

Instituto Politécnico Nacional

Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica Sección de Estudios de Posgrado e Investigación

ESTUDIO DE FATIGA POR ROZAMIENTO EN COMPONENTES CON RECUBRIMIENTO SUPERFICIAL Y SIN RECUBRIMIENTO SUPERFICIAL

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS CON ESPECIALIDAD EN INGENIERÍA MECÁNICA

PRESENTA:

ING. JULIO CÉSAR MUÑOZ CÉSAR

DIRECTORES:

DR. GUILLERMO URRIOLAGOITIA CALDERÓN DR. GUILLERMO URRIOLAGOITIA SOSA



MÉXICO, D.F. 2009

| HON | | |
|--|--|---|
| INSTITUTO | | SIGNAL |
| SECRETARIA | F INVESTIGACION VI | |
| | | POSGRADO |
| ACTA | DE REVISION DE TES | IS |
| En la Ciudad da | | |
| Junio del <u>2009</u> se reunieron los por el Colegio de Profesores de Estudios | siendo las <u>14:00</u> l s miembros de la Comisió de Posgrado e Investigaci | horas del día <u>19</u> del mes n Revisora de Tesis designada tón de la E. S. I. M. E |
| para examinar la tesis de grado titulada: | | |
| "ESTUDIO DE FATIGA POR ROZA | AMIENTO EN COMPONI | ENTES CON RECUBRIMIENTO |
| SUPERFICIAL Y S | SIN RECUBRIMIENTO S | UPERFICIAL" |
| | | 1 |
| Presentada por el alumno: | | |
| MUÑOZ | CESAR | JULIO CESAR |
| Apellido paterno | Apellido materno | Nombre(s) |
| | Con registro | D: A 0 7 0 2 2 |
| Aspirante al grado de: | | |
| MAESTRO EN C | ENCIAS EN INGENIEDÍ | |
| Después de intercambiar aninianas las mis | | |
| 144 the | Los Directores de tesis | |
| DR. GUILLERMO URRIOLAGOITIA CALDE | RÓN DR GUI | 440 |
| | | ILLERMO URRIOLAGOITIA SOSA |
| Presidente/ | | Socurdo Vocol |
| Presidente | DK. 60 | Segundo Vocal |
| Presidente | Dix. 601 | Segundo vocal |
| Presidente DR. LUIS HÉCTOR HÉRNANDEZ GÓME | Z DR GUU | Segundo Vocal |
| Presidente DR. LUIS HÉCTOR HÉRNANDEZ GÓME | Z DR. GUIL | Segundo ocal LLERMO URRIOLAGOITIA SOSA |
| Presidente DR. LUIS HÉCTOR HÉRNANDEZ GÓME | Z DR. GUIL | Segundo Vocal LLERMO URRIOLAGOITIA SOSA |
| Presidente DR. LUIS HÉCTOR HÉRNANDEZ GÓME Tercer Vocal | Z DR. GUIL | Segundo ocal encoloridados LLERMO URRIOLAGOITIA SOSA |
| Presidente DR. LUIS HÉCTOR HÉRNANDEZ GÓME Tercer Vocal | Z DR. GUIL | Segundo vocal LLERMO URRIOLAGOITIA SOSA Secretario |
| Presidente DR. LUIS HÉCTOR HÉRNANDEZ GÓME Tercer Vocal | | Segundo vocal LLERMO URRIOLAGOITIA SOSA Secretario |
| DR. LUIS HÉCTOR HÉRNANDEZ GÓME Tercer Vocal DR. EMMANUEL ALEJANDRO MERCHAN CL | Z DR. GUIL | Segundo ocal LERMO URRIOLAGOITIA SOSA Secretario |
| DR. LUIS HÉCTOR HÉRNANDEZ GÓME Tercer Vocal DR. EMMANUEL ALEJANDRO MERCHAN CI | Z DR. GUIL | Segundo vocal LLERMO URRIOLAGOITIA SOSA Secretario MUELAGOITIA SOSA |
| Presidente DR. LUIS HÉCTOR HÉRNANDEZ GÓME Tercer Vocal DR. EMMANUEL ALEJANDRO MERCHAN CI | Z DR. GUIL RUZ DR. SA RESIDENTE DEL COLEGIO | Segundo ocal LLERMO URRIOLAGOITIA SOSA Secretario MUEL ALCANTARA MONTES |
| Presidente DR. LUIS HÉCTOR HÉRNANDEZ GÓME Tercer Vocal DR. EMMANUEL ALEJANDRO MERCHAN CH EL PR | EZ DR. GUIL RUZ DR. SA RESIDENTE DEL COLEGIO | Segundo ocal LERMO URRIOLAGOITIA SOSA Secretario MUEL ALCANTARA MONTES |
| Presidente DR. LUIS HÉCTOR HÉRNANDEZ GÓME Tercer Vocal DR. EMMANUEL ALEJANDRO MERCHAN CH EL PR | Z DR. GUIL RUZ DR. SA RESIDENTE DEL COLEGIO | Segundo ocal LLERMO URRIOLAGOITIA SOSA Secretario MUEL ALCANTARA MONTES |
| Presidente DR. LUIS HÉCTOR HÉRNANDEZ GÓME Tercer Vocal DR. EMMANUEL ALEJANDRO MERCHAN CI EL PR | EZ DR. GUIL RUZ DR. SA RESIDENTE DEL COLEGIO | Segundo ocal LERMO URRIOLAGOITIA SOSA Secretario MUEL ACANTARA MONTES |



INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL

COORDINACIÓN GENERAL DE POSGRADO E INVESTIGACION

CARTA DE CESIÓN DE DERECHOS

En la Ciudad de México, Distrito Federal, el día 23 de Junio del año 2009, el que suscribe JULIO CÉSAR MUÑOZ CÉSAR alumno del Programa de MAESTRÍA EN CIENCIAS CON ESPECIALIDAD EN INGENIERÍA MECÁNICA con número de registro A070223, adscrito en la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación de la E.S.I.M.E Unidad Zacatenco, manifiesta que es autor intelectual de este trabajo de Tesis bajo la dirección del DR. GUILLERMO URRIOLAGOITIA CALDERÓN y GUILLERMO URRIOLAGOITIA SOSA y cede los derechos del trabajo titulado <u>"ESTUDIO DE FATIGA POR ROZAMIENTO EN COMPONENTES CON RECUBRIENTO SUPERFICIAL Y SIN RECUBRIMIENTO SUPERFICIAL"</u>, al Instituto Politécnico Nacional para su difusión con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o directores del trabajo. Este puede ser obtenido, escribiendo a la siguiente dirección electrónica: jucemuce@hotmail.com. ó en:

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA SECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN UNIDAD PROFESIONAL ADOLFO LOPEZ MATEOS, EDIF. 5 2do PISO COL. LINDAVISTA, 07738 MÉXICO D.F. TEL. 57296000 EXT. 54740

Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

Ing. Julio César Muñoz César

Nombre y Firma

Agradecimientos

A mis padres, que con su ejemplo me han hecho comprender que las cosas que valen la pena en la vida sólo se pueden obtener trabajando fuerte y porque siempre están conmigo. Este trabajo es para ustedes, los amo.

A mis hermanos, porque son un buen ejemplo y siempre están ahí cuando los necesito.

Alicia, gracias por recorrer este camino conmigo. Eres una persona muy importante en mi vida.

Dr. Guillermo Urriolagoitia Sosa y Dr. Guillermo Urriolagoitia Calderón, gracias por el tiempo, apoyo y consejos brindados.

Gracias a todas aquellas personas que de alguna forma ayudaron a que este trabajo se realizara.

Resumen

Gran cantidad de los componentes de máquinas y estructuras, están sometidas a cargas repetitivas (*Fatiga*) y condiciones de contacto, Como el caso de elementos que componen a los puentes, grúas, aviones, automóviles, etc, sólo por mencionar algunos.

Cuando se diseñan componentes mecánicos, lo que se busca principalmente es el soportar la acción de los agentes externos a los cuales van a estar sometidos, sin importar el tipo de ajuste o ensamble que se necesite para terminar la máquina en cuestión para así garantizar un tiempo de vida útil.

Una de las maneras para mejorar el desempeño de estos componentes, frente a condiciones de contacto, es la aplicación de recubrimientos superficiales. Lo anterior es debido a que reducen en gran medida las fuerzas de fricción entre los elementos, es por esta razón, que el tema principal de este trabajo, es determinar cómo afectan estos recubrimiento en la distribución de los esfuerzos sobre la superficie de los materiales y a su vez determinar cómo varía el tamaño de la zona de contacto.

En este trabajo se desarrolla un análisis numérico-analítico para comparar los efectos que causan las condiciones de contacto en configuración cilíndrica a los materiales en cuestión. Tanto en elementos con recubrimiento superficial (Tungsteno) cómo en elementos sin recubrimiento superficial (acero inoxidable AISI 316L).

Los recubrimientos superficiales confieren mayor resistencia contra el desgaste a los materiales debido a que modifican la dureza y el coeficiente de rozamiento, es por eso que los resultados obtenidos en esta investigación permiten asentar las bases numéricas y analíticas para desarrollar estudios de contacto utilizando programas computacionales, ya que se pueden obtener valores con desviaciones muy pequeñas cuando se comparan ambos métodos y de esta forma se puede realizar los análisis mucho más rápido.

Abstract

A large number of components of machines and structures are subjected to repetitive loads (fatigue), such as component elements of the bridges, cranes, planes, vehicules, etc, only to mention a few.

It is important that this mechanical elements keep their structural integrity regardless the loading conditions. This must be independient of the assembly or adjustement conditions. In this way it is warranty the operation life.

When designing mechanical components, which mainly aim to support the action of external agents to which they are to be submitted regardless of the type of assembly or adjustment is needed to complete the machine in question, and thus ensure a certain shelf life.

One way to improve the performance of these components, is the application of surface coatings, because they greatly reduce the frictional forces between the elements. For this reason that the main objetive of this work is the evaluation how these affects over the stress of coating on the surface of materials and determine the variation size of the contact zone.

This paper develops an analytical-numerical analysis to compare the effects caused by the contact conditions in a cylindrical configuration of the materials in question, both elements coated surface (Tungsten) how elements uncoated surface (stainless steel AISI 316L).

Surface coatings increase the wear resistance of materials by modifying the hardness and friction coefficient, that is why the results obtained in this investigation allows to lay the foundations for developing numerical and analytical studies of contact using computer programs, and values that can be obtained with very small deviations when comparing the two methods and thus the analysis can be done much faster.

Índice

| Agradecimientos | iv |
|---|------|
| Resumen | v |
| Abstract | vi |
| Índice | vii |
| Índice de figuras | x |
| Índice de tablas | xiii |
| Objetivo | xiv |
| Justificación | XV |
| Introducción | xvi |
| | |
| Capítulo I Generalidades | 1 |
| I.1 Generalidades | 2 |
| I.2 Antecedentes históricos | |
| I.3 Sumario | |
| | |
| Capítulo II Contacto mecánico | |
| II.1 Contacto mecánico | |
| II.2 Ley de Coulomb | |
| II.3 Geometría de contacto | |
| II.3.1 Contacto plano | |
| II.3.2 Contacto plano con esquinas redondeadas | |
| II.3.3 Contacto cilíndrico | |
| II.3.4 Contacto esférico | |
| II.4 Material para ensayos y recubrimientos superficiales | |

| | ~ . | |
|------|---------|----|
| II.5 | Sumario | 46 |

| Capítulo III Análisis numérico-analítico de elementos sin recubrimiento superficial 47 |
|--|
| III.1 Estudio numérico-analítico de elementos sin recubrimiento superficial |
| III.1.1 ¿Como funciona el Método de Elemento Finito? |
| III.2 Análisis numérico de elementos sin recubrimiento superficial |
| III.2.1- Características del problema51 |
| III.2.2- Datos necesarios para el análisis |
| III.2.3- Procedimiento |
| III.2.3.1- Descripción de la geometría |
| III.2.3.2- Generación de la malla |
| III.2.3.3- Generación de los elementos de contacto |
| III.2.3.4- Aplicación de cargas y restricciones |
| III.2.3.5- Solución |
| III.2.3.5.1 Distribución de la presión en la zona de contacto |
| III.3 Estudio analítico de elementos sin recubrimiento superficial |
| III.3.1- Consideraciones Teóricas |
| III.3.2- Solución analítica |
| III.4 Sumario |

| Capítulo IV Estudio numérico-analítico de elementos con recubrimiento superficial | . 73 |
|---|------|
| IV.1 Estudio numérico-analítico de elementos con recubrimiento superficial | . 74 |
| IV.1.2 Análisis numérico de elementos con recubrimiento superficial | . 74 |
| IV.1.2.1- Características del problema | . 74 |
| IV.1.2.2- Datos necesarios para el análisis | . 74 |
| IV.1.2.3- Descripción de la geometría | . 75 |

| IV.2.2 Generación de la malla | . 76 |
|---|------|
| IV.2.3- Generación de los elementos de contacto | . 77 |
| IV.2.4- Aplicación de cargas y restricciones | . 78 |
| IV.2.5- Solución | . 79 |
| IV.2.5.1 Distribución de la presión en la zona de contacto | . 81 |
| IV.3 Estudio analítico de elementos con recubrimiento superficial | . 83 |
| IV.3.1- Características del problema | . 83 |
| IV.3.2- Cálculo de la distribución de la presión | . 85 |
| IV.4 Sumario | . 93 |

| Capítulo V Interpretación y comparación de resultados | . 95 |
|--|------|
| V.1 Interpretación y comparación de resultados | . 96 |
| V.2 Análisis y comparación de las presiones obtenidas en la zona de contacto | . 96 |
| V.2.1Análisis y comparación de elementos sin recubrimiento superficial | . 96 |
| V.2.2Análisis y comparación de elementos con recubrimiento superficial | . 99 |
| V.2.3Análisis y comparación de esfuerzos | 104 |

| Conclusiones 1 | 106 |
|--|------------|
| rabajos futuros 1 | 109 |
| Referencias 1 | 11 |
| Anexos 1 | 24 |
| Anexos 1 Programa en ANSYS 11.0 para contacto cilíndrico en elementos recubrimiento superficial | sin 125 |
| Anexos 2 Programa en ANSYS 11.0 para contacto cilíndrico en elementos c recubrimiento superficial | con 129 |

Índice de figuras

| Figura I.1 Similitud de la Fatiga en materiales con respecto al cuerpo humano | 2 |
|---|----|
| Figura I.2 Falla de una estructura mecánica | 3 |
| Figura I.3 Descarrilamiento de un tren debido a fallas en las vías | 4 |
| Figura I.4 Imagen de la fractura en materiales | 6 |
| Figura I.5 Diferencia entre Fatiga simple y Fatiga por frotamiento | 7 |
| Figura I.6 Fatiga por frotamiento en contacto plano | 9 |
| Figura I.7 Fatiga por frotamiento en contacto cilíndrico | 10 |
| Figura I.8 Fatiga por frotamiento en contacto esférico | 13 |
| Figura I.9 Desarrollo del crecimiento de grieta | 14 |
| Figura I.10 Análisis realizado por el Método de Elemento Finito | 15 |
| Figura I.11 Aplicación del granallado a un engrane recto | 19 |
| | |
| Figura II.1 Consideraciones de contacto | 25 |
| Figura II.2 Configuraciones adicionales sobre contacto | 26 |
| Figura II.3 Contacto en reducción | 27 |
| Figura II.4 Contacto normal entre dos cuerpos | 27 |
| Figura II.5 Deslizamiento entre cuerpos rígidos | 29 |
| Figura II.6 Contacto plano | 31 |
| Figura II.7 Momento generado por la fricción | 32 |
| Figura II.8 Distribución de presiones | 32 |
| Figura II.9 Contacto plano con esquinas redondeadas | 33 |
| Figura II.10 Ubicación de las cargas en contacto plano con esquinas redondeadas | 35 |
| Figura II.11 Contacto cilíndrico y fuerzas aplicadas | 36 |
| Figura II.12 Deslizamientos generados por cargas aplicadas | 37 |
| Figura II.13 Contacto esférico | 40 |
| | |

| Figura III.2 Configuración del conjunto cilindro - solera para el análisis numérico. | 52 |
|---|---------|
| Figura III.3 Elemento plano 42 | 53 |
| Figura III.4 Malla del conjunto cilindro-solera | 53 |
| Figura III.5 Elemento Target 169 en cilindro y Contac 175 en solera | 54 |
| Figura III.6 Geometría Targe 169. a) Elemento para contacto entre superficies b) Eler | nento |
| para contacto entre una superficie y un nodo | 55 |
| Figura III.7 Geometría Conta175. a) Configuración línea y nodo. b) Configuración supe | erficie |
| nodo. | 55 |
| Figura III.8 Aplicación de restricciones al conjunto | 56 |
| Figura III.9 Verificación del estado inicial del contacto | 57 |
| Figura III.10 Convergencia de la solución | 58 |
| Figura III.11 Distribución de la presión en el área de contacto | 59 |
| Figura III.12 Distribución de los nodos | 59 |
| Figura III.13 Gráfica distribución de la presión con respecto a los nodos | 60 |
| Figura III.14 Plano sujeto a una fuerza normal P y una fuerza tangencial Q | 61 |
| Figura III.15 Línea de contacto entre dos cuerpos deformables sujetos a una presión P | y una |
| fuerza tangencial Q | 65 |
| Figura III.16 Aplicación de presión sobre la zona de contacto | 66 |
| Figura III.17 Distribución de la presión con respecto al eje x | 70 |
| Figura III.18 Comparación de presiones obtenidas por MEF y por el método analíti | co.70 |
| Figura III.19 Estado de esfuerzos en la zona de contacto | 71 |
| | |
| Figura IV.1 Configuración de la geometría para ensayos con recubrimiento superficia | l para |
| análisis computacional | 75 |
| | |

| analisis computacional |
|--|
| Figura IV.2 Malla del conjunto cilindro-solera con recubrimiento superficial76 |
| Figura IV.3 Elemento Contac 175 en solera77 |
| Figura IV.4 Elemento Target 169 en cilindro78 |
| Figura IV.5 Restricciones aplicadas a conjuntos con recubrimiento superficial79 |
| Figura IV.6 Verificación del estado inicial del contacto para el análisis de elementos con |
| recubrimiento superficial80 |
| Figura: IV.7 Convergencia de la solución en materiales recubiertos80 |
| Figura: IV.8 Visualización de los nodos de contacto en la superficie de la solera81 |

| Figura IV.9 Gráfica distribución de la presión con respecto a los nodos elementos con |
|--|
| recubrimiento superficial |
| Figura IV.10 Configuración de los elementos para ensayos con recubrimiento |
| superficial |
| Figura IV.11 Presión con respecto al eje x en materiales con recubrimiento |
| superficial91 |
| Figura IV.12 Comparación de presiones obtenidas por MEF y por el método analítico para |
| elementos recubiertos |
| Figura IV.13 Distribución de los esfuerzos en componentes con recubrimiento |
| superficial |
| |
| $\mathbf{F}'_{\text{result}} = \mathbf{V} 1 - \mathbf{D}'_{\text{result}} \mathbf{i}_{\text{result}} 1_{\text{result}} 1_$ |

| Figura V.I Distribución de la presión. Análisis numérico | 96 |
|---|------------|
| Figura V.2 Distribución de la presión. Método analítico | 97 |
| Figura V.3 Comparación de resultados | 99 |
| Figura V.4 Distribución de la presión. Análisis numérico en elementos con rec | ubrimiento |
| superficial | 100 |
| Figura V.5 Distribución de la presión. Método analítico en elementos con recu | ubrimiento |
| superficial | 101 |
| Figura V.6 Comparación de resultados en materiales con recubrimiento superfic | ial102 |
| Figura V.7 Comparación de resultados | 103 |
| Figura V. 8Distribución de esfuerzos en componentes sin recubrimiento superfi | cial104 |
| Figura V.9Distribución de esfuerzos en componentes con recubrimiento superficia | I105 |

Índice de tablas

| Tabla II.1 Composición química del acero AISI 316L (% de peso)43 | |
|---|--|
| Tabla II.2 Propiedades mecánicas del acero AISI 316L43 | |
| Tabla II.3 Elementos para recubrimientos superficiales | |
| | |
| Tabla III.1 Valor de la presión en los nodos60 | |
| Tabla III.2 Distribución de la presión en la zona de contacto | |
| | |
| Tabla IV.1 Presión en los nodos en elementos recubiertos superficialmente82 | |
| Tabla IV.2 Distribución de la presión en la zona de contacto en elementos con recubrimiento | |
| superficial | |

Objetivo

Este trabajo se enfoca principalmente en realizar el análisis por rozamiento en componentes con y sin recubrimiento superficial, para determinar la diferencial entre el tamaño de huella que se produce, la distribución de la presión bajo la zona de contacto y la magnitud de los esfuerzos que se generan.

Objetivos particulares:

- > Desarrollar y entender el conocimiento en el área de contacto.
- Determinar el tamaño de huella que se genera utilizando una configuración cilíndrica en componentes con recubrimiento superficial.
- Determinar el tamaño de huella que se genera utilizando una configuración cilíndrica en componentes sin recubrimiento superficial.
- > Obtener la diferencia entre los tamaños de huella de los diferentes elementos.
- Obtener la variación en la distribución de la presión entre elementos con recubrimiento y sin recubrimiento.
- Obtener el valor de los esfuerzos máximos que se generan en los elementos y como están distribuidos.
- Desarrollo numérico y analítico de los estados de esfuerzo para el tamaño de huella del caso de estudio.
- Evaluación numérica y analítica de los estados de esfuerzo para el tamaño de huella del caso de estudio.

Justificación

Diversos elementos de máquinas y estructuras están sometidos a diferentes tipos de agentes externos y fijación que pueden producir fatiga por rozamiento. Por lo que resultaría muy interesante determinar cómo puede beneficiar un recubrimiento superficial para retardar los efectos de la fatiga por rozamiento.

En la actualidad, existen diversos tratamientos superficiales utilizados para mejorar el desempeño de piezas sometidas a cargas dinámicas y de rozamiento. Entre estos tratamientos superficiales están los térmicos, los químicos y los recubrimientos superficiales. Estos últimos ayudan a reducir la fricción entre los componentes de máquinas que sufren un deslizamiento entre si. Esto conlleva a que los esfuerzos internos disminuyan. Además de reducir la fricción entre componentes, los recubrimientos superficiales pueden agregar cierta dureza a los materiales. Por lo que sería muy interesante determinar, cómo es que este tipo de tratamientos superficiales modifican el comportamiento de la presión y los esfuerzos bajo la zona de contacto.

Este trabajo de investigación busca determinar que tan confiable es realizar estudios de contacto, utilizando métodos numéricos, apoyándose en un estudio analítico y realizando una comparación de los resultados obtenidos. Esto es muy importante, toda vez que si los resultados obtenidos están dentro de un error aceptable, todos los demás cálculos de deformación, tensiones, etc, pueden ser obtenidas por medio de un programa computacional.

Introducción

Este trabajo de investigación se divide en cinco capítulos, conclusiones y trabajos futuros. En el Capítulo I, se definen algunos términos como *Fatiga* y contacto mecánico. También se exponen sus antecedentes históricos, los aspectos relacionados a cómo influye la *Fatiga* por frotamiento en la vida útil de los materiales, la generación y propagación de grietas provocados por la aplicación esfuerzos y a grandes rasgos como es que fueron evolucionando las investigaciones de *Fatiga* por frotamiento.

En el Capítulo II, se exponen las diferentes consideraciones de contacto que se deben tener en cuenta cuando se resuelven este tipo de problemas. La teoría sobre los diferentes métodos que existen para la solución de los mismos y una breve explicación de las geometrías de contacto plana, plana con esquinas redondeadas, cilíndrica y esférica. Así como las consideraciones teóricas que rigen la fricción entre los componentes.

El Capítulo III, describe todo lo relacionado con la simulación numérica de análisis de contacto mecánico. En la parte inicial, se hace una breve descripción de las ideas principales con las cuales trabaja el Método del Elemento Finito. Se describe la simulación de este fenómeno y se detalla cada aspecto relacionado en las etapas principales de todo análisis numérico; como es el preprocesador, el procesador y el postprocesador. También se realiza una comparación de los resultados obtenidos analíticamente y los obtenidos numéricamente.

