (h / b \geq 0.9)$$

En el capítulo 5 se realiza el cálculo del factor de intensidad de esfuerzos para el caso de probetas de PMMA agrietadas en el extremo.

### 3.4 PUNTO DE VISTA ENERGÉTICO DE LA MECÁNICA DE FRACTURA

En la Mecánica de la Fractura Elástica Lineal, el campo de esfuerzos en la vecindad de la punta de la grieta depende de los siguientes parámetros:

- a) La longitud de la grieta ( $a$ )
- b) El esfuerzo aplicado ( $\sigma$ )
- c) Factor de configuración ( $Q$ ) para tomar en cuenta el tamaño finito del espécimen y su geometría local.
- d) El Factor de Intensidad de Esfuerzos (FIE), desarrollado por Irwin en los 50's.

La relación cuantitativa más utilizada para evaluar la resistencia de sólidos agrietados inicialmente fue planteada por A. A. Griffith [3.6]. En ella, propuso el concepto de energía de superficie cuando es inducida una grieta en un material elástico. Ante esto, el balance energético debe ser evaluado considerando el

decaimiento de la energía potencial por la presencia de la grieta, y dicha energía representaría la necesaria para generar una nueva superficie de grieta.

Por tanto, debe entenderse que una grieta se propaga únicamente cuando existe la energía suficiente para generarse una superficie libre o de grieta.

Una vez entendido esto, el criterio de energía establece que la propagación de una grieta ocurre cuando la energía disponible para su propagación es suficiente como para sobrepasar o desbalancear la resistencia intrínseca del material creando superficies libres. Por tanto, dicho desbalance en la resistencia incluye la energía superficial, el trabajo elástico, el trabajo plástico y cualquier otro tipo de energía de disipación asociada con la propagación de la grieta; además de la energía cinética asociada con su velocidad de propagación.

Otro aspecto importante, radica en el hecho de que en un extremo de una grieta en punta requiere de un nivel energético menor para producir una propagación, que cuando éste extremo tiene un radio pequeño.



**Figura 3.7 Extremos de una grieta:**

- a) Con punta se requiere una menor energía para su propagación
- b) Con punta redondeada se requiere de una mayor energía para su propagación.

Griffith empleó el análisis de esfuerzos de Inglis [3.7], para el caso de una grieta elíptica central en un placa infinita y calculó que el incremento de la energía potencial elástica se obtiene de:

$$\frac{\pi\sigma^2 a^2 t}{E} \quad (3.4)$$

Por otra parte, el cambio de energía potencial elástica en un cuerpo, debido a la inducción de una grieta, se define por la expresión:

$$U - U_0 = -\left(\frac{\pi\sigma^2 a^2 t}{E}\right) + 4at\gamma_s \quad (3.5)$$

En donde:

$U$ , es la energía potencial del cuerpo con grieta.

$U_0$ , es la energía potencial del cuerpo sin grieta.

$\sigma$ , es el esfuerzo aplicado.

$a$ , es la semilongitud de la grieta.

$t$ , es el espesor de la placa o cuerpo.

$E$ , es el módulo de elasticidad.

$\gamma_s$ , es la energía de superficie específica.

Por tanto, de la ecuación 3.5 se tiene que:

$$U = 4at\gamma_s - \left(\frac{\pi\sigma^2 a^2 t}{E}\right) + U_0 \quad (3.6)$$

Derivando la energía potencial  $U$  con respecto al incremento de la grieta e igualando a cero bajo la consideración de equilibrio, se tiene:

$$\frac{\partial U}{\partial a} = 4t\gamma_s - \left(\frac{2\pi\sigma^2 at}{E}\right) = 0 \quad (3.7)$$

De donde:

$$4t\gamma_s = \left(\frac{2\pi\sigma^2 at}{E}\right) \quad (3.8)$$

y por lo tanto:



$$\gamma_s = \frac{1}{2} \left( \frac{\pi \sigma^2 a}{E} \right) \quad (3.8 \text{ a})$$

Analizando la expresión, se tiene que la igualdad del lado derecho, representa la ***Razón de Energía liberada "G"*** de una estructura para ciertas condiciones de carga, mientras que a la igualdad del lado izquierdo se le conoce como la ***Resistencia del material "R"***.

$$2\gamma_s = R \quad (3.8 \text{ b})$$

$$\left( \frac{\pi \sigma^2 a}{E} \right) = G \quad (3.8 \text{ c})$$

La naturaleza de la condición de equilibrio descrita por las ecuaciones 3.7 o 3.8a, está determinada por la segunda derivada, de la siguiente forma:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial a^2} = - \left( \frac{2\pi \sigma^2 t}{E} \right) \quad (3.9)$$

Cuando se tiene una condición inestable, la grieta se propaga, por tanto Griffith establece que la ecuación 3.8a toma la siguiente forma:

$$\sigma_c = \left( \frac{2E\gamma_s}{\pi a} \right)^{1/2} \quad (3.10)$$

Conocida como ***La relación de Griffith***, en donde el esfuerzo crítico a partir del cual la grieta se propaga para el caso del esfuerzo plano; mientras que para la deformación plana:

$$\sigma_c = \left[ \frac{2E\gamma_s}{\pi a(1-\nu^2)} \right]^{1/2} \quad (3.11)$$

Es importante hacer mención nuevamente que la relación de Griffith se há obtenido para un material elástico con grietas superficiales. Además, en las ecuaciones 3.10 y

3.11, se ha considerado: *el radio de la punta de la grieta como ( $\rho$ ) infinito [3.8]*. Por tanto, la relación de Griffith será la base para el análisis completo de la fractura de un material.

Por otra parte, Orowan [3.9] reconoce este factor y sugiere que la ecuación 3.10 se modifique para incluir la energía plástica de deformación en los procesos de fractura, debido a que la punta de la grieta tiene un radio finito y parte de la energía se emplea en la deformación de la punta de la grieta, por lo que debe ser:

$$\sigma = \left[ \frac{2E(\gamma_s + \gamma_p)}{\pi a} \right]^{1/2} = \left\{ \left[ \frac{2E\gamma_s}{\pi a} \right] \left[ 1 + \left( \frac{\gamma_p}{\gamma_s} \right) \right] \right\}^{1/2} \quad (3.12)$$

De donde:

$\gamma_p$ , es la deformación plástica y  $\gamma_p \gg \gamma_s$

Por tanto, bajo estas condiciones:

$$\sigma = \left( \left( \frac{2E\gamma_s}{\pi a} \right) + \left( \frac{2E\gamma_s\gamma_p}{\pi a\gamma_s} \right) \right)^{1/2} \quad (3.13)$$

La aplicación de la ecuación 3.10 o 3.11 en materiales agrietados reales, estará en función de la forma de la grieta y la geometría de la zona plástica. Por tanto, la siguiente relación toma en consideración estos dos factores:

$$\sigma_a = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{E\gamma_s}{a} \right) \left( \frac{\rho}{a_0} \right) \right]^{1/2}$$

Quedando:

$$\sigma_a = \left[ \left( \frac{2E\gamma_s}{\pi a} \right) \left( \frac{\pi \rho}{8a_0} \right) \right]^{1/2} \quad (3.14)$$

Analizando lo anterior, puede observarse que existe una correlación entre  $(\gamma_s/\gamma_p)$  y  $(\pi\rho/8a_0)$ , es decir, la deformación plástica puede ser relacionada a un proceso de consumo de energía de la grieta, donde  $\rho$  se incrementará con el valor de  $\gamma_p$ . Por lo tanto, de las ecuaciones 3.13 y 3.14, se observa que la relación de Griffith (Ecuación 3.10), se valida para la forma de la grieta con radio en el rango de  $(8/\pi)a_0$ , y debido a que puede ser irrazonable esto, al esperar que el esfuerzo de fractura se aproxime a cero al hacerse la raíz cuadrada de la grieta infinitamente pequeño. Cuando  $\rho > (8/\pi)a_0$ , las ecuaciones 3.13 y 3.14, controlarán la condición de fractura, donde la deformación plástica está involucrada.

Por otra parte, Irwin [3.11] consideró la aplicación de la relación de Griffith para el caso de materiales capaces de soportar deformación plástica. Ya que en vez de desarrollar una relación explícita en términos de desechar la energía,  $\gamma_s$  ó  $\gamma_p + \gamma_s$ . Irwin empleó el concepto de consumo de energía al propagarse la grieta y por lo tanto de la ecuación 3.8c se tiene que:

$$\sigma = \left( \frac{EG}{\pi a} \right)^{1/2} \quad (3.15)$$

La expresión anterior, representa una de las más importantes relaciones de la Mecánica de la Fractura.

Comparando las ecuaciones 3.12 y 3.15, se tiene que:

$$G = 2(\gamma_p + \gamma_s) \quad (3.16)$$

Se puede agregar que en el punto de inestabilidad, la Razón de Energía Elástica Liberada alcanza el valor crítico  $G_c$  que es cuando la grieta inicia su propagación.

---

Esto se puede interpretar como un parámetro del material y por obvias razones, se puede medir experimentalmente.

### 3.5 EQUIVALENCIA ENTRE G Y K

Irwin [3.11] resolvió problemas bidimensionales de agrietamiento empleando la teoría de elasticidad lineal y mostrando que el campo de esfuerzos que se genera en la vecindad de la punta de la grieta es siempre de la misma forma. Para este efecto, derivó una relación en la que se emplea el FIE y postuló que la Razón de Energía Liberada en la Deformación (**G**) es directamente proporcional al cuadrado del Factor de Intensidad de Esfuerzos (**K**) sobre el Módulo de elasticidad (**E**) del material en estudio.

$$G = \frac{K^2}{E}; \quad \text{Para esfuerzo plano}$$

$$G = \frac{K^2}{E}(1 - \nu^2); \quad \text{Para deformación plana}$$

Donde:

E = Módulo de Elasticidad

$\nu$  = Relación de Poisson.

Ambos, E y  $\nu$ , representan las propiedades elásticas del material.

Esta expresión relaciona el campo de esfuerzos en la vecindad de la punta de la grieta con el criterio del balance de energía para la propagación de una grieta en una placa infinita, el cual puede interpretarse en términos del valor crítico (**K<sub>c</sub>**) que se requiere para la propagación de la misma, es decir:

Si  $K > K_{IC}$ , la fractura ocurrirá, siendo **K<sub>IC</sub>** la tenacidad a la Fractura.

### 3.6 ANÁLISIS ELASTO – PLÁSTICO DE FRACTURA

Entre las consideraciones principales de la Mecánica de la Fractura Lineal Elástica se establece que la región plástica alrededor de la punta de la grieta debe ser pequeña en comparación con la longitud de la grieta. Sin embargo, a veces ocurre que hay una deformación plástica apreciable y con la parte del material que queda sin agrietar, debe emplearse otro criterio más general. De esta forma se incluyen la mayoría de los materiales empleados en Ingeniería. El objetivo primordial de la Mecánica de la Fractura Elasto – Plástica, es describir las circunstancias bajo las cuales ocurre la fractura para materiales con ductilidad limitada y con la presencia de defectos.

Irwin [3.11] fué el primero en tomar las consideraciones que producen los efectos de la zona plástica en la punta de la grieta (figura 3.8), modificando las ecuaciones de elasticidad lineal. De tal forma, propuso que al ocurrir la **plasticidad**, la grieta se comporta como si fuera más larga de lo que físicamente es, esto es, su longitud es mayor y su rigidez es menor que en el caso elástico. En este caso, el modelo de Irwin consiste en reemplazar la longitud actual de la grieta por una equivalente mas larga.

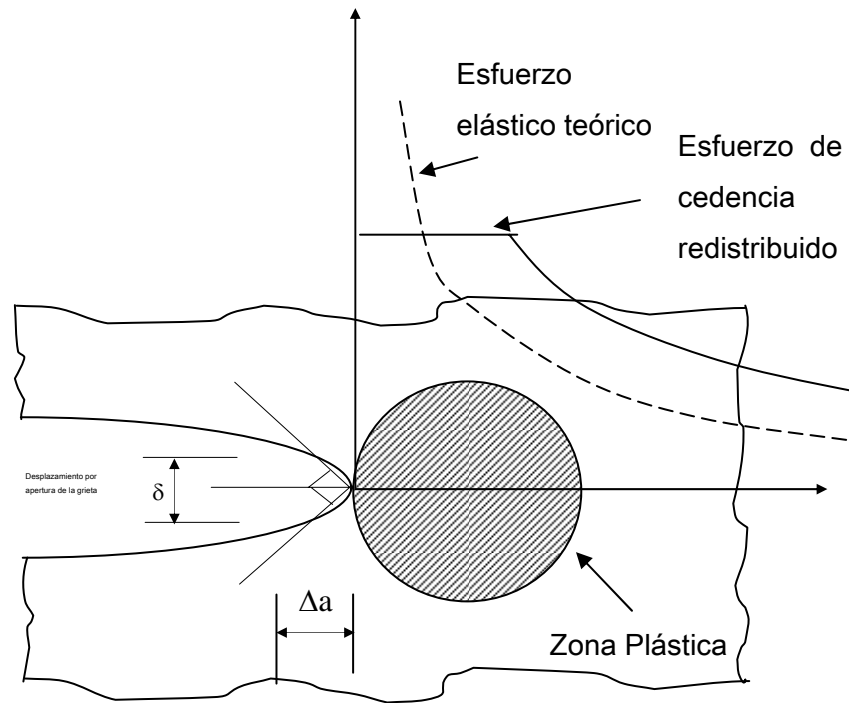


Figura 3.8 Zona plástica estimada para esfuerzo plano en una placa.

Sin embargo, el problema fundamental de la formulación de Irwin radica en que su teoría sigue siendo efectiva únicamente en problemas en donde la zona plástica es relativamente pequeña. Ante esto, sus formulaciones sirvieron de base para nuevos desarrollos. Y uno de estos fue el modelo de la franja elástica propuesto por **Dugdale [3.13]**. En éste último método, se empleó en el cálculo del desplazamiento crítico de la apertura de la grieta, en el estudio de la fractura elasto – plástica y en diagramas de evaluación para la predicción de fractura.

### 3.7 SUMARIO

A través de la Mecánica de la Fractura se ha podido analizar el comportamiento de los materiales cuando se encuentran fracturados. En el caso de la placa con grieta en uno de sus bordes, se han obtenido las ecuaciones características para el cálculo de los esfuerzos en la vecindad de la punta de la grieta. Por otra parte, se ha fundamentado el rol que el espesor de la placa tiene, de tal modo que al tener las bases del comportamiento viscoelástico y la respuesta mecánica ante la presencia de grietas y esfuerzos de tensión, se procederá a efectuar una serie de pruebas mecánicas para el caso de tensión, con la finalidad de obtener las curvas características del comportamiento y el parámetro que define el comportamiento de la grieta (K).

Es por ello que previo a efectuar cualquier clase de prueba mecánica, se hace uso de los principios básicos que ayudan a comprender el efecto esperado. Y para ello, se generará una metodología para el caso de las pruebas de tensión y de fractura en los capítulos posteriores.

---

## 3.8 REFERENCIAS

[3.1] URRIOLAGOITIA, S. G., “Aplicación de la Mecánica de la Fractura al caso de estructuras Agrietadas sometidas a cargas de fatiga”, Tesis de Maestría Mecánica, IPN (ESIME), México, 1996, p.p 15-30.

[3.2] RICCARDELLA, P. C. & Yukawa, S., “Twenty Years of Fracture Mechanics and Evaluation in the ASME Nuclear Code”, Journal of Pressure Vessel Technology, 1991, p.p 113,146.

[3.3] BELLO, S. V. H., “Análisis de Mecánica de Fractura en Cuerpos Tridimensionales Agrietados Empleando el Método del Elemento Finito”, Tesis Licenciatura en Ingeniería Mecánica, IPN (ESIME), México, 1995, p.p 7-13.

[3.4] ZAPATA L., Janis, “Aplicación del método del Elemento Finito para la modelación de propagación de fractura”, Tesis de Maestría en Ingeniería Civil, IPN (ESIA), México, D.F, Septiembre - 2000]

[3.5] EDWALS, H. L. & Wanhill, R. J., “Fracture Mechanics”, Edward Arnol Publication, 1989.

[3.6] GRIFFITH, A. A., “Phil. Trans.”, Royal Society of London, A221, 1920, p.p 163.

[3.7] INGLIS, C. E., “Proceeding”, Institute of Naval Architect, Vol. 55, 1913, p.p 219.

[3.8] HERTBERG, Richard W., “Deformation and Fracture Mechanics of Engineering Materials”, Chapter 7, Poisson 7-13.

[3.9] OROWAN, E., “Fatigue and Fracture of Metals”, MIT Press, Cambridge, 1950, p.p 139.



[3.10] IRWIN, G. R., "Fracturing of Metals", ASTM, Cleveland Ohio, 1949, p.p 147.

[3.11] IRWIN, G. R., "Weld J. Res. Suppl.", 1954, p.p 193.

[3.12] DOWLING, Norman E., "Engineering Methods for Deformation, Fracture & Fatigue", Prentice Hall, 1993, New Jersey, p.p 277-338.

[3.13] DUGDALE, D. S., "Yielding of steel sheets containing slits", J. Mech. Phys. Solids, 8, 1960, p.p 100-104.

[3.14] EDWALDS, H. L., "Fracture Mechanics", Edward Arnold, 1984, USA, p.p 94-96.

# ***CAPÍTULO V***

## ***ANÁLISIS NUMÉRICO***

*Con fines de efectuar una comparación con el método experimental, se realiza la simulación de la prueba de tensión y de fractura a través del programa ANSYS 5.5. Se muestran además los campos de esfuerzos generados en los especímenes de prueba y las zonas críticas de concentración de esfuerzos.*

---

## 5. ANÁLISIS NUMÉRICO

En el presente capítulo se presenta la metodología empleada para la simulación de las pruebas de tensión y de fractura en ANSYS 5.5 y sus resultados para el cálculo del factor de intensidad de esfuerzos crítico  $K_{Ic}$ , con la finalidad de realizar un análisis comparativo entre los métodos experimental y numérico.

El desarrollo y la secuencia detallada de la generación del modelo por análisis numérico en el caso de fractura se describen en el anexo 7.

### 5.1 REQUERIMIENTOS PARA REALIZAR LA PRUEBA NUMÉRICA

Una de las operaciones más importantes y difíciles en la realización del modelo es la generación de la malla. Debido a que se requiere que el modelo sea dividido en elementos finitos. Por tanto, la influencia del tipo de procesador con el que cuente el equipo de computo, y la cantidad de memoria gráfica y RAM, repercutirán significativamente tanto en el tiempo de ejecución de las operaciones y en la capacidad de cálculo.

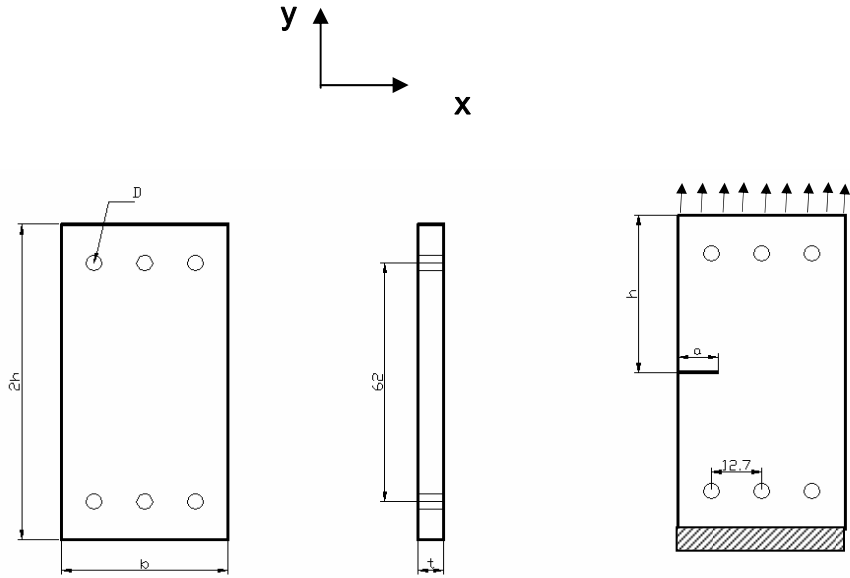
El modelo generado ha sido creado, mallado y resuelto empleando un ordenador personal con procesador Intel Pentium III – 866 Mhz., 256 MB en RAM y 32 MB en memoria gráfica.

La configuración geométrica de la probeta de fractura a simular y las condiciones de frontera se muestran en la tabla 5.1.

**Tabla 5.1 Parámetros necesarios para modelizar las probetas de fractura.**

<b>Geometría (mts)</b>	Altura (2h)	0.082	Ancho (b)	0.042	Espesor	1	0.003175
						2	0.00635
						3	0.009525
	Longitud de grieta (a)		0.010		Diámetro de los barrenos de sujeción (D)	0.004	
<b>Mecánicos</b>	Módulo de elasticidad (E)		Probeta 1	E = 1.5337 GPa	Relación de Poisson (ν)	0.23	
			Probeta 2	E = 2.2218 GPa			
			Probeta 3	E = 2.3 Gpa			
<b>Condiciones de frontera</b>	Tipo de carga en el extremo	Tensión incremental distribuida en el ensayo experimental a 6 mm/min	<b>Carga concentrada (N)</b>		La carga concentrada debe distribuirse entre 31 nodos generados por ANSYS.	<b>Carga Distribuida (N/nodo)</b>	
			Probeta 1	754.367		Probeta 1	24.334
			Probeta 2	1202.817		Probeta 2	38.8
			Probeta 3	1963.479		Probeta 3	63.338

**ASPECTO GEOMÉTRICO DE LA PROBETA A SIMULAR**



Una vez que se conocen las condiciones de frontera, se debe establecer la metodología a seguir para la obtención de los resultados esperados.

## 5.2 METODOLOGÍA PARA LA OBTENCIÓN DE LA TENACIDAD A LA FRACTURA

- Por condiciones de simetría, se analizará la mitad de la probeta y se comparará con los resultados del modelo completo.
- Se generará el modelo con las dimensiones propuestas en la tabla 5.1
- Se considera al material como una estructura, isotrópico y homogéneo.
- Se realizará un mallado empleando el método de división de 6 triángulos, recomendado de acuerdo a la biblioteca de ANSYS [5.1]
- Se refina la malla alrededor de la punta de la grieta para obtener valores de  $K_I$  más precisos.
- Se aplica la carga distribuida en el extremo superior del modelo y en el extremo inferior se restringen los movimientos x e y.
- Se elige el método de solución por esfuerzo – plano, toda vez que se considera que no existe deformación en los extremos del modelo y se pretende obtener el valor máximo de  $K_I$ .
- Se obtendrán los valores de esfuerzo principal máximo, debido a que es el estado de esfuerzos que asocia con el modo I de carga. [5.2]
- La malla generada contendrá 17624 elementos.
- Los elementos de la malla serán del tipo triangular.

### 5.3 RESULTADOS GRÁFICOS PARA LA PROBETA DE FRACTURA

En esta sección, se muestran algunas de las gráficas obtenidas para el ensayo de fractura simulado en ANSYS 5.5. En el se observarán los principales campos de esfuerzos y las zonas en donde existe una mayor concentración.

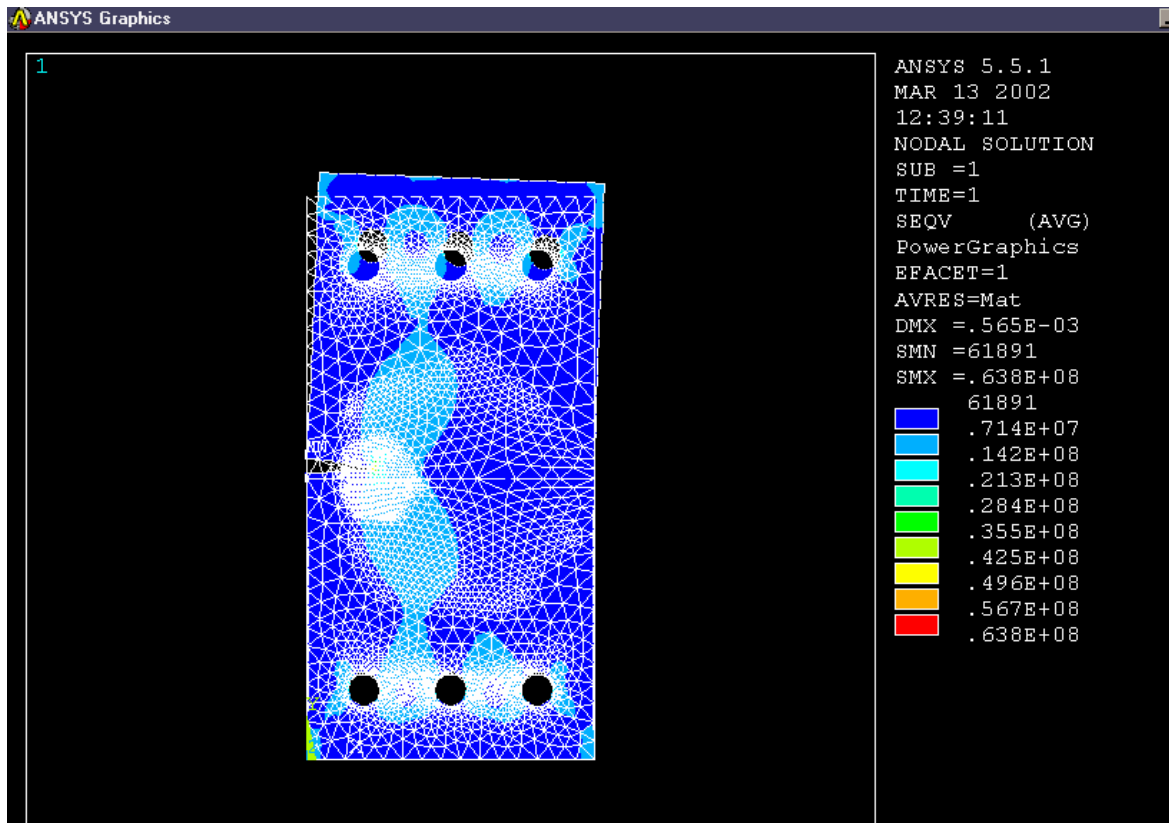


Fig. 5.1 Aspecto de la probeta ensayada. Malla sin deformar y probeta deformada

Como se observa en la figura 5.1, la probeta evidentemente se fractura en la zona esperada, y mediante la refinación de la malla alrededor de la punta de la grieta, los valores críticos tanto del esfuerzo de tensión, como el del factor de intensidad de esfuerzo se presentan en la tabla 5.2.

Sin embargo, es importante observar que la máxima concentración de esfuerzos se presenta en la punta de la grieta. Además de hacer notar que la interacción de los campos de esfuerzos entre los barrenos presenta los valores más bajos de esfuerzo, lo

que justifica y valida la creación de estos para efectuar la sujeción y la no influencia con el campo de esfuerzos generado en la punta de la grieta.

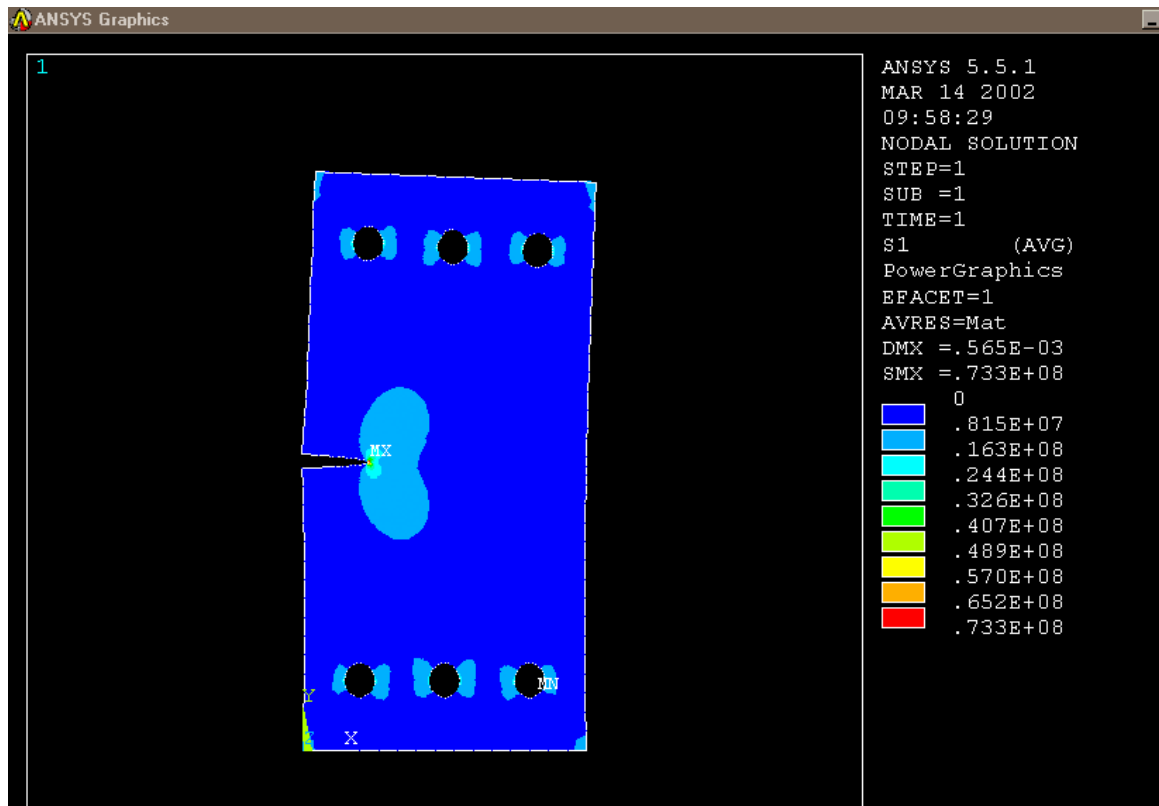


Fig. 5.2 Zonas de esfuerzo de la probeta de fractura ensayada

En la figura 5.2 se observa una zona plástica pequeña, lo que nos hace relacionar y deducir que el PMMA no tiene un comportamiento completamente frágil.

Una condición de homogeneidad en el modelo puede deducirse al comparar el valor del esfuerzo normal máximo a tensión en la zona crítica de la probeta simulada con el obtenido en la prueba experimental. Y esto se puede corroborar dividiendo el valor de la carga máxima obtenida en la prueba experimental entre el área de cada una de las probetas ensayadas, mostrado en la tabla 5.2.

Debido a que en diversas ocasiones, la infraestructura con la que se cuenta no dispone de la capacidad requerida para generar modelos con mallas sumamente refinadas, se ha considerado efectuar la simulación de la prueba de fractura

empleando condiciones de simetría en la mitad del modelo. Se corroboran en la tabla 5.3 los resultados obtenidos y en la tabla 5.4 se comparan finalmente para certificar que los resultados no deben variar.

De tal forma que, los resultados calculados mediante el método numérico, empleando el programa ANSYS 5.5, son los siguientes:

**Tabla 5.2 Resultados de la simulación de la prueba de fractura en ANSYS 5.5 con el modelo completo**

Probeta	Esfuerzo normal en los extremos (MPa) (P/A)	Esfuerzo en la punta de la grieta (MPa)	Deformación máxima registrada (m)	$K_{IC}$ $MPa\sqrt{m}$
1 t=3.175 mm	7.14	63.8	0.565 e-3	<b>1.4361</b>
2 t= 6.35 mm	5.69	50.8	0.311 e -3	<b>1.1447</b>
3 t=9.5 mm	6.2	55.3	0.338 e -3	<b>1.234</b>

Estos resultados han sido generados con la carga máxima de tensión obtenida previamente en ensayos experimentales.

**Tabla 5.3 Resultados de la simulación de la prueba de fractura en ANSYS 5.5 con medio modelo**

Probeta	Esfuerzo normal en los extremos (MPa)	Esfuerzo en la punta de la grieta (MPa)	Deformación máxima registrada (m)	$K_{IC}$ $MPa\sqrt{m}$
1 t=3.175 mm	7.02	63.4	0.563 e-3	<b>1.426</b>
2 t= 6.35 mm	5.59	50.1	0.309 e -3	<b>1.1436</b>
3 t=9.5 mm	6.04	54.9	0.335 e -3	<b>1.229</b>

Estos resultados han sido generados con la carga máxima de tensión obtenida previamente en ensayos experimentales.



En la figura 5.3 se observa la media mariposa formada en la punta de la grieta. Es de hacer notar que debido a que se ha restringido de todo desplazamiento la parte inferior exceptuando la grieta, empleando condiciones de simetría, la deformación no se modifica. Por ello, al obtener resultados muy próximos entre la tabla 5.2 y 5.3, se observa que el efecto del esfuerzo a tensión prácticamente no afecta de manera distinta al modelo completo.

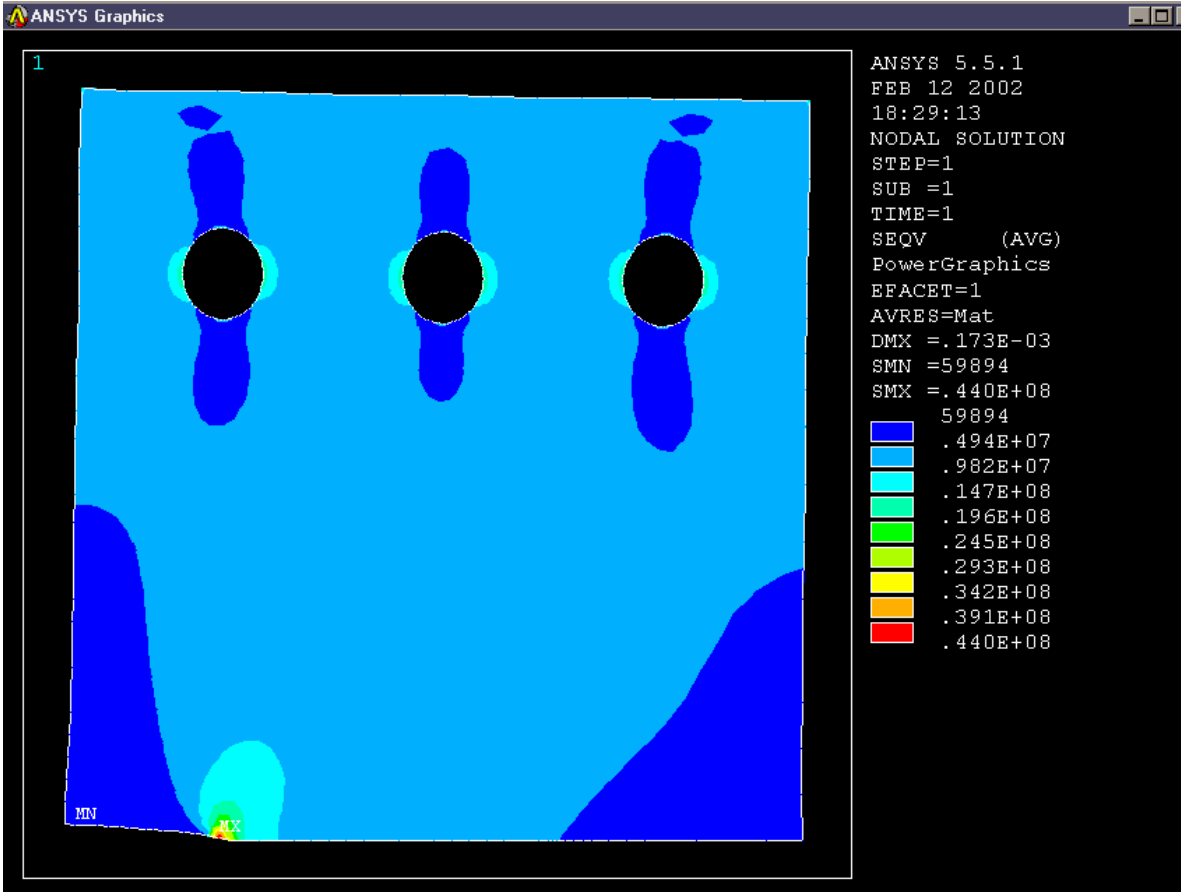


Fig. 5.3 Zonas de esfuerzo en media probeta de fractura

En la figura 5.4 se observa con mayor detalle la variación en la geometría de la probeta.

