

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
SECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

**“Influencia de los Transitorios Electromagnéticos
en el Arranque Óptimo de Motores de Inducción
Minimizando las Pérdidas de Energía Eléctrica”**

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

**MAESTRO EN CIENCIAS CON ESPECIALIDAD EN INGENIERÍA
ELÉCTRICA**

PRESENTA:

ING. JUAN IGNACIO BENITEZ RAMOS

MEXICO, D. F., 2015.



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

ACTA DE REVISIÓN DE TESIS

En la Ciudad de México D. F. siendo las 17:00 horas del día 5 del mes de Diciembre del 2014 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de la Tesis, designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de E.S.I.M.E. – ZAC. para examinar la tesis titulada:

INFLUENCIA DE LOS TRANSITORIOS ELECTROMAGNÉTICOS EN EL ARRANQUE ÓPTIMO DE MOTORES DE INDUCCIÓN MINIMIZANDO LAS PÉRDIDAS DE ENERGÍA ELÉCTRICA

Presentada por el alumno:

BENÍTEZ	RAMOS	JUAN IGNACIO							
Apellido paterno	Apellido materno	Nombre(s)							
		Con registro: <table border="1" style="display: inline-table;"><tr><td>B</td><td>1</td><td>2</td><td>0</td><td>8</td><td>1</td><td>8</td></tr></table>	B	1	2	0	8	1	8
B	1	2	0	8	1	8			

aspirante de:

MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA ELÉCTRICA

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **APROBAR LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

LA COMISIÓN REVISORA

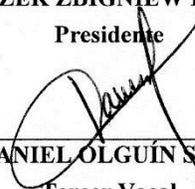
Directores de tesis



DR. LESZEK ZBIGNIEW KAWECKI
Presidente



DR. TADEUSZ NIEWIEROWICZ SWIECICKA
Segundo Vocal



DR. DANIEL OLGUÍN SALINAS
Tercer Vocal



DR. TADEUSZ NIEWIEROWICZ SWIECICKA
Secretario



DR. PABLO GÓMEZ ZAMORANO



DR. DAVID ROMERO ROMERO

PRESIDENTE DEL COLEGIO DE PROFESORES



DR. MAURO ALBERTO ENCISO AGUILAR





INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

CARTA DE CESIÓN DE DERECHOS

En la Ciudad de México D. F., el día 27 del mes de Enero del año 2015, el que suscribe Juan Ignacio Benitez Ramos, alumno del Programa de Maestría en Ciencias en Ingeniería Eléctrica con número de registro B120818, adscrito a la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación de la ESIME-Zacatenco del IPN, manifiesta que es autor(a) intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección del Dr. Leszek Kawecki Zlotkowska y del Dr. Tadeusz Niewierowicz Swiecicka y cede los derechos del trabajo titulado “Influencia de los Transitorios Electromagnéticos en el Arranque Óptimo de Motores de Inducción Minimizando las Pérdidas de Energía Eléctrica”, al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la siguiente dirección jibenitezr44@hotmail.com y/o lkawecki@ipn.mx. Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

Juan Ignacio Benitez Ramos

Agradecimientos.

A mis padres y hermanos sin los cuales no hubiera sido posible llegar a este momento tan importante, que me han otorgado su apoyo desde siempre.

Al Instituto Politécnico Nacional por el apoyo recibido durante todo este tiempo en que he realizado los estudios correspondientes para la obtención del grado de maestro en ciencias en ingeniería eléctrica.

Al consejo nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por el apoyo recibido durante mi etapa de estudio.

A todos y cada uno de los profesores de la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación, por sus enseñanzas y paciencia en la transmisión de conocimiento.

A mis compañeros de ESIME Zacatenco, los cuales me brindaron su apoyo y amistad, a los que les he aprendido diferentes cosas, pero a todos en común con el compromiso por ser mejores.

A la coordinación de la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación en Ingeniería Eléctrica, al Dr. Daniel Ruiz Vega y su personal administrativo, por su apoyo incondicional.

En especial a mis directores de tesis Dr. Leszek Kawecki Z. y Dr. Tadeusz Niewierowicz Swiecicka por el apoyo recibido durante todo este tiempo, teniendo paciencia para conmigo, por mostrarme el compromiso de un profesor para con sus alumnos.

A todos y cada uno de ustedes... ¡Gracias!

Resumen.

Los motores de inducción son ampliamente utilizados en la industria, a tal grado que son considerados una de las principales cargas eléctricas que los sistemas de potencia alimentan. Este hecho hace evidente la necesidad de estudiar la mejor forma de controlar su operación, porque de esta depende el consumo de grandes cantidades de energía.

En este trabajo se realizó la investigación de la influencia de los transitorios electromagnéticos en el arranque óptimo que minimiza las pérdidas de energía eléctrica de tres motores de inducción de diferente potencia. Los controles que se diseñaron para la investigación están basados en el modelo del motor de inducción que no considera los transitorios electromagnéticos y en el modelo que si considera dichos transitorios. Los controles se diseñan con el propósito de que minimicen las pérdidas de energía eléctrica, además de que las amplitudes de las corrientes de magnetización y del estator tienen que respetar un límite en el valor de su amplitud.

Las curvas del comportamiento de los sistemas de control se obtuvieron a través de la simulación digital. Los programas utilizados fueron escritos en esencia para dar solución a las ecuaciones que se obtienen en el diseño de los sistemas de control. Se realizó la simulación del periodo de arranque del caso ideal en donde se omiten los transitorios electromagnéticos en el diseño del controlador y se aplica dicho controlador al modelo del motor que no considera los transitorios electromagnéticos, la simulación de factibilidad en donde se aplica el controlador diseñado en base al modelo simple a la máquina con transitorios electromagnéticos y la simulación del control diseñado en base al modelo que considera los transitorios electromagnéticos aplicado al motor que considera dichos transitorios.

Las variables del motor de inducción que se tomaron como base para realizar las comparaciones de los diferentes sistemas y determinar la influencia de los transitorios electromagnéticos son las siguientes: velocidad angular del rotor, amplitud del voltaje de fase de alimentación, frecuencia del voltaje de alimentación, amplitud de la corriente del rotor, amplitud de la corriente de magnetización, pérdidas totales de energía eléctrica.

La simulación del sistema ideal entrega datos muy favorables puesto que el controlador garantiza que se respeten los límites de las amplitudes de las corrientes marcadas en su diseño además de que se obtienen las pérdidas menores que en los otros dos casos. El sistema del control diseñado en base al modelo que no considera los transitorios electromagnéticos aplicado a la máquina que considera dichos transitorios presenta resultados menos alentadores, con diferentes deficiencias en comparación con el control diseñado en base al modelo del motor que si considera los transitorios electromagnéticos.

La consideración de los transitorios electromagnéticos en el diseño del control óptimo de velocidad de motores de inducción provoca que el control se pueda realizar solamente en el sistema abierto garantizando el cumplimiento de las limitaciones de las amplitudes de las corrientes del estator y de magnetización.

Abstract.

In this work the influence of the electromagnetic transients that are generated inside of the induction motor over the design of the optimal control is studied. Two different controls were designed, one based on the induction motor simple model that does not consider the electromagnetic transients, and the second were designed using one model of the induction motor that considers the electromagnetic transients. Both speed control were calculated to reduce the total electrical losses and restrict the maximum amplitude of the rotor current and the magnetization current, in order to avoid dangerous current levels and the saturation of the magnetic material.

The control system's behavior curves were obtained through digital simulation. Just the "starting" period was simulated in three different cases: the first, where the control and the motor model ignore the electromagnetic transients, the second, where the control ignores the electromagnetic transients but the motor model does not ignore them, finally the third case where the control and the motor model consider the electromagnetic transients.

The induction motor variables that were taken as a base of comparison between the different systems in order to determine the influence of electromagnetic transients are listed next: rotor angular velocity, phase voltage supply amplitude, phase supply voltage frequency, stator current amplitude, magnetizing current amplitude and total power losses. Two extra curves are presented to indicate where the control is not optimum but faceable, because of the control-state limitations.

The first case delivers data very favorable since the controller ensures that the limits of the amplitude of the currents taken into consideration in the control design, were not exceeded during the control period, and lower losses are obtained. The second case data shows that the influence of the electromagnetic transients over the control system is not negligible, because doing that, the control is not capable to restrict any of the two current amplitudes, and the losses are not minimized. The final case show in general a good behavior, but is not possible design a close loop optimal control because of the structure of the mathematical theorems used (the maximum principle) and the electromagnetic transients described by several differential equations.

The electromagnetic transients that are generated inside of the induction motor have a big influence over the optimal control design, and this work shows that the electromagnetic transients make impossible the design of a reliable close loop optimal control designed based on the maximum principle.

Índice General.

Resumen	I
Abstract	II
Índice del Contenido	III
Índice de Tablas	VI
Índice de Figuras	VIII
Simbología	XIV

Contenido

1. Introducción	18
1.1 Introducción.	18
1.2 Definición del problema.	2
1.3 Objetivo.	2
1.3.1 Objetivos particulares.	2
1.4 Justificación.	3
1.5 Estado del arte.	3
1.6 Alcances.....	7
1.7 Limitaciones.	8
1.8 Aportaciones de la tesis	8
1.9 Estructura de la tesis.	8
2. Modelos de la máquina de inducción	10
2.1 Introducción.	10
2.2. Modelo que no considera los fenómenos transitorios electromagnéticos del motor.	13
2.3 Modelos con transitorios electromagnéticos.	14
2.4 Pérdidas de energía.....	19
2.4.1 Pérdidas eléctricas.	19
2.4.2 Pérdidas magnéticas.	20
3. Diseño de los controles de velocidad de motores de inducción que minimiza las pérdidas de energía eléctrica.....	28
3.1 Introducción.	28
3.2 Índice de optimización y restricciones.	28

3.3	Diseño del controlador óptimo que minimiza las pérdidas de energía eléctrica totales en base al modelo simple del motor de inducción.	30
3.4	Diseño del control que minimiza las pérdidas de energía eléctrica totales utilizando el modelo del motor que considera los transitorios electromagnéticos.	38
4.	Sistemas de Control Óptimo y Descripción de los Programas para la Simulación.	41
4.1	Introducción.	41
4.2	Descripción del proceso de simulación de los diferentes sistemas de control.	41
4.3	Descripción de los programas utilizados.	42
4.4	Diagramas de flujo.	44
5.	Comportamiento de los Sistemas de Control en Lazo Abierto y Cerrado.	52
5.1	Introducción.	52
5.2	Sistema de control óptimo diseñado en base al modelo simple aplicado al modelo simple.	54
5.2.1	Simulación del caso en que se cumple $i_{10} \leq i_{11s \text{ min}}$	54
5.2.2	Simulación del caso en que se cumple $i_{10} > i_{11s \text{ min}}$	65
5.3	Sistema de control óptimo diseñado sobre la base del modelo simple aplicado al modelo que considera los transitorios electromagnéticos.	78
5.3.1	Simulación del caso en que se cumple $i_{10} \leq i_{11s \text{ min}}$	78
5.3.2	Simulación del caso en que se cumple $i_{10} > i_{11s \text{ min}}$	90
5.4	Sistema de control óptimo diseñado en base al modelo que considera los transitorios electromagnéticos aplicado al mismo modelo.	103
5.4.1	Simulación del caso en que se cumple $i_{10} \leq i_{11s \text{ min}}$	103
5.4.2	Simulación del caso en que se cumple $i_{10} > i_{11s \text{ min}}$	115
5.5	Resumen de los resultados.	128
6.	Conclusiones y Recomendaciones.	131
6.1	Introducción.	131
6.2	Conclusiones.	131
6.3	Aportaciones.	133
6.4	Recomendaciones para trabajos futuros.	133
	Referencias.	135
A.	Control Óptimo Principio del Máximo de Pontryagin.	139
A.1.	Introducción.	139
A.2.	Planteamiento del problema de optimización.	139
A.3.	Principio del máximo caso general.	140

A.4. Principio del máximo cuando existen restricciones de desigualdad en el control y en las variables de estado.	141
B. Programas Empleados para la Simulación.	143
B.1 Introducción.	143
B.2 Programa P.1.	143
B.3 Programa P.2.	146
B.4 Programa P.3.	154
B.5 Programa P.4.	164

Índice de tablas.

Tablas Capitulo 5.

Tabla 5.1 Coeficientes de peso para el índice de optimización multicriterio.....	45
Tabla 5.2 Coeficientes de peso para el índice de optimización multicriterio.....	45
Tabla 5.3 Corriente i_{11} máxima y mínima del motor de 3 HP.	46
Tabla 5.4 Resultados del controlador óptimo y el modelo que no considera los transitorios electromagnéticos.	46
Tabla 5.5 Resultados del controlador óptimo aplicado al modelo que considera los transitorios electromagnéticos.	48
Tabla 5.6 Datos y resultados para al control óptimo diseñado en base al modelo que considera los transitorios electromagnéticos.	50
Tabla 5.7 Pérdidas eléctricas para los dos distintos controles posibles.	52
Tabla 5.8 Pérdidas eléctricas para los dos distintos controles posibles.	54
Tabla 5.9 Datos y resultados para al control óptimo diseñado en base al modelo que considera los transitorios electromagnéticos.	55
Tabla 5.10 Corriente i_{11} máxima y mínima del motor de 500 HP.	57
Tabla 5.11 Resultados del controlador óptimo aplicado al modelo que no considera los transitorios electromagnéticos.	58
Tabla 5.12 Resultados del controlador óptimo aplicado al modelo que considera los transitorios electromagnéticos.	59
Tabla 5.13 Datos y resultados para al control óptimo diseñado en base al modelo que considera los transitorios electromagnéticos.	61
Tabla 5.14 Pérdidas eléctricas para los dos distintos controles posibles.	63
Tabla 5.15 Pérdidas eléctricas para los dos distintos controles posibles.	65
Tabla 5.16 Datos y resultados para al control óptimo diseñado en base al modelo que considera los transitorios electromagnéticos.	66
Tabla 5.17 Corriente i_{11} máxima y mínima del motor de 2250 HP.	68
Tabla 5.18 Resultados del controlador óptimo y el modelo que no considera los transitorios electromagnéticos.	69

Tabla 5.19 Resultados del controlador óptimo y el modelo que no considera los transitorios electromagnéticos.	70
Tabla 5.20 Datos y resultados para al control óptimo diseñado en base al modelo que considera los transitorios electromagnéticos.	72
Tabla 5.21 Pérdidas eléctricas para los dos distintos controles posibles.	73
Tabla 5.22 Pérdidas eléctricas para los dos distintos controles posibles.	76
Tabla 5.23 Datos y resultados para al control óptimo diseñado en base al modelo que considera los transitorios electromagnéticos.	77
Tabla 5.24. Resumen de los resultados para el motor de 3HP.	79
Tabla 5.25. Resumen de los resultados para el motor de 500HP.	80
Tabla 5.26. Resumen de los resultados para el motor de 2250HP.	81

Índice de Figuras.

Figuras Capítulo 2.

<i>Figura 2.1. Ciclos de histéresis para diferentes magnitudes de intensidad de campo magnético.</i>	22
<i>Figura 2.2. Aproximación a la curva de magnetización por la curva quebrada.</i>	24
<i>Figura 2.3. Aproximación a la curva de magnetización por la curva quebrada $\Psi - i$.</i>	24

Figuras Capítulo 3.

<i>Figura 3.1. Controlador óptimo en lazo cerrado.</i>	37
<i>Figura 3.2. Controlador óptimo en lazo abierto.</i>	40

Figuras Capítulo 4.

<i>Figura 4.1. Sistema cerrado de control con el modelo simple del motor de inducción.</i>	41
<i>Figura 4.2. Sistema cerrado de control con el modelo complejo 1 del motor de inducción.</i>	42
<i>Figura 4.3. Sistema abierto de control con el modelo complejo 2 del motor de inducción.</i>	42
<i>Figura 4.4. Diagrama de flujo del programa P1.</i>	44
<i>Figura 4.5. Diagrama de flujo del programa P2.</i>	45
<i>Figura 4.6. Diagrama de flujo del programa P3.</i>	48
<i>Figura 4.7. Diagrama de flujo del programa P4.</i>	51

Figuras Capítulo 5.

<i>Figura 5.1. Frecuencia del voltaje de fase.</i>	55
<i>Figura 5.2. Amplitud del voltaje de fase.</i>	55
<i>Figura 5.3. Amplitud de la corriente del estator.</i>	56
<i>Figura 5.4. Velocidad angular del rotor.</i>	56
<i>Figura 5.5. Amplitud de corriente de magnetización.</i>	57
<i>Figura 5.6. Pérdidas totales.</i>	57
<i>Figura 5.7. Curva de la variable φ_1.</i>	58
<i>Figura 5.8. Frecuencia del voltaje de fase.</i>	58

<i>Figura 5.9. Amplitud del voltaje de fase.</i>	59
<i>Figura 5.10. Amplitud de la corriente del estator.</i>	59
<i>Figura 5.11. Velocidad angular del rotor.</i>	60
<i>Figura 5.12. Amplitud de corriente de magnetización.</i>	60
<i>Figura 5.13. Pérdidas totales.</i>	61
<i>Figura 5.14. Curva de la variable φ_1.</i>	61
<i>Figura 5.15. Frecuencia del voltaje de fase.</i>	62
<i>Figura 5.16. Amplitud del voltaje de fase.</i>	62
<i>Figura 5.17. Amplitud de la corriente del estator.</i>	63
<i>Figura 5.18. Velocidad angular del rotor.</i>	63
<i>Figura 5.19. Amplitud de la corriente de magnetización.</i>	64
<i>Figura 5.20. Pérdidas totales.</i>	64
<i>Figura 5.21. Curva de la variable φ_1.</i>	65
<i>Figura 5.22. Frecuencia del voltaje de fase.</i>	66
<i>Figura 5.23. Amplitud del voltaje de fase.</i>	67
<i>Figura 5.24. Amplitud de la corriente del estator.</i>	67
<i>Figura 5.25. Velocidad angular del rotor.</i>	68
<i>Figura 5.26. Amplitud de corriente de magnetización.</i>	68
<i>Figura 5.27. Pérdidas totales.</i>	69
<i>Figura 5.28. Curva de la variable φ_1.</i>	68
<i>Figura 5.29. Frecuencia del voltaje de fase.</i>	70
<i>Figura 5.30. Amplitud del voltaje de fase.</i>	70
<i>Figura 5.31. Amplitud de la corriente del estator.</i>	71
<i>Figura 5.32. Velocidad angular del rotor.</i>	71
<i>Figura 5.33. Amplitud de corriente de magnetización.</i>	72
<i>Figura 5.34. Pérdidas totales.</i>	72

<i>Figura 5.35. Curva de la variable φ_1.</i>	73
<i>Figura 5.36. Curva de la variable φ_2.</i>	73
<i>Figura 5.37. Frecuencia del voltaje de fase.</i>	74
<i>Figura 5.38. Amplitud del voltaje de fase.</i>	74
<i>Figura 5.39. Amplitud de la corriente del estator.</i>	75
<i>Figura 5.40. Velocidad angular del rotor.</i>	75
<i>Figura 5.41. Amplitud de corriente de magnetización.</i>	76
<i>Figura 5.42. Pérdidas totales.</i>	76
<i>Figura 5.43. Curva de la variable φ_1.</i>	77
<i>Figura 5.44. Curva de la variable φ_2.</i>	77
<i>Figura 5.45. Frecuencia del voltaje de fase.</i>	79
<i>Figura 5.46. Amplitud del voltaje de fase.</i>	79
<i>Figura 5.47. Amplitud de la corriente del estator.</i>	80
<i>Figura 5.48. Velocidad angular del rotor.</i>	80
<i>Figura 5.49. Amplitud de corriente de magnetización.</i>	81
<i>Figura 5.50. Pérdidas totales.</i>	81
<i>Figura 5.51. Curva de la variable φ_1.</i>	82
<i>Figura 5.52. Frecuencia del voltaje de fase.</i>	83
<i>Figura 5.53. Amplitud del voltaje de fase.</i>	83
<i>Figura 5.54. Amplitud de la corriente del estator.</i>	84
<i>Figura 5.55. Velocidad angular del rotor.</i>	84
<i>Figura 5.56. Amplitud de corriente de magnetización.</i>	85
<i>Figura 5.57. Pérdidas totales.</i>	85
<i>Figura 5.58. Curva de la variable φ_1.</i>	86
<i>Figura 5.59. Frecuencia del voltaje de fase.</i>	87
<i>Figura 5.60. Amplitud del voltaje de fase.</i>	87

<i>Figura 5.61. Amplitud de la corriente del estator.</i>	<i>88</i>
<i>Figura 5.62. Velocidad angular del rotor.</i>	<i>88</i>
<i>Figura 5.63. Amplitud de corriente de magnetización.</i>	<i>89</i>
<i>Figura 5.64. Pérdidas totales.</i>	<i>89</i>
<i>Figura 5.65. Curva de la variable φ_1.</i>	<i>90</i>
<i>Figura 5.66. Frecuencia del voltaje de fase.</i>	<i>91</i>
<i>Figura 5.67. Amplitud del voltaje de fase.</i>	<i>91</i>
<i>Figura 5.68. Amplitud de la corriente del estator.</i>	<i>92</i>
<i>Figura 5.69. Velocidad angular del rotor.</i>	<i>92</i>
<i>Figura 5.70. Amplitud de corriente de magnetización.</i>	<i>93</i>
<i>Figura 5.71. Pérdidas totales.</i>	<i>93</i>
<i>Figura 5.72. Curva de la variable φ_1.</i>	<i>94</i>
<i>Figura 5.73. Frecuencia del voltaje de fase.</i>	<i>95</i>
<i>Figura 5.74. Amplitud del voltaje de fase.</i>	<i>95</i>
<i>Figura 5.75. Amplitud de la corriente del estator.</i>	<i>96</i>
<i>Figura 5.76. Velocidad angular del rotor.</i>	<i>96</i>
<i>Figura 5.77. Amplitud de corriente de magnetización.</i>	<i>97</i>
<i>Figura 5.78. Pérdidas totales.</i>	<i>97</i>
<i>Figura 5.79. Curva de la variable φ_1.</i>	<i>98</i>
<i>Figura 5.80. Frecuencia del voltaje de fase.</i>	<i>99</i>
<i>Figura 5.81. Amplitud del voltaje de fase.</i>	<i>99</i>
<i>Figura 5.82. Amplitud de la corriente del estator.</i>	<i>100</i>
<i>Figura 5.83. Velocidad angular del rotor.</i>	<i>100</i>
<i>Figura 5.84. Amplitud de corriente de magnetización.</i>	<i>101</i>
<i>Figura 5.85. Pérdidas totales.</i>	<i>101</i>
<i>Figura 5.86. Curva de la variable φ_1.</i>	<i>102</i>

<i>Figura 5.87. Curva de la variable φ_2.</i>	102
<i>Figura 5.88. Frecuencia del voltaje de fase.</i>	104
<i>Figura 5.89. Amplitud del voltaje de fase.</i>	104
<i>Figura 5.90. Amplitud de la corriente del estator.</i>	105
<i>Figura 5.91. Velocidad angular del rotor.</i>	105
<i>Figura 5.92. Amplitud de corriente de magnetización.</i>	106
<i>Figura 5.93. Pérdidas totales.</i>	106
<i>Figura 5.94. Curva de la variable φ_1.</i>	107
<i>Figura 5.95. Frecuencia del voltaje de fase.</i>	108
<i>Figura 5.96. Amplitud del voltaje de fase.</i>	108
<i>Figura 5.97. Amplitud de la corriente del estator.</i>	109
<i>Figura 5.98. Velocidad angular del rotor.</i>	109
<i>Figura 5.99. Amplitud de corriente de magnetización.</i>	110
<i>Figura 5.100. Pérdidas totales.</i>	110
<i>Figura 5.101. Curva de la variable φ_1.</i>	111
<i>Figura 5.102. Frecuencia del voltaje de fase.</i>	112
<i>Figura 5.103. Amplitud del voltaje de fase.</i>	112
<i>Figura 5.104. Amplitud de la corriente del estator.</i>	113
<i>Figura 5.105. Velocidad angular del rotor.</i>	113
<i>Figura 5.106. Amplitud de corriente de magnetización.</i>	114
<i>Figuras 5.107. Pérdidas totales.</i>	114
<i>Figura 5.108. Curva de la variable φ_1.</i>	115
<i>Figura 5.109. Frecuencia del voltaje de fase.</i>	116
<i>Figura 5.110. Amplitud del voltaje de fase.</i>	116
<i>Figura 5.111. Amplitud de la corriente del estator.</i>	117
<i>Figura 5.112. Velocidad angular del rotor.</i>	117

<i>Figura 5.113. Amplitud de corriente de magnetización.</i>	<i>118</i>
<i>Figura 5.114. Pérdidas totales.</i>	<i>118</i>
<i>Figura 5.115. Curva de la variable φ_1.</i>	<i>119</i>
<i>Figura 5.116. Frecuencia del voltaje de fase.</i>	<i>120</i>
<i>Figura 5.117. Amplitud del voltaje de fase.</i>	<i>120</i>
<i>Figura 5.118. Amplitud de la corriente del estator.</i>	<i>121</i>
<i>Figura 5.119. Velocidad angular del rotor.</i>	<i>121</i>
<i>Figura 5.120. Amplitud de corriente de magnetización.</i>	<i>122</i>
<i>Figura 5.121 Pérdidas totales.</i>	<i>122</i>
<i>Figura 5.122. Curva de la variable φ_1.</i>	<i>123</i>
<i>Figura 5.123. Frecuencia del voltaje de fase.</i>	<i>124</i>
<i>Figura 5.124. Amplitud del voltaje de fase.</i>	<i>124</i>
<i>Figura 5.125. Amplitud de la corriente del estator.</i>	<i>125</i>
<i>Figura 5.126. Velocidad angular del rotor.</i>	<i>125</i>
<i>Figura 5.127. Amplitud de corriente de magnetización.</i>	<i>126</i>
<i>Figura 5.128. Pérdidas totales.</i>	<i>126</i>
<i>Figura 5.129. Curva de la variable φ_1.</i>	<i>127</i>

Simbología.

B - la inducción magnética.

B_m - la inducción magnética máxima.

d - el grosor de la lámina.

$f(\psi_{od}), f(\psi_{oq}), f(\psi_o)$ - funciones de las componentes y de la amplitud del flujo de magnetización utilizadas para definir la influencia de la saturación del hierro en los flujos magnéticos enlazados con los devanados del motor.

$F = (X_1 + X_o)(X_2 + X_o) - X_o^2 = X_1X_2 + X_1X_o + X_2X_o$ Constante que representa una reactancia equivalente utilizada dentro de los modelos.

H - el Hamiltoniano.

i - Corriente eléctrica.

$i_{11} = I_{11}\sqrt{2}$ - el valor límite de la amplitud de la corriente del estator para no entrar en la saturación.

$i_{11\min}, i_{11\max}$ - los valores mínimo y máximo del valor límite i_{11} la amplitud de la corriente del estator.

$i_1 = \sqrt{2} I_1$ - la amplitud de la corriente de una fase del estator del motor de doble fase equivalente.

i_{1m} - el valor máximo de la amplitud de la corriente del estator obtenido durante el control de velocidad del motor de inducción.

$i_2 = \sqrt{2} I_2$ - la amplitud de la corriente de una fase del rotor referido al circuito del estator del motor de doble fase equivalente.

i_1^o - el valor admisible de la amplitud de la corriente de una fase del estator del motor.

$i_o = \sqrt{2} I_o$ - la amplitud de la corriente de magnetización.

i_{om} - el valor máximo de la amplitud de la corriente de magnetización obtenido durante el control de velocidad del motor de inducción.

i_{1opt} - el valor óptimo de la amplitud de la corriente de una fase del estator del motor.

$i_{omax} = \sqrt{2} I_{omax}$ - el valor máximo de la amplitud de la corriente de magnetización para el cual el motor opera todavía en la parte lineal de su curva de magnetización.

i_{od}, i_{oq} - las componentes de la corriente de magnetización en las coordenadas d-q.

$i_{1d}, i_{1q}, i_{2d}, i_{2q}$ - las componentes de la corriente del estator y del rotor referido al circuito del estator en las coordenadas d,q, respectivamente.

J - el par o momento de inercia del rotor.

l - la distancia entre las paredes de los dominios magnéticos que forman las bandas del grosor d .

L - Lagrangeano.

M_e - el par electromagnético desarrollado por el motor con p-pares de polos.

M_o - el par de la carga para el motor con p-pares de polos.

M_m - la masa del núcleo magnético del motor.

M_r - la masa del núcleo magnético del rotor.

M_s - la masa del núcleo magnético del estator.

p - el número de pares de polos.

P_g - las pérdidas de potencia provocadas por la corriente giratoria.

P_{gcl} - las pérdidas clásicas de potencia provocadas por las corrientes giratorias y relacionadas con el grosor y resistividad de la lámina.

P_{gan} - las pérdidas de potencia provocadas por las anomalías de las corrientes giratorias y relacionadas con la estructura cristalina de la lámina.

P_h - las pérdidas de potencia provocadas por histéresis.

P_m - las pérdidas magnéticas de potencia en el material magnético.

P_{mt} - las pérdidas magnéticas totales de potencia en el núcleo magnético del estator y del rotor del motor.

P_{mr} - las pérdidas magnéticas totales de potencia en el rotor.

P_{ms} - las pérdidas magnéticas totales de potencia en el estator.

Q - el índice de optimización vectorial (cuando se minimizan simultáneamente más que un índice de optimización escalar).

R_1, R_2 - las resistencias de los devanados de una fase del estator y del rotor referido al circuito del estator, respectivamente.

t - el tiempo.

t_r - el tiempo de observación (por ejemplo: de arranque, de control etc.).

\underline{u} - tensión eléctrica.

$u = \sqrt{2}U$ - la amplitud del voltaje de fase del estator.

u_a - el voltaje de una fase del motor trifásico.

u_m - el valor nominal de la amplitud del voltaje de fase del estator.

u_{1d}, u_{1q} - las componentes del voltaje del estator del motor de doble fase equivalente.

U - el valor eficaz del voltaje de fase del estator.

U_n - el valor eficaz nominal del voltaje de fase del estator.

V, V_1, V_2, V_3 - las variables conjugadas.

x - la potencia media empírica del valor dependiente de tipo de hierro ($x = 1.5 - 3.0$).

X_1, X_2 - las reactancias, a la frecuencia nominal de la corriente de estator, de dispersión de los devanados del estator y del rotor referido al circuito de estator, respectivamente.

X_o - la reactancia de magnetización del motor de doble fase equivalente a la frecuencia nominal de la corriente del estator.

$\alpha = \frac{\omega}{\omega_n}$ - el valor relativo de la frecuencia angular de la corriente del estator.

$\beta = \frac{\omega - \omega_r}{\omega_n}$ - el deslizamiento relativo (para el trabajo del motor como generador $\beta < 0$ y como freno $\beta > 1$).

θ - Angulo eléctrico que se forma entre la posición del rotor y el estator.

ε - la constante del valor dependiente del tipo de lámina (para la lámina de transformadores que contiene 4% de silicio $\varepsilon = 1.2 - 2.0 [m^4 / H kg]$).

η - el coeficiente empírico dependiente de la composición química y del procesamiento térmico aplicado al hierro.

$\gamma = \frac{u}{u_m} = \frac{U}{U_n}$ - el voltaje relativo de una fase del estator.

γ_c - la conductividad específica del material magnético.

λ_i - el coeficiente de peso del criterio escalar Q_i en el criterio vectorial de

optimización Q "escalarizado".

$v = \frac{\omega_r}{\omega_n}$ - la velocidad relativa de la flecha del motor.

ω - la frecuencia angular de la corriente del estator.

ω_k - la velocidad angular de las coordenadas d-q respecto al estator.

ω_n - la frecuencia angular nominal de la corriente del estator.

ω_r - la velocidad angular de la flecha del motor con un par de polos (la velocidad angular del motor con p pares de polos: $\omega_r' = \omega_r / p$).

$\omega' = \omega - \omega_r$ - la frecuencia angular de la corriente en el rotor.

Ψ - Flujo electromagnético.

$\vec{\psi}_1, \vec{\psi}_2$ - los vectores de los enlaces de flujo magnético entre los devanados del estator y del rotor referido al circuito del estator, respectivamente.

$\psi_{1d}, \psi_{1q}, \psi'_{2d}, \psi'_{2q}$ - las componentes de los enlaces de flujo magnético entre los devanados del estator y del rotor referido al circuito del estator en las coordenadas d-q, respectivamente.

ψ_{od}, ψ_{oq} - las componentes del flujo de magnetización en las coordenadas d-q.

ψ_o - la amplitud del flujo de magnetización.

$\psi_{o\max}$ - la amplitud máxima de flujo de magnetización para la cual el motor opera todavía en la parte lineal de su curva de magnetización.

ρ_m - la densidad específica del material magnético.

ξ - el ángulo entre el vector de la corriente del estator y el eje "d" de las coordenadas d-q que giran con la velocidad del rotor (están acopladas al rotor).

CAPÍTULO 1.

1. Introducción

1.1 Introducción.

Los motores de inducción tiene ventajas técnicas sobre los motores de corriente continua y síncronos, entre las cuales destacan la relación peso-potencia que es superior en los motores de inducción y el mantenimiento que es mucho más simple en los motores de inducción. Estas dos razones principalmente, han puesto a los motores de inducción bajo la mira de los diseñadores de controles eléctricos, porque así como presentan estas ventajas tan significativas, también presentan un alto nivel de dificultad para controlar su operación [1].

Desde que la electrónica de potencia aumento su capacidad (en cuanto a tensión y corriente que implica mayor potencia y también velocidad de conmutación que implica altas frecuencias), el número de aplicaciones del motor de inducción también aumentó considerablemente, al grado que en la industria se utilizan mayormente motores de inducción [2].

En los últimos años se han presentado problemas con el medio ambiente, como lo es el calentamiento global. Se ha culpado a las industrias de ser uno de los factores que aportan a que este fenómeno se agrave. Bajo esta situación se han puesto en práctica innumerables técnicas y métodos para reducir el desperdicio de energía en los procesos industriales [3].

En los procesos industriales el ahorrar energía no solo significa contribuir con la lucha contra el cambio climático, también significa el ahorro de dinero. Por estas y probablemente otras razones, se investigan las formas de control de los motores de inducción para minimizar pérdidas de energía.

Los controles del motor de inducción se diseñan en base a sus modelos, de los cuales existe una gran variedad que guardan entre sí diferencias sustanciales y ofrecen distintas ventajas al realizar el diseño del control. Los modelos pueden o no considerar los fenómenos transitorios electromagnéticos que ocurren en el motor de inducción, lo cual hace necesario investigar los efectos negativos y positivos que tienen a la hora de realizar el diseño del control óptimo que minimiza las pérdidas de energía eléctrica [4] [5].

La investigación se ha desarrollado para analizar motores de diferente potencia, además el diseño de los controles considera dos condiciones, la primera para que el material magnético del motor no entre en saturación, y la segunda que la amplitud de corriente del estator no rebase un valor elegido por el diseñador. Se diseña un control basado en el modelo que no considera los transitorios electromagnéticos, y otro basado en el modelo que si considera los transitorios electromagnéticos, después se simula y comparan los resultados de las diferentes simulaciones para conocer los casos en los que los diferente controles obtienen alguna ventaja en su aplicación.

1.2 Definición del problema.

Basándose en las curvas que describen el comportamiento de la máquina de inducción, bajo diferentes condiciones, obtenidas por un proceso de simulación, es posible predecir errores en su funcionamiento y eventualmente corregirlos. En el diseño del controlador óptimo en lazo cerrado se utiliza un modelo del motor de inducción que desprecia los transitorios electromagnéticos, lo que hace necesario verificar la factibilidad del uso de dicho controlador en base a los resultados de la simulación del mismo, comparándolo con el control en lazo abierto diseñado en base al modelo del motor de inducción que si considera los transitorios electromagnéticos.

Según el modelo del motor de inducción que sea elegido se puede utilizar la amplitud de voltaje de alimentación o la amplitud de la corriente de alimentación, y la frecuencia del voltaje (o corriente) de alimentación como variables de control del motor de inducción. En la simulación se considera una fuente simétrica trifásica de frecuencia variable que ofrece ondas sinusoidales. Se desea que el control óptimo limite la amplitud de la corriente en el estator, con el fin de que el diseño de la fuente simétrica de corriente o tensión se pueda ajustar a un valor máximo seleccionado por el diseñador. Otro punto importante es que se desea que el material magnético opere en su zona lineal (que el control no le permita entrar en saturación).

Las pérdidas de energía eléctrica en los motores de inducción son distintas en proporción dependiendo de la capacidad del motor, por lo que se analizarán 3 motores diferentes: uno de 3HP otro de 500HP y uno de 2250HP, de este modo se tendrá un panorama más amplio en la investigación [31] [35].

En el análisis de la influencia de los transitorios electromecánicos se pondrá particular atención en las curvas de: corriente del estator, corriente de magnetización, amplitud del flujo de magnetización, par eléctrico, corriente del rotor, velocidad angular del rotor, frecuencia de la tensión de fase y la amplitud de la tensión de fase, para determinar la factibilidad del controlador óptimo bajo análisis.

1.3 Objetivo.

Determinar de qué manera influyen los fenómenos transitorios electromagnéticos (que ocurren en el motor) en el diseño del control óptimo que minimiza las pérdidas de energía eléctrica en el arranque de motores de inducción.

1.3.1 Objetivos particulares.

Diseñar el controlador óptimo en base al modelo simple del motor de inducción.

Evaluar el diseño del controlador óptimo al ser aplicado al modelo simple.

Analizar el comportamiento de la máquina de inducción al aplicarle el controlador óptimo.

Diseñar el controlador óptimo en base al modelo del motor de inducción que considera los transitorios electromagnéticos.

Evaluar el diseño del control óptimo en lazo abierto aplicado a la máquina de inducción.

Comparar los resultados de la simulación del control óptimo diseñado en base al modelo que no considera los transitorios electromagnéticos, con el control óptimo diseñado en base al modelo que considera los transitorios electromagnéticos del motor de inducción.

1.4 Justificación.

El arranque óptimo de motores de inducción que minimiza las pérdidas de energía eléctrica, tiene mucha importancia sobre todo en las aplicaciones industriales. Para diseñar el control óptimo de velocidad de motores de inducción (en particular del arranque) que minimiza las pérdidas de energía eléctrica, se pueden utilizar diferentes modelos del motor de inducción que consideran o no los transitorios electromagnéticos que ocurren en el motor. De lo antes dicho, surge la necesidad de investigar la influencia que tienen dichos transitorios en el diseño de control óptimo de velocidad del motor de inducción que minimiza las pérdidas de energía eléctrica.

1.5 Estado del arte.

Aumentar la eficiencia en el control de motores de inducción ha sido del interés de un gran número de investigadores a lo largo de los años. Esto nos ha dejado decenas de resultados que reflejan avances en esta búsqueda. Las técnicas, estrategias y métodos que se han obtenido para realizar un control más eficiente están publicados en diferentes documentos como tesis, libros y artículos de revistas científicas. Entre los trabajos que existen podemos citar los siguientes:

En 1979 G. K. Creighton, I. R. Smith y A. F. Mergen, analizaron las pérdidas que se provocan en la máquina de inducción en función al contenido armónico de una señal P.W.M. Concluyen que las pérdidas eléctricas aumentan a medida que la distorsión armónica se hace más grande, por lo que para minimizar las pérdidas hay que minimizar la distorsión armónica [6].

Robert D. Lorenz y Sheng Ming Yang, en 1988 presentaron un método para determinar las trayectorias (para el índice de optimización seleccionado) del flujo magnético y de corriente, para la operación de ciclo cerrado de un motor de inducción controlado con el método de campo orientado. El modelo de la maquina considera restricciones del control y de las variables de estado, utilizando la programación dinámica de R. Bellman [7].

En 1989 P. Famouri y J. J. Cathey, presentaron un método de control adaptativo para un motor de inducción usando la técnica de campo orientado, para que operara en el punto de máxima eficiencia para cualquier velocidad y carga. La descripción del flujo magnético óptimo es obtenida basándose en la ecuación que indica la eficiencia del motor [8].

En 1994 G. O. Garcia, J.A. Santisteban y S. D. Brignone, realizaron una investigación de la influencia de las pérdidas eléctricas en el hierro de motores de inducción en el diseño del control de campo orientado, en la cual descubren el error que ocasiona ignorarlas y además proponen un método para reducir este error [9].

Iordanis Kioskeridis y Nikos Margaris en 1996 propusieron un modelo de control de velocidad usando la técnica de campo orientado, con el que se puede determinar el flujo magnético óptimo que minimiza las pérdidas eléctricas en el cobre. La construcción del modelo no aumenta el costo significativamente, porque solo necesita la medición de la corriente del estator y puede ser implementado con técnicas digitales y analógicas [10].

E. Mendes, A. Baba, A. Razek, en 1995 presentaron 3 métodos para minimizar las pérdidas eléctricas en la máquina de inducción controlada con el método de campo orientado, uno se basa en el modelo de estado estacionario, el segundo en la programación dinámica y el último también basado en el modelo estacionario pero considerando operaciones dinámicas [11].

En 1997 Amjad Baba, Eduardo Mendes y Adel Razek, propusieron un par de métodos para la reducción de las pérdidas eléctricas en el cobre de un motor de inducción controlado con la técnica de campo orientado. El primero es para el estado estacionario y el segundo es para el estado transitorio en donde se utilizó el método de programación dinámica de R. Bellman, para determinar la curva del flujo magnético que minimiza las pérdidas eléctricas [12].

Diferentes métodos de búsqueda del flujo óptimo que minimiza las pérdidas de energía eléctrica en el control de una máquina de inducción en estado estacionario y transitorio fueron investigados y comparados por J. Moreno-Eguilaz, Miguel Cipolla, Juan Peracaula y Paulo J. da Costa Branco en 1997. Los métodos utilizados fueron los siguientes: Método de Rosenbrock, Método Proporcional, Método de Gradiente, Método de Fibonacci y un método basado en la Lógica Difusa [13].

Eric Poirier, Mohsen Ghribi y Azeddine Kadduori en el 2001 aplicaron un algoritmo genético, para determinar la curva óptima que minimiza las pérdidas eléctricas de la magnitud del flujo magnético en el control de un motor de inducción, con la técnica de control por campo orientado [14].

Sheng-Ming Yang, y Feng-Chieh Lin en el año 2001 presentaron un esquema de control vectorial del motor de inducción, el cual utiliza el factor de potencia como principal variable de control y manipula la corriente de magnetización para que el motor genere el mínimo de pérdidas eléctricas. La ventaja del esquema es que no es necesario conocer los parámetros del motor [15].

En el 2005 A.H. Faddoun, J. Ghouili, R. Abdessemed y K. Srairi, presentan un esquema de control utilizando lógica difusa y el método de campo orientado en un motor de inducción que minimiza las

pérdidas magnéticas y eléctricas en estado estacionario (en operación nominal), este control logra reducir las pérdidas en comparación con las técnicas comunes de control por campo orientado [16].

Dong Hwa Kim y Jim Ill Park en el año 2005 utilizaron un algoritmo genético para optimizar un control proporcional integral, usando la técnica de control vectorial en un motor de inducción, para minimizar las pérdidas eléctricas totales considerando el estado transitorio del motor [17].

En el año 2005 Sang Woo Nam y M. Nasir Uddin presentaron un modelo de control de un motor de inducción usando la técnica de control vectorial, este modelo busca minimizar las pérdidas eléctricas mejorando primero el modelo de las pérdidas incluyendo la reactancia de fuga y utilizando un análisis en coordenadas d-q del motor de inducción, con estas consideraciones obtienen mejoras en comparación con los controles de su categoría convencionales [18].

En el año 2008 Ke Wang, Liming Shi y Yaohua Li, propusieron una estrategia para minimizar las pérdidas eléctricas para un control de empuje lineal de una máquina de inducción. El método está basado en buscar la corriente de línea óptima que permita mantener el empuje y la velocidad del motor, esta búsqueda considera el ruido eléctrico y se realiza de manera iterativa durante la operación de la máquina [19].

En el año 2009 Dhaoui Mehdi y Abita Lassaad proponen un método para el control de un motor de inducción usando la técnica de campo orientado indirecto, que permite minimizar las pérdidas eléctricas a través de la búsqueda de una referencia óptima y el uso de un control basado en la teoría de lógica difusa[20].

Duy C. Huyuh, Matthew W. Dunnigan y Stephen J. Finney en el año 2010 propusieron una aplicación de los algoritmos genéticos de optimización para el control de un motor de inducción, en donde la reducción de las pérdidas está basada en el flujo magnético óptimo del rotor, el cual es encontrado utilizando algoritmos genéticos, además se consideró un método para la estimación de la variación de los parámetros [21].

En el año 2010 Ali M. Bazzi, y Philip T. Krein, realizaron una comparación entre algunas técnicas matemáticas y técnicas físicas que se habían aplicado experimentalmente, en la búsqueda de la minimización de las pérdidas en el control de la máquina de inducción. De entre las técnicas matemáticas se descartaron aquellas que incluyen un lazo cerrado con la potencia de pérdidas como retro alimentación. En las técnicas físicas considera aquellas que utilizan principios físicos para dirigir el control de modo que las pérdidas sean mínimas, sin importar los parámetros del motor o su estado (sin la necesidad de observadores o estimadores de estado) [22].

S. Grouni, R. Ibtouen, M. Kidouche y O. Touhami en el año 2010 presentaron una aplicación práctica de control por campo orientado de un motor de inducción en la cual se utilizó una referencia de campo óptimo, la cual se obtuvo a través del modelo de las pérdidas totales del motor de inducción [23].

Jorge Rivera Domínguez, Christian Mora-Soto, Susana Ortega-Cisneros, Juan José Raygoza Panduro y Alexander G. Loukianov en el año 2011 desarrollaron un sistema de control de un motor de

inducción en lazo cerrado que garantiza la estabilidad asintótica del sistema (usando el método de Lyapunov) y reduce las pérdidas eléctricas. El sistema considera el flujo magnético del rotor óptimo como referencia y utiliza observadores para calcular el flujo instantáneo puesto que ignora el par mecánico y la carga que se aplica [24].

En el año 2012, Waheeda Beevi M, Dr. A. Sukesh Kumar, Subin H. S. realizaron el análisis de la técnica de control vectorial de motores de inducción para reducir las pérdidas eléctricas totales durante los cambios de carga. Para lograrlo, utilizaron algoritmos genéticos en el modelo d-q para encontrar la corriente de alimentación óptima [25].

En el año 2012 Waheedabeevi M, A. Sukeshkumar y Nithin S. Nair, realizaron un control para minimizar las pérdidas eléctricas totales del motor de inducción utilizando la técnica de control vectorial. Garantizan que la máquina trabajará de una manera óptima sin importar que la carga se incremente por encima de la carga de diseño del control [26].

El año 2013 Jean-Francois Stumper, Alexander Dotlinger y Ralph Kennel propusieron un esquema de control del motor de inducción que minimiza las pérdidas de energía eléctrica durante la operación del motor, incluso en el periodo de transición provocado por el cambio de par mecánico del motor. Este sistema requiere conocer previamente la curva del flujo de magnetización, en este trabajo se busca la curva óptima utilizando las ecuaciones de Euler-Lagrange, pero no es resuelta por su complejidad, sin embargo se utiliza una aproximación obtenida de manera heurística [27].

En la Sección de Estudios de Posgrado en Ingeniería Eléctrica de la Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica Zacatenco del Instituto Politécnico Nacional también se han realizado numerosas investigaciones con relación a la reducción de pérdidas de energía en el control de motores de inducción, de entre las cuales se mencionan algunas:

Karla Idania Aguirre Molar, en el 2006 realizó la investigación de un control de velocidad óptimo que minimiza el tiempo de control, diseñado con un modelo del motor de inducción que considera los transitorios electromagnéticos y la saturación del material magnético. Encuentra que el control al no considerar la saturación no garantiza que esta no ocurra, cuando se asignan amplitudes de corriente máximas del estator demasiado grandes, mientras que si estas limitaciones son pequeñas la saturación no ocurre, sin embargo, para estos casos el tiempo de arranque es demasiado grande [28].

Galicia Gutiérrez Isaac en el año 2011 realizó el diseño del control de velocidad de motores de inducción que minimiza las pérdidas de energía eléctrica y el tiempo de control, considerando limitaciones en las variables de control, utilizando el principio de máximo de Pontryagin. Se acepta un índice de optimización multi-criterio y se aplica a 3 motores de diferente capacidad mediante la simulación del sistema de control. Se observó que el control tiene un comportamiento aceptable aunque no garantiza que no ocurra la saturación del material magnético [29].

Lázaro Eduardo Castillo Barrera en el año 2004 realizó una investigación para conocer la influencia de la alimentación no sinusoidal de motores de inducción en el control óptimo que minimiza el

tiempo de control, sobre las principales variables de la máquina que son: la velocidad del motor, las amplitudes de las corrientes en los devanados, la corriente de magnetización las pérdidas de energía eléctrica y magnética. Encuentra que la alimentación no sinusoidal PWM tiene una mayor influencia en el comportamiento de las variables del motor que la alimentación con la forma escalonada [30].

Daniel Pérez Jiménez en el año 2008 presentó el diseño del control de velocidad óptimo que minimiza las pérdidas eléctricas y magnéticas, tomando como base el modelo del motor de inducción que considera los transitorios electromagnéticos. El índice de optimización es multi-criterio y aplica coeficientes de peso, los cuales varía en múltiples ocasiones y determina la mejor combinación en base a las pérdidas totales que el control provoco [31].

Hugo Alberto Yescas Flores en el año 2012 realizó el estudio de 4 métodos para terminar el control de frecuencia del arranque óptimo en tiempo. Analizó 4 métodos diferentes de variar la amplitud de voltaje de alimentación y la frecuencia del voltaje de alimentación de modo que la fuente llegue a los valores nominales de la máquina. Los 4 métodos se aplican a 3 motores de diferente potencia encontrando que dos de los métodos garantizan que no ocurra la saturación del material magnético del motor, mientras que otro de los métodos analizados presenta la menor demanda de corriente [32].

1.6 Alcances.

Se investiga la influencia de los fenómenos transitorios electromagnéticos del motor de inducción en el diseño del control óptimo de motores de inducción.

Se diseñan los controles para motores trifásicos a través de sus modelos dinámicos equivalentes de la maquina bifásica en coordenadas d-q. Las ecuaciones que se utilizan para el cálculo de las pérdidas de energía se enfocan en las que se generan por histéresis y por las corrientes de remolino (en lo que respecta al material magnético), mientras que en el cobre se calculan las pérdidas generadas por el efecto Joule. En los modelos dinámicos del motor de inducción, se agrega el efecto de saturación del material magnético haciendo una aproximación de la curva de magnetización mediante una aproximación piezolineal (una curva formada por 2 líneas rectas).

Para resolver el problema de optimización dinámica se emplea el método del principio del máximo de Pontryagin con la teoría adicional para tratar las restricciones en el sistema. Se pretende que los controles respeten ciertas limitaciones tanto de la magnitud de la amplitud de la corriente de alimentación como de la magnitud de la corriente de magnetización.

Se diseñan dos controles: uno en lazo abierto basado en el modelo con transitorios electromagnéticos y otro en lazo cerrado basado en el modelo sin transitorios electromagnéticos, con el fin de realizar la comparación entre ambos y exhibir los principales efectos que en el diseño provoca el considerar o no los transitorios electromagnéticos. Se pretende utilizar los resultados de otros trabajos que han resuelto el principal problema del diseño del control en lazo abierto (el cálculo de los valores iniciales de las variables conjugadas que es un problema de doble valor en la frontera).

1.7 Limitaciones.

Las simulaciones se realizan en el periodo de arranque, con una carga mecánica anula (también aplica una carga constante).

No se consideran las pérdidas mecánicas de energía producidas en los elementos móviles del motor de inducción.

Los datos magnéticos de los materiales no son exactos, debido a la dificultad que existe para adquirir este tipo de información técnica.

La investigación se ha realizado en base a la simulación sin implementación.

1.8 Aportaciones de la tesis

Las aportaciones del presente trabajo son las siguientes:

Se diseña un control en lazo cerrado que minimiza las pérdidas de energía eléctrica basado en el modelo simple y se verifica que su comportamiento sea el correcto aplicándolo al mismo modelo simple.

Se analiza el comportamiento del motor al aplicar al modelo complejo del motor el control en lazo cerrado previamente diseñado.

Se analiza el comportamiento del motor de inducción representado por el modelo que considera los transitorios electromagnéticos al aplicarle el control óptimo diseñado en base al modelo del motor que considera los transitorios electromagnéticos.

Se compara el comportamiento del motor de inducción bajo el efecto de los controles diseñados y finalmente se exhiben las ventajas y desventajas que han provocado al diseño del control el considerar o no los transitorios electromagnéticos

1.9 Estructura de la tesis.

El capítulo 1 presenta el planteamiento del problema, la formulación de objetivos mediante los cuales se pretende llegar a conocer la influencia de los transitorios electromagnéticos en el diseño del control óptimo, así como una breve justificación del por qué es importante investigar dicha influencia y además se presenta una reseña histórica de los esfuerzos de la comunidad científica por reducir las pérdidas de energía en el control de motores de inducción, también se indican los alcances y limitaciones del trabajo, las aportaciones y la estructura del mismo.

El capítulo 2 presenta los modelos del motor de inducción que serán utilizados en el diseño de los controles, además de que proporciona las ecuaciones para describir las pérdidas de energía y se formula el índice de optimización requerido para solucionar el problema de optimización dinámica.

El capítulo 3 presenta el diseño de los controles tanto en lazo cerrado como en lazo abierto, basando el diseño de ambos en las ecuaciones del capítulo 2 y la teoría sobre el principio del máximo de Pontryagin.

El capítulo 4 muestra cómo se lleva a cabo la investigación, el orden en que se simulan los diferentes controles en base a los diferentes modelos del motor de inducción y también se muestra el diagrama de flujo de los programas empleados para realizar las simulaciones.

El capítulo 5 contiene los datos de los motores que se simularon, los resultados de las simulaciones, y los valores máximos alcanzados por algunas variables de singular interés. Los datos incluyen observaciones del comportamiento dinámico del sistema, basadas en las curvas obtenidas tras las simulaciones.

El capítulo 6 exhibe las conclusiones que se han alcanzado tras el análisis de los resultados de las simulaciones, en sí representa el desenlace de todo el trabajo realizado en los capítulos anteriores.

CAPÍTULO 2.

2. Modelos de la máquina de inducción

2.1 Introducción.

El modelo matemático de la máquina de inducción que describe su comportamiento es la base fundamental para el diseño de sus controles. Si bien es cierto que existen muchos modelos de la máquina de inducción, también es cierto que en cada estudio o diseño es necesario seleccionar el modelo apropiado. Dependiendo de cada tarea los modelos ofrecerán distintas ventajas para la realización de la misma. Este trabajo requiere la descripción de la máquina de inducción con un modelo que no considere los transitorios electromagnéticos y además otro modelo que si considere los transitorios electromagnético, una vez que se cuenta con estos modelos es posible comenzar con el diseño de los controles y posteriormente su análisis.

Los modelos del motor de inducción descritos en coordenadas de fase presentan inductancias que varían con la posición del rotor, estas inductancias hacen bastante complicados este tipo de modelos. El modelo del motor de inducción (al igual que el de otras máquinas) puede ser transformado a distintos ejes de referencia. Existe una transformación que ayuda con el problema de las inductancias variables, la cual refiere el sistema trifásico a un sistema bifásico con devanados que se alinean a los ejes de coordenadas d-q que tienen una separación de 90° entre sí. La transformación del sistema trifásico en las coordenadas d-q fue estudiada en diferentes trabajos por separado, hasta que se tuvo la suficiente información para darse cuenta que se trataba de la misma, con la diferencia de que los ejes d-q giraban a diferentes velocidades, en otras palabras, utilizan diferentes marcos de referencia [33]. Los marcos de referencia del motor de inducción en coordenadas d-q más utilizados son los siguientes:

Marco de referencia síncrono donde $\omega_k = \omega$.

Marco de referencia estacionario donde $\omega_k = 0$.

Marco de referencia fijo en el rotor donde $\omega_k = \omega_r$.

En donde:

ω_k Frecuencia angular del sistema de coordenadas d-q.

ω_r Velocidad angular de la flecha del motor de un par de polos.

ω Frecuencia angular de la corriente del estator.

La estructura básica de los modelos dinámicos del motor de inducción comprende cuatro partes básicas. Estas son [56]:

1. N ecuaciones diferenciales del equilibrio de voltaje.
2. Ecuaciones de inductancias propias y mutuas.
3. Expresiones para el par mecánico.
4. Ecuaciones de Newton.

Las ecuaciones diferenciales del equilibrio de voltaje están dadas por la siguiente expresión:

$$\underline{u} = R * i + \frac{d\Psi}{dt} \quad (2.1)$$

En donde:

\underline{u} Tensión eléctrica.

i Corriente eléctrica.

Ψ Flujo magnético.

R Resistencia eléctrica.

t Tiempo.

La relación entre el flujo magnético y la corriente eléctrica está dada por la matriz de inductancias variable dependiente de la posición del roto:

$$\Psi = L(\theta) * i \quad (2.2)$$

En donde:

L Inductancia eléctrica.

θ Angulo eléctrico entre el rotor y el estator.

El par mecánico electromagnético está determinado por la ecuación:

$$M_e = \frac{i^2 dL}{2 d\theta} \quad (2.3)$$

En donde:

M_e Par electromagnético desarrollado por el motor con p pares de polos.

El subsistema electromecánico está determinado por las ecuaciones de Newton de movimiento.

$$J \frac{d\omega_r}{dt} = p(M_e - M_o) \quad (2.4)$$

En donde:

J Par de inercia del motor.

M_o Par de la carga mecánica.

p Número de pares de polo.

El modelo del motor de inducción definido en base a las ecuaciones (2.1) a (2.4) puede ser dividido para su análisis en dos subsistemas: el electromecánico y el electromagnético. El subsistema electromecánico esta descrito por las ecuaciones de Newton de movimiento, proyectadas en las expresiones del par eléctrico, mecánico y la velocidad angular. El subsistema electromagnético esta descrito por las ecuaciones diferenciales de equilibrio de tensión y las ecuaciones de enlace de flujo.

Al cambiar la fuente de energía de la máquina de inducción, esta pasa por un periodo de transición de un estado estable a otro. El periodo de transición del motor de inducción está caracterizado por la presencia de perturbaciones en los flujos magnéticos y en la corriente eléctrica. Estas perturbaciones o fenómenos transitorios electromagnéticos afectan a todo el sistema y en este periodo se aprecian comportamientos en ocasiones inconvenientes, como por ejemplo en el arranque ordinario, la corriente del estator aumenta varias veces la corriente nominal de la máquina.

Los fenómenos transitorios electromagnéticos que se producen dentro del motor, no son siempre descritos por completo, existen más de un tipo de transitorios electromagnéticos que ocurren en la máquina, pero en la teoría de control de máquinas, solo se consideran los que surgen de las ecuaciones de equilibrio de tensión (2.1) por ser los más influyentes en el diseño de controles eléctricos. Cabe mencionar que en ocasiones pueden incluirse modelos más descriptivos o más específicos, para realizar otro tipo de estudios. En este trabajo es necesario reducir las ecuaciones de equilibrio de tensiones que surgen de (2.1) para eliminar su influencia en el motor, considerando como único sistema, el sistema electromecánico.

Es necesario recalcar que a pesar de la complejidad que los modelos adquieren, no son del todo exactos, existen características que son omitidas o mejor dicho que se idealiza para evitar complicar excesivamente el modelo, de entre las principales suposiciones están las siguientes:

- 1) La fuente de alimentación del motor de inducción es simétrica y sinusoidal.
- 2) El motor de inducción es simétrico con el rotor liso (de tipo de jaula de ardilla).
- 3) Las resistencias y las inductancias son constantes.
- 4) El efecto de los parámetros distribuidos es ignorado.
- 5) La energía de los campos eléctricos generados por las capacitancias parasitas es omitida.

2.2. Modelo que no considera los fenómenos transitorios electromagnéticos del motor.

Por su simplicidad matemática a este modelo se le hará referencia como modelo simple. La ecuación diferencial que describe la dinámica de la máquina de inducción bajo las suposiciones mencionadas en la introducción además de omitir los transitorios electromagnéticos es la siguiente [34] [35]:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{p}{J\omega_n} (M_e - M_0) \quad (2.5)$$

En donde:

$v = \frac{\omega_r}{\omega_n}$ Velocidad relativa de la flecha del motor.

ω_n Valor nominal de la frecuencia angular de la corriente del estator.

El par electromagnético se expresa mediante la ecuación [28]:

$$M_e = \frac{3pR'_2X_0^2i_1^2}{2\omega_n} \frac{\beta}{R_2'^2(X_0 + X_2')^2\beta^2} \quad (2.6)$$

En donde:

$\beta = \frac{\omega - \omega_r}{\omega_n}$ Deslizamiento relativo.

R_2' Resistencia del devanado del rotor referido al estator.

X_2' Reactancia de disipación de una fase del devanado del rotor referida al circuito del estator, calculada a la frecuencia nominal de la corriente del estator.

X_0 Reactancia de magnetización del motor de doble fase equivalente a la frecuencia nominal de la corriente del estator.

i_1 Amplitud de la corriente del estator.

La amplitud de la corriente de magnetización i_0 se puede calcular en función de la amplitud de la corriente del estator i_1 usando la siguiente ecuación [36]:

$$i_0 = i_1 \sqrt{\frac{R_2'^2 + X_2'^2\beta^2}{R_2'^2 + (X_0 + X_2')^2\beta^2}} \quad (2.7)$$

La amplitud del voltaje de alimentación en función de i_1 es [28]:

$$u = i_1 \sqrt{\frac{F_1 \beta^2}{R_2'^2 (X_2' + X_0)^2}} \quad (2.8)$$

En donde F_1 está definida por la siguiente expresión [28]:

$$F_1 = \left([X_0^2 - (X_0 + X_2')(X_0 + X_1)]\alpha + \frac{R_1 R_2'}{\beta} \right)^2 + \left(R_1 (X_0 + X_2') + R_2' \frac{\alpha}{\beta} (X_0 + X_1) \right)^2$$

2.3 Modelos con transitorios electromagnéticos.

Para representar al motor de inducción se utilizara un modelo alimentado por voltaje en las coordenadas d-q el cual considera los transitorios electromagnéticos.

Cuando el motor está alimentado por una fuente de voltaje, las coordenadas d-q giran con la velocidad igual a la frecuencia angular de la corriente del estator ($\omega_k = \omega$) y el par electromagnético del motor se expresa en función de los enlaces de flujo magnético entre los devanados del estator y del rotor el modelo de la máquina de inducción es descrito como sigue [33] [37]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\Psi_{1d}}{dt} &= u_{1d} + \frac{R_1 \omega_n}{X_0} (\Psi_{0d} - \Psi_{1d}) + \omega \Psi_{1q} \\ \frac{d\Psi_{1q}}{dt} &= u_{1q} + \frac{R_1 \omega_n}{X_0} (\Psi_{0q} - \Psi_{1q}) - \omega \Psi_{1d} \\ \frac{d\Psi'_{2d}}{dt} &= (\omega - \omega_r) \Psi'_{2q} + \frac{R_2' \omega_n}{X_2'} (\Psi_{0d} - \Psi'_{2d}) \\ \frac{d\Psi'_{2q}}{dt} &= -(\omega - \omega_r) \Psi'_{2d} + \frac{R_2' \omega_n}{X_2'} (\Psi_{0q} - \Psi'_{2q}) \\ \frac{d\omega_r}{dt} &= \frac{3p^2 \omega_n X_0}{2FJ} (\Psi'_{2d} \Psi_{1q} - \Psi_{1d} \Psi'_{2q}) - p \frac{M_0}{J} \end{aligned} \right\} \quad (2.9)$$

Este modelo alimentado por tensión ofrece la ventaja de que su alimentación es continua $u_{1q} = 0$ $u_{1d} = u$ [28]. Este modelo será utilizado para probar la factibilidad del controlador diseñado sobre la base del modelo simple y será nombrado modelo complejo 1 para simplificar la nomenclatura a lo largo de la investigación.

