



INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL

Escuela Superior de Ingeniería Mecánica
y Eléctrica

Sección de Graduados e Investigación

ESTUDIO DE LA DISTRIBUCION DE VELOCIDADES Y PRESIONES
EN ALABES DE COMPRESOR DE FLUJO AXIAL

T E S I S

Que para obtener el grado de:
MAESTRO EN CIENCIAS
en Ingeniería Mecánica
Opción Energética
P r e s e n t a:

Ing. Víctor José Zurita Ugalde

México, D. F.



Septiembre de 1989

**ESTUDIO DE LA DISTRIBUCION DE VELOCIDADES Y PRESIONES
EN ALABES DE COMPRESOR DE FLUJO AXIAL**

Dedicatoria

Dedico este trabajo a las siguientes personas:

Mi madre María Ugalde de Zurita, por el apoyo y consejos que a lo largo de mi vida, siempre he recibido de ella.

A mis hermanos Margarita, Elba, Jorge, Guadalupe y Olga, por el apoyo incondicional que en todos estos años he recibido de ellos.

A mis amigos Gerardo, Mónica, Horacio, Alfredo, Martín, Tere, Octavio, Leonel y Juan Carlos, por la extraordinaria amistad que siempre me han brindado.

A mi director de tesis Dr. Miguel Toledo, por sus valiosos consejos y ayuda incondicional durante todo el desarrollo de este estudio.

AGRADECIMIENTOS

Al Ing. Juan Carlos Zerón G. de V. y al Mat. Fernando Verduzco G. por las asesorías proporcionadas, que ayudaron en forma valiosa al desarrollo de esta tesis.

A la Sección de Graduados e Investigación de la E.S.I.M.E. por haberme brindado las facilidades de realizar mis estudios y este trabajo.

A los Ingenieros Reynaldo García y Saúl Chavarria, por la ayuda en el uso de paquetes y sistemas de computo para la realización de esta tesis, y por la amistad que a lo largo de los estudios de maestría siempre me brindaron.

A las personas del centro de computo de la S.G. e I. por las constantes asesorías brindadas durante la elaboración de esta tesis y otros trabajos.

INDICE

Resumen	1
Introducción	3
Simbología	5
Capítulo 1	
Definiciones de los elementos que componen a un compresor de flujo axial	8
1.1 Tipos de compresores	8
1.2 Compresores de flujo axial	10
1.3 Características de construcción del compresor de flujo axial	19
1.4 Planteamiento del estudio y alcance	21
Capítulo 2	
Estado del arte	24
Capítulo 3	
Modelo Matemático. Teoría de la transformación conforme	32
Capítulo 4	
Nomenclatura de los álabes y aplicación de la transformación conforme al álabe NACA 65-0-10	53
4.1 Nomenclatura de los álabes	53
4.2 Clasificación de los álabes	56
4.3 Aplicación de la transformación conforme al álabe de la serie NACA 65-0-10, mediante el programa de computo	62
Capítulo 5	
Resultados y discusión	66

Conclusiones y recomendaciones	74
Bibliografía	77
Anexo 1	81
Anexo 2	90

RESUMEN

El trabajo desarrollado aquí, es el estudio teórico para el cálculo de la distribución de velocidades y presiones sobre la superficie de un álabe, para un compresor de flujo axial.

La aplicación de este estudio, se hace a un perfil de compresor de flujo axial de la serie NACA 65-0-10, el cual posee una ecuación para calcular sus puntos coordenados del perímetro de su perfil.

El método que se emplea para este cálculo, es el de la transformación conforme, el cual ofrece facilidades para este tipo de análisis. Este método tiene sus raíces en la rama de la matemática llamada variable compleja.

En el capítulo 1 se define lo que es un compresor, los tipos que existen, las nociones fundamentales (no termodinámicas), para los compresores de flujo axial y, el planteamiento del problema así como el alcance del mismo.

En el capítulo 2 se proporciona en forma breve, un panorama general de los trabajos más importantes a nivel mundial, sobre el cálculo de la distribución de velocidades y presiones para álabes de compresor de flujo axial.

En el capítulo 3 se desarrolla el modelo matemático, para el uso del método de la transformación conforme.

El capítulo 4, define la nomenclatura de los álabes, sus clasificaciones más importantes y la aplicación del método de la transformación conforme al álabe de la serie NACA 65-0-10.

En el capítulo 5 se hace el análisis y discusión de los resultados obtenidos mediante un programa de computo, y se hace una comparación con los resultados obtenidos por otros investigadores, que utilizaron otra metodología.

Finalmente se muestran las conclusiones y recomendaciones que se han obtenido en este estudio.

comparación.

INTRODUCCION

Las turbomáquinas sirven para transformar la energía potencial o cinética de un fluido (gas o líquido) en energía mecánica, en un eje o flecha, o la energía mecánica en energía potencial.

En las turbomáquinas térmicas, se utiliza como medio de trabajo un gas y sus condiciones dependen del sentido del transporte de la energía (del gas a la flecha o de esta al gas), denominándose entonces, turbina o turbocompresor.

Así como en las turbinas, la presión (energía potencial) del gas, se convierte en energía cinética sobre el rodete, en los aparatos denominados turbocompresores, la energía mecánica que un motor exterior comunica al rodete, es recogida como energía potencial (sobrepresión) del fluido.

El trabajo mecánico que recibe el rodete de un turbocompresor se convierte de una manera inmediata en aumento de la velocidad absoluta del fluido que circula entre los álabes.

En la práctica existen turbocompresores de uno o varios pasos, dependiendo de las condiciones de salida que se quiera alcanzar en la turbomáquina. Para lograr esto, deben montarse en serie, grupos de ruedas móviles (rotores) y ruedas fijas (estatores), tanto en la flecha como en la carcasa.

El cálculo de un turbocompresor es análogo en su desarrollo, al de una turbina, si bien en general más sencillo, ya que los complicados fenómenos termodinámicos, fundamentalmente en estas últimas máquinas, desempeñan en los turbocompresores un papel secundario.

Para el diseño de los turbocompresores se requiere el conocimiento de la presión a la cual se desea operar, para poder hacer el cálculo de todas sus partes, así como llegar a determinar teóricamente sus curvas de comportamiento, es importante saber si el compresor tiene pasos subsónicos, transónicos o supersónicos, esto determinará el análisis de las condiciones aerodinámicas en todos los pasos del turbocompresor, así también tener en cuenta las pérdidas posibles existentes.