El Capítulo IV, describe todo lo relacionado con la simulación de análisis de contacto mecánico, pero esta vez para elementos con recubrimiento superficial. En la parte inicial, se efectúa una breve descripción de las ideas principales para determinar los valores de modulo de Young y la relación de Poisson equivalentes para materiales recubiertos. Se describe la simulación de este fenómeno y se detalla cada aspecto relacionado. También se realiza una comparación de los resultados obtenidos analíticamente con los obtenidos numéricamente.

En el Capítulo V, se realiza un análisis de los resultados obtenidos por medio del MEF. Así como, una comparación de todos los resultados obtenidos. También se presentan una serie de

tablas que muestran los valores de la presión obtenida y el tamaño de huella generado por contacto cilíndrico.

Finalmente se presentan las conclusiones obtenidas en este trabajo de investigación, se proponen una serie de trabajos futuros y se colocan los anexos necesarios desarrollados en esta investigación.

Capítulo I Generalidades

En este capítulo, se definen algunos términos como Fatiga y contacto mecánico y se exponen sus antecedentes históricos, los aspectos relacionados en cómo influye la Fatiga por frotamiento en la vida útil de los materiales, la generación y propagación de grietas provocados por la aplicación esfuerzos y a grandes rasgos que fueron evolucionando las como es investigaciones de Fatiga por frotamiento.

I.1.- Generalidades

Fatiga, como un fenómeno mecánico, influye en forma directa en la vida útil de elementos de máquinas, equipos y herramientas. Desde que el hombre inicio con el estudio de este fenómeno, se enfocó en gran medida a la disminución en la vida útil que produciría un defecto o grieta en el comportamiento de los componentes [*Urriolagoitia-Sosa y Hills, 2000*].

Uno de los primeros procesos de manufactura que se utilizó para la generación de grietas, fue el empleado en las canteras para la obtención de las formas en diversas rocas y para el acomodo estructural de las mismas. Actualmente, una gran cantidad de empresas utilizan en sus procesos de fabricación la generación o retardo en el crecimiento de fallas o grietas [*Navarro, 2005*].

En forma muy general el tema referente a la generación y propagación de grietas provocados por la aplicación de esfuerzos se divide en dos grandes grupos; falla frágil y falla dúctil [*Gonzales y Velázquez, 2004*]. Generalmente acompañando al término falla se encuentra el término *Fatiga*, que es el daño en materiales bajo la acción de agentes externos en forma cíclica [*Jiménez-Piqué, et al., 2005*]. Este concepto ha sido utilizado a lo largo del tiempo y es muy probable que sea el término más empleado para describir el debilitamiento de las propiedades mecánicas del material. Lo anterior, para ponerlo en una forma coloquial, se puede relacionar con la sensación que tenían los obreros al trabajar largas jornadas, experimentar cansancio y aburrimiento, en especial cuando realizaban tareas repetitivas (Figura I.1).



Figura I.1.- Similitud de la Fatiga en materiales con respecto al cuerpo humano

Las fallas por *Fatiga* ocurren por diversas razones, una de ellas es por pura fluctuación en esfuerzos aplicados (*Fatiga* mecánica). También puede ser generada por cargas cíclicas actuando en asociación con alta temperatura (fluencia por *Fatiga*). Asímismo, la imposición de cargas recurrentes en presencia de químicos agresivos o un medio ambiente similar (*Fatiga* por corrosión). Por otro lado, la repetida aplicación de cargas en conjunto con el rozamiento entre materiales (*Fatiga* por rozamiento) [*Hernández y Espejo, 2002*].

I.2.- Antecedentes históricos

Fatiga tiene relación con materiales sometidos a cargas cíclicas que fluctúan con el tiempo. La *Fatiga* aparece en cualquier material, pero no era muy estudiada hasta el inicio de la revolución industrial [*Muñoz, 2007*]. Lo anterior se debe al gran aumento en el uso de materiales ferrosos. Durante esta época se construyeron en gran cantidad diversos elementos mecánicos y máquinas, principalmente con acero (los cuales solían fallar mucho antes de lo esperado). Debido a un sin número de catástrofes (Figura I.2) que se suscitaron en estos tiempos, se inicio en forma científica con el estudio de la *Fatiga* en componentes mecánicos.



Figura I.2.- Falla de una estructura mecánica

Uno de los primeros estudios sobre *Fatiga* en materiales con sustento científico y con la obtención de resultados correctos, se realizó alrededor del año de 1829 por un investigador

alemán de la industria minera llamado *Albert* [1938]. El realizó pruebas que evidenciaban el daño por cargas cíclicas en los eslabones de cadenas fabricadas con Hierro. Sin embargo, el crédito por utilizar el término *Fatiga* para describir la falla de componentes metálicos bajo cargas alternantes fue adjudicado a *Braithwaite* [1854].

El interés en el estudio sobre la *Fatiga* en los materiales, se incrementa con el uso de estructuras ferrosas, particularmente en puentes y vías de ferrocarriles. La primera investigación detallada sobre *Fatiga*, fue realizada en 1842, como consecuencia de un accidente ferroviario en el que muchas personas perdieron la vida (Figura I.3). Por otra parte *Rankine* [1843] reconoció las características distintivas de la falla por *Fatiga* y notó que las concentraciones de esfuerzo puede llegar a ser muy peligrosas en componentes de maquinaría y de estructuras.



Figura I.3.- Descarrilamiento de un tren debido a fallas en las vías

Algunos registros de estudios sobre Mecánica de la Fractura llevan a creer que los primeros experimentos se realizaron simplemente por curiosidad científica y que posteriormente a principios del siglo XX se empezó a considerar como una disciplina muy importante dentro de las ciencia de la ingeniería.

Hodgkinnson [1849] fue comisionado por el gobierno Británico para realizar estudios sobre *Fatiga* en los procesos de forja y Hierro fundido, los cuales eran usados para la fabricación de

los puentes de ferrocarril. Simultáneamente, los resultados obtenidos sobre fractura por *Fatiga* en materiales fueron documentados en los trabajos realizados por *Braithwaite* [1854].

Posteriormente entre 1855 y 1875 *Wöhler* [*1871*] realizó una serie de ensayos sistemáticos sobre la falla originada por el fenómeno de *Fatiga* en los ejes de las vías de tren. Esto le dio la pauta para posteriormente obtener las curvas que relacionan las cargas aplicadas con el número de ciclos hasta la ruptura (curva S - N) y el límite a la *Fatiga*. Para lo cual construyó la primera máquina de flexión rotativa. Uno de los investigadores que confirmaron los resultados reportados por *Wöhler*, fue *Bauschinger* [*1886*], quien además definió y popularizó el límite elástico de los materiales y demostró que en algunos casos de carga axial el punto de cedencia puede ser diferente al observado en cualquier deformación.

Otra investigación relevante de la época fue la elaborada por *Fairbairn* [1864], quien realizó pruebas sobre remaches de forja de Hierro a los que aplicó más de 3.1×10^6 repeticiones de carga. Asimismo, *Gerber* [1874] inicia el desarrollo de métodos para el cálculo de la vida útil por *Fatiga* para diferentes niveles significativos de esfuerzos cíclicos. Además, *Goodman* [1899] atacó problemas similares.

Años más tarde *Basquin* [1910] propone leyes empíricas que caracterizan el límite de resistencia a la Fatiga de los materiales. Lo que en ese tiempo fue una contribución muy significativa para el entendimiento del ciclo de los metales, lo cual también fue confirmado por *Bairstow* [1910].

Mientras tanto, en Francia, *Boudonard* [1911], condujo experimentos sobre *Fatiga* en barras de acero que están sujetas a vibración, por medio de un aparato electromagnético muy parecido al diseñado por *Guillet* [1910]. Asimismo, el efecto de los tratamientos de calor en la resistencia a la Fatiga fue el objetivo de las investigaciones realizadas por *Boudonard* [1911].

Otras contribuciones hechas en esta época fueron las realizadas por *Moore y Seely* [1915], Smith y Wedgwood [1915], Ludwik [1919], Gough y Hanson [1923], Jenking [1923], Masing [1926] y Söderberg [1939]. *Gough* [1926] publicó uno de sus primeros libros titulado *The fatigue of metal*. Un año después un libro con el mismo nombre fue publicado por *Moore y Kommers* [1927]. En la década de los veintes, el estudio de la Fatiga involucró un campo más amplio en las investigaciones científicas. En este periodo también se desarrollaron modelos del daño acumulado para la falla por Fatiga. *Palmgren* en [1924] y *Miner* [1945] son algunos de los investigadores más relevantes.



Figura I.4.- Imagen de la fractura en materiales

Desde el punto de vista de la mecánica de la fractura, el crédito de la fundamentación teórica sobre la fragilidad de la fractura es de *Griffith* [1921]. A este personaje se le puede reconocer como el padre de la mecánica de la fractura elasto-lineal. Debido a que en dos publicaciones pioneras en su tipo, propone una explicación energética para el fenómeno de la propagación de grieta en materiales frágiles. Estas consideraciones fueron hechas para la propagación de grietas en vidrio. *Griffith* manejaba el concepto, de que una grieta se propaga si existe suficiente energía en el sistema para que pueda incrementar el tamaño de la misma.

Debido a que la *Fatiga* de metales tiene un lento crecimiento de fallas microscópicas fue documentado el fundamento matemático para el modelo cuantitativo de la falla por *Fatiga* en el trabajo de *Ewing y Humfrey* [1903] en los inicios del siglo XX. El análisis de esfuerzos de *Inglis* [1913] y los conceptos de energía de *Griffith* en 1921 introdujeron las herramientas

matemáticas necesarias para los trabajos cuantitativos de la fractura frágil en sólidos. Desafortunadamente estas ideas en su inicio no pudieron ser utilizadas directamente como criterio para determinar la falla por *Fatiga* en materiales metálicos.

Dependiendo del tipo de trabajo que desempeñe, el componente puede estar sometido a alguno tipo de *Fatiga*. Se dice que el rozamiento tiene un efecto equivalente a un concentrador de tensiones [*Navarro, 2005*]. Este efecto depende de las cargas aplicadas y su rango de variación es muy amplio. En teoría, estos valores van desde un valor unitario hasta el infinito, siendo estos casos los valores límites. El primero para fuerzas de contacto nulas o *Fatiga* pura y el segundo para una tensión global en el componente nulo. Las altas tensiones cerca de la superficie hacen que la grieta se inicie más rápido que cuando no existen, afectando seriamente la vida útil del componente.



Figura I.5.- Diferencia entre Fatiga simple y Fatiga por frotamiento

Por otro lado, uno de los primeros registros sobre la observación del frotamiento (fretting) se debe a *Eden y Rose* [1911], que observó la aparición de óxido de Hierro en las mordazas de su máquina de ensayos cuando realizaba pruebas de *Fatiga*. Una década más tarde, *Tomlinson* [1927] realizó el primer estudio sistemático sobre frotamiento, usando por primera vez el término *fretting corrosion* para describir este fenómeno. Diseño dos máquinas que producían pequeños movimientos rotacionales entre dos superficies en contacto. Observó que esta corrosión era distinta a la que ocurría con la reacción del oxígeno del medio ambiente con los materiales y mostró que el deslizamiento relativo entre las superficies estaba ligado al *fretting*. Este desplazamiento puede ser muy pequeño desde una décima de micra.

Posteriormente este trabajo fue continuado por *Tomlinson y Gough* [1939], llegando a la conclusión de que era un fenómeno mecánico asociado a micro deslizamientos existentes entre las superficies, pero sin dar ningún dato sobre el efecto de la reducción de vida. *Warlow-Davies* [1941] realizó una serie de pruebas en las que primero se realizaban estudios de frotamiento y después de una serie de ciclos (cuando empezaban a aparecer algunas grietas), se retiraban los elementos del contacto y continuaba con la prueba, pero solo simplemente de *Fatiga*. La reducción de vida obtenida frente a las pruebas de *Fatiga* pura estaba entre 13 y 17%.

Hasta la segunda guerra mundial sólo se había hablado de corrosión por frotamiento, la cual ligaba al frotamiento entre cuerpos con la corrosión que se producía en el contacto y la evidencia era el óxido que aparecía en el mismo. No se sabía a ciencia cierta, cuál era la causa y cuál el efecto, en parte por el desconocimiento del fenómeno y en parte porque el termino de *fretting* se utilizaba para distintas cosas. En ese tiempo, *fretting* parece hacer referencia exclusivamente al rozamiento y *Fatiga* a la aparición de las grietas por tensiones aplicadas. A partir de este punto empezaron a desarrollarse dos distintas líneas de investigación [*Muñoz, 2007*]:

- Fretting wear.- Estudia el desgaste de las superficies en contacto entre dos cuerpos sometidos a cargas oscilantes y los efectos asociados.
- Fretting Fatigue.- Estudia la iniciación y crecimiento de grietas por Fatiga, donde además de la tensión aplicada sobre el componente se suponen las tensiones debidas al contacto.

La *Fatiga por rozamiento* es una modalidad de *Fatiga* que se caracteriza por que las tensiones que originan y hacen crecer inicialmente las grietas, son en gran parte debidas a que existen dos piezas en contacto *Hills y Nowell* [1994]. El efecto de estas tensiones de contacto es parecido a los concentradores de tensión.

Fenner y Field [1960] investigaron sobre el incremento del daño debido a *Fatiga* por la inducción del frotamiento, fueron los primeros que utilizaron el montaje de puente de *fretting*

con dos superficies planas en contacto. Entre sus observaciones destaca que la resistencia a *Fatiga* disminuye para altos números de ciclos y que el coeficiente de rozamiento aumenta proporcionalmente al número de ciclos.

De lo anterior, se puede concluir que la acción abrasiva del frotamiento eliminaba capas superficiales de óxido, permitiendo soldaduras intermetálicas a una escala suficiente para producir altas tensiones, debidas al desplazamiento tangencial, en un volumen de material suficientemente grande para desarrollar grietas importantes [*Navarro*, 2005].



Figura I.6.- Fatiga por frotamiento en contacto plano

Paralelamente *McDowell* [1953] realizaba ensayos de *Fatiga* por frotamiento, mostrando que esta era más perjudicial que el frotamiento o la *Fatiga* por separado. En estos ensayos, la reducción de la resistencia a la *Fatiga* era de 2-5 veces o incluso mayor. También *Fenner y Field* [1958] realizaron ensayos de *Fatiga* por frotamiento y concluyeron que el frotamiento acelera enormemente el proceso de iniciación de grietas. Posteriormente, *Milestone* [1970] utilizó contacto cilíndrico en vez de plano, por la ventaja de poder calcular analíticamente las tensiones bajo contacto. Realizó comparaciones entre los resultados analíticos y experimentales, deduciendo que la reducción de la vida útil podía explicarse mediante los concentradores de tensión debidos al frotamiento.

Nishioka e Hirakawa [1968] se dedicaron a estudiar el frotamiento. En estos análisis describen una serie de experimentos realizados con contacto cilíndrico entre elementos de acero y establecen que aunque el frotamiento favorece la iniciación de grietas, pueden aparecer grietas no propagantes bajo algunas condiciones de carga. También evaluaron el efecto del deslizamiento relativo entre las superficies en contacto. Concluyendo que a medida que aumenta el deslizamiento disminuye la resistencia a *Fatiga*, aunque a partir de cierto momento la resistencia a *Fatiga* vuelve a incrementarse debido a que probablemente el desgaste producido haga desaparecer las grietas iniciadas. También observaron que en el caso de deslizamiento parcial aparecen zonas de micro deslizamientos en ambos extremos de la zona de contacto y a medida que la fuerza tangencial aumenta estas zonas abarcan un área más grande.

Bryggman y Söderberg [1986] observaron un comportamiento muy parecido al mencionado en el párrafo anterior, además distinguen tres tipos de deslizamientos: deslizamiento plástico, deslizamiento elástico y deslizamiento Global (*e*), de aquí que ellos concluyen que la *Fatiga* por frotamiento ocurre en condiciones de deslizamiento parcial y el *fretting wear* en desplazamiento global.



Figura I.7.- Fatiga por frotamiento en contacto cilíndrico

Nishioka y Hirakawa [1972] también estudiaron el lugar de iniciación de las grietas, que se encontraba en la zona de las tensiones más altas y la inclinación con la que inicialmente crecen. Determinaron el hecho de que el coeficiente de rozamiento aumenta en los primeros ciclos del ensayo hasta estabilizarse en un determinado valor y por último estudiaron el efecto de la dureza y de la presión de contacto. Encontrando que la dureza no influía mucho en la

resistencia a *Fatiga*, al contrario de la presión del contacto. Las pruebas anteriores estaban realizadas bajo una amplitud de deslizamiento global constante, por lo tanto, un incremento en la presión del contacto significa un aumento de la carga tangencial lo cual sería posiblemente la causa de la disminución de la resistencia a *Fatiga*.

Hurricks y Ashford [1970] realizaron una exhaustiva revisión sobre los mecanismos de frotamiento y advirtieron que estos mecanismos se desarrollan en tres etapas; la adhesión inicial con transferencia de metal, la producción de material en un estado de oxidación y el alcance de un estado estable de desgaste.

Hoppener [1972], al igual que *Hurricks et al.* [1970], realizó una revisión sobre mecanismos de frotamiento e introdujo el concepto de umbral de daño. En ese mismo año *Waterhouse* publicó su primer libro sobre frotamiento [*Waterhouse, 1972*]. En el que describe ensayos de frotamiento en los que, manteniendo el tamaño de la zona de contacto, varía la máxima presión de contacto, encontrando un valor de umbral para dicha presión por debajo del cual el frotamiento tenía poco efecto sobre la vida útil del material.

Taylor y Waterhouse [1972] realizaron un trabajo sobre tratamientos superficiales, encontraron que el origen de las grietas producidas por frotamiento estaba en el límite entre las regiones de deslizamiento y de adhesión de la zona de contacto. Aunque referente a la zona de iniciación de grieta, existen estudios experimentales contradictorios y aún hoy en día es un aspecto que se discute.

Durante este periodo empezaron a aparecer muchos trabajos sobre *Fatiga* por frotamiento de investigadores japoneses. Pero el más significativo fue el trabajo de *Endo y Goto* [1976] por la aplicación de mecánica de la fractura a la *Fatiga* por frotamiento. Además realizaron una serie de observaciones sobre la evolución de grieta y encontraron que las grietas inician en planos de máximas tensiones tangenciales a lo que llamaron fase I. También observaron que a una profundidad de unas 30 micras, las grietas giran y crecen en dirección perpendicular a la superficie, a esta etapa la denominaron fase II. Posteriormente determinaron que una vez que la grieta sale de la zona de influencia de las tensiones de contacto se comporta como una grieta en un ensayo de *Fatiga* normal.

En la década de los 70, *Edwards, Ryman y Cook* [1977 y 1978] publicaron una serie de trabajos en los que propuso un método con base en la Mecánica de la Fractura para predecir el tiempo de vida en *Fatiga* por frotamiento. El método propuesto sirve para calcular el factor de intensidad de tensiones a lo largo de una hipotética trayectoria que sigue la grieta y, haciendo uso de alguna ley de crecimiento, se estima la vida a la *Fatiga*.

A principios de los 80, *Waterhouse* publicó uno de sus libros que lleva por título *fretting fatigue*, el cual es uno de los escritos de mayor trascendencia sobre este tema [*Waterhouse*, 1980]. En el transcurso de ese año se realizaron muchas investigaciones [*Brown y Merritt*, 1981 y Cook, et al., 1983] relacionadas con implantes ortopédicos, debido a que estos tenían uniones mecánicas, las cuales expulsaban material oxidado y causaban graves infecciones en el cuerpo.

Al igual que para *Fatiga* simple, uno de los campos más importantes de estudio en frotamiento es la iniciación de grietas y la vida a *Fatiga*. Respecto a la iniciación de grietas, dado que en las proximidades de la zona de contacto el campo de tensiones es multiaxial, se emplean criterios de *Fatiga* multiaxial, pero adaptada particularmente al caso del frotamiento [*Muñoz*, 2007].

Uno de los aspectos principales que controlan el crecimiento de la grieta por Fatiga bajo condiciones de frotamiento, es el gradiente generado en el material por las cargas de contacto. Esto conduce a que el proceso de *Fatiga* puede ser analizado usando una metodología similar a la empleada en componentes entallados. *Vallellano, Domínguez y Navarro* [2003] analizaron la capacidad de algunos métodos, utilizados originalmente en entallas, para predecir el falló por *Fatiga* en elementos sujetos a frotamiento con contacto esférico. También se consideró el efecto de la variación de *R* a lo largo del plano de la grieta con dichos modelos.

Navarro y Domínguez [2003] propusieron un método para calcular la vida útil en elementos sometidos a *Fatiga* por frotamiento. Donde se combina la iniciación con la propagación de grietas, además de obtener el tiempo de vida total del elemento, el número de ciclos necesarios para la iniciación y propagación de grietas utilizando contacto esférico. Las probetas empleadas en estos experimentos fueron elaboradas en Aluminio (Al 7075-T6), no llegaron a

romperse pero si a la fase de iniciación de la grieta. Las fisuras crecen formando un ángulo pequeño con respecto a la superficie de la probeta. Posteriormente, a una profundidad, para estos ensayos de aproximadamente 20 micras, comenzaron a formar un ángulo entre 70° y 80°. También dedujeron que la posición más crítica es el borde de la zona de contacto.

Posteriormente realizaron un estudio que une el inicio y la propagación de grietas en experimentos de frotamiento y *Fatiga* con contacto esférico [*Vallellano, et al., 2003*], centrando el enfoque en cómo tratar la fase de iniciación de la grieta. Algunos de los métodos presentados definen una longitud de grieta a partir de la cual se considere la propagación y se calculó utilizando las tensiones existentes cerca de la superficie para estimar la iniciación, promediando las tensiones hasta cierta profundidad o tomar las tensiones en determinada profundidad. Otro método, une la iniciación con la propagación pero en este caso, la longitud de grieta a partir de la cual se considera propagación no es fija, se obtiene como resultado de analizar cada caso por separado. Todos los experimentos anteriores fueron aplicados en Aluminio 7075-T6.



Figura I.8.- Fatiga por frotamiento en contacto esférico

También se han realizado estudios para analizar el comportamiento de varios procedimientos para determinar el crecimiento de una grieta en función del número de ciclos en ensayos de *Fatiga* por frotamiento con contacto esférico [*Lykins, et al., 2001*], para lo cual emplea un

Para la fase de iniciación se toman en cuenta varias leyes de crecimiento distintas, la más sencilla es la ley de *París y Erdogan* [1963]. Las otras leyes propuestas permiten modelar el comportamiento de grieta pequeña ya sea modificando el umbral, o bien el valor efectivo del factor de intensidad de tensiones, en función de la longitud de la grieta. Para finalizar se comparan los resultados teóricos con los experimentales en ensayos de *Fatiga* por frotamiento utilizando una probeta de Aluminio Al 7075 T651. Obteniendo que los tiempos de vida determinados por las diferentes leyes son similares, a pesar de que la evolución de la grieta predicha si varía, siendo más precisa la ley que considera la modificación del umbral de crecimiento en función de la longitud de la grieta.



Figura I.9.- Desarrollo del crecimiento de grieta

También se han modelado numéricamente los ensayos de *Fatiga* por frotamiento por medio de elementos finitos [*Rajeev y Farris, 2002*] para contacto completo. Donde se pretende encontrar la respuesta del conjunto probeta-indentador frente a ciclos de carga y descarga, provocados por cargas normales y tangenciales, sobre el indentador y cargas axiales variables con el tiempo sobre la probeta. De esta manera se obtiene la evolución del estado de las zonas en contacto (adhesión, deslizamiento total ó parcial ó separación), los órdenes de singularidad existentes y el grado de intensidad de esas singularidades a través de los denominados factores de intensidad de tensiones generalizados. De esta manera se puede conocer cuáles son los estados más críticos y el instante del ciclo en que se producen.



Figura I.10.- Análisis realizado por el Método de Elemento Finito

La estimación de vida a *Fatiga* en problemas de frotamiento se suele descomponer en la fase de iniciación y la fase de propagación. En la fase de propagación es necesario conocer como varía el factor de intensidad de tensiones de la grieta en su crecimiento. *Tur, Sáez, Fuenmayor y Denia* [2002] estudiaron la interacción entre la grieta y la zona de contacto durante un ensayo de frotamiento y *Fatiga*, pretendiendo evaluar si la presencia de una grieta modifica significativamente y de qué manera, las tensiones de contacto afectan al factor de intensidad de esfuerzos de la grieta. Para este análisis se utilizó un modelo de elementos finitos. Los resultados obtenidos demuestran que se produce una interacción entre la grieta y el contacto y que los modelos analíticos pueden sobrestimar el factor de intensidad de tensiones.

