

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

**ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA
Y ELÉCTRICA**

**SECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADOS E
INVESTIGACIÓN**

MODELO DE PROPAGACIÓN ELECTROMAGNÉTICA EN
RECINTOS CERRADOS CON OBSTÁCULOS DE
DIFERENTES MATERIALES.

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:
**MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA DE
TELECOMUNICACIONES**

PRESENTA:

ING. SALVADOR COSS DOMÍNGUEZ

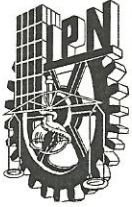
DIRECTOR DE TESIS:

DR. JORGE ROBERTO SOSA PEDROZA



MÉXICO, D.F.

JULIO 2011



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

SIP-14

ACTA DE REVISIÓN DE TESIS

En la Ciudad de México, D. F. siendo las 12:00 horas del día 15 del mes de JUNIO del 2011 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de Tesis designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de E.S.I.M.E.-ZAC.

para examinar la tesis titulada:

**“MODELO DE PROPAGACIÓN ELECTROMAGNÉTICA EN RECINTOS
CERRADOS CON OBSTÁCULOS DE DIFERENTES MATERIALES”**

Presentada por la alumna:

COSS

Apellido paterno

DOMINGUEZ

Apellido materno

SALVADOR

Nombre(s)

Con registro:

A	0	9	0	3	8	7
---	---	---	---	---	---	---

aspirante de:

MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA DE TELECOMUNICACIONES

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron *SU APROBACIÓN DE LA TESIS*, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

LA COMISIÓN REVISORA

Directores de tesis

**DR. JORGE ROBERTO SOSA
PEDROZA**

Presidente

DR. MAURO ALBERTO ENCISO AGUILAR

Segundo Vocal

**M. EN C. MARCO ANTONIO ACEVEDO
MOSQUEDA**

Tercer Vocal

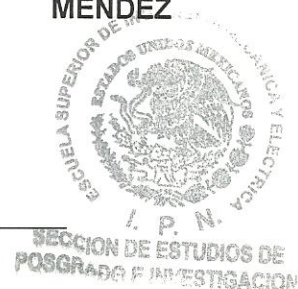
M. EN C. MANUEL BENAVIDES CRUZ

Secretario

**DR. LUIS MANUEL RODRÍGUEZ
MÉNDEZ**

EL PRESIDENTE DEL COLEGIO

DR. JAIME ROBLES GARCÍA





INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

CARTA CESIÓN DE DERECHOS

En la Ciudad de México, D.F. el día 15 del mes Junio del año 2011, el (la) que suscribe Salvador Coss Domínguez alumno (a) del Programa de Maestría en Ciencias en Ingeniería de Telecomunicaciones con número de registro A090387, adscrito a la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación de la ESIME Unidad Zacatenco, manifiesta que es autor (a) intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección de Dr. Jorge Roberto Sosa Pedroza y cede los derechos del trabajo intitulado MODELO DE PROPAGACIÓN ELECTROMAGNÉTICA EN RECINTOS CERRADOS CON OBSTÁCULOS DE DIFERENTES MATERIALES, al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la siguiente dirección salvadorcoss@gmail.com Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.



Salvador Coss Domínguez

Agradecimientos...

A mis padres, Salvador Coss López y Martha Domínguez Rivas por enseñarme siempre que nunca debo detenerme y ni dejar a medias mis proyectos en la vida, por darme esa fuerza que se necesita para seguir avanzado, por ser la razón que hace que me esfuerce día con día convirtiéndome en mejor profesional y lo mas importante en mejor persona.

A mis hermanos Edgar Allan Coss Domínguez (Pacho) y Martha Thalía Coss Domínguez (Ata), por tantos momentos tan agradables que pasamos cuando estamos en casa, este trabajo es para ustedes para que sea un ejemplo de que se pueden lograr grandes cosas si le ponemos empeño,

Mis Abuelitos que en paz descansen Fortunato Domínguez Sánchez, Ernestina Rivas García, Alberto Coss Arenas, muchas gracias.

A mi abuelita María López Godínez gracias por tu apoyo y confianza.

A todos los profesores de la sección de estudios, en especial a mi director de tesis el Dr. Jorge Roberto Sosa Pedroza, por mostrarme el camino de la ciencia e investigación, por la paciencia y la excelente guía, muchas gracias, no hubiera tenido mejor asesor, lo considero amigo. A mis sinodales por sus consejos y observaciones que hicieron posible un mejor trabajo, Mauro Enciso, Manuel Rodríguez, Marco Acevedo, Manuel Benavidez, Miguel Sánchez.

A todos mis amigos y compañeros de esta aventura llamada maestría, un poco de sus consejos, recomendaciones y sugerencias se encuentra en esta tesis, a todos ustedes: Alex, Aníbal (guama), Antonio (toño) Carlos (campa), Luis (el yo tengo 8), Sergio, Luis, Josué, Víctor (chino), Juan.

A todos gracias...

Salvador Coss Domínguez Julio 2011

***No tengo ningún talento especial,
solamente tengo una curiosidad pasional.***

Einstein

***Una persona que nunca cometió un error,
nunca probó algo nuevo***

Einstein

Don't waste your time or time will waste you.

Muse

Resumen

Este trabajo desarrolla una herramienta computacional basada en el método de diferencias finitas en el dominio del tiempo (MDFDT), que resuelve las ecuaciones de Maxwell en cualquier medio y condición. Se simula una fuente de onda electromagnética y los elementos dentro de un recinto cerrado como lo son mesas, paredes, escritorios, computadoras, etc.

Se parte de las ecuaciones de Maxwell y se discretizan en tiempo y espacio tomando como base el algoritmo de Yee. El siguiente paso es definir las ecuaciones de frontera que evitan reflexiones espurias en el área de cómputo.

Empler el MDFDT permite analizar los efectos de reflexión, refracción y difracción de una onda electromagnética que se desplaza en el espacio libre y que incide sobre obstáculos de diferentes características eléctricas y magnéticas; y a partir de este análisis hacer predicciones sobre el comportamiento electromagnético cuando éste choca sobre un obstáculo.

Las simulaciones de propagación electromagnética, que se realizan en las oficinas y salones de la maestría en ciencias en ingeniería de telecomunicaciones, en la Escuela Superior de Ingeniería Mecánica Eléctrica campus Zacatenco del Instituto Politécnico Nacional, se comparan con mediciones puntuales reales a lo largo de las instalaciones mencionadas.

Abstract

This work develops a computational tool based on the Finite Differences Time Domain method (FDTD), which solves Maxwell equations in any form and condition. A simulation of an electromagnetic wave source and the elements within indoor place like tables, walls, desks, computers, etc., is presented.

First, Maxwell equations are discretized in time and space based on the Yee algorithm. The next step is to define the Absorbing Boundary Condition (ABC) which avoids spurious reflections in the workspace.

Using FDTD give the possibility to analyze reflection, diffraction and refraction effects when an electromagnetic wave travels in free-space and impact on obstacles of different electrical and magnetical properties; based on this analysis, predictions about electromagnetic behavior when the wave collides in any hurdle can be computed.

Electromagnetic propagation simulations, which take place in the offices and rooms of the Master of Science in Telecommunications Engineering, in National Polytechnic Institute, are compared with punctual measurements and with an indoor propagation model along of the facilities mencionated.

Índice General

Objetivo	III
Justificación	III
Introducción	IV
1. Modelos de Propagación en recintos cerrados	1
1.1. ¿Qué es un modelo?	
1.2. Modelos de propagación en recintos cerrados	3
1.3. Modelos de propagación empíricos	3
1.3.1. Pérdida por trayectoria en el espacio libre	4
1.3.2. Modelo de una pendiente	4
1.3.3. Modelo multi paredes	5
1.3.4. Modelo de atenuación lineal	6
1.3.5. Modelo Keenan – Motley	6
1.3.6. Modelo de Friis	6
1.4. Modelos determinísticos	8
1.4.1. Modelo de lanzamiento de Rayos	8
1.4.2. Método de diferencias finitas en el dominio del tiempo	10
2. Método de Diferencias Finitas en el Dominio del tiempo (MDFDT)	12
2.1. Introducción	12
2.2. Ecuaciones de Maxwell en tres dimensiones en el dominio temporal	14
2.3. Aproximaciones en diferencia finita	16
2.4. Aplicación del MDFDT	18
2.4.1. Discretización de las ecuaciones de Maxwell	19
2.4.2. El algoritmo de Yee	20
2.5. Ecuaciones de Maxwell expresadas en diferencia finita	22
2.6. Condiciones de frontera	30
2.6.1. Capa perfectamente acoplada	31
2.6.2. Ecuaciones PML en dos dimensiones	31
2.6.3. Ecuaciones PML en tres dimensiones	33
2.7. Redondeo de los índices temporales	41
2.8. Redondeo de los índices espaciales	41
2.9. Fuente de onda primaria	46
2.10. Criterio de estabilidad	46

3. Clasificación eléctrica de los materiales	48
3.1. Clasificación de los materiales	48
3.2. Materiales conductores, dieléctricos y magnéticos	53
3.2.1. Conductores	54
3.2.2. Dieléctricos	54
3.2.3. Materiales magnéticos	57
3.3. Condiciones de frontera	59
4. Simulación electromagnética, mediciones y comparación	64
4.1. Área física de cálculo	64
4.2. Caracterización del espacio de cómputo	67
4.2.1. Dimensiones	67
4.2.2. Criterio de estabilidad	67
4.2.3. Condiciones de frontera	68
4.2.4. Fuente puntual	68
4.2.5. Obstáculos.	68
4.2.6. Resumen de las características del programa	70
4.2.7. Paralelización del programa de cómputo	70
4.3. Resultados de simulación	71
4.4. Mediciones	81
4.4.1. Conversión de potencial a campo	82
4.4.2. Patrón de radiación.	83
4.5. Modelo de propagación	84
4.6. Conclusiones	88
5. Conclusiones y trabajo futuro	93

Índice de figuras

1.1	Clasificación de los modelos de propagación	2
1.2	Figura esquemática del modelo de lanzamiento de rayos	8
1.3	Vista en 2 dimensiones de la esfera de recepción	9
1.4	Resultados del método de diferencias finitas en el dominio del tiempo	11
2.1	Discretización de la región espacio – temporal mediante una malla	16
2.2	Estimación de derivada $f(x)$ en el punto P usando diferencia finita hacia adelante y hacia atrás	17
2.3	Célula unitaria de Yee; indica la posición en espacio de los componentes de campo electromagnético	18
2.4	Distribución temporal de los componentes de campo electromagnético	21
2.5	Representación de la ecuación 2.29. Componente H_x depende de los campo E_y y E_z	22
2.6	Representación de la ecuación 2.30. Componente H_y depende de los campo E_x y E_z	25
2.7	Representación de la ecuación 2.31. Componente H_z depende de los campo E_y y E_x	26
2.8	Representación de la ecuación 2.32. Componente E_x depende de los campo H_y y H_z	27
2.9	Representación de la ecuación 2.33. Componente E_y depende de los campo H_x y H_z	28
2.10	Representación de la ecuación 2.34. Componente E_z depende de los campo H_y y H_x	22
2.11	Dominio computacional, muestra la frontera de cálculo donde se aplican ABC	30
2.12	Representación de la técnica PML en 2 dimensiones	33
2.13	Representación de a técnica PML en 3 dimensiones	35
2.14	Localización del campo magnético en el tiempo	41
3.1	Corriente en un filamento	50
3.2	Polarización de una molécula o átomo	55
3.3	Momentos magnéticos de un material paramagnético	58
3.4	Dominios ferromagnéticos	58
3.5	Momentos magnéticos de un material antiferromagnético	58
3.6	Momentos magnéticos de un material ferrimagnético	58
3.7	Campos y corrientes en superficie entre dos medios	60
3.8	Superficie cerrada de la ecuación 2.3b	60
3.9	Contorno cerrado de la ecuación 2.1b	61
4.1	Pared de madera con ventanas de vidrio	65
4.2	Plano de las instalaciones y obstáculos	65
4.3	Área de cálculo con obstáculos de diferentes materiales	66
4.4	Simulación de los obstáculos de diferentes materiales	69
4.5	Simulación MDFDT, plano de la FUENTE	73
4.6	Simulación MDFDT, sección 2, plano fuente	74
4.7	Simulación MDFDT, sección 3, plano fuente	74
4.8	Simulación MDFDT, sección 14, plano fuente	74
4.9	Simulación MDFDT, sección 15, plano fuente	74
4.10	Simulación MDFDT, sección 25, plano fuente	74
4.11	Simulación MDFDT, sección 26, plano fuente	74
4.12	Simulación MDFDT, plano ARRIBA de la fuente	76
4.13	Simulación MDFDT, sección 2, arriba de la fuente	77

4.14	Simulación MDFDT, sección 3, arriba de la fuente	77
4.15	Simulación MDFDT, sección 14, arriba de la fuente	77
4.16	Simulación MDFDT, sección 15, arriba de la fuente	77
4.17	Simulación MDFDT, sección 25, arriba de la fuente	77
4.18	Simulación MDFDT, sección 26, arriba de la fuente	77
4.19	Simulación MDFDT, plano ABAJO de la fuente	79
4.20	Simulación MDFDT, sección 1, abajo de la fuente	80
4.21	Simulación MDFDT, sección 2, abajo de la fuente	80
4.22	Simulación MDFDT, sección 14, abajo de la fuente	80
4.23	Simulación MDFDT, sección 15, abajo de la fuente	80
4.24	Simulación MDFDT, sección 34, abajo de la fuente	80
4.25	Simulación MDFDT, sección 35, abajo de la fuente	80
4.26	Punto de acceso Airport Extreme	81
4.27	Antena 2.4 – 2.5 2000 – 1032	81
4.28	Analizador de espectro anritsu	81
4.29	Patrón de radiación en tres planos	84
4.30a	Comparación de los valores de campo magnético sin corrección en la fuente	86
4.30b	Comparación de los valores de campo magnético con corrección en la fuente	86
4.31a	Comparación de los valores de campo magnético sin corrección debajo de la fuente	86
4.31b	Comparación de los valores de campo magnético con corrección debajo de la fuente	86
4.32a	Comparación de los valores de campo magnético sin corrección por arriba de la fuente	87
4.32b	Comparación de los valores de campo magnético con corrección por arriba de la fuente	87
4.33	Comparación de niveles de potencia en el plano de la fuente	90
4.34	Comparación de niveles de potencia por debajo de la fuente	90
4.35	Comparación de niveles de potencia por arriba de la fuente	90

Índice de tablas

1.1	Datos medidos de los valores de pérdida por pisos y paredes	5
2.1	Nomenclatura de las ecuaciones de Maxwell	15
2.2	Separación de los campos PML	33
2.3	Redondeo de los índices espaciales	42
3.1	Conductividad aproximada de materiales más comunes a 20°C	49
3.2	Clasificación del medio	53
3.3	Permitividades para medios dieléctricos	57
3.4	Permeabilidades relativas	59
4.1	Tamaño de la región de cálculo	67
4.2	Tamaño de la región de cálculo con PML	67
4.3	Características eléctricas de materiales simulados	69
4.4	Características del área de cómputo	70
4.5	Potencia medida a la altura de la fuente en dBm	82
4.6	Potencia medida por arriba (80 cm) de la fuente en dBm	82
4.7	Potencia medida por abajo (70 cm) de la fuente en dBm	82
4.8	Factor de corrección, Fuente, promedio $H=0.000278651$	84
4.9	Comparación de campo medido y simulado en el plano de la fuente	85

Objetivo

Evaluar el método de diferencias finitas en el dominio del tiempo para el estudio de pérdidas de potencia en el análisis de propagación electromagnética en recintos cerrados y desarrollar una nueva propuesta de estudio para los sistemas de comunicaciones en interiores.

Justificación

Las comunicaciones inalámbricas en recintos cerrados son de gran relevancia en el estudio de los fenómenos de propagación electromagnética, ya que es aquí, donde la propagación sufre de muchas pérdidas debido a todos los objetos de distintos materiales que afectan a las ondas dentro de estos recintos.

La necesidad de saber cómo se afectan las ondas electromagnéticas y poder predecir los fenómenos de propagación, así como también las pérdidas que sufre el frente de onda; nos motivan a saber, mediante medios simulados, cuál es el comportamiento de un sistema de comunicaciones inalámbrico dentro de los recintos cerrados.

Los modelos de propagación en interiores son obtenidos empíricamente, sus resultados se basan a partir de las mediciones hechas en un ambiente dado, por lo que la precisión de un modelo depende de la similitud del entorno donde éstas fueron llevadas a cabo. Mediante el método de diferencias en el dominio del tiempo se pueden programar los obstáculos en los recintos cerrados, permitiendo realizar una simulación “casi exacta” del ambiente evitando suposiciones al aplicar algún modelo.

Introducción

Un estudio de propagación electromagnética, en cualquier ámbito, es de suma importancia en la investigación y desarrollo de las telecomunicaciones, ya que, es necesario tener el conocimiento sobre las variables que afectan en mayor medida a la potencia de transmisión cuando la energía electromagnética es conducida por el espacio, ya sea con línea de vista o sin ella; y con éste conocimiento implementar técnicas que reduzcan la afectación de estas variables y así obtener una mayor y mejor propagación.

En los recintos cerrados la energía electromagnética emitida por la antena del emisor experimenta múltiples efectos y alteraciones a lo largo de su trayectoria de propagación debido a la existencia de múltiples obstáculos, por lo que llega con mucha atenuación al receptor. La presencia de múltiples obstáculos hace muy difícil predecir la potencia de la energía en un determinado punto.

Actualmente las predicciones de pérdida de potencia en los recintos cerrados se obtienen a base de modelos empíricos y determinísticos los cuales realizan muchas idealizaciones; se basan en mediciones hechas a partir de un ambiente dado, por lo tanto la precisión de un modelo no sólo se basa en las mediciones hechas, sino también en la similitud del entorno donde fueron llevadas a cabo. Por lo tanto un modelo siempre tendrá errores que se pueden reducir a medida que consideremos la mayoría de los elementos que están presentes en el recinto cerrado, obstáculos, la fuente, la antena receptora, etc.

El grupo de electromagnetismo computacional de la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación de la Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica en Zacatenco del Instituto Politécnico Nacional ha trabajado con el Método de Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo (MDFDT) desde hace algunos años y con él se han resuelto distintos problemas con guías de onda, resonadores rectangulares, análisis de campo en guías de onda ranuradas, etc. por lo tanto, gracias a la experiencia obtenida y al avance computacional en los últimos años, se propone usar el MDFDT para analizar el campo electromagnético en un recinto cerrado, incluyendo los objetos presentes en el recinto y estudiar los efectos de campo relacionados, así como también comparar el método con mediciones puntuales y con las predicciones de un modelo empírico. Se espera validar el MDFDT en el uso de análisis de propagación electromagnética en recintos cerrados.

El trabajo que se presenta en esta tesis, se enmarca dentro de las contribuciones realizadas por el grupo de electromagnetismo computacional. Su objetivo se centra en la aplicación del Método de Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo (MDFDT) para el estudio y análisis de la propagación electromagnética en recintos cerrados, tomando en cuenta los obstáculos de diferentes materiales, tanto en paredes como techo y pisos, para simular de la forma más detallada posible el

recinto que se desea. Se desarrolla en fin, una nueva propuesta de análisis y diseño en análisis de sistemas de comunicaciones en interiores. El estudio teórico-práctico fue realizado considerando los obstáculos de diferentes materiales presentes en un área cerrada de los edificios de la ESIME, la simulación usando el MDFDT y su comprobación práctica permitirá comprobar el comportamiento, por la presencia de los fenómenos de *difracción, reflexión y refracción*, del campo electromagnético.

El contenido de esta tesis es estructurado de la siguiente manera.

- En el capítulo I se describen los modelos empíricos y determinísticos actuales que se utilizan en el análisis de propagación electromagnética en interiores.
- En el capítulo II se revisa el MDFDT en tres dimensiones. Se comienza con un breve repaso de las ecuaciones de Maxwell y se introducen los métodos de aproximación de las ecuaciones diferenciales mediante esquemas en diferencia finita central. Después se desarrolla el esquema propuesto por Yee transformado las ecuaciones de Maxwell en ecuaciones discretas que permiten ser operadas por la computadora. Se introducen las condiciones de contorno o condiciones de frontera que debemos aplicar a la región de cómputo. Asimismo se estudian los conceptos básicos relativos a la excitación de la estructura, la estabilidad y dispersión numérica asociada al método.
- A continuación, en el capítulo III se describen las características eléctricas y magnéticas de los materiales. La clasificación de los elementos y sus propiedades. Los efectos que presenta un frente de onda cuando incide sobre un conductor o un dieléctrico. Se clasifican los materiales magnéticos y se introducen las propiedades eléctricas de los materiales: *constante dieléctrica, permeabilidad magnética y conductividad*.
- En el capítulo IV se presentan los resultados obtenidos de la simulación electromagnética hecha. También se muestran las mediciones puntuales hechas en los salones de clases, oficinas y laboratorios del programa de Maestría en Ciencias en Ingeniería de Telecomunicaciones. Las mediciones fueron realizados por el analizador de espectro portátil “MS2723B spectrum master” tomando 996 mediciones puntuales en el planos *xy* a tres distintas alturas. Las pérdidas de las mediciones puntuales se comparan con los valores de campo obtenidos de la simulación computacional.
- Finalmente en el capítulo V se enumeran las conclusiones a las que se ha llegado a lo largo de este trabajo.

Capítulo I

“Modelos de propagación en recintos cerrados”

1.1 ¿QUÉ ES UN MODELO?

Un modelo es una forma de representar de manera abstracta, conceptual o matemática los fenómenos existentes en la naturaleza. Los estudios de propagación en recintos cerrados han dado como resultado distintos modelos capaces de predecir las pérdidas de potencia debido a los distintos efectos electromagnéticos que ocurren cuando un frente de onda viaja en el espacio libre y choca con obstáculos de diferentes materiales. Un modelo de propagación es un conjunto de diagramas expresiones y algoritmos usados para representar el comportamiento electromagnético de un ambiente dado.

Según la forma en que los modelos son conceptualizados se pueden definir de la siguiente manera:

- Matemáticos
- Empíricos
- Teóricos
- Determinísticos
- Estocásticos

Modelo matemático: emplea algún tipo de formulismo matemático expresando relaciones entre variables y entidades para estudiar comportamientos de sistemas complejos que son difíciles de observar.

Modelo estocástico: maneja una distribución de probabilidad por lo tanto con la misma entrada no siempre debemos obtener como resultado la misma salida.

Modelo teórico: se basan en los principios fundamentales del sistema que se intenta modelar, pueden ser aplicados a diferentes entornos sin que se vea afectada su precisión.

Para fines de ésta tesis los modelos de propagación electromagnética se pueden clasificar como lo indica la figura 1.1

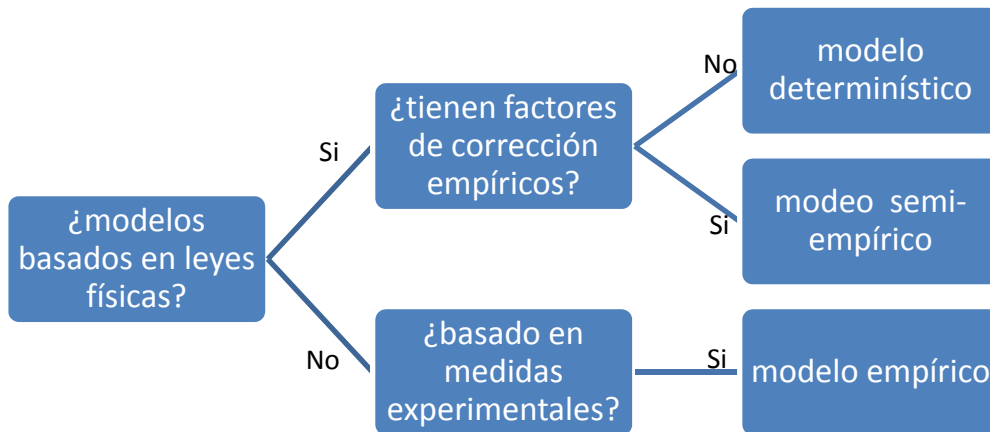


Figura 1.1 Clasificación de los modelos de propagación

Modelo determinístico: es un modelo en el cual no se toma en cuenta el azar ni el principio de incertidumbre. Los resultados de este tipo de modelo no tienen ninguna distribución de probabilidad y sus valores dependen únicamente de las condiciones de entrada. Está estrechamente relacionado con la creación de entornos simulados. Algunos ejemplos son: *el modelo de Friis, Difracción por objetos delgados, Modelo de 2 rayos, etc.*

Modelo empírico: relativo a la experiencia. Utilizan observaciones directas o los resultados de experimentos del fenómeno estudiado. La ventaja es que se toman en cuenta en forma implícita las influencias del entorno en conjunto, por el contrario, su precisión depende de la similitud entre el entorno donde fueron llevadas a cabo las medidas y el entorno a analizar. Algunos ejemplos son: *Modelo de Hata[1], Modelo de Okumura[2], etc.*

Los modelos **semi – empíricos** son una composición entre los 2 modelos anteriores. Algunos ejemplos son: *Modelos de Ikegami[3], Modelo de Walfisch[4], Modelo Egli[5]*.

1.2 MODELOS DE PROPAGACION EN RECINTOS CERRADOS

Definir las características de propagación entre dos antenas dentro de un edificio, casa, oficina, etcétera, es muy importante especialmente para el diseño de redes inalámbricas WLAN (Wireless, Local Area Network) así como también el diseño de sistemas celulares.

El canal de propagación interior difiere considerablemente comparándolo con el canal de propagación en ambientes abiertos. La distancia es mucho más corta y se presenta alta atenuación causada por las paredes internas y elementos dentro del recinto y algunas veces la distancia corta también implica un menor retardo de ecos y consecuentemente un menor retardo de propagación.

Como en el caso de sistemas abiertos, existen varios parámetros importantes de propagación que deben ser predichos. La pérdida por trayectoria y las características estadísticas de la señal recibida son las más importantes para ejecutar un plan de cobertura.

Los modelos de propagación en interiores son divididos en 2 grupos: *modelos empíricos (de banda estrecha, de banda ancha, de variación de tiempo)* y *modelos determinísticos*.

Los modelos empíricos de banda ancha estrecha son expresados en una ecuación matemática simple que entrega la pérdida por trayectoria en la salida. La ecuación es obtenida ajustando el modelo a los resultados obtenidos.

Los modelos empíricos de banda ancha son expresados en forma de tabla listando los valores promedio de retardos y el perfil típico de potencia.

Modelo de variaciones de tiempo se usan para estimar el espectro del efecto Doppler de la señal recibida.

Los modelos determinísticos son métodos de cálculo en el cual físicamente se simula la propagación electromagnética. Estos modelos dan información acerca del canal de banda ancha o estrecha. Además todos los modelos de propagación están basados en mediciones prácticas.

1.3 MODELOS DE PROPAGACION EMPÍRICOS

Es conveniente primero definir la fórmula de la pérdida por trayectoria en el espacio libre debido a que los modelos empíricos o semi – empíricos usan esta variable.

1.3.1 PÉRDIDA POR TRAYECTORIA EN EL ESPACIO LIBRE

La pérdida por trayectoria en el espacio libre es la pérdida de fuerza de la señal de una onda electromagnética cuando se desplaza a través del espacio libre (usualmente aire) con línea de vista, sin obstáculos que causen reflexiones o difracciones. La pérdida por espacio libre es proporcional al cuadrado de la distancia entre el receptor y transmisor, y proporcional también al cuadrado de la frecuencia de la señal.

$$L = \left(\frac{4\pi d}{\lambda}\right)^2 = \left(\frac{4\pi d f}{c}\right)^2 \quad 1.1$$

λ = longitud de onda en metros

f = frecuencia en Hz

d = distancia entre transmisor y receptor

c = velocidad de la luz en el vacío

Es conveniente expresar la ecuación 1.1 en términos de dB.

$$L = 10 \log_{10} \left(\left(\frac{4\pi d f}{c} \right)^2 \right) \quad 1.2$$

$$L = 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi d f}{c} \right) \quad 1.3$$

$$L = 20 \log_{10}(d) + 20 \log_{10}(f) + 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi}{c} \right) \quad 1.4$$

$$L = 20 \log_{10}(d) + 20 \log_{10}(f) - 147.5582 \quad 1.5$$

Para f en MHz y d en Km.

Generalmente en interiores no existe línea de vista entre el transmisor y receptor por la presencia de paredes, pisos, mobiliario u otros objetos.

1.3.2 MODELO DE UNA PENDIENTE

Este modelo asume una dependencia logarítmica lineal entre las pérdidas por trayectoria y la distancia; es fácil de usar porque solo la distancia entre transmisor y receptor aparece como parámetro de entrada, pero muy inexacto, [6], [7].

$$L = L_0 + 10n \cdot \log(d) \quad 1.6$$

L_0 = Pérdida por trayectoria a 1 m de distancia

n = índice de decaimiento de potencia

d = distancia entre transmisor y receptor

Los parámetros de L_0 y n dependen de la frecuencia y del entorno de propagación. Se ajustan para minimizar el valor cuadrático medio de la diferencia entre las predicciones del modelo y las mediciones hechas.

1.3.3 MODELO MULTIPAREDES

Este modelo brinda la pérdida por trayectoria en espacio libre introduciendo el número de paredes y pisos penetrados por las ondas de radio. Se ha observado que la pérdida total generada por los pisos es una función no lineal del número de pisos penetrados. Este modelo puede ser expresado de la siguiente forma [8]:

$$L = L_{FS} + L_c + \sum_{i=1}^I [K_{wi}L_{wi}] + k_f \left[\frac{k_f+2}{k_f+1} - b \right] L_f \quad 1.7$$

L_{FS} = pérdida en el espacio libre entre transmisor y receptor.

L_c = constante de pérdidas

k_{wi} = número de paredes penetradas tipo i

k_f = número de pisos penetrados

L_{wi} = pérdida de pared tipo i

L_f = pérdida entre pisos adyacentes

b = parámetro empírico

I = número de tipo de paredes

La constante de pérdidas es un término que resulta cuando las pérdidas por paredes son determinadas mediante mediciones y normalmente es cercana a cero. El tercer término en la ecuación (1.7) representa las pérdidas totales de las paredes como suma de las paredes entre el transmisor y receptor. Se recomienda que el número de paredes sea bajo, de otra manera, a diferencia entre los tipos de paredes es pequeña su significado en el modelo no llega a ser clara. Se proponen 2 tipos de paredes de acuerdo a la tabla 1.1.

Tabla 1.1 Valores medidos de los valores de pérdida		
	Descripción	Factor dB
Pared delgada (L_{w1})	Menores a 10 cm. Placas de yeso, madera comprimida, paredes con ventanas	3.4
Pared Gruesa (L_{w2})	Mayores a 10 cm. Ladrillos, hormigón y materiales pesados.	6.9
Suelos L_f	Espesor menor a 30 cm. Suelos de baldosa, revestimiento de hormigón	18.3

1.3.4 MODELO DE ATENUACION LINEAL

Asume que la pérdida por trayectoria es linealmente dependiente a la distancia:

$$L = L_{FS} + \alpha d \quad 1.8$$

Donde α es el coeficiente de atenuación lineal y d la distancia. Este modelo es susceptible de ser específico en un sitio, debido a que α varía de un entorno a otro y debe ser medido con precisión para poder optimizar el modelo. En un ambiente de oficinas toma un valor de 0.47.

1.3.5 MODELO KEENAN-MOTLEY

Este es un ejemplo de modelo semi – empírico ya que se basa tanto en la teoría como en las mediciones hechas en la práctica. Brinda la pérdida por trayectoria basado en el rayo directo entre el transmisor y receptor. Toma en consideración la penetración en paredes y pisos. La diferencia con el modelo multi-paredes es que solo se toma en cuenta un tipo de pared [9].

$$L_{MK} = L_{FS} + L_C + k_w l_w \quad 1.9$$

L_{FS} = Constante de pérdida en espacio libre

L_C = Constante de pérdida

k_w = Número de paredes atravesadas

l_w = Pérdida por penetración de pared

1.3.6 MODELO DE FRIIS

Este modelo es usado para predecir la fuerza de la señal recibida cuando un transmisor y un receptor tienen línea de vista (LOS) es decir, no existen obstáculos entre ellos. Como la mayoría de los modelos, está en función de la distancia entre el receptor y el transmisor. La potencia recibida en el espacio libre por una antena receptora, que está separada de la antena transmisora a una distancia d :

$$\frac{P_R}{P_T} = \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2 G_t G_r \quad 1.10$$

P_R = potencia recibida en función de la distancia

P_T = potencia transmitida

G_R = ganancia de la antena receptora

G_T = ganancia de la antena transmisora

λ = longitud de onda en metros

d = distancia entre las antenas en metros.

La ganancia de las antenas está dada por:

$$G = \frac{4\pi A_e}{\lambda^2} \quad 1.11$$

Donde A_e es la apertura efectiva de la antena, se relaciona con el tamaño de la antena y la longitud de onda.

Para la propagación sin línea de vista como es el caso de los lugares cerrados, existirán múltiples reflexiones en las paredes y no se cumple exactamente con la ecuación Friis. Para solucionar esto se obtiene un coeficiente n de la ecuación 1.12. La distancia d es la distancia entre el emisor y receptor. Para encontrar el coeficiente n se grafican los puntos medios sobre una gráfica *log-normal* considerando la ecuación 1.12. El exponente n se determina como la pendiente de la recta que mejor se aproxima a la nube de todos los puntos de acuerdo al criterio cuadrático de error mínimo.

$$P_r = P_t \frac{G_t G_r \lambda^2}{(4\pi d)^2} \left(\frac{d}{d_0}\right)^n \quad 1.12$$

De tal manera para determinar la potencia de recepción se consideran los siguientes parámetros

$$P_{r[dBm]} = P_{t[dBm]} + G_{r[dBi]} + G_{t[dBi]} + P_p[dBm] \quad 1.13$$

Los modelos de propagación anteriores son los más utilizados por los ingenieros e investigadores para poder realizar mapas de cobertura y estudios de propagación electromagnética en recintos cerrados, sin embargo, se puede observar que todos tienen algunas limitantes y desventajas, lo que hace que los valores calculados no sean del todo exactos.

Se limitan en frecuencia, ningún modelo, sin ser extendido o actualizado, puede trabajar en todo el espectro de frecuencia, por lo tanto, se tiene que seleccionar un modelo que sea válido a la frecuencia de trabajo.

Los modelos empíricos solo toman en cuenta paredes y pisos, no mencionan o tienen un factor de arreglo que incluya las pérdidas ocasionadas por el mobiliario dentro del recinto y éste afecta de manera significativa la propagación electromagnética.

La ciencia nos dice que la velocidad de una onda electromagnética depende del material donde se propaga, es decir, la velocidad en el espacio libre es diferente que en cualquier otro medio. Esto causado por las propiedades eléctricas de los medios. Esta es otra limitación de los modelos empíricos de propagación, no se considera de manera eficiente las características eléctricas de los materiales (permitividad, permeabilidad, conductividad) que cambian la forma y velocidad de una onda electromagnética.

En conclusión un análisis de propagación electromagnética en recintos cerrados se basa en la idealización de muchas variables, mencionadas anteriormente, que cambian de manera considerable la propagación de un frente de onda. Se concluye también que la precisión de la

aplicación de cierto modelo depende no solo de la exactitud de las medidas, sino también de la similitud del entorno donde fueron llevadas a cabo.

1.4 MODELOS DETERMINÍSTICOS

Los modelos determinísticos son usados para simular físicamente la propagación de ondas de radio. Por lo tanto el efecto del ambiente, en los parámetros de propagación, pueden ser tomados en cuenta con mayor precisión que un modelo empírico. Otra ventaja es que el modelo determinístico hace posible predecir varios parámetros de propagación, por ejemplo: la pérdida por trayectoria, respuesta al impulso y en ángulo de incidencia puede ser predichos al mismo tiempo. Día con día se están volviendo una solución atractiva porque ofrecen mejores resultados que los modelos estadísticos. Se trabaja íntimamente con todas las variables involucradas en el entorno y se emplean principios físicos y matemáticos para la solución.

Sin embargo estas grandes ventajas también implican algún inconveniente. Su implementación requiere enormes bases de datos de las características relativas al entorno. Algunos algoritmos son complejos lo que requiere grandes esfuerzos computacionales. Se puede emplear algún modelo en función del problema que se quiere resolver, pudiendo desarrollar sistemas híbridos con buenos resultados en cuando al tiempo de cómputo y la precisión obtenida.

1.4.1 MODELO DE LANZAMIENTO DE RAYOS

Involucra un número de rayos lanzados desde la antena transmisora en direcciones específicas, donde cada rayo es reflejado, difractado y dispersado a través de un ambiente computacional. Los rayos lanzados que pasan arbitrariamente cerca de la ubicación del receptor, son usados para predecir las trayectorias de propagación reales [10].

Para cada rayo, su intersección con una pared es determinada y el rayo incidente es dividido en uno que penetra la pared y otro que es reflejado, cada uno de ellos se traza hasta su siguiente intersección y así sucesivamente. Un rayo es terminado cuando su amplitud cae debajo de un valor de umbral específico ó que un número máximo de intersecciones rayo – pared se logre. Los rayos pueden ser lanzados de los vértices de una esfera geodésica para proporcionar una cobertura en tres dimensiones.

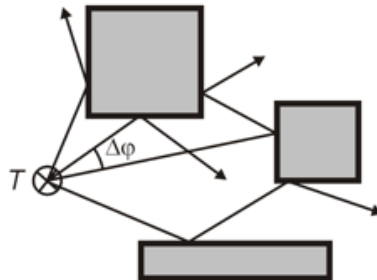


Fig. 1.2 Figura esquemática del modelo de lanzamiento de rayos

Un método común de interpretación de la información del rayo trazado es el modelo de la esfera de recepción. Una esfera localizada en un punto receptor aleatorio y de una medida tal, de acuerdo a la separación angular de los rayos entrantes, colecta los rayos que contribuyen en todo el campo eléctrico. La figura 1.2 muestra el choque ideal de los rayos lanzados en un frente de onda esférico.

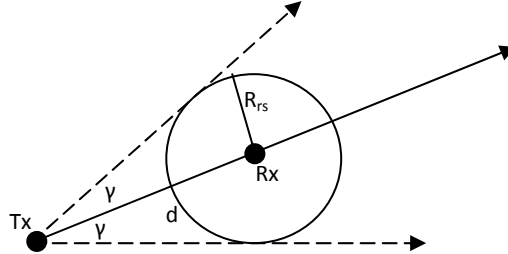


Fig. 1.3 Vista en 2 dimensiones de la esfera de recepción

El radio mínimo de recepción de la esfera para garantizar la recepción de al menos un rayo en un frente de onda es $\frac{1}{\sqrt{3}}$ de la distancia entre los rayos adyacentes. Este radio hace un barrido en el área circular de todo el frente de onda, algunas veces 2 rayos caen dentro de la esfera registrando campo adicional en el receptor.

En la figura 1.3 se muestra esfera de recepción en 2 dimensiones, donde la longitud de la trayectoria total d y la separación angular γ de los rayos adyacentes lanzados en Tx determina su radio R_{rs} .

$$R_{rs} = \frac{\gamma d}{\sqrt{3}}$$

El modelo de lanzamiento de aproximaciones por rayos es flexible ya que los rayos difractados y dispersos también pueden ser manejados junto con las reflexiones que se especulan.

Hoy en día el modelo de lanzamiento de rayos es considerado una muy buena opción para predecir la potencia del campo; sin embargo requieren una precisión muy detallada del área a analizar. La precisión del modelo depende de la complejidad de la base de datos asociada a la representación. Sin embargo el modelo es una idealización de la propagación electromagnética al simular rayos que son emitidos desde el transmisor. La transmisión de una onda electromagnética en un ambiente real (recinto cerrado) es totalmente distinta, la energía es dispersada en todas direcciones, casi al mismo tiempo la onda viaja por todo el recinto absorbiéndose en algunos obstáculos y reflejándose en otros, presentándose también efectos de refracción y difracción que requerirían enormes cantidades de recursos de cómputo si se consideraran en detalle. Estos fenómenos son descritos por las ecuaciones de Maxwell.

1.4.2 MÉTODO DE DIFERENCIAS FINITAS EN EL DOMINIO DEL TIEMPO (MDFDT)

Maxwell, después de muchos años de investigación, transformó la forma de observar los campos eléctricos y magnéticos, que antes de él, se estudiaban por separado, su gran contribución fue obtener matemáticamente la presencia de una corriente de desplazamiento que más tarde Hertz se encargó de confirmar. Se obtuvo por primera vez una onda electromagnética. Las ecuaciones que Maxwell postuló describen por completo los fenómenos electromagnéticos.

El modelo determinístico anterior, simula rayos que son emitidos desde el transmisor, sin embargo ésta es una idealización de la propagación electromagnética. La transmisión de una onda electromagnética en un ambiente real (recinto cerrado) es totalmente distinta, la energía es dispersada en todas direcciones, casi al mismo tiempo la onda viaja por todo recinto absorbiéndose en algunos obstáculos y reflejándose en otros, presentándose también efectos de refracción y difracción. Estos fenómenos son descritos por las ecuaciones de Maxwell.

El MDFDT no supone, resuelve las ecuaciones de Maxwell para obtener los valores de campo en un punto deseado. Ésta es la razón principal y de mayor fuerza para utilizarlo en el análisis de propagación en interiores, todas las idealizaciones anteriores pueden omitirse y hacer la investigación en un recinto cerrado tal y como está construido, sin suponer las pérdidas por paredes o pisos, o si son delgadas o gruesas, ahora si se pueden considerar el mobiliario, y demás objetos de distintos materiales.

Los modelos anteriores son válidos sin embargo la precisión en un estudio dependen mucho de la aproximación y adaptación de éstos al área de análisis en cuestión o viceversa. El MDFDT soluciona este problema.

El método de diferencias finitas en el dominio del tiempo se resuelve mediante la computadora, es correcto decir que el MDFDT es un método computacional (electromagnetismo computacional). Se debe definir el dominio de cómputo, es decir, la región física donde la simulación es realizada. Los campos eléctrico y magnético se determinan en cada punto del espacio dentro del dominio. Materiales pueden ser definidos dentro del dominio, espacio libre, dieléctricos o conductores. Cualquier material puede ser descrito si se conocen las características eléctricas *permitividad eléctrica, permeabilidad magnética y conductividad*.

La solución muestra claramente los mecanismos que la propagación de onda sufre, reflexión difracción y dispersión. La reflexión ocurre cuando una onda choca con un objeto cuyas dimensiones sean mayores a la longitud de onda y la señal es reflejada por la superficie. La difracción se puede explicar como un ligero doblamiento de la señal alrededor de los obstáculos. La dispersión es la composición de la señal debido al contacto con objetos de estructura o superficie irregular.

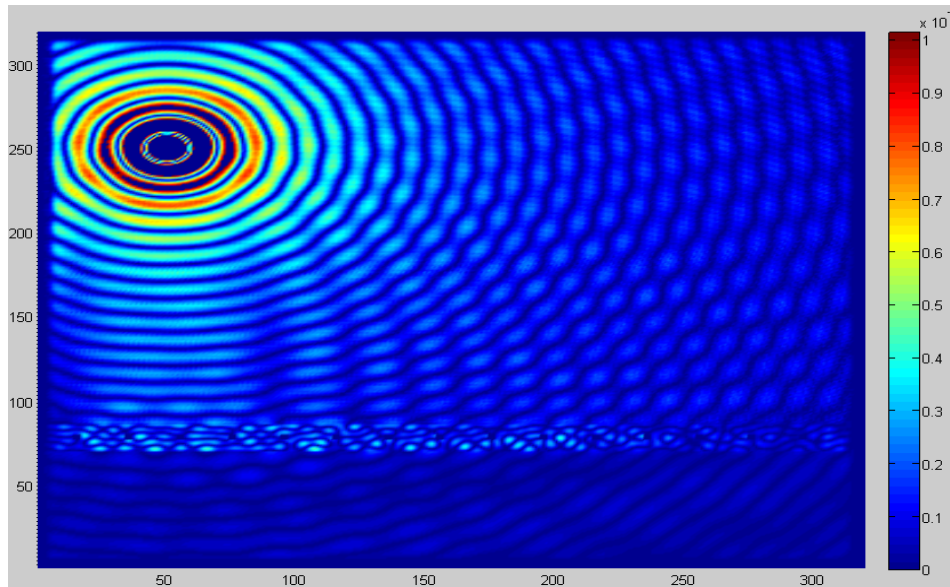
La propuesta original del método fue ideada por Yee que sólo permitía estudiar el comportamiento electromagnético en el vacío. Pasaron varios años hasta que el MDFDT original

fuera modificado para la solución de un problema de dispersión. Desde entonces, con el vertiginoso desarrollo de las computadoras, el MDFDT se ha convertido en una herramienta factible para la solución de problemas electromagnéticos. Sin embargo a pesar de las grandes ventajas citadas, también existen carencias o desventajas del método

Debido a que se realiza una discretización del medio donde se lleva a cabo la simulación y que los campos eléctricos y magnéticos son obtenidos en toda la región de cálculo, se necesitan enormes recursos computacionales, haciendo difícil y tardado el proceso de cómputo, principalmente con las herramientas comunes actualmente a nuestro alcance. Sin embargo los grandes avances en procesamiento de datos han permitido el surgimiento de técnicas computacionales que ejecutan más operaciones en menos tiempo, haciendo posible modelar y analizar propagación electromagnética en ambientes grandes.

Son muchos los aspectos positivos que puede brindar el método. Se encuentra en constante evolución y es objeto de estudio por un número considerable de investigadores. Una prueba de la vasta investigación que se lleva a cabo es el número de bibliografía y referencias disponibles en la actualidad y en los últimos 10 años o 12 años se sabe que existen más de cuatro mil referencias sobre el método.

Alguien me pregunto una vez ¿es posible ver las ondas electromagnéticas que todos los días nos bombardean?, y nunca lo había pensado, con el MDFDT es posible.



PROPAGACIÓN ELECTROMAGNÉTICA SIMULADA POR EL MÉTODO DE DIFERENCIAS FINITAS EN EL DOMINIO DEL TIEMPO

Capítulo II

Método de Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo (MDFDT)

2.1 INTRODUCCIÓN

En 1873 James Clerk Maxwell, estableció sus famosas ecuaciones que describen los fenómenos electromagnéticos que se propagan en forma de ondas viajando a una velocidad que coincide con la velocidad de la luz, con lo que llevó a Maxwell a conjeturar que la luz es una onda electromagnética. Pero no fue hasta 1888 que Heinrich Rudolf Hertz demostró la existencia de la radiación electromagnética mediante un oscilador que él había diseñado.

Desde éste momento las ondas electromagnéticas juegan un papel primordial en el desarrollo de las comunicaciones humanas como radio y televisión, espionaje, funciones satelitales y en la actualidad en comunicaciones móviles y demás aplicaciones.

Para la solución de un problema en específico, encontrar los valores de campo, es necesario completar las ecuaciones de Maxwell con una descripción de la geometría del problema con las propiedades magnéticas y eléctricas que constituyen el medio por el cual se propagan los campos. Estas propiedades ó características electromagnéticas de los materiales son: *Conductividad σ* , *Permeabilidad magnética μ* y *Permitividad eléctrica ϵ* .

Las soluciones numéricas de las ecuaciones de Maxwell, tiene una larga historia, y una gran variedad de métodos han sido desarrollados. Estos métodos facilitan soluciones, lo que permite simular y analizar sistemas complejos para diferentes estímulos electromagnéticos; se resuelven mediante programas computacionales, por lo cual estas técnicas han adoptado el nombre de *electromagnetismo computacional*. Los métodos fundamentales son: *método de diferencias finitas*, *método del elemento finito*, *método de momentos*.

De entre todas las técnicas de electromagnetismo computacional el *Método de Diferencias finitas* es una de las más antiguas y posiblemente, en un principio, la que menos contenido analítico tiene. El proceso de discretización se realiza mediante las aproximaciones de las derivadas parciales de las ecuaciones de Maxwell por operadores en diferencias finitas. Se caracteriza por su sencillez pero se requiere mayor esfuerzo computacional que los demás métodos, sin embargo los avances computacionales de la actualidad brindan mayores recursos en memoria y procesamiento que lo convierten en una opción cada vez más atractiva.

Sin duda la versión más popular de éste método es el *Método de Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo (MDFDT)*; fue originalmente propuesto a la comunidad científica por Kane S. Yee en 1966; se basa en la discretización de las derivadas parciales de las ecuaciones de Maxwell, usando una aproximación de diferencia finita central tridimensional en una malla rectangular cartesiana para las derivadas espaciales. Las derivadas temporales se implementan en un esquema *leap frog (salto de rana)*, esto es, el campo eléctrico se calcula en un instante de tiempo dado y a partir de él se calcula el campo magnético en el siguiente tiempo o viceversa.

El MDFDT se ha convertido en una herramienta poderosa para la solución de problemas electromagnéticos permitiendo la solución de las ecuaciones de Maxwell en el dominio del tiempo haciendo posible el análisis electromagnético a una amplia gama de problemas, entre los cuales podemos mencionar:

- Predicciones de respuesta de banda ancha.
- Modelado de geometrías tridimensionales.
- Interacción con un objeto de cualquier conductividad.
- Parámetros constitutivos, dependientes de la frecuencia, para modelado de la mayoría de los materiales: dieléctricos con pérdidas, magnéticos, no convencionales, incluyendo plasmas anisotrópicos y ferritas magnetizadas.
- Cualquier tipo de respuestas, incluyendo campos lejanos derivados de campos cercanos, tales como: patrones de antenas, campos de dispersión, densidades de potencia, corrientes, penetración y acoplamiento en el interior.

En esencia el método se basa en discretizar las ecuaciones rotacionales de Maxwell mediante la aproximación por diferencia finita central de segundo orden siguiendo el algoritmo de Yee [1]. En el MDFDT un nuevo valor de campo E depende del antiguo valor de campo E (diferencia en tiempo) y la diferencia en los valores anteriores del campo H sobre los puntos adyacentes al punto del campo E en el espacio. De la misma manera, un nuevo valor de campo H depende del antiguo valor de campo H (diferencia en tiempo) y la diferencia en los valores anteriores del campo E sobre los puntos adyacentes al punto del campo H en el espacio.

La relativa simplicidad del método brinda una gran versatilidad y un gran potencial, pero al mismo tiempo conlleva algunas limitaciones.

- El método es exigente en memoria y tiempo de cómputo. Numero de celdas y dimensiones de cada celda.

- La discretización de las ecuaciones de Maxwell (derivadas espaciales y temporales) emplea una aproximación del orden dos, lo que implica una alta dispersión numérica de fase para resoluciones bajas.
- Uno de los principales problemas con la solución de diferencias finitas de las ecuaciones de Maxwell es el tratamiento de los componentes del vector campo en la frontera de la región de cálculo. Debido al almacenamiento limitado de la computadora el espacio de cómputo debe limitarse a una región del problema que sea suficiente para resultados adecuados, por lo que computacionalmente se trunca usando *condiciones de frontera de absorción (CFA)*.

Una adecuada implementación de las condiciones de frontera de absorción requiere que cualquier onda que salga de la región de cálculo desaparezca en su frontera y que no cause reflexiones durante el avance continuo del tiempo del algoritmo. La mejor solución, actualmente, a la implementación de CFA fue propuesta por Jean Pierre Berenger en 1994 [11] introduciendo la *Capa Perfectamente Acoplada (PML por sus siglas en inglés)*.

2.2 ECUACIONES de MAXWELL EN 3 DIMENSIONES en el DOMINIO TEMPORAL

Los fenómenos electromagnéticos se rigen por las ecuaciones de Maxwell. James Clerk Maxwell formuló estas ecuaciones gracias a los trabajos experimentales de varios científicos como André Marie Ampère, Michael Faraday, Carl Friedrich Gauss, Charles Augustin de Coulomb; introduciendo los conceptos de campo y de corriente de desplazamiento y unificando los campos eléctricos y magnéticos en un solo concepto: el *campo electromagnético*. Las ecuaciones se pueden expresar de manera integral o diferencial de la siguiente manera:

Ley de Faraday

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\nabla \times \vec{E} - \vec{M} \quad 2.1a$$

$$\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_s \vec{B} \cdot d\vec{s} - \iint_s \vec{M} \cdot d\vec{A} \quad 2.1b$$

Ley de Ampere

$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \nabla \times \vec{H} - \vec{J} \quad 2.2a$$

$$\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = \frac{\partial}{\partial t} \iint_s \vec{D} \cdot d\vec{s} - \iint_s \vec{J} \cdot d\vec{A} \quad 2.2b$$

Ley de Gauss para campo Eléctrico

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_v \quad 2.3a$$

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{A} = \iiint_V \rho_v \cdot dv \quad 2.3b$$

Ley de Gauss para campo Magnético

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad 2.4a$$

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 \quad 2.4b$$

En los materiales lineales, isotrópicos y homogéneos, la relación entre la densidad de flujo eléctrico y el campo eléctrico está dada por las ecuaciones constitutivas como se describe a continuación:

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} = \epsilon_r \epsilon_0 \vec{E} \quad 2.5$$

De igual forma para los materiales magnéticos lineales, la relación entre la inducción magnética y el campo magnético esta dado por:

$$\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_r \mu_0 \vec{H} \quad 2.6$$

Donde:

Tabla 2.1 nomenclatura de las ecuaciones de Maxwell		
\vec{E}	Intensidad de campo eléctrico	(volts/metro) V/m
\vec{D}	Densidad de flujo eléctrico	(coulomb/metro ²) C/m ²
\vec{H}	Intensidad de campo magnético	(ampere/metro) A/m
\vec{B}	Densidad de flujo magnético	(weber/metro ²) Wb/m ²
\vec{J}	Densidad de corriente eléctrica	(ampere/metro ²) A/m ²
\vec{M}	Densidad de corriente magnética	(volt/metro ²) V/m ²
ϵ	Permitividad eléctrica	(farad/metro) F/m
ϵ_r	Permitividad relativa	Escalar
ϵ_0	Permitividad del vacio	8.854x10 ⁻¹² F/m
μ	Permeabilidad magnética	(Henry/metro) H/m
μ_r	Permeabilidad relativa	Escalar
μ_0	Permeabilidad del vacio	4 πx10 ⁻⁷ H/m

Se considera un medio sin pérdidas eléctricas ni magnéticas, \vec{J} y \vec{M} pueden actuar como fuentes independientes de energía eléctrica y magnética \vec{J}_{fuente} y \vec{M}_{fuente}

Un medio con pérdidas eléctricas y magnéticas no dispersivas, donde los campos \vec{E} y \vec{H} se atenúan por medio de la conversión de energía electromagnética en calor, \vec{J} y \vec{M} son:

$$\vec{J} = \vec{J}_{fuente} + \sigma \vec{E} \quad 2.7$$

$$\vec{M} = \vec{M}_{fuente} + \sigma^* \vec{H} \quad 2.8$$

Donde:

σ : Conductividad eléctrica (Siemens/metro) S/m

σ^* : Conductividad magnética (Siemens/metro) S/m

Por su estructura las ecuaciones de Maxwell se caracterizan como ecuaciones diferenciales hiperbólicas, la solución para la aplicación propuesta implica el uso del método de diferencias finitas.

2.3 APROXIMACIONES EN DIFERENCIA FINITA

Las aproximaciones en diferencia finita es una técnica numérica en la que la ecuación diferencial continua se resuelve de forma aproximada en un conjunto finito de puntos localizados en el dominio donde se desea encontrar la solución. Los puntos se identifican con los nodos de una malla que se utiliza para subdividir la región del problema, y cada uno de ellos utiliza un índice según cada una de las variables se define en un punto cualquiera de una malla de tres dimensiones, dado por:

$$(x, y, z, t) = (i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, t\Delta n) = (i, j, k, n)$$

$$f(x, y) = f(i\Delta x, j\Delta y) = f(i, j)$$

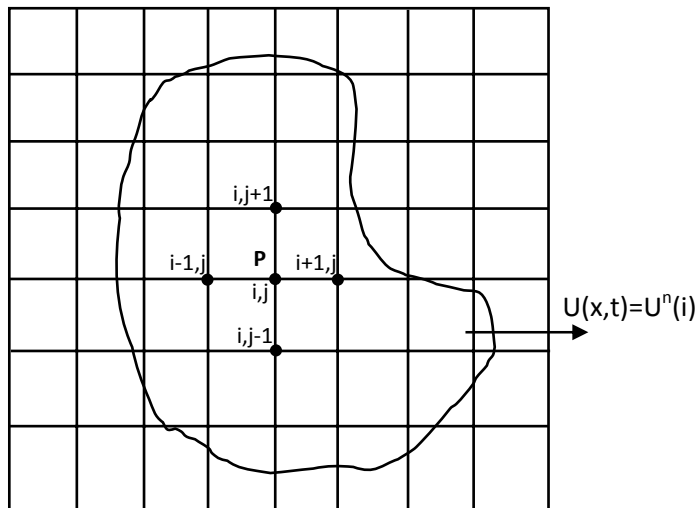


Figura 2.1 Discretización de la región espacio – temporal mediante una malla.

Donde los índices i, j, k son enteros y $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ son las dimensiones de la celda de espacial y Δt es la unidad de paso temporal. La solución en cada uno de los nodos de la malla se calcula aproximando los operadores diferenciales de la ecuación por operadores de diferencias.

El fundamento matemático del método de diferencias finitas se obtiene utilizando la serie de potencias de Taylor, cuyo desarrollo para una función finita y continua $f(x)$, es:

$$f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + \Delta x f'(x_0) + \frac{1}{2!} (\Delta x)^2 f''(x_0) + \frac{1}{3!} (\Delta x)^3 f'''(x_0) + \dots \quad 2.9$$

$$f(x_0 - \Delta x) = f(x_0) - \Delta x f'(x_0) + \frac{1}{2!} (\Delta x)^2 f''(x_0) - \frac{1}{3!} (\Delta x)^3 f'''(x_0) + \dots \quad 2.10$$

A partir del desarrollo de la serie, se obtienen expresiones en diferencias finitas que permiten calcular el valor de una función o sus derivadas en un punto.

Consideremos la figura 2.2, la derivada de la función en el punto P del arco PB se estima mediante diferencias finitas como:

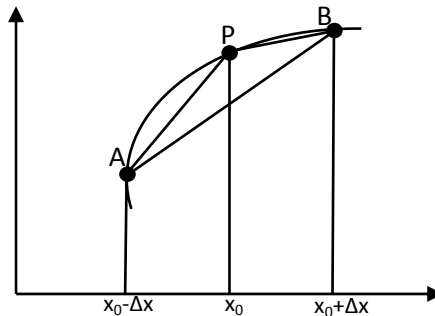


Figura 2.2 Estimación de derivada $f'(x)$ en el punto P usando diferencias hacia adelante y hacia atrás

$$f'(x_0 + \Delta x) = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} + \frac{1}{2!} (\Delta x)^2 f''(x_0) + \frac{1}{3!} (\Delta x)^3 f'''(x_0) + \dots \quad 2.11a$$

Agrupando términos

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} + O(\Delta x) \quad 2.11b$$

Si la serie infinita de Taylor no fuera truncada se lograría una solución exacta del problema, pero esto es impráctico, por tal motivo, se trunca la serie a partir del segundo término, considerando que Δx es muy pequeña, imponiendo un error $O(\Delta x)$ en todas las soluciones de diferencia finita. Si no se considera el error, la derivada hacia adelante o por la derecha es:

$$f'(x_0) \cong \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} \quad 2.12$$

Siguiendo un procedimiento similar, la derivada mediante diferencias finitas hacia atrás, en el arco AP es:

$$f'(x_0 - \Delta x) = \frac{f(x_0) - f(x_0 - \Delta x)}{\Delta x} + \frac{1}{2!}(\Delta x)^2 f''(x_0) + \frac{1}{3!}(\Delta x)^3 f'''(x_0) + \dots \quad 2.13a$$

Agrupando términos

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0) - f(x_0 - \Delta x)}{\Delta x} + O(\Delta x) \quad 2.13b$$

Donde $O(\Delta x)$ denota el error introducido por truncar la serie de potencias. Si suponemos que Δx es muy pequeño se puede despreciar el término $O(\Delta x)$ de modo que la expresión de diferencia hacia atrás o por la izquierda es:

$$f'(x_0) \cong \frac{f(x_0) - f(x_0 + \Delta x)}{\Delta x} \quad 2.14$$

Sumando 2.12 y 2.14 se puede obtener la derivada centrada del arco AB usando diferencias finitas:

$$f'(x_0) \cong \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x)}{2\Delta x} \quad 2.15$$

La ecuación 2.15, representa la derivada aproximada del arco AB de la figura 2.2 y es el principio de aplicación para el Método de Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo aplicado a las Ecuaciones del campo electromagnético. Las derivadas de una función $f(x, y)$ en un espacio de 2 dimensiones, como el mostrado en la figura 2.1, pueden representarse por medio de diferencias finitas si la región del problema se divide en una malla con celdas de dimensiones Δx y Δy . Las aproximaciones en diferencia central de las derivadas de f en un punto P o nodo (i, j) son:

$$\frac{\partial}{\partial x} f(i, j) \cong \frac{f(i + 1, j) - f(i - 1, j)}{2\Delta x} \quad 2.16a$$

$$\frac{\partial}{\partial y} f(i, j) \cong \frac{f(i, j + 1) - f(i, j - 1)}{2\Delta y} \quad 2.16b$$

2.4 APLICACIÓN DEL DIFERENCIAS FINITAS EN EL DOMINIO DEL TIEMPO

El método de diferencias finitas en el dominio del tiempo fue desarrollado por S. Kane Yee [12] en 1966, substituyendo las derivadas parciales de las ecuaciones de Maxwell por diferencias finitas. En

consecuencia la solución de las ecuaciones diferenciales se convierte en un problema algebraico de ecuaciones lineales. En el algoritmo de Yee se discretizan las ecuaciones de Maxwell calculando el campo eléctrico en un nodo de la malla a partir del campo magnético en los nodos adyacentes en un intervalo de tiempo Δt , el mismo modelo se aplica para el campo magnético, a partir del campo eléctrico, permitiendo determinar la evolución espacial y temporal del campo electromagnético en la región de interés.

