



Instituto Politécnico Nacional
Escuela Superior de Ingeniería
Mecánica y Eléctrica

**“Análisis de un péndulo invertido
mediante técnicas de control
inteligente”**

Tesis

Que para obtener el título de
“M. EN C. EN INGENIERÍA MECANICA”

Presenta:

Figueroa Flores Gerson

Asesor:

Dr. Guillermo Urriolagoitia Sosa
Dr. Christopher René Torres San Miguel



México, D. F. 2013

AGRADECIMIENTOS

Con profundo agradecimiento a mis padres, por su amor, trabajo y sacrificios en todos estos años, sobre todo por apoyarme moral y psicológicamente, gracias a ustedes he logrado llegar hasta aquí y convertirme en lo que soy, ha sido un privilegio ser su hijo, son los mejores padres.

A mi hermana Karla, por su apoyo moral y espiritual, por tus motivaciones y buen sentido del humor que muchas veces me liberaron de las presiones y el estrés, por tu ejemplo de lucha y esfuerzo, por tu cariño.

A mi novia Fanny, por tu paciencia y comprensión, preferiste sacrificar tu tiempo para que yo pudiera cumplir con el mío. Por tu bondad y sacrificio me inspiraste a ser mejor para tí, ahora puedo decir que esta tesis lleva mucho de tí, gracias por estar siempre a mi lado.

Quiero expresar también mi más sincero agradecimiento al Dr. Christopher René Torres San Miguel por su apoyo, dedicación y paciencia en la realización del presente trabajo, y sobre todo por seguirme exhortando a continuar con mis estudios.

Debo agradecer de manera especial y sincera al Dr. Guillermo Urriolagoitia Sosa por aceptarme para realizar esta tesis bajo su dirección. Su apoyo y confianza en mi trabajo y su capacidad para guiar mis ideas ha sido un aporte invaluable, no solamente en el desarrollo de esta tesis, sino también en mi formación como investigador.

ING. GERSON FIGUEROA FLORES

RESUMEN

En este trabajo se presenta, el diseño de un controlador inteligente para un sistema de péndulo invertido. Primeramente se describirá brevemente las investigaciones más recientes y actuales sobre este tema, específicamente en los últimos 10 años. Enseguida se propondrá una serie de definiciones la cual tiene como objetivo adentrar al lector a entender más a detalle la literatura de dicha investigación.

Una vez que ya se conoce las bases del tema estudiado se procede a elaborar el modelo matemático de dicho sistema para después convertir las ecuaciones de movimiento tanto a función de transferencia como a variables de estado, finalmente se elaborará un análisis de estabilidad en lazo abierto de los dos métodos mencionados anteriormente, con la finalidad de llevar a cabo una simulación digital por medio de bloques a través del Simulink de Matlab[®]. Se presenta por medio de gráficas, el comportamiento de las variables en estudio del sistema.

A continuación en base a los resultados obtenidos anteriormente se procederá a diseñar diversos controladores difusos, con la finalidad de que solo uno de estos sea el que logre una respuesta óptima para obtener una buena estabilidad en el sistema. Además se presentan por medio de gráficas, las variables de estado del sistema después de ser controladas, por medio del controlador difuso diseñado. Para poder comprobar su estabilidad se presenta un análisis, a partir del método gráfico del plano de fase.

Finalmente ya obtenida la respuesta deseada se diseñará una aplicación del sistema péndulo invertido enfocada a la biomecánica la cuál será un robot que ayudará a la rehabilitación de pacientes con parálisis en miembros inferiores, dicha aplicación será simulada virtualmente para comprobar su correcto funcionamiento.

ABSTRACT

In this paper, the design of an intelligent controller for inverted pendulum system. First briefly described the latest research and current on this topic, specifically in the last 10 years. Then they propose a set of definitions which aims to delve the reader understand more in detail the literature of that investigation.

Once you already know the basics of the subject studied proceeds to develop the mathematical model of the system and then convert the equations of motion transfer function both as state variables, eventually produce an analysis of open loop stability the two methods mentioned above , in order to carry out a digital simulation through blocks through Simulink Matlab[®]. Is presented through graphs, the behavior of the system study variables.

Then based on the results obtained above will proceed to design various fuzzy controllers, in order that only one of these is the one that achieves an optimal response for good stability in the system. Also presented through graphs, the state variables of the system after being controlled by the fuzzy controller designed. In order to check its stability is an analysis, from the method of phase plane graph.

Finally obtained and the desired response is an application designed inverted pendulum system focused on the biomechanics a robot which will help the rehabilitation of patients with lower limb paralysis , the application will be virtually simulated to verify proper operation .

ÍNDICE GENERAL

Resumen	V
Abstract	VI
Índice general	VII
Índice de figuras	XI
Índice de tablas	XVIII
Simbología	XIX
Glosario	XXI
Objetivo	XXIII
Objetivos específicos	XXIII
Justificación	XXIII
Introducción	XXIV

I. ESTADO DEL ARTE

I.1. Antecedentes específicos	2
I.2. Péndulo	3
I.1.1. Péndulo invertido	4
I.3. Ingeniería de control	7
I.3.1. Sistemas de control moderno	10
I.3.1.1. Control difuso	11
I.3.1.2. Aplicaciones del control difuso a los sistemas péndulo invertido	12
I.4. Planteamiento del problema	13
I.5. Sumario	15
Referencias Capítulo I	16

II. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

II.1. Principios básicos del sistema péndulo invertido	19
II.2. Control inteligente	20
II.2.1. Control difuso	22
II.2.1.1. Fusificación	26
II.2.1.2. Base de conocimiento	26
II.2.1.2.1. Base de datos	27
II.2.1.2.2. Base de reglas	28
II.2.1.3. Lógica de decisiones	29
II.2.1.3.1. Inferencia difusa	29
II.2.1.4. Defusificación	29
II.3. Sumario	30
Referencias Capítulo II	31

III. MODELO MATEMÁTICO

III.1. Ecuaciones diferenciales	33
III.2. Función de transferencia	36
III.3. Variables de estado	38
III.4. Análisis del Sistema Péndulo invertido	40
III.5. Análisis de estabilidad a lazo abierto	48
III.5.1. Análisis mediante función de transferencia	48
III.5.2. Análisis mediante variables de estado	54
III.6. Sumario	55
Referencias Capítulo III	56

IV. DISEÑO DEL CONTROLADOR INTELIGENTE

IV.1. Creación del Sistema	59
IV.2. Controlador difuso	61
IV.3. Funciones de membresía	63
IV.4. Número de funciones de membresía	64
IV.5. Reglas de inferencia	66
IV.6. Lógica de decisiones	67
IV.7. Simulaciones	68
IV.7.1. Controlador difuso PI con dos variables de entrada	68
IV.7.2. Controlador difuso con cuatro variables de entrada con el método de función de transferencia	71
IV.7.3. Controlador difuso con cuatro variables de entrada con el método de variables de estado	75
IV.8. Análisis de estabilidad	77
IV.9. Sumario	83
Referencias Capítulo IV	85

V. APLICACIÓN DEL SISTEMA PÉNDULO INVERTIDO EN LA BIOMECÁNICA

V.1. LOKOMAT	87
V.2. Propuesta de innovación para el sistema LOKOMAT	90
V.2.1. Diseño de controlador difuso para control de velocidad	92
V.3. SUMARIO CAPÍTULO 5	105
Referencias Capítulo V	106

VI. SIMULACIÓN DE MOVIMIENTO DE UN PACIENTE MEDIANTE EL SISTEMA LOKOMAT

VI.1. SUMARIO CAPÍTULO 6	115
Conclusiones	117
Anexo A	121
Anexo B	126
Anexo C	131

ÍNDICE DE FIGURAS

CAPÍTULO I

FIGURA I. 1	Configuraciones del sistema de péndulo invertido: (a) horizontal y (b) vertical [5]	4
FIGURA I. 2	Sistema péndulo invertido de la universidad de cornell [6]	5
FIGURA I. 3	Sistema péndulo invertido sobre dos ruedas “LEGWAY” [8]	5
FIGURA I. 4	Diseño de un sistema péndulo invertido mediante algoritmos genéticos [9]	6
FIGURA I. 5	Control de equilibrio de un sistema de péndulo invertido con una sola rueda con sopladores de aire [10]	7
FIGURA I. 6	Máquina de vapor con regulador de watt [11]	8
FIGURA I. 7	La mano dist. manipulador de alta destreza con 16 grados de libertad [14]	10
FIGURA I. 8	Corazón artificial implantado el 3 julio 2001[15]	11
FIGURA I. 9	Estructura de un controlador difuso [17]	12

CAPÍTULO II

FIGURA II. 1	Representación de un péndulo invertido	19
FIGURA II. 2	Distintas funciones de membresía, a) triangular, b) trapezoidal, c) campana de gauss, d) gamma, e) singleton, f) pi, g) z	23
FIGURA II. 3	Componentes de un sistema de control difuso [11]	25

CAPÍTULO III

FIGURA III. 1	Diagrama de cuerpo libre del péndulo invertido	33
---------------	--	----

FIGURA III. 2	Diagrama de cuerpo libre del sistema péndulo invertido dividido en dos partes: carro y péndulo	35
FIGURA III. 3	Diagrama de bloques del sistema de control lineal en tiempo continuo representado en el espacio de estados	40
FIGURA III. 4	Análisis de torques del sistema péndulo invertido	41
FIGURA III. 5	Representación en bloques del sistema	45
FIGURA III. 6	Representación en bloques del sistema con un control proporcional agregado	45
FIGURA III. 7	Representación de polos complejos conjugados	47
FIGURA III. 8	Ubicación aproximada de los polos en el sistema	48
FIGURA III. 9	respuesta del sistema en lazo abierto mediante función de transferencia correspondiente al ángulo θ del péndulo con una entrada escalón unitario	49
FIGURA III. 10	Lugar de las raíces del sistema correspondiente al ángulo θ del péndulo	49
FIGURA III. 11	Lugar de las raíces del sistema correspondiente al ángulo θ del péndulo, con un tiempo de respuesta de 3 segundos	50
FIGURA III. 12	Lugar de las raíces del sistema correspondiente al ángulo θ del péndulo, con un tiempo de respuesta de 3 segundos con dos polos en el semiplano estable y dentro del área de respuesta	51
FIGURA III. 13	Valor del compensador con solo un polo dentro del tiempo de respuesta correspondiente al ángulo θ del péndulo	51
FIGURA III. 14	Valor del compensador con dos polos dentro del tiempo de respuesta correspondiente al ángulo θ del péndulo	51

FIGURA III. 15	Respuesta del sistema en lazo abierto mediante función de transferencia correspondiente a la posición x con una entrada escalón unitario	52
FIGURA III. 16	Lugar de las raíces del sistema correspondiente a la posición X	53
FIGURA III. 17	Lugar de las raíces del sistema correspondiente a la posición X , con un tiempo de respuesta de 3 segundos	53
FIGURA III. 18	Respuesta del sistema en lazo abierto mediante variables de estado con una entrada escalón unitario	54

CAPÍTULO IV

FIGURA IV. 1	Sistema péndulo invertido por el método de F.D.T.	59
FIGURA IV. 2	Interior del subsistema mediante F.D.T.	60
FIGURA IV. 3	Parámetros del sistema mediante F.D.T.	60
FIGURA IV. 4	Sistema péndulo invertido por el método de variables de estado	61
FIGURA IV. 5	Interior del subsistema mediante variables de estado	61
FIGURA IV. 6	Funciones de membresía utilizadas en el controlador difuso del sistema	64
FIGURA IV. 7	Funciones de membresía para el error en el controlador difuso del sistema	64
FIGURA IV. 8	Funciones de membresía para el cambio del error en el controlador difuso del sistema	65
FIGURA IV. 9	Funciones de membresía para la salida del controlador difuso del sistema	65
FIGURA IV. 10	Diagrama a bloques del sistema péndulo invertido con el controlador difuso pi con dos variables de entrada	69
FIGURA IV. 11	Interior del modelo del sistema péndulo invertido	69

FIGURA IV. 12	Respuesta del controlador difuso PI con dos variables de entrada	70
FIGURA IV. 13	Respuesta del controlador difuso PI con dos variables de entrada, tomando la gravedad negativa	70
FIGURA IV. 14	Respuesta del controlador difuso con cuatro variables de entrada por el método de función de transferencia	72
FIGURA IV. 15	Interior del modelo del sistema péndulo invertido	72
FIGURA IV. 16	Respuesta del controlador difuso con cuatro variables de entrada	73
FIGURA IV. 17	Grafica de reglas para la sintonización de los valores de las variables de entrada	74
FIGURA IV. 18	Respuesta del controlador difuso con cuatro variables de entrada con rangos sintonizados	74
FIGURA IV. 19	Comportamiento de la posición del sistema péndulo invertido	75
FIGURA IV. 20	Respuesta del controlador difuso con cuatro variables de entrada por el método de variables de estado	75
FIGURA IV. 21	Interior del modelo del sistema péndulo invertido	76
FIGURA IV. 22	Respuesta del controlador difuso mediante variables de estado	76
FIGURA IV. 23	Respuesta del controlador difuso con cuatro variables de entrada con rangos sintonizados	77
FIGURA IV. 24	Sistema de lazo abierto para obtener la trayectoria del plano de fase	80
FIGURA IV. 25	Análisis plano de fase ángulo-velocidad angular en lazo abierto	80
FIGURA IV. 26	Análisis plano de fase posición-velocidad en lazo abierto	81

FIGURA IV. 27	Sistema con controlador difuso para obtener la trayectoria del plano de fase	82
FIGURA IV. 28	Análisis plano de fase ángulo-velocidad angular con controlador difuso	82
FIGURA IV. 29	Análisis plano de fase posición-velocidad en lazo abierto	83
CAPÍTULO V		
FIGURA V. 1	Terapia funcional de locomoción rápida LOKOMAT	89
FIGURA V. 2	Analogía entre el sistema LOKOMAT y el sistema péndulo invertido	91
FIGURA V. 3	Sistema LOKOMAT analizado por el método de F.D.T.	92
FIGURA V. 4	Interior del subsistema mediante F.D.T.	93
FIGURA V. 5	Parámetros del sistema mediante F.D.T.	93
FIGURA V. 6	Funciones de membresía utilizadas en el controlador difuso del sistema	94
FIGURA V. 7	Funciones de membresía para el ángulo de inclinación en el controlador difuso del sistema	95
FIGURA V. 8	Funciones de membresía para la velocidad angular en el controlador difuso del sistema	95
FIGURA V. 9	Funciones de membresía para la posición en el controlador difuso del sistema	96
FIGURA V. 10	Funciones de membresía para la velocidad de desplazamiento en el controlador difuso del sistema	96
FIGURA V. 11	Funciones de membresía para la salida del controlador difuso del sistema	97
FIGURA V. 12	Diagrama a bloques del sistema lokomat con el controlador difuso por F.D.T.	99

FIGURA V. 13	Respuesta del sistema LOKOMAT con el controlador difuso sintonizado por F.D.T.	99
FIGURA V. 14	Zoom de la respuesta del sistema LOKOMAT con el controlador difuso sintonizado por F.D.T.	100
FIGURA V. 15	Comportamiento de la posición del sistema LOKOMAT por F.D.T.	100
FIGURA V. 16	Comportamiento de la velocidad de desplazamiento del sistema LOKOMAt por F.D.T.	101
FIGURA V. 17	Diagrama a bloques del sistema LOKOMAT con el controlador difuso por variables de estado	102
FIGURA V. 18	Interior del modelo del sistema péndulo invertido	102
FIGURA V. 19	Respuesta del sistema LOKOMAT con el controlador difuso sintonizado por variables de estado	103
FIGURA V. 20	zoom de la respuesta del sistema LOKOMAT con el controlador difuso sintonizado por variables de estado	103
FIGURA V. 21	Sistema LOKOMAT con controlador difuso para obtener la trayectoria del plano de fase	104
FIGURA V. 22	Análisis plano de fase ángulo de inclinación-velocidad angular con controlador difuso	104
FIGURA V. 23	Análisis plano de fase posición-velocidad de desplazamiento con controlador difuso	105

CAPÍTULO VI

FIGURA VI. 1	Modelo de persona en solidworks®	108
FIGURA VI. 2	Complemento simmechanics link	109

FIGURA VI. 3	Modelo mecánico del sistema	109
FIGURA VI. 4	Sistema con movimiento no controlado	110
FIGURA VI. 5	Bloques agregados para lograr un movimiento controlado	111
FIGURA VI. 6	Sistema con movimiento controlado	111
FIGURA VI. 7	Modelo mecánico del sistema con movimiento controlado	112
FIGURA VI. 8	Sistema con controlador difuso	113
FIGURA VI. 9	Respuesta del sistema LOKOMAT con el controlador difuso sintonizado	113
FIGURA VI. 10	Comportamiento de la posición del sistema LOKOMAT	114
FIGURA VI. 11	Comportamiento de la velocidad de desplazamiento del sistema LOKOMAT	114
FIGURA VI. 12	Comportamiento de la velocidad de desplazamiento del sistema LOKOMAT	115

ÍNDICE DE TABLAS

CAPÍTULO IV

TABLA IV. 1	Determinación de las reglas de inferencia	66
TABLA IV. 2	Base de reglas para el controlador con dos variables de entrada	67
TABLA IV. 3	Características del controlador difuso PI	69
TABLA IV. 4	Características del controlador difuso con cuatro variables de entrada	71

CAPÍTULO V

TABLA V. 1	Características del controlador difuso con cuatro variables de entrada	94
TABLA V. 2	Base de reglas para el controlador con dos variables de entrada	98

SIMBOLOGÍA

$\mu(xi)$	Evaluación de la función de membresía μ en el punto discreto xi en el universo u
i	Componente del eje horizontal de la fuerza ejercida al sistema péndulo invertido
j	Componente del eje vertical de la fuerza ejercida al sistema péndulo invertido
F	Fuerza ejercida al sistema péndulo invertido
m	Masa del péndulo
M	Masa del carro que mueve el péndulo
I	Momento de Inercia del péndulo
α	Aceleración angular
b	Fuerza de fricción
x	Posición del sistema péndulo invertido
θ	Ángulo del péndulo con respecto a la vertical
L	Longitud del péndulo
$H(s)$	Función de transferencia
$Y(s)$	Transformada de Laplace de la respuesta del sistema
$U(s)$	Transformada de Laplace de la excitación del sistema
\mathcal{T}_a	Torque aplicado

\mathcal{T}_g	Torque debido a la gravedad
\mathcal{T}_b	Torque debido a la fricción
\mathcal{T}_N	Torque de Newton
e	Error del sistema
Δe	Cambio del error del sistema
δe	Sumatoria de errores
Δu	Cambio de la salida de control
u	Salida de control
$\Delta u(k)$	Cambio de la salida del controlador
$u(k)$	Acción de control
$e(k)$	Desviación o error
$y(k)$	Salida del sistema
y_{ref}	Señal de referencia
$\Delta e(k)$	Cambio del error en razón del tiempo
k	k – ésimo periodo de muestreo
k_p	Control proporcional
k_i	Control integral

GLOSARIO

Adaptación. Conjunto de cambios y modificaciones de un sistema para ajustarse a un ambiente.

Aprendizaje. Proceso a través del cual se adquieren o modifican habilidades, destrezas, conocimientos, conductas o valores como resultado del estudio, la experiencia, la instrucción, el razonamiento y la observación.

Autonomía. Capacidad de tomar decisiones sin intervención ajena.

Base de conocimiento. Se obtiene de la experiencia desarrollada por un operador y por los conocimientos sobre Ingeniería de control.

Controlador. Es aquel instrumento que compara el valor medido con el valor deseado, en base a esta comparación calcula un error, para luego actuar a fin de corregir este error.

Control difuso. Utiliza las expresiones difusas para formular las reglas que controlarán dichos sistemas.

Control inteligente. Comprende una serie de técnicas tomadas fundamentalmente de la inteligencia artificial con las que se pretenden resolver problemas de control inabordables por los métodos clásicos.

Defusificación. Una vez que se han evaluado las reglas, los valores obtenidos son difusos, en otras palabras es una expresión lingüística que si se considera como salida para el control, se tendría el problema de interpretar el orden lingüístico, lo que hace necesario convertir estas salidas difusas en un valor real.

Estabilidad. Un sistema de control es estable si ante cualquier entrada acotada, el sistema posee una salida acotada.

Función de membresía. La función que asocia un número con cada elemento de x dentro del universo de discurso.

Función de transferencia. El cociente entre la transformada de Laplace de la salida y la transformada de Laplace de la entrada, bajo la suposición de que las condiciones iniciales son nulas.

Fusificación. Es el proceso de asignar valores de membresía o pertenencia a un valor numérico de entrada para cada una de las etiquetas difusas que forman la variable lingüística.

Inferencia difusa. Después que las variables de entrada han sido convertidas a valores de variables lingüísticas, el paso de inferencia difusa identifica las reglas que se aplican a cada situación.

Lógica difusa. Toma dos valores aleatorios, pero contextualizados y referidos entre sí.

Modelo matemático. Define como una descripción desde el punto de vista de las matemáticas de un hecho o fenómeno del mundo real.

Planta. Cualquier objeto físico que deba controlarse.

Retroalimentación. Cuando la salida de un sistema tiene inferencia en el control.

Robótica. Es una ciencia o rama de la tecnología, que estudia el diseño y construcción de máquinas capaces de desempeñar tareas realizadas por el ser humano o que requieren del uso de inteligencia.

Sistema dinámico. Es un sistema físico cuyo estado evoluciona con el tiempo.

Variables de estado. Describen el estado de un sistema o de uno de sus componentes, ya sea al comienzo, al final o durante un periodo de tiempo.

OBJETIVO

Analizar un sistema de péndulo invertido por medio de técnicas de control inteligente para comprobar que este sistema no lineal puede ser estable.

OBJETIVOS ESPECIFICOS

Para alcanzar el objetivo general es necesario cubrir con los objetivos particulares que a continuación se presentan:

- Obtener el modelo matemático del sistema de péndulo invertido, así como su función de transferencia y sus variables de estado.
- Analizar dicho sistema en lazo abierto.
- Diseñar el controlador difuso y analizar nuevamente el péndulo invertido en lazo cerrado con dicho controlador.

JUSTIFICACIÓN

El amplio desarrollo de nuevas tecnologías de inteligencia artificial en el campo del control automático y los automatismos lógicos a nivel internacional, y en menor medida a escala nacional, ha creado la necesidad de poner en contacto a los estudiantes y profesionales de las distintas áreas relacionadas con la ingeniería de control; con estos avances tecnológicos de última generación.

El problema del péndulo invertido es bastante interesante desde el punto de vista del control, ya que ilustra muchas de las dificultades asociadas con problemas de control del mundo real; su estudio es importante para el análisis de sistemas que tienen que mantenerse próximos a un punto de equilibrio inestable. Ejemplo de ello son los sistemas robóticos móviles con patas, sistemas de navegación o antenas espaciales. El problema de control sobre un péndulo invertido ha sido además solucionado utilizando distintos algoritmos de control, lo que permite realizar una comparación entre ellos. Hay que mencionar que el péndulo invertido es uno de los sistemas de control más difundidos para el estudio de las aplicaciones prácticas de la lógica difusa.

En la naturaleza existen sistemas físicos como el péndulo invertido, que no pueden ser operados de forma lineal debido a las características no-lineales que estos presentan, y puesto que las técnicas clásicas de control como el PID, son diseñadas para controlar sistemas lineales; esto implica que si las técnicas son aplicadas a sistemas de este tipo, el rango de operación del sistema estaría muy limitado; por lo que es necesario desarrollar técnicas avanzadas de control, como son los controles inteligentes, y entre los cuales se encuentra en el control difuso. Por lo tanto en este trabajo se diseñará un control difuso aplicado a un sistema péndulo invertido. Para verificar que el control diseñado funcione satisfactoriamente, se hará uso de la simulación digital mediante el paquete computacional Matlab[®].

INTRODUCCIÓN

El péndulo invertido es conocido por ser uno de los problemas más importantes y clásicos de la teoría de control. Se trata de un control inestable y no lineal. A menudo, es utilizado como ejemplo académico, principalmente por ser un sistema de control más accesible, y por otro lado, permite mostrar las principales diferencias de control en lazo abierto y de su estabilización en lazo cerrado.

El péndulo invertido es un servo mecanismo que consta de un carro en el cual está montado un péndulo que puede girar libremente. Como la finalidad de este trabajo es dar la posibilidad de ejecutar el algoritmo de control en un sistema real, implica que el carro puede desplazarse sin limitación alguna, es decir, que si estuviese montado sobre un riel, este no tendrá obstáculos.

Si se considera al péndulo separado del carro, este tiene dos puntos de equilibrio: uno estable, abajo; y otro inestable, arriba. El objetivo del control es cambiar la dinámica del sistema para que en la posición vertical, arriba, se tenga un punto de equilibrio estable. En otras palabras, la idea es encontrar la fuerza que ha de aplicarse al carro para que el péndulo no se caiga, incluso si se le perturba con un empujón tipo escalera o impulso.

El control difuso incorpora el conocimiento experto dentro de su estructura. Lo que permite tener una herramienta muy valiosa, en el control de procesos, y sistemas, que presentan dificultades, al ser controlados, debido a su complejidad y a la hora de obtener su representación matemática, en aquellos modelos en donde el algoritmo matemático incluso no existe.

En este caso, el péndulo invertido, que debido a su naturaleza no-lineal representa un reto a la hora de ser controlado por medio de técnicas de control clásicas.

En los últimos años las técnicas de control inteligente, han logrado un amplio margen de aplicación en este tipo de sistemas que presentan no-linealidades, y es el sistema péndulo invertido, un objeto recurrente de estudio, a la hora de diseñar controladores de este tipo.



ESTADO DEL ARTE

En el presente capítulo se proporciona una introducción acerca de los sistemas péndulo invertido y sistemas de control difuso presentando diseños relevantes

I. ESTADO DEL ARTE

Los péndulos invertidos constituyen un banco de pruebas completo e interesante para la ingeniería de control. Uno de los más estudiados de esta familia de artefactos es el denominado péndulo invertido sobre un vehículo.

Desde los años 70 se han realizado varios proyectos con péndulos invertidos. Un investigador líder en esta área es el Profesor Furuta, quien desde entonces ha realizado notables aportes teóricos y experimentales concernientes a este problema de control [1].

I.1. Antecedentes específicos

El péndulo invertido pertenece a una familia de artefactos, los cuales se utilizan para realizar pruebas referentes a la ingeniería de control no-lineal. El más estudiado de los miembros de esta familia es el denominado control del péndulo invertido sobre un vehículo, al que corrientemente se denomina como carro. Consiste en un péndulo o varilla que se mueve por uno de sus extremos mediante una articulación situada sobre un carro que se desplaza sobre una guía rectilínea horizontal bajo la acción de una fuerza, que es la acción de control con la que se pretende actuar sobre la posición de la varilla [2].

El primer péndulo invertido fue diseñado en los años setenta y casi cuarenta años después permanece en los laboratorios como objeto de estudio.

El interés es porque el modelo matemático para el péndulo invertido presenta ciertas analogías con modelos de procesos más complejos.

Inicialmente, la demostración consistía en situar de forma manual el péndulo en la posición vertical invertida, soltarlo luego y que de forma autónoma, realimentando su posición, el péndulo continuase en la posición invertida mediante la adecuada actuación sobre el carro.

El problema de control así considerado, es local y su interés residía en que se trataba de estabilizar una posición inestable en lazo abierto lo que, como se sabe, constituye un problema de control muy notable. La finalidad de su estudio consiste en probar nuevos métodos de control, antes de llevarlos a la práctica.

I.2. Péndulo

Las leyes del péndulo fueron descubiertas por Galileo Galilei (1564-1642) en 1581 a la edad de 17 años cuando estudiaba medicina en la universidad de Pisa (Italia). En la catedral de Pisa le llamó la atención el ir y venir oscilante de una lámpara de aceite que pendía del techo. Observó que el tiempo que tardaba en completar una oscilación era aproximadamente el mismo, aunque la amplitud del desplazamiento iba disminuyendo con el tiempo. Por supuesto, Galileo no disponía de cronometro alguno para medir con un mínimo de precisión ese tiempo empleado por cada oscilación de la lámpara. No se le ocurrió otra cosa que usar como patrón de medida su propio pulso; de esta manera Galileo pudo constatar que el tiempo empleado era prácticamente el mismo en cada oscilación independientemente de la amplitud recorrida. Descubrió que el periodo del péndulo no dependía ni de la amplitud de la oscilación ni de la masa colocada al final del brazo del péndulo sino solamente de la longitud del brazo del péndulo. Sin embargo, nunca pudo descubrir la razón de estos hechos pues no tenía las herramientas matemáticas que se le hubieran permitido. Hubo que esperar al desarrollo del cálculo por Newton 100 años después para que se comprendiera parte del problema y solo el desarrollo de la teoría de la relatividad por Einstein permitió la comprensión total [3].

Aunque no pudo explicar las leyes del péndulo, al ser estudiante de medicina, se le ocurrió utilizarlo para medir el pulso del paciente. En realidad descubrió las leyes del péndulo comparando el número de oscilaciones con el número de pulsaciones de su corazón.

I.1.1. Péndulo invertido

Un sistema de péndulo invertido elaborado en 1999, incluyó el diseño, fabricación y pruebas de dos sistemas de péndulo invertido: giro y el brazo de motor. Se desarrolló un sistema único que podría transformarse de una configuración a la otra, por la simple sustitución de los enlaces y cambiar la orientación de la base [4]. La siguiente figura muestra las posibles configuraciones:

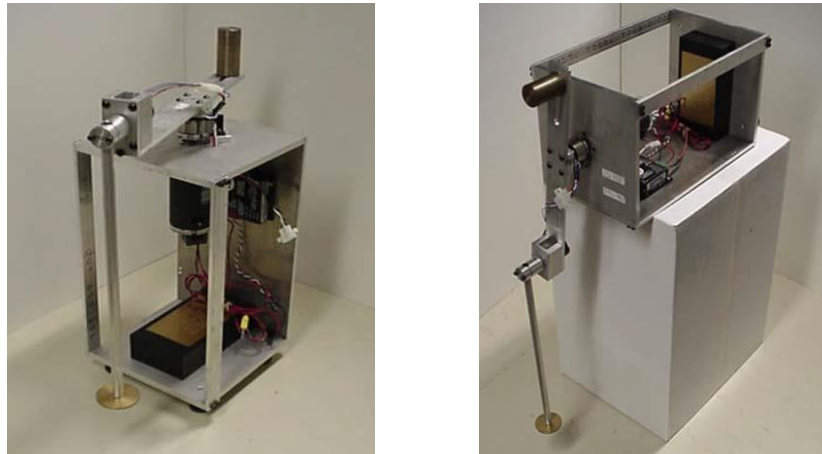


Figura I. 1 Configuraciones del sistema de péndulo invertido: (a) Horizontal y (b) Vertical [5]

En el 2003 se construyó e implementó un sistema péndulo invertido equilibrado en el péndulo bidimensional vertical utilizando un control Proporcional-Integral-Derivativo. El sistema es un coche de radio control modificado mediante la adición de una plataforma de plexiglás y un péndulo invertido con un pivote libre giratorio. El componente eléctrico del sistema reúne componentes computacionales (microcontrolador Atmel Mega32), un sensor de ángulo de entrada (EE.UU. Digital Encoder Eje óptico) y un controlador de motor de salida (National Semiconductor LMD18200 H-Bridge) en una sola tarjeta, el cual consiste en controlar el movimiento del vehículo con el fin de mantener el péndulo vertical y no se caiga [6]. La siguiente figura muestra dicho sistema.

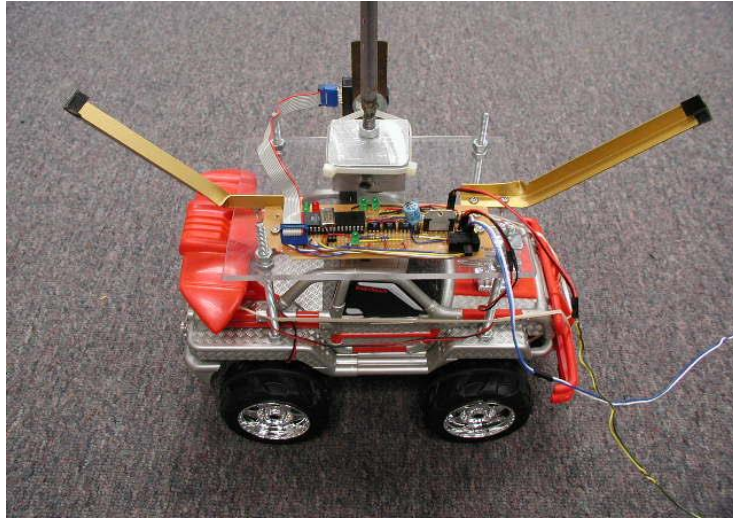


Figura I. 2 Sistema péndulo invertido de la universidad de Cornell [6]

Ooi en el 2003, como proyecto de final de carrera en la escuela de Ingeniería Mecánica de la Universidad de Western Australia, realizó la construcción de un péndulo invertido sobre dos ruedas [7].

También se han construido péndulos invertidos sobre dos ruedas utilizando la plataforma Lego Mindstorm, Hassenplug, construyó un robot péndulo invertido sobre dos ruedas que constantemente intenta ajustar su punto de equilibrio, utilizando un acelerómetro para detectar la inclinación, llamado Legway [8]. En la figura I.3 se muestra dicho sistema.



Figura I. 3 Sistema péndulo invertido sobre dos ruedas “Legway” [8]

Este sistema presentado en el 2011 da un enfoque evolutivo para el diseño de un controlador de péndulo invertido rotacional (RIP) incluyendo los métodos de algoritmos genéticos (GA), optimización de partícula swarm (PSO), y la optimización colonia de hormigas (ACO). El objetivo era equilibrar el péndulo en la posición invertida. Los resultados de simulación y experimental demuestran la robustez y la eficacia de los controladores propuestos con lo que respecta a variaciones de los parámetros, efectos de ruido, y perturbaciones de la carga [9]. Dicho sistema se puede observar en la figura I.4.



Figura I. 4 Diseño de un sistema péndulo invertido mediante algoritmos genéticos [9]

Un sistema de péndulo invertido mostrado en la figura I.5 diseñado en el 2012 por Francisco Ibarquén de una sola rueda que es el aporte principal, se presenta para entregar ideas novedosas al utilizar la energía de aire para equilibrar el sistema. El ángulo de balanceo está regulado por la presión de aire generado a partir de ventiladores con conductos, mientras que el ángulo de paso está controlado por un motor de corriente continua. La presión de aire es manipulada por métodos de control lineales para mantener el equilibrio en la dirección del rollo. Estudios experimentales demuestran el rendimiento de equilibrio con éxito [10].

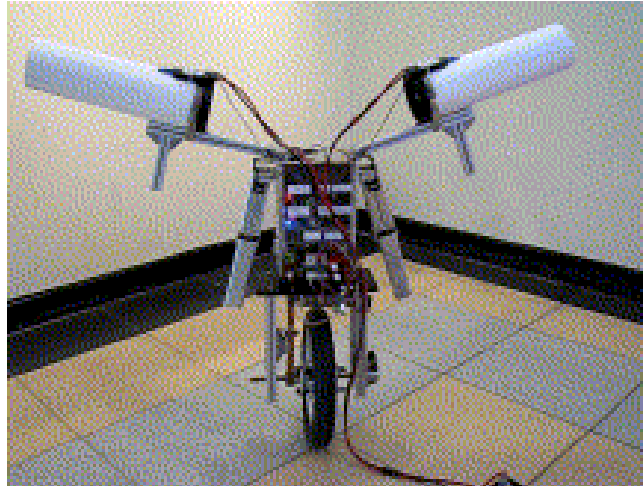


Figura I. 5 Control de equilibrio de un sistema de péndulo invertido con una sola rueda con sopladores de aire [10]

I.3. Ingeniería de control

Desde tiempos inmemorables el ser humano ha tratado de mejorar su estándar de vida, ciertas rutinas se realicen de forma automática o por lo menos que sean llevadas a cabo sin la necesidad de vigilar su desempeño.

En esta automatización, el uso del control retroalimentado ha sido una historia fascinante. Este tipo de control al cual se le denomina ingeniería de control, no solamente realiza acciones en lugar del ser humano, sino que también a partir de parámetros establecidos, vigila que se ejecuten de cierta forma y bajo ciertas condiciones.

Existen objetos rudimentarios que demuestran todo lo anterior, entre ellos tenemos: por ejemplo, las estatuas animadas del templo de Dédalo, los juguetes mecánicos de los griegos, así como los construidos en la Edad Media por San Alberto Magno [11].

Aun cuando estos ejemplos se consideran ya automatismos, se toma como origen de la ingeniería de control a la Revolución Industrial. Cabe mencionar que los acueductos (transportar agua en lugar de acarrearla), los molinos de viento (usar la fuerza del viento para encauzar el agua o para obtener fuerza motriz) son

mecanismos de control bastante sofisticados y anteriores a la Revolución Industrial.

Los chinos conocidos por sus grandes avances tecnológicos, diseñaron un dispositivo que se colocaba en los carros y debido a que siempre señalaban hacia el sur, el viajero siempre sabía en qué dirección viajaba, sin la necesidad de saber cuál era la estrella polar o de tener conocimientos de astronomía.

Estos dispositivos y muchos otros eran parte de la automatización. El año en que James Watt inventó la máquina de vapor y su dispositivo de control (1769), se considera en forma general como la fecha de origen de la ingeniería de control y también como el punto de arranque de la Revolución Industrial [11]. Aunque, en ese sentido los rusos reclaman que antes de esa fecha en 1765, Polzunov inventó el primer regulador por flotación que detecta el nivel del agua y con ese parámetro controla una válvula que regula la entrada de agua a un calentador, por lo que señala un avance en la ingeniería de control cuatro años antes del de Watt, este dispositivo se puede observar en la figura I.6.

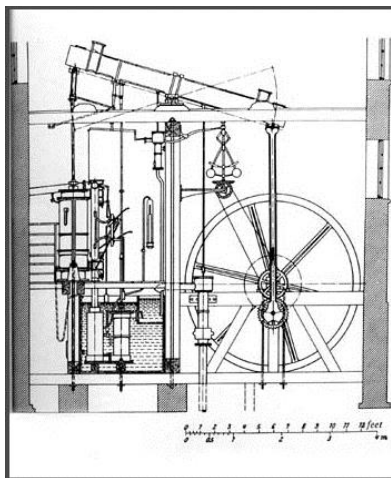


Figura I. 6 Máquina de vapor con regulador de Watt [11]

En 1800, Whitney desarrolló el concepto de partes intercambiables en manufactura, éste considera comúnmente como el principio de la producción en masa. Casi un siglo después de que Watt inventara su máquina de vapor en 1868, J. C. Maxwell formuló un modelo matemático para su control.

Posteriormente en 1913, Henry Ford mecanizó el ensamblaje de automóviles teniendo trenes de producción establecidos, con lo que redujo el tiempo de producción de un automóvil, su costo y la cantidad de personal necesario para producirlo. En 1927, H. W. Bode analizó los primeros amplificadores retroalimentados y en 1932, H. Nyquist desarrollo un método para el análisis de la estabilidad de los sistemas [12].

Ya para esta época la ingeniería de control no sólo se encargaba de automatizar, sino que también de estudiar ciertos conceptos y características de los sistemas. Para 1952, el desarrollo de controladores numéricos se realizó en el MIT (Massachussets Institute of Technology) para el control de los ejes de máquinas.

En 1954, George Devol desarrollo el primer artefacto programado de transferencia considerado como el primer diseño de robot industrial. Para 1960, el primer robot autómatas ya había sido desarrollado con base en el diseño de Devol. En ese entonces tanto la automatización, la robótica, los procesos de manufactura y la ingeniería de la producción ya eran consideradas como disciplinas independientes a la ingeniería de control, aun cuando existía una cierta interconexión entre ellas.

Con el desarrollo de las computadoras, tanto la teoría de control como el control de eventos discretos era un paso obvio a seguir. El avance de la electrónica dio paso a que los reguladores fueran electrónicos o basados en computadoras. El control retroalimentado, ampliamente usado en muchas áreas de la ingeniería también se usa en los satélites enviados al espacio, tanto para el transporte como para otros fines de investigación.

Para 1970, el control de espacio de estados y el control óptimo fueron un paso claro para el desarrollo de la ingeniería de control. Las aplicaciones en la industria automotriz, la industria química, la electricidad, procesos biológicos e incluso para la economía, para la educación y las ciencias sociales eran de uso común.

En 1980, conceptos como el control robusto eran ampliamente estudiados. En 1994, la mecatrónica se volvió de uso común en los automóviles. Actualmente,

conceptos como control estocástico, control inteligente (difuso y neuronal), control por modos deslizantes y control adaptivo son ampliamente usados en el campo de la ingeniería de control [13].

I.3.1. Sistemas de control moderno

La mano DIST mostrada en la figura I.7 es el resultado de un proyecto de investigación europeo, que tiene un pulgar y tres dedos, con 16 grados de libertad. El sistema de control de los dedos tiene una retroalimentación de posición (position feedback), el que mide el ángulo (posición) de cada articulación, comparándola con la posición de referencia. La diferencia entre ambas ('error') es comunicada a un microprocesador, el cual a través de una función $u(t)$ ordena a un actuador (servomotor) llevar a cabo un proceso (movimiento articular), lo que da lugar a una salida (nueva posición del dedo) [14].



Figura I. 7 La mano DIST. Manipulador de alta destreza con 16 grados de libertad [14]

La figura I.8 muestra uno de los últimos adelantos en Ingeniería Biomédica, el corazón artificial (AbioCor) implantado el 3 de Julio del año 2001. Los mecanismos de control de la frecuencia cardíaca en un aparato completamente implantable, son un nuevo reto para los Ingenieros [15].



Figura I. 8 Corazón artificial implantado el 3 Julio 2001[15]

I.3.1.1. Control difuso

Esta alternativa permite, mediante el conocimiento experto de una o varias personas, generar una base de conocimientos que dará al sistema la capacidad de tomar decisiones sobre ciertas acciones que se presenten en su funcionamiento.

Las bases de la lógica difusa fueron presentadas alrededor de 1965 por Lofti Zadeh, profesor de la Universidad de California en Berkley. Quebrantando los conceptos de la lógica clásica, donde se marca únicamente un elemento como perteneciente o no a un conjunto, propone el concepto de pertenencias parciales a conjuntos que denominó difusos [16].

En 1974, el británico Ebrahim Mandami, demostró la aplicabilidad de la lógica difusa en el campo del control. Desarrolló el primer sistema de control difuso práctico, la regulación de un motor de vapor.

El profesor Zadeh expone que la gente no maneja modelos matemáticos o información cuantitativa cuando ejecuta tareas del medio que lo rodea, realizando control altamente adaptable. Por ejemplo al caminar por la calle sin chocar contra los objetos y personas, o estacionar un automóvil o jugar a balancear un péndulo invertido. Si los controladores convencionales aceptaran entradas con ruido e imprecisas, podrían trabajar de una manera más eficiente y quizá su

implementación pudiera ser más fácil [17]. En la figura I.9 se puede observar la estructura de un controlador difuso.

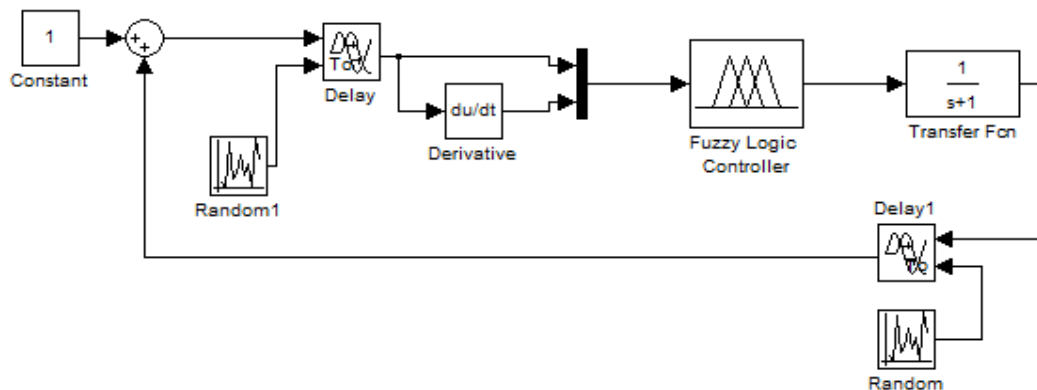


Figura I. 9 Estructura de un controlador difuso [17]

I.3.1.2. Aplicaciones del control difuso a los sistemas péndulo invertido

Un nuevo controlador difuso para la estabilización de un sistema de péndulo invertido se presenta en [18] de acuerdo a los módulos de reglas de entrada individuales (SIRMs) Modelo de Inferencia Difusa Conectada Dinámicamente. El controlador difuso tiene cuatro elementos de entrada, cada uno con un SIRM y un grado de importancia dinámico. Los SIRMs y los grados de importancia dinámicos están diseñados de tal forma que el control angular del péndulo tiene prioridad sobre el carro de control de posición. Está claro que el controlador difuso realiza el control angular del péndulo y el carro de control de posición en paralelo, y el cambio entre los dos controles se realiza mediante la regulación automática de los grados de importancia dinámicos, de acuerdo con el control de las situaciones.

En [19], un controlador de lógica difusa para un sistema de péndulo invertido se presenta mediante el uso de programación Java Applets[®] con el control de la educación basada en Internet. Primeramente, se introdujo un modelado difuso y el lenguaje de programación Java, en la segunda etapa, la simulación del problema del péndulo invertido se desarrolló con applets de Java y se le dio los resultados de la simulación, también se introducen algunos conceptos de estabilidad.

Se presenta el diseño e implementación de un sistema de péndulo invertido a dos ruedas con un esquema de control difuso y la tecnología del sistema en un chip programable en [20]. El esquema de control incluye tres tipos de controles difusos que son el control difuso equilibrado de pie, el control de posición, y el control de la dirección. En base a las características de movimiento están diseñados con una arquitectura Mamdani.

La idea detrás del método de control diseñado en [21] consiste en dividir la región de operación del sistema no lineal en pequeñas áreas, y tratarlas como un conjunto de sistemas servo lineales locales mediante el método Davison-Smith. La regla de control de cada uno de los sistemas servo lineales locales se calcula utilizando el método de asignación de polos propuesto por Hikita. El método difuso se aplica a cada sistema servo lineal local y lo combina como nueva regla de control.

I.4. Planteamiento del problema

De lo establecido en el estado del arte puede apreciarse la necesidad de un correcto análisis de un sistema péndulo invertido mediante sistemas de control moderno capaces de dar una correcta estabilidad con la finalidad de obtener un funcionamiento óptimo.

Modelos del operador humano han sido investigados por muchos años. Existen muchas razones del porque encontrar estos modelos ya que pueden ser la base para entrenar a otros sistemas o bien montar el conocimiento en una máquina que pueda reemplazar al operador humano ya que existen operaciones dentro de la industria que pueden ser muy peligrosas tales como exploraciones bajo el mar, aplicaciones en el espacio, o dentro de una planta nuclear. Se está interesado en el desarrollo de modelos que capturen una respuesta muy parecida al operador humano a la hora de balancear manualmente un sistema robótico es el caso del péndulo invertido.

Dentro del estudio de los robots de piernas o extremidades, lo más importante ha sido el balanceo de estos, pues es la parte esencial para que no caiga el cuerpo del robot.

Otra de las principales aplicaciones que podemos encontrar para el péndulo invertido además de los robots, es el posicionamiento de un satélite con respecto a la tierra, en este caso el satélite está en movimiento y las antenas que se encuentran en la tierra no pueden dejar que se mueva demasiado, ya que si no se saldría del rango de comunicación entre ellos. Es así como se puede decir que están sujetos estos dos cuerpos (satélite y antena) por un vector virtual el cuál en la parte de la tierra se encuentra fijo y la parte en movimiento en el espacio, haciendo así la función del péndulo invertido.

