



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

**ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA Y
ELÉCTRICA**

SEPI-ZACATENCO

**“ANÁLISIS DE UN MODELO REFORZADO DE BASTIDOR DE
PRENSA TROQUELADORA TIPO “C” MEDIANTE EL MÉTODO DE
FOTOELASTICIDAD Y MÉTODO DEL ELEMENTO FINITO”**

**TESIS
QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN CIENCIAS EN
INGENIERÍA MECÁNICA.**

PRESENTA:

Ing. ALBERTO LEÓN ISLAS

DIRECTORES:

Dr. VALERIY NOSOV

M. en C. ALEJANDRO ESCAMILLA NAVARRO





CONTENIDO

RESUMEN	i
ABSTRACT	ii
OBJETIVO	iii
JUSTIFICACIÓN	iv
ÍNDICE DE FIGURAS	vi
ÍNDICE DE TABLAS	ix
SIMBOLOGÍA	x
INTRODUCCIÓN	xii
CAPÍTULO I. ESTADO DEL ARTE	
1.1 Estado del Arte	1
CAPÍTULO II. MARCO TEORICO	
2.1 Mecánica de Materiales.	5
2.1.1 Definición de esfuerzo.	5
2.1.2 Deformación.	8
2.1.3 Propiedades mecánicas de los materiales.	8
2.1.4 Esfuerzos principales en problemas bidimensionales.	11
2.1.5 Concentración de esfuerzos.	13
2.1.6 Cuando considerar que hay concentración de esfuerzos.	15
2.1.7 Teoría de fallas.	16
2.2 Prensa.	22
2.2.1 Tipos de prensa.	23
2.2.2 prensas tipo “C”.	26
2.2.3 Partes principales de la prensa mecánica tipo “C”.	27
2.3 Método de Fotoelasticidad.	28
2.3.1 Comportamiento de la luz.	29
2.3.2 Refracción.	31
2.3.3 Luz polarizada.	32
2.3.4 Polarizadores planos.	33
2.3.5 Placas de onda.	34
2.3.6 Polarización de la luz.	37
2.3.7 Polariscopio.	38
2.3.8 Arreglo de los elementos ópticos dentro de un polariscopio.	39
2.3.9 Propiedades de materiales fotoelásticos para aplicaciones bidimensionales.	41
2.3.10 Características del policarbonato.	44
2.3.11 Ley del esfuerzo óptico en dos dimensiones con incidencia normal.	44



2.3.12	Efectos de un modelo cargado en un polariscopio circular. (arreglo de campo oscuro).	46
2.3.13	Técnicas de análisis.	48
2.3.14	Identificación de los órdenes de franja.	48
2.3.15	Análisis de campo completo de los patrones fotoelásticos.	49
2.3.16	Patrón de franjas isocromático.	50
2.3.17	Patrón de franjas isóclinas.	52
2.3.18	Técnicas de compensación.	52
2.4	Método del elemento finito	53
2.4.1	Campo de aplicación del método del elemento finito.	56
2.4.2	Fundamentos del método del elemento finito.	57
2.4.3	Procedimiento del elemento finito.	58
2.4.4	Tipos de elemento en el método de elemento finito.	60
2.4.5	Formulación de elementos finitos.	65
2.4.6	Ventajas y desventajas del método del elemento finito.	65
2.4.7	Elementos isoparamétricos.	66
2.4.8	Triángulo de deformación constante.	66
2.4.9	Coordenadas cartesianas y triangulares.	67
2.4.10	Funciones de interpolación.	67
2.4.11	Cambio de coordenadas	68
2.4.12	Derivada de una función.	69
2.4.13	Interpolación del campo de desplazamientos.	69
2.4.14	Relación desplazamientos-deformaciones.	70
2.4.15	Matriz de rigidez.	70

CAPÍTULO III ANÁLISIS EXPERIMENTAL UTILIZANDO MÉTODO DE FOTOELASTICIDAD.

3.1	Propiedades del material utilizado PSM-1.	73
3.2	Maquinado de las probetas.	74
3.3	Pegado del material fotoelástico.	75
3.4	Marco de carga.	77
3.5	Descripción de prensa utilizada.	78
3.6	Equipo requerido para el ensayo.	79
3.7	Realización del ensayo.	80
3.8	Ensayo probeta radio superior izquierdo de 40mm (P.R.S.I.)	83
3.9	Ensayo probeta original con refuerzos tipo "C" (P.O.R.C.)	85
3.10	Ensayo probeta original con refuerzo tipo "E" (P.O.R.E.)	87
3.11	Ensayo probeta radio superior izquierdo de 40mm con refuerzo tipo "E" P.R.S.I.R.C.	89
3.12	Ensayo probeta radio superior izquierdo de 40mm con refuerzo tipo "E" P.R.S.I.R.E.	91



CAPÍTULO IV. ANÁLISIS NUMÉRICO UTILIZANDO MÉTODO DEL ELEMENTO FINITO (ANSYS®)

4.1 Desarrollo de los análisis.	94
4.2 Propiedades del material (preprocesador).	94
4.3 Mallado de los modelos reforzados con sus condiciones de frontera.	95
4.4 Solución de las probetas.	97
4.5 Análisis de resultados.	98
4.6 Validación por convergencia.	103

CAPÍTULO V. VALIDACIÓN Y COMPARACIÓN DE RESULTADOS

5.1 Resultados.	113
CONCLUSIONES.	114
TRABAJOS FUTUROS	115
REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA	116
ANEXO	119



RESUMEN

El presente trabajo surge de un estudio previo del análisis a diferentes valores del radio inferior de un modelo de bastidor de prensa troqueladora tipo C, las dimensiones de dicho radio fueron con 1mm, 2mm, 4, y 6mm en ese estudio se obtiene como resultado que el radio donde la distribución de esfuerzos es uniforme y no genera en teoría grandes concentraciones de esfuerzo es el de 4mm, por lo tanto dicha geometría es la que se toma como referencia.

Partiendo de la geometría antes mencionada aquí se describe el análisis de esfuerzos de varios modelos reforzados de bastidor de prensa troqueladora tipo “C” con cambio de geometría, el análisis se realiza utilizando el método experimental de fotoelasticidad, el cual consiste en generar un modelo a escala del bastidor real y hacer pasar luz polarizada a través de él mediante un polariscopio, al realizar lo anterior en el modelo se observan franjas de colores llamadas orden de franja las cuales nos permiten determinar la magnitud del esfuerzo generado en el punto de interés. Para saber si nuestros ensayos experimentales son correctos los resultados se validan por el método de elemento finito en este caso con el programa ANSYS®.

Los refuerzos propuestos y el cambio de geometría en el modelo de bastidor, surgen debido a que la prensa troqueladora en cuestión aún después del análisis y resultado de que el radio óptimo es de 4mm, ha sufrido fracturas en su radio inferior, la forma más sencilla de subsanar esta falla sería aumentar el espesor de toda la placa, pero esto representaría un incremento en el costo de fabricación de la prensa, es por ello que se proponen dos geometrías de refuerzo y un cambio de dimensión respecto al modelo del bastidor original, para analizar el comportamiento mecánico del modelo de bastidor reforzado y comparar los resultados obtenidos, primeramente se busca disminuir la intensidad de esfuerzo respecto al modelo de bastidor original y en segundo lugar comparar el comportamiento de los diferentes refuerzos, esto con la finalidad de determinar cuál será el refuerzo que nos disminuye de mejor manera la intensidad de esfuerzos y no genere en gran medida un aumento en el volumen del material a utilizar.



ABSTRACT

This work arises from a previous study of the analysis at different values of the low radius of frame model C-type punch press, the dimensions of the radius were 1mm, 2mm, 4, and 6mm in this study is obtained as a result the radius where the stress distribution is uniform and does not generate theoretically large stress concentrations is 4mm therefore that geometry is taken as the reference.

Starting from the aforementioned geometry here stress analysis of various models of frame "C" type punch press reinforced With changes of geometry, the analysis is performed using the experimental method of photoelasticity, which is to generate a real scale model frame and to have polarized light to pass through it using a polariscope, while doing this in the model colored stripes llamadas stripe order are seen and allow to determine the magnitude of the generated stress at the point of interest To find out if our experimental tests are correct the results are validated by finite element method in this case with the ANSYS ® program.

The proposed reinforcements and change of geometry in the model frame, arise because the punch press in question even after the analysis result of the optimum radius of 4mm, suffered fractures in his lower radio, the easiest way to remedy this failure would be increasing the thickness of the entire plate, but this would represent an increase in the manufacturing cost of the press, which is why two geometries of reinforcement and one change in dimension from the model of the original frame are proposed, o analyze the mechanical behavior of reinforced frame model and compare the results It is required ,first to reduce the intensity of effort on the model of the original frame and second to compare the behavior of different reinforcements, This in order to determine which reinforcement better decreases the intensity of effort and does not generate greatly an increased in the volume of the material to be used.



OBJETIVO

Objetivo General:

Aplicación del método experimental de Fotoelasticidad a un modelo reforzado de bastidor de prensa troqueladora tipo “C” para analizar el comportamiento de los esfuerzos que se generan en los radios internos a diferentes tipos de refuerzo y validar estos resultados mediante el método del elemento finito (ANSYS®)

Objetivos Específicos:

- Definir tipos de refuerzo que se analizarán.
- Pegar los refuerzos al modelo del bastidor de prensa tipo “C”
- Determinar los esfuerzos en cada uno de los modelos reforzados de bastidor de prensa tipo “C” mediante el Método de Fotoelasticidad.
- Validar los resultados obtenidos del método experimental por medio del método del elemento finito.



JUSTIFICACIÓN

Con relativa frecuencia en las prensas llamadas “troqueladoras” ocurren fracturas en sus bastidores debido a la concentración de esfuerzos, los cuales se presentan en ciertas regiones de estas estructuras. Debido a la forma compleja de los bastidores, la aplicación de la teoría de la Mecánica de los Materiales está limitada, por lo tanto no hay métodos analíticos simples para calcular las magnitudes de los esfuerzos, es por ello que es conveniente usar métodos experimentales o numéricos. El presente trabajo toma como base un estudio de la Revista Mexicana de Ingeniería Electromecánica en Enero de 2013 donde se analizó un modelo de prensa troqueladora tipo “C” y se concluyó que el concentrador de esfuerzo más grande se localiza en el radio interno, además también se realizaron análisis con diferentes valores de radio mencionado, concluyendo que el radio adecuado es el de 4mm, ahora bien, actualmente debido al uso cotidiano de la prensa se ha observado que se presentan fracturas en dichas zonas, razón por la cual es necesario determinar valores de esfuerzo en los modelos del bastidor con diferentes geometrías de refuerzos colocados en el área crítica.

En este trabajo nos apoyaremos con el método experimental de fotoelasticidad, el cual es una técnica para determinación indirecta de esfuerzos utilizando un modelo normalmente a escala, con el fin de determinar la distribución de esfuerzos desarrollados en los refuerzos colocados en el modelo de bastidor; por otro lado nos apoyaremos también usando un método numérico que para el caso de nuestro trabajo es el método del elemento finito (FEM), en el cual se obtendrán resultados del esfuerzo desarrollado que nos permitirá compararlos con los obtenidos por el método experimental y validar los resultados.

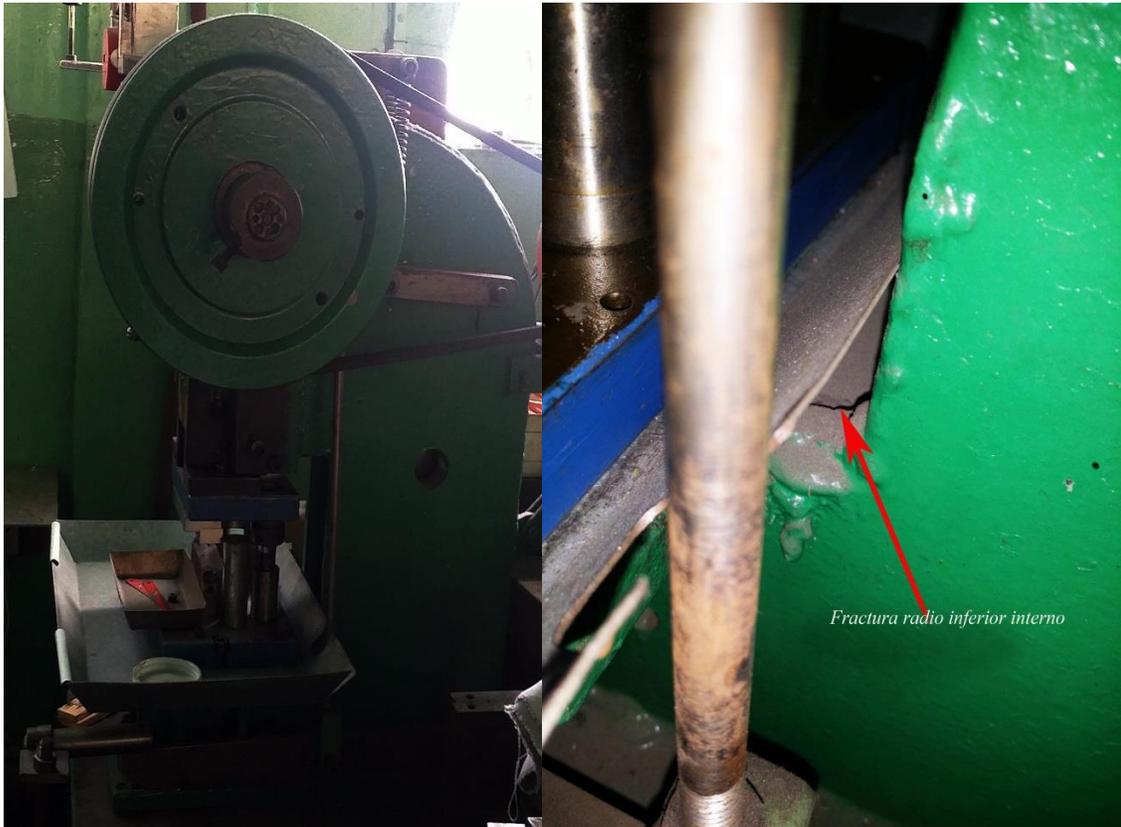


Fig.1 Prensa troqueladora tipo "C" con fractura en su radio inferior.



ÍNDICE DE FIGURAS.

CAPÍTULO I. ESTADO DEL ARTE

1.1 Prensa de balancín de Nicolas Briot (1626). Máquinas y Hombres Patxi Aldabaldetrecu.	2
1.2. Prensa-cortador para acuñar. Catálogo General de Máquinas-Herramientas 1913 Alfred H. Schütte.	2
1.3 Esquema de la primera prensa hidráulica.	3
1.4 Prensa con Bastidor tipo C 1998	4

CAPÍTULO II. MARCO TEORICO.

2.1 Esfuerzos de tensión.	6
2.2 Elemento de esfuerzo en un plano.	7
2.3 Representación de deformación de un cuerpo.	8
2.4 Diagrama esfuerzo deformación.	9
2.5 Esfuerzo de fractura.	10
2.6 Funciones angulares para esfuerzos principales.	12
2.7 Representación de distribución de esfuerzos.	13
2.8 Distribución promedio del esfuerzo.	14
2.9 Máxima tensión principal.	17
2.10 Máxima deformación.	17
2.11 Criterio de máximo esfuerzo.	19
2.12 Gráfica bidimensional de la teoría de la deformación normal máxima.	19
2.13 Criterio R. Von Misses.	20
2.14 Teoría de energía de distorsión máxima.	22
2.15 Criterio de Tresca y Von Misses.	22
2.16 Circulo de Mohr.	22
2.17 Prensa tipo "C".	23
2.18 Prensa tipo "C" cortesía Técnicos Campos.	26
2.19 Partes Prensa tipo "C"	26
2.20 Índice elipsoide.	29
2.21 Vector de la luz sin restricción.	30
2.22 Amplitud del vector luz.	31
2.23 Luz polarizada plana.	32
2.24 Luz polarizada circular.	33
2.25 Polarizador plano.	33
2.26 Placa de cuarto de onda.	35
2.27 Cambio relativo de fase entre dos componentes.	35
2.28 Arreglo polariscopio plano.	39
2.29 Arreglo polariscopio circular.	40
2.30 Eje rápido 1ra placa cuarto de onda.	46
2.31 Eje lento 2ª placa cuarto de onda.	47
2.32 Eje lento 2ª placa cuarto de onda.	47



2.33 Franjas isocromáticas de una placa.	51
2.34 Elemento barra.	61
2.35 Elemento placa.	61
2.36 Elemento sólido.	61
2.37 Sólido axisimétrico.	62
2.38 Placa plana bajo flexión.	62
2.39 Cascarón axisimétrico.	62
2.40 Cascarón curvo.	63
2.41 Triángulo CST.	67

CAPÍTULO III ANÁLISIS EXPERIMENTAL UTILIZANDO MÉTODO DE FOTOELASTICIDAD.

3.1 Análisis bastidor tipo “C” con radios internos de 4mm	72
3.2 Placa de especificaciones material PL-1	75
3.3 Resina PL-1	76
3.4 Endurecedor de resina PLH-1	76
3.5 Pegado de refuerzos.	77
3.6 Marco de carga.	78
3.7 Placa de prensa hidráulica.	78
3.8 Prensa hidráulica del laboratorio de UPIITA.	79
3.9 Polariscopio circular.	79
3.10 Probeta radio superior izquierdo de 40mm P.R.S.I.	80
3.11 Probeta original con refuerzos tipo “C”P.O.R.C.	81
3.12 Probeta original con refuerzo tipo “E”P.O.R.E.	81
3.13 Probeta con radio superior izquierdo de 40mm con refuerzos tipo C P.R.S.I.R.C.	82
3.14 Probeta con radio superior izquierdo de 40mm con refuerzos tipo E P.R.S.I.R.E.	82
3.15 Ensayo fotoelástico P.R.S.I.	83
3.16 Fotografía con zoom P.R.S.I.	84
3.17 Ensayo fotoelástico P.O.R.C.	85
3.18 Fotografía con zoom P.O.R.C.	86
3.19 Ensayo fotoelástico P.O.R.E.	87
3.20 Fotografía con zoom P.O.R.E.	88
3.21 Ensayo fotoelástico P.R.S.I.R.C.	89
3.22 Fotografía con zoom P.R.S.I.R.C.	90
3.23 Ensayo fotoelástico P.R.S.I.R.E.	91
3.24 Fotografía con zoom P.R.S.I.R.E.	92



CAPÍTULO IV. ANÁLISIS NUMÉRICO UTILIZANDO MÉTODO DEL ELEMENTO FINITO USANDO ANSYS®

4.1	Mallado del modelo reforzado y aplicación de la carga P.R.S.I.	95
4.2	Mallado del modelo reforzado y aplicación de la carga P.O.R.C.	95
4.3	Mallado del modelo reforzado y aplicación de la carga P.O.R.E.	96
4.4	Mallado del modelo reforzado y aplicación de la carga P.R.S.I.R.C.	96
4.5	Mallado del modelo reforzado y aplicación de la carga P.R.S.I.R.E.	97
4.6	Análisis numérico de P.R.S.I.	98
4.7	Análisis numérico de P.O.R.C.	99
4.8	Análisis numérico de P.O.R.E.	100
4.9	Análisis numérico de P.R.S.I.R.C.	101
4.10	Análisis numérico de P.R.S.I.R.E.	102
4.11	Gráfica de convergencia del análisis numérico de la probeta P.R.S.I.	103
4.12	Gráfica de convergencia del análisis numérico de la probeta P.O.R.C.	103
4.13	Gráfica de convergencia del análisis numérico de la probeta P.O.R.E.	104
4.14	Gráfica de convergencia del análisis numérico de la probeta P.R.S.I.R.C.	104
4.15	Gráfica de convergencia del análisis numérico de la probeta P.R.S.I.R.E.	105

CAPÍTULO V. VALIDACIÓN Y COMPARACIÓN DE RESULTADOS

5.1	Gráfica comparativa del análisis experimental esfuerzo-carga	108
5.2	Gráfica comparativa del análisis numérico esfuerzo-carga	109
5.3	Gráfica representativa de volumen por probeta	110
5.4	Gráfica variación de concentración de esfuerzo con respecto al tipo de probeta.	111
5.5	Porcentaje de disminución del esfuerzo con respecto a la probeta original.	112



ÍNDICE DE TABLAS

CAPÍTULO I. ESTADO DEL ARTE.

N/A

CAPÍTULO II. MARCO TEORICO.

2.1 Longitudes de onda correspondientes a varios colores.	38
2.2 Arreglos de polariscopio.	40
2.3 Características de franjas isocromáticas.	49
2.4 Colores dominantes en franjas isocromáticas.	50
2.5 Variables típicas en un análisis por elemento finito.	57

CAPÍTULO III ANÁLISIS EXPERIMENTAL UTILIZANDO MÉTODO DE FOTOELASTICIDAD.

3.1 Esfuerzos máximos obtenidos en método experimental.	93
---	----

CAPÍTULO IV. ANÁLISIS NUMÉRICO UTILIZANDO MÉTODO DEL ELEMENTO FINITO (ANSYS®).

4.1 Tabla de esfuerzos máximos obtenidos por método del elemento finito.	97
4.2 Tabla de esfuerzos máximos obtenidos del promedio de la validación por convergencia.	106

CAPÍTULO V. VALIDACIÓN Y COMPARACION DE RESULTADOS.

5.1 Tabla comparativa entre análisis numérico y experimental.	107
---	-----



SIMBOLOGÍA

L	Operador lineal
P	Carga aplicada a un cuerpo.
Δ	Decremento de una cantidad.
A	Área transversal.
σ	Esfuerzo normal.
τ	Esfuerzo cortante.
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Esfuerzos Principales 1,2,3 respectivamente.
dx, dy, dz	Diferencial de “x”, “y”, y “z” respectivamente.
Σ	Sumatoria.
N	Newton.
Lb.	Libra.
m	Metro.
in	Pulgada.
V	Fuerza cortante.
h	Espesor del modelo fotoelástico.
MPa.	Mega pascales.
Ksi	Libras por pulgada cuadrada.
L	Longitud.
π	Constante igual a 3.1416
E	Módulo de elasticidad del material.
ν	Relación de Poisson del material.
u(x), y v(x)	Funciones de desplazamiento lineales.
$a^{(e)}$	Listado de desplazamientos nodales para un elemento particular.
α	Ángulo de incidencia.
β	Ángulo de refracción.
c_1, c_2	Coefficientes ópticos de esfuerzos.
D	Matriz elástica.
∂	Operador diferencial.
δ	Retardo de la onda de luz al atravesar un material
Δ	Cambio de fase relativo entre dos componentes que se producen cuando emergen de la placa birrefringente.
ϵ_0	Deformación inicial.
ϵ	Deformación.
$\{\epsilon\}, \{\sigma\}$	Vectores columna para deformación y esfuerzo.
$\{\epsilon\}^T$	Matriz transpuesta.
E_v	Vector Luz.
$\{f^{(e)}\}$	Elemento vector fuerza.
f_ϵ	Valor de franja del material en términos de deformación.
f_σ	Valor de franja del material.
I	Matriz idéntica.
l,j,m	Nodos
$\xi_1(x, y), \xi_2(x, y)$	Funciones de coordenadas curvilíneas.



λ	Longitud de onda
n	Índice de refracción del material
N	Número de franja
N	Función forma
$\sigma_1 - \sigma_2$	Diferencia de esfuerzos principales.
ω	Frecuencia circular de onda.
c	Velocidad de refracción.
f	Frecuencia del vector luz.
T	Período.
K	Matriz de Rigidez.
A	Amplitud del vector luz
PSM-1	Policarbonato.
K	Factor de concentración de esfuerzos.
PL-1	Resina
k_j	Rigidez
PLH-1	Endurecedor
h	Espesor del material
P.R.S.I.	Probeta con radio superior izquierdo de 40mm.
P.O.R.C.	Probeta original con refuerzos tipo C
P.O.R.E.	Probeta original con refuerzo tipo E.
P.R.S.I.R.C.	Probeta con radio superior izquierdo de 40mm y refuerzos tipo C.
P.R.S.I.R.E.	Probeta con radio superior izquierdo de 40mm y refuerzos tipo E



Introducción

Se denomina troquelado a la operación mecánica que se utiliza para realizar perforaciones en chapas de metal, láminas de plástico, papel o cartón. Para realizar esta tarea, se utilizan desde simples mecanismos de accionamiento manual hasta sofisticadas prensas mecánicas de gran potencia.

Uno de los mecanismos de troquelado más simples y sencillos que existen puede ser el que utilizan los niños escolares para hacer agujeros en las hojas de papel para insertarlas en las carpetas de anillos.

Los elementos básicos de una troqueladora lo constituyen el troquel que tiene la forma y dimensiones del agujero que se quiera realizar, y la matriz de corte por donde se inserta el troquel cuando es impulsado de forma enérgica por la potencia que le proporciona la prensa mediante un accionamiento de excéntrica que tiene y que proporciona un golpe seco y contundente sobre la chapa, produciendo un corte limpio de la misma.

Las prensas forman un papel importante en las actividades productivas del hombre, tomando gran relevancia en las etapas de elaboración de productos, por lo que son sometidas a trabajos excesivos, lo que hace necesario realizar análisis para conocer en que zonas se localizan los mayores esfuerzos generados en sus partes mecánicas.

El análisis de esfuerzos mediante técnicas experimentales, tienen por objeto la determinación de la magnitud de los esfuerzos en cada punto del elemento ensayado. Los datos que se requieren para esto son esencialmente la geometría del elemento y las condiciones a las que es sometido. Un análisis de esfuerzo completo requiere la determinación de todos los esfuerzos en el elemento, de seis incógnitas, las cuales pueden ser las tres componentes cartesianas de los esfuerzos normales y las tres componentes de los esfuerzos cortantes, o los valores de los esfuerzos principales y sus direcciones. Las condiciones de linealidad, isotropía, homogeneidad, etc. simplifican considerablemente el análisis de esfuerzos. Los problemas planteados en toda su generalidad, donde se analiza la distribución de los esfuerzos, las deformaciones y los desplazamientos en un espécimen tridimensional, cuyo material es heterogéneo, anisótropo, con comportamiento no lineal y que está solicitado por una carga dinámica, son imposibles de resolver. Por otra parte, aún aquellos problemas en los que se tienen cuerpos homogéneos, lineales o isótropos, sometidos a cargas estáticas, con frecuencia no han sido resueltos completamente, ni experimentalmente ni analíticamente. Sin embargo es frecuente que se recurra al análisis experimental de esfuerzos para lograr soluciones aceptables a este tipo de problemas. Los métodos experimentales se clasifican en dos categorías: los que dan información punto por punto y los que dan información de campo completo. En este trabajo utilizaremos el método de fotoelasticidad.



El propósito fundamental de este trabajo es presentar el análisis de un modelo reforzado de bastidor de prensa troqueladora tipo “C” aplicando el método experimental de fotoelasticidad, que es ampliamente usado para la medición de esfuerzos en zonas de una estructura durante una prueba dinámica o estática, la finalidad de utilizar éste método va más allá de la determinación de campos de esfuerzos en cuerpos con formas y condiciones de frontera complicadas. Gracias a su capacidad de dar imágenes directas sobre todos los campos, este método fotomecánico puede ser una fuente de inspiración a nuevos desarrollos matemáticos. Así mismo es descrita la interpretación de la información que en forma de patrones de franja proporciona el método para la determinación de los esfuerzos generados en la geometría.

Es de enorme importancia generar comparaciones analíticas, numéricas y experimentales y en este trabajo se usará el método del elemento finito para hacer la comparación de los resultados obtenidos de nuestro análisis experimental.

El método de los elementos finitos MEF es un método numérico para la resolución aproximada de diversos problemas que surgen en diversas ramas de la ingeniería y de la ciencia. Actualmente el MEF es una de las herramientas más potentes en la simulación por computadora aplicada al diseño. Todos los sistemas que simulan los procesos reales los podemos dividir en: discretos, compuestos por un número finito de componentes, continuos, donde el número de componentes no está definido porque la subdivisión se puede continuar infinitamente. Los problemas discretos en muchos casos pueden ser resueltos con la ayuda de la computadora. Pero los problemas continuos no, dada la capacidad finita del ordenador. Para superar esta dificultad se recurre a la discretización de los problemas continuos, transformándolos en discretos. Esta es la principal idea del MEF.

Al analizar un problema de mecánica se establecen las relaciones entre las fuerzas y los desplazamientos en cada parte de la estructura de la pieza analizada. (Ley de Hooke). Y luego las partes se ensamblan exigiendo el equilibrio en cada punto de conexión. Así se origina un sistema de ecuaciones para los desplazamientos desconocidos. Las soluciones analíticas de las ecuaciones que gobiernan los estados de máximo interés existen solamente en los casos muy simplificados. Si el objeto de estudio tiene una geometría muy compleja o sus características varían de un punto a otro, es prácticamente imposible obtener la solución analítica. En cambio en la formulación del MEF ni la geometría compleja, ni la heterogeneidad del objeto estudiado o de las condiciones de frontera representan dificultad importante. Por tanto a la hora de resolver un problema real el MEF representa una herramienta de análisis adecuada, eficaz y en muchas ocasiones la única.



CAPÍTULO I.

ESTADO DEL ARTE.

Existe una gran cantidad de variantes de prensa, lo que nos permite pensar que el desarrollo de la prensa a lo largo de su historia no sigue un solo camino, y mucho menos una línea recta. Por el contrario, para poder llegar al estado actual del desarrollo del prensado se ha tenido la necesidad de aplicar y desarrollar diversas técnicas así como fundamentos teóricos y numerosas aportaciones individuales, que con el paso del tiempo es difícil sintetizar un breve proceso evolutivo tan amplio y complejo de la prensa.

La prensa de balancín, diseñada hacia 1500 por Leonardo da Vinci, se generaliza para el acuñado de monedas a partir del modelo de Briot, de 1616 y mantiene su vigencia, con ligeras modificaciones, durante más de tres siglos

Hasta la edad moderna el acuñado de monedas se realizaba de forma manual, golpeando con un martillo un cuño o matriz de doble cara. La utilización de pequeñas prensas de balancín se inicia hacia el siglo XIV y, de hecho, conocemos diseños de Leonardo da Vinci realizados en torno a 1500 de las principales máquinas para la fabricación de monedas: laminadora, cortadora y prensa de balancín. Artistas italianos de gran renombre como Bramante o Cellini realizaron medallas de los distintos papas mediante este sistema. Sin embargo, la puesta en práctica definitiva de la prensa de balancín se atribuye convencionalmente al grabador francés Nicolás Briot (1579-1646); su uso se generaliza en toda Europa a partir de 1645. Estas primeras máquinas eran de bronce y, en raras ocasiones, de hierro. Estaban constituidas por un tornillo central (husillo) accionado por un brazo horizontal acabado en pesadas bolas de las que pendían correas para ser tiradas por varios hombres. Los cuños o troqueles del anverso y del reverso se ajustaban al husillo y la parte inferior de la caja, colocando entre ellos el cospel, que quedaba impreso por medio de sucesivos golpes. En 1783 fue perfeccionada por el ingeniero suizo Jean Pierre Droz, permitiendo la acuñación simultánea de anverso, reverso y canto.

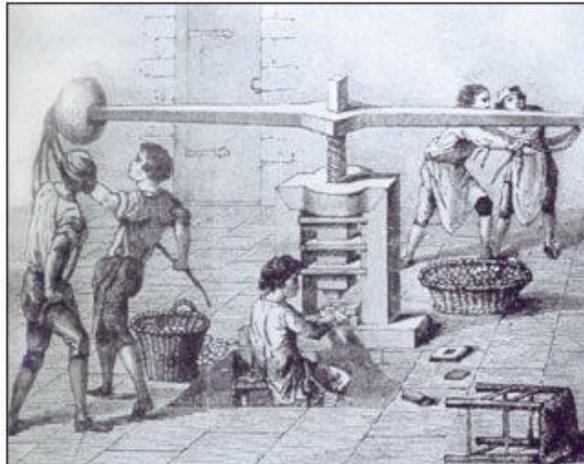


Fig. 1.1 Prensa de balancín de Nicolas Briot (1626). Máquinas y Hombres Patxi Aldabaldetrecu.

La prensa hidráulica fue inventada por el inglés Joseph Barmah en torno a 1770 como aplicación del principio de Pascal, según el cual “la presión ejercida sobre un líquido confinado y en reposo se transmite integralmente a todos los puntos de este”.

Este tipo de prensas, con pequeñas variaciones desarrolladas durante el siglo XIX, mantiene su vigencia hasta bien entrado el siglo XX. Sirva de muestra la sencilla prensa-cortador de doble brazo que aparece en el catálogo de Alfred Schütte de 1913, tan parecida a la de Briot, a pesar de los casi trescientos años que las separan.

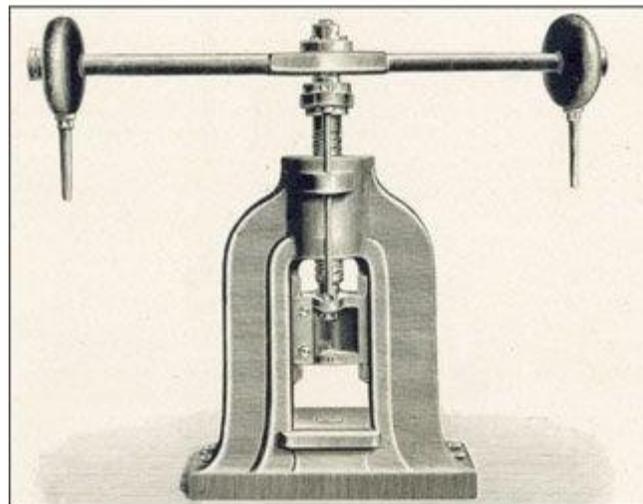


Fig.1.2. Prensa-cortador para acuñar. Catálogo General de Máquinas-Herramientas 1913 Alfred H. Schütte

La prensa hidráulica. Hacia 1650, el físico y matemático francés Blaise Pascal (1623-1662) realizó un experimento que sentó las bases del futuro desarrollo de la hidrostática.

Pascal comprobó que cuando se aplica una presión a un líquido encerrado y estático, dicha presión es uniformemente transmitida a todas las partículas del fluido y con ello a las paredes del recipiente contenedor. En base a ello, formuló el principio que lleva su nombre en el famoso Tratado del Equilibrio de los Líquidos: la presión ejercida sobre un líquido confinado y en reposo se transmite integralmente a todos los puntos de este.

La prensa hidráulica, desarrollada hacia 1770 por el industrial inglés Joseph Bramah (1749-1814), es una aplicación directa del principio de Pascal. Consiste, en esencia, en dos cilindros de diferente sección comunicados entre sí, y cuyo interior está completamente lleno de un líquido que puede ser agua o aceite. Dos émbolos de secciones diferentes se ajustan, respectivamente, en cada uno de los dos cilindros, de modo que estén en contacto con el líquido. La fuerza que actúa en la superficie del émbolo menor se transmite a través del fluido hacia el otro émbolo, dando lugar a una fuerza mayor que la primera (en la misma proporción que la superficie de ambos émbolos). Esta primera prensa hidráulica conseguía presiones relativamente pequeñas y no era utilizable para la deformación de metales. Fueron los hermanos Perier quienes, algunos años más tarde, desarrollaron la máquina de Bramah permitiendo alcanzar presiones más altas (sobre 70 kg/cm²), haciéndola apta para trabajos más duros, como el acuñado de monedas o la deformación de plomo. Sin embargo, la aplicación de la prensa hidráulica para el trabajo del hierro no se produce hasta mediados del siglo XIX, especialmente tras la aparición del modelo desarrollado por el austriaco Haswell, de mucho mayor tamaño y capacidad de presión. A partir de entonces la prensa hidráulica, gracias a la altísima fuerza resultante conseguida, se generaliza para operaciones de elevadas sollicitaciones, como el embutido profundo.

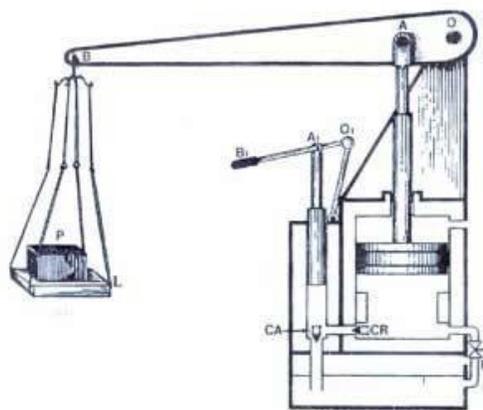


Fig. 1.3. Esquema de la primera prensa hidráulica de Bramah (1770) Máquinas y Hombres Patxi Aldabaldetrecu.

En la actualidad la industria ha remplazado gradualmente a las prensas mecánicas por las prensas hidráulicas, las cuales han podido reducir costos y tiempos de manufactura. Por esa razón la industria se ha visto en la necesidad de avanzar tecnológicamente en el diseño de nuevas prensas hidráulicas que sustituyan a las mecánicas, como por ejemplo en la capacidad de operación, seguridad, costos de mantenimiento, ergonomía, eficiencia etc. Por eso en México se han encontrado en trabajos de tesis nuevos diseños de prensas para realizar trabajos específicos que nos permitan simplificar las tareas requeridas.

En marzo de 1998 se desarrolló un trabajo de tesis en el Instituto Politécnico Nacional acerca del estudio de la determinación de esfuerzos en una prensa troqueladora tipo C, con lo cual en dicho trabajo se pudo rediseñar la geometría del bastidor de prensa troqueladora tipo C, permitiendo observar que mediante el método fotoelástico se pudo detectar las zonas donde el bastidor presentaba el mayor número de concentrador de esfuerzos.

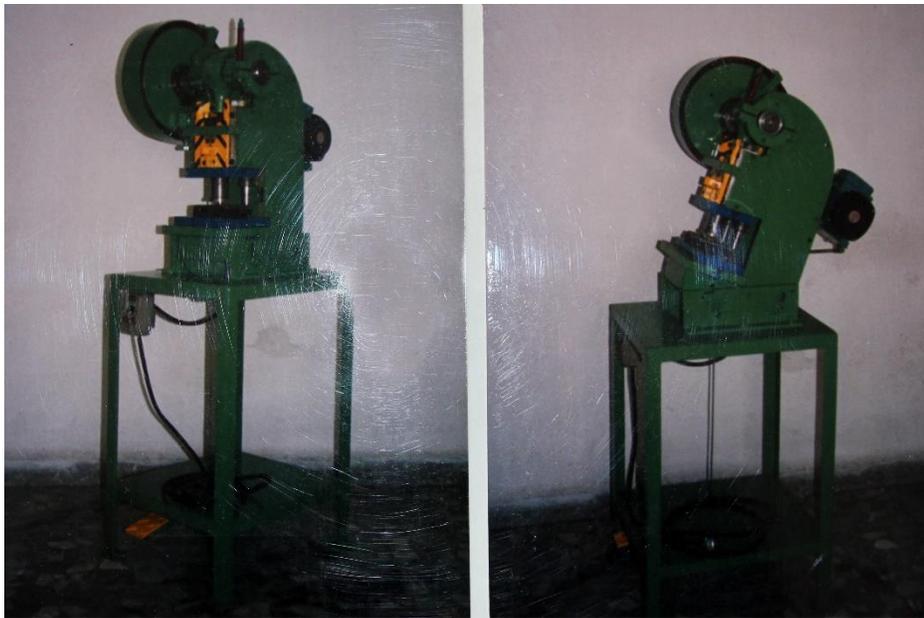


Fig. 1.4 Prensa con Bastidor tipo C 1998

Siguiendo esta línea de investigación y una vez realizado el cambio de geometría esta prensa continuo presentando problemas en sus vértices inferiores con lo cual en Marzo 2013 la Revista Mexicana de Ingeniería Electromecánica VOLUMEN 17 NÚMERO 1, presentó un nuevo estudio de análisis de esfuerzos en el bastidor de la prensa tipo C logrando cambiar los vértices internos del bastidor colocando radios internos.

CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

2.1 Mecánica de Materiales.

En toda construcción de ingeniería, a las partes componentes de una estructura o máquina se deben asignar tamaños físicos definidos. Estas partes deben ser adecuadamente proporcionadas para resistir fuerzas reales o probables que puedan actuar sobre ellas.

El tema de la mecánica de los materiales, o de la resistencia de materiales, como ha sido llamado tradicionalmente, implica métodos analíticos para determinar la resistencia, la rigidez y la estabilidad de los diversos miembros sometidos a carga.

El comportamiento de un miembro sometido a fuerzas depende no sólo de las leyes fundamentales de la mecánica newtoniana que rigen el equilibrio de las fuerzas, sino también de las características mecánicas de los materiales de que está hecho el miembro. La información necesaria relativa a los materiales proviene de los laboratorios, donde los materiales son sometidos a la acción de fuerzas conocidas con precisión y donde el comportamiento de probetas de ensayo es observado con particular interés respecto a sus propiedades de ruptura, deformaciones, etc.

2.1.1 Definición de esfuerzo.

Se define como la fuerza por unidad de superficie que soporta ó se aplica sobre un cuerpo, es decir es la relación entre la fuerza aplicada y la superficie en la cual se aplica.

Una fuerza aplicada a un cuerpo no genera el mismo esfuerzo sobre cada una de las superficies del cuerpo, pues al variar la superficie varía la relación fuerza / superficie, lo que comprende el esfuerzo.

