



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
Unidad Profesional Interdisciplinaria en
Ingeniería y Tecnologías Avanzadas

Trabajo Terminal

***Sistema de Control para el Desplazamiento
Omnidireccional de un Robot Móvil***

Que para obtener el título de

Ingeniero en Mecatrónica

Presentan:

Islas García Pedro Fabián

Asesores:

M. en C. Álvaro Anzueto Ríos

M. en C. Guillermo Puriel Gil



México, D. F., a 4 de Junio de 2012



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
Unidad Profesional Interdisciplinaria en
Ingeniería y Tecnologías Avanzadas

Trabajo Terminal

Que para obtener el título de

Ingeniero en Mecatrónica

Islas García Pedro Fabián

MIEMBROS DEL JURADO

M. en C. Juan Antonio Jaramillo Gómez
Presidente del Jurado

M. en C. Cecilia Fernández Nava
Secretario

M. en C. Álvaro Anzueto Ríos
Asesor

M. en C. Guillermo Puriel Gil
Asesor



AGRADECIMIENTOS

A mi padre, por escucharme y por estar ahí cuando más necesitaba de un apoyo, porque a pesar de ser rígido y estricto, con el paso del tiempo me mostró su lado sensible y amoroso. Gracias por enseñarme a ser responsable.

A mi madre, por sus buenos consejos, por sus regaños, por su apoyo incondicional y por compartir a diario junto conmigo días de alegría, tardes de nostalgia y noches de desvelos. Gracias por enseñarme a respetar y a amar.

A mi hermana, por ser mi amiga, mi "cajita de secretos", mi compañera de travesuras y por ser una persona maravillosa y excepcional. Gracias por recordarme que aun hay un niño dentro de mí.

A Javier, por ser un gran amigo, por enseñarme la bondad y ayudarme a creer aun más en mi mismo.

A mis amigos, en especial a Juan, Alma y Salomón, futuros ingenieros también, gracias a ellos pude disfrutar muchos momentos memorables, triunfos, alegrías y aunque en ocasiones nos sentimos derrotados siempre logramos salir adelante. Gracias por enseñarme a disfrutar de la vida.

A todos y cada uno de los profesores que forjaron mi espíritu a lo largo de estos 20 años de estudio, pues gracias a ellos es que he logrado cumplir uno de mis mas grandes sueños. Gracias por enseñarme y compartir conmigo sus conocimientos.

Agradezco a todos aquellos que creyeron en mi, pues su fe me dio fuerzas para seguir adelante y así poder demostrarles a aquellos que dudaron de mí que pude cumplir mis metas y vencer todos los retos que la vida me puso.

El camino ha sido difícil y aunque los obstáculos cada vez eran más grandes solo existía un objetivo, seguir luchando hasta lograr hacer mi sueño realidad, sueño que no hubiese sido posible sin el apoyo de cada uno de ustedes.

En último lugar pero no menos importante, agradezco al Instituto Politécnico Nacional y en especial a la Unidad Profesional Interdisciplinaria en Ingeniería y Tecnologías Avanzadas, es un verdadero orgullo pertenecer a esta maravillosa institución.

No me resta más que decir, ¡¡¡MUCHAS GRACIAS A TODOS!!!

*Huélum, Huélum, ¡ Gloria !
A la cachi cachi porra
A la cachi cachi porra
Pin pon porra,
Pin pon porra.
Politécnico, Politécnico ¡ Gloria !*



INDICE DE CONTENIDO

Simbología.....	1
Resumen.....	2
Objetivo General.....	2
Objetivos Específicos	2
Palabras clave.....	2
Introducción.....	3
Definiciones.....	3
Configuración diferencial	5
Configuración síncrona.....	6
Configuración en triciclo	6
Configuración Ackerman.....	7
Estado Del Arte.....	7
Justificación.....	8
Planteamiento Del Problema	9
Solución Propuesta.....	9
CAPITULO 1. DESARROLLO DEL SISTEMA DIFERENCIAL.....	10
Modelo Del Robot Tipo Diferencial.....	10
Modelo Cinemático Del Robot Tipo Diferencial	10
Diseño del Modelo de Control Estático Del Robot Tipo Diferencial	11
Análisis de la Odometría Del Robot Tipo Diferencial	14
CAPITULO 2. SELECCIÓN DE COMPONENTES.....	20
Componentes Electrónicos.....	20
Componentes Actuadores.....	25
Componentes Sensores.....	27
CAPITULO 3. DESARROLLO DEL ENSAMBLE.....	30
Motor de cd.....	30
Reductor.....	30
Rueda de Plástico.....	31
Disco Ranurado.....	31
Sensor Infrarrojo.....	32



Ensamble Del Moto Reductor.....	32
Base para el Modelo Diferencial.....	33
Soporte de Aluminio	34
Ensamble Del Modelo Diferencial.....	34
CAPITULO 4. DESARROLLO DEL SISTEMA OMNIDIRECCIONAL DE 3 RUEDAS	35
Modelo del Robot Tipo Omnidireccional de 3 ruedas.	35
Modelo Cinemático del Robot Omnidireccional de 3 Ruedas.....	35
Diseño del Modelo de Control Estático del Robot Omnidireccional de 3 ruedas.	36
Análisis de la Odometría del Robot Móvil Omnidireccional de 3 ruedas.....	39
CAPITULO 5. DESARROLLO DEL SISTEMA OMNIDIRECCIONAL DE 4 RUEDAS	46
Modelo del Robot Tipo Omnidireccional de 4 ruedas.	46
Modelo Cinemático del Robot Omnidireccional de 4 Ruedas.....	46
Diseño del Modelo de Control Estático del Robot Omnidireccional de 4 ruedas.	48
Análisis de la Odometría del Robot Móvil Omnidireccional de 4 ruedas.....	50
Sistema de retroalimentación.	56
CAPITULO 6. SELECCIÓN DE COMPONENTES.	59
Componentes Electrónicos.....	59
Componentes Actuadores	64
Componentes Sensores.....	66
CAPITULO 7. DISEÑO MECÁNICO.....	69
CAPITULO 8. DESARROLLO DEL ENSAMBLE	75
Moto Reductor.....	75
Rueda Omnidireccional.	75
Placa para soporte de Moto Reductor.	76
Soporte para Moto Reductor.....	76
Cople de Aluminio.....	77
Ensamble Moto Reductor.....	77
Soporte para Sensor Ultrasónico.	78
Sensor Ultrasónico.	79
Ensamble del Sensor Ultrasónico.	79
Bases (plataformas) para el Modelo Omnidireccional de 4 ejes.	80
Ejes para Soporte.	81
Acople del Modelo Omnidireccional de 4 Ejes.	81
Presupuesto.....	85
Diagrama de Flujo para el Control del Robot Móvil Omnidireccional	86
Comparativo de los robots móviles de de tres ruedas y cuatro ruedas.	87



Circuitos Electrónicos.....	91
Conclusiones, Comentarios y Trabajo Futuro	93
Conclusiones.....	93
Comentarios	93
Trabajo Futuro	93
APENDICE A (Planos).....	94
Glosario	103
Cibergrafía / Bibliografía	104

INDICE DE FIGURAS

<i>Figura 1 Componentes de movimiento en una rueda.....</i>	<i>4</i>
<i>Figura 2 Rueda omnidireccional.</i>	<i>4</i>
<i>Figura 3 Perdida de la tracción en un robot móvil.....</i>	<i>5</i>
<i>Figura 4 Configuración para una transmisión síncrona.....</i>	<i>6</i>
<i>Figura 5 Configuración en triciclo.....</i>	<i>6</i>
<i>Figura 6 Configuración ackerman usada comúnmente en vehículos.</i>	<i>7</i>
<i>Figura 7 Esquema del robot móvil en el plano cartesiano.....</i>	<i>10</i>
<i>Figura 8 Componentes de velocidad angular y lineal.</i>	<i>10</i>
<i>Figura 9 Sistema de control por retroalimentación de estados.....</i>	<i>11</i>
<i>Figura 10 Diagrama de velocidades de un cuerpo rígido.</i>	<i>14</i>
<i>Figura 11 Diagrama de dimensiones del robot móvil.....</i>	<i>15</i>
<i>Figura 12 Sistema de control que involucra las variables de retroalimentación de estados.....</i>	<i>17</i>
<i>Figura 13 Sistema de control para el robot móvil.....</i>	<i>17</i>
<i>Figura 14 Componentes de velocidades para un robot móvil diferencial.....</i>	<i>19</i>
<i>Figura 15 Motor de cd.</i>	<i>30</i>
<i>Figura 16 Reductor.</i>	<i>30</i>
<i>Figura 17 Rueda de plástico.</i>	<i>31</i>
<i>Figura 18 Disco ranurado.</i>	<i>31</i>
<i>Figura 19 Sensor infrarrojo.....</i>	<i>32</i>
<i>Figura 20 Ensamble del moto reductor, encoder y rueda.....</i>	<i>32</i>
<i>Figura 21 Explosión del ensamble.</i>	<i>33</i>
<i>Figura 22 Base del modelo diferencial (nylamid).</i>	<i>33</i>
<i>Figura 23 Soporte de aluminio para moto reductor.</i>	<i>34</i>
<i>Figura 24 Explosión del modelo diferencial.....</i>	<i>34</i>
<i>Figura 25 Componentes de velocidad lineal y angular.....</i>	<i>35</i>
<i>Figura 26 Determinación del ángulo B.</i>	<i>35</i>
<i>Figura 27 Sistema de control por retroalimentación de estados.....</i>	<i>36</i>
<i>Figura 28 Diagrama de velocidades de un cuerpo rígido.</i>	<i>40</i>
<i>Figura 29 Componentes de velocidad de las ruedas del robot móvil omnidireccional de 3 ejes.</i>	<i>40</i>



Figura 30 Componentes de velocidad rueda 1.	41
Figura 31 Componentes de velocidad rueda 2.	41
Figura 32 Sistema de control para el robot móvil omnidireccional de 3 ruedas.....	44
Figura 33 Componentes de velocidad para el robot móvil de 3 ruedas.....	45
Figura 34 Componentes de velocidad lineal y angular.	46
Figura 35 Determinación del ángulo θ	46
Figura 36 Sistema de control por retroalimentación de estados.....	47
Figura 37 Diagrama de velocidades de un cuerpo rígido.	51
Figura 38 Componentes de velocidad de las ruedas del robot móvil omnidireccional de 4 ejes.	51
Figura 39 Componentes de velocidad para la rueda 1.	52
Figura 40 Sistema de control para el robot móvil omnidireccional de 4 ruedas.....	54
Figura 41 Componentes de velocidad para el robot móvil de 4 ruedas.....	55
Figura 42 Distribución de fuerzas en un sistema omnidireccional de 4 ejes.....	69
Figura 43 Orientación de la fuerza en una rueda.	69
Figura 44 Orientación de la fuerza de un motor y la fuerza resultante.....	70
Figura 45 Contribución de las fuerzas de los motores a 30°	71
Figura 46 Contribución de las fuerzas de los motores a 60°	71
Figura 47 contribución de las fuerzas de los motores a 45°	72
Figura 48 Disposición geométrica para los motores.	73
Figura 49 Disposición geométrica para los motores y los sensores.....	73
Figura 50 Moto reductor con caja de engranes metálicos.	75
Figura 51 Rueda omnidireccional marca VEX.....	75
Figura 52 Placa de aluminio para soporte de moto reductor.	76
Figura 53 Soporte de nylamid para moto reductor.	76
Figura 54 Cople de aluminio.	77
Figura 55 Ensamble de moto reductor, encoder y rueda.....	77
Figura 56 Explosión del ensamble.	78
Figura 57 Soporte de nylamid para sensor ultrasónico.	78
Figura 58 Sensor ultrasónico.	79
Figura 59 Acople del sensor ultrasónico.	79
Figura 60 Explosionado del sensor ultrasónico.....	80
Figura 61 Base del modelo omnidireccional.	80
Figura 62 Tornillo sin fin para ensamble de plataformas.....	81
Figura 63 Primer Ensamble del robot móvil omnidireccional de 4 ejes.	81
Figura 64 Segundo ensamble del robot móvil omnidireccional de 4 ejes.	82
Figura 65 Tercer ensamble del robot móvil omnidireccional de 4 ejes.....	82
Figura 66 Cuarto ensamble del robot móvil omnidireccional de 4 ejes.	83
Figura 67 Ensamble final del robot móvil omnidireccional de 4 ejes.....	83
Figura 68 Explosionado del modelo omnidireccional de 4 Ejes.	84
Figura 69 Componentes de velocidad de un robot móvil omnidireccional de 3 ejes para una línea recta.....	89
Figura 70 Componentes de velocidad de un robot móvil omnidireccional de 4 ejes para una línea recta.....	89
Figura 71 Convertidor DC-DC de 12 V a 5 V.....	91
Figura 72 Control de sensores ultrasónicos.	91
Figura 73 Puente H para el control de los motores.	92
Figura 74 Contador de pulsos para los encoders.....	92



INDICE DE RUTAS DE TOMAS DE DECISIÓN

<i>Ruta de decisión 1 Componentes electrónicos para programar el control del robot móvil diferencial.....</i>	<i>21</i>
<i>Ruta de decisión 2 Componentes electrónicos para implementar el control de los motores.....</i>	<i>24</i>
<i>Ruta de decisión 3 Componentes actuadores para el desplazamiento del robot móvil diferencial.....</i>	<i>26</i>
<i>Ruta de decisión 4 Componentes sensores para los motores del robot móvil diferencial.....</i>	<i>28</i>
<i>Ruta de decisión 5 Componentes electrónicos para programar el control del robot móvil omnidireccional... </i>	<i>60</i>
<i>Ruta de decisión 6 Componentes electrónicos para implementar el control de los motores.....</i>	<i>63</i>
<i>Ruta de decisión 7 Componentes actuadores para el desplazamiento del robot móvil omnidireccional.....</i>	<i>65</i>
<i>Ruta de decisión 8 Componentes sensores para el robot móvil omnidireccional.....</i>	<i>68</i>

INDICE DE TABLAS

<i>Tabla 1 Características de los componentes electrónicos programables.....</i>	<i>21</i>
<i>Tabla 2 Características de los micro controladores de la familia pic.....</i>	<i>22</i>
<i>Tabla 3 Características de los componentes electrónicos para el control de los motores.....</i>	<i>23</i>
<i>Tabla 4 Características de los puentes h encapsulados de la familia L293.....</i>	<i>24</i>
<i>Tabla 5 Características de los actuadores.....</i>	<i>26</i>
<i>Tabla 6 Características de los moto reductores.....</i>	<i>27</i>
<i>Tabla 7 Características de los sensores.....</i>	<i>28</i>
<i>Tabla 8 Características de los sensores infrarrojos.....</i>	<i>29</i>
<i>Tabla 9 Características de los componentes electrónicos programables.....</i>	<i>60</i>
<i>Tabla 10 Características de los micro controladores de la familia ARDUINO.....</i>	<i>61</i>
<i>Tabla 11 Características de los componentes electrónicos para el control de los motores.....</i>	<i>62</i>
<i>Tabla 12 Características de los puentes h encapsulados de la familia L293.....</i>	<i>63</i>
<i>Tabla 13 Características de los actuadores.....</i>	<i>65</i>
<i>Tabla 14 Características de los moto reductores.....</i>	<i>66</i>
<i>Tabla 15 Características de sensores.....</i>	<i>67</i>
<i>Tabla 16 Características de los sensores de la familia SRF.....</i>	<i>68</i>
<i>Tabla 17 Presupuesto para el trabajo terminal.....</i>	<i>85</i>



Simbología

Símbolo	Descripción
V	Velocidad lineal
W	Velocidad angular
r	Radio (de las ruedas)
l	Longitud media (entre un par de ruedas)
b	Bits
B	Bytes
KHz	Kilo Hertz
MHz	Mega Hertz
cd	Corriente directa
V	Volts
A	Amperes
mA	Mili amperes
W	Watts
mW	Mili watts
ns	Nano segundos
rpm	Revoluciones por minuto
kgF	Kilogramos-fuerza
kg	Kilogramos
g	Gramos
cm	Centímetros
mm	Milímetros
U1	Componente de velocidad lineal
U2	Componente de velocidad lineal
U3	Componente de velocidad angular
θ	Angulo de referencia
β	Angulo de referencia
CPR	Counts per revolution (conteos por revolución)



"Sistema de Control para el Desplazamiento Omnidireccional de un Robot Móvil"

Resumen

Se pretende realizar el prototipo de un robot móvil de cuatro ejes omnidireccional, con el propósito de implementar un sistema de control para el desplazamiento omnidireccional en dicho robot, la finalidad es lograr que el robot móvil sea más veloz al momento de ejecutar una trayectoria que implique un cambio súbito de dirección.

Objetivo General

Implementar un sistema de control para el desplazamiento autónomo del prototipo de un robot móvil de cuatro ejes con desplazamiento omnidireccional.

Objetivos Específicos

1. Realizar el desarrollo matemático del robot omnidireccional de cuatro ejes con el propósito obtener el sistema de control para el desplazamiento omnidireccional.
2. Implementación física del control mediante el uso de componentes electrónicos (dispositivos programables).
3. Validar el movimiento omnidireccional del robot móvil haciendo uso de trayectorias predefinidas.
4. Realizar un comparativo entre los robots móviles omnidireccionales de tres ejes con respecto a los robots móviles omnidireccionales de cuatro ejes, únicamente haciendo uso de las gráficas de control.

Palabras clave.

Omnidireccional, Autónomo, Robot Móvil, Odometría.



Introducción.

Definiciones

Un sistema se dice holónimo, o bien, sometido a ligaduras holónomas, si las condiciones de ligadura son expresables mediante ecuaciones matemáticas entre sus coordenadas o ecuaciones diferenciales integrables. En caso contrario, se dice que el sistema mecánico es no holónimo [1].

La odometría es el estudio de la estimación de la posición de vehículos con ruedas durante la navegación. Para realizar esta estimación se usa información sobre la rotación de las ruedas para estimar cambios en la posición a lo largo del tiempo. Este término también se usa a veces para referirse a la distancia que ha recorrido uno de estos vehículos [2].

Dentro de la norma ISO existe la ISO 8373, que define los parámetros para considerar una máquina como robot industrial. La definición: “Un robot es un manipulador reprogramable, controlado automáticamente, multipropósito (capaces de manipular materiales, piezas, herramientas o dispositivos especiales según las trayectorias variables para desempeñar cualquier función), que tienen tres o más ejes de movimiento o grados de libertad, que pueden ser fijos o móviles para uso en aplicaciones en la industria”.

Desde el punto de vista de la cinemática, la principal diferencia entre un manipulador y un robot móvil estriba en la naturaleza y disposición de sus articulaciones. El primero suele modelarse en forma de cadena cinemática abierta, compuesta de una alternancia de sólidos rígidos con elementos articulares de un solo grado de libertad (prismático o de revolución). Por el contrario, la estructura cinemática de un robot móvil, se puede considerar como un conjunto de cadenas cinemáticas cerradas, tantas como ruedas en contacto con el suelo. Asimismo, la interacción rueda-suelo se define, desde el punto de vista cinemático, como una articulación plana con tres grados de libertad, donde uno de ellos, generalmente sin controlar, representa los deslizamientos laterales. Estos dos hechos dificultan la construcción del modelo, ya que se dan efectos no presentes en los manipuladores.

La cinemática, se centra en el estudio del movimiento del robot en función de su geometría. Normalmente, se consideran las siguientes limitaciones para la construcción del modelo cinemático:

- El robot se mueve sobre una superficie plana.
- No existen elementos flexibles en la estructura del robot (incluidas las ruedas).
- Las ruedas poseen uno o ningún eje de direccionamiento, de manera que este último siempre es perpendicular al suelo.
- No se consideran ningún tipo de fricciones en elementos móviles del vehículo, o contra el suelo.

El comportamiento cinemático se establece en el principio de que las ruedas en contacto con el suelo se comportan como una articulación planar de tres grados de libertad, tal y como aparece en la figura 1.

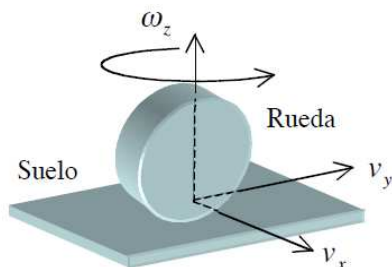


Figura 1 Componentes de movimiento en una rueda.

Al suponerse la rueda como un elemento rígido, ésta entra en contacto con el suelo en un solo punto, que sirve de origen al sistema de referencias solidario dibujado en la figura 1. Se utiliza para definir los tres grados de libertad antes mencionados. La dirección v_y determina el sentido normal de avance de la rueda; el eje v_x indica los deslizamientos laterales, y ω_z la velocidad rotacional que se produce cuando el vehículo realiza un giro. En el caso de una rueda convencional, la componente v_x , se supone siempre nula, sin embargo, existen ruedas diseñadas para eliminar la mencionada restricción, una de ellas es la que se muestra en la figura 2 [3].

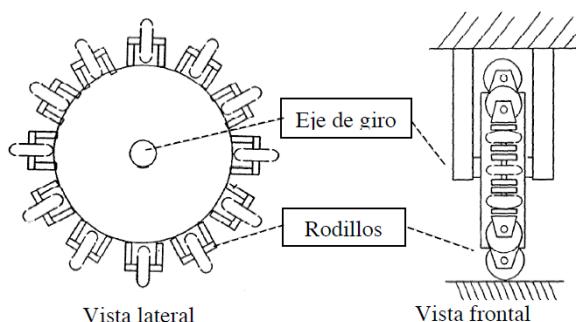


Figura 2 Rueda omnidireccional.

Actualmente se pueden encontrar diversos sistemas móviles [4], de los cuales podemos mencionar los siguientes:

- ✓ Con ruedas/cintas de deslizamiento
 - Diferencial
 - Síncrona
 - Triciclo
 - Ackerman
 - Omnidireccionales
- ✓ Con Patas
- ✓ Otras

Algunos aspectos que es necesario conocer son los siguientes:

- **Rueda Motriz:** La que proporciona la fuerza de tracción al robot.
- **Rueda Directriz:** Ruedas de direccionamiento de orientación controlable.
- **Rueda Fija:** Solo giran en torno a su eje sin tracción motriz.
- **Rueda Loca:** ruedas orientables no controladas.

Los elementos citados con anterioridad representan un papel importante con respecto a la movilidad del robot, pues es necesario conocer la distribución de los principales elementos tales como ruedas, motores, sistema de control, sensores, etc., esto con el propósito de conocer a detalle la geometría y las dimensiones de robot.

Configuración diferencial

La configuración diferencial se presenta como la más sencilla de todas. Consta de dos ruedas situadas diametralmente opuestas en un eje perpendicular a la dirección del robot. Cada una de ellas irá dotada de un motor, de forma que los giros se realizan dándoles diferentes velocidades. Así, si queremos girar a la derecha, daremos mayor velocidad al motor izquierdo.

Para girar a la izquierda, será el motor derecho el que posea mayor velocidad. Con dos ruedas es imposible mantener la horizontalidad del robot. Se producen cabeceos al cambiar la dirección. Para solventar este problema, se colocan ruedas "locas". Estas ruedas no llevan asociadas ningún motor, giran libremente según la velocidad del robot. Además, pueden orientarse según la dirección del movimiento

Dependiendo de las necesidades, se pueden colocar una, dos o más ruedas "locas". Sin embargo, la presencia de más de tres apoyos en el robot (incluidas las dos ruedas de tracción), puede llevar a graves cálculos de odometría en terrenos irregulares, e incluso a pérdida de tracción total. El uso de dos o más ruedas locas puede provocar la falta de tracción, haciendo imposible el avance del robot tal y como se aprecia en la figura 3 [5].

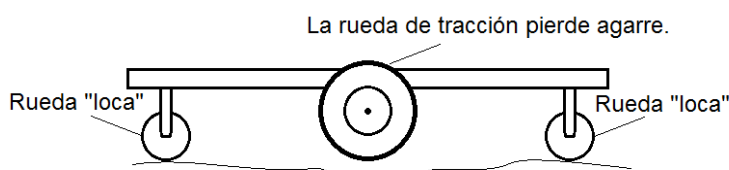


Figura 3 Pérdida de la tracción en un robot móvil.

Configuración síncrona

Supone una configuración innovadora. Consiste en tres o más ruedas, todas ellas dotadas de tracción y acopladas mecánicamente, de forma que todas rotan en la misma dirección y a la misma velocidad. Se necesita que todas ellas pivoten de la misma manera al cambiar la dirección. Este sistema necesita de una gran sincronización, que redundará en una odometría mejorada reduciendo el deslizamiento de las ruedas respecto al suelo, ya que todas las ruedas generan fuerzas con vectores de igual módulo y paralelos en todo momento. Esta configuración se muestra en la figura 4 [5].

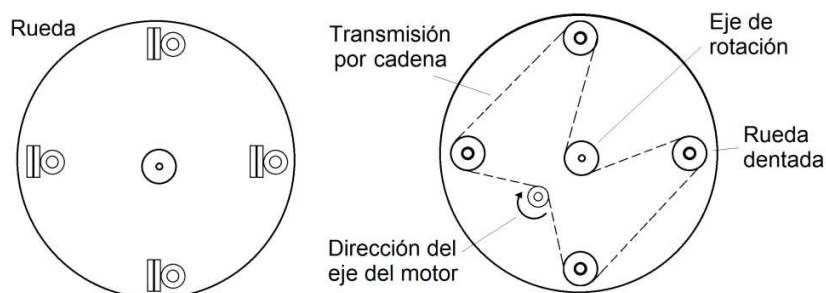


Figura 4 Configuración para una transmisión síncrona.

Configuración en triciclo

En este caso, se dispone de tres ruedas en el robot, situadas de forma similar a los triciclos de los niños, de ahí su nombre. Tendremos por tanto, dos ruedas traseras, que no llevan acopladas ningún motor. La tracción estará en la rueda delantera, que además, será la que usaremos para dirigir al robot. La figura 5 muestra la configuración en triciclo [5].

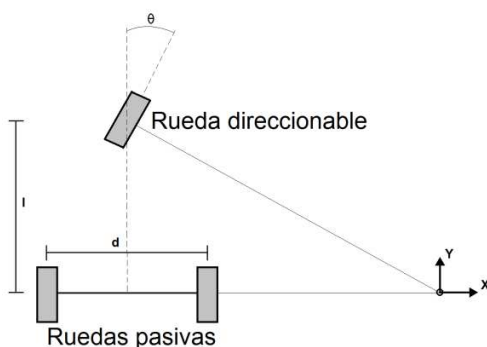


Figura 5 Configuración en triciclo.

Configuración Ackerman

Se usa casi exclusivamente en la industria del automóvil. Es la configuración que llevan los coches: dos ruedas con tracción traseras, y dos ruedas de dirección delanteras. Esta configuración está diseñada para que la rueda delantera interior en un giro, tenga un ángulo ligeramente más agudo que la exterior, y evitar así el derrape de las ruedas.

Como se puede apreciar en la figura 6, las normales a ambas ruedas se cortan en un punto, que se encuentra sobre la prolongación del eje de las ruedas traseras. Así, se puede comprobar que las trayectorias de ambas ruedas para ángulos de giro constantes son circunferencias concéntricas [5].

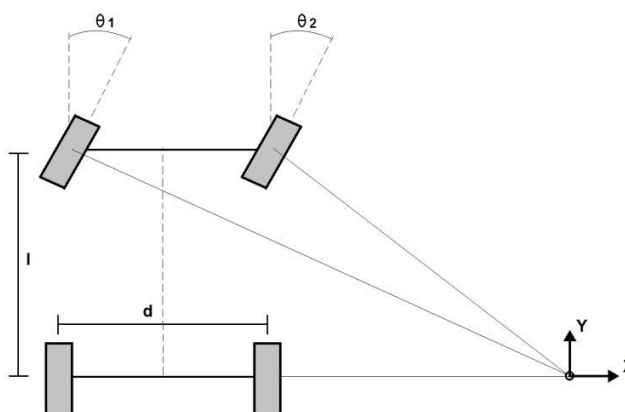


Figura 6 Configuración ackerman usada comúnmente en vehículos.

Estado Del Arte

En la UPIITA se desarrolló el primer trabajo terminal en 2007 relacionado con los robots móviles omnidireccionales, el cual lleva por nombre "Robot Prototipo para Torneo Robocup (small size)" [6].

Del cual los puntos a destacar son los siguientes:

- Utilización de Motores sin escobillas.
- El dispositivo programable empleado fue un FPGA.
- Comunicación inalámbrica.
- Sistema de visión artificial programado en C BUILDER.
- Diseño y construcción de las llantas omnidireccionales.
- Planeación de trayectorias.



El segundo trabajo terminal presentado en la UPIITA en 2009 lleva por nombre "Robots Jugadores de Futbol con Control Inteligente", el cual retomó los algoritmos de visión artificial del primer trabajo y se rediseñó la estructura mecánica y electrónica.

De este trabajo destacan los siguientes puntos:

- a) Uso de motores Faul Haber.
- b) Ruedas Omnidireccionales de la marca VEX robotics.
- c) Sistema de Visión mediante el espacio de color HSV
- d) Sistema de comunicación mediante radio frecuencia.
- e) El control del sistema se realiza mediante un PIC

Justificación

El presente trabajo pretende dar un enfoque diferente al caso de robot móvil omnidireccional con respecto a su locomoción, ya que se busca la implementación de un cuarto eje y a la vez poder brindar un modelo de control distinto implementándolo quizás como una aplicación en la industria dedicada a los robots exploradores.

La gran mayoría de este tipo de robots son teledirigidos o controlados a distancia, sin embargo, debido al continuo proceso de evolución de la tecnología realizar un sistema de control que le permita adquirir una cierta autonomía en dichos robots implicaría un gran avance, pues la parte de la comunicación estaría dedicado a la parte de envío y recepción de datos no al control.

Otro aspecto importante estaría presente en la parte de la velocidad en la movilidad de estos dispositivos, pues la mayoría de ellos están provistos con ruedas directrices, es decir se emplea un control destinado a la movilidad propia del robot y otro para controlar la orientación de las ruedas.

Cabe mencionar que como tal estos robots ofrecen algunas ventajas como acceder a lugares en los que los humanos no pueden llegar; en exploraciones espaciales ciertos factores como la temperatura, la radiación, la falta de oxígeno no los afecta tanto como a los seres humanos, ahora si a estos factores se le adicionan unos rubros bastante importantes en todo tipo de procesos como son la rapidez, la eficiencia y la eficacia, obtendríamos un sistema bastante funcional y completo.

Con la implementación de las ecuaciones obtenidas en el desarrollo matemático, el propio robot será capaz de evadir obstáculos y tomar decisiones por sí mismo.



Planteamiento Del Problema

En la actualidad se encuentran diversos trabajos con respecto al tema de robots móviles, los cuales presentan diversas configuraciones y por ende diversos tipos de control. Sin embargo para este caso en particular, se pretende realizar el estudio y el análisis respectivo sobre el sistema de control para un robot móvil con desplazamiento omnidireccional.

Para este tipo de configuraciones ya existen algunos trabajos previos, solo que para estos su enfoque está realmente centrado en el proceso de construcción y diseño, como tal no existe algo enfocado al sistema de control.

Lograr que este robot móvil se desplace de forma autónoma requiere de la implementación de un sistema de control que sea capaz de “aprender” por sí solo, es decir, se busca que sea un control inteligente.

Ahora, los sistemas de control actuales para los dispositivos de esta naturaleza de hoy en día, están basados en control clásico, es decir, configuraciones tipo PD, PI, PID, de aquí que el problema radica en la inexistencia de controles inteligentes.

Otro aspecto importante es que, la mayoría de los trabajos existentes sobre esta índole están realizados para sistemas con tres ejes, es por ello que se pretende realizar un sistema con cuatro ejes.

Solución Propuesta

La solución propuesta al problema descrito anteriormente es realizar una investigación sobre nuevos tipos de control para que de esta manera se pueda crear un algoritmo inteligente para el robot móvil, basándose en un desarrollo matemático para su posterior implementación en dispositivos electrónicos.