Existen más aplicaciones para el péndulo invertido como lo es la estabilidad en grúas, edificios, aplicaciones didácticas, etc.

El tipo de control que se implementa para cada sistema depende de varios factores, entre ellos, si la planta a controlar es lineal o no lineal, estable o inestable, etc. Hasta hace pocos años el control de sistemas lineales se realizaba principalmente mediante reguladores Proporcional, Integral, Derivativo o una combinación de estos. Para el caso de sistemas no lineales, en especial de varias entradas y salidas, era común utilizar variables de estado. Hoy en día cada vez es más común utilizar controles “inteligentes” para realizar estas tareas.

En este trabajo se describen las estrategias que se pretenden seguir para el diseño de un controlador que combine diferentes técnicas de control moderno. Lo más evidente para este modelo de planta es que los sistemas de control aplicables involucran cálculos y toma de decisiones rápidas para mantener los centros de masa de elementos del sistema en la posición y dirección correcta.

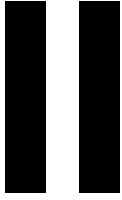
I.5. Sumario

En el presente capítulo se presenta una revisión del estado del arte actual de los sistemas péndulo invertido. Primeramente se da una breve reseña sobre investigaciones acerca de este sistema, posteriormente se mencionan temas relacionados con todo lo referente a sistemas de control, desde los clásicos hasta los más modernos que son los controladores inteligentes como puede ser el Control difuso. En una tercera parte se mencionan los últimos estudios que se han hecho con respecto a las técnicas de control inteligente sobre los sistemas péndulos invertidos. Por ultimo al tener una idea más clara sobre el tema, se presenta un breve planteamiento del problema el cual justifica el porqué de dicho trabajo. La finalidad de este capítulo es lograr ubicar contextualmente al lector con el tema en cuestión.

Referencias Capítulo I

- [1] Furuta, K., Nishihara, H., Mori, S. (1976). Control of Unstable Mechanical Systems: Control of Pendulum (Vol. 23, pp. 673-692). International Journal of Control.
- [2] Spong, M., Amstron, K. J. (2001). The Reaction Wheel Pendulum.
- [3] Aguilar, M. (2000). BIOMECÁNICA: La física y la fisiología (pp. 120). CSIC.
- [4] Craig, K. C., Awtar, S. (2002). Inverted Pendulum Systems: Rotary and Arm-driven, A Mechatronics System Design Case Study (Vol.12, No.2, pp. 357-370).
- [5] Lee, J. H., Shin, H. J., Lee, S. J., Jung, S. (2012). Balancing control of a single-wheel inverted pendulum system using air blowers: Evolution of Mechatronics capstone design (pp. 305-764). Intelligent Systems and Emotional Engineering (ISEE) Laboratory, Department of Mechatronics Engineering, Chungnam National University, Republic of Korea.
- [6] Sherer, E., Kashimoto, K. (2003). Inverted Pendulum Balancer. Cornell University.
- [7] Ooi, R. (2003). Balancing a Two-Wheeled Autonomous Robot. University of Western Australia.
- [8] Hassenplug, S. (2002). Legway.
- [9] Iral, H., Saleh, M. (2011). Controller Design for Rotary Inverted Pendulum System Using Evolutionary Algorithms (pp.1-17). Mathematical Problems in Engineering.
- [10] Craig, K. C., Awtar, S. (2002). Inverted Pendulum Systems: Rotary and Arm-driven, A Mechatronic System Design Case Study. Atlanta, Georgia.
- [11] Strandh, S. (1989). The History of The Machine. Bracken Books.
- [12] George, J. (1974). Thaler Editor: Automatic control : Classical Linear Theory. Editorial Stroudsburg. Pennsylvania: Dowden, Hutchinson and ross.
- [13] Bonilla, G. M. (2009). Historia de la Ingeniería de Control. Universidad Anáhuac México Sur..
- [14] Genoa Robotics and Automation Laboratory. (2012):
<http://www.graal.dist.unige.it/research/activities/DISThand/DISThand.html>.
- [15] CNN México. (2008): <http://www.cnn.com/2001/HEALTH/conditions/07/03/artificial.heart/>.
- [16] Klir, G. J., Yuan, B. (1995). Fuzzy Sets And Fuzzy Logic, Theory and Applications. Prentice-Hall.

- [17] Zadeh, L. A. (1968). Fuzzy Algorithm, Information and Control (Vol.12, No.2, pp. 94-102).
- [18] Yi, J., Yubazaki, N. (2000). Stabilization fuzzy control of inverted pendulum systems. Technology Research Center, Mycom, Inc., S. Shimobano, Saga Hirosawa, Ukyo, Kyoto 616-8303.
- [19] Becerikli, Y., Koray, B. (2007). Fuzzy control of inverted pendulum and concept of stability using Java application (Volume 46, Issues 1–2, Pages 24–37). Proceedings of the International Conference on Computational Methods in Sciences and Engineering 2004.
- [20] Huang, C. H., Wang, W.J., Chiu, C.H. (2011). Design and Implementation of Fuzzy Control on a Two-Wheel Inverted Pendulum (Volume 58, Issue 7). Industrial Electronics, IEEE Transactions.
- [21] Mohd, N., Mohamed, K. B., Shigenori, O. (2012). Fuzzy servo control of an inverted pendulum system (pp. 245-250). Artificial Life and Robotics.



FUNDAMENTOS TEÓRICOS

En el presente capítulo se muestran conceptos y fundamentos teóricos, los cuáles permitirán comprender los procedimientos a realizar en cada una de las etapas de dicho proyecto.

II. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

El péndulo invertido es un sistema mecánico clásico para probar nuevas ideas en la disciplina del control. Tiene la ventaja de ser, por un lado, un mecanismo relativamente sencillo, y por el otro, un sistema que contiene puntos inestables. El péndulo invertido se ha usado ampliamente como patrón para comparar tanto algoritmos de control, como el hardware para implementarlos. Otra de las cualidades de este dispositivo es que su dinámica es similar a la de un transporte aéreo y a la de un robot bípedo con la capacidad de caminar. Los algoritmos utilizados para controlarlo pueden ser adaptados al control de otros mecanismos más complejos.

II.1. Principios básicos del sistema péndulo invertido

El Péndulo Invertido es un dispositivo mecánico compuesto básicamente por una barra que oscila libremente en un plano, soportada por uno de sus extremos en el cual puede pivotear libremente [1]. La barra del péndulo puede estar montada sobre una base ya sea móvil o estática. Una representación de este sistema se puede observar en la figura II.1.

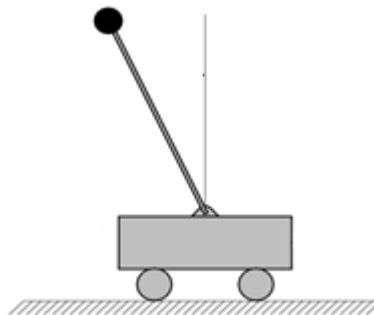


Figura II. 1 Representación de un péndulo invertido

Para mantener en equilibrio un Péndulo Invertido en su posición vertical se puede aplicar una fuerza de control al sistema mediante distintas configuraciones mecánicas entre las cuales se puede mencionar la del Péndulo Invertido Simple de base móvil (PIS) [2], el Péndulo Invertido Simple de Base Estática [3] y el Péndulo de Furuta [4].

II.2. Control inteligente

El incremento de las demandas tecnológicas en nuestros tiempos, ha generado sistemas muy complejos que requieren controladores altamente sofisticados para asegurar alto desempeño dentro de condiciones adversas. Esas y otras condiciones de control no se pueden cumplir con controladores convencionales, debido principalmente a la falta de conocimiento preciso acerca del proceso que desea controlar. La adquisición de conocimiento adecuado del sistema en ocasiones es una problemática debido a la complejidad del sistema y al hecho de que la estructura y los parámetros en muchos sistemas cambian de manera significativa e impredecible con el tiempo. Bajo estas condiciones se utilizan las técnicas del control inteligente.

El control inteligente es una generalización del concepto de control y se puede ver como un campo dentro de la disciplina de control. El control inteligente [5] es la disciplina donde los métodos de control se desarrollan para emular algunas características importantes del ser humano. Estas características incluyen adaptación y aprendizaje, planeación bajo gran incertidumbre y el trabajo con gran cantidad de datos.

Las metodologías de control inteligente están siendo aplicadas a la robótica, las comunicaciones, la manufactura, el control de tráfico, por mencionar algunas pocas. Las áreas donde se está realizando trabajo alrededor del control inteligente son: redes neuronales, control difuso, algoritmos genéticos, sistemas de planeación, sistemas expertos y sistemas híbridos.

Un sistema de control inteligente debe ser autónomo; esto significa que tiene el poder de autogobernarse. Existen varios grados de autonomía: un controlador totalmente autónomo debería tener la habilidad de reparar su propio hardware si uno de sus componentes falla. Un control fijo convencional se considera con un bajo grado de autonomía; un control adaptivo convencional tiene un alto grado de autonomía. La autonomía es el objetivo en los sistemas de control complejos y los controladores inteligentes son una manera de lograrlo.

Los sistemas de control convencionales se diseñan usando los modelos matemáticos de sistemas físicos. Se selecciona un modelo matemático que captura el comportamiento de la dinámica de interés y entonces se aplican las técnicas de diseño, tal vez ayudados por sistemas CAD, para diseñar el modelo matemático apropiado del controlador. Luego se realiza el controlador ya sea en hardware o en software en el sistema físico. Este procedimiento puede llevar varias iteraciones hasta lograr el mejor comportamiento. El modelo matemático de la planta deberá ser “bastante simple” para que pueda ser analizado con técnicas matemáticas disponibles y “bastante exacto” tal que describe los aspectos importantes y relevantes del comportamiento de la planta se aproxima en las vecindades de un punto de operación para hacer más sencillo el diseño del controlador.

Esto significa que los controladores pueden diseñarse para cumplir las especificaciones alrededor de un punto de operación, donde el modelo lineal es válido. En sistemas de control con alto grado de autonomía necesitamos incrementar significativamente el rango de operación.

La complejidad del modelo de un sistema dinámico y la demanda creciente de funcionamiento, hacen necesario el uso de controladores más complejos y sofisticados. La forma en cómo se incrementa la complejidad de un controlador se puede describir de la forma siguiente.

En el nivel más bajo, el control retroalimentado determinístico basado en la teoría de control convencional se utiliza para las plantas que pueden ser representadas con modelos lineales más simples que son esencialmente, buenas aproximaciones al comportamiento real. Si se incrementa la complejidad de la planta, los controladores necesitarán estimadores de estado. Si se incrementa la señal de ruido, se necesitan filtros Kalman u otros tipos de filtros. Si se requiere completar una tarea de control en un tiempo mínimo, se utilizan técnicas de control óptimo. Cuando hay características cuantificables estocásticas en la planta, se usa la técnica de control estocástico. Si hay variaciones significativas en los

parámetros de la planta, tal que la teoría del control robusto sea inapropiada, se emplean técnicas de control adaptivo.

Para plantas aún más complejas es necesario usar control de aprendizaje o auto-organizado [6]. En el nivel más alto de jerarquía, la complejidad de la planta es tal y las especificaciones son tan demandantes que se usan técnicas de control inteligente. Se cambia a controladores más sofisticados solamente si los simples no pueden lograr los objetivos buscados. La necesidad de usar control autónomo inteligente se origina de la necesidad por incrementar la habilidad de tomar decisiones autónomas para ejecutar tareas complejas de control.

Aunque el proceso donde se aplicarán estos controladores, en este trabajo de tesis, no es un proceso muy complejo, tiene algunos elementos no lineales que pueden ser un buen ejercicio para aplicar los esquemas de control inteligente.

II.2.1. Control difuso

La principal aplicación actual de la lógica difusa son los sistemas de control difuso, que utilizan las expresiones difusas para formular las reglas que controlarán dichos sistemas. Como la lógica difusa sugiere un cierto grado de pertenencia para un dato que se presente dentro de los conjuntos difusos, permite a un controlador difuso tomar diferentes grados de acción en un sistema. En los sistemas de control debe tomarse en cuenta el conocimiento experto de una o varias personas para la realización de la base de conocimientos sobre la cual se basará la toma de decisiones.

El control difuso puede aplicarse en innumerables sistemas, tanto sencillos, como brazos articulados y vehículos autónomos, en los cuales los modelos matemáticos son muy complejos. Empleando técnicas de razonamiento aproximado es posible controlar sistemas superiores cuando el entorno no se conoce de forma precisa. Dicha característica permite mayor flexibilidad que el control clásico en el que para la realización de un controlador se requiere de un alto grado de cálculo matemático.

Cada elemento dentro del universo de discurso, es un miembro del conjunto difuso, en cierto grado, inclusive cero [7].

La función que asocia un número con cada elemento de x dentro del universo de discurso es llamada función de membresía [8].

El grado de membresía en los conjuntos difusos puede ser representado por medio de una función matemática la cual indica el grado de pertenencia que presenta un elemento dentro de un conjunto difuso.

En otras palabras, si A es un conjunto difuso, entonces la función de membresía $\mu_A(x)$ mide el grado con el cual el elemento x pertenece al conjunto A [9].

Las funciones de membresía se pueden clasificar según su forma, las formas de funciones más comunes y usadas para representar funciones de membresía, debido a su simplicidad y fácil manejo son las formas: trapezoidal, triangular, campana de gauss, gamma, pi, singleton etc. La siguiente figura muestra distintos tipos de funciones de membresía:

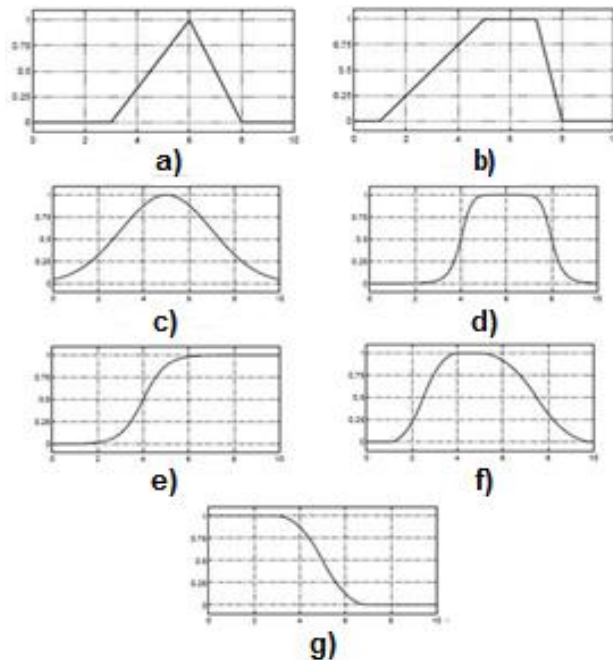


Figura II. 2 Distintas funciones de membresía, a) Triangular, b) Trapezoidal, c) Campana de Gauss, d) Gamma, e) Singleton, f) Pi, g) Z

Existen dos formas alternativas para representar una función de membresía. La manera continua y la manera discreta.

Un conjunto difuso continuo A se define usando una función de membresía continua que generalmente es una función matemática. Una función de membresía trapezoidal es una función continua lineal controlada por cuatro parámetros, {a, b, c, d}.

De la manera discreta la función de membresía y el universo de discusión son puntos en una lista (vector).

Donde el conjunto difuso discreto se define por pares ordenados:

$$A = \{\langle x_1, \mu(x_1) \rangle, \langle x_2, \mu(x_2) \rangle, \dots, \langle x_i, \mu(x_i) \rangle, \dots, \langle x_n, \mu(x_n) \rangle\} \quad (II.1)$$

Cada valor de membresía $\mu(x_i)$ es una evaluación de la función de membresía μ en el punto discreto x_i en el universo u , y el conjunto completo es una colección usualmente finita de pares:

$$\langle x_i, \mu(x_i) \rangle \quad (II.2)$$

Cabe mencionar que las funciones de membresía no deben ser necesariamente simétricas.

La finalidad de un controlador difuso es la de modificar el comportamiento de la planta mediante el cambio de una o varias entradas del sistema, de acuerdo a un conjunto de reglas y un proceso de inferencia que permita obtener las salidas deseadas.

Un controlador lógico difuso (CLD), emplea principios de lógica difusa y nos permite convertir estrategias de control lingüístico, basado en conocimiento experto, en una estrategia de control automático [10].

Los sistemas de control difuso se basan en reglas difusas que representan un mecanismo de decisión de control, para ajustar los cambios no deseados provenientes de la planta.

Normalmente, los sistemas de control difuso sustituyen las habilidades de un operador humano por un sistema basado en reglas difusas.

Un sistema difuso reemplaza las ecuaciones diferenciales del modelo matemático, por un modelo construido en base de un número de reglas.

Hasta la fecha no existe una metodología única, para elaborar un controlador difuso, sin embargo nos basamos en el método propuesto por C.C. Lee [11], el cual está compuesto por las siguientes partes:

- a) Fusificación.
- b) Base de conocimiento.
- c) Lógica de decisiones.
- d) Defusificación.

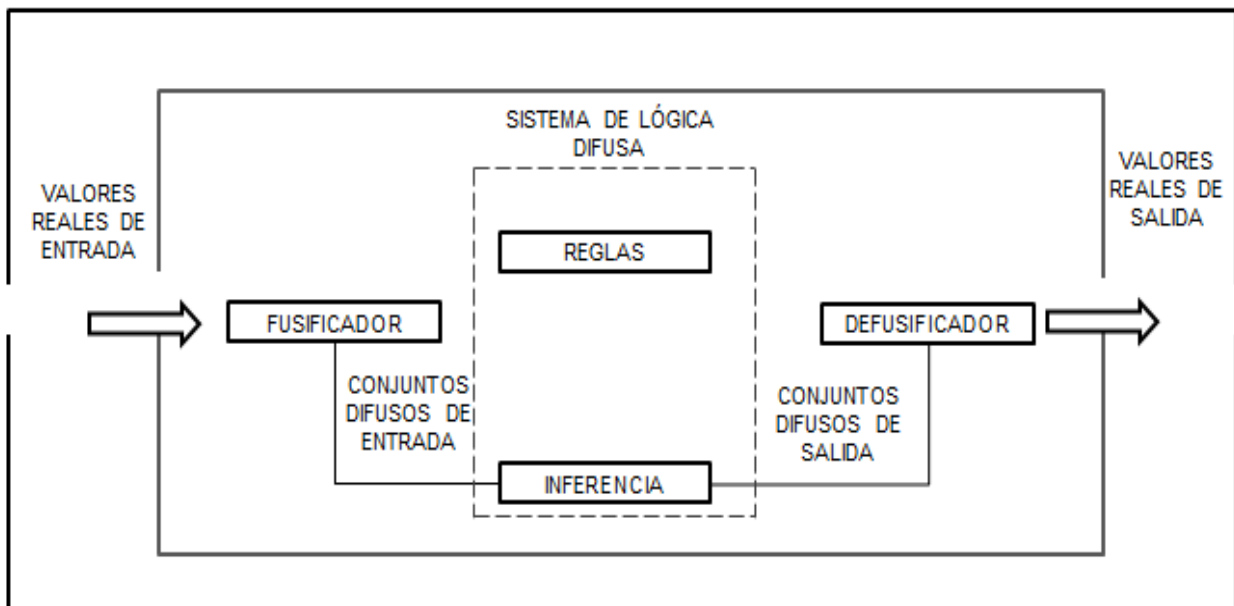


Figura II. 3 Componentes de un Sistema de Control Difuso [11]

II.2.1.1. Fusificación

Es el proceso de asignar valores de membresía o pertenencia a un valor numérico de entrada para cada una de las etiquetas difusas que forman la variable lingüística. El primer paso en la fusificación es dividir el universo de discurso, asignando etiquetas en cada variable del controlador difuso.

Posteriormente, se establecen las funciones de membresía o pertenencia (conjuntos difusos) para dar significado numérico a cada etiqueta. Cada función de membresía identifica el rango de los valores de entrada que corresponden a una etiqueta.

En el proceso de fusificación, las funciones de membresía definidas en relación a las variables de entrada mapean a los datos presentes para determinar el grado de verdad en la premisa de cada regla, por lo que es necesario elaborar primeramente las funciones de membresía correspondientes a cada entrada.

En general el proceso de fusificación lleva a cabo la transformación de valores crisp (reales) a valores difusos, realizando los siguientes pasos.

- Medir las magnitudes de las variables físicas de entrada.
- Efectuar un mapeo escalado, que transfiere el rango de valores de entrada a su correspondiente universo de razonamiento.
- Convertir valores de entrada en valores lingüísticos, los cuales son vistos como etiquetas pertenecientes a conjuntos difusos.

II.2.1.2. Base de conocimiento

Se obtiene de la experiencia desarrollada por un operador y por los conocimientos sobre Ingeniería de control. Depende del proceso a controlar y los requerimientos de diseño. Está compuesta de dos partes, una base de datos y una base de reglas de control difuso (utiliza variables lingüística) [12].

II.2.1.2.1. Base de datos

Incluye la discretización y normalización de los universos de entrada y salida, la definición de subconjuntos (partición de los universos y funciones de pertenencia) y satisfacer la propiedad de completitud.

a) Discretización.

Debido a la necesidad de discretizar, ya que los datos se procesan en forma digital, este proceso genera niveles cuantizados, cada uno de los cuales representa un elemento genérico en un universo de discurso.

b) Normalización.

Es el acondicionamiento de los valores reales, a valores de pertenencia entre cero y uno la normalización del universo discreto puede ser lineal o no.

c) Partición de los universos.

Se refiere al número de etiquetas que toma una variable lingüística; por ejemplo la variable “velocidad del motor”, puede tomar los valores “muy baja”, “baja”, “media” y “alta”. El número de términos está determinado por las características del sistema a controlar y la calidad de control.

d) Funciones de pertenencia.

Como ya se ha mencionado anteriormente las funciones de pertenencia o membresía, representan gráficamente la relación que mantienen los elementos de un subconjunto difuso, dentro de un universo de discurso, con el grado de pertenencia al conjunto en cuestión. La representación de estas figuras puede tomar diferentes formas, siendo las más utilizadas las de forma triangular y trapezoidal. La utilización de alguna de ellas puede ser de manera arbitraria, dependiendo de la aplicación en particular [13].

e) Completitud.

Esta propiedad indica que el algoritmo debe ser capaz de inferir una acción correcta para cada estado del proceso.

II.2.1.2.2. Base de reglas

La estrategia de control, derivada de la experiencia se expresa mediante el uso de algoritmos difusos. Las reglas de control que forman el algoritmo difuso pueden definirse usando los siguientes criterios:

a) Selección de las variables.

Las variables de entrada se seleccionan basándose en la experiencia y en conocimientos de Ingeniería y el cambio de error (derivada del error). La importancia de usar la variación de error se ilustra con un caso cotidiano, como es el hecho de atravesar una avenida, para lo cual no solo consideramos la distancia entre un auto y la persona que va cruzar la calle, sino también consideramos muy relevante la rapidez con la que el auto se desplaza.

b) Origen y obtención de las reglas de control.

La experiencia y los conocimientos en Ingeniería de control. Es la que más se utiliza [14].

En un controlador lógico difuso, su operación dinámica está caracterizada por un conjunto de reglas, compuestas por variables lingüísticas, basada en conocimiento experto es usualmente de la forma: IF (un conjunto de condiciones son satisfechas) Then (un conjunto de consecuentes que pueden inferir).

Donde los antecedentes y los consecuentes de las reglas IF-Then (Sí-Entonces) son asociados con conceptos difusos (términos lingüísticos), formando lo que se conoce como declaración condicional difusa en donde el antecedente es una

condición sobre la base del estado de las variables del proceso y el consecuente es una acción de control para el sistema a controlar (proceso).

II.2.1.3. Lógica de decisiones

Como ya se ha mencionado un CLD puede emular a un hábil experto operador humano [12], mediante funciones de implicación difusa, y mecanismos de inferencia principalmente.

II.2.1.3.1. Inferencia difusa

Después que las variables de entrada han sido convertidas a valores de variables lingüísticas, el paso de inferencia difusa identifica las reglas que se aplican a cada situación, y mediante un método llamado MIN/MAX, ya que toma el mínimo peso de los antecedentes para determinar el peso de las reglas, y el máximo peso de las reglas para determinar la salida difusa, las cuales son empleadas en la entrada del generador de valores reales [12].

II.2.1.4. Defusificación

Una vez que se han evaluado las reglas, los valores obtenidos son difusos, en otras palabras es una expresión lingüística que si se considera como salida para el control, se tendría el problema de interpretar el orden lingüístico, lo que hace necesario convertir estas salidas difusas en un valor crisp (valor real), a esto se le llama defusificación. La cuál combina todas las salidas difusas en un resultado específico para cada variable de salida, para esto se emplean diferentes métodos [12].

- Método del máximo.

En este método la salida se toma como el valor de la conclusión de la regla que obtuvo mayor grado de pertenencia. Usar este de método no resulta tan atractivo puesto que se pierde algo de las ventajas de los conjuntos difusos.

- Método del centro de gravedad.

Este método es un tipo de “promedio” y por esto se utiliza mucho. Así no se pierde el aspecto “difuso” del controlador usado, como si sucede con el método del Valor Máximo. En este método lo que se realiza es el cálculo del centro de masa del gráfico de la función de pertenencia, dándonos un sólo valor de salida, el inconveniente es que el cálculo del centro de masa se puede complicar bastante.

- Método de la altura.

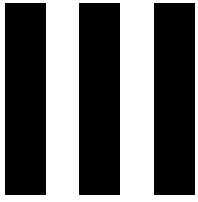
Se calcula para cada regla el centro de gravedad del conjunto difuso de salida, posteriormente se procede a calcular la salida del sistema como la media ponderada.

II.3. Sumario

En dicho capítulo se muestra una serie de definiciones que ayudará al lector a conocer más acerca del tema estudiado. Inicialmente se presentan conceptos sobre los principios básicos del sistema péndulo invertido. Posteriormente se procede a definir lo que es el control inteligente y las aplicaciones en las cuales puedes ser utilizado. Por último se menciona una amplia descripción de lo que es el controlador difuso, este punto es muy importante ya que en base a estos conceptos, se definirá el diseño del controlador en los capítulos siguientes (tipo de fusificación, base de conocimiento, lógica de decisiones y tipo de defusificación). Mediante este capítulo y el anterior, el lector tendrá un amplio conocimiento sobre este proyecto de tesis, y le será más fácil poder entender los siguientes capítulos.

Referencias Capítulo II

- [1] Ogata, K. (1998). Ingeniería de Control Moderna (pp. 55). Prentice-Hall Hispanoamericana.
- [2] Montoya, L.F.R. (2001). Chattering Control Design for the Inverted Pendulum, in Mechanical Engineering (pp. 51-67).
- [3] Shew, W. (1997). Inverted Equilibrium of a Vertically Driven Physical Pendulum, in Electrical. College of Wooster: Wooster.
- [4] Åkesson, J. (2001). Inverted Pendulum Demonstration Experimental Set Up, in Department of Automatic Control. Lund Institute of Technology: Lund.
- [5] Antsaklis, P. J. (1997). INTELLIGENT CONTROL. Encyclopedia of Electrical and Electronics Engineering and Sons, Inc.
- [6] Zai, L. Y. (1996). INDUSTRIAL INTELLIGENT CONTROL, FUNDAMENTAL APPLICATIONS. Great Britan.
- [7] Adrian A. (2001). Intelligent Systems for Engineers and Scientists, CRC Press.
- [8] Zimmermann, H. J. (1993). Fuzzy Sets Theory and its Applications. Kluwer, Boston.
- [9] Witold, P. (1996). Fuzzy Control and Fuzzy Systems. John Wiley & Sons Inc. Second edition, 1996.
- [10] Jan, J. (2006). Tutorial on Fuzzy Logic. Technical University of Denmark. Oersted-DTU, Automation, Kongens Lyngby, DENMARK.
- [11] Lee, C. C. (1990). Fuzzy Logic in Control Systems (Vol.20, No.1,pp 404-418). Fuzzy Logic in Controller-Part 1, Transactions on Systems, Mon, and Cybernetics.
- [12] Jerry, M. M. (1994). Fuzzy Logic Systems for Engineering: A Tutorial Jerry M. Mendel. University of Southern California, Los Angeles.
- [13] Zadeh, L. A. (1989). Fuzzy Logic. IEEE Computer 21(4):83-93.
- [14] Lau, Y.F, Lau C. C. (1989). Development of Fuzzy Algorithms for Servo Systems (Volume 9, Issue 3). Control Systems Magazine, IEEE.



MODELO MATEMÁTICO Y ANÁLISIS DE ESTABILIDAD

En el presente capítulo se obtienen las ecuaciones diferenciales del sistema, así como su función de transferencia y variables de estado, por último se elabora un análisis de estabilidad

III. MODELO MATEMÁTICO

Es necesario encontrar un correcto modelo matemático que represente en su totalidad el comportamiento físico del sistema, esto es de gran importancia para diseñar un controlador, ya que con este y una apropiada identificación de parámetros se puede realizar una simulación y estudiar el comportamiento del sistema bajo cualquier acción de control, es decir, se puede sintonizar el sistema.

En este capítulo primeramente se obtienen las ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento del sistema, para después a partir de estas, obtener tanto el modelo en función de transferencia como el modelo en variables de estado. Por último se analizará la respuesta del sistema en lazo abierto y sin la acción de un controlador.

III.1. Ecuaciones diferenciales

La finalidad de dicho capítulo es hallar el sistema de ecuaciones diferenciales que describan el movimiento de las variables para que una fuerza F sea aplicada al sistema. Las principales variables que describen el sistema en cualquier momento son la posición x del sistema y el ángulo θ del péndulo con respecto a la vertical.

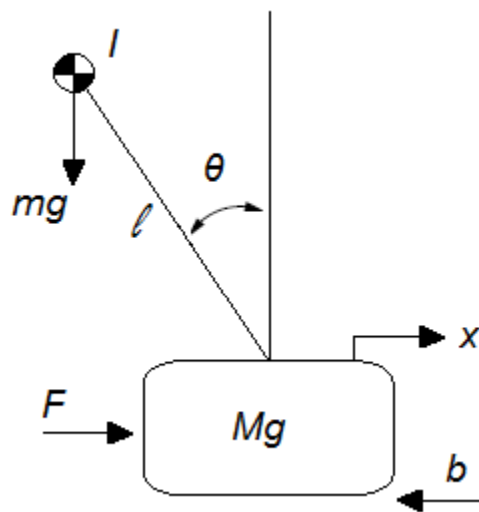


Figura III. 1 Diagrama de cuerpo libre del péndulo invertido

El péndulo invertido se puede concebir como un cuerpo rígido cuyo movimiento se limita a dos dimensiones. Las ecuaciones fundamentales de movimiento plano de un cuerpo rígido son [1]:

$$\sum F_i = ma_i \quad (\text{III.1})$$

$$\sum F_j = ma_j \quad (\text{III.2})$$

$$\sum F_G = I\alpha_g \quad (\text{III.3})$$

Las ecuaciones III.1 y III.2 son la segunda ley de Newton para las componentes horizontal i y vertical j de la fuerza F y la aceleración a experimentada por el cuerpo rígido de masa m . La ecuación III.3, derivada también de la segunda ley de Newton, establece que la suma de momentos M de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo rígido alrededor de un punto G cualquiera, es igual al momento de inercia I por la aceleración angular α (con dirección g) alrededor del cuerpo rígido.

En la Figura III.1 se encuentra el diagrama de cuerpo libre del péndulo invertido. Sobre el péndulo invertido actúan F , la fuerza de fricción b , los pesos del péndulo y el carro, M es la masa del carro, m la del péndulo, y g es la aceleración ejercida por la tierra.

Para simplificar el análisis, se puede dividir el péndulo invertido en dos cuerpos: el carro y el péndulo.

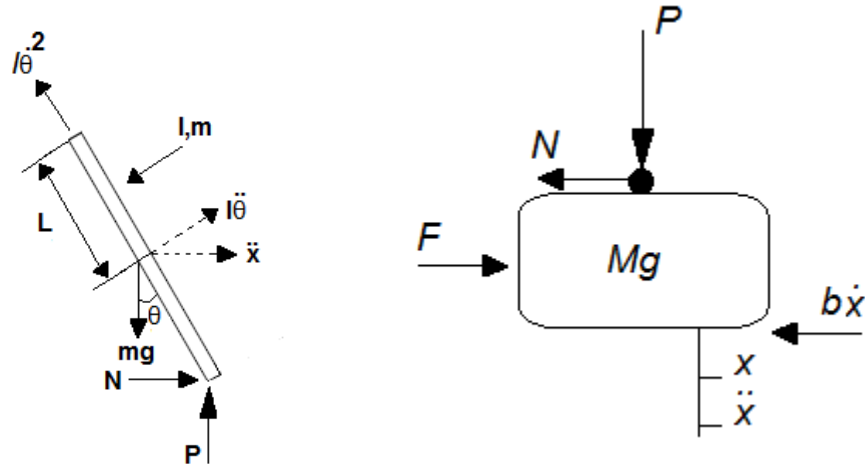


Figura III. 2 Diagrama de cuerpo libre del sistema péndulo invertido dividido en dos partes: carro y péndulo

El lado izquierdo de la figura III.2 se puede observar, además del peso del péndulo, las fuerzas de reacción N y P que actúan sobre su articulación.

Realizando la sumatoria de fuerzas con respecto al eje horizontal en el diagrama de cuerpo libre del carro observado en el lado izquierdo de la figura III.2, se obtiene la ecuación de movimiento siguiente:

$$M\ddot{x} + b\dot{x} + N = F \quad (III.4)$$

Es importante mencionar que al hacer la sumatoria de fuerzas con respecto al eje vertical no se obtiene ningún dato significativo, por lo tanto se despreciará dicho cálculo.

Elaborando la sumatoria de fuerzas con respecto al eje horizontal en el diagrama de cuerpo libre del péndulo y despejando N se obtiene la ecuación III.5.

$$N = m\ddot{x} + ml\ddot{\theta} \cos \theta - ml\dot{\theta}^2 \sin \theta \quad (III.5)$$

Sustituyendo la ecuación III.5 en la ecuación III.4, se obtiene la primera ecuación de movimiento de dicho sistema:

$$(M + m)\ddot{x} + b\dot{x} + ml\ddot{\theta} \cos \theta - ml\dot{\theta}^2 \sin \theta = F \quad (III.6)$$

Sumando las fuerzas perpendiculares al péndulo se simplificará considerablemente el cálculo matemático, obteniendo como resultado la siguiente ecuación:

$$P \sin \theta + N \cos \theta - mg \sin \theta = ml\ddot{\theta} + m\ddot{x} \cos \theta \quad (\text{III.7})$$

Para eliminar las fuerzas de reacción P y N en la ecuación III.7, es necesario sumar los momentos sobre el centroide del péndulo, obteniendo la ecuación III.8:

$$-Pl \sin \theta - Nl \cos \theta = I\ddot{\theta} \quad (\text{III.8})$$

Combinando la ecuación III.8 con la ecuación III.6, se obtiene la segunda ecuación de movimiento:

$$(I + ml^2)\ddot{\theta} + mgl \sin \theta = -ml\ddot{x} \cos \theta \quad (\text{III.9})$$

III.2. Función de transferencia

En la teoría de control, a menudo se usan las funciones de transferencia para caracterizar las relaciones de entrada-salida de componentes o de sistemas que se describen mediante ecuaciones diferenciales lineales invariantes en el tiempo. La función de transferencia de un sistema descrito mediante una ecuación diferencial lineal e invariante en el tiempo se define como el cociente entre la transformada de Laplace de la salida (función de respuesta) y la transformada de Laplace de la entrada (función de excitación) bajo la suposición de que todas las condiciones iniciales son cero [2].

Por definición una función de transferencia se puede determinar según la expresión:

$$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} \quad (\text{III.10})$$

Donde $H(s)$ es la función de transferencia (también denotada como $G(s)$). $Y(s)$ es la transformada de Laplace de la respuesta y $U(s)$ es la transformada de Laplace de la excitación.

Obteniendo analíticamente la función de transferencia de las ecuaciones del sistema linealizado en el sistema péndulo invertido, es necesario elaborar la transformada de Laplace de las ecuaciones III.6 y III.9, obteniendo como resultado el siguiente par de ecuaciones.

$$(I + ml^2)\Phi(s)s^2 - mgl\Phi(s) = mlX(s)s^2 \quad (III.11)$$

$$(M + m)X(s)s^2 + bX(s)s - ml\Phi(s)s^2 = U(s) \quad (III.12)$$

Cabe mencionar que el ángulo Φ es la respuesta al sistema, por lo tanto se despejará $X(s)$, como se muestra a continuación:

$$X(s) = \left[\frac{I+ml^2}{ml} - \frac{g}{s^2} \right] \Phi(s) \quad (III.13)$$

Sustituyendo la ecuación III.13 en la ecuación III.12 se obtiene:

$$(M + m) \left[\frac{I+ml^2}{ml} + \frac{g}{s} \right] \Phi(s)s^2 + b \left[\frac{I+ml^2}{ml} - \frac{g}{s^2} \right] \Phi(s)s - ml\Phi(s)s^2 = U(s) \quad (III.14)$$

Reordenando la función de transferencia queda:

$$\frac{\Phi(s)}{U(s)} = \frac{\frac{ml}{[(M + m)(I + ml^2) - (ml)^2]}s}{s^3 + \frac{1}{[(M + m)(I + ml^2) - (ml)^2]} [b(I + ml^2)s^2 - ((M + m)mgl)s - (bmg)]} \quad (III.15)$$

También es necesario elaborar una función de transferencia en la que la posición x del móvil sea la respuesta del sistema, por lo tanto se despejará $\Phi(s)$, obteniendo la siguiente ecuación:

$$\Phi(s) = \frac{U(s) - (M+m)X(s)s^2 - bX(s)s}{-mls^2} \quad (III.16)$$

Sustituyendo la ecuación III.16 en la ecuación III.11 se obtiene:

$$(I + ml^2) \left[\frac{U(s) - (M + m)X(s)s^2 - bX(s)s}{-mls^2} \right] s^2 - mgl \left[\frac{U(s) - (M + m)X(s)s^2 - bX(s)s}{-mls^2} \right] = mlX(s)s^2 \quad (III.17)$$

Por último la función de transferencia queda:

$$\frac{X(s)}{U(s)} = \frac{s^2(I + ml^2) - mlg}{s^4[I(M + m) + ml^2(M + m) - m^2l^2] + s^3[lb + l^2mb] - s^2[gm l(M + m)] - s[gbml]} \quad (III.18)$$

III.3. Variables de estado

Las variables de estado de un sistema dinámico son las variables que constituyen el menor conjunto de variables que determinan el estado del sistema dinámico. Si al menos se necesitan n variables x_1, x_2, \dots, x_n para describir completamente el comportamiento de un sistema dinámico (de forma que una vez que la entrada para $t \geq t_0$ está dada y el estado inicial en $t = t_0$ está especificado, el estado futuro del sistema está determinado completamente), entonces tales n variables son un conjunto de variables de estado.

Las variables de estado no necesitan ser físicamente medibles o cantidades observables. Se pueden seleccionar como variables de estado, variables que no representan cantidades físicas y aquellas que no son medibles ni observables. Tal libertad en la elección de las variables de estado es una ventaja de los métodos en

el espacio de estados. Sin embargo, prácticamente es conveniente seleccionar para las variables de estado cantidades físicamente medibles, si esto es posible, porque las leyes de control óptimo requerirán realimentar todas las variables de estado con una ponderación adecuada.

En el análisis en el espacio de estados se centra la atención en los tres tipos de variables que aparecen en el modelado de los sistemas dinámicos; las variables de entrada, las variables de salida y las variables de estado. La representación en el espacio de estados de un sistema dado no es única, salvo que el número de variables de estado es el mismo para cualquiera que sea la representación en variables de estado de un mismo sistema.

Una forma general de expresar la dinámica de un sistema lineal es:

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t)$$

$$y(t) = C(t)x(t) + D(t)u(t)$$

Donde $A(t)$ se denomina matriz de estado, $B(t)$ matriz de entrada, $C(t)$ matriz de salida y $D(t)$ matriz de transición directa. En la figura III.3 se muestra un diagrama de bloques que representa las ecuaciones anteriores [2].

Si las funciones vectoriales f y g no involucran el tiempo t explícitamente, el sistema se denomina sistema invariante con el tiempo. En este caso las ecuaciones se simplifican a:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

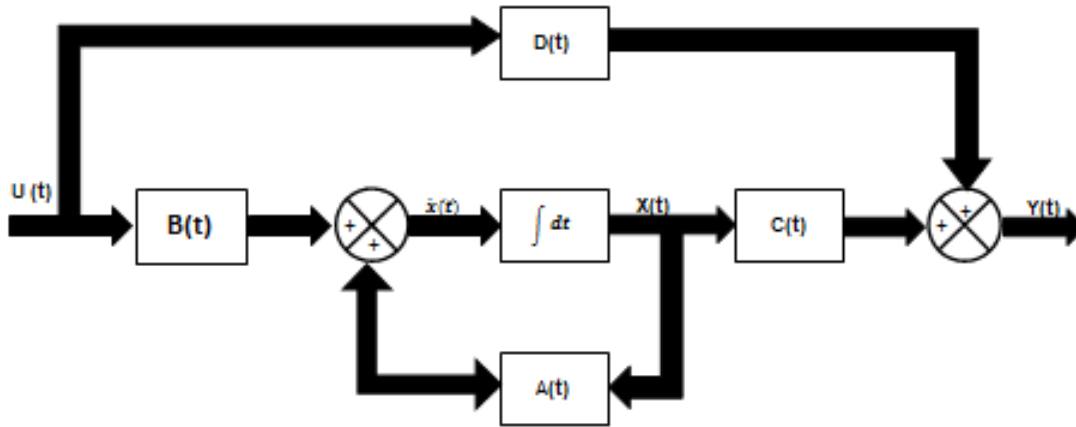


Figura III. 3 Diagrama de bloques del sistema de control lineal en tiempo continuo representado en el espacio de estados

Finalmente, se convierte la función de transferencia del sistema péndulo invertido a variables de estado, queda de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{\Phi} \\ \ddot{\Phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-(I + mL^2)b}{I(M + m) + Mml^2} & \frac{m^2gl^2}{I(M + m) + Mml^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-mlb}{I(M + m) + Mml^2} & \frac{mgl(M + m)}{I(M + m) + Mml^2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \Phi \\ \dot{\Phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{I + ml^2}{I(M + m) + Mml^2} \\ 0 \\ \frac{ml}{I(M + m) + Mml^2} \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \Phi \\ \dot{\Phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (III.19)$$

A diferencia de la función de transferencia, en el análisis por variables de estado es un sistema multisalida, lo que significa que se controla tanto el ángulo del péndulo como la posición del carro.

III.4. Análisis del Sistema Péndulo invertido

Suponiendo que la masa del sistema se encuentra concentrada en un solo punto, se realiza un análisis de torques como se muestra en figura III.4:

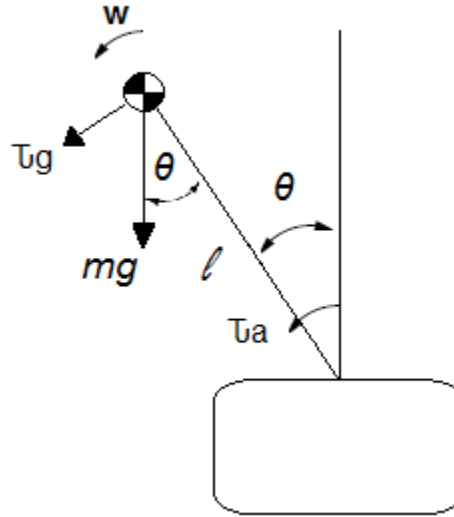


Figura III. 4 Análisis de torques del sistema péndulo invertido

$$\tau_a + \tau_g - \tau_N - \tau_b = 0 \quad (\text{III.20})$$

Dónde:

τ_a : Torque aplicado

τ_g : Torque debido a la gravedad

$$\tau_g = mgl \sin \theta \quad (\text{III.21})$$

τ_b : Torque debido a la fricción

$$\tau_b = b \frac{d\theta}{dt} \quad (\text{III.22})$$

τ_N : Torque de Newton

$$\tau_N = ml^2 \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (\text{III.23})$$

Despejando τ_a y sustituyendo valores se obtiene:

$$\tau_a = ml^2 \frac{d^2\theta}{dt^2} + b \frac{d\theta}{dt} - mgl \sin \theta \quad (\text{III.24})$$

Sea:

$$\theta = X_1 \quad (\text{III.25})$$

$$\dot{\theta} = \dot{X}_1 = X_2 \quad (\text{III.26})$$

Sustituyendo las ecuaciones III.25 y III.26 en la ecuación III.24:

$$\tau_a = ml^2 \dot{X}_2 + bX_2 - mgl \sin X_1 \quad (\text{III.27})$$

Despejando \dot{x}_2 :

$$\dot{X}_2 = \frac{g}{l} \sin X_1 - \frac{b}{ml^2} X_2 + \frac{1}{ml^2} \tau_a \quad (\text{III.28})$$

Para poder realizar el análisis se propusieron los siguientes valores:

M = masa del carro = 0.7 kg

m = masa del péndulo = 0.3 kg

b = fricción del carro = $\frac{1}{3}$ N/ms

L = longitud del péndulo = 0.4 m

I = Inercia del péndulo = 0.006 kg*m²

F = Fuerza aplicada al carro

X = Coordenadas de posición del carro

Θ = Angulo del pendulo

Al sustituir los valores anteriores en la ecuación III.28 queda:

$$f_1 \rightarrow \dot{X}_1 = X_2$$

$$f_2 \rightarrow \dot{X}_2 = 24.53 \sin X_1 - 6.94X_2 + 20.83\tau_a \quad (\text{III.29})$$

Primeramente se analizará el sistema en el punto $\tau_a = 0$

1. Determinación de los puntos de equilibrio

$$X_1 = 0 \rightarrow \dot{X}_1 = 0 = X_2 \rightarrow \dot{X}_2 = 0 \rightarrow P(0,0)$$

$$\dot{X}_1 = 0 = X_2 \rightarrow 24.53 \sin X_1 = 0$$

En este caso $X_1 = k\pi$ donde k es un número entero, entonces, $P(\pi, 0)$

2. Determinación del Jacobiano

$$\frac{\partial f_1}{\partial X_1} = 0 \qquad \frac{\partial f_1}{\partial X_2} = 1$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial X_1} = 24.53 \cos X_1 \qquad \frac{\partial f_2}{\partial X_2} = -6.94$$

$$\begin{bmatrix} \Delta f_1 \\ \Delta f_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 24.53 \cos X_1 & -6.94 \end{bmatrix} \quad (\text{III.30})$$

3. Analisis de los valores propios y los vectores propios alrededor de los puntos de equilibrio

Para $P(0,0)$:

$$\Delta X = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 24.53 & -6.94 \end{bmatrix} \rightarrow (\lambda I - A) = \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 24.53 & -6.94 \end{bmatrix}$$

$$(\lambda I - A) = \begin{bmatrix} \lambda & -1 \\ -24.53 & \lambda + 6.94 \end{bmatrix} \rightarrow \lambda(\lambda + 6.94) - 24.53 = \lambda^2 + 6.94\lambda - 24.53$$

$$\lambda_1 = 2.5773$$

$$\lambda_2 = -9.5174$$

Como λ_1 es positivo, se concluye que el sistema en este punto es inestable.