2.4.1 DISCRETIZACION DE LAS ECUACIONES DE MAXWELL

Las ecuaciones rotacionales de Maxwell (ley de Faraday y ley de Ampere) están dadas por:

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{E} - \frac{1}{\mu} (\vec{M}_{fuente} + \sigma^* \vec{H}) \quad 2.17$$

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \nabla \times \vec{H} - \frac{1}{\varepsilon} (\vec{J}_{fuente} + \sigma \vec{E}) \quad 2.18$$

Resuelto el rotacional se pueden desglosar en sus componentes cartesianas, con lo que obtenemos un sistema de 6 ecuaciones en derivadas parciales. Nuestro objetivo es resolverlas mediante diferencias finitas, es decir, sustituyendo las derivadas parciales por aproximaciones basadas en diferencias finitas centrales.

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} - (M_{fuente\ x} + \sigma^* H_x) \right] \quad 2.19a$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} - (M_{fuente\ y} + \sigma^* H_y) \right] \quad 2.19b$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} - (M_{fuente\ z} + \sigma^* H_z) \right] \quad 2.19c$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left[\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - (J_{fuente\ x} + \sigma E_x) \right] \quad 2.20a$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left[\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} - (J_{fuente\ y} + \sigma E_y) \right] \quad 2.20b$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left[\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - (J_{fuente\ z} + \sigma E_z) \right] \quad 2.20c$$

Este es el sistema de ecuaciones que forma la base del algoritmo numérico de diferencias finitas en el dominio del tiempo para la interacción de ondas electromagnéticas con objetos tridimensionales. El MDFDT no necesita forzar explícitamente la ley de Gauss indicando valores nulos de carga eléctrica y magnética en (2.3 y 2.4), debido a que estas relaciones son una consecuencia teórica

directa de las ecuaciones rotacionales. La celda espacial debe estar estructurada de tal manera que las relaciones de la ley de Gauss se encuentran implícitas en las posiciones de los componentes vectoriales \vec{E} y \vec{H} y en las derivadas espaciales numéricas sobre estos componentes que modelan la acción del operador rotacional.

Al discretizar una región en el dominio espacio-tiempo mediante una malla compuesta por un número finito de celdas, cualquier componente de campo electromagnético que originalmente era una función definida por cualquier valor de las tres coordenadas espaciales y de la coordenada temporal, $U = U(x, y, z, t)$ ahora será una variable discreta definida únicamente para ciertos valores de esta coordenada y queda identificada mediante el uso de los índices $U = U(i, j, k, n)$ o también $U = U^n(i, j, k)$ correspondientes al punto de las coordenadas, para una celda de dimensiones $\Delta x, \Delta y$ y Δz (unidad celda espacial), para un intervalo de tiempo Δt (unidad temporal).

2.4.2 EL ALGORITMO DE YEE.

Según el esquema de Yee para una celda espacial genérica, cada una de las componentes de campo electromagnético se ubica espacialmente como se muestra en la figura 2.3, de donde se deducen los vectores de posición de cada una de las componentes [13].

$$\begin{aligned}
 H_x &= \left(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}\right), & E_x &= \left(i - \frac{1}{2}, j + 1, k + 1\right) \\
 H_y &= \left(i - \frac{1}{2}, j + 1, k + \frac{1}{2}\right), & E_y &= \left(i, j + \frac{1}{2}, k + 1\right) \\
 H_z &= \left(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k + 1\right), & E_z &= \left(i, j + 1, k + \frac{1}{2}\right)
 \end{aligned}$$

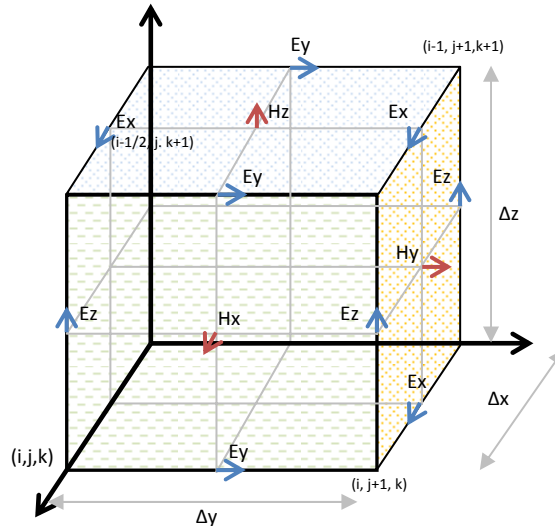


Figura 2.3 Célula unitaria de Yee; indica la posición de los componentes de campo electromagnético

La célula de Yee tiene las siguientes propiedades:

- Centra los componentes de \vec{E} y \vec{H} en un espacio tridimensional, de tal manera que cada componente \vec{H} está rodeada de cuatro componentes de \vec{E} alrededor y viceversa.
- Proporciona una visión tridimensional de un espacio cubierto por contornos entrelazados entre las leyes de Faraday y Ampere.
- Es posible identificar las componentes de \vec{H} en la célula de Yee asociadas con el flujo magnético que se entrelaza con los lazos de \vec{E} , así como los componentes \vec{E} asociados con el flujo de desplazamiento de corriente que se entrelazan con los lazos de \vec{H}
- La continuidad de los campos \vec{H} y \vec{E} se mantiene de manera natural a través de una interfaz de materiales distintos si la interfaz es paralela a uno de los ejes coordenados de la célula; en este caso no hay necesidad de forzar condiciones de frontera especiales en la interfaz
- La ubicación de los componentes y las operaciones en diferencia central de estos mismos componentes obligan implícitamente las dos relaciones de la ley de Gauss, es decir, en la célula de Yee la divergencia es cero con respecto a sus campos en ausencia de cargas eléctricas y magnéticas libres

Al igual que las distintas componentes de campo electromagnético se encuentran intercaladas espacialmente, existe un intervalo entre los instantes de tiempo en los que se calculan los campos eléctricos y magnéticos, como muestra la figura 2.4.

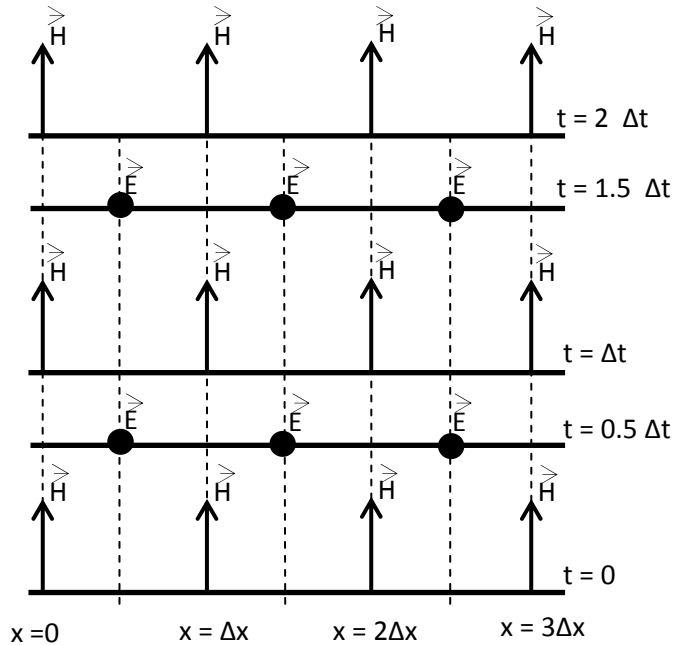


Figura 2.4 Distribución temporal de las componentes de campo electromagnético

El esquema temporal de Yee, tiene las siguientes propiedades:

- Centra los componentes de \vec{H} y \vec{E} en el tiempo, esquema que se conoce como salto de rana (*leap frog*).
- Todos los valores de \vec{H} en la región son calculados y almacenados en memoria usando los valores de \vec{E} calculados previamente.
- Todos los valores de \vec{E} en la región son calculados y almacenados en memoria usando los valores de \vec{H} calculados previamente
- Este proceso es cíclico hasta que el escalonado temporal termina.

2.5 ECUACIONES DE MAXWELL EXPRESADAS EN DIFERENCIA FINITA

Los conceptos y notaciones anteriores se aplican para obtener una aproximación numérica de las ecuaciones rotacionales de Maxwell en tres dimensiones dadas por el sistema de ecuaciones 2.19 y 2.20. Considérese inicialmente la componente de campo H_x .

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} - (M_{fuente\ x} + \sigma^* H_x) \right] \quad 2.21$$

Para definir las coordenadas espaciales (i,j,k) de cada componente de campo, se utiliza la célula básica de Yee, figura 2.3. Para la ecuación 2.21 ver la figura 2.5.

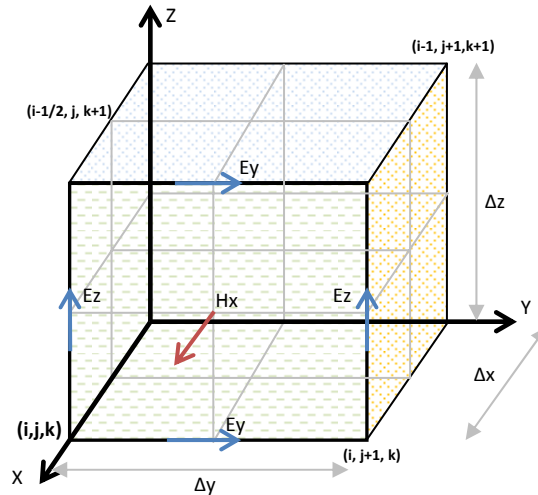


Figura 2.5 Representación de la ecuación (2.29). La componente H_x que depende de los campos E_y y E_z .

Separadamente cada derivada parcial se transforma en una ecuación de diferencia central. La transformación de la componente temporal es:

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{H_x^{n+\frac{1}{2}}(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}) - H_x^{n-\frac{1}{2}}(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2})}{\Delta t} \quad 2.22$$

La transformación de las componentes de campo espaciales es:

$$\frac{\partial E_y}{\partial z} = \frac{E_y^{n(i,j+\frac{1}{2},k+1)} - E_y^{n(i,j+\frac{1}{2},k)}}{\Delta z} \quad 2.23$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} = \frac{E_z^{n(i,j+1,k+\frac{1}{2})} - E_z^{n(i,j,k+\frac{1}{2})}}{\Delta y} \quad 2.24$$

Sustituyendo (2.22 – 2.24) en (2.21) se obtiene la transformación de Hx como:

$$\begin{aligned} & \frac{H_x^{n+\frac{1}{2}}(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}) - H_x^{n-\frac{1}{2}}(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2})}{\Delta t} \\ &= \frac{1}{\mu(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2})} \cdot \left[\begin{array}{cc} \frac{E_y^{n(i,j+\frac{1}{2},k+1)} - E_y^{n(i,j+\frac{1}{2},k)}}{\Delta z} & - \frac{E_z^{n(i,j+1,k+\frac{1}{2})} - E_z^{n(i,j,k+\frac{1}{2})}}{\Delta y} \\ -M_{source}^{n(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2})} & -\sigma_{(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2})}^* H_x^{n(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2})} \end{array} \right] \end{aligned} \quad 2.25$$

Todos los valores de campo del lado derecho de la ecuación están evaluados en el escalonado temporal n . Se observa que el valor de Hx en $t = n$ no está almacenado en la memoria de la computadora (únicamente los valores de tiempo en el instante $t = n - \frac{1}{2}$), por lo que se necesita estimar dicho término de alguna manera, para ello se establece que los valores de Hx en el intervalo de tiempo n son simplemente el promedio aritmético del valor almacenado de Hx en el intervalo de tiempo $n - \frac{1}{2}$ y del valor aún no calculado de Hx en el intervalo de tiempo $n + \frac{1}{2}$, en la siguiente forma:

$$H_x^n(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}) = \frac{H_x^{n+\frac{1}{2}}(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}) + H_x^{n-\frac{1}{2}}(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2})}{2} \quad 2.26$$

Sustituyendo en 2.25 y multiplicando ambos lados por Δt se tiene:

$$\begin{aligned} & H_x^{n+\frac{1}{2}}(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}) - H_x^{n-\frac{1}{2}}(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}) = \\ & \frac{\Delta t}{\mu(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2})} \cdot \left[\begin{array}{cc} \frac{E_y^{n(i,j+\frac{1}{2},k+1)} - E_y^{n(i,j+\frac{1}{2},k)}}{\Delta z} & - \frac{E_z^{n(i,j+1,k+\frac{1}{2})} - E_z^{n(i,j,k+\frac{1}{2})}}{\Delta y} \\ M_{source}^{n(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2})} - \sigma_{(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2})}^* & \cdot \left[\frac{H_x^{n+\frac{1}{2}}(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}) + H_x^{n-\frac{1}{2}}(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2})}{2} \right] \end{array} \right] \end{aligned} \quad 2.27$$

Como los términos $H_{x(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2})}^{n+\frac{1}{2}}$ y $H_{x(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2})}^{n-\frac{1}{2}}$ aparecen en ambos lados de la ecuación (2.27) se agrupan todos términos del mismo tipo y se despeja $H_{x(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2})}^{n+\frac{1}{2}}$ en el lado izquierdo de la expresión, lo que conduce a:

$$\begin{aligned} & \left[1 + \frac{\sigma_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{*n} \cdot \Delta t}{2\mu_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}} \right] \cdot H_{x(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2})}^{n+\frac{1}{2}} = \left[1 - \frac{\sigma_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^*}{2\mu_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}} \right] \cdot H_{x(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2})}^{n-\frac{1}{2}} \\ & + \frac{\Delta t}{\mu_{(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2})}} \cdot \left[\frac{E_{y(i,j+\frac{1}{2},k+1)}^n - E_{y(i,j+\frac{1}{2},k)}^n}{\Delta z} - \frac{E_{z(i,j+1,k+\frac{1}{2})}^n - E_{z(i,j,k+\frac{1}{2})}^n}{\Delta y} - M_{source(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2})}^n \right] \end{aligned} \quad 2.28$$

Dividiendo ambos lados por $\frac{1+\sigma_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^* \cdot \Delta t}{2\mu_{(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2})}}$ se obtiene la relación explícita para la componente de campo Hx.

$$\begin{aligned} H_{x(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2})}^{n+\frac{1}{2}} &= \frac{\left(1 - \frac{\sigma_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^* \cdot \Delta t}{2\mu_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}} \right)}{\left(1 + \frac{\sigma_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^* \cdot \Delta t}{2\mu_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}} \right)} \cdot H_{x(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2})}^{n-\frac{1}{2}} \\ & + \frac{\frac{\Delta t}{\mu_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}}}{\left(1 + \frac{\sigma_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^* \cdot \Delta t}{2\mu_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}} \right)} \cdot \left[\frac{E_{y(i,j+\frac{1}{2},k+1)}^n - E_{y(i,j+\frac{1}{2},k)}^n}{\Delta z} - \frac{E_{z(i,j+1,k+\frac{1}{2})}^n - E_{z(i,j,k+\frac{1}{2})}^n}{\Delta y} - M_{source(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2})}^n \right] \end{aligned} \quad 2.29$$

En la misma forma se obtienen las expresiones en diferencia finita para la componente de campo magnético H_y usando como referencia la figura 2.6.

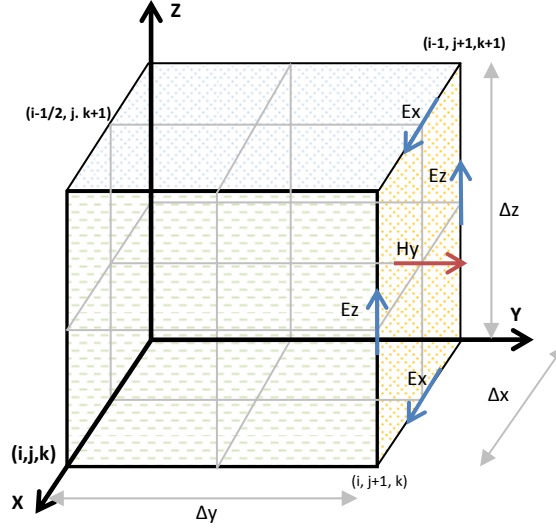


Figura 2.6 Representación de la ecuación (2.30). La componente H_y que depende de los campos E_x y E_z .

$$\begin{aligned}
 H_{y(i-\frac{1}{2}, j+1, k+\frac{1}{2})}^{n+\frac{1}{2}} &= \frac{\left(1 - \frac{\sigma_{i-\frac{1}{2}, j+1, k+\frac{1}{2}}^* \cdot \Delta t}{2\mu_{i-\frac{1}{2}, j+1, k+\frac{1}{2}}}\right)}{\left(1 + \frac{\sigma_{i-\frac{1}{2}, j+1, k+\frac{1}{2}}^* \cdot \Delta t}{2\mu_{i-\frac{1}{2}, j+1, k+\frac{1}{2}}}\right)} \cdot H_{x(i-\frac{1}{2}, j+1, k+\frac{1}{2})}^{n-\frac{1}{2}} \\
 &+ \frac{\frac{\Delta t}{\mu_{i-\frac{1}{2}, j+1, k+\frac{1}{2}}}}{\left(1 + \frac{\sigma_{i-\frac{1}{2}, j+1, k+\frac{1}{2}}^* \cdot \Delta t}{2\mu_{i-\frac{1}{2}, j+1, k+\frac{1}{2}}}\right)} \cdot \left[\frac{E_{x(i-\frac{1}{2}, j+1, k+1)}^n - E_{x(i, j+1, k)}^n}{\Delta z} - \frac{E_{z(i, j+1, k+\frac{1}{2})}^n - E_{z(i-1, j+1, k+\frac{1}{2})}^n}{\Delta x} \right] - M_{source(i-\frac{1}{2}, j+1, k+\frac{1}{2})}^n
 \end{aligned} \tag{2.30}$$

Usando la figura 2.7 se deduce la expresión para H_z :

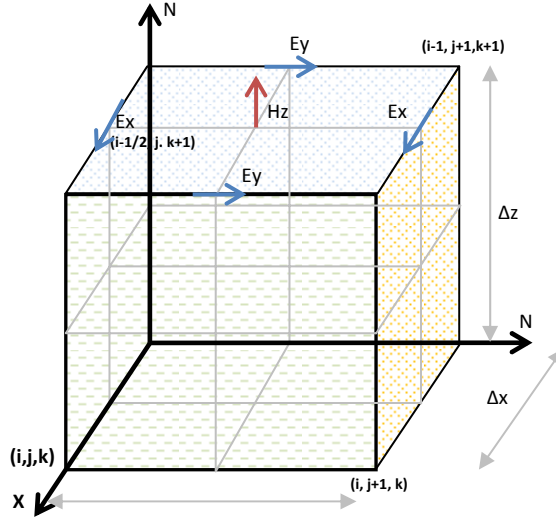


Figura 2.7 Representación de la ecuación (2.31). La componente H_z que depende de los campos E_y y E_x .

$$\begin{aligned}
 H_{z(i-\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k+1)}^{n+\frac{1}{2}} &= \frac{\left(1 - \frac{\sigma_{i-\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k+1}^* \cdot \Delta t}{2\mu_{i-\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k+1}}\right)}{\left(1 + \frac{\sigma_{i-\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k+1}^* \cdot \Delta t}{2\mu_{i-\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k+1}}\right)} \cdot H_{z(i-\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k+1)}^{n-\frac{1}{2}} \\
 &+ \frac{\frac{\Delta t}{\mu_{i-\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k+1}}}{\left(1 + \frac{\sigma_{i-\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k+1}^* \cdot \Delta t}{2\mu_{i-\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k+1}}\right)} \cdot \left[\frac{E_y^n(i, j+\frac{1}{2}, k+1) - E_y^n(i-1, j+\frac{1}{2}, k+1)}{\Delta x} - \frac{E_x^n(i-\frac{1}{2}, j+1, k+1) - E_x^n(i-\frac{1}{2}, j, k+1)}{\Delta y} \right] \quad 2.31
 \end{aligned}$$

De manera análoga también se obtienen las ecuaciones de diferencias finitas para las componentes de campo E_x , E_y , E_z . Usando la figura 2.8 La expresión para el campo E_x es:

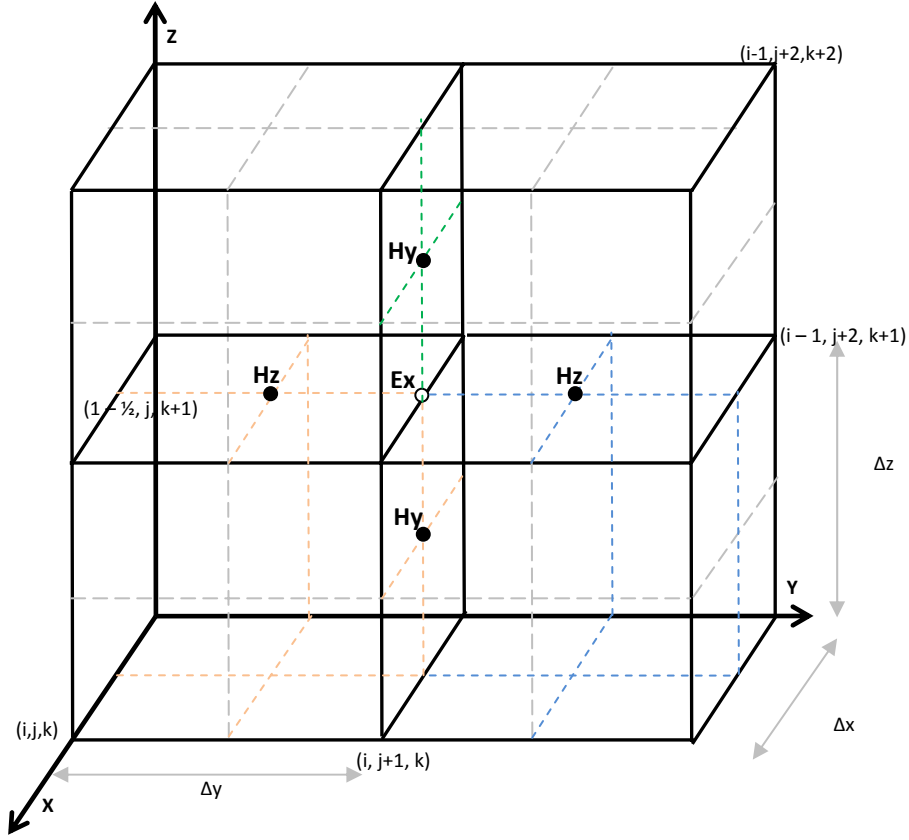


Figura 2.8 Representación de la ecuación (2.32). La componente E_x que depende de los campos H_y y H_z .

$$\begin{aligned}
 E_{x(i-\frac{1}{2},j+1,k+1)}^{n+1} &= \frac{\left(1 - \frac{\sigma_{i-\frac{1}{2},j+1,k+1} \cdot \Delta t}{2\varepsilon_{i-\frac{1}{2},j+1,k+1}}\right)}{\left(1 + \frac{\sigma_{i-\frac{1}{2},j+1,k+1} \cdot \Delta t}{2\varepsilon_{i-\frac{1}{2},j+1,k+1}}\right)} \cdot E_{x(i-\frac{1}{2},j+1,k+1)}^n \\
 &+ \frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon_{i-\frac{1}{2},j+1,k+1}}}{\left(1 + \frac{\sigma_{i-\frac{1}{2},j+1,k+1} \cdot \Delta t}{2\varepsilon_{i-\frac{1}{2},j+1,k+1}}\right)} \left[\frac{H_{y(i-\frac{1}{2},j+1,k+\frac{3}{2})}^{n+\frac{1}{2}} - H_{y(i-\frac{1}{2},j+1,k+\frac{1}{2})}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta z} - \frac{H_{z(i-\frac{1}{2},j+\frac{3}{2},k+1)}^{n+\frac{1}{2}} - H_{z(i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k+1)}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta y} \right] \\
 &\quad - J_{source}^{n+\frac{1}{2}}(i-\frac{1}{2},j+1,k+1)
 \end{aligned} \tag{2.32}$$

De manera similar encontramos la ecuación para la componente de campo eléctrico E_y , basándose en la figura 2.9.

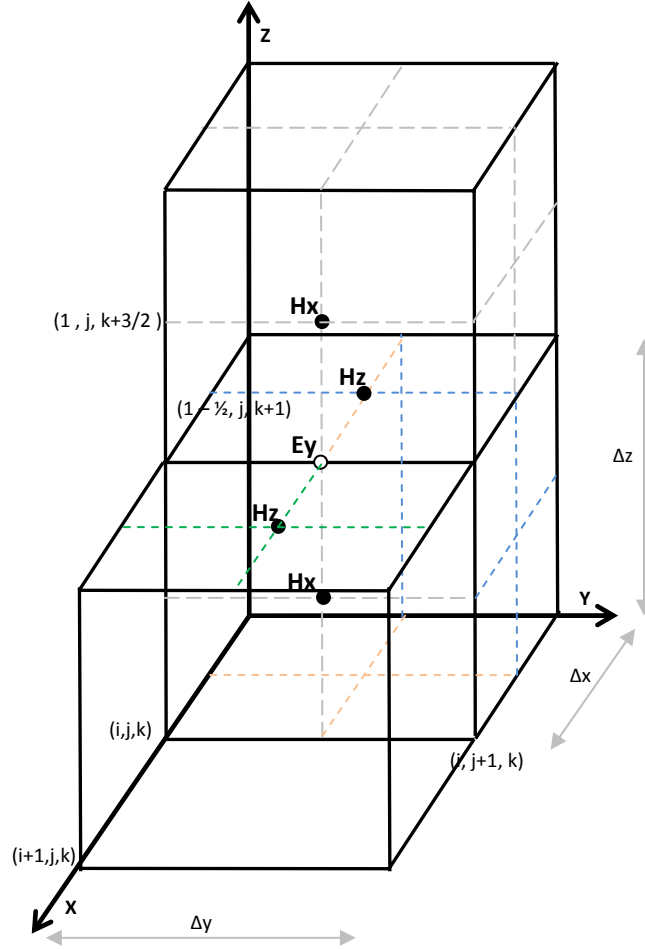


Figura 2.9 Representación de la ecuación (2.33). La componente E_y que depende de los campos H_x y H_z .

$$\begin{aligned}
 E_{y(i,j+\frac{1}{2},k+1)}^{n+1} &= \frac{\left(1 - \frac{\sigma_{i,j+\frac{1}{2},k+1} \cdot \Delta t}{2\varepsilon_{i,j+\frac{1}{2},k+1}}\right)}{\left(1 + \frac{\sigma_{i,j+\frac{1}{2},k+1} \cdot \Delta t}{2\varepsilon_{i,j+\frac{1}{2},k+1}}\right)} \cdot E_{y(i,j+\frac{1}{2},k+1)}^n \\
 &+ \frac{\Delta t}{\left(1 + \frac{\sigma_{i,j+\frac{1}{2},k+1} \cdot \Delta t}{2\varepsilon_{i,j+\frac{1}{2},k+1}}\right)} \left[\frac{\varepsilon_{i,j+\frac{1}{2},k+1}}{\Delta z} \left[\frac{H_{x(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{3}{2})}^{n+\frac{1}{2}} - H_{x(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2})}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta z} - \frac{H_{z(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k+1)}^{n+\frac{1}{2}} - H_{z(i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k+1)}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta z} \right] \right. \\
 &\quad \left. - J_{source(i,j+\frac{1}{2},k+1)}^{n+\frac{1}{2}} \right] \tag{2.33}
 \end{aligned}$$

Y finalmente la componente de campo eléctrico E_z , tomando como base la figura 2.10.

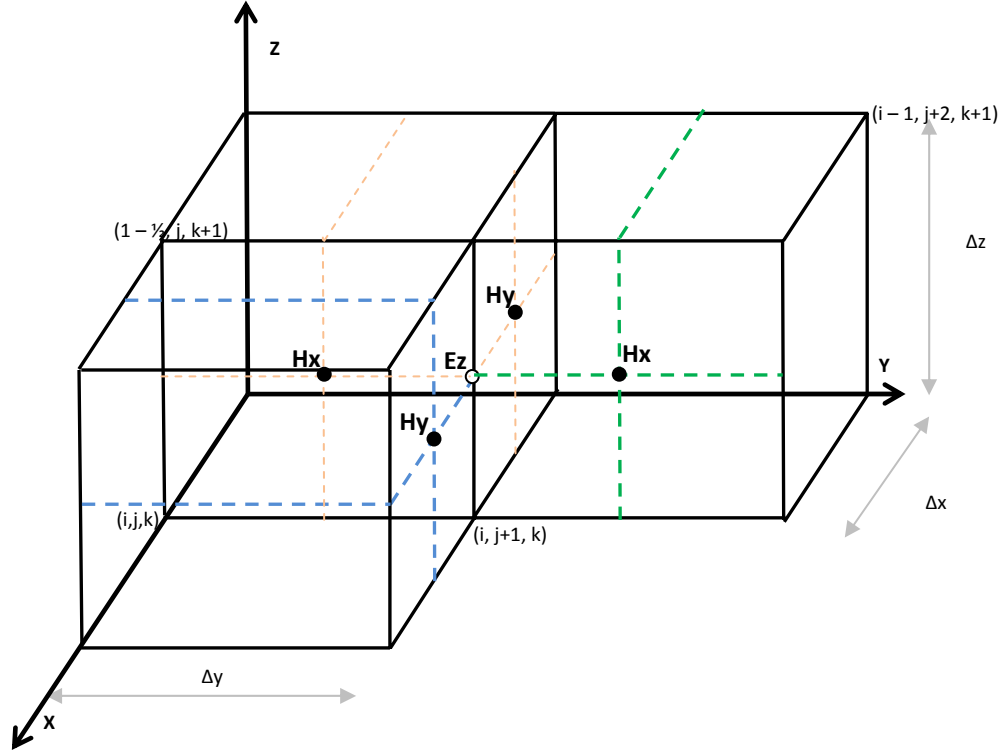


Figura 2.10 Representación de la ecuación (2.34). La componente E_z que depende de los campos H_y y H_x .

$$\begin{aligned}
 E_{z(i,j+1,k+\frac{1}{2})}^{n+1} &= \frac{\left(1 - \frac{\sigma_{i,j+1,k+\frac{1}{2}} \cdot \Delta t}{2\epsilon_{i,j+1,k+\frac{1}{2}}}\right)}{\left(1 + \frac{\sigma_{i,j+1,k+\frac{1}{2}} \cdot \Delta t}{2\epsilon_{i,j+1,k+\frac{1}{2}}}\right)} \cdot E_{z(i,j+1,k+\frac{1}{2})}^n \\
 &+ \frac{\frac{\Delta t}{\epsilon_{i,j+1,k+\frac{1}{2}}}}{\left(1 + \frac{\sigma_{i,j+1,k+\frac{1}{2}} \cdot \Delta t}{2\epsilon_{i,j+1,k+\frac{1}{2}}}\right)} \left[\frac{H_{y(i+\frac{1}{2},j+1,k+\frac{1}{2})}^{n+\frac{1}{2}} - H_{y(i-\frac{1}{2},j+1,k+\frac{1}{2})}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x} - \frac{H_{x(i,j+\frac{3}{2},k+\frac{1}{2})}^{n+\frac{1}{2}} - H_{x(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2})}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta y} \right] - J_{source(i,j+1,k+\frac{1}{2})}^{n+\frac{1}{2}}
 \end{aligned} \tag{2.34}$$

Con este sistema de ecuaciones en diferencia finita, un nuevo valor de campo electromagnético en cualquier punto de la malla depende únicamente de su valor previo, de los valores previos de las componentes de los otros vectores de campo en los puntos adyacentes y las fuentes de corriente eléctrica y magnética conocidas.

2.6 CONDICIONES DE FRONTERA.

Una consideración básica en el método de diferencias finitas en el dominio del tiempo para la solución de los problemas de interacción electromagnética es que muchas geometrías de interés están definidas en regiones abiertas donde el dominio espacial de campo calculado no tiene frontera en una o más direcciones. Claramente las computadoras no pueden almacenar una cantidad ilimitada de datos, por lo tanto, la región de cálculo se debe limitar. El dominio de cálculo debe ser suficientemente grande para encerrar la estructura de interés y en el perímetro exterior debe establecerse una condición de frontera adecuada para simular una extensión infinita.

La figura 2.11 muestra un dominio espacial finito Ω . En el interior de Ω aplicamos MDFDT que modela una propagación en todas direcciones. Se necesitan condiciones de frontera que simulen la propagación de las ondas hacia afuera de la región Ω como si se desarrollara en una región computacional que se extiende hasta el infinito. En el proceso la frontera exterior debe eliminar reflexiones espurias de las ondas numéricas salientes de la región de cálculo a un nivel aceptable, permitiendo que la solución MDFDT siga siendo válida para todo el tiempo. Las condiciones de frontera de la región de cálculo exterior se conocen como condiciones de frontera de absorción (ABC por sus siglas en inglés).

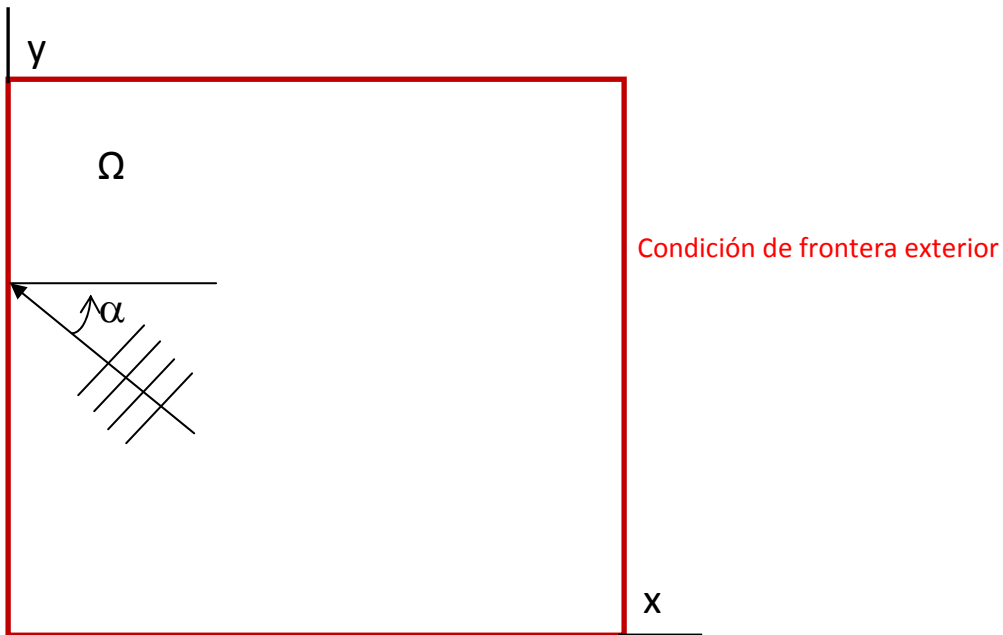


Figura 2.11 Dominio computacional Ω . En el borde se muestra la frontera de cálculo donde se implementan las ABC.

Las condiciones de frontera de absorción no pueden definirse igual que el MDFDT en las ecuaciones de Maxwell, principalmente porque éste sistema emplea un esquema de diferencia central espacial que requiere conocer el campo a cada lado del punto de observación lo que no es posible en la última celda de la región de cálculo ya que no conocemos el valor de campo fuera de la malla. Si la propagación llega a la última celda de la malla se crean valores de campo no válidos y reflexiones espurias.

Las ABC's actuales tienen un excelente funcionamiento, prácticamente anulan las reflexiones espurias. Se ha conseguido reducir las reflexiones hasta -70 dB o menos lo que hace muy eficiente la simulación de MDFDT.

2.6.1 CAPA PERFECTAMENTE ACOPLADA

Un enfoque alternativo para desarrollar una ABC es crear en la frontera exterior de la región de cálculo un medio de material absorbente. Idealmente el medio absorbente son solo algunas celdas de la rejilla que impiden la reflexión de las ondas incidentes en todo su espectro de frecuencia, este material debe ser altamente absorbente y efectivo en campo cercano de dispersión o generado por una fuente. Un primer intento de implementar un material absorbente fue realizado por Holland quien utilizó un medio absorbente con bajas pérdidas convencionales sin dispersión, la limitante de ésta técnica fue que solo podía absorber las ondas planas que inciden de forma normal.

En 1994 Jean Pierre Berenger introdujo un método altamente efectivo al cual llamó *capa perfectamente acoplada*, (PML por sus siglas en inglés). La innovación de la capa perfectamente acoplada de Berenger es que las ondas planas de incidencia arbitraria, polarización y frecuencia son acopladas en la frontera. Para lograr esto Berenger dividió cada componente de vector de campo de las ecuaciones de Maxwell en dos componentes ortogonales generando así 12 componentes. Cada una de estas doce componentes se expresan satisfaciendo el conjunto de ecuaciones diferenciales parciales de primer orden.

Berenger propuso que una capa absorbente no física sea acoplada independientemente de la frecuencia y del ángulo de incidencia de la onda fuente mediante la explotación de grados adicionales de libertad derivados de la estrategia de la división de campos. En efecto esto permite la construcción de la *capa perfectamente acoplada* adyacente a la frontera exterior de la región de cálculo para absorber todas las ondas incidentes. La potencia de ruido global debido a las reflexiones de la frontera exterior se reduce 70 dB o menos.

2.6.2 ECUACIONES PML EN DOS DIMENSIONES.

En coordenadas cartesianas un problema de 2 dimensiones no considera la variación en la dirección z . El campo eléctrico o magnético, dependiendo del modo de transmisión (TE o TM) [14], varía transversalmente en el plano xy . Para el modo transversal magnético el campo electromagnético consiste de 3 componentes H_z , E_x E_y y las ecuaciones de Maxwell se reducen a un sistema de 3 ecuaciones.

$$\varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t} + \sigma E_x = \frac{\partial H_z}{\partial y} \quad 2.34$$

$$\varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} + \sigma E_y = \frac{\partial H_z}{\partial x} \quad 2.35$$

$$\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t} + \sigma^* H_z = \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \quad 2.36$$

La aplicación de la técnica PML [11] implica dividir cada componente de campo magnético, transversal o normal en 2 subcomponentes: H_{zx} y H_{zy} . Para el caso transversal magnético las 3 ecuaciones 2.34 -2.36 son:

$$\varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t} + \sigma_y E_x = \frac{\partial(H_{zx} + H_{zy})}{\partial y} \quad 2.37$$

$$\varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} + \sigma_x E_y = -\frac{\partial(H_{zx} + H_{zy})}{\partial x} \quad 2.38$$

$$\mu_0 \frac{\partial H_{zx}}{\partial t} + \sigma_x^* H_{zx} = -\frac{\partial E_y}{\partial x} \quad 2.39a$$

$$\mu_0 \frac{\partial H_{zy}}{\partial t} + \sigma_y^* H_{zy} = \frac{\partial E_x}{\partial y} \quad 2.39b$$

Donde los parámetros $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_x^*, \sigma_y^*$ son conductividades eléctricas y magnéticas homogéneas. Podemos observar que:

- Si $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_x^* = \sigma_y^* = 0$ las ecuaciones anteriores se reducen a las ecuaciones de Maxwell en el vacío.
- Si $\sigma_x = \sigma_y$ y $\sigma_x^* = \sigma_y^* = 0$, reduce las ecuaciones en un medio conductor.
- Si $\sigma_x = \sigma_y$ y $\sigma_x^* = \sigma_y^*$, reduce las ecuaciones a un medio absorbente.

Una segunda observación puede hacerse antes de cualquier cálculo.

- Si $\sigma_y = \sigma_y^* = 0$ el medio PML puede absorber propagación a lo largo del eje x (E_y, H_{zx})
- Si $\sigma_x = \sigma_x^* = 0$ el medio PML puede absorber propagación a lo largo del eje y (E_x, H_{zy})

Como se observa existe una estrecha relación entre $(\sigma_x, \sigma_x^*, 0, 0)$ y $(0, 0, \sigma_y, \sigma_y^*)$. De acuerdo con Berenger si se aplica la condición:

$$\frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma^*}{\mu_0} \quad 2.40$$

se satisface que la impedancia de la ABC sea igual a la del espacio de cómputo eliminando las reflexiones en la interfaz.

Una visión general de la técnica PML se muestra en la figura (2.12). Las ecuaciones de Maxwell se resuelven dentro de la región de cálculo que es rodeada por una capa absorbente (capa PML), que permite el paso de la onda en la interfaz sin reflexiones, se atenúa en ella. La capa PML se termina en un conductor perfecto que refleja la onda disminuida, que se reduce aún más en la región de absorción, para ser prácticamente cero cuando incide nuevamente en la interfaz con la región de cálculo.

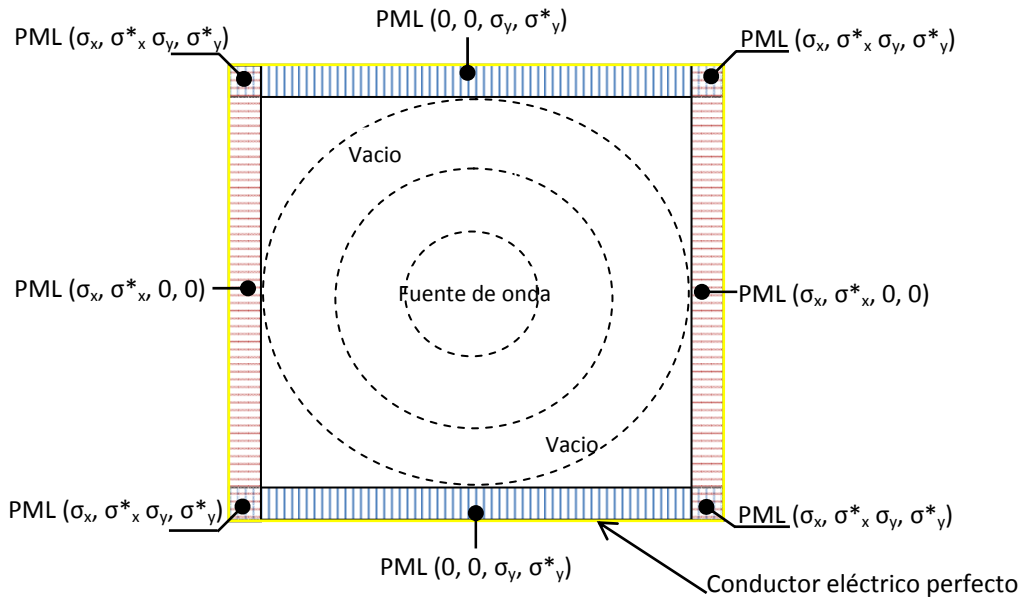


Figura 2.12 Representación de la técnica PML en 2 dimensiones

2.6.3 ECUACIONES PML EN TRES DIMENSIONES

Aplicando el mismo procedimiento a una región de tres dimensiones [15], la filosofía de la técnica PML consiste en descomponer los campos que inciden de manera normal a la frontera o plano de incidencia. La tabla 2.2 indica la descomposición de los campos.

Tabla 2.2 Separación de los campos

Plano	Componentes Transversales	Campos divididos
xy	E_z, H_z	$E_z = E_{zx} + E_{zy}$ $H_z = H_{zx} + H_{zy}$
yz	E_x, H_x	$E_x = E_{xy} + E_{xz}$ $H_x = H_{xy} + H_{xz}$
zx	E_y, H_y	$E_y = E_{yx} + E_{yz}$ $H_y = H_{yx} + H_{yz}$

En el medio PML cada componente de campo electromagnético es separado en 2 partes. En coordenadas cartesianas las 6 componentes de campo electromagnético obtenidas resolviendo el rotacional de las ecuaciones de Maxwell llegan a ser 12 subcomponentes nombradas E_{xy} , E_{xz} , E_{yx} , E_{yz} , E_{zx} , E_{zy} , H_{xy} , H_{xz} , H_{yx} , H_{yz} , H_{zx} , H_{zy} y las ecuaciones de Maxwell son reemplazadas por estas 12 ecuaciones.

$$\mu \frac{\partial H_{xy}}{\partial t} + \sigma_y^* H_{xy} = -\frac{\partial(E_{zx} + E_{zy})}{\partial y} \quad 2.41a$$

$$\mu \frac{\partial H_{xz}}{\partial t} + \sigma_z^* H_{xz} = \frac{\partial(E_{yz} + E_{yx})}{\partial z} \quad 2.41b$$

$$\mu \frac{\partial H_{yx}}{\partial t} + \sigma_x^* H_{yx} = \frac{\partial(E_{zx} + E_{zy})}{\partial x} \quad 2.41c$$

$$\mu \frac{\partial H_{yz}}{\partial t} + \sigma_z^* H_{yz} = -\frac{\partial(E_{xy} + E_{xz})}{\partial z} \quad 2.41d$$

$$\mu \frac{\partial H_{zx}}{\partial t} + \sigma_x^* H_{zx} = -\frac{\partial(E_{yz} + E_{yx})}{\partial x} \quad 2.41e$$

$$\mu \frac{\partial H_{zy}}{\partial t} + \sigma_y^* H_{zy} = \frac{\partial(E_{xy} + E_{xz})}{\partial y} \quad 2.41f$$

$$\varepsilon \frac{\partial E_{xy}}{\partial t} + \sigma_y E_{xy} = \frac{\partial(H_{zx} + H_{zy})}{\partial y} \quad 2.41g$$

$$\varepsilon \frac{\partial E_{xz}}{\partial t} + \sigma_z E_{xz} = -\frac{\partial(H_{yz} + H_{yx})}{\partial z} \quad 2.41h$$

$$\varepsilon \frac{\partial E_{yz}}{\partial t} + \sigma_z E_{yz} = \frac{\partial(H_{xy} + H_{xz})}{\partial z} \quad 2.41i$$

$$\varepsilon \frac{\partial E_{yx}}{\partial t} + \sigma_x E_{yx} = -\frac{\partial(H_{zx} + H_{zy})}{\partial x} \quad 2.41j$$

$$\varepsilon \frac{\partial E_{zx}}{\partial t} + \sigma_x E_{zx} = \frac{\partial(H_{yz} + H_{yx})}{\partial x} \quad 2.41k$$

$$\varepsilon \frac{\partial E_{zy}}{\partial t} + \sigma_y E_{zy} = -\frac{\partial(H_{xy} + H_{xz})}{\partial y} \quad 2.41l$$

Donde los parámetros σ_x , σ_y , σ_z , σ_x^* , σ_y^* , σ_z^* son conductividades eléctricas y magnéticas homogéneas cuyas propiedades se describen a continuación:

- Si $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z$ y $\sigma_x^* = \sigma_y^* = \sigma_z^* = 0$ las ecuaciones se reducen a las ecuaciones de Maxwell. De esta forma el medio absorbente se define por las 12 ecuaciones anteriores.
- La técnica en tres dimensiones es una generalización de la implementación en 2D. Las ecuaciones de Maxwell se resuelven en el interior de la región de cálculo que es rodeada por una capa absorbente la cual es el agregado de la capa PML.
- En los 6 lados del dominio computacional el medio absorbente es acoplado al medio PML donde las conductividades transversales son iguales a cero, por ejemplo, el medio en los lados superior e inferior del dominio $(0,0,0,0, \sigma_z, \sigma_z^*)$.
- En los 12 bordes las conductividades son seleccionadas de tal manera que las conductividades transversales sean iguales en las interfaces localizadas entre el medio del borde y el medio de lado.
- En las 8 esquinas del dominio computacional las conductividades son elegidas iguales a las que se encuentran en los bordes adyacentes, entonces las conductividades transversales son iguales en la interfaz entre la capa del borde y la capa de la esquina.
- Con lo anterior una capa de absorción puede ser construida de tal manera que no existan reflexiones teóricas de cualquiera de las interfaces del dominio computacional. La construcción de la capa PML en tres dimensiones se muestra en la figura 1.13.

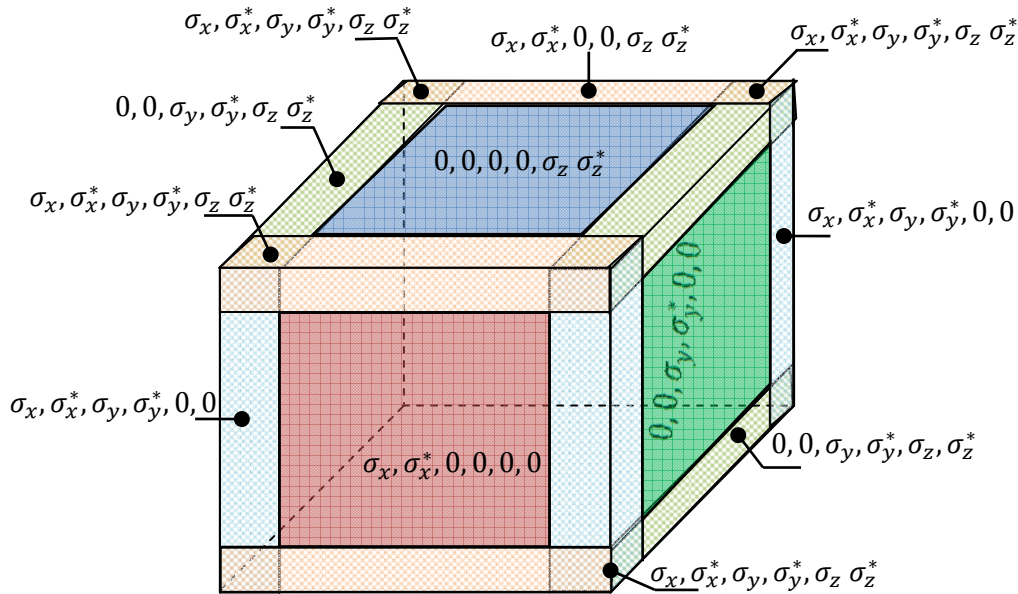


Figura 2.13 Representación de la técnica PML en 3 dimensiones

Las 12 ecuaciones de campo que se obtienen a partir de las ecuaciones de Maxwell se discretizan para obtener la solución por medio del MDFDT. Se evalúa la diferencia finita central usando el mismo punto de evaluación que se usó en la ecuación (2.41a), para H_{xy} :

$$\mu \frac{\partial H_{xy}}{\partial t} + \sigma_y^* H_{xy} = - \frac{\partial (E_{zx} + E_{zy})}{\partial y}$$

Separadamente cada derivada parcial se transforma en una ecuación de diferencia central. Primero se transforma la componente temporal.

$$\frac{\partial H_{xy}}{\partial t} = \frac{H_{xy}^{n+\frac{1}{2}}(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}) - H_{xy}^{n-\frac{1}{2}}(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2})}{\Delta t} \quad 2.42$$

Y la componente espacial queda de la forma:

$$\frac{\partial (H_{zx} + H_{zy})}{\partial y} = \frac{E_{zx}^n(i, j+1, k+\frac{1}{2}) + E_{zy}^n(i, j+1, k+\frac{1}{2}) - E_{zx}^n(i, j, k+\frac{1}{2}) - E_{zy}^n(i, j, k+\frac{1}{2})}{\Delta y} \quad 2.43$$

$$H_{xy} = \frac{H_{xy}^{n+\frac{1}{2}}(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}) + H_{xy}^{n-\frac{1}{2}}(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2})}{2} \quad 2.44$$

Sustituyendo (2.42 – 2.44) en (2.41a) tenemos:

$$\mu \left(\frac{H_{xy}^{n+\frac{1}{2}}(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}) - H_{xy}^{n-\frac{1}{2}}(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2})}{\Delta t} \right) = - \left(\frac{E_{zx}^n(i, j+1, k+\frac{1}{2}) + E_{zy}^n(i, j+1, k+\frac{1}{2}) - E_{zx}^n(i, j, k+\frac{1}{2}) - E_{zy}^n(i, j, k+\frac{1}{2})}{\Delta y} \right) - \sigma_y^* \left(\frac{H_{xy}^{n+\frac{1}{2}}(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}) + H_{xy}^{n-\frac{1}{2}}(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2})}{2} \right) \quad 2.45$$

Resolviendo la ecuación para dejar en un solo término $H_{xy}^{n+\frac{1}{2}}(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2})$

$$\begin{aligned}
 H_{xy}^{n+\frac{1}{2}}(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}) - H_{xy}^{n-\frac{1}{2}}(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}) = \\
 -\frac{\Delta t}{\mu} \left(\frac{E_{zx}^n(i, j+1, k+\frac{1}{2}) + E_{zy}^n(i, j+1, k+\frac{1}{2}) - E_{zx}^n(i, j, k+\frac{1}{2}) - E_{zy}^n(i, j, k+\frac{1}{2})}{\Delta y} \right) - \frac{\Delta t}{\mu} \sigma_y^* \left(\frac{H_{xy}^{n+\frac{1}{2}}(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}) + H_{xy}^{n-\frac{1}{2}}(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2})}{2} \right) \quad 2.46
 \end{aligned}$$

Agrupando términos del mismo exponente temporal

$$\begin{aligned}
 H_{xy}^{n+\frac{1}{2}}(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}) + \left(\frac{\sigma_y^* \Delta t}{2\mu} \right) H_{xy}^{n+\frac{1}{2}}(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}) = \\
 -\frac{\Delta t}{\mu} \left(\frac{E_{zx}^n(i, j+1, k+\frac{1}{2}) + E_{zy}^n(i, j+1, k+\frac{1}{2}) - E_{zx}^n(i, j, k+\frac{1}{2}) - E_{zy}^n(i, j, k+\frac{1}{2})}{\Delta y} \right) - \frac{\sigma_y^* \Delta t}{2\mu} H_{xy}^{n-\frac{1}{2}}(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}) + H_{xy}^{n-\frac{1}{2}}(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}) \quad 2.47
 \end{aligned}$$

Factorizando términos.

$$\begin{aligned}
 H_{xy}^{n+\frac{1}{2}}(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}) \cdot \left(1 + \frac{\sigma_y^* \Delta t}{2\mu} \right) = \\
 H_{xy}^{n-\frac{1}{2}}(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}) \cdot \left(1 - \frac{\sigma_y^* \Delta t}{2\mu} \right) - \frac{\Delta t}{\mu} \left(\frac{E_{zx}^n(i, j+1, k+\frac{1}{2}) + E_{zy}^n(i, j+1, k+\frac{1}{2}) - E_{zx}^n(i, j, k+\frac{1}{2}) - E_{zy}^n(i, j, k+\frac{1}{2})}{\Delta y} \right) \quad 2.48
 \end{aligned}$$

Finalmente tenemos.

$$H_{xy}^{n+\frac{1}{2}}(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}) = H_{xy}^{n-\frac{1}{2}}(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}) \cdot \frac{\left(1 - \frac{\sigma_y^* \Delta t}{2\mu}\right)}{\left(1 + \frac{\sigma_y^* \Delta t}{2\mu}\right)} - \frac{\frac{\Delta t}{\mu}}{\left(1 + \frac{\sigma_y^* \Delta t}{2\mu}\right)} \left(\frac{E_{zx}^n(i, j+1, k+\frac{1}{2}) + E_{zy}^n(i, j+1, k+\frac{1}{2}) - E_{zx}^n(i, j, k+\frac{1}{2}) - E_{zy}^n(i, j, k+\frac{1}{2})}{\Delta y} \right) \quad 2.49$$

Y se observa que para obtener un nuevo valor de campo, como se ha dicho, se necesita el valor del mismo campo en un tiempo anterior y las componentes adyacentes del otro campo.

Las conductividades magnéticas y eléctricas, y las permitividades y permeabilidades que describen el medio contienen subíndices espaciales. Son iguales a la componente de campo que se está calculando. Por razones de espacio se omiten.

Se debe tener en cuenta que una componente es la suma de sus componentes separadas, es decir $H_x = H_{xy} + H_{xz}$.