El que una fuerza o sistema de fuerzas produzcan o no deformación, dependerá de su intensidad, de las propiedades del cuerpo, del tiempo y de su situación.

Las fuerzas compuestas que consisten en dos fuerzas actuando en sentidos contrarios sobre la misma línea recta de acción se dividen en tensión, cuando son divergentes; y comprensión cuando convergen hacia el cuerpo.

Para poder explicar mejor el concepto de esfuerzo es necesario tomar un elemento diferencial de un cuerpo. Debido a que las fuerzas internas pueden presentarse en las tres direcciones posibles (x,y,z), el elemento diferencial será un elemento diferencial volumétrico.

Cuando dos fuerzas actúan en sentido contrario a lo largo de dos rectas paralelas constituyen lo que se llama un par de fuerzas. Estas fuerzas compuestas pueden ser aún más complicadas como en el caso de

dos pares de fuerzas (cuando se rebasa el límite plástico de los materiales rocosos se tiende a producir cizalla (torsión)).

En ingeniería el esfuerzo se define como la fuerza resultante de una distribución de tensiones internas sobre un área específica. El esfuerzo sobre una superficie plana Σ es igual a la integral de las tensiones t sobre ése área plana. Existen dos tipos de esfuerzos:

Esfuerzo normal que viene dada por la resultante de tensiones normales σ , es decir, perpendiculares, al área para la cual pretendemos determinar el esfuerzo normal.

La intensidad de fuerza, o fuerza por área unitaria actuando normalmente a ΔA se define como el esfuerzo normal, σ . Como ΔF_z es normal al área entonces.

$$\sigma_z = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_z}{\Delta A} \quad \dots \text{(Ec. 2.1)}$$

Si la fuerza o esfuerzo normal “jala” al elemento de área ΔA como se muestra en la figura 2.1, se le llama esfuerzo de compresión.

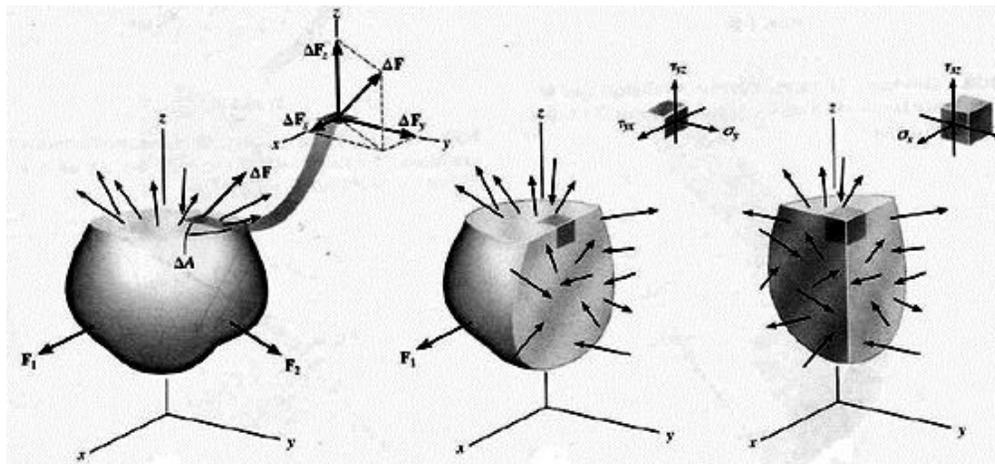


Fig.2.1 Esfuerzo de tensión.

Esfuerzo cortante que viene dada por la resultante de tensiones cortantes τ , es decir, tangenciales, al área para la cual pretendemos determinar el esfuerzo cortante.

La intensidad de fuerza, o fuerza por área unitaria, actuando tangente a ΔA se llama esfuerzo cortante, τ . Aquí tenemos las componentes de esfuerzo cortante.

$$\tau_{zx} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_x}{\Delta A} \quad \dots \text{(Ec. 2.2)}$$

$$\tau_{zy} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_y}{\Delta A} \quad \dots \text{(Ec. 2.3)}$$

El subíndice z en σ_z se usa para indicar la dirección de la línea normal hacia fuera, que especifica la orientación del área ΔA . Para las componentes del esfuerzo cortante, τ_{zx} y τ_{zy} , se usan dos subíndices. El eje z especifica la orientación del área, y x y y se refieren a o ejes coordenados en cuya dirección actúan los esfuerzos cortantes.

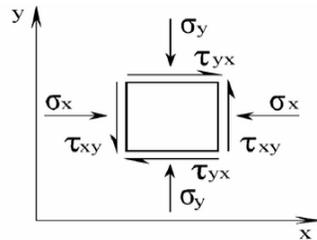


Fig. 2.2 Elemento de esfuerzo en un plano.

Los esfuerzos bidimensionales mostrados en la figura 2.2 se denominan esfuerzos en el plano. En representación matricial, tales esfuerzos pueden escribirse como:

$$\begin{pmatrix} \sigma_x & \tau & 0 \\ \tau & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \dots \text{(Ec. 2.4)}$$

Debe notarse que el sistema de ejes seleccionado inicialmente puede no dar la información más importante sobre el esfuerzo en un punto. Entonces, usando los procedimientos de la transformación de esfuerzos, los esfuerzos se examinan en otros planos. Usando tales procedimientos, se mostrará luego que existe un conjunto particular de coordenadas que diagonaliza el tensor de esfuerzo, que entonces toma la forma:

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 & \tau & 0 \\ \tau & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix} \quad \dots \text{(Ec. 2.5)}$$

Se debe notar la ausencia de esfuerzos cortantes. Para el caso tridimensional, se dice que los esfuerzos son triaxiales, ya que son necesarios tres esfuerzos para describir completamente el estado de esfuerzo. Para esfuerzo plano, $\sigma_3 = 0$ el estado de esfuerzo es biaxial. Tales esfuerzos ocurren, por ejemplo, en láminas delgadas sometidas a esfuerzo en dos direcciones mutuamente perpendiculares. En miembros cargados axialmente, sólo queda un elemento del tensor de esfuerzo tal estado se denomina uniaxial.

2.1.2 Deformación.

Cuando se aplica una fuerza a un cuerpo, éste tiende a cambiar la forma y tamaño del cuerpo. A esos cambios se les llama deformación y esta puede ser visible o prácticamente inadvertida si no se emplea el equipo apropiado para hacer mediciones precisas.

En sentido general, la deformación de un cuerpo no será uniforme a través de su volumen, por lo que el cambio de la geometría de un segmento de línea dentro del cuerpo puede variar a lo largo de su longitud. Por ejemplo, una porción de la línea puede alargarse, mientras que otra porción puede contraerse (figura 2.3).

El desplazamiento es una magnitud vectorial que se usa para medir el movimiento de una partícula o punto de una posición a otra. Por tanto si un cuerpo se clasifica como deformable, sus partículas adyacentes pueden desplazarse entre sí cuando se aplican fuerzas al cuerpo.

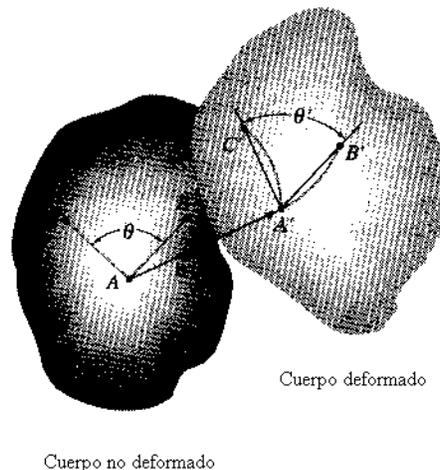


Fig. 2.3 Representación de deformación de un cuerpo.

2.1.3 Propiedades mecánicas de los materiales.

Son las características inherentes que permiten diferenciar un material de otro, desde el punto de vista del comportamiento mecánico de los materiales en ingeniería, también hay que tener en cuenta el comportamiento que puede tener un material en los diferentes procesos de mecanizados que pueda tener.

Las propiedades mecánicas de los materiales dependen de su composición y microestructura, como sabemos la composición, naturaleza en los enlaces, estructura cristalina y defectos, como dislocaciones, tamaño de grano, etc. de un material tienen una influencia profunda sobre la resistencia de los materiales y ductilidad de los materiales metálicos.

La resistencia de un material depende de su capacidad para soportar una carga sin deformación excesiva o falla, esta propiedad inherente al material mismo y debe determinarse por experimentación. Entre las pruebas más importantes están las pruebas de tensión o compresión. Aunque con estas pruebas pueden determinarse muchas propiedades mecánicas importantes de un material, se utilizan principalmente para la relación esfuerzo normal promedio y la deformación unitaria en muchos materiales utilizados en ingeniería, sean de metal, cerámica, polímeros o compuestos.

En los ensayos de tensión o compresión para materiales dúctiles podemos calcular varios valores de esfuerzo y la correspondiente deformación unitaria en probetas estandarizadas y así graficar los resultados, donde la curva resultante se llama diagrama esfuerzo-deformación unitaria. Este diagrama es muy importante en la ingeniería ya que proporciona los medios para obtener datos sobre la resistencia a tensión o a compresión de un material sin considerar el tamaño o forma geométrica del material. Sin embargo debe ser claro que nunca serán exactamente iguales dos diagramas de esfuerzo deformación unitaria para un material en particular, ya que los resultados dependen entre otras variables de la composición del material, de imperfecciones microscópicas, de la manera en que esté fabricado, de la velocidad de la carga y de la temperatura durante la prueba (figura 2.4)

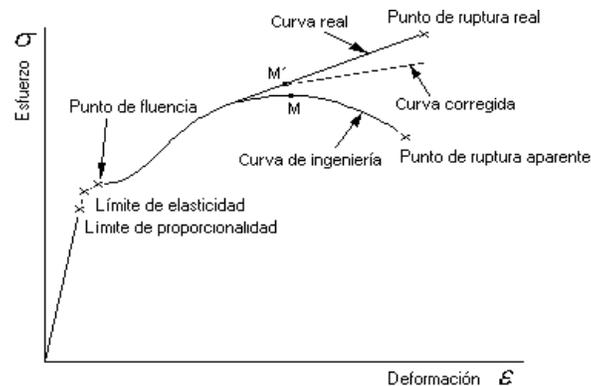


Fig.2.4 Diagrama esfuerzo-deformación.

Comportamiento Elástico: El esfuerzo es proporcional a la deformación unitaria. El material es linealmente elástico. Límite proporcional, es el límite superior del esfuerzo en esta relación lineal. La Ley de Hooke es válida cuando el esfuerzo unitario en el material es menor que el esfuerzo en el límite de proporcionalidad..

Fluencia: Un aumento en el esfuerzo más del límite elástico provocara un colapso de material y causara que se deforme permanentemente. Este comportamiento se llama fluencia. El esfuerzo que origina la fluencia se llama esfuerzo de fluencia o punto de fluencia, y la deformación que ocurre se llama deformación plástica.

En los aceros con bajo contenido de carbono, se distinguen dos valores para el punto de fluencia. El punto superior de fluencia ocurre primero, seguido por una disminución súbita en la capacidad de soportar carga hasta un punto inferior de fluencia.

Una vez alcanzado el punto inferior de fluencia, la muestra continuará alargándose sin ningún incremento de carga. Las deformaciones unitarias inducidas debido a la fluencia serían de 10 a 40 veces más grandes que las producidas en el límite de elasticidad.

Endurecimiento por deformación: Cuando la fluencia ha terminado, puede aplicarse más carga a la probeta, resultando una curva que se eleva continuamente pero se va aplanando hasta llegar a este punto se llama el esfuerzo último, que es el esfuerzo máximo que el material es capaz de soportar.

La elevación en la curva de esta manera se llama endurecimiento por deformación.

Formación del cuello o estricción: En el esfuerzo último, el área de la sección transversal comienza a disminuir en una zona localizada de la probeta, en lugar de hacerlo en toda su longitud. Este fenómeno es causado por planos de deslizamiento que se forman dentro del material y las deformaciones producidas son causadas por esfuerzos cortantes. Como resultado, tiende a desarrollarse una estricción o cuello en esta zona a medida que el espécimen se alarga cada vez más.

Puesto que el área de la sección transversal en esta zona está decreciendo continuamente, el área más pequeña puede soportar solo una carga siempre decreciente. De aquí que el diagrama esfuerzo – deformación tienda a curvarse hacia abajo hasta que la probeta se rompe en el punto del esfuerzo de fractura (Fig. 2.5)

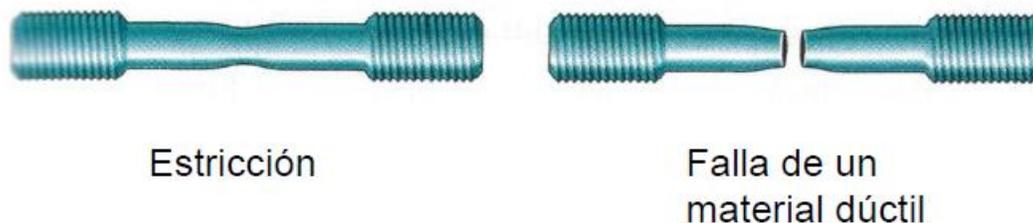


Fig. 2.5 Esfuerzo de fractura.

Del diagrama esfuerzo-deformación unitaria podemos definir algunas de las propiedades como son:

Resistencia mecánica: la resistencia mecánica de un material es su capacidad de resistir fuerzas o esfuerzos.

Elasticidad: Es la propiedad de un material que le permite regresar a su tamaño y formas originales, al suprimir la carga a la que estaba sometido. Esta propiedad varía mucho en los diferentes materiales que existen. Para ciertos materiales existe un esfuerzo unitario más allá del cual, el material no recupera sus dimensiones originales al suprimir la carga. A este esfuerzo unitario se le conoce como Límite Elástico.

Plasticidad: Esto todo lo contrario a la elasticidad. Un material completamente plástico es aquel que no regresa a sus dimensiones originales al suprimir la carga que ocasionó la deformación.

Rigidez: La rigidez es la capacidad de un objeto material para soportar esfuerzos sin adquirir grandes deformaciones y/o desplazamientos. Los coeficientes de rigidez son magnitudes físicas que cuantifican la rigidez de un elemento resistente bajo diversas configuraciones de carga. Normalmente las rigideces se calculan como la razón entre una fuerza aplicada y el desplazamiento obtenido por la aplicación de esa fuerza.

$$K_i = \frac{F_i}{\delta_i} \quad \dots \text{(Ec. 2.6)}$$

Tenacidad: La tenacidad es la energía total que absorbe un material antes de alcanzar la ruptura, por la presencia de una carga.

Ductilidad: Capacidad que presentan algunos materiales de deformarse sin romperse permitiendo obtener alambres o hilos de dicho material, bajo la acción de una fuerza.

2.1.4 Esfuerzos principales en problemas bidimensionales.

A menudo el interés se centra en la determinación del máximo esfuerzo posible, como es dado por las ecuaciones de transformación de esfuerzo.

$$\sigma_x = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \tau \sin 2\theta \quad \dots \text{(Ec. 2.7)}$$

$$\tau_{xy} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\theta + \tau \cos 2\theta \quad \dots \text{(Ec. 2.8)}$$

Por lo que se encuentran primero los planos en que tales esfuerzos ocurren. Para encontrar el plano para un esfuerzo normal máximo o mínimo, la ecuación 2.7 se deriva con respecto a θ y la derivada se iguala a cero; es decir:

$$\frac{d\sigma_x}{d\theta} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\theta + \tau \cos 2\theta = 0$$

$$\tan 2\theta_1 = \frac{\tau_{xy}}{(\sigma_x - \sigma_y)/2} \quad \dots (Ec. 2.9)$$

Donde el subíndice del ángulo se usa para designar el ángulo que define el plano de esfuerzo normal o máximo o mínimo. La ecuación 2.9 tiene dos raíces, ya que el valor de la tangente de un ángulo en el cuadrante diametralmente opuesto es el mismo, como se puede observar en la figura 2.6. Esas raíces están a 180° entre sí, y como la ecuación 2.9 es para un ángulo doble, las raíces de θ_1 están a 90° entre sí. Una de las raíces localiza el plano sobre el cual el esfuerzo normal máximo; la otra localiza el plano correspondiente al esfuerzo normal mínimo. Para distinguir entre esas dos raíces, se usa una prima y una doble prima como notación.

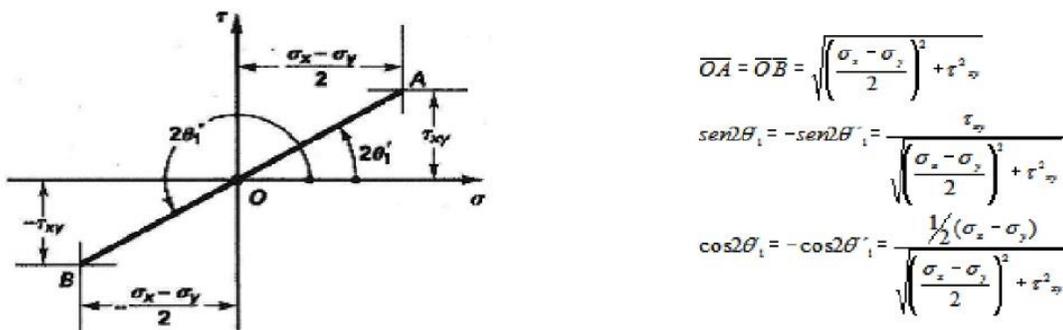


Fig.2.6 Funciones angulares para esfuerzos principales

Antes de evaluar esos esfuerzos, observe cuidadosamente que si se quiere la posición de los planos en que no actúan los esfuerzos cortantes, la ecuación 2.8 debe hacerse igual a cero. Esto da la misma relación que la ecuación 2.9. Por tanto, llegamos a una importante conclusión: Sobre planos en que ocurren esfuerzos normales máximos o mínimos, no se tienen esfuerzos cortantes.

Esos planos se llaman planos principales de esfuerzo y los esfuerzos que actúan en esos planos, o sea los esfuerzos normales máximo y mínimo, se llaman esfuerzos principales. Las magnitudes de los esfuerzos principales pueden obtenerse sustituyendo los valores de las funciones seno y coseno correspondientes al ángulo doble dado por la ecuación 2.9 en la ecuación 2.7. Entonces los resultados se simplifican y la expresión para el esfuerzo normal máximo (denotado por σ_1) el esfuerzo normal mínimo (denotado por σ_2) toma la forma:

$$(\sigma_x')_{\max}^{\min} = \sigma_{1o2} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad \dots (Ec. 2.10)$$

Donde el signo positivo frente a la raíz cuadrada debe de usarse para obtener σ_1 y el signo negativo para obtener σ_2 . Los planos en que esos esfuerzos actúan pueden determinarse usando la ecuación 2.9.

2.1.5 Concentración de esfuerzos.

Cuando una carga axial se aplica a un miembro, se genera una compleja distribución de esfuerzos dentro de una región localizada alrededor del punto de aplicación de la carga. No sólo bajo cargas concentradas aparecen complejas distribuciones del esfuerzo, sino también en secciones donde el área de la sección transversal cambia. Por ejemplo en la figura 2.7a que está sometida a una carga axial P , puede verse aquí que las líneas horizontales y verticales de la retícula asumen un patrón irregular alrededor del agujero centrado en la barra. El esfuerzo normal máximo en la barra ocurre en la sección a-a que coincide con la sección de área transversal más pequeña. Si el material se comporta de manera elástica lineal, la distribución del esfuerzo que actúa en esta sección puede determinarse a partir de un análisis basado en la teoría de la elasticidad o bien experimentalmente, midiendo la deformación unitaria normal en la sección a-a y luego calculando el esfuerzo usando la Ley de Hooke, $\sigma = E\epsilon$. Independientemente del método usado, la forma general de la distribución del esfuerzo será como se muestra en la figura 2.7b. De manera similar, si la barra tiene una reducción de su sección transversal con filetes en la zona de transición figura 2.7a-1, entonces de nuevo, el esfuerzo normal máximo en la barra ocurrirá en la sección transversal más pequeña, sección a-a y la distribución del esfuerzo será como la mostrada en la figura 2.7b-2.

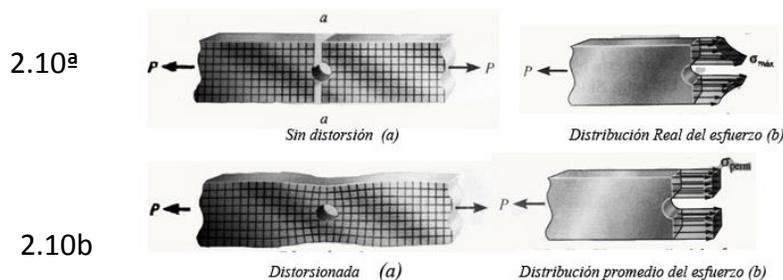


Fig. 2.7 Representación de distribución de esfuerzos.

En los dos casos anteriores, el equilibrio por fuerzas requiere que la magnitud de la fuerza resultante desarrollada, por la distribución del esfuerzo sea igual a P .

$$P = \int_A \sigma dA \quad \dots \text{(Ec. 2.11)}$$

La integral representa gráficamente el volumen bajo cada uno de los diagramas de distribución del esfuerzo mostrados en las figuras 2.7. Además el equilibrio debido a los momentos requiere que cada distribución del esfuerzo sea simétrica sobre la sección transversal, de manera que P pase por el centroide de cada volumen.

Sin embargo, en la práctica, la distribución real del esfuerzo no tiene que determinarse; sólo el esfuerzo máximo en esas secciones debe ser conocido para poder diseñar el miembro cuando se aplique la carga P y se genere este esfuerzo. En los casos en que cambia la sección transversal, como en los casos vistos antes, valores específicos del esfuerzo normal máximo en la sección crítica pueden determinarse por medio de métodos experimentales o por medio de técnicas matemáticas avanzadas usando la teoría de la elasticidad. Los resultados de esas investigaciones se reportan por lo regular en forma gráfica usando un factor K de concentración de esfuerzo. Definimos K como la razón del esfuerzo máximo al esfuerzo promedio que actúa en la sección transversal más pequeña; esto es:

$$K = \frac{\sigma_{\text{máx}}}{\sigma_{\text{prom}}} \quad \dots \text{ (Ec. 2.12)}$$

Si se conoce K y si el esfuerzo normal promedio se ha calculado a partir de $\sigma_{\text{prom}} = P/A$, donde A es la sección transversal más pequeña (fig. 2.7 y 2.8), entonces de la ecuación anterior, el esfuerzo máximo en la sección transversal es $\sigma_{\text{máx}} = K \frac{P}{A}$.

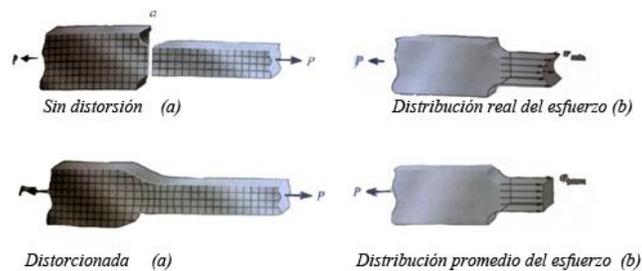


Fig. 2.8 Distribución promedio del esfuerzo.

Los valores de K específicos se reportan generalmente en forma gráfica en manuales relacionados con el análisis de esfuerzos.

En una pieza sometida a esfuerzos, si se llegan a presentar cambios abruptos en la geometría de la pieza, se presenta una concentración de las “líneas de esfuerzo” en los puntos donde cambia abruptamente la geometría.

Los cambios de geometría se presentan si hay:

Cambios de forma y tamaño de la sección	Agujeros
Muecas	Chiveteros
Estrias	Marcas de herramientas
Raspaduras	Inclusiones y defectos en el material.

En estos puntos se puede calcular un factor de concentración de esfuerzos K .

$$K = \frac{\text{Valor más alto del esfuerzo real en el cambio}}{\text{esfuerzo nominal al calculado}}$$

2.1.6 Cuando considerar que hay concentración de esfuerzos.

La concentración de esfuerzos se puede despreciar en los casos siguientes:

Si la carga es baja y estática

Si la temperatura de la pieza y del ambiente es normal.

Si el material es dúctil (si resiste 5% de alargamiento antes de la falla)

En los siguientes casos si se debe considerar aplicar un factor de concentración de esfuerzos.

Si el material es frágil

Si el material es dúctil a temperaturas extremas que lo hacen frágil

Si hay rápidos cambios de esfuerzos que no permitan que haya una fluencia local

Si hay esfuerzos cíclicos.

Estas condiciones son causantes del aumento de los esfuerzos frente a los calculados por las ecuaciones de la mecánica de sólidos de los materiales y son llamadas concentradores de esfuerzos, causando un incremento súbito de los esfuerzos en puntos cercanos a estas discontinuidades, generando una zona que se denomina de esfuerzos localizados o simplemente concentración de esfuerzos, que se caracteriza por poseer los máximos valores y cuya distribución no sigue una ley simple. En muchos casos, particularmente en los cuales los esfuerzos son altamente localizados, su análisis matemático es difícil y a veces impracticable. El cálculo de los valores de los concentradores de esfuerzos por la teoría de elasticidad requiere en general la solución de ecuaciones diferenciales que normalmente no son fáciles de solucionar. Sin embargo, este método ha sido utilizado para evaluar concentradores de esfuerzos en elementos que tienen cambios de sección, tales como los causados por un agujero circular en una placa y por la presencia de entallas o radios de acuerdo. De igual forma los métodos experimentales (*Hetenyi*, 1950, *Peterson*, 1974, *Kobayashi*, 1988, *Doyle y Phillips*, 1989) proporcionan una solución, cuando los métodos de elasticidad son excesivamente difíciles de aplicar. Últimamente el uso de métodos numéricos como los elementos finitos han tomado la delantera a las soluciones aproximadas para un amplio rango de problemas de concentradores de esfuerzos.

2.1.7 Teoría de Fallas.

La falla de un elemento se refiere a la pérdida de su funcionalidad, es decir cuando una pieza o una máquina dejan de ser útiles.

Esta falta de funcionalidad se dar por:

- Rotura
- Distorsión Permanente
- Degradación
- Etc.

La rotura o la degradación permanente se deben a que los esfuerzos soportados son mayores que la resistencia del material de fabricación.

Para poder determinar para qué cantidad de esfuerzo aplicado se producirá una falla, se utilizan algunas teorías de falla.

Todas las teorías de falla se basan en la comparación del esfuerzo actuante contra el resultante aplicado en una prueba uniaxial de tensión o compresión.

2.1.7-1 Criterio de máximo Esfuerzo principal.

El criterio de máxima tensión principal propuesto por Rankine establece que la cedencia ocurre en un punto cuando la tensión principal máxima alcanza el valor igual a la tensión máxima en el límite elástico bajo tensión o compresión uniaxial. Por lo tanto, según esta teoría la cedencia se produce cuando:

$$\max|\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3| = \sigma_y$$

Si el orden de los esfuerzos principales es $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$, entonces

$$\sigma_1 = \sigma_y \quad \dots \text{(Ec. 2.13)}$$

Sin embargo, los materiales frágiles fallan por fractura en lugar de ceder. Por lo tanto, la limitación de la tensión bajo condición la uniaxial deber ser tomada como el último esfuerzo σ_{ut} . Reemplazando σ_y por σ_{ut} , se tiene:

$$\sigma_1 = \sigma_{ut} \text{ o } \sigma_3 = \sigma_{ut}$$

Para el caso del esfuerzo plano

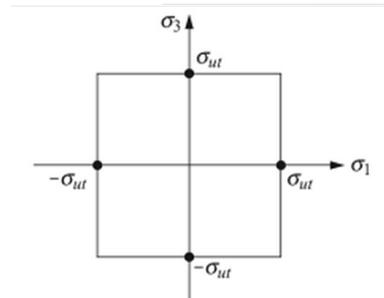


Fig.2.9 Máxima tensión principal.

La resistencia a la compresión y tracción de materiales frágiles son diferentes y la resistencia a la compresión es mayor en comparación a la resistencia en tracción. Si el orden de los tres esfuerzos principales es $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$, entonces la teoría del esfuerzo máximo principal predice la falla como

$$\sigma_1 \geq \sigma_{ut} \text{ ó } \sigma_3 \leq -\sigma_{uc}$$

Donde σ_{ut} es el esfuerzo último en tensión y σ_{uc} es el esfuerzo último en compresión Fig. 2.9

2.1.7-2 Teoría de la deformación máxima.

La teoría de la deformación máxima, también conocida como teoría de Saint-Venant se aplica sólo en la gama de esfuerzos elásticos. Esta teoría señala que ocurre la fluencia cuando la mayor de las tres deformaciones principales se hace igual a la deformación correspondiente a la resistencia de fluencia (Fig. 2.10).

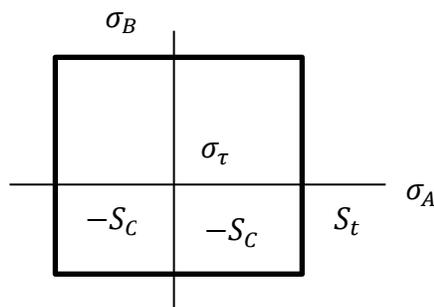


Fig. 2.10 Máxima deformación

Gráfica de la teoría de falla del esfuerzo normal máximo de estados de esfuerzo biaxiales usando $S_c > S_t$. Los estados de esfuerzo contenidos en la gráfica son seguros.

Si se supone que las resistencias de fluencia en tensión y en compresión son iguales, entonces las deformaciones causadas por los esfuerzos pueden hacerse iguales a la deformación correspondiente a la resistencia de fluencia de tal manera que:

$$\sigma_1 - \nu (\sigma_2 + \sigma_3) = \pm S_y$$

$$\sigma_2 - \nu (\sigma_3 + \sigma_1) = \pm S_y \quad \dots \text{(Ec. 2.14)}$$

$$\sigma_3 - \nu (\sigma_1 + \sigma_2) = \pm S_y$$

Dónde:

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 =$ Esfuerzos principales

$\nu =$ Módulo de Poisson

$S_y =$ Resistencia de cedencia (o Fluencia)

Si uno de los tres esfuerzos principales vale cero y los dos restantes se designan como σ_A y σ_B , para esfuerzos biaxiales, el criterio de fluencia se escribe como:

$$\sigma_A - \nu \sigma_B = \pm S_y$$

$$\sigma_B - \nu \sigma_A = \pm S_y \quad \dots \text{(Ec. 2.15)}$$

2.1.7-3 Criterio del máximo Esfuerzo cortante (Criterio de Tresca).

El Criterio del máximo esfuerzo cortante, también conocido como Criterio de Tresca, es frecuentemente usado para predecir el punto de cedencia en materiales dúctiles.

La cedencia en los materiales dúctiles es usualmente causada por el deslizamiento de cristales a lo largo del plano, en el máximo esfuerzo cortante de la superficie. Por esta razón un punto dado en el cuerpo, es considerado seguro hasta que el máximo esfuerzo cortante del punto está debajo del punto de esfuerzo en cortante de cedencia τ_y , obtenido de una prueba de tensión uniaxial.

Con respecto al Esfuerzo en 2D, el máximo esfuerzo cortante está relacionado a la diferencia entre dos esfuerzos principales. Sin embargo, el criterio requiere las diferencias de los esfuerzos principales, junto con los propios esfuerzos principales, para ser menos que el esfuerzo cortante de cedencia.

$$|\sigma_1| \leq \sigma_y, |\sigma_2| \leq \sigma_y \quad \text{y} \quad |\sigma_1 - \sigma_2| \leq \sigma_y$$

Gráficamente, el criterio del máximo esfuerzo cortante requiere que dos esfuerzos principales estén dentro de la zona sombreada, como se indica en la figura siguiente 2.11:

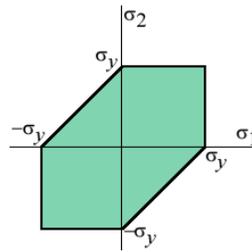


Fig.2.11 Criterio del máximo esfuerzo.

Dónde:

$\sigma_A =$ Esfuerzo principal máximo

$\sigma_B =$ Esfuerzo principal mínimo

$\nu =$ Módulo de Poisson

$S_y =$ Resistencia de cedencia (o Fluencia)

La figura 2.12 presenta una gráfica bidimensional de la teoría de la deformación normal máxima para una razón de Poisson de 0.30 y para resistencia de fluencia en tensión y compresión iguales.

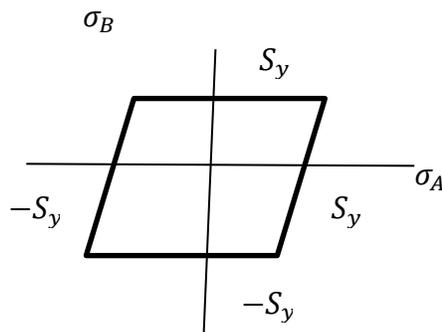


Fig. 2.12 Gráfica bidimensional de la teoría de la deformación normal máxima

Gráfica de la teoría de la deformación normal máxima para estados de esfuerzo biaxiales; basada en $\nu = 0.30$. Nótese que las resistencias de compresión se consideran como cantidades positivas.

2.1.7-4 Teoría de la energía de distorsión máxima (Teoría de R. von Mises).

Una carga externa deformara un material provocando que almacene energía internamente a través de su volumen. La energía por unidad de volumen de material se denomina **densidad de la energía de deformación**, y si el material está sometido a un esfuerzo uniaxial, la densidad de la energía de deformación está definida por la ecuación:

$$u = \frac{1}{2} \sigma \epsilon \quad \dots (Ec. 2.16)$$

Si el material se somete a un esfuerzo triaxial (figura 2.13 a), entonces cada esfuerzo principal aporta una parte de la densidad de energía de deformación total, de modo que:

$$u = \frac{1}{2} \sigma_1 \epsilon_1 + \frac{1}{2} \sigma_2 \epsilon_2 + \frac{1}{2} \sigma_3 \epsilon_3 \quad \dots (Ec. 2.17)$$

Por otra parte, si el material se comporta de manera elástico lineal, entonces se aplica la ley de Hooke. Por lo tanto, al sustituir las ecuaciones de deformación, obtenidas a partir de la ley de Hooke, en la ecuación anterior y al simplificar, se obtiene:

$$u = \frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_3\sigma_2)] \quad \dots (Ec. 2.18)$$

Esta densidad de energía de deformación puede considerarse como la suma de dos partes, una que representa la energía necesaria para causar un cambio de volumen en el elemento sin cambio en su forma, y otra que representa la energía necesaria para **distorsionar** el elemento. En específico, la energía almacenada en el elemento como consecuencia del cambio de su volumen es causada por la aplicación del esfuerzo principal promedio, $\sigma_{prom} = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$, puesto que el esfuerzo causa deformaciones principales iguales en el material, figura 2.13b. La porción restante del esfuerzo ($\sigma_1 - \sigma_{prom}$), ($\sigma_2 - \sigma_{prom}$), ($\sigma_3 - \sigma_{prom}$), ocasiona la energía de distorsión, figura c.

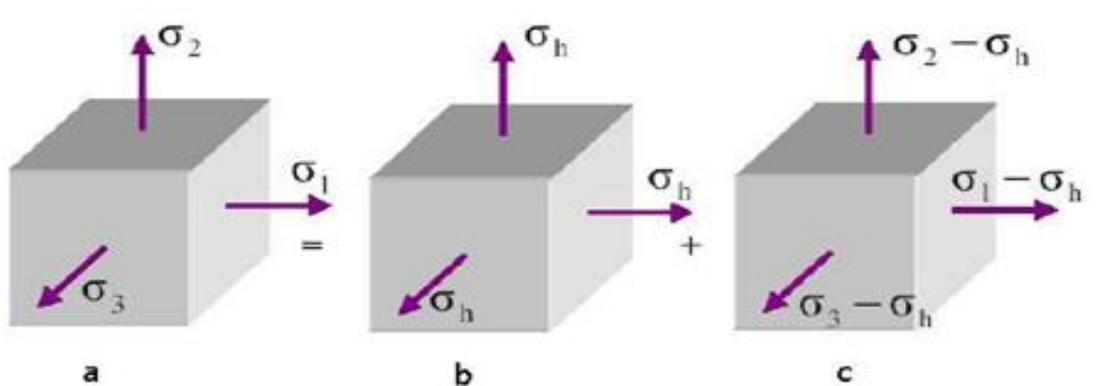


Fig. 2.13 Criterio R. Von Mises teoría distorsión máxima.

La evidencia experimental ha demostrado que los materiales no ceden cuando están sometidos a un esfuerzo uniforme (hidrostático), como el σ_{prom} analizado anteriormente. Como resultado, en 1904 M. Huber propuso que la cedencia de un material dúctil se produce cuando la energía de distorsión por

unidad de volumen del material es igual o superior a la energía de distorsión por unidad de volumen del mismo material cuando se somete a la cedencia en una prueba de tensión simple. Esta teoría se llama teoría de la máxima energía de distorsión, y después fue redefinida en forma independiente por R. von Mises y H. Hencky, en ocasiones también adopta sus nombres.

Para obtener la energía de distorsión por unidad de volumen, los esfuerzos σ_1 , σ_2 , σ_3 , de la ecuación 2.18 se sustituyen por $(\sigma_1 - \sigma_{prom})$, $(\sigma_2 - \sigma_{prom})$ y $(\sigma_3 - \sigma_{prom})$ respectivamente, teniendo en cuenta que $\sigma_{prom} = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$. Al expandir y simplificar, se obtiene:

$$u_d = \frac{1+\nu}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad \dots \text{(Ec. 2.19)}$$

En el caso de esfuerzo plano, $\sigma_3 = 0$ esta ecuación se reduce a:

$$u_d = \frac{1+\nu}{3E} [\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2]$$

Para una prueba de tensión uniaxial, $\sigma_1 = \sigma_Y$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ así:

$$(u_d)_Y = \frac{1+\nu}{3E} \sigma_Y^2$$

Como la teoría de la máxima energía de distorsión requiere que $u_d = (u_d)_Y$, entonces para el caso de esfuerzo plano o biaxial, se tiene:

$$\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2 = \sigma_Y^2 \quad \dots \text{(Ec. 2.20)}$$

Esta es la ecuación de una elipse, figura 2.15. Por lo tanto, si un punto en el material se esfuerza de modo que (σ_1, σ_2) está representado en el límite o fuera del área gris, se dice que el material falla.

En la figura 2.15 se muestra una comparación de estos dos criterios de falla (criterio de Tresca y criterio de von Mises). Tenga en cuenta que ambas teorías dan los mismos resultados cuando los esfuerzos principales son iguales, es decir, $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_Y$, o cuando uno de los esfuerzos principales es cero y el otro tiene una magnitud de σ_Y . Si el material está sometido a cortante puro, τ , entonces la teorías tienen la mayor discrepancia posible en la predicción de la falla. Las coordenadas de esfuerzo de estos puntos sobre las curvas pueden determinarse al considerar el elemento mostrado en la figura 2.14. A partir del círculo de Mohr asociado para que este estado de esfuerzos, figura 2.16, se obtienen los esfuerzos principales $\sigma_1 = \tau$ y $\sigma_2 = -\tau$. Así, con $\sigma_1 = -\sigma_2$ la teoría del esfuerzo cortante máximo da $(\sigma_Y/2, -\sigma_Y/2)$, y a partir de la ecuación 2.16, la teoría de la máxima energía de distorsión da $(\sigma_Y/\sqrt{3}, -\sigma_Y/\sqrt{3})$, figura 2.18.

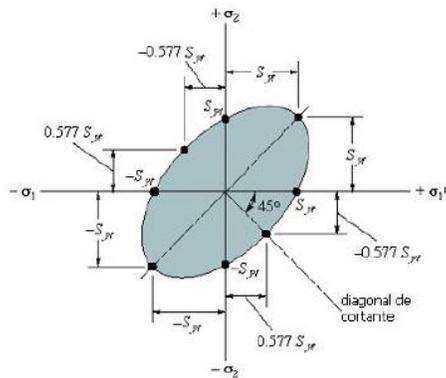


Fig. 2.14 Teoría de la energía de distorsión máxima

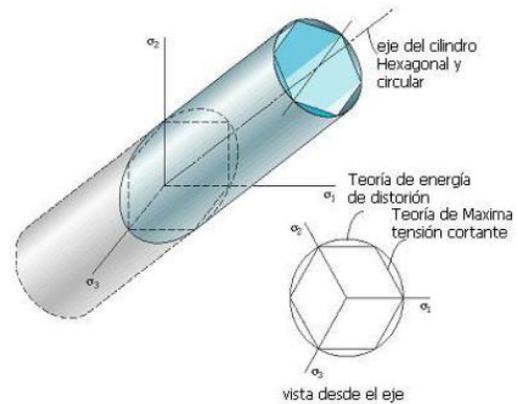


Fig. 2.15 Criterio Tresca y R.Von Mises

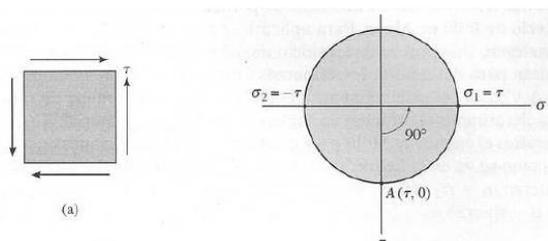


Fig. 2.16 Circulo de Mohr

2.2 Prensa.

Para realizar el trabajo de estampado se utiliza la prensa, la cual definiremos como la máquina que realiza una transformación a través del empleo de dos o más pares de herramientas (el herramental consiste en un juego superior e inferior), aplicando una fuerza de elevada intensidad al material para procesar, el cual está colocado entre dichas herramientas. La prensa está diseñada de tal manera que la fuerza aplicada al material para procesar se soporte por la propia máquina.