El modelo (2.10) representa el motor de inducción de doble fase equivalente que esta expresado en las coordenadas d-q que giran con la velocidad angular del rotor ω_r , alimentado por una fuente de

corriente [33] [38] [39] [40]. En el diseño del control óptimo el modelo (2.10) ofrece la ventaja de ser un modelo de menor orden con respecto al modelo (2.9). La solución del problema de optimización por medio del principio del máximo de Pontryagin requiere que se calculen los valores iniciales de las variables conjugadas, este trabajo puede ser hecho de diferentes maneras, una de ellas es utilizar un algoritmo genético en donde se resuelve el sistema un gran número de veces [31]. Tomando en cuenta lo anterior, reducir el orden del modelo del motor resulta en la disminución significativa del tiempo de cómputo en la búsqueda de los valores iniciales de las variables conjugadas.

$$\begin{aligned}
\frac{d\Psi'_{2d}}{dt} &= \frac{R'_2 X_0}{X_0 + X'_2} i_{1d} - \frac{R'_2 \omega_n}{X_0 + X'_2} \Psi'_{2d} - \frac{R'_2 \omega_n}{X_0 + X'_2} f(\Psi_{0d}) \\
\frac{d\Psi'_{2q}}{dt} &= \frac{R'_2 X_0}{X_0 + X'_2} i_{1q} - \frac{R'_2 \omega_n}{X_0 + X'_2} \Psi'_{2q} - \frac{R'_2 \omega_n}{X_0 + X'_2} f(\Psi_{0q}) \\
\frac{d\omega_r}{dt} &= \frac{3p^2 \omega_n X_0}{2JF(X_0 + X'_2)} \left\{ \frac{F i_1}{\omega_n} \begin{bmatrix} \Psi'_{2d} \sin \xi + \\ -\Psi'_{2q} \cos \xi \end{bmatrix} + X'_2 \begin{bmatrix} \Psi'_{2d} f(\Psi_{0d}) + \\ -\Psi'_{2q} f(\Psi_{0q}) \end{bmatrix} \right\} - \frac{p}{J} M_0
\end{aligned} \tag{2.10}$$

La alimentación del modelo por la fuente de corriente permite utilizar como variables de control la amplitud de la corriente del estator i_1 y el ángulo ξ entre el vector de dicha corriente y el eje "d" de las coordenadas d-q que giran con la velocidad del rotor lo que facilita el diseño del control óptimo, en el cual se limita la amplitud de la corriente de alimentación para disminuir el costo del convertidor de frecuencia que alimenta al motor.

El modelo (2.10) alimentado por corriente se le hará referencia como modelo complejo 2 con el fin de simplificar la nomenclatura.

Los modelos complejo 1 y complejo 2 tienen ciertas características en común tanto es así que comparten algunas expresiones matemáticas para el cálculo de algunas de las variables que se encuentran dentro de las ecuaciones que los describen. A continuación se describen las ecuaciones complementarias de los modelos complejos ya mencionados y se harán aclaraciones cuando las ecuaciones no sean comunes para ambos modelos.

Los flujos Ψ_{0d} y Ψ_{0q} , están definidos por las siguientes ecuaciones [33]:

$$\begin{aligned}
\Psi_{0d} &= es \left(\frac{\Psi_{1d}}{X_1} + \frac{\Psi'_{2d}}{X'_2} \right) - \frac{es}{X_0} f(\Psi_{0d}) \\
\Psi_{0q} &= es \left(\frac{\Psi_{1q}}{X_1} + \frac{\Psi'_{2q}}{X'_2} \right) - \frac{es}{X_0} f(\Psi_{0q})
\end{aligned} \tag{2.11}$$

Las funciones $f(\Psi_{0d})$ y $f(\Psi_{0q})$ están definidas de la manera siguiente:

$$\left. \begin{aligned} f(\Psi_{0d}) &= \begin{cases} 0 & \Psi_0 = 0 \\ \frac{\Psi_{0d}}{\Psi_0} f(\Psi_0) & \Psi_0 \neq 0 \end{cases} \\ f(\Psi_{0q}) &= \begin{cases} 0 & \Psi_0 = 0 \\ \frac{\Psi_{0q}}{\Psi_0} f(\Psi_0) & \Psi_0 \neq 0 \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (2.12)$$

La amplitud del flujo de magnetización esta expresado por:

$$\Psi_0 = \sqrt{\Psi_{0d}^2 + \Psi_{0q}^2} \quad (2.13)$$

En donde:

$$F = (X_0 + X_1)(X_0 + X'_2) - X_0^2$$

$$es = \frac{1}{\frac{1}{X_0} + \frac{1}{X_1} + \frac{1}{X'_2}}$$

J Par de inercia del motor.

R_1 Resistencia del devanado del estator.

u_{1d}, u_{1q} Son las componentes del voltaje de alimentación del motor de doble fase equivalente expresadas en las coordenadas d-q.

X_1 Es la reactancia de disipación del devanado del estator calculado para la frecuencia nominal de la corriente del estator.

Ψ'_{2d}, Ψ'_{2q} Son las componentes en las coordenadas d-q de los enlaces de flujo magnético del devanado del rotor, referido al circuito de estator.

Ψ_{1d}, Ψ_{1q} Son las componentes en las coordenadas d, q de los enlaces flujo magnético del devanado del estator.

Ψ_{0d}, Ψ_{0q} Son las componentes en las coordenadas d, q del flujo de magnetización.

Ψ_0 Es la amplitud del flujo de magnetización.

Para realizar los cálculos según las ecuaciones (2.12) se tiene que conocer la función $f(\Psi_0)$. Dicha función se puede describir en base a la curva de magnetización real usando una aproximación formada por la línea quebrada descrita en la función siguiente [40]:

$$f(\Psi_0) = \begin{cases} 0 & i_0 \leq i_{0max} \\ \frac{X_0}{w_n}(i_0 - i_{0max}) & i_0 > i_{0max} \end{cases} \quad (2.14)$$

En donde:

i_0 Amplitud de la corriente de magnetización.

i_{0max} Valor máximo de la amplitud de la corriente de magnetización para el cual el motor opera todavía en la parte lineal de su curva de magnetización.

La amplitud de la corriente de magnetización en función de las variables del modelo matemático del motor se describe como sigue [40]:

$$i_0 = \sqrt{(i_{1d} + i'_{2d})^2 + (i_{1q} + i'_{2q})^2} \quad (2.15)$$

En donde:

i_{1d}, i_{1q} Componentes de las corrientes de estator del motor de doble fase equivalente expresadas en las coordenadas d-q.

i'_{2d}, i'_{2q} Componentes de la corriente del rotor del motor de doble fase equivalente expresadas en las coordenadas d-q, referidas al circuito del estator.

Estas componentes de las corrientes en las coordenadas d-q se calculan como lo indican las ecuaciones (2.16) para el modelo complejo 1:

$$\left. \begin{aligned} i_{1d} &= \frac{\omega_n}{X_1}(\Psi_{1d} - \Psi_{0d}) \\ i_{1q} &= \frac{\omega_n}{X_1}(\Psi_{1q} - \Psi_{0q}) \\ i'_{2d} &= \frac{\omega_n}{X'_2}(\Psi'_{2d} - \Psi_{0d}) \\ i'_{2q} &= \frac{\omega_n}{X'_2}(\Psi'_{2q} - \Psi_{0q}) \end{aligned} \right\} \quad (2.16)$$

Las componentes de las corrientes en las coordenadas d-q se calculan como lo indican las ecuaciones (2.17) para el modelo complejo 2:

$$\left. \begin{aligned} i'_{2d} &= \frac{1}{X_0 + X'_2} [\omega_n \Psi'_{2d} - X_0 i_1 \cos \xi + \omega_n f(\Psi_{0d})] \\ i'_{2q} &= \frac{1}{X_0 + X'_2} [\omega_n \Psi'_{2q} - X_0 i_1 \sen \xi + \omega_n f(\Psi_{0q})] \end{aligned} \right\} \quad (2.17)$$

El valor de la amplitud de corriente de magnetización máxima i_{0max} se calcula de la forma siguiente [41]:

$$i_{0max} = \frac{u_m}{\sqrt{R_1^2 + (X_0 + X_1)^2}} \quad (2.18)$$

En donde:

u_m Es el valor nominal de la amplitud del voltaje de alimentación.

Las amplitudes de las corrientes del estator y del rotor referidas al circuito del estator del motor de doble fase equivalente se pueden describir como sigue:

$$\begin{aligned} i_1 &= \sqrt{i_{1d}^2 + i_{1q}^2} \\ i'_2 &= \sqrt{i'_{2d}{}^2 + i'_{2q}{}^2} \end{aligned} \quad (2.19)$$

La ecuación que describe el par electro magnético desarrollado por el motor con p-pares de polos es la siguiente:

$$Me = \frac{3p\omega_n X_0}{2F} (\Psi'_{2d} \Psi_{1q} - \Psi_{1d} \Psi'_{2q}) \quad (2.20)$$

Con las ecuaciones (2.21) se pueden calcular las componentes de corriente en el estator del modelo complejo 2.

$$\left. \begin{aligned} i_{1d} &= i_1 \cos \xi(t) \\ i_{1q} &= i_1 \sen \xi(t) \end{aligned} \right\} \quad (2.21)$$

El propósito del diseño de control óptimo en el sistema abierto utilizando el modelo complejo 2, es obtener la descripción de las variaciones en función del tiempo de las variables de control:

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \xi(t) \\ i_1 &= i_1(t) \end{aligned} \right\} \quad (2.22)$$

Para aplicar el control a la maquina real, hay que saber cómo variar en el tiempo la amplitud de corriente o la amplitud de voltaje del estator y la frecuencia del voltaje (o corriente) de alimentación. Conociendo el ángulo $\xi(t)$ entre el eje “d” de las coordenadas d-q y el vector de la corriente del estator se puede determinar el deslizamiento absoluto $\beta'(t)$ y el deslizamiento relativo (por unidad) $\beta(t)$.

$$\begin{aligned}\beta'(t) &= \frac{d\xi(t)}{dt} \\ \beta(t) &= \frac{\beta'(t)}{\omega_n}\end{aligned}\tag{2.23}$$

En base a las ecuaciones (2.23) la frecuencia de corriente o tensión de alimentación se puede calcular de la siguiente forma:

$$\omega(t) = \omega_r(t) + \frac{d\xi(t)}{dt}\tag{2.24}$$

2.4 Pérdidas de energía.

El motor de inducción es una máquina que transforma la energía eléctrica en energía mecánica. En el proceso de conversión de energía existen fenómenos físicos que toman parte de la energía de entrada y la transforman en algún otro tipo de energía que no tiene ninguna utilidad. La energía que no tiene uso constituye la energía de las pérdidas de la máquina. De entre los fenómenos que provocan la pérdida de energía están los fenómenos mecánicos tales como el rozamiento entre las partes del motor y el efecto de ventilación del rotor, y los fenómenos eléctricos como lo es la histéresis magnética y las corrientes de remolino que provocan las pérdidas en el material magnético, y las pérdidas por efecto Joule que existen en cualquier conductor con una resistencia diferente de cero. En esta investigación se han elegido tomar en consideración a las pérdidas por efecto Joule y las pérdidas en el material magnético.

En los casos en que es necesario controlar la operación del motor de inducción se realiza un diseño para que el comportamiento de la maquina sea el adecuado. Cuando el objetivo del control es que se reduzcan las pérdidas de energía eléctrica, se tienen que considerar durante el diseño del control aquellas ecuaciones que describan la forma en que se generan las pérdidas de energía. En los siguientes apartados se presentan las ecuaciones que describen las pérdidas de energía eléctrica.

2.4.1 Pérdidas eléctricas.

La corriente fluye a través de los devanados del estator y del rotor los cuales presentan una resistencia eléctrica que propicia la aparición de las pérdidas por efecto Joule. Es posible cuantificar la energía pérdida durante el tiempo de control t_r provocadas por el flujo de corriente utilizando cualquiera de las ecuaciones (2.25) [41].

$$Q_e = \frac{3}{2} \int_0^{t_r} [i_1^2 R_1 + R_2' i_2'^2] dt$$

$$Q_e = \frac{3}{2} \int_0^{t_r} i_1^2 \left[R_1 + R_2' X_0^2 \frac{\beta^2}{R_2'^2 (X_0 + X_2'^2)^2 \beta^2} \right] dt \quad (2.25)$$

En donde:

Q_e Pérdidas en los devanados.

t_r Tiempo de control.

La primera de las ecuaciones (2.25) depende de la amplitud de corriente de alimentación y de la amplitud de la corriente del rotor referida al circuito del estator mientras que la segunda de las ecuaciones (2.25) está escrita en función de la variable relativa β . Se observa que en las ecuaciones (2.25) intervienen los parámetros eléctricos del motor como lo son las inductancias y las resistencias de los devanados las cuales se suponen constantes durante todo el tiempo de control. La manera en que los parámetros varían depende de la forma de onda con que se alimenta el motor y también de la forma en que está construido. En algunos diseños como los motores NEMA clase A y D (tipo jaula de ardilla con barras cercanas a la superficie) cuando el motor se alimenta con una onda sinusoidal sin contaminación armónica la variación de los parámetros es relativamente pequeña y las ecuaciones (2.25) sugieren una aproximación adecuada para el cálculo de las pérdidas eléctricas [44].

2.4.2 Pérdidas magnéticas.

En general las máquinas eléctricas operan gracias a la interacción de los campos magnéticos que se generan al fluir la corriente eléctrica por sus devanados ya sea por inducción o por estar conectados eléctricamente a una fuente de energía eléctrica. El campo magnético es el medio que se utiliza para transformar la energía por lo que las máquinas eléctricas se diseñan de tal forma que las pérdidas de energía en la formación del campo magnético sean las menores posibles. Para lograr lo antes mencionado los diseñadores de máquinas han encontrado materiales que favorecen la formación de los campos magnéticos y también geometrías para dirigir el campo magnético de modos más eficientes.

Junto con la formación de los campos magnéticos se presentan otros fenómenos físicos que consumen parte de la energía inyectada a la máquina. Esta energía es prácticamente un desperdicio. Para atacar este problema se han estudiado algunos de los fenómenos físicos nocivos. Los fenómenos físicos que generan las pérdidas de energía en el material magnético se han descrito parcialmente en ecuaciones empíricas puesto que su estudio es bastante complicado como para obtener la descripción de los mismos de una manera analítica. El fenómeno de histéresis y el de las corrientes de remolino son los dos fenómenos que se tomarán en cuenta en este trabajo entonces

podemos describir las pérdidas de energía eléctrica en el material magnético del motor con la ecuación (2.26).

$$P_m = P_g + P_h \quad (2.26)$$

En donde:

P_m Pérdidas de potencia en el material magnético.

P_g Pérdidas provocadas por las corrientes de remolino.

P_h Pérdidas provocadas por la histéresis magnética.

Cuando al material magnético se le induce un campo magnético alterno se producen diferencias de tensión dentro del material, lo cual produce a su vez pequeñas corrientes aleatorias, estas son las llamadas corrientes de remolino. Las pérdidas de energía provocadas por las corrientes de remolino se dividen en dos, las pérdidas clásicas P_{gcl} (relacionadas con el grosor y resistividad de la lámina de la cual está construido el núcleo magnético del motor) y las pérdidas causadas por las anomalías de las corrientes de remolino P_{gam} (relacionadas con la estructura cristalina del material magnético, que forma las láminas del núcleo magnético, en donde se alojan los conductores de la maquina).

$$P_g = P_{gcl} + P_{gam} \quad (2.27)$$

En donde:

P_{gcl} Pérdidas clásicas.

P_{gam} Pérdidas de anomalías.

En general cuando la alimentación es sinusoidal en la máquina, las pérdidas clásicas se pueden expresar como sigue [45]:

$$P_{gcl} = \frac{1}{24\rho_m} \gamma_c \omega^2 B_{i,m}^2 d^2 \quad (2.28)$$

En donde:

d Grosor de la lámina de la cual está construido el núcleo magnético del motor medida en $[m]$.

$B_{i,m}$ Densidad máxima de flujo magnético medida en $[T]$ (ver la Fig. 2.2).

γ_c Conductividad específica de la lámina medida en $[S/m]$.

ρ_m Densidad específica de la lámina medida en $[kg/m^3]$.

Las pérdidas causadas por las anomalías de las corrientes de remolino se describen como sigue [45]:

$$P_{gam} = 1.628 \frac{l}{d} P_{gcl} = \frac{1.628}{24} \frac{l}{d \rho_m} \gamma_c \omega^2 B_{i,m}^2 d^2 \quad (2.29)$$

En donde:

l Distancia entre las paredes de los dominios magnéticos que forman las bandas paralelas del grosor d .

Al polarizar los dominios magnéticos de la maquina estos permanecen en su posición hasta que otro campo magnético haga que se muevan, esta tendencia de los dominios magnéticos a permanecer alineados aunque no exista más la energía que los dejó en esa posición produce el fenómeno de histéresis magnética. Al aplicarse una corriente alterna también se produce un campo de magnitud alterna y la histéresis aparece formando un ciclo cerrado. La figura 2.1 muestra la forma característica del ciclo de histéresis para un campo magnético sinusoidal con diferentes magnitudes máximas de flujo magnético.

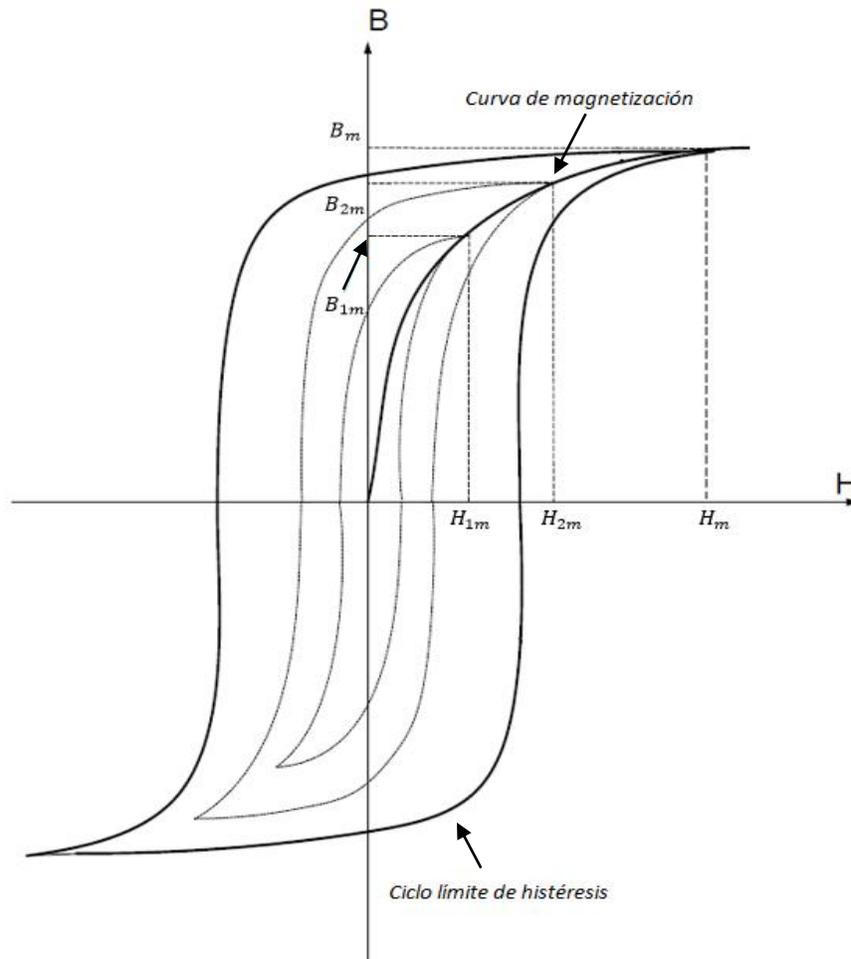


Figura 2.1. Ciclos de histéresis para diferentes magnitudes de intensidad de campo magnético.

(B –densidad de campo magnético [T], H –intensidad del campo magnético [A/m])

Las pérdidas provocadas por el fenómeno de histéresis que presenta el material magnético del motor, son iguales a la superficie del ciclo de histéresis (que tiene la forma como la figura 2.1 $W_h = \oint HdB$) multiplicada por la frecuencia con que se cumple el ciclo de histéresis, que es igual a la frecuencia de la corriente que produce los campos magnéticos f . Actualmente no existe el método exacto de calcular teóricamente el ciclo de histéresis. Por esto las pérdidas provocadas por la histéresis se calculan de las fórmulas empíricas. Para los rangos de cambios de la inducción magnética y para las láminas electrotécnicas aplicadas en las máquinas eléctricas y en los transformadores, se utiliza muy frecuentemente, para calcular las pérdidas provocadas por histéresis, la fórmula aproximada de Richter [45]:

$$P_h = \varepsilon \frac{f}{100} B_{i,m}^2 \quad (2.30)$$

En donde:

ε Coeficiente constante de valor dependiente del tipo de lámina.

Tomando en cuenta las ecuaciones (2.21)-(2.25) se puede escribir:

$$P_m = B_{i,m}^2 \omega [A_z \omega + B_z] \quad (2.31)$$

En donde:

$$A_z = \frac{\gamma_c d (d + 1.628l)}{24 \rho_m}$$

$$B_z = \frac{\varepsilon}{200 \pi}$$

La fórmula (2.27) expresa las pérdidas de potencia (las pérdidas instantáneas por unidad de masa [medidas en $\frac{W}{kg}$] para la frecuencia angular ω).

Como se nota de la formula (2.31), para un material magnético dado las pérdidas magnéticas dependen exclusivamente del valor de la densidad máxima $B_{i,m}$ de flujo magnético y de la frecuencia de la corriente que provoca dichas pérdidas. Si dichas magnitudes no son constantes pero varían en el tiempo ($B_{i,m} = B_{i,m}(t), \omega = \omega(t)$), las pérdidas magnéticas por unidad de masa P obtenidas durante el tiempo t_r , medidas en $[J/kg]$, son:

$$P = \int_0^{t_r} B(t)^2 \omega(t) (A_z \omega(t) + B_z) dt \quad (2.32)$$

El valor máximo de la densidad del flujo magnético se puede determinar sobre la base de la curva de magnetización del material magnético, como se presenta en la Figura 2.1 [46]. La curva de magnetización determina la dependencia entre el valor máximo $B_{i,m}$ de densidad del flujo magnético y el valor máximo (amplitud en el caso de la onda senoidal) de la intensidad del campo magnético $H_{i,m}$. Para diferentes valores máximos $H_{i,m}$ de la intensidad del campo magnético se obtienen diferentes ciclos de histéresis con sus valores máximos correspondientes $B_{i,m}$ de la densidad del flujo magnético (Figura 2.1). Sin embargo, sobrepasando un valor determinado H_m de la intensidad del campo magnético, característico para el material magnético dado, se llega al ciclo

límite de histéresis y el valor máximo correspondiente B_m de la densidad del flujo magnético prácticamente ya no se aumenta con el crecimiento de la intensidad del campo magnético (sucede la saturación).

Por lo tanto, para simplificar los cálculos, se puede aceptar la aproximación de la curva de magnetización real por una curva quebrada, compuesta por dos segmentos de la línea recta, como se presenta en la Figura 2.2 [43].

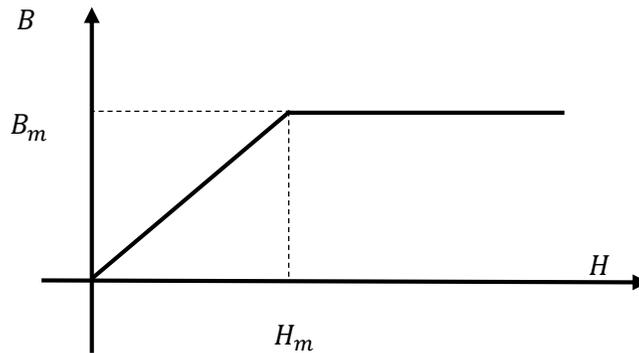


Figura 2.2. Aproximación a la curva de magnetización por la curva quebrada.

Si se supone que el flujo magnético es uniforme, entonces la densidad de flujo magnético es proporcional al flujo magnético y la intensidad de campo magnético es proporcional a la fuerza magnetomotriz o la corriente. Entonces la curva $B - H$ tiene la misma forma que la curva $\Psi - i$ [43], como se presenta en la siguiente figura:

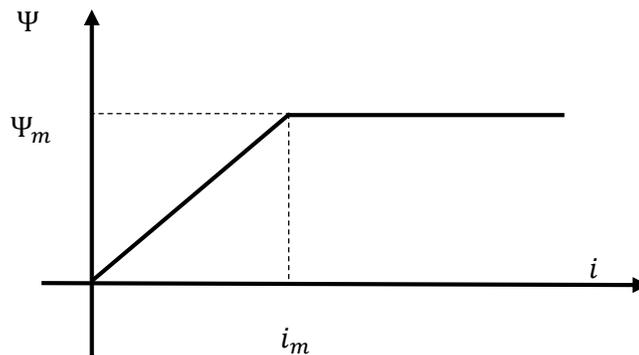


Figura 2.3. Aproximación a la curva de magnetización por la curva quebrada $\Psi - i$.

En la figura 2.3:

- Ψ Flujo magnético que pasa por el material magnético.
- i Amplitud de la corriente $i(t)$ que provoca este flujo magnético.
- Ψ_m Valor máximo del flujo magnético (valor de saturación).
- i_m Valor máximo admisible de la amplitud de la corriente para que el material magnético no entre en la saturación.

Bajo estas suposiciones la dependencia entre el flujo magnético y la corriente se puede describir como lo muestra la ecuación (2.33).

$$\Psi(t) = \begin{cases} Li = \frac{X}{\omega_n} i & \text{para } i \leq i_{0max} \\ \Psi_m & \text{para } i > i_{0max} \end{cases} \quad (2.33)$$

En donde:

- L Inductancia del devanado por el cual pasa la corriente senoidal $i(t)$.
- X Reactancia de este devanado calculada para la frecuencia nominal de la corriente $i(t)$.
- ω_n Frecuencia angular nominal de la corriente $i(t)$.
- i_{0max} Valor máximo de la amplitud de la corriente de magnetización cuando el material magnético del motor no entra en saturación.

Las pérdidas de energía eléctrica en el núcleo magnético del motor de inducción son provocadas por las variaciones de los flujos magnéticos que existen en él. Basándose en el modelo matemático del motor de inducción de doble fase equivalente, se pueden distinguir en general tres flujos magnéticos: el flujo de magnetización Ψ_0 provocado por la corriente de magnetización $i_0(t)$ que pasa por la reactancia de magnetización X_0 , el flujo de dispersión del estator Ψ_1 enlazado al devanado del estator de la reactancia de dispersión X_1 por el cual pasa la corriente de estator $i_1(t)$ y el flujo de dispersión del rotor Ψ_2' referido al circuito de estator enlazado al devanado de rotor de la reactancia X_2' referido al circuito de estator, por el cual pasa la corriente $i_2'(t)$ referida al circuito del rotor.

Frecuentemente se considera que el núcleo magnético del motor de inducción entra en saturación cuando el flujo de magnetización llega al valor Ψ_{0m} obtenido para la alimentación nominal del motor y con la velocidad síncrona ideal (cuando en el circuito del rotor la corriente es nula) [47]. Entonces la amplitud límite de la corriente de magnetización tiene aproximadamente el valor siguiente [47]:

$$i_{0max} \cong \frac{u_m}{\sqrt{R_1^2 + (X_0 + X_1)^2}} \quad (2.34)$$

La relación que existe entre la densidad de flujo de magnetización y la corriente de magnetización, se describe como sigue [48]:

$$B_0 = \begin{cases} B_{0m} \frac{i_0}{i_{0max}} & \text{para } i_0 \leq i_{0max} \\ B_{0m} & \text{para } i_0 > i_{0max} \end{cases} \quad (2.35)$$

En donde i_0 es la amplitud de la corriente de magnetización que varía en el tiempo durante el cambio de velocidad del motor.

Las pérdidas en el núcleo magnético del motor de inducción, provocadas por las corrientes de remolino y por histéresis, se pueden calcular por separado para el estator y para el rotor.

Puesto que la frecuencia de las corrientes de remolino y de imantación en el estator es igual a la frecuencia de la corriente de alimentación (suponiendo que dicha corriente es sinusoidal), entonces, si denominamos la masa del estator por M_s , la fórmula que describe las pérdidas de energía en el estator P_{ms} es la siguiente:

$$P_{ms} = M_s B_0^2 \omega [A_z \omega + B_z] \quad (2.36)$$

En donde:

M_s Masa del material magnético del estator del motor medida en [Kg].
 P_{ms} Pérdidas magnéticas totales de potencia en el núcleo del estator del motor medidas en [W].

Si se supone que el núcleo magnético del rotor del motor está construido del mismo material magnético que el del estator (de la misma lamina), se toma en consideración que la frecuencia angular de las corrientes de remolino y de imantación en el rotor es:

$$\omega' = \omega - \omega_r \quad (2.37)$$

En donde:

ω' Frecuencia angular de las corrientes de remolino y de imantación en el rotor.

Y se denota la masa del material magnético de rotor por M_r , la fórmula que describe las pérdidas magnéticas de potencia en el rotor P_{mr} , se puede expresar (basándose en la formula (2.29)) en la manera siguiente:

$$P_{mr} = M_r B_0^2 (\omega - \omega_r) [A_z (\omega - \omega_r) + B_z] \quad (2.38)$$

En donde:

M_r Masa del material magnético del rotor del motor medida en [Kg].
 P_{mr} Pérdidas magnéticas totales de potencia en el núcleo del rotor del motor medidas en [W].

Las pérdidas magnéticas totales de potencia en el núcleo magnético del estator y del rotor P_{mt} , son iguales a la suma de las pérdidas en el estator y en el rotor:

$$P_{mt} = P_{ms} + P_{mr} \quad (2.39)$$

En donde:

P_{mt} Pérdidas magnéticas totales de potencia en el núcleo del estator y del rotor.

Sustituyendo las ecuaciones (2.36) y (2.38) en la ecuación (2.39) se obtiene:

$$P_{mt} = M_s B_0^2 [A_z \omega^2 + B_z \omega] + M_r B_0^2 [A_z (\omega - \omega_r)^2 + B_z (\omega - \omega_r)] \quad (2.40)$$

Las pérdidas de energía en el núcleo magnético del motor durante el tiempo de control t_r , se pueden escribir con la ecuación (2.41).

$$Q_m = \int_0^{t_r} P_{mt} dt = B_0^2 \int_0^{t_r} \{M_s B_0^2 [A_z \omega^2 + B_z \omega] + M_r B_0^2 [A_z (\omega - \omega_r)^2 + B_z (\omega - \omega_r)]\} dt \quad (2.41)$$

En donde:

Q_m Pérdidas de energía eléctrica en el núcleo magnético del motor durante el tiempo de control t_r obtenidas con la alimentación sinusoidal.

Basándose en las ecuaciones (2.41) y (2.35) las pérdidas magnéticas del motor para el tiempo de control t_r , expresadas en términos de la masa total del motor M_m y la masa del rotor M_r se describe en la ecuación (2.42):

$$Q_m = B_0^2 \int_0^{t_r} \{A_z M_m \omega^2 + (B_z M_m - 2M_r A_z \omega_r) \omega + M_r (A_z \omega_r - B_z) \omega_r\} dt$$

$$B_0 = \begin{cases} B_{0m} \frac{i_0}{i_{0max}} & \text{para } i_0 \leq i_{0max} \\ B_{0m} & \text{para } i_0 > i_{0max} \end{cases} \quad (2.42)$$

O en función de las variables relativas suponiendo que el sistema de control no permite que el material magnético entre en saturación, por la ecuación siguiente:

$$Q_m = \frac{B_m^2}{i_{0max}^2} \int_0^{t_r} i_1^2 \frac{R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2}{R_2'^2 (X_0 + X_2'^2) \beta^2} \left[\frac{A_z M_m \omega_n^2 (v + \beta)^2 +}{+M_r (A_z \omega_n v - B_z) \omega_n v} + (B_z M_m - 2M_r A_z \omega_n v) \omega_n (v + \beta) \right] dt \quad (2.43)$$

CAPÍTULO 3.

3. Diseño de los controles de velocidad de motores de inducción que minimiza las pérdidas de energía eléctrica.

3.1 Introducción.

La optimización es el proceso de seleccionar de entre las posibles soluciones aquella que presente los mejores resultados, en base a un criterio que permita cuantificar el nivel de beneficio obtenido al realizar una tarea. Para lograr este propósito existen distintos métodos y estrategias, las cuales pueden tener un carácter bastante diferente entre sí. La naturaleza del problema determina que tipos de métodos pueden tener éxito y cuales simplemente no pueden aplicarse, o se obtendrá un resultado con una baja probabilidad de ser el mejor.

La síntesis del control óptimo utilizando los modelos matemáticos presentados en el capítulo anterior puede ser realizada mediante un método de optimización dinámica. Se ha elegido el principio del máximo de Pontryagin el cual es aplicable a los problemas que incluyen restricciones en el control y en las variables de estado con la forma de desigualdades [Apéndice A] [52] [53] [54] [55].

3.2 Índice de optimización y restricciones.

De entre los requerimientos que existen en el planteamiento del problema de optimización se encuentra la definición del índice de optimización. En el problema de minimizar las pérdidas de energía eléctrica, lo conveniente es utilizar como índice de optimización una funcional que represente la generación de dichas pérdidas durante la operación de la máquina. Las ecuaciones (2.25) describen como se generan las pérdidas de energía por el efecto Joule y las ecuaciones (2.42) y (2.43) representan las pérdidas que se generan en el material magnético. Las funcionales anteriormente mencionadas (ya sean escritas en términos de las variables relativas o en términos de la velocidad angular de la fuente de alimentación) pueden formar por si solas un índice de optimización, sin embargo las pérdidas totales son la suma de ambas funcionales. También existe la posibilidad de que la optimización en tiempo de control genere las menores pérdidas de energía según el trabajo [31]. Los casos de estudio que toman en cuenta más de una funcional, el índice de optimización puede formularse como la combinación lineal de las funcionales, agregando factores de peso a cada una y después determinar la combinación de los valores para dichos factores que presenten los mayores beneficios en la solución del problema.

Tomando en consideración la primera de las ecuaciones (2.21), la ecuación (2.38) y agregando la funcional de tiempo de control, el índice de optimización multicriterio esta descrito en la ecuación (3.1).

$$\begin{aligned}
Q_1 &= \lambda_1 Q_m + \lambda_2 Q_e + \lambda_3 t_r = \\
&= \lambda_1 B_0^2 \int_0^{t_r} [A_z M_s \omega^2 + (B_z M_m - 2M_r A_z \omega_r) \omega + M_r (A_z \omega_r - B_z) \omega_r] dt + \\
&\quad + \lambda_2 \frac{3}{2} \int_0^{t_r} [R_1 i_1^2(t) + R_2' i_2'^2(t)] dt + \lambda_3 \int_0^{t_r} dt
\end{aligned} \quad (3.1)$$

En donde:

λ_1 Coeficiente de peso para el índice de optimización de las pérdidas magnéticas.

λ_2 Coeficiente de peso para el índice de optimización de las pérdidas eléctricas.

λ_3 Coeficiente de peso para el índice de optimización del tiempo de control.

Tomando en consideración la segunda de las ecuaciones (2.21), la ecuación (2.39) y agregando la funcional de tiempo de control, el índice de optimización multicriterio en función de las variables relativas esta descrito en la ecuación (3.2).

$$\begin{aligned}
Q_2 &= \lambda_1 Q_m + \lambda_2 Q_e + \lambda_3 t_r = \\
&= \lambda_1 \int_0^{t_r} \frac{B_m^2 \omega_n i_1^2}{i_{0max}^2} \frac{R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2}{R_2'^2 + (X_0 + X_2')^2 \beta^2} \left[\frac{A_z M_m \omega_n (v + \beta)^2}{+ (B_z M_m - 2M_r A_z \omega_n v) (v + \beta)} + M_r (A_z \omega_n v - B_z) v \right] dt + \\
&\quad + \lambda_2 \int_0^{t_r} \frac{3}{2} i_1^2 \left[R_1 + R_2' X_0^2 \frac{\beta^2}{R_2'^2 + (X_0 + X_2')^2 \beta^2} \right] dt + \lambda_3 \int_0^{t_r} dt
\end{aligned} \quad (3.2)$$

Se requiere que el control respete dos restricciones, para que la amplitud de corriente del estator no rebase un valor seleccionado a conveniencia, y otra para que la amplitud de la corriente de magnetización no rebase el valor de la corriente máxima de saturación y así evitar que el material magnético llegue a la saturación. Es necesario expresar estas limitaciones en la forma en que se indica en [Apéndice A] [55], tomando las ecuaciones (2.7), (2.15) y $i_1 \leq i_1^0$ como base, las ecuaciones son las siguientes:

$$\begin{aligned}
i_{0max} - g_1 &= i_{0max} - \left(\sqrt{(i_{1d} + i_{2d}')^2 + (i_{1q} + i_{2q}')^2} \right) \geq 0 \\
i_{0max} - g_2 &= i_{0max} - \left(i_1 \sqrt{\frac{R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2}{R_2'^2 + (X_0 + X_2')^2 \beta^2}} \right) \geq 0 \\
i_1^0 - g_3 &= i_1^0 - i_1 \geq 0
\end{aligned} \quad (3.3)$$

Los índices de optimización (3.1) y (3.2) son el mismo índice de optimización escrito en diferentes términos, las restricciones g_1 y g_2 son la misma restricción escrita en diferentes términos, y la restricción g_3 aplica a los diferentes modelos que se describen en las ecuaciones del capítulo 2. Teniendo definido el índice de optimización y las restricciones se puede comenzar con la solución del problema de optimización.

3.3 Diseño del controlador óptimo que minimiza las pérdidas de energía eléctrica totales en base al modelo simple del motor de inducción.

Según el principio del máximo de Pontriyin tomando en cuenta el índice de optimización (3.2) y el modelo simple (2.4) el Hamiltoniano obtiene la forma de la ecuación (3.4).

$$\begin{aligned}
 H = & -\lambda_3 - \lambda_2 \frac{3}{2} i_1^2 \left[R_1 + R_2' X_0^2 \frac{\beta^2}{R_2'^2 + (X_0 + X_2')^2 \beta^2} \right] \\
 & - \lambda_1 \frac{B_m^2 \omega_n i_1^2}{i_{0max}^2} \frac{R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2}{R_2'^2 + (X_0 + X_2')^2 \beta^2} \left[\frac{A_z M_m \omega_n (v + \beta)^2}{(B_z M_m - 2M_r A_z \omega_n v)(v + \beta)} \right. \\
 & \quad \left. + M_r (A_z \omega_n v - B_z) v \right] \\
 & + \frac{V}{J \omega_n} \left[\frac{3p R_2' X_0^2 i_1^2}{2\omega_n} \frac{\beta}{R_2'^2 + (X_0 + X_2')^2 \beta^2} - M_0(v) \right]
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

Donde V es la variable conjugada.

El Hamiltoniano aumentado que también es común llamarlo Lagrangeano [Apéndice A] [55] [54], toma la forma siguiente según (3.3) y (3.4):

$$\begin{aligned}
 L = & -\lambda_3 - \lambda_2 \frac{3}{2} i_1^2 \left[R_1 + R_2' X_0^2 \frac{\beta^2}{R_2'^2 + (X_0 + X_2')^2 \beta^2} \right] \\
 & - \lambda_1 \frac{B_m^2 \omega_n i_1^2}{i_{0max}^2} \frac{R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2}{R_2'^2 + (X_0 + X_2')^2 \beta^2} \left[\frac{A_z M_m \omega_n (v + \beta)^2}{(B_z M_m - 2M_r A_z \omega_n v)(v + \beta)} \right. \\
 & \quad \left. + M_r (A_z \omega_n v - B_z) v \right] \\
 & + \frac{V}{J \omega_n} \left[\frac{3p R_2' X_0^2 i_1^2}{2\omega_n} \frac{\beta}{R_2'^2 + (X_0 + X_2')^2 \beta^2} - M_0(v) \right] + \varphi_1 (i_1^0 - i_1) \\
 & \quad + \varphi_2 \left(i_{0max} - \left(i_1 \sqrt{\frac{R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2}{R_2'^2 + (X_0 + X_2')^2 \beta^2}} \right) \right)
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

La siguiente condición, según el principio del máximo, es necesaria para encontrar un punto extremo en la curva de control:

$$\frac{\partial L}{\partial i_1} = 0 \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \beta} = 0$$

La primera de las ecuaciones (3.6) adquiere la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial i_1} = & -3\lambda_2 i_1 \left[R_1 + R'_2 X_0^2 \frac{\beta^2}{R_2'^2 + (X_0 + X'_2)^2 \beta^2} \right] \\ & - \lambda_1 \frac{2i_1 B_m^2 \omega_n}{i_{0max}^2} \frac{R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2}{R_2'^2 + (X_0 + X'_2)^2 \beta^2} \left[\begin{aligned} & A_z M_m \omega_n (v + \beta)^2 \\ & + (B_z M_m - 2M_r A_z \omega_n v)(v + \beta) \\ & + M_r (A_z \omega_n v - B_z) v \end{aligned} \right] \quad (3.7) \\ & + V \frac{3i_1 p^2 R'_2 X_0^2 \beta}{J \omega_n^2 (R_2'^2 + (X_0 + X'_2)^2 \beta^2)} - \varphi_1 - \varphi_2 \sqrt{\frac{R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2}{R_2'^2 + (X_0 + X'_2)^2 \beta^2}} = 0 \end{aligned}$$

De la ecuación (3.7) se nota que el Lagrangeano obtiene el valor extremo (máximo o mínimo) cuando $i_1 = 0$ independientemente del valor de las constantes φ_1 y φ_2 . Obviamente, para que el control se pueda realizar, dicho extremo tiene que ser un mínimo, puesto que en este caso se tiene que aceptar el valor de i_1 posiblemente grande (que cumpla las condiciones de holgura [Apéndice A][55]) para que el Hamiltoniano tenga el valor máximo (si fuera un máximo, entonces para cada otro valor $i_1 \neq 0$ el Hamiltoniano tendría el valor menor, lo que significa que el control se debería conducir con el valor $i_1 = 0$, es decir el motor se quedaría inmóvil), además de que existe una condición de no negatividad para i_1 entonces se admite que $\frac{\partial L}{\partial i_1} \geq 0$. Para que el Hamiltoniano tenga un mínimo en función de i_1 , la segunda derivada de él respecto de i_1 tiene que ser positiva, lo que corresponde al cumplimiento por la variable conjugada V a la condición siguiente:

$$\begin{aligned} V > & 2 \frac{B_m^2 \omega_n^3 \lambda_1}{J p^2 3 R_2' X_0^2 i_{0max}^2} \frac{R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2}{\beta} \left[\begin{aligned} & A_z M_m \omega_n (v + \beta)^2 + \\ & + (B_z M_m - 2M_r A_z \omega_n v)(v + \beta) + \\ & + M_r (A_z \omega_n v - B_z) v \end{aligned} \right] + \quad (3.8) \\ & + \frac{\lambda_2 \omega_n}{J p^2 R_2' X_0^2} \left[R_1 \frac{R_2'^2 + (X_0 + X'_2)^2 \beta^2}{\beta} + R_2' X_0^2 \beta \right] \end{aligned}$$

La segunda de las ecuaciones (3.6) obtiene la forma (3.9).

$$\begin{aligned}
0 = -\lambda_1 \frac{i_1^2 B_m^2 \omega_n}{i_{0max}^2} & \left\{ \begin{aligned} & \left[R_2'^2 + (X_0 + X_2')^2 \beta^2 \right] \left[\begin{aligned} & 2X_2'^2 \beta \left\{ \begin{aligned} & A_z M_m \omega_n (v + \beta)^2 \\ & + (B_z M_m - 2M_r A_z \omega_n \frac{v}{p})(v + \beta) \end{aligned} \right\} \\ & + M_r \left(A_z \omega_n \frac{v}{p} - B_z \right) \frac{v}{p} \end{aligned} \right. \\ & \left. + (R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2) \left(\begin{aligned} & 2A_z M_m \omega_n (v + \beta) \\ & + B_z M_m - 2M_r A_z \omega_n \frac{v}{p} \end{aligned} \right) \right] \\ & - 2(X_0 + X_2')^2 \beta \left[\begin{aligned} & A_z M_m \omega_n (v + \beta)^2 \\ & + (B_z M_m - 2M_r A_z \omega_n \frac{v}{p})(v + \beta) \end{aligned} \right] (R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2) \\ & + M_r \left(A_z \omega_n \frac{v}{p} - B_z \right) \frac{v}{p} \end{aligned} \right\} \\ & - 3\lambda_2 i_1^2 R_2' X_0^2 \{ \beta [R_2'^2 + (X_0 + X_2')^2 \beta^2] - \beta^2 (X_0 + X_2')^2 \beta \} \\ & + V \frac{i_1^2 3p R_2' X_0^2}{2J \omega_n^2} \{ R_2'^2 - (X_0 + X_2')^2 \beta^2 \} + \\ & + \varphi_2 i_1 \left(\frac{(X_2'^2 \beta)(R_2'^2 + (X_0 + X_2')^2 \beta^2)}{\sqrt{R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2}} - \beta (X_0 + X_2')^2 \sqrt{R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2} \right)
\end{aligned} \quad (3.9)
\end{aligned}$$

Para calcular la variable conjugada V se utiliza la condición $H(i_1, \beta) = 0$ [Apéndice A] [53], teniendo como resultado la siguiente ecuación:

$$V = \frac{\left\{ \begin{aligned} & i_1^2 \frac{2JB_m^2 \omega_n^3 \lambda_1}{i_{0max}^2} (R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2) \left[\begin{aligned} & A_z M_m \omega_n (v + \beta)^2 \\ & + (B_z M_m - 2M_r A_z \omega_n v)(v + \beta) + \\ & + M_r (A_z \omega_n v - B_z)v \end{aligned} \right] + \\ & + 3i_1^2 \omega_n^2 J \lambda_2 [R_1 [R_2'^2 + (X_0 + X_2')^2 \beta^2] + R_2' X_0^2 \beta^2] + \\ & + 2\lambda_3 J \omega_n^2 [R_2'^2 + (X_0 + X_2')^2 \beta^2] \end{aligned} \right\}}{3p R_2' X_0^2 i_1^2 \beta - 2M_0(v) \omega_n [R_2'^2 + (X_0 + X_2')^2 \beta^2]} \quad (3.10)$$

No se considera el Lagrangeano en el cálculo de V , por qué el control óptimo con restricciones demanda que $\varphi_1(i_1^0 - g_1) = 0$, $\varphi_2(i_{0max} - g_2) = 0$.

Al sustituir la ecuación (3.10) en la ecuación (3.9) se obtiene la expresión (3.11) de la cual es posible calcular la variable de control β .

$$\begin{aligned}
& -\lambda_2 \frac{3}{2} R_2' X_0^2 [2\beta(R_2'^2 + (X_0 + X_2')^2 \beta^2) - 2\beta^3(X_0 + X_2')^2] * \\
& * [(3pR_2' X_0^2 i_1^2 \beta) - M_0(v)(R_2'^2 + (X_0 + X_2')^2 \beta^2) 2\omega_n] + \\
& -\lambda_1 \frac{B_m^2 \omega_n}{i_{0max}^2} \left[\begin{aligned} & (-2\beta(X_0 + X_2')^2 (R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2)) \left[\begin{aligned} & A_z M_m \omega_n (v + \beta)^2 \\ & + (B_z M_m - 2M_r A_z \omega_n v)(v + \beta) \\ & + M_r (A_z \omega_n v - B_z) v \end{aligned} \right] \\ & + (R_2'^2 + (X_0 + X_2')^2 \beta^2) \left(\begin{aligned} & (R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2) \left(\begin{aligned} & 2A_z M_m \omega_n (v + \beta) \\ & + B_z M_m - 2M_r A_z \omega_n \frac{v}{p} \end{aligned} \right) \\ & + 2\beta X_2'^2 \left[\begin{aligned} & A_z M_m \omega_n (v + \beta)^2 \\ & + (B_z M_m - 2M_r A_z \omega_n v)(v + \beta) \\ & + M_r (A_z \omega_n v - B_z) v \end{aligned} \right] \end{aligned} \right) \right] * \\
& * [(3pR_2' X_0^2 i_1^2 \beta) - M_0(v)(R_2'^2 + (X_0 + X_2')^2 \beta^2) 2\omega_n] + \\
& + \left(\begin{aligned} & 2\lambda_3 J \omega_n^2 (R_2'^2 + (X_0 + X_2')^2 \beta^2) + \\ & + 3i_1^2 \lambda_2 J \omega_n^2 [R_1 (R_2'^2 + (X_0 + X_2')^2 \beta^2) + R_2' X_0^2 \beta^2] + \\ & + \frac{2i_1^2 \lambda_1 J B_m^2 \omega_n^3 (R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2)}{i_{0max}^2} \left[\begin{aligned} & A_z M_m \omega_n (v + \beta)^2 \\ & + (B_z M_m - 2M_r A_z \omega_n v)(v + \beta) \\ & + M_r (A_z \omega_n v - B_z) v \end{aligned} \right] \end{aligned} \right) * \\
& * \left(\frac{3pR_2' X_0^2}{2J \omega_n^2} [R_2'^2 - \beta^2 (X_0 + X_2')^2] \right) + \\
& + \varphi_2 \left(\frac{(X_2'^2 \beta)(R_2'^2 + (X_0 + X_2')^2 \beta^2) - \beta (X_0 + X_2')^2 (R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2)}{i_1 \sqrt{R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2}} \right) * \\
& * [(3pR_2' X_0^2 i_1^2 \beta) - M_0(v)(R_2'^2 + (X_0 + X_2')^2 \beta^2) 2\omega_n] = 0
\end{aligned}$$

En la búsqueda del control óptimo con restricciones, se pueden tomar diferentes estrategias. Para la estrategia a) es posible formular que las constantes φ son diferentes de cero, entonces se usan las ecuaciones siguientes para calcular el control que cumple con las condiciones de holgura y las restricciones del sistema [Apéndice A] [54]:

$$\begin{aligned}
\varphi_2 & \geq 0 & \varphi_1 & \geq 0 \\
i_1^0 - i_1 & = 0 & & (3.13) \\
i_{0max} - \left(i_1 \sqrt{\frac{R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2}{R_2'^2 + (X_0 + X_2')^2 \beta^2}} \right) & = 0
\end{aligned}$$

Si se despejan las variables de control de las dos últimas ecuaciones (3.13), se obtienen las ecuaciones para las variables de control siguientes:

$$i_1 = i_1^0$$

$$\beta = R_2' \sqrt{\frac{\left(\frac{i_1}{i_{0max}}\right)^2 - 1}{(X_0 + X_2')^2 - X_2'^2 \left(\frac{i_1}{i_{0max}}\right)^2}} \quad (3.14)$$

En esta estrategia de control, para saber si se trata del control óptimo, hay que analizar que las constantes φ cumplan con las desigualdades de holgura (3.13). Este control garantiza que se cumplen las restricciones mientras la segunda ecuación (3.14) tenga una raíz real y este entre 0 y 1.

Para la estrategia b) se eligen las constantes $\varphi = 0$:

$$\varphi_1 = 0$$

$$\varphi_2 = 0$$

$$i_1^0 - i_1 \geq 0 \quad (3.15)$$

$$i_{0max} - \left(i_1 \sqrt{\frac{R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2}{R_2'^2 + (X_0 + X_2')^2 \beta^2}} \right) \geq 0$$

Tomando en consideración las ecuaciones y desiguales (3.15), el control óptimo se puede calcular de las ecuaciones (3.7) y (3.12). De la ecuación (3.7) se pide un valor de amplitud de corriente i_1 posiblemente grande, entonces para evitar que la última desigualdad (3.15) no se cumpla, la amplitud de corriente i_1 tiene que ser calculada de la ecuación (3.16), que es el valor más grande de amplitud de corriente i_1 para el valor instantáneo de β que respeta dicha desigualdad.

$$i_1 = i_{0max} \sqrt{\frac{R_2'^2 + (X_0 + X_2')^2 \beta^2}{R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2}} = i_{11s} \quad (3.16)$$

Ahora al sustituir la ecuación (3.16) en la ecuación (3.12), se obtiene la ecuación para el cálculo de β que esta descrita en (3.17).

$$\begin{aligned}
& -\lambda_2 3R'_2 X_0{}^2 \beta \left[1 - \frac{\beta^3 (X_0 + X'_2)^2}{R_2'^2 + (X_0 + X'_2)^2 \beta^2} \right] * (R_2'^2 + (X_0 + X'_2)^2 \beta^2) * \\
& * \left[\frac{(3pR'_2 X_0{}^2 i_{0max}{}^2 \beta) - M_0(v) 2\omega_n (R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2)}{R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2} \right] + \\
& -\lambda_1 \frac{B_m{}^2 \omega_n}{i_{0max}{}^2} \left[\begin{aligned} & (-2\beta (X_0 + X'_2)^2 (R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2)) \left[\begin{aligned} & \frac{A_z M_m \omega_n (v + \beta)^2}{(B_z M_m - 2M_r A_z \omega_n v)(v + \beta)} \\ & + M_r (A_z \omega_n v - B_z) v \end{aligned} \right] \\ & + (R_2'^2 + (X_0 + X'_2)^2 \beta^2) \left(\begin{aligned} & \left((R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2) \right) \left(\begin{aligned} & \frac{2A_z M_m \omega_n (v + \beta)}{(B_z M_m - 2M_r A_z \omega_n v) \frac{v}{p}} \end{aligned} \right) \\ & + 2\beta X_2'^2 \left[\begin{aligned} & \frac{A_z M_m \omega_n (v + \beta)^2}{(B_z M_m - 2M_r A_z \omega_n v)(v + \beta)} \\ & + M_r (A_z \omega_n v - B_z) v \end{aligned} \right] \end{aligned} \right) \end{aligned} \right] * \\
& * \left[\frac{(3pR'_2 X_0{}^2 i_{0max}{}^2 \beta) - M_0(v) 2\omega_n (R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2)}{R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2} \right] (R_2'^2 + (X_0 + X'_2)^2 \beta^2) + \\
& + \left(\begin{aligned} & 2\lambda_3 J \omega_n{}^2 (R_2'^2 + (X_0 + X'_2)^2 \beta^2) + \\ & + 3i_{0max}{}^2 \lambda_2 J \omega_n{}^2 \frac{R_2'^2 + (X_0 + X'_2)^2 \beta^2}{R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2} [R_1 (R_2'^2 + (X_0 + X'_2)^2 \beta^2) + R_2' X_0{}^2 \beta^2] + \\ & + 2\lambda_1 J B_m{}^2 \omega_n{}^3 (R_2'^2 + (X_0 + X'_2)^2 \beta^2) \left[\begin{aligned} & \frac{A_z M_m \omega_n (v + \beta)^2}{(B_z M_m - 2M_r A_z \omega_n v)(v + \beta)} \\ & + M_r (A_z \omega_n v - B_z) v \end{aligned} \right] \end{aligned} \right) * \\
& * \left(\frac{3pR'_2 X_0{}^2}{2J \omega_n{}^2} [R_2'^2 - \beta^2 (X_0 + X'_2)^2] \right) + \tag{3.17} \\
& + \left(\varphi_2 \frac{(X_2'^2 \beta) (R_2'^2 + (X_0 + X'_2)^2 \beta^2) - \beta (X_0 + X'_2)^2 (R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2)}{i_{0max} \sqrt{R_2'^2 + (X_0 + X'_2)^2 \beta^2}} \right) * \\
& * [(3pR'_2 X_0{}^2 i_1{}^2 \beta) - M_0(v) (R_2'^2 + (X_0 + X'_2)^2 \beta^2) 2\omega_n] = 0
\end{aligned}$$

Para la estrategia c), se elige la constante $\varphi_1 = 0$ entonces:

$$\begin{aligned}
\varphi_1 &= 0 & \varphi_2 &\geq 0 \\
i_1^0 - i_1 &\geq 0 & & \\
i_{0max} - \left(i_1 \sqrt{\frac{R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2}{R_2'^2 + (X_0 + X'_2)^2 \beta^2}} \right) &= 0 & & \tag{3.18}
\end{aligned}$$

Este caso es igual a la estrategia a), la amplitud de corriente i_1 tiene que ser lo posiblemente grande, que es igual a i_1^0 , mientras que β se calcula de la segunda ecuación (3.14), pero ahora basta que la constante φ_2 sea mayor que cero.

Para la estrategia d), se elige la constante $\varphi_2 = 0$ entonces:

$$\begin{aligned} \varphi_1 &\geq 0 & \varphi_2 &= 0 \\ i_1^0 - i_1 &= 0 \\ i_{0max} - \left(i_1 \sqrt{\frac{R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2}{R_2'^2 + (X_0 + X_2')^2 \beta^2}} \right) &\geq 0 \end{aligned} \quad (3.19)$$

De (3.19) tenemos que $i_1 = i_1^0$, mientras que β se calcula de la ecuación (3.12) o (3.14) en caso de que la última desigualdad (3.19) no se cumpla. Es necesario verificar el signo de φ_1 para saber si se trata del control óptimo.

La estrategia de control c) es igual que la estrategia de control a), en la síntesis ocupan las mismas ecuaciones, con la diferencia de que es necesario verificar solo la condición $\varphi_1 \geq 0$.

Cuando el límite de la amplitud de la corriente del estator cumple con $i_1^0 \leq i_{11s}$, el control b) ocupa las mismas ecuaciones que vienen de la síntesis del control óptimo usando el Hamiltoniano, por esta razón se elige como la estrategia de control óptimo, pues no es necesario verificar el valor de las constantes φ para garantizar que se trata del control óptimo en el espacio de búsqueda delimitado por desigualdades. Esta condición también elimina la necesidad de calcular φ_1 en el control d) por lo ya mencionado y se convierte en el mismo control que b).

Cuando el límite de la amplitud de la corriente del estator cumple con $i_1^0 > i_{11s}$, se puede usar la estrategia a) o la estrategia b), y comparar directamente los resultados de los dos controles o verificar que $\varphi_1 \geq 0$ para el control a), mientras que el control b) cumple todas las condiciones según [Apéndice A][55][54], sin embargo cabe mencionar que al usar el control b) el problema es similar al control con restricciones de tipo igualdad, entonces al existir 2 restricciones de igualdad y dos variables de control, solo hay una solución al problema y esta podría no ser óptima en el espacio de búsqueda delimitado por desigualdades.

El diagrama del sistema de control en lazo cerrado es el siguiente:

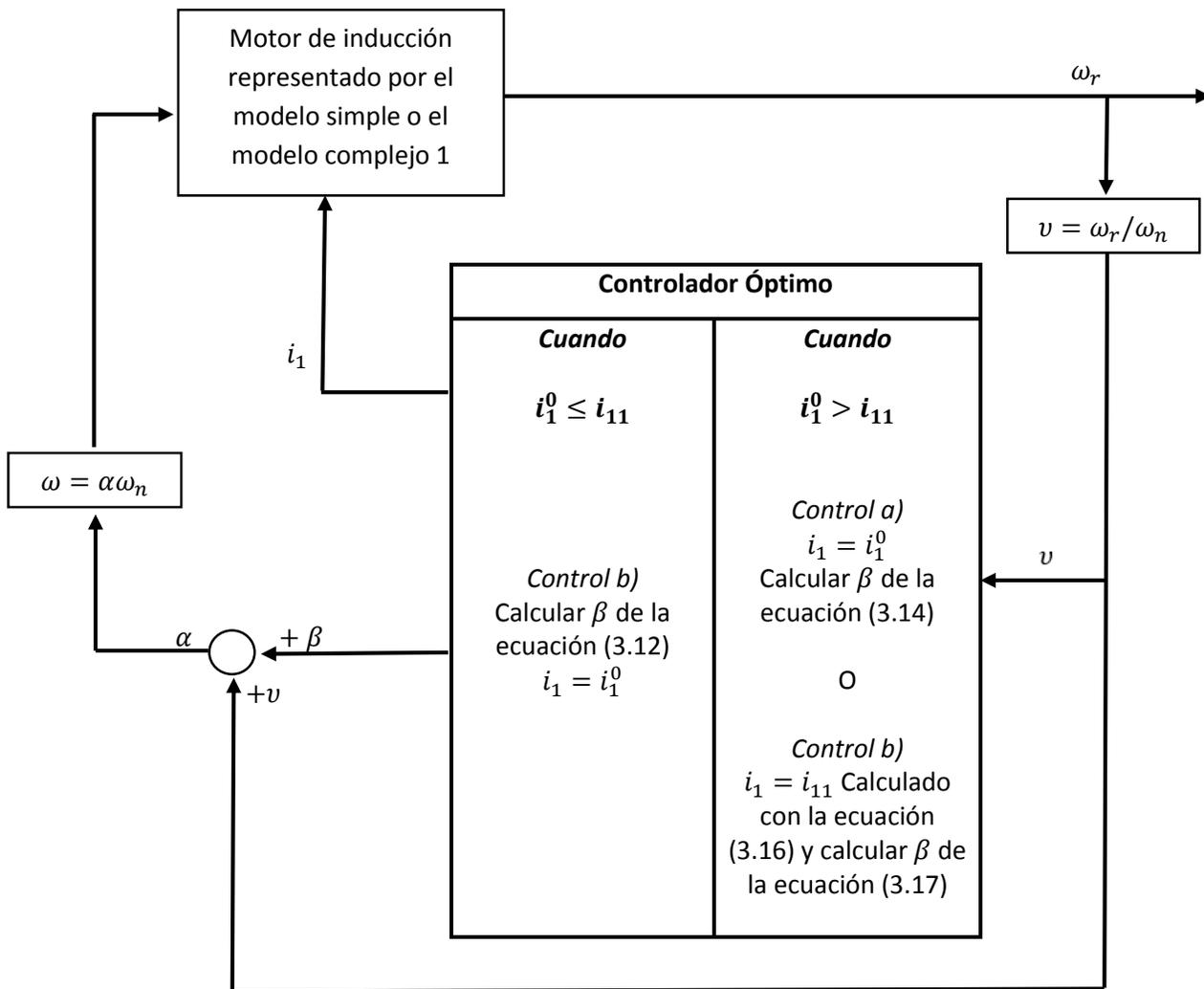


Figura 3.1. Controlador óptimo en lazo cerrado.

3.4 Diseño del control que minimiza las pérdidas de energía eléctrica totales utilizando el modelo del motor que considera los transitorios electromagnéticos.

