



INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL

COORDINACION GENERAL DE POSGRADO E INVESTIGACION

ACTA DE REVISION DE TESIS

En la Ciudad de México, D. F. siendo las 13:00 horas del día 09 del mes de Agosto del 2004 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de Tesis designada Por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de la E. S. I. M. E. para examinar la tesis de grado titulada:

“SIMULACIÓN DEL ESTADO TRANSITORIO DURANTE LAS FASES DE ACELERACIÓN Y DESACELERACIÓN DE UN TURBO JET CONSIDERANDO LOS EFECTOS DE “HEAT SOAK”

Presentada por el alumno:

ESTRADA

Apellido paterno

JARQUIN

materno

SANDRA

nombre(s)

Con registro:

A	0	2	0	3	4	9
---	---	---	---	---	---	---

Aspirante al grado de:

MAESTRO EN CIENCIAS

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **SU APROBACIÓN DE LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

LA COMISION REVISORA

Director de tesis

DR. IGNACIO CARVAJAL MARISCAL

DR. FLORENCIO SÁNCHEZ SILVA

DR. MIGUEL TOLEDO VELÁZQUEZ

DR. RAMON ALBERTO AGUILAR ARMENDÁRIZ

DR. PEDRO QUINTO DIEZ

M. EN C. GUILBALDO TOJENTINO ESLAVA

EL PRESIDENTE DEL COLEGIO

DR. FLORENCIO SÁNCHEZ SILVA



SECCION DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACION



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

**ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERIA
MECANICA Y ELECTRICA
UNIDAD ZACATENCO**



**SECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E
INVESTIGACIÓN**

**SIMULACIÓN DEL ESTADO TRANSITORIO
DURANTE LAS FASES DE ACELERACIÓN Y
DESACELERACIÓN DE UN TURBO JET
CONSIDERANDO LOS EFECTOS DE
“HEAT SOAK”.**

T E S I S

PARA OBTENER EL GRADO DE

**MAESTRO EN CIENCIAS CON ESPECIALIDAD
EN INGENIERÍA MECÁNICA**

PRESENTA

ING. SANDRA ESTRADA JARQUÍN

DIRECTOR DE TESIS:

DR. IGNACIO CARVAJAL MARISCAL

QUERÉTARO, QRO. A 9 DE AGOSTO DEL 2004.

ÍNDICE

Lista de figuras y tablas	iii
Resumen	v
Abstract.....	vi
Introducción	vii
Nomenclatura	x

1. Estado del arte

1.1 Turbinas de gas para la propulsión aérea.....	1
1.2 Cálculo del comportamiento del motor.....	3
1.3 Compresores	10
1.4 Cámara de combustión	12
1.5 Turbinas.....	13

2. Características del estado transitorio

2.1 Estado Transitorio.....	15
2.2 Maniobras durante el estado transitorio	16
2.2.1 Aceleración y desaceleración.....	16
2.2.2 Aceleración brusca	18
2.2.3 Exclusiones a las líneas de operación	18
2.3 Tiempos límites de aceleración/ desaceleración.....	19
2.4 Fenómenos que impactan el rendimiento	20
2.4.1 Bañado térmico (Heat Soak)	19
2.4.2 Acumulación de volumen	22
2.4.3 Cambio en claros.....	23
2.4.4 Retrazo en la combustión.....	23
2.4.5 Demoras en el sistema de control	23
2.4.6 Transferencia de calor	24
2.4.7 Desplome.....	24
2.4.8 Margen de desplome.....	25
2.4.9 Desplome rotacional.....	25

INDICE (cont.)

3. Vibraciones mecánicas

3.1 Causas de la vibraciones mecánicas	27
3.2 Consecuencia de las vibraciones mecánicas	28
3.3 Conceptos básicos	28
3.3.1 Grados de libertad	29
3.4 Procedimiento de análisis de vibraciones	31
3.5 Ecuación general de movimiento	32
3.6 Métodos de integración numéricos	33
3.6.1 Método de integración Runge-Kutta.....	33

4. Modelo matemático

4.1 Desarrollo del modelo matemático	36
4.2 Consideraciones	41
4.3 Derivación de las ecuaciones movimiento	43
4.4 Solución de las ecuaciones de movimiento	48

5. Análisis de Resultados

5.1 Caso (A).....	55
5.2 Caso (B).....	57
5.3 Análisis de estabilidad	59

Conclusiones y Recomendaciones

Bibliografía y referencias

Apéndice A: Programas de Matlab

LISTA DE FIGURAS

Figura	Descripción	Pág.
1.1	Turbinas de gas tipo turbo fan (GE90)	2
1.2	Nomenclatura de las turbinas de gas	2
1.3	Motor a reacción	4
1.4	Rango de operación para las turbinas de aviación	6
1.5	Variación del número de Mach con la altitud	9
1.6	Mapa del compresor	11
1.7	Funcionamiento de una cámara de combustión	12
1.8	Comportamiento de una etapa de una turbina	13
2.1	Comportamiento de los parámetros del motor durante una aceleración/desaceleración	17
2.2	Mapa de un compresor indicando el estado transitorio	20
2.3	Distribución de presión durante el desplome	25
2.4	Distribución de presión durante el desplome rotativo	26
3.1	Sistema de un grado de libertad	29
3.2	Sistema dos grados de libertad	30
3.3	Sistema múltiples grados de libertad	30
4.1	Tasa de aceleración para un motor de aviación comercial	41
4.2	Sistema flecha -rotor	42
4.3	Desplazamiento del CG de un rotor	43
4.4	Modelo Ehrich	46
4.5	Variación del coeficiente Beta en función del coeficiente de flujo	50
4.6	Resultados esperados del comportamiento de la dinámica del rotor	51

LISTA DE FIGURAS cont.

Figura	Descripción	Pág.
5.1	Respuesta Base de la amplitud en función del tiempo	51
5.2	Amplitud vs. Tiempo (0 a 14 seg) Gráfica con Barrido de frecuencia de 0 a 1600 Hz(0-1600 rpms)	52
5.3	Amplitud vs. Frecuencia (0 a 16 seg) Caso A Gráfica con Barrido de frecuencia de 0 a 1600 Hz(0-1600 rpms)	53
5.4	Amplitud vs. Frecuencia (0 a 16 seg) Caso B Frecuencia natural del sistema base, como resultado del análisis de estabilidad	55
5.5		57
5.6	Gráfica con barrido de Ka1-Ka20. Caso A	58
5.7	Gráfica con barrido de Ka1-Ka20. Caso B	59

LISTA DE TABLAS

Tabla	Descripción	Pág.
5.1	Variables para determinar la fuerza de desbalance (fuerza cruzada) Ka	52
5.2	Concentrado de resultados del análisis de estabilidad con el efecto de la fuerza cruzada	60

AGRADECIMIENTOS

Primero agradezco a mis hermanos, **Alma y Ociel**, por su inmenso apoyo y cariño. A mi hermano **Pablo** y a mi sobrina **Cielo** por su alegría. A mis tíos y abuelita **Consuelo** por su cariño.

Al **Dr. Carvajal, Dr. Toledo , Dr. Aguilar y David Boucher** por ser pilares de que este trabajo fuese posible.

Agradezco el apoyo del equipo de **CIAT, Ing. Meléndez, Sáchiko Garcia, Dr. Viesca , Dr. Zurita** , el equipo de **GE90-Estructuras y GEAE Lynn** - por la oportunidad, apoyo y confianza.

A los **asesores Dr. Florencio, M.C. Guilibaldo Tolentino, Dr. Pedro Quinto** por su apoyo y aportación para este trabajo.

Al los Ingenieros **Miguel Álvarez y Eduardo Arellanos** por que más que mis profesores en la Carrera de Aeronáutica, fueron una guía y grandes amigos.

Gracias a todas mis **amigas y amigos** ya que con el solo echo de conocerlos aprendo de y con ustedes.

Un agradecimiento muy especial a mi madre, **Celina Jarquín†**, que es mi fuente de energía para seguir esforzándome cada día.

*Pero si el hombre entiende que es digno de aquello por lo cual luchó tanto, entonces él se transforma en un instrumento de Dios.
Ayuda al Alma del Mundo y entiende por qué está aquí..*

En general todos los rotores de turbinas y compresores industriales interactúan con partes mecánicas que requieren del uso de algún fluido (i.e. aceite, aire) para su funcionamiento tales como apoyos de película fluida, sellos de aceite, sellos de gas, ruedas de alabes etc. Debido al movimiento del rotor dicho fluido genera fuerzas que modifican de manera significativa la cinemática de éste.

En este trabajo se presentó la solución a las ecuaciones diferenciales que gobiernan el movimiento de un rotor de Jeffcott con un disco de alabes montado al centro. Estas ecuaciones incluyen términos que describen la interacción fluido-estructura entre los alabes y su contraparte estática. La influencia de las fuerzas aerodinámicas generadas por la rueda de alabes se evalúa en base a su impacto en la ubicación de las frecuencias naturales del rotor, amplitud de vibración durante la resonancia e influencia en la estabilidad del rotor.

Dichas fuerzas de afectación son representativas del efecto del *heat soak* a largo tiempo, que se modeló en este trabajo a través de los claros entre la carcasa del motor y el alabe rotor. Se modelaron dos direcciones del sentido de esta fuerza, una en el cual la fuerza va en sentido opuesto al sentido de rotación del rotor. La segunda propone que esta fuerza y el rotor giran en el mismo sentido.

A través del análisis dinámico los resultados arrojaron que el caso que más se asemeja a un comportamiento típico es el caso en el que la fuerza gira en sentido opuesto al del giro del rotor beneficiando la estabilidad del mismo ya que la frecuencia natural disminuye en un 2% para el modelo utilizado. También se observó que la presencia de esta fuerza genera un desplazamiento del eje de rotación del centro de gravedad del rotor del 200%, en lo que el motor se estabiliza térmicamente. Además se pudo observar que el caso en el que la fuerza gira en el mismo sentido que el rotor no muestra un comportamiento típico de un sistema dinámicamente estable.

The Effect of Heat Soak on Engine Rotor Dynamics

Heat soakage affects the engine performance and mechanical function. Heat soak is the process in which the engine hardware becomes thermally stable with the working fluid. This means the fluid transmits energy to the metal and vice versa.

The purpose of this work is to see what is the effect of the unbalancing aerodynamic force generated by the crossed-force whirl (Thomas Alford force) due to the long-term heat soak effects (case-rotor blade clearances) on a typical turbojet rotor through the dynamic model of a Jeffcot rotor. This aerodynamic force is accounted for in a crossed forced factor that is modelled using basic equations of motion of a two degree of freedom system and solving it using numerical integration for analysing engine vibrations on a Jeffcot rotor model. Both cases, case (A) one in which the direction of the crossed-force rotated counter wise of the rotor, and case (B) where the crossed-force and rotor rotate on the same direction are presented on this work.

Results show that the first case (A), where the crossed force rotates counter clock wise, has the typical curve behaviour of engine vibrations. There is a displacement caused by the excitation force that moves the natural frequency to -2% value for the model used, this force causes an additional displacement of 200 % reference to the initial nominal displacement then returns to nominal until the engine become thermally stable. Case (B) does show a natural frequency displacement but does not reflect a stable dynamic system.

All designs have design factors that account for different variations between theory and practice. The first challenge of designing an engine is to get it to work well, but as the industry grows in experience, the next challenge is to optimise designs. By accounting for different factors and finding the correct way to model them, new designs will be more reliable, less expensive and safer.

El diseño de una turbina de gas comienza por determinar el tipo de misión y aplicación, especificando cual será el empuje máximo, techo de operación, velocidad requerida, consumo de combustible, velocidad de rotación y temperatura máxima de los gases de escape, entre otros. A este grupo de condiciones iniciales se le conoce como punto de diseño, el cual permite calcular las dimensiones de los diferentes componentes del motor. El punto de diseño está calculado bajo condiciones de estado estable, es decir, las propiedades termodinámicas no cambian con respecto al tiempo. En realidad un motor opera en un rango más amplio de altitud, no. de Mach y temperatura ambiente, a esto se le conoce como condiciones fuera de diseño (*off design*). La mayoría de las condiciones críticas de operación (temperaturas máximas, presiones, velocidad de giro, etc.), se determinan bajo límites de operación fuera del punto de diseño, entre éstas se encuentra el estado transitorio.

Es importante hacer coincidir a los puntos fuera de diseño (como las aceleraciones o desaceleraciones) con las características físicas del motor y al mismo tiempo satisfacer las leyes de conservación de masa y energía considerando una estabilidad mecánica del motor.

Para estudiar y entender el comportamiento real de una turbina de gas es importante cuantificar el impacto del *heat soak* que es cuando el metal absorbe la energía térmica del fluido, también se aplica en el caso en el que el fluido absorba la energía térmica de metal. que se presentan durante el estado transitorio del motor. Ya que dichos fenómenos incluyen desplomes del compresor, altas temperaturas en la cámara de combustión y turbina, altas velocidades de rotación, etc. Además, del lado mecánico se presentan problemas de vibración ocasionados por el propio desbalance del rotor y de las mismas imperfecciones de fabricación y ensamblado. Este desbalance puede ser tan grande que provoque un apagado de motor, desgaste no uniforme de las partes, entre las principales afectaciones.

En general todos los rotores de turbinas y compresores industriales interactúan con partes mecánicas que requieren del uso de algún fluido (i.e. aceite, aire) para su funcionamiento tales como apoyos de película fluida, sellos de aceite, sellos de gas, ruedas de alabes etc. Debido al movimiento del rotor dicho fluido genera fuerzas que modifican de manera significativa la cinemática de este.

En este trabajo se presentó la solución a las ecuaciones diferenciales que gobiernan el movimiento de un rotor de Jeffcott con un disco de alabes montado al centro. Estas ecuaciones incluyen términos que describen la interacción fluido-estructura entre los alabes y su contraparte estática. La influencia de las fuerzas aerodinámicas generadas por la rueda de alabes se evalúa en base a su impacto en la ubicación de las frecuencias naturales del rotor, amplitud de vibración durante la resonancia e influencia en la estabilidad del rotor.

En este trabajo se presentó la afectación en la dinámica del rotor por el efecto del *heat soak* a largo tiempo, que se representa a través de los claros entre la carcasa del motor y el alabe rotor. El objetivo es desarrollar un modelo que nos permita cuantificar estos efectos en la dinámica del motor. Dicho trabajo se desglosó de la siguiente manera:

- * En el primer capítulo se habló de los principales componentes de un turbo jet, compresor, cámara de combustión y turbina para su entendimiento básico .
- * En el segundo capítulo se describió el estado transitorio y los diferentes fenómenos que lo caracterizan. Se hace hincapié en el fenómeno de *heat soak*, y desplome.
- * El tercer capítulo mencionó la teoría de la mecánica de vibraciones de un sistema flecha rotor cuyo centro de gravedad se encuentra ligeramente desfasado de su eje de rotación, así como el método de integración usado para resolver el sistema de ecuaciones diferenciales de segundo grado.

- * Los primeros tres capítulos permiten entender el funcionamiento del motor en el estado estable, estado transitorio y la dinámica del motor. Con estas herramientas, en el cuarto capítulo se describió el modelo matemático usado para incorporar esta fuerza aerodinámica provocada por los claros entre la carcasa y el alabe rotor en la dinámica del rotor.
- * Existen dos teorías fuertes sobre la dirección esta fuerza, una propone que la fuerza va en sentido opuesto al sentido de rotación del rotor. La segunda propone que esta fuerza gira en el mismo sentido de la rotación del rotor. Aquí se analizaron ambas teorías, los resultados se presentaron en el capítulo cinco.

Siendo un tema virgen para poder concluir cual es el verdadero sentido de rotación de esta fuerza, a través del análisis dinámico se observó que el caso que más se asemeja a un comportamiento típico es el caso en el que la fuerza gira en sentido opuesto al del giro del rotor beneficiando la estabilidad del mismo ya que la frecuencia natural disminuye en un 2% para el modelo utilizado. También se observó que la presencia de esta fuerza genera un desplazamiento del eje de rotación del centro de gravedad del rotor del 200%, en lo que el motor se estabiliza térmicamente. El caso en el que la fuerza gira en el mismo sentido que el rotor no representa el comportamiento de un análisis dinámico.

Aparte de describir la afectación de la fuerza de desbalance, los resultados de este trabajo dan pauta a describir el comportamiento de un motor durante el estado transitorio, desarrollar gráficas de comportamiento de los diferentes parámetros termodinámicos y asociarlos a la dinámica del motor.

Conforme se desarrollen modelos matemáticos más exactos que simulen el comportamiento más real de los motores, se pueden realizar estudios, análisis y diseños más precisos que permitan aportar o desarrollar nuevas tecnologías en la industria aeronáutica.

NOMENCLATURA

A _j	Área de salida	(in)
BA.....	Borde de ataque	-
BS.....	Borde de salida	-
C.....	Amortiguamiento	(lb)
C _a	Velocidad del flujo de entrada	(ft/s)
C _g	Centro de gravedad	-
C _j	Velocidad de flujo de salida	(ft/s)
CP.....	Coeficiente de presión	-
D _p	Valor medio del diámetro del álabe	(in)
DPWH.....	Cambio en potencia de desbalance	(hp)
E.....	Energía	(hp)
F.....	Empuje neto	(lb)
<i>f</i>	Relación combustible aire	-
H.....	Altura del álabe	(in)
h.....	Entalpía	(BTU)
I.....	Momento de Inercia	(sl fts)
J.....	Momento polar de Inercia	(sl fts)
K.....	Rigidez	()
K _{xy} (K _a).....	Fuerza cruzada	(lbs)
LHV.....	Calor específico mínimo del combustible	(BTU/lbm/R)
M (lbs/sec).....	gasto másico	(lbm/h)
<i>m</i> (M).....	masa	(lbm)
M _a /(X _m).....	Número de Mach	-
N.....	Velocidad de giro corregida	-
NH.....	Velocidad de giro de desbalance en porcentaje	(%)
P.....	Presión	(psi)
P _a	Presión ambiente	(psi)
P _j	Presión de Salida	(psi)
P _{S0}	Presión Estática	(psi)
P _{S0}	Presión Estática de estancamiento	(psi)
P _{T0}	Presión Total	(psi)
P _{T0}	Presión Total de estancamiento	(psi)
PW.....	Potencia	(hp)
PWU.....	Razón de cambio del desbalance	(hp/h)

Q_{net}	Calor suministrado neto	(psi)
QU	Calor de desbalance	(BTU)
RHO.....	Razón de cambio de la densidad	(Imm/ftc/h)
RP.....	Relación de presión	-
<i>s.f.c.</i>	Consumo específico de combustible	(lmm/h/hp)
SM	Margen de desplome	-
T.....	Temperatura	(R)
T_a	Temperatura ambiente	(K)
<i>theta</i>	Temperatura corregida	(K)
T_j	Temperatura de salida	(K)
W	Flujo	(lbm/h)
W	Trabajo	(hp/BTU)
XJH.....	Velocidad de giro de desbalance en	(rpm)
α	Taza de aceleración	(rev/s)
β	coeficiente Thomas-Alfred	-
ϵ	Coeficiente de amortiguamiento	-
γ	Constante de los gases	-
η_e	Eficiencia térmica	-
η_o	Eficiencia total	-
η_p	Eficiencia propulsiva	-
τ	Torque	(lbf-ft)
ω_n	Frecuencia natural	(hz)

1

Estado del Arte



En este capítulo se describió en general los componentes de una turbina de gas tipo turbo jet y el comportamiento de estos en la medida necesaria para ayudarnos a comprender el funcionamiento de un turbo jet y poder relacionar el trabajo aquí desarrollado con el funcionamiento del mismo. Si el lector requiere más profundidad, puede consultar los libros en la hoja de referencias en la parte final del trabajo.