Se presentan las 5 ecuaciones faltantes que describen el campo magnético.

$$H_{xz}^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}\right) = H_{xz}^{n-\frac{1}{2}}\left(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{\left(1 - \frac{\sigma_z^* \Delta t}{2\mu}\right)}{\left(1 + \frac{\sigma_z^* \Delta t}{2\mu}\right)} + \frac{\frac{\Delta t}{\mu}}{\left(1 + \frac{\sigma_z^* \Delta t}{2\mu}\right)} \left(\frac{E_{yz}^n(i, j+\frac{1}{2}, k+1) + E_{yx}^n(i, j+\frac{1}{2}, k+1) - E_{yz}^n(i, j+\frac{1}{2}, k) - E_{yx}^n(i, j+\frac{1}{2}, k)}{\Delta z} \right) \quad 2.50$$

$$H_{yx}^{n+\frac{1}{2}}\left(i-\frac{1}{2}, j+1, k+\frac{1}{2}\right) = H_{yx}^{n-\frac{1}{2}}\left(i-\frac{1}{2}, j+1, k+\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{\left(1 - \frac{\sigma_x^* \Delta t}{2\mu}\right)}{\left(1 + \frac{\sigma_x^* \Delta t}{2\mu}\right)} + \frac{\frac{\Delta t}{\mu}}{\left(1 + \frac{\sigma_x^* \Delta t}{2\mu}\right)} \left(\frac{E_{zx}^n(i, j+1, k+\frac{1}{2}) + E_{zy}^n(i, j+1, k+\frac{1}{2}) - E_{zx}^n(i-1, j+1, k+\frac{1}{2}) - E_{zy}^n(i-1, j+1, k+\frac{1}{2})}{\Delta x} \right) \quad 2.51$$

$$H_{yz}^{n+\frac{1}{2}}\left(i-\frac{1}{2}, j+1, k+\frac{1}{2}\right) = H_{yz}^{n-\frac{1}{2}}\left(i-\frac{1}{2}, j+1, k+\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{\left(1 - \frac{\sigma_z^* \Delta t}{2\mu}\right)}{\left(1 + \frac{\sigma_z^* \Delta t}{2\mu}\right)} - \frac{\frac{\Delta t}{\mu}}{\left(1 + \frac{\sigma_z^* \Delta t}{2\mu}\right)} \left(\frac{E_{xy}^n(i-\frac{1}{2}, j+1, k+1) + E_{xz}^n(i-\frac{1}{2}, j+1, k+1) - E_{xy}^n(i-\frac{1}{2}, j+1, k) - E_{xz}^n(i-\frac{1}{2}, j+1, k)}{\Delta z} \right) \quad 2.52$$

$$H_{zx}^{n+\frac{1}{2}}\left(i-\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k+1\right) = H_{zx}^{n-\frac{1}{2}}\left(i-\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k+1\right) \cdot \frac{\left(1 - \frac{\sigma_x^* \Delta t}{2\mu}\right)}{\left(1 + \frac{\sigma_x^* \Delta t}{2\mu}\right)} - \frac{\frac{\Delta t}{\mu}}{\left(1 + \frac{\sigma_x^* \Delta t}{2\mu}\right)} \left(\frac{E_{yz}^n(i, j+\frac{1}{2}, k+1) + E_{yx}^n(i, j+\frac{1}{2}, k+1) - E_{yz}^n(i-1, j+\frac{1}{2}, k+1) - E_{yx}^n(i-1, j+\frac{1}{2}, k+1)}{\Delta x} \right) \quad 2.53$$

$$H_{zy}^{n+\frac{1}{2}}\left(i-\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k+1\right) = H_{zy}^{n-\frac{1}{2}}\left(i-\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k+1\right) \cdot \frac{\left(1 - \frac{\sigma_y^* \Delta t}{2\mu}\right)}{\left(1 + \frac{\sigma_y^* \Delta t}{2\mu}\right)} + \frac{\frac{\Delta t}{\mu}}{\left(1 + \frac{\sigma_y^* \Delta t}{2\mu}\right)} \left(\frac{E_{xy}^n(i-\frac{1}{2}, j+1, k+1) + E_{xz}^n(i-\frac{1}{2}, j+1, k+1) - E_{xy}^n(i-\frac{1}{2}, j, k+1) - E_{xz}^n(i-\frac{1}{2}, j, k+1)}{\Delta y} \right) \quad 2.54$$

De manera análoga se obtienen las ecuaciones para los campo eléctricos.

$$\begin{aligned}
 & E_{xy}^{n+\frac{1}{2}}\left(i-\frac{1}{2},j+1,k+1\right) \\
 &= E_{xz}^{n-\frac{1}{2}}\left(i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k+1\right) \cdot \frac{\left(1-\frac{\sigma_y\Delta t}{2\varepsilon}\right)}{\left(1+\frac{\sigma_y\Delta t}{2\varepsilon}\right)} + \frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon}}{\left(1+\frac{\sigma_y\Delta t}{2\varepsilon}\right)} \left(\frac{H_{zx}^n\left(i-\frac{1}{2},j+\frac{3}{2},k+1\right) + H_{zy}^n\left(i-\frac{1}{2},j+\frac{3}{2},k+1\right) - H_{zx}^n\left(i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k+1\right) - H_{zy}^n\left(i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k+1\right)}{\Delta y} \right)
 \end{aligned} \tag{2.55}$$

$$\begin{aligned}
 & E_{xz}^{n+\frac{1}{2}}\left(i-\frac{1}{2},j+1,k+1\right) \\
 &= E_{xz}^{n-\frac{1}{2}}\left(i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k+1\right) \cdot \frac{\left(1-\frac{\sigma_z\Delta t}{2\varepsilon}\right)}{\left(1+\frac{\sigma_z\Delta t}{2\varepsilon}\right)} - \frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon}}{\left(1+\frac{\sigma_z\Delta t}{2\varepsilon}\right)} \left(\frac{H_{yz}^n\left(i-\frac{1}{2},j+1,k+\frac{3}{2}\right) + H_{yx}^n\left(i-\frac{1}{2},j+1,k+\frac{3}{2}\right) - H_{yz}^n\left(i-\frac{1}{2},j+1,k+\frac{1}{2}\right) - H_{yx}^n\left(i-\frac{1}{2},j+1,k+\frac{1}{2}\right)}{\Delta z} \right)
 \end{aligned} \tag{2.56}$$

$$\begin{aligned}
 E_{yx}^{n+\frac{1}{2}}\left(i,j+\frac{1}{2},k+1\right) &= E_{yx}^{n-\frac{1}{2}}\left(i,j+\frac{1}{2},k+1\right) \cdot \frac{\left(1-\frac{\sigma_x\Delta t}{2\varepsilon}\right)}{\left(1+\frac{\sigma_x\Delta t}{2\varepsilon}\right)} - \frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon}}{\left(1+\frac{\sigma_x\Delta t}{2\varepsilon}\right)} \left(\frac{H_{zx}^n\left(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k+1\right) + H_{zy}^n\left(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k+1\right) - H_{zx}^n\left(i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k+1\right) - H_{zy}^n\left(i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k+1\right)}{\Delta x} \right)
 \end{aligned} \tag{2.57}$$

$$\begin{aligned}
 E_{yz}^{n+\frac{1}{2}}\left(i,j+\frac{1}{2},k+1\right) &= E_{yz}^{n-\frac{1}{2}}\left(i,j+\frac{1}{2},k+1\right) \cdot \frac{\left(1-\frac{\sigma_z\Delta t}{2\varepsilon}\right)}{\left(1+\frac{\sigma_z\Delta t}{2\varepsilon}\right)} + \frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon}}{\left(1+\frac{\sigma_z\Delta t}{2\varepsilon}\right)} \left(\frac{H_{xy}^n\left(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{3}{2}\right) + H_{xz}^n\left(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{3}{2}\right) - H_{xy}^n\left(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}\right) - H_{xz}^n\left(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}\right)}{\Delta z} \right)
 \end{aligned} \tag{2.58}$$

$$\begin{aligned}
 E_{zx}^{n+\frac{1}{2}}\left(i,j+1,k+\frac{1}{2}\right) &= E_{zx}^{n-\frac{1}{2}}\left(i,j+1,k+\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{\left(1-\frac{\sigma_x\Delta t}{2\varepsilon}\right)}{\left(1+\frac{\sigma_x\Delta t}{2\varepsilon}\right)} + \frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon}}{\left(1+\frac{\sigma_x\Delta t}{2\varepsilon}\right)} \left(\frac{H_{yz}^n\left(i+\frac{1}{2},j+1,k+\frac{1}{2}\right) + H_{yx}^n\left(i+\frac{1}{2},j+1,k+\frac{1}{2}\right) - H_{yz}^n\left(i-\frac{1}{2},j+1,k+\frac{1}{2}\right) - H_{yx}^n\left(i-\frac{1}{2},j+1,k+\frac{1}{2}\right)}{\Delta x} \right)
 \end{aligned} \tag{2.59}$$

$$\begin{aligned}
 E_{zy}^{n+\frac{1}{2}}\left(i,j+1,k+\frac{1}{2}\right) &= E_{zy}^{n-\frac{1}{2}}\left(i,j+\frac{1}{2},k+1\right) \cdot \frac{\left(1-\frac{\sigma_y\Delta t}{2\varepsilon}\right)}{\left(1+\frac{\sigma_y\Delta t}{2\varepsilon}\right)} - \frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon}}{\left(1+\frac{\sigma_y\Delta t}{2\varepsilon}\right)} \left(\frac{H_{xy}^n\left(i,j+\frac{3}{2},k+\frac{1}{2}\right) + H_{xz}^n\left(i,j+\frac{3}{2},k+\frac{1}{2}\right) - H_{xy}^n\left(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}\right) - H_{xz}^n\left(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}\right)}{\Delta y} \right)
 \end{aligned} \tag{2.60}$$

2.7 REDONDEO DE LOS ÍNDICES TEMPORALES

Las ecuaciones PML en tres dimensiones contienen índices espaciales y temporales fraccionarios y es bien sabido que las computadoras solo pueden manejar datos enteros. La solución a este problema es hacer un redondeo de los índices y que puedan ser manejados digitalmente por la computadora.

Primero se opta por hacer el redondeo de los pasos temporales, teniendo como base la ecuación (2.49), tomando en cuenta un intervalo temporal entre $H_{xy}^{n+\frac{1}{2}}$ y $H_{xy}^{n-\frac{1}{2}}$, usando de apoyo la figura (2.14) tenemos:

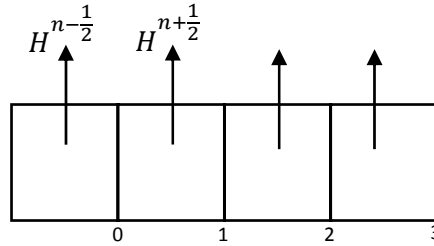


Figura 2.14 Localización del campo magnético en el tiempo

Se observa que el tiempo $n - \frac{1}{2}$ está antes del cero por lo que toma el valor de $n - 1$. Mientras el valor $n + \frac{1}{2}$ se ubica después del cero pero antes del 1 y debido al principio del MDFDT se redondea al valor de n , de modo que quedan como H^n y H^{n-1} .

Como los índices temporales son enteros para la componente de campo eléctrico, no existe cambio que deba aplicarse.

2.8 REDONDEO DE LOS ÍNDICES ESPACIALES

Usando un esquema similar es posible realizar el redondeo de subíndices espaciales; considerando los puntos centrales de evaluación, de modo que:

$$H_x = \left(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}\right), \quad \rightarrow \quad H_x = (i, j, k)$$

$$H_y = \left(i - \frac{1}{2}, j + 1, k + \frac{1}{2}\right), \quad \rightarrow \quad H_y = (i, j, k)$$

$$H_z = \left(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k + 1\right), \quad \rightarrow \quad H_z = (i, j, k)$$

$$E_x = \left(i - \frac{1}{2}, j + 1, k + 1\right) \quad \rightarrow \quad E_x = (i, j, k)$$

$$E_y = \left(i, j + \frac{1}{2}, k + 1\right) \quad \rightarrow \quad E_y = (i, j, k)$$

$$E_z = \left(i, j + 1, k + \frac{1}{2}\right) \quad \rightarrow \quad E_z = (i, j, k)$$

Estos subíndices se ubicarían en la primera celda de la región de cálculo y se toman de referencia para hacer el redondeo como se muestra arriba. Observado las ecuaciones anteriores podemos concluir lo que se muestra en la tabla 2.3:

Valor de subíndice	Redondeado
$i - \frac{1}{2}, i$	i
$j + \frac{1}{2}, j+1$	j
$k + \frac{1}{2}, k+1$	k

En las ecuaciones encontraremos índices espaciales que están fuera de los valores de la tabla 2.3, por lo que se sumará o restará 1, si está antes o después según sea el caso. Las siguientes ecuaciones muestran el redondeo para la ecuación (2.49).

$$\begin{aligned}
 H_{xy}^n(i,j,k) &= \\
 H_{xy}^{n-1}(i,j,k) &\cdot \frac{\left(1 - \frac{\sigma_y^*(i,j,k)\Delta t}{2\mu(i,j,k)}\right)}{\left(1 + \frac{\sigma_y^*(i,j,k)\Delta t}{2\mu(i,j,k)}\right)} - \frac{\frac{\Delta t}{\mu(i,j,k)}}{\left(1 + \frac{\sigma_y^*(i,j,k)\Delta t}{2\mu(i,j,k)}\right)} \left(\frac{E_{zx}^n(i,j,k) + E_{zy}^n(i,j,k) - E_{zx}^n(i,j-1,k) - E_{zy}^n(i,j-1,k)}{\Delta y} \right)
 \end{aligned} \tag{2.65}$$

Ahora se presentan las ecuaciones PML para tres dimensiones en su forma redondeada.

$$\begin{aligned}
 H_{xz}^n(i,j,k) &= H_{xz}^{n-1}(i,j,k) \cdot \frac{\left(1 - \frac{\sigma_z^*(i,j,k)\Delta t}{2\mu(i,j,k)}\right)}{\left(1 + \frac{\sigma_z^*(i,j,k)\Delta t}{2\mu(i,j,k)}\right)} + \frac{\frac{\Delta t}{\mu(i,j,k)}}{\left(1 + \frac{\sigma_z^*(i,j,k)\Delta t}{2\mu(i,j,k)}\right)} \left(\frac{E_{yz}^n(i,j,k) + E_{yx}^n(i,j,k) - E_{yz}^n(i,j,k-1) - E_{yx}^n(i,j,k-1)}{\Delta z} \right)
 \end{aligned} \tag{2.66}$$

$$\begin{aligned}
 H_{yx}^n(i,j,k) &= H_{yx}^{n-1}(i,j,k) \cdot \frac{\left(1 - \frac{\sigma_x^*(i,j,k)\Delta t}{2\mu(i,j,k)}\right)}{\left(1 + \frac{\sigma_x^*(i,j,k)\Delta t}{2\mu(i,j,k)}\right)} + \frac{\frac{\Delta t}{\mu(i,j,k)}}{\left(1 + \frac{\sigma_x^*(i,j,k)\Delta t}{2\mu(i,j,k)}\right)} \left(\frac{E_{zx}^n(i,j,k) + E_{zy}^n(i,j,k) - E_{zx}^n(i-1,j,k) - E_{zy}^n(i-1,j,k)}{\Delta x} \right)
 \end{aligned} \tag{2.67}$$

$$\begin{aligned}
 H_{yz}^n(i,j,k) &= H_{yz}^{n-1}(i,j,k) \cdot \frac{\left(1 - \frac{\sigma_z^*(i,j,k)\Delta t}{2\mu(i,j,k)}\right)}{\left(1 + \frac{\sigma_z^*(i,j,k)\Delta t}{2\mu(i,j,k)}\right)} - \frac{\frac{\Delta t}{\mu(i,j,k)}}{\left(1 + \frac{\sigma_z^*(i,j,k)\Delta t}{2\mu(i,j,k)}\right)} \left(\frac{E_{xy}^n(i,j,k) + E_{xz}^n(i,j,k) - E_{xy}^n(i,j,k-1) - E_{xz}^n(i,j,k-1)}{\Delta z} \right)
 \end{aligned} \tag{2.68}$$

$$H_{zx}^n(i,j,k) = H_{zx}^{n-1}(i,j,k) \cdot \frac{\left(1 - \frac{\sigma_x^*(i,j,k)\Delta t}{2\mu(i,j,k)}\right)}{\left(1 + \frac{\sigma_x^*(i,j,k)\Delta t}{2\mu(i,j,k)}\right)} - \frac{\frac{\Delta t}{\mu(i,j,k)}}{\left(1 + \frac{\sigma_x^*(i,j,k)\Delta t}{2\mu(i,j,k)}\right)} \left(\frac{E_{yz}^n(i,j,k) + E_{yx}^n(i,j,k) - E_{yz}^n(i-1,j,k) - E_{yx}^n(i-1,j,k)}{\Delta x} \right) \quad 2.69$$

$$H_{zy}^n(i,j,k) = H_{zy}^{n-1}(i,j,k) \cdot \frac{\left(1 - \frac{\sigma_y^*(i,j,k)\Delta t}{2\mu(i,j,k)}\right)}{\left(1 + \frac{\sigma_y^*(i,j,k)\Delta t}{2\mu(i,j,k)}\right)} + \frac{\frac{\Delta t}{\mu(i,j,k)}}{\left(1 + \frac{\sigma_y^*(i,j,k)\Delta t}{2\mu(i,j,k)}\right)} \left(\frac{E_{xy}^n(i,j,k) + E_{xz}^n(i,j,k) - E_{xy}^n(i,j-1,k) - E_{xz}^n(i,j-1,k)}{\Delta y} \right) \quad 2.70$$

$$E_{xy}^n(i,j,k) = E_{xz}^{n-1}(i,j,k) \cdot \frac{\left(1 - \frac{\sigma_y(i,j,k)\Delta t}{2\varepsilon(i,j,k)}\right)}{\left(1 + \frac{\sigma_y(i,j,k)\Delta t}{2\varepsilon(i,j,k)}\right)} + \frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon(i,j,k)}}{\left(1 + \frac{\sigma_y(i,j,k)\Delta t}{2\varepsilon(i,j,k)}\right)} \left(\frac{H_{zx}^n(i,j+1,k) + H_{zy}^n(i,j+1,k) - H_{zx}^n(i,j,k) - H_{zy}^n(i,j,k)}{\Delta y} \right) \quad 2.71$$

$$E_{xz}^n(i,j,k) = E_{xz}^{n-1}(i,j,k) \cdot \frac{\left(1 - \frac{\sigma_z(i,j,k)\Delta t}{2\varepsilon(i,j,k)}\right)}{\left(1 + \frac{\sigma_z(i,j,k)\Delta t}{2\varepsilon(i,j,k)}\right)} - \frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon(i,j,k)}}{\left(1 + \frac{\sigma_z(i,j,k)\Delta t}{2\varepsilon(i,j,k)}\right)} \left(\frac{H_{yz}^n(i,j,k+1) + H_{yx}^n(i,j,k+1) - H_{yz}^n(i,j,k) - H_{yx}^n(i,j,k)}{\Delta z} \right) \quad 2.72$$

$$E_{yx}^n(i,j,k) = E_{yx}^{n-1}(i,j,k) \cdot \frac{\left(1 - \frac{\sigma_x(i,j,k)\Delta t}{2\varepsilon(i,j,k)}\right)}{\left(1 + \frac{\sigma_x(i,j,k)\Delta t}{2\varepsilon(i,j,k)}\right)} - \frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon(i,j,k)}}{\left(1 + \frac{\sigma_x(i,j,k)\Delta t}{2\varepsilon(i,j,k)}\right)} \left(\frac{H_{zx}^n(i+1,j,k) + H_{zy}^n(i+1,j,k) - H_{zx}^n(i,j,k) - H_{zy}^n(i,j,k)}{\Delta x} \right) \quad 2.73$$

$$E_{yz}^n(i,j,k) = E_{yz}^{n-1}(i,j,k) \cdot \frac{\left(1 - \frac{\sigma_z(i,j,k)\Delta t}{2\varepsilon(i,j,k)}\right)}{\left(1 + \frac{\sigma_z(i,j,k)\Delta t}{2\varepsilon(i,j,k)}\right)} + \frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon(i,j,k)}}{\left(1 + \frac{\sigma_z(i,j,k)\Delta t}{2\varepsilon(i,j,k)}\right)} \left(\frac{H_{xy}^n(i,j,k+1) + H_{xz}^n(i,j,k+1) - H_{xy}^n(i,j,k) - H_{xz}^n(i,j,k)}{\Delta z} \right) \quad 2.74$$

$$E_{zx}^n(i,j,k) = E_{zx}^{n-1}(i,j,k) \cdot \frac{\left(1 - \frac{\sigma_x(i,j,k)\Delta t}{2\varepsilon(i,j,k)}\right)}{\left(1 + \frac{\sigma_x(i,j,k)\Delta t}{2\varepsilon(i,j,k)}\right)} + \frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon(i,j,k)}}{\left(1 + \frac{\sigma_x(i,j,k)\Delta t}{2\varepsilon(i,j,k)}\right)} \left(\frac{H_{yz}^n(i+1,j,k) + H_{yx}^n(i+1,j,k) - H_{yz}^n(i,j,k) - H_{yx}^n(i,j,k)}{\Delta x} \right) \quad 2.75$$

$$E_{zy}^n(i,j,k) = E_{zy}^{n-1}(i,j,k) \cdot \frac{\left(1 - \frac{\sigma_y(i,j,k)\Delta t}{2\varepsilon(i,j,k)}\right)}{\left(1 + \frac{\sigma_y(i,j,k)\Delta t}{2\varepsilon(i,j,k)}\right)} - \frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon(i,j,k)}}{\left(1 + \frac{\sigma_y(i,j,k)\Delta t}{2\varepsilon(i,j,k)}\right)} \left(\frac{H_{xy}^n(i,j+1,k) + H_{xz}^n(i,j+1,k) - H_{xy}^n(i,j,k) - H_{xz}^n(i,j,k)}{\Delta y} \right) \quad 2.76$$

2.9 FUENTES DE ONDA PRIMARIA.

Uno de los puntos fundamentales en el MDFDT es la introducción de la excitación en la región de cálculo, es decir la fuente de onda. Existen 2 formas de alimentar la región de cálculo [13].

- Una onda plana que se usa en modelos de dispersión electromagnética y objetos tridimensionales en medios abiertos.
- Fuentes puntuales usadas en el modelado de circuitos y microcintas.

La fuente de onda plana es más útil para problemas de dispersión de campo lejano. Los requerimientos que debemos tomar en cuenta son:

- La representación numérica de la onda plana debe parecer como que entra desde afuera de la región de cálculo.
- En todo tiempo la onda no debe variar en todo el frente de onda.
- La fuente no debe representar un obstáculo e interferir con cualquier otra onda generada por la malla de cálculo (reflexiones, difracciones y refracciones).

Las fuentes de onda puntual, conocidas como fuentes duras, buscan que la onda incidente no ocupe más de 2 celdas. Se establece asignando una función variable en el tiempo, un ejemplo es una señal sinusoidal localizada en el punto i y en el tiempo n .

$$E_{z(i)}^n = E_0 \sin(2\pi f n \Delta t) \quad 2.77$$

Otra fuente muy popular es el pulso Gaussiano. El pulso en el tiempo n_0 con un decaimiento de $1/e$ dado por:

$$E_{z(i)}^n = E_0 e^{-\left[\frac{n-n_0}{n_d}\right]^2} \quad 2.78$$

Cada fuente radía una onda numérica que tiene una variación en el tiempo acorde con la función inicial y se propaga simétricamente en todas las direcciones. Si la onda incide sobre algún objeto de cierto material, la onda numérica incidente producirá reflexiones y difracciones. Al principio del proceso de cálculo se presentan efectos transitorios, pero después de muchas iteraciones se llega al estado estacionario en donde esos efectos desaparecen.

2.10 CRITERIO DE ESTABILIDAD.

El tamaño de la región de cálculo debe ser tal que los campos electromagnéticos no cambien sustancialmente de una celda a otra. Es decir que para tener resultados válidos la dimensión de la celda debe ser una fracción de longitud de onda. Aunque en la mayoría de las publicaciones se recomiendan fracciones de $\lambda/10$, en este trabajo se usa un paso de $\lambda/20$ [16] para mayor exactitud. Por lo que se refiere al tiempo, es necesario aplicar el criterio de estabilidad establecido por Courant, debido a que las variables espaciales y temporales están íntimamente ligadas, se define como:

$$\frac{c\Delta t}{L} > 1 \quad 2.79$$

Siendo c la velocidad de la onda, L una medida lineal del elemento y Δt el intervalo de tiempo.

El criterio de Courant generalizado para tres dimensiones es:

$$\Delta t = \frac{1}{c \cdot \sqrt{\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2} + \frac{1}{(\Delta z)^2}}} \quad 2.81$$

Una vez elegido el tamaño de la celda la condición anterior impone una restricción para el intervalo Δt , para el caso en que las celdas son iguales ($\Delta x = \Delta y = \Delta z = \Delta$)

$$\Delta t \leq \frac{\Delta}{c \cdot \sqrt{3}} \quad 2.82$$

Capítulo III

“Clasificación eléctrica de los materiales”

3.1 CLASIFICACION DE LOS MATERIALES

En un sentido amplio los materiales pueden ser clasificados eléctricamente en términos de su *conductividad* σ en (Ω^{-1}/m , S/m) *Siemens por metro*, *permitividad eléctrica* ϵ en F/m (*farad/metro*) y, *permeabilidad magnética* μ H/m (*Henry/metro*), estos parámetros los clasifican como conductores y dieléctricos.

Desde el punto de vista de la conductividad un material con $\sigma \gg 1$ es llamado *conductor*, como los metales, mientras que los materiales con $\sigma \ll 1$ se les llama dieléctricos o aislantes. Otros materiales se consideran malos conductores o malos dieléctricos cuando su conductividad se encuentra entre el valor de los metales y los dieléctricos (el término semiconductor podría ser aplicado, sin embargo desde el punto de vista electromagnético el concepto es diferente, ya que se trata de materiales puros sin contaminantes, como se usa en electrónica). La conductividad de un material usualmente depende de la temperatura y frecuencia. Los valores de conductividad de los materiales más comunes se muestran en la tabla 3.1. Es claro que los materiales como el aluminio, cobre, plata y silicio son conductores; el germanio es un mal conductor, mientras que el vidrio y caucho son materiales dieléctricos.

Tabla 3.1 Conductividad aproximada de materiales más comunes a 20°C [17]

Material	Conductividad (Siemens/metro)
Metales	
Plata	6.1×10^7
Cobre	5.8×10^7
Oro	4.1×10^7
Aluminio	3.5×10^7
Tungsteno	1.8×10^7
Zinc	1.7×10^7
Fierro	10^7
Mercurio	10^6
Carbón	3×10^4
Malos Conductores	
Germanio (puro)	2.2
Silicio (puro)	4.4×10^4
Dieléctricos	
Agua (destilada)	10^{-4}
Tierra (seca)	10^{-5}
Baquelita	10^{-10}
Papel	10^{-11}
Vidrio	10^{-12}
Porcelana	10^{-12}
Caucho	10^{-15}
Cera	10^{-17}

La conductividad en los metales generalmente se incrementa o disminuye con la temperatura. A temperaturas cerca del cero absoluto ($T = 0\text{ K}$) algunos conductores presentan conductividad muy elevada y son llamados *superconductores*. El aluminio, por ejemplo, presenta una conductividad del orden de 10^{20} a una temperatura de 4 K.

Desde el punto de vista atómico, la diferencia entre un conductor y un dieléctrico es la cantidad de electrones disponibles presentes para la conducción de corriente. Los materiales aislantes contienen pocos electrones disponibles para la conducción, en contraste con los metales que contienen abundantes electrones libres.

La presencia de cargas libres genera la corriente eléctrica, que es causada por el movimiento de cargas eléctricas. La corriente en Amperes (A) a través de un área dada es la carga eléctrica que pasa a través de ella por unidad de tiempo. Un ampere dado en Coulombs/segundo es la medida de la carga a través del área por segundo.

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad 3.1$$

La *densidad de corriente* \mathbf{J} es una medida de la corriente que pasa a través de la superficie. Si la corriente ΔI fluye a través de la superficie ΔS y es perpendicular a la superficie, la densidad de corriente se define como:

$$\mathbf{J}_n = \frac{\Delta I}{\Delta S} \quad 3.2$$

La densidad de corriente en un punto dado es la corriente a través de una unidad de superficie normal en ese punto, en general si la densidad de corriente no es normal a la superficie se tiene:

$$\Delta I = \mathbf{J} \cdot \Delta \mathbf{S} \quad 3.3$$

Por lo tanto el flujo total de corriente a través de la superficie S es:

$$I = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} \quad 3.4$$

La ecuación 3.4 muestra que la corriente que atraviesa la superficie S no es más que el flujo de la densidad de corriente.

Dependiendo de cómo la corriente es producida existen diferentes tipos de densidad de corriente: *densidad de corriente de convección*, *densidad de corriente de conducción* y *densidad de corriente de desplazamiento*, aunque ésta propiamente no se debe a desplazamiento de cargas como las otras dos.

La corriente de convección ocurre cuando existe un desplazamiento de cargas en un medio dieléctrico como un líquido, un gas enrarecido o el vacío, un flujo de electrones en un tubo de vacío es un ejemplo de corriente de convección.

Considérese el filamento de la figura 3.1, si existe un flujo de carga de densidad ρ_v a una velocidad $\mathbf{v} = a_y \mathbf{a}_y$, de la ecuación 3.1 se deduce que la corriente de convección I que pasa por el filamento es:

$$\Delta I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \rho_v \Delta S \frac{\Delta l}{\Delta t} = \rho_v \Delta S v_y \quad 3.5$$

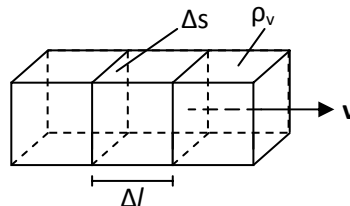


Fig. 3.1 Corriente en un filamento

Entonces la densidad de corriente está dada por:

$$\mathbf{J} = \frac{\Delta I}{\Delta S} = \rho_v \mathbf{v}_y \quad 3.6$$

Por lo tanto en general, la densidad de corriente de convección \mathbf{J} en (A/m^2) es:

$$\mathbf{J} = \rho_v \mathbf{v} \quad 3.7$$

La corriente de conducción requiere de un conductor que se caracteriza por tener una gran cantidad de electrones libres que se mueven en la presencia de un campo eléctrico aplicado \mathbf{E} , que produce una fuerza por cada electrón con carga $-e$ dado por:

$$\mathbf{F} = -e\mathbf{E} \quad 3.8$$

Sin embargo el electrón no se encuentra en el espacio libre por lo cual no puede ser acelerado libremente, sino que chocará contra otros electrones del medio. Si un electrón de masa m se mueve en un campo eléctrico a una velocidad \mathbf{v} , de acuerdo a la ley de Newton, la variación promedio del movimiento del electrón libre es proporcional a la fuerza de campo aplicada. Por lo tanto:

$$\frac{m\mathbf{v}}{\tau} = -e\mathbf{E} \quad \text{o}' \quad \mathbf{v} = -\frac{e\tau}{m}\mathbf{E} \quad 3.9$$

Donde τ es el intervalo de tiempo promedio entre colisiones. Se puede observar que la velocidad del electrón es directamente proporcional al campo aplicado. Si existen n electrones por unidad de volumen la densidad de carga del electrón está dada por:

$$\rho_v = -ne$$

Por lo tanto la densidad de corriente de conducción se puede expresar:

$$\mathbf{J} = \rho_v \mathbf{v} = \frac{ne^2}{m}\mathbf{E} = \sigma\mathbf{E} \quad \text{ó} \quad \mathbf{J} = \sigma\mathbf{E} \quad 3.10$$

Donde σ es la conductividad del material. La ecuación anterior es conocida también como la ley de Ohm en forma puntual que relaciona la densidad de corriente debido a la conducción de electrones en un punto en cualquier conductor y la intensidad de campo eléctrico en ese punto.

La corriente de desplazamiento no es una corriente desde el punto de vista estricto del movimiento de cargas libres. Para comprender el concepto consideraremos la ecuación rotacional de Maxwell para el campo magnético (ley de Ampere) para condiciones de variación en el tiempo. Para un campo electromagnético estático recordamos que:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad 3.11$$

Tomando la divergencia en ambos miembros de la ecuación se tiene:

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{H}) = 0 = \nabla \cdot \mathbf{J} \quad 3.12$$

Pero la divergencia del rotacional de cualquier vector es cero, sin embargo si se considera la ecuación de continuidad dada por:

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho_v}{\partial t} \neq 0 \quad 3.13$$

Se deduce que las ecuaciones (3.12) y (3.13) son incompatibles para condiciones de variación con el tiempo. La ecuación de continuidad indica que *la divergencia de la densidad de corriente es igual al negativo de la relación de cambio de la densidad de carga con el tiempo*. La ecuación de continuidad se deriva del principio de conservación de la carga y esencialmente indica que no existe acumulación de carga en ningún punto. Por lo anterior se deduce que la ecuación (3.11) debe modificarse para hacerla congruente y satisfaga la ecuación (3.13), entonces se agrega el término \mathbf{J}_d :

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \mathbf{J}_d \quad 3.14$$

Donde \mathbf{J}_d debe ser determinada y definida. De nuevo, la divergencia de un rotacional de cualquier vector es cero, entonces:

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{H}) = 0 = \nabla \cdot \mathbf{J} + \nabla \cdot \mathbf{J}_d \quad 3.15$$

Para que la ecuación (3.15) coincida con la ecuación (3.13)

$$\nabla \cdot \mathbf{J}_d = -\nabla \cdot \mathbf{J} = \frac{\partial \rho_v}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \mathbf{D}) = \nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad 3.16a$$

$$\mathbf{J}_d = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad 3.16b$$

Substituyendo entonces la ecuación (3.16b) en la ecuación (3.14) resulta:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad 3.17$$

La anterior es la ecuación de Maxwell para un campo que tiene variaciones en el tiempo. El término $\mathbf{J}_d = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ es conocido como la *corriente de desplazamiento* y \mathbf{J} es la densidad de corriente de conducción. La inserción de la corriente de desplazamiento fue una de las mayores contribuciones de Maxwell. Sin el término de la corriente por desplazamiento la propagación de las ondas electromagnéticas (como las ondas de radio y televisión) sería imposible. A bajas frecuencias, la corriente de desplazamiento es despreciada comparada con \mathbf{J} , pero en radio frecuencias los dos términos son comparables. En los tiempos de Maxwell las fuentes de altas frecuencias no estaban disponibles y la ecuación (3.17) no se pudo verificar experimentalmente. Unos años después Hertz tuvo éxito en la generación y detección de ondas de radio validando la ecuación (3.17). Este es uno de muchos casos en que la deducción matemática dicta el camino para la investigación experimental.

3.2 MATERIALES CONDUCTORES Y DIELECTRICOS.

Desde el punto de vista del electromagnetismo, el comportamiento de los materiales depende no solamente de las características de conductividad, permitividad y permeabilidad, sino también de la frecuencia, así un material específico puede ser conductor, mal conductor o dieléctrico a diferentes frecuencias, las líneas que siguen muestran esas diferencias.

Considérese la ecuación 3.17, recordando que $\mathbf{J} = \sigma\mathbf{E}$ puede escribirse como:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \sigma\mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \tag{3.18}$$

Por facilidad, analicemos la ecuación 3.18 como si fuera una onda plana polarizada linealmente que varía armónicamente en el tiempo y se desplaza en dirección de x y el campo \mathbf{E} en dirección de y , entonces la ecuación se reduce a:

$$-\frac{\partial H_z}{\partial x} = \sigma E_y + j\omega\epsilon E_y \tag{3.19}$$

Cada uno de los términos de la ecuación (3.19) se expresa en A/m^2 . La expresión σE_y representa la densidad de corriente de conducción y $j\omega\epsilon E_y$ la densidad de corriente de desplazamiento; la suma de ambas corrientes es la razón de cambio en el espacio de H_z . Si la conductividad es cero la corriente de conducción desaparece y se obtiene la condición de propagación en un medio sin pérdidas. Si es diferente de cero se pueden definir tres condiciones:

- Si la corriente de desplazamiento es mucho mayor que la corriente de conducción $\omega\epsilon \gg \sigma$ el medio se comporta como un dieléctrico. Si $\sigma = 0$ se considera un medio dieléctrico perfecto o sin pérdidas.
- Por otro lado cuando la corriente de conducción es mucho mayor que la corriente de desplazamiento, $\omega\epsilon \ll \sigma$ el medio puede calificarse como conductor.
- En condiciones intermedias $\omega\epsilon \approx \sigma$ el medio se puede clasificar como un *cuasi conductor* y no confundirlo como un semiconductor.

Se puede ser más específico y clasificar los medios de forma arbitraria de acuerdo al valor de la razón $\frac{\sigma}{\omega\epsilon}$ de acuerdo a lo siguiente.

Tabla 3.2 Clasificación del Medio. [18]	
Conductores	$\frac{\sigma}{\omega\epsilon} > 100$
Cuasi Conductores	$\frac{1}{100} < \frac{\sigma}{\omega\epsilon} < 100$
Dieléctricos	$\frac{\sigma}{\omega\epsilon} < 100$

Donde:

σ = es la conductividad del medio en S/m

ϵ = es la permitividad eléctrica del medio F/m

ω = es la frecuencia en radianes = $2\pi f$, f es la frecuencia en Hz y es un factor importante para determinar si un medio actúa como dieléctrico o conductor.

3.2.1 CONDUCTORES

Se considera un conductor al cual se le aplica un campo \mathbf{E} externo, lo que ocasiona que las cargas libres positivas se desplazan en la misma dirección que el campo mientras que las cargas negativas libres se mueven en dirección contraria. Las cargas libres se comportan de 2 formas: primero se acumulan en la superficie del conductor formando una carga superficial inducida; y después, las cargas inducidas producen un campo inducido interno \mathbf{E}_i que cancela el campo externo aplicado \mathbf{E}_e , lo que permite concluir que un conductor no contiene campo eléctrico dentro de él.

Un conductor es llamado cuerpo equipotencial si el potencial se comporta uniformemente en cualquier región del conductor. Esto está basado en el hecho que $\mathbf{E} = -\nabla V = 0$.

Otra forma de verlo es considerar la ley de Ohm $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$. Para mantener una densidad de corriente finita \mathbf{J} en un conductor perfecto ($\sigma \rightarrow \infty$), necesita que el campo eléctrico del conductor desaparezca, en otras palabras en un conductor perfecto \mathbf{E} tiende a 0 porque σ tiende a ∞ . Si algunas cargas son introducidas en el interior del conductor, éstas se moverán hacia la superficie y se distribuirán rápidamente de tal manera que el campo dentro del conductor desaparece. De acuerdo con la ley de Gauss si $\mathbf{E} = 0$, la densidad de carga ρ_v debe ser cero. Se concluye de nuevo que un conductor perfecto no contiene campo eléctrico dentro de él. Bajo condiciones estáticas:

$$\mathbf{E} = 0, \quad \rho_v = 0, \quad \text{dentro de un conductor.}$$

3.2.2 DIELECTRICOS

Para comprender el efecto macroscópico de un campo eléctrico en un dieléctrico se considera un átomo de un dieléctrico con carga negativa (nube de electrones $-Q$) y con carga positiva (núcleo $+Q$) figura (3.2a). Un panorama similar se puede adoptar para una molécula del material dieléctrico. Podemos tratar a los núcleos de moléculas como cargas puntuales y la estructura de electrones como una nube de carga negativa. Como se tiene la misma cantidad de carga positiva y negativa, el átomo o molécula se encuentran eléctricamente en equilibrio. Cuando se aplica un campo eléctrico \mathbf{E} , la carga positiva se desplaza de su posición de equilibrio en dirección de \mathbf{E} mediante una fuerza $\mathbf{F}^+ = Q\mathbf{E}$, mientras que la carga negativa se desplaza en dirección contraria a una fuerza $\mathbf{F}^- = -Q\mathbf{E}$. El resultado de éste desplazamiento de cargas es la creación de un dipolo y el dieléctrico se dice que está polarizado. En el estado de polarización, la nube de electrones es

distorsionada por el campo eléctrico aplicado. Esta distribución de carga distorsionada es equivalente, mediante el principio de superposición, a la distribución original más el dipolo cuyo momento dipolar es:

$$\mathbf{p} = Q\mathbf{d} \quad 3.20$$

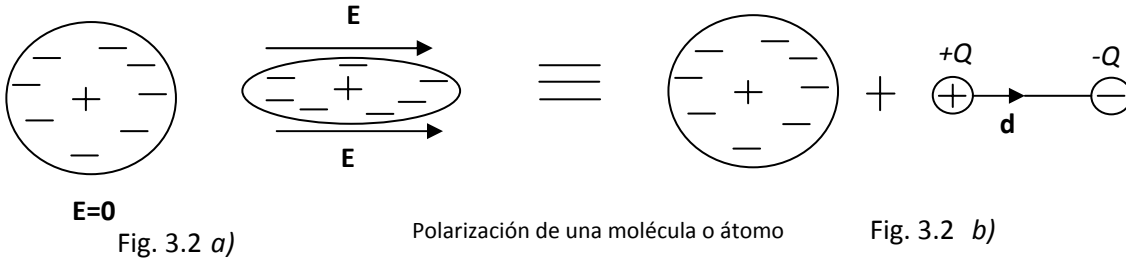
Donde \mathbf{d} es el vector de la distancia de $-Q$ a $+Q$ del dipolo en la figura (3.2b). Si existen N dipolos en un volumen ΔV del dieléctrico, el momento del dipolo total debido al campo eléctrico es:

$$Q_1\mathbf{d}_1 + Q_2\mathbf{d}_2 + \dots + Q_n\mathbf{d}_n = \sum_{k=1}^n Q_k\mathbf{d}_k \quad 3.21$$

La medida de la intensidad de polarización se define *polarización* \mathbf{P} (en Coulomb/metro cuadrado), como el momento del dipolo es por unidad de volumen del dieléctrico entonces se tiene:

$$\mathbf{P} = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{\sum_{k=1}^n Q_k\mathbf{d}_k}{\Delta v} \quad 3.22$$

Se concluye que el efecto de un campo Eléctrico cuando incide sobre un dieléctrico es la creación de dipolos que se alinean en la dirección del campo aplicado.



Se considera el caso en el cual una región dieléctrica contiene cargas libres si ρ_v es la densidad volumétrica de cargas libres, la densidad volumétrica de carga total será ρ_t

$$\rho_t = \rho_v + \rho_{pv} = \nabla \cdot \epsilon_0\mathbf{E} \quad 3.23$$

Donde nos referimos ρ_{pv} como la densidad de carga de polarización volumétrica definida por:

$$\rho_{pv} = -\nabla \cdot \mathbf{P} \quad 3.24$$

Entonces:

$$\rho_v = \nabla \cdot \epsilon_0\mathbf{E} - \rho_{pv} = \nabla \cdot (\epsilon_0\mathbf{E} + \mathbf{P}) = \nabla \cdot \mathbf{D} \quad 3.25$$

Por lo tanto

$$\mathbf{D} = \epsilon_0\mathbf{E} + \mathbf{P} \quad 3.26$$

Podemos observar que el efecto de campo \mathbf{E} total en un dieléctrico es incrementar \mathbf{D} dentro del material por el valor \mathbf{P} . El vector de polarización \mathbf{P} varía directamente dependiendo del campo \mathbf{E} aplicado, para algunos dieléctricos se tiene el caso que:

$$\mathbf{P} = \chi_e \epsilon_0 \mathbf{E} \quad 3.27$$

Donde χ_e es la *susceptibilidad eléctrica* del material, es una medida de que tan susceptible es el material dieléctrico cuando se aplica un campo eléctrico.

Ahora si se sustituye la ecuación (3.27) en (3.26) tenemos que:

$$\mathbf{D} = \epsilon_0(1 + \chi_e)\mathbf{E} = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E} \quad 3.28a$$

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad 3.28b$$

Donde las expresiones son:

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r \quad 3.29$$

$$\epsilon_r = 1 + \chi_e = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \quad 3.30$$

ϵ es la permitividad de el dieléctrico en F/m, ϵ_0 es la permitividad en el espacio libre con un valor constante de 8.854×10^{-12} F/m, y la ϵ_r es la permitividad relativa o constante dieléctrica.

La constante dieléctrica es una relación de la permitividad del dieléctrico y la del espacio libre. ϵ_r es diferente para cada tipo de material, y al igual que χ_e no tienen dimensiones. A continuación se presenta la tabla 3.3 donde se muestran las constantes dieléctricas ϵ para los materiales más comunes. La permitividad relativa para el espacio libre es igual a 1, igual que para los materiales conductores.

Se ha asumido hasta ahora de dieléctricos ideales, pero en la práctica, cuando un campo \mathbf{E} es lo suficientemente grande comienza a empujar los electrones fuera de la molécula y el dieléctrico llega a ser un conductor. Se dice que el *dieléctrico se rompe*. Por ejemplo los rayos, ya que el potencial es tan grande entre el cielo y el suelo que el dieléctrico, que es el aire, conduce. El mínimo valor de campo eléctrico en el cual el dieléctrico se rompe se le llama *fuerza dieléctrica* que es diferente para cada material. Es decir, *la fuerza dieléctrica* es el máximo campo eléctrico que un dieléctrico puede tolerar sin que conduzca. En la tabla 3.3 se presentan algunos valores.

Tabla 3.3 Permitividades para medios dieléctricos [17]

Material	Permitividad ϵ	Fuerza dieléctrica E(V/m)
Agua de Mar	80	
Agua Destilada	81	
Germanio	16	
Musculo animal	10	
Mármol	8	
Papel	7	12×10^6
Vidrio	5 – 10	35×10^6
Mica	6	70×10^6
Baquelita	5	20×10^6
Cuarzo	5	30×10^6
Hule	3.1	25×10^6
Madera Seca	2 – 4	
Madera comprimida	2.1	
Vacío	1	3×10^6
Metales	1	

3.2.3 MATERIALES MAGNÉTICOS

Todos los materiales presentan efectos magnéticos, aunque algunos en mayor medida que otros. La teoría clásica macroscópica atribuye los fenómenos de materia magnetizada al *momento magnético* m que es proporcionado por:

- Electrones en la órbita
- Spin del electrón
- Spines nucleares.

En algunas sustancias los efectos magnéticos son tan débiles que se asumen como materiales *no magnéticos*, sin embargo el único medio no magnético es el vacío. Las flechas en las figuras 3.3, 3.4, 3.5, 3.6, siguientes emulan los momentos magnéticos.

Los efectos magnéticos de los materiales comúnmente pueden ser clasificados como:

Diamagnéticos: son débilmente magnéticos y los momentos m orbitales y de spin se cancelan. Por lo que m neto de cada átomo o molécula en ausencia de campo magnético es cero. Cuando se aplica un campo magnético se proporciona una fuerza sobre el electrón causando que el momento de spin exceda el momento orbital, lo que genera un pequeño campo magnético en dirección contraria al campo aplicado. Existirá una repulsión cuando se aplica un campo magnético.

Paramagnéticos: en este tipo de materiales existen átomos o moléculas con momentos m permanentes que están ordenados aleatoriamente lo que resulta un campo magnético neto muy pequeño. Sin embargo cuando se le aplica un campo externo, los m tienden a alinearse en dirección del campo, pero las colisiones e interacciones de estas partículas inhiben este alineamiento.

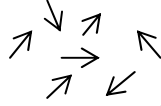


Figura 3.3 momentos magnéticos de un material paramagnético

Ferromagnéticos: se caracteriza por tener fuertes y permanentes momentos m aun en ausencia del campo B aplicado. Se presenta un efecto conocido como *acoplamiento de intercambio*, donde los momentos magnéticos se alinean en una posición paralela denominados dominios los cuales contienen muchos átomos.

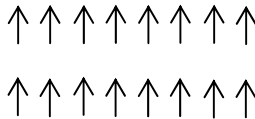


Figura 3.4 Dominios Ferromagnético

Si los materiales ferromagnéticos se calientan hasta que las energías térmicas excedan las energías de acoplamiento, el material se desorganiza y se convierte en un material paramagnético. Al enfriarse se restaura el material. A la temperatura crítica donde ocurre esto se le denomina *Temperatura de Curie*.

Antiferromagnéticos: los momentos magnéticos de los spines de electrones producen alineamientos antiparalelos, lo que produce que el momento neto de un material es cero en la presencia de campo aplicado.



Figura 3.5 momentos magnéticos de un material antiferromagnético

Un material paramagnético que se somete a una temperatura de $-206\text{ }^{\circ}\text{C}$ [18] se vuelve un material antiferromagnético y por debajo de esta temperatura no se presenta efecto magnético

Ferrimagnéticos: los momentos magnéticos también están alineados en arreglos antiparalelos, pero no son iguales, por lo tanto no se cancelan los momentos y existe un momento magnético neto.



Fig 3.6 momentos magnéticos de un material ferrimagnéticos

El momento magnético neto es menor que los materiales ferromagnéticos, sin embargo, tienen una baja conductividad eléctrica que los hace útiles para su uso en núcleos magnéticos en los transformadores de alta frecuencia ya que las corrientes parásitas son menores y las pérdidas en forma de calor se reducen. Son conocidos como ferritas.

Se presenta en la tabla 3.3 las permeabilidades relativas μ_r se muestran para algunas sustancias.

Sustancia	Tipo de Material	Permeabilidad relativa
Bismuto	Diamagnético	0.99983
Plata	Diamagnético	0.99993
Plomo	Diamagnético	0.99993
Cobre	Diamagnético	0.999991
Agua	Diamagnético	0.999991
Vacío	No magnético	1
Aluminio	Paramagnético	1.00002
Paladio	Paramagnético	1.0008
Cobalto	Ferromagnético	250
Níquel	Ferromagnético	600
Acero suave	Ferromagnético	2000
Hierro	Ferromagnético	5000

3.3 CLASIFICACIÓN DE LOS MEDIOS

El medio dependiendo de sus características puede ser:

Lineal: un medio es lineal si la densidad de flujo \mathbf{D} es proporcional a la intensidad de campo eléctrico \mathbf{E} . Éste es el caso en el espacio libre, donde $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}$. El factor ϵ_0 , o permitividad, es una constante. En la mayoría de los medios la permitividad es constante, y en caso que no lo fuera se dice que el medio es *no lineal*.

Homogéneo: un medio es homogéneo si mantiene sus características eléctricas y físicas en todos sus puntos, es decir, que no presenten variación de un punto a otro. Si no es homogéneo se le conoce como heterogéneo.

$$\epsilon = \text{constante}$$

$$\mu = \text{constante}$$

Isotrópico: un material isotrópico es aquel cuyas propiedades son independientes de la dirección. Es decir, ciertas magnitudes vectoriales conmensurables dan resultados idénticos sin importar la dirección de dicha medida. Para materiales isotrópicos y lineales la matriz anterior se reduce a:

Una relación análoga ocurre para el campo magnético \mathbf{H} y la densidad de flujo magnético \mathbf{B} relacionados mediante la permeabilidad magnética μ .

Un ejemplo de un material homogéneo, lineal e isotrópico es el *vacío*.

3.4 CONDICIONES DE FRONTERA

Desde un punto de vista matemático, la solución particular de una ecuación diferencial parcial se puede encontrar si se conocen las condiciones iniciales del problema específico. Para encontrar la solución única y adecuada a las ecuaciones de Maxwell es necesario describir las condiciones de frontera que brindan las condiciones iniciales que se requieren para encontrar la solución única.

El modo más conveniente para deducir las condiciones de frontera que involucran campos tangenciales y normales a una frontera, es a partir de las ecuaciones de Maxwell en su forma integral. Considérese una interfaz entre dos medios como se ilustra en la figura 3.7 [20]:

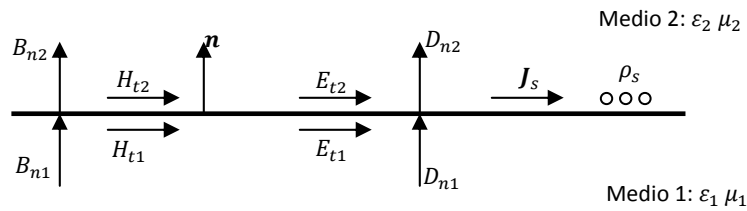


Fig 3.7 Campos, corrientes, en superficie entre 2 medios distintos

La ecuación (2.3b) será de utilidad para ejemplificar el concepto de condiciones de frontera. De la figura (3.8), donde S es la superficie formada por el cilindro que se muestra.

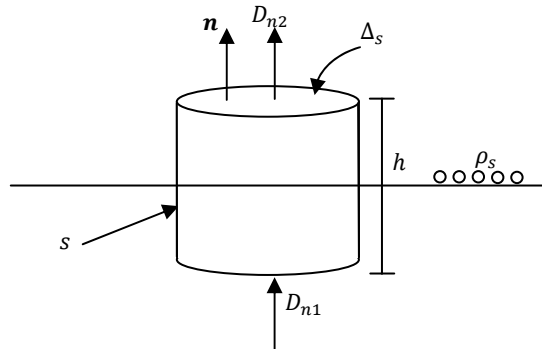


Fig 3.8 Superficie cerrada de la ecuación 2.3b

Si se reduce la altura del cilindro hasta lo mínimo posible, es decir aplicamos el límite a la ecuación (2.3b) cuando h tienda a cero:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} \tag{3.31}$$

La contribución D_{\tan} sobre las paredes se desvanece, por lo tanto la expresión de la integral para la densidad de carga se reduce a:

$$\Delta S D_{2n} - \Delta S D_{1n} = \Delta S \rho_s \quad 3.32a$$

$$D_{2n} - D_{1n} = \rho_s \quad 3.32b$$

En forma vectorial:

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{D}_2 - \mathbf{D}_1) = \rho_s \quad 3.33$$

Donde ρ_s es la densidad de carga superficial en la frontera.

Un resultado similar se puede obtener para las líneas de flujo magnético \mathbf{B} dado que $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$, por analogía tenemos:

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{B}_2 = \mathbf{n} \cdot \mathbf{B}_1 \quad 3.34$$

Ya que hasta el día de hoy no se ha demostrado la existencia de cargas magnéticas libres.

Para las componentes tangenciales de campo eléctrico se utiliza la integral de contorno para \mathbf{E} en forma vectorial.

$$\oint_l \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -j\omega \int_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} - \int_s \mathbf{M} \cdot d\mathbf{s} \quad 3.35$$

De acuerdo al contorno de la figura (3.9) si la altura h tiende a cero, el flujo magnético de las paredes desaparece:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \oint_l \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \Delta l E_{t1} - \Delta l E_{t2} = \Delta l M_s \quad 3.36$$

$$E_{t1} - E_{t2} = -M_s \quad 3.37$$

En forma vectorial:

$$(\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) \times \mathbf{n} = \mathbf{M}_s \quad 3.38$$

Un procedimiento similar para el campo magnético conduce a:

$$(\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1) \times \mathbf{n} = \mathbf{J}_s \quad 3.39$$

Donde \mathbf{J}_s es la densidad de corriente eléctrica superficial que puede existir en la frontera.

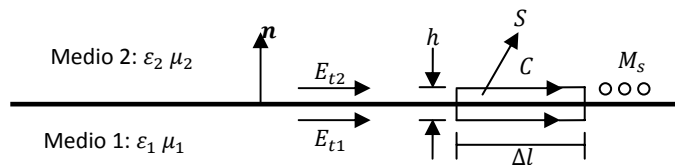


Fig. 3.9 Contorno cerrado de la ecuación 2.1b

Las ecuaciones que se han obtenido representan las expresiones generales para condiciones de frontera para una interfaz arbitraria de materiales y corrientes superficiales.

En la interfaz formada por 2 *materiales dieléctricos* sin pérdidas, no existe densidad de carga ni densidad de corriente superficial. Por lo tanto las expresiones para las condiciones de frontera se reducen a:

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{D}_1 = \mathbf{n} \cdot \mathbf{D}_2 \quad 3.40a$$

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{B}_1 = \mathbf{n} \cdot \mathbf{B}_2 \quad 3.40b$$

$$\mathbf{n} \times \mathbf{E}_1 = \mathbf{n} \times \mathbf{E}_2 \quad 3.40c$$

$$\mathbf{n} \times \mathbf{H}_1 = \mathbf{n} \times \mathbf{H}_2 \quad 3.40d$$

Estas ecuaciones establecen que las componentes normales \mathbf{D} y \mathbf{B} son continuos a través de la interfaz, mientras que las componentes tangenciales \mathbf{H} y \mathbf{E} son iguales a través de la frontera.

La frontera formada por entre el espacio libre y un buen *conductor*, los cuales se consideran como materiales sin pérdidas ($\sigma \rightarrow 0$). La amplitud del campo decae en forma exponencial de acuerdo a $e^{-\frac{u}{\delta_s}}$, donde u es la distancia normal dentro del conductor y δ_s es la *profundidad de penetración* la cual está dada por:

$$\delta_s = \left(\frac{1}{\sqrt{f\pi\mu\sigma}} \right) \quad 3.41$$

Como un ejemplo, se considera el cobre con $\mu_r = 1$, por lo tanto $\mu = 1.25 \times 10^{-6}$ $\sigma = 5.8 \times 10^7$ S/m , substituyendo los valores en la ecuación 3.41

$$\delta_s = \frac{66.2 \times 10^{-3}}{\sqrt{f}}$$

Entonces a 60 Hz la profundidad de penetración es $8.5 \times 10^{-3}m$, 8.5 mm y a una frecuencia de 2.4 GHz $\delta = 1.35 \times 10^{-6}m$, y para una longitud de onda de 10 mm $\delta = 3.82 \times 10^{-7}m$. Así un campo en altas frecuencias se atenúa en un distancia “más corta” que a frecuencias bajas. Entonces para una conductividad ($\sigma \rightarrow \infty$) el campo dentro conductor tiende a cero.

Además si se recuerda que $\mathbf{M}_s = 0$, entonces las ecuaciones de condición de frontera quedan reducidas a:

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{D} = \rho_s \quad 3.42a$$

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{B} = 0 \quad 3.42b$$

$$\mathbf{n} \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_s \quad 3.42c$$

$$\mathbf{n} \times \mathbf{E} = \mathbf{0} \quad 3.42d$$

Estas condiciones de frontera son conocidas como *pared eléctrica* porque las componentes tangenciales de campo eléctrico son cortadas como lo establece $\mathbf{n} \times \mathbf{E} = \mathbf{0}$ y se desvanecen en la superficie del conductor.

Debido a la existencia de la pared eléctrica, se idealiza una *pared magnética* en la cual los campos magnéticos se desvanecen. Esta condición no existe en la práctica, sin embargo permite en cierto grado completar la formulación de condiciones de frontera y se usa como una aproximación para algunos casos de interés práctico. Los campos en una pared magnética satisfacen las siguientes ecuaciones

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{D} = 0 \quad 3.43a$$

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{B} = 0 \quad 3.43b$$

$$\mathbf{n} \times \mathbf{H} = \mathbf{0} \quad 3.43c$$

$$\mathbf{n} \times \mathbf{E} = -\mathbf{M}_s \quad 3.43d$$

Capítulo IV

Simulación electromagnética, mediciones y comparación.

El estudio de los fenómenos de propagación electromagnética en recintos cerrados es de gran relevancia por las pérdidas debidas a los objetos de distintos materiales que los afectan. Usualmente la predicción de la atenuación se hace por métodos estadísticos, por lo que se plantea en este trabajo la posibilidad de la predicción de atenuación usando métodos de simulación computacional.

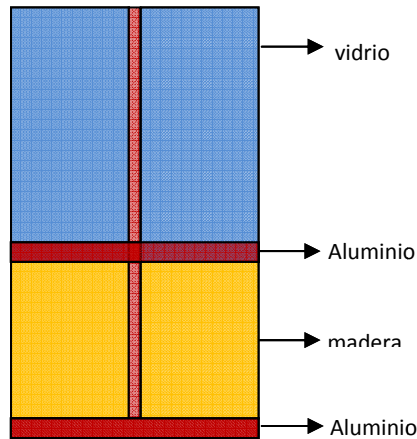
El método de diferencias finitas en el dominio del tiempo permite analizar el comportamiento de la propagación de campo electromagnético observando los fenómenos de reflexión, refracción y de difracción que sufre el frente de onda cuando incide sobre obstáculos, alterando la propagación, según los materiales sobre los que incide; los obstáculos u objetos se definen por su permitividad dieléctrica (ϵ), permeabilidad magnética (μ), y conductividad (σ), y en función de estas características el campo es afectado de manera distinta.

Este trabajo presenta la simulación en 3 dimensiones, de una onda electromagnética dentro de un recinto cerrado real, donde se compara con mediciones puntuales y las predicciones de un modelo de propagación empírico.

4.1 ÁREA FÍSICA DE CÁLCULO

El área de cálculo o estudio son los salones y oficinas de la sección de la Maestría en Ciencias en Ingeniería de Telecomunicaciones ubicadas en el edificio Z-4, tercer piso, en la Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica en Zacatenco.

Dentro de este recinto las oficinas se encuentran separadas con paredes hechas con secciones de madera comprimida y ventanas de vidrio, las secciones se encuentran unidas con perfiles de aluminio. Se presenta un esquema (figura 4.1) de la forma de las paredes del recinto.



4.1 pared de madera con ventanas de vidrio

El alcance inicial del experimento era hacer un estudio de propagación electromagnética en toda la sección de estudios de la Maestría en Ciencias en Telecomunicaciones que se muestra en la figura 4.2, sin embargo el esfuerzo computacional calculado para simular esta área fue de aproximadamente 500 Gb de memoria RAM, que rebasan las posibilidades actuales del trabajo. Debido a esas limitaciones, el estudio se realiza sólo en la sección resaltada de la figura 4.2, las oficinas marcadas quedan definidas con los números 1, 2 y 3

La memoria RAM que se requiere para simular la nueva área de trabajo es de 64 Gb, en el Politécnico no contamos con recursos de cómputo suficientes, por lo que se solicitó el apoyo del departamento de Supercómputo de la Dirección General de Cómputo y Tecnologías de Información y Comunicación de la Universidad Nacional Autónoma de México, quienes amablemente nos facilitaron la Supercomputadora “Alebrije”, dónde el MDFDT fue ejecutado. La figura 4.3 presenta un esquema de la nueva área de análisis y los obstáculos o mobiliario presente en cada oficina.



4.2 Plano de las instalaciones y obstáculos.

En la figura 4.3 se presenta un esquema de la nueva área de trabajo y los obstáculos e inmobiliario presente en cada oficina

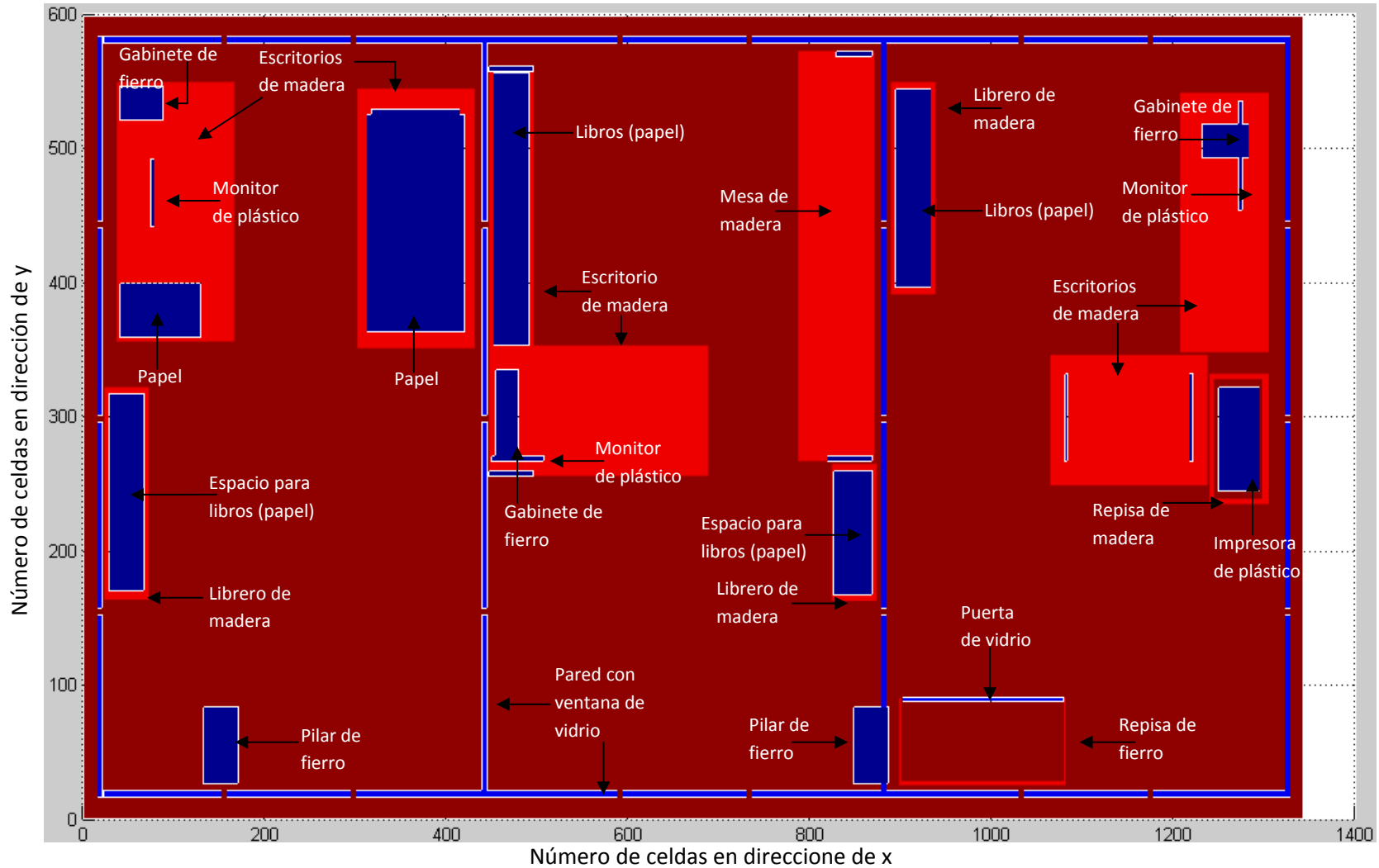


Fig. 4.3 Área de cálculo con obstáculos de distintos materiales

4.2 CARACTERIZACIÓN DEL ESPACIO DE CÓMPUTO

Se presenta a continuación la caracterización del espacio de cómputo.

