INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN CIENCIA APLICADA Y TECNOLOGÍA AVANZADA

LOS PROFESORES DE MATEMÁTICA EN FORMACIÓN EN URUGUAY: UN ANÁLISIS DE LAS INTERACCIONES EN LA CLASE DE SU PRÁCTICA DOCENTE

Tesis para obtener el grado de Maestría en Ciencias en Matemática Educativa

Presenta: **Daniela Pagés Rostán**

Directores de tesis:

Dr. Javier Lezama Andalón

Dra. Mónica Olave Baggi

Montevideo, Uruguay, julio de 2015

SIP-14-BIS

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

ACTA DE REVISIÓN DE TESIS

En la Ciudad de México siendo las 12 horas del día 15 del mes de Junio del 2015 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de la Tesis, designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de CICATA_U Legaria para examinar la tesis titulada:

Los profesores de matemáticas en formaciónen Uruguay: Un análisis de las interacciones en la clase de su práctica docente

Presentada por el alumno:

Pagés	**Rostán**
Apellido paterno	Apellido materno

Nombre(s) **Daniela**

Con registro: | B | 1 | 3 | 0 | 4 | 1 | 5 |

aspirante de: Maestría en Ciencias en Matemática Educativa

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron ***APROBAR LA TESIS***, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

LA COMISIÓN REVISORA

Directores de tesis

Dra. Mónica Olave Baggi

Dr. Francisco Javier Lezama Andalón

Dr. Alejandro Rosas Mendoza

Dr. Apolo Castañeda Alonso

Dr. Mario Sánchez Aguilar

PRESIDENTE DEL COLEGIO DE PROFESORES

Dr. José Antonio Calderón Arenas

CICATA - I.P.N. U. LEGARIA
Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional

Prohibición de uso de obra

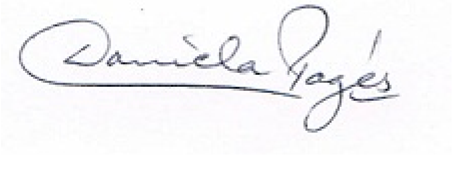
Instituto Politécnico Nacional
P r e s en t e

Bajo protesta de decir verdad el que suscribe ***Daniela Pagés Rostán***, manifiesto ser autora y titular de los derechos morales y patrimoniales de la obra titulada ***"Los profesores de matemática en formación en Uruguay: un análisis de las interacciones en la clase de su práctica docente"***, en adelante "La Tesis" y de la cual se adjunta copia para efecto de finalizar sus estudios de Maestría en Ciencias con orientación en Matemática Educativa, por lo que por medio del presente y con fundamento en el artículo 27 de la Ley Federal del Derecho de Autor, se prohíbe el uso y/o explotación de "La Tesis" en las formas y medios descritos en el fundamento legal citado, en virtud de que cualquier utilización por una persona física o moral distinta del autor puede afectar o violar derechos autorales, industriales, secretos industriales, convenios o contratos de confidencialidad o en general cualquier derecho de propiedad intelectual de terceros distintos al autor de "La Tesis".

El virtud de lo anterior, "El IPN" deberá reconocer en todo momento mi calidad de autor de "La Tesis" y limitarse a su uso en la forma arriba señalada.

México, D.F., 28 de julio de 2015.

Atentamente



____

Autorización de uso de obra

Instituto Politécnico Nacional
P r e s e n t e

Bajo protesta de decir verdad el que suscribe ***Daniela Pagés***, manifiesto ser autora y titular de los derechos morales y patrimoniales de la obra titulada ***"Los profesores de matemática en formación en Uruguay: un análisis de las interacciones en la clase de su práctica docente"***, en adelante "La Tesis" y de la cual se adjunta copia, por lo que por medio del presente y con fundamento en el artículo 27 fracción II, inciso b) de la Ley Federal del Derecho de Autor, otorgo a el Instituto Politécnico Nacional, en adelante El IPN, autorización no exclusiva para comunicar y exhibir públicamente total o parcialmente en medios digitales "La Tesis" por un periodo de un año contado a partir de la fecha de la presente autorización, dicho periodo se renovará automáticamente en caso de no dar aviso a "El IPN" de su terminación.

En virtud de lo anterior, "El IPN" deberá reconocer en todo momento mi calidad de autor de "La Tesis".

Adicionalmente, y en mi calidad de autor y titular de los derechos morales y patrimoniales de "La Tesis", manifiesto que la misma es original y que la presente autorización no contraviene ninguna otorgada por el suscrito respecto de "La Tesis", por lo que deslindo de toda responsabilidad a El IPN en caso de que el contenido de "La Tesis" o la autorización concedida afecte o viole derechos autorales, industriales, secretos industriales, convenios o contratos de confidencialidad o en general cualquier derecho de propiedad intelectual de terceros y asumo las consecuencias legales y económicas de cualquier demanda o reclamación que puedan derivarse del caso.

México, D.F., 28 de julio de 2015.

Atentamente

Daniela Pagés

____

Agradecimientos

A Fiorella, Antonella y Franco, que participaron de esta investigación, mostrando una gran generosidad y apertura al permitirme ver y analizar su práctica docente.

A Mónica y Javier, que transitaron este camino conmigo y me brindaron tantas ideas para hacer posible este trabajo.

A mis hijas Cecilia y Sivina, que creen en todos mis proyectos y los apoyan de forma incondicional.

A todos los familiares, amigos y compañeros que me han acompañado en esta travesía.

Es cierto que palabras como matemática, lenguaje, y arte tienen un doble significado. En el caso del arte es obvio. Existe un arte terminado que es el que estudia el historiador del arte, y existe un arte ejercitado por el artista… Cada matemático sabe al menos inconscientemente que al lado de las matemáticas ya hechas existen las matemáticas como una actividad. Pero este hecho casi nunca se señala, y no todos los no matemáticos son conscientes de ello.

(Freudenthal H., 1973, p. 114).

INDICE

Resumen

Esta investigación se origina a partir de las dificultades detectadas en algunos estudiantes de Profesorado de Matemática de Uruguay, cuando desempeñan el rol docente con un grupo a su cargo, en el último año de su carrera, como parte de la asignatura Didáctica III de Matemática. Esta asignatura consta de dos partes: una teórica, con diversos temas de Matemática Educativa, y un curso de práctica docente, donde los estudiantes atienden un grupo de Ciclo Básico (12-15 años) enteramente a su cargo. Las dificultades observadas se relacionan con la planeación de las clases, las actividades que proponen a sus alumnos, la dificultad para generar en ellos la necesidad de hacerse responsables de su propio aprendizaje. Esto parece mostrar un desencuentro entre los aspectos teóricos que se trabajan en los cursos de didáctica, y los elementos que toman en cuenta los estudiantes de profesorado en sus clases. Para la investigación se tomó como marco teórico la aproximación interaccionista en Educación Matemática, basada en el Interaccionismo Simbólico. Según este marco, toda tarea planteada en la clase de matemática encierra cierta ambigüedad, y por lo tanto es necesaria una interpretación de los estudiantes y el docente. A su vez, el profesor debe interpretar las respuestas que los estudiantes le ofrecen. Así, el conocimiento matemático resultante es producto de una negociación. La misma se produce a través de las interacciones de la clase. Aquí se analiza la forma en que el profesor y los estudiantes estructuran sus interacciones entre sí. En particular, se estudia la existencia de patrones de interacción no conscientes, y constituidos interactivamente, que empobrecen los significados que se negocian. Se observaron y registraron en video cuatro clases de cada uno de tres estudiantes de profesorado que participaron de la investigación. En las mismas se analizaron las interacciones, tomando como criterios: la intención de las preguntas del estudiante de profesorado, los objetivos y características de las respuestas de sus alumnos, la búsqueda o no de soluciones distintas a la oficial, entre otros. A partir de ellos se determinó el patrón predominante de cada estudiante de profesorado.

Abstract

This research stems from the difficulties encountered in some preservice teachers from Uruguay, when they played the role of teachers with a group in charge, in the last year of their career, as part of the subject 3th Didactics. This course consists of two parts: a theoretical one, with various topics of Mathematics Education, and practice teaching, a course where students have school teaching practice as full teachers, in a class group of basic secondary education (12-15 years). The observed difficulties are related to the planning of classes, activities proposed to students, the difficulty to generate in them the need to take responsibility for their own learning. This seems to show a mismatch between the theoretical aspects that work in Mathematics Education courses, and the elements that the preservice teachers take into account in their classrooms. The theoretical framework used for frame was the interactionist approach in Mathematics Education, based on Symbolic Interactionism. Under this framework, any task set in math class contains some ambiguity, and therefore an interpretation of students and teachers is necessary. In turn, the teacher must interpret the answers that students offer. Thus, the resulting mathematical knowledge is the product of a negotiation. The same occurs through the interactions of the class. We analize the way the teacher and students structure their interactions with each other. In particular, we study the existence of unconscious and interactively made interaction patterns, which impoverish the negotiated menanings. Four preservice teachers participated in the research, four classes of each were observed and video recorded. In the same interactions they were analyzed, using as criteria: the intention of the questions of student teachers, objectives and characteristics of their students' responses, or search other than the official solutions, among others. From them the predominant pattern of each student was determined teachers.

Relación de tablas e ilustraciones

Glosario

EPM: Estudiante para Profesor de Matemática

FPM: Formador de Profesores de Matemática

SUNFD: Sistema Único Nacional de Formación Docente

DES: Dominio de Experiencia Subjetiva

Pregunta de continuidad: Pregunta generalmente breve, seguida de una pausa o silencio, y que posibilita la incorporación del oyente como hablante. No siempre va seguida de intervenciones del oyente. Tiene como función llamar la atención de los interlocutores y asegurar la continuidad del discurso. Por ejemplo: ¿vale?, ¿sabes?, ¿no?, ¿sí?, ¿verdad? (Cubero, Cubero, Ignacio-Carmona, Prados, Santamaría, p. 90)

Pregunta retórica: Enunciado interrogativo que no va seguida de una pausa o silencio. La pregunta es contestada por el hablante que la formula o bien no es contestada. Estos enunciados pueden adoptar un estilo directo o indirecto. Tiene la función de hacer más dialógico el discurso, guiar al oyente en la línea de razonamiento que se explicita. (Cubero et al., p.90)

Pregunta de explicación: Enunciado que recoge varias preguntas y/o aclaraciones sobre las mismas. Tienen la función de guiar a los alumnos ofreciéndoles preguntas y aclaraciones, y explicitar la línea de razonamiento que hay que seguir. (Cubero et al., p. 90)

Introducción

La formación de profesores en Uruguay, en la enseñanza pública, se realiza a través de una carrera terciaria no universitaria de cuatro años de duración. La misma se estructura en torno a tres pilares: las ciencias de la educación, asignaturas específicas de la especialidad, y la componente didáctica. Este último pilar se compone, a su vez, de cursos teóricos y práctica docente.

Este trabajo parte de la observación de ciertas dificultades que se observan en algunos estudiantes de profesorado de matemática (EPM) de Uruguay en su práctica docente. Las mismas se relacionan, en primer lugar, con el diseño de la clase y las actividades que los EPM proponen a sus estudiantes. Pero también surgen problemas en relación a la forma en que estas actividades son llevadas adelante en la clase. En particular, los EPM tienen dificultades para generar en sus estudiantes la necesidad de hacerse responsables de su propio aprendizaje, de forma que manifiesten sus modos propios de pensamiento y queden en evidencia sus conocimientos previos. Esto permitiría al EPM detectar los obstáculos que sus estudiantes están enfrentando y así poder elaborar estrategias para que dicho pensamiento pueda evolucionar en el transcurso de la clase.

En el Capítulo I describimos el problema a investigar. Al inicio realizamos el análisis de los fundamentos, objetivos y contenidos de las asignaturas del profesorado vinculadas a la Matemática Educativa: la Unidad Didáctica-Práctica Docente, Análisis del Discurso Matemático Escolar e Historia de la Matemática. Luego describimos la problemática de estudio, que está vinculada a las dificultades que hemos detectado en el desempeño de algunos EPM del último año de la carrera en el desarrollo de sus clases al frente del grupo a cargo que tienen en enseñanza secundaria. Estas dificultades nos estarían indicando que parece haber un desencuentro entre el trabajo realizado en los cursos teóricos de Didáctica de la matemática, y los elementos que los EPM parecen tomar en cuenta al momento de ejercer el rol docente en su práctica. A partir de esto planteamos los objetivos y la pregunta de la presente investigación.

En el Capítulo II desarrollamos el marco teórico, la aproximación interaccionista en Educación Matemática. Se describen las ideas y conceptos principales de la misma, y su relación con el problema que se investiga. Esta aproximación toma el enfoque sociocultural para considerar las fuentes y evolución del conocimiento matemático, entendiendo a la matemática como resultado de los procesos sociales. De esto se desprende que el aprendizaje se produce interactivamente, a través de negociaciones de significado. En este proceso se desarrollan patrones de interacción, que permiten que la clase transcurra con cierta fluidez. Los autores señalan que muchas veces estos patrones degeneran, cayéndose en modos de interactuar que empobrecen los significados alcanzados en la interacción. En la microcultura de la clase se establecen normas sociales, en cuanto a la forma de trabajo, y normas sociomatemáticas, vinculadas con el tipo de trabajo matemático que se realiza. Para esta investigación consideramos especialmente los patrones de interacción.

En el Capítulo III explicamos en qué consistió el trabajo de campo, la metodología utilizada, así como la población participante y la forma de recoger los datos. Se utilizó la etnografía como metodología de investigación. Participaron tres estudiantes del Instituto de Profesores "Artigas", el mayor instituto de formación docente del país. Los mismos realizaban el último curso de Didáctica, teniendo un grupo de Ciclo Básico (con estudiantes entre 12 y 16 años) a su cargo, en el que cumplían el rol completo de profesor. Se los visitó en cuatro clases a cada uno. Estas clases fueron videograbadas en su totalidad, y transcritas para ser analizadas a partir del marco teórico. En particular, se analizó qué patrón desarrolla cada uno de los estudiantes participantes, a partir de las características de los mismos.

El Capítulo IV consiste en el análisis de los datos obtenidos a la luz del marco teórico, con el objetivo de determinar qué patrones de interacción desarrollaron los EPM y sus alumnos en sus clases. Como señalan los investigadores interaccionistas, los significados que se toman finalmente como compartidos dependen del tipo de interacciones que se den en la clase, así como de las normas que se establezcan y renegocien durante el desarrollo de las clases. A su vez, las características mediante las que se define cada patrón, permiten analizar en qué medida los EPM toman los elementos que han aprendido a lo largo de los cursos de didáctica de la matemática que han tenido en su formación. En este capítulo se analizan algunas de las interacciones que fueron videograbadas y transcritas, que se seleccionaron para mostrar las principales características de las interacciones que desarrolla cada EPM. En particular, ellas permiten ejemplificar la constitución de algún o algunos patrones de interacción.

En el Capítulo V sintetizamos, para cada EPM participante de la investigación, las características principales de las interacciones que desarrolla con sus alumnos, para determinar si hay algún patrón de interacción, de los descritos en el marco teórico, que predomine sobre los otros. Con esta síntesis tratamos de dar respuesta a la pregunta de investigación que nos hemos planteado al inicio de este trabajo: "¿Qué patrón de interacción predomina en las clases de cada EPM?" A continuación establecemos una serie de conclusiones tratando de vincular la respuesta a la pregunta con la problemática que le dio origen, en cuanto a la separación que existiría entre los cursos teóricos de Didáctica y la práctica docente, para estos EPM. Asimismo, reflexionamos acerca de la importancia de considerar en la formación docente del Uruguay, la posible constitución de algunos patrones de interacción inconscientes, como el extractivo o el de embudo, debido a las consecuencias negativas que su desarrollo tiene en el aprendizaje de los estudiantes.

Capítulo I. El problema a investigar: justificación, objetivos y preguntas de investigación

Para poder hacer una descripción de la problemática de estudio, primero describiremos cómo se desarrolla la formación docente en el Uruguay, ya que la misma constituye el contexto en el que se realiza esta investigación.

I.1.- La formación docente en Uruguay

La formación docente pública (magisterial, de profesorado y de maestros técnicos) en Uruguay es de carácter terciario, no universitario y tiene una duración de cuatro años. Se estructura con base en tres pilares: la formación en las ciencias de la educación, la formación técnico-disciplinar y la formación en didáctica específica.

Las asignaturas de Ciencias de la Educación constituyen el Tronco Común de todas las especialidades (Matemática es una especialidad). Algunas de estas asignaturas son: Pedagogía, Sicología, Sociología, Lengua, Historia de la Educación.

Entre las asignaturas del pilar técnico-disciplinar se encuentran: Fundamentos de la Matemática, Geometría (métrica), Geometría y Álgebra Lineal, Análisis I, Análisis II, Topología.

Finalmente, las asignaturas de Didáctica específica para Matemática son: Introducción a la Didáctica, Unidad Didáctica-Práctica Docente I, II y III, Análisis del Discurso Matemático Escolar e Historia de la Matemática.

Como la problemática de estudio está vinculada con el pilar de la Didáctica de la Matemática, en el siguiente apartado describiremos en profundidad en qué consiste, para la especialidad matemática, esta componente.

I.1.1.- Didáctica específica en la especialidad Matemática

En primer año, hay un curso llamado Introducción a la Didáctica, de dos horas semanales. En la fundamentación de este curso encontramos:

> El alumno trabajará sobre la autobiografía de su aprendizaje en Matemática la que continúa construyéndose a lo largo del año incorporando las experiencias institucionales. Esta autobiografía permitirá comenzar a reflexionar sobre las prácticas educativas y sobre cómo aprendemos, desde la propia experiencia del individuo. (Página

web del Consejo de Formación en Educación, Planes y Programas, Plan 2008, Introducción a la Didáctica, p.1)

Entre los contenidos del programa destacamos, por su influencia en el posterior ejercicio de la docencia: ¿Qué es la matemática?; ¿En qué consiste aprender matemática?; la resolución de problemas como motor de la ciencia matemática y constructor de sentido; actitudes hacia la matemática; la matemática y las diversas actividades humanas; modelos docentes; construcción del rol docente.

En segundo año, los EPM tienen un curso de Didáctica (Unidad Didáctica Práctica Docente) con dos componentes: una parte teórica, donde se abordan cuestiones como las metas y objetivos de la ME, la Didáctica de la Matemática y su evolución, la observación, el rol docente, la planificación (incluyendo el análisis y crítica de textos, las estrategias metodológicas, el material de apoyo, el uso de las TIC), la evaluación. La segunda componente implica que el estudiante asista a un curso de Matemática de Educación Secundaria Básica (corresponde al Ciclo Básico, con estudiantes cuyas edades oscilan entre 12 y 14 años), donde realiza observación de clases, y tiene que planificar y llevar adelante algunas. El grupo está a cargo de un docente egresado de formación docente en la especialidad Matemática, con una antigüedad de ocho años como mínimo, llamado profesor adscriptor.

En la fundamentación del curso de Didáctica I se establece:

> "…El profesor debe poseer sólidos conocimientos de la disciplina que va a enseñar pero si en algo se ha de distinguir del investigador, del erudito, del estudioso, es por su especialización en la tarea de clase." (Página web del Consejo de Formación en Educación, Planes y Programas, Plan 2008, Didáctica I, p.1)

En tercer año la Unidad Didáctica Práctica Docente se compone en forma similar a la de segundo año. Solo que en la parte teórica, además de algunos temas que vuelven a tratarse (Objetivos, Planificación), se abordan los siguientes: los diferentes lenguajes en la clase de Matemática, el rol de las definiciones en la clase de Matemática, aspectos acerca de la argumentación y sus funciones, algunos aspectos de la enseñanza de la geometría, del álgebra, del análisis y de la probabilidad, y la evaluación. En la práctica docente el estudiante concurre a un curso de Bachillerato, también a cargo de un profesor adscriptor. Debe planificar y llevar adelante un número mayor de clases que en el curso de segundo año, incluyendo una unidad.

En el último año de la carrera, el curso teórico de la Unidad Didáctica Práctica Docente profundiza en los temas abordados en los cursos anteriores. En la práctica docente, en tanto, el estudiante tiene un grupo de ciclo básico (con estudiantes de 12 a 14 años) a su cargo, donde ejerce la función docente de forma plena.

Además, entre las asignaturas de cuarto año están: Análisis del Discurso Matemático Escolar (ADME) e Historia de la Matemática. En la fundamentación del curso de ADME encontramos:

> La asignatura ADME tiene por objetivo proveer al futuro profesor de elementos teóricos y empíricos que le permitan reflexionar acerca de la asignatura que va a enseñar, sobre su estado actual, aportando opiniones y sugerencias que posibiliten a la postre convertirlos en formas metodológicas, atendiendo a los aspectos cognitivos, didácticos y epistemológicos, relativos a cualquier saber a enseñar…
>
> …Se concibe la asignatura como el diálogo entre los discursos del saber sabio y del saber a enseñar y su vínculo desde la Didáctica, destacando los dominios de validez en los correspondientes contextos. Es un espacio integrador de los contenidos de la carrera, donde se tratan aspectos de la Matemática como objetivo de enseñanza en función de objetivos de aprendizaje…
>
> Generalmente el practicante en la conquista de su rol profesional, a la hora de planificar en los distintos niveles (de clase, de unidad temática) no conecta con acierto los insumos de las asignaturas específicas con el discurso escolar. En los cursos de Matemática, los contenidos son tratados como objetos de aprendizaje y salvo excepciones es comentado su abordaje como objetos de enseñanza. Esta traslación debe acompañarse desde la reflexión y reformulación de los propios contenidos puntuales. Esta asignatura pretende redimensionar los objetos, tomar contacto con la producción de la investigación didáctica y poder así identificar los obstáculos de enseñanza y prever el diseño

> de actividades para el aula de Enseñanza Media que devengan en aprendizajes. (Página web del Consejo de Formación en Educación, Planes y Programas, Plan 2008, Análisis del Discurso Matemático Escolar, p.1).

Finalmente citamos un párrafo extraído de la fundamentación del curso de Historia de la Matemática, donde se mencionan como metas que los estudiantes puedan:

> Comprender mejor las dificultades del hombre en la elaboración de las ideas matemáticas, y a través de ello las de sus propios alumnos… A través de una mirada a los 'viejos métodos' evaluar sus propias ideas matemáticas, al mismo tiempo que conocer formas alternativas de concebir un problema y enriquecerse en dicho proceso. (Página web del Consejo de Formación en Educación, Planes y Programas, Plan 2008, Historia de la Matemática, p.1).

En todos los cursos donde el estudiante realiza práctica docente en un liceo de Enseñanza Secundaria, el profesor de Didáctica visita al estudiante en las clases que tiene que dictar, y luego de observarlas, discute con el estudiante y el profesor adscriptor (o solo con el estudiante en el último año) acerca de la misma, en el marco del curso teórico.

I.2.- Nuestra problemática de estudio

Como vimos anteriormente, en el curso Unidad Didáctica Práctica Docente el profesor de Didáctica realiza visitas a los estudiantes. Durante las mismas, observa la clase, realizando una retroalimentación de la misma en entrevista posterior.

En oportunidad de dichas visitas observamos muchas veces que estudiantes con buenos desempeños en el curso teórico de la Unidad Didáctica Práctica Docente, parecen no tomar en cuenta los elementos que estos les aportan para organizar y desarrollar sus clases. Aún en el caso de planificar atendiendo a los aportes de metodologías de enseñanza alternativas, y a las recomendaciones acerca de la enseñanza de determinado tópico, que emergen de las investigaciones en el campo de la ME, en la clase se posicionan de manera "tradicional". La forma en que desarrollan la discusión de los problemas, el tipo de preguntas que realizan a los estudiantes, el modo en que presentan un conocimiento en clase y cómo lo hacen evolucionar, no permiten la reflexión, discusión conjunta, y el desarrollo de un pensamiento matemático enriquecido en los estudiantes a los que les dan clase. Daría la impresión de que tampoco toman en cuenta los diferentes abordajes y modos de pensamiento que los estudiantes tienen. Parecería que los conocimientos que los EPM deberían construir en los cursos teóricos de Didáctica, no les servirían de insumos a la hora de planificar y llevar adelante clases, es decir, que no habrían establecido un vínculo entre las dos componentes de los cursos de Didáctica de la Matemática del profesorado (curso teórico de Didáctica y práctica docente).

Teniendo en cuenta los aportes de Charnay (1988), podríamos decir que los EPM se sitúan en un modelo normativo. Este autor plantea que uno de los objetivos principales de la enseñanza de la matemática, y a la vez una de las mayores dificultades, consiste en que aquello que se enseña esté cargado de significado, es decir, tenga sentido para el estudiante. El sentido de un conocimiento matemático fue explicado por Brousseau (1983). El mismo viene dado por el conjunto de situaciones donde dicho conocimiento se realiza como teoría matemática o donde el sujeto lo encuentra como medio de solución, pero también por el conjunto de concepciones que rechaza, de errores que evita, de economías que procura, entre otros. Para que un conocimiento tenga sentido para el estudiante, según Charnay, este debe ser capaz, además de repetir y volver a hacer, de resignificar en una nueva situación, adaptar, transferir. Para esto, el estudiante debe encontrar ese conocimiento en la resolución de problemas, como herramienta, antes que abordar su estudio disciplinar. A partir del concepto de contrato didáctico (Brousseau, 1983), Charnay describe tres modelos, en cuanto a los roles del estudiante y del profesor, el proyecto de cada uno, las reglas de juego. Estos son: el modelo normativo, el modelo incitativo y el modelo aproximativo. El modelo normativo supone que el profesor transmite un saber a los estudiantes, y se caracteriza por:

- El profesor da los conceptos, propone ejemplos, explica.
- El estudiante escucha, aprende, debe estar atento; luego imita y se entrena o ejercita.
- El saber se considera algo acabado, ya construido.

- Se utilizan métodos dogmáticos (la enseñanza de reglas y aplicaciones), y la acción de preguntas-respuestas.

Este posicionamiento de los EPM a la hora de desarrollar sus clases en la enseñanza secundaria también ha sido señalado por otros investigadores en ME de Uruguay. Olave (2008) plantea, a propósito de las prácticas docentes de los EPM:

> De acuerdo a datos aportados por la Sala de Didáctica de la Matemática del Departamento de Matemática de Formación Docente –compuesta por los FPM [Formador de Profesores de Matemática] de todo el país que dictan la asignatura Didáctica de la Matemática del Profesorado en Uruguay- se ha observado en las visitas a los EPM en sus prácticas docentes en el ámbito de la Enseñanza Media, que muchos de ellos presentan a sus estudiantes una matemática que consiste en un conjunto de proposiciones, con sus respectivas demostraciones, en donde el estudiante juega un papel de espectador en el que raramente participa en forma activa en la construcción del sentido de los conceptos matemáticos. (Olave, 2008, p. 26)

El fenómeno observado tiene múltiples causas y componentes, y su análisis podría abordarse desde distintos enfoques. Por ejemplo, podría realizarse un análisis de la planificación escrita del profesor, los aspectos a los que esta atiende, o a las actividades que el EPM selecciona para trabajar en la clase, así como el análisis a priori que realiza de las mismas. Sin embargo, hemos decidido abordar este problema atendiendo a las interacciones que el EPM realiza y promueve al ejercer su rol docente. Estas se observarán en la práctica docente del EPM con un grupo a cargo, en el último curso de Didáctica de la carrera de profesorado.

Pensamos que es en las interacciones de la clase donde se pone en acción lo que un docente planificó para desarrollar su tarea. Allí es posible observar, en el escenario mismo donde ocurre el acto educativo, los elementos mencionados por Charnay: los roles del profesor y del estudiante, las reglas de juego, el proyecto del docente y del estudiante en la clase. Creemos que la lectura e interpretación de estas interacciones puede permitir entender qué valor le da el EPM a las intervenciones de sus alumnos como reflejo de su pensamiento, y como herramienta donde se juega la comprensión de los conceptos, a través de la negociación de los significados. Los EPM, en el último tránsito de su formación, deberían estar aptos para realizar este proceso de manera competente, haciendo uso de los elementos aportados por los cursos de las asignaturas vinculadas a la Matemática Educativa.

I.3.- Objetivos y pregunta de investigación

De acuerdo a lo antes descrito, para este trabajo nos planteamos los siguientes objetivos:

- Analizar las interacciones que los EPM llevan adelante con sus alumnos, en la práctica docente.
- Describir, a partir del análisis de dichas interacciones, qué patrones de interacción se establecen entre los EPM y sus alumnos.

A partir de estos objetivos se ha planteado la siguiente pregunta de investigación:

¿Qué patrón de interacción predomina en las clases de cada EPM?

Con base en nuestros objetivos, para realizar el análisis de las interacciones en clase hemos adoptado el interaccionismo simbólico, aproximación que se detalla en el capítulo siguiente. Dentro de este marco las interacciones son entendidas como mutuas interpretaciones y expectativas que tiene cada sujeto que participa, sobre los conocimientos y expectativas de los demás. En particular estudiamos aquí las interacciones de los EPM con sus alumnos, y las influencias que aquellos pueden tener sobre estos, en la mediación del significado que habrán de construir, y a partir de ellas tratamos de detectar el patrón que predomina.

Capítulo II Marco teórico. La aproximación interaccionista en Educación Matemática

II.1.- Descripción general de la aproximación interaccionista

La aproximación interaccionista en Educación Matemática se basa en la microsociología, y está influenciada particularmente por el interaccionismo simbólico (Blumer, 1969; Mead, 1934, citados por Voigt, 1995, p. 166) y por la etnometodología (Garfinkel, 1967; Mehan, 1979, citados por Voigt, 1995, p. 166).

Bauersfeld, Krummheuer y Voigt (1988, citado por Voigt, 1995, p. 166) adaptaron los conceptos sociológicos a los específicos de la enseñanza y el aprendizaje matemático.

Podemos decir que el interaccionismo es una aproximación en la investigación sobre el desarrollo cognitivo, que considera que la evolución del conocimiento matemático, así como sus fuentes, tienen una gran influencia sociocultural (Sierpinska y Lerman, 1996, p. 13). Se parte de considerar a la matemática como resultado de los procesos sociales (Lakatos, 1976; Wittgenstein, 1967, citados por Voigt, 1995, p.165), y no como un conjunto de relaciones verdaderas, objetivas e inmutables entre objetos, como lo establecen las teorías platónicas o intuicionistas.

Como plantea Steinbring (2005), usualmente la matemática es considerada como la ciencia por excelencia, con resultados claros y categóricos, donde parece imposible que existan distintos puntos de vista o posiciones contradictorias. Para el autor, esta concepción ha influenciado la estructura del conocimiento matemático escolar, cuando en realidad el proceso por el cual se produce el conocimiento es esencial para el aprendizaje de la matemática escolar. En palabras de Freudenthal (1973, p.114, citado por Steinbring, 2005, p. 15):

> It is true that words as mathematics, language, and art have a double meaning. In the case of art it is obvious. There is a finished art studied by the historian of art, and there is an art exercised by the artist… Every mathematician knows at least unconsciously that besides ready-made mathematics there exists mathematics as an activity. But this

> fact is almost never stressed, and non-mathematicians are not at all aware of it.[1]

Según plantea Bauersfeld (1995), cuando alguien habla, el discurso funciona, para quien lo escucha, como la señalización de algo, o la dirección del foco de atención en cierto sentido, en tanto la construcción del significado de ese enunciado va por cuenta del oyente. Las intenciones del hablante no tienen acceso directo al sistema del que escucha. Lo que el oyente recibe es sometido a la interpretación, que surge a través de muchas interacciones sociales, en las que la persona ha tratado de adaptarse a la cultura a través de sus reacciones, y tratando de actuar exitosamente. Por ser este proceso histórico, situado, y por tanto individual, los significados no resultan los mismos para todas las personas. Solo a través de la interacción social, y de negociaciones de significado, pueden surgir "dominios consensuales". La comprensión es, entonces, para el autor, la construcción activa de esos significados, realizada en interacción social dentro de la cultura.

Bauersfeld explica el fracaso de los métodos clásicos de enseñanza por el hecho de que el profesor sabe y enseña la verdad, y utiliza el lenguaje para representar el objeto y su significado. Como hay una ilusión de que el lenguaje transmite este significado, pero eso no ocurre de verdad, los estudiantes aprenden muchas veces a decir por rutina lo que se espera que digan en determinadas situaciones. Se los deja solos con sus actos constructivos de interpretar, comprender, reflexionar e integrar. Los aspectos clave que permitirían que estructure su pensamiento, no se sostienen ni discuten.

Para esta aproximación las interacciones entre los individuos no son, simplemente, auxiliares en el desarrollo del conocimiento, sino que constituyen la esencia de dicho desarrollo. Para los investigadores interaccionistas, el desarrollo del conocimiento solo se concibe por y a través

---

[1] Es cierto que palabras como matemática, lenguaje, y arte tienen un doble significado. En el caso del arte es obvio. Existe un arte terminado que es el que estudia el historiador del arte, y existe un arte ejercitado por el artista… Cada matemático sabe al menos inconscientemente que al lado de las matemáticas ya hechas existen las matemáticas como una actividad. Pero este hecho casi nunca se señala, y no todos los no matemáticos son conscientes de ello. (Traducción de la autora).

de las interacciones entre los individuos que participan de una cultura (Bruner, 1985, citado por Sierpinska y Lermann, 1996, p. 13).

Esta aproximación se preocupa de cómo se produce el aprendizaje de la matemática en las interacciones que ocurren en la clase. Para esto, utilizan como método de investigación, los estudios de caso microetnográficos (Garfinkel, 1967). A partir de la grabación de videos de clases, analizan:

- cómo se constituye el significado matemático a través de las interacciones entre el docente y los estudiantes,
- cómo el profesor y los estudiantes estructuran sus interacciones entre sí (docente-estudiante, estudiante-estudiante), y
- cómo se constituye el significado intersubjetivo a partir de dichas interacciones.

A continuación desarrollamos con más detalle los principales elementos de esta aproximación teórica de investigación en ME. Los mismos se han tomado fundamentalmente, de las reflexiones surgidas a partir de un experimento de clase llevado a cabo por dos grupos de investigadores que, utilizando el mismo conjunto de videograbaciones de clases, y compartiendo un punto de vista tanto del constructivismo como del interaccionismo social, trabajaron en los distintos aspectos que hacen a la microcultura de una clase. El equipo americano de investigadores estaba integrado por Cobb, Wood y Yackel, y el alemán por Bauersfeld, Krummheuer y Voigt. El experimento de clase fue realizado por Cobb, Wood y Yackel durante las clases de aritmética de un curso de 2º año escolar, con una duración de 10 semanas, entre 1986 y 1987. (Bauersfeld y Cobb, 1995).

II.2.- Los procesos de negociación

II.2.1.- La ambigüedad: necesidad de interpretación. La interacción social

Popularmente se cree que los objetos, símbolos, así como las tareas que se plantean en la clase de matemática, tienen un significado único y determinado. Oponiéndose a esto, los investigadores que siguen la aproximación interaccionista consideran que todo lo tratado en la clase de matemática es ambiguo, y por tanto está sujeto a la interpretación de cada participante.

Para mostrar esto, tomamos el siguiente ejemplo de un breve episodio de una clase de matemática, como lo presentan Bauersfeld, Krummheuer y Voigt (1985):

> *En el pizarrón se han escrito 100 resultados de tirar un dado.*
>
> *El 1 ha salido 11 veces, el 2 ha salido 16 veces, etc.*
>
> *El profesor comienza preguntando: "¿Qué observan?"*
>
> *Sin decirlo explícitamente quiere que los estudiantes observen la variación de los diferentes resultados y encuentren las diferencias para llegar al concepto de azar. Pero los estudiantes nombran regularidades como:*
>
> *"Los números son casi iguales" y*
>
> *"Los números están entre 10 y 20."*
>
> *Obviamente el profesor no espera oír esas respuestas. Entonces intenta dirigir a los estudiantes hacia el camino correcto, esto es, que conecten las diferencias con lo aleatorio.*
>
> *Profesor: "Vean ustedes, los números son diferentes. Eso es normal, pero, ¿por qué?"*
>
> *Un estudiante responde: "100, que es el número de tiradas, no es divisible entre 6."*

La etnometodología asume que en la interacción humana, cualquier objeto o evento es plurisemántico. El sujeto construye activamente el significado y las relaciones que le permiten aprender, a través de las situaciones sociales de interacción y negociación. Mediante ellas, y partiendo de sus conocimientos de base, da sentido a los objetos y establece un contexto a partir del que realiza una interpretación. Este proceso le permite al individuo construir conocimiento socialmente compartido y desarrollar estructuras subjetivas para ese conocimiento. Los autores enfatizan en la construcción de la intersubjetividad a través de estos procesos, la que es específica del contexto y la situación. (Bauersfeld et al., 1985, Voigt, 1995).

En este marco la interacción social es entendida como sigue:

> Un participante de la microcultura monitorea sus acciones en función de lo que cree que son los conocimientos de base, las expectativas de los demás. Los demás participantes interpretan esta acción (del primero) en función de sus propias ideas acerca de las intenciones, expectativas de este. El primer participante, a partir de esto, puede modificar sus acciones. Y así se continúa. (Voigt, 1995).

Por ejemplo, un estudiante en la clase puede dar una respuesta a la pregunta del docente (o proponer una solución para un problema), y cuando este lo interroga sobre cómo llegó a esa respuesta, interpretar que se lo pregunta porque él se equivocó, e intentar desistir de su participación. Esto podría ocurrir porque el estudiante esperaba que el docente evaluara su respuesta como correcta o incorrecta, en base a sus experiencias anteriores con otros docentes. Y entonces, también puede cambiar su respuesta para intentar dar la que él cree que el profesor espera. La pregunta del docente pudo no haber indicado una respuesta fuera de lugar, sino la intención de que el estudiante argumentara su respuesta. A su vez, según las diferentes reacciones del estudiante, el docente podrá actuar nuevamente de diversas maneras. De las interacciones, vistas de este modo, surgen normas que organizan la forma de participación, en cuanto a lo social y a lo matemático, que se describen más adelante.

Así, tiene gran importancia la interpretación de los eventos de la clase, que realizan los participantes (en este caso el EPM y sus alumnos) en base a sus ideas subjetivas de cómo la clase debe funcionar, así como acerca del tema que se está tratando. A estas ideas subjetivas sobre los procesos usuales de la clase y las ideas intuitivas sobre los temas tratados, Voigt (1985) las llama patrones de experiencia. Este autor plantea que tanto el docente como los estudiantes llegan a la clase con determinados patrones de experiencia. La activación, en determinada situación, de un cierto patrón de todos los que el sujeto tiene, se vincula a ciertos datos de la situación (percibidos subjetivamente). Los patrones de experiencia permiten al sujeto hacer una definición inmediata de la situación (por ejemplo, una tarea planteada por el docente, o las preguntas que este hace), y reducir la complejidad de la misma. Además, sirve para hacer esperables las acciones de los demás participantes y orienta las propias acciones del sujeto.

Un ejemplo de un patrón de experiencia es la idea que tienen los estudiantes de que en un problema matemático todos los números que aparecen deben formar parte de la solución correcta. Este conocimiento condiciona las acciones del estudiante, que por ejemplo, puede tratar de conectar todos los números que aparecen en una tarea, usando ensayo y error. De este modo, no está utilizando los significados, sino más bien, sus ideas intuitivas presentes acerca del tema tratado, y/o su experiencia de las clases de matemática.

La ambigüedad de significados y las diferentes interpretaciones que conlleva son, en este marco, una posible fuente de oportunidades de aprendizaje, si se saca provecho de las mismas en el marco de la interacción social. Es decir, si el docente promueve que los estudiantes hagan explícitos sus modos de pensamiento y resoluciones propias de los problemas, y se genere un diálogo donde se discuta a partir de sus ideas.

II.2.2.- Significados matemáticos que se toman por compartidos

Para la aproximación interaccionista, en la enseñanza de la matemática es esencial, tanto que el docente y los estudiantes se comprendan mutuamente, como que se llegue a generar significados intersubjetivos que tengan el status de significados matemáticos. No tanto que el docente y los estudiantes "compartan conocimiento", sino que a través de la negociación, constituyan conocimiento que pueda tomarse por compartido (Voigt, 1995, p. 172).

Un significado que se toma por compartido no es un elemento cognitivo, sino que existe en el nivel de la interacción. (Voigt, 1998).

Para producir estos significados matemáticos es fundamental el proceso de negociación. En relación al mismo, los autores utilizan un concepto al que Voigt (1985) llama working consensus (consenso de trabajo en esta investigación), en el sentido de un "modus vivendi interaccional" (Goffman, 1959).

En el consenso de trabajo los participantes interactúan como si interpretaran lo mismo, aunque no pueden estar seguros de que su comprensión inicial subjetiva sea consistente con la de los demás participantes. Nunca se puede asegurar que dos participantes están otorgando el mismo significado, aun cuando parecen acordar fluidamente. Sobre todo cuando se acuerda sobre enunciados formales.

Voigt (1985) extiende el concepto de Goffman, de modo que incluya la asunción mutua de una definición compartida de la situación en relación a los contenidos que se comunican, y las obligaciones que derivan de ella.

Este autor señala la similitud de este concepto con el de contrato didáctico (Brousseau, 1984, citado por Voigt, 1985, p. 93), y el de working interim (Krummheuer, 1983, citado por Voigt, 1985, p. 93). Ambos refieren a un acuerdo principalmente implícito e inestable entre las expectativas del docente y la aceptación de los estudiantes de los objetivos de sus acciones. Si bien Brousseau y Krummheuer tienen interés en las modificaciones del contrato respecto a la situación real, al contenido específico, a la identidad de los estudiantes, Voigt se enfoca más en los aspectos más fosilizados y estereotipados del acuerdo en relación a la tradición y a la institución. Por este acuerdo, las obligaciones aparecen como convenciones, siendo parciales y de corta duración, debido a su carácter tentativo y a que dependen de cada situación. (Voigt, 1985).

La fragilidad y transitoriedad del consenso de trabajo puede generar que la interacción colapse o se desorganice. Para minimizar este riesgo, los docentes y estudiantes desarrollan ciertas prácticas. Las mismas contribuyen a reducir la complejidad de las interacciones de la clase. Pero estas prácticas pueden degenerar en un funcionamiento autónomo y conducir a rituales, estereotipos y significados reducidos.

II.2.3.- La constitución de un tema matemático

Como hemos visto antes, los procesos de negociación en la clase generan significados matemáticos que "se toman por compartidos". A las relaciones entre esos significados así constituidas, de forma interactiva por el docente y los estudiantes, Voigt las llama tema matemático. No es un cuerpo fijo de conocimientos, ya que depende de los procesos de negociación. Puede ir cambiando en el transcurso de esta. Sin embargo, para lograr una coherencia en el discurso de la clase, es deseable que el tema tenga unicidad.

En una interacción donde el docente tenga en cuenta las intervenciones de los estudiantes, el tema se constituye, por un lado, con estas contribuciones, en una perspectiva individual, y por otro, con los aportes que realiza el docente, desde su contexto cultural más amplio, como representante de una comunidad (portadora de la matemática y de la matemática escolar). El tema unifica las contribuciones de los estudiantes y del docente, a quien le interesa que el mismo coincida con la matemática que quiere enseñar.

A continuación presentamos un ejemplo, tomado de Voigt (1995):

> *Maestra: Si tenemos 20 niños y 25 manzanas, ¿cómo podemos hacer si cada uno debe tener la misma cantidad… partes iguales?*
>
> *Alumno: Una.*
>
> *Maestra: Podemos dar una a cada niño, ¿y qué vamos a hacer con las otras cinco manzanas?*
>
> *Alumno: Las tiramos.*
>
> *Maestra: Las vamos a tirar. Bueno, podemos tirarlas, pero es un despilfarro.*
>
> *Alumno: Las partimos a la mitad.*
>
> *Maestra: [Simultáneamente] ¿Qué vamos a hacer? Cortarlas a la mitad.*
>
> *Alumnos: Las partimos en cuartos, las partimos en cuartos.*
>
> *Michael: Las partimos en 20 partes más.*
>
> *Maestra: Correcto, las partimos en 20 partes más. Entonces a veces una fracción no es solo una parte o un grupo, tiene… tiene partes extra.*
>
> *Alex: Dividimos las manzanas en 5 partes porque…*
>
> *Bonnie: No, en cuartos.*
>
> *Maestra: Esperen un momento. Sh [al resto de la clase], OK.*
>
> *Bonnie: 5 manzanas, 5 x 4 es 20.*
>
> *Maestra: 5 x 4*
>
> *Bonnie: Tendrían que ser cuartos. Cortamos las manzanas en cuartos.*

Maestra: Partiríamos las manzanas en cuartos. Y entonces, ¿cuánto tendrá cada uno?

Bke: Uno y un cuarto.

Maestra: Una manzana y un cuarto. O podemos tener 5/4. (Escribe y engloba 5/4 en el proyector). ¿Les parece?

En este ejemplo, la maestra tiene la intención de tematizar las fracciones, es decir, que el tema de la tarea (y aquel que da la solución) lo constituyen las fracciones. Sin embargo, las primeras contribuciones de los estudiantes no van en el sentido de la solución esperada por la docente. Y como se trata de un problema "de la vida real", no aparece para los estudiantes la necesidad del reparto de todas las manzanas. En el desacuerdo que se produce, está comprometida la construcción de la intersubjetividad. Esta emerge finalmente, cuando los estudiantes y la maestra llegan a un acuerdo provisional, a través de la negociación (cuando la maestra agrega: "pero es un despilfarro").

De acuerdo a las observaciones de clase realizadas por los investigadores interaccionistas en Educación Matemática, no siempre se realiza una rica negociación de significados. Por un lado el docente, muchas veces preocupado por presentar el concepto que tiene planificado, o el procedimiento que pensó como solución a la tarea, por cumplir el programa, y por otro el estudiante, tratando de interpretar cuáles son las expectativas del docente para cumplir con ellas, desarrollan una cultura de clase estereotipada, que se observa a través ciertos de patrones de interacción. Si bien ciertas rutinas y los patrones de interacción son necesarias en la actividad escolar, porque disminuyen la complejidad del discurso, aliviando a los participantes y estabilizando lo que ocurre en clase, por el hecho de no ser conscientes muchas veces se convierten en simulacros de negociación, donde solo se arriba a la solución "oficial". A continuación describiremos los principales patrones de interacción que en este marco teórico se han definido.

II.3.- Patrones de interacción

II.3.1.- Patrones de interacción docente-estudiantes

Voigt (1995) plantea, acerca de la microcultura de la clase:

> The microculture lives its own life, and its characteristics depend on hidden patterns, conventions, and norms that, like the students' attitudes and the teaching style, are difficult to change. Therefore, we should conceptualize the change of a microculture as an evolution rather than as a rearrangement. In order to influence and direct that evolution, it is helpful to understand the regularities and dynamics of the processes within the classroom life. (p. 164)[2]

Distintos autores (Cobb et al., 1993; Voigt, 1995; Wood, 1994; Wood, 1995) describen dos tipos bien diferenciados de microculturas de las clases de matemática, que aquí llamaremos tradicionales e investigativas. Parten de una clasificación de Richards (1991), que distinguió cuatro dominios dentro del discurso matemático: "research math", "inquiry math", "journal math" y "school math". Los dos primeros se refieren al discurso de los matemáticos profesionales y de las publicaciones, respectivamente. Con "inquiry math" Richards se refiere al lenguaje de la alfabetización matemática, e incluye: la formulación de preguntas matemáticas, la resolución de problemas matemáticos no familiares, el planteo de conjeturas y de argumentos matemáticos. Con "school math" se refiere al discurso de las clases tradicionales, que sigue un patrón de la forma: "Iniciación-Respuesta-Evaluación" (IRE), y que se basa en problemas habituales, rutinarios y no reflexivos. (Yackel, 2000).

En este trabajo hablaremos de la microcultura tradicional o de la clase tradicional, para referirnos a "school math", y de la microcultura investigativa o de la clase investigativa, en el sentido de "inquiry math".

Wood (1994) en particular, diferencia estos dos tipos de clase, tomando el punto de vista de que los significados se negocian en las interacciones de la clase, y usando como criterio la función que cumplen las preguntas del docente. A partir de la ambigüedad ya señalada, que es característica de las tareas y problemas en matemática, en cuanto a su significado, existen diferencias iniciales de interpretación entre los diferentes estudiantes, y entre

[2] La microcultura [de la clase] vive su propia vida, y sus características dependen de patrones escondidos, convenciones, y normas que, como las actitudes de los estudiantes y el estilo de enseñar, son difíciles de cambiar. Por tanto, deberíamos conceptualizar el cambio de una microcultura como una evolución más que como un reordenamiento. Para influenciar y orientar esta evolución, es útil comprender las regularidades y dinámicas de los procesos dentro de la vida de la clase." (Traducción de la autora)

ellos y el docente. Esto genera una negociación de significado. Pero en las clases llamadas tradicionales, esta negociación solo consiste en que los estudiantes aprendan lo que el docente ya sabe. En estas clases, el profesor realiza preguntas para evaluar si el estudiante conoce la respuesta que él espera, para dirigir a los estudiantes hacia un método o una solución oficialmente aceptados, o para redirigir si hay respuestas divergentes. Se ha observado en las clases analizadas, que muchas veces la intención es acentuar el desequilibrio de poder que existe. En las clases investigativas, se revela una relación más igualitaria entre el docente y los estudiantes. Las preguntas se realizan para sugerir nuevos aspectos que los estudiantes no han considerado antes, para incluir a los que no han respondido y procurar que comprendan, para conocer lo que el estudiante está pensando, para promover que reflexione sobre su propio pensamiento.

Otra diferencia que plantean los autores entre los dos tipos de microculturas de clase, es la responsabilidad que asumen los estudiantes acerca de las respuestas que dan y de las resoluciones de los problemas. En las clases tradicionales los estudiantes pueden participar aunque no se involucren en un pensamiento matemático. Alcanza con que tengan el comportamiento adecuado siguiendo las acciones del profesor. Sus respuestas se caracterizan en general por ser muy breves. En cambio, en las clases investigativas, los estudiantes se responsabilizan por sus respuestas, ya que deben argumentar las mismas.

A la luz de las distintas microculturas que se pueden establecer en la clase, recién descritas, presentaremos los conceptos de patrón de interacción y de rutina, que se utilizan en el análisis de las interacciones de clase, para caracterizarlas, así como analizar de qué forma emergen los significados matemáticos.

Voigt (1985, p. 81) establece que el concepto de patrón (como sinónimo de estructura) tiene un alto satus teórico en la ciencias sociales, ya que permite entender el vínculo entre los procesos discursivos y los procesos mentales. Sin embargo, afirma que este vínculo es difícil de determinar, ya que el patrón usualmente se construye interactivamente entre varias personas, y los procesos mentales son individuales. Para su análisis, el autor distingue entre "patrón de interacción", refiriéndose a ciertas regularidades sociales interactivas, y "patrón de experiencia", que ya ha sido descrito, y que constituye una estructura mental individual. Finalmente, usa el concepto de rutina para buscar el vínculo entre los dos niveles.

En lo que sigue explicamos las definiciones de patrón de interacción y rutina, tomadas de Voigt (1985).

Un *patrón de interacción* es una estructura de interacción cara a cara entre dos o más sujetos, tal que:

- sirve para reconstruir una regularidad específica de interacción focalizada en un tema,
- refiere a acciones concertadas, interpretaciones y mutuas percepciones de al menos dos participantes, y no es la suma de sus acciones individuales,
- la estructura no es explicable por un conjunto de reglas,
- los participantes en esa estructura la generan de manera inconsciente y sin un propósito estratégico, la constituyen rutinariamente.

Definido así, quedan excluidos del concepto de patrón: las charlas, las acciones rutinarias individuales, las ceremonias o ritos, las interacciones intencionales. No es una entidad social, sino que se constituye en la propia interacción, de forma interactiva.

Una *rutina* es una práctica:

- que resulta efectiva para la acción cuando ciertas definiciones de una situación ocurren en determinadas condiciones,
- que es evidente para el sujeto sin que medie la reflexión,
- que cumple ciertas funciones para tener éxito en la situación, y
- que se ha constituido fundamentalmente de forma social.

Con esta definición quedan excluidas del concepto de rutina, como aquí se lo entiende: esquemas de estímulo-respuesta, estrategias de enseñanza conscientemente pensadas, rutinas de escritura o formas de trabajo, rutinas constituidas biográficamente.

Desde la perspectiva del observador, según Voigt (1985), el patrón de interacción aparece como una red de acciones y obligaciones implícitas para acciones siguientes. La interacción entre las rutinas y los patrones de interacción viene dada por el concepto de *situaciones rutinarias.* Si tomamos una instantánea del flujo de interacción de una clase, vemos que las cuestiones vinculadas con el patrón de interacción son tratadas de forma rutinaria por el sujeto, mientras que otras ocupan toda su atención, son problemáticas.

Las rutinas minimizan la fragilidad de las interacciones de la clase, y estabilizan las expectativas que cada participante tiene de los demás. También permite a los estudiantes atender a las cuestiones matemáticas, a las dificultades de los problemas planteados, no teniendo que preocuparse todo el tiempo de la forma de la interacción.

Mehan (1979) describe un patrón general de interacción entre el docente y los estudiantes, con la estructura: Iniciación – Respuesta – Evaluación (IRE), que ya hemos mencionado al describir la microcultura de la clase que llamamos tradicional. Este patrón es muy usual en las distintas clases, no solo de matemática (Hoetker y Ahlbrand, 1969, citado por Voigt, 1989, lo llaman "recitation").

En Voigt (1995) se describen los patrones: elicitation pattern, que en este trabajo llamaremos "patrón extractivo" (traducción dada por Godino y Llinares, 2000), y el de discusión. El autor ha encontrado el patrón extractivo en sus observaciones de clases tradicionales, en tanto en el proyecto de clase que reporta en Voigt (1995) el patrón más común es el de discusión.

En el patrón extractivo se pueden distinguir las siguientes fases:

- El profesor, con la intención de promover que los estudiantes trabajen por su cuenta, propone una tarea relativamente ambigua, y los estudiantes ofrecen diferentes respuestas y soluciones. El docente las va evaluando, en forma positiva o negativa, si le pueden servir "de ayuda" o no, respectivamente, en el sentido de abrir un camino hacia la respuesta esperada por él. Esta fase termina cuando el docente encuentra una respuesta "útil" para llegar a la respuesta esperada por él, que inicie el camino para resolver la tarea.
- A partir de la respuesta que el docente considera "útil" el docente guía a los estudiantes, mediante nuevas preguntas o sugerencias, hacia la solución que él considera la correcta ("la solución" a su pregunta o

problema). Creyendo que ayuda a los estudiantes, el profesor obtiene paso a paso la solución.
- El profesor establece una relación racional entre la tarea planteada y la solución a la que se llegó, con la intención de que los estudiantes comprendan el razonamiento o procedimiento de solución.

Entendemos que las dos primeras fases del patrón extractivo, se sigue a la vez el patrón IRE, ya que el docente desarrolla con sus estudiantes una secuencia de pregunta-respuesta-evaluación, que desemboca finalmente en la solución esperada por el docente.

En el patrón de discusión descrito por Voigt se dan las siguientes fases:

- Los estudiantes han resuelto un problema por sus medios, trabajando en grupos. El profesor pide a un estudiante que explique lo que hicieron.
- El estudiante da la solución y la explica.
- El profesor colabora con la explicación del estudiante, a través de preguntas adicionales, sugerencias, reformulaciones o juicios, de modo que surge una explicación conjunta que se da por válida.
- El profesor pregunta a los demás estudiantes por otras formas de resolver el problema. Comienza nuevamente la primera fase.

Aquí no aparece el patrón IRE, ya que el docente deja trabajar solos a los estudiantes, aunque los asista, dejándoles siempre la responsabilidad de la resolución. Además, en la fase en que los estudiantes explican sus soluciones, las preguntas del docente no tienen una función de evaluación de la respuesta, sino de señalamiento de determinadas cuestiones.

En este patrón, la característica es que el profesor y los estudiantes construyen una explicación que probablemente ningún estudiante construyó individualmente en su totalidad. Llegaron a un conocimiento que se toma como compartido, durante la interacción.

Según Voigt (1995), hay grandes diferencias entre estos dos patrones. En el extractivo el principal objetivo es la solución, en tanto, en el patrón de discusión, la solución es el inicio de una explicación. En el patrón extractivo, los estudiantes son forzados a seguir al profesor paso a paso si quieren participar, en tanto, en el de discusión, la argumentación se enriquece con las contribuciones originales de los estudiantes. En el primer caso, las capacidades y competencias propias del estudiante suelen permanecer escondidas, en el segundo se hacen públicas.

Por su parte Wood (1994) describe dos patrones contrapuestos: el de embudo (funnel pattern, descrito en primera instancia por Bauersfeld, 1978, citado por Wood, 1994) y el de focalización (focusing pattern), atendiendo a la intención de las preguntas del docente y a la responsabilidad de los estudiantes sobre sus respuestas.

En Artigue, Bikner-Ahsbahs y Haspekian (2003) encontramos una descripción del patrón de embudo, a través de las siguientes cuatro fases, que inician luego de una pregunta del profesor:

- El estudiante no reconoce la operación matemática o no puede elaborar una conclusión adecuada. El docente realiza una pregunta adicional para la que recibe una respuesta errónea o ninguna respuesta.
- El profesor continúa su esfuerzo para recibir al menos una parte de la respuesta esperada. La comprensión ya no está presente en la interacción.
- Habiendo perdido la respuesta esperada, el profesor estrecha más sus esfuerzos, aguardando sólo que se diga lo que debe decirse, sin importar quién lo dice. Las acciones autodeterminadas de los estudiantes disminuyen la situación se torna más y más emocionalizada.
- El proceso termina tan pronto como se da la respuesta, no importando si la produjo el estudiante o el docente.

En este patrón, por tanto, el docente parte de la respuesta inicial incorrecta del estudiante, o la falta de ella, e interviene de forma que va estrechando la posibilidad de sus respuestas siguientes, mostrándole indicios de cuál es la esperada por el profesor. Este provee al estudiante de preguntas-guía en un intento de dirigir su razonamiento, que deja al estudiante en una situación en la que para participar, solo tiene que generar procedimientos superficiales más que estrategias con significado matemático. En contraste, el patrón de focalización se caracteriza por un intercambio en el que las preguntas del profesor actúan para focalizar la acción conjunta. Es muy diferente del patrón de embudo, ya que la intención de las preguntas es focalizar la atención de los estudiantes en los aspectos críticos de un problema, y luego dejarles la responsabilidad de la resolución. El patrón de embudo está centrado en la solución del problema, ya que el docente va haciendo preguntas que lo van llevando a la respuesta. En el patrón de discusión, en cambio, el profesor parte de lo hecho por los estudiantes, y focaliza su atención en aspectos importantes del problema, que no han pensado, y que son cruciales para la resolución, devolviéndoles la responsabilidad de la tarea.

Entendemos que estos dos patrones describen dos formas posibles de llevar a cabo las interacciones en la segunda fase de cada uno de los patrones descritos por Voigt.

II.3.2.- Las obligaciones y el esfuerzo interpretativo

Un patrón de interacción, como ya se ha dicho, no puede entenderse como la suma de las acciones de un individuo, porque la acción individual involucra a los demás participantes. Se plantean entonces, en toda interacción, un conjunto de obligaciones y expectativas mutuas entre el docente y los estudiantes, que la norman. Voigt (1985) describe estas obligaciones y expectativas para cada una de las fases del patrón extractivo.

En la primera fase de este patrón, los estudiantes tienen la obligación (implícita) de resolver la tarea que el profesor ha propuesto. Esto funciona como cuando alguien saluda a otra persona, se supone que esta devolverá el saludo, lo que es libre es la forma en que lo haga. Para cumplir con esta obligación, el estudiante realizará un esfuerzo interpretativo: averiguar cuál es la expectativa del docente. Para ello, tomará elementos del contexto situacional: las aceptaciones o rechazos que el profesor hace de las respuestas, los gestos del docente. Este contexto se va completando hasta que el docente encuentra una respuesta útil y se termina la primera fase.

En la segunda fase, la obligación del docente es llegar a la solución (esperada), y su esfuerzo interpretativo consiste en reconocer cuáles respuestas le serán útiles para llegar a dicha solución. Los estudiantes, en tanto, tienen la obligación de responder rápidamente y no mostrar que no han comprendido, ya que esto pone en riesgo la consecución del patrón. Sin embargo, esta obligación puede ser violada, si el estudiante da muestras al docente de que no entendió. En estos casos, en el marco de este patrón, generalmente el docente utiliza su autoridad para zanjar la cuestión (con expresiones del tipo “si hubieras estado atento sabrías cómo seguir”, por ejemplo).

En la tercera fase, que no siempre se realiza, el docente tiene la obligación de explicar el camino que llevó de la tarea a su solución, buscando que los estudiantes logren la comprensión de la misma. Su esfuerzo interpretativo consiste en vincular la tarea y su solución con las ideas que los estudiantes fueron planteando.

Según Voigt, el patrón no siempre aparece en la forma ideal, por ejemplo la tercera fase puede posponerse cuando se realizan varias tareas similares, y la reflexión sobre lo hecho se realiza luego de terminarlas. Se reporta que el patrón extractivo se interrumpe más a menudo entre dos fases, que durante una fase. Solo se interrumpe en el medio de una fase, si se corre riesgo de ruptura del mismo.

Estas obligaciones deben entenderse como implícitas, y su funcionamiento se produce en la misma interacción. Por esa razón, los participantes las asumen de modo interpretativo.

II.3.3.- Patrones temáticos

Voigt (1995) describe los patrones temáticos de interacción, que se producen cuando los estudiantes y el profesor constituyen un tema rutinariamente. La variedad de opciones para establecerlo depende de las diferentes interpretaciones posibles de la tarea de que se trate. A continuación se describe uno de los patrones temáticos que presenta Voigt (1995), el de matematización directa. Además de este se describen otros patrones, como el de “contar materiales” y el de “calcular con números de dos dígitos”, vinculados a la representación usada para resolver problemas aritméticos. No los describiremos aquí.

El patrón de matematización directa consiste en que durante una interacción, se da por sentada, por parte del docente, una de las interpretaciones posibles de la tarea (la que él pensó). Por ejemplo, una imagen conteniendo números o un problema contextualizado se interpretan de una forma, sin que la interpretación se discuta, y esta forma es la que se convierte en tema. En el caso de los EPM, que están iniciando su trabajo docente, tienen que tener en cuenta muchas variables al planificar y desarrollar su clase. Por ejemplo, si piensan en un problema donde los estudiantes tengan que aplicar determinado conocimiento, es probable que sus alumnos piensen alguna otra forma de resolverlo, correcta o incorrecta, que no apele al uso de ese conocimiento. Dependiendo del tipo de clase desarrollada por el EPM, es posible que este patrón temático aparezca.

II.3.4.- Patrones de interacción estudiante-estudiante

Como ya hemos explicado, los investigadores interaccionistas sostienen que existe una gran diferencia, en cuanto a los aprendizajes de matemática, entre las clases que aquí hemos denominado "tradicionales" y aquellas que llamamos "investigativas". En las primeras, los estudiantes escuchan a los profesores, responden a sus directivas, aplican lo que se les ha explicado en ejercicios muchas veces similares, y logran idoneidad en repetir procedimientos. Yackel (1995) sostiene que fue el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) en el año 1989, a partir de la publicación de los Standards (NCTM, 1989): "Mathematics as Communiction", que comenzó a plantear la necesidad de que los estudiantes hablaran la matemática, como forma de que los docentes los ayudaran a construir sus conocimientos. Hablar sobre matemática permite a los estudiantes aprender nuevas formas de pensar, reflexionar sobre su propio pensamiento, desarrollar argumentos convincentes y eventualmente llegar a hacer demostraciones formales.