SIMBOLOGIA

L_u	Trabajo
c	velocidad absoluta del flujo
w	velocidad relativa del flujo
U	velocidad tangencial de la rejilla
α	ángulo que forma la velocidad c y la dirección axial
β	ángulo que existe entre las velocidades c_x y w
c_x	componente de la velocidad absoluta en la dirección x
c_y	componente de la velocidad absoluta en la dirección y
R	grado de reacción
h	entalpía del fluido
d_e	diámetro del eje del compresor
d_c	diámetro de la carcasa
p	presión
$\zeta^{I,II,III,IV}$	transformación conforme (1a., 2a., 3a. y 4a.)
z	plano complejo
x	eje coordenado del plano cartesiano o del plano complejo
y	eje coordenado del plano cartesiano
iy	eje coordenado del plano complejo
\bar{x}_1	coordenada trasladada y rotada del plano cartesiano
\bar{y}_1	coordenada trasladada y rotada del plano cartesiano
ℓ	coeficiente de pérdidas del álabe
t	paso en la rejilla de álabes
Δp	diferencia de presión total entre el flujo del borde de ataque y la presión total en el borde de salida

- g' diferencia de presión total entre el flujo del borde de ataque y la presión total del borde de salida
 Q flujo alrededor de un perfil simétrico
 Γ flujo alrededor de un perfil no-simétrico, también significa vorticidad
 χ_1 Singularidad de Traupel
 Δz distancia entre puntos simétricos en una rejilla de álabes (vector complejo)
 q_p intensidad de la fuente en el punto p
 q_q intensidad del sumidero en el punto q
 $k_{1,2}$ círculos que encierran las singularidades (fuente y sumidero)
 $S_{1,2,3,4}$ líneas que conectan los círculos k_1 y k_2
 φ . potencial de velocidades
 J_{1-7} representación de las integrales después de aplicar el teorema de Green
 D espesor máximo del perfil
 f línea convexa del perfil
 l cuerda del perfil
 ϵ ángulo que se forma entre las tangentes del borde de salida de los lados de presión y succión del álabe
 $\omega_{1,2}$ ángulos propuestos para eliminar convexidades
 $B_{1,2}$ puntos elegidos como vértices para colocar ω
 2π distancia de separación entre álabes en el plano complejo
 P punto donde se localiza la fuente en el plano ζ^{IV}
 Q punto donde se localiza el sumidero en el plano ζ^{IV}

∇^2 Laplaciano

CAPITULO 1

Definiciones de los elementos que componen a un compresor de flujo axial

1.1 Tipos de Compresores.

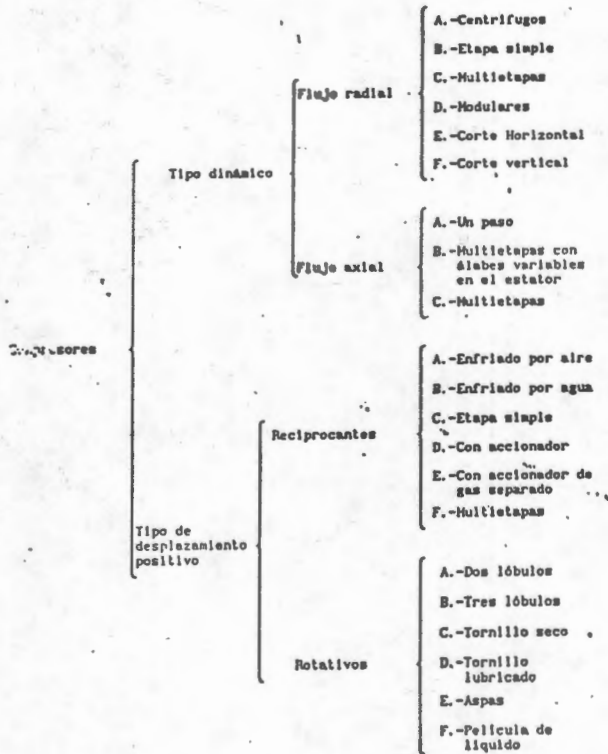
La utilización de un gas a presión mayor que la atmosférica es de uso común en la industria. El proceso de compresión por ejemplo, es una parte integral de los ciclos para refrigeración y para turbinas de gas. Más ampliamente usado es el aire comprimido con que trabajan los motores de aire y las herramientas como; martillos, taladros y elevadores neumáticos, limpieza por chorro de aire, etc. Para todos los usos anteriores es necesario el empleo de un compresor, el cual puede ser clasificado en función de la presión y en función de la naturaleza del gas, como:

a) Según la presión. $\left\{ \begin{array}{l} \text{Baja.} \quad (0 \text{ a } 1 \text{ bar}) \\ \text{Media.} \quad (1 \text{ a } 7 \text{ bar}) \\ \text{Alta.} \quad (\text{mayor a } 7 \text{ bar}) \end{array} \right.$

b) Según la naturaleza del gas. $\left\{ \begin{array}{l} \text{Para aire.} \\ \text{Para otros gases.} \end{array} \right.$

Existen diferentes clasificaciones, pero desde el punto de vista de su funcionamiento la siguiente es quizá, de las más

importantes para el análisis y utilización del compresor a seleccionar:



Los compresores que funcionan según el principio de desplazamiento positivo, retienen una parte del fluido en un volumen de la máquina, que aumenta (succión) o disminuye (compresión) de volumen periódicamente.

Los compresores del tipo dinámico (turbocompresores), son aquéllos cuyo principio de funcionamiento es la ecuación de Euler o ecuación general de las turbomáquinas, la cual es la siguiente:

$$L_u = \frac{1}{2} (c_1^2 - c_2^2 + w_2^2 - w_1^2 + U_1^2 - U_2^2) \quad (1)$$

esta ecuación muestra la relación que existe entre la velocidad absoluta (c), la realtiva (w) y la tangencial (U) con el trabajo (L_u) realizado por el sistema.

Este estudio tiene el propósito de obtener la distribución de velocidades y presiones en álabes o paletas de compresores de flujo axial . Para esto se requiere de una breve descripción de su funcionamiento , como se muestra en los siguientes párrafos.

1.2.- Compresores de flujo axial.

La idea de utilizar una forma de "turbina invertida" como compresor axial es muy antigua, en 1884 Sir Charles Parsons obtuvo una patente para tal disposición. Parsons construyó algunas de estas máquinas alrededor de 1900, con rejillas basadas en secciones de hélices perfeccionadas. Las máquinas se utilizaron para trabajos de alto horno, el rendimiento conseguido por estos primitivos compresores de baja presión eran alrededor del 55 %; la razón de este rendimiento se atribuye actualmente al

desprendimiento de la capa límite en el álabe. Como consecuencia del bajo rendimiento, los compresores axiales se abandonaron, en general, a favor de los compresores centrífugos de varios escalonamientos por su más alto rendimiento, de 70 a 80 %, los que de tiempo atrás a la fecha de 1900 se venían utilizando.