Se pretende al mismo tiempo justificar y validar el uso de cuatro ejes en lugar de tres, pues se busca demostrar la hipótesis de la sencillez y la reducción en el consumo de recursos que otorga una configuración omnidireccional de cuatro ejes.

CAPITULO 1. DESARROLLO DEL SISTEMA DIFERENCIAL

Modelo Del Robot Tipo Diferencial

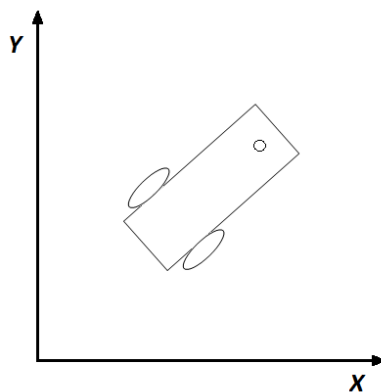


Figura 7 Esquema del robot móvil en el plano cartesiano.

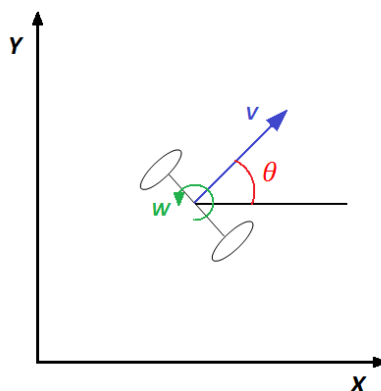


Figura 8 Componentes de velocidad angular y lineal.

Modelo Cinemático Del Robot Tipo Diferencial

En la figura 7 se muestra al robot diferencial en el plano cartesiano, mientras que en la figura 8 se muestran las componentes de velocidad lineal \mathbf{V} y la componente de velocidad angular \mathbf{W} . La velocidad lineal se puede representar mediante sus componentes en el eje \mathbf{X} y en el eje \mathbf{Y} , tal y como se muestra a continuación:

$$\dot{x} = V \cos \theta \quad \text{---(1)}$$

$$\dot{y} = V \sin \theta \quad \text{---(2)}$$

$$\dot{\theta} = W \quad \text{---(3)}$$

Inicialmente, del robot móvil se conoce tanto su velocidad lineal como su velocidad angular, sin embargo, es necesario obtener una transformación que mapee trayectorias de velocidad en trayectorias de posición y orientación en el plano cartesiano.

$$[V(t), W(t)] \rightarrow [X(t), Y(t), \theta(t)] \quad \text{---(4)}$$

La obtención de dicha transformación comprende el desarrollo del control por **retroalimentación de estados**, la figura 9 muestra el esquema general de control.

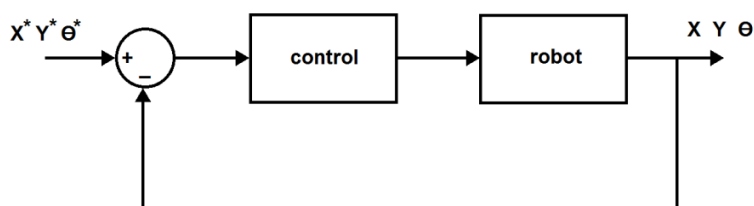


Figura 9 Sistema de control por retroalimentación de estados.

Diseño del Modelo de Control Estático Del Robot Tipo Diferencial

La teoría de sistemas de control se ocupa del análisis y el diseño de componentes interactuantes de un sistema en una configuración que brinde un comportamiento deseado. La configuración esencial usada en teoría de sistemas de control se basa en el concepto fundamental de retroalimentación, que consiste en el proceso de medir las variables de interés en el sistema y usar esa información para controlar su comportamiento.

El punto de partida en el análisis de un sistema de control es su representación por un modelo matemático, generalmente como un operador entre entradas y salidas del sistema, o como un conjunto de ecuaciones diferencia y/o diferenciales. La mayoría de los modelos matemáticos usados tradicionalmente por teóricos y prácticos del control son lineales. De hecho, los modelos lineales son mucho más manejables que los no lineales, y pueden representar en forma precisa el comportamiento de sistemas reales en muchos casos útiles [7].

Este modelo de control, propone derivar las salidas tantas veces como sea necesario hasta encontrar las variables a controlar.

Se nombra a **H** como el vector de salidas, cuya representación es la mostrada en la expresión (5).

$$H = [x, \theta]^T \quad \text{---(5)}$$



Seguendo con el procedimiento para hallar una solución, se procede a derivar el vector \mathbf{H} .

$$h_1 = x; \quad \dot{h}_1 = \dot{x}$$

$$h_2 = \theta; \quad \dot{h}_2 = \dot{\theta}$$

Recordando las expresiones (1) y (3), se tiene que:

$$\dot{h}_1 = \dot{x} = V \cos \theta$$

$$\dot{h}_2 = \dot{\theta} = W$$

Reagrupando estos dos términos en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \end{bmatrix} = [A] \begin{bmatrix} V \\ W \end{bmatrix} \text{---(6)}$$

De la expresión anterior, la matriz \mathbf{A} esta dada por:

$$[A] = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Se puede invertir la matriz \mathbf{A} mostrada en la expresión (6) con el fin de obtener los controles \mathbf{V} y \mathbf{W} :

$$\begin{bmatrix} V \\ W \end{bmatrix} = [A]^{-1} \begin{bmatrix} \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \end{bmatrix} \text{---(7)}$$

Al obtener la matriz inversa de \mathbf{A} , se tiene:

$$[A]^{-1} = \frac{1}{\cos \theta} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \cos \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\cos \theta} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Por lo tanto la expresión (7) se reescribe de la siguiente manera.

$$\begin{bmatrix} V \\ W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\cos \theta} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \end{bmatrix} \text{---(8)}$$

Es necesario hacer uso de variables auxiliares, con el fin de poder linealizar el sistema de control.

$$\begin{aligned} \dot{h}_1 &= v_1 \\ \dot{h}_2 &= v_2 \end{aligned}$$

Reescribiendo la expresión (8)

$$\begin{bmatrix} V \\ W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\cos \theta} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \text{---(9)}$$

Esto significa que

$$V = \frac{v_1}{\cos \theta} \text{---(10)}$$

$$W = v_2 \text{---(11)}$$

Sin embargo, aun hace falta determinar que representa \mathbf{v}_1 y \mathbf{v}_2 .



Retomando las expresiones (1) , (2) y (3).

$$\dot{x} = V \cos \theta = \frac{v_1}{\cos \theta} \cos \theta = v_1 \quad \text{---(12)}$$

$$\dot{y} = V \sin \theta = \frac{v_1}{\cos \theta} \sin \theta = v_1 \tan \theta \quad \text{---(13)}$$

$$\dot{\theta} = W = v_2 \quad \text{---(14)}$$

Se proponen entradas auxiliares \mathbf{V}_1 y \mathbf{V}_2 para linealizar el sistema.

$$v_1 = \dot{x}_d + x_d - x = \dot{x}_d + e_x \quad \text{---(15)}$$

$$v_2 = \dot{\theta}_d + \theta_d - \theta = \dot{\theta}_d + e_\theta \quad \text{---(16)}$$

En donde los subíndices \mathbf{d} hacen referencia a valores deseados y los coeficientes \mathbf{e} hacen referencia a errores de posición en \mathbf{x} y en $\boldsymbol{\theta}$, dado que resulta de la diferencia del valor deseado y el valor medido.

Sustituyendo las expresiones (15) y (16) en las expresiones (12), (13) y (14).

$$\dot{x} = \dot{x}_d + x_d - x \quad \text{---(18)}$$

$$\dot{y} = (\dot{x}_d + x_d - x) \tan \theta \quad \text{---(19)}$$

$$\dot{\theta} = \dot{\theta}_d + \theta_d - \theta \quad \text{---(20)}$$

Reagrupando términos se obtienen las siguientes expresiones.

$$\dot{x}_d - \dot{x} + x_d - x = 0 \quad \text{---(18)}$$

$$(\dot{x}_d + x_d - x) \tan \theta - \dot{y} = 0 \quad \text{---(19)}$$

$$\dot{\theta}_d - \dot{\theta} + \theta_d - \theta = 0 \quad \text{---(20)}$$

Recordando que los subíndices \mathbf{d} denotan valores deseados, el coeficiente \mathbf{e} representa un error y las constantes \mathbf{k}_1 y \mathbf{k}_2 son las ganancias del control; las expresiones (18), (19) y (20) se pueden reescribir de la siguiente manera.

$$k_1 \dot{e}_x + k_2 e_x = 0 \quad \text{---(21)}$$

$$(\dot{x}_d + x_d - x) \tan \theta - \dot{y} = 0 \quad \text{---(22)}$$

$$k_1 \dot{e}_\theta + k_2 e_\theta = 0 \quad \text{---(23)}$$

La justificación del uso de este tipo de control radica en el hecho de que se proponen entradas auxiliares para linealizar el sistema de la entrada a la salida, aunque esto solo fue posible para las variables \mathbf{x} y $\boldsymbol{\theta}$, ya que la variable \mathbf{y} presenta una dinámica interna.

Además se debe tomar en cuenta que la solución para una ecuación diferencial basada en errores de posición y errores de velocidad tiende a ser cero cuando el tiempo tiende a ser infinito.

Análisis de la Odometría Del Robot Tipo Diferencial

Conocido esto, es necesario tomar en cuenta la odometría del robot móvil, esto es, conocer y/o estimar la posición del móvil en función de la rotación de las ruedas y de otras dimensiones presentes en el móvil; el desarrollo se muestra a continuación.

El conjunto de ecuaciones que relaciona a las velocidades angular y lineal con la odometría del robot móvil es el mostrado en la expresión (24).

$$\begin{bmatrix} V \\ W \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} W_d \\ W_i \end{bmatrix} \quad \text{---(24)}$$

Donde $[T]$ esta dada por:

$$[T] = \begin{bmatrix} \frac{r}{2} & \frac{r}{2} \\ \frac{r}{2l} & -\frac{r}{2l} \end{bmatrix} \quad \text{---(25)}$$

En donde w_d y w_i representan las velocidades angulares de la rueda derecha e izquierda respectivamente, r es el radio de cada rueda y l la distancia desde un punto arbitrario de una de las ruedas (cualquiera de las dos) hasta el centro del eje que une a las dos ruedas, (ver figura 11).

De acuerdo con la ecuación de movimiento de cuerpos rígidos.

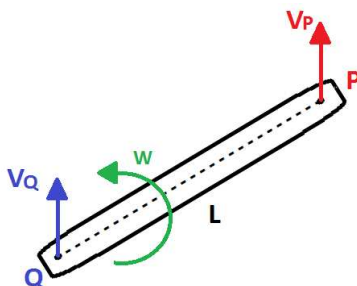


Figura 10 Diagrama de velocidades de un cuerpo rígido.

De la figura 10, tomando en cuenta el punto P , el punto Q y considerando que el elemento de longitud L rota sobre el punto Q al mismo tiempo que el punto Q presenta una velocidad lineal, la velocidad en el punto P está dada por la siguiente expresión.

$$V_P = V_Q + WxL \quad \text{---(26)}$$

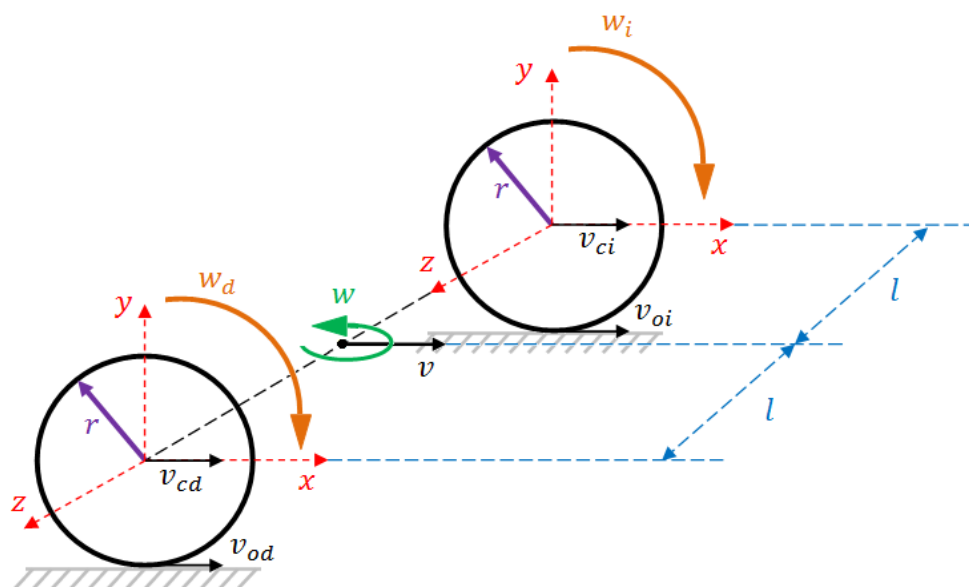


Figura 11 Diagrama de dimensiones del robot móvil.

De la figura 11 se puede obtener lo siguiente.

Tomando en cuenta la velocidad angular de las ruedas.

Para la rueda derecha:

$$v_{cd} = v_{od} + w_d \times r_{cd/od} \quad \text{---(27)}$$

Para la rueda izquierda:

$$v_{ci} = v_{id} + w_i \times r_{ci/oi} \quad \text{---(28)}$$

Considerando que entre las ruedas y el piso no existe deslizamiento, es decir, $v_{od} = v_{id} = 0$, y que además $r_{cd/od} = r_{ci/oi}$ las expresiones (27) y (28), se reescriben de la siguiente manera.

$$v_{cd} = (-w_d \hat{k}) \times (r \hat{j}) = w_d r \hat{i} \quad \text{---(29)}$$

$$v_{ci} = (-w_i \hat{k}) \times (r \hat{j}) = w_i r \hat{i} \quad \text{---(30)}$$

Ahora, tomando en cuenta la velocidad angular propia del robot móvil, de la figura 11 se aprecia lo siguiente.

$$v_{cd} = v + w \times r_{cd/o} \quad \text{---(31)}$$

$$v_{ci} = v + w \times r_{ci/o} \quad \text{---(32)}$$

Tomando las componentes vectoriales, se puede reescribir a (31) y (32) de la siguiente forma.

$$v_{cd} = v \hat{i} + (w \hat{j}) \times (l \hat{k}) = (v + wl) \hat{i} \quad \text{---(33)}$$

$$v_{ci} = v \hat{i} + (w \hat{j}) \times (-l \hat{k}) = (v - wl) \hat{i} \quad \text{---(34)}$$



Ahora se puede hacer una igualación entre las expresiones (29) y (33) y también entre las expresiones (30) y (34) a fin de obtener un sistema de ecuaciones 2x2.

$$w_d r \hat{t} = (v + wl) \hat{t} \quad \text{---(35)}$$

$$w_i r \hat{t} = (v - wl) \hat{t} \quad \text{---(36)}$$

Con este sistema de ecuaciones se busca obtener una relación entre las velocidades angular y lineal con las velocidades angulares de cada rueda. Para esto, se despeja v de la expresión (36).

$$v = w_i r + wl \quad \text{---(37)}$$

Sustituimos la expresión (37) en la expresión (35).

$$w_d r = w_i r + wl + wl$$

$$w_d r = w_i r + 2wl$$

$$w = \frac{(w_d - w_i) r}{2l} \quad \text{---(38)}$$

Finalmente se sustituye la expresión (38) en la expresión (37).

$$v = w_i r + \left(\frac{(w_d - w_i) r}{2l} \right) l$$

$$v = w_i r + \frac{(w_d - w_i) r}{2}$$

$$v = \frac{r}{2} (w_d - w_i) \quad \text{---(39)}$$

Al colocar las expresiones (38) y (39) en forma matricial.

$$\begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix} = [R] \begin{bmatrix} w_i \\ w_d \end{bmatrix} \quad \text{---(40)}$$

En donde la Matriz [R] está determinada por:

$$[R] = \begin{bmatrix} \frac{r}{2} & \frac{r}{2l} \\ \frac{r}{2} & -\frac{r}{2l} \end{bmatrix} \quad \text{---(41)}$$

El determinante de la matriz [R] es distinto a cero, por lo tanto es posible obtener la relación inversa de la expresión (40).

$$\begin{bmatrix} w_i \\ w_d \end{bmatrix} = -\frac{2l}{r^2} \begin{bmatrix} -\frac{r}{2} & -\frac{r}{2l} \\ -\frac{r}{2} & \frac{r}{2l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix} \quad \text{---(42)}$$

Ahora, conociendo el valor de las velocidades angular y lineal, es posible determinar las velocidades angulares de cada rueda.

$$w_d^d = \frac{v}{r} + \frac{l}{r} w \quad \text{---(43)}$$

$$w_i^d = \frac{v}{r} - \frac{l}{r} w \quad \text{---(44)}$$

Donde nuevamente los superíndices d denotan los valores deseados.

El sistema de control se ilustra en la figura 12.

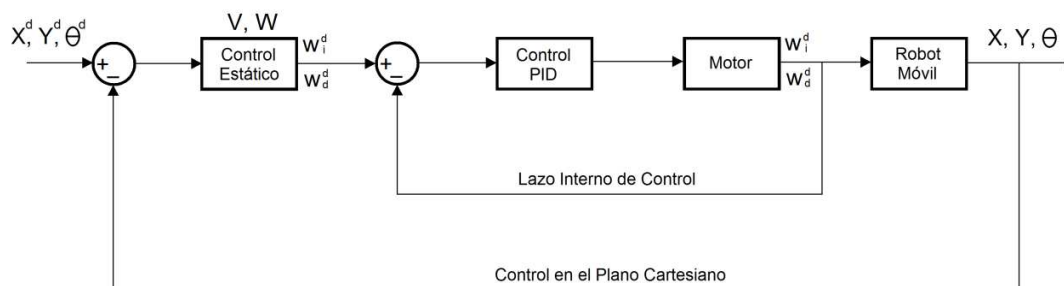


Figura 12 Sistema de control que involucra las variables de retroalimentación de estados.

Finalmente, mediante el uso de SIMULINK® de MATLAB®, se realiza el diagrama de control, el cual se muestra en la figura 13 y se simula su funcionamiento.

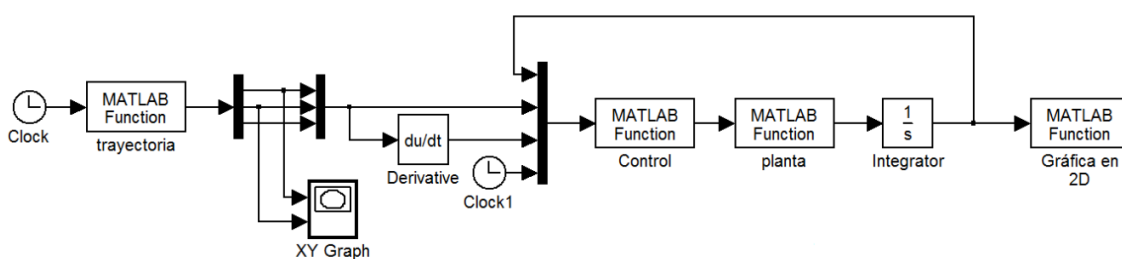


Figura 13 Sistema de control para el robot móvil.

En el bloque **trayectoria**, se encuentra el código necesario para generar la trayectoria circular del robot móvil. En este bloque la entrada es una variable de tiempo, proveniente del bloque **Clock** y la salida son las variables x^d, y^d, θ^d .

El bloque **derivative**, es usado con el propósito de obtener las variables x^d, y^d, θ^d derivadas, es decir, $\dot{x}^d, \dot{y}^d, \dot{\theta}^d$.

El bloque **Control**, contiene el código necesario para obtener el resultado mostrado en las ecuaciones (10) y (11). En este bloque las entradas son la variables de posición y orientación deseadas y las variables de velocidad deseadas, mientras que las salidas son los controles W, V y la orientación θ .

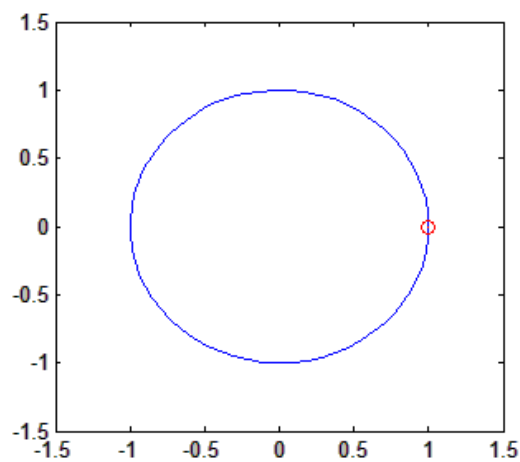
El bloque **planta**, es usado para obtener las variables auxiliares v_1 y v_2 , es decir, el resultado mostrado en las ecuaciones (12), (13) y (14). En este bloque las entradas son los controles W, V y la orientación θ , mientras que las salidas son las variables de velocidad en x, y y θ .



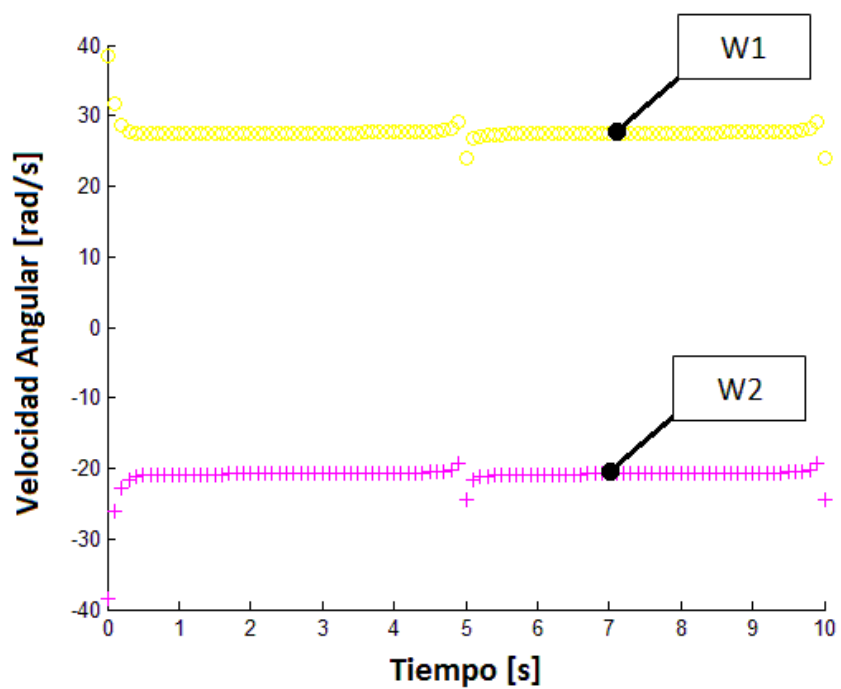
El bloque *integrator*, se emplea para integrar las salidas provenientes del bloque *planta*.

El bloque *Grafica en 2D*, muestra el resultado de la simulación, es decir la posición que tendrá el robot móvil en cada instante de tiempo durante la simulación.

En la figura 14 b) se muestran las componentes de velocidad para cada una de las ruedas del robot móvil, las cuales son el resultado de una trayectoria circular, en la cual el robot móvil inicia en la posición (1,0) tal y como se aprecia en la figura 14 a). **W1** representa la velocidad angular de la rueda derecha mientras que **W2** representa la velocidad angular de la rueda izquierda.



a)



b)

Figura 14 Componentes de velocidades para un robot móvil diferencial.



CAPITULO 2. SELECCIÓN DE COMPONENTES.

Componentes Electrónicos

Recopilar información de la aplicación.

El dispositivo a seleccionar se utilizara para realizar el control para los motores del robot móvil tipo diferencial.

Definir y decidir cuáles son los factores que influyen.

- Costo
- Disponibilidad
- Dimensiones
- Nivel de programación
- Módulos de control.

Establecer los límites aceptables de esos factores.

- Costo no mayor a \$200.
- Fácil de conseguir en caso de una reposición.
- Área no mayor al 50% de la superficie del robot móvil.
- Fácil acceso a *software* y *hardware*.
- Mínimo 2 entradas y 2 salidas.

Recabar información de los principales proveedores.

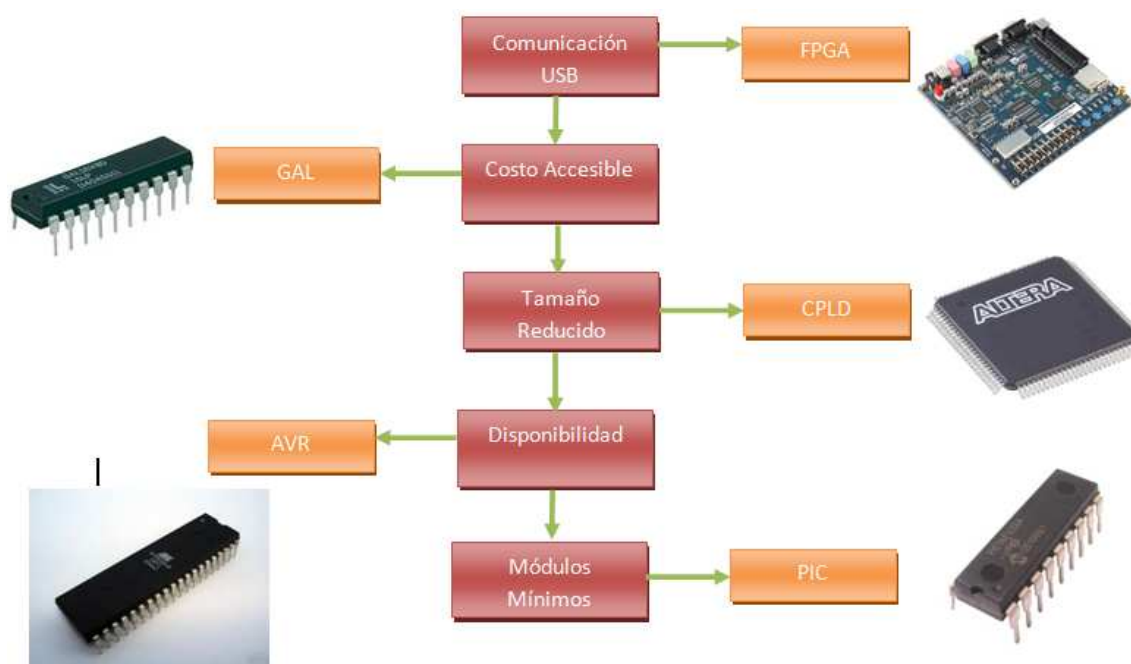
Chips programables disponibles en los siguientes lugares:

- AG electrónica.
- STEREN
- ROBODACTA
- República del Salvador, col. centro.

Seleccionar el componente que reúna las mejores características.

Tabla 1 Características de los componentes electrónicos programables.

TIPO	DESCRIPCIÓN
AVR	El AVR es una CPU de arquitectura Harvard. Tiene 32 registros de 8 bits. Algunas instrucciones sólo operan en un subconjunto de estos registros. La concatenación de los 32 registros, los registros de entrada/salida y la memoria de datos conforman un espacio de direcciones unificado, al cual se accede a través de operaciones de carga/almacenamiento.
PIC	El PIC usa un juego de instrucciones tipo RISC, cuyo número puede variar desde 35 para PIC's de gama baja a 70 para los de gama alta. Las instrucciones se clasifican entre las que realizan operaciones entre el acumulador y una constante, entre el acumulador y una posición de memoria, instrucciones de condicionamiento y de salto/retorno, implementación de interrupciones y una para pasar a modo de bajo consumo llamada <i>sleep</i> .
GAL	Las GAL son dispositivos de matriz lógica genérica. Están diseñados para emular muchas PAL pensadas para el uso de macro células. Las PAL son dispositivos de matriz programable. La arquitectura interna consiste en términos AND programables que alimentan términos OR fijos. Todas las entradas a la matriz pueden ser combinadas mediante AND entre sí, pero los términos AND específicos se dedican a términos OR específicos.
CPLD	Los CPLD extienden el concepto de un PLD a un mayor nivel de integración ya que permite implementar sistemas más eficaces, ya que utilizan menor espacio, mejoran la fiabilidad del diseño, y reducen costos.
FPGA	Son dispositivos lógicos de propósito general programable por los usuarios, compuesto de bloques lógicos comunicados por conexiones programables.



Ruta de decisión 1 Componentes electrónicos para programar el control del robot móvil diferencial.



De la ruta de decisión 1 se ha elegido a los micro controladores de la familia PIC pues son los que cumplen con la mayoría de las características delimitadas en los puntos anteriores.

La familia de micro controladores PIC resulta ser extremadamente extensa, es por ello que se elige aquel que mejor cumpla con las características requeridas.

Tabla 2 Características de los micro controladores de la familia pic.

Micro controlador	PIC16F627A	PIC16F628A	PIC16F648A
Características			
Memoria Flash	1024	2048	4096
Datos de Memoria (SRAM)	224 B	224 B	256 B
Datos de Memoria (EEPROM)	128 B	128 B	256 B
In/Out	16	16	16
PWM	1	1	1
USART	Si	Si	Si
Comparadores	2	2	2
Timer 8b	2	2	2
Timer 16b	1	1	1
Oscilación Máxima (MHz)	20	20	20
Costo Aproximado	\$ 38.00	\$ 34.00	\$ 44.00

Debido a que la diferencia entre el costo en comparación de las características que brindan cada uno de estos dispositivos es relativamente pequeña, se hará uso del micro controlador PIC16F648A.



Recopilar información de la aplicación.

El dispositivo a seleccionar se utilizara para acoplar el control programado en el PIC de los motores del robot móvil tipo diferencial.

Definir y decidir cuáles son los factores que influyen.

- Costo
- Disponibilidad
- Dimensiones
- Características Eléctricas.

Establecer los límites aceptables de esos factores.

- Costo no mayor a \$100.
- Fácil de conseguir en caso de una reposición.
- Área no mayor al 50% de la superficie del robot móvil.
- Parámetros eléctricos (corriente, tensión de alimentación, etc.).

Recabar información de los principales proveedores.

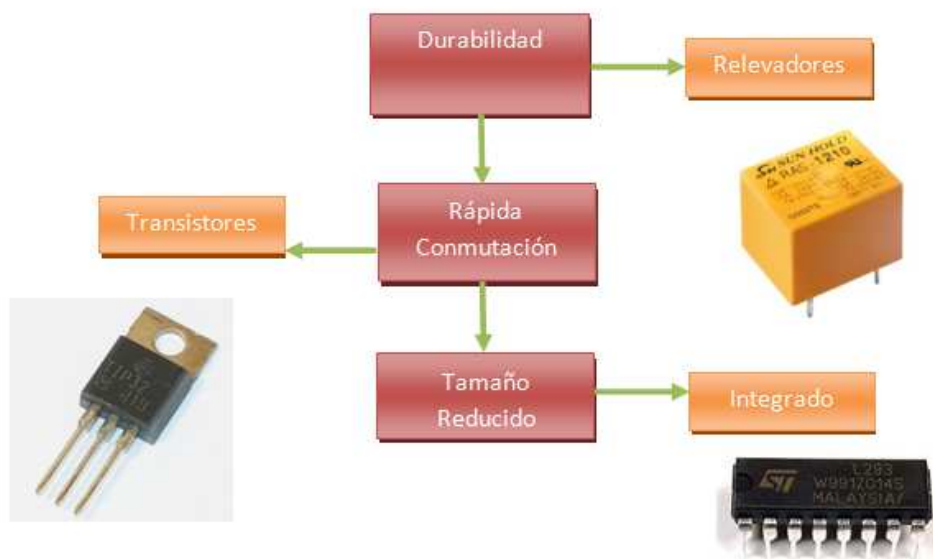
Dispositivos electrónicos disponibles en los siguientes lugares:

- AG electrónica.
- STEREN
- ROBODACTA
- República del Salvador, col. centro.

Seleccionar el componente que reúna las mejores características.

Tabla 3 Características de los componentes electrónicos para el control de los motores.