En el experimento de clase ya mencionado, llevado a cabo por investigadores americanos y alemanes, las clases a observar fueron organizadas en la estructura de la cultura investigativa (inquiry math), y uno de los aspectos que se investigó fue el trabajo en grupos pequeños de estudiantes. La clase estaba organizada de modo que los estudiantes trabajaban primero en grupos pequeños, y luego debían explicar sus resoluciones en la discusión general de toda la clase. Cobb (1995) reporta el análisis de los tipos de interacciones que se pudieron observar en el trabajo de los grupos pequeños, que incluía entrevistas con los investigadores. Sostiene que, por un lado, cuando los estudiantes trabajan en grupos pequeños se involucran en una microcultura investigativa, y por otro, que la actividad colaborativa de los grupos pequeños facilita el aprendizaje. Pensamos que esto es muy importante en cuanto a las consecuencias que puede tener, para el aprendizaje de cada estudiante, la forma en que los docentes organicen el trabajo de la clase. Y se conecta con los planteos de la NCTM. Si bien los autores remarcan que en la actividad en grupos pequeños también se establecen obligaciones y expectativas, el trabajo con pares parece ser una oportunidad para que los estudiantes se prueben a contrastar sus modos de pensar y sus soluciones, así como generen aprendizaje en el intento de dar sentido a los modos de pensar de los compañeros. Indudablemente el rol del docente es fundamental para sostener este trabajo.

Cobb (1995) reporta dos tipos de interacciones: aquellas en las que los dos estudiantes están en proceso de resolver la tarea, y aquellas en las que uno o los dos ya han llegado a una solución. Para el caso en que los dos están resolviendo el problema o tarea, el autor señala una diferencia entre colaboración directa e indirecta. Existe colaboración directa cuando los estudiantes coordinan sus intentos explícitamente (por ejemplo, uno de ellos plantea un modo de resolución y el otro realiza los cálculos necesarios). Para que esto suceda, tiene que existir una interpretación de la tarea que se tenga por compartida, a la que se debe arribar en la interacción. Cobb llama colaboración indirecta a la situación en la que un estudiante piensa en voz alta, pareciendo que resuelve la tarea de forma independiente, y el otro eventualmente escucha y se influencia por los dichos del compañero. En aquellos casos en que uno de los estudiantes del grupo ya había resuelto la tarea, el autor señala una diferencia en relación a quién se responsabiliza de la explicación. Puede ocurrir que uno juzgue que el otro no entendió, o se equivocó, y el otro acepte este juicio. De todos modos, la explicación sigue siendo una actividad conjunta, ya que el que acepta haberse equivocado debe hacer el esfuerzo de comprender la explicación de su compañero. Pero también puede darse la situación de que los dos compañeros presenten un conflicto, en el sentido de que ambos defienden su solución o argumento, y desafían la explicación del otro. Cobb señala que en este caso se da un mayor aprendizaje.

En el caso en que un estudiante entiende que el otro está equivocado, y este lo acepta, Cobb habla de una autoridad matemática establecida. La misma se ha constituido interactivamente, porque necesita de la aceptación del compañero. Esta autoridad constituye un desbalance de poder entre los estudiantes. En cambio, en el caso de presentarse un conflicto y los integrantes del grupo mantener sus posturas, finalmente ganará una posición, que será un ejemplo de autoridad social. La interpretación que tiene éxito termina tomándose como compartida.

En nuestro trabajo, como explicamos más adelante, no analizaremos las interacciones de grupos pequeños.

Tanto las interacciones de toda la clase como las de grupos pequeños, desde el punto de vista interaccionista, están muy influenciadas por el tipo de normas que se establecen en la clase, tema que abordamos a continuación.

II.4.- Las normas sociales en la clase de matemática

Ya sea en el trabajo de toda la clase, como en aquel que se desarrolla en pequeños grupos, que los estudiantes "hablen de matemática" les permite explicar su pensamiento, así como desafiar y cuestionar el pensamiento de los compañeros. Mientras tanto, al docente le dan información sobre el progreso de los estudiantes, la evolución de su pensamiento, los obstáculos epistemológicos que se les presentan. Y a partir de esto, le permiten evaluar y tomar decisiones didácticas. Para lograr que los estudiantes dejen salir su pensamiento en la clase, son fundamentales las normas que se establezcan en la misma.

Las normas sociales describen la estructura de participación de la clase, y son constituidas conjuntamente por los estudiantes y el profesor (Stephan y Cobb, 2003).

Algunos ejemplos de ellas pueden ser:

- Los estudiantes tienen que intentar resolver solos los problemas, o en el grupo de trabajo, antes de pedir ayuda.
- Cada estudiante debe explicar sus propias soluciones a los compañeros.
- Cada estudiante debe escuchar las explicaciones de los compañeros y tratar de entenderlas.
- Los alumnos deben tratar de llegar a un consenso, o a una nueva solución acordada, si se presenta un conflicto.
- Un estudiante debe preguntar cuando no se entiende una explicación.

- Todos deben escuchar cuando un compañero da una explicación en el pizarrón.
- Si un estudiante ha encontrado otra forma de resolver el problema, debe plantearla a la clase.
- El profesor es el único que da las explicaciones.
- Si un estudiante no entiende, debe esperar al final de la clase para preguntar al profesor.

En cualquier clase, ya sea de forma explícita o implícita, se establecen normas. Las sociales, como se dijo más arriba, tienen que ver con la estructura de funcionamiento de la clase, y no con las posibles dinámicas propias de la asignatura. Un aspecto importante es que los estudiantes de enseñanza secundaria ya han transitado todo el ciclo escolar de enseñanza primaria, y en algunos casos algunos cursos del nivel medio. En cada uno de sus cursos, han estado expuestos a diferentes normas sociales. Estas forman parte del patrón de experiencia que los estudiantes traen a la clase. Por eso es fundamental la constante negociación y renegociación de estas normas. De todos modos, el tipo de normas que se establecen en la clase dan cuenta de la concepción que los estudiantes y los docentes tienen de su rol. Y como ya hemos visto, esto influencia directamente el tipo de significados que en la clase se van a construir.

II.5.- Las normas sociomatemáticas

Es muy común en las clases de matemática, sobre todo al inicio del curso, muchos estudiantes, cuando se les pide que justifiquen la resolución de una tarea, lo hagan con una orientación procedimental (Stefhan y Cobb, 2003). Es decir, explican las operaciones que hicieron o el procedimiento de un problema geométrico. Otros estudiantes, sin embargo, dan explicaciones con una orientación más conceptual, es decir, basadas en su interpretación de la tarea y las decisiones que tomaron a partir de esa interpretación. Ambas formas muestran qué concepciones acerca de la matemática tienen los estudiantes.

Según la aproximación interaccionista, en la clase se establecen normas sociomatemáticas, entre el docente y los estudiantes, de forma interactiva. Las mismas están vinculadas con las creencias y concepciones, como ya lo dijimos, y su negociación y renegociación deben ser tema de la clase. Esto, por la función que cumple la misma en cuanto a acercar la cultura matemática

a los estudiantes. Estas normas no son obligaciones que deben cumplir los estudiantes de forma compulsiva, sino formas de trabajo que regulan las actividades; ayudan a los estudiantes a lidiar con ellas. (Voigt, 1995)
En el transcurso de las interacciones de la clase, si el docente escucha las explicaciones de los estudiantes, puede ayudarlos a que evolucionen. Por ejemplo, si el profesor juzga las explicaciones de los estudiantes, como comprensivas, o esclarecedoras, o económicas, estos irán incorporando esos juicios en acción, lo que les permitirá distinguir los tipos de explicaciones. Establecer cuándo una justificación es elegante, cuándo es económica, son normas sociomatemáticas que se gestan como parte de la microcultura de la clase, en las interacciones sociales de la misma.

Para este trabajo hemos partido de los cuatro patrones de interacción descritos en II.3.1. Hemos determinado relaciones entre los patrones, así como posibles evoluciones o involuciones de los mismos, estableciendo la forma en que los utilizaremos en nuestro análisis. Esto se muestra en el próximo apartado.

II.6.- Relaciones entre los patrones de interacción descritos

Del análisis de la descripción de cada uno de los patrones arriba mencionados, hemos observado que el patrón de embudo puede darse en una fase del patrón extractivo, así como también el patrón de focalización puede darse en una de las fases del patrón de discusión. Trataremos de establecer a continuación estas relaciones.

Ya en la descripción del patrón extractivo, Voigt (1995) señala que surge de la combinación de dos planteos en apariencia contradictorios: provocar un cuerpo bien definido de conocimientos (conceptos, propiedades, algoritmos, que se quieren enseñar) y la idea de una clase centrada en el estudiante y su actividad (Maier y Voigt, 1992, citado por Voigt, 1995, p. 178). El docente sabe, de sus estudios de profesorado y recomendaciones didácticas, que la clase debe centrarse en las actividades y el pensamiento del estudiante, y generar los conocimientos matemáticos a partir de ellas. Por otro lado, tiene exigencias institucionales inherentes a su tarea, por las que tiene que llegar a institucionalizar en la clase los conceptos del programa.

Además, pensamos que el patrón de embudo es como una degeneración posible del extractivo, que se puede dar en aquellos casos en los que los estudiantes no logran dar la respuesta esperada por el profesor. Voigt (1985, pp. 78-79), al analizar un episodio de interacción en una clase, encuentra el patrón extractivo, pero en una parte del mismo observa el patrón de embudo, donde el docente busca un resultado de forma directa, restringiendo aún más el campo de acción del estudiante, en función de una respuesta esperada, y a partir de la falta de la misma. Se podría decir que le va sugiriendo la solución. Así que, durante el desarrollo de un episodio donde aparece el patrón extractivo, es posible que se transforme en el patrón de embudo, durante la segunda fase.

De forma similar, pensamos que el patrón de discusión, cuya descripción se refiere al desarrollo de una interacción completa, incluye muchas veces al patrón de focalización, ya que este se refiere más que nada al tipo de preguntas del docente y la función que las mismas cumplen, así como a la responsabilidad del estudiante sobre sus respuestas. En efecto, en el patrón de discusión, el docente realiza preguntas para colaborar con la explicación que da el estudiante, agregando aspectos que este no ha tenido en cuenta, o estableciendo juicios, para llegar a una explicación conjunta que se tome por compartida. El tipo de preguntas que se realizan en este patrón, planteadas para focalizar la acción conjunta y dirigir la atención hacia aspectos críticos, les devuelve la responsabilidad de la resolución a los estudiantes, y puede ubicarse como parte del patrón de discusión.

A partir de lo anterior, organizaremos los distintos patrones de interacción que pueden aparecer, tanto en discusiones grupales (de tareas que ya se han realizado o que se resuelven en la propia interacción) como en discusiones del docente con un estudiante particular. Hemos construido las siguientes tablas descriptivas:

Figura 1 – Patrón extractivo - embudo

Patrón extractivo	
Fase 1 El docente presenta una tarea (pregunta o problema), los estudiantes plantean respuestas, el docente las evalúa preliminarmente (correctas, incorrectas, útiles, etc.). Esto sigue hasta que el docente encuentra una respuesta útil a sus objetivos.	
Fase 2 Desarrollo guiado de la solución definitiva. El docente, a través de pistas, gestos, nuevas preguntas, va guiando las respuestas de los estudiantes.	
Fase 3 El docente realiza una evaluación del método empleado y del resultado obtenido, y se reflexiona sobre el contexto. Esta fase no siempre se da.	Patrón de embudo (funnel) Los estudiantes no logran responder lo esperado por el docente, entonces este interviene de forma más directa, con preguntas que van reduciendo el campo de acción del estudiante, y le van señalando la respuesta esperada.

Figura 1 – Patrón de discusión – focalización

Patrón de discusión	
Fase 1 El docente propone una tarea, preferentemente para hacer en grupos, pero puede ser individual.	
Fase 2 El docente pide a los estudiantes que expongan lo que hicieron, y lo justifiquen.	
Fase 3 Un estudiante (o varios) da su solución, explicando.	
Fase 4 (Puede mezclarse con la 3)	Patrón de focalización

El profesor realiza preguntas, comentarios para enfatizar, o para aclarar o profundizar. Pregunta por otras resoluciones.	Las preguntas del docente tienen como objetivo focalizar la atención de los estudiantes en algún aspecto del problema, que es crucial para el significado que el docente quiere promover, o que no han tenido en cuenta en la resolución.
Fase 5 Otros estudiantes explican su solución.	

A continuación presentamos una tabla comparativa de los patrones extractivo y de discusión, en cuanto a la intención de las preguntas docentes, al tipo de discurso de estudiantes y docente, a la evaluación de las respuestas, y la habilitación de soluciones distintas a la oficial.

Figura 2 – Comparación de los patrones extractivo y de discusión

	Patrón extractivo	Patrón de discusión
Forma predominante de resolución de la tarea	Se resuelve desarrollando el patrón desde el inicio, con la participación de los estudiantes, pero dirigidos por el docente, hacia la solución esperada por él.	Se propone la tarea para ser resuelta por los estudiantes, a los que se los asiste en su razonamiento si ellos lo requieren.
Intención de las preguntas del docente	- Averiguar si el estudiante comprendió la información proporcionada.	- Establecer un diálogo con los estudiantes. - Indagar qué está pensando el

	- Asegurarse que lo siguen y que todo va por buen camino. - Buscar que el estudiante proporcione la respuesta "oficial", esperada por el docente.	estudiante cuando da su respuesta, en relación al significado que atribuye al concepto o cuestión tratada. - Permitir la aparición de errores que puedan tratarse en la clase.
Objetivo y características de las respuestas de los estudiantes	- Los estudiantes intentan averiguar la intención del docente. - Sus respuestas son breves, con monosílabos o pocas palabras.	- Los estudiantes asumen la respuesta como parte de su responsabilidad de aprendizaje, que incluye comunicarla y justificarla. - Respuestas más elaboradas, que incluyen la argumentación.
Esfuerzo cognitivo y metacognitivo que exige en el estudiante	Participa sin necesidad de desarrollar la competencia necesaria para un proceso individual de solución.	El estudiante tiene la responsabilidad de realizar la tarea y justificarla, lo que le permite desarrollar estrategias de argumentación, soluciones originales, su pensamiento propio.

Evaluación de las respuestas por parte del docente	- Correcta, incorrecta. - De las incorrectas toma las que lo pueden ayudar a continuar el camino a la solución correcta.	- Pide justificación. - Vuelve a preguntar para que aparezcan nuevos aspectos del problema. - Da participación a los otros estudiantes para que evalúen las respuestas de sus compañeros.
Búsqueda de soluciones distintas a la oficial, por parte del docente	No se producen. Aunque se acepten otras soluciones, no son valoradas.	El docente las fomenta, y las respuestas y caminos diferentes se institucionalizan en la clase.
Objetivo de las tareas propuestas	Llegar a la solución o concepto.	La discusión matemática que se produce a partir de la solución.

A continuación explicamos qué elementos del marco teórico descrito tomaremos en este trabajo.

II.7.- La aproximación teórica en el marco de esta investigación

Wood (1994) plantea que las diferencias en la cultura de la clase y la naturaleza de los patrones de interacción que se producen entre el profesor y los estudiantes, generan diferentes condiciones para aprender, y citando estudios previos (Bauersfeld, 1980; Holt, 1982 y Willis, 1970, citados por Wood, 1994, p. 1) establece que existen discrepancias entre las intenciones de los docentes, su práctica real y el aprendizaje potencial de los estudiantes. Esta afirmación es consistente con el fenómeno que se estudia en esta investigación, en relación a los EPM de Uruguay. Por el propio hecho de estar comenzando su carrera docente práctica, muchas veces el EPM tiene dificultades para interpretar lo que sus alumnos entienden de la tarea, o las soluciones que proponen. En la dinámica de la clase, esto debe tener alguna resolución. Algunas veces el EPM no registra las intervenciones divergentes, otras veces no puede explicar al estudiante cuál es el problema con lo que está pensando, y otras, desemboca en el desarrollo de patrones como el extractivo o incluso el de embudo.

En toda situación de clase existe disparidad de conocimientos de base entre el docente y los estudiantes, la que genera ambigüedad y la necesidad de interpretación. En las clases que hemos llamado investigativas, el docente aprovecha esta disparidad para poner en la escena de la clase la forma de pensamiento de los estudiantes, los obstáculos epistemológicos, así como resaltar y promover las ideas originales en el sentido matemático. En las clases tradicionales, en cambio, esta disparidad se evidencia en forma de desigualdad en la comunicación. El profesor pregunta sobre cosas que él ya sabe, y el estudiante responde, indicando con su respuesta si entendió las explicaciones, si va siguiendo las indicaciones del "director de orquesta" que es el profesor. (Wood, 1995) En este rol, el profesor se ve como el que transmite conocimiento a los alumnos y luego evalúa cuán bien lo han aprendido. En esta forma de enseñanza, el propósito de las preguntas que hace el docente es extraer información, previamente presentada, de los estudiantes y evaluar inmediatamente si ellos han entendido. Como esos profesores están escuchando solo las respuestas que ellos esperan, no se involucran en otro tipo de discurso que puedan tener los estudiantes, que muestren ideas divergentes que denotan su pensamiento matemático. Así, en el tipo de comunicación que se da, el profesor es visto como "el que sabe" y los estudiantes como "los que no saben".

Para Wood, las experiencias y el pensamiento de los estudiantes son un aspecto importante y el foco central de la enseñanza en las clases investigativas. Un docente que no conoce las formas de pensamiento de sus alumnos está en gran desventaja en este tipo de clases. La necesidad de involucrarse en negociar el significado resulta tan importante para el profesor como para los estudiantes. El docente debe escuchar atentamente las explicaciones de los estudiantes y tratar de darles sentido para que su rol en la clase sea efectivo.

Sierpinska (1998) plantea que desde el punto de vista interaccionista la matemática es vista como un discurso, y por tanto, la forma en que el estudiante aprenda matemática es una función de las características de la comunicación y de las interacciones en las que él participa en el proceso de aprendizaje. Para la autora, las siguientes preguntas ayudan a pensar qué tipo de clase resulta:
¿Quién plantea la agenda de las actividades de la clase, quién decide lo que es relevante en una tarea, quién provee los conceptos –los estudiantes o el profesor? ¿Cuál es el asunto de la comunicación (un procedimiento de cálculo, una interpretación de un concepto, entre varias, la estructura formal de una definición, la modelación de un problema de la vida real? ¿Qué formato de interacción se establece y estabiliza entre los participantes de la comunicación, cuál es la rutina dominante o el esquema o escenario predecible de interacción (interrogación, entrevista, entrenamiento de procedimientos, provocación de la reflexión, repetición o desafío con preguntas provocadoras)? En cada situación, se comprenderá y aprenderá un discurso (y por tanto una matemática) diferente.

La discusión y las decisiones que un docente tome en relación a las preguntas formuladas por Sierpinska, están en consonancia con los aspectos que se trabajan en los cursos de Didáctica del profesorado uruguayo público de matemática. Como muestra, presentamos a continuación algunos aspectos acerca del perfil del egresado en la especialidad Matemática, que se expresan en el documento que fundamenta el Plan 2008 (Plan actual de Formación Docente):

> Se considera deseable que los futuros profesores de matemática:
>
> …
>
> - tengan capacidad de enfrentar situaciones matemáticas con originalidad, no ateniéndose solamente a los procedimientos conocidos, siendo capaces de generar ideas nuevas, ponerlas a prueba, para luego descartarlas o reafirmarlas con argumentos convincentes para el grupo social en el que están construyendo los conocimientos;
>
> - conozcan las implicancias de las decisiones pedagógicas que llevan al aula, comprendan que la acción educativa no es neutra, sino

que las decisiones docentes en relación al tipo de materiales que llevan al aula, a las actividades que ofrecen a los alumnos, a las condiciones en que se realiza el aprendizaje, los recursos utilizados y el tipo de organización de la clase, influirán en la construcción del sentido;

- puedan decidir qué Matemática desean enseñar y cómo llevar adelante un proyecto de estudio desde una perspectiva no ingenua;

- sean capaces de desnaturalizar sus prácticas para ser críticos con ellas. (SUNFD 2008, p. 78)

En este trabajo partimos de los planteos del marco teórico, en relación a la ambigüedad que toda tarea matemática presenta, en el sentido de los significados que los participantes les pueden otorgar. Y a partir de esto, planteamos la necesidad de un proceso de negociación, que permita interpretar, modificar los conocimientos y supuestos de los que parte el estudiante y el docente, y que se producen en el mismo curso de la interacción.

En el Capítulo I de este trabajo establecimos los objetivos del mismo:

- Analizar las interacciones que los EPM llevan adelante con sus alumnos, en la práctica docente.
- Describir, a partir del análisis de dichas interacciones, qué patrones de interacción se establecen entre los EPM y sus alumnos.

A partir de ellos planteamos la siguiente pregunta de investigación:

¿Qué patrón de interacción predomina en las clases de cada EPM?

Pensamos que este marco teórico, así como la etnometodología que el mismo utiliza, resultarán muy útiles para analizar el fenómeno que se estudia en esta investigación: a partir de determinar cuál es el patrón de interacción predominante en la práctica de cada EPM participantes, y la caracterización del tipo de clase que desarrollan, entre las descritas aquí, podremos inferir si los EPM asumen los lineamientos que se plantean en los cursos de Didáctica, o existe un cierto divorcio entre la teoría (ME) y su práctica docente.

En este trabajo no se analizan las interacciones estudiante-estudiante, por quedar fuera del alcance de la temática planteada, así como tampoco las normas sociales y sociomatemáticas establecidas, debido al corto período de observación de clases.

Capítulo III. Descripción de la experimentación. La etnografía. Los EPM participantes. La forma de recoger los datos

III.1.- La etnografía

Para este estudio hemos usado la metodología etnográfica, que parte de asumir (Eisenhart, 1988):

- El significado de los objetos del entorno social de los individuos no es intrínseco a ellos, sino que viene dado por las acciones que los seres humanos realizan sobre ellos, de forma interactiva.
- La vivencia, el conocimiento y la comprensión de la realidad social es un producto de los procesos sociales.
- Los individuos producen definiciones de situación propias, las que guían (explícita o implícitamente) sus formas de actuar y las de los demás con los que interactúan.
- Los grupos sociales identificables construyen sistemas coherentes de creencias y acción, a partir de los significados intersubjetivos.

En relación al análisis de los patrones de interacción, tomamos el punto de vista planteado por Voigt (1985):

> A theoretical concept concerning the pattern of interaction has to be open for the educational point of view insofar as it serves, in each individual case, to demonstrate the function of a pattern which structures learning processes. This is why an interpretative method is suggested which does not only present the surface structure of the classroom discourse, but analyses in particular the cognitive demands on the pupils connected with the pattern of interaction. (p. 85)[3]

Para determinar cuál es el patrón determinante en la comunicación de la clase de matemática de los EPM participantes con sus alumnos de la práctica docente, hemos utilizado métodos microetnográficos, es decir, de descripción detallada e interpretación de una pequeña muestra de registros de las acciones de la clase, para este caso. (Voigt, 1985, p. 72) La base de datos

[3] Un concepto teórico relativo al patrón de interacción tiene que estar abierto al punto de vista educativo en la medida en que esto sirva, en cada caso, para demostrar la función de un patrón que estructura los procesos de aprendizaje. Por esta razón se sugiere un método interpretativo, que no solo muestra la estructura superficial del discurso escolar, sino que analiza en particular las demandas cognitivas en los estudiantes en conexión con el patrón de interacción. (Traducción de la autora)

consiste en las videograbaciones de cuatro clases de cada EPM, las que luego fueron transcritas.

En este trabajo no se analizan las interacciones en grupos pequeños. El alcance de la investigación, en la que se observaron cuatro clases de cada EPM, y las condiciones en que se realizó la experimentación, no lo permitieron. En nuestro país no existe prácticamente tradición de investigaciones que incluyan observación y videograbación de clases, por lo que fue necesario pedir autorización a las autoridades, la que demoró varios meses el registro de las clases. Por ese motivo no fue posible seguir el trabajo en grupos pequeños, que habría que haber acompañado de entrevistas posteriores.

III.2.- La experimentación

En la parte experimental de la investigación participaron tres estudiantes que estaban cursando Didáctica III en el Instituto de Profesores "Artigas" de Montevideo. Tomamos dicho instituto por ser el mayor referente en cuanto a la formación de profesorado.

Se filmaron cuatro clases de cada estudiante, de los tres que participaron. Se utilizó una filmadora que se mantuvo fija mientras el docente daba explicaciones en el pizarrón, o los estudiantes estaban en el frente, pero que realizaba zoom o se movía por el salón cuando se quería grabar las producciones o los diálogos del docente con los estudiantes, cuando estos trabajaban en grupos pequeños, o individualmente.

Como se explica en el Capítulo II, se establecieron relaciones entre los patrones de interacción descritos por Voigt (1995) y por Wood (1994). Estas se detallan en los cuadros descriptivos anteriores, así como la comparación entre ambos patrones, que se utilizó como base para el análisis de las interacciones.

La descripción de los patrones de interacción, su comparación, así como las consideraciones formuladas por Sierpinska (1988) establecidas en el Capítulo II, apartado 7, nos proporcionan una serie de elementos de observación de las interacciones de la clase. Por ejemplo, determinar qué objetivo tienen para el EPM las preguntas que formula a los estudiantes, el tipo de respuestas que estos proporcionan, qué asuntos se comunican en la clase, el tipo de rutinas que predomina, nos permitirán situar a cada EPM en uno u otro patrón de interacción. Como ya se ha dicho, será difícil encontrar un patrón en estado puro, sino que es posible que para un mismo EPM y sus alumnos, aparezcan distintos patrones en diferentes interacciones analizadas. Una vez realizado el análisis, se tratará de determinar cuál es el patrón que mayoritariamente se construye interactivamente en esa clase. Es importante señalar que, como los patrones son constituidos interactivamente, y reciben la influencia de los patrones de experiencia tanto del EPM como de sus alumnos, no puede responsabilizarse al EPM en forma exclusiva por su constitución. Sin embargo, pensamos que el predominio de un patrón u otro nos indicarán, para el tiempo en el cual estuvimos realizando las observaciones de la clase, cuál es el grado de apropiación que los EPM tienen de los aspectos teóricos de los cursos de Didáctica.

A partir de los elementos recién mencionados hemos construido un protocolo de observación de clases, que presentamos a continuación. El mismo se completó al terminar cada una de las visitas de clase, y lo utilizamos para complementar la descripción y el análisis de las transcripciones (que aparecen en su totalidad en el Anexo I).

Figura 3 – Protocolo de observación de clases

<table>
<tr><td colspan="4">EPM:</td></tr>
<tr><td colspan="4">Tema del día:</td></tr>
<tr><td>Actividades propuestas</td><td>Qué tipo (ejercicios rutinarios, de aplicación, para generar un nuevo conocimiento, problemas abiertos, problemas “de la vida real”)</td><td></td><td></td></tr>
</table>

	Con qué objetivo		
	Cuándo y de qué forma se resuelve		
	Qué permiten al estudiante	Investigar	
		Razonar	
		Representar	
		Reconocer patrones	
		Conjeturar	
		Comunicar y describir situaciones	
		Argumentar	
		Aplicar conocimientos	
		Otros	
Preguntas, respuestas y explicaciones	Preguntas del docente	Tipo de preguntas (Retóricas, de continuidad, explicadas, otras)	
		Objetivo (dialógico, de control, de provocar respuesta esperada)	
	Preguntas del estudiante	Objetivo (Interpretar intención docente, pedir aclaración, dar	

		otra perspectiva)	
	Respuestas del docente	Objetivo (evaluar, mostrar otra perspectiva, dirigir hacia respuesta esperada)	
	Respuestas del estudiante	Objetivo (tratar de seguir expectativa docente, basada en argumento procedimental, basada en argumento conceptual)	
	Explicaciones	Quién las realiza	
		Qué valor tienen las explicaciones del estudiante para el docente.	
Otros elementos que aportan a los significados	Registros de representación semiótica	Cuáles se usan	
		Cómo se utilizan	
		Quién los propone	

que se toman por compartidos	Ejemplos, no ejemplos y contraejemplos	En qué momento se proponen	
Elementos de la interacción	¿Considera las respuestas divergentes?		
	¿Fundamenta las respuestas que rechaza?		
	¿Usa indicadores gestuales?		
	¿El énfasis está en el procedimiento o en la reflexión? (En preguntas)		
	¿El énfasis está en el procedimiento o en la reflexión? (En respuestas)		
Rutinas del EPM	Ensayo provisorio (al inicio de interacción, con una pregunta abierta)		
	Pista sugerente		
Rutinas de los alumnos	Ensayo y error		
	Búsqueda de señales		
	Reducción verbal		
	Usar todos los números y una operación como respuesta.		

Capítulo IV. Análisis de los datos recogidos

En esta investigación participaron tres estudiantes de Profesorado de Matemática de Uruguay, del Instituto de Profesores "Artigas" de Montevideo, que cursan la práctica docente correspondiente a cuarto año de Profesorado. Es decir, estudiantes que tienen un curso de ciclo básico (con alumnos entre 12 y 14 años) completamente a su cargo. Se filmaron cuatro clases de cada uno de ellos. A continuación se detallan los cursos que tenían a su cargo los EPM participantes, que en adelante llamaré EPM1, EPM2 y EPM3.

El EPM1 tenía a su cargo un grupo de 2º año del Ciclo Básico (estudiantes de 13-14 años), con aproximadamente 23 estudiantes. En las clases observadas estaba trabajando con ecuaciones y funciones.

El EPM2 dictaba clases en un grupo de primer año de Ciclo Básico (estudiantes de 12-13 años), con 22 alumnos, y se encontraba trabajando el tema Fracciones en las clases que se observaron.

El EPM3 tenía a su cargo un grupo de tercer año de Ciclo Básico (estudiantes de 14-15 años), y estaba trabajando con el teorema de Pitágoras y sus aplicaciones.

Las doce clases filmadas fueron transcritas para realizar el análisis de las interacciones de las mismas. Debido al objetivo de la investigación, no se filmaron interacciones entre los estudiantes cuando estaban trabajando en forma individual o en grupos pequeños. En cambio, se filmaron interacciones de los EPM con toda la clase, y cuando las hubo, interacciones de los EPM con grupos de estudiantes o estudiantes solos.

El análisis ~~de~~ primario de las transcripciones aparece en el Anexo I, donde se han dispuesto las distintas transcripciones en tablas de tres columnas, la primera de las cuales numera ordinalmente las líneas de diálogo, la segunda presenta la intervención del participante, y la tercera contiene comentarios vinculados a la interpretación del episodio. Durante el análisis preliminar, se volvieron a consultar las videograbaciones cada vez que hubo dudas.

A continuación se indica qué abreviaturas fueron usadas, y el significado de las mismas, así como la forma de nombrar a los participantes.

- Cada EPM es nombrado como EPM1, EPM2, EPM3, de acuerdo a la descripción ya realizada. Nos referimos a ellos siempre en género masculino.
- Los estudiantes que intervienen en las interacciones de cada clase se nombran con una E seguida de un número (por ejemplo, E1, E2, etc.). El mismo número corresponde al mismo alumno. Números distintos pueden corresponder a estudiantes diferentes o a un mismo estudiante que no es individualizado al realizar la transcripción. En diferentes clases, el mismo número de estudiante no corresponde necesariamente al mismo estudiante.
- La abreviatura Es significa que esa intervención la realizaron varios estudiantes a la vez.

Con los elementos del análisis primario que figura en el Anexo I se realizó el análisis que se presenta a continuación, para cada EPM.

IV.1.- Análisis de las interacciones en las clases del EPM1

A lo largo de todas las clases observadas el EPM1 trabajó con ecuaciones y funciones. En promedio asistían 20 estudiantes.

El clima de la clase era muy bueno, no existiendo en general problemas de comportamiento en los estudiantes. Se notaba una buena vinculación entre el EPM1 y sus alumnos, probablemente consolidado a lo largo del año.

Las visitas se realizaron en el último tramo del curso, por lo cual en el caso de EPM1, los temas que se estaban trabajando ya habían sido estudiados, constituyendo estos una revisión con vistas a una prueba final de evaluación. Por lo tanto, en este conjunto de interacciones observadas y analizadas, no aparece ninguna donde se introduzca una nueva temática.

Durante el tratamiento del tema ecuaciones, que se plantea en el contexto de los paralelogramos y sus propiedades, la primera actividad se realiza en el pizarrón, trabajando juntos el EPM1 con los alumnos. Luego se proponen actividades similares para que los estudiantes resuelvan. Durante dicha resolución casi todos trabajan en parejas, y el EPM1 va por los grupos respondiendo preguntas o ayudando a los que parecen presentar más dificultades, ya que están en su lugar sin trabajar hasta que el EPM1 se acerca. Algunas de estas actividades se corrigen después en el pizarrón, en la siguiente clase. Luego les propone la resolución de ecuaciones no contextualizadas. Finalmente, en relación al tema funciones se trabaja con un ejercicio sobre funciones de primer grado, resolviéndolo en forma grupal en el pizarrón.

El EPM1 comienza recordando que la clase anterior hicieron un trabajo sobre paralelogramos, y que habían repasado sus propiedades. Las vuelve a preguntar. Como ya las han estudiado, inicialmente los alumnos pueden dar como respuesta cualquiera de ellas. El EPM1 no explicita a los alumnos cuál es la intención o el objetivo de su pregunta. Es así que los estudiantes van respondiendo con lo que recuerdan, ya sea de forma incorrecta o correcta. A las respuestas incorrectas el EPM1 reacciona repitiendo la respuesta o alguna palabra de ella (la que no corresponde), dando de ese modo a los estudiantes una evaluación de la respuesta como incorrecta, parcial o totalmente. Entonces los estudiantes corrigen sus enunciados, generalmente solo la palabra que no corresponde. Aquí podemos observar lo que se ha planteado en el Capítulo II, en cuanto a las obligaciones y el esfuerzo interpretativo que realizan los participantes de la interacción. En este caso particular, los estudiantes están "obligados" a cumplir con la expectativa de respuesta del EPM1, contestando a la pregunta. Esta es abierta: *"¿Qué tenía de particularidad el paralelogramo? ¿Qué* [propiedad o propiedades] *cumplía esa figura?"*, por lo que en principio los estudiantes responden con la primera propiedad que les viene a la mente. Como no conocen la intención de la pregunta inicial, es de suponer que todas las propiedades correctas que enuncien tendrán el mismo valor. Sin embargo el EPM1, además de corregir las partes erróneas de las respuestas, como se ha dicho antes, continúa pidiendo propiedades. A pesar de que luego de obtener su respuesta esperada: "los ángulos opuestos son iguales", pregunta acerca de alguna propiedad más. La última propiedad que enuncian los estudiantes no es tenida en cuenta quitándole así importancia, diciendo a los alumnos que la igualdad de los ángulos opuestos será la característica que van a utilizar.

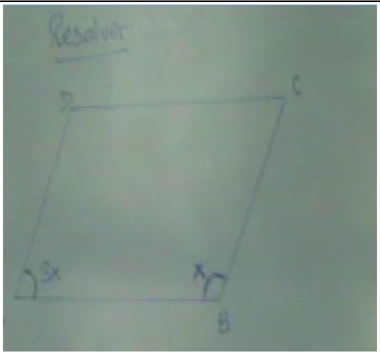
A continuación mostramos la transcripción del episodio recién descrito:

Figura 4. Transcripción EPM1 – 1-14

1	EPM: *¿Qué tenía de particularidad el paralelogramo? ¿Qué cumplía esa figura?* (El EPM pregunta haciendo referencia a unas tareas sobre propiedades que hicieron la semana anterior).
2	E1: *Dos pares de ángulos paralelos.*
3	EPM: (como separando en sílabas, repite): *Dos pares de **ángulos** paralelos.*
4	E2: *No, lados.*
5	EPM: *Ah, ah, dos pares de lados paralelos. ¿Y además de paralelos?*
6	Es: *Iguales.*
7	EPM: *Paralelos e iguales. Perfecto. ¿Qué más vimos de los paralelogramos? ¿Anotamos alguna?*
8	E3: *Tres ángulos iguales.*
9	EPM: *Tres ángulos iguales* (con gesto de que la respuesta no es correcta).
10	Es: *No, no, no.*
11	E4: *Los ángulos opuestos*
12	EPM: *Vimos que los ángulos opuestos en un paralelogramo eran iguales. ¿Vimos alguna cosa más?*
13	E3: *Y las diagonales se cortaban en el punto medio.*
14	EPM: *Vimos que las diagonales se cortaban en el punto medio. Perfecto.* (Cuando repite esta respuesta ya está mirando algo en su escritorio, no mira más a la clase). *Bueno. La que vamos a usar ahora* (va al pizarrón y escribe: "Resolver" mientras habla), *es la segunda observación que me dijeron, que los ángulos opuestos son iguales.*

A continuación el EPM1 plantea la siguiente actividad (como se indica en la transcripción anterior, la encabeza con la palabra "Resolver"). La misma se muestra a continuación. La imagen ha sido tomada de la videograbación, mediante una captura de pantalla. Mientras hacía la figura, el EPM1 agregaba las explicaciones que se detallan en el siguiente párrafo.

Figura 6 - Copia de pizarra – EPM1 – Actividad Paralelogramos



El EPM1 explica oralmente a los alumnos que la figura representa un paralelogramo, aunque no hay ninguna indicación, salvo que es una representación estereotipada de dicho polígono. Esta actividad resulta muy ambigua desde su enunciado, ya que podría interpretarse que hay que completar la expresión de las medidas de los ángulos que no la tienen, pero también podría entenderse que se le diera un valor a x para luego obtener todas las medidas, o que hay que resolver alguna ecuación. Esto por nombrar algunas interpretaciones posibles, pero los estudiantes podrían plantear otras, a partir de sus patrones de experiencia. Sin embargo, la primera intervención del EPM1 es para sugerir de manera explícita el tema de que tratará la resolución de la actividad. En efecto, el EPM1 dice:

"…ya que estamos con esto de los paralelogramos, vamos a aprovechar para repasar un poquito, ¿qué tema? ¿Qué les parece que qué tema vamos a repasar?"

Un estudiante responde "ecuaciones" de forma inmediata, y no se da ninguna otra respuesta. Creemos que este es un ejemplo del patrón matemático de "matematización directa", descrito en el marco teórico. El hecho de que la actividad se aborde de forma grupal ya reduce la posible variedad de interpretaciones. En efecto, si se hubiera propuesto para ser realizada por los estudiantes de forma autónoma, es probable que ellos hubieran preguntado acerca de qué resolver, qué se pedía que hicieran, o hubieran interpretado de distintas formas. No podemos saberlo, pero sí creemos que ya desde el inicio, hay una reducción de los significados que se van tomando como compartidos, que son los que responden a la intención de lo que el EPM1 pensó para la actividad.

Otra característica que presentan las interacciones observadas es que las sucesivas preguntas se vislumbran elementos que estarían induciendo a los alumnos a responder con la respuesta esperada. Son preguntas de continuidad, con las que el EPM1 va estableciendo el flujo del discurso. Esto es, el EPM1 toma elementos de la respuesta de un alumno cuando le sirve para continuar hacia el procedimiento que pensó para la resolución. Como ejemplo mostramos el siguiente extracto de un episodio, donde se señala en cursiva lo que se acaba de expresar:

Figura 7 - Transcripción EPM1 – 19-42

19	EPM: Bueno, *con esa observación que me dijeron recién, de que los ángulos opuestos en un paralelogramo son iguales, ¿qué podemos agregar a la información acá? Si yo sé que el ángulo en A mide 3x*
20	Es: *El C es 3x.*
21	EPM: (Repite, y anota "3x" en el pizarrón, en el interior del ángulo en su figura) *también mide 3x.*
22	E6: *Y el B es x.*
23	EPM: *Y el ángulo en B* (lo anota) *mide x.*
24	EPM: *Tengo ahí ya la medida de todos los ángulos. La medida, bue, una expresión que, ¿no?, refiere a la medida de esos ángulos. Yo quisiera averiguar exactamente cuánto vale x y por lo tanto cuánto*
25	E7: (Inaudible)
26	EPM: *Cuánto*. (Se superpone con la intervención de E6):

27	E6: *Ah, ya sé, 360 de un lado es igual*
28	EPM: *Ah, bueno, claro, nosotros sabemos que la suma de todos los ángulos interiores a ese paralelogramo es 360. Entonces, ¿qué ecuación podría plantear* (gesto con las manos) *para alcanzar a averiguar cuánto vale x?* (Algunos estudiantes hacen gestos de que no saben)
29	EPM: *Yo sé que la suma de todos los ángulos es 360.*
30	E8: *360 dividido 8.*
31	EPM: (Gesto de sorpresa). *Ponele, ponele que E8 se me adelantó un poquito. Vamos a escribir la suma de todos esos ángulos.*
32	(Va al pizarrón y escribe) (E6 le va diciendo):
33	x + 3x + x + 3x
34	EPM: *¿Y toda esa suma cuánto tiene que dar?*
35	E9: 360
36	EPM: 360 (y completa la ecuación).
37	x + 3x + x + 3x = 360
38	EPM: *Bueno, ahora vamos a reducir un poquito eso. ¿Cuántas x tenemos?* (engloba con la mano el primer miembro, como en un círculo imaginario)
39	Es: 2, 8, 2, 8, 8, 8, 6, 4
40	EPM: (Señalando el término x) *1 más 3* (señalando el término 3x) *son 4, más 1 cinco y tres son ocho.* (Y escribe)
41	8x = 360
42	EPM: Y *ya lo sabemos resolver a eso, ¿qué hacemos?*

En la interacción, el EPM1 utiliza la rutina que Voigt (1985) llama “pistas sugerentes”, ya que con sus palabras va invocando, en este caso, el paso que sigue de un procedimiento que ya se ha visto antes. En este caso particular, la rutina de sugerir pistas no da simplemente un indicio de la expectativa docente, que llevaría a los estudiantes a responder usando el ensayo y error. Es más bien como un ritual vinculado a la resolución de ecuaciones, que va apelando con determinadas frases a los pasos del procedimiento, y que se caracteriza además por el uso frecuente del tiempo pasado.

Estas frases se han colocado en negrita en la siguiente transcripción:

Figura 8 - Transcripción EPM1 – 37-52

37	x + 3x + x + 3x = 360
38	EPM: Bueno, *ahora* ***vamos a reducir un poquito*** *eso*. *¿Cuántas x tenemos* (engloba con la mano el primer miembro, como en un círculo imaginario)?
39	Es: 2, 8, 2, 8, 8, 8, 6, 4
40	EPM: (Señalando el término x) *1 más 3* (señalando el término 3x) *son 4, más 1 cinco y tres son ocho.* (Y escribe)
41	8x = 360
42	EPM: *Y* ***ya lo sabemos resolver*** *a eso, ¿qué hacemos?*
43	E10: *Dividido 8*
44	EPM: *Dividido 8, ¿**dónde**?*
45	E11: *En los dos, 8x y 360.*
46	EPM: *Los dos miembros los divido entre 8*, (y escribe):
47	8x = 360
48	8 8
49	(La línea de fracción y el denominador los pone en rojo, el resto está en azul).
50	EPM: ***¿Y qué nos queda?***
51	E12: *x es igual*
52	EPM: *una x es igual, ¿cuánto da 360 dividido 8?*

Se aprecia también en el siguiente extracto:

Figura 9 - Transcripción EPM1 – 145-170

145	x + 3x − 68 + x + 3x − 68 = 360

146	Bueno, muy bien. *¿Y* ***después que escribieron esa ecuación qué hicieron****?*
147	E7: *La resolvimos.*
148	EPM: *Bueno* (inaudible) *para eso*
149	E8: ***Lo reducimos***
150	EPM: *Claro, lo primero que hicimos fue reducir ahí. ¿****Qué tengo para juntar con qué****?*
151	Es: *Las x*
152	EPM: *Las x* (subraya con rojo los términos en x). *Tengo esta acá, esta, esta, esta de acá. ¿Cuánto suman?*
153	Es: *8*
154	EPM: 8*x* (escribe 8x)
155	EPM: *Después* ***también podría reducir*** (marca superiormente 68 y -68) *ese y ese, ¿cuánto sumaban?*
156	E9: 136
157	EPM: (Va a escribir, se vuelve). ¿136?
158	E9: *Sí*
159	E10: *Menos*
160	EPM: *Ah, menos 136* (y escribe, va diciendo): 8x – 136 = 360. *Precioso, todo reducido.* ***¿Qué es lo que seguía ahora?*** *No está Sofía hoy para pedirle* (inaudible).
161	E11: *¡El opuesto!*
162	EPM: *Ahí está, vino Leonardo para decirme que* ***había que sumar el opuesto*** (vuelve al pizarrón). *Bueno, ¿y entonces,* ***cómo va a quedar?*** *Bueno, che* (a algunos que hablan).
163	E6: 8x – 136 + 136 = 360 + 136
164	EPM: *Ahí está*. (Escribe) 8x – 136 = 360 (dejando un lugar antes del signo de igualdad)
165	***Copio lo que ya tenía y agrego*** (agrega +136 con rojo en los dos miembros de la ecuación). *Pero sigo* (inaudible) *¿****qué me queda****?*

166	E11: 8x = 496
167	EPM: (Escribe esa ecuación). *¿**Y ahora**?*
168	E12: *Lo dividís entre* 8.
169	EPM: (Escribe) $\frac{8x}{8} = \frac{496}{8}$ (la línea de fracción y cada 8, en rojo).
170	E13: *Y te da* 62, *te da* 62.

Esto de alguna forma evita que los alumnos actúen por ensayo y error, ya que casi no hay otra respuesta posible que la que van dando, como si completaran en los espacios vacíos. Esta misma rutina de dar pistas que sugieren la respuesta esperada puede verse en casi todas las otras interacciones transcritas, que aparecen en el Anexo I, resaltadas en cursiva.

En especial, en la línea 160, así como en la 219 (ver Anexo I), el EPM1 utiliza una pista sugerente vinculada a una estudiante: *"Qué es lo que seguía ahora? No está Sofía para pedirle."* Esta frase origina de inmediato la respuesta: *"El opuesto"*, funcionando así como una clave de respuesta.

Por otro lado, el EPM1 no toma las respuestas divergentes. Para el primer caso que aparece, que es la intervención de E8 (Línea 16), que dice "360 dividido 8" como respuesta a la pregunta del EPM sobre qué ecuación podrían plantear, este comenta que "E8 se me adelantó un poquito", para agregar inmediatamente que "vamos a escribir la suma de todos esos ángulos". No hay ninguna explicación acerca de la corrección o no de la afirmación de E8, el EPM1 continúa con su idea, que sigue la secuencia: igualdad de los ángulos opuestos de un paralelogramo, suma de los ángulos de un paralelogramo, planteo de la ecuación, resolución de la ecuación. El estudiante E8 probablemente sumó las medidas de los ángulos interiores en la propia figura, y resolvió la ecuación mentalmente. Sea como fuere, el EPM1 no le pregunta por qué afirma eso, ni en ese momento, ni en ningún otro de la clase. El segundo caso de respuestas no esperadas se da cuando el EPM1 pregunta acerca de la suma de todos los términos en x en la ecuación, aparecen las respuestas: 2, 8, 6 y 4. Si bien 8 es la más frecuente, el EPM1 no pregunta por qué dicen 2, 6 o 4. En cambio, va "contando" las x (en referencia al coeficiente de cada término), para mostrar que "son 8".

Los estudiantes no tienen que esforzarse mucho, porque como se dijo recién, las preguntas no van dejando mucho campo de acción y divergencia para las respuestas de los estudiantes. Participan, pero la competencia matemática que se hubiese requerido para el trabajo autónomo, no la muestran. El que dirige todo el trabajo, y toma la iniciativa en cada paso de la resolución, a través de las "pistas sugerentes" es el EPM1. Para los estudiantes la tarea que se plantea consiste en realizar actividades iguales o similares a la que se resolvió con la guía del EPM1, como lo prueba el siguiente extracto de la misma interacción:

Figura 10 - Transcripción EPM1 – 64-66

64	EPM1: *Bueno, ¿se entendió la idea?*
65	Es: *Sí*
66	EPM1: *Notable. Entonces ahora les toca a ustedes.*

Cuando los estudiantes realizan los ejercicios similares, algunos trabajan solos, en varios lugares están de a dos, pero no necesariamente interactúan. El EPM1 hace algunas precisiones en forma de interacción con todos, situada en el fondo del salón, entre los estudiantes. Por ejemplo, toma ideas que algún estudiante dice en voz alta, y las comenta a todos como otra pista sugerente. También atiende a los que están solos y parecen no trabajar.

Pensamos que en las interacciones que hemos analizado aquí se puede ver que se establecen las dos primeras fases del patrón extractivo. Podríamos decir que en las líneas 1 – 14 se daría la primera fase, caracterizada por una pregunta abierta del EPM1, seguida de respuestas ofrecidas por los estudiantes, que aquel evalúa como incorrectas, semicorrectas, o correctas no útiles a su objetivo (que los estudiantes no conocen), y que finaliza cuando el EPM1 ha encontrado una respuesta que le resulta de ayuda para la siguiente fase. En la línea 15 comenzaría la fase 2, caracterizada por una serie de preguntas y respuestas que van conduciendo a la solución esperada por el EPM1, que constituirá la solución "oficial". La misma se gesta a través de la introducción, en cada pregunta del EPM, de pistas que sugieren qué respuesta espera, que casi siempre se refieren a la continuidad de un procedimiento (invocando "lo que seguía"), y a lo que se agrega la no consideración de las respuestas divergentes con la esperada. Y la segunda fase finaliza en la línea 66, pudiéndose leer la interacción completa en el Anexo I.

En lo que sigue analizaremos las interacciones correspondientes a la actividad sobre funciones.

Se propuso a los estudiantes la siguiente actividad:

Figura 11 - Actividad EPM1 - Funciones

Sea g: $R \rightarrow R$, g(x) = 2x+6

a) Calcula raíz y ordenada en el origen.
b) Represéntala gráficamente.
c) Mirando el gráfico indica f(x) < 0 si ……………………….

En el comienzo de esta interacción, el EPM1 pregunta a los alumnos acerca de la expresión analítica de la función: *"¿Cómo se llamaba esta, esta cuestión?* (subraya en el pizarrón la expresión analítica) *¿Cómo se llamaba? Es la de la función, ¿la qué?"*(Línea 514). Los alumnos no lo recuerdan, así que van respondiendo por ensayo y error, ayudados por indicadores verbales y pedidos del EPM1 de que busquen en sus cuadernos. Finalmente responden "expresión analítica", y el EPM recapitula diciendo que tienen una función *g* cuya expresión analítica es 2x+6, haciendo una distinción entre la función y su expresión analítica, a la que no le adjudica ningún significado. Parecería más una formalidad que podría vincularse a mandatos disciplinares o a la presencia de un observador en la clase. Una vez hecha esta distinción, el EPM1 les pregunta qué es la raíz, que es lo que les pide que determinen en la primera parte del ejercicio. A continuación se muestra el diálogo que se desarrolla en ese momento, ya que aparece una diferencia con el patrón descrito anteriormente:

Figura 12 - Transcripción EPM1 – 533-556

533	EPM: *La raíz era, ¿qué era la raíz?*
534	E3: *Eso que les sale a las plantas*.
535	E4: *Primero*

536	E5: *La ordenada en el origen.*
537	EPM: La ordenada en el origen es algo distinto.
538	(Hablan varios a la vez, no se oye).
539	E6: *La preimagen*
540	EPM: *La preimagen me gusta un poquito más pero sola no me dice nada la preimagen.*
541	E6: *De cero*
542	E7: *La imagen*
543	EPM: *La preimagen de cero, está bueno, me gusta pero ¿qué quiere decir que la raíz es la preimagen de cero?*
544	E8: *Es el opuesto.*
545	EPM: *Yo estoy de acuerdo con eso* (se refiere a la preimagen de cero).
546	E9: *Le corresponde el cero en la gráfica.*
547	EPM: *Que le corresponde el cero en la gráfica. A ver si alguien me lo puede explicar un poquito mejor. La raíz es la preimagen de cero, estoy de acuerdo. Hay un cero en la vuelta, estoy de acuerdo.*
548	E9: (Lee) *Llamamos raíz a la abscisa del punto, al corte de la representación gráfica de la función con el eje x.*
549	EPM: *A la abscisa del punto de corte.*
550	E9: *Sacamos una flechita* (se refiere a la anotación en su cuaderno).
551	EPM: *Bueno, ahí va. ¿Qué era la raíz? El valor, el valor de x cuyo correspondiente es el cero. Es decir, yo quiero averiguar cuánto vale x para que esa cuenta me dé cero. Y había que resolver algo. ¿Qué era que había que resolver para tener la raíz?*
552	E9: *Una ecuación*
553	EPM: *Una ecuación, ¿y cuál era esa ecuación?*
554	E10: *Como siempre*

555	EPM: *Siempre hay que resolver una ecuación. Como que ecuación es la respuesta que calza siempre. Quiero averiguar x para que todo esto* (señala la expresión analítica, y la engloba escribiendo con el marcador) *sea igual a cero. ¿Qué ecuación tendré que plantear?*
556	E9: $2x + 6 = 0$

Hasta la línea 537, las respuestas que dan los alumnos indica que no pueden dar un concepto de raíz. El EPM1 continúa esforzándose por obtener al menos una parte de la respuesta que espera. En las líneas que siguen, sin embargo, los estudiantes encuentran elementos en el cuaderno y proponen definiciones que son correctas, en diferentes registros de representación, y el EPM1 no parece aceptar ninguna de ellas. Pide que le den una mejor explicación, pero sin ningún sostén que oriente a los alumnos acerca de cuál es su intención. Finalmente, el propio EPM1 da la respuesta que le permitirá llegar a la solución de la tarea: "¿Qué era la raíz? El valor, el valor de x cuyo correspondiente es el cero." Esta respuesta no fue dada de esa forma por ningún estudiante, pero pudo haberse deducido de algunas de las respuestas, aprovechando a interrelacionar los elementos del contexto de las funciones trabajado antes (que los alumnos usaban en sus respuestas) o haciendo conversiones de registro, que son ampliamente recomendadas desde la investigación en Matemática Educativa. Por el contrario, el EPM1 termina dando la respuesta, y conectándola inmediatamente con el procedimiento que permitirá hallar la raíz y por tanto, cumplir con la tarea. (Línea 551).

Pensamos que esta interacción se enmarca en la descripción del patrón de embudo, realizada en el Capítulo II. El EPM1 pregunta acerca de "qué es la raíz de una función", los estudiantes no lo saben o recuerdan, y aun buscando en el cuaderno y dando respuestas matemáticamente correctas, el EPM1 no las considera, porque no constituyen la respuesta esperada por él, en relación a la idea que tiene acerca de la actividad y su resolución. Finalmente, como los estudiantes no dan con la respuesta esperada, el mismo EPM la termina dando. En ese momento termina el proceso interactivo vinculado al concepto de raíz, y comienza una nueva fase en relación a la resolución de la ecuación que permitirá encontrarla. La misma se desarrolla, como la de la transcripción mencionada antes, de acuerdo al patrón extractivo.

En conclusión, habiendo analizado todas las interacciones grupales del EPM1, consideramos que mayoritariamente desarrolla el patrón extractivo, derivando a veces en el patrón embudo, cuando no obtiene la respuesta esperada. Esto se da en relación a la descripción de las propiedades de un concepto, más que en relación al desarrollo de un procedimiento, ya que en este caso, el EPM1 invoca los pasos del mismo a través de sus pistas sugerentes, y obtiene las respuestas esperadas en sus alumnos, al menos en las interacciones observadas, donde el procedimiento ya había sido tratado en la clase.

Si bien hay ocasiones en que los estudiantes trabajan en grupos o solos en sus lugares, lo hacen con tareas similares a las ya vistas, y no son llamados a explicar de forma autónoma lo que hicieron, y justificarlo, sino que todas las puestas en común que se observaron tenían al EPM1 como protagonista en el pizarrón, dirigiendo la misma, con la participación de los estudiantes, la que muchas veces consistía en una sola o pocas palabras, y estaba centrada en los procedimientos. En las clases registradas se dedicó el doble del tiempo a interacciones grupales, en relación al tiempo dedicado al trabajo de los estudiantes.

IV.2.- Análisis de las interacciones en las clases del EPM2

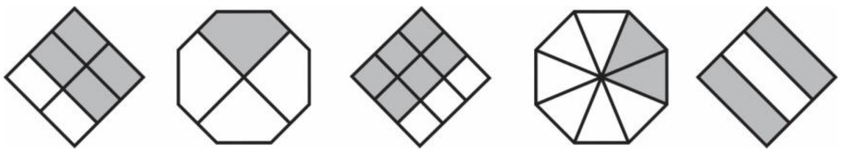
En todas las clases observadas el EPM2 trabajó el tema Fracciones, asistiendo en promedio 20 alumnos.

El EPM2 nos manifestó que el grupo presentaba problemas de comportamiento, y que como parte de la solución de los mismos, no proponía trabajos en equipo, sino individuales. Si bien en las clases observadas se apreciaba buen clima de trabajo, el EPM2 tenía que interrumpir muchas veces el trabajo para pedir que atendieran, o que escucharan a los compañeros que estaban participando, como consta en las transcripciones.

El EPM2 entregó a los alumnos, en la primera clase que observamos, la siguiente ficha con ejercicios.

Figura 11 - Actividad EPM2 – Fracciones 1

1) a) Escribe en cada caso la fracción correspondiente a la superficie coloreada:



b) Expresa cada fracción como un número decimal o como una expresión decimal periódica.

c) Indica a cuáles fracciones les corresponde el mismo número decimal o expresión decimal periódica.

Figura 14 - Actividad EPM2 – Fracciones 2

2) Escribe en cada caso la fracción correspondiente a la superficie coloreada y señala las representaciones que son equivalentes.

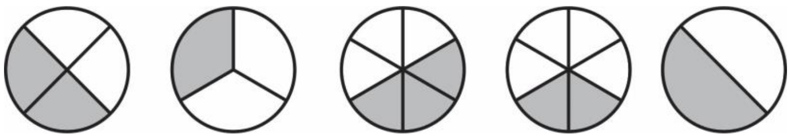
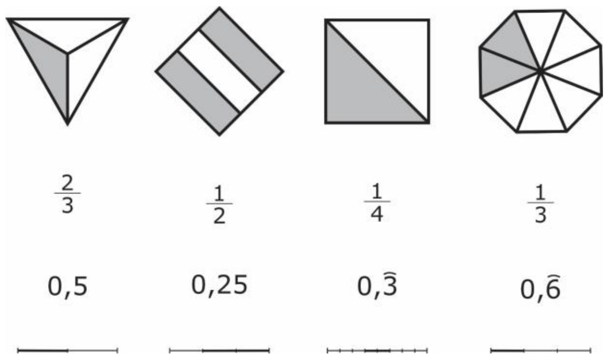


Figura 15 - Actividad EPM2 – Fracciones 3

3) Indica con el mismo color las representaciones de una misma fracción:

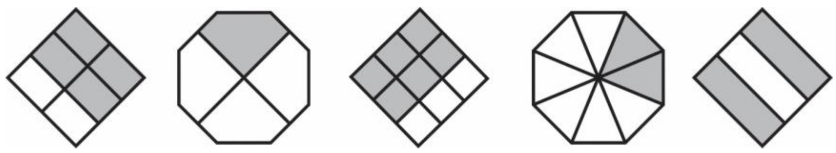


En las dos primeras clases se trabaja con esta ficha. En la primera clase el EPM2 lee la consigna de la actividad 1, deja unos pocos minutos para resolver la consigna a), luego la trabajan entre todos, pasando distintos estudiantes al pizarrón a responder. Las cuestiones b) y c) se resuelven en conjunto. En la segunda clase se trabajaron grupalmente los ejercicios 2 y 3, que algunos alumnos habían hecho en su casa. En la tercera clase se trabajó con un problema, a partir del cual se institucionalizó la suma de fracciones de igual denominador, y en la última clase observada se trabajó con la suma de fracciones de distinto denominador.

A continuación describimos la forma de trabajo que sigue el EPM2 para la realización del ejercicio 1. La consigna a) tenía el siguiente enunciado:

Figura 16 - Actividad EPM2 – Fracciones 1a

a) Escribe en cada caso la fracción correspondiente a la superficie coloreada:



El EPM2 ha leído el enunciado, explicando lo que se pide en distintas oportunidades (líneas 12, 17, 21 y 23). Luego ha pedido a los alumnos que contesten esta pregunta de forma individual. Antes de comenzar el trabajo, los alumnos van haciendo preguntas de comprensión, las que el EPM2 va respondiendo de forma directa (por ejemplo, cuáles son las partes que tienen que contar, si las grises o las blancas). Cuando han terminado de hacer la actividad, el EPM2 pide a distintos estudiantes que respondan en el pizarrón cada pregunta. Cuando pasa el primer estudiante, luego que escribe su respuesta, el EPM2 le pide que se quede y explique por qué puso 4/6. El alumno responde (línea 42) "de 6 hay pintadas 4", el EPM pregunta: "¿De 6 qué?", a lo que el alumno mejora su respuesta, agregando "cuadraditos". El EPM2 entonces, institucionaliza esta respuesta diciendo: "Entonces 6 cuadraditos es en lo que está dividida la unidad" (línea 45), y esto se completa en lo que sigue, indicando que hay 4 pintadas. Con el segundo alumno que va al pizarrón se da la misma dinámica. Hay algunas opiniones de estudiantes que dicen que está mal, pero no son consideradas. En su respuesta, el estudiante incorpora la palabra "unidades", utilizada en el primer caso por el EPM2. A partir de la tercera pregunta la interacción comienza a ser más rápida, en el 4º caso es el EPM2 que explica por qué se puso 2/8, y en el quinto pide otra vez explicación al alumno. Finalmente, en la línea 68, el EPM2 resume toda la actividad, institucionalizando el concepto de fracción, de la siguiente forma:

> *Muy bien. (Pausa). Bien, en todos los casos lo que ustedes hicieron fue ver en cuántas partes estaba dividida la unidad, ¿sí? Que en este caso (señala la primera figura) era un cuadrado, en este caso también, acá también (señala las figuras 1, 3 y 4). ¿Sí? Este, y vieron cuántas partes estaban pintadas, ¿sí? Y eso lo representaron con una fracción. En este caso 4/6 (señala la primera), ¼, 6/9, 2/3 y 2/8 (va señalando cada una).* (Línea 68)

En cuanto al concepto de fracción que resulta establecido explícitamente, en esta actividad (y en toda la ficha) se trabaja con fracciones menores que 1, partiendo de la representación como parte de un todo, y no se menciona la necesidad de que las partes en que se divide el todo sean iguales.

Nos preguntamos, ¿qué elementos de alguno de los patrones sigue la interacción recién descrita? Si bien el ejercicio ha sido realizado individualmente, el pedido de que vayan al frente de la clase, escriban su solución y la expliquen parece indicar el desarrollo del patrón de discusión. De todos modos, no aparece en este episodio ninguna negociación de significado, que es una característica de este patrón. Las que se presentaron (como qué era lo que había que marcar, si lo gris o lo blanco) ya aparecieron antes de hacer la tarea. Para contestar correctamente en el ejercicio hay que contar partes, las totales y las coloreadas, no saliendo casi del dominio de los números naturales, y el objetivo del EPM2 parece ser el de institucionalizar un concepto de fracción (la presencia de una unidad, que se ha dividido en determinado número de partes, y de las que se han tomado algunas), a partir de las respuestas. En este sentido, aparecen rasgos del patrón extractivo en el diálogo con el primer estudiante, donde se juega la única negociación:

Figura 17 - Transcripción EPM2 – 38-50

38	(Pasa E1 y realiza el ejercicio).
39	EPM2: *No te vayas.* (Dice a la clase): *¿Pueden bajar la mano, y ahora la levantan de nuevo? Se les va a acalambrar.* (A E1): *¿Podés explicar por qué pusiste* 4/6?
40	E1: *Porque de 6 eran 4.*
41	EPM2: *Esperá un minuto* (Hace callar a los estudiantes y les pide que escuchen al compañaro)
42	E1: *De 6 hay pintadas 4.*
43	EPM2: *¿De 6 qué?*
44	E1: *De 6 cuadraditos, pintaste 4, entonces son 4/6.*
45	EPM2: *Entonces 6 cuadraditos* (señala en el pizarrón) *es en lo que está dividida la unidad.*
46	E3: *El total.*
47	EPM2: *El total de cuadraditos que hay.*
48	E4: *Y el total de pintados son cuatro.*
49	EPM2: *Y el total de pintados son cuatro.*
50	EPM2: *¿Sí? Muy bien. E5* (le dice que pase).