La máquina utilizada para la mayoría de las operaciones de trabajo en frío y algunos en caliente, se conoce como prensa. Consiste de un bastidor que sostiene una bancada y un ariete, una fuente de potencia, y un mecanismo para mover al ariete linealmente y en ángulos rectos con relación a la bancada. Una prensa debe estar equipada con matrices y punzones diseñados para ciertas operaciones específicas. Aunque algunas prensas se adaptan mejor que otras para cierto tipo de trabajo, la mayoría de operaciones de formado, punzonado y cizallado, se pueden efectuar en cualquier prensa normal si se usan las matrices y punzones adecuados. Esta versatilidad hace posible usar la misma prensa para una

gran variedad de trabajos y operaciones, lo cual es una característica deseable para las producciones pequeñas.

Las prensas tienen la capacidad para la producción rápida, puesto que el tiempo de operación es solamente el que se necesita para una carrera del ariete, más el tiempo necesario para alimentar el material. Por consiguiente se pueden conservar bajos costos de producción. Cualquier producto que se pueda fabricar con metal delgado y que no requiera una precisión extrema en las tolerancias dimensionales, se puede producir económicamente en éste tipo de máquina. Tiene una adaptabilidad especial para los métodos de producción en masa, como lo evidencia su amplia aplicación en la manufactura de piezas para automóviles y aviones, artículos de ferretería, juguetes y utensilios para cocina.

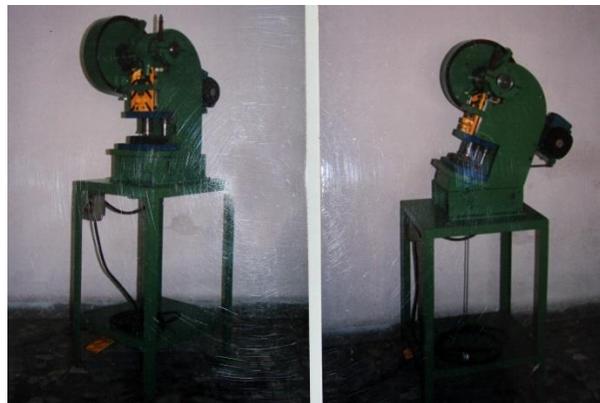


Fig.2.17 Prensa tipo "C".

2.2.1 Tipos de Prensa.

Es difícil hacer una clasificación de máquinas prensadoras, ya que la mayoría de ellas son capaces de desarrollar varios tipos de trabajo. Por tanto, no es muy correcto llamar a una prensa dobladora, a otra, prensa de repujado, y aún a otra recortadora, pues los tres tipos de operaciones se pueden hacer en una máquina. Sin embargo, a algunas prensas diseñadas especialmente para un tipo de operación, se les puede conocer por el nombre de la operación, como por ejemplo, prensa punzadora o prensa acuñadora. La clasificación más sencilla está en relación a la fuente de energía (ya sea operada manualmente o con potencia). La mayor parte de maquinaria para la producción se opera con potencia, otra forma de agrupar a las prensas, está en función del número de arietes o los métodos para accionarlos. La mayoría de los productores las nombran de acuerdo al diseño general del bastidor, aunque se pueden designar de acuerdo con el arreglo de la transmisión de energía o el propósito principal para el que se usará la prensa. Los tipos más generales de clasificación de prensas son los siguientes:

La fuente de fuerza motriz.- Es decir, de donde toma la prensa la energía para realizar la transformación. Existe entonces la prensa mecánica, que toma la energía de la inercia de un volante giratorio. La prensa hidráulica, que toma la energía a partir de la presión del aceite. Y la prensa servo que utiliza un servomotor como fuente de movimiento. De entre éstas la prensa mecánica es la más común. En segundo lugar la prensa hidráulica usada mayormente para procesos de embutido.

El tipo de mecanismo motriz.- Para transmitir la energía y transformar el material se emplean varios mecanismos tales como: eje cigüeñal, mecanismo sin cigüeñal, de eslabón, de articulación, de fricción, de tornillo. Las prensas pequeñas normalmente son de cigüeñal y las grandes usan mecanismo sin cigüeñal.

La forma de su bastidor.- Esta clasificación se basa en la forma del bastidor de la prensa. En general hay dos tipos: El tipo C y la prensa vertical, también conocida como prensa de lados rectos.

El número de correderas.- Algunas prensas montan más de una corredera, si cuenta sólo con una se le denomina prensa de simple acción; si son dos, prensa de doble acción, etc.

Tipos de Prensa

- A. Fuente de energía.
 - 1. Manual
 - 2. Potencia
 - a. Mecánica
 - b. Vapor, gas, neumática
 - c. Hidráulica
- B. Ariete
 - 1. Vertical de simple efecto
 - 2. Vertical de doble efecto
 - 3. En cuatro correderas
 - 4. De configuración especial
- C. Diseño de bastidor
 - 1. De banco
 - 2. Inclínable
 - 3. De escote
 - 4. De puente
 - 5. De costados rectos
 - 6. Yunque
 - 7. Columna
- D. Método de aplicación de potencia del ariete.

1. Manivela
2. Leva
3. Excéntrica
4. Tornillo de potencia
5. Cremallera y piñón
6. Junta articulada
7. Hidráulica
8. Palanca acodillada
9. Neumática

E. Propósito de la prensa

1. Cizallas de escuadrar
2. Cizallas de círculos
3. Dobladora
4. Punzonado
5. Extruido
6. Empalmado
7. Enderezado
8. Forzado
9. Acuñaado
10. De transferencia
11. Roedora
12. Estirado
13. Revólver
14. Forja.

Para seleccionar el tipo de prensa a usar en un trabajo dado, se deben considerar varios factores. Entre éstos están el tipo de operación a desarrollar, tamaño de la pieza, potencia requerida y la velocidad de la operación, para la mayoría de las operaciones de punzonado, recortado y desbarbado, se usan generalmente prensas del tipo manivela o excéntrica. En estas prensas la energía del volante se puede transmitir al eje principal, ya sea directamente o a través de un tren de engranes. La prensa de junta articulada se ajusta idealmente a las operaciones de acuñado, prensado o forja. Tiene una carrera corta y es capaz de imprimir una fuerza tremenda. Las prensas para operaciones de estirado tienen velocidades más lentas que las de punzado y recortado. Las prensas operadas hidráulicamente son en especial deseables para este trabajo. Cuando se estira acero dulce, la práctica normal es la de no exceder 20m/min; el aluminio y otros metales no ferrosos se pueden trabajar a velocidades mayores de 45m/min.

2.2.2 Prensas tipo C

Las prensas de escote o de bastidor en C se llaman así debido a la disposición de la abertura del bastidor de la prensa, como se ilustra en la figura 2.18. Las prensas de escote proporcionan un excelente espacio libre alrededor de las matrices y permiten usar la prensa para piezas largas o anchas. Las operaciones de estampado se pueden efectuar en una prensa de escote, usando frecuentemente la del tipo inclinado.

Nos enfocaremos en la prensa más utilizada en la industria, la prensa mecánica de cigüeñal con bastidor C, de simple acción. Lo anterior se debe su menor precio y a la facilidad que proporciona para el manejo del material a procesar. Algunas son inclinables y tienen abierta la parte posterior por donde comúnmente se descarga ya sea el producto o el desecho (*scrap*), según sea el caso. A estas prensas se les llama *de escote*, o mayormente *OBI* (*Open back inclinable*), por sus siglas en inglés. A continuación se definirán las partes principales de la prensa. Aparece entre paréntesis el nombre en inglés correspondiente a cada parte como una referencia.



Fig. 2.18 Prensa tipo C cortesía Técnicos Campos.

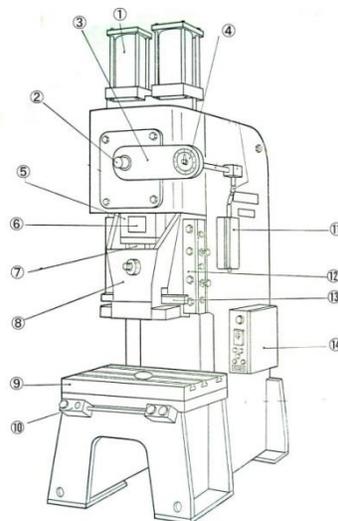


Fig. 2.19 Partes prensa tipo “C”

1. Cilindro de contrabalance
2. Eje cigüeñal
3. Cubierta de cadena
4. Monitor del ángulo paro
5. Varilla de conexión
6. Mecanismo fijación del ajuste (*adjust lock*)
7. Tornillo de ajuste
8. Corredera (ariete)
9. Sufridera
10. Botón de arranque, controles bimanuales, botón de paro de emergencia, etc.
11. Interruptor de límite de rotación
12. Ranura de la corredera
13. Barra expulsora
14. Caja de control

2.2.3. Partes principales de la prensa mecánica tipo C.

Bastidor (*Frame*) .- Armazón metálico que conforma el cuerpo sobre el cual se instalan los componentes de la prensa. Existen dos tipos de bastidor el tipo “C” y el bastidor vertical, también llamado de lados rectos. El primero es usado en las prensas pequeñas ya que facilita la operación. El segundo tipo es ideal para prensas grandes donde las cargas son mayores y causarían deformación o grietas por apertura excesiva en una prensa tipo C.

Corona (*Crown*).- Parte superior del bastidor que aloja el sistema motriz de la prensa. En el caso de la prensa hidráulica contiene el cilindro principal.

Volante (*Fly Wheel*).- Rueda de masa considerable que se hace girar mediante un motor para obtener la energía de transformación a partir de la inercia de su movimiento.

Corredera (*Slider*).- Es la parte móvil de la prensa que mediante unas guías convierte el movimiento rotacional del cigüeñal en un movimiento alternativo hacia arriba y hacia abajo. Efectuando así la transformación del material a través del herramental superior que está sujeto a ella y el inferior sujeto a la sufridera. También se le conoce como ariete, martillo o deslizador.

Varilla de conexión (*Connecting rod*).- Elemento que une al eje cigüeñal con la corredera. Aloja el tornillo de ajuste de la corredera. También llamada biela, o brazo de mando (*Pitman arm*).

Sufridera (*Bolster*) .- Placa gruesa de acero, que tiene como función darle mayor rigidez a la cama de la prensa, sobre la cual se coloca el herramental inferior. Normalmente cuenta con ranuras “T” o barrenos para la sujeción del herramental.

Cama (*Bed*).- Es la parte inferior del bastidor sobre la cual se coloca la sufridera. También se le llama bancada.

Tornillo de ajuste (*Adjusting screw*).- Tornillo que se encuentra al extremo de la varilla de conexión y cuya función es ajustar la altura de la corredera, operación muy común cuando se instalan los herramientas.

Cojín del herramental (*Die cushion*).- Dispositivo mecánico generador de la presión que hace funcionar al pisador de la silueta para el embutido y al expulsor (knock out). Se ubica en la parte inferior de la sufridera de la prensa. Regularmente son neumáticos. Sin embargo para prensas grandes se utilizan los hidro-neumáticos.

Varilla de tensión (*Tie rod*).- Varilla de acero roscada por los extremos que mantiene unidas las partes del bastidor de lados rectos (cama, columnas y corona) con una carga de compresión predeterminada. También se aplican estas varillas en las prensas de bastidor C como refuerzos para evitar la apertura excesiva del bastidor y, por consecuencia, la aparición de grietas.

Sistema de embrague y freno (*Clutch and brake system*).- Dispositivos mecánicos que accionan y detienen respectivamente el movimiento de la prensa. En la página siguiente se detallará el funcionamiento de éstos dispositivos.

Panel de control (*Press control system*).- Conjunto de controles de la prensa con los cuales se energiza el motor, selecciona el modo de operación y se accionan los paros de emergencia.

2.3 Método de Fotoelasticidad. [15]

En el año de 1812, el físico David Brewster descubrió que si un cuerpo transparente es sometido a esfuerzos y es iluminado con luz polarizada, aparecen en él una serie de franjas de diversos colores cuya posición cambia si se modifica en intensidad o posición en un sistema de cargas. Brewster comunicó éste fenómeno a los ingenieros de su época pero su descubrimiento fue aprovechado hasta el año de 1853 en que Newmann y Maxwell descubrieron separadamente la ley óptica de esfuerzos que es la base del estudio fotoelástico. Sin embargo, fue hasta el año de 1891 en que Carus Wilson publicó los resultados de sus investigaciones fotoelásticas en una viga simplemente apoyada cargada en un solo punto.

Más adelante, en 1901, Mesnager realizó nuevas aplicaciones, pero fue hasta el período entre 1920 y 1931 que los investigadores Coker y Filon hicieron una serie de estudios que culminaron con la publicación de un tratado de fotoelasticidad, la que puede decirse que a partir de esas fechas se desarrolló rápida y vigorosamente con las experiencias inspiradas de Brucker, Weller, Frocht, Neuber, Goodier, Durelli, Hetenyi, Dally, Parks y otros investigadores notables. En su forma más simple, el fenómeno fotoelástico consiste en lo siguiente.

La anisotropía óptica (doble refracción temporal), la cual se desarrolla en un material como resultado de esfuerzos, puede representarse por medio de una elipsoide, conocida en éste caso como el índice elipsoide. Los semiejes del índice elipsoide representan los principales índices de refracción del material en el punto mostrado en la figura 2.20. Cualquier radio del elipsoide representa una dirección

de la propagación de la luz a través del punto. Un plano que pasa por el origen, el cual es perpendicular al radio, intersecta el elipsoide como una elipse. Los semiejes de la elipse representan los índices de refracción asociados con las ondas de luz teniendo planos de vibración los cuales tienen el radio vector y un eje de la elipse. Para un material que es ópticamente isotrópico, los tres índices principales de refracción son iguales, y el índice elipsoide se convierte en una esfera. Consecuentemente, el índice de refracción es el mismo para todas las direcciones de propagación de la luz a través del material.[10,11,12]

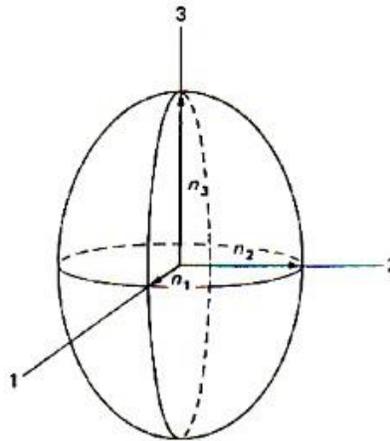


Fig.2.20 El índice Elipsoide

Las similitudes, que existen entre los esfuerzos del elipsoide para el estado de esfuerzos en un punto y el índice elipsoide para las propiedades ópticas del material presentando doble refracción temporal, permiten ver la presencia de una relación entre las dos cantidades. Esta relación, la cual forma las bases para una determinación de esfuerzos (o deformaciones), se conoce como la Ley Óptica de esfuerzos.

2.3.1 Comportamiento de la Luz.

Hasta la fecha no existe una teoría que explique completamente el comportamiento de la energía radiante. Para describir el fenómeno fotoelástico, la teoría electromagnética debida a Maxwell, es usualmente usada. Esta teoría establece que la luz es una distribución electromagnética, que puede ser expresada como un vector de luz normal a la dirección de propagación. En la luz ordinaria emitida por, digamos un filamento de tungsteno incandescente, el vector luz no está restringido en ningún sentido y puede considerarse que está formado de un número de vibraciones transversales arbitrarias, como se ilustra en la siguiente figura.

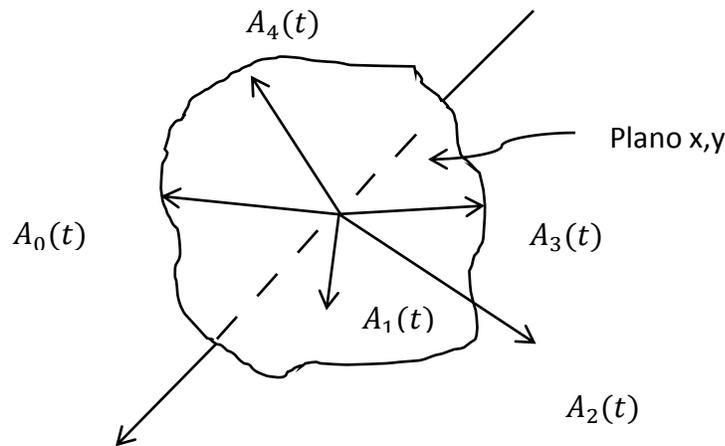


Fig. 2.21 Vector de luz sin restricción.

Ya que el disturbio productor de la luz, puede ser considerado como un movimiento ondulatorio, es posible expresar la amplitud del vector luz, en términos de una ecuación de onda unidimensional:

$$A = f(z - ct) + g(z + ct) \quad \dots \text{(Ec. 2.21)}$$

Donde:

A: amplitud del vector luz o de uno de sus componentes.

z: la posición a lo largo del eje de propagación.

t: tiempo.

c: velocidad de propagación ($3 \times 10^{10} \frac{cm}{seg}$ en el vacío).

Una descripción simple del efecto fotoelástico, se obtiene considerando una componente senoidal de la luz, propagándose en la dirección positiva de z. De esta manera la ecuación puede escribirse como:

$$A = f(z - ct) = a \sin \frac{2\pi}{\lambda} (z - ct) \quad \dots \text{(Ec. 2.22)}$$

Una representación gráfica de la amplitud del vector luz (o uno de sus componentes) conforme se propaga en la dirección positiva del eje z, como se observa en la siguiente figura:

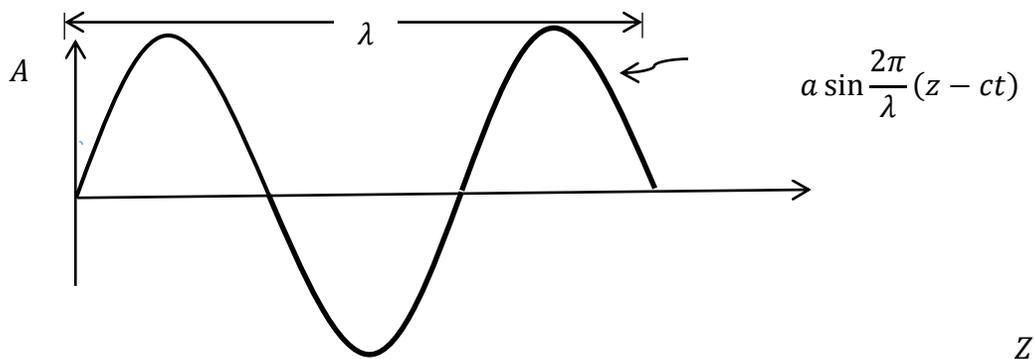


Fig. 2.22 Amplitud del vector luz

La longitud de pico a pico en la gráfica se define como la longitud de onda λ . El tiempo requerido para el paso de 2 picos sucesivos, por algún valor fijo de z , se define como el período T y está dado por:

$$T = \frac{\lambda}{c} \quad \dots \text{(Ec. 2.23)}$$

La frecuencia del vector luz o uno de sus componentes, se define como el número de oscilaciones de la amplitud en un segundo, por lo tanto es el inverso del período.

$$f = \frac{1}{T} \quad \dots \text{(Ec. 2.24)}$$

El color de la luz que el ojo humano reconoce, está determinado por la frecuencia de los componentes del vector luz, los colores en el espectro visible van desde el rojo profundo, con una frecuencia de 390×10^{12} c.p.s., hasta el violeta profundo, con una frecuencia de 770×10^{12} c.p.s.

La mayoría de las investigaciones fotoelásticas se llevan a cabo con luz visible, pero los principios de la fotoelasticidad son válidos en el rango infrarrojo y ultravioleta de la energía radiante.

Cuando el vector luz está compuesto de vibraciones $A_1, A_2, A_3 \dots$, que tienen la misma frecuencia, el vector luz es monocromático y su color depende de la frecuencia. Si los componentes son de diferente frecuencia, los colores de los componentes se mezclan y el ojo registra esta mezcla como luz blanca.

2.3.2 Refracción.

Cuando pasa un rayo de luz de un medio a otro diferente, sufre una alteración en su velocidad. Ejemplo, cuando un rayo de luz que viaja en el vacío a una velocidad C , entra en un medio transparente más denso, sufrirá una pérdida de velocidad y se trasladará a una velocidad v . A éste fenómeno se le llama refracción de la luz.

Índice de Refracción. Es el resultado de dividir la velocidad de la luz en el vacío c entre la velocidad de la onda en cualquier medio más denso v y está representado por la letra n .

Birrefringencia o doble refracción. Tiene lugar en ciertos cristales en forma natural, y en algunos materiales transparentes, cuando se les induce un sistema de esfuerzo. Al primer tipo se le llama birrefringencia natural y del segundo del cual se aprovecha la fotoelasticidad se le denomina birrefringencia artificial.

Birrefringencia artificial. Una onda de luz polarizada que incide en un modelo birrefringente artificial, de espesor h , se divide en dos ondas perpendiculares entre sí que vibran según los ejes principales del esfuerzo a que esté sometido el modelo.

2.3.3 Luz polarizada.

Desde el punto de vista de la física clásica, la luz ordinaria consiste en ondas electromagnéticas cuya vibración es transversal a la dirección de propagación. Cuando el patrón de vibración de una electromagnética exhibe una dirección preferente de vibración, la luz es considerada como polarizada. Hay tres diferentes formas de luz polarizada que son actualmente empleadas en los métodos fotoelásticos del análisis de esfuerzos:

1.- Luz polarizada plana: Se obtiene restringiendo la vibración del vector luz en un solo plano llamado plano de polarización.

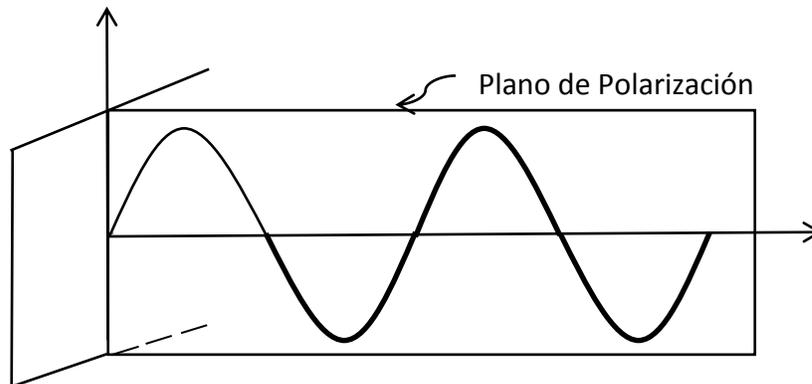


Fig. 2.23 Luz polarizada plana.

2.- Luz polarizada circular. Se obtiene cuando la punta del vector luz describe una hélice circular conforme se propaga a lo largo del eje z .

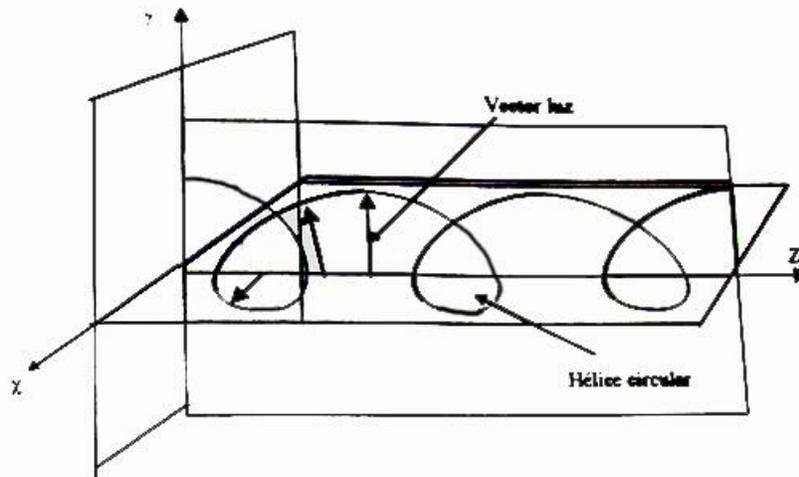


Fig. 2.24 Luz polarizada circular.

3.- Luz polarizada elíptica. Se obtiene cuando la punta del vector luz describe una hélice elíptica conforme se propaga en la dirección z.

Nótese que los casos 1 y 2 son casos particulares del caso 3. En la práctica la luz polarizada plana puede ser producida con un elemento óptico conocido como polarizador lineal o plano.

2.3.4 Polarizadores planos.

Los polarizadores planos son elementos ópticos que absorben los componentes del vector luz que no vibran en la dirección del eje polarizador. Cuando un vector luz pasa a través de un polarizador plano, este elemento óptico absorbe la componente perpendicular al eje de polarización y transmite la componente paralela, como se observa en la figura.

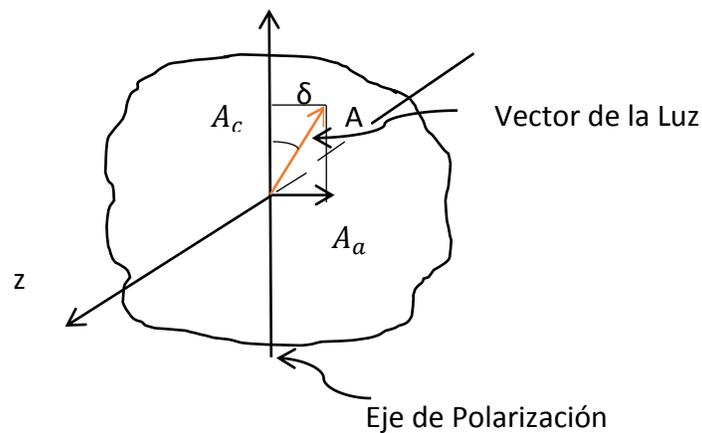


Fig.2.25 Polarizador Plano

Si el polarizador plano está fijo en algún punto a lo largo del eje z, la ecuación para la amplitud del vector luz dada por la ecuación puede ser escrita como:

$$A = \sin \frac{2\pi}{\lambda} ct \quad \dots \text{(Ec. 2.25)}$$

Que se puede reducir a:

$$A = a \sin 2\pi ft = a \sin \omega t$$

Donde:

$\omega = 2\pi f$ es llamada la frecuencia circular de la luz.

f= Frecuencia del vector luz.

λ = longitud de onda.

c = velocidad de propagación (3×10^{10} cm/seg en el vacío).

t= Tiempo.

Los componentes absorbidos y transmitidos del vector luz son:

$$\begin{aligned} A_a &= a \sin \omega t \sin \delta \quad \dots \text{(Ec. 2.25-1)} \\ A_t &= a \sin \omega t \cos \delta \end{aligned}$$

Donde δ es el ángulo entre el vector A_a y el eje de polarización. En la práctica los filtros polaroid producen un amplio campo de luz muy bien polarizada a un costo relativamente bajo.

2.3.5 Placas de Onda.

Ciertos materiales tienen la propiedad de descomponer el vector luz en dos componentes ortogonales y transmitir cada uno de ellos a diferentes velocidades. Un material con esta propiedad es llamado birrefringente.

La placa birrefringente mostrada en la figura 2.26 tiene dos ejes principales marcados con 1 y 2. La transmisión de la luz a lo largo del eje 1 es a una velocidad c_1 y a lo largo del eje 2 a una velocidad c_2 . Como $c_1 > c_2$, al eje 1 se le llama eje rápido y al 2 eje lento.

Si la placa birrefringente es colocada en el campo de un polarizador plano, de manera que el vector luz A_t es descompuesto en 2 componentes A_{t1}, A_{t2} a lo largo de los ejes 1 y 2 respectivamente, la magnitud de los componentes A_{t1}, A_{t2} , será:

$$\begin{aligned} A_{t1} &= A_t \cos \beta = a \cos \delta \sin \omega t \cos \beta = K \sin \omega t \cos \beta \\ A_{t2} &= A_t \sin \beta = a \cos \delta \sin \omega t \sin \beta = K \sin \omega t \sin \beta \quad \dots \text{(Ec. 2.26)} \end{aligned}$$

Donde $K = a \cos \delta$

Los componentes A_{t1} y A_{t2} viajan a través de la placa con velocidades diferentes c_1 y c_2 respectivamente. Debido a esta diferencia de velocidades, los dos componentes emergerán de la placa en tiempos diferentes. O sea que un componente se atrasa relativamente al otro.

Este retardo puede ser manejado más eficientemente considerando el cambio relativo de fase entre los dos componentes, como se muestra en la siguiente figura 2.27.

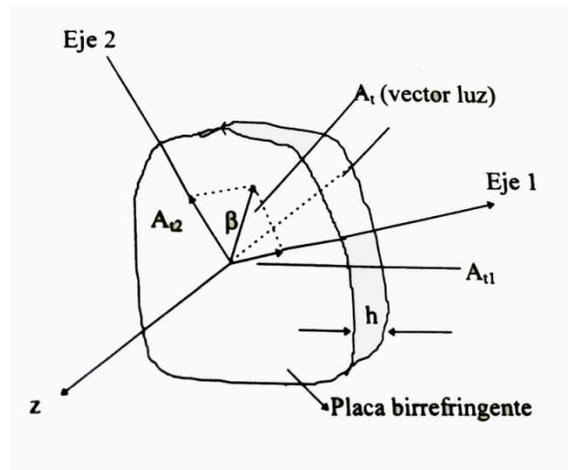


Fig. 2.26 Placa de Onda

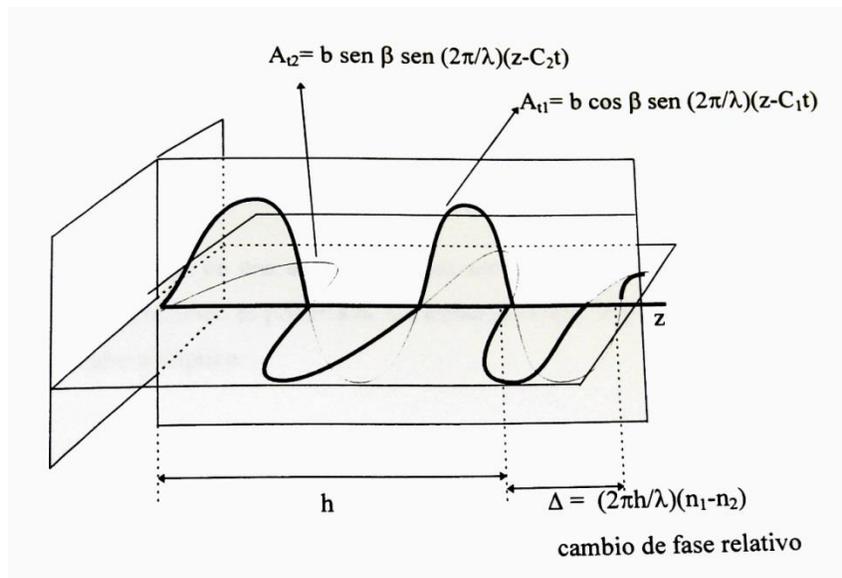


Fig. 2.27 Cambio relativo de fase entre 2 componentes.

Para obtener este cambio de fase relativo, considere el retardo angular de cada componente, dado a continuación:

$$\Delta_1 = \frac{2\pi h}{\lambda} (n_1 - n) \quad \Delta_2 = \frac{2\pi h}{\lambda} (n_2 - n) \quad \dots (\text{Ec.2.27})$$

Donde n es el índice de refracción del aire.

La diferencia $\Delta_1 - \Delta_2$ representa el cambio de fase o la diferencia entre los dos componentes de luz cuando emergen de la placa de onda. Tenemos:

$$\Delta = \Delta_1 - \Delta_2 = \frac{2\pi h}{\lambda} (n_1 - n_2) \quad \dots (\text{Ec. 2.28})$$

El cambio de fase relativo producido por una placa birrefringente depende de su espesor h , de la longitud de onda de la luz λ , y las propiedades de la placa $n_1 - n_2$. Cuando la placa se diseña para dar un retardo angular de $\frac{\pi}{2}$, se le llama placa cuarto de onda.

Al emerger de una placa birrefringente, con un retardo Δ , los componentes de la luz serán:

$$\begin{aligned} A'_{t1} &= K \cos \beta \sin(\omega t + \Delta) \\ A'_{t2} &= K \sin \beta \sin(\omega t) \end{aligned} \quad \dots (\text{Ec.2.29})$$

La amplitud del vector luz producida por estos dos componentes puede expresarse como:

$$A_t = \sqrt{A'^2_{t1} + A'^2_{t2}} = K \sqrt{\sin^2(\omega t + \Delta) \cos^2 \beta + \sin^2 \omega t \sin^2 \beta} \quad \dots (\text{Ec. 2.30})$$

El ángulo del vector luz emerge de la placa forma con el eje 1 es:

$$\tan \gamma = \frac{A'_{t2}}{A'_{t1}} = \frac{\sin \omega t}{\sin(\omega t + \Delta)} \tan \beta \quad \dots (\text{Ec.2.31})$$

Es claro que la amplitud y el ángulo de la luz que emerge de la placa, pueden ser controlados por la placa de onda. Los factores de control son Δ y β . Las placas de onda empleadas en fotoelasticidad consisten en una simple placa de cuarzo o calcita, cortada paralelamente al eje óptico, una placa de mica, una hoja de celofán, o una hoja de alcohol polivinílico previamente orientada.

Luz condicionada por una serie de combinaciones de un polarizador lineal y una placa de onda.

La luz que emerge de una combinación en serie de un polarizador plano y una placa de onda, también es polarizada, sin embargo el tipo de polarización puede ser plano, circular o elíptico.

1.- Luz polarizada plana:

Si el ángulo β se elige de 0° y el retardo relativo Δ no se restringe, la amplitud y dirección del vector luz que emerge será:

$$A_{t'} = K \sin(\omega t + \Delta) \quad ; \quad \gamma = 0 \quad \dots \text{(Ec. 2.32)}$$

Como $\gamma = 0$, el vector luz no rota al pasar a través de la placa de onda, luego la luz que emerge sigue siendo luz polarizada plana. La placa de onda sólo retarda la luz a un ángulo igual a Δ . Iguales resultados se obtienen si $\beta = \frac{\pi}{2}$.

2.- Luz polarizada plana circular:

Si se selecciona una placa cuarto de onda ($\Delta = \frac{\pi}{2}$) y β se escoge de $\frac{\pi}{4}$, la amplitud de la luz emergente está dada por:

$$A_{t'} = \frac{\sqrt{2}}{2} K \sqrt{\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t} = \frac{\sqrt{2}}{2} K \quad \dots \text{(Ec. 2.33)}$$

Así que el vector luz que emerge de la placa tiene una amplitud constante, también se tendría que:

$$\tan \gamma = \tan \omega t \quad \rightarrow \quad \gamma = \omega t \quad \text{(Ec. 2.34)}$$

O sea que el ángulo se incrementa continuamente.

De las ecuaciones 2.33 y 2.34, se ve que la punta del vector luz describe un círculo. Conforme la luz se propaga en el eje z, el círculo se transforma en una hélice circular con su eje coincidente con el eje z.

2.3.6 Polarización de la luz.

En el siglo XIX el descubrimiento del efecto fotoeléctrico en cual la emisión de electrones de una superficie es provocada por luz incidente en ella, revivió el interés de la teoría corpuscular. Se puede afirmar, en todo caso, que mientras la teoría electromagnética explica satisfactoriamente el fenómeno de propagación de la luz en un medio transparente o traslucido, la teoría corpuscular se requiere para explicar los efectos de la luz sobre materia.

La luz a veces se define como la radiación que puede afectar al ojo humano. La luz visible está en una pequeña banda centrada sobre la longitud de onda de aproximadamente 550nm. Los límites del espectro visible no están bien definidos debido a que el ojo pierde sensibilidad a longitudes de onda larga o corta; sin embargo, la visión normal se encuentra en el rango de 400 a 700nm.

Para el estudio de la fotoelasticidad nos es útil la teoría ondulatoria de acuerdo a la cual las características fundamentales de la luz (intensidad y color) están en función de la amplitud y longitud de onda, respectivamente. La unidad empleada para medir la longitud de onda es el nanómetro (nm), también llamado milimicrón, equivalente a una milésima parte de una micra. En la tabla 2.1 se proporcionan las longitudes de onda correspondientes a varios colores y pueden ser detectados por el ojo humano. [15]

Tabla 2.1 Longitudes de onda correspondientes a varios colores.

COLOR	LONGITUD DE ONDA
VIOLETA 	APROX. 350 nm
AZUL 	APROX. 460 nm
VERDE 	APROX. 520 nm
AMARILLO 	APROX. 575 nm
NARANJA 	APROX. 620 nm.
ROJO 	APROX. 700 nm.

La luz que cuenta con una sola longitud de onda es llamada luz monocromática. Cuando la luz contiene todas las longitudes de onda es llamada luz blanca. Cuando contiene varias longitudes de onda se dice que es policromática. La luz ordinaria, ya sea monocromática, policromática o blanca puede o no ser polarizada.

Las ondas electromagnéticas pueden clasificarse en unidimensional, bidimensional o tridimensional de acuerdo al número de dimensiones en las que se propague la energía. Las ondas de luz que son emanadas desde una fuente pequeña son tridimensionales. En luz ordinaria, el vector luz, no se restringe en ninguna dirección y puede considerarse que está compuesta de un número de vibraciones transversales arbitrarias. Cada una de estas componentes tiene diferentes longitudes de onda, orientaciones diferentes, amplitudes diferentes y desfasadas.

2.3.7 Polariscopio.

El polariscopio es un instrumento óptico, que en su operación utiliza las propiedades de la luz polarizada. En el análisis experimental de esfuerzos, frecuentemente, se utilizan dos polariscopios, el plano y el circular. Los nombres provienen del tipo de luz polarizada que utilizan para su operación.

En la práctica, la luz polarizada plana se produce con un elemento conocido como polarizador plano o lineal. La producción de luz polarizada circular o más general la luz polarizada elípticamente requiere el uso de un polarizador junto con un elemento conocido como placa de onda.

2.3.8 Arreglo de los elementos ópticos dentro de un polariscopio.

Como ya se mencionó, dentro del análisis experimental de esfuerzos se utilizan dos tipos de polariscopios, polariscopio plano y el polariscopio circular. El primero consta de dos placas polarizadoras y una fuente de luz como se muestra en la figura 2.28, siendo este el sistema óptico más utilizado en la fotoelasticidad. La placa más cercana a la fuente de luz se conoce como polarizador, mientras que la segunda se le conoce como analizador. En el polariscopio plano, los dos ejes de polarización están siempre cruzados, ninguna luz se transmite a través del analizador, produciendo un campo oscuro. En operación se coloca el modelo fotoelástico entre los dos elementos cruzados y se observa a través del analizador.

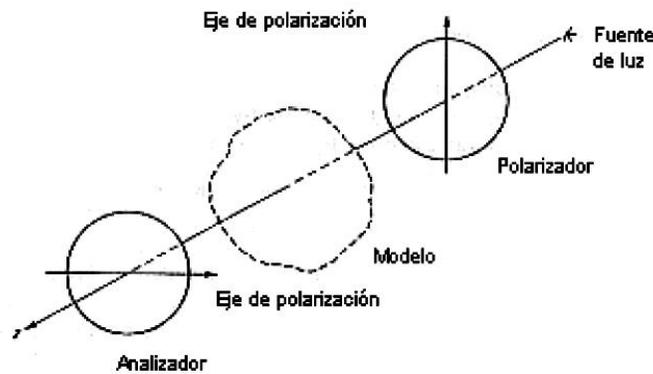


Fig. 2.28 Arreglo polariscopio plano.

Por otra parte, en el polariscopio circular, como su nombre lo indica, se emplea luz polarizada circular. Este equipo consta de cuatro elementos ópticos y una fuente de luz, como se muestra en la figura 2.29.

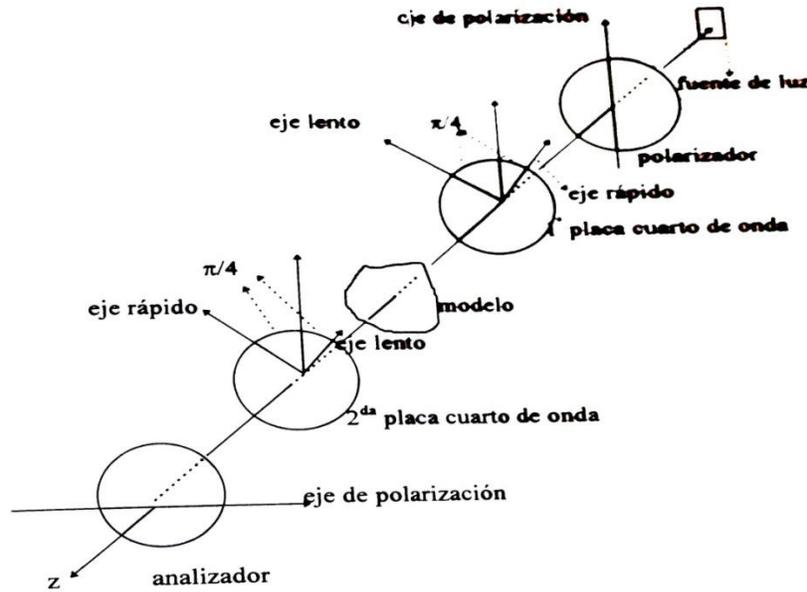


Fig. 2.29 Arreglo polariscopio circular.