TIPO	DESCRIPCIÓN
Puente H por Relevadores	Circuito que permite la conmutación del sentido de giro de un motor, generalmente de cd, el cual está provisto de cuatro dispositivos electromecánicos, relevadores.
Puente H con Transistores	Circuito que permite la conmutación del sentido de giro de un motor, generalmente de cd, el cual está provisto de cuatro dispositivos electrónicos, transistores.
Puente H Encapsulado	Circuito integrado el cual contiene en su interior los dispositivos y conexiones necesarias para controlar el sentido de giro de un motor de cd.



Ruta de decisión 2 Componentes electrónicos para implementar el control de los motores.

De la ruta de decisión 2 se ha elegido al circuito integrado pues resulta ser el más adecuado para la tarea de conmutación de sentido de giro debido a su tamaño compacto y su bajo costo en comparación con las otras dos configuraciones. Sin embargo, de la familia **L293** existen diversas variantes, las cuales se mencionan en la tabla 4.

Tabla 4 Características de los puentes h encapsulados de la familia L293.

Puente H Integrado	L293B	L293C	L293D	L293E
Características				
Tensión de Alimentación	4.5 V - 36 V	4.5 V - 50 V	4.5 V - 36 V	4.5 V - 36 V
Tensión de Entrada Nivel Bajo	0 V - 1.5 V	0 V - 1.5 V	0 V - 1.5 V	0 V - 1.5 V
Tensión de Entrada Nivel Alto	2.3 V - 7 V	2.3 V - 7 V	2.3 V - 7 V	2.3 V - 7 V
Corriente de Salida	2 A	1.2 A	1.2 A	2 A
Disipación	5 W	5 W	4 W	5 W
Tiempo de Conmutación	200 ns - 750 ns	200 ns - 750 ns	200 ns - 750 ns	200 ns - 750 ns
Diodos	No	No	Si	No
Precio Aproximado	\$ 21.00	\$ 38.00	\$ 51.00	\$ 32.00



Una vez hecha esta comparación, resulta que el **L293B** es el más adecuado, tanto por características eléctricas como el costo.

Componentes Actuadores

Recopilar información de la aplicación.

El dispositivo a seleccionar se utilizara para realizar el movimiento del robot móvil tipo diferencial.

Definir y decidir cuáles son los factores que influyen.

- Costo
- Disponibilidad
- Dimensiones
- Par Torsor

Establecer los límites aceptables de esos factores.

- Costo no mayor a \$500.
- Fácil de conseguir en caso de una reposición.
- Área no mayor al 25% de la superficie del robot móvil.
- Par torsor superior al mínimo requerido para la masa especificada

Recabar información de los principales proveedores.

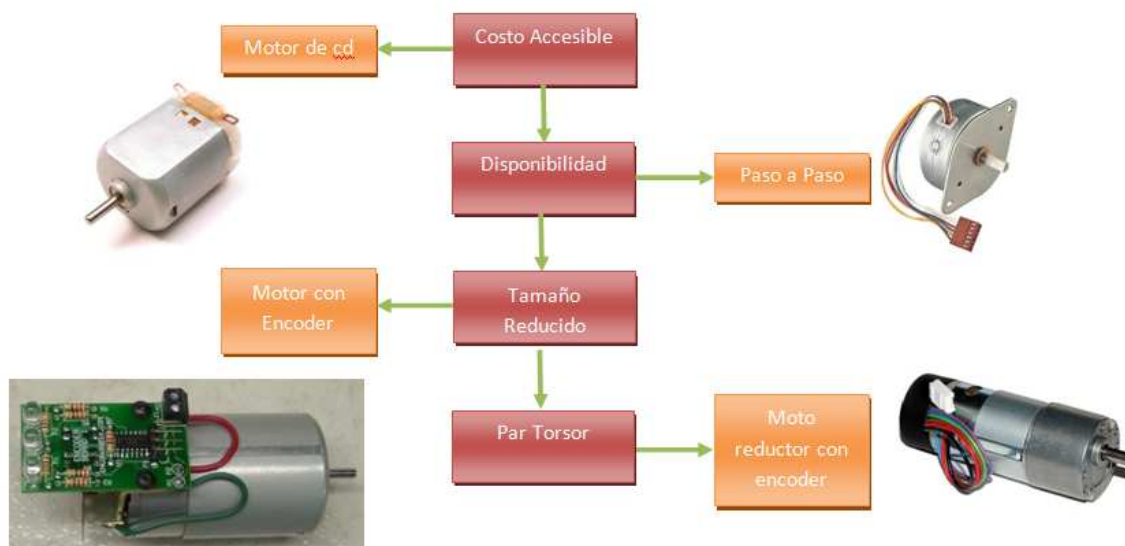
Actuadores disponibles en los siguientes lugares:

- SISCOM
- STEREN
- ROBODACTA
- República del Salvador, col. centro.

Seleccionar el componente que reúna las mejores características.

Tabla 5 Características de los actuadores.

TIPO	DESCRIPCIÓN
Paso a Paso	El motor paso a paso es un dispositivo electromecánico que convierte una serie de impulsos eléctricos en desplazamientos angulares discretos, lo que significa es que es capaz de avanzar una serie de grados (paso) dependiendo de sus entradas de control.
Motor de cd	El motor de corriente continua es una máquina que convierte la energía eléctrica en mecánica, principalmente mediante el movimiento rotatorio. En la actualidad existen nuevas aplicaciones con motores eléctricos que no producen movimiento rotatorio, sino que con algunas modificaciones, ejercen tracción sobre un riel. Estos motores se conocen como motores lineales
Moto reductor	Motor eléctrico provisto de una caja de engranes cuya finalidad es reducir la velocidad de salida al mismo tiempo que aumenta el par torsor en la misma..
Motor con encoder	Motor eléctrico en conjunto con un codificador rotatorio, el cual también es llamado como codificador de eje, es un dispositivo electro-mecánico que convierte el ángulo de posición o movimiento de un eje o eje a un código analógico o digital.
Moto reductor con encoder	Resulta de la combinación de los dos anteriores, es un motor eléctrico provisto de una caja de engranes la cual está destinada a disminuir la velocidad angular del eje del motor y aumentar el par torsor del mismo, en conjunto con un sensor de posición o inclusive de velocidad.



Ruta de decisión 3 Componentes actuadores para el desplazamiento del robot móvil diferencial.

De la ruta de decisión 3 se puede verificar que el componente que cumple con la mayoría de las características requeridas para el buen funcionamiento del robot móvil es el moto reductor con encoder. Sin embargo es necesario elegir de esta familia el mejor.



Tabla 6 Características de los moto reductores.

Moto reductor	29:1	67:1	131:1	49:1	30:1
Tensión de Alimentación	12 V	12 V	12 V	24 V	12 V
Reducción	29:1	67:1	131:1	49:1	30:1
Resolución	64 conteos	64 conteos	64 conteos	588 conteos	360 conteos
rpm	350	150	80	122	170
Consumo de Corriente	300 mA	300 mA	300 mA	500 mA	530 mA
Par Torsor	8 Kg-cm	14 Kg-cm	18 Kg-cm	16 Kg-cm	1.5 Kg-cm

Debido a que la función principal del motor proveer el desplazamiento del robot móvil, la principal característica a considerar es el par torsor, además de que en la tabla anterior, el resto de las características resulta ser similar, el moto reductor 131:1 resulta ser el que cumple con las expectativas.

Componentes Sensores

Recopilar información de la aplicación.

El dispositivo a seleccionar se utilizara para realizar el sensado de la posición e inclusive la velocidad del motor.

Definir y decidir cuáles son los factores que influyen.

- Costo
- Disponibilidad
- Precisión.

Establecer los límites aceptables de esos factores.

- Costo no mayor a \$200.
- Fácil de conseguir en caso de una reposición.
- Precisión fiable para una operación en modo continuo.

Recabar información de los principales proveedores.

Sensores disponibles en los siguientes lugares:

- AG electrónica

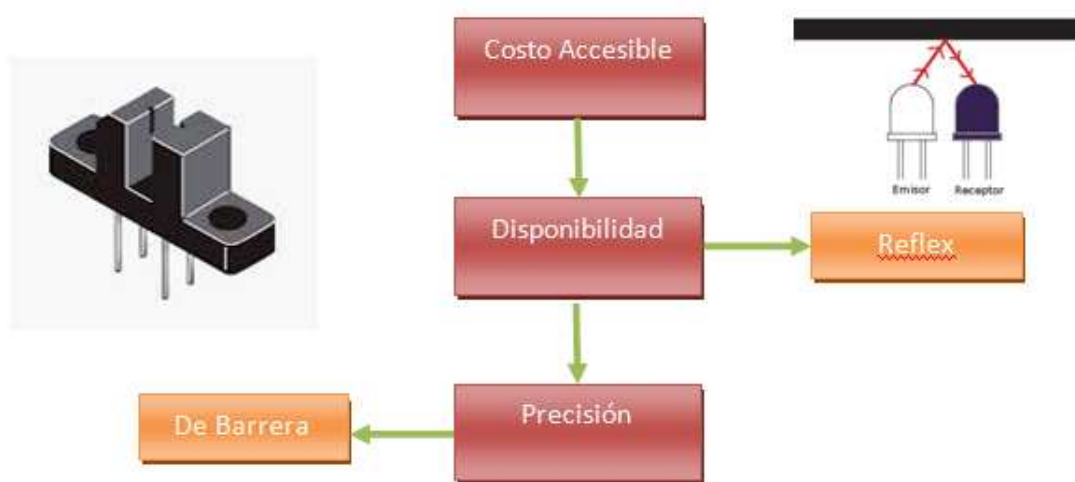
- SISCOM
- STEREN
- ROBODACTA
- República del Salvador, col. centro.

Seleccionar el componente que reúna las mejores características.

Debido a que se ha seleccionado un encoder, el sensor que mejores características presenta es un infrarrojo.

Tabla 7 Características de los sensores.

TIPO	DESCRIPCIÓN
Reflex	En este tipo de sensor tanto la parte emisora como la receptora se encuentran de manera paralela, la función de estos sensores es hacer incidir un haz de luz (infrarroja) con un ángulo específico sobre una superficie, la cual hará que dicho haz rebote y sea detectado por la contraparte.
De Barrera	En este tipo de sensor la parte emisora se encuentra totalmente alineada con la parte receptora. Al introducirse un objeto entre la región por donde fluye el haz de luz este bloquea la recepción de la señal, provocando un cambio en el estado lógico de salida del sensor.



Ruta de decisión 4 Componentes sensores para los motores del robot móvil diferencial.



Tabla 8 Características de los sensores infrarrojos.

Tipo de Sensor	Reflex	De Barrera
Tensión de Alimentación	5 V	5 V
Consumo de Corriente	25 mA	50 mA
Formato de Salida	Analógico	Analógico
Distancia Optima de Detección	3 mm	2.8 mm
Distancia Máxima de Detección	6 mm	-----
Peso	0.23 gr	50 gr

De la ruta de decisión 4 se puede observar que el componente más adecuado es el sensor de barrera pues el encoder que se encuentra acoplado al moto reductor es un disco ranurado.

CAPITULO 3. DESARROLLO DEL ENSAMBLE

Una vez seleccionados los componentes necesarios para la implementación física del sistema de control para un robot móvil con configuración diferencial, es necesario realizar el ensamble de los mismos. A continuación se describen dichos componentes.

Motor de cd.

Tensión de Alimentación: 2.5 V - 12 V.

Corriente de Operación: 45 mA

Velocidad: 2600 rpm.

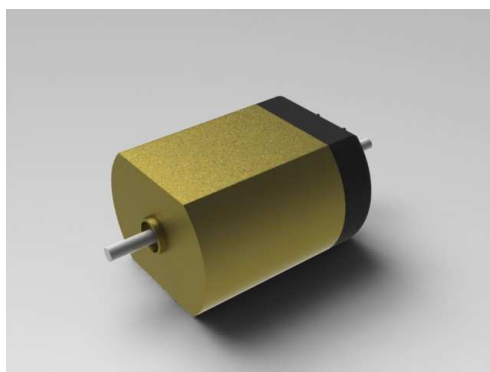


Figura 15 Motor de cd.

Reductor.

Material: Plástico

Relación de Reducción: 87-1

Velocidad: 30 rpm.

Torque: 1.4 KgF/cm



Figura 16 Reductor.



Rueda de Plástico.

Diámetro: 62 mm

Material: Plástico

Llanta: Caucho

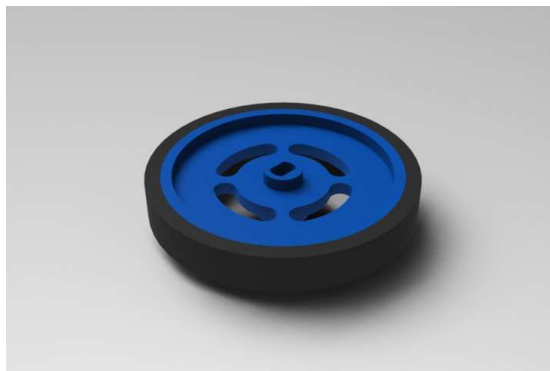


Figura 17 Rueda de plástico.

Disco Ranurado.

Resolución: 24 ranuras por revolución

Diámetro: 17 mm

Espesor: 1mm

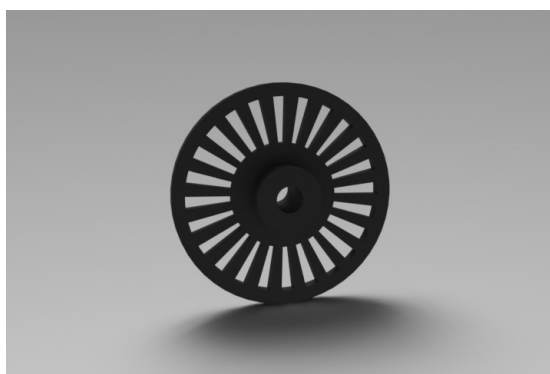


Figura 18 Disco ranurado.

Sensor Infrarrojo.

Tensión entre colector y emisor: 30 V

Corriente de colector: 30 mA

Potencia: 100 mW

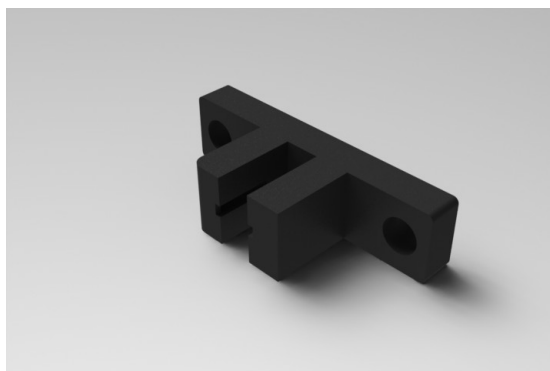


Figura 19 Sensor infrarrojo.

Ensamble Del Moto Reductor.

El siguiente paso es realizar el ensamble con todos los dispositivos mostrados anteriormente, el cual se muestra en la figura 24. Debido a que la configuración diferencial presenta dos ruedas idénticas, el acople para ambas ruedas es el mostrado en la figura 20.

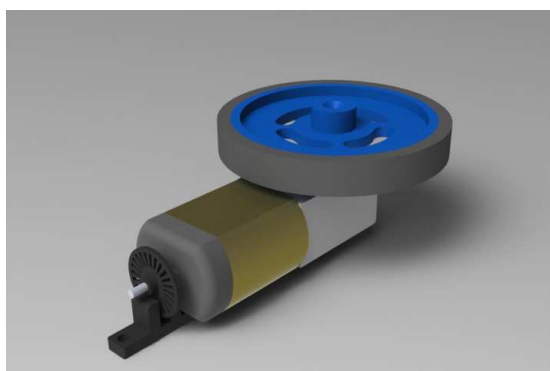


Figura 20 Ensamble del moto reductor, encoder y rueda.

La imagen explosionada se muestra en la figura 21. En donde es posible apreciar los componentes por separado del ensamble mostrado en la figura 20 .

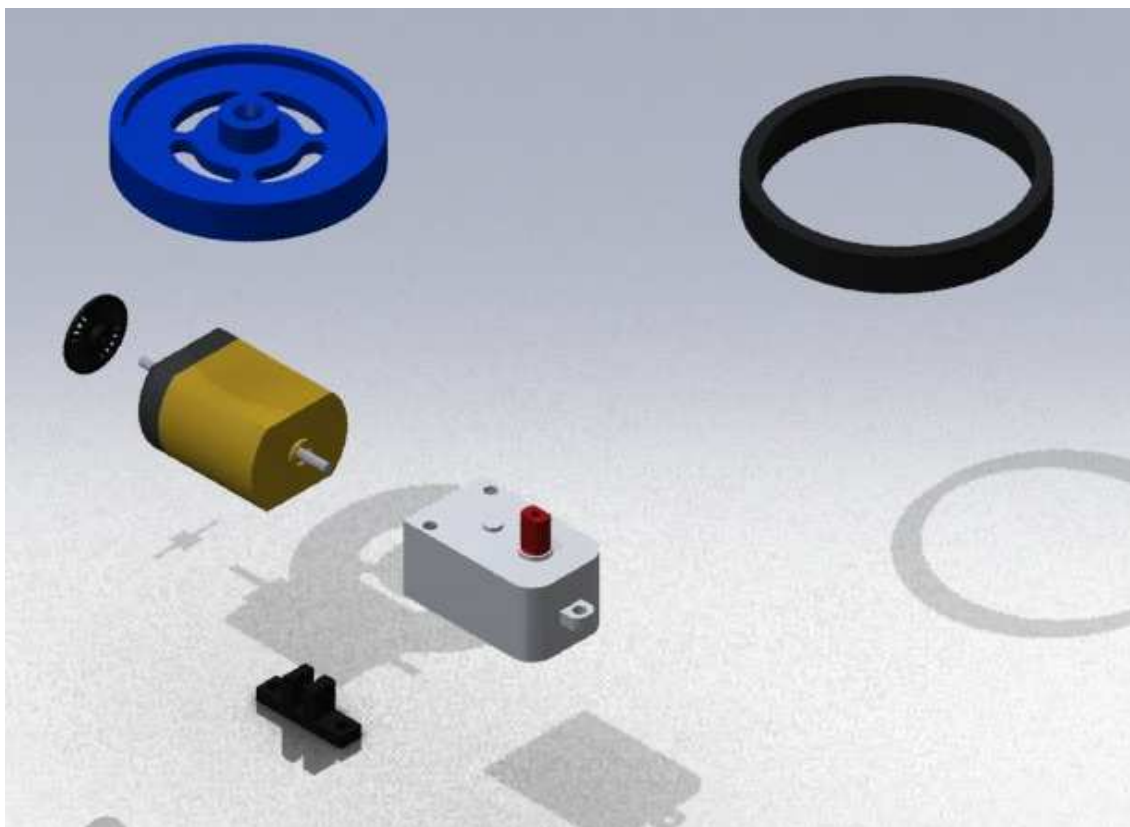


Figura 21 Explosión del ensamble.

Base para el Modelo Diferencial

Se construye la base sobre la cual estarán dispuestos todos y cada uno de los elementos del sistema de locomoción tipo diferencial.

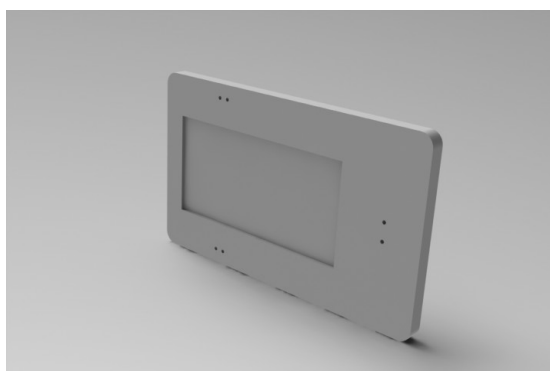


Figura 22 Base del modelo diferencial (nylamid).

Soporte de Aluminio

Para sujetar el moto reductor a la base del robot móvil se necesitan unos soportes de aluminio.

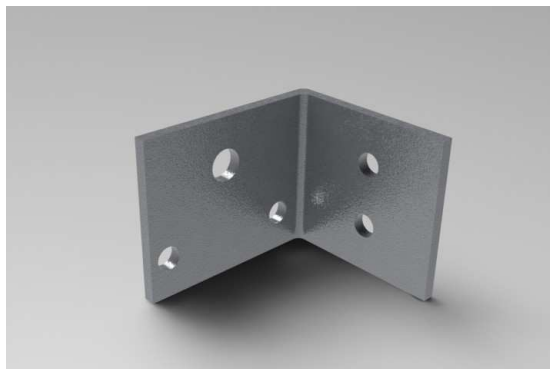


Figura 23 Soporte de aluminio para moto reductor.

Ensamble Del Modelo Diferencial

De modo que la figura 24 muestra una explosión de los elementos que componen el robot tipo diferencial.

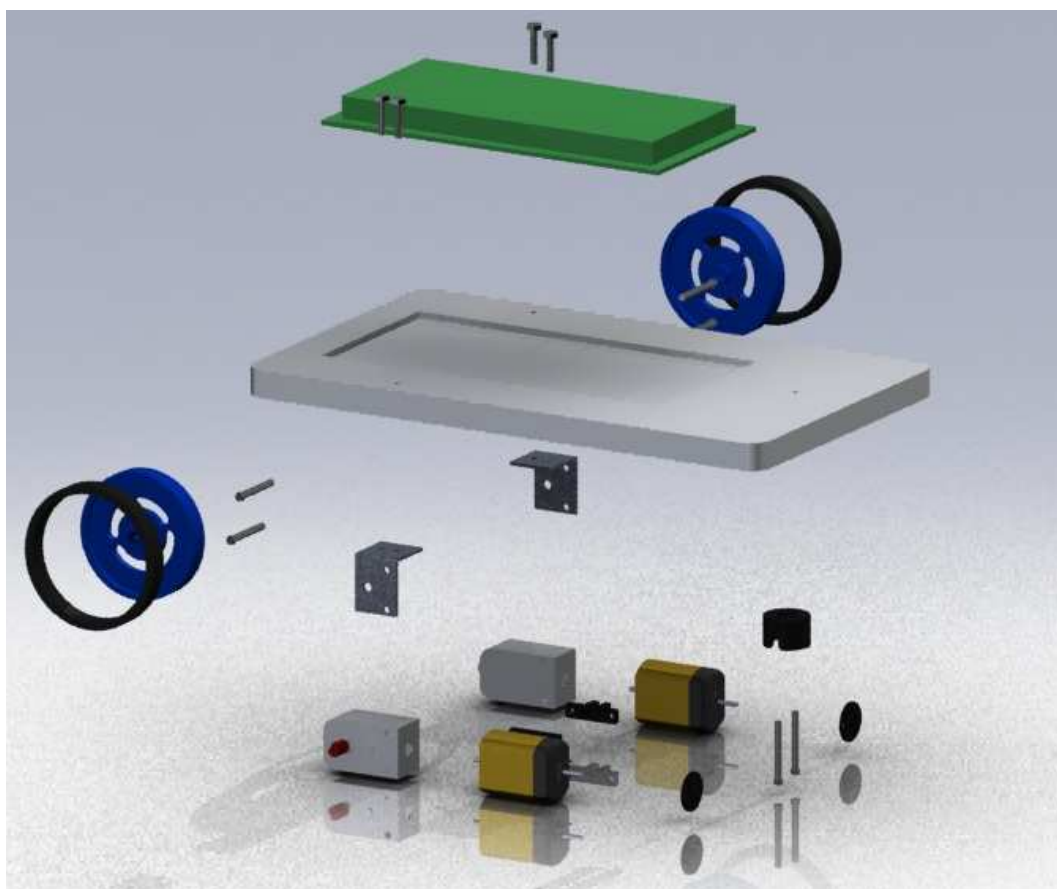


Figura 24 Explosionado del modelo diferencial.

CAPITULO 4. DESARROLLO DEL SISTEMA OMNIDIRECCIONAL DE 3 RUEDAS

Modelo del Robot Tipo Omnidireccional de 3 ruedas.

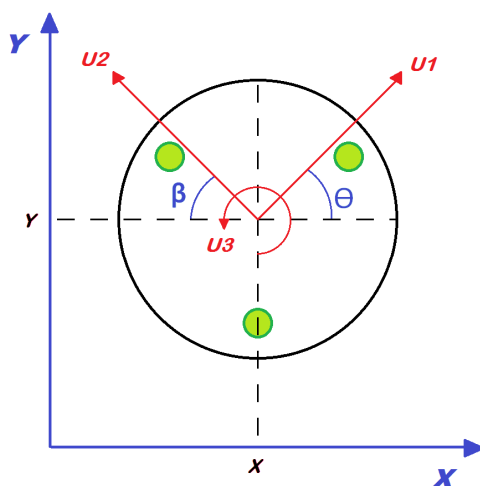


Figura 25 Componentes de velocidad lineal y angular.

Modelo Cinemático del Robot Omnidireccional de 3 Ruedas

En la figura 25 se puede observar que para el caso del robot omnidireccional se presentan dos componentes de velocidad lineal U_1 Y U_2 , cuyos vectores son ortogonales entre sí , además se puede verificar la existencia de una velocidad angular U_3 . Del mismo modo que se realizó para el robot tipo diferencial, las componentes de velocidad se representan en términos de la velocidad lineal sobre el eje X y sobre el eje Y .

Primero es necesario hallar el valor del ángulo β de la figura 26.

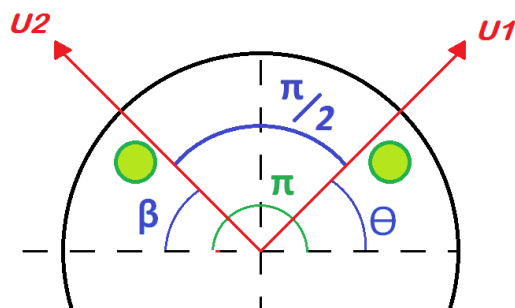


Figura 26 Determinación del ángulo B.

$$\beta = \pi - \frac{\pi}{2} - \theta$$

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \theta \quad \text{---(45)}$$

De la figura 25 se puede verificar que, la velocidad en el eje **X** está dada por la siguiente expresión.

$$\dot{x} = u_1 \cos\theta - u_2 \cos\beta$$

$$\dot{x} = u_1 \cos\theta - u_2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$$

$$\dot{x} = u_1 \cos\theta - u_2 \sin\theta \quad \text{---(46)}$$

La velocidad en el eje **Y** está dada por la siguiente expresión.

$$\dot{y} = u_1 \sin\theta + u_2 \sin\beta$$

$$\dot{y} = u_1 \sin\theta + u_2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$$

$$\dot{y} = u_1 \sin\theta + u_2 \cos\theta \quad \text{---(47)}$$

La componente de velocidad angular está dada por la siguiente expresión.

$$\dot{\theta} = u_3 \quad \text{---(48)}$$

Una vez obtenidas estas expresiones y siguiendo la misma metodología que se usó para el robot tipo diferencial, es necesario encontrar una transformación que mapee trayectorias de velocidad en trayectorias de posición y orientación en el plano cartesiano, la figura 27 muestra el esquema general de control.

$$[u_1(t), u_2(t), u_3(t)] \rightarrow [X(t), Y(t), \theta(t)] \quad \text{---(49)}$$

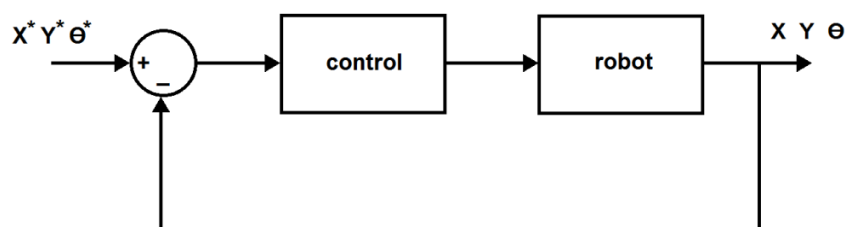


Figura 27 Sistema de control por retroalimentación de estados.

Diseño del Modelo de Control Estático del Robot Omnidireccional de 3 ruedas.

Nuevamente tomando la técnica de control por retroalimentación de estados, se deriva la entradas tantas veces como sea necesario hasta encontrar las variables de entrada a controlar.

Se nombra a **H** como el vector de salidas, cuya representación es mostrada en la expresión (50).



$$H = [x, y, \theta]^T \quad \text{---(50)}$$

Seguendo con el procedimiento para hallar una solución, se procede a derivar el vector \mathbf{H} .

$$h_1 = x; \quad \dot{h}_1 = \dot{x}$$

$$h_2 = y; \quad \dot{h}_2 = \dot{y}$$

$$h_3 = \theta; \quad \dot{h}_3 = \dot{\theta}$$

Recordando las expresiones (46), (47) y (48) se tiene que:

$$\dot{h}_1 = \dot{x} = u_1 \cos \theta - u_2 \sin \theta$$

$$\dot{h}_2 = \dot{y} = u_1 \sin \theta + u_2 \cos \theta$$

$$\dot{h}_3 = \dot{\theta} = u_3$$

Reagrupando estos tres términos en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \\ \dot{h}_3 \end{bmatrix} = [A] \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad \text{---(51)}$$

De la expresión anterior, la matriz \mathbf{A} esta dada por:

$$[A] = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Se puede invertir la matriz \mathbf{A} mostrada en la expresión (51) con el fin de obtener los controles \mathbf{u}_1 , \mathbf{u}_2 y \mathbf{u}_3 :

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = [A]^{-1} \begin{bmatrix} \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \\ \dot{h}_3 \end{bmatrix} \quad \text{---(52)}$$

Al obtener la matriz inversa de \mathbf{A} , se tiene:

$$[A]^{-1} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Por lo tanto la expresión (52) se reescribe de la siguiente manera.

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \\ \dot{h}_3 \end{bmatrix} \quad \text{---(53)}$$

Es necesario hacer uso de variables auxiliares, con el fin de poder linealizar el sistema de control.

$$\dot{h}_1 = v_1$$

$$\dot{h}_2 = v_2$$

$$\dot{h}_3 = v_3$$



Reescribiendo la expresión (53)

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \quad \text{---(54)}$$

Esto significa que

$$u_1 = v_1 \cos\theta + v_2 \sin\theta \quad \text{---(55)}$$

$$u_2 = -v_1 \sin\theta + v_2 \cos\theta \quad \text{---(56)}$$

$$u_3 = v_3 \quad \text{---(57)}$$

Sin embargo, aun hace falta determinar que representa v_1 y v_2 y v_3 .

Retomando las expresiones (46) , (47) y (48).

$$\begin{aligned} \dot{x} &= u_1 \cos\theta - u_2 \sin\theta \\ \dot{x} &= (v_1 \cos\theta + v_2 \sin\theta) \cos\theta - (-v_1 \sin\theta + v_2 \cos\theta) \sin\theta \\ \dot{x} &= v_1 \cos^2\theta + v_2 \sin\theta \cos\theta + v_1 \sin^2\theta - v_2 \sin\theta \cos\theta \\ \dot{x} &= v_1 \quad \text{---(58)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{y} &= u_1 \sin\theta + u_2 \cos\theta \\ \dot{y} &= (v_1 \cos\theta + v_2 \sin\theta) \sin\theta + (-v_1 \sin\theta + v_2 \cos\theta) \cos\theta \\ \dot{y} &= v_1 \sin\theta \cos\theta + v_2 \sin^2\theta - v_1 \sin\theta \cos\theta + v_2 \cos^2\theta \\ \dot{y} &= v_2 \quad \text{---(59)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= u_3 \\ \dot{\theta} &= v_3 \quad \text{---(60)} \end{aligned}$$

Se propone que para linealizar el sistema \mathbf{V}_1 , \mathbf{V}_2 y \mathbf{V}_3 sean de la siguiente manera.

$$v_1 = \dot{x}_d + x_d - x \quad \text{---(61)}$$

$$v_2 = \dot{y}_d + y_d - y \quad \text{---(62)}$$

$$v_3 = \dot{\theta}_d + \theta_d - \theta \quad \text{---(63)}$$

En donde los subíndices d hacen referencia a valores deseados.