No se emprendieron más desarrollos de compresores axiales hasta 1926 cuando A. A. Griffith sintetizó los principios básicos de la teoría de perfil aerodinámico para el diseño de compresores. Se pudo comprobar que se podían alcanzar rendimientos de por lo menos el 90 % para escalonamientos de relación de compresión baja.

Actualmente existen compresores axiales con rendimientos superiores al 90 % para relaciones de compresión hasta de 28 a 1, pesar de este alto rendimiento la máquina plantea un gran número de problemas no resueltos que desafían a ingenieros y diseñadores, entre los que se puede mencionar el diseño de perfiles, problemas de inestabilidad (bloqueo y bombeo), etc.

Generalmente existe la opinión de que la capacidad plena en cuanto a rendimiento y relación de compresión todavía no se ha alcanzado, y este objetivo puede lograrse únicamente desde un entendimiento detallado de los más complicados fenómenos del flujo que suceden en el compresor.

Un compresor de flujo axial consiste de álabes o paletas aerodinámicos cuidadosamente diseñados, situados de manera tal, que al girar, el aire se mueve hacia el borde de salida de los álabes. En los espacios que quedan entre los álabes móviles (rotor) se encuentran los álabes fijos (estator), en ellos se produce un efecto de difusión y desceleración a medida que el aire se mueve hacia el borde de entrada del grupo siguiente de álabes móviles.

En la figura 1 se muestra una sección simplificada de una parte de un compresor axial junto con una proyección de las rejillas de álabes desarrolladas, formando un conjunto plano de rejillas bidimensionales. Un paso ó escalonamiento de compresor se define por una rejilla de álabes móviles (rotor), seguida por una rejilla de álabes fijos (estator), como se observa en la figura 1. Los álabes del rotor están fijos al tambor del eje del compresor y los álabes del estator a la carcasa. Los álabes guías a la entrada no se consideran parte del primer escalonamiento del compresor, no sucede lo mismo con los álabes guías del último paso.

En los álabes móviles (rotor) el aire adquiere una componente de rotación, la cual es más tarde dirigida por los álabes fijos (estator). Estos álabes fijos (estator) pueden ser tan eficientes, para conseguir una elevación de presión por acción difusora, como los propios álabes móviles (rotor).

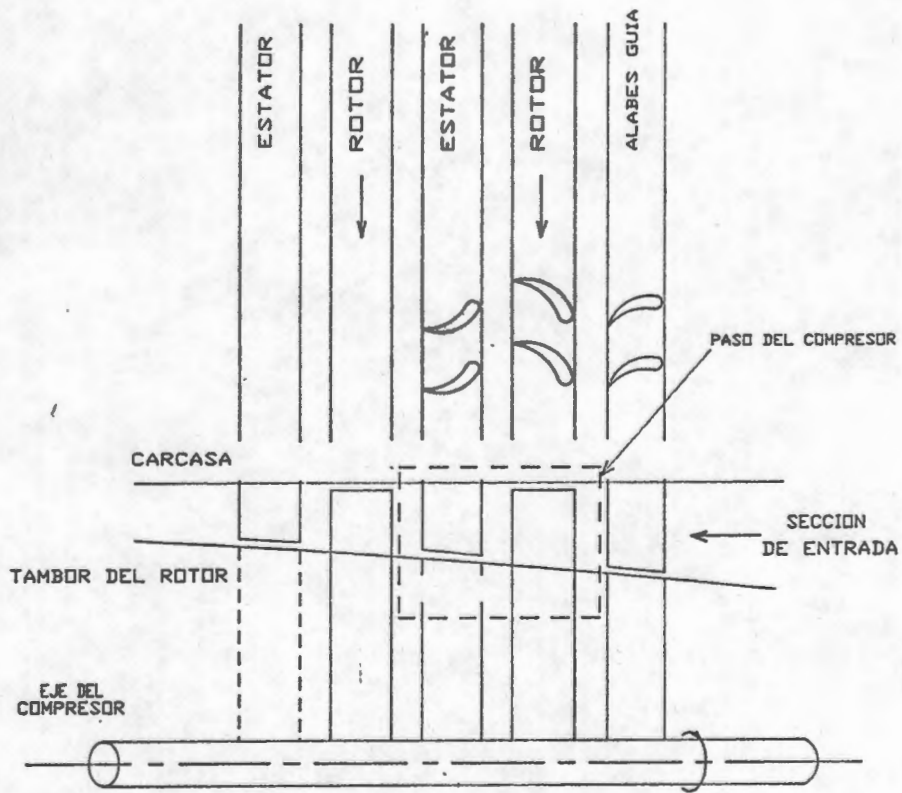


FIG. 1.- COMPRESOR AXIAL DE PASOS MULTIPLES

La figura 2, representa las relaciones de presión-velocidad correspondientes a un compresor de flujo axial de álabes simétricos, en el cual se obtiene igual consumo de trabajo y de aumento de entalpía en los álabes móviles que en los álabes fijos de un escalonamiento o paso determinado.

En la figura 3 se muestra el diagrama de velocidades para un paso. Para un compresor axial un paso "normal" es aquél donde las velocidades absolutas y direcciones del flujo a la salida del paso son las mismas que a la entrada. El flujo de un paso anterior o de los álabes o paletas guía, tiene una velocidad c_1 y dirección α_1 ; restando vectorialmente la velocidad del álabe U (velocidad periférica o tangencial) se obtiene la velocidad relativa de entrada w_1 con un ángulo β_1 (la dirección axial es el origen de todos los ángulos). Respecto a los álabes del rotor, el flujo es girado hacia la dirección β_2 en la salida con una velocidad relativa w_2 . Sumando vectorialmente la velocidad del álabe U a la w_2 de la velocidad absoluta de salida del rotor c_2 , formando un ángulo α_2 . Los álabes del estator desvían el flujo hacia el eje y la velocidad de salida es c_3 formando un ángulo α_3 . Para el escalonamiento o paso normal, la velocidad relativa en el rotor y la velocidad absoluta en el estator disminuyen y además la velocidad $c_3 = c_1$ y el ángulo $\alpha_3 = \alpha_1$.