El primer elemento, después de la fuente de luz es el polarizador, convierte la luz ordinaria en luz polarizada plana. El segundo elemento, es una placa cuarto de onda que se coloca en un ángulo $\beta = \pi/4$ con relación al plano de polarización. Esta placa cuarto de onda convierte la luz polarizada plana en luz polarizada circular. La segunda placa cuarto de onda, se coloca con el eje rápido paralelo al eje lento de la primera placa cuarto de onda. El propósito de este elemento, es convertir la luz polarizada circular en luz polarizada plana vibrando en el plano vertical. El último elemento es el analizador, con su eje de polarización horizontal, su propósito es extinguir la luz. Esta serie de elementos ópticos constituyen el arreglo estándar de un polariscopio circular, y esto produce un campo oscuro. Es posible tener cuatro arreglos diferentes de estos elementos en un polariscopio circular, éstos se pueden tener si los polarizadores y las placas cuarto de onda se colocan cruzados o paralelos, estos arreglos se describen en la tabla 2.2.

Tabla 2.2 Arreglos de polariscopio

Arreglo	Placas cuarto de onda	Polarizador y analizador	Campo
A	Cruzado	Cruzado	Oscuro
B	Cruzado	Paralelo	Claro
C	Paralelo	Cruzado	Claro
D	Paralelo	Paralelo	Oscuro

Los arreglos A y B se recomiendan normalmente para campos claro y oscuro debido a que el error producido por la imperfección de las placas cuarto de onda se minimiza.

El filtro polaroid fue inventado en 1938 por Edwin H. Land. Su principio de operación está basado en el empleo de moléculas polímeras largas y delgadas de alcohol polivinilo que se orientan en dirección preferencial por medio de estirado en caliente y que son sumergidas en un baño de una solución rica en yodo. Estas descomponen el vector luminoso en dos direcciones y disipan la componente de luz paralela a ellas, transmitiendo la componente perpendicular. Dicho de otra manera, transmite luz polarizada con su eje de polarización perpendicular a las cadenas moleculares.

2.3.9 Propiedades de materiales fotoelásticos para aplicaciones bidimensionales.

Uno de los aspectos más importantes en el análisis fotoelástico es la selección del material adecuado para el modelo fotoelástico. Desafortunadamente no existe un material perfectamente fotoelástico y el investigador debe seleccionar de la lista de materiales disponibles el que más se adapte a sus necesidades.

Propiedades necesarias del material fotoelástico:

1. El material debe ser transparente a la luz que se usa en el polariscopio.
2. El material debe ser muy sensible a los esfuerzos y deformaciones, indicado por un bajo valor de f_{σ} o f_{ϵ} .
3. El material debe tener propiedades lineales con respecto a:
 - a) Relaciones esfuerzo-deformación.
 - b) Relaciones esfuerzo-orden de franja.
 - c) Relaciones deformación-orden de franja.
4. El material debe ser isótropo y homogéneo tanto mecánica como ópticamente.
5. El material no debe fluir excesivamente.
6. El material debe tener un alto módulo de elasticidad y un elevado esfuerzo último.
7. La sensibilidad del material (f_{σ} o f_{ϵ}) no debe cambiar mucho con las variaciones pequeñas de temperatura.
8. El material no debe exhibir efectos “time-edge”.
9. El material debe poderse maquinar convencionalmente.
10. El material debe estar libre de esfuerzos residuales.
11. El material no debe ser demasiado caro.

2.3.9-1 Transparencia.

Se le llama así a los cuerpos que se deja atravesar por la luz y permiten ver claramente los objetos a través de su espesor.

En la mayoría de las aplicaciones, los materiales escogidos son plásticos transparentes. Estos plásticos deben ser transparentes a la luz visible, pero no deben ser claros como el cristal. Muchos plásticos no cristalinos como el poliestireno, polimetil metacrilato y el policarbonato tienen excelente transparencia. Sin embargo, en algunos materiales plásticos hay regiones cristalinas que tienen un mayor índice de refracción que sus matrices no cristalinas. Si estas regiones son de tamaño mayor que la longitud de

onda incidente, las ondas de luz serán dispersadas por reflexión y refracción y por tanto la transparencia del material disminuye.

Las transparencias de otros plásticos parcialmente cristalinos pueden variar desde el translucido al opaco dependiendo principalmente de su grado cristalino, contenido de impurezas y contenido de relleno.

En ciertas aplicaciones especiales que requieren del estudio de materiales normalmente opacos, un polariscopio infrarrojo es lo que se emplea. Unos pocos materiales son transparentes en las regiones ultravioletas o infrarrojas.

Pueden construirse polariscopio que operen en estas regiones cuando se necesiten longitudes de onda muy largas o muy cortas. Sin embargo para el análisis de esfuerzos de luz visible es la más adecuada.

2.3.9-2 Sensitividad.

Comportamiento de algunos materiales para demostrar esfuerzos y deformaciones sometiéndolos a cargas bajas. En este caso entre más sensitivo sea un material da mejores resultados en el método fotoelástico.

Frecuentemente se desea un material altamente sensitivo ya que esto incrementa el número de franjas que pueden ser observadas en el modelo. Si el valor de f_{σ} para un material es bajo, se puede obtener un patrón de franjas satisfactorio con relativamente bajas cargas. Este hecho reduce la complejidad de los sistemas de carga y la distorsión de un modelo.

Materiales fotoelásticos con valores de f_{σ} desde menos de 0.2 hasta más de 2000 psi-in están disponibles. Con respecto a los valores de f_{ϵ} , la situación no es tan satisfactoria, ya que los materiales con un valor suficientemente bajo de f_{ϵ} aún no están disponibles (los valores usuales de f_{ϵ} están entre 0.0002 y 0.02in).

2.3.9-3 Linealidad.

Los modelos fotoelásticos son normalmente empleados para predecir los esfuerzos que ocurrirán en un prototipo de metal. Ya que una escala modelo-prototipo debe ser usada para establecer los esfuerzos del prototipo, el modelo debe exhibir propiedades lineales de esfuerzo-deformación, esfuerzo-óptica, deformaciones-óptica.

2.3.9-4 Isotropía y homogeneidad.

Cuando un cuerpo es isótropo sus propiedades físicas se manifiestan de igual modo en todas las direcciones.

Muchos de los materiales fotoelásticos son preparados de polímeros líquidos y vaciándolos entre dos placas de vidrio que forman el molde. Cuando el material fotoelástico es preparado mediante este procedimiento, las cadenas moleculares del polímero se orientan aleatoriamente, y los materiales son esencialmente isótropos y homogéneos. Sin embargo, algunos materiales son rolados o estirados

durante el proceso. En ambos casos las cadenas moleculares se orientan en la dirección del rolado o del estirado. Estos materiales exhibirán propiedades no isotrópicas y no deben ser usados.

2.3.9-5 Módulo de elasticidad y esfuerzo último.

El módulo de elasticidad es importante en la selección de un material fotoelástico porque el módulo controla la distorsión del modelo debido a los esfuerzos aplicados. Si un modelo se distorsiona apreciablemente, la geometría de su frontera cambiará y la solución fotoelástica ya no será la adecuada. Errores de magnitud considerable son producidos por la distorsión del modelo, donde los cambios en la frontera influyen en la determinación de la distribución de esfuerzos.

El esfuerzo último de un material fotoelástico es importante en dos aspectos:

Primeramente, un material con alto valor del esfuerzo último puede ser cargado a un nivel más alto sin arriesgar la seguridad del modelo.

Segundo, un material con un alto valor de esfuerzo último puede ser empleado para producir un patrón de franjas de mayor orden. El esfuerzo último o el límite lineal de esfuerzo se relaciona a la sensibilidad del modelo (S).

2.3.9-6 Efectos “time-edge”.

Cuando un modelo fotoelástico es maquinado de una hoja de plástico y es examinado sin carga como función del tiempo, se nota que se induce un esfuerzo en la frontera que produce franjas paralelas a la frontera. La influencia de estos efectos en un análisis fotoelástico es muy importante. El patrón de franjas observado, es debido a la superposición de dos estados de esfuerzo, uno debido a la carga y el otro debido a los efectos “time edge”. Como los esfuerzos debido al “time edge” son predominantes en la frontera, los errores introducidos por estos efectos son demasiados grandes en la determinación de los importantes esfuerzos de frontera.

Se ha establecido que los efectos “time edge” son causados por la difusión del agua del aire en el plástico y viceversa. Para muchos plásticos fotoelásticos, el proceso de difusión es tan lento a la temperatura ambiente que requiere muchos años para llegar al estado de equilibrio. Por esta razón un modelo recién maquinado estará usualmente en condiciones de aceptar el agua del aire y los efectos “time edge” empezarán a revelarse. La rapidez a la cual estos efectos se presentan depende de la humedad relativa del aire y de la temperatura. Las pruebas realizadas a humedades relativas mayores del 80% son difíciles, ya que el efecto “time edge” es muy alto en dos o tres horas.

Para la mayoría de los materiales fotoelásticos deben seleccionarse días relativamente secos con una humedad relativa abajo del 40 o 50% y fotografiar tan rápido como sea posible.

Las resinas epóxicas son diferentes a los otros materiales fotoelásticos, ya que su condición de saturación puede alcanzarse en 2 o 3 meses. Para estas resinas es posible maquinar un modelo bidimensional de una hoja de material que haya sido mantenida a una humedad constante por varios

meses de manera que haya alcanzado su equilibrio. Luego, si el modelo es probado bajo esta misma humedad constante, el efecto “time edge” no se presentará.

2.3.10 Características del Policarbonato.

El policarbonato es un polímero inusualmente duro y dúctil el cual fluye antes de la fractura. Se conoce por el nombre comercial de Lexan en E.U. y como Makrolan en Europa. El policarbonato presenta una alta figura de calidad (Q) y un alto índice de sensibilidad (S). Además este material está relativamente libre de efectos de envejecimiento y muestra muy poco deslizamiento a temperatura ambiente.

El policarbonato es un termoplástico y se produce en una hoja por medio de un proceso de extrusión, está disponible en grandes hojas con buenas características superficiales. Desafortunadamente el proceso de extrusión produce alguna birrefringencia en las hojas. Para eliminar esto es necesario templar un período de tiempo extendido a una temperatura cercana al ablandamiento. Es también difícil de maquinar, cualquier calor producido por la herramienta de corte causará un ablandamiento y deformación del material bajo la herramienta. El router puede funcionar bajo el agua. Los cortes con bandas de corte y el limando manual se requieren para lograr un buen modelo fotoelástico. Debido a que el material presenta características de flujo, esto puede también emplearse para estudios fotoelásticos.

La birrefringencia introducida en el estado plástico es permanente y se mantiene en el material a una escala molecular. Este comportamiento hace al material apropiado para estudios fotoplásticos tridimensionales.

2.3.11 Ley del esfuerzo óptico en dos dimensiones con incidencia normal.

Consideremos un modelo bidimensional maquinado en una hoja de plástico transparente. Inicialmente el modelo está libre de esfuerzos y exhibe un índice de refracción n_0 que es el mismo en todos los puntos y planos del modelo. Sin embargo, cuando se somete a un sistema de fuerzas, un estado de esfuerzos bidimensional se induce en el modelo, y esto cambia sus propiedades ópticas. Ópticamente el modelo se vuelve birrefringente y exhibe propiedades muy similares a los de placa de onda.

Los ejes principales de los esfuerzos en cualquier punto del modelo, son los ejes rápido y lento de la placa; luego es evidente que el índice de refracción cambió en relación con el estado de esfuerzos inducido.

Es esta propiedad óptica poco usual en la que se basa la teoría de la fotoelasticidad. El polariscopio es el instrumento que nos ayuda a medir estos cambios en el índice de refracción. La teoría que relaciona los cambios del índice de refracción al estado de esfuerzos, se debe a Maxwell en 1853. Maxwell notó que el cambio en los índices de refracción eran linealmente proporcionales a los esfuerzos inducidos en el modelo y seguían las relaciones: [16]

$$\begin{aligned}n_1 - n_0 &= c_1\sigma_1 + c_2\sigma_2 \\n_2 - n_0 &= c_1\sigma_2 + c_2\sigma_1\end{aligned}\quad \dots \text{(Ec. 2.35)}$$

Donde:

n_0 : Índice de refracción del modelo sin carga.

n_1, n_2 : Índices de refracción a lo largo de los ejes principales, asociados con σ_1 y σ_2 .

c_1, c_2 : Coeficientes del esfuerzo óptico.

Si restamos las ecuaciones para eliminar n_0 :

$$n_1 - n_2 = \frac{\lambda\Delta}{2\pi h} \quad \dots \text{(Ec. 2.36)}$$

De las ecuaciones 2.35 y 2.36:

$$\Delta = \frac{2\pi h}{\lambda} (c_1 - c_2)(\sigma_1 - \sigma_2) \quad \dots \text{(Ec. 2.37)}$$

Si $c_1 - c_2 = C$: coeficiente relativo del esfuerzo óptico, el retardo relativo Δ será:

$$\Delta = \frac{2\pi h C}{\lambda} (\sigma_1 - \sigma_2) \quad \dots \text{(Ec. 2.38)}$$

Donde C está expresado en términos de 1 Brewster = $10^{-13} \text{ cm}^2/\text{dina}$

La ecuación anterior es la clásica descripción de la ley del esfuerzo óptico. El retardo relativo Δ es directamente proporcional a la diferencia de los esfuerzos principales.

Como las unidades asociadas con el Brewster no son comunes en la ingeniería es mejor escribir la ecuación de la siguiente manera:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{N f_\sigma}{h} \quad \dots \text{(Ec.2.39)}$$

Donde:

$N = \Delta/2\pi$: retraso relativo en términos de un ciclo completo de retardo 2π .

$f_\sigma = \lambda/c$ = es el valor de la franja del material.

h: espesor del modelo (in).

De la ecuación 2.39 es evidente que la diferencia de esfuerzos principales $\sigma_1 - \sigma_2$ es un modelo bidimensional puede ser determinado si el retardo relativo N puede ser medido y si el valor de franja del material puede ser establecida por calibración.

La función del polariscopio es determinar el valor de N en cada punto del modelo. Si el modelo es perfectamente elástico, puede encontrarse con la diferencia entre las deformaciones principales:

$$\frac{Nf_{\sigma}}{h} = \left(\frac{E}{1 + \nu} \right) (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$$

$$\text{ó}$$

$$\frac{Nf_{\varepsilon}}{h} = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$$

Dónde:

$$f_{\varepsilon} = \left(\frac{1+\nu}{E} \right) f_{\sigma} \quad (\text{Ec. 2.40})$$

Luego para un modelo fotoelástico perfectamente elástico, la determinación de N es suficiente para establecer $\sigma_1 - \sigma_2$ y $\varepsilon_1 - \varepsilon_2$ si las propiedades del material son conocidas ($E, \nu, f_{\sigma}, \text{ó } f_{\varepsilon}$)

2.3.12 Efectos de un modelo cargado en un polariscopio circular (arreglo en campo oscuro).

El uso de un polariscopio circular elimina las franjas isóclinas y mantiene las isocromáticas, como resultado es más usado que el polariscopio plano.

Como se dijo anteriormente, la luz que emerge de la primera placa cuarto de onda, esta polarizada en forma circular. El vector obtenido al combinar los componentes A_1 y A_2 es de amplitud constante y su punta describe una hélice circular conforme se propaga a lo largo del eje del polariscopio. Estas componentes entran al modelo como se indica:

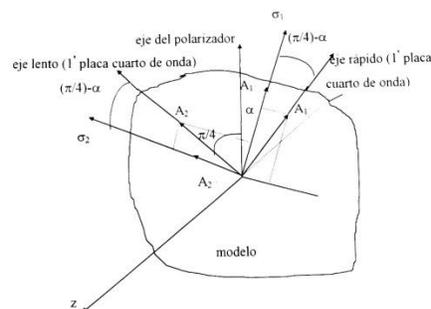


Fig. 2.30. Eje rápido 1ra placa cuarto de onda.

Los componentes A_1 y A_2 son entonces resueltos en dos nuevos componentes A_1'' y A_2'' cuando entran al modelo con diferentes velocidades y emergen fuera de fase con un ángulo de retraso relativo Δ que es

proporcional a la diferencia $\sigma_1 - \sigma_2$. La luz emergente del modelo, entra a la segunda placa de onda como se indica.

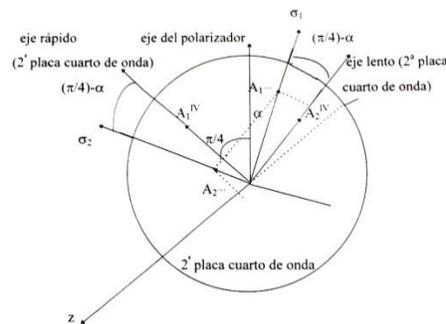


Fig. 2.31 Eje lento 2ª placa cuarto de onda.

Los componentes A_1^{III} y A_2^{III} se descomponen en los ejes rápido y lento de la segunda placa cuarto de onda y la denotamos como A_1^{IV} y A_2^{IV} . Los componentes emergentes de la placa también pueden expresarse como A_1^V y A_2^V .

Finalmente la luz entra al analizador como se indica:

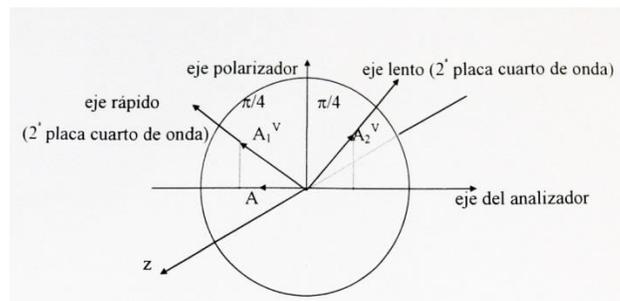


Fig. 2.32 Eje lento 2ª placa cuarto de onda.

Las componentes A_1^V y A_2^V son descompuestas en componentes horizontales y verticales. Las componentes verticales son absorbidas en el analizador y los horizontales son transmitidos para formar el vector A.

Debe notarse que para las direcciones de los esfuerzos no producen extinción, ya que el ángulo α está combinado con ωt . Por lo tanto el polariscopio circular elimina el patrón de isóclinas. La localización de estos puntos de extinción se producen un patrón de franjas llamadas isocromáticas.

2.3.13 Técnicas de análisis.

En un análisis fotoelástico convencional de dos dimensiones, se fabrica un modelo, se carga, y se coloca en un polariscopio, y los patrones de franja son analizados y fotografiados. El siguiente paso es la interpretación de los patrones de franjas que es el verdadero resultado de la prueba.

2.3.14 Identificación de los órdenes de Franja.[18]

Bajo la luz blanca el patrón de franjas fotoelásticas aparece como una serie sucesiva de bandas diferentes colores contiguos (isocromáticas) en la cual cada banda representa un grado diferente de birrefringencia. Por lo tanto el color de cada banda únicamente identifica la birrefringencia, un orden de franja y nivel de esfuerzo, a todo lo largo de la banda. Con un entendimiento invariable de la secuencia en que aparecen los colores, el patrón de franjas fotoelásticas puede ser leído de manera muy semejante a un mapa topográfico para visualizar la distribución de esfuerzos.

Con luz monocromática el efecto fotoelástico produce franjas oscuras sobre un fondo de color uniforme. El patrón de franjas es causado por una interferencia constructiva de manera alternada entre los rayos de luz los cuales han sufrido un retardo relativo, o un desfaseamiento en el modelo fotoelástico.

Cuando se emplea un polariscopio en campo oscuro, la magnitud del retardo relativo R es un múltiplo entero de las longitudes de onda (λ , 2λ , 3λ , etc.) los rayos están desfasados 180° y existe una extinción mutua, lo que produce la extinción de la luz y genera bandas oscuras. Dicho de otra manera, cuando el retardo relativo es la suma de $\lambda/2$ ($\lambda/2$, $3\lambda/2$, $5\lambda/2$, etc), los rayos están perfectamente sobre fase y se combinan causando brillantes máxima.

Las magnitudes intermedias de los retardos relativos intermedios producen intensidades intermedias, sin embargo, debido a que la intensidad de la luz es función senoidal cuadrática del retardo relativo, el patrón resultante fotoelástico aparece construido de franjas claras y oscuras de manera alternada.

La luz blanca que normalmente se emplea para generar patrones de franja y hacer una interpretación de campo completo, está compuesto de todas las longitudes de onda del espectro visible. Así el retardo que generalmente causa la extinción de una longitud de onda (color) normalmente no extingue otros cuando cada color en el espectro se extingue otros cuando cada color en el espectro se extingue de acuerdo con su longitud de onda iniciando por el púrpura (que es el de longitud de onda más corta visible), debido al incremento de birrefringencia se puede observar el color complementario.

Estos colores complementarios hacen visible el patrón de franjas en luz blanca. La secuencia de color completa se da en la tabla 2.3, incluyendo para cada color, el retardo relativo y el número de orden de

franja cuyo número de orden de franja en este caso es para plástico fotoelástico PSM-1 6mm, $C=40\text{Psi/franja/in.}$

Tabla 2.3 Características de franjas isocromáticas.

Color	Retardo relativo aproximado (nm)	Orden de franja N	Esfuerzos	
			psi	MN / m ²
Negro	0	0	0	0
Gris	160	0.28	90	0.62
Blanco	260	0.45	144	0.99
Amarillo pálido	345	0.6	192	1.32
Naranja	460	0.8	256	1.76
Rojo	520	0.9	288	1.99
Púrpura (tinta de paso)	575	1	320	2.21
Azul	620	1.08	346	2.38
Azul - Verde	700	1.22	390	2.69
Verde - Amarillo	800	1.39	445	3.07
Naranja	935	1.63	522	3.6
Rojo	1 050	1.82	582	4.02
Púrpura (tinta de paso)	1 150	2	640	4.41
Verde	1 350	2.35	752	5.19
Verde - Amarillo	1 440	2.5	800	5.52
Rojo	1 520	2.65	848	5.85
Rojo / Verde transición	1 730	3	960	6.62
Verde	1 800	3.1	992	6.84
Rosa	2 100	3.65	1 168	8.05
Rosa / Verde transición	2 300	4	1 280	8.86
Verde	2 400	4.15	1 328	9.16

Debido a las simultáneas extinciones múltiples de los colores el segundo orden de paso de tinta más fino que el primero y cae en el área de transición de las franjas rojo y verde. En los órdenes de franja 3 y 4 el pase de tinta no es distinguible como lo es en la banda púrpura pero la bien definida transición entre el verde y el rojo en cada caso sirve para la misma función y representa el orden de franja entero.

Cuando se analizan los modelos bajo carga los colores individuales (Tabla 2.3) no se pueden ver particularmente en regiones de altos gradientes de esfuerzo, son muy angostas y continuamente difusas. Para una interpretación práctica de todas las franjas del patrón, la tabla 2.3 puede ser reducida a los colores más dominantes que están listados en la tabla 2.4.

2.3.15 Análisis de campo completo de los patrones fotoelásticos.

En este punto, como complemento a las secciones anteriores se procederá a:

- Identificar los órdenes de franja
- Determinar la diferencia de esfuerzos principales (y en bordes libres, donde existe solamente uno de los esfuerzos principales), mediante los órdenes de franja.

Las franjas fotoelásticas tienen conductas específicas, las cuales son muy útiles en la interpretación de los patrones de franja. Por ejemplo las franjas son normalmente bandas continuas, formando ya sea área cerrada o líneas curvas las cuales originan y determinan los bordes. Las franjas oscuras de orden cero son usualmente manchas aisladas o líneas o áreas rodeadas por franjas de orden mayor adyacentes a ella. Las franjas nunca se interceptan o pierden su identidad y así el orden de franja y el nivel de esfuerzo son y dan un informe de cada punto sobre franja.

Más aun las franjas siempre existen en secuencia continua de ambos número y el color. En otras palabras si el primer y el tercer orden de franja son identificados el segundo orden de franja siempre estará entre ellos. La secuencia de color en cualquier dirección establece ya sea el orden de franja y el incremento o decremento del nivel de esfuerzos en esa dirección.

Tabla 2.4 Colores dominantes en franjas isocromáticas.

Color	Orden de Franja aproximado
Negro	0
Amarillo	0.6
Rojos	0.9
Purpura (Tinta de paso)	1
Azul - Verde	1.2
Amarillo	1.5
Rojos	1.75
Rojos / Verde Transición	2
Verde	2.2
Amarillo	2.5
Rojos	2.8
Rojos / Verde Transición	3
Verde	3.2

2.3.16 Patrón de franjas isocromático.[10]

En un polariscopio plano las franjas isoclínicas y las isocromáticas aparecen superpuestas, por lo que quiere emplear otro tipo de polariscopio con el fin de separar ambos tipos de franjas, el polariscopio circular es el indicado para separar dichas franjas, pues este tipo de polariscopio se emplea con mayor frecuencia que el polariscopio plano.

Como ya se mencionó en el polariscopio circular se pueden obtener patrones de franjas en campo claro y campo oscuro. La ventaja de emplear ambos arreglos es que se obtiene el doble de datos para determinar $\sigma_1 - \sigma_2$. A continuación se muestran patrones de franjas isocromáticas de ambos campos en tornillo en una placa.

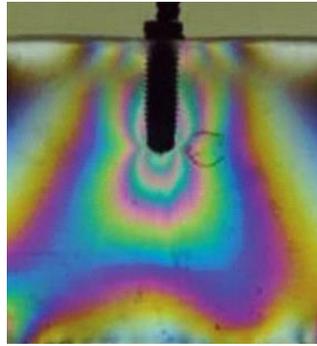


Fig. 2.33 Franjas isocromáticas de una placa

El patrón de franjas isocromático obtenido de un modelo bidimensional, proporciona líneas a lo largo de las cuales la diferencia entre los esfuerzos principales $\sigma_1 - \sigma_2$ es igual a una constante.

Cuando el orden de franja en cualquier punto del modelo ha sido establecido, es posible evaluar $\sigma_1 - \sigma_2$ de la siguiente ecuación:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{Nf_\sigma}{h} \quad \dots \text{(Ec. 2.41)}$$

El orden de extinción N es controlado por la magnitud de la diferencia de esfuerzos principales, por el espesor del modelo y por la sensibilidad del material fotoelástico, denotada por f_σ . El análisis anterior es válido para un punto del modelo, no obstante, puede extenderse para todo el modelo cubriéndose así el modelo entero. Es por ello que el método fotoelástico de análisis experimental de esfuerzos es considerado como un método de campo completo.

$\sigma_1 - \sigma_2$ son los esfuerzos principales en el plano del modelo; y el esfuerzo cortante máximo será:

$$\tau_{max} = 1/2 (\sigma_1 - \sigma_2) = \frac{Nf_\sigma}{2h} \quad \dots \text{(Ec.2.42)}$$

Si $\sigma_1 - \sigma_2$ son de signos opuestos y $\sigma_3 = 0$; de otra manera:

$$\begin{aligned} \tau_{max} &= 1/2 (\sigma_1 - \sigma_3) = 1/2 \sigma_1 && \text{si } \sigma_1 - \sigma_2 \text{ son positivos} \\ \tau_{max} &= 1/2 (\sigma_3 - \sigma_2) = 1/2 \sigma_2 && \text{si } \sigma_1 - \sigma_2 \text{ son negativos. } \dots \text{(Ec.2.43)} \end{aligned}$$

Cuando $\sigma_1 > 0$ y $\sigma_2 < \sigma_3 = 0$, el esfuerzo cortante máximo es la mitad del valor de $(\sigma_1 - \sigma_2)$ y puede ser determinado directamente del patrón de isocromáticas conforme a la ecuación proporciona τ_p y τ_{max} .

Para establecer τ_{max} en este caso, es necesario determinar σ_1 individualmente y no $(\sigma_1 - \sigma_2)$. Este es el punto importante ya que la teoría de falla del cortante máximo se usa con frecuencia en el diseño de elementos mecánicos.

En la superficie libre del modelo, σ_1 o σ_2 son iguales a cero; por lo tanto el esfuerzo tangencial a la frontera puede ser determinado directamente por:

$$\sigma_1, \sigma_2 = \frac{Nf\sigma}{h}$$

El signo puede ser usualmente determinado por inspección, particularmente en las áreas críticas donde los esfuerzos en la frontera son máximos. A lo largo de una frontera que no esté libre, por lo general se conoce la carga aplicada y por lo tanto uno de los esfuerzos, digamos σ_2 ; si P es la carga aplicada tenemos:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \sigma_1 + P = \frac{Nf\sigma}{h} \quad \dots \text{(Ec.2.44)}$$

Donde $\sigma_2 = -P$ ya que la presión aplicada se considera positiva.

Concluyendo, es claro que el patrón de franjas isocromáticas, una vez identificado, puede ser interpretado de la siguiente manera:

- 1.- $(\sigma_1 - \sigma_2)$ puede ser determinado en cualquier punto del modelo.
- 2.- Si $\sigma_1 > \sigma_2$ y $\sigma_2 < 0$, $(\sigma_1 - \sigma_2)$ puede ser relacionado al esfuerzo cortante máximo mediante la ecuación 2.39.
- 3.- Si $\sigma_1 > \sigma_2 > 0$ o si $0 > \sigma_1 > \sigma_2$, $(\sigma_1 - \sigma_2)$ no puede ser referido al esfuerzo cortante máximo y es necesario determinar σ_1 y σ_2 individualmente y referir τ_{max} a σ_1 o a σ_2 , mediante la ecuación 2.43.

2.3.17 Patrón de Franjas Isóclinas.

El patrón de franjas isóclinas obtenido en un polariscopio plano es empleado para dar la dirección de los esfuerzos principales en cualquier punto del modelo. En la práctica esto puede realizarse de 2 maneras. La primera es obtener un número de patrones de isóclinas a diferentes posiciones del polariscopio y combinar estos patrones para dar los parámetros de isóclinas sobre el campo completo del modelo.

2.3.18 Técnicas de compensación. [17]

Con el polariscopio circular de campo claro y de campo oscuro es posible obtener ordenes enteros de franja y fracciones de media franja; como la mayoría de los puntos de un modelo caen fuera de tales franjas, si se desea conocer el orden de dicha franja de uno de dichos puntos es necesario utilizar la compensación.

Compensación Tardy.- cuando un polarizador y analizador están alineados con la dirección de los esfuerzos principales y con las placas de cuarto de onda a 45° una rotación OC del analizador moverá una franja a una posición en donde la parte fraccional del orden de franjas es de OC/180.

El procedimiento es el que se sigue:

1. Se dibuja una cruz en el modelo para identificar el punto que se estudiará.
2. Se determina el valor de las franjas n, n+1, entre las que se encuentre el punto.
3. Se coloca el polariscopio en la disposición del plano-oscuro y se mueve simultáneamente el polarizador y el analizador hasta que una isóclina atraviesa el punto. En esta posición el eje de polarización del polarizador coincidirá con la dirección de uno de los esfuerzos principales al que designaremos por σ_x ; el otro esfuerzo principal será σ_y .
4. Se colocan las placas de cuarto de onda a un ángulo de 45° con el eje de polarización del polarizador.
5. Se gira el analizador en el sentido de las manecillas del reloj hasta que una de las franjas adyacentes al punto pase por él, se lee el ángulo girado por el analizador y se determina la fracción "r"; $r = OC/180$.
6. Si la franja de menor orden (n) es la que se mueve hacia el punto, el orden de franja será:

$$N = n + r$$

Si la franja de menor orden (n+1), es la que se mueve hacia el punto, el orden de franja será:

$$N = (n + 1) - r$$

Y en los dos casos:

$$\sigma_x - \sigma_y = \frac{Nf}{t}$$

Siendo:

f= Constante de la franja del material.

t= Espesor del modelo.

2.4 Método del elemento finito.

El método de los elementos finitos MEF es un método numérico para la resolución aproximada de diversos problemas que surgen en diversas ramas de la ingeniería y de la ciencia. Actualmente el MEF es una de las herramientas más potentes en la simulación por computadora aplicada al diseño [5]. Todos los sistemas que simulan los procesos reales los podemos dividir en: discretos, compuestos por un número finito de componentes, continuos, donde el número de componentes no está definido porque la subdivisión se puede continuar infinitamente. Los problemas discretos en muchos casos pueden ser resueltos con la ayuda de la computadora. Pero los problemas continuos no, dada la capacidad finita del ordenador. Para superar esta dificultad se recurre a la discretización de los problemas continuos,

transformándolos en discretos. Esta es la principal idea del MEF. Al analizar un problema de mecánica se establecen las relaciones entre las fuerzas y los desplazamientos en cada parte de la estructura de la pieza analizada. (Ley de Hooke). Y luego las partes se ensamblan exigiendo el equilibrio en cada punto de conexión.

Así se origina un sistema de ecuaciones para los desplazamientos desconocidos. Las soluciones analíticas de las ecuaciones que gobiernan los estados de máximo interés existen solamente en los casos muy simplificados. Si el objeto de estudio tiene una geometría muy compleja o sus características varían de un punto a otro, es prácticamente imposible obtener la solución analítica. En cambio en la formulación del MEF ni la geometría compleja, ni la heterogeneidad del objeto estudiado o de las condiciones de frontera representan dificultad importante. Por tanto a la hora de resolver un problema real el MEF representa una herramienta de análisis adecuada, eficaz y en muchas ocasiones la única.

El método del elemento finito es una técnica de análisis numérico empleada para obtener soluciones aproximadas para una amplia variedad de problemas de ingeniería. En la actualidad, se sabe que en muchas situaciones es necesario resolver estos problemas obteniendo soluciones numéricas aproximadas en vez de soluciones exactas.

Las alternativas que el analista puede elegir para solucionar problemas son numerosas. Una posibilidad consiste en hacer planteamientos a priori que simplifiquen el problema de manera que pueda resolverse. En algunas ocasiones este procedimiento funciona; pero lo usual es que se resuelve un problema similar que aproxima la solución del problema real pero que conduce a respuestas muy imprecisas o erróneas. Ahora que se dispone de computadoras digitales poderosas, la alternativa más visible consiste en retener la complejidad del problema y tratar de encontrar una solución numérica con alto grado de aproximación.[4,6,7]

La aparición de la computadora alteró radicalmente la capacidad disponible para resolver ecuaciones diferenciales parciales, lográndose que las soluciones numéricas estén al alcance de la mayoría de los analistas, ya que el número de términos que puede emplearse para representar el fenómeno que se modela (temperatura, presión o desplazamiento) es muy grande.

Muchos son los métodos aproximados que se han desarrollado para el análisis numérico; el método que más se ha empleado es el de diferencias finitas. Los modelos de diferencias finitas (el cual está formado por ecuaciones diferenciales formuladas para un arreglo o red de puntos) se mejora conforme se emplean en una mayor cantidad de puntos. Esta técnica puede usarse para solucionar problemas complejos; pero, en aquellos casos en los que se tienen geometrías irregulares o especificaciones de condiciones de frontera poco usuales, el método de las diferencias finitas se torna difícil de emplear.

En tiempos más recientes se ha desarrollado el método del elemento finito, el cual es también un método aproximado de análisis numérico. A diferencia del método de las diferencias finitas, el cual

contempla la región modelada como un arreglo o red de puntos, el método del elemento finito emplea un arreglo de varias subregiones o elementos de tamaño muy pequeño y que están interconectados entre sí. El modelo por elementos finitos de un problema, ofrece una aproximación por elementos de las ecuaciones gobernantes.

La premisa básica del método del elemento finito es que el dominio puede modelarlas o aproximarse analíticamente, remplazándolo por elementos discretos perfectamente ensamblados. Como dichos elementos pueden ser colocados en una gran variedad de posiciones y dimensiones, se puede usar para representar aun las formas más complejas.

Con el fin de recalcar el principio básico del elemento finito, se reproduce la definición dada por L. J. Segerlind en lo concerniente a este principio: “El concepto fundamental del método del elemento finito consiste en que cualquier función característica del medio continuo, como la temperatura, presión, o desplazamiento, puede aproximarse por un modelo discreto compuesto de una serie de funciones continuas pieza a pieza, definidas en un número finito o subdominios.

Las funciones continuas pieza a pieza se definen empleando los valores de la cantidad continua en un número finito de puntos en su dominio.

Dichas series de funciones continuas se eligen comúnmente de manera que se aseguren la continuidad del comportamiento de éstas a través del medio continuo completo; aun en los casos en que los campos elegidos no aseguren continuidad, se pueden obtener soluciones satisfactorias.

Si el comportamiento de una estructura se rige por una sola ecuación diferencial, entonces, tanto el método del elemento finito, como el método de las diferencias finitas, pueden aplicarse para obtener una solución satisfactoria de la ecuación. Pero si es necesario emplear distintas ecuaciones diferenciales para describir el comportamiento de un medio continuo, ya sea porque éste está compuesto de varios materiales o que las propiedades físicas del material no son homogéneas, únicamente del método del elemento finito que puede aplicarse directamente.

Del mismo modo que otros procedimientos numéricos alternativos, empleados para solucionar problemas prácticos en el campo de la mecánica del medio continuo, el método del elemento finito requiere formular y resolver sistemas de ecuaciones diferenciales. La principal ventaja de este método reside en la capacidad de automatizado para formar ecuaciones y la habilidad que tiene para representar estructuras irregulares y complejas, así como condiciones de frontera diversas.

Como se mencionó, el método del elemento finito posee una alta capacidad para representar formas complejas, mientras que el método de las diferencias finitas presenta muy serias dificultades para discretizar formas complejas.

Cabe aclarar que el método del elemento finito cuando emplea la formulación variacional calcula, en primera instancia, los desplazamientos en los nodos de los elementos. Además, para obtener una solución satisfactoria, realiza varias iteraciones con todos los elementos, esto es, parte de los resultados obtenidos en una primera iteración, para repetir los cálculos del desplazamiento y, de este modo, mejorar paulatinamente resultados posteriores que van aproximando a los reales, repitiendo este procedimiento es posible alcanzar un factor de exactitud elegido por el usuario del método.

Una vez que se encuentran los desplazamientos de los nodos, éstos pueden traducirse en deformaciones y posteriormente en esfuerzos. Para calcular los esfuerzos a partir de las deformaciones, se emplea la ley de Hooke en dos dimensiones, que establece que:

$$\sigma_{xx} = \frac{(\varepsilon_{xx} + \nu \varepsilon_{yy})E}{1 - \nu^2}$$
$$\sigma_{yy} = \frac{(\varepsilon_{yy} + \nu \varepsilon_{xx})E}{1 - \nu^2}$$

...(Ec.2.45)

2.4.1 Campo de aplicación del método del elemento finito.

En nuestro tiempo el avance en el campo de la computación ha sido grande, involucrando en ello los adelantos en el desarrollo del software. Así se puede mencionar que en el área del diseño y cálculo se tienen paquetes de gran potencia, dentro de los cuales se pueden mencionar, ANSYS, CATIA, NASTRAN, NISA etc.

Estos paquetes de diseño y cálculo, tienen algo en común, que su procedimiento de análisis se basa en el método del elemento finito. La combinación entre éste método y el desarrollo de la computación ha venido a dar como resultado una poderosa herramienta de análisis.

El método del elemento finito se basa principalmente en análisis matricial y su uso ha alcanzado las áreas de transferencia de calor, mecánica de fluidos, hidráulica, electromagnetismo, estructuras, etc.

Dentro del análisis estructural podemos resolver estructuras reticulares como vigas, marcos, armaduras, columnas y estructuras continuas como placas, cascarones membranas, etc. Así también se pueden llevar a cabo análisis dinámicos y problemas no lineales geométricos o por material.

Tabla 2.5 Variables típicas en un análisis por elemento finito.

VARIABLES TÍPICAS EN EL ANÁLISIS POR ELEMENTO FINITO			
APLICACION	PRIMARIO	ASOCIADO	SECUNDARIO
Análisis de esfuerzos.	Desplazamiento.	Fuerza.	Esfuerzo.
	Rotación.	Momento.	Criterio de falla. Error estimado.
Transferencia de calor.	Temperatura.	Flujo.	Flujo interior. Error estimado.
	Función.	Velocidad.	Velocidad.
Flujo potencial.	Potencial.	Normal.	Interior. Error estimado.
	Velocidad.	Presión.	Error Estimado.
Navier-Stokes.	Presión.		
Potencial Eléctrico.	Campo eléctrico.	Densidad de flujo.	Error estimado.
Potencial magnético.	Flujo magnético.	Densidad de corriente	Error estimado.

2.4.2 Fundamentos del método del elemento finito.

En un problema del medio continuo de cualquier dimensión, la variable bajo la consideración (ya sea presión, temperatura, desplazamiento, esfuerzo, o alguna otra cantidad) tiene una infinidad de valores, ya que es una función de cada uno de los puntos que forman el cuerpo o dominio de estudio. Como consecuencia de esto, el problema tiene un número infinito de incógnitas. El método del elemento finito discretiza el dominio reduciendo el problema a un número finito de incógnitas, mediante la división del dominio en elementos y expresando al mismo tiempo el campo de incógnitas en términos de funciones aproximadas para cada elemento.

Las funciones de aproximación (también llamadas funciones de interpolación) son definidas en términos de los puntos nodales del campo de la variable y las funciones de interpolación para los elementos. Para el método del elemento finito, los valores nodales en el campo de la variable se convierten en las nuevas incógnitas. Una vez que resuelven las incógnitas, las funciones de interpolación definen la variable a través del ensamble de los elementos.