Sustituyendo las expresiones (61), (62) y (63) en las expresiones (58), (59) y (60).

$$\dot{x} = \dot{x}_d + x_d - x \quad \text{---(64)}$$

$$\dot{y} = \dot{y}_d + y_d - y \quad \text{---(65)}$$

$$\dot{\theta} = \dot{\theta}_d + \theta_d - \theta \quad \text{---(66)}$$



Reagrupando términos se obtienen las siguientes expresiones.

$$\dot{x}_d - \dot{x} + x_d - x = 0 \quad \text{---(67)}$$

$$\dot{y}_d - \dot{y} + y_d - y = 0 \quad \text{---(68)}$$

$$\dot{\theta}_d - \dot{\theta} + \theta_d - \theta = 0 \quad \text{---(69)}$$

Recordando que los subíndices d denotan valores deseados, el coeficiente e representa un error y las constantes k_1 y k_2 son las ganancias del control; las expresiones (67), (68) y (69) se pueden reescribir de la siguiente manera.

$$k_1 \dot{e}_x + k_2 e_x = 0 \quad \text{---(70)}$$

$$k_1 \dot{e}_y + k_2 e_y = 0 \quad \text{---(71)}$$

$$k_1 \dot{e}_\theta + k_2 e_\theta = 0 \quad \text{---(72)}$$

Análisis de la Odometría del Robot Móvil Omnidireccional de 3 ruedas.

A través de la odometría se realiza una estimación de la posición del robot móvil en el plano cartesiano, para ello se usa información como la rotación de las ruedas y algunos parámetros físicos presentes en el robot móvil.

El conjunto de ecuaciones que relaciona a las velocidades lineales y angular con la odometría del robot móvil es el mostrado en la expresión (73).

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad \text{---(73)}$$

Donde T está dada por:

$$[T] = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} -\sin\delta & \cos\delta & L \\ -\cos\delta & -\sin\delta & L \\ 1 & 0 & L \end{bmatrix} \quad \text{---(74)}$$

Para poder realizar el desarrollo es necesario recurrir a la ecuación de movimiento de cuerpos rígidos.

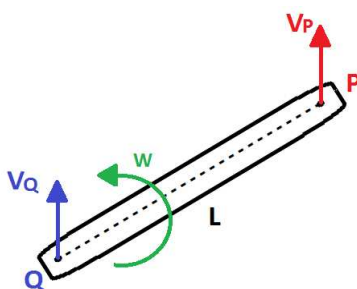


Figura 28 Diagrama de velocidades de un cuerpo rígido.

De la figura 28, tomando en cuenta el punto P , el punto Q y considerando que el elemento de longitud L rota sobre el punto Q al mismo tiempo que el punto Q presenta una velocidad lineal, la velocidad en el punto P está dada por la siguiente expresión.

$$V_P = V_Q + W \times L \quad \text{---(75)}$$

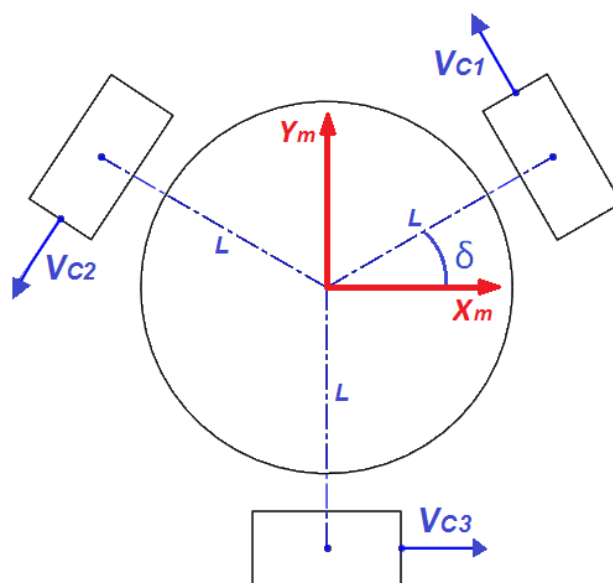


Figura 29 Componentes de velocidad de las ruedas del robot móvil omnidireccional de 3 ejes.

Tomando en cuenta la velocidad angular de cada una de las ruedas se tienen las siguientes expresiones:

$$V_{C1} = V_{O1} + w_1 \times r_{C1/O1} \quad \text{---(76)}$$

$$V_{C2} = V_{O2} + w_2 \times r_{C2/O2} \quad \text{---(77)}$$

$$V_{C3} = V_{O3} + w_3 \times r_{C3/O3} \quad \text{---(78)}$$

Considerando que entre las ruedas y el piso no existe deslizamiento, es decir, $V_{O1} = V_{O2} = V_{O3} = 0$ y que además el radio de las ruedas es el mismo, es decir, $r_{C1/O1} = r_{C2/O2} = r_{C3/O3} = r$.

Las expresiones (76),(77) y (78) se reescriben de la siguiente manera.

$$V_{C1} = w_1 \times r \quad \text{---(79)}$$

$$V_{C2} = w_2 \times r \quad \text{---(80)}$$

$$V_{C3} = w_3 \times r \quad \text{---(81)}$$

Como se aprecia en la figura 29, el robot móvil presenta un sistema de referencia propio, denotado por las componentes X_m y Y_m .

Si se traspone el sistema de coordenadas del robot móvil sobre las ruedas **1** y **2** se obtienen los siguientes pares de expresiones.

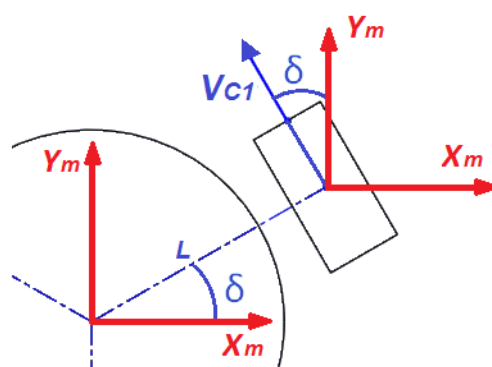


Figura 30 Componentes de velocidad rueda 1.

De acuerdo con la figura 30.

$$\dot{X}_m = -V_{C1} \sin \delta \quad \text{---(82)}$$

$$\dot{Y}_m = V_{C1} \cos \delta \quad \text{---(83)}$$

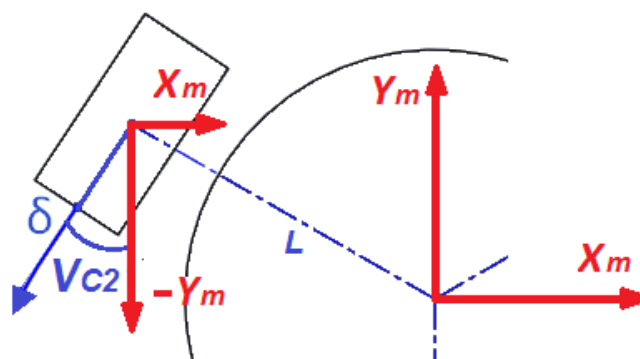


Figura 31 Componentes de velocidad rueda 2.



De acuerdo con la figura 31.

$$\dot{X}_m = -V_{C2} \sin \delta \quad \text{---(84)}$$

$$\dot{Y}_m = -V_{C2} \cos \delta \quad \text{---(85)}$$

De la figura 29 se puede verificar que V_{C3} está totalmente alineado con la componente de velocidad \dot{X}_m de modo que, tomando en cuenta la velocidad angular propia del robot móvil, se obtienen las siguientes expresiones

$$V_{C1} = L \times \dot{\theta} + V_1 \quad \text{---(86)}$$

$$V_{C2} = L \times \dot{\theta} + V_2 \quad \text{---(87)}$$

$$V_{C3} = L \times \dot{\theta} + \dot{X}_m \quad \text{---(88)}$$

En donde cabe mencionar que V_1 y V_2 son las componentes U_1 y U_2 mostradas en la figura 25.

Sin embargo es necesario que todo quede expresado en términos de \dot{X}_m y \dot{Y}_m .

Haciendo uso de las expresiones (82) y (83), la componente de velocidad V_1 se puede expresar de la siguiente manera.

$$\begin{aligned} V_1 &= V_1 \sin^2 \delta + V_1 \cos^2 \delta \\ V_1 &= (V_1 \sin \delta) \sin \delta + (V_1 \cos \delta) \cos \delta \\ V_1 &= -\dot{X}_m \sin \delta + \dot{Y}_m \cos \delta \quad \text{---(89)} \end{aligned}$$

Haciendo uso de las expresiones (84) y (85), la componente de velocidad V_2 se puede expresar de la siguiente manera.

$$\begin{aligned} V_2 &= V_2 \sin^2 \delta + V_2 \cos^2 \delta \\ V_2 &= (V_2 \sin \delta) \sin \delta + (V_2 \cos \delta) \cos \delta \\ V_2 &= -\dot{X}_m \sin \delta - \dot{Y}_m \cos \delta \quad \text{---(90)} \end{aligned}$$

Reescribiendo las expresiones (86), (87) y (88), se tiene lo siguiente.

$$V_{C1} = L \times \dot{\theta} - \dot{X}_m \sin \delta + \dot{Y}_m \cos \delta \quad \text{---(91)}$$

$$V_{C2} = L \times \dot{\theta} - \dot{X}_m \sin \delta - \dot{Y}_m \cos \delta \quad \text{---(92)}$$

$$V_{C3} = L \times \dot{\theta} + \dot{X}_m \quad \text{---(93)}$$

Ahora es posible sustituir el valor de V_{C1} , V_{C2} y V_{C3} de las expresiones (79), (80) y (81) en el conjunto de expresiones (90), (91) y (92) de la siguiente manera.

$$w_1 \times r = L \times \dot{\theta} - \dot{X}_m \sin \delta + \dot{Y}_m \cos \delta \quad \text{---(94)}$$

$$w_2 \times r = L \times \dot{\theta} - \dot{X}_m \sin \delta - \dot{Y}_m \cos \delta \quad \text{---(95)}$$

$$w_3 \times r = L \times \dot{\theta} + \dot{X}_m \quad \text{---(96)}$$



Si este conjunto de ecuaciones se expresa en forma matricial se tiene lo siguiente.

$$r \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin\delta & \cos\delta & L \\ -\cos\delta & -\sin\delta & L \\ 1 & 0 & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X}_m \\ \dot{Y}_m \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad \text{---(97)}$$

De donde es posible obtener las velocidades angulares de cada una de las ruedas. Esto se muestra en la siguiente expresión.

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} -\sin\delta & \cos\delta & L \\ -\cos\delta & -\sin\delta & L \\ 1 & 0 & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X}_m \\ \dot{Y}_m \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad \text{---(98)}$$

Dado que \dot{X}_m y \dot{Y}_m son vectores de velocidad situados sobre el robot móvil, es necesario encontrar una relación con el sistema global de coordenadas.

Para ello, recordamos la expresión (51).

$$\begin{bmatrix} \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \\ \dot{h}_3 \end{bmatrix} = [A] \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad \text{---(51)}$$

De donde se sabe lo siguiente.

$$\begin{array}{ll} \dot{h}_1 = \dot{X} & u_1 = \dot{X}_m \\ \dot{h}_2 = \dot{Y} & u_2 = \dot{Y}_m \\ \dot{h}_3 = \dot{\theta} & u_3 = \dot{\theta} \end{array} \quad [A] = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Por lo tanto la expresión (51, mostrada en esta misma página) se reescribe como sigue.

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X}_m \\ \dot{Y}_m \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad \text{---(99)}$$

De la expresión (97) se pueden obtener los valores de las componentes de velocidad del robot móvil en función de las velocidades angulares de cada una de las ruedas de la siguiente manera.

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_m \\ \dot{Y}_m \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = r \begin{bmatrix} -\sin\delta & \cos\delta & L \\ -\cos\delta & -\sin\delta & L \\ 1 & 0 & L \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} \quad \text{---(100)}$$

Finalmente es posible sustituir la expresión (100) en la expresión (99), con el fin de obtener lo siguiente.

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = r * \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\sin\delta & \cos\delta & L \\ -\cos\delta & -\sin\delta & L \\ 1 & 0 & L \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} \quad \text{---(101)}$$

El diagrama de control se muestra en la figura 32.

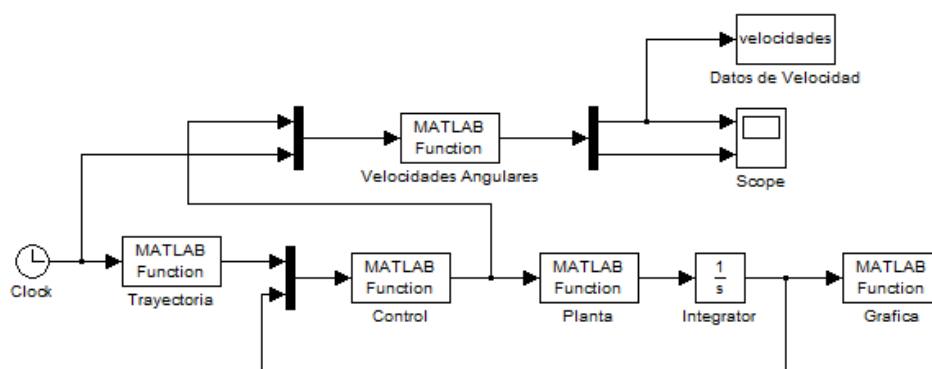


Figura 32 Sistema de control para el robot móvil omnidireccional de 3 ruedas.

En el bloque **trayectoria**, se encuentra el código necesario para generar la trayectoria circular del robot móvil. En este bloque la entrada es una variable de tiempo, proveniente del bloque **Clock** y la salida son las variables x^d, y^d, θ^d .

El bloque **Control**, contiene el código necesario para obtener el resultado mostrado en las ecuaciones (55), (56) y (57). En este bloque las entradas son las variables de posición y orientación deseadas y las variables de velocidad deseadas, mientras que las salidas son los controles U_1, U_2 y la orientación U_3 .

El bloque **planta**, es usado para obtener las variables auxiliares v_1, v_2 y v_3 , es decir, el resultado mostrado en las ecuaciones (58), (59) y (60). En este bloque las entradas son los controles U_1, U_2 y la orientación U_3 , mientras que las salidas son las variables de velocidad en x, y y θ .

El bloque **integrator**, se emplea para integrar las salidas provenientes del bloque **planta**.

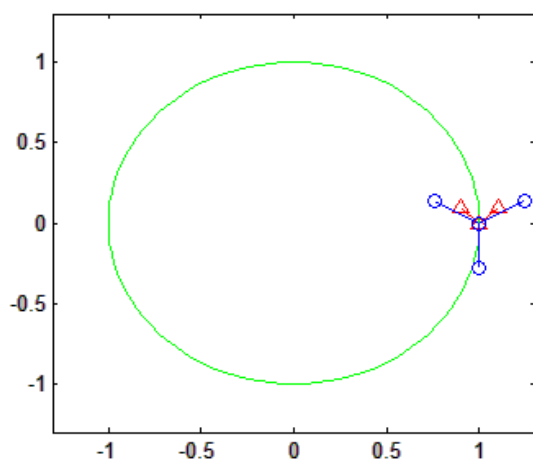
El bloque **Grafica**, muestra el resultado de la simulación, es decir la posición que tendrá el robot móvil en cada instante de tiempo durante la simulación.

El bloque **Velocidades Angulares**, se emplea para poder muestrear las velocidades angulares de cada una de las tres ruedas del robot móvil. Las entradas de este bloque son los controles U_1, U_2 , la orientación U_3 y una variable de tiempo proveniente del bloque **Clock**.

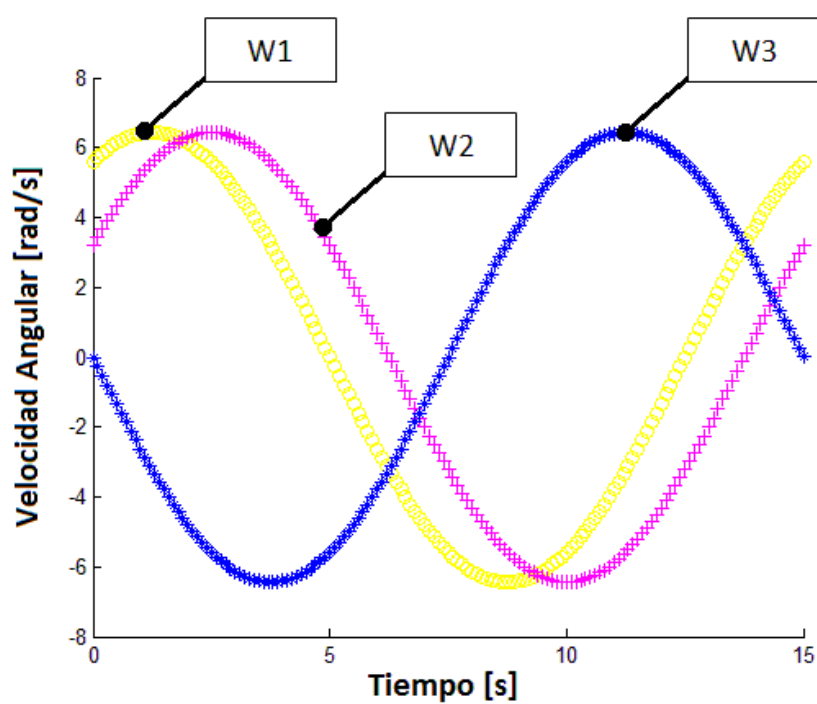
El bloque **Scope**, se usa para visualizar los datos provenientes del bloque **Velocidades Angulares**.

Finalmente, mediante el uso de SIMULINK® de MATLAB®, se obtienen las graficas de velocidades necesarias para cada una de las ruedas.

La figura 33 b) muestra los componentes de velocidad para cada una de las ruedas del robot móvil, las cuales, al igual que en el caso del robot móvil en configuración diferencial, son el resultado de una trayectoria circular, en la cual el robot móvil inicia en la posición (0,1) tal y como se aprecia en la figura 33 a).



a)



b)

Figura 33 Componentes de velocidad para el robot móvil de 3 ruedas.

CAPITULO 5. DESARROLLO DEL SISTEMA OMNIDIRECCIONAL DE 4 RUEDAS

Modelo del Robot Tipo Omnidireccional de 4 ruedas.

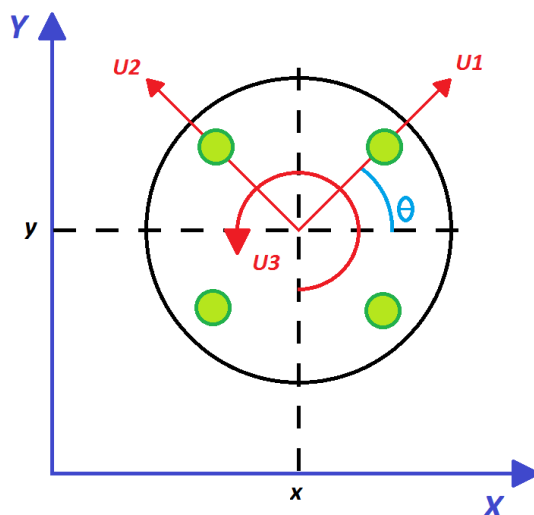


Figura 34 Componentes de velocidad lineal y angular.

Modelo Cinemático del Robot Omnidireccional de 4 Ruedas

El desarrollo del modelo para el robot omnidireccional de 4 ruedas es similar al que se presentó en el capítulo 4. En la figura 34 se puede observar que para el caso del robot omnidireccional se presentan dos componentes de velocidad lineal U_1 y U_2 , cuyos vectores son ortogonales entre sí, además se puede verificar la existencia de una velocidad angular U_3 .

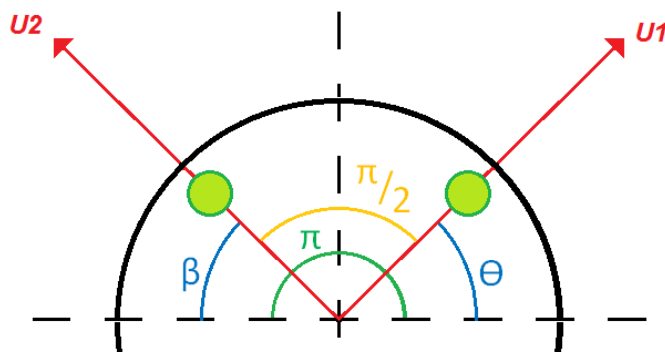


Figura 35 Determinación del ángulo β .

De la figura 35 se puede verificar lo siguiente:

$$\beta = \pi - \frac{\pi}{2} - \theta$$
$$\beta = \frac{\pi}{2} - \theta \quad \text{---(102)}$$

Siguiendo el mismo procedimiento mostrado en el capítulo 4 y haciendo uso de la imagen 35 se puede verificar que, la velocidad en el eje **X** está dada por la siguiente expresión.

$$\dot{x} = u_1 \cos \theta - u_2 \cos \beta$$
$$\dot{x} = u_1 \cos \theta - u_2 \cos \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right)$$
$$\dot{x} = u_1 \cos \theta - u_2 \sin \theta \quad \text{---(103)}$$

La velocidad en el eje **Y** está dada por la siguiente expresión.

$$\dot{y} = u_1 \sin \theta + u_2 \sin \beta$$
$$\dot{y} = u_1 \sin \theta + u_2 \sin \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right)$$
$$\dot{y} = u_1 \sin \theta + u_2 \cos \theta \quad \text{---(104)}$$

La componente de velocidad angular está dada por la siguiente expresión.

$$\dot{\theta} = u_3 \quad \text{---(105)}$$

El siguiente paso es encontrar una transformación que mapee trayectorias de velocidad en trayectorias de posición y orientación en el plano cartesiano, la figura 36 muestra el esquema general de control.

$$[u_1(t), u_2(t), u_3(t)] \rightarrow [X(t), Y(t), \theta(t)] \quad \text{---(106)}$$

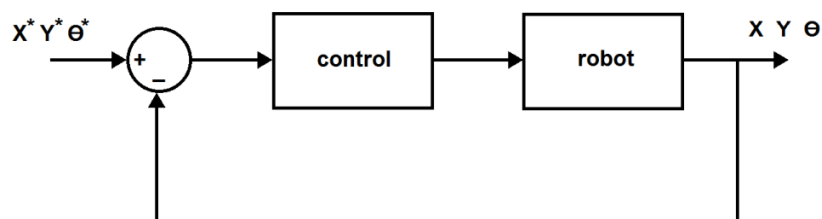


Figura 36 Sistema de control por retroalimentación de estados.



Diseño del Modelo de Control Estático del Robot Omnidireccional de 4 ruedas.

Nota: El sistema de control será el mismo que el que se empleo para el robot omnidireccional de 3 ruedas . El modelo cinemático no cambia por el número de ruedas; con el fin de comprobar lo mencionado anteriormente se realiza el desarrollo por completo.

Nuevamente tomando la técnica de control por retroalimentación de estados, se deriva la salidas tantas veces como sea necesario hasta encontrar las variables de entrada a controlar.

Se nombra a H como el vector de salidas, cuya representación es mostrada en la expresión (107).

$$H = [x, y, \theta]^T \quad \text{---(107)}$$

Siguiendo con el procedimiento para hallar una solución, se procede a derivar el vector H .

$$h_1 = x; \quad \dot{h}_1 = \dot{x}$$

$$h_2 = y; \quad \dot{h}_2 = \dot{y}$$

$$h_3 = \theta; \quad \dot{h}_3 = \dot{\theta}$$

Recordando las expresiones (102), (103) y (104) se tiene que:

$$\dot{h}_1 = \dot{x} = u_1 \cos \theta - u_2 \sin \theta$$

$$\dot{h}_2 = \dot{y} = u_1 \sin \theta + u_2 \cos \theta$$

$$\dot{h}_3 = \dot{\theta} = u_3$$

Reagrupando estos tres términos en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \\ \dot{h}_3 \end{bmatrix} = [A] \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad \text{---(108)}$$

De la expresión anterior, la matriz A esta dada por:

$$[A] = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Se puede invertir la matriz A mostrada en la expresión anterior con el fin de obtener los controles u_1 , u_2 y u_3 :

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = [A]^{-1} \begin{bmatrix} \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \\ \dot{h}_3 \end{bmatrix} \quad \text{---(109)}$$



Al obtener la matriz inversa de A , se tiene:

$$[A]^{-1} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Por lo tanto la expresión (108) se reescribe de la siguiente manera.

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \\ \dot{h}_3 \end{bmatrix} \quad \text{---(110)}$$

Es necesario hacer uso de variables auxiliares, con el fin de poder linealizar el sistema de control.

$$\begin{aligned} \dot{h}_1 &= v_1 \\ \dot{h}_2 &= v_2 \\ \dot{h}_3 &= v_3 \end{aligned}$$

Reescribiendo la expresión (110)

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \quad \text{---(111)}$$

Esto significa que

$$u_1 = v_1 \cos\theta + v_2 \sin\theta \quad \text{---(112)}$$

$$u_2 = -v_1 \sin\theta + v_2 \cos\theta \quad \text{---(113)}$$

$$u_3 = v_3 \quad \text{---(114)}$$

Sin embargo, aun hace falta determinar que representa v_1 y v_2 y v_3 .

Retomando las expresiones (103), (104) y (105).

$$\begin{aligned} \dot{x} &= u_1 \cos\theta - u_2 \sin\theta \\ \dot{x} &= (v_1 \cos\theta + v_2 \sin\theta) \cos\theta - (-v_1 \sin\theta + v_2 \cos\theta) \sin\theta \\ \dot{x} &= v_1 \cos^2\theta + v_2 \sin\theta \cos\theta + v_1 \sin^2\theta - v_2 \sin\theta \cos\theta \\ \dot{x} &= v_1 \quad \text{---(115)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{y} &= u_1 \sin\theta + u_2 \cos\theta \\ \dot{y} &= (v_1 \cos\theta + v_2 \sin\theta) \sin\theta + (-v_1 \sin\theta + v_2 \cos\theta) \cos\theta \\ \dot{y} &= v_1 \sin\theta \cos\theta + v_2 \sin^2\theta - v_1 \sin\theta \cos\theta + v_2 \cos^2\theta \\ \dot{y} &= v_2 \quad \text{---(116)} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\dot{\theta} &= u_3 \\ \dot{\theta} &= v_3\end{aligned}\quad \text{---(117)}$$

Se propone que para v_1 , v_2 y v_3 la expresión sea de la siguiente manera.

$$v_1 = \dot{x}_d + x_d - x \quad \text{---(118)}$$

$$v_2 = \dot{y}_d + y_d - y \quad \text{---(119)}$$

$$v_3 = \dot{\theta}_d + \theta_d - \theta \quad \text{---(120)}$$

En donde los subíndices d hacen referencia a los valores deseados.

Sustituyendo las expresiones (118), (119) y (120) en las expresiones (115), (116) y (117).

$$\dot{x} = \dot{x}_d + x_d - x \quad \text{---(121)}$$

$$\dot{y} = \dot{y}_d + y_d - y \quad \text{---(122)}$$

$$\dot{\theta} = \dot{\theta}_d + \theta_d - \theta \quad \text{---(123)}$$

Reagrupando términos se obtienen las siguientes expresiones.

$$\dot{x}_d - \dot{x} + x_d - x = 0 \quad \text{---(124)}$$

$$\dot{y}_d - \dot{y} + y_d - y = 0 \quad \text{---(125)}$$

$$\dot{\theta}_d - \dot{\theta} + \theta_d - \theta = 0 \quad \text{---(126)}$$

Recordando que los subíndices d denotan valores deseados, el coeficiente e representa un error y las constantes k_1 y k_2 son las ganancias del control; las expresiones (124), (125) y (126) se pueden reescribir de la siguiente manera.

$$k_1 e_x + k_2 e_x = 0 \quad \text{---(127)}$$

$$k_1 e_y + k_2 e_y = 0 \quad \text{---(128)}$$

$$k_1 e_\theta + k_2 e_\theta = 0 \quad \text{---(129)}$$

Análisis de la Odometría del Robot Móvil Omnidireccional de 4 ruedas.

El conjunto de ecuaciones que relaciona a las velocidades lineales y angular con la odometría del robot móvil es el mostrado en la expresión (130).

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad \text{---(130)}$$

Donde T está dada por:

$$[T] = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} -\sin \alpha_1 & \cos \alpha_1 & L \\ -\sin \alpha_2 & \cos \alpha_2 & L \\ -\sin \alpha_3 & \cos \alpha_3 & L \\ -\sin \alpha_4 & \cos \alpha_4 & L \end{bmatrix} \quad \text{---(131)}$$

Para poder realizar el desarrollo es necesario recurrir una vez más a la ecuación de movimiento de cuerpos rígidos.

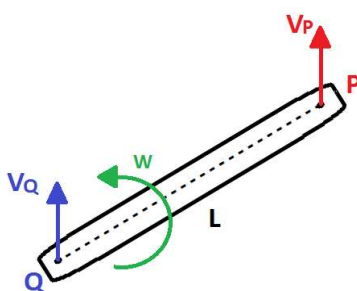


Figura 37 Diagrama de velocidades de un cuerpo rígido.

De la figura 37, tomando en cuenta el punto P, el punto Q y considerando que el elemento de longitud L rota sobre el punto Q al mismo tiempo que el punto Q presenta una velocidad lineal, la velocidad en el punto P está dada por la siguiente expresión.

$$V_P = V_Q + W \times L \quad \text{---(132)}$$

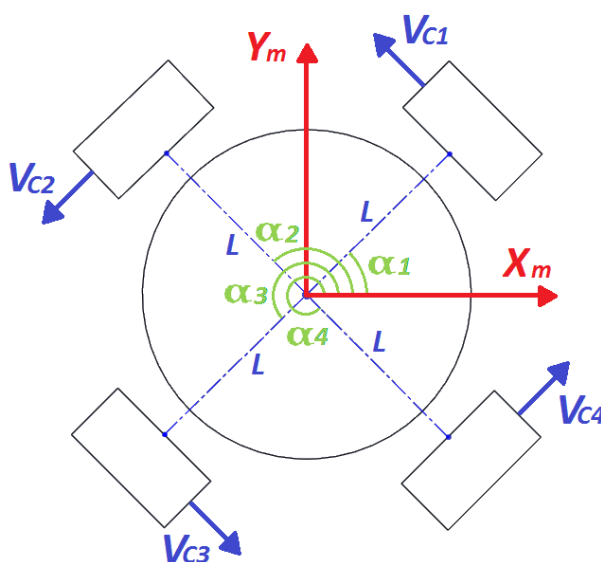


Figura 38 Componentes de velocidad de las ruedas del robot móvil omnidireccional de 4 ejes.

Tomando la figura 38 y considerando la velocidad angular de cada una de las ruedas se tienen las siguientes expresiones:

$$V_{C1} = V_{O1} + w_1 \times r_{C1/O1} \quad \text{---(133)}$$

$$V_{C2} = V_{O2} + w_2 \times r_{C2/O2} \quad \text{---(134)}$$

$$V_{C3} = V_{O3} + w_3 \times r_{C3/O3} \quad \text{---(135)}$$

$$V_{C4} = V_{O4} + w_4 \times r_{C4/O4} \quad \text{---(136)}$$

Considerando que entre las ruedas y el piso no existe deslizamiento, esto significa que , $V_{O1} = V_{O2} = V_{O3} = V_{O4} = 0$ y si el radio de las ruedas es el mismo para cada una de ellas, $r_{C1/O1} = r_{C2/O2} = r_{C3/O3} = r_{C4/O4} = r$.