Esto ocurre especialmente con la pregunta en la línea 43, que tiene el objetivo de ampliar la respuesta breve e incompleta del estudiante, hacia la esperada para luego dar el concepto de fracción.

En lo que sigue, el EPM2 pregunta si en algunas de las fracciones recién vistas, la superficie pintada es la misma (línea 69). Esta pregunta, más abierta, parece querer adelantarse a las siguientes preguntas de la actividad. La misma da lugar a respuestas varias: “No”, “Son diferentes”, “Ah, sí”, y una nueva pregunta del EPM2: “¿Son diferentes en todas?”, que sugiere de alguna forma una respuesta negativa. Esta se produce inmediatamente, a cargo de E6, que indica cuáles “son iguales”. La interacción continúa, con un intento de explicación de un alumno, finalmente otro aclara: “Está dividido en distintas partes pero está pintada la misma cantidad”. Hasta la línea 100, se suceden intervenciones del EPM2 ratificando esto, pero a su vez pareciendo dudar, reitera varias veces "está dividido", dejando la frase sin terminar. Da la sensación, también gestualmente, que espera algo más. Finalmente, en la línea 101, un alumno dice: "Son equivalentes", respuesta que es tomada y reiterada por el EPM2. Parecería que esa es la respuesta "oficial" esperada. Incluso, si bien se dice "Muy bien", no se considera especialmente la intervención de E7 (línea 98): *"Profe, la misma cantidad no, o sea, tienen distintas divisiones, o sea, tipo, 4/6 está dividido en más partes que 2/3, pero si vos le sacás las divisiones, o sea las rayitas, te quedaría como 2/3"*, que incluye una argumentación.

Además, la misma resolución del ejercicio implica el patrón de matematización directa, en el sentido de cómo se interpretan las figuras representadas. En efecto, se admite sin ningún cuestionamiento que en el enunciado hay tres figuras que son cuadrados, y que son iguales, y dos octógonos que son iguales. Tampoco se discute acerca de la igualdad o no de las partes en que se divide cada unidad, cosa que particularmente en la segunda figura no es tan trivial. En la hoja que nos entregó el EPM2 aparece escrita como una idea, que los estudiantes doblen el papel y lo vean a trasluz, para el caso de los octógonos, pero esto no se hace en la clase. De todos modos, por la forma en que las divisiones están hechas, el argumento de E7 de borrar las rayitas, para este caso no serviría. En resumen, al no aparecer todo esto en discusión, consideramos que hay una matematización directa, como se describe en el Capítulo II.3.3.

Como plantea Voigt (1995, p. 174), el docente no está a salvo de la creatividad del estudiante. En el episodio que estamos considerando, entre las líneas 103 y 111, aparece en escena si no la creatividad, la reflexión de un estudiante, que pregunta al EPM2 cómo "se cuenta" en el caso en que las partes no sean iguales. Aquí se provoca una negociación de significado, y aparece la necesidad de que las "partes en que se divide la unidad" sean iguales. Sin embargo, esto no es aprovechado para retomarlo con todo el grupo, dándole un lugar de destaque, ya que otros alumnos podían tener el mismo problema. Parece faltar aquí una reflexión del EPM2, acerca de qué dificultades cognitivas pueden presentar los alumnos. La necesidad de la igualdad de las partes es una de ellas, que está tan naturalizada que a veces hasta nos olvidamos de mencionarla. Además de que no fue mencionada cuando se institucionalizó el concepto de fracción, tampoco aparece ningún ejercicio donde los estudiantes tengan que determinar la fracción, por ejemplo, donde no se visualizan las partes iguales. Es decir, en lo que hemos visto hasta ahora, el esfuerzo cognitivo que deben hacer los estudiantes para seguir la clase es mínimo, no se cuestionan los aspectos problemáticos de los conceptos.

En la línea 114 un estudiante presenta la idea de la expresión decimal, como forma de determinar la equivalencia de dos fracciones. El EPM2 la toma para trabajar en la pregunta b), la cual se realiza en interacción grupal, cambiando así la dinámica inicial de trabajo. Se reitera aquí la dificultad con los significados que se dio antes. La pregunta b) establece:

Figura 18 - Actividad EPM2 – Fracciones 1b

b) Expresa cada fracción como un número decimal o expresión decimal periódica.

Los estudiantes pasan al pizarrón a hacer las divisiones para hallar las expresiones decimales. Cuando se hace la división de 4 entre 6, el EPM2 da como explicación de cierre la siguiente:

Figura 19 - Transcripción EPM2 – 156

156	EPM: *Y va a seguir exactamente pasando lo mismo. Por eso da cero coma seis seis seis periódico, porque siempre el resto va a ser el mismo, vamos a poner un cero, y siempre vamos a estar haciendo la misma división. Entonces* (va a su escritorio), *entonces la primera, la tercera y la cuarta, E14 dice que la división siempre da la misma expresión decimal. ¿Sí? Entonces, ¿vieron que en la parte b) dice: Expresa cada fracción como un número decimal o como una expresión decimal periódica, ¿sí? Cuando*

	hacemos la división como en este caso, y el resto nunca da cero, ¿sí? es una expresión decimal periódica. (Señala la división). *Vamos a hacer la siguiente división* (Le pide a E7 que pase al pizarrón).

Si bien comienza indicando que la expresión resulta periódica porque el resto es siempre el mismo, en el final resume que las tres fracciones tienen la misma expresión decimal (cosa que no se comprobó), porque el resto nunca da cero (*"Cuando hacemos la división como en este caso, y el resto nunca da cero, ¿sí?, es una expresión decimal periódica"*). Entendemos que este argumento para la periodicidad supone una pérdida de significado, ya que si bien es cierto que los infinitos sucesivos restos no son nulos, la reiteración de un resto, y la sucesión de los mismos, es lo que sostiene la periodicidad. Este argumento se mantendrá cada vez que el EPM2 justifique la periodicidad de una expresión decimal (líneas 170 y 335).

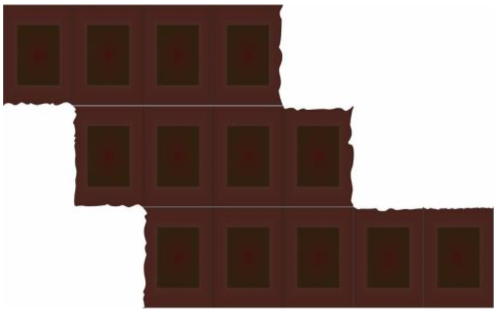
La parte c) de la primera actividad también se realiza de forma directa en interacción grupal. Esto aleja el patrón de trabajo del que inicialmente pudo pensarse como de discusión, ya que en la modalidad de trabajo colectivo, la mediación del docente puede controlar más las intervenciones, tomando aquellas que resultan de mayor utilidad para el EPM2.

A partir de la línea 187, por ejemplo, aunque se había establecido la equivalencia de fracciones con el significado de "igual superficie pintada" y de "igual expresión decimal", un estudiante (E4) plantea que en la escuela sabía: "…es como multiplicar ¼ por 2, y da 2/8". El EPM2 toma esta propuesta como útil, a partir de la línea 190, e intenta que los alumnos corrijan lo dicho por el estudiante, en el sentido de "multiplicar numerador y denominador por el mismo número" y no la fracción. No obtiene la respuesta que espera, incluso hay una divergencia de un estudiante que quiere explicar cómo multiplicar fracciones (de hecho en el pizarrón se han escrito las dos fracciones sin ningún signo entre ellas). Finalmente, en la línea 203 el EPM2 da la respuesta que busca, diciendo que la había dado E4, y lo reitera en la línea 210, constituyéndose en este episodio, para nosotros, el patrón de embudo.

A continuación analizaremos la interacción que se produce en la corrección de una parte del siguiente problema:

Figura 20 - Actividad EPM2 – Fracciones 4

A Lucía y Leandro les han regalado una tableta de chocolate:



Lucía comió 3 "cuadraditos" y Leandro 5.

a) ¿Qué fracción del total representa cada "cuadradito"?

b) ¿Qué fracción del total comió cada uno?

c) ¿Qué fracción del total comieron entre los dos?

Se produce la siguiente interacción, donde podemos apreciar cómo resuelve el EPM2 la no aparición de la respuesta esperada:

Figura 21 - Transcripción EPM2 – 508-514

508	EPM: *Dice: Lucía comió tres cuadraditos y Leandro comió cinco. ¿Sí?* (Va al pizarrón). *Acá están marcados los tres cuadraditos que comió, bueno, no están marcados, faltan, los tres cuadraditos que comió Lucía, y acá faltan los cinco cuadraditos que comió Leandro. Entonces pregunta: ¿qué fracción del total representa cada cuadradito?* (Se

	oye chasquidos de dedos, de manos levantadas, EPM espera). *E1:*
509	E1: *No sé yo.*
510	EPM: *E2:*
511	(Hablan varios, inaudible)
512	E1: *¿La a) preguntaste?*
513	EPM: *Sí. E1:*
514	E1: *Un séptimo*.

La respuesta de E1 no es la esperada. Inicialmente, el EPM2 evalúa la respuesta como incorrecta ("*¿Cómo?*"), y cuando el alumno la reitera, le pregunta: "*¿Séptimo?*" indicando de alguna forma en qué parte de la respuesta está el error (no en el número 1 sino en el número 7).

Figura 22 - Transcripción EPM2 – 515-550

515	EPM: *¿Cómo?*
516	E1: *Un séptimo.*
517	EPM: *¿Séptimo?* (Va al pizarrón). *¿Por qué un séptimo?*
518	E1: *¿Preguntaste la a)?*
519	EPM: *Sí.*
520	E1: *Sí, o sea*
521	EPM: *Vamos a dejar que él explique.*
522	E3: *del total que comieron.*
523	E1: *Vos estás preguntando, si comés un cuadradito, ¿qué fracción sería de 21?*
524	E3: *Sí.*

525	EPM: *Sí.*
526	E1: *Un séptimo.*
527	E3: *¿Por qué un séptimo? Vamos a ver por qué.*
528	E4: *Siete por tres veintiuno.*
529	EPM: *¿Por qué E1 pensó un séptimo? ¿Sí? ¿Vos contaste los cuadraditos que faltaban? Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho.*
530	E3: *Son veintiuno.*
531	EPM: *Porque comieron cinco y tres.*
532	E1: *Qué fracción representa un cuadradito, o sea*
533	EPM: *E1 dice un séptimo. ¿De dónde sacas el número 7?*
534	E1: *Multiplicás siete por tres, da veintiuno.*
535	EPM: *Siete por tres, ¿por qué por tres? ¿Dónde contaste los siete?*
536	E1: *Eh?*
537	EPM: *¿Dónde contaste siete cuadraditos?*
538	E1: *21 dividido 3 es 7.*
539	E5: *¿Y por qué dividido 3?*
540	E1. *Porque sí*
541	E5: *Pero no es porque sí, tiene que haber una razón.*
542	E1: *21 por lo que dije, que da 21.*
543	E5: *Pero no es que* (inaudible) *dé 21, es algo sobre 21.*
544	EPM: *Acá, E1, acá te marqué en rojo, ¿sí? los cuadraditos que faltan.* (Debajo del rectángulo

	que representa la tableta escribió 1/7). *En total, bien dijiste que hay 21 cuadraditos. ¿Sí? 21 en total.* (Señala todo el rectángulo). *La pregunta es, un cuadradito* (raya el cuadradito superior izquierdo), *cuánto representa del total.*
545	E1: (Inaudible).
546	EPM: *Un cuadradito* (señala el rayado), *un cuadradito pintado* (escribe 1) y
547	E6: *¿Un veintiún avos?*
548	EPM: *¿Y en cuántos está dividida la tableta?* (Señala el rectángulo).
549	E7: *21*
550	EPM: *En 21* (al tiempo que pone raya de fracción y denominador 21 debajo del 1). *Entonces, un cuadradito representa una veintiuna parte de la tableta. La tableta tiene 21 cuadraditos. Entonces, acá, si marcamos uno, de 21* (va señalando el cuadrito rayado, y el 21 de la fracción), *¿sí? No 1/7. ¿Quedó claro? Para los demás, ¿quedó claro?*

El EPM2 quiere averiguar por qué el alumno dice "7". Este da como explicación, inicialmente, que 7 por 3 es 21. Luego que el EPM2 le pregunta dos veces dónde cuenta los 7, entonces el alumno dice: "21 dividido 3 es 7". Parecería que el estudiante está intentando encontrar una operación cuyo resultado sea el número por el cual se le pregunta, y podría estar usando la rutina de usar todos los números y alguna operación, mencionada en Voigt (198.5, p. 107), y que hemos incluido en el protocolo de observación. El episodio termina con la respuesta correcta dada por otro alumno, y el cierre del EPM2:

> *En 21* (al tiempo que pone raya de fracción y denominador 21 debajo del 1)*. Entonces, un cuadradito representa una veintiuna parte de la tableta. La tableta tiene 21 cuadraditos. Entonces, acá, si marcamos*

*uno, de 21 (*va señalando el cuadrito rayado, y el 21 de la fracción)*, ¿sí? No 1/7. ¿Quedó claro? Para los demás, ¿quedó claro?*

Interpretamos aquí que el intento de analizar el pensamiento del estudiante es abandonado, y se sustituye por la explicación correcta.

En la interacción que se analiza a continuación, sin embargo, el EPM2 resuelve de otra forma la no aparición de la respuesta esperada.

Figura 23 - Transcripción EPM2 – 355-385

355	EPM2: *Muy bien. ¿De qué otra forma nos dábamos cuenta que eran equivalentes?*
356	E2: *¿Puede ser dividir?*
357	EPM2: *Se divide* (queda esperando)
358	E2: *Se divide y el resultado. Ah, ta, ta, no sé profe.*
359	EPM2: (Mira como buscando otras respuestas),
360	E3: *¡Levanten la mano!*
361	EPM2: *¿Cómo sabemos, por ejemplo, que la fracción ½ es equivalente a la fracción 2/4?* (Escribe ½ = 2/4).
362	E4: *¿Cómo? ¿Cómo? ¿Cómo?*
363	EPM2: *¿Cómo sabemos que la fracción ½, es equivalente a la fracción 2/4?*
364	E5: *Porque multiplicamos los números de la fracción por determinado número y va a dar la otra fracción.*
365	EPM2: *Por ejemplo en este caso ¿por qué número lo podrías multiplicar?*
366	E5: *Por dos.*
367	EPM2: *Por dos* (enfatizando).
368	E6: *Se multiplica*

369	EPM2: (Pone flechas, una del numerador de ½ hacia el numerador de 2/4, y otra del denominador al denominador, y escribe "x2" en cada una).
370	E7: *Uno por dos, dos; dos por cuatro, ocho, serían 2/8.*
371	EPM2: *¿Eh?* (Con cara de sorpresa)
372	E7: Inaudible
373	EPM2: *Sí. Entonces, multiplicamos numerador y denominador por el mismo número, en este caso, por dos. Uno por dos, dos y dos por dos, cuatro. ¿Sí? Entonces ½ y 2/4 son fracciones equivalentes. ¿Se animan a decir otra fracción equivalente a ½ que no sea 3/6 que es la que está puesta acá?*

…

377	EPM2: (Escribe ½ = 8/16) *¿Cómo sabemos que ½ y 8/16 son equivalentes?*
378	E5: *Porque multiplicamos la fracción ½ por ocho.*
379	EPM2: *Muy bien. Dice E5, si multiplicamos numerador y denominador de la fracción ½ por ocho (pone las flechas en cada parte, en la igualdad, como antes) obtenemos la fracción 8/16 que también es equivalente a ½.* (Le da la palabra a E8 que levantó la mano).
380	E8: *4/8*
381	EPM2: *4/8. La voy a escribir acá* (escribe 4/8, precedido del signo de igualdad, luego de la igualdad anterior). *4/8, el caso de 4/8, ¿Por qué número multiplicaste numerador y denominador?*
382	E8: *Por 2.*
383	EPM2: *¿Por 2? ½ por 2?*

384	E8: *Dos cuartos.*
385	EPM2: *Dos cuartos. Entonces multiplicamos numerador y denominador por dos* (y pone "x2" sobre las flechas, que van de 2/4 a 4/8). *¿Cuál fracción multiplico por 4?*

En este caso se aprecia que el EPM2 modifica su pregunta original, más abierta, hacia otra donde disminuye el campo de respuesta de los alumnos. Y luego reitera lo mismo, disminuyendo la posibilidad del error de expresión (referirse a multiplicar la fracción en lugar de referirse a multiplicar numerador y denominador). Esta es una característica del patrón de embudo, en que desemboca el patrón extractivo que se da al inicio (línea 355).

En resumen, en las interacciones del EPM2 con sus alumnos se observan algunos rasgos del patrón extractivo, sobre todo en cuanto a la búsqueda de una respuesta esperada, y a la dificultad para resolver situaciones donde esta no aparece. En este episodio también se presenta una pérdida de significado desde la propuesta, y sobre todo por la aparición del patrón de matematización directa.

Una de las rutinas utilizadas por el EPM2 podríamos llamarla "reiterar modificando". Esta consiste en corregir lo dicho por el alumno, cuando contiene errores, al reiterarlo: "Tal alumno dijo…" Lo mismo se da cuando el EPM2 realiza una pregunta, y en la respuesta, el alumno se expresa incorrectamente. La siguiente vez el EPM cambia la pregunta para que dicho error no ocurra. Sin llegar a consolidarse el patrón de embudo, aparecen sus rasgos.

En cuanto a la proporción entre el tiempo destinado a interacciones grupales y a trabajo individual, en el caso de las clases observadas del EPM2 la razón es de 5 a 1.

IV.3.- Análisis de las interacciones en las clases del EPM3

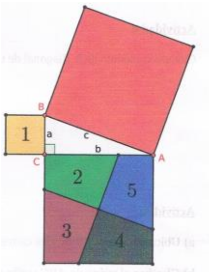
En todas las clases que se observaron al EPM3, este estuvo trabajando con el Teorema de Pitágoras. Asistieron 18 estudiantes en promedio.

El primer día que se observó la clase, el EPM3 entregó una ficha de trabajo a los estudiantes. La misma tenía doce actividades. La primera de ellas tenía como objetivo llegar al enunciado del Teorema de Pitágoras, partiendo de un triángulo rectángulo con los cuadrados construidos sobre los catetos y el cuadrado construido sobre la hipotenusa, y por medio de cortes, colocar las partes que forman los dos primeros cuadrados, sobre el tercero. Las siguientes actividades estaban pensadas para que los estudiantes aplicaran el teorema. En las clases visitadas se trabajó con las primeras seis actividades.

Durante la primera clase el EPM3 entrega la ficha a los alumnos, y comienza leyendo la consigna de la Actividad 1:

Figura 24 - Actividad EPM3 – T. Pitágoras 1

La siguiente figura fue creada por H. E. Dudeney (1857-1930). Recorta de allí las piezas 1, 2, 3, 4, y 5, y forma con ellas el cuadrado de lado c.



a) Clasifica el triángulo *ABC* según sus ángulos.

b) ¿Qué relación puedes establecer entre las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos del triángulo *ABC* y el área del cuadrado construido sobre su hipotenusa?

c) Expresa el área de cada cuadrado en función de la medida de su lado y plantea una fórmula que relacione las tres áreas.

Luego de la lectura, el EPM3 va dando algunas explicaciones, negociando con los estudiantes el alcance de la consigna (líneas 10 a 22). En primera instancia interpretamos que no se da la primera fase del patrón de discusión, ya que no se entrega el problema a los estudiantes para que interpreten la letra y lo resuelvan como les parezca. De entrada se negocia lo que se está pidiendo que se haga. Esto ya disminuye las posibles interpretaciones, es decir, la ambigüedad de la tarea. A pesar de esto, enseguida de leer la consigna y terminar las explicaciones, los estudiantes se ponen a trabajar en grupos con los estudiantes cercanos. El EPM3 va pasando por sus lugares, y discute con ellos, que le muestran lo que van haciendo. Se da como dinámica que los alumnos preguntan si es correcto lo que han hecho, y el EPM3, en aquellas interacciones que la filmadora puede captar, señala los errores (huecos en la figura que tienen que completar), pero los deja que sigan intentando y va con otro grupo.

Luego comienza una interacción grupal, en la que se va a negociar el enunciado del Teorema de Pitágoras, que es el objetivo de la actividad. En efecto, luego de la Actividad 1, en la ficha, dice:

Figura 25 - Actividad EPM3 – Enunciado T de Pitágoras

La relación que estableciste en la actividad anterior es conocida con el nombre de **Teorema de Pitágoras** y se puede enunciar así:

La ficha ha sido elaborada en conjunto por tres EPM, uno de los cuales es el EPM3. En la misma se detecta una intención hacia el diálogo con los alumnos, y al enunciado del teorema por parte de ellos.

A continuación se presenta una interacción donde el EPM3 negocia con los estudiantes el hecho de que el triángulo *ABC* de la figura es rectángulo, así como el enunciado del teorema.

Figura 26 - Transcripción EPM3 – 55-81

55	EPM3: *Sigo leyendo la actividad. Ta, la idea que hicieron ya la mayoría fue recortar esas fichas y formar el cuadrado ese que está coloreado con rojo con esas cinco fichas. Ta. Ya más o menos la mayoría pudo. Lo que les pido ahora es que clasifiquen el triángulo ABC, que lo miren en esta ficha, en la ficha, mírenlo acá* (señala). *Clasifiquen el triángulo ABC*

	según sus ángulos. ¿Cómo era la clasificación de los triángulos según sus ángulos?
56	E1: *agudo, llano.*
57	EPM3: *Esos son los ángulos.*
58	E2: *Rectángulo.*
59	EPM3: *Un triángulo puede ser rectángulo.*
60	E3: *Agudo, recto, obtuso.*
61	EPM3: *Sí, eso son los ángulos. ¿El triángulo cómo sería?*
62	Es: *Rectángulo*.
63	EPM3: *Rectángulo*
64	E2: (Inaudible)
65	EPM3: *Esos son los lados*
66	E4: *Obtusángulo*
67	EPM3: *Obtusángulo, si tiene un ángulo obtuso.*
68	E3: *Acutángulo*
69	EPM3: *O acutángulo. Y acutángulo es el otro. Entonces quiero que ustedes me digan de ese triángulo, cuál de los tres tipos es: obtusángulo, rectángulo o acutángulo.*
70	E5: *Es rectángulo*.
71	EPM3: *El triángulo ABC. Que lo tienen en la ficha.*
72	E6: *Es rectángulo.*
73	EPM3: *Es un triángulo rectángulo. Ahí está. ¿Se ve el ángulo recto ahí?*
74	Es: *Sí.*

75	EPM3: *Incluso está marcado, ¿no?*
76	E8: *AB*
77	EPM3: *¿En qué vértice está marcado?*
78	E8: *AB*
79	E9: *En B*
80	E10: *En C*
81	EPM3: *En C, en el vértice C. Bien, ahora, quiero que le busquen la vuelta para responder esta pregunta. ¿Escuchan? La pregunta c dice: "¿Qué relación puedes establecer entre las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos del triángulo ABC y el área del cuadrado construido sobre su hipotenusa? O sea, quiero que busquen una relación entre las áreas de los cuadrados que ustedes recortaron, o sea, de este* (señala) *que tiene separadas esas cuatro fichas, y del amarillo, que les relacione el área de esos dos cuadrados con el otro, con el área del otro cuadrado. Del rojo. Busquen alguna relación, a ver si, con el puzzle que armaron, a ver si, por ahí los puede ayudar a responder esa pregunta. Y después para los que van un poquito más avanzados, quiero que respondan la siguiente parte, que dice: "Expresa el área de cada cuadrado en función de la medida de su lado y plantea una fórmula que relacione las tres áreas." Sí, las tres áreas.*

En esta interacción el EPM3 les pide a sus alumnos que clasifiquen el triángulo *ABC* según sus ángulos. La palabra "ángulo" desata en los estudiantes el contexto que conocen para esas figuras y su clasificación: "agudo, recto, llano, obtuso". Se suceden respuestas de ese tipo, y el EPM3 debe recordarles que eso que dicen se refiere a los ángulos, pero no los triángulos (líneas 57 y 61). A partir de esto, que interpretamos como un estrechamiento en el campo de respuestas de los alumnos, dado por nuevas preguntas. Estos mencionan distintos tipos de triángulos, que el EPM3 va tomando y completando con la característica. Se concluye que el de la figura en cuestión es un triángulo rectángulo. Consideramos que esta puede interpretarse como la primera fase de un patrón extractivo, si bien parece haber un cuidado del EPM3 porque no se pierda el significado, lo que se aprecia en el esfuerzo porque se diga toda la clasificación de los triángulos por sus ángulos, que él va completando, para volver a preguntar qué tipo de triángulo es este. Esto no sería necesario, dado que ya ha obtenido la palabra “rectángulo” como respuesta en la línea 58.

En lo que sigue, el EPM3 obtiene el primer enunciado correcto en la línea 97, utilizando áreas (es decir, en el contexto en que se ha trabajado hasta ahora). En la línea 100 pide a los alumnos que enuncien esta propiedad con sus palabras. Esta constituye una invitación ambigua, a la que los estudiantes responden con sus interpretaciones, en cuanto a cómo nombrar los diferentes cuadrados. Aparecen los números (como nombres), los colores, los tamaños. En este tramo de la interacción, y hasta la línea 137 encontramos el patrón extractivo, ya que el EPM3 intenta que los estudiantes den una respuesta acorde al enunciado formal matemático del teorema de Pitágoras, mencionando “los cuadrados construidos sobre los catetos” y el “cuadrado construido sobre la hipotenusa”, y se produce la no aceptación de respuestas de los estudiantes. En las líneas 112 y 130 el EPM3 vuelve sobre los cuadrados construidos sobre los lados. Finalmente, en la línea 137 acepta hablar de las áreas de las figuras que tienen los números 1, 2, 3, 4 y 5. Parecería que el EPM3 tiene el mandato disciplinar de enunciar el Teorema de Pitágoras como es usual hacerlo formalmente, y le resulta difícil aceptar los enunciados que proponen los estudiantes, que están dotados de mayor significado para ellos, como veremos a continuación.

En la interacción que va de las líneas 137 a la 208 se produce una negociación que generará las mayores dificultades posteriores. Se trata de la parte c) de la actividad, que pide que se exprese el área de cada cuadrado en función de la medida de su lado, y se plantee una fórmula que relacione las tres áreas. Es decir, que se enuncie el teorema de Pitágoras algebraicamente, despegado del contexto de áreas que le dio nacimiento en las interacciones de la clase. Aquí se percibe nuevamente una tensión en el trabajo del EPM3, que debe conectar el enunciado del teorema, algebraico pero atado a las áreas (línea 180) con el que él da finalmente para colocar en el recuadro, ya despegado de las áreas de los cuadrados, y vinculado a las medidas de los lados:

Figura 27 - Transcripción EPM3 – 202-208

202	*EPM3: Sí, en el recuadro, lo que les voy a dictar.*
203	*E7: ¿Va eso?*
204	*EPM3: ¿Qué es eso?*
205	*E7: La forma.*
206	*EPM3: No*
207	*E4: ¿Qué ponemos?*
208	*EPM3: Les dicto, no he empezado a dictar todavía. Dicto lo que va en ese recuadro entonces. Dice: "en cualquier triángulo rectángulo, es un juego de palabras que a veces es difícil de decir, pero no hay otra forma más sencilla de decirlo, el cuadrado de la medida de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de las medidas de los catetos."*

Parecería que el EPM3, cuando tiene que institucionalizar un resultado matemático, por un lado no quiere renunciar a que los estudiantes expresen su pensamiento, pero al mismo tiempo, como no logra que lo hagan en el sentido de la respuesta matemática oficial, termina haciéndolo él. Se justifica frente a los estudiantes diciendo que "es la forma más sencilla de decirlo", probablemente porque percibe que no es natural para ellos. Sin embargo, si atendemos a la interacción que ocurre entre las líneas 137 y 200, ningún estudiante encontró esa forma, y parecería que las que ellos fueron dando les resultaban si no más fáciles, al menos más claras.

Figura 28 - Transcripción EPM3 – 148-193

148	*EPM3: El área del cuadrado que tiene un uno es a^2 o a.a, como quieran.*
149	*E1: El área del cuadrado de colores ese, es b.b*
150	*EPM3: o b^2. Y para no decir cuadrado de colores ¿cómo podría decir?*
151	*E2: Numerados del 2 al 5*
152	*EPM3: Bueno, pero el cuadrado no es que esté numerado del 2 al 5, el cuadrado está como dividido en 4 figuras que están numeradas del 2 al 5.*
153	*E2: Y después hacemos sus áreas y te da el área total.*
154	*EPM3: Pero otra forma de nombrar ese cuadrado podría ser: el cuadrado de lado AC, por ejemplo. Bueno, el área de ese cuadrado dijimos que era…*
155	*E1: a^2*
156	*EPM3: ¿Cuánto? No, del otro.*
157	*E2: b.b*
158	*EPM3: b.b o*
159	*E2: b^2*
160	*EPM3: o b^2 que es lo mismo, ¿no? Bueno, ¿Y el área del otro cuadrado, del rojo?*
161	*E1: c^2*
162	*E3: ¿Cómo le ponemos al cuadrado?*
163	*EPM3: ¿A este? (Señalando) El área del cuadrado construido sobre el cateto CA, por ejemplo.*
164	*E2: O si no era más fácil c.c*
165	*EPM3: ¿c.c? Es lo mismo. c.c o c^2. Bueno, entonces ahora, de nuevo, el área del cuadrado rojo cuánto vale?*
166	*E2: c.c o c^2*
167	*EPM3: c.c o c^2, ahí va. Eso escríbanlo también (espera). Entonces, ¿cuánto mide el cuadrado que tiene un uno? El área, perdón, ¿cuánto vale el área del cuadrado que tiene un uno?*
168	*E2: a.a*

169	*EPM3: a.a , ¿cuánto mide, cuánto vale el área del otro cuadrado, el que está dividido en las figuras del 2 al 5?*
170	*E4: b.b o b^2*
171	*EPM3: b.b o b^2 ¿Y del otro cuadrado?*
172	*E4: c.c o c^2*
173	*EPM3: c.c o c^2. Ahora quiero que me escriban alguna igualdad, alguna fórmula que me relacione esas tres áreas con a, b y c, digamos, con esas medidas que ustedes escribieron ahí, esas tres áreas. ¿Cómo lo podrían escribir? O sea, uds. dijeron que el área del cuadrado 1 es a^2.*
174	*E5: a p…*
175	*EPM3: Por ejemplo, el área del otro cuadrado es b^2.*
176	*E5 y E6: $a^2 + b^2 = c^2$*
177	*EPM3: Ahí está, ¿no? ¿Escucharon lo que dijo, E7 guardá el celular, por favor. ¿Escucharon lo que dijo E5?*
178	*E8: No*
179	*EPM3: ¿Qué es? ¿Repetís?*
180	*E5: $a^2 + b^2 = c^2$*
181	*EPM3: A ver, ella dice que a^2 más b^2 es igual c^2 (lento y pausado). ¿Están de acuerdo con esa igualdad?*
182	*E2: Sí.*
183	*EPM3: ¿Esto qué nos representa? ¿a^2 qué nos está representando?*
184	*E5: El área del cuadrado 1.*
185	*EPM3: El área del cuadrado 1. ¿El b^2?*
186	*E5: El área del b.*
187	*EPM3: El área del otro cuadrado, ese que tiene los cuatro colores que ustedes están diciéndole así, ¿no? ¿Y este?*
188	*E5: El área del rojo.*
189	*EPM3: El área del cuadrado rojo. ¿Y ustedes hace un ratito no me dijeron que si sumaban las dos áreas de esos dos cuadrados no daba el área del cuadrado rojo?*
190	*Es: Sí*
191	*EPM3: ¿Y eso no es lo que está escrito acá?*
192	*Es: Sí*

193	*EPM3: Simbólicamente es eso, ¿no? Bien, entonces, copien eso en esa parte, en la parte c) también, que $a^2 + b^2$…*

A continuación analizaremos otra interacción grupal, en la que el EPM discute con sus alumnos la actividad 3 de la ficha que estaban trabajando, que tenía el siguiente enunciado:

Figura 29 - Actividad EPM3 – T Pitágoras 3

> Una caña de 30 unidades de largo se apoya verticalmente contra un muro. Si la extremidad superior de la caña se coloca 6 unidades más abajo, ¿en cuántas unidades se desplazará el otro extremo de la caña? (Una caña es un tallo cilíndrico, con nudos macizos y extremos huecos)

Varios grupos de alumnos han estado preguntándole acerca de las unidades, si son metros, o cuál unidad, así como el significado de "se apoya verticalmente contra un muro". A partir de esto el EPM3 va al pizarrón y comienza una interacción con el objetivo inicial del aclarar estas cuestiones. La misma continúa hasta el planteo del camino de solución esperado. La interacción completa se desarrolla entre las líneas 245 y 400 de la transcripción correspondiente al EPM3. (Ver Anexo I)

El EPM3 comienza aclarando a los estudiantes que la unidad con que se mide la longitud de la caña puede ser cualquiera, por eso en el enunciado dice "unidades". Creemos que en relación a la negociación de significados, esta respuesta del EPM3 indica de alguna forma que el problema es solo una excusa para que al resolverlo se consiga un triángulo rectángulo en el que aplicar el teorema de Pitágoras. Esto justificaría la decisión del EPM3 de realizar la interpretación del enunciado en forma conjunta, en lugar de dejar que cada grupo de estudiantes interpretara a su modo, y luego analizar y contrastar las distintas representaciones que hubieran hecho, negociando en ese momento el propio proceso de modelación.

Figura 30 - Transcripción EPM3 – 245-253

245	EPM3: *La actividad 3 dice, ¿me escuchan? "Una caña de 30 unidades de largo" y por ahí me preguntaban, esas unidades, ¿están en metros, están en centímetros? No importa, 3 unidades. Yo puedo tomar cualquier medida como unidad, y a partir de ahí contar 30 veces esa longitud. Entonces, una caña de 30 unidades de largo se apoya verticalmente contra un muro. ¿Cómo podemos hacer esa representación gráfica?*
246	E1: *Treinta al cuadrado.*
247	EPM3: ***Gráfica**. Esa situación **gráfica**.*
248	E2, E3: *Haciendo una caña. Un coso de 30.*
249	EPM3: *Tengo el piso, ¿no?* (Dibuja un segmento en el pizarrón). *Como hacen en física. ¿No lo hacen así en física?*
250	Es: *No*
251	EPM3: *Bueno, ya lo van a hacer en otro año.*
252	E1: *La caña*
253	EPM3: (Representa un segmento vertical). *Tengo el muro. Dice que la caña que mide 30 unidades de largo la apoyo verticalmente sobre ese muro. La voy a pintar de rojo a la caña, para que se vea.*

La primera pregunta que realiza el EPM3 ("¿Cómo podemos hacer esa representación gráfica?") tiene el objetivo de hacer una representación de la situación, común para todos, con la que luego se pueda trabajar. La primera respuesta que recibe es: "treinta al cuadrado". Parecería que el alumno que responde, en su esfuerzo interpretativo, considera que tendrá que usar el teorema de Pitágoras, y el único dato numérico que tiene es 30. En el problema anterior posiblemente se generó esa idea (hallar la longitud de la hipotenusa de un triángulo rectángulo conociendo las longitudes de los catetos). El EPM3 insiste en que quiere una representación gráfica, evaluando negativamente el intento del estudiante. Enfatiza la palabra "gráfica", a lo que algunos responden que hay que dibujar la caña. Interpretamos que se da aquí una primera fase del patrón extractivo, donde el EPM3 va evaluando las respuestas, hasta encontrar una que le resulta de utilidad hacia la solución. Esto ocurre a partir de la línea 249 hasta la 263. Aparece incluso una propuesta divergente y creativa de un estudiante en su esfuerzo interpretativo (línea 260), que consiste en hacer un pozo para enterrar la caña, en lugar de correrla. Tomar esta respuesta en consideración llevaría a tener que desechar la aparición del triángulo rectángulo para resolver el problema, poniendo en riesgo la propia pregunta del mismo. Así, el EPM3 se ve obligado a agregar una condición al problema, en el sentido de que el piso no permite esa posibilidad. En la línea 262 recibe una respuesta "útil" para la representación, e invita a E6 a pasar al pizarrón. A continuación se transcribe la otra parte de esta etapa:

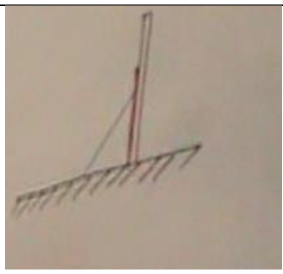
Figura 31 - Transcripción EPM3 – 255-266

255	EPM3: *Ahí está la caña. La apoyo verticalmente sobre el muro. ¿Está bien? Entonces, ¿ahora qué me dice la letra?*
256	E4: *Que la extremidad superior*
257	EPM3: *¿Qué dice?*
258	E5: (Lee) *Si la extremidad superior de la caña se coloca 6 unidades más abajo, ¿en cuántas unidades se desplazará el otro extremo de la caña?*
259	EPM3: *O sea, lo que dice es* (va hacia el pizarrón y señala el extremo superior), *si a este extremo ahora lo coloco 6 unidades hacia abajo* (señala) *¿qué pasa acá? Acá tengo el piso* (señala el piso), *no puedo llevar la caña para abajo* (señala como enterrando la caña en el piso del salón).
260	E3: *Pero hacés un pozo.*
261	EPM3: *Esa podría ser una opción. Pero ta, vamos a suponer que tengo un piso y no puedo llevarlo hacia abajo.*

262	E6: *Pero queda en diagonal.*
263	EPM3: *A ver, ¿te animás a pasar a hacer el dibujo? Queda un triángulo. Sí, dale. Hacelo en azul, así representamos toda la situación.*
264	E6: (va al pizarrón) (Señala con un dedo cómo lo dibujaría)
265	EPM3: *Sí*
266	E6: (Lo representa en azul)

E6 realiza la siguiente figura en el pizarrón:

Figura 32 - EPM3 - Copia de la pizarra



A partir de aquí (línea 269 de la interacción) el EPM3 va haciendo preguntas a los estudiantes, buscando establecer qué segmento hay que determinar para llegar a la solución, así como marcar los datos en la figura trazada. En la línea 296. Inmediatamente un estudiante propone hacer "30 al cuadrado más 24 al cuadrado", utilizando posiblemente el contexto establecido en la actividad anterior, así como la rutina: "usar todos los números dados y una operación". El EPM3 reacciona planteando que hay que averiguar si el triángulo es rectángulo, cosa que enseguida determinan. Y allí aparece una respuesta divergente: "30 por 24 dividido 2" (línea 304).

En la parte que sigue observamos más directamente las características del patrón extractivo en su segunda fase, y su evolución hacia el patrón de embudo en el final:

Figura 33 - Transcripción EPM3 – 304-325

304	E10: *30 por 24 dividido 2*

305	EPM3: *Pah! ¿Así? ¿Tan rápido? Dale, hacelo. Dale, haga.*
306	E2: *Tenemos que aplicar lo que hicimos anteriormente.*
307	EPM3: *Bueno, puede ser, a ver.*
308	E2: *Hacemos el área del triángulo…*
309	EPM3: *Hoy* (le pide silencio a E2 con la mano)
310	E2: *Da 360*
311	EPM3: *En la actividad anterior, ¿qué información les daba yo, en la actividad 2?*
312	E10: *a al cuadrado*
313	EPM3: *Del triángulo rectángulo, ¿qué información yo les daba?*
314	E2: *Los catetos.*
315	EPM3: *Las medidas de los dos catetos. Ahora, ¿les estoy dando las medidas de los dos catetos?*
316	Es: *Sí, no.*
317	EPM3: (Hace que no con la cabeza)
318	Es: *No, no*
319	EPM3: *No. ¿Cuáles son los catetos ahí?*
320	E2: *Yo qué sé.*
321	EPM3: *¿Dónde está el ángulo recto? Acá* (lo señala)
322	E3: *Ah*
323	EPM3: *Si acá está el ángulo recto, ¿cuál es la hipotenusa? Es la primera que identifico.*
324	E11: *La que mide 30*
325	EPM3: *El que mide 30. Y los otros dos son los catetos. Hay un cateto que no conozco, es el que les estoy pidiendo.*

En la línea 326 un alumno plantea una solución (resultado) erróneo, basado en la idea de calcular el área del triángulo que había dado E10 en la línea 304. A pesar de que este resultado es erróneo, el EPM3 dedica un tiempo para que el alumno se convenza del error, partiendo de una interpretación errónea de su cálculo. Creemos que el EPM3 realiza un esfuerzo interpretativo importante en esta parte de la interacción, tanto para dotar de racionalidad y comprensión a la resolución del problema, como para convencer al estudiante de su error. Lo mostramos a continuación:

Figura 34 - Transcripción EPM3 – 326-359

326	E3: *¡Es 180!*
327	EPM3: *¿180 mide eso?*
328	E3: *Si da 360 todo.*
329	EPM3: *Pero eso, ¿de qué estás hablando? ¿De los ángulos? ¿Te parece que si la caña mide 30, y la corro 6 unidades hacia abajo, se me va 180 unidades la parte de abajo?*
330	E3: *No sé, yo dije el número que…*
331	EPM3: *No sé, pregunto.*
332	E3: *Que al cuadrado da 360*
333	EPM3: *Si yo la bajo sin importar la cantidad de unidades, ¿cuánto es lo máximo que puede medir esta longitud?* (Señala el cateto horizontal del triángulo) *No sé, pregunto.*
334	E10: *Ah, sí, lo dividís*.
335	EPM3: *Pero miren lo que estoy preguntando. 30, porque lo máximo que puede ir este extremo* (señala el superior) *¿dónde es, hasta dónde?*
336	E10: *Hasta el piso.*
337	EPM3: *Hasta el piso. Y si al extremo superior lo dejo en el piso, ¿el otro extremo dónde va a estar?*
338	E10: *Abajo*

339	EPM3: *La caña va a quedar horizontal.*
340	E10: *Ah, claro.*
341	EPM3: *Y va a quedar 30 unidades hacia allá* (señala hacia la izquierda)
342	E3: *¿Por qué?*
343	EPM3: (Va con un marcador, con el que simula la caña, hacia la pared). *Tenés la caña contra la pared, y el extremo superior lo llevás hasta el piso.*
344	E3: *Sí*
345	EPM3: *O sea que va a hacer esto así* (indica el movimiento con el marcador). *El piso está acá, si llevo el extremo superior hasta acá, ¿no queda horizontal la caña? Así no puede quedar* (lo pone inclinado). *Acá está el piso, para abajo no puede quedar, lo máximo que puede quedar es horizontal. ¿Y cuánto mide esto?*
346	E3: *30*
347	EPM3: *30, que es la medida de la caña. Entonces, ¿podría ser 180, que es la medida que me dijiste?*
348	E3: *No, no.*
349	EPM3: *Me parece que hiciste cálculos con la medida de los ángulos. De 180. Porque te escuché decir…*
350	E2: *¿No se puede calcular el área del triángulo?*
351	EPM3: (A E3) *Te escuché decir que si sumabas esos números tenía que sumar 180 o algo así. Eso con los ángulos del triángulo, no con las medidas de los lados.*

352	E3: *No, pero yo, o sea, dije eso porque como dijeron que daba 360.*
353	EPM3: *Ah, está! Estabas haciendo otra cuenta. En función de ese número.*
354	E3: *Claro. Este al cuadrado más el otro al cuadrado tiene que dar 360. Entonces tiene que ser 180.*
355	EPM3: *Y hoy cuando ustedes tenían el 100, ¿lo dividieron entre dos para obtener el 10?*
356	Es: *No pero, ah, claro!*
357	EPM3: *Ah! ¿Entonces?*
358	E2: *Ah!*
359	E3: *Ah, ta!*

En esta parte, como en otras respuestas de los estudiantes, se evidencia un apego al contexto de áreas en que se trabajó el teorema de Pitágoras, y cómo dicho contexto se configuró para dar significado al teorema. Aunque la primera actividad ya cambiaba este contexto al de las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo, los estudiantes continúan recurriendo al contexto inicial, que es aquel en el que ellos construyeron un significado para el enunciado. En este problema que se discute de forma grupal, se evidencia el intento de continuar planteando cuestiones vinculadas al área, pero como no hay cuadrados, lo hacen con la supuesta área del triángulo.

En la línea 383, cuando ya se ha visto que el cálculo planteado para el área no es correcto, un estudiante sugiere el uso de la letra x, pero para plantear x.24. El EPM3 toma esta idea como útil, pero la adapta al camino de solución que intenta que los estudiantes desarrollen.

Figura 35 - Transcripción EPM3 – 382-399

382	E10: *Podés poner x por 24.*

383	EPM3: *Aja, a ver si a esta medida le llamo x por ejemplo.* (Escribe x debajo del cateto horizontal). *Vuelvo a preguntar, ¿no conocen algún vínculo?* (señala la igualdad $a^2 + b^2 = c^2$) *entre las medidas de los lados de un triángulo rectángulo? Más explícito imposible.*
384	E11: *No hay cuadrados.*
385	EPM3: *No hay cuadrados dibujados, es cierto. Pero las medidas de los lados las tengo. De algunos, por lo menos.*
386	E11: *Claro, pero…*
387	EPM3: *¿Cómo sería plantear esta igualdad* (señala $a^2 + b^2 = c^2$) *en este triángulo* (señala el triángulo) *¿Cómo sería?*
388	E2: *30 al cuadrado más 24 al cuadrado igual x al cuadrado.*
389	E3: *No, no*
390	EPM3: *¿Qué es este a^2 y este b^2? Es la suma de los cuadrados de* (espera)
391	E3: (Inaudible)
392	EPM3: *Voy de nuevo. Esta suma, de estos dos números* (señala $a^2 + b^2$), *¿qué representaban los dos números? ¿Las áreas de qué cuadrados? ¿De cualquier dos cuadrados que estaban ahí en juego?*
393	E3: *No*
394	EPM3: *¿De qué cuadrados?*
395	Es: *De los catetos.*

396	EPM3: *De los que estaban sobre los catetos. Y el 30, ¿es un cateto? ¿Es la medida de algún cateto?*
397	E3: *No, x al cuadrado más 24 al cuadrado*
398	EPM3: *Ah, ahora sí! Entonces queda*
399	E3: *x al cuadrado más 24 al cuadrado igual 30 al cuadrado*

Entre las líneas 383 y 387 podríamos decir que el EPM3 desarrolla nuevamente con sus estudiantes el patrón extractivo con fase de embudo, aunque hay conciencia de estarlo haciendo ("Más explícito imposible"). Parecería que el EPM3 no encuentra otra forma de que los estudiantes consigan plantear la solución. Finalmente lo hace E3 en la línea 399.

En la línea siguiente se presenta la fase 3 del patrón extractivo:

Figura 36 - Transcripción EPM3 - 400

400	EPM3: (Escribe $x^2 + 24^2 = 30^2$). *¿Ahora? ¿Qué fue lo que hice ahí? Dije: la medida de un cateto elevado al cuadrado más la medida del otro cateto elevado al cuadrado es igual a la medida de la hipotenusa elevada al cuadrado. Bueno, hallen x ahí a ver qué pasa.*

En este momento resume la aplicación del teorema de Pitágoras que han realizado, y lo vuelve a retomar en la clase siguiente (ver líneas 475-568), donde se reitera una interacción similar, en la que sin embargo los estudiantes plantean otras respuestas. Tanto aquí como en la interacción de la siguiente clase hay un momento en que el EPM3 resume lo que han hecho.

Para concluir, creemos que el EPM3 inicialmente tiene la intención de que los estudiantes trabajen solos y obtengan las soluciones discutiendo entre ellos. En los grupos pequeños adopta una actitud característica más bien del patrón de discusión. Sin embargo, cuando quiere institucionalizar un tema, o cuando aparecen dudas sobre un problema y decide realizar una interacción grupal, la interacción evoluciona hasta el desarrollo del patrón extractivo, e incluso el de embudo. Esto ocurre cuando entran en conflicto los aportes de los estudiantes, dotados de significado, pero alejados de la matemática oficial (como cuando enuncian el teorema de Pitágoras hablando del cuadrado rojo, o el que tiene tal número). Y también ocurre cuando una interacción que comienza siendo solo aclaratoria, termina convirtiéndose en la resolución grupal de la actividad, donde el EPM3 dirige las intervenciones de los alumnos con sus preguntas y sugerencias. A pesar de esto, aparece una intención dialógica y de interpretar el pensamiento de los alumnos, por parte del EPM3, que degenera en los patrones citados cuando el camino dialógico se ve dificultado. En su caso, el tiempo dedicado al trabajo en grupos pequeños es poco menos de una vez y media el que se dedica a interacciones grupales.

Capítulo V. Conclusiones, respuesta a la pregunta, reflexiones finales

En este trabajo nos hemos planteado analizar las interacciones que cada uno de los EPM participantes en la investigación desarrollan en sus clases de práctica docente. Dicho análisis se ha realizado en el capítulo anterior, tomando algunas de las interacciones que surgieron de la videograbación de sus clases.

En el Capítulo I describíamos el problema a investigar, y establecimos una conexión entre el mismo y el estudio de las interacciones. Allí decíamos:

> Pensamos que es en las interacciones de la clase donde se pone en acción lo que un docente planificó para desarrollar su tarea. Allí es posible observar, en el escenario mismo donde ocurre el acto educativo, los elementos mencionados por Charnay: los roles del profesor y del estudiante, las reglas de juego, el proyecto del docente y del estudiante en la clase. Creemos que la lectura e interpretación de estas interacciones puede permitir entender qué valor le da el EPM a las intervenciones de sus alumnos como reflejo de su pensamiento, y como herramienta donde se juega la comprensión de los conceptos, a través de la negociación de los significados. Los EPM, en el último tránsito de su formación, deberían estar aptos para realizar este proceso de manera competente, haciendo uso de los elementos aportados por los cursos de las asignaturas vinculadas a la Matemática Educativa (p. 8).

Realizamos el análisis de las interacciones atendiendo a diversas cuestiones que se recogen en el protocolo de observación de clases, y en especial a la conformación de patrones de interacción, los que se describieron en el Capítulo II. A continuación establecemos los principales resultados obtenidos en cuanto al patrón predominante en cada EPM. Con estas conclusiones responderemos a nuestra pregunta de investigación:

> ¿Qué patrón de interacción predomina en las clases de cada EPM?

V.1.- Respuesta a la pregunta de investigación: patrones de interacción predominantes en cada EPM

V.1.1.- Patrón predominante en el EPM1

El EPM1, durante las clases que se observaron, estableció en general una dinámica consistente en plantear una actividad, resolverla grupalmente con su mediación, y luego proponer actividades similares a los alumnos, para que las resolvieran en grupos pequeños o individualmente. En ningún caso pasó un estudiante al pizarrón a explicar lo que había hecho. El desarrollo del camino a la solución era guiado por las preguntas, comentarios y aclaraciones del EPM1, y se completaba con las respuestas de los estudiantes a dichas preguntas.

En las interacciones grupales el EPM1 iba guiando el proceso, a través de preguntas que contenían pistas, a veces evocando un procedimiento ("¿Y acá qué hacíamos?", "Copio esto como está y…"), cuando se estaba resolviendo un ejercicio en el pizarrón. En estos casos, los estudiantes respondían reaccionando a la evocación del EPM1 del paso siguiente. Cuando se trataba de un intercambio más conceptual, como el caso de la revisión de las propiedades del paralelogramo, o el concepto de raíz de una función, los alumnos respondían por ensayo y error, y el EPM1 iba evaluando las respuestas, agregando pistas para que estas mejoraran, y terminando por generar más directamente o dar en forma personal la respuesta esperada. La ambigüedad, presente en cualquier actividad matemática, y que conduce muchas veces a diversas interpretaciones, es disminuida por el EPM1, ya que en la realización grupal inicial de la tarea se establece el procedimiento, y las actividades posteriores de los estudiantes son muy similares a la ya vista. La palabra del EPM1 predomina en las interacciones, en el sentido de que es quien dirige los procesos de solución, así como evalúa positiva o negativamente toda acción de los estudiantes. Por lo tanto, no se promueve la autonomía de los alumnos, en vistas a un proceso de responsabilizarse gradualmente por sus respuestas.

En suma, hemos llegado a concluir que el EPM1 establece con sus estudiantes, de forma predominante, el patrón extractivo. El mismo se transforma en patrón de embudo en aquellos casos en que se quiere definir un concepto y los alumnos no aciertan con la forma que el EPM1 espera.

V.1.2.- Patrón predominante en el EPM2

En el caso del EPM2 la dinámica de las interacciones es más confusa, ya que aparecen elementos que podrían ubicarse en las clases investigativas, y otros característicos de las tradicionales, como explicamos a continuación.

Por un lado, algunas actividades son propuestas y explicadas en la clase, y luego de esto los estudiantes trabajan en ellas. Sin embargo, la explicación previa de las tareas va quitando la ambigüedad de las mismas, ya que los estudiantes plantean sus dudas y el EPM2 las aclara de forma directa, no preguntando, por ejemplo, qué piensan los demás alumnos. Por razones del mal comportamiento de los estudiantes las tareas se realizan individualmente, aunque se puede apreciar cierto intercambio de los alumnos con los compañeros cercanos. Sin embargo, una vez que los estudiantes terminan de resolver la actividad, el EPM2 los hace ir al pizarrón a escribir y explicar lo que han hecho. Esta es una característica distintiva del patrón de discusión. Pero en la forma que se dan, y por el tipo de actividades propuestas, las explicaciones terminan siendo rutinarias, y más que permitir la expresión del pensamiento de los estudiantes, resultan en una repetición de la misma justificación, que es la tomada luego por el EPM2 para institucionalizar el concepto que quiere trabajar. Se puede observar esto, por ejemplo, en la primera actividad analizada, durante la puesta en común, y particularmente en el énfasis que el EPM2 hace en el número de partes en que la unidad está dividida, y el número de partes pintadas. Además, la igualdad de las partes en que se divide la unidad no aparece, y aunque un alumno luego la trae a escena con una pregunta, no es retomada para jerarquizar este aspecto colectivamente. No aparece el rol del docente en el patrón de discusión, de hacer preguntas para que aparezcan en escena los aspectos cruciales o problemáticos de la actividad. Es decir, hay una forma que podría tomarse como característica del patrón de discusión, pero el objetivo prioritario es institucionalizar determinada definición, o procedimiento, y no promover el pensamiento de los estudiantes. Además, esta dinámica desaparece por momentos, pasando a la interacción grupal como forma de realizar las actividades.

En relación a las respuestas de los estudiantes, algunos las producen con intervenciones breves e incompletas, mientras que otros se desempeñan con mayor solvencia.

En lo que tiene que ver con los significados que terminan siendo compartidos, los mismos giran en torno a determinados aspectos del concepto tratado, en tanto otros son dejados de lado. Un ejemplo es la igualdad de las partes en que se divide la unidad en el caso de las fracciones. Otro ejemplo es el vinculado a las expresiones decimales periódicas, que terminan siendo caracterizadas como aquellas que se obtienen de divisiones cuyo resto nunca es cero. Si bien esta proposición es verdadera, el hecho de que el resto nunca sea nulo no es el causante de la periodicidad, sino la repetición necesaria de un resto, y por tanto la aparición de cifras "en bloque" en el cociente. Creemos que este aspecto, que tiene una vinculación directa con el tema "Divisibilidad", presente también en el programa, quita riqueza a la negociación de significados de la clase.

Finalmente, el EPM2 desarrolla con sus alumnos el patrón extractivo en algunos casos en que no recibe la respuesta esperada (en los episodios que abarcan las líneas 38-50, 187-210, 355-385), y también en el patrón de embudo (líneas 203-210), como ha sido explicitado en el análisis. Además el EPM2 utiliza la rutina que hemos llamado "reiterar modificando", que consiste en la reiteración de preguntas o respuestas, de forma de minimizar o eliminar el error de expresión en los estudiantes (por ejemplo, cuando hablan de "multiplicar una fracción por un número" refiriéndose a "multiplicar numerador y denominador por dicho número").

De todos modos, en el planteo inicial del trabajo, el EPM2 intenta un trabajo hacia el desarrollo de una clase investigativa, lo que se aprecia en el hecho de anteponer las actividades al tratamiento teórico de los conceptos. Posiblemente la insuficiencia del análisis a priori en cuanto a las dificultades cognitivas que presentarán los alumnos, y por tanto la debilidad de las propuestas, así como la inquietud de los estudiantes, termina produciendo una cultura de clase en la que aparecen por momentos los patrones extractivo y de embudo.

V.1.3.- Patrón predominante en el EPM3

El EPM3 comienza el trabajo, en las clases observadas, entregando una ficha a los alumnos para trabajarla en clase. La primera actividad plantea, desde su enunciado, la construcción del enunciado y una demostración visual del Teorema de Pitágoras. El EPM3 comienza la clase explicando a los estudiantes la consigna de la Actividad 1, y atendiendo sus dudas. Aunque podríamos decir que inicialmente esto disminuye la ambigüedad y las diferentes interpretaciones, las explicaciones no comprometen lo que los estudiantes tienen que hacer. Una vez hechas las aclaraciones, los deja trabajar en grupos pequeños. En las interacciones con los grupos, intenta no darles la respuesta acerca de cómo completar la tarea. Esto podría considerarse un planteo de clase investigativa. Esto se sostiene también en el tiempo de clase que se dedica al trabajo en grupos pequeños, y al tipo de interacciones que en ellos desarrolla con los alumnos. Sin embargo, no se dan, en las clase observadas, instancias en que los estudiantes planteen lo que hicieron a toda la clase, y lo fundamenten. La negociación sobre lo hecho se da en el interior del grupo pequeño con el EPM3. Y las interacciones grupales se inician con aclaraciones de partes que los estudiantes no entienden, y derivan en la realización completa de la tarea.

Sin embargo, cuando el EPM3 tiene que institucionalizar con los alumnos el resultado al que han llegado, y darle forma de teorema, no puede conciliar su intención de que ellos expresen las relaciones que han encontrado, porque pretende que utilicen el vocabulario propio del enunciado "oficial" de dicho teorema (los cuadrados construidos sobre los catetos, por ejemplo, en lugar de los que tienen tal y tal número, o tales colores o tamaños). Parecería que cuando el EPM3 va en busca de un resultado disciplinar formal, la clase se vuelve más tradicional, y se configura el patrón extractivo (líneas 55-75, 97-137, 137-208, 249-263, 321-325, 382-399), evolucionando en su segunda fase al patrón embudo en algunos casos (321-325, 383-387). Observamos también la tercera fase del patrón extractivo en la línea 400.

Un aspecto que parece no haber sido tenido en cuenta por el EPM3 en cuanto al contenido que estaba trabajando, es la dificultad cognitiva que resulta del contexto en el que se plantea inicialmente el Teorema de Pitágoras. En efecto, la vinculación inicial con las áreas de los cuadrados es mantenida por los estudiantes durante todas las clases observadas, lo que dificulta la resolución de las actividades siguientes, que se plantean en términos de calcular longitudes. Esto nos muestra cuánto se apegan los estudiantes al contexto, en el cual dotan de significado a lo que aprenden, y que va constituyendo su patrón de experiencia. En la institucionalización del teorema, este doble significado no es explicitado, ni tampoco luego, cuando surge la dificultad.

Sin embargo, también podemos decir que el EPM3 tiene, en las interacciones con sus alumnos, una intención dialógica, y realiza esfuerzos por interpretar el pensamiento que los lleva a respuestas erróneas y hasta divergentes. Esto se aprecia especialmente en las interacciones con los grupos pequeños, como se puede observar en el Anexo I.

V.2.- Conclusiones finales

A mathematics lesson without routines and pattern of interaction would be fascinating, but it would be hard to stand. Routines reduce the complexity of the classroom discourse, they relieve the acting subject and make the actions stable for the participants. Routines have been reconstructed in mathematics lessons both of experienced teachers and of beginners. (Bauersfeld et al, 1985, p. 11)[4]

Como se señala en el marco teórico estudiado (Voigt, 1995, p.179), especialmente en referencia al patrón extractivo, este surge de la dificultad que se le presenta al docente cuando las intervenciones de los estudiantes difieren de aquellas que él espera. En el caso de los EPM observados, parecería que cuando planifican sus actividades de clase, solo piensan en las posibles respuestas que llevan al conocimiento matemático que se quiere enseñar, o al procedimiento que el EPM tiene pensado introducir o practicar. La aparición de respuestas divergentes produce un conflicto, la mayoría de las veces no esperado ni previsto. Esto genera la necesidad de pistas y ayudas para que los alumnos encaucen sus respuestas hacia lo previsto, y la obligación para los estudiantes de seguir estas sugerencias paso a paso hasta la solución. Y si esto no ocurre con facilidad, de forma que la interacción vuelva a ser fluida en relación a lo esperado, esto puede desembocar en ayudas más directas e incluso en el patrón de embudo, en el que la respuesta debe darse, no importando quién lo hace.

Pensamos que la reflexión sobre estos conflictos que se producen en la clase es de gran importancia en la formación de profesores. Por ejemplo, de las dinámicas vistas en las clases observadas, surge que los EPM intentan evitar el error, cuando desde los cursos teóricos de Didáctica se supone que el

[4] Una clase de matemática sin rutinas y patrones de interacción sería fascinante, pero difícil de sostener. Las rutinas reducen la complejidad del discurso escolar, alivian al sujeto en sus acciones y dan estabilidad a las acciones de los participantes. Las rutinas se han reconstruido tanto en clases de matemática de profesores experimentados como de aquellos que se están iniciando. (Traducción de la autora)

análisis de los errores es central en la escena de la clase. Uno de los documentos de la bibliografía recomendada para el primer curso de Didáctica del profesorado de Matemática en Uruguay: Adda (1987, p. 6) plantea esta cuestión como fundamental entre aquellas de las que la Matemática Educativa debe ocuparse. Y cita a Bachelard (1974): "No es en la plena luz, sino en el borde de la sombra donde el rayo, al difractarse nos confía sus secretos", para ejemplificar la importancia que tiene la consideración de los errores de los estudiantes para la comprensión de la matemática.

También es cierto que los EPM, especialmente en el ejercicio de su rol total de profesores, en el último curso de práctica docente, están sometidos a presiones institucionales que de alguna forma influyen en sus prácticas: el mandato de abordar la totalidad del programa, la necesidad de mantener la clase "en orden" como forma de no parecer que "no puede con los alumnos", la conveniencia de que no reprueben el curso muchos estudiantes, entre otras. Y también están sujetos a presiones del colectivo docente del liceo donde hacen la práctica, sus colegas de asignatura, cuya opinión suele ser decisiva en el orden en que se trabajarán los temas o el tipo de evaluaciones que se plantearán, por ejemplo. Además de esto, la propia situación de la clase y de las interacciones permanentes en ella generan incertidumbre, que las rutinas permiten aliviar.