Cuando se tiene una serie de escalonamientos o pasos sucesivos, la relación de lo que sucede en los álabes móviles y fijos con respecto a las caídas de entalpía, se conoce como grado de

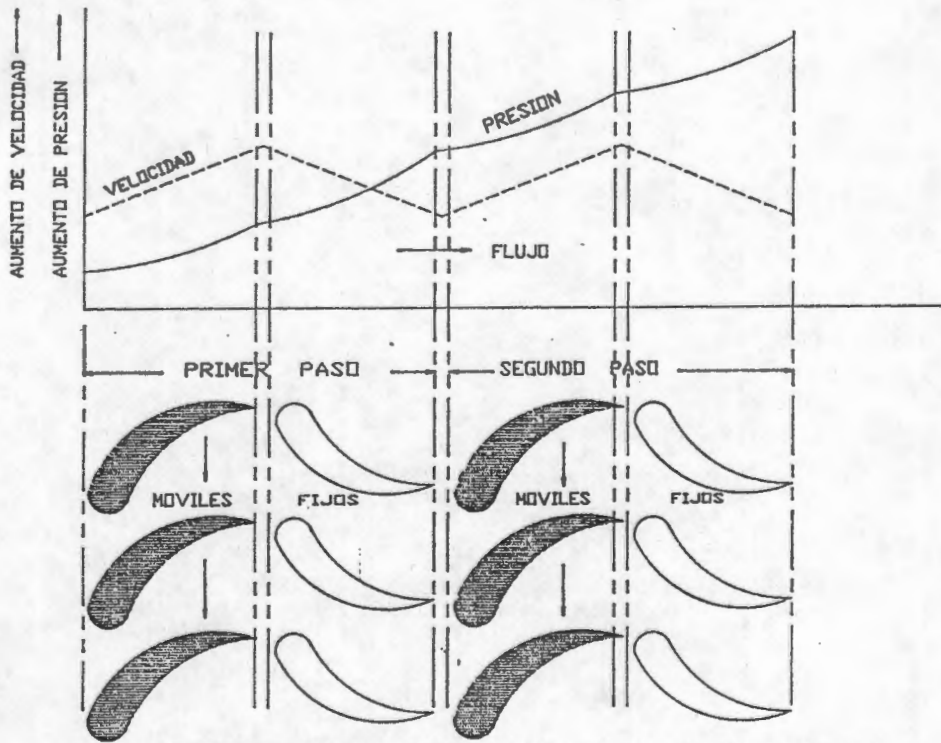


FIG. 2 .- RELACIONES ENTRE LA PRESION Y LA VELOCIDAD DE UN COMPRESOR AXIAL.

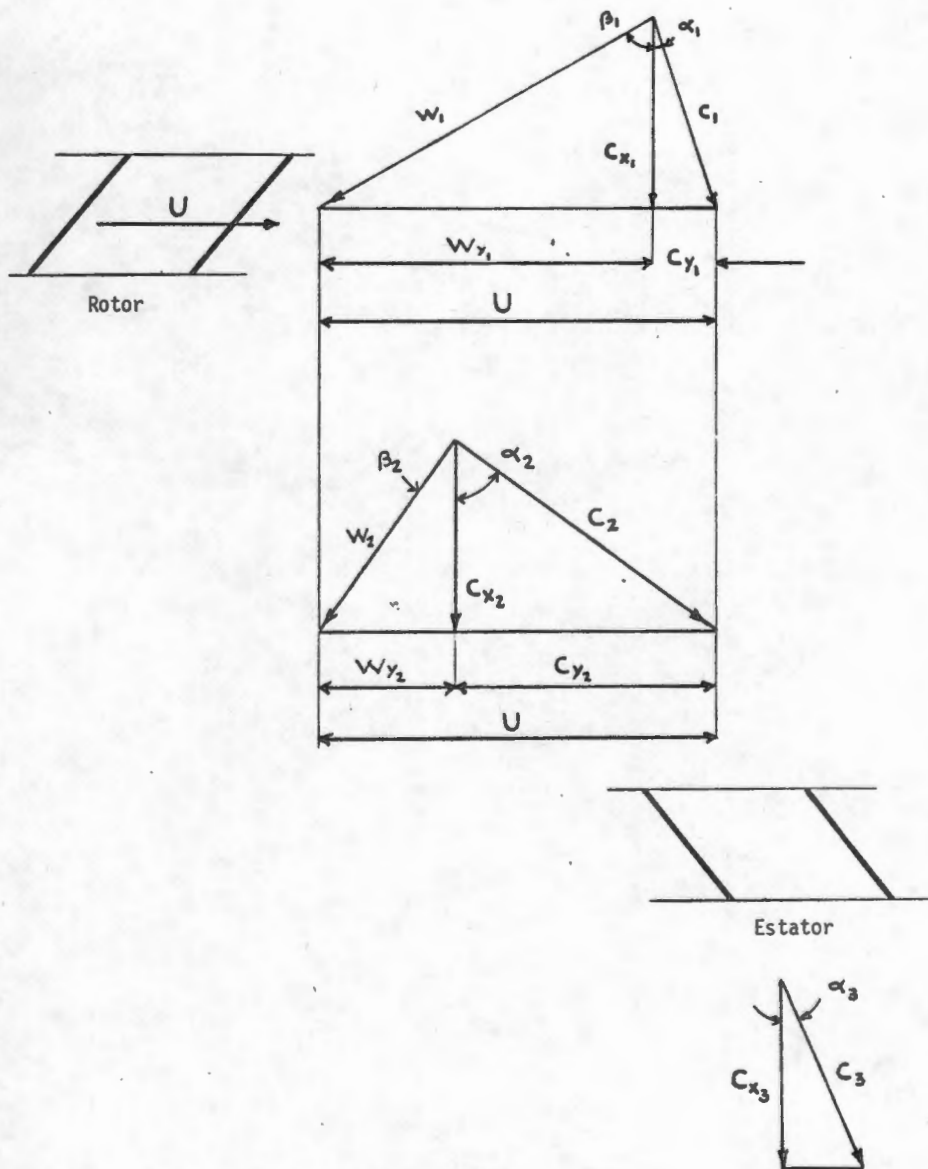


Fig. 3. Triángulo de velocidades para un paso de compresor.

reacción. El grado de reacción es un parámetro que tiene una influencia importante en el rendimiento del paso o escalonamiento. Los pasos que tienen una reacción del 50% son muy utilizados, ya que el gradiente de presión adverso se reparte por igual a través de las rejillas de rotor y estator.

La ecuación para el grado de reacción es la siguiente:

$$R = \frac{(h_2 - h_1)}{(h_3 - h_1)} \quad (2)$$

Esta elección del grado de reacción minimiza la tendencia de la capa límite del álabe a separarse de las superficies sólidas, evitando de este modo grandes pérdidas de presión.

Si $R=0.5$, entonces $\alpha_1 = \beta_2$, esto quiere decir que el diagrama de velocidades es simétrico. El aumento de entalpía en el paso se distribuye por igual entre las rejillas del rotor y estator.