Tomando en consideración el índice de optimización (3.1) y el modelo complejo 2 (2.10) el Hamiltoniano obtiene la siguiente forma para el motor de un par de polos [31]:

$$\begin{aligned}
 H = & -\lambda_1 B_0^2 [A_z M_s \omega^2 + (B_z M_m - 2M_r A_z \omega_r) \omega + M_r (A_z \omega_r - B_z) \omega_r] - \\
 & -\lambda_2 \frac{3}{2} [R_1 i_1^2(t) + R_2 i_2^2(t)] + V_1 \left(\frac{R'_2 X_0}{X_0 + X'_2} i_1 \cos \xi - \frac{R'_2 \omega_n}{X_0 + X'_2} \Psi'_{2d} - \frac{R'_2 \omega_n}{X_0 + X'_2} f(\Psi_{0d}) \right) + \\
 & + V_2 \left(\frac{R'_2 X_0}{X_0 + X'_2} i_1 \sin \xi - \frac{R'_2 \omega_n}{X_0 + X'_2} \Psi'_{2q} - \frac{R'_2 \omega_n}{X_0 + X'_2} f(\Psi_{0q}) \right) - \lambda_3 + \quad (3.20) \\
 & + V_3 \left(\frac{3p^2 \omega_n X_0}{2JF(X_0 + X'_2)} \left\{ \frac{F i_1}{\omega_n} \left[\Psi'_{2d} \sin \xi + \right] - \Psi'_{2q} \cos \xi \right\} + X'_2 \left[\Psi'_{2d} f(\Psi_{0d}) + \right] - \frac{pM_0}{J} \right)
 \end{aligned}$$

Agregando las restricciones (3.3) al Hamiltoniano para formar el Lagrangeano se obtiene:

$$\begin{aligned}
 L = & -\lambda_1 B_0^2 [A_z M_s \omega^2 + (B_z M_m - 2M_r A_z \omega_r) \omega + M_r (A_z \omega_r - B_z) \omega_r] - \\
 & -\lambda_2 \frac{3}{2} [R_1 i_1^2(t) + R_2 i_2^2(t)] + V_1 \left(\frac{R'_2 X_0}{X_0 + X'_2} i_1 \cos \xi - \frac{R'_2 \omega_n}{X_0 + X'_2} \Psi'_{2d} - \frac{R'_2 \omega_n}{X_0 + X'_2} f(\Psi_{0d}) \right) + \\
 & + V_2 \left(\frac{R'_2 X_0}{X_0 + X'_2} i_1 \sin \xi - \frac{R'_2 \omega_n}{X_0 + X'_2} \Psi'_{2q} - \frac{R'_2 \omega_n}{X_0 + X'_2} f(\Psi_{0q}) \right) - \lambda_3 + \quad (3.21) \\
 & + V_3 \left(\frac{3p^2 \omega_n X_0}{2JF(X_0 + X'_2)} \left\{ \frac{F i_1}{\omega_n} \left[\Psi'_{2d} \sin \xi + \right] - \Psi'_{2q} \cos \xi \right\} + X'_2 \left[\Psi'_{2d} f(\Psi_{0d}) + \right] - \frac{pM_0}{J} \right) + \varphi_1 (i_1^0 - i_1) + \\
 & + \varphi_2 \left(i_{0max} - \left(\sqrt{(i_{1d} + i'_{2d})^2 + (i_{1q} + i'_{2q})^2} \right) \right)
 \end{aligned}$$

En donde V_1, V_2, V_3 son las variables conjugadas que satisfacen las ecuaciones conjugadas expresadas en (3.22).

$$\begin{aligned}
 \frac{V_1}{dt} = & +V_1 \left(\frac{R'_2 \omega_n}{X_0 + X'_2} \right) - V_3 \left[\frac{3p^2 \omega_n X_0}{2JF(X_0 + X'_2)} \left(\frac{F i_1}{\omega_n} \sin \xi + X'_2 f(\Psi_{0d}) \right) \right] - \frac{\varphi_2 \omega_n}{X_0 + X'_2} \\
 \frac{V_2}{dt} = & +V_2 \left(\frac{R'_2 \omega_n}{X_0 + X'_2} \right) + V_3 \left[\frac{3p^2 \omega_n X_0}{2JF(X_0 + X'_2)} \left(\frac{F i_1}{\omega_n} \cos \xi + X'_2 f(\Psi_{0q}) \right) \right] - \frac{\varphi_2 \omega_n}{X_0 + X'_2} \quad (3.22) \\
 \frac{V_3}{dt} = & \lambda_1 M_r B_0^2 (2A_z (\omega_r - \omega) - B_z) + \frac{p}{J} \frac{\partial M_0}{\partial \omega_r} V_3
 \end{aligned}$$

Para que el control sea óptimo, de acuerdo con el principio de máximo de Pontryagin, se tienen que cumplir las ecuaciones siguientes:

$$\frac{\partial L}{\partial \xi} = 0 \quad (3.23)$$

$$\frac{\partial L}{\partial i_1} = 0$$

Considerando las restricciones en forma de desigualdades y las condiciones de holgura complementaria según [Apéndice A] [55], se puede suponer que las constantes $\varphi_1 = 0$ y $\varphi_2 = 0$, entonces las ecuaciones para el control óptimo serían las siguientes:

Resolviendo la segunda de las ecuaciones (3.23) se obtiene:

$$i_{1opt} = \frac{X_0}{3\lambda_2 R_1 (X_0 + X_2)} \left[R_2' (V_1 \cos(\xi) + V_2 \sin(\xi)) + \frac{3p^2}{2J} V_3 (\psi'_{2d} \sin(\xi) - \psi'_{2q} \cos(\xi)) \right] \quad (3.24)$$

Para cumplir la condición $0 \leq i_1^0 - i_1 = g_1$ de holgura y maximizar el Hamiltoniano (3.20), la amplitud de la corriente del estator debe satisfacer la condición siguiente:

$$i_1 = \begin{cases} i_{1opt} & \text{para } i_{1opt} \leq i_1^0 \\ i_1^0 & \text{para } i_{1opt} > i_1^0 \end{cases}$$

Los instantes de tiempo en que $i_1^0 = i_1$, la constante φ_1 tiene que ser $\varphi_1 \geq 0$ calculada de la segunda ecuación (3.23) según [Apéndice A] [55] [54], como se indica a continuación:

$$\begin{aligned} \varphi_1 = & -\lambda_2 3i_1 R_1 + V_1 \left(\frac{R_2' X_0}{X_0 + X_2'} \cos \xi \right) + V_2 \left(\frac{R_2' X_0}{X_0 + X_2'} \sin \xi \right) \\ & + V_3 \left(\frac{3p^2 X_0}{2J(X_0 + X_2')} \{ \Psi'_{2d} \sin \xi - \Psi'_{2q} \cos \xi \} \right) \end{aligned} \quad (3.25)$$

La primera ecuación de (3.23) obtiene, para el Hamiltoniano (3.17), la forma siguiente:

$$\sin \xi \left\{ -R_2' V_1 + \frac{3p^2}{2J} V_3 \psi'_{2q} \right\} + \cos \xi \left\{ +R_2' V_2 + \frac{3p^2}{2J} V_3 \psi'_{2d} \right\} = 0 \quad (3.26)$$

Tratando la ecuación (3.22) como un producto escalar de dos vectores y tomando en consideración que el valor del Hamiltoniano (3.20) es máximo para el control óptimo, se puede escribir como en (3.27)

$$\left. \begin{aligned} \sin \xi &= \frac{V_2 R_2' + V_3 \frac{3p^2}{2J} \psi_{2d}'}{\sqrt{\left(-V_1 R_2' + V_3 \frac{3p^2}{2J} \psi_{2q}'\right)^2 + \left(V_2 R_2' + V_3 \frac{3p^2}{2J} \psi_{2d}'\right)^2}} \\ \cos \xi &= \frac{V_1 R_2' - V_3 \frac{3p^2}{2J} \psi_{2q}'}{\sqrt{\left(-V_1 R_2' + V_3 \frac{3p^2}{2J} \psi_{2q}'\right)^2 + \left(V_2 R_2' + V_3 \frac{3p^2}{2J} \psi_{2d}'\right)^2}} \end{aligned} \right\} \quad (3.27)$$

Las fórmulas (3.24) y (3.27) describen el control óptimo en la forma implícita. Para encontrar el control óptimo en la forma explícita $i_1(t), \xi(t)$, hay que resolver el problema de doble valor a la frontera utilizando, por ejemplo, el algoritmo híbrido de optimización paramétrica como se ha hecho en el trabajo [31]. Según en el trabajo [31] el control óptimo calculado con las ecuaciones (3.24) y (3.27) la saturación del material magnético no ocurren, por lo que no es necesario considerar la posibilidad de que $\varphi_2 \geq 0$ como se ha hecho en el diseño del primer control. Suponiendo que se tratara de un caso no estudiado anteriormente, sería necesario analizar las condiciones en las cuales el material magnético de la máquina entra en saturación, de la misma forma en que se realizó en el diseño del control anterior con el índice de corriente i_{11s} pero ahora usando la ecuación (2.15), obviamente esta ya no sería una simple curva, pues al despejar la amplitud de corriente i_1 de dicha ecuación, se obtiene una función que depende de dos de las variables de estado y de la variable de control restante, entonces se podrían generar múltiples curvas.

El diagrama del sistema de control en lazo abierto es el siguiente:

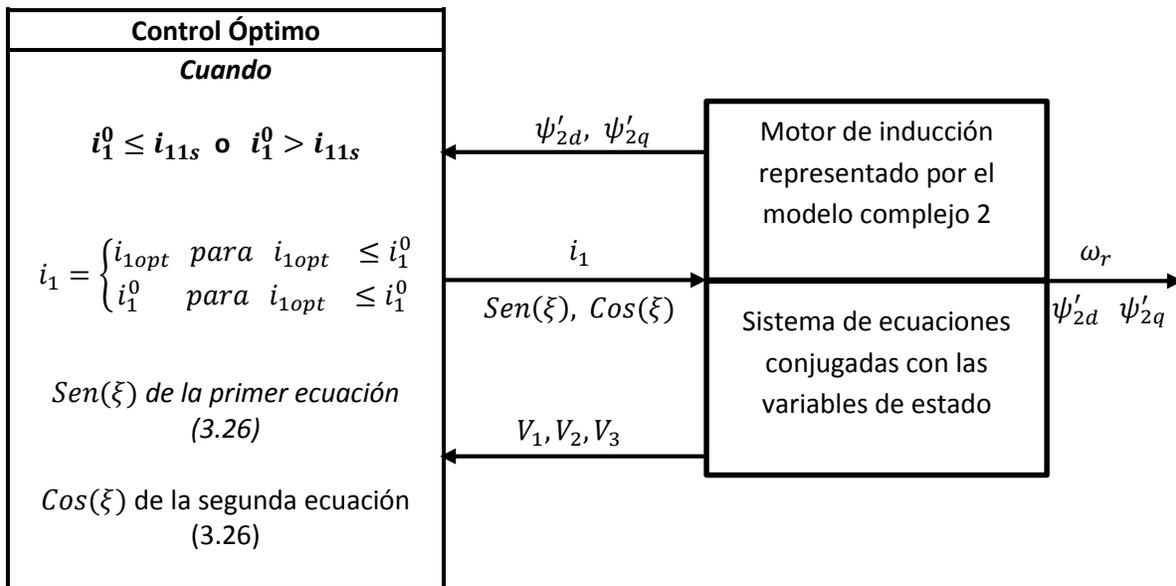


Figura 3.2. Control óptimo en lazo abierto.

CAPÍTULO 4.

4. Sistemas de Control Óptimo y Descripción de los Programas para la Simulación.

4.1 Introducción.

En el presente capítulo se describe el método empleado para conocer la influencia de los transitorios electromagnéticos en la síntesis del control óptimo de motores de inducción. La metodología está basada en la comparación del comportamiento de la máquina de inducción (descrita por el modelo que considera los transitorios electromagnéticos) bajo los diferentes controles sintetizados en base al modelo que no considera los transitorios electromagnéticos y en base al modelo que si considera los transitorios electromagnéticos.

4.2 Descripción del proceso de simulación de los diferentes sistemas de control.

A continuación se muestra una descripción general de los pasos a seguir para obtener los datos de los diferentes sistemas de control, que son necesarios para cumplir con el objetivo de la investigación.

1. Determinar $i_{11s}(v)$, en el intervalo $0 \leq v \leq 1$ para cada uno de los 3 motores usando λ_1, λ_2 y λ_3 que dé el mínimo de pérdidas totales según los resultados presentados en el trabajo [31].
2. Escoger las limitaciones de corriente en el estator para cada motor tal que se cumplan los casos $i_1^0 > i_{11s \min}$ e $i_1^0 \leq i_{11s \min}$.
3. Programar los diferentes controles óptimos, para los dos diferentes casos $i_1^0 > i_{11s \min}$ e $i_1^0 \leq i_{11s \min}$.
4. Simulación del controlador óptimo aplicado al modelo simple del motor de inducción con las limitaciones de corriente i_1^0 seleccionadas en el punto 2 para cada máquina como se muestra en la figura 4.1.

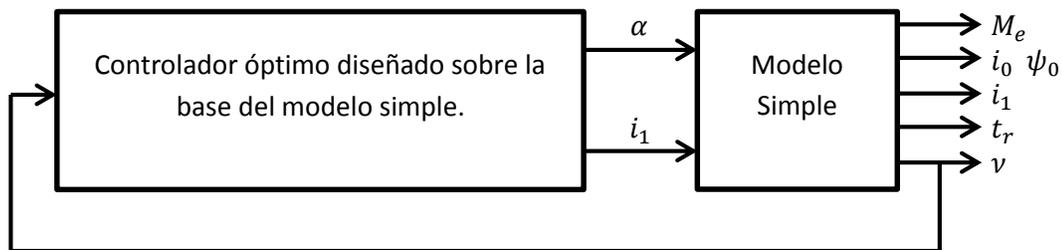


Figura 4.1. Sistema cerrado de control con el modelo simple del motor de inducción.

5. Simular el controlador óptimo aplicado al modelo complejo 1 alimentado por tensión ($\omega_k = \omega$) diseñado para cada uno de los motores y cada uno de los valores de corriente máxima i_1^0 elegidos en el punto 2 como se muestra en la figura 4.2.

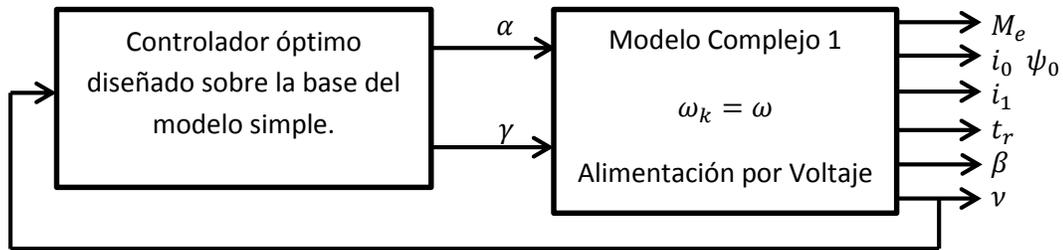


Figura 4.2. Sistema cerrado de control con el modelo complejo 1 del motor de inducción.

6. Simulación del sistema abierto de control óptimo diseñado en el trabajo [31] aplicando al modelo del motor complejo 2 alimentado por corriente ($\omega_k = \omega_r$) como se muestra en la figura 4.3.

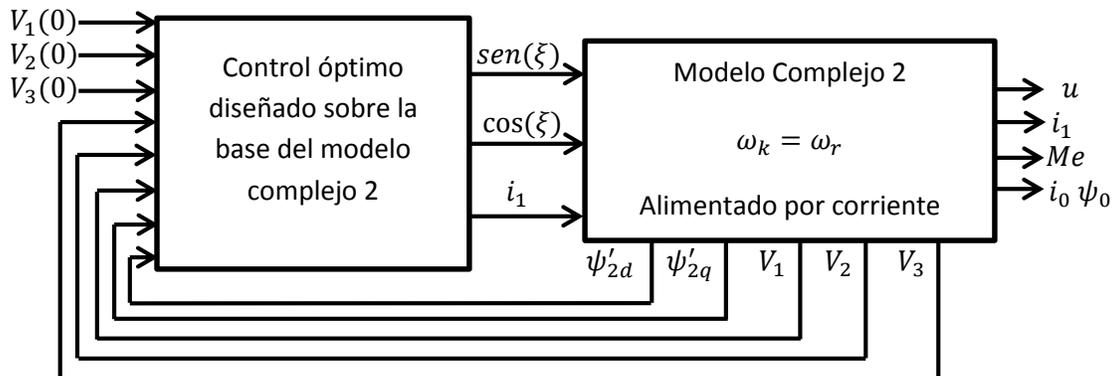


Figura 4.3. Sistema abierto de control con el modelo complejo 2 del motor de inducción.

Una vez realizados los pasos, del primero al sexto, se tendrán los datos necesarios para determinar cuál es la influencia de los transitorios electromagnéticos en el arranque óptimo de motores de inducción.

4.3 Descripción de los programas utilizados.

Una vez obtenidas las ecuaciones que describen el controlador óptimo la investigación es llevada a cabo en 3 etapas. La primera etapa consiste en obtener los valores máximo y mínimo de la corriente índice i_{11s} durante el periodo de control (cambio de velocidad) utilizando las ecuaciones adecuadas como se menciona en el capítulo 3. Una vez conociendo estos valores de corriente se tiene que

calcular el tiempo de arranque del motor y finalmente se puede proceder a graficar las curvas que describen el comportamiento de la máquina.

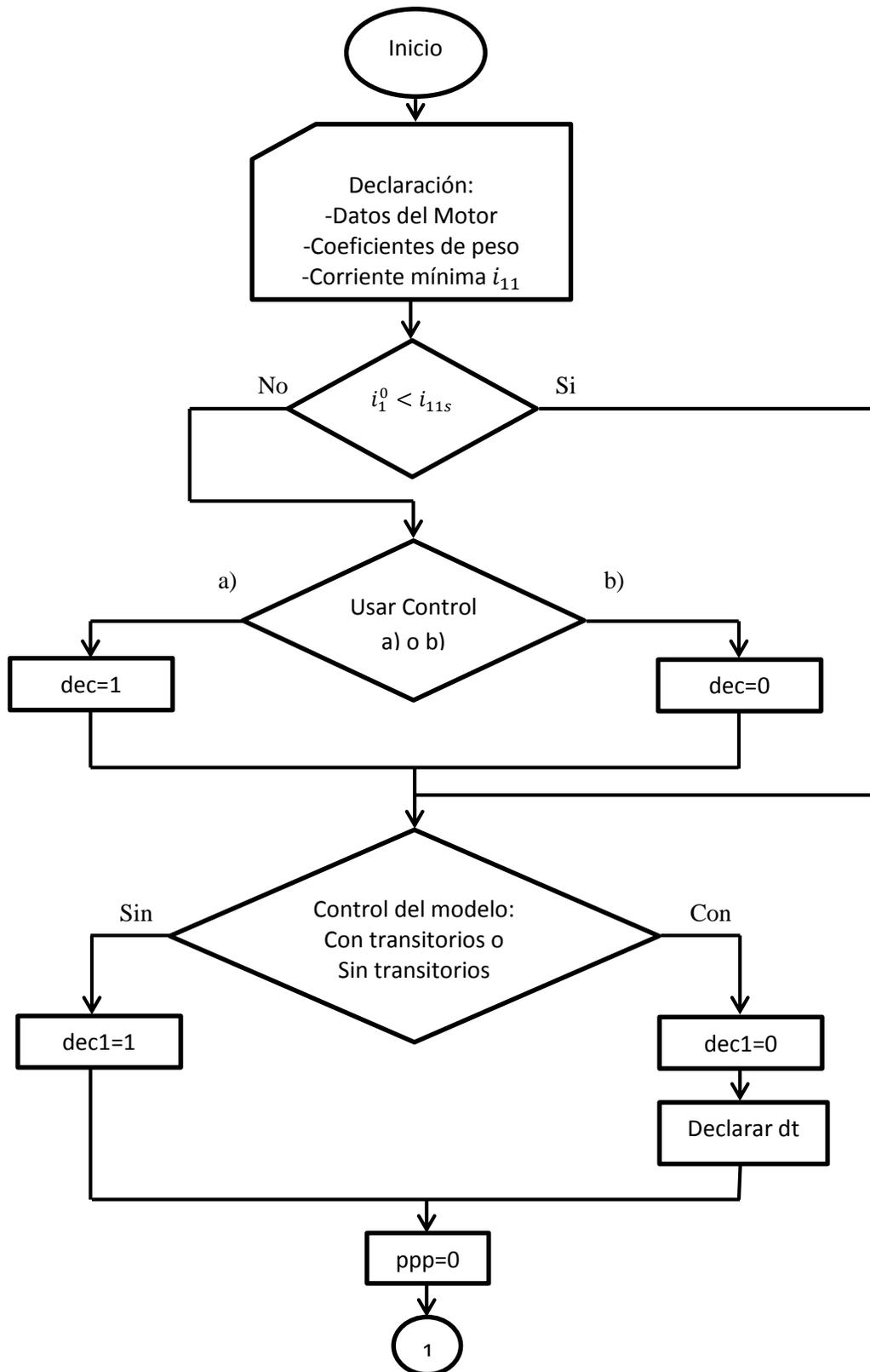
El programa P1 [Apéndice B] descrito por el diagrama de flujo de la figura 4.4, sirve para conocer los valores máximo y mínimo de la amplitud de corriente límite i_{11s} . Resuelve la ecuación (3.14) y después calcula i_{11s} de la ecuación (3.16). Durante este proceso el programa analiza los resultados de i_{11s} , posteriormente guarda y entrega el valor mínimo y máximo ($i_{11s\ min}$ e $i_{11s\ max}$).

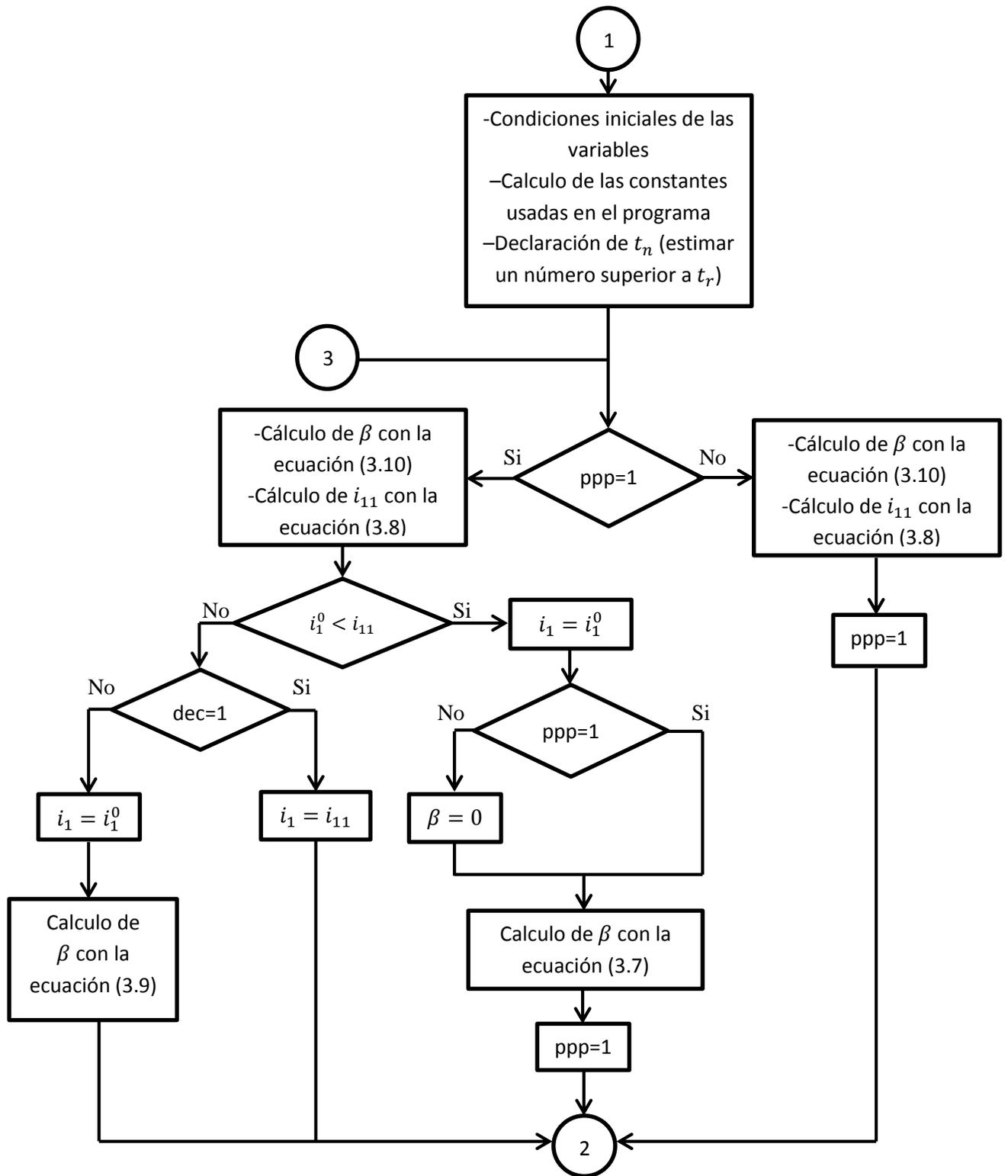
El programa P2 [Apéndice B] descrito por el diagrama de flujo de la figura 4.5, es utilizado para conocer el tiempo que tarda la maquina en alcanzar la velocidad deseada y también muestra la corriente máxima de magnetización alcanzada así como las pérdidas eléctricas totales en el cobre y en el hierro, ya sea para el controlador y el modelo simple o para el controlador y el modelo complejo 1. Si la corriente límite del control i_1^0 es mayor que la corriente $i_{11s\ min}$ obtenida con el programa P1 entonces es necesario probar las dos posibilidades de control a) y b) descritas en el capítulo 3, para conocer cuál es la más conveniente en términos de producir las menores pérdidas de energía eléctrica.

El programa P3 [Apéndice B] descrito por el diagrama de flujo de la figura 4.6, simula el controlador diseñado en base al modelo simple controlando a la máquina de inducción descrita por el modelo simple o por el modelo complejo 1, almacena los valores correspondientes a las curvas de voltaje, corriente, flujo magnético, par eléctrico y velocidad angular del rotor. Este programa utiliza el resultado del programa P2 para conocer el tiempo de control además de la selección del control a) o el control b) en el caso de que se cumpla la condición $i_1^0 > i_{11s\ min}$.

El programa P4 [Apéndice B] descrito por el diagrama de flujo de la figura 4.7, simula el control óptimo diseñado en base al modelo que considera los transitorios electromagnéticos. Este programa resuelve el sistema de ecuaciones diferenciales que describen al modelo y al mismo tiempo las ecuaciones conjugadas (ecuaciones de Hamilton), utilizando el control óptimo implícito diseñado solucionando el problema de optimización dinámica por medio del principio del máximo de Pontryagin [43]. La solución del sistema de las ecuaciones de Hamilton es necesario para encontrar el control óptimo explícito $i_1(t)$, $\omega(t)$. Para lo anterior se tienen que conocer los valores iniciales de todas las variables de estado, ($\psi_1(0)$, $\psi'_2(0)$, $\omega_r(0)$) y todas las variables conjugadas con las variables de estado ($V_1(0)$, $V_2(0)$, $V_3(0)$). EL trabajo [31] entrega como resultado los valores iniciales de las variables conjugadas obtenidos al solucionar el problema de doble valor a la frontera utilizando un algoritmo genético, además nos proporciona la corriente máxima, el tiempo de arranque y las pérdidas totales, esta información es suficiente para realizar la simulación.

El diagrama de flujo que corresponde al programa P2 es el siguiente:





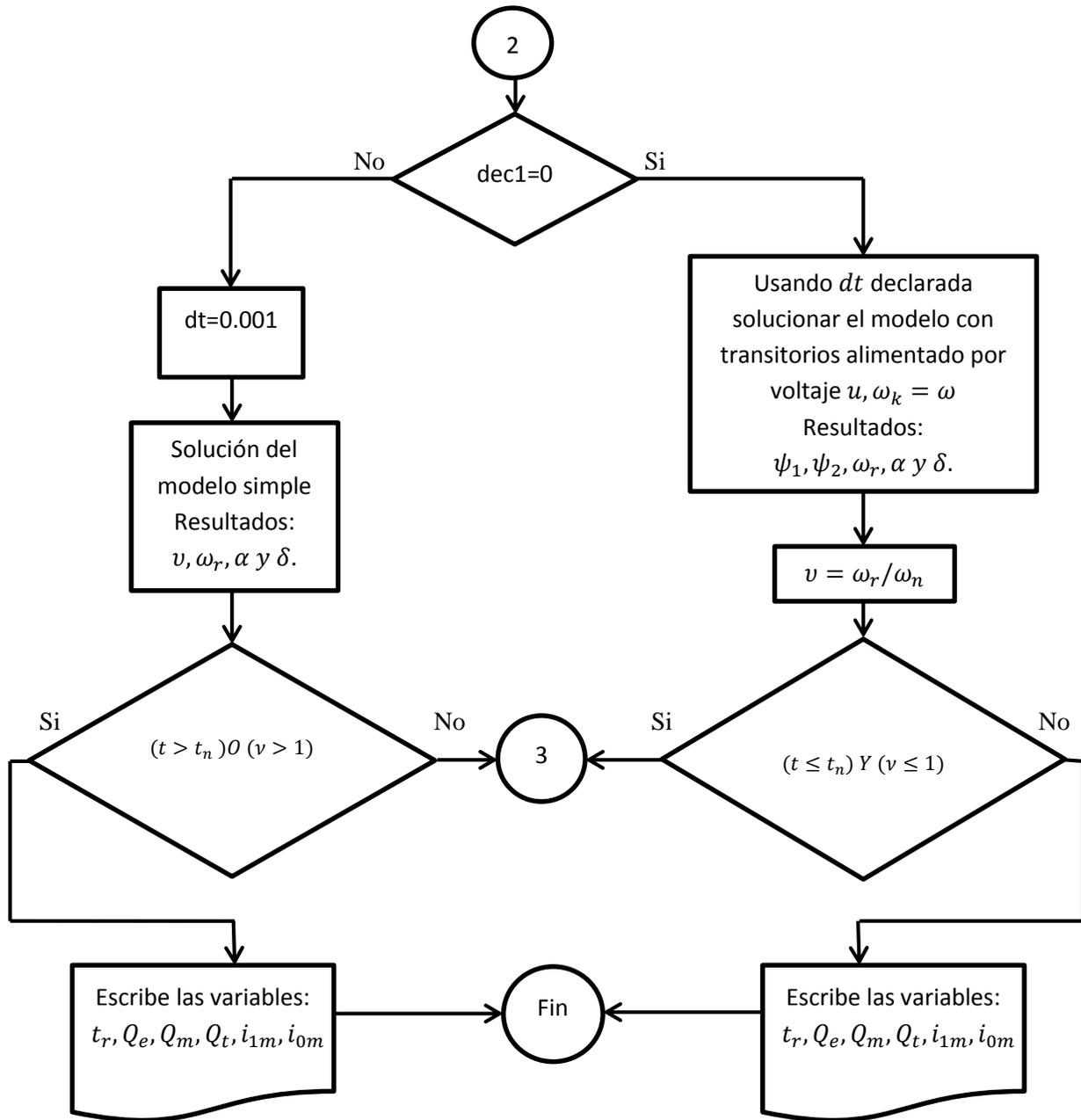
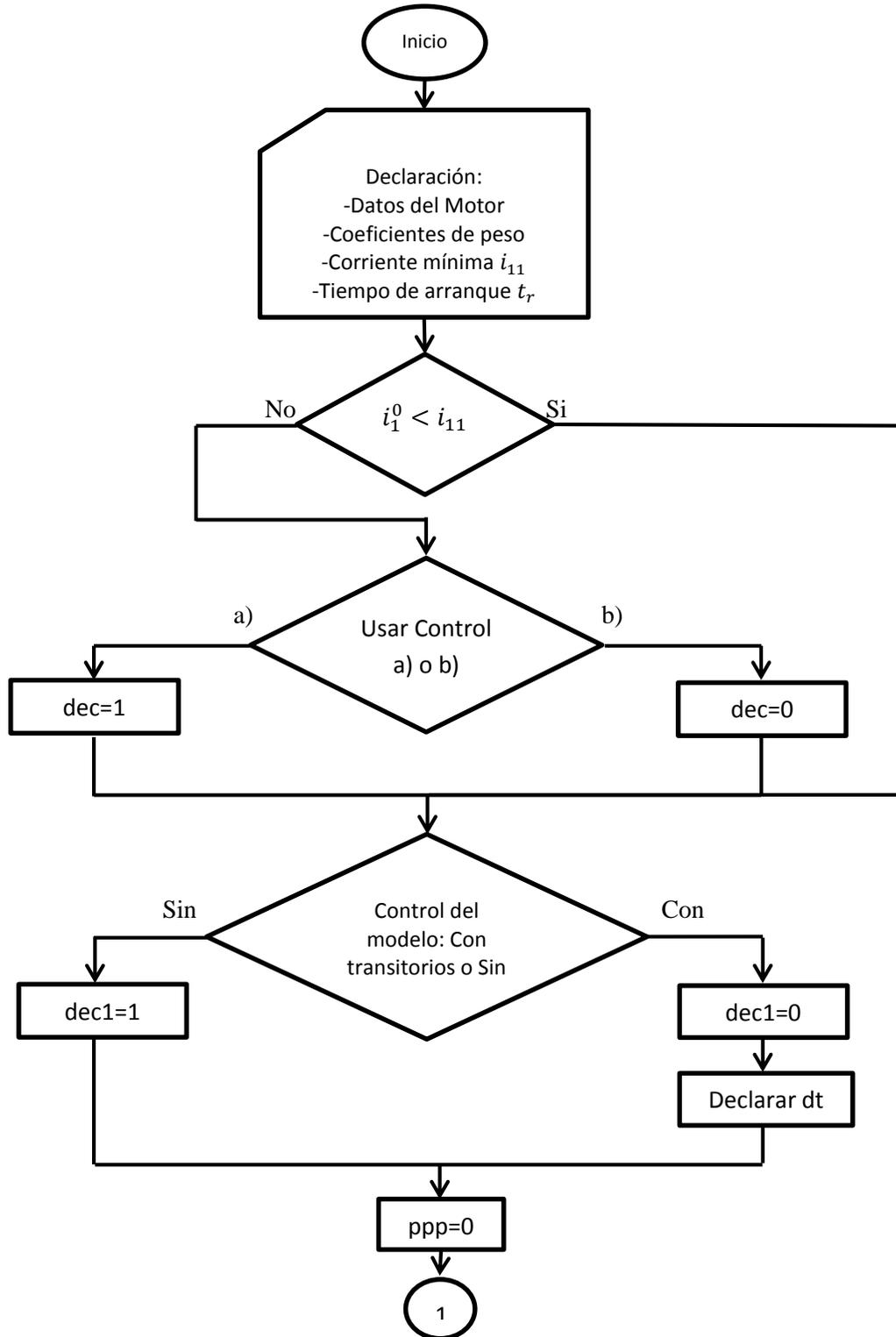
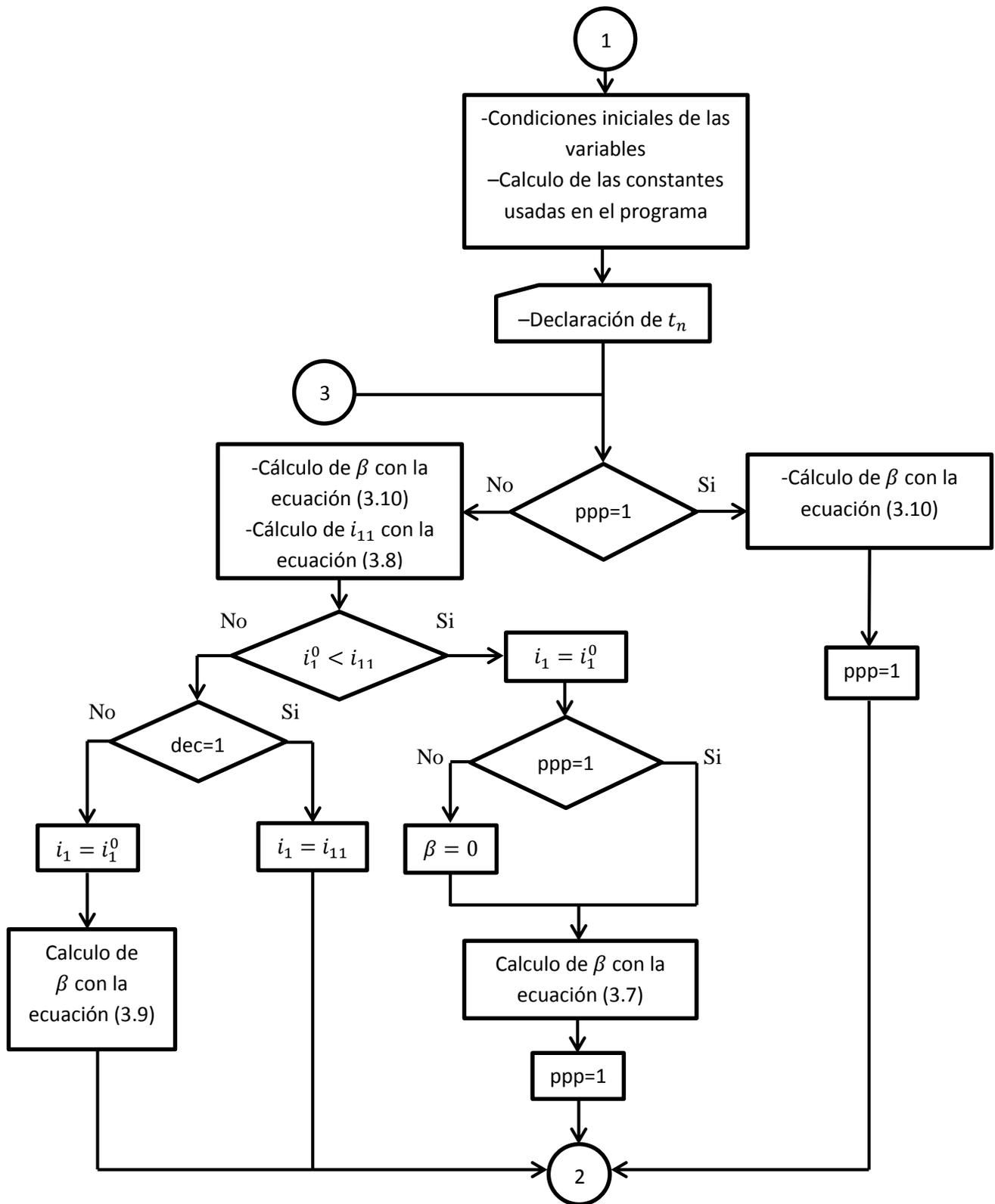


Figura 4.5. Diagrama de flujo del programa P2.

Este programa necesita la información que proporciona el programa P1, la corriente mínima $i_{11s\ min}$. Cabe mencionar que si la limitación i_1^0 es mayor que la corriente mínima $i_{11s\ min}$ el programa tendrá que ser ejecutado 2 veces para comparar los controles a) y b) y seleccionar aquel que provoque las pérdidas menores.

El programa P3, es muy similar al programa P2, la principal diferencia es que el programa P3 entrega los resultados que nos son útiles para graficar las curvas de i_1, i'_2, i_0 , magnitud de voltaje de fase, flujo electromagnético, par electromagnético, corriente de alimentación, voltaje de alimentación, la velocidad angular de la flecha, las pérdidas magnéticas, las pérdidas eléctricas y las pérdidas totales. El diagrama de flujo del programa 3 es el siguiente:





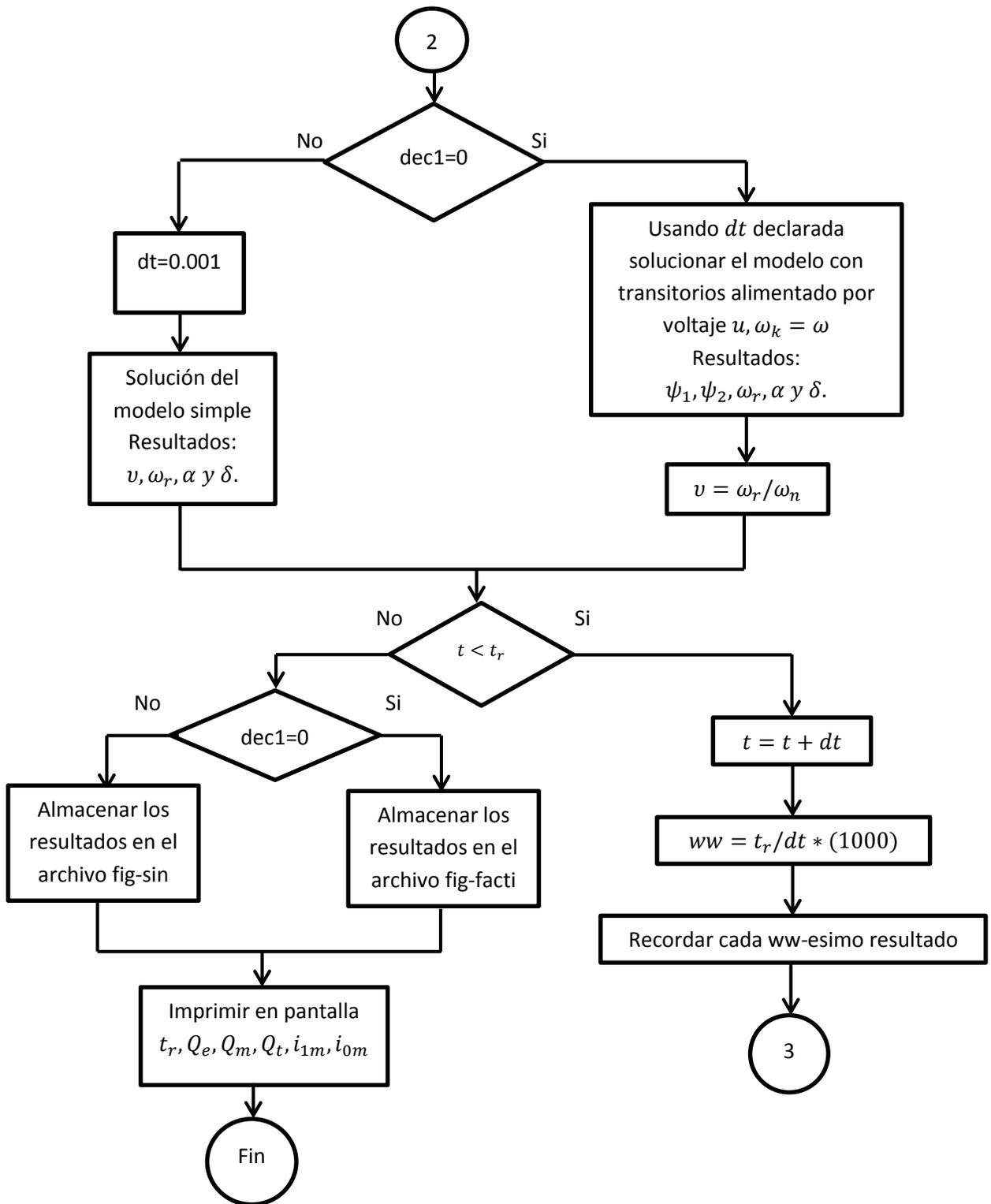


Figura 4.6. Diagrama de flujo del programa P3.

El diagrama de flujo del programa P4 es el siguiente:

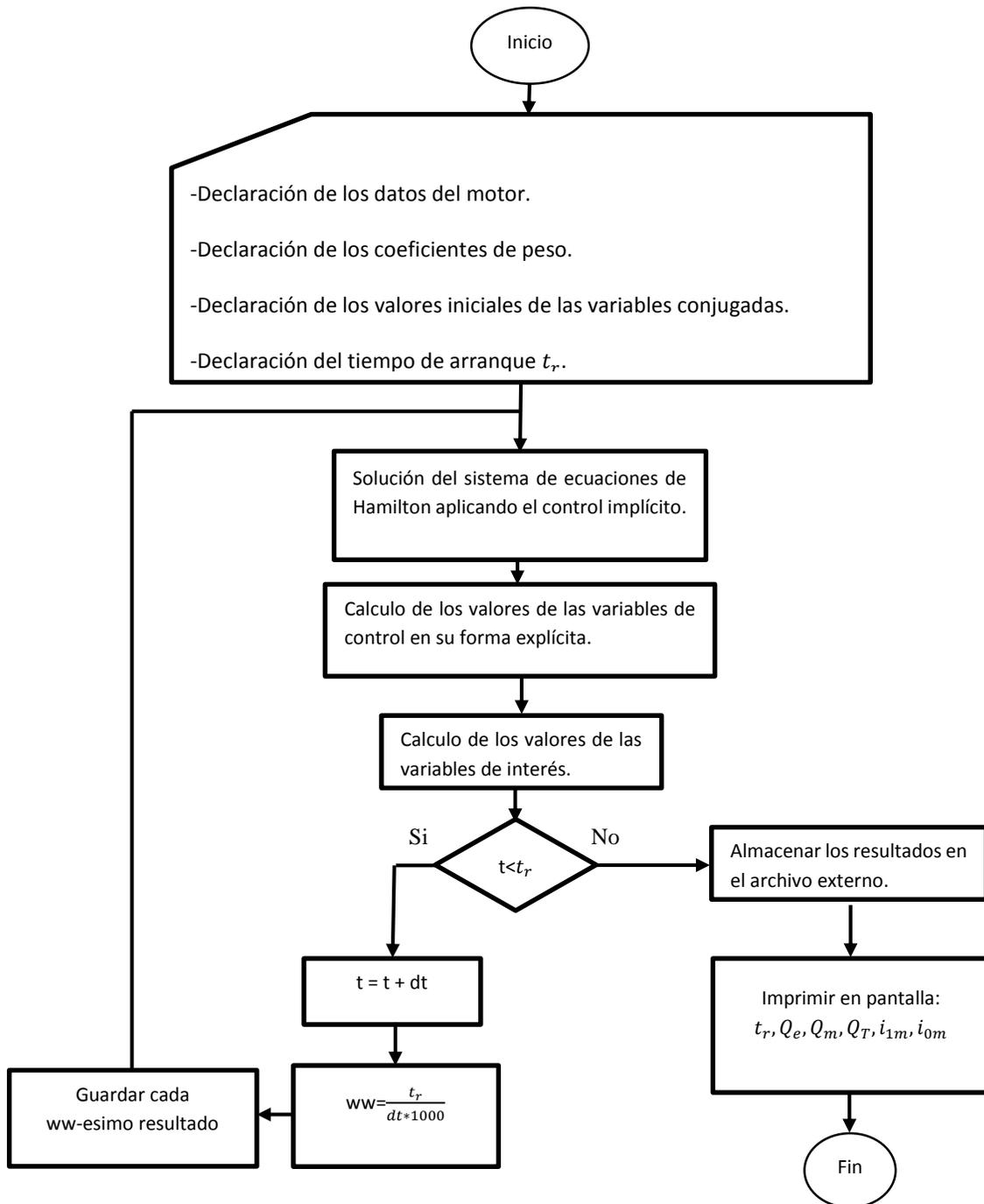


Figura 4.7. Diagrama de flujo del programa P4.

Este programa resuelve el sistema de ecuaciones diferenciales formado por las ecuaciones de las variables conjugadas y las ecuaciones del modelo de la máquina, utiliza los valores iniciales nulos para las variables del modelo y para las variables conjugadas los valores del trabajo [31] que ya ha resuelto el problema de doble valor a la frontera. El programa con la solución de las ecuaciones calcula el control óptimo y las variables restantes del modelo y finalmente entrega los resultados en un fichero externo.

CAPÍTULO 5.

5. Comportamiento de los Sistemas de Control en Lazo Abierto y Cerrado.

5.1 Introducción.

Los siguientes resultados se obtuvieron después de simular los diferentes sistemas de control descritos en el capítulo anterior, con tres motores de diferente potencia: uno de 3 HP otro de 500 HP y el último de 2250HP. Los datos necesarios para realizar la simulación son los siguientes [58]:

Tabla 5.1 Datos de los motores [58].

Datos	Motor 3 HP	Motor 500 HP	Motor 2250 HP
u_m	179.63 V	1877.94 V	1877.94 V
ω_n	377 rad/s	377 rad/s	377 rad/s
p	2	2	2
R_1	0.435 Ω	0.262 Ω	0.029 Ω
R_2	0.816 Ω	0.187 Ω	0.022 Ω
X_1	0.754 Ω	1.206 Ω	0.226 Ω
X_2	0.754 Ω	1.206 Ω	0.226 Ω
X_0	26.13 Ω	54.02 Ω	13.04 Ω
$i_{0\ max}$	6.681A	34A	141.56A
J	0.089 kgm ²	11.06 kgm ²	63.87 kgm ²
B_m	1.5 T	1.5 T	1.5 T
A_z	6.584x10 ⁻⁶ m ⁴ / Ω kg	6.584x10 ⁻⁶ m ⁴ / Ω kg	6.584x10 ⁻⁶ m ⁴ / Ω kg
B_z	2.387x10 ⁻³ m ⁴ /Hkg	2.387x10 ⁻³ m ⁴ /Hkg	2.387x10 ⁻³ m ⁴ /Hkg
M_r	22.11 kg	657.34 kg	1315 kg
M_m	34.89 kg	2649.7 kg	8479 kg

Como se ha utilizado el índice de optimización multicriterio, que es la combinación lineal de los índices de optimización individuales de las pérdidas eléctricas, magnéticas y del tiempo de control, entonces es necesario asignar factores de peso a cada índice. Según el trabajo [31] las combinaciones óptimas para minimizar las pérdidas totales en cada caso de simulación, siendo λ_1 el coeficiente de peso para las pérdidas magnéticas, λ_2 el coeficiente de peso de las pérdidas eléctricas y λ_3 el coeficiente de peso del tiempo de control, son las presentadas en la tabla 5.2.

Tabla 5.2 Coeficientes de peso para el índice de optimización multicriterio.

Motor	λ_1	λ_2	λ_3
3 HP	0	1	0
	0	1	0
500 HP	0.5	0.5	0
	0.3	0.7	0
2250 HP	0.5	0.5	0
	0	0	1

Como se mencionó en el capítulo anterior, los primeros pasos a seguir son: obtener los valores límite de la amplitud de corriente del estator índice i_{11s} , y después, seleccionar los valores límite de la amplitud de corriente del estator i_1^0 para que se cumpla la condición $i_1^0 \leq i_{11s \min}$ y otro para la condición $i_1^0 > i_{11s \min}$. Los valores calculados $i_{11s \min}$, $i_{11s \max}$ y los valores elegidos como límites de amplitud de corriente del estator i_1^0 están escritos en la tabla 5.3.

Tabla 5.3 Valores límite i_1^0 , índice $i_{11s \min}$ e $i_{11s \max}$ de la amplitud de corriente del estator para los diferentes motores y casos de simulación.

Motor	λ_1	λ_2	λ_3	$i_{11s \min}$	$i_{11s \max}$	i_1^0	Caso
3 HP	0	1	0	8.19A	8.19A	8 A	$i_1^0 \leq i_{11s \min}$
	0	1	0	8.19A	8.19A	25 A	$i_1^0 > i_{11s \min}$
500 HP	0.5	0.5	0	44.88 A	59.18 A	30 A	$i_1^0 \leq i_{11s \min}$
	0.3	0.7	0	44.87 A	56.55 A	150A	$i_1^0 > i_{11s \min}$
2250 HP	0.5	0.5	0	186.07 A	252.036 A	150 A	$i_1^0 \leq i_{11s \min}$
	0	0	1	200.14 A	200.14 A	300 A	$i_1^0 > i_{11s \min}$

Una vez calculados estos valores de corriente es posible, proceder a la simulación de los diferentes sistemas de control.

5.2 Sistema de control óptimo diseñado en base al modelo simple aplicado al modelo simple.

Como se ha planteado el problema de optimización, se pueden distinguir dos casos, el primero que será analizado es el caso en que se cumple la condición $i_1^0 \leq i_{11s\ min}$, y posteriormente se analizará el caso en que se cumple $i_1^0 > i_{11s\ min}$ para los tres motores.

5.2.1 Simulación del caso en que se cumple $i_1^0 \leq i_{11s\ min}$.

El programa P2 ha entregado los resultados que se encuentran en la tabla 5.4, los cuales corresponden a los valores de las pérdidas magnéticas, eléctricas y totales, además el tiempo de arranque y los valores máximos de la amplitud de corriente del estator y de magnetización obtenidos durante el arranque para los diferentes motores.

Tabla 5.4 Resultados del controlador óptimo aplicado al modelo simple.

Motor	3 HP	500 HP	2250 HP
$i_{11s\ min}$	8.19(A)	44.88(A)	186(A)
i_1^0	8(A)	30(A)	150(A)
t_r	2.747(s)	11.388 (s)	10.984 (s)
Q_e	182.93 (J)	5712.18 (J)	15772.53 (J)
Q_m	103.71(J)	12441.11 (J)	55262.15 (J)
Q_T	286.72(J)	18153.29 (J)	71034.68 (J)
$i_{1\ m}$	8 (A)	30 (A)	150 (A)
i_{0m}	6.524 (A)	23.764 (A)	114.086 (A)

Utilizando el valor del tiempo de arranque t_r en el programa P3, se obtienen los datos para realizar las gráficas de las variables de interés. En los siguientes apartados se muestran las curvas que describen el comportamiento del sistema con los diferentes motores.

5.2.1.1. Motor de 3 HP.

Las siguientes figuras muestran los resultados de las curvas de las variables de interés para el motor de 3HP.

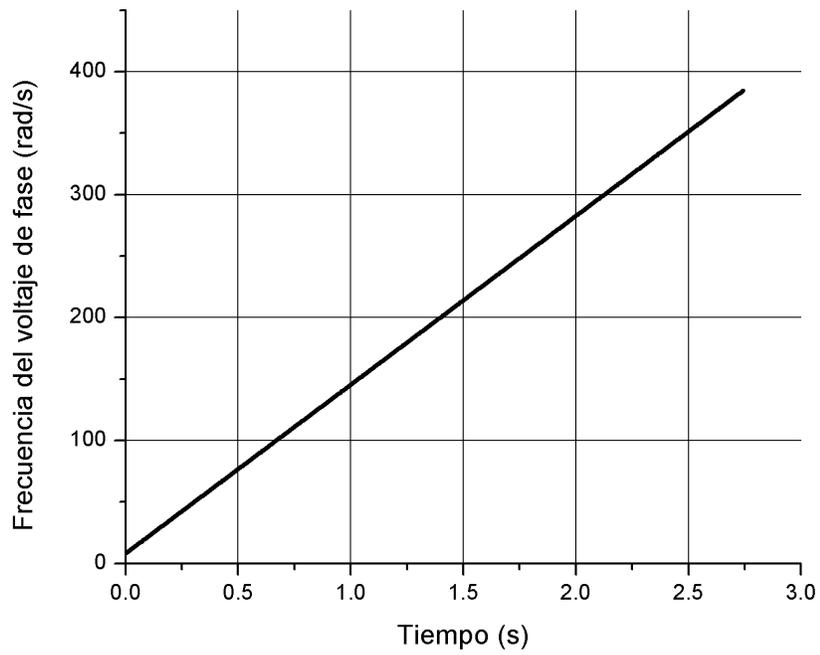


Figura 5.1. Frecuencia del voltaje de fase.

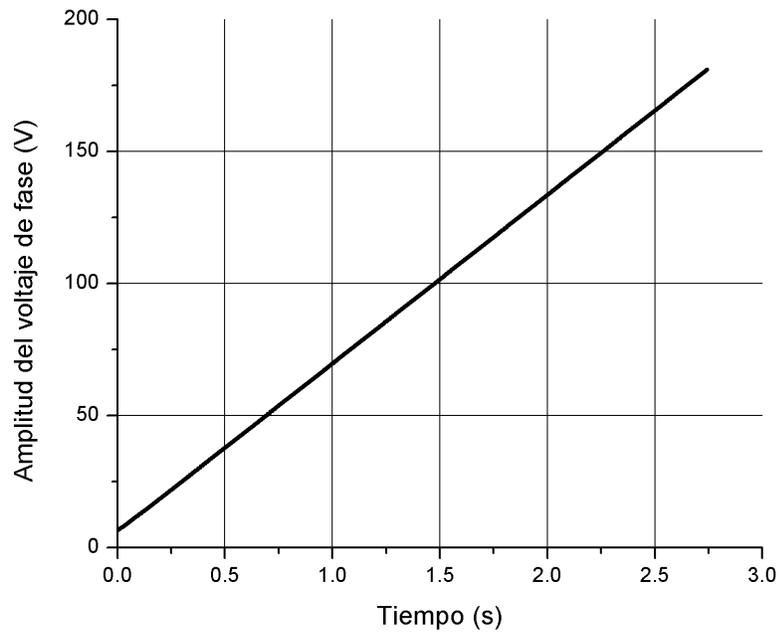


Figura 5.2. Amplitud del voltaje de fase.

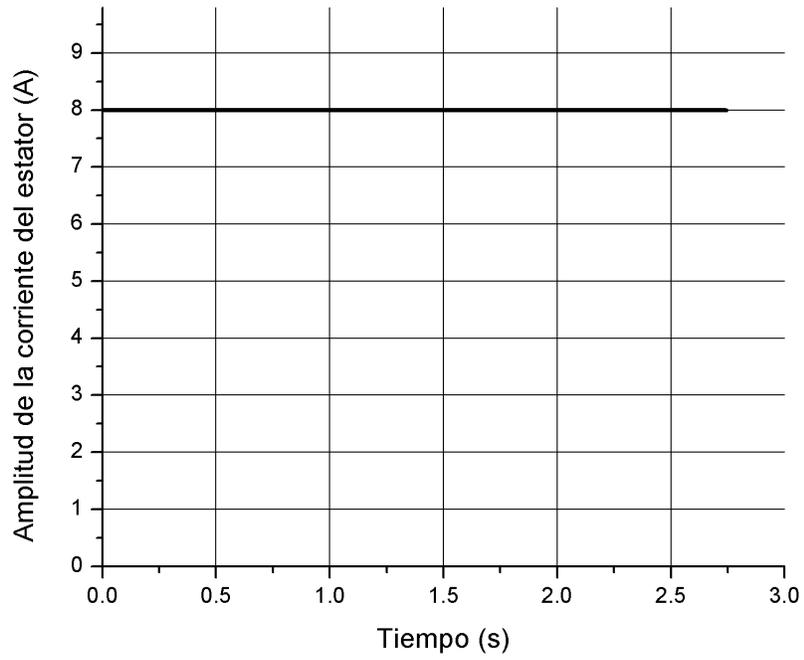


Figura 5.3. Amplitud de la corriente del estator.

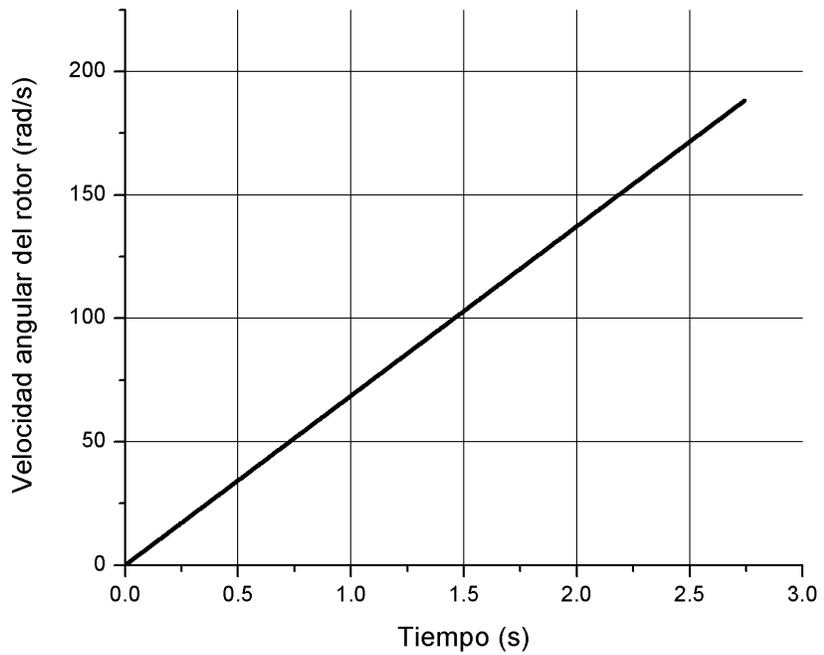


Figura 5.4. Velocidad angular del rotor.

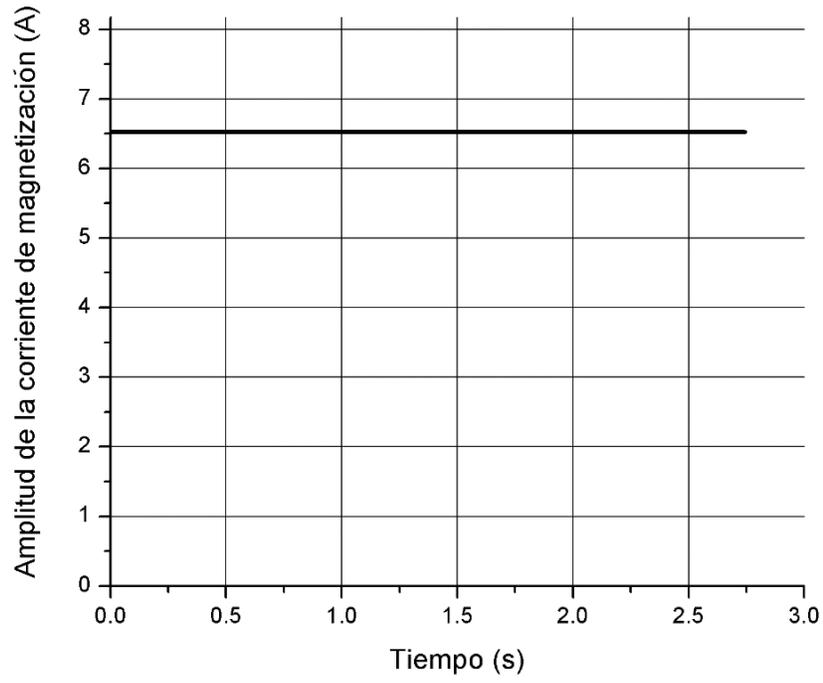


Figura 5.5. Amplitud de corriente de magnetización.

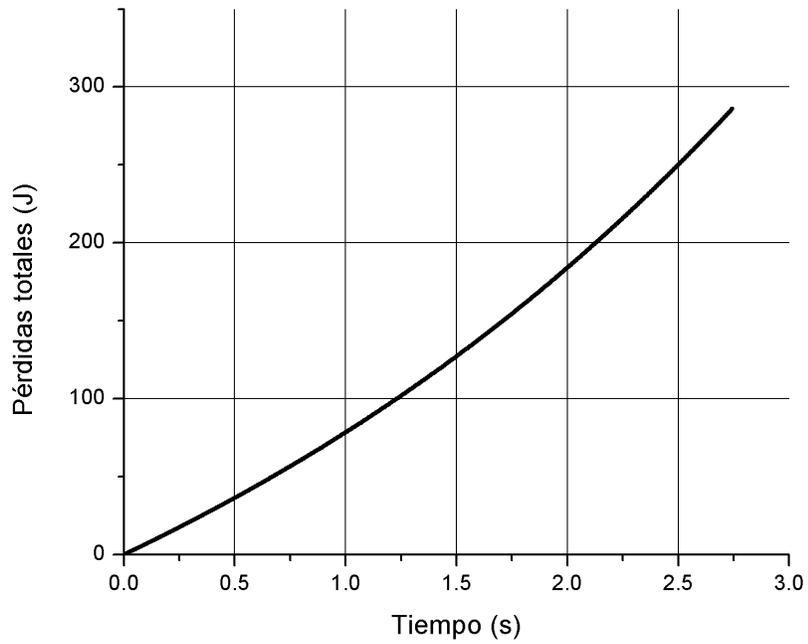


Figura 5.6. Pérdidas totales.

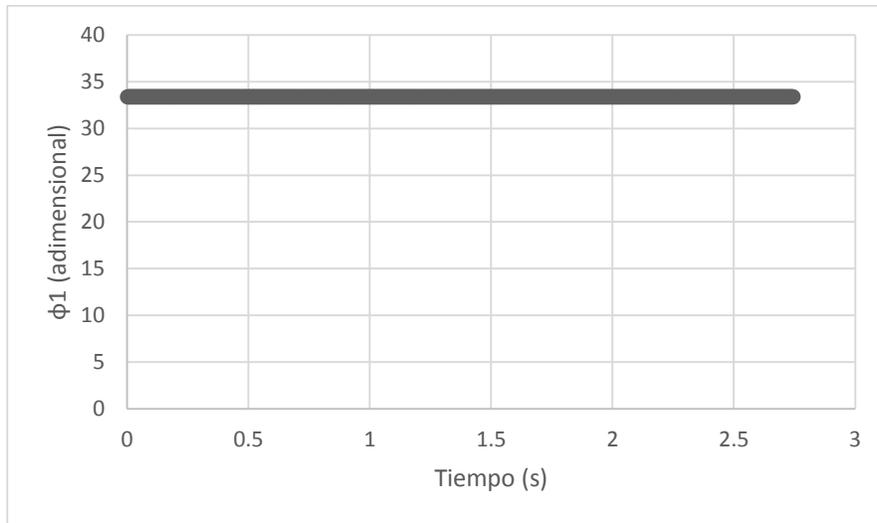


Figura 5.7. Curva de la variable ϕ_1 .

Se puede observar que el controlador óptimo aplicado al modelo simple del motor de inducción no provoca la saturación del material magnético del motor (el valor de la amplitud de corriente de magnetización es menor que $i_{0\ max} = 6.68A$) y que la amplitud de la corriente del estator es para todo el tiempo de arranque igual a su valor admisible ($i_1 = 8A$).

5.2.1.2. Motor de 500 HP.

Las siguientes figuras muestran los resultados de las curvas de las variables de interés para el motor de 500HP.

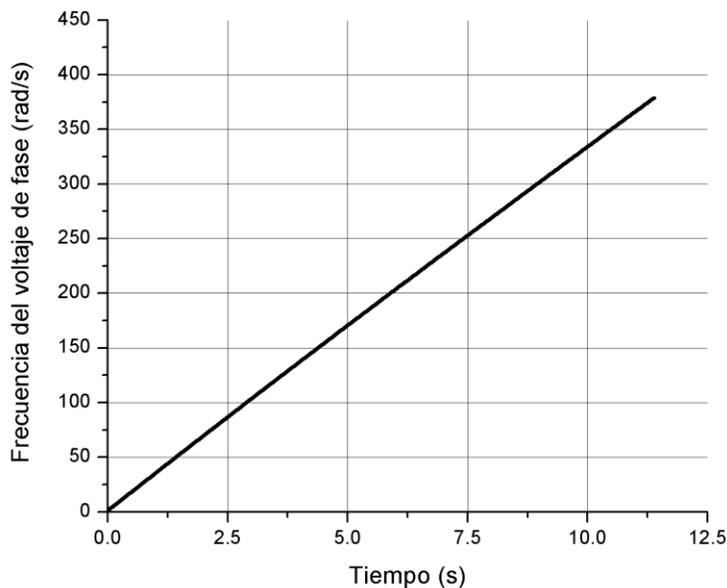


Figura 5.8. Frecuencia del voltaje de fase.

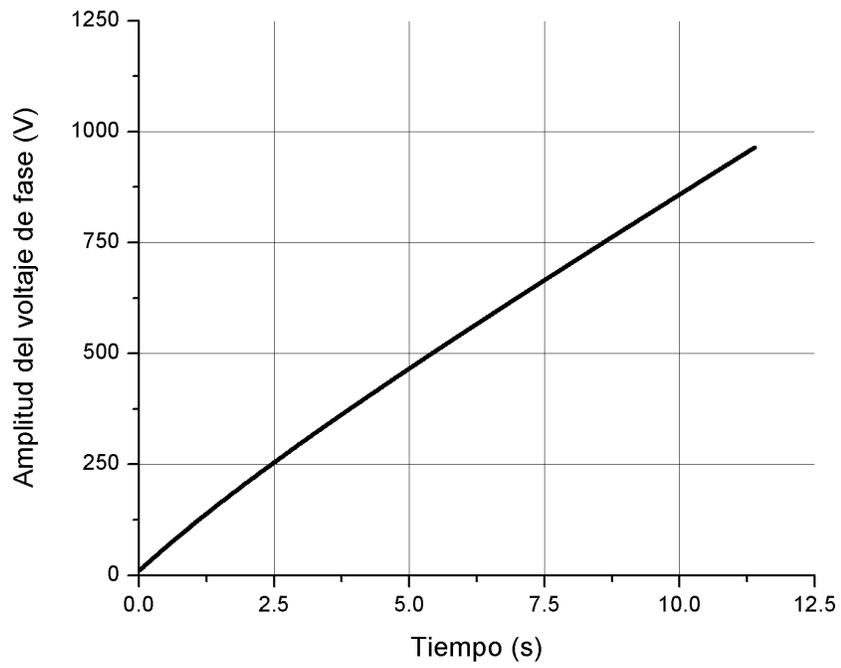


Figura 5.9. Amplitud del voltaje de fase.