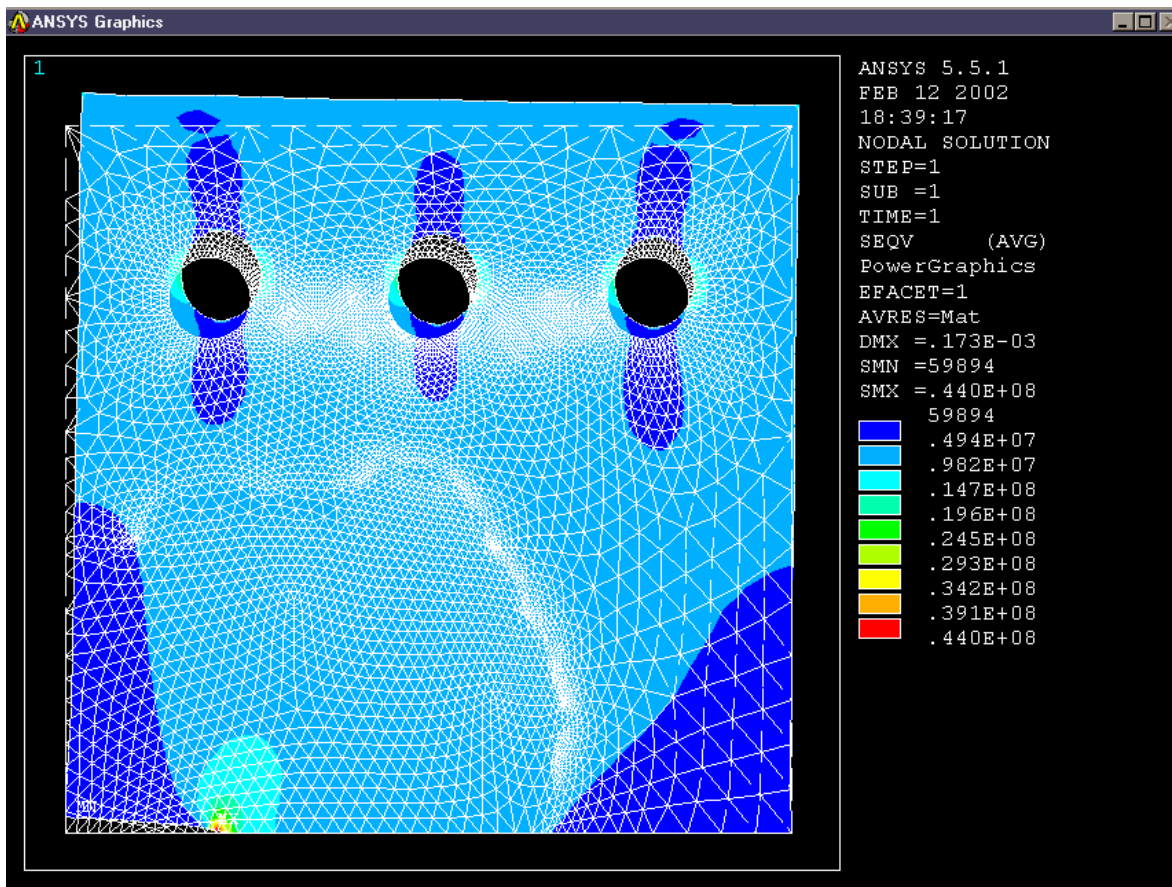


Fig. 5.4 Media probeta deformada en los barrenos de sujeción

Para cuantificar la variación que existe entre los valores de  $K_{Ic}$  cuando la probeta se simula completa y a la mitad. En la tabla 5.4 se muestra la comparación entre los resultados para ambos casos.

**Tabla 5.4 Comparación de resultados de la simulación de la prueba de fractura en ANSYS 5.5 con el modelo completo y la mitad**

Probeta		Probeta completa	Media probeta	Probeta completa	Media probeta	Probeta completa	Media Probeta
		Esfuerzo en la punta de la grieta (MPa)		Deformación máxima registrada (m)		$K_{Ic}$ $MPa\sqrt{m}$	
1	t=3.125 mm	63.8	63.5	0.565 e-3	0.563 e-3	1.4361	1.426
2	t= 6.35 mm	50.8	50.6	0.311 e -3	0.309 e-3	1.1449	1.1436
3	t=9.5 mm	55.3	55.2	0.338 e -3	0.335 e-3	1.234	1.229
VARIACIÓN (%)	1	<b>0.47</b>		<b>0.35</b>		<b>0.703</b>	
	2	<b>0.39</b>		<b>0.64</b>		<b>0.113</b>	
	3	<b>0.18</b>		<b>0.88</b>		<b>0.405</b>	

Estos resultados han sido generados con la carga máxima de tensión obtenida previamente en ensayos experimentales, además de emplear los módulos de elasticidad obtenidos de dicha prueba.

## 5.4 SIMULACIÓN DE LA PRUEBA DE TENSION EN ANSYS 5.5

Para el caso de la prueba de tensión, de manera análoga a la creación del modelo de fractura, se ha desarrollado la metodología empleando la configuración geométrica de la figura 4.1. Además de considerar los valores de las propiedades mecánicas obtenidas en la prueba experimental. Por tanto, en la tabla 5.5 se registran los valores obtenidos para el caso de la probeta completa y la mitad, además de obtener los esfuerzos en la zona crítica.

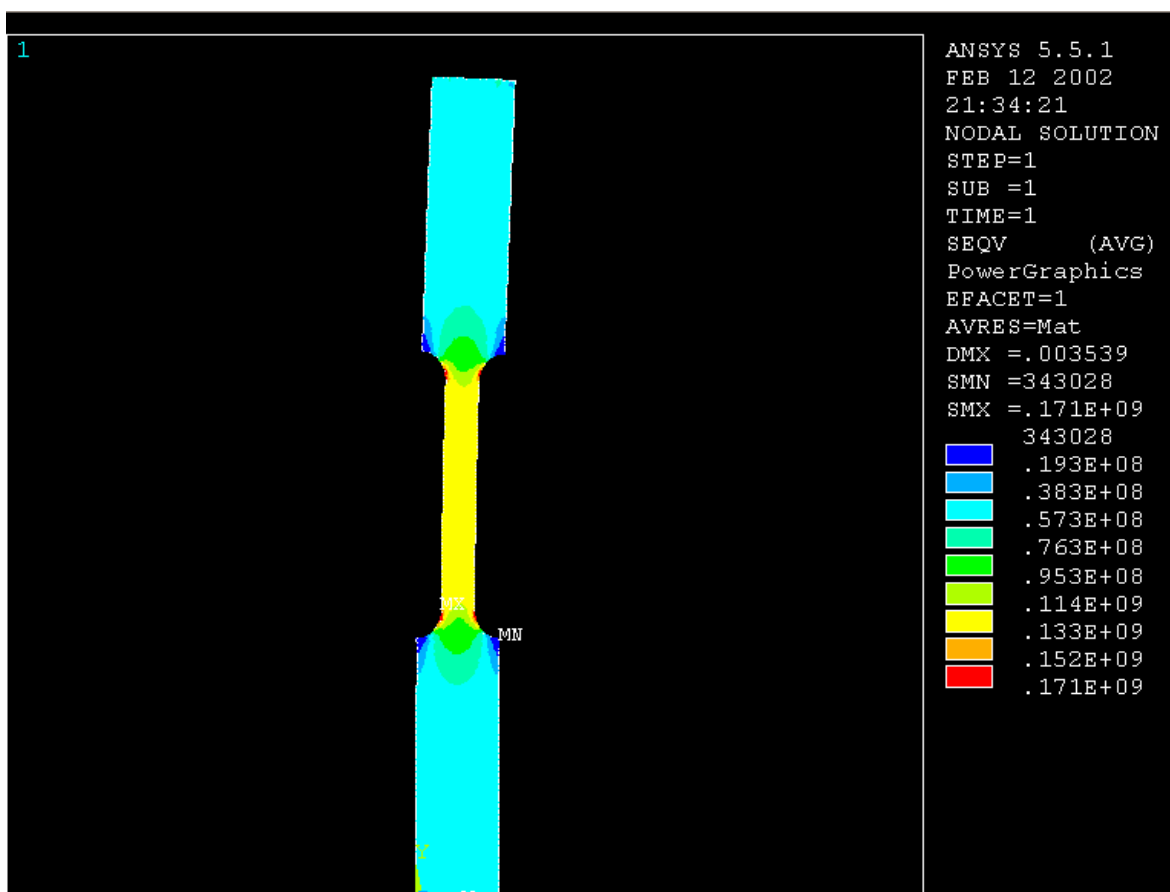


Fig. 5.5 Simulación de la prueba de tensión en el espécimen completo

Como se observa en la figura 5.5, en uno de los especímenes simulados, existe en la zona central un valor constante del esfuerzo normal, pero como debe esperarse, en las zonas en donde la sección transversal presenta un cambio, existe una mayor concentración del esfuerzo señalado en color rojo.

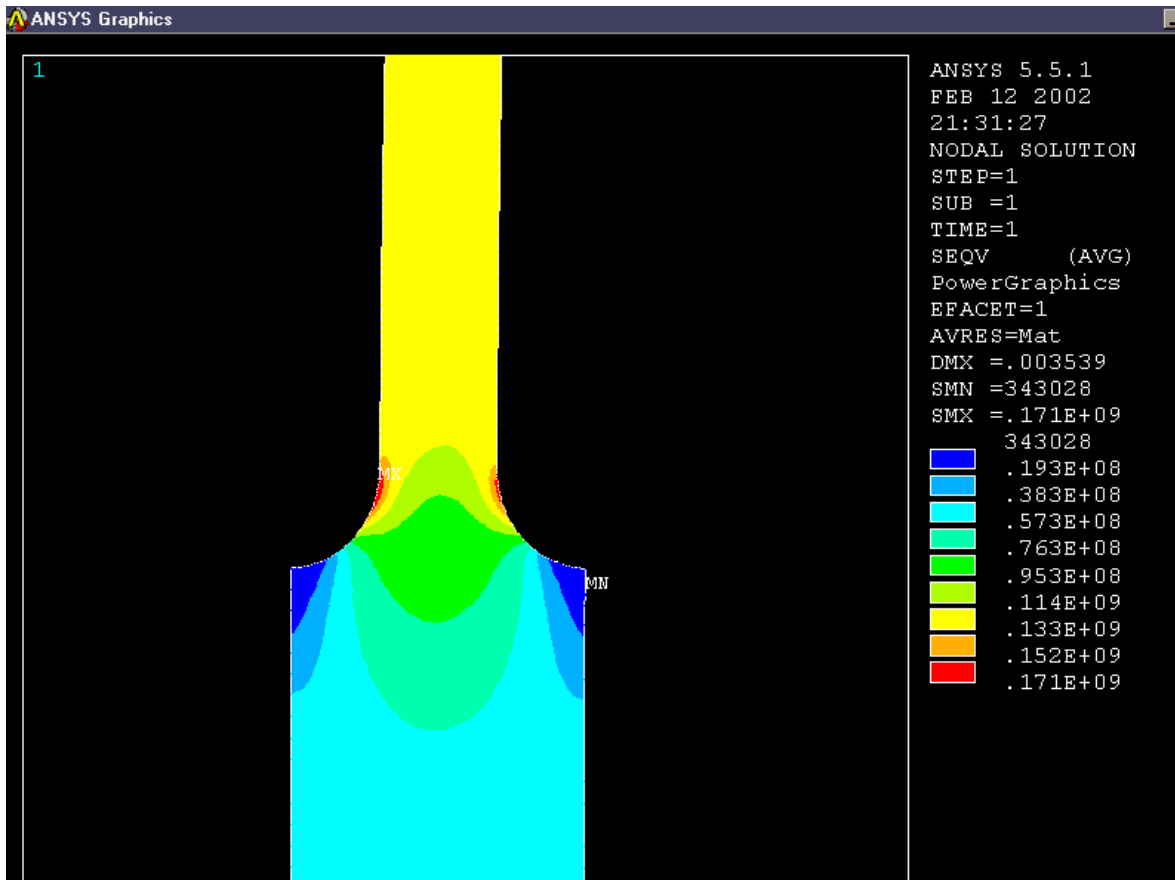


Fig. 5.6 Detalle del cambio de sección de la probeta ensayada

En la figura 5.6 se observa a detalle la zona en donde el esfuerzo puede propiciar una falla en la probeta. Se diseña la probeta de modo tal que la falla se presente en la sección central o calibrada y se cumpla el cometido de registrar el valor de carga máximo para el cual el material, en este caso PMMA, falle.

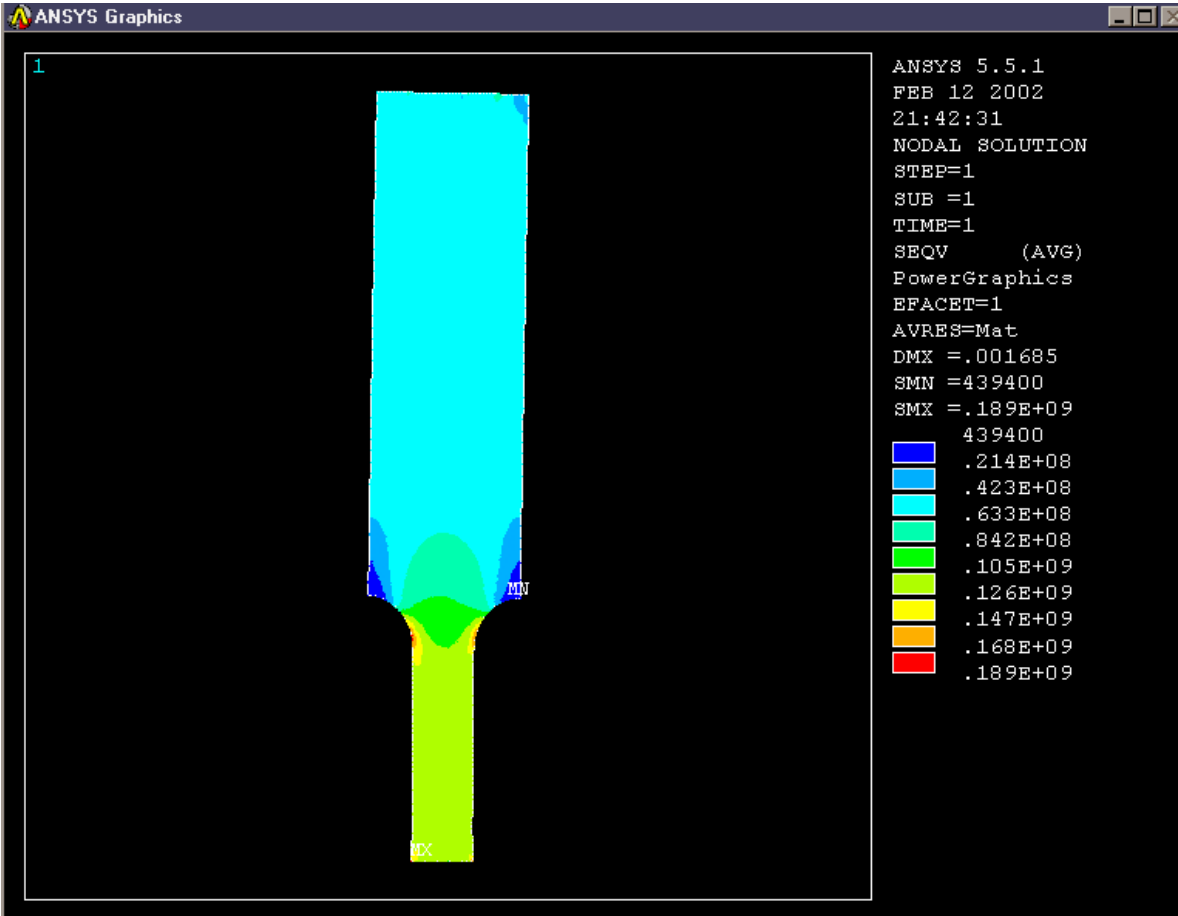


Fig. 5.7 Mitad de probeta ensayada a tensión

Al efectuar la simulación de la mitad de la probeta en ANSYS 5.5, se ha observado un incremento importante en los valores del esfuerzo generados en los radios del cambio de sección, y los resultados se muestran en la tabla 5.5

Tabla 5.5 Comparación de los valores obtenidos en la prueba de tensión por método numérico para una probeta completa y la mitad					
	Media probeta			Probeta completa	
	Carga máxima Pmax (KN)	Deformación máxima (m)	Esfuerzo principal Máximo* (MPa)	Deformación máxima (m)	Esfuerzo Principal Máximo * (MPa)
PROBETA 1	1.549	0.0034	189	0.003539	171
PROBETA 2	1.648	0.00374	194	0.00385	176.3
PROBETA 3	1.617	0.00369	190	0.00376	173
PROBETA 4	0.986	0.0052	198	0.0054	180
PROBETA 5	0.996	0.0051	201	0.0059	184
PROBETA 6	1.233	0.0071	202	0.00731	186

*\* Los valores que se presentan corresponden al esfuerzo generado en los radios del cambio de sección de la probeta.*

## 5.5 SUMARIO

Hasta el momento se han obtenido las propiedades y respuesta mecánica para el PMMA, mediante las pruebas experimental y numérica. Se ha realizado una comparación para los resultados obtenidos para la prueba de fractura para ambos métodos y se han registrado variaciones. Lo que dará pauta para que en el capítulo 6 se realice el análisis de todos estos resultados, con la finalidad de realizar las conclusiones pertinentes al comportamiento del material.

## 5.6 REFERENCIAS

[5.1] ANSYS Help & Tutorial (R) Release 5.5.1

[5.2] SWANSON Analysis Co., "ANSYS Structural Analysis Guide", Chapter 2, 5 of Structural Static Analysis.

## ***CAPÍTULO VI***

### ***EVALUACIÓN DE RESULTADOS***

*Se analizan los resultados obtenidos mediante los métodos experimental y numérico, haciendo uso de las condiciones reales e ideales, con la finalidad de obtener la variación real y establecer la confiabilidad entre ambos métodos.*



---

## 6. EVALUACIÓN DE RESULTADOS

### 6.1 ANALISIS EXPERIMENTAL

#### 6.1.1 Prueba de Tensión

De acuerdo al comportamiento del material en las gráficas generadas y mostradas en el anexo 4, se observa que la deformación unitaria registra valores bajos. Como se observa la gráfica de la figura 4.4 en donde se comparan las curvas esfuerzo – deformación unitaria de cada probeta, el comportamiento del material es característico de un material frágil y no lineal, para el cual la máxima deformación unitaria fue de 0.047.

Es importante mencionar que al haber una variación de la carga al momento de sujetar las probetas en la mordaza del equipo de tensión, debido al funcionamiento hidráulico para el desplazamiento de las mordazas, se debe compensar el valor que el extensómetro registra cuando se introduzcan los valores en el menú del programa Instron. Por tanto, en el cálculo de los parámetros mecánicos y en la generación de las gráficas se contempla dicha remanencia.

Para el caso de los valores del esfuerzo normal máximo registrado, se observa que el material no registra un alto valor de resistencia ante las cargas de tensión en comparación con los materiales comerciales, como el acero. Sin embargo, en la gráfica de la figura 4.4, se observa una respuesta mecánica uniforme y proporcional en la parte inicial, así como un valor de esfuerzo mayor para la probeta 6. Esto indica una rigidez mayor al del resto de las probetas debido a que se observa un área bajo la curva mayor en primera instancia. Para cuantificar lo anterior, se recurre a la tabla 4.4 en donde se observan los principales parámetros mecánicos calculados, y en particular el módulo de elasticidad de la probeta 6, cuyo valor fue de **2221.8 MPa**.

Por otra parte, se observa que los valores de máxima deformación se han obtenido para las probetas de mayor espesor. Lo que indica que el material tiene una mayor respuesta elástica. Por ello, es muy importante tomar en cuenta esta observación para motivos de diseño, ya que no siempre el acumular material garantiza una mayor rigidez en la zona o pieza de trabajo que se esté planeando.

En relación a la rapidez de deformación (Strain – rate) obtenida, se ha podido observar que la variable independiente (deformación) al momento de graficarse contra el tiempo, genera una pendiente pronunciada y lineal. Sin embargo, debido a que la carga depende del valor de la rapidez de deformación, las curvas stress – rate obtenidas corresponden a pendientes no lineales. Con lo que se corrobora que cuando un material polimérico es sometido a condiciones de deformación constante, el resultado genera una respuesta para el esfuerzo no lineal.

Una manera de variar el strain – rate es aumentar la velocidad de aplicación de la carga y cambiar las dimensiones de la probeta. Analizando principalmente el espesor, se observará y explicará en las conclusiones a través de las fotografías C-1 a C-5 la tendencia a la **deformación plana** a medida que se incrementa dicho espesor.

Las pruebas muestran que el PMMA es sensible a la velocidad de aplicación de la carga, ya que en estos casos las curvas  $\sigma - \epsilon$  son distintas para las diversas condiciones estudiadas.

Por otra parte, se observa que a medida que se aumenta la velocidad de carga, se incrementa el valor del módulo de elasticidad y el esfuerzo de cedencia. Sin embargo, el área bajo la curva de las gráficas  $\sigma - \epsilon$  disminuye, lo que indica que existe una fragilización del material.

Es claro que la relación constitutiva entre el esfuerzo y la deformación unitaria es sensible a la variación de la carga. Esto explica los diversos modelos que se plantean en el capítulo 2. En específico, la parte de disipación de energía que está ligada al modelo del amortiguador no tiene suficiente tiempo para disipar la energía.

### 6.1.2 Prueba de Fractura

Los resultados de las pruebas de tensión indican que el material se fragiliza a medida que aumenta la velocidad de la carga. Por lo tanto, se puede esperar que la zona plástica en la punta de la grieta se reduzca y que los conceptos de mecánica de fractura lineal elástica sean aplicables a estos casos.

En el caso de las pruebas de fractura, para la medición del factor de intensidad de esfuerzos crítico ( $K_{IC}$ ) en especímenes de 3.175 (1/8"), 6.35 (1/4") y 9.25 (3/8") mm, se observa una relación lineal entre el valor del esfuerzo normal y el del  $K_{IC}$ . Por lo tanto, la capacidad del material para impedir que la grieta se propague estará en función del esfuerzo normal que pueda admitir y de que se alcance el valor de la tenacidad a la fractura; a pesar de que la probeta sea debilitada por la inclusión de la grieta. Por tanto, el valor máximo de esfuerzo nos generará el valor máximo de  $K_{IC}$  para cada caso.

## 6.2 ANALISIS NUMERICO EN ANSYS 5.5

Los resultados obtenidos en la tabla 5.4 demuestran que la generación de un modelo completo, representa prácticamente el mismo efecto que si se simula únicamente la mitad, siempre y cuando existan condiciones de simetría. Por lo tanto, con las variaciones obtenidas en los resultados para el caso del esfuerzo máximo generado en la punta de la grieta, las deformaciones y los valores de  $K_{IC}$ , se observa que se puede optimizar y agilizar la operación para la obtención de los resultados en la

simulación de la prueba. Para cuantificar los resultados obtenidos, es preferible consultar la tabla 5.3

### 6.3 COMPARACIÓN ENTRE LOS MÉTODOS EXPERIMENTAL Y NUMERICO PARA EL CASO DE FRACTURA

En la tabla 6.4, se muestra una comparación de los resultados obtenidos para la prueba de fractura, mediante los métodos experimental y numérico. Como se observa, ambos métodos arrojan resultados muy similares, con la única variante importante en el caso de la probeta 3, en la que existe una variación del 3.95 %.

Tabla 6.1 Resultados comparativos de los métodos experimental y numérico para la prueba de fractura						
Probeta		Esfuerzo normal en los extremos (MPa) ANSYS	Esfuerzo normal en los extremos (MPa) Experim.	K <sub>IC</sub> por ANSYS Probeta completa $MPa\sqrt{m}$	K <sub>IC</sub> experimental $MPa\sqrt{m}$	Variación entre K <sub>IC</sub> experim. y numérica (%)
1	t=3.125 mm	5.26	5.656	<b>1.4361</b>	<b>1.47665</b>	<b>2.74</b>
2	t= 6.35 mm	4.19	4.51	<b>1.1449</b>	<b>1.1775</b>	<b>2.768</b>
3	t=9.5 mm	4.58	4.921	<b>1.234</b>	<b>1.2848</b>	<b>3.95</b>

Debido a que las condiciones en el ensayo numérico son ideales, la variación mostrada en la tabla puede representar una respuesta propia real del material al momento de efectuar el ensayo.

La variación se incrementa en mayor proporción para el caso de la probeta 3, y se presenta de manera similar para las probetas 1 y 2. De tal forma que, aunque a través del método experimental se observa el proceso y comportamiento del elongación y ruptura de la probeta de manera física, así como las superficies de la sección transversal al momento de fracturarse, en el método numérico, es posible visualizar el campo de esfuerzos generado y predecir las posibles zonas de falla. Por lo que siempre será importante fundamentar cualquiera de los métodos con el complementario, y con ello sustentar resultados más confiables.

Es claro que se han empleado diversos tipos de pruebas y en algunos casos, los montajes de las pruebas son más flexibles, en específico los hidráulicos, lo cual motiva que halla una gran variación del módulo de elasticidad. Sin embargo, a medida que la velocidad aumenta, **E** también se incrementa.

## ***CONCLUSIONES***

## CONCLUSIONES

El análisis del comportamiento mecánico del material requiere que se tenga un amplio conocimiento de la relación constitutiva entre los  $\sigma$  y  $\varepsilon$ . En el caso de los materiales viscoelásticos, esta situación es complicada. Existen dos caminos para estudiar este tipo de problemas.

El primero es el analítico y comprende el desarrollo de soluciones cerradas que involucran tanto al tiempo y, en forma general, el envejecimiento del material. Lo anterior se puede explicar con modelos de resortes y amortiguadores. Los primeros simulan la rigidez del material, mientras que los segundos la disipación de energía.

El segundo es el experimental – numérico en el que se evalúan las propiedades mecánicas a las velocidades de carga observadas. En este caso, la evaluación de las propiedades mecánicas implica que se evalúe la parte rígida y disipativa del material. Esta información se introduce al modelo numérico y con lo anterior se pueden hacer evaluaciones reales. Este fue el camino que se siguió en este trabajo, tomando en consideración su sencillez y la infraestructura disponible.

Para el caso de las probetas de PMMA sometidas a la prueba de tensión, debido a que el material en estudio tiene un comportamiento casi completamente frágil, pudo comprobarse que la ruptura ocurre con un cambio no mayor al 5% de la longitud calibrada en dichas probetas. Esto es muy importante, ya que en la tabla 1.1 se da una referencia del 4% y por tanto, se verifica dicho valor mediante la prueba.

Por otra parte, debido a que en la sección transversal de la probeta se observa una zona dúctil y una frágil, el valor de elongación de 5% demuestra que no existen materiales puramente frágiles, y que por lo contrario, siempre existe una mínima zona dúctil.

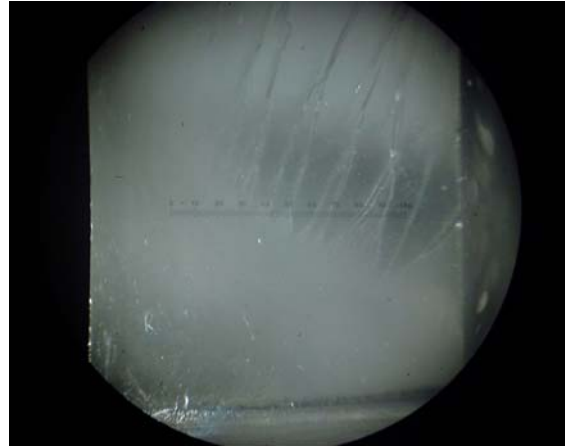
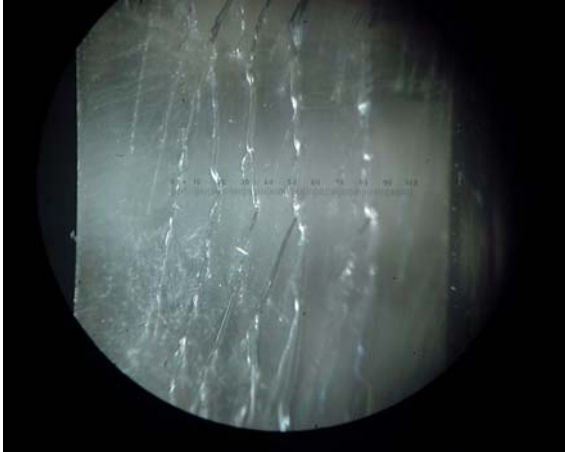
Al no existir estricción alguna en la probeta de tensión, se ha observado una ruptura pura en la superficie perpendicular a la carga. Por lo tanto, se afirma que los esfuerzos normales son los principales causantes de la falla, principalmente en materiales quebradizos.

Por otra parte, en el caso de las probetas ensayadas para fractura, debido a que el material no presentó una deformación plástica significativa en la punta de la grieta antes de la propagación, puede entonces deducirse que este tipo de materiales no soporta esfuerzos elevados ante la presencia de grietas. Por lo que deben ser empleados en diseños, cuya estabilidad esté garantizada, además de no estar expuestos a condiciones de fatiga permanente. Un ejemplo del uso que se les puede dar a estos son las micas de los tableros de automóviles.

La presencia de grietas en componentes de equipos, ya sea en maquinaria industrial o automotriz, genera una disminución de la resistencia del material para las cargas de diseño planeadas. Por ello, es preciso determinar si el tamaño de la grieta y el material que la contiene son capaces de funcionar hasta un grado tal en el que la grieta no se propague y cause daños mayores, particularmente en contenedores de gases o líquidos peligrosos, en donde el cuidado en el manejo de estos es de suma importancia.

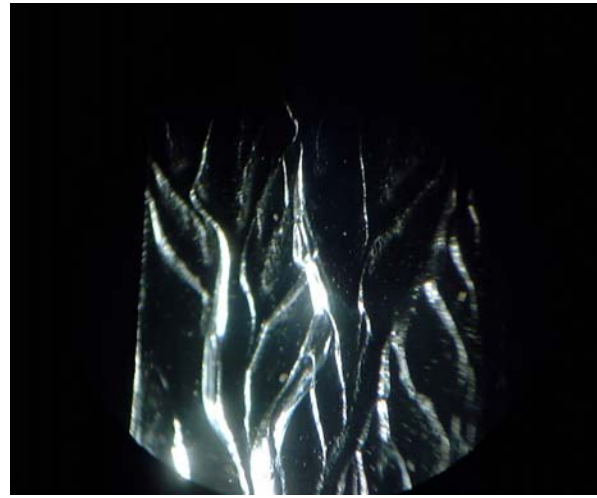
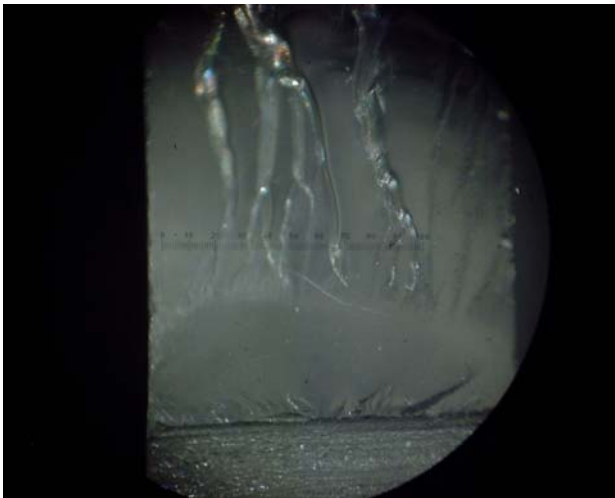
Es de hacer notar, que a medida que se aumenta el espesor de las probetas, se presenta un estado de **deformación – plana**, cuya consecuencia radica en la generación de una zona frágil y otra dúctil como se observa en la fotografía C-1 y C - 2. Además de observarse el efecto del esfuerzo cortante en la sección transversal de las probetas de espesor mayor.





Fotografías C-1 y C-2 Aspecto de la superficie de la probeta de fractura de espesor grueso (9.52 mm) a 6 mm/min.

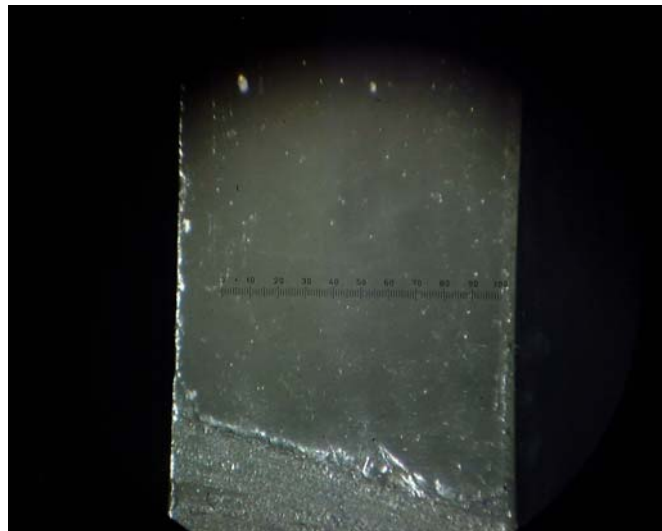
La zona de transición de la zona frágil y la zona dúctil se observa claramente en las fotografías C-1 y C-2. Las líneas de desgarramiento del material representan claramente la zona dúctil del PMMA una vez que se ha cedido ante la fractura existente. La zona frágil se distingue por la pureza del corte existente y por la no presencia de las líneas de desgarramiento anteriormente explicadas.



Fotografía C-3 y C4. Aspecto de la superficie de la probeta de fractura de espesor mediano (6.35 mm) a 4 mm/min.

Para el caso de la probeta de 6.35 mm, se puede observar con mayor claridad la zona de transición entre la punta de la grieta, la zona frágil y la zona dúctil, una vez efectuado el ensayo a 4 mm/min.

Para el caso en el que el espesor es delgado, las condiciones cambian y prácticamente se tiende a **esfuerzo - plano**. Para la probeta de 3.175 mm con velocidad de 1 mm/min, se deduce que ante la no generación de las zonas de desgarramiento o zona dúctil como en el caso anterior, el efecto del esfuerzo cortante no tiene tanta influencia y que por ende los esfuerzos normales son los principales causantes de la falla y propagación de la grieta.



Fotografía C-5. Aspecto de la superficie de la probeta de fractura de espesor mediano (6.35 mm) a 4 mm/min.

En la simulación de la prueba de fractura, se ha podido observar un incremento de casi 10 veces el esfuerzo normal aplicado en la punta de la grieta. Es de suma importancia esto, debido a que los cambios geométricos bruscos en cualquier pieza de diseño, generan una elevación y concentración de esfuerzos, que en ocasiones generan una rotura o falla al momento de poner en servicio la pieza de trabajo.

Una observación muy importante esta referida a que no siempre un elemento agrietado debe desecharse, ya que como se ha corroborado en la teoría de la Mecánica de Fractura, hasta que el valor de la tenacidad de fractura para una carga no alcance el valor crítico, el material no se fracturará por completo y podrá continuar funcionando. Una solución práctica para un elemento que contenga una grieta en punta puede ser redondearla y con ello generar un radio mayor para disminuir la cantidad de esfuerzo concentrado en dicha zona.

El factor velocidad aplicado a un material sometido a esfuerzos, influye de manera proporcional en el valor del módulo de Elasticidad obtenido y por ende, en la cantidad de energía necesaria para hacer que el material falle. Los materiales que son sometidos a elevadas velocidades de aplicación de esfuerzos a temperaturas ambientales, tienden a comportarse de manera frágil, y por ello, las curvas obtenidas no presentan zonas plásticas tan visibles.

En el caso de materiales como el PMMA, la propiedad de viscoelasticidad les permite comportarse de una forma elástica – lineal y disipar totalmente las deformaciones al retirar las cargas aplicadas. Es muy importante esta propiedad, ya que si no se rebasan los valores del esfuerzo de cedencia en algún elemento viscoelástico, las deformaciones que sufra no serán permanentes y a través de una recuperación en función del tiempo, el elemento podrá restaurarse por completo.

Por otra parte, el factor temperatura debe tomarse en cuenta para estos materiales, ya que al existir un incremento considerable, se propiciaría una debilitación de los enlaces atómicos y una deformación mayor permanente.