Enseguida se procede a sacar los vectores propios:

$$\Delta \dot{X}_1 = V_1 \quad \Delta \dot{X}_2 = V_2$$

$$\dot{V} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 24.53 & -6.94 \end{bmatrix}$$

$$(\lambda I - A)\hat{V} = 0 \rightarrow \left[\begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 24.53 & -6.94 \end{pmatrix} \right] \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = 0$$

$$\begin{bmatrix} \lambda & -1 \\ -24.53 & \lambda + 6.94 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = 0 \text{ Para } \lambda = 2.5773$$

$$\begin{bmatrix} 2.5773 & -1 \\ -24.53 & 2.5773 + 6.94 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \rightarrow 2.5773V_1 - V_2 = 0 \rightarrow V_2 = 2.5773V_1$$

Para $\lambda = -9.5174$

$$V_2 = -9.5174V_1$$

A continuación se hace el análisis anterior para el punto $(\pi, 0)$

$$\Delta \dot{X} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -24.53 & -6.94 \end{bmatrix}$$

$$(\lambda I - A) = \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -24.53 & -6.94 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda & -1 \\ 24.53 & \lambda + 6.94 \end{bmatrix}$$

$$\lambda(\lambda + 6.94) + 24.53 = \lambda^2 + 6.94\lambda + 24.53 = 0$$

$$\lambda_1 = -3.47 + 3.534j$$

$$\lambda_2 = -3.47 - 3.534j$$

Se obtubieron valores complejos con la parte real negativa, por lo tanto el sistema en este punto es estable. Se procede a diseñar la representación en bloques de dicho sistema, mostrado en la figura III.5.

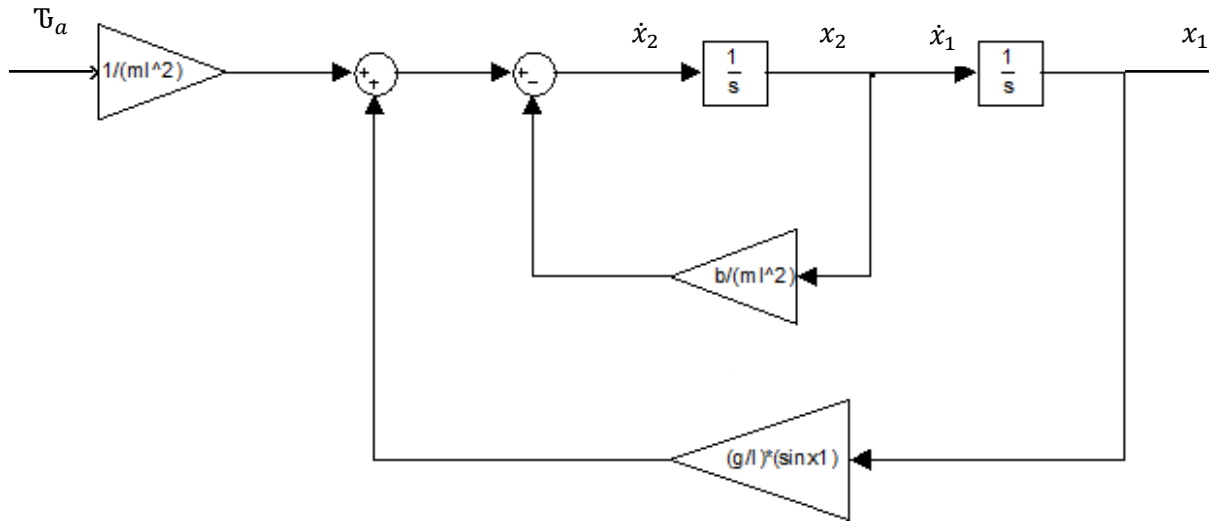


Figura III. 5 Representación en bloques del sistema

Sustituyendo los valores respectivos y agregando un control proporcional se obtiene la figura III.6:

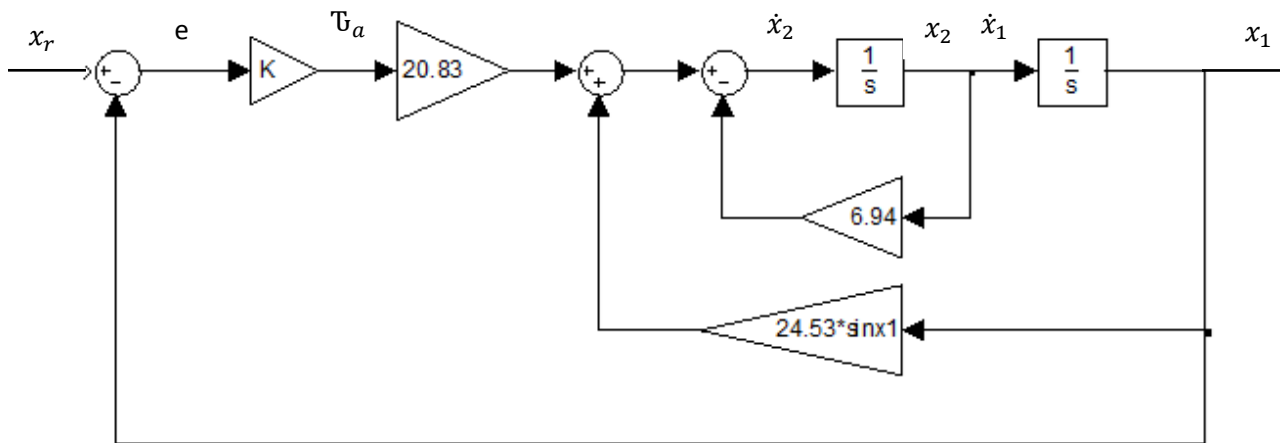


Figura III. 6 Representación en bloques del sistema con un control proporcional agregado

Se puede deducir entonces lo siguiente:

$$\dot{X}_1 = X_2$$

$$\dot{X}_2 = 24.53 \sin X_1 - 6.94X_2 + 20.83(X_r - X_1)K \quad (\text{II.31})$$

A continuación se analizará el sistema en el punto $X_r = 0$

$$f_1 = \dot{X}_1 = X_2$$

$$f_2 = \dot{X}_2 = 24.53 \sin X_1 - 20.83kX_1 - 6.94X_2 \quad (\text{III.32})$$

Con los siguientes puntos de equilibrio:

$$X_1 = 0 \rightarrow \dot{X}_1 = 0 = X_2 \rightarrow \dot{X}_2 = 0 \rightarrow P(0,0)$$

Enseguida se procede a resolver el Jacobiano

$$\frac{\partial f_1}{\partial X_1} = 0$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial X_2} = 1$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial X_1} = 24.53 \cos X_1 - 20.83k$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial X_2} = -6.94$$

$$\begin{bmatrix} \Delta f_1 \\ \Delta f_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 24.53 \cos X_1 - 20.83k & -6.94 \end{bmatrix} \quad (\text{III.33})$$

Analizando el sistema para el punto $P(0,0)$

$$\Delta X = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 24.53 - 20.83k & -6.94 \end{bmatrix} \rightarrow (\lambda I - A) = \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 24.53 - 20.83k & -6.94 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} (\lambda I - A) &= \begin{bmatrix} \lambda & -1 \\ -(24.53 - 20.83k) & \lambda + 6.94 \end{bmatrix} \rightarrow \lambda(\lambda + 6.94) - (24.53 - 20.83k) \\ &= \lambda^2 + 6.94\lambda - (24.53 - 20.83k) \end{aligned}$$

$$\lambda = -3.47 \pm \sqrt{28 - 20.83k}$$

Como se sabe que el comportamiento del punto $P(0,0)$ depende de k entonces:

Si $28 - 20.83k \geq 0 \rightarrow k \leq 1.34$, las raíces son reales con signos contrarios por lo que el comportamiento es inestable en este punto del sistema, si $k > 1.34$ las raíces son complejas con parte real negativa, por lo tanto en este punto del sistema será estable.

Por último, se analizará el sistema en el punto $X_r = 1$

$$\dot{X}_1 = X_2$$

$$\dot{X}_2 = 24.53 \sin X_1 - 6.94X_2 + 20.83(1 - X_1)K \quad (\text{III.34})$$

La finalidad de X_r es mover el punto de equilibrio de $P(0,0)$ a una nueva posición. Para determinar el comportamiento del sistema en estas condiciones podemos partir en el punto $X_r = 0$, los vectores propios dan información sobre la ubicación de los polos, por lo que los vectores propios antes hallados corresponden de forma aproximada en el punto de equilibrio a los polos del sistema.

Como los polos son complejos conjugados, es posible hacer una aproximación con un sistema lineal de segundo orden que tenga polos complejos conjugados:

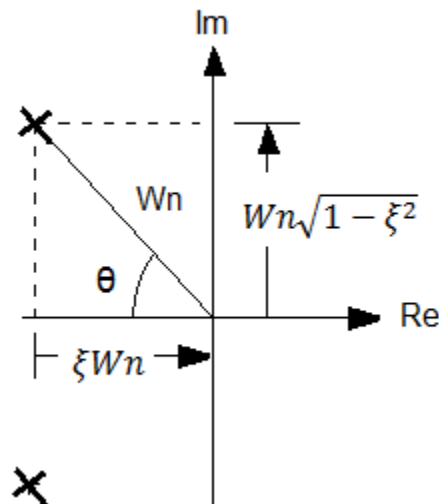


Figura III. 7 Representación de polos complejos conjugados

Por lo tanto, la ubicación aproximada de los polos en el sistema es:

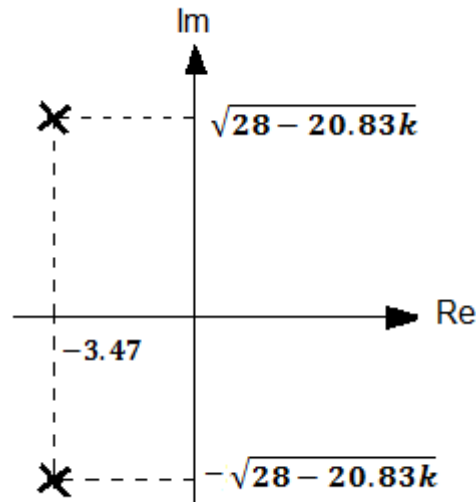


Figura III. 8 Ubicación aproximada de los polos en el sistema

III.5. Análisis de estabilidad a lazo abierto

Una vez obtenidos los modelos matemáticos y antes de comenzar con el diseño de un controlador inteligente, es necesario comprobar si el sistema es estable a lazo abierto. Para esto, se hará una simulación con Matlab[®] donde se asumirán los valores antes mencionados.

Dado que se han obtenido dos modelos matemáticos diferentes por métodos distintos, el siguiente paso será hacer una simulación para cada uno de ellos. Cada simulación hará uso de unos requerimientos de diseño diferentes debido al tipo de variable con el que trabaja.

III.5.1. Análisis mediante función de transferencia

Para poder realizar dicho análisis primeramente se procede a asignar los valores numéricos al modelo de función de transferencia del sistema mostrado en la ecuación III.15, que corresponde al ángulo θ del péndulo quedando como a continuación se presenta:

$$\frac{\Phi(s)}{u(s)} = \frac{3.03s}{s^3 + 0.4545s^2 - 29.73s - 9.909} \quad (\text{III.35})$$

A partir de esta función se procede a graficar la respuesta del sistema, para poder observarla es necesario introducir una función escalón unitario.

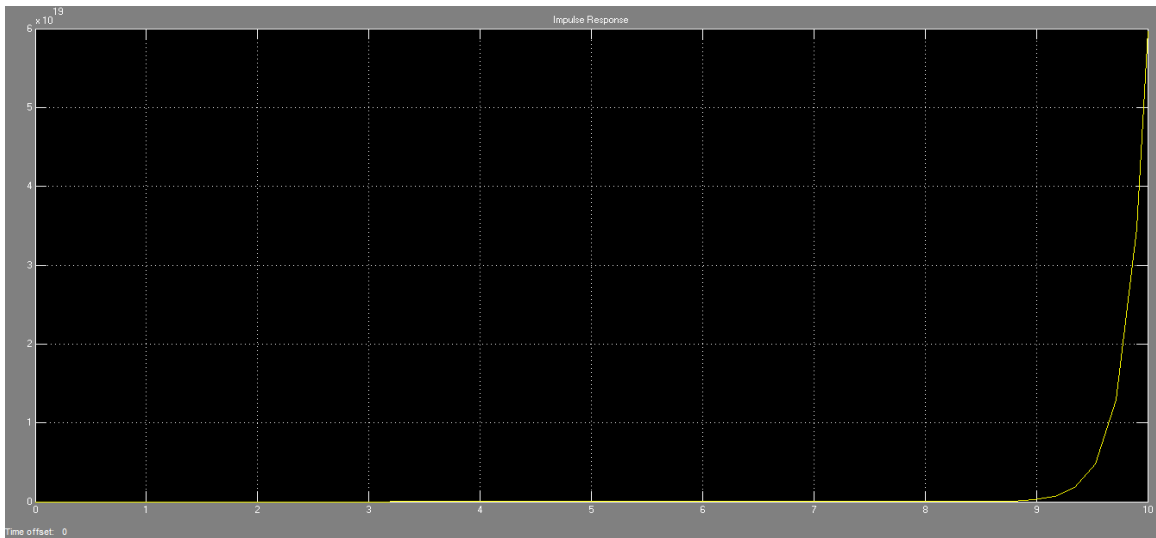


Figura III. 9 Respuesta del sistema en lazo abierto mediante función de transferencia correspondiente al ángulo θ del péndulo con una entrada escalón unitario

A continuación se procederá a graficar el lugar de las raíces de dicho sistema. Los cuadrados son la ubicación de los polos para determinado valor del compensador C (control proporcional).

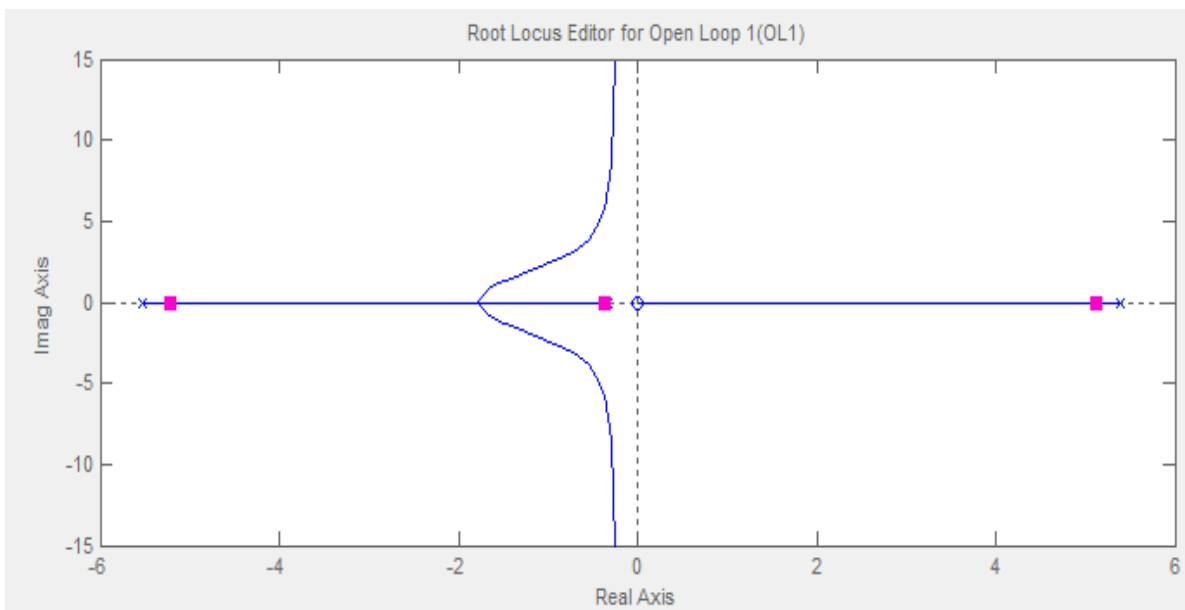


Figura III. 10 Lugar de las raíces del sistema correspondiente al ángulo θ del péndulo

Mientras todos estos polos estén en el semiplano izquierdo del eje real, el sistema será estable. Esto puede evidenciarse en la salida o respuesta del sistema. Por lo tanto se concluye que el sistema no es estable.

Un requerimiento de diseño que se propuso es que tuviera un tiempo de respuesta de 3 segundos.

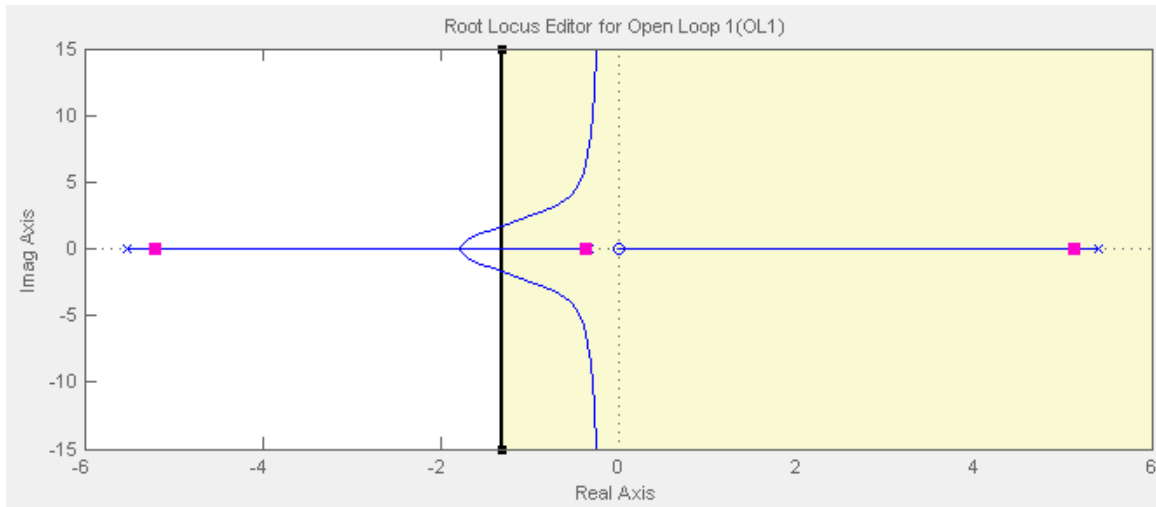


Figura III. 11 Lugar de las raíces del sistema correspondiente al ángulo θ del péndulo, con un tiempo de respuesta de 3 segundos

Para que se cumpla el requisito de diseño que acabamos de ingresar todos los polos deben de estar en el área izquierda. En este caso sabiendo que el sistema no es estable por obiedad tampoco cumplirá con dicho requisito, aunque se muevan los polos jamás llegara a ser estable, porque primeramente un polo dominante nunca podrá llegar al semiplano izquierdo y por otro lado, solo uno de los dos polos dominantes puede llegar al área izquierda como se observa en la figura III.12.

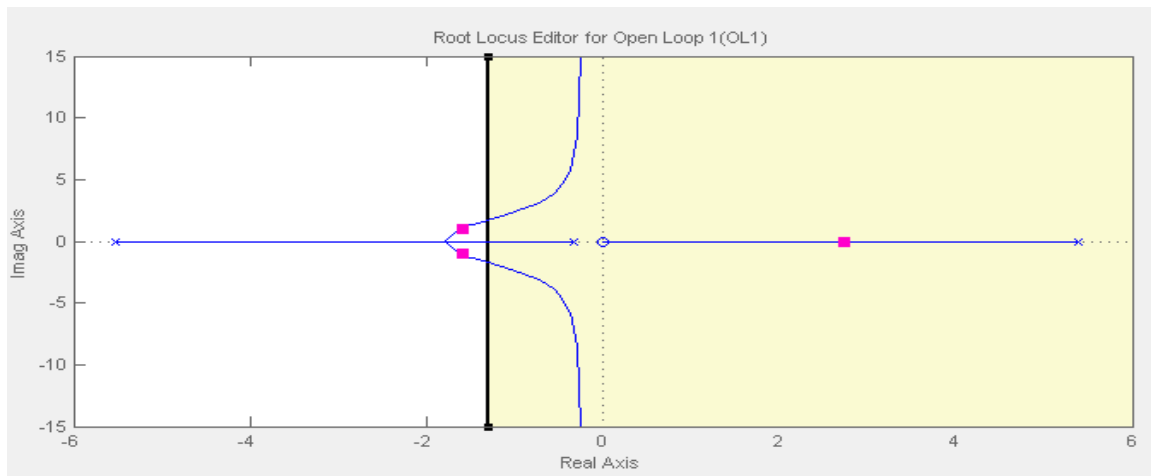


Figura III. 12 Lugar de las raíces del sistema correspondiente al ángulo θ del péndulo, con un tiempo de respuesta de 3 segundos con dos polos en el semiplano estable y dentro del área de respuesta

En este caso el compensador proporcional C no es suficiente para hacer que el sistema sea estable. Es necesario aplicar otras herramientas como compensadores de adelanto, atraso, controladores PI, PD, PID, o en este caso, se aplicara un control difuso.

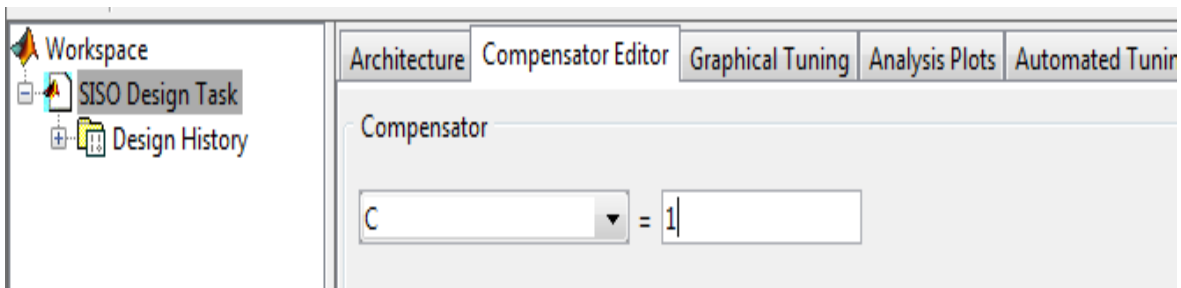


Figura III. 13 Valor del Compensador con solo un polo dentro del tiempo de respuesta correspondiente al ángulo θ del péndulo

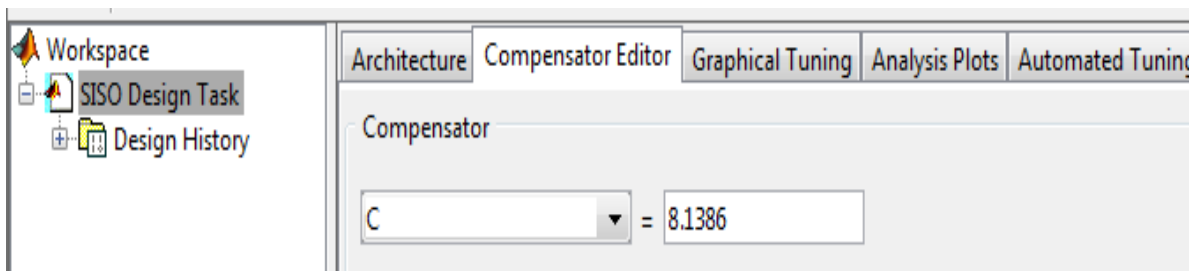


Figura III. 14 Valor del Compensador con dos polos dentro del tiempo de respuesta correspondiente al ángulo θ del péndulo

A continuación se procede a realizar el análisis correspondiente a la función de transferencia del sistema mostrado en la ecuación III.18, que corresponde a la posición x del sistema que se muestra a continuación:

$$\frac{X(s)}{u(s)} = \frac{0.054s^2 - 1.177}{0.0396s^4 + 0.018s^3 - 1.177s^2 - 0.3924s} \quad (\text{III.36})$$

Nuevamente, para poder observar esta función es necesario introducir una función escalón unitario.

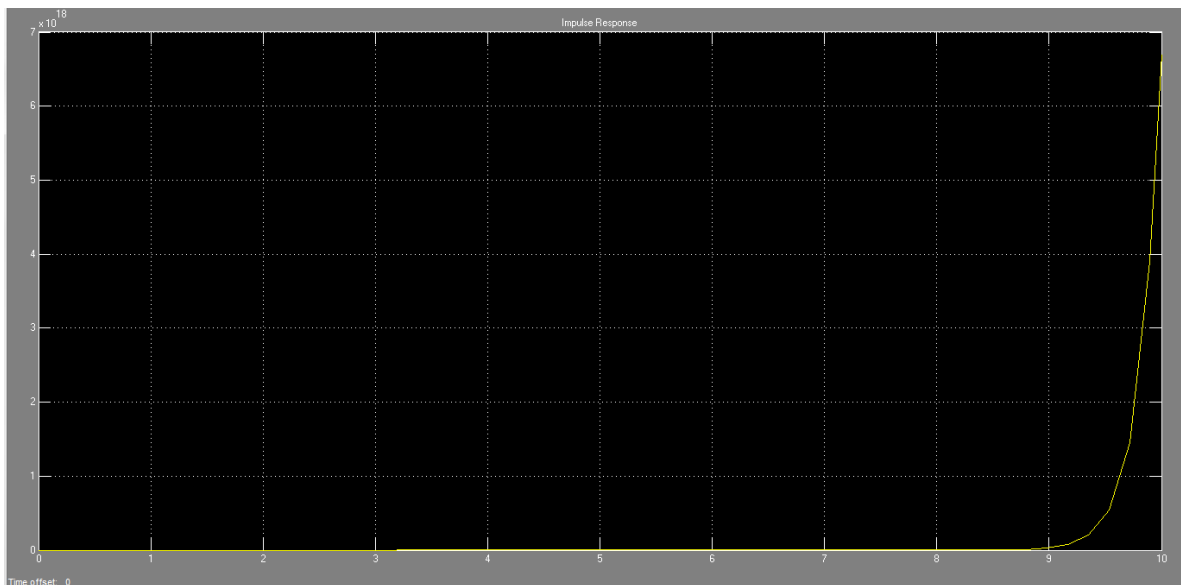


Figura III. 15 *Respuesta del sistema en lazo abierto mediante función de transferencia correspondiente a la posición x con una entrada escalón unitario*

A continuación se procederá a graficar el lugar de las raíces de dicho sistema:

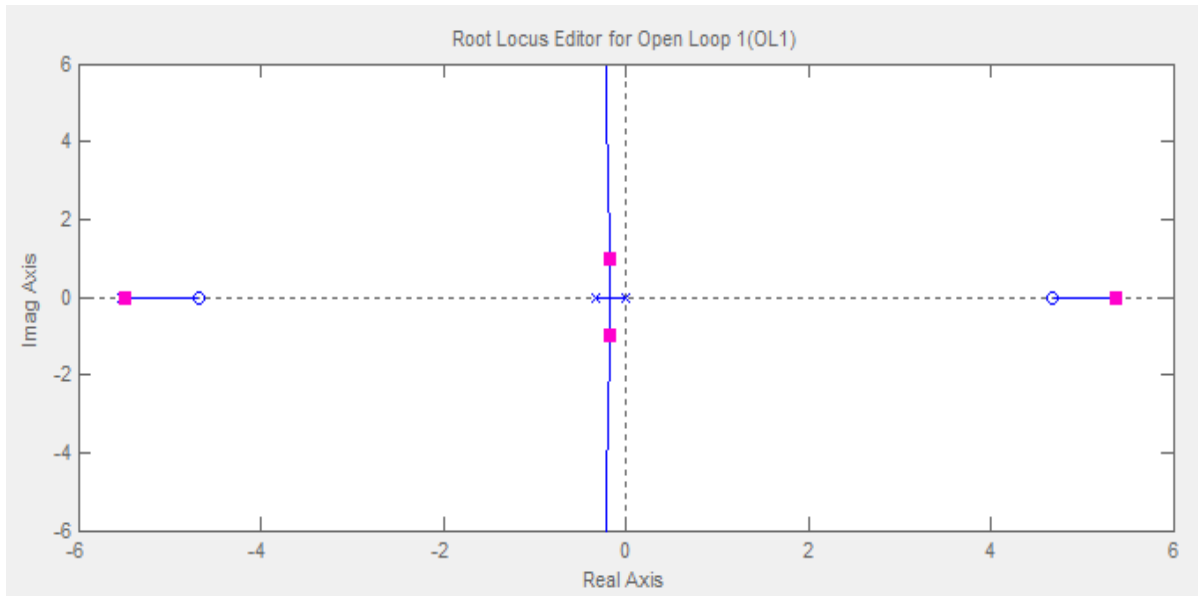


Figura III. 16 Lugar de las raíces del sistema correspondiente a la posición x

Al igual que la función de transferencia anterior hay un polo en el semiplano derecho del eje real, lo que se concluye que el sistema correspondiente a la posición x no es estable.

A continuación se analizará el sistema con un tiempo de respuesta de 3 segundos.

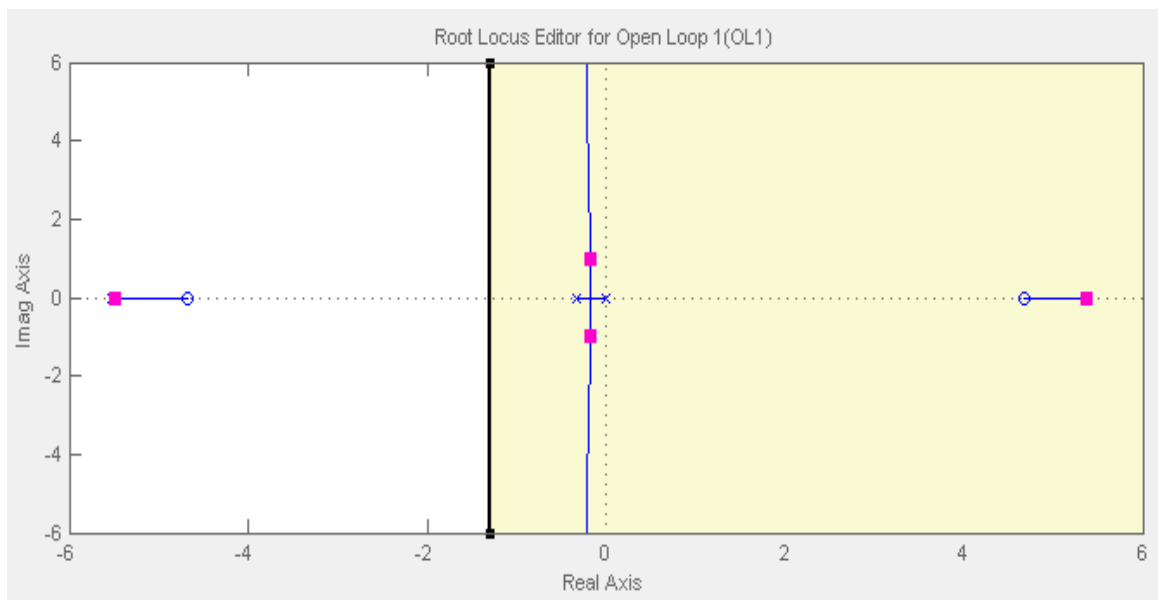


Figura III. 17 Lugar de las raíces del sistema correspondiente a la posición x , con un tiempo de respuesta de 3 segundos

En la figura III.17 se puede observar que uno de los polos no puede llegar al semiplano izquierdo, y otros dos polos no llegan al área blanca, por lo tanto se concluye que el sistema referente a la posición x no es estable.

III.5.2. Análisis mediante variables de estado

Al igual que en el caso anterior es necesario asignar los valores numéricos al modelo de variables de estado del sistema mostrado en la ecuación III.16 quedando como a continuación se presenta:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{\Phi} \\ \ddot{\Phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0.4545 & 3.5673 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1.0101 & 29.7273 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \Phi \\ \dot{\Phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1.3636 \\ 0 \\ 3.0303 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \Phi \\ \dot{\Phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (\text{III.37})$$

Para visualizar la respuesta del sistema, es necesario nuevamente introducir una función impulso, a partir de esto se procede a graficar.

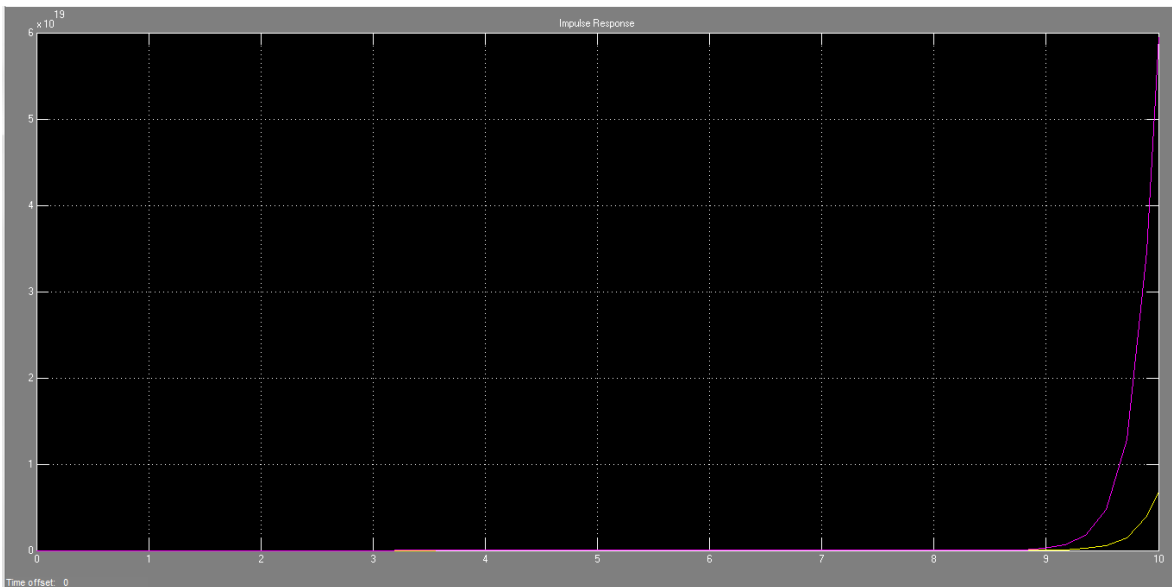


Figura III. 18 *Respuesta del sistema en lazo abierto mediante variables de estado con una entrada escalón unitario*

En este caso los requerimientos son distintos porque se trata de un sistema multisalida, por lo tanto ya no solamente es necesario controlar el ángulo del péndulo sino también la posición del carro.

Como se muestra en la figura III.15 la línea del lado derecho representa la posición del carro y la línea del lado izquierdo el ángulo del péndulo. De la misma forma que con la respuesta mediante función de transferencia, para mejorar el sistema es necesario aplicar algún tipo de controlador.

III.6. Sumario

La descripción y el análisis de las variables físicas del sistema, que componen al sistema estudiado son abordados en el presente capítulo. Primeramente se halla el sistema de ecuaciones diferenciales que describen el movimiento de las variables, en base a esto se procede a modelar dichas ecuaciones para obtener tanto la función de transferencia como las variables de estado del sistema. Una vez obtenidos estos dos parámetros, se elabora un análisis del sistema en diferentes puntos de operación y un análisis de estabilidad en lazo abierto, tanto para el método de función de transferencia, como por el método de variables de estado. Una vez obtenidos los resultados necesarios se concluye que es necesario un controlador óptimo para que dicho sistema funcione correctamente el cuál se diseñará en el siguiente capítulo.

Referencias Capítulo III

- [1] Ferdinand, P. B., Russell, J. (1998). Mecánica vectorial para ingenieros. Mc. Graw Hill. México.
- [2] Ogata, K. (1998). Ingeniería de Control Moderna (pp.55). Prentice-Hall Hispanoamericana.

IV

DISEÑO DEL CONTROLADOR INTELIGENTE Y ANÁLISIS DE ESTABILIDAD

En el presente capítulo se diseñará el controlador inteligente y se le harán diversos análisis para comprobar que dicho sistema sea estable.

IV. DISEÑO DEL CONTROLADOR INTELIGENTE

Como se concluyó en el capítulo 3, el análisis en lazo abierto del sistema péndulo invertido resultó inestable, por lo tanto es necesario adecuarle un correcto controlador, en este caso se le adecuara un controlador difuso, con la finalidad de resolver el problema de estabilización de dicho sistema.

El propósito de control lógico es la realización de una estrategia humana de control. Los controles convencionales como el PID están expresados en funciones matemáticas. Esto es fundamentalmente diferente para el control humano ya que este es imposible de representar en funciones matemáticas. Por otra parte el control lógico difuso hace uso del conocimiento y experiencia humanos para controlar de manera similar a una estrategia humana, para realizar un control inteligente [1].

El modelo que se utilizará en este trabajo, será el modelo difuso Mamdani ya que es uno de los métodos de control difuso más sencillos de aplicar.

Basándose en este método, como se mencionó en el capítulo 2, consta de las siguientes partes.

- a) Fusificación
- b) Base de conocimiento
- c) Lógica de decisiones
- d) Defusificación

Para diseñar un control difuso se deben tomar en cuenta diferentes parámetros y características como los son:

- Controlador difuso
- Funciones de membresía
- Número de funciones de membresía
- Reglas de inferencia

- Lógica de decisiones

Para la creación de este trabajo, se utilizó la paquetería MatLab[®], tanto para la realización del sistema, como el diseño del controlador difuso.

IV.1. Creación del Sistema

Antes de empezar a diseñar el controlador difuso, es necesario realizar el sistema péndulo invertido en el Software antes mencionado, incluyendo todas las variables que lo involucran, tanto para el método de función de transferencia, como, el de variables de estado.

Primeramente se crea un subsistema el cual contiene la función de transferencia que corresponde al ángulo θ del péndulo y la función de transferencia correspondiente a la posición x del sistema.

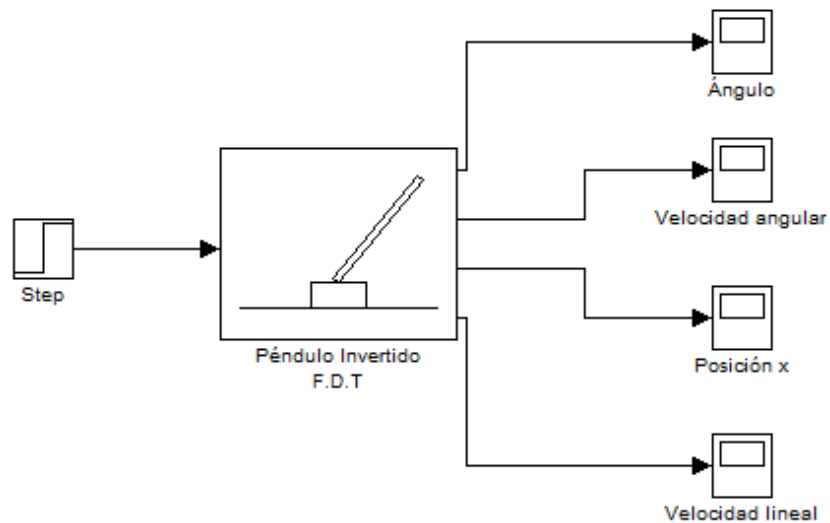


Figura IV. 1 Sistema péndulo invertido por el método de F.D.T.

Como se muestra en la figura IV.1, se analizarán 4 respuestas al sistema: Posición angular, velocidad angular, posición del móvil y la velocidad lineal del móvil. Tanto la velocidad angular como la velocidad lineal son las derivadas del ángulo del

péndulo y la posición del móvil respectivamente, en la figura IV.2 se muestra como está constituido el subsistema internamente.

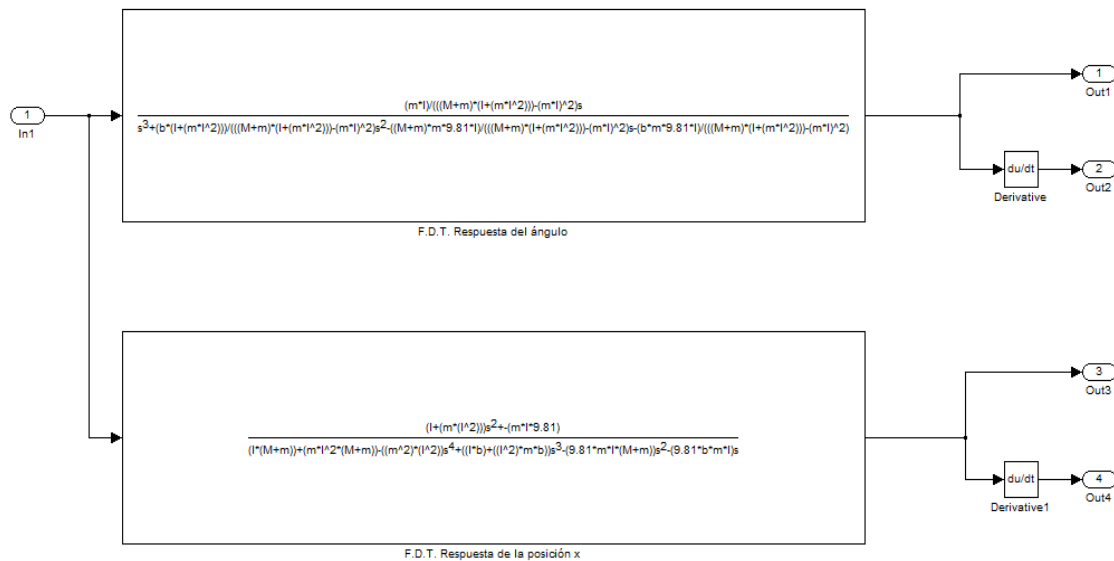


Figura IV. 2 Interior del subsistema mediante F.D.T.

A continuación se asignan valores a los parámetros del sistema, tanto las condiciones iniciales, como las especificaciones físicas (masa del carro, masa del péndulo, fricción, longitud del péndulo e inercia).

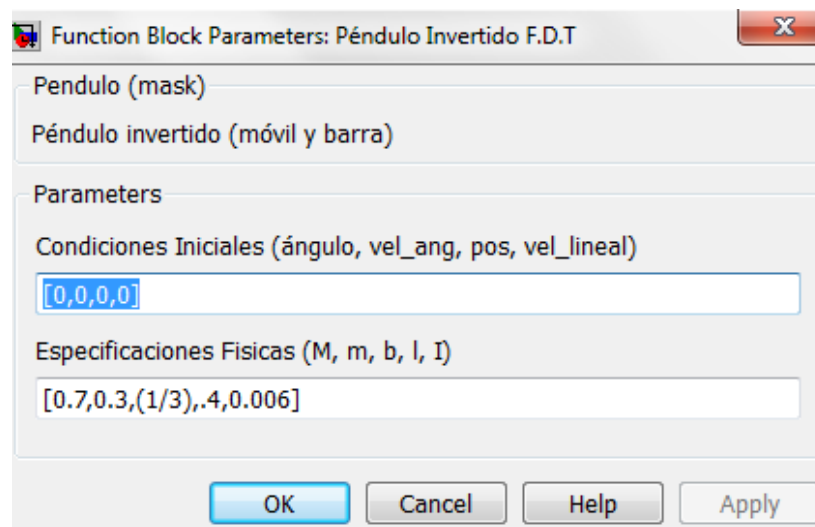


Figura IV. 3 Parámetros del sistema mediante F.D.T.

Por último se procede a realizar los pasos anteriores pero ahora por el método de variables de estado.

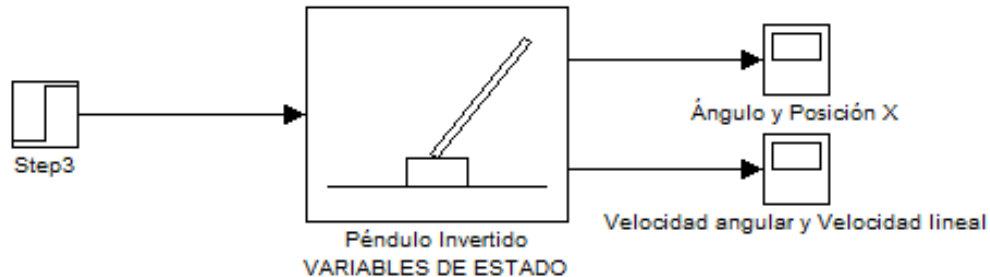


Figura IV. 4 Sistema péndulo invertido por el método de Variables de estado

En la figura IV.4 a diferencia del método por función de transferencia, este es un sistema multisalida, lo que quiere decir que en la primera salida se analizan dos respuestas diferentes, la segunda, son las velocidades de la primera.

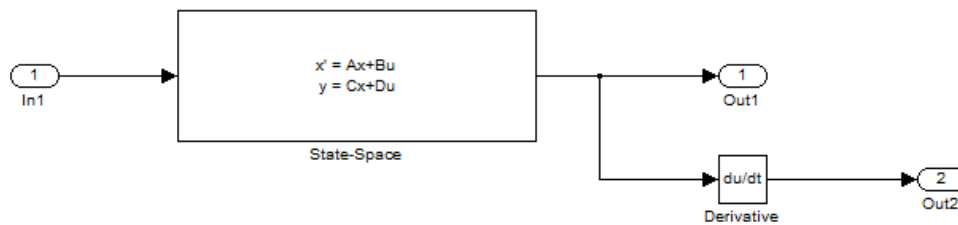


Figura IV. 5 Interior del subsistema mediante Variables de estado

Como se puede observar en el interior del subsistema mostrado en la figura IV.5, solo se utilizó una sola salida, esta es una gran ventaja de las variables de estado. Al igual que en el método por función de transferencia, también es necesario asignar valores a los parámetros del sistema.

IV.2. Controlador difuso

Se pueden tener controles difusos correspondientes a los controles comunes P, PD, PI y PID, esto implica la selección de variables de estado de proceso y del

control. Así mismo el contenido de reglas antecedentes y consecuentes para cada regla.

Las variables de estado del proceso que representan el contenido de la regla antecedente pueden ser:

- Error denotado por e
- Cambio del error denotado por Δe o \dot{e}
- Suma de errores, denotado por δe

Las variables de salida del controlador (entrada al proceso) representan el contenido de la regla consecuente:

- Cambio de la salida de control Δu o \dot{u}
- Salida de control u

Para este trabajo se empleará un control difuso del tipo PI.

El controlador PI convencional está descrito por la expresión analítica:

$$u = k_p e + k_i \int e dt$$

Si derivamos la ecuación en ambos lados se tiene:

$$du = k_p de + k_i e$$

Si se lleva al dominio discreto resulta:

$$\Delta u(k) = k_p \cdot \Delta e(k) + k_i \cdot e$$

Dónde:

- $\Delta u(k)$ es el cambio de la salida del controlador, $u(k)$ es la acción de control y está definida por:

$$\Delta u(k) = u(k) - u(k - 1)$$

- $e(k)$ es la desviación o error y se tiene que:

$$e(k) = y_{\text{ref}} - y(k)$$

Donde $y(k)$ es la salida del sistema, y_{ref} es la referencia

- $\Delta e(k)$ es el cambio del error en razón del tiempo y se tiene que:

$$\Delta e(k) = e(k) - e(k - 1)$$

- k es el k – ésimo periodo de muestreo

Como ya se mencione anteriormente el controlador que se utilizará en el trabajo es un PI por esto, tanto las entradas del controlador el error ($e(k)$) y el cambio del error ($\Delta e(k)$), como su salida del controlador ($\Delta u(k)$), es el cambio de la acción de control, por lo tanto para ejercer la acción de control se tendrá que cumplir la siguiente regla:

Si $e(k)$ es $\langle \rangle$ & $\Delta e(k)$ es $\langle \rangle$, entonces $\Delta u(k)$ es $\langle \rangle$

IV.3. Funciones de membresía

A la hora de determinar una función de membresía, normalmente se eligen funciones sencillas, para que los cálculos no sean complicados. La única condición que debe de seguir es que tome valores entre 0 y 1, con continuidad. Las funciones características más comúnmente utilizadas por su simplicidad matemática y su manejabilidad son de tipo trapezoidal, singleton, triangular, S, exponencial y tipo π . En este caso se utilizarán dos tipos de funciones de membresía: las triangulares y trapezoidales, esto por su simplicidad de programación.