En los últimos 20 años ha aumentado el interés por el frotamiento, como lo demuestran los congresos y publicaciones especialmente dedicadas a dicho tema. La American Society for Testing and Materials (*ASTM*) inició una serie de congresos internacionales, el primero tuvo su sede en San Antonio, Texas en 1990, en el cual su más importante publicación fue una norma relacionada con el *Fretting Fatigue* [*Attia y Waterhouse, 1992*]. En esta conferencia se trataron todo tipo de aspectos relacionados con el frotamiento, incluyendo métodos de ensayo, cálculo de tensiones y factor de intensidad de esfuerzos, mejoras de la resistencia por varios métodos, caracterización del daño, efecto de la tensión normal, efecto de la corrosión y algunas aplicaciones reales.

Posteriormente, la European Structural Integrity Society (*ESIS*) organizó el primer simposium internacional sobre *fretting fatigue* en Sheffield en 1993. Este congreso dio como resultado una publicación [*Waterhouse y Lindley, 1994*] donde aparecen 37 artículos organizados en seis apartados distintos:

Métodos Analíticos:

Cálculo de factor de intensificación de esfuerzo. Modelos sobre frotamiento. Predicción de la evolución de grieta. Predicción de vida.

Métodos Experimentales:

Resultados y análisis de ensayos especialmente en contacto plano. Efectos del frotamiento en cables y plantas de potencia.

Identificación y efectos:

Identificación del daño microscópico en cables. Efectos termoelásticos por fricción.

Respuesta de los materiales:

Desgaste o crecimiento de grietas.

Sensibilidad al ambiente o al tratamiento.

Efecto de ambiente:

Efectos de las condiciones ambientales de composición o temperatura.

Métodos preventivos:

Influencia de las tensiones residuales.

Granallado.

Deformación en frío.

Recubrimientos y métodos para estudiar dichos efectos.

16

A partir de estos eventos se empezaron a organizar muchos más congresos, enfocándose especialmente en frotamiento, dando como resultado la publicación de muchos artículos en revistas internacionales.

Uno de los campos de investigación más relevantes es el *Fretting Wear*, donde se han desarrollado una gran cantidad de trabajos en los que se estudia el desgaste de las superficies en contacto y el tamaño de huella que se genera. Lo anterior se desarrolla en función de los parámetros involucrados en el problema, la amplitud de deslizamiento, la presión normal aplicada, el estado superficial y el número de ciclos. Para esto se han realizado pruebas donde se suele aplicar un desplazamiento conocido y un número de ciclos interrumpidos para medir el volumen del material que se ha transferido de un material a otro [*Lee y Mall, 2004*].

Existen modelos que simulan este tipo de comportamiento, por ejemplo, se estudia como varían las cargas en función del estado superficial, frecuencia y amplitud. Por otro lado también se estudia la variación de las tensiones generadas en los cuerpos en función del desgaste producido. Este tipo de análisis es muy importante para otros modelos que utilizan las tensiones para predecir el tiempo de vida u otros comportamientos [*Szolwinnski, et al., 1999*].

Muy unido al tipo de desgaste mencionado anteriormente, siempre aparece la corrosión pero no existe mucha literatura relacionada con la corrosión y el frotamiento [*Murthy, et al., 2003*]. El efecto de la corrosión es potenciar el desgaste de las superficies para lo cual se han realizado varios experimentos con materiales como el Aluminio, acero, implantes de Titanio, etc, y en diferentes ambientes como vacío, aire, solución acuosa, etc. [*Matlink y Farris, 2003*].

Al igual que en la *Fatiga* también se han realizado muchos estudios en frotamiento con relación a la temperatura, frecuencia, tipo de materiales, tipo de carga, etc. Respecto a la temperatura [*Söderberg, et al., 1986 y Munysamy, et al., 1992*]. Donde se puede observá experimentalmente como aumenta la temperatura de los materiales en contacto, se determinó que para el Aluminio este incremento es muy pequeño en comparación con el Titanio o materiales cerámicos. Es por esta razón, que es muy conveniente tener en cuenta la temperatura para realizar los experimentos. También se llevaron acabo ensayos de *Fatiga* por

frotamiento a altas temperaturas (265 ó 600°C) simulando condiciones reales de trabajo como las de una turbina. Algunos otros experimentos se efectuaron con frecuencias desde 300Hz hasta 20,000Hz [*Namjoshi y Mall, 2001*]. Estos experimentos se realizaron para determinar si el comportamiento del material es distinto cuando se somete a frecuencias altas, en caso de que no se afecte el comportamiento el tiempo invertido en las pruebas puede disminuirse en gran cantidad o ampliar el tiempo de vida. En un principio, las frecuencias altas con amplitudes pequeñas de deslizamiento parecían afectar al volumen de desgaste, aumentándolo. Para grandes amplitudes de deslizamiento, la frecuencia influye poco, dependiendo del material [*Shirai, et al., 2003*].

En muchas ocasiones se encuentran materiales en contacto que no tienen las mismas propiedades [*Kinyon y Hoppener, 2000 y Jin, et al., 2003*], como en los álabes de un compresor. Estas características complican los cálculos analíticos porque se produce un acoplamiento entre las tensiones producidas por la carga normal y la tangencial en las superficies de contacto. Cuando esto sucede generalmente se recurre a una aproximación. Cuando se resuelve este problema por medio de ecuaciones integrales, la aproximación se basa en el hecho de que las tensiones tangenciales no afectan en gran manera a las tensiones normales. De esta manera, se calculan las tensiones incluyendo el efecto de las tensiones normales.

Se han realizado diversas pruebas con estas características estudiando la influencia de distintos parámetros, encontrándose que el comportamiento no se ve afectado por la diferencia entre los materiales en contacto.

Los experimentos más sencillos de realizar son con carga y amplitud constante, pero para encontrar un comportamiento más cercano a la realidad se deben aplicar cargas de amplitud variable [*Shima, et al., 1997 y Zhou, et al., 2000*]. Existen muchas combinaciones posibles pero entre ellas se destaca la aplicación a los álabes de un rotor donde existen algunos ciclos de gran amplitud (ciclo de arranque y parada) y otros de menor amplitud como las vibraciones producidas durante el funcionamiento, sobre los que se han hecho una gran cantidad de ensayos. En estos casos se estudia la distribución de tensiones debido a esta combinación de

cargas y se calcula el daño producido utilizando en algunos casos una ley de acumulación de daño lineal y en otros la acumulación de daño no lineal.

Otro apartado de trabajos es el relacionado con métodos para disminuir los efectos negativos que provoca el frotamiento, como lo hacen los lubricantes, recubrimientos superficiales o el granallado [*Zaldívar*, 2008].



Figura I.11.- Aplicación del granallado a un engrane recto

En cuanto a los lubricantes cabe destacar algunos trabajos realizados en los últimos años [*Muñoz, et al., 2005*] en los que se analizan lubricantes con diferentes características. Generalmente los puntos de análisis en los experimentos con lubricantes son el coeficiente de rozamiento y el desgaste de las superficies. Los aceites tienen mayor efectividad para grandes deslizamientos en los sólidos, donde el aceite se introduce entre las superficies en contacto, a diferencia de los desplazamientos pequeños debido a que puede aumentar el coeficiente de rozamiento e incluso introducirse en la grieta dificultando su cierre en fase de compresión. Por otro lado, también se hacen ensayos con grasas, aunque éstas tienen el problema de degradación después de cierto número de ciclos aplicados y la separación del aceite.

Existen también lubricantes sólidos, que tienen una amplia aplicación cuando se trata de deslizamientos pequeños. En estos casos se analiza el coeficiente de rozamiento y el tiempo de vida del lubricante sólido hasta llegar al elemento en estudio. Este tipo de lubricante es muy
usado en el campo de los recubrimientos [*Coronado, 2007*], donde se busca disminuir la fricción del material y mejorar las propiedades de la primera capa del material con respecto a frotamiento. Los recubrimientos se aplican de distintas formas y suelen tener un espesor menor de 100µm, generalmente con mayor dureza y un coeficiente de rozamiento más bajo comparado con el material base, a pesar de que una alta dureza representa fragilidad y consecuentemente una nucleación de grietas. Es por esta razón que se han realizado una serie de ensayos para determinar la influencia de estos dos parámetros, además del espesor del recubrimiento, las condiciones ambientales, amplitud de deslizamiento, la fuerza normal aplicada, etc. Determinando modelos para predecir el desgaste y comparar unos recubrimientos con otros.

También existen otros artículos relacionados con recubrimientos superficiales [*Gonzalez, et al., 2005*], estos experimentos varían dos parámetros distintos: la fuerza tangencial en el contacto y la tensión axial en la probeta. Los ensayos se realizaron con contacto esférico-plano manteniendo en todo momento las condiciones de deslizamiento parcial. La probeta utilizada fue hecha de una aleación de Aluminio 7075-T651, y los recubrimientos fueron bisulfuro de molibdeno con carburo de Tungsteno (MoS₂-WC) y un tratamiento de anodizado duro más Nituff[®]. De esta forma se estudio la influencia de cada recubrimiento superficial sobre la vida a Fatiga por frotamiento para distintas condiciones de carga. Para finalizar se aplicó un modelo analítico para determinar la distribución de tensiones en la zona de contacto y prediciendo el tiempo de vida a Fatiga en cada uno de los ensayos.

González y colaboradores [2005] realizaron una serie de experimentos para analizar el efecto ejercido por tres tipos de recubrimientos superficiales sobre las prestaciones frente al desgaste y la *Fatiga* de una aleación de Aluminio 7075-T6, solubilización y maduración al pico de máxima resistencia. Los recubrimientos superficiales analizados fueron la deposición mediante la técnica de PVD de una capa de bisulfuro de molibdeno dopada con carburo de wolframio, un tratamiento de Nituff[®] que consiste en un tratamiento de anodizado duro con partículas de polímeros PTFE y un tratamiento de Níquel químico con deposición de dos capas de Níquel - 12% Fosforo y la segunda impregnada con partículas de PTFE. El primer recubrimiento ofrece un excelente comportamiento frente al desgaste, aunque la resistencia frente a la *Fatiga* es inferior a la del material desnudo. El recubrimiento con Níquel químico

con partículas de PTFE presenta buenas prestaciones frente al desgaste pero su comportamiento contra la *Fatiga* es muy pobre. Por último, las probetas con el tercer recubrimiento superficial muestran un excesivo desgaste por lo que las pruebas fueron suspendidas.

Además de los recubrimientos superficiales también existen algunas formas para preparar la superficie para obtener una mejor resistencia al desgaste y por ende una mayor resistencia a la *Fatiga* por frotamiento. A continuación se menciona un artículo que habla sobre lo anterior [*Coronado, 2007*], en el cual se estudia el comportamiento a *Fatiga* por frotamiento del acero SAE 1045 utilizando 4 condiciones superficiales diferentes; pulido, chorreado con partículas de arena, de alúmina y de acero. Además se aplicaron recubrimientos utilizando rociado térmico por combustión a probetas choreadas por arena.

Se realizaron pruebas de tensión por *Fatiga* rotatoria y para la caracterización de la superficie de fractura se utilizó una lupa estereoscópica y un microscopio electrónico de barrido. Los resultados describen un aumento en la resistencia a *Fatiga* de las muestras preparados con arena (458.58 MPa), y las muestras preparados con alúmina de (428.36 MPa), respecto a las pruebas con muestras pulidas de (422.00 MPa), la resistencia a la *Fatiga* de las muestras preparadas con partículas de acero disminuyó (415.MPa) debido a marcas superficiales que actuaron como concentradores de esfuerzos y originaron la propagación de las grietas por *Fatiga*. Por último, las probetas revestidas con una aleación de Fe-Cr-Ni-C presentaron falla debido a la delaminación del recubrimiento y por propagación de fisuras a partir del sustrato.

El granallado [*Shkarayev y Mall, 2003*], al igual que sucede en Fatiga, introduce tensiones residuales de compresión en la superficie que retrasan o incluso impiden la aparición y crecimiento de la grieta. Las tensiones residuales de compresión varían según el tratamiento, pero generalmente suelen llegar hasta una profundidad de una 200µm. Este efecto benéfico reduce por la relajación de tensiones que producen a altas temperaturas y por el mismo fenómeno del frotamiento. Hay algunos estudios que modelan esta relajación y luego aplican modelos de Fatiga multiaxial para estudiar la iniciación o modelos de crecimiento usando mecánica de la fractura. El coeficiente de rozamiento puede verse afectado con el tratamiento del granallado.

Otro campo de investigación más reciente es el empleo de materiales compuestos en componentes relacionados con el frotamiento [*Daoud, et al., 1999, Kennedy, et al., 2000* y *Briscoe, et al., 2000*]. Estos materiales pueden ser de distintos tipos y tener diferentes objetivos. En algunos casos se utiliza una resina de epoxi transparente para realizar ensayos de frotamiento y de desgaste y de esta manera poder estudiar el proceso de nucleación y propagación de forma visual. Se sinterizan aceros de alta velocidad a los que se le añaden componentes cerámicos para aumentar la resistencia y lubricantes sólidos para emplearlos en los mecanismos de válvulas. Se utiliza polietileno de muy alto peso molecular en implantes de rodilla donde se estudian las tensiones, el desgaste y la oxidación.

I.3.- Sumario

En el presente capítulo se presentó el inicio, la historia y el estado actual de los estudios sobre mecánica de la fractura, enfocándose especialmente en *Fatiga* por rozamiento. Lo anterior se realizó, ya que es necesario conocer los antecedentes para entender lo que se está realizando en este proyecto, plantear objetivos y metas factibles. Por otro lado también se exponen algunos conceptos importantes en el estado actual de la mecánica para posteriormente en el siguiente capítulo tratar temas como contacto y tipos de configuraciones para realizar ensayos de *Fatiga* por rozamiento y algunos recubrimientos superficiales.

Capítulo II Contacto mecánico

En este capítulo se exponen las diferentes consideraciones de contacto que se deben tener en cuenta cuando se resuelven este tipo de problemas, la teoría sobre los diferentes métodos que existen para la solución de los mismos, y una breve explicación de las geometrías de contacto plano, plana con esquinas redondeadas, cilíndrica y esférica.

II.1.- Contacto mecánico

Muchos de los problemas de frotamiento involucran el contacto entre componentes con formas muy complejas. En algunos casos es realmente difícil considerar el modelado de las piezas en contacto por cualquier otro método numérico que no sea con el Método del Elemento Finito. Cuando se realizan este tipo de modelado se deben tener en cuenta algunos puntos importantes como por ejemplo, la refinación de la malla en las zonas cercanas al área de contacto. Además de algunas otras que deben ser estudiadas cuidadosamente, empezando por la adhesión entre los materiales, los pequeños desplazamientos relativos entre todos los puntos dentro de la zona de contacto, los esfuerzos residuales generados por el maquinado de las piezas o por cargas aplicadas con anterioridad. Todas las preguntas anteriores son muy difíciles de responder y es por eso que se deben considerar algunos conceptos que permiten idealizar los problemas para poder resolverlos de manera más sencilla y sin alejarse mucho de la realidad.

Por otra parte, cuando el problema se ha descrito correctamente y se ha ejecutado con éxito en un programa computacional, la convergencia se produce y todas las incógnitas se han resuelto, se pueden obtener los siguientes resultados; el estado completo de esfuerzos en la vecindad del área de contacto, la distribución de las tensiones en la superficie y el desplazamiento tangencial relativo de cualquier punto dentro de la región de deslizamiento.

Desde el punto de vista de la mecánica, los factores principales que se deben controlar son la iniciación, propagación y el crecimiento de grietas producidas por el frotamiento en este caso en específico. Adicionalmente, puede haber alguna dependencia respecto a las partículas de desperdicio que pueden quedar atrapadas dentro de la zona de contacto, esto último se asocia directamente con el acabado de la superficie.

El objetivo del análisis es determinar las condiciones bajo las cuales se produce la falla y después predecir las condiciones del crecimiento. Sería posible realizar las pruebas con las geometrías reales de los elementos, pero requeriría de la elaboración de modelos numéricos de contacto bastante complejos, por tal motivo estos problemas usualmente se resuelven por el Método de Elemento Finito.

El primer paso en el análisis de elementos es llevar a cabo una clasificación del tipo contacto. A continuación se presenta información acerca de la naturaleza del contacto.

Primero, pensando en un cilindro ligeramente presionado como se indica en la Figura II.1a, el contacto entre los dos cuerpos se realiza a lo largo de una línea, conforme la carga se incrementa esa línea va tomando la forma de una franja delgada debido a que el cilindro no está fijo en un solo lugar, este es un ejemplo de contacto incompleto ya que depende directamente de la carga aplicada. Posteriormente, el borde del contacto es común en los dos elementos y la deformación existente en la superficie es continua en ese valor de la carga. En el contacto incompleto, la distribución de la presión es sólo perturbada por las imperfecciones en el acabado de la superficie del material.



a) Contacto incompleto b) Contacto completo Figura II.1.- Consideraciones de contacto

Por otro lado, la Figura II.1b, representa un punzón con una carga sobre una superficie plana rígida. En esta configuración el tamaño del contacto es independiente de la carga aplicada, por lo tanto se dice que es un contacto completo, en este caso los dos elementos no tienen un borde de contacto común y la distribución de la presión de contacto no es continua.

Un pequeño defecto de fabricación, por ejemplo, una pequeña rebaba cerca de una de las orillas del contacto, puede influir considerablemente con la distribución de la presión en el área de contacto.

También se puede considerar algún tipo de contacto que combine las dos formas anteriores, como el caso de un punzón en forma de una D (Figura II.2a). En un caso como este, la presión

de contacto llega a una singularidad del lado izquierdo del punzón, pero conforme se acerca al otro extremo tiende a cero, en esta ocasión el contacto también depende de la carga aplicada en el punzón.



Singularidad Conformación Figura II.2.- Configuraciones adicionales sobre contacto

El segundo tipo de clasificación se refiere a la conformante. Retomando la Figura II.1a, bajo una ligera carga, la mitad del ancho de contacto, a, es mucho menor que el radio del cilindro, R. Bajo estas circunstancias ($a \ll R$), la deformación del cilindro se limitará a un pequeño arco de la circunferencia. Por consiguiente, la sección del cilindro involucrada en el contacto se puede tomar como un plano a la hora de analizar los esfuerzos y las deformaciones. Esta simplificación es posible porque los cuerpos en contacto no se deforman considerablemente, es decir, la mayor dimensión del ancho de contacto (a) es mucho menor que el radio del cilindro.

Otro tipo de contacto incompleto se produce cuando se presiona un cilindro dentro de un agujero con un diámetro ligeramente más grande. En este caso, el arco de contacto es una parte significativa del radio del agujero. Es por eso que en esta ocasión no se puede realizar una aproximación a un plano y el problema adquiere una mayor complejidad. Para poder resolver el problema se debe utilizar otro tipo de formulación como la que utilizaron *Persson* [1964], Goodman y Keer [1965], y Mostofi y Gohar [1980].

Es importante destacar que este tipo de aproximación es válida en la práctica hasta ciertos valores de *a*/R. En algunas investigaciones experimentales sobre contacto utilizando fotoelasticidad, *Fessler y Ollerton* [1957], determinaron un límite para la relación anterior

igual a 0.3, después de este punto el grado de deformación es muy grande y los cálculos presentan resultados con mucha variación.

27

Por último, otro tipo de contacto poco usual es el que se presenta en la Figura II.3, en la que una placa delgada descansa sobre un bloque plano. Se aplica una carga normal en la parte central de la placa produciendo un ligero levantamiento en las partes extremas de la misma y por tal motivo la longitud del ancho del contacto se reduce. Este tipo de contacto fue estudiado por *Keer, Dundurs y Tsai [1972], Dundurs [1975] y Gladwell [1976]*.



Figura II.3.- Contacto en reducción

A continuación, se analizará el origen y la distribución de tensiones de una superficie y al mismo tiempo se evaluará la influencia de la distribución de la presión en el contacto. Los principios generales utilizados para obtener los resultados son igualmente aplicables para problemas en dos dimensiones, asimétricos, incluso donde el tipo de contacto es arbitrario.

Considerando dos cuerpos elásticamente similares en contacto normal como se muestra en la Figura II.4, la presión de contacto desarrollada es igual en los dos cuerpos. Por lo tanto, las partículas de la superficie no sólo se comprimen sino que también sufren un deslizamiento paralelo a la superficie fuera de la zona de contacto como se puede apreciar en la Figura II.4.



Figura II.4.- Contacto normal entre dos cuerpos

Sin embargo, como los dos cuerpos tienen características elásticas similares, el desplazamiento de las partículas correspondientes de cada uno de los cuerpos será el mismo, por lo que no se producirá un deslizamiento entre los cuerpos. Eso significa que no surgen fuerzas de fricción porque las superficies se adhieren o, en otras circunstancias, porque están bien lubricadas. Sí ahora se aplica una fuerza tangencial suficientemente grande como para causar un deslizamiento, un esfuerzo de tensión surge y estará limitado por el coeficiente de fricción, f, según la siguiente operación:

$$|q(x,y)| = -fp(x,y)$$
 II.1

Donde:

q es el esfuerzo de corte.p esfuerzo principal.Ambos cuando la presión de contacto < 0.

El esfuerzo de tensión presente puede causar un desplazamiento normal de cada una de las superficies en contacto. Sin embargo, el esfuerzo de tensión actúa en direcciones opuestas sobre las superficies en contacto y como los cuerpos son similarmente elásticos todos los puntos de las superficies se mueven en dirección normal y en la misma cantidad por lo que los cuerpos se mantienen sin cambios.

En rozamiento, la aplicación de una fuerza de tensión Q suele ser demasiado pequeña como para causar deslizamiento por lo que:

$$|Q| < fP II.2$$

donde P es una fuerza normal.

En este caso el área de contacto consiste de una mezcla de zonas, una donde las partículas se adhieren y otra donde ocurren pequeños deslizamientos, cuando un movimiento tangencial relativo ocurre, la fuerza de tensión es nuevamente limitada por la fricción.

La distribución de las zonas de adhesión y las zonas de deslizamiento se rigen por las siguientes consideraciones: en la zona de deslizamiento el esfuerzo de corte esta dado por la Ecuación II.1 y en las zonas de adhesión la tensión debe ser inferior al valor de la carga normal, es decir:

$$|q(x,y)| < -fp(x,y)$$
 II.3

También se puede notar que las magnitudes de las fuerzas sobre cada cuerpo son de la misma magnitud pero de sentido contrario, de tal modo que el desplazamiento de la superficie de cada uno de los cuerpos es el mismo.

II.2.- Ley de Coulomb

Para resolver problemas en los que se involucran cuestiones de contacto es necesario tener en cuenta algunas leyes ya establecidas por *Amontons* [1699] y *Coulomb* [1785] para la fricción en el contacto, con base en investigaciones con cuerpos rígidos.

Para la situación mostrada en la Figura II.5, donde existen grandes deslizamientos entre dos cuerpos rígidos en contacto:



Figura II.5.- Deslizamiento entre cuerpos rígidos

> La fuerza de fricción Q es directamente proporcional a la fuerza normal P.

$$Q = fP$$
 II.4

donde f es el coeficiente de fricción. Es importante mencionar que la fuerza de fricción actúa en dirección opuesta al movimiento relativo entre los cuerpos.

- La fuerza de fricción Q es independiente del tamaño del área de contacto. De esta forma, un bloque con diferentes dimensiones experimentará la misma fuerza de fricción si se le aplica la misma fuerza normal y las superficies tienen acabados similares.
- La fuerza de fricción producida por un deslizamiento es independiente de la velocidad de movimiento.

Estas tres observaciones experimentales son la base de un modelo simple de fricción. Cabe destacar que no todos los cuerpos en contacto siguen este modelo. Por ejemplo, si se aplicara la observación número dos a las llantas de un auto de carreras no sería necesario especificar el ancho del neumático y para este caso es un factor muy importante. Sin embargo, una extensión del modelo es normalmente hecha con el fin de poder realizar un análisis de la fricción en contacto elástico.