Para obtener las curvas representativas de recuperación (Recovery) y de fluencia (Creep) en polímeros, debe someterse al material a una carga constante por intervalos de tiempo del orden de años, mediante una celda de carga y con esto registrar los valores de deformación. Una vez que se cubra el tiempo de prueba, se

le debe descargar y registrar los valores de deformación para obtener el comportamiento mecánico característico.

Es válido obtener curvas esfuerzo – deformación, esfuerzo y deformación – tiempo (Stress y strain – rate) para velocidades constantes, ya que proporciona los valores bajo los cuales, el material cede, falla, y cual es la rapidez con la cual se deforman; por lo tanto, con estas propiedades se puede diseñar una celda de carga para valores inferiores y lograr con ello que el material no falle antes del tiempo designado.

Por último, todos y cada uno de los resultados experimentales obtenidos, han sido comprobados con el cálculo numérico, a través del programa ANSYS 5.5. Es de gran utilidad poder observar el campo de esfuerzos generados y tener un panorama más claro de cómo los materiales se comportan bajo la acción de cargas y poder identificar con mayor facilidad las posibles zonas de falla de manera muy aproximada en relación con los ensayos experimentales efectuados.

*RECOMENDACIONES PARA TRABAJO*

*FUTURO*

## RECOMENDACIONES PARA TRABAJO FUTURO

Con efecto de realizar la prueba de fluencia, sería muy interesante generar una serie de celdas de carga y someter varios especímenes de diversos espesores a cargas tensionales y de flexión a distintas temperaturas, para registrar valores de deformación de acuerdo a la norma ANSI / ASTM D2990-77.

Sería de gran interés ampliar este análisis a velocidades de carga mayores, con efecto de estudiar el comportamiento del módulo de elasticidad.

La medición experimental de la razón de energía liberada  $G$  puede realizarse a través de la obtención de la deformación en la punta de la grieta. Si se pegaran una serie de galgas extensométricas en la zona cercana a la punta de la grieta de los especímenes de fractura, se obtendría este valor y con la variación de la carga hasta valores inferiores al límite de fluencia.

Por último, sería interesante obtener variantes para las zonas de agrietamiento de la probeta, es decir, tal vez colocar una grieta central con ángulos de inclinación, para simularlo y efectuar pruebas experimentales, y con esto conocer el estado de interacción de los esfuerzos a distintas velocidades y temperaturas de prueba.

***ANEXOS***

---

## ANEXO 1

### PROGRAMA PARA LA MANUFACTURA DE LAS PROBETAS EN LA FRESADORA DENFORD.

Debido a que las probetas requieren de una geometría simétrica, fue preciso realizar un programa con el cual se pudiesen obtener cada una de las formas, cortes y acabados requeridos para favorecer las condiciones de homogeneidad del material para la prueba de tensión.

En el siguiente listado, se indican todas las instrucciones necesarias para que la fresadora ejecute los movimientos necesarios en las coordenadas específicas destinadas.

**[BILLET X96 Y47.625 Z0** Definición de la zona de trabajo (15 probetas de  $t=3.175''$ )

**[TOOLDEF T1 D6.35** Definición de la herramienta para corte 1. Este será el cortador que desbastará la parte mayor.

**T2 D3.175** Definición de la herramienta para corte 2. Este cortador realizará el radio de 3 mm requerido por las especificaciones de la norma.

**FEED 200** Avance de la mesa de la fresadora en mm/min.

**G00** Movimiento de la máquina al inicio (0,0,0)

**M03 1800** Giro del husillo a 1800 revoluciones por minuto

**G01 X38.175 FEED 50** Interpolación Lineal a la coordenada X=38.175

**M08** Encendido del refrigerante

**G01 Z-3** Baja el husillo y penetra 3 mm del material.

**G01 Y50.8** Husillo en corte avanza a la coordenada Y = 50.8 mm

**G01 X44.525** Husillo en corte avanza a la coordenada X = 44.525 mm

**G01 Y0**

**G01 X50.875**

**G01 Y50.8**

**G01 X57.225**

**G01Y0**

**G01 X63.575**



---

G01 Y50.8  
G01 X69.925  
G01 Y0  
G01 X76.275  
G01 Y50.8  
G01 82.625  
G01 Y0  
G01 88.975  
G01 Y50.8  
G01 X89.825  
G01Y0  
G01 Z5      Sube el cortador  
M09      Apaga el refrigerante  
M05      Apaga el husillo  
G00 FEED 200 Cambio de avance mas rápido (200 mm/min) hacia home  
T02      Cambio a la herramienta 2  
G01 X33.5 YO  
M03 1800  
M08      Prende el refrigerante  
G01 Z-3 FEED 50 Baja el cortador de D = 3.175 mm con velocidad de 50 mm/min  
G01 Y49.125  
G01 X94.5  
G01 Y0  
M09      Apaga el refrigerante  
G01 Z5      Sube el cortador  
M05      Apaga el husillo  
G00      Máquina al origen de referencia (X0, Y0, Z0)  
M00      FIN DEL PROGRAMA

Nota: Los valores de X0, Y0, Z0 pertenecientes al Home son configurados en una sección llamada offset. Esta consiste en colocar nuestro cortador en el punto de inicio y registrar los valores indicados en pantalla (display) y reiniciar (reset) para que las coordenadas de inicio de dicho punto sean 0,0,0.

Gráficamente, se puede representar la acción del programa como sigue:

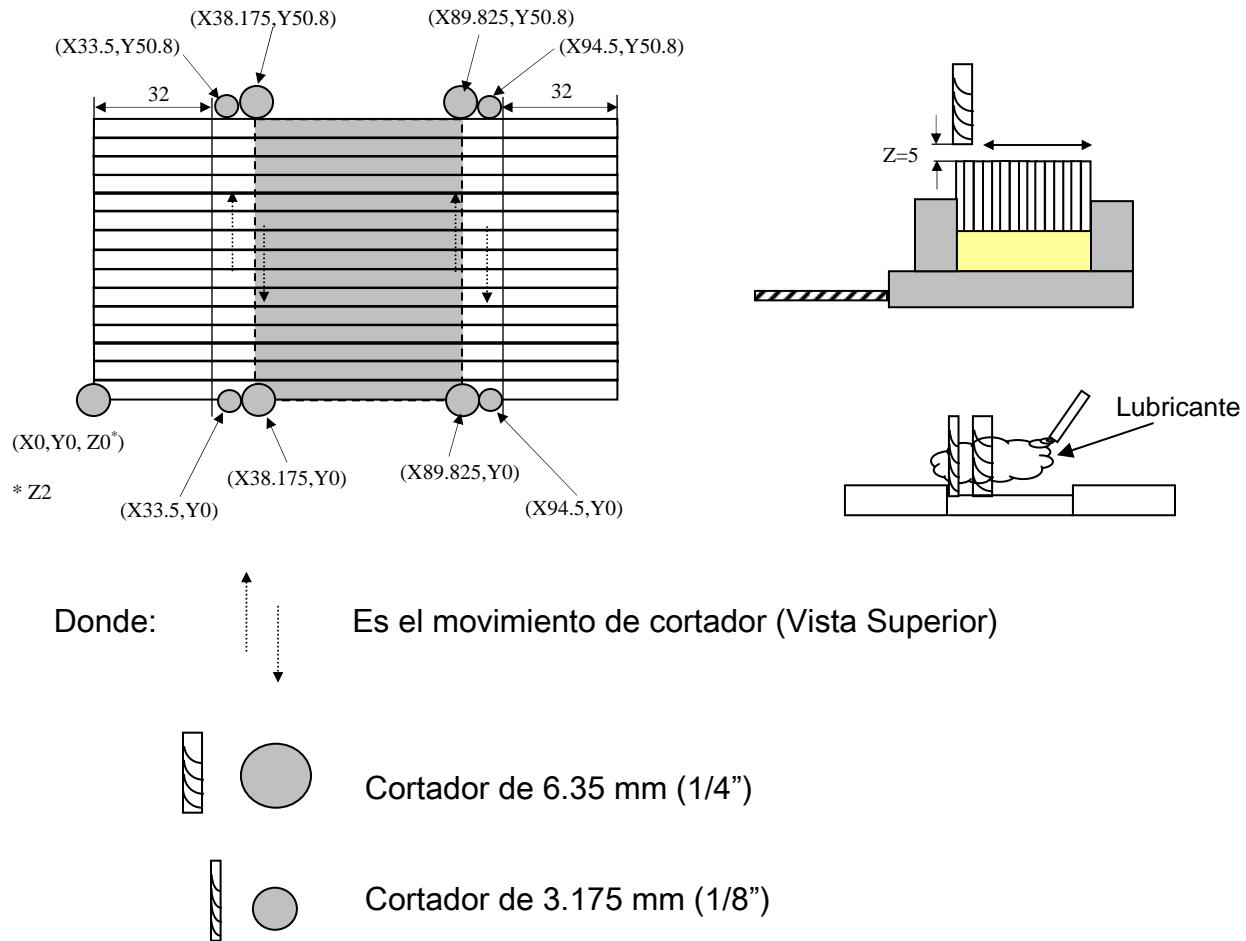


Fig. A-1 Proceso de maquinado de las probetas de tensión

La forma más conveniente para realizar las probetas es manufacturarlas en primera instancia con maquinaria cuyas velocidades angulares oscilen en valores mayores a 15000 RPM y como segunda opción una fresadora vertical. Sin embargo, los acabados obtenidos mediante la realización con ésta última fueron satisfactorios y no se generaron concentradores de esfuerzos, debido a que en todo momento se cuidó el sobrecalentamiento del material y por otra parte hubo continuidad en los cortes efectuados.

## ANEXO 2

### REALIZACIÓN DEL DISPOSITIVO DE SUJECIÓN PARA LAS PROBETAS DE FRACTURA

Debido a que el equipo con el que se sujeta la probeta de Fractura requiere de una superficie homogénea y por la misma protección del equipo, fue necesario generar un dispositivo de sujeción sencillo y resistente a la acción de sujeción de dichas mordazas. Por otra parte, para evitar influir en la zona crítica central de la probeta con la grieta, se ha predispuesto que cuente con 3 barrenos de 4 mm de diámetro para que la distribución de la carga de tensión sea lo más uniforme y distribuida posible.

Por razones de geometría, al contar con una probeta compacta y pequeña, se requiere de dicho dispositivo para lograr tener una visualización mejor cuando se realice la prueba y por otra parte, una protección para el equipo en uso. La manufactura de dicho dispositivo fue realizada en el Laboratorio de Metalurgia y en el Laboratorio de Control Numérico de la ESIME – Ticomán.

Dicho dispositivo cuenta con 6 placas de Acero AISI 1018, con resistencia superior al del PMMA, para el caso de carga de tensión; con superficies lisas y homogéneas, libre de imperfecciones que perjudiquen al material en estudio.

Cada placa contiene además 6 barrenos de 4 mm para poder ensamblarlo con la probeta de fractura y uno de 6.35 mm para sujetarlo en un polariscopio.

Se muestran algunas fotografías y dibujos de especificación para observar el ensamble del dispositivo con las probetas.

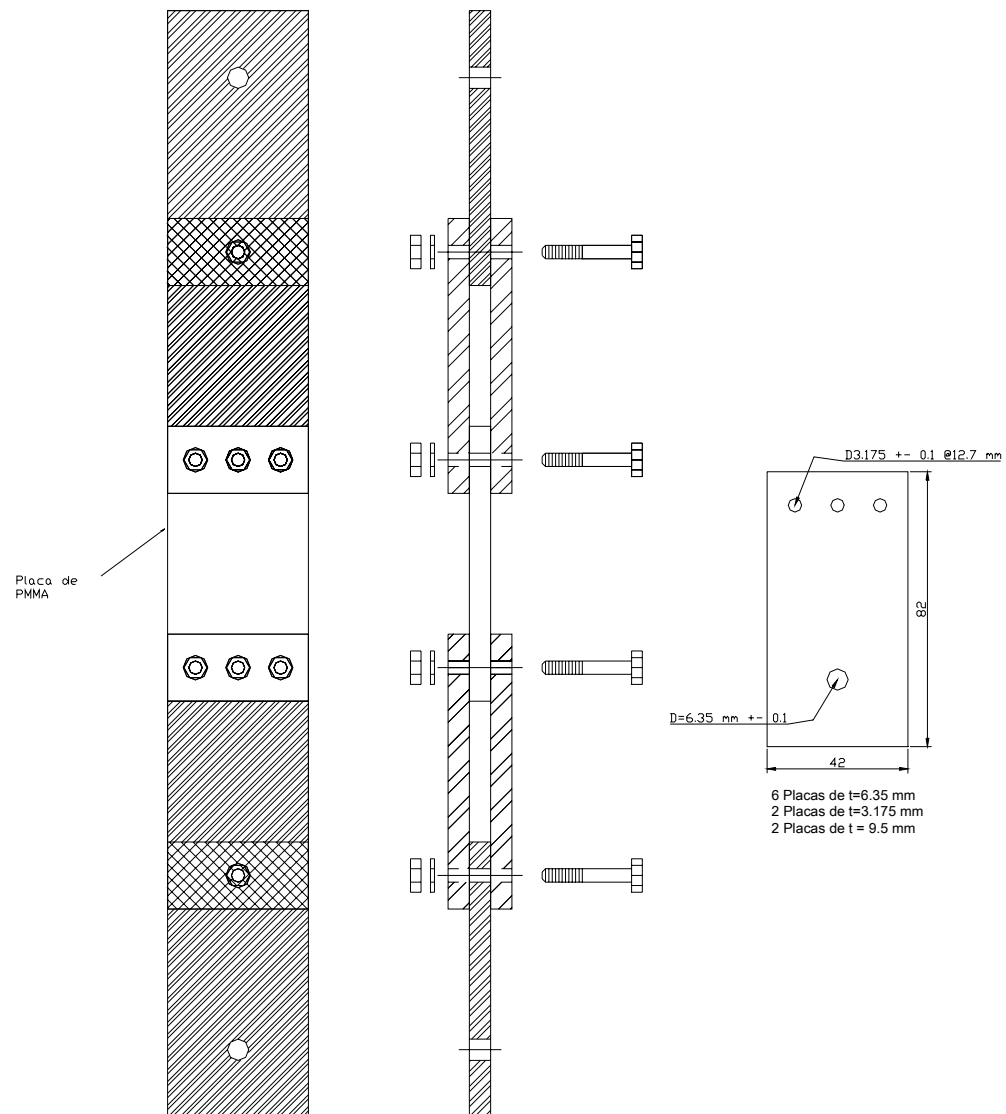


Figura A-2 Ensamble del dispositivo para pruebas de fractura con carga tensional



**Fotografía A-1** Ensamble del dispositivo y la probeta de Fractura

Se ha empleado una doble placa para sujetar la probeta para evitar esfuerzos de flexión al momento de aplicar la carga tensional en la prueba. Debido a ello, y porque el objetivo primordial fue fracturar la probeta con cargas de tensión, fue necesario realizar el dispositivo de dicha manera.

## ANEXO 3

### DESCRIPCIÓN DE LA MÁQUINA PARA PRUEBAS DE TENSIÓN INSTRON 8540

El equipo empleado para la prueba tiene las siguientes características:

- \* Equipo flexible universal para la realización de pruebas de:
  - o Tensión
  - o Compresión
  - o Fatiga
  - o Fractura
  - o Es un equipo hidráulico, con capacidad de 25 TONS en pruebas mecánicas estáticas y 20 en pruebas dinámicas
  - o Y muy importante, no es posible efectuar pruebas de torsión.

La tecnología Instron proporciona una alta flexibilidad mediante el uso de plataformas Windows® con paquetería diseñada para los distintos ensayos mencionados anteriormente. Las cualidades que ofrecen los paquetes mencionados son:

- Control Automático de las pruebas y obtención inmediata de los datos.
- Análisis de resultados y generación de reportes en formato \*.txt o de manera gráfica inmediata.

---

## PARTES QUE CONFORMAN EL EQUIPO

El equipo hidráulico posee los siguientes elementos:

### MORDAZAS

Mordazas accionadas por sistema hidráulico, cuya función es la de sujetar al espécimen a tensionar. Están hechas de una aleación al cromo molibdeno, lo cual les permite impedir la corrosión y se puedan sujetar de manera correcta los especímenes.



Fotografía A-2 Mordazas de la Máquina Instron

Las mordazas presentan un sistema de sujeción por placas cuya configuración en ranura V permite que el espécimen no tenga grados de libertad y la prueba presente las características más adecuadas. Los sistemas de presión utilizan tornillos allen, para lograr un mayor torque y por ende fuerza de sujeción.



Fotografías A-3, A-4 y A-5 Detalle de las Mordazas de la Máquina Instron

---

## MÓDULO DE CONTROL ANALÓGICO

La finalidad de este módulo es la de operar el equipo de manera alterna al software existente. Este módulo es el precursor del sistema de cómputo, y posee la característica de poder controlar los ensayos de fatiga. Debido a que los programas de cómputo no pueden controlar aún todos los ensayos, se hace aún uso de estos módulos.



Fotografía A-6 Módulo de control analógico de la Máquina Instron

## TERMINALES PARA LOS EXTENSÓMETROS

Debido a que las mediciones de las deformaciones de las pruebas deben registrarse en los módulos mencionados anteriormente o bien en los programas computacionales, el equipo hace uso de diversos puertos, para realizar la conexión de los extensómetros como los que se aprecian en la fotografía A-7. En este caso, se tiene capacidad para conectar hasta cuatro.



Fotografía A-7 Conexión de las terminales para los extensómetros de la Máquina Instron



## EXTENSÓMETRO

La medición de las deformaciones se realiza mediante un Extensómetro, y su función principal es la de registrar los cambios longitudinales existentes en las probetas ensayadas. Cuenta con un módulo terminal y sujetadores para la zona calibrada de la probeta.



Fotografías A-8, A-9 y A-10 Extensómetro con aditamentos empleado para la prueba de tensión

## MÓDULO O TERMINAL

Su función es la de convertir la señal generada por la deformación del espécimen. La señal es transmitida ya sea al módulo de control o bien al sistema de cómputo registrador.



Fotografía A-11 Módulo o terminal del extensómetro.

## SUJETADORES DEL ESPÉCIMEN

Para realizar una sujeción adecuada del espécimen, se hace uso de los siguientes accesorios. Mediante unos tornillos con terminales diseñadas para ajustarse de manera adecuada a la superficie del espécimen (ya sea

cilíndrica o plana), se garantiza que las pinzas o plizadores se desplacen de acuerdo al sentido de carga del espécimen.



Fotografía A-12 Sujetadores o plizadores del espécimen de tensión .

## PROGRAMA DE CONTROL INSTRON®

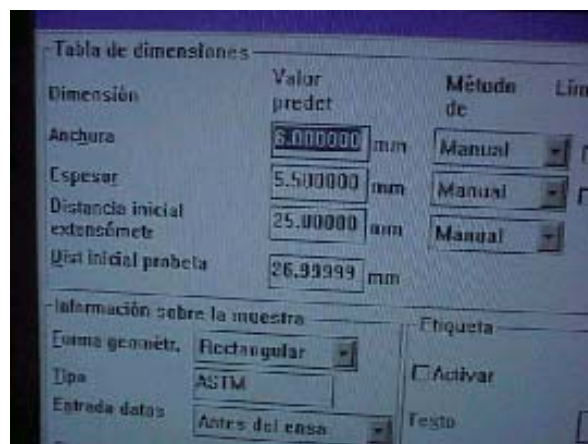
Como parte de la tecnología Instron, se provee además del equipo universal un programa sencillo de operar, cuya finalidad es la de obtener y registrar todas las características tanto del material a ensayar, como los resultados obtenidos. Existen versiones MERLÍN o bien Fast Track, pero esto dependerá de la capacidad del equipo a operar y el tipo de prueba a realizar. Todos los programas siguen las normalizaciones internacionales, como: ASTM e ISO.



Fotografía A-13 Ambiente del Programa Instron Fast Track para las pruebas mecánicas

En nuestro caso, se ha utilizado una versión Fast Track para la generación de los resultados directos.

Mediante una serie de menús, es posible introducir de manera serial todos los parámetros de carga, tipo de prueba, características físicas del material a ensayar, y algunas de sus propiedades mecánicas.



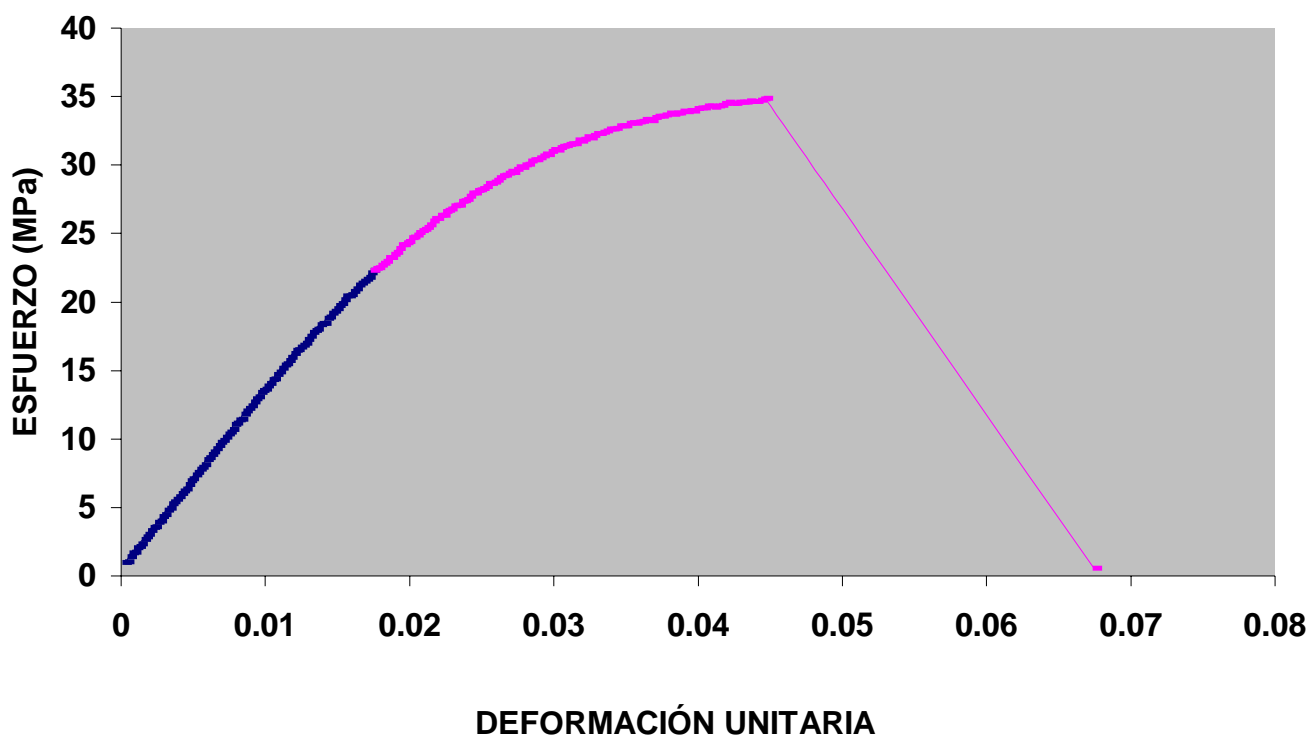
Fotografía A-14 Introducción de los datos en el menú del programa.

## ANEXO 4

### CURVAS ESFUERZO – DEFORMACIÓN UNITARIA DE LAS PROBETAS ENSAYADAS A TENSIÓN

PROBETA 1 (t = 6.35 mm)

GRÁFICA ESFUERZO - DEFORMACIÓN PARA LA PROBETA 1  
(t = 0.25 plg.)  
Velocidad de carga 1 mm/min  
Material PMMA



Esfuerzo máximo de fluencia al 0.2%: 26.596 MPa.

Esfuerzo mínimo de fluencia = 22.316 MPa.

Esfuerzo máximo = 34.86164 MPa.

Deformación máxima a la fluencia (0.2%): 0.0224

Deformación máxima: 0.0446

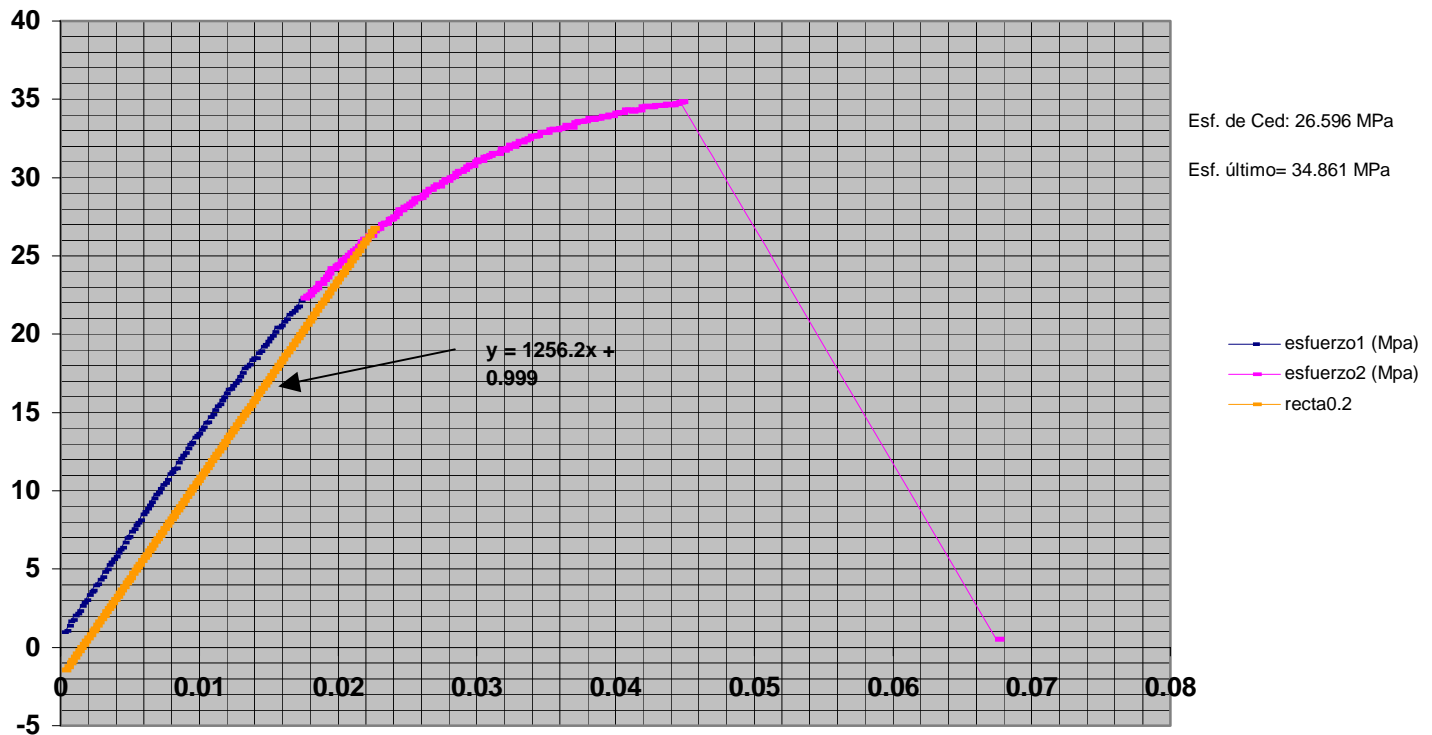
## GRÁFICA ESFUERZO - DEFORMACIÓN UNITARIA PARA LA PROBETA 1

(t = 6.35 mm)

Velocidad de carga 1 mm/min

Material PMMA

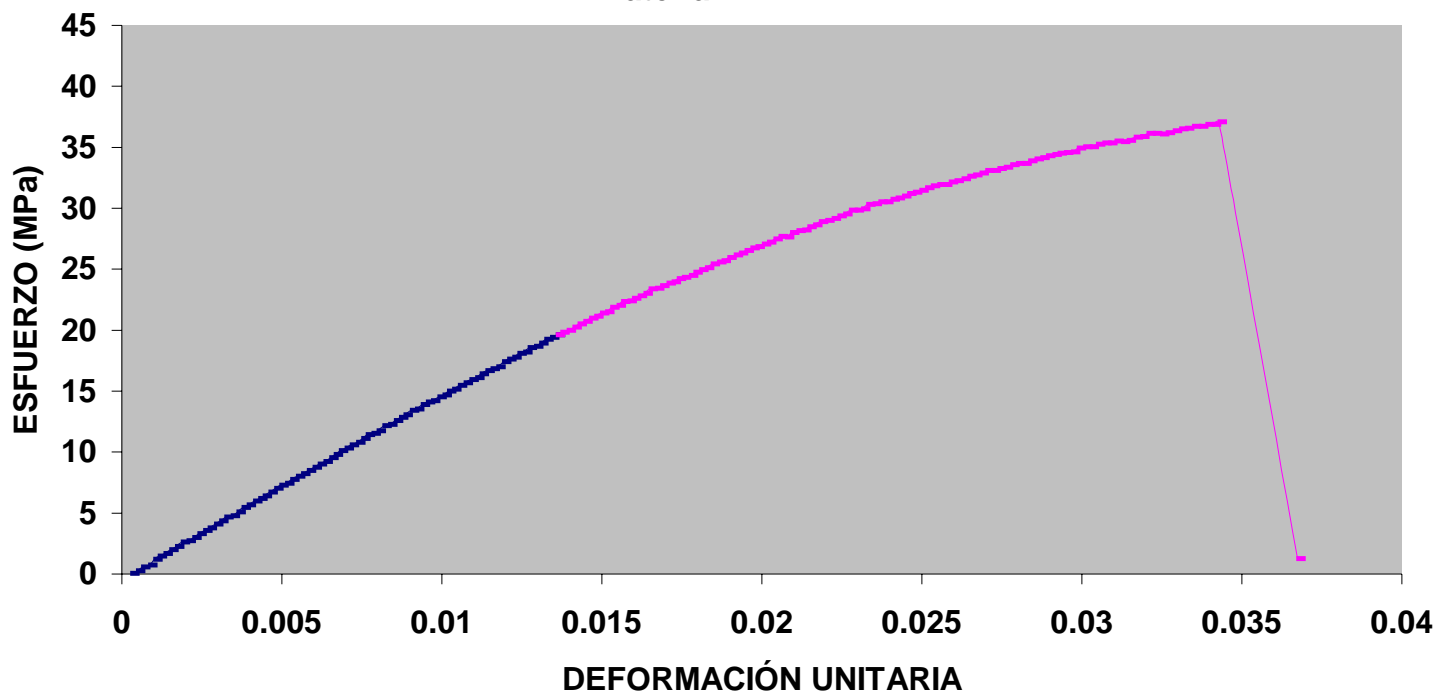
## Arreglo para la determinación del Módulo de Elasticidad E



Módulo de Elasticidad = 1256.2 MPa

PROBETA 2 (t = 6.35 mm)

**GRÁFICA ESFUERZO - DEFORMACIÓN UNITARIA PARA LA PROBETA 2**  
**(t = 6.35 mm)**  
**Velocidad de carga 4 mm/min**  
**Material PMMA**



Esfuerzo máximo de fluencia al 0.2%: 28.209 MPa.

Esfuerzo mínimo de fluencia: 19.62 MPa.

Esfuerzo máximo = 37.091 MPa.

Deformación máxima a la fluencia: 0.07829

Deformación máxima: 0.09128

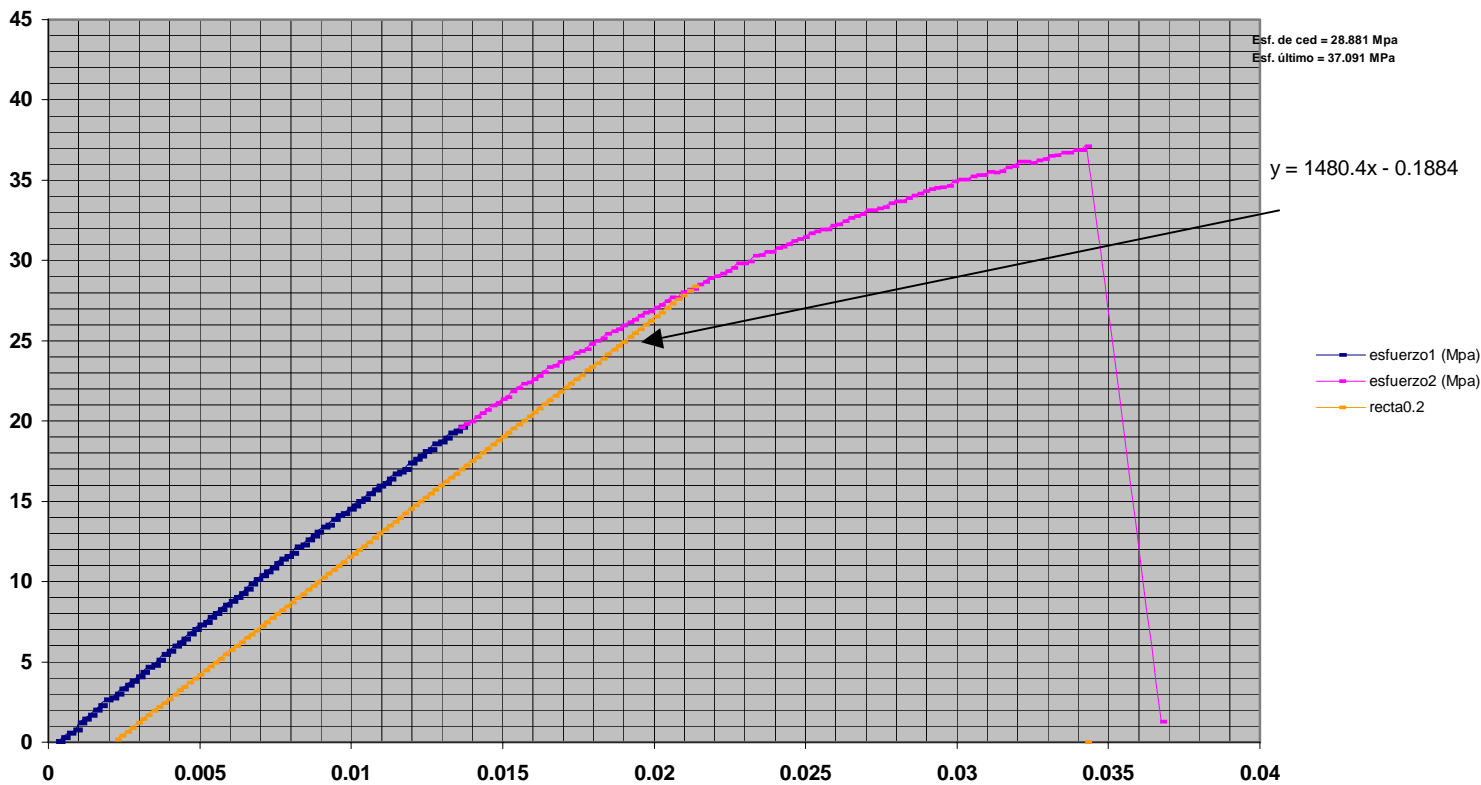
## GRÁFICA ESFUERZO - DEFORMACIÓN UNITARIA PARA LA PROBETA 2

(t = 6.35 mm)

Velocidad de carga 4 mm/min

Material PMMA

Arreglo para la determinación del Módulo de Elasticidad E



Módulo de Elasticidad = 1480.4 MPa

PROBETA 3 (t = 6.35 mm)

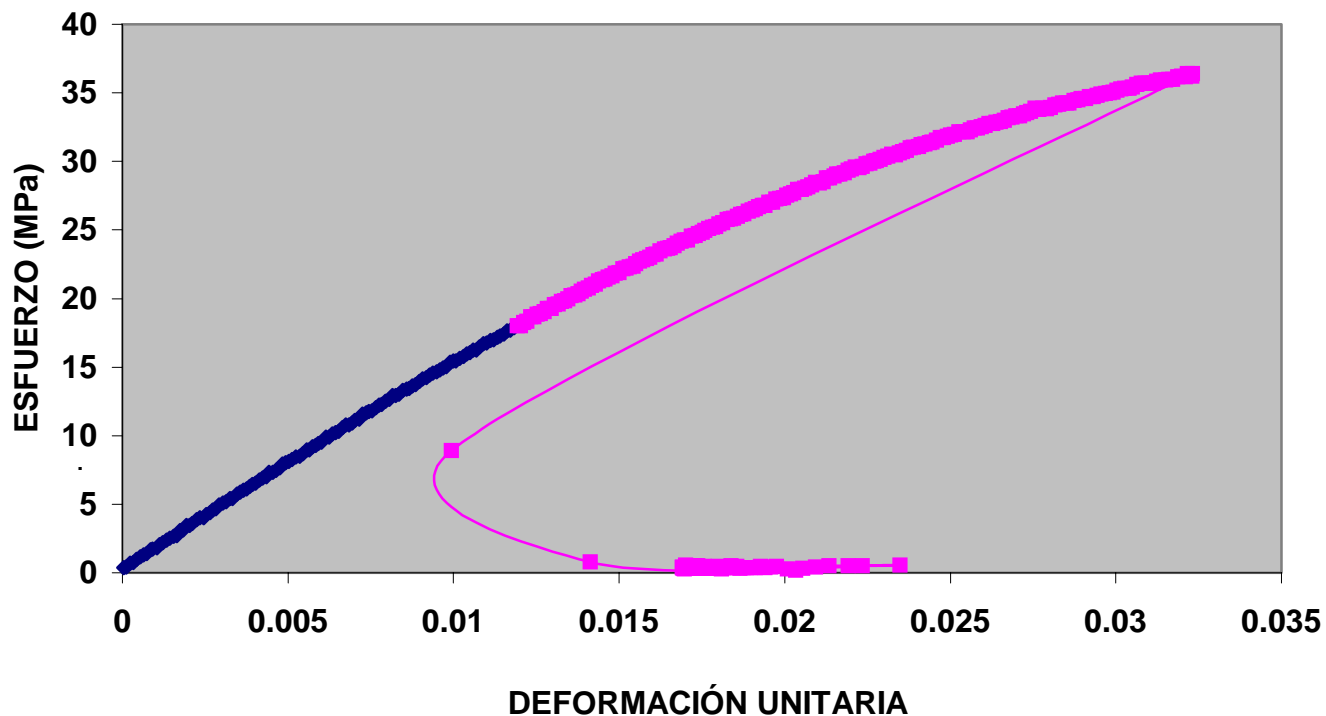
GRÁFICA ESFUERZO - DEFORMACIÓN UNITARIA PARA LA PROBETA

3

(t = 0.25 plg.)