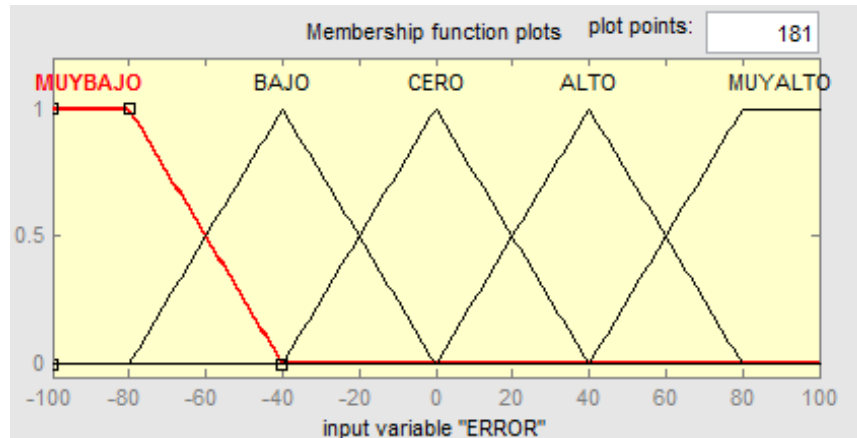


Figura IV. 6 Funciones de membresía utilizadas en el controlador difuso del sistema

IV.4. Número de funciones de membresía

A mayor número de funciones características se tiene mayor resolución y experiencia en el sistema pero se tiene una mayor complejidad al programar. En este trabajo se utilizarán cinco funciones de membresía tanto para el error como para el cambio del error, y para la salida del controlador se utilizarán 7 funciones. Tanto para las entradas como para la salida se utilizarán las funciones de membresía combinadas triangulares y trapezoidales.

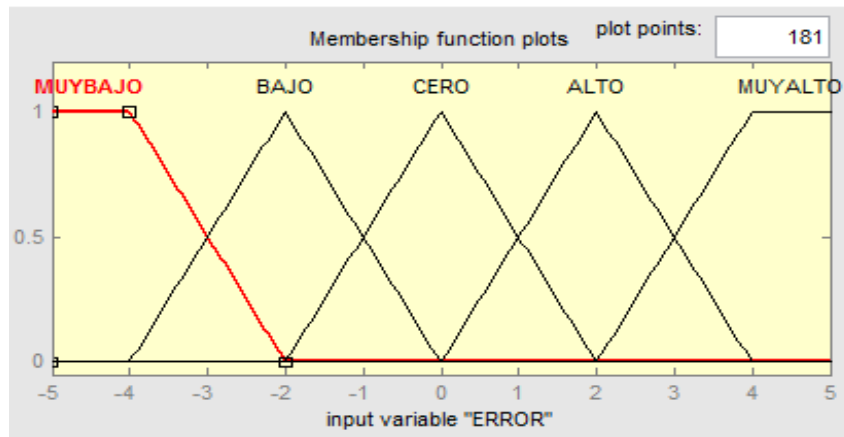


Figura IV. 7 Funciones de membresía para el error en el controlador difuso del sistema

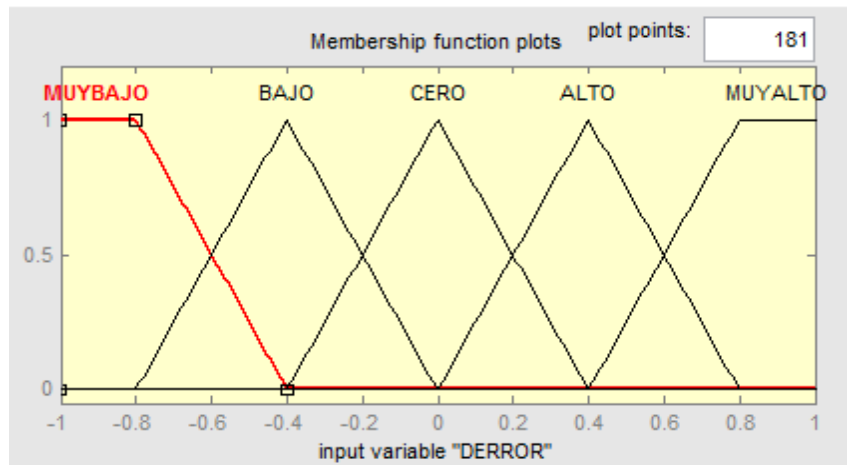


Figura IV. 8 Funciones de membresía para el cambio del error en el controlador difuso del sistema

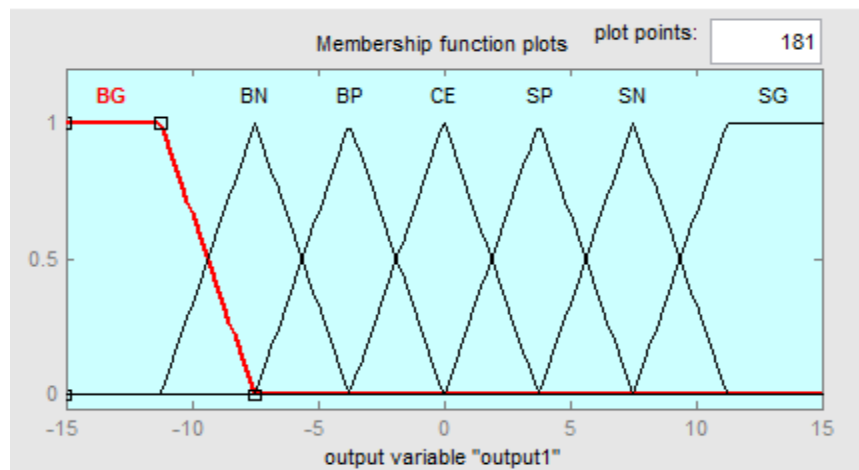


Figura IV. 9 Funciones de membresía para la salida del controlador difuso del sistema

Es importante mencionar que estas funciones de membresía solo se podrán utilizar en dos variables de entrada en este controlador, que son el ángulo (error) y la velocidad angular (cambio del error), posteriormente, se diseñará otro controlador difuso debido a que se consideran cuatro variables de entradas del controlador (ángulo, velocidad angular, posición x y velocidad lineal), este segundo controlador ya no actuará sobre el error y su derivada, sino sobre las cuatro variables antes mencionadas, las cuales son indispensables para poder resolver el problema de estabilización del sistema péndulo invertido. Por último se realizará un tercer controlador difuso aplicando el método de variables de estado, en este

nuevamente se utilizaran dos entradas, el error (ángulo y posición) y el cambio del error (velocidad angular y velocidad lineal).

IV.5. Reglas de inferencia

La sistematización de la experiencia se hace tomando en cuenta las variables lingüísticas error y cambio de error (DERROR), para cinco funciones de membresía se asignan las variables lingüísticas de:

- BG: BAJADA GRANDE
- BN: BAJADA NORMAL
- BP: BAJADA PEQUEÑA
- M: MANTENER
- SP: SUBIDA PEQUEÑA
- SN: SUBIDA NORMAL
- SG: SUBIDA GRANDE

De esta manera se obtiene una tabla como se muestra a continuación:

		ERROR				
		MUY BAJO	BAJO	CERO	ALTO	MUY ALTO
D E R R O R	MUY BAJO	SN	SN	SG	SG	SG
	BAJO	M	M	SP	SP	SN
	CERO	M	M	M	M	BP
	ALTO	M	M	BP	BP	BN
	MUY ALTO	BP	BN	BN	BG	BG

Tabla IV. 1 Determinación de las reglas de inferencia

Se plantearon diferentes tipos de reglas únicamente para la entrada de dos variables (ángulo y velocidad angular). Como se mencionó anteriormente se diseñarán otros dos tipos de controladores, tanto para las cuatro variables, como para el método de variables de estado. Las bases de reglas de estos últimos dos controladores, se irán proponiendo de acuerdo a diferentes consideraciones en los

resultados obtenidos. En la tabla IV.2 se puede observar únicamente la base de reglas para el controlador con dos variables de entrada (error y cambio del error).

N° de Regla	ESTRUCTURA
1	If (ERROR is MUYBAJO) and (D_ERROR is MUYBAJO) then (output1 is SN)
2	If (ERROR is BAJO) and (D_ERROR is MUYBAJO) then (output1 is SN)
3	If (ERROR is CERO) and (D_ERROR is MUYBAJO) then (output1 is SG)
4	If (ERROR is ALTO) and (D_ERROR is MUYBAJO) then (output1 is SG)
5	If (ERROR is MUYALTO) and (D_ERROR is MUYBAJO) then (output1 is SG)
6	If (ERROR is MUYBAJO) and (D_ERROR is BAJO) then (output1 is M)
7	If (ERROR is BAJO) and (D_ERROR is BAJO) then (output1 is M)
8	If (ERROR is CERO) and (D_ERROR is BAJO) then (output1 is SP)
9	If (ERROR is ALTO) and (D_ERROR is BAJO) then (output1 is SP)
10	If (ERROR is MUYALTO) and (D_ERROR is BAJO) then (output1 is SN)
11	If (ERROR is MUYBAJO) and (D_ERROR is CERO) then (output1 is M)
12	If (ERROR is BAJO) and (D_ERROR is CERO) then (output1 is M)
13	If (ERROR is CERO) and (D_ERROR is CERO) then (output1 is M)
14	If (ERROR is ALTO) and (D_ERROR is CERO) then (output1 is M)
15	If (ERROR is MUYALTO) and (D_ERROR is CERO) then (output1 is BP)
16	If (ERROR is MUYBAJO) and (D_ERROR is ALTO) then (output1 is M)
17	If (ERROR is BAJO) and (D_ERROR is ALTO) then (output1 is M)
18	If (ERROR is CERO) and (D_ERROR is ALTO) then (output1 is BP)
19	If (ERROR is ALTO) and (D_ERROR is ALTO) then (output1 is BP)
20	If (ERROR is MUYALTO) and (D_ERROR is ALTO) then (output1 is BN)
21	If (ERROR is MUYBAJO) and (D_ERROR is MUYALTO) then (output1 is BP)
22	If (ERROR is BAJO) and (D_ERROR is MUYALTO) then (output1 is BN)
23	If (ERROR is CERO) and (D_ERROR is MUYALTO) then (output1 is BN)
24	If (ERROR is ALTO) and (D_ERROR is MUYALTO) then (output1 is BG)
25	If (ERROR is MUYALTO) and (D_ERROR is MUYALTO) then (output1 is BG)

Tabla IV. 2 Base de reglas para el controlador con dos variables de entrada

IV.6. Lógica de decisiones

Una vez determinado el conjunto de reglas, se determinó el método de evaluación de reglas a utilizar. Como se mencionó en el capítulo 2, se empleó el tipo MIN/MAX debido a que toma el mínimo de los máximos pesos de los antecedentes para determinar la salida difusa.

Posteriormente se eligió el método de defusificación, para obtener valores que nuestro sistema pueda interpretar, el método que se eligió es el del centroide, ya que de todos los mencionados en el capítulo dos es el que presenta mayor afinidad con la técnica de control difuso.

En base a lo anterior se realizarán simulaciones digitales para observar si el diseño propuesto cumple con el objetivo principal de estabilizar el sistema péndulo invertido. Si no es así se deberán de realizar las modificaciones y correcciones necesarias para que el controlador cumpla con su objetivo.

Cabe mencionar que este proceso se realizó repetidamente hasta que el comportamiento del controlador fue el deseado.

IV.7. Simulaciones

Se procederá a hacer las simulaciones con los datos obtenidos en el capítulo anterior, con las especificaciones mencionadas en los puntos anteriores, primeramente se diseñará el controlador difuso PI con dos variables de entrada (error y cambio del error), después se analizará un nuevo controlador con 4 variables de entrada (ángulo, velocidad angular, posición y velocidad lineal) por medio de funciones de transferencia, y por último se diseñará otro controlador con dos salidas, el error (ángulo y posición) y el cambio del error (velocidad angular y velocidad lineal).

IV.7.1. Controlador difuso PI con dos variables de entrada

En la tabla IV.3 se describen las características del controlador PI, todas estas fueron mencionadas en los capítulos anteriores. A partir de estas especificaciones se procede a construir el diagrama de bloques. Como se puede observar en la figura IV.10, hay dos bloques principales, el correspondiente al modelo del sistema, el cual en su interior cuenta con la función de transferencia que corresponde al ángulo, mostrado en la figura IV.11, y el bloque que corresponde al controlador difuso PI, el cual contiene todas las características mencionadas.

Controlador Difuso PI	
Tipo de controlador	Mamdani
Variables de entrada	Ángulo y Velocidad angular
Variables de salida	Fuerza
Tipo de funciones de membresía de las entradas	2 Trapezoidales y 3 Triangulares
Tipo de funciones de membresía de la salida	2 Trapezoidales y 5 Triangulares
Método de inferencia de evaluación de reglas	MIN/MAX
Número de reglas	25
Método de defusificación	Centroide

Tabla IV. 3 Características del controlador difuso PI

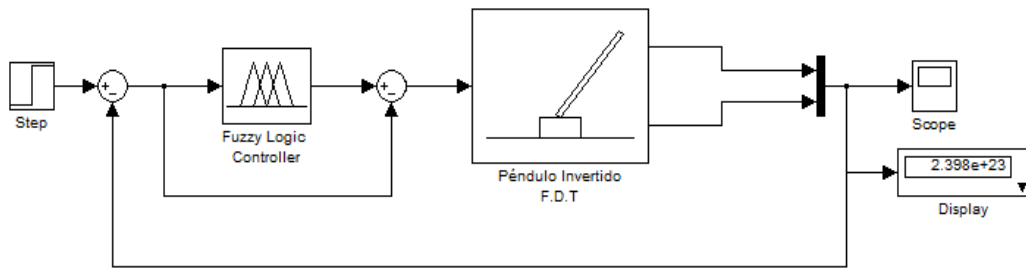


Figura IV. 10 Diagrama a bloques del sistema péndulo invertido con el controlador difuso PI con dos variables de entrada

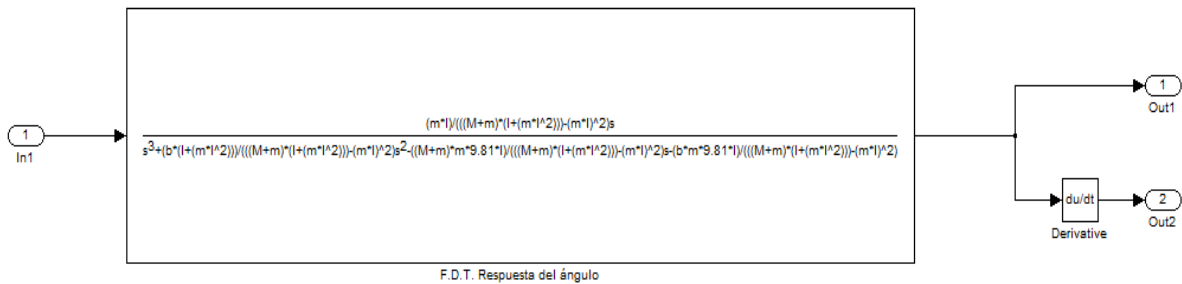


Figura IV. 11 Interior del modelo del sistema Péndulo Invertido

Se observa que hay una retroalimentación de la salida del controlador a la entrada de este mismo, esto se debe a la regla que se mencionó en el punto IV.2, la cual consiste en:

$$\text{Si } e(k) \text{ es } \langle \rangle \text{ \& } \Delta e(k) \text{ es } \langle \rangle, \text{ entonces } \Delta u(k) \text{ es } \langle \rangle$$

Se muestra un $\Delta u(k)$, este es el cambio de la salida del controlador, a esto se debe dicha retroalimentación.

En la figura IV.11 se muestra también un derivador a la salida, esto significa que es el cambio del error (velocidad angular), y la otra salida es simplemente el ángulo.

Una vez diseñado el controlador, se procede a realizar la simulación, en la cual se obtuvieron los siguientes resultados:

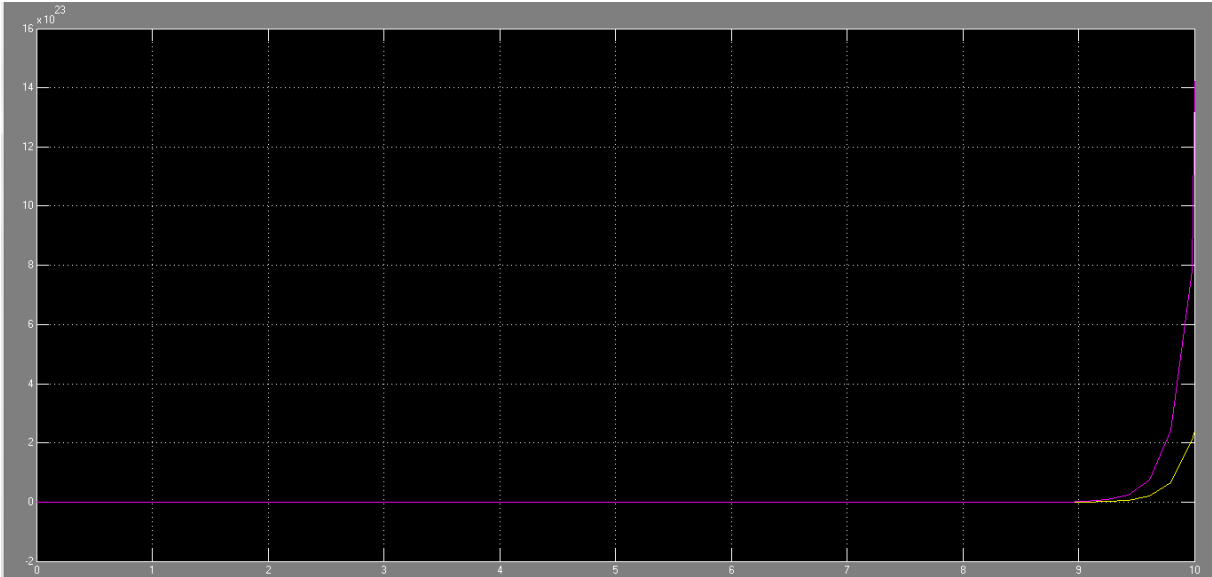


Figura IV. 12 Respuesta del controlador difuso PI con dos variables de entrada

Se observa en la figura IV.12 que el sistema sigue siendo inestable, esto se debe a que la gravedad de dicho sistema se tomó positivo, por lo que se procede a poner el valor de la gravedad negativa obteniendo la siguiente respuesta:

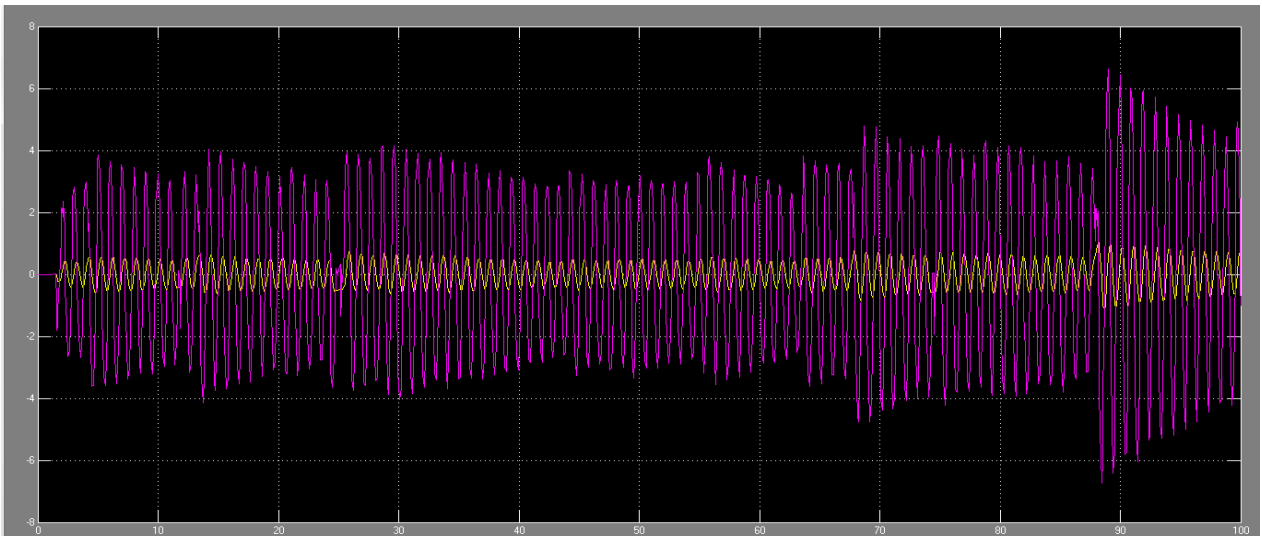


Figura IV. 13 Respuesta del controlador difuso PI con dos variables de entrada, tomando la gravedad negativa

Como se puede ver en la figura IV.13 el sistema ya responde, pero oscila demasiado y nunca se estabiliza, por lo cual se concluye que es necesario diseñar un controlador el cual incluya las cuatro variables de entrada (ángulo, velocidad angular, posición y velocidad lineal) por el método de función de transferencia, como se mencionó anteriormente este controlador ya no actuará sobre el error y su derivada, sino sobre las cuatro variables antes mencionadas, las cuales son indispensables para poder resolver el problema de estabilización del sistema péndulo invertido.

IV.7.2. Controlador difuso con cuatro variables de entrada con el método de función de transferencia

Como se mencionó anteriormente este controlador ya no actuara sobre el error y su derivada, por lo tanto ya no será un controlador difuso PI.

Se diseñaron nuevas características para este nuevo controlador las cuales se mencionan en la tabla IV.4. Las reglas finales insertadas en este controlador se muestran en el Anexo A.

Los rangos que se propusieron tanto en este controlador como en el anterior son los siguientes (para el controlador difuso PI solamente se toman en cuenta el ángulo y la velocidad angular):

- Ángulo [-0.3 0.3]
- Velocidad angular [-1 1]
- Posición x [-3 3]
- Velocidad lineal [-3 3]
- Fuerza [-15 15]

Controlador Difuso	
Tipo de controlador	Mamdani
VARIABLES DE ENTRADA	Ángulo, Velocidad angular, Posición x y Velocidad lineal
VARIABLES DE SALIDA	Fuerza
Tipo de funciones de membresía de las entradas	2 Trapezoidales y 1 Triangulares
Tipo de funciones de membresía de la salida	2 Trapezoidales y 5 Triangulares
Método de inferencia de evaluación de reglas	MIN/MAX
Número de reglas	81
Método de defusificación	Centroide

Tabla IV. 4 Características del controlador difuso con cuatro variables de entrada

Una vez definidas las características de este controlador se procede a diseñar el diagrama a bloques mostrado en la figura IV.14.

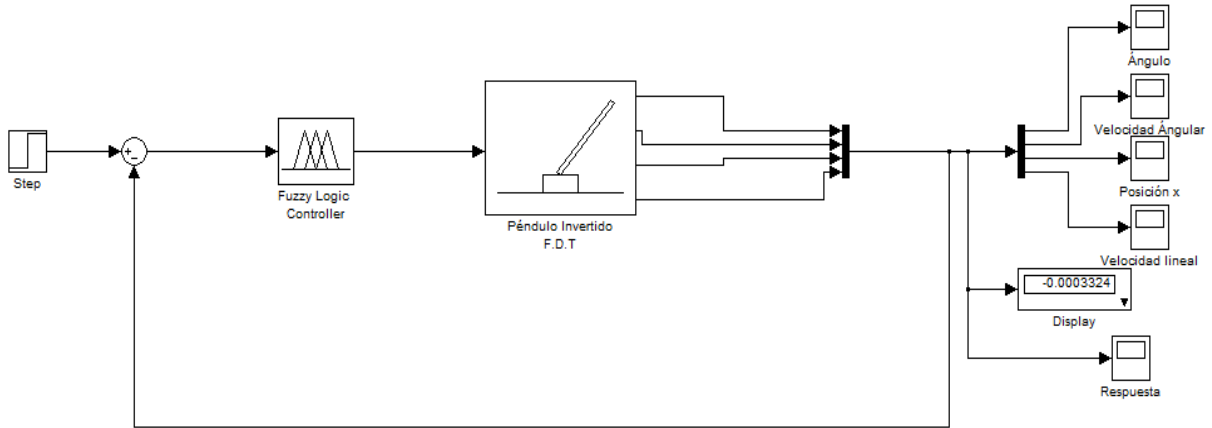


Figura IV. 14 Respuesta del controlador difuso con cuatro variables de entrada por el método de función de transferencia

Al igual que en el controlador anterior se puede observar que hay dos bloques principales, el correspondiente al modelo del sistema, el cual en su interior cuenta con 2 funciones de transferencia que corresponde al ángulo y a la posición x respectivamente, mostrado en la figura IV.15, y el bloque que corresponde al controlador difuso, el cual contiene todas las características antes mencionadas.

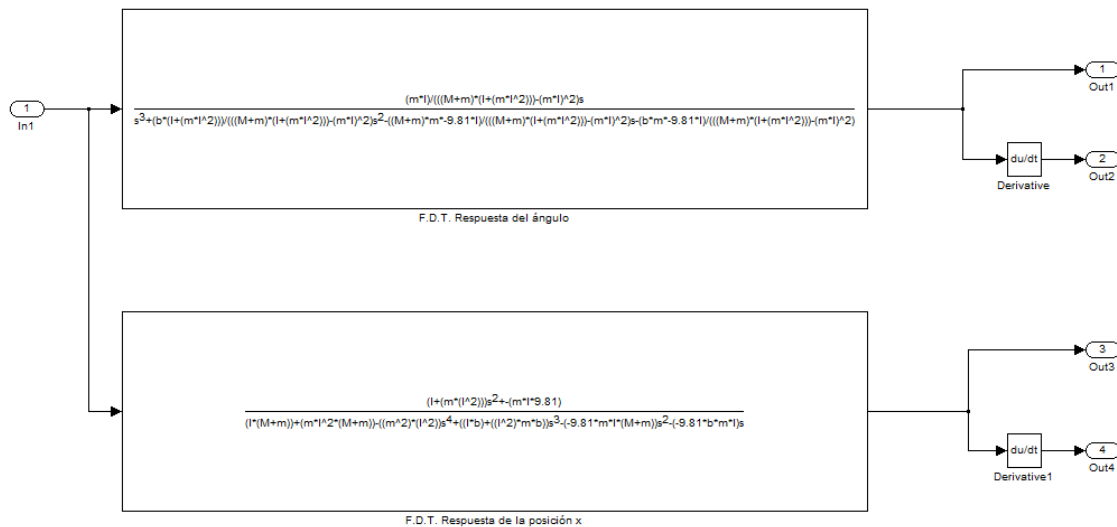


Figura IV. 15 Interior del modelo del sistema Péndulo Invertido

A diferencia que en el controlador difuso PI, existen cuatro salidas, dos de ellas tienen un derivador cada una, lo cual significa que son tanto la velocidad angular como la velocidad lineal, y las otras dos son el ángulo y la posición lineal.

Una vez diseñado el controlador, se procede a realizar la simulación, en la cual se obtuvieron los siguientes resultados:

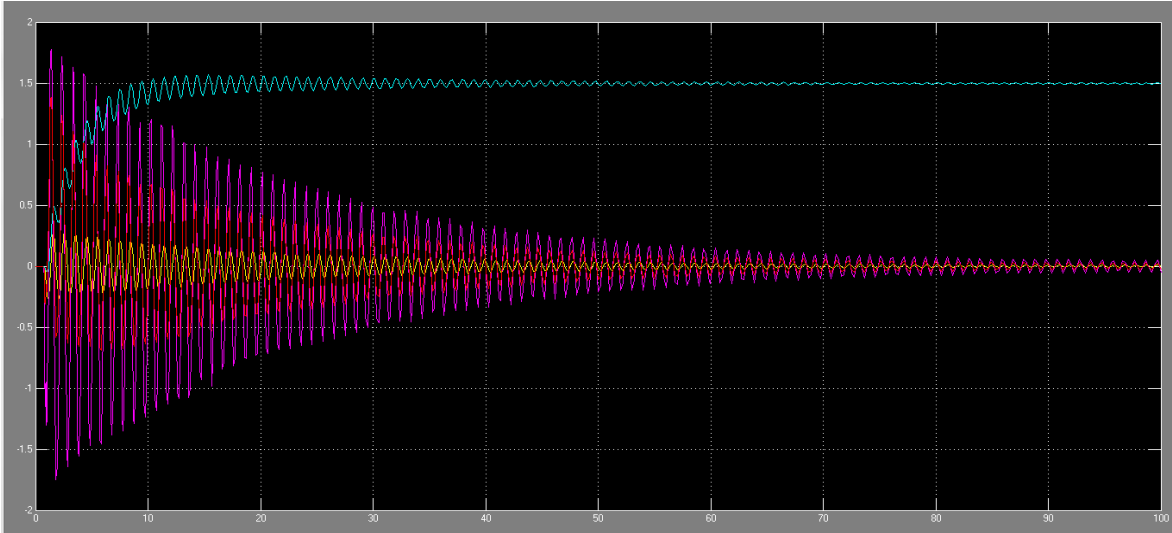


Figura IV. 16 Respuesta del controlador difuso con cuatro variables de entrada

Se puede distinguir que la respuesta del sistema responde correctamente pero oscila bastante, esto significa que el sistema aun no es estable. La posición del carro que balancea el péndulo (azul) se desplaza fuera del cero, a diferencia del ángulo (amarillo), de la velocidad angular (morada) y de la velocidad del móvil (rojo), esto se debe a que es necesario que estas últimas tres variables estén en cero por obviedad para que el péndulo este estable, a diferencia de la posición del móvil, ya que no es necesario que el péndulo se estabilice en su punto inicial.

Para poder disminuir el sobre amortiguamiento se procede a modificar los rangos en los que actúan tanto las cuatro variables de entrada como la variable de salida (fuerza).

- Ángulo [-15 15]
- Velocidad angular [-1 1]
- Posición x [-1 1]
- Velocidad lineal [-1 1]
- Fuerza [-1 1]

Los rangos de estas variables se fueron sintonizando de acuerdo a la gráfica de reglas la cual nos indica que valores se utilizan y que valores hacen falta.

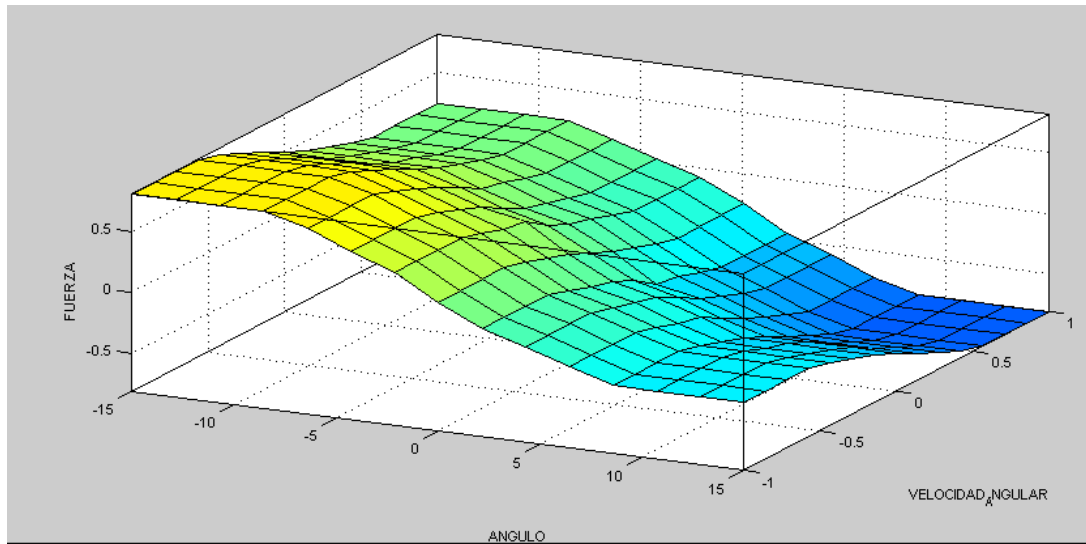


Figura IV. 17 Grafica de reglas para la sintonización de los valores de las variables de entrada

También fue necesario ir modificando las reglas, de acuerdo a las respuestas que se fueran obteniendo en las simulaciones, hasta llegar a una respuesta óptima.

Después de una serie de pruebas y simulaciones se obtuvo la siguiente respuesta:

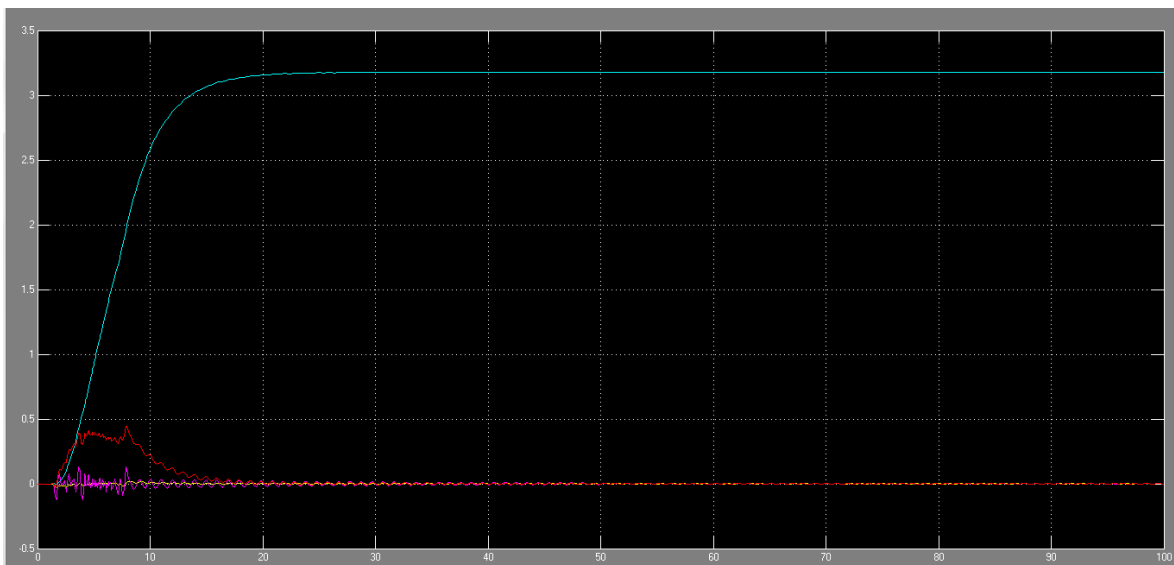


Figura IV. 18 Respuesta del controlador difuso con cuatro variables de entrada con rangos sintonizados

En la figura IV.18 se observa que el sistema pierde su sobre amortiguamiento y se estabiliza de una manera más rápida que en las pruebas anteriores. El ángulo, la velocidad angular y la velocidad lineal, después de una serie de pulsos se estabilizan, esto se debe a que son los movimientos que necesita el sistema para poder quedar completamente vertical, con lo mínimo de movimiento. Por otro lado

la posición del móvil que equilibra el péndulo, no necesariamente debe quedar en su punto inicial, pero se observa que si se estabiliza en un punto diferente a cero.

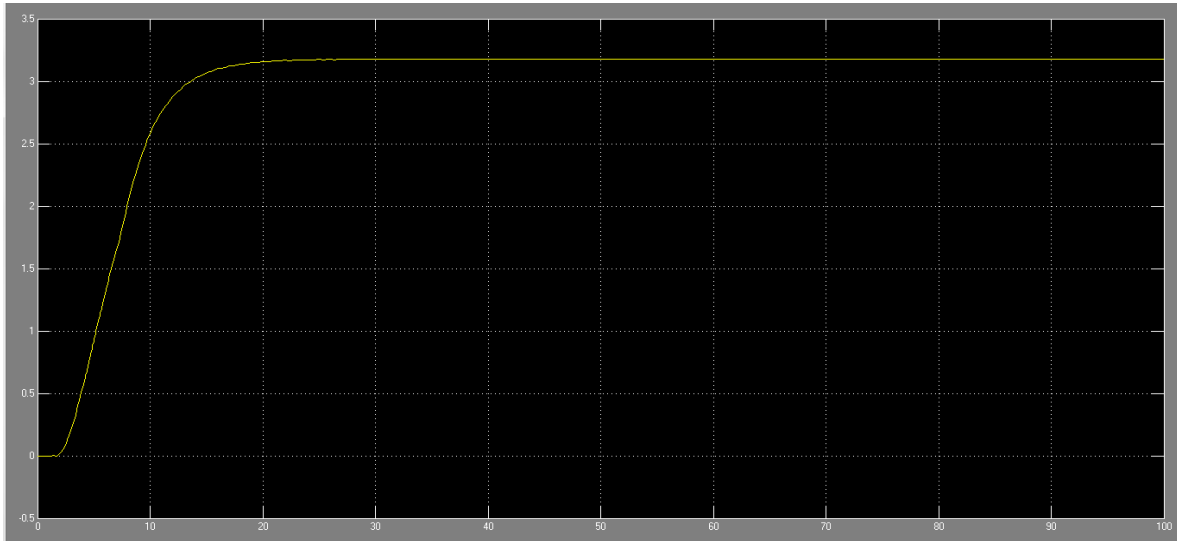


Figura IV. 19 Comportamiento de la posición del sistema péndulo invertido

IV.7.3. Controlador difuso con cuatro variables de entrada con el método de variables de estado

Al igual que el método por función de transferencia este controlador ya no actúa sobre el error y su derivada, por lo tanto ya no será un controlador difuso PI.

Las características de este controlador, tanto como el número de reglas y rangos de sus variables de entrada, son las mismas que en el método anterior.

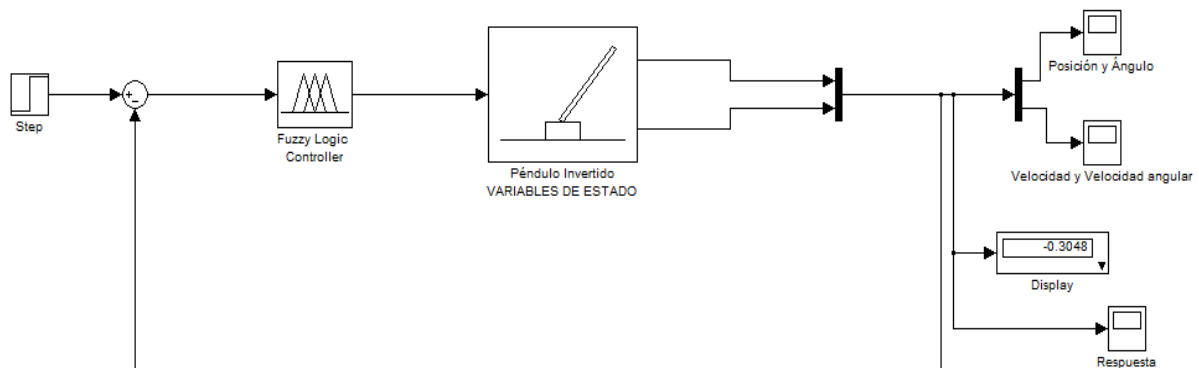


Figura IV. 20 Respuesta del controlador difuso con cuatro variables de entrada por el método de variables de estado

En la figura IV.20 se muestra el diseño del diagrama a bloques, se observa que igual a los controladores anteriores, hay dos bloques principales, el

correspondiente al modelo del sistema, que en su interior contiene solo un bloque con el modelo en variables de estado, que corresponde a la posición y al ángulo, mostrado en la figura IV.21, y el bloque que corresponde al controlador difuso.

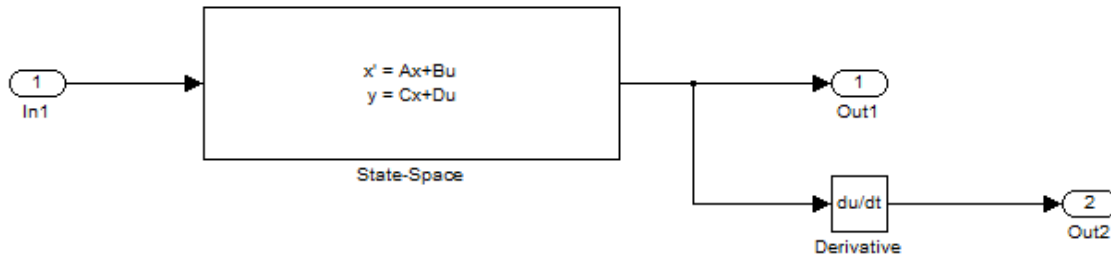


Figura IV. 21 Interior del modelo del sistema Péndulo Invertido

Se observan solamente dos salidas, la primera que contiene el derivador que corresponde a las velocidades, tanto la lineal como la angular, y la segunda salida corresponde a la posición y al ángulo.

Una vez diseñado el controlador, se procede a realizar la simulación, en la cual se obtuvieron los siguientes resultados:

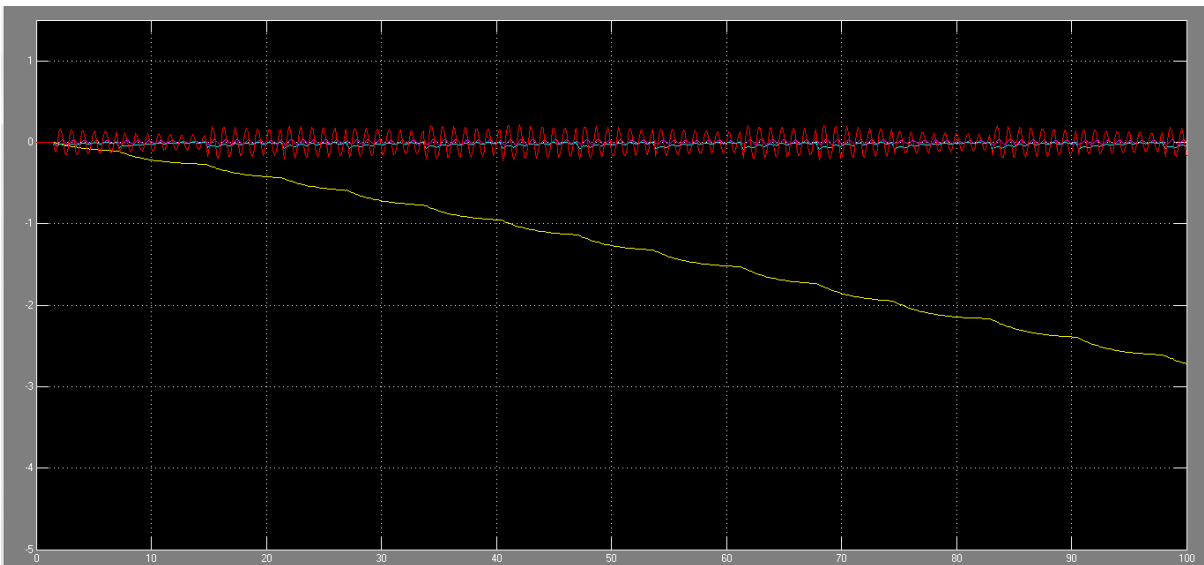


Figura IV. 22 Respuesta del controlador difuso mediante variables de estado

En la figura IV.22 se visualiza que el sistema es inestable ya que la posición (amarillo) se corre al infinito, esto significa que el carro que mueve el péndulo siempre se está moviendo hacia la misma dirección, lo que provocaría un descarrilamiento. Por otro lado el ángulo (morado), la velocidad lineal (azul) y la velocidad angular (rojo), no oscilan mucho, pero no dejan de oscilar en ningún momento, esto se debe a que el móvil nunca se detiene.

Para poder estabilizar el sistema nuevamente se modificaron los rangos en los que actúan tanto las cuatro variables de entrada como la variable de salida (fuerza).

- Ángulo [-1 1]
- Velocidad angular [-1 1]
- Posición x [-1 1]
- Velocidad lineal [-1 1]
- Fuerza [-1 1]

Igual que por el método de función de transferencia, los rangos de estas variables se fueron sintonizando de acuerdo a la gráfica de reglas. Las reglas del controlador se quedaron igual a las anteriores.

Después de hacer dichas modificaciones se procedió a correr la simulación obteniendo la siguiente respuesta:

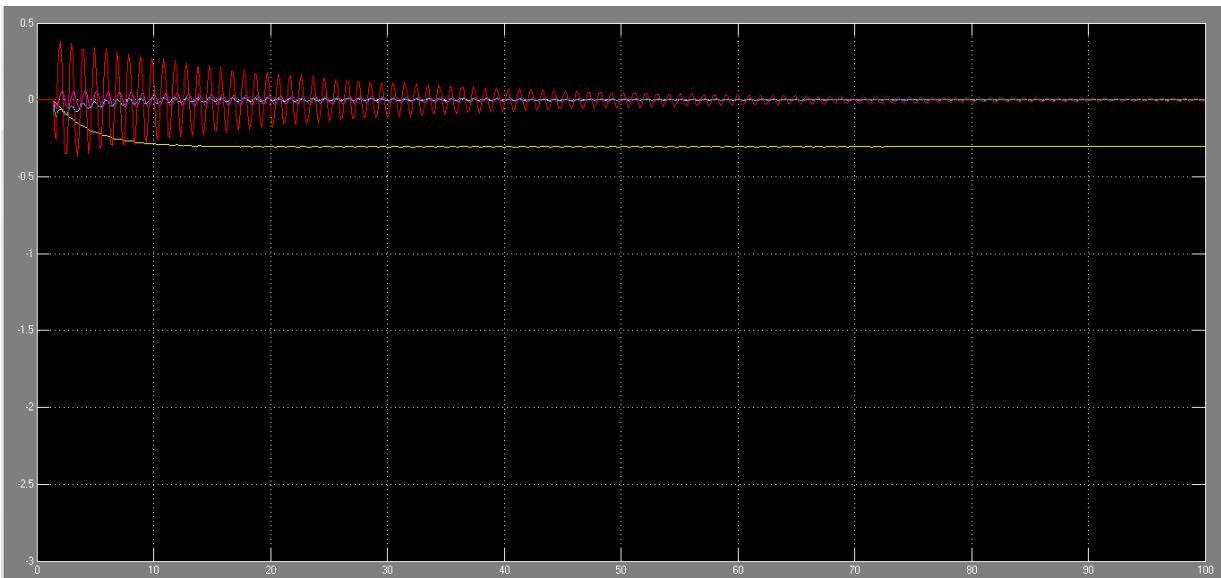


Figura IV. 23 Respuesta del controlador difuso con cuatro variables de entrada con rangos sintonizados

En la figura IV.23 se observa que después de las sintonizaciones adecuadas la posición del móvil se estabilizó, sin embargo el ángulo, la velocidad angular y la velocidad lineal oscilan mucho aunque finalmente el sistema se estabiliza.

IV.8. Análisis de estabilidad

Para un sistema de control, lo más importante después de controlar, es la estabilidad, si el sistema es lineal, invariante en el tiempo, se dispone de muchos

criterios de estabilidad entre los cuales están el criterio de estabilidad de Nyquist o Routh. Sin embargo si el sistema de control es no-lineal, o lineal pero invariante en el tiempo, esos criterios de estabilidad no se pueden aplicar.

En algunos casos los sistemas no-lineales se aproximan mediante ecuaciones lineales sobre todo por simplicidad matemática. Esta simplificación puede ser satisfactoria siempre que las soluciones resultantes concuerden con los resultados experimentales. Una de las características más importantes de los sistemas no lineales es que la respuesta del sistema depende de la magnitud y tipo de entrada. Por ejemplo un sistema no lineal puede tener un comportamiento completamente distinto ante entradas escalón de diferentes amplitudes.