Según Voigt (1985, p. 112) los docentes, al analizar las videograbaciones de sus clases, en las que se detectaban patrones de interacción como el extractivo o el de embudo, se sorprendían de desarrollarlos, lo que muestra que estos patrones se dan casi siempre de modo inconsciente, y surgen de la propia dinámica de la interacción, como se señala en el marco teórico. A su vez, estos patrones tienen otras consecuencias, además de estructurar la dinámica de la clase y controlar las situaciones sociales. Un ejemplo es lo que ocurre con los conocimientos considerados como compartidos y la evolución de las ideas subjetivas de los estudiantes, en una clase donde se desarrolla el patrón extractivo. La insuficiente comunicación que se da en la segunda fase del patrón extractivo, que se caracteriza por respuestas breves e incompletas de los estudiantes, que van siguiendo las sugerencias de respuesta del docente, hace que el conocimiento que se da como compartido en esta fase no sea tal. Los estudiantes, en general, comparten la comprensión que surge del contexto inicial que se da en la fase 1, y que difícilmente se cambia aunque se dé la fase 3. En particular, en el caso de los EPM de Uruguay, observados en este trabajo, esta tercera fase casi no se produjo, lo que agrava la situación. Este patrón puede traer como consecuencia el desarrollo en los alumnos de una perspectiva algorítmica-mecánica (Voigt, 1985, p. 110).

En relación al desarrollo de habilidades de resolución de problemas en los estudiantes, durante el patrón extractivo la construcción mental de un plan de solución (Polya, 1945, citado por Voigt, 1985, p. 111) es sustituida por el patrón de interacción. La ayuda del docente va en el sentido de obtener la respuesta o solución, y no hacia el proceso mismo de la solución. Las estrategias heurísticas que pueden desarrollar los estudiantes son de corto alcance, y están en función del esfuerzo interpretativo por comprender la intención del profesor.

En conclusión, en este trabajo hemos detectado los patrones extractivo y embudo como preponderantes en uno de los EPM, así como su aparición en otros, especialmente en aquellas situaciones donde los estudiantes hacen propuestas divergentes en relación a la respuesta que el EPM espera de ellos, y sobre todo cuando en la interacción se juega un resultado matemático. Si bien se aprecian matices, no hemos encontrado clases investigativas. La característica esencial es que la palabra de los EPM se escucha mucho más en la clase que la de los alumnos, y además, es la palabra "más autorizada", la que "tiene el conocimiento". Termina siendo la mediadora de gran parte de los conocimientos que se toman por compartidos. Sin embargo, creemos que esta no es la intención de los EPM cuando planifican sus clases. Como lo establecen los investigadores interaccionistas, los patrones que se terminan dando no son conscientes y constituyen regularidades escondidas que se van generando y consolidando de forma interactiva en la dinámica de la clase. Por eso creemos que sería muy interesante que esta problemática fuera objeto de estudio en los cursos de profesorado, como una forma de promover que los EPM reflexionen sobre las rutinas que inconscientemente establecen.

Referencias bibliográficas

Adda, J. (1987). *Elementos de didáctica de las matemáticas*. (Trad. Arreguin G. y Olvera, M.) Sección de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN. México.

Cobb, P.; Bauersfeld, H. (eds.) (1995). *The emergence of Mathematical Meaning: Interaction in Classroom Cultures*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Bauersfeld, H.; Krummheuer, G. y Voigt, J. (1985). Interactional Theory of Learning and Teaching Mathematics and Related Microetnographical Studies. En Steiner, H.- G: *Proceedings of the TME 1985*. Bielefeld: IDM.

Cobb, P.; Bauersfeld, H. (1995). The Coordination of Psychological and Sociological Perspectives in Mathematics Education. En Bauersfeld, H.; Cobb, P. (eds.). *The emergence of MathematicalMeaning: Interaction in Classroom Cultures.* Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Cobb, P.; Wood, T. y Yackel, E. (1993). Discourse, Mathematical Thinking and Classroom Practice. En Forman, E., Minick, N. y Stone, C. (Eds). *Contexts for Learning Sociocultural Dynamics in Children's Development.* New York: Oxford University Press.

Consejo de Formación en Educación. http://www.cfe.edu.uy/index.php/planes-y-programas/planes-vigentes-para-profesorado/44-planes-y-programas/profesorado-2008/380-matematica

Cubero, M.; Cubero, R.; de la Mata, M.; Ignacio-Carmona, M.; Prados, M. y Santamaría, A. (2008). La educación a través de su discurso. Prácticas educativas y construcción discursiva del conocimiento en el aula. *Revista de Educación*. (364), mayo-agosto, pp. 71-104.

Charnay, R. (1988). Aprender (por medio de) la resolución de problemas. En *Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones.* Cecilia Parra e Irma Saiz (Compiladoras) (1995). Paidós Educador.

Chevallard, Y. (1997). *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado.* AIQUE, Buenos Aires.

Eisenhart, M. (1988). The Ethnographic Research Tradition and Mathematics Education Research. *Journal for Research in Mathematics Education.* 19(2), pp. 99-114.

Godino, J.; Llinares, S. (2000). El interaccionismo simbólico en Educación Matemática. *Educación Matemática.* 12 (1). 70-92.

Olave, M. (2013). Modelos de profesores formadores de matemáticas: ¿Cuáles son y en qué medida se transmiten a los futuros docentes? Un estudio de caso. (Tesis de doctorado no publicada). CICATA, del Instituto Politécnico Nacional, México. Disponible en http://www.matedu.cicata.ipn.mx/tesis/doctorado/olave_2013.pdf

Richards, J. (1991). Mathematical discussions. In E. von Glasersferd (ed.). *Constructivism in Mathematics Education.* (pp. 13-52). Dordrecht, Netherlands: Kluwer.

Sierpinska, A. y Lerman, S. (1996). Epistemologies of mathematics and of mathematics education. En A. J. Bishop, M.A. (Ken) Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick y C. Laborde (Eds.). *International Handbook of Mathematics Education.* 1, 827- 876. Dordrecht, HL: Kluwer, A. P.

Sierpinska, A. (1998). Three Epistemologies, Three Views of Classroom Communication: Constructivism, Sociocultural Approaches, Interactionism. En Steinbring, H; Bartolini, M; Sierpinska, A. (eds.), *Language and Communication in the Mathematics Classroom.* National Council of Teachers of Mathematics. Boston, Virginia.

Sistema Único Nacional de Formación Docente (SUNFD). Plan Nacional Integrado de Formación Docente (2008). Disponible en http://www.cfe.edu.uy/images/stories/pdfs/plan_nacional/sundf_2008.pdf

Stephan, M. y Cobb, P. (2003). The methodological approach to classroom-based research. En Stephan, M; Bowers, J y Cobb. P (Eds). *Supporting Students' development of measuring conceptions: Analyzing students' learning in social context.* Journal for Research in Mathematics Education

Monograph Nº 12 (pp.36-50). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Steinbring, H. (2005). *The construction of new mathematical knowledge in classroom interaction—an epistemological perspective.* Berlin: Springer.

Voigt, K. (1989). The Social Constitution of the Mathematical Province – A Microethnographical Study in Classroom Interaction. *The Quaterly Newsletter of the Laboratory of Comparative Human Cognition.* 11(1&2). 27-33.

Voigt, J. (1995). Thematic patterns of Interaction and Sociomathematical Norms. En Bauersfeld, H.; Cobb, P. (eds.), *The emergence of Mathematical Meaning: Interaction in Classroom Cultures.* Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Wood, T. (1994). Patterns of Interaction and the culture of Mathematics Classrooms. Cultural Perspectives on the Mathematics Classrooms. *Mathematics Education Library*, 14, 149 – 168.

Wood, T. (1995). An emerging practice of teaching. En Bauersfeld, H.; Cobb, P. (eds.). *The emergence of Mathematical Meaning: Interaction in Classroom Cultures.* Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Yackel, E. (2000). *Creating a Mathematics Classroom Environment that Fosters the Development of Mathematical Argumentation.* Paper prepared for Working Group 1: Mathematics Education in Pre and Primary School, of the Ninth International Congress of Mathematical Education, July 31-August 6, 2000, Tokyo/Makuhari, Japan. Recuperado de http://www.nku.edu/~sheffield/eyackel.html

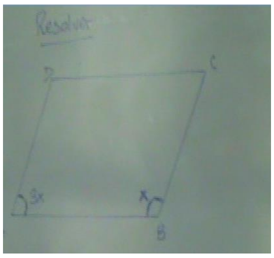
Anexo I. Transcripción de las clases de los EPM participantes

<u>Transcripción de las clases de EPM1</u>

El EPM1 comienza recordando que la clase anterior hicieron un trabajo sobre paralelogramos, y que habían repasado sus propiedades. Las vuelve a preguntar.

1	*EPM1: ¿Qué tenía de particularidad el paralelogramo? ¿Qué cumplía esa figura? (El EPM1 pregunta haciendo referencia a unas tareas sobre propiedades que hicieron la semana anterior).*	*Pregunta abierta (los estudiantes pueden elegir entre distintas posibles propiedades del paralelogramo). Ambigüedad.*
2	*E1: Dos pares de ángulos paralelos.*	*Primer intento de respuesta.*
3	*EPM1: (como separando en sílabas, repite): Dos pares de* ***ángulos*** *paralelos.*	*Evaluación: énfasis en la palabra "ángulos", que parece indicarle al estudiante que no es correcta.*
4	*E2: No, lados.*	*Segundo intento de respuesta de otro estudiante.*
5	*EPM1: Ah, ah, dos pares de lados paralelos. ¿Y además de paralelos?*	*Evaluación como correcta. Nueva pregunta indicando que le interesa otra respuesta.*
6	*Es: Iguales.*	*Respuesta con una sola palabra.*
7	*EPM1: Paralelos e iguales. Perfecto. ¿Qué más vimos de los paralelogramos? ¿Anotamos alguna?*	*Evaluación como correcta. Otra pregunta indicando que la respuesta esperada no es esa. Siguiente pregunta sugiriendo que busquen en el cuaderno.*
8	*E3: Tres ángulos iguales.*	*Otro intento de respuesta.*
9	*EPM1: Tres ángulos iguales (con gesto de que la respuesta no es correcta).*	*Evaluación como incorrecta a través de lo gestual.*
10	*Es: No, no, no.*	*Reacción de estudiantes.*
11	*E4: Los ángulos opuestos*	*Nuevo intento, frase incompleta.*
12	*EPM1: Vimos que los ángulos opuestos en un paralelogramo eran iguales. ¿Vimos alguna cosa más?*	*Evaluación de corrección. EPM1 completa la frase, que E4 sugiere.*
13	*E3: Y las diagonales se cortaban en el punto medio.*	*Otra respuesta.*
14	*EPM1: Vimos que las diagonales se cortaban en el punto medio. Perfecto. (Cuando repite esta respuesta ya está mirando algo en su escritorio, no mira más a la clase). Bueno. La que vamos a usar ahora (va al pizarrón y escribe: "<u>Resolver</u>" mientras habla), es la segunda observación que me dijeron, que los ángulos opuestos son iguales.*	*Evaluación de corrección pero la respuesta en cierto modo no es considerada. De todas las respuestas toma solo la respuesta esperada.*

EPM1: Entonces (dibuja una figura), es una figura de análisis no más así que no nos complicamos mucho con medidas y qué sé yo (representa el paralelogramo). Tratemos de que se parezca a un paralelogramo.

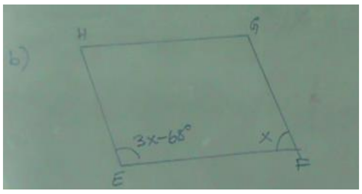
(Figura del pizarrón) 

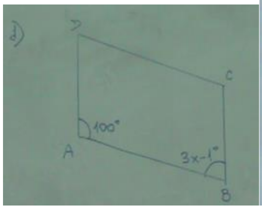
15	EPM1: Bien (carraspea), ya que estamos con esto de los paralelogramos, vamos a aprovechar para repasar un poquito, ¿qué tema? ¿Qué les parece que qué tema vamos a repasar?	Pregunta inicial. Si bien el EPM1 establece oralmente que se trata de un paralelogramo, el título "Resolver" y la presencia de "x" en las medidas de los ángulos, podría sugerir que la tarea es resolver una ecuación.
16	E4: Ecuaciones	No hay divergencia de respuestas, posiblemente debido a los indicadores del enunciado. Matematización directa.
17	EPM1: Ecuaciones. ¡Cómo me gustan las ecuaciones!	
18	E5: ¡Hermosísimo!	
19	EPM1: Bueno, con esa observación que me dijeron recién, de que los ángulos opuestos en un paralelogramo son iguales, ¿qué podemos agregar a la información acá? Si yo sé que el ángulo en A mide 3x	El EPM1 guía la siguiente respuesta hacia la resolución que tiene en mente.
20	Es: El C es 3x.	Respuesta esperada.
21	EPM1: Repite (y anota "3x" en el pizarrón, en el interior del ángulo en su figura) también mide 3x.	
22	E6: Y el B es x.	
23	EPM1: Y el ángulo en B (lo anota) mide x.	
24	EPM1: Tengo ahí ya la medida de todos los ángulos. La medida, bue, una expresión que, ¿no?, refiere a la medida de esos ángulos. Yo quisiera averiguar exactamente cuánto vale x y por lo tanto cuánto	Continúa guiando el procedimiento de resolución.
25	E7: (Inaudible)	
26	EPM1: Cuánto. (Se superpone con la intervención de E6):	
27	E6: Ah, ya sé, 360 de un lado es igual	
28	EPM1: Ah, bueno, claro, nosotros sabemos que la suma de todos los ángulos interiores a ese paralelogramo es 360. Entonces, ¿qué ecuación podría plantear (gesto con las manos) para alcanzar a averiguar cuánto vale x? (Algunos estudiantes hacen gestos de que no saben)	Toma esta respuesta, completándola con todo lo que le falta. Vuelve a preguntar, ahora reduciendo el campo de respuestas futuras, con pistas hacia la respuesta.
29	EPM1: Yo sé que la suma de todos los ángulos es 360.	Sugerencia de respuesta.
30	E8: 360 dividido 8.	Respuesta divergente, no esperada.
31	EPM1: (Gesto de sorpresa). Ponele, ponele que E8 se me adelantó un poquito. Vamos a escribir la suma de todos esos ángulos.	Continúa con su idea. No toma la respuesta de E8.
32	Va al pizarrón y escribe (E6 le va diciendo):	
33	$x + 3x + x + 3x$	
34	EPM1: ¿Y toda esa suma cuánto tiene que dar?	Guía para lo que sigue.

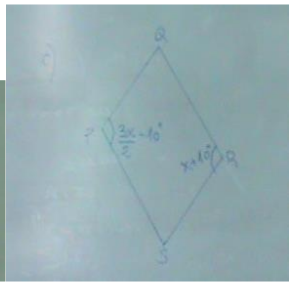
35	E9: 360	Respuesta esperada.
36	EPM1: 360 (y completa la ecuación).	Evaluación positiva.
37	$x + 3x + x + 3x = 360$	
38	EPM1: Bueno, ahora vamos a reducir un poquito eso. ¿Cuántas x tenemos (engloba con la mano el primer miembro, como en un círculo imaginario)?	Nueva pregunta con sugerencia de respuesta.
39	Es: 2, 8, 2, 8, 8, 8, 6, 4	Divergencia de respuestas.
40	EPM1: (Señalando el término x) 1 más 3 (señalando el término 3x) son 4, más 1 cinco y tres son ocho. Y escribe:	No toma en cuenta la diversidad. Desestima las respuestas, "explica" la correcta.
41	$8x = 360$	
42	EPM1: Y ya lo sabemos resolver a eso, ¿qué hacemos?	Pista en la palabra "resolver".
43	E10: Dividido 8	Respuesta muy breve.
44	EPM1: Dividido 8, ¿dónde?	Indicador de cómo completar.
45	E11: En los dos, 8x y 360.	
46	EPM1: Los dos miembros los divido entre 8, (y escribe):	Institucionaliza enunciándolo de forma completa.
47	$\underline{8x} = \underline{360}$	
48	8 8	
49	(La línea de fracción y el denominador los pone en rojo, el resto está en azul).	
50	EPM1: ¿Y qué nos queda?	Pregunta hacia lo que sigue.
51	E12: x es igual	
52	EPM1: una x es igual, ¿cuánto da 360 dividido 8?	Toma la respuesta, corrigiéndola.
53	Hace la división en el pizarrón.	
54	Luego de escribir 4 como primera cifra del cociente, pregunta:	
55	"4 x 8", obteniendo respuestas variadas (40, 36, etc., y finalmente 32).	
56	EPM1: ¡¡32!! (Termina la división, y la borra antes de volver a la ecuación).	
57	Así que un x es igual 45. (Escribe):	Se llega a la solución esperada, "oficial". (Aunque no estaba claro lo pedido).
58	$1x = 45$	
59	EPM1: Yo hice macana porque fíjense, fíjense, que quedó este ángulo (señala el de vértice A), ¿cómo es este ángulo?	Nueva pregunta (ambigua). Podría ser inicio de la fase 3.
60	E13: 3	Podría ser que E13 va a decir 3x, que es la expresión de la medida dada en el problema.
61	EPM1: Según los ángulos. ¿Es recto, agudo, obtuso?	Nueva pregunta direccionando la respuesta. La respuesta esperada se basa en el aspecto de la figura, y no en la medida del ángulo.
62	E14: Agudo.	Respuesta esperada.
63	EPM1: Es agudo. Y la profesora le puso 3x y 3x son ciento y pico, ¿no? Como que no, que quedaron al revés las letras. Pero bueno, la idea era averiguar la x y resolver la ecuación. Esto tendría que estar al revés, ¿no? (señalando a la figura, con un gesto de simetrizarla). Fíjense que el ángulo obtuso quedó de 45º, "así no se puede", y repite "así no se puede".	Aquí señala claramente que la idea (de EPM1) al plantear el problema, era resolver la ecuación.
64	EPM1: Bueno, ¿se entendió la idea?	Pregunta de cierre.
65	Es: Sí	

66	EPM1: Notable. Entonces ahora les toca a ustedes.	Indica que los estudiantes van a tener que resolver una actividad parecida.

Es. Quejas
EPM1: Va al pizarrón y copia ejercicios similares:







Durante los siguientes minutos los estudiantes copian la tarea en sus cuadernos, y comienzan a hacerla. La EPM11 va por los lugares, pero no se producen interacciones. La primera de ellas comienza en el minuto 1:47 del Video 2, a partir de un comentario de una estudiante. La docente se encuentra parada al fondo del salón, entre los bancos.
Interacción individual con estudiantes:

67	*EPM1: Bueno, ¿qué venimos de hacer? ¿Qué fue lo que hicimos acá, con este de acá (señala la resolución del ejercicio anterior en el cuaderno del estudiante). ¿Qué utilizamos?*	*Pregunta de inicio, conectada con lo que hicieron recién.*
68	*E: Iguales (parece señalar un par de ángulos opuestos).*	*Primera respuesta tentativa.*
69	*EPM1: ¿Ese y ese qué suman?*	*Segunda pregunta buscando otra respuesta.*
70	*E: Tienen la misma medida (señala con el lápiz).*	*Mantiene respuesta inicial.*
71	*EPM1: Tienen la misma medida porque son ángulos cómo:*	*Enangostamiento de la próxima respuesta.*
72	*E: No responde*	
73	*EPM1: Op*	*Sugerencia de respuesta.*
74	*E: Opuestos*	*Respuesta esperada.*
75	*EPM1: Y entonces en esta figura (señala la parte b del ejercicio) ¿qué podés hacer?*	*Pregunta con respuesta esperada.*
76	*E: Lo mismo*	*Respuesta esperada*
77	*EPM1: Bueno. ¿Entonces el ángulo en G cuánto mide?*	*Dirección hacia la siguiente respuesta.*
78	*E: 3x – 68*	*Respuesta esperada.*
79	*EPM1: Correcto. (El estudiante completa en la figura como hizo la EPM1 en el trabajo en común antes). ¿Y el ángulo en H?*	*Siguiente pregunta hacia siguiente respuesta.*
80	*E: x*	*Respuesta esperada.*
81	*EPM1: Muy bien. ¿Y después qué fue lo que hicimos? (Mueve su mano sobre el cuadrilátero como englobando todos los ángulos).*	*Sugiere la respuesta con el gesto.*
82	*E: No sé*	
83	*EPM1: Planteamos una suma (señala la primera ecuación del ejercicio anterior). ¿Qué es esa suma?*	*Enangosta más.*
84	*E: Ah, la suma de los 4 (hace un gesto como el de la EPM1 sobre el cuadrilátero).*	
85	*EPM1: La suma de todos los ángulos. Y sabemos que todos los ángulos cuánto suman?*	
86	*E: (Parece pensar). 180*	
87	*EPM1: 180?*	*Respuesta que evalúa la respuesta anterior como incorrecta.*
88	*Otra estudiante cercana: ¡360!*	

89	*EPM1: Ah! 360. Entonces acá podemos volver a poner lo mismo. ¿Y ahí me va a quedar qué cosa para resolver?*	*Aquí el estudiante no ha efectuado ningún esfuerzo cognitivo. Otra pregunta que guía a la respuesta.*
90	*E: La, la ecuación.*	
91	*EPM1: La ecuación. Exactamente.*	

92	*EPM1: Y bueno, ¿y qué hacíamos ahí, para resolver esa ecuación?*	*Pregunta.*
93	*E: silencio*	*No se obtiene respuesta.*
94	*EPM1: Hay que reducir. Quién podemos juntar con quién. ¿Cómo reducimos?*	*Da la respuesta y enangosta más el campo de respuesta del estudiante.*
95	*El estudiante se dispone a escribir.*	
96	*E: Estos dos (señala)*	
97	*EPM1: Bueno, dale.*	
98	*El estudiante escribe 3x − 68 + 3x − 68*	
99	*EPM1: ¿Qué era eso de reducir?*	*Sugerencia de procedimiento*
100	*OE: Los que eran comunes*	*Respuesta muy breve.*
101	*EPM1: Bueno, los que eran semejantes (enfatizando). Las x, por ejemplo, ¿las puedo juntar con 68?*	*Corrección de la respuesta. Da la respuesta correcta. Pregunta con entonación hacia la respuesta.*
102	*E: No*	
103	*EPM1: Ah, bueno. ¿Con quién las puedo juntar? Estas 2 (señala los términos "x").*	*Sugiere con el gesto de las manos.*
104	*E: Ah, con esta x, ah.*	*Expresión de seguimiento.*
105	*EPM1: ¿Y con quién más?*	
106	*OE: Sí, con todas las x.*	
107	*E: Sí, con todas las x.*	
108	*EPM1: Con todas las x, bueno, juntémoslas. Tengo, acá una, dos, tres, pará que te sobra una (tapa con su dedo un término x que el estudiante había puesto de más en la suma de los ángulos). Me parece, sí, te sobra una. Así que una, dos, tres x, cinco, y esa de acá (señalando 3x), 8x. ¿Qué vas a poner? (El estudiante iba a escribir junto a lo que tenía. Le sugiere que tache y escriba 8x).*	*Resuelve la tarea EPM1*
109	*E: Escribe 8x = 360*	
110	*Segunda parte: 8:55 a 9:15*	
111	*EPM1: ¿Y entonces, Lucas?*	
112	*E: Y ahora los otros*	
113	*EPM1: Bueno, y ahora los otros (el estudiante va señalando los términos independientes del primer miembro). Ese y ese, cuánto da eso. (El estudiante toma la calculadora).*	

114	*EPM1: Acá hay algo que no estoy de acuerdo (señalando en el cuaderno). ¿Cómo hacía yo para deshacerme de este -136?*	*Indica el error.*
115	*E: (Señala en el cuaderno) Inaudible*	
116	*EPM1. (Asintiendo) Le agregaba el opuesto. Así que vos acá agregaste 136, y de este lado también (señalando en el cuaderno, al segundo miembro) agregás 136.*	*Completa la respuesta del estudiante.*
117	*E: Ah!*	
118	*EPM1: Porque si lo agrego de este lado, lo agrego de este lado (señala los dos miembros).*	*Reforzamiento.*
119	*E: (Toma el cuaderno y corrige).*	
120	*EPM1: Ah, bueno, eso cambia las cosas.*	

Resolución grupal parte b) del ejercicio.

121	*EPM1: ¿Qué fue lo primero que hicieron?*	*Pregunta de inicio*
122	*(Hablan varios a la vez)*	
123	*E1: Planteamos*	*Respuesta breve sin significado*
124	*EPM1: Planteamos, ¿qué planteamos?*	*Segunda pregunta, más directa.*
125	*E2: La cuenta así.*	
126	*E3: Del paralelogramo.*	
127	*E4: Los resultados*	*Dificultad para expresar lo que hicieron.*
128	*(La EPM1 chasquea los dedos de sus manos, haciendo gestos como que no entiende)*	
129	*E5: Que como están opuestos.*	*Aparece la estudiante que da explicaciones.*
130	*EPM1: Ah, ajá, (marca en el pizarrón el ángulo de vértice G) ¿Qué tengo? ¿Este de acá cuánto mide?*	*Pregunta directa*
131	*E5: 3x – 68*	*Respuesta esperada*
132	*EPM1: Escribe en el pizarrón (en rojo, sobre la marca del ángulo): 3x – 68. Bien, ¿qué más?*	
133	*E5: Y el H.*	*Otra respuesta monosilábica.*
134	*EPM1: El ángulo en H.*	
135	*E5: x*	
136	*EPM1: Mide x. Bueno, ¿después?*	*EPM1 completa las respuestas.*
137	*E5: (Inaudible)*	
138	*EPM1: ¿Qué es igual a 360?*	*Pedido de que mejore lo que dice*
139	*E5: La suma de los*	*Respuesta incompleta*
140	*EPM1: Ah, la suma de todos los ángulos (se dispone a escribir). Y bueno, entonces, ¿qué escribieron?*	*Completa la respuesta de E5.*
141	*(Nadie responde)*	
142	*E6, ¿podés decirme qué escribiste?*	
143	*E6: x más*	
144	*EPM1: Ah, bueno (escribe lo que ella le va diciendo)*	
145	*x + 3x – 68 + x + 3x – 68 = 360*	
146	*EPM1: Bueno, muy bien. ¿Y después que escribieron esa ecuación qué hicieron?*	*Siguiente pregunta indicando próximo paso.*
147	*E7: La resolvimos.*	*Respuesta esperada.*
148	*EPM1: Bueno (inaudible) para eso*	*Siguiente indicación para seguir*
149	*E8: Lo reducimos*	*Respuesta breve*
150	*EPM1: Claro, lo primero que hicimos fue reducir ahí. ¿Qué tengo para juntar con qué?*	*Sugerencia de respuesta.*
151	*Es: Las x*	
152	*EPM1: Las x (subraya con rojo los términos en x). Tengo esta acá, esta, esta, esta de acá. ¿Cuánto suman?*	*Señala los términos. Aquí podría haber una intención de evitar errores.*
153	*Es: 8*	*Respuesta breve.*
154	*EPM1: 8x (escribe 8x)*	*Completa la respuesta.*
155	*EPM1: Después también podría reducir (marca superiormente 68 y -68) ese y ese, ¿cuánto sumaban?*	*Sugiere próximo paso.*
156	*E9: 136*	
157	*EPM1: (Va a escribir, se vuelve). ¿136?*	*Pregunta indicadora de error.*
158	*E9: Sí*	
159	*E10: Menos*	
160	*EPM1: Ah, menos 136 (y escribe, va diciendo): 8x – 136 = 360. Precioso, todo reducido. ¿Qué es lo que seguía ahora? No está Sofía hoy para pedirle (inaudible).*	*Indicación de próximo paso. Referencia a Sofía, que parece ser quien siempre responde "sumar el opuesto". Con la*

		referencia, los estudiantes ya saben qué tienen que responder.
161	*E11: ¡El opuesto!*	
162	*EPM1: Ahí está, vino Leonardo para decirme que había que sumar el opuesto (vuelve al pizarrón). Bueno, ¿y entonces, cómo va a quedar? Bueno, che (a algunos que hablan).*	*Pregunta de continuidad.*
163	*E6: 8x – 136 + 136 = 360 + 136*	*Respuesta esperada.*
164	*EPM1: Ahí está. (Escribe) 8x – 136 = 360 (dejando un lugar antes del signo de igualdad)*	
165	*EPM1: Copio lo que ya tenía y agrego (agrega +136 con rojo en los dos miembros de la ecuación). Pero sigo (inaudible) ¿qué me queda?*	*Reitera procedimiento. Pregunta de continuidad.*
166	*E11: 8x = 496*	
167	*EPM1: (Escribe esa ecuación). ¿Y ahora?*	*Pregunta de continuidad.*
168	*E12: Lo dividís entre 8.*	*Respuesta esperada.*
169	*EPM1: (Escribe)* $\frac{8x}{8}=\frac{496}{8}$ *(la línea de fracción y cada 8, en rojo).*	*Completa la respuesta.*
170	*E13: Y te da 62, te da 62.*	
171	*EPM1: Así que da x = 62. Hoy me faltó algo acá.*	*Muestra de que EPM1 sigue su propio pensamiento, está más atenta a él que al de los estudiantes.*
172	*E14: ¿Algo?*	
173	*EPM1: Sí. ¿Qué me faltó acá, cuando resolví la otra ecuación?*	*Pregunta abierta, de la que EPM1 sabe la respuesta.*
174	*E14: ¿Dónde?*	*Esfuerzo interpretativo.*
175	*E15: Poner cuánto valían los ángulos.*	*Esfuerzo interpretativo.*
176	*EPM1: Podríamos haber puesto eso pero como iba a quedar pegada porque no era agudo el (queda sin terminar). ¿Qué me falta? ¿Qué hacíamos al final de todo?*	*Evaluación negativa de la respuesta.*
177	*Es: La solución*	*Esfuerzo interpretativo que acierta.*
178	*EPM1: (A un estudiante, en referencia al otro, los dos habían respondido) Te ganó. Conjunto solución. (Escribe S = {62}).*	*Institucionalización.*

Resolución grupal de la parte d) del ejercicio

179	*EPM1: Cuéntenme qué hicieron en este.*	
180	*E1: Ese ya lo hicimos en la clase.*	
181	*EPM1: Lo hicieron en clase, no lo corregimos.*	
182	*E1: Lo corregimos (discuten entre ellos).*	
183	*EPM1: Bueno, perdón, perdón.*	
184	*E2: Pero faltó una cosa.*	
185	*EPM1: (A E2) Sí, decime, qué.*	
186	*E2: Como hicimos el otro día, los ángulos opuestos son iguales, entonces el otro, el C también mide 100.*	*Es el mismo problema que ya resolvieron entre todos.*
187	*EPM1: El C también mide 100.*	
188	*E2: Y ta, el otro, es 3x – 1.*	
189	*EPM1: El otro es 3x – 1. Bueno.*	
190	*E2: Y si tienen que sumar*	
191	*EPM1: Bue, bue, (interrumpiendo a E2) (otros piden la palabra), ¿cómo sigue? Alguien más. (Inaudible, el nombre de otra estudiante) tú ya participaste ayer.*	
192	*E3: No vale, pero ayer fue ayer.*	
193	*EPM1: Ayer fue ayer. ¿Alguien más? E4 en el fondo que está muy concentrado. ¿Cómo seguimos?*	
194	*E4: No sé.*	

195	*EPM1: Tenemos ahí la medida de los ángulos.*	*Sugerencia de tipo: "Por qué paso vamos"*
196	*E4: La ecuación (él y luego otra estudiante dice lo mismo).*	*Ahora viene la ecuación (esfuerzo interpretativo)*
197	*EPM1: Había una ecuación en la vuelta. ¿Cuál era esa ecuación?*	*Hacia el paso siguiente.*
198	*ED: No es necesario*	
199	*E5: Lo grito, profe, te lo grito (la que había participado el día anterior).*	
200	*EPM1: No*	
201	*(Un estudiante dicta y la EPM1 escribe)*	
202	*3x – 1 + 100 + 3x – 1 + 100*	
203	*EPM1: Y todo eso, ¿cuánto tiene que dar?*	*Sugerencia de respuesta.*
204	*Es: (a coro) 360*	
205	*EPM1: Ah, bueno, eso era lo que quería saber.*	
206	*E6: Inaudible*	
207	*EPM1: ¿Juntamos qué?*	*Posiblemente la respuesta anterior fue del tipo: "Y ahora juntamos".*
208	*E7: Reducir*	*Respuesta monosilábica.*
209	*EPM1: Los términos semejantes. Bueno, muy bien, ¿quién con quién?*	*EPM1 completa la respuesta.*
210	*E8: Menos 1 con menos 1 (Siguen varios proponiendo sumas, no se escucha bien).*	
211	*EPM1: (Va marcando debajo de cada número, en el primer miembro) menos 1, menos 1, más cien, más cien. ¿Y cuánto da todo eso?*	
212	*E9: 98*	
213	*EPM1: ¿En serio?*	*Evaluación de incorrección.*
214	*E9: No, 198.*	
215	*EPM1: Ah, 198 (lo escribe) ¿Qué más?*	*Evaluación de corrección. Sugerencia hacia el siguiente paso.*
216	*E10: Y el 3x con el 3x.*	*Respuesta esperada.*
217	*EPM1: ¿Y cuánto da eso?*	*Siguiente pregunta hacia el siguiente paso.*
218	*Es: 6x.*	
219	*EPM1: (mientras escribe va diciendo) seis x más ciento noventa y ocho tiene que ser igual a 360. ¡Qué bueno que vino Sofía! ¿Qué hay que hacer ahora? Para resolver esa ecuación.*	*Referencia a Sofía, y al paso siguiente.*
220	*E11: el opuesto.*	*Respuesta esperada. Ningún esfuerzo cognitivo.*
221	*EPM1: Ahí va, el opuesto, muy bien. ¿O sea que cómo van a agregar eso? (Escribe 6x + 198 = 360)*	
222	*E12: Menos 6x*	
223	*EPM1: ¿Menos 6x?*	*Evaluación de incorrección.*
224	*E13: No, menos 198.*	*Cambio de respuesta.*
225	*EPM1: Ahí está, el opuesto de 198 para que no me moleste más ahí. (Escribe 6x + 198 – 198 = 360 – 198, colocando en rojo los términos – 198 en cada lado).*	
226	*EPM1: Bueno, ¿y?*	
227	*E14: Y le restás.*	
228	*E15: Lo sacás.*	
229	*E14: Lo reducís.*	
230	*EPM1: (Simplifica 198 – 198 y escribe 6x = mientras dice) 6x es igual*	
231	*E16: 242*	
232	*EPM1: ¿Da 242, confío?*	
233	*E17: No, da 159.*	

234	*EPM1: Vamos a hacerlo.*	
235	*E18: No sé.*	
236	*EPM1: Bueno*	
237	*E19: ¡162!*	
238	*EPM1: Bueno, si fueran 200, sería 160.*	
239	*E20: Pará, ¿qué cuenta es?*	
240	*EPM1: Si tuviera que sacar 200, serían 160. Como saco 198.*	
241	*E21: 162*	
242	*E22: 159*	
243	*E23: Sacá la calculadora.*	
244	*EPM1: (Escribe 6x = 162)*	
245	*(Va al banco de una estudiante y mira lo que hizo)*	
246	*EPM1: Se equivocó la calculadora.*	
247	*(Varios siguen diciendo 162).*	
248	*EPM1: Bueno, ¿y, entonces? 6x, pero a mí me interesa una x, no me interesan seis x.*	*Sugerencia hacia el paso siguiente.*
249	*E22: ¿Y por qué ahora me dio 162?*	
250	*EPM1: ¿Te da lo mismo?*	
251	*E23: ¡Lo dividís entre 6!*	*Respuesta esperada*
252	*EPM1: ¿Dividimos entre 6 dónde?*	*Pregunta con pista de respuesta.*
253	*E23: Eh, los dos lados.*	*Respuesta esperada.*
254	*E24: Da 198, no 162.*	
255	*EPM1: (Hace la resta en el pizarrón, la explica, obtiene 162). Bien, dividido 6.*	
256	*E23: 29*	
257	*E25: 27*	
258	*EPM1: ¡Pero!*	
259	*(Hace la división, obteniendo 27).*	*Grandes problemas operatorios.*
260	*EPM1: Así que un x vale 27. Bien. (Escribe x = 27 y lo recuadra). Bien, me interesa observar ahí, ¿cuánto estaría midiendo este ángulo entonces? (Señala el que mide 3x – 1). Si la x vale 27, ¿qué tendría que hacer para saber cuánto mide?*	*De nuevo aparece su interés propio, ajeno a los estudiantes. Plantea calcular ángulos cuando antes se rehusó a hacerlo.*
261	*E26: 27 por 3*	
262	*E27: menos uno*	
263	*EPM1: ¿27 por 3, sólo?*	
264	*E26: Sí*	
265	*E28: menos uno*	
266	*EPM1: Menos uno (escribe, sacando una flecha de la figura hacia afuera, 27 . 3 – 1)*	
267	*EPM1: 27 por 3 da*	
268	*E29: 82*	
269	*E30: 83*	
270	*EPM1: 27 por 3 da 81, menos 1, me queda 80.*	
271	*E2: ¿Puedo decir una cosa, profe?*	*Divergencia hacia otro procedimiento.*
272	*EPM1: Sí.*	
273	*E2: Era más fácil hacer así: porque vos sabés que todo mide 360, a 360 le restás 200, te queda 160, lo dividís entre 2 y te da 80.*	
274	*EPM1: A ver de vuelta.*	
275	*E2: El total es 360*	
276	*EPM1: Escuchemos bien.*	*Toma la respuesta.*
277	*E2: El total es 360. Sabés que entre dos ángulos tenés 200. Y sabés que esos dos son iguales. Entonces lo que te queda de restar 360 menos 200 lo dividís entre 2 y ya está.*	

278	*EPM1: Tiene razón la compañera. Es verdad, otra manera de llegar al mismo resultado. Está bien lo que dice.*	*Evalúa una solución diferente como correcta.*
279	*E31: Hacías 20 por 3 y siete por 3.*	*E31 vuelve sobre el cálculo de 27 por 3.*
280	*EPM1: ¿20 por 3 y 7 por 3? No te seguí.*	
281	*E32: 20 por 3 da 60 y 7 por 3 da 21, lo sumás y da 81.*	
282	*EPM1: Muy bien, ¿vieron lo que hizo?*	
283	*Es: No*	
284	*EPM1: 20 por 3 y 7 por 3. 20 por 3, 60; 7 por 3, 21. Entonces, 27 (haciendo un gesto con la mano)*	*Intento de compartir esto.*
285	*E33: No entendió nada.*	
286	*E2: Pero tenés que saber cuánto vale la x para hacer eso.*	*Fallo en la interpretación. Peligro de colapso de interacción fluida.*
287	*EPM1: Ah, bueno, bueno, bueno.*	
288	*E2: No entendí.*	
289	*EPM1: Bueno, entonces el razonamiento de (inaudible, el nombre de E2) está bien, llegamos al mismo resultado, bien de bien.*	*Cierra la solución diferente (no le da lugar en el pizarrón, por ejemplo) y vuelve con lo que le interesa destacar.*
290	*EPM1: Ahora, a mí me resulta curioso esto de que este es 100 (señalando a la figura) y este mide 80, ¿vieron?*	*Sugerencia de propiedad que quiere que visualicen.*
291	*E34: ¿Qué?*	*Pregunta hacia la interpretación.*
292	*EPM1: Este mide 100 y este de acá mide 80. Vieron que 180 es un número recurrente cuando nosotros hacemos cuentas con ángulos, sobre todo con los triángulos, no? Fíjense, después, yo se los dejo así como tarea, si en los otros paralelogramos que venimos trabajando, también pasa eso de que cuando sumamos dos ángulos consecutivos (hace un gesto con la mano como señalando en el aire dos ángulos consecutivos de un cuadrilátero), corridos, ¿sí?, este y el siguiente, también me suman 180. Y si es así, si es así, me gustaría*	*Fundamento en la recurrencia del 180. Prácticamente les dice lo que quiere que vean.*
293	*E2: Sí, porque*	*Ya tiene la respuesta.*
294	*EPM1: que pensemos una justificación para saber si es una mera casualidad de estos paralelogramos que puso la profesora o si es algo que se cumple en todos, no?*	
295	*E2: En el b) eran 118 y 62.*	
296	*EPM1: En el b) parece que se cumple, 118 y 62. Bueno, también. Habría que ver cómo podemos justificar eso, queda, queda así como como para pensar.*	

297	*EPM1: La compañera hoy recordó algo, cuando empezó a hablar dijo que la clase pasada habíamos dicho que los ángulos*	*Inicio de la interacción. La palabra "ángulos" es indicadora de la respuesta esperada.*
298	*E1: Ah, son iguales, opuestos son iguales.*	*Respuesta esperada.*
299	*EPM1: (señalando a la estudiante) que los ángulos opuestos son iguales. ¿Y esos dos ángulos cómo son? (Señala los dos ángulos opuestos del paralelogramo de la parte c). Esos dos ángulos.*	*Evaluación de respuesta como correcta.* *Nueva pregunta.*
300	*E2: Diferentes.*	*Respuesta no esperada.*
301	*EPM1: ¿Son opuestos o no son opuestos?*	*Nueva pregunta con indicador de respuesta esperada.*
302	*E3: No, no son opuestos.*	*Intento de respuesta.*
303	*E3: Sí, son opuestos.*	*Nuevo intento, contradictorio.*
304	*E4: Sí, son.*	

305	*EPM1: Ah, bueno, tengo este acá y este acá (los señala), son opuestos, están enfrentados. Y teníamos esa propiedad que decía que* ***los opuestos son iguales.***	*Énfasis en la vinculación con la propiedad que indica el camino de la solución.*
306	*E5: (Inaudible)*	
307	*EPM1: Así que en definitiva, esos dos tienen que medir lo mismo. Yo tengo dos expresiones distintas, pero tengo que encontrar un valor de x que haga que, justamente, sean iguales. ¿Y qué puedo plantear para averiguar esa x?*	*Repite lo que han estado diciendo, pero en forma de idea hacia la solución. Y sugiere en la siguiente pregunta el planteo de una ecuación.*
308	*E4: x más 10 (la EPM1 la interrumpe con un gesto de sus manos)*	
309	*EPM1: ¿x más 10, cuál?*	
310	*E4: Y agarrás uno solo.*	*E4 plantea que como son iguales, tomamos uno solo.*
311	*EPM1: ¿Cómo voy a agarrar uno solo? (Murmullo de varios, inaudible).*	*Rechazo de respuesta, en función de su expectativa hacia una ecuación.*
312	*E4: Si ya sabés que los dos son lo mismo, agarrás uno solo y ta.*	*Parecería que E4 ve los ángulos como distintos.*
313	*EPM1: Pero no sé cómo haría.*	
314	*E4: Claro, 3x sobre 2 menos 10 es lo mismo que x más 10.*	*E4 plantea prácticamente la ecuación, pero no lo hace intencionalmente, sino queriendo fundamentar lo anterior.*
315	*EPM1: Estoy de acuerdo con eso. 3x sobre 2 menos 10, como dice la compañera, es lo mismo que x más 10, por esa propiedad que vimos.*	
316	*E6: Pero igual, todos los ángulos van a medir lo mismo.*	*Intervención divergente.*
317	*EPM1: Pero no sé cómo me estaría sirviendo eso de agarrar solo el x más 10 para averiguar.*	*Insistencia en "averiguar" que indica el planteo de una ecuación. De todos modos está considerando el aporte.*
318	*E6: Pero igual todos los ángulos van a valer lo mismo.*	*Insistencia de E6.*
319	*EPM1: ¿Todos los ángulos van a valer lo mismo?*	*Pregunta indicando respuesta incorrecta.*
320	*E7: No*	
321	*E8: Hay dos que miden lo mismo.*	
322	*EPM1: Hay dos que miden lo mismo, y otros dos que qué*	*Nueva sugerencia hacia lo que sigue. No fundamenta error de E6.*
323	*E9: Que también miden lo mismo.*	
324	*EPM1: Pero no es lo mismo entre las dos parejas, digamos.*	*Descarte aquí del cuadrado o rectángulo.*
325	*E10: No solamente tienen que estar cruzados. Pueden apoyarse los ángulos en el mismo lado.*	*Otra intervención divergente.*
326	*EPM1: ¿Y en esta figura se cumple eso? Entre este y este (señala los ángulos de vértices Q y R).*	*Toma el aporte y lo cuestiona, anunciando de alguna forma la incorrección.*
327	*E11: Claro*	*Respuesta sin fundamento ni reflexión.*
328	*E4D: Sabés que el Q más el R da 180.*	
329	*E12: Profe*	
330	*EPM1: El ángulo Q más el R da 180, por lo que vimos recién. Sí, es cierto.*	
331	*E13: Y Q y S también.*	

332	*EPM1: Igual, me interesa aclarar lo que decía (nombre de OE) de que si los dos que están rayados ahí pueden llegar a ser iguales. ¿En qué caso?*	*Expectativa: llegar al caso del rectángulo o cuadrado.*
333	*E12: Profe, una pregunta.*	
334	*E14: En un cuadrado.*	*Respuesta esperada.*
335	*EPM1: En un cuadrado sabemos que son iguales, no?*	
336	*ED: Pero ahí (señalando la figura del pizarrón) el P es agudo y el Q es obtuso.*	*Fundamenta por el aspecto de la figura, porque no han hallado las medidas. Figuras estereotipadas.*
337	*EPM1: Claro, en esa figura, en ese tipo de paralelogramo particular, el P es agudo y el Q es obtuso. Sería medio complicado que fueran iguales. El cuadrado es un paralelogramo especial, habíamos visto. Leonardo, decime (al estudiante que la requería)*	
338	*E12: ¿No era un rombo ese?*	
339	*EPM1: ¿Un rombo? ¿Hicimos los deberes y buscamos a ver qué particularidad tenía el rombo?*	*Pregunta con asombro, indicando error. Invocación de los deberes.*
340	*E15: Yo una vez lo había hecho.*	
341	*EPM1: Bueno, búscalo y me contás la próxima.*	
342	*E15: Era esto, profe, es otra la figura.*	
343	*EPM1: Eh, eh!*	
344	*E16: Hay un rombo*	
345	*E4: Es lo mismo*	
346	*EPM1: Estaba (señala como un giro con las manos, para cambiar la posición del paralelogramo representado en el pizarrón). ¿Es lo mismo?*	
347	*E17: No, no es lo mismo.*	
348	*E4: Igual vos no lo hiciste con las medidas exactas.*	
349	*EPM1: No, si lo hubiéramos hecho sabríamos si es lo mismo o no es lo mismo.*	
350	*E18: (Inaudible)*	
351	*E4D: Bueno, ta, profesora.*	
352	*EPM1: No sé, se los pregunto para la próxima clase, era tarea eso.*	*Invocación de autoridad.*
353	*E19: La tarea era hacer la ecuación.*	
354	*(Un estudiante muestra su cuaderno)*	
355	*E20: Profe, ¿cuándo es un rombo?*	
356	*ED: ¿Qué es un rombo?*	
357	*EPM1: Claro, pero sería medio extraño, ¿no? que yo tenga una figura así, y como la giro (simula el giro con sus manos) cambia a otra cosa.*	
358	*E21: Pero si es igual*	
359	*E22: Era un rombo pero inclinado.*	
360	*EPM1: Queda como esos deberes que no hicimos, no sé. ¿Vamos a terminar de resolver esto?*	*No toma la digresión. Vuelve a lo que estaban.*
361	*EPM1: 3x sobre 2 menos 10 me dio uno, x más 10 es el otro, yo quiero saber cuánto mide x, cuánto vales x, y cuánto mide cada ángulo. La compañera había dicho que los ángulos opuestos son iguales, también me dijo que*	*Retoma la resolución como se estaba realizando, con la necesidad de plantear una ecuación.*
362	*E23: Pará, profe, profe*	
363	*EPM1: Perdón, sí*	
364	*E23: La x tiene 1*	
365	*EPM1: La x tiene un 1, sí (le pone coeficiente 1)*	*Interpretación.*
366	*E23: No, no, abajo, en la línea.*	
367	*EPM1: Ah, este de acá (pone una línea de fracción y denominador 1)*	
368	*E23: Entonces buscás el común denominador*	*La intervención de E23 no tiene fundamento*

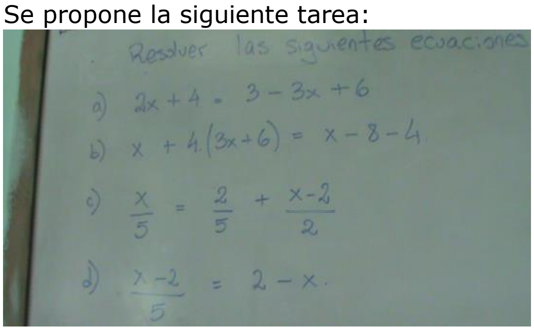
		conceptual, sino en un procedimiento, que han usado antes.
369	*EPM1: Vos querés resolver la ecuación, ¿y cuál es la ecuación?*	
370	*E23: 3x/2*	
371	*EPM1: 3x/2*	
372	*E23: más x*	
373	*E24: Pero no hay dos, profe*	
374	*E23: x, más x más 10*	*E23 parece plantear una analogía con el procedimiento de los dos ejercicios anteriores.*
375	*EPM1: Ta, ¿y estos dos? (Señala los ángulos que no tienen medida), ¿qué hago con estos dos?*	
376	*(Escribe 3x/2 – 10 + x + 10)*	
377	*EPM1: No tengo ninguna ecuación ahí, no aparece ningún signo de igual.*	
378	*E25: Da igual 180*	*Intento de respuesta.*
379	*E26: No, porque*	
380	*EPM1: No son consecutivos. La propiedad que dijo E2 al principio de la clase. Los ángulos opuestos son iguales, ¿no me permitirá escribir una ecuación ahí?*	*La fundamentación no tiene un lugar importante, ya que la suma de los consecutivos quedó como tarea. Pregunta hacia la respuesta esperada.*
381	*E27: Sí*	
382	*E28: Pero, si no son iguales, profe.*	*Obstáculo epistemológico? Los estudiantes no quieren plantear la igualdad porque los ven como distintos.*
383	*EPM1: (Corrige la suma anterior y pone el signo de igual). Si yo pongo un "igual" ahí.*	*EPM1 da la solución.*
384	*(Escribe 3x/2 – 10 = x + 10)*	
385	*EPM1:¿No estaría traduciendo al álgebra, digamos, la propiedad que dijimos más temprano? Que los ángulos opuestos son iguales.*	
386	*E4: Pero no es lo mismo.*	*Insistencia en que no son iguales (las expresiones)*
387	*EPM1: Es verdad que tenemos distintas expresiones para esos ángulos, pero a mí la propiedad me habilita a decir que tienen que ser iguales.*	
388	*EPM1: A ver, ¿qué opinan de eso que escribí ahí?*	
389	*E29: Yo qué sé.*	
390	*(Risas)*	
391	*EPM1: A ver, qué te parece eso. La medida de este ángulo de acá digo que* ***tiene*** *que ser igual a la medida de este otro, que es opuesto.*	
392	*(Silencio)*	
393	*EPM1: Sí, no, no sé.*	
394	*E30: Sí*	
395	*E31: Depende*	
396	*EPM1: ¿Estoy hablando en chino? Digan algo.*	
397	*Es: Sí*	*Sí retórico.*
398	*EPM1: Llegué a la ecuación. ¿Cómo hago para resolver la ecuación? Camila me decía recién que acá abajo hay un 1 (pone con punteado una línea de fracción y denominador 1 debajo de 1x, en el segundo miembro).*	*Continúa sin que los estudiantes mostraran comprensión.*
399	*E32: Y abajo de 10 también.*	
400	*EPM1: Y debajo de 10 también (lo pone)*	

401	E32: Hay que usar el mínimo común múltiplo.	Expresión “hay que usar”, indicadora de procedimiento.
402	E32: Y del menos 10 también.	
403	EPM1: Y del menos 10 también hay un uno (los escribe todos)	
404	E33: Se pueden poner todos para 2.	
405	EPM1: Y entonces elegimos un múltiplo común de esos denominadores. Podemos usar, por ejemplo	
406	E34: El 2	
407	EPM1: El 2, ¿podría usar el 4?	
408	E35: Sí	Respuestas divergentes.
409	E36: No	
410	E37: Sí	
411	EPM1: Sí, ¿no? ¿Podría usar el 20? Podría, pero	No se justifica la respuesta no considerada.
412	E38: Más fácil	
413	EPM1: Es más fácil, por eso usamos el 2. Podría usar otros tantos, ¿no?	
414	EPM1: Bueno, entonces yo quiero que acá haya un 2 (escribe	
415	$\frac{\_\_\_\_\_}{2} - \frac{\_\_\_\_\_}{2} = \frac{\_\_\_}{2} + \frac{\_\_\_}{2}$	
416	EPM1: Bueno, el 2 para llegar al 2 (señalando el primer término del primer miembro) ¿por cuánto lo multiplico?	
417	E32: Por dos (o por nada, no se oye bien).	
418	EPM1: ¿Entonces arriba?	
419	E32: Nada, ponés el mismo resultado.	
420	EPM1: Lo mismo que tenía. (Escribe	
421	$\frac{3x}{2} - \frac{\_\_\_\_\_}{2} = \frac{\_\_\_}{2} - \frac{\_\_\_\_}{2}$	
422	EPM1: El 1 para llegar al 2	
423	Es: 2	
424	EPM1: ¿Entonces?	
425	Es: - 20	
426	EPM1: El 1 para llegar al 2	
427	E39: 2x	
428	E40: Ah, no entiendo ahí.	
429	EPM1: (Vuelve con el segundo término). El 1 este (señala) para llegar al 2 (señala el nuevo denominador) lo multiplico por 2. Si multiplico al **denominador también** multiplico al **numerador.** Por eso ponemos 20 acá.	
430	EPM1: El 1 para llegar al 2 (vuelve sobre el primer término del segundo miembro) lo multiplico por 2, entonces arriba, ¿qué me queda?	
431	E41: 2x	
432	EPM1 (escribe) 2x	
433	EPM1:¿Y en la última?	
434	Es: 20	
435	EPM1: 20. Bueno, ¿cómo sigue? (Les dice que copien)	Pregunta de continuidad.
436	E42: Sacamos los dos.	
437	E43: Tachás todo.	
438	EPM1: Tacho los dos. Lo que voy a obtener es una ecuación	
439	E44: Común y corriente	
440	EPM1: común y corriente, de las que nos gusta resolver, que es equivalente, que tiene la misma solución.	
441	E44: Tachás y después te queda 3x menos 20 igual a 2x más 20	
442	E45: ¿Eh?	

443	*EPM1: (Escribe 3x - 20 = 2x + 20). ¿Se vio lo que hizo? Bien, bueno, y ahora tengo x de los dos lados, y yo quiero que me quede de un lado solo, para poder resolver.*	*Sugerencia del próximo paso.*
444	*E46: (Habla algo, inaudible)*	
445	*EPM1: Alguien más, por allá por el fondo.*	
446	*E47: El opuesto*	*Respuesta breve, incompleta.*
447	*EPM1: ¿El opuesto de quién?*	*Nueva pregunta.*
448	*E47: Cualquiera de los dos.*	
449	*EPM1: Uy, (inaudible)*	
450	*Es: de 3x*	*Primera respuesta.*
451	*EPM1: De 3x. Bueno (escribe:*	*Parece que la va a tomar.*
452	*3x – 20 = 2x + 20). Copio lo que ya tenía.*	
453	*E48: Ah, el 2x es mejor*	*Divergencia*
454	*E49: No*	
455	*EPM1: Ah, ¿Por qué es mejor el 2x?*	
456	*Es: Inaudible*	
457	*E48: Para que quede positivo.*	
458	*EPM1: Para que ya me quede positiva. Fíjense que si yo agregaba menos 3x (señala los lugares donde los agregaría), y menos 3x, acá reducimos (primer miembro) y de este lado iba a quedar menos 1.*	*Fundamentación de la respuesta no tomada. De todos modos, no toma la otra respuesta, que era también correcta.*
459	*EPM1:¿Iba a llegar a la misma función?*	
460	*E50: Sí,*	
461	*EPM1: Sí, pero ¿qué pasa? Capaz que tenía alguna chance de equivocarme con algún signo. Así que agregamos el opuesto de 2x.*	*El fundamento es la evitación de errores.*
462	*(Escribe 3x – 20 – 2x = 2x + 20 – 2x, los términos agregados, en rojo).*	
463	*EPM1: Bien, reducimos, y ¿qué me queda?*	
464	*E51: 3x*	
465	*EPM1: (Simplifica 2x y – 2x en el segundo miembro) 3 menos 2 (señalando 3x y – 2x)*	
466	*E51: Una x menos 20 igual a más 20.*	
467	*E52: Es menos 20*	
468	*E51: Da 20*	
469	*EPM1: (Escribe 1x – 20 = 20)*	
470	*EPM1: Muy bien, ¿ahora estamos de acuerdo?*	
471	*Es: Sí, con el opuesto*	
472	*EPM1: ¿Así que me queda? Una x menos 20 (escribe 1x – 20)*	
473	*E51: - 20*	
474	*E52: + 20*	
475	*EPM1: +20 (Escribe 1x – 20 + 20, el +20 en rojo)*	
476	*EPM1: Es igual*	
477	*E53: 40*	
478	*EPM1: A 20 más 20 (escribe 20 + 20, el segundo en rojo) que es 40.*	
479	*EPM1: Por lo tanto, 1x*	
480	*Es: es igual a 40*	
481	*EPM1: (Escribe 1x = 40) Dado que no estaban muy convencidos vamos a chequear que efectivamente*	*Posible inicio tercera fase.*
482	*E54: No, la verificación no, profe*	
483	*EPM1: Estos dos ángulos sean iguales. Porque no estábamos muy convencidos cuando planteamos esto. Este de acá (saca una flecha hacia afuera de la figura, del ángulo que mide 1x + 10) si x vale 40, ¿cuánto mide?*	*Esto se podría haber hecho antes, con otro número, cuando los estudiantes no aceptaban plantear la ecuación.*
484	*E55: 50*	
485	*EPM1: 40 más 10, 50. (Escribe 50)*	

486	EPM1: Bien, este de acá (señala el otro ángulo).	
487	E56: 120 menos 10	
488	EPM1: Ahí va, 3 por 40, 120. 120 dividido 2	
489	E57: 60	
490	EPM1: 60 menos 10	
491	E57: 50	
492	EPM1: 50 (Escribe 50, usando una flecha igual que antes).	
493	(Los estudiantes aprueban, haciendo ruidos)	
494	EPM1: Así que estuvo bien.	
495	E58: Nos falta hallar los otros todavía.	Propuesta divergente.
496	EPM1: Decía que había que saber cuánto valía x.	Acotación. Se refiere al enunciado en su interpretación propia. Matematización directa.
497	E59: 60, 60 cada uno.	
498	E4: 130	
499	EPM1: ¿Cuánto vale? ¿Cuánto vale?	
500	EPM1: A ver. E4 dice que da 130, dejemos pensar al compañero a ver si está bien eso.	
501	E60: Sí.	
502	EPM1: Ah, sí, porque lo dice E4 (risas)	
503	E60: Sí, porque, 260, sí, 260 dividido 2 es 130.	
504	EPM1: Claro, ¿qué hizo la compañera?	
505	EPM1: Este es 50, este también es 50, así que juntos suman 100. Todos juntos, ¿cuánto sumaban?	Seguimiento del razonamiento de E4 para todos.
506	Es: 360	
507	EPM1: Le saco 100	
508	E61: 260	
509	EPM1: 260. Y además sabemos que estos dos, ¿cómo son?	Pregunta con sugerencia.
510	Es: Iguales	
511	EPM1: Por lo tanto 260 dividido 2, 130. Y eso es lo que quería saber la compañera (escribe la medida de cada ángulo en la figura).	

Se propone la siguiente tarea:



Interacción individual con estudiantes:

EPM1: Vamos a ver la primera.	
E: Esta (señala en el cuaderno).	
EPM1: Dale, perfecto. Este, vamos a reducirla antes que nada.	
E: (Asiente)	

EPM1: ¿Qué cosa podés juntar con qué cosa?	
E: (Comienza a señalar)	
EPM1: En el primer miembro de la ecuación, ¿podés juntar algo?	
E: No	
EPM1: No, entonces, queda igual.	
E: Sí	
EPM1: Bien, ¿y en el segundo miembro?	
E: El 3 con (inaudible)	
EPM1: ¿El 3 con?	
E: Con el – 3.	
*EPM1: Ojo que este es un 3 y este es -3**x.***	
E: Por eso, no.	
EPM1: No. ¿Con quién podés juntar el 3?	
E: Con el 2x.	
EPM1: Estamos en el segundo miembro.	
E: Con el 6.	
EPM1: No me queda otra (se ríen). El 3 con el 6. Bueno, entonces vamos a escribirla de vuelta reducida.	
E: Lo mismo (señala el primer miembro)	
EPM1: Ahí daría lo mismo.	
(El estudiante escribe el primer miembro, se detiene en el segundo).	
EPM1: Dijimos que íbamos a reducir el 3 con el 6.	
E: Eh, 9.	
EPM1: 9.	
E: Queda 9 – 3x	
EPM1: Está, bien, ahora sería deseable que tuviéramos los términos en x en el mismo miembro, sea en este de acá o en aquel de allá.	
E: Sí, en este (señala el primer miembro).	
EPM1: Bueno, si queremos que este término de acá, - 3x, no esté más de este lado, que aparezca de este, ¿cómo hacemos?	
E: El opuesto.	
EPM1: El opuesto. Entonces vamos a sumar.	
E: Eh, 3x, -3x + 3x.	
EPM1: +3x, ahí está, ¿sólo de este lado?	
E: Ah, y acá también (señala el segundo miembro)	
EPM1: Y ahí también.	
E: (Escribe la ecuación). Y ahora pongo el más (cuando va a escribir +3x en el segundo miembro).	
EPM1: Sí.	
E: (Inaudible) o 3x?	
EPM1: +3x. Ahí ponele + en el medio que quedó junto (alude al primer miembro, el estudiante no puso el signo de más antes de 3x). Bueno, ¿reducimos de nuevo?	
E: Este y este (señala un término del primer miembro y otro del segundo).	
EPM1: De aquel lado (indicando el primer miembro).	
E: 5x	

Tarea sobre funciones:
Sea g: $R \to R$, g(x) = 2x+6

a) Calcula raíz y ordenada en el origen.
b) Represéntala gráficamente.
c) Mirando el gráfico indica f(x) < 0 si ………………………..