Velocidad de carga 6 mm/min

Material PMMA



Esfuerzo máximo de fluencia al 0.2%: 26.565 MPa.

Esfuerzo mínimo de fluencia = 18.037 MPa.

Esfuerzo máximo = 36.386 MPa.

Deformación máxima a la fluencia (0.2%): 0.019

Deformación máxima: 0.03231

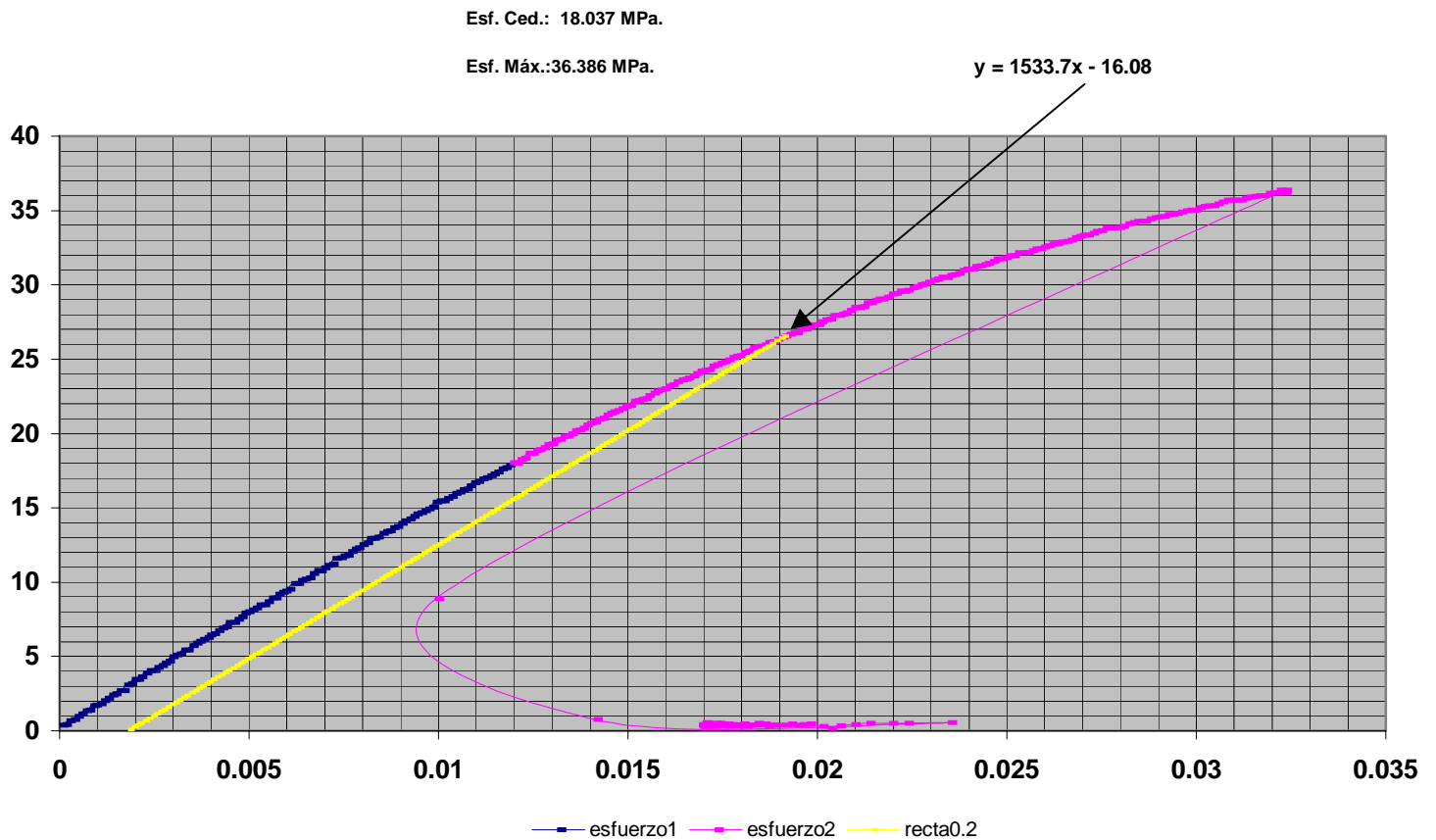
## GRÁFICA ESFUERZO - DEFORMACIÓN UNITARIA PARA LA PROBETA 3

(t = 6.35 mm)

Velocidad de carga 6 mm/min

Material PMMA

## Arreglo para la determinación del Módulo de Elasticidad E

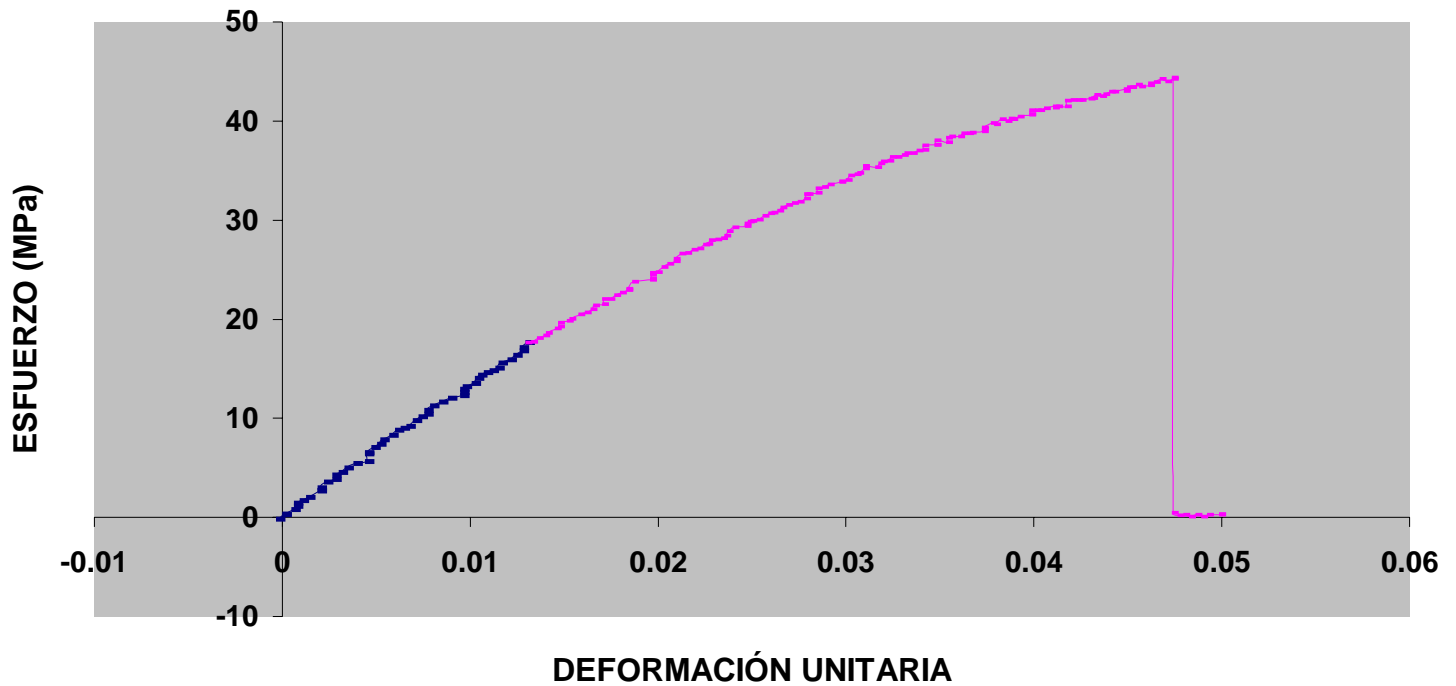


Módulo de Elasticidad = 1533.7 MPa



PROBETA 4 (t = 3.175 plg.)

**GRÁFICA ESFUERZO - DEFORMACIÓN UNITARIA PARA LA PROBETA 4**  
**(t = 3.175 mm)**  
**Velocidad de carga 1 mm/min**  
**Material PMMA**



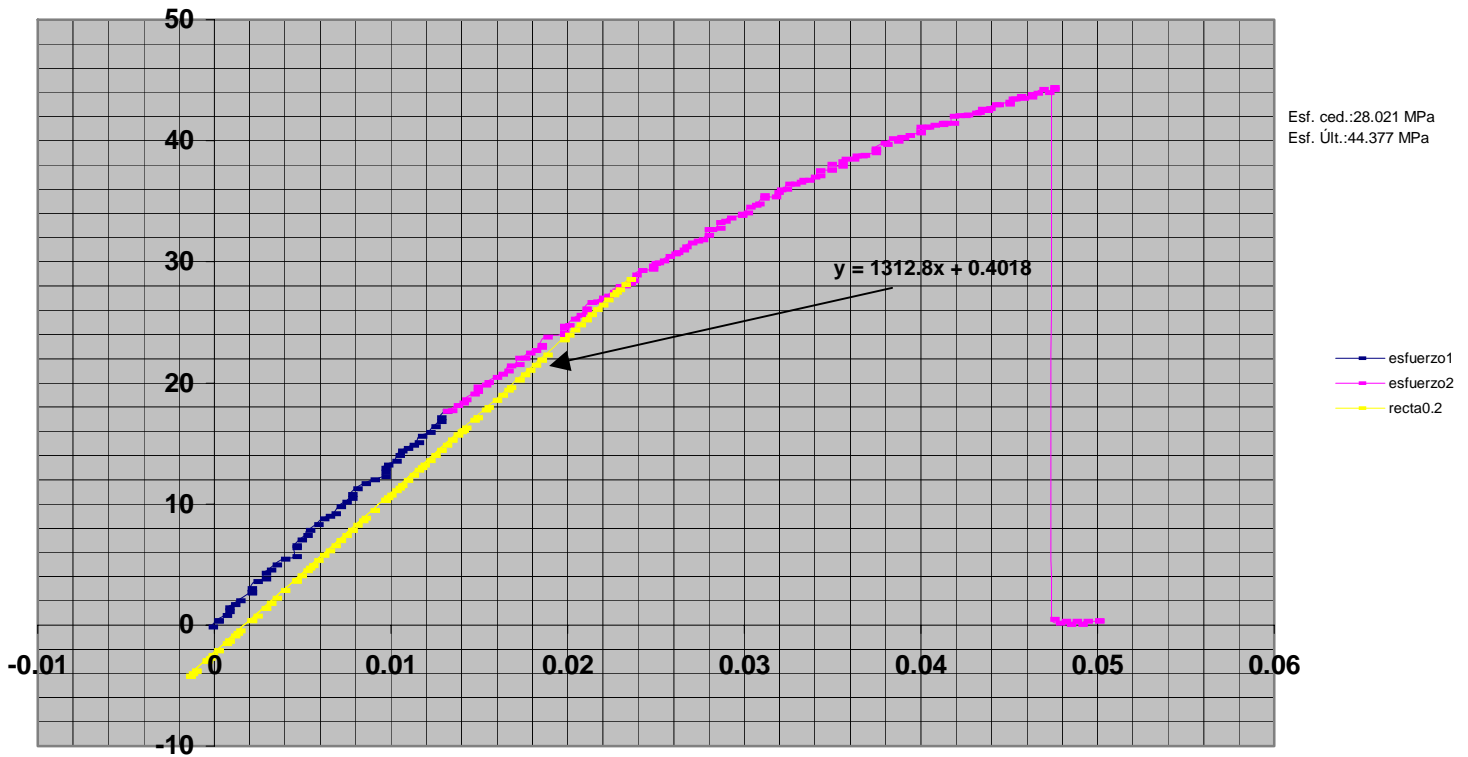
Esfuerzo máximo de fluencia al 0.2%: 28.021 MPa.

Esfuerzo mínimo de fluencia = 17.644 MPa.

Esfuerzo máximo = 44.377 MPa.

Deformación máxima a la fluencia (0.2%): 0.023

Deformación máxima: 0.047

**GRÁFICA ESFUERZO - DEFORMACIÓN UNITARIA PARA LA PROBETA 4****(t = 3.175 mm)****Velocidad de carga 1 mm/min****Material PMMA****Arreglo para la determinación del Módulo de Elasticidad E****Módulo de Elasticidad = 1312.8 MPa**

PROBETA 5 ( $t = 3.175$  mm)

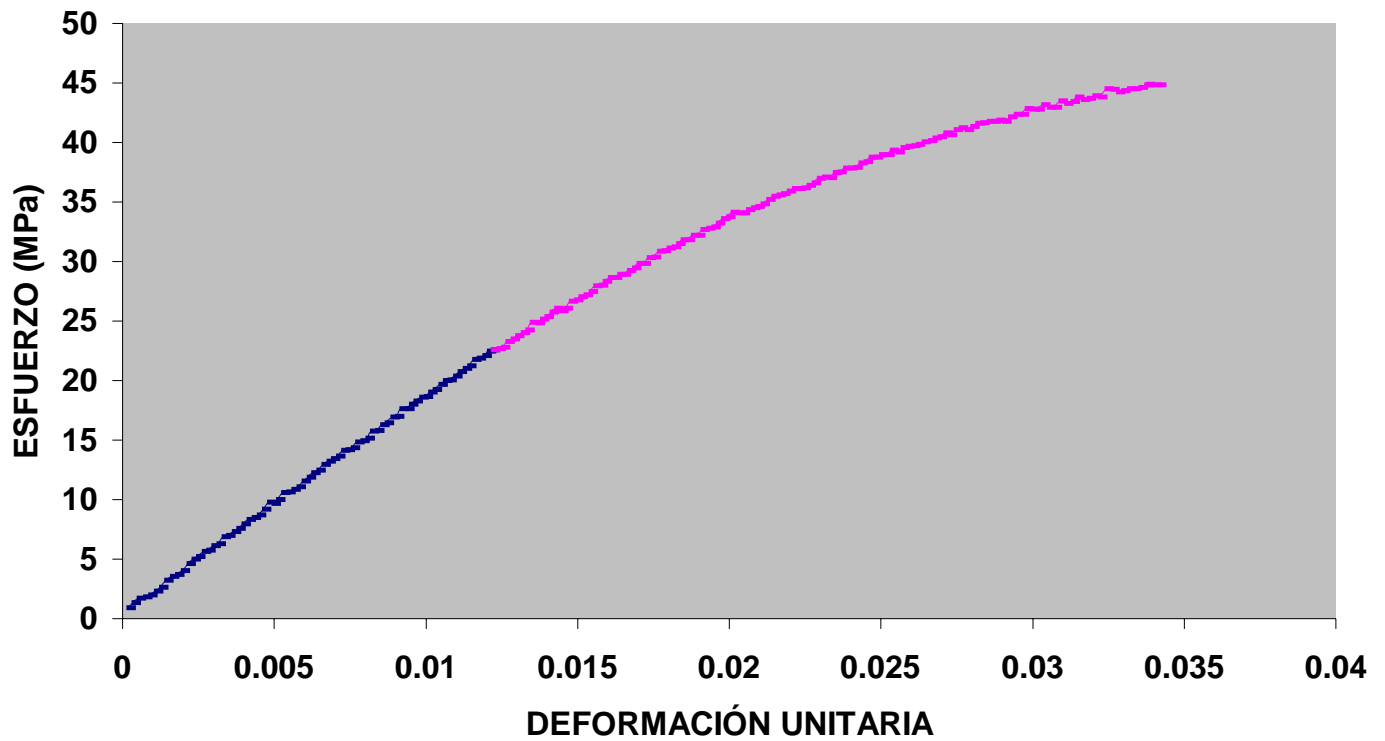
GRÁFICA ESFUERZO - DEFORMACIÓN UNITARIA PARA LA PROBETA

5

( $t = 3.175$  mm)

Velocidad de carga 4 mm/min

Material PMMA



Esfuerzo máximo de fluencia al 0.2%: 34.352 MPa.

Esfuerzo mínimo de fluencia = 22.569 MPa.

Esfuerzo máximo = 44.845 MPa.

Deformación máxima a la fluencia (0.2%): 0.0205

Deformación máxima: 0.0341

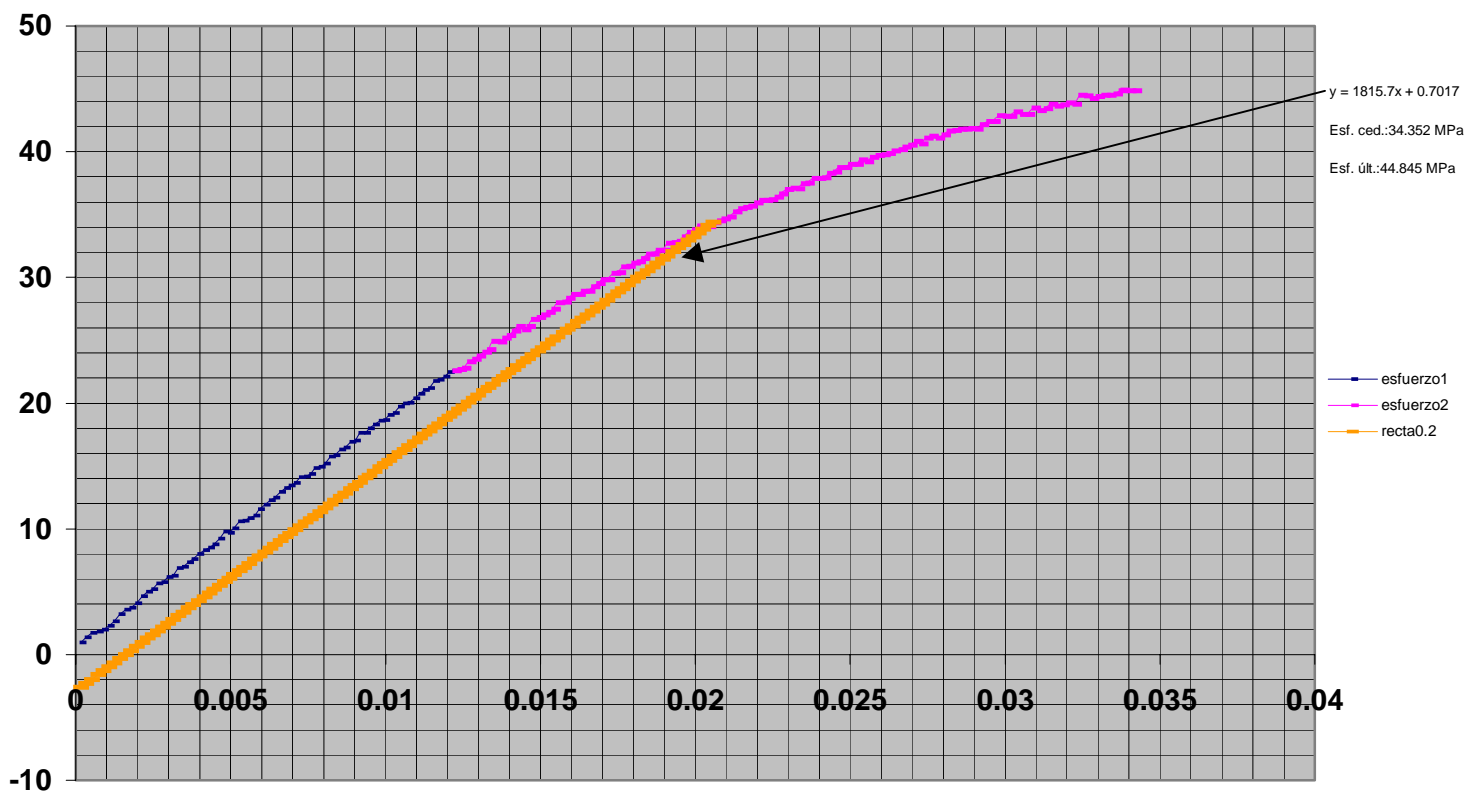
## GRÁFICA ESFUERZO - DEFORMACIÓN UNITARIA PARA LA PROBETA 5

(t = 3.175 mm)

Velocidad de carga 4 mm/min

Material PMMA

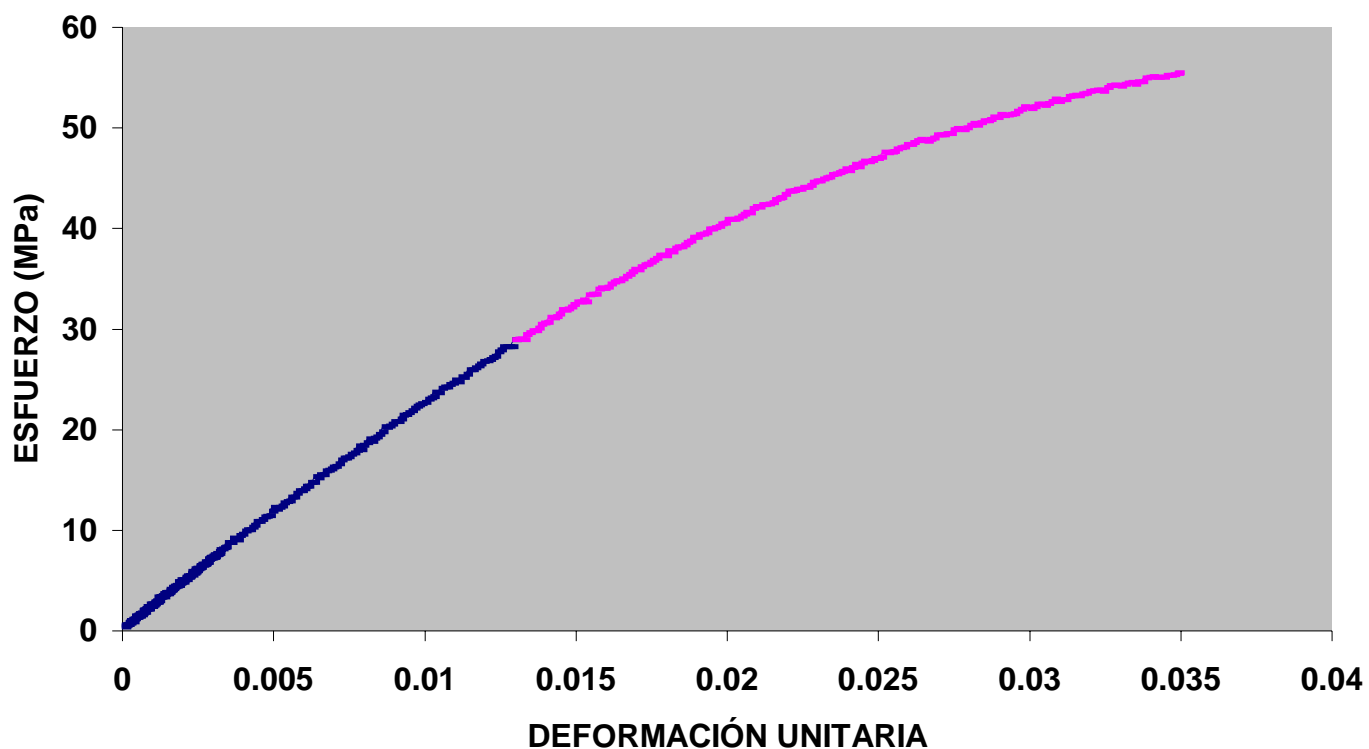
Arreglo para la determinación del Módulo de Elasticidad E



Módulo de Elasticidad = 1815.7 MPa

PROBETA 6 (t = 0.125 plg.)

**GRÁFICA ESFUERZO - DEFORMACIÓN UNITARIA PARA LA PROBETA 6**  
**(t = 3.175 mm)**  
**Velocidad de carga 6 mm/min**  
**Material PMMA**



Esfuerzo máximo de fluencia al 0.2%: 41.233 MPa.

Esfuerzo mínimo de fluencia = 28.922 MPa.

Esfuerzo máximo = 55.478 MPa.

Deformación máxima a la fluencia (0.2%): 0.0203

Deformación máxima: 0.0348

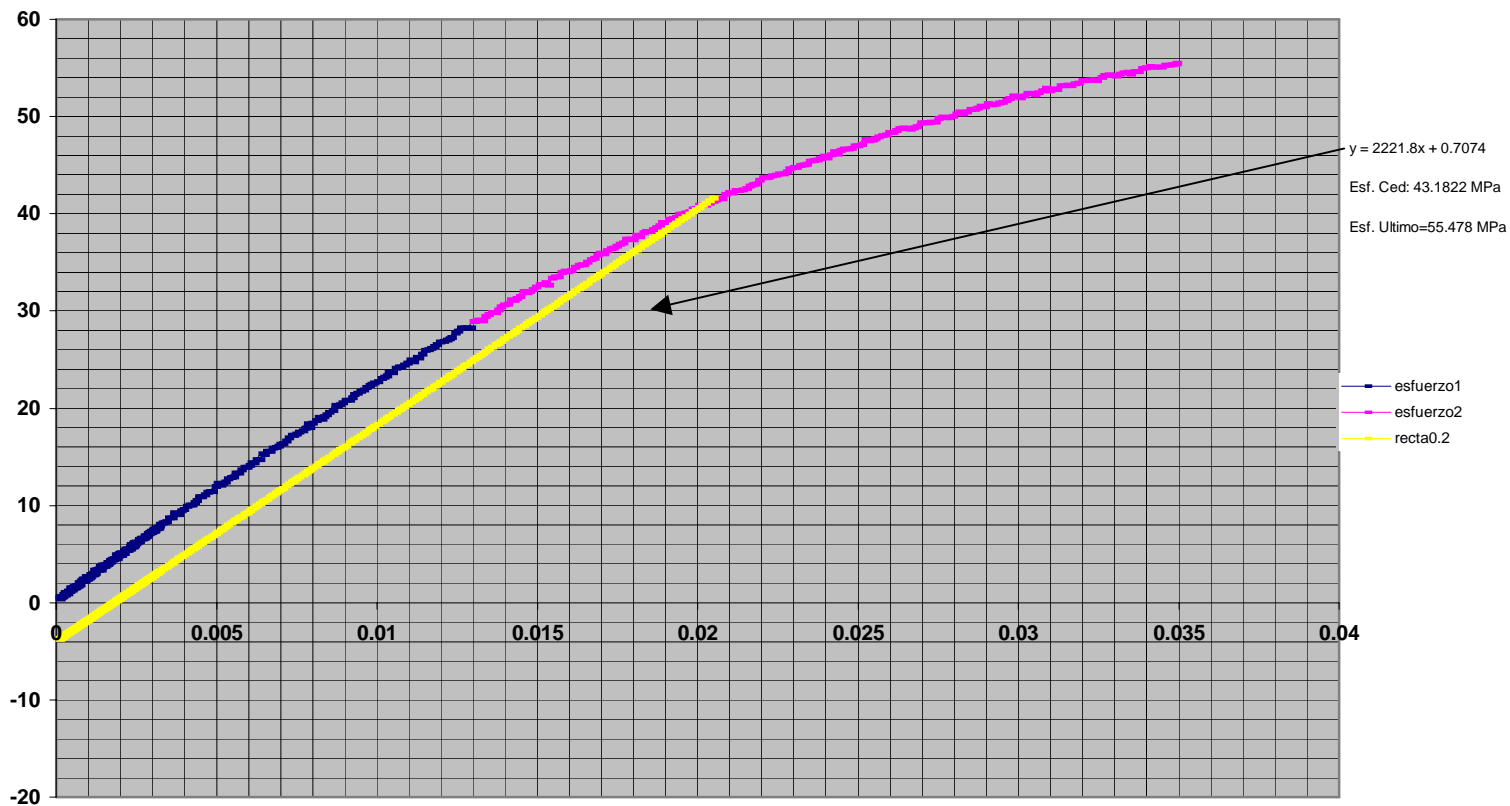
## GRAFICA ESFUERZO - DEFORMACION UNITARIA PARA LA PROBETA 6

(t = 3.175 mm)

Velocidad de carga 6 mm/min

Material PMMA

## Arreglo para la determinación del Módulo de Elasticidad E

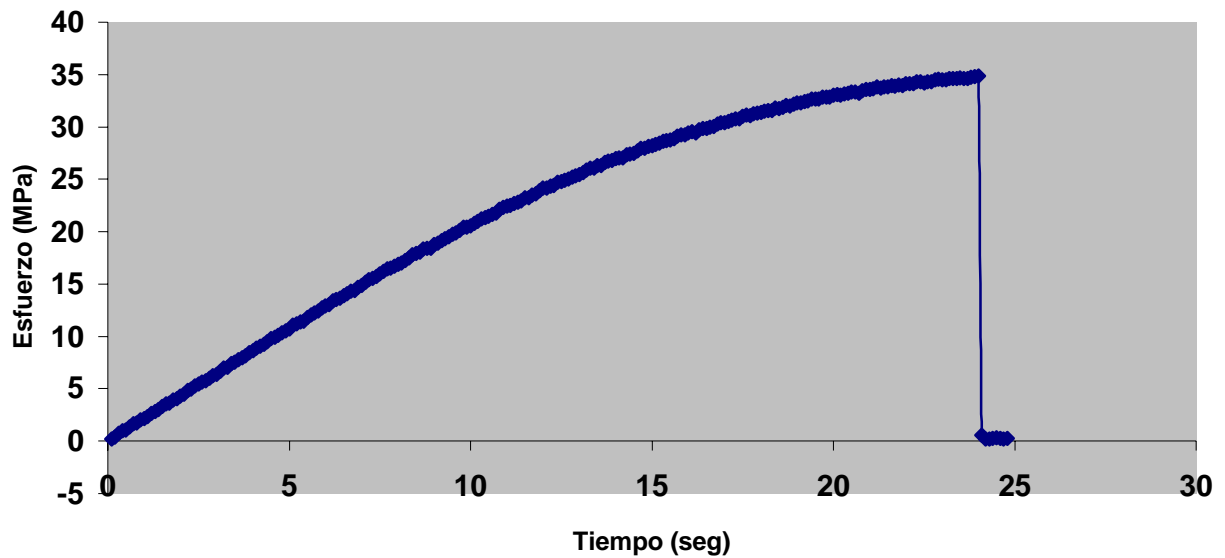


Módulo de Elasticidad = 2221.8 MPa.