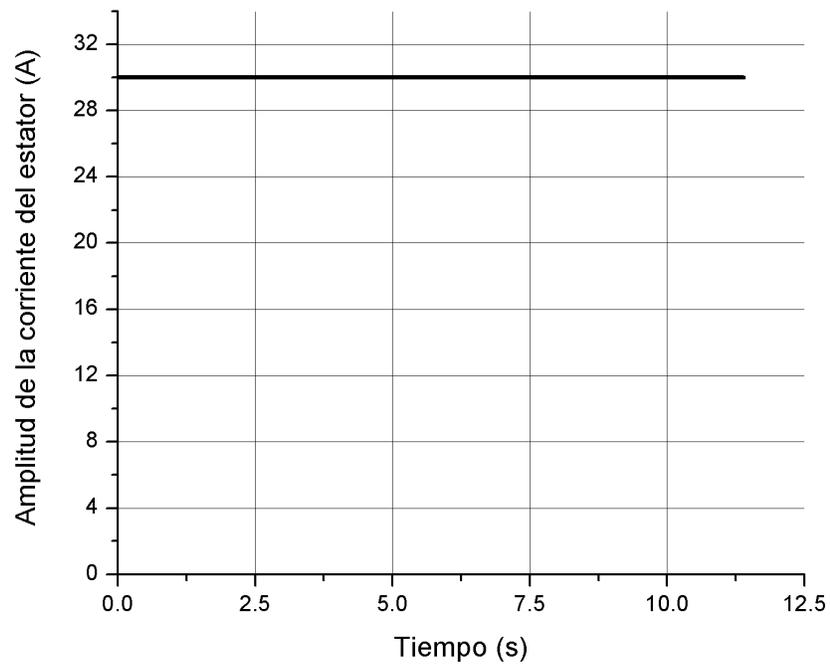


Figura 5.10. Amplitud de la corriente del estator.

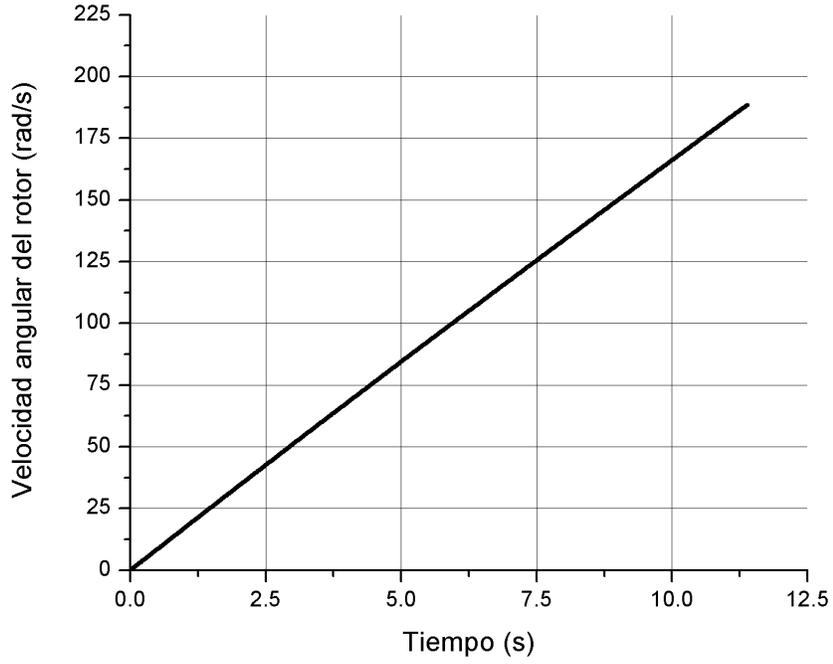


Figura 5.11. Velocidad angular del rotor.

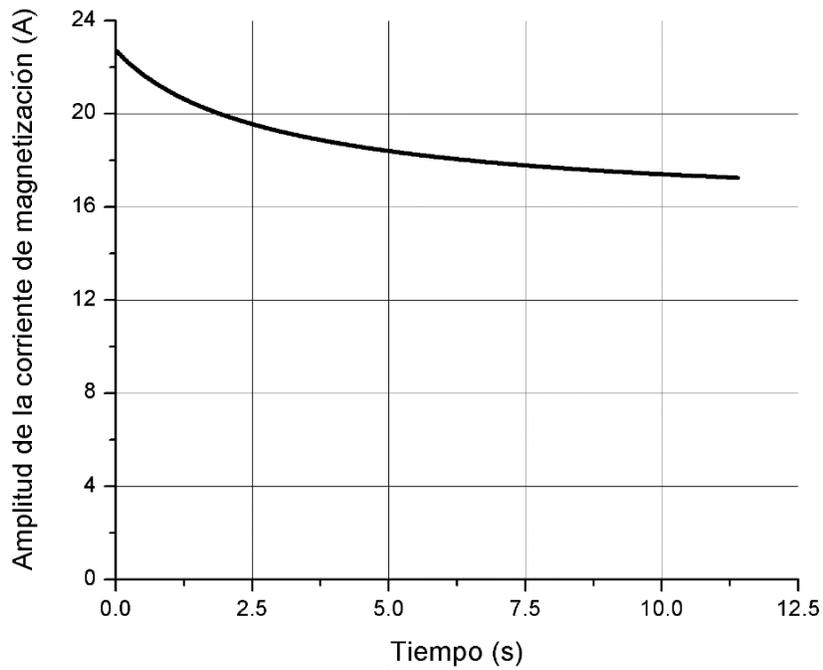


Figura 5.12. Amplitud de corriente de magnetización.

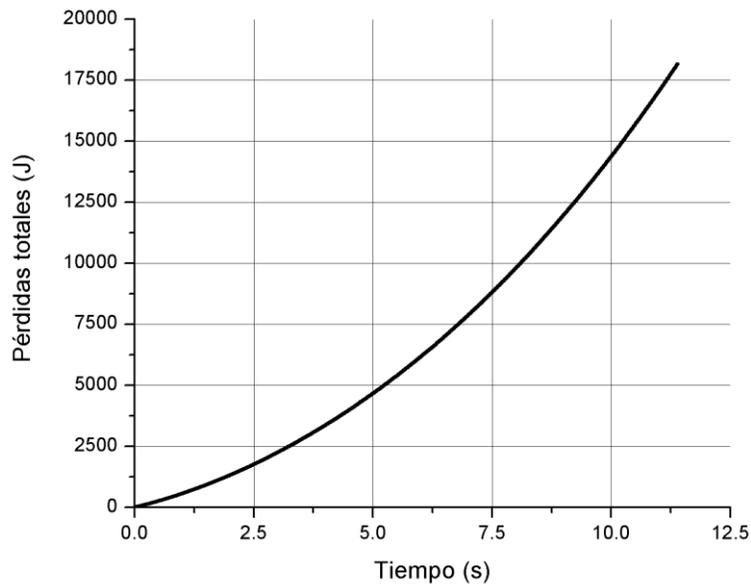


Figura 5.13. Pérdidas totales.

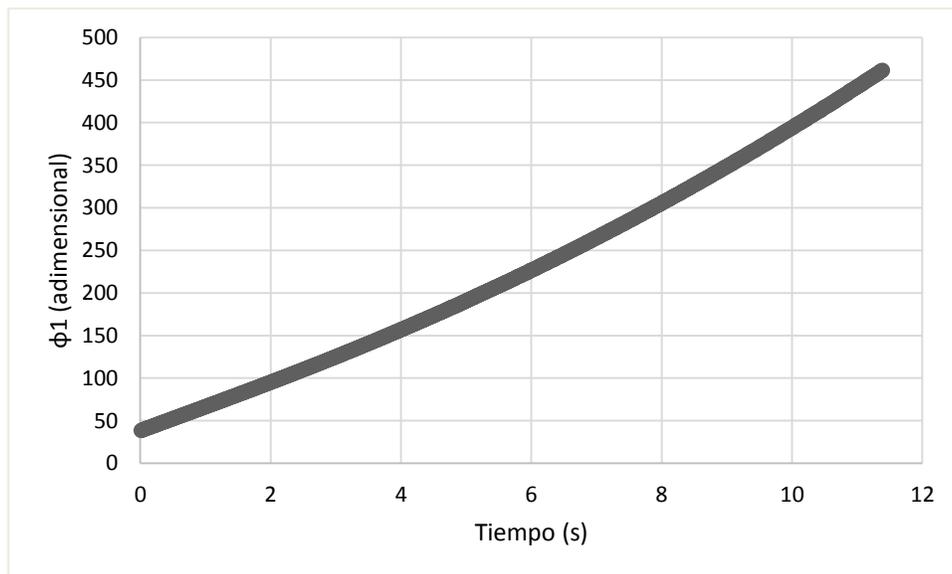


Figura 5.14. Curva de la variable ϕ_1

Se observa que el controlador óptimo aplicado al modelo simple del motor garantiza que no suceda la saturación del núcleo magnético del motor (el valor de la amplitud de la corriente de magnetización es menor que $i_{0\ max} = 34A$) por todo el tiempo de arranque y que la amplitud de la corriente del estator es igual a su valor admisible $i_1^0 = 30A$ durante todo el arranque.

5.2.1.3. Motor de 2250 HP.

Las siguientes figuras muestran las curvas obtenidas para el motor de 2250 HP.

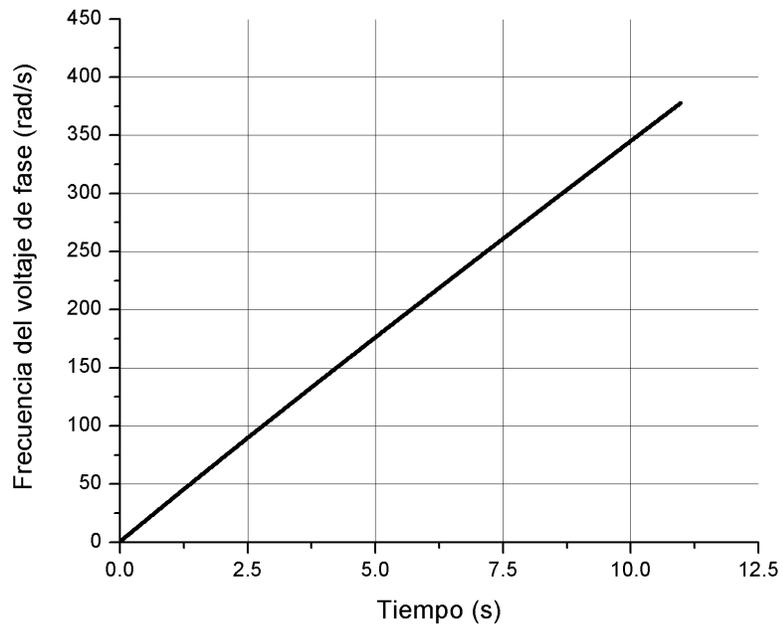


Figura 5.15. Frecuencia del voltaje de fase.

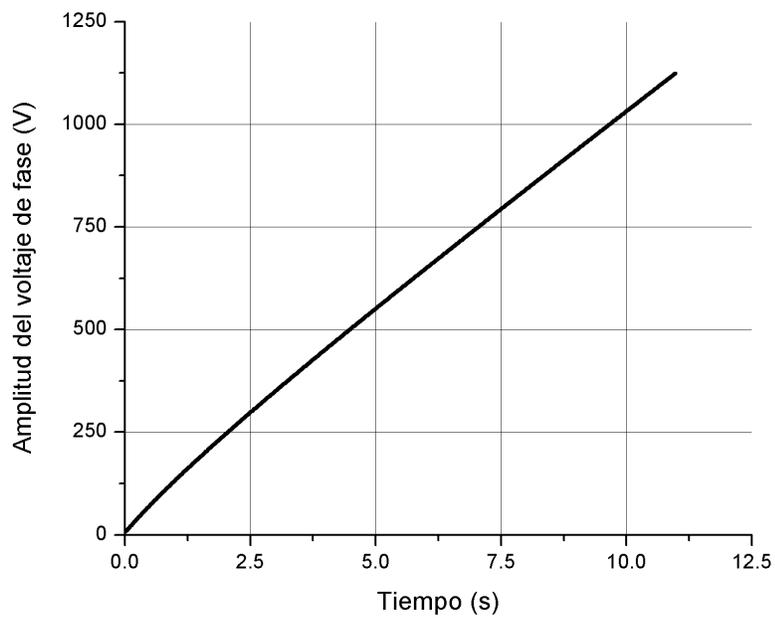


Figura 5.16. Amplitud del voltaje de fase.

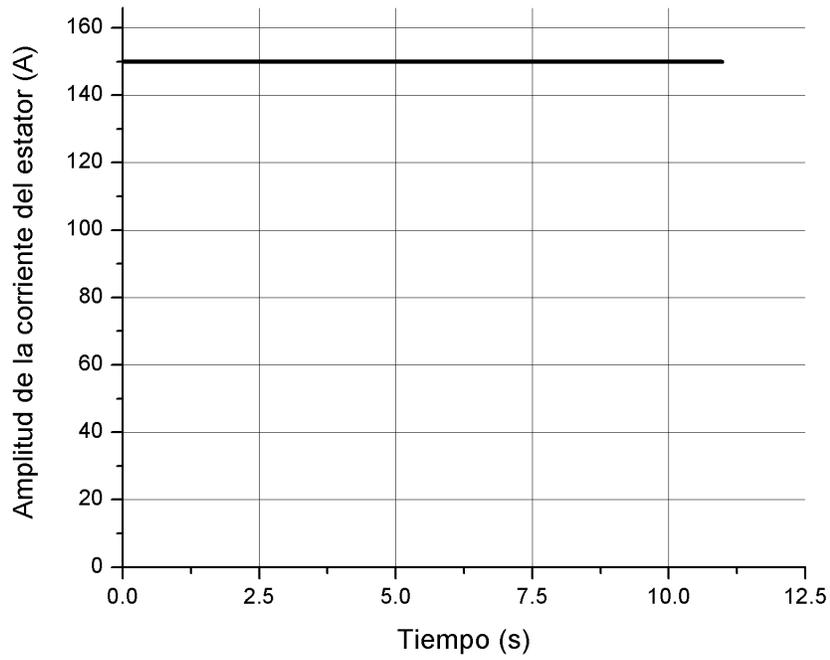


Figura 5.17. Amplitud de la corriente del estator.

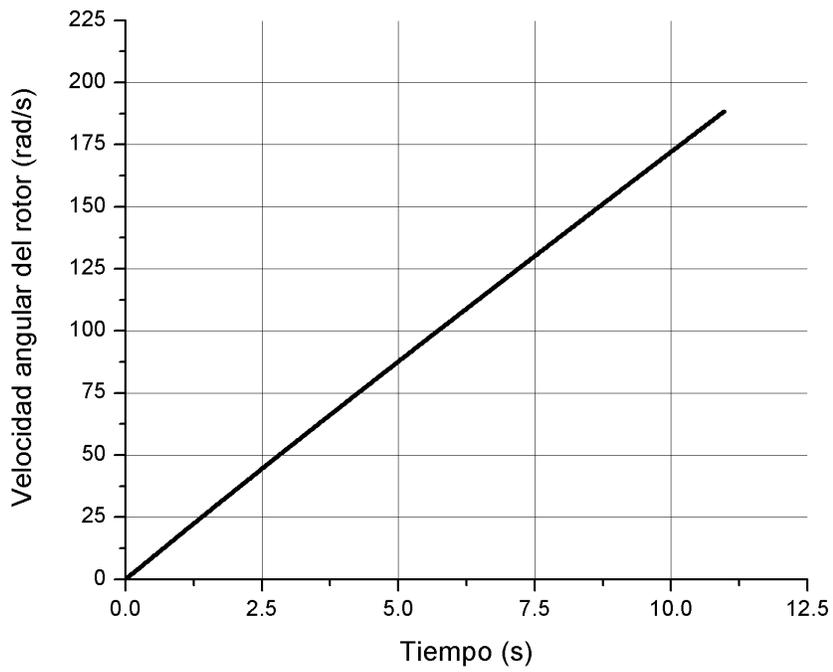


Figura 5.18. Velocidad angular del rotor.

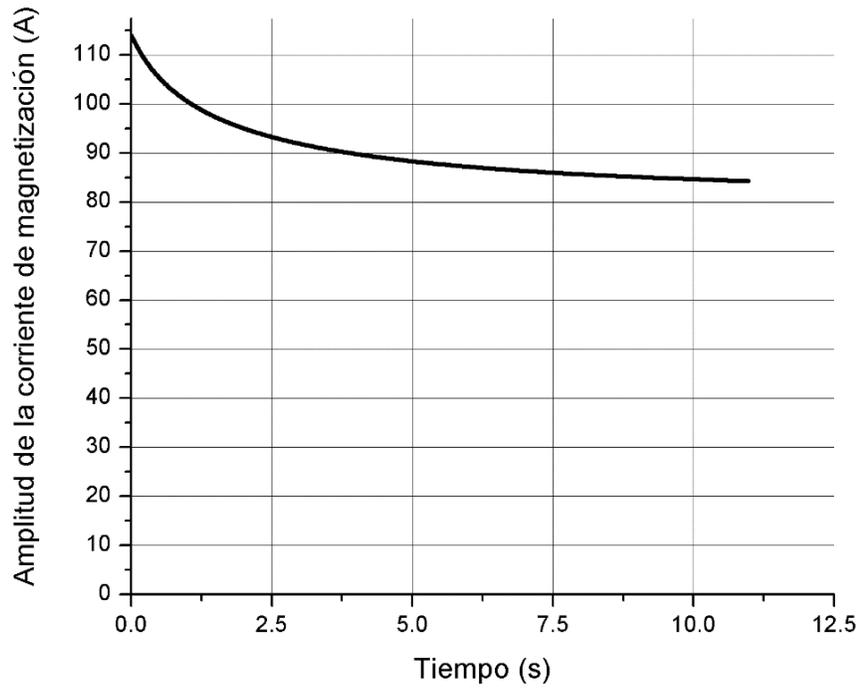


Figura 5.19. Amplitud de corriente de magnetización.

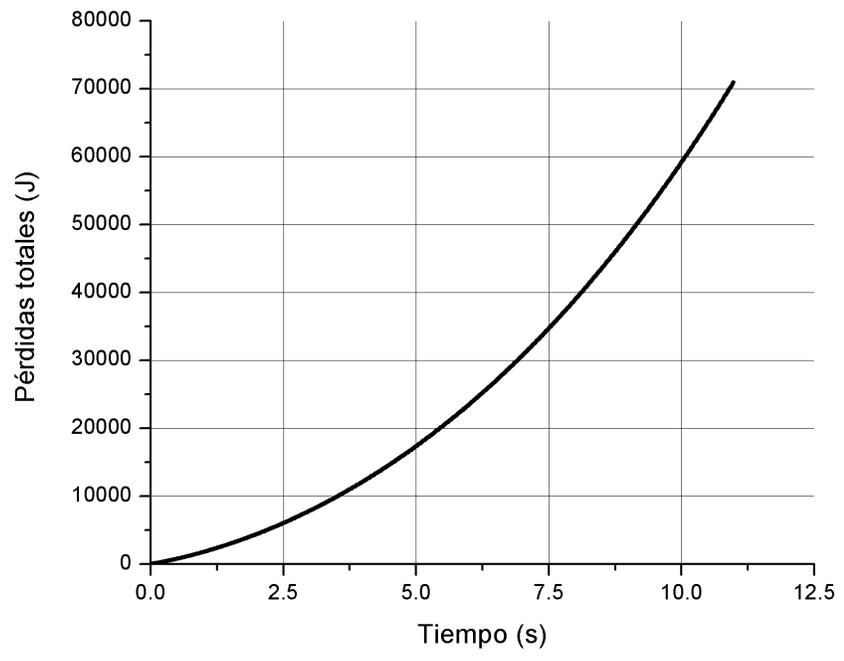


Figura 5.20. Pérdidas totales.

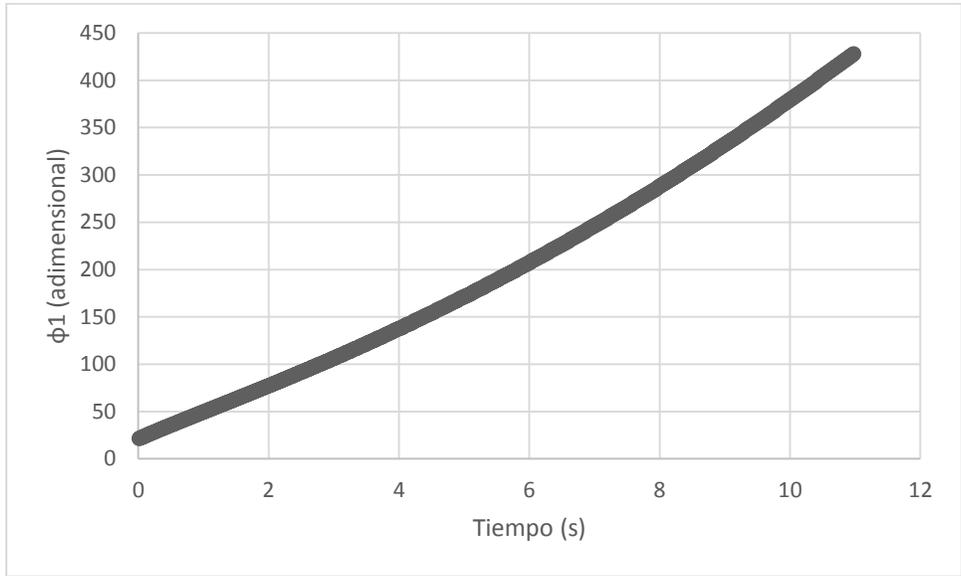


Figura 5.21. Curva de la variable φ_1

Se puede observar que el controlador óptimo aplicado al modelo simple del motor garantiza que no suceda la saturación del núcleo magnético del motor (el valor de la amplitud de la corriente de magnetización se mantiene por abajo del valor límite $i_{0\ max} = 141.56A$ por todo el tiempo de arranque) y que la amplitud de la corriente del estator es igual a su valor admisible $i_1^0 = 150A$ durante todo el arranque.

5.2.2. Simulación del caso en que se cumple $i_1^0 > i_{11s\ min}$.

En la tabla 5.5 se muestran los valores del tiempo de control, de las pérdidas eléctricas, de las pérdidas magnéticas, de las pérdidas totales, del valor máximo de la amplitud de corriente del estator y del valor máximo de la amplitud de corriente de magnetización, obtenidos aplicando el control a) y el control b) como se indica en el capítulo 3.

Tabla 5.5 Pérdidas eléctricas para los controles tipo a) y tipo b).

Motor	3 HP		500 HP		2250 HP	
$i_{11s\ max}$	8.19(A)		56.55(A)		200.14(A)	
i_1^0	25(A)		150(A)		300(A)	
Control	Tipo a)	Tipo b)	Tipo a)	Tipo b)	Tipo a)	Tipo b)
t_r	0.518 (s)	2.619 (s)	1.002 (s)	3.752 (s)	3.153 (s)	5.893 (A)
Q_e	560.22 (J)	182.9 (J)	14617.24 (J)	5505.79 (J)	19385.62 (J)	14033.59 (J)
Q_m	26.55 (J)	103.75 (J)	4025.97 (J)	13539.54 (J)	41881.97 (J)	77952.21 (J)
Q_T	586.77 (J)	286.66 (J)	18643.21 (J)	19045.33 (J)	61265.59 (J)	92025.8 (J)
$i_{1\ m}$	25.0 (A)	8.19 (A)	150 (A)	56.55 (A)	300 (A)	200.14 (A)
$i_{0\ m}$	6.6808 (A)	6.6808 (A)	34 (A)	34 (A)	141.56 (A)	141.56 (A)

Utilizando el valor del tiempo de arranque t_r en el programa P3 se obtienen los datos que sirven para realizar las gráficas de las variables de interés para los diferentes motores, que se muestran en los siguientes apartados.

5.2.2.1. Motor de 3 HP.

En el caso del motor de 3 HP se usó el control tipo b), las siguientes figuras corresponden al comportamiento del sistema.

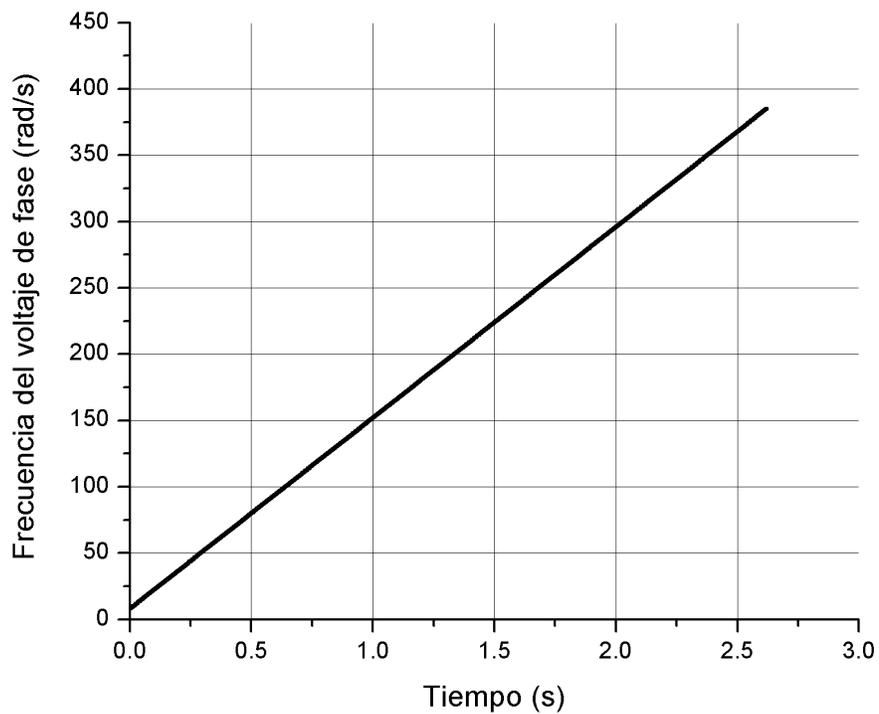


Figura 5.22. Frecuencia del voltaje de fase.

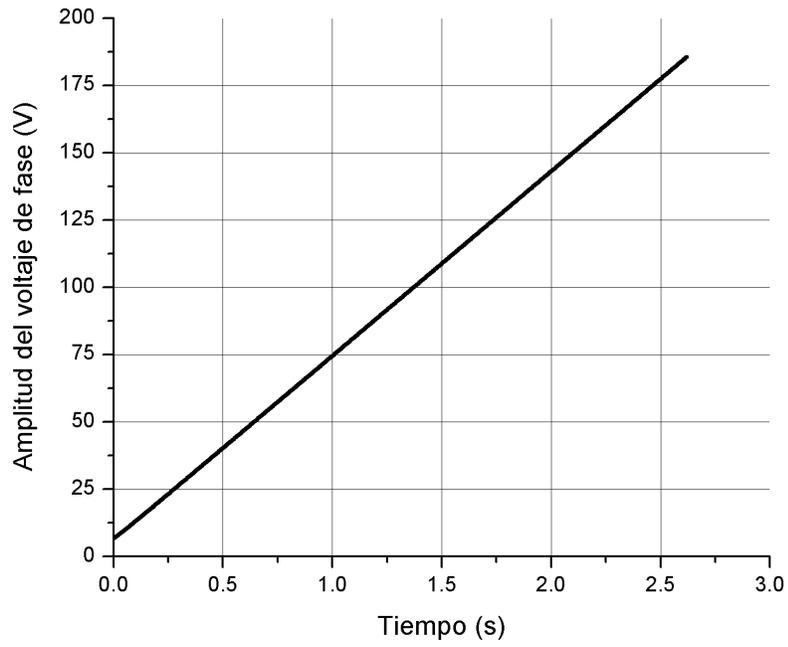


Figura 5.23. Amplitud del voltaje de fase.

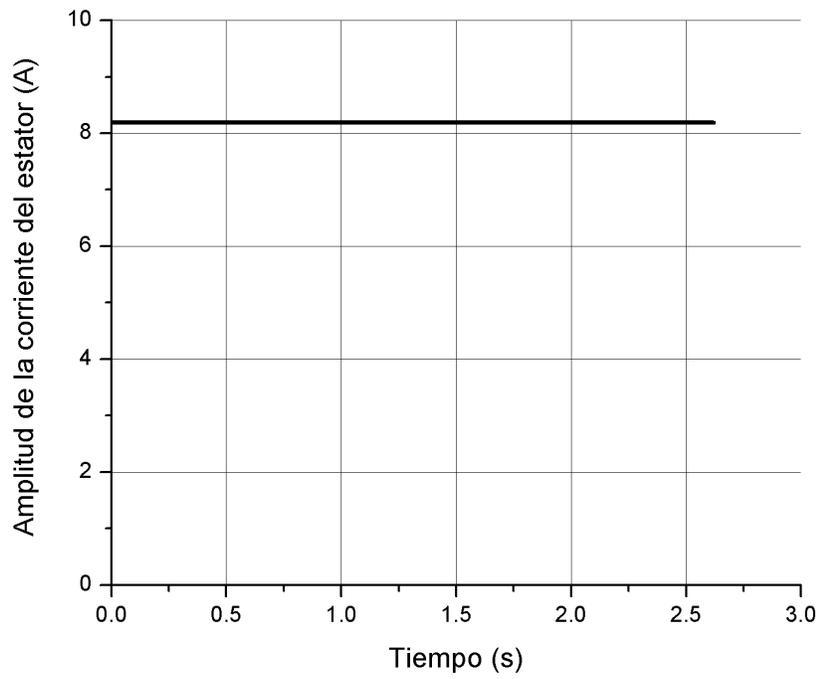


Figura 5.24. Amplitud de la corriente del estator.

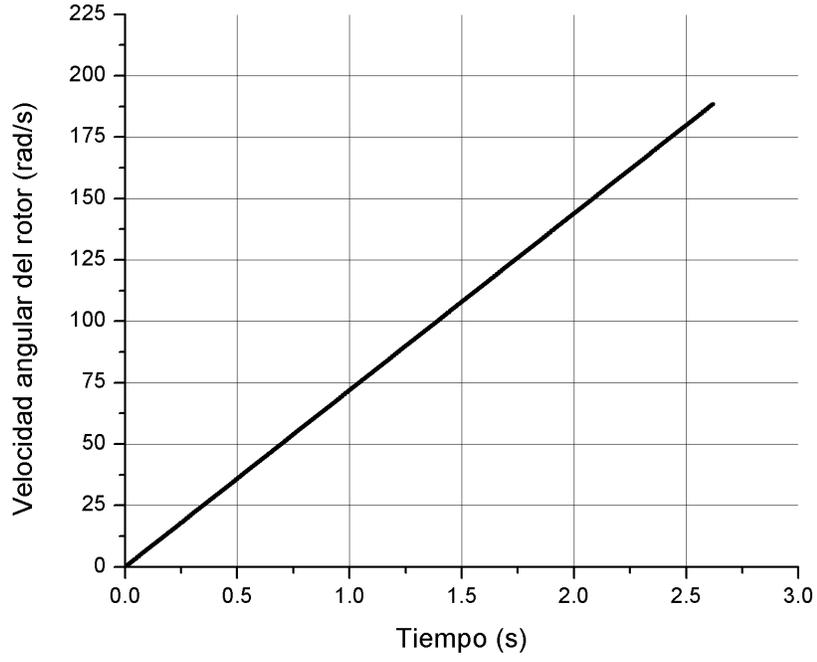


Figura 5.25. Velocidad angular del rotor.

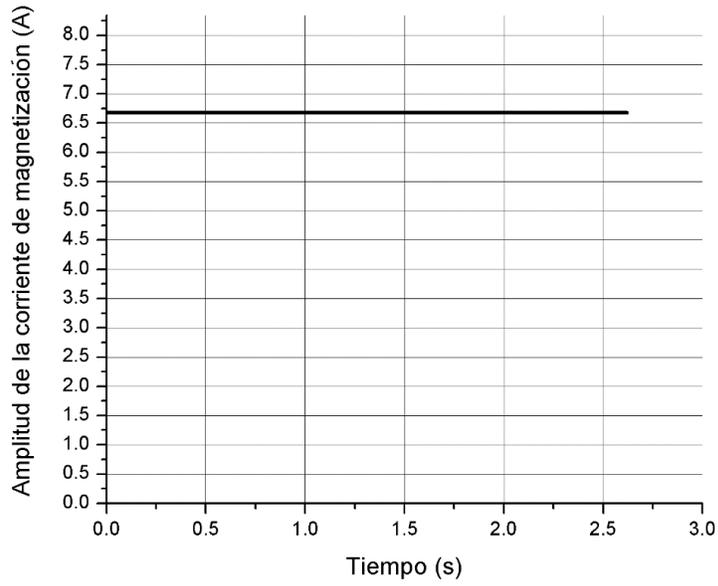


Figura 5.26. Amplitud de corriente de magnetización.

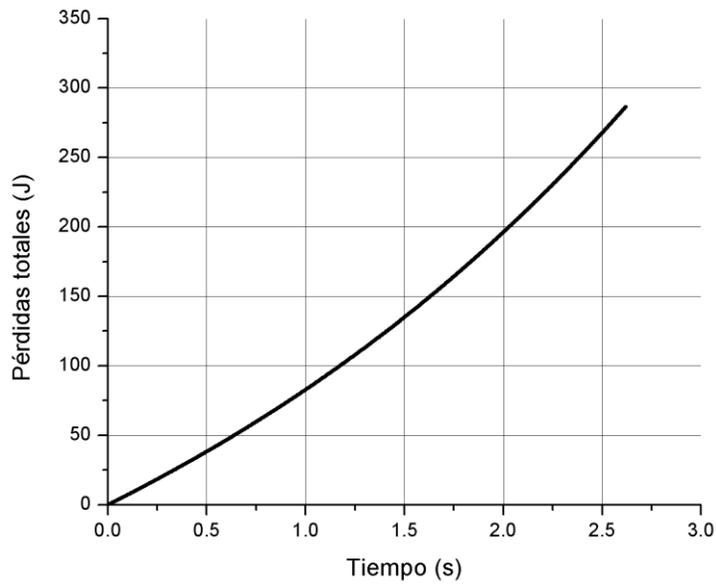


Figura 5.27. Pérdidas totales.

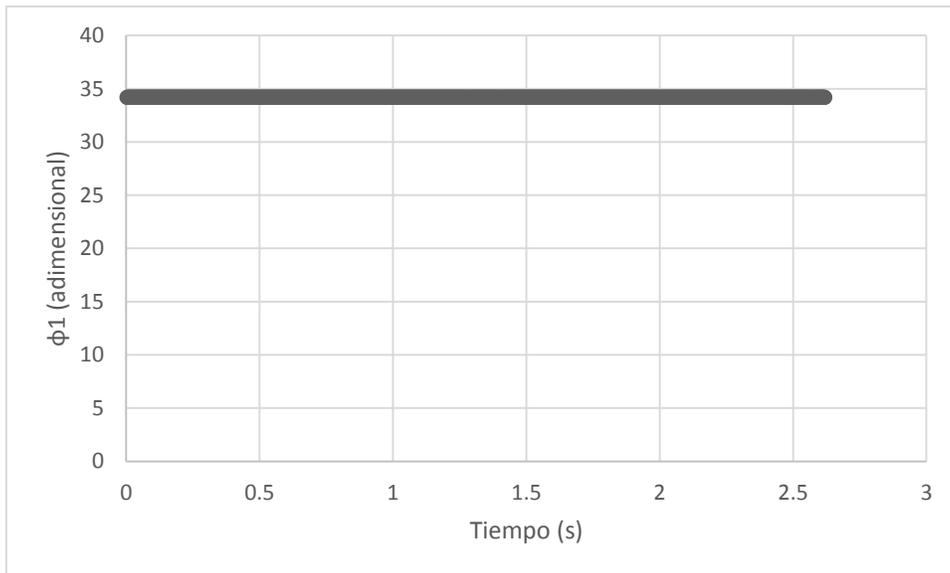


Figura 5.28. Curva de la variable ϕ_1

Se puede observar que el controlador óptimo aplicado al modelo simple del motor de inducción no provoca la saturación del material magnético del motor ($i_{0m} = i_{0max} = 6.6808A$ durante todo el tiempo de arranque) y mantiene la amplitud de la corriente del estator por debajo del valor admisible de dicha corriente ($i_{1m} = 8.15A < i_1^0 = 25A$).

5.2.2.2. Motor de 500 HP.

Para realizar la simulación de la maquina con el controlador óptimo se utilizará el control tipo a). Las figuras siguientes representan las curvas de las variables de interés para el motor de 500 HP.

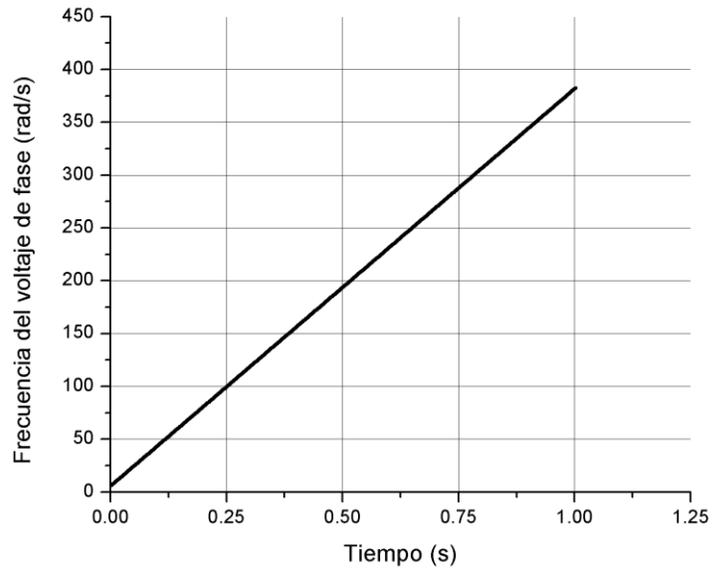


Figura 5.29. Frecuencia del voltaje de fase.

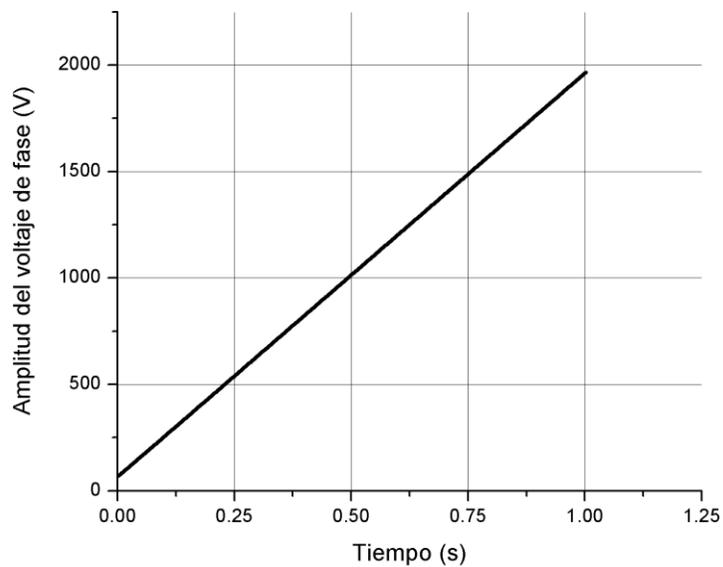


Figura 5.30. Amplitud del voltaje de fase.

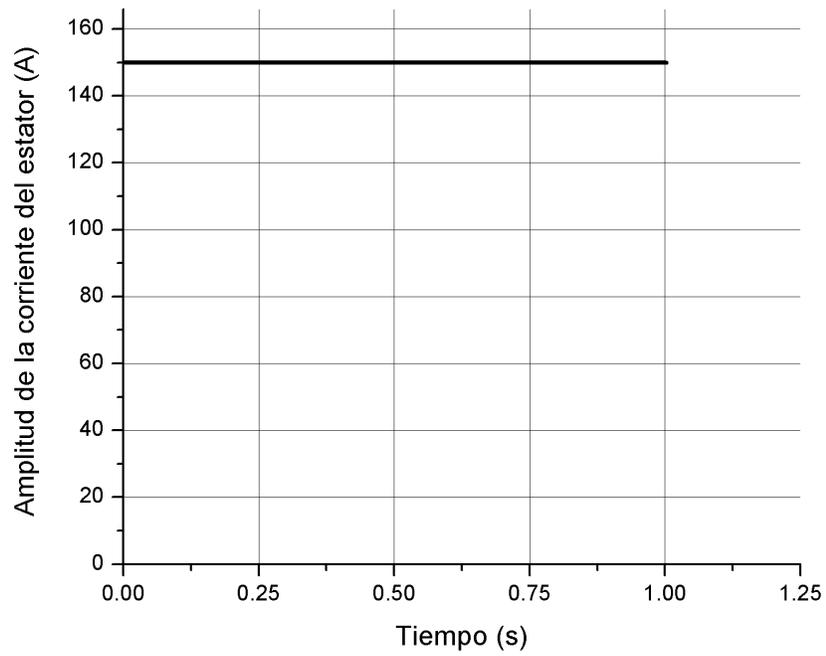


Figura 5.31. Amplitud de la corriente del estator.

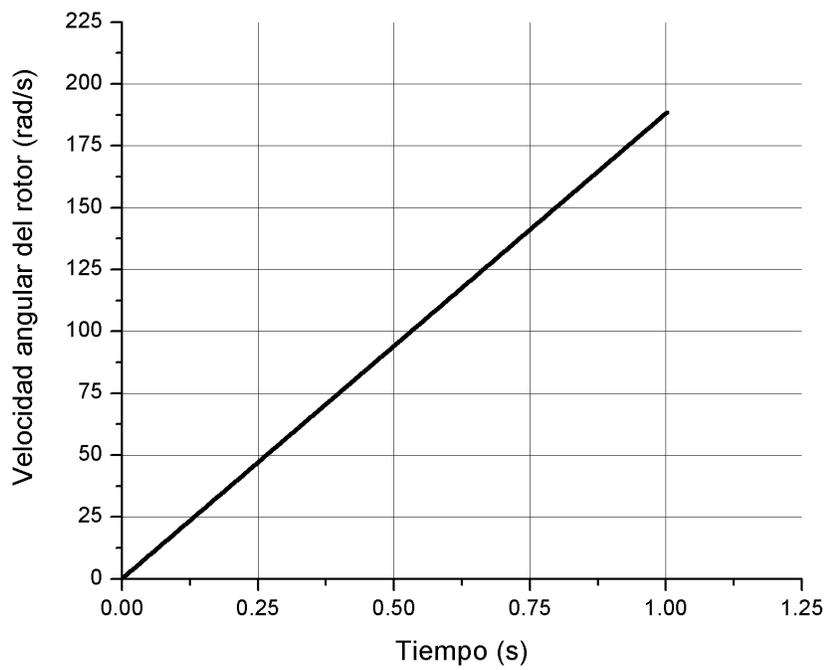


Figura 5.32. Velocidad angular del rotor.

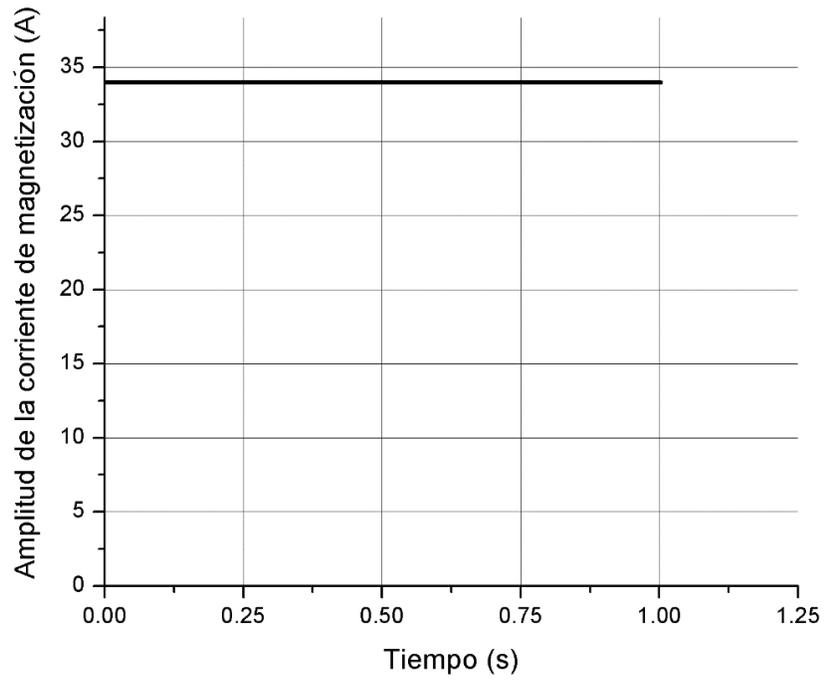


Figura 5.33. Amplitud de corriente de magnetización.

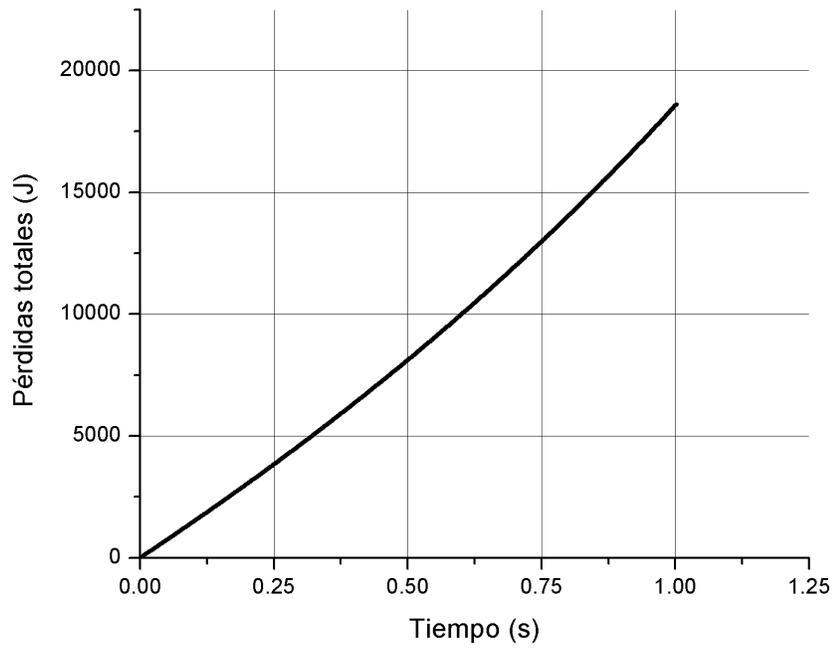


Figura 5.34. Pérdidas totales.

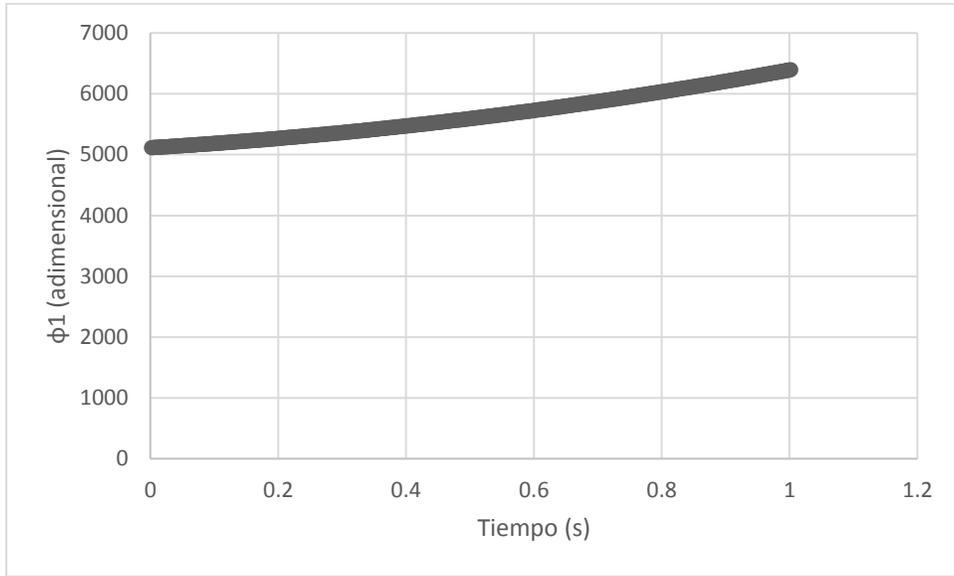


Figura 5.35. Curva de la variable ϕ_1

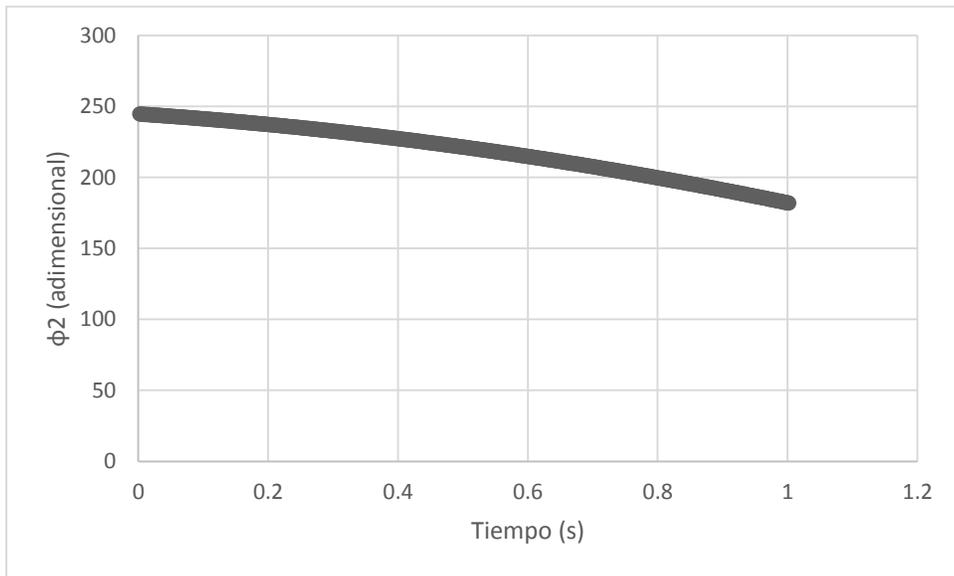


Figura 5.36. Curva de la variable ϕ_2

Se puede observar que el controlador óptimo aplicado al modelo simple del motor no provoca la saturación del material magnético del motor ($i_{0m} = i_{0max} = 34A$ por todo el tiempo de arranque) y mantiene la amplitud de la corriente del estator al valor admisible ($i_1^0 = 150A$).

5.2.2.3. Motor de 2250 HP.

Para realizar la simulación de la maquina con el controlador óptimo se utilizara el control tipo a). Las figuras siguientes muestran las curvas de las variables de interés para el motor de 2250 HP.

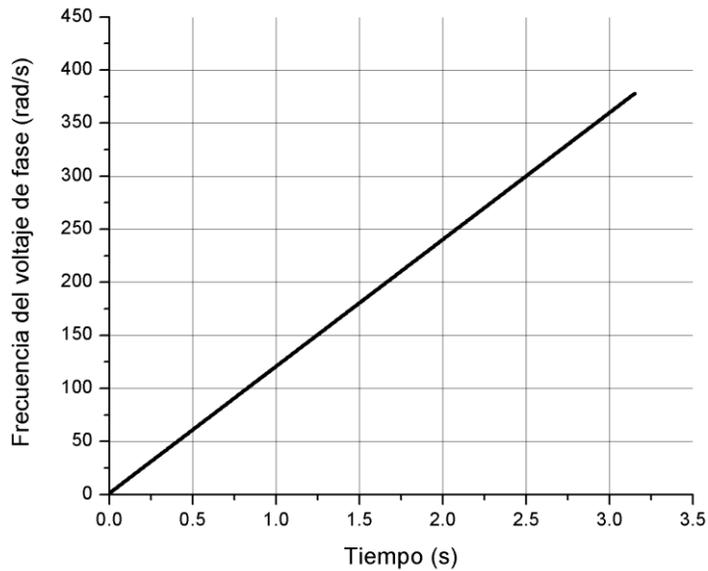


Figura 5.37. Frecuencia del voltaje de fase.

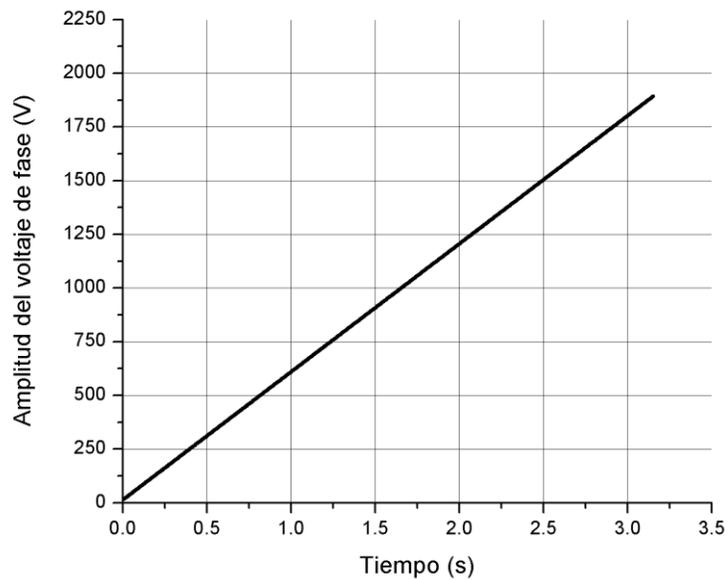


Figura 5.38. Amplitud del voltaje de fase.

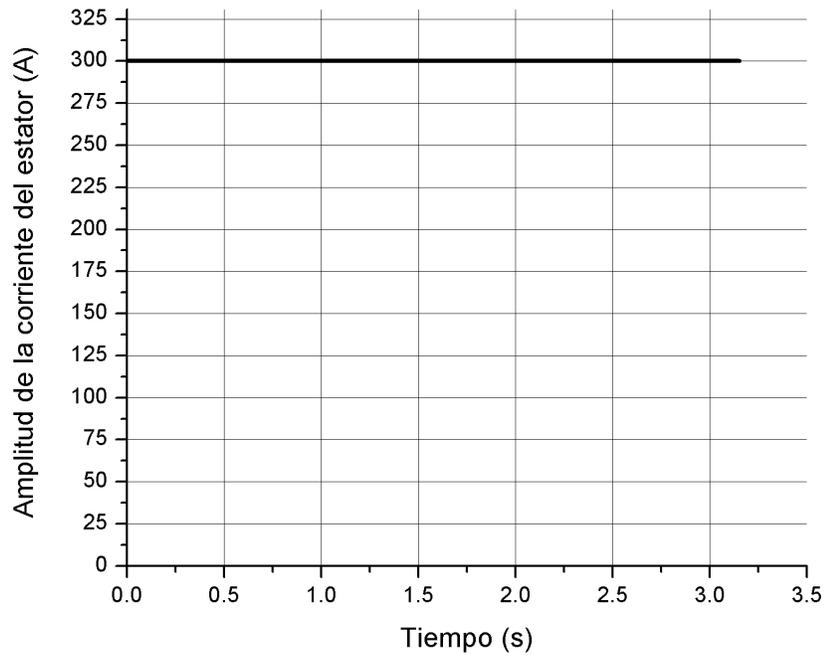


Figura 5.39. Amplitud de la corriente del estator.

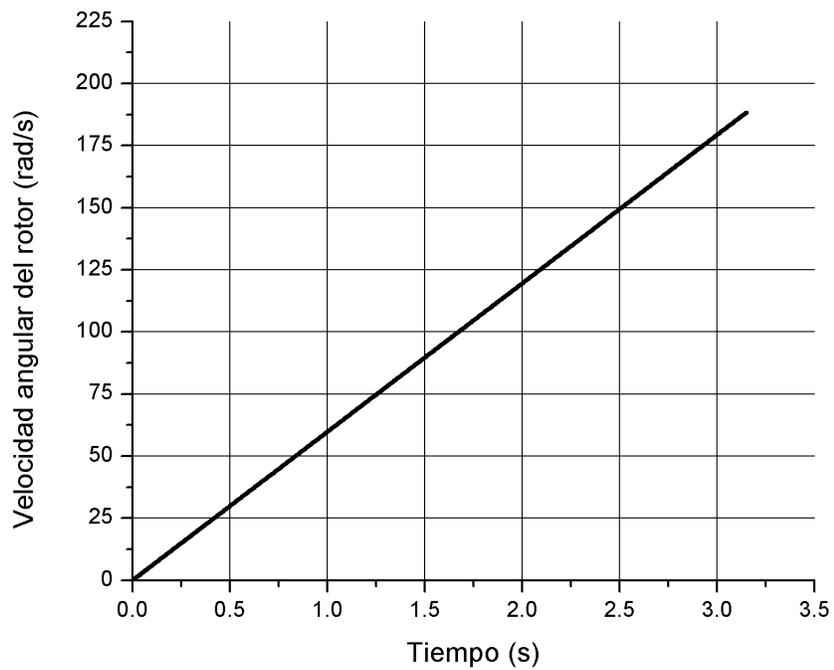


Figura 5.40. Velocidad angular del rotor.

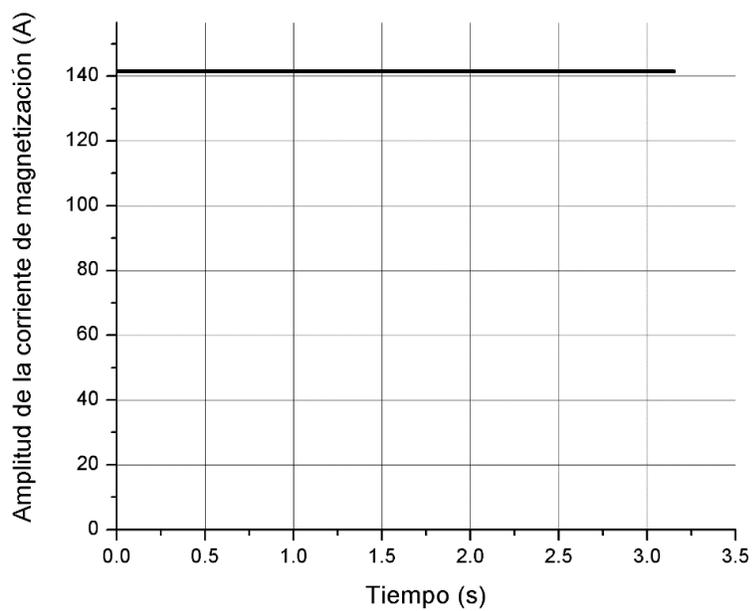


Figura 5.41. Amplitud de corriente de magnetización.

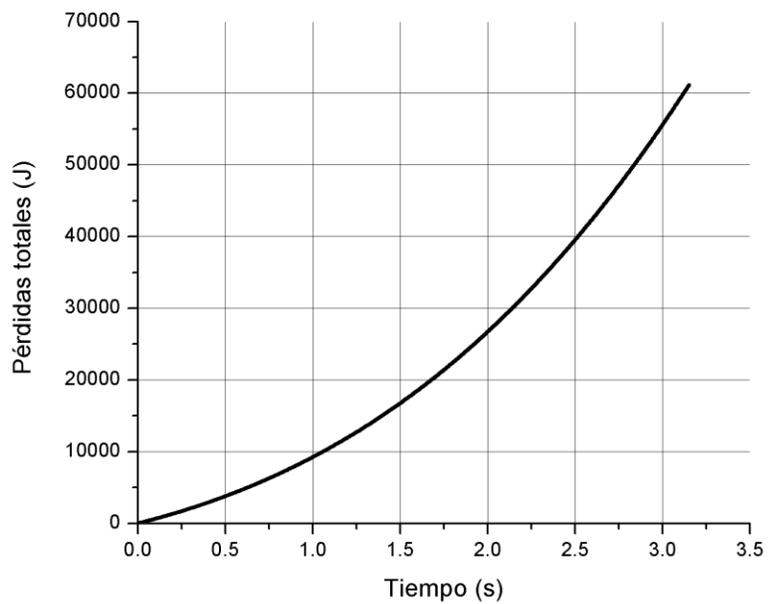


Figura 5.42. Pérdidas totales.

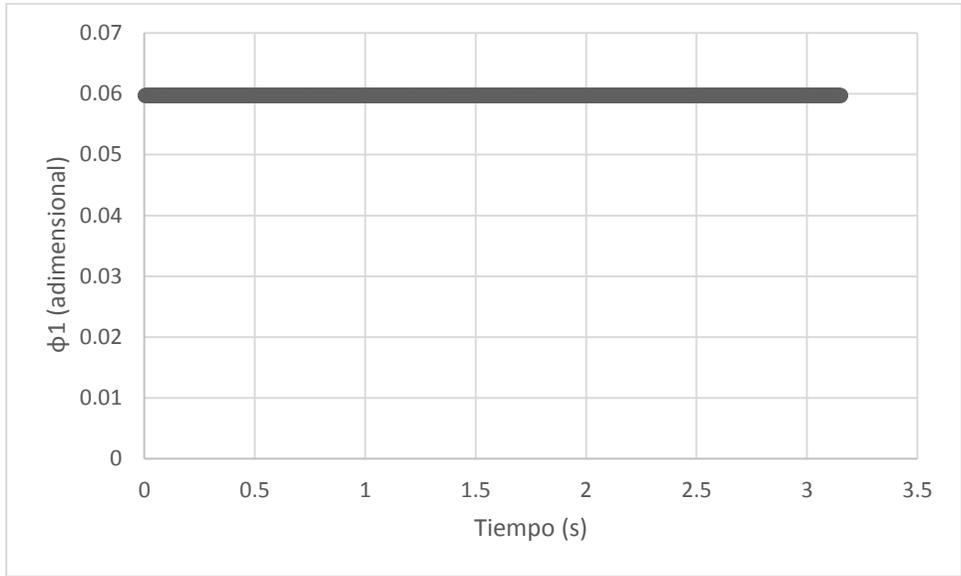


Figura 5.43. Curva de la variable ϕ_1

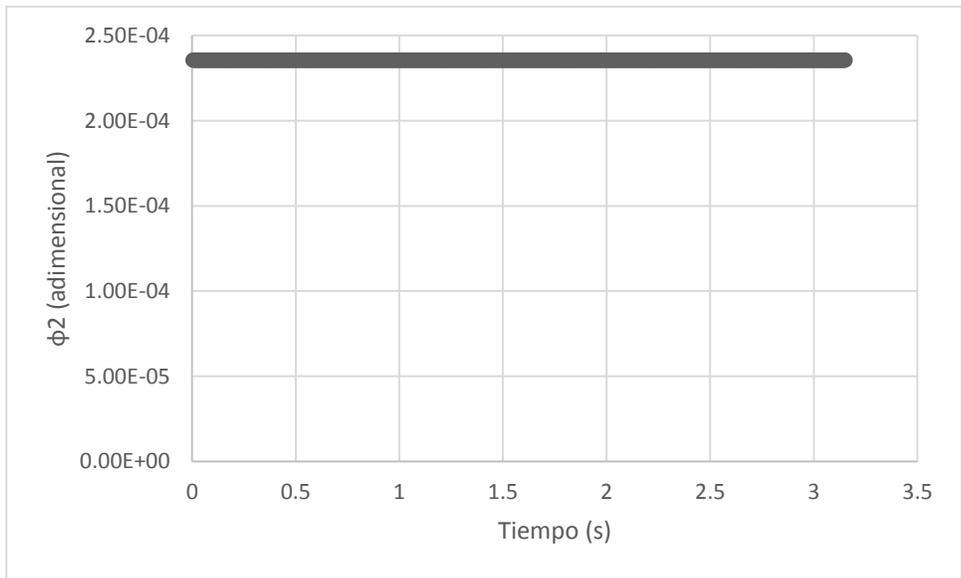


Figura 5.44. Curva de la variable ϕ_2

Se puede observar que el controlador óptimo aplicado al modelo simple no provoca la saturación del núcleo magnético del motor ($i_{0m} = i_{0max} = 141.56A$ por todo el tiempo de arranque) y mantiene la amplitud de la corriente del estator al valor admisible $i_1^0 = 300A$.

5.3 Sistema de control óptimo diseñado sobre la base del modelo simple aplicado al modelo que considera los transitorios electromagnéticos.

A continuación se presentan los resultados de la aplicación del controlador óptimo (diseñado en el capítulo 4) al modelo del motor de inducción representado por el modelo complejo 1. En primer lugar se cubrirá el caso en que se cumple la condición $i_1^0 \leq i_{11s\ min}$ y después el caso en que se cumple la condición $i_1^0 > i_{11s\ min}$.

5.3.1 Simulación del caso en que se cumple $i_1^0 \leq i_{11s\ min}$.

El programa P2 ha entregado los resultados que se encuentran en la tabla 5.6, los cuales corresponden a los valores de las pérdidas magnéticas, eléctricas y totales, además el tiempo de arranque y los valores máximos de la amplitud de corriente del estator y de magnetización obtenidos durante el arranque para los diferentes motores.

Tabla 5.6 Resultados del controlador óptimo aplicado al modelo que considera los transitorios electromagnéticos.

Motor	3 HP	500 HP	2250 HP
$i_{11s\ min}$	8.19(A)	44.88(A)	186(A)
i_1^0	8(A)	30(A)	150(A)
t_r	2.9706 (s)	13.052(s)	14.221 (s)
Q_e	218.5 (J)	6699.77 (J)	22978.25 (J)
Q_m	104.51 (J)	12517.735 (J)	55599.96 (J)
Q_T	323 (J)	19217.51 (J)	78578.21 (J)
$i_{1\ m}$	15.59 (A)	49.53 (A)	289.91 (A)
i_{0m}	15.37 (A)	32.46 (A)	288.3 (A)

Utilizando el valor del tiempo de arranque t_r en el programa P3 se obtienen los datos para realizar las gráficas de las variables de interés. En los siguientes apartados se muestran las curvas que describen el sistema con los diferentes motores.