Las expresiones (133), (134), (135) y (136) se reescriben de la siguiente manera.

$$V_{C1} = w_1 \times r \quad \text{---(137)}$$

$$V_{C2} = w_3 \times r \quad \text{---(138)}$$

$$V_{C3} = w_3 \times r \quad \text{---(149)}$$

$$V_{C4} = w_3 \times r \quad \text{---(140)}$$

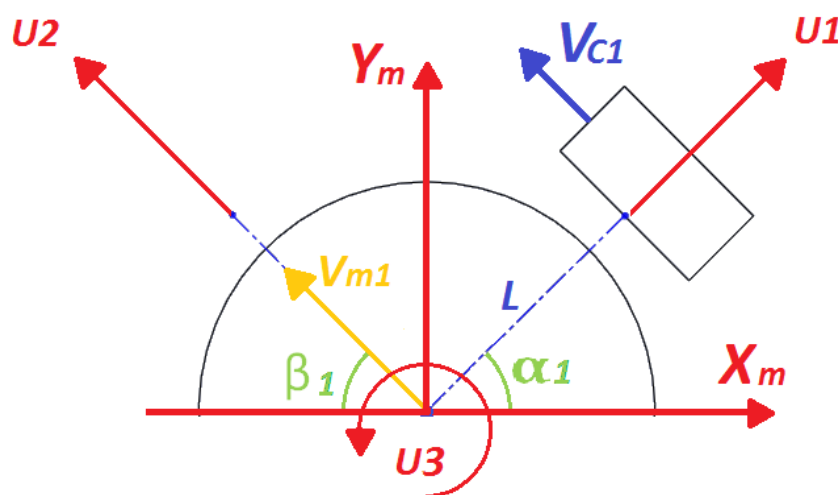


Figura 39 Componentes de velocidad para la rueda 1.

Haciendo uso de la ecuación de cuerpo rígido y de la figura 39 se puede obtener lo siguiente:

$$V_{C1} = V_{m1} + U_3 \times L$$



Sin embargo, la componente V_{m1} puede expresarse en términos de \mathbf{U}_1 y \mathbf{U}_2 de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} V_{C1} &= [U_2 \cos \beta_1 - U_1 \cos \alpha_1] + U_3 \times L \\ V_{C1} &= [U_2 \cos \beta_1 - U_1 \cos (\pi - \frac{\pi}{2} - \beta_1)] + U_3 \times L \\ V_{C1} &= [U_2 \cos \beta_1 - U_1 \sin \beta_1] + U_3 \times L \\ V_{C1} &= -U_1 \sin \beta_1 + U_2 \cos \beta_1 + U_3 \times L \quad \text{---(141)} \end{aligned}$$

La expresión (141) es válida sí y solo sí se cumple lo siguiente:

$$|\beta| = |\alpha|$$

Lo cual es cierto, dado que los vectores \mathbf{U}_1 y \mathbf{U}_2 son ortogonales entre sí, es decir, forman un ángulo recto entre ellos, además de que todas las ruedas se encuentran situadas a la misma separación angular.

El desarrollo para el resto de las ruedas es similar, de modo que las expresiones para cada una de ellas queda de la siguiente manera:

$$V_{C2} = -U_1 \sin \beta_2 + U_2 \cos \beta_2 + U_3 \times L \quad \text{---(142)}$$

$$V_{C3} = -U_1 \sin \beta_3 + U_2 \cos \beta_3 + U_3 \times L \quad \text{---(143)}$$

$$V_{C4} = -U_1 \sin \beta_4 + U_2 \cos \beta_4 + U_3 \times L \quad \text{---(144)}$$

El siguiente paso es sustituir las ecuaciones (137), (138), (139) y (140) en las expresiones (141), (142), (143) y (144).

$$w_1 \times r = -U_1 \sin \alpha_1 + U_2 \cos \alpha_1 + U_3 \times L \quad \text{---(145)}$$

$$w_2 \times r = -U_1 \sin \alpha_2 + U_2 \cos \alpha_2 + U_3 \times L \quad \text{---(146)}$$

$$w_3 \times r = -U_1 \sin \alpha_3 + U_2 \cos \alpha_3 + U_3 \times L \quad \text{---(147)}$$

$$w_4 \times r = -U_1 \sin \alpha_4 + U_2 \cos \alpha_4 + U_3 \times L \quad \text{---(148)}$$

Estas últimas ecuaciones pueden ser expresadas en forma matricial.

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} -\sin \alpha_1 & \cos \alpha_1 & L \\ -\sin \alpha_2 & \cos \alpha_2 & L \\ -\sin \alpha_3 & \cos \alpha_3 & L \\ -\sin \alpha_4 & \cos \alpha_4 & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} \quad \text{---(149)}$$

El diagrama de control se muestra en la figura 40.

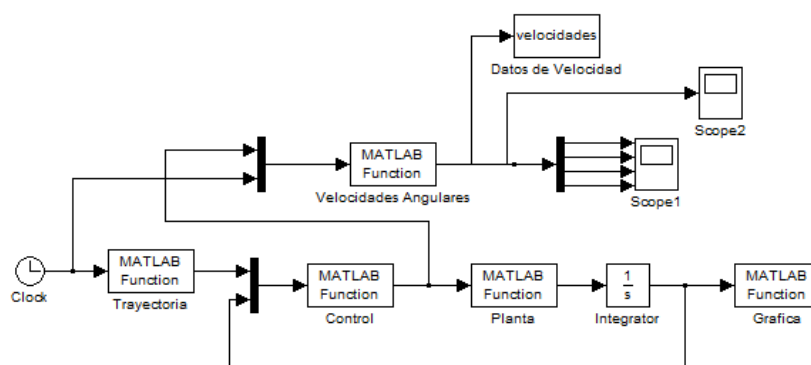


Figura 40 Sistema de control para el robot móvil omnidireccional de 4 ruedas.

En el bloque **trayectoria**, se encuentra el código necesario para generar la trayectoria circular del robot móvil. En este bloque la entrada es una variable de tiempo, proveniente del bloque **Clock** y la salida son las variables x^d , y^d , θ^d .

El bloque **Control**, contiene el código necesario para obtener el resultado mostrado en las ecuaciones (110), (111) y (112). En este bloque las entradas son las variables de posición y orientación deseadas y las variables de velocidad deseadas, mientras que las salidas son los controles U_1 , U_2 y la orientación U_3 .

El bloque **planta**, es usado para obtener las variables auxiliares v_1 , v_2 y v_3 , es decir, el resultado mostrado en las ecuaciones (113), (114) y (115). En este bloque las entradas son los controles U_1 , U_2 y la orientación U_3 , mientras que las salidas son las variables de velocidad en x , y y θ .

El bloque **integrator**, se emplea para integrar las salidas provenientes del bloque **planta**.

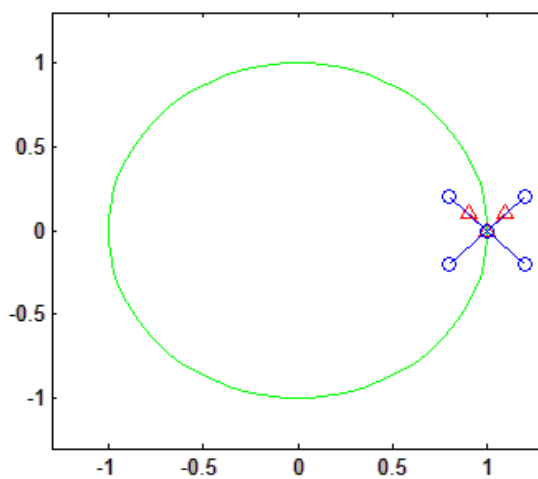
El bloque **Grafica**, muestra el resultado de la simulación, es decir la posición que tendrá el robot móvil en cada instante de tiempo durante la simulación.

El bloque **Velocidades Angulares**, se emplea para poder muestrear las velocidades angulares de cada una de las cuatro ruedas del robot móvil. Las entradas de este bloque son los controles U_1 , U_2 , la orientación U_3 y una variable de tiempo proveniente del bloque **Clock**.

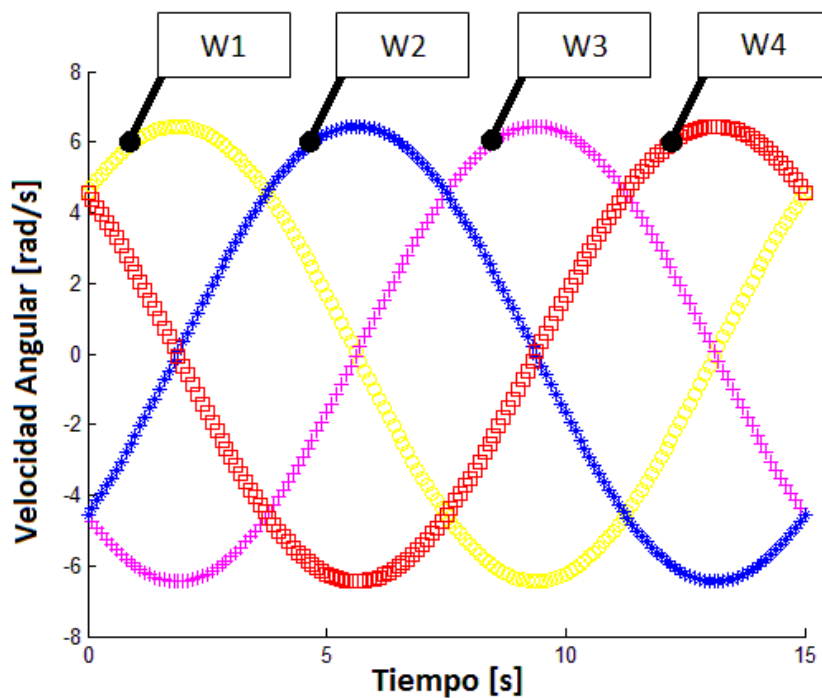
Los bloques **Scope**, se usa para visualizar los datos provenientes del bloque **Velocidades Angulares**. El bloque **Scope1** muestra los datos de velocidad de cada una de las ruedas de manera independiente mientras que el bloque **Scope2** muestra los mismos datos en conjunto y en una misma gráfica.

Finalmente, mediante el uso de SIMULINK® de MATLAB®, se obtienen las gráficas de velocidades necesarias para cada una de las ruedas.

En la figura 41 b) se muestran los componentes de velocidad angular para cada una de las ruedas del robot móvil, las cuales, al igual que en los dos casos anteriores (configuración diferencial y configuración omnidireccional de 3 ruedas), son el resultado de una trayectoria circular, en la cual el robot móvil inicia en la posición (1,0) tal y como se aprecia en la figura 41 a).



a)



b)

Figura 41 Componentes de velocidad para el robot móvil de 4 ruedas.



Sistema de retroalimentación.

Con el propósito de obtener el sistema de retroalimentación, es necesario hallar la relación inversa de la ecuación (129), de tal modo que conociendo la rotación de cada una de las ruedas se pueda estimar la posición del robot móvil.

Recordando la expresión de la ecuación (130):

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad \text{---(130)}$$

Donde T está dada por:

$$[T] = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} -\sin \alpha_1 & \cos \alpha_1 & L \\ -\sin \alpha_2 & \cos \alpha_2 & L \\ -\sin \alpha_3 & \cos \alpha_3 & L \\ -\sin \alpha_4 & \cos \alpha_4 & L \end{bmatrix} \quad \text{---(131)}$$

La expresión para la relación inversa es la siguiente:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = [T]^{-1} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \end{bmatrix} \quad \text{---(150)}$$

Como se puede observar, la matriz T no es cuadrada, lo cual significa que la obtención de su inversa no es posible obtenerla mediante el uso del método de las determinantes, debido a esto es necesario recurrir al método de la pseudoinversa[8].

Para la matriz inversa de T, se usará la pseudoinversa por la izquierda pues la matriz T contiene un mayor número de filas que de columnas.

Se puede obtener la matriz M de la siguiente manera:

$$M = T' \cdot T \quad \text{---(151)}$$

Recordando que la dimensión de la matriz T es 4x3, la matriz traspuesta de T tendrá dimensión 3x4, de modo que la matriz M resulta ser cuadrada y de dimensión 3x3.

$$T'_{(3 \times 4)} T_{(4 \times 3)} = M_{(3 \times 3)}$$

De este modo, si el determinante de la matriz M es diferente a cero, es posible calcular su inversa.

Retomando la expresión (151) y multiplicando por la izquierda por la inversa de M:

$$M^{-1} \cdot M = M^{-1} \cdot T' \cdot T = I \quad \text{---(152)}$$



De la expresión (152) se puede verificar lo siguiente:

$$M^{-1} \cdot T' \cdot T = I = L \cdot T$$
$$L = M^{-1} \cdot T' \quad \text{---(153)}$$

En donde L resulta ser la pseudoinversa de la matriz T.

Para este caso en particular, obtener la pseudoinversa de la matriz T resulta ser un cálculo bastante amplio, sin embargo, se puede observar que todos los parámetros de esta matriz son constantes, por ello se usan los valores numéricos de cada uno de los parámetros de dicha matriz, los cuales se muestran a continuación.

$$\alpha_1 = \frac{\pi}{4} \quad \alpha_2 = 3 * \frac{\pi}{4} \quad \alpha_3 = 5 * \frac{\pi}{4} \quad \alpha_4 = 7 * \frac{\pi}{4}$$
$$L = 0.15 \quad r = 0.065$$

Haciendo uso de estos valores numéricos, la matriz T queda de la siguiente manera:

$$[T] = \begin{bmatrix} -10.8786 & 10.8786 & 2.3077 \\ -10.8786 & -10.8786 & 2.3077 \\ 10.8786 & -10.8786 & 2.3077 \\ 10.8786 & 10.8786 & 2.3077 \end{bmatrix}$$

Y la pseudoinversa de T queda como sigue:

$$[T]^{-1} = \begin{bmatrix} -0.0230 & -0.0230 & 0.0230 & 0.0230 \\ 0.0230 & -0.0230 & -0.0230 & 0.0230 \\ 0.1083 & 0.1083 & 0.1083 & 0.1083 \end{bmatrix}$$

Ahora es posible reescribir la expresión (149), quedando de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0230 & -0.0230 & 0.0230 & 0.0230 \\ 0.0230 & -0.0230 & -0.0230 & 0.0230 \\ 0.1083 & 0.1083 & 0.1083 & 0.1083 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \end{bmatrix} \quad \text{---(154)}$$

Recordemos la expresión (108), la cual presenta la relación existente entre los controles U_1 , U_2 y U_3 con las variables \dot{x} , \dot{y} y $\dot{\theta}$.

$$\begin{bmatrix} \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \\ \dot{h}_3 \end{bmatrix} = [A] \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad \text{---(108)}$$

En donde la matriz A esta definida de la siguiente manera:

$$[A] = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Ahora podemos sustituir la ecuación (154) en la ecuación (108) quedando de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \\ \dot{h}_3 \end{bmatrix} = [A] \begin{bmatrix} -0.0230 & -0.0230 & 0.0230 & 0.0230 \\ 0.0230 & -0.0230 & -0.0230 & 0.0230 \\ 0.1083 & 0.1083 & 0.1083 & 0.1083 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \\ \dot{h}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.0230 & -0.0230 & 0.0230 & 0.0230 \\ 0.0230 & -0.0230 & -0.0230 & 0.0230 \\ 0.1083 & 0.1083 & 0.1083 & 0.1083 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \end{bmatrix} \quad \text{---(155)}$$

El último paso es integrar los valores obtenidos en la ecuación (155) con el objetivo de obtener los valores de posición y orientación del robot móvil en función de la velocidad angular de cada una de las ruedas.



CAPITULO 6. SELECCIÓN DE COMPONENTES.

Componentes Electrónicos

Recopilar información de la aplicación.

El dispositivo a seleccionar se utilizara para realizar el control para los motores del robot móvil tipo omnidireccional de 4 ejes.

Definir y decidir cuáles son los factores que influyen.

- Costo
- Disponibilidad
- Dimensiones
- Nivel de programación
- Módulos de control.

Establecer los límites aceptables de esos factores.

- Fácil adquisición en caso de una reposición.
- Área no mayor al 50% de la superficie del robot móvil.
- Fácil acceso a *software* y *hardware*.
- Mínimo 8 entradas y 8 salidas digitales.

Recabar información de los principales proveedores.

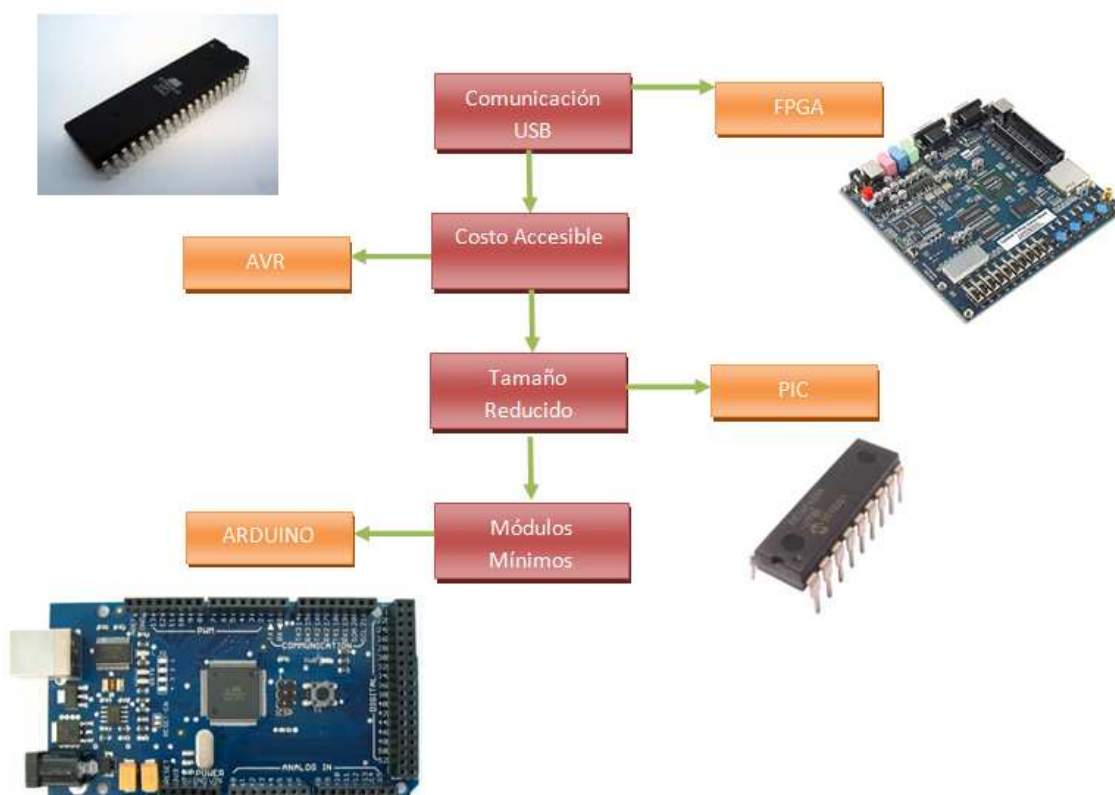
Chips programables disponibles en los siguientes lugares:

- AG electrónica.
- Internet
- ROBODACTA
- República del Salvador, col. centro.

Seleccionar el componente que reúna las mejores características.

Tabla 9 Características de los componentes electrónicos programables.

TIPO	DESCRIPCIÓN
AVR	El AVR es una CPU de arquitectura Harvard. Tiene 32 registros de 8 bits. Algunas instrucciones sólo operan en un subconjunto de estos registros. La concatenación de los 32 registros, los registros de entrada/salida y la memoria de datos conforman un espacio de direcciones unificado, al cual se accede a través de operaciones de carga/almacenamiento.
PIC	El PIC usa un juego de instrucciones tipo RISC, cuyo número puede variar desde 35 para PIC's de gama baja a 70 para los de gama alta. Las instrucciones se clasifican entre las que realizan operaciones entre el acumulador y una constante, entre el acumulador y una posición de memoria, instrucciones de condicionamiento y de salto/retorno, implementación de interrupciones y una para pasar a modo de bajo consumo llamada <i>sleep</i> .
ARDUINO	Arduino es una plataforma de electrónica abierta para la creación de prototipos basada en <i>software</i> y hardware flexibles y fáciles de usar.
FPGA	Son dispositivos lógicos de propósito general programable por los usuarios, compuesto de bloques lógicos comunicados por conexiones programables.



Ruta de decisión 5 Componentes electrónicos para programar el control del robot móvil omnidireccional.



De la ruta de decisión 5 se ha elegido a los micro controladores de la familia ARDUINO pues son quienes cumplen con la mayoría de las características delimitadas en los puntos anteriores.

La familia de micro controladores ARDUINO resulta ser extremadamente extensa, es por ello que se eligiera aquel que cumpla con las características requeridas, tomando en cuenta la disponibilidad de estas en el mercado.

Tabla 10 Características de los micro controladores de la familia ARDUINO.

DISPOSITIVO	UNO	AT 1280	MEGA 2560
Características			
Micro Controlador	ATmega328	ATmega1280	ATmega2560
Entradas y Salidas Digitales	14	54	50
Entradas Analógicas	6	16	16
Pines de PWM	6	15	15
Corriente por Pin	40 mA	40 mA	40 mA
Memoria Flash	32 KB	128 KB	256 KB
Oscilador	16 MHz	16 MHz	16 MHz
Costo Aproximado	\$ 400.00	\$ 550.00	\$ 850.00

Los últimos dos dispositivos son los que cuentan con mejores características, en cuenta a entradas y salidas, la diferencia es el costo y la memoria de programa, por ello se ha seleccionado el dispositivo ARDUINO AT1280.

Recopilar información de la aplicación.

El dispositivo a seleccionar se utilizará para acoplar el control de los motores del robot móvil tipo omnidireccional de 4 ejes.

Definir y decidir cuáles son los factores que influyen.

- Costo
- Disponibilidad
- Dimensiones
- Características Eléctricas.



Establecer los límites aceptables de esos factores.

- Costo no mayor a \$100.
- Fácil de conseguir en caso de una reposición.
- Área no mayor al 50% de la superficie del robot móvil.
- Parámetros eléctricos (corriente, tensión de alimentación, etc.).

Recabar información de los principales proveedores.

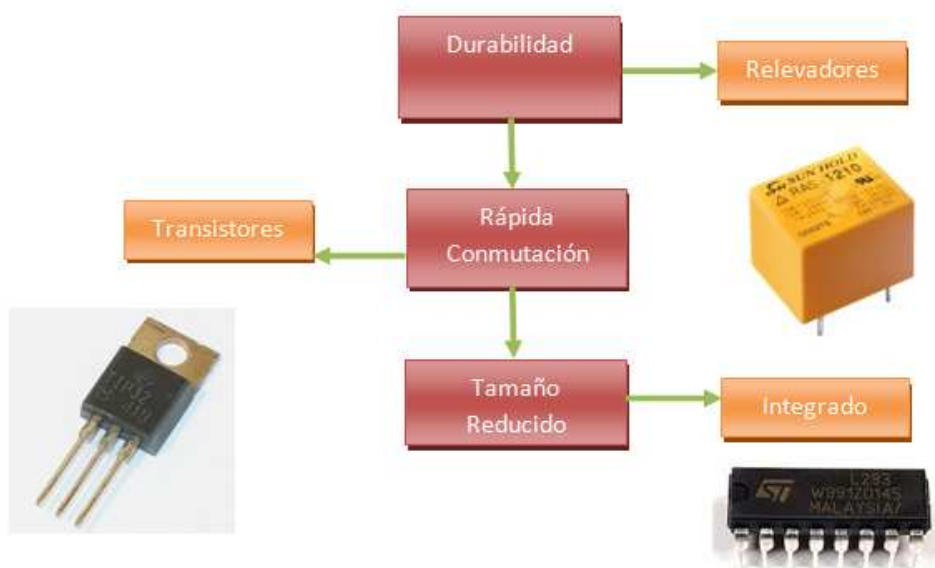
Dispositivos electrónicos disponibles en los siguientes lugares:

- AG electrónica.
- Internet.
- ROBODACTA
- República del Salvador, col. centro.

Seleccionar el componente que reúna las mejores características.

Tabla 11 Características de los componentes electrónicos para el control de los motores.

TIPO	DESCRIPCIÓN
Puente H por Relevadores	Circuito que permite la conmutación del sentido de giro de un motor, generalmente de cd, el cual está provisto de cuatro dispositivos electromecánicos, relevadores.
Puente H con Transistores	Circuito que permite la conmutación del sentido de giro de un motor, generalmente de cd, el cual está provisto de cuatro dispositivos electrónicos, transistores.
Puente H Encapsulado	Circuito integrado el cual contiene en su interior los dispositivos y conexiones necesarias para controlar el sentido de giro de un motor de cd.



Ruta de decisión 6 Componentes electrónicos para implementar el control de los motores.

De la ruta de decisión 6 se ha elegido al circuito integrado pues resulta ser el más adecuado para la tarea de conmutación de sentido de giro debido a su tamaño compacto y su bajo costo en comparación con las otras dos configuraciones, además de tener una velocidad de respuesta mayor a los citados con anterioridad. Sin embargo, de la familia **L293** existen diversas variantes, las cuales se mencionan a continuación.

Tabla 12 Características de los puentes h encapsulados de la familia L293.

Puente H Integrado	L293B	L293C	L293D	L293E
Características				
Tensión de Alimentación	4.5 V - 36 V	4.5 V - 50 V	4.5 V - 36 V	4.5 V - 36 V
Tensión de Entrada Nivel Bajo	0 V - 1.5 V	0 V - 1.5 V	0 V - 1.5 V	0 V - 1.5 V
Tensión de Entrada Nivel Alto	2.3 V - 7 V	2.3 V - 7 V	2.3 V - 7 V	2.3 V - 7 V
Corriente de Salida	2 A	1.2 A	1.2 A	2 A
Disipación	5 W	5 W	4 W	5 W
Tiempo de Conmutación	200 ns - 750 ns	200 ns - 750 ns	200 ns - 750 ns	200 ns - 750 ns
Diodos	No	No	Si	No
Precio Aproximado	\$ 21.00	\$ 38.00	\$ 51.00	\$ 32.00



Una vez hecha esta comparación, resulta que el **L293B** es el más adecuado, tanto por características eléctricas como el costo.

Componentes Actuadores

Recopilar información de la aplicación.

El dispositivo a seleccionar se utilizara para realizar el movimiento del robot móvil tipo diferencial.

Definir y decidir cuáles son los factores que influyen.

- Costo
- Disponibilidad
- Dimensiones
- Par Torsor

Establecer los límites aceptables de esos factores.

- Costo no mayor a \$700.
- Fácil de conseguir en caso de una reposición.
- Área no mayor al 25% de la superficie del robot móvil.
- Par torsor superior al mínimo requerido para la masa especificada.

Recabar información de los principales proveedores.

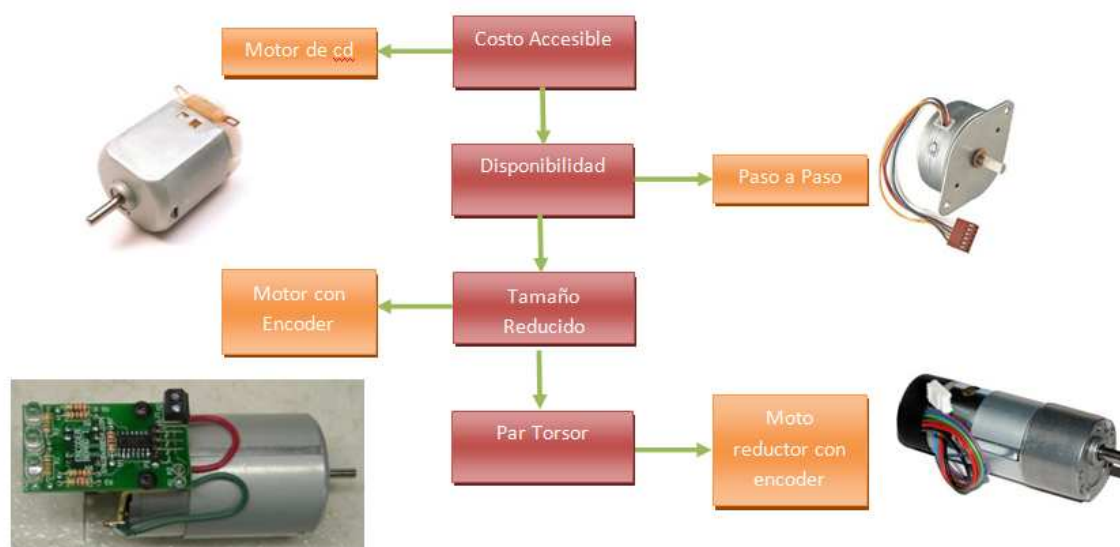
Actuadores disponibles en los siguientes lugares:.

- SISCOM
- Internet.
- ROBODACTA
- República del Salvador, col. centro.

Seleccionar el componente que reúna las mejores características.

Tabla 13 Características de los actuadores.

TIPO	DESCRIPCIÓN
Paso a Paso	El motor paso a paso es un dispositivo electromecánico que convierte una serie de impulsos eléctricos en desplazamientos angulares discretos, lo que significa es que es capaz de avanzar una serie de grados (paso) dependiendo de sus entradas de control.
Motor de cd	El motor de corriente continua es una máquina que convierte la energía eléctrica en mecánica, principalmente mediante el movimiento rotatorio. En la actualidad existen nuevas aplicaciones con motores eléctricos que no producen movimiento rotatorio, sino que con algunas modificaciones, ejercen tracción sobre un riel. Estos motores se conocen como motores lineales
Moto reductor	Motor eléctrico provisto de una caja de engranes cuya finalidad es reducir la velocidad de salida al mismo tiempo que aumenta el par torsor en la misma..
Motor con encoder	Motor eléctrico en conjunto con un codificador rotatorio, el cual también es llamado como codificador de eje, es un dispositivo electro-mecánico que convierte el ángulo de posición o movimiento de un eje o eje a un código analógico o digital.
Moto reductor con encoder	Resulta de la combinación de los dos anteriores, es un motor eléctrico provisto de una caja de engranes la cual está destinada a disminuir la velocidad angular del eje del motor y aumentar el par torsor del mismo, en conjunto con un sensor de posición o inclusive de velocidad.



Ruta de decisión 7 Componentes actuadores para el desplazamiento del robot móvil omnidireccional.



De la ruta de decisión 7 se ha elegido al moto reductor con encoder pues es el componente que cumple con la mayoría de las características requeridas para el buen funcionamiento del robot móvil. Sin embargo es necesario elegir de esta familia el mejor.

Tabla 14 Características de los moto reductores.

Moto reductor	19:1	29:1	50:1	67:1	100:1	131:1
Tensión de Alimentación	12 V	12 V	12 V	24 V	12 V	12 V
Resolución	1200 CPR	1856 CPR	3200 CPR	4331 CPR	6533 CPR	8400 CPR
Rpm	500	350	200	150	100	80
Consumo de Corriente	300 mA	300 mA	300 mA	300 mA	300 mA	300 mA
Par Torsor	5 Kg-cm	8 Kg-cm	12 Kg-cm	14 Kg-cm	16 Kg-cm	18 Kg-cm
Costo Aprox.	\$ 550.00	\$ 550.00	\$ 550.00	\$ 550.00	\$ 550.00	\$ 550.00

Debido a que la función principal del motor es brindar el desplazamiento al robot móvil, la principal característica a considerar es el par torsor, además de que en la tabla 14, la resolución es otro aspecto importante a considerar, como el resto de las características resulta ser similar, el moto reductor 131:1 resulta ser el que cumple con las expectativas.

Componentes Sensores

Nota: En lo que a la sección destinada a la medición de la posición y velocidad propia de los motores, no requiere ningún tipo de selección, debido a que los moto reductores seleccionados en el apartado anterior están provistos de su propio sensor. Un sensor de efecto Hall, cuya principal característica es la cuadratura.

Recopilar información de la aplicación.

El dispositivo a seleccionar se utilizara para realizar el sensado de objetos que puedan obstruir el desplazamiento del robot móvil.

Definir y decidir cuáles son los factores que influyen.

- Costo
- Disponibilidad
- Precisión.



Establecer los límites aceptables de esos factores.

- Costo no mayor a \$500.
- Fácil adquisición en caso de una reposición.
- Precisión fiable para una operación en modo continuo.

Recabar información de los principales proveedores.

Sensores disponibles en los siguientes lugares:.