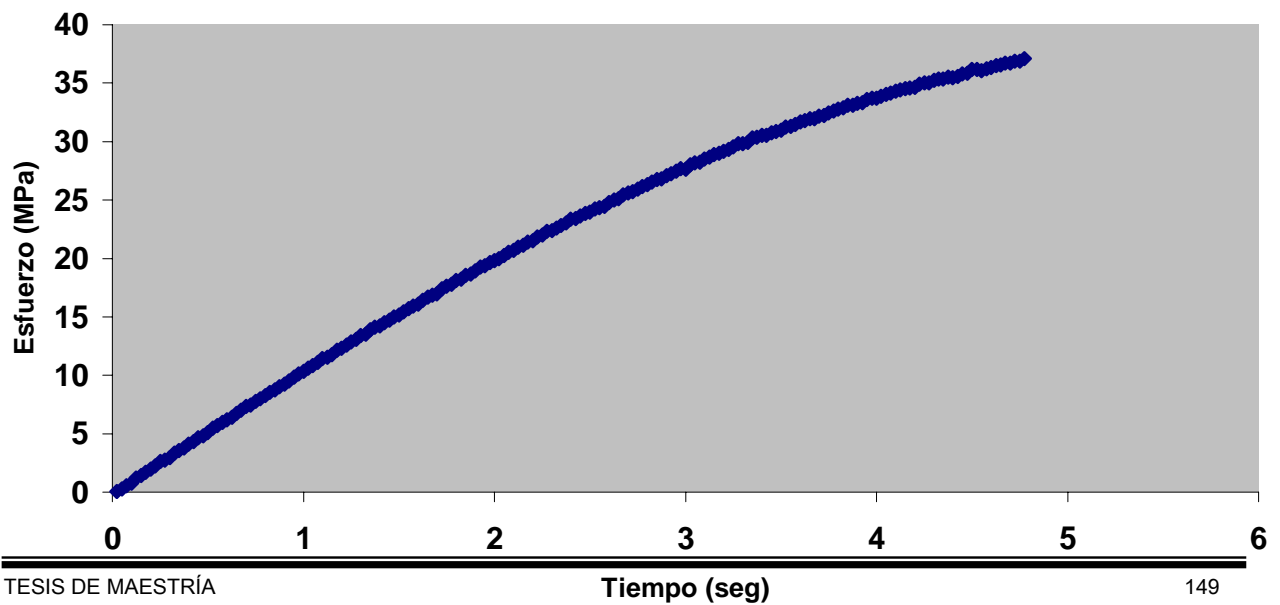
## ANEXO 5

### GRÁFICAS ESFUERZO – TIEMPO (STRESS – RATE) PARA LAS PROBETAS A TENSIÓN

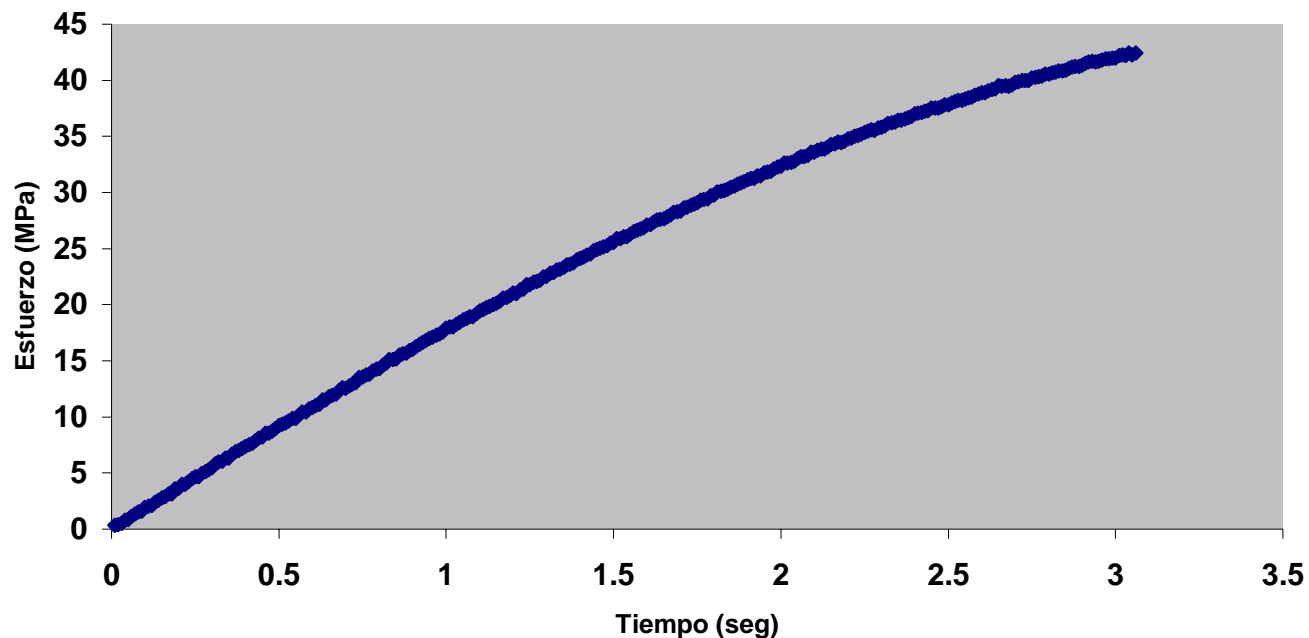
Gráfica Esfuerzo - Tiempo para la probeta 1  
 $t = 6.35 \text{ mm}$   
velocidad de prueba 1 mm/min



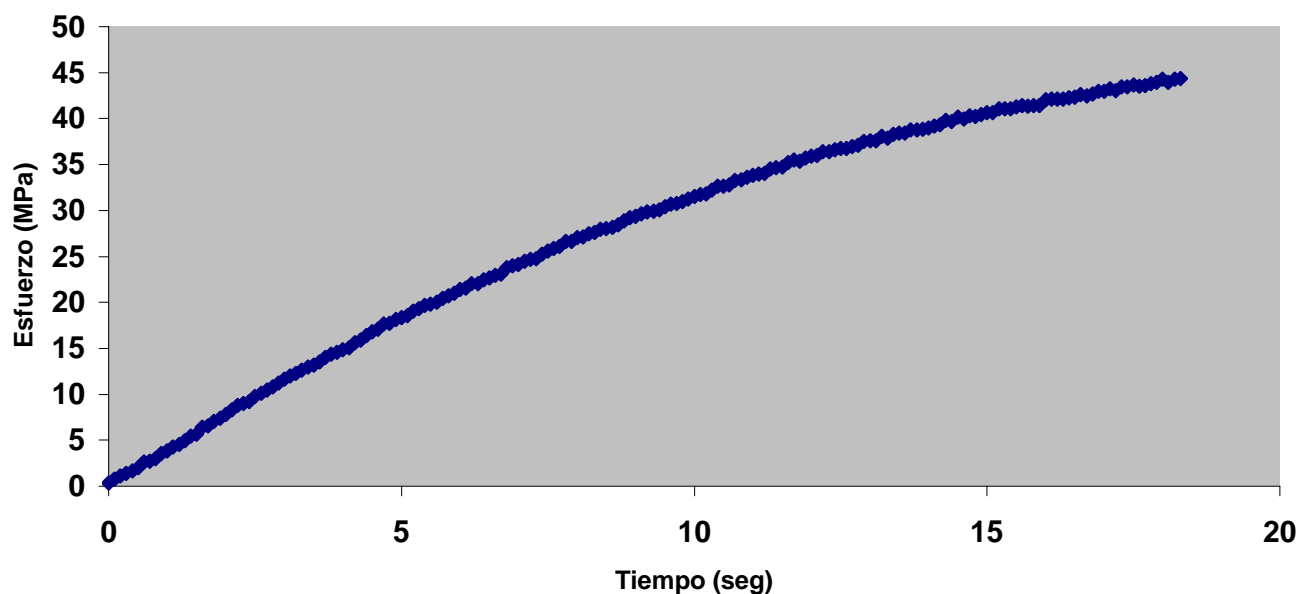
Gráfica Esfuerzo - Tiempo para la probeta 2  
 $t = 6.35 \text{ mm}$   
velocidad de prueba 4 mm/min



**Gráfica Esfuerzo - Tiempo para la probeta 3**  
**t = 6.35 mm**  
**velocidad de prueba 6 mm/min**

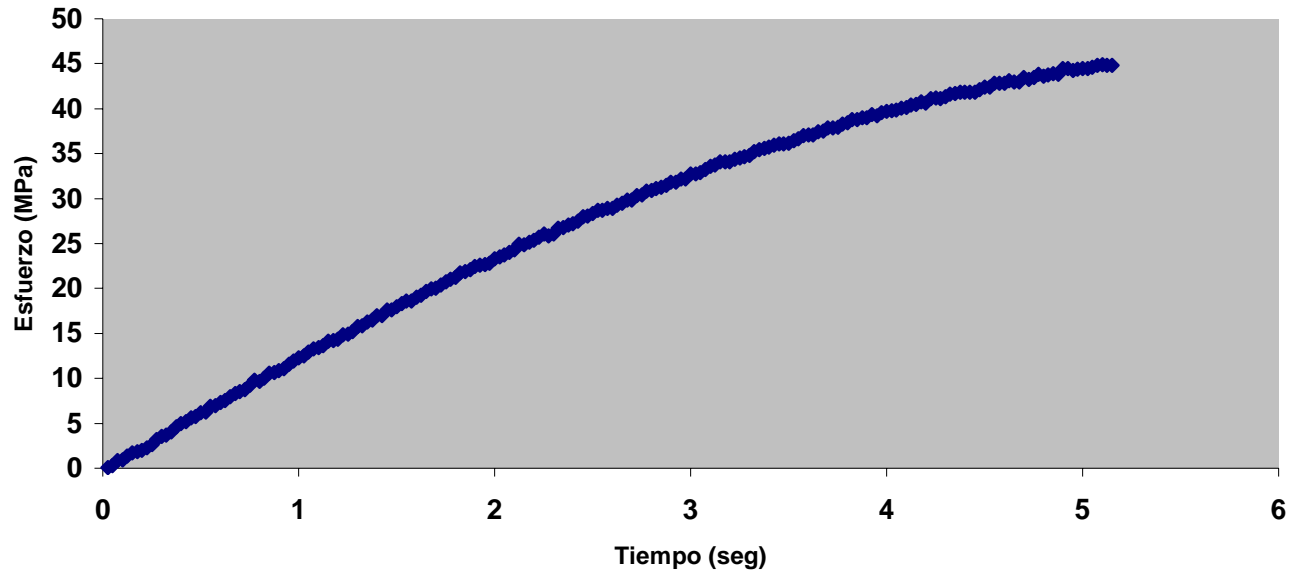


**Gráfica Esfuerzo - Tiempo para la probeta 4**  
**t = 3.175 mm**  
**velocidad de prueba 1 mm/min**

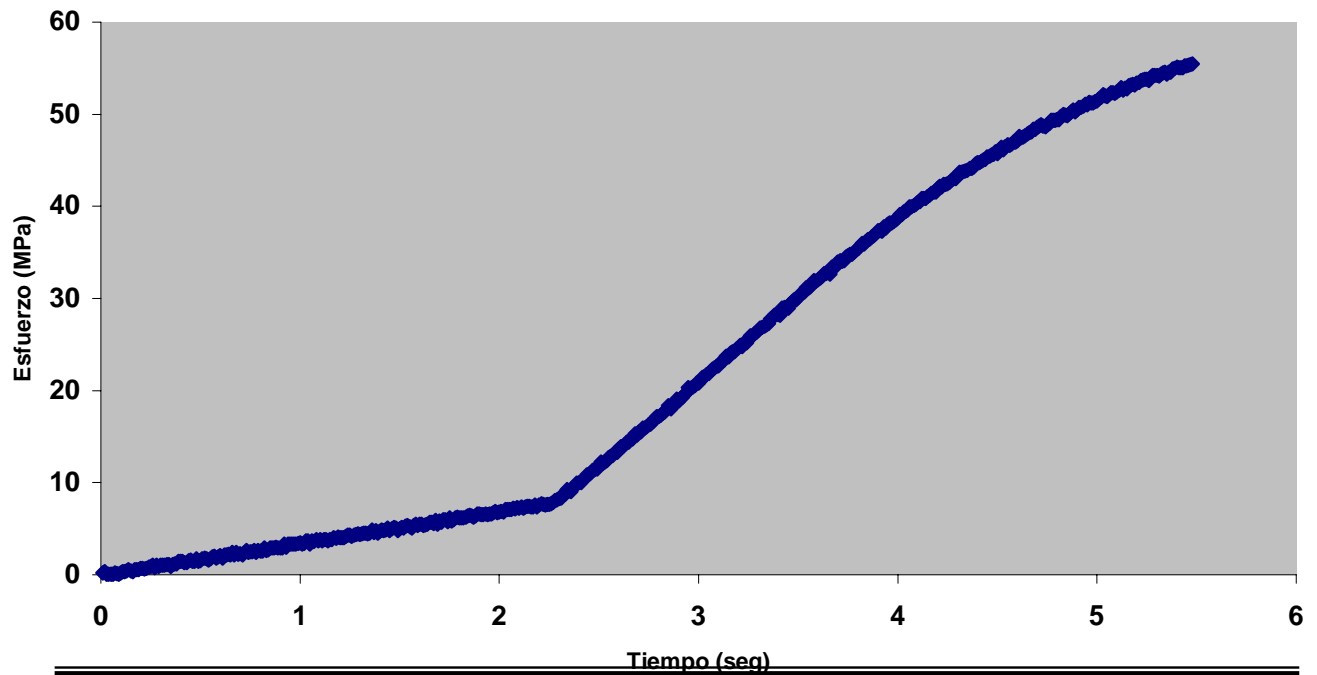




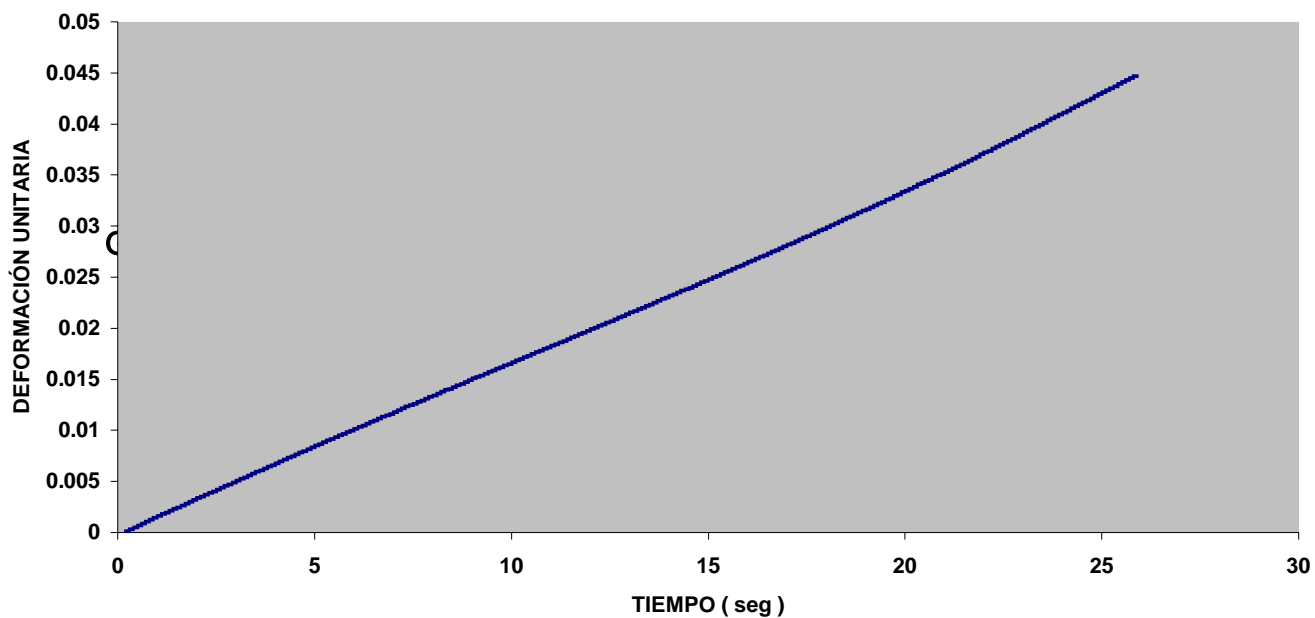
Gráfica Esfuerzo - Tiempo para la probeta 5  
 $t = 3.175 \text{ mm}$   
velocidad de prueba 4 mm/min



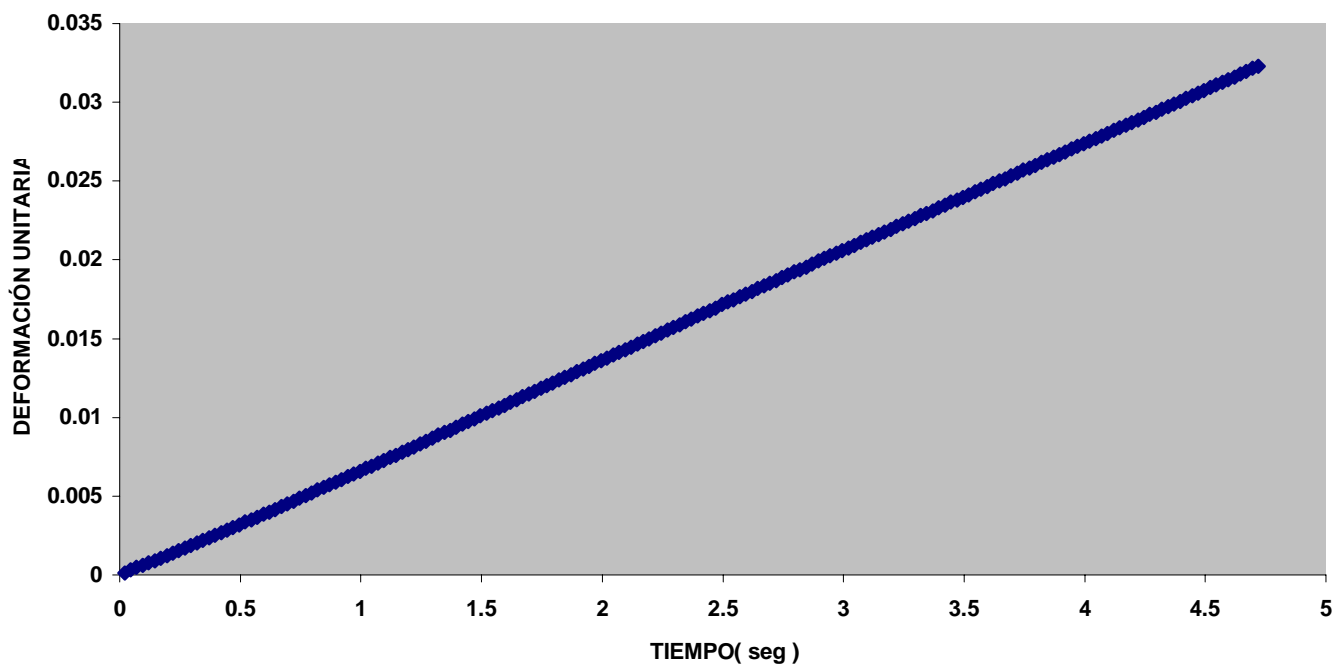
Gráfica Esfuerzo - Tiempo para la probeta 6  
 $t = 3.175 \text{ mm}$   
velocidad de prueba 6 mm/min

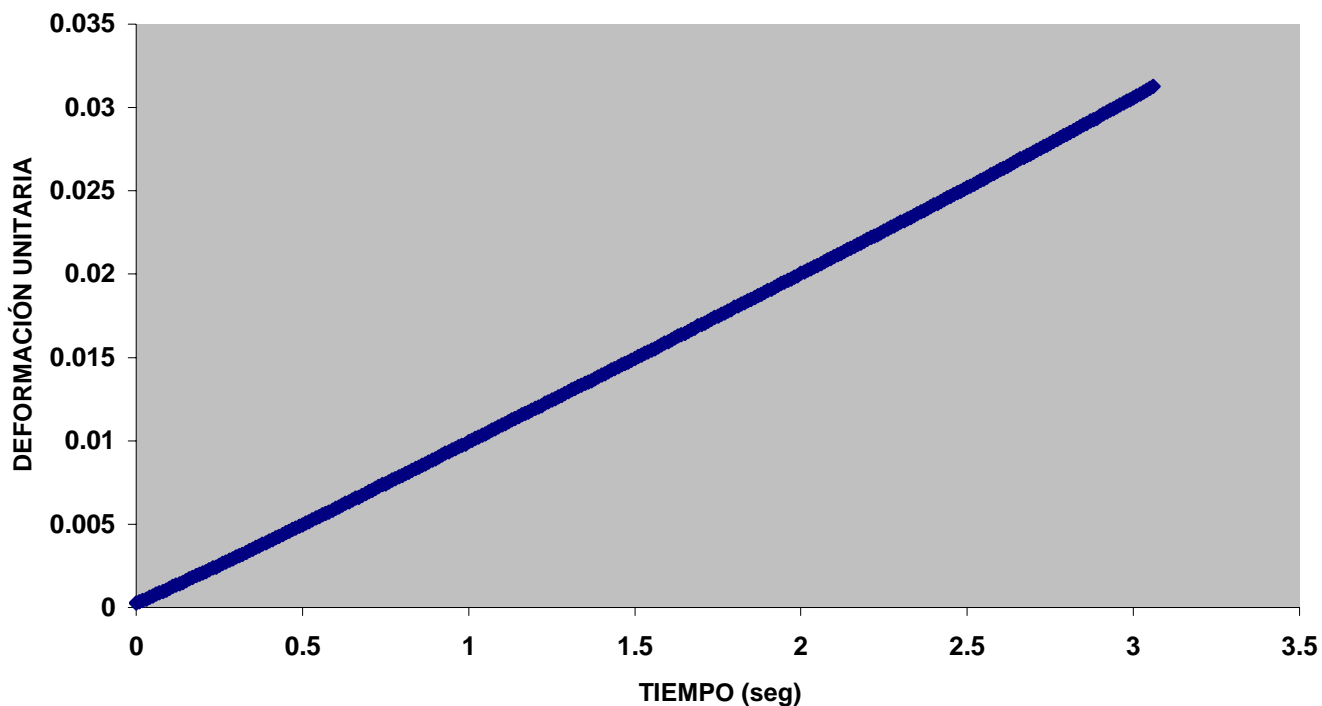
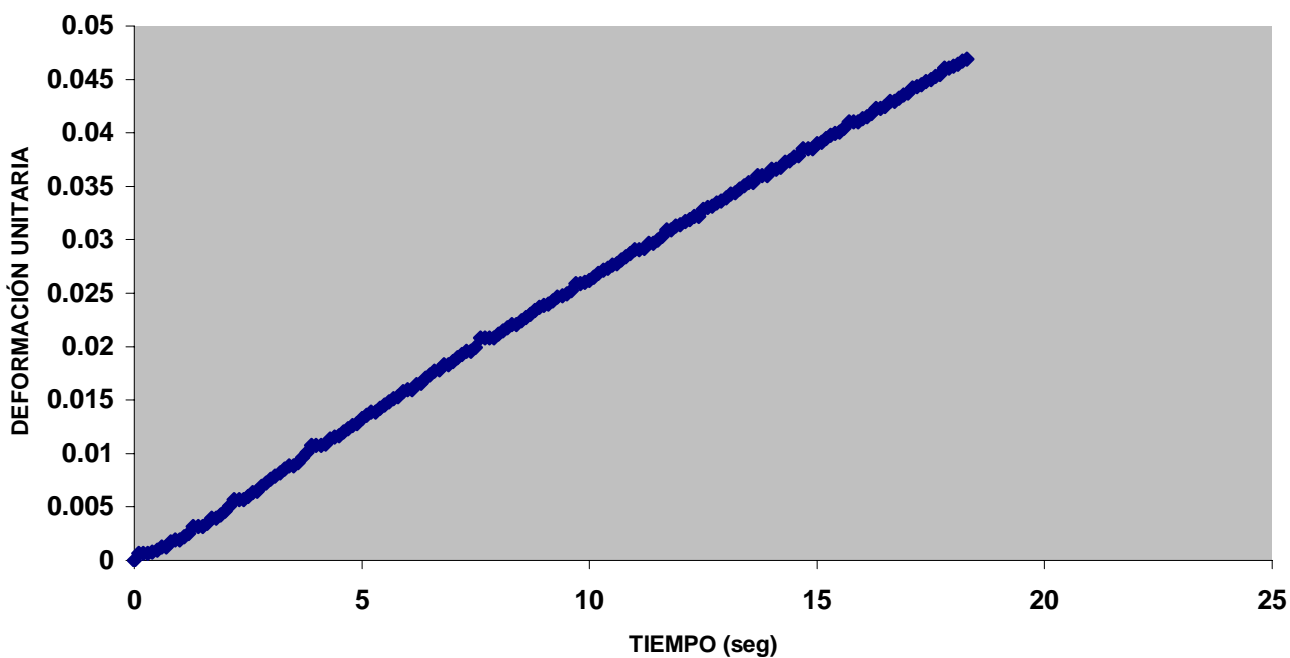


**GRÁFICA DEFORMACIÓN UNITARIA - TIEMPO PARA LA PROBETA 1**  
**t = 6.35 mm**  
**VELOCIDAD DE PRUEBA 1 mm/min**

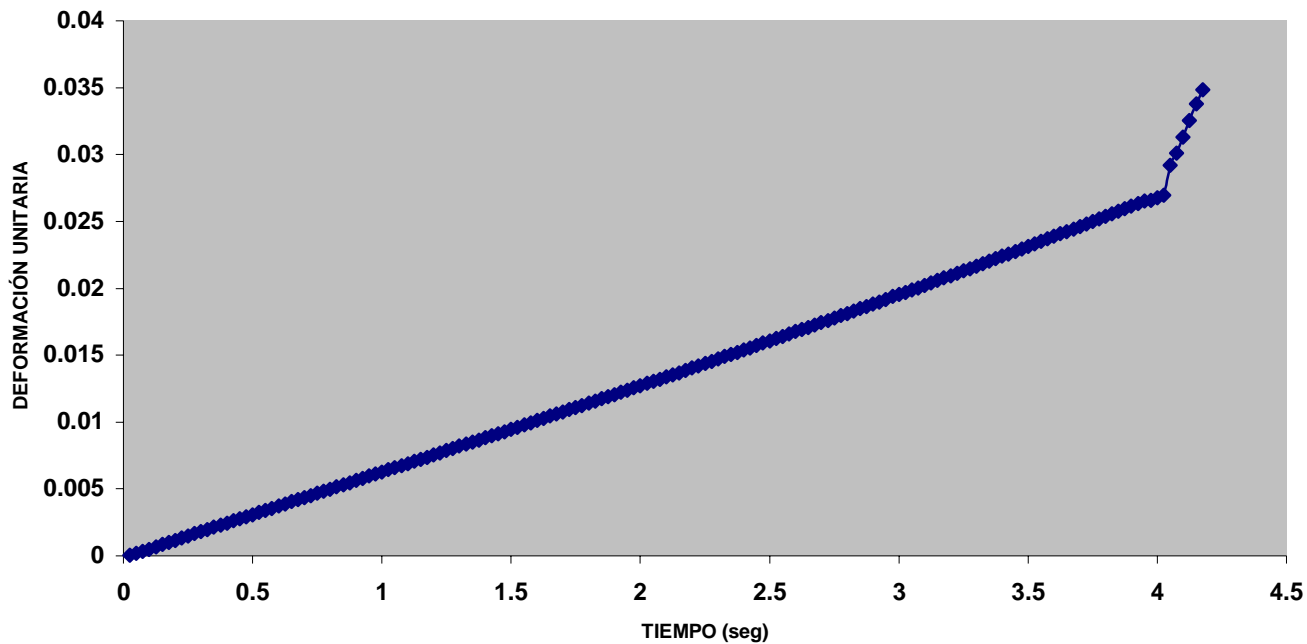


**GRÁFICA DEFORMACIÓN UNITARIA - TIEMPO PARA LA PROBETA 2**  
**t = 6.35 mm**  
**VELOCIDAD DE PRUEBA 4 mm/min**

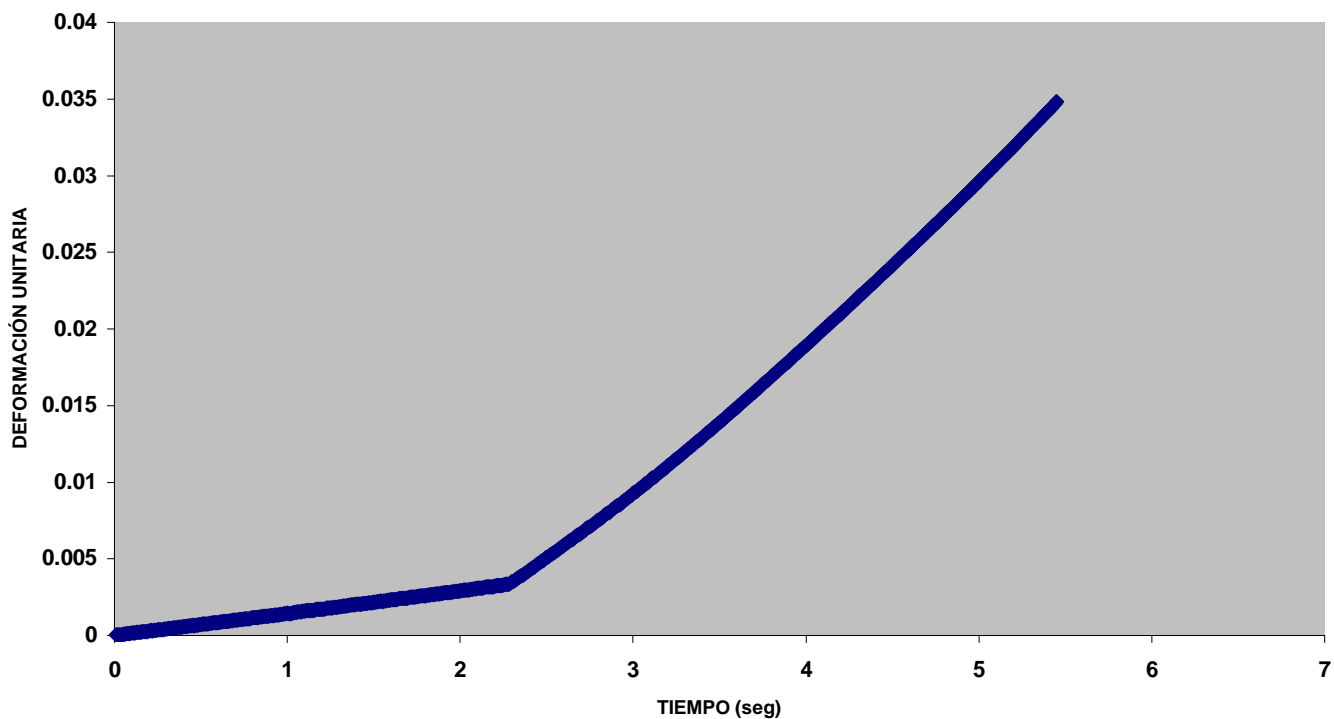


**GRÁFICA DEFORMACIÓN UNITARIA - TIEMPO PARA LA PROBETA 3****t = 6.35 mm****VELOCIDAD DE PRUEBA 6 mm/min****GRÁFICA DEFORMACIÓN UNITARIA - TIEMPO PARA LA PROBETA 4****t = 3.175 mm****VELOCIDAD DE PRUEBA 1 mm/min**

**GRÁFICA DEFORMACIÓN UNITARIA - TIEMPO PARA LA PROBETA 5**  
**t = 3.175 mm**  
**VELOCIDAD DE PRUEBA 4 mm/min**



**GRÁFICA DEFORMACIÓN UNITARIA - TIEMPO PARA LA PROBETA 6**  
**t = 3.175 mm**  
**VELOCIDAD DE PRUEBA 6 mm/min**



## ANEXO 6

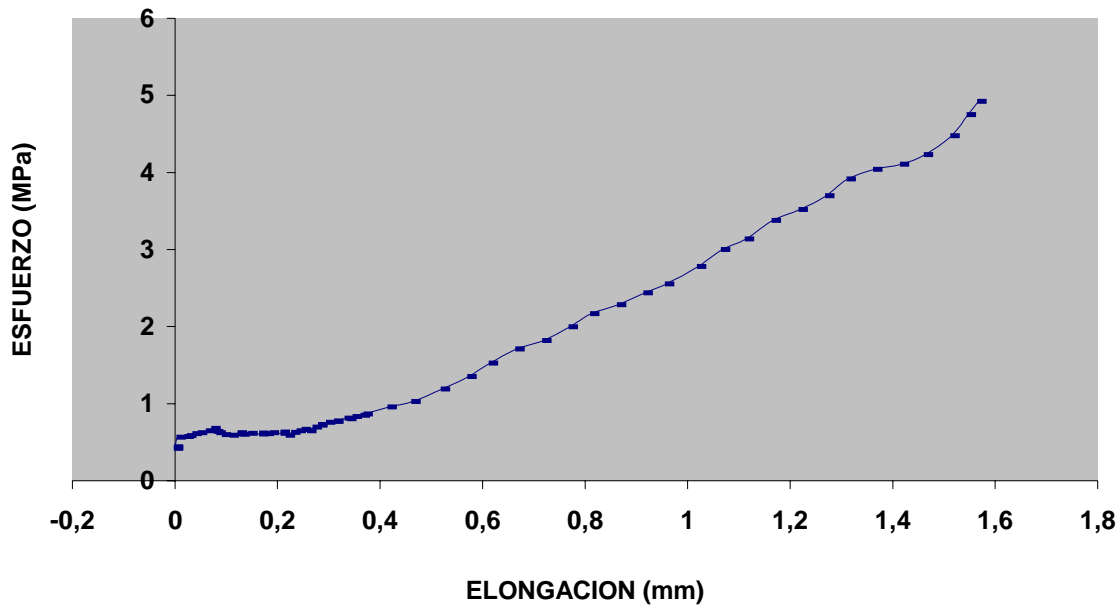
## GRÁFICAS GENERADAS PARA LA PRUEBA DE FRACTURA

GRAFICA ESFUERZO - ELONGACION PARA LA PROBETA 1

(t = 9.5 mm)

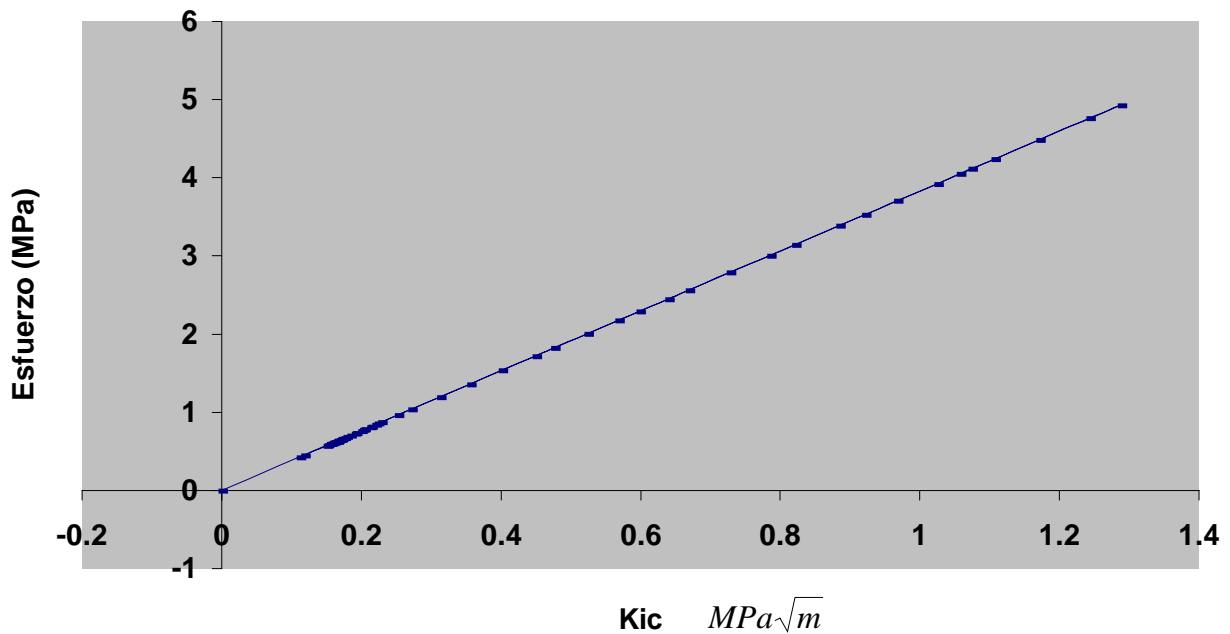
Velocidad de carga 6 mm/min

Material PMMA

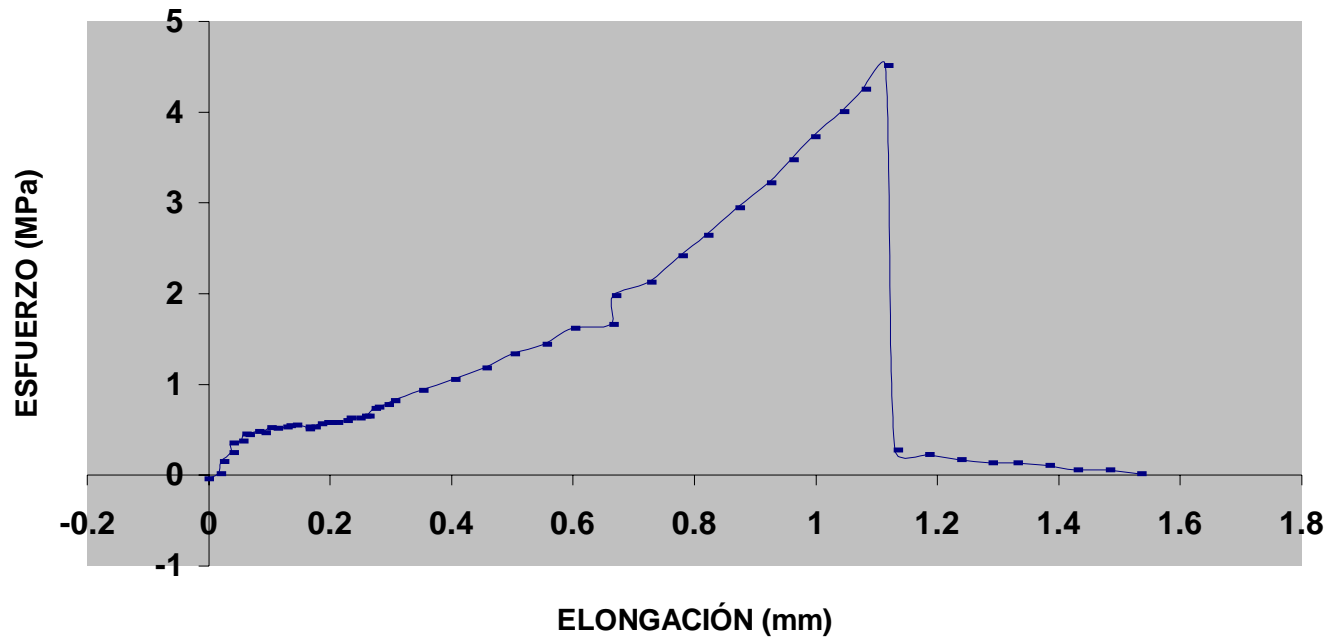
GRAFICA ESFUERZO - K<sub>IC</sub> PARA LA PROBETA 1 (t = 9.5 mm)