1.1 Turbinas de gas para la propulsión aérea

Los ciclos para la propulsión aérea se diferencian de los ciclos para la obtención de potencia mecánica en que la potencia útil se obtiene total o parcialmente como resultado de la expansión que tiene lugar en una tobera propulsiva: totalmente en el caso del turborreactor y el turbofán y parcialmente en el caso del turbohélice. Otra característica que los distingue es la gran influencia que ejercen en el comportamiento del ciclo la velocidad de avance y la altura. El efecto favorable producido por estos parámetros, junto con una elevada relación potencia/peso, es lo que ha permitido a la turbina de gas desplazar al motor alternativo de modo tan rápido y absoluto en el campo de la propulsión aérea, excepto a los niveles más bajos de potencia.

El presente capítulo se inició con un estudio de los criterios más apropiados para la evaluación del comportamiento de los los motores de reacción y de los parámetros que se utilizan para contabilizar las pérdidas producidas en la admisión y en la tobera propulsiva. A continuación se estudio el comportamiento del turborreactor básico. [3]

La nomenclatura utilizada en la industria aeronáutica se base en la norma SAE-ARP 755A [17], la cual numera las estaciones como se muestra a en la figura 1.1. En la figura 1.2 se observa un resumen de cómo se designan las estaciones de acuerdo a la etapa en las que se quiera conocer las propiedades termodinámicas en función del diseño y aplicación del motor.

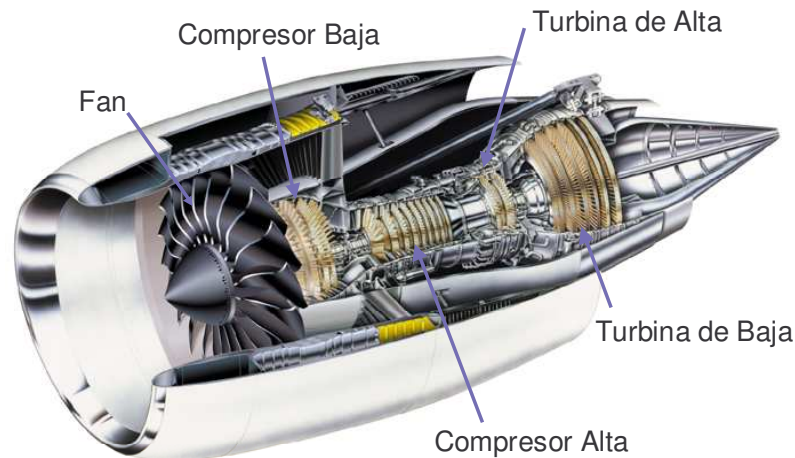


Fig.1.1 Turbinas de gas tipo turbo fan GE90.

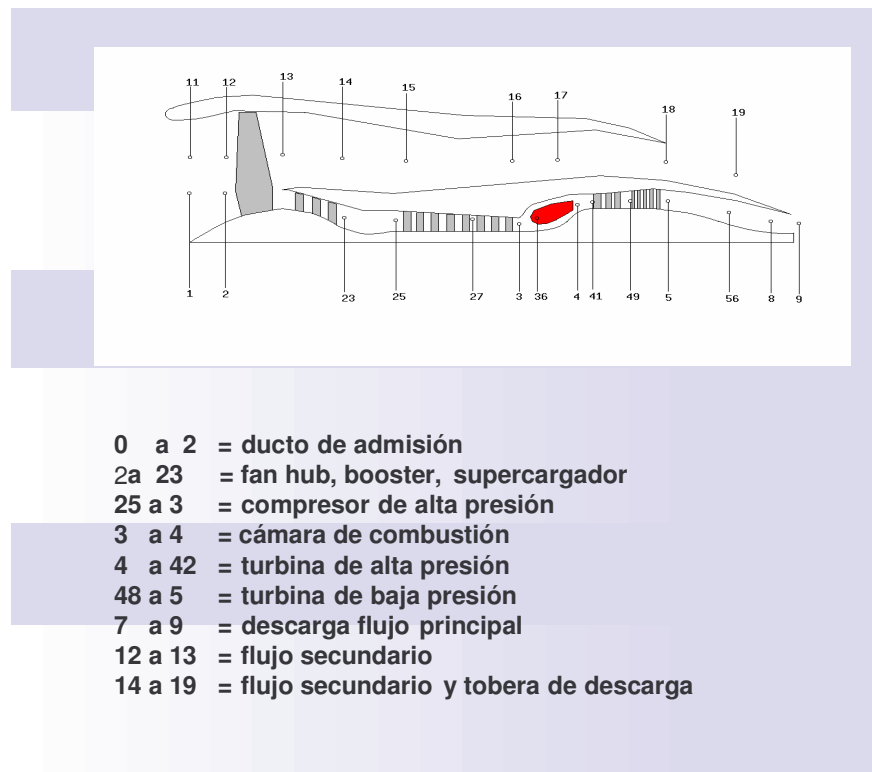


Fig.1.2 Nomenclatura de las turbinas de gas.

1.2 Cálculo del comportamiento del motor

El esquema de la Figura 1.3 [8], representa una motor de propulsión aérea. El aire entra en el dispositivo de admisión con una velocidad respecto del motor C_a , igual y opuesta a la velocidad de avance del avión, y es acelerado por la unidad de potencia para salir con la velocidad del chorro C_j . La «unidad de potencia» consistirá en una turbina de gas donde la turbina se limite a mover al compresor, una turbina de gas donde parte de la expansión se realice en una turbina de potencia.

Para mayor sencillez supondremos que el gasto másico m se mantiene constante (es decir, el gasto de combustible es despreciable), por lo que el empuje neto F debido a la variación de la cantidad de movimiento será:

$$F = m(C_j - C_a) \quad (1.1)$$

mC_j se denomina empuje bruto de la cantidad de movimiento y mC_a , arrastre de la cantidad de movimiento de la admisión. Cuando los gases de escape no se expanden completamente hasta la presión P_a en el conducto propulsivo, la presión en la sección de salida P_j será mayor que P_a Y habrá un empuje suplementario debido a la presión y ejercido sobre la sección de salida A_j , igual a $A_j(P_j - P_a)$, como puede verse en la figura 1.3.

El empuje neto será entonces la suma del empuje de la cantidad de movimiento y el empuje de la presión, es decir,

$$F = m(C_j - C_a) + A_j(P_j - P_a) \quad (1.2)$$

Cuando el aparato se mueve con una velocidad uniforme C_a en vuelo horizontal, el empuje deberá ser igual y de sentido contrario al arrastre de aquél a esa velocidad. [18]

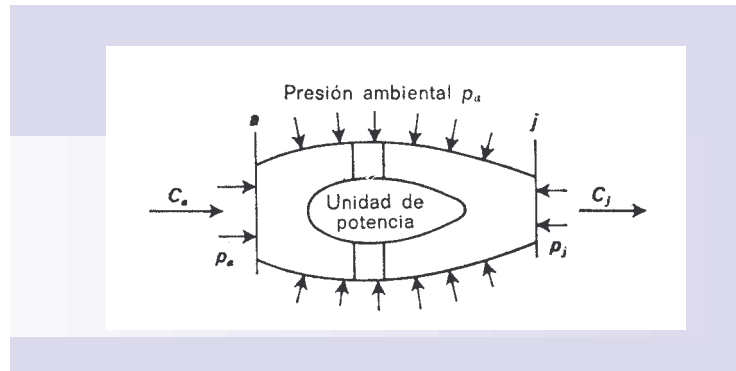


Fig. 1.3 Motor a reacción

En lo sucesivo se supone que en la tobera propulsiva hay una expansión completa hasta P_a y que, por lo tanto, se aplicará la ecuación (1.1).

Como se aprecia claramente en esta ecuación, el empuje necesario puede obtenerse diseñando el motor para un chorro de alta velocidad y gasto másico reducido, o bien de baja velocidad y gasto másico elevado. Se trata ahora de ver qué combinación de estas dos variables es la más eficaz, para lo cual se utilizó el siguiente razonamiento.

La eficiencia propulsiva (rendimiento) η_p puede definirse como el cociente de la energía aprovechada para la propulsión o potencia de empuje (FC_a) y la suma de ésta y la energía cinética no utilizada del chorro. Esta última es la energía cinética del chorro respecto de la tierra, es decir, $m(C_j - C_a)^2/2$. Así pues,

$$\eta_p = \frac{mC_a(C_j - C_a)}{m[C_a(C_j - C_a) + (C_j - C_a)^2 / 2]} = \frac{2}{1 + (C_j / C_a)} \quad (1.3)$$

A η_p se le denomina frecuentemente rendimiento de Froude. Señalando que no se trata en modo alguno de un rendimiento total de la planta de potencia, pues no interviene para nada la entalpía no utilizada del chorro. Es evidente, por las ecuaciones (1.1) y (1.3), que:

- (a) F es máximo cuando $C_a = 0$, es decir, en condiciones estáticas, pero entonces η_p vale cero;
- (b) η_p es máximo cuando $C_i / C_a = 1$, pero entonces el empuje es nulo.

Se deduce que, aunque C_1 ha de ser mayor que C_a , la diferencia entre ambos no debe ser muy grande.

En la práctica, la elección del propulsor sólo puede hacerse cuando se conocen las especificaciones del aparato en cuestión; no sólo dependerá de la velocidad de crucero: requerida, sino también de factores como la distancia de vuelo y el régimen ascensional máximo. Dado que el empuje y el consumo de combustible de un motor de reacción varían tanto con la velocidad de crucero como con la altura (densidad del aire), esta última será también un parámetro de importancia.

En la figura 1.4 se indicó los regímenes de vuelo adecuados para los diversos tipos de motores utilizados en la aviación civil.

El rendimiento propulsivo (eficiencia propulsiva) es una medida de la efectividad con que se aprovecha el conducto propulsivo para la propulsión del aparato y no debe confundirse con el rendimiento de la conversión de energía dentro de la propia planta de potencia, que podemos simbolizar por η_e . La energía suministrada por el combustible puede expresarse como $m_f Q_{net,p}$ donde m_f es el gasto másico de combustible. Esta energía se transforma en una energía cinética potencialmente aprovechable para la propulsión, $m(C_j^2 - C_a^2)/2$, junto con la entalpía no aprovechable del chorro, $mc_p(T_j - T_a)$. Así pues, η_e se definió como:

$$\eta_e = \frac{m(C_j^2 - C_a^2)/2}{mQ_{net,p}} \quad (1.4)$$

El rendimiento total η_0 es el cociente entre el trabajo útil utilizado en vencer el arrastre y la energía contenida en el combustible suministrado, es decir,

$$\eta_0 = \frac{mC_a(C_j - C_a)}{m_f Q_{net,p}} = \frac{FC_a}{m_f Q_{net,p}} \quad (1.5)$$

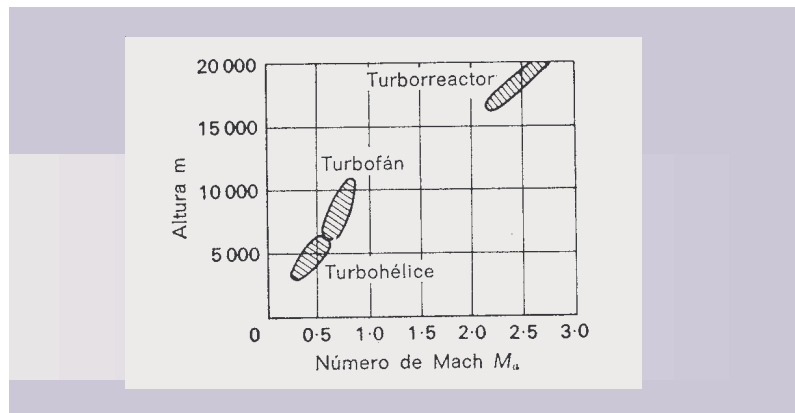


Fig. 1.4 Rango de operación de las turbinas de aviación

El denominador de la ecuación (1.3), es decir

$m[C_a(C_j - C_a) + (C_j - C_a)^2/2]$, es igual al numerador de la ecuación (1.4), por lo tanto,

$$\eta_0 = \eta_p \eta_e \quad (1.6)$$

La finalidad del razonamiento propuesto para llegar a la ecuación (1.6) es resaltar el hecho de que el rendimiento de una planta de potencia de aviación va irremisiblemente ligado a la velocidad de vuelo.

Puede sin embargo compararse los distintos motores de un modo superficial atendiendo tan sólo al comportamiento en dos condiciones operativas: funcionamiento estático a potencia máxima al nivel del mar (es decir, a la máxima temperatura de entrada a la turbina), que debe satisfacer los requerimientos de despegue del motor, y funcionamiento en régimen de crucero a la altura y velocidad de crucero óptimas. El concepto un tanto ambiguo de rendimiento es abandonado en favor del consumo específico de combustible, que en los motores de aviación se suele definir como consumo de combustible por unidad de empuje (es decir, kg/h N). El rendimiento total dado por la ecuación (1.5) puede escribirse de la forma,

$$\eta_0 = \frac{C_a}{s.f.c.} \times \frac{1}{Q_{net,p}} \quad (1.7)$$

Para un combustible dado, $Q_{net,p}$ será constante, por lo que podemos apreciar que el rendimiento total es proporcional a $C_a/s.f.c.$ en vez de $l/s.f.c.$, como era el caso de los grupos para la obtención de potencia mecánica.

Otro importante parámetro del comportamiento es el empuje específico $F.$, es decir, el empuje por unidad de gasto másico de aire (N s/kg), que proporciona una

indicación acerca de los tamaños relativos de motores que produzcan el mismo empuje, pues las dimensiones del motor vienen determinadas principalmente por los requerimientos del flujo de aire. El tamaño es muy importante al estar relacionado no sólo con el peso sino también con la sección frontal y el consiguiente arrastre. El consumo específico de combustible y el empuje específico están relacionados entre sí por la siguiente expresión:

$$s.f.c. = \frac{f}{F_s} \quad (1.8)$$

en la cual f es la relación de combustible/aire.

Al estimar el comportamiento en operación a diferentes altitudes, necesitaremos saber cómo varían la presión y la temperatura ambientales con la altitud sobre el nivel del mar. La variación de estas magnitudes depende en cierta medida de la estación del año y de la latitud, pero normalmente suele trabajarse con una atmósfera media o estándar, la Atmósfera Estándar Internacional, que corresponde a valores medios de latitudes intermedias y que proporciona una temperatura que decrece unos 3.2 °K por cada 500 m de altitud hasta los 11 000 m, manteniéndose entonces constante en 216.7 °K hasta llegar a 20 000 m, altura a partir de la cual empieza de nuevo a aumentar lentamente.

Una vez fijada la temperatura, la presión correspondiente se obtiene con ayuda de las leyes hidrostáticas. En la Ref. [3] se incluye una versión tabulada abreviada de la Atmósfera Estándar Internacional (ISA). Hay que tener, sin embargo, en cuenta que las condiciones ambientales reales pueden discrepar notablemente de los valores de la ISA, tanto al nivel del mar como a gran altitud.

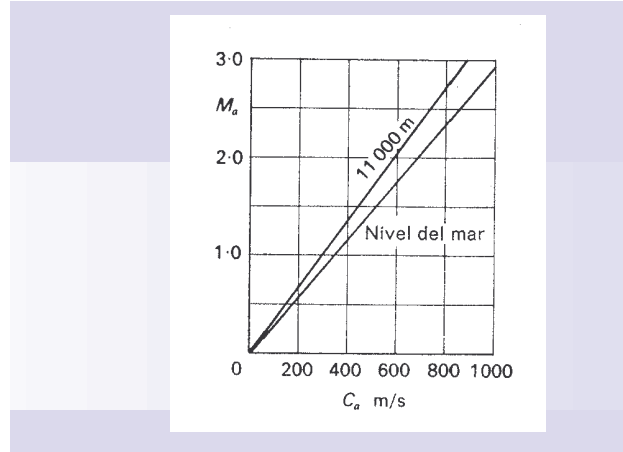


Fig. 1.5 Variación del número de Mach con la altitud

En regímenes sub-sónicos altos y regímenes supersónicos es más conveniente expresar la velocidad de vuelo en función del número de Mach, en lugar de en m/s, ya que el la resistencia depende más de dicho parámetro. Conviene recordar que para una velocidad en m/s dada el número de Mach irá aumentando con la altura hasta llegar a 11 000 m, pues hasta ese punto la temperatura va en descenso. En la figura 1.5 se representó la variación de M_a con C_a al nivel del mar y a 11 000 m, que se ha obtenido a partir de $M_a = C_a/(\gamma RT_a)^{1/2}$ y las tablas de la AEI.

En la figura 1.1 se muestra una configuración del un turbofan de dos flechas, compuesto por un Fan, Compresor de baja presión, compresor de alta presión, cámara de combustión, turbina de baja y turbina de alta presión. Así como su tobera de escape y su toma de aire.

Este trabajo se limitó a estudiar el comportamiento de un turbo jet básico, un compresor, cámara de combustión y turbina, por lo que a continuación se describen dichos componentes.

1.3 Compresores

Son aquellos componentes que tienen como misión aumentar la energía del fluido por elevación de presión, mediante aplicación de un trabajo mecánico.[3]

En el caso de los motores de reacción, los compresores reciben el nombre más propio de compresores, comprimiendo el fluido de forma continua, a diferencia de los compresores volumétricos que, tomando una porción de volumen fluido, lo comprimen independientemente del resto.