5.3.1.1. Motor de 3 HP.

Las curvas que corresponden al motor de 3 HP son las siguientes:

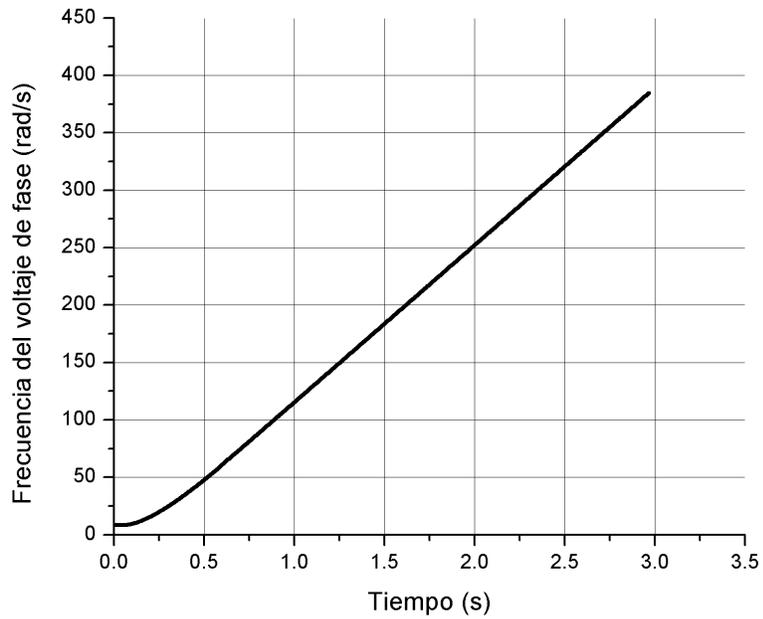


Figura 5.45. Frecuencia del voltaje de fase.

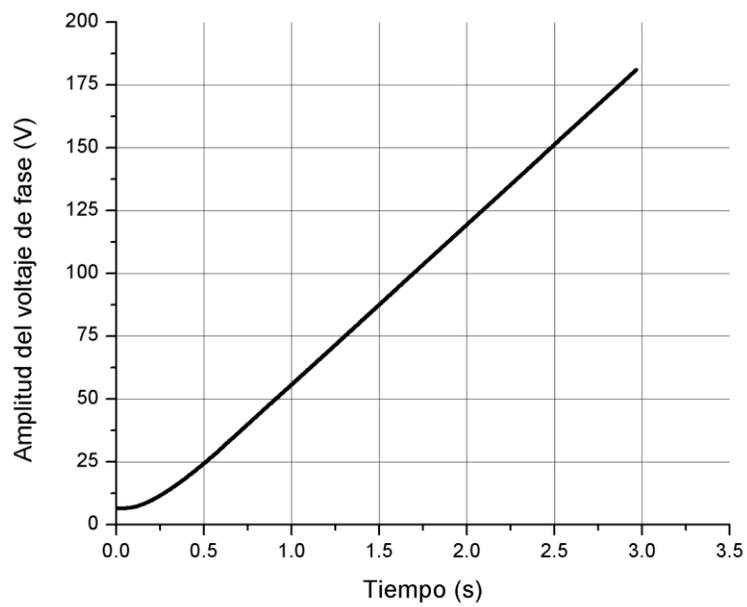


Figura 5.46. Amplitud del voltaje de fase.

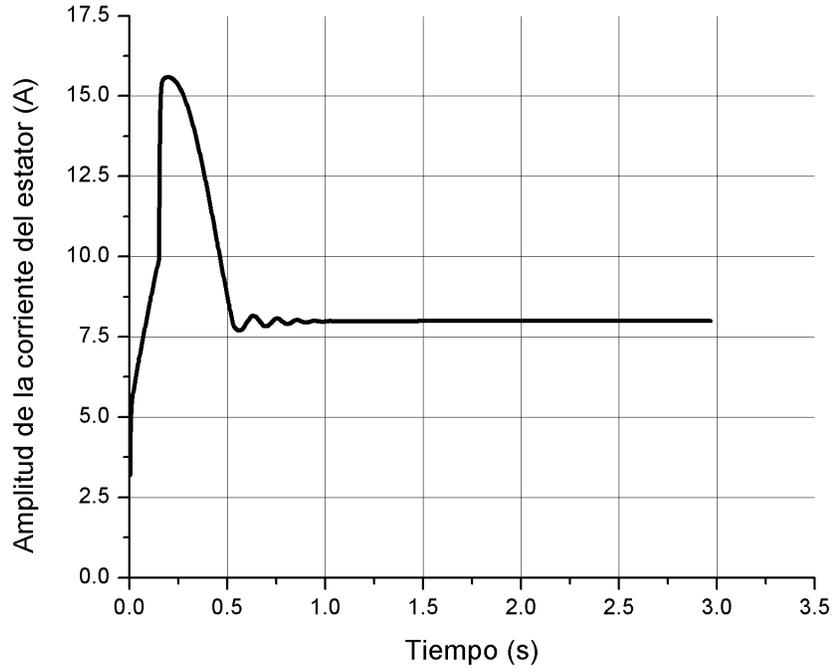


Figura 5.47. Amplitud de la corriente del estator.

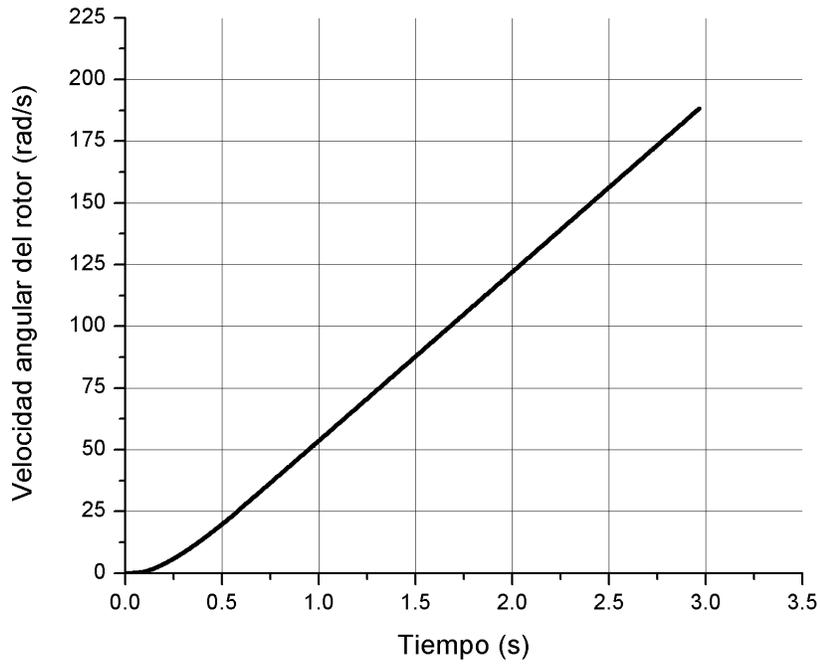


Figura 5.48. Velocidad angular del rotor.

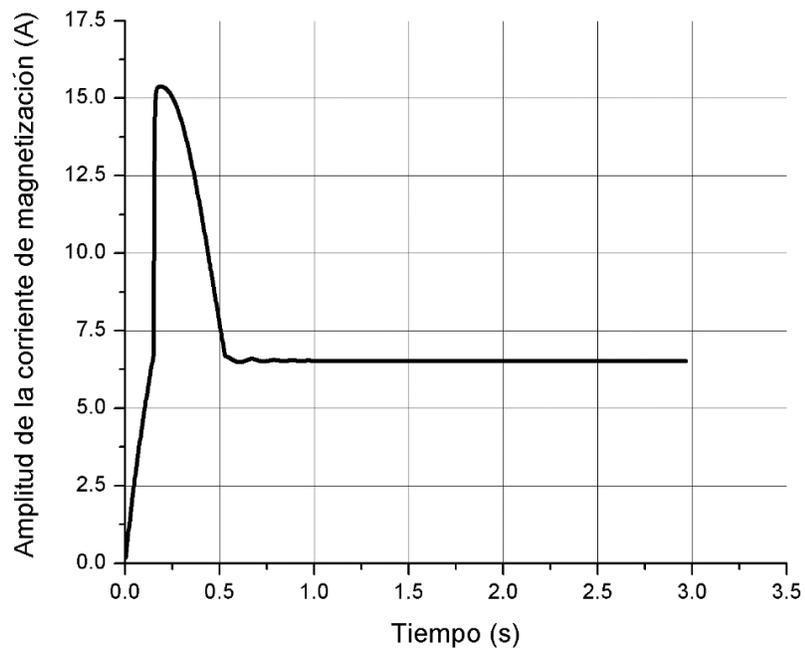


Figura 5.49. Amplitud de corriente de magnetización.

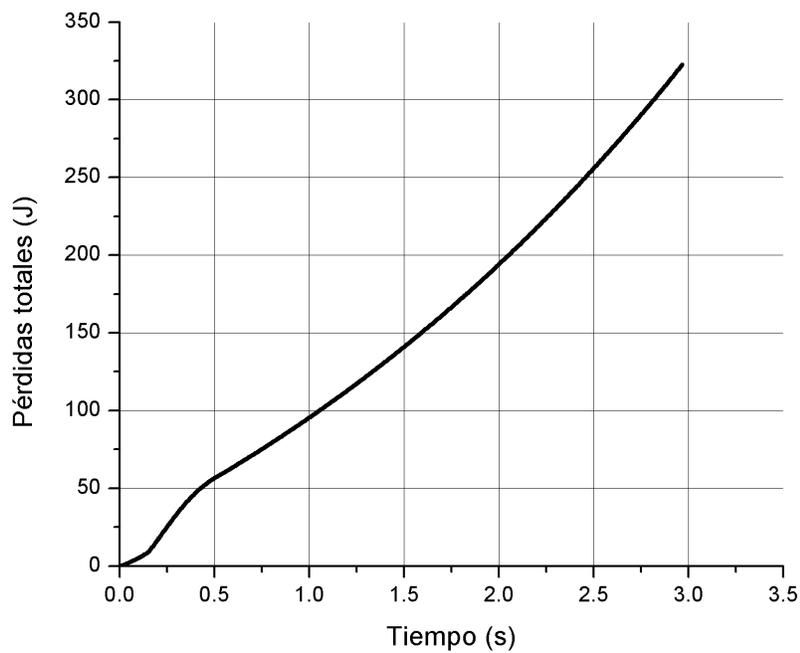


Figura 5.50. Pérdidas totales.

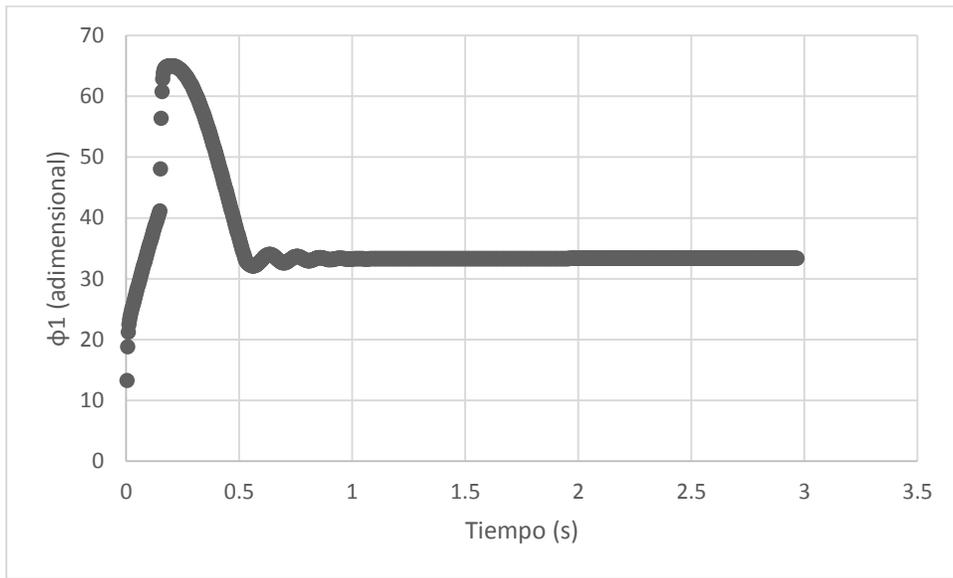


Figura 5.51. Curva de la variable ϕ_1

Se puede observar que el controlador óptimo aplicado al modelo que considera los transitorios electromagnéticos aumenta el tiempo de arranque cerca de 8% respecto del tiempo de arranque del caso ideal (aplicación del controlador óptimo al modelo simple), aumenta las pérdidas de energía eléctrica cerca del 13% respecto del caso ideal, aumenta el valor máximo de la amplitud de la corriente del estator casi dos veces (el sobrepaso del valor admisible es casi 100%) así como mantiene la amplitud de la corriente de magnetización por un tiempo relativamente largo (cerca del 17% de todo el tiempo de arranque) por arriba de su valor admisible para que no ocurra la saturación del material magnético del motor.

5.3.1.2. Motor de 500 HP.

Las siguientes figuras muestran los resultados que corresponden al motor de 500 HP.

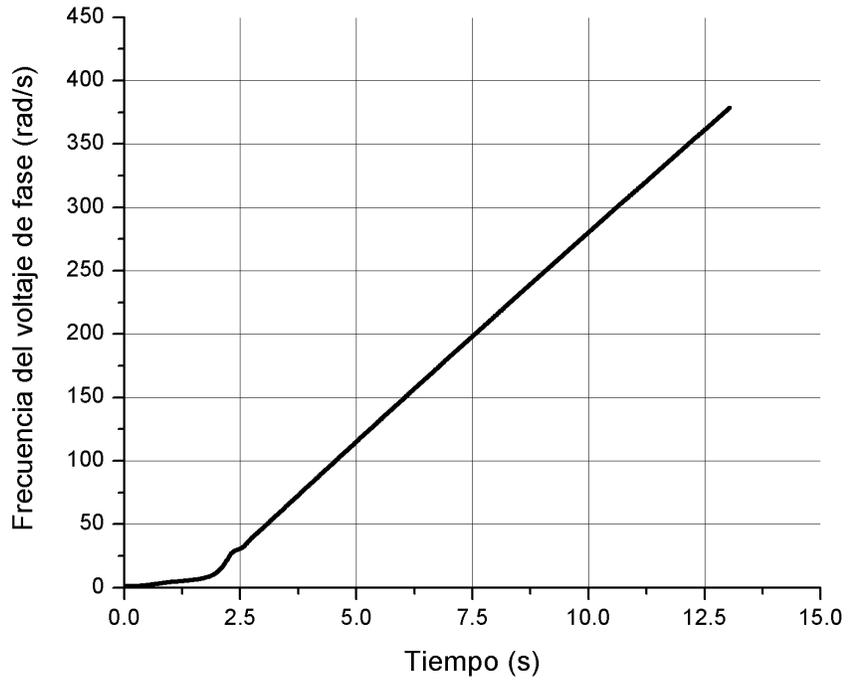


Figura 5.52. Frecuencia del voltaje de fase.

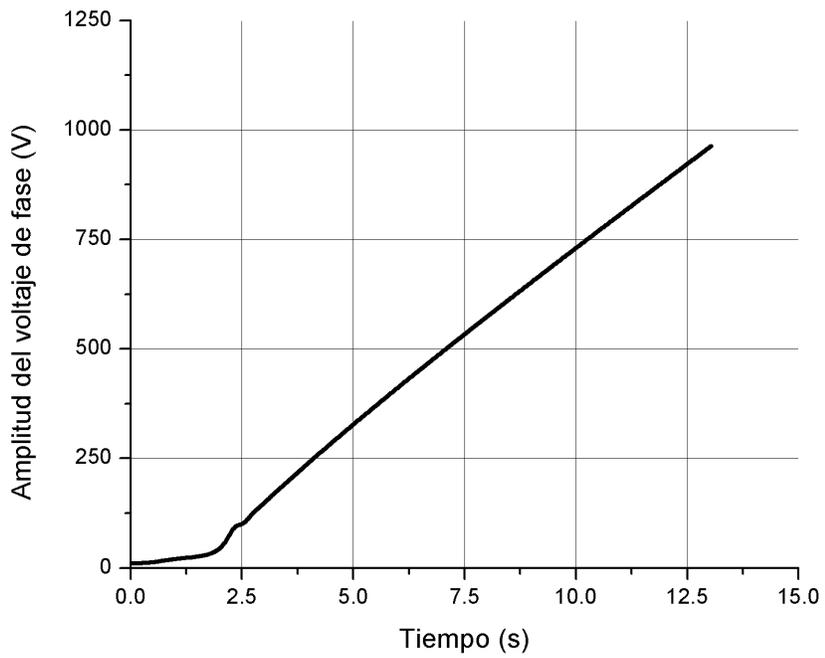


Figura 5.53. Amplitud del voltaje de fase.

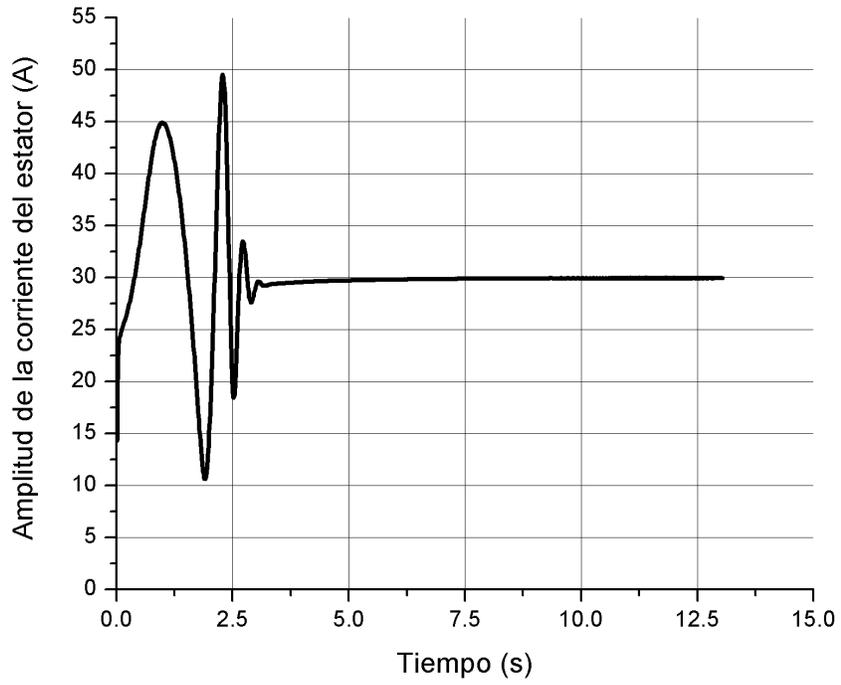


Figura 5.54. Amplitud de la corriente del estator.

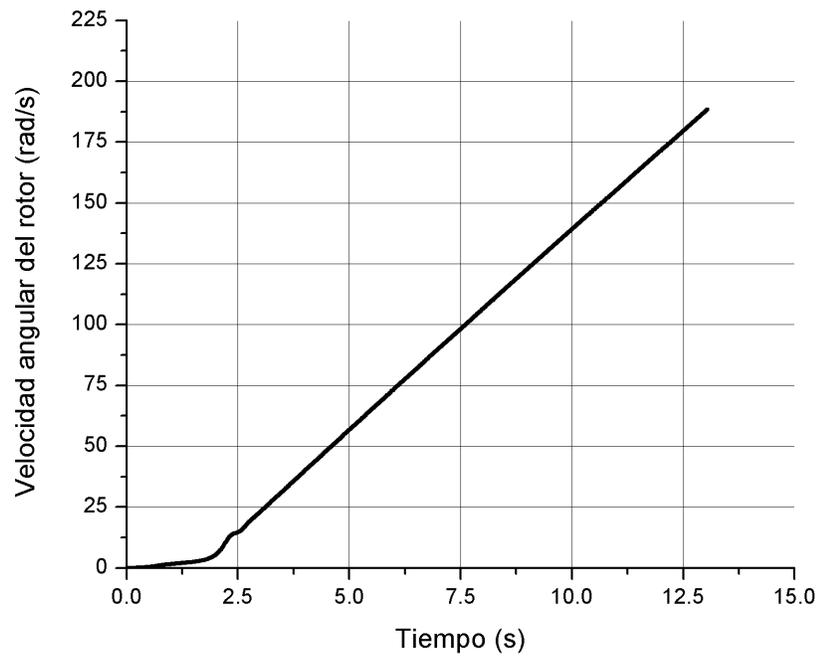


Figura 5.55. Velocidad angular del rotor.

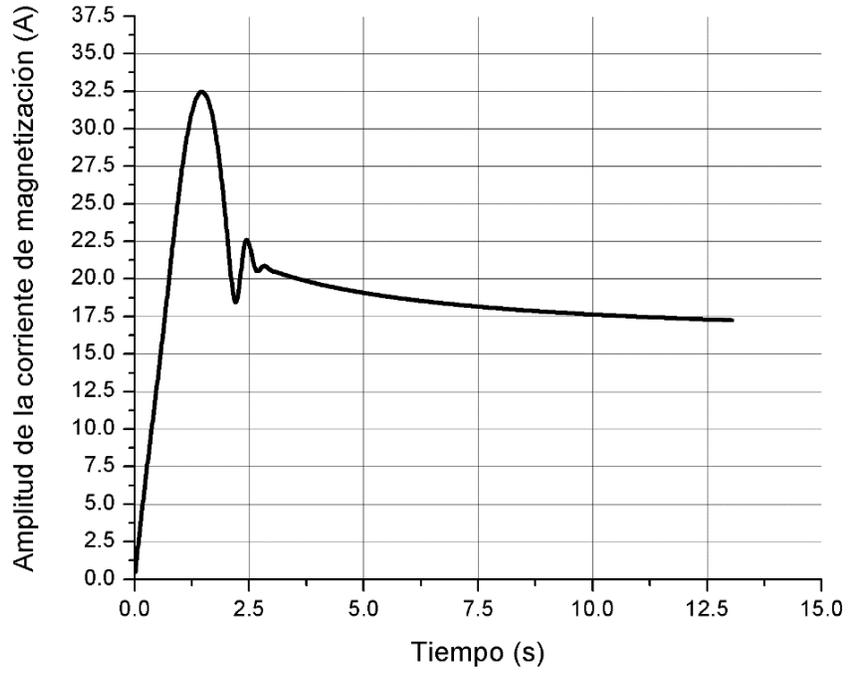


Figura 5.56. Amplitud de corriente de magnetización.

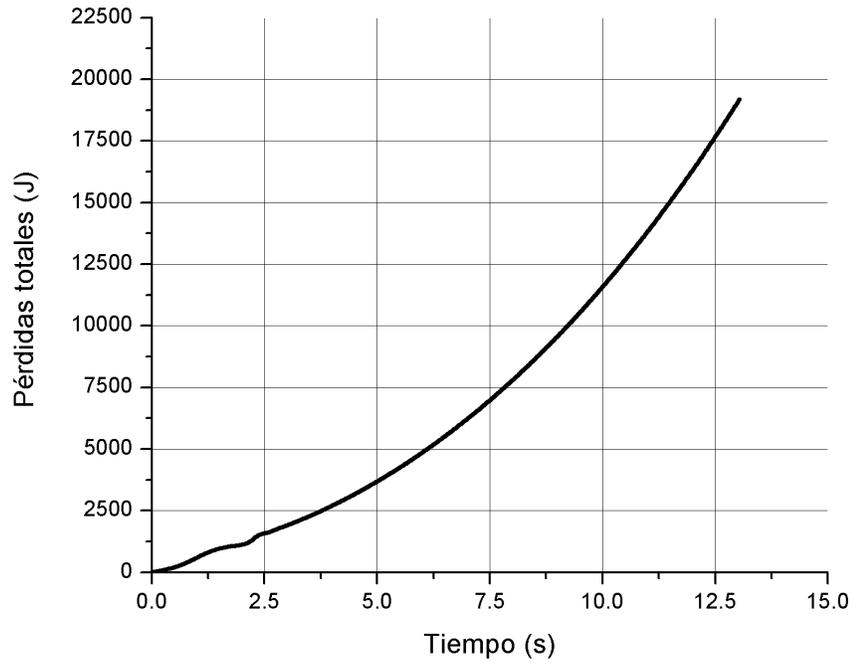


Figura 5.57. Pérdidas totales.

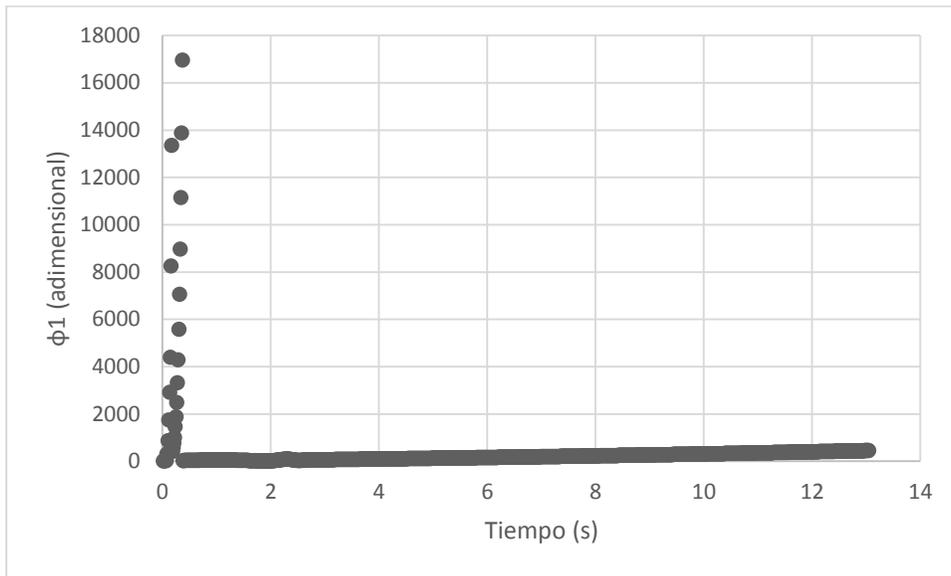


Figura 5.58. Curva de la variable ϕ_1

Se puede observar que el controlador óptimo aplicado al modelo que considera los transitorios electromagnéticos aumenta el tiempo de arranque cerca de 14.6% con respecto al tiempo de arranque del caso ideal (aplicación del controlador óptimo al modelo simple), aumenta las pérdidas de energía eléctrica cerca de 5.9% respecto al caso ideal, aumenta el valor máximo de la amplitud de la corriente del estator sobrepasando su valor admisible $i_1^0 = 30A$ cerca de 65%, mantiene el valor máximo de la amplitud de la corriente de magnetización por debajo del valor $i_{0\ max} = 34A$ lo que garantiza que no ocurre la saturación del material magnético del motor.

5.3.1.3. Motor de 2250 HP.

Las figuras siguientes muestran las curvas de las variables de interés para el motor de 2250 HP.

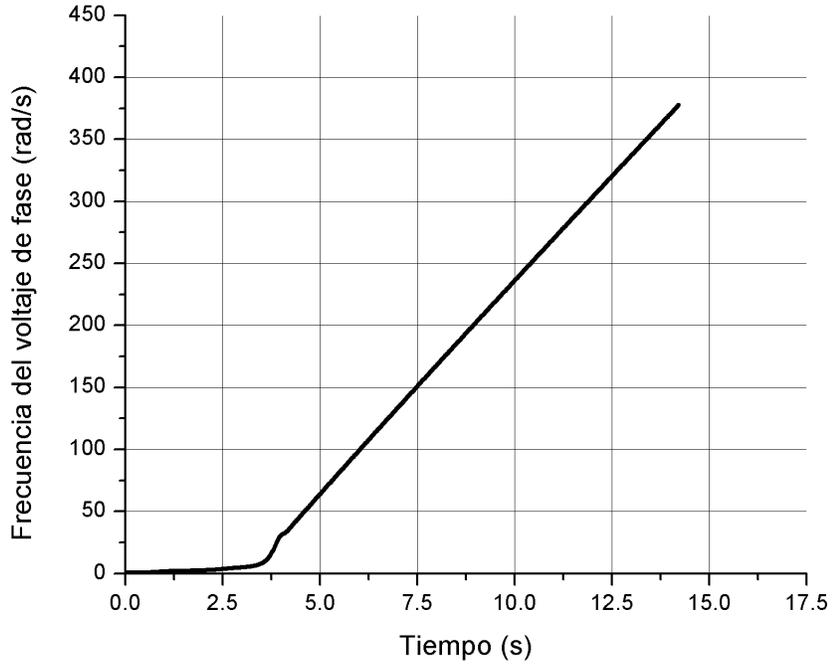


Figura 5.59. Frecuencia del voltaje de fase.

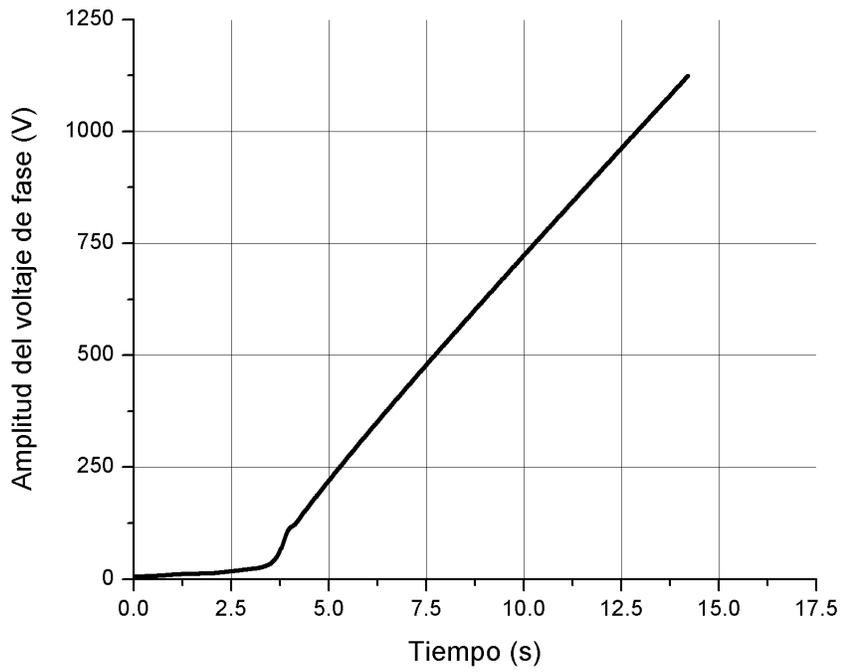


Figura 5.60. Amplitud del voltaje de fase.

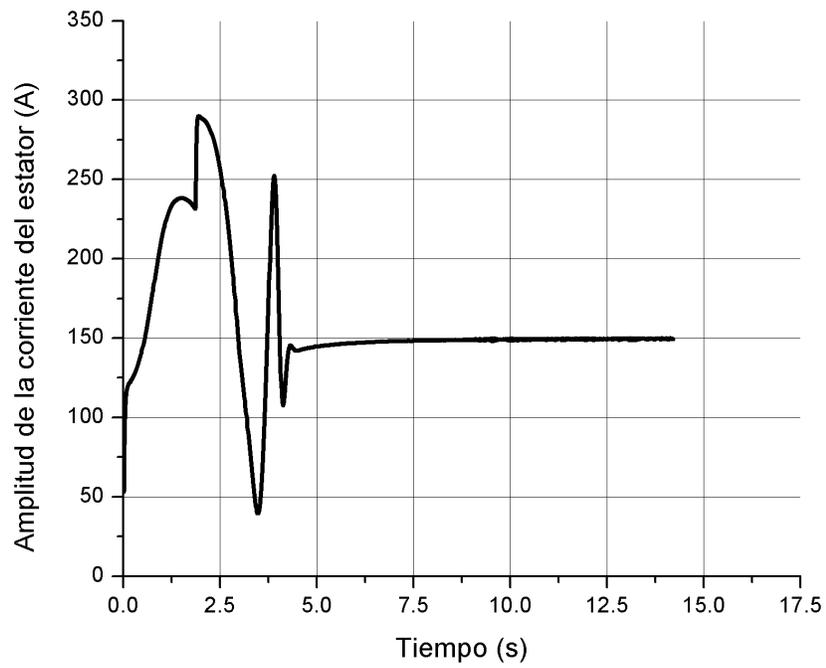


Figura 5.61. Amplitud de la corriente del estator.

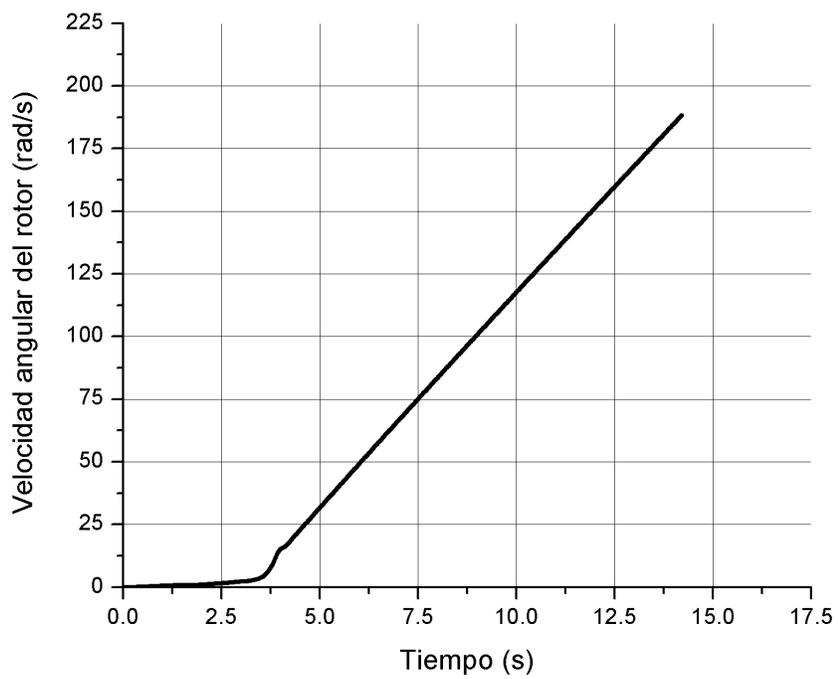


Figura 5.62. Velocidad angular del rotor.

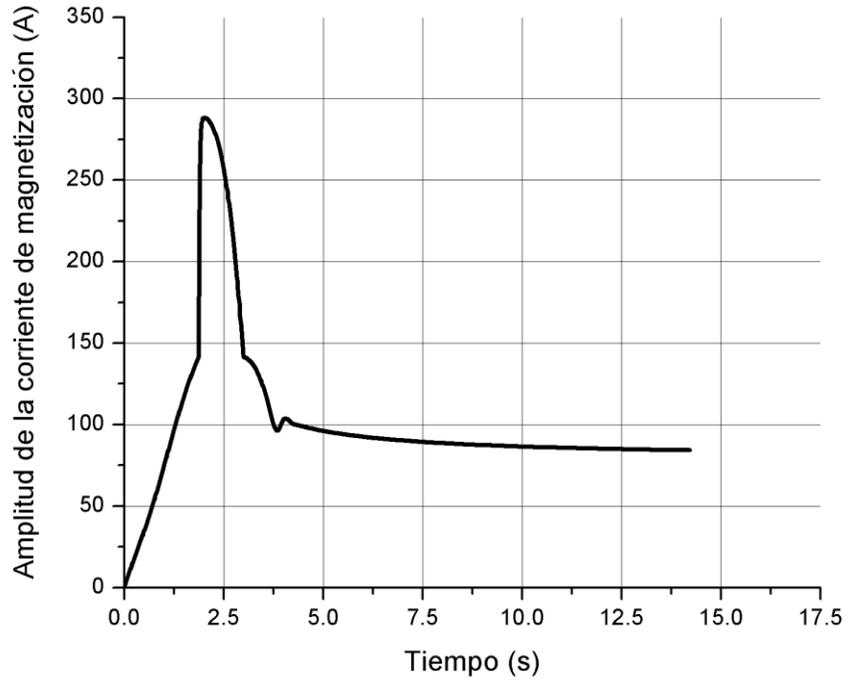


Figura 5.63. Amplitud de corriente de magnetización.

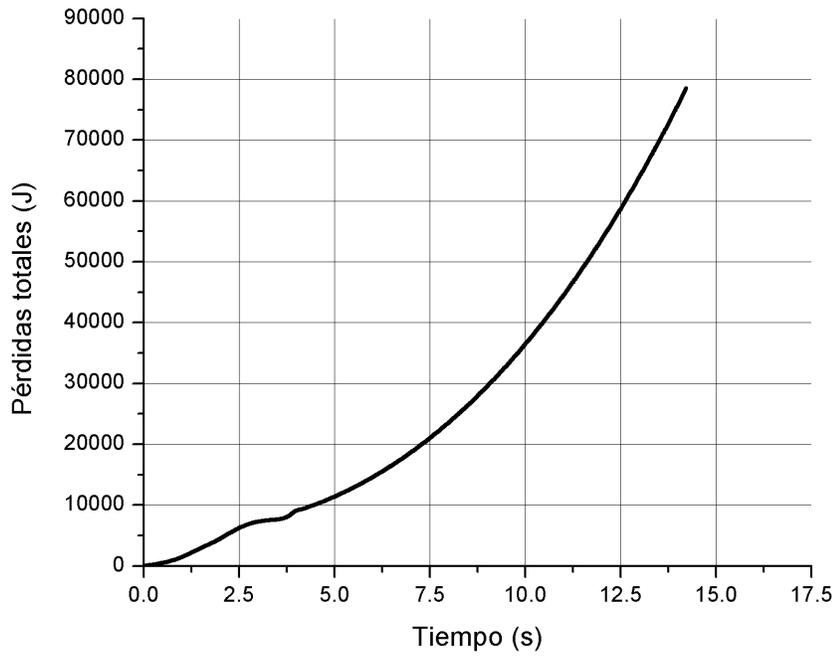


Figura 5.64. Pérdidas totales.

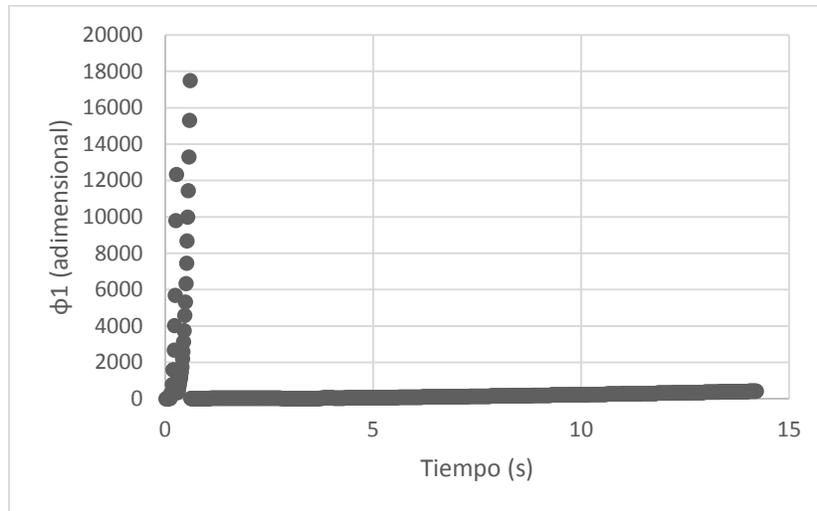


Figura 5.65. Curva de la variable φ_1

Se puede observar que el controlador óptimo aplicado al modelo que considera los transitorios electromagnéticos aumenta el tiempo de arranque cerca de 29.5% respecto al caso ideal (el controlador óptimo aplicado al modelo simple), aumenta las pérdidas totales cerca de 10.6% respecto del caso ideal, aumenta el valor máximo de la amplitud de la corriente del estator sobrepasando su valor admisible $i_1^0 = 150A$ cerca del 93.3%, mantiene el valor de la amplitud de la corriente de magnetización por arriba de su valor de saturación durante cerca del 10% del tiempo de arranque.

5.3.2. Simulación del caso en que se cumple $i_1^0 > i_{11s\ min}$.

Los dos tipos de control entre los que se debe elegir son el control tipo a) y el control tipo b), entonces en base a las pérdidas que ambos controles provoquen se puede elegir la mejor de las opciones. Los resultados de la aplicación del programa P2 para los dos tipos de control mencionado se presentan en la tabla 5.7.

Tabla 5.7 Pérdidas eléctricas para los dos distintos controles posibles.

Motor	3 HP		500 HP		2250 HP	
$i_{11s\ max}$	8.19(A)		56.55(A)		200.14(A)	
i_1^0	25(A)		150(A)		300(A)	
Control	Tipo a)	Tipo b)	Tipo a)	Tipo b)	Tipo a)	Tipo b)
t_r	0.564 (s)	2.857 (s)	1.366 (s)	5.3763 (s)	4.722 (s)	8.7227 (s)
Q_e	657.9 (J)	233.45 (J)	25823.95 (J)	11436.03 (J)	56506.32 (J)	42935.2 (J)
Q_m	26.89 (J)	104.55 (J)	4139.057 (J)	13796.23 (J)	42554.37 (J)	78887.88 (J)
Q_T	689.79 (J)	338 (J)	29963.005 (J)	25232.27 (J)	99060.69 (J)	121823.08 (J)
$i_{1\ m}$	57.35 (A)	16.22 (A)	340.11 (A)	117.1 (A)	948.15 (A)	632.20 (A)
i_{0m}	55.35 (A)	15.97 (A)	336.94 (A)	116.72 (A)	947.03 (A)	631.73 (A)

Utilizando el valor del tiempo de arranque t_r , se aplica el programa P3 para obtener los datos necesarios para realizar las gráficas de las variables de interés. En los siguientes apartados se muestran las curvas que describen al sistema de control para los diferentes motores.

5.3.2.1. Motor de 3 HP.

A continuación se muestran las curvas que corresponden al motor de 3 HP usando el control tipo b) por provocar las menores pérdidas de energía.

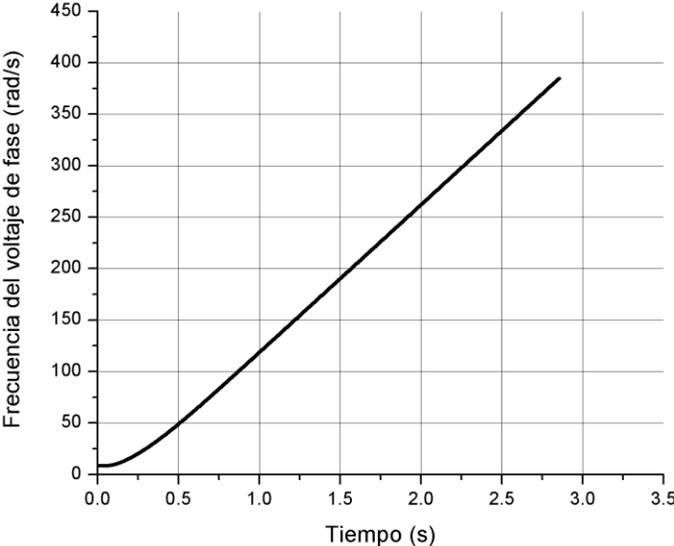


Figura 5.66. Frecuencia del voltaje de fase.

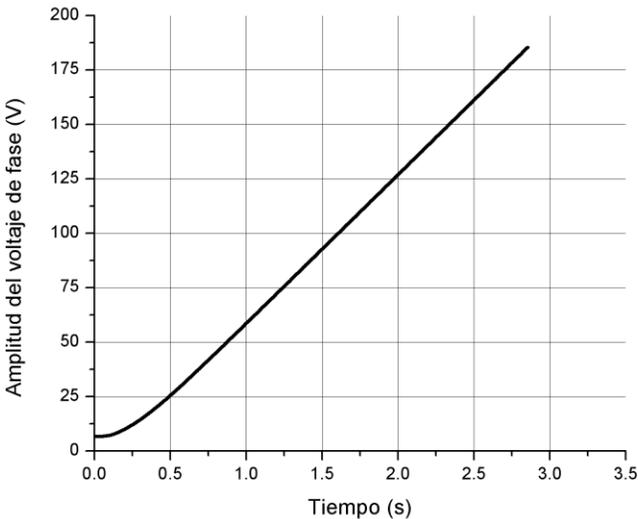


Figura 5.67. Amplitud del voltaje de fase.

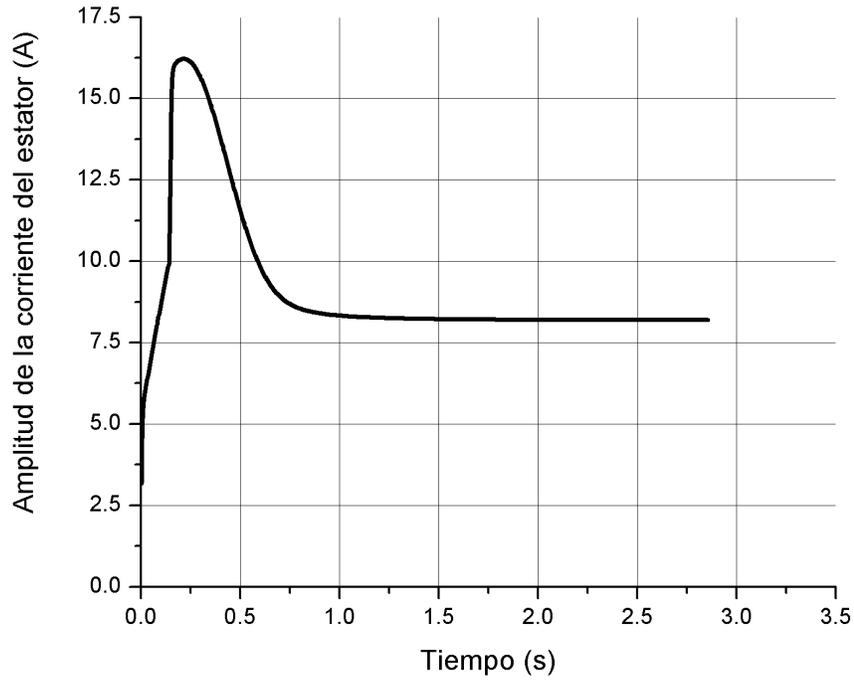


Figura 5.68. Amplitud de la corriente del estator.

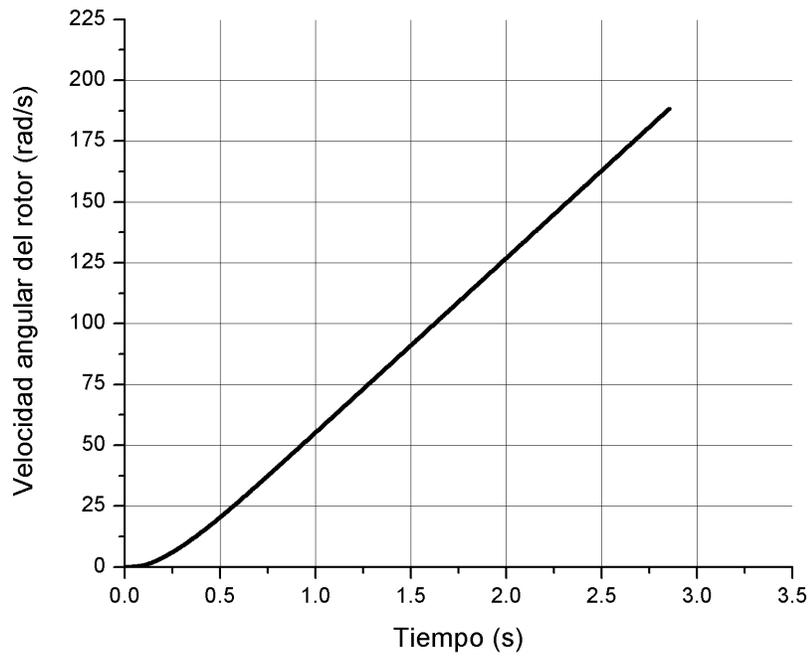


Figura 5.69. Velocidad angular del rotor.

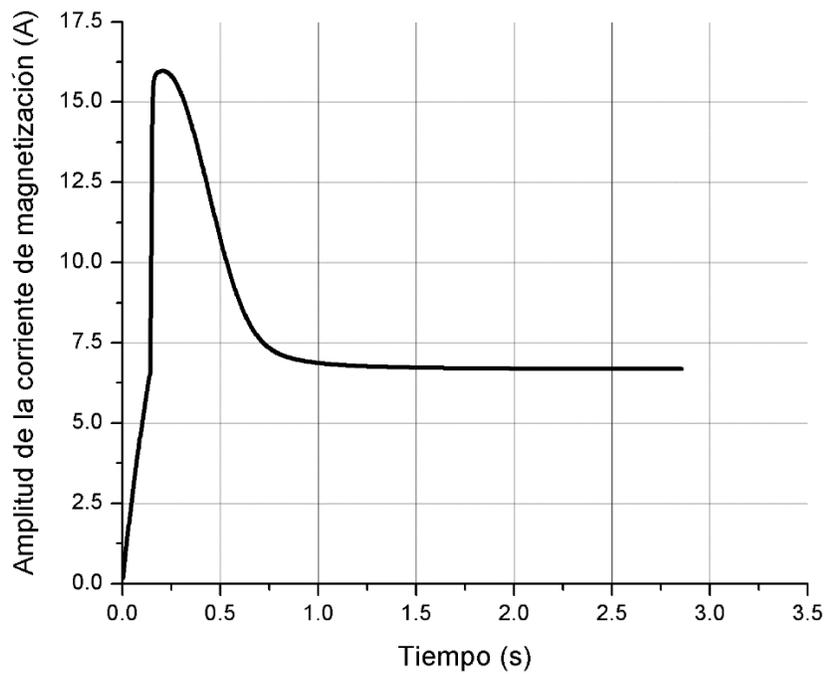


Figura 5.70. Amplitud de corriente de magnetización.

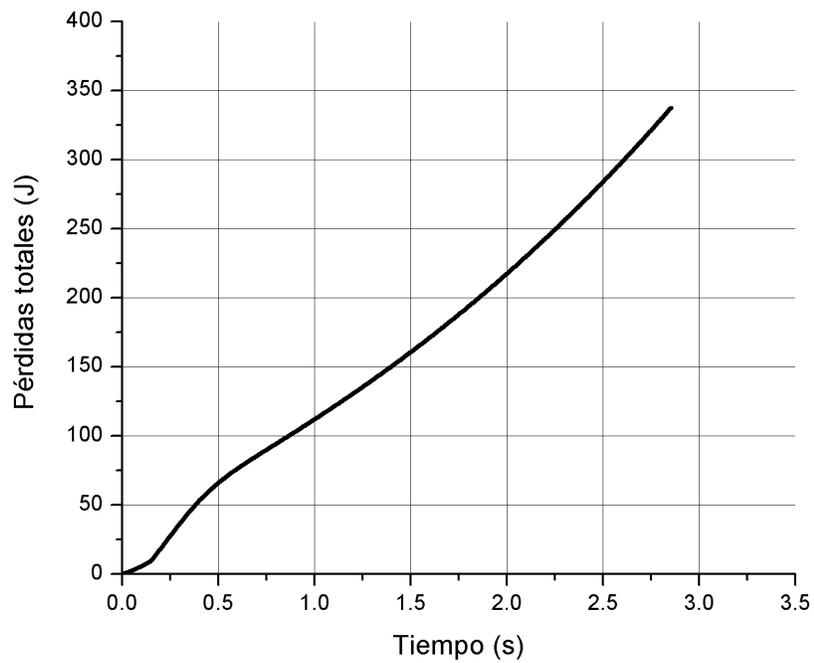


Figura 5.71. Pérdidas totales.

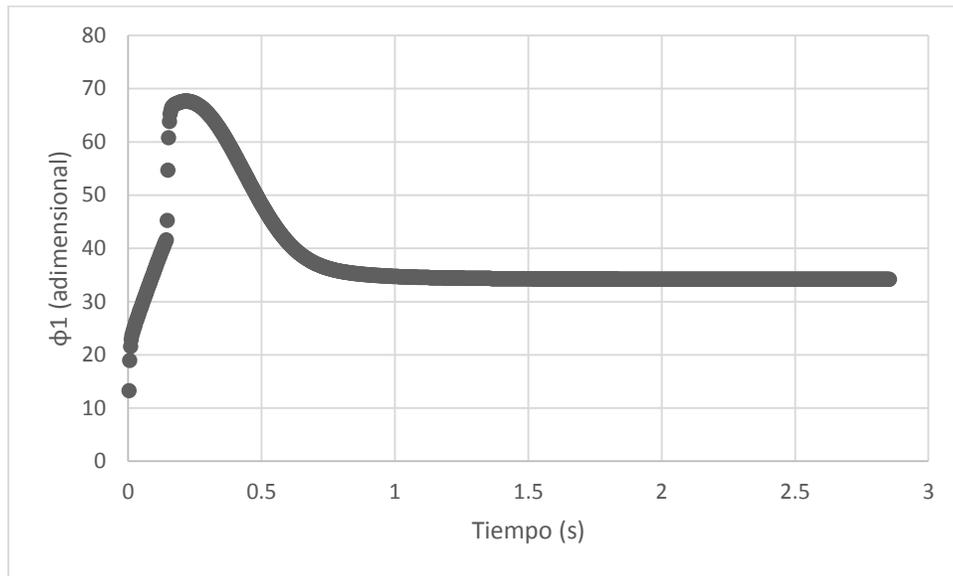


Figura 5.72. Curva de la variable ϕ_1

Se puede observar que el controlador óptimo aplicado al modelo que considera los transitorios electromagnéticos aumenta el tiempo de arranque cerca de 9% con respecto al caso ideal (el controlador óptimo aplicado al modelo sin transitorios electromagnéticos), aumenta las pérdidas de energía eléctrica cerca del 18% respecto al caso ideal, aumenta el valor máximo de la amplitud de la corriente del estator casi dos veces respecto al caso ideal pero no sobrepasando el valor admisible de dicha amplitud $i_1^0 = 25A$ y mantiene la amplitud de la corriente de magnetización por arriba de su valor máximo admisible para que no ocurra la saturación del material magnético del motor por todo el tiempo de arranque (figura 5.29).

5.3.2.2. Motor de 500 HP.

Para realizar la simulación de la maquina con el controlador óptimo se utilizará el control tipo b). Las figuras siguientes muestran las curvas de las variables de interés para el motor de 500 HP.

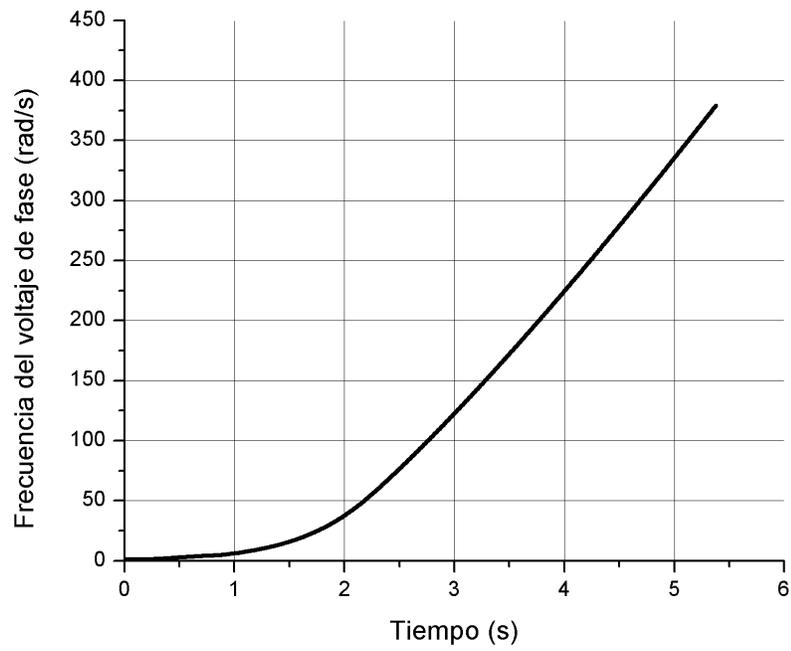


Figura 5.73. Frecuencia del voltaje de fase.

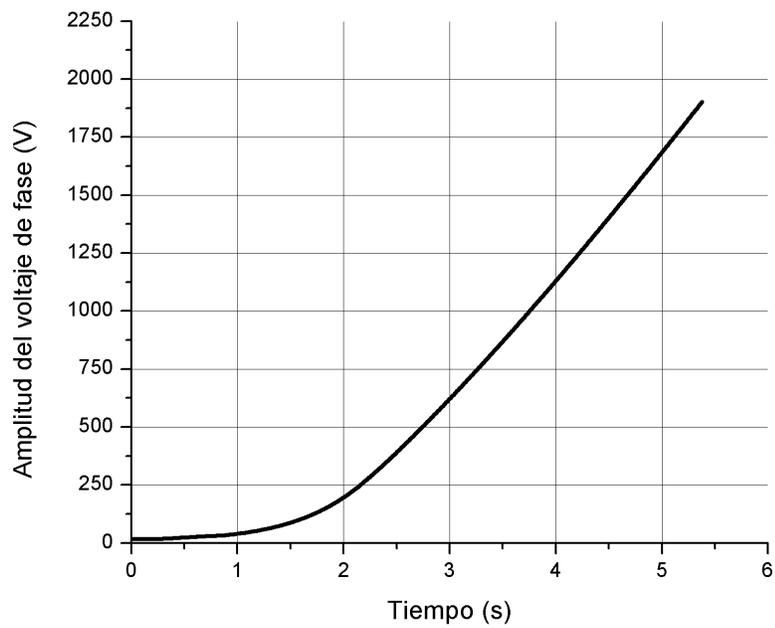


Figura 5.74. Amplitud del voltaje de fase.

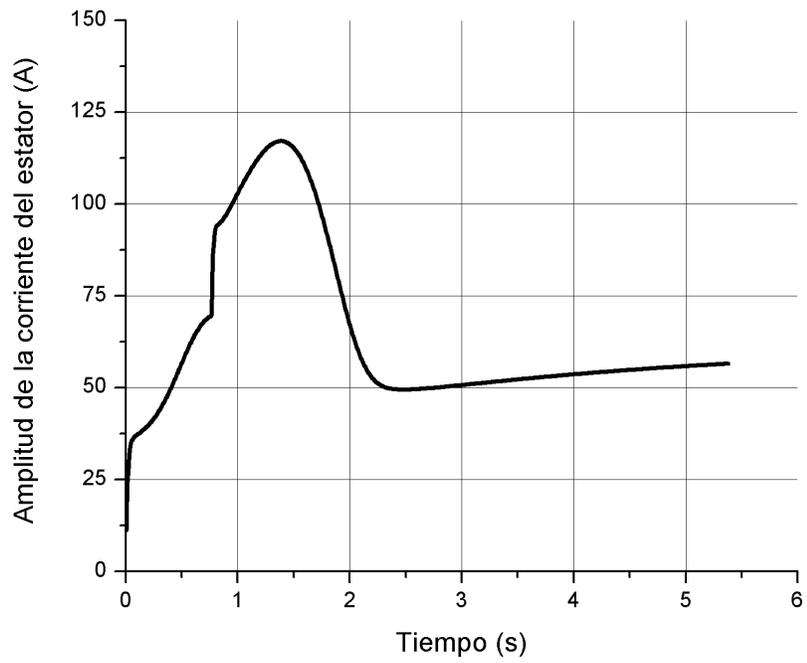


Figura 5.75. Amplitud de la corriente del estator.

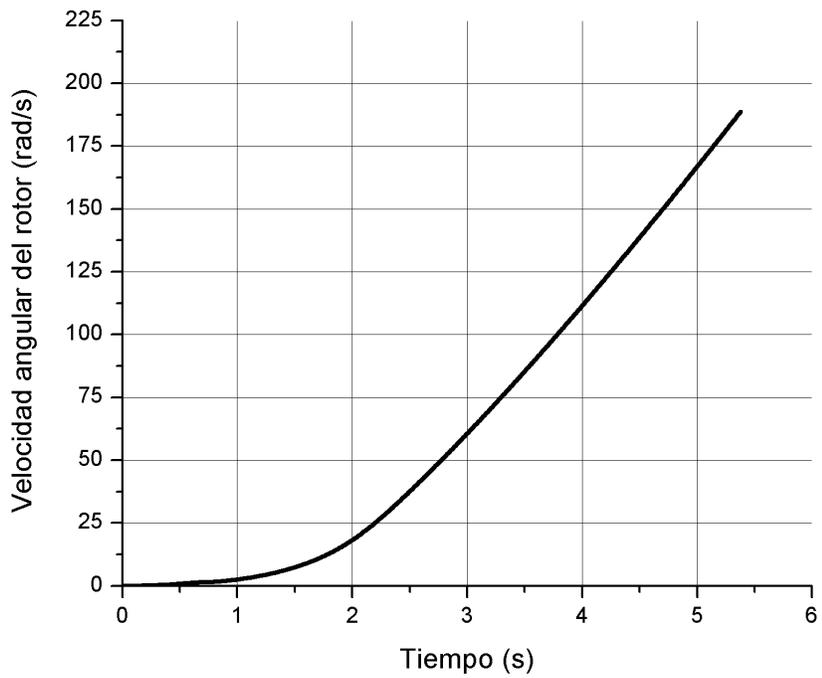


Figura 5.76. Velocidad angular del rotor.

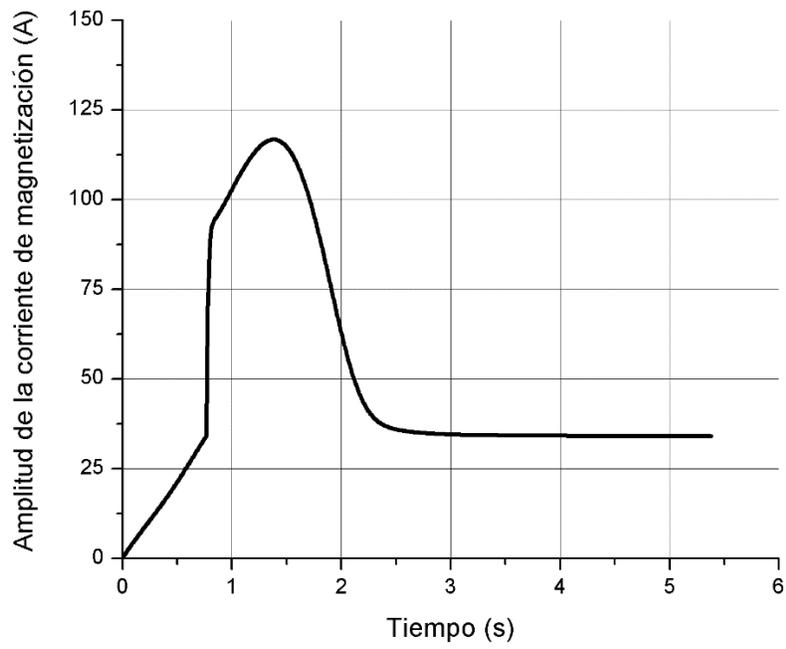


Figura 5.77. Amplitud de corriente de magnetización.

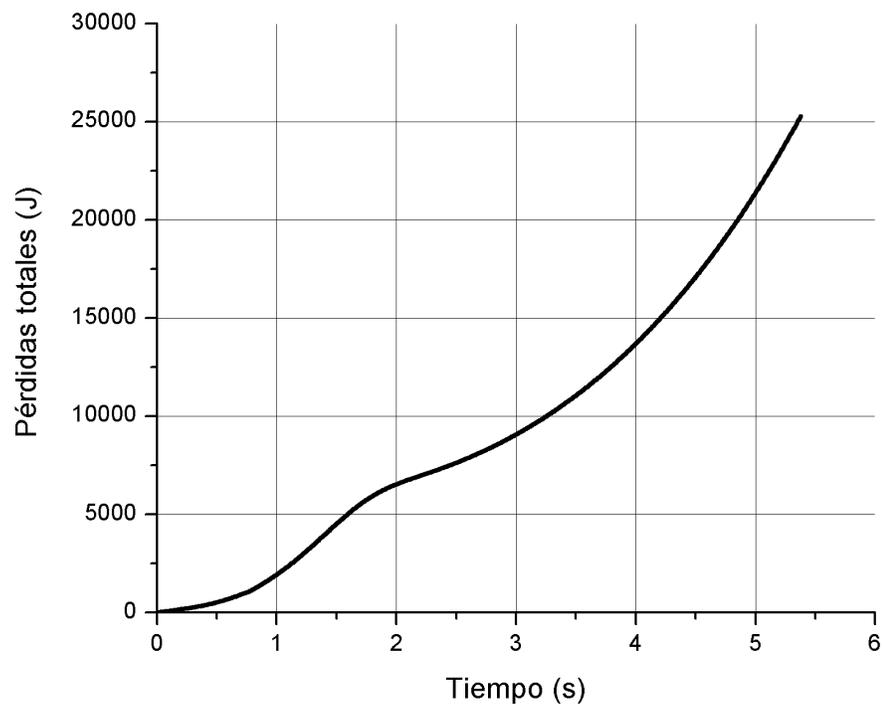


Figura 5.78. Pérdidas totales.