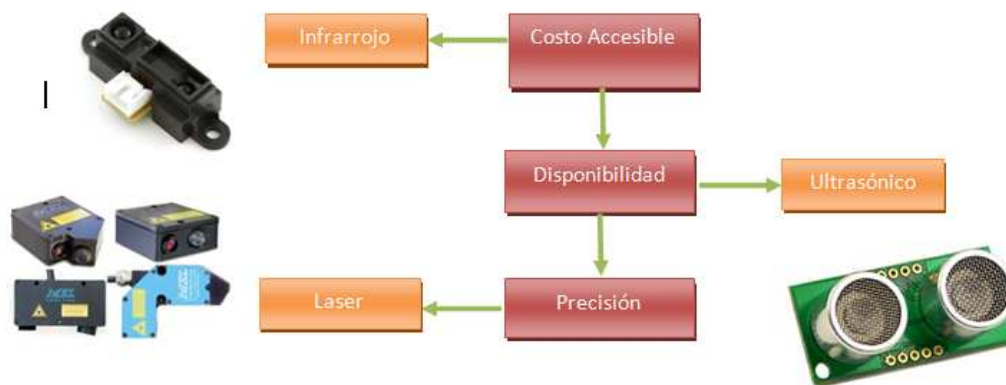
- AG electrónica
- SISCOM
- Internet
- ROBODACTA
- República del Salvador, col. centro.

Seleccionar el componente que reúna las mejores características.

Para esta tarea concreta, es necesario un sensor que sea capaz de medir distancia.

Tabla 15 Características de sensores.

TIPO	DESCRIPCIÓN
Infrarrojo	En este tipo de sensor tanto la parte emisora como la receptora se encuentran de manera paralela, la función de estos sensores es hacer incidir un haz de luz (infrarroja) con un ángulo específico sobre una superficie, la cual hará que dicho haz rebote y sea detectado por la contraparte.
Ultrasónico	Estos sensores trabajan solamente en el aire, y pueden detectar objetos con diferentes formas, colores, superficies y de diferentes materiales. Los materiales pueden ser sólidos, líquidos o polvorientos, sin embargo han de ser deflectores de sonido. Los sensores trabajan según el tiempo de transcurso del eco, es decir, se valora la distancia temporal entre el impulso de emisión y el impulso del eco.
Laser	Los sensores de triangulación laser, determinan la posición de un objetivo midiendo mediante la reflexión de la superficie del mismo. Un "transmisor" (diodo laser), proyecta un punto de luz en el objetivo, y su reflejo es concentrado mediante un lente óptico sobre un dispositivo fotosensible o "receptor".



Ruta de decisión 8 Componentes sensores para el robot móvil omnidireccional.

De la ruta de decisión 8 se puede verificar que el sensor laser es el que cumple con la mayoría de las características requeridas para el buen funcionamiento, sin embargo, debido a su excesivo costo y su difícil implementación (en comparación con los otros dos), se hará uso de un sensor ultrasónico. El siguiente paso es hallar el más adecuado de ellos.

Tabla 16 Características de los sensores de la familia SRF.

Tipo de Sensor	SRF04	SRF05	SRF06	SRF08
Tensión de Alimentación	5 V	5 V	9 V - 24 V	5 V
Consumo de Corriente	30 mA	30 mA	20 mA	15 mA
Frecuencia	40 KHz	40 KHz	40 KHz	40 KHz
Rango de Detección (cm)	3 - 300	3 - 400	2 - 510	3 - 600
Costo Aproximado	\$320.00	\$390.00	\$360.00	\$ 750.00

Tomando en cuenta todas las características citadas en la tabla 16, la mejor alternativa resulta ser el sensor **SRF06**, aunque su tensión de alimentación es mayor, ofrece la ventaja de que la medición se realiza sobre la misma línea de alimentación.

CAPITULO 7. DISEÑO MECÁNICO

La distribución de las ruedas para el robot móvil omnidireccional de 4 ejes está determinada por la contribución de fuerzas que ejerce cada uno de los motores sobre la trayectoria resultante del robot móvil. En la imagen 42 se muestran las fuerzas que provee cada uno de los motores.

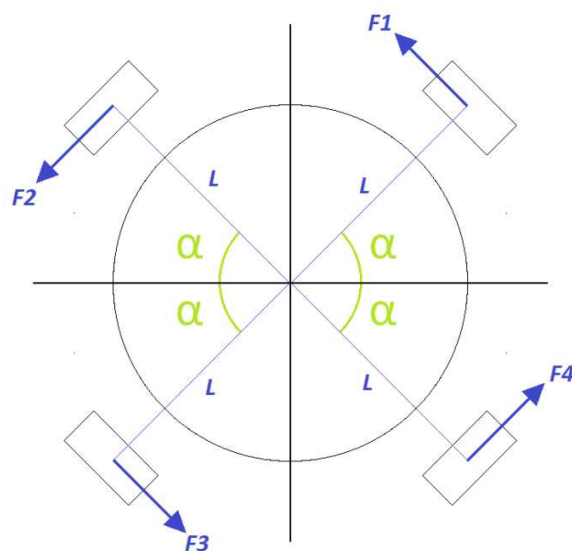


Figura 42 Distribución de fuerzas en un sistema omnidireccional de 4 ejes.

La fuerza resultante es la sumatoria de las fuerzas ejercidas por los cuatro motores.

La figura 43 muestra la relación entre el ángulo que presenta la línea media que une el centro geométrico del robot con el centro de la rueda 1

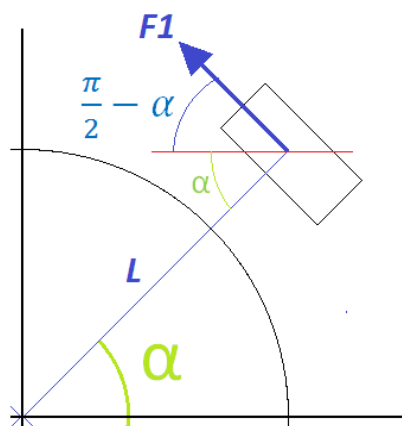


Figura 43 Orientación de la fuerza en una rueda.

El análisis es similar para cada una de las cuatro ruedas de modo que trasponiendo la componente de fuerza de cada motor al eje de coordenadas global, estas dibujan un ángulo equivalente a $(\pi/2 - \alpha)$, con respecto a la horizontal.

En la imagen 44 el ángulo Θ es la dirección de la fuerza resultante, o visto de otra manera es la dirección en la que se traslada el robot móvil omnidireccional, el ángulo β es la diferencia que existe entre el ángulo que dibujan las componentes de fuerza con la horizontal y el ángulo de dirección del robot móvil.

De este modo la fuerza de cada motor puede ser vista como una proyección sobre el vector de fuerza resultante. La ecuación (156) describe esta proyección.

$$F_R = F_i * \cos(\beta)$$
$$F_R = F_i * \cos\left(\theta - \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\right) \quad \text{---(156)}$$

De donde

F_R : Fuerza resultante

F_i : Fuerza de cada motor

Θ : Ángulo de dirección del robot móvil

α : Ángulo entre la línea media que une el centro del robot con el centro de la rueda y la horizontal.

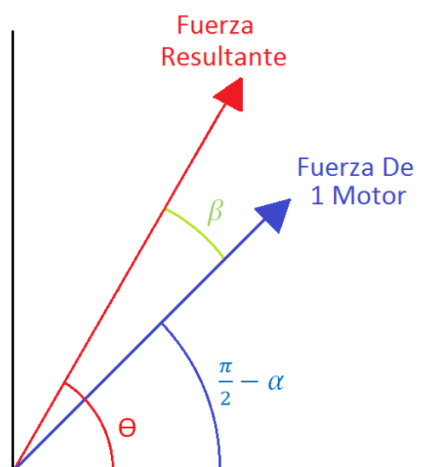


Figura 44 Orientación de la fuerza de un motor y la fuerza resultante.

Debido a que Θ es el ángulo de orientación del robot móvil, es necesario mapear los 360° posibles para la traslación del robot móvil, para ello se grafica la ecuación (156) haciendo variar el ángulo Θ de 0 a 2π . A continuación se presentan tres graficas con tres posibles configuraciones para la disposición de las 4 ruedas del robot móvil omnidireccional.

Para el primer caso se toma $\alpha=30^\circ$, la figura 45 muestra la contribución de fuerzas de cada motor.

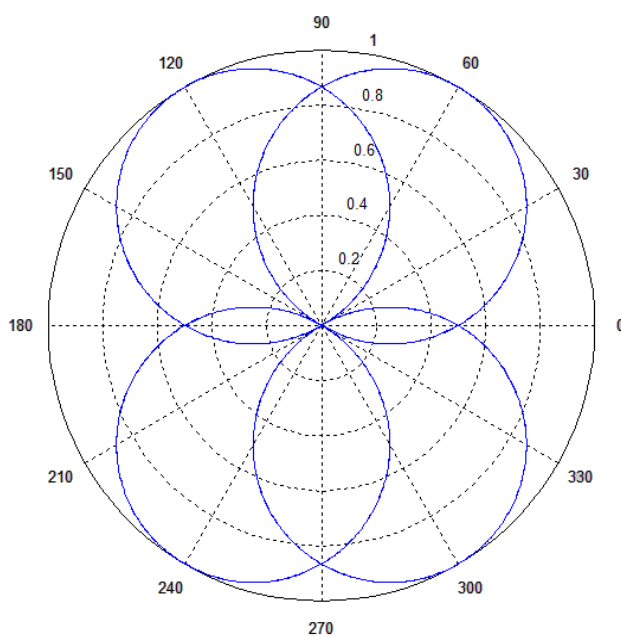


Figura 45 Contribución de las fuerzas de los motores a 30° .

Para el segundo caso se toma $\alpha=60^\circ$, la figura 46 muestra la contribución de fuerzas de cada motor.

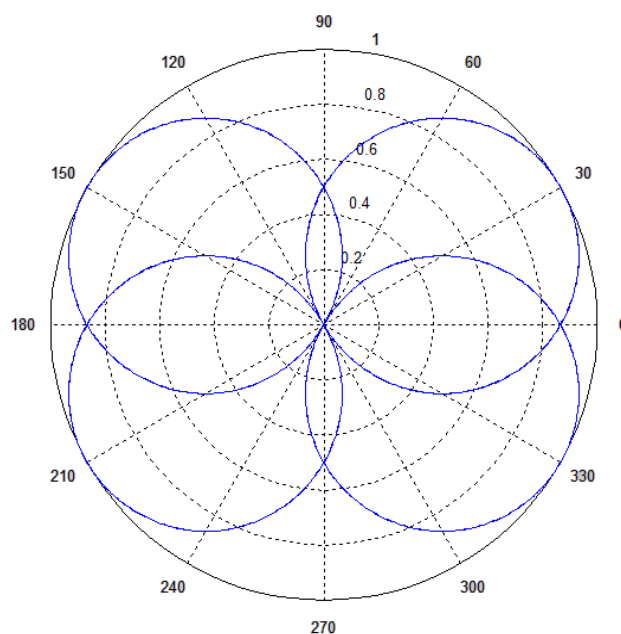


Figura 46 Contribución de las fuerzas de los motores a 60° .

Para el tercer caso se toma $\alpha=45^\circ$, la figura 47 muestra la contribución de fuerzas de cada motor.

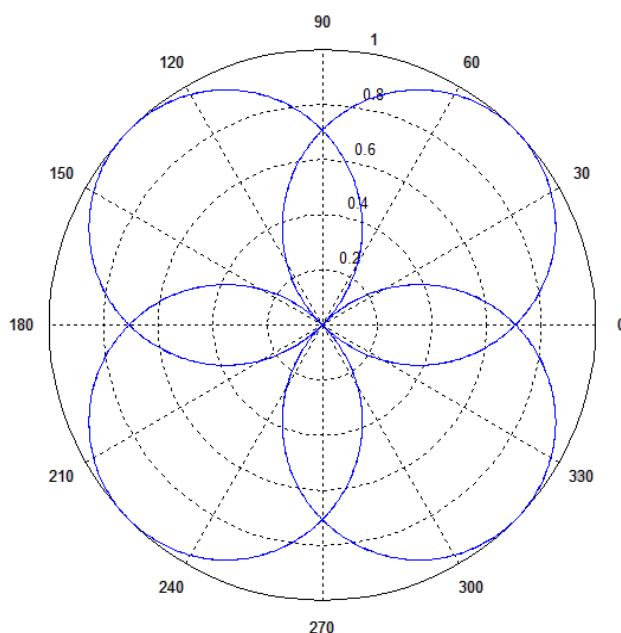


Figura 47 contribución de las fuerzas de los motores a 45° .

La contribución de las fuerzas de cada motor se ve reflejada en la intersección de las circunferencias mostradas en las figuras 45, 46 y 47. Como se puede apreciar en la configuración a 45° las intersecciones son iguales en forma y tamaño de modo que se obtiene una gráfica simétrica, esto significa que la contribución de fuerza de cada motor es la misma para cualquier dirección de la trayectoria, lo cual nos lleva a seleccionar la configuración a 45° .

Se ha determinado la posición de cada uno de los motores, los cuales forman ángulos de 90° entre sí, ahora es necesario seleccionar el diseño físico del robot. Tomando en cuenta la posición de los motores, la disposición geométrica más sencilla para el robot móvil sería un cuadrado, esto es con el propósito de mantener el ángulo de 90° entre ellos, esta disposición geométrica se muestra en la figura 48.

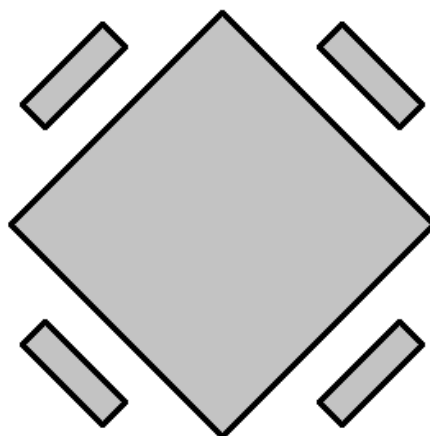


Figura 48 Disposición geométrica para los motores.

Es necesario tomar en cuenta la disposición de los sensores seleccionados, los cuales deben de estar en el centro de cada par de ruedas, de modo que para lograr esto es necesario cambiar la forma inicial del diseño. Esta modificación se muestra en la figura 49.

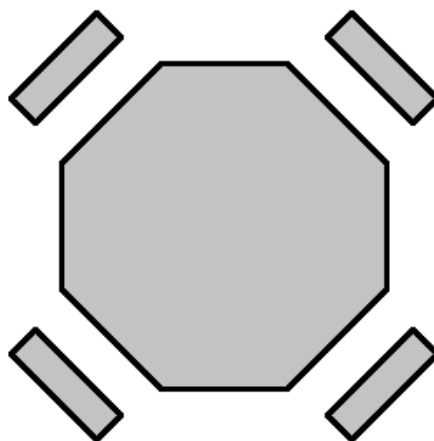


Figura 49 Disposición geométrica para los motores y los sensores.

La forma octagonal será la configuración geométrica del robot móvil omnidireccional, ahora, el último factor a considerar son las dimensiones, para ello se debe tener presente un par de aspectos importantes como son el momento de inercia y la velocidad angular de robot móvil.



El momento de inercia para un cilindro sólido está dado por la ecuación (157).

$$I = \frac{1}{2}mr^2 \quad \text{---(157)}$$

Mientras que el momento de inercia para un aro delgado el momento de inercia está dado por la ecuación (158)

$$I = mr^2 \quad \text{---(158)}$$

Es posible visualizar a este robot móvil como la combinación de estas dos configuraciones, por lo tanto el momento de inercia estaría expresado por la siguiente ecuación.

$$I = \tau mr^2 \quad \text{---(159)}$$

Con $0 < \tau < 1$

Como es posible apreciar en la ecuación (159) existen dos parámetros que no tienen variación la masa y τ a diferencia del radio. De la ecuación (159) el radio es directamente proporcional al momento de inercia; por definición, el momento de inercia es la oposición de un cuerpo a ser acelerado de manera rotacional, por esta razón es necesario tratar de reducir la variable r lo más posible.

La velocidad angular del robot móvil está dada por la ecuación (160).

$$W = \frac{V}{r} \quad \text{---(160)}$$

En donde V es la velocidad tangencial y r es el radio del robot móvil, esta velocidad tangencial proviene de los motores, por lo tanto, la velocidad angular se encuentra delimitada por los motores seleccionados en el capítulo 6. En la ecuación (160) se ve que el radio es inversamente proporcional a la velocidad angular, es decir, entre menor sea el radio mayor será la velocidad angular que pueda alcanzar el robot móvil.

Estos dos aspectos dictan que el radio del robot móvil debe ser pequeño, es por ello que se ha tomado la decisión de fabricar al robot móvil en capas, esto con el propósito de poder alojar toda la parte electrónica destinada al control del robot móvil y reducir el radio del mismo, este diseño se detalla en el capítulo 8.

CAPITULO 8. DESARROLLO DEL ENSAMBLE

Una vez seleccionados los componentes necesarios para la implementación física del sistema de control para un robot móvil con configuración omnidireccional de 4 ejes, es necesario realizar el ensamble de los mismos. A continuación se describen dichos componentes.

Moto Reductor.

Tensión de Alimentación: 2.5 V - 12 V.

Corriente de Operación: 300 mA.

Velocidad: 80 rpm.

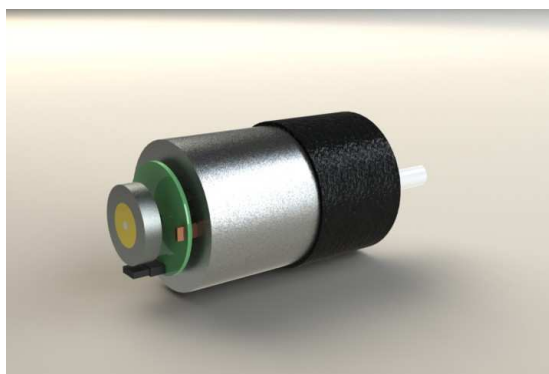


Figura 50 Moto reductor con caja de engranes metálicos.

Rueda Omnidireccional.

Diámetro: 72 mm

Material: Plástico

Características: 12 Rodillos Transversales



Figura 51 Rueda omnidireccional marca VEX.

Placa para soporte de Moto Reductor.

Material: Aluminio.

Dimensiones: 80mm x 60mm.

Espesor: 2mm

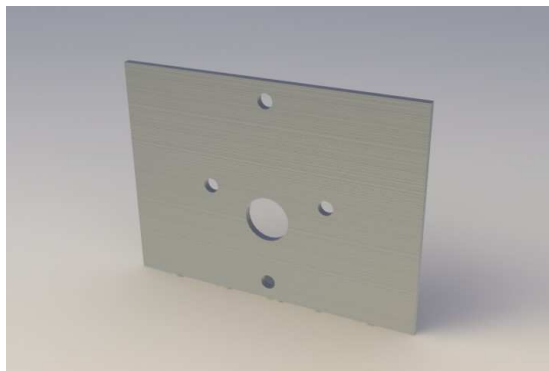


Figura 52 Placa de aluminio para soporte de moto reductor.

Soporte para Moto Reductor.

Material: Nylon 66.

Dimensiones: 80mm x 60mm

Espesor: 12.5mm

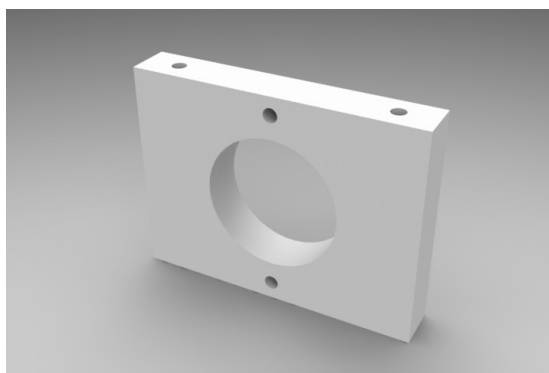


Figura 53 Soporte de nylon para moto reductor.

Cople de Aluminio.

Empleado para la sujeción entre el eje final del moto reductor y la rueda omnidireccional.

Material: Aluminio.

Dimensiones: diámetro externo de 18mm, diámetro interno 6 mm.

Espesor: 20mm



Figura 54 Cople de aluminio.

Ensamble Moto Reductor.

El siguiente paso es realizar un acople con todos los dispositivos mostrados, el cual se muestra en la figura 55. Dado que la configuración omnidireccional presenta todas sus ruedas idénticas, el acople para todas ellas es el mostrado en la figura 55.



Figura 55 Ensamble de moto reductor, encoder y rueda.

La figura 56 muestra el explosionado del ensamble mostrado en la figura 55. En donde es posible apreciar los componentes por separado.

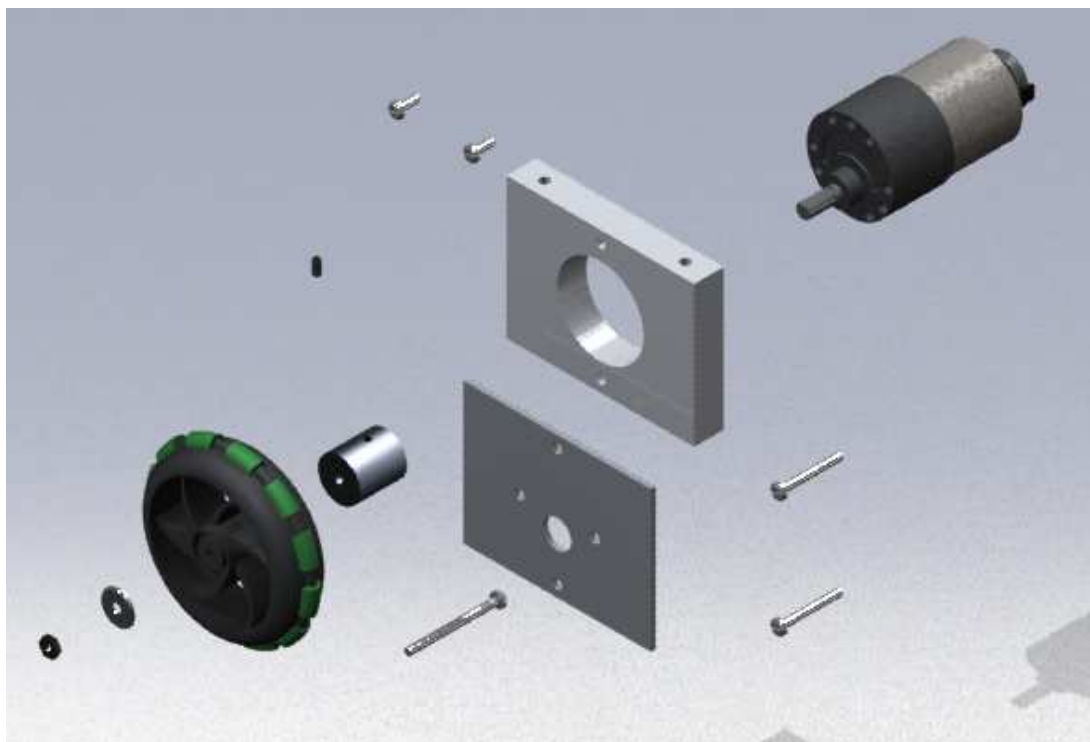


Figura 56 Explosión del ensamble.

Soporte para Sensor Ultrasónico.

Material: Nylon 66.

Dimensiones: 50mm x 30mm

Espesor: 12.5mm

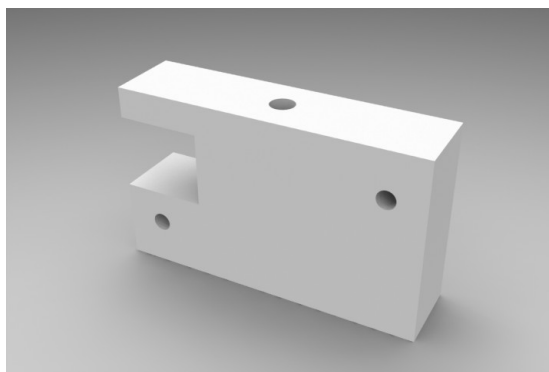


Figura 57 Soporte de nylamid para sensor ultrasónico.

Sensor Ultrasónico.

Alimentación: 9V - 24V

Consumo: 20 mA

Rango de Detección: 2cm - 510cm

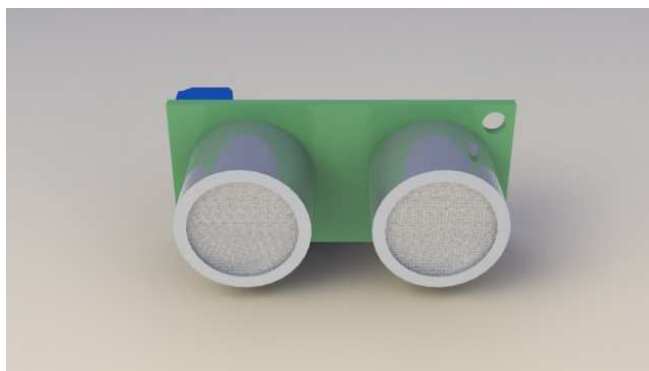


Figura 58 Sensor ultrasónico.

Ensamble del Sensor Ultrasónico.

El siguiente paso es ensamblar los elementos citados anteriormente, de modo que el ensamble del sensor ultrasónico queda como se muestra en la figura 59.

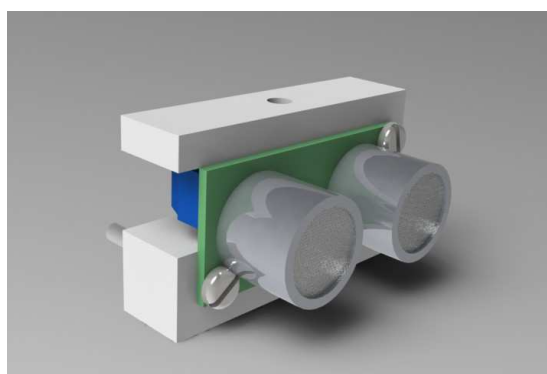


Figura 59 Acople del sensor ultrasónico.

La figura 60 muestra la explosión del ensamble mostrado en la figura 59. En donde es posible apreciar los componentes por separado.

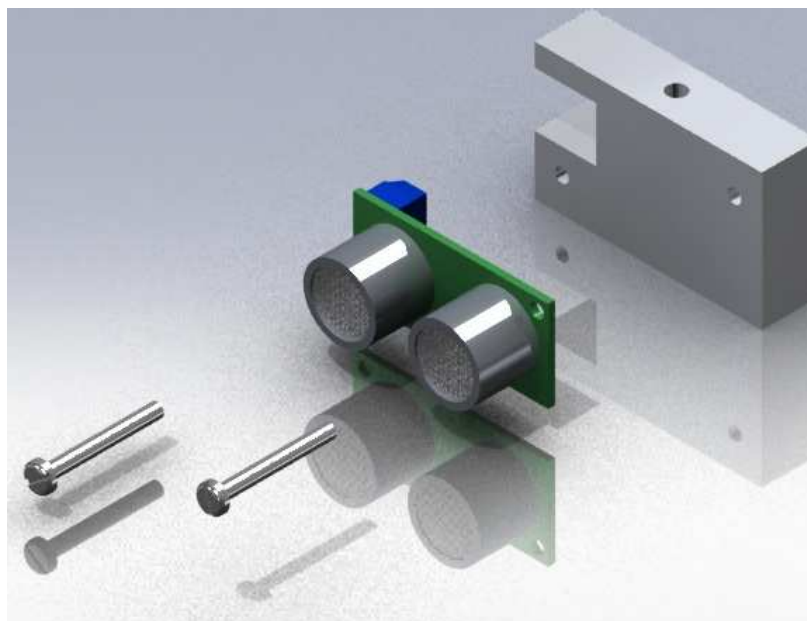


Figura 60 Explosión del sensor ultrasónico.

Bases (plataformas) para el Modelo Omnidireccional de 4 ejes.

Se construye la base sobre la cual estarán dispuestos todos y cada uno de los elementos del sistema de locomoción tipo omnidireccional.

Material: Acrílico.

Dimensiones: Polígono octagonal de 80mm por lado.

Espesor: 6mm



Figura 61 Base del modelo omnidireccional.

Ejes para Soporte.

Con el fin de fijar todas las plataformas del robot móvil omnidireccional se usan tornillos sin fin de 3/16 de pulgada.

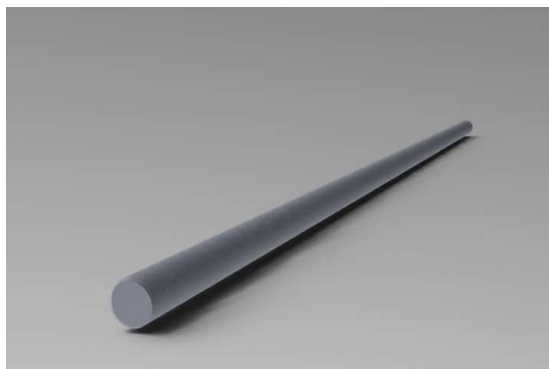


Figura 62 Tornillo sin fin para ensamble de plataformas.

Acople del Modelo Omnidireccional de 4 Ejes.

Una vez obtenidos todos los elementos, se procede a ensamblar todos y cada uno de ellos, sin embargo, se presentaron diferentes disposiciones, principalmente para los sensores ultrasónicos. Las diferentes configuraciones se muestran en las figuras 63, 64 y 65.

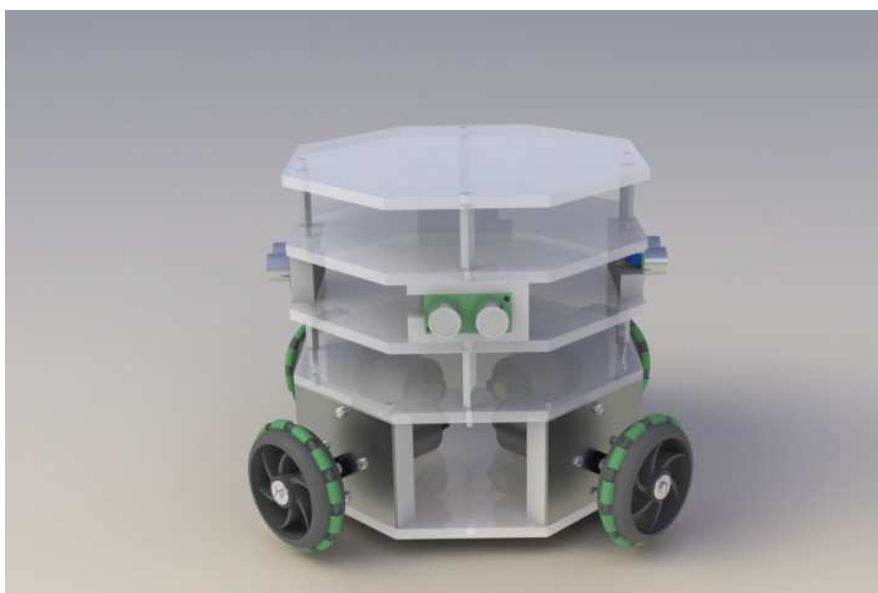


Figura 63 Primer Ensamble del robot móvil omnidireccional de 4 ejes.

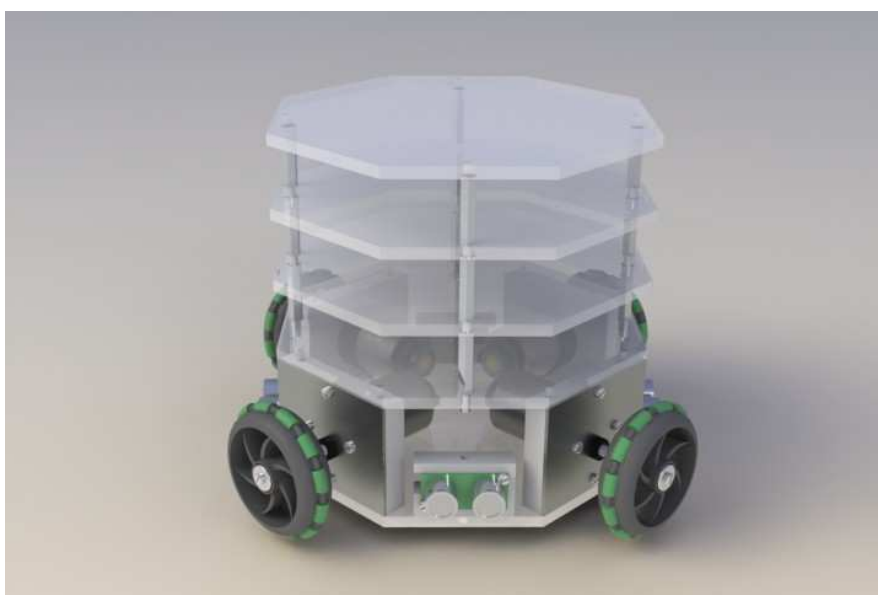


Figura 64 Segundo ensamble del robot móvil omnidireccional de 4 ejes.