El compresor comunica energía al fluido en un órgano llamado rotor o impulsor, ya continuación transforma dicha energía cinética en energía de presión, en un segundo órgano llamado estator o difusor, según se indica esquemáticamente en la figura. Al conjunto que forman el par de elementos rotor/estator, se denomina etapa del compresor.

La figura 1.6 muestra una grafica de un mapa de un compresor. Se graficó la relación de presiones contra flujo o velocidad. Como se ha mencionado un motor se diseña bajo condiciones máximas de operación a la cual le llamamos punto de diseño. Sin embargo, el motor debe operara a diferentes rangos de velocidad, presión temperatura, para saber cual es un rango seguro para operar el motor se traza su Mapa. De esta manera se tiene identificado en región se presentan condiciones de desplome, desplome rotativo (Rotating Stall), apagado de llama (Flame out) , nivel de eficiencia, y velocidad del flujo. Con la ayuda de este mapa, se pueden conocer todos los parámetros termodinámicos del motor en cualquier punto de operación.

Se observa una línea punteada, a ésta se le conoce como línea de operación, lo cual nos indica que bajo cierto valor de giro del compresor, nivel de flujo de aire le corresponde un valor de relación de presiones a la cual la eficiencia es la máxima para ese motor en particular.

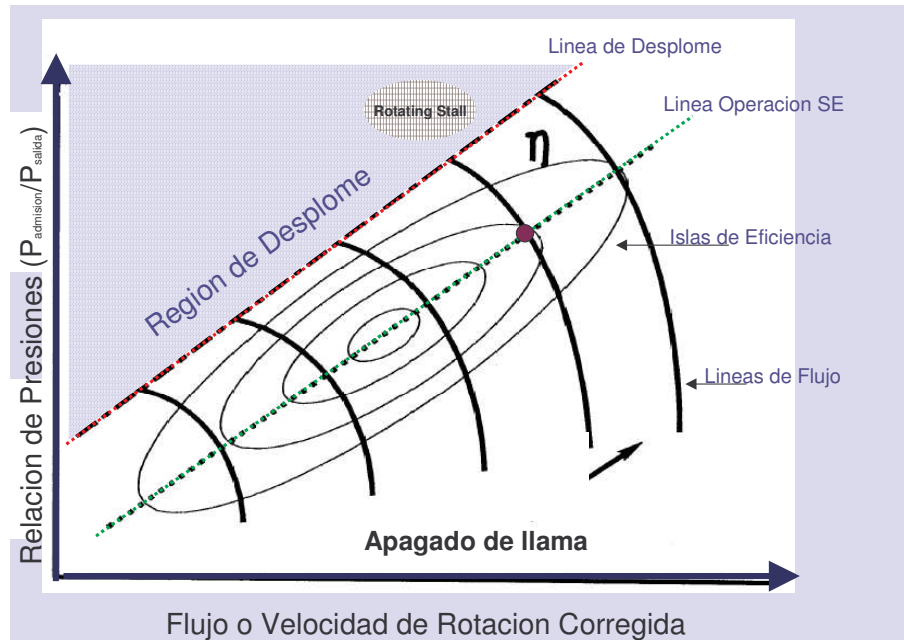


Fig. I.6 Mapa del compresor

Esto en la práctica es muy utilizado para predecir el comportamiento, estimar el rendimiento y hacer ajustes a tanto en la operación del motor como en su diseño. Este mapa permanece fijo para cada compresor, se utiliza como referencia por que aquí es donde puede navegar el comportamiento del motor. Es la envolvente de operación del compresor. Lo ideal es que el motor opera a lo largo de la línea verde, donde es la mayor eficiencia para cada condición de velocidad de rotación.

1.4 Cámaras de Combustión

Es la zona del motor en donde se combinan el aire y el combustible con el objetivo de suministrar energía calorífica a través de la combustión. El resto del motor se alimenta de esa energía, transformada en cinética en la turbina para mover el compresor y todos los accesorios.[3]

En las cámaras de combustión, se eleva la temperatura hasta un alto nivel, compatible con el diseño del motor, la configuración de las cámaras, y las turbinas que le siguen. La combustión se realiza a presión constante teóricamente. En todo caso, en el diseño de una cámara de combustión ha de prestarse especial atención a que las pérdidas de presión sean lo más pequeñas posibles.

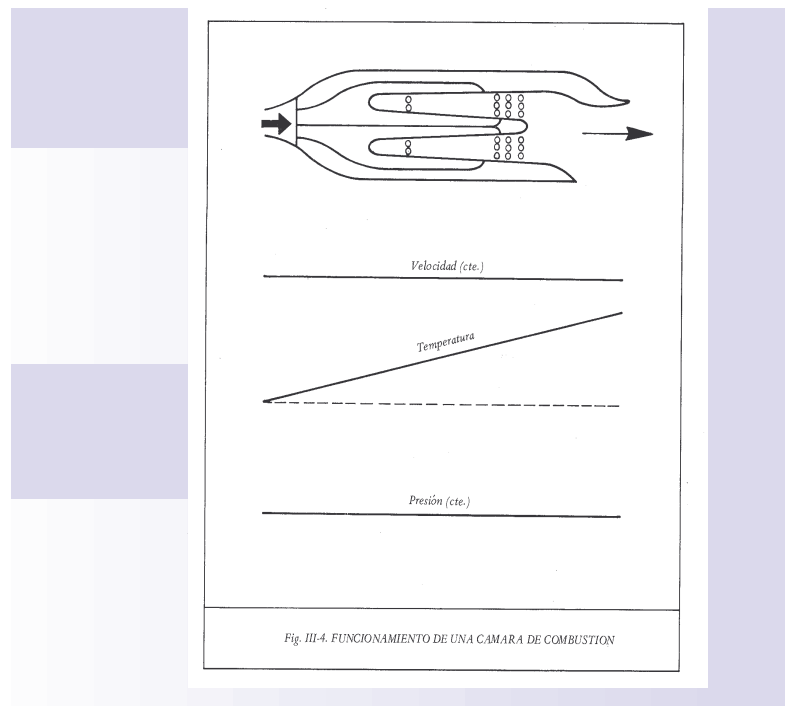


Fig. 1.7 Funcionamiento de una cámara de combustión

Existen diferentes tipos de cámaras de combustión, anular, circular anular, con uno dos tres quemadores. Todas con la filosofía de mejor rendimiento y menor

emisión de contaminantes. La Fig. 1.7 muestra la distribución de presión, temperatura y velocidad adentro de la cámara. Como se mencionó la idea es mantener la presión y velocidad constante para mantener la estabilidad de la flama.

1.5 Turbinas

Son aquellos componentes que tienen como misión transformar la energía debida a presión en un fluido, en energía mecánica. En el caso de los motores de reacción, dicha transformación es de forma continua. En las turbinas, el fluido se expande en un primer elemento llamado estator o "tobera" y, la energía cinética del fluido es transformada en energía mecánica en un segundo órgano, llamado rotor. Las turbinas son tan eficientes que solo se requieren dos o tres etapas, para mover un compresor de mas de 7 etapas, el resto de la energía cinética y presión de los gases es utilizada para producir el empuje del motor.

Al conjunto que forman el par de elementos estator/rotor, se le denomina etapa o paso de la turbina. Los estatores son álabes empotrados a la carcasa del motor. Los rotores son álabes empotrados al rotor. El flujo másico que sale de la cámara de combustión se distribuye en la turbina a través de los álabes guías con dos propósitos; el primero con la finalidad de acelerar al fluido y el segundo de darle la dirección de incidencia hacia el ángulo de rotación del rotor. El comportamiento de la presión se muestra en el Figura 1.8. Se puede observar que como resultado de la caída de presión en los canales de los álabes se incrementa la velocidad, siendo máxima en la salida de la etapa. Se puede observar la zona de pérdidas con la línea punteada.

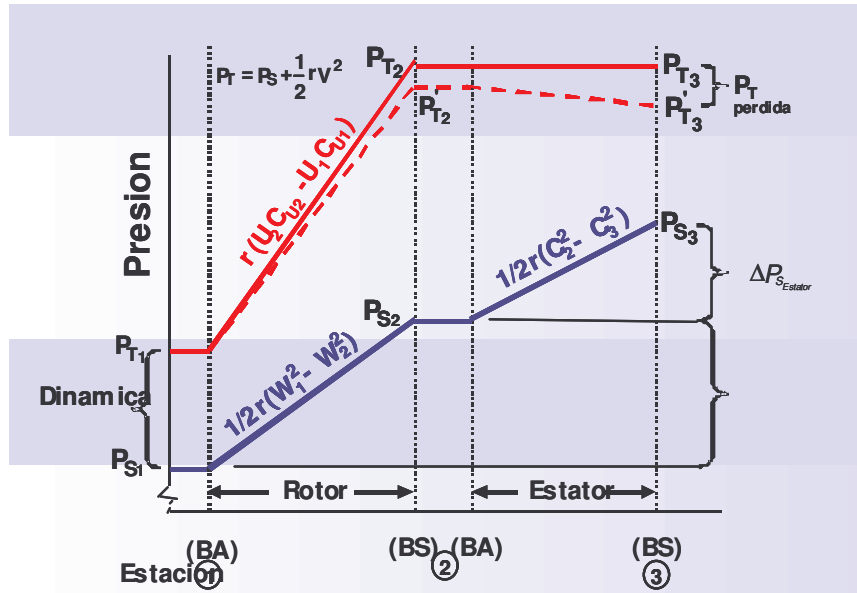


Fig. 1.8 Comportamiento de una etapa de una turbina

La inmediata fuerza de aceleración es el gradiente de presión. Esta fuerza es transmitida a los álabes de tal manera que el momentum del fluido es transmitido en una fuerza sobre el álabe que impulse a la turbina. En ambos casos (rotor/estator), la fuerza neta es físicamente la diferencia de presiones a través de los álabes por el área. [3]

En este capítulo se mencionó el funcionamiento de los tres componentes principales de un turbo jet, el compresor, la cámara de combustión y la turbina, en condiciones de estado estable. Esto es importante ya que como se ha comentado el diseño de un turbo jet comienza con la aplicación de éste. Una vez comprendido el funcionamiento de dichos componentes en estable, se debe considerar el estado transitorio de un turbo jet, el cual se describió en el siguiente capítulo junto con los diferentes fenómenos presentes en este estado.

2

Características del Estado Transitorio



En el capítulo anterior se habló del estado estable, que como se explica en este capítulo es una condición muy particular de un sistema, ya que un sistema dinámico real siempre hay variación de las propiedades en función del tiempo.

En este capítulo se habló sobre que define un estado transitorio de un turbo jet, los diferentes y muy peculiares fenómenos que se presentan en la operación, poniendo énfasis en los efectos ocasionados por “Heat Soak” y lo más importante que impacto tiene este en el comportamiento del motor.[3] . Además se explican dos fases durante la operación del motor en donde se presentan las condiciones mas criticas de operación; estas son la aceleración y desaceleración.

Es importante mencionar que existe poca bibliografía en general que documente el funcionamiento del estado transitorio de un motor de aviación desde el punto de vista termodinámico. El libro que tiene más documentado es te tema se encuentra en la referencia [3].

2.1 Estado transitorio

El comportamiento dinámico de un fluido y un sistema termodinámico puede ser descrito usando las leyes de conservación de masa, conservación de energía y conservación de momento. El proceso dinámico de un fluido se lleva acabo en un estado no estacionario por naturaleza. El diseño de un motor de aviación se basa en la solución simultanea de las ecuaciones 2.1 a ;a 2.3. De estas ecuaciones se observa , que el estado estable es una condición especial, ya que siempre se origina de unas condiciones de operación no estacionarias, durante

el cual en función del tiempo este llega a su estado estable. [3]. Para lo que se consideran los siguientes fenómenos.

Ley de Conservación de Momentum

$$F = ma = \frac{dP}{dt} = \frac{d}{dt}(mv) \quad (2.1)$$

Ley de Conservación de Energía

$$Q + W = \frac{dE}{dt} \quad (2.2)$$

Ley de Conservación de Masa

$$\left. \frac{dM}{dt} \right|_{sis} = 0 \quad (2.3)$$

2.2 Maniobras durante el estado transitorio

2.2.1 Aceleración y desaceleración

Al momento de realizar las consideraciones de diseño, lo primero que se establece es que las condiciones no cambian con respecto al tiempo. Sin embargo esto no es cierto en la operación, existen otras condiciones de operación como la aceleración y desaceleración. En la Fig- 3.1 se mostró una respuesta típica de los parámetros de rendimiento en una turbina de gas y como responde al mover la palanca de aceleración PLA. (Por sus siglas en inglés, Power Lever Angle. Bajo el sistema más simple de control, cada posición de PLA corresponde a determinada demanda de velocidad. Al acelerar y mover la palanca, la demanda de velocidad es mucho mayor que la que el motor puede entregar. El

sistema de control responde incrementando el flujo de combustible a una relación previamente establecida hasta alcanzar la demanda de velocidad. Debido al sobre flujo de combustible, la turbina produce más trabajo que el que utiliza el compresor. Lo opuesto ocurre durante la desaceleración. Esto repercute en una demanda de combustible más elevada que la normal.

Al mover la palanca del motor (PLA), se va a presentar un cambio en velocidad de rotación y por ende un cambio en flujo, relación de presión, flujo de combustible. Ahora que tan rápido se de el cambio y la estabilización del cambio depende del tiempo de respuesta del motor y del movimiento de la palanca. Ya que se puede hacer un cambio (aceleración o desaceleración) gradual o brusco.

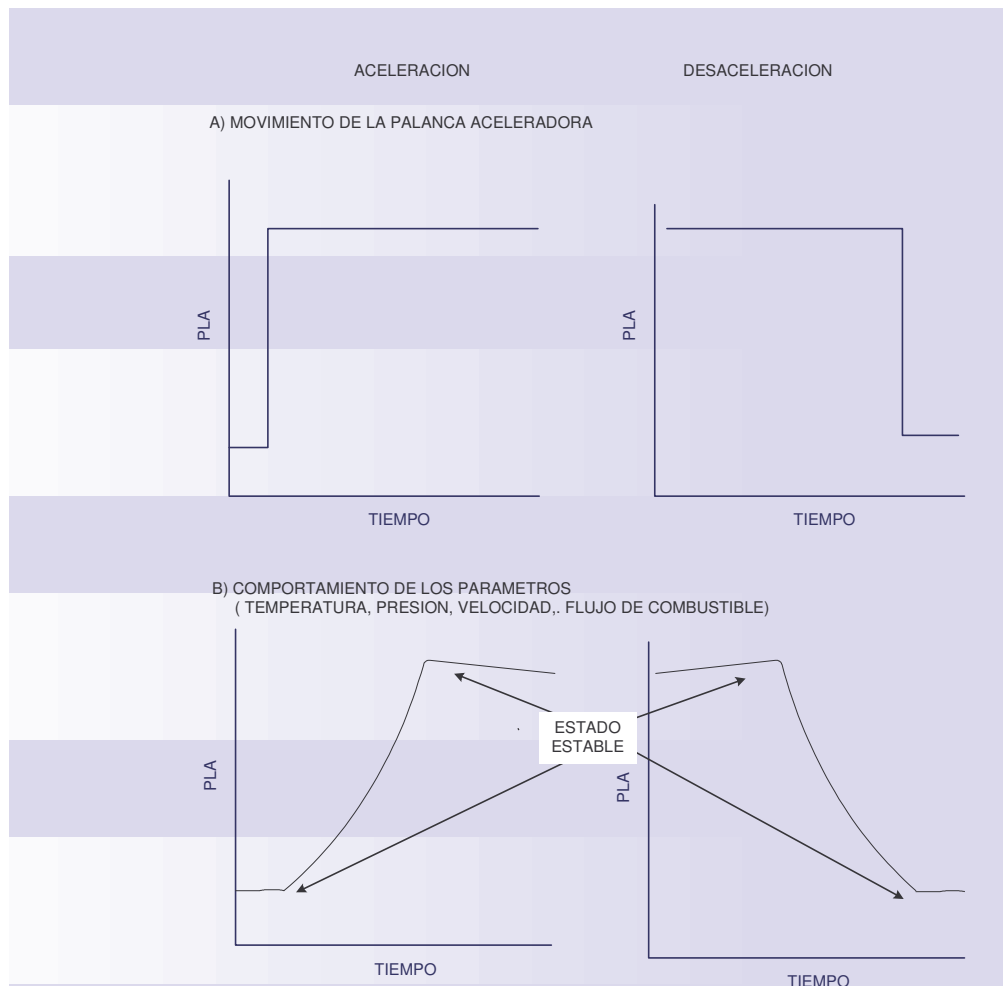


Fig. 2.1 Comportamiento de los parámetros

2.2.2 Aceleración y desaceleración brusca (Bodie)

Es una maniobra descrita que únicamente se utiliza en una emergencia. El motor se deja en operación por 5 minutos (en alto empuje), para asegurar que la carcasa se ha bañado o llegado a su punto máximo de temperatura, posteriormente se desacelera el motor hasta desacelerado y luego se vuelve a llevar a alto empuje sin dejar que el motor se “bañe” del flujo térmico en la condición de baja velocidad.

En la cámara de combustión y turbina el efecto de heat soak es similar a incrementar el flujo de combustible. En el compresor, baja la línea de surge. Esta maniobra se utiliza en motores en desarrollo para llevar al motor a condiciones severas de operación y ver las posibilidades de deficiencias en los márgenes de estabilidad del motor.

2.2.3 Exclusiones a las líneas de operación

Durante la operación en estado transitorio las líneas de operación del compresor se desvían significativamente de su línea de operación en estado estable. Esto significa que el motor no se encuentra operando a su máxima eficiencia, lo que genera mas deterioro, consumo de combustible, zonas de alta presión, entre otros y otros fenómenos que se mencionan más adelante como, heat soak, desplomes y zonas de posible falta de flama del motor (se apaga el motor) por que la presión esta disminuyendo y hay alto flujo másico.