4.2.1. DIMENSIONES.

Las dimensiones del volumen de cómputo son: 820 cm de largo, 360 cm de ancho y altura de 270 cm. La frecuencia de operación es de 2.4 GHz, por tanto la longitud de onda es de $\lambda = 12.5 \text{ cm}$. Con esta información se calcula el tamaño de las celdas que transforman nuestra región de medición en un espacio discreto dentro del cual se simulan los obstáculos y la fuente.

Como se menciona en el capítulo 2, de acuerdo a la experiencia del grupo de telecomunicaciones de la SEPI ESIME, se considera que el tamaño adecuado de la celda es $\frac{\lambda}{20} = 0.625 \text{ cm}$ por lado. De acuerdo con los datos anteriores, el tamaño de la región de cálculo está definido en la tabla 4.1:

Largo (x)	1296 celdas
Ancho (y)	576 celdas
Alto (z)	432 celdas

4.2.2 CRITERIO DE ESTABILIDAD

Para seleccionar el escalado temporal se hace uso de la condición de estabilidad (2.81 y 2.82) quedando de la siguiente manera:

$$\Delta t \leq \frac{\Delta}{c \cdot \sqrt{3}} = 1.2028 \times 10^{-9} \quad 4.1$$

Pero para asegurar la estabilidad numérica es suficiente que [16]:

$$\Delta t = \frac{\Delta}{c \cdot 2} = 1.0417 \times 10^{-9} \quad 4.2$$

4.2.3 CONDICIONES DE FRONTERA

Se utiliza la condición desarrollada por Berenguer expuesta en el capítulo 2 “capa perfectamente acoplada PML”. Se utilizan 16 celdas por cada dimensión lo que aumenta el área de cálculo en 32 celdas para cada plano. Esta capa evita reflexiones espurias en los límites del área de cálculo y permite la propagación de la onda electromagnética a través de la frontera y de esta manera simular que se desplaza hacia afuera de la región de cálculo.

Largo (x)	1341 celdas
Ancho (y)	597 celdas
Alto (z)	450 celdas

Por lo tanto el tamaño del espacio computacional es de: 360 259 650 celdas.

4.2.4 FUENTE PUNTUAL

Se utiliza una fuente de onda puntual para la generación del campo inicial, como la descrita en el capítulo 2 que radia en forma omnidireccional. Se establece asignando una función variable en el tiempo, como la de la ecuación 2.77, que representa una señal sinusoidal localizada en el punto i y en el tiempo n .

$$H_{z(i)}^n = H_0 \sin(2\pi fn\Delta t) \quad 2.77$$

El origen del sistema de coordenadas de la zona de cómputo, está localizado en el extremo inferior izquierdo de la zona de estudio. La fuente puntual está ubicada en las coordenadas (500,295,222)celdas, que corresponden a (312,180,138)cm, ver figura 4.4.

4.2.5 OBSTÁCULOS

Recordemos una de las ecuaciones en diferencia finita que se obtuvieron en el capítulo 2:

$$H_{xy}^n(i,j,k) = H_{xy}^{n-1}(i,j,k) \cdot \frac{\left(1 - \frac{\sigma_y^*(i,j,k)\Delta t}{2\mu(i,j,k)}\right)}{\left(1 + \frac{\sigma_y^*(i,j,k)\Delta t}{2\mu(i,j,k)}\right)} - \frac{\frac{\Delta t}{\mu(i,j,k)}}{\left(1 + \frac{\sigma_y^*(i,j,k)\Delta t}{2\mu(i,j,k)}\right)} \left(\frac{E_{zx}^n(i,j,k) + E_{zy}^n(i,j,k) - E_{zx}^n(i,j-1,k) - E_{zy}^n(i,j-1,k)}{\Delta y}\right) \quad 2.65$$

En la parte izquierda de la ecuación el campo se resuelve en cada celda o punto dentro de la región de cálculo. Se puede localizar este punto con las coordenadas (i, j, k) . Observamos que un nuevo valor de campo depende del mismo valor de campo pero en un tiempo anterior y la diferencia de los valores campo sobre los puntos adyacentes; pero también están en función de los valores de *permitividad eléctrica*, *conductividad* y *permeabilidad magnética* que se encuentran presentes en la misma coordenada donde el nuevo valor de campo será resuelto.

Cuando se escribe el código es posible “dibujar” dentro del área de cálculo un objeto cualquiera que posea características eléctricas definidas. Los obstáculos son ubicados por toda el área de cálculo localizados en las coordenadas (i, j, k) y cada celda toma el valor de conductividad, permitividad y permeabilidad del material “dibujado”. Por lo tanto cuando se obtenga un nuevo valor de campo, éste será afectado de manera sustancial debido a las características eléctricas “dibujadas” en la misma coordenada donde se calcula el nuevo valor de campo.

Gracias a esta propiedad es posible observar el comportamiento del campo electromagnético cuando incide o choca contra un obstáculo, e incluso, estudiar la forma en la cual el campo se propaga y cambia de velocidad *dentro* del obstáculo. En consecuencia la posibilidad de simular los objetos que se encuentran en el recinto donde se realiza el estudio de propagación, brinda un mayor nivel de exactitud, que cuando se hace con un modelo empírico.

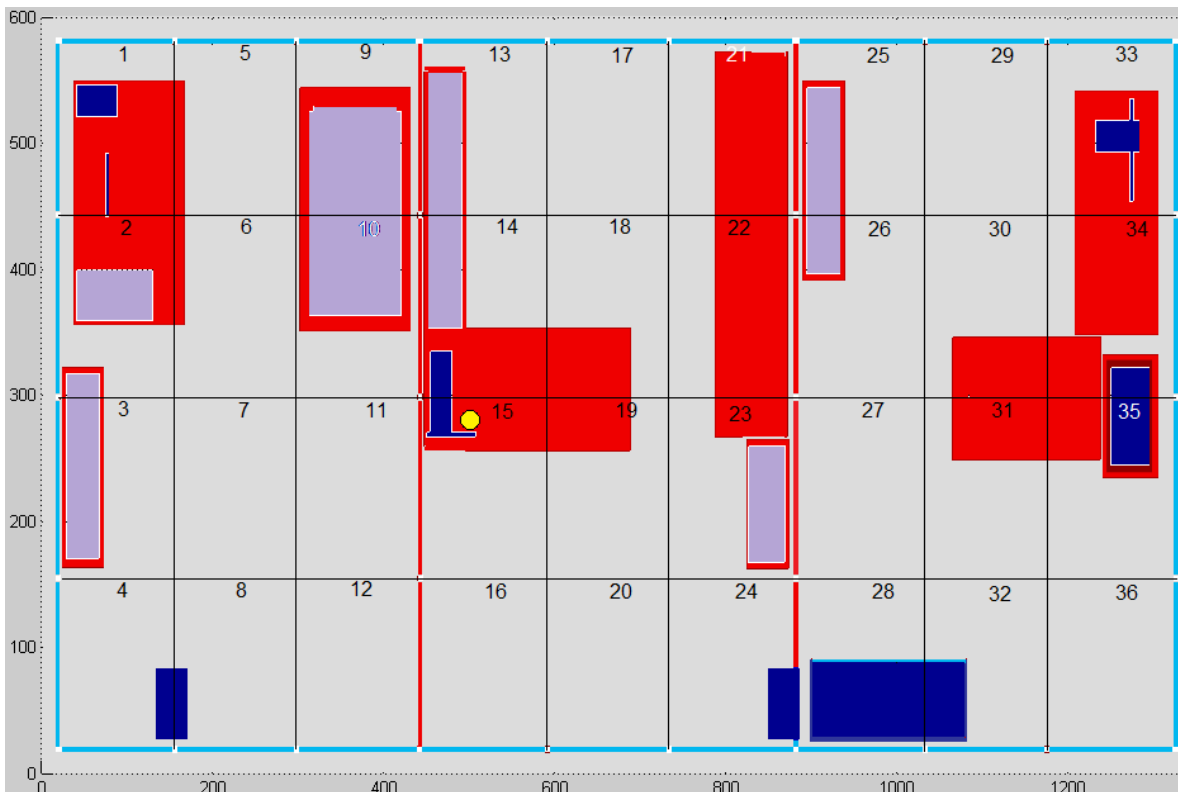


Fig. 4.4 Simulación de los obstáculos de distintos materiales

La figura 4.4 muestra un esquema del mobiliario, donde cada color indica un material diferente. Esta figura es un esbozo general y cada objeto tiene una altura distinta. El color azul oscuro representa los materiales de hierro y monitores de plástico. Las zonas en rojo son escritorios y libreros de madera, el color púrpura indica que existe papel en los libreros y escritorios. Las paredes interiores y exteriores están formadas por distintos materiales como lo indica la figura 4.1. En la figura 4.4 se describen las paredes interiores con madera y las exteriores con vidrio (azul claro). El punto amarillo indica la ubicación de la fuente.

Se muestran todos los obstáculos en un plano en común, no obstante cada elemento tiene una altura distinta. La solución de las ecuaciones de Maxwell en un espacio tridimensional (como se revuelven en esta tesis), permite simular todos los obstáculos con altura, largo y ancho. La literatura presenta normalmente soluciones en dos dimensiones [21][22] sin embargo es claro que un estudio de este tipo requiere un análisis en tres dimensiones ya que el campo es afectado en todas direcciones, arriba, abajo, izquierda, derecha, al frente y atrás, por cualquier objeto dentro del recinto; por otro lado el principio de operación del MDFDT dicta que un nuevo valor de campo en cualquier punto en el espacio depende del mismo valor en un tiempo anterior y la diferencia de los valores *adyacentes; que estan ubicados en un espacio en tres dimensiones (i, j, k)*, es decir, es necesario que se obtengan todos los valores de campo en la región de cálculo en tres dimensiones. Una de las principales contribuciones de este trabajo, es el análisis de propagación e un esquema en tres dimensiones aunque la solución requiera de más recursos computacionales que una simulación bidimensional.

La tabla 4.3 muestra las características eléctricas de los diferentes materiales que están presentes en el recinto cerrado de estudio.

Tabla 4.3. Características de materiales simulados.

	Permeabilidad μ_r	Permitividad ϵ_r	Conductividad σ
Espacio libre	1	1	0
Madera [19]	0.9999	4	10×10^{-10}
Vidrio [17]	0.9991	6	10×10^{-12}
Papel [17]	0.9999	7	10×10^{-11}
Aluminio [17]	1	1.00002	3.77×10^7
Fierro [19]	2000	1	9.93×10^6
Plástico [19]	0.9999	2.7	10×10^{-16}

4.2.6 RESUMEN DE LAS CARACTERÍSTICAS DEL PROGRAMA

El programa simula en la región de cálculo una onda electromagnética propagándose en un recinto cerrado incidiendo y chocando contra obstáculos de distintos materiales. El programa ejecuta 4000 iteraciones, eliminando los efectos transitorios presentes en las primeras iteraciones hasta llegar a un estado estacionario, asegurando la propagación en toda la región de cálculo hasta su eliminación en la región PML. Para la ejecución se usó la supercomputadora ALEBRIJE de la UNAM, utilizando 4 hilos del procesador y 64 Gb de memoria RAM. La tabla 4.4, muestra las características de la región de cómputo

Tabla 4.4 Características de la región de cómputo

Fuente	Fuente de onda Puntual $E_{z(i)}^n = E_0 \sin(2\pi fn\Delta t)$
Condiciones de Frontera	PML
Tamaño de la capa PML	16 celdas
Frecuencia de Operación	2.4 Ghz
Longitud de onda	$\lambda = 12.5 \text{ cm}$
Escalonado espacial	$\frac{\lambda}{20} = 0.625 \text{ cm}$
Tamaño del área de cálculo	$1341 \times 597 \times 450$
Numero de Iteraciones	4000
Compilador	Fortran INTEL 11.0, supercomputadora Alebrije, UNAM 64 GB RAM
Tiempo de ejecución	1 semana

4.2.7. PARALELIZACIÓN DEL PROGRAMA DE CÓMPUTO

La gran desventaja del MDFDT es la gran cantidad de recursos de cómputo que necesita para su implementación, sin embargo, se aplicaron técnicas de “*paralelización*” que reducen el tiempo de corrida y el uso de memoria RAM.

Existen diversas técnicas de paralelización que pueden ser usadas en lenguaje Fortran, C, C++, éstas son: *OpenMP*, *MPI*, *GPU*, etc [23], [24], [25]. La directiva de mayor rendimiento para la simulación es Open MP y algunas de las instrucciones utilizadas son:

- OpenMP Sections
- OpenMP Workshare
- OpenMP Parallel

Con estas instrucciones el programa pudo ser ejecutado. *Es necesario decir que sin las técnicas de paralelización, el trabajo de cómputo no hubiera podido ser realizado.* El tiempo total de ejecución fue de 1 semana aproximadamente, por lo que fue importante asegurarse que el código no tuviera errores. El programa resuelve las ecuaciones de Maxwell mediante el método de diferencias finitas en el dominio del tiempo y entrega el valor de campo magnético por cada celda elemental, después de las 4000 iteraciones, esos valores se alimentan a Matlab, dando como resultado gráficas de distribución de campo electromagnético en la región de estudio, que pueden ser analizadas con mayor detalle. Sin embargo cada dato puntual puede usarse para establecer características de atenuación en función de la distancia y de la dirección en el espacio para comparar con otros modelos o con mediciones.

4.3 RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN

Las figuras siguientes muestran los resultados del campo Magnético simulado, para el análisis se presentan en el plano x,y (paralelo al piso). Se han seleccionado tres casos:

- a) En el plano de la fuente $z= 222 \text{ celdas} = 138 \text{ cm}$.
- b) Arriba del plano de la fuente $z= 320 \text{ celdas} = 225 \text{ cm}$.
- c) Abajo del plano de la fuente $z= 160 \text{ celdas} = 112.5 \text{ cm}$.

La figura 4.5 muestra el comportamiento del campo magnético en el área de cómputo, en el primer caso, el plano de la fuente. La fuente se ubica en las coordenadas (500x, 295y, 222z), el plano que se muestra se localiza en $z = 222$. Los cambios en el color indican la presencia de 6 obstáculos y las paredes, pero también porque la longitud de onda del campo electromagnético (distancia entre dos puntos contiguos de misma intensidad de color) cambia de forma diferente dependiendo del tipo de material en el que incide.

En la oficina del centro, sobresale la gran intensidad de campo de la fuente. El valor máximo de campo obtenido en ese punto es de 0.0317 A/m, a partir de ella la intensidad del campo comienza a decaer conforme se propaga, hasta llegar a cero (en los objetos conductores). Esta diferencia representa una dificultad para graficar, ya que el valor de máxima intensidad, evita que los valores de intensidad de campo más pequeños se puedan observar, debido a los límites que impone el software de graficación (Mathlab). Para evitar este problema se establecieron los límites de la gráfica entre 0 – 0.003 A/m, por consiguiente la intensidad de campo en la región cercana a la fuente se muestra en rojo intenso.

De acuerdo con la figura 4.3, en este plano las paredes están formadas por vidrio, y se observa claramente los límites entre las oficinas y con el medio externo, que quedan marcados por puntos verticales y horizontales mostrando cómo cambia el valor del campo longitudinalmente sobre las paredes; es posible calcular la longitud de onda en el vidrio a partir de la medición de dos máximos continuos sobre la pared. Por otro lado, es fácil observar los pilares de fierro presentes en el área

de cómputo, debido a que la intensidad de campo dentro del de material es cero A/m, y al igual que los demás obstáculos generan reflexiones que cambian la propagación en el entorno cercano. En toda el área de cómputo se observa el efecto de los muebles sobre la propagación, el cambio en la longitud de onda, las reflexiones y difracciones que afectan el campo en el espacio libre. En la oficina central, el librero cerca de la fuente (400x, 260-560y) modifica en varias formas el campo dentro de él, es interesante observar que el campo casi no se atenúa a lo largo del mueble que se comporta casi como una guía de onda, la propagación en forma longitudinal implica la presencia de refracciones y difracciones, cuando el campo sale del mueble, se suma al campo directo y modifica la propagación en el espacio libre, decayendo con la distancia. A la derecha se distinguen otros 2 muebles hechos de madera (823-871x, 162-263y) y (817-866y, 266-570x), se aprecia la forma en que el campo incide y penetra en ellos, las reflexiones causadas por estos muebles se observan alrededor de la coordenadas (788x, 301y) con una mayor intensidad de campo, también se comprueban estas reflexiones por la deformación de la onda en la región (700-800x, 400-500y). Hacia la derecha de estos muebles, en la oficina de la derecha, se observa otro mueble de madera, es interesante estudiar las transiciones que la onda sufre en su desplazamiento saliendo de la madera, después espacio libre, entra a la pared de vidrio, el espacio libre y de nuevo a la madera con papel en el librero de esa oficina, todas estas transiciones afectan a la intensidad de campo que en esta oficina es menor en comparación con las otras 2.

Para mayor detalle, las figuras 4.6 a 4.11 muestran el detalle de propagación en algunas secciones de la zona de cómputo, de acuerdo con la clasificación de la figura 4.4. Las figuras 4.6 y 4.7 representan 2 secciones de la oficina de la izquierda. Se observan claramente 3 longitudes de onda distintas, y de acuerdo a los obstáculos, la onda electromagnética choca sobre un librero y sobre la pared de vidrio, que es la línea que se observa en el extremo izquierdo de ambas figuras. En el espacio libre la onda pierde la forma regular debido a los efectos de reflexión y difracción presentes en toda la región de cálculo.

Las figuras 4.8 y 4.9 muestran 2 secciones de la oficina central, donde se encuentra la fuente que alimenta a la región de cálculo. Se pone a la vista que a la derecha de la fuente la propagación es sobre el espacio libre y la onda tiene cierto grado de claridad; sin embargo del lado izquierdo de la fuente, la onda inmediatamente incide sobre el librero y el papel al interior de éste, creando reflexiones y difracciones visibles dentro del librero.

Por último las figuras 4.10 y 4.11 son secciones de la oficina a la derecha. Se ilustra un librero y arriba de éste la pared de vidrio que delimita la oficina; se observa el cambio de velocidad de la onda y cómo pasa a través del vidrio. En el espacio libre la fuente de onda puntual se deforma por las interacciones con los obstáculos de distintos materiales presentes en la región de cálculo.

Intensidad de campo magnético en toda el área de cálculo. plano de la FUENTE $\times 10^{-3}$

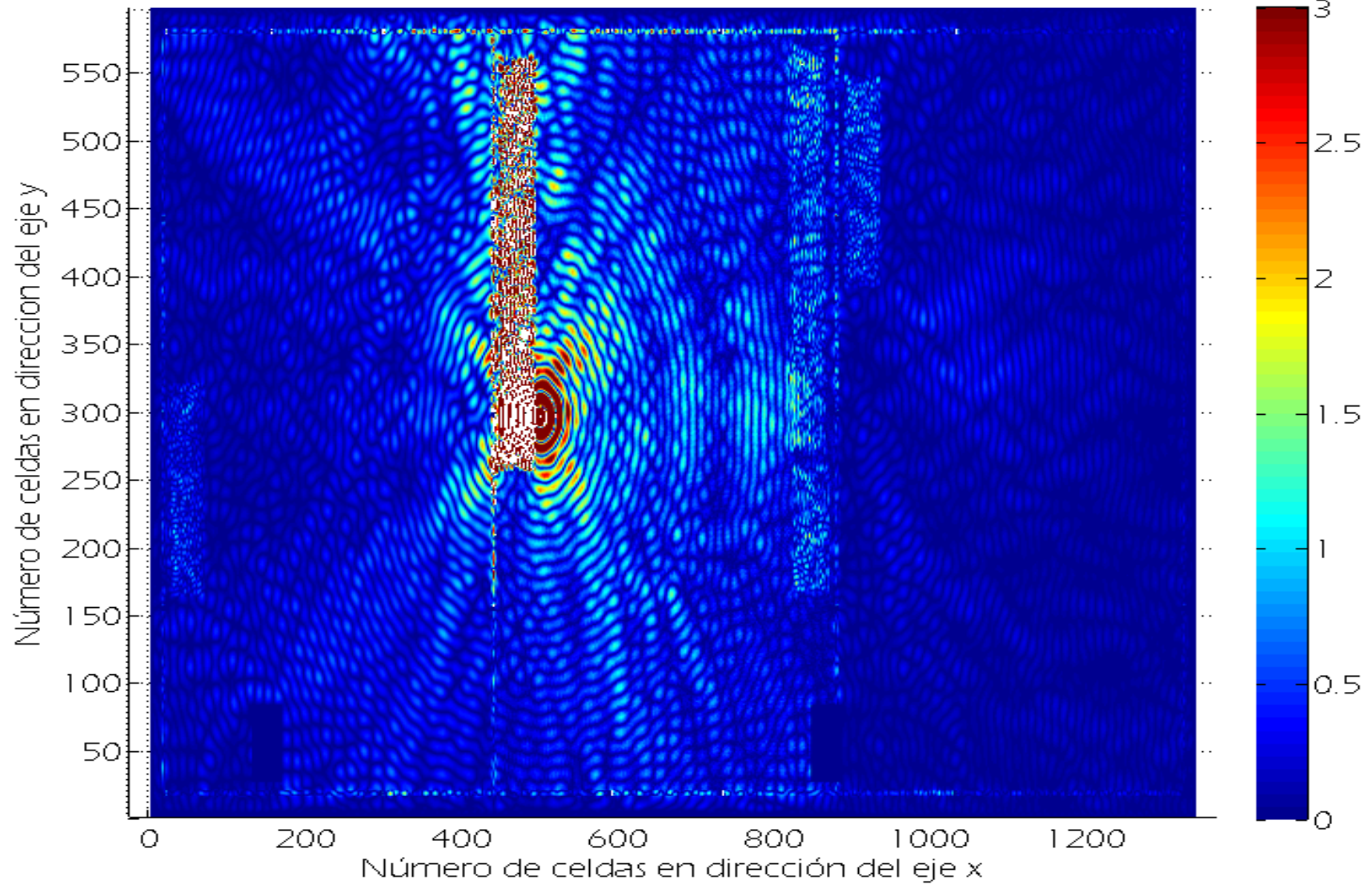


Fig. 4.5 Simulación MDFDT, plano de la FUENTE

Fig. 4.6 Simulación MDFDT, sección 2, plano de la FUENTE

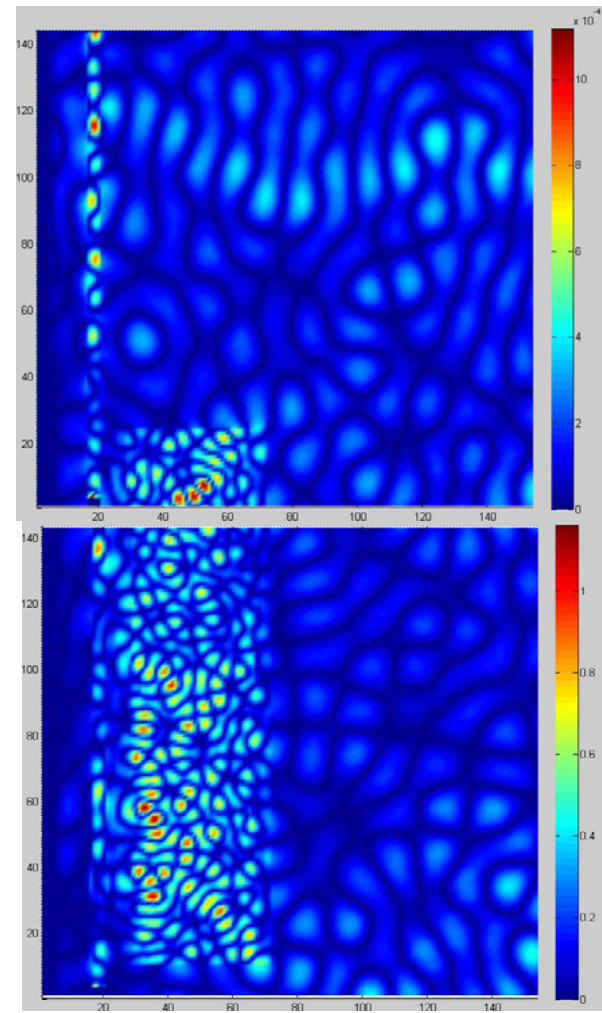


Fig. 4.8 Simulación MDFDT, sección 14, plano FUENTE

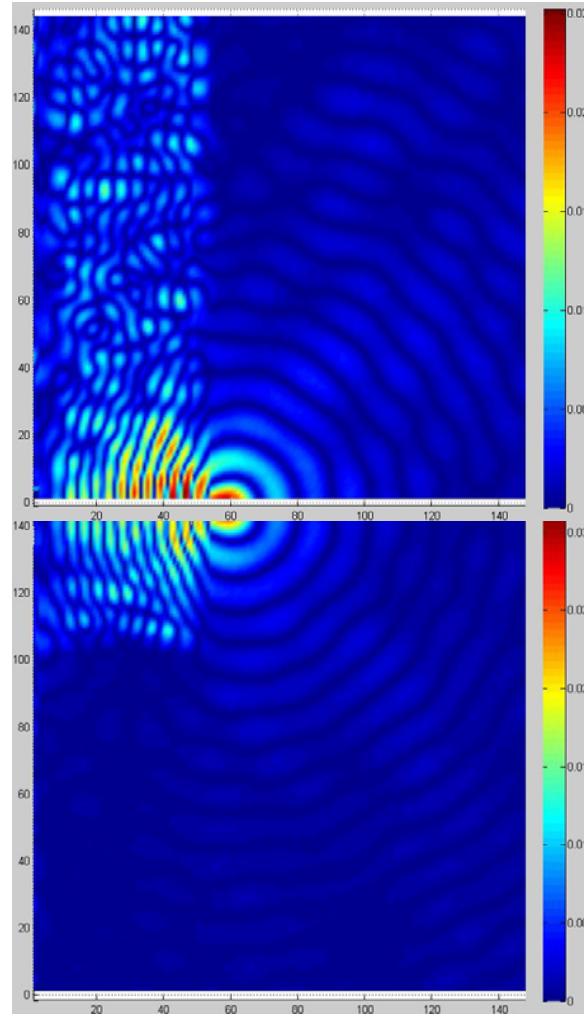


Fig. 4.10 Simulación MDFDT, sección 25, plano FUENTE

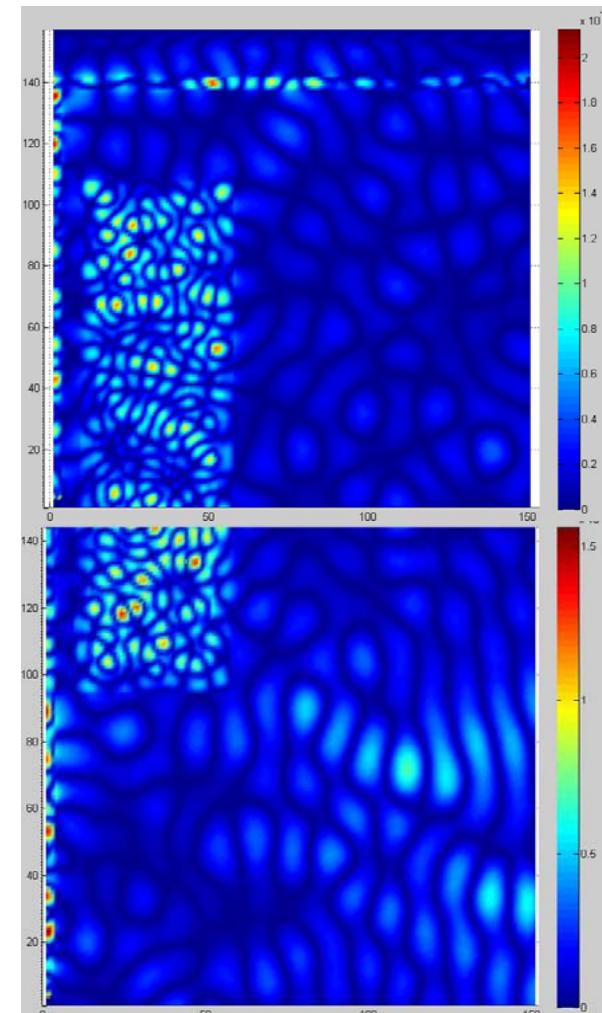


Fig. 4.9 Simulación MDFDT, sección 15, plano FUENTE

Fig. 4.11 Simulación MDFDT, sección 26, plano FUENTE

La figura 4.12 ilustra la distribución de campo magnético sobre el área de cálculo en un plano localizado a 80 centímetros por arriba de la fuente, el plano mostrado se localiza en $z = 360$ celdas. En este plano se observan, a primera vista, 4 obstáculos y las paredes de vidrio. Las paredes se distinguen claramente como 4 líneas que atraviesan la región de cálculo en dirección del eje y y las coordenadas $(20, y)$, $(440, y)$, $(880, y)$ y $(1323, y)$ y 2 líneas horizontales $(x, 577-581y)$ y $(x, 16-20)$. Son visibles debido a que el campo magnético penetra el vidrio ocasionando un cambio en la longitud de onda y reflexiones (tonos un poco más intensos) que son más notorias en las zonas cercanas a la ubicación de la fuente. Se distinguen 2 objetos en las coordenadas $(23-71x, 163-320y)$ y en $(888-936x, 390-547y)$ si observamos la figura 4.3 muestra que en esa zona existen libreros de madera con papel (libros) en su interior ocasionando alteraciones en el viaje de la onda, en el interior del librero se presenta una gran deformación del campo ocasionado por el cambio en la velocidad de la propagación y las reflexiones en el interior del material. Los otros 2 obstáculos visibles son los pilares de fierro en las coordenadas $(132-169x, 26-82y)$ y $(847-884x, 26-82y)$, claramente se distingue que la onda no penetra al metal, produciendo reflexiones que se observan a los costados de los pilares; las reflexiones viajan en dirección contraria como puede notarse en $(300x, 200y)$, que alteran además la propagación en el espacio libre. Si se observa con mayor detenimiento entre las paredes de vidrio existen los perfiles de aluminio que unen las secciones de las paredes. El campo no penetra el aluminio produciendo reflexiones que son más visibles en las coordenadas $(590x, 18y)$ $(297x, 18y)$. La figura ilustra la atenuación con la distancia, los colores en azul más oscuro representan los valores de intensidad menores (dentro de los materiales conductores la intensidad de campo es cero), la menor intensidad se observa en la oficina de la derecha $(890x, 1320y)$.

Para mayor definición, las figuras 4.13 a 4.18 muestran el detalle de propagación en algunas secciones (mismas secciones que el plano de la fuente) de la zona de cómputo, de acuerdo con la clasificación de la figura 4.4. Las figuras 4.13 y 4.14 representan 2 secciones de la oficina de la izquierda. Se observa de nuevo el cambio de longitud de onda en el vidrio de la pared y dentro del librero. El librero abarca los tres planos por eso se puede observar en cualquier corte.

Las figuras 4.15 y 4.16 muestran 2 secciones de la oficina central, donde se encuentra ubicada la fuente de onda puntual. No se observa la fuente debido a que ésta se encuentra por debajo de este plano, la onda presenta cierto grado de uniformidad ya que en esta oficina en el plano es cuestión no se encuentran obstáculos. Solo se parecía en la extrema derecha la incidencia en el vidrio.

Por último las figuras 4.17 y 4.18 son secciones de la oficina a la derecha. Se ilustra el mismo librero y por arriba de éste se observa la pared de vidrio; es claro el cambio en la forma de la onda cuando pasa a través del vidrio. El comportamiento de la onda en el espacio libre es similar a las secciones presentadas en el plano anterior.

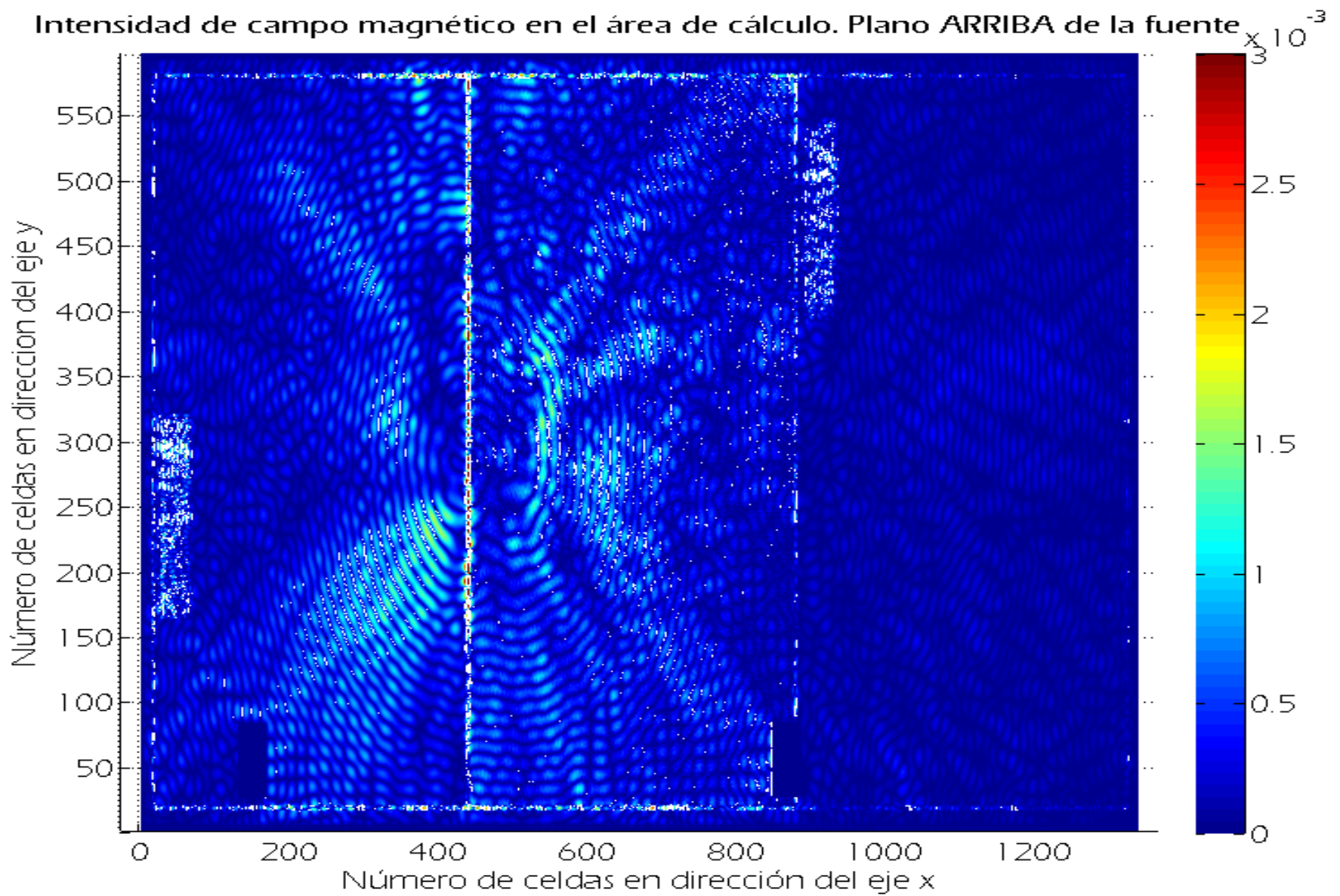


Fig. 4.12 Simulación MDFDT, plano ARRIBA de la fuente

Fig. 4.13 Simulación MDFDT, sección 2, ARRIBA de la fuente

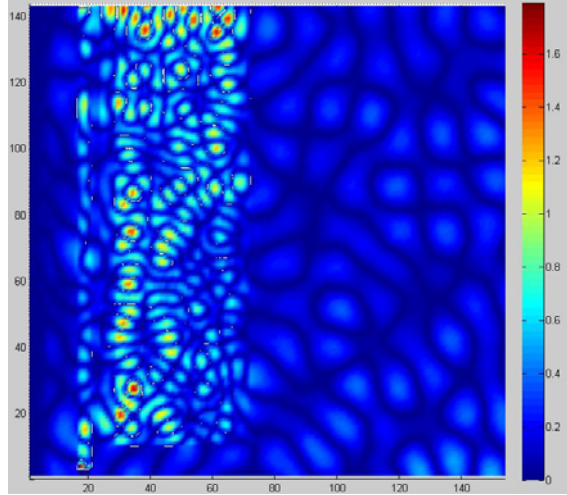
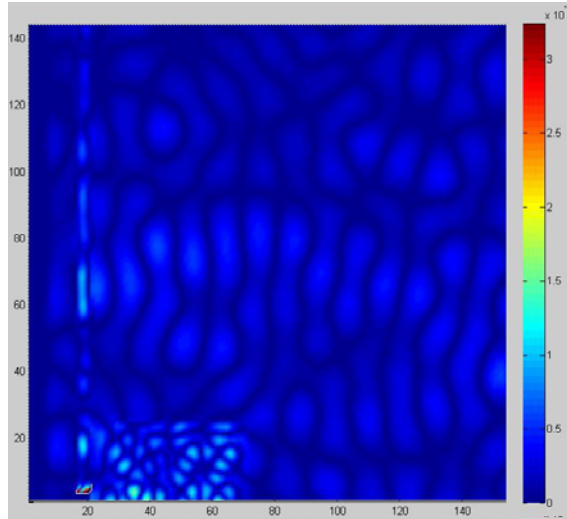


Fig. 4.14 Simulación MDFDT, sección 3, ARRIBA de la fuente

Fig. 4.15 Simulación MDFDT, sección 14, ARRIBA de la fuente

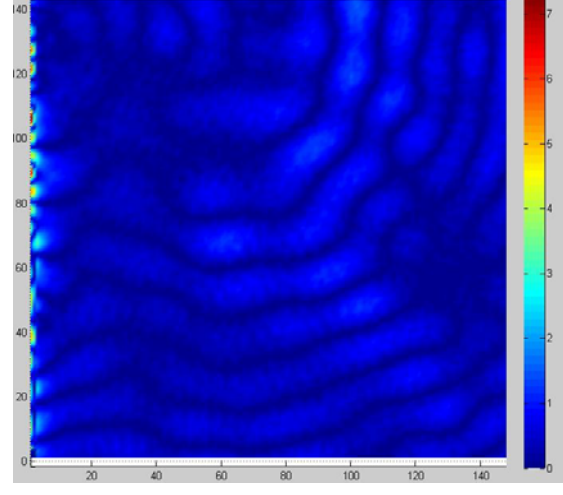
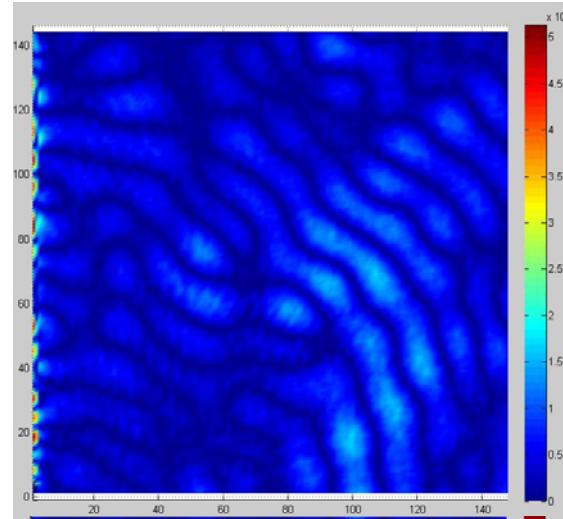


Fig. 4.16 Simulación MDFDT, sección 15, ARRIBA de la fuente

Fig. 4.17 Simulación MDFDT, sección 25, ARRIBA de la fuente

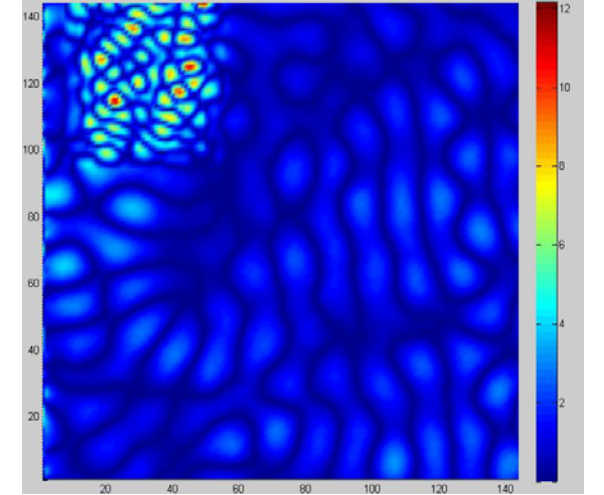
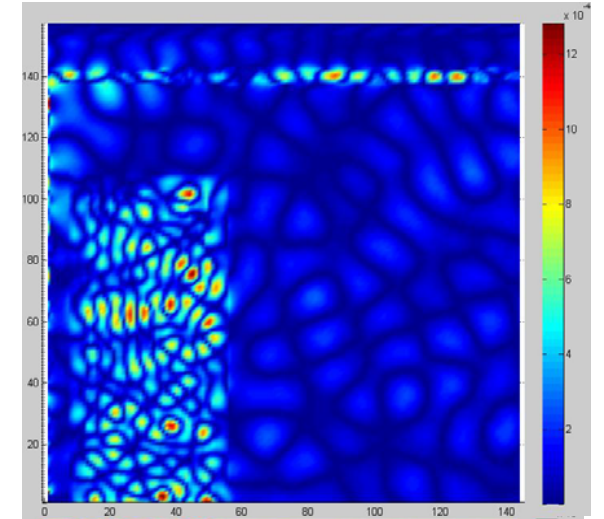


Fig. 4.18 Simulación MDFDT, sección 26, ARRIBA de la fuente

La figura 4.19 ilustra la intensidad de campo magnético a lo largo y ancho de toda el área de cálculo en un plano localizado a 70 centímetros por debajo de la fuente. El cálculo fue hecho en toda la región tridimensional de cómputo pero se presenta un solo plano. La fuente se encuentra ubicada en las coordenadas (500x, 295y, 222z) el plano mostrado se localiza la altura $z = 160$ celdas. En este plano se observan, a primera vista, / obstáculos y las paredes.

Observando la figura 4.1 las paredes están formadas por un perfil de aluminio horizontal que une a la madera con el vidrio, este plano muestra el comportamiento e intensidad de campo magnético a la altura de este perfil de aluminio y a primera vista se ilustra que éste no entra al perfil ocasionando reflexiones alrededor del mismo, las reflexiones se muestran pocas debido al pequeño tamaño del perfil.

En la primera oficina se aprecia el mueble con libros y el pilar de fierro. Muestran un comportamiento similar al de los planos anteriores. También se muestran 2 objetos más, en la coordenada (40-128x ,358-397y) observando la gráfica 4.3 se nota que es un pila de papel que esta encima de un escritorio y el campo cambia su velocidad de propagación de forma repentina dentro de la pila de papel y las reflexiones dentro del material ocasionan algunos destellos de intensidad. El objeto restante en la primera oficina es un gabinete de computadora de fierro, y al igual que los objetos conductores el campo se refleja y crea difracciones alrededor de él (figura 4.20 y 4.21).

En la oficina numero 2 donde se localiza la fuente, se muestran los valores de intensidad mayores debido a la cercanía a ella y se llega a ver “cierta” uniformidad en el viaje de la onda puntual, sin embargo ésta no puede darse ya que la propagación es afectada por todos los materiales dentro del espacio tridimensional. Se pueden apreciar 2 pequeños objetos que resaltan en esta oficina, en la coordenada (449-505x, 266-269y) se muestra el efecto en el campo causado por el monitor de plástico donde se observan las reflexiones y difracciones en las esquinas del material. En la coordenada (446-494x ,556-559y) muestra una tabla de que es la unión entre la repisa y la mesa de trabajo del escritorio que aparece en la segunda oficina, las reflexiones son mayores que las mostradas en el monitor de plástico figura 4.22 y 4.23.

En la tercera oficina se mantiene el librero y al parecer no se muestra otro obstáculo, sin embargo si se hace una mejor observación, para ser específicos en las coordenadas (1248-1292x ,244-320y) se nota que la longitud de onda es diferente a la del espacio libre, lo que indica que existe algún obstáculo en esta zona, comparando con la figura 4.3, el obstáculo es una impresora de plástico, no se nota a simple vista porque la intensidad de campo es baja, pero el de longitud de onda nos dice lo contrario figura 4.24 y 4.25. Y como es de esperarse en esta oficina la intensidad de campo es menor debido a que está más alejada de la fuente.

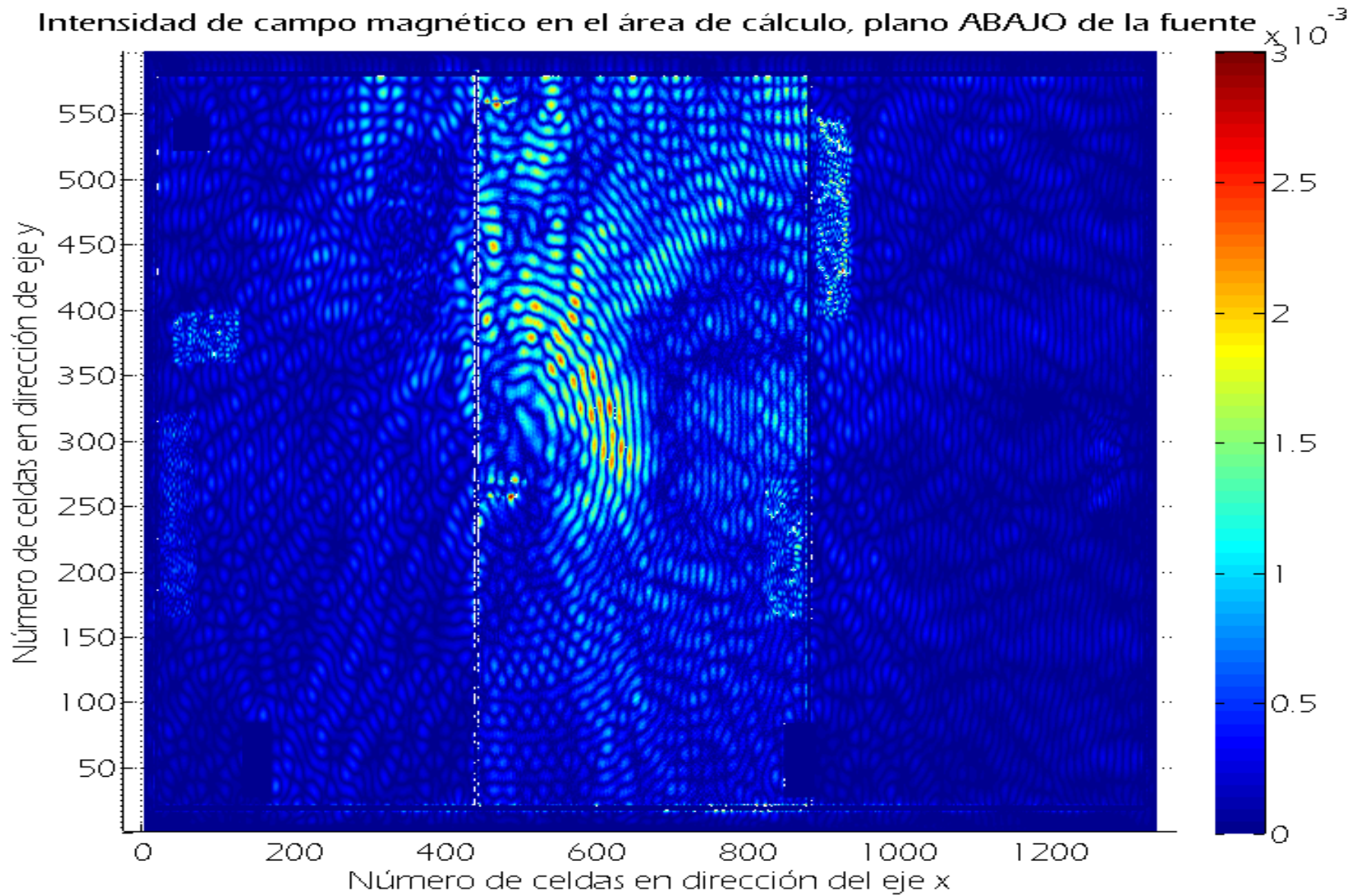


Fig. 4.19 Simulación MDFDT, plano ABAJO de la fuente

Fig. 4.20 Simulación MDFDT, sección 1, ABAJO de la fuente

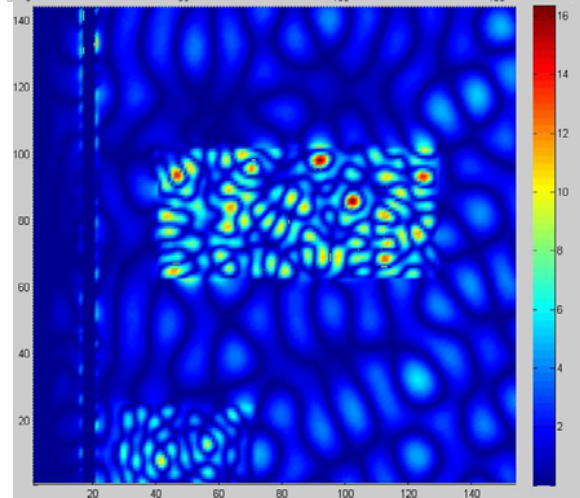
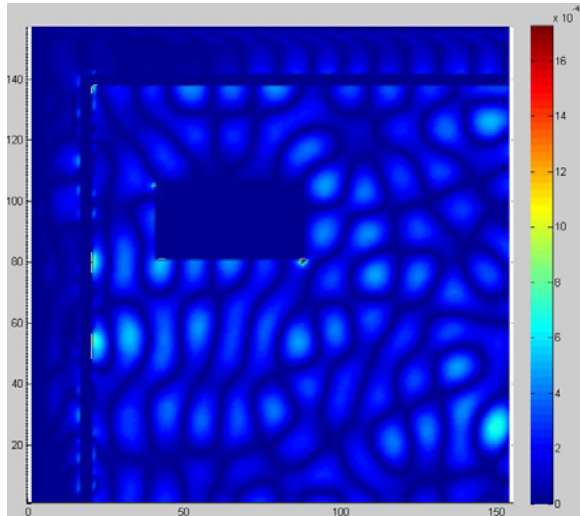


Fig. 4.21 Simulación MDFDT, sección 2, ABAJO de la fuente

Fig. 4.22 Simulación MDFDT, sección 14, ABAJO de la fuente

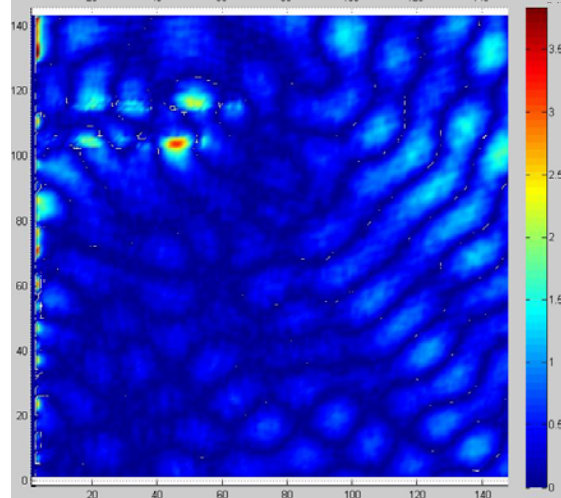
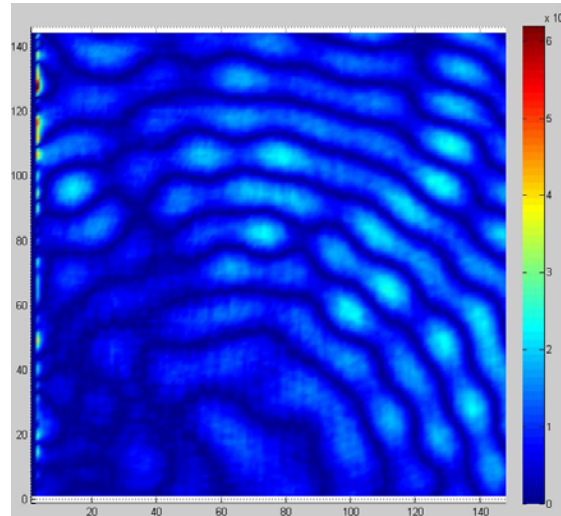


Fig. 4.23 Simulación MDFDT, sección 15, ABAJO de la fuente

Fig. 4.24 Simulación MDFDT, sección 34, ABAJO de la fuente

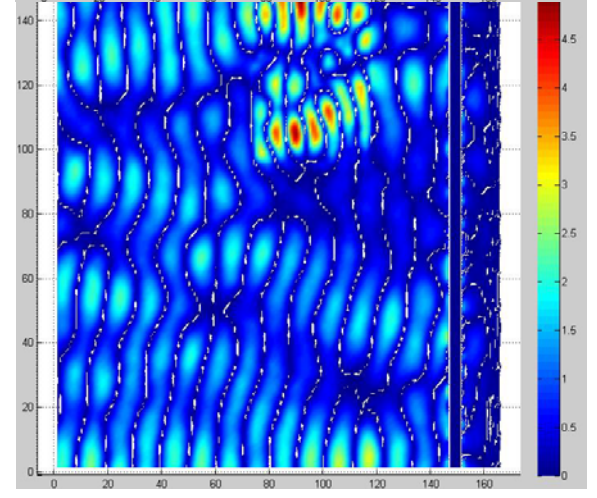
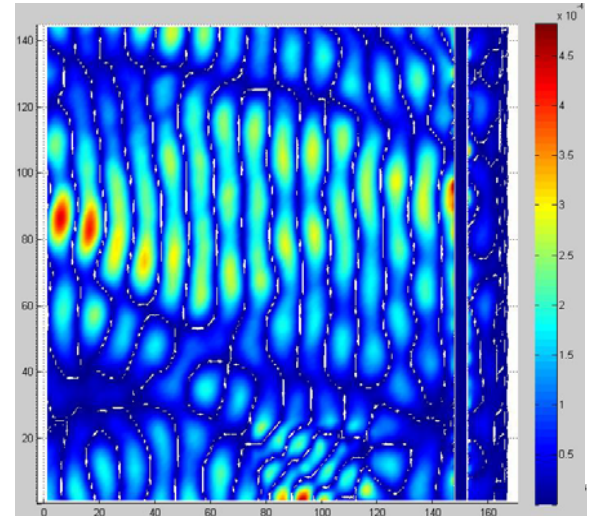


Fig. 4.25 Simulación MDFDT, sección 35, ABAJO de la fuente

4.4 MEDICIONES:

El equipo utilizado como transmisor fue el punto de acceso de marca Apple “airport extreme” figura 4.26 el cual trabaja a una frecuencia de 2.4 GHz y tiene una potencia de salida de 20dBm (nominal) y una ganancia de 1.6 dB. El punto de acceso está configurado para trabajar en el canal 8 (2.447 GHz) debido que en este canal existen menos interferencias de algún otra señal a la misma frecuencia. Éste dispositivo es utilizado para brindar el servicio de internet (el nombre de la red es MCIT Network) en las oficinas y salones mencionados.



4.26 Punto de Acceso Apple Airport Extreme

El equipo empleado como receptor fue el analizador de espectro “Anritsu MS2721B spectrum master” [26] mostrado en la figura 4.28. Este modelo tiene varias funciones, entre ellas se encuentra el analizador de espectro, medidor de potencia, mediciones de canales, etc. Como antena receptora se utilizó un monopolo de 1λ (figura 4.27) con una impedancia de 50Ω y ganancia de 2dBi. El analizador de espectro tiene la facultad de analizar diferentes estándares o protocolos de transmisión incluida el IEEE802.11n (WIFI) que es el utilizado por el punto de acceso.



4.27 Antena 2.4 – 2.5 GHz 2000 – 1032



4.28 Analizador de Espectro Anritsu MS2721B

Cada oficina es dividida 12 secciones de una medida aproximada de $.810\text{m}^2$, dentro de esta área se mide la potencia de campo recibida. Para analizar el campo electromagnético de una manera más completa, se realizan mediciones en tres planos distintos, a la altura de la *fente*, por debajo de la fuente (70 cm) y por arriba de la misma (80cm). Se realizan 108 mediciones puntuales de potencia. La figura 4.4 muestra de qué manera están divididas las oficinas y se toma una medición en cada división o sección. La potencia medida se presenta en las tablas 4.5 4.6 y 4.7.

Tabla 4.5 Potencia medida a la altura de la FUENTE en dBm

-49.86	-50.88	-49.3	-44.94	-42.34	-43.98	-56.66	-56.94	-51.58
-49.8	-50.82	-46.26	-36.26	-38.66	-39.84	-48.92	-51.06	-50.84
-48.48	-46.34	-39.74	-31.72	-37.26	-40.72	-50.38	-51.46	-54.1
-48.24	-46.92	-46.84	-41.44	-43.66	-43.22	-50	-53.86	-52.48

Tabla 4.6 Potencia medida por ARRIBA (80 cm.) de la fuente dBm

-49.04	-47.16	-52.64	-47.08	-42.82	-47.82	-53.86	-50.54	-53.24
-52.02	-47.94	-51.7	-48.46	-40.86	-42.12	-49.6	-50.68	-55.94
-50.62	-47.86	-42.34	-40.74	-46.42	-42.2	-51.36	-53.74	-52.16
-53.38	-46.9	-46.7	-43.54	-46.22	-43.32	-51.94	-54.28	-52.06

Tabla 4.7 Potencia medida por ABAJO (70 cm.) de la fuente dBm

-51.54	-49.92	-45.4	-39.72	-41.92	-42.76	-53.22	-48.76	-50.42
-52.98	-50.54	-47.76	-35.5	-38.24	-42.72	-46.04	-44.16	-52.22
-54.92	-51.22	-43.86	-32.78	-41.16	-42.44	-52.78	-49.3	-54.12
-51.28	-53.98	-50.56	-39.06	-43.54	-44.8	-47.6	-52.92	-57.74

Es importante mencionar que sólo se muestran las mediciones de las tres oficinas (108), pero en realidad se realizaron mediciones en toda la sección de estudios de la Maestría en Ciencias en Ingeniería de Telecomunicaciones, un total de 996 mediciones, (las cuales no fueron incluidas por las limitantes computacionales anteriormente mencionadas).

La contribución este trabajo de tesis es la validación del Método de diferencias finitas en dominio del tiempo para el uso en el estudio de propagación electromagnética en recintos cerrados y para esto es necesario hacer una comparación, entre los resultados que calcula el programa del MDFDT y as mediciones puntuales que se realizaron. Para poder realizar esta comparación es necesario tomar en consideración 2 aspectos:

- Convertir la potencia de campo medida en valores de intensidad de campo magnético
- Obtener el patrón de radiación del punto de acceso.

4.4.1 CONVERSIÓN POTENCIA A CAMPO

La relación en decibeles que se utiliza para convertir potencia electromagnética a intensidad de campo está dada por la siguiente ecuación [26]:

$$E_{dB\mu V/m} = K_{dB} + V_{dB\mu V} \quad 4.3$$

Donde:

$E_{dB\mu V/m}$ = intensidad de campo eléctrico

K_{dB} = factor antena

$V_{dB\mu V}$ = voltaje recibido en la antena.