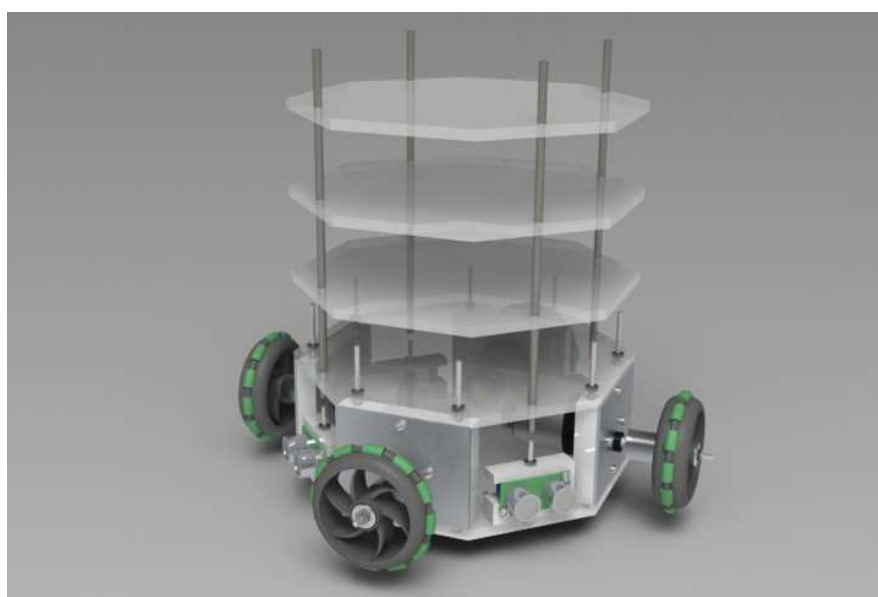


Figura 65 Tercer ensamble del robot móvil omnidireccional de 4 ejes.

Las figuras 66 y 67 muestran el ensamble final del robot omnidireccional de 4 ejes, la primera de ellas corresponde al ensamble realizado en el programa SOLID WORKS®, mientras que la segunda corresponde al ensamble real junto con la disposición de cada una de las placas fenólicas y el cableado interno del robot móvil omnidireccional de 4 ejes.

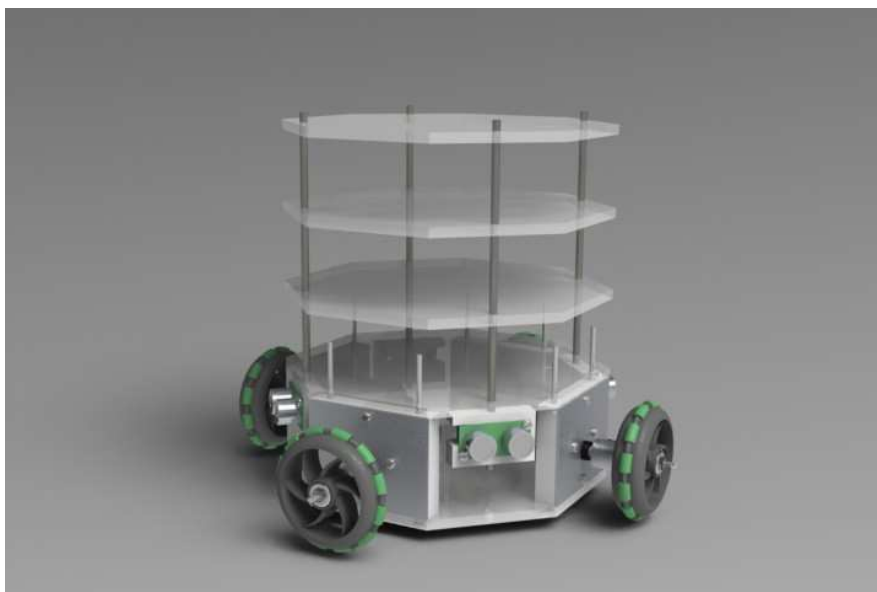


Figura 66 Cuarto ensamble del robot móvil omnidireccional de 4 ejes.

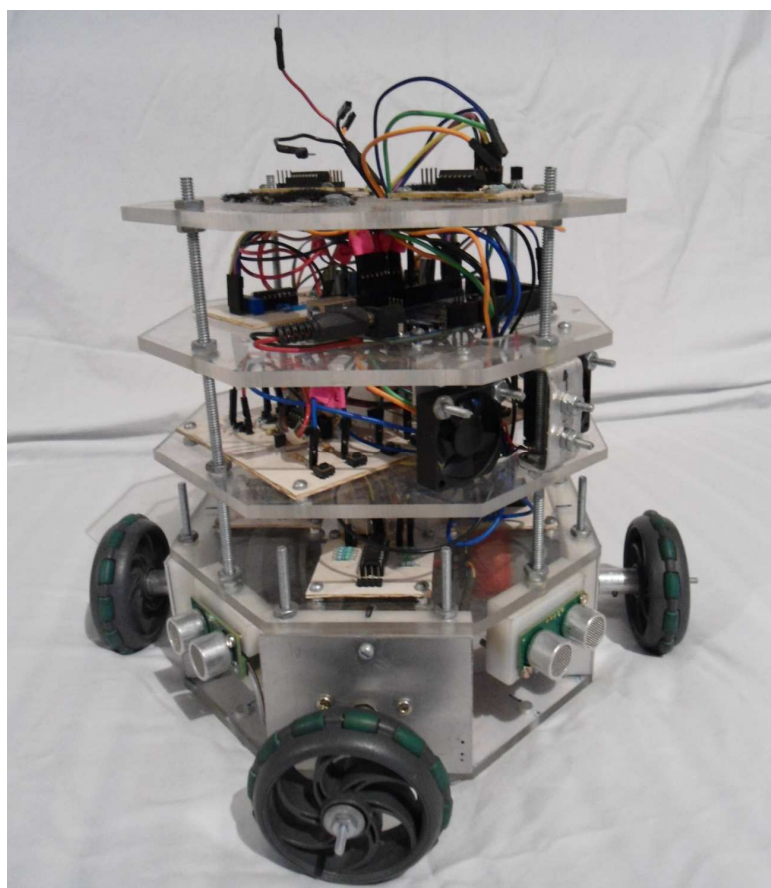


Figura 67 Ensamble final del robot móvil omnidireccional de 4 ejes

En la figura 68 muestra una explosión de los elementos que componen el robot tipo omnidireccional de 4 ejes.



Figura 68 Explosionado del modelo omnidireccional de 4 Ejes.



Presupuesto

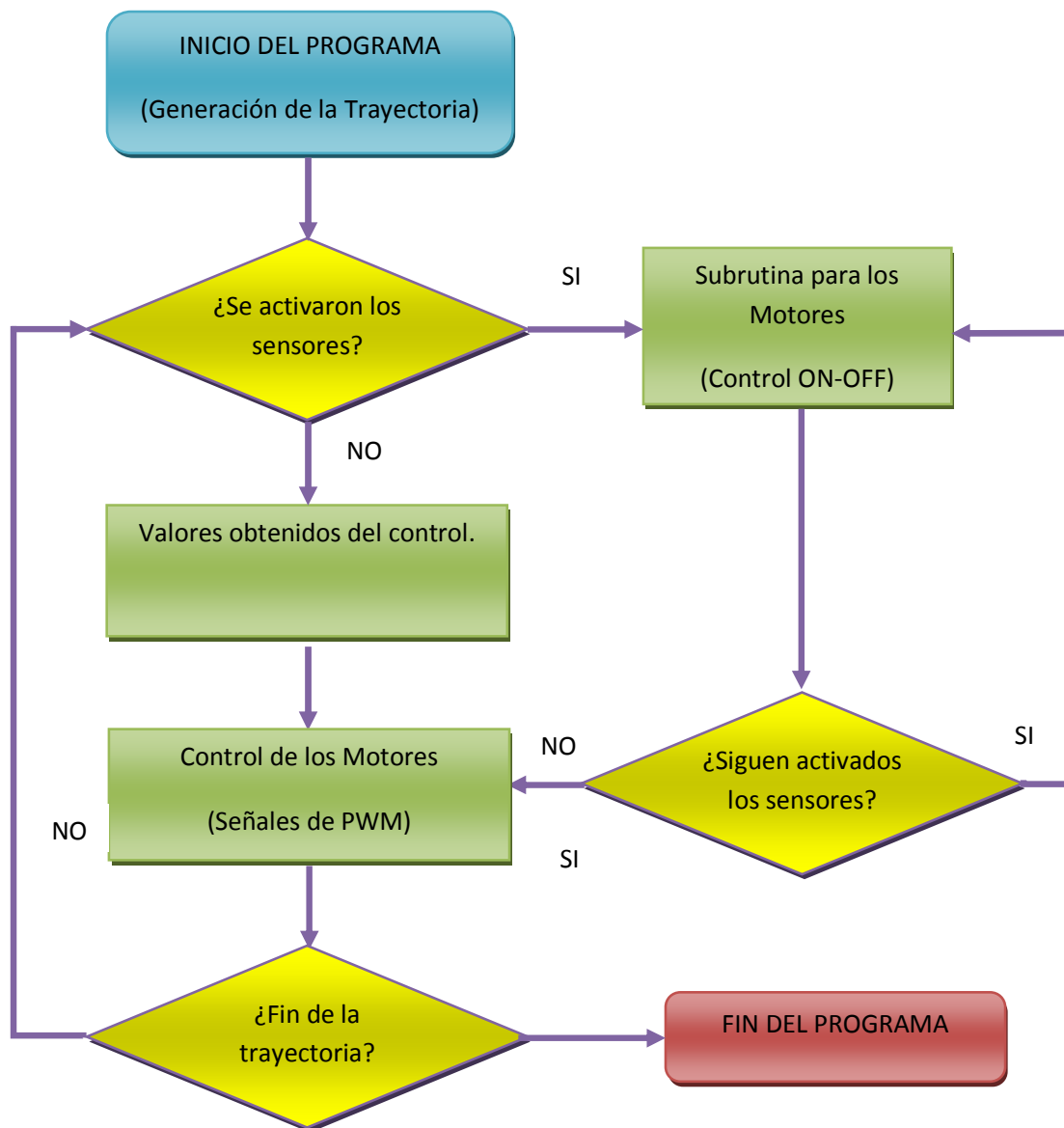
Tabla 17 Presupuesto para el trabajo terminal.

Productos/Componentes	Cantidad	Descripción/Detalles	Costo Unitario	Costo Total
Moto reductores	4	Moto reductores provistos de encoder para sensado de posición	\$ 750.00	\$3000.00
Ruedas Omnidireccionales	4	Componentes necesarios para la realización de este proyecto.	\$250.00	\$1000.00
Acrílico	--	Polimetilmetacrilato, se destaca frente a otros plásticos transparentes en cuanto a resistencia a la intemperie, transparencia y resistencia al rayado.	---	\$400.00 *
Nylamid	--	Nylon 66 usado para la manufactura de los soportes de los moto reductores y de los sensores ultrasónicos	---	\$100.00
Sensores Ultrasónicos	4	Sensor de distancia usado para la detección de obstáculos.	\$450.00	\$1800.00
Tarjeta ARDUINO	1	Tarjeta usada para la adquisición de datos y la programación del control.	\$850.00	\$850.00
Electrónica en General	--	Componentes electrónicos usados para control, sensado, y alimentación.	---	\$800.00 *
Cables y Conectores	--	Componentes usados para la interconexión de las diferentes placas fenólicas.		\$300.00 *
Baterías	2	Fuente de poder para el robot móvil.	\$700.00	\$1400.00
Placas Fenólicas	8	Diseño y elaboración de placas fenólicas para ensamble de componentes electrónicos.	---	\$300.00 *
Tomillería en General	--	Elementos clave para el ensamble de los componentes manufacturados.	---	\$250.00
Computadora Personal	1	Parte elemental del sistema donde se desarrollara tanto el modelo matemático así como las simulaciones necesarias.	Adquirido	---
Gastos de Papelería	--	Materiales como papel para impresión y gastos relacionados a la entrega de reportes.	---	\$500.00 *
Equipo y Herramientas	--	Herramientas como brocas o cortadores necesarios para la manufactura del prototipo.	---	\$600.00 *
TOTAL				\$11 300.00

Nota: Presupuesto realizado dentro del periodo comprendido entre febrero de 2012-abril de 2012



Diagrama de Flujo para el Control del Robot Móvil Omnidireccional



Comparativo de los robots móviles de de tres ruedas y cuatro ruedas.

Durante el desarrollo del control para ambos robots se propone una trayectoria circular con el propósito de demostrar la propiedad omnidireccional de ambos, pues al describir dicha trayectoria la orientación de los robots es un vector tangencial a esta circunferencia, mapeando así los 360°.

Tal y como se menciona al inicio del apartado del diseño del control estático del capítulo 5, el modelo cinemático no cambia por el numero de ruedas.

Haciendo uso de las gráficas obtenidas mediante el control de ambos (figura 33 b) y figura 41 b)), se puede apreciar que las componentes de velocidad son simétricas y presentan un desfase, sin embargo, para el robot de 4 ruedas la simetría es aún más marcada pues el desfase también es simétrico, es decir, es el mismo para las 4 componentes de velocidad angular

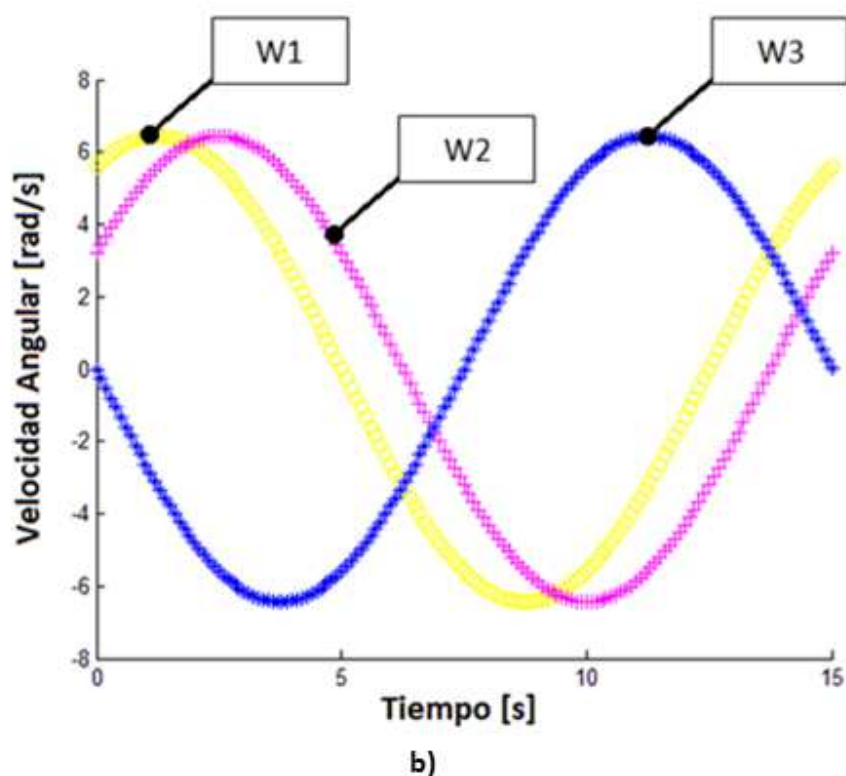
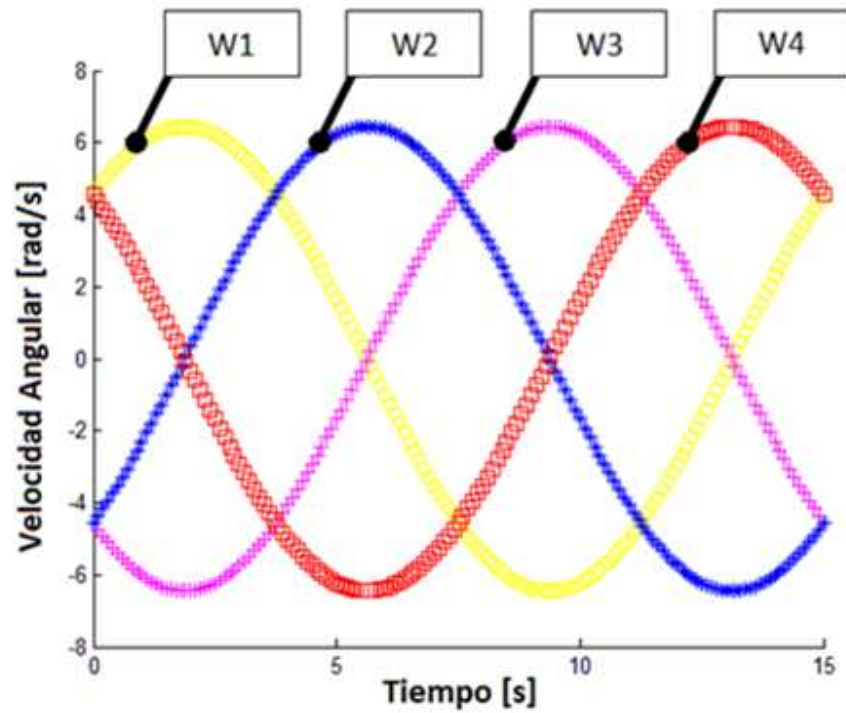


Figura 33 Componentes de velocidad para el robot móvil de 3 ruedas.



b)

Figura 41 Componentes de velocidad para el robot móvil de 4 ruedas.

Del mismo modo puede realizarse una comparación de una trayectoria en línea recta, para ello se propone una línea recta a 45° , partiendo del origen del plano cartesiano (coordenadas $[0,0]$).

La figura 69 muestra las componentes de velocidad para el robot móvil omnidireccional de 3 ejes y la figura 70 muestra las componentes de velocidad para el robot móvil omnidireccional de 4 ejes.

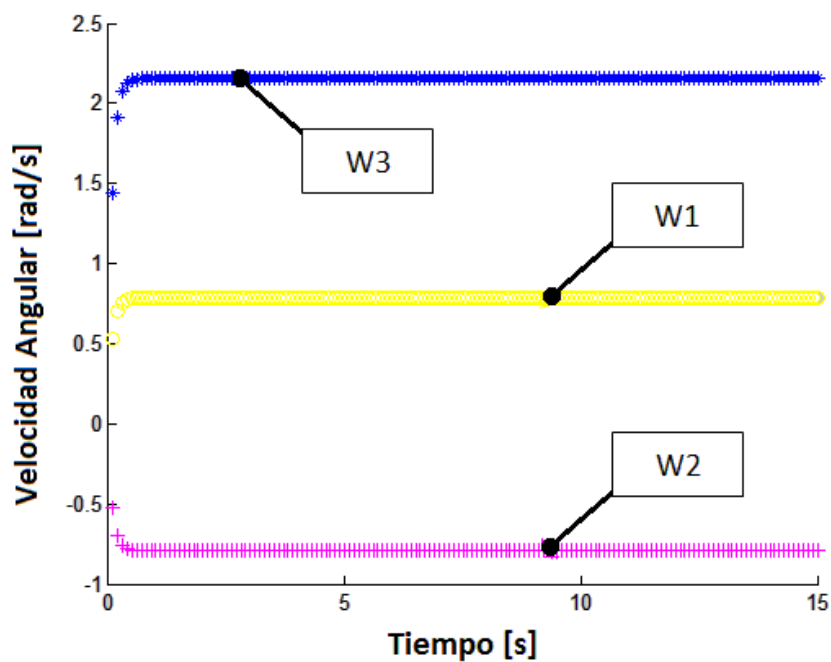


Figura 69 Componentes de velocidad de un robot móvil omnidireccional de 3 ejes para una línea recta

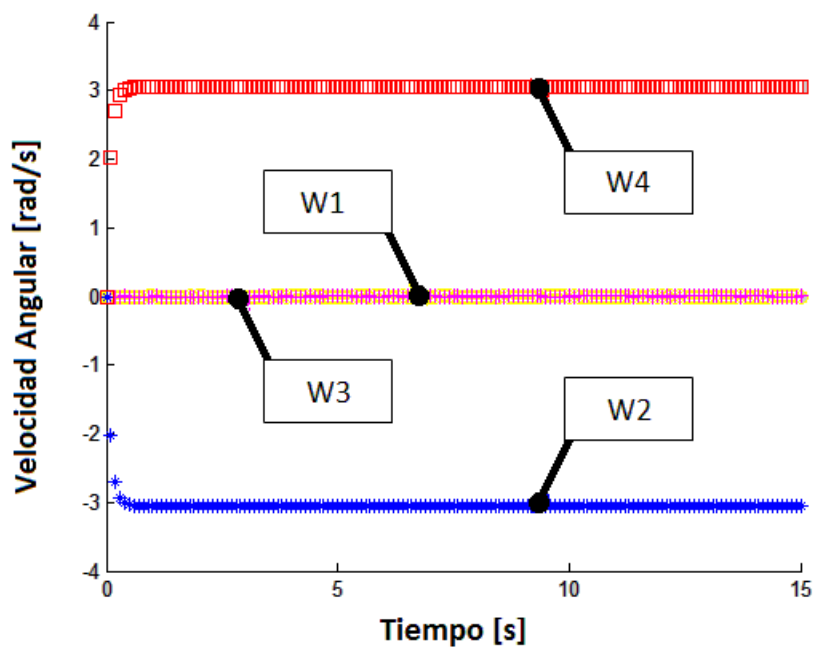


Figura 70 Componentes de velocidad de un robot móvil omnidireccional de 4 ejes para una línea recta



Tal y como se puede apreciar en la figura 69, es decir, para el robot móvil omnidireccional de 3 ejes, para poder describir una trayectoria en línea recta a 45° , todas las ruedas permanecen activas, en comparación a la figura 70, es decir, para el robot móvil omnidireccional de 4 ejes solo dos ruedas se encuentran activas mientras que las otras dos se encuentran totalmente detenidas.

Esto hace posible un ahorro energético en la generación de algunas trayectorias.

Es importante mencionar que la elaboración de un robot móvil de 4 ejes resulta ser más costoso que un robot móvil de 3 ejes, esto se debe claramente a la presencia de más componentes, es decir, se necesita una rueda más, un motor más, un puente H más y todos los componentes que se requieran para fijar dicha rueda al cuerpo del robot móvil, como son las bases y soportes para el motor, el cople que une la rueda con el motor y la tornillería que sujeta estos componentes a la estructura del robot móvil.

Circuitos Electrónicos

En la figura 71 se muestra el diagrama de un convertidor DC-DC utilizado para reducir la tensión de alimentación, debido a que todo el sistema es alimentado por 12 V, pero algunos circuitos en específico requieren solo de 5 V.

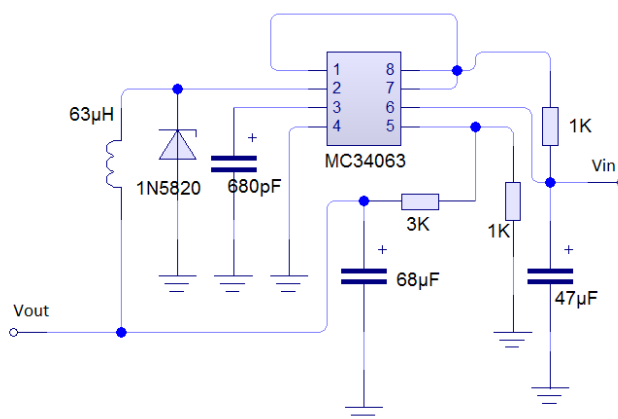


Figura 71 Convertidor DC-DC de 12 V a 5 V.

Debido a que los sensores ultrasónicos son utilizados para detectar presencia, no distancia, se emplea un circuito comparador, el diagrama se muestra en la figura 72, la comparación se realiza con una tensión de referencia dada por el resistor variable de precisión. Entregando a la salida una señal binaria.

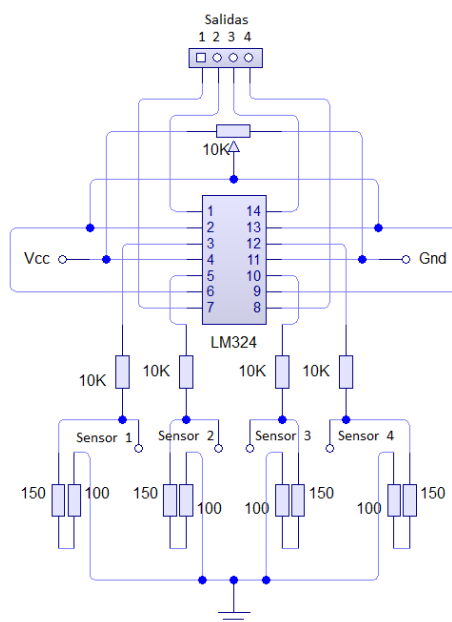


Figura 72 Control de sensores ultrasónicos.

Con el fin de poder controlar tanto sentido como velocidad se emplea el circuito Puente H, el diagrama se muestra en la figura 73. Este circuito presenta una etapa de potencia (mediante el uso de los transistores), necesaria para poder realizar el acople entre la tarjeta de control y los motores del robot móvil omnidireccional.

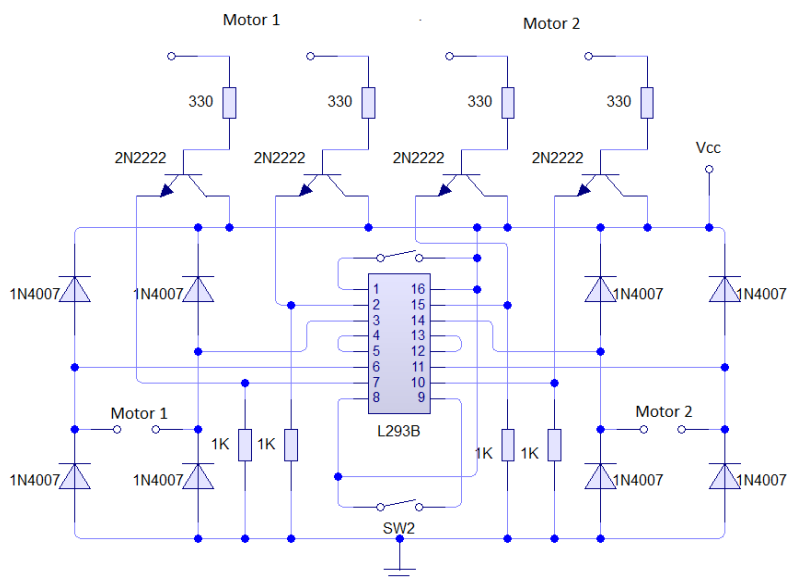


Figura 73 Puente H para el control de los motores.

Es necesario medir la rotación tanto del motor como de las ruedas del robot móvil omnidireccional, para ello se emplea el circuito de la figura 74, el cual "cuenta" los pulsos entregados por el encoder y en su salida provee información de la rotación de los elementos antes mencionados.

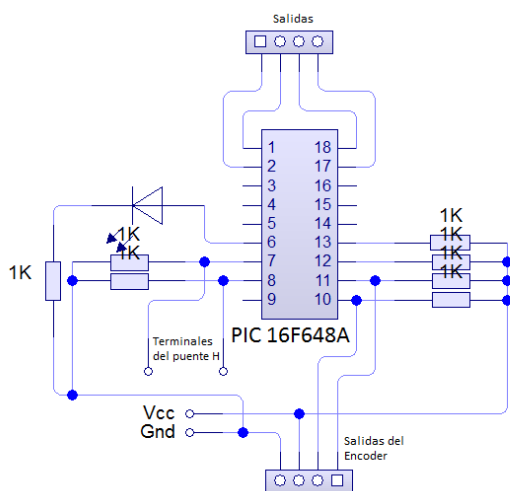


Figura 74 Contador de pulsos para los encoders.



Conclusiones, Comentarios y Trabajo Futuro

Conclusiones

Se logró determinar las ecuaciones de control del desplazamiento omnidireccional a partir de las dimensiones de las ruedas, la distancia entre ellas y el ángulo de separación entre ellas .

Existe una limitante en la técnica de control por retroalimentación de estados, el derrape de las ruedas; a pesar de ser una técnica sencilla por la linealidad de las ecuaciones de control, este error no está considerado dentro de estas ecuaciones.

Queda comprobado el desplazamiento omnidireccional de un robot móvil de 4 ejes, para esto se emplea una trayectoria predefinida circular. El objetivo es mantener fija la orientación del robot móvil mientras se mapea un vector tangencial a esta trayectoria circular.

El cuarto objetivo general de este trabajo no pudo ser concluido al 100%, la razón es que, para poder comparar a dos robots móviles omnidireccionales, uno de 3 ejes y uno de 4 ejes, es necesario tener físicamente a los dos robots móviles.

Queda comprobado que un robot móvil omnidireccional de 4 ejes es menos sencillo que un robot móvil omnidireccional de 3 ejes, además, se necesitan más recursos para construirlo, esto nos lleva al rechazo de la hipótesis mencionada en el apartado *Justificación*.

Comentarios

Durante las pruebas realizadas en el robot móvil omnidireccional de 4 ejes, los coples de aluminio que unen a las ruedas con cada motor fueron las partes más susceptibles a deformaciones.

Trabajo Futuro

Como parte de las mejoras a este trabajo, sería necesario realizar un análisis de esfuerzos, con el propósito de encontrar materiales más ligeros y más resistentes, los cuales ofrezcan un mayor desempeño y eficiencia del robot móvil omnidireccional.



APENDICE A (Planos)

En las siguientes páginas se muestran los planos de manufactura y ensamble de las piezas que componen al robot móvil omnidireccional de 4 ejes.

Plano 1: Soporte Para Moto Reductor.

Plano 2: Soporte Para Sensor Ultrasónico.

Plano 3: Soporte (base) De Acrílico.

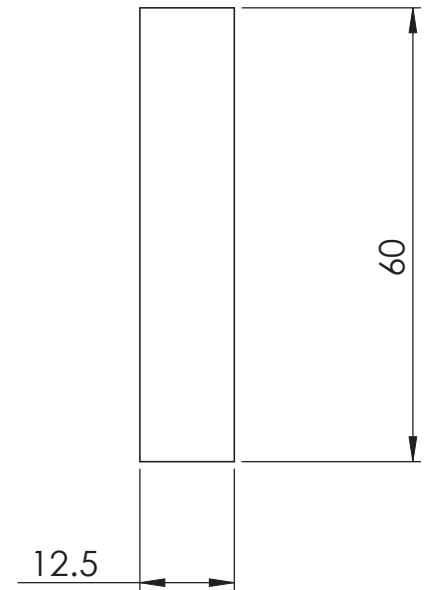
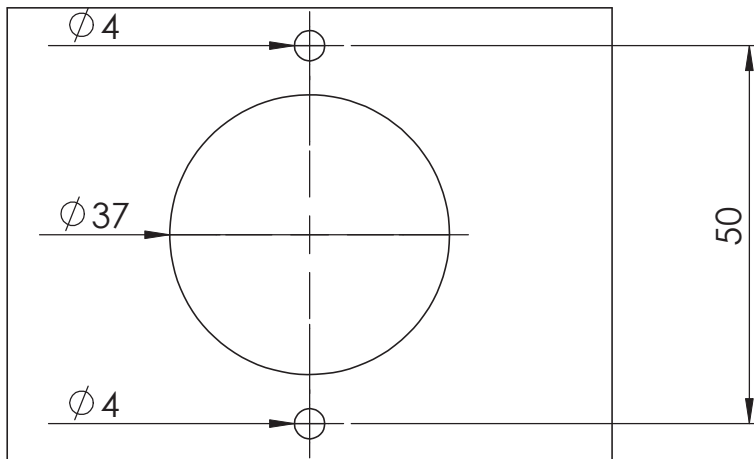
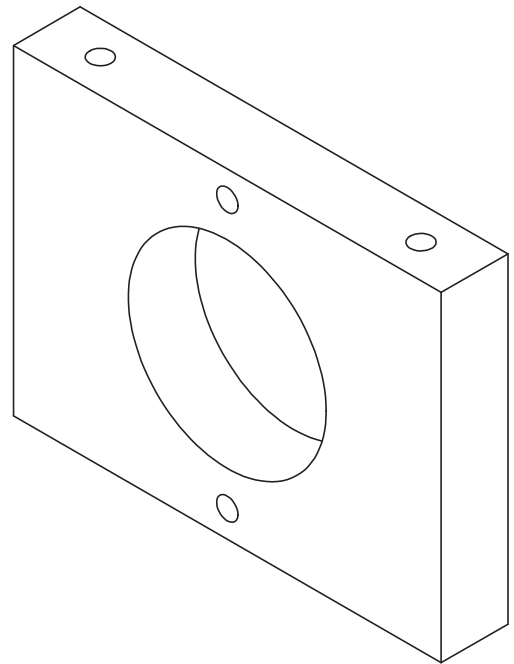
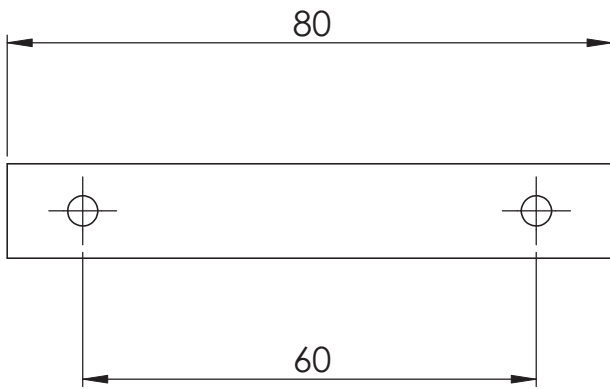
Plano 4: Cople de Aluminio.