Si $R > 0.5$, entonces $\beta_2 > \alpha_1$ y el diagrama de velocidades se desvía hacia la derecha, como se muestra en la figura 4. El aumento de entalpía estática en el rotor supera al del estator.

Si $R < 0.5$, entonces $\beta_2 < \alpha_1$ y el diagrama de velocidades se desvía hacia la izquierda, como se muestra en la figura 4. Naturalmente el aumento de entalpía y de presión en el estator excede al del rotor.

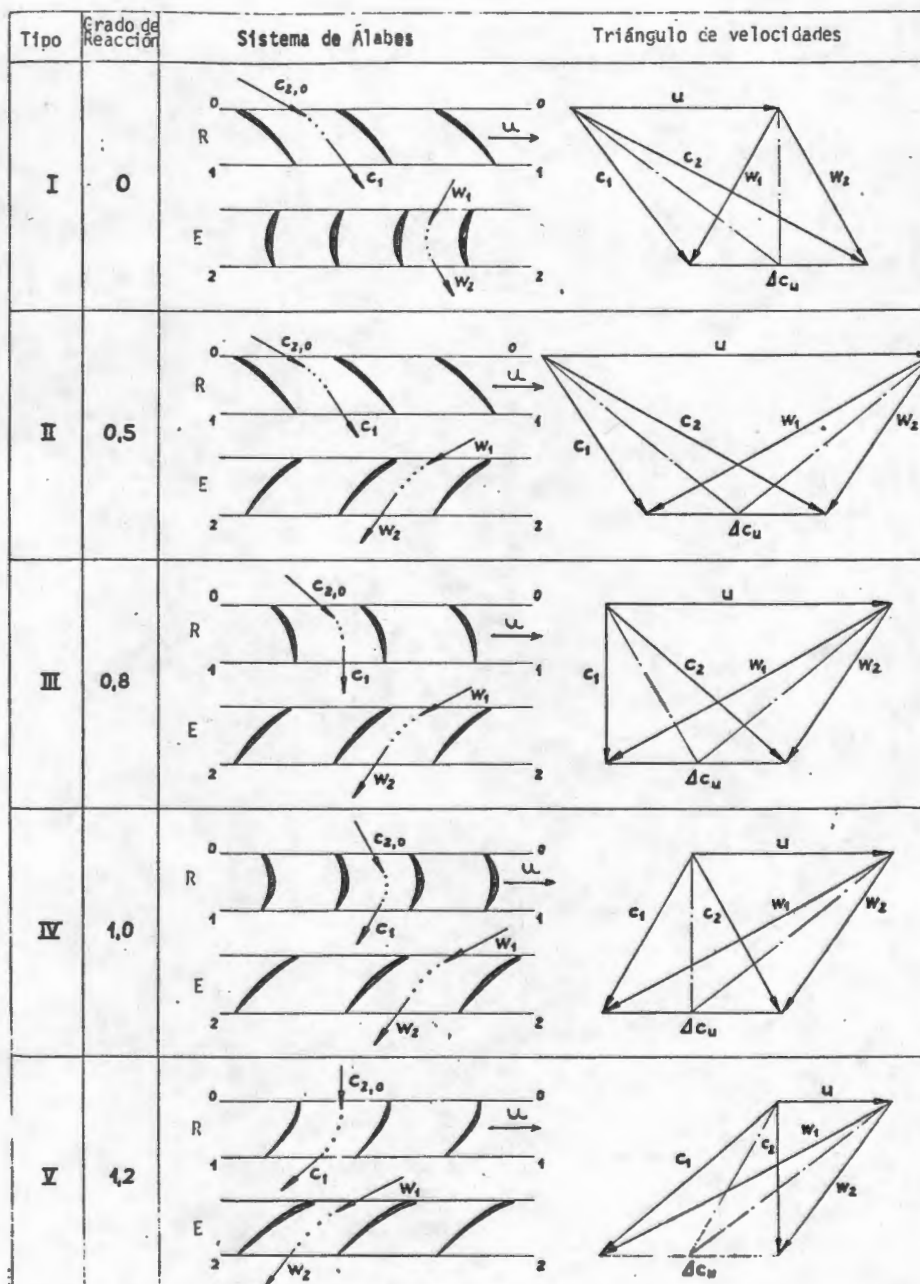


Fig. 4 Diagramas de velocidades para diferentes grados de reacción.

1.3 Características de construcción del compresor de flujo axial

Los compresores axiales se construyen por lo general, multietápicos. La cavidad de paso se forma por los canales entre la rejilla de álabes móviles (rotor) y la rejilla de álabes fijos (estator) y por las superficies de la carcasa y del eje.

Dependiendo de la forma de la superficie interior de la carcasa y de la superficie exterior del eje, se distinguen dos tipos geométricos principales de cavidad de paso, como se muestra en la figura 5.;

$$1) d_o = \text{constante} ; d_c = \text{variable}$$

$$2) d_o = \text{variable} ; d_c = \text{constante}$$

En ambos casos la longitud radial de los álabes móviles y guías disminuye en dirección del primer paso al último paso.

El cambio de la longitud del álabe está condicionado por la disminución del volumen del gas conservando el valor constante de la velocidad axial. La última condición no es obligatoria y en ciertos casos se disminuye la velocidad axial en las últimas etapas a fin de reducir las pérdidas de energía de éstas.

El significado de las particularidades de los tipos geométricos de los compresores determinados por las condiciones 1 y 2 es:

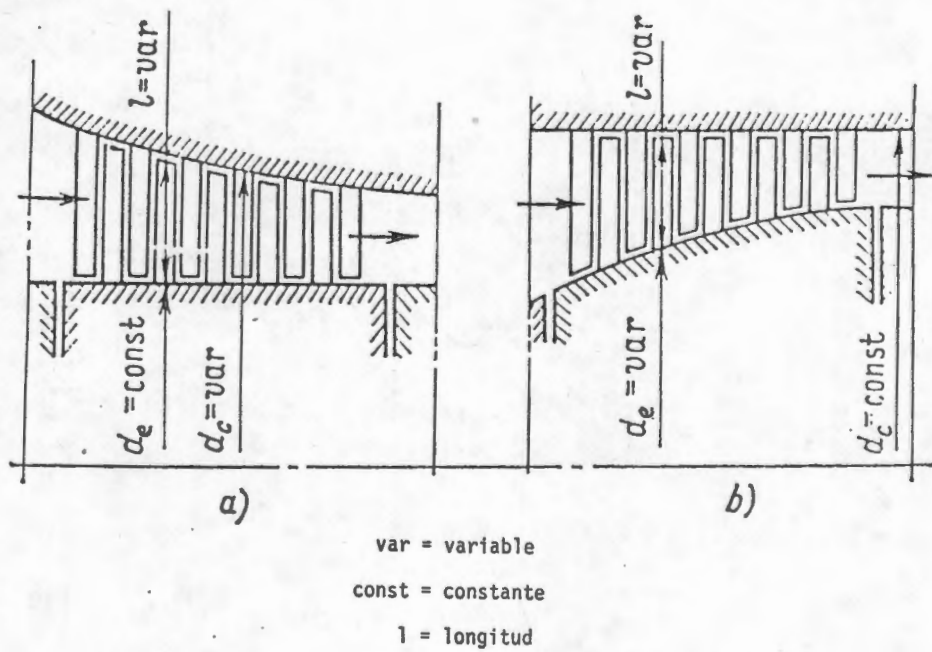


Fig. 5. Cavidad de paso de un compresor de flujo axial

1) $d_o =$ constante; $d_c =$ variable. En este caso el eje es cilíndrico y su fabricación no es complicada. Los últimos álabes en esta variante tienen, a otras condiciones iguales, longitudes mayores que la variante con $d_c =$ constante. La longitud aumentada de los álabes de las últimas etapas, hacen disminuir las pérdidas de energía.

2) $d_o =$ variable ; $d_c =$ constante. En este esquema se simplifican el tratamiento de la carcasa y la fijación de los álabes guías en éste. Asimismo se simplifican y son más seguros el tratamiento y el ajuste de los extremos exteriores de los álabes móviles. Debido a esto se admiten los menores huelgos radiales entre los extremos de los álabes móviles y la superficie interior de la carcasa, lo que aumenta el rendimiento volumétrico de la etapa. Las velocidades periféricas de los pasos en este caso son más altas que en el caso de $d_o =$ constante; esto aumenta el trabajo de las etapas y, para un grado dado de compresión del compresor, la cantidad de etapas resulta menor que en el primer caso.

El grado de compresión se define como la razón de presión de descarga del compresor a presión de succión (p_2/p_1).

1.4 Planteamiento del Estudio y Alcance

En los párrafos anteriores se ha señalado que uno de los problemas para alcanzar una eficiencia alta (>90%), en un

compresor de flujo axial, sólo puede lograrse mediante el estudio detallado de los fenómenos de flujo que suceden en un compresor de flujo axial, tales como la rugosidad que provoca pérdida de momentum del fluido, fenómeno de flujo secundario, desprendimiento de la capa límite, coeficiente de sustentación y arrastre, debido a estos fenómenos el compresor se ve limitado a alcanzar eficiencias mayores. En el desarrollo de esta eficiencia de los compresores de flujo axial modernos, el estudio bidimensional a través de rejillas de álabes (conjunto de álabes), ha jugado un papel muy importante. Para compresores en los cuales la razón de radio interno del álabe a radio externo del mismo es grande, el flujo a través de una rejilla de álabes es considerado bidimensional, ya que las velocidades radiales siempre se consideran pequeñas. Para compresores que tienen por paso o etapa, bajas relaciones de radio interno a radio externo, los álabes o paletas serán "alabeados" a lo largo de su envergadura, para compensar las variaciones radiales en el flujo, así que el flujo a través de las rejillas de álabes o paletas también se puede considerar bidimensional.

Para el conocimiento estricto de los turbocompresores es necesario conocer qué tipos de perfiles existen dentro del paso y el comportamiento de la distribución de velocidades y de presiones cuando el fluido incide en ellos. Para ello se cuenta con dos métodos principales, el método de singularidades y el método de la transformación conforme. Aunque los dos métodos implican grandes desarrollos matemáticos, en el presente trabajo

se hará uso del método de la transformación conforme, para el estudio de la distribución de velocidades y presiones en álabes de compresor de flujo axial, el fluido se considera incompresible e irrotacional.

Para tener una idea más clara del presente estudio, en el siguiente capítulo se muestra lo que han realizado otros investigadores en el campo de la transformación conforme y de singularidades y sus aplicaciones en álabes.

CAPITULO 2

Estado del Arte

En este capítulo se dará una breve reseña del desarrollo y avance de los métodos de transformación conforme y de singularidades en el diseño de álabes para turbocompresores

Actualmente se conocen varios trabajos para el cálculo teórico de los álabes usando la transformación conforme, entre los que se pueden señalar por su aportación dentro del campo de la turbomaquinaria son: Traupel [1] utilizó la función $\zeta^I = \frac{e^z + 1}{e^z - 1}$, donde ζ^I es la transformación de los ejes coordenados del plano complejo ($z = x + iy$). Esta función permitió el diseño de álabes de turbinas de vapor y de gas mediante la utilización de las líneas de potencial en el paso de la rejilla de álabes. Esta función transforma toda la rejilla de álabes en una sola región en el plano complejo, lo que mediante transformaciones sucesivas se llega a obtener una curva cóncava hacia el interior y así encontrar la distribución de velocidades y de presiones, mediante un análisis en el contorno del álabes.

Bammert [2] encontró mediante la traslación y la rotación de los ejes coordenados iniciales (plano x-y), la transformación conforme mediante la siguientes ecuaciones;

$$\bar{x}_1 = (x_1 - x_0) \cos (90^\circ - \beta_s) + (y_1 - y_0) \operatorname{sen} (90^\circ - \beta_s) \quad (3)$$

$$\bar{y}_1 = (y_1 - y_0) \cos (90^\circ - \beta_s) - (x_1 - x_0) \operatorname{sen} (90^\circ - \beta_s) \quad (4)$$

donde: \bar{x}_1 e \bar{y}_1 , son los nuevos pares coordenados después de la traslación y rotación de los ejes coordenados primitivos.

Analizó más profundamente la función utilizada por Traupel [1]. Bammert [2] encontró más rápidamente la superficie cóncava hacia el interior para la determinación de las velocidades y presiones en el contorno del álabe, con la aportación principal de que el método era válido tanto para álabes de turbinas como para compresores de flujo axial.

Sonnenschein [3], encontró mediante la teoría expuesta por Bammert [2] las ecuaciones respecto a las pérdidas del álabe, realizó trabajo experimental en álabes de turbinas, aplicó tanto el desarrollo de Traupel [1] como el de Bammert [2], y encontró la siguiente ecuación:

$$\xi = \frac{1}{t} \int_y^{y+1} \frac{\Delta g(y)}{g} dy \quad (5)$$

donde:

ξ : coeficiente de pérdidas del álabe

t : paso en la rejilla de álabes

Δg : diferencia de presión total entre el flujo del borde de ataque y la presión total en el borde de salida.

g' : diferencia de presión total entre el borde de ataque del álabe y la presión atmosférica.
 y : coordenada de en la dirección del movimiento de la rejilla.