2.3 Tiempos límites de aceleración/desaceleración

Para cada aplicación del motor, existen diferentes requerimientos de maniobras en estado transitorio. Esto es el tiempo de respuesta por ley cambia según la aplicación, si es un motor de uso industrial, comercial, militar, etc. Tiempo cero para aceleraciones y desaceleraciones es en el instante que se cambia de posición la PLA. Normalmente, la aceleración del generador de gas se cronometra a 98% de velocidad que corresponde a 95% de empuje o potencia. Todos los tiempos están libres de cualquiera de las maniobras de operación

Para el tipo de motor que estamos estudiando, normalmente se requiere un tiempo máximo de 15 seg para llegar a una velocidad del 98%. El tiempo de desaceleración es 4 seg. desde empuje de despegue hasta el nivel de 75% de cambio en empuje entre despegue y desacelerado. Según los códigos de FAA. [18],.

La aceleración de las turbinas de gas depende de factores como el momento polar de inercia del sistema de rotación y la temperatura máxima que los alabes de la turbina pueden soportar por periodos cortos de tiempo. Generalmente un factor limitante durante la aceleración es la proximidad que existe entre la línea de surge a la línea de equilibrio (línea de operación), y esto es muy crítico durante una aceleración desde bajas potencias. La Fig.2.2 muestra el mapa de un compresor con el camino que recorre durante una aceleración (anaranjado) o desaceleración(azul). Se puede observar que durante una aceleración la línea se dispara hacia la región de desplome, y *Rotating Stall* (ver punto 2.4.9). No incrementa su nivel de flujo másico pero si incrementa la relación de presiones, lo que nos genera inestabilidades y posibilidades de desprendimiento de la capa límite. En el caso de la desaceleración, la disminución de flujo, velocidad y caída de presión puede hacer que el motor se apague.

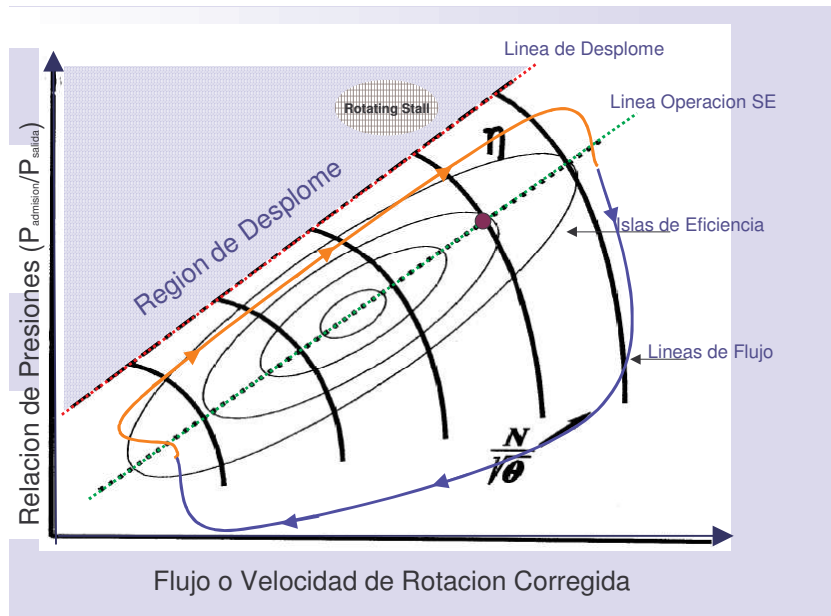


Fig. 2.2 Diagrama del compresor indicando el camino de una aceleración v desaceleración

2.4 Fenómenos que impactan el rendimiento

2.4.1 Bañado térmico (Heat Soak)

Durante el estado transitorio se presentan flujo entre el fluido y el metal, a diferencia del estado estable en donde no se considera transferencia de calor. De los componentes básicos, la cámara de combustión sufre el mayor impacto, debido al tamaño y masa y cambios de temperatura. A este fenómeno se le llama en ingles “*Heat Soak*”, en español no existe un termino exacto, pero se refiere al tiempo que el metal a absorbido (es decir esta completamente

empapado o transmitido completamente la energía del fluido al metal o del metal al fluido según sea la condición de operación.

El *heat soak* está en función de la transferencia de calor (kW), coeficiente de la transferencia de calor (kW/m²K), temperatura de gas y del metal (K), flujo de masa (kg/s), área del metal (m²), masa del metal (kg), CP del metal (kJ/kg K). Las siguientes ecuaciones han sido propuestas para hacer una aproximación al cálculo de dicho fenómeno [3].

$$QU = h * A * (T_{GAS} - T_{METAL}) \quad \dots\dots\dots(2.3)$$

$$dT_{GAS} = \frac{-QU}{W * CP_{GAS}} \quad \dots\dots\dots(2.4)$$

$$\frac{dT_{METAL}}{dt} = \frac{QU}{(m_{metal} * C_{P_{metal}})} \quad \dots\dots\dots(2.5)$$

Hay diferentes autores, con diferentes propuestas para cuantificar el cambio en temperatura por el heat soak, sin embargo lo que recomiendan para hacer un estudio completo es:

Identificar el tipo de Transitorio

- Arranque(Aceleración)
- Desaceleración
- Cierre del Flujo de Combustible
- Aceleración/ Desaceleración rápidos

Identificar los Parámetros medidos

- Probetas de Presión en las estaciones P13,P25,P3,P5
- Temperaturas, T25,T3,T5,T48
- Flujo de combustible
- Condiciones ambientales(P2,T2,TAMB,ALT,XM,DTAMB)
- Extracción de potencia y purgas

Identificar los Parámetros de control

- Flujo de combustible
- Limites de Temperatura

El tiempo para lograr un motor térmicamente estable es variado, dependiendo de su operación. Por ejemplo, en los motores comerciales, antes del primer vuelo se encienden el motor 30 min antes. Esto representa un alto consumo de combustible.

2.4.2 Acumulación de volumen

Durante el estado estable el flujo la cantidad de masa que entra a un volumen, como un dicto, es igual a la que sale. Esto no es así durante el estado transitorio, ya que la presión, temperatura y por lo mismo densidad del fluido cambian en función del tiempo. A esto se le conoce como acumulación de volumen, esto puede tener gran impacto en el rendimiento del motor, especialmente en volúmenes grandes. Para la mayor parte de motores, esto también afecta a la cámara de combustión, repercutiendo nuevamente en un alto consume de combustible.

2.4.3 Cambios en los claros

Durante las aceleraciones y desaceleración la elongación del material, provocado por la variación de temperatura, en los alabes de compresor y turbina es más lenta que el de la carcasa, provocando que los claros se reduzcan temporalmente. Ocasionando raspaduras entre los rotores y la carcasa. El cambio de geometría afecta el mapa del compresor, lo principal es que se baja la línea de desplome, además de disminución el flujo de aire y disminución de eficiencia a cierta velocidad.

2.4.4 Retrazo en la combustión

Existe un tiempo de respuesta entre el combustible que sale del inyector y que realmente se queme para liberar calor en la cámara de combustión. Esto no se considera en estado estable, sin embargo se debe considerar para el estado transitorio.

2.4.5 Demoras en los sistemas de control

Los sistemas hidromecánicos como, IGV's por su siglas en ingles (*Inlet Guide Vanes*-Alabes Guías), VBV's (*Variable Bleed Valves*-Válvulas de purgas variables), etc. toman cierto tiempo de respuesta; Esto es el tiempo en el cual es cuando el sensor recibe la señal del cambio, mas la demora en la que se ejecuta el cambio más el tiempo en la que el cambio es ejecutado y enviando la señal de regreso. Este tiempo puede ocasionar una demora ya sea en atraso o adelanto del funcionamiento de un componente, así mismo también los sensores de presión y temperatura muestran demoras con respecto a las condiciones reales del motor.

2.4.6 Transferencia de calor en componentes de multi-etapas

Usualmente se utiliza un mapa para modelar el comportamiento de un compresor, pero para el estado transitorio es importante considerar los efectos de la transferencia de calor. Debido al efecto que tiene en la temperatura del fluido y a lo largo de las diferentes etapas. Por lo tanto en el diseño y comportamiento de las últimas etapas. Para cuantificar esta transferencia se proponen las siguientes ecuaciones [3].

$$P_{26} = P_{26(t-1)} + \frac{dP_{26}}{dt_{(t-1)}} * dt \quad \dots\dots\dots(2.7)$$

$$P_{45} = P_{45(t-1)} + \frac{dP_{45}}{dt_{(t-1)}} * dt \quad \dots\dots\dots(2.8)$$

$$NH = NH(t-1) + \frac{(3600 * DPWH_{(t-1)})}{NH_{(t-1)} * XJH - (2\pi)^2} \quad \dots\dots\dots(2.9)$$

2.4.7 Desplome (Stall)

Al presentarse el *Stall* ésta puede dividirse en dos efectos, ya sea *Surge* o *Rotating Stall* Cuando el punto de operación del compresor excede la línea de estabilidad, el componente se va desplomar, esto es que existe desprendimiento de flujo del perfil. El rebasar esta línea de estabilidad , genera un posible apagado de motor en vuelo, fisura o grietas prematuras en los alabes.

2.4.8 Margen de desplome (Surge)

La línea de surge y choke limitan el rango de operación. Como se muestra en la Fig. 2.2 El mapa del compresor, el margen está limitado por la línea de desplome y la línea de operación. Este margen tiene la función de asegurar la operación estable del motor. El margen de surge se calcula con la siguiente ecuación:

$$SM=100*(RP_{surge}-RP_{lineaop})/PR_{lineaop} \dots\dots\dots(2.10)$$

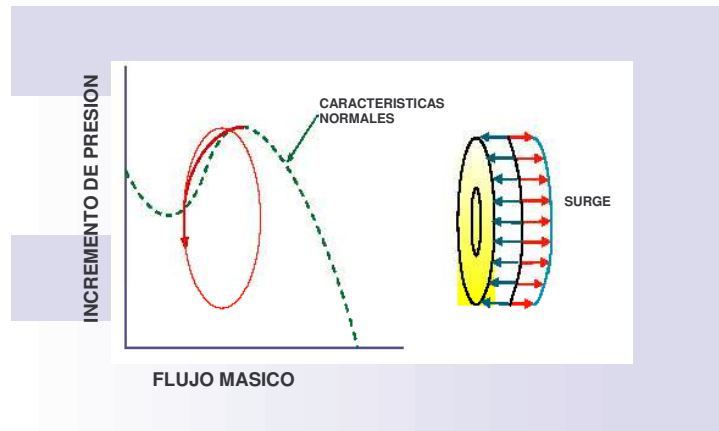


Fig. 2.3 Distribución de presión durante el surge

En la Fig. 2.3 se mostró la distribución de presión sobre la rueda de alabes [15] . Es importante mencionar que en la determinación de este margen el 75% es por consideración al comportamiento del motor durante el estado transitorio.

2.4.9 Desplome rotativo (Rotating Stall)

Es un estado de casi equilibrio en la región de desplome del mapa, características, es que no existe paso de flujo axial en el compresor en un a sección, la sección ocupa 360°, la cual se mueve en dirección del rotor a mitad de la velocidad de rotación.

En la Fig. 2.4 se simuló la distribución de presión durante el *rotating stall*. La afectación de este fenómeno es el daño de fatiga a los alabes además de llevar la operación a la condición de “surge”.

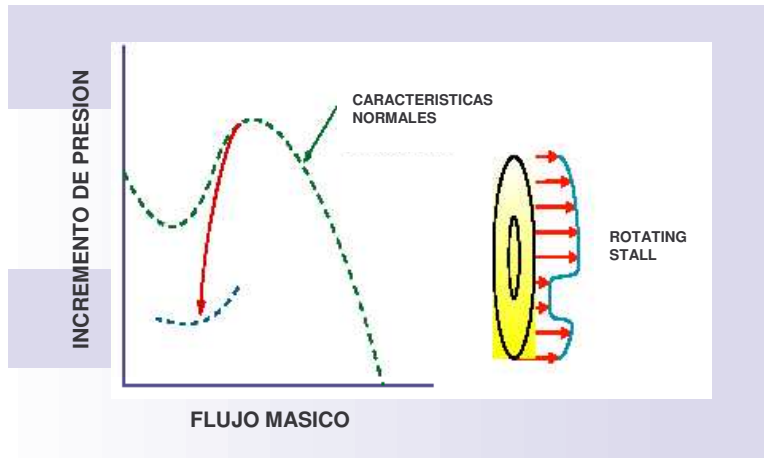


Fig. 2.4 Distribución de presión durante el rotating stall

En este capítulo se describió el interesante comportamiento del motor en el estado transitorio. Es importante resaltar que ya que este es un estado del cual las aproximaciones vienen de la experiencia, datos de operación, este estado es que mas contribuye al margen de estabilidad del motor. Haciendo una recopilación de los fenómenos se resume que en la operación los fenómenos presentes durante el estado transitorio son los que contribuyen en más de un 50% en dos elementos importantes, uno es la deterioración del motor y el segundo es el alto consumo de combustible. Por tal se consideró importante comprender la física que se presenta en esta fase. Este fenómeno todavía no es muy estudiado ya que se requieren muchos datos experimentales para poder llegar aun modelo matemático realmente representativo. Este fenómeno normalmente se estudia desde el punto de vista térmico.

3

Vibraciones Mecánicas



En capítulo anterior se introdujo al entendimiento de los diferentes fenómenos físicos presentes el estado transitorio y la importancia que tiene dentro la estabilidad del motor. Se recuerda que el objetivo de este trabajo es poder cuantificar el parámetro térmico con el mecánico, por tal razón en éste capítulo se menciona la dinámica del rotor de un sistema flecha rotor desde del punto de vista de las vibraciones mecánicas, para lo cual se describe la ecuación básica de momentum de las vibraciones.

3. Introducción

La mayor parte de las actividades involucran vibraciones de una forma u otra. Por ejemplo, nosotros escuchamos por que nuestros oídos vibran, vemos por que las ondas de la luz sufren vibraciones. Respirar esta asociado con la vibración de los pulmones y caminar involucra un movimiento armónico de los pies, piernas y brazos. Los primeros investigadores del tema concentraron sus esfuerzos en comprender el fenómeno y formular modelos matemáticos que describan las vibraciones de los sistemas físicos. Actualmente, las investigaciones están siendo motivadas por la ingeniería aplicada de las vibraciones, en el diseño de maquinas, estructuras, motores, turbinas y sistemas de control.

En general los mecanismos tienen problemas de vibración debido al desbalance implícito del motor. Dicho desbalance es propio debido a un diseño pobre o una mala fabricación del mismo. Este desbalance puede ser tan significativo que a altas velocidades las llantas de la locomotora se desplacen hasta un centímetro del riel. En las turbinas este desbalance genera fallas mecánicas también genera un desgaste acelerado de las partes.

3.1 Causas de las vibraciones mecánicas.

Son muchas, pero básicamente las vibraciones se encuentran estrechamente relacionadas con tolerancias de mecanización, desajustes, movimientos relativos entre superficies en contacto, desbalances de piezas en rotación u oscilación,

etc.; es decir, todo el campo de la técnica. Los fenómenos anteriormente mencionados producen casi siempre un desplazamiento del sistema desde su posición de equilibrio estable originando una vibración mecánica.

3.2 Consecuencias de las vibraciones.

La mayor parte de vibraciones en máquinas y estructuras son indeseables porque aumentan los esfuerzos y las tensiones y por las pérdidas de energía que las acompañan. Además, son fuente de desgaste de materiales, de daños por fatiga y de movimientos y ruidos molestos.

3.3 Conceptos Básicos

Cualquier movimiento que se repita después de un intervalo de tiempo es conocido como vibración u oscilación. El péndulo y el resorte son los ejemplos más comunes. La teoría de vibraciones estudia los movimientos oscilatorios de los cuerpos y de las fuerzas asociadas a dichos movimientos. [10]

La explicación física del fenómeno de las vibraciones es la relación entre la energía potencia y la energía cinética. Un sistema de vibración debe contener un elemento que almacene energía potencial (resorte o elasticidad) y luego la libere en forma de energía cinética (masa o inercia) en forma de un movimiento (vibración) de la masa y una manera en la cual la energía se pierde gradualmente (amortiguamiento). Si existe amortiguamiento, parte de la energía es disipada en cada ciclo de vibración y esta debe ser reemplazada por una fuente externa si se quiere mantener una vibración en estado estable. Al intervalo de tiempo necesario para que el sistema efectúe un ciclo completo de movimiento se le llama PERIODO de la vibración. El número de ciclos por unidad de tiempo define la FRECUENCIA del movimiento y el desplazamiento máximo del sistema desde su posición de equilibrio se llama AMPLITUD de la vibración.

3.3.1 Grados de libertad

El número mínimo de coordenadas independientes requeridas para determinar completamente la posición de todas las partes del sistema en cualesquier instante de tiempo es el que determina los grados de libertad del sistema. En las Figuras 3.1 a la 3.3 se muestran ejemplos de sistemas de uno, dos y tres grados de libertad respectivamente.