Naturalmente, la exactitud de la solución depende tanto del tamaño, como de la cantidad de elementos usados, así como de las funciones de interpolación empleadas. No se deben elegir funciones arbitrariamente, porque no se cumplirán las condiciones de compatibilidad requeridas. Normalmente se eligen funciones de interpolación de modo que la variable o sus derivadas sean continuas a través de los límites de los elementos adyacentes.

El método del elemento finito posee una característica que lo hace único entre los métodos numéricos aproximados. Esta característica es la capacidad para formular soluciones para los elementos individuales antes de ensamblarlos para representar el problema completo. Un ejemplo de dicha característica es que si estuvieran tratando problemas de análisis de esfuerzos, sería posible encontrar la rigidez para cada elemento y ensamblar todos los elementos para determinar posteriormente la rigidez de la estructura completa. En esencia, un problema complejo se reduce considerando varios problemas simplificados.

2.4.3 Procedimiento del elemento finito.

1. Discretización del dominio.

El primer paso consiste en dividir el dominio de estudio en elementos. Puede emplearse una amplia variedad de formas de elementos y si se tiene suficiente cuidado, se pueden emplear diferentes tipos de elementos en la misma discretización. En realidad, cuando se analiza una estructura que tiene diferentes tipos de componentes, como son placas y vigas, no sólo es deseable sino necesario, emplear diferentes tipos de elementos en el mismo dominio. A pesar de que la decisión del tipo y número de elementos a usar cuestiones de ingeniería, el análisis puede apoyarse en la experiencia de otros analistas para guiarse.

A cada elemento finito estudiado aisladamente se le aplica la teoría clásica de cálculo, lo que es posible dada la forma sencilla elegida estableciéndose las condiciones de frontera y equilibrio a través de los nodos. Esta discretización de la estructura permite su resolución planteando un sistema de ecuaciones lineales y se aplica fácilmente a cualquier estructura por complicadas que sean sus características geométricas y condiciones de carga. Para llevar a cabo esto, se necesitan un gran número de operaciones matemáticas, que debido a naturaleza repetitiva se adaptan con total normalidad a la programación numérica y a su resolución con ordenador.

Los elementos finitos se enlazan entre ellos solamente mediante los nodos, lo que significa que las condiciones de contorno de la estructura no se satisfacen a lo largo de los lados. No obstante, a veces, la elección adecuada de un modelo de deformación para los elementos finitos puede satisfacer esta condición en algunos elementos o en todos.

En general, dado que el método de cálculo mediante elementos finitos es un procedimiento aproximado, la precisión requerida aumenta directamente con el número de elementos empleados. Evidentemente, un mayor número de elementos necesita mayor tiempo de cálculo.

Resulta ventajoso en algunos casos utilizar una discretización gradual a fin de conseguir un estudio más detallado en aquellas zonas donde se tiene previsto que puedan concentrarse tensiones. Esta discretización resulta eficaz y rebaja el tiempo de cálculo sin perder precisión. No es posible concretar el número de elementos que se requieren para obtener en cada caso la solución más satisfactoria, ya que va a depender de la estructura objeto de estudio. La elección de la subdivisión más conveniente ha de realizarse de acuerdo con la experiencia, basándose, si es posible, en resultados obtenidos mediante ensayos. En cualquier caso, se deben poner en práctica soluciones que hagan intervenir mallas de diferentes dimensiones con el fin de asegurar la convergencia de los resultados.

2. Seleccionar las funciones de interpolación.

El siguiente paso es asignar los nodos de cada elemento y elegir el tipo de función de interpolación para representar el cambio de la variable sobre el elemento. La variable puede ser un escalar, un vector, o un tensor de orden superior. En muchas ocasiones, pero no siempre, se seleccionan polinomios como funciones de interpolación para la variable porque éstos se integran y diferencian fácilmente. El grado del polinomio elegido depende del número de nodos asignado a cada elemento, de la naturaleza y el número de las incógnitas de cada nodo y los requerimientos de continuidad impuestos en los nodos, a lo largo de los límites de los elementos. La magnitud de la variable, así como la magnitud de sus derivadas, pueden ser las incógnitas existentes en cada nodo.

3. Definir las propiedades de los elementos.

Una vez que ha sido establecido el modelo de elementos finitos (esto es, ya que se eligieron los elementos y sus funciones de interpolación), se está en posibilidad de determinar las ecuaciones matriciales que expresan las propiedades de cada uno de los elementos. Para poder realizar esto se puede emplear alguna de las cuatro formulaciones posibles del método del elemento finito: la formulación directa, la formulación variacional, la formulación de los pesos residuales o la formulación del balance de energía. La formulación variacional es generalmente la más conveniente, pero para cualquier aplicación, la selección de la formulación depende completamente de la naturaleza del problema.

4. Ensamblar las propiedades de los elementos para obtener las ecuaciones del sistema, considerando las condiciones de frontera del espécimen.

Para determinar las propiedades de todo el sistema modelado por la red de elementos, se deben ensamblar las propiedades de todos los elementos. Esto es, se requiere combinar las ecuaciones

matriciales expresando el comportamiento del dominio entero, o sistema. Las ecuaciones matriciales para el sistema tienen la misma forma que las ecuaciones para un solo elemento, excepto que éstas contienen mucho más términos, porque incluyen a todos los nodos.

La base para realizar el procedimiento de ensamble se fundamenta en el hecho de que en un nodo, donde se interconectan elementos, el valor de la variable es el mismo para cada elemento que comparte dicho nodo. El ensamble de las ecuaciones de los elementos es una labor rutinaria y usualmente se hace empleando computadoras digitales.

Antes de que las ecuaciones del sistema estén listas para ser solucionadas, deberán modificarse para introducir las condiciones de frontera del problema. Esta parte fundamental para llevar a buen término un análisis mediante el método del elemento finito. Si no se representan de una forma adecuada las condiciones de frontera que tiene el espécimen modelado, los resultados obtenidos serán poco confiables.

5. Resolver el sistema de ecuaciones.

El proceso de ensamble del paso anterior, establece una serie de ecuaciones simultáneas, las cuales pueden resolverse para obtener los valores nodales de la variable. Si el sistema de ecuaciones es lineal, se pueden emplear varias técnicas de soluciones comunes, como son la eliminación de Gauss, el método de eliminación de Gauss Seidel, o descomposición de Cholesky; si las ecuaciones son no lineales, su solución es más difícil de obtener. Puede emplearse el método de Newton-Raphson, el método de Sustituciones Sucesivas, o algún otro método iterativo para resolver sistemas de ecuaciones no-lineales.

2.4.4 Tipos de elementos en el método de elemento finito.

Los tipos de elementos finitos más comunes se pueden clasificar de la siguiente manera:

2.4.4-1 Elemento Barra.

Éste es el elemento más común dentro de la familia de los elementos finitos. Cuando se combina con elementos del mismo tipo, describen estructuras como las armaduras y marcos. Cuando se combinan con elementos de otro tipo como los elementos placa, forman estructuras atiesadas.

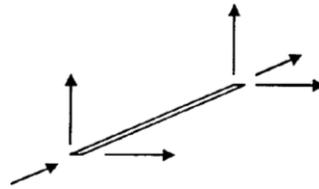


Fig.2.34. Elemento barra.

2.4.4-2 Elemento placa.

Los elementos finitos básicos son placas delgadas cargadas en su propio plano (la condición de esfuerzo plano), y podemos tener elementos triangulares y cuadrilátero.

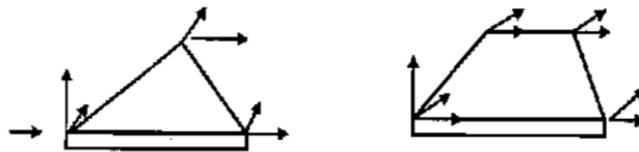


Fig. 2.35 Elemento placa.

2.4.4-3 Elementos sólidos.

Son la generalización tridimensional de los elementos en esfuerzo plano. El tetraedro y el hexaedro son las formas más comunes de los elementos tridimensionales, y son esencialmente para modelos analíticos de problemas de mecánica de sólidos y rocas y de estructuras para plantas nucleares.

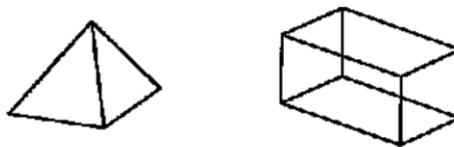


Fig. 2.36 Elementos sólidos.

2.4.4-4 Sólidos axisimétricos.

Uno de los campos de aplicación más importante dentro del método de elemento finito es el análisis con sólidos axisimétricos. Una gran variedad de problemas de ingeniería caen en esta categoría incluyendo tanques de acero y de concreto, recipientes de contenido nuclear, rotores, pistones, flechas y escapes de cohetes. En estos elementos tanto la carga como la geometría, usualmente son axisimétricos.

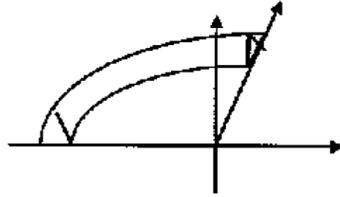


Fig. 2.37 Sólido axisimétrico.

2.4.4.5 Placa plana flexión.

Son usados no sólo entre sí, sino también junto con cascarones y miembros de pared delgada. Las formas geométricas son análogas a las de los elementos en esfuerzo plano, con mayor énfasis también en las formas triangulares.

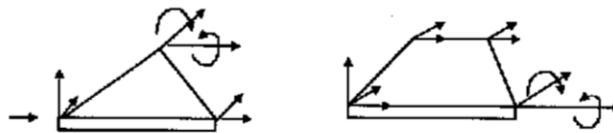


Fig. 2.38 Placa plana bajo flexión.

2.4.4-6 Cascaron axisimétrico.

Tienen la misma importancia en aplicaciones prácticas que los sólidos axisimétricos, aunque aquí las formulaciones se derivan de la teoría de la membrana. Dentro de esta formulación está la diferencia con respecto a los elementos placa flexión y tensión y sirve para identificar problemas clave.

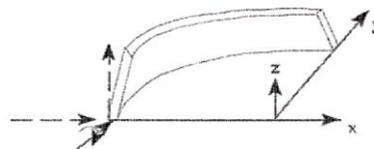


Fig.2.39 Cascaron axisimétrico.

2.4.4-7 Cascarón curvo.

Cuando una estructura está curva, es preferible usar elementos cascarón curvo para los modelos analíticos. Dentro de las ventajas está la habilidad para describir de forma más adecuada la geometría de una superficie curva. Existe un gran número de alternativas para formular este tipo de elementos.

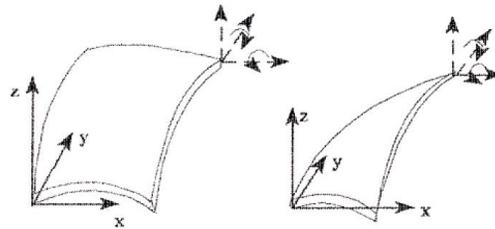


Fig. 2.40 Cascarón curvo.

Para realizar un análisis mediante el método del elemento finito, es necesario comenzar con la discretización del dominio de estudio, de este modo se idealiza la región física de interés. Así, por ejemplo, una estructura puede idealizarse empleando elementos axiales, mientras que las regiones planas pueden ser discretizadas con elementos en forma de polígonos, como lo es el triángulo y los sólidos poliédricos, como el tetraedro.

Si se desea subdividir una superficie cerrada empleando poliedros debe tenerse en cuenta la siguiente propiedad de poliedros: $V - E + F = 2$, donde V es el número de vértices, E es el número de aristas y F es el número de caras. Entonces $V - E + F$ es un invariante para los poliedros. Esto significa que si se divide cualquier superficie cerrada en F regiones mediante E arcos que unan en pares V vértices, entonces la expresión $V - E + F$ es independiente del método que se emplee para dividir la superficie.

Si se desea subdividir una superficie cerrada empleando poliedros debe tenerse en cuenta la siguiente propiedad de los poliedros: $V - E + F = 2$, donde V es el número de vértices, E es el número de aristas y F es el número de caras. Entonces $V - E + F$ es una invariante para los poliedros. Esto significa que si se divide cualquier superficie cerrada en F regiones mediante E arcos que unan en pares V vértices, entonces la expresión $V - E + F$ es independiente del método que se emplee para dividir la superficie.

Para una superficie plana idealizada, como una red de polígonos, la relación $V - E + F = 1$, mientras que para un toroide, esta es $V - E + F = 0$. A los números 2, 1 y 0 se les denomina “característica” de la superficie, de modo que una esfera se dice que tiene característica 2.

Conforme las investigaciones en el campo del método del elemento finito se han hecho más sofisticadas y requieren de discretizaciones más exactas, ha sido preciso emplear elementos de forma complicada. Los problemas idealizados con elementos unidimensionales, en los cuales se presenta una

flexión excesiva, no pueden manejarse adecuadamente empleando elementos axiales simples, con funciones de desplazamiento lineales $u(x)$ y $v(x)$.

De este modo, se deriva el elemento curvo empleando una expansión cúbica para la función de desplazamiento $v(x)$. Adicionalmente, para considerar factores tales como la deformación del cuerpo rígido y estados de deformación permanente, se hace necesaria la inclusión de elementos con refinamiento.

El analista puede seleccionar alguna de las siguientes tres categorías de elemento finito:

1. Elementos de forma simple sin refinamiento.
2. Elementos de forma simple con refinamiento.
3. Elementos de forma complicada con refinamiento.

Así también los elementos finitos pueden clasificarse dependiendo de la dimensionalidad involucrada, por lo que se tiene:

1. Elementos unidimensionales (axiales).
2. Elementos bidimensionales.
3. Elementos tridimensionales.

Los elementos unidimensionales tienen una sección transversal determinada, pero por lo general se representa esquemáticamente como un segmento de línea. El área de la sección transversal puede variar a lo largo de su longitud, no obstante que para muchos problemas el área es constante.

El empleo más común de estos elementos es en problemas de transferencia de calor y en problemas estructurales que involucran miembros que soportan fuerzas axiales (tipo armadura).

Los elementos finitos bidimensionales, que se emplean con mayor frecuencia, son el triángulo y el cuadrilátero. La capacidad de modelar fronteras curvas se obtiene agregando nodos intermedios en lados del elemento. Es posible emplear ambos tipos de elementos en un mismo dominio, siempre que éstos tengan la misma cantidad de nodos en los lados que comparten elementos adyacentes. El espesor de los elementos puede ser constante, o bien, puede variar en función de las coordenadas del elemento.

Los elementos tridimensionales más comunes son los tetraedros y paralelepípedos y en ambos, los elementos lineales sólo presentan lados rectos, mientras que los elementos de orden superior pueden tener superficies curvas.

2.4.5 Formulación de elementos finitos.

La matriz característica del elemento finito tiene diferentes nombres en problemas de distintas áreas. En mecánica estructural se le llama matriz de rigidez, y nos relaciona fuerzas con desplazamientos temperaturas con flujos en los nodos. Existen tres maneras importantes de derivar la matriz característica del elemento:

1. El método directo.

Éste está basado en razones físicas. Limitado a elementos muy simples, pero tiene un valor de estudio debido a que este aumenta el entendimiento del concepto físico del método del elemento finito.

2. El método variacional.

Es aplicable a problemas que pueden ser establecidos por ciertas expresiones tal como la expresión de la energía potencial.

3. Los métodos de los residuos ponderados.

Son particularmente formulados para problemas en los cuales las ecuaciones diferenciales son conocidas, pero son funcionales para poder establecer como variacional.

2.4.6 Ventajas y desventajas del método del elemento finito.

Dentro de las principales ventajas que presenta el método del elemento finito, se enumeran las siguientes:

1. Es aplicable a todos los problemas de la mecánica del medio continuo, y problemas físicos en general, que sean gobernados por ecuaciones diferenciales.
2. Es factible aplicarse a elementos compuestos de diferentes materiales, con propiedades físicas distintas.
3. Pueden modelarse cuerpos con frontera irregular, empleando elementos finitos con lados rectos, aproximando la forma de la frontera; o bien, usar elementos con lados curvos y de este modo modelar exactamente la frontera del dominio de estudio.
4. El tamaño y forma de los elementos puede variar. De esta forma, la malla de elementos finitos se refina y/o expande, según se requiera, para analizar aquellas áreas consideradas críticas.

5. Este método posee la capacidad de analizar cuerpos con condiciones de frontera discontinua o mixta, sin dificultades.
6. Los programas de cómputo desarrollados para un determinado problema pueden generalizarse para resolver cualquier problema del mismo tipo. Esto es, si se escribe un programa para determinar la distribución de esfuerzos en una barra prismática, puede emplearse dicho programa para resolver los problemas de este mismo tipo, que surjan. El desarrollo de este tipo de programas de cómputo está limitado por la capacidad de memoria de las computadoras y por el costo asociado con la elaboración de dichos programas; no obstante, en la actualidad, estos dos factores han sido superados con computadoras de gran capacidad y de costo reducido.

La principal desventaja del método del elemento finito, estriba en que, debido a la gran cantidad de cálculos requeridos aun para resolver problemas simples, es indispensable el empleo de programas de cómputo y el uso de computadoras en general. Adicionalmente en aquellos casos en los cuales es necesario cambiar varias veces la geometría del dominio de estudio, este método requiere generar para cada cambio de geometría, una malla diferente, lo cual hace que el análisis sea lento y tedioso. Esto ocurre, por ejemplo, cuando se optimizan entalladuras, lo cual requiere una variación de la geometría del dominio, y por ende, es necesario generar varias mallas de elementos finitos.

2.4.7 Elementos Isoparamétricos.

Cuando se tienen dificultades en idealizar superficies o fronteras curvas usando elementos con lados rectos y superficies planas, se requiere emplear elementos con lados y/o caras curvas. Estos elementos son paraméricamente equivalentes con sus elementos rectilíneos correspondientes, por ello se les denomina “elementos isoparamétricos”. Las funciones de coordenadas $\varepsilon_1(x, y)$ y $\varepsilon_2(x, y)$ serán en general curvilíneas. Dichas funciones de coordenadas cartesianas x, y con los sistemas de coordenadas curvilíneas de los elementos isoparamétricos. Además, los elementos adyacentes deben coincidir entre ellos con una sola interface de modo que sus lados sean determinados únicamente por los puntos nodales comunes.

2.4.8 Triángulo de deformación constante.

Como introducción a la formulación de los elementos isoparamétricos en este apartado se analiza el triángulo de 3 nodos, utilizando funciones de interpolación lineales. La motivación es que debido a la sencillez de la formulación de este elemento se pueden obtener de manera exacta la matriz de rigidez y el vector de fuerzas elementales, sin necesidad de integrar numéricamente. Este elemento se denomina triángulo lineal, y en las aplicaciones de Mecánica de Sólidos triángulo de deformación constante o simplemente elemento CST (acrónimo de “Constant Strain Triangle”).

2.4.9 Coordenadas cartesianas y triangulares.

La geometría del elemento CST queda definida por las coordenadas cartesianas de sus nodos (ver figura 2.41). Los nodos se numerarán en sentido anti horario con tres números que en este ejemplo son el 1, 2 y 3. Este elemento tiene 6 grados de libertad, que corresponden a las dos componentes del vector desplazamiento de cada nodo, que las denominaremos $\{d_{xi}^e, d_{yi}^e\}_{i=1,\dots,3}$. El área del triángulo viene dada por:

$$A^e = \frac{1}{3} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1^e & x_2^e & x_3^e \\ y_1^e & y_2^e & y_3^e \end{vmatrix} = x_2^e y_3^e - x_3^e y_2^e + x_3^e y_1^e - x_1^e y_3^e + x_1^e y_2^e - x_2^e y_1^e \quad (\text{Ec. 2.46})$$

El signo del determinante depende del orden de la numeración de los nodos del elemento. Si se numeran en sentido antihorario el determinante es positivo, siendo éste el criterio que se seguirá en lo sucesivo.

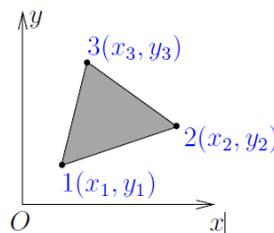


Fig. 2.41 Triángulo CST

Cualquier punto P del triángulo se puede definir mediante tres parámetros ξ_1, ξ_2, ξ_3 que se denominan coordenadas triangulares al punto P. las ecuaciones:

$$\xi_i = \text{constante} \quad \dots (\text{Ec.2.47})$$

Representan las familias de rectas paralelas al lado opuesto del nodo. Por ejemplo, el lado 1-2 tiene por ecuación $\xi_3 = 0$, mientras que las coordenadas triangulares del nodo 2 son $\xi_1 = 0, \xi_2 = 1, \xi_3 = 0$ y las coordenadas del punto medio del lado 2-3 son $\xi_1 = 0, \xi_2 = 1/2, \xi_3 = 1/2$. Las coordenadas triangulares no son independientes dado que han de verificar:

$$\xi_1 + \xi_2 + \xi_3 = 1 \quad \dots (\text{Ec. 2.48})$$

2.4.10 Funciones de interpolación.

Una función lineal $f(x, y)$ definida en el triángulo de deformación constante se expresa:

$$f(x, y) = a_0 + a_1x + a_2y \quad (\text{Ec. 2.46})$$

Siendo a_0 , a_1 y a_2 constantes que se obtienen a partir de tres valores conocidos de $f(x, y)$. En el contexto de los elementos finitos estos tres valores suelen ser los valores de la función en los tres nodos que denominaremos f_1, f_2 , y f_3 . En consecuencia, las constantes a_0 , a_1 y a_2 se obtienen resolviendo el sistema de ecuaciones:

$$f_1 = a_0 + a_1x_1^e + a_2y_1^e \quad (\text{Ec. 2.49})$$

$$f_2 = a_0 + a_1x_2^e + a_2y_2^e \quad (\text{Ec. 2.50})$$

$$f_3 = a_0 + a_1x_3^e + a_2y_3^e \quad (\text{Ec.2.51})$$

Todo esto se simplifica si hacemos uso de las coordenadas triangulares ya que la función $f(x, y)$ se expresa directamente en función de los valores nodales:

$$f(\xi_1, \xi_2, \xi_3) = \xi_1 f_1 + \xi_2 f_2 + \xi_3 f_3 = \begin{bmatrix} \xi_1 & \xi_2 & \xi_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{Bmatrix} = N \cdot f \quad (\text{Ec.2.52})$$

2.4.11 Cambio de coordenadas:

Los desplazamientos, deformaciones, tensiones, etc. generalmente se expresan en coordenadas cartesianas, aunque las interpolaciones sea conveniente expresarlas en coordenadas triangulares. En consecuencia es interesante conocer la relación entre coordenadas cartesianas y triangulares. Para ello se aplica la interpolación (Ec.2.52) a las coordenadas x e y , junto con la relación (Ec.2.48):

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} x_1^e & x_2^e & x_3^e \\ y_1^e & y_2^e & y_3^e \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{Bmatrix} \quad (\text{Ec. 2.53})$$

E invirtiendo:

$$\begin{Bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{Bmatrix} = \frac{1}{2A^e} = \begin{pmatrix} y_2^e - y_3^e & x_3^e - x_2^e & x_2^e y_3^e - x_3^e y_2^e \\ y_3^e - y_1^e & x_1^e - x_3^e & x_3^e y_1^e - x_1^e y_3^e \\ y_1^e - y_2^e & x_2^e - x_1^e & x_1^e y_2^e - x_2^e y_1^e \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (\text{Ec. 2.54})$$

Donde A^e es el área del triángulo, expresada (Ec.2.46) en función de las coordenadas nodales.

2.4.12 Derivada de una función.

Para derivar una función expresada en coordenadas triangulares $g = g(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ respecto de las coordenadas cartesianas aplicamos la regla de la cadena:

$$\frac{\partial g}{\partial x} = \frac{\partial g}{\partial \xi_1} \frac{\partial \xi_1}{\partial x} + \frac{\partial g}{\partial \xi_2} \frac{\partial \xi_2}{\partial x} + \frac{\partial g}{\partial \xi_3} \frac{\partial \xi_3}{\partial x} \quad (\text{Ec.2.55})$$

$$\frac{\partial g}{\partial y} = \frac{\partial g}{\partial \xi_1} \frac{\partial \xi_1}{\partial y} + \frac{\partial g}{\partial \xi_2} \frac{\partial \xi_2}{\partial y} + \frac{\partial g}{\partial \xi_3} \frac{\partial \xi_3}{\partial y} \quad (\text{Ec.2.56})$$

Las derivadas de las coordenadas triangulares ξ_1 respecto de las coordenadas cartesianas se obtienen a partir de (Ec. 2.54):

$$\frac{\partial \xi_1}{\partial x} = \frac{1}{2A^e} (y_j^e - y_k^e) \quad (\text{Ec. 2.57})$$

$$\frac{\partial \xi_1}{\partial y} = \frac{1}{2A^e} (x_k^e - x_j^e) \quad (\text{Ec. 2.58})$$

Siendo j,k las permutaciones cíclicas de orden 3 del índice i. En consecuencia:

$$\frac{\partial g}{\partial x} = \frac{1}{2A^e} \left(\frac{\partial g}{\partial \xi_1} (y_2^e - y_3^e) + \frac{\partial g}{\partial \xi_2} (y_3^e - y_1^e) + \frac{\partial g}{\partial \xi_3} (y_1^e - y_2^e) \right) \quad (\text{Ec. 2.59})$$

$$\frac{\partial g}{\partial y} = \frac{1}{2A^e} \left(\frac{\partial g}{\partial \xi_1} (x_3^e - x_2^e) + \frac{\partial g}{\partial \xi_2} (x_1^e - x_3^e) + \frac{\partial g}{\partial \xi_3} (x_2^e - x_1^e) \right) \quad (\text{Ec. 2.60})$$

Se puede expresar en forma matricial:

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial g}{\partial x} \\ \frac{\partial g}{\partial y} \end{Bmatrix} = \frac{1}{2A^e} \begin{pmatrix} y_2^e - y_3^e & y_3^e - y_1^e & y_1^e - y_2^e \\ x_3^e - x_2^e & x_1^e - x_3^e & x_2^e - x_1^e \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial g}{\partial \xi_1} \\ \frac{\partial g}{\partial \xi_2} \\ \frac{\partial g}{\partial \xi_3} \end{Bmatrix} \quad (\text{Ec.2.61})$$

2.4.13 Interpolación del campo de desplazamientos

El campo de desplazamientos en un punto genérico del triángulo se interpolan a partir de los desplazamientos nodales con la expresión (Ec. 2.52) obteniéndose:

$$\begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \xi_1 & 0 & \xi_2 & 0 & \xi_3 & 0 \\ 0 & \xi_1 & 0 & \xi_2 & 0 & \xi_3 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} d_{x1}^e \\ d_{y1}^e \\ d_{x2}^e \\ d_{y2}^e \\ d_{x3}^e \\ d_{y3}^e \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} d_{x1}^e \\ d_{y1}^e \\ d_{x2}^e \\ d_{y2}^e \\ d_{x3}^e \\ d_{y3}^e \end{Bmatrix} = Nd^e \quad (\text{Ec. 2.62})$$

2.4.14 Relación desplazamientos-deformaciones

Las deformaciones en el elemento, de acuerdo con las relaciones, se obtienen derivando los desplazamientos respecto a las coordenadas cartesianas:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_1 & 0 & \xi_2 & 0 & \xi_3 & 0 \\ 0 & \xi_1 & 0 & \xi_2 & 0 & \xi_3 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} d_{x1}^e \\ d_{y1}^e \\ d_{x2}^e \\ d_{y2}^e \\ d_{x3}^e \\ d_{y3}^e \end{Bmatrix}$$

$$= \frac{1}{2A^e} \begin{pmatrix} y_2^e - y_3^e & 0 & y_3^e - y_1^e & 0 & y_2^e - y_1^e & 0 \\ 0 & x_3^e - x_2^e & 0 & x_1^e - x_3^e & 0 & x_2^e - x_1^e \\ x_3^e - x_2^e & y_2^e - y_3^e & x_1^e - x_3^e & y_3^e - y_1^e & x_2^e - x_1^e & y_2^e - y_1^e \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} d_{x1}^e \\ d_{y1}^e \\ d_{x2}^e \\ d_{y2}^e \\ d_{x3}^e \\ d_{y3}^e \end{Bmatrix} = Bd^e \quad (\text{Ec.2.63})$$

2.4.15 Matriz de rigidez.

$$k^e = \int_{\Omega^e} B^T C B d\Omega = \int_{\Omega^e} B^T C B h dA \quad (\text{Ec. 2.64}) \text{ Matriz de Rigidez elemental}$$

Siendo dA el elemento del área infinitesimal y h el espesor. Como en el elemento CST la matriz de interpolación de deformaciones B es constante, si suponemos que además h y C son igualmente constantes, la matriz de rigidez se expresa de forma cerrada:

$$k^e = A^e h^e B^T C B$$

$$= \begin{pmatrix} y_2^e - y_3^e & 0 & x_3^e - x_2^e \\ 0 & x_3^e - x_2^e & y_2^e - y_3^e \\ y_3^e - y_1^e & 0 & x_1^e - x_3^e \\ 0 & x_1^e - x_3^e & y_3^e - y_1^e \\ y_1^e - y_2^e & 0 & x_2^e - x_1^e \\ 0 & x_2^e - x_1^e & y_1^e - y_2^e \end{pmatrix} C \begin{pmatrix} y_2^e - y_3^e & 0 & x_3^e - x_2^e \\ 0 & x_3^e - x_2^e & y_2^e - y_3^e \\ y_3^e - y_1^e & 0 & x_1^e - x_3^e \\ 0 & x_1^e - x_3^e & y_3^e - y_1^e \\ y_1^e - y_2^e & 0 & x_2^e - x_1^e \\ 0 & x_2^e - x_1^e & y_1^e - y_2^e \end{pmatrix}^T \dots (\text{Ec. 2.65})$$

$$C = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{pmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{pmatrix} \dots (\text{Ec. 2.66})$$

CAPÍTULO III

Análisis experimental utilizando Método de Fotoelasticidad.

En este capítulo se desarrolla el método experimental de fotoelasticidad, aplicando un ensayo mecánico a 4 modelos reforzados de bastidor de prensa troqueladora tipo “C”, que basados en los resultados obtenidos en la investigación realizada y publicada en 2013 en The Mexican Journal of Electromechanical Engineering, donde se analizaron distintos modelos de bastidores para determinar el valor de los esfuerzos generados modificando sus radios internos, donde se llegó a la conclusión que el modelo de bastidor de radio inferior de 4mm era el óptimo. Posteriormente se observó que el bastidor real sufrió nuevamente fractura en su radio inferior, aun habiendo modificado éste, por lo cual mediante el software de Modeling Designer Workbench® se modelan 2 tipos de refuerzos; tipo “C” y tipo “E”, que se colocan en los radios inferiores del modelo de bastidor y así analizar el comportamiento mecánico y el valor del esfuerzo generado debido a la concentración de esfuerzos.

En los resultados publicados se puede observar que al aplicar el método fotoelástico a la probeta mediante un ensayo mecánico, esta no presenta mayor concentración de esfuerzos en su parte superior izquierda donde se tiene un radio de 20 mm, por lo contrario en su vértice inferior podemos ver el mayor concentrador de esfuerzo, lo cual nos da un parámetro para poder aumentar el radio y así disminuir su volumen.

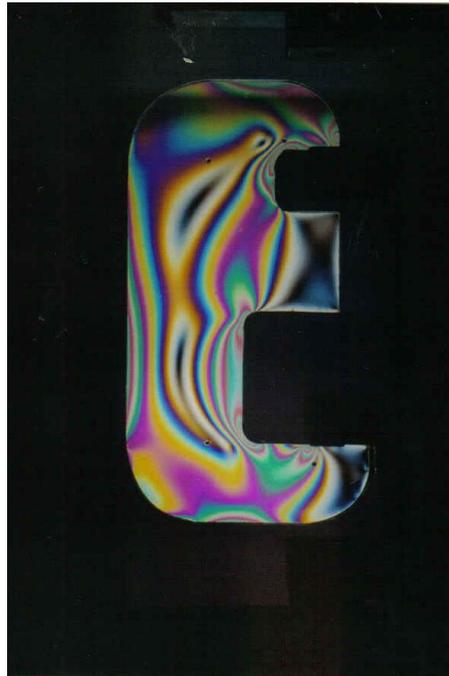


Fig. 3.1 Análisis bastidor tipo “C” con radios internos de 4mm.



Primeramente procedemos a realizar los planos, que nos permitirán maquinar nuestros modelos fotoelásticos usando material birrefringente, en este caso utilizaremos policarbonato (PSM-1). Como parámetro tenemos los planos de la probeta original ya estudiada.

***Ver anexos.**

3.1 Propiedades del material utilizado PSM-1

Una vez teniendo los planos procedemos a maquinar nuestros modelos reforzados de bastidor de prensa tomando en cuenta las características del material.

Material PSM-1

Photolastic PSM-1 es un plástico de policarbonato especialmente recocido por lo cual es idealmente adecuado para modelos fotoelásticos bidimensionales. Aparte de su excelente transparencia, este material es muy superior de otros materiales fotoelásticos en dos características importantes:

1. Es dúctil, en lugar de frágil.
2. Está completamente libre de efectos time-edge (envejecimiento) debido a la absorción de humedad.
3. $f_{\sigma} = 40 \text{ PSI} / \text{FR} / \text{IN}$

Mientras que es más fácil de maquinar que la mayoría de plásticos fotoelásticos, PSM-1 es mas sensible para localizar calentamiento de la operación de corte. Cuando se evita un calentamiento excesivo, los límites están ópticamente limpios (libre de birrefringencia residual) que pueden ser producidos muy fácilmente. Dado que el material es relativamente dúctil, las precauciones del maquinado normalmente requieren evitar fisuras y fracturas de plásticos quebradizos que son innecesarios. Cortes gruesos, pesados pueden ser hechos sin peligro de fracturar la pieza de trabajo. Sin embargo, el calor generado por un maquinado pesado debe ser disipado por un adecuado enfriamiento para evitar los límites de birrefringencia. Adicionalmente, la pieza de trabajo nunca debe estar en contacto fijo con una herramienta giratoria de corte, de modo que con el contacto continuo puede generar calor local y puede inducir birrefringencia residual.

PSM-1 no tiene las cualidades abrasivas de otro plástico fotoelástico y no causa desgaste de la herramienta. Aunque se recomienda el uso de herramientas de carburo o con punta de carburo para la mayoría de los materiales fotoelásticos, las herramientas comunes de acero de alta velocidad son igualmente adecuadas para el mecanizado de PSM-1. Las



herramientas de acero ofrecen la ventaja adicional de una mejor transferencia de calor desde el borde de corte.

La única insensibilidad del PSM-1 es que permite la humedad del uso de agua o de otro líquido refrigerante durante el maquinado. Los métodos para aplicar refrigerante son:

- 1) Sumergir la pieza de trabajo en una bandeja con líquido.
- 2) Flujo constante de líquido sobre la herramienta de corte.
- 3) Aplicar abundante anticongelante alrededor de la herramienta.
- 4) Chorro de aire directo sobre la herramienta de corte.

3.2 Maquinado de las probetas.

La fabricación de los modelos es por medio de los métodos conocidos (fresado taladrado) o por el método llamado Routing (corte rápido).

Las ventajas de este método es que no requieren personal calificado para la fabricación, ya que primeramente se fabrica una plantilla de metal, con la ayuda de la cual se elaboran las piezas en forma sencilla.

Los materiales birrefringentes por su propia naturaleza son altamente sensibles al calor, el cual origina en ellos esfuerzos residuales, para evitar este fenómeno se aconseja el uso de altas velocidades de corte, poca profundidad de corte y la ayuda de un refrigerante. En este sentido, este método, tiene la ventaja de que la máquina utilizada para realizar el corte, proporciona la alta velocidad requerida para obtener buenos resultados.

Por último la herramienta de corte (router) debe colocarse en una bandeja poco profunda en la cual se vierte agua suficiente para que queden sumergidos la base del cortador, la plantilla y el modelo, con objeto de disipar el calor producido en la zona de corte. Hecho lo anterior ya sólo se necesita cuidado razonable para obtener modelos con bastante exactitud y libres de esfuerzos.

Pasos a seguir con la herramienta de corte:

1. Maquinar plantilla. El espesor de la plantilla deberá tener un espesor cuando menos igual a la altura de la guía.
2. Protección del material del modelo. Normalmente el material del modelo es de plástico que está recubierto en sus dos caras con papel adhesivo, si esta protección no existe en el material, para trabajar hay que pegarle papel adhesivo antes de empezar a trabajar.

3. Corte previo del modelo. Se coloca la plantilla sobre la hoja del material en que se hará el corte y se dibuje su contorno. El corte previo se hará con una sierra de calar procurando dejar al menos 1/8" de material excedente que posteriormente se eliminará con la herramienta de corte.
4. Pegado de la plantilla y modelo. Se quita el papel protector del lado que se va a pegar la plantilla, se colocan tiras de doble cara de adhesivo en la plantilla cuidando que no sobresalgan los cantos de ésta área. No es necesario cubrir toda la plantilla pero sí al menos la mitad de ella. El modelo se centra y se coloca cuidadosamente en la plantilla, presionando con los dedos para obtener un buen pegado.
5. Corte del modelo. Si todo el modelo está sumergido en agua es posible hacer el corte con 1/8" de profundidad sin producir calentamiento del material, pero esto requiere algún cuidado, por lo que es más conveniente eliminar el exceso de material en dos o tres pasadas con la herramienta.

Para realizar el corte, la plantilla se apoya sobre la base del cortador y se empuja con los dedos, realizando el corte de izquierda a derecha (la herramienta gira en sentido de las manecillas del reloj), cuando todo el contorno de la plantilla se apoye en la guía de la herramienta (router), el modelo estará terminado. El corte debe hacerse con cuidado, pues un descuido puede ocasionar que el operador se hiera los ojos.

6. Separación del modelo y plantilla. Para despegar el modelo puede uno ayudarse del hueco existente entre la plantilla y el modelo, introduciendo una plaqueta de plástico rígido para usarla como palanca.

3.3 Pegado del material fotoelástico.

Una vez maquinado las probetas y los refuerzos se procede al pegado del material fotoelástico utilizando un pegamento especial que permite el paso de la luz blanca sobre nuestro espécimen. Para el pegado se utiliza:

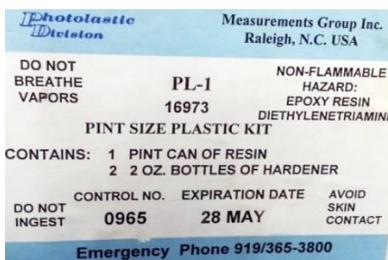


Fig 3.2 Material PL-1

1.- PL-1 (resina).



Fig. 3.3 Resina material PL-1

2.- Endurecedor PLH-1

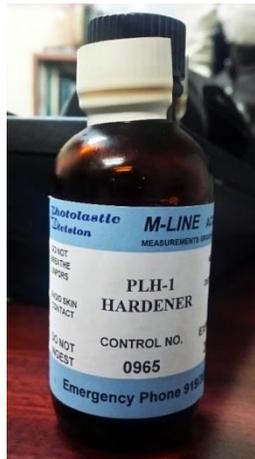


Fig. 3.4 Endurecedor de resina PLH-1

Aplicación:

Se debe preparar la superficie donde se aplicará el pegamento para un pegado adecuado.

Procedimiento:

Se añade el endurecedor a la resina y procedemos a revolverlo con un termómetro de punta. Es muy importante para lograr una mezcla uniforme antes de verter la resina sobre la placa donde se aplicará el pegado, se revuelve lentamente con un movimiento circular. Para evitar la entrada de aire y que se generen burbujas en la mezcla lo cual provocaría imperfecciones en nuestro material. Se debe seguir moviendo para lograr una mezcla clara, monitoreando constantemente la temperatura ya que ésta aumenta con la reacción exotérmica del material. El material debe alcanzar una temperatura de 55°C como máximo.

Aplicación:

Se debe preparar la superficie donde se aplicará el pegamento para un pegado adecuado. Limpiamos la probeta, posteriormente se aplica la resina sobre la superficie con un pincel de abanico para hacerlo de forma uniforme de manera que no entre aire y no se genere un rallado en el pegamento. Dejamos 24hrs en secado.



Fig. 3.5 Pegado de refuerzos.

3.4 Marco de carga.

Como la prensa universal no cuenta con las mordazas adecuadas para sujetar las probetas se procede a maquinar un marco de carga que permita adaptarse a la geometría de los modelos.



Fig. 3.6 Marco de carga.

3.5 Descripción de prensa utilizada.

El ensayo se realizará en una máquina universal de ensayos hidráulica, marca MC con capacidad de 30 toneladas (véase la figura) a la cual se le adapta el dispositivo de carga diseñado para simular el mismo efecto de fuerzas que se desarrolla en la prensa troqueladora.



Fig. 3.7 Placa de Prensa Hidráulica.

Modelo WEW
Clase 1.