Velocidad de carga 6 mm/min

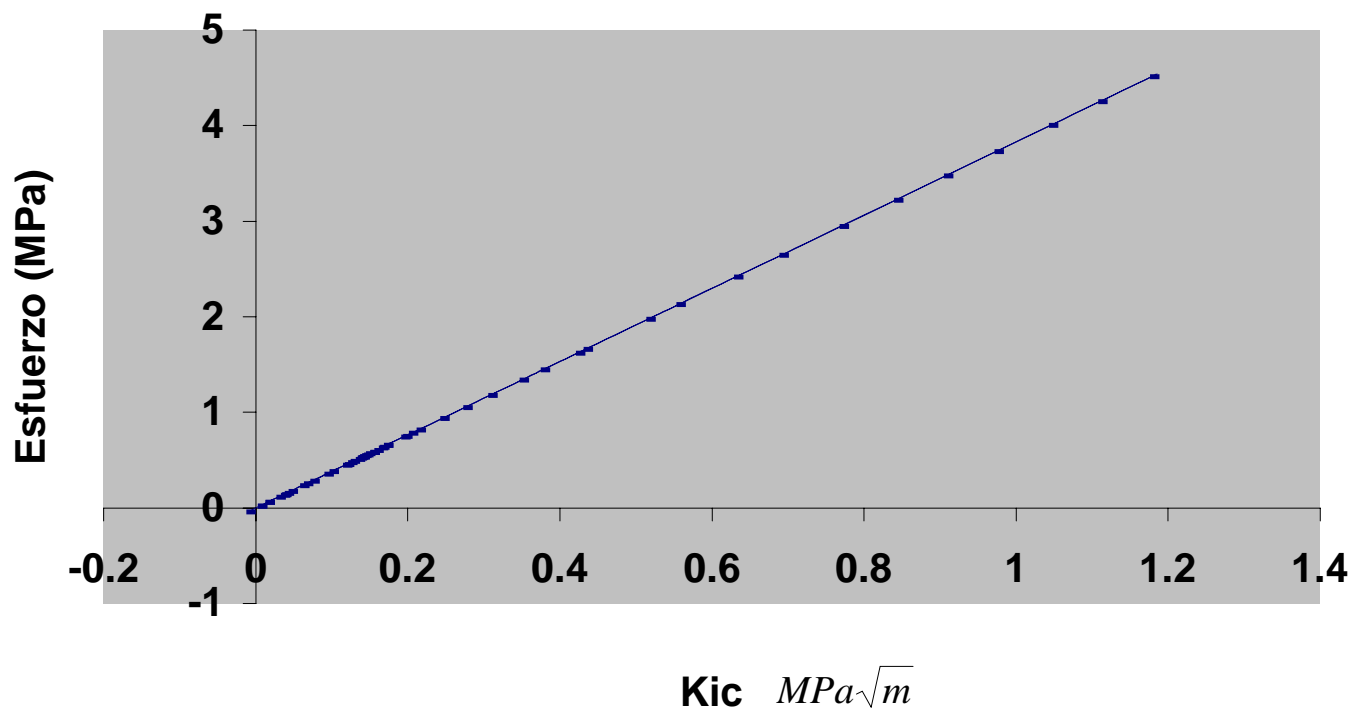
Material PMMA



**GRAFICA ESFUERZO - ELONGACION PARA LA PROBETA 2 (t = 6.35 mm)**  
Velocidad de carga 6 mm/min  
Material PMMA



**GRAFICA ESFUERZO - KIC PARA LA PROBETA 2**  
(t = 6.35 mm)  
Velocidad de carga 6 mm/min  
Material PMMA

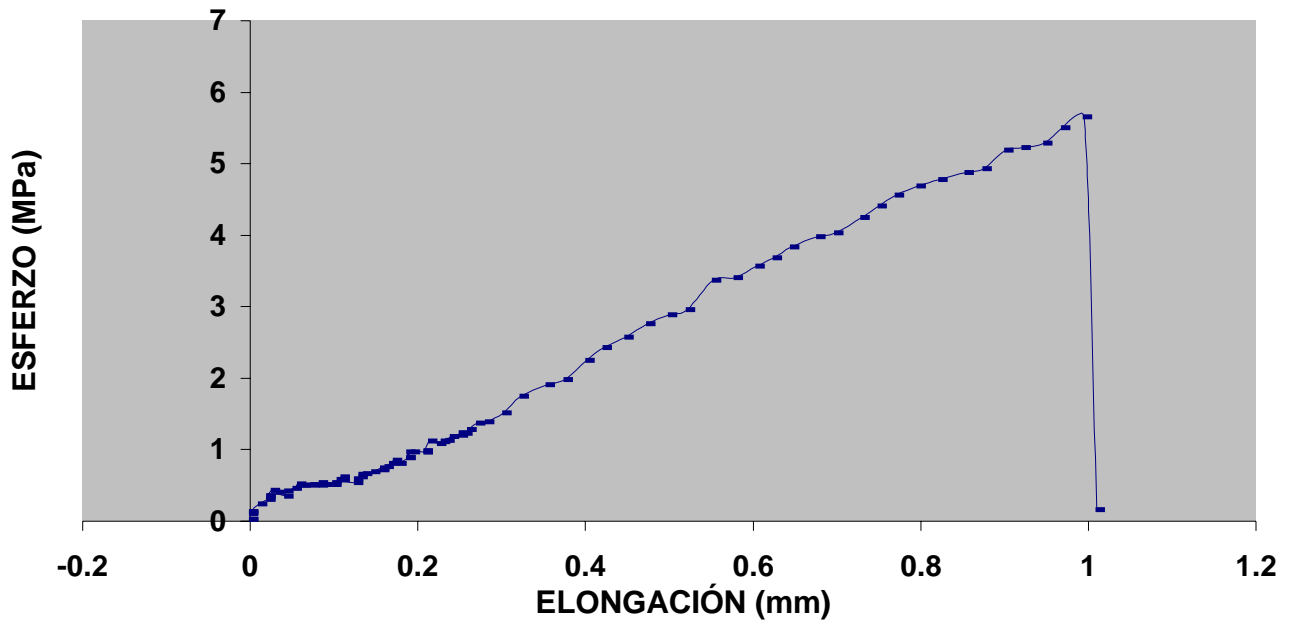


## GRAFICA ESFUERZO - ELONGACIÓN PARA LA PROBETA 3

(t = 3.175 mm)

Velocidad de carga 6 mm/min

Material PMMA

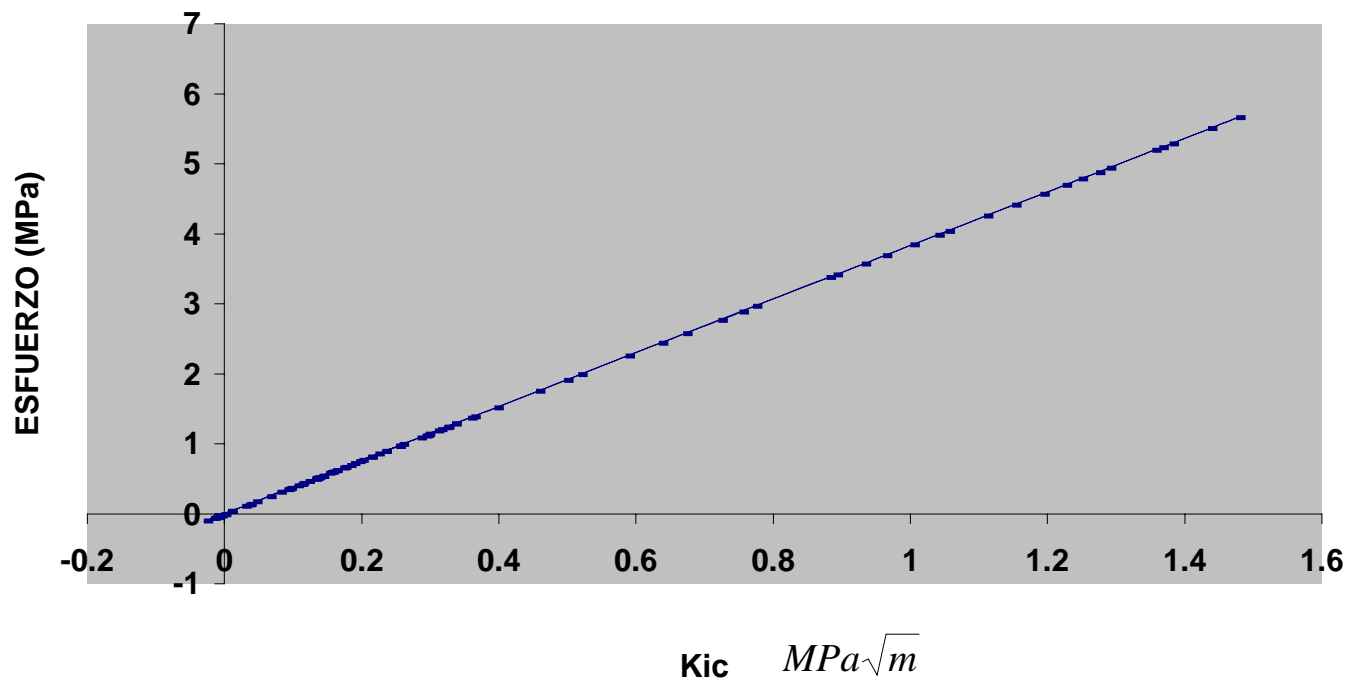


## GRAFICA COMPARATIVA ESFUERZO - KIC PARA LA PROBETA 3

(t = 3.175 mm)

Velocidad de carga 6 mm/min

Material PMMA



## ANEXO 7

### PROCESO DE ELABORACIÓN DEL MODELO EN ANSYS 5.5

#### Preliminares para la definición del material en estudio

Uno de los primeros pasos para la elaboración del modelo, es declarar el elemento a ensayar como un elemento *estructural*.

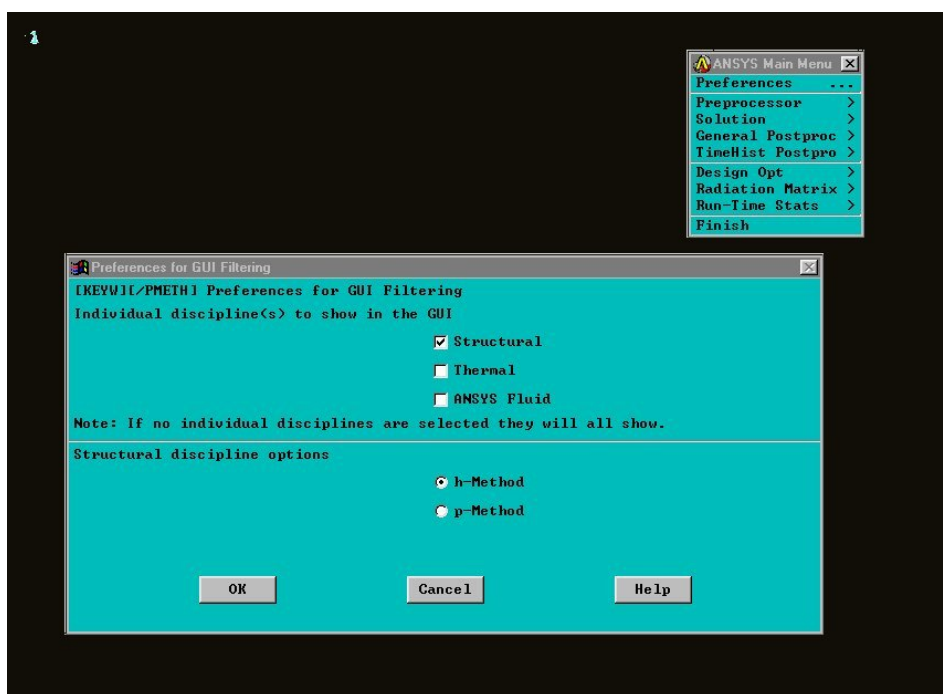


Fig. A-3 Declaración del elemento estructural

Dentro del Menú principal de Ansys, se selecciona el menú *preferences* y posteriormente la opción: *Structural*.

Una vez que se haya realizado ello, el problema estará comportándose como una estructura.



A continuación, en el menú *Preprocessor* debe seleccionarse el submenú *Element Type* y posteriormente *add*.

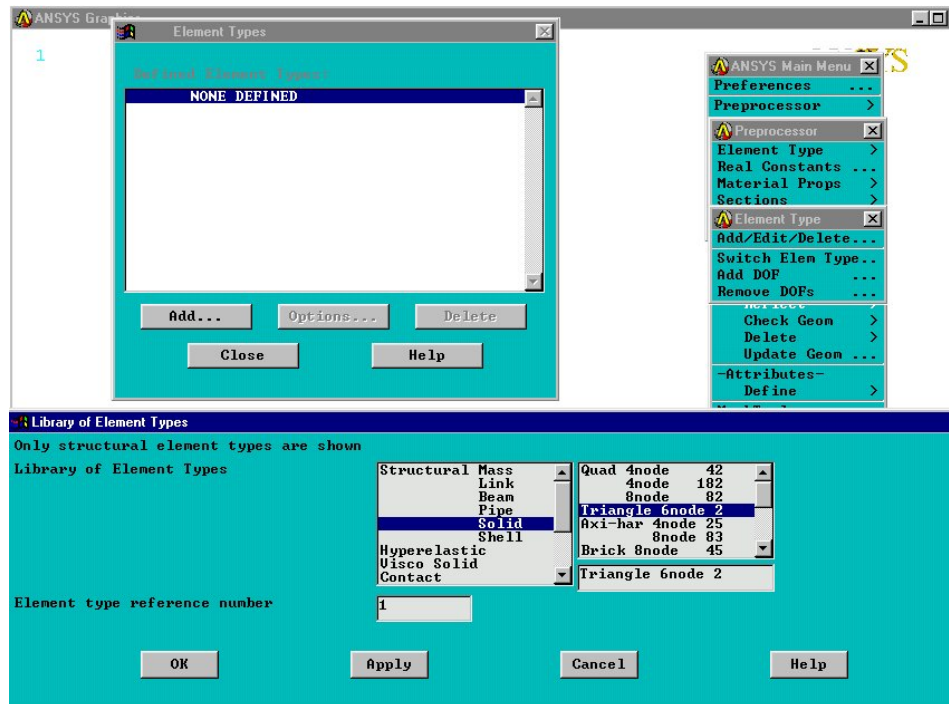


Fig. A-4 Declaración del método de división

Con lo anterior se consigue entrar a la librería de los tipos de elementos del programa, con lo cual se conseguirá establecer el tipo de elemento a simular. En este caso, se debe seleccionar el tipo *Structural Solid* para el caso de *Triangle 6 Node 2* como método de solución y generación de la malla del elemento, recomendado por el programa propio.

Para introducir las propiedades mecánicas del elemento a modelar, debe seleccionarse lo siguiente: *Material Props, Constant Isotropic, Ok*.

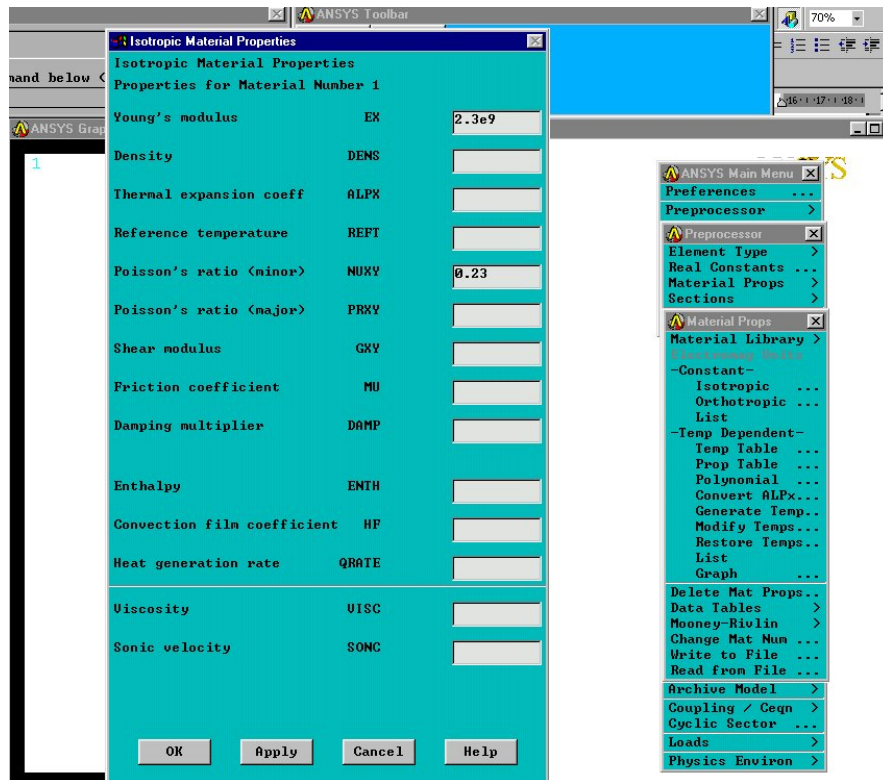


Fig. A-5 Declaración de las propiedades mecánicas del elemento

Con ello se logra obtener el menú para introducir las propiedades mecánicas para un material isotrópico. Por lo tanto, los valores del Módulo de elasticidad o de Young de *2.3 Gpa* y la relación de Poisson menor *0.23* deben ser introducidas.

Para agregar el espesor del material, debe seleccionarse la opción de *Real Constants, Add y Type*.

**NOTA:** Antes de comenzar a crear el modelo de manera gráfica, es muy importante salvar el archivo para cada una de las secuencias que se mencionan a continuación.

La manera de guardar el archivo debe hacerse en dos formas:

La primera está en el menú **FILE, SAVE AS**.

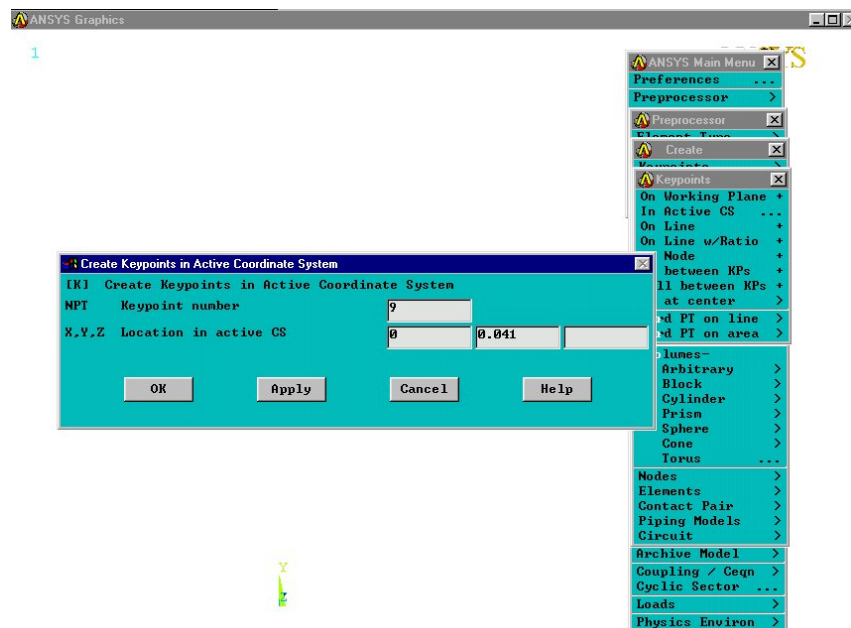
Y posteriormente debe seleccionarse en la barra de herramientas de ANSYS, la opción **SAVE\_DB**.

### Creación del modelo a simular

Una vez que se haya completado esto, se podrá dibujar el modelo mediante la generación de *keypoints*. Para esto, se emplea cada una de las coordenadas de los puntos de intersección conocidos. Esto es, introducir las coordenadas del elemento a modelar en metros. A este último parámetro se le conoce como *Keypoints* y proporciona la ubicación exacta de los nodos que conforman a la probeta.

En el programa debe seleccionarse la secuencia siguiente: *Preprocessor, Modeling Create, Keypoints, On active CS*.

Fig. A-6 Declaración de los Keypoints



Con esto, se introduce primero el número del Keypoint y las coordenadas en x, y y z respectivamente.

Por tanto, la secuencia a introducir sería la siguiente:

*NPT Keypoint number: 1; X, Y, Z Location in active CS: 0, 0, Apply.*

*NPT Keypoint number: 2; X, Y, Z Location in active CS: 0.042, 0, Apply.*

*NPT Keypoint number: 3; X, Y, Z Location in active CS: 0.041, 0.042, Apply.*

*NPT Keypoint number: 4; X, Y, Z Location in active CS: 0.041, 0.081, Apply.*

*NPT Keypoint number: 5; X, Y, Z Location in active CS: 0, 0.081, Apply.*

*NPT Keypoint number: 6; X, Y, Z Location in active CS: 0, 0.041, Apply.*

*NPT Keypoint number: 7; X, Y, Z Location in active CS: 0.01, 0.041 Apply.*

*NPT Keypoint number: 8; X, Y, Z Location in active CS: 0, 0.041, Apply.*

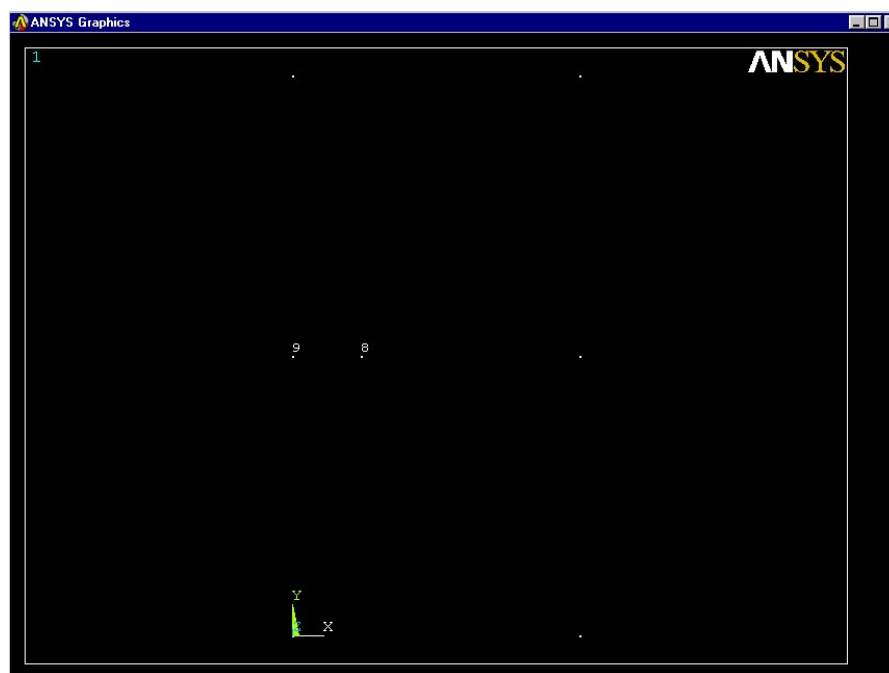


Fig. A-7 Keypoints formados

A continuación se deben crear las líneas que unan a los keypoints generados. Para esto, se debe emplear la siguiente secuencia:

*Preprocessor, Modeling Create, Lines, Straight Line.*

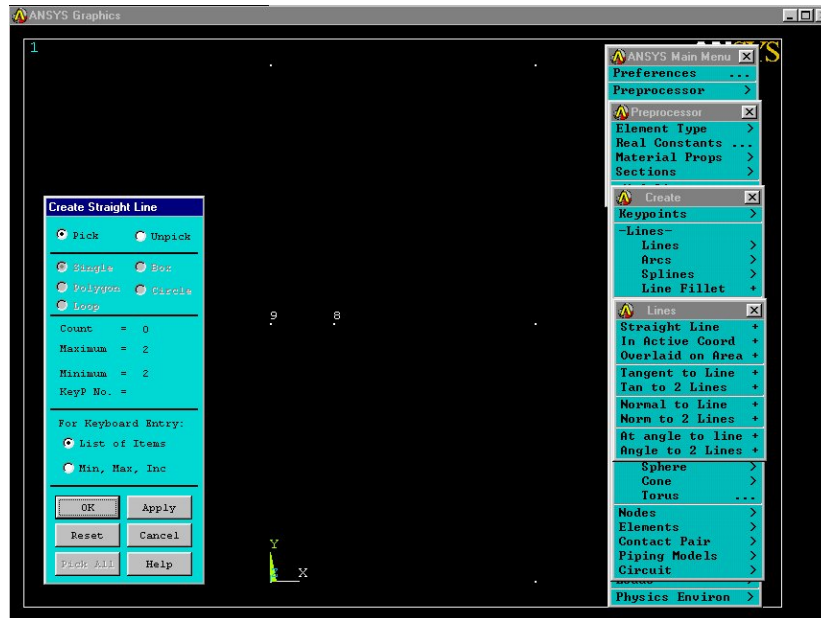


Fig. A-8 Creación de las líneas de la probeta de fractura

La manera de realizar dichas líneas es sencilla y basta únicamente con comenzar a seleccionar desde el nodo 1 hacia el nodo 2 y así sucesivamente, hasta cerrar completamente el modelo trazado.

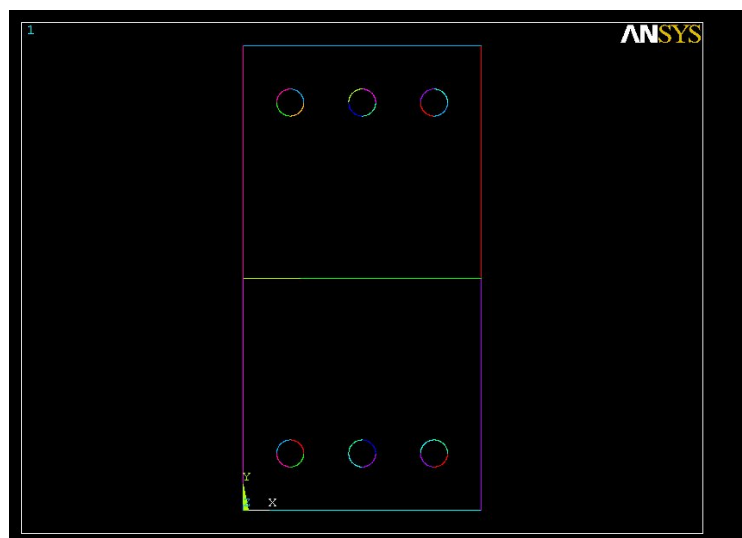


Fig. A-9 Contorno de la probeta de fractura

**Nota:** En los nodos o Keypoints 6, 7 y 8 debe realizarse una conexión cuidadosa, de tal forma que al observarse el menú en el que se indique el numero de Keypoint a seleccionar, deberá tenerse cuidado en seleccionar el adecuado. Todo esto es debido a que con estos tres nodos, se genera la grieta requerida para el ensayo de fractura.

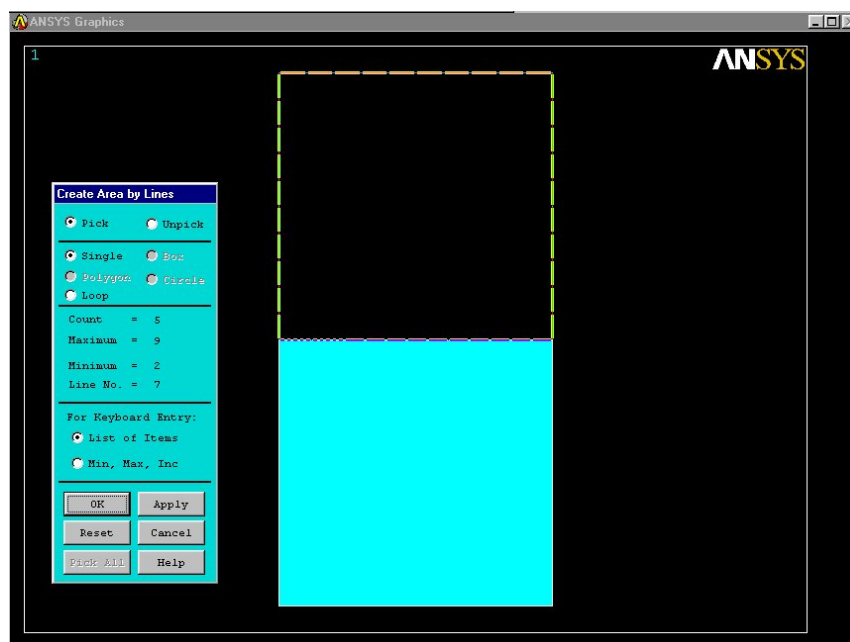
Una vez que se tenga esto, deben crearse las áreas que conformarán las áreas necesarias para la generación del mallado del elemento.

Debe seleccionarse la siguiente secuencia:

*Preprocessor, Modeling Create, Areas, Arbitrary, by lines.*

De igual modo que para las líneas, se debe llevar un orden para crear primero una de las áreas. Se debe comenzar por la línea 1, 2, 7, 8 y 9 para conformar el área inferior.

Posteriormente se seleccionan las líneas 3, 4, 5, 6 y 7 para crear el área superior.



**Fig. A-10 Creación de las áreas de la probeta de fractura**

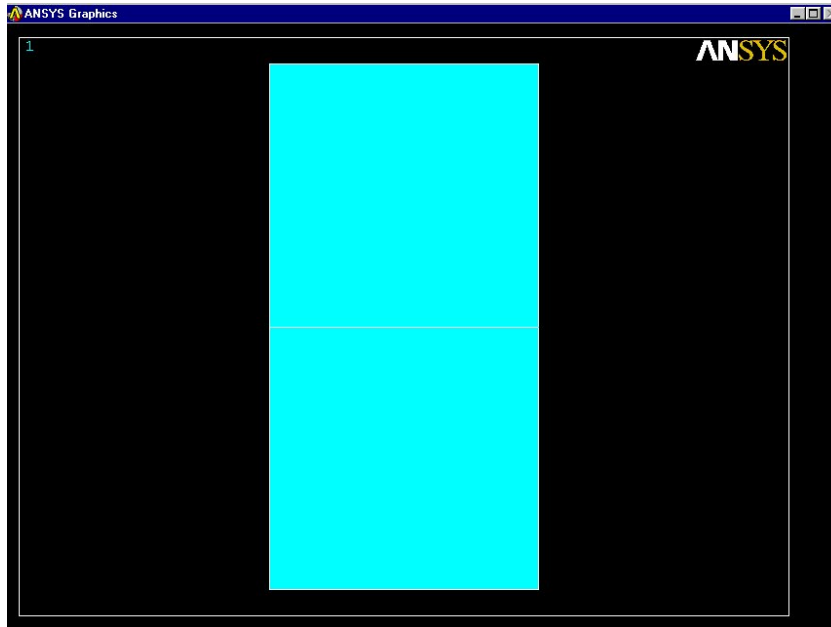
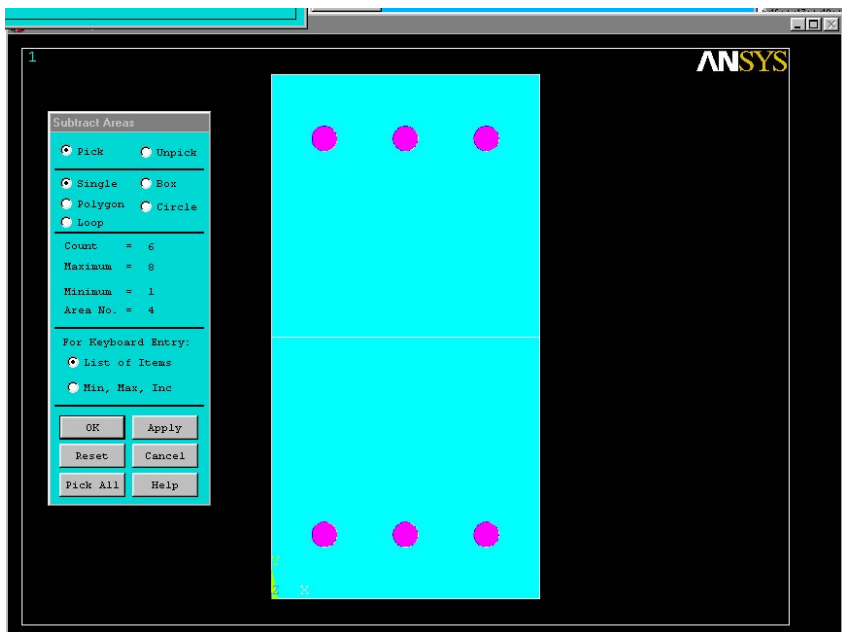


Fig. A-11 Áreas conformadas de la probeta de fractura

Deben crearse además los orificios por los cuales la probeta se ha sujetado al momento de hacer el ensayo de tensión. Para esto, se elige la siguiente secuencia:

Preprocessor, Modeling Create, Areas, Circle, Solid Circular Area.

Fig. A-12 Creación de los barrenos de sujeción



Se deben proporcionar las coordenadas en x e y correspondientes y el valor del radio de los barrenos realizados en las probetas.

La secuencia a introducir es la siguiente:

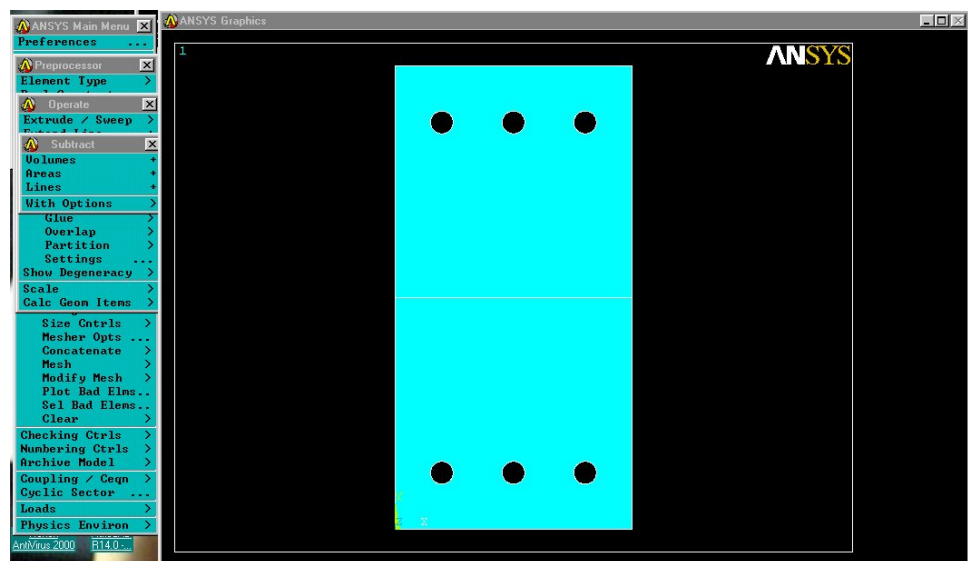
WP X: 0.0083	WP Y: 0.01	Radius: 0.002
<i>WP X: 0.021</i>	<i>WP Y: 0.01</i>	<i>Radius: 0.002</i>
<i>WP X: 0.0337</i>	<i>WP Y: 0.01</i>	<i>Radius: 0.002</i>
WP X: 0.0083	WP Y: 0.072	Radius: 0.002
<i>WP X: 0.021</i>	<i>WP Y: 0.072</i>	<i>Radius: 0.002</i>
<i>WP X: 0.0337</i>	<i>WP Y: 0.072</i>	<i>Radius: 0.002</i>

Se sustraen las áreas creadas para los barrenos del área total de la siguiente forma:

### *Preprocessor, Operate, Subtract, Areas*

*Para esto, se selecciona primero el área mayor de la cual se sustraerán dichos barrenos. Posteriormente, deben seleccionarse los barrenos a remover y con esto tener el área neta requerida para efectuar el mallado posterior.*

Fig. A-13 Áreas sustraídas





**Nota:** Es muy importante tener una resolución de monitor de por lo menos 800 x 600 pixeles para efectuar esta operación y que el área de trabajo (ANSYS Graphics) abarque el espécimen completo, ya que se puede registrar un error de memoria y con esto la operación no podrá ser efectuada.