No hay un método general para afrontar todos los sistemas no lineales, porque las ecuaciones diferenciales no-lineales carecen de un procedimiento general de solución (solo se pueden hallar soluciones exactas de algunas ecuaciones diferenciales no lineales simples). Para muchas ecuaciones diferenciales no lineales de importancia práctica, solo es posible resolverlas mediante computadora, y tales soluciones solo son válidas bajo condiciones limitadas para las cuales fueron obtenidas.

La aproximación lineal de un sistema determinado puede darnos la información acerca de la estabilidad y equilibrio. Esta aproximación puede lograrse mediante un diagrama en donde una función lineal o no-lineal, de x y su derivada se puede representar mediante un diagrama de $x(t)$ o también se le puede ilustrar trazando la derivada de $x(t)$. Si se toma x y su derivada como las coordenadas del plano a cada estado del sistema le corresponde un punto. Al variar t este punto describe una curva en el plano de x y su derivada, indicando la historia del sistema. Esta curva se denomina trayectoria.

La representación geométrica del comportamiento del sistema en términos de trayectoria se denomina representación en el plano de fase de la dinámica del sistema.

La condición inicial determina la posición de la cual parte un punto representativo sobre la trayectoria. Al crecer el tiempo el punto representativo se desplaza sobre la trayectoria. La representación en el plano de fase presenta la totalidad de todos los estados posibles del sistema, y por tanto, en el diagrama de plano de fase se muestra directamente la naturaleza de la respuesta del sistema.

Para analizar un sistema pueden usarse solamente trayectorias, sin embargo, en ocasiones es deseable tener un diagrama de la variable en función del tiempo, para lo cual es necesario resolver la ecuación diferencial original, esto representa una dificultad debido a las no-linealidades implícitas en el sistema. En este caso es posible obtener la solución en el tiempo, a partir del análisis por medio del plano de fase, aunque no se pueda resolver la ecuación diferencial original.

En esta parte se lleva a cabo el análisis gráfico del sistema péndulo invertido, donde el análisis fue efectuado en el plano de fase con θ y $\dot{\theta}$ como coordenadas.

Se ha visto que el comportamiento limitativo de la trayectoria de un sistema cuando el tiempo t tiende a infinito, ha de ser una de las tres posibilidades siguientes:

1. Las trayectorias tienden a uno o más puntos de equilibrio estable.
2. Las trayectorias tienden a infinito.
3. Las trayectorias tienden a uno o varios ciclos límite.

Se toma a θ y $\dot{\theta}$ como las variables del sistema, se grafica a θ en función de $\dot{\theta}$ [2].

Primeramente se analizó el comportamiento del sistema en lazo abierto como se puede mostrar en la figura IV.24.

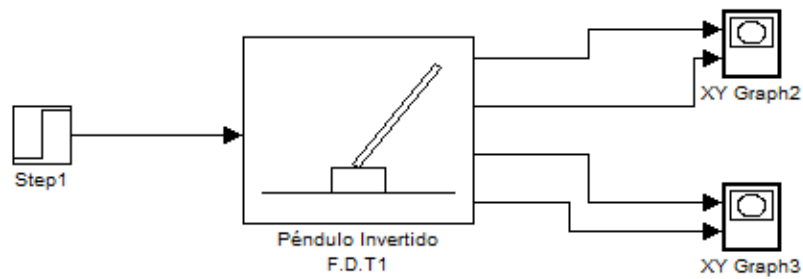


Figura IV. 24 Sistema de lazo abierto para obtener la trayectoria del plano de fase

Se empezará por analizar el ángulo (eje x) con respecto a su derivada que por obviedad se sabe que es la velocidad angular (eje y).

La trayectoria que se obtiene con respecto al sistema de la figura IV.24 es la siguiente:

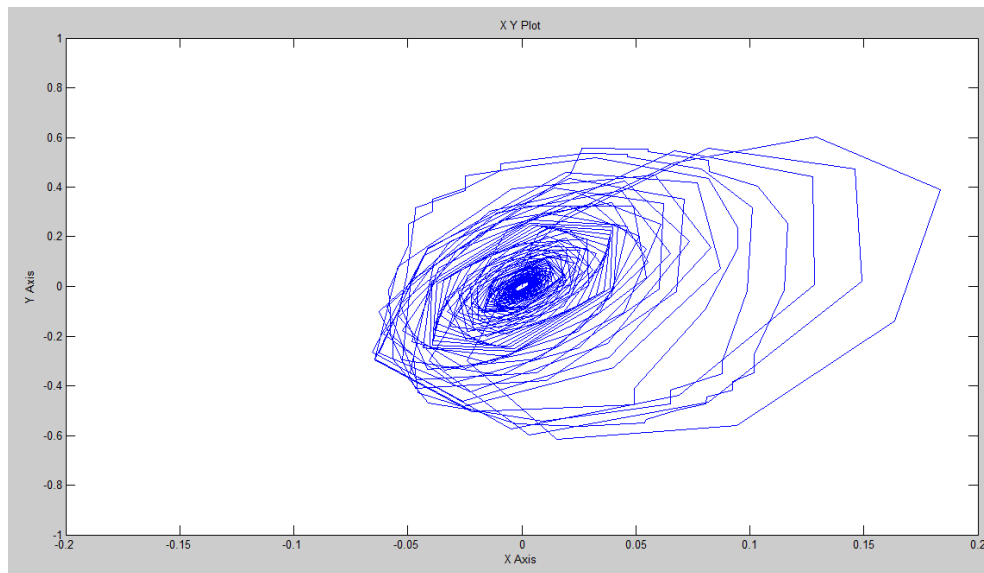


Figura IV. 25 Análisis plano de fase Ángulo-Velocidad Angular en lazo abierto

Como se puede observar en la figura IV.25 el sistema inicia en el punto que corresponde a sus condiciones iniciales que en este caso son cero y termina en el mismo punto, pero también se observa que rodea mucho el punto inicial lo que significa que el sistema oscila demasiado y por lo tanto tarda mucho tiempo en llegar a su punto inicial. En este diagrama se puede observar que el sistema es altamente inestable.

Ahora se toma la posición x con respecto a su derivada que es la velocidad lineal, obteniendo como resultado la figura IV.26.

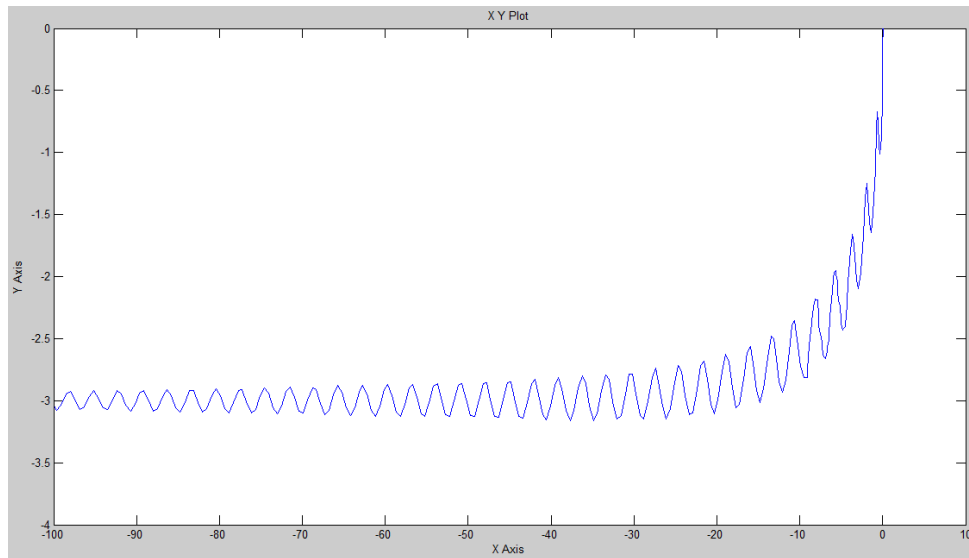


Figura IV. 26 Análisis plano de fase Posición-Velocidad en lazo abierto

En esta figura se muestra que la trayectoria inicia nuevamente en cero y tiende al infinito, por lo tanto se concluye que el comportamiento del sistema es nuevamente inestable.

Una vez demostrado que el sistema no llega al punto de equilibrio en un tiempo determinado independientemente, se procede a analizar nuevamente el sistema pero ahora con el controlador diseñado anteriormente, con la finalidad de que el sistema tenga estabilidad.

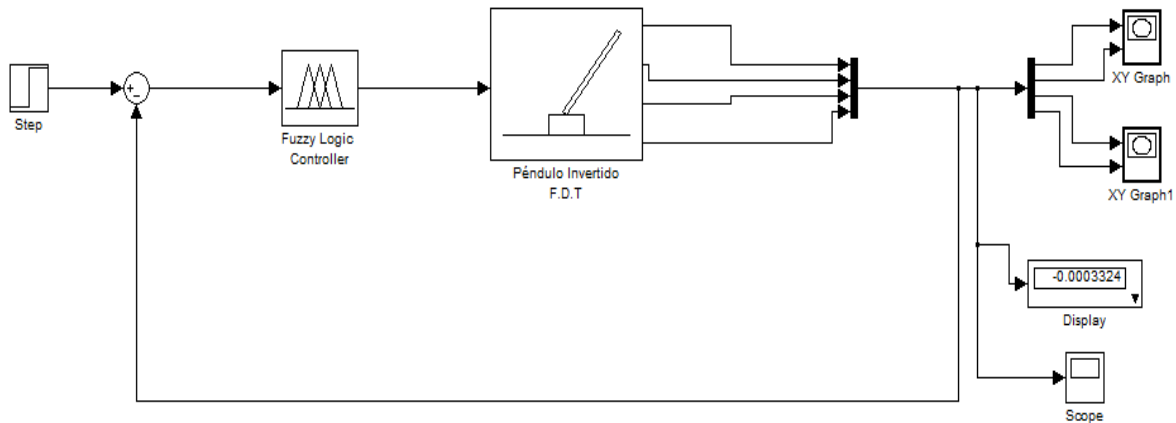


Figura IV. 27 Sistema con controlador difuso para obtener la trayectoria del plano de fase

En la figura IV. 27 se muestra nuevamente el sistema pero ahora con el controlador difuso, se procederá a hacer los dos análisis anteriores esperando como respuesta estabilidad en el sistema.

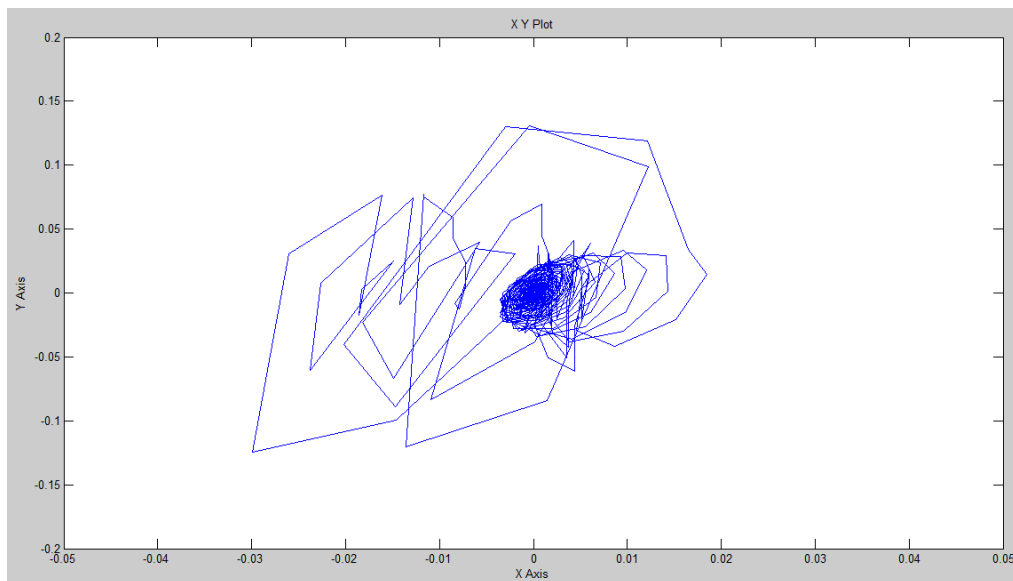


Figura IV. 28 Análisis plano de fase Ángulo-Velocidad Angular con controlador difuso

En la figura IV.28 a diferencia de la figura IV.25 se observa que el sistema rodea menos veces el punto inicial, esto significa que el sistema deja de oscilar y alcanza su estabilidad en un tiempo menor.

Por último se analizará nuevamente el comportamiento del sistema mediante las variables posición y velocidad lineal.

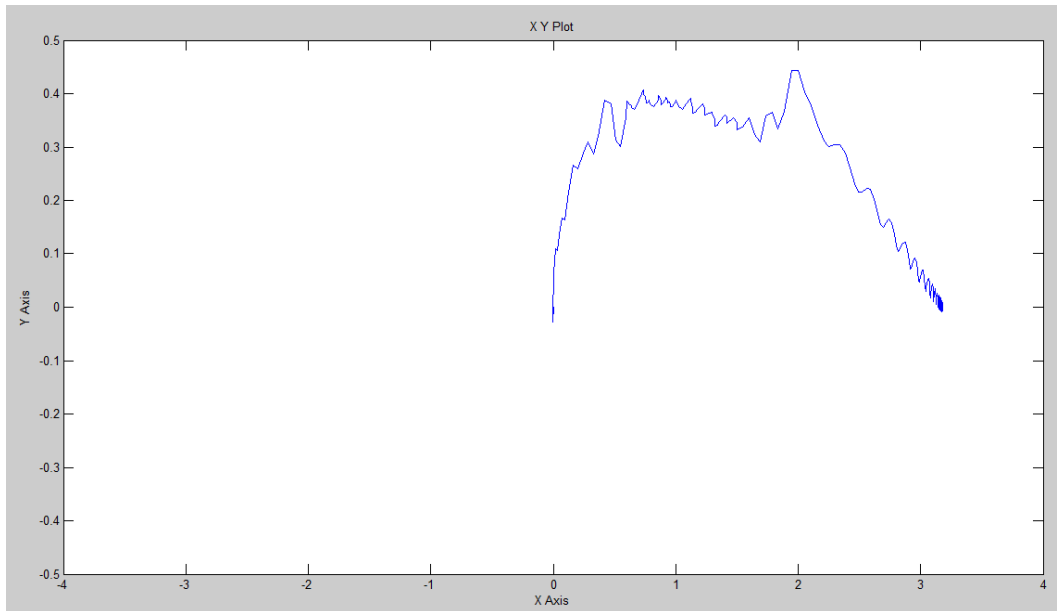


Figura IV. 29 Análisis plano de fase Posición-Velocidad en lazo abierto

Al comparar la figura IV.26 con la figura IV.29, se concluye que en esta última, la trayectoria parte del punto establecido que en este caso es cero, y después de un cierto tiempo vuelve a llegar al punto deseado con un cambio en su posición. Por lo tanto se dice que el sistema responde adecuadamente al controlador difuso que se propuso logrando una buena estabilidad.

IV.9. Sumario

En este cuarto capítulo se diseña un controlador difuso óptimo para que el sistema péndulo invertido sea controlado y a su vez tenga una adecuada estabilidad. Primeramente se crea un sistema el cual obtenga en su interior, ya sean las funciones de transferencia o las variables de estado según sea el punto a analizar. Posteriormente se definen las características del controlador; tipo de controlador difuso, tipo de funciones de membresía, número de funciones de membresía, reglas de inferencia difusa y lógica de decisiones. Todas estas características antes mencionadas se definieron mediante el análisis de las necesidades del sistema, cabe mencionar que en el capítulo 2 se definieron todas las posibles características del sistema, eligiendo las más adecuadas para este caso. Una vez elaborado el controlador con todas las características necesarias para su correcto

funcionamiento se procedió a realizar distintas simulaciones modificando los parámetros necesarios para lograr un controlador difuso óptimo. Por último sabiendo que el sistema es controlado adecuadamente, se analiza que el sistema sea estable ante cualquier perturbación externa utilizando el método de plano de fase.

Referencias Capítulo IV

- [1] Kazuo, T. (1996). An introduction to fuzzy logic for practical applications (pp. 1-2), Springer.
- [2] Mamdani, E. H. (1975). A Fuzzy Logic Controller for a Dynamic Plant (pp. 1-13). Intl. J. Man Machine stud.

V

APLICACIÓN DEL SISTEMA PÉNDULO INVERTIDO EN LA BIOMECÁNICA

En el presente capítulo se propondrá un sistema de rehabilitación llamado LOKOMAT, en el cual, el paciente podrá controlar automáticamente su velocidad de caminar.

V. APLICACIÓN DEL SISTEMA PÉNDULO INVERTIDO EN LA BIOMECÁNICA

La evidencia actual indica que las terapias de realización repetitiva de tareas específicas asistidas por robots pueden ser más eficaces para la reducción a largo plazo de las alteraciones motrices en un paciente afectado por un ACV, tanto en términos de fuerza y estado motor como en lo relativo a la reducción de la espasticidad y el tono muscular [1][2][3]. Por otra parte, los tratamientos asistidos por dispositivos mecánicos pueden ofrecer mediciones objetivas del rendimiento de los pacientes que son útiles y fácilmente analizables por los clínicos y los fisioterapeutas.

La justificación de la aplicación sistemática de la robótica a neurorrehabilitación directamente proviene de los recientes descubrimientos de la neurociencia que demuestran claramente cómo los ejercicios físicos basados en movimientos voluntarios son capaces de producir resultados clínicos significativos en la recuperación motora después de sufrir un ACV/TCE. De hecho, estos ejercicios no sólo promueven la recuperación funcional después de una lesión traumática del SNC [4], sino también promueven el proceso de neurogénesis [5]. Por otra parte, los ejercicios de carácter voluntario estimulan mecanismos, mediada por factores neurotróficos cerebrales, que mejoran la plasticidad neural. El uso de dispositivos robóticos, como posible estrategia de rehabilitación para lograr la recuperación motora, se justifica en su impacto en la mejora del tratamiento terapéutico y en el aprendizaje de la función motora. En cualquier caso, el enfoque terapéutico debe estar bien estructurado y ser repetitivo, a fin de promover la reorganización cortical después del accidente cerebrovascular [6].

V.1. LOKOMAT

El concepto de aprendizaje basado en tareas específicas, como la neuroplasticidad, sugiere que las actividades de la vida cotidiana pueden entrenarse y mejorarse en pacientes neuromusculoesqueléticos mediante

repeticiones continuas. La terapia de locomoción robótica cumple con estas funciones. El movimiento funcional y la estimulación sensorial desempeñan un papel muy importante en la rehabilitación de pacientes neurológicos tras sufrir apoplejías, lesiones de la médula espinal o traumatismos cráneo-encefálicos graves, así como de pacientes con esclerosis múltiple, parálisis cerebral o trastornos neurológicos.

Lokomat Basic se compone de una órtesis de marcha robotizada y de un moderno sistema de descarga del peso corporal, combinados con una cinta rodante.

- Los pacientes en silla de ruedas son trasladados hasta la cinta rodante a través de una rampa y resulta muy sencillo adaptarlos al Lokomat.
- Una serie de motores controlados por ordenador y sincronizados con precisión con la velocidad de la cinta rodante mueven las piernas del paciente trazando trayectorias que imitan los patrones de marcha fisiológicos.
- Una cómoda interfaz de usuario permite al terapeuta manejar el Lokomat de forma sencilla y adaptar los parámetros de entrenamiento a las necesidades individuales de cada paciente.

El funcionamiento automatizado reduce el esfuerzo físico de los terapeutas y permite realizar sesiones terapéuticas más largas y eficientes.

El preciso sistema de descarga dinámica del peso corporal optimiza el entrenamiento de locomoción fisiológico

- El sistema de descarga dinámica del peso corporal con poca inercia permite una descarga precisa del paciente y fomenta una marcha más fisiológica para una estimulación sensorial optimizada.
- La descarga del peso corporal de regulación continua facilita el entrenamiento a niños y a pacientes de poco peso.
- La elevación y descarga automatizada del paciente facilita el entrenamiento y permite realizar ajustes en tiempo real durante las sesiones terapéuticas.

La descarga del peso corporal puede adaptarse con precisión a las necesidades de cada paciente, asegurando así un óptimo entorno de entrenamiento.



Figura V. 1 Terapia funcional de locomoción rápida LOKOMAT

El LOKOMAT mostrado en la figura V.1 ayuda a pacientes impedidos a realizar los movimientos de marcha sobre una cinta rodante y combina una terapia funcional de locomoción intensiva con herramientas de evaluación y del paciente.

A continuación se presenta una lista de beneficios que puede obtener el paciente al utilizar la terapia con Lokomat:

- Una órtesis de marcha robotizada y automatizada dirige las piernas del paciente sobre la cinta rodante, ofreciendo una amplia variedad de entrenamientos.
- Progreso más rápido mediante sesiones de entrenamiento funcional más largas e intensivas en comparación con el entrenamiento manual sobre cinta rodante.
- Disminuye el esfuerzo físico de los terapeutas.
- El manejo puede realizarlo un solo terapeuta.

- Permite supervisar y evaluar fácilmente la marcha del paciente.
- El patrón de la marcha y la fuerza de guía pueden ajustarse de forma individual a las necesidades de cada paciente, optimizando así el entrenamiento funcional.
- Mejora la motivación del paciente gracias a la visualización del feedback de rendimiento.
- Las herramientas de evaluación permiten mediciones sencillas y reproducibles del progreso del paciente.
- En caso necesario, puede cambiarse fácilmente de la terapia automatizada a la manual

V.2. Propuesta de innovación para el sistema LOKOMAT

Al analizar el sistema LOKOMAT, se propone diseñar un control de velocidad automático con ayuda de la inclinación del torso del paciente, esto con la finalidad de que el usuario pueda controlar su propia velocidad, ya sea para ir más lento o para poder incluso correr.

Para esto hay que analizar nuevamente sistema péndulo invertido, asimilándolo con el cuerpo del paciente. En la figura V.2 se puede observar la analogía que hay entre el cuerpo humano y un sistema péndulo invertido, donde la masa M que es la del móvil, corresponde a la masa de las piernas, y la masa m que es la del péndulo, sería en este caso la masa del torso. Por otro lado la variable F es la fuerza que ejercerá el sistema LOKOMAT, entre más inclinación positiva tenga el cuerpo más fuerza ejercerá el sistema, y por lo tanto habrá más velocidad en el paciente.

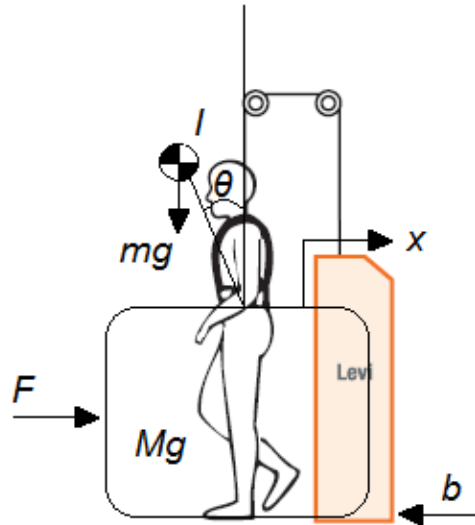


Figura V. 2 Analogía entre el sistema LOKOMAT y el sistema péndulo invertido

Una vez hecha la semejanza entre el sistema péndulo invertido y el cuerpo del paciente se procede a dar valores numéricos a todas las variables que influyen en dicho proceso.

M = masa de las piernas = 21.3 kg

m = masa de la cintura a la cabeza = 49.7 kg

b = fricción de las piernas con en suelo = 0.6 N/ms

L = longitud de la cintura a la cabeza = 0.945 m

I = Inercia del cuerpo = 11.5 kg*m²

F = Fuerza aplicada al sistema LOKOMAT

X = Coordenadas de posición del sistema

Θ = Angulo de inclinación

V.2.1. Diseño de controlador difuso para control de velocidad

Como se analizó en el capítulo III el sistema péndulo invertido no es estable por lo que se procederá a diseñar un controlador difuso apropiado para que el sistema LOKOMAT pueda variar la velocidad de caminata del usuario con respecto a la inclinación de este.

Primeramente se crea un subsistema el cual contiene la función de transferencia que corresponde al ángulo θ del péndulo mostrado en la ecuación III.15 y la función de transferencia correspondiente a la posición x del sistema, mostrada en la ecuación III.18.

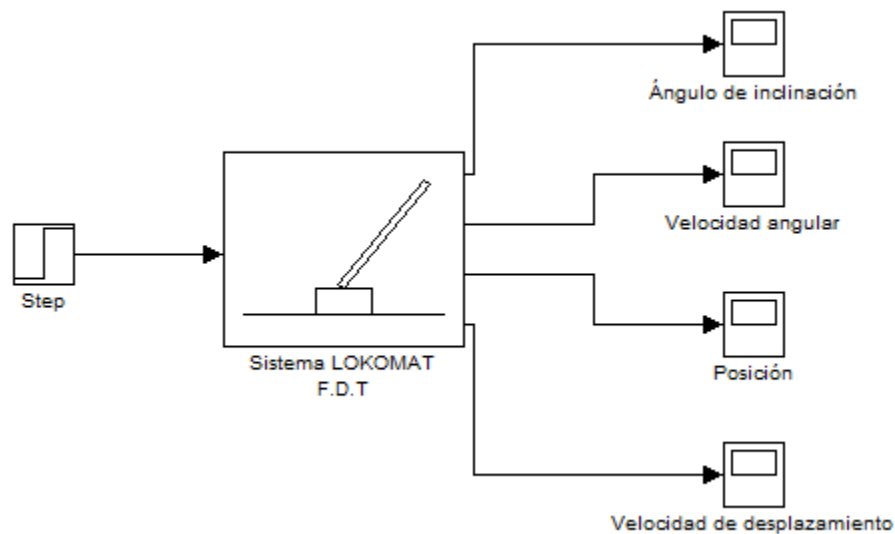


Figura V. 3 Sistema LOKOMAT analizado por el método de F.D.T.

Como se muestra en la figura V.3, se analizarán 4 respuestas al sistema: Ángulo de inclinación, velocidad angular, posición del paciente y la velocidad de desplazamiento del usuario. Tanto la velocidad angular como la velocidad de desplazamiento son las derivadas del ángulo de inclinación del paciente y la posición de este respectivamente, en la figura V.4 se muestra como está constituido el subsistema internamente.

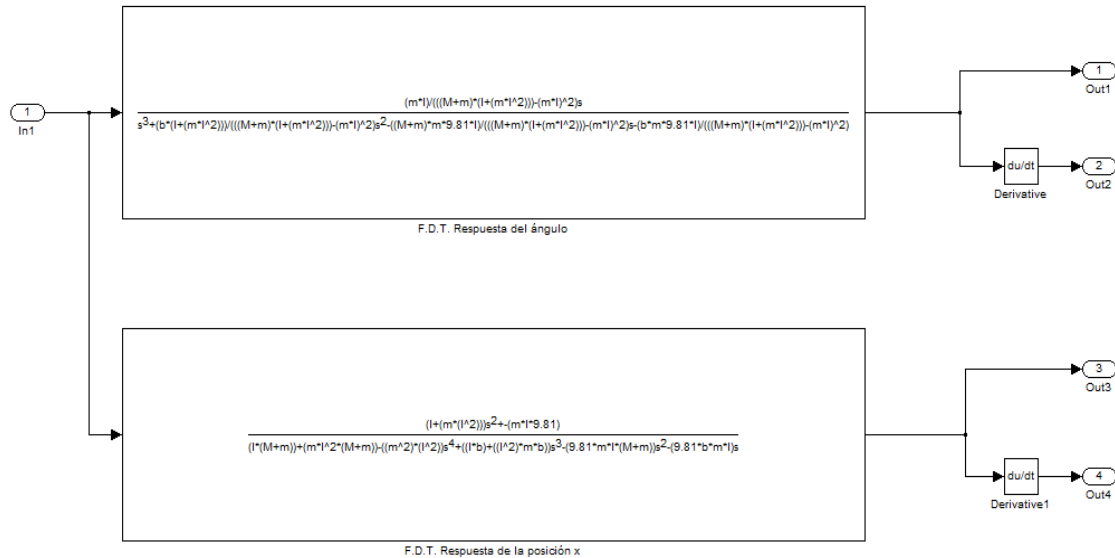


Figura V. 4 Interior del subsistema mediante F.D.T.

A continuación se asignan valores a los parámetros del sistema, tanto las condiciones iniciales, como las especificaciones físicas (masa del carro, masa del péndulo, fricción, longitud del péndulo e inercia).

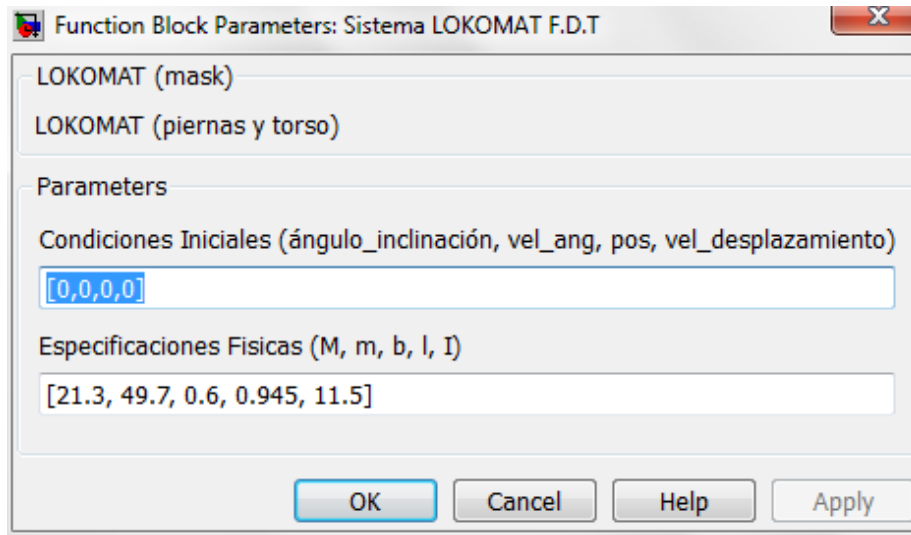


Figura V. 5 Parámetros del sistema mediante F.D.T.

Una vez que se obtiene el subsistema se procede a desarrollar el controlador difuso cuyas características se mencionan en la tabla V.1.

Controlador Difuso	
Tipo de controlador	Mamdani
Variables de entrada	Ángulo de inclinación, Velocidad angular, Posición y Velocidad de desplazamiento
Variables de salida	Fuerza
Tipo de funciones de membresía de las entradas	2 Trapezoidales y 1 Triangulares
Tipo de funciones de membresía de la salida	2 Trapezoidales y 5 Triangulares
Método de inferencia de evaluación de reglas	MIN/MAX
Número de reglas	81
Método de defusificación	Centroide

Tabla V. 1 Características del controlador difuso con cuatro variables de entrada.

Para este controlador se eligieron dos tipos de funciones de membresía: triangulares y trapezoidales.

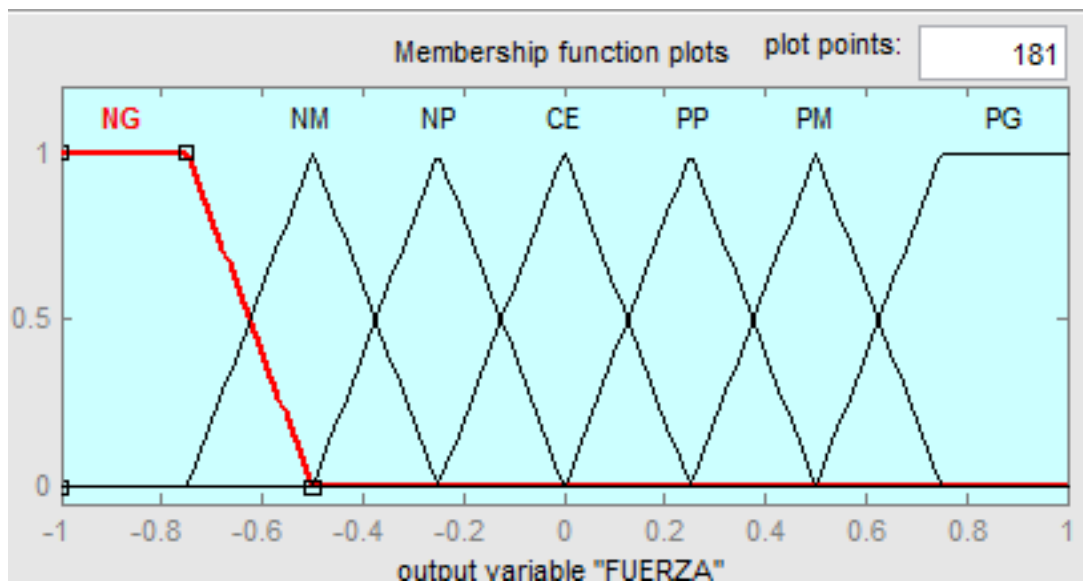


Figura V. 6 Funciones de membresía utilizadas en el controlador difuso del sistema

En esta propuesta se utilizarán tres funciones de membresía para las cuatro variables de entrada mencionadas anteriormente, y para la salida del controlador se utilizarán 7 funciones. Tanto para las entradas como para la salida se utilizarán

las funciones de membresía combinadas triangulares y trapezoidales. Dichas funciones se muestran a continuación:

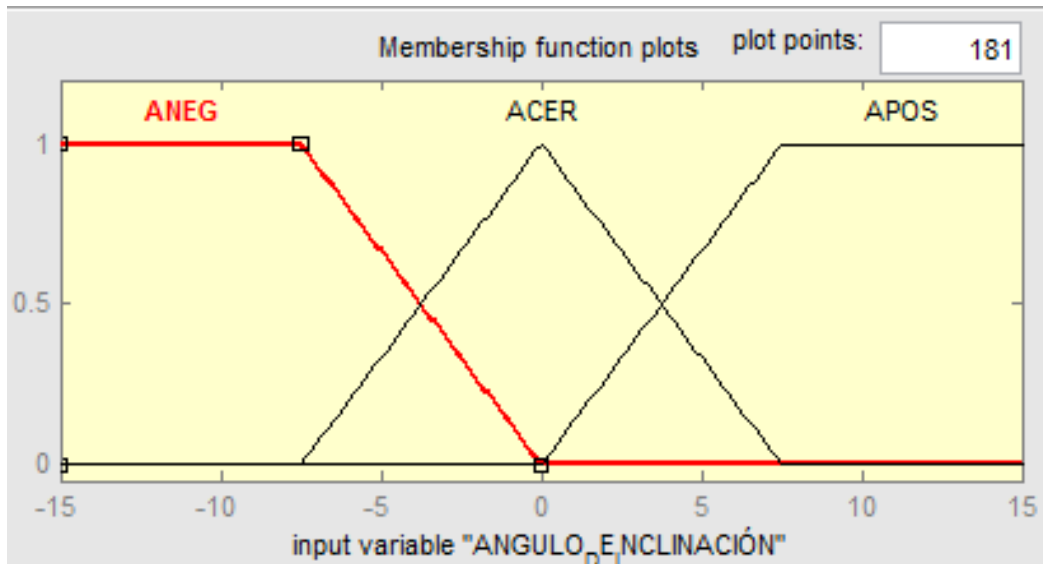


Figura V. 7 Funciones de membresía para el ángulo de inclinación en el controlador difuso del sistema

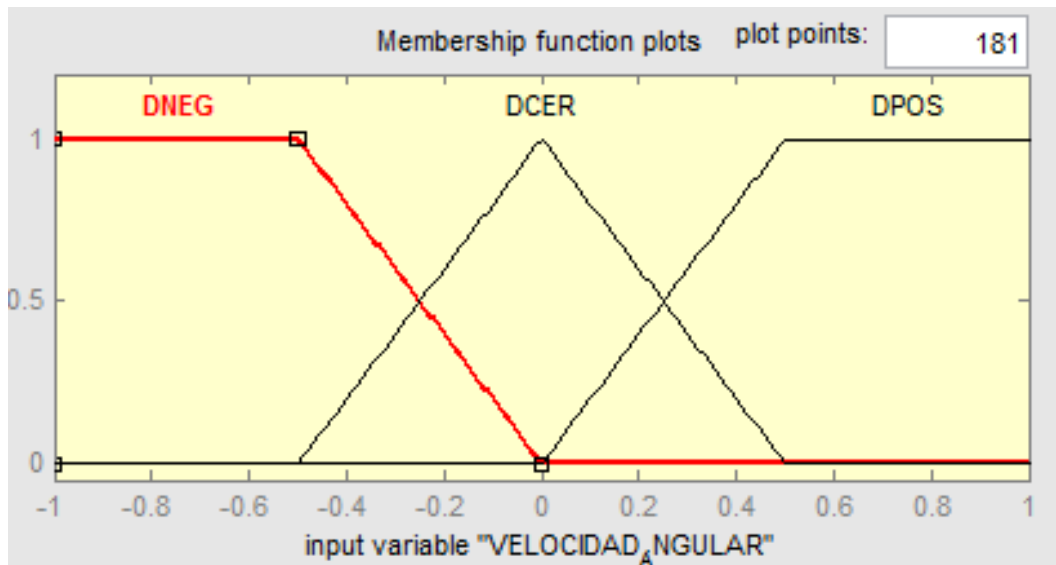


Figura V. 8 Funciones de membresía para la velocidad angular en el controlador difuso del sistema

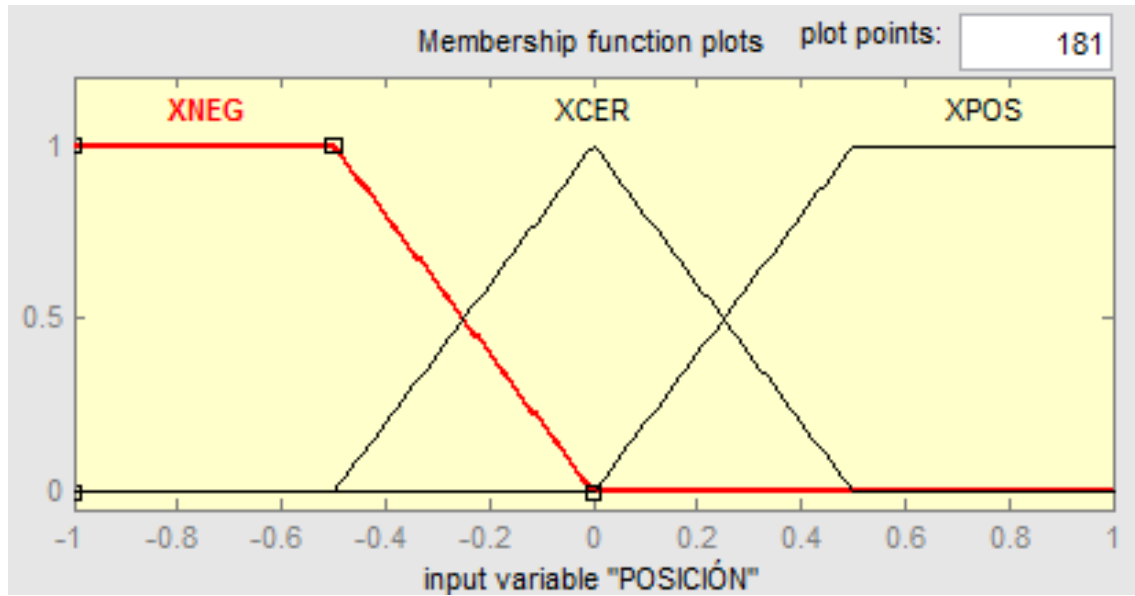


Figura V. 9 Funciones de membresía para la posición en el controlador difuso del sistema

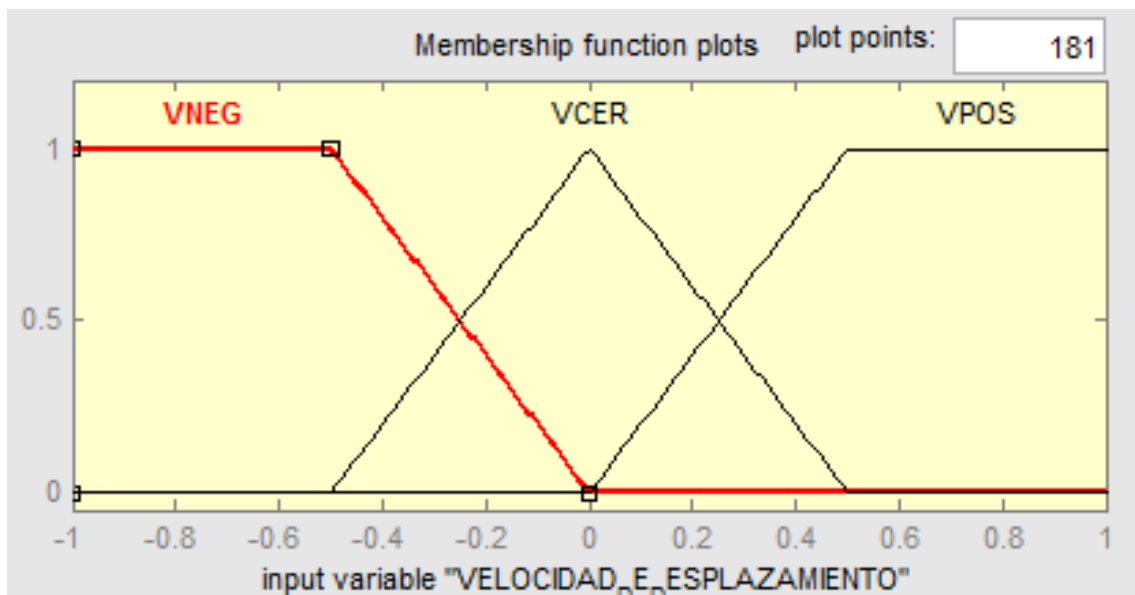


Figura V. 10 Funciones de membresía para la velocidad de desplazamiento en el controlador difuso del sistema

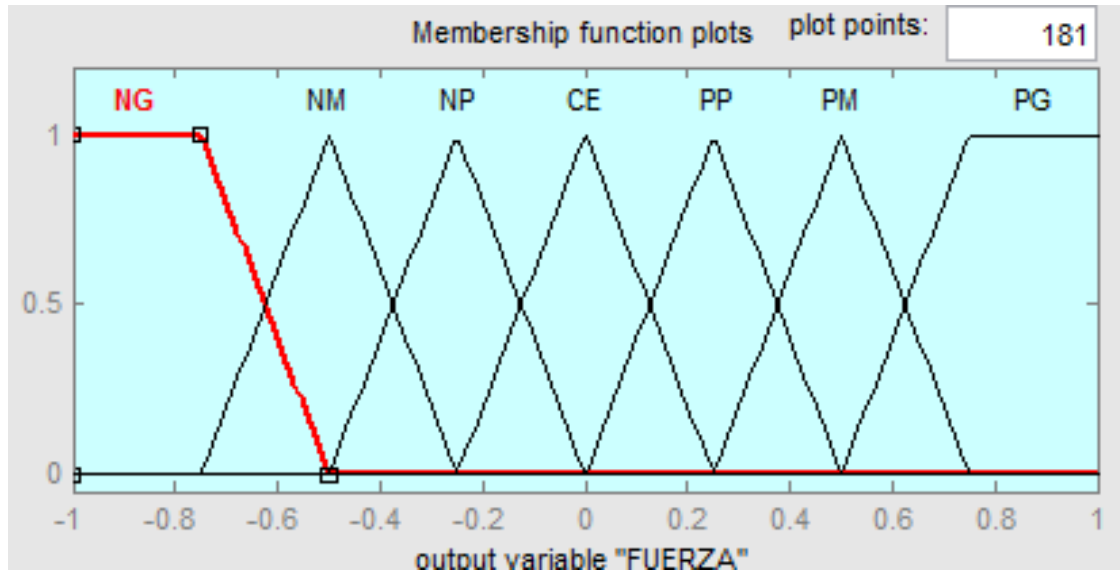


Figura V. 11 Funciones de membresía para la salida del controlador difuso del sistema

Los rangos que se propusieron para este controlador son los siguientes:

- Ángulo [-15 15]
- Velocidad angular [-1 1]
- Posición x [-1 1]
- Velocidad lineal [-1 1]
- Fuerza [-1 1]

El cálculo de la experiencia se hace tomando en cuenta las variables lingüísticas ángulo de inclinación, velocidad angular, posición y velocidad de desplazamiento, para tres funciones de membresía se asignan las variables lingüísticas de:

- NG: NEGATIVO GRANDE
- NM: NEGATIVO MEDIANO
- NP: NEGATIVO PEQUEÑO
- CE: CERO
- PP: POSITIVO PEQUEÑO
- PM: POSITIVO MEDIANO
- PG: POSITIVO GRANDE

A continuación en la tabla V.2 se muestran algunas de las 81 reglas para el controlador del sistema LOKOMAT. Las 81 reglas insertadas en este controlador se muestran en el Anexo A.

N° de Regla	Estructura
1	If (ANGULO_DE_INCLINACIÓN is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XNEG) and (VELOCIDAD_DE_DESPLAZAMIENTO is VNEG) then (FUERZA is PG)
10	If (ANGULO_DE_INCLINACIÓN is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DCER) and (POSICIÓN is XNEG) and (VELOCIDAD_DE_DESPLAZAMIENTO is VNEG) then (FUERZA is PG)
20	If (ANGULO_DE_INCLINACIÓN is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DPOS) and (POSICIÓN is XNEG) and (VELOCIDAD_DE_DESPLAZAMIENTO is VCER) then (FUERZA is PM)
30	If (ANGULO_DE_INCLINACIÓN is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XNEG) and (VELOCIDAD_DE_DESPLAZAMIENTO is VPOS) then (FUERZA is PP)
40	If (ANGULO_DE_INCLINACIÓN is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DCER) and (POSICIÓN is XCER) and (VELOCIDAD_DE_DESPLAZAMIENTO is VNEG) then (FUERZA is CE)
50	If (ANGULO_DE_INCLINACIÓN is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DPOS) and (POSICIÓN is XCER) and (VELOCIDAD_DE_DESPLAZAMIENTO is VCER) then (FUERZA is NP)
60	If (ANGULO_DE_INCLINACIÓN is APOS) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XCER) and (VELOCIDAD_DE_DESPLAZAMIENTO is VPOS) then (FUERZA is NM)
70	If (ANGULO_DE_INCLINACIÓN is APOS) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DCER) and (POSICIÓN is XPOS) and (VELOCIDAD_DE_DESPLAZAMIENTO is VNEG) then (FUERZA is NM)
80	If (ANGULO_DE_INCLINACIÓN is APOS) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DPOS) and (POSICIÓN is XPOS) and (VELOCIDAD_DE_DESPLAZAMIENTO is VCER) then (FUERZA is NG)

Tabla V. 2 Base de reglas para el controlador con dos variables de entrada

Una vez determinado el conjunto de reglas, se determinó el método de evaluación de reglas a utilizar. Como se mencionó en el capítulo 2 y 4, se empleó el tipo MIN/MAX debido a que toma el mínimo de los máximos pesos de los antecedentes para determinar la salida difusa.

Posteriormente se eligió el método de defusificación, para obtener valores que nuestro sistema pueda interpretar, el método que se eligió es el del centroide, ya

que de todos los mencionados en el capítulo dos es el que presenta mayor afinidad con la técnica de control difuso.

Una vez definidas las características de este controlador se procede a diseñar el diagrama a bloques mostrado en la figura V.6.