Plano 5: Placa De Sujeción Para El Motor.

Plano 6: Ensamble Del Moto Reductor.

Plano 7: Ensamble Del Sensor Ultrasónico.

Plano 8: Ensamble Del Robot Móvil Omnidireccional De 4 Ejes.



Instituto Politecnico Nacional

Unidad Profesional Interdisciplinaria en Ingeniería y Tecnologías Avanzadas

Título Sistema de Control para el Desplazamiento Omnidireccional de un Robot Móvil

Materia Trabajo Terminal II

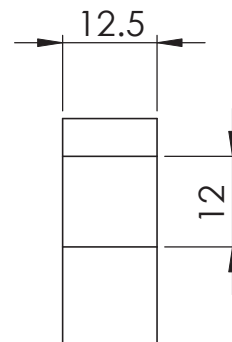
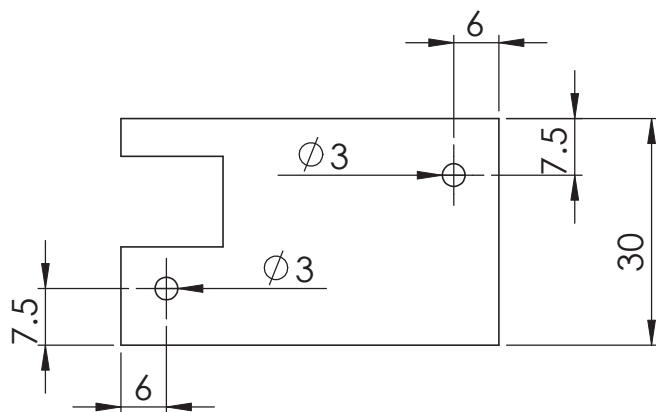
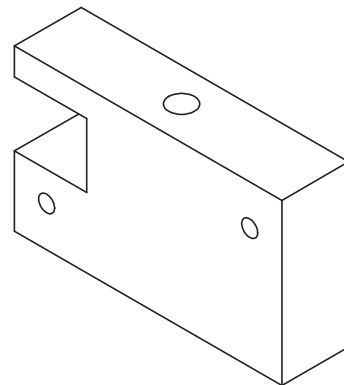
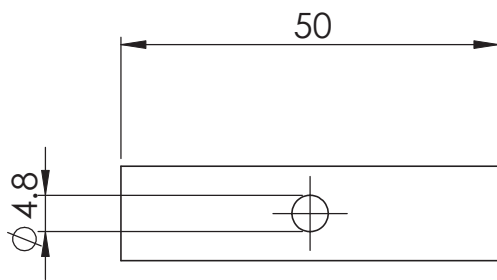


Integrantes
Islas García Pedro Fabián

Escala
Nombre Pza.
Unidades
No. Pieza

1:1
Soporte Para Motor
mm
1





Instituto Politecnico Nacional

Unidad Profesional Interdisciplinaria en Ingeniería y Tecnologías Avanzadas

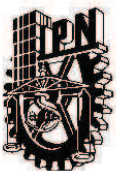
Título Sistema de Control para el Desplazamiento Omnidireccional de un Robot Móvil

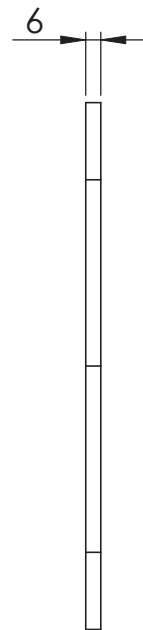
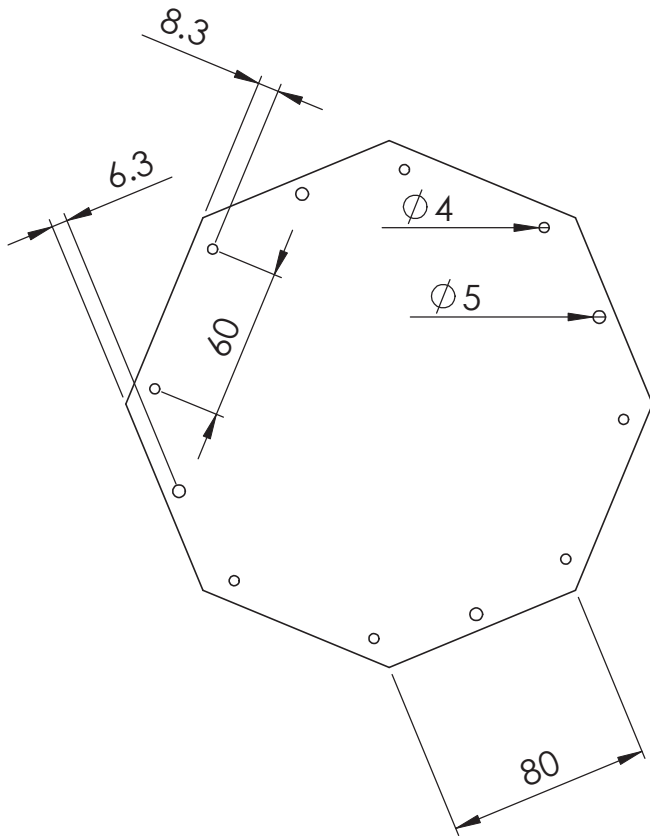
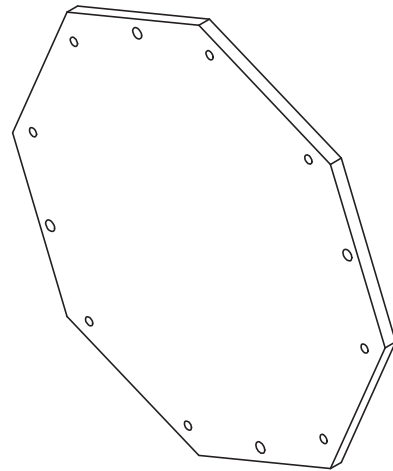
Materia Trabajo Terminal II



Integrantes
Islas García Pedro Fabián

Escala	1:1
Nombre Pza.	Soporte Para Sensor Ultrasónico
Unidades	mm
No. Pieza	2




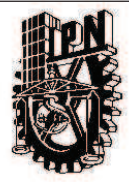


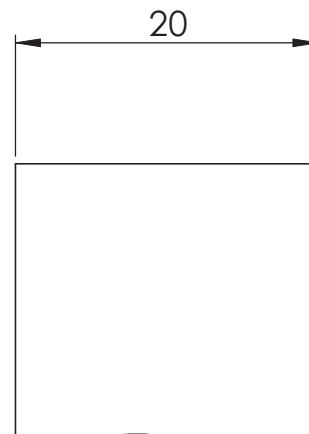
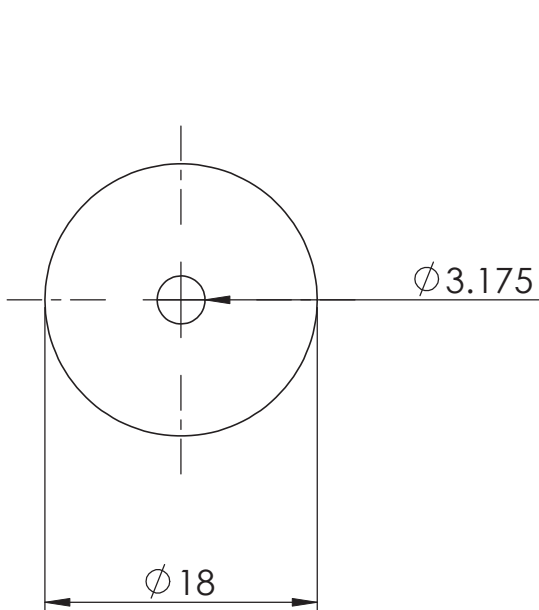
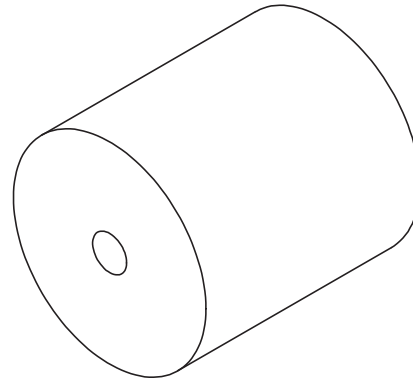
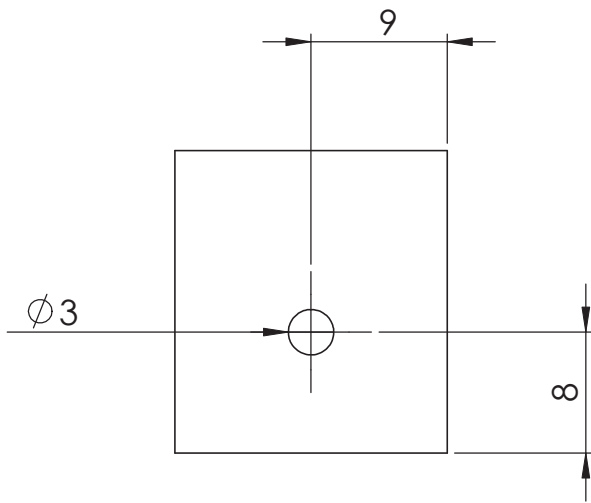
Instituto Politecnico Nacional

Unidad Profesional Interdisciplinaria en Ingeniería y Tecnologías Avanzadas

Título Sistema de Control para el Desplazamiento Omnidireccional de un Robot Móvil

Materia Trabajo Terminal II

	Integrantes	Escala	1:3	
	Islas García Pedro Fabián	Nombre Pza.	Sopрте de Acrílico	
		Unidades	mm	
		No. Pieza	3	



Instituto Politecnico Nacional

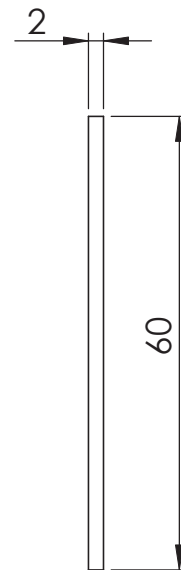
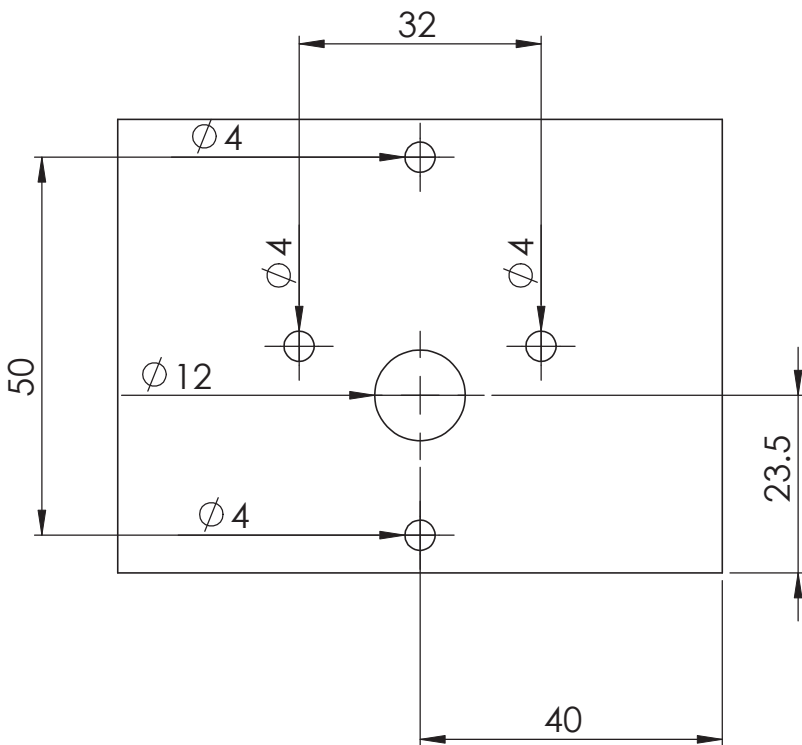
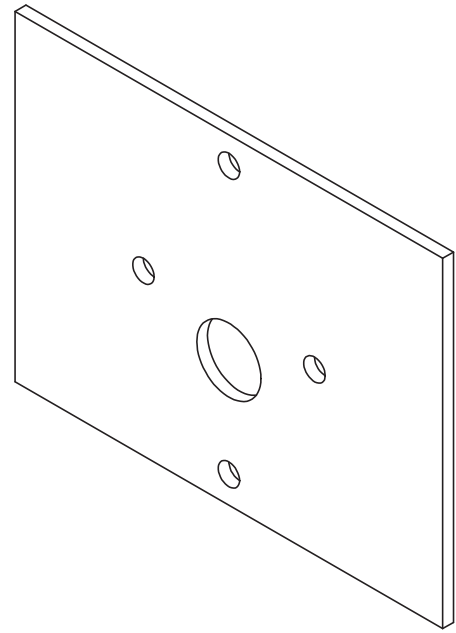
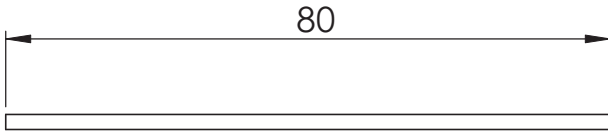
Unidad Profesional Interdisciplinaria en Ingeniería y Tecnologías Avanzadas

Título Sistema de Control para el Desplazamiento Omnidireccional de un Robot Móvil

Materia Trabajo Terminal II

	Integrantes	Escala	2:1
	Islas García Pedro Fabián	Nombre Pza.	Cople de Aluminio
		Unidades	mm
		No. Pieza	4




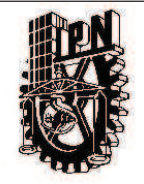


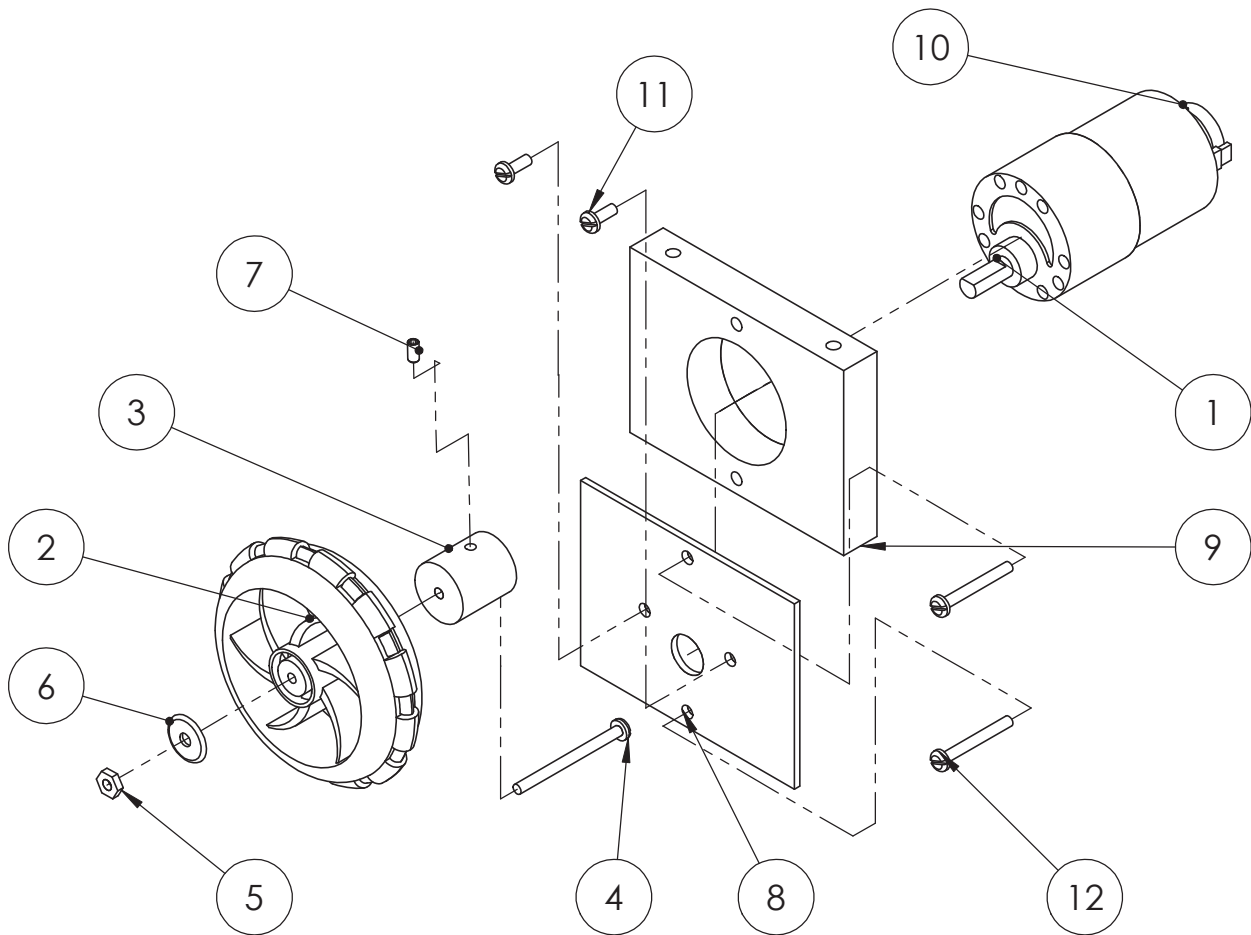
Instituto Politecnico Nacional

Unidad Profesional Interdisciplinaria en Ingeniería y Tecnologías Avanzadas

Título Sistema de Control para el Desplazamiento Omnidireccional de un Robot Móvil

Materia Trabajo Terminal II

	Integrantes	Escala	1:1	
	Islas García Pedro Fabián	Nombre Pza.	Placa Soporte Para Motor	
		Unidades	mm	
		No. Pieza	5	




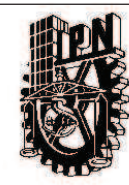
N.º DE ELEMENTO	N.º DE PIEZA	DESCRIPCIÓN	CANTIDAD
1	eje_motor		1
2	rueda_omni_completa		1
3	copie_aluminio002		1
4	tornillo_1_8		1
5	tuerca		1
6	rondana		1
7	opresor		1
8	placa_soporte		1
9	soporte_nylamid		1
10	motoreductor		1
11	tornillo_motor		2
12	tornillo_placa_motor		2

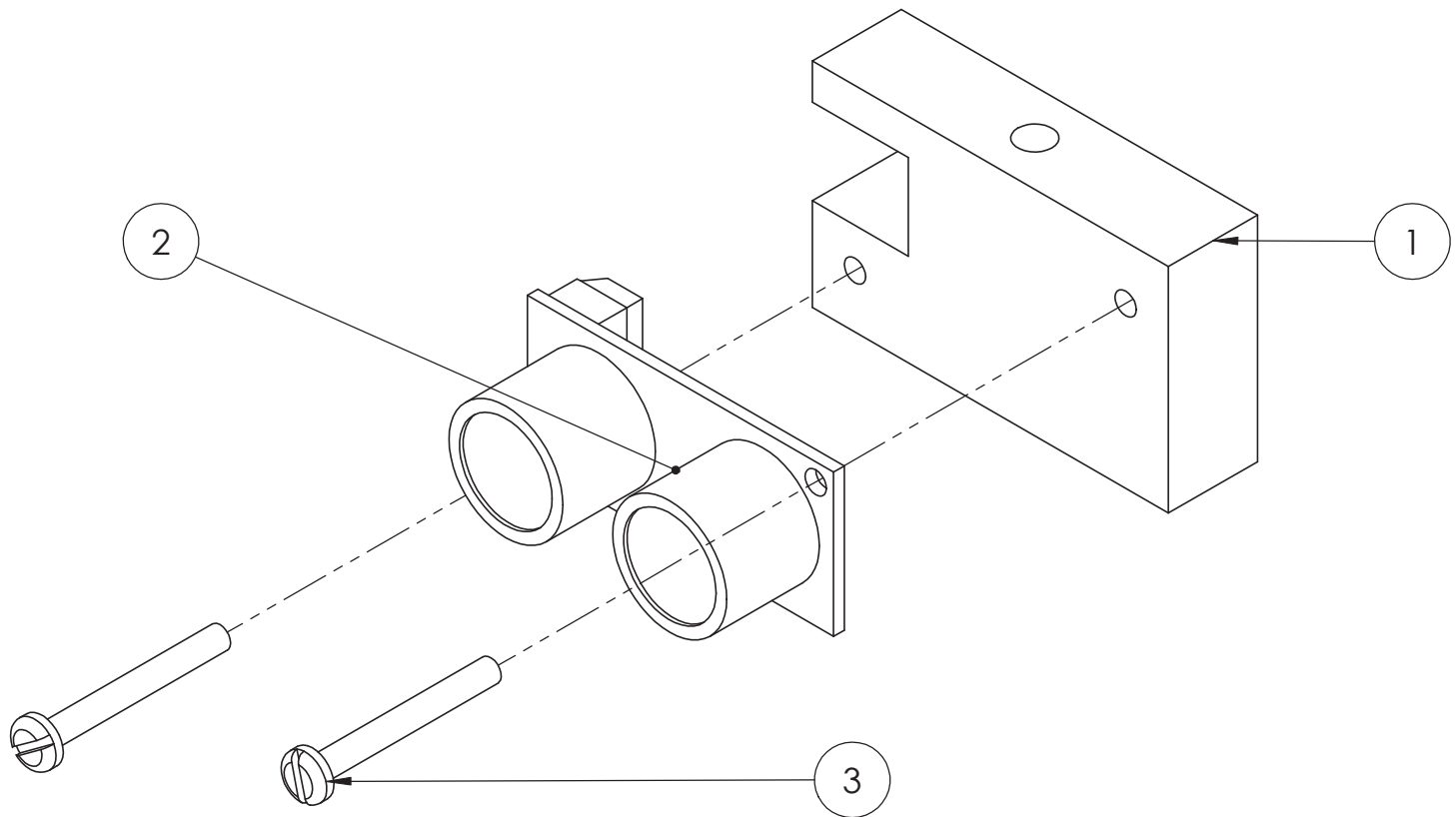
Instituto Politecnico Nacional

Unidad Profesional Interdisciplinaria en Ingeniería y Tecnologías Avanzadas

Título Sistema de Control para el Desplazamiento Omnidireccional de un Robot Móvil

Materia Trabajo Terminal II

	Integrantes	Escala	5:8	
	Islas García Pedro Fabián	Nombre Pza.	Explosión	
		Unidades	mm	
		No. Pieza	--	




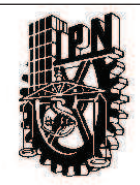
N.º DE ELEMENTO	N.º DE PIEZA	DESCRIPCIÓN	CANTIDAD
1	soporte_sensor_usonico		1
2	sensor_ultrasonico		1
3	tornillo_placa_motor		2

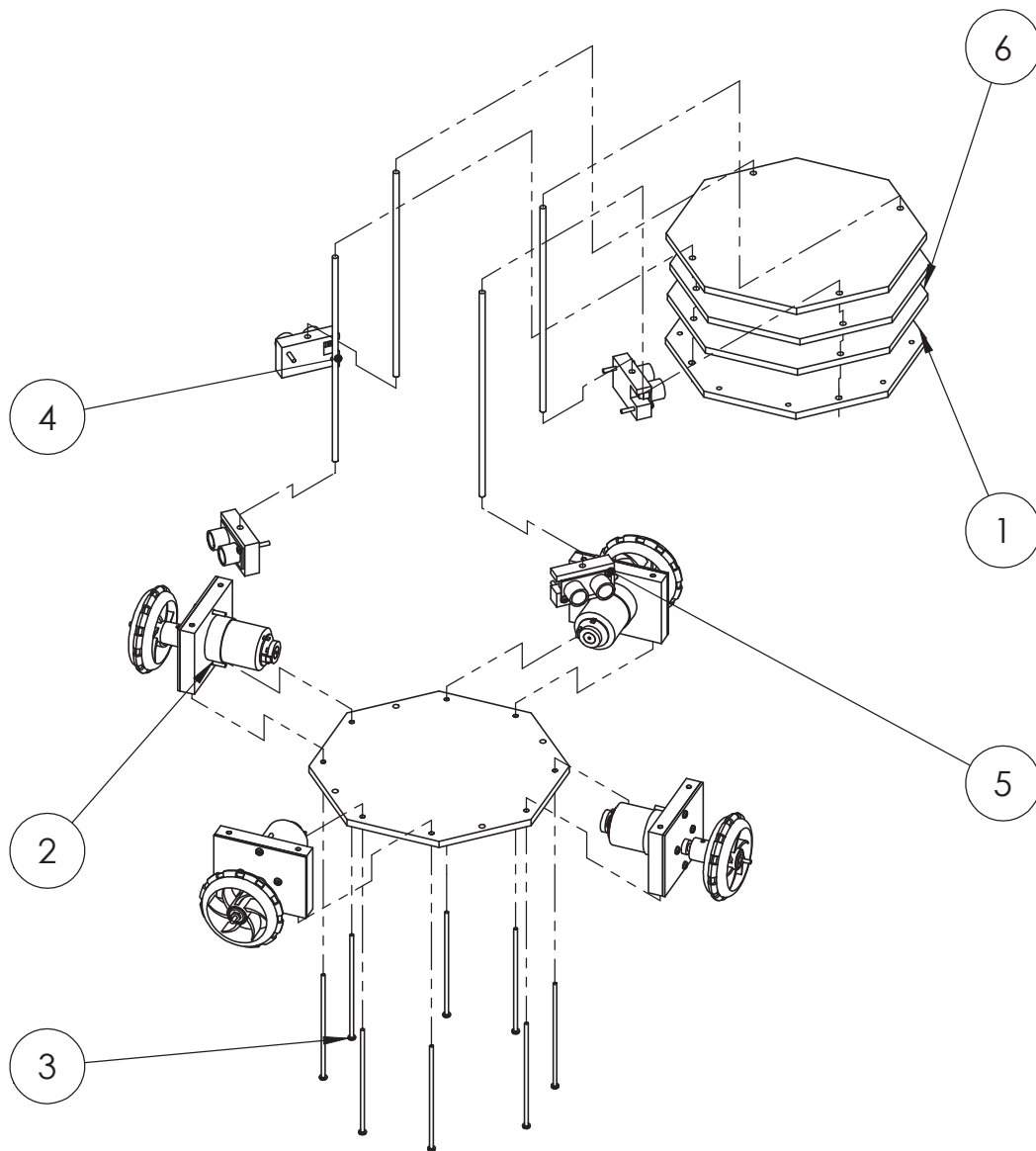
Instituto Politecnico Nacional

Unidad Profesional Interdisciplinaria en Ingeniería y Tecnologías Avanzadas

Título Sistema de Control para el Desplazamiento Omnidireccional de un Robot Móvil

Materia Trabajo Terminal II

	Integrantes	Escala	4:3	
	Islas García Pedro Fabián	Nombre Pza.	Explosión	
		Unidades	mm	
		No. Pieza	--	



N.º DE ELEMENTO	N.º DE PIEZA	DESCRIPCIÓN	CANTIDAD
1	soporte_acrilico		2
2	Ensamblaje001		4
3	tornillo_4_in		8
4	eje_acrilicos		4
5	Ensamblaje003		4
6	soporte_acrilico02		3

Instituto Politecnico Nacional

Unidad Profesional Interdisciplinaria en Ingeniería y Tecnologías Avanzadas

Título Sistema de Control para el Desplazamiento Omnidireccional de un Robot Móvil

Materia Trabajo Terminal II



Integrantes
Islas García Pedro Fabián

Escala
Nombre Pza.
Unidades
No. Pieza

1:6
Explosión
mm
--





Glosario

Termino	Definición
Omnidireccional	Omni se refiere a todo, en combinación significa todas las direcciones.
Articulación Planar	Una articulación planar está caracterizada por el movimiento o desplazamiento en un plano, teniendo así dos grados de libertad.
CPU	Central Processing Unit (unidad central de procesamiento).
PIC	Peripheral Interface Controller (Controlador de Interfaz Periférica)
RISC	Reduced Instruction Set Computer (computadora con conjunto de instrucciones reducidas).
PLD	Programmable logic device (dispositivo lógico programable).
USB	Universal serial bus (bus de serie universal).
PWM	Pulse width modulation (modulación por ancho de pulso).
USART	Universal Synchronous/Asynchronous Receiver Transmitter (transmisor y receptor síncrono/asíncrono universal).
Encoder	Dispositivo electromecánico usado para convertir la posición angular de un eje a un código digital lo que lo convierte en un transductor.
Cuadratura	Para un encoder es un tren de pulsos por cada una de sus salidas desfasadas 90°
Retroalimentación	Es un mecanismo de control de los sistemas dinámicos por el cual una cierta proporción de la señal de salida se redirige a la entrada, y así regula su comportamiento.



Cibergrafía / Bibliografía

- [1] <http://personales.ya.com/casanchi/fis/hamilton01.htm>, "*Definición de sistemas hólonomos*", fecha de consulta, agosto 3, 2011
- [2] <http://es.wikipedia.org/wiki/Odometr%C3%ADa>, "*Definición de odometría*", Fecha de consulta, agosto 3, 2011
- [3] <http://www.cea-ifac.es/actividades/jornadas/XXIV/documentos/ro/201.pdf>, "*Modelado Cinemático para un robot móvil omnidireccional*", Fecha de consulta, agosto 5, 2011
- [4] http://www.esi2.us.es/~vivas/ayr2iaei/LOC_MOV.pdf, "*Tipos de locomoción, Definición de los tipos de ruedas*", Fecha de consulta, agosto 6, 2011
- [5] <http://www.muchotrasto.com/TiposDePlataformas.php>, "*Descripción de los tipos de locomoción*", Fecha de consulta, agosto 8, 2011
- [6] Trabajo Terminal, "Robots Jugadores de Fútbol con Control Inteligente.", 2009, Castillo Arias Emmanuel, Salgado Durán Rafael Josafat
- [7] <http://www.fceia.unr.edu.ar/control/snl/Apunte.pdf>, "*Sistemas de Control por Retroalimentación de estados*", Fecha de consulta, octubre 30, 2011
- [8] <http://www.fcnym.unlp.edu.ar/catedras/matematica/teoricos/UT4.pdf>, "*cálculo de la pseudoinversa*", fecha de consulta, agosto 18, 2012.