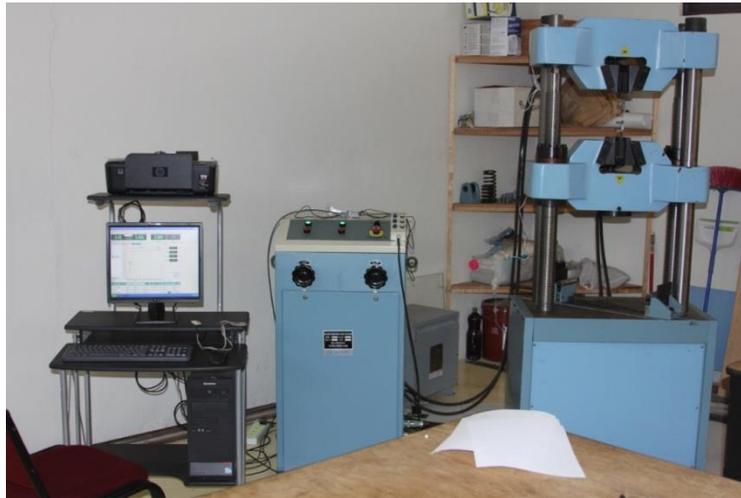


Fig. 3.8 Prensa Hidráulica del laboratorio de UPIITA

3.6 Equipo requerido para el ensayo.

- Un polariscopio circular diseñado y manufacturado por alumnos en el laboratorio de ensayos mecánicos en La Unidad Profesional Interdisciplinaria en Ingeniería y Tecnologías Avanzadas (UPIITA).



Fig.3.9 Polariscopio Circular.

- Un reflector para hacer pasar la luz blanca por los polariscopios y la probeta.

- Cámara Canon 60D con resolución de 25 megapíxeles, con lente zoom de 28-120mm para la toma de fotografía.
- Un PC HP para la lectura y obtención de datos del ensayo.

3.7 Realización del ensayo.

Se colocan las probetas en el marco de carga y se procede a aplicarle carga gradual a cada una de ellas, registrando la carga aplicada para cada fotografía tomada con la finalidad de posteriormente realizar el conteo de franjas.

Las probetas se ensayaron en el siguiente orden:

1. Probeta con radio superior izquierdo de 40mm (P.R.S.I.). Esta probeta fue diseñada en base a la probeta original, la diferencia es que se le aumentó el radio superior izquierdo a 40mm.



Fig.3.10 P.R.S.I

2. Probeta original con refuerzos tipo “C” (P.O.R.C). En esta probeta se diseñó un refuerzo tipo “C” que se colocó en cada radio interno de la probeta en la donde se presentan el mayor valor de concentrador de esfuerzo.



Fig.3.11 P.O.R.C

3. Probeta original con refuerzo tipo “E” (P.O.R.E). En esta probeta se diseñó un refuerzo tipo “E” que se colocó en cada lado, el cual abarca en una sola pieza los radios interiores del modelo.



Fig.3.12 P.O.R.E

4. Probeta con radio superior izquierdo de 40mm y refuerzos tipo “C” (P.R.S.I.R.C). Esta probeta cuenta con refuerzos tipo “C” en cada radio interno y con aumento en el radio superior izquierdo a 40mm.



Fig.3.13 P.R.S.I.R.C

5. Probeta con radio superior izquierdo de 40mm y refuerzo tipo “E”. (P.R.S.I.R.E). Esta probeta cuenta con un refuerzo tipo E por cada lado, el cual abarca todos los radios internos del modelo, y con aumento en el radio superior izquierdo a 40mm.



Fig.3.14 P.R.S.I.R.E

3.8 Probeta 1 (P.R.S.I.). Aplicando una Carga de 70N

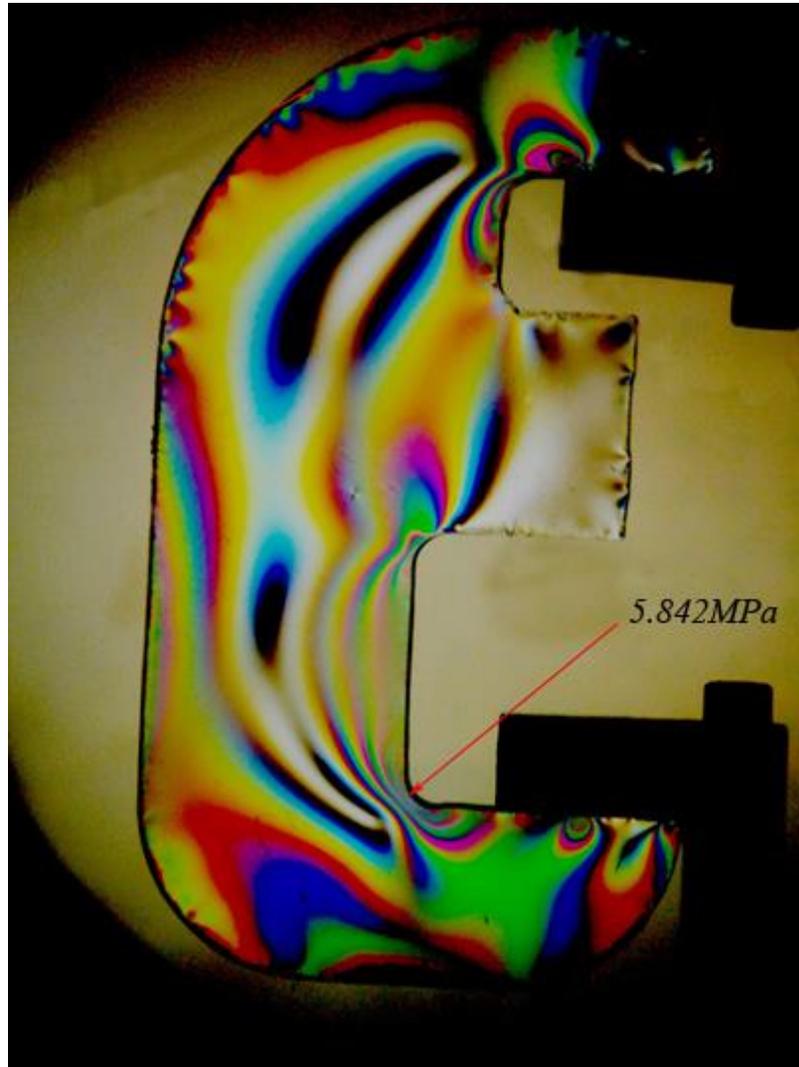


Fig.3.15 Ensayo fotoelástico P.R.S.I

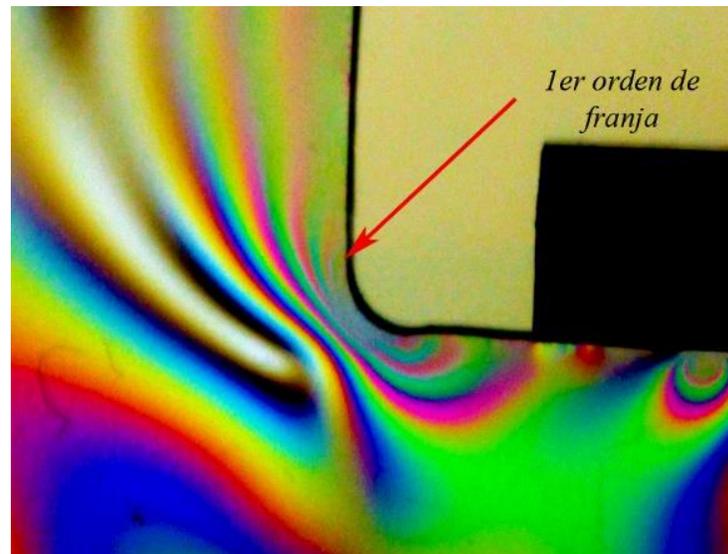


Fig. 3.16 Fotografía con Zoom P.R.S.I

Analizando la imagen se tienen 5 órdenes de franja aplicando una carga de 70N, ahora bien con el orden de franja obtenido se aplica la ecuación número 2.38 del capítulo 2 y se obtiene el esfuerzo.

Tenemos:

$$\sigma = 5.842MPa$$

Ahora teniendo nuestra probeta original diseñamos dos tipos de refuerzos colocados en los vértices; superior e inferior derecho, para observar cual es su comportamiento y determinar su concentrador de esfuerzos.

3.9 Probeta 2. (P.O.R.C). Aplicando una carga de 50N

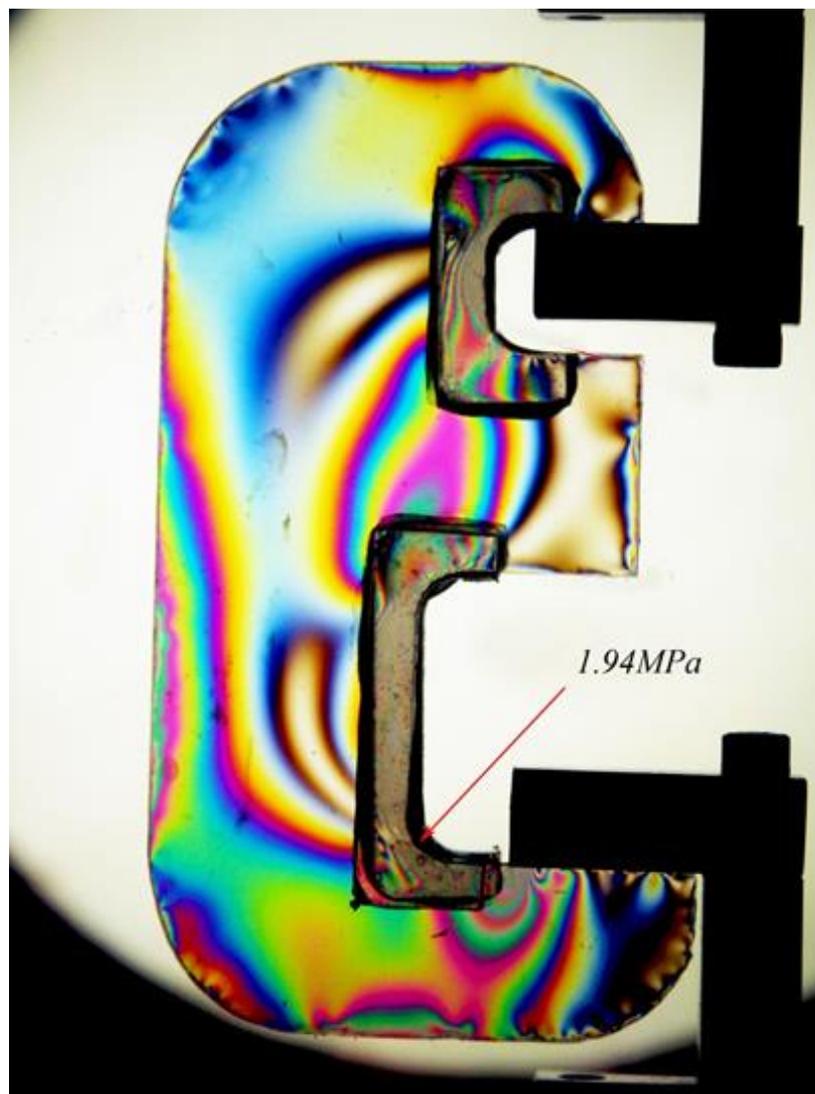


Fig. 3.17 Ensayo fotoelástico P.O.R.C

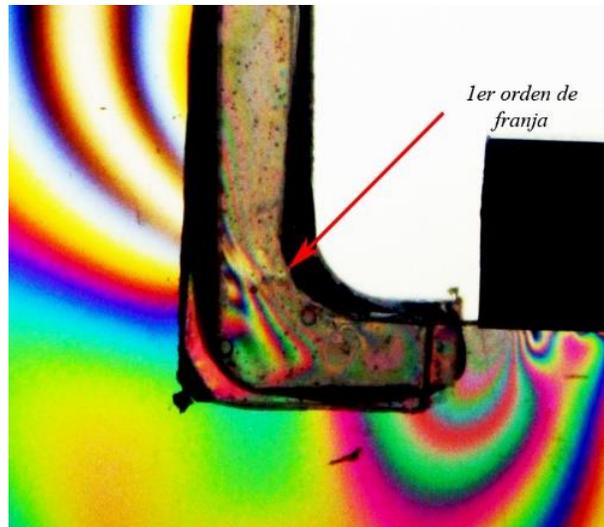


Fig. 3.18 Fotografía con Zoom en el radio inferior interno P.O.R.C

Analizando la imagen se tienen 5 órdenes de franja aplicando una carga de 50N.

$$\sigma = 1.94MPa$$

3.10 Probeta 3. (P.O.R.E). Aplicando una carga de 50N

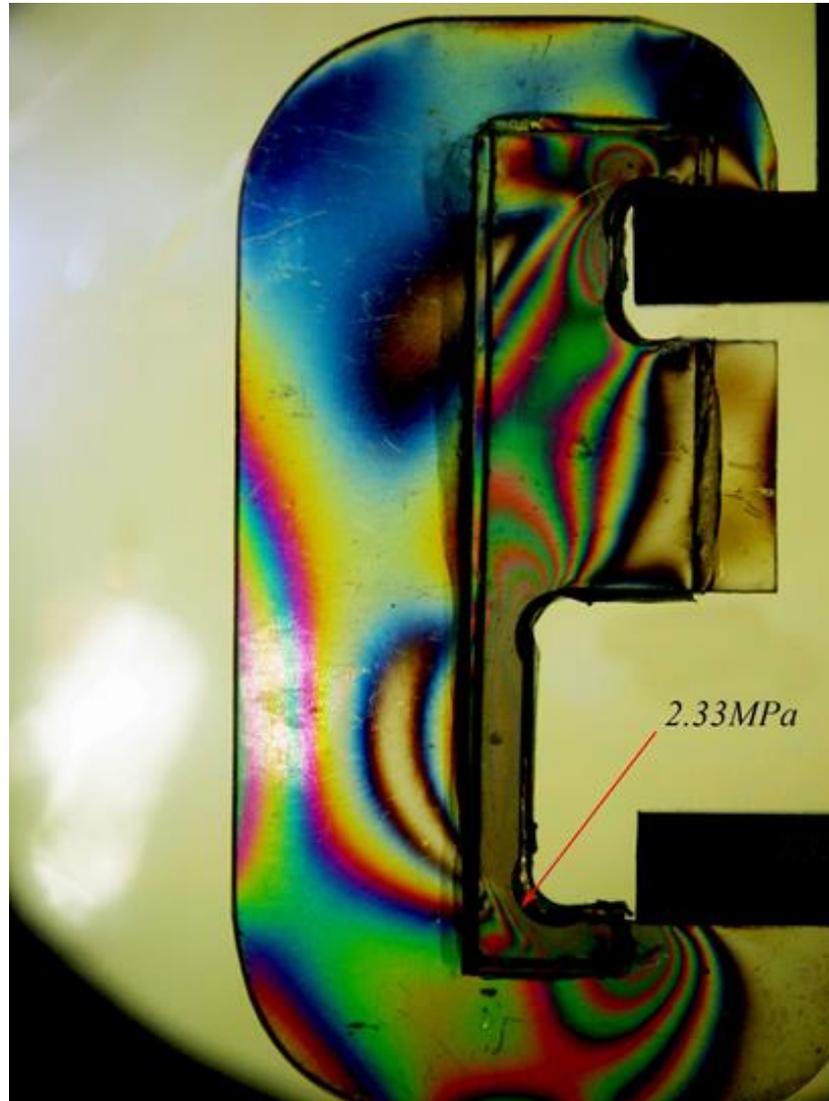


Fig. 3.19. Ensayo Fotoelástico P.O.R.E

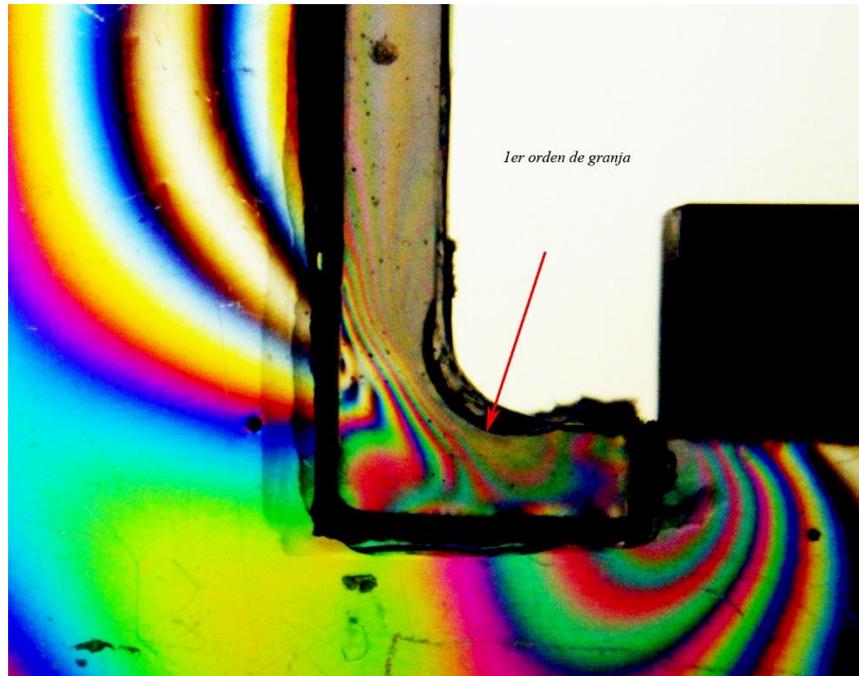


Fig. 3.20 Fotografía con zoom en el radio interno inferior P.O.R.E

Analizando la imagen se tienen 6 órdenes de franja aplicando una carga de 50N.

$$\sigma = 2.33MPa$$

Ahora en la probeta con radio superior izquierdo de 40mm colocamos también refuerzos tipo “C” y tipo “E”.

3.11 Probeta 4. (P.R.S.I.R.C). Aplicando una carga de 50N

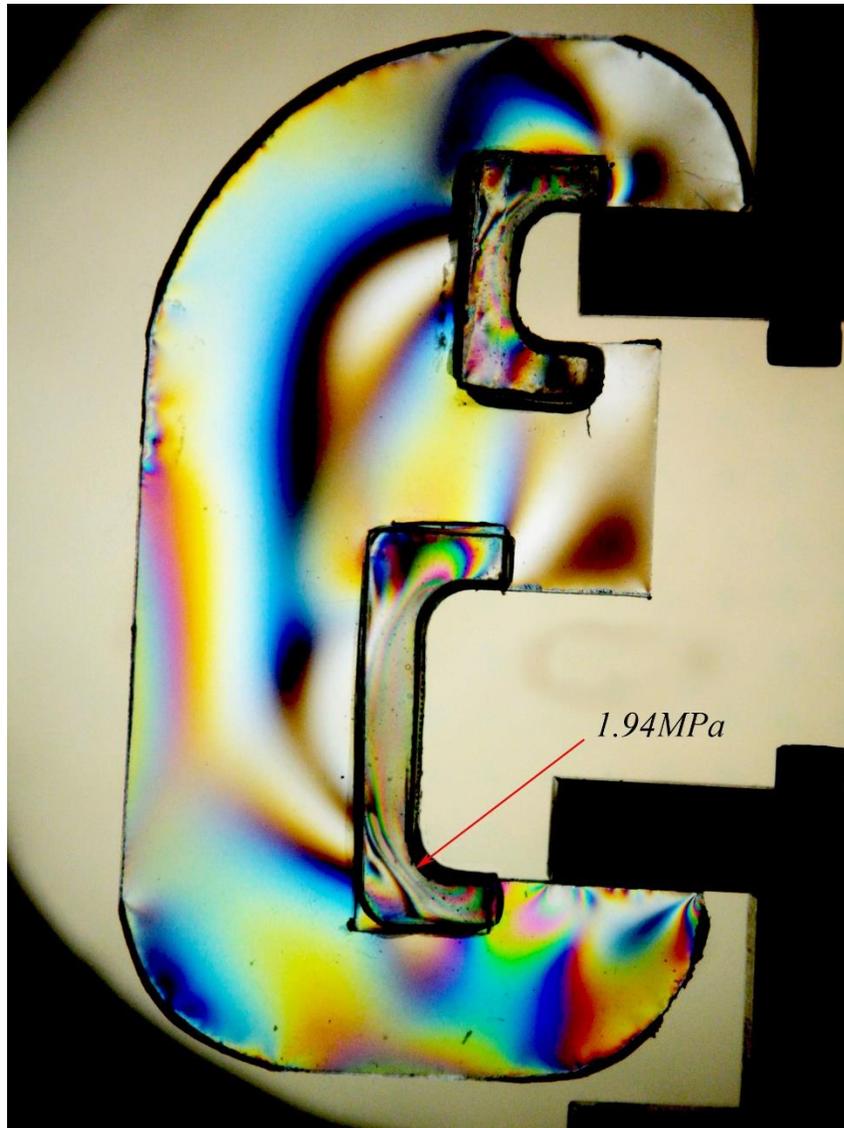


Fig. 3.21 Ensayo Fotoelástico P.R.S.I.R.C

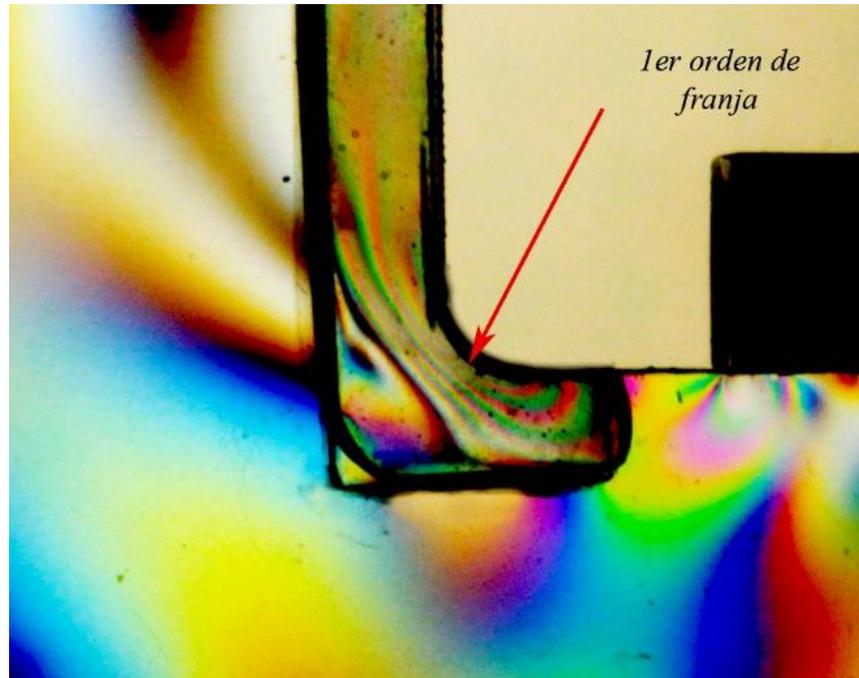


Fig. 3.22 Fotografía con zoom en el radio interno inferior P.R.S.I.R.C

Analizando la imagen se tienen 5 órdenes de franja aplicando una carga de 50N.

$$\sigma = 1.94MPa$$

3.12 Probeta 5. (P.R.S.I.R.E). Aplicando una carga de 50N.

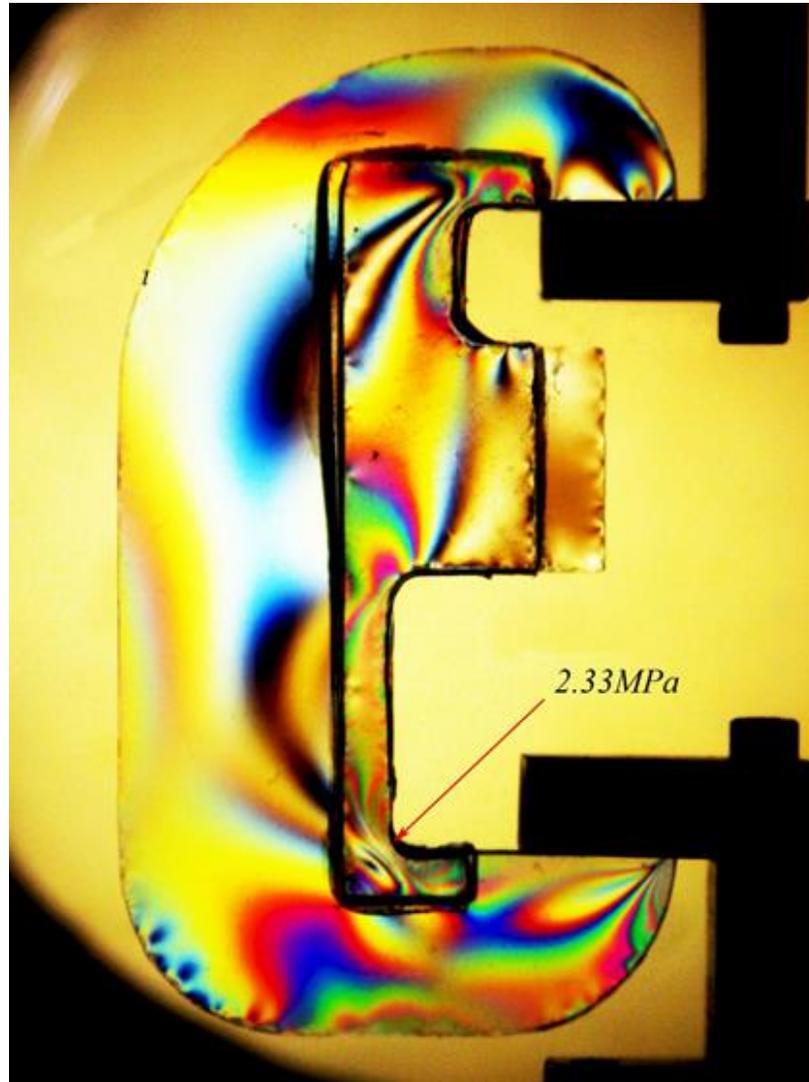


Fig.3.23 Ensayo fotoelástico P.R.S.I.R.E.

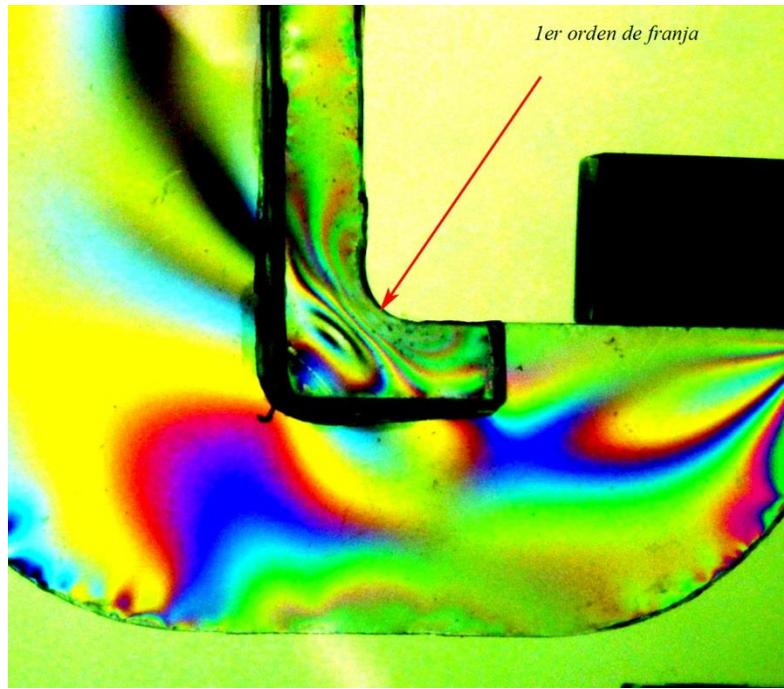


Fig. 3.24 Zoom en el radio interno inferior P.R.S.I.R.E.

Analizando la imagen se tienen 6 órdenes de franja aplicando una carga de 50N.

$$\sigma = 2.33MPa$$



Después de terminar con el ensayo fotoelástico para cada probeta determinamos el valor del esfuerzo máximo debido al concentrador de esfuerzo, que es el punto de interés de este trabajo.

Para la obtención de los esfuerzos máximos generados por el concentrador de esfuerzo, se realizaron varias repeticiones a cada probeta, tomando fotografías cuando se sometieron a cargas de 25N, 50N, 70N y 100N gradualmente, donde se obtuvo una serie de imágenes para cada aplicación de carga, y así se determinó que a 50 N se pudo observar de mejor manera los patrones de franja. Excepto para la probeta con radio superior izquierdo 40mm P.R.S.I donde se observó que los patrones de franja se apreciaron de mejor manera cuando se les aplico la carga gradual a los 70N.

Tabla 3.1 Esfuerzos máximos obtenidos en método experimental

Obtención de los esfuerzos máximos debido al concentrador de esfuerzos por el método experimental de fotoelasticidad.		
Probetas.	Carga aplicada. (N)	Esfuerzo obtenido experimentalmente (MPa)
P.R.S.I	70	5.842
P.O.R.C	50	1.94
P.O.R.E	50	2.33
P.R.S.I.R.C	50	1.94
P.R.S.I.R.E	50	2.33



CAPÍTULO IV.

ANÁLISIS NUMÉRICO UTILIZANDO MÉTODO DEL ELEMENTO FINITO (ANSYS®).

Una vez terminados los ensayos de fotoelasticidad, ahora se analizan numéricamente las probetas con las geometrías descritas en el capítulo anterior utilizando ANSYS 14.5® (Workbench) para obtener los máximos esfuerzos desarrollados utilizando la teoría de falla de Von Misses, con la finalidad de validar los resultados obtenidos con el método fotoelástico, y a su vez esto nos permita comparar nuestros resultados con el estudio obtenido en 2013 en The Mexican Journal of Electromechanical Engineering, donde se obtuvo la reducción de concentrador de esfuerzos, pero que no ha sido suficiente ya que la máquina construida en base a esos resultados continua fracturándose de su vértice inferior derecho.

4.1 Desarrollo de los análisis.

Se modelan las probetas y bajo las mismas condiciones a las que fueron sometidas en nuestro método experimental, les aplicamos una carga de 50N

Las probetas se analizaron en el siguiente orden:

1. Probeta con radio superior izquierdo de 40mm (P.R.S.I.).
2. Probeta original con refuerzos tipo “C” (P.O.R.C).
3. Probeta original con refuerzo tipo “E” (P.O.R.E).
4. Probeta con radio superior izquierdo de 40mm con refuerzos tipo “C” (P.R.S.I.R.C).
5. Probeta con radio superior izquierdo de 40mm con refuerzo tipo “E”. (P.R.S.I.R.E).

4.2 Propiedades del material (Preprocesador).

El objetivo principal es conseguir la estructura mallada mediante nodos y elementos. Estos, son los puntos de control de la estructura mallada a través de los cuales se introducen datos y se obtienen resultados.

Material PSM-1 (policarbonato) con módulo de elasticidad de 2.6×10^9 MPa. Relación de Poisson de 0.38.

A cada modelo se le aplicará una fuerza de 50N, según los resultados obtenidos en el método experimental en donde se le aplicó una carga de 50N a cada probeta.

Para hacer el análisis numérico se utiliza como condición un elemento sólido con elementos isoparamétricos, ya que este permite idealizar superficies o fronteras curvas, en este caso para nuestro mallado utilizaremos un triángulo de tres nodos.

4.3 Mallados de los modelos reforzados con sus condiciones de frontera.

4.3.1 Mallado del modelo reforzado de Bastidor de Prensa tipo “C” (P.R.S.I.).

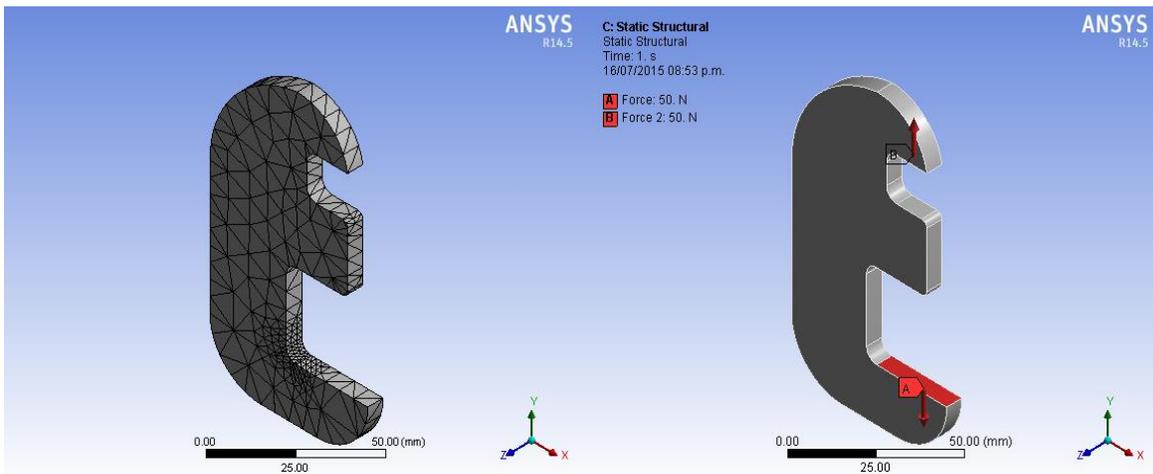


Fig. 4.1 Mallado del modelo reforzado y aplicación de la carga (P.R.S.I.).

4.3.2 Mallado del modelo reforzado de Bastidor de Prensa tipo “C” (P.O.R.C.).

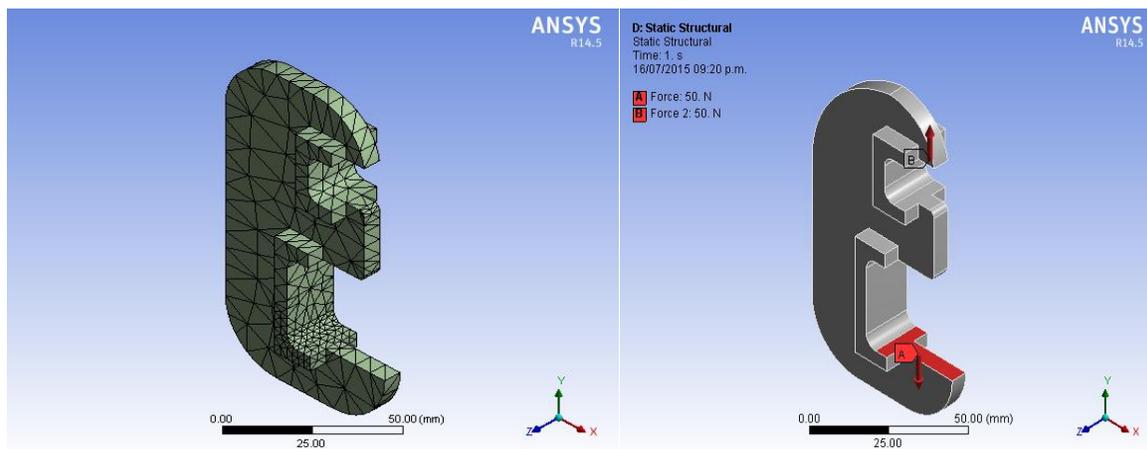


Fig. 4.2 Mallado del modelo reforzado y aplicación de la carga (P.O.R.C.).

4.3.3 Mallado del modelo reforzado de Bastidor de Prensa tipo “C” (P.O.R.E.).

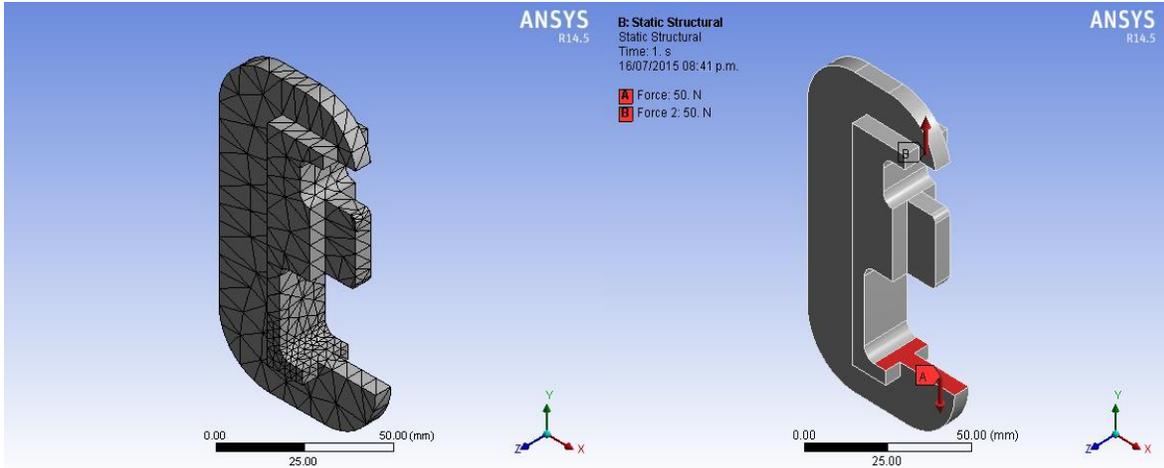


Fig. 4.3 Mallado del modelo reforzado y aplicación de la carga (P.O.R.E.).

4.3.4 Mallado del modelo reforzado de Bastidor de Prensa tipo “C” (P.R.S.I.R.C.).

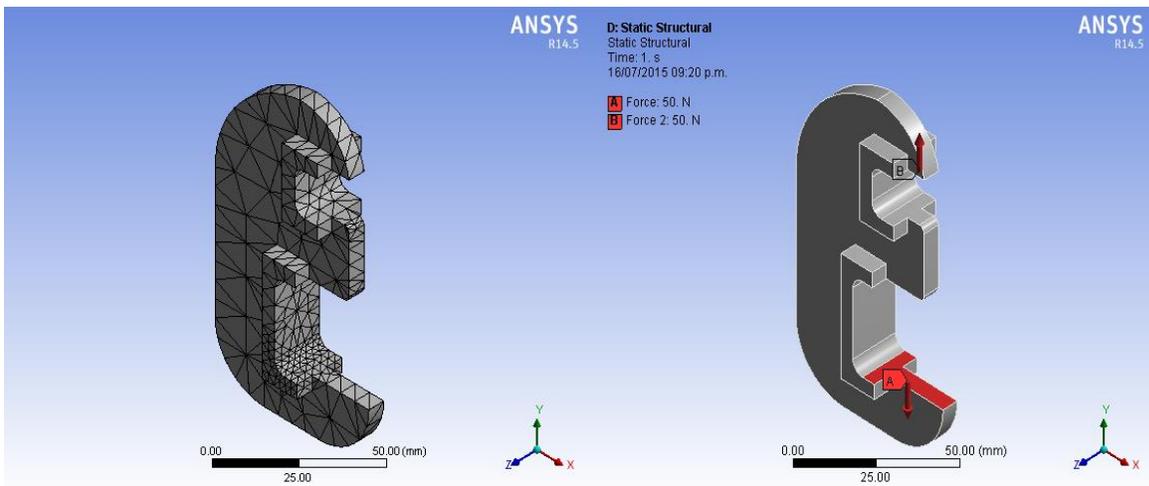


Fig. 4.4 Mallado del modelo reforzado y aplicación de la carga (P.R.S.I.R.C.).

4.3.5 Mallado del modelo reforzado de Bastidor de Prensa tipo “C” (P.R.S.I.R.E.).

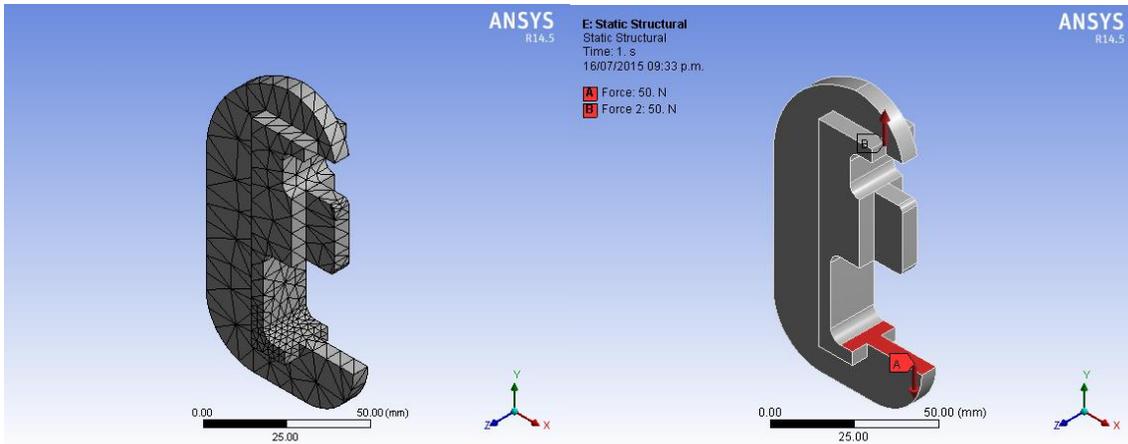


Fig. 4.5 Mallado del modelo reforzado y aplicación de la carga (P.R.S.I.R.E.).

4.4 Solución de las probetas.

Tabla 4.1 Tabla de esfuerzos máximos obtenidos por método del elemento finito mas cercanos al promedio de validación por convergencia (ANSYS®).

Probeta	Nodos	Esfuerzo Von Mises Aplicando carga de 50N (MPa)
P.R.S.I	2762	4.579
P.O.R.C.	6338	2.029
P.O.R.E.	6372	2.511
P.R.S.I.R.C.	6260	2.029
P.R.S.I.R.E.	6358	2.511

4.5 Análisis de resultados.

Los resultados de esfuerzo mostrados a continuación, son los valores del promedio obtenido en la validación por convergencia, ver tabla 4.2.