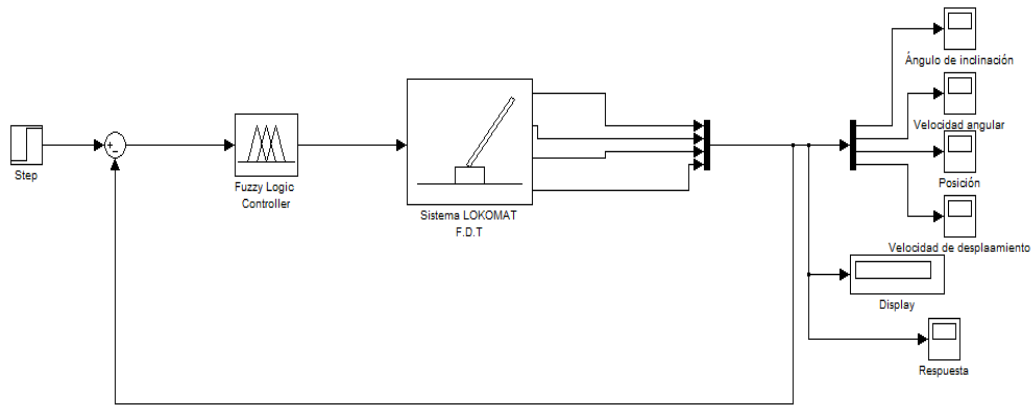


Figura V. 12 Diagrama a bloques del sistema LOKOMAT con el controlador difuso por F.D.T.

En base a lo anterior se procede a realizar la simulación digital para observar si el diseño propuesto cumple con el objetivo principal de controlar la velocidad del sistema LOKOMAT, obteniendo los siguientes resultados:

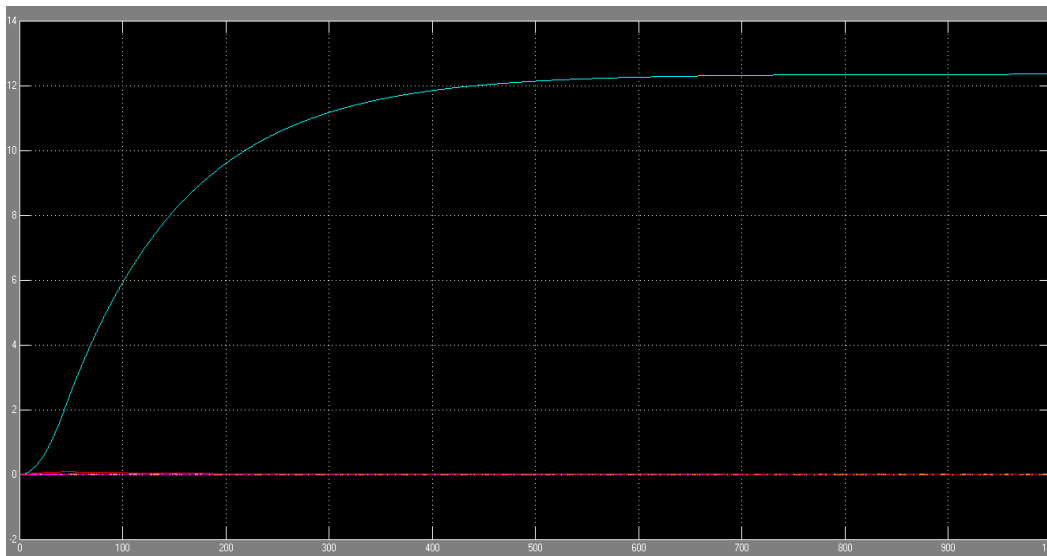


Figura V. 13 Respuesta del sistema LOKOMAT con el controlador difuso sintonizado por F.D.T.

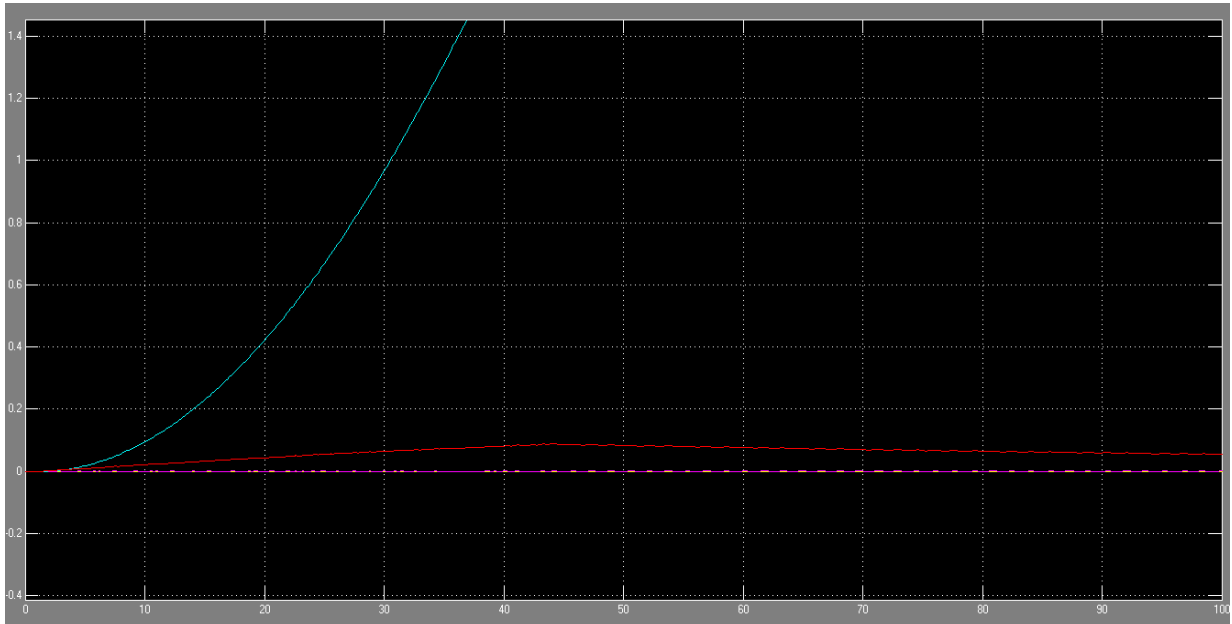


Figura V. 14 Zoom de la respuesta del sistema LOKOMAT con el controlador difuso sintonizado por F.D.T.

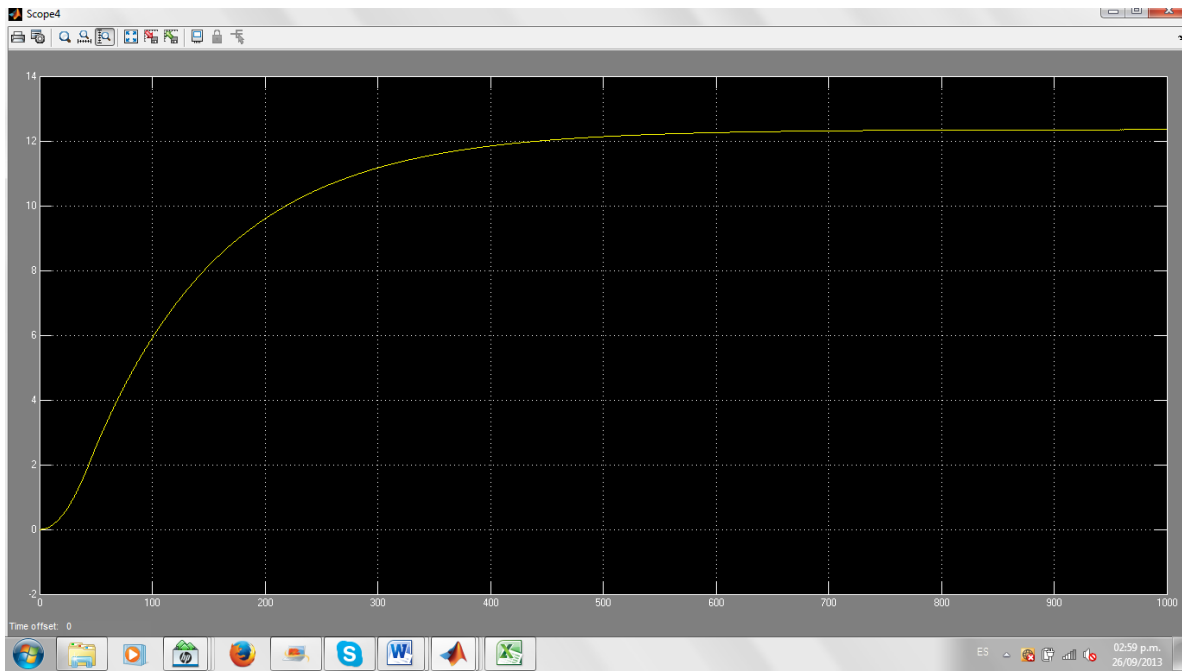


Figura V. 15 Comportamiento de la posición del sistema LOKOMAT por F.D.T.

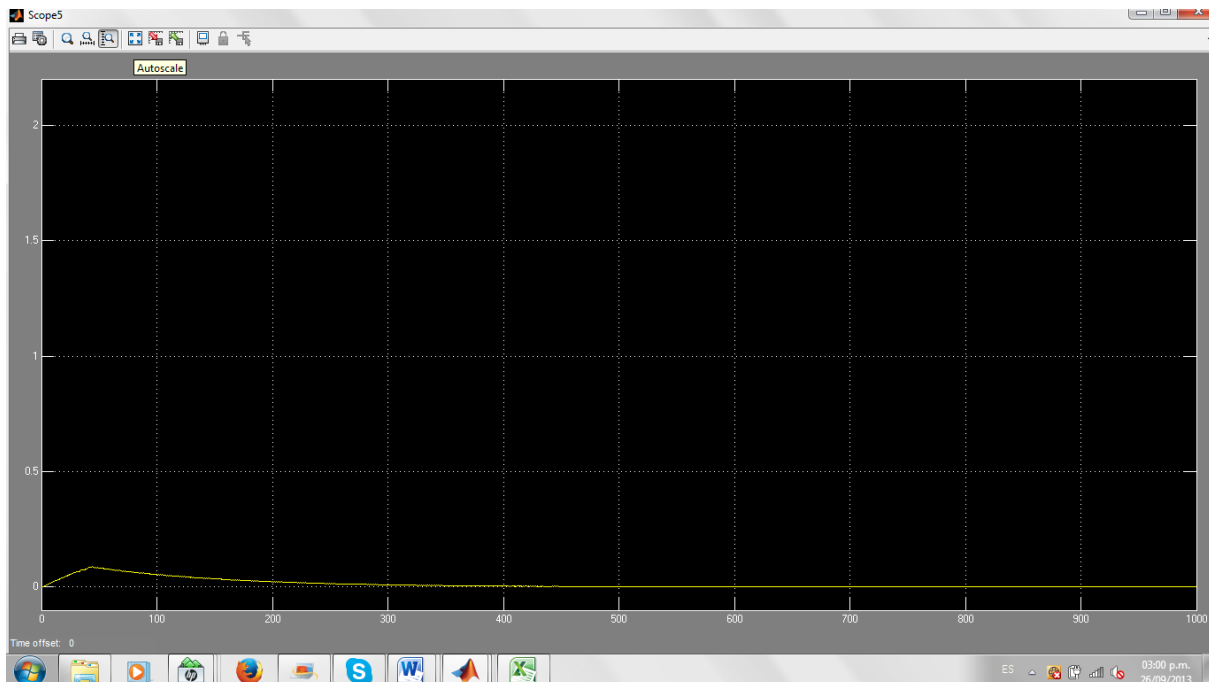


Figura V. 16 Comportamiento de la velocidad de desplazamiento del sistema LOKOMAT por F.D.T.

En las figuras anteriores se observa que el sistema no tiene sobre amortiguamiento y se estabiliza de una manera rápida. El ángulo de inclinación, la velocidad angular y la velocidad de desplazamiento, se estabilizan inmediatamente. Por otro lado la posición del móvil que equilibra al sistema LOKOMAT, no necesariamente debe quedar en su punto inicial, pero se observa que si se estabiliza en un punto diferente a cero, esto significa que entre más alta sea la distancia, más rápido caminará el paciente por que automáticamente el sistema querrá ir a su punto de equilibrio.

Una vez que se ha analizado el sistema LOKOMAT por el método de F.D.T. y se observó que responde correctamente, se procederá a elaborar el análisis por el método de variables de estado.

Las características de este controlador, tanto como el número de reglas y rangos de sus variables de entrada, son las mismas que en el método anterior.

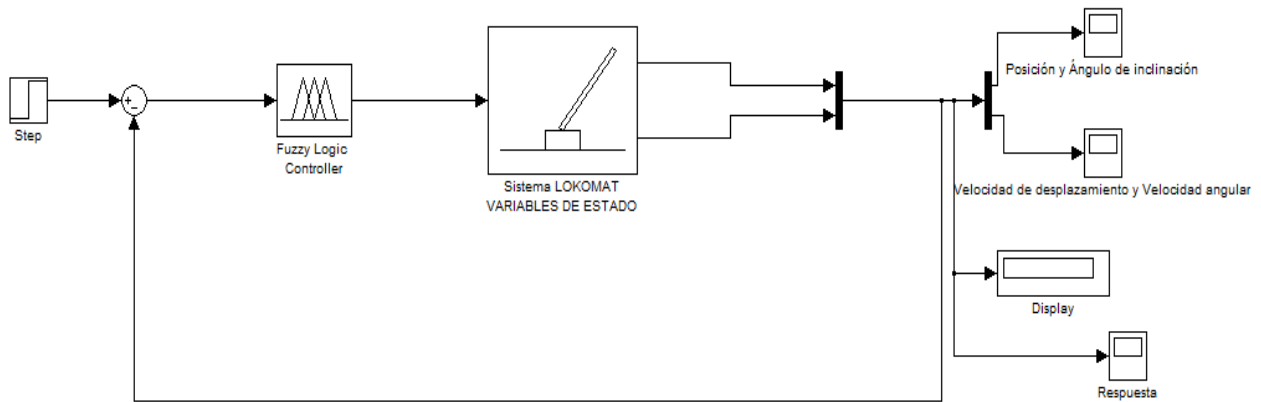


Figura V. 17 Diagrama a bloques del sistema LOKOMAT con el controlador difuso por Variables de estado

En la figura V.12 se muestra el diseño del diagrama a bloques, se observa que igual al controlador anterior, hay dos bloques principales, el correspondiente al modelo del sistema, que en su interior contiene solo un bloque con el modelo en variables de estado, que corresponde a la posición y al ángulo de inclinación, mostrado en la figura IV.21, y el bloque que corresponde al controlador difuso.

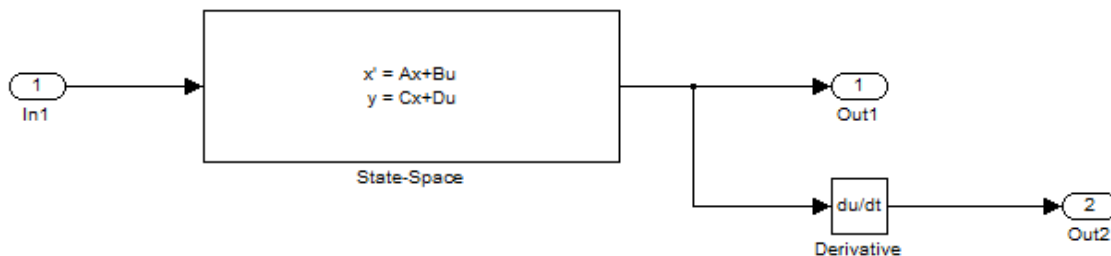


Figura V. 18 Interior del modelo del sistema Péndulo Invertido.

Se observan solamente dos salidas, la primera que contiene el derivador que corresponde a las velocidades, tanto de desplazamiento como la angular, y la segunda salida corresponde a la posición y al ángulo de inclinación.

Una vez diseñado el controlador, se procede a realizar la simulación, en la cual se obtuvieron los siguientes resultados:

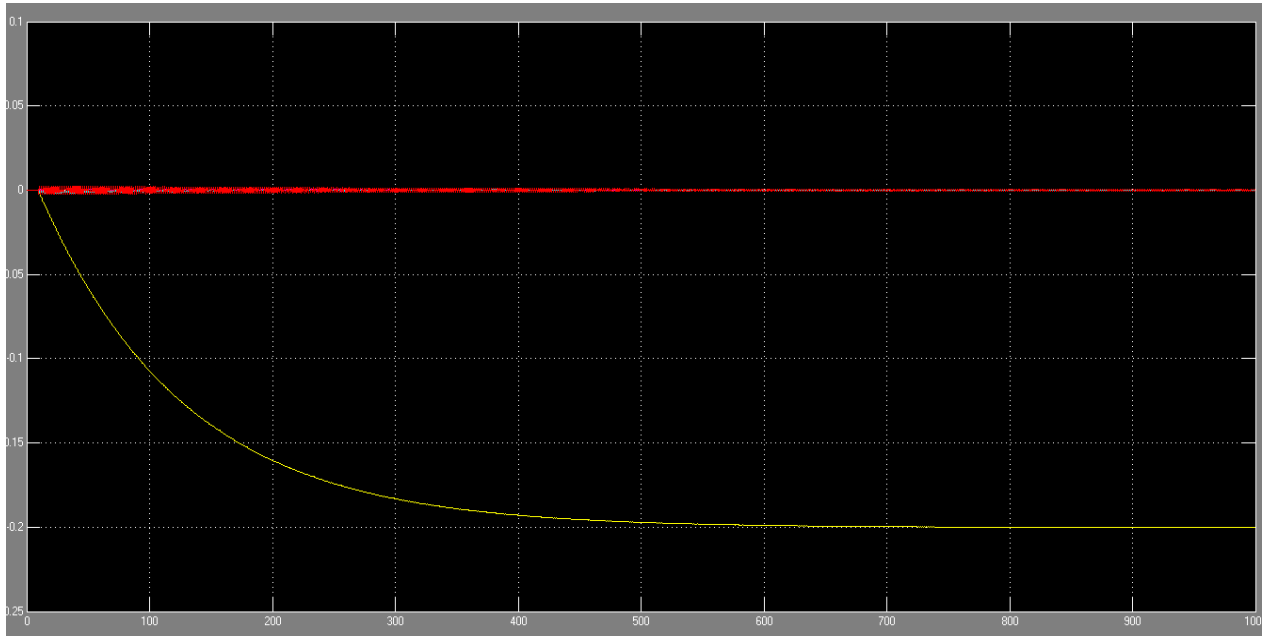


Figura V. 19 Respuesta del sistema LOKOMAT con el controlador difuso sintonizado por Variables de estado

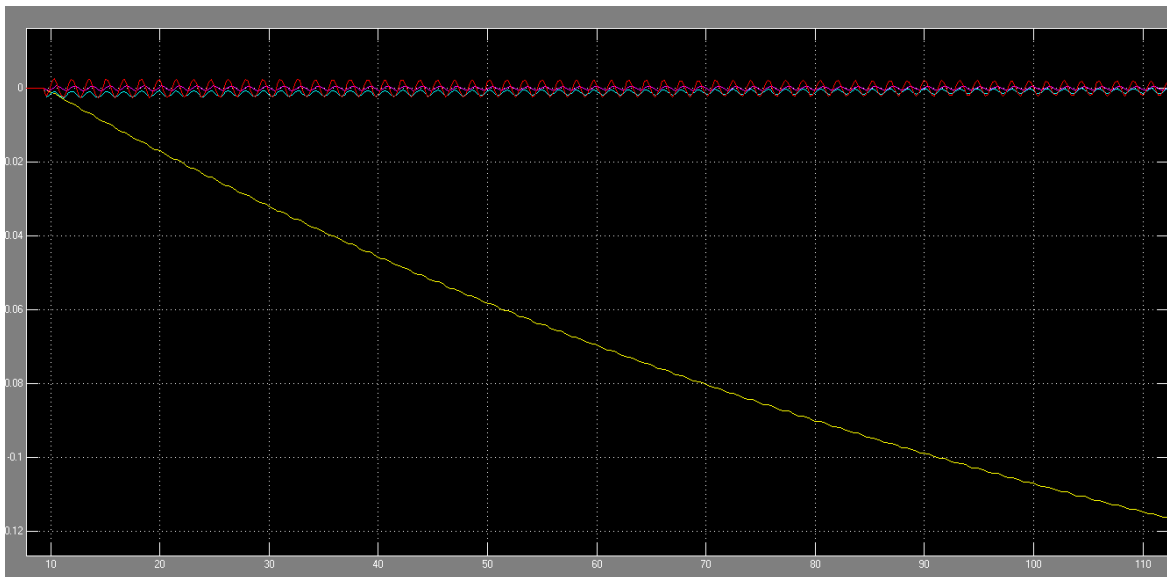


Figura V. 20 Zoom de la respuesta del sistema LOKOMAT con el controlador difuso sintonizado por Variables de estado

En la figura V.13 y V.14 se observa que el sistema se estabiliza al mismo tiempo que por el método anterior, a diferencia que la respuesta es negativa y que el ángulo de inclinación, la velocidad angular y la velocidad de desplazamiento oscilan mucho.

Por último se procederá a elaborar un análisis de estabilidad al sistema con el controlador diseñado anteriormente por el método de F.D.T., ya que este es el que tuvo mejor respuesta de control, esto se puede observar en la figura V.15.

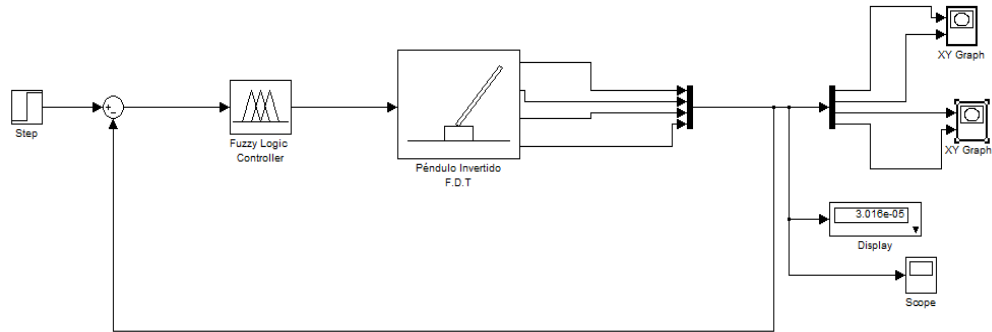


Figura V. 21 Sistema LOKOMAT con controlador difuso para obtener la trayectoria del plano de fase

A continuación se procede a simular el sistema obteniendo la siguiente respuesta:

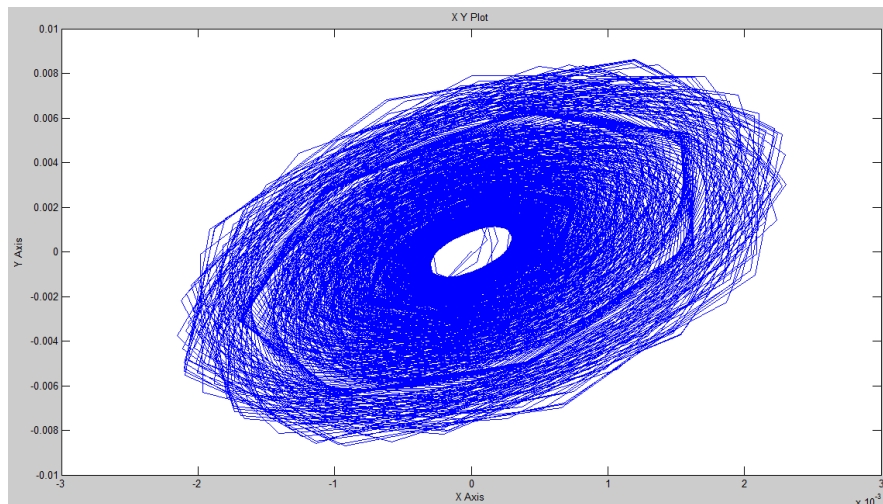


Figura V. 22 Análisis plano de fase Ángulo de inclinación-Velocidad Angular con controlador difuso

Se observa que el sistema oscila en un rango muy pequeño y que termina de en cero, esto significa que dichas oscilaciones son despreciables para el sistema, por lo tanto se puede decir que el sistema es altamente estable.

Por último se analizará el comportamiento del sistema mediante las variables posición y velocidad de desplazamiento mostrado en la figura V.17.

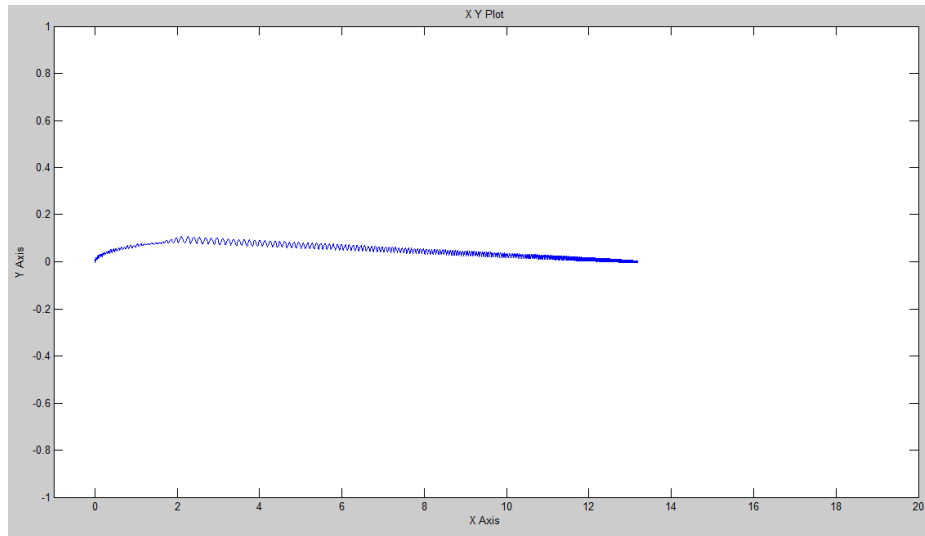


Figura V. 23 Análisis plano de fase Posición-Velocidad de desplazamiento con controlador difuso

Se puede observar en la figura V.17 que la trayectoria parte del punto establecido que en este caso es cero, y después de un cierto tiempo vuelve a llegar al punto deseado con un cambio en su posición. Por lo tanto se dice que el sistema responde adecuadamente al controlador difuso que se propuso logrando una buena estabilidad.

V.3. SUMARIO CAPÍTULO 5

En este capítulo se diseña una aplicación del sistema péndulo invertido en la biomecánica, la cual consiste en proponer un control de velocidad de un sistema de rehabilitación LOKOMAT, este robot será directamente proporcional a la inclinación del paciente, esto quiere decir que entre más se incline el paciente, la velocidad de sus piernas será mayor. Para elaborar dicho sistema se propone el principio del sistema péndulo invertido analizado en los dos últimos capítulos. Es necesario ajustar tanto los parámetros del controlador como las características físicas del sistema que en este caso son las características del paciente. Nuevamente este modelo se analiza por el método de función de transferencia y por el método de variables de estado. Por último se elabora un análisis de estabilidad para comprobar que el controlador propuesto funciona correctamente.

Referencias Capítulo V

- [1] Aisen, M.L., Krebs, H.I., Hogan, N., McDowell, F., Volpe, B.T. (1997). The effect of robot-assisted therapy and rehabilitative training on motor recovery following stroke. *Arch Neurol*.
- [2] Krebs HI, Volpe BT, Aisen ML, Hogan N. (2000). Increasing productivity and quality of care: Robot-aided neurorehabilitation. *J RehabilRes*.
- [3] H.I. Krebs, J.J. Palazzolo, L. Dipietro, M. Ferraro, J. Krol, K. Ranekleiv, B.T. Volpe, N. Hogan. (2003). *Rehabilitation Robotics: Performance-Based Progressive Robot-Assisted Therapy* (Volume 15, pp. 7-20), *Autonomous Robots*.
- [4] Jones T. A., Catherine J. Chu, Lucinda A. Grande, and Aurora D. Gregory, (1999). Motor Skills Training Enhances Lesion-Induced Structural Plasticity in the Motor Cortex of Adult Rats. *The Journal of Neuroscience*.
- [5] Kempermann G., Van Praag H., Gage F.H. (2000). Activity-dependent regulation of neuronal plasticity and self repair (Volume 127, pp. 35-48). *Prog Brain Res*.
- [6] Staines, W. R., McIlroy, W. E., Graham, S. J., & Black, S. E. (2001). Bilateral movement enhances ipsilesional cortical activity in acute stroke: A pilot functional MRI study. *Neurology*.

VI

SIMULACIÓN DE MOVIMIENTO DE UN PACIENTE MEDIANTE EL SISTEMA LOKOMAT

En el presente capítulo se simulará el movimiento de desplazamiento de un paciente mediante el controlador difuso que se propuso en el capítulo anterior

VI. SIMULACIÓN DE MOVIMIENTO DE UN PACIENTE MEDIANTE EL SISTEMA LOKOMAT

Una vez que se ha diseñado el controlador difuso para control de velocidad adecuado al sistema LOKOMAT, se procederá a diseñar una sencilla simulación la cual consistirá primeramente en elaborar un ser humano con las principales articulaciones que este debe de tener para que tenga movimiento de desplazamiento, el diseño completo del modelo se encuentra en el Anexo C.



Figura VI. 1 Modelo de persona en SOLIDWORKS®

Este diseño elaborado en el software SOLIDWORKS® mostrado en la figura VI.1 contiene 14 grados de libertad lo cual permite que tengan movimiento piernas, brazos y cabeza.

Después de que el sistema fue diseñado y probado que tiene un adecuado movimiento, se procede a importarlo al software Matlab®, el cual nos ayudara a obtener su modelo mecánico de dicho sistema, para esto es necesario

primeramente instalar un complemento en el SOLIDWORKS[®] llamado SimMechanics Link como se muestra en la figura VI.2.

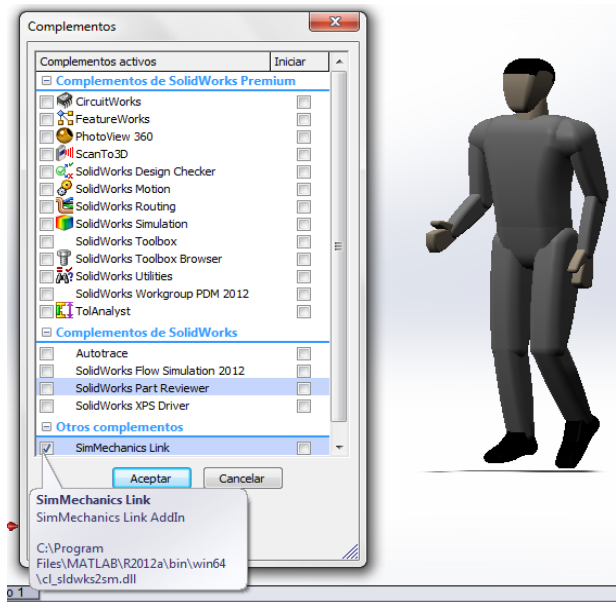


Figura VI. 2 Complemento SimMechanics Link

Ya que se anexó el complemento mencionado anteriormente, es posible exportar el sistema con la finalidad de poder obtener el modelo mecánico en MATLAB[®] como se observa en la figura VI.3.

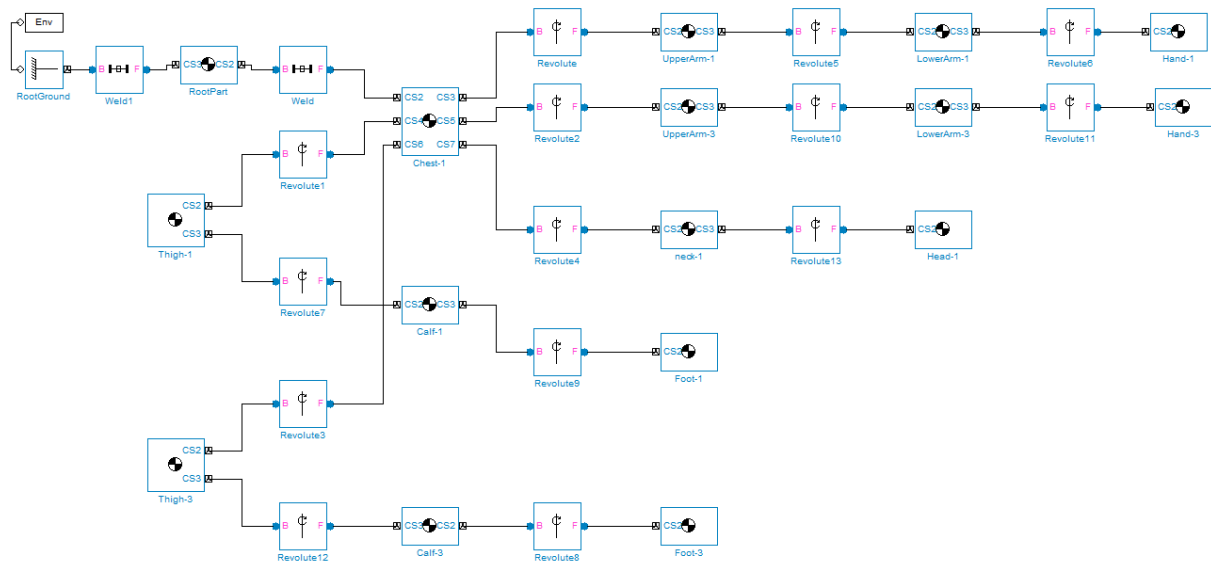


Figura VI. 3 Modelo mecánico del sistema

Una vez importado el sistema es necesario iniciar la simulación, se puede observar en la figura VI.4 que dicho sistema tiene un movimiento no controlado, por lo tanto, antes de añadirle el controlador difuso primeramente hay que resolver este problema.



Figura VI. 4 Sistema con movimiento no controlado

Para poder resolver el problema del movimiento no controlado, se procede a añadir pequeños controladores a cada grado de libertad para que el movimiento sea controlado, dichos controladores constan de un actuador el cual es manipulado mediante una señal de entrada senoidal la cuál al variar su amplitud será el grado de movimiento de cada articulación, esto diseño se puede observar en la figura VI.5.

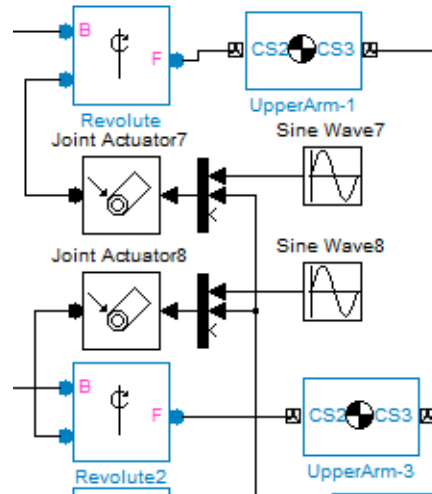


Figura VI. 5 Bloques agregados para lograr un movimiento controlado

Este proceso se le tiene que hacer a cada grado de libertad y así el modelo obtendrá un correcto movimiento como se puede observar en la figura VI.6.



Figura VI. 6 Sistema con movimiento controlado

El sistema completo para lograr el movimiento observado en la figura anterior se puede observar en la figura VI.7.

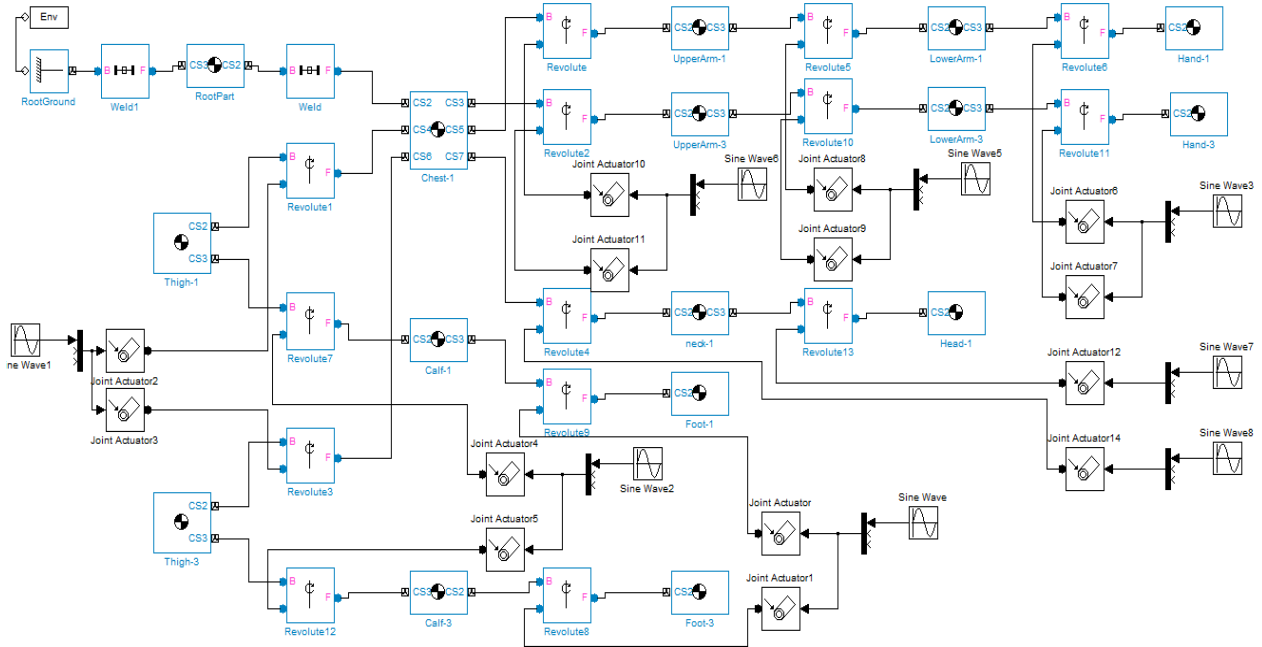


Figura VI. 7 Modelo mecánico del sistema con movimiento controlado

Por último se le agrega el algoritmo difuso para control de velocidad, el cual consiste en que dependiendo de la inclinación del cuerpo, la velocidad del sistema variara, por ejemplo si el individuo inclina considerablemente su cuerpo hacia delante, la velocidad de su desplazamiento será más rápida a diferencia de que si su inclinación es mínima. Este controlador diseñado en el capítulo V es anexado al modelo mecánico y conectado en un extremo a la velocidad de las piernas, y por otro lado es conectado al ángulo de inclinación del cuerpo. El sistema completo se puede observar en la figura VI.8.

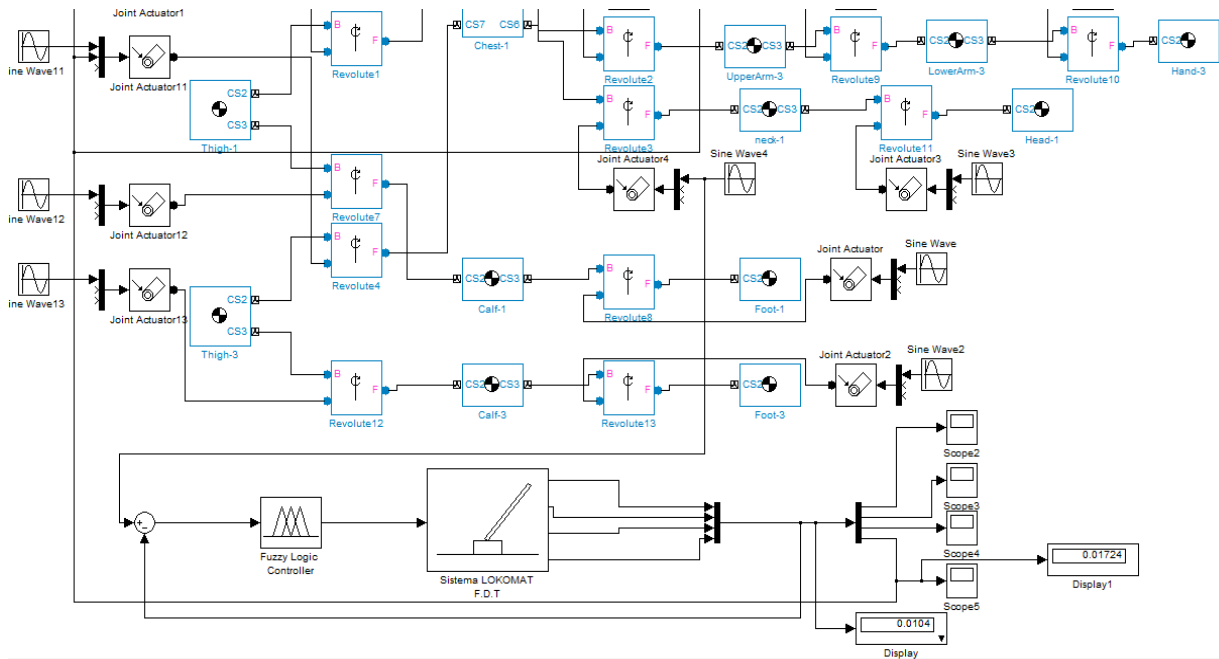


Figura VI. 8 Sistema con controlador difuso

Una vez obtenido el modelo completo se procede a correr la simulación obteniendo la respuesta mostrada en la figura VI.9.

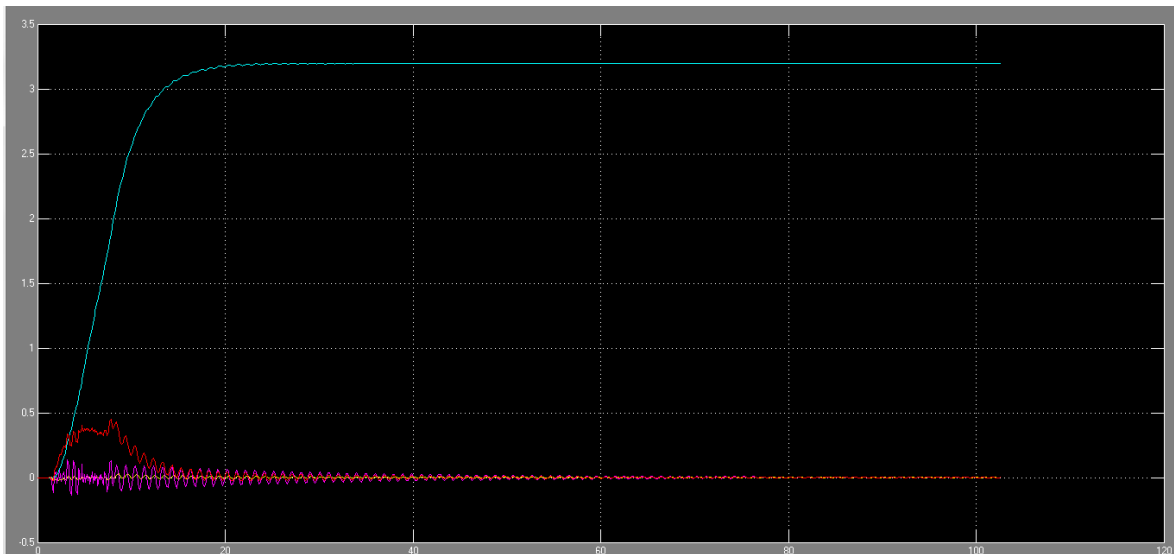


Figura VI. 9 Respuesta del sistema LOKOMAT con el controlador difuso sintonizado

En la figura VI.10 se puede observar el comportamiento de la posición del sistema LOKOMAT.

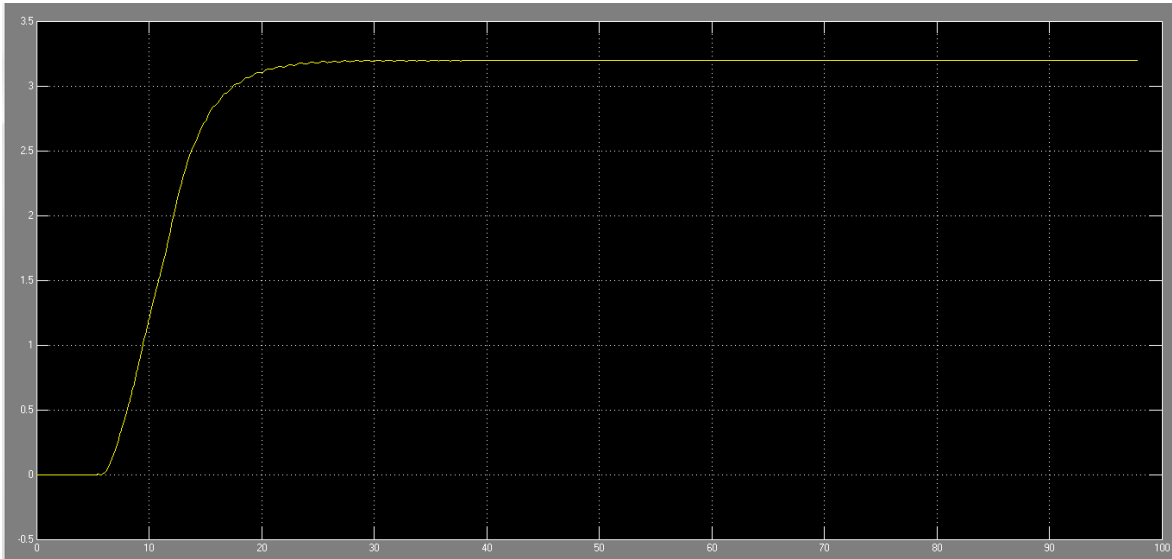


Figura VI. 10 Comportamiento de la posición del sistema LOKOMAT

En la figura VI.11 se observa el comportamiento de la velocidad del sistema LOKOMAT, se puede apreciar que el sistema permanece en cero, esto se debe a que una vez que el paciente incline el cuerpo el sistema pretenderá estabilizarlo lo más rápido posible, intentando que este se coloque completamente en forma vertical. Una vez que el paciente quiera dejar de caminar solo es necesario que enderece su cuerpo para que el sistema se detenga.

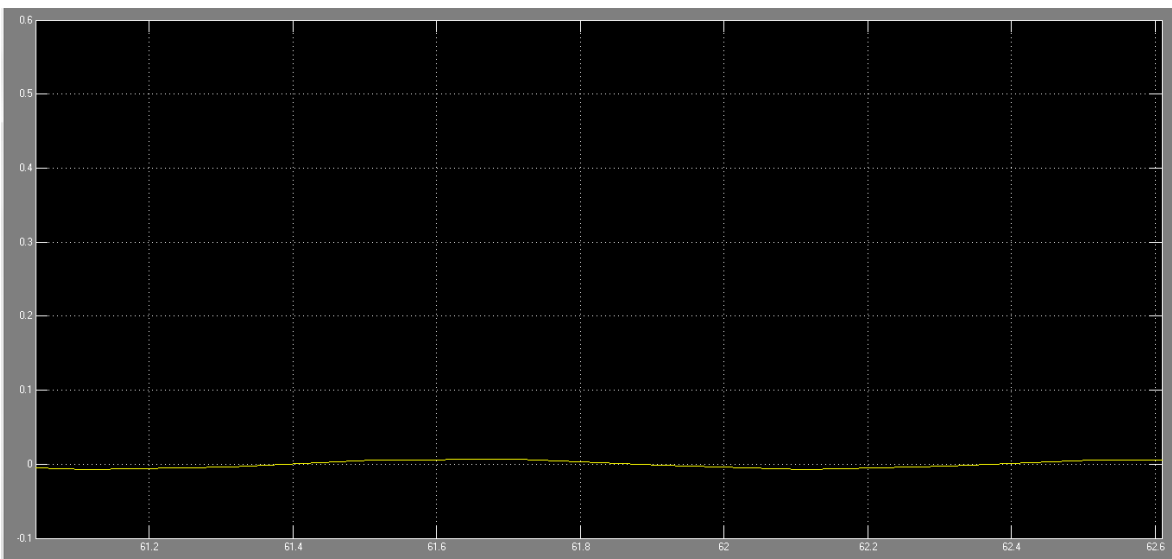


Figura VI. 11 Comportamiento de la velocidad de desplazamiento del sistema LOKOMAT

Esta simulación se diseñó mediante el método de función de transferencia ya que como se observó en el capítulo V los resultados obtenidos son más satisfactorios que por el método de variables de estado.