II.3.- Geometría de contacto

A continuación se mencionan los tipos de contacto que se utilizan con mayor frecuencia para realizar ensayos de *Fatiga* por rozamiento, en los que generalmente se toman en cuenta los tres tipos de carga; axial (P), normal (N) y tangencial (Q).

II.3.1.- Contacto plano

Este tipo de geometría tiene una gran ventaja con respecto a las demás debido a la facilidad de fabricar la probeta y de montar el ensayo utilizando un puente de frotamiento. En la Figura II.6 se muestra un esquema de un ensayo de *Fatiga* por rozamiento con este tipo de geometría.



Figura II.6.- Contacto plano

Otra de las ventajas de este tipo de configuración es que su modelado en el caso elástico y la expresión de las tensiones en el área de contacto es conocida. Pero no todo son ventajas ya que tiene un gran inconveniente, debido a que en las esquinas aparece una singularidad, pues las tensiones en esa parte del contacto son teóricamente infinitas. Debido a que este fenómeno no es posible, se provoca que el material se comporte de forma plástica.

Cuando esto sucede no se puede suponer que el campo de tensiones que actúa en el área de contacto es elástico lineal, por lo que se puede complicar el modelo utilizando un comportamiento elastoplástico para obtener resultados más cercanos a la realidad, o bien, se puede aplicar el modelo elástico lineal, pero considerando que se comete un error que depende tanto del tamaño de la zona plástica como de la forma exacta del borde del elemento en contacto.

Otra desventaja del contacto plano es que se produce un momento en el elemento de contacto como el que se muestra en la Figura II.7, debido a la fuerza de rozamiento que se opone al deslizamiento, provocando una tendencia al giro sobre el eje Z del elemento.



Figura II.7.- Momento generado por la fricción

El momento generado provoca una distribución de tensiones asimétrica y una desviación con respecto a la solución. Si se considerando una distribución simétrica dependerá del valor de la carga tangencial en el contacto y de la rigidez de la estructura que soporta los elementos.

El contacto se produce por medio de un punzón rígido plano de ancho 2a contra una probeta plana. Se aplica una carga normal y constante *N* para mantener el contacto entre el punzón y la probeta, posteriormente se aplican en fase las cargas variables *P* y *Q*. Debido a que las superficies en contacto son similares, el ancho del contacto es igual al ancho del punzón (2*a*).

Si se considera un comportamiento elástico, la presión normal debida a una carga N por unidad de espesor en un punzón rígido de ancho 2a y suponiendo que no existe fricción, se obtiene por medio de la siguiente ecuación:

$$p_{(x)} = \frac{N/\pi}{\sqrt{a^2 - x^2}}$$
 II.5

Si se sustituyen valores en la Ecuación II.1 se obtiene una distribución aproximada de la presión normal como la que se muestra con línea curva en la Figura II.8, donde se puede observar que, conforme se aproxima a los bordes del punzón, la tensión tiende a infinito.



Figura II.8.- Distribución de la presión

II.3.2.- Contacto plano con esquinas redondeadas

El contacto entre un punzón con esquinas redondeadas y un plano, se utiliza con el objetivo de evitar las singularidades que se generan en el contacto plano. Gracias a esta característica en el punzón, los ensayos son más cercanos a la realidad debido a que, en la práctica, en todos los elementos se matan los filos y no existen aristas vivas. En la Figura II.9 se muestra un ejemplo de esta configuración.

Cuando se realiza el ensayo intervienen los tres tipos de carga; una constante N y dos variables Q y P que normalmente se aplican en fase. Las ventajas de esta configuración son varias, la más importante es que no se generan singularidades en las esquinas y no se tienen problemas de plasticidad a ciertos niveles de carga.



Figura II.9.- Contacto plano con esquinas redondeadas

Para determinar la presión normal en el contacto debido a una carga normal *N* por unidad de espesor, de manera analítica en un ensayo de contacto plano con esquinas redondeadas se tiene que:

$$\frac{bp(\emptyset)}{N} = \frac{2}{\pi(\pi - 2\phi_0 - \sin(2\phi_0))} *$$

$$\left[(\pi - 2\phi_0)\cos\phi + \ln\left(\left|\frac{\sin(\phi + \phi_0)}{\sin(\phi - \phi_0)}\right|^{\sin\phi} \left|\tan\left(\frac{\phi + \phi_0}{2}\right)\tan\left(\frac{\phi - \phi_0}{2}\right)\right|^{\sin\phi_0}\right)\right]$$
 II.6

Estudio sobre fatiga por contacto

$$\frac{NR}{a^2 E^*} = \frac{\pi - 2\phi_0}{4sin^2\phi_0} - \frac{1}{2}cot\phi_0$$
 II.7

Donde:

$$\sin \phi = \frac{x}{b}; \quad \sin \phi_0 = \frac{a}{b}; \quad E^* = \frac{E}{2(1-\nu^2)}$$
 II.8

у

N es la carga normal al contacto por unidad de espesor.

R es el radio de la parte redondeada.

a es el semiancho de la base plana.

b es el semiancho de la zona de contacto.

E* es el módulo de Young equivalente para el contacto entre materiales similares.

En contacto plano con esquinas redondeadas existen tres casos muy importantes que sirven para visualizar la diferencia con el contacto plano:

- En el caso extremo en el que R= 0 (contacto plano) y la relación a/b = 1, entoces la tensión en el borde llega hasta infinito.
- Si se redondean los extremos con un radio muy pequeño, el valor de la relación a/b será menor que 1, pero no habrá mucha variación. Este caso es muy parecido al anterior con la diferencia de que la tensión en el borde de contacto puede llegar a ser muy alta en comparación con la zona de contacto, pero sin llegar a infinito.
- > Por último, si el radio de la esquina es muy grande respecto a la zona de contacto, el punzón dejará de ser plano y la relación a/b es mucho menor que la unidad, por lo que las tensiones en el borde de contacto adquieren valores mucho menores.

Además de la carga normal, se aplica una carga tangencial Q en el punzón, la cual produce un pequeño deslizamiento sólo en los extremos del contacto. Es decir, en las zonas de las esquinas redondeadas, ya que el resto de la zona de contacto permanece adherida. Si se aumenta la carga tangencial, la zona de deslizamiento aumenta hacia la parte interior del contacto, hasta llegar a los límites de la zona plana. Si se agrega una fuerza tangencial adicional P en el elemento a examinar, se producirá una excentricidad que depende de la magnitud de las fuerzas aplicadas.

- a) Si se aplica una carga axial pequeña con respecto a la tangencial, el deslizamiento se producirá en el mismo sentido en las dos zonas de deslizamiento.
- b) Si la carga axial es suficientemente grande, el deslizamiento se producirá en sentido contrario en ambas zonas de deslizamiento.



Figura II.10.- Ubicación de las cargas en contacto plano con esquinas redondeadas

A pesar de las ventajas que tiene el contacto plano con esquinas redondeadas, con respecto al de contacto plano, es necesario tener en cuenta que también se deben alinear las caras del contacto para evitar concentraciones de tensión y una distribución asimétrica de las tensiones.

II.3.3.- Contacto cilíndrico

El contacto cilíndrico se produce entre dos cilindros y en el caso específico de *Fatiga* por rozamiento, uno de los cilindros tiene radio infinito, por tal motivo se considera como una superficie plana. En la Figura II.11 se muestra un ensayo de *Fatiga* por rozamiento utilizando esta configuración.



Figura II.11.- Contacto cilíndrico y fuerzas aplicadas

Al igual que para los ensayos anteriores, se aplica una carga normal constante N para mantener en contacto los sólidos, posteriormente se aplican dos cargas variables Q y P. Gracias a estas cargas se pueden distinguir dos tipos de zonas en el contacto, una en el interior de dimensión 2c, donde las superficies se mantienen adheridas y la otra en ambos extremos de la zona de contacto donde se produce un deslizamiento.

La dimensión de la zona de contacto viene dada por:

$$\frac{c}{a} = \sqrt{1 - \frac{Q}{\mu N}}$$
 II.9

En la Ecuación II.9 se puede observar que al aumentar la carga tangencial Q, disminuye el tamaño de la zona de adhesión c. El caso límite se presenta cuando $Q=\mu N$, ya que es el momento en que el tamaño de la zona de adhesión toma un valor de c=0 debido a que se produce un deslizamiento total entre las superficies.

Si no existe la carga *P*, la zona que se mantiene adherida estará centrada respecto a la zona de contacto. Por otro lado, si la carga *P* existe, habrá una excentricidad *e* en la zona de contacto. En la Figura II.12 se muestran los deslizamientos generados por las cargas aplicadas.



Figura II.12.- Deslizamientos generados por cargas aplicadas

La ventaja principal de utilizar esta configuración es que no se generan singularidades en los límites de la zona de contacto, además tampoco se produce el giro de la superficie que se muestra en la Figura II.7 por las cargas tangenciales y por consecuencia se obtiene una carga simétrica de las tensiones normales en toda la zona de adhesión.

El contacto cilíndrico es de los más utilizados, especialmente si se desea tener una buena aproximación de las tensiones producidas en la zona de contacto, a pesar de que existen pocas situaciones reales de *Fatiga* por frotamiento en las que aparezca esta configuración. Sin embargo, con el contacto cilíndrico lo que se pretende es contar con una geometría sencilla para poder determinar las tensiones de contacto con muy buena aproximación y para disponer de soluciones analíticas que permitan analizar facilmente los modelos de *Fatiga* por frotamiento propuestos.

A continuación se enuncian las expresiones para determinar las tensiones normales y tangenciales en la superficie de contacto. La presión normal causada por la carga *N* por unidad de espesor viene dada por la siguiente ecuación:

Donde p_o es la máxima tensión normal y está dada por:

$$p_o = \frac{2N}{\pi a}$$
 II.11

a es el semiancho de la zona de contacto y se obtiene con la siguiente ecuación:

$$a = \left(\frac{4NR}{\pi E^*}\right)^{\frac{1}{2}}$$
 II.12

donde E^* es el módulo de Young equivalente (Ecuación II.8) y R es el radio de giro del cilindro.

Si se agrega una fuerza tangencial (P) como se muestra en la Figura II.7, aparecerá en el sistema un micro deslizamiento cerca de los límites de la zona de contacto y la parte central permanece en adhesión.

$$\frac{c}{a} = \sqrt{1 - \frac{Q}{\mu N}}$$
 II.13

Al agregar una fuerza Q en el punzón, se producirá una excentricidad e en la zona de adhesión. *Nowell y Hills* [1987] trataron este problema como una variación de un caso similar, en el que no existía la carga axial P [*Mindlin, 1949*]. En este caso la tensión tangencial en la zona de deslizamiento es:

$$q_x = \mu p_o \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}$$
 $|x| \le a$ $|x - e| \ge c$ II.14

mientras que la zona de adhesión es:

$$q_x = \mu p_o \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} - \frac{c}{a} \mu p_0 \sqrt{1 - \frac{(x - e)^2}{c^2}} \qquad |x - e| \le c \qquad \text{II.15}$$

Como se puede observar en la Ecuación II.9, si la carga Q aumenta, el tamaño de la zona de adhesión c disminuye. El caso límite se alcanza cuando la fuerza $Q=\mu N$, ya que en este momento el tamaño de la zona de adhesión tiene un valor nulo (c=0), produciendo un deslizamiento total entre las superficies.

La excentricidad de la zona de adhesión se define como sigue:

$$e = \frac{a\sigma}{4\mu p_0} \qquad \qquad \text{II.16}$$

donde σ es la tensión axial en la probeta debido a la carga *P*.

Como en la geometría anterior, en función de la relación entre las cargas tangencial Q y la axial P, existen dos posibles casos de deslizamiento: uno en el que los deslizamientos se producen en sentidos opuestos y el otro cuando los deslizamientos ocurren en el mismo sentido, para lo cual es necesario que toda la zona de adhesión esté en el interior de la zona de contacto, $e + c \leq a$.

Sustituyendo en esta última expresión las Ecuaciones II.15 y II.16 se obtiene que:

$$\frac{\sigma}{\mu p_0} \le 4 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{Q}{\mu N}} \right)$$
 II.17

Si esta condición se cumple, todas las ecuaciones anteriores son válidas. En caso contrario, se trata de un deslizamiento reverso y el problema no tiene solución analítica, debiéndose resolver mediante ecuaciones integrales [*Nowell y Hills, 1987*].

En contacto cilíndrico, el campo de tensiones producido puede aproximarse lo suficiente utilizando modelos en dos dimensiones. Pero esta ventaja tiene un inconveniente cuando se analiza la iniciación de las grietas en los ensayos, debido a que en el contacto real existen tres dimensiones en lugar de dos.

En los modelos se supone una grieta que atraviesa toda la probeta en forma idealizada y esto sucede cuando la grieta ya tiene cierta longitud pero nunca en la iniciación. También hay que tomar en cuenta que una grieta no inicia simultáneamente a lo largo de todo el ancho de la probeta, si no en un punto y durante su crecimiento puede unirse con otras grietas generadas en otras partes del contacto.

Además, el punto donde se inicia la grieta no está bien definido y esto implica un cierto grado de dificultad cuando se trata de estudiar el proceso de iniciación. Si la grieta es muy pequeña, será difícil localizarla en secciones de la probeta perpendiculares a la superficie de contacto y paralelas al eje de la probeta.

Por otro lado, si la grieta ya se expandió de manera importante sobre el ancho de la probeta, se podrá identificar fácilmente, pero habrá dejado de ser un inicio de grieta.

II.3.4.- Contacto esférico

En este tipo de ensayos, el contacto se produce entre un elemento de forma esférica de radio *R* y una probeta plana como se puede observar en la Figura II.13.



Figura II.13.- Contacto esférico

De forma similar, la probeta se encuentra sometida a una carga normal constante N y a cargas variables Q y P. Este tipo de configuración tampoco presenta singularidades en la distribución de tensiones bajo el contacto y existe solución analítica de las mismas. Las desventajas de este tipo de configuración es que no existen muchos casos reales de *Fatiga* por frotamiento, en los que pueda ser utilizada y tiene características tridimensionales.

Las expresiones de las tensiones normales y tangenciales en la superficie de contacto son muy parecidas a aquéllas del contacto cilíndrico. La presión por unidad de área debida a una carga *N* por unidad de espesor es:

$$p(r) = po\sqrt{1 - \left(\frac{r}{a}\right)^2}$$
 II.18

donde:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

po = Máxima presión normal y se determina por:

$$po = \frac{3N}{2\pi a^2} |$$
 II.19

a = radio de la zona de contacto que a su vez es igual a:

$$a = \left(\frac{3NR}{4E^*}\right)^{1/3}$$
 II.20

en la que *E** es el módulo de Young equivalente (Ecuación II.8) y *R* es el radio de la esfera.

Si además de la carga normal se agrega una carga tangencial Q, aparecen dos regiones circulares en la zona de contacto que se pueden ver en la Figura II.8. La zona central de adhesión de radio c y la zona de deslizamiento de radio a. El radio de la zona de adhesión esta dado por:

$$\frac{c}{a} = \sqrt[3]{1 - \frac{Q}{\mu N}}$$
 II.21

La zona de adhesión se encontrará centrada siempre y cuando no exista la carga axial *P* sobre la probeta, de lo contrario, se genera una excentricidad *e* en esta zona.

La tensión tangencial en la zona de deslizamiento es:

$$q(r) = \mu po \sqrt{1 - \left(\frac{r}{a}\right)^2}$$
 para $r \le a$, $r_e \ge c$ II.22

mientras que para la zona de adhesión es:

$$q(r) = \mu po \sqrt{1 - \left(\frac{r}{a}\right)^2} - \frac{c}{a} \mu po \sqrt{1 - \left(\frac{r_e}{c}\right)^2} \qquad r_e \le c \qquad \text{II.23}$$

Donde
$$r_e = \sqrt{(x-e)^2 + y^2}.$$

Para la determinación de la excentricidad *e* de la zona de adhesión, se debe tomar en cuenta el tipo de análisis que se realizará: deformación plana o tensión plana.

Para deformación plana se tiene que:

$$e = \frac{4a\sigma}{\pi\mu\rho_0} \frac{1-\nu}{4-3\nu}$$
 II.24

y para tensión plana

$$e = \frac{4a\sigma}{\pi\mu\rho\sigma} \frac{1-\nu}{4+\nu-3\nu^2} \qquad \qquad \text{II.25}$$

Para las ecuaciones anteriores σ es la tensión axial de la probeta debida a la carga *P*.

También se puede generar un desplazamiento reverso si no se cumple la siguiente condición: $e + c \le a$. Para tensión plana esta condición queda de la siguiente manera:

$$\frac{\sigma}{\mu po} \le \frac{\pi (4 + \nu - 3\nu^2)}{4} \left(1 - \sqrt[3]{1 - \frac{Q}{\mu N}} \right)$$
 II.26

Para el estudio de la iniciación de grieta en *Fatiga* por frotamiento, el contacto esférico tiene las siguientes ventajas con respecto a los anteriores. Para empezar no presenta el problema de alineamiento, ya que el contacto se genera en un solo punto y por otra parte las fuerzas normales que se necesita aplicar para conseguir una determinada presión inicial, es mucho menor comparado con el contacto cilíndrico, debido a que el área de contacto es menor en la configuración esférica.

II.4.- Material para ensayos y recubrimientos superficiales

Las probetas y los elementos de contacto han sido fabricados con un acero inoxidable 316L con las siguientes características:

| | Carbón | Cromo | Níquel | Molibdeno | Manganeso | Fósforo | Azufre | Silicio |
|------|--------|-------|--------|-----------|-----------|---------|--------|---------|
| Max. | 0.03 | 18 | 10 | 3 | 2 | 0.045 | 0.03 | 1 |
| Min. | | 16 | 14 | 2 | | | | |

Tabla II.1.- Composición química del acero AISI 316L (% de peso) [Casp, 2005].

 Tabla II.2. Propiedades mecánicas del acero AISI 316L

[Harvey, 1982, Peckner y Bernstein, 1977 y Boyer y Gall, 1985].

| Duraza DD | Médulo de alastisidad | Resistencia a la | Coeficiente | Relación |
|-----------|-----------------------|------------------|-------------|------------|
| Dureza KB | Modulo de elasticidad | tracción | de fricción | de Poisson |
| 79 | 193 GPa | 560 MPa | 3.9 | 0.276 |

Los recubrimientos superficiales son generalmente partículas muy finas de materiales compatibles con el elemento al que se le aplicará el recubrimiento y su función puede variar dependiendo del material utilizado. A continuación se mencionan algunas de sus funciones principales [*Valderrama, 1999*]:

- Protección contra la corrosión.
- Mejorar el aspecto.
- Aumentar la conductividad o la resistencia eléctrica.
- Reconstruir superficies gastadas.
- Aumentar la resistencia al desgaste y/o reducir la fricción. En este caso en particular es lo más importante y lo que influyó en la selección del elemento a utilizar.

Para aplicar los recubrimientos existen diferentes técnicas:

- Inmersión o vía electroquímica.- El volumen del metal depositado es directamente proporcional a la intensidad de corriente circulante y al tiempo. Los metales más comunes son el Zinc para el acero, Níquel, Cromo, Cobre y estaño para hojalata, entre otros [*Núria, 2005*].
 - Anodizado.

Proceso electrolítico de protección ambiental de las aleaciones de Aluminio y Manganeso. Consiste en la formación de un óxido protector que aísla al producto del medio ambiente para dificultar la corrosión [*Senner, 1994*].

Inmersión en caliente.-

Se sumerge la pieza en un baño fundido de un segundo metal. Al extraer la pieza, el segundo metal solidifica sobre la superficie del primero. El tiempo de inmersión controla el espesor de la capa. Se obtiene una excelente adherencia ya que la difusión que opera a las temperaturas del tratamiento lleva a la formación de compuestos intermetálicos de transición [*Bilurbina, 2003*].

• Electrodeposición.- Puede considerarse dentro de las técnicas de separación por precipitación en la cual la corriente eléctrica es el "reactivo precipitante" y las especies a separar se depositan sobre el electrodo de trabajo. Esta técnica se basa

en el depósito electroquímico (por oxidación o reducción) de una o más especies químicas sobre el electrodo [*Valcárcel, et al., 1988*].

- Proyección térmica.- Consiste en proyectar un chorro de pequeñas partículas de un material que se funde al mezclarlo con un chorro de diferentes gases: acetileno e hidrógeno para proyección térmica con llama; propano, propileno, o polietileno para proyección térmica de alta velocidad; argón, nitrógeno, helio o hidrógeno para proyección térmica con plasma. La superficie debe estar terminada y completamente limpia [*Vergara y Mondragón, 2007*].
- Deposición en fase de vapor.- Es un proceso químico que implica la colocación de un recubrimiento mediante la condensación sobre un sustrato desde la fase de vapor. Implica la interacción entre una mezcla de gases y la superficie de un sustrato calentado provocando la descomposición química de alguna de las partes del gas y la formación de una película sólida sobre el sustrato [*Groover*, 1997].

Existen muchos elementos que se pueden utilizar para la aplicación de recubrimientos superficiales, dependiendo de las propiedades que se deseen modificar. A continuación se mencionan algunos elementos y las propiedades que le confieren al material:

| Material de | Microdureza | Coef. Fric. | Tensiones | Tem. máx. | Color del |
|----------------------------|--------------|---------------|--------------|-----------------|---------------|
| recubrimientos | HV* | vs Acero seco | Internas GPa | aplicación (°c) | recubrimiento |
| TiN | 2300 | 0,4 | -2,5 | 600 | amarillo-oro |
| AlCrN | 3200 | 0,35 | -3 | 1100 | azul-gris |
| AlCr - based | 3300 | 0,35 - 0,40 | -3 | 1100 | azul-gris |
| TiCN | 3000 | 0,4 | -4,0 | 400 | azul-gris |
| WC/C | 1000 / 2000 | 0,10 - 0,20 | -1,0 | 300 | negro-gris |
| CrN | 1750 | 0,5 | -1,5 / -2,0 | 700 | gris plateado |
| diamante policristalino | 8000 - 10000 | 0,15 - 0,20 | - | 600 | gris claro |
| TiAIN | 3300 | 0,30 - 0,35 | -1,3 / -1,5 | 900 | violeta-gris |

 Tabla II.3. Elementos para recubrimientos superficiales

| [OC Oerlikon Balzers AG., 2003]. | |
|----------------------------------|--|
|----------------------------------|--|

| TiAIN | 3300 | 0,25 | -1,3 / -1,5 | 900 | violeta-gris |
|--------------|------|-------------|-------------|------|--------------|
| TiCN + TiN | 3000 | 0,4 | -4,0 | 400 | amarillo-oro |
| TiAIN + WC/C | 3000 | 0,15 - 0,20 | -1,7 / -2,0 | 800 | gris oscuro |
| AlCr - based | 3000 | 0,25 | -3,0 | 1100 | Cooper |
| DLC (a-C:H) | 2500 | 0,10 - 0,20 | | 350 | negro-gris |
| TiAIN | 3300 | 0,4 | -3,0 / -3,5 | 900 | azul-gris |

Para poder determinar el tipo de elemento que se utilizará para el recubrimiento, se tomó en cuenta la Tabla II.3. Uno de los factores más importantes que se consideraron fue que el material tenga propiedades biocompatibles, un bajo coeficiente de fricción entre las superficies de contacto y, por otra parte, pero no menos importante, las tensiones internas que se producían por la acción de los recubrimientos. Asimismo, las temperaturas máximas de aplicación debido a que pueden llegar a afectar las propiedades mecánicas del material durante el proceso de aplicación del recubrimiento.

El tipo de recubrimiento seleccionado fue el Carburo de Tungsteno (WC) debido a que cumple con los requerimientos necesarios para trabajar en condiciones severas de desgaste, ya que su coeficiente de rozamiento es relativamente bajo (oscila entre de 0.1 y 0.2).

II.5.- Sumario

En el presente capítulo se presentó, la teoría necesaria para poder comprender todos los aspectos que se involucran en estudios de fretting *Fatiga*, enfocándose especialmente en las leyes de contacto establecidas por *Amontons* [1699] y *Coulomb* [1785], continuando con los tipos de contacto (completo e incompleto), de las configuraciones existentes para realizar ensayos de *Fatiga* por rozamiento y algunos recubrimientos superficiales para que en el siguiente capítulo se empiecen a desarrollar los análisis numéricos y analíticos correspondientes.