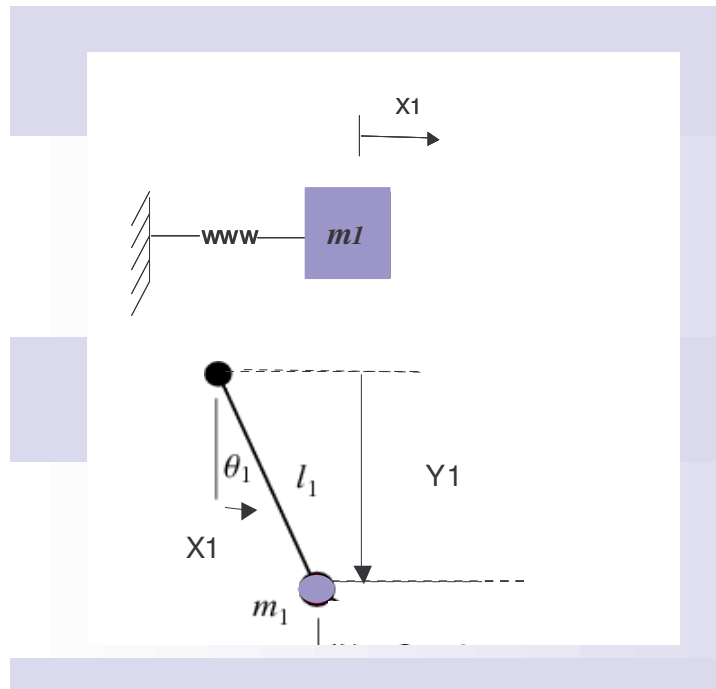


Fig. 3.1 Sistema de un grado de libertad

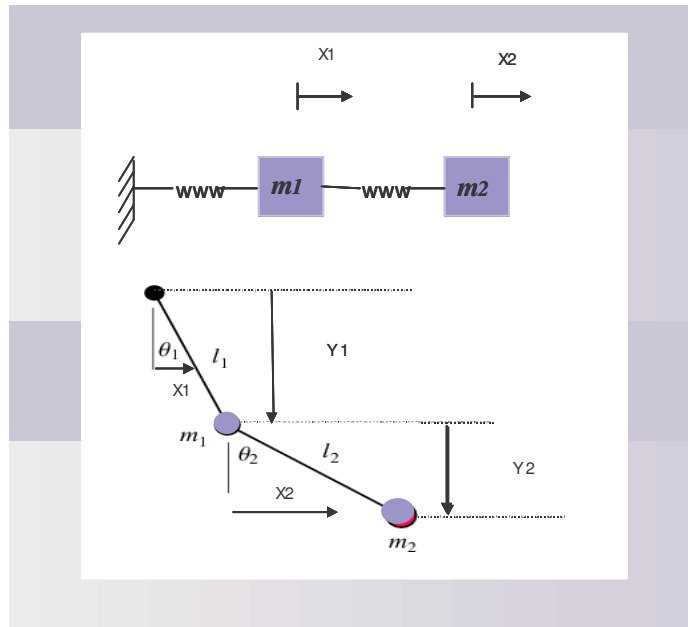


Fig. 3.2 Sistema de dos grados de libertad

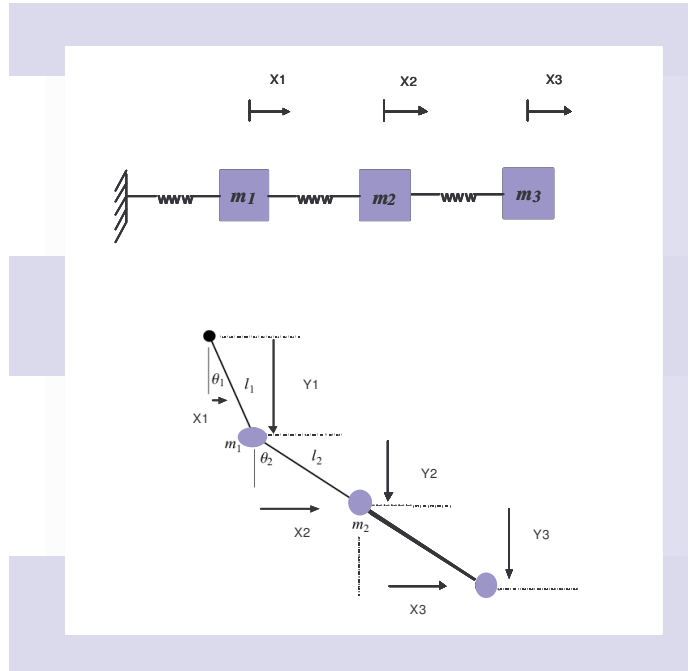


Fig. 3.3 Sistema de tres grados de libertad

Si un sistema, después de una perturbación inicial se deja a que vibre por si mismos, se le conoce como Vibración Libre. Por otro lado, si el sistema está sometido a una fuerza externa, la vibración resultante se le conoce como Vibración Forzada.

Todo sistema mecánico tiene características elásticas, de amortiguamiento y de oposición al movimiento; unas de mayor o menor grado a otras; pero es debido a que los sistemas tienen esas características lo que hace que el sistema vibre cuando es sometido a una “perturbación” o fuerza des-estabilizadora .

Toda perturbación se puede controlar, siempre y cuando anexemos bloques de control cuya función de transferencia sea igual o invertida a la función de transferencia del sistema.

Si la perturbación tiene una frecuencia igual a la frecuencia natural del sistema, la amplitud de la respuesta puede exceder la capacidad física del mismo, ocasionando un fenómeno llamado resonancia el cual ocasiona excesivas deflexiones y fallas.

3.4 Procedimiento de análisis de vibraciones

- 1) Modelo Matemático
- 2) Derivación de las ecuaciones de Movimiento
- 3) Solución de las Ecuaciones de Movimiento
- 4) Interpretación de resultados

3.5 Ecuación general de momento

La ecuación general de movimiento para un sistema con un grado de libertad es:

$$M \ddot{x} + C \dot{x} + K x = F \text{ de excitación} \quad (3.1)$$

En donde:

M - la masa del sistema.

C- el amortiguamiento del sistema

K- la rigidez del sistema

La solución general de una ecuación diferencial se forma de dos partes, una solución homogénea y otra solución particular.

$$x(t) = x_h(t) + x_p(t) \quad (3.2)$$

La frecuencia natural la podemos determinar de la siguiente relación:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{M}} \quad (3.3)$$

La solución del sistema depende de los grados de libertad del sistema, de las condiciones iniciales y de la fuerza de excitación. También existen diferentes maneras de solucionar el sistema de ecuaciones diferenciales. En este estudio se utilizó un sistema de dos grados de libertad como se muestra en el capítulo 4, también se utilizó un método numérico para solucionar nuestro sistema descrito a continuación.

3.6 Métodos de integración numéricos para el análisis de vibraciones

Cuando la ecuación diferencial que describe el sistema de vibración no puede ser integrada de forma cerrada, se debe utilizar un método de integración numérica. Los métodos numéricos tienen dos características fundamentales. La primera, la intención no es la ecuación diferencial en el tiempo t , sino a un intervalo de tiempos separados por un delta t . Segundo una cierta variación de desplazamiento y velocidad y aceleración se asume dentro de cada intervalo. Asumiendo que los valores iniciales de x son x_0 y \dot{x}_0 en el tiempo $t=0$ y que la solución del problema requerido de un tiempo $t=0$ a $t=T$. Dividiendo a T en un número de intervalos de tiempo delta t y buscamos la solución en el tiempo $t_0=0$, $t_1 = t$, $t_2 = 2t$... $t_n = n\Delta t$. Dependiendo del método se prosigue con la derivación de la ecuación.

Existen varios métodos, de los más usados son [10]:

- Método de diferencia finitas
- Runge Kutta
- Newmark
- Houbolt
- Wilson

Se describe únicamente el método de integración numérica *Runge Kutta*, ya que es el método de integración que se seleccionó para resolver el sistema modelado en este trabajo.

3.7 Método de integración Runge Kutta

En el método de integración numérica Runge Kutta[10], la fórmula de aproximación para obtener x de x_{i+1} , se hace coincidir con la serie de expansión

de Taylor de x y x_{i+1} , hasta los términos de $(\Delta)^n$. Lo importante de este método es que no requiere derivadas explícitas mayores a un grado. Nos ayuda a resolver un sistema de ecuaciones de segundo grado.

El método es estable y permite que los valores de la función en un punto previo sean necesarios para encontrar el valor de la función en el punto actual. Considerando una aceleración lineal y condiciones iniciales igual a cero.

Tomando a los desplazamientos a las velocidades como incógnitas, el nuevo vector $X(t)$ queda:

$$\ddot{X}(t) = [m]^{-1} (\bar{F}(t) - [c]x - [k]x(t)) \quad (3.4)$$

$$\bar{X} = \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ [m]^{-1} (\bar{F}(t) - [c]\dot{x} - [k]x) \end{Bmatrix} \quad (3.5)$$

La ecuación puede ser reorganizada de la siguiente manera:

$$\ddot{\bar{X}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -[m]^{-1}[k] & -[m]^{-1}[c] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ [m]^{-1} \bar{F}(t) \end{Bmatrix} \quad (3.6)$$

Esto es:

$$\dot{\bar{X}}(t) = \bar{f}(\bar{X}, t) \quad (3.7)$$

En donde;

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -[m]^{-1}[k] & -[m]^{-1}[c] \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Y

$$\vec{f}(\vec{X}, t) = [A]\vec{X}(t) + \vec{F}(t) \quad (3.9)$$

Substituyendo en la serie de expansión de Taylor de cuarto orden, evaluando a el vector X en cada punto t_i , la Ecuación de *Runge–Kutta* nos queda de la siguiente manera:

$$\vec{X}_{i+1} = \vec{X}_i + \frac{1}{6}[\vec{K}_1 + 2\vec{K}_2 + 2\vec{K}_3 + \vec{K}_4] \quad (3.10)$$

En él capítulo dos se resaltó la parte termodinámica del estado transitorio, es decir como se manifiesta el bañado del metal por la temperatura del fluido, y como se manifiesta un cambio en temperatura y velocidad de giro del rotor, esto impacta entre otras cosas a la estabilidad de motor.

Por otro lado, en este capítulo se mencionan las ecuaciones generales para estudiar cualquier sistema dinámico desde el punto de vista de vibraciones mecánicas. Esto es importante por que el reto de este trabajo es juntar la parte térmica de los claros generados por los efectos de *Heat Soak*, ver el impacto que tiene en la dinámica del rotor del turbo jet para lo que se requiere utilizar la teoría aquí descrita para analizar nuestro sistema en estudio flecha-rotor. Los detalles de cómo se integra la fuerza aerodinámica generada por los claros en lo que se estabiliza térmicamente el motor se describe en el siguiente capítulo.

4

Influencia del 'Heat Soak' (claros) en la Dinámica del Rotor



En los primeros tres capítulos se recorrió los puntos claves para señalar los parámetros necesarios para comprender el estado estable, resaltar que parámetros son particulares del estado transitorio y las ecuaciones utilizada para estudiar la dinámica del motor. Todo con la finalidad de poder engranar un comportamiento térmico con uno mecánico. En este capítulo se englobó los conocimientos antes mencionados para desarrollar un modelo matemático que permita analizar el impacto de la fuerza aerodinámica generada por los claros en lo que se estabiliza térmicamente el motor.

4.1 Desarrollo del modelo matemático

Durante el estado estable la potencia se tiene que balancear entre el compresor y la turbina. Es decir para lograr la máxima eficiencia del motor la potencia requerida para que el compresor se mueva debe ser exactamente la misma que entrega la turbina, y por lo mismo la diferencia de potencias y torque resultante entre el compresor y la turbina es cero.

Para que exista una aceleración o desaceleración debe presentarse un desbalance de fuerzas (torque τ) y debe ser diferente de cero. Ya que cualquier falta de balance en esta sumatoria provocara un cambio de velocidad generando así la aceleración o desaceleración del motor. , El torque resultante puede ser representado en función de la tasa de aceleración como se muestra en la ec. 4.2

$$\tau_{desbalance} = \tau_{turbina} - \tau_{compresor} \quad (4.1)$$

$$\tau_{desbalance} = \frac{dN}{dt} * I * \frac{60 \text{ sec/ min}}{2\pi \text{ rad / rev}} \quad (4.2)$$

En donde:

I – Inercia de la flecha en ft/seg²
 dN/dt – tasa de aceleración rpm/sec

Ahora el procedimiento estrictamente correcto es la sumatoria de torques en la flecha y no necesariamente la potencia. Sin embargo si todas las partes operan a la misma velocidad la sumatoria de potencia es la misma.

$$HP_{24} = H_{41} - \frac{PW_4 * PWU_{4Q}}{1.141484 hp - sec / BTU * WA_{41}} \quad (4.3)$$

En donde:

PW_4 - Potencia desarrollada por la turbina
 PWU_{4Q} – Razón de cambio de desbalance en la flecha de la turbina
 WA_{41} - Flujo de aire en la turbina

Ya que tanto la potencia como el desbalance de torque están relacionados a una misma tasa de aceleración (dN/dt), la integración de dN/dt nos da la velocidad correspondiente al tiempo que debe ser igual a la velocidad normal en estado estable. Esto es útil por que nos permite saber en que punto del mapa del compresor se encuentra operando, y entonces si se quiere se pueden conocer todos los parámetros térmicos del motor operando en estado transitorio pero sabiendo su equivalente en estado estable.

$$\dot{N} = \frac{DPU_{4Q}}{\left(XJ * N * \left(I - \frac{2}{60} \right)^2 \right)} \quad (4.4)$$

En donde:

DPU4Q –Razón de cambio de desbalance en la flecha de la turbina

Por otro lado como se menciona en el capítulo dos el Heat Soak a largo tiempo tiene efectos en los claros del motor, este fenómeno se manifiesta a través de una aceleración más lenta. Los claros van a tener repercusiones en las propiedades del fluido y en la velocidad de giro del motor.

Conforme los claros se van ajustando, el grado de aceleración del motor también se va ajustando debido al cambio de temperatura. Esto hace que la línea de T/δ contra revoluciones (RPM-velocidad de giro) se desplace hacia arriba o hacia abajo respecto a su nivel normal de operación. Para un motor de uso comercial este valor por normatividad debe ser entre 6 segundos a nivel del mar y máximo a 20 segundos a la altitud de vuelo. [19]

El régimen de aceleración está relacionado con el cambio en temperatura y con el momento de inercia del rotor conforme a la siguiente ecuación (4.5), se evaluó el impacto del cambio en temperatura ocasionado por los claros (heat soak a largo plazo) en la dinámica del motor a través de la Ec. 4.5, esta ecuación se torna importante por que más adelante es la que permitió involucrar la parte térmica con la mecánica.

$$\alpha = \frac{dN}{dt} = \Delta T * I \quad (4.5)$$

Como se mencionó en el capítulo dos, durante la aceleración o desaceleración se presenta un cambio de volumen, esto se debe a que también existe el cambio la razón de cambio de densidad en la salida de la cámara de combustión. La Ec. 4.6 [3] propone una ecuación para determinar este cambio en densidad que también se debe a el tiempo en que toda la cámara de combustión se estabiliza

térmicamente. Se observa la relación entre en flujo que viene del compresor $W3$ el que por continuidad debe de salir $W4$ hacia la turbina y en h que se inyecta en la cámara de combustión WF flujo de combustible, entre el volumen de la cámara.

$$\frac{dRHO4}{dt} = \frac{(W3 - W4 + WF)}{V} \quad (4.6)$$

Una manera de calcular los claros es calculando la diferencia en cambio respecto a un valor de referencia y después transformar este cambio en claros en eficiencia, relación de presión de desplome y/o escalares o a flujos.

$$\frac{dT4}{dt} = \frac{(CP3 - T3 - W3 - CP4 * T4 * W4 + WF * LHV)}{CV * T4 * V * dRHO / dt} \quad (4.7)$$

$$\frac{dP}{dt} = \left(1 + \frac{(\gamma - 1)}{2} M^2\right)^{\left(\frac{1}{\gamma - 1}\right)} RT(W2 - W4)V \quad (4.8)$$

A través de datos de la experiencia [6], se conoce que un cambio de 10 milésimas de pulgada en claros de compresor en un motor operando a máximo empuje nos afecta disminuyendo la temperatura a la entrada de la turbina en 4%. Y por ende disminuye el consumo específico de combustible y el empuje, así como un 2 % en disminución del margen de desplome. Los valores que arroje este modelo deben de ser comparados a los experimentales para ajustar lo que se predice que sea la altura del claro y saber en que línea de eficiencia se está desplazando el motor, y así conocer los diferentes parámetros térmicos del resto del motor utilizando el mapa del compresor y de la turbina nuevamente.

La eficiencia general esta definida como la energía propulsiva aplicado al vehículo dividido por el insumo de energía. Y esta se ve directamente afectada por la variación del empuje y consumo especifico de combustible.

$$\eta_{global} = \frac{3600FnVo}{J \cdot wf \cdot LHV} \quad (4.9)$$

El consumo especifico de combustible es la relación del flujo de combustible total entre el empuje neto.

$$SFC = \frac{wf}{Fn} \quad (4.10)$$

El consumo especifico de combustible está directamente relacionado con la eficiencia η , como se ve en la Ec. 4.11.

$$SFC = \frac{3600Vo}{J \cdot \eta_{global} \cdot LHV} \quad (4.11)$$

De lo anterior, la variación de los claros va directamente relacionada con la pérdida de la eficiencia del rotor. De aquí resalta la importancia de que estos claros sean lo más pequeños posible. Aún en la actualidad estos claros tienen alturas de 20-30 milésimas de pulgada, que a lo largo del tiempo y operación representan un alto consumo de combustible.

El objetivo de este trabajo es evaluar la fuerza aerodinámica generada por estos cambios en claros, que son afectados en parte por el tiempo de “heat soak” y en otra parte por el mismo desbalance del rotor del motor como se menciona en Ref. [10]. En el cual se muestra la derivación de los diferentes modelos propuestos para cuantificar el efecto del propio desbalance del motor. Se utilizaron dichas formulas, que están descritas en el capitulo tres.

Consideraciones

Se evaluó la fase de aceleración de un motor desde nivel del mar hasta 30000 pies de altitud. Para simular esto, se consideró una aceleración constante en un tiempo de 15 como requerimiento mínimo de operación por agencia aeronáutica normativa [19] para un motor de uso comercial para determinar una tasa de aclaración constante de 170 rev/seg.

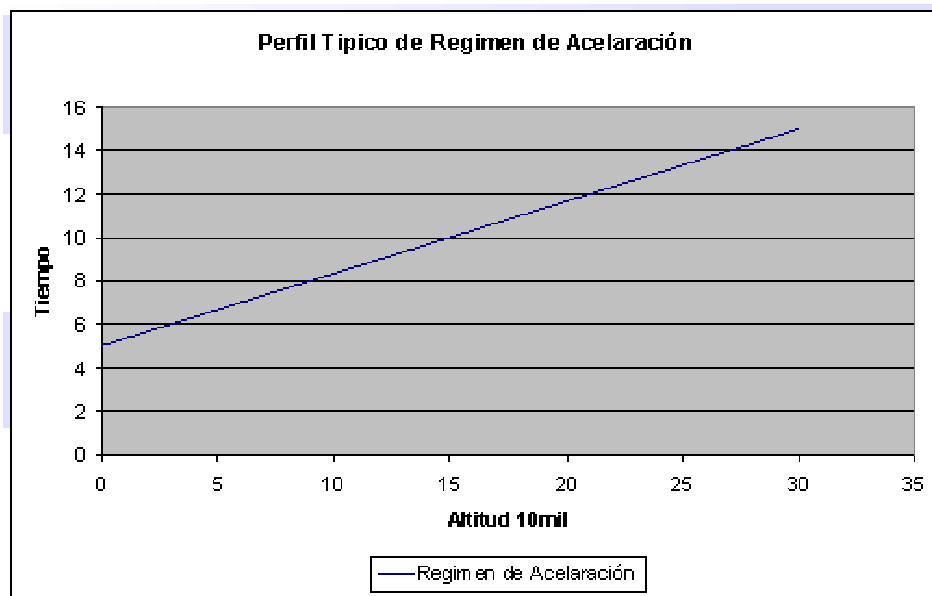


Fig. 4.1 Tasa de aceleración para un motor de aviación comercial

El rotor utilizado para modelar el comportamiento fue un rotor Jeffcott, el cual es un modelo de rotor simplificado que mantiene las características esenciales de modelos reales y más complicados en su respuesta de desbalance. Se considera a todo el turbo jet (compresor, cámara de combustión y turbina) como un disco de alabes de masa m , en el centro de la flecha. La geometría se muestra en la Fig. 4.2. En esta configuración los cojinetes no tienen fricción y son rígidos. La flecha es isotropita, elástica y sin masa.