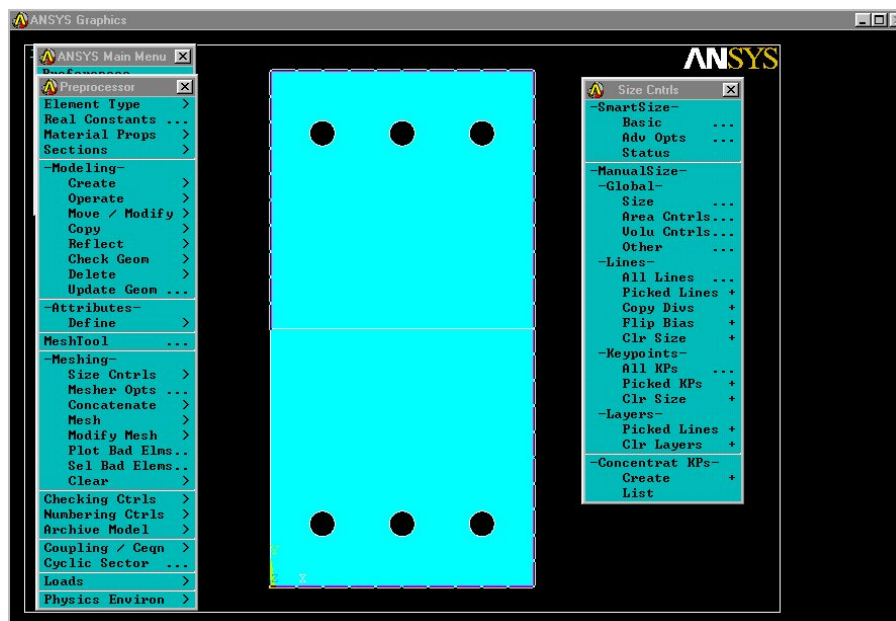
### Creación del mallado para la división por Elementos Finitos

Una de las operaciones más importantes y difíciles de realizar es la generación de la malla con la cual el elemento quede dividido en elementos finitos. Aquí influye demasiado el tipo de procesador con el que cuenta el equipo de computo, ya que la velocidad y la capacidad de generación de los elementos finitos estarán en función de ello y de la cantidad de memoria gráfica y RAM.

El elemento generado ha sido mallado empleando una PC-Intel Pentium III – 866 Mhz – 256 MB en RAM y 32 MB en memoria gráfica.

El proceso para la generación del mallado requiere de la siguiente secuencia:

#### *Preprocessor, Meshing, Size Cntrls.*



**Fig. A-14**  
Delimitación del  
Área de  
mallado

Con esta operación se establecen las fronteras a partir de la cual el elemento será dividido. En esta operación se elige un número para el cual, entre mayor sea, se tendrá una mejor la calidad y un grado de fineza de la malla generada.

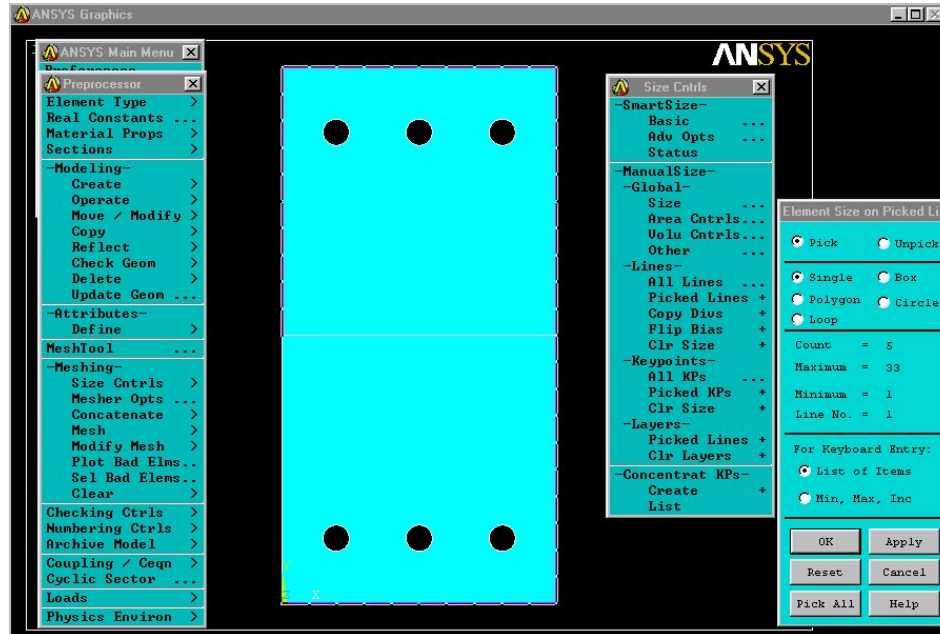


Fig. A-15 Áreas delimitadas

Para el caso de la probeta de fractura se ha optado por introducir un valor de 25. Este valor es el tamaño de cada elemento de la malla.

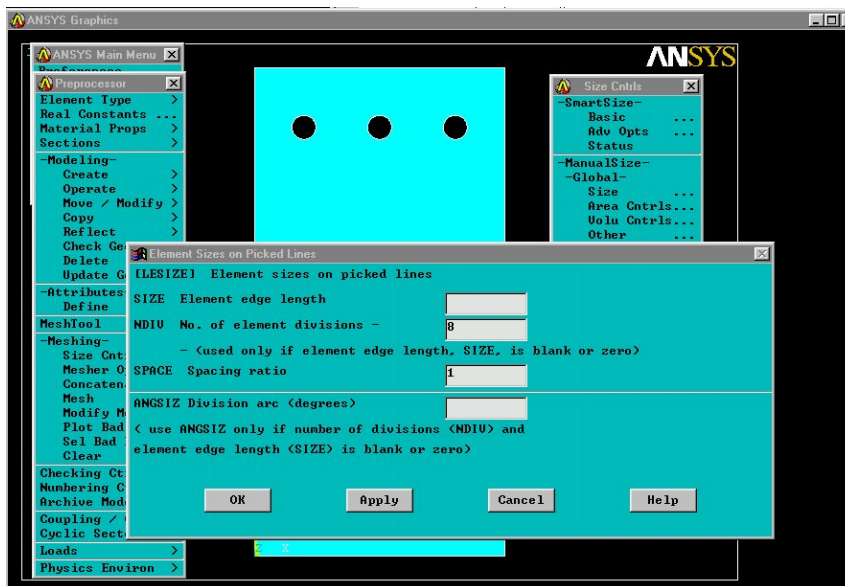
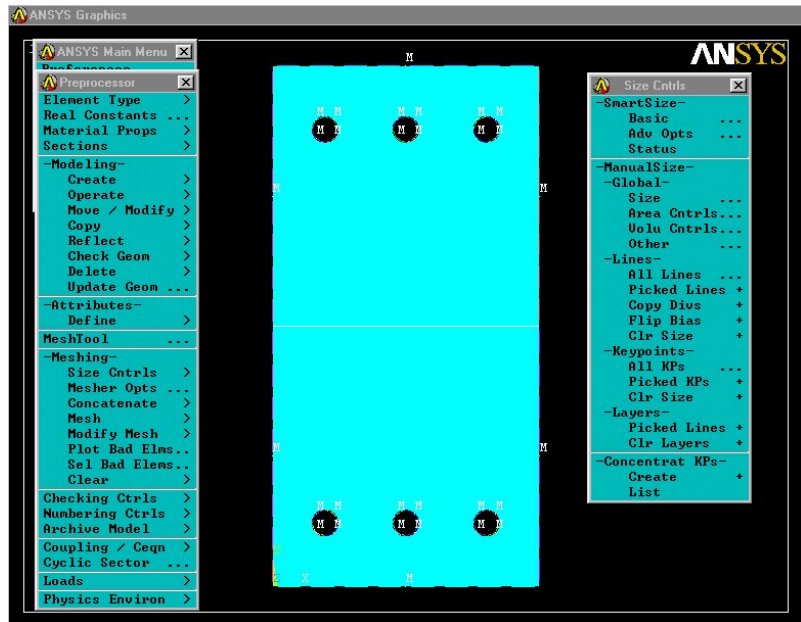


Fig. A-16  
Asignación del  
valor de  
división

Debido a que la probeta contiene algunos barrenos, se requiere proporcionar también un tamaño para el cual los elementos deban ser divididos en las fronteras de dichos barrenos. El número elegido es el mismo, aunque no se recomienda mucho por motivos de memoria. Debido a que el área tiene un tamaño inferior y requiere de un nivel de definición amplio los elementos de la malla convergerán en esa zona.

Fig. A-17  
Delimitación de los  
barrenos



### Método para la generación de la malla libre

La generación de la malla una vez definidos los parámetros anteriores, obedece a los siguientes comandos:

*Preprocessor, Meshing, Mesh, Areas, Free.*

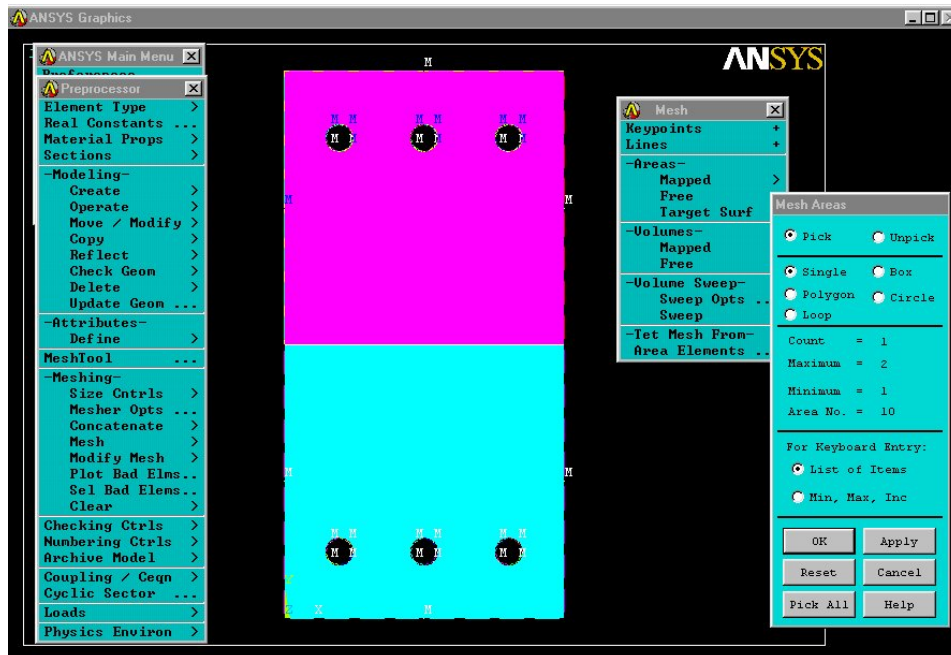


Fig. A-18 Elección de las áreas a mallar

Con esto, se consigue generar una malla definida en las zonas de concentración de esfuerzos (Barrenos).



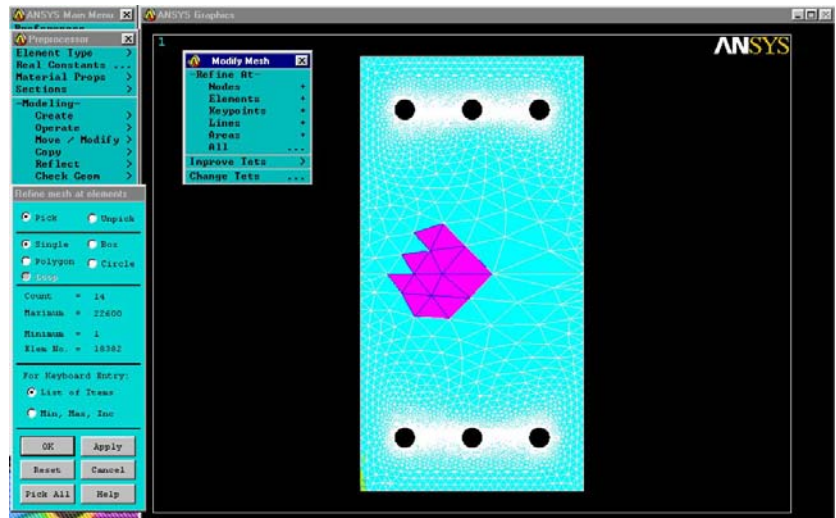
Fig. A-19 Proceso de creación del mallado

## Método de Mallado por Modificación

Para la definición de la malla en la punta de la grieta, se requiere emplear la siguiente secuencia de comandos:

*Preprocessor, Meshing, Modify Mesh, Elements.*

Fig. A-20 Modificación de la malla en la punta de la grieta



La acción a seguir será seleccionar los elementos que rodean a la punta de la grieta para dividirlos en elementos cada vez más pequeños.

En la medida en que se puedan tener elementos mucho más pequeños alrededor de la punta de la grieta, se tendrán valores de esfuerzo y de  $K_{IC}$  más precisos.



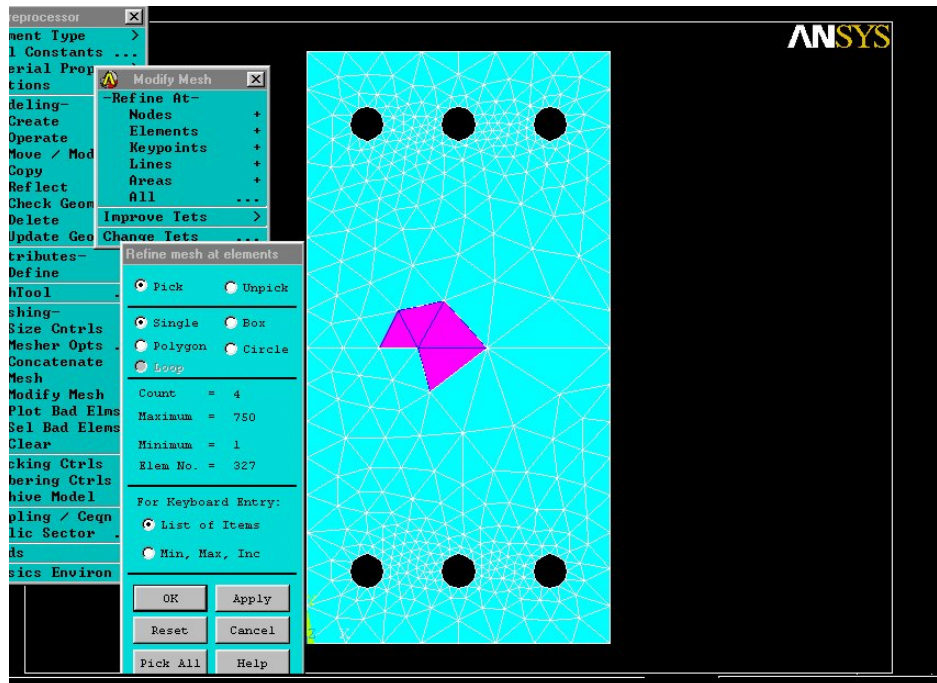


Fig. A-21 Selección de los elementos de la malla a modificar

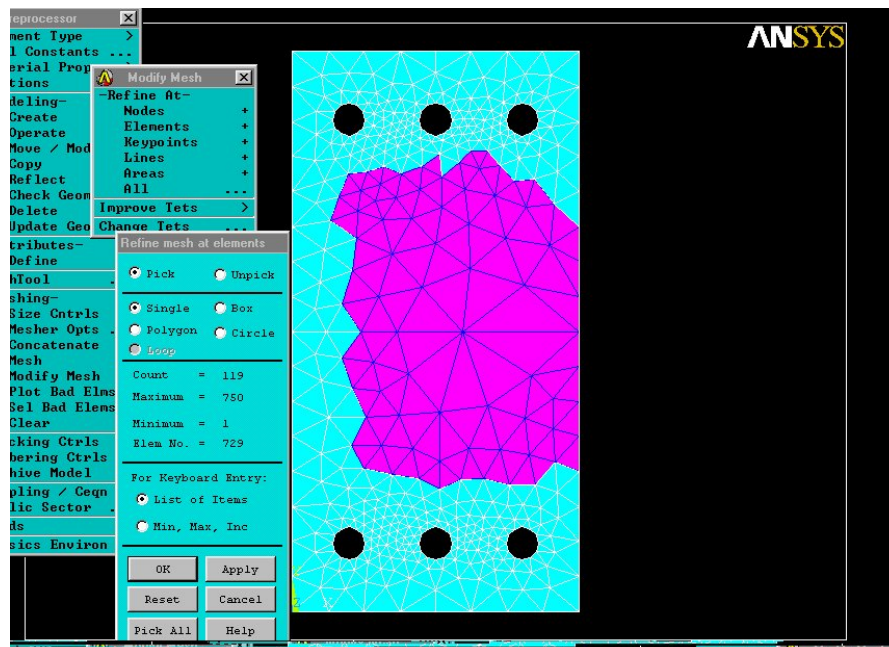


Fig. A-22 Elementos seleccionados para la modificación de la malla

Para esto, debe crearse una selección de elementos en forma circular alrededor de la punta de la grieta, y seleccionar una división de los elementos de 4, por recomendación de ANSYS. Es muy importante hacer mención que entre mas capacidad en procesamiento y memoria gráfica, será mayor el número de divisiones a elegir.

Fig. A-23  
Asignación del  
valor de división  
de los elementos  
seleccionados

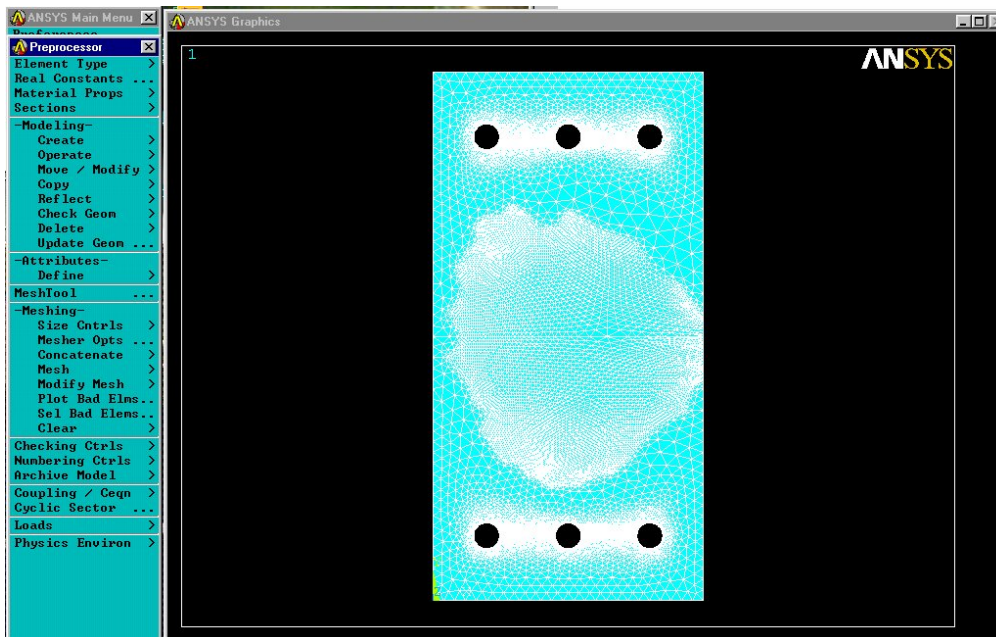
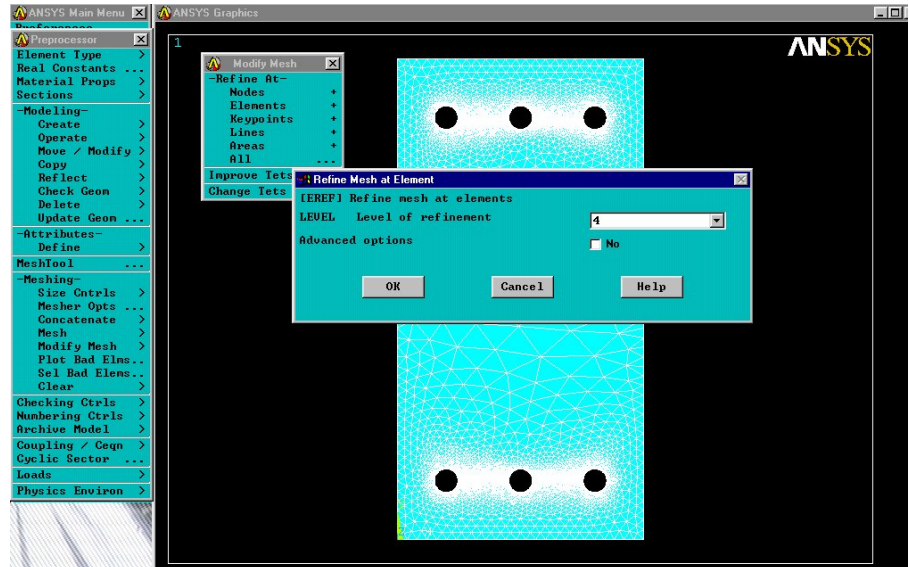


Fig. A-24 Malla  
modificada en  
la punta de la  
grieta



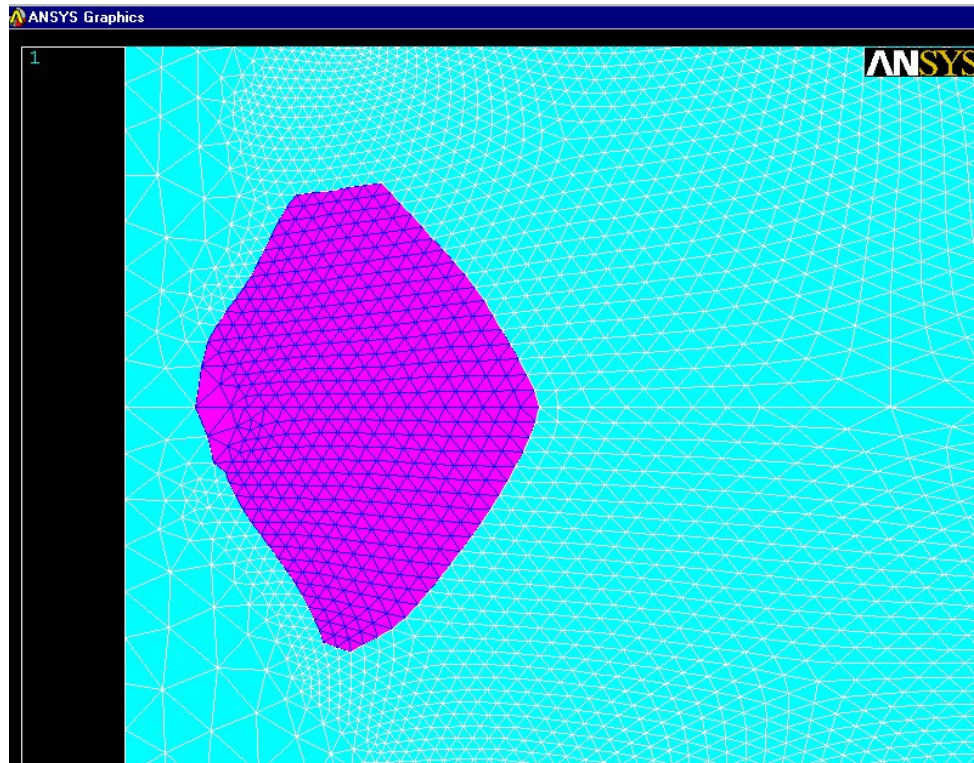


Fig. A-25 Acercamiento y selección de elementos de la malla modificada

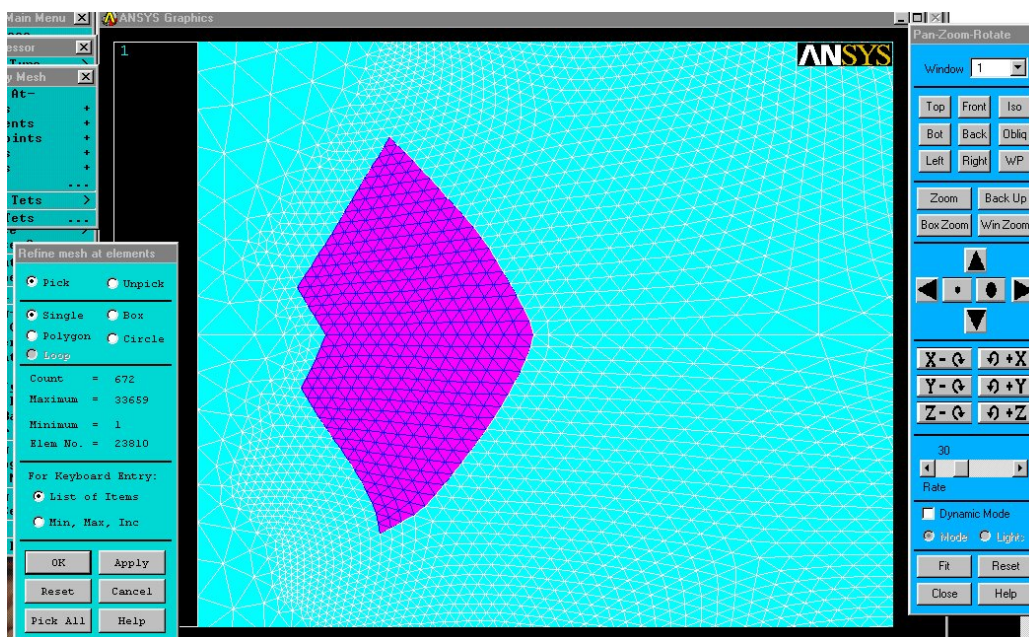


Fig. A-26 Selección circular de los elementos de la malla a modificar



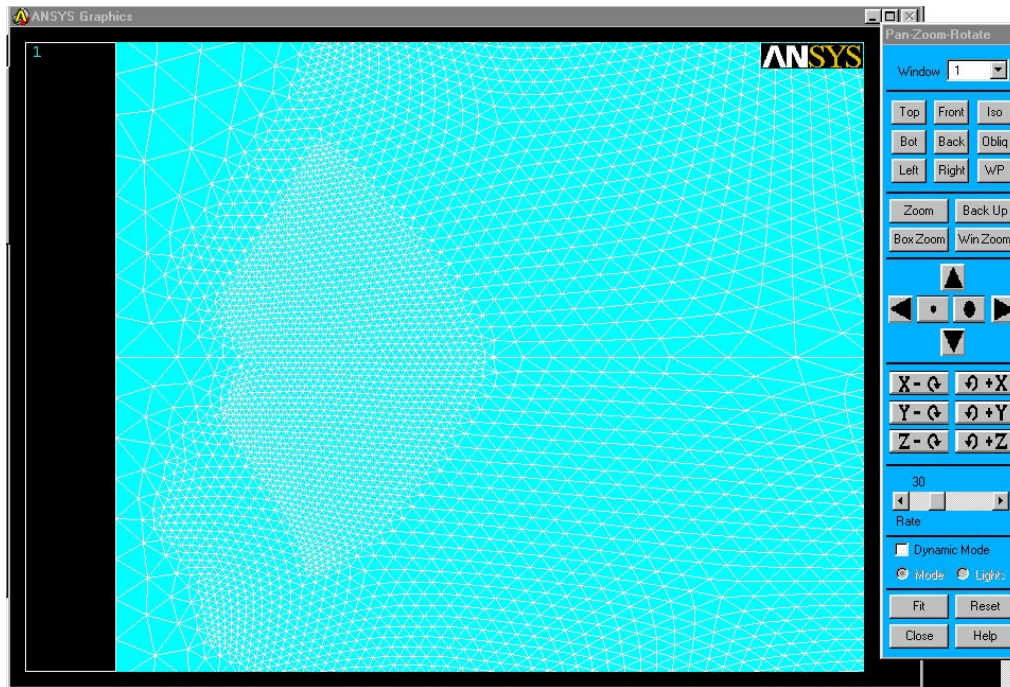


Fig. A-27 Aspecto de la malla modificada o refinada

### Aplicación de las cargas aplicadas a la probeta de fractura

Una vez que se tiene el elemento mallado, se procede a aplicar las condiciones de carga.

Para esto, es necesario seleccionar la siguiente secuencia de comandos:

*Preprocessor, Loads, Apply, Structural Displacement, On Nodes.*

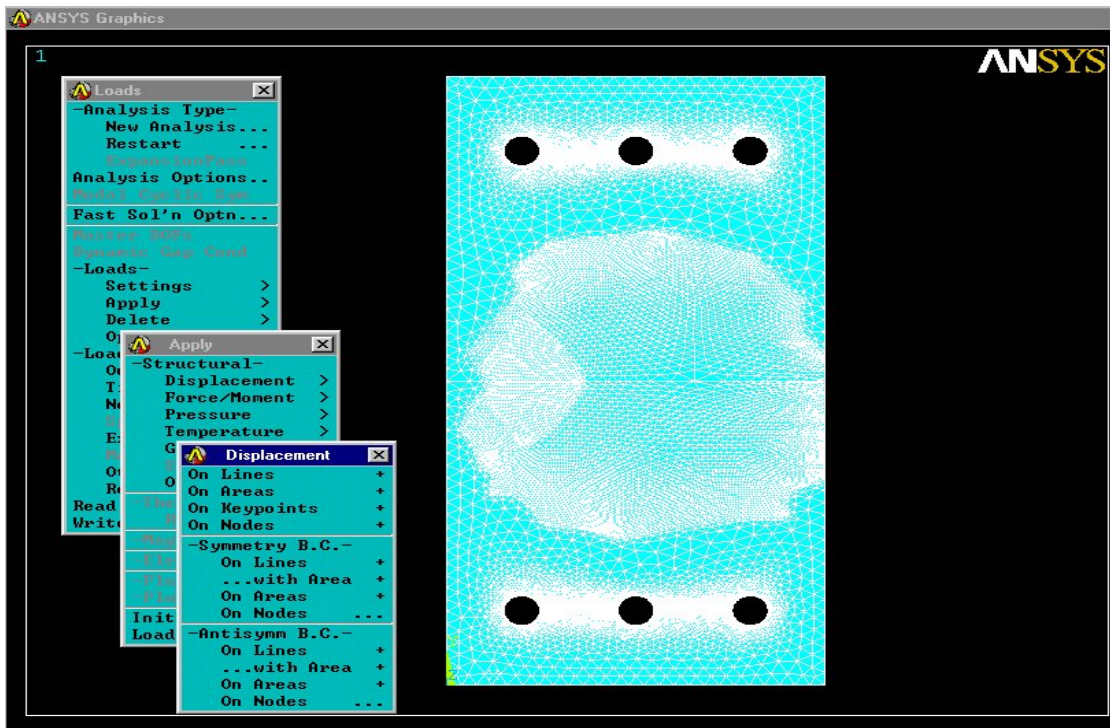


Fig. A-28 Aplicación de empotramiento en la base de la probeta

Una vez que se seleccionen los nodos, debe empotrarse el extremo inferior mediante el commando *All DOF*.

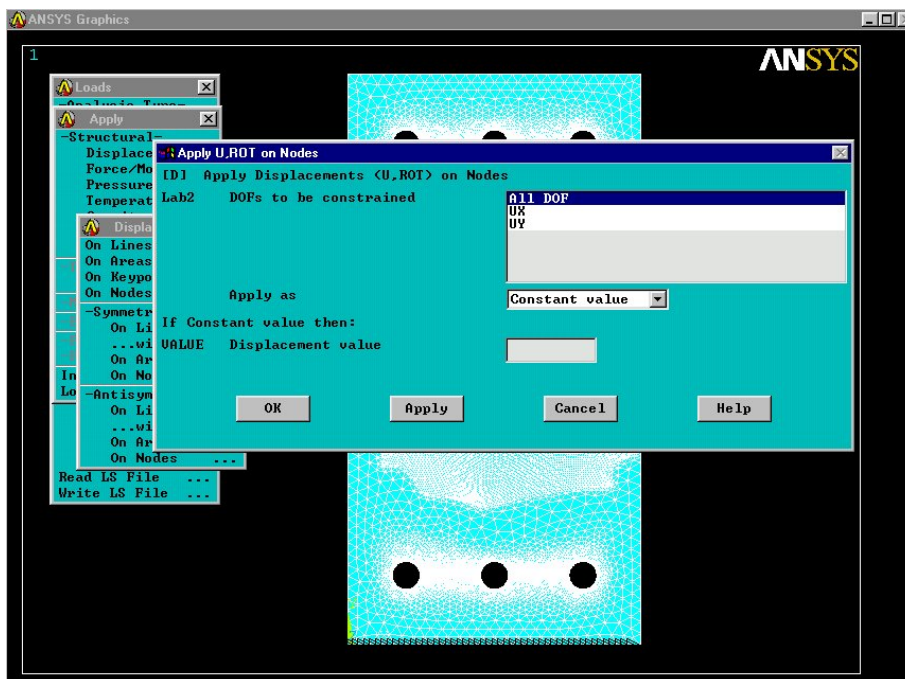


Fig. A-29  
Comando All  
DOF empleado  
para empotrar la  
probeta

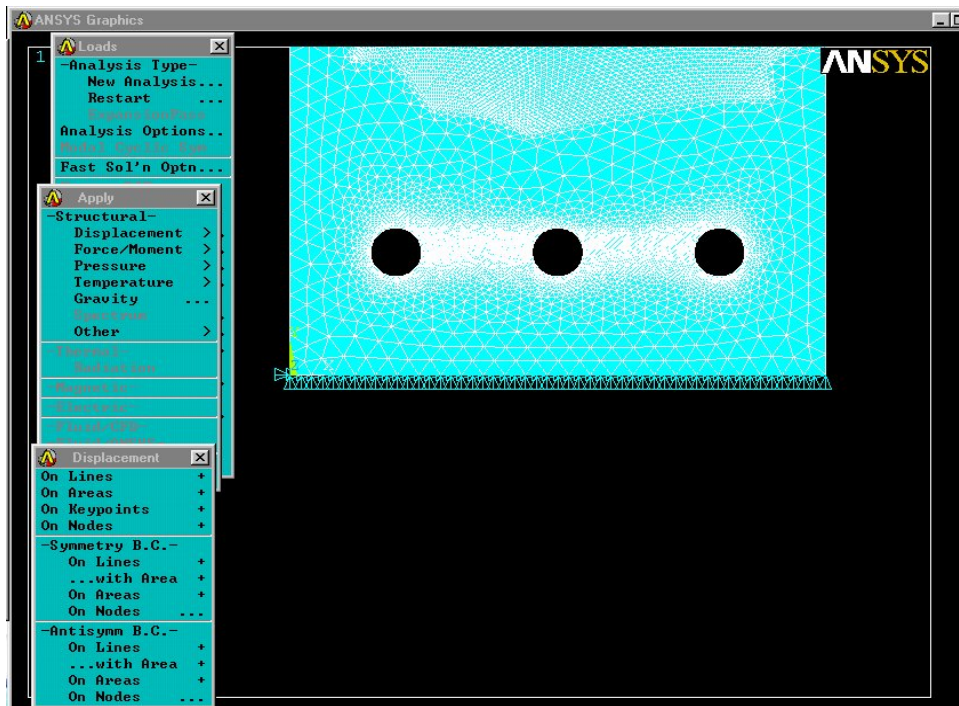


Fig. A-30 Detalle del empotramiento de la probeta

De la misma forma, se selecciona la secuencia:

*Preprocessor, Loads, Apply, Structural Force / Moment, On Nodes.*

Para la aplicación de las cargas de tensión en el extremo superior.

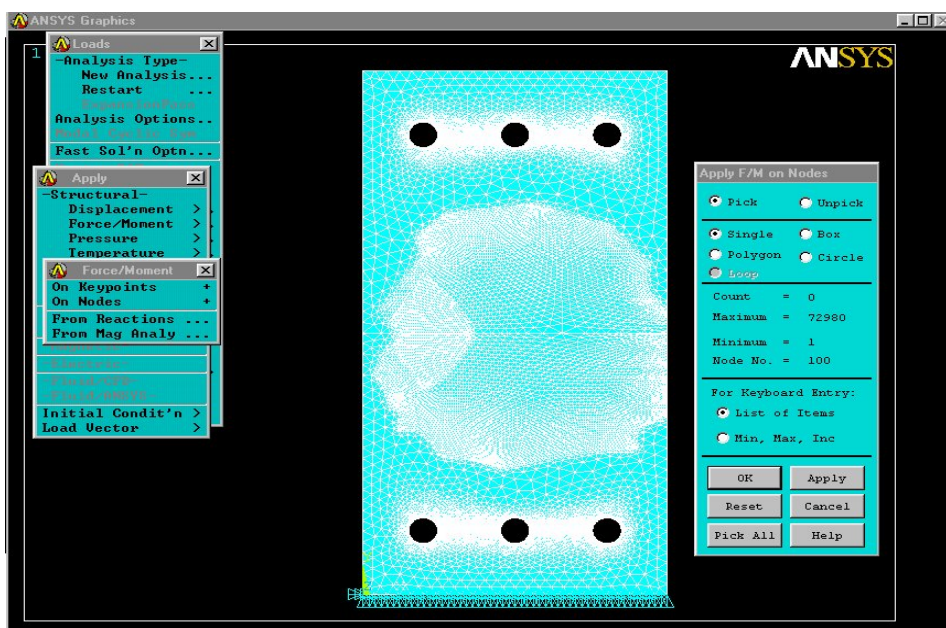


Fig. A-31  
Aplicación de la  
carga tensional  
en el extremo  
de la probeta



Es muy importante hacer el conteo de nodos generados para que la carga que se vaya a aplicar se divida entre dicho número y se tenga con esto una carga totalmente distribuida.