Capítulo III Análisis numéricoanalítico de elementos sin recubrimiento superficial

En este capítulo describe todo lo relacionado con la simulación de análisis de contacto mecánico en el paquete computacional Ansys 11.0. Utilizando una computadora portátil con un microprocesador Core2 Duo a 2.20 GHz, 2.0GB en RAM. En la parte inicial se hace una breve descripción de las ideas principales con las cuales trabaja el Método del Elemento Finito. Se describe la simulación de este fenómeno y se detalla cada aspecto relacionado en las tres etapas principales de todo análisis numérico como es el preprocesamiento, el de solución y postprocesamiento. Los elementos se dividieron en 48 elementos y 71 nodos, solo se tomo en cuenta las partes en contacto. También se realiza una comparación de los resultados obtenidos analíticamente y los obtenidos numéricamente.

III.1.- Estudio numérico-analítico de elementos sin recubrimiento superficial

III.1.1.- ¿Como funciona el Método de Elemento Finito?

El Método del Elemento Finito (*MEF*), es una técnica numérica usada en Ingeniería Mecánica para obtener una solución aproximada de problemas con valor frontera [*Boresi, et al, 1993*]. Un problema de valor frontera, es un problema matemático en el cual una o más variables dependientes deben satisfacer una ecuación diferencial, tanto dentro de un dominio conocido de variables independientes, como las condiciones específicas en el límite del dominio [*Hutton, 2004*].

Los problemas de valor frontera son también llamados problemas campo. Este último es el dominio de interés y frecuentemente representa una estructura física [*Noor, 1991*]. De esta manera, las variables de campo son dependientes y gobernadas por una ecuación diferencial. Las condiciones de frontera son valores específicos de las variables de campo en los límites del mismo [*Bathe, 1996*]. Dependiendo del tipo de problema físico a analizar, las variables de campo deben incluir desplazamientos físicos, temperatura, flujo de calor, velocidad del fluido y variaciones de carga por mencionar algunos. Para poder explicar de forma sencilla y concreta cómo funciona el *MEF* se tomarán en cuenta las siguientes figuras.



Figura III.1.- Conceptos generales del MEF
a) Un dominio general en dos dimensiones con una variable de campo Ø(x,y).
b) Un elemento finito de tres nodos definido en el dominio.
c) Elementos adicionales mostrando una red de elementos finitos parcial del dominio.
[*Hutton*, 2004]

La figura anterior representa el continuo (algún material o materiales) que tiene una propiedad física conocida. El volumen representa el dominio del problema de valor frontera a ser resuelto. Por simplicidad, en este punto, se asume un caso bidimensional de una variable de

campo simple $\emptyset(x, y)$, para ser determinado en cada punto *P* (*x*, *y*), tal que la ecuación que gobierna esta acción es conocida y es satisfecha en cada punto. Esto se ilustra en la Figura II.1a. Se debe hacer notar, que lo anterior implica una solución matemática exacta que debe de ser obtenida. Esto es, la solución es una expresión algebraica de forma cerrada de las variables independientes [*Sadd*, 2005].

En problemas prácticos, el dominio es geométricamente complejo, como es frecuente la ecuación que lo gobierna y la probabilidad de obtener una solución exacta de forma cerrada es muy baja. Por lo tanto, las soluciones aproximadas con base en técnicas numéricas y cálculos computacionales son más frecuentemente empleados en análisis de Ingeniería de problemas complejos. El *MEF* es una poderosa herramienta para obtener tales soluciones aproximadas con buena similitud [*Zaldívar-González, 2008*].

Un pequeño elemento triangular que encierra un subdominio de tamaño finito del área de interés como se muestra en la Figura III.1b, es un diferencial de tamaño dx por dy, de esta forma produce un *elemento finito*. Como ya se había mencionado, este es un problema bidimensional y se asume que el espesor en la dirección z es constante y unitario. Los vértices del elemento triangular son enumerados para indicar que esos puntos son nodos.

Un nodo es un punto especificado en el elemento finito, en el cual el valor de la variable de campo es calculado explícitamente. Los nodos exteriores son localizados en los límites del elemento finito y deben ser utilizados para conectar un elemento a elementos finitos adyacentes. Los nodos que no están en los límites del elemento son interiores y no pueden ser conectados a algún otro elemento. El elemento triangular de la Figura III.1b tiene sólo nodos exteriores.

Si los valores de la variable de campo son sólo calculados en los nodos. ¿Cómo son obtenidos los valores en otros puntos dentro del elemento finito? La respuesta contiene la clave del *MEF*. Los valores de la variable campo son calculados en los nodos y son usados para aproximar los valores en puntos no nodales (esto es, en el interior del elemento) por interpolación de valores nodales. Para el ejemplo, triangular de tres nodos, todos los nodos son exteriores y en

cualquier otro punto dentro del elemento, la variable de campo es descrita por la relación [*Hutton*, 2004].

$$\phi(x, y) = N_1(x, y)\phi_1 + N_2(x, y)\phi_2 + N_3(x, y)\phi_3$$
 III.1

Donde $Ø_1$, $Ø_2$ y $Ø_3$ son los valores de la variable de campo en los nodos y N_1 , N_2 y N_3 son las *funciones de interpolación*, también conocidas como *funciones de forma*.

En la aproximación del *MEF*, los valores nodales de la variable de campo son tratados como constantes desconocidas que son calculadas. Las funciones de interpolación tienen frecuentemente forma de polinomio de variables independientes, derivadas para satisfacer ciertas condiciones requeridas en los nodos. Lo más relevante aquí, es que las funciones de interpolación son predeterminadas, funciones conocidas de las variables independientes y estas funciones describen la variación de la variable de campo dentro del elemento finito.

Como se muestra en la Figura III.1c, cada elemento es conectado por los nodos exteriores de los otros elementos. Las ecuaciones del *MEF* son formuladas tal que en las conexiones nodales, el valor de la variable de campo en cualquier conexión es la misma en cada elemento conectado al nodo. Así, la continuidad de la variable de campo en los nodos es asegurada. Esta característica evita la posibilidad físicamente de boquetes o de vacíos que ocurren en el dominio. En problemas estructurales, tales vacíos representarían separaciones físicas del material.

Para poder garantizar que el *MEF* converge a una solución, se debe representar un dominio físico con elementos finitos, para lo cual se realiza una *malla* y el juego de elementos resultante es conocido como *red* del elemento finito. Si las funciones de interpolación satisfacen los requerimientos matemáticos, una solución del *MEF* para un problema particular converge a la solución exacta del problema. Esto es, como el número de elementos aumenta y por consecuencia las dimensiones físicas de los mismos disminuyen, la solución finita del elemento cambia incrementalmente. Los cambios incrementales disminuyen con el proceso de refinamiento de la malla y se aproxima asintóticamente a la solución exacta.

III.2.- Análisis numérico de elementos sin recubrimiento superficial

III.2.1- Características del problema

El problema principal del análisis matemático y la simulación numérica propuesta en este trabajo de investigación, es determinar la distribución de la presión, los esfuerzos y el tamaño de huella que se genera en la superficie de dos piezas sometidas a contacto cilíndrico. Así como, observar las diferencias que existen en este contacto por la aplicación de recubrimientos superficiales. Para el caso que se presenta en este trabajo se trata de Tungsteno debido a que sus propiedades de biocompatibilidad son mejores que las del acero AISI 316L. Los resultados obtenidos en el análisis numérico serán corroborados por un estudio analítico realizado más adelante en este capítulo.

La metodología utilizada para la obtención del tamaño del área de contacto es descrita en algunos libros [*Hill y Nowell, 1994*] y artículos de forma analítica, en ambos casos sólo se tocan aspectos muy generales y no mencionan ningún procedimiento para realizarse por medio de programas computacionales de elemento finito. Por este motivo, se tuvo la necesidad de proponer una forma para la solución de estas, por la vía numérica y con el apoyo de un programa computacional.

III.2.2- Datos necesarios para el análisis

Las dimensiones de los elementos utilizados para el análisis numérico son de 25 mm de largo y 6.35 mm de espesor para la solera. Mientras que los cilindros tienen un radio de 6.35 mm. Las propiedades del acero inoxidable AISI 316L empleado para las pruebas son:

- Módulo de elasticidad, E, 193 GPa (28 x 10^3 ksi).
- Relación de Poisson, *v*, 0.276.
- Esfuerzo de cedencia, σ_v , 290 MPa (42.1 x 10³ PSI).
- Esfuerzo último, σ_u , 560 MPa (81.200 x 10³ PSI).

III.2.3- Procedimiento

III.2.3.1- Descripción de la geometría

El objetivo principal del análisis que se desarrolla en esta tesis, es la obtención del tamaño del área de contacto por medio de una geometría de contacto cilíndrico. Para determinar posteriormente la distribución de la presión y los esfuerzos que se producen. Para lo cual, se modeló un conjunto en dos dimensiones compuesto por una cuarta parte de un cilindro y la mitad de la solera (Figura III.2). Para disminuir el requerimiento de recursos computacionales, sin olvidar que de esta forma sólo se obtiene la mitad del valor de área de contacto.



Figura III.2.- Configuración del conjunto cilindro - solera para el análisis numérico

III.2.3.2- Generación de la malla

Se generó una malla para ambas piezas con un elemento *plano 42* [ANSYS 11.0, 2008], este es un elemento utilizado para análisis de contacto en dos dimensiones, está definido por cuatro nodos con dos grados de libertad cada uno: translación en las direcciones x y y. También se puede utilizar el elemento *plano 42* para realizar el análisis cuando un elemento tiene

plasticidad, fluencia, gran deformación y puede trabajar en condiciones de esfuerzo plano o deformación plana, etc (Figura III.3).



Figura III.3.- Elemento plano 42.

La configuración triangular no es muy recomendable para realizar análisis de contacto, porque el número de nodos se mantiene, solo se enciman dos de ellos como se muestra en la siguiente figura. Por esta razón se utilizó la configuración rectangular. Vale la pena mencionar que tanto la solera como el cilindro deben dividirse con el mismo tipo de elemento para evitar generar errores posteriormente. En la Figura III.4 se muestra la red del conjunto.



Figura III.4.- Malla del conjunto cilindro-solera

III.2.3.3- Generación de los elementos de contacto

Una vez que se ha dividido el conjunto con el elemento plano 42 es necesario identificar las partes que están involucradas en el contacto, para lo cual se utilizarán los elementos Targe 169 [ANSYS 11.0, 2008] para el cilindro y Conta 175 [ANSYS 11.0, 2008] para la solera como se muestra en la figura III.5.

El elemento *Targe 169* se utiliza para representar diversas superficies de contacto en objetos en 2D, en asociación con elementos *Conta. Targe* describe los límites de un cuerpo deformable o rígido que esta potencialmente en contacto con la superficie que será analizada, por medio de un conjunto de elementos que a su vez están emparejados con su correspondiente superficie de contacto, a través de un conjunto compartido constante. A este tipo de elemento se le puede aplicar cualquier tipo de desplazamiento traslacional o rotativo, temperatura, tensión, fuerzas o momentos. Cada superficie *Targe* solo puede ser asociada con una sola superficie de contacto y viceversa. Sin embargo, si una superficie de *Targe* se asocia con más de una superficie *Conta*, se deben definir las superficies duplicadas que comparten la misma geometría pero que se refieren a objetos independientes.







Figura III.6.- Geometría Targe 169. a) Elemento para contacto entre superficies.c) Elemento para contacto entre una superficie y un nodo.

El elemento Conta175 puede ser usado para representar contacto y/o deslizamiento entre dos superficies o entre un nodo y una superficie o entre una línea y una superficie en dos o tres dimensiones. Conta175 funciona cuando existe una penetración o cuando no existe ninguna separación respecto a la red de la superficie con el elemento Targe.



Figura III.7.- Geometría Conta175. a) Configuración línea y nodo. b) Configuración superficie nodo.
III.2.3.4- Aplicación de cargas y restricciones



Figura III.8.- Aplicación de restricciones al conjunto

Las condiciones de frontera aplicadas al conjunto fueron:

- Para la solera se restringió el movimiento en el eje "y" en la parte inferior y del lado izquierdo se aplicó una condición de simetría.
- Para el cilindro se aplicó una condición de simetría del lado izquierdo y en la parte superior un acoplamiento de nodos.

Esto para que todos los nodos que integran esa línea se desplacen en la misma dirección y en igual proporción. La presión se aplicó sobre la línea superior del cilindro y tiene un valor de 100 N. Todas estas condiciones se pueden observar en la Figura III.8.

III.2.3.5- Solución

La solución de este tipo de problemas depende en gran parte de una buena construcción de los elementos en contacto. Por esta razón, antes de empezar a solucionar el problema es necesario comprobar las condiciones iníciales del contacto. La Figura III.9 muestra dichos datos.

| CNCHECK Command | × | |
|--|---|--|
| File | | |
| **** NOTE **** CP = 3.281 TIHE= 11:41:51 Deformable-deformable contact pair identified by real constant set 3 and contact element type 3 has been set up. Node=surface contact pair is defined Contact force based contact model Contact algorithm: Augmented Lagrange method Contact detection at: nodal point (normal to target surface) Default contact stiffness factor FKN 1.0000 The resulting contact stiffness 0.57320E+08 Default penetration tolerance 0.14050 Frictionless contact pair is defined 0.14850 Prictionless contact surface length 1.4850 Rverage contact surface length 1.4850 Default pinball region 1.4850 Default pinball region 1.4850 Warge weakension factor TINB 1.0000 Nome resulting pinball region 1.4850 Befault pinball region 1.4850 Befault pinball region 1.4850 Warge weakension factor TINB 1.0000 Ne rege destension factor TINS 1.0000 The resulting pinball region 1.4850 Befault pinball region 1.4850 Befault hype destension factor TINS 1.0000 | | |
| *** NOTE **** CP = 3.281 TIME= 11:41:51 Max. Initial penetration 6.409494855E-31 was detected between contact element 55 and target element 53. | | |
| 1 CONTRCT PAIR IS SELECTED CONTRCT PAIR HRVING REAL ID = 3 IS INITIALLY CLOSED | | |

Figura III.9.- Verificación del estado inicial del contacto

La parte más importante a verificar, dentro de esta ventana de información es donde se seleccionan las partes en contacto, no debe existir ninguna separación por más mínima que esta sea. Ya que si existe, el análisis debe resolverse en múltiples pasos. Primero se debe desaparecer el espacio existente entre los elementos, después aplicar una pequeña presión para inducir un interferencia entre los elementos y posteriormente poder empezar a resolver el sistema.

Si existe alguna separación, y no se aplican los pasos necesarios para cerrarla, el programa no obtiene ninguna solución ya que no genera la interacción entre los elementos en cuestión. También es necesario establecer el límite de iteraciones que realizará el programa para encontrar la solución, ya que esta puede no existir, debido a una mala construcción del sistema, errores en la generación de los elementos en contacto, etc.



Figura III.10.- Convergencia de la solución

En este caso, las iteraciones máximas son 100, después de eso, si el programa no encontró la solución se detiene. También es necesario tomar en cuenta que pueden existir grandes deslizamientos o translaciones entre las piezas, por lo que se deben habilitar opciones dentro del programa que permitan realizar un buen análisis.

III.2.3.5.1.- Distribución de la presión en la zona de contacto

En la Figura III.11, se muestran únicamente los nodos que se encuentran en las superficies de contacto: La línea punteada corresponde a solera y la curva corresponde al cilindro. También se puede observar cómo esta distribuida la presión bajo la zona de contacto respecto a la solera. La presión máxima es de 731.659 MPa y se encuentra localizada en el origen del sistema coordenado (0, 0, 0), que es la ubicación del nodo 20.



Figura III.11.- Distribución de la presión en el área de contacto





Estudio sobre fatiga por contacto

A continuación se presenta una tabla con el valor de la presión en los nodos dentro del área de contacto y una figura ampliada para poder visualizar su ubicación de los nodos en la superficie de la solera (Figura III.12). La refinación de la malla determina la separación entre los nodos, mientras más fina sea la red menor será la distancia entre los nodos y por consecuencia se podrán obtener más valores de la presión bajo la zona de contacto. Por lo tanto, de esta manera se puede determinar con mayor precisión el tamaño de la zona de contacto. Por ejemplo, si se analizan los valores de la Tabla III.1 se puede llegar a la conclusión de que, en algún lugar entre el nodo número 30 y el nodo número 31 deja de existir el contacto entre las piezas.

| NODO | PRESIÓN EN MPa |
|------|----------------|
| 20 | 731.659 |
| 22 | 727.468 |
| 23 | 713.324 |
| 24 | 683.187 |
| 25 | 640.528 |
| 26 | 598.391 |
| 27 | 425.603 |
| 28 | 325.754 |
| 29 | 234.059 |
| 30 | 92.539 |
| 31 | 0 |

Tabla III.1.- Valor de la presión en los nodos





III.3.- Estudio analítico de elementos sin recubrimiento superficial

La solución del problema que en esta sección se propone, requiere de dos etapas de solución:

- En la primera el problema de contacto puede ser resuelto a través de la determinación de la distribución de la presión en el área de contacto.
- Posteriormente, en la etapa dos, los esfuerzos, deformación unitaria del material y el campo de desplazamientos, son encontrados utilizando la superficie de tracción previamente deducida.

La primera etapa permite producir una técnica para encontrar la distribución de las tracciones únicamente por la solución de una ecuación integral.



Figura III.14.- Plano sujeto a una fuerza normal P y una fuerza tangencial Q

En la Figura III.14, se muestra la acción de dos fuerzas en un plano, una normal P y otra tangencial Q por unidad de longitud respectivamente. Se asume que el plano se encuentra sometido a un estado de deformación plana, por lo que el estado de esfuerzo puede ser encontrado por medio de la función de esfuerzos de Airy [*Timoshenko y Goodier, 1951*].

Para este caso es la siguiente:

$$\emptyset(r,\theta) = -\frac{r\theta}{\pi} \left(P \, sen \, \theta + Q \cos \theta\right)$$
III.2

sustituyendo la ecuación III.2 en la ecuación biarmónica, se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\sigma_{rr} = -\frac{2}{\pi r} (P \cos \theta - Q \sin \theta)$$
III.3
$$\sigma_{\theta\theta} = \tau_{r\theta} = 0$$

El correspondiente campo de deformación puede ser encontrado sustituyendo la ecuación III.3 en la relación constitutiva, para condiciones planas se tiene que:

$$\epsilon_{rr} = \frac{1}{8\mu} \{ \sigma_{rr} (1+k) + \sigma_{\theta\theta} (k-3) \}$$

$$\epsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{8\mu} \{ \sigma_{\theta\theta} (1+k) + \sigma_{rr} (k-3) \}$$
III.4
$$\gamma_{r\theta} = \frac{\tau_{r\theta}}{\mu}$$

donde k = 3 - 4v en deformación plana, k = (3 - v)/(1+v) para esfuerzo plano, μ es el módulo de rigidez y *v* es el relación de Poisson. Una vez que el campo de deformación es conocido, los desplazamientos pueden ser encontrados con las siguientes ecuaciones:

$$2\mu u_r = -\frac{P}{2\pi} \{ (k-1) \ \theta \sin \theta - \cos \theta + (k+1) \ln r \cos \theta \}$$
$$-\frac{Q}{2\pi} \{ (k-1) \ \theta \cos \theta + \sin \theta - (k+1) \ln r \sin \theta \} + C_1 \qquad \text{III.5}$$
$$2\mu u_\theta = \frac{P}{2\pi} \{ (k-1) \ \theta \cos \theta - \sin \theta - (k+1) \ln r \sin \theta \}$$
$$+\frac{Q}{2\pi} \{ (k-1) \ \theta \sin \theta + \cos \theta - (k+1) \ln r \cos \theta \} + C_2 \qquad \text{III.6}$$

donde C_1 y C_2 son constantes arbitrarias, cuyos valores pueden ser encontrados especificando algunas condiciones del sistema.

Para encontrar la función de influencia se necesita conocer los desplazamientos de la superficie. Estos valores pueden ser obtenidos utilizando las Ecuaciones III.5 y III.6 sustituyendo el valor de $\theta = \frac{\pi}{2}$, y convirtiendo en coordenadas polares se tiene:

$$u = -P\left(\frac{k-1}{8\mu}\right)sgn(x) + Q\left(\frac{k+1}{4\pi\mu}\right)\ln|x| + \frac{C_1}{2\mu}$$
 III.7

$$u = -P\left(\frac{k+1}{4\pi\mu}\right)\ln|x| - Q\left(\frac{k-1}{8\mu}\right)\operatorname{sgn}(x) + \frac{C_2}{2\mu}$$
 III.8

Las Ecuaciones III.7 y III.8 pueden ser usadas como la base para la solución de problemas de contacto, pero para determinar la distribución de las tracciones se necesita producir condiciones de contacto controladas de carga normal y tangencial, considerando los desplazamientos como el factor más importante. Además las contantes C_1 y C_2 son un inconveniente, por lo que generalmente es conveniente trabajar con en términos de derivadas de u(x) y v(x) a lo largo de la superficie. Derivando las ecuaciones anteriores se tiene:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{k-1}{4\mu} p(x) + \frac{k+1}{4\pi\mu} \int \frac{q(\varepsilon)d\varepsilon}{x-\varepsilon}$$
 III.9

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{k-1}{4\mu} q(x) + \frac{k+1}{4\pi\mu} \int \frac{q(\varepsilon)d\varepsilon}{x-\varepsilon}$$
 III.10

Para la solución de este problema en particular se utilizó la teoría de contacto cilíndrico en la que se consideran dos cilindros paralelos de longitud infinita, aunque en la práctica estas condiciones no existen y se generan grandes concentraciones de esfuerzos al final de los cilindros, por esta razón se utilizará un análisis en dos dimensiones ya que estas son las partes más importantes.

La solución descrita anteriormente puede ser utilizada solo si ambos cuerpos están curvados circularmente y el radio de curvatura de los cilindros debe ser mucho más grande en comparación con el ancho del contacto, pero tiene además la propiedad de que el perfil de la zona de contacto puede ser idealizado como una parábola, para lo cual:

$$h(x) = \Delta - \frac{1}{2}kx^2$$
 III.11

donde k es la curvatura relativa entre los cilindros y se determina como sigue:

$$K = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$
 III.12

y R_1, R_2 son el radio de curvatura de las superficies en contacto. Si alguno de los cuerpos es cóncavo, el radio correspondiente de curvatura debe ser negativo.

Por lo tanto, la distribución de la presión es claramente elíptica pero el resultado está delimitado a utilizarse únicamente a la mitad del ancho de contacto (a) que en este momento es desconocido, pero puede solucionarse debido al equilibrio existente entre la presión de contacto y la presión aplicada P, obteniendo la siguiente ecuación:

$$P = -\int_{-a}^{a} p(\varepsilon) d\varepsilon \qquad \text{III.13}$$

Integrando la ecuación se tiene que:

$$P = \frac{\pi k a^2}{2A} \qquad \text{III.13a}$$

donde

$$A = 2\left\{\frac{1-v_1^2}{E_1} + \frac{1-v_2^2}{E_2}\right\}$$
 III.14

Tal vez la forma más conveniente de expresar este resultado es la siguiente:

$$a^2 = \frac{2PA}{\pi k} \qquad \qquad \text{III.15}$$

У

$$p(x) = -p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2}$$
 III.16

Donde:

$$p_o = \frac{2P}{\pi a} \qquad \qquad \text{III.17}$$

que es el valor máximo de la presión en la zona de contacto.

III.3.1- Consideraciones teóricas

Para resolver problemas de contacto por métodos analíticos es necesario idealizar el problema. Para lo cual, en el caso de contacto cilíndrico se considera un arreglo de los elementos de estudio como se muestra en la Figura III.15.





Para el caso de análisis de este trabajo de investigación solo se toma en cuenta la presión P, también se consideran en dos dimensiones por lo que se tiene:



Figura III.16.- Aplicación de presión sobre la zona de contacto

Al igual que en el análisis numérico, la presión aplicada es de 100 N, el radio de curvatura del cilindro es de 6.35 mm y para la solera se considera un radio infinito, debido a que es plana como se puede observar en la Figura III.2 y con un espesor de 6.35 mm. Las propiedades mecánicas utilizadas para este análisis son las del acero inoxidable AISI 316L mencionadas anteriormente.