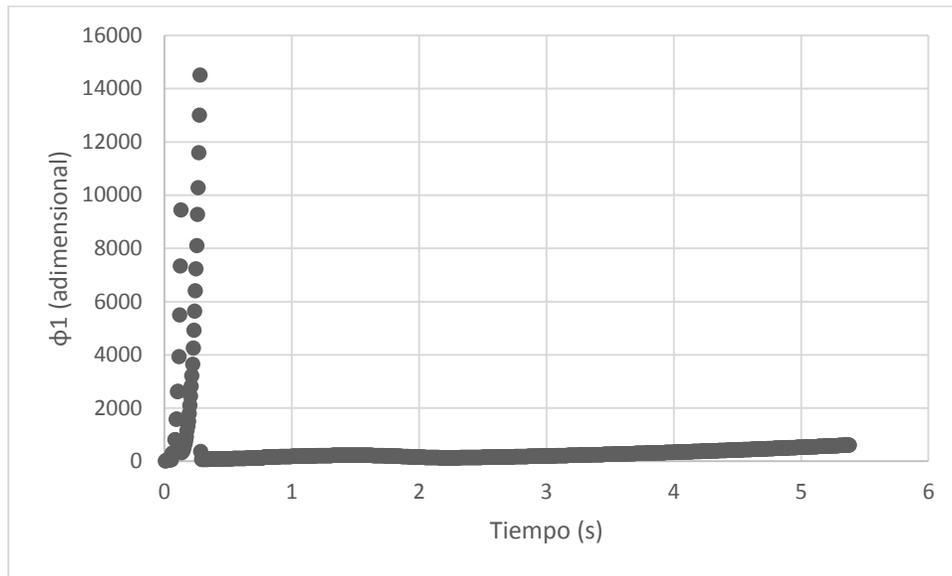


Figura 5.79. Curva de la variable φ_1

Se puede observar que el controlador óptimo aplicado al modelo que considera los transitorios electromagnéticos aumenta el tiempo de arranque más que cuatro veces (casi 437%) respecto al caso ideal (el controlador óptimo aplicado al modelo sin transitorios electromagnéticos), aumenta las pérdidas de energía eléctrica cerca del 35.3% respecto al caso ideal, mantiene la amplitud de la corriente del estator por debajo de su valor admisible $i_1^0 = 150 A$ por todo el tiempo de arranque, mantiene la amplitud de la corriente de magnetización por arriba de su valor máximo admisible para que no ocurra la saturación del material magnético del motor por un tiempo considerablemente largo que constituye cerca del 24% de todo el tiempo de arranque (figura 5.65).

5.3.2.3. Motor de 2250 HP.

Para realizar la simulación de la maquina con el controlador óptimo se utilizará el control tipo b). Las figuras siguientes muestran las curvas de las variables de interés para el motor de 2250 HP.

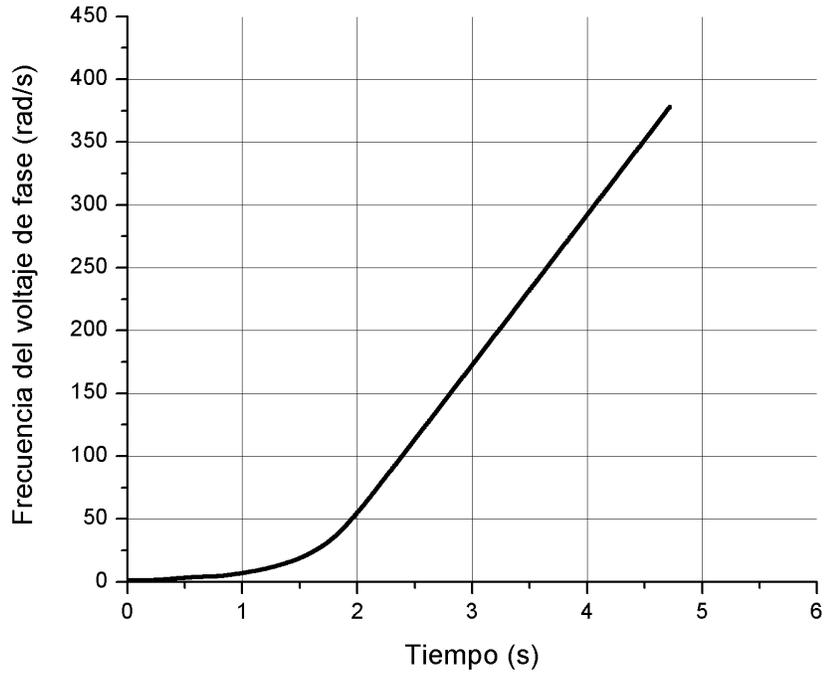


Figura 5.80. Frecuencia del voltaje de fase.

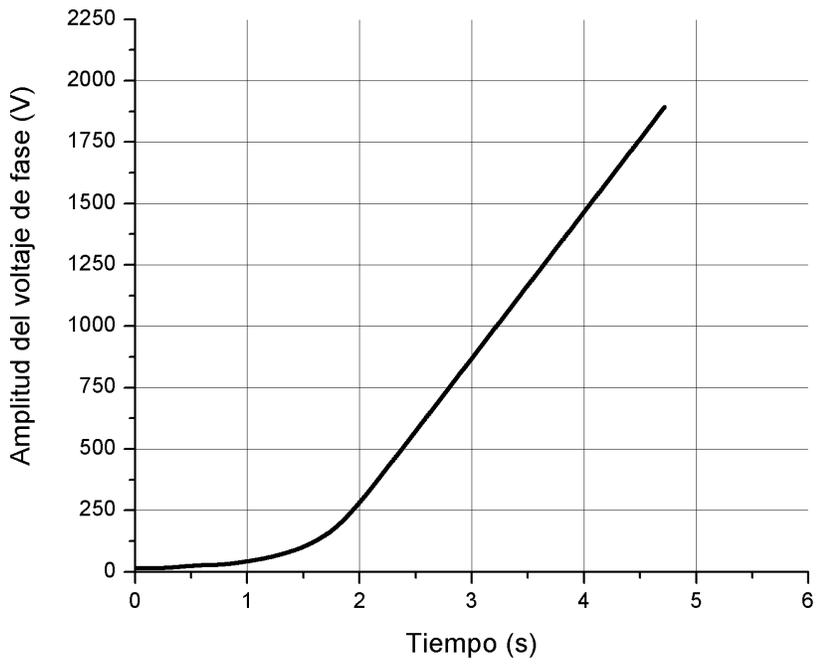


Figura 5.81. Amplitud del voltaje de fase.

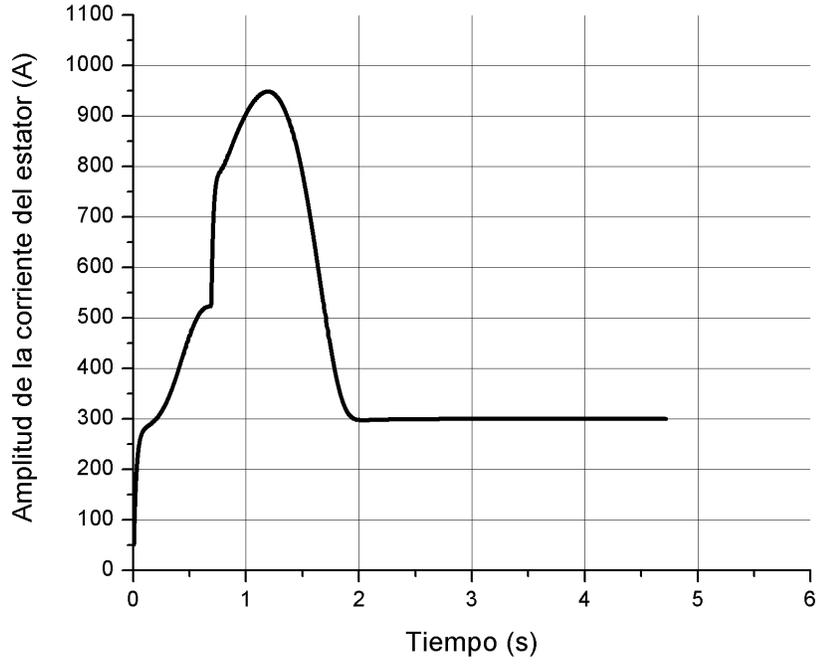


Figura 5.82. Amplitud de la corriente del estator.

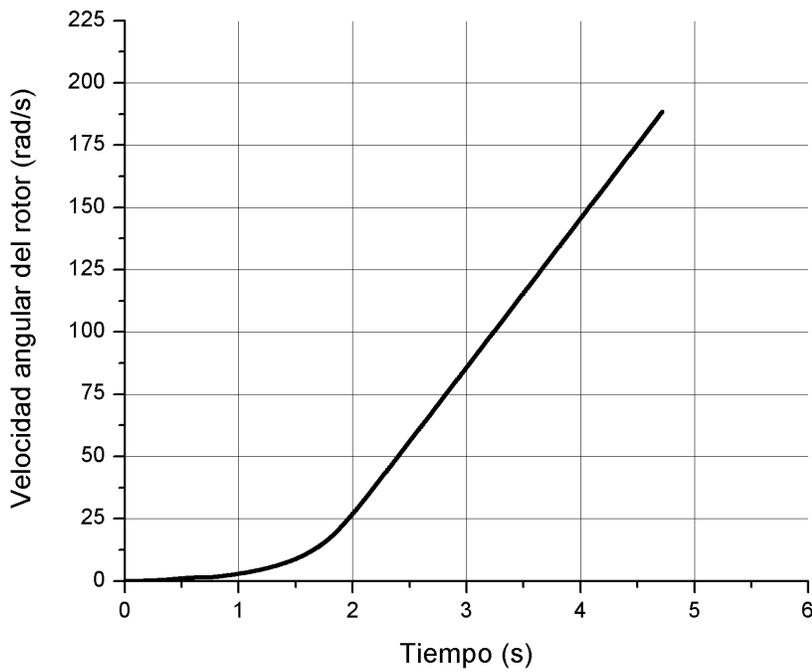


Figura 5.83. Velocidad angular del rotor.

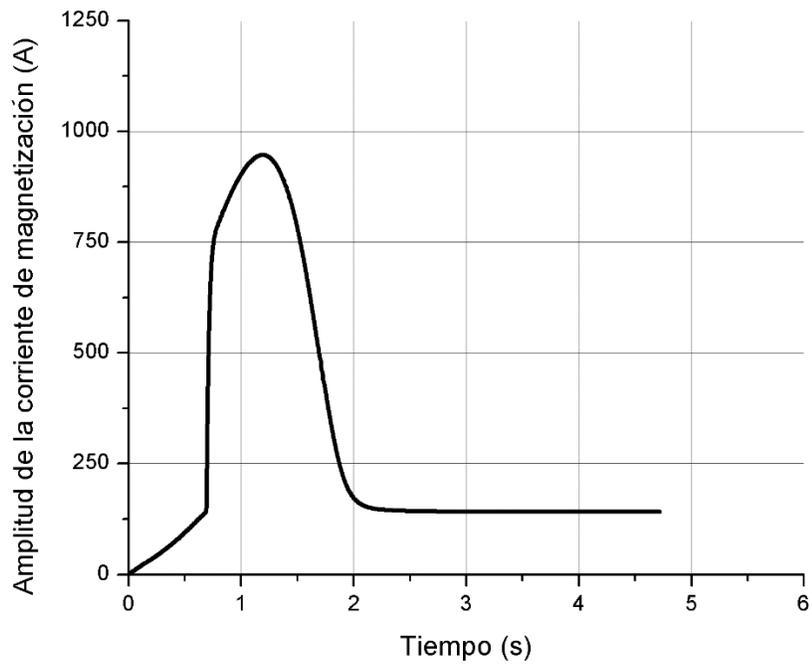


Figura 5.84. Amplitud de corriente de magnetización.

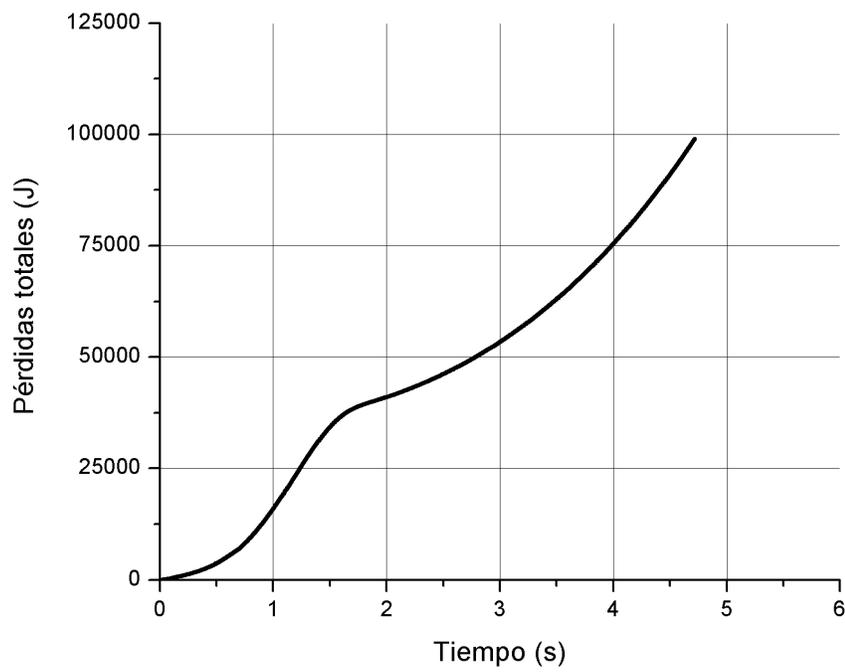


Figura 5.85. Pérdidas totales.

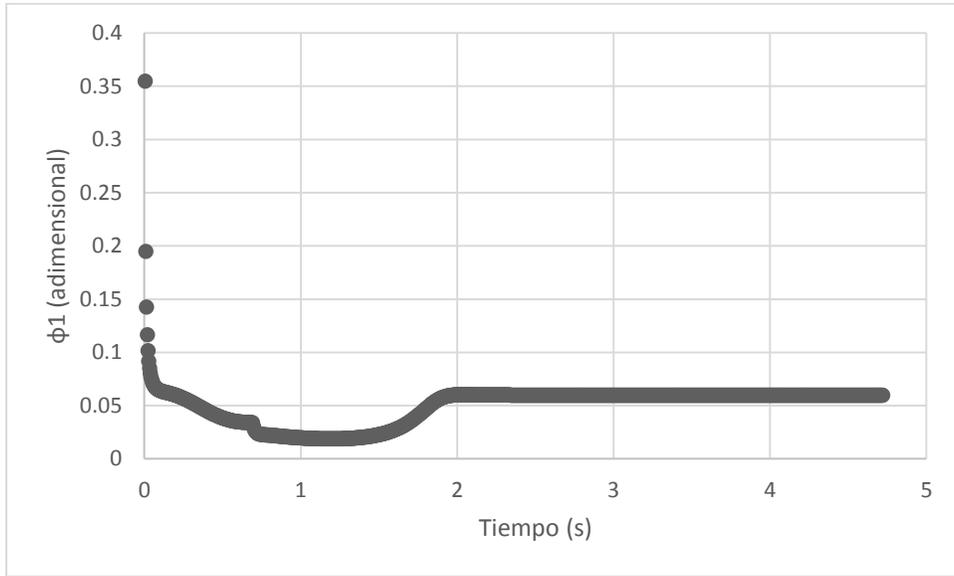


Figura 5.86. Curva de la variable ϕ_1

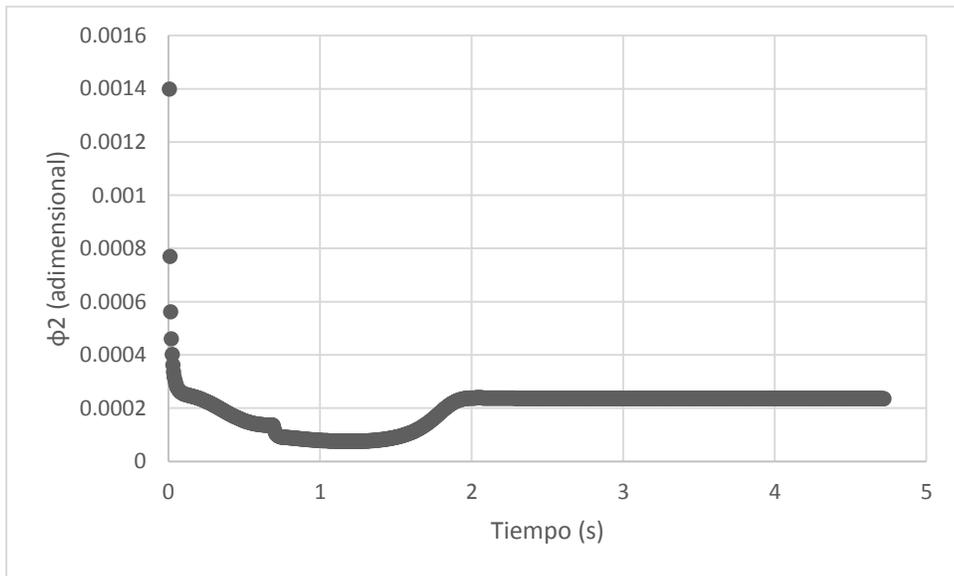


Figura 5.87. Curva de la variable ϕ_2

Se puede observar que el controlador óptimo aplicado al modelo que considera los transitorios electromagnéticos aumenta el tiempo de arranque cerca del 50% respecto del caso ideal (aplicación del controlador óptimo al modelo sin transitorios electromagnéticos), aumenta las pérdidas totales cerca del 62% respecto al caso ideal, aumenta el valor máximo de la amplitud de la corriente del estator más que tres veces (216% respecto su valor admisible $i_1^0 = 300A$), mantiene el valor de la

amplitud de la corriente de magnetización durante cerca de 25% del tiempo de arranque por arriba del valor límite de saturación del núcleo magnético del motor ($i_{0\ max} = 141.56A$).

5.4 Sistema de control óptimo diseñado en base al modelo que considera los transitorios electromagnéticos aplicado al mismo modelo.

A continuación se presentan los resultados de la aplicación del control en lazo abierto óptimo diseñado en el capítulo 4 al modelo del motor de inducción representado por el modelo complejo 2. En primer lugar se cubrirá el caso en que se cumple la condición $i_1^0 \leq i_{11s\ min}$ y después el caso en que se cumple la condición $i_1^0 > i_{11s\ min}$. Al aplicar este control resultan irrelevantes dichas condiciones, porque la saturación según el modelo, no ocurre ni por debajo ni por encima del límite de corriente, meramente se mencionan por cuestiones de comparación con los sistemas anteriores.

5.4.1 Simulación del caso en que se cumple $i_1^0 \leq i_{11s\ min}$.

Los resultados son obtenidos por el programa P4 utilizando los valores iniciales de las variables conjugadas obtenidos en el trabajo [31] que se muestran en la tabla 5.6. Además el programa P4 proporciona el conjunto de los datos necesarios para realizar las gráficas de las variables de interés.

Tabla 5.8 Datos y resultados para al control óptimo diseñado en base al modelo que considera los transitorios electromagnéticos.

Motor	3 HP	500 HP	2250 HP
$V1(0)$	177.6886480694989	110.4700338383128	284.0150340636716
$V2(0)$	192.3704623913113	-284.1931606781001	-288.319172501346
$V3(0)$	11.433219909951122	50.39565748898019	44.65349701947562
t_r	2.8560 (s)	15.780 (s)	20.8 (s)
Q_e	233.94 (J)	8411.66 (J)	33136.49 (J)
Q_m	44.89 (J)	12122.07 (J)	40629.81 (J)
Q_t	278.80 (J)	20533.68 (J)	73766.30 (J)
i_{1m}	8 (A)	30 (A)	150 (A)
i_{0m}	5.6595 (A)	19.25 (A)	74.43 (A)

5.4.1.1. Motor de 3 HP.

En las figuras siguientes se muestran las curvas de las variables de interés para el motor de 3 HP.

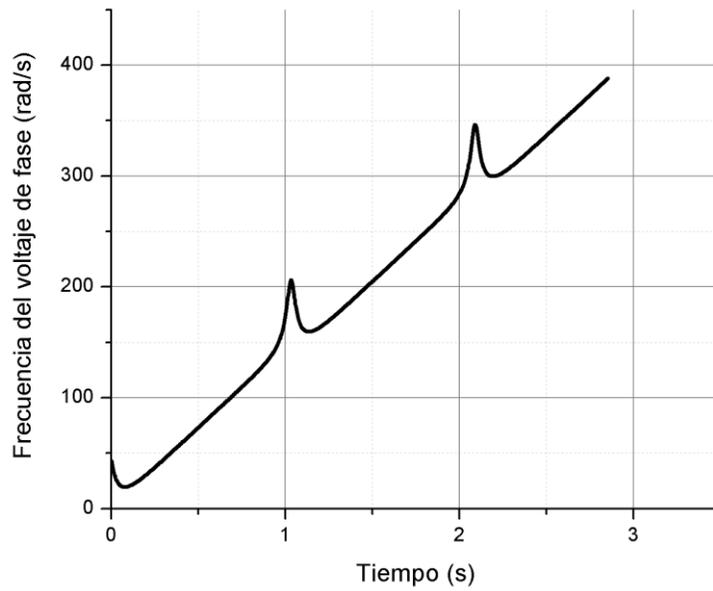


Figura 5.88. Frecuencia del voltaje de fase.

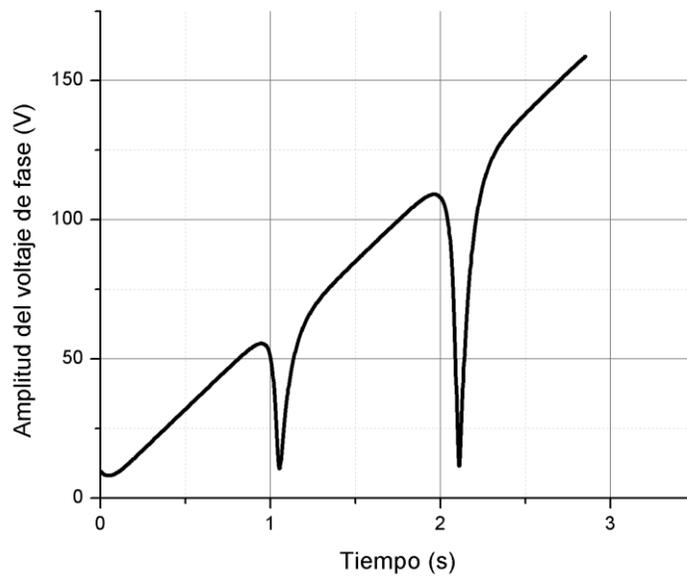


Figura 5.89. Amplitud del voltaje de fase.

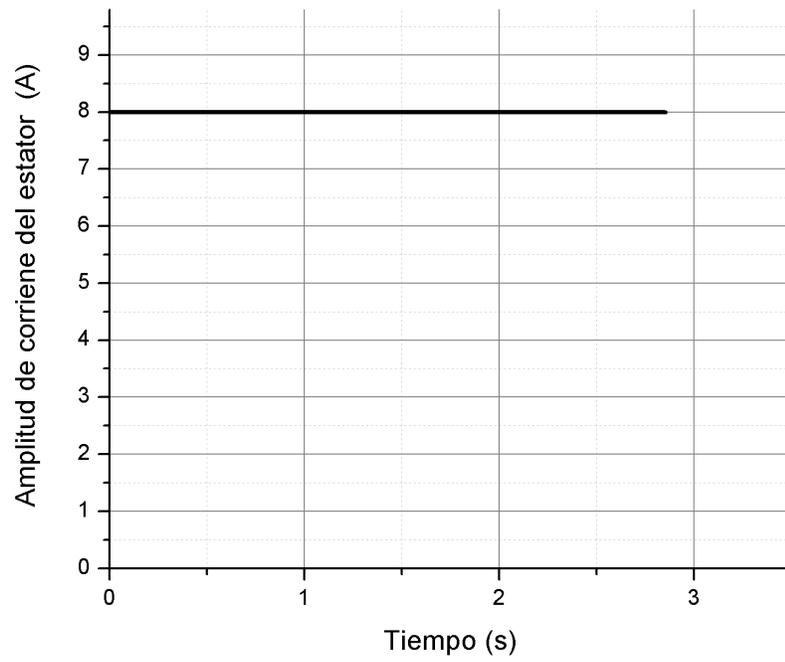


Figura 5.90. Amplitud de la corriente del estator.

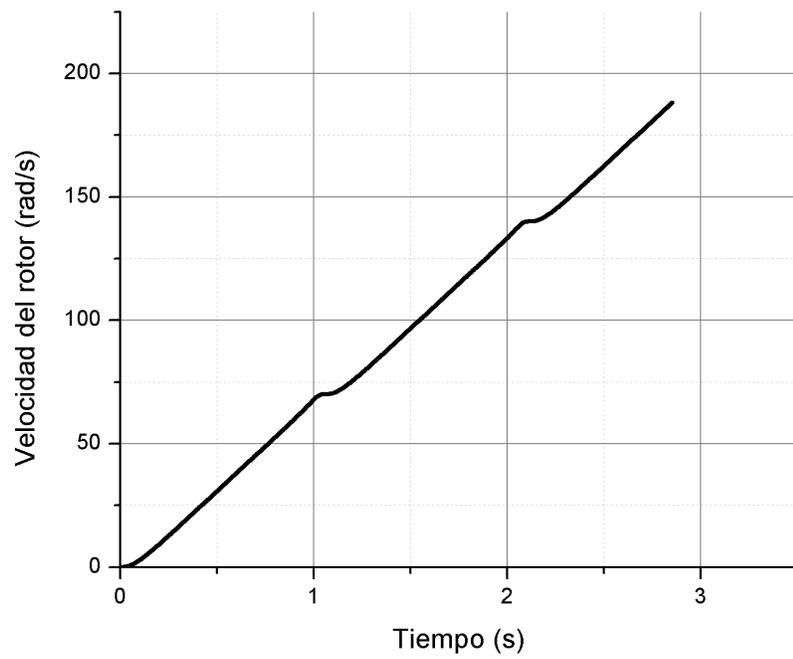


Figura 5.91. Velocidad angular del rotor.

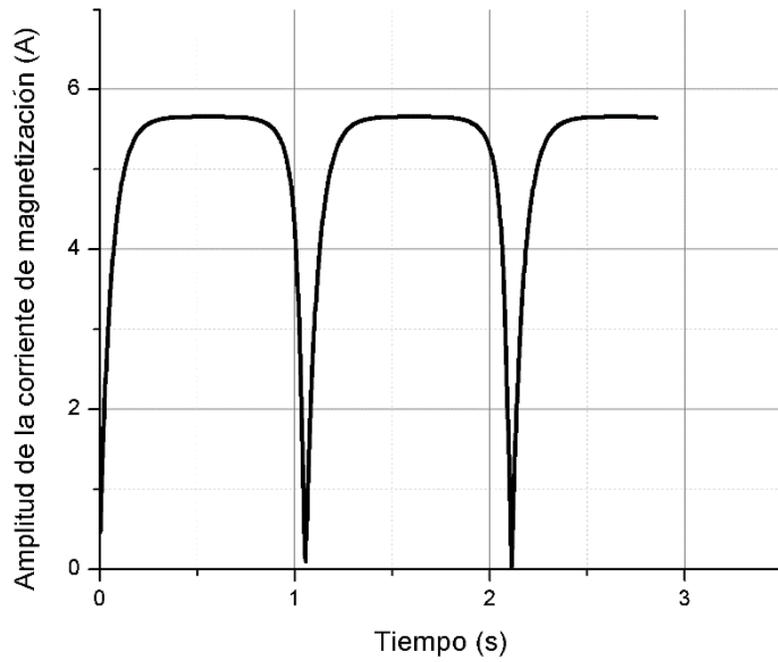


Figura 5.92. Amplitud de la corriente de magnetización.

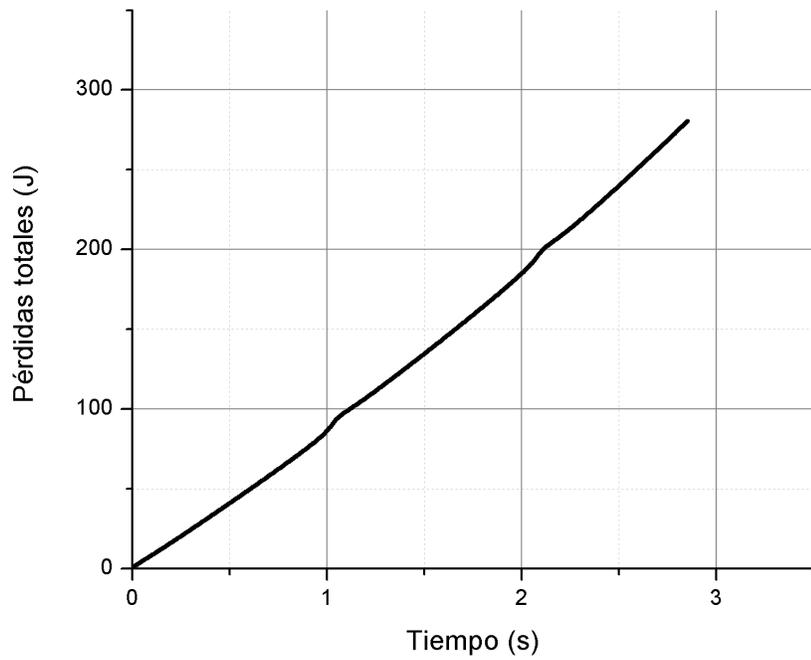


Figura 5.93. Pérdidas totales.

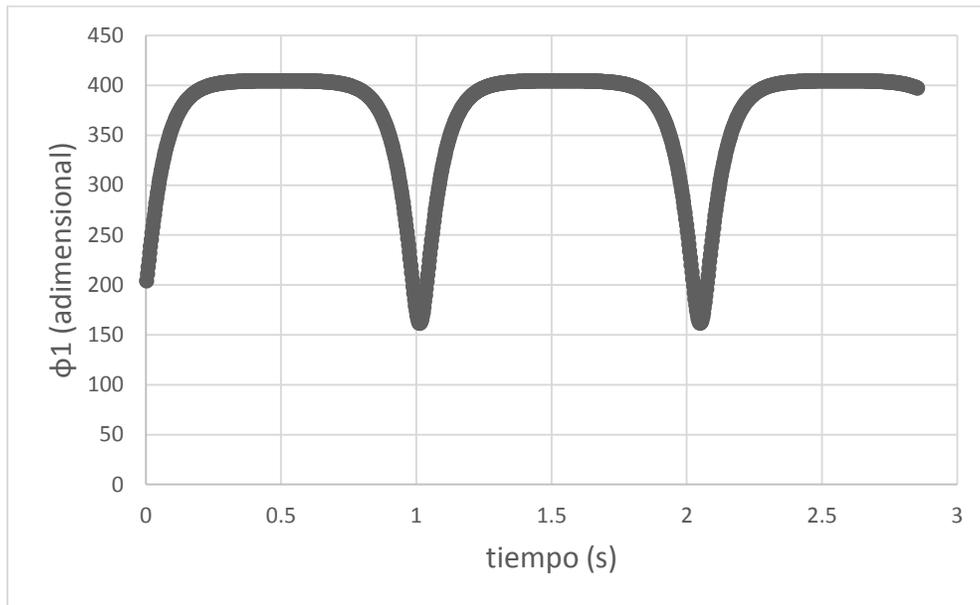


Figura 5.94. Curva de la variable ϕ_1

Se puede observar que el control óptimo en el sistema abierto diseñado sobre la base del modelo que considera los transitorios electromagnéticos aumenta el tiempo de arranque cerca del 4% respecto al caso ideal (la aplicación del controlador óptimo al modelo sin transitorios electromagnéticos), aumenta las pérdidas de energía eléctrica cerca del 7% respecto del caso ideal pero no produce la saturación del material magnético del motor (el valor máximo de la amplitud de la corriente de magnetización no sobrepasa $i_{0\ max} = 6.68A$) así como mantiene por todo el tiempo de arranque la amplitud de la corriente del estator a su valor admisible ($i_1^0 = 8A$).

5.4.1.2. Motor de 500 HP.

En las figuras siguientes se muestran las curvas de las variables de interés para el motor de 500 HP.

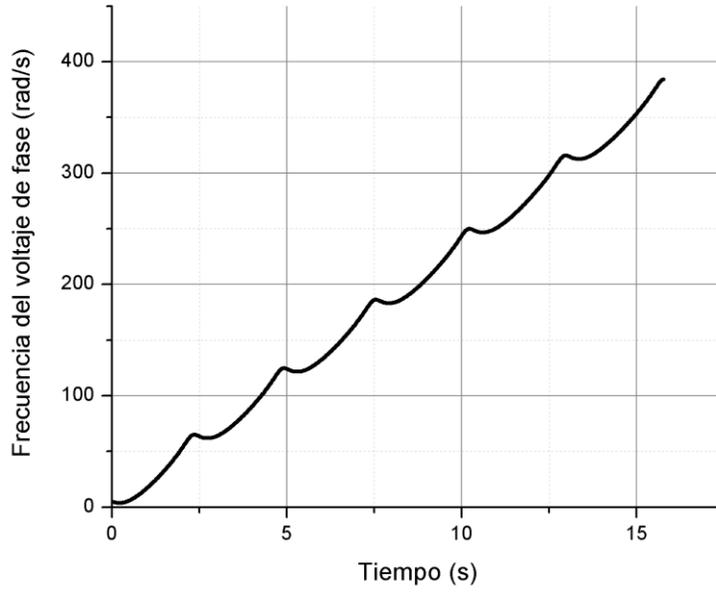


Figura 5.95. Frecuencia del voltaje de fase.

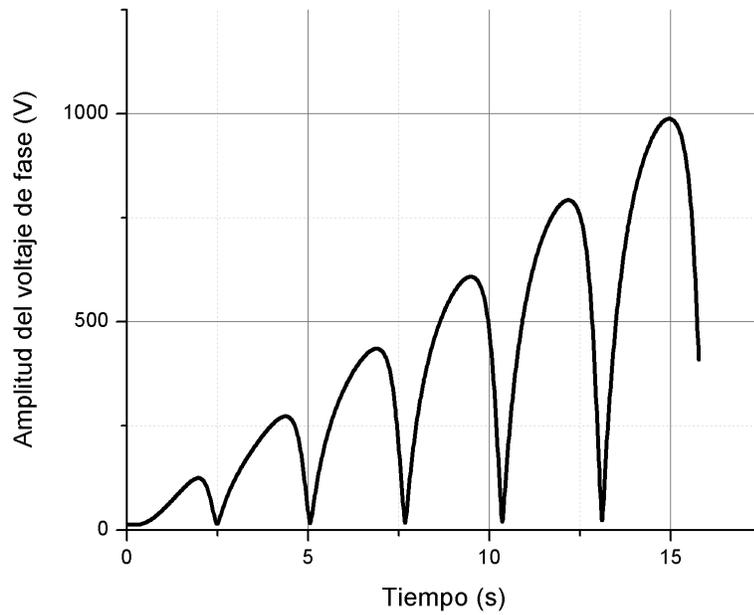


Figura 5.96. Amplitud del voltaje de fase.

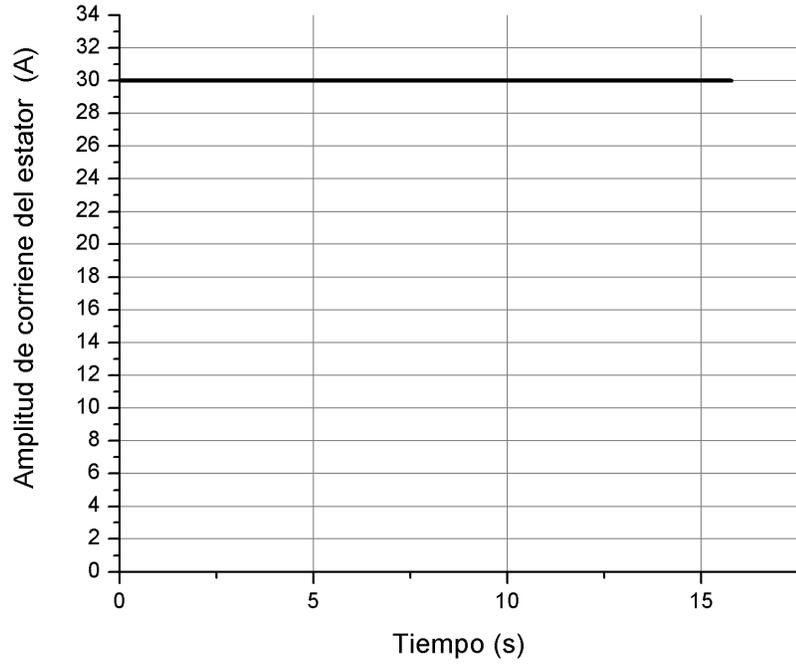


Figura 5.97. Amplitud de la corriente del estator.

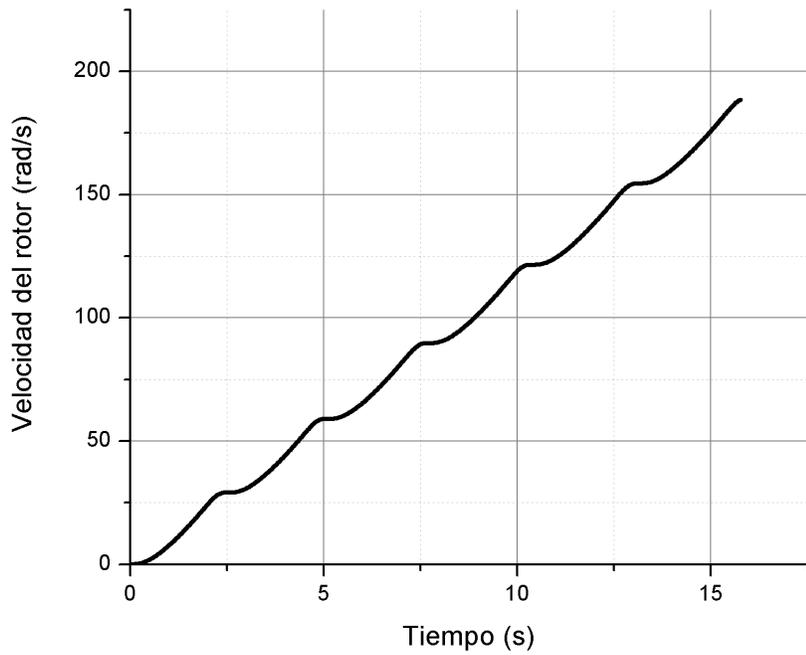


Figura 5.98. Velocidad angular del rotor.

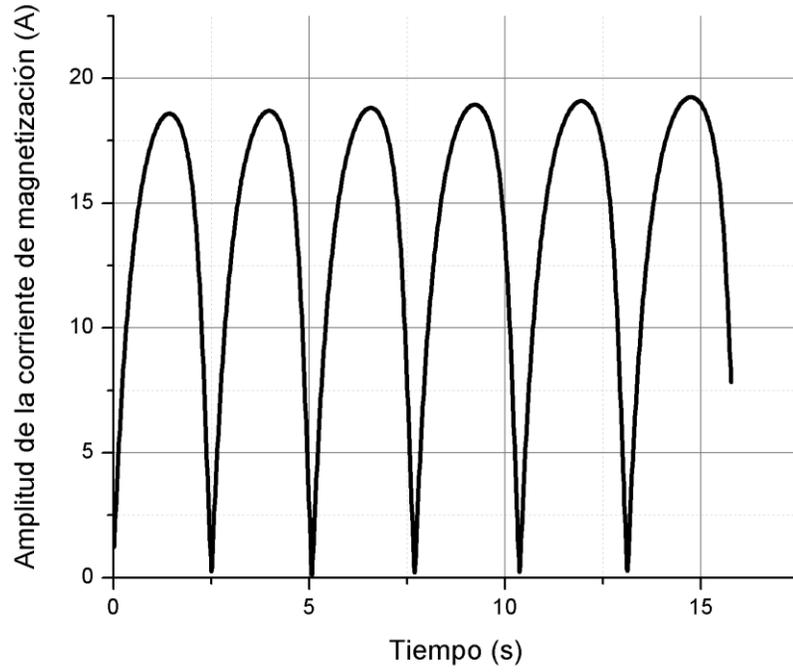


Figura 5.99. Amplitud de corriente de magnetización.

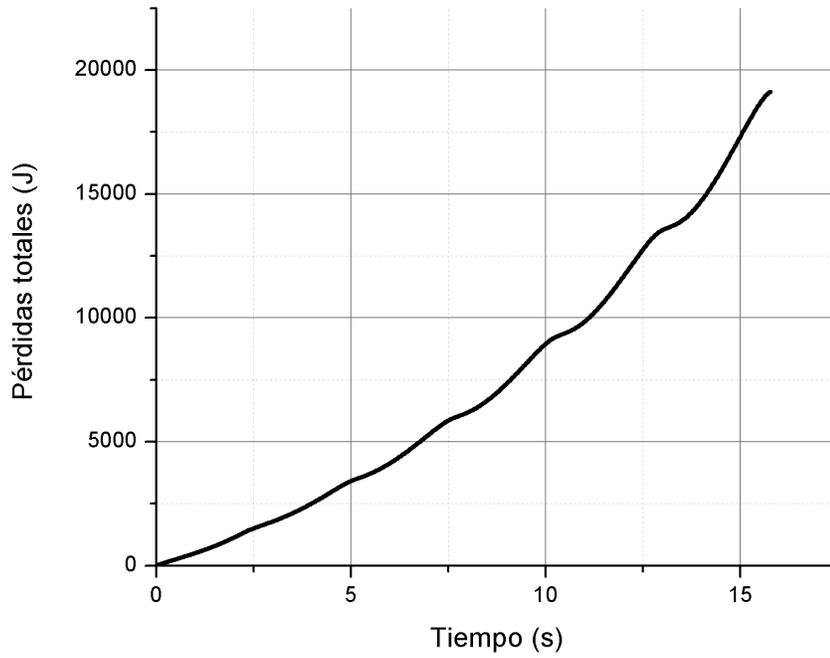


Figura 5.100. Pérdidas totales.

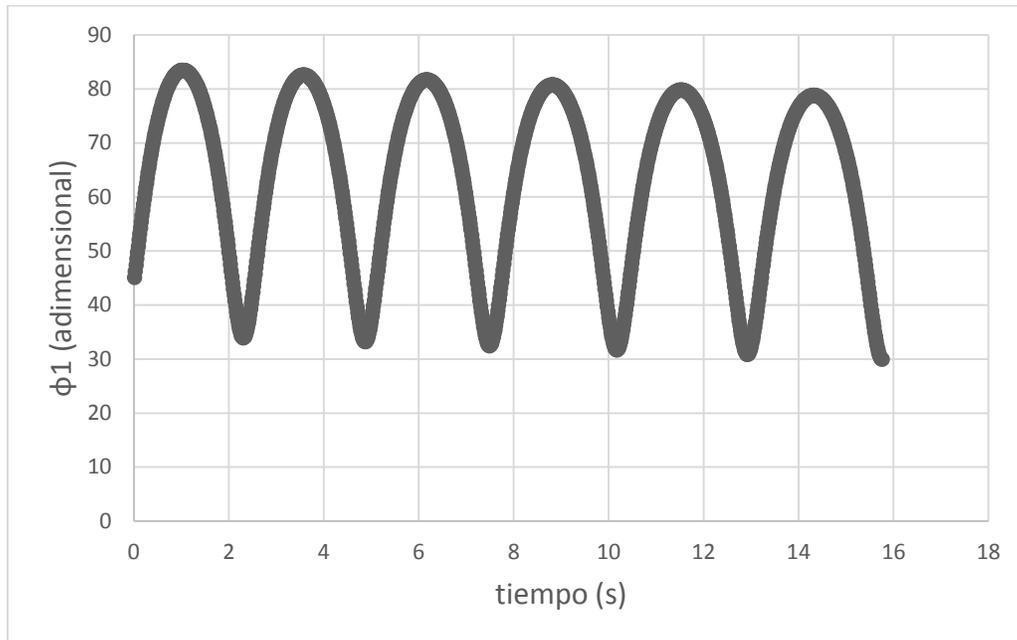


Figura 5.101. Curva de la variable ϕ_1

Se puede observar que el control óptimo en el sistema abierto diseñado sobre la base del modelo que considera los transitorios electromagnéticos aumenta el tiempo de arranque cerca de 38.6% respecto al caso ideal (aplicación del controlador óptimo al modelo simple), aumenta las pérdidas de energía eléctrica cerca del 13% respecto al caso ideal, pero no provoca la saturación del material magnético del motor (el valor máximo de la amplitud de la corriente de magnetización no sobrepasa $i_{0\ max} = 34A$), mantiene por todo el tiempo de arranque la amplitud de la corriente del estator a su valor admisible ($i_1^0 = 30A$).

5.4.1.3. Motor de 2250 HP.

En las figuras siguientes se muestran las curvas de las variables de interés para el motor de 2250 HP.

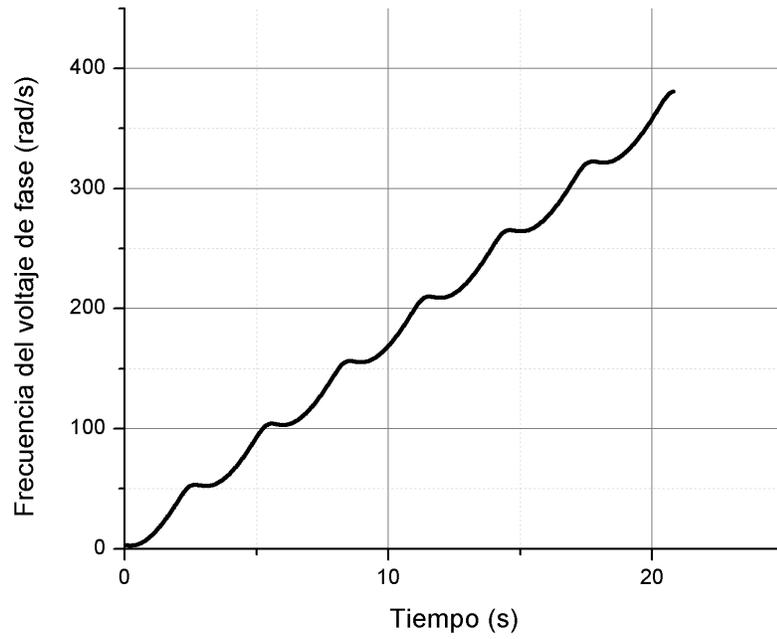


Figura 5.102. Frecuencia del voltaje de fase.

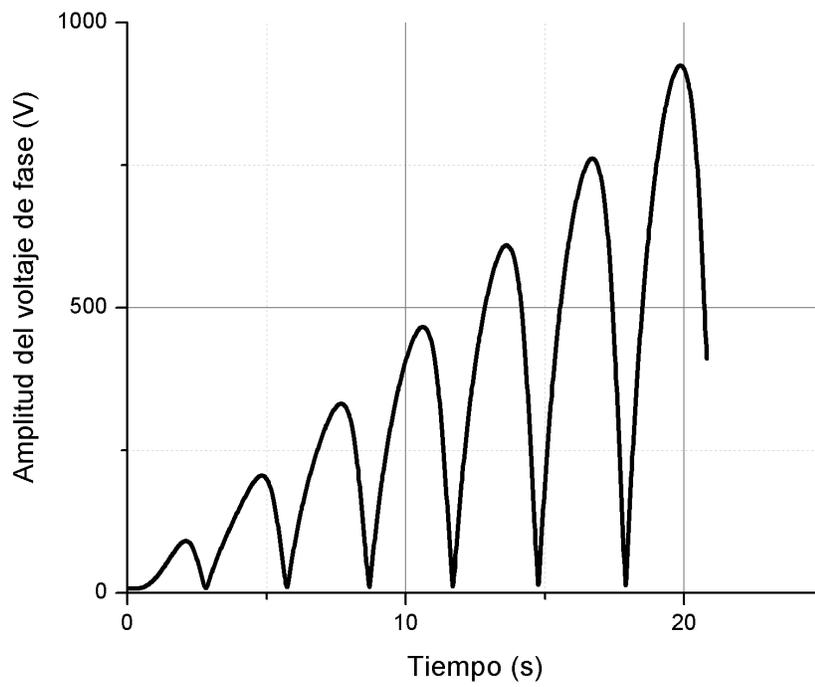


Figura 5.103. Amplitud del voltaje de fase.

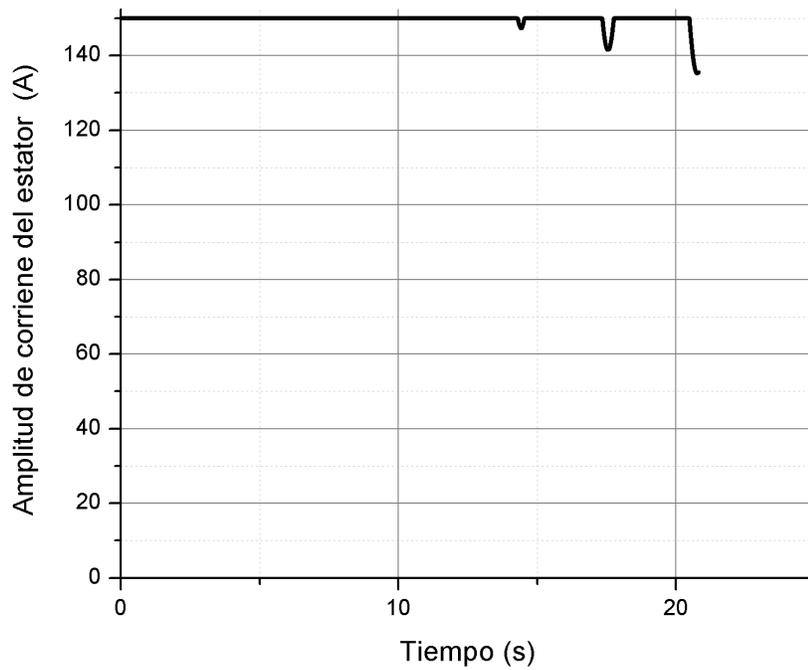


Figura 5.104. Amplitud de la corriente del estator.

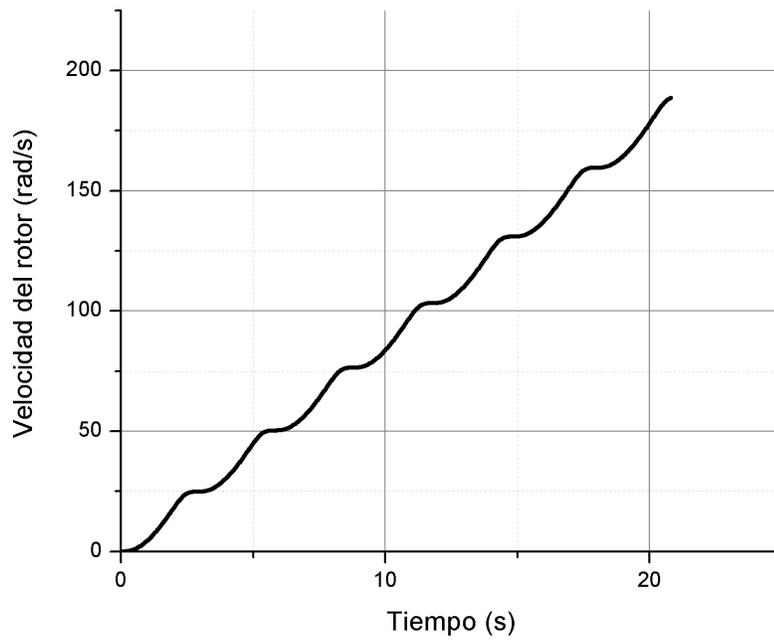


Figura 5.105. Velocidad angular del rotor.

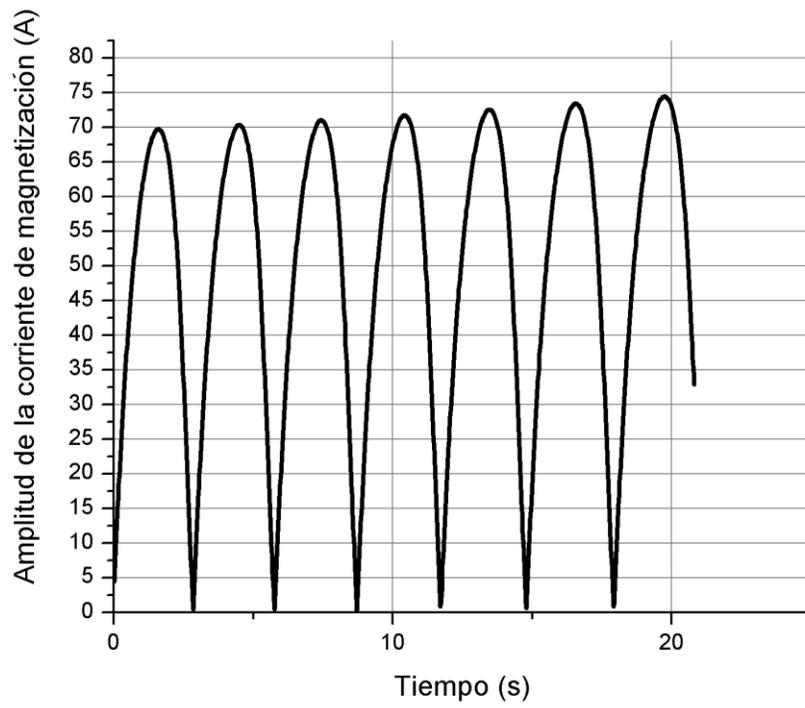
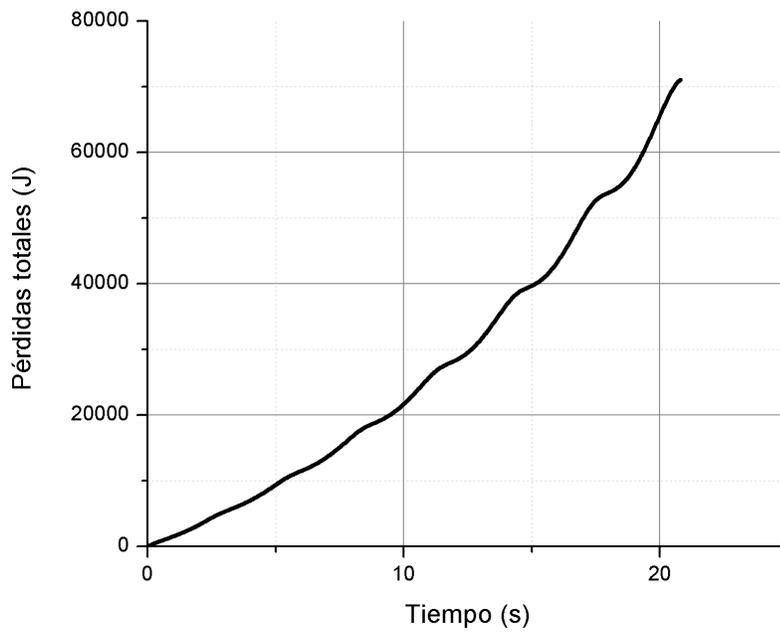


Figura 5.106. Amplitud de corriente de magnetización.



Figuras 5.107. Pérdidas totales.

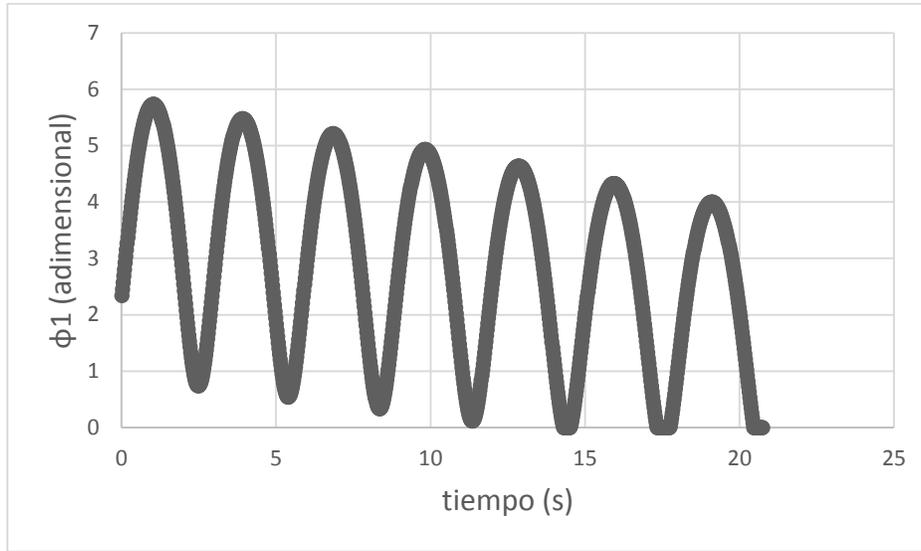


Figura 5.108. Curva de la variable ϕ_1

Se puede observar que el control óptimo en el sistema abierto diseñado sobre la base del modelo que considera los transitorios electromagnéticos aumenta el tiempo de arranque cerca de 89.4% respecto al caso ideal (el controlador óptimo aplicado al modelo simple), aumenta las pérdidas totales cerca de 3.85% respecto al caso ideal, mantiene el valor máximo de la amplitud de la corriente de magnetización por debajo a su valor de saturación $i_{0\ max} = 141.56A$ (figura 5.106), mantiene el valor de la amplitud de la corriente del estator igual a su valor admisible $i_1^0 = 150A$ por todo el tiempo de control.

5.4.2. Simulación del caso en que se cumple $i_1^0 > i_{11s\ min}$.

Usando las variables conjugadas $V1(0)$, $V2(0)$ y $V3(0)$ y el tiempo de control t_r obtenidos en el trabajo [31] en el programa P4 se obtienen las curvas de los diferentes motores, las cuales se encuentran en los siguientes apartados.

Tabla 5.9 Datos y resultados para al control óptimo diseñado en base al modelo que considera los transitorios electromagnéticos.

Motor	3 HP	500 HP	2250 HP
$V1(0)$	139.1601552910644	84.3076195536328	-243.0261370325234
$V2(0)$	217.2729482145926	60.14317729605751	-284.465783044638
$V3(0)$	7.063294078313504	11.48495806929665	20.33262192027934
t_r	0.9843 (s)	7.63 (s)	5.15 (s)
Q_e	1083.7 (J)	7888.40 (J)	32283.02 (J)
Q_m	23.35 (J)	1176247.69 (J)	3940.1 (J)
Q_T	1107.05 (J)	19650.88 (J)	71623.11 (J)
i_{1m}	25 (A)	56.6055 (A)	141.33 (A)
i_{0m}	6.6807 (A)	31.8412 (A)	300.0 (A)

5.4.2.1. Motor de 3 HP.

En las figuras siguientes se muestran las curvas de las variables de interés para el motor de 3 HP.

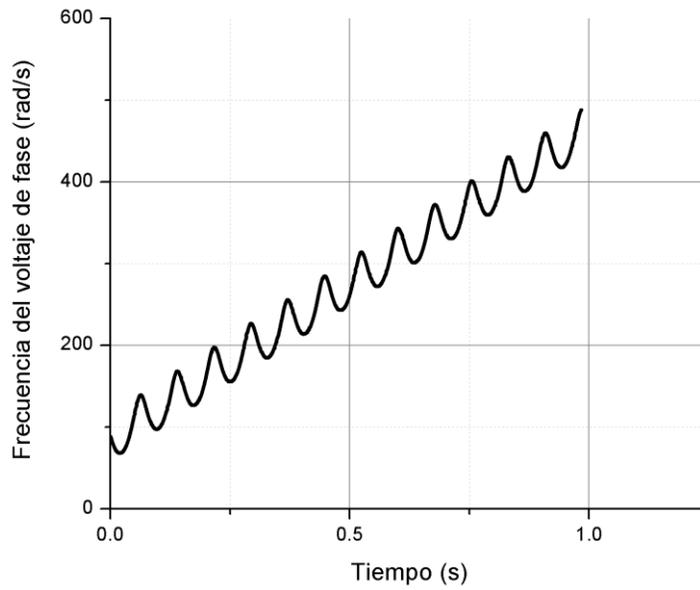


Figura 5.109. Frecuencia del voltaje de fase.

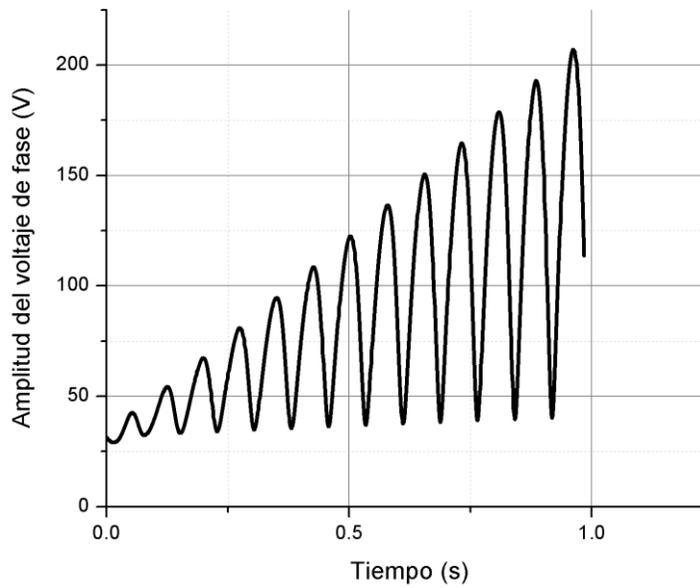


Figura 5.110. Amplitud del voltaje de fase.

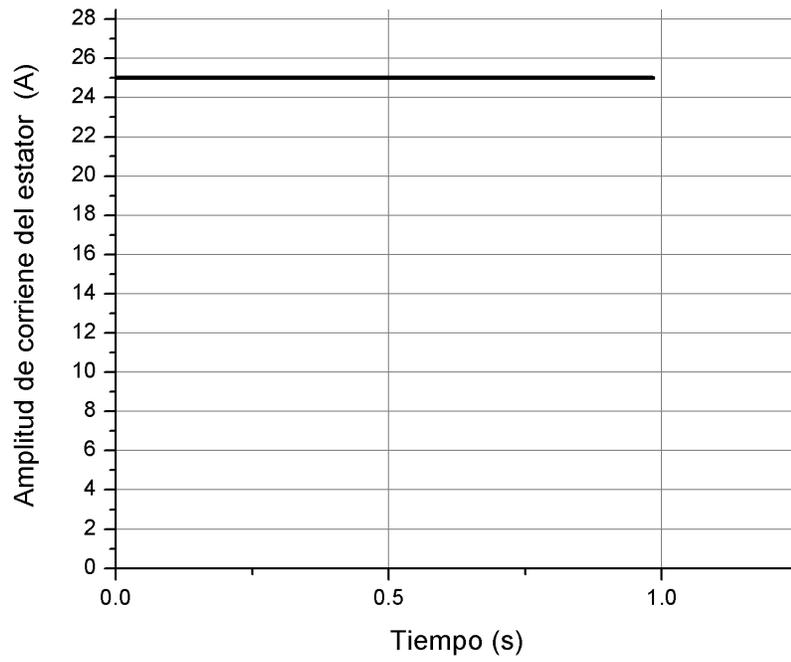


Figura 5.111. Amplitud de la corriente del estator.

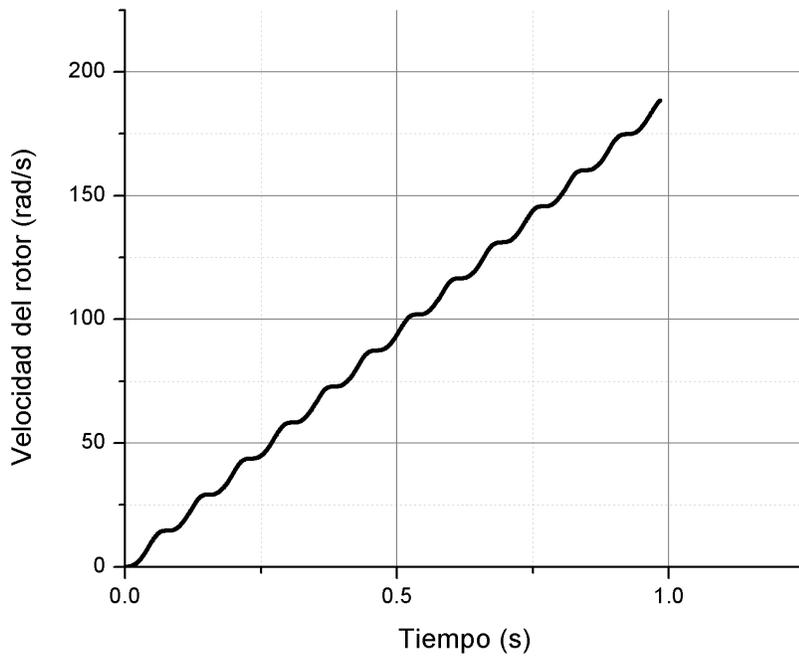


Figura 5.112. Velocidad angular del rotor.