4.5.1 Análisis de la Probeta 1. (P.R.S.I.).

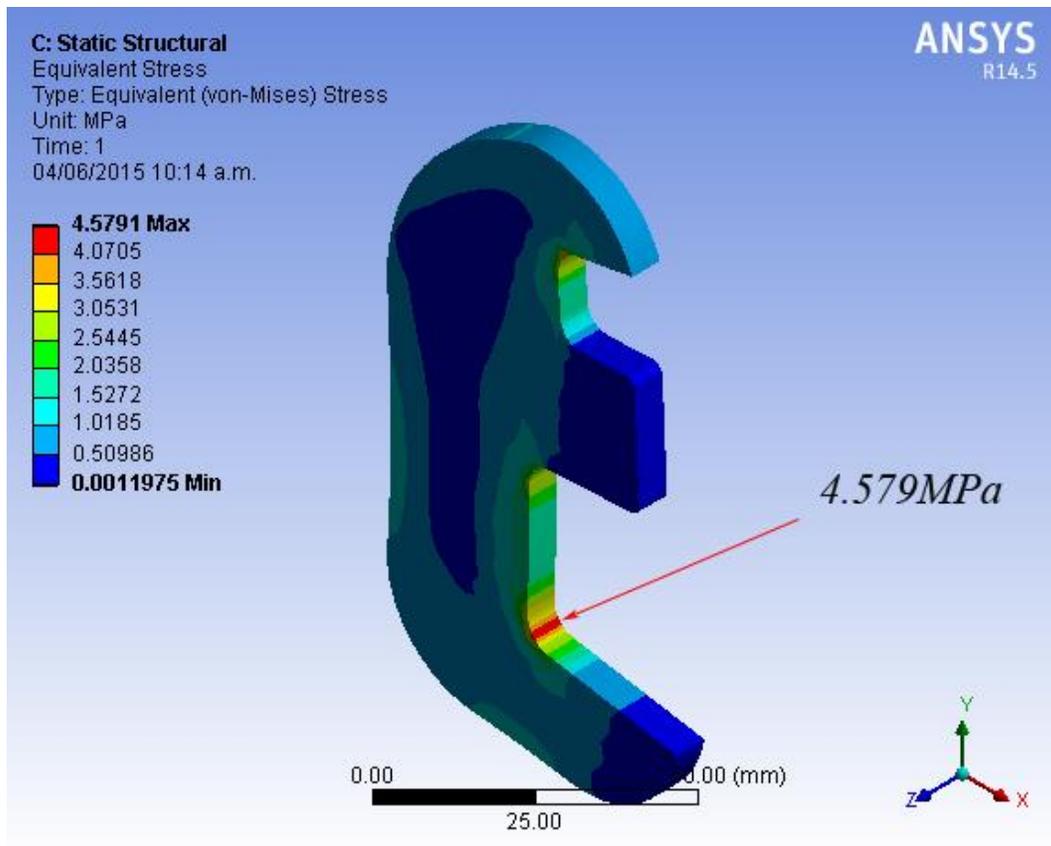


Fig. 4.6 Análisis numérico de (P.R.S.I) en ANSYS Workbench®

Como se observa el esfuerzo máximo se encuentra en su vértice inferior derecho.

$$\sigma = 4.58 MPa$$

4.5.2 Análisis de la Probeta 2. (P.O.R.C.)

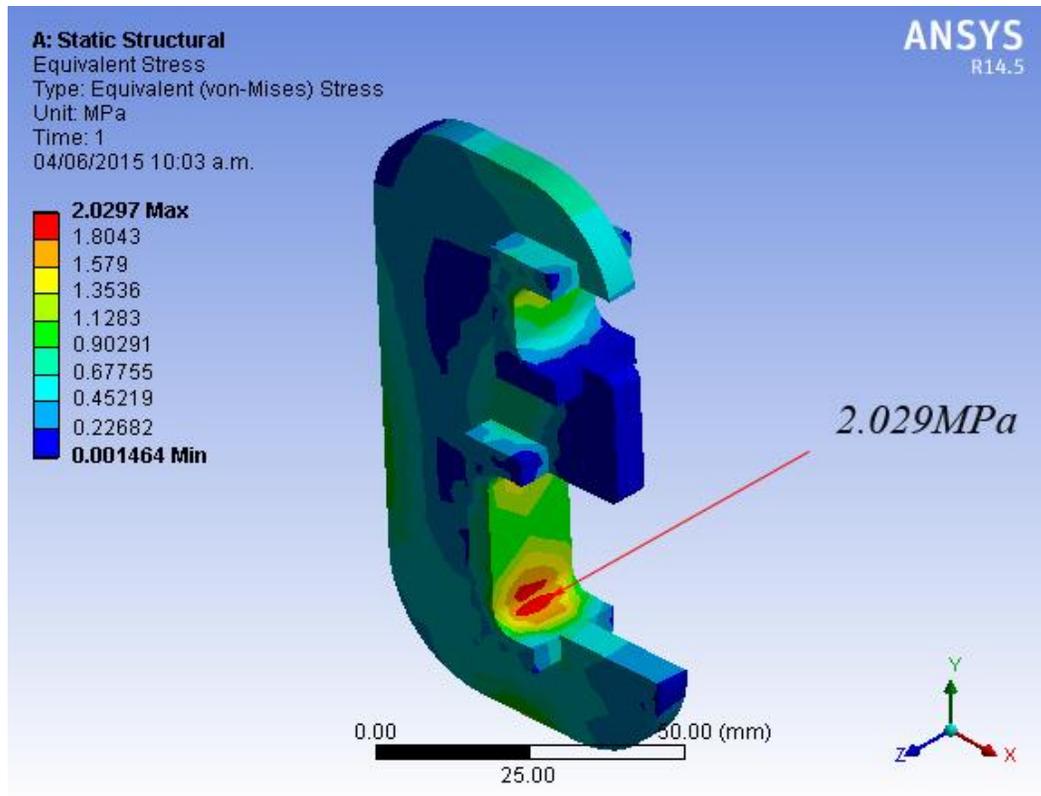


Fig. 4.7 Análisis numérico de P.O.R.C en ANSYS Workbench®

Como se observa el esfuerzo máximo se encuentra en su vértice inferior derecho.

$$\sigma = 2.06MPa$$

4.5.3 Análisis de la Probeta 3. P.O.R.E

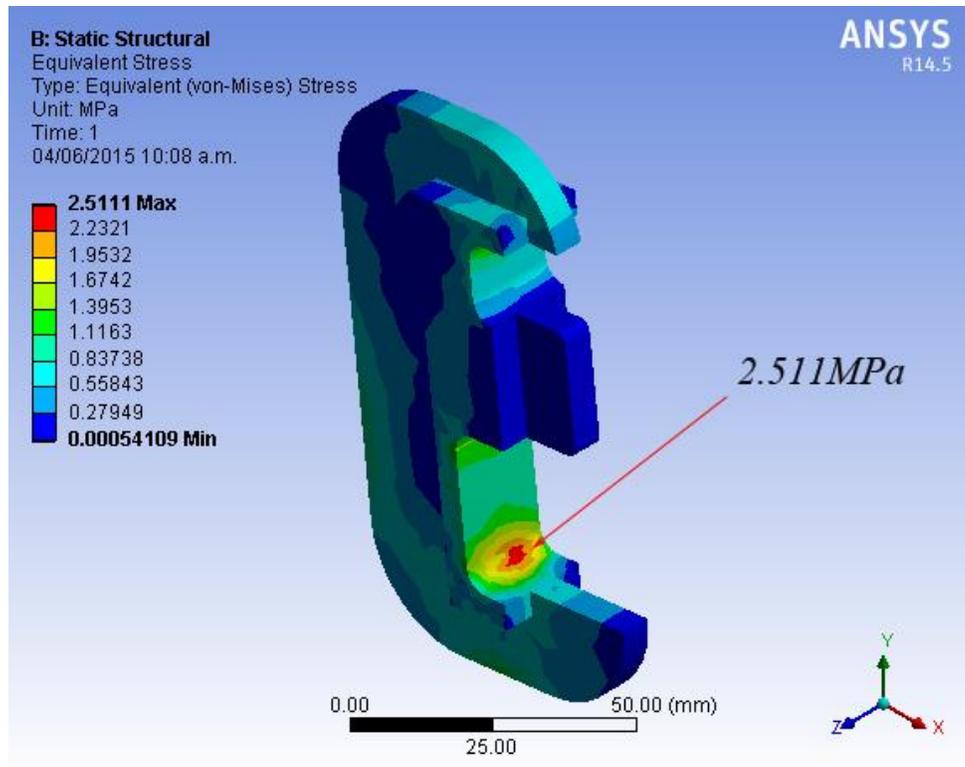


Fig. 4.8 Análisis numérico de P.O.R.E en ANSYS Workbench®

Como se observa el esfuerzo máximo se encuentra en su vértice inferior derecho.

$$\sigma = 2.52MPa$$

5.5.4 Análisis de la Probeta 4. P.R.S.I.R.C.

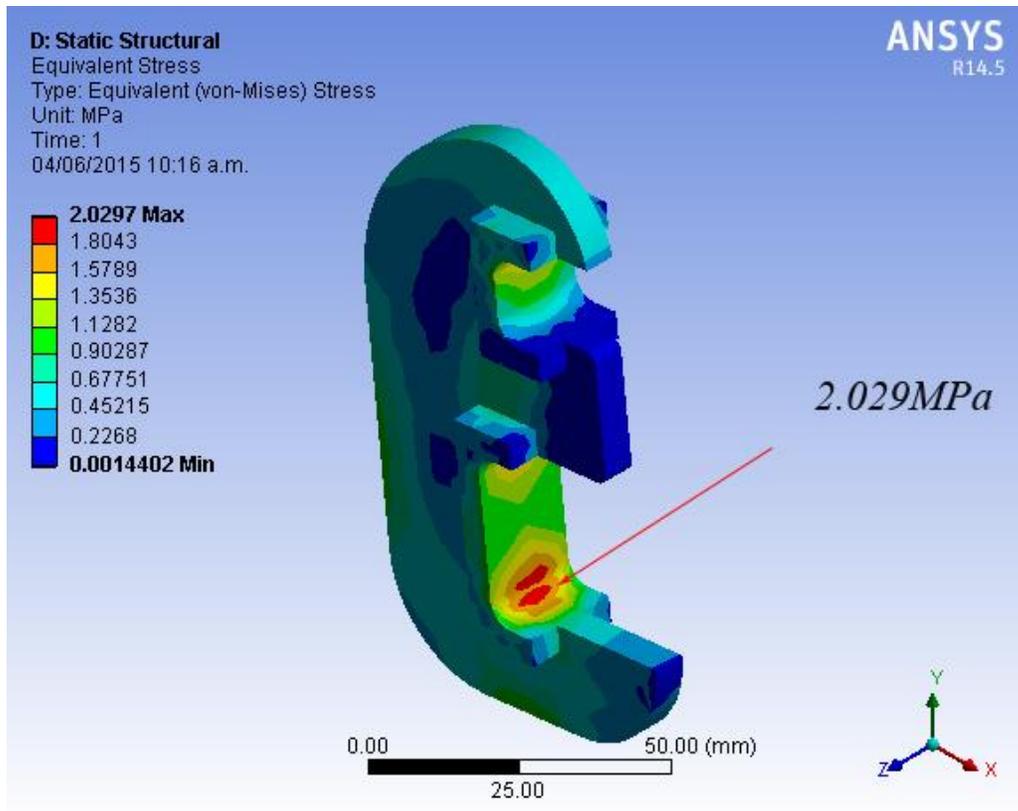


Fig. 4.9 Análisis numérico de P.R.S.I.R.C en ANSYS Workbench®

Como se observa el esfuerzo máximo se encuentra en su vértice inferior derecho.

$$\sigma = 2.050MPa$$

4.5.5 Análisis de la Probeta 5. P.R.S.I.R.E.

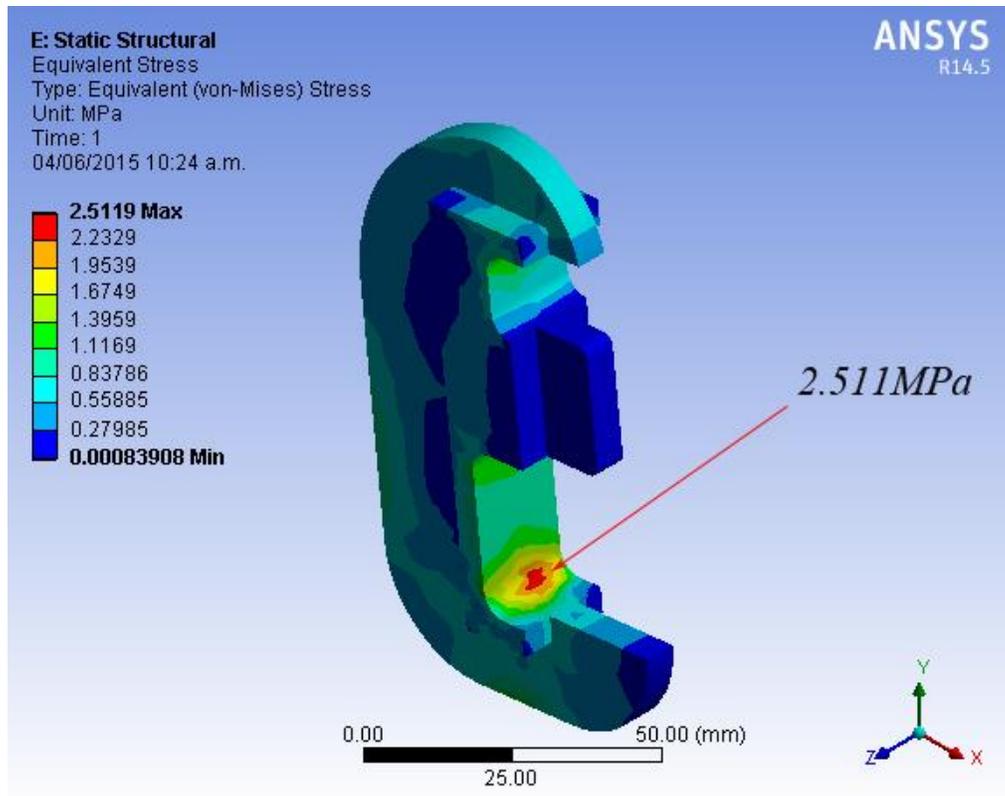


Fig. 4.10 Análisis numérico de P.R.S.I.R.E en ANSYS Workbench®

Como se observa el esfuerzo máximo se encuentra en su vértice inferior derecho.

$$\sigma = 2.515MPa$$

4.6 Validación por convergencia.

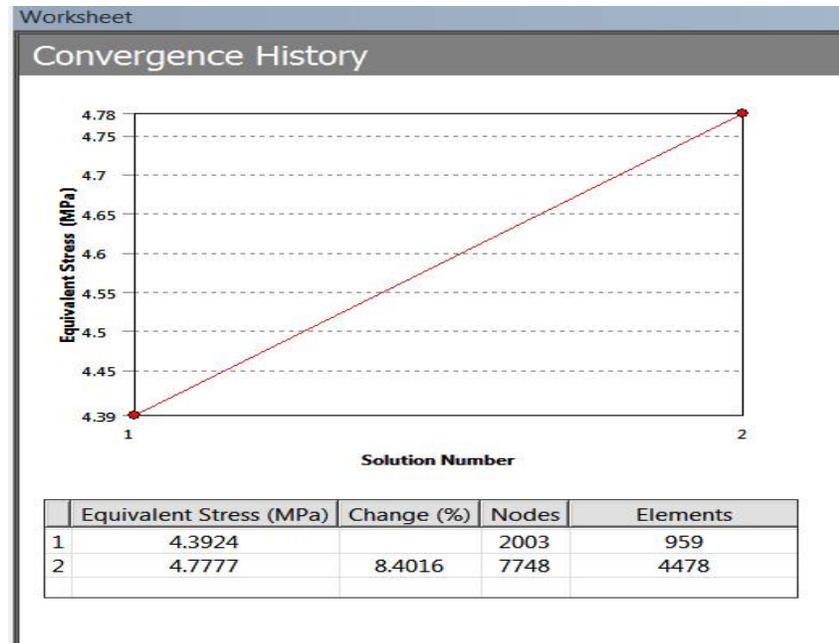


Fig. 4.11 Gráfica de convergencia del análisis numérico de la probeta P.R.S.I

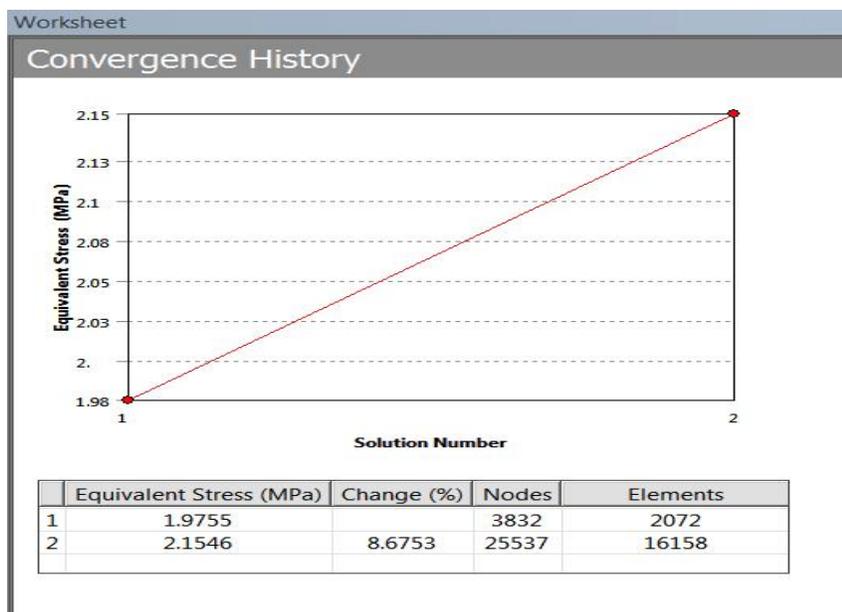


Fig. 4.12 Gráfica de convergencia del análisis numérico de la probeta P.O.R.C.

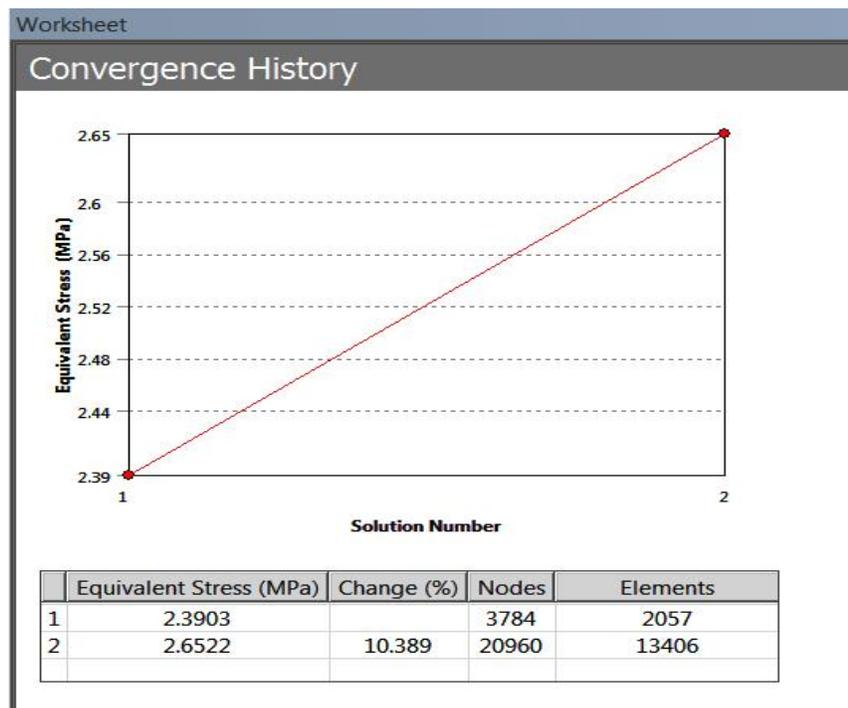


Fig. 4.13 Gráfica de convergencia del análisis numérico de la probeta P.O.R.E.

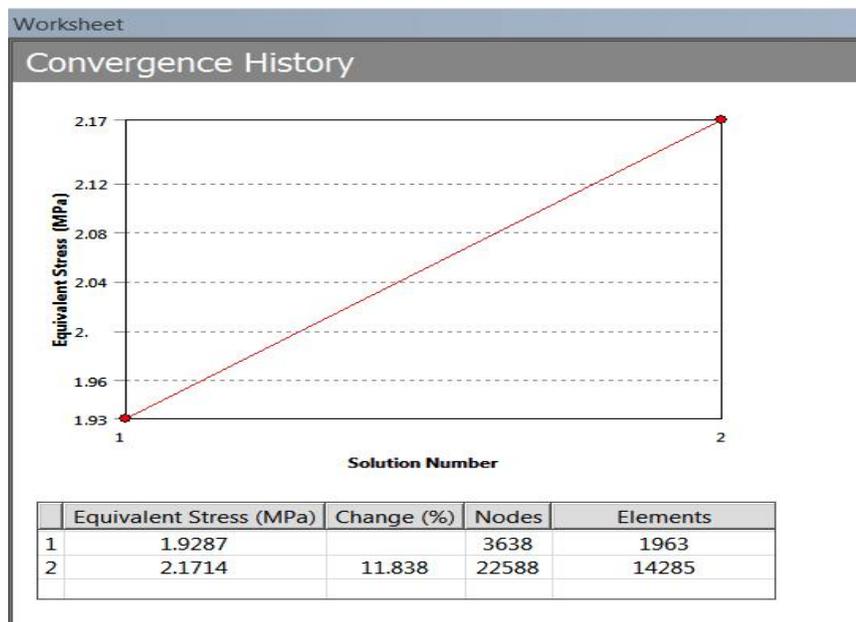


Fig. 4.14 Gráfica de convergencia del análisis numérico de la probeta P.R.S.I.R.C.

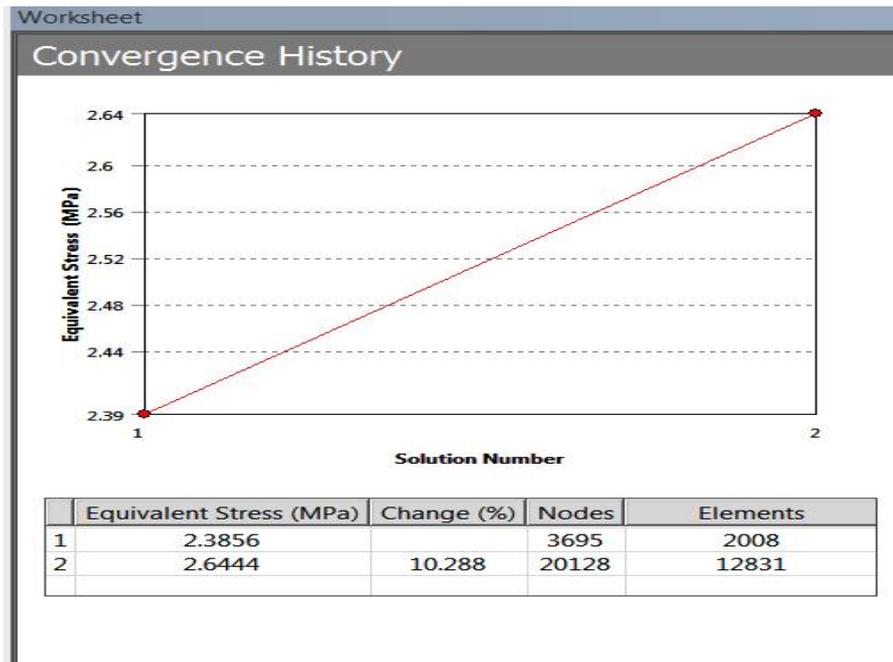


Fig. 4.15 Gráfica de convergencia del análisis numérico de la probeta P.R.S.I.R.E.



Se presentan los resultados obtenidos del promedio por convergencia de los esfuerzos máximos cargados a 50N.

Tabla 4.2 Tabla de esfuerzos máximos obtenidos del promedio de la validación por convergencia.

Obtención del esfuerzos por método numérico ANSYS®.		
Probetas.	Carga aplicada. (N)	Esfuerzo obtenido del promedio de la validación por convergencia numéricamente (MPa)
P.R.S.I	50	4.58
P.O.R.C	50	2.06
P.O.R.E	50	2.52
P.R.S.I.R.C	50	2.050
P.R.S.I.R.C	50	2.515

CAPÍTULO V

VALIDACIÓN Y COMPARACIÓN DE RESULTADOS

Una vez obtenidos todos los datos de los ensayos fotoelásticos y el análisis numérico (ANSYS®), se procede a elaborar una tabla comparativa, y así realizar gráficas que permitan de una manera ilustrativa comparar y validar estos resultados obtenidos y verificar si el método experimental es confiable para el análisis de esfuerzos de nuestro modelo reforzado.

Tabla 5.1 COMPARCIÓN DE RESULTADOS

TABLA COMPARATIVA ENTRE ANÁLISIS NUMÉRICO Y EXPERIMENTAL									
Probeta	DESCRIPCIÓN	Radios interiores (mm)	TIPO DE REFUERZO	VOLUMEN (mm^3)	CARGA APLICADA (N)ANSYS	ESFUERZO PRINCIPAL MÁXIMO (VON MISES)MPA ANSYS	CARGA APLICADA (N) ENSAYO MECÁNICO	ESFUERZO PRINCIPAL MÁXIMO MPa EXPERIMENTAL	% DE ERROR
1	Probeta original con radios interiores de 4mm	4	Sin	28492	70	7.013	70	7.013	1
2	Probeta original con 2 refuerzos tipo C	4	2 tipo C espesor 1.5mm c/u	34837	50	2.06	50	1.94	5.8
3	Probeta original con refuerzo tipo E	4	1 tipo E espesor 1.5mm	40333	50	2.52	50	2.33	7.53
4	Probeta con radio superior izquierdo de 40mm	4	Sin	27038	70	6.39	50	5.842	8.7
5	Probeta con radio superior izquierdo y 2 refuerzos tipo C	4	2 tipo C espesor 1.5mm c/u	33382	50	2.050	50	1.94	5.36
6	Probeta con radio superior izquierdo y refuerzo tipo E	4	1 tipo E espesor 1.5mm	38878	50	2.515	50	2.33	7.35

GRÁFICA COMPARATIVA DEL ANÁLISIS EXPERIMENTAL CARGA-ESFUERZO (MPa)

Esta gráfica representa el comportamiento de las 5 probetas analizadas con el método de fotoelasticidad cuando se les aplicó una carga de 50N, linealizando la carga a 70N, para hacer la comparación con los resultados obtenidos con la probeta original, en todos los casos se observa una disminución en sus concentradores de esfuerzos con respecto a la probeta original.

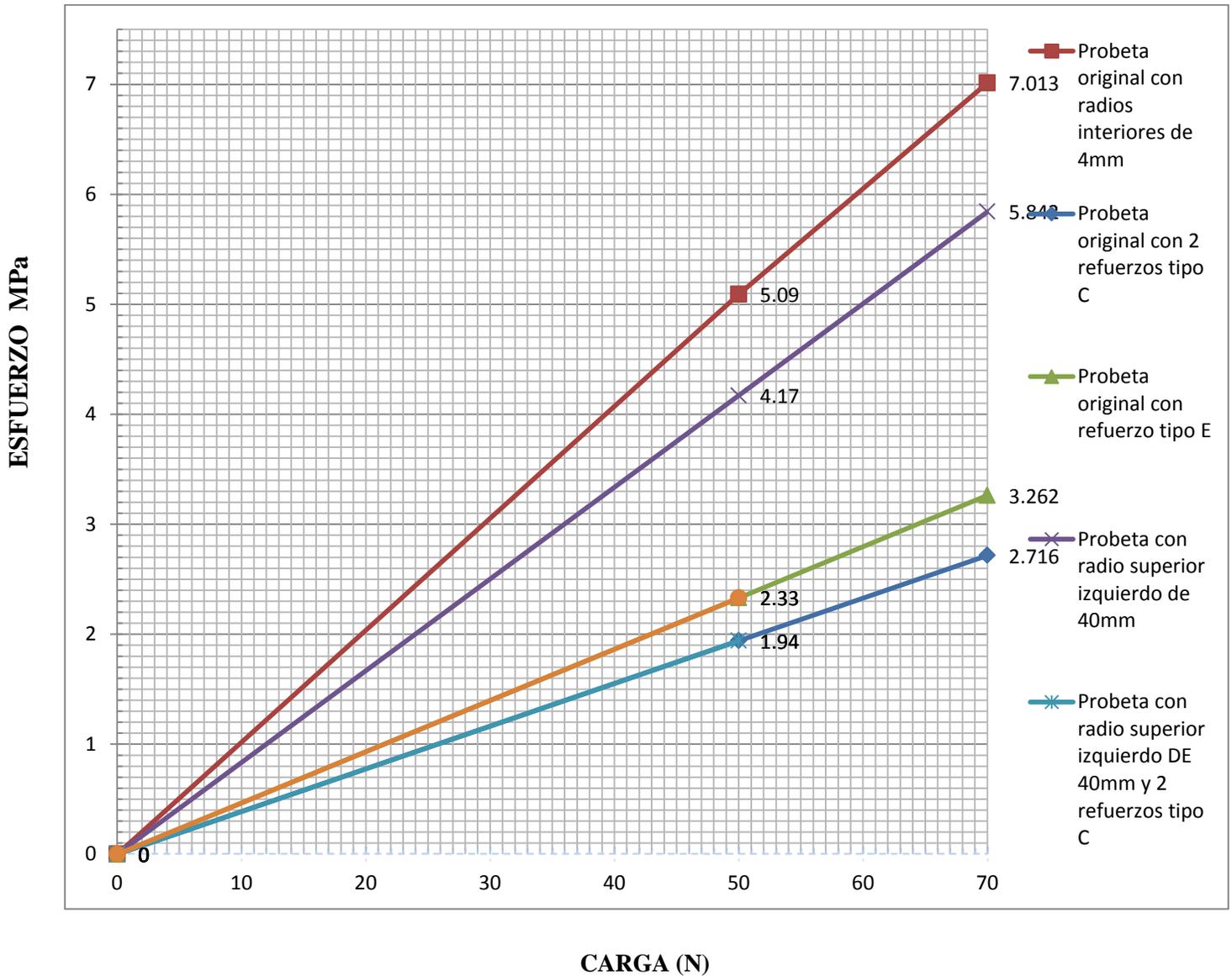


Fig. 5.1 Gráfica comparativa del análisis experimental ESFUERZO-CARGA (MPa).

Esta gráfica representa el comportamiento de las 5 probetas analizadas con el método del elemento finito, estos resultados se comparan con los obtenidos con los de la probeta original.

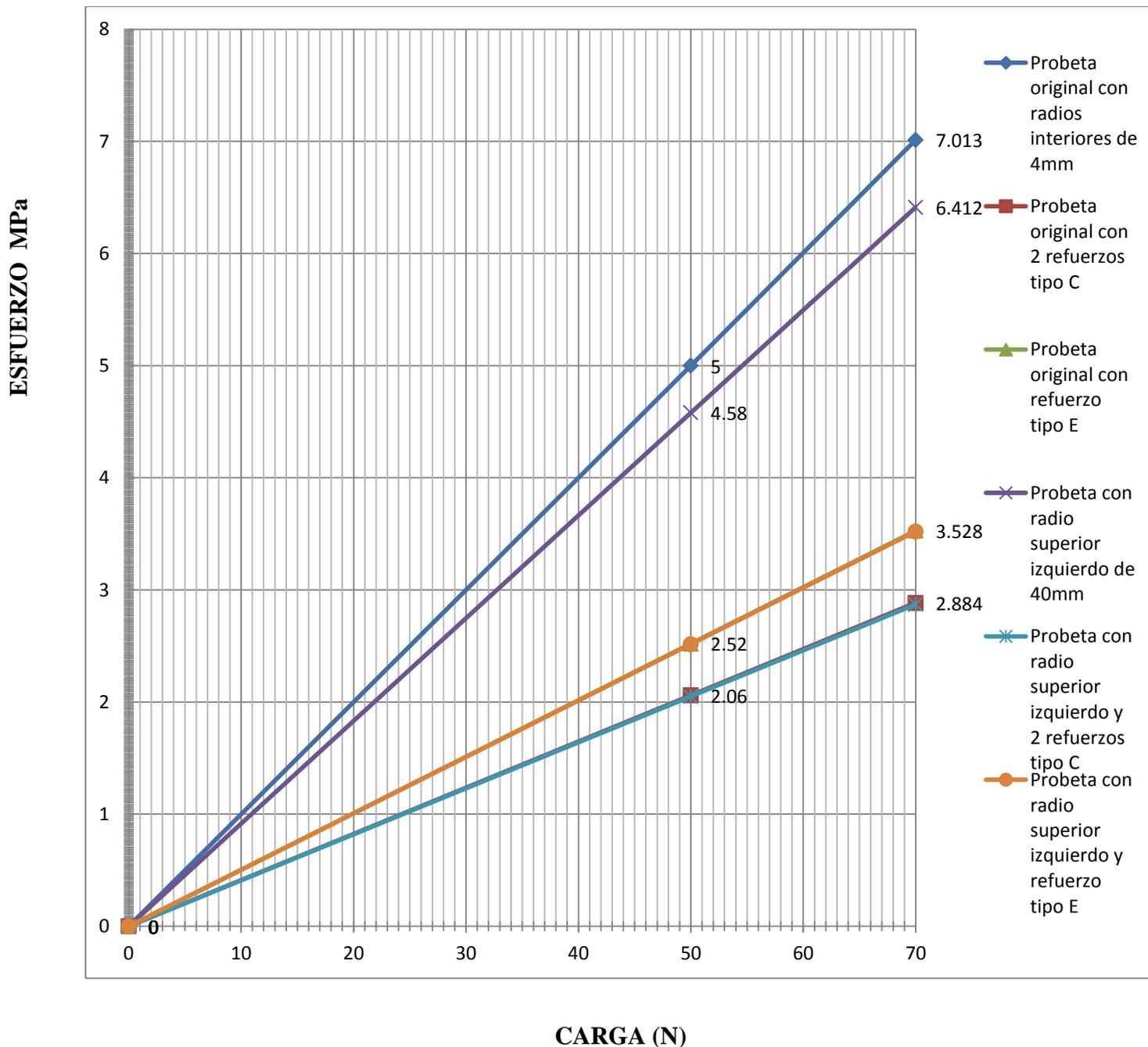


Fig. 5.2 Gráfica comparativa del análisis numérico carga-esfuerzo (MPa).

GRÁFICA DE LAS PROBETAS EN RELACIÓN AL VOLUMEN Y SU PORCENTAJE CON RESPECTO A LA PROBETA ORIGINAL

Esta gráfica representa la variación del volumen con respecto a la probeta original.

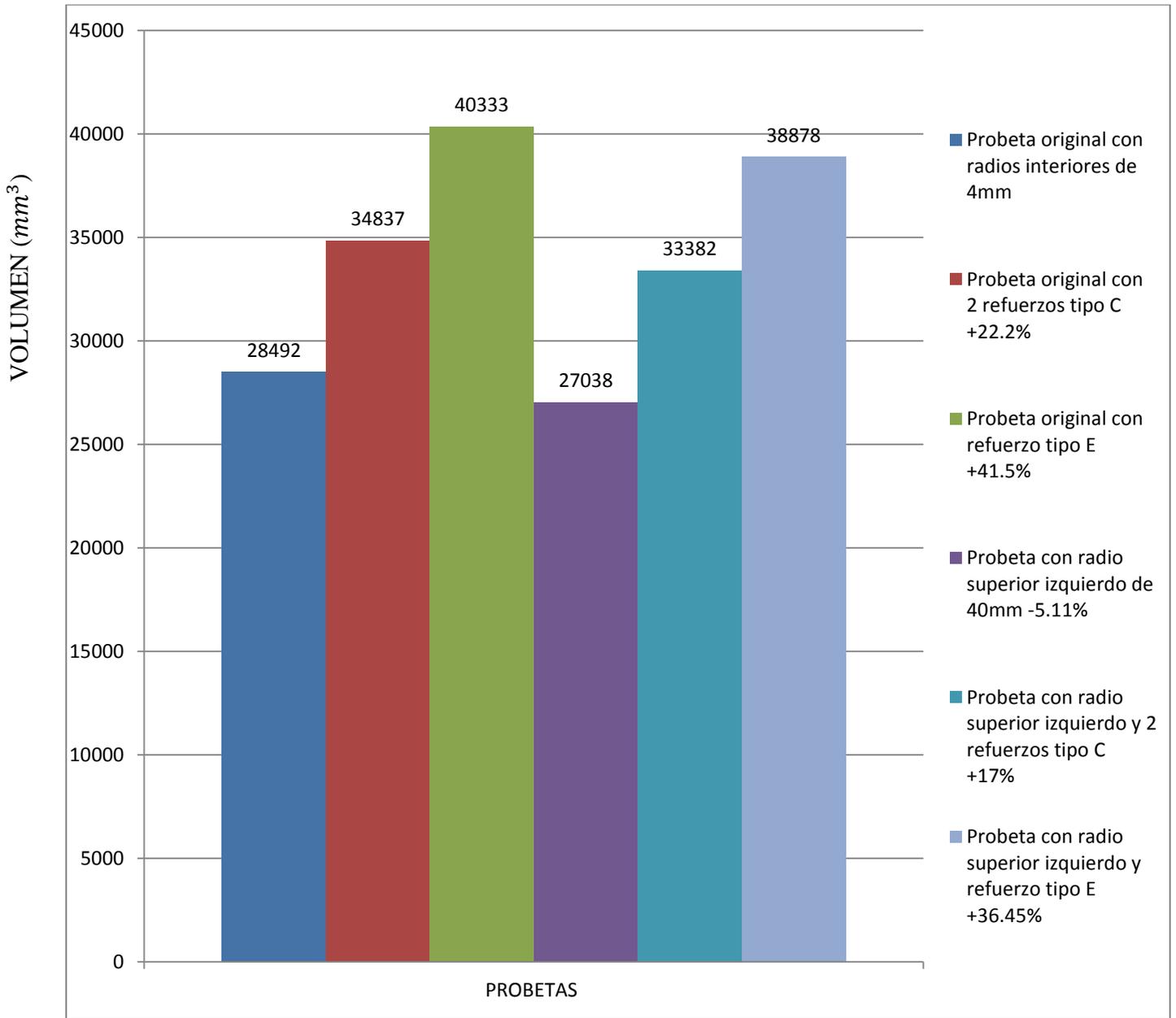


Fig. 5.3 Gráfica representativa de volumen por probeta

VARIACIÓN DE CONCENTRACIÓN DE ESFUERZO CON RESPECTO AL TIPO DE PROBETA.

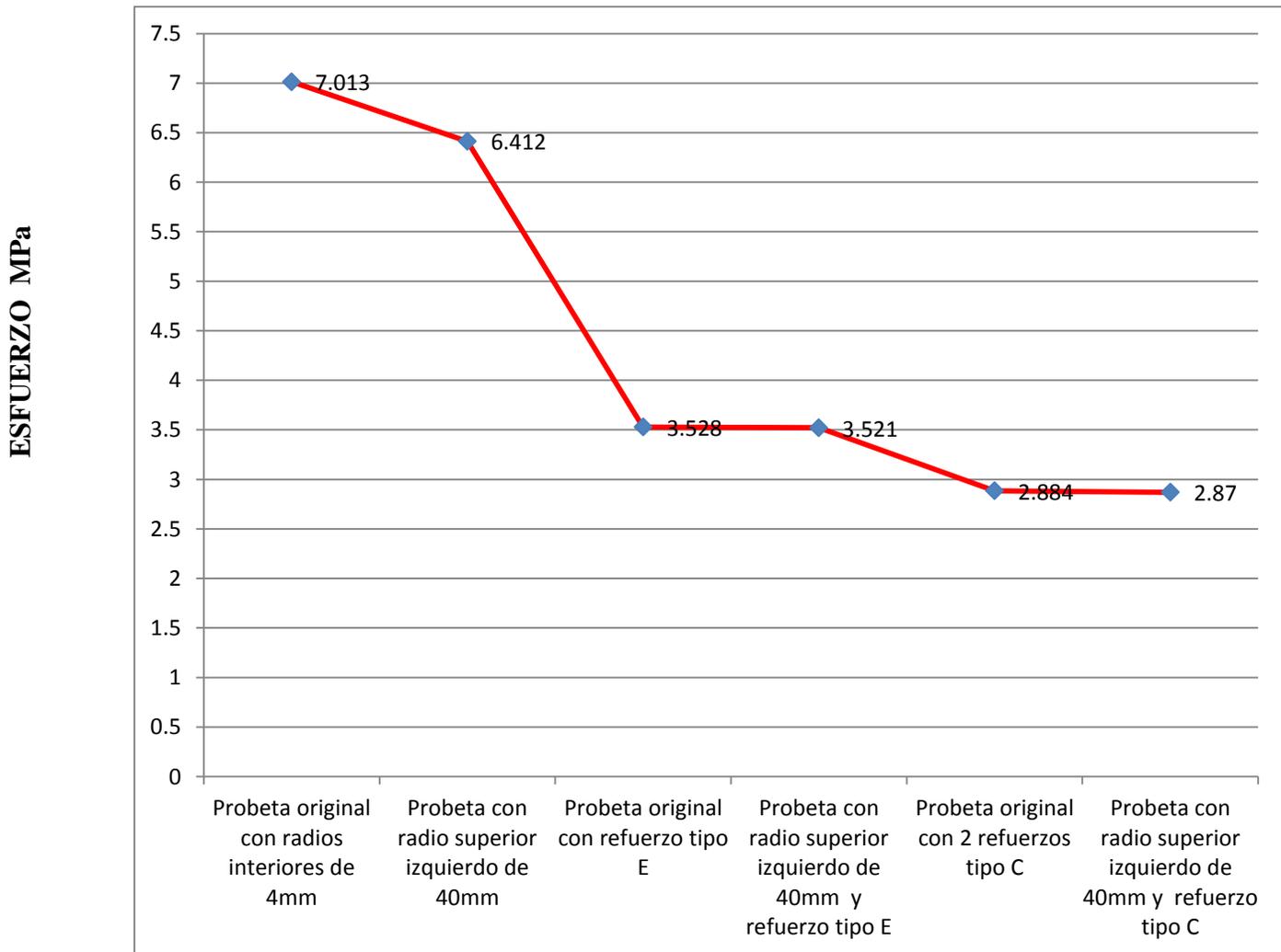


Fig.5.4 Variación de concentración de esfuerzo con respecto al tipo de probeta.