Se consideró una flecha acoplada en dos extremos por unos cojinetes a un disco de masa m . Como se muestra en la figura 4.3. El rotor está sujeto a una excitación en estado estable debido al desbalance de masa que ocasionado precisamente a este desbalance de masa.

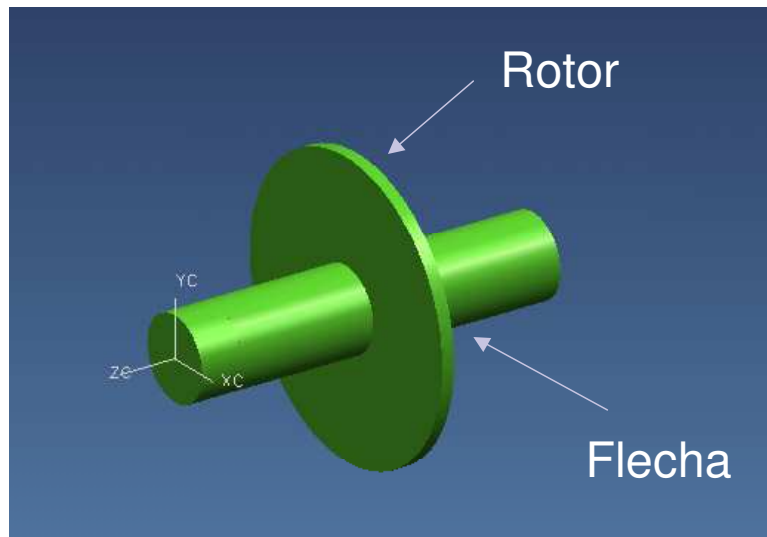


Fig. 4.2 Sistema flecha -rotor

Las fuerzas presentes en el rotor son las fuerzas de inercia debido a la aceleración del centro de masa, de la fuerza del resorte debido a la elasticidad (rigidez) de la flecha y de las fuerzas de amortiguamiento externas, despreciando las internas por su poca contribución al sistema.

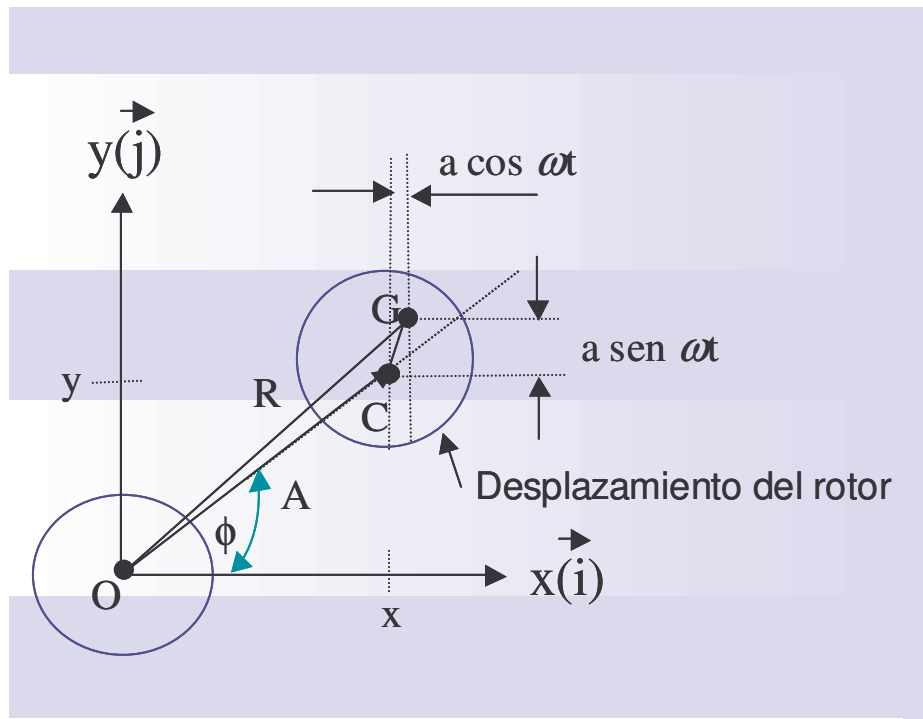


Fig. 4.3 Desplazamiento del centro de gravedad del rotor

Siendo O la posición de equilibrio de la flecha (perfectamente balanceada) la línea del eje de la flecha su centro de gravedad (G) rota con una velocidad angular constante ω . Durante la rotación, el rotor se flexiona rápidamente una distancia $A+OC$ (en estado estable). El rotor disco tiene una excentricidad a tal que su centro de gravedad G se encuentra a una distancia a del centro geométrico, C . Con las consideraciones antes mencionadas se puede continuar con la derivación del modelo matemático [10].

4.2 Derivación de las ecuaciones de movimiento

Del teorema D'Alambert sabemos que:

$$\overrightarrow{FuerzasdeInercia}(Fi) = \overrightarrow{FuerzasElasticas}(Fe) \quad (4.12)$$

$$\overrightarrow{F_{da}} = C \quad (4.13)$$

$$\overrightarrow{F_i} = m\vec{R} \quad (4.14)$$

Donde R es el vector del centro de gravedad, igual a:

$$R = (x + a \cos \alpha)\vec{i} + (y + a \sin \alpha)\vec{j} \quad (4.15)$$

con x & y representando las coordenadas del centro geométrico C y los vectores \vec{i} & \vec{j} denotando los vectores unitarios sobre x & y., podemos sustituir en las ecuaciones anteriores (4.13) y (4.11).

$$\overrightarrow{F_i} = m[(\ddot{x} + a \cos^2 \alpha)\vec{i} + (\ddot{y} + a \sin^2 \alpha)\vec{j}] \quad (4.16)$$

Despreciando la fuerza externa interna de amortiguamiento, solo nos queda la fuerza externa de amortiguamiento igual

$$\overrightarrow{F_e} = -C(\dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j}) \quad (4.17)$$

Fuerza Elástica

$$\overrightarrow{F_e} = -k(x\vec{i} + y\vec{j}) \quad (4.18)$$

Por otro lado se utilizó la teoría de Thomas y Alfred (1958 y 1965) [12] para modelar inestabilidades de rehilete presentes en los motores rotativos en la que se propone que para un rotor reflectado de una turbina en la zona más cerrada de los claros los perfiles aerodinámicos (alabes) están sometidos a mayores

cargas que los perfiles en zonas con menos claros, debido a que los primeros están trabajando mas eficientemente. Kofsky y Nausbaum 1968.

La figura 4.4 muestra el esquemático de un rotor que se desplaza hacia arriba sobre una ordenada una dimensión +Y. Esto nos da un claro mínimo en la parte superior del rotor y un claro máximo en la parte inferior. La suma de estas dos fuerzas es la suma de la fuerza media del alabe y la fuerza como resultado del desvió del alabe del centro de masa.

$$F_x = F_m(\text{alabe}) + F_u(\text{desbalance}) \quad (4.19)$$

Asumiendo que las fuerzas son perpendiculares (Thomas 1958) a estas fuerzas se les llama fuerzas de rigidez de eje cruzado. Como se muestra en la figura 4.4 la dirección de F_x actúa para mover el rotor de manera orbital (*whirling*) alrededor de la línea base en la misma dirección del rotor. De donde Thomas propone el siguiente modelo para calcular la fuerza de rigidez de eje cruzado acoplada.

$$K_{xy} = \frac{F_x}{Y} = \frac{T\beta}{D_p H} = \frac{\alpha I \beta}{D_p H} \quad (4.20)$$

En Donde:

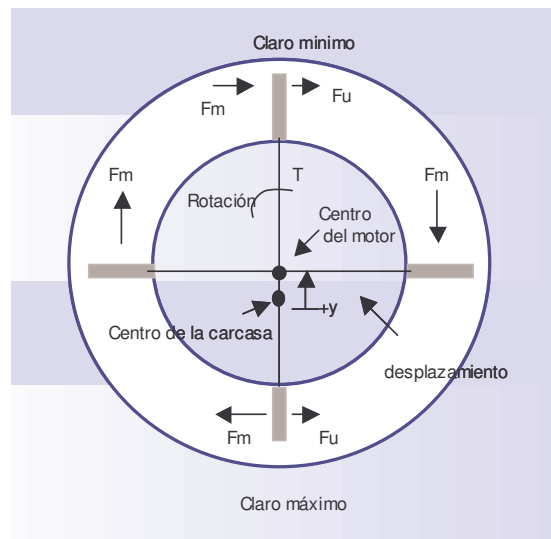
T= Torque en N/m

H = Altura del álabe

Dp= Valor Medio del diámetro del álabe

Esta fuerza queda en función del torque, de la gomería del álabe y de la fase de operación en la que se encuentra el motor dado por beta. Ya que para una turbina el valor de beta se encuentra en los rangos de $\beta = (2-5)$ [12], dependiendo de la fase de operación en la que se encuentre el motor, ver Fig. 4.6.

En 1993 Ehrich propuso que los alabes del compresor con menor claros están sometidos a mayores gradientes de presión estática y por lo tanto soportan más cargas aerodinámicas que los que se encuentran a 180 grados de estos. Como se muestra en la Fig. 4.4



Fig; 4.4 Modelo Ehrich

De la figura la fuerza neta F_x , tiende a producir esta orbitación del rotor pero en sentido opuesto al de rotación. Y concluye que los compresores tienen el coeficiente β negativo. Sin embargo, a la fecha todavía no existe un sentido definido. En este punto lo que es importante es que existe esta manera de relacionar los claros con la dinámica del rotor.

Substituyendo valores, se propuso el sistema de ecuaciones que substituyendo, quedó de la siguiente manera:

$$M \ddot{x} + C \dot{x} + K_{rotor} x + K_{alabe} y = F_0 = ma\omega^2 \cos \omega t \quad (4.23)$$

$$M \ddot{y} + C \dot{y} + K_{rotor} y + K_{alabe} x = F_0 = ma\omega^2 \sin \omega t \quad (4.24)$$

En donde:

M = Masa (rotor mas la de los alabes)

C = Amortiguamiento

K = La rigidez del material

Este sistema de ecuaciones no es nada diferente a cualquier sistema de dos grados de libertad de un rotor. El factor interesante es K_{alabe} , que representa la fuerza desestabilizadora aerodinámica generada por los claros entre la carcaza y el álabe rotor, que por su naturaleza es llamada fuerza cruzada.

Resolviendo este sistema de ecuaciones podemos determinar la amplitud de este desplazamiento y con un barrido de frecuencias podemos determinar la gráfica de tiempo de respuesta. Para diferente valores de β y aceleración.

Para resolver el sistema de ecuaciones usamos el método de integración numérica Runge-Kutta, para el cual debemos de poner a la aceleración en función de la velocidad y despejarla quedando de la siguiente manera:

La frecuencia natural del sistema está dada por la expresión

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (4.26)$$

El grado de amortiguamiento requerido es:

$$\xi = \frac{c}{2\sqrt{km}} \quad (4.27)$$

4.3 Solución de las ecuaciones de movimiento

Como podemos observar las ecuaciones 4.20 y 4.21 forman un sistema de ecuaciones diferenciales de segundo grado no homogéneas. El método de solución elegido es el Método de Runge-Kutta explicado en el capítulo tres de este trabajo.

Para determinar la respuesta del rotor, se asumió que la excitación es armónica debido al desbalance del motor. Despejando a la velocidad y aceleración del sistema de ecuaciones original queda el siguiente sistema de ecuaciones de primer orden.

$$\dot{x}(t) = \dot{x}(t) \quad (4.28)$$

$$\ddot{x}(t) = \frac{1}{M} [F_{ox}] - C \dot{x} - K_{rotor} X + K_{alabe} Y \quad (4.29)$$

$$\dot{y}(t) = y(t) \quad (4.30)$$

$$\ddot{y}(t) = \frac{1}{M} [F_{oy}] - C \dot{y} - K_{rotor} Y + K_{alabe} X \quad (4.31)$$

Donde las condiciones iniciales están dadas por el vector X de la siguiente manera:

$$\vec{X} = \begin{Bmatrix} X(t) \\ X(t) \\ Y(t) \\ Y(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} y(1) \\ y(2) \\ y(3) \\ y(4) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.32)$$

Una vez de esta manera se generó el archivo con esta ec. diferencial de primer orden. En el apéndice se encuentra el programa en Matlab que se utilizó para resolver ecuaciones de primer orden basado en el método de integración Runge-Kutta.

Existen diferentes teorías sobre el sentido de la fuerza [12], si va en el mismo sentido de la rotación del rotor o en sentido opuesto. Ya que no existe algo 100 % preciso y comprobado, en este trabajo se evaluaron los dos casos. El primer caso es cuando el sentido de la fuerza desestabilizadora gira en el sentido opuesto al de la rotación. El segundo caso, cuando la fuerza desestabilizadora va en el mismo sentido de rotación. En el modelo base el valor de la fuerza cruzada es cero.

Los factores de la fuerza cruzada K_{xy} (álabe) que se mantuvieron constantes en este estudio fueron: la tasa de aceleración, con un valor de 170 rev/s , ya que se lleva de 1 a 16000 RPMs en un lapso de 15 seg., la masa del motor (momento de inercia) y cuerda del alabe.

Los claros se aumentaron de .004 milésimas de pulgada desde con respecto a la altura original del álabe, hasta un valor máximo de .02 de claro.

La Figura 4.5 Muestra los resultados experimentales que encontraron D. Wisler[12] para el coeficiente Beta. Es interesante comparar los resultados encontrados evaluando las dos condiciones del sentido de la fuerza de desbalance (cruzada Ka) K_{xy} , una en el caso que las fuerzas $x-y$, y estén actuando en sentidos opuestos y caso dos cuando estén actuando en el mismo sentido y en dirección del giro del rotor.

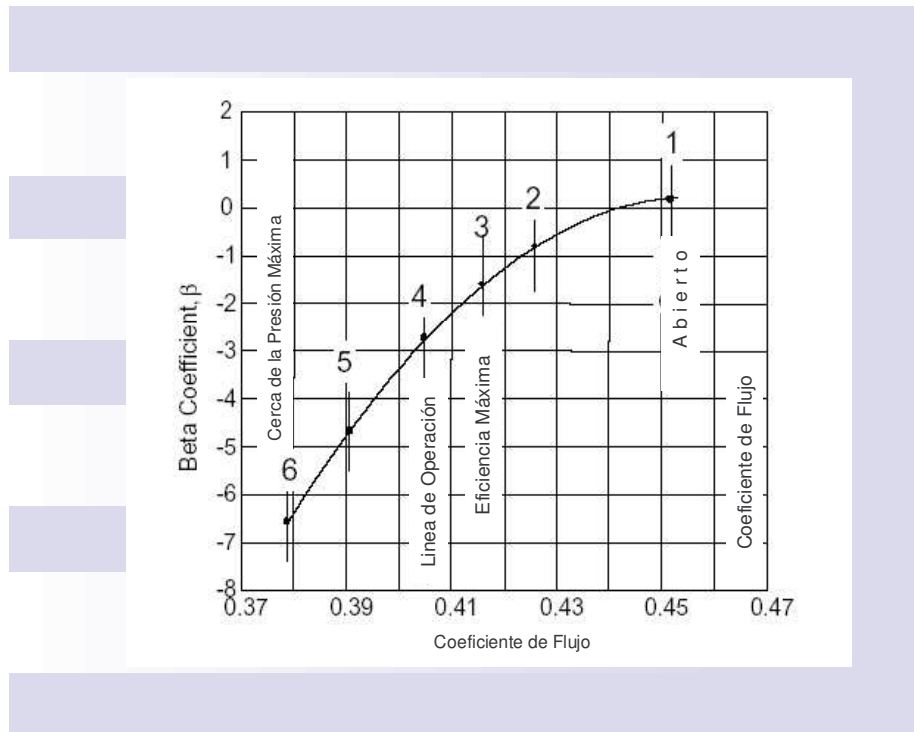


Fig.4.5 Ref (2) Wisler/ coeficiente beta para el compresor en estudio.

Se puede observar que beta depende del coeficiente de flujo y su valor es mayor cerca de los valores máximos de presión. Como se observa este valor va multiplicado lo que indica que va directamente relacionado con la intensidad de la fuerza, siendo mayor a altos gradientes de presión, precisamente cerca de las zonas de inestabilidad del motor. En este estudio se vario Beta de 2.5 a 5 par tener valores medios.

Al estar excitando el sistema con una fuerza aerodinámica también estamos desestabilizando un sistema que es estable, por lo que los resultados esperados se muestran en la siguiente figura:

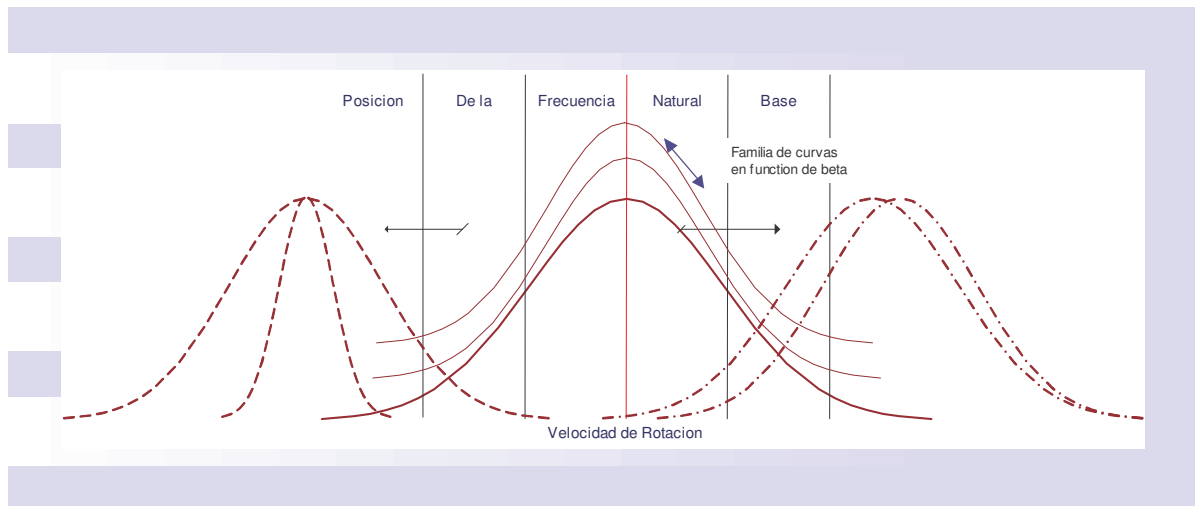


Fig. 4.6 Resultados esperados del comportamiento de la dinámica del rotor

Debido a que son las fuerzas de desbalance del rotor son las que se modificaron en este estudio, esperamos ver un desplazamiento de la posición de la frecuencia o frecuencias naturales del sistema. También es posible aumentar o disminuir el desplazamiento original. Independientemente de que se generen familias de curvas por la variación del factor beta.