En la figura VI.12 se observa el desplazamiento del paciente de acuerdo a la inclinación de su cuerpo.

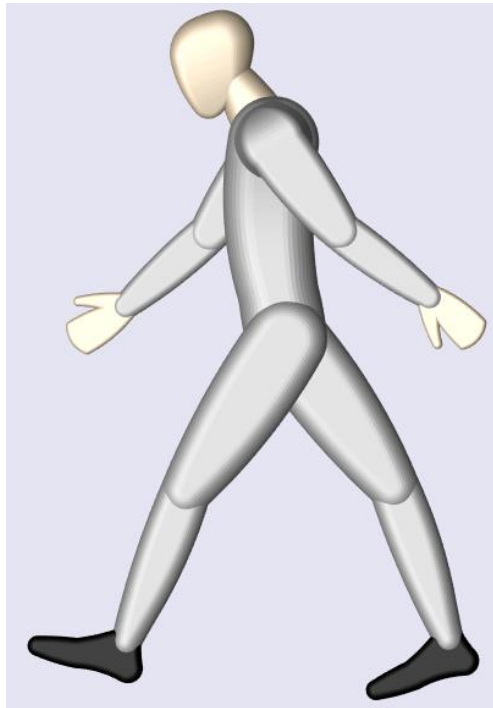


Figura VI. 12 Comportamiento de la velocidad de desplazamiento del sistema LOKOMAT

VI.1. SUMARIO CAPÍTULO 6

En este último capítulo se procede a realizar una simulación virtual del sistema de rehabilitación LOKOMAT propuesto en el capítulo anterior, el cual consiste en controlar la velocidad de desplazamiento del paciente de acuerdo a la inclinación de este, esto quiere decir que entre más se incline el paciente, la velocidad de sus piernas será mayor. Primeramente se diseña un ser humano con las principales articulaciones que este debe de tener para que tenga movimiento de desplazamiento, después se exportara a Matlab[®], para que se pueda realizar el

modelo matemático y así agregarle tanto el controlador difuso propuesto anteriormente como pequeños controladores para cada articulación, esto con la finalidad de que el movimiento del individuo sea controlado. Esta simulación se realizó por el método de función de transferencia ya que como se observó en capítulos anteriores es el que dio mejor respuesta.

CONCLUSIONES

Después de analizar los resultados y en base a la implementación del sistema péndulo invertido se obtiene la siguiente conclusión:

El análisis del controlador difuso PI con dos variables de entrada (ángulo y velocidad angular), no fue satisfactorio ya que es necesario incluir las cuatro variables de entrada (ángulo, velocidad angular, posición y velocidad lineal), ya que estas también están incluidas en un principio en el análisis del sistema.

Al realizar nuevamente la simulación pero ahora incluyendo las variables mencionadas anteriormente se distingue que la respuesta del sistema es correcta pero oscila bastante, esto significa que el sistema aun no es estable. La posición del carro que balancea el péndulo se desplaza fuera del cero, a diferencia del ángulo, de la velocidad angular y de la velocidad del móvil, esto se debe a que es necesario que estas últimas tres variables estén en cero para que el péndulo sea estable, a diferencia de la posición del móvil, ya que no es necesario que el péndulo se estabilice en su punto inicial. Para poder reducir la oscilación del sistema se modificaron los rangos en los que actúan tanto las cuatro variables de entrada como la variable de salida (fuerza), así como también las reglas difusas. Al hacer estos cambios se observa que el sistema pierde su sobre amortiguamiento y se estabiliza de una manera más rápida que en las pruebas anteriores. El ángulo, la velocidad angular y la velocidad lineal, después de una serie de pulsos se estabilizan, esto se debe a que son los movimientos que necesita el sistema para poder quedar completamente vertical, con lo mínimo de movimiento. Por otro lado la posición del móvil que equilibra el péndulo, no necesariamente debe quedar en su punto inicial, pero se observa que si se estabiliza en un punto diferente a cero.

El último análisis que se propuso fue por el método de variables de estado respetando las cuatro variables de entrada, se concluyó que el sistema es inestable ya que la posición se corre al infinito, esto significa que el carro que mueve el péndulo siempre se está moviendo hacia la misma dirección, lo que provocaría un descarrilamiento. Por otro lado el ángulo, la velocidad lineal y la

velocidad angular, no oscilan mucho, pero no dejan de oscilar en ningún momento, esto se debe a que el móvil nunca se detiene. Al igual que el método por función de transferencia, para poder estabilizar el sistema se modificaron los rangos en los que actúan dichas variables, concluyendo que la posición del móvil se estabilizó, sin embargo el ángulo, la velocidad angular y la velocidad lineal oscilan mucho aunque finalmente el sistema se estabiliza.

Para los últimos dos estudios (función de transferencia y variables de estado) se propusieron diversos análisis de estabilidad por el método de plano de fase concluyendo que el sistema rodea menos veces el punto inicial, esto significa que el sistema deja de oscilar y alcanza su estabilidad en un mínimo de tiempo, también se concluye que la trayectoria parte del punto establecido que en este caso es cero, y después de un cierto tiempo vuelve a llegar al punto deseado con un cambio en su posición. Por lo tanto se dice que el sistema responde adecuadamente al controlador difuso que se propuso logrando una buena estabilidad.

Una vez obtenidos los resultados esperados se realizó una aplicación enfocada a la biomecánica la cual consistió en el control difuso para la variación de velocidad de un sistema LOKOMAT, en el cual se propuso primeramente el controlador difuso por el método de función de transferencia ya que con lo concluido anteriormente, este es el método que mejor respondió al sistema péndulo invertido. Una vez diseñado este nuevo controlador se pudo concluir que el sistema LOKOMAT no tiene sobre amortiguamiento y se estabiliza de una manera rápida. El ángulo de inclinación, la velocidad angular y la velocidad de desplazamiento, se estabilizan inmediatamente. Por otro lado la posición del móvil que equilibra al sistema LOKOMAT, no necesariamente debe quedar en su punto inicial, pero se observa que si se estabiliza en un punto diferente a cero, esto significa que entre más alta sea la distancia, más rápido caminará el paciente por que automáticamente el sistema querrá ir a su punto de equilibrio.

Una vez que se analizó el sistema LOKOMAT por el método de F.D.T. y se observó que responde correctamente, se procedió a elaborar el análisis por el método de variables de estado observándose que el sistema se estabiliza al mismo tiempo que por el método anterior, a diferencia que la respuesta es negativa y que el ángulo de inclinación, la velocidad angular y la velocidad de desplazamiento oscilan mucho.

Por último se procedió a elaborar un análisis de estabilidad al sistema con el controlador diseñado por el método de F.D.T., concluyéndose que el sistema oscila en un rango muy pequeño y que termina en cero, esto significa que dichas oscilaciones son despreciables para el sistema, por otro lado la trayectoria parte del punto establecido que en este caso es cero, y después de un cierto tiempo vuelve a llegar al punto deseado con un cambio en su posición. Por lo tanto se dice que el sistema responde adecuadamente al controlador difuso que se propuso logrando una buena estabilidad.

Al tener todos los resultados obtenidos anteriormente se procedió a simular el sistema en una persona física concluyendo que el sistema LOKOMAT responde correctamente, se concluye también que el comportamiento de velocidad del sistema permanece en cero, esto se debe a que una vez que el paciente incline el cuerpo el sistema pretenderá estabilizarlo lo más rápido posible, intentando que este se coloque completamente en forma vertical, si el paciente permanece inclinado, la velocidad de movimiento del sistema no será cero hasta que el individuo se enderece completamente.

Como se mencionó anteriormente esta simulación se diseñó mediante el método de función de transferencia ya que como se concluyó anteriormente los resultados obtenidos son más satisfactorios que por el método de variables de estado.

Anexo A

1. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XNEG) and (VELOCIDAD is VNEG) then (FUERZA is PG) (1)
2. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XNEG) and (VELOCIDAD is VCER) then (FUERZA is PG) (1)
3. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XNEG) and (VELOCIDAD is VPOS) then (FUERZA is PG) (1)
4. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XCER) and (VELOCIDAD is VNEG) then (FUERZA is PG) (1)
5. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XCER) and (VELOCIDAD is VCER) then (FUERZA is PG) (1)
6. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XCER) and (VELOCIDAD is VPOS) then (FUERZA is PG) (1)
7. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XPOS) and (VELOCIDAD is VNEG) then (FUERZA is PG) (1)
8. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XPOS) and (VELOCIDAD is VCER) then (FUERZA is PG) (1)
9. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XPOS) and (VELOCIDAD is VPOS) then (FUERZA is PG) (1)
10. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DCER) and (POSICIÓN is XNEG) and (VELOCIDAD is VNEG) then (FUERZA is PG) (1)
11. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DCER) and (POSICIÓN is XNEG) and (VELOCIDAD is VCER) then (FUERZA is PG) (1)
12. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DCER) and (POSICIÓN is XNEG) and (VELOCIDAD is VPOS) then (FUERZA is PM) (1)
13. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DCER) and (POSICIÓN is XCER) and (VELOCIDAD is VNEG) then (FUERZA is PM) (1)
14. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DCER) and (POSICIÓN is XCER) and (VELOCIDAD is VCER) then (FUERZA is PM) (1)
15. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DCER) and (POSICIÓN is XCER) and (VELOCIDAD is VPOS) then (FUERZA is PM) (1)
16. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DCER) and (POSICIÓN is XPOS) and (VELOCIDAD is VNEG) then (FUERZA is PM) (1)
17. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DCER) and (POSICIÓN is XPOS) and (VELOCIDAD is VCER) then (FUERZA is PM) (1)
18. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DCER) and (POSICIÓN is XPOS) and (VELOCIDAD is VPOS) then (FUERZA is PM) (1)
19. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DPOS) and (POSICIÓN is XNEG) and (VELOCIDAD is VNEG) then (FUERZA is PM) (1)
20. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DPOS) and (POSICIÓN is XNEG) and (VELOCIDAD is VCER) then (FUERZA is PM) (1)

21. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DPOS) and (POSICIÓN is XNEG) and (VELOCIDAD is VPOS) then (FUERZA is PM) (1)
22. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DPOS) and (POSICIÓN is XCER) and (VELOCIDAD is VNEG) then (FUERZA is PM) (1)
23. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DPOS) and (POSICIÓN is XCER) and (VELOCIDAD is VCER) then (FUERZA is PP) (1)
24. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DPOS) and (POSICIÓN is XCER) and (VELOCIDAD is VPOS) then (FUERZA is PP) (1)
25. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DPOS) and (POSICIÓN is XPOS) and (VELOCIDAD is VNEG) then (FUERZA is PP) (1)
26. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DPOS) and (POSICIÓN is XPOS) and (VELOCIDAD is VCER) then (FUERZA is PP) (1)
27. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DPOS) and (POSICIÓN is XPOS) and (VELOCIDAD is VPOS) then (FUERZA is PP) (1)
28. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XNEG) and (VELOCIDAD is VNEG) then (FUERZA is PP) (1)
29. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XNEG) and (VELOCIDAD is VCER) then (FUERZA is PP) (1)
30. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XNEG) and (VELOCIDAD is VPOS) then (FUERZA is PP) (1)
31. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XCER) and (VELOCIDAD is VNEG) then (FUERZA is PP) (1)
32. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XCER) and (VELOCIDAD is VCER) then (FUERZA is PP) (1)
33. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XCER) and (VELOCIDAD is VPOS) then (FUERZA is PP) (1)
34. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XPOS) and (VELOCIDAD is VNEG) then (FUERZA is PP) (1)
35. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XPOS) and (VELOCIDAD is VCER) then (FUERZA is PP) (1)
36. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XPOS) and (VELOCIDAD is VPOS) then (FUERZA is CE) (1)
37. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DCER) and (POSICIÓN is XNEG) and (VELOCIDAD is VNEG) then (FUERZA is CE) (1)
38. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DCER) and (POSICIÓN is XNEG) and (VELOCIDAD is VCER) then (FUERZA is CE) (1)
39. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DCER) and (POSICIÓN is XNEG) and (VELOCIDAD is VPOS) then (FUERZA is CE) (1)
40. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DCER) and (POSICIÓN is XCER) and (VELOCIDAD is VNEG) then (FUERZA is CE) (1)

41. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DCER) and (POSICIÓN is XCER) and (VELOCIDAD is VCER) then (FUERZA is CE) (1)
42. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DCER) and (POSICIÓN is XCER) and (VELOCIDAD is VPOS) then (FUERZA is CE) (1)
43. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DCER) and (POSICIÓN is XPOS) and (VELOCIDAD is VNEG) then (FUERZA is CE) (1)
44. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DCER) and (POSICIÓN is XPOS) and (VELOCIDAD is VCER) then (FUERZA is CE) (1)
45. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DCER) and (POSICIÓN is XPOS) and (VELOCIDAD is VPOS) then (FUERZA is CE) (1)
46. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DPOS) and (POSICIÓN is XNEG) and (VELOCIDAD is VNEG) then (FUERZA is CE) (1)
47. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DPOS) and (POSICIÓN is XNEG) and (VELOCIDAD is VCER) then (FUERZA is CE) (1)
48. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DPOS) and (POSICIÓN is XNEG) and (VELOCIDAD is VPOS) then (FUERZA is NP) (1)
49. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DPOS) and (POSICIÓN is XCER) and (VELOCIDAD is VNEG) then (FUERZA is NP) (1)
50. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DPOS) and (POSICIÓN is XCER) and (VELOCIDAD is VCER) then (FUERZA is NP) (1)
51. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DPOS) and (POSICIÓN is XCER) and (VELOCIDAD is VPOS) then (FUERZA is NP) (1)
52. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DPOS) and (POSICIÓN is XPOS) and (VELOCIDAD is VNEG) then (FUERZA is NP) (1)
53. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DPOS) and (POSICIÓN is XPOS) and (VELOCIDAD is VCER) then (FUERZA is NP) (1)
54. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DPOS) and (POSICIÓN is XPOS) and (VELOCIDAD is VPOS) then (FUERZA is NP) (1)
55. If (ANGULO is APOS) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XNEG) and (VELOCIDAD is VNEG) then (FUERZA is NP) (1)
56. If (ANGULO is APOS) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XNEG) and (VELOCIDAD is VCER) then (FUERZA is NP) (1)
57. If (ANGULO is APOS) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XNEG) and (VELOCIDAD is VPOS) then (FUERZA is NP) (1)
58. If (ANGULO is APOS) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XCER) and (VELOCIDAD is VNEG) then (FUERZA is NP) (1)
59. If (ANGULO is APOS) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XCER) and (VELOCIDAD is VCER) then (FUERZA is NP) (1)
60. If (ANGULO is APOS) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XCER) and (VELOCIDAD is VPOS) then (FUERZA is NM) (1)

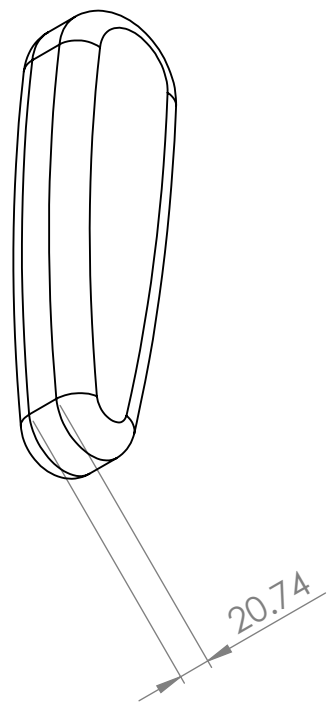
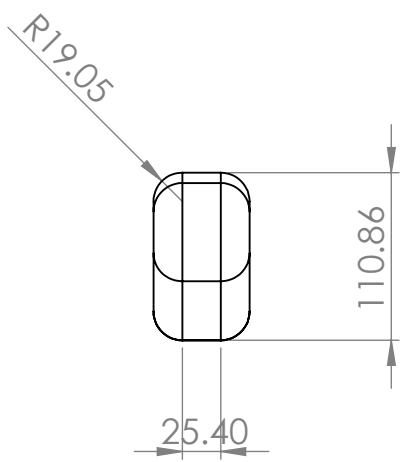
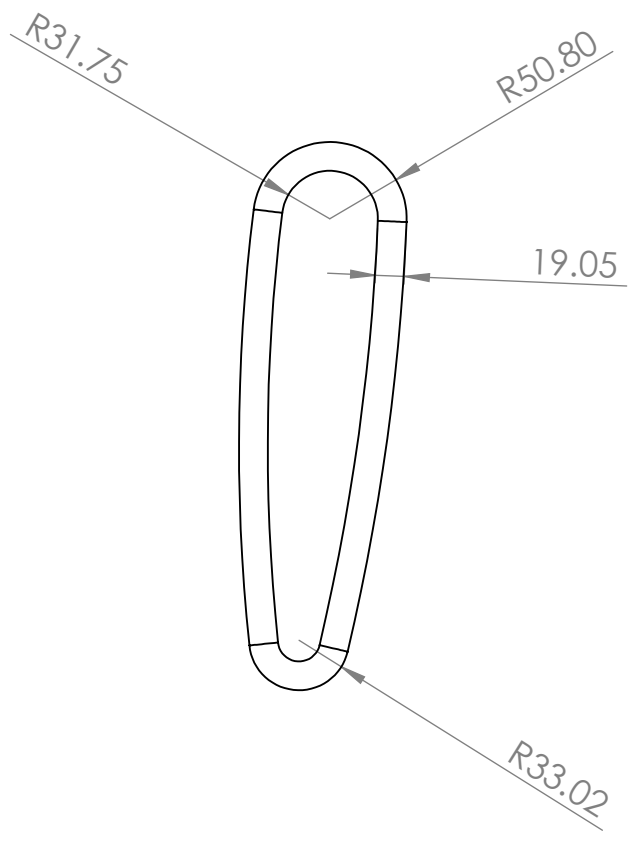
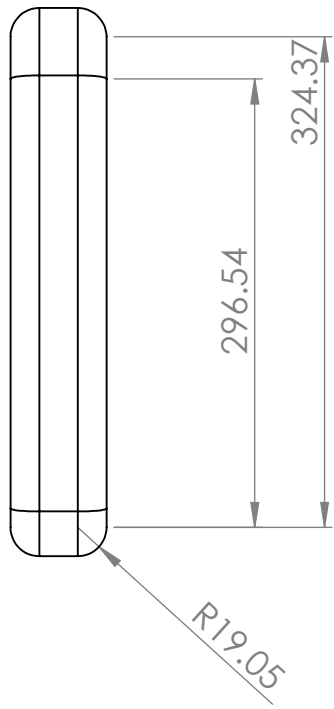
Anexo B

1. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XNEG) and (VELOCIDAD is VNEG) then (FUERZA is PG) (1)
2. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XNEG) and (VELOCIDAD is VCER) then (FUERZA is PG) (1)
3. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XNEG) and (VELOCIDAD is VPOS) then (FUERZA is PG) (1)
4. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XCER) and (VELOCIDAD is VNEG) then (FUERZA is PG) (1)
5. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XCER) and (VELOCIDAD is VCER) then (FUERZA is PG) (1)
6. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XCER) and (VELOCIDAD is VPOS) then (FUERZA is PG) (1)
7. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XPOS) and (VELOCIDAD is VNEG) then (FUERZA is PG) (1)
8. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XPOS) and (VELOCIDAD is VCER) then (FUERZA is PG) (1)
9. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XPOS) and (VELOCIDAD is VPOS) then (FUERZA is PG) (1)
10. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DCER) and (POSICIÓN is XNEG) and (VELOCIDAD is VNEG) then (FUERZA is PG) (1)
11. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DCER) and (POSICIÓN is XNEG) and (VELOCIDAD is VCER) then (FUERZA is PG) (1)
12. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DCER) and (POSICIÓN is XNEG) and (VELOCIDAD is VPOS) then (FUERZA is PM) (1)
13. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DCER) and (POSICIÓN is XCER) and (VELOCIDAD is VNEG) then (FUERZA is PM) (1)
14. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DCER) and (POSICIÓN is XCER) and (VELOCIDAD is VCER) then (FUERZA is PM) (1)
15. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DCER) and (POSICIÓN is XCER) and (VELOCIDAD is VPOS) then (FUERZA is PM) (1)
16. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DCER) and (POSICIÓN is XPOS) and (VELOCIDAD is VNEG) then (FUERZA is PM) (1)
17. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DCER) and (POSICIÓN is XPOS) and (VELOCIDAD is VCER) then (FUERZA is PM) (1)
18. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DCER) and (POSICIÓN is XPOS) and (VELOCIDAD is VPOS) then (FUERZA is PM) (1)
19. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DPOS) and (POSICIÓN is XNEG) and (VELOCIDAD is VNEG) then (FUERZA is PM) (1)
20. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DPOS) and (POSICIÓN is XNEG) and (VELOCIDAD is VCER) then (FUERZA is PM) (1)

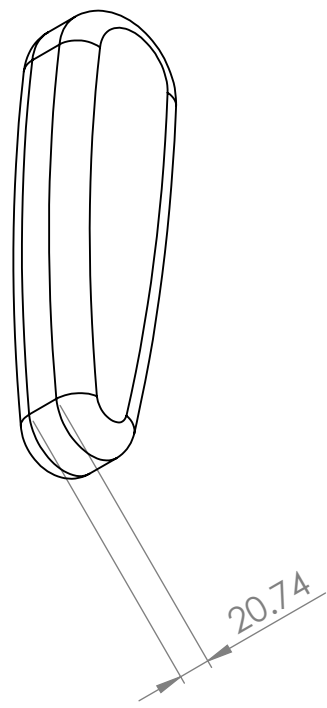
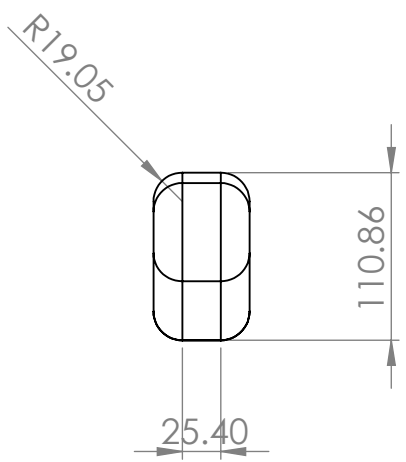
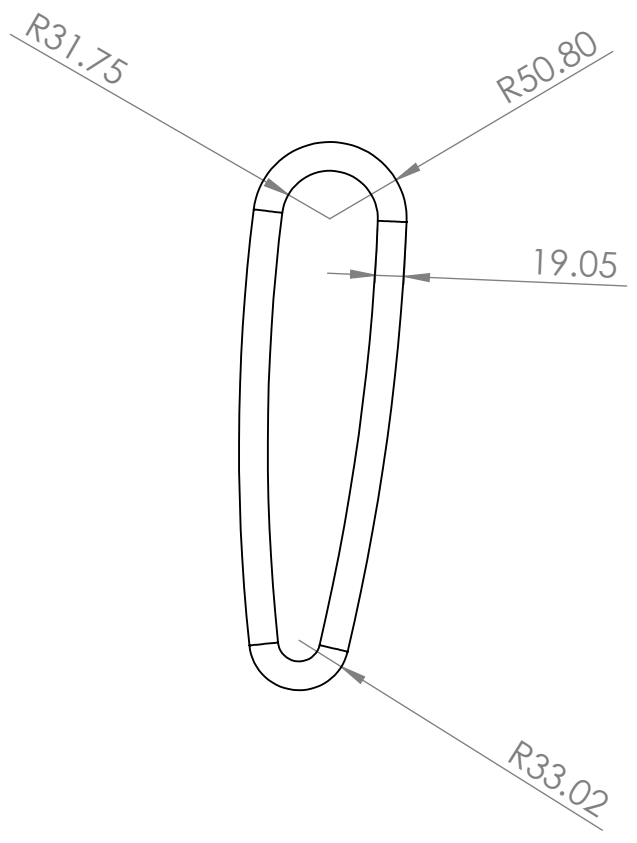
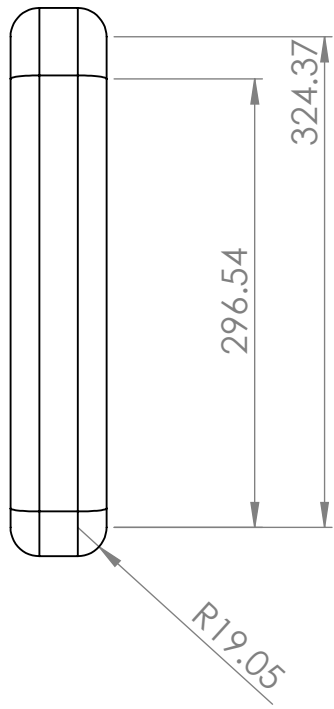
21. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DPOS) and (POSICIÓN is XNEG) and (VELOCIDAD is VPOS) then (FUERZA is PM) (1)
22. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DPOS) and (POSICIÓN is XCER) and (VELOCIDAD is VNEG) then (FUERZA is PM) (1)
23. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DPOS) and (POSICIÓN is XCER) and (VELOCIDAD is VCER) then (FUERZA is PP) (1)
24. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DPOS) and (POSICIÓN is XCER) and (VELOCIDAD is VPOS) then (FUERZA is PP) (1)
25. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DPOS) and (POSICIÓN is XPOS) and (VELOCIDAD is VNEG) then (FUERZA is PP) (1)
26. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DPOS) and (POSICIÓN is XPOS) and (VELOCIDAD is VCER) then (FUERZA is PP) (1)
27. If (ANGULO is ANEG) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DPOS) and (POSICIÓN is XPOS) and (VELOCIDAD is VPOS) then (FUERZA is PP) (1)
28. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XNEG) and (VELOCIDAD is VNEG) then (FUERZA is PP) (1)
29. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XNEG) and (VELOCIDAD is VCER) then (FUERZA is PP) (1)
30. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XNEG) and (VELOCIDAD is VPOS) then (FUERZA is PP) (1)
31. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XCER) and (VELOCIDAD is VNEG) then (FUERZA is PP) (1)
32. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XCER) and (VELOCIDAD is VCER) then (FUERZA is PP) (1)
33. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XCER) and (VELOCIDAD is VPOS) then (FUERZA is PP) (1)
34. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XPOS) and (VELOCIDAD is VNEG) then (FUERZA is PP) (1)
35. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XPOS) and (VELOCIDAD is VCER) then (FUERZA is PP) (1)
36. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XPOS) and (VELOCIDAD is VPOS) then (FUERZA is CE) (1)
37. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DCER) and (POSICIÓN is XNEG) and (VELOCIDAD is VNEG) then (FUERZA is CE) (1)
38. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DCER) and (POSICIÓN is XNEG) and (VELOCIDAD is VCER) then (FUERZA is CE) (1)
39. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DCER) and (POSICIÓN is XNEG) and (VELOCIDAD is VPOS) then (FUERZA is CE) (1)
40. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DCER) and (POSICIÓN is XCER) and (VELOCIDAD is VNEG) then (FUERZA is CE) (1)

41. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DCER) and (POSICIÓN is XCER) and (VELOCIDAD is VCER) then (FUERZA is CE) (1)
42. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DCER) and (POSICIÓN is XCER) and (VELOCIDAD is VPOS) then (FUERZA is CE) (1)
43. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DCER) and (POSICIÓN is XPOS) and (VELOCIDAD is VNEG) then (FUERZA is CE) (1)
44. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DCER) and (POSICIÓN is XPOS) and (VELOCIDAD is VCER) then (FUERZA is CE) (1)
45. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DCER) and (POSICIÓN is XPOS) and (VELOCIDAD is VPOS) then (FUERZA is CE) (1)
46. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DPOS) and (POSICIÓN is XNEG) and (VELOCIDAD is VNEG) then (FUERZA is CE) (1)
47. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DPOS) and (POSICIÓN is XNEG) and (VELOCIDAD is VCER) then (FUERZA is CE) (1)
48. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DPOS) and (POSICIÓN is XNEG) and (VELOCIDAD is VPOS) then (FUERZA is NP) (1)
49. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DPOS) and (POSICIÓN is XCER) and (VELOCIDAD is VNEG) then (FUERZA is NP) (1)
50. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DPOS) and (POSICIÓN is XCER) and (VELOCIDAD is VCER) then (FUERZA is NP) (1)
51. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DPOS) and (POSICIÓN is XCER) and (VELOCIDAD is VPOS) then (FUERZA is NP) (1)
52. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DPOS) and (POSICIÓN is XPOS) and (VELOCIDAD is VNEG) then (FUERZA is NP) (1)
53. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DPOS) and (POSICIÓN is XPOS) and (VELOCIDAD is VCER) then (FUERZA is NP) (1)
54. If (ANGULO is ACER) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DPOS) and (POSICIÓN is XPOS) and (VELOCIDAD is VPOS) then (FUERZA is NP) (1)
55. If (ANGULO is APOS) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XNEG) and (VELOCIDAD is VNEG) then (FUERZA is NP) (1)
56. If (ANGULO is APOS) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XNEG) and (VELOCIDAD is VCER) then (FUERZA is NP) (1)
57. If (ANGULO is APOS) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XNEG) and (VELOCIDAD is VPOS) then (FUERZA is NP) (1)
58. If (ANGULO is APOS) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XCER) and (VELOCIDAD is VNEG) then (FUERZA is NP) (1)
59. If (ANGULO is APOS) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XCER) and (VELOCIDAD is VCER) then (FUERZA is NP) (1)
60. If (ANGULO is APOS) and (VELOCIDAD_ÁNGULAR is DNEG) and (POSICIÓN is XCER) and (VELOCIDAD is VPOS) then (FUERZA is NM) (1)

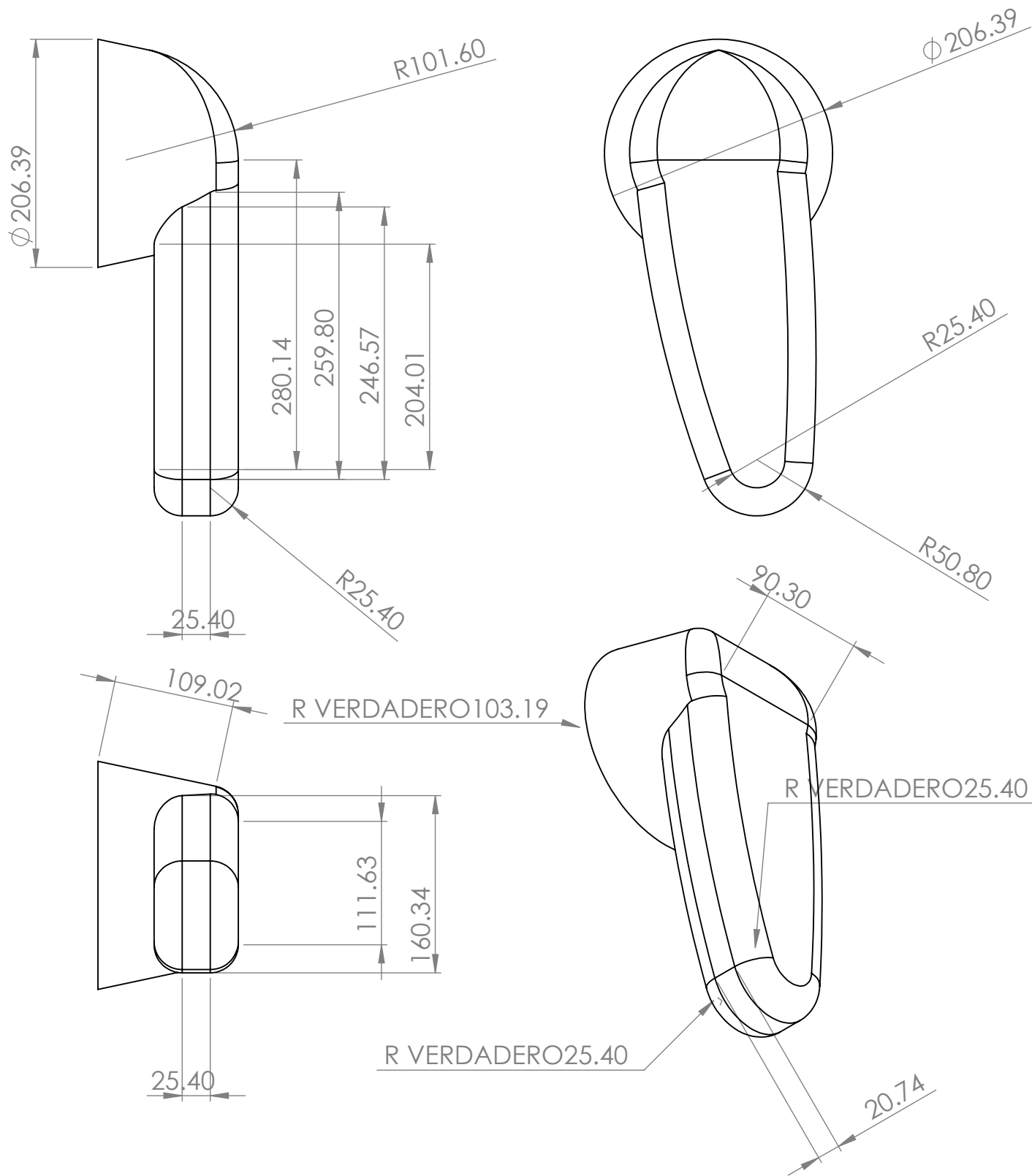
Anexo C



SI NO SE INDICA LO CONTRARIO: LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM ACABADO SUPERFICIAL: TOLERANCIAS: LINEAL: MACH +-BEND +- ANGULAR: +- 0.02%		ACABADO: 08/10/13	REBARBAR Y ROMPER ARISTAS VIVAS	NO CAMBIE LA ESCALA	REVISIÓN
NOMBRE		FECHA		TÍTULO:	
DIBUJ.	PAUL SALVADOR			ANTEBRAZO DERECHO	
MODIF.	FIGUEROA FLORES GERSON	08/10/13			
REVIS.	DR. TORRES SN. MIGUEL CRISTOPHER	15/10/13			
REVIS.	DR. URRIOLAGOITIA SOSA GUILLERMO	15/10/13			
MATERIAL:			N.º DE DIBUJO	C9	A4
			ESCALA: 1:5	HOJA 1 DE 1	



SI NO SE INDICA LO CONTRARIO: LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM ACABADO SUPERFICIAL: TOLERANCIAS: LINEAL: MACH +-BEND +- ANGULAR: +- 0.02%		ACABADO: 08/10/13	REBARBAR Y ROMPER ARISTAS VIVAS	NO CAMBIE LA ESCALA	REVISIÓN
NOMBRE		FECHA		TÍTULO:	
DIBUJ.	PAUL SALVADOR			ANTEBRAZO IZQUIERDO	
MODIF.	FIGUEROA FLORES GERSON	08/10/13			
REVIS.	DR. TORRES SN. MIGUEL CRISTOPHER	15/10/13			
REVIS.	DR. URRIOLAGOITIA SOSA GUILLERMO	15/10/13			
MATERIAL:			N.º DE DIBUJO	C10	A4
			ESCALA: 1:5	HOJA 1 DE 1	



SI NO SE INDICA LO CONTRARIO:
 LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM
 ACABADO SUPERFICIAL:
 TOLERANCIAS:
 LINEAL: MACH +- BEND +-
 ANGULAR: +- 0.02%

ACABADO:

08/10/13

REBARBAR Y
 ROMPER ARISTAS
 VIVAS

NO CAMBIE LA ESCALA

REVISIÓN

	NOMBRE	FECHA
DIBUJ.	PAUL SALVADOR	
MODIF.	FIGUEROA FLORES GERSON	08/10/13
REVIS.	DR. TORRES SN. MIGUEL CRISTOPHER	15/10/13
REVIS.	DR. URRIOLAGOITIA SOSA GUILLERMO	15/10/13

MATERIAL:

TÍTULO:

BRAZO DERECHO

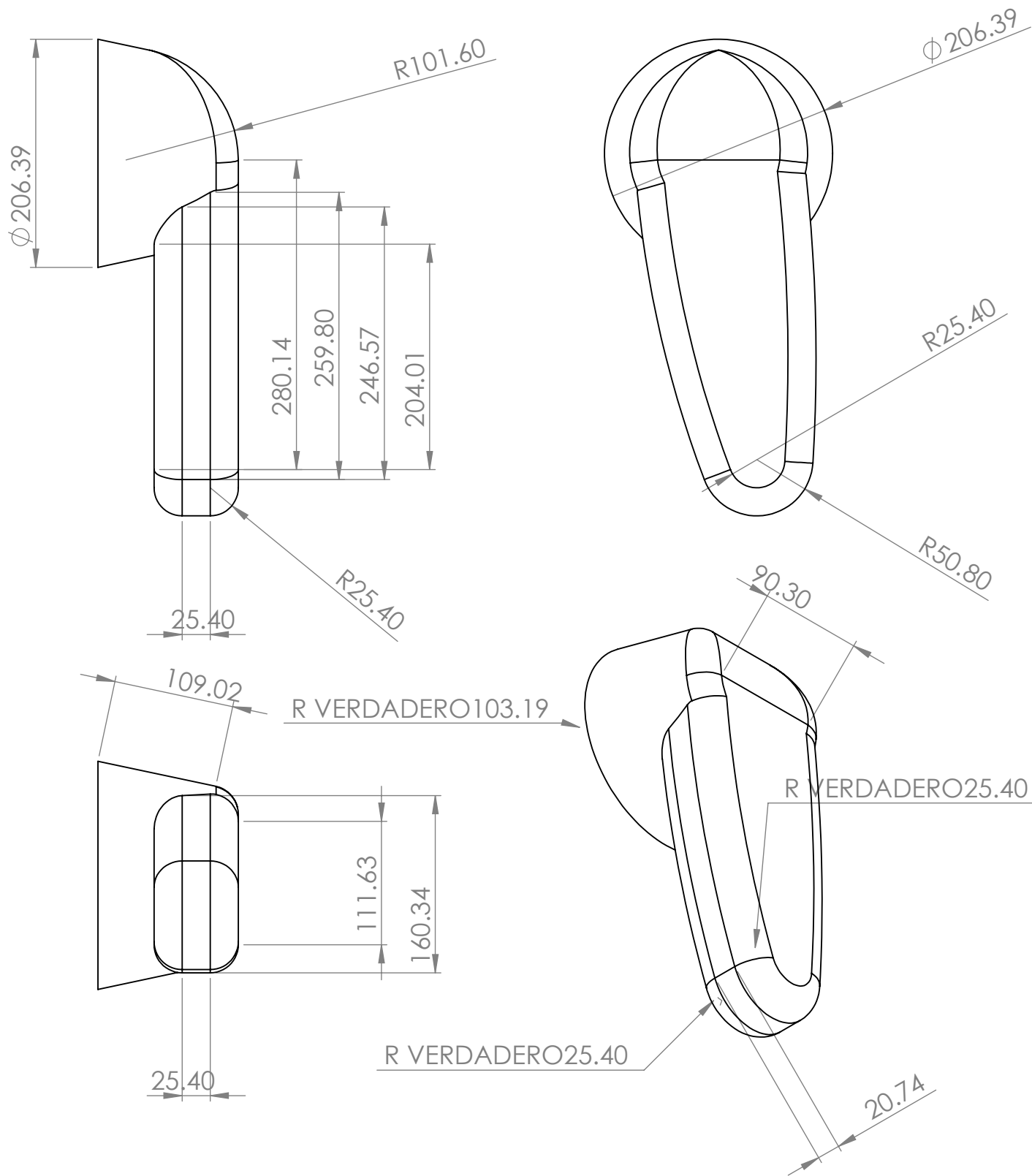
N.º DE DIBUJO

C14

A4

ESCALA: 1:5

HOJA 1 DE 1



SI NO SE INDICA LO CONTRARIO:
 LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM
 ACABADO SUPERFICIAL:
 TOLERANCIAS:
 LINEAL: MACH +- BEND +-
 ANGULAR: +- 0.02%

ACABADO:

08/10/13

REBARBAR Y
 ROMPER ARISTAS
 VIVAS

NO CAMBIE LA ESCALA

REVISIÓN

	NOMBRE	FECHA
DIBUJ.	PAUL SALVADOR	
MODIF.	FIGUEROA FLORES GERSON	08/10/13
REVIS.	DR. TORRES SN. MIGUEL CRISTOPHER	15/10/13
REVIS.	DR. URRIOLAGOITIA SOSA GUILLERMO	15/10/13

MATERIAL:

TÍTULO:

BRAZO IZQUIERDO

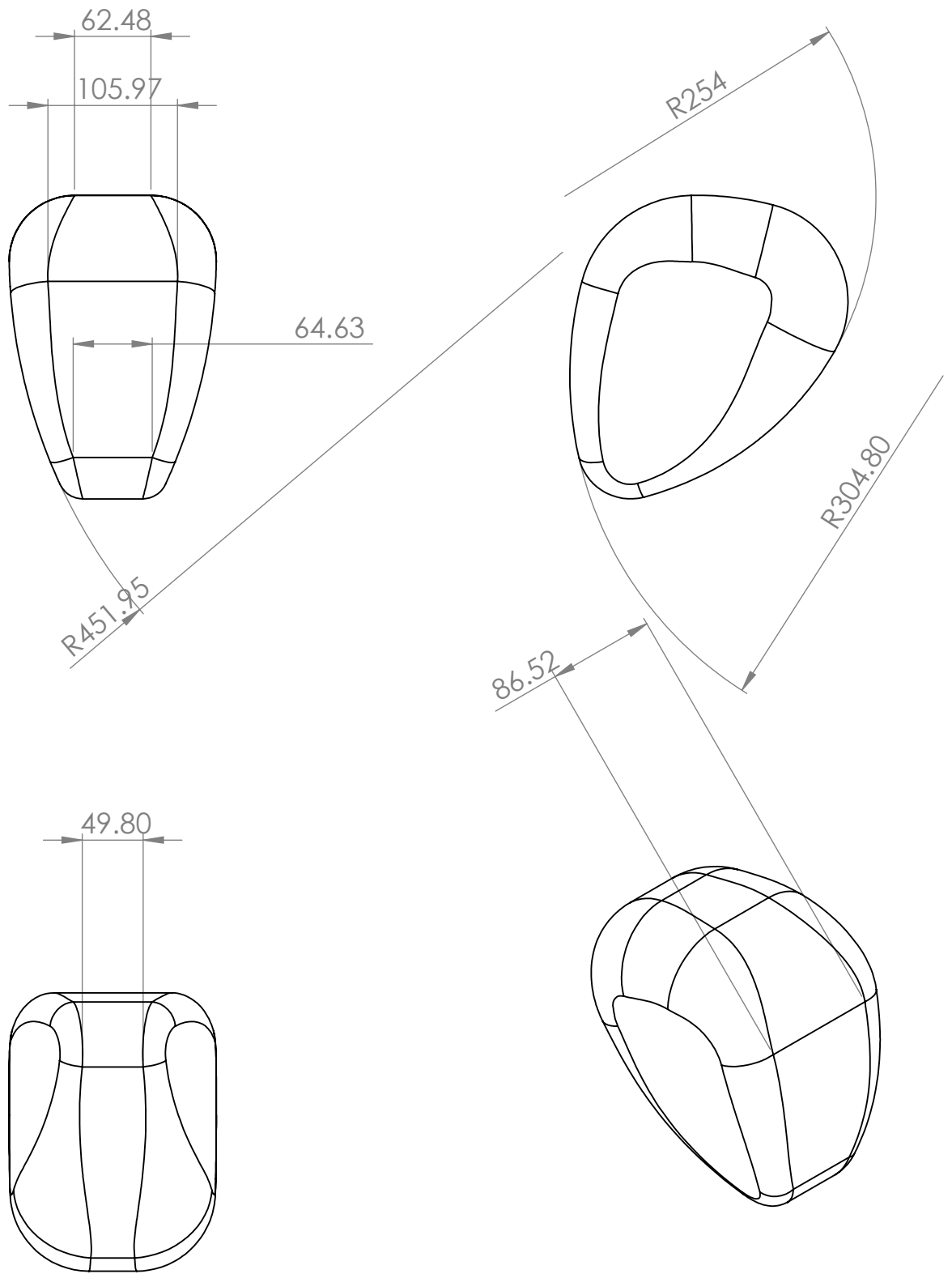
N.º DE DIBUJO

C15

A4

ESCALA: 1:5

HOJA 1 DE 1



SI NO SE INDICA LO CONTRARIO:
 LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM
 ACABADO SUPERFICIAL:
 TOLERANCIAS:
 LINEAL: MACH +- BEND +-
 ANGULAR: +- 0.02%

ACABADO:

08/10/13

REBARBAR Y
 ROMPER ARISTAS
 VIVAS

NO CAMBIE LA ESCALA

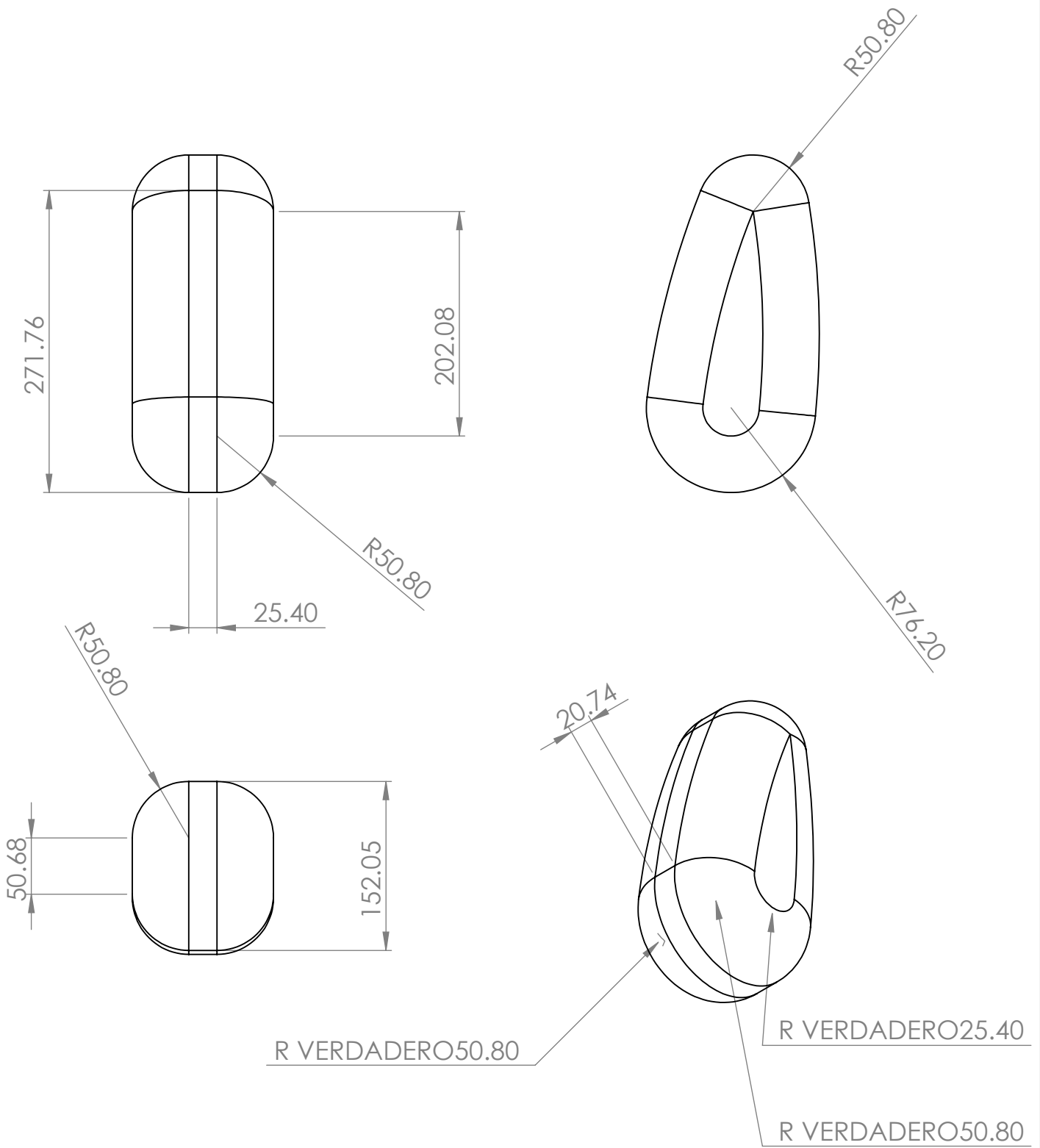
REVISIÓN

	NOMBRE	FECHA		
DIBUJ.	PAUL SALVADOR			
MODIF.	FIGUEROA FLORES GERSON	08/10/13		
REVIS.	DR. TORRES SN. MIGUEL CRISTOPHER	15/10/13		
REVIS.	DR. URRIOLAGOITIA SOSA GUILLERMO	15/10/13		