El factor antena es la relación entre el campo electromagnético incidente y el voltaje recibido en la antena definiéndose en decibeles como: [27][28]

$$K_{dB} = 20 \log(f_{MHz}) - G_{dBi} - 10 \log(Z) - 12.78 \quad 4.4$$

Y para un sistema con una impedancia $Z = 50 \Omega$ es:

$$K_{dB} = 20 \log\left(\frac{9.73}{\lambda\sqrt{G}}\right) \quad 4.5$$

Para obtener el voltaje que incide en la antena se utiliza la expresión [26]:

$$V_{dB\mu V} = dB_m + 90 + 10 \log(Z) \quad 4.6$$

Para un sistema con una impedancia de $Z = 50 \Omega$.

$$V_{dB\mu V} = dB_m + 107 \quad 4.7$$

Por último recordemos la relación entre el campo magnético y el campo eléctrico en el espacio libre, donde η es la impedancia intrínseca del medio:

$$H = \frac{E}{\eta} \quad 4.8$$

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = 120 * \pi \quad 4.9$$

4.4.2 PATRÓN DE RADIACIÓN

La fuente puntual del método de diferencias finitas en el dominio del tiempo radia una onda numérica que tiene una variación en el tiempo acorde con la función inicial y se propaga simétricamente en todas las direcciones, como un patrón omnidireccional.

Para realizar la comparación, se obtiene el patrón de radiación del punto de acceso. Se observa en la figura 4.29 que existen algunos picos y valles que deben ser suavizados y llevados, lo más posible, a un comportamiento omnidireccional como la fuente puntual programada.

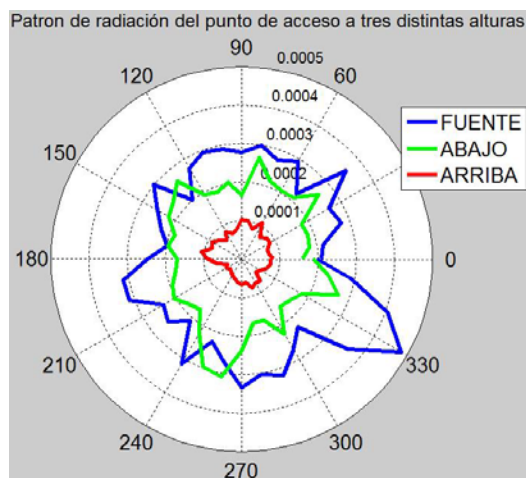


Fig. 4.29 Patrón de radiación en tres planos

El patrón de radiación se obtuvo para cada plano. En cada altura se calcula un promedio, y éste es el nuevo valor del patrón de radiación en cada altura. Por lo tanto los picos y valles se suavizan al promedio y se obtiene un factor de corrección que será aplicado a las mediciones puntuales, es decir, si tenemos un pico en 330°, se sustituye este pico por el valor promedio y se calcula la diferencia entre los 2 valores. El factor obtenido se añade a la medición de campo en las secciones que se encuentran a 330°, tratando así de llevar las mediciones a un patrón omnidireccional. Se presenta una tabla de los valores de campo del patrón de radiación, el factor de corrección y el nuevo valor.

Tabla 4.8 Factor de corrección, FUENTE, promedio H= 0.000278651 A/m					
Ángulo	Campo Punto de acceso H/m	Valor de corrección H/m	Ángulo	Campo Punto de acceso H/m	Valor de corrección H/m
0	0.000209216	6.94346E-05	180	0.00024637	3.2277E-05
10	0.00021607	6.25804E-05	190	0.000315206	-3.65557E-05
20	0.000277712	9.38406E-07	200	0.000312316	-3.36659E-05
30	0.000264603	1.40475E-05	210	0.000236371	4.22792E-05
40	0.000356119	-7.74682E-05	220	0.00025095	2.7696E-05
50	0.000223149	5.55016E-05	230	0.000209698	6.89523E-05
60	0.000292816	1.41655E-05	240	0.000313036	-3.43859E-05
70	0.000274533	4.11735E-06	250	0.000226775	5.1876E-05
80	0.000299637	2.09861E-05	260	0.00026952	9.1281E-06
90	0.000277712	9.38406E-07	270	0.000333116	-5.4465E-05
100	0.0002908	1.21498E-05	280	0.000303106	-2.44557E-05
110	0.000296207	1.75561E-05	290	0.000320328	4.16774E-05
120	0.000272643	6.00722E-06	300	0.00027139	7.2599E-06
130	0.000202113	7.65373E-05	310	0.000229401	4.92498E-05
140	0.000300327	-2.16768E-05	320	0.00036274	8.4089E-05
150	0.00025503	2.3618E-05	330	0.00048261	0.00020396
160	0.000224696	5.39548E-05	340	0.000407	0.00012835
170	0.000198882	7.97688E-05	350	0.0002908	1.215E-05

En el anexo A se muestran las tablas con los valores de corrección por arriba y debajo de la fuente.

Aplicando el valor de corrección a cada sección dependiendo el ángulo en el cual se encuentre, se puede hacer la comparación entre los valores medidos y simulados. La tabla 4.9 presenta la comparación de los valores de campo simulados y los valores medidos con el valor de corrección agregado.

Tabla 4.9 Comparación de campo medido y simulado en el plano FUENTE

Secciones	Nivel de campo MDFDT A/m	Nivel de campo Mediciones A/m	secciones	Nivel de campo MDFD A/m	Nivel de campo Mediciones A/m
1	1.69E-04	1.89E-04	19	4.16E-04	5.27E-04
2	1.12E-04	6.93E-05	20	3.26E-04	3.23E-04
3	1.44E-04	1.65E-04	21	3.42E-04	3.13E-04
4	1.25E-04	1.94E-04	22	4.09E-04	3.99E-04
5	2.22E-04	1.35E-04	23	3.65E-04	3.66E-04
6	1.76E-04	1.42E-04	24	1.87E-04	3.14E-04
7	1.55E-04	2.05E-04	25	1.81E-04	1.32E-04
8	2.13E-04	2.53E-04	26	1.49E-04	1.52E-04
9	3.78E-04	1.01E-04	27	1.02E-04	1.34E-04
10	4.15E-04	3.20E-04	28	7.62E-05	1.33E-04
11	3.76E-04	5.90E-04	29	8.49E-05	4.72E-05
12	2.34E-04	2.99E-04	30	1.48E-04	1.22E-04
13	1.15E-03	2.92E-04	31	7.49E-05	9.91E-05
14	1.20E-03	6.56E-04	32	6.83E-05	7.18E-05
15	1.33E-03	9.71E-04	33	6.31E-05	9.27E-05
16	2.73E-04	2.55E-04	34	7.45E-05	1.25E-04
17	3.20E-04	3.40E-04	35	5.22E-05	7.29E-05
18	4.65E-04	5.13E-04	36	6.33E-05	8.49E-05

En el anexo B se muestran las tablas comparando los niveles de campo MDFDT y las mediciones en A/m en los planos restantes (arriba y debajo de la fuente).

Las figuras 4.30, 4.31 y 4.32 muestra una comparación entre el campo magnético medido con y sin factor de corrección y los valores de campo simulados (MDFDT).

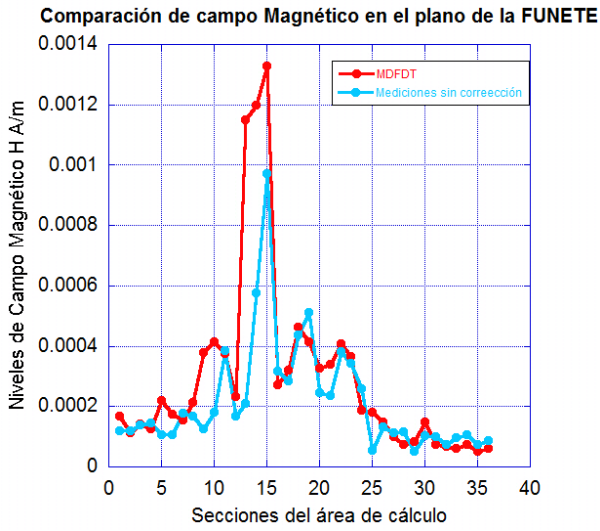


Fig. 4.30a Comparación de los valores de campo magnético sin corrección en la Fuente

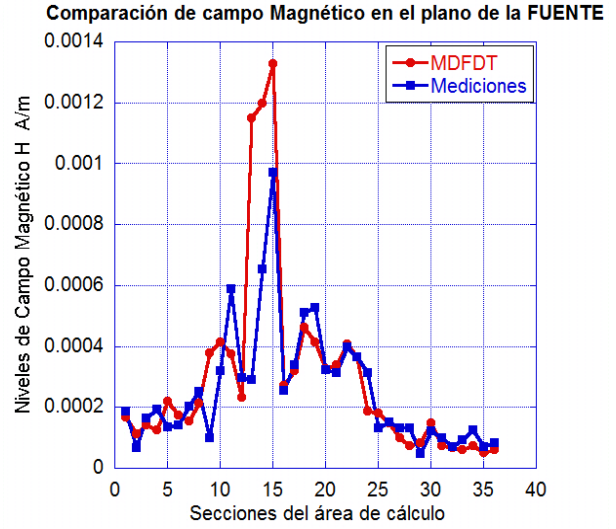


Fig. 4.30b Comparación de los valores de campo magnético con corrección en la Fuente

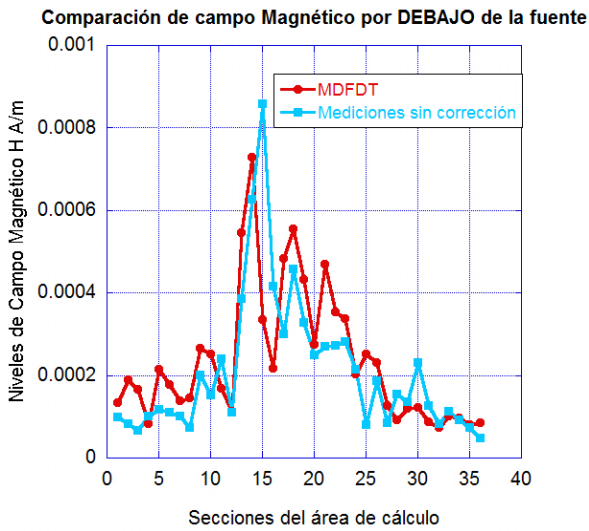


Fig. 4.31a Comparación de los valores de campo magnético sin corrección debajo de la fuente

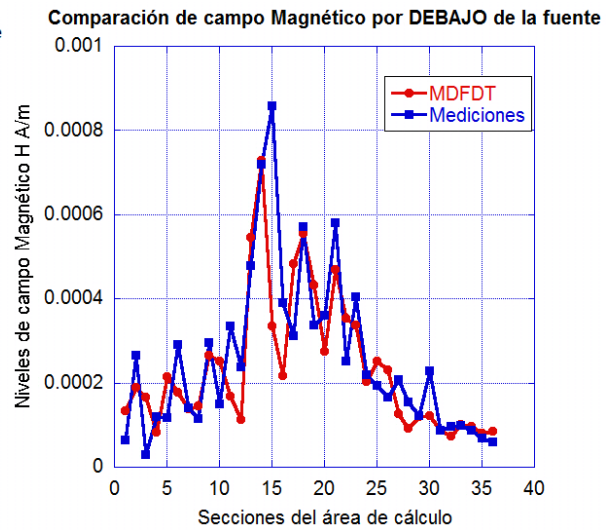


Fig. 4.31b Comparación de los valores de campo magnético con corrección debajo de la fuente

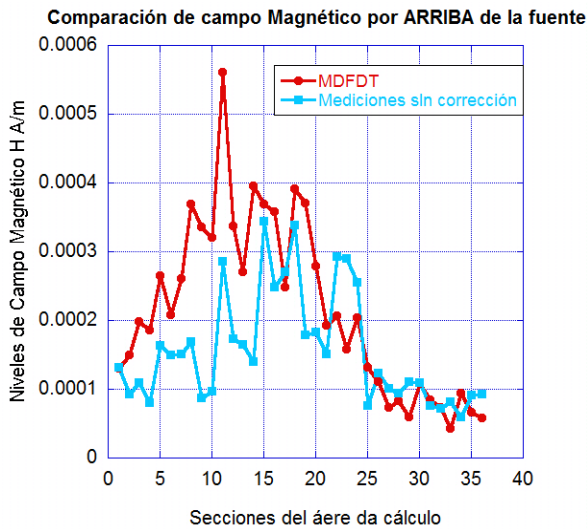


Fig. 4.32a Comparación de los valores de campo magnético sin corrección por arriba de la fuente

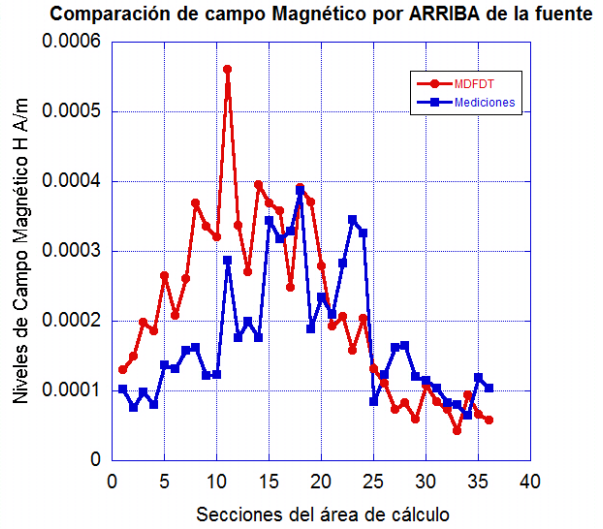


Fig. 4.32b Comparación de los valores de campo magnético con corrección por arriba de la fuente

Se puede observar que el factor de corrección introducido mejora el nivel de comparación. La obtención del patrón de radiación no se obtuvo en una cámara anecoica debido a que no se cuenta con una, sin embargo, obteniendo el factor de corrección en la cámara, es posible mejorar aun más la comparación entre simulación y medición.

Las figuras 4.30 y 4.31 tienen un comportamiento muy similar, la diferencia es de unos cuantos A/m y son muy parecidas en forma, se observa que la mayor intensidad de campo se da en la sección 15 (donde está la fuente colocada) y mientras la medición se aleja de la fuente la intensidad de campo disminuye, la secciones 33 a 36 son las más alejadas de la fuente. Se ilustra también que el plano en la fuente tiene los valores más grandes de intensidad de campo, mientras que por arriba o debajo de la fuente se tienen intensidades más pequeñas. Por otro lado, la gráfica que describe las comparaciones el plano por arriba de la fuente, figura 4.32, se muestran con mayor diferencia en cada sección, aunque el comportamiento de ambas curvas es muy similar.

Se puede decir que es impráctico aplicar el factor de corrección obtenido del patrón de radiación ya que las correcciones son mínimas, sin embargo es necesario, ya que actualmente no existe una antena que posea un patrón de radiación omnidireccional como el que se obtiene de la fuente puntual simulada, por lo tanto es necesario tratar de llevarlo a un comportamiento casi omnidireccional.

4.5 MODELO DE PROPAGACIÓN

Los estudios que analizan el campo electromagnético en recintos cerrados y que predicen la pérdida de potencia están basados en modelos de propagación empíricos usados en distintos ambientes [29] [30], los resultados se obtienen realizando mediciones a lo largo y ancho del recinto en cuestión y la aplicación del modelo, sin embargo, estos modelos arrojan distintos resultados dependiendo del ambiente donde son evaluados [31] [32] debido a que los recintos son

diferentes entre sí. Los elementos más comunes dentro de los recintos son las paredes que después de muchas mediciones se obtiene un factor de pérdida distinto dependiendo del material y grosor de la pared [8][32]. Con el MDFDT es posible simular todo el espacio incluyendo paredes, mobiliario, libros, que también son causa de pérdida de potencia. Es necesario comprar el MDFDT con los modelos de propagación empíricos actualmente utilizados para que sea evaluado y pueda ser utilizado en el análisis de propagación electromagnética en recintos cerrados proponiendo una solución en tres dimensiones.

Se propone convertir los datos calculados por el programa en dBm para que sean comparados con los datos de predicción que un modelo empírico obtiene. Existen muchos modelos con los cuales se puede hacer la comparación, sin embargo, previo a este trabajo de tesis, en el área de cálculo ya se habían hecho estudios de propagación usando algunos modelos empíricos. La tesis "*Análisis de propagación en interiores en la banda de 2.4 GHz para diseño de cobertura de la red IEEE802.11b, g de ESIME Zacatenco*" (febrero 2006) realizó los estudios y cálculos necesarios que se toman como referencia para predecir los niveles de potencia (dBm) en las secciones del área de cálculo.

Sólo 2 modelos son utilizados para el análisis de propagación en el área de cálculo: *Modelo de una pendiente* y *Modelo Multi paredes*. Las secciones 13 – 24 se predicen con el primer modelo, mientras que las secciones restantes son analizadas con el modelo Multi paredes, como es claro, en estas secciones no existe *línea de vista*.

El modelo de una pendiente [33], asume una dependencia lineal entre la pérdida por trayectoria y la distancia logarítmica. Se basa en una línea de ajuste y solo se toma en cuenta la frecuencia de operación.

$$L = L_0 + 10 \cdot n \cdot \log(d) \quad 4.10$$

L_0 = pérdida por trayectoria a un metro de distancia

n = índice de decaimiento de potencia

d = distancia entre transmisor y receptor.

Para encontrar los valores de n y L_0 el modelo se ajusta a una escala semi logarítmica usando el método de mínimos cuadrados que considera un conjunto de mediciones que se ajustan a una relación lineal como se indica en la ecuación de la recta:

$$y = mx + b \quad 4.11$$

Mediante éste método el modelo de predicción para línea de vista que se utiliza queda descrito de la siguiente forma:

$$L = L_0 + L_c + 10n \cdot \log(d) \quad 4.12$$

$$m = 10n \quad 4.13$$

$$b = L_0 + L_c \quad 4.14$$

$$x = \log(d) \quad 4.15$$

Se obtuvo el cálculo de $n=1.91231$ y de $b = 37.1416$.

El Modelo Multi paredes [33] define la pérdida por trayectoria en el espacio libre más las pérdidas introducidas por la penetración en paredes y pisos.

El modelo de predicción sin línea de vista con pérdida de penetración en paredes, toma en consideración los valores calculados en el modelo de una pendiente. Este modelo de predicción está descrito con la fórmula siguiente [33]:

$$L = 37.1416 + 10 \cdot (1.91231) \cdot \log(d) + k_w + l_w \quad 4.16$$

k_w = número de paredes atravesadas

l_w = pérdida por penetración en paredes. Éste dato fue calculado y el valor que se toma como valido es de 2.5 dB [33].

Los datos de mediciones puntuales y los resultados de la simulación los convertimos a datos en decibeles y de esta forma hacer una comparación entre el *modelo de propagación, valores medidos y resultados MDFDT (simulación)*. En el anexo C se muestran las tablas de comparación correspondientes.

Con los modelos de propagación tenemos un nivel más de comparación. Esta comparación permite evaluar y aprobar el MDFDT para que se pueda utilizar en el análisis de propagación en interiores. Existen varios estudios de propagación en interiores con el MDFDT pero son análisis en dos dimensiones [34][35], la propuesta de esta tesis es el dar solución a las ecuaciones de Maxwell en un ambiente tridimensional presentando resultados de comparación en tres diferentes planos, aunque es posible obtener resultados de toda la región de cálculo pero se necesitaran más recursos computacionales.

Las figuras 4.33, 4.34 y 4.35 muestran las comparaciones entre los datos simulados mediante el MDFDT, las mediciones puntuales en el área de cálculo y la aplicación de modelos empíricos.

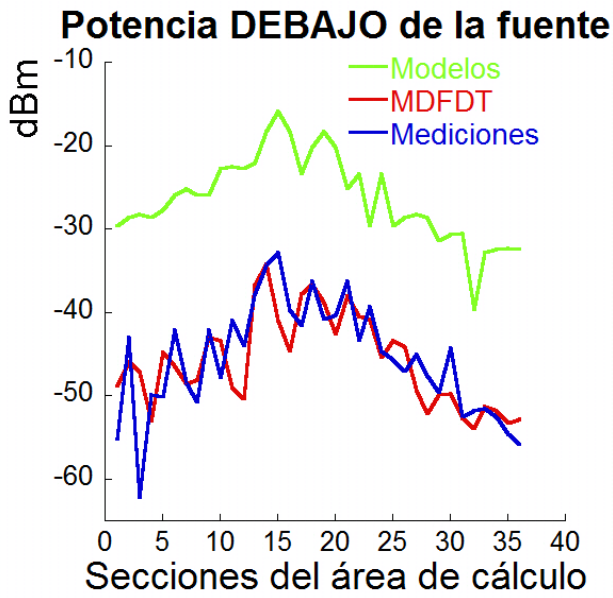


Fig. 4.33 Comparación de niveles de potencia en el plano de la fuente

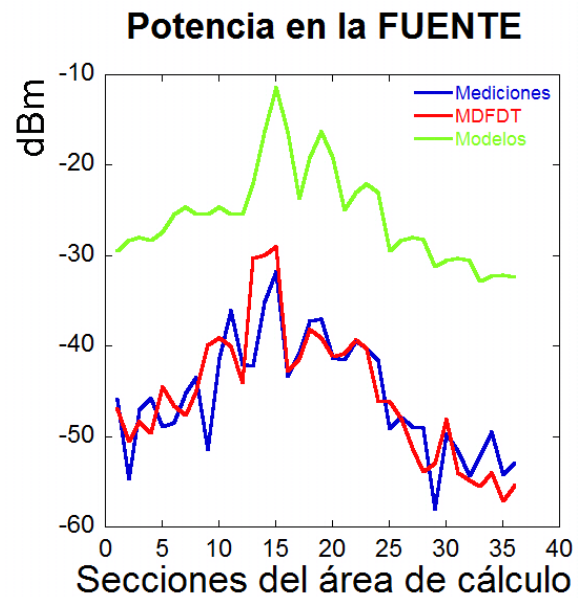


Fig. 4.34 Comparación de niveles de potencia por debajo de la fuente

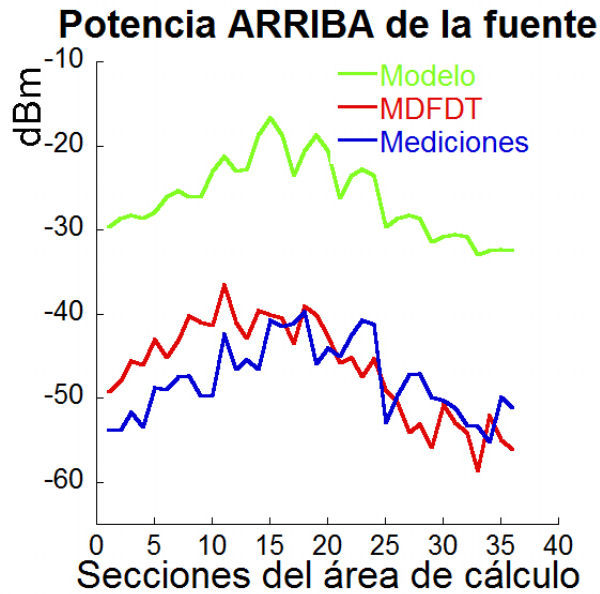


Fig. 4.35 Comparación de niveles de potencia por arriba de la fuente

Las gráficas 4.33, 4.34 y 4.35 ilustran la potencia en cada una de las secciones del área de cómputo en los distintos planos como se ha venido haciendo el estudio y se observa un comportamiento similar. El eje ordenado muestra la potencia en dBm mientras que en las abscisas se colocan las secciones del área de cálculo 1 al 36. Existe una diferencia de 20 dBm aproximadamente entre los resultados del modelo empírico y las otras dos variables, no obstante, las formas de las curvas son muy parecidas entre sí. La potencia es afectada de manera similar en las tres variables en cada una de las tres gráficas, donde crestas y valles coinciden en la mayoría de las secciones de cálculo del área de estudio.

Los resultados que se presentan son obtenidos de una simulación en tres dimensiones pero se presentan resultados en tres planos distintos, donde los mayores niveles de potencia están en el plano donde se ubica la fuente y conforme nos alejamos de ella la potencia cae, esto se observa en las secciones más alejadas y también en el plano que está por arriba de la fuente que se encuentra a 80 cm. de la fuente.

Analizando los resultados se puede afirmar que es necesario tomar en consideración los objetos que se encuentran dentro del mismo. La diferencia en los resultados de predicción de potencia del modelo y los datos obtenidos del MDFDT es debida a que solo toma en cuenta algunos elementos dentro del recinto, sin embargo, el campo electromagnético es afectado de manera distinta por cada obstáculo y ésta afectación está en función de las características eléctricas de los materiales.

Para poder validar el método de diferencias finitas en el dominio del tiempo es necesario compararlo con otros modelos de propagación empíricos, se decidió hacer la comparación como se ilustra en esta tesis debido a que previamente se tiene un estudio de propagación realizado para la sección de estudios de la Maestría en Telecomunicaciones obteniendo buenos resultados.

4.6 CONCLUSIONES

Nuestro objetivo es verificar o evaluar el “método de diferencias finitas en el dominio del tiempo” para el estudio de pérdidas de potencia en análisis de propagación en recintos cerrados. Se compara con mediciones puntuales y con un modelo de predicción de pérdidas en interiores, los resultados son excelentes. Podemos observar que existen diferencias mínimas en dB entre la simulación y las mediciones puntuales, sin embargo los resultados del modelo arroja valores de hasta 20 dBm de diferencia. Esta diferencia es debido a que en el modelo no se interactúa con los diferentes obstáculos dentro del recinto, simplemente toma en cuenta un valor de pérdida para las paredes, por lo tanto para hacer un análisis de pérdida de potencia más completo y correcto en recintos cerrados es necesario tomar en cuenta todos los elementos que se incluyen en el área de análisis.

La simulación en tres dimensiones permite observar el comportamiento de la propagación en cualquier plano de la región de cálculo, no es posible hacer un análisis en dos dimensiones ya que

la energía electromagnética es afectada por todos los objetos dentro de un recinto y éstos están ubicados en diferentes lugares dentro de un espacio tridimensional.

El MDFDT que fue presentado en 1966 tiene una enorme vigencia en nuestros días, la desventaja que el método presenta son los elevados recursos de computo que se necesitan, sin embargo, el avance computacional en nuestros días es vertiginoso. Una prueba de esto: *Cuando se realizó el primer experimento en diciembre de 2010 no se pudo ejecutar el programa por problemas de memoria, se requerían 500 Gb, pero, para Mayo de 2011 la UNAM realiza pruebas con supercomputadoras con capacidades de más de 1.5 Tb e memoria RAM.*

Como trabajo futuro se pretende ampliar las áreas de cálculo y poder obtener un modelo de propagación en interiores a base del Método de diferencias finitas en el dominio del tiempo y como primer paso, estudiar el comportamiento de la simulación en toda la sección de la Maestría en Ciencias en Ingeniería de Telecomunicaciones.

Capítulo V

Conclusiones y trabajo futuro.

Desde que el método de diferencias finitas en el dominio del tiempo (MDFDT) fue presentado a la comunidad científica a mediados del siglo anterior se ha utilizado como una excelente herramienta para dar solución a las ecuaciones de Maxwell en distintos medios y condiciones como guías de onda, resonadores, efectos de campo, etc.; y en los últimos años su popularidad ha crecido de manera exponencial lo que se comprueba con los varios miles de publicaciones y referencias que hacen uso del MDFDT.

La vasta experiencia del grupo de trabajo de electromagnetismo computacional de posgrado de la Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica ha permitido el desarrollo de programas que resuelven las ecuaciones de Maxwell mediante el MDFDT, validándolos y obteniendo muy buenos resultados para distintos experimentos, por lo tanto, se considera hacer uso del MDFDT en tres dimensiones en el análisis de propagación electromagnética en recintos cerrados con obstáculos de diferentes materiales.

Como primera investigación se realizaron estudios de propagación electromagnética en las instalaciones de la Maestría en Ciencias en Ingeniería en Telecomunicaciones (MCIT), en un esquema de dos dimensiones utilizando el modos de propagación Transversal Eléctrico (TE) y el modo Transversal Magnético (TM), sin embargo un ambiente bidimensional no es real. La energía electromagnética viaja por el espacio libre propagándose en cualquier dirección y todos los elementos que se encuentran en su viaje influyen de manera significativa en su recorrido afectando la potencia y presentando efectos de reflexión, difracción y refracción en todo el espacio. Un análisis en tres dimensiones permite hacer un análisis apegado a la realidad tomando en cuenta todas las direcciones por donde la energía puede propagarse observando todos los

efectos originados por los obstáculos que la propagación electromagnética se encuentre en su trayectoria.

Posteriormente, haciendo un análisis tridimensional, se estudió de forma individual el comportamiento de la energía electromagnética incidiendo en materiales que comúnmente se encuentran en los recintos cerrados, madera, vidrio, aluminio, fierro, concreto y a partir de este análisis, observando los efectos asociados, se confirma la decisión de simular las instalaciones de la sección de estudios, salones y oficinas, de la MCIT.

Se puede definir a partir de este trabajo una metodología general. Primero se delimita el área de cálculo; es importante conocer el área donde se realiza el estudio y la frecuencia de operación del análisis ya que con estos elementos se puede calcular la cantidad de celdas que componen la matriz tridimensional que emula el área física de cálculo, lo que permite saber cuáles son los requerimientos de memoria RAM requerida. Una de las experiencias de esta tesis fue que al inicio del experimento, no se tenía contemplada la enorme cantidad de memoria RAM que el programa necesita para su ser ejecutado, este problema modificó el alcance inicial del trabajo reduciendo el área de estudio un 60% en el eje x y 73% en el eje y; conjuntamente, se requirió el uso de técnicas de cómputo paralelo. Es de suma importancia resaltar que el no haber implementado cómputo paralelo y sin la asistencia de los profesores de la Universidad Nacional Autónoma de México y del Centro de Investigación en Computación el programa no hubiera podido ser ejecutado.

Después de delimitar el área de cómputo, es necesario conocer el tamaño del escalonado espacial, es decir, el tamaño real de la celda unitaria. Para este trabajo de tesis se utilizó una frecuencia de operación de 2.4 GHz, por lo tanto, el tamaño físico de la célula unitaria es de 0.625 cm. Se toman medidas de cada uno de los elementos dentro del área de cálculo y se discretizan proporcionalmente de acuerdo a la medida del escalonado espacial. Igualmente se asignan a las celdas correspondientes las características eléctricas de cada material, es decir, se colocan virtualmente los obstáculos de distintos materiales en el área de cálculo.

Las gráficas que ilustran los valores de campo magnético medidos y los datos de simulación son casi exactas tanto en forma como en magnitud, y añadiendo el factor de corrección las curvas son aún más parecidas. Es de especial interés la exactitud obtenida entre ésta dos curvas, lo que debe motivar para aplicar el MDFDT en recintos de mayores volúmenes para observar el comportamiento en distancias más grandes, sin embargo, se puede observar una clara tendencia de decaimiento de intensidad de campo magnético en las secciones más alejadas a la fuente. Es posible afirmar que la simulación fue realizada con éxito ya que los datos simulados son casi idénticos en comparación con la mediciones puntuales convertidas en intensidad campo magnético.

Para que el MDFDT pueda ser utilizado en el análisis de propagación en recintos cerrados es necesario hacer una comparación con algún modelo empírico que sea válido. En Febrero de 2006 se realizó un excelente trabajo analizando la potencia de campo en las instalaciones del MCIT [27],

se tomaron como referencia esos resultados y se aplican los modelos que se adapten al área de cálculo (*Modelo de una pendiente y Modelo Multi paredes*). Es necesario realizar la comparación en dBm para de esta forma observar la potencia de campo en cada una de las secciones del área de cómputo. La intensidad de campo magnético obtenida por el MDFDT se convierte en potencia dBm y se comparan, en una misma gráfica, contra los valores medidos de manera puntual y los resultados de predicción de potencia arrojados por los modelos de propagación empíricos.

Se aprecia, de primer vistazo, que los elementos dentro del recinto influyen de manera importante en las mediciones, tanto es que en la comparación con los modelos de propagación, (que no los consideran), existen diferencias de más de 20 dB. Sin embargo en la comparación de las 3 gráficas (simulación, medición, modelo) existe una tendencia similar en la forma, es decir, se encuentran crestas y valles prácticamente en las mismas secciones de cálculo, además, el decaimiento de potencia a lo largo del área de cálculo también concuerda en las tres curvas lo que permite aprobar el MDFDT en tres dimensiones para que pueda ser utilizado en el análisis de propagación electromagnética en interiores. Es pertinente realizar comparaciones del MDFDT con otros modelos empíricos en recintos cerrados que consideren otras variables de tal forma que la gama de comparación sea mayor y de esa forma validar el MDFDT. Es necesario, también, realizar un estudio sobre un área de trabajo más grande y observar el comportamiento de los datos simulados.

Los resultados obtenidos son simplemente tres planos de toda el área de cálculo tridimensional y cada uno es afectado por todos los elementos dentro del recinto, el programa es capaz de obtener resultados de intensidad de campo magnético en todo el espacio tridimensional. Los resultados logrados de este trabajo de tesis motivan a realizar más estudios de propagación tridimensionales utilizando el MDFDT, aplicarlo en otros recintos con otros materiales, lugares de estudio más grandes, es decir, este trabajo es el inicio de una serie de contribuciones sobre análisis en recintos cerrados usando el MDFDT en tres dimensiones. Comprobada la exactitud del Método de Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo es posible que sea utilizado ampliamente en los análisis y modelos de propagación electromagnética en recintos cerrados.

Actualmente, el MDFDT aplicado a estudios de propagación en interiores, puede ser no eficiente debido a las limitaciones que en recursos de cómputo se tienen, sin embargo las contribuciones en materia computacional y las técnicas desarrolladas a lo largo de los últimos años, así como las que se desarrollen en un futuro, permitirán el uso de procedimientos más eficaces del método, y no solo en hacer más eficiente el uso memoria, sino también el procesamiento de datos, y cada vez, con los mismos o menores recursos, realizar estudios en recintos más grandes.

Una contribución importante para el trabajo futuro es corregir el programa utilizado en este trabajo de tesis de manera que sea más eficiente el uso de memoria RAM a la hora de declarar variables y matrices. También se pueden aplicar otras técnicas de paralelización como *MPI*, *GPU*, *etc.* y de esta manera hacer simulaciones cada vez más grandes, lo que es necesario para hacer una validación definitiva del MDFDT en tres dimensiones para su utilización en análisis de propagación electromagnética en recintos cerrados. Existe la posibilidad que la UNAM dentro de

sus programas de supercomputo obtener una computadora con 1.5 TB en RAM, por lo que se podría realizar un análisis de propagación a lo largo de las instalaciones del MCIT como se tenía contemplado en un principio, y analizar los datos de simulación en un área más grande como es necesario.

Referencias

- 1 M. Hata, "empirical formula for propagation loss in land mobile radio services", IEEE TRANSACTIONS ON VEHICULAR TECHNOLOGY, VOL. VT-29, NO. 3, AUGUST 1980
- 2 Y. Okumura , "Field strength and its variability in UHF and VHF land-mobile radio service," Rev. Elec. Commun. Lab.. vol. 16, 1968.
- 3 F. Ikegami, "Mobile radio communication in Japan," IEEE Trans Commun., vol COM-20, 1972.
- 4 J. Walfish, L. Bertoni "A theoretical Model of UHF propagation in Urban Environments", IEEE TRANSACTIONS ON ANTENNAS AND PROPAGATION, VOL. 36, NO. 12, DECEMBER 1988
- 5 JOHN J. EGLI, Radio propagation above 40 MC over irregular terrain
- 6 COST Action 231, Digital mobile radio towards future generation systems, final report, European Commission, Brussels, 1999.
- 7 The Mobile radio propagation channel, J.D. Parsons. DS (Eng) Prentech Press. Publishers – London
- 8 M. Lott, I. Forkel, "A multi wall and floor Model for indoor radio propagation, Siemens, AG, Ingo Forkel RWTH Aachen.
- 9 J.Keenan, A. Motley, "radio coverage in buildings", British Telecom Journal, Vol. 8, No.1, January 1990
- 10 G.E. Athanasiadou, and A.R. Nix, "A Novel 3D Indoor Ray Tracing Propagation Model: The Path Generator and Evaluation of Narrow-Band and Wide-Band Predictions", IEEE Trans. Veh, Tech., vol. 49, pp.1152-1168, Jul 2000
- 11 J. Berenger, "A perfectly matched layer for the Absorption of electromagnetic waves", Journal of computation physics 111, 185 – 200, 1994.
- 12 K. S. Yee, "Numerical solution of initial boundary value problem involving Maxwell's equations in isotropic media" IEEE Transactions on antennas and Propagation, vol. 14, May 1966, pp. 302-307.
- 13 A. Taflove,"Computational Electrodynamics: The Finite Difference Time Domain Method", Artech House, 2000.
- 14 Jorge Sosa Pedroza, Mauro Enciso Aguilar, José Luís López Bonilla, José Ricardo García Olivo, "Estudio de propagación electromagnética en medios guiados no homogéneos usando el Método de Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo", II Congreso Internacional de Electromagnetismo Aplicado, Santiago de Cuba, Junio 2007
- 15 J, Berenger, "Three-Dimensional Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Wave, JOURNAL OF COMPUTATIONAL PHYSICS 127, 363–379 (1996)

- 16 Tesis: "análisis en guías de onda y resonadores rectangulares en el modo TE utilizando el MDFDT, Ing. Alberto M. Benavides Cruz, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Instituto Politécnico Nacional, febrero 2006
- 17 Elements of Electromagnetics, Matthew N. O. Sadiku, Oxford University, Edition 5, Inglaterra, 2010.
- 18 Teoria Electromagnetica, Johnk Carl, Limusa noriega editores, 2004
- 19 Electromagnetismo con aplicaciones, Kraus John D., Mc GrawHill, Edición 5, México, 2000.
- 20 Microwave Engineering, David M. Pozar, John Wiley & Sons, 2da edicion, 1998.
- 21 A. Lauer, A. Bahr, I.Wolff, "FDTD Simulations of Indoor Propagation", Vehicular Technology Conference, 1994 IEEE 44th, 883 - 886 vol.2, 8-10 Jun 1994
- 22 J.W.H. Lee, A.K.Y. Lai, "FDTD analysis of indoor radio propagation", Antennas and Propagation Society International Symposium, 1998. IEEE, 1664 - 1667 vol.3, 21-26 Jun 1998.
- 23 OpenMP: Simple, Portable, Scalable SMP Programming. <http://www.openmp.org>
- 24 DAGUM, L. , A N D M E N O N, R. Openmp: An industry standard api for shared-memory programming. IEEE Comput. Sci. Eng. 5, 1 (1998), 46–55.
- 25 MPI and OpenMP Paradigms on Cluster of SMP Architectures: the Vacancy Tracking Algorithm for Multi-Dimensional Array Transposition, Yun He, Supercomputing, ACM/IEEE 2002 Conference, Nov. 2002
- 26 User Guide Spectrum Master MS2721B, MS2723B, MS2724B, Anritsu.
- 27 TDK RF Solutions Inc., "Interpreting Antenna Performance Parameters for EMC Application: Part 3: Antenna Factor http://www.tdkrfsolutions.com/DataPDFs/antenna_paper_part3.pdf
- 28 Antenna Theory, C. Balanis, Wiley, tercera edición 2005.
- 29 P. Pechac, M. Klepal, M. Mazánek, "Indoor Propagation Modelling in Multi-storey Buildings in Prague"
- 30 J.B. Andersen, T.S. Rappaport, S. Yashida, "Propagation measurements and models for wireless communications channels", Communications Magazine, IEEE, vol. 33 Issue:1, 42 – 49, January 1995.
- 31 E. F. T. Martijn, M. H. A. J. Herben "Characterization of Radio Wave Propagation Into Buildings at 1800 MHz" Antennas and Wireless Propagation Letters, IEEE, vol. 2 Issue:1, 122 -125, 2003
- 32 C. Oestges, A. J. Paulraj "Propagation into Buildings for Broad-Band Wireless Access", Vehicular Technology, IEEE Transactions on, vol. 53 Issue: vol. 2, 521 – 526, March 2004.
- 33 Tesis: "Análisis de propagación en interiores en la banda de 2.4 GHz para diseño de cobertura de la red IEEE802.11b, g de ESIME Zacatenco", Ing. Mauricio Martínez Ramírez, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Instituto Politécnico Nacional, febrero 2006
- 34 Y. Zhao, Y. Hao, C. Parini, "Two Novel FDTD Based UWB Indoor Propagation Models", Ultra-Wideband, 2005. ICU 2005. 2005 IEEE International Conference on, 5-8 Sept. 2005, 124 -129.

- 35 Y, Wang, S. Safavi – Nacini, S.K. Chughuri, “A Combined Ray Tracing and FDTD Method for Modeling Indoor Radio Wave Propagation”, Antennas and Propagation Society International Symposium, 1998. IEEE, vol.3 1668 – 1671, 21-26 Jun 1998.

Anexos

Anexo A tablas de factor de corrección

Tabla Factor de corrección, ABAJO DE la fuente H= 0.000206221 A/m

Ángulo	Campo Punto de acceso H/m	Valor de corrección H/m	Ángulo	Campo Punto de acceso H/m	Valor de corrección H/m
0	0.000159807	-4.64139E-05	180	0.0001685	-3.7723E-05
10	0.000180134	-2.60869E-05	190	0.000175225	-3.0996E-05
20	0.00018518	-2.10403E-05	200	0.000193017	-1.3204E-05
30	0.000180965	-2.52555E-05	210	0.000204454	-1.76695E-06
40	0.000262782	5.6561E-05	220	0.00018222	-2.4001E-05
50	0.000209698	3.47768E-06	230	0.000171236	-3.49847E-05
60	0.000206345	1.24839E-07	240	0.000222124	1.59031E-05
70	0.000218069	1.18489E-05	250	0.00029689	9.06689E-05
80	0.000267667	6.14464E-05	260	0.00030945	0.00010323
90	0.000166953	-3.92674E-05	270	0.000238558	3.23379E-05
100	0.000202579	-3.6414E-06	280	0.000168111	-3.811E-05
110	0.000185607	-2.0613E-05	290	0.000168111	-3.811E-05
120	0.000193017	-1.32039E-05	300	0.00022418	1.7958E-05
130	0.000262782	5.6561E-05	310	0.000158707	-4.7514E-05
140	0.000234204	2.79837E-05	320	0.0001658	-4.0417E-05
150	0.00021958	1.336E-05	330	0.00018264	-2.3581E-05
160	0.000185607	-2.06134E-05	340	0.000269522	6.33018E-05
170	0.000196153	-1.00676E-05	350	0.00022782	2.1601E-05

Tabla Factor de corrección, ARRIBA de la fuente H= 0.00007257 A/m

Ángulo	Campo Punto de acceso H/m	Valor de corrección H/m	Ángulo	Campo Punto de acceso H/m	Valor de corrección H/m
0	8.29077E-05	1.03356E-05	180	8.9866E-05	0.00001729
10	7.27101E-05	1.3802E-07	190	6.55533E-05	-7.0188E-06
20	7.15476E-05	-1.02453E-06	200	4.01416E-05	-0.00003243
30	8.42548E-05	1.16827E-05	210	4.63015E-05	-0.00002627
40	8.62174E-05	1.36453E-05	220	3.8071E-05	-0.00003450
50	7.33829E-05	8.10798E-07	230	4.36109E-05	-0.00002896
60	0.000108043	0.00003547	240	4.84836E-05	-0.00002409
70	8.30988E-05	1.05267E-05	250	5.50294E-05	-1.7543E-05
80	0.000100137	0.00002756	260	6.1602E-05	-1.097E-05
90	0.000103418	0.00003085	270	6.60077E-05	-6.5644E-06
100	7.80899E-05	5.5178E-06	280	6.06171E-05	-1.1955E-05
110	7.18778E-05	-6.9429E-07	290	7.95417E-05	6.9696E-06
120	8.15821E-05	9.01E-06	300	7.271E-05	1.3802E-07
130	6.2459E-05	-1.01131E-05	310	7.45753E-05	2.00317E-06
140	7.49195E-05	2.3474E-06	320	4.9957E-05	-0.00002262
150	8.9659E-05	0.00001709	330	5.749E-05	-1.5082E-05
160	8.2717E-05	1.01449E-05	340	6.94376E-05	-3.1345E-06
170	0.000107052	0.00003448	350	7.5962E-05	3.3896E-06

Anexo B comparación intensidad de campo H

Tabla Comparación de intensidad campo medido y simulado en el plano ABAJO de la fuente

Secciones	Nivel de campo MDFDT A/m	Nivel de campo Mediciones A/m	secciones	Nivel de campo MDFD A/m	Nivel de campo Mediciones A/m
1	1.35E-04	6.417E-05	19	4.34E-04	3.39E-04
2	1.89E-04	2.653E-04	20	2.76E-04	3.62E-04
3	1.67E-04	2.908E-05	21	4.69E-04	5.82E-04
4	8.29E-05	1.201E-04	22	3.55E-04	2.53E-04
5	2.16E-04	1.177E-04	23	3.39E-04	4.06E-04
6	1.79E-04	2.926E-04	24	2.03E-04	2.19E-04
7	1.40E-04	1.410E-04	25	2.53E-04	1.948E-04
8	1.47E-04	1.153E-04	26	2.32E-04	1.662E-04
9	2.66E-04	2.961E-04	27	1.27E-04	2.089E-04
10	2.53E-04	1.514E-04	28	9.27E-05	1.562E-04
11	1.68E-04	3.351E-04	29	1.21E-04	1.233E-04
12	1.13E-04	2.376E-04	30	1.22E-04	2.283E-04
13	5.46E-04	4.79E-04	31	8.72E-05	8.906E-05
14	7.30E-04	7.21E-04	32	7.48E-05	9.644E-05
15	3.36E-04	8.60E-04	33	1.03E-04	9.959E-05
16	2.18E-04	3.91E-04	34	9.68E-05	8.804E-05
17	4.83E-04	3.13E-04	35	8.08E-05	7.003E-05
18	5.56E-04	5.72E-04	36	8.62E-05	6.041E-05

Tabla Comparación de campo medido y simulado en el plano ARRIBA de la fuente

Secciones	Nivel de campo MDFDT A/m	Nivel de campo Mediciones A/m	secciones	Nivel de campo MDFD A/m	Nivel de campo Mediciones A/m
1	1.304E-04	1.033E-04	19	3.71E-04	1.89E-04
2	1.501E-04	7.628E-05	20	2.79E-04	2.35E-04
3	1.980E-04	9.828E-05	21	1.93E-04	2.10E-04
4	1.856E-04	8.036E-05	22	2.07E-04	2.83E-04
5	2.652E-04	1.379E-04	23	1.58E-04	3.46E-04
6	2.081E-04	1.325E-04	24	2.04E-04	3.26E-04
7	2.606E-04	1.584E-04	25	1.325E-04	8.492E-05
8	3.690E-04	1.621E-04	26	1.111E-04	1.233E-04
9	3.364E-04	1.219E-04	27	7.400E-05	1.629E-04
10	3.213E-04	1.236E-04	28	8.309E-05	1.656E-04
11	5.611E-04	2.880E-04	29	6.039E-05	1.203E-04
12	3.378E-04	1.765E-04	30	1.090E-04	1.150E-04
13	2.71E-04	2.00E-04	31	8.514E-05	1.045E-04
14	3.96E-04	1.76E-04	32	7.418E-05	8.285E-05
15	3.70E-04	3.44E-04	33	4.360E-05	8.083E-05
16	3.58E-04	3.18E-04	34	9.420E-05	6.526E-05
17	2.49E-04	3.29E-04	35	6.700E-05	1.199E-04
18	3.92E-04	3.87E-04	36	5.858E-05	1.039E-04

Anexo C comparación de potencia de campo

Tabla Comparación de niveles de potencia plano de la FUENTE			
Secciones	Nivel de potencia MDFDT dBm	Nivel de potencia Mediciones dBm	Nivel de potencia Modelo dBm
1	-46.9	-45.91	-29.41
2	-50.49	-54.64	-28.31
3	-48.29	-47.08	-27.89
4	-49.55	-45.7	-28.32
5	-44.54	-48.87	-27.4
6	-46.52	-48.4	-25.4
7	-47.65	-45.22	-24.52
8	-44.89	-43.4	-25.42
9	-39.89	-51.4	-25.43
10	-39.09	-41.35	-24.52
11	-39.96	-36.04	-25.42
12	-44.07	-41.95	-25.43
13	-30.22	-42.15	-22.02
14	-29.87	-35.12	-16.26
15	-28.99	-31.71	-11.38
16	-42.72	-43.34	-16.26
17	-41.35	-40.83	-23.68
18	-38.1	-37.25	-19.12
19	-39.07	-37.01	-16.26
20	-41.18	-41.27	-19.12
21	-40.76	-41.53	-24.9
22	-39.23	-39.44	-22.95
23	-40.21	-40.19	-22.02
24	-46	-41.52	-22.95
25	-46.13	-49.07	-29.41
26	-47.99	-47.84	-28.32
27	-51.27	-48.89	-27.89
28	-53.82	-49.01	-28.19
29	-52.88	-57.97	-31.2
30	-48.03	-49.7	-30.53
31	-53.96	-51.53	-30.27
32	-54.76	-54.33	-30.5
33	-55.45	-52.11	-32.74
34	-54.01	-49.51	-32.27
35	-57.1	-54.2	-32.13
36	-55.42	-52.88	-32.28

Tabla Comparación de niveles de potencia en el plano ABAJO de la fuente

Secciones	Nivel de potencia MDFDT dBm	Nivel de potencia Mediciones dBm	Nivel de potencia Modelo dBm
1	-48.85	-55.13	-29.66
2	-45.92	-42.98	-28.57
3	-47	-62.18	-28.16
4	-53.08	-49.86	-28.57
5	-44.76	-50.04	-27.7
6	-46.4	-42.13	-25.92
7	-48.53	-48.47	-25.1
8	-48.11	-50.77	-25.92
9	-42.96	-42.03	-25.92
10	-43.39	-47.85	-22.74
11	-48.95	-40.95	-22.44
12	-50.39	-43.94	-22.74
13	-36.71	-37.84	-22.06
14	-34.12	-34.29	-18.23
15	-40.93	-32.77	-15.89
16	-44.68	-39.61	-18.23
17	-37.78	-41.53	-23.42
18	-36.55	-36.17	-20.24
19	-38.79	-40.84	-18.23
20	-42.64	-40.28	-20.24
21	-38.03	-36.16	-25.2
22	-40.45	-43.39	-23.42
23	-40.85	-39.29	-29.6
24	-45.39	-44.65	-23.42
25	-43.39	-45.66	-29.6
26	-44.14	-47.04	-28.57
27	-49.38	-45.06	-28.16
28	-52.11	-47.58	-28.57
29	-49.8	-49.63	-31.33
30	-49.73	-44.29	-30.67
31	-52.64	-52.46	-30.43
32	-53.98	-51.77	-39.67
33	-51.2	-51.49	-32.83
34	-51.74	-52.56	-32.39
35	-53.31	-54.55	-32.23
36	-52.78	-55.83	-32.39

Tabla Comparación de niveles de potencia en el plano ARRIBA de la fuente			
Secciones	Nivel de potencia MDFDT dBm	Nivel de potencia Mediciones dBm	Nivel de potencia Modelo dBm
1	-49.15	-53.81	-29.66
2	-47.93	-53.81	-28.64
3	-45.52	-51.61	-28.22
4	-46.08	-53.35	-28.64
5	-42.98	-48.66	-27.79
6	-45.09	-49.01	-26.05
7	-43.13	-47.46	-25.27
8	-40.11	-47.26	-26.05
9	-40.92	-49.74	-26.05
10	-41.32	-49.61	-23.02
11	-36.47	-42.27	-21.15
12	-40.88	-46.52	-23.02
13	-42.79	-45.42	-22.77
14	-39.5	-46.55	-18.65
15	-40.09	-40.73	-16.62
16	-40.38	-41.4	-18.65
17	-43.53	-41.12	-23.55
18	-39	-39.69	-20.52
19	-40.07	-45.91	-18.65
20	-42.54	-44.02	-20.52
21	-45.74	-45.01	-26.14
22	-45.13	-42.41	-23.55
23	-47.48	-40.68	-22.73
24	-45.26	-41.18	-23.55
25	-49.01	-52.87	-29.66
26	-50.54	-49.64	-28.64
27	-54.07	-47.21	-28.24
28	-53.06	-47.07	-28.64
29	-55.83	-49.85	-31.36
30	-50.71	-50.24	-30.72
31	-52.85	-51.07	-30.47
32	-54.05	-53.09	-30.72
33	-58.66	-53.3	-32.86
34	-51.97	-55.16	-32.42
35	-54.93	-49.88	-32.26
36	-56.1	-51.12	-32.43

Anexo D Código fuente programa desarrollado en fortran que resuelve las ecuaciones de Maxwell mediante el MDFDT.

```
PROGRAM PMLv15
!USE OMP_LIB
IMPLICIT NONE
!Se definen las variables de tipo REAL
REAL :: Pie, VelLuz, Epsilon, Mu, Eps0, Muo, EpsRel, MuRel
REAL :: FreqOper, Frad
REAL :: VelOnda, LongOnda, DeltaEsp, DeltaTemp
REAL :: Magnitud_X, Magnitud_Y, Magnitud_Z, LASTIND
REAL :: Etao, omega, Sigmalnicial, grado
REAL :: DISP, B, to
REAL :: razon
integer :: id
!Se definen las variables de tipo ENTERO
INTEGER :: IiterMax, Time
INTEGER :: lmax, Jmax, Kmax, CapaPML
INTEGER :: I,J,K,n,Numpart, Xs=90
INTEGER :: Componente, lcte, Jcte, Kcte, Is, Js, Ks
INTEGER :: lL1, lL2, JL1, JL2, KL1, KL2, P, conta

!Se definen las variables de tipo CHARACTER
CHARACTER :: Continuar, Graficar, SecTra, nom1*3,nom2*4,nom3*4, FilenameTemp*30, File_Name*35

!Define los Componentes de campo electromagnético
REAL, DIMENSION(:, :, :), ALLOCATABLE :: Exy, Exz, Eyx, Eyz, Ezx, Ezy
INTEGER :: AllocateStatusExy, AllocateStatusExz, AllocateStatusEyx, AllocateStatusEyz, AllocateStatusEzx,
AllocateStatusEzy

REAL, DIMENSION(:, :, :), ALLOCATABLE :: Ex, Ey, Ez
INTEGER :: AllocateStatusEx, AllocateStatusEy, AllocateStatusEz

REAL, DIMENSION(:, :, :), ALLOCATABLE :: Hxy, Hxz, Hyx, Hyz, Hzx, Hzy
INTEGER :: AllocateStatusHxy, AllocateStatusHxz, AllocateStatusHyx, AllocateStatusHyz, AllocateStatusHxz,
AllocateStatusHzy

REAL, DIMENSION(:, :, :), ALLOCATABLE :: Hx, Hy, Hz
INTEGER :: AllocateStatusHx, AllocateStatusHy, AllocateStatusHz

!Define las propiedades eléctricas de la region de calculo
REAL, DIMENSION(:, :, :), ALLOCATABLE :: Eps, Miu, Conductividad
INTEGER :: AllocateStatusEps, AllocateStatusMiu, AllocateStatusConductividad

!Define las propiedades eléctricas y de conductividad en la CAPA PML.
REAL, DIMENSION(:, :, :), ALLOCATABLE :: SigmaX, SigmaConjX, SigmaY, SigmaConjY, SigmaZ, SigmaConjZ
INTEGER :: AllocateStatusSigmaX, AllocateStatusSigmaConjX, AllocateStatusSigmaY, AllocateStatusSigmaConjY,
AllocateStatusSigmaZ, AllocateStatusSigmaConjZ

!Definicion de los coeficientes matriciales de actualizacion
REAL, DIMENSION(:, :, :), ALLOCATABLE :: C1, C2, C3, C4, C5
INTEGER :: AllocateStatusC1, AllocateStatusC2, AllocateStatusC3, AllocateStatusC4, AllocateStatusC5

!Definicion de los coeficientes matriciales de actualizacion
REAL, DIMENSION(:, :, :), ALLOCATABLE :: C6, C7, C8, C9, C10
INTEGER :: AllocateStatusC6, AllocateStatusC7, AllocateStatusC8, AllocateStatusC9, AllocateStatusC10
```



```

!Definicion de los coeficientes matriciales de actualizacion
REAL, DIMENSION(:,,:), ALLOCATABLE :: C11, C12
INTEGER :: AllocateStatusC11, AllocateStatusC12

REAL, DIMENSION(:,), ALLOCATABLE :: L, LC, Temporal
INTEGER :: AllocateStatusL, AllocateStatusLC, AllocateStatusTemporal, OpenStatusTemporal

!Matrices Temporales
REAL, DIMENSION(:,), ALLOCATABLE :: Temporal
INTEGER :: AllocateStatusTemporal, OpenStatusTemporal

REAL, DIMENSION(:,,:), ALLOCATABLE :: Temporal2
INTEGER :: AllocateStatusTemporal2, OpenStatusTemporal2

REAL, DIMENSION(:,,:), ALLOCATABLE :: Temporal3
INTEGER :: AllocateStatusTemporal3, OpenStatusTemporal3

!CONSTANTES DE PROPAGACION
EpsRel=1
MuRel=1
Pie=4*ATAN(1.0)
Eps0=(1.0E-9)/(36.0*4*ATAN(1.0))
Mu0=16.0*ATAN(1.0)*(1.0E-7)
Epsilon=Eps0*EpsRel
Mu=Mu0*MuRel
VelLuz=1/SQRT(Eps0*Mu0)

!MEDIDAS Y CARACTERISTICAS DE LA REJILLA
lmax=1341
jmax=597
kmax=450

FreqOper=2.4E9
VelOnda=1/SQRT(Eps0*Mu0)
LongOnda=VelOnda/FreqOper
DeltaEsp=LongOnda/20.0
!DeltaTemp=DeltaEsp/(VelOnda*SQRT((3.0)))
DeltaTemp=DeltaEsp/(2.0*VelOnda)
CapaPML=12
grado=4.0
SigmaInicial=2E-6
Frad=2*Pie*FreqOper
IterMax=4000

!correccion del manejo del indice o
lmax=lmax-1
jmax=jmax-1
kmax=kmax-1

!INICIALIZACION DE LAS COMPONENTES DE CAMPO
ALLOCATE (Hxy(o:lmax+1, o:jmax, o:kmax ), STAT=AllocateStatusHxy)
IF (AllocateStatusHxy /= 0) STOP "***** ;iii NO HAY SUFICIENTE MEMORIA !!! *****"

ALLOCATE (Hxz(o:lmax+1, o:jmax, o:kmax ), STAT=AllocateStatusHxz)
IF (AllocateStatusHxz /= 0) STOP "***** ;iii NO HAY SUFICIENTE MEMORIA !!! *****"

ALLOCATE (Hyx(o:lmax, o:jmax+1, o:kmax ), STAT=AllocateStatusHyx)
IF (AllocateStatusHyx /= 0) STOP "***** ;iii NO HAY SUFICIENTE MEMORIA !!! *****"

ALLOCATE (Hyz(o:lmax, o:jmax+1, o:kmax ), STAT=AllocateStatusHyz)
IF (AllocateStatusHyz /= 0) STOP "***** ;iii NO HAY SUFICIENTE MEMORIA !!! *****"

```

```

ALLOCATE (Hzx(o:Imax, o:Jmax, o:Kmax+1), STAT=AllocateStatusHzx)
IF (AllocateStatusHzx /= o) STOP "***** ;;; NO HAY SUFICIENTE MEMORIA !!! *****"

ALLOCATE (Hzy(o:Imax, o:Jmax, o:Kmax+1), STAT=AllocateStatusHzy)
IF (AllocateStatusHzy /= o) STOP "***** ;;; NO HAY SUFICIENTE MEMORIA !!! *****"

ALLOCATE (Exy(o:Imax, o:Jmax+1, o:Kmax+1), STAT=AllocateStatusExy)
IF (AllocateStatusExy /= o) STOP "***** ;;; NO HAY SUFICIENTE MEMORIA !!! *****"

ALLOCATE (Exz(o:Imax, o:Jmax+1, o:Kmax+1), STAT=AllocateStatusExz)
IF (AllocateStatusExz /= o) STOP "***** ;;; NO HAY SUFICIENTE MEMORIA !!! *****"

ALLOCATE (Eyx(o:Imax+1, o:Jmax, o:Kmax+1), STAT=AllocateStatusEyx)
IF (AllocateStatusEyx /= o) STOP "***** ;;; NO HAY SUFICIENTE MEMORIA !!! *****"

ALLOCATE (Eyz(o:Imax+1, o:Jmax, o:Kmax+1), STAT=AllocateStatusEyz)
IF (AllocateStatusEyz /= o) STOP "***** ;;; NO HAY SUFICIENTE MEMORIA !!! *****"

ALLOCATE (Ezx(o:Imax+1, o:Jmax+1, o:Kmax), STAT=AllocateStatusEzx)
IF (AllocateStatusEzx /= o) STOP "***** ;;; NO HAY SUFICIENTE MEMORIA !!! *****"

ALLOCATE (Ezy(o:Imax+1, o:Jmax+1, o:Kmax), STAT=AllocateStatusEzy)
IF (AllocateStatusEzy /= o) STOP "***** ;;; NO HAY SUFICIENTE MEMORIA !!! *****"

ALLOCATE (Ex(o:Imax, o:Jmax+1, o:Kmax+1), STAT=AllocateStatusEx)
IF (AllocateStatusEx /= o) STOP "***** ;;; NO HAY SUFICIENTE MEMORIA !!! *****"

ALLOCATE (Ey(o:Imax+1, o:Jmax, o:Kmax+1), STAT=AllocateStatusEy)
IF (AllocateStatusEy /= o) STOP "***** ;;; NO HAY SUFICIENTE MEMORIA !!! *****"

ALLOCATE (Ez(o:Imax+1, o:Jmax+1, o:Kmax), STAT=AllocateStatusEz)
IF (AllocateStatusEz /= o) STOP "***** ;;; NO HAY SUFICIENTE MEMORIA !!! *****"

ALLOCATE (Hx(o:Imax+1, o:Jmax, o:Kmax), STAT=AllocateStatusHx)
IF (AllocateStatusHx /= o) STOP "***** ;;; NO HAY SUFICIENTE MEMORIA !!! *****"

ALLOCATE (Hy(o:Imax, o:Jmax+1, o:Kmax), STAT=AllocateStatusHy)
IF (AllocateStatusHy /= o) STOP "***** ;;; NO HAY SUFICIENTE MEMORIA !!! *****"

ALLOCATE (Hz(o:Imax, o:Jmax, o:Kmax+1), STAT=AllocateStatusHz)
IF (AllocateStatusHz /= o) STOP "***** ;;; NO HAY SUFICIENTE MEMORIA !!! *****"

!Inicializa las matrices de las propiedades eléctricas del Medio
ALLOCATE (Eps(o:Imax+1, o:Jmax+1, o:Kmax+1), STAT=AllocateStatusEps)
IF (AllocateStatusEps /= o) STOP "***** ;;; NO HAY SUFICIENTE MEMORIA !!! *****"

ALLOCATE (Miu(o:Imax+1, o:Jmax+1, o:Kmax+1), STAT=AllocateStatusMiu)
IF (AllocateStatusMiu /= o) STOP "***** ;;; NO HAY SUFICIENTE MEMORIA !!! *****"

ALLOCATE (Conductividad(o:Imax+1, o:Jmax+1, o:Kmax+1), STAT=AllocateStatusConductividad)
IF (AllocateStatusConductividad /= o) STOP "***** ;;; NO HAY SUFICIENTE MEMORIA !!! *****"

!Inicializa las matrices de las propiedades eléctricas del la CAPA PML
ALLOCATE (SigmaX(o:Imax+1, o:Jmax+1, o:Kmax+1), STAT=AllocateStatusSigmaX)
IF (AllocateStatusSigmaX /= o) STOP "***** ;;; NO HAY SUFICIENTE MEMORIA !!! *****"

ALLOCATE (SigmaConjX(o:Imax, o:Jmax+1, o:Kmax+1), STAT=AllocateStatusSigmaConjX)
IF (AllocateStatusSigmaConjX /= o) STOP "***** ;;; NO HAY SUFICIENTE MEMORIA !!! *****"

ALLOCATE (SigmaY(o:Imax+1, o:Jmax+1, o:Kmax+1), STAT=AllocateStatusSigmaY)

```

IF (AllocateStatusSigmaY /= 0) STOP "***** ;;; NO HAY SUFICIENTE MEMORIA !!! *****"

ALLOCATE (SigmaConjY(o:Imax+1, o:Jmax, o:Kmax+1), STAT=AllocateStatusSigmaConjY)
IF (AllocateStatusSigmaConjY /= 0) STOP "***** ;;; NO HAY SUFICIENTE MEMORIA !!! *****"

ALLOCATE (SigmaZ(o:Imax+1, o:Jmax+1, o:Kmax+1), STAT=AllocateStatusSigmaZ)
IF (AllocateStatusSigmaZ /= 0) STOP "***** ;;; NO HAY SUFICIENTE MEMORIA !!! *****"

ALLOCATE (SigmaConjZ(o:Imax+1, o:Jmax+1, o:Kmax), STAT=AllocateStatusSigmaConjZ)
IF (AllocateStatusSigmaConjZ /= 0) STOP "***** ;;; NO HAY SUFICIENTE MEMORIA !!! *****"

!Inicializa las matrices de constantes

ALLOCATE (C1(o:Imax+1, o:Jmax+1, o:Kmax+1), STAT=AllocateStatusC1)
IF (AllocateStatusC1 /= 0) STOP "***** ;;; NO HAY SUFICIENTE MEMORIA !!! *****"
ALLOCATE (C2(o:Imax+1, o:Jmax+1, o:Kmax+1), STAT=AllocateStatusC2)
IF (AllocateStatusC2 /= 0) STOP "***** ;;; NO HAY SUFICIENTE MEMORIA !!! *****"
ALLOCATE (C3(o:Imax+1, o:Jmax+1, o:Kmax+1), STAT=AllocateStatusC3)
IF (AllocateStatusC3 /= 0) STOP "***** ;;; NO HAY SUFICIENTE MEMORIA !!! *****"
ALLOCATE (C4(o:Imax+1, o:Jmax+1, o:Kmax+1), STAT=AllocateStatusC4)
IF (AllocateStatusC4 /= 0) STOP "***** ;;; NO HAY SUFICIENTE MEMORIA !!! *****"
ALLOCATE (C5(o:Imax+1, o:Jmax+1, o:Kmax+1), STAT=AllocateStatusC5)
IF (AllocateStatusC5 /= 0) STOP "***** ;;; NO HAY SUFICIENTE MEMORIA !!! *****"
ALLOCATE (C6(o:Imax+1, o:Jmax+1, o:Kmax+1), STAT=AllocateStatusC6)
IF (AllocateStatusC6 /= 0) STOP "***** ;;; NO HAY SUFICIENTE MEMORIA !!! *****"
ALLOCATE (C7(o:Imax+1, o:Jmax, o:Kmax+1), STAT=AllocateStatusC7)
IF (AllocateStatusC7 /= 0) STOP "***** ;;; NO HAY SUFICIENTE MEMORIA !!! *****"
ALLOCATE (C8(o:Imax+1, o:Jmax, o:Kmax+1), STAT=AllocateStatusC8)
IF (AllocateStatusC8 /= 0) STOP "***** ;;; NO HAY SUFICIENTE MEMORIA !!! *****"
ALLOCATE (C9(o:Imax+1, o:Jmax+1, o:Kmax), STAT=AllocateStatusC9)
IF (AllocateStatusC9 /= 0) STOP "***** ;;; NO HAY SUFICIENTE MEMORIA !!! *****"
ALLOCATE (C10(o:Imax+1, o:Jmax+1, o:Kmax), STAT=AllocateStatusC10)
IF (AllocateStatusC10 /= 0) STOP "***** ;;; NO HAY SUFICIENTE MEMORIA !!! *****"
ALLOCATE (C11(o:Imax, o:Jmax+1, o:Kmax+1), STAT=AllocateStatusC11)
IF (AllocateStatusC11 /= 0) STOP "***** ;;; NO HAY SUFICIENTE MEMORIA !!! *****"
ALLOCATE (C12(o:Imax, o:Jmax+1, o:Kmax+1), STAT=AllocateStatusC12)
IF (AllocateStatusC12 /= 0) STOP "***** ;;; NO HAY SUFICIENTE MEMORIA !!! *****"

!Inicializa las matrices de L

ALLOCATE (L(o:2*CapaPML-1), STAT=AllocateStatusL)
IF (AllocateStatusL /= 0) STOP "***** ;;; NO HAY SUFICIENTE MEMORIA !!! *****"

ALLOCATE (LC(o:2*CapaPML-1), STAT=AllocateStatusLC)
IF (AllocateStatusLC /= 0) STOP "***** ;;; NO HAY SUFICIENTE MEMORIA !!! *****"

!!INICIALIZACION DE LAS MATRICES EN CEROS...