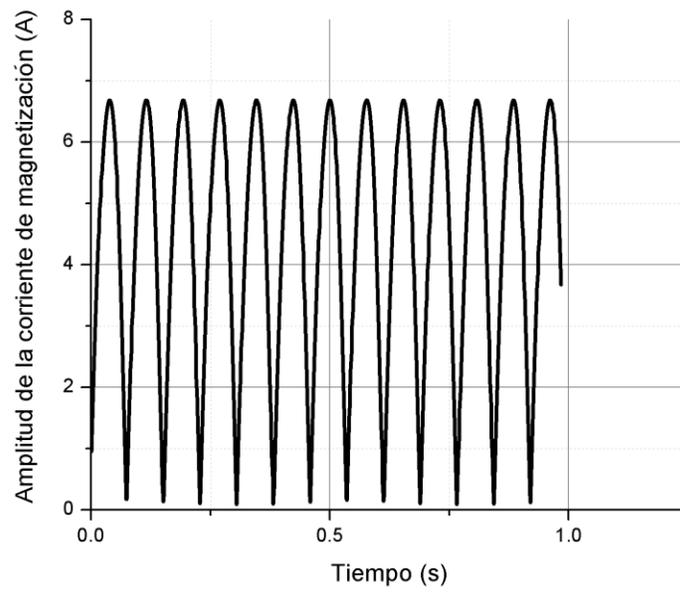


Figura 5.113. Amplitud de corriente de magnetización.

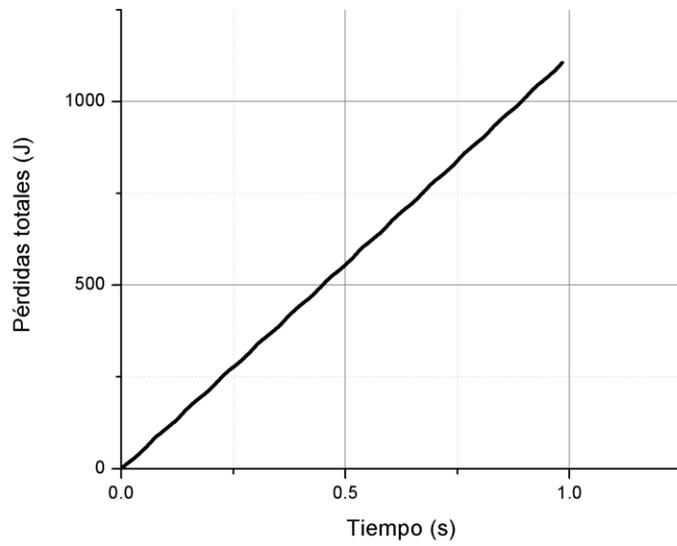


Figura 5.114. Pérdidas totales.

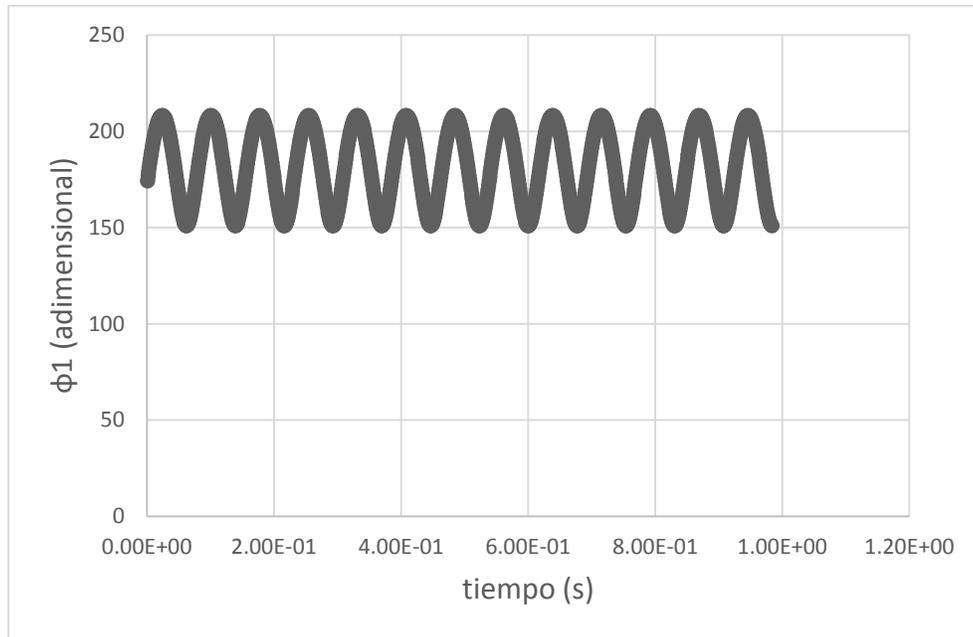


Figura 5.115. Curva de la variable ϕ_1

Se puede observar que el control óptimo en el sistema abierto diseñado sobre la base del modelo que considera los transitorios electromagnéticos acorta el tiempo de arranque más que dos veces con respecto al caso ideal que minimiza las pérdidas eléctricas y aumenta dicho tiempo cerca de 91% con respecto al caso ideal. También se observa que el control que considera los transitorios electromagnéticos aumenta las pérdidas totales cerca de 293% respecto al caso ideal y cerca de 92% con respecto al caso ideal. Sin embargo el control óptimo que considera los transitorios electromagnéticos garantiza que no ocurra la saturación del material magnético del motor y que el valor de la amplitud de la corriente de magnetización se mantenga para todo el tiempo de control a su valor admisible $i_1^0 = 25A$.

5.4.2.2. Motor de 500 HP.

En las figuras siguientes se muestran las curvas de las variables de interés para el motor de 500 HP.

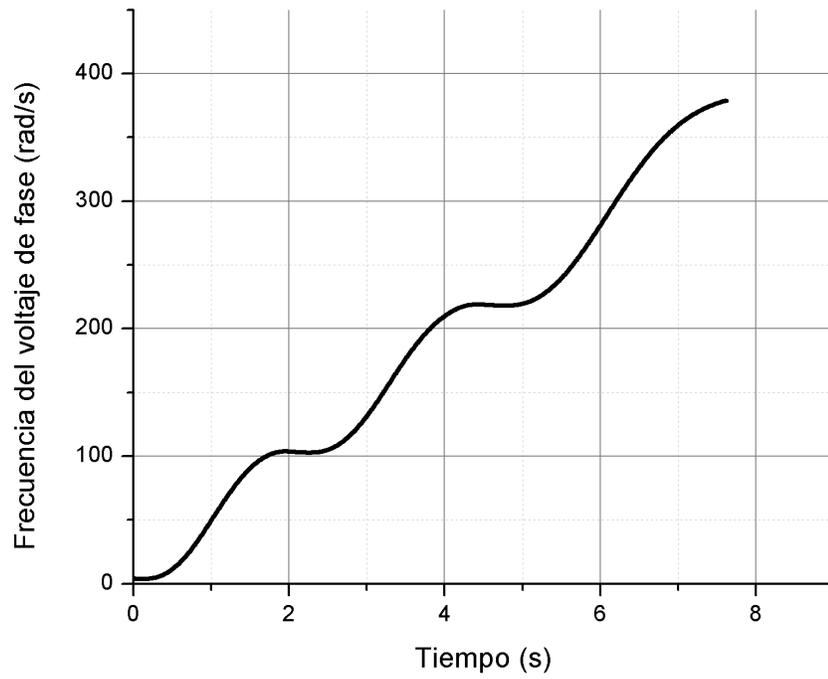


Figura 5.116. Frecuencia del voltaje de fase.

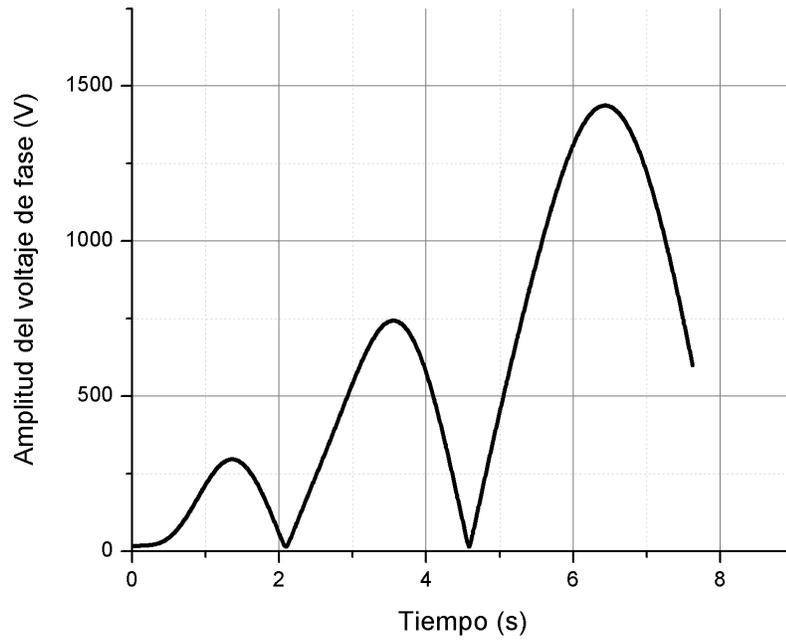


Figura 5.117. Amplitud del voltaje de fase.

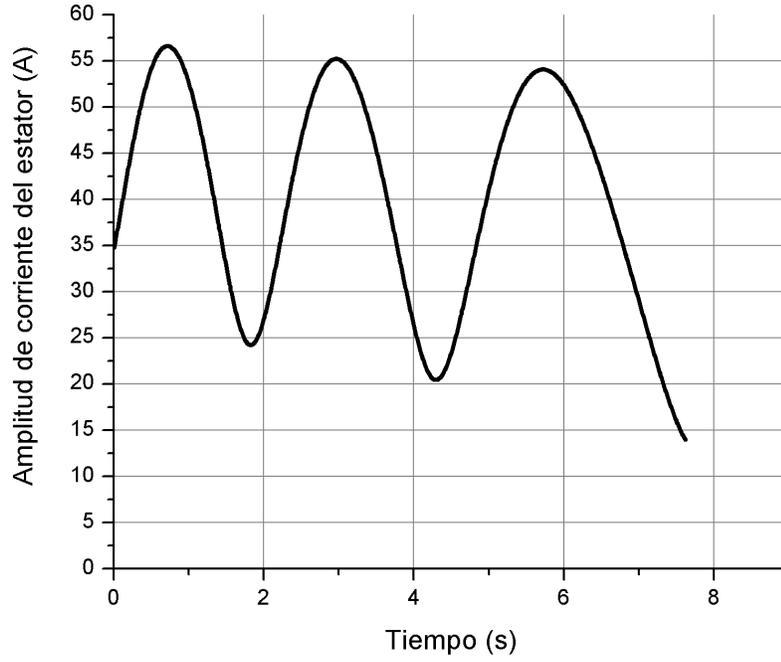


Figura 5.118. Amplitud de la corriente del estator.

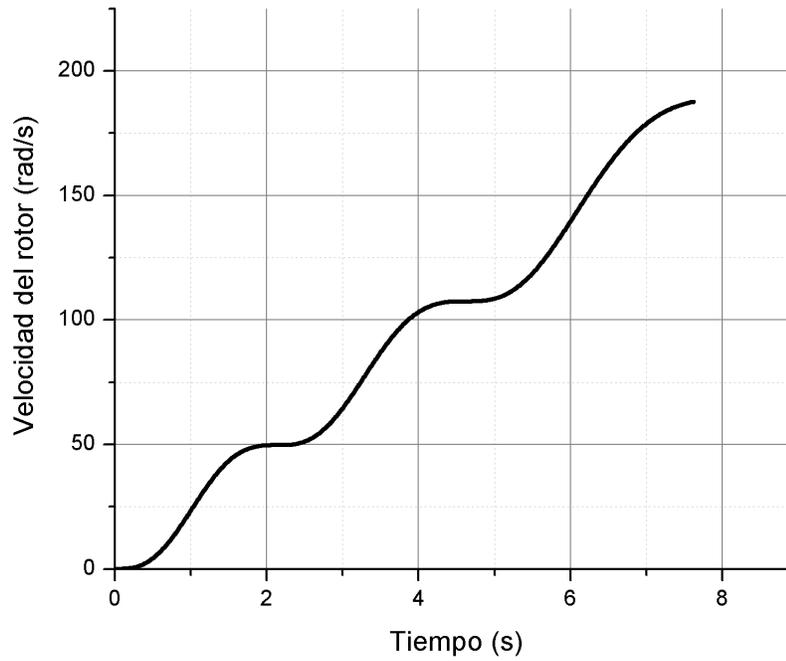


Figura 5.119. Velocidad angular del rotor.

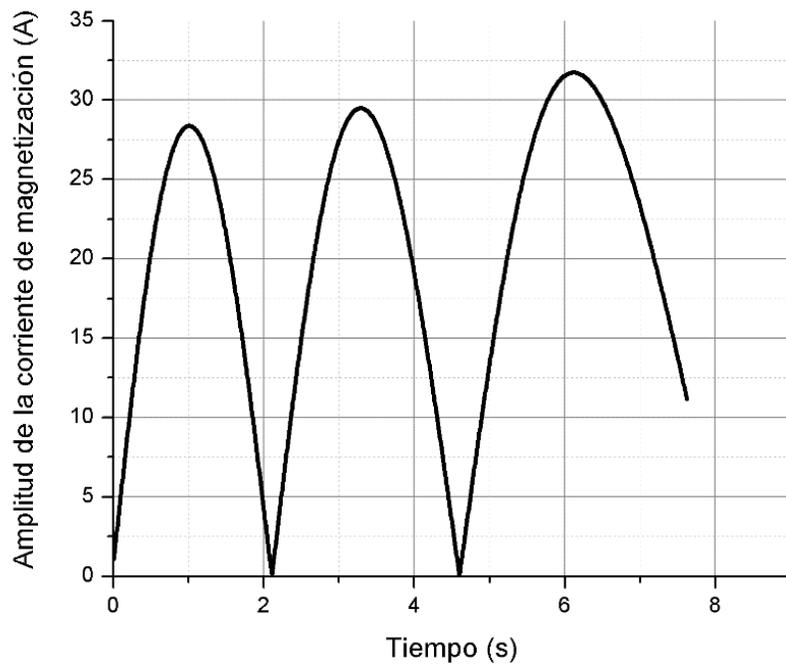


Figura 5.120. Amplitud de corriente de magnetización.

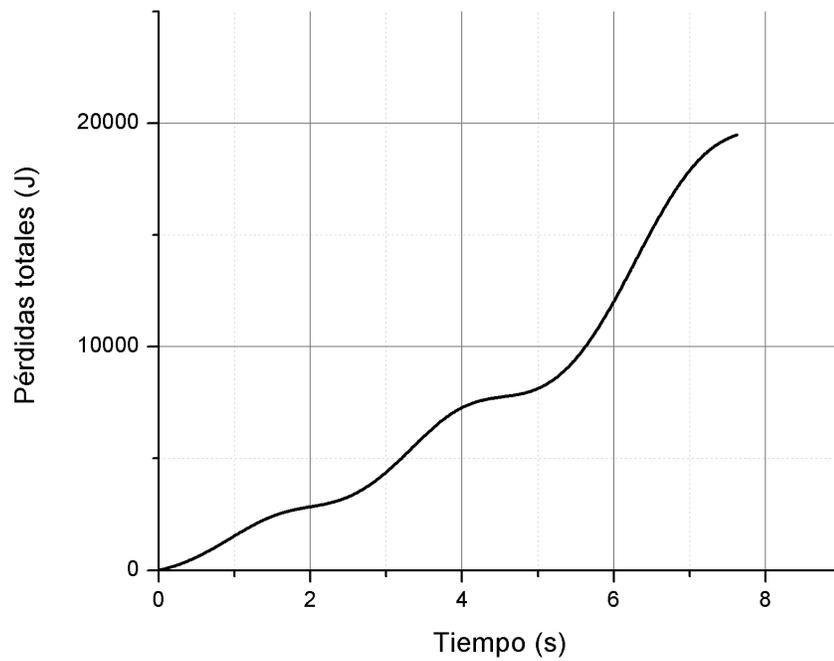


Figura 5.121. Pérdidas totales.

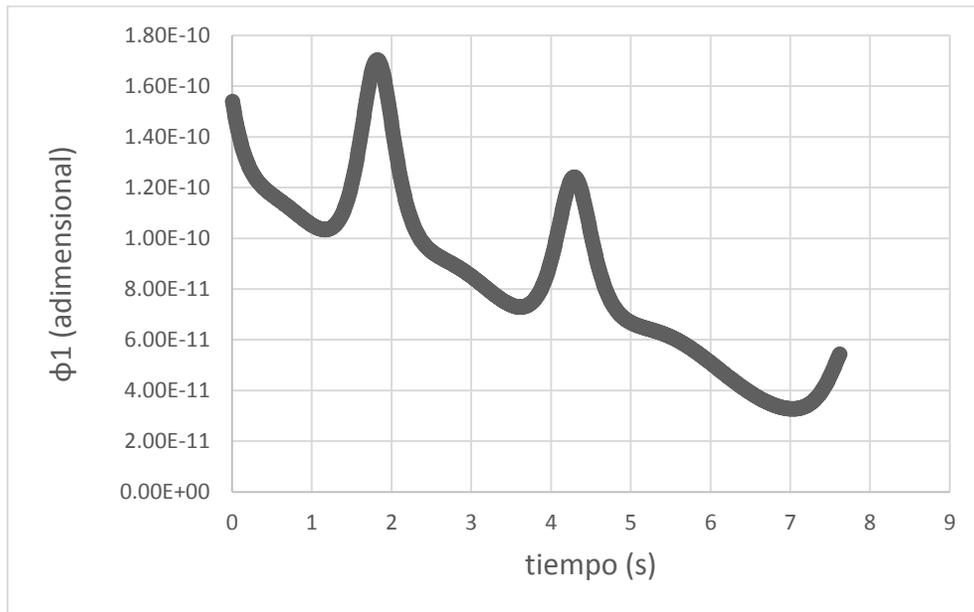


Figura 5.122. Curva de la variable ϕ_1

Se puede observar que el control óptimo en el sistema abierto diseñado sobre la base del modelo que considera los transitorios electromagnéticos alarga el tiempo de arranque más que seis veces (casi 660%) respecto al caso ideal (el controlador óptimo aplicado al modelo sin transitorios electromagnéticos), aumenta las pérdidas de energía eléctrica cerca de 13% respecto al caso ideal, mantiene la amplitud de la corriente del estator por debajo de su valor admisible $i_1^0 = 25A$ (figura 5.62) por todo el tiempo de arranque, así como la amplitud de la corriente de magnetización por debajo del valor $i_{0\ max} = 34A$ (figura 5.118) garantizando que no suceda la saturación del material magnético del motor.

5.4.2.3. Motor de 2250 HP.

En las figuras siguientes se muestran las curvas de las variables de interés para el motor de 2250 HP.

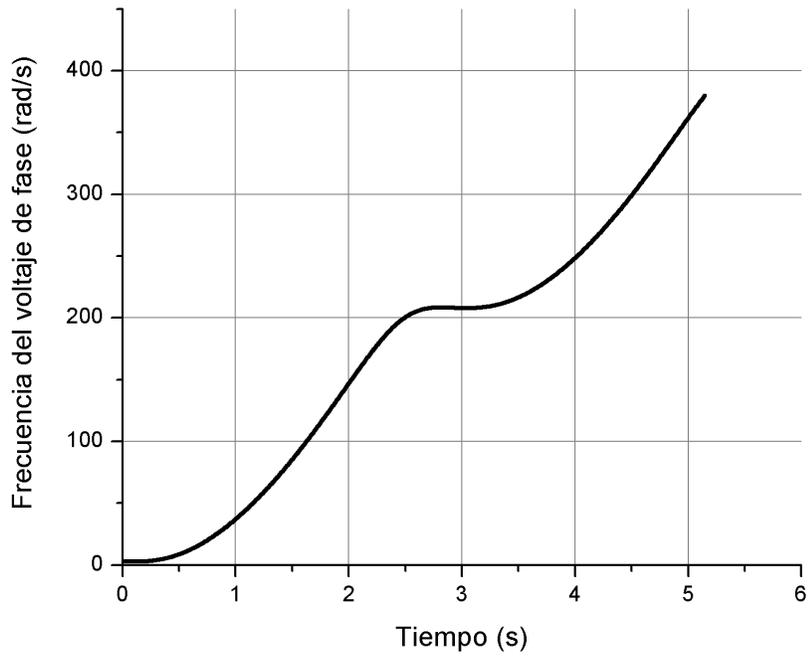


Figura 5.123. Frecuencia del voltaje de fase.

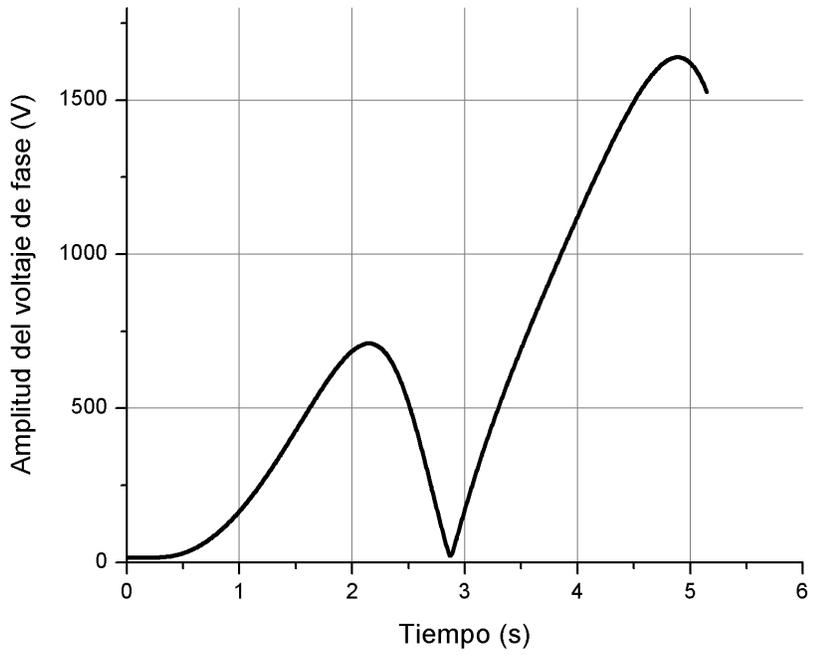


Figura 5.124. Amplitud del voltaje de fase.

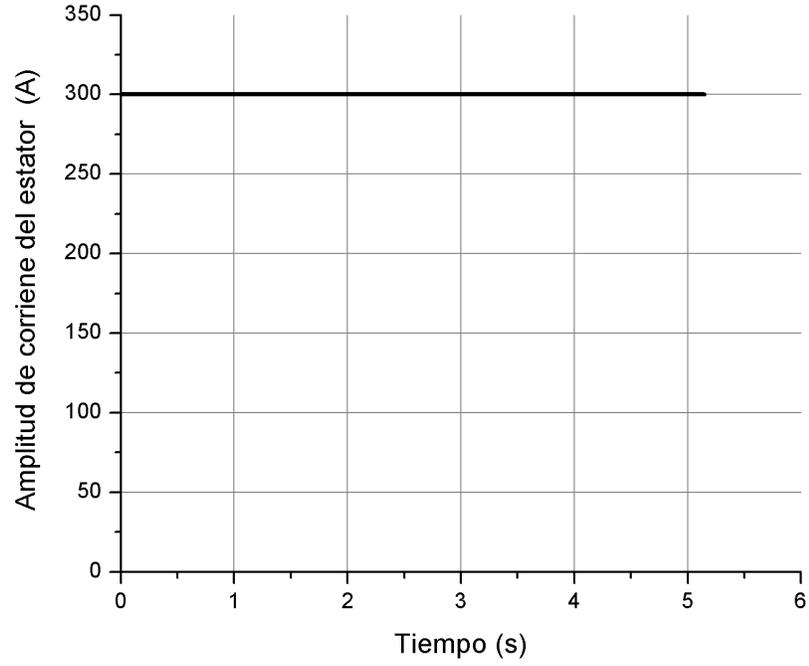


Figura 5.125. Amplitud de la corriente del estator.

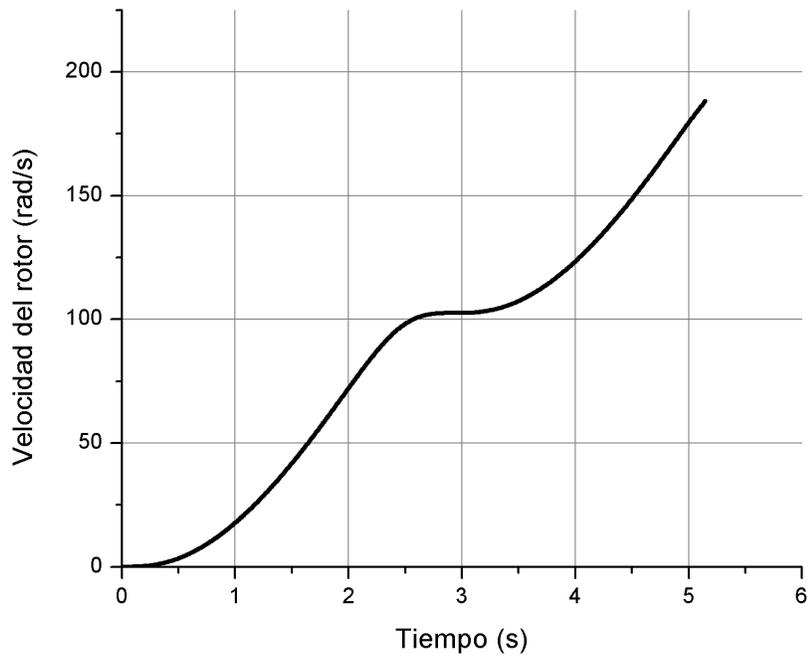


Figura 5.126. Velocidad angular del rotor.

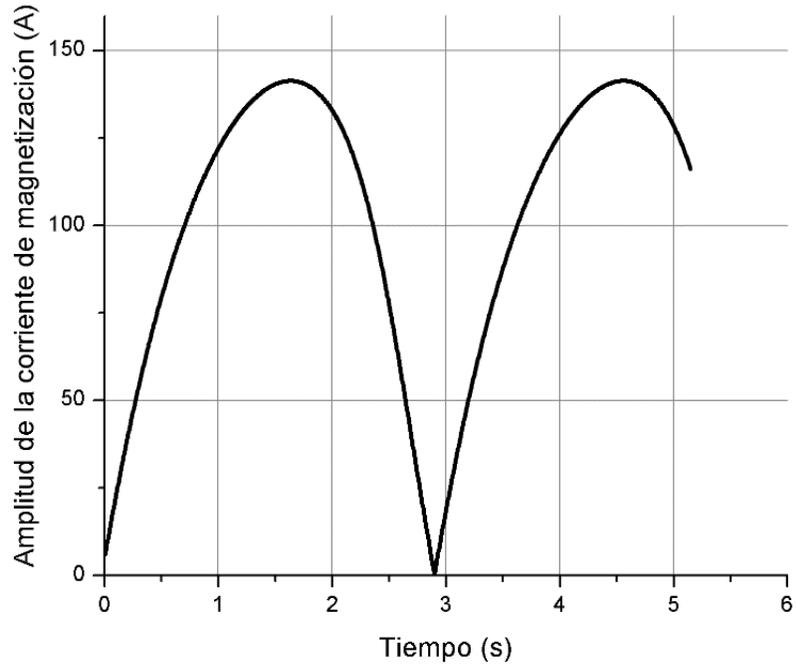


Figura 5.127. Amplitud de corriente de magnetización.

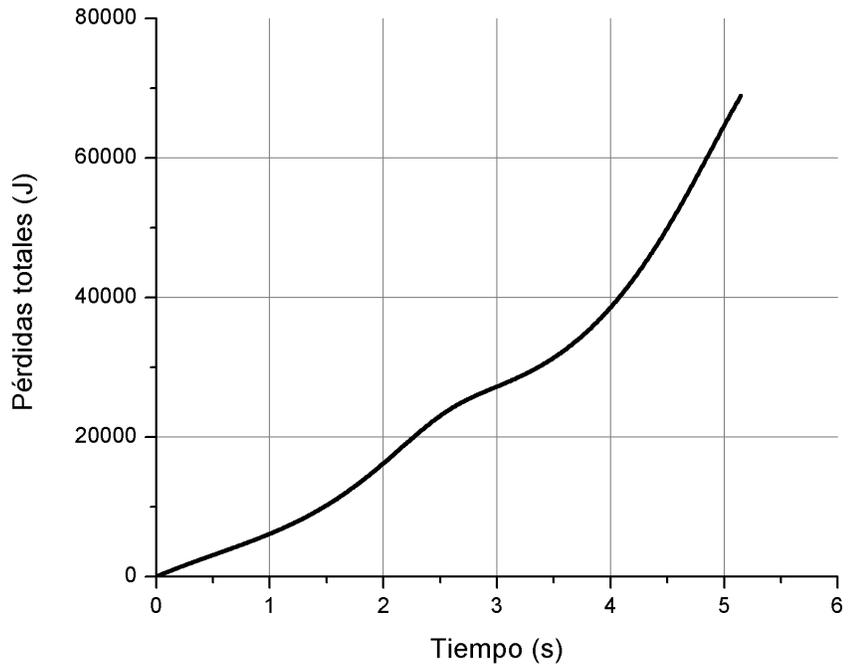


Figura 5.128. Pérdidas totales.

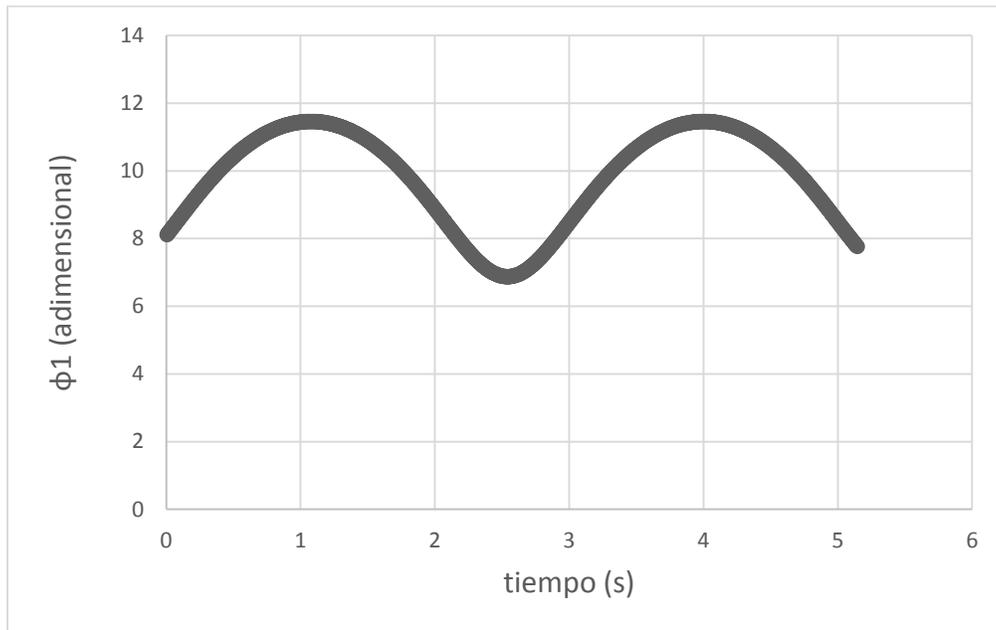


Figura 5.129. Curva de la variable ϕ_1

Se puede observar que el control óptimo en el sistema abierto diseñado sobre la base del modelo que considera los transitorios electromagnéticos alarga el tiempo de arranque cerca del 63% respecto el caso ideal (el controlador óptimo aplicado al modelo simple), aumenta las pérdidas totales cerca del 15.9% respecto al caso ideal, mantiene la amplitud de la corriente del estator a su valor admisible $i_1^0 = 300A$ y mantiene el valor máximo de la amplitud de la corriente de magnetización por debajo de su valor de saturación $i_{0\ max} = 141.56A$, (figura 5.127).

5.5. Resumen de los resultados.

En la siguiente tabla se resumen los resultados de las simulaciones y se agregan cifras que resultan de comparar el control en lazo abierto y el control en lazo cerrado contra el caso ideal para el motor de 3HP y sus diferentes valores admisibles para la amplitud de la corriente del estator.

Tabla 5.10. Resumen de los resultados para el motor de 3HP.

MOTOR 3 H.P. $i_{0max} = 6.681A$							
	$i_1^0 = 8A$ $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = 1, \lambda_3 = 0$ $i_{11s\ min} = i_{11s\ max} = 8.19A$			$i_1^0 = 25A$ $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = 1, \lambda_3 = 0$ $i_{11s\ min} = i_{11s\ max} = 8.19A$			
	Aplicación del control diseñado sobre la base del modelo sin transitorios electromagnéticos al modelo sin transitorios electromagnéticos						
$t_r(s)$	2.747			2.619			
$Q_t(J)$	286.72			286.66			
$i_{1m}(A)$	8.0			8.19			
$i_{0m}(A)$	6.542			6.681			
	Aplicación del control diseñado sobre la base del modelo sin transitorios electromagnéticos al modelo con transitorios electromagnéticos						
$t_r(s)$	2.971	$\Delta t_r(s)$	8.2	$t_r(s)$	2.875	$\Delta t_r(s)$	9.8
$Q_t(J)$	323.0	$\Delta Q_t(J)$	12.7	$Q_t(J)$	338.0	$\Delta Q_t(J)$	17.9
$i_{1m}(A)$	15.59	$\Delta i_{1m}(A)$	94.9	$i_{1m}(A)$	16.22	$\Delta i_{1m}(A)$	98.1
$i_{0m}(A)$	15.37	$\Delta i_{0m}(A)$	130.1	$i_{0m}(A)$	15.97	$\Delta i_{0m}(A)$	139.0
	Aplicación del control diseñado sobre la base del modelo con transitorios electromagnéticos al modelo con transitorios electromagnéticos						
$t_r(s)$	2.857	$\Delta t_r(s)$	4.0	$t_r(s)$	0.99	$\Delta t_r(s)$	-62.2
$Q_t(J)$	307.08	$\Delta Q_t(J)$	7.1	$Q_t(J)$	1126.04	$\Delta Q_t(J)$	292.8
$i_{1m}(A)$	8.0	$\Delta i_{1m}(A)$	0	$i_{1m}(A)$	25.0	$\Delta i_{1m}(A)$	0
$i_{0m}(A)$	5.659	$\Delta i_{0m}(A)$	-15.3	$i_{0m}(A)$	6.681	$\Delta i_{0m}(A)$	0

En la siguiente tabla se resumen los resultados de las simulaciones y se agregan cifras que resultan de comparar el control en lazo abierto y el control en lazo cerrado contra el caso ideal para el motor de 500HP y sus diferentes valores admisibles para la amplitud de la corriente del estator.

Tabla 5.11. Resumen de los resultados para el motor de 500HP.

MOTOR 500 H.P., $i_{0max} = 34A$							
	$i_1^0 = 30A$ $\lambda_1 = 0.5, \lambda_2 = 0.5, \lambda_3 = 0$ $i_{11s\ min} = 44.88A$ $i_{11s\ max} = 59.18A$			$i_1^0 = 150A$ $\lambda_1 = 0.3, \lambda_2 = 0.7, \lambda_3 = 0$ $i_{11s\ min} = 44.87A$ $i_{11s\ max} = 56.55A$			
Aplicación del control diseñado sobre la base del modelo sin transitorios electromagnéticos al modelo sin transitorios electromagnéticos							
$t_r(s)$	11.388			1.002			
$Q_t(J)$	18153.29			18643.21			
$i_{1m}(A)$	30.0			150.0			
$i_{0m}(A)$	23.764			34.0			
Aplicación del control diseñado sobre la base del modelo sin transitorios electromagnéticos al modelo con transitorios electromagnéticos							
$t_r(s)$	13.052	$\Delta t_r(s)$	14.6	$t_r(s)$	5.376	$\Delta t_r(s)$	436.5
$Q_t(J)$	19217.51	$\Delta Q_t(J)$	5.7	$Q_t(J)$	25232.27	$\Delta Q_t(J)$	35.3
$i_{1m}(A)$	49.53	$\Delta i_{1m}(A)$	65.1	$i_{1m}(A)$	117.1	$\Delta i_{1m}(A)$	-21.9
$i_{0m}(A)$	32.46	$\Delta i_{0m}(A)$	-4.5	$i_{0m}(A)$	116.72	$\Delta i_{0m}(A)$	241.3
Aplicación del control diseñado sobre la base del modelo con transitorios electromagnéticos al modelo con transitorios electromagnéticos							
$t_r(s)$	15.78	$\Delta t_r(s)$	38.6	$t_r(s)$	7.63	$\Delta t_r(s)$	661.5
$Q_t(J)$	20532.68	$\Delta Q_t(J)$	13.1	$Q_t(J)$	21160.35	$\Delta Q_t(J)$	13.5
$i_{1m}(A)$	30.0	$\Delta i_{1m}(A)$	0	$i_{1m}(A)$	56.60	$\Delta i_{1m}(A)$	-62.2
$i_{0m}(A)$	19.25	$\Delta i_{0m}(A)$	-43.4	$i_{0m}(A)$	31.84	$\Delta i_{0m}(A)$	-6.4

En la siguiente tabla se resumen los resultados de las simulaciones y se agregan cifras que resultan de comparar el control en lazo abierto y el control en lazo cerrado contra el caso ideal para el motor de 2250HP y sus diferentes valores admisibles para la amplitud de la corriente del estator.

Tabla 5.12. Resumen de los resultados para el motor de 2250HP.

MOTOR 2250 H.P., $i_{0max} = 141.56A$							
	$i_1^0 = 150A$ $\lambda_1 = 0.5, \lambda_2 = 0.5, \lambda_3 = 0$ $i_{11s\ min} = 186.0A$ $i_{11s\ max} = 252.036A$			$i_1^0 = 300A$ $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = 0, \lambda_3 = 1$ $i_{11s\ min} = i_{11s\ max} = 200.14A$			
Aplicación del control diseñado sobre la base del modelo sin transitorios electromagnéticos al modelo sin transitorios electromagnéticos							
$t_r(s)$	10.984			3.153			
$Q_t(J)$	71034.68			61256.59			
$i_{1m}(A)$	150.0			300.0			
$i_{0m}(A)$	114.086			141.56			
Aplicación del control diseñado sobre la base del modelo sin transitorios electromagnéticos al modelo con transitorios electromagnéticos							
$t_r(s)$	14.221	$\Delta t_r(s)$	29.5	$t_r(s)$	4.722	$\Delta t_r(s)$	49.8
$Q_t(J)$	78578.21	$\Delta Q_t(J)$	10.6	$Q_t(J)$	99060.69	$\Delta Q_t(J)$	61.7
$i_{1m}(A)$	289.91	$\Delta i_{1m}(A)$	93.3	$i_{1m}(A)$	948.15	$\Delta i_{1m}(A)$	216.1
$i_{0m}(A)$	288.30	$\Delta i_{0m}(A)$	103.7	$i_{0m}(A)$	947.03	$\Delta i_{0m}(A)$	569.0
Aplicación del control diseñado sobre la base del modelo con transitorios electromagnéticos al modelo con transitorios electromagnéticos							
$t_r(s)$	20.8	$\Delta t_r(s)$	89.4	$t_r(s)$	5.15	$\Delta t_r(s)$	63.3
$Q_t(J)$	73766.30	$\Delta Q_t(J)$	3.8	$Q_t(J)$	71623.11	$\Delta Q_t(J)$	16.9
$i_{1m}(A)$	150.0	$\Delta i_{1m}(A)$	0	$i_{1m}(A)$	300.0	$\Delta i_{1m}(A)$	0
$i_{0m}(A)$	74.43	$\Delta i_{0m}(A)$	-47.4	$i_{0m}(A)$	141.33	$\Delta i_{0m}(A)$	-0.16

En las tablas 5.24, 5.25 y 5.26: Δt_r es el aumento del tiempo de arranque (medido en porcentaje) respecto al valor obtenido para el caso ideal, ΔQ_t es el aumento de las pérdidas totales de energía eléctrica durante el arranque (medido en porcentaje) respecto al valor obtenido para el caso ideal, Δi_{1m} es el aumento de la amplitud de la corriente del estator (medido en porcentaje) respecto el valor admisible i_1^0 , Δi_{0m} es el aumento de la amplitud de la corriente de magnetización (medido en porcentaje) respecto al valor máximo i_{0max} para el cual todavía no sucede la saturación.

CAPÍTULO 6.

6. Conclusiones y Recomendaciones.

6.1 Introducción.

En este capítulo se presentan las conclusiones a las que se ha llegado después de observar los resultados del trabajo realizado en los capítulos anteriores. Estas conclusiones se enfocan principalmente en el cumplimiento de las restricciones de control de los sistemas analizados que se plantean en el diseño de los controles y en las pérdidas totales obtenidas al finalizar el control.

6.2 Conclusiones.

Sobre la base de los resultados numéricos y gráficos de las simulaciones presentados en el capítulo 5 se puede concluir lo siguiente:

En cuanto al diseño del controlador óptimo diseñado en base al modelo simple se puede concluir que:

- La operación de la maquina representada por el modelo simple bajo el control diseñado sobre la base del mismo modelo, indica que el diseño del controlador se realizó de manera adecuada, puesto que al ser aplicado al modelo simple, se cumplen las limitaciones de corriente consideradas en el diseño, además presenta pérdidas de energía menores con respecto al controlador diseñado sobre la base del motor que considera los transitorios electromagnéticos, en los dos casos, con las distintas limitaciones de la amplitud de corriente i_1^0 por arriba y por debajo del valor límite de la amplitud de la corriente del estator $i_{11s\ min}$.

En el análisis del comportamiento del controlador óptimo diseñado en base al modelo simple aplicado al modelo del motor de inducción descrito por el modelo complejo 1 se puede concluir que:

- El controlador diseñado sobre la base del modelo simple no garantiza que no ocurra la saturación del material magnético. Cuando se elige un valor de corriente por encima del valor límite de la amplitud de corriente del estator $i_{11s\ min}$ la relación de las corrientes $i_{0\ m}/i_{0\ max}$ siguen la tendencia de incrementar junto con la capacidad del motor.
- El controlador diseñado sobre la base del modelo simple no garantiza que la amplitud de corriente de alimentación se mantenga por debajo o igual al valor límite elegido durante el diseño. Esta condición se cumple solamente para el motor de potencia mediana 300 H.P. cuando la corriente límite está por encima del valor de corriente limite i_{11} .

En cuanto a la comparación entre el controlador óptimo y el control en lazo abierto se puede concluir que:

- La principal desventaja del control en lazo abierto es que, únicamente controla el motor en el periodo de arranque, mientras que el controlador óptimo tiene la capacidad de realizar diferentes cambios de velocidad (aunque únicamente se presenta el caso del arranque en esta investigación para poder hacer las comparaciones con el sistema abierto, caso que se ha analizado en otros trabajos).
- En el caso del motor de 3HP, con limitación de corriente del estator $i_1^0 = 8A$, y el motor de 2250 HP con las dos limitaciones de corriente que fueron elegidas el controlador óptimo en lazo cerrado presenta resultados inconvenientes como lo son: pérdidas de energía mayores en comparación con el control en lazo abierto, y se rebasan los límites de corriente, lo cual no ocurre con el control en lazo abierto.
- En el caso del motor de 3 HP con la limitación de corriente $i_1^0 = 25A$ el controlador en lazo cerrado produce pérdidas de energía totales menores en comparación con el control en lazo abierto, pero el controlador óptimo no evita que ocurra la saturación del material magnético.
- En el caso del motor de 500 HP con limitación de corriente $i_1^0 = 30A$, el controlador óptimo produce las pérdidas menores en comparación con el control en lazo abierto pero provoca también una corriente en el estator mayor que la admisible. En este caso es factible la aplicación del controlador pero el costo del convertidor de frecuencia aumentaría con el fin de cubrir el aumento de la corriente del estator.
- En el caso del motor de 500 HP con limitación de corriente $i_1^0 = 150A$, el controlador presenta las pérdidas totales de energía mayores que las del control en lazo abierto. Este controlador de ser aplicado podría controlar diferentes cambios de velocidad, además de que el aumento de las pérdidas provocadas por el controlador óptimo son apenas del 19.24%.
- El tiempo de arranque del sistema cerrado es menor que el del sistema abierto para los diferentes valores admisibles para la corriente del estator, a excepción del motor de 3 H.P.

En base a los resultados mostrados en las tablas 5.12, 5.11 y 5.10 se puede concluir que la influencia de los transitorios electromagnéticos en el arranque óptimo de los motores de inducción simulados en el capítulo 5 es la siguiente:

- Los transitorios electromagnéticos provocan que la aplicación del controlador óptimo diseñado sobre la base del modelo del motor sin dichos transitorios al motor real puede ser inaceptable por sobrepaso de la amplitud de la corriente de alimentación del valor límite aceptado y sobre todo por el hecho de que el material magnético del motor puede entrar en saturación por un tiempo prolongado durante el arranque o control de velocidad de motores de inducción, especialmente en el caso de potencias elevadas. En este caso se tiene que diseñar el control en el sistema abierto utilizando el modelo del motor de inducción que considera los transitorios electromagnéticos. El control de esta forma diseñado asegura que las amplitudes de las corrientes de alimentación y de magnetización no superen su

respectivo valor límite evitando que el núcleo magnético del motor no llegue al estado de saturación magnética, teniendo la desventaja de que siendo el control en el sistema abierto solo puede servir para el arranque del motor y no para controlar su velocidad.

En base a las curvas de las constantes φ , se puede concluir que el control no es óptimo en el caso del control diseñado en base al modelo simple, puesto que φ_1 no es nulo en toda la trayectoria de control en ninguno de los casos estudiados, simplemente se trata del control factible-óptimo. Por otro lado, el control llega a ser óptimo cuando se trata del sistema abierto, ya que en el periodo de control se comprueba que las constantes φ , son iguales a cero, pero no en todos los casos, esta condición se da cuando el límite de amplitud de corriente i_1^0 es relativamente grande.

6.3 Aportaciones.

En este trabajo se muestra el efecto que tiene en el diseño del control óptimo que minimiza las pérdidas de energía eléctrica totales en motores de inducción, el despreciar los fenómenos transitorios electromagnéticos que se producen en el interior de los motores. Desafortunadamente el control en lazo cerrado, que es posible diseñar solo cuando se desprecian los transitorios electromagnéticos, en general, no es una opción factible, porque presenta deficiencias significativas y sin mencionar que no se aplicó carga mecánica que podría agravar los efectos negativos.

Para avanzar hacia el diseño de un control óptimo en lazo cerrado con las características que se exigen en los controles analizados en este trabajo, es necesario utilizar otra estrategia de control, puesto que con la aquí presentada no se llega a resultados favorables.

Los programas aquí presentados pueden ser modificados y aplicados a otros casos que aquí no se analizan, como por ejemplo incluir modelos que representen diferentes tipos de carga mecánica y analizar los controles en lazo abierto y cerrado.

6.4 Recomendaciones para trabajos futuros.

Analizar la influencia de los valores de los coeficientes de peso λ_1 y λ_2 en el controlador diseñado en base al modelo simple, de la misma forma en que se ha hecho en el trabajo [31]. Es posible que con alguna combinación de los valores de dichos coeficientes se obtengan resultados convenientes en cuanto al valor de las pérdidas totales.

Diseñar el control en lazo cerrado utilizando otros índices de optimización, tales como minimización del tiempo de control, minimización de las pérdidas totales y el tiempo de control etc.

Analizar la influencia de la forma de la onda de alimentación que se implementa en el modelo. Las ondas que han sido utilizadas son sinusoidales, en la realidad esta condición no se cumple al utilizar

un variador de frecuencia, considerando este impedimento tecnológico, verificar que el comportamiento del sistema sea el adecuado según las exigencias de diseño.

Realizar la investigación de la influencia de los transitorios electromagnéticos en el diseño del control óptimo de velocidad del motor de inducción con la carga no nula.

Realizar una implementación física de los controles óptimos diseñados para verificar el comportamiento real de los sistemas de control en el laboratorio.

Estudiar el comportamiento del controlador óptimo para variaciones suaves de velocidad del motor. Puesto que el control se diseña en base al modelo simple, es posible que si las variaciones son pequeñas el controlador óptimo diseñado en base al modelo simple tenga un comportamiento aceptable.

Referencias.

- [1] Fitzgerald, "Electric Machinery", McGraw Hill Book Company 4a Edic, 1985.
- [2] S. Yamamura, "AC Motors for High-Performance Applications; Analisis and Control", Marcel Dekker Inc, 1986.
- [3] Riebeek, "Global Warming: Feature Articles", EOS Project Science Office at NASA, Junio 2010.
- [4] M. Liaw y C. Tseng, "High performance speed controller for voltage source inverter fed induction motor drivers", IEE Proceedings, vol. 137, No. 1, January 1990.
- [5] F. Blaschke, "The principle of field orientation as applied to the new transvector closed loop control system for rotating field machines", Siemens Rev., 1972, p. 217.
- [6] G. K. Creighton, I. R. Smith y A. F. Mergen, "Loss Minimization in 3-phase Induction motors with P.W.M. inverter Supplies", Electric Power Applications IEE Journal (Vol. 2, issue: 5), pp. 167 – 173, 1979.
- [7] R. Lorenz y S. Yang, "Efficiency-Optimized Flux Trajectories for Close Cycle Operation of Field Oriented Induction Machine Drives", Industry Applications Society Annual Meeting Conference Record IEEE, pp. 457 – 462 vol. 1, 1988.
- [8] P. Famouri y J. Cathery, "Loss Minimization Control of an Induction Motor drive", Industry Applications IEEE Transactions, pp. 32 – 37, 1991.
- [9] G. García y J. Santisteban, S. D. Brignone, "Iron Losses Influence on a Field-Oriented Controller", Industrial Electronics Control and Instrumentation IECON 20th International Conference, pp. 633 - 638, 1994.
- [10] I. Kioskeridis y N. Margaris, "Loss Minimization in Induction Motor Adjustable-Speed Drives", Industrial Electronics IEEE Transactions, pp. 226 – 231, 1996.
- [11] E. Mendes, A. Baba y A. Razek, "Losses Minimization of a Field Oriented Controlled Induction Machine", Electrical Machines and Drives 7th International Conference, pp. 310 – 314, 1995.
- [12] A. Baba, E. Mendes y A. Razek, "Losses Minimization of a Field-Oriented Controlled Induction Machine by Flux Optimisation Accounting for magnetic saturation", Electric Machines and Drives Conference Record IEEE International, 1997.
- [13] J. Eguílaz, M. Cipolla, J. Peracaula y P. Branco, "Induction Motor Optimum Flux Search Algorithms with Transient State Loss minimization Using a fuzzy Logic Based Supervisor", Power Electronics Specialists Conference, vol.2 pp. 1302 - 1308, 1997.

- [14] E. Poirier, M. Ghribi y A. Kaddouri, "Loss Minimization Control of Induction Motor Drives Based on Genetic Algorithms", Electric Machines and Drives Conference, IEEE International, pp. 475 – 478, 2001.
- [15] S. Yang y F. Lin, "Loss-Minimization Control of Vector-Controlled Induction Motor Drives", Power Electronics and Drive Systems IEEE International Conference, pp. 182 – 187, 2001.
- [16] A. Faddoun, J. Ghouili, R. Abdessemed y K. Srairi. "Efficiency-Minimization Loss Based Fuzzy Logic Control of Induction Machine", Electrical and Computer Engineering Canadian Conference, pp. 774 – 777, 2005.
- [17] D. Kim y J. Park, "Loss Minimization Control of Induction Motor Using GA-PSO", 9th International Conference KES Melbourne Australia Proceedings, pp. 222-227, 2005.
- [18] S. Nam y M. Uddin "Model-Based Loss Minimization Control of an Induction Motor Drive", Industrial Electronics IEEE International Symposium, pp. 2367 – 2372, 2006.
- [19] K. Wang, L. Shi y Y. Li, "A loss-minimization scheme for direct thrust-controlled linear induction motor drives", Industrial Technology IEEE International Conference, pp. 1-24, 2008.
- [20] D. Mehdi, S. Lassaad, "Losses Minimisation in an Induction Motor", Signals Circuits and Systems (SCS) 3rd International Conference, pp. 1-8, 2009.
- [21] D. Huynh, M. Dunnigan y S. Finney, "Energy Efficient Control of an Induction Machine using a Chaos Particle Swarm Optimization Algorithm", Power and Energy (PECon) IEEE International Conference, pp. 450 – 455, 2010.
- [22] A. Bazzi y P. Krein, "Review of Methods for Real-Time Loss Minimization in Induction Machines", Industry Applications IEEE Transactions, pp. 2319 – 2328, 2010.
- [23] S. Grouni, R. Ibtouen, M. Kidouche y O. Touhami, "Application of Indirect Field Oriented Control with Optimun Flux for Induction Machines Drives", Advanced Techniques in Computing Sciences and Software Engineering Springer Netherlands, pp. 7-12, 2010.
- [24] J. Domínguez, C. Soto, S. Cisneros, J. Panduro y A. Loukianov, "Copper and Core Loss minimization for Induction Motors using High-Order Sliding-Mode Control", Industrial Electronics IEEE Transactions, pp. 2877 – 2889, 2012.
- [25] W. Beevi, S. Kumar y Sabin, "Loss Minimization of Vector Controlled Induction Motor Drive using Genetic Algorithm", Green Technologies (ICGT) International Conference, pp. 251 – 257, 2012.
- [26] W. Abeeve, S. Kumar y N. Nair, "New Online Loss-Minimization-Based Control of Scalar and Vector-Controlled Induction Motor Drives", Power Electronics Drives and Energy Systems (PEDES), IEEE International Conference, pp 1 – 7, 2012.

- [27] J. Stumper, A. Dotlinger y R. Kennel, "Loss minimization of Induction Machines in Dynamic Operation", *Energy Conversion IEEE Transactions*, pp. 726 – 735, 2013.
- [28] K. Molar, "Estudio del Control Óptimo de Motores de Inducción con la Saturación del Material Magnético", Tesis de Maestría SEPI-ESIME-IPN México, 2006.
- [29] I. Gutiérrez, "Control Óptimo de la Velocidad de Motores de Inducción que Minimiza Pérdidas de Energía Eléctrica y Tiempo de Control", Tesis de Maestría SEPI-ESIME-IPN México, 2011.
- [30] L. Barrera, "Estudio de Control Óptimo de Motores de Inducción con Alimentación no Senoidal", Tesis de Maestría SEPI-ESIME-IPN México, 2004.
- [31] D. Jiménez, "Control Óptimo de la Velocidad de los Motores de Inducción que Minimiza las Pérdidas de Energía Eléctrica", Tesis de Maestría SEPI-ESIME-IPN México, 2008.
- [32] H. Flores, "Estudios de Métodos para Finalizar el Arranque Óptimo en Tiempo de Motores de Inducción", Tesis de Maestría SEPI-ESIME-IPN México, 2012.
- [33] P. Krause, O. Wasynczuk y S. Sudhoff, "Analysis of Electric Machinery and Drive Systems", IEEE press and Wiley-Interscience, 2002.
- [34] L. Kawecki, "Arranque en frecuencia, óptimo en tiempo de motores de inducción con limitaciones de la corriente del estator", *Acta mexicana de ciencia y tecnología*, 1987.
- [35] L. Kawecki y T. Niewierowicz, "Pérdidas Magnéticas durante el arranque ordinario de motores de inducción", Memoria de 1er Congreso internacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas, S.E.P.I-ESIME-IPN., pp. 42-47, Nov. 11-15 1996.
- [36] L. Kawecki y T. Niewierowicz, "Diseño de Controlador de Velocidad de Motores de Inducción que Minimiza las Pérdidas Magnéticas", Memoria de Noveno Congreso Nacional de Máquinas Rotatorias y Octavo Simposium Internacional de Ingeniería Eléctrica auspiciado por la Asociación Mexicana de Ingenieros Mecánicos y Eléctricos A.C. Sección Veracruz, pp. 1–15, 1999.
- [37] J. Meisel, "Principies of Electromechanical Energy Conversion", Ed. McGraw-Hill International, 1966.
- [38] P. Kovac y J. Rac, "Transitory Processes in AC machinery" (en ruso), *Energía*, Moscow, 1963.
- [39] R. Sandler y R. Sarbatov, "Frequency control of asynchronous motors", (en ruso), *Energía*, Moscú, 1966.
- [40] T. Schreiner y P. Gildebrand, "Frequency time-optimal speed control of induction motors in the closed loop systems", (en ruso), *Energía*, *Electrichestvo*, 1973.
- [41] L. Kawecki y T. Niewierowicz, "Control óptimo en tiempo de velocidad de motores de inducción tomando en consideración transitorios electromagnéticos y saturación del material magnético", R.V.P. Veracruz México, 1997.

- [42] L. Kawecki, "Pérdidas Magnéticas en el Arranque de Motores de Inducción Óptimo para Minimizar las Pérdidas en el Cobre", Memoria de 4r Congreso Nacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas, S.E.P.I.-E.S.I.M.E.-I.P.N., pp. 302-308, 1998.
- [43] L. Kawecki, Lázaro Eduardo Castillo Barrera, "Influencia de la Forma Escalonada del voltaje de Alimentación en las Pérdidas Magnéticas Generadas Durante el Arranque Óptimo en Tiempo del Motor de Inducción", Científica, pp. 107-115.
- [44] S. Chapman, "Máquinas Eléctricas" Segunda edición. Mc Graw Hill, México, 1997.
- [45] J. Turowski, "Electrodinámica Técnica" (en polaco), Ed. W. N. T. Varsowia, 1993.
- [46] M. Sarma, "Electric Machines: Steady State Theory and Dynamic Performance", West Publishing Company, 1985.
- [47] A. Sandler y R. Sabator, "Control en Frecuencia de Motores Asíncronos" (en ruso), Energía Moscú, 1970.
- [48] L. Pontryagin et al. "The Mathematic Thoery of Optimal Processes", Interscience Publish, John Wiley and Sons, 1967.
- [49] C. Ong, "Dynamic Simulation of Electric Machinery Using Metlab/Simulink", Prentice Hall PTR, 1998. .
- [50] L. Kawecki y T. Niewierowicz, "Pérdidas Magnéticas en el Arranque Óptimo en Tiempo de Motores de Inducción", Memoria de Conferencia Internacional IEEE Sección México, Capitulo de Potencia, Duodeciam Reunión de Verano, Acapulco Gro., México, pp. 105-111, 1999.
- [51] V. Rajaraman, "Computer Programing in Fortran 77", Prentice-Hall, 1997.
- [52] S. Sethi y G. Thompson, "Optimal Control Theory, Application to Management Science and Economics", Springer Business Media inc. Boston, 2000.
- [53] R. Pytlak, "Numerical Methods for Optimal Control Problems with State Constraints", Springer Berlin Heidelberg, 1999.
- [54] P. Chen y M. Sardar, "Optimal Control Models in Finance", Springer Business Media inc. Boston, 2005.
- [55] K. Lange, "Optimization", Springer Business Media inc. Boston, 2004.
- [56] S. Vukosavic, "Electric Machines", Springer Science Busibess Nedia New York, 2013.
- [58] P. Krause, "Analisis of Electric Machinery", McGraw-Hill Book Company, 1987.

Apéndice A.

A. Control Óptimo Principio del Máximo de Pontryagin.

A.1. Introducción.

Un problema de optimización dinámica puede ser resuelto mediante distintos métodos entre ellos está el principio del máximo de Pontryagin el cual tiene su planteamiento y demostración en el trabajo de Pontryagi y sus colaboradores en el trabajo [48], pero también esta teoría puede ser deducida de las ecuaciones del cálculo de variaciones como lo ha hecho en [54] y [55]. Este principio enuncia las condiciones necesarias para que exista el control que minimiza o maximiza una funcional que depende de las variables del sistema dinámico, la principal diferencia con el cálculo de variaciones es que el problema está escrito como un problema de control y que el problema de optimización se transforma en el problema de extremizar una ecuación algebraica (el Hmailtoniano) mientras que en el cálculo de variaciones se busca extremizar un funcional y el sistema dinámico está representado como “restricciones” en forma de ecuaciones diferenciales [48][52][53][54][55].

A.2. Planteamiento del problema de optimización.

La dinámica del sistema se representa mediante un sistema de ecuaciones diferenciales:

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, \dots, u_p) \quad i = 1, 2, \dots, n$$

En donde x_1, \dots, x_n representa las incógnitas y u_1, \dots, u_p las variables de control, $x_i \in X$, $u_i \in U$ en donde X representa los estados posibles del sistema y U representa el conjunto de controles posibles para los cuales las funciones f_i son continuas.

Ahora se ha propuesto que existe una función $f_0(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, \dots, u_p)$ que es continua con respecto de X y de U , al agregar esta nueva ecuación el sistema toma la siguiente forma:

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(X, U) \quad i = 0, 1, 2, \dots, n \quad (A1)$$

Ahora basándonos en las ecuaciones (A1) se puede describir el problema de optimización como sigue:

En el espacio X existen dos puntos X_0 y X_1 , de entre todos los controles admisibles $U = U(t)$ que transfieren el sistema del punto X_0 al punto X_1 que cumplen las restricciones g_i (si dicho control existe), encontrar el control para el cual la funcional (A2) toma su valor extremo (mínimo o máximo) [52].

$$\theta = \int_{t_1}^{t_0} f_0(X(t), U(t)) dt \quad (A2)$$

A.3. Principio del máximo caso general.

El cálculo de variaciones estudia las condiciones en las que existe una trayectoria que extremiza una funcional, principalmente usando las ecuaciones de Hamilton-Jacobi [53], sin embargo es más simple en los problemas de control óptimo utilizar el principio del máximo de Pontryagin, principio que puede ser deducido desde las mismas ecuaciones de Hamilton-Jacobi [53]. En este caso ya no es necesario extremizar la funcional en si, se extremiza la ecuación del Hmailtoniano y se verifica la existencia de las variables conjugadas con las variables de estado, que es en sí, el punto más complicado de resolver en los problemas de control óptimo basados en el principio del máximo.

El principio del máximo enuncia las condiciones necesarias que el control óptimo cumple en caso de existir y dice lo siguiente [53] [52]:

Si $u(t)_{opt}$ es el control óptimo y $x(t)_{opt}$ es la solución del sistema (A1) que corresponde a $u(t)_{opt}$, entonces se cumplen las siguientes condiciones:

i) Existe una constante V_0 y una función vectorial $V = V(t)$ tales que el vector $[V_0, V]$ no es idénticamente nulo, V es absolutamente continuo y cumple con lo siguiente:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= - \frac{\partial H}{\partial x} \\ \frac{dx}{dt} &= \frac{\partial H}{\partial V} \end{aligned} \right\} \quad (A3)$$

En donde el Hamiltoniano H está dado por:

$$H(x, u, V) = V_0 f_0(x, u) + \sum_{n=1}^i V_n f_n(x, u) \quad (A4)$$

ii) El control óptimo maximiza el Hamiltoniano sobre todos los controles admisibles:

$$H_{opt} \equiv H(x_{opt}(t), u_{opt}(t), V(t)) \geq H(x(t), u(t), V(t)) \quad (A5)$$

iii) En el punto final se satisfacen las ecuaciones de transversalidad:

$$\left. \begin{aligned} V(t_r) = V_{opt}(t_r) &= V_0 \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=x_{opt}} \\ H(t_r) = H_{opt}(t_r) &= -V_0 \frac{\partial \theta}{\partial t} \Big|_{t=t_r} \end{aligned} \right\} \quad (A6)$$

Tomando como base las condiciones **i)**, **ii)** e **iii)**, se puede decir lo siguiente:

Si $f_0(x_i(t), u_i(t))$ $i = 0, \dots, n$, no depende explícitamente de la variable independiente t , entonces

$$H(u_{opt}) = 0 \quad \text{en} \quad t \in [0, t_r] \quad (A7)$$

Por comodidad V_0 se supone negativo y de las ecuaciones (A3) se observa que la escala de la constante V_0 no afecta la solución del sistema (A3), entonces $V_0 = -1$ es la opción conveniente para simplificar los cálculos.

La condición **iii)** implica que a lo largo de la trayectoria óptima $X(t)_{opt}$ se cumple:

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 0 \quad (A8)$$

A.4. Principio del máximo cuando existen restricciones de desigualdad en el control y en las variables de estado.

El Hamiltoniano definido en la sección anterior es válido para este problema, pero ahora debe maximizarse con respecto a las variables de control u_i sujeto a restricciones de desigualdad, necesitamos por ello recurrir a las condiciones de holgura complementaria de Karush-Kuhn-Tucker [54] [55]. Además según Arrow, Hurwicz y Uzawa, las restricciones deben:

- Ser cóncavas en U
- Ser lineales en U
- Debe existir un punto en la región de control tal que, al evaluar en $u(0)$ todas las restricciones son estrictamente menores que las respectivas constantes de restricción.
- Debe cumplirse la condición de Rango, el rango de la matriz de las derivadas parciales de las restricciones efectivas con respecto a u_i evaluada en el óptimo es igual al número de restricciones.

Ahora incluimos el Hamiltoniano en la función Lagrangeana:

$$L(X, U, V) = V_0 f_0(x, u) + \sum_{n=1}^i V_n f_n(x, u) + \varphi_j(g_j(u, x)) \quad (A9)$$

Aplicando las condiciones al principio optimizador:

$$\frac{\partial L}{\partial u} = 0 \quad (A10)$$

Si existen condiciones de no negatividad la expresión (A10) se convierte en la expresión (A11):

$$\frac{\partial L}{\partial u} \geq 0 \quad ; \quad u \geq 0 \quad ; \quad u \frac{\partial L}{\partial u} = 0 \quad (A11)$$

Además:

$$\frac{\partial L}{\partial \varphi_j} = c_j - g_j \geq 0 \quad ; \quad \varphi_j \geq 0 \quad ; \quad \varphi_j \frac{\partial L}{\partial \varphi_j} = 0 \quad (A12)$$

Y el sistema de Hamilton ahora es:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= -\frac{\partial L}{\partial x} \\ \frac{dx}{dt} &= \frac{\partial L}{\partial V} \end{aligned} \right\} \quad (A13)$$

Además de cumplir con las condiciones de transversalidad (A6).