III.3.2- Solución analítica

El primer paso para solucionar el problema es determinar el valor de A, para lo cual se utilizó la ecuación III.13;

$$A = 2\left\{\frac{1-v_1^2}{E_1} + \frac{1-v_2^2}{E_2}\right\}$$
 II.14

Sustituyendo valores se tiene:

$$A = 2\left\{\frac{1 - 0.276^2}{193000} + \frac{1 - 0.276^2}{193000}\right\}$$

 $A = 2(4.7866528497 x 10^{-6} + 4.7866528497 x 10^{-6})$

$$A = 1.91466113 \ x \ 10^{-5}$$

Posteriormente se calcula la curvatura relativa entre los cilindros k por medio de la ecuación III.12:

$$K = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$
 III.12

Sustituyendo valores:

$$K = \frac{1}{6.35} + \frac{1}{\infty}$$

$K = 0.15748 \ mm$

Una vez calculados los valores de A y k se procede a determinar el valor del semiancho de la zona de contacto utilizando la ecuación III.15:

$$a^2 = \frac{2PA}{\pi k} \qquad \text{III.15}$$

Sustituyendo valores:

$$a^{2} = \frac{2(100)(1.91466113 E^{-5})}{\pi (0.15748)}$$
$$a^{2} = 0.007744$$

Por lo tanto el valor de semiancho de la zona de contacto es:

$$a = \sqrt{0.007744}$$

$$a = 0.087978 mm$$

El siguiente paso es determinar la magnitud de la presión máxima generada en la zona de contacto debido a la presión aplicada, con ayuda de la ecuación III.16:

$$p_o = \frac{2P}{\pi a} \qquad \qquad \text{III.17}$$

Sustituyendo valores se tiene que la presión máxima es de:

$$p_o = \frac{2(100)}{\pi(0.087978)}$$

$$p_o = 723.612 MPa$$

Después de calcular el valor del semiancho de la zona de contacto se puede determinar la curva que define la distribución de la presión con respecto al eje x, evaluando la ecuación III.16 desde 0 hasta *a* en intervalos de a/10 de la siguiente manera:

$$p(x) = -p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2}$$
 III.16

Sustituyendo valores:

$$p(x) = -723.612 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{0.08798}\right)^2}$$

A continuación en la tabla III.2 se muestran los valores obtenidos, para posteriormente construir una gráfica y poder visualizar que el comportamiento de la presión bajo la zona de contacto se asemeja a una parábola, lo cual permite deducir que el valor de la presión disminuye de manera no lineal conforme se aleja del origen.

| | Posición en x (mm) | p(x) MPa |
|-----------------|--------------------|----------|
| x ₀ | 0 | 723.612 |
| x ₁ | 0.008798 | 719.985 |
| X ₂ | 0.17596 | 708.992 |
| X ₃ | 0.026393 | 690.282 |
| X ₄ | 0.035191 | 663.201 |
| Х ₅ | 0.043989 | 626.666 |
| x ₆ | 0.052787 | 578.890 |
| X ₇ | 0.061585 | 516.762 |
| x ₈ | 0.070382 | 434.167 |
| X9 | 0.07918 | 315.415 |
| x ₁₀ | 0.08798 | 0 |

Tabla III.2.- Distribución de la presión en la zona de contacto

Se procedió a realizar una comparación de las presiones obtenidas por medio del *MEF* y los calculados analíticamente. En la Figura III.18 se muestra la variación entre estos dos métodos para contacto cilíndrico en acero AISI 316L.



Figura III.17.- Distribución de la presión con respecto al eje x





Como se puede observar en la Figura III.13, el valor de la presión máxima que se genera en la zona de contacto obtenida por el método analítico es de 723.612 MPa (línea roja), por otro lado la presión máxima obtenida por medio del método numérico es de 731.659 MPa (línea azul), la diferencias entre los valores de presión máxima es de 8.047 MPa lo cual representa un error del 1.12 % con respecto al valor obtenido utilizando el método analítico.

En lo que respecta al tamaño de la zona de contacto, los valores obtenidos por ambos métodos son muy parecidos, varían aproximadamente por 0.0002 mm lo cual representa una desviación muy pequeña con un porcentaje de error menor al 1 %. Por lo tanto se puede llegar a la conclusión de que el MEF puede resolver problemas de contacto cilíndrico con un error bastante aceptable. Entonces, una vez realizado el análisis por ambos métodos y checando que los resultado son muy parecidos, se pueden encontrar los valores de los esfuerzos que se generan en la superficie de los dos elementos por medio del programa computacional, teniendo la seguridad de que los resultados serán muy parecidos al método analítico. En la Figura III.19 se muestra el estado de esfuerzos del conjunto solera-cilindro, el esfuerzo máximo que se genera es de 822 MPa.



Figura III.19.- Estado de esfuerzos en la zona de contacto

III.4.- Sumario

En este capítulo se presentó todo lo relacionado a la simulación numérica del contacto cilíndrico. En la primera parte se describieron brevemente las bases teóricas del elemento finito para posteriormente pasar a abordar la descripción de la prueba.

Se determinó el tipo de análisis, el tipo de elemento para la red general del sistema y para la generación de los elementos de contacto, las propiedades mecánicas del material especificado, para posteriormente establecer las restricciones y cargas con las que finalmente se pasa a la solución del problema.

En la segunda parte se presentaron los fundamentos necesarios para resolver problemas de contacto cilíndrico, las condiciones e idealizaciones que se tomaron para llegar a una solución y poder validar los resultados obtenidos por el MEF.

Finalmente, se compararon las soluciones obtenidas por ambos método, observando que los resultados tiene una buena similitud, respecto a los valores importantes como la presión máxima y el tamaño de hulla.

En el siguiente capítulo se expone todo lo referente al análisis numérico considerando elementos con Tungsteno como recubrimiento superficial, para después pasar al capítulo cinco donde se analizarán y compararán los resultados y para esta manera determinar cuáles son las ventajas de los recubrimientos superficiales en materiales con propiedades biomecánicas.

De acuerdo a lo anterior se puede establecer que la metodología propuesta está validada.

Capítulo IV Estudio numéricoanalítico de elementos con recubrimiento superficial

En este capítulo se describe todo lo relacionado con la simulación de análisis de contacto mecánico con el paquete computacional Ansys 11.0, pero esta vez para elementos con recubrimiento superficial. Para esta solución se utilizó una red con 57 elementos y 85 nodos con el mismo ordenador. En la parte inicial se hace una breve descripción de las ideas principales para determinar los valores de módulo de Young y la relación de Poisson equivalentes para materiales recubiertos. Se describe la simulación de este fenómeno y se detalla cada aspecto relacionado. También se realiza una comparación entre los resultados obtenidos analítica y numéricamente.

IV.1.- Estudio numérico-analítico de elementos con recubrimiento superficial

IV.1.2.- Análisis numérico de elementos con recubrimiento superficial

IV.1.2.1- Características del problema

El problema del análisis numérico propuesto en este capítulo, es determinar el tamaño de huella que se genera en la superficie de dos piezas sometidas a contacto cilíndrico, cuando a una de las piezas se le aplica un recubrimiento superficial de Tungsteno con un espesor de 0.05 mm. Esta parte es muy complicada debido a que se debe de tomar en cuenta la interacción entre dos materiales con características mecánicas muy diferentes, los que ocasiona que el módulo de elasticidad, el coeficiente de fricción y la relación de Poisson cambie.

Los resultados obtenidos en el análisis numérico serán comparados con el estudio analítico que se realizó posteriormente en este mismo capítulo. La metodología utilizada para la obtención del tamaño del área de contacto en elementos con recubrimientos superficiales es muy parecida a la utilizada en el Capítulo III. Sin embargo, existe una excepción, la cual es la generación de la geometría, que cambia un poco para poder simular la aplicación del recubrimiento. Este cambio se mostrará más adelante.

IV.1.2.2- Datos necesarios para el análisis

Las dimensiones de los elementos utilizados para el análisis numérico son de 25 mm de largo y 6.35 mm de espesor, la solera y el cilindro tienen un diámetro de 6.35 mm y el recubrimieto superficial tiene un espesor de 0.05 mm. Las propiedades del acero inoxidable AISI 316L empleados como elemento base son:

- Módulo de elasticidad E, 193 GPa (28 x 10^3 ksi).
- Relación de Poisson v, 0.276.
- Esfuerzo de cedencia σ_y , 290 MPa (42.1 x 10³ PSI).
- Esfuerzo último σ_u , 560 MPa (81.200 x 10³ PSI).

Para el Tungsteno se utilizarón:

- Módulo de elasticidad E, 400 GPa (58 x 10^3 ksi).
- Relación de Poisson v, 0.28.
- Esfuerzo de cedencia σ_y , 750 MPa (109 x 10³ PSI).
- Esfuerzo último σ_u , 980 MPa (142 x 10³ PSI).

IV.1.2.3- Descripción de la geometría

La geometría utilizada para este análisis es muy parecida a la desarrollada en el Capítulo III. Sin embargo, con la pequeña diferencia de que para este caso, es el modelado de los elementos que incluyen una pequeña área (2) de 25 mm de largo por 0.05 mm de espesor en la parte superior de la solera, lo que fue utilizado para simular el recubrimiento superficial como se muestra en la Figura IV.1.





Estudio sobre fatiga por contacto

En este análisis también se debe de tener en cuenta que los resultados obtenidos seguirán siendo únicamente la presión máxima que se genera y la distribución de la presión en el semiancho de la zona de contacto. Lo anterior es debido a que se pretende disminuir los recursos que necesita el programa para resolver el problema y que estos dependerán en gran parte de la refinación de la malla.

IV.2.2.- Generación de la malla

Todos los elementos involucrados en el análisis, se dividieron con el mismo elemento que se utilizó para el análisis realizado anteriormente en el elemento sin recubrimiento superficial. Este es un elemento utilizado para análisis de contacto en dos dimensiones y está definido por cuatro nodos con dos grados de libertad cada uno (translación en las direcciones x y y). Debido a las reducidas dimensiones de área dos que representa el recubrimiento superficial no se puede visualizar la malla de la misma, pero se utilizaron los mismos parámetros que para los otros elementos (Figura IV.2).





IV.2.3- Generación de los elementos de contacto

Después de generar la malla para las tres áreas por medio del mismo elemento, se procede a implementar los elementos *Conta* y *Targe* para definir la zona de contacto. Para lo cual se utilizarán los mismos elementos y parámetros que se usaron en el análisis realizado en el capitulo anterior, específicamente lo referente a la refinación de la malla y se trató de ubicar los nodos en las mismas coordenadas que en el análisis anterior para poder realizar una buena comparación de resultados. Estos elementos se pueden visualizar en las Figuras IV.3 y IV.4 respectivamente.



Figura IV.3.- Elemento Contac 175 en solera



Figura IV.4.- Elemento Target 169 en cilindro

IV.2.4- Aplicación de cargas y restricciones

Las condiciones de frontera aplicadas al conjunto fueron:

- Para el cilindro se aplicó una condición de simetría del lado izquierdo y en la parte superior un acoplamiento de nodos. Esto para que todos los nodos que integran esa línea se desplacen en la misma dirección y en igual proporción. La presión se aplicó sobre la línea superior del cilindro y tiene un valor de 100 N.
- Para la solera se restringió el movimiento en el eje "y" en la parte inferior y del lado izquierdo se aplicó una condición de simetría, todas estas condiciones se pueden observar en la Figura IV.5.



Figura IV.5.- Restricciones aplicadas a conjuntos con recubrimiento superficial

IV.2.5- Solución

De nueva cuenta la solución inicia verificando la buena construcción del conjunto que se analizará escribiendo CNCHECK en la barra de comandos del programa computacional, para poder visualizar la figura IV.6 y checar que no exista ninguna separación entre los elementos de contacto.



Figura IV.6.- Verificación del estado inicial del contacto para el análisis de elementos con recubrimiento superficial

Una vez que se verificó que no existe ninguna separación entre los elementos de contacto se procede con la solución del problema, que al igual que en el caso descrito en el capítulo III el número máximo de iteraciones es de 100.





IV.2.5.1.- Distribución de la presión en la zona de contacto

En la Figura IV.8, se muestran únicamente los nodos que se encuentran en las superficies de contacto de la solera. También se puede observar, cómo esta distribuida la presión bajo la zona de contacto respecto a la solera. La presión máxima es de 776.846 MPa y se encuentra localizada en el origen del sistema coordenado (0, 0, 0), que es la ubicación del nodo 20.



Figura: IV.8.- Visualización de los nodos de contacto en la superficie de la solera

A continuación se presenta la Tabla IV.1 donde se pueden observar los valores de la presión que se aplicó en cada uno de los nodos dentro del área de contacto. Asímismo, es posible determinar la distribución de los nodos. Que es muy similar a la que se utilizó en la evaluación del contacto realizada en el Capítulo III (Figura III.11). La malla y la refinación de los elementos es igual a la empleada en el análisis de elementos sin recubrimiento superficial y simplemente se adicionó el recubrimiento en la superficie de contacto.

| NODO | PRESIÓN EN MPa |
|------|----------------|
| 20 | 776.846 |
| 22 | 745.329 |
| 23 | 715.873 |
| 24 | 689.641 |
| 25 | 645.195 |
| 26 | 593.856 |
| 27 | 525.534 |
| 28 | 407.275 |
| 29 | 254.437 |
| 30 | 86.438 |
| 31 | 0 |

Tabla IV.1.- Presión en los nodos en elementos recubiertos superficialmente.



Figura IV.9.- Gráfica distribución de la presión con respecto a los nodos elementos con recubrimiento superficial

IV.3.- Estudio analítico de elementos con recubrimiento superficial

IV.3.1- Características del problema

El problema principal del análisis numérico propuesto en este capítulo, es determinar el tamaño de huella y los esfuerzos que se generan en dos piezas sometidas a contacto cilíndrico con un recubrimiento superficial de Tungsteno de h = 0.05 mm de espesor. En la siguiente figura se muestra la configuración de los elementos involucrados en el contacto.



Figura IV.10.- Configuración de los elementos para ensayos con recubrimiento superficial

La aplicación de recubrimientos superficiales sobre un material, produce varios efectos importantes. Por ejemplo, la presencia de lubricantes sólidos, modifica la distribución de la presión en la zona de contacto. Por otra parte, la diferencia entre las propiedades mecánicas del recubrimiento y el sustrato cambian la distribución de las tensiones producidas por el contacto [*Muñoz*, 2007].

Por lo tanto, el primer paso es calcular la nueva distribución de la presión en la zona de contacto debida a la presencia del recubrimiento. Algunos autores [*Gupta y Walowit, 1974*], [*King y Osullivan, 1987*] determinaron que la distribución de la presión de contacto se mantiene muy similar a la solución de Hertz, para cualquier conjunto de propiedades de recubrimiento y del sustrato.

Sin embargo, la variación del valor de semiancho de la zona de contacto, a, y la máxima presión normal, p_0 , son el principal efecto de la diferencia de propiedades elásticas entre el recubrimiento y el material base.

Entonces, asumiendo que se mantiene la distribución de la presión de Hertz, solamente es necesario calcular los valores de a y p_0 . Para ello se tienen que determinar nuevas propiedades elásticas que tomen en cuenta la interacción entre el material de recubrimiento y el material base.

Cuando se analizan elementos sin recubrir se utiliza el módulo de Young para contacto entre materiales similares según la Ecuación II.8 (Capítulo II). Sin embargo, para el caso de análisis de elementos con recubrimientos superficiales, es necesario utilizar el módulo de Young equivalente para contacto entre materiales diferentes que esta dado por:

$$\frac{1}{E^*} = \frac{(1-v^2)}{E} + \frac{(1-v_{ef}^2)}{E_{ef}}$$
 IV.1

Donde:

E es el módulo de Young.

v es el relación de Poisson.

 V_{ef} y E_{ef} hacen referencia a las propiedades elásticas efectivas de la probeta.

Para calcular las propiedades elásticas efectivas de la probeta se debe tomar en cuenta la interacción entre el material de recubrimiento y el material base [*Leroy, Floquet y Villechaise, 1989*], [*Leroy, Floquet y Villechaise, 1990*]. Para lo cual se utilizó el método propuesto por Gao, et al, [*1992*] en el que propone las siguientes ecuaciones:

$$E_{ef} = E + (E_r - E). I_0(\xi)$$
 IV.2

$$v_{ef} = v + (v_R - v). I_1(\xi)$$
 IV.3

Donde:

E y v son las propiedades elásticas del material base

 E_R y v_R son las propiedades elásticas del recubrimiento

$$I_0(\xi) = \frac{2}{\pi} \arctan \xi + \frac{(1-2\nu)\xi ln \frac{1+\xi^2}{\xi^2} - \frac{\xi}{1+\xi^2}}{2\pi(1-\nu)}$$
 IV.4

У

$$I_{1}(\xi) = \frac{2}{\pi} \arctan \xi + \frac{\xi}{\pi} \ln \frac{1+\xi^{2}}{\xi^{2}}$$
 IV.5

Donde:

$$\xi = h/r$$
 IV.6

Es la relación del espesor entre el radio de la zona de contacto.

Sin embargo, el módulo de Young obtenido no cambia mucho respecto al utilizado en ensayos con elementos sin recubrimiento superficial. Aproximadamente un 2%, toda vez que el espesor del recubrimiento es muy pequeño en relación al radio de la zona de contacto. Por lo que el recubrimiento apenas modifica la distribución de la presión de contacto [*Leroy, Floquet y Villechaise, 1990*].

Este hecho, se asemeja a las conclusiones de *Carton, et a.l,* [1995] que se refieren al papel de las propiedades elásticas y el espesor del recubrimiento en la transmisión de esfuerzos en componentes recubiertos. Para el caso de componentes de pequeño espesor tiene muy poca influencia en el campo de tensiones y únicamente transmite los esfuerzos.

IV.3.2- Cálculo de la distribución de la presión

Para poder determinar la distribución de la presión bajo la zona de contacto con elementos recubiertos superficialmente, al igual que en el caso de elementos sin recubrir. Es necesario conocer primero el valor máximo de la presión que se genera, p_0 , y el semi-ancho del área de contacto, *a*. Pero esta vez, tomando en cuenta la interacción entre el material del recubrimiento y el material base. Por lo que el análisis se iniciara con la obtención del modulo Young, *E*, y la relación de Poisson, *v*, equivalentes para la probeta en cuestión.

Las propiedades del Tungsteno empleado para recubrir la solera son:

- Módulo de elasticidad E, 400 GPa (58 x 10^3 ksi).
- Relación de Poisson *v*, 0.28.
- Esfuerzo de cedencia σ_y , 750 MPa (109 x 10³ PSI).
- Esfuerzo último σ_u , 980 MPa (142 x 10³ PSI).

Las dimensiones de los elementos utilizados para el análisis numérico son de 25 mm de largo y 6.35 mm de espesor para la solera. Los cilindros tienen un diámetro de 6.35 mm. El espesor de recubrimiento propuesto en este trabajo de investigación es de 0.05 mm, debido toda vez que si el espesor es menor, se generan problemas con la malla en el programa computacional que se utilizó para la solución del problema.

Para poder determinar el módulo de Young equivalente, primero es necesario calcular el valor de ξ , utilizando la Ecuación IV.6:

$$\xi = \frac{h}{r}$$
 IV.6

$$\xi = \frac{0.05}{6.35} = 0.00787$$

Posteriormente:

$$I_0(\xi) = \frac{2}{\pi} \arctan \xi + \frac{(1-2\nu)\xi ln \frac{1+\xi^2}{\xi^2} - \frac{\xi}{1+\xi^2}}{2\pi(1-\nu)}$$
 IV.5

Sustituyendo valores:

$$I_0(\xi) = \frac{2}{\pi} \arctan 0.00787 + \frac{(1 - 2 * 0.276)0.00787 ln \frac{1 + 0.00787^2}{0.00787^2} - \frac{0.00787}{1 + 0.00787^2}}{2\pi (1 - 0.276)}$$
$$I_0(\xi) = 0.287204 + \frac{0.003528 ln 16130 - 0.00787}{4.54903}$$

 $I_0(\xi) = 0.287204 + 0.00578$

 $I_0(\xi) = 0.292987$

Por lo tanto:

$$E_{ef} = E + (E_r - E). I_0(\xi)$$
 IV.2

$$E_{ef} = 193000 + (400000 - 193000) * 0.292987$$

$$E_{ef} = 253648 \ Pa$$

Con respecto a valor de la relación de Poisson se tiene que:

$$I_1(\xi) = \frac{2}{\pi} \arctan \xi + \frac{\xi}{\pi} ln \frac{1+\xi^2}{\xi^2}$$
 IV.5

Sustituyendo valores:

$$I_1(\xi) = \frac{2}{\pi} \arctan 0.00787 + \frac{0.00787}{\pi} ln \frac{1 + 0.00787^2}{0.00787^2}$$
$$I_1(\xi) = 0.287204 + 0.002506 \ln 16130$$

$$I_1(\xi) = 0.02428$$

Por lo tanto:

$$v_{ef} = v + (v_R - v). I_1(\xi)$$
 IV.3

Sustituyendo valores se tiene:

$$v_{ef} = 0.276 + (0.28 - 0.276) * 0.02428$$

$$v_{ef} = 0.277$$

Una vez que se conoce el valor del modulo de Young y la relación de Poisson equivalentes para la probeta con recubrimiento superficial. Se procede de la misma manera a encontrar la distribución de la presión en la zona de contacto (como se realizó en el Capítulo III). Entonces utilizando la Ecuación III.14 (Capítulo III) se tiene que:

$$A = 2\left\{\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2}\right\}$$
 III.14

Sustituyendo valores se tiene:

$$A = 2\left\{\frac{1 - 0.276^2}{193000} + \frac{1 - 0.277^2}{253648}\right\}$$

 $A = 2(4.7866528497 \ x \ 10^{-6} + 3.6333558447 \ x \ 10^{-6})$

$$A = 1.683996388 \ x \ 10^{-5}$$

El siguiente paso es calcular la curvatura relativa entre los cilindros k por medio de la Ecuación III.12 (Capítulo III):

$$K = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$
 III.12

Sustituyendo valores:

$$K = \frac{1}{6.35} + \frac{1}{\infty}$$

$$K = 0.15748 \, mm$$

Posteriormente, se determina el valor del semiancho de la zona de contacto utilizando la Ecuación III.15:

$$a^2 = \frac{2PA}{\pi k} \qquad \qquad \text{III.15}$$

Sustituyendo valores:

$$a^{2} = \frac{2(100)(1.683996388 E^{-5})}{\pi (0.15748)}$$
$$a^{2} = 0.006807$$

Entonces el valor de semiancho de la zona de contacto es:

$$a = \sqrt{0.006807}$$

 $a = 0.082154 mm$

El siguiente paso es determinar la magnitud de la presión máxima generada en la zona de contacto debido a la presión aplicada, con ayuda de la Ecuación III.17 (Capítulo III):

$$p_o = \frac{2P}{\pi a} \qquad \qquad \text{III.17}$$

Sustituyendo valores se tiene que la presión máxima es de:

$$p_o = \frac{2(100)}{\pi (0.082154)}$$
$$p_o = 771.582 MPa$$

Ahora se cuenta con todos los datos necesarios para determinar cómo se distribuyen la presión bajo la zona de contacto respecto al eje x en materiales con recubrimiento superficial, para lo cual se utilizó la Ecuación III.16, evaluándola desde 0 hasta *a* en intervalos de a/10 como en el caso anterior.

$$p(x) = -p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2}$$

Sustituyendo valores:

$$p(x) = -771.582 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{0.082154}\right)^2}$$

A continuación se muestran los valores obtenidos en la Tabla IV.2, para posteriormente construir una gráfica y poder visualizar que el comportamiento de la presión bajo la zona de contacto en componentes con recubrimiento superficial.