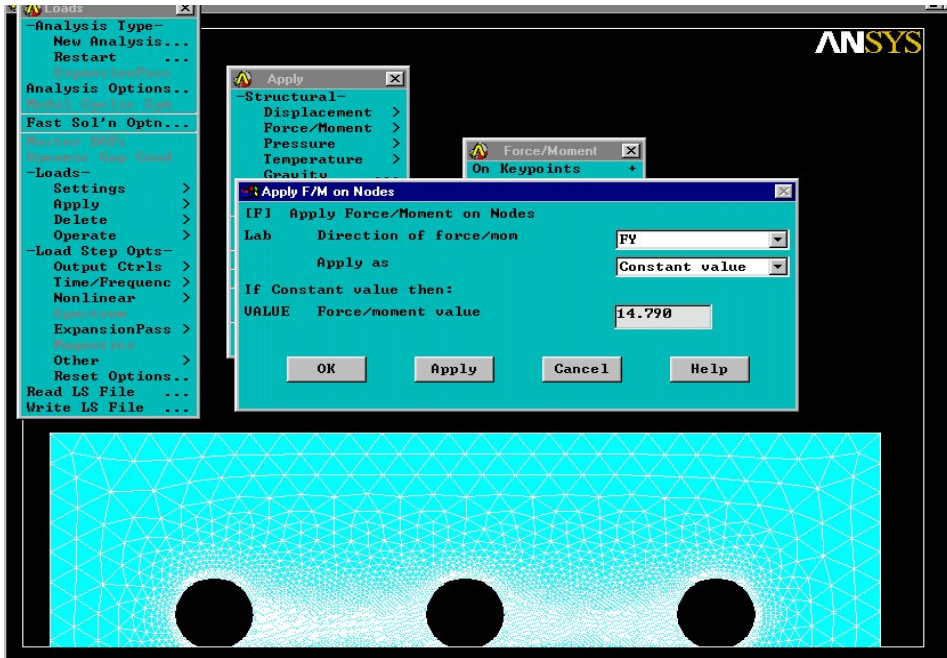
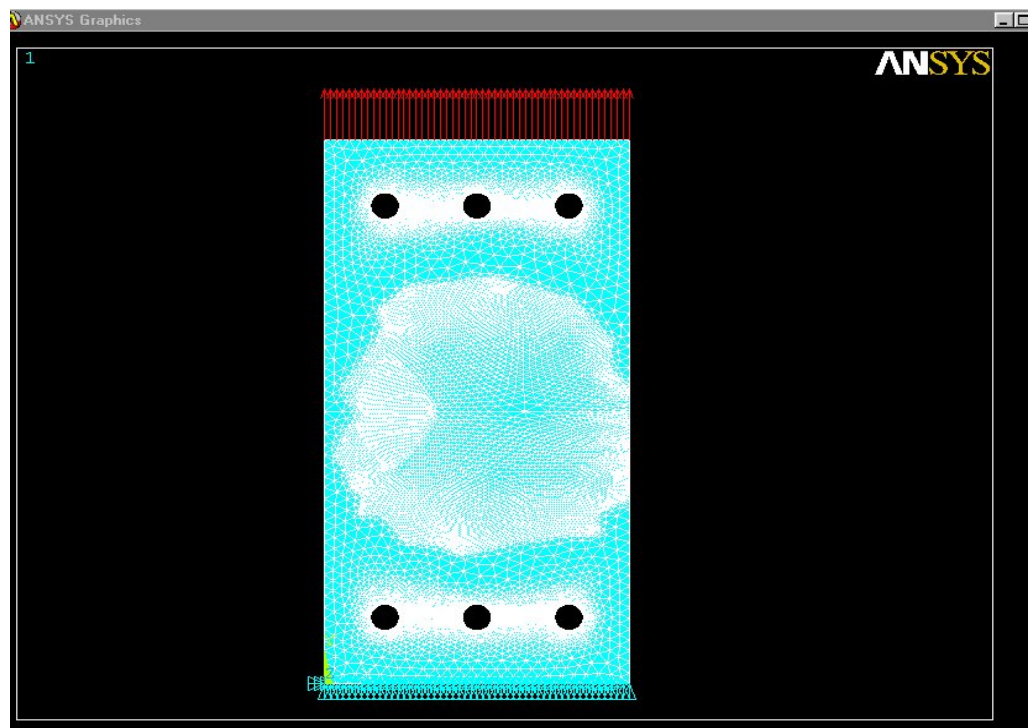


Fig. A-32  
Asignación  
del valor de  
la carga de  
tensión  
distribuida

Fig. A-33  
Aspecto de  
la probeta  
con las  
cargas y  
restricciones  
asignadas



## Solución del problema

Con todos los parámetros aplicados, se procede a resolver el problema mediante el uso de los siguientes comandos:

### *Solution, Solve, Current LS*

El programa iniciará automáticamente a resolver las ecuaciones para el modelo propuesto y nos arrojará la solución inmediata.

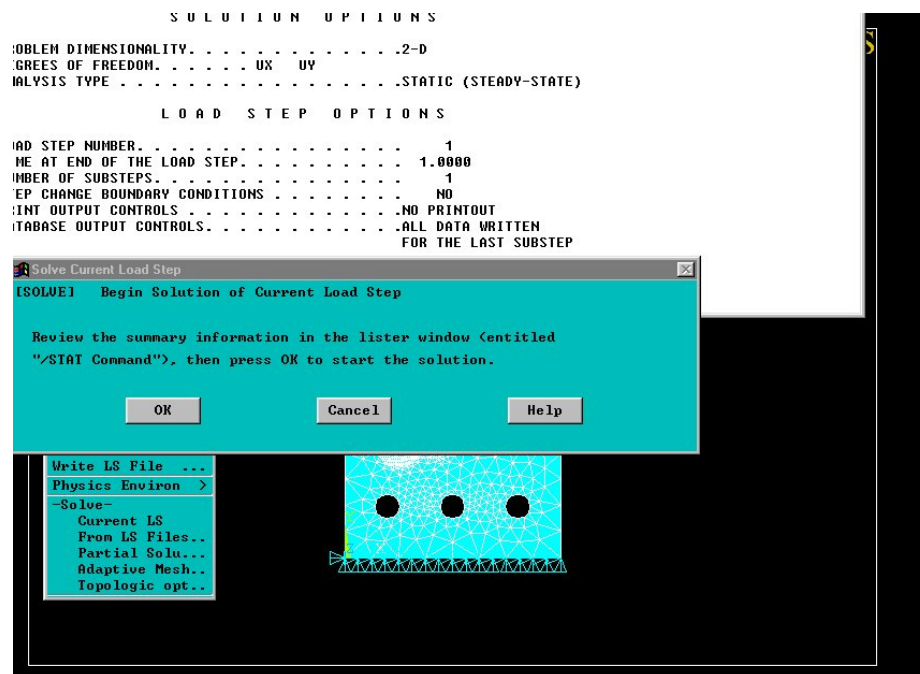


Fig. A-34 Aplicación de los comandos necesarios para resolver el problema

Cabe hacer mención de que entre más compleja sea la malla generada, mayor capacidad en el procesamiento del equipo de cómputo será requerida.

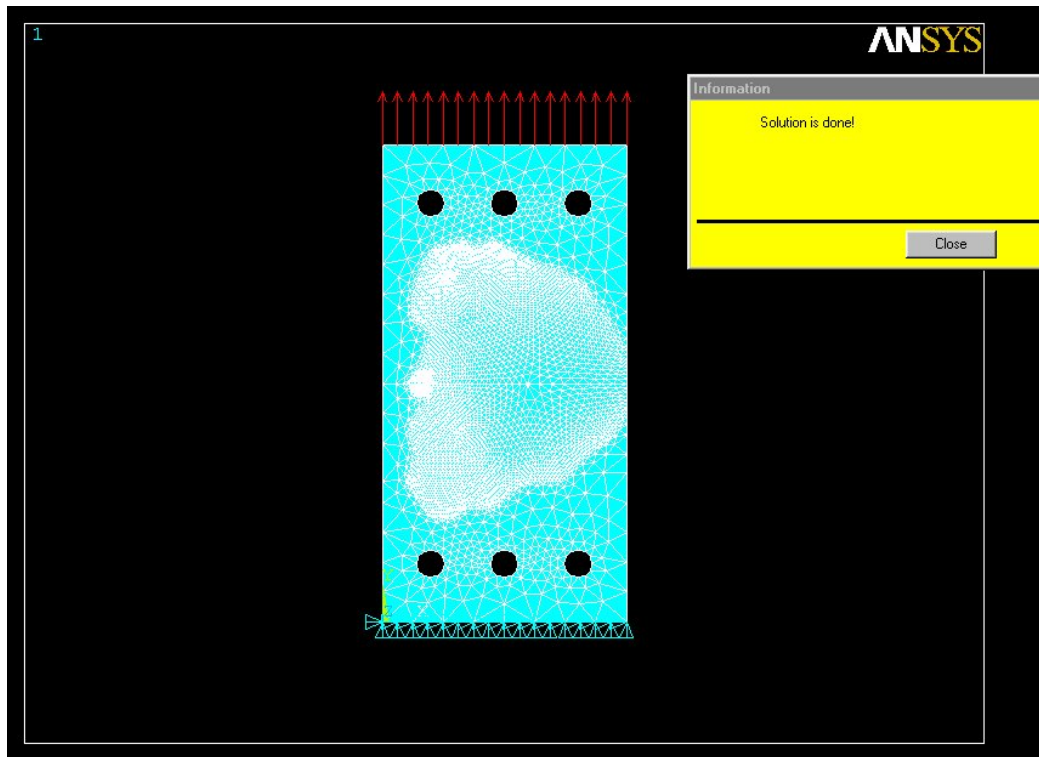


Fig. A-35 Problema resuelto

### Graficación de los resultados

Finalmente se obtienen los resultados gráficos mediante la secuencia:

*General Postproc., Plot Results, Contour Plot, Nodal Solution.*

Aquí se despliega un menú para elegir el método de solución, y elegimos por tanto la obtención del esfuerzo máximo a tensión, y la forma final de la probeta, empleando el Método de Von Mises (Recordando que la teoría de Von Mises proporciona el análisis de esfuerzos para un material isotrópico).

Fig. A-36  
Comandos  
necesarios  
para graficar  
los resultados

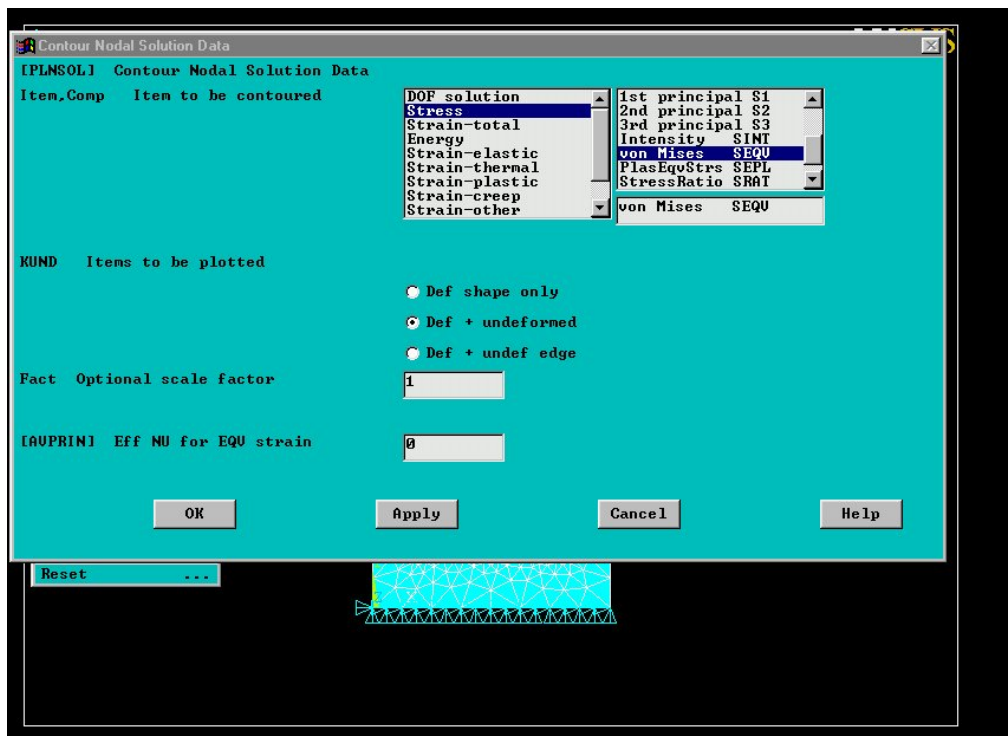
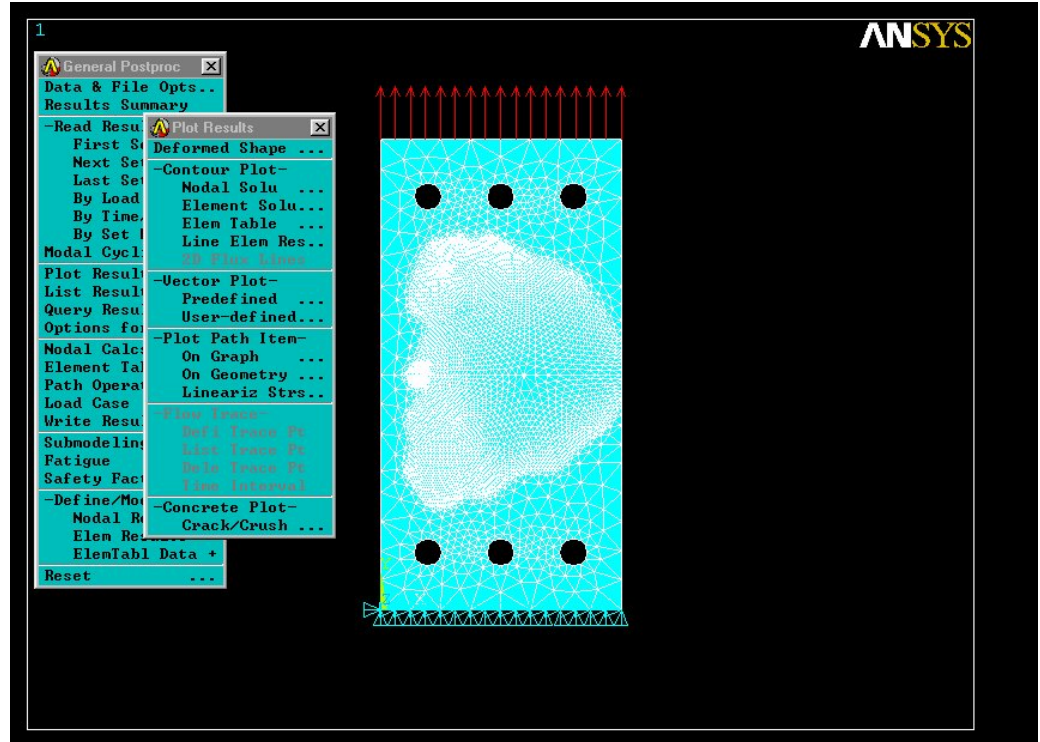


Fig. A-37  
Elección del  
método de  
solución para  
el cálculo de  
los  
parámetros  
mecánicos

Fig. A-38  
 Aspecto de la  
 probeta  
 ensayada.  
 Malla sin  
 deformar y  
 probeta  
 deformada

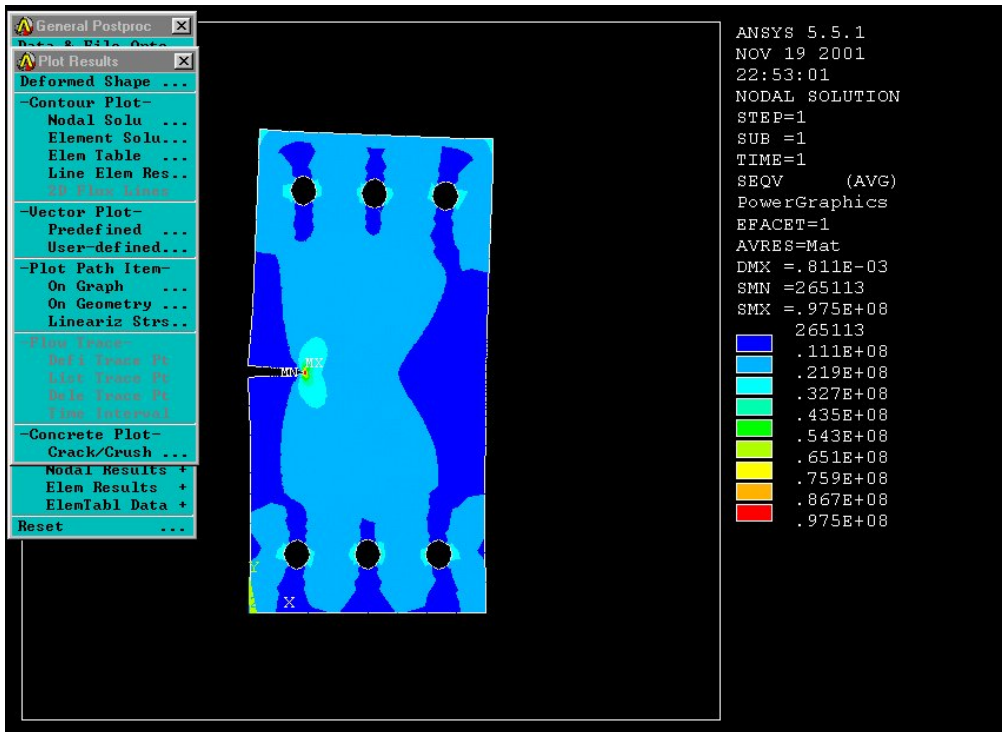
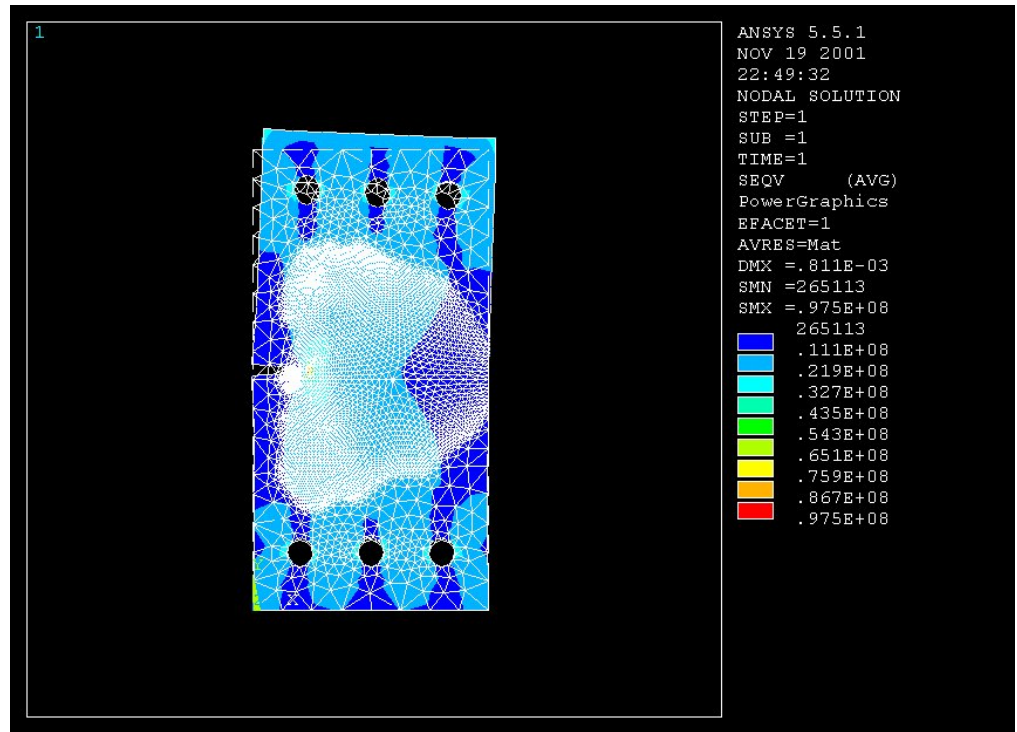


Fig. A-39 Zonas  
 de esfuerzo de  
 la probeta de  
 fractura  
 ensayada



Los resultados de las 3 probetas se muestran en la tabla 5.2.

### Cálculo de la tenacidad a la fractura ( $K_{Ic}$ )

Una vez que se tienen calculados los esfuerzos máximos, es necesario realizar el cálculo del factor de concentración de esfuerzos crítico  $K_{Ic}$ . Este será calculado de la siguiente forma:

*General Postproc, Path Operations, Define Path, By Nodes.*

A continuación se requiere hacer un acercamiento (Zoom) hacia la punta de la grieta y con esto seleccionar 5 puntos.

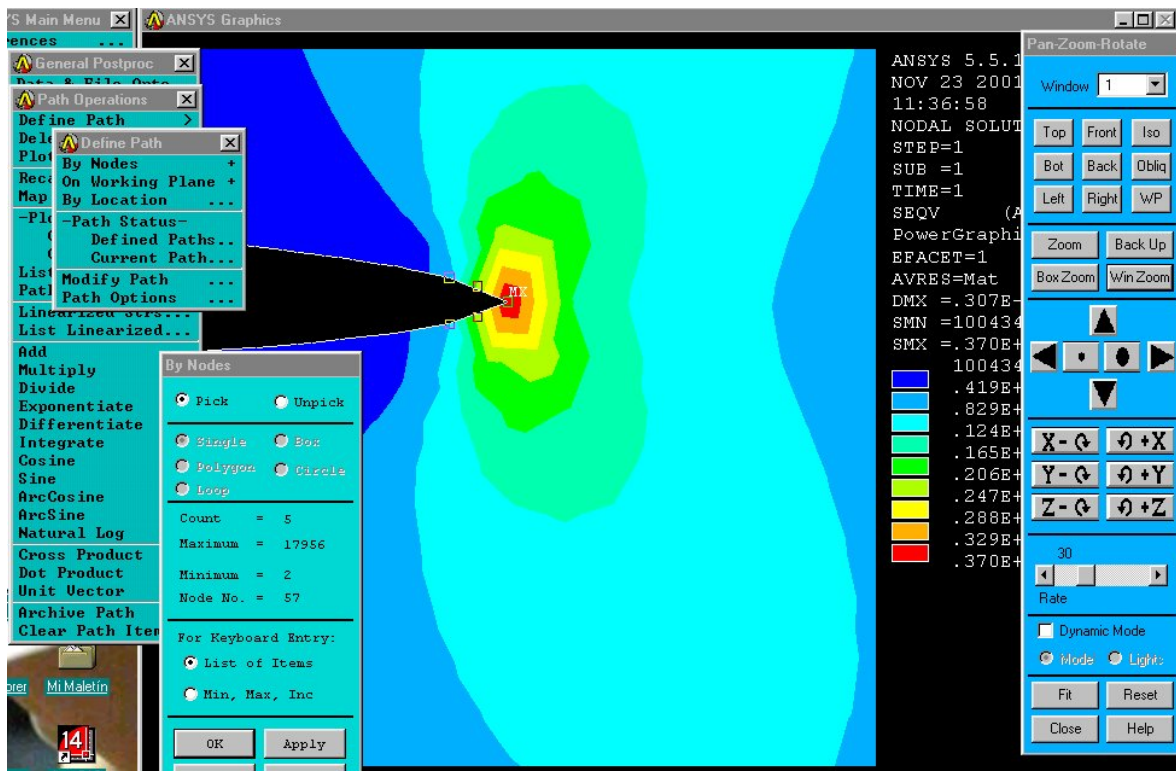


Fig. A-40 Operaciones necesarias para el cálculo de  $K_{Ic}$  en la punta de la grieta

El orden de esta operación debe ser, Nodo 1 = Punta de la grieta, Nodos 2 y 3 = elementos inmediatos superiores y Nodos 4 y 5 = Elementos inmediatos inferiores.

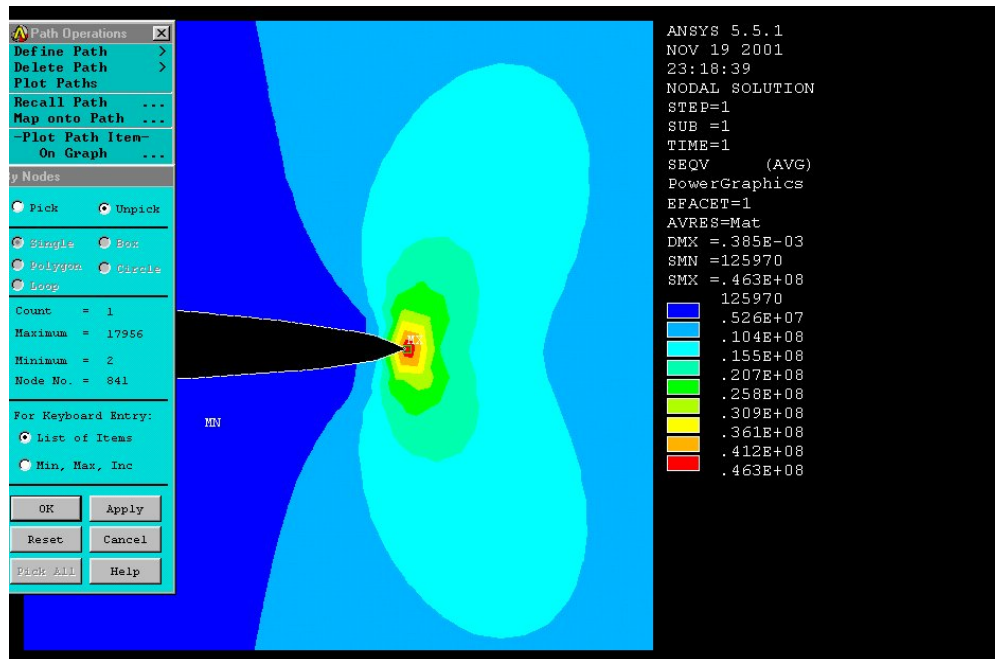
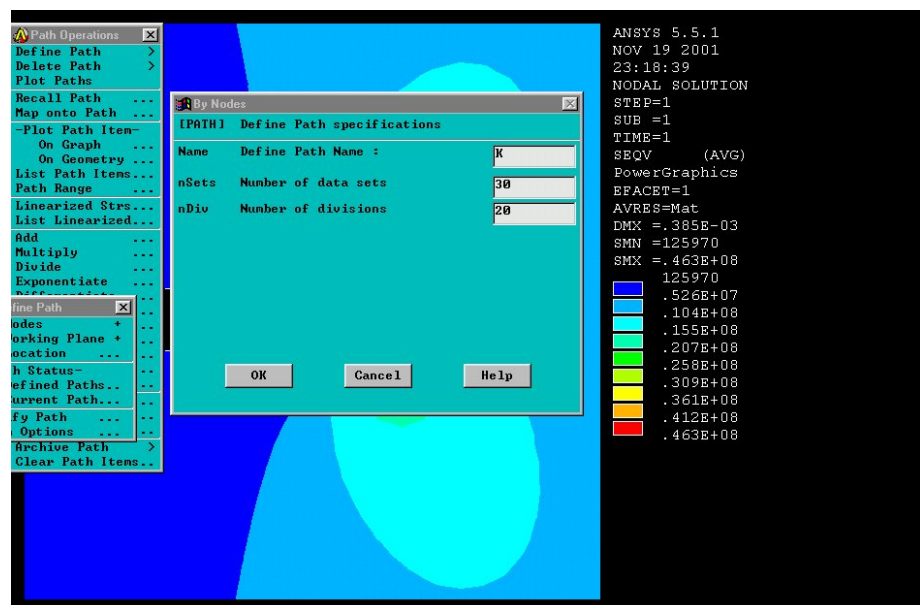


Fig. A-41 Elección de los puntos de calculo para  $K_{IC}$

Se le asigna el nombre al Path como  $K_{IC}$  y se obtiene una tabla para los puntos seleccionados con el valor de K.

Fig. A-42  
Asignación de la  
etiqueta  $K_{IC}$



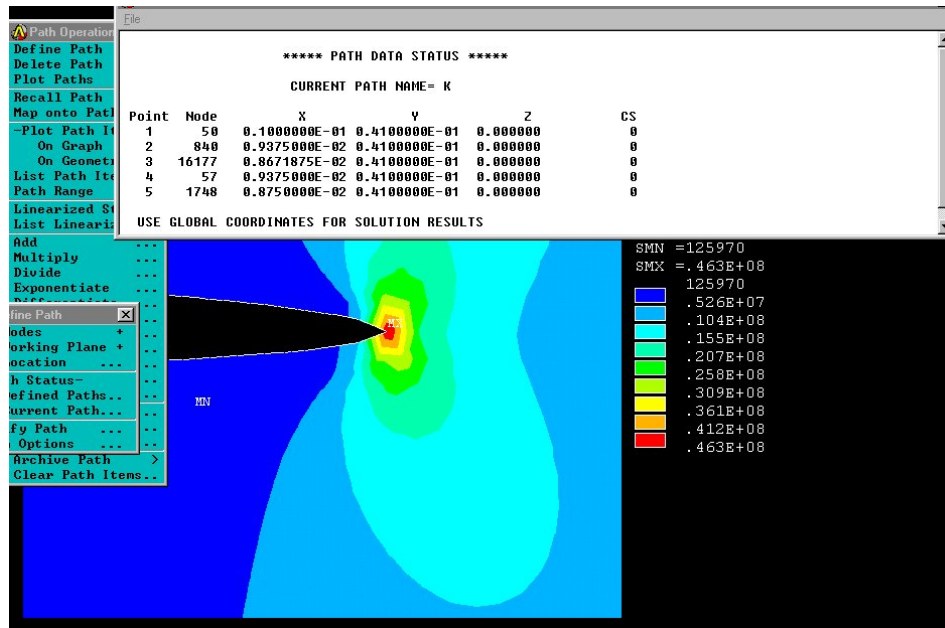


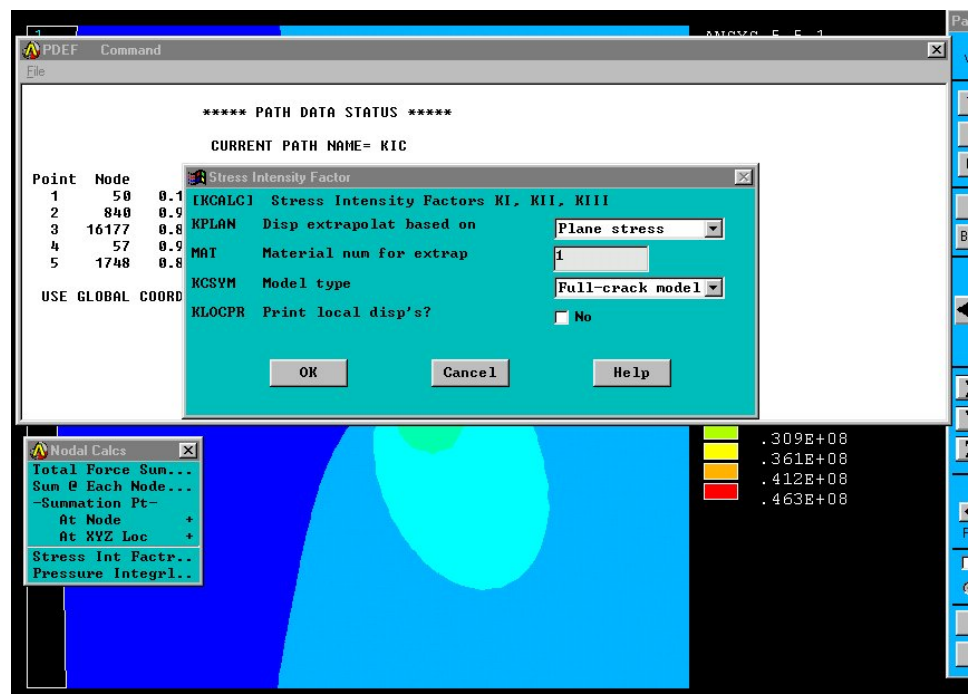
Fig. A-43 Resultados de los 5 puntos elegidos para  $K_{Ic}$

Cálculo de la tenacidad a la fractura ( $K_{Ic}$ ) por el método directo

Otra forma directa de obtenerlo, es realizando la siguiente secuencia:

*General Postproc, Nodal Calcs, Stress Int Factor.*

Fig. A-44  
Método 2 para  
la obtención  
de  $K_{Ic}$



Se elige el método de Esfuerzo Plano, debido a que no se consideran deformaciones laterales y porque se pretende obtener el valor máximo de  $K_{Ic}$  para el modelo completo. De esta forma obtendremos los valores de  $K_I$ ,  $K_{II}$  y  $K_{III}$ . Aunque como sabemos, el modo de carga que estamos empleando es el modo I.

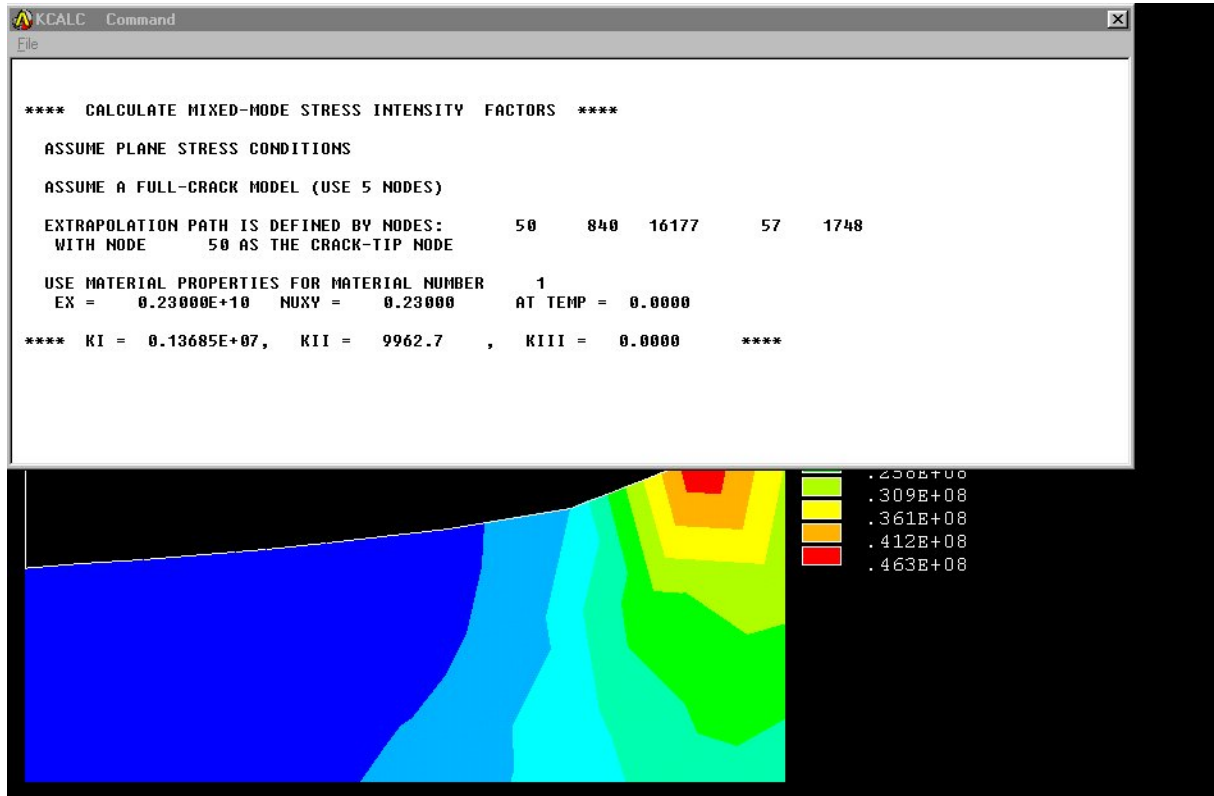


Fig. A-45 Resultados para el cálculo de  $K_{Ic}$  por el método directo

Los valores obtenidos para la prueba de fractura y de tensión se registran en las tablas correspondientes al capítulo 5.