!Componentes de campo

Hxy=0.0;Hxz=0.0
Hyx=0.0;Hyz=0.0
Hxz=0.0;Hzy=0.0
Exy=0.0;Exz=0.0
Eyx=0.0;Eyz=0.0
Ezx=0.0;Ezy=0.0
Hx=0.0
Hy=0.0
Hz=0.0
Ex=0.0
Ey=0.0
Ez=0.0

!Inicializacion de matrices de las propiedades electricas del medio

```

Miu=Mu; Eps=Epsilon
SigmaX=0.0; SigmaConjX=0.0
SigmaY=0.0; SigmaConjY=0.0
SigmaZ=0.0; SigmaConjZ=0.0

C1=0.0; C2=0.0; C3=0.0; C4=0.0; C5=0.0; C6=0.0;
C7=0.0; C8=0.0; C9=0.0; C10=0.0; C11=0.0; C12=0.0;

!Inicilizacion de matrices del perfil de conductividad
L=0.0
LC=0.0

!DEFINICION DE LA REGION PML
IL1=CapaPML-1
IL2=Imax-CapaPML+1
JL1=CapaPML-1
JL2=Jmax-CapaPML+1
KL1=CapaPML-1
KL2=Kmax-CapaPML+1

!Perfil de conductividad polinomial

L(o) = SigmaInicial !ELECTRICO
LC(o)= (Mu0/Eps0)*L(o) !MAGNETICO

!Para segmentos de 2 en adelante
DO n=1, 2*CapaPML-1;
    L(n)=L(o)*((2.0*(REAL(n)/2.0)+1.0)**(grado+1.0)-(2.0*(REAL(n)/2.0)-1.0)**(grado+1.0))
    LC(n)=(Mu0/Eps0)*L(n)
END DO
!*****PERFIL DE CONDUCTIVIDAD EN LA DIRECCIÓN X*****

!Interfase superior
DO K=0, Kmax
    DO J=0, Jmax
        SigmaX(IL2,J,K)=L(o)
        SigmaConjX(IL2,J,K)=LC(1)
    END DO
END DO

!Perfil de conductividad en la capa PML superior
DO K=0,Kmax
    DO J=0,Jmax
        P=0
        DO I=IL2+1, Imax
            P=P+2
            SigmaX(I,J,K)=L(P)
        END DO
    END DO
END DO

DO K=0,Kmax
    DO J=0,Jmax
        P=1
        DO I=IL2+1, Imax
            P=P+2
            SigmaConjX(I,J,K)=LC(P)
        END DO
    END DO
END DO

```

```

!Interfase inferior
DO K=0, Kmax
  DO J=0, Jmax
    SigmaX(IL1+1,J,K)=L(0)
    SigmaConjX(IL1,J,K)=LC(1)
  END DO
END DO

!perfil de conductividad en la capa PML inferior
DO K=0,Kmax
  DO J=0,Jmax
    P=0
    DO I=IL1,1,-1
      P=P+2
      SigmaX(I,J,K)=L(P)
    END DO
  END DO
END DO

DO K=0,Kmax
  DO J=0,Jmax
    P=1
    DO I=IL1-1,0,-1
      P=P+2
      SigmaConjX(I,J,K)=LC(P)
    END DO
  END DO
END DO

!*****PERFIL DE CONDUCTIVIDAD EN LA DIRECCIÓN Y*****

!Interfase superior
DO K=0, Kmax
  DO I=0, Imax
    SigmaY(I,JL2,K)=L(0)
    SigmaConjY(I,JL2,K)=LC(1)
  END DO
END DO

!Perfil de conductividad en la capa PML superior
DO K=0,Kmax
  DO I=0,Imax
    P=0
    DO J=JL2+1, Jmax
      P=P+2
      SigmaY(I,J,K)=L(P)
    END DO
  END DO
END DO

DO K=0,Kmax
  DO I=0,Imax
    P=1
    DO J=JL2+1, Jmax
      P=P+2
      SigmaConjY(I,J,K)=LC(P)
    END DO
  END DO
END DO

!Interfase inferior

```

```

DO K=0, Kmax
  DO I=0, Imax
    SigmaY(I,JL1+1,K)=L(0)
    SigmaConjZ(I,JL1,K)=LC(1)
  END DO
END DO

```

!perfil de conductividad en la capa PML inferior

```

DO K=0,Kmax
  DO I=0,Imax
    P=0
    DO J=JL1,1,-1
      P=P+2
      SigmaY(I,J,K)=L(P)
    END DO
  END DO
END DO

```

```

DO K=0,Kmax
  DO I=0,Imax
    P=1
    DO J=JL1-1,0,-1
      P=P+2
      SigmaConjY(I,J,K)=LC(P)
    END DO
  END DO
END DO

```

!*****PERFIL DE CONDUCTIVIDAD EN LA DIRECCIÓN Z*****

!Interfase superior

```

DO J=0, Jmax
  DO I=0, Imax
    SigmaZ(I,J,KL2)=L(0)
    SigmaConjZ(I,J,KL2)=LC(1)
  END DO
END DO

```

!Perfil de conductividad en la capa PML superior

```

DO J=0,Jmax
  DO I=0,Imax
    P=0
    DO K=KL2+1, Kmax
      P=P+2
      SigmaZ(I,J,K)=L(P)
    END DO
  END DO
END DO

```

```

DO J=0,Jmax
  DO I=0,Imax
    P=1
    DO K=KL2+1, Kmax
      P=P+2
      SigmaConjZ(I,J,K)=LC(P)
    END DO
  END DO
END DO

```

!Interfase inferior

```

DO J=0, Jmax
  DO I=0, Imax
    SigmaZ(I,J,KL1+1)=L(0)
    SigmaConjZ(I,J,KL1)=LC(1)
  END DO
END DO

!perfil de conductividad en la capa PML inferior
DO J=0, Jmax
  DO I=0, Imax
    P=0
    DO K=KL1,1,-1
      P=P+2
      SigmaZ(I,J,K)=L(P)
    END DO
  END DO
END DO

DO J=0, Jmax
  DO I=0, Imax
    P=1
    DO K=KL1-1,0,-1
      P=P+2
      SigmaConjZ(I,J,K)=LC(P)
    END DO
  END DO
END DO

!***** CONTORNO *****
!ARRIBA 16:898,577:581,0:1
!paredes de hierro
  Miu(16:1321,577:581,16:176)=.9999*Mu0
  Eps(16:1321,577:581,16:176)=2000*Eps0
  SigmaX(16:1321,577:581,16:176)=9.93E6
  SigmaY(16:1321,577:581,16:176)=9.93E6
  SigmaZ(16:1321,577:581,16:176)=9.93E6

! vidrio ventana
  Miu(16:1321,577:581,177:437)=.9991*Mu0
  Eps(16:1321,577:581,177:437)=6*Eps0
  SigmaX(16:1321,577:581,177:437)=10E-12
  SigmaY(16:1321,577:581,177:437)=10E-12
  SigmaZ(16:1321,577:581,177:437)=10E-12
  !0
  Miu(16:21,577:581,16:437)=1.00002*Mu0
  Eps(16:21,577:581,16:437)=1*Eps0
  sigmaX(16:21,577:581,16:437)=37.7E6
  sigmaY(16:21,577:581,16:437)=37.7E6
  sigmaZ(16:21,577:581,16:437)=37.7E6
  !1
  Miu(152:157,577:581,16:437)=1.00002*Mu0
  Eps(152:157,577:581,16:437)=1*Eps0
  sigmaX(152:157,577:581,16:437)=37.7E6
  sigmaY(152:157,577:581,16:437)=37.7E6
  sigmaZ(152:157,577:581,16:437)=37.7E6
  !2
  Miu(294:299,577:581,16:437)=1.00002*Mu0
  Eps(294:299,577:581,16:437)=1*Eps0

```

$\sigma_X(294:299,577:581,16:437)=37.7E6$
 $\sigma_Y(294:299,577:581,16:437)=37.7E6$
 $\sigma_Z(294:299,577:581,16:437)=37.7E6$
!3
 $\mu(438:443,577:581,16:437)=1.00002*\mu_0$
 $\epsilon(438:443,577:581,16:437)=1*\epsilon_0$
 $\sigma_X(438:443,577:581,16:437)=37.7E6$
 $\sigma_Y(438:443,577:581,16:437)=37.7E6$
 $\sigma_Z(438:443,577:581,16:437)=37.7E6$
!4
 $\mu(587:592,577:581,16:437)=1.00002*\mu_0$
 $\epsilon(587:592,577:581,16:437)=1*\epsilon_0$
 $\sigma_X(587:592,577:581,16:437)=37.7E6$
 $\sigma_Y(587:592,577:581,16:437)=37.7E6$
 $\sigma_Z(587:592,577:581,16:437)=37.7E6$
!5
 $\mu(729:734,577:581,16:437)=1.00002*\mu_0$
 $\epsilon(729:734,577:581,16:437)=1*\epsilon_0$
 $\sigma_X(729:734,577:581,16:437)=37.7E6$
 $\sigma_Y(729:734,577:581,16:437)=37.7E6$
 $\sigma_Z(729:734,577:581,16:437)=37.7E6$
!6
 $\mu(877:882,577:581,16:437)=1.00002*\mu_0$
 $\epsilon(877:882,577:581,16:437)=1*\epsilon_0$
 $\sigma_X(877:882,577:581,16:437)=37.7E6$
 $\sigma_Y(877:882,577:581,16:437)=37.7E6$
 $\sigma_Z(877:882,577:581,16:437)=37.7E6$
!7
 $\mu(1028:1033,577:581,16:437)=1.00002*\mu_0$
 $\epsilon(1028:1033,577:581,16:437)=1*\epsilon_0$
 $\sigma_X(1028:1033,577:581,16:437)=37.7E6$
 $\sigma_Y(1028:1033,577:581,16:437)=37.7E6$
 $\sigma_Z(1028:1033,577:581,16:437)=37.7E6$
!8
 $\mu(1170:1175,577:581,16:437)=1.00002*\mu_0$
 $\epsilon(1170:1175,577:581,16:437)=1*\epsilon_0$
 $\sigma_X(1170:1175,577:581,16:437)=37.7E6$
 $\sigma_Y(1170:1175,577:581,16:437)=37.7E6$
 $\sigma_Z(1170:1175,577:581,16:437)=37.7E6$
!9
 $\mu(1321:1326,577:581,16:437)=1.00002*\mu_0$
 $\epsilon(1321:1326,577:581,16:437)=1*\epsilon_0$
 $\sigma_X(1321:1326,577:581,16:437)=37.7E6$
 $\sigma_Y(1321:1326,577:581,16:437)=37.7E6$
 $\sigma_Z(1321:1326,577:581,16:437)=37.7E6$

!pared abajo

!ALUMINIO en PARTE DE ABAJO

$\mu(16:1321,16:20,16:31)=1.00002*\mu_0$
 $\epsilon(16:1321,16:20,16:31)=1*\epsilon_0$
 $\sigma_X(16:1321,16:20,16:31)=37.7E6$
 $\sigma_Y(16:1321,16:20,16:31)=37.7E6$

$\sigma_Z(16:1321,16:20,16:31)=37.7E6$
 !MADERA BAJA
 $\mu(16:1321,16:20,32:155)=.9999*\mu_0$
 $\epsilon(16:1321,16:20,32:155)=4*\epsilon_0$
 $\sigma_X(16:1321,16:20,32:155)=10E-10$
 $\sigma_Y(16:1321,16:20,32:155)=10E-10$
 $\sigma_Z(16:1321,16:20,32:155)=10E-10$
 !!!!!ALUMINIO PARTE ENTRE MADERA BAJA Y VIDRIO DE VENTANAS pared
 !aluminio
 $\mu(16:1321,16:20,156:160)=1.00002*\mu_0$
 $\epsilon(16:1321,16:20,156:160)=1*\epsilon_0$
 $\sigma_X(16:1321,16:20,156:160)=37.7E6$
 $\sigma_Y(16:1321,16:20,156:160)=37.7E6$
 $\sigma_Z(16:1321,16:20,156:160)=37.7E6$
 !vidrio
 $\mu(16:1321,16:20,161:437)=.9991*\mu_0$
 $\epsilon(16:1321,16:20,161:437)=6*\epsilon_0$
 $\sigma_X(16:1321,16:20,161:437)=10E-12$
 $\sigma_Y(16:1321,16:20,161:437)=10E-12$
 $\sigma_Z(16:1321,16:20,161:437)=10E-12$
 !ALUMINIO DE CADA INTERSECCION
 $\mu(16:21,16:20,16:437)=1.00002*\mu_0$
 $\epsilon(16:21,16:20,16:437)=1*\epsilon_0$
 $\sigma_X(16:21,16:20,16:437)=37.7E6$
 $\sigma_Y(16:21,16:20,16:437)=37.7E6$
 $\sigma_Z(16:21,16:20,16:437)=37.7E6$
 !0
 $\mu(152:157,16:20,16:437)=1.00002*\mu_0$
 $\epsilon(152:157,16:20,16:437)=1*\epsilon_0$
 $\sigma_X(152:157,16:20,16:437)=37.7E6$
 $\sigma_Y(152:157,16:20,16:437)=37.7E6$
 $\sigma_Z(152:157,16:20,16:437)=37.7E6$
 !1
 $\mu(294:299,16:20,16:437)=1.00002*\mu_0$
 $\epsilon(294:299,16:20,16:437)=1*\epsilon_0$
 $\sigma_X(294:299,16:20,16:437)=37.7E6$
 $\sigma_Y(294:299,16:20,16:437)=37.7E6$
 $\sigma_Z(294:299,16:20,16:437)=37.7E6$
 !2
 $\mu(438:443,16:20,16:437)=1.00002*\mu_0$
 $\epsilon(438:443,16:20,16:437)=1*\epsilon_0$
 $\sigma_X(438:443,16:20,16:437)=37.7E6$
 $\sigma_Y(438:443,16:20,16:437)=37.7E6$
 $\sigma_Z(438:443,16:20,16:437)=37.7E6$
 !3
 $\mu(587:592,16:20,16:437)=1.00002*\mu_0$
 $\epsilon(587:592,16:20,16:437)=1*\epsilon_0$
 $\sigma_X(587:592,16:20,16:437)=37.7E6$
 $\sigma_Y(587:592,16:20,16:437)=37.7E6$
 $\sigma_Z(587:592,16:20,16:437)=37.7E6$
 !4
 $\mu(729:734,16:20,16:437)=1.00002*\mu_0$
 $\epsilon(729:734,16:20,16:437)=1*\epsilon_0$

$\sigma_X(729:734,16:20,16:437)=37.7E6$
 $\sigma_Y(729:734,16:20,16:437)=37.7E6$
 $\sigma_Z(729:734,16:20,16:437)=37.7E6$
!5
 $\mu(877:882,16:20,16:437)=1.00002*\mu_0$
 $\epsilon(877:882,16:20,16:437)=1*\epsilon_0$
 $\sigma_X(877:882,16:20,16:437)=37.7E6$
 $\sigma_Y(877:882,16:20,16:437)=37.7E6$
 $\sigma_Z(877:882,16:20,16:437)=37.7E6$
!7
 $\mu(1028:1033,16:20,16:437)=1.00002*\mu_0$
 $\epsilon(1028:1033,16:20,16:437)=1*\epsilon_0$
 $\sigma_X(1028:1033,16:20,16:437)=37.7E6$
 $\sigma_Y(1028:1033,16:20,16:437)=37.7E6$
 $\sigma_Z(1028:1033,16:20,16:437)=37.7E6$
!8
 $\mu(1170:1175,16:20,16:437)=1.00002*\mu_0$
 $\epsilon(1170:1175,16:20,16:437)=1*\epsilon_0$
 $\sigma_X(1170:1175,16:20,16:437)=37.7E6$
 $\sigma_Y(1170:1175,16:20,16:437)=37.7E6$
 $\sigma_Z(1170:1175,16:20,16:437)=37.7E6$
!8
 $\mu(1321:1326,16:20,16:437)=1.00002*\mu_0$
 $\epsilon(1321:1326,16:20,16:437)=1*\epsilon_0$
 $\sigma_X(1321:1326,16:20,16:437)=37.7E6$
 $\sigma_Y(1321:1326,16:20,16:437)=37.7E6$
 $\sigma_Z(1321:1326,16:20,16:437)=37.7E6$

!!***** PARED 11 *****

!ALUMINIO en PARTE DE ABAJO

$\mu(16:20,16:581,16:31)=1.00002*\mu_0$
 $\epsilon(16:20,16:581,16:31)=1*\epsilon_0$
 $\sigma_X(16:20,16:581,16:31)=37.7E6$
 $\sigma_Y(16:20,16:581,16:31)=37.7E6$
 $\sigma_Z(16:20,16:581,16:31)=37.7E6$

!MADERA BAJA

$\mu(16:20,16:581,32:155)=.9999*\mu_0$
 $\epsilon(16:20,16:581,32:155)=4*\epsilon_0$
 $\sigma_X(16:20,16:581,32:155)=10E-10$
 $\sigma_Y(16:20,16:581,32:155)=10E-10$
 $\sigma_Z(16:20,16:581,32:155)=10E-10$

!aluminio

$\mu(16:20,16:581,156:160)=1.00002*\mu_0$
 $\epsilon(16:20,16:581,156:160)=1*\epsilon_0$
 $\sigma_X(16:20,16:581,156:160)=37.7E6$
 $\sigma_Y(16:20,16:581,156:160)=37.7E6$
 $\sigma_Z(16:20,16:581,156:160)=37.7E6$

!vidrio

$\mu(16:20,16:581,161:437)=.9991*\mu_0$
 $\epsilon(16:20,16:581,161:437)=6*\epsilon_0$
 $\sigma_X(16:20,16:581,161:437)=10E-12$
 $\sigma_Y(16:20,16:581,161:437)=10E-12$
 $\sigma_Z(16:20,16:581,161:437)=10E-12$

!1 aluminio

```

Miu(16:20,152:156,16:437)=1.00002*Mu0
Eps(16:20,152:156,16:437)=1*Eps0
sigmaX(16:20,152:156,16:437)=37.7E6
sigmaY(16:20,152:156,16:437)=37.7E6
sigmaZ(16:20,152:156,16:437)=37.7E6
!2 aluminio
Miu(16:20,295:299,16:437)=1.00002*Mu0
Eps(16:20,295:299,16:437)=1*Eps0
sigmaX(16:20,295:299,16:437)=37.7E6
sigmaY(16:20,295:299,16:437)=37.7E6
sigmaZ(16:20,295:299,16:437)=37.7E6
!3 aluminio
Miu(16:20,439:443,16:437)=1.00002*Mu0
Eps(16:20,439:443,16:437)=1*Eps0
sigmaX(16:20,439:443,16:437)=37.7E6
sigmaY(16:20,439:443,16:437)=37.7E6
sigmaZ(16:20,439:443,16:437)=37.7E6

!!***** PARED 12 *****
!ALUMINIO en PARTE DE ABAJO
Miu(438:443,16:581,16:31)=1.00002*Mu0
Eps(438:443,16:581,16:31)=1*Eps0
sigmaX(438:443,16:581,16:31)=37.7E6
sigmaY(438:443,16:581,16:31)=37.7E6
sigmaZ(438:443,16:581,16:31)=37.7E6
!MADERA BAJA
Miu(438:443,16:581,32:155)=.9999*Mu0
Eps(438:443,16:581,32:155)=4*Eps0
sigmaX(438:443,16:581,32:155)=10E-10
sigmaY(438:443,16:581,32:155)=10E-10
sigmaZ(438:443,16:581,32:155)=10E-10
!aluminio
Miu(438:443,16:581,156:160)=1.00002*Mu0
Eps(438:443,16:581,156:160)=1*Eps0
sigmaX(438:443,16:581,156:160)=37.7E6
sigmaY(438:443,16:581,156:160)=37.7E6
sigmaZ(438:443,16:581,156:160)=37.7E6
!vidrio
Miu(438:443,16:581,161:437)=.9991*Mu0
Eps(438:443,16:581,161:437)=6*Eps0
SigmaX(438:443,16:581,161:437)=10E-12
SigmaY(438:443,16:581,161:437)=10E-12
SigmaZ(438:443,16:581,161:437)=10E-12
!1 aluminio
Miu(438:443,152:156,16:437)=1.00002*Mu0
Eps(438:443,152:156,16:437)=1*Eps0
sigmaX(438:443,152:156,16:437)=37.7E6
sigmaY(438:443,152:156,16:437)=37.7E6
sigmaZ(438:443,152:156,16:437)=37.7E6
!2 aluminio
Miu(438:443,295:299,16:437)=1.00002*Mu0
Eps(438:443,295:299,16:437)=1*Eps0
sigmaX(438:443,295:299,16:437)=37.7E6

```

```

sigmaY(438:443,295:299,16:437)=37.7E6
sigmaZ(438:443,295:299,16:437)=37.7E6
!3 aluminio
Miu(438:443,439:443,16:437)=1.00002*Mu0
Eps(438:443,439:443,16:437)=1*Eps0
sigmaX(438:443,439:443,16:437)=37.7E6
sigmaY(438:443,439:443,16:437)=37.7E6
sigmaZ(438:443,439:443,16:437)=37.7E6

!!***** PARED 13 *****
!ALUMINIO en PARTE DE ABAJO
Miu(877:882,16:581,16:31)=1.00002*Mu0
Eps(877:882,16:581,16:31)=1*Eps0
sigmaX(877:882,16:581,16:31)=37.7E6
sigmaY(877:882,16:581,16:31)=37.7E6
sigmaZ(877:882,16:581,16:31)=37.7E6
!MADERA BAJA
Miu(877:882,16:581,32:155)=.9999*Mu0
Eps(877:882,16:581,32:155)=4*Eps0
sigmaX(877:882,16:581,32:155)=10E-10
sigmaY(877:882,16:581,32:155)=10E-10
sigmaZ(877:882,16:581,32:155)=10E-10
!aluminio
Miu(877:882,16:581,156:160)=1.00002*Mu0
Eps(877:882,16:581,156:160)=1*Eps0
sigmaX(877:882,16:581,156:160)=37.7E6
sigmaY(877:882,16:581,156:160)=37.7E6
sigmaZ(877:882,16:581,156:160)=37.7E6
!vidrio
Miu(877:882,16:581,161:437)=.9991*Mu0
Eps(877:882,16:581,161:437)=6*Eps0
SigmaX(877:882,16:581,161:437)=10E-12
SigmaY(877:882,16:581,161:437)=10E-12
SigmaZ(877:882,16:581,161:437)=10E-12
!1 aluminio
Miu(877:882,152:156,16:437)=1.00002*Mu0
Eps(877:882,152:156,16:437)=1*Eps0
sigmaX(877:882,152:156,16:437)=37.7E6
sigmaY(877:882,152:156,16:437)=37.7E6
sigmaZ(877:882,152:156,16:437)=37.7E6
!2 aluminio
Miu(877:882,295:299,16:437)=1.00002*Mu0
Eps(877:882,295:299,16:437)=1*Eps0
sigmaX(877:882,295:299,16:437)=37.7E6
sigmaY(877:882,295:299,16:437)=37.7E6
sigmaZ(877:882,295:299,16:437)=37.7E6
!3 aluminio
Miu(877:882,439:443,16:437)=1.00002*Mu0
Eps(877:882,439:443,16:437)=1*Eps0
sigmaX(877:882,439:443,16:437)=37.7E6
sigmaY(877:882,439:443,16:437)=37.7E6
sigmaZ(877:882,439:443,16:437)=37.7E6
!!***** PARED 14 *****

```

!ALUMINIO en PARTE DE ABAJO

Miu(1321:1326,16:581,16:31)=1.00002*Mu0
Eps(1321:1326,16:581,16:31)=1*Eps0
sigmaX(1321:1326,16:581,16:31)=37.7E6
sigmaY(1321:1326,16:581,16:31)=37.7E6
sigmaZ(1321:1326,16:581,16:31)=37.7E6

!MADERA BAJA

Miu(1321:1326,16:581,32:155)=.9999*Mu0
Eps(1321:1326,16:581,32:155)=4*Eps0
sigmaX(1321:1326,16:581,32:155)=10E-10
sigmaY(1321:1326,16:581,32:155)=10E-10
sigmaZ(1321:1326,16:581,32:155)=10E-10

!aluminio

Miu(1321:1326,16:581,156:160)=1.00002*Mu0
Eps(1321:1326,16:581,156:160)=1*Eps0
sigmaX(1321:1326,16:581,156:160)=37.7E6
sigmaY(1321:1326,16:581,156:160)=37.7E6
sigmaZ(1321:1326,16:581,156:160)=37.7E6

!vidrio

Miu(1321:1326,16:581,161:437)=.9991*Mu0
Eps(1321:1326,16:581,161:437)=6*Eps0
SigmaX(1321:1326,16:581,161:437)=10E-12
SigmaY(1321:1326,16:581,161:437)=10E-12
SigmaZ(1321:1326,16:581,161:437)=10E-12

!1 aluminio

Miu(1321:1326,152:156,16:437)=1.00002*Mu0
Eps(1321:1326,152:156,16:437)=1*Eps0
sigmaX(1321:1326,152:156,16:437)=37.7E6
sigmaY(1321:1326,152:156,16:437)=37.7E6
sigmaZ(1321:1326,152:156,16:437)=37.7E6

!2 aluminio

Miu(1321:1326,295:299,16:437)=1.00002*Mu0
Eps(1321:1326,295:299,16:437)=1*Eps0
sigmaX(1321:1326,295:299,16:437)=37.7E6
sigmaY(1321:1326,295:299,16:437)=37.7E6
sigmaZ(1321:1326,295:299,16:437)=37.7E6

!3 aluminio

Miu(1321:1326,439:443,16:437)=1.00002*Mu0
Eps(1321:1326,439:443,16:437)=1*Eps0
sigmaX(1321:1326,439:443,16:437)=37.7E6
sigmaY(1321:1326,439:443,16:437)=37.7E6
sigmaZ(1321:1326,439:443,16:437)=37.7E6

!+++++ DR MANUEL

!.....escritorio.....
Miu(37:165,355:547,128:131)=.9999*Mu0
Eps(37:165,355:547,128:131)=4*Eps0
sigmaX(37:165,355:547,128:131)=10E-10
sigmaY(37:165,355:547,128:131)=10E-10
sigmaZ(37:165,355:547,128:131)=10E-10

!patas de madera

Miu(53:149,372:375,16:131)=.9999*Mu0
Eps(53:149,372:375,16:131)=4*Eps0
sigmaX(53:149,372:375,16:131)=10E-10

$\sigma_Y(53:149,372:375,16:131)=10E-10$
 $\sigma_Z(53:149,372:375,16:131)=10E-10$
 $\mu(53:149,531:534,16:131)=.9999*\mu_0$
 $\epsilon(53:149,531:534,16:131)=4*\epsilon_0$
 $\sigma_X(53:149,531:534,16:131)=10E-10$
 $\sigma_Y(53:149,531:534,16:131)=10E-10$
 $\sigma_Z(53:149,531:534,16:131)=10E-10$

! papel

$\mu(40:128,358:397,132:164)=0.9999*\mu_0$
 $\epsilon(40:128,358:397,132:164)=7.0*\epsilon_0$
 $\sigma_X(40:128,358:397,132:164)=10E-11$
 $\sigma_Y(40:128,358:397,132:164)=10E-11$
 $\sigma_Z(40:128,358:397,132:164)=10E-11$

!Monitor plástico

$\mu(74:77,440:490,188:132)=.9999*\mu_0$
 $\epsilon(74:77,440:490,188:132)=2.7*\epsilon_0$
 $\sigma_X(74:77,440:490,188:132)=10E-16$
 $\sigma_Y(74:77,440:490,188:132)=10E-16$
 $\sigma_Z(74:77,440:490,188:132)=10E-16$

!Compu

lgabinetes fierro
 $\mu(40:87,520:544,132:196)=2000*\mu_0$
 $\epsilon(40:87,520:544,132:196)=1*\epsilon_0$
 $\sigma_X(40:87,520:544,132:196)=9.93E6$
 $\sigma_Y(40:87,520:544,132:196)=9.93E6$
 $\sigma_Z(40:87,520:544,132:196)=9.93E6$

!ESCRITORIO MADERA

$\mu(301:429,350:542,128:131)=.9999*\mu_0$
 $\epsilon(301:429,350:542,128:131)=4*\epsilon_0$
 $\sigma_X(301:429,350:542,128:131)=10E-10$
 $\sigma_Y(301:429,350:542,128:131)=10E-10$
 $\sigma_Z(301:429,350:542,128:131)=10E-10$

!patas de madera

$\mu(317:413,366:369,16:131)=.9999*\mu_0$
 $\epsilon(317:413,366:369,16:131)=4*\epsilon_0$
 $\sigma_X(317:413,366:369,16:131)=10E-10$
 $\sigma_Y(317:413,366:369,16:131)=10E-10$
 $\sigma_Z(317:413,366:369,16:131)=10E-10$
 $\mu(317:413,524:527,16:131)=.9999*\mu_0$
 $\epsilon(317:413,524:527,16:131)=4*\epsilon_0$
 $\sigma_X(317:413,524:527,16:131)=10E-10$
 $\sigma_Y(317:413,524:527,16:131)=10E-10$
 $\sigma_Z(317:413,524:527,16:131)=10E-10$

! papel

$\mu(312:418,362:523,132:156)=0.9999*\mu_0$
 $\epsilon(312:418,362:523,132:156)=7.0*\epsilon_0$
 $\sigma_X(312:418,362:523,132:156)=10E-11$
 $\sigma_Y(312:418,362:523,132:156)=10E-11$
 $\sigma_Z(312:418,362:523,132:156)=10E-11$

!LIBRERO

$\mu(23:71,163:320,16:365)=.9999*\mu_0$
 $\epsilon(23:71,163:320,16:365)=4*\epsilon_0$
 $\sigma_X(23:71,163:320,16:365)=10E-10$

$\sigma_Y(23:71,163:320,16:365)=10E-10$
 $\sigma_Z(23:71,163:320,16:365)=10E-10$
! papel
 $\mu(28:66,163:320,29:77)=0.9999*\mu_0$
 $\epsilon(28:66,163:320,29:77)=7.0*\epsilon_0$
 $\sigma_X(28:66,163:320,29:77)=10E-11$
 $\sigma_Y(28:66,163:320,29:77)=10E-11$
 $\sigma_Z(28:66,163:320,29:77)=10E-11$
! papel
 $\mu(28:66,163:320,80:128)=0.9999*\mu_0$
 $\epsilon(28:66,163:320,80:128)=7.0*\epsilon_0$
 $\sigma_X(28:66,163:320,80:128)=10E-11$
 $\sigma_Y(28:66,163:320,80:128)=10E-11$
 $\sigma_Z(28:66,163:320,80:128)=10E-11$
! papel
 $\mu(28:66,163:320,131:179)=0.9999*\mu_0$
 $\epsilon(28:66,163:320,131:179)=7.0*\epsilon_0$
 $\sigma_X(28:66,163:320,131:179)=10E-11$
 $\sigma_Y(28:66,163:320,131:179)=10E-11$
 $\sigma_Z(28:66,163:320,131:179)=10E-11$
! papel
 $\mu(28:66,163:320,182:230)=0.9999*\mu_0$
 $\epsilon(28:66,163:320,182:230)=7.0*\epsilon_0$
 $\sigma_X(28:66,163:320,182:230)=10E-11$
 $\sigma_Y(28:66,163:320,182:230)=10E-11$
 $\sigma_Z(28:66,163:320,182:230)=10E-11$
! papel
 $\mu(28:66,163:320,233:281)=0.9999*\mu_0$
 $\epsilon(28:66,163:320,233:281)=7.0*\epsilon_0$
 $\sigma_X(28:66,163:320,233:281)=10E-11$
 $\sigma_Y(28:66,163:320,233:281)=10E-11$
 $\sigma_Z(28:66,163:320,233:281)=10E-11$
! papel
 $\mu(28:66,163:320,284:332)=0.9999*\mu_0$
 $\epsilon(28:66,163:320,284:332)=7.0*\epsilon_0$
 $\sigma_X(28:66,163:320,284:332)=10E-11$
 $\sigma_Y(28:66,163:320,284:332)=10E-11$
 $\sigma_Z(28:66,163:320,284:332)=10E-11$
!***** OBJETOS OFICINAS+++++++ M en C VIDAL
!librero vidal
 $\mu(823:871,162:263,16:304)=.9999*\mu_0$
 $\epsilon(823:871,162:263,16:304)=4*\epsilon_0$
 $\sigma_X(823:871,162:263,16:304)=10E-10$
 $\sigma_Y(823:871,162:263,16:304)=10E-10$
 $\sigma_Z(823:871,162:263,16:304)=10E-10$
!papel
 $\mu(828:866,167:258,19:78)=0.9999*\mu_0$
 $\epsilon(828:866,167:258,19:78)=7.0*\epsilon_0$
 $\sigma_X(828:866,167:258,19:78)=10E-11$
 $\sigma_Y(828:866,167:258,19:78)=10E-11$
 $\sigma_Z(828:866,167:258,19:78)=10E-11$
!papel
 $\mu(825:863,167:258,81:131)=0.9999*\mu_0$

$Eps(825:863,167:258,81:131)=7.0*Eps0$
 $sigmaX(825:863,167:258,81:131)=10E-11$
 $sigmaY(825:863,167:258,81:131)=10E-11$
 $sigmaZ(825:863,167:258,81:131)=10E-11$

!papel

$Miu(825:863,167:258,134:159)=0.9999*Mu0$
 $Eps(825:863,167:258,134:159)=7.0*Eps0$
 $sigmaX(825:863,167:258,134:159)=10E-11$
 $sigmaY(825:863,167:258,134:159)=10E-11$
 $sigmaZ(825:863,167:258,134:159)=10E-11$

!papel

$Miu(825:863,167:258,162:216)=0.9999*Mu0$
 $Eps(825:863,167:258,162:216)=7.0*Eps0$
 $sigmaX(825:863,167:258,162:216)=10E-11$
 $sigmaY(825:863,167:258,162:216)=10E-11$
 $sigmaZ(825:863,167:258,162:216)=10E-11$

!papel

$Miu(825:863,167:258,219:294)=0.9999*Mu0$
 $Eps(825:863,167:258,219:294)=7.0*Eps0$
 $sigmaX(825:863,167:258,219:294)=10E-11$
 $sigmaY(825:863,167:258,219:294)=10E-11$
 $sigmaZ(825:863,167:258,219:294)=10E-11$

!mueble

!parte de arriba

$Miu(817:866,266:570,214:280)=.9999*Mu0$
 $Eps(817:866,266:570,214:280)=4*Eps0$
 $sigmaX(817:866,266:570,214:280)=10E-10$
 $sigmaY(817:866,266:570,214:280)=10E-10$
 $sigmaZ(817:866,266:570,214:280)=10E-10$

!papel

$Miu(823:861,269:565,219:275)=0.9999*Mu0$
 $Eps(823:861,269:565,219:275)=7.0*Eps0$
 $sigmaX(823:861,269:565,219:275)=10E-11$
 $sigmaY(823:861,269:565,219:275)=10E-11$
 $sigmaZ(823:861,269:565,219:275)=10E-11$

!parte de abajo

$Miu(786:869,266:570,133:136)=.9999*Mu0$
 $Eps(786:869,266:570,133:136)=4*Eps0$
 $sigmaX(786:869,266:570,133:136)=10E-10$
 $sigmaY(786:869,266:570,133:136)=10E-10$
 $sigmaZ(786:869,266:570,133:136)=10E-10$

!cajon

$Miu(786:869,501:570,16:132)=.9999*Mu0$
 $Eps(786:869,501:570,16:132)=4*Eps0$
 $sigmaX(786:869,501:570,16:132)=10E-10$
 $sigmaY(786:869,501:570,16:132)=10E-10$
 $sigmaZ(786:869,501:570,16:132)=10E-10$

!paredes

$Miu(828:866,567:570,16:280)=.9999*Mu0$
 $Eps(828:866,567:570,16:280)=4*Eps0$
 $sigmaX(828:866,567:570,16:280)=10E-10$
 $sigmaY(828:866,567:570,16:280)=10E-10$
 $sigmaZ(828:866,567:570,16:280)=10E-10$

!paredes

Miu(818:866,266:269,16:280)=.9999*Mu0
Eps(818:866,266:269,16:280)=4*Eps0
sigmaX(818:866,266:269,16:280)=10E-10
sigmaY(818:866,266:269,16:280)=10E-10
sigmaZ(818:866,266:269,16:280)=10E-10

!mueble escritorio

!parte de arriba

Miu(446:494,255:559,214:280)=.9999*Mu0
Eps(446:494,255:559,214:280)=4*Eps0
sigmaX(446:494,255:559,214:280)=10E-10
sigmaY(446:494,255:559,214:280)=10E-10
sigmaZ(446:494,255:559,214:280)=10E-10

!papel

Miu(451:489,260:554,219:275)=0.9999*Mu0
Eps(451:489,260:554,219:275)=7.0*Eps0
sigmaX(451:489,260:554,219:275)=10E-11
sigmaY(451:489,260:554,219:275)=10E-11
sigmaZ(451:489,260:554,219:275)=10E-11

!parte de abajo

Miu(446:526,255:559,133:136)=.9999*Mu0
Eps(446:526,255:559,133:136)=4*Eps0
sigmaX(446:526,255:559,133:136)=10E-10
sigmaY(446:526,255:559,133:136)=10E-10
sigmaZ(446:526,255:559,133:136)=10E-10

!cajon

Miu(446:526,490:559,16:132)=.9999*Mu0
Eps(446:526,490:559,16:132)=4*Eps0
sigmaX(446:526,490:559,16:132)=10E-10
sigmaY(446:526,490:559,16:132)=10E-10
sigmaZ(446:526,490:559,16:132)=10E-10

!mesa

Miu(446:686,255:351,133:136)=.9999*Mu0
Eps(446:686,255:351,133:136)=4*Eps0
sigmaX(446:686,255:351,133:136)=10E-10
sigmaY(446:686,255:351,133:136)=10E-10
sigmaZ(446:686,255:351,133:136)=10E-10

!paredes

Miu(446:494,255:258,16:280)=.9999*Mu0
Eps(446:494,255:258,16:280)=4*Eps0
sigmaX(446:494,255:258,16:280)=10E-10
sigmaY(446:494,255:258,16:280)=10E-10
sigmaZ(446:494,255:258,16:280)=10E-10

!paredes

Miu(446:494,556:559,16:280)=.9999*Mu0
Eps(446:494,556:559,16:280)=4*Eps0
sigmaX(446:494,556:559,16:280)=10E-10
sigmaY(446:494,556:559,16:280)=10E-10
sigmaZ(446:494,556:559,16:280)=10E-10

!Monitor plástico

Miu(449:505,266:269,136:192)=.9999*Mu0
Eps(449:505,266:269,136:192)=2.7*Eps0

```

SigmaX(449:505,266:269,136:192)=10E-16
SigmaY(449:505,266:269,136:192)=10E-16
SigmaZ(449:505,266:269,136:192)=10E-16
! gabinetes fierro
Miu(453:477,266:333,16:90)=.2000*Mu0
Eps(453:477,266:333,16:90)=1*Eps0
SigmaX(453:477,266:333,16:90)=9.93E6
SigmaY(453:477,266:333,16:90)=9.93E6
SigmaZ(453:477,266:333,16:90)=9.93E6
!***** OBJETOS OFICINAS+++++++M en C MARCO*****
!LIBRERO
Miu(888:936,390:547,16:365)=.9999*Mu0
Eps(888:936,390:547,16:365)=4*Eps0
sigmaX(888:936,390:547,16:365)=10E-10
sigmaY(888:936,390:547,16:365)=10E-10
sigmaZ(888:936,390:547,16:365)=10E-10
! papel
Miu(893:931,395:542,29:77)=0.9999*Mu0
Eps(893:931,395:542,29:77)=7.0*Eps0
sigmaX(893:931,395:542,29:77)=10E-11
sigmaY(893:931,395:542,29:77)=10E-11
sigmaZ(893:931,395:542,29:77)=10E-11
! papel
Miu(893:931,395:542,80:128)=0.9999*Mu0
Eps(893:931,395:542,80:128)=7.0*Eps0
sigmaX(893:931,395:542,80:128)=10E-11
sigmaY(893:931,395:542,80:128)=10E-11
sigmaZ(893:931,395:542,80:128)=10E-11
! papel
Miu(893:931,395:542,131:179)=0.9999*Mu0
Eps(893:931,395:542,131:179)=7.0*Eps0
sigmaX(893:931,395:542,131:179)=10E-11
sigmaY(893:931,395:542,131:179)=10E-11
sigmaZ(893:931,395:542,131:179)=10E-11
! papel
Miu(893:931,395:542,182:230)=0.9999*Mu0
Eps(893:931,395:542,182:230)=7.0*Eps0
sigmaX(893:931,395:542,182:230)=10E-11
sigmaY(893:931,395:542,182:230)=10E-11
sigmaZ(893:931,395:542,182:230)=10E-11
! papel
Miu(893:931,395:542,233:281)=0.9999*Mu0
Eps(893:931,395:542,233:281)=7.0*Eps0
sigmaX(893:931,395:542,233:281)=10E-11
sigmaY(893:931,395:542,233:281)=10E-11
sigmaZ(893:931,395:542,233:281)=10E-11
! papel
Miu(893:931,395:542,284:322)=0.9999*Mu0
Eps(893:931,395:542,284:322)=7.0*Eps0
sigmaX(893:931,395:542,284:322)=10E-11
sigmaY(893:931,395:542,284:322)=10E-11
sigmaZ(893:931,395:542,284:322)=10E-11
!escritorio marco

```

Miu(1206:1302,347:539,141:145)=.9999*Mu0

Eps(1206:1302,347:539,141:145)=4*Eps0

sigmaX(1206:1302,347:539,141:145)=10E-10

sigmaY(1206:1302,347:539,141:145)=10E-10

sigmaZ(1206:1302,347:539,141:145)=10E-10

!patas de madera

Miu(1150:1286,364:367,16:141)=.9999*Mu0

Eps(1150:1286,364:367,16:141)=4*Eps0

sigmaX(1150:1286,364:367,16:141)=10E-10

sigmaY(1150:1286,364:367,16:141)=10E-10

sigmaZ(1150:1286,364:367,16:141)=10E-10

Miu(1150:1286,519:522,16:141)=.9999*Mu0

Eps(1150:1286,519:522,16:141)=4*Eps0

sigmaX(1150:1286,519:522,16:141)=10E-10

sigmaY(1150:1286,519:522,16:141)=10E-10

sigmaZ(1150:1286,519:522,16:141)=10E-10

!Monitor plástico

Miu(1270:1273,453:533,146:212)=.9999*Mu0

Eps(1270:1273,453:533,146:212)=2.7*Eps0

SigmaX(1270:1273,453:533,146:212)=10E-16

SigmaY(1270:1273,453:533,146:212)=10E-16

SigmaZ(1270:1273,453:533,146:212)=10E-16

!gabinetes fierro

Miu(1230:1280,492:516,16:80)=2000*Mu0

Eps(1230:1280,492:516,16:80)=1*Eps0

SigmaX(1230:1280,492:516,16:80)=9.93E6

SigmaY(1230:1280,492:516,16:80)=9.93E6

SigmaZ(1230:1280,492:516,16:80)=9.93E6

!Repisa

Miu(1238:1302,234:330,16:133)=.9999*Mu0

Eps(1238:1302,234:330,16:133)=4*Eps0

sigmaX(1238:1302,234:330,16:133)=10E-10

sigmaY(1238:1302,234:330,16:133)=10E-10

sigmaZ(1238:1302,234:330,16:133)=10E-10

! espacio libre

Miu(1243:1295,238:326,16:72)=Mu0

Eps(1243:1295,238:326,16:72)=Eps0

sigmaX(1243:1295,238:326,16:72)=0

sigmaY(1243:1295,238:326,16:72)=0

sigmaZ(1243:1295,238:326,16:72)=0

! espacio libre

Miu(1243:1295,238:326,0:1)=Mu0

Eps(1243:1295,238:326,0:1)=Eps0

sigmaX(1243:1295,238:326,0:1)=0

sigmaY(1243:1295,238:326,0:1)=0

sigmaZ(1243:1295,238:326,0:1)=0

!impresora plastico

Miu(1248:1292,244:320,134:166)=.9999*Mu0

Eps(1248:1292,244:320,134:166)=2.7*Eps0

SigmaX(1248:1292,244:320,134:166)=10E-16

SigmaY(1248:1292,244:320,134:166)=10E-16

SigmaZ(1248:1292,244:320,134:166)=10E-16

!escritorio marco

Miu(1063:1235,248:344,141:145)=.9999*Mu0
Eps(1063:1235,248:344,141:145)=4*Eps0
sigmaX(1063:1235,248:344,141:145)=10E-10
sigmaY(1063:1235,248:344,141:145)=10E-10
sigmaZ(1063:1235,248:344,141:145)=10E-10

!patas de madera

Miu(1079:1081,266:330,16:141)=.9999*Mu0
Eps(1079:1081,266:330,16:141)=4*Eps0
sigmaX(1079:1081,266:330,16:141)=10E-10
sigmaY(1079:1081,266:330,16:141)=10E-10
sigmaZ(1079:1081,266:330,16:141)=10E-10
Miu(1216:1219,266:330,16:141)=.9999*Mu0
Eps(1216:1219,266:330,16:141)=4*Eps0
sigmaX(1216:1219,266:330,16:141)=10E-10
sigmaY(1216:1219,266:330,16:141)=10E-10
sigmaZ(1216:1219,266:330,16:141)=10E-10

!mesa de hierro

Miu(897:1079,25:89,16:133)=2000*Mu0
Eps(897:1079,25:89,16:133)=2000*Eps0
SigmaX(897:1079,25:89,16:133)=9.93E6
SigmaY(897:1079,25:89,16:133)=9.93E6
SigmaZ(897:1079,25:89,16:133)=9.93E6

!vacio

Miu(899:1077,28:89,16:82)=Mu0
Eps(899:1077,28:89,16:82)=Eps0
SigmaX(899:1077,28:89,16:82)=0
SigmaY(899:1077,28:89,16:82)=0
SigmaZ(899:1077,28:89,16:82)=0

!vacio

Miu(899:1077,28:89,84:130)=Mu0
Eps(899:1077,28:89,84:130)=Eps0
SigmaX(899:1077,28:89,84:130)=0
SigmaY(899:1077,28:89,84:130)=0
SigmaZ(899:1077,28:89,84:130)=0

!vidrio

Miu(901:1077,87:89,18:140)=.9991*Mu0
Eps(901:1077,87:89,18:140)=6*Eps0
SigmaX(901:1077,87:89,18:140)=10E-12
SigmaY(901:1077,87:89,18:140)=10E-12
SigmaZ(901:1077,87:89,18:140)=10E-12

!PILARES

Miu(132:169,26:82,16:437)=2000*Mu0
Eps(132:169,26:82,16:437)=1*Eps0
SigmaX(132:169,26:82,16:437)=9.93E6
SigmaY(132:169,26:82,16:437)=9.93E6
SigmaZ(132:169,26:82,16:437)=9.93E6
Miu(847:884,26:82,16:437)=2000*Mu0
Eps(847:884,26:82,16:437)=1*Eps0
SigmaX(847:884,26:82,16:437)=9.93E6
SigmaY(847:884,26:82,16:437)=9.93E6
SigmaZ(847:884,26:82,16:437)=9.93E6

!*****CONSTANTES*****

lid = OMP_get_thread_num()

```

!$call OMP_SET_NUM_THREADS(8)
! print *, 'Thread',id,' starting ...'
!$OMP BARRIER
!$OMP PARALLEL DO DEFAULT(NONE) &
!$OMP SHARED(C1,C2,C3,C4,C5,C6,DeltaTemp,SigmaY,Eps,SigmaZ,SigmaX,Imax,Jmax,Kmax) &
!$OMP PRIVATE(I,J,K)
DO K=0,Kmax+1
DO J=0,Jmax+1
DO I=0,Imax+1
C1(I,J,K) = ( 1.0 - ( DeltaTemp*SigmaY(I,J,K) ) / ( 2.0*Eps(I,J,K) ) ) / ( 1.0 + ( DeltaTemp*SigmaY(I,J,K) ) / ( 2.0*Eps(I,J,K) ) )
C2(I,J,K) = ( DeltaTemp/Eps(I,J,K) ) / ( 1.0 + ( DeltaTemp*SigmaY(I,J,K) ) / ( 2.0*Eps(I,J,K) ) )
C3(I,J,K) = ( 1.0 - ( DeltaTemp*SigmaZ(I,J,K) ) / ( 2.0*Eps(I,J,K) ) ) / ( 1.0 + ( DeltaTemp*SigmaZ(I,J,K) ) / ( 2.0*Eps(I,J,K) ) )
C4(I,J,K) = ( DeltaTemp/Eps(I,J,K) ) / ( 1.0 + ( DeltaTemp*SigmaZ(I,J,K) ) / ( 2.0*Eps(I,J,K) ) )
C5(I,J,K) = ( 1.0 - ( DeltaTemp*SigmaX(I,J,K) ) / ( 2.0*Eps(I,J,K) ) ) / ( 1.0 + ( DeltaTemp*SigmaX(I,J,K) ) / ( 2.0*Eps(I,J,K) ) )
C6(I,J,K) = ( DeltaTemp/Eps(I,J,K) ) / ( 1.0 + ( DeltaTemp*SigmaX(I,J,K) ) / ( 2.0*Eps(I,J,K) ) )
END DO
END DO
END DO
!$OMP END PARALLEL DO
!$OMP PARALLEL DO DEFAULT(NONE) &
!$OMP SHARED(C7,C8,DeltaTemp,SigmaConjY,Miu,Imax,Jmax,Kmax) &
!$OMP PRIVATE(I,J,K)
DO K=0,Kmax+1
DO J=0,Jmax
DO I=0,Imax+1
C7(I,J,K) = ( 1.0 - ( DeltaTemp*SigmaConjY(I,J,K) ) / ( 2.0*Miu(I,J,K) ) ) / ( 1.0 + ( DeltaTemp*SigmaConjY(I,J,K) ) / ( 2.0*Miu(I,J,K) ) )
C8(I,J,K) = ( DeltaTemp/Miu(I,J,K) ) / ( 1.0 + ( DeltaTemp*SigmaConjY(I,J,K) ) / ( 2.0*Miu(I,J,K) ) )
END DO
END DO
END DO
!$OMP END PARALLEL DO
!$OMP PARALLEL DO DEFAULT(NONE) &
!$OMP SHARED(C9,C10,DeltaTemp,SigmaConjZ,Miu,Imax,Jmax,Kmax) &
!$OMP PRIVATE(I,J,K)
DO K=0,Kmax
DO J=0,Jmax+1
DO I=0,Imax+1
C9(I,J,K) = ( 1.0 - ( DeltaTemp*SigmaConjZ(I,J,K) ) / ( 2.0*Miu(I,J,K) ) ) / ( 1.0 + ( DeltaTemp*SigmaConjZ(I,J,K) ) / ( 2.0*Miu(I,J,K) ) )
C10(I,J,K) = ( DeltaTemp/Miu(I,J,K) ) / ( 1.0 + ( DeltaTemp*SigmaConjZ(I,J,K) ) / ( 2.0*Miu(I,J,K) ) )
END DO
END DO
END DO
!$OMP END PARALLEL DO
!$OMP PARALLEL DO DEFAULT(NONE) &
!$OMP SHARED(C11,C12,DeltaTemp,SigmaConjX,Miu,Imax,Jmax,Kmax) &
!$OMP PRIVATE(I,J,K)
DO K=0,Kmax+1
DO J=0,Jmax+1
DO I=0,Imax
C11(I,J,K) = ( 1.0 - ( DeltaTemp*SigmaConjX(I,J,K) ) / ( 2.0*Miu(I,J,K) ) ) / ( 1.0 + ( DeltaTemp*SigmaConjX(I,J,K) ) / ( 2.0*Miu(I,J,K) ) )