TABLA IV.2.- Distribución de la presión en la zona de contacto en elementos con recubrimiento superficial.

| Presión en la zona de contacto en elementos con recubrimiento superficial | | | | |
|---|--------------------|----------|--|--|
| | Posición en x (mm) | p(x) MPa | | |
| <i>x</i> ₀ | 0 | 771.582 | | |
| <i>x</i> ₁ | 0.00821 | 732.014 | | |
| <i>x</i> ₂ | 0.016431 | 690.181 | | |
| <i>x</i> ₃ | 0.024646 | 645.643 | | |
| <i>x</i> ₄ | 0.032862 | 597.796 | | |
| <i>x</i> ₅ | 0.041077 | 545.770 | | |
| <i>x</i> ₆ | 0.049292 | 488.232 | | |
| <i>x</i> ₇ | 0.057508 | 422.937 | | |
| <i>x</i> ₈ | 0.065723 | 345.515 | | |
| <i>x</i> 9 | 0.073939 | 244.716 | | |
| <i>x</i> ₁₀ | 0.082154 | 0 | | |

Se realizó una comparación de las presiones obtenidas por medio del *MEF* y los calculados analíticamente en materiales con recubrimiento superficial. En la Figura IV.12, se muestra los resultados entre estos dos métodos para contacto cilíndrico con acero AISI 316L como material base y Tungsteno como material de recubrimiento.



Figura IV.11.- Presión con respecto al eje x en materiales con recubrimiento superficial


Figura IV.12.- Comparación de presiones obtenidas por MEF y por el método analítico para elementos recubiertos

Como se puede observar en la Figura IV.12, el valor de la presión máxima que se genera en la zona de contacto obtenida por el método analítico es de 771.582 MPa (línea gris). Por otro lado la presión máxima obtenida por medio del método numérico es de 776.846 MPa (línea negra), la diferencias entre los valores de presión máxima es de 5.264 MPa lo cual representa un error del 0.07 % con respecto al valor obtenido utilizando el método analítico para el caso de materiales con recubrimiento superficial.

Una vez más, se puede corroborar que los resultados obtenidos son muy similares, y que la metodología descrita anteriormente en este capítulo, para la obtención de los valores de la presión en la zona de contacto por medios analíticos concuerda con los resultados obtenidos por el MEF.

En la Figura IV.13, se nuestra el estado de esfuerzos del conjunto solera-cilindro, el esfuerzo máximo se genera de 352.107 MPa.



Figura IV.13.- Distribución de los esfuerzos en materiales con recubrimiento superficial

IV.4.- Sumario

En este capítulo se presentó todo lo relacionado a la simulación numérica del contacto cilíndrico con elemento recubiertos superficialmente. En la primera parte se describieron brevemente las bases teóricas para el cálculo analítico de elementos recubiertos.

Se determinó el tipo de análisis, el tipo de elemento para la malla general del sistema y para la generación de los elementos de contacto, las propiedades mecánicas del material especificado, para posteriormente establecer las restricciones y cargas para finalmente pasar a la solución del problema.

En la segunda parte se presentaron los fundamentos necesarios para resolver problemas de contacto cilíndrico, las condiciones e idealizaciones que se tomaron para llegar a una solución y poder validar los resultados obtenidos por el MEF.

Finalmente se compararon las soluciones obtenidas por ambos métodos, observando que los resultados tiene una buena similitud, respecto a los valores importantes como la presión máxima y el tamaño de hulla.

En el siguiente capítulo se expone todo lo referente al estudio numérico – analítico pero en elementos con tungsteno como recubrimiento superficial, para después pasar al Capítulo V donde se analizaran y compararan los resultado y de esta manera determinar cuáles son las ventajas de los recubrimientos superficiales en materiales con propiedades biomecánicas.

Capítulo V

Interpretación y

comparación de

resultados

Finalmente en este capítulo, se realiza un análisis de los resultados obtenidos por medio del MEF y el numérico. Así como, una comparación de todos los resultados obtenidos. También se presentan una serie de tablas que muestran los valores de las presiones obtenidas y el tamaño de huella generado por contacto cilíndrico.

V.1.- Interpretación y comparación de resultados

En este capítulo se realiza un análisis comparativo de los resultados obtenidos por medio de *MEF* y el método analítico que fueron utilizados en los capítulos III y IV. Las evaluaciones se fundamentaron en la obtención del tamaño de huella, la magnitud y distribución de la presión, y los campos de esfuerzos que se generan en la zona de contacto. Se propuso realizar la evaluación, inicialmente en materiales sin recubrimientos y facilitar su corroboración analítica, para posteriormente efectuar una evaluación en materiales con recubrimientos superficiales.

V.2.- Análisis y comparación de las presiones obtenidas en la zona de contacto

V.2.1.-Análisis y comparación de elementos sin recubrimiento superficial

Para estar en posibilidad de realizar el análisis del primer caso de estudio, se mostraran continuación las figuras donde se presentan los valores de la presión en un material sin recubrimiento superficial para en ambos métodos (numérico y analítico) (Figuras V.1 y V.2).







Figura V.2.- Distribución de presión. Método analítico

Para el caso de estudio donde se utiliza el método numérico en elementos sin recubrimiento superficial, la distribución de la presión se representa en la Figura V.1. En la cual se puede observar que la presión máxima obtenida es de 731.659 MPa en el nodo número 20, con una ubicación en el eje x igual a 0, y que, conforme se alejen de esa posición los nodos, los valores de la presión disminuyen. En este caso no se obtuvo una curva muy detallada, sin embargo, describe de manera muy aceptable el comportamiento de la presión a lo largo del eje x.

Para determinar el tamaño exacto de la zona de contacto, en el caso numérico, existen varios factores que se deben tener en cuenta. Por ejemplo, mientras más refinada sea la malla, la distancia entre los nodos del elemento *Conta* o mejor dicho sobre la superficie de la solera, será más reducida y por consecuencia se podrá determinar con mayor precisión el tamaño de la zona de contacto. Sin embargo, también se tiene que recordar que en el desarrollo de los análisis numéricos, en este caso que se utilizó ANSYS 11.0, la malla debe tener un tamaño

adecuado para efectuar la evaluación. Por lo que es necesario tener en cuenta que el tamaño de los elementos no debe ser muy pequeño.

Para el caso de un material sin recubrimiento, se optó por realizar una malla con una refinación moderada. Lo anterior se debe a que se obtienen resultados muy aceptables en comparación con los analíticos. En lo que se refiere al valor de la presión, sin olvidar que se pierde un poco de precisión cuando se trata de determinar el tamaño de la zona de contacto.

Tomando en cuenta lo mencionado anteriormente, se puede deducir que la zona de contacto termina en algún lugar entre el nodo número 30 que se ubica en x = 0.08803 mm y el nodo número 31 que tiene una ubicación en x = 0.08874 mm, si se promedia ambos valores, se obtiene que el tamaño del semiancho de la zona de contacto de 0.088385 mm, esto es únicamente para establecer un valor más aproximado.

Por otra parte, en el caso del método analítico en componentes sin recubrimiento superficial, la presión máxima obtenida fue de 723.612 MPa. Se encuentra ubicada exactamente en el origen de sistema de coordenadas (0,0), y conforme se evalúan los valores respecto al eje x la presión disminuye. En este caso la Figura V.2, muestra un comportamiento no lineal. Respecto al tamaño del semiancho de la zona de contacto, en este caso se puede obtener más fácilmente debido a que el método utilizado permite obtener el valor de forma directa y su valor es de 0.08798.

Comparando los resultados obtenidos del tamaño de la zona de contacto por ambos métodos se tiene una desviación de 0.000405 mm, lo cual es un valor muy pequeño.

Una vez analizadas por separado las figuras anteriores, que son representativas de la distribución de la presión en elementos sin recubrimiento superficial. Se puede realizar una comparación de resultados para lo cual se utilizará la Figura V.3 que se presenta a continuación.

La distribución de la presión obtenida por el *MEF*, se describe por la curva de color azul en la Figura V.3 y los valores obtenidos por medio del método analítico se representan con la línea

roja. Se puede observar que los valores de la presión máxima en ambos métodos son muy parecidos al igual que el tamaño del semiancho de la zona de contacto, en ambos casos el error en mucho menor de 5%.



Figura V.3.- Comparación de resultados

La comparación anterior permite decir que, con la simulación realizada por medios numéricos, se obtienen valores muy cercanos a los obtenidos por el método analítico, tomando esto como sustento, se puede asegurar que la distribución de las tensiones en la zona de contacto obtenidas por *MEF* también son correctas.

V.2.2.-Análisis y comparación de elementos con recubrimiento superficial

Cuando se aplican recubrimientos superficiales se busca mejorar el desempeño de un componente frente a condiciones de desgaste, en lo que ocupa a este trabajo de investigación, esto conlleva a que el fenómeno se comporte de diferente manera.

La Figura V.4 representa la distribución de la presión en elementos con recubrimiento superficial (Tungsteno) obtenidas por el método numérico. Donde el valor de la presión máxima obtenida es de 776.846 MPa. La ubicación de esta presión con respecto al eje x es igual a cero y el lugar donde se termina la zona de contacto se encuentra en algún lugar entre el nodo número 30 y el nodo número 31. La ubicación de los nodos en este análisis es muy parecida a la localización de los nodos del análisis anterior.



Figura V.4.- Distribución de la presión, Análisis numérico en elementos con recubrimiento superficial

El valor de presión máxima obtenida por el método analítico en el caso de componentes con recubrimiento superficial es de 771.582 MPa y el valor del semiancho de la zona de contacto es de x igual a 0.082154.

Los resultados obtenidos por ambos métodos arrojan valores muy similares. Por lo que la distribución de los esfuerzos que se obtiene en *MEF* también debe ser correcta.

Los valores intermedios en la distribución de la presión en los cuatro casos varían en proporciones mayores pero finalmente, la presión máxima y el tamaño de la zona de contacto tienen errores bastante pequeños.



Figura V.5.- Distribución de la presión. Método analítico en elementos con recubrimiento

La presión máxima que se genera en elementos con recubrimiento superficial es mayor que la obtenida en elementos sin recubrimiento superficial, debido a que gracias a la capa de Tungsteno aumenta un poco la dureza de la probeta. Por lo tanto, la deformación es menor y por consecuencia también disminuye el tamaño de la zona de contacto.

Esta afirmación es congruente, toda vez que si se aplica una fuerza de 100 N en un área de 1 cm^2 , por mencionar un ejemplo, las reacciones serán menores que si se aplica un fuerza de 100 N en un área de 0.5 cm^2 .



Figura V.6.- Comparación de resultados en materiales con recubrimiento superficial

En la siguiente figura se puede observar que la variación en el tamaño de huella no es muy grande, pero si afecta a la magnitud de la presión máxima generada. La distribución de la presión en la parte intermedia de la zona de contacto, es bastante parecida entre los diferentes métodos, esto permite asegurar que los resultados obtenidos son también correctos.



Figura V.7.- Comportamiento de la distribución de la presión en todos los estudios

En la Figura V.7 se puede observar el comportamiento de la presión en cado una de los casos de estudio.

V.2.3.-Análisis y comparación de esfuerzos

En la Figura V.8.se muestra la distribución de los esfuerzos que se generan en un ensayo de contacto utilizando una configuración de contacto cilíndrico.

El esfuerzo máximo es de 822.842 MPa y la ubicación coincide con el lugar donde se localiza la presión máxima, los valores de los esfuerzos se comportan de la misma manera que la distribución de la presión, es decir, mientras más alejada está el área de evaluación del origen de coordenadas el valor del esfuerzo será menor.



Figura V. 8.-Distribución de esfuerzos en componentes sin recubrimiento superficial

En la figura anterior se puede observar que el esfuerzo máximo se concentra en un pequeña sección de la solera y del cilindro, esto conlleva a que la magnitud del esfuerzo se mayor y por consecuencia el material puede fallar más rápidamente.



Figura V.9.-Distribución de esfuerzos en componentes con recubrimiento superficial

En el caso de elementos con recubrimiento superficial se puede observar que el esfuerzo máximo se distribuye en un área mucho más grande que en el caso de componentes sin recubrimiento superficial, y que el valor de esfuerzo máximo es de 352.107 MPa. Este valor es menos de la mitad del esfuerzo máximo obtenido en el primer análisis.

También se puede observar que en la zona de contacto que involucra el recubrimiento de Tungsteno el valor del esfuerzo que se produce es de -90.964 MPa, esta es una gran ventaja ya que se trata de esfuerzos de compresión y en el caso de aplicaciones de contacto es preferible tener compresión que tensión.

Los resultados obtenidos permiten afirmar que el recubrimiento superficial de Tungsteno permite una mejor distribución de los esfuerzos que se generan en los componentes en condiciones de contacto.

Conclusiones

A continuación de resumen las principales conclusiones obtenidas del estudio realizado en esta tesis.

- La aplicación del recubrimiento de Tungsteno incrementa la dureza del material, esto trae como consecuencial que el tamaño de la zona de contacto sea menor que en los componentes sin el recubrimiento.
- Debido a que la zona de contacto es menor cuando se aplica el recubrimiento superficial, la presión que se generan es mayor debido a que se aplica la misma presión en un área más pequeña.
- La distribución de los esfuerzos en materiales sin recubrimiento superficial se muestra en la figura V.8, se puede observar que los esfuerzos máximos se concentran en una pequeña área y por consecuencia son mayores que los mostrados en elementos con recubrimiento superficial (Figura V.9) en los que podemos observar que los esfuerzos máximos son mucho menores y se distribuyen en un área mucho mayor. También se observa que el recubrimiento superficial trabaja a compresión, lo cual resulta bastante beneficioso cuando se trata de elementos mecánicos.
- Por lo tanto, el recubrimiento superficial de Tungsteno aumenta la resistencia de los elementos frente a la fatiga debido a que se reducen las tensiones al igual que el valor del coeficiente de rozamiento.
- Debido a que el recubrimiento superficial trabaja a compresión y sus propiedades mecánicas son mejores que las del material base, puede ser una buena opción utilizar Tungsteno para recubrir prótesis biomecánicas, toda vez que puede aumentar la vida útil de las mismas y la calidad de vida de las personas que las usan.
- Las características de biocompatibilidad del tungsteno también son mejores que las del acero inoxidable 316L, esto permite que el cuerpo humano no rechace los implantes ya sea a corto o a largo plazo.

• La solución numérica presenta varias dificultades, empezando por el tamaño de los elementos que se deben de utilizar, debido a que si se utilizar una malla muy fina, los resultados obtenidos se alejan mucho de la realidad. Otra de las dificultades encontradas es determinar el tipo de elemento correcto para simular la interacción entre las piezas en contacto. Sin olvidar que se trata de un problema que se encuentra en la zona plástica.

Trabajos futuros

Trabajos futuros

Algunas propuestas para trabajos futuros que se pueden realizar a partir de este trabajo son:

- Realizar el estudio experimental para terminar de corroborar los análisis realizados en este trabajo de investigación.
- Añadir cargas tangenciales para poder visualizar los efectos que provocan los desplazamientos y deslizamientos.
- Aplicar cargas cíclicas para determinar el número de ciclos que generan el inicio de una grieta, en componentes con recubrimientos superficiales como sin recubrimiento superficial.
- Determinar la diferencia en el tiempo de vida de componentes con y sin recubrimientos superficiales cuando se aplican cargas normales, tangenciales de fatiga.
- Adaptar el caso de estudio a otras configuraciones para realizar los análisis y poder sustentar mejor las características que confieren los recubrimientos superficiales frente a condiciones de contacto.
- Realizar el estudio sobre otros materiales base que sean biocompatibles utilizando configuraciones de contacto esféricas o plana con esquinas redondeadas o incluso configuraciones reales.
- También sería interesante estudiar otros tipos de recubrimientos superficiales o tratamientos superficiales como el granallado, ya sea una combinación de ambos o cada caso por separado.
- Aplicar modelos de estimación de vida y criterios de iniciación de grieta en ambos casos de estudio y con diferentes configuraciones de contacto.

Referencias

Referencias

Albert, W. A. J., Uber Treibseile am Harz, *Archive fur Mineralogy*, Geonosie, Bergbau und Huntenkunde, Vol. 10, pp 215-234, 1938.

Amontons, G., De la Resistance Force Cause dans les Machines, *Memories de L'Acedemie Royale, A*, pp 275-282, 1699.

ANSYS [®] Académico de Investigación, Versión 11.0, Sistema de Ayuda, Guía de Análisis Junto Campo, ANSYS, Inc.

Attia, M. H. y Waterhouse, R. B., ASTM STP 1159, Standardization of Fretting Fatigue Test Methods and Equipment, *American Society for Testing and Materials*, Philadelphia, 1992.

Bairstow, L., The Elastic Limits of Iron and Steel Under Cyclic Variations of Stress, *Philosophical Transaction of the Royal Society*, London, Vol. 210, pp 35-55, 1910.

Basquin, O. H., The Exponential Law of Endurance Tests, *Proceeding of the American Society for Testing and Materials*, Vol. 10, pp 625-630, 1910.

Bathe, K-J., Finite Element Procedures, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1996.

Bauschinger, J., Ueber die Veranderungen der Elastizitatsgrenze und der Festigkeit des Eisens und Stahls Durch Stricken, Quetschen, *Erwarmen Abkuhlen und Durch Oftmals Wiederholte Belastung*, Mitt: Mech-tech Lab., XIII Munchen, 1886.

Bilurbina, L., Corrosión y Protección, Edición UPC, 2003.

Boresi A., Schmidt R. y Sidebottom O., *Advanced Mechanics of Materials*, 5^a Ed, Nueva York: John Wiley & Sons, 1993.

Boudonard, O., Essai des Métaux par Amortissement de Leurs Vibrations. *Memories de la Societe d'Encourrament á l'industrie Nationale*, pp 545, 1911.

Boyer, H. y Gall, T., *Metals Handbook*, American Society for Metals, Materials Park, OH, 1985.

Braithwaite, F., On the Fatigue and Consequent Fracture of Metal, *Proceeding of the Institution of Civil Engineers*, London, 13, pp 463-475, 1854.

Briscoe, B. J., Chateauminois, A., Lindley, T. C. y Parsonage, D., Contact Damage of Poly (metrylmethacrylate) During Complex Micro-displacements, *Wear*, Vol. 240 (1-2), pp 27-39, 2000.

Brown, S. A. y Merritt, K., Fretting Corrosion in Saline and Serum, *Journal of Biomedical Materials Research*, Vol. 15, pp 479-488, 1981.

Bryggman, U. y Söderberg, S., Contac Conditions in Fretting, Wear, Vol. 10, pp 6-17, 1986.

Carton, J.F., Vannes, A.B. y Vincent, L., Basis of coating choice methodology in fretting, Wear, Vol. 185, pp 47-57, 1995.

Casp, A., Diseño de Industrias Agroalimentarias, Mundi-Prensa, Libros, 2005.

Cook, S. D., Gianoli, G. J., Clemow, A. J. y Haddad, R. J., Fretting Corrosion in Orthopedic Alloys, *Biomaterials, Medical Devices, and Artificial Organs*, Vol. 11, pp 281-292, 1983.

Coronado, J. J., Efecto de la Preparación Superficial y Aplicación de Recubrimientos en la Resistencia a la Fatiga del Acero SAE 1045, *Scientia Et Tehnica*, Vol.34, pp 213-218, 2007.

Coulomb, C. A., Theorie des Machines Simples, *Memoires de Mathmatique et de Physique de l'Acedmie Royale*, pp 161-342, 1785.

Daoud, M., Chateauminois, A. y Vincent, L., Fretting of Glass Fiber Reinforce Composites, *Journal of Material Science*, Vol. 34 (1), pp 191-194, 1999.

Dundurs, J., Propieties of Elastic Bodies in Contact, *Mechanics of Contact Between Deformable Bodies*, Ed. Pater and Kalker, Delft Univ. Press, 1975.

Eden, E. M. y Rose, W. N., The Endurance of Metals, Proceeding Institution Mechanical Engineers, *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, Vol. 4, pp 839-874, 1911.

Edwards, P. R., Ryman, R. J. y Cook, R., Fracture Mechanics Prediction of Fretting, *Proc. Ninth ICAF Symposium*, Darm, 1977.

Edwards, P. R., Ryman, R. J. y Cook, R., Fracture Mechanics Prediction of Fretting Under Constant Amplitude Loading, *RAE TR* 78056, 1977.

Edwards, P. R., Ryman, R. J. y Cook, R., Fracture Mechanics Prediction of Fretting Under Gausian Random Loading, *RAE TR* 78086, 1978.

Endo, K. y Goto, H., Initiation and Propagation of Fretting Fatigue cracks, *Wear*, Vol. 38, pp 311-324, 1976.

Ewing, J. A. y Humfrey, J. C., The Fracture of Metals Under Rapid Alteration of Stress, *Philosophical Transactions of the Royal Society, London*, Vol. A200, pp 241-250, 1903.

Fairbairn, W., Experiments to Determine the Effect of Impact, Vibratory Action and Long Continued Changes of Load on Wrought Iron Girders, *Philosophical Transaction of the Royal Society*, London 154, pp 311, 1864.

Fenner, A. J. y Field, J. E., Le Fatigue dans les Conditions de Frottement, *Reu. Métall*, Vol. 55, pp 475-485, 1958.

Fenner, A. J. y Field, J. E., A Study of the Onset of Fatigue Damage due to Fretting, *N. E. Coast Institute of Engineers and Shipbuolders*, Vol. 76, pp 183-189, 1960.

Fessler, H. y Ollerton, E., Contact Stresses in Toroids Under Radial Loads, *Brit. Jnl. Appl. Phys*, Vol. 8, pp 387-393, 1957.

Gao, H., Chiu, C. y Lee, J., Elastic contact versus indentation modeling of multi-layered material, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 29, pp 2471-2492, 1992.

Gerber, H., Bestimmung der Zulassigen Spannungen in Eisenkonstructienen, Zeitschrift des Bayerischen Architeckten und Ingenieur-Vercins, Vol. 6, pp 101-110, 1874.

Gladwell, G. M. L., On some Unbonded Contact Problems in Plane Elasticity Theory, *Appl. Mech*, Vol. 43, pp 263-267, 1976.

Gonzales, J. L. y Velázquez, J. L. G., Mecánica de Fractura, México, D. F., Limusa, 2004.

Gonzales, D., Brizuela, M., Atxaga, G., Irisarri, A. M. y Zamorano, B., Influencia del Recubrimiento Superficial Sobre las Prestaciones Frente al Desgaste y la Fatiga de una Aleación de Aluminio 7075, *Anales de Mecánica de la Fractura*, Vol. 22, pp 335-340, 2005.

Goodman, J., Mechanics Applied to Engineering, London: Longmans Green, 1899.

Goodman, L. E., y Keer, L. M., The Contact Stress Problem for an Elastic Sphere Indenting an Elastic Cavity, *International Journal of Structures*, Vol. 1 (12), pp 407-415, 1965.

Gough, H. J. y Hanson, D., The Behaviour of Metals Subjected to Repeated Stress, *Proceeding of the Royal Society*, Vol. A104, 1923.

Gough, H. J., The Fatigue of Metals, London: Benn, 1926.

Griffith, A. A., The Phenomena of Rupture and Flow in Solids, *Philosophical Transaction of the Royal Society of London, Series A*, Vol. 221, pp 163-198, 1921.

Groover, M., Fundamentos de Manufactura Moderna, *Materiales, Procesos y Sistemas*, Pearson Educación, 1997.

Guillet, A., Intervention de l'amortissenr dans l'essai de Fers, *Revue des Métall Mémories*, pp 885-892, 1910.

Gupta, P.K. y Walowit, J.A., Contact stress between an elastic cylinder and a layered elastic solid. *Journal of Lubrication Technology*, Vol. 94, pp 250-257, 1974.

Harvey, P., Engineering Properties of Steels, *American Society for Metals*, Metals Park, OH, 1982.

Hernández, H. y Espejo, E., Mecánica de Factura y Análisis de Falla, Unibiblos, 2002.

Hills, D. A. y Nowell, D., Mechanics of Fretting Fatigue, G. M. L. Gladwell, 1994.

Hodgkinnson, E. A., *Report of the Commissioners Appointed to Enquire into the Application of Iron to Railway Structures*, Command paper No. 1123, London: His Majesty's Stationery Office, 1849.

Hoppener, D. W., Research on the Mechanism of Fretting Fatigue, *Corrosion Fatigue: Chemistry, Mechanics and Microstructure,* pp 617-626, 1972.

Hurricks, P. L. y Ashford, K. S., The Effect of Temperature on the Fretting Wear of Mild Steel, *Inst. Mech. Eng. London*, Vol. 184(31), pp 178-185, 1970.

Hutton D., *Fundamentals of finite element análisis*, 1^a Ed, Nueva York: Mc Graw Hill., 2004.

Inglis, C. E., Stresses in a Plate due to the Presence of Cracks and Sharp Corners, *Transactions of the Institution of Naval Architects*, Vol. 55, pp 219-241, 1913.