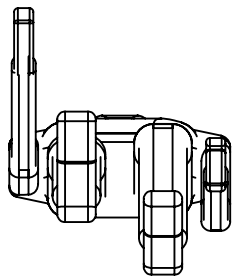
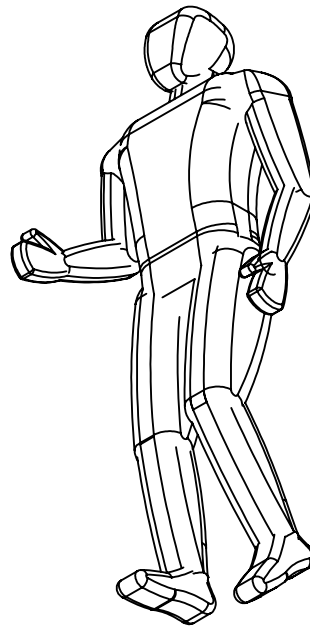
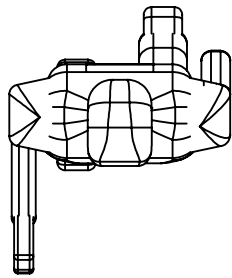
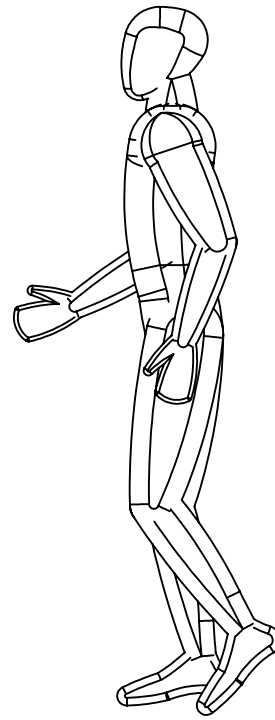
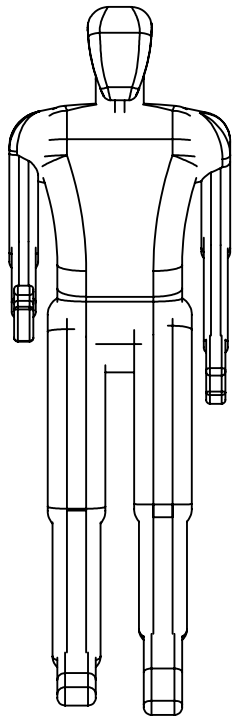
TÍTULO:	<h1>CABEZA</h1>
N.º DE DIBUJO	

MATERIAL:		ESCALA: 1:5	HOJA 1 DE 1

A4



SI NO SE INDICA LO CONTRARIO: LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM ACABADO SUPERFICIAL: TOLERANCIAS: LINEAL: MACH +- BEND +- ANGULAR: +- 0.02%		ACABADO: 08/10/13	REBARBAR Y ROMPER ARISTAS VIVAS	NO CAMBIE LA ESCALA	REVISIÓN
NOMBRE		FECHA		TÍTULO: CUELLO	
DIBUJ.	PAUL SALVADOR				
MODIF.	FIGUEROA FLORES GERSON	08/10/13			
REVIS.	DR. TORRES SN. MIGUEL CRISTOPHER	15/10/13			
REVIS.	DR. URRIOLAGOITIA SOSA GUILLERMO	15/10/13			
MATERIAL:			N.º DE DIBUJO	C11	A4
			ESCALA: 1:5	HOJA 1 DE 1	



SI NO SE INDICA LO CONTRARIO:
 LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM
 ACABADO SUPERFICIAL:
 TOLERANCIAS:
 LINEAL: MACH +- BEND +-
 ANGULAR: +- 0.02%

ACABADO:

08/10/13

REBARBAR Y
 ROMPER ARISTAS
 VIVAS

NO CAMBIE LA ESCALA

REVISIÓN

	NOMBRE	FECHA
DIBUJ.	PAUL SALVADOR	
MODIF.	FIGUEROA FLORES GERSON	08/10/13
REVIS.	DR. TORRES SN. MIGUEL CRISTOPHER	15/10/13
REVIS.	DR. URRIOLAGOITIA SOSA GUILLERMO	15/10/13

TÍTULO:

CUERPO COMPLETO

	MATERIAL:

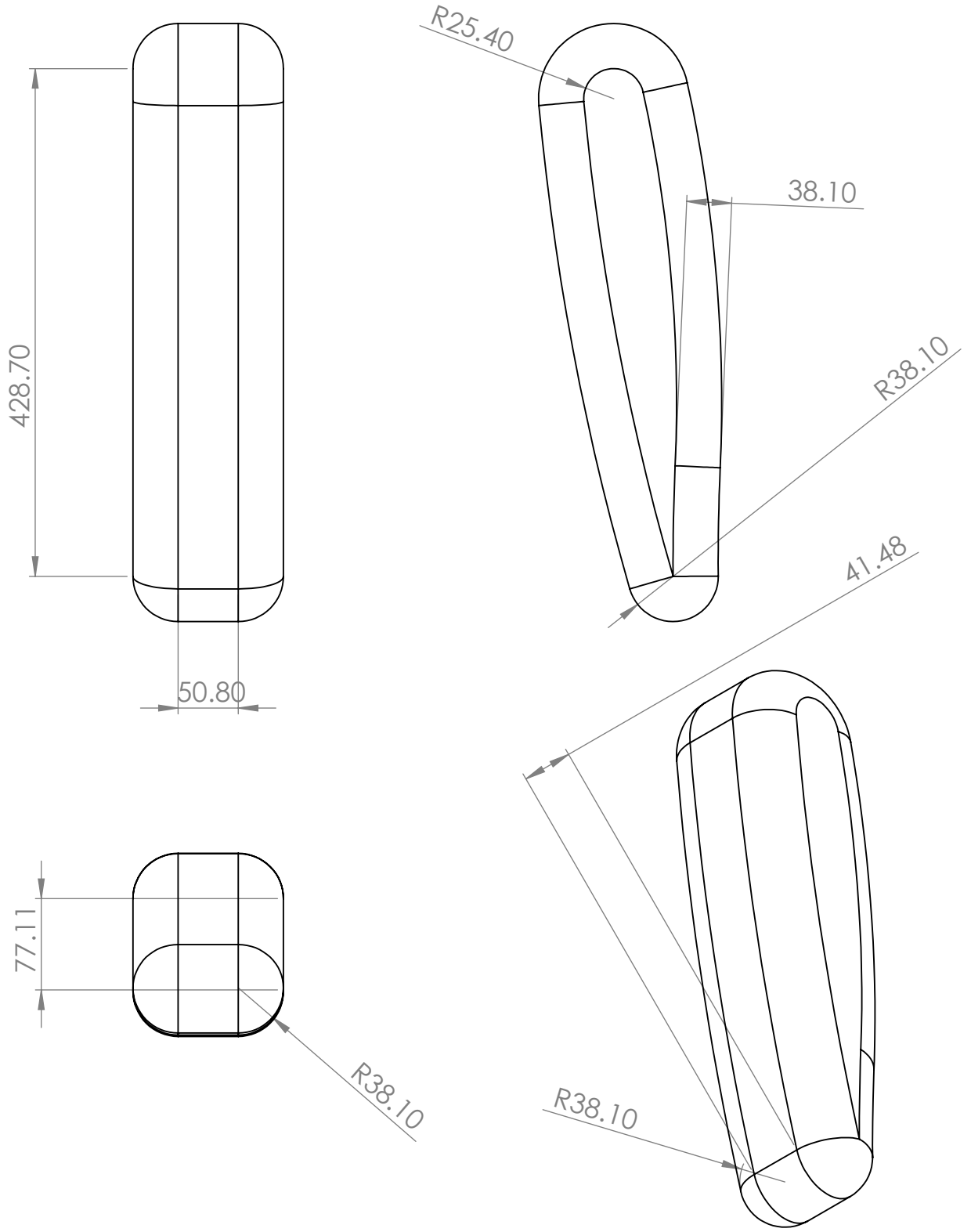
N.º DE DIBUJO

C16

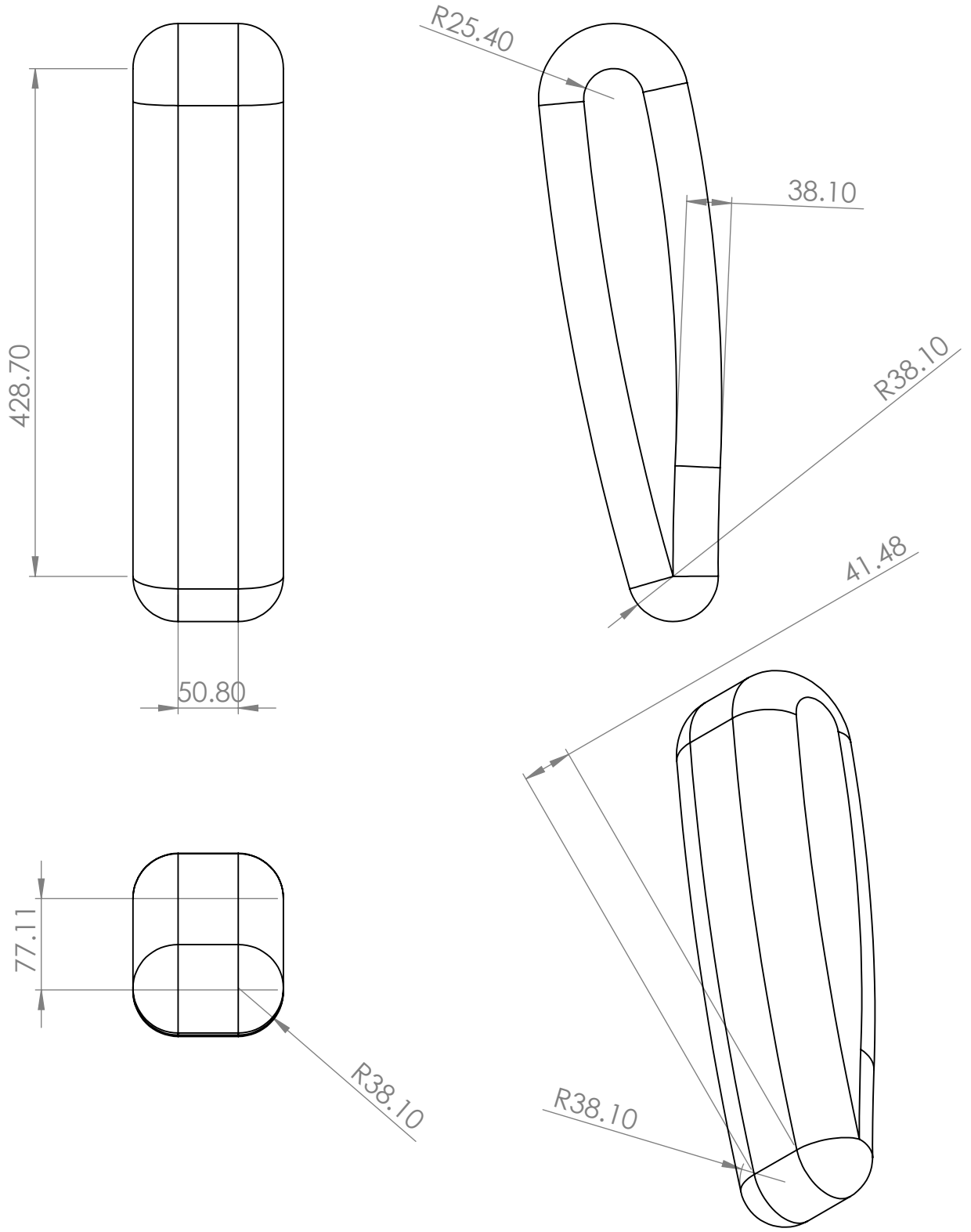
A4

ESCALA: 1:20

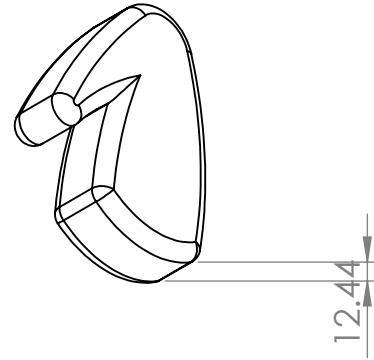
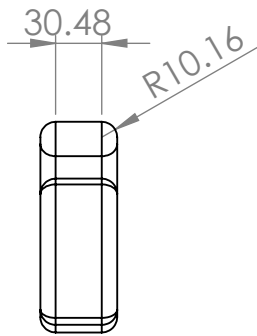
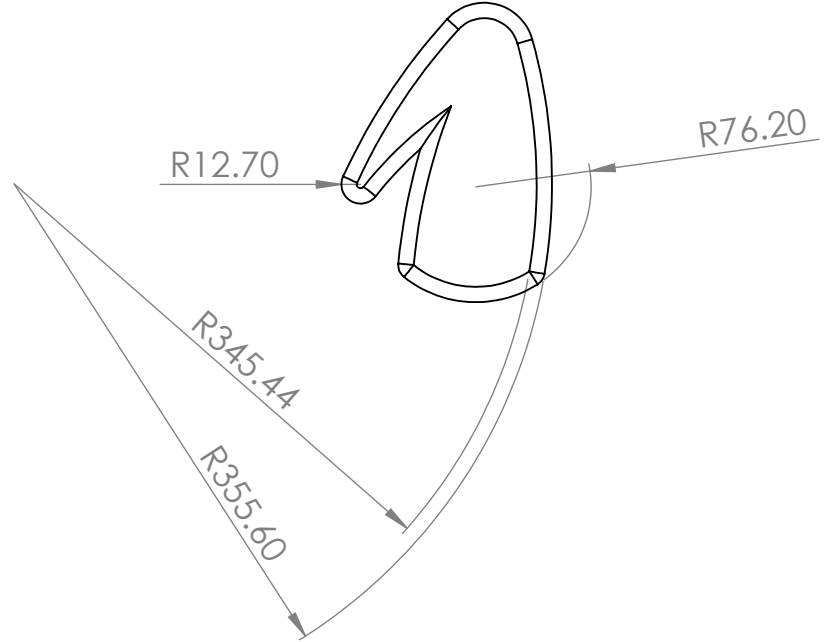
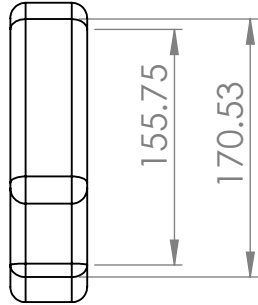
HOJA 1 DE 1



SI NO SE INDICA LO CONTRARIO: LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM ACABADO SUPERFICIAL: TOLERANCIAS: LINEAL: MACH +- BEND +- ANGULAR: +- 0.02%		ACABADO: 08/10/13	REBARBAR Y ROMPER ARISTAS VIVAS	NO CAMBIE LA ESCALA	REVISIÓN
NOMBRE DIBUJ. PAUL SALVADOR		FECHA 08/10/13		TÍTULO: <h1>ESPINILLA DERECHA</h1>	
MODIF. ING. FIGUEROA FLORES GERSON REVIS. DR. TORRES SN. MIGUEL CRISTOPHER REVIS. DR.URRIOLAGOITIA SOSA GUILLERMO		15/10/13 15/10/13		N.º DE DIBUJO <h1>C1</h1>	A4
MATERIAL:			ESCALA: 1:5	HOJA 1 DE 1	



SI NO SE INDICA LO CONTRARIO: LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM ACABADO SUPERFICIAL: TOLERANCIAS: LINEAL: MACH +- BEND +- ANGULAR: +- 0.02%		ACABADO: 08/10/13	REBARBAR Y ROMPER ARISTAS VIVAS	NO CAMBIE LA ESCALA	REVISIÓN
NOMBRE		FECHA		TÍTULO:	
DIBUJ.	PAUL SALVADOR			ESPINILLA IZQUIERDA	
MODIF.	ING. FIGUEROA FLORES GERSON	08/10/13			
REVIS.	DR. TORRES SN. MIGUEL CRISTOPHER	15/10/13			
REVIS.	DR.URRIOLAGOITIA SOSA GUILLERMO	15/10/13			
MATERIAL:			N.º DE DIBUJO	C2	A4
			ESCALA: 1:5	HOJA 1 DE 1	



SI NO SE INDICA LO CONTRARIO:
LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM
ACABADO SUPERFICIAL:
TOLERANCIAS:
LINEAL: MACH +- BEND +-
ANGULAR: +- 0.02%

ACABADO:

08/10/13

REBARBAR Y
ROMPER ARISTAS
VIVAS

NO CAMBIE LA ESCALA

REVISIÓN

	NOMBRE	FECHA		
DIBUJ.	PAUL SALVADOR			
MODIF.	FIGUEROA FLORES GERSON	08/10/13		
REVIS.	DR. TORRES SN. MIGUEL CRISTOPHER	15/10/13		
REVIS.	DR. URRIOLAGOITIA SOSA GUILLERMO	15/10/13		

TÍTULO:

MANO DERECHA

MATERIAL:

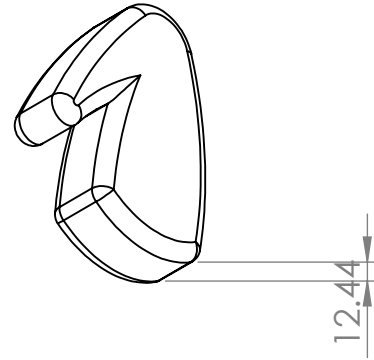
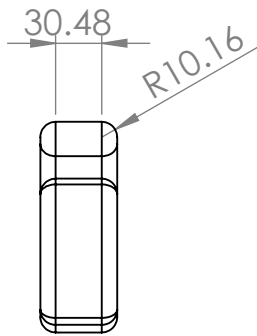
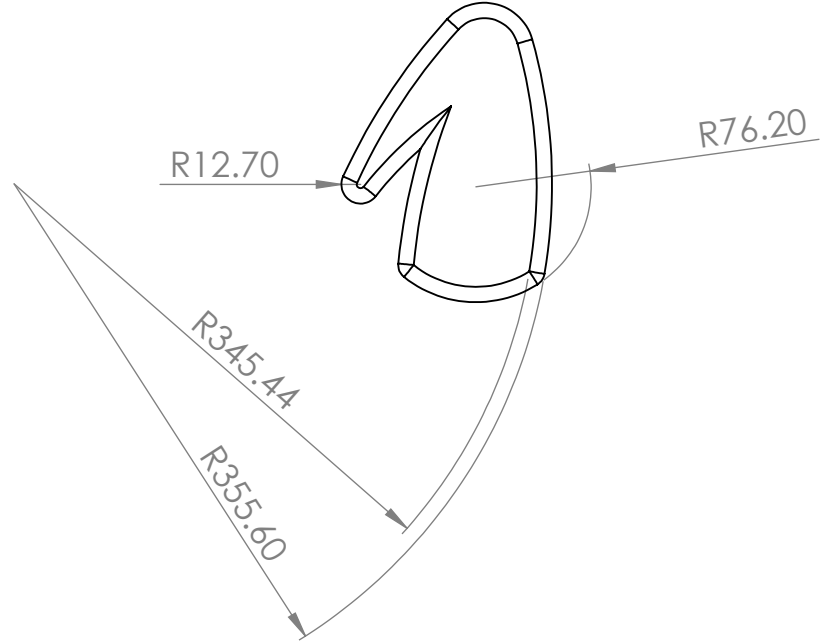
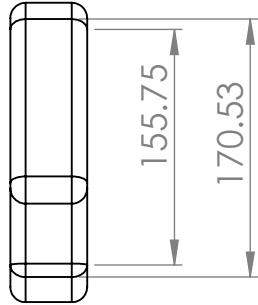
N.º DE DIBUJO

C6

A4

ESCALA:1:5

HOJA 1 DE 1



SI NO SE INDICA LO CONTRARIO:
LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM
ACABADO SUPERFICIAL:
TOLERANCIAS:
LINEAL: MACH +- BEND +-
ANGULAR: +- 0.02%

ACABADO:

08/10/13

REBARBAR Y
ROMPER ARISTAS
VIVAS

NO CAMBIE LA ESCALA

REVISIÓN

	NOMBRE	FECHA		
DIBUJ.	PAUL SALVADOR			
MODIF.	FIGUEROA FLORES GERSON	08/10/13		
REVIS.	DR. TORRES SN. MIGUEL CRISTOPHER	15/10/13		
REVIS.	DR. URRIOLAGOITIA SOSA GUILLERMO	15/10/13		

TÍTULO:

MANO IZQUIERDA

MATERIAL:

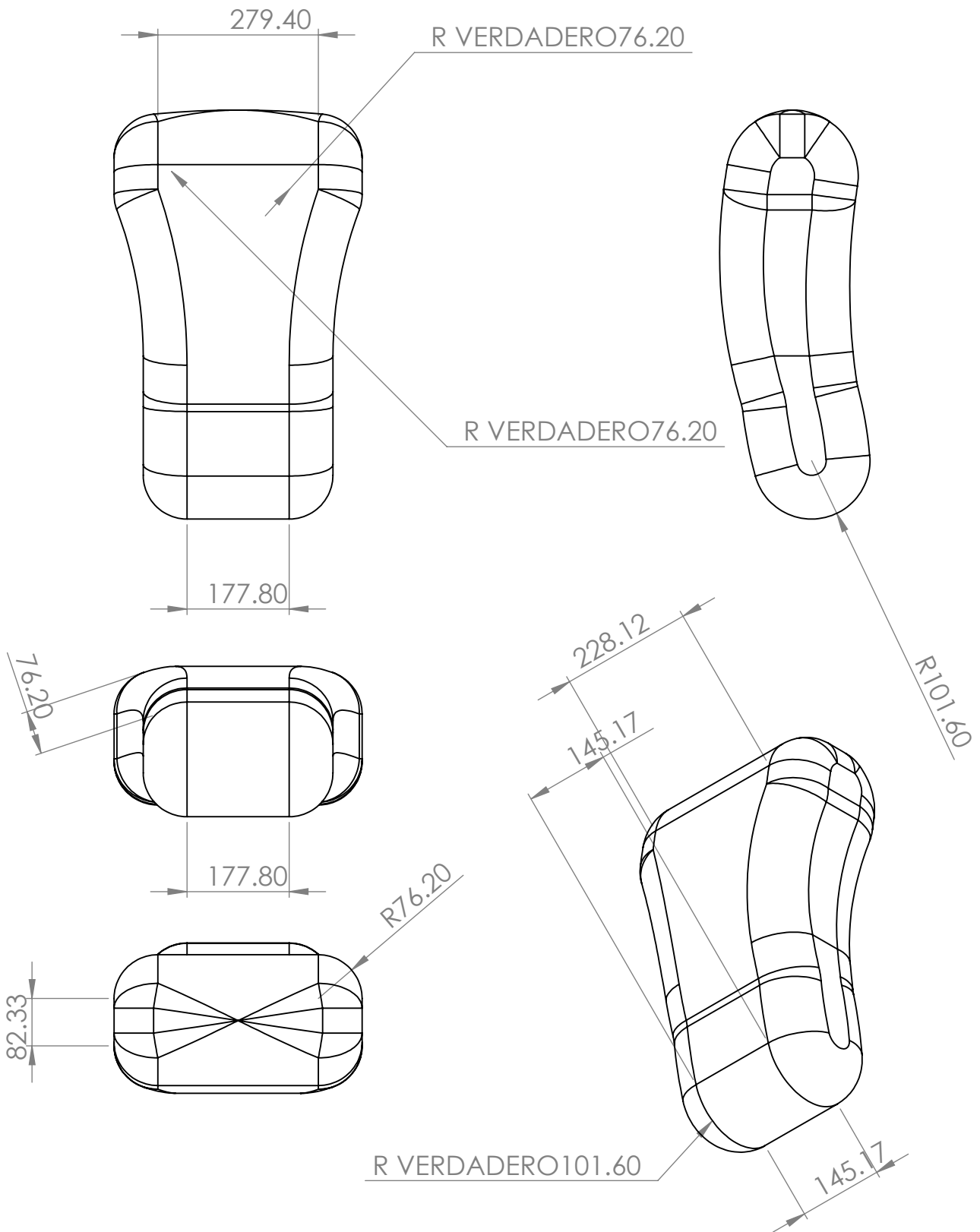
N.º DE DIBUJO

C7

A4

ESCALA:1:5

HOJA 1 DE 1



SI NO SE INDICA LO CONTRARIO:
 LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM
 ACABADO SUPERFICIAL:
 TOLERANCIAS:
 LINEAL: MACH + BEND +/-
 ANGULAR: +/- 0.02%

ACABADO:

08/10/13

REBARBAR Y
 ROMPER ARISTAS
 VIVAS

NO CAMBIE LA ESCALA

REVISIÓN

	NOMBRE	FECHA
DIBUJ.	PAUL SALVADOR	
MODIF.	FIGUEROA FLORES GERSON	08/10/13
REVIS.	DR. TORRES SN. MIGUEL CRISTOPHER	15/10/13
REVIS.	DR. URRIOLAGOITIA SOSA GUILLERMO	15/10/13

TÍTULO:

PECHO

MATERIAL:

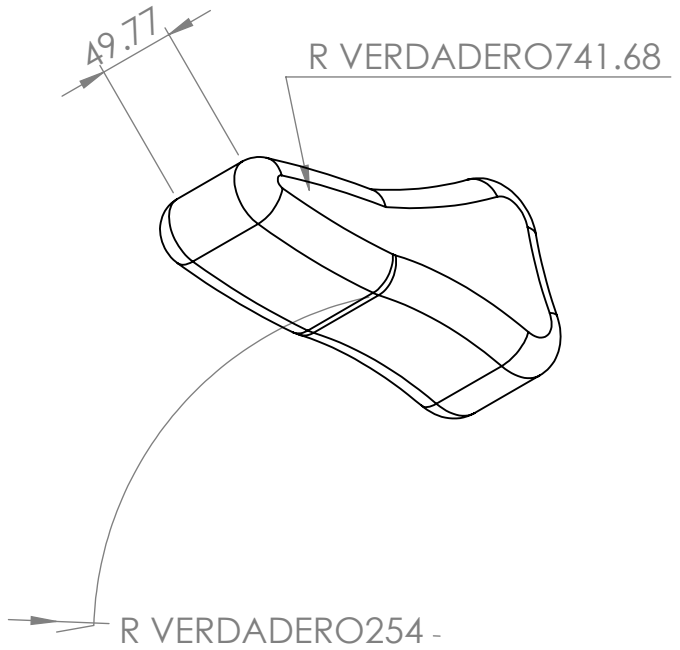
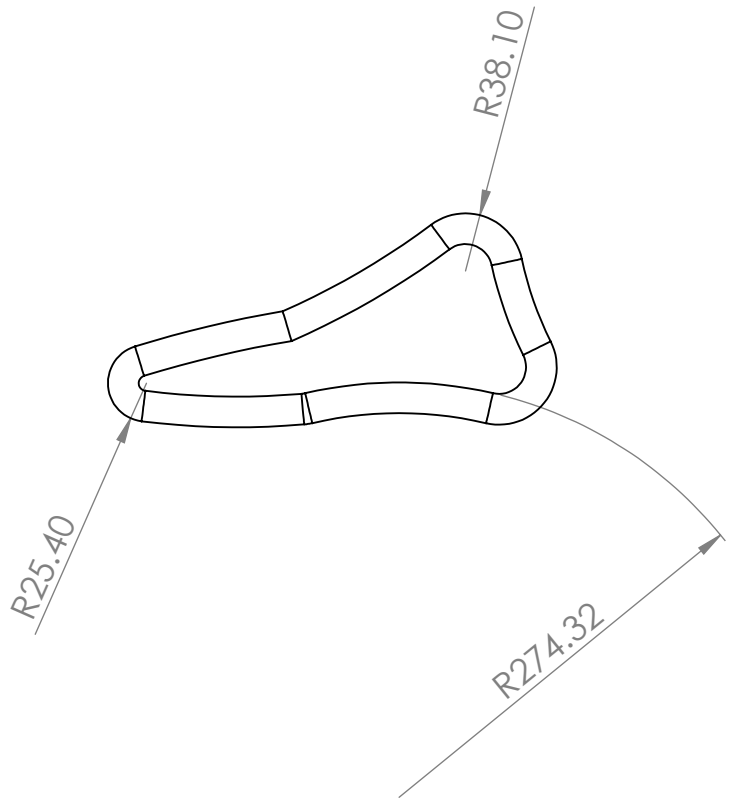
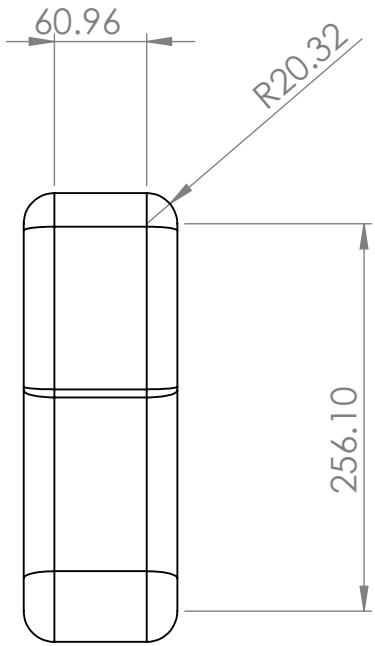
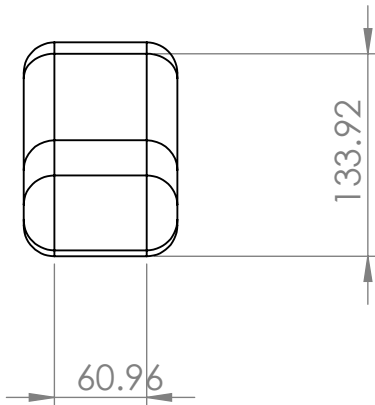
N.º DE DIBUJO

C3

A4

ESCALA: 1:10

HOJA 1 DE 1



SI NO SE INDICA LO CONTRARIO:
 LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM
 ACABADO SUPERFICIAL:
 TOLERANCIAS:
 LINEAL: MACH +- BEND +-
 ANGULAR: +- 0.02%

ACABADO:

08/10/13

REBARBAR Y
 ROMPER ARISTAS
 VIVAS

NO CAMBIE LA ESCALA

REVISIÓN

	NOMBRE	FECHA		
DIBUJ.	PAUL SALVADOR			
MODIF.	FIGUEROA FLORES GERSON	08/10/13		
REVIS.	DR. TORRES SN. MIGUEL CRISTOPHER	15/10/13		
REVIS.	DR. URRIOLAGOITIA SOSA GUILLERMO	15/10/13		

TÍTULO:

PIE DERECHO

MATERIAL:

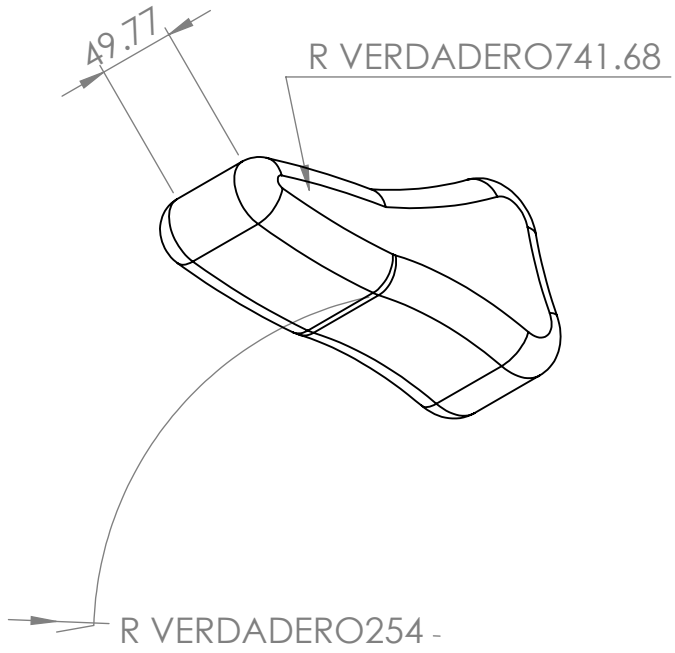
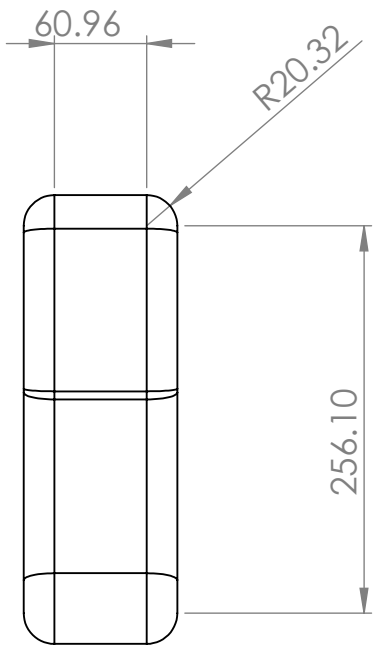
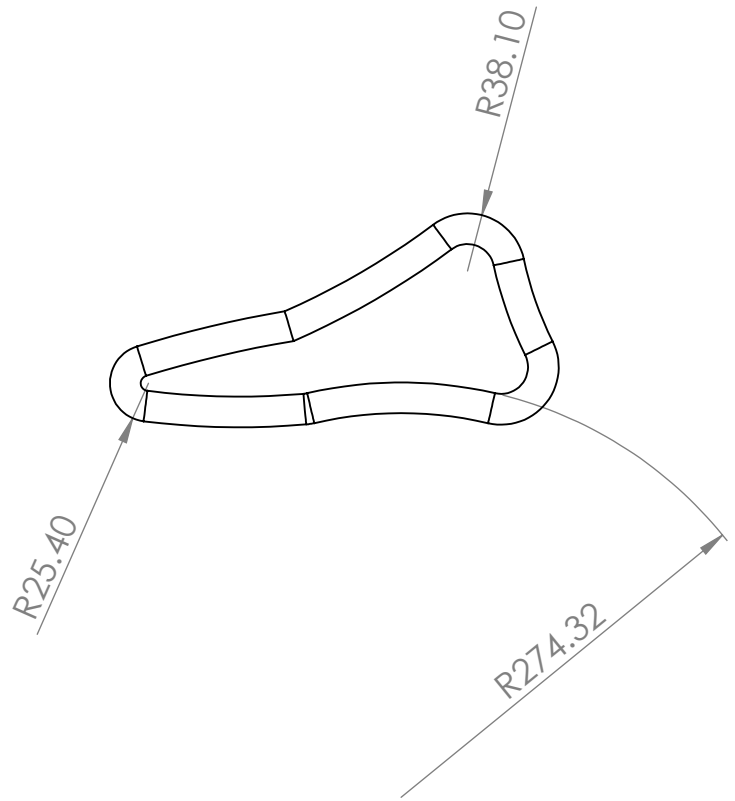
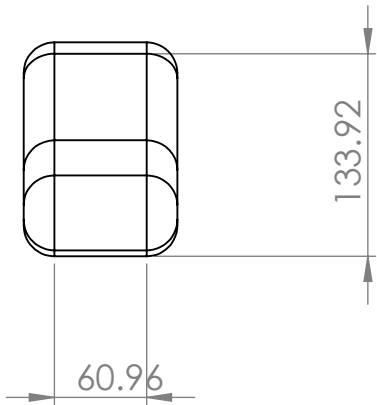
N.º DE DIBUJO

C4

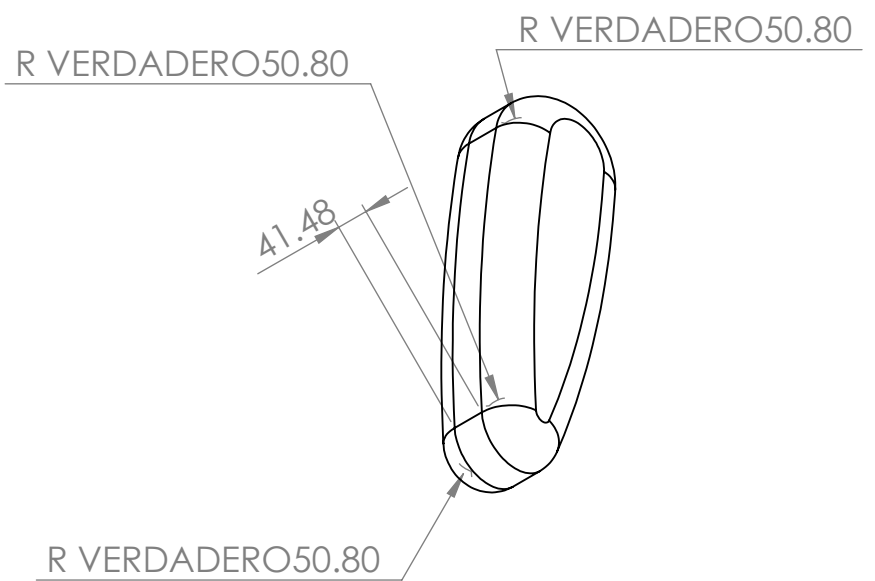
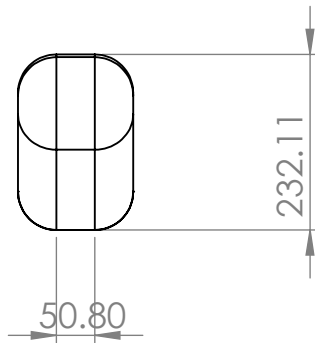
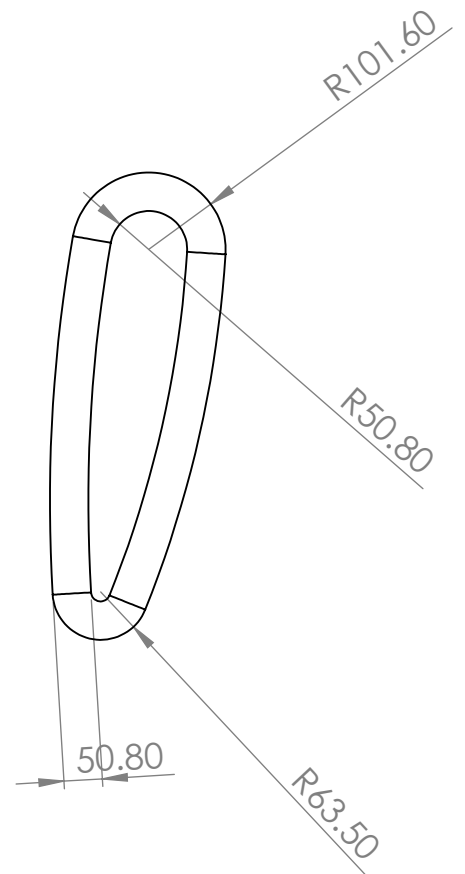
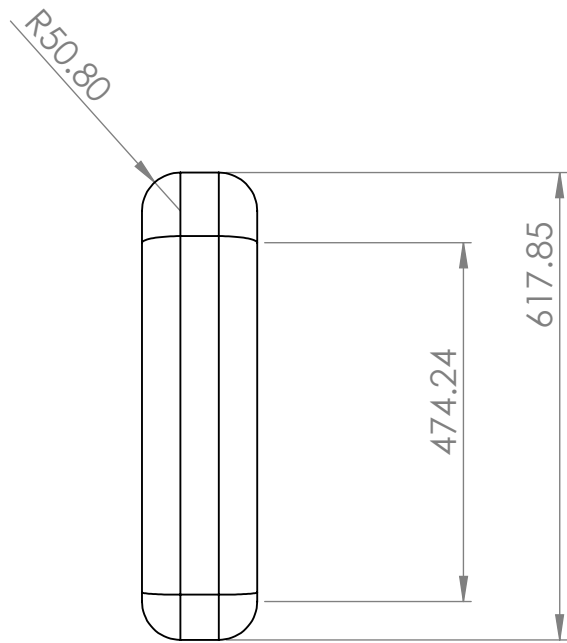
A4

ESCALA: 1:5

HOJA 1 DE 1



SI NO SE INDICA LO CONTRARIO: LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM ACABADO SUPERFICIAL: TOLERANCIAS: LINEAL: MACH +-BEND +- ANGULAR: +- 0.02%		ACABADO: 08/10/13	REBARBAR Y ROMPER ARISTAS VIVAS	NO CAMBIE LA ESCALA	REVISIÓN
NOMBRE		FECHA		TÍTULO: PIE IZQUIERDO	
DIBUJ.	PAUL SALVADOR				
MODIF.	FIGUEROA FLORES GERSON	08/10/13			
REVIS.	DR. TORRES SN. MIGUEL CRISTOPHER	15/10/13			
REVIS.	DR. URRIOLAGOITIA SOSA GUILLERMO	15/10/13			
MATERIAL:			N.º DE DIBUJO	C5	A4
			ESCALA: 1:5	HOJA 1 DE 1	



SI NO SE INDICA LO CONTRARIO:
LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM
ACABADO SUPERFICIAL:
TOLERANCIAS:
LINEAL: MACH +- BEND +-
ANGULAR: +- 0.02%

ACABADO:

08/10/13

REBARBAR Y
ROMPER ARISTAS
VIVAS

NO CAMBIE LA ESCALA

REVISIÓN

	NOMBRE	FECHA
DIBUJ.	PAUL SALVADOR	
MODIF.	FIGUEROA FLORES GERSON	08/10/13
REVIS.	DR. TORRES SN. MIGUEL CRISTOPHER	15/10/13
REVIS.	DR. URRIOLAGOITIA SOSA GUILLERMO	15/10/13

MATERIAL:

TÍTULO:

PIERNA DERECHA

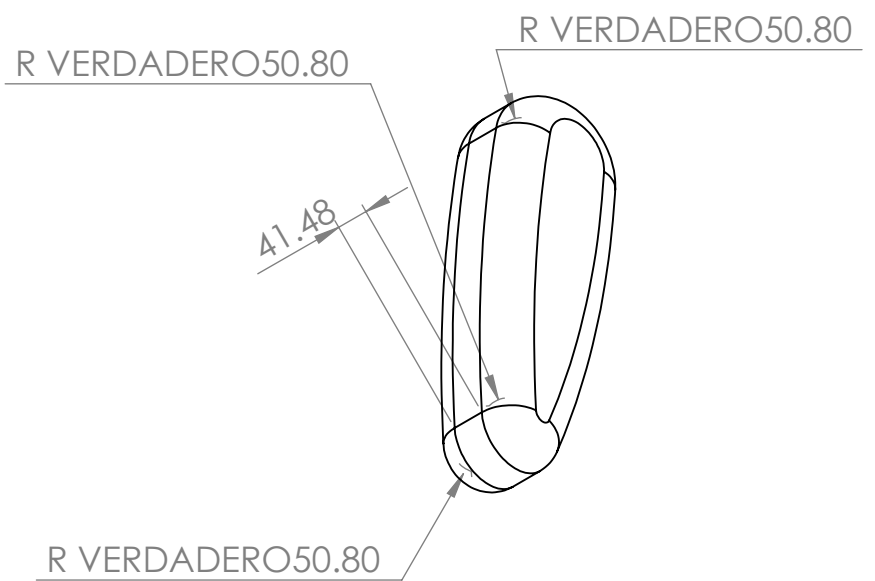
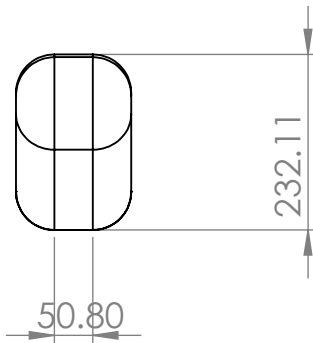
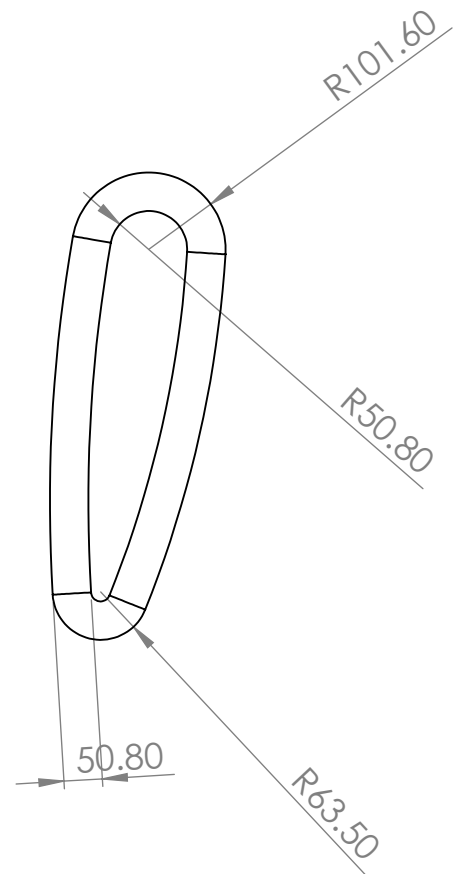
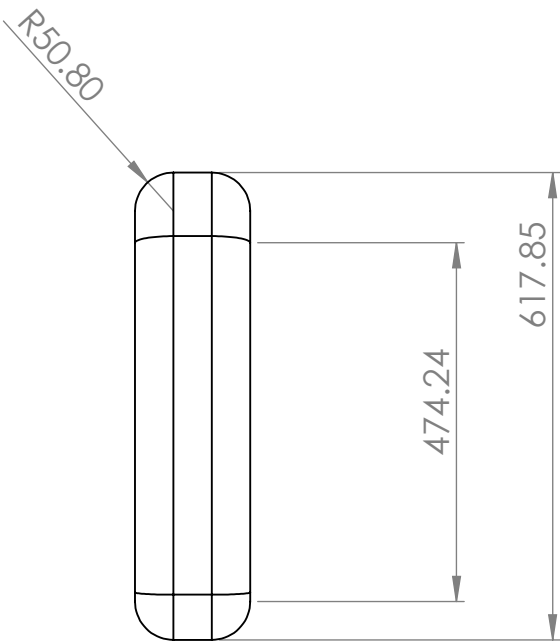
N.º DE DIBUJO

C12

A4

ESCALA: 1:10

HOJA 1 DE 1



SI NO SE INDICA LO CONTRARIO:
LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM
ACABADO SUPERFICIAL:
TOLERANCIAS:
LINEAL: MACH +- BEND +-
ANGULAR: +- 0.02%

ACABADO:

08/10/13

REBARBAR Y
ROMPER ARISTAS
VIVAS

NO CAMBIE LA ESCALA

REVISIÓN

	NOMBRE	FECHA
DIBUJ.	PAUL SALVADOR	
MODIF.	FIGUEROA FLORES GERSON	08/10/13
REVIS.	DR. TORRES SN. MIGUEL CRISTOPHER	15/10/13
REVIS.	DR. URRIOLAGOITIA SOSA GUILLERMO	15/10/13

MATERIAL:

TÍTULO:

PIERNA IZQUIERDA

N.º DE DIBUJO

C13

A4

ESCALA: 1:10

HOJA 1 DE 1