```

```

C12(I,J,K)= ( DeltaTemp/Miu(I,J,K) ) / ( 1.0 + ( DeltaTemp*SigmaConjX(I,J,K) ) / ( 2.0*Miu(I,J,K) ) )
END DO
END DO
END DO
!$OMP END PARALLEL DO
!PARALELIZACIÓN
!OMP PARALLEL
!INICIA EL ALGORITMO DE DIFERENCIAS FINITAS EN EL DOMINIO DEL TIEMPO
Ciclo_Tiempo: DO Time=1, IterMax
    PRINT '(1X, A21, I7, A14, I7)', "Iteraciones Totales : ", IterMax, " Progreso : ", Time

!***** Hx*****
!$OMP PARALLEL DO DEFAULT(NONE)  &
!$OMP SHARED(C9,Hxz,C10,Eyx,Eyz,DeltaEsp,C7,Hxy,C8,Ezx,Ezy,Imax,Jmax,Kmax) &
!$OMP PRIVATE(I,J,K)
!FDTD
DO K=0,Kmax
DO J=0,Jmax
DO I=1,Imax
Hxz(I,J,K)=C9(I,J,K)*Hxz(I,J,K) + C10(I,J,K)*(( Eyx(I,J,K+1) + Eyz(I,J,K+1) - Eyx(I,J,K) - Eyz(I,J,K) ) * (1/DeltaEsp) )
Hxy(I,J,K)=C7(I,J,K)*Hxy(I,J,K) - C8(I,J,K)*(( Ezx(I,J+1,K) + Ezy(I,J+1,K) - Ezx(I,J,K) - Ezy(I,J,K) ) * (1/DeltaEsp) )
END DO
END DO
END DO
!$OMP END PARALLEL DO
!Fuente puntual senoidal para Hxz
Hxz(500,295,222) = 5*sin(Frad*DeltaTemp*REAL(Time))
!Fuente puntual senoidal para Hxy
Hxy(500,295,222) = 5*sin(Frad*DeltaTemp*REAL(Time))
Hx=Hxy+Hxz
!***** Hy*****
!$OMP PARALLEL DO DEFAULT(NONE)  &
!$OMP SHARED(C11,Hyx,C12,Ezx,Ezy,DeltaEsp,C9,Hyz,C10,Exy,Exz,Imax,Jmax,Kmax) &
!$OMP PRIVATE(I,J,K)
!FDTD
DO K=0,Kmax
DO J=1,Jmax
DO I=0,Imax
Hyx(I,J,K)=C11(I,J,K)*Hyx(I,J,K) + C12(I,J,K)*((Ezx(I+1,J,K)+Ezy(I+1,J,K)-Ezx(I,J,K)-Ezy(I,J,K)) * (1/DeltaEsp) )
Hyz(I,J,K)= C9(I,J,K)*Hyz(I,J,K) - C10(I,J,K)*((Exy(I,J,K+1)+Exz(I,J,K+1)-Exy(I,J,K)-Exz(I,J,K)) * (1/DeltaEsp) )
END DO
END DO
END DO
!$OMP END PARALLEL DO
!Fuente puntual senoidal para Hyx
Hyx(500,295,222) = 5*sin(Frad*DeltaTemp*REAL(Time))
!Fuente puntual senoidal para Hyz
Hyz(500,295,222) = 5*sin(Frad*DeltaTemp*REAL(Time))
Hy=Hyx+Hyz
!***** Hz*****
!$OMP PARALLEL DO DEFAULT(NONE)  &
!$OMP SHARED(C7,Hzy,C8,Exy,Exz,DeltaEsp,C11,Hxz,C12,Eyx,Eyz,Imax,Jmax,Kmax) &
!$OMP PRIVATE(I,J,K)

```

```

DO K=1,Kmax
DO J=0,Jmax
DO I=0,Imax
Hzy(I,J,K)= C7(I,J,K)*Hzy(I,J,K) + C8(I,J,K)*((Exy(I,J+1,K)+Exz(I,J+1,K)-Exy(I,J,K)-Exz(I,J,K)) * (1/DeltaEsp) )
Hxz(I,J,K)=C11(I,J,K)*Hxz(I,J,K) - C12(I,J,K)*((Eyx(I+1,J,K)+Eyz(I+1,J,K)-Eyx(I,J,K)-Eyz(I,J,K)) * (1/DeltaEsp) )
END DO
END DO
END DO
!$OMP END PARALLEL DO
!Fuente puntual senoidal para Hzy
Hzy(500,295,222) = 5*sin(Frad*DeltaTemp*REAL(Time))
!Fuente puntual senoidal para Hxz
Hxz(500,295,222) = 5*sin(Frad*DeltaTemp*REAL(Time))
Hz=Hxz+Hzy
!***** Ex*****
!$OMP PARALLEL DO DEFAULT(NONE)  &
!$OMP SHARED(C1,Exy,C2,Hxz,Hzy,DeltaEsp,C3,Exz,C4,Hyx,Hyz,Imax,Jmax,Kmax) &
!$OMP PRIVATE(I,J,K)
!FDTD:
DO K=1,Kmax
DO J=1,Jmax
DO I=0,Imax
Exy(I,J,K)=C1(I,J,K)*Exy(I,J,K) + C2(I,J,K)*((Hxz(I,J,K)+ Hzy(I,J,K)- Hxz(I,J-1,K)- Hzy(I,J-1,K)) * (1/DeltaEsp) )
Exz(I,J,K)=C3(I,J,K)*Exz(I,J,K) - C4(I,J,K)*((Hyx(I,J,K)+ Hyz(I,J,K)- Hyx(I,J,K-1)- Hyz(I,J,K-1)) * (1/DeltaEsp) )
END DO
END DO
END DO
!$OMP END PARALLEL DO
!Fuente
Exy(500,295,222) = 5*sin(Frad*DeltaTemp*REAL(Time))
Exz(500,295,222) = 5*sin(Frad*DeltaTemp*REAL(Time))
!PEC
!PEC en dirección Y
Exy(0:Imax,0,0:Kmax+1)= 0.0
Exy(0:Imax,Jmax+1,0:Kmax+1)= 0.0
!PEC en dirección Z
Exy(0:Imax,0:Jmax+1,0)= 0.0
Exy(0:Imax,0:Jmax+1,Kmax+1)= 0.0
!PEC en dirección Y
Exz(0:Imax,0,0:Kmax+1)= 0.0
Exz(0:Imax,Jmax+1,0:Kmax+1)= 0.0
!PEC en dirección Z
Exz(0:Imax,0:Jmax+1,0)= 0.0
Exz(0:Imax,0:Jmax+1,Kmax+1)= 0.0
Ex=Exy+Exz
!***** Ey*****
!$OMP PARALLEL DO DEFAULT(NONE)  &
!$OMP SHARED(C3,Eyz,C4,Hxy,Hxz,DeltaEsp,C5,Eyx,C6,Hzy,Hzx,Imax,Jmax,Kmax) &
!$OMP PRIVATE(I,J,K)
DO K=1,Kmax
DO J=0,Jmax
DO I=1,Imax
Eyz(I,J,K)=C3(I,J,K)*Eyz(I,J,K) + C4(I,J,K)*((Hxy(I,J,K)+Hxz(I,J,K)- Hxy(I,J,K-1)-Hxz(I,J,K-1)) * (1/DeltaEsp) )

```

```

Eyx(I,J,K)=C5(I,J,K)*Eyx(I,J,K) - C6(I,J,K)*((Hxz(I,J,K)+Hzy(I,J,K)- Hxz(I-1,J,K)-Hzy(I-1,J,K)) * (1/DeltaEsp) )
END DO
END DO
END DO
!$OMP END PARALLEL DO
!FUENTE
Eyz(500,295,222) = 5*sin(Frad*DeltaTemp*REAL(Time))
Eyx(500,295,222) = 5*sin(Frad*DeltaTemp*REAL(Time))
!PEC:
!*!PEC en dirección X
Eyz(0,0:Jmax,0:Kmax+1)=0.0
Eyz(Imax+1,0:Jmax,0:Kmax+1)=0.0
!PEC en dirección Z
Eyz(0:Imax+1,0:Jmax,0)=0.0
Eyz(0:Imax+1,0:Jmax,Kmax+1)=0.0

!PEC en dirección X
Eyx(0,0:Jmax,0:Kmax+1)=0.0
Eyx(Imax+1,0:Jmax,0:Kmax+1)=0.0
!PEC en dirección Z
Eyx(0:Imax+1,0:Jmax,0)=0.0
Eyx(0:Imax+1,0:Jmax,Kmax+1)=0.0
Ey=Eyx+Eyz
!***** Ez*****
!$OMP PARALLEL DO DEFAULT(NONE)  &
!$OMP SHARED(C5,Ezx,C6,Hyx,Hyz,DeltaEsp,C1,Ezy,C2,Hxy,Hxz,Imax,Jmax,Kmax) &
!$OMP PRIVATE(I,J,K)
!FDTD
DO K=0,Kmax
DO J=1,Jmax
DO I=1,Imax
Ezx(I,J,K)=C5(I,J,K)*Ezx(I,J,K) + C6(I,J,K)*((Hxy(I,J,K)+Hxz(I,J,K)- Hxy(I-1,J,K)-Hxz(I-1,J,K)) * (1/DeltaEsp) )
Ezy(I,J,K)=C1(I,J,K)*Ezy(I,J,K) - C2(I,J,K)*((Hxy(I,J,K)+Hxz(I,J,K)- Hxy(I,J-1,K)-Hxz(I,J-1,K)) * (1/DeltaEsp) )
END DO
END DO
END DO
!$OMP END PARALLEL DO
!Fuente
Ezx(500,295,222) = 5*sin(Frad*DeltaTemp*REAL(Time))
Ezy(500,295,222) = 5*sin(Frad*DeltaTemp*REAL(Time))
!PEC
!PEC en dirección X
Ezx(0,0:Jmax+1,0:Kmax)=0.0
Ezx(Imax+1,0:Jmax+1,0:Kmax)=0.0
!PEC en dirección Y
Ezx(0:Imax+1,0,0:Kmax)=0.0
Ezx(0:Imax+1,Jmax+1,0:Kmax)=0.0
!PEC en dirección X
Ezy(0,0:Jmax+1,0:Kmax)=0.0
Ezy(Imax+1,0:Jmax+1,0:Kmax)=0.0
!PEC en dirección Y
Ezy(0:Imax+1,0,0:Kmax)=0.0
Ezy(0:Imax+1,Jmax+1,0:Kmax)=0.0

```



```

Ez=Ezx+Ezy
!END DO Ciclo_Tiempo          !Termina ciclo de tiempo*****
!Esta sección genera archivos de datos para graficar
IF (MOD(Time,1000)==0) THEN
!Asigna el valor de Time a la extensión .dat => Time.dat en la variable File_Name
razon = (REAL (Time) / 20.0)
  IF ( razon < 5.0) THEN
      WRITE (unit=File_Name,fmt="(i2.2,a)") Time,".dat"
  ELSE
      IF ( razon >= 5.0 .AND. razon .LT. 50.0) THEN
          WRITE (unit=File_Name,fmt="(i3.2,a)") Time,".dat"
      ELSE
          IF ( razon >= 50.0) THEN
              WRITE (unit=File_Name,fmt="(i4.2,a)") Time,".dat"
          END IF
      END IF
  END IF
END IF
!Se realiza la concatenación
  File_Name = "Hz_222_"//File_Name
  ALLOCATE (Temporal(0:Imax, 0:Jmax), STAT=AllocateStatusTemporal)
  IF (AllocateStatusTemporal /= 0) STOP "***** ¡¡¡ NO HAY SUFICIENTE MEMORIA !!! *****"
  Temporal = 0
      DO I=0, Imax
          DO J=0, Jmax
              !Temporal(I,J) = Ez(I,J,80)
              Temporal(I,J) = Hz(I,J,222)
          END DO
      END DO
OPEN (UNIT=7, File=File_Name, STATUS='REPLACE', IOSTAT=OpenStatusTemporal)
IF (OpenStatusTemporal /= 0) STOP "***** ¡¡¡ NO HAY SUFICIENTE MEMORIA !!! *****"
WRITE(7,'(1X, 1341(f38.12))') ((Temporal(I,J), I=0, Imax), J=0, Jmax)
CLOSE (7)
DEALLOCATE (Temporal)
END IF
IF (MOD(Time,1000)==0) THEN
!Asigna el valor de Time a la extensión .dat => Time.dat en la variable File_Name
razon = (REAL (Time) / 20.0)
  IF ( razon < 5.0) THEN
      WRITE (unit=File_Name,fmt="(i2.2,a)") Time,".dat"
  ELSE
      IF ( razon >= 5.0 .AND. razon .LT. 50.0) THEN
          WRITE (unit=File_Name,fmt="(i3.2,a)") Time,".dat"
      ELSE
          IF ( razon >= 50.0) THEN
              WRITE (unit=File_Name,fmt="(i4.2,a)") Time,".dat"
          END IF
      END IF
  END IF
END IF
!Se realiza la concatenación
  File_Name = "Hz_160_"//File_Name
  ALLOCATE (Temporal(0:Imax, 0:Jmax), STAT=AllocateStatusTemporal)
  IF (AllocateStatusTemporal /= 0) STOP "***** ¡¡¡ NO HAY SUFICIENTE MEMORIA !!! *****"

```

```

                Temporal = 0
                    DO I=0, Imax
                        DO J=0, Jmax
                            !Temporal(I,J) = Ez(I,J,80)
                            Temporal(I,J) = Hz(I,J,160)
                        END DO
                    END DO
OPEN (UNIT=7, File=File_Name, STATUS='REPLACE', IOSTAT=OpenStatusTemporal)
IF (OpenStatusTemporal /= 0) STOP "***** iii NO HAY SUFICIENTE MEMORIA !!! *****"
WRITE(7,'(1X, 1341(f38.12))') ((Temporal(I,J), I=0, Imax), J=0, Jmax)
CLOSE (7)
DEALLOCATE (Temporal)
END IF
IF (MOD(Time,1000)==0) THEN
    razon = (REAL (Time) / 20.0)
        IF ( razon < 5.0) THEN
            WRITE (unit=File_Name,fmt="(i2.2,a)") Time, ".dat"
        ELSE
            IF ( razon >= 5.0 .AND. razon .LT. 50.0) THEN
                WRITE (unit=File_Name,fmt="(i3.2,a)") Time, ".dat"
            ELSE
                IF ( razon >= 50.0) THEN
                    WRITE (unit=File_Name,fmt="(i4.2,a)") Time, ".dat"
                END IF
            END IF
        END IF
END IF
File_Name = "Hz_320_"//File_Name
ALLOCATE (Temporal(0:Imax, 0:Jmax), STAT=AllocateStatusTemporal)
IF (AllocateStatusTemporal /= 0) STOP "***** iii NO HAY SUFICIENTE MEMORIA !!! *****"
                Temporal = 0
                    DO I=0, Imax
                        DO J=0, Jmax
                            !Temporal(I,J) = Ez(I,J,80)
                            Temporal(I,J) = Hz(I,J,320)
                        END DO
                    END DO
OPEN (UNIT=7, File=File_Name, STATUS='REPLACE', IOSTAT=OpenStatusTemporal)
IF (OpenStatusTemporal /= 0) STOP "***** iii NO HAY SUFICIENTE MEMORIA !!! *****"
WRITE(7,'(1X, 1341(f38.12))') ((Temporal(I,J), I=0, Imax), J=0, Jmax)
CLOSE (7)
DEALLOCATE (Temporal)
END IF

```

Efecto de Propagación Electromagnética usando el MDFDT con obstáculos de diferentes materiales.

Jorge Sosa Pedroza Manuel Benavides Cruz* Salvador Coss Domínguez
Instituto Politécnico Nacional

Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Sección de Posgrado e Investigación
Unidad Profesional Adolfo López Mateos, Edif. Z-4 3er. Piso, Col. Lindavista, México D.F.

*Universidad Veracruzana, Facultad de Ingeniería, Campus Poza Rica

jsosa@ipn.mx; abenavides.uv@gmail.com; salvadorcoss@gmail.com;

Resumen. Analizar la propagación de ondas electromagnéticas (EM) mediante el método de diferencias finitas en el dominio del tiempo (MDFDT) permite apreciar de manera clara los efectos asociados a los cambios en las propiedades materiales del medio; usando el método se pueden observar los efectos sobre la propagación en función de las características del medio y de obstáculos que presenten distintos valores de conductividad (σ), permitividad (ϵ) y permeabilidad (μ). Se presenta en este trabajo el modelado de la propagación EM en un medio con obstáculos de diferentes materiales (madera, aluminio, ferrita y vidrio) cuando una onda plana y una esférica, generada por una fuente puntual incide sobre ellos.

Palabras Clave – propagación, MDFDT, Propagación sobre medios con obstáculos.

Abstract. Analysis of electromagnetic propagation using Finite Difference Time Domain (FDTD), allows clearly to see the effects of media properties changes; using FDTD is possible to analyze behavior of an EM wave when impinges over materials with different permittivity (ϵ), permeability (μ) and conductivity (σ). We present in this paper modeling of a plane wave and a point source wave moving over a space with obstacles (wood, aluminum, ferrite and glass), modeling allows us to analyze effects of reflection, refraction, diffraction and interfering waves in the computational domain.

Key Words- Propagation, FDTD Method, wave propagation over a media with different obstacles.

I. INTRODUCCIÓN

El MDFDT es un procedimiento computacional que permite utilizar las poderosas herramientas de cómputo con que se cuenta actualmente, para analizar en tiempo real el efecto de propagación electromagnética en cualquier medio y en cualquier condición planteada por la teoría [1]; el método transforma las ecuaciones diferenciales de Maxwell, que describen la propagación en el medio, en ecuaciones de diferencias, para que puedan ser manejadas en forma discreta por una computadora. El MDFDT es un procedimiento flexible cuyos únicos límites son los recursos de cómputo, bajo estas condiciones es posible analizar las características de reflexión, refracción y difracción de una onda EM cuando incide en objetos que están a nuestro alrededor como escritorios, paredes, pisos, muebles etc. y conocer su comportamiento en función del material de los obstáculos[2], [3]. En este trabajo se considera que la onda

EM se propaga en el vacío y en su camino incide sobre madera, aluminio, ferrita y vidrio, obstáculos que se consideran homogéneos e isotrópicos, y cuyas características de permitividad, permeabilidad y conductividad pueden ser consultadas en diferentes referencias especializadas. Usando el MDFDT es posible analizar los efectos de reflexión, refracción y difracción tanto de una onda esférica, como de una plana, para simular el campo cercano y el lejano respectivamente. Aunque se puede considerar que el análisis que se presenta es poco práctico, a partir de él se podrán hacer predicciones sobre el comportamiento electromagnético, cuando incide sobre distintos obstáculos en recintos cerrados.

II. MÉTODO DE DIFERENCIAS FINITAS EN EL DOMINIO DEL TIEMPO

A. El algoritmo de Yee

El MDFDT utiliza el algoritmo de YEE, que modifica las ecuaciones diferenciales de Maxwell en ecuaciones de diferencias finitas para que puedan ser procesadas por la computadora; en el algoritmo un nuevo valor de \mathbf{E} depende del valor anterior del campo \mathbf{E} (por tanto la diferencia en tiempo) y de la diferencia de los valores anteriores del campo \mathbf{H} sobre los puntos adyacentes al punto del campo \mathbf{E} (por tanto la diferencia en el espacio), y de la misma forma para el campo \mathbf{H} que depende de su valor anterior y de los valores de campo adyacentes \mathbf{E} . El algoritmo se basa en la célula de Yee que se muestra en la figura 1 y que describe cómo se encuentran intercalados en el espacio los campos eléctricos y magnéticos y cómo la variación en tiempo de un campo implica un cambio en el otro, por otro lado la figura 2 muestra el esquema de diferencia central que considera las variaciones en el tiempo. El análisis se presenta por facilidad en 2 dimensiones por lo que las ecuaciones rotacionales de Maxwell se desarrollan en el plano x,y con un campo fuente en la dirección z . Usando el algoritmo de Yee las ecuaciones diferenciales se transforman en ecuaciones de diferencias finitas.

Si se considera que el medio está libre de cargas, la densidad de corriente de conducción \vec{J} es cero por lo que las ecuaciones de Maxwell se pueden expandir como muestran (1) a (6) en un sistema de coordenadas rectangulares.

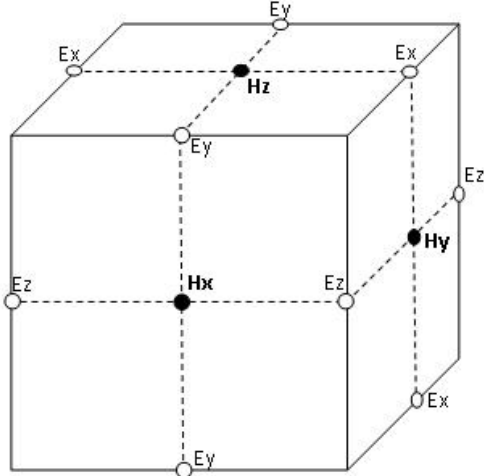


Fig. 1. Célula de Yee unitaria.

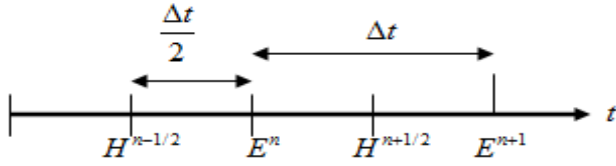


Fig. 2. Esquema de la diferencia central.

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} \right] \quad (1)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right] \quad (2)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \right] \quad (3)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left[\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - \sigma E_x \right] \quad (4)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left[\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} - \sigma E_y \right] \quad (5)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left[\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - \sigma E_z \right] \quad (6)$$

Para dos dimensiones, las ecuaciones se simplifican como sigue:

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left[-\frac{\partial E_z}{\partial y} \right] \quad (7)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial E_z}{\partial x} \right] \quad (8)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \right] \quad (9)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left[\frac{\partial H_z}{\partial y} - \sigma E_x \right] \quad (10)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left[-\frac{\partial H_z}{\partial x} - \sigma E_y \right] \quad (11)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left[\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - \sigma E_z \right] \quad (12)$$

A partir de las ecuaciones (7) a (12) se pueden definir 2 modos de propagación: *Transversal Magnético (TMz)* en el que se supone que el campo magnético es perpendicular al plano de análisis y el *Transversal Eléctrico (TEz)* que supone lo mismo pero para el campo eléctrico. Se usa en este trabajo el modo de propagación *Transversal Eléctrico TEz* en el plano de análisis x,y por lo que las componentes de campo son H_z , E_x y E_y , las ecuaciones finalmente quedan como:

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \right] \quad (13)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left[\frac{\partial H_z}{\partial y} - \sigma E_x \right] \quad (14)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left[-\frac{\partial H_z}{\partial x} - \sigma E_y \right] \quad (15)$$

La transformación en ecuaciones de diferencias finitas de (13), (14) y (15) se obtiene mediante la aplicación del algoritmo de Yee y el esquema de diferencia central, dando como resultado [4]:

$$H_z|_{i,j}^{n+1} = H_z|_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{\mu_{(i,j)}\Delta} \left[E_x|_{i,j+1}^n - E_x|_{i,j}^n - E_y|_{i+1,j}^n + E_y|_{i,j}^n \right] \quad (16)$$

$$E_x|_{i,j+1}^{n+1} = \frac{E_x|_{i,j+1}^n \left(1 - \frac{\Delta t}{2\varepsilon(i,j)\Delta} \sigma(i,j) \right) + \left(\frac{\Delta t}{\varepsilon(i,j)\Delta} \right) \left[H_z|_{i,j+1}^{n+1} - H_z|_{i,j}^{n+1} \right]}{\left(1 + \frac{\Delta t}{2\varepsilon(i,j)\Delta} \sigma(i,j) \right)} \quad (17)$$

$$E_y|_{i+1,j}^{n+1} = \frac{E_y|_{i+1,j}^n \left(1 + \frac{\Delta t}{2\varepsilon(i,j)\Delta} \sigma(i,j) \right) + \left(\frac{\Delta t}{\varepsilon(i,j)\Delta} \right) \left[H_z|_{i+1,j}^{n+1} - H_z|_{i,j}^{n+1} \right]}{\left(1 - \frac{\Delta t}{2\varepsilon(i,j)\Delta} \sigma(i,j) \right)} \quad (18)$$

Las ecuaciones de diferencias (16), (17) y (18) se usan para la programación computacional, los subíndices i,j definen una celda de cómputo y representan posiciones específicas sobre ella, de modo que a cada celda se le asignan características de conductividad, permeabilidad y permitividad (σ, μ, ε) lo que le da al método su flexibilidad; en este caso se define al medio de cómputo con las características del vacío y se localiza a los obstáculos en ciertas posiciones, en función de sus parámetros.

Tan importante como el propio algoritmo de simulación, otros elementos del MDFDT son igualmente importantes: las fuentes primarias, las condiciones de frontera de cálculo y el criterio de estabilidad, que se describen a continuación.

B. Fuentes Primarias.

Representan el campo inicial que se inyecta en el área de cómputo, pueden ser de diferentes formas: fuentes puntuales, ondas planas pulsos Gaussianos etc. Una condición importante que deben cumplir es que deben consumir la menor cantidad de memoria de cómputo y tiempo de corrida del sistema. Para este trabajo se han escogido dos tipos de fuente: la onda plana que es más útil para problemas de dispersión de campo lejano y la fuente puntual que permite analizar los efectos de campo cercano. Algunos requerimientos que se deben tener en cuenta son:

- La onda incidente debe permanecer invariable en toda la zona de cómputo.
- La onda plana debe aparentar que entra de afuera de la región de cálculo.
- La fuente no debe representar obstáculo ni interferir con cualquier otra onda generada por la malla.

El trabajo inicial de Yee usó una fuente de onda plana, que era insertada como condición inicial de cada punto de localización de las componentes de \mathbf{E} y \mathbf{H} , con este método cada componente del campo eléctrico y magnético se “prellena” a lo largo y ancho del área de cómputo. Otra técnica para generar una onda plana es la de Campo total / Campo disperso, se basa en la linealidad de las ecuaciones de Maxwell, con esta propiedad el algoritmo de las ecuaciones de Maxwell puede ser aplicado con la misma validez a los campos incidentes, los campos dispersos o los campos totales (la suma de los campos incidentes más los campos dispersos). Con la técnica de Campo total / Campo disperso y condiciones de frontera PML, es posible generar una onda plana prácticamente sin deformaciones ajenas al fenómeno que se desea analizar (sin ruido).

Las fuentes puntuales se conocen como fuentes *duras*, se busca que la fuente no ocupe más de 2 celdas, se le asigna una función durante un tiempo deseado a una de las componentes del campo, un ejemplo es la senoide E_z localizada en el punto i_s iniciada en $n=0$.

$$E_z \Big|_{i_s}^n = E_0 \cdot \text{sen}(2\pi f_0 n \Delta t)$$

Las fuentes primarias se introducen en el lenguaje de programación en la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \text{Hzinc}(J) &= \sin(\text{Frad} * \text{Time}) \\ \text{Frad} &= 2 * \text{Pie} * \text{FreqOper} * \text{DeltaTemp} \end{aligned}$$

C. Condiciones de absorción de frontera (ABC).

Las ABC son fundamentales en la simulación electromagnética del método de diferencias finitas ya que evitan reflexiones espurias en los límites de la región de cálculo. Se basan en operadores diferenciales que anulan la onda que viaja hacia afuera dejando un error residual en el proceso; las reflexiones parásitas representan ruido en la simulación y por eso deben ser atenuadas el mayor porcentaje posible. Desde el inicio del MDFDT, la construcción de las ABC jugó un papel importante en la simulación y a partir de entonces muchos modelos se han generado, de todos ellos el más exacto, pero que consume una gran cantidad de recursos de cómputo es el de Berenger, llamada condición de “Capa Perfectamente Acoplada” (*Perfectly Match Layer PML*), con este modelo se consiguen atenuaciones de la onda incidente hasta de 75 dB en la frontera. El modelo crea una capa absorbente externa a la frontera de la región de cálculo que tiene una impedancia de onda independiente de los ángulos de incidencia y de la frecuencia de las ondas dispersas salientes [5].

La técnica PML descompone la componente de campo H_z en dos subcomponentes H_{zx} y H_{zy} , a continuación presentamos las ecuaciones de campo acopladas.

$$\begin{aligned} \epsilon_o \frac{E_x}{\partial t} + \sigma_y E_x &= \frac{\partial(H_{zx} + H_{zy})}{\partial y} \\ \epsilon_o \frac{E_y}{\partial t} + \sigma_x E_y &= -\frac{\partial(H_{zx} + H_{zy})}{\partial x} \\ \mu_o \frac{H_{zx}}{\partial t} + \sigma_x^* H_{zx} &= -\frac{\partial E_y}{\partial x} \\ \mu_o \frac{H_{zy}}{\partial t} + \sigma_y^* H_{zy} &= -\frac{\partial E_x}{\partial y} \end{aligned}$$

Donde σ_x^* y σ_y^* representan conductividad magnética y σ_x y σ_y conductividad eléctrica, en las direcciones x y y . Para una malla bidimensional como la que se muestra en la figura 3, Berenger propone una zona computacional de espacio libre rodeada de una PML que termina en paredes conductoras perfectas.

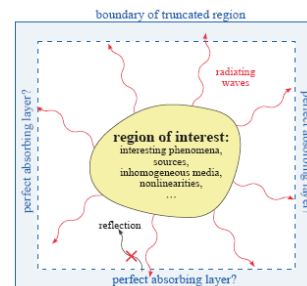


Fig. 3. Capa Perfectamente Acoplada PML

D. Criterio de estabilidad.

Debido a que la propagación depende del tiempo y del espacio, ambas variables deben ser compatibles en la

discretización; las dimensiones de la malla de cómputo debe ser tal que los campos electromagnéticos no cambien sustancialmente de una celda a la otra ni en el espacio ni en el tiempo, la dimensión de la malla debe ser una fracción de longitud de onda, claro que una celda muy pequeña genera mayor uso de recursos, por lo que un buen parámetro es $\lambda/20$, dependiendo de los recursos de cómputo con los que se cuente, aunque el límite no debe rebasar $\lambda/10$.

III. MODELADO DEL REGION DE CÓMPUTO CON DIFERENTES MATERIALES

Este trabajo presenta la simulación de una onda propagándose en el espacio libre que choca contra obstáculos de diferentes materiales, con el fin de analizar el comportamiento por reflexiones, refracciones etc.

TABLA I
Características de la región de cálculo.

Fuente	Onda Plana/puntal/Berenguer
Condiciones de frontera	PML (-75dB)
Frecuencia de operación	f=1 GHz
Longitud de onda	$\lambda = 30$ cm
Escalonado espacial	$\lambda / 20 = 1.5$ cm
Tamaño de la región	337.5 cm = 225 celdas
Tamaño de la capa PML	16 celdas
Numero de iteraciones	400
Compilador	X64 bits PGI

La tabla I muestra las características de la región de cómputo y el compilador, se usó para el modelado un servidor de Quadcore, con 8GB de memoria RAM.

El primer paso de la simulación fue el modelado de las fuentes, las figuras 5, 6 muestran el comportamiento de la onda plana y de la fuente puntual en la región de cómputo.

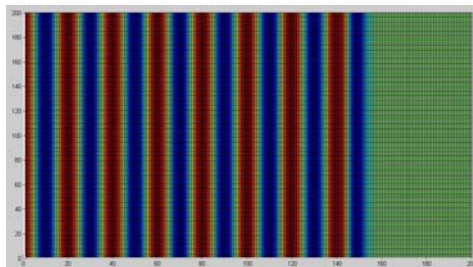


Fig. 5. Onda plana.

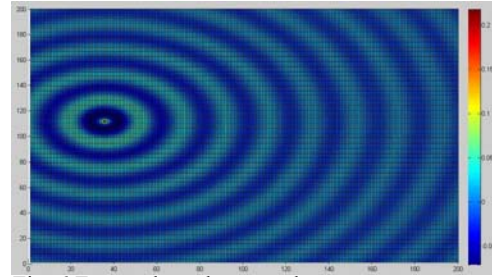


Fig. 6 Fuente de onda puntual

Para la simulación para ambas fuentes (onda plana y puntual) con diferentes materiales, la figura 7 muestra la región de cálculo con los obstáculos que se han propuesto para la simulación, cuyos materiales son: madera, ferrita, vidrio y aluminio, que se localizan como sigue:

Coordenadas

Madera = [(50,70) x, (140,160) y]

Ferrita = [(130,150) x, (140,160) y]

Aluminio = [(50,70) x, (80,60) y]

Vidrio = [(130,150) x, (80,60) y]

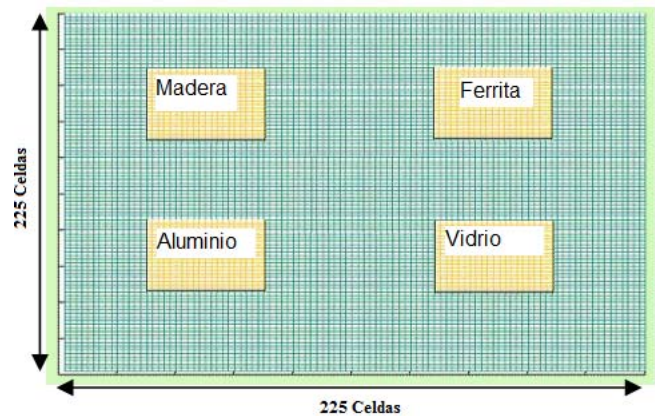


Fig. 7. La región de cómputo

Las características de los materiales de cada elemento se muestran en la tabla II.

TABLA II
Características de los materiales simulados.

Celdas	Material	Permitividad	Permeabilidad	Conductividad
20x20	Aire	1	1	0
20x20	Madera	4	.9999	10×10^{-10}
20x20	Ferrita	12.4	1000	10×10^2
20x20	Aluminio	8.8	1.00002	3.5×10^7
20x20	Vidrio	6	.9991	10×10^{-12}

Los resultados se presentan en forma de gráficas, obtenidas de la simulación, y en tablas con valores interpretados de esas gráficas, para mostrar características de atenuación y fase.

IV. RESULTADOS NUMÉRICOS

Los resultados numéricos se muestran en la figura 8 para la onda plana y en la figura 9 para la onda puntual:

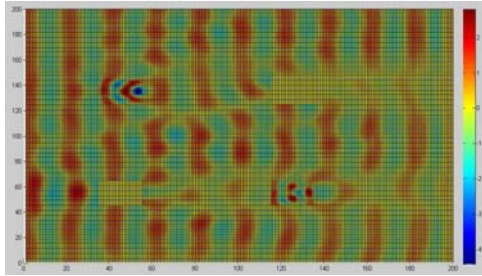


Figura 8. Fuente de onda plana con obstáculos: madera, ferrita, aluminio y vidrio

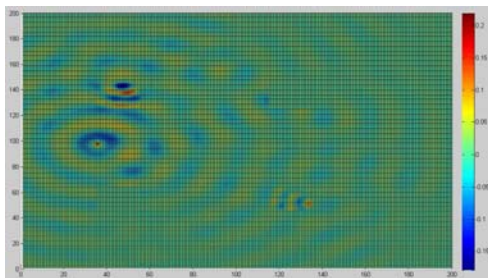


Figura 9. Fuente de onda puntual con obstáculos: madera, ferrita, aluminio y vidrio.

Se observa en ambas figuras, los cambios en la propagación cuando la onda incide en los materiales, para el aluminio, la onda no penetra el material, se genera una reflexión en la parte de enfrente que altera la propagación hacia atrás, representada por alteraciones que son más visibles en la onda plana de la figura 8, aunque el efecto también se observa en la figura 9, se observa igualmente que en la madera casi no hay atenuación, sin embargo existen reflexiones menos acentuadas que en el aluminio, pero la longitud de onda prácticamente se reduce a la mitad, lo que implica una disminución en la velocidad de propagación. Suceden efectos similares en la ferrita y en el vidrio, en relación con la atenuación, la refracción y la reflexión hacia atrás, generando interferencias con la onda incidente.

Se puede observar de la figura 8 que la onda “da vuelta” al trozo de aluminio, representado por el color rojo alrededor de la celda 60, este efecto es claramente de difracción. Las deformaciones delante del trozo de aluminio se deben a la suma de las ondas incidente, difractada y reflejada en el trozo de ferrita.

Existen diferencias en el comportamiento de la onda cuando la fuente es onda plana o puntual, la principal es que los efectos en la segunda se presentan en forma radial, mientras que en el otro caso son paralelos a la estructura del dominio de cómputo, sin embargo en el primer caso la difracción genera una interferencia hacia abajo y hacia arriba en un ángulo aproximado de 20° , al chocar con las ondas producidas por los demás efectos. Para el caso de la

madera y el vidrio se observa que la interferencia es paralela a la dirección original de la onda plana, existe una pequeña difracción en el vidrio pero aparentemente poco afecta a la propagación.

V. CONCLUSIONES

Se ha presentado en este trabajo la simulación de los efectos en la propagación electromagnética cuando incide en diferentes materiales, usando el MDFDT, se observa cómo la discretización de las Ecuaciones de Maxwell y su empleo en un algoritmo de cómputo permite hacer un análisis detallado de esos efectos. Este trabajo es un primer ensayo en nuestro proyecto de investigación que se dirige a simular la propagación en recintos cerrados como edificios, sistematizando el análisis será posible predecir el comportamiento de los sistemas inalámbricos que ahora se emplean en las comunicaciones, principalmente para la transmisión de datos y que actualmente se hace por medio de métodos de predicción estadísticos, que requieren la caracterización previa de los recintos.

REFERENCIAS

- [1] Hagness Taflove, “Computational Electrodynamics”, Artech House, second Edition, 2000.
- [2] David M. Pozar “Microwave Engineering”. Wiley 2000.
- [3] Alberto Manuel Benavides Cruz, “Análisis de Campo en Guías de Onda Rectangulares Utilizando el Método de Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo” Tesis de Maestría, Director de tesis: Jorge Sosa Pedroza, Programa de Maestría en Ciencias en Ingeniería de Telecomunicaciones, IPN, E.S.I.M.E. Zacatenco. 2001.
- [4] Jorge Sosa Pedroza, Mauro Enciso Aguilar, José Luis López Bonilla, José Ricardo García Olivo, “Estudio de propagación electromagnética en medios guiados no homogéneos usando el Método de Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo”, II Congreso Internacional de Electromagnetismo Aplicado, Santiago de Cuba, Junio 2007
- [5] Jorge Sosa Pedroza, Alberto Manuel Benavides Cruz, Mauro Enciso Aguilar, Miriam Nieto Rodríguez “Análisis Paramétrico del Modelo de Capa Acoplada Perfectamente en el Método de Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo”, Semana Nacional de Ingeniería Electrónica SENIE, Chihuahua México, Marzo 2008.

Efecto de Propagación Electromagnética usando el MDFDT con obstáculos de diferentes materiales en 3 dimensiones.

Salvador Coss Domínguez¹ Jorge Sosa Pedroza² Manuel Benavides Cruz³

^{1,2}Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Sección de Posgrado e Investigación
Unidad Profesional Adolfo López Mateos, Edif. Z-4 3er. Piso, Col. Lindavista, México D.F.

³Universidad Veracruzana, Facultad de Ingeniería, Campus Poza Rica

¹salvadorcoss@gmail.com; ²jsosa@ipn.mx; ³abenavides.uv@gmail.com;

Resumen

El estudio de los fenómenos de propagación electromagnética en recintos cerrados es de gran relevancia por las pérdidas debidas a los objetos de distintos materiales que los afectan. Usualmente la predicción de la atenuación se hace por métodos estadísticos, por lo que se plantea en este trabajo la posibilidad de la predicción de atenuación usando métodos de simulación computacional. El método de diferencias finitas en el dominio del tiempo permite analizar el comportamiento de la propagación de campo electromagnético observando los fenómenos de reflexión, refracción y de difracción que sufre el frente de onda cuando incide sobre obstáculos, alterando la propagación, según los materiales sobre los que incide; los obstáculos u objetos se definen por su permitividad dieléctrica (ϵ), permeabilidad magnética (μ), y conductividad (σ), y en función de estas características el campo es afectado de manera distinta. Este trabajo presenta la simulación en 3 dimensiones, de una onda electromagnética en el espacio libre, desplazándose en un cubo en donde se localizan los materiales.

Palabras Clave: MDFDT, Propagación sobre medios con obstáculos, Reflexiones, Difracciones, Refracciones

I. Introducción

Actualmente las técnicas computacionales son ampliamente usadas para resolver problemas reales de electromagnetismo tales como propagación electromagnética, análisis de antenas y de dispositivos de microondas etc. La técnica general se llama Electromagnetismo computacional y algunos de los procedimientos empleados son: el Método de Momentos, el Método de Diferencias Finitas, el Método de Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo y otros. En este trabajo aplicamos el Método de Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo (MDFDT), para analizar el efecto de una onda electromagnética desplazándose en el espacio libre y que incide en un cubo al que se le asignan diferentes características eléctricas y magnéticas.

El MDFDT es una herramienta poderosa para el análisis de fenómenos electromagnéticos, los autores han trabajado desde hace varios años en el procedimiento, desarrollando sus propios programas de cómputo, mismos que han sido aplicados en la solución de diferentes problemas [1, 2]. Un problema en que actualmente estamos involucrados es el análisis de propagación en recintos cerrados, para lo cual hemos desarrollado el programa de cómputo en tres dimensiones, con lo que podremos simular elementos u objetos comunes que se encuentran en oficinas, tales como mesas, sillas, escritorios y por supuesto paredes, pisos y techos [3, 4]. Sin embargo una desventaja de los métodos computacionales en tres dimensiones es la necesidad de grandes recursos de cómputo, por

tal razón se presenta un análisis preliminar en un espacio reducido de acuerdo a los recursos con los que se cuenta. El experimento simula una fuente de onda puntual de 2.4 Ghz en una región de trabajo de 62.5 centímetros. En esta región el campo incide sobre objetos cúbicos de diferentes materiales, dieléctricos y conductores. La incidencia del frente de onda con los objetos mencionados permite hacer un análisis del comportamiento del campo, estudiando las reflexiones, refracciones y difracciones presentes. El objetivo general del estudio es comparar los resultados con alguno de los modelos de propagación conocidos (modelos estocásticos) que permitan validar la aplicación del MDFDT, aunque en este trabajo no se presenta esta comparación.

II. Método de Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo

El MDFDT fue desarrollado por Kane S. Yee (1966) [5], esencialmente consiste en convertir a forma discreta las ecuaciones de Maxwell, específicamente las leyes de Faraday y Ampere.

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\nabla \times \vec{E} - \vec{J}_m \quad (1)$$

$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = -\nabla \times \vec{H} - \vec{J}_e \quad (2)$$

Implementando el rotacional de las ecuaciones anteriores podemos expandir el sistema de ecuaciones de Maxwell a un sistema de coordenadas rectangulares tridimensionales para lo cual tendremos 6 ecuaciones expandidas.

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \cdot \left(\frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} - H_x \sigma^* \right) \quad (3)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \cdot \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} - H_y \sigma^* \right) \quad (4)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \cdot \left(\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} - H_z \sigma^* \right) \quad (5)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - E_x \sigma \right) \quad (6)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} - E_y \sigma \right) \quad (7)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - E_z \sigma \right) \quad (8)$$

Donde:

ε = Permitividad Dieléctrica.

μ = Permeabilidad Magnética.

E = Componente de campo Eléctrico.

H = Componente de campo Magnético.

σ^* = Conductividad Magnética

σ = Conductividad Eléctrica

El elemento básico del modelo es la célula de Yee (ver Fig. 1), que muestra como se encuentran alternados, por su naturaleza rotacional, los campos eléctricos y magnéticos. A partir de la célula de Yee se construye el algoritmo que discretiza el campo eléctrico y magnético para ser manejados por la computadora cuyos fundamentos son:

- Los campos eléctricos y magnéticos son modelados en tiempo y espacio utilizando las ecuaciones de Maxwell.
- Las componentes de campo Magnético H y de campo Eléctrico E se centran en un espacio tridimensional, cada componente de H es rodeada por dos componentes de E ; de igual manera el campo E es rodeado por dos componentes del campo H .
- El valor de campo E es almacenados en memoria para cada intervalo de tiempo utilizando el valor previo almacenado también en memoria de H , a su vez los valores de H son obtenidos usando el valor previo de E ;

se calculan los valores de campo en un proceso iterativo.

La figura 2 muestra el esquema de diferencia central que considera las variaciones en el tiempo.

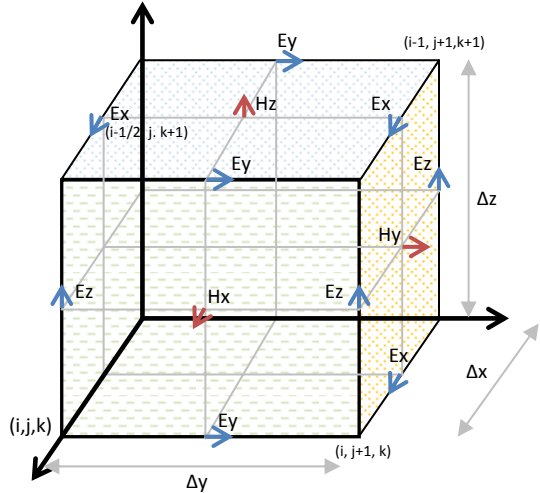


Fig. 1. Célula de Yee unitaria.

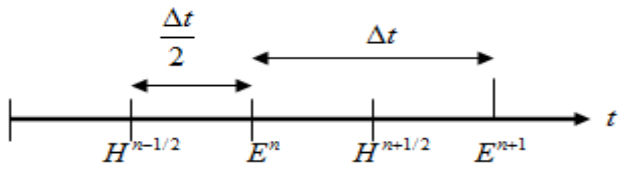


Fig. 2. Esquema de la diferencia central.

Aplicando el algoritmo de Yee y el esquema de diferencia central [6] [7] permitirá que las ecuaciones 1 - 6 se discretizen y sean manejadas por equipos de computo.

III. Condiciones de frontera de absorción (CFA)

Son fundamentales en el funcionamiento de la simulación. Debido a la naturaleza del MDFDT, en la frontera de la región de cálculo la propagación sufre reflexiones indeseadas o parásitas que alteran las lecturas de campo de manera significativa, es decir, son fuentes de ruido que se tienen que reducir al mínimo.

La implementación de las condiciones de frontera de absorción brinda la reducción necesaria de las reflexiones no deseadas. Debido a que las CFA dan paso a un buen funcionamiento del MDFDT se han desarrollado diversas técnicas para su aplicación.

El método más exacto es Capa Perfectamente Acoplada (PML por sus siglas en inglés). Funciona creando una capa alrededor de la región de cálculo principal (figura 3) que permite la propagación de la onda a través de la frontera sin tomar en cuenta el ángulo de incidencia y la frecuencia de la onda [8]. La enorme desventaja es que su ejecución consume demasiados recursos computacionales.

El método de PML descompone las componentes de campo electromagnético en 2 subcomponentes, es decir, $E_x = E_{xy} + E_{xz}$.

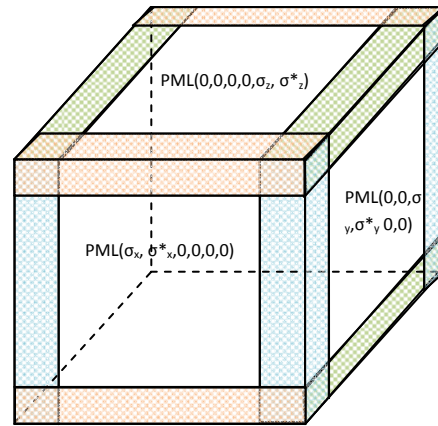


Fig. 3. Capa Perfectamente Acoplada PML

En coordenadas cartesianas las 6 componentes se convierten en 12 subcomponentes de campo ($E_{xy}, E_{xz}, E_{yx}, E_{yz}, E_{zx}, E_{zy}, H_{xy}, H_{xz}, H_{yz}, H_{zx}, H_{zy}$) y las ecuaciones de Maxwell son reemplazadas por 12 ecuaciones. Para fines prácticos se presentan las ecuaciones para las componentes de campo E_x y H_x [9].

$$\varepsilon \cdot \frac{\partial E_{xy}}{\partial t} + \sigma_y E_{xy} = \frac{\partial (H_{zx} + H_{zy})}{\partial y} \quad (9)$$

$$\varepsilon \cdot \frac{\partial E_{xz}}{\partial t} + \sigma_z E_{xz} = -\frac{\partial(H_{yz} + H_{yx})}{\partial z} \quad (10)$$

$$\mu \cdot \frac{\partial H_{xy}}{\partial t} + \sigma^*_{*y} H_{xy} = -\frac{\partial(E_{zx} + E_{zy})}{\partial y} \quad (11)$$

$$\mu \cdot \frac{\partial H_{xz}}{\partial t} + \sigma^*_{*z} H_{xz} = \frac{\partial(E_{yz} + E_{yx})}{\partial z} \quad (12)$$

Donde σ_y , σ_z , σ_x son parámetros homogéneos de conductividades eléctricas y σ^*_{*x} , σ^*_{*y} , σ^*_{*z} de conductividades magnéticas,

La transformación en ecuaciones de diferencias finitas de (9 – 12) junto con las restantes subcomponentes de campo se obtienen aplicando del algoritmo de Yee y el esquema de diferencia central. Se presentan las transformaciones de Ex.

$$\begin{aligned} E_{xy}^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k) &= E_{xy}^{n-\frac{1}{2}}(i,j,k) \left(\frac{1 - \frac{\sigma_y(i,j,k)\Delta t}{2\varepsilon(i,j,k)}}{1 + \frac{\sigma_y(i,j,k)\Delta t}{2\varepsilon(i,j,k)}} \right) \\ &+ \frac{\Delta t}{\varepsilon(i,j,k)} \left(\frac{H_{zx}^n(i,j,k) + H_{zy}^n(i,j,k) - H_{zx}^n(i,j-1,k) - H_{zy}^n(i,j-1,k)}{\Delta y} \right) \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} E_{xz}^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k) &= E_{xz}^{n-\frac{1}{2}}(i,j,k) \left(\frac{1 - \frac{\sigma_z(i,j,k)\Delta t}{2\varepsilon(i,j,k)}}{1 + \frac{\sigma_z(i,j,k)\Delta t}{2\varepsilon(i,j,k)}} \right) \\ &+ \frac{\Delta t}{\varepsilon(i,j,k)} \left(\frac{H_{yx}^n(i,j,k-1) + H_{yz}^n(i,j,k-1) - H_{yx}^n(i,j,k) - H_{yz}^n(i,j,k)}{\Delta z} \right) \end{aligned} \quad (14)$$

Para las demás subcomponentes se obtendrán ecuaciones similares. Éste conjunto de 12 ecuaciones discretas se programan y se realiza la simulación.

IV. Modelado de la región de cómputo con diferentes materiales.

Éste trabajo presenta la simulación de una fuente de onda puntual que se propaga en el espacio libre y choca contra estructuras de distintos materiales. Las características de la región de cálculo se muestran en la tabla I.

Fuente	Onda puntual
Condiciones de frontera	PML
Frecuencia de operación	f = 2.4 GHz
Longitud de onda	$\lambda = 12.5$ cm
Escalonado espacial	$\lambda / 20 = 0.625$ cm
Tamaño de la región	62.5 cm = 100 celdas
Tamaño de la capa PML	12 celdas por lado
Numero de iteraciones	500
Compilador	X64 bits PGI

Tabla I. Características de la región de cálculo

La figura 4 muestra la región de cálculo donde se simulan los objetos y la fuente electromagnética.

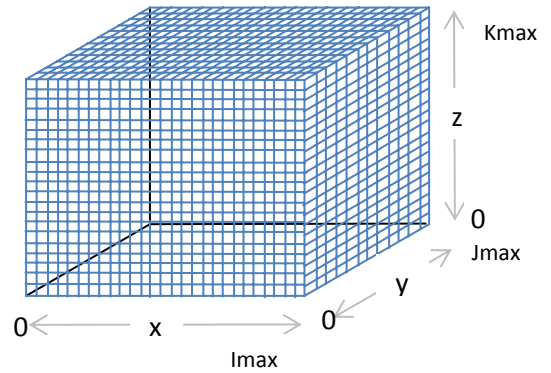


Figura 4. Esquema de la región de cálculo

El primer paso es simular la propagación de la fuente de onda puntual en el espacio libre. La presentación de resultados se hace en el plano xy con cortes en el eje $z = 50, 30$ y 80 celdas.

La fuente se ubica en las coordenadas (20, 20, 50). La propagación mostrada en las figuras 5, 6 y 7 es en el espacio libre. No sufre alteraciones.

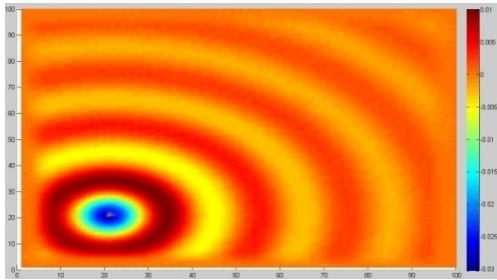


Figura 5. Fuente de onda puntual en $x=20$ e $y=20$ con un corte en $z=50$.

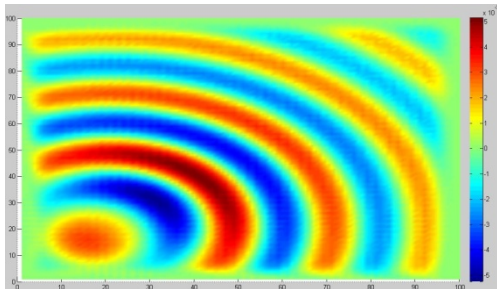


Figura 6. Fuente de onda puntual en $x=20$ e $y=20$ con un corte en $z=30$.

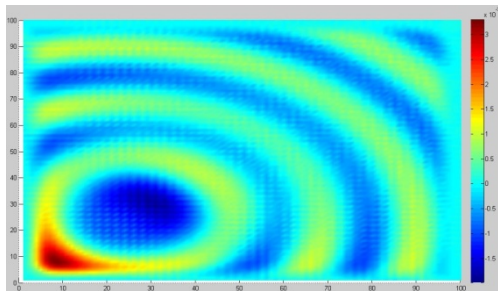


Figura 7. Fuente de onda puntual en $x=20$ e $y=20$ con un corte en $z=80$.

El siguiente paso es simular dentro de la región de cálculo materiales distintos. Las características y tamaños (en celdas) de éstos materiales se muestran en la tabla 2.

Celdas	Material	Permitividad	Permeabilidad	Conductividad
10x10x20	Madera	4	.9999	10×10^{-10}
10x10x20	Hiero	1	5000	9.93×10^6
10x10x20	Aluminio	8.8	1.00002	3.5×10^7
10x10x20	Vidrio	6	.9991	10×10^{-12}

Tabla 2. Características de los materiales simulados

Los materiales ubican en las siguientes coordenadas de la región de cálculo [(70:80) x, (70:80) y, (40:60) z].

V. Resultados Numéricos

Los resultados siguientes muestran el efecto del cubo de **hierro** sobre la onda electromagnética.

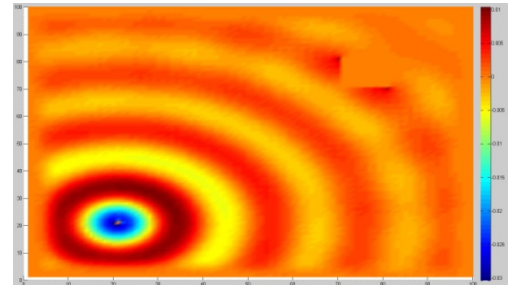


Figura 8. Fuente de onda puntual, plano xy, corte en $z=50$.

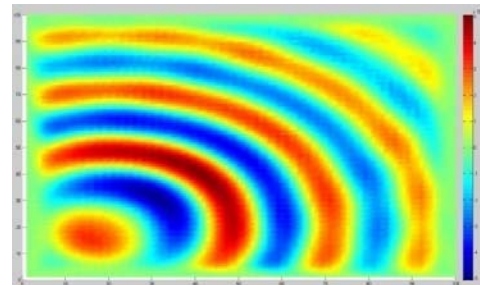


Figura 9. Fuente de onda puntual, plano xy, corte en $z=30$.

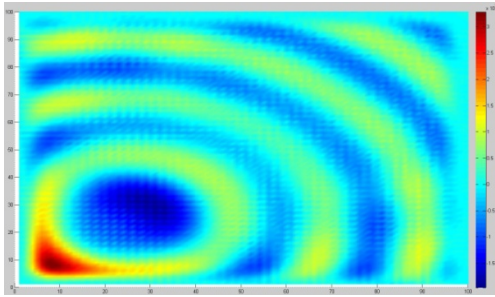


Figura 10. Fuente de onda puntual, plano xy, corte en $z= 80$.

En la figura 8, observamos que la onda no penetra el material causando reflexiones que distinguen en el color rojo más intenso a las orillas del mismo. Se presentan pequeñas difracciones alrededor del bloque (en color amarillo).

En las figuras 9 y 10 no se observa el bloque debido a que se encuentra por arriba y debajo de los cortes respectivamente, sin embargo se ve distorsionado el frente de onda en comparación con las figuras 6 y 7. Se presentan cambios de intensidad de campo que son más notorios aproximadamente en las coordenadas (80:100)x y (10:20)y. La distorsión es debida a las reflexiones causadas por el obstáculo, que aunque no se observa el choque, si podemos ver los efectos causados en toda la región de cálculo.

Los resultados siguientes muestran el efecto del cubo de **madera** sobre la onda electromagnética.

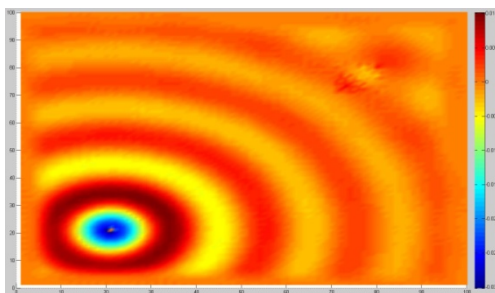


Figura 11. Fuente de onda puntual, plano xy, corte en $z= 50$.

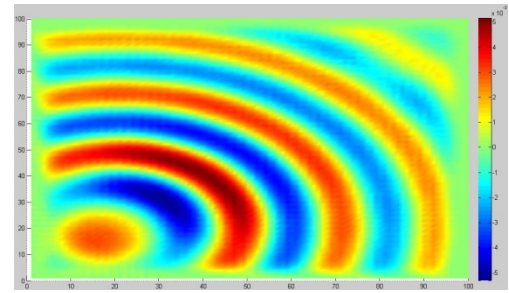


Figura 12. Fuente de onda puntual, plano xy, corte en $z= 30$.

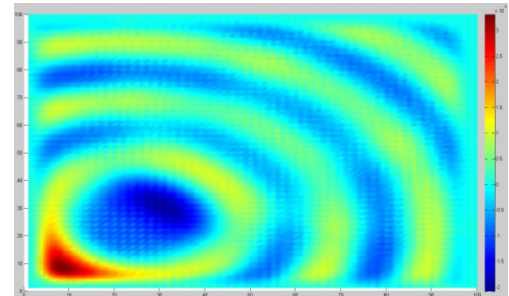


Figura 13. Fuente de onda puntual, plano xy, corte en $z= 80$.

En la figura 11 la onda penetra el material y sufre cambios de amplitud y de fase, la longitud de onda se reduce casi a la mitad, lo que indica una reducción en la velocidad de propagación.

En las figuras 12 y 13 muy similares a las figuras 9 y 10. Esto es debido a las pocas reflexiones presentes que no afectan de manera significativa la propagación en toda la región de cálculo.

Los resultados siguientes muestran el efecto del cubo de **aluminio** sobre la onda electromagnética.

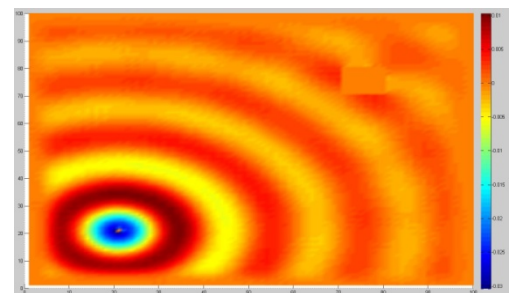


Figura 14. Fuente de onda puntual, plano xy, corte en $z= 80$.

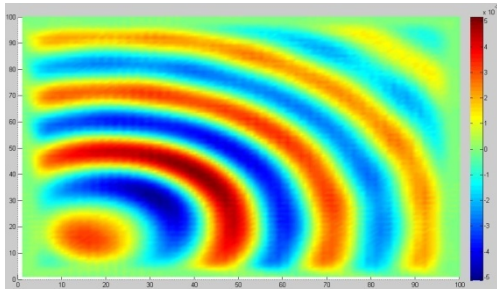


Figura 15. Fuente de onda puntual, plano xy, corte en $z= 30$.

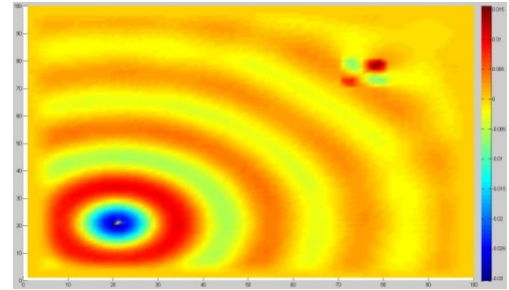


Figura 17. Fuente de onda puntual, plano xy, corte en $z= 50$.