512	*EPM1: Bueno, muy bien. ¿Atendemos?*	
513	*Tenemos una función ahí, la función g.*	
514	*¿Cómo se llamaba esta, esta cuestión? (subraya en el pizarrón la expresión analítica). ¿Cómo se llamaba? Es la de la función, ¿la qué?*	*Pregunta con sugerencia de respuesta.*
515	*E1: La raíz.*	*Primer intento de respuesta.*

516	*E2: No*	
517	*E3: La raíz.*	
518	*EPM1: Buscamos, buscamos todos en el cuaderno. La formulita esa que utilizábamos, ¿qué era? La*	*Nueva pregunta con aclaración: "la formulita".*
519	*EPM1: La e*	*Nueva pista.*
520	*E4: No traje la cuadernola.*	
521	*E5: Ese de matemática.*	
522	*EPM1: La e*	*Reitera la pista.*
523	*E6: Ecuación*	*Otro intento de respuesta (esfuerzo interpretativo).*
524	*EPM1: Buscamos en el cuaderno.*	
525	*E7: Expresión analítica*	*Respuesta esperada.*
526	*EPM1: ¡La expresión analítica de la función! Uy, Dios mío, dos semanas (se refiere a que dieron el tema hace dos semanas) y (se toma la cabeza). Bueno, así que vamos a trabajar con la función g cuya expresión analítica es 2x +6, g(x) igual 2x+6. Bien, me piden que calcule la raíz. ¿Qué era la raíz de una función?*	*Distinción entre función y expresión analítica, sin significado.* *Nueva pregunta de inicio.*
527	*E1: no sé, no me acuerdo.*	
528	*EPM1: Busco en el cuaderno que es lo único que tengo.*	
529	*E2: No tengo el cuaderno.*	
530	*EPM1: Ah, y eso (inaudible)*	
531	*E2: Tengo el cuaderno pero no tengo esa parte.*	
532	*(Algunos están buscando en los cuadernos)*	
533	*EPM1: La raíz era, ¿qué era la raíz?*	*Reiteración de la pregunta.*
534	*E3: Eso que les sale a las plantas.*	
535	*E4: Primero*	
536	*E5: La ordenada en el origen.*	*Intento de respuesta (posiblemente utilizando palabras del contexto construido en torno al tema)*
537	*EPM1: La ordenada en el origen es algo distinto.*	*Evaluación de rechazo de la respuesta, sin argumentos.*
538	*(Hablan varios a la vez, no se oye).*	
539	*E6: La preimagen*	*Respuesta incompleta.*
540	*EPM1: La preimagen me gusta un poquito más pero sola no me dice nada la preimagen.*	*Evaluación de respuesta como de semicorrecta, sin argumento conceptual.*
541	*E6: De cero*	*Completa la respuesta.*
542	*E7: La imagen*	
543	*EPM1: La preimagen de cero, está bueno me gusta pero ¿qué quiere decir que la raíz es la preimagen de cero?*	*Acepta la respuesta, vuelve a preguntar de otra forma. Intento de dar conectar con la forma de hallarla.*
544	*E8: Es el opuesto.*	*Respuesta divergente.*
545	*EPM1: Yo estoy de acuerdo con eso (se refiere a la preimagen de cero).*	*No toma respuesta anterior.*
546	*E9: Le corresponde el cero en la gráfica.*	*Otra respuesta.*
547	*EPM1: Que le corresponde el cero en la gráfica. A ver si alguien me lo puede explicar un poquito mejor. La raíz es la preimagen de cero, estoy de acuerdo. Hay un cero en la vuelta, estoy de acuerdo.*	*No toma esta respuesta, por más que la reitera, parece ir en busca de la forma de hallar la raíz.*

		Vuelve a la otra respuesta.
548	*E9: (Lee) Llamamos raíz a la abscisa del punto, al corte de la representación gráfica de la función con el eje x.*	*E9 lee del cuaderno.*
549	*EPM1: A la abscisa del punto de corte.*	*Corrección*
550	*E9: Sacamos una flechita (se refiere a la anotación en su cuaderno).*	
551	*EPM1: Bueno, ahí va. ¿Qué era la raíz? El valor, el valor de x cuyo correspondiente es el cero. Es decir, yo quiero averiguar cuánto vale x para que esa cuenta me dé cero. Y había que resolver algo. ¿Qué era que había que resolver para tener la raíz?*	*Cambio de registro, respecto a lo dicho por E9. Termina dando la respuesta que espera. Pregunta de continuidad.*
552	*E9: Una ecuación*	*Primer intento de respuesta.*
553	*EPM1: Una ecuación, ¿y cuál era esa ecuación?*	
554	*E10: Como siempre*	
555	*EPM1: Siempre hay que resolver una ecuación. Como que ecuación es la respuesta que calza siempre. Quiero averiguar x para que todo esto (señala la expresión analítica, y la engloba escribiendo con el marcador) sea igual a cero. ¿Qué ecuación tendré que plantear?*	*Pregunta con pista sugerente.*
556	*E9: 2x + 6 = 0*	*Respuesta esperada.*
557	*EPM1: A ver (Escribe 2x + 6 = 0)*	
558	*Si resuelvo esta ecuación voy a encontrar el valor de x cuyo correspondiente es el cero. Eso es encontrar la raíz de la función. ¿Cómo resuelvo eso?*	*Pregunta de continuidad.*
559	*E11: Con la raíz.*	
560	*E12: El opuesto de 6.*	*Respuesta breve, que no indica qué se hace con el opuesto de 6.*
561	*EPM1: El opuesto de 6, bueno. (Va al pizarrón y escribe*	
562	*2x + 6 = 0)*	
563	*Copio lo que ya tenía en los dos lados.*	*Frase que invoca el procedimiento que usan siempre al sumar el opuesto de un término a ambos miembros.*
564	*A ambos lados agrego el opuesto de 6.*	
565	*(Escribe 2x + 6 – 6 = 0 – 6, los dos términos -6 en rojo).*	
566	*¿Qué me queda ahora?*	*Pregunta de continuidad.*
567	*E13: 2x*	*Respuesta incompleta.*
568	*EPM1: 2x (Escribe 2x)*	
569	*¿Y en el segundo miembro?*	
570	*Es: -6*	
571	*EPM1: -6 (Escribe 2x = -6) ¿Y ahora?*	
572	*E14: Dividido 2*	*Otra respuesta incompleta.*
573	*EPM1: Divido entre 2. (Escribe 2x/2 = -6/2, cada línea de fracción y el 2 de cada denominador, en rojo). Por lo tanto*	
574	*E15: x igual a*	
575	*E16: -6*	
576	*E15: -3*	
577	*EPM1: menos 6 dividido 2, que da menos 3. (Escribe y recuadra: x = -3).*	
578	*Así que x igual a menos 3. ¿Me falta algo acá?*	*Pregunta ambigua*
579	*E17: Sí, la verificación.*	*Primera respuesta.*
580	*EPM1: (Hace un gesto como de no aceptación, empieza a escribir)*	*Rechazo de respuesta.*
581	*E17: La, la solución.*	*Otro intento.*
582	*EPM1: (Escribe S = {-3}). Así que la solución a esa ecuación es menos tres. Menos tres es la raíz que*	

	estábamos buscando. ¿Y se acuerdan qué era lo que escribíamos después de que encontrábamos la raíz?	
583	E18: No	
584	EPM1: E9 leyó algo ahí de la abscisa del punto de corte	Recién ahora toma la definición leída por E9. Conversión de registro de representación.
585	E9: A qué punto corresponde	
586	EPM1: Escribíamos, después que encontrábamos la raíz, las **coordenadas** del punto de corte con quién?	Pregunta para completar.
587	E19: Con el eje de las y	Propuesta de respuesta.
588	EPM1: Con el eje de las	Rechazo.
589	E20: De las x	Otro intento.
590	EPM1: Y si no es el de las y es el de las x. De las x, sí.	
591	(Escribe	
592	Coordenadas del punto	
593	de corte con $\vec{x}$ (,)	
594	¿Y cuáles son esas coordenadas?	
595	E21: Cero	Respuestas buscando en el contexto.
596	E22: Cero	
597	EPM1: A ver, fijémonos.	
598	E21: Menos 3, cero, y después (inaudible)	
599	EPM1: Si fuera cero, menos tres, (representa un sistema cartesiano de ejes), yo ubicaría el cero (señala el origen de coordenadas) y bajaría hasta el menos 3. (Marca el punto	Conexión con el significado geométrico.
600	(0, -3) con una cruz). Y ese punto estaría	
601	E21: Es el (-3, 0)	
602	EPM1: Ah, si fuera (-3, 0), menos 3 (Ubica menos tres en el eje de abscisas), ni subo ni bajo. Si no me acuerdo lo pongo primero y si me mareo, lo verifico. (Va al pizarrón y completa las coordenadas del punto, escribiendo: (-3, 0)). Bueno, ya tengo la raíz de la función.	Les indica una forma de hacerlo basada en el ensayo y error.
603	(Les pide que copien).	
604	EPM1: Bueno, miren, lo primero que me pedían era la raíz. Me pide también la ordenada en el origen. Así que como no me acuerdo cómo se calculaba, busco cómo se calcula la ordenada en el origen y levanto la mano. Sofía, ¿buscamos en el cuadernito?	
605	(Entra la adscripta a preguntar algo a los estudiantes).	
606	EPM1: Ordenada en el origen. ¿Cómo se calculaba la ordenada en el origen?	Pregunta inicial.
607	E22: Haciendo una ecuación.	Primer intento de respuesta.
608	EPM1: Haciendo una ecuación, dibujando. Vamos a buscar a ver cómo se hacía en vez de tirar (inaudible).	Reconocimiento del EPM1 de que los alumnos actúan por ensayo y error.
609	E23: Profe	
610	(E9 levanta la mano)	
611	EPM1: Alguien que no sea E9.	
612	EPM1: Sí, es un punto que, su primera coordenada es cero. Es verdad. (Va al pizarrón).	
613	E23: cero coma	
614	E24: 3	Intento de respuesta.
615	EPM1: (Escribe	
616	Ordenada en el origen). Cristian tiene razón, es un punto que, su primer coordenada es cero. Pero yo quiero saber la segunda.	
617	E25: El 6	Otro intento.
618	EPM1: El 6 dice el compañero	
619	E26: Menos	

620	*EPM1: El 6, menos 6, (escribe (0,)). ¿Y por qué sería el 6?*	*Pregunta orientada al significado.*
621	*E23: Porque es, el 6.*	
622	*EPM1: Bueno, a ver, alguien que me argumente, por qué sí el 6 o por qué no el 6. (E9 levanta la mano)*	
623	*EPM1: A E9 le va a dar algo. Alguien que no sea E9.*	
624	*A ver, Cristian, dime*	
625	*E23: Porque es el 6*	
626	*EPM1: ¡Ah, porque es el 6! Dale, E9, que yo tengo miedo que te dé algo.*	*Da la palabra a E9, que es el alumno que sigue la clase con solvencia.*
627	*E9: Cambiás la x por el cero, y te da 6.*	*Respuesta esperada.*
628	*EPM1: Ah, porque la ordenada en el origen ¿con quién coincide? Era la imagen de un número. ¿La imagen de quién?*	*Completa la respuesta de E9.*
629	*E9: De cero.*	*Respuesta esperada.*
630	*E24: De 6 (se corrige), de cero.*	*Respuesta divergente.*
631	*EPM1:* ***De cero.*** *Es decir, ¿qué es la imagen de cero? El valor que toma la función cuando cambiamos la x por quién?*	*Se institucionaliza "de cero" por el énfasis al decirlo, desestimando la otra respuesta.*
632	*E9: Por el cero.*	
633	*EPM1: ¡Por el cero!*	
634	*E25: Yo lo había dicho!*	
635	*EPM1: Así que g, en vez de x*	*Pista sugerente.*
636	*E26: g de cero*	
637	*EPM1: g de cero es igual (Escribe g(0) =) ¿A qué?*	*Pregunta de continuidad*
638	*g de cero es igual a 2, en vez de x, cero, más 6. Así que la imagen de cero da (escribe g(0) = 6) 6 y por eso Cristian me estaba diciendo que el punto de corte con las coordenadas, el punto de corte con el eje*	*Frase abierta para completar con lo que falta.*
639	*E27: x*	*Respuestas divergentes.*
640	*E28: cero*	
641	*EPM1: ¿Otra vez? ¿Con el eje x?*	*Evaluación de rechazo.*
642	*Es: Con el eje y!*	*Cambio de respuesta a partir de la reacción docente.*
643	*EPM1: ¡Con el eje y! son cero, seis (Escribe Coord. Punto de corte con $\vec{y}$: (0, 6))* *Bueno, ¿y cómo era la representación gráfica? ¿Qué me quedaba? Una (hace señas como dibujando una curva de tipo sinusoide en el aire) una S, así, ¿cómo quedaba?*	*Institucionalización.* *Pregunta de inicio sobre el gráfico.*
644	*E9: Así (dibuja una recta en el aire)*	*E9 responde de la misma forma que pregunta EPM1.*
645	*EPM1: ¿Cómo me quedaba la representación gráfica?*	*Reiteración de la pregunta.*
646	*E23: Te quedaba positiva, así (señala una recta en el aire, como con pendiente positiva).*	*Otro intento. Sigue usando la misma forma.*
647	*EPM1: Pero digo, ¿quedaba una cosa así? (señala curvas)*	*Pista sugerente por oposición (muestra la que no es) con entonación que lleva a la respuesta.*
648	*E29: ¡Queda creciente!*	*Los estudiantes no alcanzan a interpretar su expectativa.*
649	*EPM1: ¿Pero qué creciente? ¿Qué es?*	*Busca una nueva forma para la*

		pregunta, disminuyendo el campo de ensayo y error de las respuestas.
650	*Es: Una línea (todos indican con la mano)*	*Respuesta nueva.*
651	*EPM1: ¿Cómo sería más lindo decir?*	*Nueva pregunta, sin apoyo conceptual.*
652	*E29: Una recta*	*Respuesta esperada.*
653	*EPM1: Una recta es la representación gráfica de esta función. Y como es: una recta, ¿cuántos puntos necesitaba yo para dibujarla?*	*Institucionalización. Pista sugerente hacia lo que sigue.*
654	*E30: dos, dos.*	*Respuesta esperada.*
655	*EPM1: Con dos me alcanzaba, ¿tengo dos puntos?*	*Pregunta de continuidad.*
656	*Es: No*	*Respuesta no esperada.*
657	*(no se ve la cara de la EPM1)*	
658	*Es: Sí*	*Respuesta esperada.*
659	*EPM1: (Va al pizarrón). Tengo dos puntos. También me dijeron que me quedaba creciente. ¿Y por qué me dijeron que me quedaba creciente? (Mientras habla, va representando los ejes cartesianos). Habíamos visto algo de por qué era creciente. (Pide a una estudiante que pase al pizarrón). (La estudiante marca los puntos (-3, 0) y (0, 6)).* *¿Cerramos esto? La compañera estaba dibujando los dos puntos que teníamos para representar gráficamente esta función. (La EPM1 dibuja la recta en rojo). Y ahí me quedó lo que ustedes me decían que era cómo? ¿Creciente o decreciente?*	*Toma aquí la respuesta esperada, descartando la otra sin explicar. Toma otra respuesta anterior. Nadie responde a por qué es creciente.* *Representa la recta por esos dos puntos, dando por sentada esa interpretación.* *Pregunta ambigua, que aclara con la siguiente pregunta.*
660	*Es: Creciente.*	*Respuesta esperada.*
661	*EPM1: Creciente. ¿Y de dónde más podría haber sacado yo si era creciente o decreciente?*	*Vuelve sobre la pregunta que hizo antes y nadie respondió.*
662	*E31: Del menos 3.*	*Respuesta no esperada.*
663	*EPM1: Recuerden, recuerden, cuando hicimos aquella actividad con GeoGebra vimos que si era creciente o decreciente dependía de uno de estos dos numeritos.*	*Rechazo de respuesta y pista sugerente.*
664	*E23: Ah, aquel, la ordenada, la ordenada en el origen.* *(La EPM1 hace gesto de no aceptación)*	*Respuesta no esperada, rechazo gestual.*
665	*EPM1: Habíamos dicho justamente que el crecimiento variaba según ese 2, ¿Que cómo se llamaba ese dos?*	*Termina dando la respuesta el EPM1.*
666	*E32: (Inaudible)*	
667	*EPM1: No, ¿Cómo se llamaba ese dos? Empezaba con C.*	*Pista sugerente.*
668	*E33: Coeficiente.*	
669	*E34: coeficiente principal.*	*Respuesta esperada.*
670	*EPM1: ¡Coeficiente principal! Y ya que estamos, ¿cómo se llamaba el otro? Empezaba con T.*	
671	*E35: Teficiente (todos se ríen)*	
672	*E36: Término independiente*	
673	*EPM1: Eh! Término independiente. Y era justo el término independiente que coincidía con quién, el término independiente (señala en el pizarrón adonde está la ordenada en el origen).*	*Sugerencia de respuesta.*
674	*Es: Con la ordenada en el origen.*	*Respuesta esperada.*

675	*EPM1: Con la ordenada en el origen. La vamos haciendo en una hojita o en otro lado y vemos si nos queda bien o nos queda mal.*	*Indicación procedimental.*
676	*E37. (Inaudible)*	
677	*EPM1: Solamente queda eso, mirando el gráfico indica, f de x menor que cero si, ahí poníamos los valores de la x, si x era, por ejemplo, si x vale 2 (va al gráfico y ubica el marcador en (2, 0)), ¿Es positiva?¿f de x (va indicando la imagen en punteado)Me queda por acá arriba, ¿no? Y esto, ¿es positivo o negativo?*	*Invoca procedimiento aprendido. Pista sugerente ("Me queda por acá arriba").*
678	*E38: Negativo*	*Respuesta no esperada.*
679	*E9: Positivo*	*Respuesta esperada.*
680	*EPM1: ¿Les parece que negativo?*	*Rechazo sin fundamentar.*
681	*E38: Positivo.*	*Cambio de respuesta, adaptación a expectativa.*
682	*EPM1: Va por ahí, no sé, valdría 10 más o menos.*	

683	*Si x vale menos 1, su imagen (lo va representando), ¿es positiva o negativa?*	*Nueva pregunta sobre lo mismo.*
684	*Es: Positiva*	*Respuesta esperada. (Ya conocen expectativa ahora)*
685	*EPM1: También es positiva.*	
686	*Así que f de x es menor que cero si x es*	*Pregunta para completar lo que falta.*
687	*¿A partir de qué valor f de x es menos que cero?*	*Reitera la pregunta.*
688	*E39: De menos 3*	*Respuesta esperada.*
689	*EPM1: Claro, en menos 3 f de x vale precisamente (Silencio)*	*Pista sugerente: "vale precisamente"*
690	*EPM1: ¿Cuánto?*	
691	*E9: Cero*	*Respuesta esperada.*
692	*EPM1: Así que si x es (señala con la mano horizontalmente hacia la izquierda) ¿menor o mayor que menos 3?*	*Pista sugerente (el gesto).*
693	*E40: Menor*	*Respuestas divergentes.*
694	*E41: Mayor*	
695	*EPM1: Para allá (señala de nuevo en el sentido de los x negativos) están los números que son*	*Vuelve a preguntar-decir en busca de la respuesta esperada.*
696	*Es: Negativos*	*Respuesta no esperada.*
697	*EPM1: Negativos, pero el menos 4, el menos 5, el menos 6, ¿son más grandes que menos 3, o son más chicos?*	*Respuesta sugerida, casi dada.*
698	*Es: Son más chicos.*	*Respuesta esperada.*
699	*EPM1: Son más chicos. Así que f de x es menor que cero si x (escribe la respuesta en la parte c del ejercicio: $x < -3$). ¿Qué quién? Que menos 3. ¿Se entiende eso? Más o menos.*	*Termina de responder el EPM11.*
700	*E42: Más o menos.*	
701	*EPM1: Bueno, concentrémonos en esto otro (señala las partes anteriores). Terminen de copiar.*	

<u>Transcripción de las clases de EPM2</u>

1	*EPM2: Bueno, ¿Vamos a empezar a trabajar, chiquilines?*	
2	*E1: ¿Hay que entregártelo después?*	
3	*EPM2: No, se lo quedan ustedes. Y cuando terminemos de trabajar lo pegan en el cuaderno.*	
4	*E2: El primero es, poner, ponele*	*Interpretación autónoma de E2*
5	*EPM2: Todavía no empezamos a leer. Lo leemos y lo explicamos, ¿sí?*	*Pedido de espera hasta leer el enunciado.*
6	*E2: Ah, ya entendí, ya entendí.*	*E2 continúa interpretando autónomamente.*
7	*EPM2: En el primero, en el primer ejercicio tenemos, este, cinco representaciones diferentes, ¿sí? Entonces, primero nos dice*	*Interpretación del EPM2*
8	*(Una estudiante, E3 llama a otra y le pide el cuaderno de Idioma Español)*	
9	*EPM2: ¿Qué precisás?*	
10	*E4: El cuaderno de Idioma Español*	
11	*EPM2: (Dirigiéndose a E3) Pero estamos en matemática, no precisás el cuaderno de Idioma Español ahora.*	
12	*(Lee la parte a) del ejercicio) Escribe en cada caso la fracción correspondiente a la superficie coloreada. ¿Sí? Eso es lo primero que les pide (va hacia el fondo del salón). Después dice: Expresa cada fracción como un número decimal o como una expresión decimal periódica. Y la tercera parte dice: Indica a cuáles fracciones le corresponde el mismo número decimal o expresión decimal periódica. (Vuelve al frente)*	
13	*E5: Ah, pero no me acuerdo.*	
14	*EPM2: Lo primero que vamos a hacer, vamos despacito. Lo primero que vamos a hacer es, cada uno se toma un minutito, no más, para hacer la primera parte que dice:*	*Planteo inicial de trabajo individual.*
15	*Escribe en cada caso la fracción correspondiente a la superficie coloreada. ¿Sí? ¿Lo hacen en el cuaderno?*	
16	*E6: Profesora. Una duda. (La EPM2 va al banco del estudiante). Acá hay, ¼ o ¾, porque no sé si es esto lo que hay que tomar.*	*Duda acerca de la interpretación.*
17	*EPM2: La parte gris. Lo que está coloreado. Lo otro no está coloreado.*	*Respuesta directa.*
18	*E6: Estas tres partes.*	
19	*EPM2: (Asiente)*	
20	*E7: ¿Qué está coloreado?*	
21	*EPM2: Acá (señala para todos las fracciones representadas en la hoja) hay cinco representaciones, ¿sí? Dice: "Escribe en cada caso la fracción correspondiente a la superficie coloreada".*	
22	*E8 (Manuel) ¿Qué es fracción?*	*Pregunta del estudiante sobre el concepto.*
23	*EPM2: Acá, Manuel, tenés una figura que está dividida en varias partes, ¿sí? Vos lo que tenés que indicar (mueve su dedo sobre la primera figura) es la fracción que está en gris, cuánto representa de todo el dibujo.*	
24	*Es: ¿6 de 4?*	
25	*Manuel: ¿6 de 4?*	
26	*EPM2: ¿Quedó claro?*	
27	*E10: ¿Lo puedo hacer en la fotocopia?*	
28	*EPM2: Sí, es de ustedes la fotocopia.*	
29	*E6: Profe, abajo de cada figura le tengo que poner (la EPM2 va hacia el fondo).*	
30	*EPM2: Sí*	
31	*E11: Acá, o sea, la fracción correspondiente, se puede poner, por ejemplo, en vez de que sea, (parece que no sabe cómo decirlo)*	

32	*EPM2: Está hablando E11, ¿vamos a escuchar lo que ella está preguntando?*	
33	*Mayte: ¿Se puede poner una fracción que sea 1/3, aunque no sea 3/9?*	*Referencia a fracciones equivalentes.*
34	*(La respuesta de la profesora no se oye, parece ser gestual, y posiblemente sea afirmativa, porque E11 vuelve a su trabajo enseguida).*	

Corrección de la parte a) en el pizarrón.

35	*EPM2: Bajen las manos y ahora van a pasar. ¿Sí? Pasa E1.*	
36	*E2. Profe!*	
37	*EPM2: Hay varios y hay más ejercicios para hacer.*	
38	*(Pasa E1 y realiza el ejercicio).*	
39	*EPM2: No te vayas. (Dice a la clase): ¿Pueden bajar la mano, y ahora la levantan de nuevo? Se les va a acalambrar. (A E1): ¿Podés explicar por qué pusiste 4/6?*	*Pide al estudiante que explique lo que hizo.*
40	*E1: Porque de 6 eran 4.*	*Explicación(incompleta).*
41	*EPM2: Esperá un minuto (Hace callar a los estudiantes y les pide que escuchen al compañaro)*	
42	*E1: De 6 hay pintadas 4.*	
43	*EPM2: ¿De 6 qué?*	*Focalización discursiva.*
44	*E1: De 6 cuadraditos, pintaste 4, entonces son 4/6.*	
45	*EPM2: Entonces 6 cuadraditos (señala en el pizarrón) es en lo que está dividida la unidad.*	*Institucionalización. No hay mención a la igualdad de las partes. La explicitación de la unidad parece ir en el sentido de definir luego fracción (como parte de un todo).*
46	*E3: El total.*	*Frase breve incompleta.*
47	*EPM2: El total de cuadraditos que hay.*	*Repetición institucionalizando.*
48	*E4: Y el total de pintados son cuatro.*	
49	*EPM2: Y el total de pintados son cuatro.*	*Repetición institucionalizando.*
50	*EM: ¿Sí? Muy bien. E5 (le dice que pase).*	*Frase retórica: "¿Sí?"*
51	*E5: Profe, ¿puedo hacer este porque (inaudible) (señala la tercera representación. EPM2 lo autoriza, lo hace).*	
52	*EPM2: Bueno, a ver E5, no te vayas (luego que pasa y escribe 6/9). No te vayas. ¿Por qué pusiste (mira y señala) 6/9?*	*Pregunta hacia la justificación.*
53	*Es: Está mal.*	*No se toma en cuenta esta discrepancia, aunque sea luego de que E5 explique.*
54	*Es: Está bien.*	
55	*E5: Porque acá hay 6 pintados, el total es 9 unidades, y hay 6 pintados.*	*E5 incorpora del contexto la palabra "unidades".*
56	*EPM2: Muy bien. La unidad está dividida en 9 cuadraditos y hay 6 cuadraditos pintados. ¿Están de acuerdo?*	*Institucionaliza lo que hizo el estudiante, corrigiendo lo que dijo, en igual sentido que en la respuesta anterior. Evaluación de la respuesta del estudiante.*
57	*Es: Sí*	
58	*E5: (Riendo) No*	
59	*E6: Profe, ¿puedo pasar profe? (El EPM2 le pide a otro estudiante que pase. Este escribe 2/3).*	

60	*EPM2: ¿Por qué escribiste 2/3?*	*Nuevamente pregunta como en los anteriores.*
61	*E7: Y porque está dividido entre 3 y están pintados dos partes.*	
62	*EPM2: (Asiente) E7 (le pide que pase)*	*Aquí ya se torna más rápida la interacción. El EPM2 no reitera.*
63	*E8: (Escribe 2/8).*	
64	*EPM2: Acá la figura está dividida en 8 partes y tiene pintadas dos (una estudiante dice lo mismo que el EPM2). E9, pasa a hacer el que falta.*	
65	*E9: Pasa y escribe ¼.*	
66	*EPM2: ¿Por qué pusiste ¼?*	
67	*E9: Porque tenés cuatro (señala el total) y está pintado solamente uno.*	
68	*EPM2: Muy bien. (Pausa). Bien, en todos los casos lo que ustedes hicieron fue ver en cuántas partes estaba dividida la unidad, ¿sí? Que en este caso (señala la primera figura) era un cuadrado, en este caso también, acá también (señala las figuras 1, 3 y 4). ¿Sí? Este, y vieron cuántas partes estaban pintadas, ¿sí? Y eso lo representaron con una fracción. En este caso 4/6 (señala la primera), ¼, 6/9, 2/3 y 2/8 (va señalando cada una).*	*Solo menciona por su nombre a los supuestos cuadrados.*
69	*Entonces vamos a ver, ¿sí? ¿Alguna de estas fracciones, alguna de las fracciones que acabamos de escribir, no? Si miramos los dibujos, la superficie pintada, ¿es la misma en varias?*	*Inicio de fase del extractivo.*
70	*Es: No*	*Respuestas divergentes*
71	*E5: Son diferentes.*	
72	*E7: Ah, sí!*	
73	*EPM2: ¿Son diferentes en todas?*	*Pregunta que apunta a que la respuesta es no.*
74	*E6: La primera, la tercera y la cuarta son iguales, y la segunda y la última que está distinta, también.*	*Respuesta esperada.*
75	*EPM2: Bien, dice E6, que la primera, la tercera y la cuarta (señalándolas)*	
76	*E7: Son iguales.*	
77	*EPM2: La superficie pintada es la misma, ¿sí? Mírenlo en la hoja que está más prolijo el dibujo que en el pizarrón.*	*Conducción a un posible error, no se discute acerca de la igualdad geométrica de las figuras, ni la forma de las divisiones. No aparece fundamentación matemática.*
78	*E5: Profe*	
79	*EPM2: Sí*	
80	*E5: ¿Le puedo explicar por qué?*	*Intento de explicación.*
81	*EPM2: ¿Por qué?*	
82	*E5: Porque (otro estudiante interrumpe hablando, el EPM2 lo reta, le dice que ahora tiene que escuchar). La primera, la segunda y la tercera son iguales porque es la misma área.*	
83	*EPM2: ¿Esta es igual a esta? (No se ve lo que señala)*	
84	*E11 y E5: No*	
85	*EPM2: Me dijiste la primera, la segunda y la tercera.*	
86	*E5: No, la primera, la tercera y la cuarta.*	
87	*EPM2: Muy bien.*	
88	*E5: Es la misma superficie pero (se interrumpe como si no encontrara las palabras)*	
89	*E12: (En voz baja, como ayudándolo) la cantidad*	
90	*E11: Tienen pintado el mismo espacio.*	
91	*EPM2: Dejen que él puede decirlo.*	

92	E5: La cantidad es más pero, o sea, cállate (a su compañero)	
93	EPM2: Está dividido	
94	E5: Está dividido más veces.	
95	EPM2: A ver E11	
96	E11: Está dividido en distintas partes pero está pintada la misma cantidad.	
97	EPM2: Muy bien. Está diciendo lo mismo que dijo E11 solo que está dividido en distinta, está dividido…	El EPM2 duda, no termina lo que va a decir.
98	E7: Profe, la misma cantidad no, o sea, tienen distintas divisiones, o sea, tipo, 4/6 está dividido en más partes que 2/3, pero si vos le sacás las divisiones, o sea las rayitas, te quedaría como 2/3.	
99	EPM2: Muy bien. Dice E7 .., Está dividido…	
100	E7: Y los espacios son todos de la misma medida (hace gestos con las manos).	No se está teniendo en cuenta las formas y tamaños de las figuras tomadas en las representaciones.
101	E5: Son equivalentes.	
102	EPM2: Son equivalentes, ¿sí?	Respuesta útil.
103	E13: Profe (se levanta y va al pizarrón) (Señala la cuarta representación). ¿Viste que hoy (inaudible) la cortamos acá, ¿cómo queda? (Divide a la mitad una de las dos partes rayadas de la representación de 2/3).	Pregunta divergente.
104	EPM2: Es lo que acaba de decir E7, si lo dividimos acá (divide todas las partes a la mitad, generando 4/6) queda la misma.	Interpretación.
105	E13: No, solo en una parte (vuelve a señalar). Solo en uno.	
106	EPM2: ¿Y cómo contás en cuántas partes está?	
107	E13: Te estoy preguntando cómo se cuenta.	
108	EPM2: No, tenemos que dividir siempre en …	Aparición de la necesidad de que las partes sean iguales.
109	E11: Cantidades iguales.	
110	EPM2: en partes iguales. ¿Sí?	
111	E13: Ah	
112	EPM2: ¿Sí? Entonces, como bien dijeron, en realidad, en el primero, tercer y en el cuarto, la parte, la superficie pintada es la misma, solo que está dividido de forma diferente. ¿Qué vas a decir? (Se dirige a E14)	Institucionalización de la "igualdad de la superficie", lo que constituye un error si no se discute acerca de la igualdad de las figuras.
113		
114	E14: Que, para darnos cuenta, si no tenemos una gráfica, como en este caso, podemos dividir el número de arriba entre el de abajo, no me acuerdo los nombres especialmente, pero sería así, y en todos los casos nos daría sesenta y seis, no cero coma sesenta y seis periódico.	Introducción de la expresión decimal por parte de un alumno.
115	EPM2: Muy bien. Eso, justamente, es lo que nos pide la siguiente parte. Eso exactamente es lo que nos pide la siguiente parte. (Lee) Expresa cada fracción como un número decimal o como una expresión decimal periódica. ¿Sí? Y E14 ya dijo cuánto daba una, ¿cuál dijiste?	Adelanto de que para expresar la fracción como decimal o expresión decimal, hay que dividir numerador entre denominador.
116	E14: Eh, la primera, la tercera y la cuarta dan cero coma sesenta y seis periódico.	
117	EPM2: Muy bien, cero coma sesenta y seis periódico (con cierta entonación como de pregunta).	Evaluación de semicorrección.

118	*E14: Sí, o 6 periódico.*	
119	*EPM2: O seis periódico, es lo mismo, ¿no? (Escribe en el pizarrón:* $0,\widehat{6}$ *). Y lo mismo esta, y esta, dijo E 14. ¿Cómo …?*	*Acepta las dos pero solo escribe una forma.*
120	*E15: Profe, ¿y eso cómo se halla?*	
121	*E5: ¿Qué significa esa …?*	
122	*EPM2: ¿El circulito? Lo vimos a principio de año.*	*Interpretación.*
123	*E16: Periódico.*	
124	*E7: Claro, por eso se llama periódico, que va a estar eternamente siendo seis coma seis.*	
125	*EPM2: De a uno, de a uno, todos al mismo tiempo no se puede. Le da la palabra a E17.*	
126	*E17: Significa que el número es periódico.*	
127	*EPM2: ¿Y qué quiere decir que el número es periódico?*	*Pregunta de significado.*
128	*E17: (Hace gesto de que no sabe y agrega) que va a estar toda la vida con el mismo resultado.*	
129	*EPM2: Chiquilines, por favor, así no nos estamos escuchando. E5, preguntaste vos, ¿podés mirar para adelante por lo menos?*	
130	*E7: En este caso, el número que va a dar, cero coma sesenta y seis seis seis seis seis seis (hace gestos con la mano como siguiendo) centenario así con seis (sonríe).*	
131	*EPM2: Muy bien.*	
132	*E13: ¿Cómo había que hacer para pasarlo a decimal?*	*Preguntadel estudiante.*
133	*EPM2: Ahora lo vemos.*	
134	*E13: El de arriba por el de abajo.*	
135	*EPM2: El arco que va arriba del seis, quiere decir que el número es periódico, quiere decir que el número que sigue siempre es seis, o sea que es cero coma seis seis seis seis seis seis. E14, ¿cómo hiciste para obtener el número?*	*Institucionalización. Pregunta acerca de la forma de hallarlo.*
136	*E14: Dividí el número de arriba por el de abajo.*	
137	*EPM2: Muy bien, ¿sí? Lo que hizo E14 fue dividir 4 entre 6. ¿Te animás a pasar a hacer la división? (El estudiante no quiere pasar).*	
138	*E5: ¿Puedo hacer la división, profe?*	
139	*EPM2: La va a hacer (señala a E14, que se niega), bueno (le dice a E5), 4 dividido 6 tenés que hacer.*	
140	*E5: (Plantea la división de 4 entre 6, y pone cara de que está pensando).*	
141	*EPM2: (Señalando) El número de arriba dividido el número de abajo.*	
142	*(Conversan entre ellos, inaudible, el estudiante no recuerda cómo se divide. El EPM2 lo ayuda).*	*Aquí se da un diálogo entre el EPM2 y el alumno, que no se escucha, los demás estudiantes conversan. El EPM2 les llama la atención.*
143	*EPM2: A ver, chiquilines, ¿pueden hacer silencio? (Continúa el diálogo con E5). Cero por seis cero. ¿Alguien quiere ayudar a hacer la cuenta a E5?*	
144	*E7: Yo, yo. Cero, poné la coma. Bajá el 4, Poné, no, poné el otro cero.*	
145	*(Pasa E7, escribe 40 como dividendo, debajo de 4, y se sienta. Sigue E5).*	
146	*EPM2: ¿40 dividido 6? (Señala los números)*	
147	*E5: Ah (escribe 6)*	
148	*EPM2: Seis, 6 por 6?*	
149	*(Los demás le dicen 36, al 40, 4)*	
150	*EPM2: 36*	
151	*E5: ¿La tengo que seguir? (Escribe 4 debajo de 40 en el dividendo).*	

152	*EPM2: Sí, un poquito.*	
153	*E5: (Pone otro seis en el cociente y se sienta).*	
154	*EPM2: Muy bien. (A todos): Vamos a ver lo que hizo E5. E5 hizo la división y dividió 4 entre 6. ¿Sí? Le quedó un poquito apretada con lo que estaba escrito. Hizo 4 dividido 6. Como no pudo dividir 4 entre 6, puso primero un cero. ¿Sí? 40 dividido 6 da 36*	
155	*E16: Al cuarenta, cuatro, agregás un cero y así te va a dar…*	
156	*EPM2: Y va a seguir exactamente pasando lo mismo. Por eso da cero coma seis seis seis periódico, porque siempre el resto va a ser el mismo, vamos a poner un cero, y siempre vamos a estar haciendo la misma división. Entonces (va a su escritorio), entonces la primera, la tercera y la cuarta, E14 dice que la división siempre da la misma expresión decimal. ¿Sí? Entonces, ¿vieron que en la parte b) dice: Expresa cada fracción como un número decimal o como una expresión decimal periódica, ¿sí? Cuando hacemos la división como en este caso, y el resto nunca da cero, ¿sí? es una expresión decimal periódica. (Señala la división). Vamos a hacer la siguiente división (Le pide a E7 que pase al pizarrón).*	*¿Si? Preguntas retóricas que le dan continuidad al discurso.* *No se justifica por qué en las tres fracciones la división da lo mismo.* *Aquí el EPM2 generaliza algo eliminando el argumento esencial, que es el de la repetición del resto.*
157	*E17: ¿Puedo dar la respuesta?*	
158	*E7: (Mientras va al pizarrón, otro estudiante dice 0,25). Sí, ¿cuál da 0,25?*	
159	*E18: uno dividido cuatro, cuatro.*	
160	*E7: Las dos.*	
161	*E17: Cero coma 25.*	
162	*E7: (Hace la división de 1 entre 4, y debajo de la representación de 2/8 también pone 0,25).*	
163	*E17: Periodo, no bajó el periodo, profe.*	
164	*EPM2: ¿Pero tiene que ir, si el resto es cero?*	*Pregunta con indicación de la respuesta.*
165	*E17: Ah, no!*	*Corrección del estudiante.*
166	*E5: Ese no tiene periodo (como preguntando)*	
167	*Es: No*	
168	*EPM2: Muy bien.*	*Este punto no se dilucida.*
169	*E17: Profe, acá (inaudible, pregunta por la división de 4 entre 6, en el pizarrón).*	
170	*EPM2: Sí, escribió más o menos (refiriéndose a E5). Entonces en el caso 2 y en el caso 5, el número decimal es el mismo. ¿Vieron que a diferencia de cuando dividimos 4 entre 6, que nos da una expresión decimal periódica, decimos que es una expresión decimal periódica porque el resto de la división nunca es cero, acá el resto de la división sí es cero. ¿Sí? Entonces el número 0,25 decimos que es un número decimal.*	*Institucionalización. Se reitera la regla quedando como justificación de la periodicidad, el hecho de que el resto nunca es cero, y no a la repetición necesaria del mismo. Se dice que el número 0,25 es "decimal" sin explicitar bien la diferencia entre la expresión decimal periódica (de período distinto de cero) y el decimal (cosa que se distingue ya en el enunciado, pero no se ha aclarado). ¿Mandato del texto o curso?*
171	*E5: Profe, si tiene la misma cantidad de, de superficie como la 1, la 3 y la 4, la cuenta te tiene que dar los mismo que las otras?*	

172	*EPM2: Sí, E5 dice que cuando la superficie pintada es la misma como en el caso 1, 3 y 4, la división de 4 dividido 6, 2 dividido 3 y 6 dividido 9 va a dar siempre el mismo número. Entonces, en la parte b) nos pedía que escribamos este número, y la parte c) lo que nos pide es que indique a cuáles fracciones le corresponde el mismo número decimal o expresión decimal periódica. Entonces, ¿a cuáles les corresponde el mismo (da la palabra a E18)?*	*Se reitera el error. En esta parte no se plantea el trabajo de los estudiantes. Parece haber un formato distinto, pero se cae aquí.*
173	*E18: A la primera, la tercera y la cuarta le corresponde cero seis periódico y a la segunda y la quinta le corresponde 0, 25.*	
174	*EPM2: Bien, ¿vamos a responder eso en la parte c)?*	
175	*E7: Yo ya lo respondí, profe.*	
176	*EPM2: En la parte c) (va hacia el fondo del salón) vamos a responder: la 1, la 3 y la 5 le corresponde, bueno, o como quieran.*	
177	*E5: ¿Qué escribimos?*	
178	*E3: Profe, ¿me decís la respuesta?*	
179	*EPM2: En la pregunta c) decía (reitera la consigna) y dijimos que van a decir que a la 1, la 3 y la 4 les corresponde la misma expresión decimal periódica, y a la 2 y la 5 también.*	

180	*EPM2: Ahora, antes de terminar, E1 dijo, que estas fracciones, la*	
181	*E2: Son equivalentes.*	
182	*EPM2: (Se ríe). Lo dijo E1, que eran equivalentes, 4/6, 6/9 y 2/3, y que eran equivalentes ¼ y 2/8. (Se dirige a E1) ¿Cómo supiste que eran equivalentes?*	
183	*E1: Porque, en, cuando los expresamos con decimal, dieron lo mismo.*	
184	*EPM2: Muy bien, cuando pasó, cuando hizo la división…*	
185	*E3: Tienen la misma.*	
186	*EPM2: De 4 entre, dividió 4 entre 6, 6 entre9, 2, perdón, 2 entre 3, le dio, le dio la misma expresión decimal periódica.*	*Esas divisiones no fueron todas hechas. No se argumentó ni siquiera de ese modo la igualdad de los cocientes.*
187	*E4: Profe, yo en la escuela sabía, pero es como multiplicar 1/4 , por 2 y da 2/8.*	*Respuesta útil.*
188	*EPM2: Muy bien.*	
189	*E5: Eso era (inaudible)*	
190	*EPM2: Miren lo que dice E4, dice que si multiplicamos ¼ por 2, él dice, ¼ por 2 (escribe*	*Toma lo que dice E4, tal cual lo dice él.*
191	$\frac{1}{4}$ $\frac{2}{8}$	
192	*EPM2: Da 2/8. Pero, ¿qué tenemos que multiplicar por 2?*	*Pregunta dirigida a que se corrija lo dicho por E4.*
193	*E6: Eh*	
194	*EPM2: ¿Qué multiplicamos?*	*Reitera la pregunta.*
195	*E7: ¼ por…*	*Respuesta que se interrumpe.*
196	*EPM2: Está hablando E4.*	
197	*E4: No sé, yo sé (inaudible)*	
198	*E7: 4 por 8*	*Parece que E7 está pensando en la multiplicación de fracciones.*
199	*E8: No, 4 por 2.*	*Otra respuesta.*
200	*E7: Esperá, es una multiplicación. ¿Estamos multiplicando?*	*Pregunta.*

201	*EPM2: El dijo: multiplico ¼ por 2.*	*Se reitera la pregunta del EPM2.*
202	*E7: ¿Puedo hacer la multiplicación?*	*E7 mantiene su idea.*
203	*EPM2: Él dijo: multiplico ¼ por 2 (señala ¼ en el pizarrón) y me da 2/8 (señala 2/8) y E8 dijo: tengo que multiplicar 1 por 2 y 4 por 2 (agrega una flecha del 1 al 2 y otra del 4 al 8, poniendo "x2" en cada una).*	*Nueva aclaración de la pregunta. Aquí ha tomado y completado lo que dijo E8 (que solo dijo "4 por 2").*
204	*E8: Profe, ¿cómo se llama el de abajo?*	
205	*EPM2: Numerador y denominador (los señala en ¼)*	
206	*E7: A mí me enseñaron así, profe 1 por 8*	*E7 insiste en su idea, invocando enseñanzas anteriores.*
207	*EPM2: Eso era para sumar*	*Interpretación*
208	*E7: No, eh, ah, vos las estás multiplicando. ¼ multiplicado por 2/8.*	*Confusión de E7 que recuerda cosas que aprendió antes.*
209	*EPM2: No, (hablan varios), ¿pueden prestar atención, que ya va a terminar la clase?*	*autoridad*
210	*Estamos diciendo que ¼ y 2/8 son equivalentes. ¿Sí? Y entonces lo que dijeron era que una forma de darnos cuenta que eran equivalentes era multiplicar por 2. Yo les pregunté ¿qué multiplicábamos por 2? Bueno: 1 por 2 y 4 por 2 (enfatizando). Tanto el numerador como el denominador los multiplicamos por 2.*	*Desemboca en embudo.*
211	*E4: Y si una fracción es múltiplo de otra, ya no hay que hacer la división, sabemos que va a dar lo mismo.*	*Se refiere a "equivalentes"*
212	*EPM2: Muy bien, dice E4, que si vemos ya que ¼ y 2/8 son fracciones equivalentes, no tenemos por qué hacer la división.*	*Interpreta y cambia, sin explicar a E4. Y tampoco se sabe cómo averiguar si son equivalentes sin hacer la división.*

213	*EPM2: ¿Sí? Vamos sacando las cosas. E1, la computadora en clase no. Apagala. E2, ¿por qué llegaste tarde? (Mira la hora)*	
214	*E2: No escuché el timbre.*	
215	*EPM2: Ya sé (inaudible). Bueno, por favor, sacamos el cuaderno (a E3) y guardamos el celular.*	
216	*E3: Me olvidé.*	
217	*EPM2: ¿Cómo que no trajiste el cuaderno? ¿Ningún cuaderno? ¿Quién no vino el miércoles? (Entrega la hoja con los ejercicios a los que no vinieron). E4, ¿te podés sentar? Mirando para adelante E4. Guardamos el celular (al mismo estudiante), ya te lo dije.*	

218	*EPM2: Bien, ¿vamos a trabajar?*	
219	*E1: Sí.*	
220	*E2: Profe, vení un poquito.*	
221	*EPM2: Sacamos todos la fotocopia que les di el otro día. (Va con E2).*	
222	*E3: Yo no la tengo.*	
223	*EPM2: (Se la da). A ver si no perdemos los materiales (busca otra para otro estudiante).*	
224	*E3: Yo no vine la otra clase.*	
225	*EPM2: (Mirando lo que le muestra E2) Muy bien. (A todos). Chiquilines, (hablan sobre el ejercicio 3 que había que colorear, algunos no lo hicieron).*	
226	*E4: Yo no tengo esos colores.*	
227	*E2: ¿Qué colores?*	
228	*EPM2: Vamos a empezar.*	
229	*E4: En mi fotocopia.*	

230	*E2: Se queja porque no tiene los colores en la fotocopia.*	
231	*E4: la fotocopia.*	
232	*EPM2: Eso porque no lo hiciste.*	
233	*E2: Tomá, ¿querés copiarlo?*	
234	*EPM2: Vamos a… No, si lo vamos a trabajar ahora, ¿por qué lo va a copiar? Vamos a empezar a trabajar.*	
235	*E5: Esperá, esperá, profe.*	
236	*EPM2: Sí.*	
237	*E5: Si nos portamos bien salimos cinco minutos antes?*	
238	*E6: (Inaudible) 5 minutos.*	
239	*E5: Ah, está, pero son 10 minutos de recreo.*	
240	*EPM2: ¿Empezamos a trabajar?*	
241	*E2: Profe, ¿Puedo llevar esto a la adscripción?*	
242	*EPM2: Bueno, pero después. En el recreo, o me lo dejás y yo lo llevo.*	
243	*E2: No, si lo encontré yo, no vos.*	
244	*EPM2: Bueno, está. Pero ahora no. Este, sacamos por favor todos la fotocopia.*	
245	*E7: Ya la saqué y ya hice los deberes.*	
246	*EPM2: Sí, pero hay gente que no. E8, ¿tu fotocopia? (Busca una y se la da)*	
247	*E8: Te va a preguntar la profe.*	
248	*E2. ¿Ya hiciste los deberes de matemática?*	
249	*E9: Eh, creo que no.*	
250	*E2: ¿Terminaste la fotocopia?*	
251	*E9: Creo que no.*	
252	*EPM2: ¿Alguien más que no tenga la fotocopia?*	
253	*E2: ¿La señora ya está filmando?*	

Se corrige el ejercicio 2 en el pizarrón.

254	*EPM2: El ejercicio. Sí. El ejercicio 1 ya lo hicimos, ¿verdad? Vamos a empezar con el ejercicio 2. Bien, ¿todos lo hicieron?*	
255	*E11: Sí.*	
256	*EPM2: (Mostrando la fotocopia a la clase). La primera…*	
257	*E2: La hicimos todos.*	
258	*EPM2: De las representaciones, ¿a qué fracción corresponde? E12*	*Pregunta de inicio.*
259	*E12: 2/4*	*Respuesta.*
260	*EPM2: (Va al pizarrón y escribe: 2) 2/4) 2/4, ¿todos pusieron 2/4?*	*Pregunta de confirmación.*
261	*Es: Sí*	*Respuesta esperada. No se pregunta por qué, ni se fundamenta.*
262	*EPM2: La segunda, E13*	*Pregunta.*
263	*E13: 1/3*	*Respuesta. Se reitera la modalidad de no argumentar.*
264	*E14: (Golpea su pupitre, porque quería decir, tenía la mano levantada) Yo quería participar pero no me deja.*	
265	*EPM2: Yo te voy a dejar participar, pero así no es la forma. Escribe 1/3 (al lado de 2/4). La tercera (le dice a E14), decila.*	*Ídem.*
266	*CE14: 3 sobre 6*	*No hay negociación de significado. Está mirando solo resultado y no el procedimiento. No importan las producciones de los estudiantes.*
267	*E2: Tres sextos, boba.*	
268	*EPM2: (Escribe 3/6) ¿La cuarta?*	
269	*E15: 2/6*	

270	*EPM2: (Escribe 2/6) Y la quinta?*	
271	*E7: ½.*	
272	*EPM2: (Escribe y dice) ½. ¿Están de acuerdo? ¿Todos?*	*Pregunta retórica, porque no todos responden ni el EPM22 se fija si todos están de acuerdo.*
273	*Es: Sí.*	
274	*EPM2: Bueno, pero el problema, la actividad, además…*	
275	*E2: ¿Lo puedo leer?*	
276	*EPM2: de escribir en cada caso la fracción que corresponde a la superficie coloreada, les pedían que señalen cuáles fracciones son equivalentes, ¿sí? ¿Cuáles son equivalentes?*	*Pregunta.*
277	*E16: La 1, la 3, la última.*	*Respuesta.*
278	*EPM2: (Marca en el pizarrón con un recuadro las que nombra E16, todos del mismo color).*	
279	*E16: Y después la 2 y la 4.*	*Completa la respuesta el mismo alumno.*
280	*E15: En realidad son todas equivalentes.*	
281	*E16: No.*	*Divergencia de respuestas.*
282	*E15: Sí.*	
283	*E2: No todas equivalen a lo mismo.*	
284	*E15: Ta, son equivalentes, pero no equivalen a lo mismo.*	
285	*E2: (Inaudible) esos malabares.*	
286	*E15: Ah, no, ¿de qué son? Ah!*	
287	*EPM2: A ver. ¿Por qué la fracción 1, 3 y 5 me dijeron que eran equivalentes, y equivalentes a qué son?*	*Acá tiene en cuenta los aportes de los estudiantes.*
288	*E17: Equivalentes a ½.*	
289	*EPM2: Son equivalentes a 1/2. Todas representan la mitad de la unidad, ¿verdad?*	*Institucionalización. El EPM2 da la justificación.*
290	*E2: Expresado de diferentes maneras.*	
291	*EPM2: Expresado de diferentes maneras. O sea (va al pizarrón) cualquiera de las tres fracciones (escribe las tres fracciones, una al lado de la otra: 2/4 3/6 ½) representan la misma fracción, ¿sí?*	
292	*(Se interrumpe porque un estudiante le tira algo a otro que le pidió, un lápiz)*	
293	*Bien, la fracción 2/4, 3/6 y ½, me dijeron que eran todas fracciones equivalentes. ¿Sí? ¿Que representan el mismo número decimal? ¿Qué número decimal es, E18?*	*Que representan el mismo número decimal*
294	*E18: Uno cualquiera.*	
295	*EPM2: ¿Qué dijiste?*	*Patrón extractivo*
296	*E18: ¡Yo?*	
297	*EPM2: Sí*	
298	*E19: ½*	
299	*EPM2: No, ½ es la fracción (señala hacia las fracciones)*	
300	*E18: ¿Qué profe, cuál es la pregunta?*	
301	*EPM2: Qué número decimal…*	
302	*E18: Ah!*	
303	*EPM2: representan esas fracciones.*	
304	*E18: cero coma cinco.*	
305	*EPM2: Cero coma cinco (escribe 0, 5 al lado de las fracciones). ¿Sí? (Y pone signos de igualdad entre ellos, y entre la última fracción y 0,5). Entonces, todas estas expresiones representan el mismo número, ¿sí? O sea que podemos decir que son iguales, o equivalentes, en el caso de estas fracciones (señala las tres) decimos que son equivalentes. La fracción 2 y la 4, también me dijeron que eran equivalentes. Da la palabra a E18.*	
306	*E18: Y (inaudible) cero coma tres periódico.*	

307	EPM2: ¿Cero coma?	
308	E18 y E15: tres periódico.	
309	EPM2: tres periódico, ¿sí? ¿Están todos de acuerdo?	Pregunta retórica.
310	Es: Sí	
311	E19: No, o sea, sí.	Respuesta de desacuerdo.
312	EPM2: No sabés, sí, o no.	Pedido de aclaración.
313	E19: Sí, no me daba cuenta.	El alumno se desdice.
314	EPM2: Bueno, entonces vamos a hacer la cuenta para saber si es así o no. ¿Alguien se anima a pasar a hacerla?	Podría ser que se toma la decisión de hacer las divisiones en función de la intervención de E19. Porque la primera vez que se trató esto no se hizo esta comprobación.
315	E2: Yo, ¿qué cuenta?	
316	EPM2: ¿E19?	
317	E19: Yo la hago. (Va al pizarrón).	
318	EPM2: 1/3, 1 dividido 3, ¿no? (Le dice a E19).	
319	E2: 2/6	En esta parte comprueban la equivalencia con la definición dada.
320	EPM2: La otra es 2/6	
321	E2: ¿La puedo hacer, 2/6?	
322	EPM2: Sí	
323	(Pasa E7 al pizarrón mientras E19 hace su división).	
324	E19: (Escribe solamente el dividendo (pone 10), el divisor (3) y el cociente (cero coma tres periódico).	
325	E2: (Duda al hacer 3 por 6, dice 21).	
326	E15: 18	
327	E2: (Plantea en el dividendo 2, debajo 20, en el divisor 6 y en el cociente cero coma tres periódico).	
328	EPM2: (Agrega el 1 debajo del 10 en la división de E19).	
329	EPM2: Están muy vagos para hacer las cuentas. E19 hizo 10 dividido 3 (empiezan a decir que está mal, el EPM2 borra el 0 del 10 del dividendo, dejando 1, y coloca 10 debajo del 1).	
330	E2: Por eso, está mal.	
331	E15: Está bien, es lo mismo.	
332	EPM2: (Deja escrito 1 en el dividendo, debajo 10 y debajo nuevamente 10, en el divisor 3 y en el cociente cero coma tres periódico). A ver, 1 dividido 3, ¿sí?	Algoritmo tradicional
333	E2: Cero.	
334	E15: Se pone cero, la coma.	
335	EPM2: Bajamos el 1 (va señalando), agregamos el cero, diez dividido tres, tres y resto uno, y así sucesivamente. Para no hacer toda la cuenta ya puso que daba cero coma tres periódico. Y acá (va a la otra división), E2 hizo todo lo mismo, y también para no hacer toda la cuenta ya puso que daba cero coma tres periódico. La podríamos haber seguido un poquitito más, pero igual está bien.	No pide justificación. La frase "la podíamos haber seguido un poquito más" da cuenta de que no resulta importante el argumento de la repetición del resto. Ni siquiera se menciona.
336	E2: ¿Querés que la siga, profe?	
337	EPM2: Está bien igual. Entonces vemos que tanto 1/3	
338	E2: Como 2/6	
339	EPM2: Como 2/6 son fracciones equivalentes y ambas representan al número decimal cero coma tres periódico. ¿Sí?	Aquí se habla incorrectamente de número decimal.
340	E20: (Inaudible)	
341	EPM2: La 1, la 3 y la 5 (se refiere a las fracciones del inicio, en el pizarrón), perdón, la 1, la 3 y la 6, son	

	equivalentes entre ellas por eso las marcamos con el mismo color.	
342	*E21: Profe, ¿qué significa periódico?*	
343	*E22: Que sigue.*	
344	*E2: Que después de la coma te da, ponele, cero coma seis seis seis seis.*	
345	*E21: Ah, ta, ta, ya entendí, ya entendí!*	
346	*EPM2: Muy bien. Sigue el número pero sigue el mismo número, como en este caso el tres (muestra en el pizarrón). (Toma un libro). Entonces vamos a copiar la definición. Vamos a escribir la definición de fracciones equivalentes.*	*Se va a escribir ahora la definición que se ha trabajado desde la clase pasada.*
347	*E2: ¿Lo copiamos abajo?*	
348	*EPM2: Sí*	
349	*E21: ¿Definición ponemos?*	
350	*EPM2: Sí. Bueno, escribimos abajo, ponemos la palabra "definición" y escribimos (dicta): Dos fracciones son equivalentes cuando generan la misma expresión decimal.*	

351	*EPM2: Bueno, entonces, la clase pasada cuando hablamos de fracciones equivalentes…*	
352	*E1: ¿Volvemos sobre esto?*	
353	*EPM2: No, es solo un comentario de la clase pasada. Al final de la clase, yo les había preguntado cómo se daban cuenta si dos fracciones son equivalentes. Ustedes me dijeron que eran equivalentes (comienza a caminar hacia el fondo, pero a la mitad del salón se vuelve), cuando representaban el mismo número o expresión decimal, ¿sí?*	*Refiere a la clase pasada, cuando acaba de dictar esa definición.*
354	*E2: Era el doble del número.*	*Reiteración de la idea del estudiante*
355	*EPM2: Muy bien. ¿De qué otra forma nos dábamos cuenta que eran equivalentes?*	*Pregunta abierta.*
356	*E2: ¿Puede ser dividir?*	*Propuesta de respuesta.*
357	*EPM2: Se divide (queda esperando)*	*No se evalúa como incorrecta pero no se toma.*
358	*E2: Se divide y el resultado. Ah, ta, ta, no sé profe.*	
359	*EPM2: (Mira como buscando otras respuestas),*	*Busca más respuestas.*
360	*E3; ¡Levanten la mano!*	
361	*EPM2: ¿Cómo sabemos, por ejemplo, que la fracción ½ es equivalente a la fracción 2/4? (Escribe ½ = 2/4).*	*Nueva pregunta, con un caso particular, para inducir la respuesta esperada? Patrón extractivo.*
362	*E4: ¿Cómo? ¿Cómo? ¿Cómo?*	
363	*EPM2: ¿Cómo sabemos que la fracción ½, es equivalente a la fracción 2/4?*	*Reitera la pregunta.*
364	*E5: Porque multiplicamos los números de la fracción por determinado número y va a dar la otra fracción.*	*Respuesta esperada.*
365	*EPM2: Por ejemplo en este caso ¿por qué número lo podrías multiplicar?*	
366	*E5: Por dos.*	
367	*EPM2: Por dos (enfatizando).*	*Institucionalización.*
368	*E6: Se multiplica*	
369	*EPM2: (Pone flechas, una del numerador de ½ hacia el numerador de 2/4, y otra del denominador al denominador, y escribe "x2" en cada una).*	
370	*E7: Uno por dos, dos; dos por cuatro, ocho, serían 2/8.*	*Respuesta divergente.*
371	*EPM2: ¿Eh? (Con cara de sorpresa)*	*Rechazo.*
372	*E7: Inaudible*	

373	*EPM2: Sí. Entonces, multiplicamos numerador y denominador por el mismo número, en este caso, por dos. Uno por dos, dos y dos por dos, cuatro. ¿Sí? Entonces ½ y 2/4 son fracciones equivalentes. ¿Se animan a decir otra fracción equivalente a ½ que no sea 3/6 que es la que está puesta acá?*	*No toma esa respuesta.*
374	*E5: Eh, ocho dieciséis avos,*	
375	*EPM2: Ocho?*	
376	*E5: dieciséis avos.*	
377	*EPM2: (Escribe ½ = 8/16) ¿Cómo sabemos que ½ y 8/16 son equivalentes?*	
378	*E5: Porque multiplicamos la fracción ½ por ocho.*	*Expresión incorrecta de E5.*
379	*EPM2: Muy bien. Dice E5, si multiplicamos numerador y denominador de la fracción ½ por ocho (pone las flechas en cada parte, en la igualdad, como antes) obtenemos la fracción 8/16 que también es equivalente a ½. (Le da la palabra a E8 que levantó la mano).*	*El EPM2 corrige lo dicho por E5 sin explicitarle su error de expresión.*
380	*E8: 4/8*	
381	*EPM2: 4/8. La voy a escribir acá (escribe 4/8, precedido del signo de igualdad, luego de la igualdad anterior). 4/8, el caso de 4/8, ¿Por qué número multiplicaste numerador y denominador?*	*Cambio en la pregunta, que evita el error de expresión.*
382	*E8: Por 2.*	
383	*EPM2: ¿Por 2? ½ por 2?*	
384	*E8: Dos cuartos.*	
385	*EPM2: Dos cuartos. Entonces multiplicamos numerador y denominador por dos (y pone "x2" sobre las flechas, que van de 2/4 a 4/8). ¿Cuál fracción multiplico por 4?*	
386	*(Interrupción por estudiantes que se pelean).*	
387	*EPM2: Menos mal que te ibas a portar bien porque querías salir 10 minutos antes.*	
388	*E2: Sí, sí, profe, perdón.*	
389	*E8: En el caso de ½, multiplico por 4.*	
390	*EPM2: Muy bien, dice E8 que si partimos de la fracción ½, para pasar a la fracción 4/8, multiplicamos el numerador por cuatro y el denominador por cuatro (vuelve a poner flechas, ahora de ½ hacia 4/8).*	
391	*EPM2: Entonces*	
392	*E8: (Pide la palabra)*	
393	*EPM2: Sí, E8*	
394	*E8: 3/6*	
395	*EPM2: 3/6 también. Había dicho que como ya la habíamos escrito*	
396	*E8: (E8 vuelve a levantar la mano)*	
397	*EPM2: que dijeran diferentes fracciones. En dos fracciones equivalentes lo que hacemos es multiplicar el numerador y denominador por el mismo número. ¿Sí? Ahora vamos a escribir fracciones equivalentes de 1/3. Levantando la mano.*	
398	*E9: Yo*	
399	*EPM2: (Le da la palabra).*	
400	*E9: (Inaudible).*	
401	*EPM2: ¿En esta? (Señala ½ = 2/4).*	
402	*E9: (Inaudible)*	
403	*EPM2: Sí. ¿E8?*	
404	*E8: 4/12*	
405	*EPM2: (Escribe 1/3 = 4/12) Para pasar de 1/3 a 4/12 ¿por qué número multiplicaste?*	*Aquí se pregunta directamente por qué número se multiplicó.*
406	*E8: Por 4.*	

407	*EPM2: Por 4, (escribe las flechas indicando "x4") el numerador y el denominador, multiplicamos por cuatro, ¿sí?*	
408	*E10: Ah, profe, es fácil, yo quiero pasar.*	
409	*E2: Yo quiero decir algo.*	
410	*EPM2: (A E10) A ver, decí una fracción equivalente a 1/3. (Algunos se ríen)*	
411	*EPM2: No nos reímos. La compañera está pensando. (Le da la palabra a E11).*	
412	*E11: 3/9.*	
413	*EPM2: 3/9 (escribe 1/3 = 4/12 = 3/9) ¿Por qué número multiplicamos al numerador y denominador de la fracción 1/3 para obtener 3/9?*	*Ya no se pregunta más "por qué son equivalentes".*
414	*E11: Por 3*	
415	*EPM2: Por 3. Uno por tres, tres y tres por tres, nueve.*	
	E10: Ah, ta, ahora sí.	
416	*EPM2: Bueno, decí.*	
417	*E10: No, después que piense un poquito.*	
418	*E12: 2/6*	
419	*EPM2: 2/6 (lo agrega a continuación de 3/9 poniendo el signo de igualdad). Bueno (señala que ya la habían escrito antes en el pizarrón). Entonces, todas esas fracciones que mencionamos ahora también son equivalentes (le da la palabra a E8)*	
420	*E8: ¿Puede ser 6/18?*	
421	*EPM2: Muy bien, 6/18 también es equivalente a 1/3. ¿Por qué?*	
	E8: Porque 1/3 por 6…	*Reiteración del error de expresión.*
422	*EPM2: (Asintiendo) tanto el numerador como el denominador multiplicamos por seis, obtenemos la fracción equivalente 6 dieciocho avos. Entonces, todas las fracciones que estamos nombrando, que ya nombramos un montón, no vamos a seguir toda la clase nombrando fracciones equivalentes, son equivalentes, ¿verdad? Algunas de ellas son equivalentes a ½, también a 3/6, …*	
423	*E2: Pero no entendí por qué dijo que copiáramos 6/18, se pasó del 12 ya.*	*Divergencia.*
424	*E3: No tiene nada que ver.*	
425	*EPM2: 1/3 dijo que era equivalente a 6/18 (escribe 1/3 = 6/18) entonces multiplico tanto el numerador como el denominador por seis. Partiendo de 1/3, ¿sí? uno por seis, seis, y tres por seis dieciocho.*	*Se reitera explicación anterior, no indagando qué está pensando el estudiante que dice que se pasó del 12.*
426		
427	*24:44 a 30:05.- (EPM2 explica error en enunciado. Borra el pizarrón. Trabajan individualmente).*	

428	*EPM2: A ver, prestamos atención, E1 pintó con el mismo color esta representación, esta, esta y esta (señalándolas en el pizarrón).*	
429	*E2: Está bien.*	
430	*EPM2: ¿Sí? Y ahora nos va a explicar por qué.*	*Pedido de justificación.*
431	*E1: Porque son todas equivalentes.*	
432	*EPM2: Bueno, pero explicá, por qué esta fracción, esta representación, qué fracción representa, por qué elegiste esa.*	*Evaluación de insuficiencia.*
433	*E1: Porque son todas equivalentes, profe.*	*Reiteración de la respuesta.*
434	*EPM2: Bueno, ¿pero cómo te diste cuenta?*	*Insistencia en justificación.*
435	*E1: Porque conté los cositos de esto (señala el octógono)*	*Inicio de argumento.*

436	EPM2: Los contaste, ¿y cuántos hay?	Pregunta de continuidad.
437	E1: 8	
438	EPM2: 8. ¿Y cuántos hay pintados?	Esta pregunta ya incluye respuesta.
439	E1: 2	
440	EPM2: 2. Y 2/8 (señalando ¼)	
441	E1: Equivale a ¼	
442	EPM2: Equivale a ¼, ¿sí?	Acepta sin justificación.
443	E1: Y ¼ es equivalente a 0,25.	
444	EPM2: Si dividimos 1 entre 4, ¿cuánto da? 0,25. ¿Por qué elegiste esta otra?	El EPM2 da la justificación.
445	E1: Porque es la misma representación que esta otra (señalando al octógono). Tiene 8 partes (señala el segmento) y están marcadas dos.	Aquí el estudiante justifica.
446	EPM2: Muy bien. ¿Quién quiere pasar a marcar, que no haya participado hoy?	
447	Es: Yo	
448	EPM2: Vos ya pasaste (a uno de ellos)	
449	E3: Me explicás qué hay que hacer y paso.	
450	EPM2: Hay que marcar. Acá E1 marcó esta fracción, el 2/8 (señala el octógono) que es equivalente a ¼ (señala donde dice ¼). Y además, si dividimos 1 entre 4, nos da como resultado 0,25. Y esta otra representación, tenemos un segmento dividido en 8 partes iguales y hay dos marcadas. Entonces las cuento. E2:	
451	E2: (Va al pizarrón) ¿Tengo que marcar las tres?	
452	EPM2: O sea, marcá una, como marcó E1 (y señala las cuatro que la compañera marcó antes).	
453	E4: Profe, yo no participé.	
454	EPM2: Bueno, ahora pasás.	
455	E2: (Marca ½, luego 0,5)	
456	EPM2: Y una de arriba y una de abajo.	
457	E1: (Se acerca al pizarrón). Una de arriba y una de abajo (se refieren a que marque una fracción representada en un polígono, que están arriba en el pizarrón, y una de abajo, que es representada con segmentos).	
458	E2: (Marca el cuadrado donde está representado 2/3).	
459	EPM2: (Mientas E2 lo está marcando) Pero que represente la fracción ½, ¿verdad?	Evaluación de rechazo.
460	E6: No, ahí son dos.	
461	E2: (Marca el cuadrado que representa ½).	
462	E1: Tenés que borrar la otra porque está mal.	
463	EPM2: Ahora lo borramos.	
464	E2: (Borra lo que había señalado). (Marca el segmento que representa 1/3).	
465	Es: No, no.	
466	EPM2: Bueno, a ver, vamos a ver lo que hizo E2. E2 empezó marcando la fracción ½ (señala), ¿sí? y después dijo 1 dividido 2 da…	E2 no dijo lo que daba 1 dividido 2.
467	E1: cero coma cinco.	
468	EPM2: cero coma cinco.	
469	E3: Ah! Yo quiero pasar!	
470	EPM2: Bajen la mano porque estamos explicando.	Tal vez indicación de que hay error.
471	E4: Profe, ¿usted no dijo que yo pase?	
472	EPM2: Vamos a ver lo que hizo E2, vamos a ver si está bien lo que hizo E2. Y acá también, este cuadrado está supuestamente, en la hoja de ustedes seguro, dividido a la mitad, o sea que se ha dividido en dos partes y está pintada una parte. Ahora tenemos que buscar un segmento, ¿sí?	Indicación de error más clara.
473	E1: Que no es ese	

474	*EPM2: que también esté dividido en dos partes, y haya una parte pintada (señala alternativamente el denominador y el numerador de ½). (Luego señala hacia los segmentos)*	*Ya anticipa la respuesta, no tendría por qué ser así.*
475	*E1: Yo, yo, profe.*	
476	*EPM2: Ya sabemos que hay un error. E6:*	
477	*E1: Yo, yo, por favor.*	
478	*EPM2: (Señalando el segmento que marcó E2): este, ¿en cuántas partes está dividido?*	
479	*E6: En 3.*	
480	*EPM2: ¿Y qué fracción está representada?*	
481	*(Se interrumpe para retar a un estudiante).*	
482	*EPM2: Acá está dividido en tres, E6, ¿y cuántas partes están pintadas?*	
483	*E6: Una*	
484	*EPM2: Una, entonces, ¿qué fracción representa?*	
485	*E6: 3/3*	*Respuesta equivocada.*
486	*EPM2: ¿Cuál?*	*Indicación del error en la nueva pregunta.*
487	*E6: 3/3*	*E6 mantiene la respuesta.*
488	*EPM2: A ver, si representara 3/3, estarían pintadas las tres partes. Acá, esta fracción (va hacia el segmento que representa 2/8), esta representación, representa la fracción 2/8 porque*	
489	*E7: Yo lo sé*	
490	*EPM2: Sí, está bien que lo sepas, pero está hablando la compañera. Porque lo importante es que todos lo entendamos. A ver E6, acá en este caso (el segmento que representa 2/8) está dividido el segmento en 8 partes, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, y están pintadas dos. Por eso representa la fracción 2/8 (escribe 2/8 debajo del segmento), que es equivalente a ¼ (señala ¼ más arriba). En este caso (vuelve al segmento que representa 1/3, el que había marcado E2 erróneamente). ¿Y cuántas partes están pintadas?*	*Aquí se trabaja hacia el error. No se indaga qué está pensando E6.*
491	*E6: Una*	
492	*EPM2: Una, ¿entonces qué fracción representa?*	
493	*E6: 1/3*	
494	*EPM2: 1/3 (escribe 1/3 debajo del segmento). Y como bien dijo E7, ¿cuál es la representación que representa la fracción ½?*	
495	*E6: Esa*	
496	*EPM2: Esta (la marca). ¿Queda claro para todos? (Le da el marcador a E8).*	
497	*E4: Yo también quería pasar!*	
498	*E8: (Marca distintas representaciones de 1/3).*	
499	*E2: ¿A qué hora toca el timbre?*	
500	*EPM2: Ahora no más. A ver, vamos a ver lo que marcó E8. E8 marcó acá esta representación, ¿sí? ¿Por qué marcaste esta, E8? (Señala un triángulo donde se representa 1/3).*	
501	*E8: (Inaudible)*	
502	*EPM2: Muy bien. Está dividida en tres partes, que en la hoja de ustedes son iguales, y está pintada solo una. Acá marcó 1/3 (señala donde dice 1/3). ¿Sí? Y después marcó…*	
503	*E8: cero coma tres*	
504	*EPM2: cero coma tres periódico. Hoy hicimos…*	
505	*E9: 1 dividido 3 que te da…*	
506	*EPM2: Y acá (señala el segmento) el segmento está dividido en tres partes iguales y está pintada solo una,*	

	¿sí? Bueno, y ahora, ya queda la cuarta, ¿no? ¿Querés indicarla, E9?	
507	*E9: No*	
	EPM2: Bueno, acá tenemos la figura esta que es un cuadrado, dividida en tres partes iguales y están pintadas dos. O sea que representa la fracción 2/3 (señala donde dice 2/3).	*La comunicación finaliza sin conflictos, a medida que van quedando menos partes y en todas ellas los argumentos son los mismos.*

Se realiza la corrección grupal de un problema que estuvieron trabajando individualmente.