En este capítulo resaltan las ecuaciones 4.5,4.20 que permitieron deducir el modelo matemático para cuantificar los efectos de la fuerza aerodinámica generada por los claros en la dinámica del rotor, plasmado en las Ec. , 4.23, 4.24. En el siguiente capítulo se muestran los resultados obtenidos.

5

Análisis de Resultados



En el capítulo anterior se mostró la teoría utilizada para simular el efecto de los claros en la dinámica del rotor así como la importancia de la fuerza cruzada “Kxy”. En este capítulo se analizaron los resultados obtenidos al variar la magnitud de dicha fuerza cruzada en el estudio dinámico del rotor que se conforma de un análisis de respuesta en tiempo y de estabilidad.

5. Análisis de resultados

La fuerza cruzada “Kxy” está en función del momento de inercia “I”, la geometría del rotor, el factor beta y alpha (tasa de aceleración). Para este estudio los factores que permanecen constantes son el momento de inercia del rotor y la tasa de aceleración. La variación del claro se incorpora a través del factor D*H. La variación de Beta inicia en 2.5 y termina en 4, con incrementos de 0.5. La tabla 5.1 muestra los diferentes valores Ka en función de los dos parámetros que nos interesa observar, el claro y el factor beta, el resultado se representa en la variable Ka (fuerza cruzada Kxy). Se le otorgo un número consecutivo a Ka para fines de identificación de cada condición.

	Ka	I	D*H	Beta	Tiempo	Alpha
Ka01	19181	916.73	19.397	2.5	15	170
Ka02	19185	916.73	19.392436	2.5	15	170
Ka03	19190	916.73	19.387872	2.5	15	170
Ka04	19194	916.73	19.383308	2.5	15	170
Ka05	19199	916.73	19.378744	2.5	15	170
Ka06	23017	916.73	19.397	3	15	170
Ka07	23022	916.73	19.392436	3	15	170
Ka08	23028	916.73	19.387872	3	15	170
Ka09	23033	916.73	19.383308	3	15	170
Ka10	23038	916.73	19.378744	3	15	170
Ka11	26853	916.73	19.397	3.5	15	170
Ka12	26859	916.73	19.392436	3.5	15	170
Ka13	26866	916.73	19.387872	3.5	15	170
Ka14	26872	916.73	19.383308	3.5	15	170
Ka15	26878	916.73	19.378744	3.5	15	170
Ka16	30689	916.73	19.397	4	15	170
Ka17	30696	916.73	19.392436	4	15	170
Ka18	30703	916.73	19.387872	4	15	170
Ka19	30711	916.73	19.383308	4	15	170
Ka20	30718	916.73	19.378744	4	15	170

Tabla. 5.1 Variables para determinar la fuerza de desbalance (fuerza cruzada) Ka

Para cada valor de K_a se realizó un barrido de frecuencias de 0 a 16000 rpm (0-1600 Hz) bajo dos condiciones. La primera condición es cuando la fuerza de desbalance K_{xy} gira en sentido opuesto al sentido de giro del rotor, esto es, esto es, tanto " K_{xy} " = " $-K_{yx}$ ". El segundo caso es cuando la fuerza " K_{xy} " y el rotor giran en el mismo sentido, esto es, tanto " K_{xy} " y " K_{yx} " tienen el mismo signo.

Un ejemplo de la solución del sistema de ecuaciones de segundo grado (4.23 y 4.24) a través del método de integración Runge–Kutta se muestra en la Fig. 5.1. Esta figura muestra la amplitud del desplazamiento vertical del eje de rotación del rotor en función del tiempo para una frecuencia determinada y sin el efecto de la fuerza cruzada. El desplazamiento en X y en Y son casi el mismo valor. Como el interés es por el desplazamiento vertical del sistema, en las graficas posteriores solo aparece el desplazamiento vertical. y K_{xy} . Por ser la línea de comparación a esta grafica se le llamó respuesta y desplazamiento base. Este proceso se repitió para los diferentes valores de velocidad de giro entre 0 y 16,000 RPM.

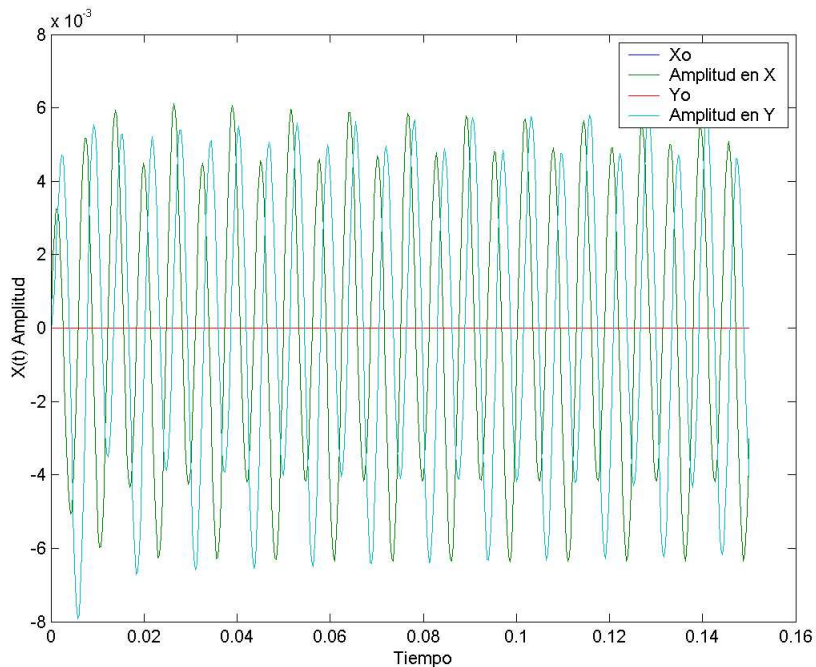


Fig. 5.1 Respuesta base de la amplitud en función del tiempo

Al aplicar el efecto de la fuerza cruzada para cada frecuencia se obtuvo una grafica como la figura 5.2, de donde se midió la amplitud cero-pico.

La figura 5.2 muestra la grafica de amplitud en para un valor de frecuencia de 854.7 Hz que es la frecuencia natural base y en donde el valor de la amplitud inicial es máximo. Se leyó el valor de amplitud Cero-pico, en la condición de estado estable, continuando el proceso para los diferentes valores de K_a y frecuencia.

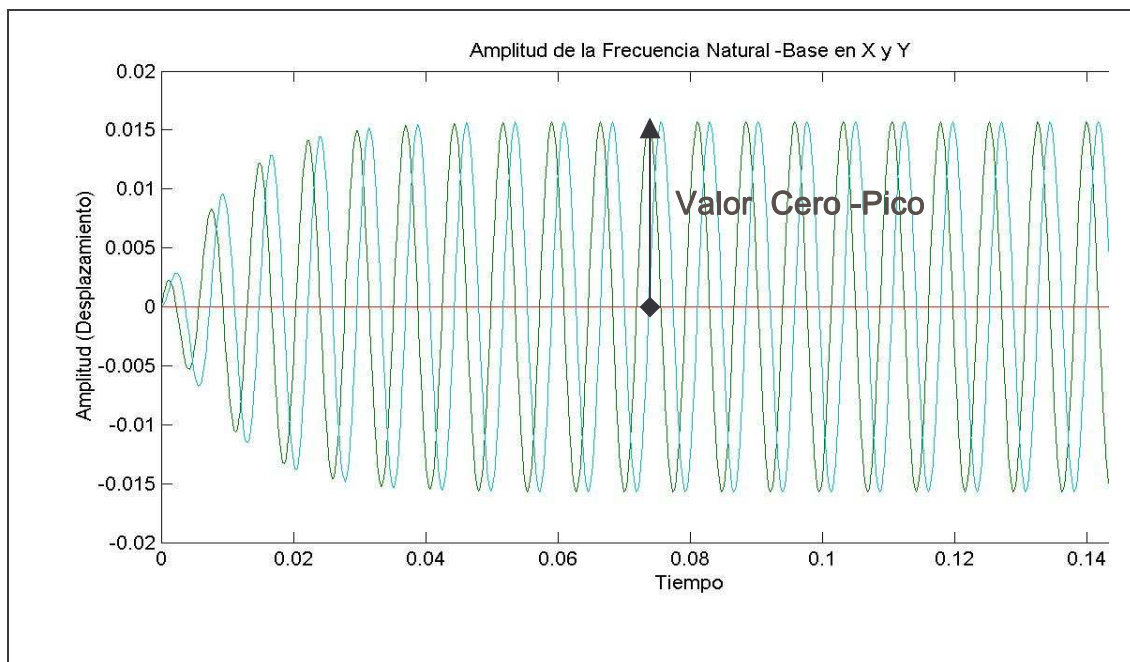


Fig. 5.2 Amplitud vs. Tiempo (0 a 14 seg)

Posteriormente se graficaron todas las amplitudes para una K_{xy} determinada y se obtuvo una gráfica como la que se muestra en la Fig. 5.3. En esta figura se observa en donde se encuentra la frecuencia natural base del sistema, en este caso es (854.9 HZ) .

5.1 Caso A) Cuando las fuerzas van en sentido opuesto al giro del rotor, esto es: “ K_{yx} ” = “ $-K_{xy}$ ”

La Fig 5.3 Muestra la gráfica de amplitud que es el desplazamiento vertical del centro de gravedad del rotor con respecto al eje de rotación del mismo, contra frecuencias en función del factor beta y de la variación del claro. Para mejor visualización las curvas de comportamiento se graficaron K_{a1} , K_{a6} , K_{a16} y K_{a20} . Primera observación es que la curva tiene un comportamiento lógico y esperado, que corresponde al comportamiento típico de un análisis de cualquier sistema dinámico. Tiene la amplitud base en con un desplazamiento inicial de 16 mil de pulgada. Al excitar el sistema con la fuerza de cruzada ‘ K_{xy} ’, esta frecuencia natural se ve desplazada hacia la derecha a un valor de 849 Hz. Un comportamiento esperado al desestabilizar al sistema.

El valor de la frecuencia natural baja en 2% con respecto a al valor de la frecuencia base. Esto nos dice que va haber inestabilidad a una frecuencia poco menor, y proporcional a la fuerza cruzada que está desestabilizando al sistema.

El valor máximo de desplazamiento corresponde al valor máximo del claro, esto también coincide en la condición cuando la fuerza cruzada es mayor. Esto es lógico si ve el mapa del compresor podemos decir que es cuando está en la región de desplome del compresor. Esto tiene sentido ya que en la operaciones el momento mas susceptible a entrar en desplome el compresor y cuando hay desprendimiento de la capa limite del flujo del alabe rotor y correspondiente al factor más grande de beta, que es cuando hay mayor fuerza desestabilizadora, ya que a 180 grados se encuentra el claro más abierto .

Por otro lado, es importante notar que el efecto de desbalance es limitado, ya que pasando las frecuencias criticas de 800-900 Hz el desplazamiento tiende a .008, quedando por debajo del desplazamiento base, que es cuando la máquina se encuentra ya térmicamente estable.

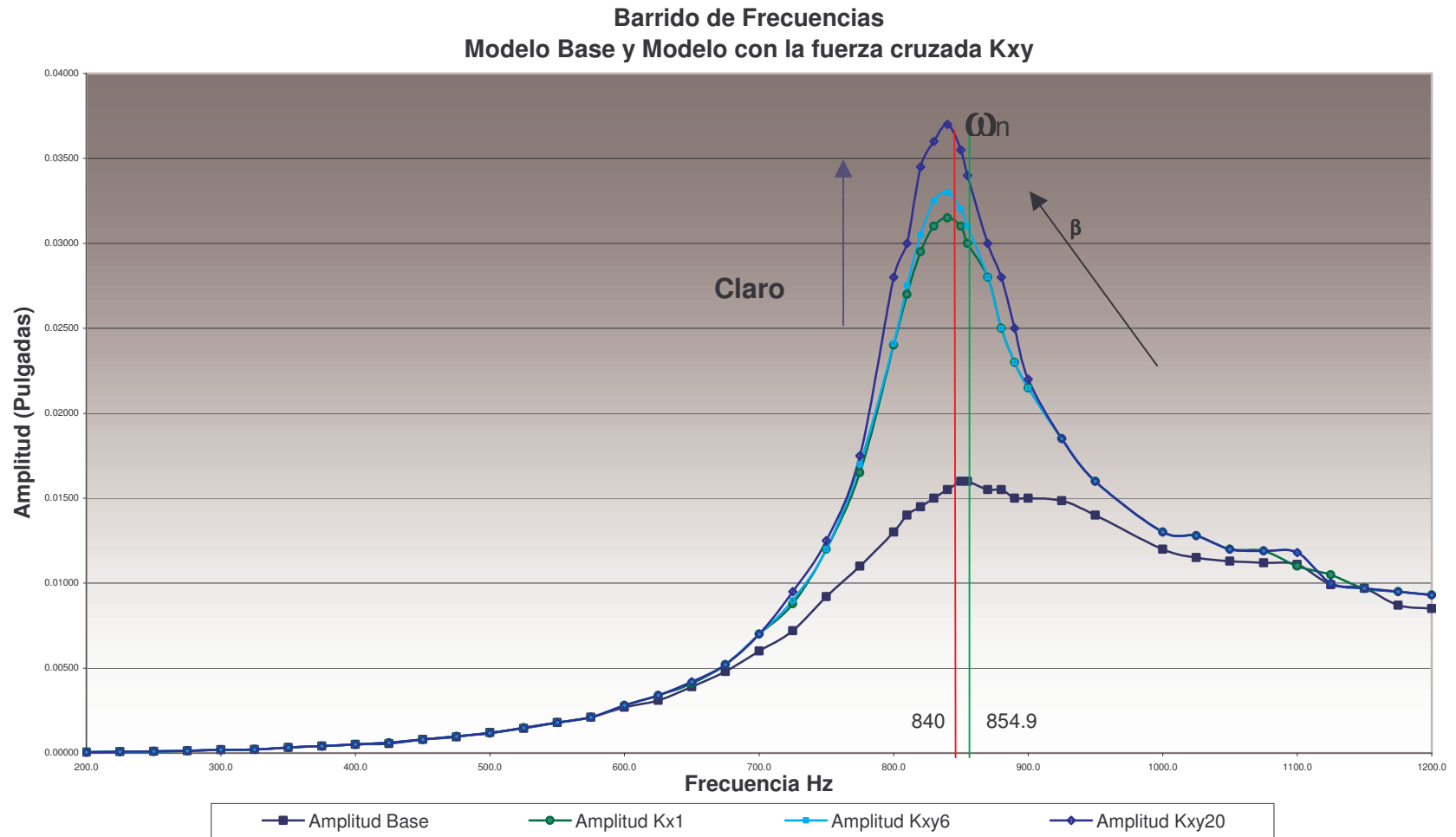


Fig. 5.3 Gráfica con barrido de frecuencia de 0 a 1600 hz(0-1600 RPM) amplitud vs. frecuencia (0 a 16 seg) caso (A)

5.2 Caso B) Cuando las fuerzas van en el mismo sentido, esto es: “ $K_{yx} = K_{xy}$ ”

La figura 5.4 es muy interesante en el sentido que la amplitud máxima generada por diferentes alturas de claro es casi constante.

El único valor que se dispara es cuando la altura del claro es la más alta. En este caso la frecuencia crítica se desplaza un poco hacia adelante para tres valores de K_a , que son K_{xy1} , K_{xy6} , y K_{xy16} .

Al igual que en el caso anterior este desbalance es temporal ya que tiende a un valor .01-.011.

Este caso provoca que el rango de las frecuencias críticas se amplíe de 650 hz a 950 hz. Lo que representa una región de inestabilidad más grande y requiera más amortiguamiento para poder controlar estas inestabilidades.

Este caso no presenta un patrón de comportamiento predecible, ya que parece que la amplitud baja un poco conforme aumenta el claro, hasta cierto valor (en este caso para k_{16}), pero si el valor de K_{xy} sigue aumentando la frecuencia se desplaza hacia un valor menor y la amplitud aumenta más. También se observa que bajo este modelo se presentan más inestabilidades que en el caso A.