Jenking, C. F., The Fatigue Failure of Metal, *Proceeding of the Royal Society*, London, Vol. A103, pp 121-138, 1923.

Jiménez-Piqué, E., Ceseracciu, L., Anglada, M., Chalvet, F. y Portu, G., Fatiga por Contacto Esférico en Materiales Multicapa de Alúmina Circona, *Boletín de la Sociedad Española de Cerámica y Vidrio*, Vol. 5, pp 307-312, 2005.

Jin, O. y Lee, H. S., Investigation into Cumulative Damage Rules to Predict Fretting Fatigue Life of Ti-6Al-4V Under Two-level Block Loading Condition, *Journal of Engineering Materials and Technology*, Vol. 125(3), pp 315-323, 2003.

Kennedy, F. E., Currier, J. H., Plumet, S., Duda, J. L., Gestwick, D. P., Collier, J. P., Currier,B. H. y Dubourg, M. C., Contact Fatigue Failure of Ultra-high Molecular Wight PolyethyleneBearing Components of Knee Prostheses, *Journal of Tribology*, Vol. 122 (1), 2000.

Keer, L. M., Dundurs, J. y Tsai, K. C., Problems Involving Receding Contact Between a Layer and a Half-Space, *Appl. Mech*, Vol. 39, pp 1115-1120, 1972.

King, R.B. y Osullivan, T.C., Sliding contact stresses in a two dimensional layered elastic half-space, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 23, pp 581-597, 1987.

Kinyon, S. E. y Hoppener, D. H., Spectrum Load Effects on the Fretting Behavior of Ti -6Al-4V, ASTM STP 1425, Fretting Fatigue: Current Technology and Practices, pp 100-115, 2000.

Lee, H. y Mall, S., Effect of Dissimilar Mating Materials and Contact Force on Fretting Fatigue Behavior of Ti-6Al-4V, *Tribology International*, Vol. 36(2), pp 121-131, 2004.

Leroy, J.M., Floquet, Y.B., y Villechaise, B., Thermodinamical behavior of multilayered media: theory, *Journal of Tribology*, Vol. 111, pp 538-544, 1989.

Leroy, J.M., Floquet, Y.B., y Villechaise, B., Thermodinamical behavior of multilayered media: results, *Journal of Tribology*, Vol. 112, pp 317-324, 1990.

Ludwik, P., Uber die Anderung der Festigkeitseigenschanften der Metalle bei Wechselnder Beanspruchung, Zeitschrift fur Metallkunde, Vol. 11, pp 157-168, 1919.

Lykins, C, D., Mall, S. y Jain, S., A Shear Stress-based Parameter for Fretting Fatigue Crack Initiation, *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, Vol. 24(7), pp 461-473, 2001.

Masing, G., Eingenspannungen und Verfestigung Bein Messing, *In Proceeding of the Second International Conference of Applied Mechanics*, pp 332-335, 1926.

Matlink, J. F. y Farris, T. N., High-frequency Fretting Fatigue Experiments, *ASTM STP 1425*, *Fretting Fatigue: Advances in the Basic Understanding and Application*, pp 251-272, 2003.

McDowell, J. R., Fretting Corrosion Tendencies of Several Combinations of Materials, *ASTM STP 144: Symposium on Fretting Corrosion*, Philadelphia, 1953.

Milestone, W. D., Fretting and Fretting Fatigue in Metal to Metal Contacts, *Proc. AIAA Structural Dynamics and Material Conf.*, pp 86-93, 1970.

Mindlin, R., Compliance of Elastic Bodies in Contact, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 16, pp 259-268, 1949.

Miner, M. A., Cumulative Damage in Fatigue, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 12, pp 159-164, 1945.

Moore, H. F. y Kommers, J. B., The Fatigue of Metal, New York: McGraw Hill, 1927.

Moore, H. F. y Seeley, F. B., The Failure of Metals Under Repeated Stress, *Proceeding of the American Society for Testing and Materials*, Vol. 15, pp 437-466, 1915.

Mostofi, A. y Gohar, R., Pressure Distribution Between Closely Conforming Contacting Surfaces, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 22 (5), pp 251-259, 1980.

Munisamy, R. L., Hills, D. A. y Nowell, D., Contact of Similar and Dissimilar Elastic Sphere Under Tangential Loading, *Curnier*, Contact Mechanics Int, Symp, pp 447-462, 1992.

Muñoz, S., Navarro, C. y Domínguez, J., Influencia de Algunos Recubrimientos Sobre la Resistencia a Fatiga por Fretting, *Anales de Mecánica de la Fractura*, Vol. 22, pp 209-214, 2005.

Muñoz, S., *Estimación de Vida a Falla por Fretting, Aplicación a Componentes Recubiertos,* Tesis Doctoral, Sevilla, Universidad de Sevilla, 2007.

Murthy, H., Rajeev, P. T., Okane, M. y Farris, T. N., Development of Test Methods for High Temperature Fretting of Turbine Materials Subjected to Engine-type Loading, *ASTM STP 1425*, Fretting Fatigue: Advances in the Basic Understanding and Applications, pp 273-288, 2003.

Namjoshi, S. A. y Mall, S., Fretting Behavior or Ti-6Al-4V Under Combined High Cycle and Low Cycle Fatigue Loading, *International Journal of Fatigue*, 21(7), pp 671-677, 2001.

Navarro, C. y Domínguez, J., Criterios de Iniciación en Fretting Fatiga con Contacto Esférico, *Anales de Mecánica de la Fractura*, Vol. 20, pp 314-319, 2003.

Navarro, C., *Iniciación y Crecimiento de Grietas en Fatiga por Fretting*, Tesis Doctoral, Sevilla, Universidad de Sevilla, 2005.

Navarro, C., Muñoz, S. y Domínguez, J., Determinación de la Evolución de la Grieta en Fretting Fatiga con Contacto Esférico, *Anales de Mecánica de la Fractura*, Vol. 2, pp 383-389, 2006.

Nishioka, K. e Hirakawa, K., Fundamental Investigation of Fretting Fatigue (parte 1), *Bull JSME*, Vol. 11(45), pp 437-445, 1968.

Nishioka, K. y Hirakawa, K., Fundamental Investigations of Fretting Fatigue (part 5), *Bull JSME*, Vol. 12(52), pp 408-414, 1972.

Noor, A. K., *Bibliography of Books and Monographs on Finite Element Technology*, Applied Mechanics Reviews 44, No. 6, 1991.

Nowell, D. y Hills, D., Mechanics of Fretting Fatigue, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 29 (5), pp 355-365, 1987.

Núria, M., Tecnología de Procesos y Transformación de Materiales, Edición UPC, 2005.

OC Oerlikon Balzers A. G., Disponible 31 de octubre del 2008. http://coating-guide.balzers.com/bcg.asp?WCI=Std&FID=60 2003.

Peckner, D. y Bernstein, I., *Handbook of Stainless Steels*, McGraw-Hill Book Company, New York, NY, 1977.

Persson, A., On the Stress Distribution of Cylindrical Bodies in Elastic Contact, *PhD Dissertation, Chalmers Teknisha Hogskola*, Goteborg, Vol. 12, 1964.

Palmgren, A., Die Lebensdaur von Kugellagern. Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingennieure, Vol. 68, pp 339-341, 1924.

Paris, P. y Erdogan, F., A Critical Analysis of Crack Propagation Laws, *Journal of Basic Engineering, Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, pp 528-534, 1963.

Rajeev, P. T. y Farris, T. N., Numerical Analysis of Fretting Contacts of Dissimilar Isotropic and Anisotropic Materials, *Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, Vol. 27(6), pp 503-517, 2002.

Rankine, W. J. M., On the Causes of Unexpected Breakage of the Journals of Railway Axles, and the Means of Preventing Such Accidents by Observing the Law of Continuity in Their Construction, *Proceedings of the Institute of Civil Engineers, London 2*, pp 105-108, 1843.

Senner A., Principios de Electrotecnia, Reverté, 1994.

Sadd, M.H., Elasticity Theory, Applications, and Numerics, USA: Elsevier, 2005.

Shima, M., Suetake, H., Mccoll, I. R., Waterhouse, R. B. y Takeuchi, M., On the Behavior of an Oil Lubricated Fretting Contact. *Wear*, Vol. 210 (1), pp 304-310, 1997.

Shirai, S., Kumuthini, K., Mutoh, Y. y Nagata, K., Fretting Fatigue Characteristics of Titanium Alloy Ti-6Al-4V in Ultra High Cycle Regime, *ASTM STP 1425*, Fretting Fatigue: Advances in the Basic Understanding and Applications, pp 353-365, 2003.

Shkarayev, S. y Mall, S., Computational Modeling of Shot Peening Effects on Crack Propagation Under Fretting Fatigue, *Journal of Strain Analysis for Engineering Design* Vol. 38 (6), pp 495-506, 2003.

Smith, J. H. y Wedgwood, G. A., Stress Strain Loops for Steel in the Cyclic State, *Journal of Iron and Steel Institute*, Vol. 91, pp 365-395, 1915.

Söderberg, C. R., Factor of Safety and Working Stress, *Transactions of the American Society* of Mechanical Engineers, Vol. 52, pp 13-28, 1939.

Söderberg, S., Bryggman, U. y Mccullough, T., Fretting Effects in Fretting Wear, Wear, Vol. 110, pp 19-34, 1986.

Szolwinski, M. P. y Matlik, J. F., Effects of HCF Loading on Fretting Fatigue Crack Nucleation, *International Journal of Fatigue*, Vol. 21(7), pp 671-677, 1999.

Taylor, D. E. y Waterhouse, R. B., Sprayed Molybdenum Coatings as a Protection Against Fretting Fatigue, *Wear*, Vol. 20(3), pp 401-407, 1972.

Timoshenko, S. P. y Goodier, J.N., Teority of Elasticity, Mc Graw Hill, 1951

Tomlinson, G. A., An Investigation of the Fretting Corrosion of Closely Fitting Surfaces, *Proceeding Royal Society*, Vol. A115, pp 472-483, 1927.

Tomlinson, G. A. y Gough, H. J., An Investigation of the Fretting Corrosion Oil Closely Fitting Surfaces, *Proceeding Institution Mechanical Engineers*, Vol. 141, pp 223-249, 1939.

Tur, M., Sáez, R. C., Fuenmayor, F. J. y Denia, F., Aproximación Analítica al Cálculo de Tensiones en Contacto Cilíndrico, XV CNIM, 2002.

Urriolagoitia-Sosa, G. y Hills, D. A., Brief Note: Some Observations on the Parametric Relationships in Hertzian Fretting Fatigue Tests, *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, Vol. 35, pp 441-443, 2000.

Valcárcel, M., Gonzales, M. y Gómez, A., Técnicas Analíticas de Separación, Reverté, 1988.

Valderrama, J., Información Tecnológica, Centro de Información Tecnológica, 1999.

Vallellano, C., Domínguez, J. y Navarro, C., Predicción del Límite de Fatiga por Fretting con Contacto Esférico, *Anales de Mecánica de la Fractura*, Vol. 20, pp 249-254, 2003.

Vergara, M. y Mondragón, S., Dibujo Industrial, Universidad Jaume, 2007.

Warlow-Davies, E. J., Fretting Corrosion and Fatigue Strength; Brief Results or Preliminary Experiments, *Proceeding Institution Mechanical Engineers*, Vol. 146, pp 33-38, 1941.

Waterhouse, R. B., Fretting Corrosion, Oxford, Pergamon, 1972.

Waterhouse, R. B., Fretting Fatigue, Applied Science Publishers, 1980.

Waterhouse, R. B. y Lindley, T. C., ESIS 18, Fretting Fatigue, *Mechanical Engineering Publications Limited*, London, 1994.

Wöhler, A., Test to Determine the Forces Acting on Railway Carriage Axles and the Capacity of Resistance of the Axles, *Engineering*, Vol. 11, pp 199-206, 1871.

Zaldívar, E., Efecto del Tamaño de Bola en el Proceso de Granallado. México D.F., Tesis de Maestría en Ciencias, SEPI ESIME, IPN, 2008.

Zhou, Z. R., Liu, Q., Zhu M. H., Tanjala, L., Kapsa, P. H. y Vincent, L., Investigation of Fretting Behaviour of Several Metallic Materials Under Grease Lubrication, *Tribology International*, Vol. 33 (2), pp 69-74, 2000.



Estos dos programas, simulan el campo de esfuerzos que se obtienen en un análisis de contacto con una configuración cilíndrica.

Anexos 1.- Programa en ANSYS 11.0 para contacto cilíndrico en elementos sin recubrimiento superficial.

/BATCH /COM,ANSYS RELEASE 11.0 UP20070125 16:11:55 05/13/2009 /input,menust,tmp,",,,,,,,,,1 /GRA,POWER /GST,ON /PLO,INFO,3 /GRO,CURL,ON /CPLANE,1 /REPLOT,RESIZE WPSTYLE,,,,,,0 *SET,E,193000 *SET.NU,0.276 *SET,L,25 *SET,R,6.35 *SET,P,100 !* /NOPR /PMETH,OFF,0 KEYW, PR_SET, 1 KEYW, PR_STRUC, 1 KEYW,PR_THERM,0 KEYW,PR_FLUID,0 KEYW,PR_ELMAG,0 KEYW,MAGNOD,0 KEYW,MAGEDG,0 KEYW,MAGHFE,0 KEYW,MAGELC,0 KEYW, PR_MULTI, 0 KEYW,PR_CFD,0 /GO !* /COM, /COM,Preferences for GUI filtering have been set to display: /COM, Structural * /PREP7 * ET,1,PLANE42 !*

!* MPTEMP,,,,,,, MPTEMP,1,0 MPDATA, EX, 1,, E MPDATA, PRXY, 1,, NU K,1, K,2,R,R K,3,0,R K,4,0,0,0 K,5,L K,6,L,-R K,7,0,-R L,1,3 L,3,2 L,4,5 L,5,6 L,6,7 L,7,4 LARC,1,2,3,R A,1,2,3 A,4,5,6,7 MSHAPE,0,2D MSHKEY,0 !* FLST, 5, 2, 5, ORDE, 2 FITEM,5,1 FITEM,5,-2 CM,_Y,AREA ASEL, , , , P51X CM,_Y1,AREA CHKMSH,'AREA' CMSEL,S,_Y !* AMESH,_Y1 !* CMDELE,_Y CMDELE,_Y1 CMDELE,_Y2 !* !* !* /COM, CONTACT PAIR CREATION - START CM,_NODECM,NODE CM,_ELEMCM,ELEM CM,_KPCM,KP CM,_LINECM,LINE CM,_AREACM,AREA

CM,_VOLUCM,VOLU /GSAV,cwz,gsav,,temp MP,MU,1, MAT,1 R,3 REAL,3 ET,2,169 ET,3,175 KEYOPT, 3, 9, 0 KEYOPT, 3, 10, 2 R.3, RMORE, RMORE,,0 RMORE,0 ! Generate the target surface LSEL,S,,,7 CM,_TARGET,LINE TYPE,2 NSLL,S,1 ESLN,S,0 **ESURF** CMSEL,S,_ELEMCM ! Generate the contact surface LSEL,S,,,3 CM,_CONTACT,LINE TYPE,3 NSLL,S,1 ESLN,S,0 **ESURF** !* Create Companion Pair - Start **R**,4 REAL,4 ET,4,169 ET,5,175 KEYOPT, 5, 9, 0 KEYOPT, 5, 10, 2 R,4, RMORE, RMORE,,0 RMORE,0 TYPE,4 ESEL,S,TYPE,,3 NSLE,S ESLN,S,0 **ESURF** TYPE,5 ESEL,S,TYPE,,2 NSLE,S
ESLN,S,0 ESURF !* Create Companion Pair - End ALLSEL ESEL,ALL ESEL,S,TYPE,,2 ESEL,A,TYPE,,3 ESEL,R,REAL,,3 /PSYMB,ESYS,1 /PNUM,TYPE,1 /NUM,1 EPLOT ESEL,ALL ESEL,S,TYPE,,2 ESEL,A,TYPE,,3 ESEL,R,REAL,,3 ESEL,A,TYPE,,4 ESEL, A, TYPE, ,5 CMSEL,A,_NODECM CMDEL,_NODECM CMSEL,A,_ELEMCM CMDEL,_ELEMCM CMSEL,S, KPCM CMDEL,_KPCM CMSEL,S,_LINECM CMDEL,_LINECM CMSEL,S,_AREACM CMDEL,_AREACM CMSEL,S,_VOLUCM CMDEL,_VOLUCM /GRES,cwz,gsav CMDEL,_TARGET CMDEL,_CONTACT /COM, CONTACT PAIR CREATION - END /MREP,EPLOT **GPLOT** FLST,2,1,4,ORDE,1 FITEM,2,5 /UI,MESH,OFF !* /GO DL,P51X, ,UY,0 FLST,2,2,4,ORDE,2 FITEM,2,1 FITEM,2,6 DL,P51X, ,SYMM FLST,2,1,4,ORDE,1 FITEM,2,2

/GO !* SFL, P51X, PRES, 100, |* CM,_CWZ_EL,ELEM CM,_CWZ_ND,NODE CM,_CWZ_KP,KP CM,_CWZ_LN,LINE CM,_CWZ_AR,AREA CM,_CWZ_VL,VOLU ESEL,NONE ESEL, A, REAL, ,3 ESEL,R,ENAME,,169,177 NSLE KSLN,S LSLK,S,1 ASLL,S,1 CM,_CWZ_EL_UE,ELEM **NSLE ESLN** ESEL,U,ENAME,,169,177 CMSEL,A,_CWZ_EL_UE **CNCHECK** CMDEL,_CWZ_EL_UE CMSEL,S,_CWZ_EL CMDEL,_CWZ_EL CMSEL,S,_CWZ_ND CMDEL,_CWZ_ND CMSEL,S,_CWZ_KP CMDEL,_CWZ_KP CMSEL,S,_CWZ_LN CMDEL,_CWZ_LN CMSEL,S, CWZ AR CMDEL,_CWZ_AR CMSEL,S,_CWZ_VL CMDEL,_CWZ_VL !* /MREP,EPLOT FINISH

Anexos 2.- Programa en ANSYS 11.0 para contacto cilíndrico en elementos con recubrimiento superficial.

/COM,ANSYS RELEASE 11.0 UP20070125 15:43:52 05/26/2009 /input,menust,tmp,",,,,,,,,,,,,, /GRA,POWER /GST,ON /PLO,INFO,3 /GRO,CURL,ON /CPLANE,1 /REPLOT,RESIZE WPSTYLE,,,,,,0 /REPLOT,RESIZE *SET,E1,193000 *SET,E2,253648 *SET,NU,0.276 *SET,NU2,0.28 *SET,NU1 , 0.276 *SET,NU *SET,L,25 *SET.R.6.35 *SET,REC,0.05 !* /NOPR /PMETH,OFF,0 KEYW, PR_SET, 1 KEYW, PR_STRUC, 1 KEYW,PR_THERM,0 **KEYW, PR FLUID, 0** KEYW,PR_ELMAG,0 KEYW,MAGNOD,0 KEYW,MAGEDG,0 KEYW,MAGHFE,0 KEYW,MAGELC,0 KEYW, PR_MULTI, 0 KEYW,PR_CFD,0 /GO !* /COM, /COM,Preferences for GUI filtering have been set to display: /COM, Structural !* /PREP7 !* ET,1,PLANE42 |* !* MPTEMP,,,,,,, MPTEMP,1,0 MPDATA, EX, 1,, E1 MPDATA, PRXY, 1, , NU1 MPTEMP,,,,,,, MPTEMP,1,0 MPDATA, EX, 2,, E1

| MPDATA, PRXY, 2,, NU1 |
|-------------------------|
| K,1,0 |
| K,2,0,R |
| K,3,R,R |
| K,4,0,0 |
| K,5,L |
| K,6,L-R |
| K,6,L,-R |
| K,7,0,-R |
| L,1,2 |
| L,2,3 |
| LARC,1,3,2,R |
| L,4,5 |
| L,5,6 |
| L,6,7 |
| L,7,4 |
| A,1,2,3 |
| A,4,5,6,7 |
| TYPE, I |
| MAT, I |
| REAL, |
| ESYS, U |
| SECNUM, |
| |
| MSHAFE,0,2D MSHKEV 0 |
| 1* |
| CM ΥΔΡΕΔ |
| ASEL 1 |
| CM Y1 AREA |
| CHKMSH 'AREA' |
| CMSELS. Y |
| !* |
| AMESH, Y1 |
| !* |
| CMDELE,_Y |
| CMDELE,_Y1 |
| CMDELE,_Y2 |
| !* |
| GPLOT |
| TYPE, 1 |
| MAT, 2 |
| REAL, |
| ESYS, 0 |
| SECNUM, |
| !* |
| CM,_Y,AREA |
| ASEL, , , , 2 |

CM,_Y1,AREA CHKMSH,'AREA' CMSEL,S,_Y * AMESH,_Y1 !* CMDELE,_Y CMDELE,_Y1 CMDELE,_Y2 !* !* !* /COM, CONTACT PAIR CREATION - START CM,_NODECM,NODE CM,_ELEMCM,ELEM CM,_KPCM,KP CM,_LINECM,LINE CM,_AREACM,AREA CM,_VOLUCM,VOLU /GSAV,cwz,gsav,,temp MP,MU,1, MAT,1 R,3 REAL,3 ET,2,169 ET,3,175 KEYOPT, 3, 9, 0 KEYOPT, 3, 10, 2 R,3, RMORE, RMORE,,0 RMORE,0 ! Generate the target surface LSEL,S,,,3 CM,_TARGET,LINE TYPE,2 NSLL,S,1 ESLN,S,0 ESURF CMSEL,S,_ELEMCM ! Generate the contact surface LSEL,S,,,4 CM,_CONTACT,LINE TYPE,3 NSLL,S,1 ESLN,S,0 **ESURF** !* Create Companion Pair - Start

R,4 REAL,4 ET,4,169 ET,5,175 KEYOPT, 5, 9, 0 KEYOPT, 5, 10, 2 R,4, RMORE, RMORE,,0 RMORE,0 TYPE,4 ESEL,S,TYPE,,3 NSLE,S ESLN,S,0 **ESURF** TYPE,5 ESEL,S,TYPE,,2 NSLE,S ESLN,S,0 **ESURF** !* Create Companion Pair - End ALLSEL ESEL,ALL ESEL,S,TYPE,,2 ESEL,A,TYPE,,3 ESEL,R,REAL,,3 /PSYMB,ESYS,1 /PNUM,TYPE,1 /NUM,1 EPLOT ESEL,ALL ESEL,S,TYPE,,2 ESEL,A,TYPE,,3 ESEL,R,REAL,,3 ESEL,A,TYPE,,4 ESEL, A, TYPE, ,5 CMSEL,A,_NODECM CMDEL,_NODECM CMSEL,A,_ELEMCM CMDEL,_ELEMCM CMSEL,S,_KPCM CMDEL,_KPCM CMSEL,S,_LINECM CMDEL,_LINECM CMSEL,S,_AREACM CMDEL,_AREACM CMSEL,S,_VOLUCM CMDEL,_VOLUCM

/GRES,cwz,gsav CMDEL,_TARGET CMDEL,_CONTACT /COM, CONTACT PAIR CREATION - END /MREP,EPLOT !* CM,_CWZ_EL,ELEM CM,_CWZ_ND,NODE CM,_CWZ_KP,KP CM,_CWZ_LN,LINE CM,_CWZ_AR,AREA CM,_CWZ_VL,VOLU ESEL,NONE ESEL, A, REAL, 3 ESEL,R,ENAME,,169,177 NSLE KSLN,S LSLK,S,1 ASLL,S,1 CM,_CWZ_EL_UE,ELEM NSLE ESLN ESEL, U, ENAME, 169, 177 CMSEL,A,_CWZ_EL_UE CNCHECK CMDEL,_CWZ_EL_UE CMSEL,S,_CWZ_EL CMDEL,_CWZ_EL CMSEL,S,_CWZ_ND CMDEL,_CWZ_ND CMSEL,S,_CWZ_KP CMDEL,_CWZ_KP CMSEL,S,_CWZ_LN CMDEL,_CWZ_LN CMSEL,S,_CWZ_AR CMDEL,_CWZ_AR CMSEL,S,_CWZ_VL CMDEL,_CWZ_VL |* /MREP,EPLOT **GPLOT** FINISH