508	*EPM2: Dice: Lucía comió tres cuadraditos y Leandro comió cinco. ¿Sí? (Va al pizarrón). Acá están marcados los tres cuadraditos que comió, bueno, no están marcados, faltan, los tres cuadraditos que comió Lucía, y acá faltan los cinco cuadraditos que comió Leandro. Entonces pregunta: ¿qué fracción del total representa cada cuadradito? (Se oye chasquidos de dedos, de manos levantadas, EPM2 espera).*	
509	*E1: No sé yo.*	
510	*EPM2: E2:*	
511	*(Hablan varios, inaudible)*	
512	*E1: ¿La a) preguntaste?*	
513	*EPM2: Sí. E1:*	
514	*E1: Un séptimo.*	*Respuesta no esperada.*
515	*EPM2: ¿Cómo?*	*Evaluación de rechazo.*
516	*E1: Un séptimo.*	*E1 reitera respuesta.*
517	*EPM2: ¿Séptimo? (Va al pizarrón). ¿Por qué un séptimo?*	*La pregunta indica dónde está el error.*
518	*E1: ¿Preguntaste la a)?*	
519	*EPM2: Sí.*	
520	*E1: Sí, o sea*	
521	*EPM2: Vamos a dejar que él explique.*	
522	*E3: del total que comieron.*	
523	*E1: Vos estás preguntando, si comés un cuadradito, ¿qué fracción sería de 21?*	
524	*E3: Sí.*	
525	*EPM2: Sí.*	
526	*E1: Un séptimo.*	*Reitera respuesta.*
527	*E3: ¿Por qué un séptimo? Vamos a ver por qué.*	*Esfuerzo interpretativo.*
528	*E4: Siete por tres veintiuno.*	
529	*EPM2: ¿Por qué E1 pensó un séptimo? ¿Sí? ¿Vos contaste los cuadraditos que faltaban? Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho.*	
530	*E3: Son veintiuno.*	
531	*EPM2: Porque comieron cinco y tres.*	
532	*E1: Qué fracción representa un cuadradito, o sea*	
533	*EPM2: E1 dice un séptimo. ¿De dónde sacas el número 7?*	
534	*E1: Multiplicás siete por tres, da veintiuno.*	
535	*EPM2: Siete por tres, ¿por qué por tres? ¿Dónde contaste los siete?*	*Aquí hay realmente un esfuerzo por comprender al estudiante.*
536	*E1: Eh?*	
537	*EPM2: ¿Dónde contaste siete cuadraditos?*	
538	*E1: 21 dividido 3 es 7.*	*E1 mantiene su respuesta, solo que la expresa usando la operación inversa. Parecería que él ve 3 filas de 7. O está*

		contando cada fila como cuadradito.
539	*E5: ¿Y por qué dividido 3?*	
540	*E1. Porque sí*	
541	*E5: Pero no es porque sí, tiene que haber una razón.*	
542	*E1: 21 por lo que dije, que da 21.*	
543	*E5: Pero no es que (inaudible) dé 21, es algo sobre 21.*	
544	*EPM2: Acá, E1, acá te marqué en rojo, ¿sí? los cuadraditos que faltan. (Debajo del rectángulo que representa la tableta escribió 1/7). En total, bien dijiste que hay* ***21*** *cuadraditos. ¿Sí? 21 en total. (Señala todo el rectángulo). La pregunta es, un cuadradito (raya el cuadradito superior izquierdo), cuánto representa del total.*	
545	*E1: (Inaudible).*	
546	*EPM2: Un cuadradito (señala el rayado), un cuadradito pintado (escribe 1) y*	*Finalmente el EPM2 da la respuesta.*
547	*E6: ¿Un veintiún avos?*	*Respuesta de otro estudiante.*
548	*EPM2: ¿Y en cuántos está dividida la tableta? (Señala el rectángulo).*	*El EPM2 no toma la respuesta de E6*
549	*E7: 21*	
550	*EPM2: En 21 (al tiempo que pone raya de fracción y denominador 21 debajo del 1). Entonces, un cuadradito representa una veintiuna parte de la tableta. La tableta tiene 21 cuadraditos. Entonces, acá, si marcamos uno, de 21 (va señalando el cuadrito rayado, y el 21 de la fracción), ¿sí? No 1/7. ¿Quedó claro? Para los demás, ¿quedó claro?*	*Escribe la respuesta.*
551	*E8: Profe, ¿puedo pasar a hacer la b)?*	
552	*EPM2: (Escribe: a) 1/21). ¿Quedó claro para todos?*	
553	*Es: Sí.*	
554	*EPM2: La b), a ver, vamos a dejar participar a E8 que no ha participado.*	
555	*E8: Comieron en total, cada uno*	
556	*EPM2: Cada uno, ¿cuánto comió Lucía?*	*Estrechamiento de la pregunta.*
557	*E8: Tres veintiuno.*	
558	*E3: Veintiún avos.*	
559	*EPM2 (va al pizarrón y escribe: b) Lucía comió 3/21). ¿Y Leandro?*	
560	*E8: Eh, cinco veintiuno.*	
561	*EPM2: (Escribe: y Leandro 5/21 de la tableta de chocolate).*	
562	*E3: Cinco veintiún avos.*	
563	*E8: Es lo mismo.*	
564	*E9: Está bien, creo.*	
565	*EPM2: Bien, vamos a ver. La letra del problema dice que Lucía comió tres cuadraditos, ¿sí? de los 21 (señalando el total). Por eso comió tres veintiún avos del total de la tableta de chocolate, ¿verdad? Y Leandro comió 5 cuadraditos del total de la tableta de chocolate. ¿Cuántos cuadraditos tiene en total? 21. Entonces, la parte que comió Leandro representa cinco veintiúnavos de la fracción de chocolate, de la fracción de tableta. Y la pregunta 3 dice: ¿qué fracción total comieron entre los dos? E3:*	
566	*E3: Ocho veintiún avos.*	
567	*EPM2: (Escribe c) Comieron 8/21). ¿Por qué comieron 8 veintiún avos?*	
568	*E3: Porque si Lucía comió tres cuadraditos y Leandro cinco, si los sumás te da ocho.*	
569	*E10: Y como está 21. Uno comió 3, el otro 5, la suma da 8 y como está 21.*	
570	*E3: Sí, pero cómo se dice el de abajo*	
571	*E5: Denominador*	

572	E3: El denominador no cambia, ta.	
573	EPM2: Entonces, a ver, E10, prestamos por favor atención. (En el pizarrón el EPM2 ha escrito: 3/21 + 5/21 = 8/21). E3 dijo que Lucía había comido tres veintiún avos y Leandro cinco veintiún avos. Entonces dijo que habían comido 8/21. Comió 8/21. (Dirigiéndose a E3). ¿Podés decirnos para todos lo que dijiste, de cómo se hacía la suma?	Institucionalización de la suma.
574	E3: Sí. Sumás los dos (se confunde) numeradores. El denominador no cambia en una suma pero. En una suma el numerador cambia pero no cambia el denominador. O sea, si sumás 3 más 5 te da 8 y sería 8 veintiún avos. Porque el denominador no cambia.	
575	EPM2: Muy bien. Dice E3 que podemos sumar 3/21 más 5/21 sumando solo los numeradores y manteniendo el denominador porque el denominador no cambia (señala los dos denominadores de los sumandos). ¿Sí? ¿Están todos de acuerdo? ¿Que esta suma da 8/21? ¿Sí? Entonces ahora vamos a hacer en el cuaderno algunas sumas de fracciones parecidas a estas.	
576		

Se propusieron unas sumas de fracciones de igual denominador, los estudiantes las resolvieron individualmente, y ahora se corrigen en el pizarrón.

577	EPM2: E1, ahora sí podés pasar.	
578	E1: (Completa, donde decía: $\frac{5}{3}+\frac{2}{3}=$, poniendo como resultado $\frac{7}{3}$).	
579	EPM2: E2, ¿querés pasar a hacer alguna?	
580	E2: (Escribe: $\frac{7}{9}+\frac{2}{9}=\frac{9}{9}$. Muchos piden para pasar al pizarrón. Van pasando y escribiendo los resultados, E1, E2, E3, E4).	
581	(E4 pone el resultado positivo cuando da negativo).	
582	Es: (Comentan). Es negativo.	
583	EPM2: Vamos a corregir lo que hicieron los compañeros. A ver si está bien. (Señala la primera suma). En la actividad anterior dijimos que cuando tenían el mismo denominador (señala), ¿sí? para sumar fracciones con el mismo denominador, se mantiene el denominador y se suman los numeradores (va señalando numeradores y denominadores). El denominador era 3, E1 mantuvo el número 3, y sumó los numeradores, cinco más dos, siete.	
584	Es: Siete.	
585	EPM2: ¿es correcto?	Pregunta luego que describió lo hecho, a partir de la regla vista, eso ya da una idea de que es correcto, previo al asentimiento de los estudiantes.
586	Es: Sí. (Coloca el símbolo  al lado, indicando que es correcto).	
587	EPM2: ¿Sí? En la tercera, el denominador era 9, E3 mantuvo el denominador y sumó los numeradores 7 más 2, y le dio 9 novenos. ¿Es correcto?	Ídem.
588	Es: Sí.	
589	EPM2: Nueve novenos, ¿lo podemos escribir de otra forma?	
590	E5: Sí, se puede simplificar.	
591	E6: ¿Como 1?	
592	EPM2: 1, porque 9 dividido 9 es 1, ¿sí? (Escribe $\frac{9}{9}=1$).	
593	E6: Lo podés simplificar de otra manera.	Divergencia.
594	EPM2: ¿De qué otra manera?	

595	*E7: 9/18.*	*Respuesta errónea.*
596	*EPM2: ¿9sobre 18 y 9 novenos es lo mismo?*	*Evaluación de rechazo.*
597	*E6: No*	
598	*E7: No, es la mitad.*	
599	*EPM2: Es la mitad, ¿sí? O sea, (va al pizarrón y escribe 9/9 = 1 9/18 =)*	
600	*9/9 es uno y 9/18 cuánto es?*	
601	*Es: ½; 0,5 , ½*	
602	*EPM2: (Escribe donde puso antes 9/18, 9/18 = ½ = 0,5)*	
603	*½ que es lo mismo que 0,5. Entonces, 9/18 y 9/9 no es lo mismo (señala las fracciones). ¿Sí? 9/9 es lo mismo que uno. Ahora vamos a ver la última que hicieron a ver si está bien. Vamos a ver, tienen el mismo denominador, ¿cuál es el denominador de estas fracciones? (Señala las fracciones).*	*Aquí no relata lo que hizo el estudiante, sino que pregunta: ¿cuál es el denominador de esas fracciones?*
604	*E8: 5*	
605	*EPM2: 5, entonces E4 muy bien puso el número 5 como denominador, y*	*Evalúa como correcto el denominador.*
606	*E9: Pero*	
607	*EPM2: Ahora tenemos que sumar -4 (va señalando), a -4 tenemos que sumarle -2.*	*Aquí de alguna forma está indicando error.*
608	*E9: Profe, profe, -6!*	
609	*EPM2: -6. -6/5 (y pone el signo de menos delante del 6). ¿Se acuerdan que cuando estuvimos trabajando con los números enteros*	*Invoca lo tratado antes sobre negativos.*
610	*E10: Sí, era que*	
611	*EPM2: Dijimos que -4 – 2 (escribe: - 4 – 2 =)*	
612	*E3: Quedaba el (inaudible)*	
613	*EPM2: Sí, pero esta forma (señala) - 4 – 2*	
614	*E3: Te da – 2*	*Respuesta errónea.*
615	*E11: ¿Eh?*	
616	*EPM2: - 4 – 2 ¿Se acuerdan que al principio, cuando trabajábamos con los números enteros, trabajábamos poniendo paréntesis y otro signo más? ¿Cómo escribíamos esto (señala – 4 – 2) al principio?*	*Invoca el contexto en el que aprendieron el tema.*
617	*E7: -4 más -2*	
618	*E: 4 negativo más 2 negativo, ¿sí? -4 – 2 es lo mismo que -4 más menos 2, entonces este signo de menos no es el signo de menos de la resta. Es el signo de menos de que el número 2 es un número negativo. ¿Sí? El signo que no ponemos, en este caso, es el signo de que estamos sumando -4 más -2. ¿Se acuerdan que lo trabajamos eso?*	
619	*Es: Sí.*	
620	*EPM2: Bueno, cuando tenemos que sumar dos números negativos, ¿cómo lo hacemos? (Da la palabra a E7).*	
621	*E7: Eh, vos me explicaste que si vos me debés 6$ y después yo te presto 3$ más, me vas a deber 9.*	
622	*EPM2: Muy bien. E7 dice, por ejemplo, E7 me puso el ejemplo de -6 más -3 (lo escribe:*	
623	*(-6) + (-3)). Si él me debe a mí 6$ y después me pide 3$ más, me va a deber 9$ (escribe -6 + (-3) = -9). Entonces lo que hizo E7 fue sumar 6+3 que le dio 9,*	
624	*Es: Negativo*	
625	*EPM2: ¿Negativo por qué?*	
626	*E12: Porque los dos son negativos.*	
627	*E7: Porque me debés y me debés.*	
628	*EPM2: Muy bien. Negativo, porque él dice que yo le debo a él (risas). ¿Sí? Y va a pasar, antes de que termine, E12, a hacer la primera, está muy bien hecha así, ¿sí? pero E12 la hizo de otra forma, que nos va a mostrar cómo la hizo (pasa E12), no te sientes así nos explicás cómo la hiciste.*	

629	*E12: (Escribe: $\frac{5}{3}+\frac{2}{3}=\frac{15+6}{9}=\frac{21}{9}$)*	*Algoritmo procedimental.*
630	*Es: ¿Por qué lo hace así? Se complicó la vida.*	
631	*EPM2: ¿Nos explicás cómo lo hiciste, E12?*	
632	*E12: Multipliqué 3 por 3, me dio 9 (señala los dos denominadores 3). Después 5 por 3, 15 y 3 por 2, lo multipliqué cruzado, después lo sumo y te da 21 sobre 9.*	*Explica los pasos del algoritmo, no el fundamento.*
633	*EPM2: Bien, E12 lo que hizo (comentarios y aplausos). Cuando las fracciones tienen el mismo denominador, por ejemplo en este caso que queremos sumar $\frac{5}{3}+\frac{2}{3}$, (vuelve a escribir la suma, debajo de la que hizo el estudiante), escribirlo de esta forma*	
634	*($\frac{5}{3}+\frac{2}{3}=\frac{5+2}{3}$) es lo mismo.*	*El EPM2 explica el sentido de la nueva fracción, no el procedimiento.*
635	*E7: Es más complicado.*	
636	*EPM2: ¿Sí? Escribir esto y escribir esto (señala cada miembro de la igualdad), de las dos formas es correcto. Pero E12 lo que hizo no fue mantener el denominador 3 (señala lo que hizo E12), sino que puso denominador 9, ¿sí? Entonces, para pasar de 5/3 a 15/9 (escribe $\frac{5}{3}=\frac{15}{9}$) ¿qué cuenta tuviste que hacer?*	
637	*E12: ¿Cómo?*	*Parecería que E12 no tiene claro que está usando fracciones equivalentes.*
638	*EPM2: Para pasar de 5/3 a 15/9.*	
639	*E3: ¿Qué hiciste para que te dé ese resultado (interviene aclarando a E12)*	
640	*EPM2: ¿Son equivalentes estas dos fracciones? La fracción 5/3 y 15/9, ¿son equivalentes?*	*Nueva respuesta estrechando el campo de respuesta.*
641	*E12: Sí.*	
642	*EPM2: Sí, son equivalentes. ¿Por qué número (señala con la manos como una flecha de 5 hacia 15). ¿Cómo sabemos si son equivalentes?*	
643	*E12: Eh, 5 por 3, 1 y 3 por 3, 9.*	
644	*EPM2: (Completa las flechas y los factores), 5 por 3, 15 y 3 por 3, 9. Y ahora vamos a ver si 2/3 es equivalente con 6/9. (Suena el timbre).*	

645	*EPM2: ¿Qué estuvimos dando la clase pasada?*	*Pregunta introductoria.*
646	*E1: Sumas y restas.*	
647	*E2: de los números naturales.*	*Respuesta errónea. Puede indicar dificultad con el significado.*
648	*EPM2: No, de fracciones. Los números naturales fue lo que dimos a principio de año. ¿Cualquier suma de fracciones trabajamos?*	*La corrección no aclara nada.*
649	*E2: No.*	
650	*EPM2: ¿De qué tipo?*	
651	*E2: Las comunes, profe. 5/3 + 2/3, 7/9 + 2/9, ½ negativo más 2/4. 4/5 negativo menos*	*Lee las del cuaderno.*
652	*EPM2: (da la palabra a E3)*	
653	*E3: Todas esas sumas y restas tenían el mismo denominador.*	
654	*EPM2: Muy bien, entonces, (se interrumpe para retar a los que molestan, les recuerda que todo lo que están dando va para el parcial).*	*Invocación de autoridad.*

655	*E2: Acá todos, ¿cómo se llama?*	
656	*EPM2: Denominador.*	
657	*E2: Todos iguales. ¿Y si son diferentes?*	
658	*EPM2: Exacto. Eso fue lo que dijo E3. Que la clase pasada las sumas que estuvimos trabajando en todos los casos tenían igual denominador.*	
659	*E2. Profe, poné un ejemplo y yo lo hago.*	
660	*EPM2: Bueno. Pero vamos a explicarlo.*	
661	*E2: Sí, lo explico. Lo voy haciendo y lo voy explicando.*	
662	*EPM2: Muy bien. Entonces, por ejemplo, vamos a ver qué pasa si quiero sumar fracciones que tienen distinto denominador. (Va al pizarrón y escribe como título: "Suma de fracciones con distinto denominador"* $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=$ *) Bueno, chiquilines, a ver si todos abrimos el cuaderno y copiamos.*	
663	*E2: (Escribe:* $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{4}{12}+\frac{3}{12}=\frac{7}{12}$	
664	*x 4 x3*	
665	*EPM2: Bueno, ¿qué hiciste?*	
666	*E2: Bueno, como tienen denominador diferente, tenés que buscar el mínimo común múltiplo, que en este caso sería el 12, y lo tenés que poner acá (señala), y después hacés 3 por 4, 12, y después 4 por 1, cuatro, 3 por 1, tres, y ahí sumás*	*"Tenés que" indica un algoritmo aprendido sin fundamento.*
667	*E4: Pero, ¿no es más fácil, ponés 12, 3 por 1, tres, 4 por 1, cuatro, y lo sumás? (Alude posiblemente a la explicación dada por él, en otra clase,* $\frac{4+3}{12}$*)*	
668	*EPM2: Están diciendo lo mismo, pero hay una diferencia en lo que están diciendo.*	
669	*E5: Profe, yo antes no había entendido eso, y ahora lo entendí.*	
670	*EPM2: Vamos a prestar atención. Lo que hizo E2 fue ver el mcm entre 4 y 3, ¿sí? entonces encontró que el mcm entre 4 y 3 es 12, ¿sí? El mcm entre 4 y 3 es el número 12.*	*¿Por qué el mcm?*
671	*E6: Una pregunta, ¿qué es un mínimo número?*	*Pregunta sobre el mcm.*
672	*E5: Ahí me doy cuenta que E2 puso el 4 de ¼ por 3. ¿Viste que dijo 4 por 3 y 3 por 4? Bueno, eso, ¿se hace con todos, por ejemplo? Si yo te doy un ejemplo 1/5 y 1/6, o sea, el 5 lo multiplico por 6 y el 6 lo multiplico por 5?*	*E5 está buscando una regla. Esfuerzo interpretativo.*
673	*EPM2: Por ejemplo.*	
674	*E2: Tenés que multiplicarlo por el número que te va a dar (parada en el costado del pizarrón).*	
675	*EPM2: (Asiente). Eso que decís es lo que está diciendo E4, que está bien. Ahora vamos a ver una diferencia, no terminamos la explicación, ni explicamos por qué tenemos que hacer esto. Lo que dijo E2 fue, que el denominador, en la primera fracción, 1/3, y en la fracción ¼ era distinto, entonces E2 dijo: "Para sumar fracciones de distinto denominador"*	
676	*E2: Se busca el mcm entre los dos números.*	
677	*EPM2: Muy bien. Buscamos el mcm entre los denominadores, en este caso entre 3 y 4. El mcm entre 3 y 4 es 12, ¿sí? Entonces lo que hizo fue utilizar el denominador 12 (señala) pero, lo que hizo fue hallar fracciones equivalentes ¿por qué? Porque 1/3 multiplicó el denominador por 4 pero el numerador también lo multiplicó por 4. Y entonces obtuvo la fracción 4/12 (hace flechas que van de 1 a 4 y de 3 a 12, en las fracciones 1/3 y 4/12 respectivamente), que es equivalente a la fracción 1/3. ¿Sí? Y a su vez en la fracción ¼ también obtuvo una fracción equivalente multiplicando el numerador y el denominador por el mismo número, en este caso por el número 3. Entonces le quedó 4/12 más 3/12. Entonces ahora estamos en la situación de la última clase, suma de fracciones con*	*La explicación sigue siendo procedimental. Luego explica por lo menos la equivalencia, para llegar a la suma de fracciones de igual denominador.*

	igual denominador. ¿Cómo sumamos fracciones que tienen el mismo denominador?	
678	*E5: Se suman los de abajo, o sea, se ponen los de abajo, y se suman los de arriba nada más. El de abajo nunca cambia.*	
679	*EPM2: Muy bien. Sumamos los numeradores y ponemos el mismo denominador.*	
680	*E5: Profe, ¿y cómo es restar? Porque yo no vine la clase pasada y no sé cómo restar.*	
681	*EPM2: Bueno, ahora lo vemos. Vamos a terminar esta explicación.*	
682	*E6: ¿De dónde salió el 12?*	*Pregunta. Esfuerzo interpretativo. No se ha fundamentado por qué se usa 12. No hay conexión con lo visto antes de cómo obtener fracciones equivalentes.*
683	*EPM2: El 12, es el mcm de 4 y 3.*	
684	*E7: De 4 por 3.*	
685	*EPM2: Que casualmente también es 4 por 3, pero E2 no dijo que…*	*El ejemplo no es el más conveniente.*
686	*E7: Hacemos 3 por 4 y el resultado, ¿qué hacemos?*	
687	*EPM2: El resultado es 12 (señala). Entonces, a ver, E2 dijo (escribe mcm(3, 4) = 12) que el mcm entre 3 y 4 es 12. ¿Cómo hallamos el mcm?*	
688	*E8: 3 por 4 (Varios levantan la mano)*	
689	*EPM2: E9*	
690	*E9: 3 por 4*	
691	*EPM2: Pero, ¿cómo sabemos que es ese? E5:*	
692	*E5: Buscamos en la tabla del 4 y buscamos en la tabla del 3, el mismo número, y ta.*	*Idea de múltiplo común.*
693	*E2: el mismo número resultado.*	
694	*E10: El mismo número que se repita.*	
695	*EPM2: El mismo número que se repita, ¿Qué se repita en cualquier lugar?*	
696	*E5: No, (inaudible)*	
697	*E11: Profe, ¿no es más fácil hacer 3 por 4? El primero por el segundo.*	
698	*E2: No, no siempre. En ese caso sí porque es obvio, pero si te aparecen otros diferentes, por ejemplo, si tenés un número de la tabla del 5 y otro de la tabla del 7 por poner un ejemplo,*	
699	*E5: 35*	
700	*E2: Pero (inaudible), por ejemplo, y lo multiplicás, no te va a dar el mismo número.*	
701	*E11: Pero, ¿no se supone que si vos multiplicás dos números entre sí, te va a dar un número que está en la tabla de los dos, y es el primero?*	*Argumento interesante.*
702	*EPM2: A ver, por ejemplo, si hago, ¿cuál sería el mcm entre 2 y 4?*	
703	*Es: 4, no*	
704	*EPM2: (Hace señal de que esperen a E11)*	
705	*E11: 8*	
706	*EPM2: 8 (cierta entonación de pregunta). Vamos a ver. E11 dice que el mcm entre 2…*	*Rechazo.*
707	*E11: 4!*	*Cambio de respuesta.*
708	*EPM2: (Escribiendo) es 4, ¿verdad? Que no es 2 por 4. Entonces, en algunos casos el mcm, como en el caso de 3 y 4, podrá ser el producto de ellos dos.*	*No se indaga si realmente se entendió.*
709	*E12: Pero 8 y 6?*	
710	*EPM2: Pero en otros casos no.*	

711	E12: 24	
712	EPM2: (Piensa) 24. ¿Sí? Entonces, no siempre el mcm es el producto de esos dos números. ¿Sí? Ahora, lo que dice E2 está bien, de que una posibilidad es buscar el mcm entre 3 y 4, que son los denominadores en este caso, el número 12. Y lo que vamos a hacer es buscar fracciones equivalentes a las que queremos sumar, con denominador 12. Entonces (va al pizarrón y escribe las equivalencias) necesitamos una fracción equivalente a 1/3 pero con denominador 12.	
713	(Escribe $\frac{1}{3} = \frac{}{12}$). Entonces, en este caso nosotros tenemos que 3 por 4 da 12, entonces, vimos la clase pasada que para obtener una fracción equivalente, ¿qué tenemos que hacer? (Escribe $\frac{1}{3} = \frac{}{12}$)	
714	x4	
715	(Silencio). (A E2): ¿Qué hiciste para obtener la fracción equivalente a 1/3?	
716	E2: ¿Equivalente?	
717	EPM2: Multiplicaste…	
718	E2: El denominador por 4 y el de arriba por… 4.	
719	EPM2: Muy bien, dice E2…	
720	E4: Multiplica cruzado.	Alude a su procedimiento.
721	E2: No, no multipliqué cruzado.	
722	EPM2: Que multiplicó tanto el denominador como el numerador por 4	
723	x4	
724	(Escribe $\frac{1}{3} = \frac{}{12}$)	
725	x4	
726	Y en el caso de la fracción ¼ hizo lo mismo. ¿Por qué número multiplicaste?	
727	(Escribe $\frac{1}{4} = \frac{}{12}$)	
728	E2: ¿Ese? Por 3.	
729	EPM2: Este (señala el 4) por 3, ¿sí?	
730	(Completa poniendo una flecha como antes: $\frac{1}{4} = \frac{}{12}$)	
731	x3	
732	(Escribe $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$)	
733	x3	
734	E2: Porque si, ponele, si vos multiplicás, yo multipliqué 3 por 4, son 12, si multiplico 4	
735	por 4 te da 16, no te daría (.EPM2 va completando). Entonces tenés que buscar un número.	
736	EPM2: Muy bien. Entonces tenemos que buscar, ¿sí? por lo que dijo E2, el mismo denominador, y E2 lo que hizo fue hallar fracciones equivalentes que el denominador de esas fracciones fuera (se interrumpe para ir con un estudiante que está distraído).	
737	E2: Viste que E4 dijo, que si lo multiplicás así (va al pizarrón y señala los denominadores 3 y 4) te daba igual. Y no porque ahí estarías haciendo una multiplicación.	
738	EPM2: Lo que pasa es que si multiplicás 4 por 3, lo que dice E4 igual es otra cosa.	
739	E2: Sí, pero igual ahí no estás sumando.	
740	EPM2: Vamos a ver lo que dijo.	
741	E4: Está bien lo que yo dije.	
742	EPM2: Sí, lo que dijo E2 fue esto, verdad? Lo que hicimos partiendo del trabajo de E2, ¿a todos les quedó claro?	
743	Es: No	
744	E8: ¿De dónde sacaste, viste que (inaudible) de dónde sacaste el 4, y el 12, y el +3 sobre 12?	Los estudiantes no han comprendido.

745	*EPM2: A ver, prométeme que prestás atención, porque no estás prestando atención. Entonces, a ver, lo que dijo E2 fue que para sumar fracciones con distinto denominador tenemos que buscar fracciones equivalentes, ¿sí?*	*Invocación de autoridad.*
746	*E8: Pero tiene que ser*	
747	*EPM2: A estas fracciones (señala los sumandos)*	
748	*E8: E2 multiplicó, ¿viste el 4 de ¼?*	
749	*EPM2: Sí*	
750	*E8: ¿Lo multiplicaste por el 3?*	
751	*EPM2: Yo traje para que viéramos, este, todo este rectángulo de color, representa una unidad. ¿Sí? Muy bien. Y está pintado, está dividido en 3 partes.*	
752	*E5: ¿Cuál es la que está pintada? ¿La gris o la de abajo?*	
753	*EPM2: Esta, la azul (señala en el papel). Está dividida en tres partes, ¿sí? y solo está pintada una. Entonces, como dijo E8, representa la fracción 1/3. Acá (tomando otra hoja de papel) tenemos una unidad que tiene el mismo tamaño, ¿ven que tiene el mismo tamaño?*	
754	*E5: Está dividida en 4.*	
755	*EPM2: Pero está dividida en 4 partes. ¿Sí? Y está pintada solo una. ¿Sí? Representa la misma suma que tenemos escrita acá, ¿verdad? 1/3 está representado acá y ¼ está representado acá (señalando)*	
756	*E5: Son 7/12*	
757	*EPM2: ¿Sí? El problema que tenemos cuando queremos sumar estas dos fracciones (pega las hojas en el pizarrón, una debajo de la otra). El problema que tenemos cuando queremos sumar 1/3 con ¼ es que la medida de este cuadradito es distinta que la medida de este (señala el azul de cada representación). Si vemos acá el cuadriculado que está marcado de fondo es el mismo, pero acá este cuadradito, este rectángulo tiene 3 unidades de largo, mientras que este tiene 4 unidades. Es claro que el tamaño de este y el tamaño de este es diferente. Entonces el problema es que si nosotros queremos sumar 1/3 más 1/4, tendríamos que poner esta medida (señala el ancho de uno de los rectángulo azules) acá (señala a continuación del otro rectángulo azul). ¿Verdad?*	
758	*Es: Sí.*	
759	*EPM2: Entones nos quedaría todo esto, ¿no? (Raya a continuación del rectángulo que representa ¼, el que representa 1/3). ¿Sí? ¿Queda claro E8 ahí? Ahora, nosotros esta unidad la tenemos dividida en cuartos. ¿Cuántos cuartos tenemos ahí pintados?*	
760	*E8: Dos y*	
761	*EPM2: (Gesto de que no se sabe cuánto) Dos y algo. Pero, ¿cómo sabemos cuánto es ese pedacito? Así como está no tenemos forma de saberlo, ¿verdad? Entonces, lo que hizo E2 cuando buscó el mcm, fue, en vez de tener por ejemplo, esta unidad dividida en 3 partes, la dividió en cuántas partes?*	
762	*Es: 4, 3*	*Primera respuesta.*
763	*EPM2: E2 en vez de tener la unidad dividida en tres partes (señala 1/3 en la suma)…*	*Vuelve a decir para buscar otra respuesta.*
764	*E13: En 12.*	*Respuesta esperada.*
765	*EPM2: Muy bien, la dividió en 12. ¿Sí? Entonces, y lo mismo hizo con la otra unidad. (Divide sobre cada hoja de papel, en 12 partes iguales). Entonces, ahora tenemos cada una de las dos unidades divididas*	
766	*E4: en tres partes.*	*Repuesta no esperada.*

767	EPM2: En **12** partes. (Cuenta y las va señalando: 1, 2, …).	Corrección y énfasis en el 12.
768	E4: Ah	
769	EPM2: Y cada una de esas partes mide lo mismo. Entonces ahora cuando sumamos, la fracción 1/3 que la dividimos en 12 partes, entonces ahora la vamos a escribir no como 1/3 sino como	
770	E2: 4/12	
771	EPM2: 4/12. Miramos acá, y están pintados 4 cuadraditos. Ahora la fracción 1/3 la escribimos como 3/12, dividimos en 12 y pintamos 3. Si ahora la parte pintada	
772	E13: Profe, pero no esta (inaudible)	
773	EPM2: La ponemos acá, ¿me pueden decir cuánto es ese 2 y algo?	
774	E4: ¿Cómo? No entendí, profe.	Tal vez la pregunta es por el error del EPM2.
775	EPM2: Hoy me decían, uno y algo, no, dos y algo, hoy me decían que si yo, a ¼ (señala 1/3) perdón, a 1/3, que representa esta fracción ponía la misma medida acá (señala sobre la otra unidad) para sumar ¼ más 1/3, quedaba dos unidades, bah, dos rectángulos (señalando el azul) y un poquito. Y no me sabían decir cuánto era ese poquito. Ahora, vení, E8. Tenemos dividido en **12** unidades, ¿cuántas unidades ahora tenemos pintadas?	
776	E8: 7	
777	EPM2: 7, ¿sí? (Cuenta): 1, 2, 3… Muy bien E8. Sentate. Entonces (a toda la clase). El problema que tenemos cuando sumamos fracciones con distinto denominador justamente es ese que acabamos de ver. Y para eso es que, ponemos el mismo denominador, ¿sí? ¿Queda claro?	
778	(No responden)	
779	¿Ahora sí quedó claro? En el caso de E2, E2 lo que hizo fue buscar el mcm. Buscar el mcm es una forma que tenemos para sumar las fracciones. ¿Bien? Ahora, E4 hace lo mismo, ¿sí? pero, o algo parecido, pero lo explicó de otra forma. (Escribe en el pizarrón	
780	$\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=$). E4 lo que dijo fue que él en vez de buscar el mcm cuando tiene que sumar dos fracciones así (señala) lo que hace es multiplicar 3 por 4 (señala los denominadores)	
781	(Agrega $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{}{3\times4}$) que le va a dar 12, y después multiplica.	
782	E4: cruzado	
783	EPM2: cruzado (coloca rayas que van "cruzadas", de 1 a 4 y de 3 a 1), el 1 por el 4 (escribe $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{1\times4}{3\times4}$)	
784	E7: más	
785	EPM2: Más el 1 por el 3 (completa: $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{1\times4+1\times3}{3\times4}$). ¿Sí? 1 por 4, 47: 1 por 3, 3	
786	E13: Es más fácil, profe.	Valoración.
787	E4: Pero capaz que si lo escribís así no lo entienden	
788	EPM2: 1 por 4, 4 (escribe 4 sobre 1x4), 1 por 3, 3 (pone 3 sobre 1 x 3), 3 por 4, 12. Y el resultado al que llega es el mismo.	
789	E5: Es lo mismo pero, restando (inaudible) la cuenta de arriba.	
790	EPM2: Es lo mismo, cada uno lo va a hacer como le quede más cómodo.	
791	Es: (Comentan)	
792	EPM2: Entonces, vamos a hacer un ejemplo. Bueno, vamos a hacer cada uno esta cuenta:	
793	(Escribe: calcula 2/5 + 7/3).	

Clases observadas del EPM3

1	*EPM3: Bueno, empieza la clase. Ficha 8. Vamos a empezar un tema nuevo, ¿ta? Les pido que hagan silencio.*	
2	*E1: Pero esto no va para el parcial.*	
3	*EPM3: No va para el parcial. No importa. Vamos a trabajar.*	
4	*E2: ¿Por qué lo damos?*	
5	*EPM3: Hay que darlo. Hay que dar todo lo que está en el programa. Bueno, actividad 1. ¿Vieron que yo les repartí una hoja aparte de la ficha?*	
6	*Es: Sí.*	
7	*EPM3: Bueno, esa hoja ahora la van a tener que recortar. Ahora les voy a explicar cómo. Dice ahí en la ficha 8, actividad 1, dice:*	*Explicación y lectura de la consigna.*
8	*La siguiente figura fue creada por H. E. Dudeney, ta, que tiene esa fecha de nacimiento y de fallecimiento. Les pido que recorten las piezas que están numeradas por 1, 2, 3, 4 y 5, en la hoja que yo le di aparte no están numeradas, están numeradas acá, pero para que se vea cuáles tienen que recortar. Y quiero que formen, ¿sí? ¿Se entiende hasta ahí?*	*Pregunta de continuidad.*
9	*Es: No*	*Respuesta negativa.*
10	*EPM3: Quiero que recorten, ¿no? Como que te den las fichas, digamos, del cuadrado ese que tiene un 1, y de las otras figuras que tienen 2, 3, 4, 5 para que se vea (muestra en la ficha que él tiene en la mano).*	*Intento de mejora de la explicación.*
11	*E3: ¿Cómo un puzzle?*	*Esfuerzo interpretativo.*
12	*EPM3: Tipo puzzle, ahí está. O sea, voy de nuevo. ¿Vieron el cuadrado que tiene un 1?*	*Asiente. Continúa aclarando.*
13	*Es: Sí*	
14	*EPM3: Quiero que recorten ese cuadrado por un lado. Y después que a este otro cuadrado que está acá, lo recorten por esa línea de manera que quede cada figura numerada separada de las demás.*	
15	*E4: Ah, bueno. ¿Y la otra cara en rojo?*	*Esfuerzos interpretativos mutuos.*
16	*EPM3: Y la otra, vieron que esa no está numerada? Esa les pido que la dejen como está.*	
17	*E5: Ta, pero la recortamos también.*	
18	*EPM3: No, no, no precisan.*	
19	*E6: ¿Y las letras?*	
20	*EPM3: No importan las letras. Si alguna queda adentro o afuera no importa. Porque la tienen acá. (Señala en su ficha).*	
21	*E1: ¿Y si cortamos las letritas no importa?*	
22	*EPM3: No importa porque las tienen acá. No, en esa ficha no, ah, sí, sí, perdón. Pensé que estabas agarrando la ficha.*	

Interacciones con estudiantes.

23	*EPM3: Veo huecos acá.*	*Sugerencia de incorrección.*
24	*E7: ¿Hay que hacer eso?*	*Pedido de evaluación.*
25	*EPM3: Pero yo veo huecos (le indica).*	*Reitera evaluación.*
26	*E7: Ta, pero lo pongo mejor (acomoda con sus manos).*	
27	*EPM3: Sí, pero si lo movés, ¿no quedan huecos igual? ¿No te parece? Mirá acá. (el estudiante sigue moviendo) (Otro estudiante se da vuelta y lo ayuda). Tiene huecos, ¿no? Sigan haciendo así.*	*Evalúa como incorrecto pero les deja que sigan probando.*

28	*EPM3: Sí, pero yo veo huecos acá.*	*Sugerencia de incorrección.*

29	*E8: Bueno, pero no queda exactamente.*	
30	*EPM3: A ver, la idea es que, sí, pero quedan si yo los muevo bien acá.*	
31	*E7: Tiene que entrar el amarillo también.*	*Le aclara a E8.*
32	*EPM3: Sí, claro, claro.*	

33	*E8: Profe, a ver ahora.*	
34	*EPM3: Sí, pero ahí sigo viendo huecos.*	
35	*E8: (Mueve) Ahí.*	
36	*EPM3: (Mueve) A ver, este va más acá. Este va más acá. ¿Este ahí iría?*	
37	*E8: Sí.*	
38	*EPM3: Pero queda ese hueco ahí, tenés que usar las* ***5*** *fichas.*	*Evaluación de incorrección.*
39	*E8: Pero no puedo.*	
40	*EPM3: Pero capaz que estas fichas van en otra posición. (Mueve su mano sobre la disposición). Vos porque al principio quisiste completar este cuadrado con estas cuatro fichas no más. Fijate si colocando las fichas en otra posición puede quedarte el cuadrado bien.*	*Sugerencia para seguir.*

41	*E7: No da, profe.*	
42	*EPM3: No da si ponés las fichas así, fíjate a ver si girando un poco alguna ficha, le buscás la vuelta, a ver.*	*Otra sugerencia.*
43	*E8: Ah, ya pude, profe! Mirá, esperá, así. (El EPM3 mira). Bueno, ahí más o menos.*	
44	*EPM3: Tenés que acomodar un poco.*	
45	*E8: Si la pego sí me queda bien.*	
46	*E7: ¡Ya pude!*	*Realización de la tarea.*

47	*E8: Profe, es un rectángulo.*	
48	*EPM3: ¿Un rectángulo? ¿Cuál? ¿El triángulo? (Señala) ¿Esto? Este es un cuadrado. También es un rectángulo. Pero lo que te pido acá es que me clasifiques este triángulo. El triángulo ABC, según sus ángulos.*	*Aclaración de la consigna de la parte a). Evaluación de rechazo.*
49	*E8: Agudo.*	*Respuesta.*
50	*EPM3: A ver, ¿todos los ángulos son agudos?*	*Evaluación de rechazo, y sugerencia.*
51	*E8: No, pero no (inaudible).*	
52	*EPM3: ¿Cómo? ¿Los ángulos qué?*	
53	*E8: Ah, es rectángulo.*	*Respuesta esperada.*
54	*EPM3: Claro, triángulo rectángulo. Tiene un ángulo recto.*	

Interacción grupal – Partes b) y c) de la Actividad 1

55	*EPM3: Sigo leyendo la actividad. Ta, la idea que hicieron ya la mayoría fue recortar esas fichas y formar el cuadrado ese que está coloreado con rojo con esas cinco fichas. Ta. Ya más o menos la mayoría pudo. Lo que les pido ahora es que clasifiquen el triángulo ABC, que lo miren en esta ficha, en la ficha, mírenlo acá (señala). Clasifiquen el triángulo ABC según sus ángulos. ¿Cómo era la clasificación de los triángulos según sus ángulos?*	*Pregunta acerca del triángulo ABC.*
56	*E1: agudo, llano.*	*Respuesta no esperada.*
57	*EPM3: Esos son los ángulos.*	*Evaluación de incorrección.*
58	*E2: Rectángulo.*	*Otra respuesta.*
59	*EPM3: Un triángulo puede ser rectángulo.*	*Toma esta respuesta, pero no como definitiva.*
60	*E3: Agudo, recto, obtuso.*	*Otra respuesta.*

61	*EPM3: Sí, eso son los ángulos. ¿El triángulo cómo sería?*	*Vuelve a evaluar como incorrecto. Reorienta.*
62	*Es: Rectángulo.*	*Respuesta esperada.*
63	*EPM3: Rectángulo*	*Toma la respuesta, la repite. No la evalúa.*
64	*E2: (Inaudible)*	
65	*EPM3: Esos son los lados*	*Siguen respondiendo.*
66	*E4: Obtusángulo*	*Otra respuesta.*
67	*EPM3: Obtusángulo, si tiene un ángulo obtuso.*	*Completa con la característica de cada tipo de triángulo.*
68	*E3: Acutángulo*	*Otra respuesta.*
69	*EPM3: O acutángulo. Y acutángulo es el otro. Entonces quiero que ustedes me digan de ese triángulo, cuál de los tres tipos es: obtusángulo, rectángulo o acutángulo.*	*Parece que buscaba que dieran toda la clasificación. Vuelve a preguntar. Es posible que intente respuestas más significativas, a partir de la clasificación.*
70	*E5: Es rectángulo.*	*Respuesta esperada.*
71	*EPM3: El triángulo ABC. Que lo tienen en la ficha.*	*No la toma aún.*
72	*E6: Es rectángulo.*	*Reiteración.*
73	*EPM3: Es un triángulo rectángulo. Ahí está. ¿Se ve el ángulo recto ahí?*	*Toma la respuesta, evaluándola como correcta.*
74	*Es: Sí.*	
75	*EPM3: Incluso está marcado, ¿no?*	
76	*E8: AB*	*Respuesta errónea.*
77	*EPM3: ¿En qué vértice está marcado?*	
78	*E8: AB*	*Respuestas divergentes.*
79	*E9: En B*	
80	*E10: En C*	
81	*EPM3: En C, en el vértice C. Bien, ahora, quiero que le busquen la vuelta para responder esta pregunta. ¿Escuchan? La pregunta c dice: "¿Qué relación puedes establecer entre las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos del triángulo ABC y el área del cuadrado construido sobre su hipotenusa? O sea, quiero que busquen una relación entre las áreas de los cuadrados que ustedes recortaron, o sea, de este (señala) que tiene separadas esas cuatro fichas, y del amarillo, que les relacione el área de esos dos cuadrados con el otro, con el área del otro cuadrado. Del rojo. Busquen alguna relación, a ver si, con el puzzle que armaron, a ver si, por ahí los puede ayudar a responder esa pregunta. Y después para los que van un poquito más avanzados, quiero que respondan la siguiente parte, que dice: "Expresa el área de cada cuadrado en función de la medida de su lado y plantea una fórmula que relacione las tres áreas." Sí, las tres áreas.*	*No fundamenta, toma la correcta. Lee explica la parte b), interpretándola.*
82	*E11: Pará, ¿cómo es la b) profe?*	
83	*EPM3: La b) es que busquen una relación entre las áreas de estos dos cuadrados*	
84	*E11: ¿Cómo una relación?*	*Pedido de aclaración.*
85	*EPM3: Una relación, yo qué sé, que si al área de este cuadrado la multiplico por dos y le sumo, por ejemplo, el área del otro cuadrado, me da la mitad del área del otro cuadrado. O sea, una relación entre los tres.*	*Explicación de relación.*
86	*E11: ¿Qué? Me entreveré esa parte.*	
87	*EPM3: Sí, estoy diciendo una cosa que capaz que no es cierta, pero estoy diciendo, lo que ustedes tienen que calcular es, vincular es, el área de estos dos cuadrados, los que están construidos sobre los catetos del triángulo.*	

88	*E3: Y es igual a la del rojo.*	*Adelanto de la respuesta.*
89	*EPM3: ¿Las dos son iguales a este?*	*Pregunta buscando aclaración.*
90	*E8: No*	
91	*E3: Esos dos juntos son iguales.*	*Aclaración.*
92	*EPM3: (Asiente) ¿Y eso cómo lo expresarían en las áreas? Porque ya armaron el puzzle, ya vieron que si ustedes juntaban, o sea, desarmaban los dos cuadrados, y armaban las piezas de alguna forma, les quedaba el cuadrado más grande. Este, ¿no? De mayor área. ¿Se ve eso?*	*Evaluación de corrección.*
93	*Es: Sí.*	
94	*EPM3: Fue lo que hicieron cuando armaron el puzzle. Bueno, ¿eso cómo se puede traducir con respecto a las áreas de los cuadrados?*	*Pregunta haciendo intervenir las áreas.*
95	*E11: Son equivalentes.*	
96	*EPM3: ¿Las de cuáles? A ver, por ahí ya dijeron algo. Dijeron que una suma, por ahí, no sé, por allá. E3 dijo una suma.*	*Busca la aparición de la respuesta útil que ya se dio.*
97	*E3: La suma de los dos cuadrados es lo mismo que el cuadrado grande.*	*Enunciado correcto.*
98	*EPM3: ¿Se ve eso? Si ustedes con las 5 fichas (muestra los cinco dedos de la mano) construyen el cuadrado rojo, que es el más grande de todos, el que tiene la mayor área, ¿cómo se traduce eso en términos de áreas? Bueno, que si yo sumo el área de este cuadrado que está acá, capaz que lo hago en este que es más grande, de este cuadrado que está acá (señala), si sumo el área de este cuadrado, con el área de este chiquito amarillo…*	
99	*E12: el área del rojo.*	
100	*EPM3: Me da el área del rojo, ¿no? Que fue lo que hicieron ustedes cuando armaron el puzzle. Los dos cuadrados que quedaron construidos eran, estaban superpuestos uno con el otro. O sea, tienen la misma área. Bueno, entonces, ta, esa sería la respuesta. ¿Cómo lo escribirían con sus palabras? Así lo respondemos entre todos a eso.*	*Pregunta sobre el enunciado.*
101	*E13: Sumando el área del cuadrado menor.*	*Primera respuesta.*
102	*E14: Ponele letras a los cuadrados.*	*Otra respuesta.*
103	*EPM3: Bueno, esa puede ser una opción. Ponerle vértice a los, perdón, ponerle nombre a los vértices de los cuadrados. Pero otra, otra opción podría ser, estos dos cuadrados, están construidos sobre los catetos del triángulo, ¿no?*	*Evaluación de utilidad, pero sugiere la forma "oficial".*
104	*E15: O si no, sumando el área de uno de los cuadrados da el área del otro cuadrado, de los otros dos, de los cuadrados menores.*	*No toman sugerencia.*
105	*EPM3: Pero, ¿cómo sumás? ¿Un área sola vas a sumar? ¿Cómo sería? Porque vos dijiste: sumando el área de un cuadrado…*	
106	*E15: de los cuadrados menores.*	
107	*EPM3: Bueno, pero, para no decir cuadrados menores, porque, ¿qué querría decir que un cuadrado es menor que otro?*	*Cuestiona enunciado, sigue hacia la forma oficial.*
108	*E13: Más chico.*	
109	*E14: Más chiquito.*	
110	*EPM3: ¿Qué sería que un cuadrado es más chico que otro? ¿Cómo diríamos?*	*Pregunta aclaratoria.*
111	*E15: Que tiene menor área.*	
112	*EPM3: Ah, bueno, que el área de uno sería más chica que el área del otro, bueno. Ahora les vuelvo a decir, recuerden que los cuadrados que ustedes recortaron son los cuadrados que están construidos sobre los catetos del triángulo rectángulo. ¿Se ve eso? ¿Cuáles son los catetos*	*Vuelve sobre enunciado oficial. Cambio hacia los nombres de los segmentos.*

	de ese triángulo rectángulo? El triángulo rectángulo tienen nombre los vértices, ¿no? ABC. ¿Cuáles son los catetos de ese triángulo rectángulo?	
113	*E10: BA, BC y BA.*	
114	*EPM3: BC*	*Solo toma uno, posible señal de error en el otro.*
115	*E10: y CA*	*E10 corrige.*
116	*EPM3: Y CA (como aprobando). ¿BA qué es del triángulo?*	*Toma las respuestas esperadas.*
117	*E10: Hipotenusa.*	
118	*EPM3: La hipotenusa. Porque es el lado opuesto al ángulo recto. ¿Se acuerdan?*	
119	*Es: Sí*	
120	*EPM3: Ya habíamos trabajado eso. Bueno. Entonces, les vuelvo a decir. ¿Cómo podemos escribir eso? A ver.*	*Nueva pregunta.*
121	*E9: La suma del triángulo amarillo, más el triángulo de colores.*	*Otra propuesta.*
122	*EPM3: Está hablando E9. Decí, a ver, el área de*	
123	*E9: El triángulo amarillo*	
124	*EPM3: ¿Triángulo amarillo?*	*Evaluación de rechazo.*
125	*Es: Cuadrado*	*Corrección.*
126	*EPM3: Ah*	*Evaluación de correcto.*
127	*E9: Si le sumás el área del cuadrado de colores*	
128	*EPM3: A ver si se ve eso que dijo E9. E9 dice: "si sumo el área del cuadrado amarillo con el área del cuadrado ese que tiene varios colores, me da el área de qué cuadrado"*	
129	*Es: Del rojo*	
130	*EPM3: Del rojo. Bueno, vamos a escribirlo un poco distinto porque decir cuadrados de colores es como medio…*	*Si bien inicialmente toma el enunciado, les dice que lo van a escribir un poco distinto. Rechazo.*
131	*E16: Si se ponen los números del 1 al 5, te da el rojo. Ta.*	*Otra propuesta.*
132	*EPM3: ¿Sí? ¿Si sumo los números del 1 al 5?*	*Pregunta como interpretando mal.*
133	*E16: No, si los nombrás.*	*Corrección.*
134	*EPM3: Si sumo las áreas.*	
135	*E16: Eso!*	
136	*EPM3: Bueno, eso puede ser otra opción, si sumo las áreas de las figuras numeradas del 1 al 5, podría ser eso, vayan escribiendo, podemos escribirlo de alguna otra manera distinta. (Dicta): Si sumo las áreas. Guarden los celulares.*	
137	*Si sumamos las áreas de las figuras numeradas del 1 al 5, se obtiene el área del cuadrado rojo, por ejemplo. Bueno, entonces ahora quiero que hagan la parte c), dice: "Expresa el área de cada cuadrado en función de la medida de su lado", vamos a hacer eso como primera parte. Como primera cuestión de esta parte. ¿Cómo expresarían el área del cuadrado que está numerado con un uno, por ejemplo?*	*Finalmente toma este enunciado. Pregunta para comenzar la parte c). Focaliza en el área de un cuadrado.*
138	*E8: ¿El área?*	
139	*EPM3: En función de la medida de su lado. ¿Cuánto mide el lado del cuadrado que tiene un uno? Dice ahí cuánto mide.*	*Pregunta con sugerencia de dónde encontrar la respuesta.*
140	*E15: a*	
141	*EPM3: O sea, no es un número concreto, pero*	
142	*Es: a, a*	
143	*EPM3: ¿Se ve eso? ¿Se ve que el cuadrado que tiene un uno, tiene lado a?*	*Nueva pregunta para ver si lo entendieron.*
144	*Es: Sí, ahí va.*	

145	*EPM3: Bueno, entonces, si el lado es a, ¿cómo sería el área de ese cuadrado?*	*Nueva pregunta.*
146	*E10: a por a*	*Respuesta esperada.*
147	*EPM3: a por a o a^2. Bueno, eso es lo que tienen que escribir ahí.*	*La toma y agrega la otra forma.*

(Continúa el mismo tema)

148	*EPM3: El área del cuadrado que tiene un uno es a^2 o a.a, como quieran.*	
149	*E1: El área del cuadrado de colores ese, es b.b*	*Otro aporte.*
150	*EPM3: o b^2. Y para no decir cuadrado de colores ¿cómo podría decir?*	*Lo toma y corrige. Evalúa negativo el cuadrado de colores.*
151	*E2: Numerados del 2 al 5*	
152	*EPM3: Bueno, pero el cuadrado no es que esté numerado del 2 al 5, el cuadrado está como dividido en 4 figuras que están numeradas del 2 al 5.*	*Corrige expresión.*
153	*E2: Y después hacemos sus áreas y te da el área total.*	
154	*EPM3: Pero otra forma de nombrar ese cuadrado podría ser: el cuadrado de lado AC, por ejemplo. Bueno, el área de ese cuadrado dijimos que era…*	*Termina proponiendo la forma matemática de nombrar el cuadrado, hacia respuesta oficial.*
155	*E1: a^2*	
156	*EPM3: ¿Cuánto? No, del otro.*	*Rechazo.*
157	*E2: b.b*	
158	*EPM3: b.b o*	
159	*E2: b^2*	
160	*EPM3: o b^2 que es lo mismo, ¿no? Bueno, ¿Y el área del otro cuadrado, del rojo?*	*Pregunta para continuar.*
161	*E1: c^2*	
162	*E3: ¿Cómo le ponemos al cuadrado?*	*Aquí se invierte, ellos preguntan, EPM3 propone.*
163	*EPM3: ¿A este? (Señalando) El área del cuadrado construido sobre el cateto CA, por ejemplo.*	
164	*E2: O si no era más fácil c.c*	
165	*EPM3: ¿c.c? Es lo mismo. c.c o c^2. Bueno, entonces ahora, de nuevo, el área del cuadrado rojo cuánto vale?*	
166	*E2: c.c o c^2*	
167	*EPM3: c.c o c^2, ahí va. Eso escríbanlo también (espera). Entonces, ¿cuánto mide el cuadrado que tiene un uno? El área, perdón, ¿cuánto vale el área del cuadrado que tiene un uno?*	
168	*E2: a.a*	
169	*EPM3: a.a , ¿cuánto mide, cuánto vale el área del otro cuadrado, el que está dividido en las figuras del 2 al 5?*	
170	*E4: b.b o b^2*	
171	*EPM3: b.b o b^2 ¿Y del otro cuadrado?*	
172	*E4: c.c o c^2*	
173	*EPM3: c.c o c^2. Ahora quiero que me escriban alguna igualdad, alguna fórmula que me relacione esas tres áreas con a, b y c, digamos, con esas medidas que ustedes escribieron ahí, esas tres áreas. ¿Cómo lo podrían escribir? O sea, uds. dijeron que el área del cuadrado 1 es a^2.*	*Nueva pregunta hacia la igualdad del enunciado.*
174	*E5: a p…*	
175	*EPM3: Por ejemplo, el área del otro cuadrado es b^2.*	
176	*E5 y E6: $a^2 + b^2 = c^2$*	*Respuesta esperada.*
177	*EPM3: Ahí está, ¿no? ¿Escucharon lo que dijo, E7 guardá el celular, por favor. ¿Escucharon lo que dijo E5?*	
178	*E8: No*	
179	*EPM3: ¿Qué es? ¿Repetís?*	

180	*E5: $a^2 + b^2 = c^2$*	*E5 reitera la respuesta.*
181	*EPM3: A ver, ella dice que a^2 más b^2 es igual c^2 (lento y pausado). ¿Están de acuerdo con esa igualdad?*	
182	*E2: Sí.*	
183	*EPM3: ¿Esto qué nos representa? ¿a^2 qué nos está representando?*	*Se reitera preguntando, hacia la comprensión.*
184	*E5: El área del cuadrado 1.*	
185	*EPM3: El área del cuadrado 1. ¿El b^2?*	
186	*E5: El área del b.*	
187	*EPM3: El área del otro cuadrado, ese que tiene los cuatro colores que ustedes están diciéndole así, ¿no? ¿Y este?*	
188	*E5: El área del rojo.*	
189	*EPM3: El área del cuadrado rojo. ¿Y ustedes hace un ratito no me dijeron que si sumaban las dos áreas de esos dos cuadrados no daba el área del cuadrado rojo?*	
190	*Es: Sí*	
191	*EPM3: ¿Y eso no es lo que está escrito acá?*	
192	*Es: Sí*	
193	*EPM3: Simbólicamente es eso, ¿no? Bien, entonces, copien eso en esa parte, en la parte c) también, que $a^2 + b^2$…*	
194	*E2: ¿Qué hacemos con el puzzle?*	
195	*EPM3: El puzzle está bueno que después en su casa lo recorten y lo peguen en el cuaderno, por la ficha si quieren, por ahí, para que les quede de recuerdo. Bueno, ¿copiaron esa igualdad?*	
196	*¿$a^2 + b^2 = c^2$? Bueno, voy a seguir leyendo la ficha. Sigo leyendo la ficha. Dice: La relación que estableciste en la actividad anterior es conocida con el nombre de Teorema de Pitágoras", ¿les suena eso?*	*Institucionalización del enunciado como Teorema de Pitágoras.*
197	*Es: Sí*	
198	*EPM3: ¿En qué les suena?*	
199	*E2: De 2º*	
200	*EPM3: ¿Sí? ¡Mirá! Capaz que lo dieron en 2º, no sé, lo estamos dando de nuevo (sonríe). Bueno, esa relación que ustedes encontraron entre esas áreas de esos cuadrados es lo que se llama Teorema de Pitágoras. Y se puede enunciar así. ¿Vieron que dice "dos puntos" y hay un recuadro para que ustedes llenen? Les dicto. Una forma de enunciar ese teorema es de esta manera.*	
201	*E2: ¿Eso va abajo?*	
202	*EPM3: Sí, en el recuadro, lo que les voy a dictar.*	
203	*E7: ¿Va eso?*	
204	*EPM3: ¿Qué es eso?*	
205	*E7: La forma.*	
206	*EPM3: No*	
207	*E4: ¿Qué ponemos?*	
208	*EPM3: Les dicto, no he empezado a dictar todavía. Dicto lo que va en ese recuadro entonces. Dice: "en cualquier triángulo rectángulo, es un juego de palabras que a veces es difícil de decir, pero no hay otra forma más sencilla de decirlo, el cuadrado de la medida de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de las medidas de los catetos."*	*Termina dando la forma oficial del enunciado. Aquí hay un salto importante de comprensión para los alumnos.*
209	*E8: Es eso, ¿no? (Señala al pizarrón)*	*E8 lo identifica.*
210	*EPM3: Sí, es eso, simbólicamente se escribe así. O sea, en otras palabras es lo que ustedes estaban diciendo hace un ratito en función de las áreas de esos cuadrados que estaban ahí, ahora eso está dicho en función de los lados del triángulo. O sea, lo que dice, en otras palabras, es, si yo tengo un triángulo rectángulo, y sumo los cuadrados de las medidas de los catetos, eso me da el cuadrado de*	*Hay un énfasis en la referencia a los lados, que no es el contexto inicial en el que llegaron al enunciado.*

	la medida de la hipotenusa. Es lo que estaban anotando ustedes recién. Bien.	