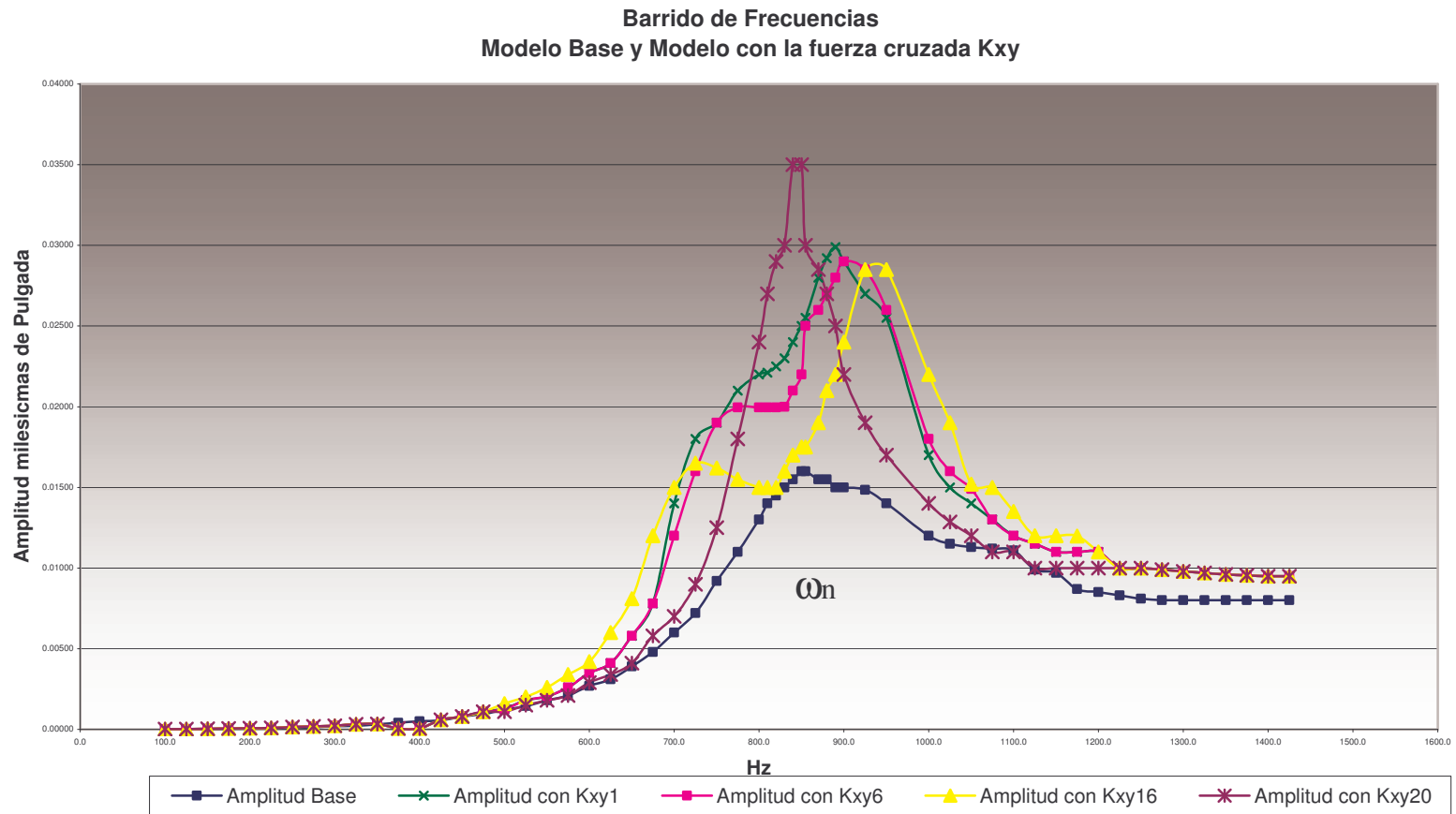


Fig. 5.4 Gráfica con barrido de frecuencia de 0 A 1600 Hz(0-1600 Rpm) Amplitud Vs. Frecuencia (0 A 16 Seg) Caso (B)

5.3 Análisis de estabilidad

El análisis de estabilidad se realizó para comprobar si el sistema utilizado para modelar las fuerza es estable.

Se analizó un sistema dinámico de segundo grado a través de la resolución de eigen valores. [8]. En el cual se obtuvo la frecuencia natural base, y las frecuencias en los dos casos antes mencionados de las condiciones de la fuerza cruzada. La matriz de resultados para el modelo base se muestra en la Fig. 5.5

W =

$$\begin{bmatrix} 834.0577 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 834.0577 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 834.0577 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 834.0577 \end{bmatrix}$$

Zeta =

$$\begin{bmatrix} 0.0579 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0579 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0579 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0579 \end{bmatrix}$$

Fig. 5.5 Frecuencia natural del sistema base, como resultado del análisis de estabilidad

Como se mostró en la figura 5.6 existen dos raíces reales y dos raíces imaginarias. Ambas raíces corresponden a los dos grados de libertad del sistema y son representativos del modo de vibración. Estas raíces corresponden a las dos frecuencias naturales de nuestro sistema y son . Nuestras ecuaciones de movimiento estaban acopladas, bajo este análisis el sistema nos da la frecuencia natural del sistema desacoplado.

El resultado proporciona la parte real (W) y la parte imaginaria (z) según la codificación en Matlab. La interpretación física de la parte real es la respuesta en tiempo. La parte imaginaria nos indica que cada elemento describe la magnitud y fase relativa del grado de movimiento asociado a dicho elemento cuando el sistema es excitado a dicho modo únicamente.

Los resultados al incorporar los diferentes valores de la fuerza cruzada se encuentran en la Fig. 5.1. La gráfica para el caso A se encuentran en la Fig. 5.6 y para el caso B en la Fig. 5.7.

		Fuerza en sentido opuesto a la rotación				Fuerza en el mismo sentido a la rotación			
		RAIZ 1		RAIZ 2		RAIZ 2		RAIZ 1	
		REAL	IMAGINARIA	REAL	IMAGINARIA	REAL	IMAGINARIA	REAL	IMAGINARIA
Ka01	19180.63	834.85	0.071	833.56	0.044	845.09	0.057	822.87	0.0587
Ka05	19198.7	834.85	0.071	833.56	0.044	845.1	0.057	822.86	0.058
Ka10	23038.44	835.04	0.073	833.44	0.04	847.29	0.057	820.6	0.058
Ka15	26878.17	835.25	0.076	833.44	0.039	849.48	0.056	818.34	0.059
Ka20	30717.91	835.46	0.079	833.4	0.036	851.66	0.056	816.07	0.0592

Tabla. 5.2 Concentrado de resultados del análisis de estabilidad con el efecto de la fuerza cruzada

En las graficas 5.6 y 5.7 se observa la congruencia con la gráfica del barrido de frecuencias (Fig. 5.3) en el desplazamiento de la frecuencia natural al incorporar la fuerza de desbalance. También se observó que el caso A se asemeja más a los resultados esperados típicos de un análisis de estabilidad. El caso B, no hay coherencia entre la raíz real y la imaginaria. No están en un movimiento real acoplado. No se ve un comportamiento típico de un análisis dinámico.

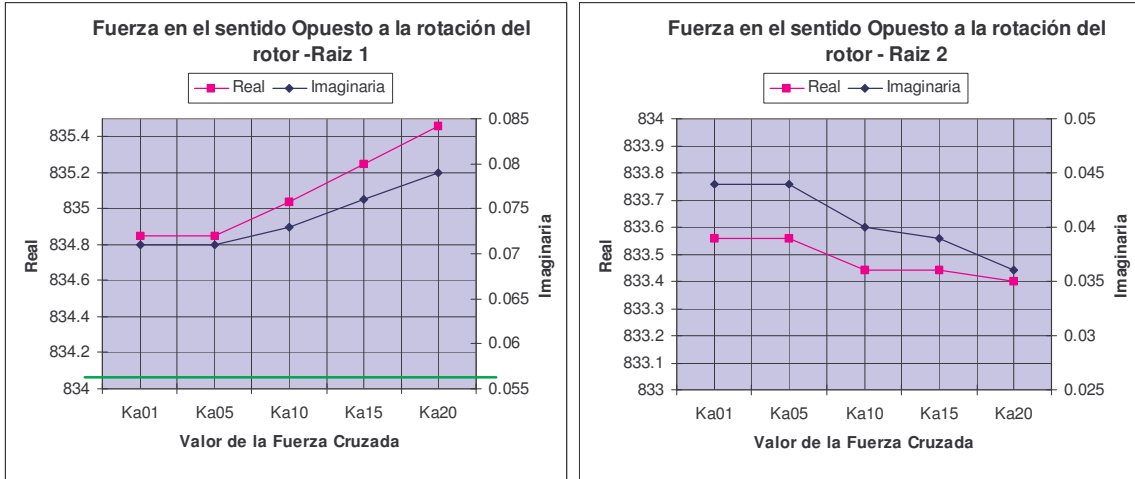


Fig. 5.6 Gráfica con Barrido De Ka1-Ka20 . Cuando la fuerza cruzada va en sentido puesto al giro del rotor

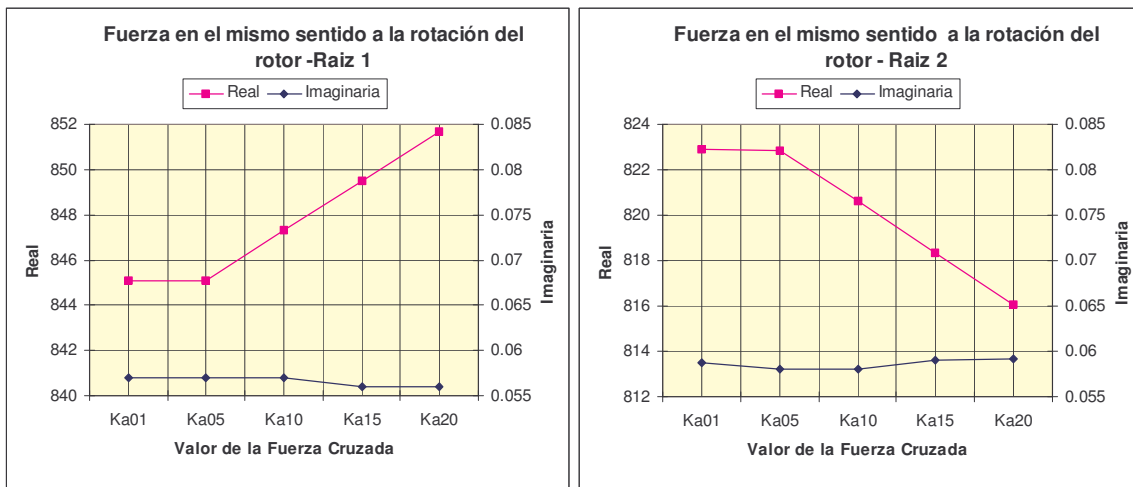


Fig. 5.7 Gráfica con Barrido De Ka1-Ka20 . Cuando la fuerza cruzada y el rotor giran en el mismo sentido

Los hasta este punto se observa la afectación de la variación de los claros y la importancia de definir la dirección de la fuerza cruzada, ya que de la magnitud y sentido de dicha fuerza existe un impacto en la dinámica del rotor y por ende del motor. El análisis de estabilidad valida el modelo utilizado para simular la fuerza cruzada generada por la altura del claro entre la carcaza y el álabe rotor.

Conclusiones y Recomendaciones



Conclusiones

Los resultados fueron dentro del comportamiento esperado. De los dos modelos analizados el caso (A) , cuando la fuerza gira en el sentido opuesto al rotor, es que más se asemeja al comportamiento dinámico de un rotor. El caso (B), cuando la fuerza y el rotor giran en el mismo sentido, no arroja resultados que puedan ser evaluados y cuantificados en ningún patrón representativo de un sistema dinámico.

Conforme el claro es más grande la fuerza desestabilizadora genera un desplazamiento mayor del eje de torsión respecto al eje del centro de masa del rotor. Esto es generado por que en un extremo del la carcasa y rotor el claro él más amplio y del otro lado (a 180 grados) el claro es el más cerrado.

El impacto que causa el claro en la estabilidad del rotor es significativo en cuestión de desplazamiento del centro de gravedad del rotor de su eje de rotación. La afectación de la fuerza generada por los claros representa una diferencia entre un 2 % y 25 % en la velocidad crítica de rotación. Además de generar una amplitud del 200% respecto a la amplitud base. Si se menciona que por cada milésima de pulgada existe una perdida de eficiencia del .15%, al tener 16 milésimas de claro existe una perdida de eficiencia del 2%. Lo que implica un mayor consumo de combustible y perdida de estabilidad aerodinámica. Tal como se ve su trayectoria en el mapa durante una aceleración o desaceleración el motor se acerca más a la región de desplome y desprendimiento de capa límite. Mecánicamente representa rozamiento no uniforme entre el álabe rotor, la carcasa y flecha, que representa un mayor desgaste de las partes. Conforme pasa el tiempo el claro se va cerrando y esta fuerza en menor es por que la maquina está llegando a su punto de estabilidad térmica.

Recomendaciones

A través del modelo matemático y el factor **Kxy** que incorpora el valor del torque y la aceleración, fue posible incorporar el parámetro térmico que se deseó explorar (Heat Soak), ya que esta fuerza siempre se podrá dejar en función del torque y a su vez este representa cualquier parámetro termodinámico del motor. El nivel de aceleración o desaceleración se puede incorporar a través de alfa, ya sea una aceleración brusca o lenta. Sin embargo es importante seguir precisando los estudios considerando otros parámetros como diferentes tipos de motores de aviación, la variación de la geometría conforme a las diferentes etapas, el rango de operación etc., y compararlos con datos experimentales para poder tener un modelo que simule este comportamiento con más precisión, con la finalidad de poder cuantificar la fuerza de desbalance. Esto para conocer el comportamiento durante las diferentes fases de operación del motor y así determinar una ecuación de transferencia. Se pudiera pensar en incorporar cada vez sistemas “inteligentes de amortiguamiento” que permitan contrarrestar esta fuerza y mejorar la operación del motor, además de poder realizar estudios complementarios que lleguen a cuantificar el nivel de afectación en la vida útil del motor y rendimiento del mismo.

En muchos diseños este tipo de parámetros solamente se engloban y se les da un margen de operación al motor. Esto ocasiona que los motores se encuentren sobre diseñados. Es decir pueden dar más de lo que está calculado o en el peor de los casos que los motores fallen en condiciones no normales de operación. Ahora, a través de la experiencia y datos acumulados los diseños cada vez son más óptimos con la finalidad de aumentar el rendimiento del motor, disminuir los desgastes de los álabes, de la carcasa, flecha, cojinetes, etc. De ahí la importancia de generar modelos que cuantifiquen cada vez este fenómeno más preciso, para generar diseños cada vez más eficientes, menos caros y más confiables.

Referencias

- [1] Miguel Toledo. *Fundamentos Turbinas de Gas. 2002*
 - [2] Miguel Toledo. *Fundamentos de Mecánica de Fluidos .2002*
 - [3] Herb Saravanamuttoo, Henry Cohen, Gordon Rogers, Rogers G. F. C. Hardcover - *Gas Turbine Theory*, Pearson Education Mayo 2001. Cap. 9
 - [4] Jack D. Mattingly - *Elements of Gas Turbine Propulsión*, , McGraw-Hill , Septiembre 1993. Cap.3
 - [5] Philip P. Walsh, Paul Fletcher, *Gas Turbine Performance*, A S M E Press, Enero 1996.
 - [6] D. Gordon, *Aerothermodynamics of Gas Turbines and Rocket Propulsion*, AIAA , Enero 1997.
 - [7] ErwingKreysig, *Advanced Mathematics for Engineers*, Wiley, John & Sons, Incorporated *Diciembre 1998*.
 - [8] Daniel J. Inman, *Engineering Vibration*, Prentice Hall, Agosto 2000.
 - [9] J.P. Den Hartog, *Mechanical Vibrations* ,Dover Publications, Incorporated, Novimebre 1990.
 - [10] Singiresu S. Rao, *Mechanical Vibrations*, Prentice Hall, Marzo 1995.
 - [11] Thompsom. William, *Mechanical Vibrations*, 1998.
-

Publicaciones Técnicas (artículos)

- [12] Storace, Wisler , Shin Beacher -*Unsteady flow and whirl inducing forces in Axial Flow Compressors* ,ASME Proceedings Turbo Expo 2000-ASME 2000 GT-0565.
 - [13] T.SCHOEBERI -*A General Computational Method for Simulation and Prediction of Transient Behavior of Gas Turbines*, ASME 88-GT-100
 - [14] Shiyu, Zhou. *The Analytical Imbalance Response of Jeffcot Rotor During Acceleration*, Journal of Manufacturing Science ASME 2001
 - [15] Sandford,Fleeter. *Gas turbina Engine Compressor –Combustor Dynamics Simulation Design*. Feb 1999.
 - [16] Kieleb, Jason. *Experimental and Numerical Study of Forced Response in a Full Scale Rotating Turbine*. ASME 2001-GT-0263
 - [17] AS755D- *Aircraft Propulsion System Performance Station Designation and Nomenclature*,SAE Issued 1962-11 ,Revised 2004.-08
 - [18] Dynamic Analysis by numerical integration ,csi.berkeley.com
 - [19] Title 14: Aeronautics and Space
Code of Federal Regulations , PART 33—AIRWORTHINESS
STANDARDS: AIRCRAFT ENGINES
-

Apéndice A



Código de Matlab con el sistema de las ecuaciones diferenciales de Segundo grado.

```
function DIF=EOMM(t,y)
global M Kx Ky Cx Cy a u Kax Kay Xo
DIF=[y(2); 1/M*(-Cx*y(2)-Kx*y(1)- Kax*y(3)+M*u*a^2*cos(a*t)); y(4); 1/M*(-
Cx*y(4)-Ky*y(3)-Kay*y(1)+M*u*a^2*sin(a*t))];
```

Código de Matlab para resolver las ecuaciones diferenciales de Segundo grado

```
global M Kx Ky Cx Cy a u Fox Foy Kax Kay Xo S rpm rpms C
M=1.035;
Kx=7.2*10^5;
Ky=7.2*10^5;
Kax=0;
Kay=0;
Cx=200;
Cy=200;
u=.000004254;
a=832.05;
% for a = 1201;
to=0;
tn=1000;
tspan=[0,0.15];
h=0.05;
y0=[0 0 0 0];
[t,y]=ode45(@EOMMtesta,tspan,y0);
plot(t,y(:,1),t,y(:,2),t,y(:,3),t,y(:,4));
% a = a + 20;
end
```

Código para calcular los eigen valores de un sistema de dos grados de libertad.

```
global A M C n K ReD ImD Zeta W
% enter data
n=2;M=[1.035 0;0 1.035];C=[100 0;0 100];K=[7.2*10^5 0;0 7.2*10^5];
% compute the state matrix
A=[zeros(n) eye(n); -M\K -M\C];
[V,D]=eig(A); %computes aeigenvalues and eigenvectors
%compute real and imaginary part
ReD=(D+D')/2;ImD=(D'-D)*i/2;
W=(ReD^2+ImD^2) .^5, Zeta=-ReD/W
end
```




INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL
COORDINACION GENERAL DE POSGRADO E INVESTIGACION

CARTA CESION DE DERECHOS

En la Ciudad de México, Distrito Federal, el día 6 del mes de septiembre del año 2004, el (la) que suscribe _Ing. Sandra Estrada Jarquín_ alumno(a) del Programa de maestría en ingeniería mecánica con especialidad en energética con número de registro A020349, adscrito a la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación de la ESIME Unidad Zacatenco, manifiesta que es autor(a) intelectual del presente Trabajo de Tesis bajo la dirección del Dr. Ignacio Carvajal Mariscal y cede los derechos del trabajo intitulado: Simulación del Estado Transitorio Durante las Fases de Aceleración y Desaceleración de un Turbo Jet Considerando los Efectos de "Heat Soak", al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, graficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la siguiente dirección: almacielo@yahoo.com.

Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

Sandra Estrada Jarquín