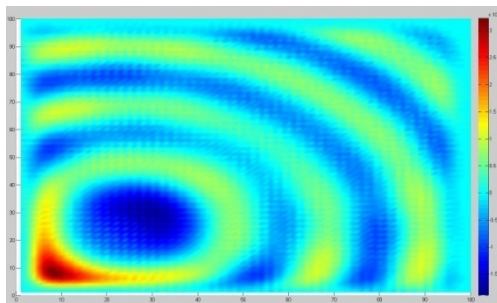


Figura 16 Fuente de onda puntual, plano xy, corte en $z= 80$.

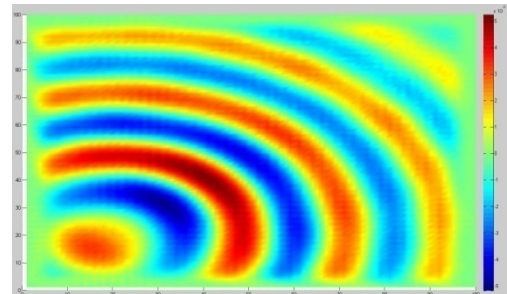


Figura 18. Fuente de onda puntual en $x=20$ e $y=20$ con un corte en $z= 30$.

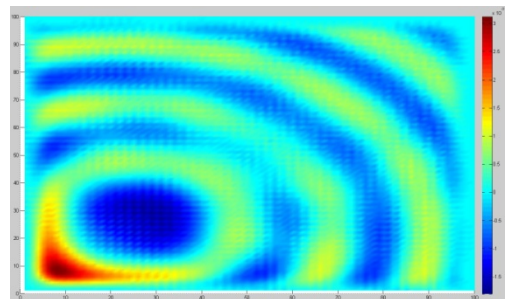


Figura 19. Fuente de onda puntual en $x=20$ e $y=20$ con un corte en $z= 80$.

En la figura 14 la onda choca contra otro bloque conductor. En comparación con la figura 8, el choque contra el aluminio produce más difracciones que claramente se observan rodeando al material en color amarillo. Adelante del bloque la onda se deforma.

En las figuras 15 y 16 la propagación electromagnética es distorsionada, se observan en mayor medida alrededor de las coordenadas (65, 20) y (85, 20). Los efectos de distorsión de onda son menores comparados con los causados por el bloque de hierro.

Los resultados siguientes muestran el efecto del cubo de **vidrio** sobre la onda electromagnética

Aunque el vidrio es un material dieléctrico, en la figura 17 se observan grandes reflexiones aun cuando la onda penetra el material causando cambios de amplitud y de fase afectando la velocidad de propagación como claramente se observa. Adelante de vidrio la onda sufre una deformación.

El corte $z=30$ (figura 18) la distorsión es pequeña, se observa mejor en la coordenada (80, 70) aproximadamente. El corte en $z=80$ (figura19) es más notoria en (50, 50). Estas distorsiones son causadas por los efectos de

campo que sufre la onda electromagnética cuando choca con un objeto, en este caso vidrio.

VI. Conclusiones

Se presentó un trabajo que simula los efectos de campo electromagnético cuando incide sobre elementos de distintos materiales; convertir las ecuaciones de Maxwell en forma discreta permite hacer un análisis detallado de estos efectos. Dependiendo de las características magnéticas y eléctricas de los materiales la onda sufre cambios de manera distinta. Cuando la onda choca de manera frontal (en los cortes $z=50$) con el obstáculo se nota el comportamiento sufrido como reflexiones, difracciones o refracciones en mayor o menor medida dependiendo del material del objeto. Cuando observamos la propagación en la misma región de cálculo pero en otro corte ($z=30$, $z=80$) el frente de onda sufre alteraciones que son causadas por el mismo obstáculo, la propagación se distorsiona de manera distinta también dependiendo del material. Mediante esta simulación en tres dimensiones se tiene el primer paso para predecir el comportamiento de un sistema de comunicaciones inalámbrico en un recinto cerrado y poder validar la aplicación del MDFDT comparando los valores con algún método de predicción estadístico.

VII. Referencias

[1] J. Sosa Pedroza, M. A. Acevedo Mosqueda, M. Benavides Cruz, "A 9 Slots antenna design by Chebyshev Technique and modeled by Finite Difference Time Domain". Seventh International Caribbean Conference on Devices, Circuits and Systems. April 2008, Cancún, Quintana Roo, México.

[2] J. Sosa Pedroza, R. García Olivo, M. Enciso Aguilar, "Estudio de Propagación electromagnética en medios guiados no-homogéneos mediante el Método de Diferencias Finitas en el dominio del Tiempo", Revista Tecnológica, (Cuba), Edición Especial, pp. 147.154, Septiembre 2007.

[3] D. M. Pozar "Microwave Engineering", segunda edición, Wiley 2000, 718 páginas.

[4] A. M. Benavides Cruz, "Análisis de Campo en Guías de Onda Rectangulares Utilizando el Método de Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo" Tesis de Maestría, Director de tesis: Jorge Sosa Pedroza, Programa de Maestría en Ciencias en Ingeniería de Telecomunicaciones, IPN, E.S.I.M.E. Zacatenco. 2001.

[5] J.P. Berenger, "A Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves", Journal of Computational Physics. vol 114, Oct. 1994 185-200.

[6] A. Taflove, "Computational Electrodynamics: The Finite Difference Time Domain Method", Artech House, 2000, 852 páginas.

[7] K. S. Yee, "Numerical solution of initial boundary value problem involving Maxwell's equations in isotropic media" IEEE Transactions on antennas and Propagation, vol. 14, May 1966, pp. 302-307.

[8] J. Sosa Pedroza, A. M. Benavides Cruz, M. Enciso Aguilar, M. Nieto Rodríguez "Análisis Paramétrico del Modelo de Capa Acoplada Perfectamente en el Método de Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo", Semana Nacional de Ingeniería Electrónica SENIE, Aguascalientes, México, Octubre 2008.

[9] J.P. Berenger, "Three-Dimensional Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves", Journal of Computational Physics. vol. 127, Sept. 1996 636-379.

Análisis de propagación electromagnética en paredes y pisos usando el MDFDT en 3 dimensiones.

Salvador Coss Domínguez Jorge Sosa Pedroza Manuel Benavides Cruz*

Instituto Politécnico Nacional

Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Sección de Posgrado e Investigación
Unidad Profesional Adolfo López Mateos, Edif. Z-4 3er. Piso, Col. Lindavista, México D.F.

*Universidad Veracruzana, Facultad de Ingeniería, Campus Poza Rica

salvadorcoss@gmail.com; jsosa@ipn.mx; abenavides.uv@gmail.com

Resumen. Emplear el método de diferencias finitas en el dominio del tiempo (MDFDT) permite analizar el efecto de reflexión, refracción y difracción de una onda electromagnética desplazándose en el espacio libre y que incide sobre obstáculos de diferentes características eléctricas y magnéticas. Para fines de este artículo se simula una pared (ladrillo) y un piso (cemento) en los cuales se observan los comportamientos de una fuente de onda puntual incidiendo sobre los obstáculos antes mencionados. La gran desventaja del MDFDT es que consume demasiados recursos computacionales lo que limita el área de trabajo. El experimento simula una fuente de onda puntual a 2.4 Ghz en una región de trabajo de 137.5 cm. En esta región se programan la fuente de onda, los obstáculos y las condiciones de frontera necesarias para una óptima simulación.

Palabras clave: propagación, MDFDT, recintos cerrados, ecuaciones de Maxwell, capa perfectamente acoplada PML.

I. INTRODUCCIÓN

El (MDFDT) es un método numérico desarrollado para discretizar y resolver las ecuaciones de Maxwell permitiendo apreciar de manera clara los efectos de reflexiones, refracciones y difracciones, asociados a los cambios en las propiedades de los materiales en el medio. Los efectos de campo en los recintos cerrados son ampliamente estudiados debido a las pérdidas causadas por los materiales que afectan de distinta manera al campo electromagnético. Estos cambios están en función de las características eléctricas y magnéticas de los materiales donde incide la onda. Los materiales están definidos por su permitividad eléctrica (ϵ), permeabilidad magnética (μ) y conductividad (σ) y en función de estas características se afecta al campo de forma distinta. Se plantea realizar un análisis de los fenómenos electromagnéticos en recintos cerrados, donde están presentes paredes, pisos y observar cómo se comporta el campo electromagnético en la transición de un medio a otro.

II. MDFDT

El MDFDT consiste en discretizar las ecuaciones de Maxwell, en específico las leyes de Ampere y Faraday, mediante el algoritmo de Kane S. Yee [1]. Para discretizar

las ecuaciones, el primer paso es resolver el rotacional presente en las leyes mencionadas (ecuación 1 y 2) y expandir el sistema ecuaciones de Maxwell a un sistema de coordenadas rectangulares tridimensionales (3 – 8). Las componentes de campo obtenidas se sitúan en la célula de Yee, (figura1) que es el elemento básico del algoritmo. Esto es posible debido a la naturaleza rotacional de las ecuaciones de Maxwell, donde la variación en tiempo de un campo implica un cambio en la posición del otro. Esto quiere decir que los campos magnético y eléctrico se auto soportan uno al otro y ésta es la principal razón que hace posible utilizar el algoritmo de Yee.

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{B}}}{\partial t} = -\nabla \times \bar{\mathbf{E}} - \bar{\mathbf{J}}_m \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{D}}}{\partial t} = \nabla \times \bar{\mathbf{H}} - \bar{\mathbf{J}}_e \quad (2)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} - H_x \sigma^* \right) \quad (3)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} - H_y \sigma^* \right) \quad (4)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} - H_z \sigma^* \right) \quad (5)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - E_x \sigma \right) \quad (6)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} - E_y \sigma \right) \quad (7)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - E_z \sigma \right) \quad (8)$$

Componentes de campo electromagnético

Donde:

ϵ = Permitividad Eléctrica.

μ = Permeabilidad Magnética.

E = Componente de campo Eléctrico.

H = Componente de campo Magnético

σ = Conductividad Eléctrica.

σ^* = Conductividad Magnética.

En el algoritmo de Yee un nuevo valor de \mathbf{H} depende del valor anterior del campo \mathbf{H} (por tanto la diferencia en tiempo) y de la diferencia de los valores anteriores del campo \mathbf{E} sobre los puntos adyacentes al punto del campo \mathbf{H} (por tanto la diferencia en el espacio), y de la misma forma para el campo \mathbf{E} que depende de su valor anterior y de los valores de campo adyacentes

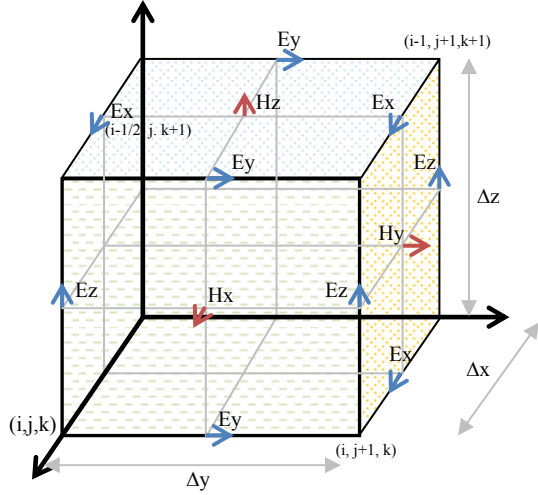


Fig. 1. Célula de Yee unitaria.

Las componentes espaciales de campo Magnético \mathbf{H} y de campo Eléctrico \mathbf{E} se centran en un espacio tridimensional, cada componente de \mathbf{H} es rodeada en los cuatro lados de la celda de Yee por dos componentes de \mathbf{E} ; de igual manera el campo \mathbf{E} es rodeado en los cuatro lados de la celda de Yee por dos componentes del campo \mathbf{H} .

La figura 2 muestra el esquema de diferencia central que considera las variaciones en tiempo.

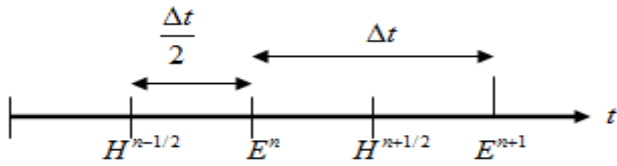


Fig. 2. Esquema de la diferencia central.

La transformación en las ecuaciones de diferencias finitas de (3 – 8) se obtiene mediante la aplicación del algoritmo de Yee y el esquema de diferencia dando como resultado: (por cuestiones prácticas, solo se presenta la componente de campo H_x .

$$H_{x(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2})}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{\left(1 - \frac{\sigma_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^* \cdot \Delta t}{2\mu_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}}\right)}{\left(1 + \frac{\sigma_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^* \cdot \Delta t}{2\mu_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}}\right)} \cdot H_{x(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2})}^{n-\frac{1}{2}} \quad (9)$$

$$+ \frac{\frac{\Delta t}{\mu_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}}}{\left(1 + \frac{\sigma_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^* \cdot \Delta t}{2\mu_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}}\right)} \cdot \left[\frac{E_{y(i,j+\frac{1}{2},k+1)}^n - E_{y(i,j+\frac{1}{2},k)}^n}{\Delta z} - \frac{E_{z(i,j+1,k+\frac{1}{2})}^n - E_{z(i,j,k+\frac{1}{2})}^n}{\Delta y} \right] - M_{source(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2})}^n$$

La ecuación (9) junto con las demás componentes de campo (5 ecuaciones mas) se usan para la programación computacional, los componentes i, j, k definen una celda de computo y representan posiciones sobre ellas y a cada celda se le asignan características de conductividad (σ), permitividad (ϵ) y permeabilidad (μ) lo que permite definir en el área de cálculo las características de vacío y localizar obstáculos en ciertas posiciones.

III. CONDICIONES DE FRONTERA DE ABSORCION (CFA).

Como el MDFDT requiere los valores de los campos en las células contiguas a la que se esté calculando, en la última celda del área de cómputo, donde no hay los elementos para realizar el cálculo, deben aplicarse condiciones de frontera de absorción que permitan simular los campos como si la onda electromagnética se propagara hacia el infinito, fuera de la región de cálculo.

En el caso particular de este artículo se utiliza la técnica propuesta por J. P. Berenguer “*Capa Perfectamente Acoplada*” (PML por sus siglas en ingles *Perfectly Match Layer*). Funciona creando una capa no física alrededor de la región de cálculo principal (figura 3) que permite la propagación de la onda a través de la frontera sin tomar en cuenta el ángulo de incidencia y la frecuencia de la onda [3].

La filosofía de la técnica PML consiste en descomponer las componentes de campo electromagnético que inciden de manera normal a la frontera en 2 subcomponentes, es decir, $E_x = E_{xy} + E_{xz}$; por lo cual se tendrán 12 subcomponentes que reemplazan a las ecuaciones de Maxwell [4], [5]. Por cuestiones de espacio se presentan las ecuaciones para E_x (9,10) y H_x (11,12).

$$\epsilon \cdot \frac{\partial E_{xy}}{\partial t} + \sigma_y E_{xy} = \frac{\partial (H_{zx} + H_{zy})}{\partial y} \quad (10)$$

$$\epsilon \cdot \frac{\partial E_{xz}}{\partial t} + \sigma_z E_{xz} = -\frac{\partial (H_{yz} + H_{yx})}{\partial z} \quad (11)$$

$$\mu \cdot \frac{\partial H_{xy}}{\partial t} + \sigma_{*y} H_{xy} = -\frac{\partial(E_{zx} + E_{zy})}{\partial y} \quad (12)$$

$$\mu \cdot \frac{\partial H_{xz}}{\partial t} + \sigma_{*z} H_{xz} = \frac{\partial(E_{yz} + E_{yx})}{\partial z} \quad (13)$$

Donde $\sigma_y, \sigma_z, \sigma_x, \sigma_y^*, \sigma_y^*, \sigma_z^*$ son parámetros homogéneos de conductividades eléctricas y magnéticas respectivamente. Las ecuaciones junto con las demás componentes de campo se transforman en ecuaciones de diferencia finita con la ayuda del algoritmo de Yee y el esquema de diferencia central.

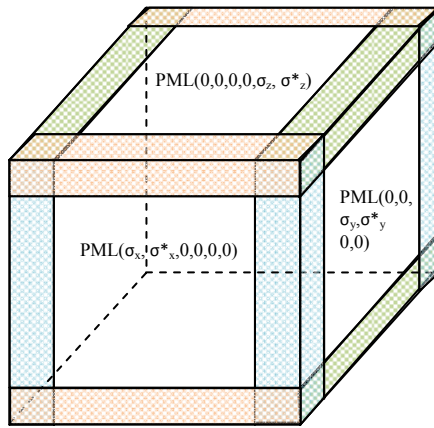


Fig. 3. Capa Perfectamente Acoplada PML

IV. MODELADO DE LA REGIÓN DE CÁLCULO.

Se realiza una simulación, debido a las limitaciones computacionales, en una región de 137.5 centímetros de largo, ancho y profundidad. Dentro esta región se simula una fuente de onda puntual que viaja en el espacio libre y que choca contra una pared de ladrillos y un piso concreto. La tabla 1 muestra las características del área de cálculo.

Tabla 1. Características del área de cálculo.	
Fuente	Onda puntual
Condiciones de Frontera	PML
Frecuencia de Operación	2.4 Ghz
Longitud de onda	$\lambda = 12.5$ cm.
Escalonado espacial	$\lambda/20 = 0.625$ cm.
Tamaño del área	137.5 cm. = 220 celdas
Tamaño de la capa PML	12 celdas por lado
Numero de iteraciones	800
Compilador	X64 bits PGI

Las figuras 3 y 4 muestran la región de cálculo donde se simulan los objetos y la fuente de onda electromagnética.

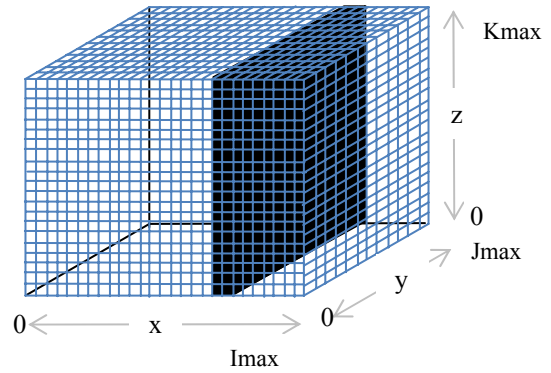


Fig. 4. Esquema de la región de cálculo. Se simula una pared.

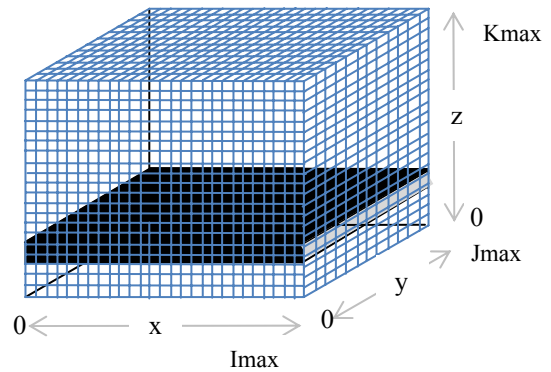


Fig. 5. Esquema de la región de cálculo. Se simula un piso.

La tabla 2 muestra las características eléctricas de los obstáculos.

Tabla 2. Características de obstáculos simulados.		
	Pared	Piso
Permitividad	4.44	6.5
Permeabilidad	0.9999	0.9999
Conductividad	0.11(S/m)	0.022 (S/m)
	[6]	[7]

Las tablas 3 y 4 muestran las medidas de los obstáculos

Tabla 3. Coordenadas de la pared		
x	y	z
120 – 144 celdas	0 – 220 celdas	0 – 200 celdas
15 cm.	137.5 cm	137.5 cm
Fuente		
20	110	110

V. RESULTADOS NUMÉRICOS

Se presentan los resultados de la simulación mostrando el efecto de **la pared** sobre la onda electromagnética.

Tabla 4. Coordenadas del piso		
x	y	z
0 – 220 celdas	0 – 220 celdas	70 – 94 celdas
137.5 cm	137.5 cm	15 cm
Fuente		
20	110	180

El primer paso es simular una fuente de onda puntual en el espacio libre. Se muestra en la figura (6) una fuente en el plano xy a una altura $z = 110$.

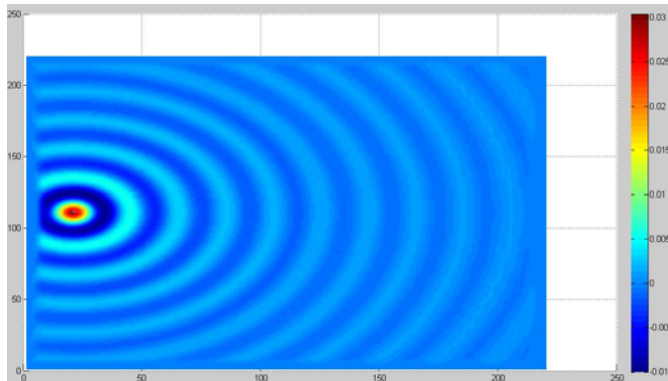


Figura 6. Fuente de onda puntual, plano xy, corte $z = 110$.
Propagación libre

Se ilustra en la figura (7) una fuente en el plano zx con un corte en $y = 110$.

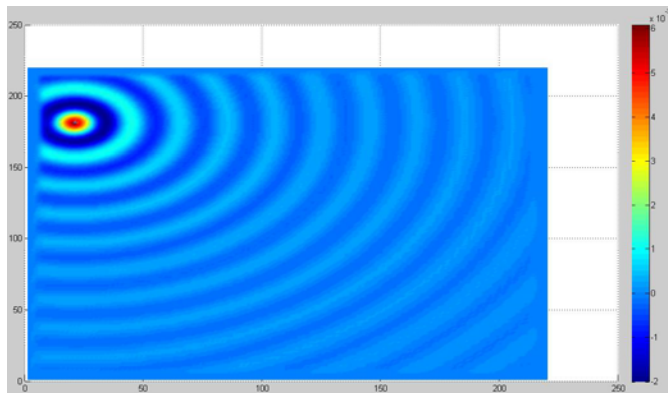


Figura 7. Fuente de onda puntual, plano zx, corte $y = 110$.
Propagación libre

El siguiente paso es simular dentro de la región de cálculo la pared, el piso y la fuente de onda electromagnética.

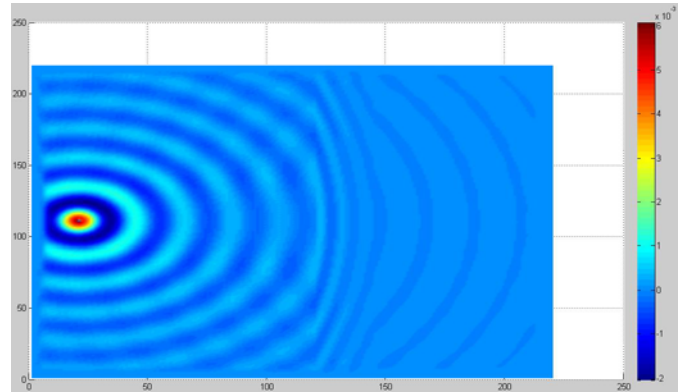


Figura 8. Fuente de onda puntual, plano xy, corte $z = 110$.

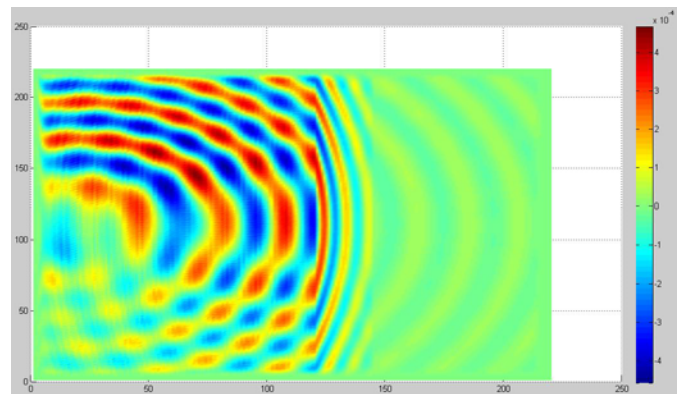


Figura 9. Fuente de onda puntual, plano xy, corte $z = 50$.

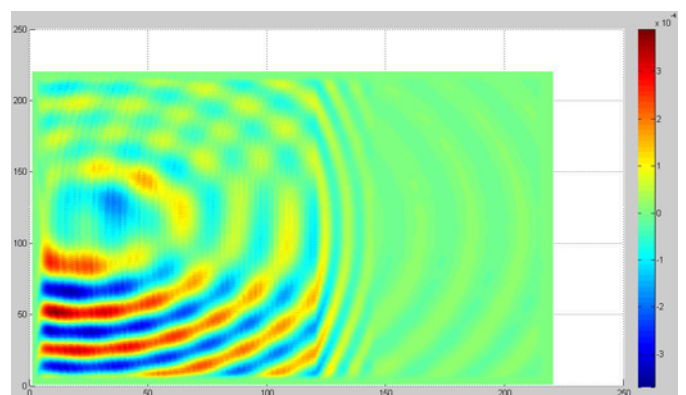


Figura 10. Fuente de onda puntual, plano xy, corte $z = 170$.

La figura 8 muestra el frente de onda desplazándose en la dirección de x . Se ilustra la deformación que presenta cuando penetra el material (2 longitudes de onda aproximadamente), así como también el cambio de longitud de onda (aumento) cuando sale de la pared y teniendo una disminución en la energía del campo. Se pueden observar pequeñas reflexiones

debido al choque contra el obstáculo, aunque son tenues causan distorsiones en el frente de onda

La figura 9 muestra el mismo frente de onda pero en otra región del área de cómputo ($z = 50$) por debajo de la fuente. Se observa también el cambio que sufre la onda al entrar a la pared reduciendo su velocidad y cuando la onda sale del obstáculo vuelve a su longitud de onda original. Las reflexiones causadas por el obstáculo son mayores que en la figura 8 ya que la onda incide con un ángulo y deforma la onda.

La figura 10 ilustra un corte de la región de cómputo en $z = 170$ (por arriba de la fuente). Se observan los mismos efectos que las figuras 8 y 9, lo que demuestra que en toda la región de cálculo se tienen los resultados similares: la penetración en la pared del frente de onda (2 longitudes de onda), su deformación al salir del material, la disminución de energía delante de la pared pero con la longitud de onda en su forma original.

Se presentan los resultados de la simulación mostrando el efecto **del piso** sobre la onda electromagnética.

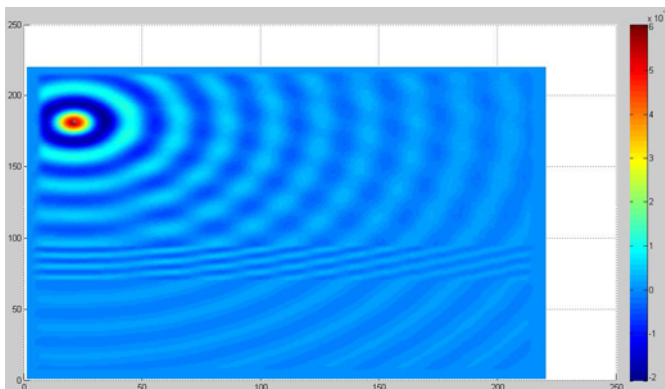


Figura 11. Fuente de onda puntual, plano xz , corte $y = 110$.

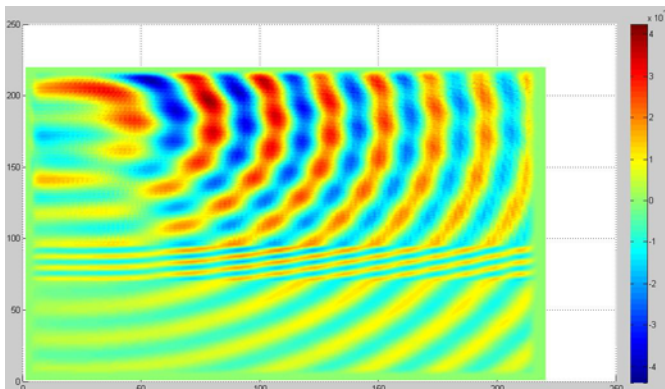


Figura 12. Fuente de onda puntual, plano xz , corte $y = 50$.

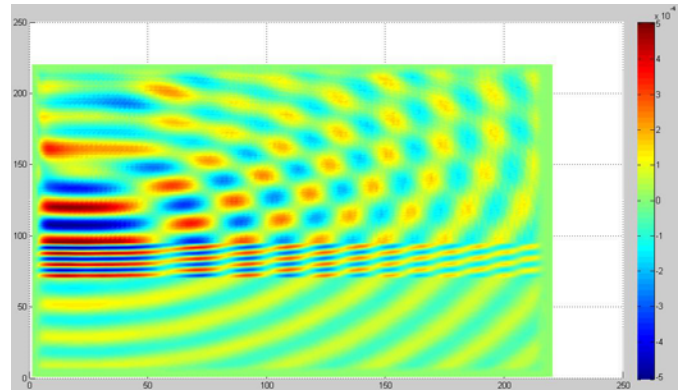


Figura 13. Fuente de onda puntual, plano xz , corte $y = 170$.

La figura 11 muestra el frente de onda que se desplaza en la dirección de x . Se ilustra cómo se deforma el frente de onda cuando penetra el material (3 longitudes de onda aproximadamente) y después de atravesar el piso la energía es menor. Se observan pequeñas reflexiones cuando la onda incide en el material que altera la onda inicial de manera mínima.

La figura 12 ilustra un corte en $y = 50$, es decir, hacia la enfrente de la fuente, mostrando la onda que penetra en el piso y cambia su longitud de onda, lo que supone un cambio de velocidad. Son más notorias las reflexiones ya que observamos una sección diferente a donde se ubica la fuente y las ondas inciden con cierto ángulo. Se observa que la onda se estabiliza cuando cruza el piso y la longitud de onda regresa a su forma original, lo que es lógico ya que la onda ingresa de nuevo al espacio libre.

La figura 13 pone a la vista una sección de la región de cálculo hacia atrás de la fuente ($y = 170$). Se observan que la onda penetra el piso de forma diferente a las demás figuras, esto debido al ángulo con el cual la onda incide en el piso. A la salida del obstáculo la velocidad de la onda se estabiliza. Las reflexiones que se observan cambian la forma de onda, sin embargo cuando la onda vuelve al espacio libre se estabiliza aunque con menor energía. Se observan los mismos efectos mostrados en las figuras anteriores, esto supone que los fenómenos causados por el piso son iguales en cualquier corte; reflexiones, la penetración en el material y el cambio de velocidad, disminución de energía adelante del piso pero con la longitud de onda original.

VI. CONCLUSIONES

Se ha presentado en este trabajo la simulación de los efectos de propagación electromagnética cuando una onda incide sobre una pared y un piso del mismo material. Se observa como la discretización de las ecuaciones de Maxwell y su empleo en el algoritmo de cómputo permite hacer un análisis detallado de estos efectos. Se pudo mostrar como la

onda pierde energía al atravesar un muro o piso, el cambio de la longitud de onda cuando la onda penetra y sale del obstáculo. También se observan reflexiones y en mayor medida en los cortes distintos a la ubicación de la fuente que hacen cambiar la forma del frente de onda. La transición de espacio libre – material – espacio libre muestra de forma clara que las propiedades del medio definen la velocidad de la propagación de la onda cambiando su longitud de onda y fase.

Los autores han estado trabajando en el análisis de propagación electromagnética mediante el MDFDT observando los efectos que presentan cuando la onda choca contra elementos de diferentes materiales que comúnmente se encuentran en recintos cerrados como oficinas, salones, etc. Y poder validar el MDFDT para su uso en la predicción del comportamiento electromagnético en estos recintos.

REFERENCIAS

- [1] K. S. Yee, "Numerical solution of initial boundary value problem involving Maxwell's equations in isotropic media" IEEE Transactions on antennas and Propagation, vol. 14, May 1966, pp. 302-307.
- [2] A. Taflove, "Computational Electrodynamics: The Finite Difference Time Domain Method", Artech House, 2000, 852 páginas.
- [3] J. Sosa Pedroza, A. M. Benavides Cruz, M. Enciso Aguilar, M. Nieto Rodríguez "Análisis Paramétrico del Modelo de Capa Acoplada Perfectamente en el Método de Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo", Semana Nacional de Ingeniería Electrónica SENIE, Aguascalientes, México, Octubre 2008.
- [4] J.P. Berenger, "A Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves", Journal of Computational Physics. vol 114, Oct. 1994 185-200.
- [5] J.P. Berenger, "Three-Dimensional Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves", Journal of Computational Physics. vol. 127, Sept. 1996 636-379.
- [6] I. Cuiñas and M. Garcia Sanchez, "Permittivity and Conductivity Measurements of Building Materials at 5.8 GHz and 41.5 GHz", Wireless Personal Communications, vol 20 93 – 100, 2002.
- [7] S.Hintamai and J.Hokierti, "Surge Impedance of concrete Pole due to Effect of the Electrical Properties of concrete", Department of Electrical Engineering, Kasetsart University, Bangkok, Thailand.

Análisis de propagación electromagnética en paredes y pisos de distintos materiales usando el MDFDT.

Salvador Coss Domínguez Jorge Sosa Pedroza Fabiola Martínez Zuñiga
Instituto Politécnico Nacional

Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Sección de Posgrado e Investigación
Unidad Profesional Adolfo López Mateos, Edif. Z-4 3er. Piso, Col. Lindavista, México D.F.
salvadorcoss@gmail.com; jsosa@ipn.mx; dominio300@prodigy.net.mx

Resumen: El estudio de la propagación electromagnética en recintos cerrados es de gran relevancia debido a las pérdidas causadas por obstáculos de distintos materiales que se encuentran en estos recintos. El método de diferencias finitas en el dominio del tiempo (MDFDT) permite analizar de manera clara el comportamiento de la propagación de campo electromagnético cuando incide sobre obstáculos de diferentes materiales. Los materiales se definen por sus características eléctricas: permeabilidad magnética (μ), permitividad eléctrica (ϵ) y conductividad (σ); el campo electromagnético es afectado de manera distinta en función de estas características. En este trabajo se presentan simulaciones en tres dimensiones en un área de cálculo de 2m de arista donde se observan los cambios en el campo electromagnético cuando incide sobre una pared construida de ladrillo, concreto y varilla; y un piso construido de los mismos materiales. La fuente de onda puntual viaja en el espacio libre y choca contra estos obstáculos permitiendo observar los efectos de campo asociados a los materiales.

Palabras clave: propagación, Método de Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo, recintos cerrados, ecuaciones de Maxwell, capa perfectamente acoplada PML.

I. INTRODUCCIÓN

El MDFDT consiste en discretizar las ecuaciones de Maxwell brindando una solución explícita que consta de los siguientes pasos.

- Se parte de las leyes de Ampere y Faraday presentes en las ecuaciones de Maxwell que son ecuaciones diferenciales parciales.

$$\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \nabla \times \mathbf{H} - \mathbf{J}_c \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E} - \mathbf{J}_m \quad (2)$$

- Se realiza una discretización en tiempo y espacio de las ecuaciones diferenciales parciales originando una ecuación de diferencias.

- Se establece un área delimitada de solución donde se resuelven las ecuaciones de diferencias por un método numérico, el Algoritmo de Yee[1].

a. Algoritmo de Yee

Para tratar una solución empleando el algoritmo de Yee el área de cálculo debe dividirse en celdas rectangulares, en la Fig. 1 se muestra una celda base del algoritmo de Yee. Se observa que el campo eléctrico y magnético están intercalados, esto se debe a la naturaleza rotacional de las ecuaciones de Maxwell donde una variación en el tiempo del campo eléctrico implica un cambio en la posición del campo magnético y viceversa; lo que significa que los campos se auto soportan por lo que es posible usar esta técnica.

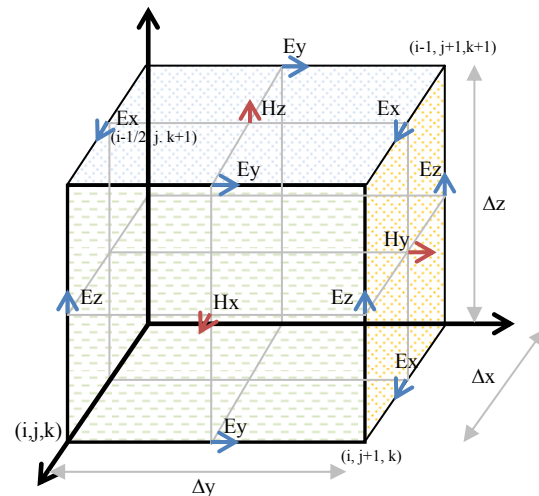


Fig. 1. Célula de Yee unitaria.

En el algoritmo de Yee un nuevo valor de \mathbf{H} depende del valor anterior del campo \mathbf{H} (por tanto la diferencia en tiempo) y de la diferencia de los valores anteriores del campo \mathbf{E} sobre los puntos adyacentes al punto del campo \mathbf{H} (por tanto la diferencia en el espacio), y de la misma forma para el campo \mathbf{E} que depende de su valor anterior y de los valores de campo adyacentes.

La figura 2 muestra el esquema de diferencia central que considera las variaciones en tiempo de los campos electricos y magneticos.

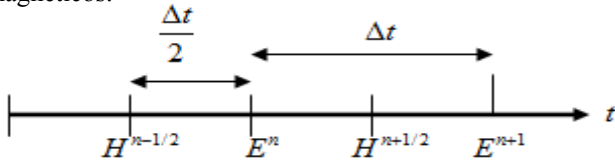


Fig. 2. Esquema de la diferencia central.

Al resolver las ecuaciones 1 y 2 se obtienen las componentes rectangulares de campo electromagnético (3 – 6). Estas componentes de campo se ubican en la celda de Yee como se presenta en la figura 1[2].

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} - H_x \sigma^* \right) \quad (3)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} - H_y \sigma^* \right) \quad (4)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} - H_z \sigma^* \right) \quad (5)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - E_x \sigma \right) \quad (6)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} - E_y \sigma \right) \quad (7)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - E_z \sigma \right) \quad (8)$$

Componentes rectangulares de campo electromagnético

Donde:

ϵ = Permitividad Eléctrica.

μ = Permeabilidad Magnética.

E = Componente de campo Eléctrico.

H = Componente de campo Magnético

σ = Conductividad Eléctrica.

σ^* = Conductividad Magnética.

II. CONDICIONES DE FRONTERA DE ABSORCION (CFA)

El MDFDT un nuevo valor de campo requiere los valores de los campos en las células contiguas a la que se esté calculando, en la última celda del área de cómputo, donde no hay los elementos para realizar el cálculo, deben aplicarse condiciones de frontera de absorción que permitan simular los campos como si la onda electromagnética se propagara hacia el infinito, fuera de la región de cálculo y no generar ruido o reflexiones espurias.

El método usado en éste trabajo es Capa Perfectamente Acoplada (PML por sus siglas en inglés). Crea una capa absorbente externa a la frontera de la región de cálculo que tiene una impedancia de onda independiente de los ángulos de incidencia y de la frecuencia de las ondas dispersas salientes [3] [4]. La enorme desventaja es que su ejecución consume demasiados recursos computacionales.

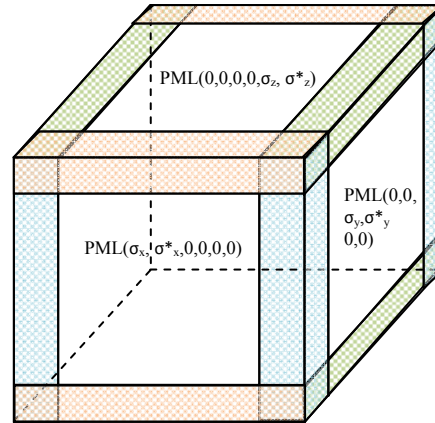


Fig. 3. Capa Perfectamente Acoplada PML

La filosofía de la técnica PML consiste en descomponer las componentes de campo electromagnético que inciden de manera normal a la frontera en 2 subcomponentes, es decir, $E_x = E_{xy} + E_{xz}$, por lo cual se tendrán 12 subcomponentes que reemplazan a las ecuaciones de Maxwell. Por cuestiones de espacio se presentan las ecuaciones para H_x (ec. 9).

$$\mu \cdot \frac{\partial H_{xy}}{\partial t} + \sigma^*_{*y} H_{xy} = - \frac{\partial (E_{zx} + E_{zy})}{\partial y} \quad (9a)$$

$$\mu \cdot \frac{\partial H_{xz}}{\partial t} + \sigma^*_{*z} H_{xz} = \frac{\partial (E_{yz} + E_{yx})}{\partial z} \quad (9b)$$

Donde σ_y , σ_z , σ_x , σ_y^* , σ_y^* , σ_z^* son parámetros homogéneos de conductividades eléctricas y magnéticas respectivamente.

La ecuación 9 junto con las demás componentes de campo (E_{xy} , E_{xz} , E_{yx} , E_{yz} , E_{zx} , E_{zy} , H_{yx} , H_{yz} , H_{zx} , H_{zy}) se transforman en ecuaciones de diferencia finita empleando el algoritmo de Yee y el esquema de diferencia central [2]. Se presentan, por cuestiones prácticas, sólo la transformación de H_x .

$$\begin{aligned}
 & \frac{E_{xy}^{n+1/2}(j, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2})}{\Delta y} - \frac{E_{xy}^{n-1/2}(j, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2})}{\Delta y} = \frac{(1 - \frac{\sigma_y^2 \Delta t^2}{2\epsilon})}{(1 + \frac{\sigma_y^2 \Delta t^2}{2\epsilon})} \left(\frac{E_{xz}^{n+1/2}(j, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2})}{\Delta y} + \frac{E_{xz}^{n-1/2}(j, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2})}{\Delta y} - \frac{E_{yz}^{n+1/2}(j, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2})}{\Delta y} - \frac{E_{yz}^{n-1/2}(j, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2})}{\Delta y} \right) \\
 & \frac{\Delta E}{\epsilon} \left(\frac{E_{xz}^{n+1/2}(j, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2})}{\Delta y} + \frac{E_{xz}^{n-1/2}(j, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2})}{\Delta y} - \frac{E_{yz}^{n+1/2}(j, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2})}{\Delta y} - \frac{E_{yz}^{n-1/2}(j, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2})}{\Delta y} \right)
 \end{aligned} \tag{10a}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{E_{xy}^{n+1/2}(j, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2})}{\Delta y} - \frac{E_{xy}^{n-1/2}(j, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2})}{\Delta y} = \frac{(1 - \frac{\sigma_y^2 \Delta t^2}{2\epsilon})}{(1 + \frac{\sigma_y^2 \Delta t^2}{2\epsilon})} \left(\frac{E_{xz}^{n+1/2}(j, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2})}{\Delta y} + \frac{E_{xz}^{n-1/2}(j, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2})}{\Delta y} - \frac{E_{yz}^{n+1/2}(j, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2})}{\Delta y} - \frac{E_{yz}^{n-1/2}(j, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2})}{\Delta y} \right) \\
 & \frac{\Delta E}{\epsilon} \left(\frac{E_{xz}^{n+1/2}(j, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2})}{\Delta y} + \frac{E_{xz}^{n-1/2}(j, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2})}{\Delta y} - \frac{E_{yz}^{n+1/2}(j, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2})}{\Delta y} - \frac{E_{yz}^{n-1/2}(j, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2})}{\Delta y} \right)
 \end{aligned} \tag{10b}$$

La ecuación 10 junto con las 10 subcomponentes de campo restantes, se calculan con el programa de cómputo desarrollado por los autores para encontrar los componentes de campo.

III. MODELADO DE LA REGIÓN DE CÁLCULO.

Se realiza una simulación, debido a las limitaciones computacionales causadas por las condiciones de frontera, en una región de 200 centímetros de largo, ancho y profundidad. Dentro esta región se simula una fuente de onda puntual que viaja en el espacio libre y que choca contra una pared formada de ladrillos con un castillo compuesto por concreto y varilla (acero); también un piso concreto y dentro de él un esqueleto de varilla de acero. La tabla 1 muestra las características del área de cálculo.

Fuente	Onda puntual
Condiciones de Frontera	PML
Frecuencia de Operación	2.4 Ghz
Longitud de onda	$\lambda = 12.5$ cm.
Escalonado espacial	$\lambda/20 = 0.625$ cm.
Tamaño del área	200 cm. = 320 celdas
Tamaño de la capa PML	12 celdas por lado
Numero de iteraciones	1000
Compilador	X64 bits PGI

Las figuras 3 y 4 ilustran la región de cálculo donde se simulan los objetos y la fuente de onda electromagnética.

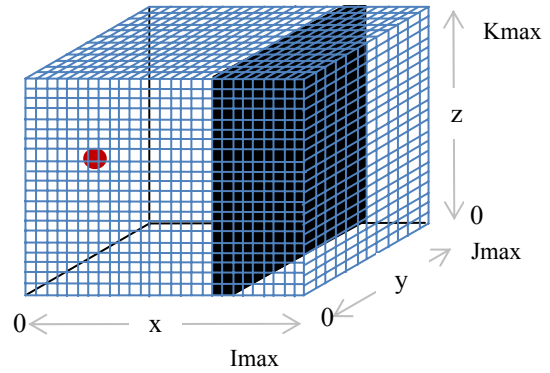


Fig. 4. Esquema de la región de cálculo. Se simula una pared.

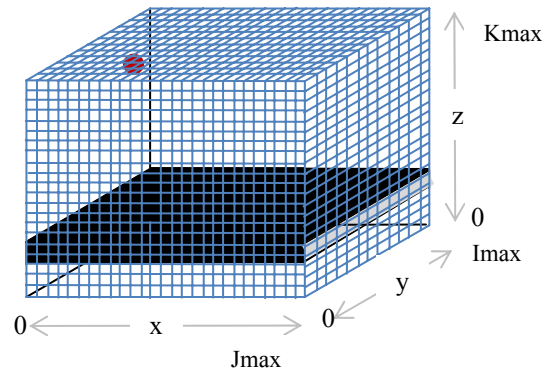


Fig. 5. Esquema de la región de cálculo. Se simula un piso.

La tabla 2 describe las características eléctricas de los obstáculos.

	Ladrillo	Concreto	Varilla
Permitividad	4.44	6.5	1
Permeabilidad	0.9999	0.9999	4000
Conductividad	0.11(S/m)	0.022 (S/m)	1.03×10^7 (S/m)
	[5]	[6]	[7]

Las tablas 3 y 4 muestran las medidas, ubicación de los obstáculos y la fuente.

x	y	z
160 - 192 celdas	0 - 320 celdas	0 - 320 celdas
20 cm	200 cm	200 cm
Fuente		
50	160	160

Tabla 4. Coordenadas del piso		
x	y	z
0 – 320 celdas	0 – 320 celdas	70 – 86 celdas
200 cm	200 cm	10 cm
Fuente		
50	120	250

La figura (6) muestra la ubicación y composición de la pared. Se muestra un corte del plano xy en $z = 160$. La región en color amarilla simula a los ladrillos de una pared, la zona en rojo describe al concreto y dentro de éste se simulan las varillas de acero emulando un castillo de construcción. Lo mostrado en la figura 6 es la unión de 2 paredes.

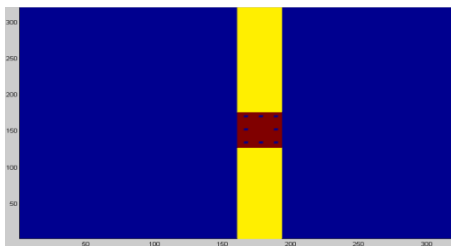


Figura 6. Simulación de una pared con unión de un castillo de concreto y varillas de acero.

En la figura 7 se ilustra la posición del piso en la región de cálculo. Se presenta en el plano zx con un corte en $y = 160$. La zona en rojo representa el piso hecho de concreto y en el interior de éste se ubican las varillas de acero.

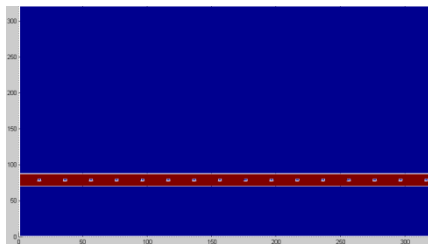


Figura 7. Simulación de un piso de concreto y varillas de acero en el interior.

IV. RESULTADOS NUMÉRICOS

Se presentan los resultados de la simulación mostrando el efecto de la **pared** sobre la onda electromagnética.

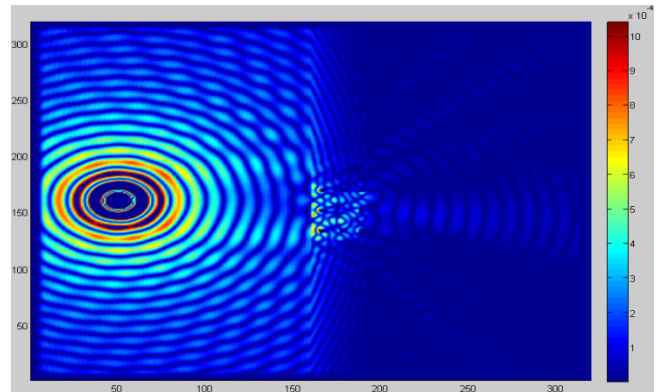


Figura 8. Magnitud de Campo Electromagnético, plano zx, corte $z = 160$.

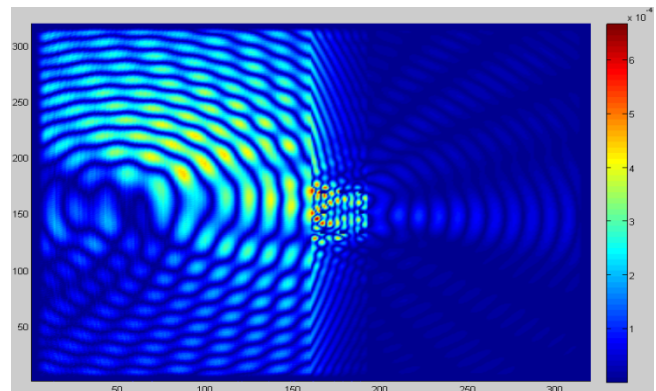


Figura 9. Magnitud de Campo Electromagnético, plano zx, corte $z = 100$.

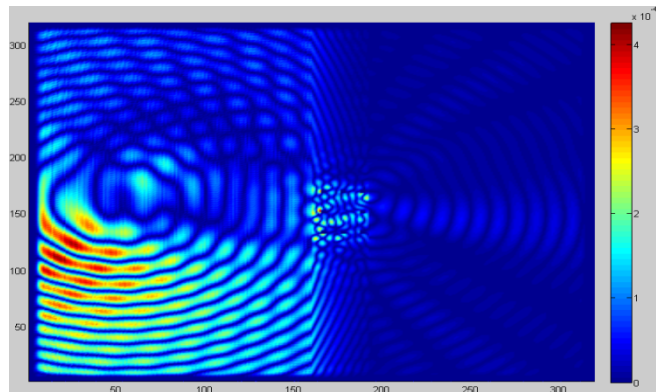


Figura 9. Magnitud de Campo Electromagnético, plano zx, corte $z = 220$.

La figura 8 presenta una fuente de onda electromagnética desplazándose en la dirección de x y choca directamente con una pared. La propagación muestra reflexiones causadas por

la pared deformando la onda electromagnética como se observa antes del obstáculo. Se puede ver de forma clara el cambio de longitud de onda dentro de la pared lo que significa un cambio en la velocidad de propagación. Cuando la onda atraviesa por completo el obstáculo vuelve a su velocidad original ya que se propaga de nuevo en el espacio libre. Las tonalidades en color rojo dentro del castillo son las reflexiones causadas por las varillas de acero y éstas originan difracciones que cambian la forma de la onda observándose un “desorden” en la dirección de propagación.

La figura 9 muestra a la fuente de onda puntual en el plano xy pero en un corte en $z = 100$, es decir, que la gráfica se encuentra por debajo de la fuente. Lo primero que se observa es que son más notorias las reflexiones, debido a que existe un ángulo en la dirección de propagación causando mayores deformaciones de la onda. En el interior de la pared se observan los mismos cambios de velocidad que en la figura anterior; sin embargo dentro del castillo de concreto las reflexiones se observan mayores. Delante de la pared la onda se estabiliza viajando en el espacio libre.

De igual forma en la figura 10 se ilustra una sección del plano xy pero esta vez se hace un corte de $z = 220$, es decir, por arriba de la fuente. La propagación en ésta sección también, como la figura anterior, tiene un ángulo de incidencia originando reflexiones que se hacen notorias comparándolas con la incidencia normal (fig. 8). Dentro del castillo, al igual que las figuras 8 y 9, claramente se observa que el campo no penetra la varilla de acero produciendo difracciones que son sumadas con las reflexiones de las mismas varillas. El campo delante de la pared es de menor valor ya que el obstáculo genera pérdidas que son claras en la figura.

Se presentan los resultados de la simulación mostrando el efecto de **la pared** sobre la onda electromagnética.

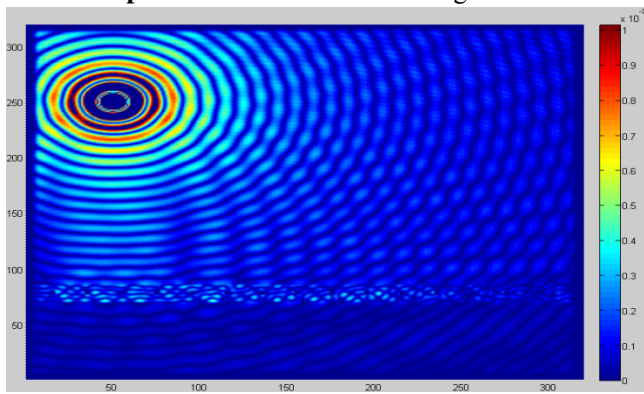


Figura 11. Magnitud de Campo Electromagnético, plano xz , corte $y = 160$.

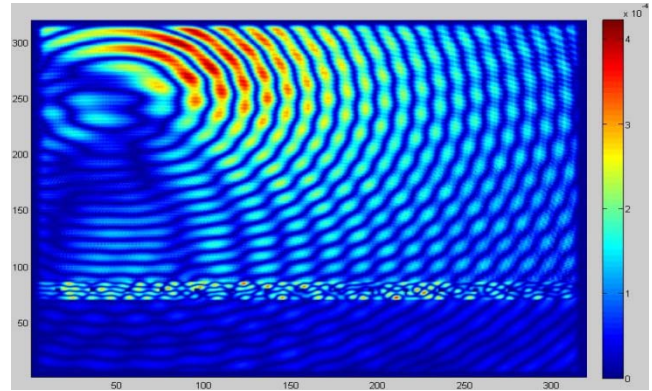


Figura 12. Magnitud de Campo Electromagnético, plano xz , corte $y = 100$.

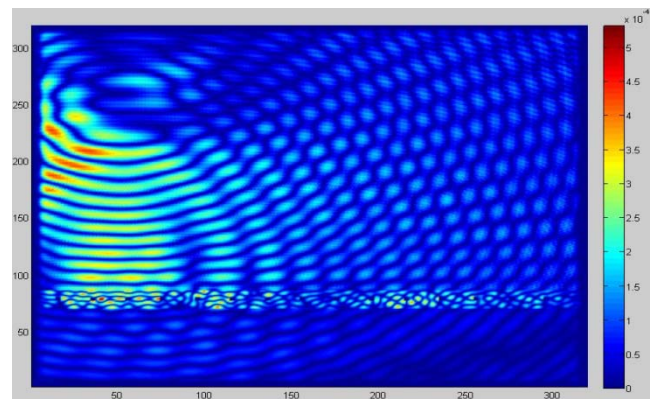


Figura 13. Magnitud de Campo Electromagnético, plano xz , corte $y = 220$.

La figura 11 muestra una fuente de onda puntual en el plano xz con un corte en $y = 160$, donde se ubica la fuente. El obstáculo ahora es un piso de concreto, dentro del piso existen varillas de acero. En las primeras 100 celdas del eje x junto con el intervalo de celdas (200 a 100) en el eje z , se observa una mayor intensidad de campo originada por la incidencia en forma normal y las reflexiones causadas por el piso; por otro lado cuando la onda incide en el piso con un ángulo las reflexiones que causa el obstáculo modifican la forma de la onda como se aprecia delante de la fuente. La onda penetra en el piso modificando su longitud de onda y cuando choca contra las varillas se suscitan difracciones por lo cual la onda cambia de forma dentro del piso. La energía electromagnética no es absorbida por las varillas. Del otro lado del piso la onda se aprecia más débil y con la velocidad original.

La figura 12 ilustra el plano xz a una altura de $y = 100$, lo que indica que estamos atrás de la fuente. Existe un ángulo de incidencia que genera mayores reflexiones que la figura anterior. Cuando la onda viaja en el interior del piso cambia de manera abrupta y se observa alrededor de cada varilla difracciones y reflexiones que aunadas al campo incidente

producen los colores amarillo y rojo que representan un mayor nivel de energía.

La figura 13 pone a la vista una sección del plano zx por delante de la fuente ($y = 220$). El comportamiento es similar a la figura anterior, lo que es predecible ya que el corte realizado en el eje y es equidistante al corte de la figura anterior con respecto a la localización de la fuente.

V. CONCLUSIONES

Se ha presentado en este trabajo la simulación de los efectos de propagación electromagnética cuando una onda incide sobre una pared y un piso. Se observa como la discretización de las ecuaciones de Maxwell y su empleo en el algoritmo de cómputo permite hacer un análisis detallado de estos efectos. Se pudo mostrar como la onda pierde energía al atravesar un muro o piso, el cambio de la longitud de onda cuando la onda penetra y sale del obstáculo. También se observan reflexiones y en mayor medida en los cortes distintos a la ubicación de la fuente que hacen cambiar la forma del frente de onda. La transición de espacio libre – material – espacio libre muestra de forma clara que las propiedades del medio definen la velocidad de la propagación de la onda cambiando su longitud de onda y fase.

Los autores han estado trabajando en el análisis de propagación electromagnética mediante el MDFDT observando los efectos que presentan cuando la onda choca contra elementos de diferentes materiales que comúnmente se encuentran en recintos cerrados como oficinas, salones, etc. y poder validar el MDFDT para su uso en la predicción del comportamiento electromagnético en estos recintos.

REFERENCIAS

- [1] K. S. Yee, "Numerical solution of initial boundary value problem involving Maxwell's equations in isotropic media" IEEE Transactions on antennas and Propagation, vol. 14, May 1966, pp. 302-307.
- [2] A. Taflove, "Computational Electrodynamics: The Finite Difference Time Domain Method", Artech House, 2000, 852 páginas.
- [3] J. Sosa Pedroza, A. M. Benavides Cruz, M. Enciso Aguilar, M. Nieto Rodríguez "Análisis Paramétrico del Modelo de Capa Acoplada Perfectamente en el Método de Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo", Semana Nacional de Ingeniería Electrónica SENIE, Aguascalientes, México, Octubre 2008.
- [4] J.P. Berenger, "Three-Dimensional Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves", Journal of Computational Physics. vol. 127, Sept. 1996 636-379.
- [5] I. Cuiñas and M. Garcia Sanchez, "Permittivity and Conductivity Measurements of Building Materials at 5.8 GHz and 41.5 GHz", Wireless Personal Communications, vol 20 93 – 100, 2002.
- [6] S.Hintamai and J.Hokierti, "Surge Impedance of concrete Pole due to Effect of the Electrical Properties of concrete", Department of Electrical Engineering, Kasetsart University, Bangkok, Thailand.
- [7] C. Shukang, P. Yulong, L. Zhiyuan, H. Jinsuo, Y. Zuobin, and Chen Lei. "Electromagnetic Field Analysis on Aluminum-Steel Intercepting

Plate in the Active Electric Armor", IEEE, Transactions on magnetics, Vol. 43, No 3, March 2007.

VI. CURRÍCULUM



Ing. Salvador Coss Dominguez, estudiante de la Maestría en ciencias en Ingeniería de Telecomunicaciones en la ESIME Zac., IPN. Graduado del Instituto Tecnológico de Ciudad Madero en Ingeniería electrónica en sistemas digitales. Línea de investigación Sistemas de Comunicación y actualmente realiza investigaciones en el Metodo de Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo.



Dr. Jorge Sosa Pedroza. Profesor-Investigador Titular de tiempo completo de la ESIME-IPN. Doctor en Electrónica y Comunicaciones por el IPN, tiene cursos de especialización en Comunicaciones, en la Universidad de Wisconsin, USA, y Cursos de especialización en caracterización de antenas, Universidad de California USA.



M. en C. Fabiola Martínez Zúñiga Profesora-Investigadora de la ESIME - IPN de 2003 a la fecha. Ingeniera en Comunicaciones y Electrónica, con una M maestría en Ciencias con especialidad en Telecomunicaciones en la Sección de Posgrado de la ESIME. Profesora Titular de las academias de Electromagnetismo y Comunicaciones