(Les manda buscar información)
Interacciones con estudiantes – Actividad 2

211	*Con E1, E2 y E3, primera parte.*	
212	*EPM3: Está bien*	*Evaluación.*
213	*E1-E2: ¿Está bien?*	
214	*EPM3: ¿Les había dado 100? Ese 100, ¿qué es?*	*Pregunta de continuidad.*
215	*E2: El área.*	*Respuesta breve.*
216	*EPM3: El área de este cuadrado. Pero yo no quiero el área de ese cuadrado. Yo quiero esta medida (señala sobre el cuaderno), que es la del lado de ese cuadrado.*	*Indicación sobre qué pide el ejercicio.*
217	*E2: ¿Y qué tengo que hacer?*	*E2 pide orientación. Consenso de trabajo.*
218	*EPM3: A ver.*	*No les dice.*
219	*E2: ¿100 dividido? ¿100 dividido (pausa) 4? No, dividido (pausa) 2.*	*Intentos de respuesta.*
220	*EPM3: Si ustedes tienen el área de este cuadrado, que, ¿cuánto mide?*	
221	*E1: 100*	
222	*EPM3: 100. ¿Cuánto medirá el lado? (Silencio) Por ejemplo, díganme un número y ahora vemos, por ejemplo,*	*Intención de trabajar con la potencia y no la inversa.*
223	*E1: 50*	*Respuesta que indica que están pensando en la mitad.*
224	*EPM3: Por ejemplo, 50. Si esto mide 50, ¿qué le tienen que hacer a ese número para calcular el área de ese cuadrado?*	*Pregunta. Patrón de experiencia.*
225	*E1: Multiplicamos*	*Primera respuesta.*
226	*EPM3: ¿Por quién?*	*Nueva pregunta.*
227	*E1: Inaudible*	
228	*EPM3: No*	*Evaluación negativa sin fundamento.*
229	*E2: Por 2*	*Otra respuesta.*
230	*EPM3: No*	*Evaluación negativa sin fundamento.*
231	*E3: Por el mismo número*	*Respuesta esperada.*
232	*EPM3: Por el mismo número, o sea 50 por 50.*	*Aceptación.*
233	*E1: Y da 100.*	
234	*EPM3: ¿Y da 100 50 por 50?*	
235	*Es: No*	
236	*E3. Entonces 100 dividido por sí mismo.*	*Analogía.*
237	*EPM3: Te da 1. (E1 toma su calculadora). ¿Qué número multiplicado por sí mismo te da 100? Eso es lo que tienen que pensar.*	*Nueva formulación de la pregunta con intención de obtener respuesta esperada. ¿Focalización?*
238	*E1: (con la calculadora) Me tiene que dar*	
239	*EPM3: Ustedes saben que el área de este cuadrado es 100. (E3 saca su calculadora). Quiero que me calculen el lado de ese cuadrado.*	*Formulación más directa.*
240	*E1: Cero (ha hecho un cálculo usando la calculadora)*	*Respuesta sin sentido, producto de un cálculo.*
241	*EPM3: ¿Cero? ¿Cero mide la hipotenusa? (señala) ¿no tengo triángulo? (Se va).*	*Evaluación negativa. Pero los deja trabajando.*
242	*(Unos minutos después, cuando el EPM3 está con otro grupo)*	
243	*E2: ¡Mide 10!*	*Encuentran la respuesta.*

244	*EPM3: Sí, claro.*	

Actividad 3.- Aclaraciones de la letra, trabajo grupal

Una vez que los alumnos han trabajado con la Actividad 2 en grupos pequeños, el EPM3 aborda la Actividad 3 en discusión grupal, a partir de varias preguntas recibidas en los grupos.

245	*EPM3: La actividad 3 dice, ¿me escuchan? "Una caña de 30 unidades de largo" y por ahí me preguntaban, esas unidades, ¿están en metros, están en centímetros? No importa, 3 unidades. Yo puedo tomar cualquier medida como unidad, y a partir de ahí contar 30 veces esa longitud. Entonces, una caña de 30 unidades de largo se apoya verticalmente contra un muro. ¿Cómo podemos hacer esa representación gráfica?*	*Aclara el alcance de las "unidades", frente a los estudiantes que han preguntado qué unidad de medida es. La no importancia de la unidad le quita la significación contextual al enunciado, supuestamente vinculado a la vida real. Pregunta sobre cómo representar la situación.*
246	*E1: Treinta al cuadrado.*	*Respuesta en el contexto del tema que están dando. Esfuerzo interpretativo de E1 en el marco del tema que están dando.*
247	*EPM3: **Gráfica**. Esa situación **gráfica**.*	*Reitera la pregunta, enfatizando lo gráfico.*
248	*E2, E3: Haciendo una caña. Un coso de 30.*	*Otro intento de respuesta.*
249	*EPM3: Tengo el piso, ¿no? (Dibuja un segmento en el pizarrón). Como hacen en física. ¿No lo hacen así en física?*	*No toma la respuesta. Inicia él la representación. Los quiere llevar a un contexto supuestamente conocido en la física.*
250	*Es: No*	
251	*EPM3: Bueno, ya lo van a hacer en otro año.*	
252	*E1: La caña*	
253	*EPM3: (Representa un segmento vertical). Tengo el muro. Dice que la caña que mide 30 unidades de largo la apoyo verticalmente sobre ese muro. La voy a pintar de rojo a la caña, para que se vea.*	*Lo va haciendo el EPM3.*
254	*E3: ¿Eso es la caña?*	*Pregunta de comprensión.*
255	*EPM3: Ahí está la caña. La apoyo verticalmente sobre el muro. ¿Está bien? Entonces, ¿ahora qué me dice la letra?*	*Pregunta retórica. Pregunta de continuidad.*
256	*E4: Que la extremidad superior*	*Inicio de respuesta.*
257	*EPM3: ¿Qué dice?*	*Se reitera la pregunta.*
258	*E5: (Lee) Si la extremidad superior de la caña se coloca 6 unidades más abajo, ¿en cuántas unidades se desplazará el otro extremo de la caña?*	*E5 lee la propuesta.*
259	*EPM3: O sea, lo que dice es (va hacia el pizarrón y señala el extremo superior), si a este extremo ahora lo coloco 6 unidades hacia abajo (señala) ¿qué pasa acá? Acá tengo el piso (señala el piso), no puedo llevar la caña para abajo (señala como enterrando la caña en el piso del salón).*	*El EPM3 interpreta la consigna.*
260	*E3: Pero hacés un pozo.*	*Respuesta creativa y divergente con la idea del problema. Interpretación.*
261	*EPM3: Esa podría ser una opción. Pero ta, vamos a suponer que tengo un piso y no puedo llevarlo hacia abajo.*	*Reducción de la ambigüedad agregando*

		una suposición a la letra.
262	*E6: Pero queda en diagonal.*	*Esfuerzo interpretativo.*
263	*EPM3: A ver, ¿te animás a pasar a hacer el dibujo? Queda un triángulo. Sí, dale. Hacelo en azul, así representamos toda la situación.*	*Matematización que E6 no había introducido.*
264	*E6: (va al pizarrón) (Señala con un dedo cómo lo dibujaría)*	*Pide evaluación.*
265	*EPM3: Sí*	*Evaluación positiva.*
266	*E6: (Lo representa en azul)*	
267	*EPM3: A ver ustedes, ¿qué dicen?*	*Pide evaluación a los alumnos.*
268	*E7: La corrió mucho.*	
269	*EPM3: Ah, bueno, es una figura de análisis. No sé si ese dibujo está bien en medida, digamos. Pero, ¿se ve que (no sigue la frase). Lo que hizo E6 fue, lo que dice es, si la bajo 6 unidades al extremo superior, no voy a tener otra [no voy a tener más remedio], para que siga apoyada contra la pared, que correr el extremo inferior, alejarlo del muro, para que la caña siga apoyada. ¿Se ve eso? Ahora, bueno, a partir de esa figura ahora lo que yo les pido es que me calculen qué cosa, ¿qué les dice la letra?*	*Respuesta que desestima evaluación de E7. Pregunta de continuidad.*
270	*E3: Cuánto tenés que mover*	*Respuestas incompletas.*
271	*E8: Cuántas unidades*	
272	*EPM3: Bueno, entonces, en esa figura, ¿qué es lo que tengo que calcular?*	*Nueva pregunta hacia respuesta más completa, posiblemente que digan "el cateto del triángulo".*
273	*E3: (Inaudible)*	
274	*EPM3: En esa figura, tengo la caña así (señala, la representación vertical), la corrí para acá, quiero que me calculen…*	*Reiteración porque no responden. No completa la frase en espera de la respuesta.*
275	*E3: Lo que va de lo azul a lo rojo.*	*Respuesta esperada.*
276	*EPM3: Ahí está, lo que va del muro, o del piso en el muro hasta (marca el cateto horizontal del triángulo). Quiero que me calculen eso. Esa distancia.*	*Toma la respuesta y la modifica en términos del contexto del problema.*
277	*E5: Una pavada.*	
278	*EPM3: Bueno, ahí en esa figura hay cosas que yo puedo escribir, que no las puse.*	*Sugerencia.*
279	*E2: Y si no tenemos medidas.*	
280	*EPM3: Hay medidas, sí, en la letra les dice medidas. La caña tiene cierto largo, ¿cuántas unidades?*	*Sugerencia.*
281	*Es: 30*	
282	*EPM3: Entonces (va hacia el pizarrón) en esa figura, ¿dónde puedo representar el 30? ¿Esas 30 unidades?*	*Pregunta que incluye nueva sugerencia.*
283	*E5: Ahí en el rojo.*	
284	*EPM3: En el rojo, ¿dónde más?*	*Evalúa la respuesta positivamente pero no la considera completamente, no es la que busca. Vuelve a preguntar.*
285	*Es: En el azul*	*Respuesta esperada.*
286	*EPM3: En el azul, también, ¿no? porque la caña no se deforma, esta medida y esta (señala) son iguales, la azul y la roja.*	*Hay un énfasis en la evaluación de esta respuesta, en relación a la anterior, que indicaría aceptación.*
287	*E10: Uno es 30 y el otro 24.*	

288	*EPM3: Ahí está, esto es 30 (escribe 30 sobre el segmento azul) ¿y el 24 dónde?*	
289	*E3: Lo del rojo que quedó, para abajo.*	
290	*EPM3: Esta (marca una parte del segmento rojo). ¿Esa?*	
291	*E3: Eso, claro.*	
292	*EPM3: ¿Y por qué eso es 24?*	
293	*E10: Y porque lo bajaste.*	*Respuesta breve.*
294	*EPM3: Ahí está, cuando yo la apoyaba sobre el muro, o sea, la posición de esa figura roja, eso mide 30, hasta arriba. Pero si la corrí, al extremo superior, lo corrí 6 unidades hacia abajo, esa distancia entonces que marqué con azul es…*	*Interpretación y ampliación de la respuesta por parte del EPM3.*
295	*E3: 24*	
296	*EPM3: 24 (escribe 24 sobre el cateto vertical del triángulo).*	
297	*E3: Entonces hacés 30 al cuadrado más 24 al cuadrado*	*Propuesta de solución en el contexto de lo que están dando. Rutina de uso de los números y una operación.*
298	*EPM3: A ver, si era eso lo que decía. En primer lugar tengo que corroborar que esté ante un triángulo rectángulo.*	*Evaluación de la respuesta con cierto grado negativo.*
299	*E3: Sí, es rectángulo*	
300	*EPM3: (Asiente)*	*El problema desaparece.*
301	*E10: Es rectángulo*	
302	*E3: Claro…*	
303	*EPM3: ¿Hay un triángulo rectángulo ahí?*	*Vuelve a preguntar.*
304	*E10: 30 por 24 dividido 2*	*Respuesta divergente. Rutina de uso de los números.*
305	*EPM3: Pah! ¿Así? ¿Tan rápido? Dale, hacelo. Dale, haga.*	*La rechaza, pero luego le dice que lo haga.*
306	*E2: Tenemos que aplicar lo que hicimos anteriormente.*	*Respuesta útil.*
307	*EPM3: Bueno, puede ser, a ver.*	*La considera.*
308	*E2: Hacemos el área del triángulo…*	*Parecería que usa el contexto en el que vieron el teorema.*
309	*EPM3: Hoy (le pide silencio a E2 con la mano)*	
310	*E2: Da 360*	*Es el cálculo de 30 por 24 dividido dos.*
311	*EPM3: En la actividad anterior, ¿qué información les daba yo, en la actividad 2?*	*No evalúa la respuesta. Va hacia otro lado.*
312	*E10: a al cuadrado*	*Respuesta no esperada.*
313	*EPM3: Del triángulo rectángulo, ¿qué información yo les daba?*	*Nueva pregunta hacia respuesta esperada.*
314	*E2: Los catetos.*	*Respuesta esperada.*
315	*EPM3: Las medidas de los dos catetos. Ahora, ¿les estoy dando las medidas de los dos catetos?*	*Nueva pregunta que sugiere respuesta.*
316	*Es: Sí, no.*	*Respuestas divergentes.*
317	*EPM3: (Hace que no con la cabeza)*	*Da la respuesta gestualmente.*
318	*Es: No, no*	*Cambio de respuesta.*
319	*EPM3: No. ¿Cuáles son los catetos ahí?*	*Pregunta de explicación.*
320	*E2: Yo qué sé.*	
321	*EPM3: ¿Dónde está el ángulo recto? Acá (lo señala)*	*Pregunta y responde.*
322	*E3: Ah*	
323	*EPM3: Si acá está el ángulo recto, ¿cuál es la hipotenusa? Es la primera que identifico.*	*Pista sugerentes.*
324	*E11: La que mide 30*	*Respuesta esperada.*

325	*EPM3: El que mide 30. Y los otros dos son los catetos. Hay un cateto que no conozco, es el que les estoy pidiendo.*	*El EP3 termina de decirlo. Embudo*
326	*E3: ¡Es 180!*	*Respuesta divergente.*
327	*EPM3: ¿180 mide eso?*	*Evaluación de rechazo.*
328	*E3: Si da 360 todo.*	*Insistencia.*
329	*EPM3: Pero eso, ¿de qué estás hablando? ¿De los ángulos? ¿Te parece que si la caña mide 30, y la corro 6 unidades hacia abajo, se me va 180 unidades la parte de abajo?*	*Apoyo en la situación "real".*
330	*E3: No sé, yo dije el número que…*	
331	*EPM3: No sé, pregunto.*	
332	*E3: Que al cuadrado da 360*	*E3 piensa en el área. Confusión de cuadrado con doble.*
333	*EPM3: Si yo la bajo sin importar la cantidad de unidades, ¿cuánto es lo máximo que puede medir esta longitud? (Señala el cateto horizontal del triángulo) No sé, pregunto.*	*Busca apoyo en el contexto del problema.*
334	*E10: Ah, sí, lo dividís.*	*Ensayo y error.*
335	*EPM3: Pero miren lo que estoy preguntando. 30, porque lo máximo que puede ir este extremo (señala el superior) ¿dónde es, hasta dónde?*	
336	*E10: Hasta el piso.*	
337	*EPM3: Hasta el piso. Y si al extremo superior lo dejo en el piso, ¿el otro extremo dónde va a estar?*	
338	*E10: Abajo*	
339	*EPM3: La caña va a quedar horizontal.*	
340	*E10: Ah, claro.*	
341	*EPM3: Y va a quedar 30 unidades hacia allá (señala hacia la izquierda)*	
342	*E3: ¿Por qué?*	
343	*EPM3: (Va con un marcador, con el que simula la caña, hacia la pared). Tenés la caña contra la pared, y el extremo superior lo llevás hasta el piso.*	*Búsqueda de otra explicación.*
344	*E3: Sí*	
345	*EPM3: O sea que va a hacer esto así (indica el movimiento con el marcador). El piso está acá, si llevo el extremo superior hasta acá, ¿no queda horizontal la caña? Así no puede quedar (lo pone inclinado). Acá está el piso, para abajo no puede quedar, lo máximo que puede quedar es horizontal. ¿Y cuánto mide esto?*	
346	*E3: 30*	
347	*EPM3: 30, que es la medida de la caña. Entonces, ¿podría ser 180, que es la medida que me dijiste?*	
348	*E3: No, no.*	
349	*EPM3: Me parece que hiciste cálculos con la medida de los ángulos. De 180. Porque te escuché decir…*	*Interpretación.*
350	*E2: ¿No se puede calcular el área del triángulo?*	*Insistencia en el contexto inicial del teorema.*
351	*EPM3: (A E3) Te escuché decir que si sumabas esos números tenía que sumar 180 o algo así. Eso con los ángulos del triángulo, no con las medidas de los lados.*	
352	*E3: No, pero yo, o sea, dije eso porque como dijeron que daba 360.*	*Explicación.*
353	*EPM3: Ah, está! Estabas haciendo otra cuenta. En función de ese número.*	
354	*E3: Claro. Este al cuadrado más el otro al cuadrado tiene que dar 360. Entonces tiene que ser 180.*	*Intento de usar el teorema con áreas, y división en lugar de raíz cuadrada.*

355	*EPM3: Y hoy cuando ustedes tenían el 100, ¿lo dividieron entre dos para obtener el 100?*	*Pregunta explicativa.*
356	*Es: No pero, ah, claro!*	
357	*EPM3: Ah! ¿Entonces?*	
358	*E2: Ah!*	
359	*E3: Ah, ta!*	
360	*EPM3: Primero partamos de la base de que ese 360 está bien, porque no sé si está bien, no sé de dónde sacaron ese 360.*	*Búsqueda de racionalidad conceptual.*
361	*E2: De lo que dice E10.*	
362	*EPM3: ¿De dónde salió ese 360? ¿Qué fue lo que hicieron?*	
363	*E2: E10 dijo 30 por 24 dividido 2.*	
364	*EPM3: ¿Cómo?*	
365	*E2: dijo 30 por 24 dividido 2.*	
366	*EPM3: 30, ¿eso habías dicho vos? (A E10) ¿30 por 24 dividido 2?*	
367	*E10: Sí*	
368	*EPM3: Y ahí estás multiplicando las medidas de los lados.*	
369	*E2: Profe, profe*	
370	*E3: Está mal eso*	
371	*E10: Para calcular el área.*	
372	*EPM3: Ah, claro. Para calcular el área del triángulo. Ta bien, sí.*	
373	*E2: Profe, ¿el área del triángulo es base por altura dividido dos?*	
374	*EPM3: Sí, es lo que estaban diciendo ahí. Ahí calcularon el área del triángulo. Pero* ***en el teorema de Pitágoras*** *¿aparece el área del triángulo en algún momento?*	*Revisión del teorema. Comprensión del EPM3 de la confusión de los alumnos.*
375	*E3: No, de los cuadrados.*	*Respuesta esperada.*
376	*EPM3: Aparecen las áreas de los cuadrados que construyo sobre los catetos y sobre la hipotenusa. No aparece el área del triángulo. Está bien, ese 360 es el área del triángulo, está bien, no sé si me va a servir o no. Es más, pregunto, ¿está bien esa área de ese triángulo, ahora que me pongo a pensar? Porque es base por altura dividido 2, y esta base no la tengo (señala el cateto que hay que hallar)*	*Señalamiento del error en el cálculo del área. Interpreta y matematiza directamente cuál es la base.*
377	*E10: La base falta.*	
378	*EPM3: Entonces no sé, si la base no la tengo, ¿cómo sé el área?*	
379	*E10: No la tenés.*	
380	*(Risas)*	
381	*EPM3: Ah, bueno. Me quedé pensando, si esta base no la tengo (señala). Y esta altura, sí, pero la base no, entonces el área del triángulo no la conozco, o sea que no es 360.*	
382	*E10: Podés poner x por 24.*	
383	*EPM3: Aja, a ver si a esta medida le llamo x por ejemplo. (Escribe x debajo del cateto horizontal). Vuelvo a preguntar, ¿no conocen algún vínculo? (señala la igualdad $a^2 + b^2 = c^2$) entre las medidas de los lados de un triángulo rectángulo? Más explícito imposible.*	*Toma la idea pero la aprovecha hacia la solución esperada. Pista sugerente (intencional) gestual.*
384	*E11: No hay cuadrados.*	*Apego al contexto del teorema.*
385	*EPM3: No hay cuadrados dibujados, es cierto. Pero las medidas de los lados las tengo. De algunos, por lo menos.*	*Vuelve a llevarlo al terreno de los lados.*
386	*E11: Claro, pero…*	*Continúa el conflicto.*

387	EPM3: ¿Cómo sería plantear esta igualdad (señala $a^2 + b^2 = c^2$) en este triángulo (señala el triángulo)? ¿Cómo sería?	Sugererencia casi directa.
388	E2: 30 al cuadrado más 24 al cuadrado igual x al cuadrado.	Primer intento de respuesta.
389	E3: No, no	Divergencia.
390	EPM3: ¿Qué es este a^2 y este b^2? Es la suma de los cuadrados de (espera)	Nueva pregunta, evaluación negativa, completar lo vacío.
391	E3: (Inaudible)	
392	EPM3: Voy de nuevo. Esta suma, de estos dos números (señala $a^2 + b^2$), ¿qué representaban los dos números? ¿Las áreas de qué cuadrados? ¿De cualquier dos cuadrados que estaban ahí en juego?	Vuelve sobre el contexto original del teorema.
393	E3: No	Respuesta esperada.
394	EPM3: ¿De qué cuadrados?	Nueva pregunta, de continuidad.
395	Es: De los catetos.	Respuesta esperada.
396	EPM3: De los que estaban sobre los catetos. Y el 30, ¿es un cateto? ¿Es la medida de algún cateto?	Pregunta explicativa.
397	E3: No, x al cuadrado más 24 al cuadrado	Otra respuesta.
398	EPM3: Ah, ahora sí! Entonces queda	Evaluación positiva.
399	E3: x al cuadrado más 24 al cuadrado igual 30 al cuadrado	Respuesta esperada completa.
400	EPM3: (Escribe $x^2 + 24^2 = 30^2$). ¿Ahora? ¿Qué fue lo que hice ahí? Dije: la medida de un cateto elevado al cuadrado más la medida del otro cateto elevado al cuadrado es igual a la medida de la hipotenusa elevada al cuadrado. Bueno, hallen x ahí a ver qué pasa.	Institucionalización. Fase de explicación racional.

Interacción con estudiantes

401	E1: $x^2 = 324$. ¿Y después?	¿Cómo sigo?
402	EPM3: ¿Qué tengo que hacer ahora? ¿Qué tengo que hacer ahí para hallar x?	Devuelve la pregunta.
403	E1: Qué número multiplicado por sí mismo me da 324.	Respuesta esperada.
404	EPM3: ¿Y cómo hago?	Nueva pregunta.
405	E1: Sí (gesto con las manos como de que no sabe)	
406	EPM3: ¿Qué número multiplicado por sí mismo me da, 25?	Vuelve sobre un caso conocido. Patrón de experiencia.
407	E1: 5	
408	E2: 5 por 5	
409	EPM3: O sea, ¿qué número multiplicado por sí mismo me da 25? ¿Cuál es el número?	Pregunta orientada a indicar operación. No hace explícita la intención.
410	E1-E2: 5	Reiteración de la respuesta.
411	EPM3: 5. ¿Qué es 5 de 25?	Mayor explicitación.
412	E2: La mitad	Respuesta errónea.
413	EPM3: La mitad	
414	E2: No	Evaluación negativa.
415	E1: Eh. (Sonríe). Múltiplo, yo qué sé.	Nuevo intento.
416	EPM3: Eso es 25 de 5, pero no 5 de 25.	Interpretación.
417	E2: ¿Qué es 5 de 25?	Nueva pregunta.
418	EPM3: Sí	
419	(Se ríen E1 y E2)	
420	EPM3: Otra, por ejemplo, 36 es un número multiplicado por sí mismo. ¿Cuál?	Otro intento hacia la operación.
421	E1: 6	Respuesta correcta.
422	EPM3: 6, porque 6 por 6 da 36. Bueno, ¿qué es 6 de 36? Hay un vínculo ahí entre esos números. Si a un número lo elevo al cuadrado y me da 324, ¿qué tengo que hacer?	Intenta vínculo con operación inversa, pero sin nombrarla.

	Porque una opción puede ser calculadora, voy buscando (simula que está usando una calculadora) un número que multiplicado por sí mismo me dé 324. Pero hay otra forma más rápida de calcular ese número.	
423	*E3: (Le muestra la calculadora) Hay que poner*	*Encuentra la respuesta en la calculadora.*
424	*EPM3: (Asiente)*	
425	*E1: (Le muestra su calculadora) ¿Así?*	
426	*EPM3: Eso. Entonces, ¿qué es, qué es…*	
427	*E2: La raíz cuadrada.*	*Respuesta correcta.*
428	*EPM3: La raíz cuadrada. Si yo tengo un número elevado al cuadrado, ¿cómo hago para averiguar el número original? Hago la raíz cuadrada.*	*Institucionalización.*

Interacción grupal. Corrección de la actividad 3.

429	*E1: x al cuadrado*	*Un alumno dicta al EPM3.*
430	*EPM3: (Escribe x^2)*	*El EPM3 escribe.*
431	*E2: x al cuadrado es igual 30 al cuadrado menos 24 al cuadrado.*	*Otro continúa dictando.*
432	*EPM3: (Escribe $x^2 = 30^2 - 24^2$)*	*Continúa escribiendo.*
433	*E1: Pará, x al cuadrado te da 324*	*Vuelve a intervenir E1.*
434	*EPM3: (Escribe $x^2 = 324$)*	*EPM3 escribe.*
435	*E1: Y después tenés que hacer la raíz cuadrada de 324, que te da 18.*	*E1 indica el resto del procedimiento.*
436	*EPM3: (Escribe, en tres renglones sucesivos): $x^2 = 324$*	
437	$x = \sqrt{324}$ $x = 18$	
438	*E1: O sea, siempre que vemos a la 2, hacemos la raíz cuadrada.*	*Intento de obtener una regla.*
439	*EPM3: (Asiente). Sí, sí. (Pide silencio). Presten atención un segundo que voy a hacer un comentario. Lo que hicieron ahí, entonces, fue despejar x al cuadrado y cuando vieron que tenían que x al cuadrado es 324, ustedes querían averiguar x, ahí se dieron cuenta que lo que tienen que hacer es calcularle la raíz cuadrada a este número (señala 324 en la ecuación $x^2 = 324$). Porque calculando la raíz cuadrada de ese número lo que están buscando es, justamente, cuál es el número que multiplicado por sí mismo me da 324. Ahora, les pregunto, ¿este número es el único?*	*Institucionalización de la raíz cuadrada como operación. Pregunta acerca de la unicidad del resultado.*
440	*E2: No*	*Respuestas de ensayo.*
441	*E1: Y no*	
442	*EPM3: 18, ¿es el único número que elevado al cuadrado me da 324?*	*Reiteración de la pregunta.*
443	*E4: Sí*	*Otras respuestas de ensayo.*
444	*E1: Y sí.*	
445	*EPM3: Agarren la calculadora, y escriban en la calculadora lo siguiente. Antes de hacerlo en la calculadora les pregunto: ¿cuánto me da 5 al cuadrado?*	*No les dice la intención.*
446	*Es: 25*	
447	*EPM3: (Asiente) ¿6 al cuadrado?*	
448	*Es: 36*	
449	*EPM3: Ahora, ¿6 es el único número que elevado al cuadrado me da 36?*	*Vuelve a preguntar. Usa nuevamente el paso a un caso particular con números pequeños, posible rutina del patrón de experiencia.*
450	*E5: No, puede haber otro.*	*Ensayo y error.*
451	*E1. Yo qué sé.*	*Ídem.*
452	*EPM3: A ver, ¿hay otro número que elevado al cuadrado me da 36?*	

453	*Es: No*	*No consigue la respuesta esperada. Posiblemente solo piensan en números positivos.*
454	*EPM3: Pregunto*	*Reiteración de pregunta.*
455	*Es: No*	*Reiteración de respuesta.*
456	*EPM3: Ustedes miran solo los números positivos.*	*Pista sugerente.*
457	*E6: Sí*	
458	*EPM3: ¿Cuál?*	
459	*E6: 4 por 9*	*Respuesta errónea.*
460	*EPM3: Pero yo digo un número multiplicado por sí mismo, y 4 y 9 no son iguales.*	
461	*E1: -6*	*Respuesta esperada.*
462	*EPM3: ¿Qué pasa con -6?*	*Toma la respuesta, vuelve a preguntar.*
463	*E4: Da menos*	*Apego a las dificultades operatorias.*
464	*EPM3: Si multiplican menos 6 por menos 6, ¿qué les da?*	*Pregunta*
465	*E4: Menos 36*	*Respuesta no esperada.*
466	*E1: Más*	*Otra respuesta.*
467	*EPM3: Positivo 36. El producto de dos números negativos es positivo.*	*Evalúa con fundamento y toma la correcta.*
468	*E4: (Lo hace en la calculadora) A mí me da menos.*	*Problema operatorio con calculadora.*
469	*EPM3: A ver (se acerca). ¿Cómo lo hacés?*	
470	*E4: menos 6 al cuadrado*	
471	*EPM3: Sí, lo que pasa es que ahí tenés que usar paréntesis. ¿Te acordás como en Baskhara, cuando poníamos el segundo al cuadrado lo poníamos entre paréntesis, porque era negativo? A ver ahora.*	*Invoca la fórmula para calcular las raíces de la ecuación de segundo grado, podría haberse invocado en las problemáticas con la raíz cuadrada.*
472	*E4: (Lo hace) Me sigue dando menos 36.*	
473	*EPM3: Ah, lo que pasa que no es entre paréntesis menos 6 al cuadrado. Es entre paréntesis menos 6, y afuera al cuadrado.*	
474	*(Suena el timbre)*	

Se reitera buena parte de la discusión de la actividad 3, y surgen otras cosas.

475	*EPM3: Estábamos discutiendo una cuestión ahí, que era, una caña de 30 unidades, ¿se acuerdan, que habíamos hecho el dibujo? (Vuelve a hacerlo). ¿El largo del muro, decía? (Se fija en el enunciado). No, decía que la caña tenía 30 metros (mientras, va representando). Se acuerdan que habíamos hecho un dibujo, algo parecido así, ¿no? Donde esta distancia era 30 metros (escribe "30 m" indicando la longitud de la caña). Ya habíamos empezado, me faltó comentar una cosa. Habíamos dicho que si a esta caña yo la colocaba (pide silencio), si la colocaba 6 unidades hacia abajo, o sea si este extremo superior lo corro 6 unidades hacia abajo, habíamos visto que el extremo inferior de la caña se tenía que correr horizontalmente hacia la izquierda. ¿No? ¿Se acuerdan de eso? (Completa el dibujo del triángulo). O sea, la nueva posición de la caña sería esa. Esta es la primer posición (señala con dos dedos los extremos del segmento vertical rojo que representa la caña). Y si este extremo lo corro 6 unidades hacia abajo, o sea estas 6 unidades, esto acá*	

	sería 6 (escribe 6), esta distancia. Nosotros teníamos que calcular esta de acá (señala el cateto horizontal). Que habíamos llamado, creo, x. (Escribe x debajo del segmento) porque ya habíamos trabajado en esto. ¿Lo habíamos llamado x? Bueno, entonces, habíamos visto que, de este triángulo que se formaba acá, conocíamos algunos lados, no los tres pero algunos lados se conocían.	
476	*E1: Podíamos usar la propiedad*	
477	*EPM3: ¿Qué propiedad?*	
478	*E1: de Thales*	
479	*EPM3: ¿De Thales? ¿Dónde hay algo paralelo a algo?*	
480	*E2: No, de Pitágoras.*	
481	*EPM3: El teorema de Pitágoras habíamos visto, lo que pasa que este triángulo es un triángulo rectángulo. Ahora, de este triángulo, esta medida que es la que queremos calcular le habíamos puesto x. ¿Esta medida cuánto es? (Señala la hipotenusa)*	
482	*E3: ¿Cuál?*	
483	*E4: (Muy bajo) 30*	
484	*EPM3: (Señala de nuevo el segmento)*	
485	*E5: ¿No tiene que decir algo que la medida de los catetos…*	
486	*EPM3: Sí, sí sí, eso ahora lo vemos, pero antes que nada voy a completar en esta figura los datos que conozco. Este no lo conozco, le puse x (señala el cateto horizontal). ¿Este lo conozco? (Señala la hipotenusa)*	*Hasta aquí el EPM3 reitera lo visto la clase anterior, en su discurso.*
487	*E2: Sí*	
488	*EPM3: ¿Cuánto mide?*	
489	*E2: 6*	*Se reiteran dudas acerca de las medidas.*
490	*EPM3: No, el que mide 6 es este (señala la diferencia)*	*Aclaración.*
491	*E2: Ah!*	
492	*E6: 30 (muy bajo, hay varios hablando)*	
493	*EPM3: Pero, ¿qué es esto, chiquilines? (Señalando el segmento de nuevo)*	
494	*E6: La hipotenusa.*	
495	*EPM3: Sí, pero en el problema real, ¿qué es esto? (Vuelve a señalar)*	*Ahora ellos matematizan y el EPM3 quiere el contexto del problema, para plantear la medida.*
496	*E2: ¿Viste cuando trazaste la hipotenusa?*	
497	*EPM3: Sí, eso en el triángulo. Está bien, pero yo lo que les pregunto, acá está el muro.*	*Vuelve al contexto del problema.*
498	*E2: Baja 6 metros*	
499	*EPM3: ¿Qué es esto que está acá? Eso rojo ahí, ¿qué es? Que está apoyada contra el muro acá. ¿Qué es?*	*Pista sugerente.*
500	*Es: la caña.*	
501	*EPM3: La caña, ¿y cuánto mide la caña?*	
502	*E2: 6 metros*	*Respuesta errónea.*
503	*EPM3: No*	*Evaluación negativa.*
504	*Es: 30 metros*	*Respuesta esperada.*
505	*EPM3: 30 unidades. Ahora, esto que está acá, ¿qué es? (Señala la otra posición de la caña, como hipotenusa).*	
506	*Es: La caña*	
507	*EPM3: La caña, que está en otra posición. ¿Cuánto mide esto?*	
508	*Es: 30*	*Vuelve a fluir el intercambio.*
509	*EPM3: 30 unidades. Este 30 (señala donde puso "metros") también son unidades, no son metros (borra). ¿Y esta medida la conozco?*	
510	*E2: No, ¿cuál?*	

511	*EPM3: Esta (señala el otro cateto)*	
512	*Es: 30 menos 6, 24.*	
513	*EPM3: ¿Cuánto es?*	
514	*E2: Que te va a dar 24*	
515	*EPM3: O sea que esto vale 24, esto 30 y esto no sé. Ta, le pusimos x. Ahora, nosotros habíamos escrito la ecuación en el pizarrón el otro día, ¿se acuerdan?*	*Invoca lo hecho la clase anterior.*
516	*Es: No*	
517	*EPM3: Bueno, nosotros estábamos viendo el teorema de Pitágoras, que si tengo un triángulo rectángulo, ¿y este triángulo es rectángulo?*	*Invoca el teorema de Pitágoras.*
518	*E2: Sí*	
519	*E3: 24 al cuadrado más 30 al cuadrado*	*Reiteración del error de la clase pasada.*
520	*EPM3: Es el teorema de Pitágoras*	
521	*E3: Profe*	
522	*EPM3: Sí*	
523	*E3: 24 al cuadrado más 30 al cuadrado es igual, eh, x al cuadrado.*	*Respuesta no esperada.*
524	*EPM3: A ver si están de acuerdo con lo que dice E3. (Escribe*	*Evaluación de semicorrecta, pide acuerdo o desacuerdo.*
525	*$24^2 + x^2 =$) Así. No, (borra x^2) Dijiste más 30 al cuadrado*	*Escribe la correcta y se rectifica.*
526	*E3: Sí*	
527	*EPM3: es igual a x^2 (escribe lo que dijo E3)*	
528	*E3: Sí*	
529	*EPM3: Ta, les pregunto, eso lo dijo E3, tienen esa ecuación, ¿qué les parece?*	
530	*E3: Ah, no, no porque eso era para calcular la hipotenusa, ¿no?*	*E3 mismo se da cuenta del error.*
531	*EPM3: No, porque después vemos qué es lo que hay de este lado, pero capaz que estaría bueno escribir una ecuación que, me relacione los lados del triángulo, que nosotros ya sabemos por el teorema de Pitágoras. ¿Qué se puede escribir según el teorema de Pitágoras? ¿Qué se cumple según el teorema de Pitágoras, en ese triángulo?*	*No se da cuenta de que E3 vio su propio error. Invoca nuevamente el teorema de Pitágoras.*
532	*E6: a al cuadrado más b al cuadrado es igual c al cuadrado.*	*Igualdad repetida de memoria, sin significado.*
533	*EPM3: ¿Y qué es a, b y c en el teorema de Pitágoras?, ¿qué habíamos dicho?*	*Pregunta buscando significado.*
534	*E6: Los catetos y la hipotenusa*	*Primera respuesta.*
535	*E7: Adyacente*	*Respuesta divergente (patrón de experiencia)*
536	*EPM3: ¿Adyacente a qué ángulo?*	*Sigue la idea.*
537	*E7: Al ángulo recto.*	*Más divergente aún.*
538	*EPM3: ¿Sí?*	*Pregunta con sugerencia de error.*
539	*E7: Sí.*	*Insistencia en error.*
540	*EPM3: Eso es lo que vimos en trigonometría. Según qué ángulo había un cateto adyacente a ese ángulo y un cateto opuesto a ese ángulo. Pero acá no estamos tomando como referencia ningún ángulo. Estoy haciendo referencia a* ***los lados*** *del triángulo.*	*Le señala el contexto que usa al estudiante, indicándole el error. Remarcación de "los lados".*
541	*E3: Las medidas de los catetos a la dos es igual a la hipotenusa a la dos.*	*Reiteración del teorema de Pitágoras. Esfuerzo interpretativo.*
542	*EPM3: O sea, si elevo al cuadrado la medida de un cateto, y le sumo la medida del otro cateto elevado al cuadrado, eso me tiene que dar qué cosa*	
543	*E6: la medida de la hipotenusa al cuadrado.*	*Construcción interactiva.*

544	*EPM3: Y ¿Eso es lo que dice acá?*	*Pregunta explicativa.*
545	*Es: No, sí, no.*	*Respuestas divergentes.*
546	*(Varios dicen que no aparece la suma de los catetos, sino de un cateto con la hipotenusa)*	
547	*EPM3: Entonces*	
548	*E3: (Dicta) x al cuadrado más 24 al cuadrado es igual 30 al cuadrado.*	*Se cambia la propuesta de planteo.*
549	*EPM3: (Escribe)* $x^2 + 24^2 = 30^2$.	
550	*E8: Profe, sinceramente no entiendo nada.*	*Estudiante que muestra que no entiende.*
551	*EPM3: Esto fue lo que me acaban de dictar. Nosotros habíamos visto por el teorema de Pitágoras, que si yo tengo un triángulo rectángulo cualquiera (va al costado del pizarrón y traza un triángulo) o sea, acá hay un ángulo recto (lo marca), y si esta medida es a y esta medida es b (señala los catetos) y esta medida es c (señala la hipotenusa), nosotros habíamos visto por el teorema de Pitágoras que, ¿qué cosa? ¿Cómo completarían esto?*	*Vuelve sobre el enunciado del teorema de Pitágoras. Pregunta.*
552	*E7: Que a c*	
553	*Es: Que a al cuadrado más b al cuadrado es igual c al cuadrado.*	*Planteo de memoria.*
554	*EPM3: O sea, si tomo uno de los catetos, su medida, la elevo al cuadrado, le sumo la medida del otro cateto elevado al cuadrado (va señalando alternadamente los lados del triángulo y la relación de Pitágoras escrita), eso me da la medida de la hipotenusa elevada al cuadrado. Eso vimos que sucede para todo triángulo rectángulo. Bueno, en particular pasa en este. Este es un triángulo rectángulo (señala el ángulo recto). Entonces, si tomo la medida de un cateto, ¿cuáles son los catetos en este triángulo? ¿Los que miden cuánto?*	*Interpretación del EPM3 de lo que dicen Es.* *Pregunta para este caso particular.*
555	*E2: x y 30*	*Respuesta errónea, no esperada.*
556	*EPM3: x y?*	*Evaluación negativa.*
557	*E3: 24*	*Corrección.*
558	*EPM3: ¡24! ¿30 qué es? Lo que mide 30*	*Acepta con alegría la corrección.*
559	*E3: La hipotenusa*	
560	*EPM3: Ahí está, la medida esa 30 que está ahí, es que se corresponde con la hipotenusa. ¿Por qué esta es la hipotenusa, y no el 24, el que mide 24?*	*Pregunta explicativa.*
561	*E2: Porque la hipotenusa es la recta que está el lado opuesto al ángulo.*	*Respuesta incompleta pero hacia la corrección.*
562	*EPM3: El lado, el segmento, es un segmento. Es el lado opuesto al ángulo recto. En este triángulo el lado opuesto a este ángulo es este (señala mientras habla, el ángulo y el lado opuesto). Ta, por lo tanto esa medida que es de 30, que aparece ahí, ese segmento, ese lado de ese triángulo es la hipotenusa. Entonces, ¿cuál de las dos ecuaciones está bien? O las dos, no sé.*	*Corrección. Pide que juzguen los estudiantes cuál es la correcta.*
563	*E2: La de abajo.*	*Respuesta esperada.*
564	*EPM3: La de abajo, ¿no? ¿Por qué la de abajo? Porque x y 24 son las medidas de qué cosas?*	*Evaluación positiva.*
565	*E3: De los catetos.*	*Preguntas que guían respuestas.*
566	*EPM3: De los catetos. Y el 30 es la medida de*	
567	*E3: la hipotenusa.*	
568	*EPM3: De la hipotenusa. Es más, ya lo habían escrito en sus cuadernos, ya lo habíamos escrito. (Borra la primera ecuación, dejando la segunda). Bueno, ¿y después? ¿Cómo resolvemos esa ecuación?*	*Fin de la negociación de significado. Invocación de clase anterior.*
569	*E9: Se suma.*	*Tal vez suma de* x^2 *y* 24^2.

570	*E3: Pasando el 24 para el otro lado.*	*Respuesta diferente.*
571	*E2: Se despeja la x, ¿no?*	*Reiteración.*
572	*EPM3: ¿Cómo quedaría?*	*Se toma implícitamente la respuesta correcta.*
573	*E2: x al cuadrado es igual 30 al cuadrado menos 24 al cuadrado.*	
574	*EPM3: (Escribe $x^2 = 30^2 - 24^2$. Ajá. Bueno, ahora hay que hacer esa cuenta (señala $30^2 - 24^2$), (escribe x^2 =) ¿Cuánto me da eso?*	
575	*E2: 16 (pausa) no*	*Respuesta incorrecta.*
576	*EPM3: No me acuerdo. No, 16 da 30 menos 24, no, tampoco.*	
577	*E3: 324*	
578	*EPM3: 324 (Escribe completando la igualdad) $x^2 = 324$. Acá habíamos llegado nosotros, la clase pasada, que nosotros estábamos preguntándonos. Bueno,*	
579	*E10: Es la raíz cuadrada*	
580	*EPM3: Ahí está. Se acuerdan que nosotros queríamos averiguar el valor de x, y acá está escrito x^2. Entonces para averiguar el valor de x lo que hacíamos era*	
581	*E2: ¿No había que hacer la raíz cuadrada de 324?*	*Parecen comenzar a recordar.*
582	*EPM3: Ahí está (escribe $x = \sqrt{324}$). Este número es (señalando* $\sqrt{324}$	
583	*Es: 18*	
584	*EPM3: (Escribe) x = 18. Ahora, la pregunta era: 18, mi pregunta es, 18, ¿es el único número que elevado al cuadrado da 324? Acá es donde sonó el timbre la clase pasada. ¿No hay ningún otro número que elevado al cuadrado dé 324?*	*Vuelve sobre la unicidad.*
585	*Es: No, -18, ah, sí*	*Aquí aparece más rápidamente la respuesta buscada.*
586	*EPM3: -18, ¿se acuerdan que habíamos visto que si el -18 lo elevo al cuadrado, (inaudible)*	
587	*E10: ¿Pasa con otros números, que negativo me da lo mismo?*	*Pregunta de E10.*
588	*EPM3: ¿Y pasará? ¿Qué piensan?*	*Devolución de pregunta.*
589	*Es: Sí*	
590	*EPM3: Sí, porque, ¿qué pasa?*	*Responde y pide fundamentación.*
591	*E3: Que menos por menos es más.*	*Respuesta esperada.*
592	*EPM3: Ahí está, porque al multiplicar los dos números que son negativos, el resultado me da positivo. Bueno, entonces, ¿qué pasa? ¿Tendría que poner como solución el -18 también? Porque -18 también al cuadrado me da 324.*	*Pregunta hacia la discriminación.*
593	*E2: Eh?*	
594	*EPM3: **Que -18 elevado al cuadrado también me da 324.** Entonces, ¿qué pasa? ¿Esta medida será -18 o 18? ¿Cuál de las dos?*	*Introduce la palabra "medida" como forma de volver al contexto del problema.*
595	*E1: 18*	
596	*EPM3: Claro, no puede ser -18 porque esta medida, este 18 es esta medida.*	*Toma respuesta sin preguntar fundamento, lo da él. Esto sería algo como "Interpretación directa".*
597	*E2: ¿Por qué no puede ser negativo?*	*Pregunta divergente.*
598	*EPM3: ¿Y cómo podría ser esta distancia un número negativo?*	*Respuesta con otra pregunta.*

599	*E10: ¿Y por qué no?*	*Disputa de la palabra del EPM3.*
600	*EPM3: Por ejemplo, yo estoy acá, ¿a menos tres metros tuyos? ¿Se entiende eso?*	*Pregunta hacia la comprensión, explicativa. Concepción del rol.*
601	*E1: Claro, era lo mismo que lo que veíamos en física la clase pasada.*	*Invocación de otra clase.*
602	*EPM3: ¿Qué veían en física ustedes?*	*Pregunta del EPM3 acerca de física. (Respuesta útil)*
603	*E1: Que estábamos (inaudible) pasaba en medio (inaudible) que medía 150 no sé qué era, o sea, y el resultado tenía que ser positivo. Eso lo dividíamos por otro número y lo teníamos en forma positiva porque no puede ser que estaba a menos de altura.*	
604	*EPM3: Claro, a ver, cuando ustedes usan la barra, por ejemplo, si yo me paro acá, y me tomo como referencia yo, ¿no? Por ejemplo así (se da vuelta hacia el pizarrón y dibuja un eje, con un punto donde pone un macaquito).*	*Toma la respuesta y la usa para dar explicación.*
605	*E1: ¿Usted está ahí?*	
606	*EPM3: Claro, ahí estoy yo. Ahí estoy.*	
607	*E5: ¿A ver?*	
608	*EPM3: ¿No soy yo? (Risas)*	
609	*E5: La misma persona.*	
610	*EPM3: Sí, sí, la misma. Ahí, esa posición es la posición cero. (Escribe 0 debajo del muñequito). Ta, ahí estoy en una dimensión sola, vamos a suponer que me muevo en una dimensión. Ahora, ustedes, vamos a suponer que tomo como unidad esto (representa un segmento), es mi unidad, y supongan, tomo acá, tomo acá, una unidad, otra unidad, 2 unidades y lo mismo para este lado (representa los puntos de abscisas 1, 2, -1 y -2). Como en el eje real, ¿no? Ahora, ¿qué quiere decir, si yo me paro acá? (Indica el punto de abscisa -1). Vamos a suponer que viene E5, y yo estoy acá parado (señala) y él se para acá (señala -1) (representa un muñequito en verde). (Risas). Ahora, les pregunto, ¿Él está a menos un metro mío?...*	
611	*E2: No*	
612	*EPM3: ¿Qué distancia hay entre él y yo? ¿Qué distancia hay entre él y yo?*	
613	*E2: Un metro*	
614	*EPM3: **Un metro.** El tema del negativo es para hacer referencia a si estoy a la derecha o hacia la izquierda, pero la distancia es uno.*	*Institucionalización de la distancia como no negativa, asociada a un contexto.*
615	*E1: Claro*	
616	*EPM3: ¿Está bien? Entonces acá es lo mismo. Esta distancia no puede ser -18 (señala el cateto horizontal del triángulo) porque es **una distancia.** Lo que estaba diciendo E1.*	
617	*E12: En este caso sí sería -18 porque va para la izquierda y…*	*Nueva divergencia.*
618	*EPM3: Lo que pasa es que yo no tengo nada para referencia. Yo hasta que no tome un punto como referencia no puedo decir.*	
619	*E1: Ta, pero (inaudible), ¿no podés decir, para la izquierda positivo y para el otro…*	*Sugerencia de interpretación.*
620	*EPM3: Ta, pero mirá la pregunta. La pregunta dice: ¿En cuántas unidades se desplazará el otro extremo de la caña?*	*Cambia de fundamentación. Acude al enunciado.*
621	*E1: Ah, ta. (Inaudible)*	

622	*EPM3: Claro, si yo digo qué posición ahí sí puedo decir eh, -18, son 18 hacia la izquierda. Pero acá (inaudible) cuántas unidades me moví hacia allá (indica los extremos del cateto horizontal, hacia la izquierda).*	
623	*E2: Una pregunta*	
624	*EPM3: Sí*	
625	*E2: ¿Por qué cuando hacés 30 a la dos menos 24 a la dos, no te da a la dos?*	*Pregunta pertinente.*
626	*EPM3: Porque, ¿30 a la dos, qué número es?*	
627	*E3: (suave) 900*	
628	*E2: No, 90. ¿Por qué no? 30 a la dos es 90. No, 60, no.*	*Dificultades operatorias.*
629	*EPM3: 30 a la dos es 30 por 30 (escribe 30^2 = 30 x 30). ¿900, no? 30 x 30.*	
630	*E2: 900*	
631	*EPM3: 30 por 3 es 90, 30 por 30, 900. Y este número, 24 al cuadrado, no sé, habrá que hacer la cuenta, a ver cuánto da. Cuando yo hago este número (señala 900) menos lo que me da esto, me da 324 (señala). Bueno, entonces, ¿cómo contestarían la pregunta de la actividad?*	*Cierra rápidamente, no aclara la duda.*
632	*E2: (Inaudible)*	
633	*EPM3: Ahí está, ¿vamos a responderla? ¿Qué dice la pregunta? (Silencio) ¿Nadie tiene la pregunta?*	
634	*E1: (La lee) ¿En cuántas unidades se desplazará el otro extremo de la caña?*	
635	*EPM3: Bueno, ¿cómo responderíamos? ¿Cuántas unidades?*	
636	*E2: 18 metros.*	
637	*EPM3: 18 unidades, porque no sabemos qué unidad es, si está en metros o qué. Así que antes de responder esa pregunta copien esto (señala el pizarrón).*	*Solución de la tarea.*

Han estado trabajando solos en la actividad 4. En determinado momento, el EPM3 representa el cubo en el pizarrón, les dice qué distancia se pide calcular. Se conversa sobre el hecho de que la representó punteada. Luego da algunas indicaciones.

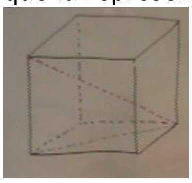


Figura realizada en el pizarrón, tomada de la filmación.

638	*EPM3: Como ya les estaba diciendo a algunos por ahí, traten de considerarse algún triángulo rectángulo, de manera que, ese segmento rojo sea uno de los lados del triángulo.*	*Pista sugerente hacia el uso del teorema de Pitágoras. Hasta aquí aparece dibujado solo el segmento "rojo".*
639	*E1: No da*	
640	*EPM3: No, capaz que no lo ves dibujado, pero capaz que pueden trazarse algún segmento auxiliar ustedes ahí.*	*Nueva sugerencia. Esta actividad tiene la dificultad cognitiva agregada del contexto de la geometría del espacio.*
641	*(Antes de la siguiente interacción, el EPM3 ha agregado un segmento en la representación: la diagonal de una cara).*	

642	La parte de imagen con el identificador de relación rId10 no se encontró en el archivo.	Sugerencia en la construcción de los segmentos.