Para cumplir las condiciones (A12) es posible utilizar el valor de una constante φ_j igualada a cero y buscar el control que extremice el Hamiltoniano y a su vez respete la desigualdad correspondiente, la segunda opción es plantear que la constante φ_j es diferente de cero, entonces el control ya no lo define el Hamiltoniano, sino que se utiliza la tercer ecuación (A12) de la cual se escribe una ecuación de donde se puede calcular el control factible.

Cabe destacar que si todas las constantes φ_j se suponen iguales a cero, se llega al caso similar al control sin restricciones, pues se utilizan las mismas ecuaciones para maximizar el Hamiltoniano, pero con la diferencia de que las variables de control tienen que obedecer las desigualdades (A12).

Si todas las constantes φ_j son diferentes de cero, el problema se vuelve similar al problema de control óptimo con restricciones en forma de igualdades, con la diferencia de que es necesario verificar que se cumpla (A12).

Durante los diferentes periodos de control se tiene que supervisar que φ_j cumple con la condición de holgura complementaria (A.12), en los puntos en donde no se cumpla dicha condición, el control no es óptimo y se tiene que utilizar otra estrategia. Este curso de acción es recurrente en algunos trabajos, un ejemplo de esto es el control tipo bang-bang, en donde se cambia de extremo a extremo el valor de la variable de control, dependiendo del signo de las constantes φ_j , con el fin de que se cumplan las condiciones (A.12) y el control continúe siendo un óptimo factible [54].

APÉNDICE B

B. Programas Empleados para la Simulación.

B.1 Introducción.

Los programas utilizados en este trabajo fueron realizados en el lenguaje de programación fortran 77 [51], básicamente resuelven las ecuaciones esenciales y complementarias de los diferentes sistemas de control con la estructura de programación o lógica mostrada en los diagramas de flujo del capítulo 3. Se utilizó el método de Runge-Kutta de cuarto orden para resolver las ecuaciones diferenciales de los modelos del motor, la regla del rectángulo para integrar las ecuaciones que describen las pérdidas de energía y para encontrar la raíz de la ecuación (3.12) y (3.17), se emplea un método abierto, los demás complementos se obtienen con la sustitución de los valores en las ecuaciones que los representan según la teoría presentada en los diferentes capítulos.

Al ejecutar los programas, se le requerirán los datos del motor uno a uno, se indica en la pantalla cada elemento que es necesario ingresar, primero se ingresan los parámetros del motor, es necesario introducirlos todos, posteriormente se ingresan los datos adicionales que corresponden a los datos de: el tipo de sistema a simular, parámetros esenciales en los métodos numéricos, por ejemplo, el paso de integración y la tolerancia para el cálculo de la raíz de (3.17), después solo espere a que el programa termine los cálculos y finalmente los resultados serán presentados en la pantalla (consola) y/o estarán almacenados en un archivo en la dirección "c:\\". En el caso del programa P3, puede entregar dos archivos diferentes, el archivo puede ser "con-tran.txt" o "sin-tran.txt" nombres que hacen alusión al tipo de modelo que representa al motor, el modelo con transitorios (modelo complejo 1) o el modelo simple, respectivamente. Para el programa P4 el archivo de salida es "sisabierto.txt". Todos los programas muestran datos en la consola que no deben ser ignorados.

Para reproducir las simulaciones, es necesario copiar, compilar, ejecutar e ingresar los datos de cada motor según se indica en el capítulo 4 los programas que se presentan en los siguientes apartados.

Los programas escritos en Fortran 77 pueden ser ejecutados en PCs usuarias del sistema operativo Windows 7, utilizando Visual Studio y compiladores de Intel para fortran por mencionar un ejemplo.

B.2 Programa P.1.

Programa para analizar la curva $i_{11} - v$, y obtener $i_{11s\ min}$ y $i_{11s\ max}$.

```
real*8 f,x,i11,dnu,iom  
eal*8 bm,az,bz,mm,mr,omn,r1,r2,xp1,xp2,xpo
```

```

real*8 um
real*8 nu,jp
real*8 dup,dx,l1,l2,l3,ao,a1,i11min,i11max
integer m,w,ww,p,pp
dimension o1(0:1000)
dimension o2(0:1000)
dimension o3(0:1000)
bm=1.5
az=6.584d-6
bz=2.387d-3
write(*,*)'um='
read(5,*) um
write(*,*)'p='
read(5,*) pp
write(*,*)'Mm='
read(5,*) mm
write(*,*)'Mr='
read(5,*) mr
write(*,*)'OMEGAn='
read(5,*) omn
write(*,*)'R1='
read(5,*) r1
write(*,*)'R2='
read(5,*) r2
write(*,*)'X1='
read(5,*) xp1
write(*,*)'X2='
read(5,*) xp2
write(*,*)'Xo='
read(5,*) xpo
write(*,*)'J='
read(5,*) jp
dnu=0.001
dup=0.0000000001
dx=0.000001
ww=1
write(*,*)'l1='
read(5,*) l1
write(*,*)'l2='
read(5,*) l2
write(*,*)'l3='
read(5,*) l3
write(*,*)'ao='
read(5,*) ao
write(*,*)'a1='
read(5,*) a1
iom=um/sqrt(r1**2+(xpo+xp1)**2)
nu=0
m=0
w=0
i11min=2*iom
i11max=0
5 x=0

```

```

10 f=(-bm**2*omn*I1/(iom**2))*(3*pp*r2*xpo**2*x*iom**2
1-2*(ao+a1*nu**2)*omn*(r2**2+xp2**2*x**2))*((r2**2+(xpo
2+xp2)**2*x**2)*(2*xp2**2*x*(az*mm*omn*(nu+x)**2+(bz*mm
3-2*mr*az*omn*nu)*(nu+x)+mr*(az*omn*nu-bz)*nu)+(r2**2
4+xp2**2*x**2)*(2*az*mm*omn*(nu+x)+bz*mm-2*mr*az*omn*nu))
5-2*(xpo+xp2)**2*x*(az*mm*omn*(nu+x)**2+(bz*mm-2*mr*az*omn*nu)
6*(nu+x)+mr*(az*omn*nu-bz)*nu)*(r2**2+xp2**2*x**2))-1.5*I2
7*(3*pp*r2*xpo**2*x*iom**2-2*omn*(ao+a1*nu**2)*(r2**2
8+xp2**2*x**2))*(2*r2*xpo**2*x*(r2**2+(xpo+xp2)**2*x**2)
9-2*r2*xpo**2*x**2*(xpo+xp2)**2*x)+(1.5*pp**2*r2*xpo**2
1*iom**2/(omn**2*jp))*((r2**4-(xpo+xp2)**4*x**4)
2/(r2**2+xp2**2*x**2))*((2*bm**2*omn**3*I1*jp/(pp*iom**2))
3*(r2**2+xp2**2*x**2)*(az*mm*omn*(nu+x)**2
4+(bz*mm-2*mr*az*omn*nu)*(nu+x)+mr*(az*omn*nu-bz)*nu))+((3
5*omn**2*I2*jp)/(pp))*(r1*(r2**2+(xpo+xp2)**2*x**2)+r2*xpo**2
6*x**2)+I3*jp**2*omn**2*(r2**2+(xpo+xp2)**2*x**2)/pp)
if(dabs(f).le.dup.and.x.ne.0) goto 20
x=x+dx
if(x.gt.0.5) then
dup=2*dup
goto 5
end if
goto 10
20 i11=iom*sqrt((r2**2+(xpo+xp2)**2*x**2)/(r2**2+xp2**2*x**2))
if(i11.le.i11min.and.x.ne.0) then
i11min=i11
end if
if(i11.ge.i11max.and.x.ne.0) then
i11max=i11
end if
if(nu.lt.1) then
nu=nu+dnu
w=w+1
if (w.eq.ww) then
m=m+1
o1(m)=nu
o2(m)=x
o3(m)=i11
write(*,*) nu,x,i11
w=0
goto 5
end if
goto 5
end if
write(*,*) 'i11min=',i11min
write(*,*) 'i11max=',i11max
21 open (unit=10,file='i11.rys')
write(10,1)(o1(p),o2(p),o3(p),p=1,1000,1)
1 format(3f15.5)
23 stop
end

```

B.3 Programa P.2.

Programa para calcular el tiempo de arranque y analizar los controles tipo a) y b).

```
real*8 f,x,i11,i10,io,t,dup1
real*8 bm,az,bz,mm,mr,omn,r1,r2,xp1,xp2,xpo,iom
real*8 um,i1,jp,me,q2c
real*8 q2z,q2t,dup,l1,l2,l3,nu,tn,ao,a1,xx,bdt,beta
integer pp,dec,ppp,dec1
real*8 alfa,i1m
real*8 i2d,i2q,i1d,i1q,i1z
real*8 iozm,i2z,f1,gama
real*8 k1z,m1z,k11z,m11z,k2z
real*8 m2z,k12z,m12z,k3z,m3z
real*8 k13z,m13z,k4z,m4z
real*8 mez,iaz,ioz,dt
real*8 as,bs,cs,ds,fs,es,xs,gs
real*8 fom,ua,f2dz,f2qz,omz,qz
real*8 f1d,f1q,fmd,fmz,fm
real*8 fmzd,fmzq,u1dz,u1qz
real*8 r1z,u1z,w1z,r11z,u11z
real*8 w11z,r2z,u2z,w2z
real*8 r12z,u12z,w12z,r3z
real*8 u3z,w3z,r13z,u13z,w13z
real*8 r4z,u4z,w4z,qm,iomax
real*8 qt,ome,i11min,ioma
integer ww
bm=1.5
az=6.584d-6
bz=2.387d-3
write(*,*)'um='
read(5,*) um
write(*,*)'p='
read(5,*) pp
write(*,*)'Mm='
read(5,*) mm
write(*,*)'Mr='
read(5,*) mr
write(*,*)'OMEGAn='
read(5,*) omn
write(*,*)'R1='
read(5,*) r1
write(*,*)'R2='
read(5,*) r2
write(*,*)'X1='
```

```

read(5,*) xp1
write(*,*)'X2='
read(5,*) xp2
write(*,*)'Xo='
read(5,*) xpo
write(*,*)'J='
read(5,*) jp
write(*,*)'i1o='
read(5,*) i1o
dup=0.0000000001
dup1=0.0000000001
write(*,*)'l1='
read(5,*) l1
write(*,*)'l2='
read(5,*) l2
write(*,*)'l3='
read(5,*) l3
write(*,*)'tn='
read(5,*) tn
write(*,*)'ao='
read(5,*) ao
write(*,*)'a1='
read(5,*) a1
  write(*,*)'i11min='
  read(5,*) i11min
  if(i1o.le.i11min) goto 41
  write(*,*)'Si quieres que para i1o>i11 los calculos se realizen'
  write(*,*)'igual como la minimizacion de las pérdidas electricas'
  write(*,*)'escribe 1 o'
  write(*,*)'Si quieres que para i1o>i11 los calculos se realizen'
  write(*,*)'igual como la minimizacion del tiempo escribe 0'
  read(5,*) dec
41 write(*,*)'Si quieres controlar el modelo sin transitorios'
  write(*,*)'electromagneticos escribe 1 o'
  write(*,*)'Si quieres controlar el modelo con transitorios'
  write(*,*)'electromagneticos escribe 0'
  read(5,*) dec1
  if(dec1.eq.0) then
  write(*,*)'dt='
  read(5,*) dt
  end if
iom=um/dsqrt(r1**2+(xpo+xp1)**2)

  ppp=0
  nu=0
  t=0

```

```

xx=0
ioma=0
w=0
m=0
as=r1*omn/xp1
bs=r2*omn/xp2
cs=omn/xp1
ds=omn/xp2
fs=(xp1+xpo)*(xp2+xpo)-xpo**2
es=1.5*pp**2*omn*xpo/(fs*jp)
iozm=um/dsqrt(r1**2+(xpo+xp1)**2)
xs=1/(1/xp1+1/xp2+1/xpo)
gs=xs/xpo
fom=xpo*iozm/omn
ua=0
i2d=0
i2q=0
f2dz=0
f2qz=0
omz=0
qz=0
qm=0
ioz=0
iaz=0
mez=0
f1d=0
f1q=0
fmd=0
fmq=0
i1d=0
i1q=0
i1z=0
i2z=0
fmz=0
fm=0
fmzd=0
fmzq=0
u1dz=0
u1qz=0
nu=0
beta=0
ww=0
5 if(ppp.eq.1) then
7 x=xx
12 f=(-bm**2*omn*|1/(iom**2)|*(3*pp*r2*xpo**2*x*iom**2
1-2*(ao+a1*nu**2)*omn*(r2**2+xp2**2*x**2))*((r2**2+(xpo

```

```

2+xp2)**2*x**2)*(2*xp2**2*x*(az*mm*omn*(nu+x)**2+(bz*mm
3-2*mr*az*omn*nu)*(nu+x)+mr*(az*omn*nu-bz)*nu)+(r2**2
4+xp2**2*x**2)*(2*az*mm*omn*(nu+x)+bz*mm-2*mr*az*omn*nu))
5-2*(xpo+xp2)**2*x*(az*mm*omn*(nu+x)**2+(bz*mm-2*mr*az*omn*nu)
6*(nu+x)+mr*(az*omn*nu-bz)*nu)*(r2**2+xp2**2*x**2))-1.5*I2
7*(3*pp*r2*xpo**2*x*iom**2-2*omn*(ao+a1*nu**2)*(r2**2
8+xp2**2*x**2))*(2*r2*xpo**2*x*(r2**2+(xpo+xp2)**2*x**2)
9-2*r2*xpo**2*x**2*(xpo+xp2)**2*x)+(1.5*pp**2*r2*xpo**2
1*iom**2/(omn**2*jp))*((r2**4-(xpo+xp2)**4*x**4)
2/(r2**2+xp2**2*x**2))*((2*bm**2*omn**3*I1*jp/(pp*iom**2))
3*(r2**2+xp2**2*x**2)*(az*mm*omn*(nu+x)**2
4+(bz*mm-2*mr*az*omn*nu)*(nu+x)+mr*(az*omn*nu-bz)*nu)+((3
5*omn**2*I2*jp)/(pp))*(r1*(r2**2+(xpo+xp2)**2*x**2)+r2*xpo**2
6*x**2)+I3*jp**2*omn**2*(r2**2+(xpo+xp2)**2*x**2)/pp)
if(abs(f).le.dup1.and.x.ne.0) then
  xx=x
  ppp=1
  beta=x
  goto 21
end if
x=x+0.000001
if(x.gt.0.5) then
  dup1=2*dup1
  goto 7
end if
goto 12
end if
100 x=xx
10 f=(-bm**2*omn*I1/(iom**2))*(3*pp*r2*xpo**2*x*iom**2
1-2*(ao+a1*nu**2)*omn*(r2**2+xp2**2*x**2))*((r2**2+(xpo
2+xp2)**2*x**2)*(2*xp2**2*x*(az*mm*omn*(nu+x)**2+(bz*mm
3-2*mr*az*omn*nu)*(nu+x)+mr*(az*omn*nu-bz)*nu)+(r2**2
4+xp2**2*x**2)*(2*az*mm*omn*(nu+x)+bz*mm-2*mr*az*omn*nu))
5-2*(xpo+xp2)**2*x*(az*mm*omn*(nu+x)**2+(bz*mm-2*mr*az*omn*nu)
6*(nu+x)+mr*(az*omn*nu-bz)*nu)*(r2**2+xp2**2*x**2))-1.5*I2
7*(3*pp*r2*xpo**2*x*iom**2-2*omn*(ao+a1*nu**2)*(r2**2
8+xp2**2*x**2))*(2*r2*xpo**2*x*(r2**2+(xpo+xp2)**2*x**2)
9-2*r2*xpo**2*x**2*(xpo+xp2)**2*x)+(1.5*pp**2*r2*xpo**2
1*iom**2/(omn**2*jp))*((r2**4-(xpo+xp2)**4*x**4)
2/(r2**2+xp2**2*x**2))*((2*bm**2*omn**3*I1*jp/(pp*iom**2))
3*(r2**2+xp2**2*x**2)*(az*mm*omn*(nu+x)**2
4+(bz*mm-2*mr*az*omn*nu)*(nu+x)+mr*(az*omn*nu-bz)*nu)+((3
5*omn**2*I2*jp)/(pp))*(r1*(r2**2+(xpo+xp2)**2*x**2)+r2*xpo**2
6*x**2)+I3*jp**2*omn**2*(r2**2+(xpo+xp2)**2*x**2)/pp)
if(abs(f).le.dup.and.x.ne.0) goto 20
x=x+0.000001

```

```

if(x.gt.0.5) then
  dup=2*dup
  goto 100
end if
goto 10
20 xx=x
i11=iom*dsqrt((r2**2+x**2*(xpo+xp2)**2)/(r2**2+x**2*xp2**2))
if (i10.le.i11) then
  i1=i10
  if(ppp.eq.1) goto 6
  xx=0
6  x=xx
11 f=(-bm**2*omn*I1/(iom**2))*(3*pp*r2*xpo**2*i1**2*x
1-2*(ao+a1*nu**2)*omn*(r2**2+(xpo+xp2)**2*x**2))*((r2**2+(xpo
2+xp2)**2*x**2)*(2*xp2**2*x*(az*mm*omn*(nu+x)**2+(bz*mm
3-2*mr*az*omn*nu)*(nu+x)+mr*(az*omn*nu-bz)*nu)+(r2**2
4+xp2**2*x**2)*(2*az*mm*omn*(nu+x)+bz*mm-2*mr*az*omn*nu))
5-2*(xpo+xp2)**2*x*(az*mm*omn*(nu+x)**2+(bz*mm-2*mr*az*omn*nu)
6*(nu+x)+mr*(az*omn*nu-bz)*nu)*(r2**2+xp2**2*x**2))-1.5*I2
7*(3*pp*r2*xpo**2*i1**2*x-2*omn*(ao+a1*nu**2)*(r2**2
8+(xp2+xpo)**2*x**2))*(2*r2*xpo**2*x*(r2**2+(xpo+xp2)**2*x**2)
9-2*r2*xpo**2*x**2*(xpo+xp2)**2*x)+(1.5*pp**2*r2*xpo**2
1*i1**2/(omn**2*jp))*((r2**2-(xpo+xp2)**2*x**2))
2*((2*bm**2*omn**3*I1*jp/(pp*iom**2))
3*(r2**2+xp2**2*x**2)*(az*mm*omn*(nu+x)**2
4+(bz*mm-2*mr*az*omn*nu)*(nu+x)+mr*(az*omn*nu-bz)*nu))+((3
5*omn**2*I2*jp)/(pp))*(r1*(r2**2+(xpo+xp2)**2*x**2)+r2*xpo**2
6*x**2)+I3*jp**2*omn**2*(r2**2+(xpo+xp2)**2*x**2)/pp)
if(abs(f).le.dup1.and.x.ne.0) then
  xx=x
  ppp=1
  beta=x
  goto 21
end if
x=x+0.000001
if(x.gt.0.5) then
  dup1=2*dup1
  goto 6
end if
goto 11
else
  if(dec.eq.1) then
    i1=i11
    beta=x
    goto 21
  end if

```

```

    if(dec.ne.1) then
      i1=i1o
      beta=r2*dsqrt(((i1o/iom)**2-1)/((xpo+xp2)**2
1-xp2**2*(i1o/iom)**2))
      goto 21
    end if
  end if
21 if(dec1.eq.0) goto 35
  q2c=q2c+0.001*(1.5*i1**2*(r1+r2*xpo**2*beta**2/(r2**2
1+(xpo+xp2)**2*beta**2)))
  io=i1*dsqrt((r2**2+xp2**2*beta**2)/(r2**2+(xpo+xp2)**2*beta**2))
  if(io.ge.ioma.and.t.ne.0) then
    ioma=io
  end if
  if(io.le.iom) then
    bdt=bm*io/iom
  else
    bdt=bm
  end if
  q2z=q2z+0.001*bdt**2*(az*mm*(omn*(nu+beta))**2+(bz*mm-2*mr*az*omn
  1*nu/pp)*omn*(nu+beta)+mr*(az*omn*nu/pp-bz)*omn*nu/pp)
  q2t=q2c+q2z
  me=3*pp*r2*xpo**2*i1**2*beta/(2*omn*(r2**2+(xpo+xp2)**2*beta**2))
  nu=nu+0.001*pp*(me-(ao+a1*nu**2))/(jp*omn)
  if (nu.gt.1.or.t.gt.tn) goto 22
  t=t+0.001
  write(*,*) t,nu,beta
  goto 5
22 write(*,*) 'tr=',t
  write(*,*) 'Qe=',q2c
  write(*,*) 'Qm=',q2z
  write(*,*) 'Qt=',q2t
  write(*,*) 'i1m=',i1
  write(*,*) 'iom=',ioma
  if(dec1.eq.1) goto 36
35 nu=omz/omn
  alfa=nu+beta
  ome=alfa*omn
  f1=((xpo**2-(xpo+xp2)*(xpo+xp1))*alfa+r1*r2/beta)**2
1+(r1*(xpo+xp2)+r2*alfa*(xpo+xp1)/beta)**2
  u=i1*dsqrt(f1*beta**2/(r2**2+(xpo+xp2)**2*beta**2))
  gama=u/um
  u1dz=u
  u1qz=0
  ua=u*dcos(alfa*omn*t)
  i1d=cs*(f1d-fmd)

```

```

i1q=cs*(f1q-fmq)
i2d=ds*(f2dz-fmd)
i2q=ds*(f2qz-fmq)
ioz=dsqrt((i1d+i2d)**2+(i1q+i2q)**2)
i1z=dsqrt(i1d**2+i1q**2)
if(i1z.gt.i1m.and.t.ne.0) then
i1m=i1z
end if
if(ioz.gt.iomax.and.t.ne.0) then
iomax=ioz
end if
i2z=dsqrt(i2d**2+i2q**2)
iaz=i1z*dcos(alfa*omn*t)
mez=es*jp*(f2dz*f1q-f1d*f2qz)/pp
if(ioz.le.iom) then
fmz=0
else
fmz=xpo*(ioz-iom)/omn
end if
fmd=xs*(f1d/xp1+f2dz/xp2)-gs*fmzd
fmq=xs*(f1q/xp1+f2qz/xp2)-gs*fmzq
fm=dsqrt(fmd**2+fmq**2)
if(fm.eq.0) then
fmzd=0
fmzq=0
else
fmzd=fmd*fmz/fm
fmzq=fmq*fmz/fm
end if
qz=qz+dt*1.5*(r1*i1z**2+r2*i2z**2)
if(ioz.le.iom) then
bdt=bm*ioz/iom
else
bdt=bm
end if
qm=qm+dt*bdt**2*(az*mm*(omn*alfa)**2+(bz*mm-2*mr*az*omn
1*nu/pp)*omn*alfa+mr*(az*omn*nu/pp-bz)*omn*nu/pp)
qt=qz+qm
k1z=dt*(u1dz+as*(xs*(f1d/xp1+f2dz/xp2)-gs*fmzd-f1d)
1+omn*alfa*f1q)
m1z=dt*(u1qz+as*(xs*(f1q/xp1+f2qz/xp2)-gs*fmzq-f1q)
1-omn*alfa*f1d)
r1z=dt*(bs*(xs*(f1d/xp1+f2dz/xp2)-gs*fmzd-f2dz)+omn*beta*f2qz)
u1z=dt*(bs*(xs*(f1q/xp1+f2qz/xp2)-gs*fmzq-f2qz)-omn*beta*f2dz)
w1z=dt*(es*(f2dz*f1q-f1d*f2qz)-(ao+a1*nu**2)*pp/jp)
k11z=f1d+k1z/2

```

```

m11z=f1q+m1z/2
r11z=f2dz+r1z/2
u11z=f2qz+u1z/2
w11z=omz+w1z/2
k2z=dt*(u1dz+as*(xs*(k11z/xp1+r11z/xp2)-gs*fmzd-k11z)
  1 + omn*alfa*m11z)
m2z=dt*(u1qz+as*(xs*(m11z/xp1+u11z/xp2)-gs*fmzq-m11z)
  1 -omn*alfa*k11z)
r2z=dt*(bs*(xs*(k11z/xp1+r11z/xp2)-gs*fmzd-r11z)+omn*beta*u11z)
u2z=dt*(bs*(xs*(m11z/xp1+u11z/xp2)-gs*fmzq-u11z)-omn*beta*r11z)
w2z=dt*(es*(r11z*m11z-k11z*u11z)-(ao+a1*(w11z/omn)**2)*pp/jp)
k12z=f1d+k2z/2
m12z=f1q+m2z/2
r12z=f2dz+r2z/2
u12z=f2qz+u2z/2
w12z=omz+w2z/2
k3z=dt*(u1dz+as*(xs*(k12z/xp1+r12z/xp2)-gs*fmzd-k12z)
  1 + omn*alfa*m12z)
m3z=dt*(u1qz+as*(xs*(m12z/xp1+u12z/xp2)-gs*fmzq-m12z)
  1 -omn*alfa*k12z)
r3z=dt*(bs*(xs*(k12z/xp1+r12z/xp2)-gs*fmzd-r12z)+omn*beta*u12z)
u3z=dt*(bs*(xs*(m12z/xp1+u12z/xp2)-gs*fmzq-u12z)-omn*beta*r12z)
w3z=dt*(es*(r12z*m12z-k12z*u12z)-(ao+a1*(w12z/omn)**2)*pp/jp)
k13z=f1d+k3z
m13z=f1q+m3z
r13z=f2dz+r3z
u13z=f2qz+u3z
w13z=omz+w3z
k4z=dt*(u1dz+as*(xs*(k13z/xp1+r13z/xp2)-gs*fmzd-k13z)
  1 + omn*alfa*m13z)
m4z=dt*(u1qz+as*(xs*(m13z/xp1+u13z/xp2)-gs*fmzq-m13z)
  1 -omn*alfa*k13z)
r4z=dt*(bs*(xs*(k13z/xp1+r13z/xp2)-gs*fmzd-r13z)+omn*beta*u13z)
u4z=dt*(bs*(xs*(m13z/xp1+u13z/xp2)-gs*fmzq-u13z)-omn*beta*r13z)
w4z=dt*(es*(r13z*m13z-k13z*u13z)-(ao+a1*(w13z/omn)**2)*pp/jp)
f1d=f1d+(k1z+2*k2z+2*k3z+k4z)/6
f1q=f1q+(m1z+2*m2z+2*m3z+m4z)/6
f2dz=f2dz+(r1z+2*r2z+2*r3z+r4z)/6
f2qz=f2qz+(u1z+2*u2z+2*u3z+u4z)/6
omz=omz+(w1z+2*w2z+2*w3z+w4z)/6
if (t.le.tn.and.nu.le.1) then
t=t+dt
  ww=ww+1
  if(ww.eq.100) then
write(*,*)t,nu,beta
  ww=0

```

```

        end if
goto 5
end if
write(*,*) 'tr',t
write(*,*) 'Qe=',qz
write(*,*) 'Qm=',qm
write(*,*) 'Qt=',qt
write(*,*) 'i1m=',i1m
        write(*,*)'iom=',iomax
36 stop
end

```

B.4 Programa P.3.

Este programa proporciona los datos correspondientes a las curvas de las variables de interés de los modelos (simple y complejo 1) con el controlador óptimo.

```

real*8 f,x,i11,i1o,io,t,dup1
real*8 bm,az,bz,mm,mr,omn,r1,r2,xp1,xp2,xpo,iom
real*8 um,i1,jp,me,q2c
real*8 q2z,q2t,dup,l1,l2,l3,nu,tn,ao,a1,xx,bdt,beta
integer pp,dec,ppp,dec1,ww,w,p
real*8 alfa,i1m
real*8 i2d,i2q,i1d,i1q,i1z
real*8 iozm,i2z,f1,gama
real*8 k1z,m1z,k11z,m11z,k2z
real*8 m2z,k12z,m12z,k3z,m3z
real*8 k13z,m13z,k4z,m4z
real*8 mez,iaz,ioz,dt
real*8 as,bs,cs,ds,fs,es,xs,gs
real*8 fom,ua,f2dz,f2qz,omz,qz
real*8 f1d,f1q,fmd,fmz,fm
real*8 fmzd,fmzq,u1dz,u1qz
real*8 r1z,u1z,w1z,r11z,u11z
real*8 w11z,r2z,u2z,w2z
real*8 r12z,u12z,w12z,r3z
real*8 u3z,w3z,r13z,u13z,w13z
real*8 r4z,u4z,w4z,qm,iomax
real*8 qt,ome,i11min,roz,roz1
dimension x1(0:1000)
dimension x2(0:1000)
dimension x3(0:1000)
dimension x4(0:1000)
dimension x5(0:1000)

```

```
dimension x6(0:1000)
dimension x7(0:1000)
dimension x8(0:1000)
dimension x9(0:1000)
dimension x10(0:1000)
dimension x11(0:1000)
dimension x12(0:1000)
dimension x13(0:1000)
dimension x14(0:1000)
dimension x15(0:1000)
dimension x16(0:1000)
dimension x17(0:1000)
dimension x18(0:1000)
dimension x19(0:1000)
bm=1.5
az=6.584d-6
bz=2.387d-3
write(*,*)'um='
read(5,*) um
write(*,*)'p='
read(5,*) pp
write(*,*)'Mm='
read(5,*) mm
write(*,*)'Mr='
read(5,*) mr
write(*,*)'OMEGAn='
read(5,*) omn
write(*,*)'R1='
read(5,*) r1
write(*,*)'R2='
read(5,*) r2
write(*,*)'X1='
read(5,*) xp1
write(*,*)'X2='
read(5,*) xp2
write(*,*)'Xo='
read(5,*) xpo
write(*,*)'J='
read(5,*) jp
write(*,*)'i1o='
read(5,*) i1o
dup=0.0000000001
dup1=0.0000000001
write(*,*)'l1='
read(5,*) l1
write(*,*)'l2='
```

```

read(5,*) l2
write(*,*)'l3='
read(5,*) l3
write(*,*)'tr='
read(5,*) tn
write(*,*)'ao='
read(5,*) ao
write(*,*)'a1='
read(5,*) a1
write(*,*)'i11min='
read(5,*) i11min
if(i10.le.i11min) goto 41
write(*,*)'Si quieres que para i10>i11 los calculos se realizen'
write(*,*)'igual como la minimizacion de las pérdidas electricas'
write(*,*)'escribe 1 o'
write(*,*)'Si quieres que para i10>i11 los calculos se realizen'
write(*,*)'igual como la minimizacion del tiempo escribe 0'
read(5,*) dec
41 write(*,*)'Si quieres controlar el modelo sin transitorios'
write(*,*)'electromagneticos escribe 1 o'
write(*,*)'Si quieres controlar el modelo con transitorios'
write(*,*)'electromagneticos escribe 0'
read(5,*) dec1
if(dec1.eq.0) then
write(*,*)'dt='
read(5,*) dt
roz1=tn/(dt*1000)
roz=roz1-int(roz1)
if(roz.ne.0) then
ww=int(roz1)+1
else
ww=roz1
end if
else
dt=0.001
roz=tn-int(tn)
if(roz.lt.1) then
ww=int(tn)+1
else
ww=tn
end if
end if
do i=0,1000
x1(i)=0
x2(i)=0
x3(i)=0

```

```

x4(i)=0
x5(i)=0
x6(i)=0
x7(i)=0
x8(i)=0
x9(i)=0
x10(i)=0
x11(i)=0
x12(i)=0
x13(i)=0
x14(i)=0
x15(i)=0
x16(i)=0
x17(i)=0
end do
iom=um/dsqrt(r1**2+(xpo+xp1)**2)
ppp=0
nu=0
t=0
xx=0
iomax=0
w=0
m=0
as=r1*omn/xp1
bs=r2*omn/xp2
cs=omn/xp1
ds=omn/xp2
fs=(xp1+xpo)*(xp2+xpo)-xpo**2
es=1.5*pp**2*omn*xpo/(fs*jp)
iozm=um/dsqrt(r1**2+(xpo+xp1)**2)
xs=1/(1/xp1+1/xp2+1/xpo)
gs=xs/xpo
fom=xpo*iozm/omn
ua=0
i2d=0
i2q=0
f2dz=0
f2qz=0
omz=0
qz=0
qm=0
ioz=0
iaz=0
mez=0
f1d=0
f1q=0

```

```

fmd=0
fmq=0
i1d=0
i1q=0
i1z=0
i2z=0
fmz=0
fm=0
fmd=0
fmzq=0
u1dz=0
u1qz=0
nu=0
  beta=0
5  if(ppp.eq.1) then
7  x=xx
12 f=(-bm**2*omn*|1/(iom**2)|*(3*pp*r2*xpo**2*x*iom**2
1-2*(ao+a1*nu**2)*omn*(r2**2+xp2**2*x**2))*((r2**2+(xpo
2+xp2)**2*x**2)*(2*xp2**2*x*(az*mm*omn*(nu+x)**2+(bz*mm
3-2*mr*az*omn*nu)*(nu+x)+mr*(az*omn*nu-bz)*nu)+(r2**2
4+xp2**2*x**2)*(2*az*mm*omn*(nu+x)+bz*mm-2*mr*az*omn*nu))
5-2*(xpo+xp2)**2*x*(az*mm*omn*(nu+x)**2+(bz*mm-2*mr*az*omn*nu)
6*(nu+x)+mr*(az*omn*nu-bz)*nu)*(r2**2+xp2**2*x**2))-1.5*I2
7*(3*pp*r2*xpo**2*x*iom**2-2*omn*(ao+a1*nu**2)*(r2**2
8+xp2**2*x**2))*(2*r2*xpo**2*x*(r2**2+(xpo+xp2)**2*x**2)
9-2*r2*xpo**2*x**2*(xpo+xp2)**2*x)+(1.5*pp**2*r2*xpo**2
1*iom**2/(omn**2*jp))*((r2**4-(xpo+xp2)**4*x**4)
2/(r2**2+xp2**2*x**2))*((2*bm**2*omn**3*|1*jp/(pp*iom**2))
3*(r2**2+xp2**2*x**2)*(az*mm*omn*(nu+x)**2
4+(bz*mm-2*mr*az*omn*nu)*(nu+x)+mr*(az*omn*nu-bz)*nu))+((3
5*omn**2*I2*jp)/(pp))*(r1*(r2**2+(xpo+xp2)**2*x**2)+r2*xpo**2
6*x**2)+I3*jp**2*omn**2*(r2**2+(xpo+xp2)**2*x**2)/pp)
  if(abs(f).le.dup1.and.x.ne.0) then
    xx=x
    ppp=1
    beta=x
    goto 21
  end if
  x=x+0.000001
  if(x.gt.0.5) then
    dup1=2*dup1
    goto 7
  end if
  goto 12
end if
100 x=xx

```

```

10 f=(-bm**2*omn*I1/(iom**2))*(3*pp*r2*xpo**2*x*iom**2
1-2*(ao+a1*nu**2)*omn*(r2**2+xp2**2*x**2))*((r2**2+(xpo
2+xp2)**2*x**2)*(2*xp2**2*x*(az*mm*omn*(nu+x)**2+(bz*mm
3-2*mr*az*omn*nu)*(nu+x)+mr*(az*omn*nu-bz)*nu)+(r2**2
4+xp2**2*x**2)*(2*az*mm*omn*(nu+x)+bz*mm-2*mr*az*omn*nu))
5-2*(xpo+xp2)**2*x*(az*mm*omn*(nu+x)**2+(bz*mm-2*mr*az*omn*nu)
6*(nu+x)+mr*(az*omn*nu-bz)*nu)*(r2**2+xp2**2*x**2))-1.5*I2
7*(3*pp*r2*xpo**2*x*iom**2-2*omn*(ao+a1*nu**2)*(r2**2
8+xp2**2*x**2))*(2*r2*xpo**2*x*(r2**2+(xpo+xp2)**2*x**2)
9-2*r2*xpo**2*x**2*(xpo+xp2)**2*x)+(1.5*pp**2*r2*xpo**2
1*iom**2/(omn**2*jp))*((r2**4-(xpo+xp2)**4*x**4)
2/(r2**2+xp2**2*x**2))*((2*bm**2*omn**3*I1*jp/(pp*iom**2))
3*(r2**2+xp2**2*x**2)*(az*mm*omn*(nu+x)**2
4+(bz*mm-2*mr*az*omn*nu)*(nu+x)+mr*(az*omn*nu-bz)*nu))+((3
5*omn**2*I2*jp)/(pp))*(r1*(r2**2+(xpo+xp2)**2*x**2)+r2*xpo**2
6*x**2)+I3*jp**2*omn**2*(r2**2+(xpo+xp2)**2*x**2)/pp)
if(abs(f).le.dup.and.x.ne.0) goto 20
x=x+0.000001
if(x.gt.0.5) then
dup=2*dup
goto 100
end if
goto 10
20 xx=x
i11=iom*dsqrt((r2**2+x**2*(xpo+xp2)**2)/(r2**2+x**2*xp2**2))
if (i1o.le.i11) then
i1=i1o
if(ppp.eq.1) goto 6
xx=0
6 x=xx
11 f=(-bm**2*omn*I1/(iom**2))*(3*pp*r2*xpo**2*i1**2*x
1-2*(ao+a1*nu**2)*omn*(r2**2+(xpo+xp2)**2*x**2))*((r2**2+(xpo
2+xp2)**2*x**2)*(2*xp2**2*x*(az*mm*omn*(nu+x)**2+(bz*mm
3-2*mr*az*omn*nu)*(nu+x)+mr*(az*omn*nu-bz)*nu)+(r2**2
4+xp2**2*x**2)*(2*az*mm*omn*(nu+x)+bz*mm-2*mr*az*omn*nu))
5-2*(xpo+xp2)**2*x*(az*mm*omn*(nu+x)**2+(bz*mm-2*mr*az*omn*nu)
6*(nu+x)+mr*(az*omn*nu-bz)*nu)*(r2**2+xp2**2*x**2))-1.5*I2
7*(3*pp*r2*xpo**2*i1**2*x-2*omn*(ao+a1*nu**2)*(r2**2
8+(xp2+xpo)**2*x**2))*(2*r2*xpo**2*x*(r2**2+(xpo+xp2)**2*x**2)
9-2*r2*xpo**2*x**2*(xpo+xp2)**2*x)+(1.5*pp**2*r2*xpo**2
1*i1**2/(omn**2*jp))*((r2**2-(xpo+xp2)**2*x**2))
2*((2*bm**2*omn**3*I1*jp/(pp*iom**2))
3*(r2**2+xp2**2*x**2)*(az*mm*omn*(nu+x)**2
4+(bz*mm-2*mr*az*omn*nu)*(nu+x)+mr*(az*omn*nu-bz)*nu))+((3
5*omn**2*I2*jp)/(pp))*(r1*(r2**2+(xpo+xp2)**2*x**2)+r2*xpo**2
6*x**2)+I3*jp**2*omn**2*(r2**2+(xpo+xp2)**2*x**2)/pp)

```

```

if(abs(f).le.dup1.and.x.ne.0) then
  xx=x
  ppp=1
beta=x
  goto 21
  end if
x=x+0.000001
if(x.gt.0.5) then
dup1=2*dup1
goto 6
end if
goto 11
else
  if(dec.eq.1) then
i1=i11
  beta=x
  goto 21
  end if
  if(dec.ne.1) then
i1=i1o
  beta=r2*dsqrt(((i1o/iom)**2-1)/((xpo+xp2)**2
1-xp2**2*(i1o/iom)**2))
  goto 21
  end if
  end if
21 if(dec1.eq.0) goto 35
q2c=q2c+0.001*(1.5*i1**2*(r1+r2*xpo**2*beta**2/(r2**2
1+(xpo+xp2)**2*beta**2)))
io=i1*dsqrt((r2**2+xp2**2*beta**2)/(r2**2+(xpo+xp2)**2*beta**2))
if(io.ge.iomax.and.t.ne.0) then
iomax=io
end if
if(io.le.iom) then
bdt=bm*io/iom
else
bdt=bm
end if
q2z=q2z+0.001*bdt**2*(az*mm*(omn*(nu+beta))**2+(bz*mm-2*mr*az*omn
1*nu/pp)*omn*(nu+beta)+mr*(az*omn*nu/pp-bz)*omn*nu/pp)
q2t=q2c+q2z
me=3*pp*r2*xpo**2*i1**2*beta/(2*omn*(r2**2+(xpo+xp2)**2*beta**2))
nu=nu+dt*pp*(me-(ao+a1*nu**2))/(jp*omn)
alfa=nu+beta
f1=((xpo**2-(xpo+xp2)*(xpo+xp1))*alfa+r1*r2/beta)**2
1+(r1*(xpo+xp2)+r2*alfa*(xpo+xp1)/beta)**2
gama=i1*dsqrt(f1*beta**2/(r2**2+(xpo+xp2)**2*beta**2))/um

```

```

fo=xpo*io/omn
u=gama*um
ua=u*dcos(alfa*omn*t)
omz=nu*omn
iaz=i1*dcos(alfa*omn*t)
i2z=i1*xpo*beta/(dsqrt(r2**2+(xpo+xp2)**2*beta**2))
ioz=io
i1z=i1
fm=fo
qz=q2c
qm=q2z
qt=q2t
i1m=i1
mez=me
goto 40
35 nu=omz/omn
alfa=nu+beta
ome=alfa*omn
f1=((xpo**2-(xpo+xp2)*(xpo+xp1))*alfa+r1*r2/beta)**2
1+(r1*(xpo+xp2)+r2*alfa*(xpo+xp1)/beta)**2
u=i1*dsqrt(f1*beta**2/(r2**2+(xpo+xp2)**2*beta**2))
gama=u/um
u1dz=u
u1qz=0
ua=u*dcos(alfa*omn*t)
i1d=cs*(f1d-fmd)
i1q=cs*(f1q-fmq)
i2d=ds*(f2dz-fmd)
i2q=ds*(f2qz-fmq)
ioz=dsqrt((i1d+i2d)**2+(i1q+i2q)**2)
i1z=dsqrt(i1d**2+i1q**2)
if(i1z.gt.i1m.and.t.ne.0) then
i1m=i1z
end if
if(ioz.ge.iomax.and.t.ne.0) then
iomax=ioz
end if
i2z=dsqrt(i2d**2+i2q**2)
iaz=i1z*dcos(alfa*omn*t)
mez=es*jp*(f2dz*f1q-f1d*f2qz)/pp
if(ioz.le.iom) then
fmz=0
else
fmz=xpo*(ioz-iom)/omn
end if
fmd=xs*(f1d/xp1+f2dz/xp2)-gs*fmzd

```

```

fmq=xs*(f1q/xp1+f2qz/xp2)-gs*fmzq
fm=dsqrt(fmd**2+fmq**2)
if(fm.eq.0) then
fmzd=0
fmzq=0
else
fmzd=fmd*fmz/fm
fmzq=fmq*fmz/fm
end if
qz=qz+dt*1.5*(r1*i1z**2+r2*i2z**2)
if(ioz.le.iom) then
bdt=bm*ioz/iom
else
bdt=bm
end if
qm=qm+dt*bdt**2*(az*mm*(omn*alfa)**2+(bz*mm-2*mr*az*omn
1*nu/pp)*omn*alfa+mr*(az*omn*nu/pp-bz)*omn*nu/pp)
qt=qz+qm
k1z=dt*(u1dz+as*(xs*(f1d/xp1+f2dz/xp2)-gs*fmzd-f1d)
1+omn*alfa*f1q)
m1z=dt*(u1qz+as*(xs*(f1q/xp1+f2qz/xp2)-gs*fmzq-f1q)
1-omn*alfa*f1d)
r1z=dt*(bs*(xs*(f1d/xp1+f2dz/xp2)-gs*fmzd-f2dz)+omn*beta*f2qz)
u1z=dt*(bs*(xs*(f1q/xp1+f2qz/xp2)-gs*fmzq-f2qz)-omn*beta*f2dz)
w1z=dt*(es*(f2dz*f1q-f1d*f2qz)-(ao+a1*nu**2)*pp/jp)
k11z=f1d+k1z/2
m11z=f1q+m1z/2
r11z=f2dz+r1z/2
u11z=f2qz+u1z/2
w11z=omz+w1z/2
k2z=dt*(u1dz+as*(xs*(k11z/xp1+r11z/xp2)-gs*fmzd-k11z)
1+omn*alfa*m11z)
m2z=dt*(u1qz+as*(xs*(m11z/xp1+u11z/xp2)-gs*fmzq-m11z)
1-omn*alfa*k11z)
r2z=dt*(bs*(xs*(k11z/xp1+r11z/xp2)-gs*fmzd-r11z)+omn*beta*u11z)
u2z=dt*(bs*(xs*(m11z/xp1+u11z/xp2)-gs*fmzq-u11z)-omn*beta*r11z)
w2z=dt*(es*(r11z*m11z-k11z*u11z)-(ao+a1*(w11z/omn)**2)*pp/jp)
k12z=f1d+k2z/2
m12z=f1q+m2z/2
r12z=f2dz+r2z/2
u12z=f2qz+u2z/2
w12z=omz+w2z/2
k3z=dt*(u1dz+as*(xs*(k12z/xp1+r12z/xp2)-gs*fmzd-k12z)
1+omn*alfa*m12z)
m3z=dt*(u1qz+as*(xs*(m12z/xp1+u12z/xp2)-gs*fmzq-m12z)
1-omn*alfa*k12z)

```

```

r3z=dt*(bs*(xs*(k12z/xp1+r12z/xp2)-gs*fmzd-r12z)+omn*beta*u12z)
  u3z=dt*(bs*(xs*(m12z/xp1+u12z/xp2)-gs*fmzq-u12z)-omn*beta*r12z)
w3z=dt*(es*(r12z*m12z-k12z*u12z)-(ao+a1*(w12z/omn)**2)*pp/jp)
  k13z=f1d+k3z
m13z=f1q+m3z
r13z=f2dz+r3z
u13z=f2qz+u3z
w13z=omz+w3z
k4z=dt*(u1dz+as*(xs*(k13z/xp1+r13z/xp2)-gs*fmzd-k13z)
  1 +omn*alfa*m13z)
m4z=dt*(u1qz+as*(xs*(m13z/xp1+u13z/xp2)-gs*fmzq-m13z)
  1 -omn*alfa*k13z)
r4z=dt*(bs*(xs*(k13z/xp1+r13z/xp2)-gs*fmzd-r13z)+omn*beta*u13z)
  u4z=dt*(bs*(xs*(m13z/xp1+u13z/xp2)-gs*fmzq-u13z)-omn*beta*r13z)
  w4z=dt*(es*(r13z*m13z-k13z*u13z)-(ao+a1*(w13z/omn)**2)*pp/jp)
  f1d=f1d+(k1z+2*k2z+2*k3z+k4z)/6
  f1q=f1q+(m1z+2*m2z+2*m3z+m4z)/6
  f2dz=f2dz+(r1z+2*r2z+2*r3z+r4z)/6
  f2qz=f2qz+(u1z+2*u2z+2*u3z+u4z)/6
  omz=omz+(w1z+2*w2z+2*w3z+w4z)/6
  nu=omz/omn
40 if (t.le.tn) then
  t=t+dt
  w=w+1
  if (w.eq.ww) then
    m=m+1
  x1(m)=t
  x2(m)=gama
  x3(m)=ua
  x4(m)=omz/pp
  x5(m)=fm
  x6(m)=ioz
  x7(m)=iaz
  x8(m)=mez
  x9(m)=i1z
  x10(m)=i2z
  x11(m)=qz
  x12(m)=qm
  x13(m)=qt
  x14(m)=alfa
  x15(m)=beta
  x16(m)=nu
  x17(m)=u
  A=-l2*(3/2)*i1*i1
  B=-l1*((bm*bm*omn*i1*i1)/(iozm*iozm))
  C=r2*r2+(x0+xp2)*(x0+xp2)*beta*beta;
  D=r2*r2+xp2*xp2*beta*beta;

```

```

E=az*mm*omn*(nu+beta)*(nu+beta)+(bz*mm-2*mr*az*omn*nu)
1 *(nu+beta)+mr*(((az*omn*nu)-bz)*(nu)
V=(((i1*i1*2*jp*bm*bm*omn*omn*omn*i1)
1 /(iozm*iozm))*(D)*(E))+((3*i1*i1*omn*omn*jp*i2)
2 *(r1*(C)+r2*x0*x0*beta*beta))+((2*I3*jp*omn*omn)*(C)))
3 /(3*p*r2*x0*x0*i1*i1*beta)
F=2*az*mm*omn*(nu+beta)+bz*mm-2*mr*az*omn*(nu)
G=B*((C*((2*xp2*xp2*beta*(E))+((D)*(F))))-(2*(x0+xp2)*(x0+xp2)*beta*(E)*(D)))
H=A*((2*r2*x0*x0*beta)*(C)-(2*r2*x0*x0*beta*beta*(x0+xp2)*(x0+xp2)*beta))
I=V*((i1*i1*3*p*r2*x0*x0)/(2*jp*omn*omn))*(r2*r2-(x0+xp2)*(x0+x2)*beta*beta)
LagBt=G+H+I
C2opt=LagBt/(i1*(((xp2*xp2*beta)*(C))/((D**5)))-beta*(x0+xp2)*(x0+xp2)*(D**5))
C1opt=-3*I2*i1*(r1+((r2*x0*x0*beta*beta)/(C)))
1 - I1*((2*i1*bm*bm*omn)/(iozm*iozm))*(D/C)*(E)
2 +V*((3*i1*p*r2*x0*x0*beta)/(jp*omn*omn*D))-c2*(((D)/(C))**5)
x18(m)=C1opt
x19(m)=C2opt
write(*,*)x1(m),x4(m),x15(m)
w=0
goto 5
end if
goto 5
end if
if(dec1.eq.0) then
open (unit=10,file='c:\\con-tran.txt')
else
open (unit=10,file=' c:\\sin-tran.txt')
end if
write(10,1)(x1(p),x2(p),x3(p),x4(p),x5(p)
2 ,x6(p),x7(p),x8(p),x9(p),x10(p),x11(p)
3 ,x12(p),x13(p),x14(p),x15(p),x16(p)
4 ,x17(p),x18(p),x19(p),p=1,1000,1)
1 format(17f15.5)
23 write(*,*) 'tr',t
write(*,*) 'Qe=',qz
write(*,*) 'Qm=',qm
write(*,*) 'Qt=',qt
write(*,*) 'i1m=',i1m
write(*,*) 'iom=',iomax
stop
end

```

B.5 Programa P.4.

Este programa entrega los datos correspondientes a las curvas de las variables de interés del comportamiento del sistema de control óptimo diseñado sobre la base del modelo del motor que considera los transitorios electromagnéticos.

```

real*8 q1,q2,q3
real*8 io,omn,r1,r2,x1,x2,xo,jp,bdt
real*8 i1,iom,um,dt,t,trn
real*8 i2d,i2q,f2d,f2q,ffod,ffoq,ffo,fod
real*8 foq,fo,c1,s1,gn1,hn1,j1,k1,om
real*8 m1,u1,f,w1,z1,y1,k11,m11
real*8 u11,w11,z11,y11,gn2,hn2,j2,c2,s2
real*8 k2,m2,u2,w2,z2,y2,k12,m12,u12,w12
real*8 z12,y12,gn3,hn3,j3,c3,s3,k3,m3,u3
real*8 z3,w3,y3,k13,m13,u13,w13,z13,y13
real*8 gn4,hn4,j4,c4,s4,k4,m4,u4,w4,z4,y4
real*8 q5,me,ia,i2,c1s,fods,foqs
real*8 u1d,u1q,u,ua,ome,beta,betap
real*8 az,bz,mm,mr,bm,qm,qt,i1max
  real*8 l1,l2,l3,i1o,i1opt,a,roz,roz1,iomax
integer p,w,ww,m,pp
dimension o1(0:1000)
dimension o2(0:1000)
dimension o3(0:1000)
dimension o4(0:1000)
dimension o5(0:1000)
dimension o6(0:1000)
dimension o7(0:1000)
dimension o8(0:1000)
dimension o9(0:1000)
dimension o10(0:1000)
dimension o11(0:1000)
dimension o12(0:1000)
dimension o13(0:1000)
dimension o14(0:1000)
dimension o15(0:1000)
dimension o16(0:1000)
  write(*,*)'um='
  read(5,*) um
  write(*,*)'V1(0)='
  read(5,*) q1
  write(*,*)'V2(0)='
  read(5,*) q2
  write(*,*)'V3(0)='
  read(5,*) q3
  write(*,*)'numero de pares de polos p='
  read(5,*) pp
  write(*,*)'valor nominal de la frecuencia angular omn='
  read(5,*) omn

```

```

write(*,*)'R1='
read(5,*) r1
write(*,*)'R2='
read(5,*) r2
write(*,*)'X1='
read(5,*) x1
write(*,*)'X2='
read(5,*) x2
write(*,*)'Xo='
read(5,*) xo
write(*,*)'J='
read(5,*) jp
write(*,*)'Mm='
read(5,*) mm
write(*,*)'Mr='
read(5,*) mr
write(*,*)'valor limite de la corriente del estator i1o='
read(5,*) i1o
write(*,*)'tiempo de arranque tr='
read(5,*) trn
iom=um/dsqrt(r1**2+(xo+x1)**2)
f=(xo+x1)*(xo+x2)-xo**2
a=r1*(xo+x2)**2+r2*xo**2
write(*,*)'paso de integracion dt='
read(5,*) dt
! write(*,*)'ww='
! read(5,*) ww
roz1=trn/(dt*1000)
roz=roz1-int(roz1)
if(roz.ne.0)then
ww=int(roz1)+1
else
ww=roz1
end if
write(*,*)'coeficiente de las pérdidas magneticas l1='
read(5,*) l1
write(*,*)'coeficiente de las pérdidas electricas l2='
read(5,*) l2
write(*,*)'coeficiente del tiempo l3='
read(5,*) l3
do i=0,1000
o1(i)=0
o2(i)=0
o3(i)=0
o4(i)=0
o5(i)=0

```

```

o6(i)=0
o7(i)=0
o8(i)=0
o9(i)=0
o10(i)=0
o11(i)=0
o12(i)=0
o13(i)=0
o14(i)=0
  o15(i)=0
end do
t=0
om=0
f2d=0
f2q=0
ffo=0
ffod=0
ffoq=0
io=0
i2d=0
i2q=0
fod=0
foq=0
fo=0
q5=0
qm=0
q mz=0
az=6.584d-6
bz=2.387d-3
bm=1.5
c1=1
s1=0
w=0
  iomax=0
  i1max=0
80 c1s=c1
s1s=s1
fods=fod
foqs=foq
i2d=(omn*(f2d+ffod)-xo*i1*c1)/(xo+x2)
i2q=(omn*(f2q+ffoq)-xo*i1*s1)/(xo+x2)
  i2=dsqrt(i2d**2+i2q**2)
  io=dsqrt((i1*c1+i2d)**2+(i1*s1+i2q)**2)
  if(io.ge.iomax.and.t.ne.0)then
    iomax=io
  end if

```

```

gn1=q2*r2+q3*3*pp**2*f2d/(2*jp)
hn1=q1*r2-q3*3*pp**2*f2q/(2*jp)
j1=dsqrt(gn1**2+hn1**2)
s1=gn1/j1
c1=hn1/j1
betap=c1*(s1-s1s)/dt-s1*(c1-c1s)/dt
ome=om+betap
beta=betap/omn
if(l2.eq.0)then
i1=i1o
else
i1opt=xo*(r2*(q1*c1+q2*s1)+q3*3*pp**2*(f2d*s1-f2q*c1)
1/(2*jp))/(3*l2*r1*(xo+x2))

if(i1opt.le.i1o) then
i1=i1opt
else
i1=i1o
end if
end if
C1opt=(i10pt-i1)*3*l2*r1
if(i1.ge.i1max.and.t.ne.0) then
i1max=i1
end if
if(io.le.iom) then
bdt=bm*io/iom
else
bdt=bm
end if
qm=qm+bdt**2*(az*mm*ome**2+(bz*mm-2*mr*az*om/pp)*ome+mr*(az*om/pp
1-bz)*om/pp)*dt
q5=q5+dt*3*(r1*i1**2+r2*i2**2)/2
me=3*pp*xo*i1*(f2d*s1-f2q*c1)/(2*(xo+x2))
1 +3*pp*omn*xo*x2*(f2q*ffod-f2d*ffoq)/(2*f*(xo+x2))
10 if (io.le.iom) then
ffo=0
else
ffo=xo*(io-iom)/omn
end if
fod=(xo*(x2*i1*c1/omn+f2d)-x2*ffod)/(xo+x2)
foq=(xo*(x2*i1*s1/omn+f2q)-x2*ffoq)/(xo+x2)
fo=dsqrt(fod**2+foq**2)
u1d=x1*i1*(c1-c1s)/(dt*omn)+(fod-fods)/dt
1 +r1*i1*c1-om*x1*i1*s1/omn-om*foq
u1q=x1*i1*(s1-s1s)/(dt*omn)+(foq-foqs)/dt
1 +r1*i1*s1+om*x1*i1*c1/omn+om*fod

```

```

u=dsqrt(u1d**2+u1q**2)
ua=u*sin(ome*t)
ia=i1*sin(ome*t)
if (fo.eq.0) then
ffod=0
ffoq=0
else
ffod=fod*ffo/fo
ffoq=foq*ffo/fo
end if
k1=dt*(r2*xo*i1*c1/(xo+x2)-r2*omn*f2d/(xo+x2)
1-r2*omn*ffod/(xo+x2))
m1=dt*(r2*xo*i1*s1/(xo+x2)-r2*omn*f2q/(xo+x2)
1-r2*omn*ffoq/(xo+x2))
u1=dt*((3*pp**2*omn*xo/(2*f*jp*(xo+x2)))*(f*i1*(f2d*s1
1-f2q*c1)/omn+x2*(f2q*ffod-f2d*ffoq)))
w1=dt*(r2*omn*q1/(xo+x2)+(3*pp**2*xo/(2*jp
1*(xo+x2)))*(x2*omn*ffoq/f-i1*s1)*q3)
z1=dt*(r2*omn*q2/(xo+x2)+(3*pp**2*xo*q3
1/(2*jp*(xo+x2)))*(-x2*omn*ffod/f+i1*c1))
y1=-dt*l1*mr*bd**2*(2*az*(ome-om)+bz)
k11=f2d+k1/2
m11=f2q+m1/2
u11=om+u1/2
w11=q1+w1/2
z11=q2+z1/2
y11=q3+y1/2
gn2=z11*r2+y11*3*pp**2*k11/(2*jp)
hn2=w11*r2-y11*3*pp**2*m11/(2*jp)
j2=dsqrt(gn2**2+hn2**2)
s2=gn2/j2
c2=hn2/j2
k2=dt*(r2*xo*i1*c2/(xo+x2)-r2*omn*k11/(xo+x2)
1-r2*omn*ffod/(xo+x2))
m2=dt*(r2*xo*i1*s2/(xo+x2)-r2*omn*m11/(xo+x2)
1-r2*omn*ffoq/(xo+x2))
u2=dt*((3*pp**2*omn*xo/(2*f*jp*(xo+x2)))*(f*i1*(k11*s2
1-m11*c2)/omn+x2*(m11*ffod-k11*ffoq)))
w2=dt*(r2*omn*w11/(xo+x2)+(3*pp**2*xo/(2*jp
1*(xo+x2)))*(x2*omn*ffoq/f-i1*s2)*y11)
z2=dt*(r2*omn*z11/(xo+x2)+(3*pp**2*xo*y11
1/(2*jp*(xo+x2)))*(-x2*omn*ffod/f+i1*c2))
y2=-dt*l1*mr*bd**2*(2*az*(ome-u11)+bz)
k12=f2d+k2/2
m12=f2q+m2/2
u12=om+u2/2

```

$w_{12}=q_1+w_2/2$
 $z_{12}=q_2+z_2/2$
 $y_{12}=q_3+y_2/2$
 $gn_3=z_{12}*r_2+y_{12}*3*pp^{**2}*k_{12}/(2*jp)$
 $hn_3=w_{12}*r_2-y_{12}*3*pp^{**2}*m_{12}/(2*jp)$
 $j_3=dsqrt(gn_3^{**2}+hn_3^{**2})$
 $s_3=gn_3/j_3$
 $c_3=hn_3/j_3$
 $k_3=dt*(r_2*xo*i_1*c_3/(xo+x_2)-r_2*omn*k_{12}/(xo+x_2)$
 $1-r_2*omn*ffod/(xo+x_2))$
 $m_3=dt*(r_2*xo*i_1*s_3/(xo+x_2)-r_2*omn*m_{12}/(xo+x_2)$
 $1-r_2*omn*ffoq/(xo+x_2))$
 $u_3=dt*((3*pp^{**2}*omn*xo/(2*f*jp*(xo+x_2)))*(f*i_1*(k_{12}*s_3$
 $1-m_{12}*c_3)/omn+x_2*(m_{12}*ffod-k_{12}*ffoq)))$
 $w_3=dt*(r_2*omn*w_{12}/(xo+x_2)+(3*pp^{**2}*xo/(2*jp$
 $1*(xo+x_2)))*(x_2*omn*ffoq/f-i_1*s_3)*y_{12})$
 $z_3=dt*(r_2*omn*z_{12}/(xo+x_2)+(3*pp^{**2}*xo*y_{12}$
 $1/(2*jp*(xo+x_2)))*(-x_2*omn*ffod/f+i_1*c_3))$
 $y_3=-dt*l_1*mr*bd^{**2}*(2*az*(ome-u_{12})+bz)$
 $k_{13}=f_{2d}+k_3$
 $m_{13}=f_{2q}+m_3$
 $u_{13}=om+u_3$
 $w_{13}=q_1+w_3$
 $z_{13}=q_2+z_3$
 $y_{13}=q_3+y_3$
 $gn_4=z_{13}*r_2+y_{13}*3*pp^{**2}*k_{13}/(2*jp)$
 $hn_4=w_{13}*r_2-y_{13}*3*pp^{**2}*m_{13}/(2*jp)$
 $j_4=dsqrt(gn_4^{**2}+hn_4^{**2})$
 $s_4=gn_4/j_4$
 $c_4=hn_4/j_4$
 $k_4=dt*(r_2*xo*i_1*c_4/(xo+x_2)-r_2*omn*k_{13}/(xo+x_2)$
 $1-r_2*omn*ffod/(xo+x_2))$
 $m_4=dt*(r_2*xo*i_1*s_4/(xo+x_2)-r_2*omn*m_{13}/(xo+x_2)$
 $1-r_2*omn*ffoq/(xo+x_2))$
 $u_4=dt*((3*pp^{**2}*omn*xo/(2*f*jp*(xo+x_2)))*(f*i_1*(k_{13}*s_4$
 $1-m_{13}*c_4)/omn+x_2*(m_{13}*ffod-k_{13}*ffoq)))$
 $w_4=dt*(r_2*omn*w_{13}/(xo+x_2)+(3*pp^{**2}*xo/(2*jp$
 $1*(xo+x_2)))*(x_2*omn*ffoq/f-i_1*s_4)*y_{13})$
 $z_4=dt*(r_2*omn*z_{13}/(xo+x_2)+(3*pp^{**2}*xo*y_{13}$
 $1/(2*jp*(xo+x_2)))*(-x_2*omn*ffod/f+i_1*c_4))$
 $y_4=-dt*l_1*mr*bd^{**2}*(2*az*(ome-u_{13})+bz)$
 $f_{2d}=f_{2d}+(k_1+2*k_2+2*k_3+k_4)/6$
 $f_{2q}=f_{2q}+(m_1+2*m_2+2*m_3+m_4)/6$
 $om=om+(u_1+2*u_2+2*u_3+u_4)/6$
 $q_1=q_1+(w_1+2*w_2+2*w_3+w_4)/6$
 $q_2=q_2+(z_1+2*z_2+2*z_3+z_4)/6$

```

q3=q3+(y1+2*y2+2*y3+y4)/6
if (t.eq.0) then
qm=0
end if
if (t.le.trn) then
t=t+dt
w=w+1
if (w.eq.ww) then
m=m+1
o1(m)=t
o2(m)=om/pp
o3(m)=q5
o4(m)=me
o5(m)=io
o6(m)=ua
o7(m)=ia
o8(m)=u
o9(m)=ome
o10(m)=i1
o11(m)=i2
o12(m)=fo
o13(m)=qm
o14(m)=beta
  o15(m)=qm+q5
  o16(m)=C1opt
write(*,*) o1(m),o2(m),o13(m),o3(m)
w=0
goto 80
end if
goto 80
end if
open (unit=10,file='c:\\sis-abierto.txt')
write(10,1)(o1(p),o2(p),o3(p),o13(p),o4(p),o5(p),o6(p),
2 o7(p),o8(p),o9(p),o10(p),o11(p),o12(p),
3 o14(p),o15(p),o(16),p=1,1000,1)
1 format(15f15.5)
qt=qm+q5
write(*,*)'tr=',t
write(*,*)'Qe=',q5
write(*,*)'Qm=',qm
write(*,*)'Qt=',qt
write(*,*)'i1m=',i1max
write(*,*)'iom=',iomax
stop
end

```