Esta gráfica nos representa una tendencia de disminución del concentrador de esfuerzos de cada probeta con respecto a la probeta original

GRÁFICA DE PORCENTAJE DE DISMINUCIÓN DEL ESFUERZO CON RESPECTO A LA PROBETA ORIGINAL

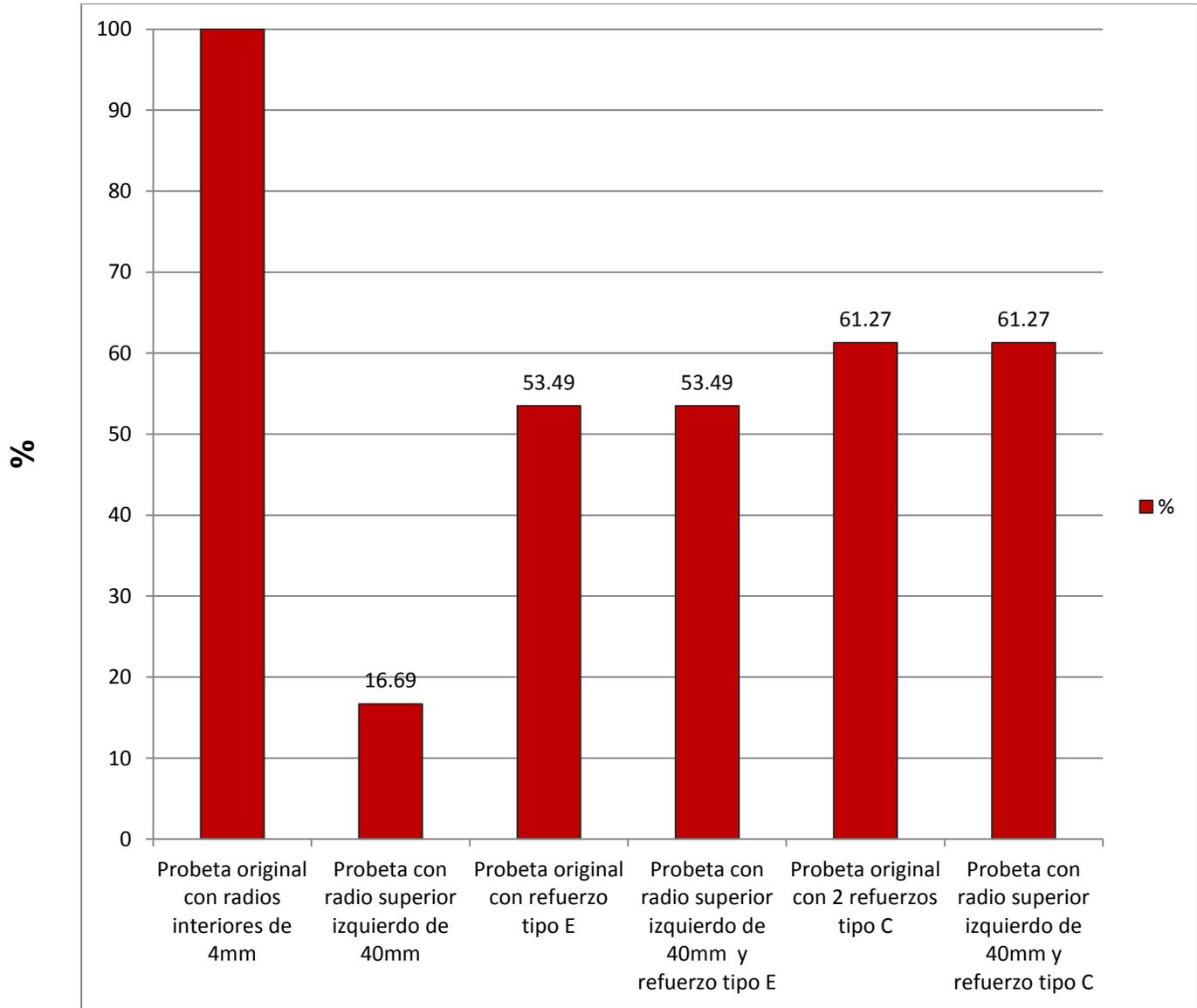


Fig. 5.5 Porcentaje de disminución del esfuerzo con respecto a la probeta original

5.1 Resultados.

Una vez obtenidos todos los datos del método de fotoelasticidad se pudo validar con el método numérico, lo cual indica que se elaboraron los procedimientos de ambos métodos de manera adecuada, llegando a conclusiones concretas y resultados VÁLIDOS que nos permiten el cambio de geometría de nuestro material proporcionando mayor eficiencia en nuestro bastidor, con lo cual solo es decisión del fabricante en base a las siguientes conclusiones cual es el idóneo en base a todas sus necesidades.

La Figura 5.1 representa la variación de los esfuerzos que fueron obtenidos mediante método experimental con relación al tipo de probeta para un mismo valor de carga (50N), por lo que estos resultados se linealizaron a una carga de 70N, con el objetivo de poder comparar los resultados obtenidos en el estudio realizado en enero de 2013 en la Revista Mexicana de Ingeniería Electromecánica.

En éste trabajo en el método experimental se sometió la probeta con radio superior izquierdo de 40mm (P.R.S.I.) a 70N, y las demás probetas a 50N ya que en esa carga se pudo observar con mayor claridad los patrones de franja, con lo cual se validó con el método numérico y para efecto de mayor compresión se linealizaron todos los resultados a 70N para poder hacer una comparación más concreta y confiable.

En la figura 5.1 se comparan los resultados de las 5 probetas teniendo como resultado que la probeta P.O.R.C. y la probeta P.R.S.I.R.C tienen el concentrador de esfuerzos en sus radio inferior más bajo con respecto a las demás reduciéndose un 61.27% con respecto a la probeta original (Ver Fig. 5), teniendo en ambos casos un porcentaje de error del 5.8% y 5.36% respectivamente comparados con el método numérico (ANSYS®).

En la figura 5.2 se representa la variación de los esfuerzos que fueron obtenidos mediante el método numérico usando ANSYS® aplicando cargas de 50 y 70N a todas las probetas esto para validar los resultados obtenidos en el método experimental.

También se comparan los resultados de los 5 modelos de probetas teniendo como resultado que la probeta P.O.R.C. y la probeta P.R.S.I.R.C tienen el valor del esfuerzo debido al concentrador de esfuerzos en su radio inferior más bajo con respecto a las demás probetas.

La figura 5.3 representa la variación del volumen con respecto a la probeta original, dando como resultado que la probeta con radio superior izquierdo de 40mm (P.R.S.I.) disminuye el volumen 5.11%, y por el contrario la Probeta original con refuerzo tipo “E” (P.O.R.E) aumenta 41.5%.

CONCLUSIONES:

Una vez obtenidos los datos y analizando nuestras gráficas concluimos que todas las probetas nuevas disminuyeron el concentrador de esfuerzo con respecto a la probeta original pero cada una con características diferentes:

1. Probeta con radio superior izquierdo de 40mm (P.R.S.I.). En esta probeta al aumentar el radio superior se observó que el concentrador de esfuerzos disminuye un 16.69%, así como un 5% su volumen con respecto a la probeta original. Con lo cual en esta probeta se ahorra material y sus esfuerzos se distribuyen mejor a lo largo de la placa, pero con respecto a otras probetas su disminución no es tan considerable.
2. Probeta original con refuerzos tipo “C” (P.O.R.C). En esta probeta se observó que el concentrador de esfuerzos disminuyó un 61.27%, pero el volumen incrementa un 22% con respecto a la original. Con lo cual ésta probeta nos brinda un soporte mayor en la zona de los radios inferiores internos generando un balance entre esfuerzo-volumen.
3. Probeta original con refuerzo tipo “E” (P.O.R.E). En esta probeta se observó que el concentrador de esfuerzos disminuyó un 53.49%, pero el volumen aumentó un 41.5% con respecto a la original. Esta probeta nos brinda un soporte en los radios inferiores internos pero el incremento del material es considerable por lo cual no la hace ideal para nuestros objetivos
4. Probeta con radio superior izquierdo de 40mm con refuerzos tipo “C” (P.R.S.I.R.C). En esta probeta se observó que el concentrador de esfuerzos disminuyó un 61.27%, pero de igual manera el volumen aumenta un 17% su volumen con respecto a la original. Con lo cual nos brinda un soporte mayor en la zona de los radios inferiores internos.
5. Probeta con radio superior izquierdo de 40mm con refuerzo tipo “E”. (P.R.S.I.R.E). En ésta probeta al igual que en la P.O.R.E disminuye el concentrador de esfuerzos un 53.49%, pero de igual manera el volumen amentó un 36.45% con respecto a la probeta original, con lo cual no la hace ideal.

Con todos los datos obtenidos con nuestro método experimental comparado con el numérico podemos validar nuestros resultados y decir que el método de fotoelasticidad es un método viable para la obtención de esfuerzos en geometrías asimétricas como lo es nuestro modelo de bastidor tipo “C”.

Se ha podido validar el método de fotoelasticidad para la obtención de máximos esfuerzos en cualquier geometría asimétrica, en este caso validado por FEM (ANSYS®), lo que lo hace un método experimental confiable.



Por lo tanto el modelo que recomiendo para la construcción del bastidor real de la prensa troqueladora tipo “C”, es el modelo con radio superior izquierdo de 40mm con refuerzos tipo “C” (P.R.S.I.R.C.) porque cumple con el objetivo de disminuir el concentrador de esfuerzo.

TRABAJOS FUTUROS:

- 1.- Con las imágenes obtenidas por el método de fotoelasticidad y analizando el comportamiento de los patrones franjas de los modelos, se pueda obtener un modelo matemático que permita la obtención de nuevas geometrías ideales.
- 2.- Crear un dispositivo mecatrónico para la obtención, medición y cálculo de esfuerzos de cualquier geometría partiendo del método de fotoelasticidad con la utilización de rayo láser.
- 3.- Crear nuevos tipos de refuerzos para prensas con el uso de nano materiales.
- 4.- Hacer el rediseño del bastidor de prensa troqueladora tipo “C”, por método de fatiga o mecánica de la fractura.



Referencias.

1. J.H Argyris y S. Kesley, Energy Theorems and Structural Analysis. Butterworth, London, 1960.
2. R. J. Melosh, A. Stiffnes Matrix for the Analysis of Thin Plates in Bending. Journal of Aeronautical (or aerospace) Sciences, vol. 28 No. 1 pp 34-32,1961.
3. O. C. Zienkiewicz and Y. R. Cheung. The Finite Element Methot in Structural and Continuum Mechanics. Mc. Graw Hill, London, 1977.
4. L. J. Segerlind, Applied Finite Element Analysis. Jhon Wiley & Sons, U.S.A., 1976.
5. Klaus-Jürgen Bathe, Finite Element Procedures, Prentice Hall, New Jersey USA: 1996
6. H. C. Martin and G. F. Carey, Introduction to Finite Element Analysis. Theory and Applications. Mc. Graw Hill, U.S.A., 1973.
7. R. D. Cook, Concepts and Applications of Finite Element Analysis. Jhon Wiley & Sons, 2da. Edition, U.S.A., 1981.
8. J. A. Ortega y L. H. Hernández, Análisis del Elemento Finito y sus aplicaciones a la ingeniería. Sección de estudios de Posgrado e Investigación. ESIME, México, 1985.
9. B. Carnaham, H. A. Luther and J. O. Wilkes, Applied Numerical Methods. Jhon Wiley & Sons, U.S.A., 1969.
10. Dally, James W. Experimental Stress Analysis/ James W. Dally, Willian F. Riley, 3rd Ed. By Mc Graw Hill, inc. 1991.
11. Jenkins, F.A. and H. E. White: Fundamentals of Optics, 4th ed. Mc Graw Hill, New York, 1976.



12. Coker, E. G., and L. N. G. Filon: A treatise Photoelasticity, Cambridge University Press, New York, 1931.
13. Frocht, M. M.: Photoelastic Stress Analysis, John Wiley & Sons, New York, 1974.
14. Monch, E., and R. Lorek: A Study of the Accuracy and Limits of Application Of Plane Photoplastic Experiments, Photoelasticity, M. M. Frocht (ed), Pergamon Press, New York, 1963, pp. 169-184.
15. Maribel A. Mendoza. Análisis de la interacción entre una grieta y un barreno aplicando Mecánica de la Fractura y Fotoelasticidad SEPI-ESIME-IPN 2002
16. Dally/ Riley, Experimental Stress Analysis, 3ª Ed., Mc Graw-Hill International, Singapore: 1991
17. P. Rastogi, Photomechanics (topics in Applied Physics), Springer, New York: 1974
18. Manual del Polariscopio de Transmisión serie 060
19. Analysis of Stress a Press Frame Type C Using the Photoelastic and Numerical Methods. The Mexican Journal of Electromechanical Engineering Vol. 17, Num 1.IPN.
20. Determinación de esfuerzos por el método de fotoelasticidad. A. Escamilla. Tesis ESIME-IPN 1998.
21. Determinación y Análisis de Distribución de Esfuerzos por el Método Fotoelástico. E. Martínez González. Tesis ESIME- IPN
22. Resistencia de Materiales.
E. J. Hear.
Editorial Interamericana.
23. Mecánica de Materiales
Ferdinand P. Beer.



-
- Editorial Mc. Graw Hill.
24. Mecánica de Materiales.
R. C. Hibbeler.
Editorial Pearson.
25. Mecánica de Materiales.
Riley.
Editorial Limusa Wiley.
26. Manuales de aplicación ANSYS, Inventor Profesional.
27. Método del Elemento Finito.
G. Urriolagoitia
SEPI-ESIME



Anexos

2

1

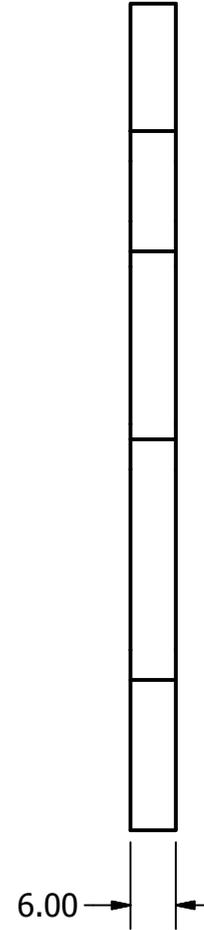
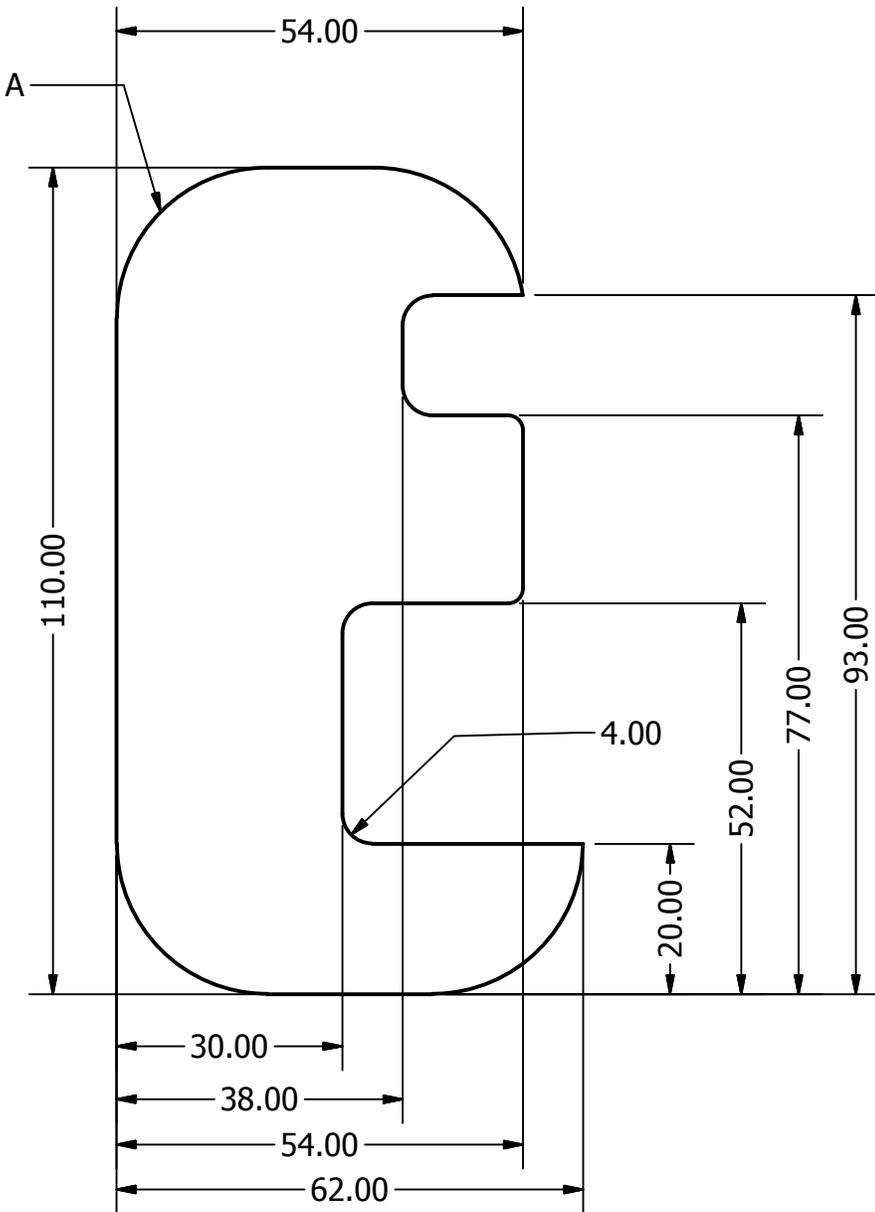


Table		
Nombre	Probeta	Radio
A	2	20.00

DIBUJO	ALI	15/05/2014
DISEÑO	ALI	23/07/2014
REVISO	AEN	
APROBO	AEN	23/07/2014
APROBO	AEN	23/07/2014

SEPI ESIME ZAC.

TITULO

**PROBETA ORIGINAL CON
RADIOS INTERNOS DE
4mm**

FORMATO: **A** Acot. mm

DIBUJO No: **Probeta real con Radios
internos de 4mm**

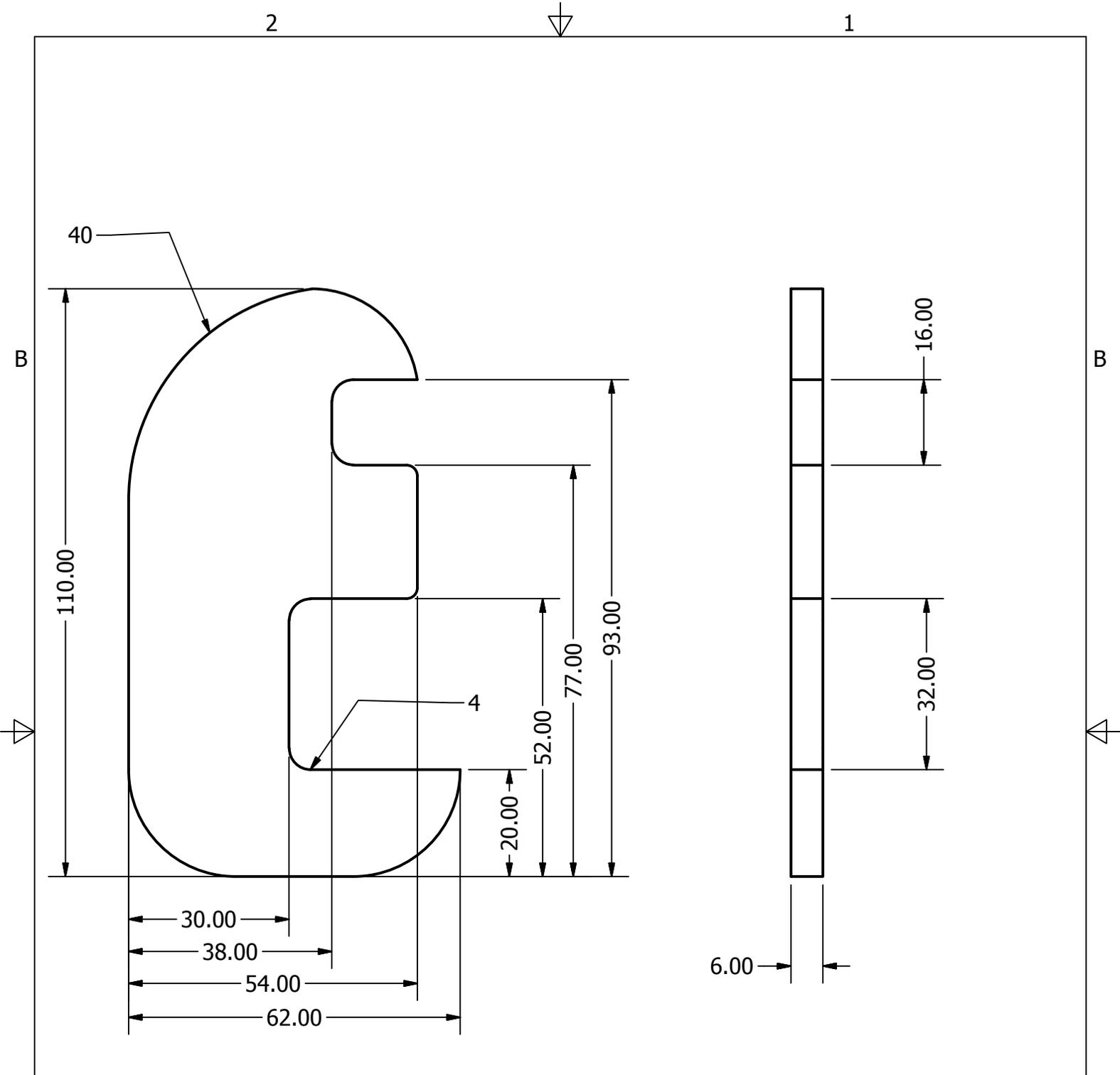
ESCALA: Esc. 1:1

REV
1

SHEET 2 OF 9

2

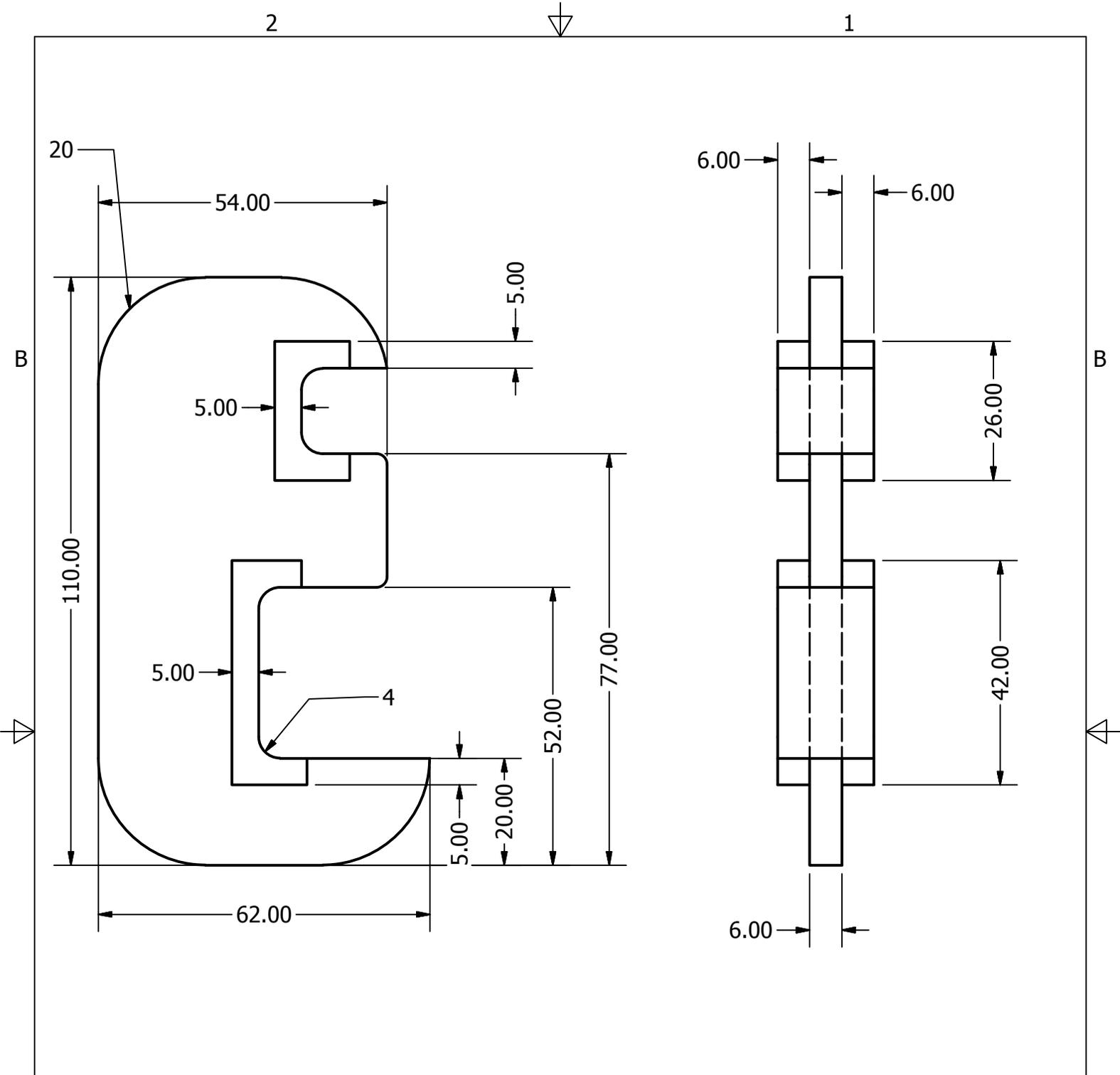
1



A	DIBUJO	ALI	15/05/2014	SEPI- ESIME ZACATENCO			A		
	DISEÑO	ALI	23/07/2014					TITULO	PROBETA CON RADIO SUPERIOR IZQUIERDO DE 40mm
	REVISO			FORMATO	A			DIBUJO No	1
	APROBO	AEN	23/07/2014	ESCALA	Esc. 1:1			Probeta Con radio superior de	40mm
	APROBO	AEN	23/07/2014						
							REV 1		
							SHEET 10 OF 11		

2

1

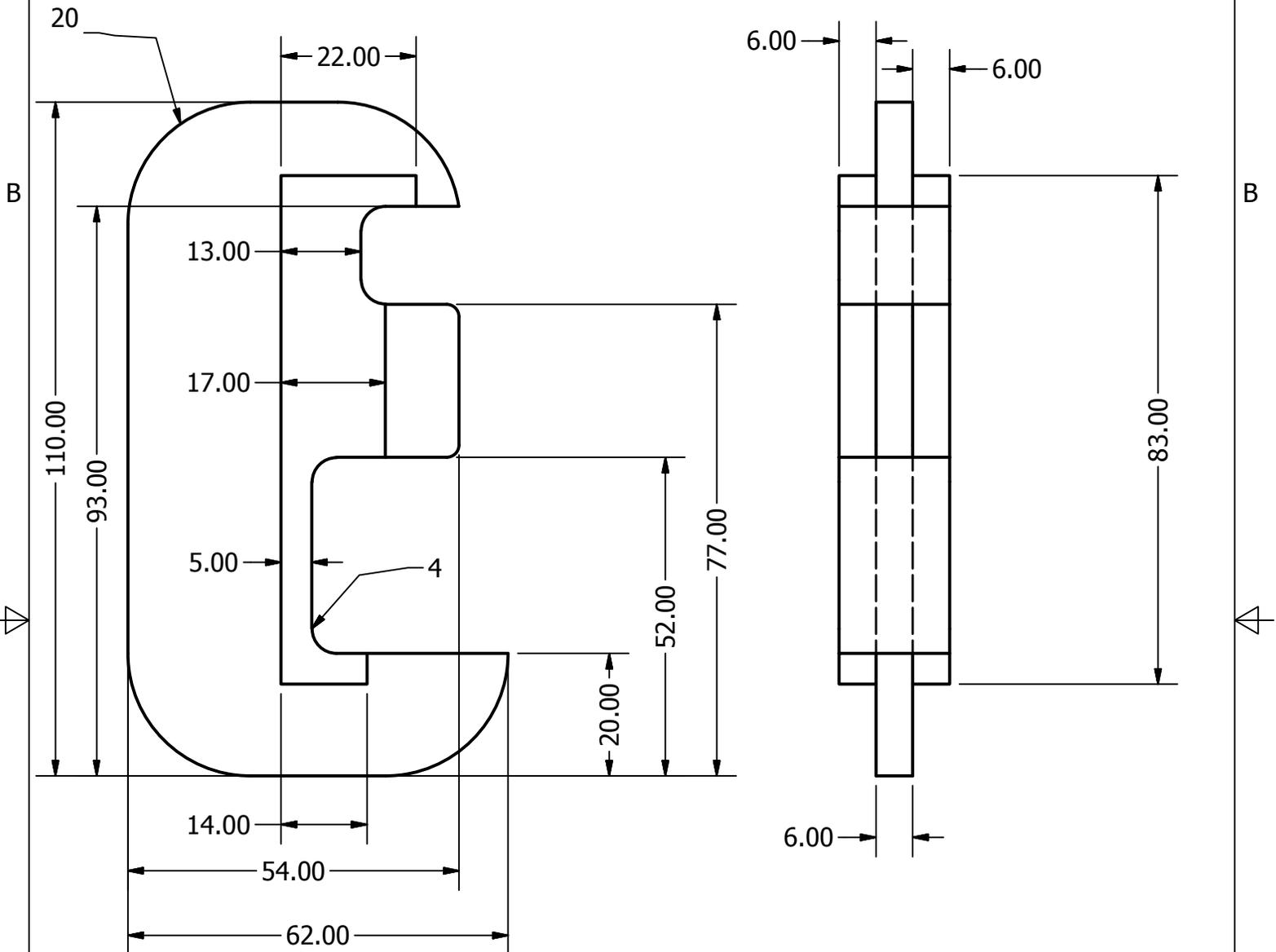


A	DIBUJO	ALI	15/05/2014	SEPI ESIME ZAC.			A				
	DISEÑO	ALI	23/07/2014					TITULO			
	REVISO	AEN		PROBETA ORIGINAL CON REFUERZOS TIPO C							
	APROBO	AEN	23/07/2014	FORMATO	mm			DIBUJO No	PROBETA ORIGINAL CON 2 REFUERZOS EN C 1	REV	1
	APROBO	AEN	23/07/2014	ESCALA	Esc. 1:1			SHEET 10 OF 10			
				2	1						

2



1



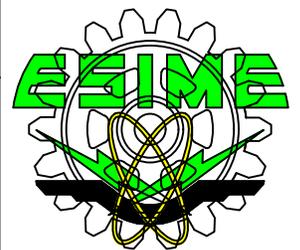
A

DIBUJO	ALI	15/05/2014
DISEÑO	ALI	23/07/2014
REVISO	AEN	
APROBO	AEN	23/07/2014
APROBO	AEN	23/07/2014

SEPI ESIME ZAC.

TITULO

PROBETA ORIGINAL CON
REFUERZOS TIPO E



FORMATO

A

mm

DIBUJO No

Probeta Original con refuerzo
tipo E

REV

1

ESCALA

Esc. 1:1

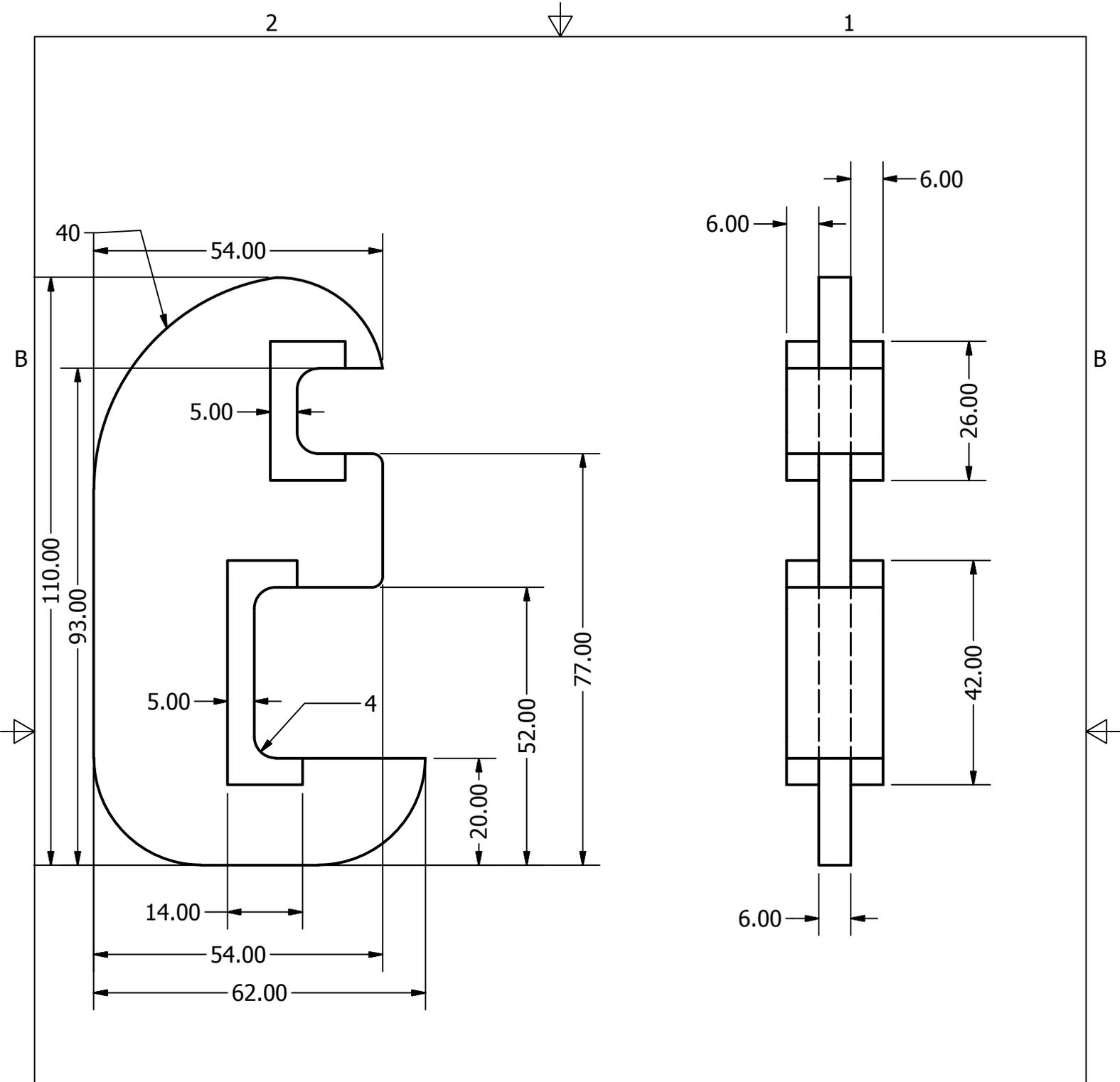
SHEET 11 OF 11

2



1

A



A	DIBUJO	ALI ALI	15/05/2014	SEPI ESIME ZAC.			A
	DISEÑO	ALI	23/07/2014				
	REVISO	AEN		PROBETA RADIO SUP. IZQ. CON REFUERZOS TIPO C			
	APROBO	AEN	23/07/2014				
	APROBO	AEN	23/07/2014				
	FORMATO	A	mm	DIBUJO No	Probeta con radio superior de 40mm y con 2 refuerzos en C	REV	1
	ESCALA	Esc. 1:1		SHEET 12 OF 12			

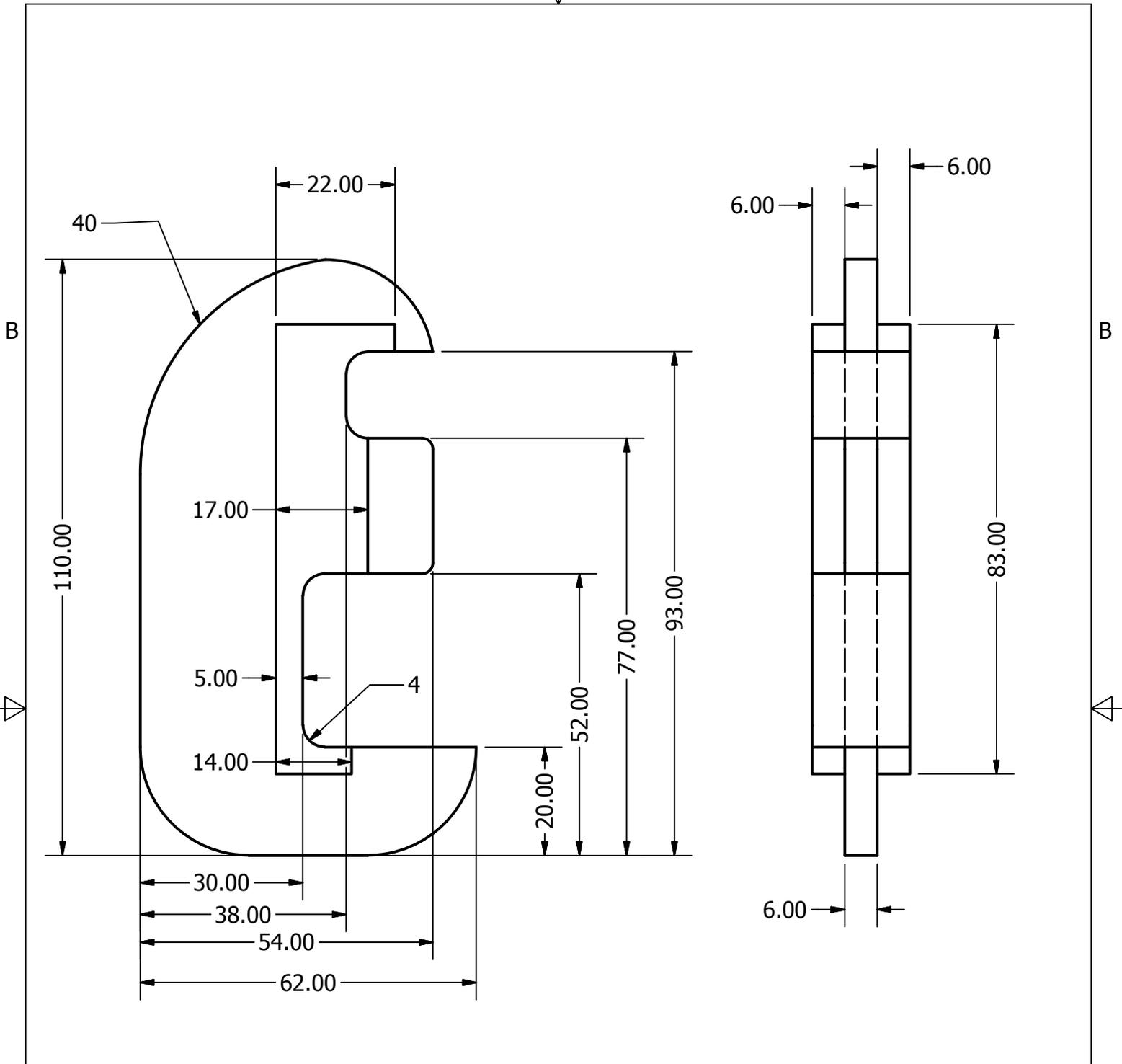
2

1

2



1



A	DIBUJO	ALI	15/05/2014	SEPI ESIME ZAC.			A		
	DISEÑO	ALI	23/07/2014					TITULO	
	REVISO	AEN		PROBETA RADIO SUP. IZQ DE 40mm CON REFUERZO TIPO E					
	APROBO	AEN	23/07/2014	FORMATO	mm			DIBUJO No	1
	APROBO	AEN	23/07/2014	Probeta Con radio superior de 40mm y un refuerzo tipo E				REV	1
			ESCALA	Esc. 1:1	SHEET 13 OF 13				

2



1