643	E1: Conozco una medida sola, de esta, de la negra.	
644	E2: Si miden todas lo mismo.	E2 le dice a E1, están al lado.
645	EPM3: ¿En esta, por ejemplo? (Señala una arista)	
646	E1: Sí	
647	EPM3: Es cierto.	
648	E1: En este triángulo.	
649	EPM3: ¿En este triángulo? Sí. Pregunto, ¿no podrán hallar la medida del segmento verde?	
650	E2: Ese es el ángulo… (E2 ya ha resuelto el problema).	
651	EPM3: ¿El ángulo? ¿Qué ángulo?	
652	E1: Agudo	Respuesta errónea.
653	EPM3: La pregunta es, ¿este triángulo es rectángulo, el que está formado por el segmento rojo, el segmento verde, y este?	No la toma, vuelve a preguntar.
654	Es: Sí, para mí no. Sí. No.	Respuestas divergentes.
655	EPM3: ¿Sí o no? ¿Cómo son?	
656	(E3 pide para pasar)	
657	EPM3: Dale.	
658	E3: (Señala un "triángulo" que no es triángulo, con un vértice en un punto que sería la intersección de la diagonal del cubo y una arista no coplanar con ella).	Apego a lo que "ven".
659	EPM3: Ajá, ahí. E3 está diciendo, acá tengo un triángulo rectángulo (lo vuelve a marcar). ¿Lo ven?	Lo toma.
660	Es: Sí.	
661	EPM3: Ahora, mi pregunta es, ¿este punto (señala el supuesto vértice) pertenece al segmento rojo?	Cuestionamiento hacia lo conceptual.
662	E5: No, está adentro.	Respuesta correcta.
663	EPM3: Pasa por adentro. Cuando ustedes lo ven en el pizarrón parecería que ese punto pertenece a los dos segmentos.	
664	E3: Entonces hay uno solo.	
665	E5: Bueno, si lo mirás más de costado hay uno.	
666	EPM3: Bueno, depende a cuál de los dos estás haciendo referencia, si al del segmento rojo o al del segmento negro. Pero no son los dos en común. Este punto no pertenece al rojo y al negro.	
667	E6: Ah! Son dos puntos.	
668	EPM3: Lo que pasa que está en tres dimensiones. Y este segmento rojo pasa por adentro.	
669	E3: Ah, sí, arriba, seguís la línea de ahí arriba.	Otra propuesta en el mismo sentido.
670	EPM3: ¿Cuál? ¿A ver?	
671	E3: Ah, no me quiero parar de nuevo.	
672	EPM3: ¿Cuál línea? ¿Esta? (Señala una arista horizontal de la cara delantera del cubo). ¿Para acá? (Señala como si la prolongara en un sentido, hacia afuera del cubo).	
673	E3. Ah, no podés, claro.	Se da cuenta del error.
674	EPM3: Claro, es una cara que está en perspectiva ahí.	
675	E1: Pero para mí no es un triángulo rectángulo ese.	
676	EPM3: Bueno, les pregunto. ¿Cómo son? ¿Me escuchan? ¿Cómo son la cara esta, que sería la que está apoyada en	Continuidad con otra pregunta, hacia la

	el piso con esta de acá? (se refiere a la cara delantera "vertical").	*perpendicularidad de los planos.*
677	*E7: Paralelas*	*Respuesta errónea que puede deberse a una confusión de palabras.*
678	*EPM3: ¿Cómo son las dos caras? Serían así, ¿no? (Indica la perpendicularidad con sus manos). Sería así.*	*Sugerencia con gestos.*
679	*Es: Paralelas.*	*Reiteración de la palabra.*
680	*EPM3: ¿Se ve que serían así las caras? (Continúa señalando con sus manos). La del piso con esta de acá, la de adelante. (Silencio). Es como el piso (señala con el pie al piso) y una pared (señala con la mano la pared del pizarrón). Es lo mismo, ¿no? Imaginemos, es más, este salón es medio cúbico, más que más, es como si fuera el piso.*	*Reiteración de sugerencia a la perpendicularidad.*
681	*E3: Si traemos una cuerda (inaudible)*	
682	*EPM3: Sí, bárbaro, podría ser. Hay que conseguir la cuerda. Ahora (pide silencio), el plano del piso y este de la pared, ¿cómo son entre sí?*	*Pregunta abierta, que se presta a varias respuestas posibles.*
683	*E3: Iguales.*	*Una de las posibles respuestas, no la buscada.*
684	*EPM3: Vos decís la cara, pero yo digo el plano, todo el plano (hace gestos con las manos). Vos decís el área de la cara, la base.*	*Fundamentación en relación a cara-plano. No parece significativa para los estudiantes.*
685	*E3: Sí.*	
686	*EPM3: Las caras son iguales. Pero las caras entre sí, ¿cómo son? ¿Qué ángulo forman estas dos? (Indica la perpendicularidad con sus manos).*	*Sugerencia de respuesta.*
687	*E7: Recto*	*Respuesta esperada (y sugerida).*
688	*E2: Recto*	
689	*EPM3: (Asiente). Entonces, ¿cómo son las dos caras?*	
690	*E3: Rectas.*	
691	*EPM3: (Hace gesto de que la respuesta es semicorrecta). Perpendiculares. ¿No? Ahora, si las dos caras son perpendiculares. Fíjense este punto que está acá (señala el vértice del ángulo que quiere que vean que es recto, entre la arista y la diagonal de una cara), ese punto que está ahí*	*Evaluación de semicorrección, y enunciado de la respuesta correcta.*
692	*E6: Es un ángulo*	
693	*EPM3: El punto digo yo, no estoy haciendo referencia a ningún ángulo. Ese punto pertenece a la cara, al piso, ¿y a qué otra cara más?*	*Los estudiantes tienen confusión en los conceptos geométricos (punto y ángulo, por ejemplo, posiblemente porque asocian ángulo con su vértice, como imagen conceptual).*
694	*E3: Y a la pared.*	
695	*EPM3: A la de adelante digamos, ¿no? Bien, ahora, hay una propiedad que se cumple en geometría del espacio, digamos en tres dimensiones, y es esto: si yo tengo un plano que es perpendicular a este otro, o sea el plano del piso que es perpendicular a este, ¿está bien? Si yo trazo cualquier segmento o recta, lo que sea, vamos a poner ahí un segmento, desde cualquier lugar ahí en el piso, hasta acá (señala la arista común de las dos caras perpendiculares) o más concretamente, hacia el vértice aquel. Bueno, voy de nuevo. Cualquier segmento que esté en el piso acá, que uno de los extremos del segmento sea justo ese vértice de este cubo (hace referencia al salón como representación del cubo, con sus manos).*	*Invocación de una propiedad de la geometría (la matemática como disciplinadora), para fundamentar. La propiedad no es cierta. Se mezclan el contexto del salón con el geométrico.*

	¿Qué ángulo forma ese segmento que trazo de allá, o allá, de acá, con esta arista?	
696	E3: Recto	Respuesta esperada.
697	EPM3: ¿Se ve ese ángulo?	Pregunta de control.
698	E3: No	Respuesta de no comprensión, del mismo alumno.
699	EPM3: ¿Y por qué estás diciendo recto si no lo ves?	
700	E3: (Inaudible)	
701	EPM3: Esta arista del cubo, o sea, esta línea de acá (señala la "línea" borde de la puerta con la pared), y desde ese vértice que está ahí extiendo un segmento cualquiera. Para allá, para allá, para cualquier lado. ¿Qué ángulo se forma entre este segmento que está acá y este que está acá?	
702	E3: Ah	Cambia su respuesta.
703	Es: Recto	
704	EPM3: Un ángulo recto. Un ángulo de 90º. Eso pasa porque las dos caras son perpendiculares. Entonces, cualquier segmento que yo me tome con extremo en este punto acá, para allá, para allá, cualquier segmento (señala distintas direcciones), no importa, cualquiera, ese ángulo que se va a formar va a ser de 90º. Bueno, entonces, ese triángulo que está ahí (indica el que se forma entre la arista del cubo, una diagonal de cara y una diagonal del cubo), ¿es un triángulo rectángulo?	Cierre abrupto, patrón de embudo.
705	Es: Sí	
706	EPM3: Es un triángulo rectángulo. El tema es que ustedes como lo tienen ahí dibujado no se ve que sea ángulo recto. Este ángulo de acá. Lo voy a hacer con azul (lo marca en la figura). Ese ángulo es recto. Yo no lo veo dibujado ahí. ¿Por qué no se ve bien ahí?	Nueva apelación al contexto de lo que "se ve". Pregunta.
707	E3: Porque está azul.	Respuesta no esperada.
708	EPM3: ¿Es una figura de cuántas dimensiones la que representamos acá?	El EPM3 sugiere la respuesta con otra pregunta.
709	Es: 2, 3, 3.	Respuestas divergentes.
710	EPM3: Tres. Tenemos una figura tridimensional representada en dos dimensiones, que es el pizarrón. Entonces, no puedo, no voy a hacer referencia exacta a todos los ángulos que hay acá, alguno capaz que sí, por ejemplo este cuadrado de acá (señala la cara delantera del cubo). Pero después todos los ángulos que quedan hacia adentro del cubo, por decirlo de alguna manera, no los voy a ver como si los viera en el plano, o en la hoja de ustedes del cuaderno. O sea que este ángulo por más que yo no lo vea que sea de 90º, en realidad lo es. ¿Está bien? Por eso les estaba diciendo, porque (inaudible). Bueno, entonces ahí tengo un triángulo rectángulo. ¿Qué se puede aplicar en un triángulo rectángulo, conociendo los lados?	Finalmente se llega al triángulo rectángulo, para poder aplicar el teorema de Pitágoras.
F711	E3: La teoría de Thales.	Respuesta equivocada de E3.
712	EPM3: La teoría (sonríe)	Evaluación de semicorrección.
713	E3: de Pitágoras.	E3 se corrige.
714	EPM3: El teorema de Pitágoras. Es lo que estábamos viendo recién. Entonces, para aplicar el teorema de Pitágoras necesito conocer por lo menos algún lado del triángulo. ¿Conozco alguno?	Evaluación de corrección e institucionalización.
715	E3: Todos	Respuesta errónea, E3 parece no comprender,

		pero no se anima a disentir.
716	*EPM3: ¿Todos? A ver, por ejemplo*	
717	*Es: No, no.*	
718	*E3: Conocés ese que es de 3.*	
719	*EPM3: Ahí va, la arista es de 3. Este (señala la arista vertical), ¿3 cm dice? ¿O dice 3?*	
720	*E7: 3 cm.*	
721	*EPM3: (Escribe "3 cm" al lado del segmento). O sea, esta medida es 3 cm (repasa el segmento con el marcador). La línea verde, ¿saben cuánto mide?*	*Pregunta de continuidad.*
722	*E2: Lo mismo.*	*Respuesta errónea.*
723	*E3: No*	*Divergencia.*
724	*EPM3: ¿Medirá lo mismo?*	*Pregunta con sugerencia.*
725	*E3: No*	*E3 se afirma en su respuesta.*
726	*EPM3: ¿Medirá lo mismo?*	*Reiteración.*
727	*E3: No*	
728	*EPM3: A ver, ¿qué les parece? En el cubo de este salón*	*Interpretación de no comprensión, va al contexto del salón.*
729	*E1: No es un cubo*	
730	*EPM3: Bueno, pero parece bastante, en todo el salón. No sé, no lo medí, pero parece bastante. ¿O no?*	
731	*E1: No, sí.*	
732	*EPM3: No sé, desde donde estoy yo parece bastante. Hagamos de cuenta que fuera un cubo. O sea, todas las caras son iguales, tienen la misma área. Todas las aristas miden lo mismo, todas, todas, todas. ¿Medirá lo mismo de acá hasta allá (señala una arista del "cubo" del salón) que de acá hasta allá (señala una "diagonal")?*	*Apelación a "lo que se ve", cuando antes no se tomó como validante.*
733	*E4: No sé.*	
734	*EPM3: Por el piso, de acá en diagonal, por el piso, y de acá hasta allá.*	
735	*E3: No, no, no.*	
736	*EPM3: ¿Qué figura es esta que está en el piso acá?*	
737	*E1: Cuadrado.*	
738	*EPM3: Es un cuadrado. O sea, en un cuadrado (va al costado del pizarrón y repasa un cuadrado que representó antes, luego hace otro). Vamos a dibujar un cuadrado más lindo.*	
739	*E1: Ah!*	
740	*EPM3: Ah! ¡Es más lindo! En este cuadrado, este lado del cuadrado, ¿mide lo mismo que esto?*	
741	*E2: No*	*Respuestas divergentes.*
742	*Es: Sí*	
743	*EPM3: ¿¿Sí?? ¿Mide lo mismo? ¡Chiquilines, por favor!*	*Sorpresa, indicación de error.*
744	*Es: ¡Si! ¡No!*	*Respuestas divergentes.*
745	*EPM3: ¿Vieron? Acá tienen un cuadrado ustedes. En la ficha. En la primer página de la ficha, ahí hay un cuadrado rojo, y midan, lo que mide el lado y lo que mide la diagonal. Háganlo.*	*Apelación a la medición. No parece encontrar argumento. El propio teorema de Pitágoras podría servir.*
746	*E6: No es lo mismo uno de los lados que la diagonal.*	
747	*EPM3: Bueno, eso es lo que queremos convencer a esas dos chiquilinas (las señala).*	
748	*EPM3: ¿Mide lo mismo?*	
749	*Es: No*	
750	*EPM3: ¿Cuál es más larga, la diagonal o el lado?*	
751	*E3: La diagonal.*	

752	*EPM3: La diagonal es más larga que el lado. Entonces, ¿Cuánto mide el segmento verde?*	
753	*E5: No sé*	
754	*E1: Más de tres*	*Estimación correcta.*
755	*EPM3: Ni idea, estamos de acuerdo. Seguro que más de tres. Eso es cierto.*	
756	*E2: Tres a la dos más tres a la dos.*	*Intervención de E2 que ya lo hizo.*
757	*EPM3: A ver, ¿de dónde salió eso? (Como asintiendo)*	*Lo toma, preguntando.*
758	*E2: Porque lo hice y me dijiste que está bien.*	*Apela a la autoridad del EPM3.*
759	*EPM3: (Se ríe)*	
760	*E3: Pero, ¿qué hiciste?*	*Pide justificación.*
761	*EPM3: Ahí va. ¿Por qué hizo eso E2, a ver si alguno lo puede explicar, de dónde salió eso?*	*Pide justificación.*
762	*E1: Porque es como E5, a E2 siempre le salen las ideas así y está todo bien.*	*Autoridad social de E5 y E2.*
763	*EPM3: A ver. Pregunto, pregunto.*	
764	*E2: Esa arista que está abajo de todo.*	*E2 explica.*
765	*EPM3: ¿Esta? (Señala la arista horizontal inferior de la cara delantera del cubo)*	
766	*E2: Y la otra.*	
767	*EPM3: ¿Esta?*	
768	*E2: Sí. Sumadas a la dos va a dar la línea verde.*	
769	*E1: ¿Eh?*	
770	*EPM3: O sea, E2 lo que está diciendo es, ¿cómo es, pregunto yo, qué tipo de triángulo es este? (Pide silencio)*	*Ayuda en la explicación de E2. Focalización.*
771	*E2: Rectángulo. Rectángulo.*	
772	*EPM3: (Se ríe). Pero si no sabés qué voy a hacer. (Marca el triángulo formado por dos aristas consecutivas y la diagonal de la misma cara, la "línea" verde). Este, que tiene este lado, este lado y el verde.*	
773	*Es: Rectángulo.*	
774	*EPM3: ¿Se ve que es un triángulo rectángulo? El que está formado por este lado, este lado y el verde.*	
775	*E3: ¿Y el rectángulo dónde está?*	
776	*EPM3: Sí, ¿dónde está el ángulo recto?*	
777	*Es: Acá, ahí.*	
778	*EPM3: ¿Acá? (Señala un ángulo que no es recto).*	
779	*Es: No*	
780	*EPM3: ¿Acá? (Señala otro ángulo que no es recto).*	
781	*Es: No, en el medio.*	
782	*EPM3: (Lo marca). Ahí estaría el ángulo recto, lo que pasa que está dibujado en perspectiva y no lo veo.*	
783	*E4: Va a dar lo mismo que la roja (se refiere a la diagonal del cubo) porque son iguales.*	*E4 se adelanta, "ve" iguales los segmentos rojo y verde.*
784	*EPM3: ¿Son iguales?*	*Rechazo.*
785	*E4: No, no sé.*	*Arrepentimiento.*
786	*E3: Sí obvio, si una va para acá (hace un gesto con las dos mandos indicando las posiciones de las dos diagonales).*	
787	*E4: No, no es igual.*	
788	*EPM3: Vamos de nuevo. Pensemos en el salón. ¿Medirá lo mismo la diagonal desde allí hasta allí, que desde allí, de aquel vértice, hasta allá? (Señala las dos "diagonales"), todo pasando por adentro? Suponiendo que esto es un cubo.*	*Nueva invocación al salón.*
789	*E4: No*	
790	*EPM3: Yo veo bastante más largo desde allá.*	*Apela a "lo que ve".*
791	*E4: Porque es un rectángulo.*	
792	*EPM3: Podría ser cubo. Yo entiendo que sí, que es un prisma recto, que no es un cubo, digamos. Pero, a ver*	

793	*E3: ¿Cuál es? ¡Ahhh! Porque el verde está en la cara.*	
794	*EPM3: (Asintiendo) En el piso.*	
795	*E4: Porque no es (inaudible) todos en la misma cara.*	
796	*EPM3: Ah, no se dejen engañar por lo que parece. Yo entiendo lo que ustedes dicen. Si yo miro esto, parecería, según la figura, que esta distancia y esta son la misma (señala los segmentos verde y rojo). Según la figura. Pero acá estamos diciendo que había ángulo recto cuando en realidad no es recto "como lo veo". Este es un ángulo, si lo pienso en dos dimensiones (señala el ángulo recto), ¿es mayor o menor que 90º? Si lo*	
797	*E2: Mayor*	
798	*EPM3: Mayor que 90º. (Suena el timbre) Y sin embargo no lo es. Bueno, seguimos la clase que viene.*	

EPM3: Vamos a trabajar en la actividad 5 de la ficha. En esta ficha, la actividad 5. (Les pide que se ordenen). Les doy un sistema de ejes y quiero que ubiquen, primero esos tres puntos, que tienen esas coordenadas. El punto A que tiene coordenadas (0, 8), el punto B que tiene coordenadas (6, -1) y el punto C, (-5, -2)

Interacciones con estudiantes:

799	*EPM3: ¿Y cómo mediste estas distancias?*	
800	*E1: Con la regla.*	
801	*EPM3: Ta, ahora te pido que me lo midas de otra forma que no sea con la regla. Porque la regla tiene sus pro y sus contra. Su pro es la practicidad porque vengo, mido y ta (simula que mide con una regla sobre el cuaderno de E1). Pero la contra es que esa medida yo no sé si es exacta. Porque con la regla puedo tener una aproximación. Acordate que podemos cometer error al medir con la regla.*	
802	*E1-E2: Ah! ¿Y cómo?*	
803	*EPM3: Fíjense que esta ficha está toda relacionada con el teorema de Pitágoras.*	
804	*E1: Tengo que buscar la hipotenusa.*	
805	*EPM3: Ubiquen, a ver, ¿de qué triángulo?*	
806	*E1: Señala el triángulo ABC.*	
807	*EPM3: ¿Y ese es un triángulo rectángulo? Porque si no es un triángulo rectángulo no tiene hipotenusa.*	
808	*E1: Y si tomo esta (señala el eje de ordenadas)*	
809	*EPM3: Ah. Ahí puede ser. Fijate, a ver. Tiene que ser un triángulo rectángulo.*	
810	*E3: No, tampoco, no es.*	
811	*E1: Sí*	
812	*E3: No, porque esto no es bien, así (señala el eje de ordenadas y el lado BC)*	
813	*EPM3: Es cierto, estoy de acuerdo con ella. No es un ángulo recto ese.*	
814	*E1: ¿Entonces qué puedo hacer?*	
815	*EPM3: Pero capaz que podés armarte otro triángulo.*	
816	*E3: Pero no va a ser el mismo triángulo.*	

817	*EPM3: A ver cómo hicieron.*	
818	*E4: Primero hicimos los puntos pero, como en realidad esto no es un ángulo recto (señala los ángulos del triángulo), si vos cortás así, esto es un ángulo recto (señala el ángulo en el origen de coordenadas) o sea que te quedan bien separados (Señala las 4 regiones en que los ejes dividen al triángulo). Te queda esto, pero esto después…*	

819	*EPM3: Bueno, a ver, pero, ¿ustedes dividieron en un triángulo que se forma acá, en otro que se forma acá (señala los dos triángulos rectángulos superiores) y en esta figura que queda acá determinada? Ta, pero ¿cómo calculan después este pedacito, este y este?*	
820	*E4: Es parte de esto (señala el triángulo rectángulo superior). O sea, esto va a medir algo que es parte de esto (señala las dos partes en que queda dividido un lado). Y las sumás.*	
821	*EPM3: Bueno, pero cómo vas a saber toda esta medida (AC) si solamente podés saber esta, según lo que me estás diciendo.*	
822	*E5: Esto, es igual a esto (señala los dos segmentos pequeños)*	
823	*E4: Uso Thales*	
824	*EPM3: ¿Y dónde ves rectas paralelas ahí? A ver, puede ser, a ver.*	
825	*E5: Ah, no, no son paralelas.*	
826	*E4: Bueno, pero esto y esto sí.*	
827	*E5: No, tiene que ser esta (señala el lado BC) paralela con algo que está acá (indica una supuesta paralela a BC que no está trazada).*	
828	*E4: Trazo una paralela.*	
829	*EPM3: Sí*	
830	*E4: Cualquiera*	
831	*EPM3: Sí*	
832	*E4: Y esta va a ser igual a esta.*	
833	*EPM3: ¿Igual?*	
834	*E4: Este, va a ser*	
835	*EPM3: Aprovechen la cuadrícula que tienen de fondo y traten de usar el teorema de Pitágoras que es lo que están usando en esta ficha, a ver si se les ocurre de alguna manera cómo sale. Se acuerdan que para el Teorema de Pitágoras necesitamos que el triángulo sea de un tipo específico.*	
836	*E4: Sí, recto.*	
837	*EPM3: Un triángulo rectángulo, ahí va.*	
838	*E4: Pero por eso, acá hay. ¿Pero esta parte cómo hago? Pero en realidad si vos lo trazás, si vos lo hacés, ¿tridimensional se dice?*	
839	*EPM3: Pero tendría que salir de la hoja (señala con sus manos hacia arriba de la hoja).*	
840	*E4: Ah, entonces no. Eso que hicimos con el cubo, este (señala el ejercicio anterior). Si vos lo seguís por acá, acá sí te queda, tipo, acá hay un vértice (señala como en ángulo recto).*	
841	*EPM3: No entiendo mucho. ¿Qué sería lo que hicieron con el cubo?*	
842	*E4: Viste que no estaba, no es que sea (representa un cuadrado en su hoja).*	
843	*EPM3: Es cierto, ahí está en tres dimensiones, representado en un plano.*	
844	*E4: Sí*	
845	*EPM3: Ta, eso es cierto. Está representado en un plano. Sí.*	
846	*E4: Si nosotros hacemos lo mismo con este.*	
847	*EPM3: ¿Y cómo harías acá?*	
848	*E4: Tendría que hacer, yo qué sé, así, acá (indica paralelas a los ejes por los vértices B y C), no sé cómo se hace.*	
849	*EPM3: Pero no sería un triángulo, sería otra…*	
850	*E4: Sería, sí. Sería un triángulo, hup (señala como que se sale fuera de la hoja).*	

851	*E5: Si trazás una raya acá (indica como una altura respecto al lado AB)*	
852	*E4: Claro, una así (pone la escuadra, representando lo que dijo E5, como perpendicular)*	
853	*EPM3: Sí, pero tenés que asegurar que sea recto ese ángulo.*	
854	*E4: ¿Cómo no va a ser recto esto? (lo traza). Esto es un ángulo recto (lo marca como tal), ese también, tenés dos ahí.*	
855	*EPM3: Igual lo trazaste medio a ojo, ¿no? No lo trazaste apoyando la escuadra.*	
856	*E4: Bueno, sí, pero digo, si lo hacés bien tenés dos, y acá podés.*	
857	*EPM3: Bueno, a ver, dale.*	
858	*E1: Me dio 15, 6*	
859	*EPM3: A ver, ¿y cómo lo hiciste?*	
860	*E1: Porque hice 125 al cuadrado.*	
861	*EPM3: ¿Y 125 al cuadrado te da 15,6?*	
862	*E1: Sí*	
863	*EPM3: No lo creo.*	
864	*E1: No, la coma es el punto para nosotros, no?*	
865	*EPM3: Sí*	
866	*E1: Entonces era quince mil seiscientos veinti algo.*	
867	*EPM3: Ah, ¿y te parece que eso puede medir esto? (Señala el triángulo en el cuaderno).*	
868	*E1: No. Si no mide 125 menos mide quince mil.*	
869	*EPM3: Revisá las actividades anteriores y te vas a dar cuenta qué es lo que tenés que hacer para calcular esa distancia.*	

870	*E4: Hice esto y esto y me da esto. (Le muestra los cálculos).*	
871	*EPM3: Pusiste que x era esta distancia (el lado AC), entonces x al cuadrado es igual 5 al cuadrado más 10 al cuadrado. Ahora sí me gusta más.*	
872	*E5: Profe, lo hice yo también.*	
873	*E4: Y después no sé si está bien, lo hice acá chiquito por las dudas, sumé estos dos lados, para hallar esta distancia, y le resté 11 porque esto no va.*	
874	*EPM3: A ver, no entendí. ¿Cómo hiciste después? Con esta ecuación que escribiste acá.*	
875	*E4: Sumé estos dos (señala AB y AC) porque esa es de dos distintos.*	
876	*EPM3: Ah, ta. Pero yo no sé cómo calculaste y todavía. Pará que no lo vi. ¿Qué triángulo consideraste para…*	
877	*E4: (Señala algo como un cuadrilátero)*	
878	*EPM3: ¿Cuál?*	
879	*E4: ¿Esto no es un triángulo?*	
880	*EPM3: Y ahí, ¿hay tres puntos? Me parece que pegaste una curva ahí en el medio.*	
881	*E4: Es acá (señala una prolongación del lado AB que no ha trazado). Ah!*	
882	*EPM3: Ah! Pero te pasás entonces ahí.*	
883	*E4: Bueno, acá (indica el vértice que tendría que considerar)*	
884	*EPM3: Ta, pero digo, no es esta medida (indicando AB), es un poco más.*	
885	*E4: Ah, sí!*	
886	*EPM3: Capaz que tienen que cambiar el triángulo, ese no sirve me parece.*	
887	*E4: Acá (señala un triángulo posible)*	
888	*EPM3: Ahí sí, pero van a tener que cambiar los números, ¿no? Ta.*	

889	*E4: Pero después lo que habíamos hecho era, más allá de este resultado, sumar estos dos, ahora me parece que no, restar esta medida.*	
890	*EPM3: ¿Y por qué?*	
891	*E4: Porque para hacer esto usamos medidas que, pero después si contás cuadradito a cuadradito es lo mismo, así que*	
892	*EPM3: No entiendo mucho lo que me estás diciendo.*	
893	*E4: Si de un triángulo usás esta parte(representa un triángulo y sombrea un trapecio dentro de él)*	
894	*EPM3: ¿Conocés un lado, eso me estás diciendo? Ah, a ver si estoy entendiendo, vos lo que me estás diciendo es que, si vos medís todo esto (un lado), no, vos mediste esto (la parte de uno de los lados donde E4 sombreó), esta distancia (vuelve al dibujo del ejercicio) ¿eso es lo que me estás diciendo?*	
895	*E4: No, porque si yo medí todo esto.*	
896	*EPM3: Ajá*	
897	*E4: Porque esta distancia no sé si va.*	
898	*EPM3: Acordate que vos estás midiendo este lado (E4 habla del segmento de paralela a Ox por B y EPM3 del lado BC). Esta medida no es la misma que esta.*	
899	*E4: Puedo sumar los dos triángulos.*	
900	*EPM3: ¿Pero qué quiere decir sumar los dos triángulos?*	
901	*E5: No es equilátero.*	
902	*EPM3: ¿Por qué?*	
903	*E5: Porque este lado mide distinto a este.*	
904	*EPM3: ¿Este y este? (Señala AB y AC)*	
905	*E5: No, este y este no sé, pero este y este sí (señala los dos segmentos de BC determinados por la intersección con el eje de ordenadas).*	
906	*EPM3: ¿Y eso ya te dice que no es equilátero? No sé si eso ya me está diciendo que no es equilátero.*	
907	*E5: Corta a la mitad (señala el eje de ordenadas).*	
908	*EPM3: ¿Esto? No, no. Yo veo un pedazo más de área de este lado que de este. Un poquito pero lo veo.*	
909	*E5: ¿Pero cómo hacés para calcular esto (señala el segmento de AB que le falta).*	
910	*EPM3: ¿Cómo? No entendí.*	
911	*E4: El resultado de esto también va a sumar.*	
912	*EPM3: Sí. Estamos de acuerdo entonces que esta medida no es la misma que esta. La medida de este segmento y de este segmento no son iguales. Mirá esto, este triángulo que se te forma acá, este chiquito acá, ¿qué tipo de triángulo es? ¿No es un triángulo rectángulo?*	
913	*E4: Sí.*	
914	*EPM3: Este segmento acá, es la hipotenusa, ¿y este?*	
915	*E4: Un cateto.*	
916	*EPM3: Y en un triángulo rectángulo, ¿cómo es la hipotenusa respecto de los catetos? ¿Es mayor o menor?*	
917	*E4: Igual*	
918	*EPM3: ¿¿Igual??*	
919	*E4: O sea*	
920	*EPM3: Construime un triángulo rectángulo que la hipotenusa…*	
921	*E4: Mayor, mayor.*	
922	*EPM3: Es mayor. Lo que pasa que ahí este ángulo es muy chiquito entonces te parece que miden lo mismo. Aunque en realidad esto, que es la hipotenusa, es más largo que esto.*	

Anexo II. Protocolos de observación de clases

EPM1 – Clase 1

EPM: 1			
Tema del día: Ecuaciones para determinar medidas de ángulos en paralelogramos			
Actividades propuestas	Qué tipo (ejercicios rutinarios, de aplicación, para generar un nuevo conocimiento, problemas abiertos, problemas "de la vida real")	Rutinarios (en un contexto de trabajo geométrico, determinar medidas de ángulos).	
	Con qué objetivo	Plantear ecuaciones y resolverlas.	
	Cuándo y de qué forma se resuelve	El primero en interacción del EPM con los estudiantes, comunicación frontal. Los demás, muy parecidos, los estudiantes.	
	Qué permiten al estudiante	Investigar	
		Razonar	
		Representar	
		Reconocer patrones	
		Conjeturar	
		Comunicar y describir situaciones	
		Argumentar	
		Aplicar conocimientos	x
		Otros	Practicar un procedimiento.
	Preguntas del docente	Tipo de preguntas (Retóricas, de continuidad, de explicación, otras)	Retóricas, de continuidad, de explicación.
		Objetivo (dialógico, de control, de	De provocar respuesta esperada.

Preguntas, respuestas y explicaciones		provocar respuesta esperada)	
	Preguntas del estudiante	Objetivo (Interpretar intención docente, pedir aclaración, dar otra perspectiva)	Interpretar intención del docente.
	Respuestas del docente	Objetivo (evaluar, mostrar otra perspectiva, dirigir hacia respuesta esperada)	Evaluar respuesta del estudiante, dirigir hacia respuesta esperada.
	Respuestas del estudiante	Objetivo (tratar de seguir expectativa docente, basada en argumento procedimental, basada en argumento conceptual)	Tratar de seguir expectativa docente, basada en argumento procedimental.
	Explicaciones	Quién las realiza	El EPM.
		Qué valor tienen las explicaciones del estudiante para el docente.	El estudiante casi no da explicaciones, sino respuestas.
Otros elementos que aportan a los significados que se toman por compartidos	Registros de representación semiótica	Cuáles se usan	
		Cómo se utilizan	
	Ejemplos, no ejemplos y contraejemplos	Quién los propone	El EPM
		En qué momento se utilizan	Casi no se proponen.
	¿Considera las respuestas divergentes?	No.	
	¿Fundamenta las respuestas que rechaza?	Sí, en relación a procedimientos.	
	¿Usa indicadores gestuales?	Sí.	
	¿El énfasis está en el procedimiento o	En el procedimiento.	

Elementos de la interacción	en la reflexión? (En preguntas)	
	¿El énfasis está en el procedimiento o en la reflexión? (En respuestas)	En el procedimiento
Rutinas del EPM	Ensayo provisorio (al inicio de interacción, con una pregunta abierta)	Sí
	Pista sugerente	Sí
Rutinas de los alumnos	Ensayo y error	Sí
	Búsqueda de señales	Sí
	Reducción verbal	Sí
	Usar todos los números y una operación como respuesta.	No

EPM1 – Clase 2

EPM: 1			
Tema del día: Ecuaciones para determinar medidas de ángulos en paralelogramos			
Actividades propuestas	Qué tipo (ejercicios rutinarios, de aplicación, para generar un nuevo conocimiento, problemas abiertos, problemas “de la vida real”)	Rutinarios	
	Con qué objetivo	Repasar para una prueba.	
	Cuándo y de qué forma se resuelve	Algunos son resueltos por los estudiantes (son muy similares a los de la clase pasada), y luego son resueltos entre todos en una clase frontal.	
	Qué permiten al estudiante	Investigar	
		Razonar	
		Representar	
		Reconocer patrones	
		Conjeturar	
		Comunicar y describir situaciones	

		Argumentar	
		Aplicar conocimientos	x
		Otros	X Entrenarse
Preguntas, respuestas y explicaciones	Preguntas del docente	Tipo de preguntas (Retóricas, de continuidad, de explicación, otras)	Retóricas, de continuidad, de explicación.
		Objetivo (dialógico, de control, de provocar respuesta esperada)	Provocar respuesta esperada o continuar el razonamiento.
	Preguntas del estudiante	Objetivo (Interpretar intención docente, pedir aclaración, dar otra perspectiva)	Interpretar intención del docente, responder a su demanda.
	Respuestas del docente	Objetivo (evaluar, mostrar otra perspectiva, dirigir hacia respuesta esperada)	Evaluar, dirigir hacia respuesta esperada.
	Respuestas del estudiante	Objetivo (tratar de seguir expectativa docente, basada en argumento procedimental, basada en argumento conceptual)	Tratar de seguir expectativa docente. Basada en argumento procedimental.
	Explicaciones	Quién las realiza	El EPM.
		Qué valor tienen las explicaciones del estudiante para el docente.	Las correctas son evaluadas positivamente, las incorrectas las rechaza con alguna fundamentación (en general recurriendo al procedimiento correcto).
Otros elementos que aportan a los significados que se toman por compartidos	Registros de representación semiótica	Cuáles se usan	
		Cómo se utilizan	
		Quién los propone	No se usan.

	Ejemplos, no ejemplos y contraejemplos	En qué momento se utilizan	
Elementos de la interacción	¿Considera las respuestas divergentes?	No.	
	¿Fundamenta las respuestas que rechaza?	Sí, en relación a procedimientos.	
	¿Usa indicadores gestuales?	Sí.	
	¿El énfasis está en el procedimiento o en la reflexión? (En preguntas)	En el procedimiento.	
	¿El énfasis está en el procedimiento o en la reflexión? (En respuestas)	En el procedimiento	
Rutinas del EPM	Ensayo provisorio (al inicio de interacción, con una pregunta abierta)		
	Pista sugerente		Sí
Rutinas de los alumnos	Ensayo y error		Sí
	Búsqueda de señales		Sí
	Reducción verbal		Sí
	Usar todos los números y una operación como respuesta.		

EPM1 – Clase 3

EPM: 1		
Tema del día: Ecuaciones para determinar medidas de ángulos en paralelogramos		
	Qué tipo (ejercicios rutinarios, de aplicación, para generar un nuevo conocimiento, problemas abiertos, problemas "de la vida real")	Rutinarios, de aplicación.
	Con qué objetivo	Practicar.

<table>
<tr><td rowspan="10">Actividades propuestas</td><td>Cuándo y de qué forma se resuelve</td><td colspan="2">Los estudiantes resuelven algunos ejercicios muy similares a los ya trabajados en clase, luego algunos de esos se trabajan en interacción frontal.</td></tr>
<tr><td rowspan="9">Qué permiten al estudiante</td><td>Investigar</td><td></td></tr>
<tr><td>Razonar</td><td></td></tr>
<tr><td>Representar</td><td></td></tr>
<tr><td>Reconocer patrones</td><td></td></tr>
<tr><td>Conjeturar</td><td></td></tr>
<tr><td>Comunicar y describir situaciones</td><td></td></tr>
<tr><td>Argumentar</td><td></td></tr>
<tr><td>Aplicar conocimientos</td><td>x</td></tr>
<tr><td>Otros</td><td>X Entrenarse</td></tr>
<tr><td rowspan="5">Preguntas, respuestas y explicaciones</td><td rowspan="2">Preguntas del docente</td><td>Tipo de preguntas (Retóricas, de continuidad, de explicación, otras)</td><td>Retóricas, de continuidad.</td></tr>
<tr><td>Objetivo (dialógico, de control, de provocar respuesta esperada)</td><td>Provocar la respuesta esperada, seguir la comunicación.</td></tr>
<tr><td>Preguntas del estudiante</td><td>Objetivo (Interpretar intención docente, pedir aclaración, dar otra perspectiva)</td><td>Hay muy pocas. Tienen el objetivo de interpretar la intención.</td></tr>
<tr><td>Respuestas del docente</td><td>Objetivo (evaluar, mostrar otra perspectiva, dirigir hacia respuesta esperada)</td><td>Evaluar, dirigir hacia respuesta esperada.</td></tr>
<tr><td>Respuestas del estudiante</td><td>Objetivo (tratar de seguir expectativa docente, basada en argumento procedimental, basada en</td><td>Tratar de seguir expectativa. Basadas en argumento procedimental.</td></tr>
</table>

		argumento conceptual)	
	Explicaciones	Quién las realiza	El EPM.
		Qué valor tienen las explicaciones del estudiante para el docente.	Tienen valor si son correctas. Las incorrectas son rechazadas.
Otros elementos que aportan a los significados que se toman por compartidos	Registros de representación semiótica	Cuáles se usan	Algebraico, figural, natural. Pero no se relacionan entre sí.
		Cómo se utilizan	Para cada concepto se usa un solo registro.
	Ejemplos, no ejemplos y contraejemplos	Quién los propone	No se usan.
		En qué momento se utilizan	
Elementos de la interacción	¿Considera las respuestas divergentes?	En una ocasión.	
	¿Fundamenta las respuestas que rechaza?	Sí, en relación a procedimientos.	
	¿Usa indicadores gestuales?	Sí.	
	¿El énfasis está en el procedimiento o en la reflexión? (En preguntas)	En el procedimiento.	
	¿El énfasis está en el procedimiento o en la reflexión? (En respuestas)	En el procedimiento	
Rutinas del EPM	Ensayo provisorio (al inicio de interacción, con una pregunta abierta)		
	Pista sugerente		x
Rutinas de los alumnos	Ensayo y error		x
	Búsqueda de señales		x
	Reducción verbal		x
	Usar todos los números y una operación como respuesta.		

EPM: 1			
Tema del día: Funciones polinómicas de primer grado.			
Actividades propuestas	Qué tipo (ejercicios rutinarios, de aplicación, para generar un nuevo conocimiento, problemas abiertos, problemas "de la vida real")	Rutinarios, de aplicación.	
	Con qué objetivo	Practicar.	
	Cuándo y de qué forma se resuelve	Entre todos en interacción frontal.	
	Qué permiten al estudiante	Investigar	
		Razonar	
		Representar	
		Reconocer patrones	
		Conjeturar	
		Comunicar y describir situaciones	
		Argumentar	
		Aplicar conocimientos	x
		Otros	X Entrenarse
	Preguntas del docente	Tipo de preguntas (Retóricas, de continuidad, de explicación, otras)	Retóricas, de continuidad, de explicación.
		Objetivo (dialógico, de control, de provocar respuesta esperada)	Provocar respuesta esperada.
	Preguntas del estudiante	Objetivo (Interpretar intención docente, pedir aclaración, dar otra perspectiva)	Intentar dar la respuesta esperada. Interpretar intención.

Preguntas, respuestas y explicaciones	Respuestas del docente	Objetivo (evaluar, mostrar otra perspectiva, dirigir hacia respuesta esperada)	Evaluar las respuestas. Dirigir hacia la respuesta esperada.
	Respuestas del estudiante	Objetivo (tratar de seguir expectativa docente, basada en argumento procedimental, basada en argumento conceptual)	Tratar de seguir expectativa docente. Basada en argumento procedimental.
	Explicaciones	Quién las realiza	El EPM.
		Qué valor tienen las explicaciones del estudiante para el docente.	Las correctas se toman y valoran. Las incorrectas se rechazan, a veces con fundamentación.
Otros elementos que aportan a los significados que se toman por compartidos	Registros de representación semiótica	Cuáles se usan	Analítico, gráfico.
		Cómo se utilizan	Se parte del analítico, se utiliza para hallar elementos determinados (raíz y ordenada en el origen) y se convierten en gráficos.
	Ejemplos, no ejemplos y contraejemplos	Quién los propone	El EPM.
		En qué momento se utilizan	No se utilizan.
Elementos de la interacción	¿Considera las respuestas divergentes?	No.	
	¿Fundamenta las respuestas que rechaza?	Sí, en relación a procedimientos.	
	¿Usa indicadores gestuales?	Sí.	
	¿El énfasis está en el procedimiento o en la reflexión? (En preguntas)	En el procedimiento.	
	¿El énfasis está en el procedimiento o en la reflexión? (En respuestas)	En el procedimiento	

Rutinas del EPM	Ensayo provisorio (al inicio de interacción, con una pregunta abierta)	x
	Pista sugerente	x
Rutinas de los alumnos	Ensayo y error	x
	Búsqueda de señales	x
	Reducción verbal	x
	Usar todos los números y una operación como respuesta.	

EPM2 – Clase 1

EPM: 2			
Tema del día: Introducción a fracciones			
Actividades propuestas	Qué tipo (ejercicios rutinarios, de aplicación, para generar un nuevo conocimiento, problemas abiertos, problemas "de la vida real")	Para generar un nuevo conocimiento.	
	Con qué objetivo	Introducir el concepto de fracción y fracciones equivalentes.	
	Cuándo y de qué forma se resuelve	Al inicio se explica y resuelven los estudiantes, luego de discutir la primera parte el resto se resuelve en interacción del EPM2 con todo el grupo.	
	Qué permiten al estudiante	Investigar	
		Razonar	
		Representar	
		Reconocer patrones	x
		Conjeturar	
		Comunicar y describir situaciones	
		Argumentar	
		Aplicar conocimientos	
		Otros	

Preguntas, respuestas y explicaciones	Preguntas del docente	Tipo de preguntas (Retóricas, de continuidad, de explicación, otras)	De continuidad, de explicación, de focalización.
		Objetivo (dialógico, de control, de provocar respuesta esperada)	De provocar respuesta, de continuar la idea.
	Preguntas del estudiante	Objetivo (Interpretar intención docente, pedir aclaración, dar otra perspectiva)	Interpretar intención, pedir aclaración. Dar otra perspectiva.
	Respuestas del docente	Objetivo (evaluar, mostrar otra perspectiva, dirigir hacia respuesta esperada)	Evaluar. Mostrar otra perspectiva. Dirigir hacia la respuesta esperada.
	Respuestas del estudiante	Objetivo (tratar de seguir expectativa docente, basada en argumento procedimental, basada en argumento conceptual)	Tratar de seguir expectativa docente. Hay algunos estudiantes que se basan en argumentos conceptuales, otros en argumentos procedimentales.
	Explicaciones	Quién las realiza	El EPM2 y los estudiantes cuando el EPM2 les pide.
		Qué valor tienen las explicaciones del estudiante para el docente.	Pide explicaciones a los estudiantes que hacen el ejercicio en el pizarrón. Las toma, las corrige si tienen incorrecciones, al momento de reiterarlas.
Otros elementos que aportan a los significados que se toman por compartidos	Registros de representación semiótica	Cuáles se usan	Figural, aritmético.
		Cómo se utilizan	La primera actividad pide una conversión del registro figural al aritmético. En las otras actividades aparecen ambos.
	Ejemplos, no ejemplos y contraejemplos	Quién los propone	Solo se usan algunos ejemplos. Por ejemplo, de fracciones equivalentes a una determinada.

		En qué momento se utilizan	Cuando se está iniciando un concepto.
	¿Considera las respuestas divergentes?	No se producen.	
	¿Fundamenta las respuestas que rechaza?	En general las fundamenta.	
	¿Usa indicadores gestuales?	Pocas veces.	
	¿El énfasis está en el procedimiento o en la reflexión? (En preguntas)	En el procedimiento, aunque se dan elementos reflexivos.	
Elementos de la interacción	¿El énfasis está en el procedimiento o en la reflexión? (En respuestas)	En el procedimiento.	
Rutinas del EPM	Ensayo provisorio (al inicio de interacción, con una pregunta abierta)		x
	Pista sugerente		
Rutinas de los alumnos	Ensayo y error		
	Búsqueda de señales		
	Reducción verbal		x
	Usar todos los números y una operación como respuesta.		

EPM2 – Clase 2

EPM: 2		
Tema del día: Fracciones. Se continúan realiza en el pizarrón los ejercicios 2 y 3.		
	Qué tipo (ejercicios rutinarios, de aplicación, para generar un nuevo conocimiento, problemas abiertos, problemas "de la vida real")	Para generar un nuevo conocimiento y de aplicación.
	Con qué objetivo	El ejercicio 2 pretende que se aplique lo visto a partir del 1, el parece orientarse a la equivalencia en distintos registros de representación.

Actividades propuestas	Cuándo y de qué forma se resuelve	Ambos se corrigen en el pizarrón, los estudiantes estuvieron trabajando con ellos en la casa.	
	Qué permiten al estudiante	Investigar	
		Razonar	
		Representar	
		Reconocer patrones	x
		Conjeturar	
		Comunicar y describir situaciones	
		Argumentar	
		Aplicar conocimientos	x
		Otros	
Preguntas, respuestas y explicaciones	Preguntas del docente	Tipo de preguntas (Retóricas, de continuidad, de explicación, otras)	Retóricas, de continuidad.
		Objetivo (dialógico, de control, de provocar respuesta esperada)	Provocar respuesta esperada.
	Preguntas del estudiante	Objetivo (Interpretar intención docente, pedir aclaración, dar otra perspectiva)	Pedir aclaración. Responder a las preguntas del docente, interpretando intención.
	Respuestas del docente	Objetivo (evaluar, mostrar otra perspectiva, dirigir hacia respuesta esperada)	Evaluar, dirigir hacia respuesta esperada.
	Respuestas del estudiante	Objetivo (tratar de seguir expectativa docente, basada en argumento procedimental, basada en	Tratar de seguir expectativa docente. Se basa en diferentes argumentos según los estudiantes.

		argumento conceptual)	
	Explicaciones	Quién las realiza	El EPM2, y los estudiantes cuando este se los pide.
		Qué valor tienen las explicaciones del estudiante para el docente.	Las correctas son tomadas para seguir hacia donde quiere llegar el EPM2. Las incorrectas a veces no se toman y otras veces se rechazan.
Otros elementos que aportan a los significados que se toman por compartidos	Registros de representación semiótica	Cuáles se usan	Figural y aritmético.
		Cómo se utilizan	Se dan ambos (en la actividad 3 aparecen dos figurales), pero el estudiante solo tiene que poner en correspondencia los equivalentes.
	Ejemplos, no ejemplos y contraejemplos	Quién los propone	Se dan muy pocos. A veces el EPM pide ejemplos de fracciones equivalentes a una dada.
		En qué momento se utilizan	Al introducir un concepto.
Elementos de la interacción	¿Considera las respuestas divergentes?	Las toma. A veces las modifica para adaptarlas a la respuesta esperada.	
	¿Fundamenta las respuestas que rechaza?	Algunas veces.	
	¿Usa indicadores gestuales?	Usa pocos.	
	¿El énfasis está en el procedimiento o en la reflexión? (En preguntas)	Si bien hay elementos de reflexión, la repetición de argumentos termina resultando en algo procedimental.	
	¿El énfasis está en el procedimiento o en la reflexión? (En respuestas)	Ídem anterior.	
Rutinas del EPM	Ensayo provisorio (al inicio de interacción, con una pregunta abierta)		x
	Pista sugerente		
Rutinas de los alumnos	Ensayo y error		
	Búsqueda de señales		
	Reducción verbal		x
	Usar todos los números y una operación como respuesta.		

EPM2 – Clase 3

<table>
<tr><td colspan="4">EPM: 2</td></tr>
<tr><td colspan="4">Tema del día: Resuelven un problema en el pizarrón, sobre la división de una barra de chococlate. Luego se proponen sumas de fracciones para resolver.</td></tr>
<tr><td rowspan="12">Actividades propuestas</td><td>Qué tipo (ejercicios rutinarios, de aplicación, para generar un nuevo conocimiento, problemas abiertos, problemas “de la vida real”)</td><td colspan="2">Problema “de la vida real”. Ejercicio rutinario de aplicación.</td></tr>
<tr><td>Con qué objetivo</td><td colspan="2">Introducir suma de fracciones de igual denominador.</td></tr>
<tr><td>Cuándo y de qué forma se resuelve</td><td colspan="2">El problema se plantea (en una clase no observada), en este clase se corrige grupalmente.</td></tr>
<tr><td rowspan="9">Qué permiten al estudiante</td><td>Investigar</td><td></td></tr>
<tr><td>Razonar</td><td>x</td></tr>
<tr><td>Representar</td><td></td></tr>
<tr><td>Reconocer patrones</td><td></td></tr>
<tr><td>Conjeturar</td><td></td></tr>
<tr><td>Comunicar y describir situaciones</td><td>x</td></tr>
<tr><td>Argumentar</td><td>x</td></tr>
<tr><td>Aplicar conocimientos</td><td>x</td></tr>
<tr><td>Otros</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2"></td><td rowspan="2">Preguntas del docente</td><td>Tipo de preguntas (Retóricas, de continuidad, de explicación, otras)</td><td>Retóricas, de continuidad, de explicación.</td></tr>
<tr><td>Objetivo (dialógico, de control, de provocar respuesta esperada)</td><td>Dialógico, de provocar respuesta esperada.</td></tr>
</table>

Preguntas, respuestas y explicaciones	Preguntas del estudiante	Objetivo (Interpretar intención docente, pedir aclaración, dar otra perspectiva)	Interpretar intención docente, pedir aclaración.
	Respuestas del docente	Objetivo (evaluar, mostrar otra perspectiva, dirigir hacia respuesta esperada)	Evaluar, dirigir hacia respuesta esperada.
	Respuestas del estudiante	Objetivo (tratar de seguir expectativa docente, basada en argumento procedimental, basada en argumento conceptual)	Tratar de seguir expectativa docente. Basada en argumentos procedimentales.
	Explicaciones	Quién las realiza	El EPM, y los estudiantes cuando este les pide.
		Qué valor tienen las explicaciones del estudiante para el docente.	Toma las correctas. Rechaza las incorrectas tratando de fundamentarlas. En este caso hay una intención especial de comprensión hacia una respuesta muy divergente e incorrecta.
Otros elementos que aportan a los significados que se toman por compartidos	Registros de representación semiótica	Cuáles se usan	Figural y aritmético.
		Cómo se utilizan	Se plantean desde la actividad.
	Ejemplos, no ejemplos y contraejemplos	Quién los propone	Casi no se dan.
		En qué momento se utilizan	
	¿Considera las respuestas divergentes?	Sí, aunque tiene dificultad para entender alguna divergencia.	
	¿Fundamenta las respuestas que rechaza?	En general sí.	
	¿Usa indicadores gestuales?	Pocos.	
	¿El énfasis está en el procedimiento o	Hay una reiteración excesiva que vuelve la clase un poco procedimental.	

Elementos de la interacción	en la reflexión? (En preguntas)		
	¿El énfasis está en el procedimiento o en la reflexión? (En respuestas)	Ídem anterior.	
Rutinas del EPM	Ensayo provisorio (al inicio de interacción, con una pregunta abierta)		x
	Pista sugerente		
Rutinas de los alumnos	Ensayo y error		
	Búsqueda de señales		
	Reducción verbal		x
	Usar todos los números y una operación como respuesta.		x

EPM2 – Clase 4

EPM: 2			
Tema del día: Suma de fracciones de distinto denominador.			
Actividades propuestas	Qué tipo (ejercicios rutinarios, de aplicación, para generar un nuevo conocimiento, problemas abiertos, problemas "de la vida real")	Se realiza una suma en el pizarrón, a partir de ella se llega a establecer un procedimiento para sumar. Luego se propone otra.	
	Con qué objetivo	Aprender a sumar fracciones de distinto denominador	
	Cuándo y de qué forma se resuelve	Un estudiante hace la suma en el pizarrón y luego se discute el procedimiento.	
	Qué permiten al estudiante	Investigar	
		Razonar	
		Representar	
		Reconocer patrones	
		Conjeturar	
		Comunicar y describir situaciones	

		Argumentar	
		Aplicar conocimientos	X El alumno que hace la suma está aplicando lo que ya sabe de antes.
		Otros	
Preguntas, respuestas y explicaciones	Preguntas del docente	Tipo de preguntas (Retóricas, de continuidad, de explicación, otras)	Retóricas, de continuidad, de explicación.
		Objetivo (dialógico, de control, de provocar respuesta esperada)	De provocar respuesta esperada.
	Preguntas del estudiante	Objetivo (Interpretar intención docente, pedir aclaración, dar otra perspectiva)	Interpretar intención docente, pedir aclaración.
	Respuestas del docente	Objetivo (evaluar, mostrar otra perspectiva, dirigir hacia respuesta esperada)	Evaluar, dirigir hacia la respuesta esperada.
	Respuestas del estudiante	Objetivo (tratar de seguir expectativa docente, basada en argumento procedimental, basada en argumento conceptual)	Basada en argumento procedimental.
	Explicaciones	Quién las realiza	El EPM y los estudiantes a pedido suyo.
		Qué valor tienen las explicaciones del estudiante para el docente.	Acepta las correctas, rechaza las incorrectas tratando de fundamentarlas.
Otros elementos que aportan a los significados que	Registros de representación semiótica	Cuáles se usan	Aritmético y figural (en el modelo usado por el EPM para mostrar el proceso de obtener un denominador común).

se toman por compartidos		Cómo se utilizan	El EPM propone el figural para dar una explicación.
	Ejemplos, no ejemplos y contraejemplos	Quién los propone	Solo los que se tratan en la clase para dar el tema.
		En qué momento se utilizan	
Elementos de la interacción	¿Considera las respuestas divergentes?	En general.	
	¿Fundamenta las respuestas que rechaza?	En general.	
	¿Usa indicadores gestuales?	Pocos.	
	¿El énfasis está en el procedimiento o en la reflexión? (En preguntas)	En el procedimiento.	
	¿El énfasis está en el procedimiento o en la reflexión? (En respuestas)	En esta clase aparece más las reflexión, al menos la fundamentación de un procedimiento.	
Rutinas del EPM	Ensayo provisorio (al inicio de interacción, con una pregunta abierta)		
	Pista sugerente		
Rutinas de los alumnos	Ensayo y error		
	Búsqueda de señales		
	Reducción verbal		x
	Usar todos los números y una operación como respuesta.		

EPM3 – Clase 1

EPM: 3			
Tema del día: Introducir el teorema de Pitágoras.			
	Qué tipo (ejercicios rutinarios, de aplicación, para generar un nuevo conocimiento, problemas abiertos,	Para generar un nuevo conocimiento.	

Actividades propuestas	problemas “de la vida real”)		
	Con qué objetivo	Que conjeturen el enunciado del problema, o al menos que quede fundamentado con la actividad.	
	Cuándo y de qué forma se resuelve	Al inicio de la clase se plantea, se explica, lo resuelven en grupos. El EPM3 va pasando por los distintos grupos.	
	Qué permiten al estudiante	Investigar	
		Razonar	
		Representar	x
		Reconocer patrones	
		Conjeturar	x
		Comunicar y describir situaciones	x
		Argumentar	x
		Aplicar conocimientos	
		Otros	
Preguntas, respuestas y explicaciones	Preguntas del docente	Tipo de preguntas (Retóricas, de continuidad, de explicación, otras)	De continuidad, de explicación.
		Objetivo (dialógico, de control, de provocar respuesta esperada)	De provocar una respuesta esperada, dialógico (por momentos).
	Preguntas del estudiante	Objetivo (Interpretar intención docente, pedir aclaración, dar otra perspectiva)	Pedir aclaración, interpretar intención docente.
	Respuestas del docente	Objetivo (evaluar, mostrar otra perspectiva, dirigir hacia respuesta esperada)	Evaluar, dirigir hacia respuesta esperada.

	Respuestas del estudiante	Objetivo (tratar de seguir expectativa docente, basada en argumento procedimental, basada en argumento conceptual)	Tratar de seguir expectativa docente, basada en argumento conceptual.
	Explicaciones	Quién las realiza	El EPM3 y los estudiantes cuando les pide el EPM3.
		Qué valor tienen las explicaciones del estudiante para el docente.	Las correctas las toma, las semicorrectas o incorrectas las rechaza.
Otros elementos que aportan a los significados que se toman por compartidos	Registros de representación semiótica	Cuáles se usan	Figural y algebraico.
		Cómo se utilizan	Ambos son propuestos por el EPM3, el figural desde el enunciado, el algebraico a través de preguntas.
	Ejemplos, no ejemplos y contraejemplos	Quién los propone	En esta clase no se dan.
		En qué momento se utilizan	
Elementos de la interacción	¿Considera las respuestas divergentes?	Si no coinciden con lo que quiere concluir, intenta cambiarlas.	
	¿Fundamenta las respuestas que rechaza?	Algunas veces, otras veces parece no tener argumentos.	
	¿Usa indicadores gestuales?	Sí.	
	¿El énfasis está en el procedimiento o en la reflexión? (En preguntas)	Intenta basarse en la reflexión, pero muchas veces termina cayendo en direccionar hacia la matemática que quiere enseñar.	
	¿El énfasis está en el procedimiento o en la reflexión? (En respuestas)	Ídem.	
Rutinas del EPM	Ensayo provisorio (al inicio de interacción, con una pregunta abierta)		x
	Pista sugerente		x
Rutinas de los alumnos	Ensayo y error		x
	Búsqueda de señales		

	Reducción verbal	x
	Usar todos los números y una operación como respuesta.	

EPM3 – Clase 2

<table>
<tr><td colspan="4">EPM: 3</td></tr>
<tr><td colspan="4">Tema del día: Se enuncia el teorema de Pitágoras. Realizan la Actividad 2 en grupos y luego la Actividad 3 en discusión de toda la clase.</td></tr>
<tr><td rowspan="13">Actividades propuestas</td><td>Qué tipo (ejercicios rutinarios, de aplicación, para generar un nuevo conocimiento, problemas abiertos, problemas "de la vida real")</td><td colspan="2">De aplicación (Actividad 2) y "de la vida real" (Actividad 3).</td></tr>
<tr><td>Con qué objetivo</td><td colspan="2">Aplicar el teorema de Pitágoras.</td></tr>
<tr><td>Cuándo y de qué forma se resuelve</td><td colspan="2">El ejercicio 2 se resuelve en grupos pequeños. El 3 se inicia con una interacción grupal para aclarar el enunciado, pero se resuelve todo en interacción grupal.</td></tr>
<tr><td rowspan="10">Qué permiten al estudiante</td><td>Investigar</td><td></td></tr>
<tr><td>Razonar</td><td></td></tr>
<tr><td>Representar</td><td>x</td></tr>
<tr><td>Reconocer patrones</td><td></td></tr>
<tr><td>Conjeturar</td><td></td></tr>
<tr><td>Comunicar y describir situaciones</td><td></td></tr>
<tr><td>Argumentar</td><td></td></tr>
<tr><td>Aplicar conocimientos</td><td>x</td></tr>
<tr><td>Otros</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Preguntas del docente</td><td>Tipo de preguntas (Retóricas, de continuidad, de explicación, otras)</td><td>De continuidad, de explicación.</td></tr>
</table>

Preguntas, respuestas y explicaciones		Objetivo (dialógico, de control, de provocar respuesta esperada)	Intención dialógica al principio, que luego evoluciona al tipo "provocar respuesta esperada".
	Preguntas del estudiante	Objetivo (Interpretar intención docente, pedir aclaración, dar otra perspectiva)	Interpretar intención docente, pedir aclaración, dar otra perspectiva.
	Respuestas del docente	Objetivo (evaluar, mostrar otra perspectiva, dirigir hacia respuesta esperada)	Evaluar, dirigir hacia respuesta esperada.
	Respuestas del estudiante	Objetivo (tratar de seguir expectativa docente, basada en argumento procedimental, basada en argumento conceptual)	Basada en argumento conceptual en algunos estudiantes, tratar de seguir expectativa docente en otros.
	Explicaciones	Quién las realiza	El EPM3 y los estudiantes cuando este las pide.
		Qué valor tienen las explicaciones del estudiante para el docente.	Si son correctas, se toman. Si son incorrectas o semicorrectas, se rechazan (gestualmente o con fundamentos).
Otros elementos que aportan a los significados que se toman por compartidos	Registros de representación semiótica	Cuáles se usan	Algebraico en actividad 2. Algebraico y figural en Actividad 3. La introducción del teorema a través de áreas genera una dificultad en los ejercicios que implican usar longitudes.
		Cómo se utilizan	Los presenta el EPM3.
	Ejemplos, no ejemplos y contraejemplos	Quién los propone	El EPM3.
		En qué momento se utilizan	Cuando quiere mostrar algo erróneo usa contraejemplos.
	¿Considera las respuestas divergentes?	No.	

	¿Fundamenta las respuestas que rechaza?	Sí, algunas veces agrega condiciones al enunciado para evitar su pertinencia.
	¿Usa indicadores gestuales?	Sí.
	¿El énfasis está en el procedimiento o en la reflexión? (En preguntas)	Se inicia la interacción enfatizando en la reflexión, pero muchas veces termina siendo procedimental.
Elementos de la interacción	¿El énfasis está en el procedimiento o en la reflexión? (En respuestas)	Ídem.
Rutinas del EPM	Ensayo provisorio (al inicio de interacción, con una pregunta abierta)	x
	Pista sugerente	x
Rutinas de los alumnos	Ensayo y error	x
	Búsqueda de señales	
	Reducción verbal	x
	Usar todos los números y una operación como respuesta.	

EPM3 – Clase 3

EPM: 3		
Tema del día: Se reitera discusión sobre Actividad 3. Se realiza la Actividad 4 (Aplicaciones del Teorema de Pitágoras).		
	Qué tipo (ejercicios rutinarios, de aplicación, para generar un nuevo conocimiento, problemas abiertos, problemas "de la vida real")	De aplicación.
Actividades propuestas	Con qué objetivo	Aplicar el teorema de Pitágoras.
	Cuándo y de qué forma se resuelve	Se reitera la Actividad 3 en interacción del EPM3 con toda la clase, y la Actividad 2 se inicia en grupos pequeños, pero luego se termina de resolver en interacción con toda la clase.

	Qué permiten al estudiante	Investigar	
		Razonar	
		Representar	x
		Reconocer patrones	
		Conjeturar	
		Comunicar y describir situaciones	
		Argumentar	
		Aplicar conocimientos	x
		Otros	
Preguntas, respuestas y explicaciones	Preguntas del docente	Tipo de preguntas (Retóricas, de continuidad, de explicación, otras)	De continuidad, de explicación.
		Objetivo (dialógico, de control, de provocar respuesta esperada)	Dialógico inicialmente, desembocando en provocar respuesta esperada. Más dialógico en los grupos pequeños.
	Preguntas del estudiante	Objetivo (Interpretar intención docente, pedir aclaración, dar otra perspectiva)	Interpretar intención docente, pedir aclaración.
	Respuestas del docente	Objetivo (evaluar, mostrar otra perspectiva, dirigir hacia respuesta esperada)	Evaluar, dirigir hacia respuesta esperada.
	Respuestas del estudiante	Objetivo (tratar de seguir expectativa docente, basada en argumento procedimental, basada en argumento conceptual)	El tipo de argumentos depende de los alumnos. Tratar de seguir expectativa docente.

	Explicaciones	Quién las realiza	El EPM y los estudiantes cuando este se los pide.
		Qué valor tienen las explicaciones del estudiante para el docente.	Valora las correctas, rechaza las incorrectas, intentando fundamentar.
Otros elementos que aportan a los significados que se toman por compartidos	Registros de representación semiótica	Cuáles se usan	Geométrico, algebraico.
		Cómo se utilizan	Vienen en la propuesta. El algebraico es el que se usa en todas las actividades en la etapa de resolución.
	Ejemplos, no ejemplos y contraejemplos	Quién los propone	El EPM3.
		En qué momento se utilizan	Contraejemplos cuando se quiere fundamentar una respuesta errónea, ejemplos para fundamentar alguna respuesta acertada.
Elementos de la interacción	¿Considera las respuestas divergentes?	Sí.	
	¿Fundamenta las respuestas que rechaza?	En general sí.	
	¿Usa indicadores gestuales?	Sí.	
	¿El énfasis está en el procedimiento o en la reflexión? (En preguntas)	La intención del EPM3 es ponerlo en la reflexión.	
	¿El énfasis está en el procedimiento o en la reflexión? (En respuestas)	A veces resulta puesto en la reflexión.	
Rutinas del EPM	Ensayo provisorio (al inicio de interacción, con una pregunta abierta)		x
	Pista sugerente		x
Rutinas de los alumnos	Ensayo y error		x
	Búsqueda de señales		
	Reducción verbal		x
	Usar todos los números y una operación como respuesta.		

EPM3 – Clase 4

<table>
<tr><td colspan="4">EPM: 3</td></tr>
<tr><td colspan="4">Tema del día: Teorema de Pitágoras. Aplicaciones. Trabajo en el contexto de la geometría analítica.</td></tr>
<tr><td rowspan="12">Actividades propuestas</td><td>Qué tipo (ejercicios rutinarios, de aplicación, para generar un nuevo conocimiento, problemas abiertos, problemas “de la vida real”)</td><td colspan="2">De aplicación.</td></tr>
<tr><td>Con qué objetivo</td><td colspan="2">Que los estudiantes apliquen el teorema de Pitágoras para hallar distancias entre dos puntos dados por sus coordenadas cartesianas.</td></tr>
<tr><td>Cuándo y de qué forma se resuelve</td><td colspan="2">Se resuelve durante toda la clase, en grupos pequeños.</td></tr>
<tr><td rowspan="9">Qué permiten al estudiante</td><td>Investigar</td><td>x</td></tr>
<tr><td>Razonar</td><td>x</td></tr>
<tr><td>Representar</td><td>x</td></tr>
<tr><td>Reconocer patrones</td><td></td></tr>
<tr><td>Conjeturar</td><td>x</td></tr>
<tr><td>Comunicar y describir situaciones</td><td></td></tr>
<tr><td>Argumentar</td><td></td></tr>
<tr><td>Aplicar conocimientos</td><td>x</td></tr>
<tr><td>Otros</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2"></td><td rowspan="2">Preguntas del docente</td><td>Tipo de preguntas (Retóricas, de continuidad, de explicación, otras)</td><td>De continuidad, de explicación, de rechazo.</td></tr>
<tr><td>Objetivo (dialógico, de control, de provocar respuesta esperada)</td><td>Dialógico.</td></tr>
</table>

Preguntas, respuestas y explicaciones	Preguntas del estudiante	Objetivo (Interpretar intención docente, pedir aclaración, dar otra perspectiva)	Pedir aclaración, interpretar intención docente.
	Respuestas del docente	Objetivo (evaluar, mostrar otra perspectiva, dirigir hacia respuesta esperada)	Evaluar, mostrar otra perspectiva.
	Respuestas del estudiante	Objetivo (tratar de seguir expectativa docente, basada en argumento procedimental, basada en argumento conceptual)	Tratar de seguir expectativa docente, basada en sus ideas propias.
	Explicaciones	Quién las realiza	Los estudiantes y el EPM3.
		Qué valor tienen las explicaciones del estudiante para el docente.	Las correctas son aceptadas, las incorrectas son rechazadas, intentando fundamentarlas.
Otros elementos que aportan a los significados que se toman por compartidos	Registros de representación semiótica	Cuáles se usan	Gráfico, algebraico.
		Cómo se utilizan	El gráfico viene dado por el enunciado, el algebraico es sugerido generalmente.
	Ejemplos, no ejemplos y contraejemplos	Quién los propone	No aparecen en esta clase.
		En qué momento se utilizan	
	¿Considera las respuestas divergentes?	Sí, trata de llevarlas a la resolución esperada.	
	¿Fundamenta las respuestas que rechaza?	En general sí.	
	¿Usa indicadores gestuales?	Sí.	
	¿El énfasis está en el procedimiento o en la reflexión? (En preguntas)	Parte de lo que han hecho los estudiantes, si no es correcto, intenta que reflexionen. Le resulta difícil cuando los procedimientos son divergentes con el esperado (medir, por ejemplo).	

Elementos de la interacción	¿El énfasis está en el procedimiento o en la reflexión? (En respuestas)	A veces en la reflexión y a veces en el procedimiento.
Rutinas del EPM	Ensayo provisorio (al inicio de interacción, con una pregunta abierta)	
	Pista sugerente	
Rutinas de los alumnos	Ensayo y error	x
	Búsqueda de señales	
	Reducción verbal	x
	Usar todos los números y una operación como respuesta.	