Traupel [4] en su obra titulada turbomáquinas térmicas tomo 1 de 1988, menciona que el método de transformación conforme se basa fundamentalmente en una función de carácter complejo, esto es:

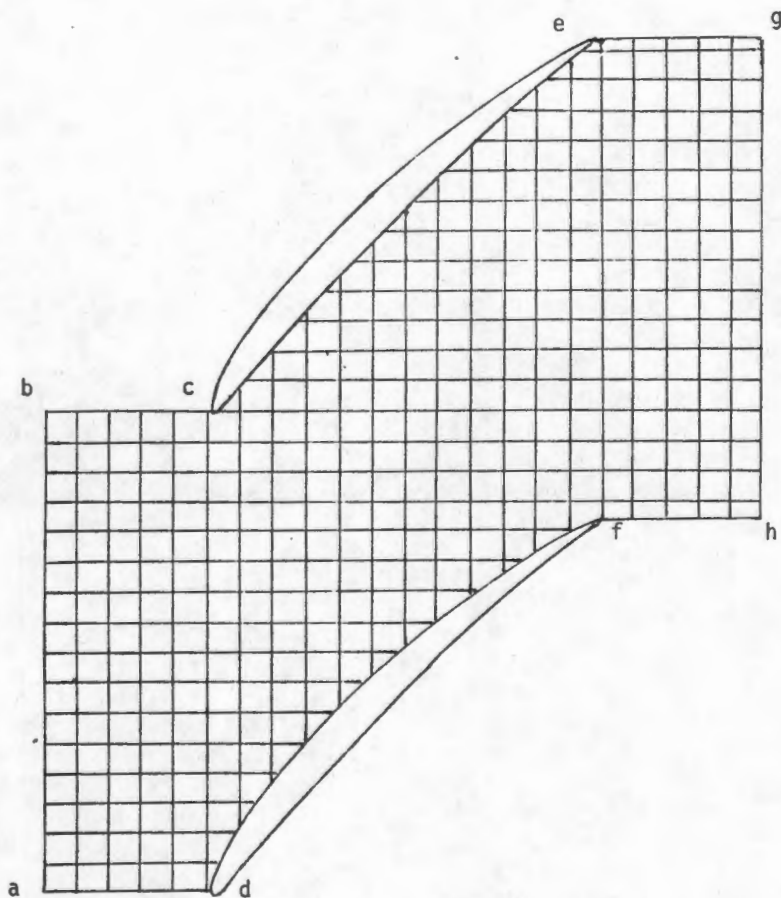
$$\zeta = f(z) \quad (6)$$

donde:

ζ : transformación conforme

z : plano complejo

Asimismo han trabajado en el diseño de álabes los siguientes investigadores: Katsanis [5], Wilkinson [6], Ribaut [7], Mc.Donald [8] Schelz [9] y Gostelow [10], entre otros. Ellos han realizado mejoras en la aplicación del método de la transformación conforme y siempre han sido encontrado pequeños detalles en la examinación y búsqueda de mejores diseños, por ejemplo Katsanis [5] y Gostelow [10], han trabajado más en redes de potencial como se muestra en la figura 6, mediante diferencias finitas y en visualización de flujo que producen los álabes en forma de cambiar los diseños haciendo variaciones en las condiciones del flujo en el borde de ataque y en el borde de salida, con su respectivo ángulo direccional, así como también tomaron estos investigadores condiciones de flujo sónico, subsónico y supersónico.



- a-b-c-d zona de flujo estable en el borde de entrada de la rejilla
- c-d-e-f zona de flujo en el canal de la rejilla
- e-f-g-h zona de flujo estable en el borde de salida de la rejilla

Fig. 6. Malla para el cálculo de álabes de compresor utilizando el método matemático de diferencias finitas.

El desarrollo en los sistemas de computo ha permitido que este método de transformación conforme sea en la práctica, un método de cálculo de aproximación directa, para conocer el comportamiento del flujo y su efecto en el álabe dentro de una rejilla, como es el caso de las máquinas reales tanto turbinas como compresores.

Así como se han señalado los trabajos de diferentes investigadores respecto al método de transformación conforme, para el método de las singularidades se encuentra en la literatura especializada, brevemente se pueden señalar los siguientes: Ackeret [11] propuso la distribución del flujo en el plano de referencia para la rejilla de álabes, las singularidades denominadas vorticidades y fuentes, Meyer [12], continuó con los trabajos de Ackeret y encontró, que debería tomarse en cuenta la línea central del perfil, lo realizó mediante procesos de iteración.

Schlichting [13], propuso la teoría de que las singularidades deberían partir de la cuerda del álabe y así encontró el proceso de cálculo para tener la configuración de un perfil. Mellor [14] continuó con los trabajos de estos investigadores y aplicó una serie de funciones para el diseño de perfiles de un compresor de flujo axial, encontrándose para este caso con una serie de teorías que aún actualmente no se han podido comprobar. Horlock [15], describe este método a través de un resumen y señala que las siguientes ecuaciones como las más importantes:

$$Q = \int_{x=0}^1 q(x) dx \quad (7)$$

$$\Gamma = \int_{x=0}^1 \lambda(x) dx \quad (8)$$

donde:

Q flujo alrededor de un perfil sin convexidad en la línea de referencia del perfil

Γ flujo alrededor de un perfil con línea de referencia

Traupel [1] menciona las condiciones del método de las singularidades, en un sistema de coordenadas como se muestra en la figura 7, y hace uso de las siguientes ecuaciones como las más importantes:

$$z = x + iy \quad (9)$$

$$y = n T \quad (10)$$

donde: $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \infty$

formando cada una de ellas una singularidad Γ , y encuentra el potencial mediante la siguiente relación:

$$\chi_1 = \frac{i\Gamma}{2\pi} \ln (z - i n T) \quad (11)$$

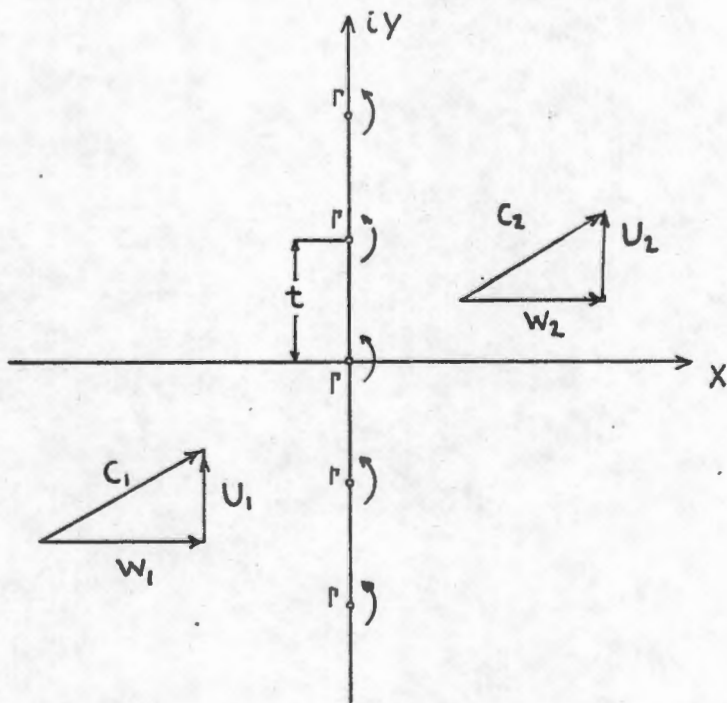


Fig. 7. Aproximación de una rejilla de álabes mediante singularidades.

y a través de estas ecuaciones se puede desarrollar el procedimiento de las singularidades, las que en su desarrollo toman en cuenta, fuentes, sumideros, vorticidades y circulación, para encontrar la singularidad conocida como torbellino de unión, el cual mediante la aplicación de las ecuaciones de Kutta-Joukowski, da como resultado una fuerza que se encuentra actuando en el perfil.

En el presente estudio, se desarrolla el método de la transformación conforme, por ser el más adecuado para nuestras condiciones técnicas.

En el siguiente capítulo se continúa con el desarrollo del modelo matemático del método de la transformación conforme para el cálculo de la distribución de velocidades y presiones en el contorno de un álabe.

CAPITULO 3

Modelo matemático. Teoría de la transformación conforme

El propósito de este capítulo se orienta al aspecto específico del desarrollo del modelo matemático seleccionado, esto es, conocer todas las características de la problemática que se presenta en la aplicación de la transformación conforme así como definir las fronteras de tal problemática acorde a los objetivos de este estudio.

La transformación conforme tiene sus bases en la variable compleja, esta nos transforma figuras de un plano en figura de otro plano, estableciendo una correspondencia entre puntos, líneas y figuras de los 2 planos. Una de las propiedades de la transformación conforme es que al aplicar la transformación a figuras muy pequeñas a cualquier ángulo, conserva la forma de las figuras y el ángulo, de aquí el nombre con el cual se le conoce de transformación conforme.

Transformación Conforme.

La primera parte, consiste en transformar la rejilla de álabes dada, en una curva cerrada, de la cual se requiere que deba tener solamente una tangente en cualquier punto y deba ser cóncava hacia el interior. Estas condiciones pueden ser siempre cumplidas

por una sucesión de una simple transformación conforme. La rejilla de álabes dada, es colocada en un sistema de coordenadas x, y como el mostrado en la figura 8. La escala de longitud es de tal forma que el paso de los álabes es igual a 2π . El plano de álabes lo trasladamos al plano z , el cual tiene las coordenadas x como ordenada e iy como abscisa (plano complejo).

$$z = x + iy \quad (12)$$

Ahora se lleva acabo una primera transformación conforme, por la representación de la rejilla de álabes en una plano ζ^I , el cual tiene la siguiente relación para el plano z :

$$\zeta^I = \frac{e^z + 1}{e^z - 1} \quad (13)$$

Esta función posee la propiedad de transformación de cualquier rejilla de álabes del plano z en una curva cerrada en el plano ζ^I . Si τ_1 es cualquier punto en el plano z , todos los puntos τ que corresponden a el siguiente álabe, descansan en posiciones simétricas a τ en relación a la rejilla. Todos los puntos τ_1 y τ difieren por una distancia dada por:

$$\Delta\tau = 2\pi in \quad (14)$$

donde: l es cualquier vector complejo.

n es cualquier número entero.

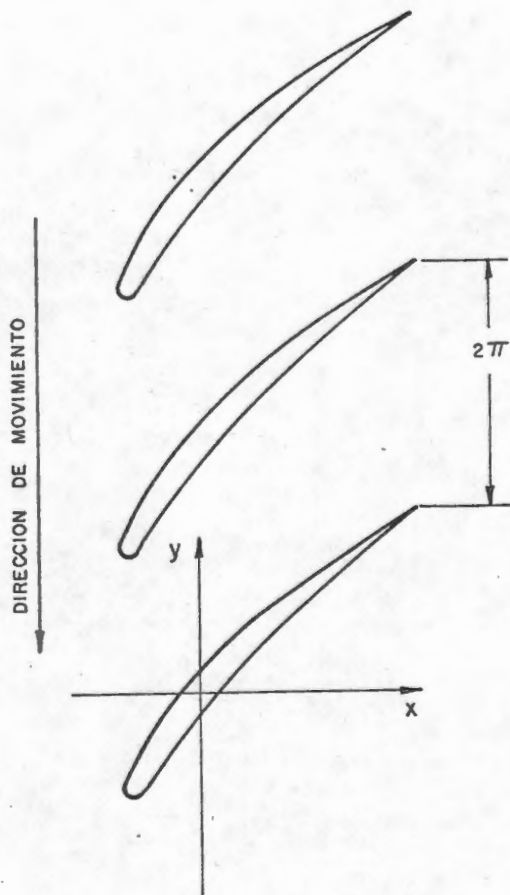


Fig. 8. Rejilla de álabes en el plano x - y , para el tratamiento de la transformación conforme.

Ahora se tiene que:

$$e^{z+\Delta z} = e^{z+2\pi i n} = e^z e^{2\pi i n} = e^z (\cos 2\pi n + i \sin 2\pi n) \quad (15)$$

sustituyendo en la ecuación (15)

$$\cos 2\pi n = 1 \quad e \quad i \sin 2\pi n = 0 \quad (16)$$

resulta:
$$e^{z+\Delta z} = e^z \quad (17)$$

Si sustituimos el valor $z+\Delta z$ en (13), así se obtiene el mismo valor para ζ^I , como si se hubiese sustituido z , lo cual muestra que la suposición es correcta.

Para $z=0$, la ecuación (13) da $\zeta^I = \infty$. El origen del sistema de coordenadas en el plano z , es así un infinito en el plano ζ^I . Consecuentemente, si se desea que la imagen de la rejilla se localice dentro de límites finitos, el origen del sistema de coordenadas del plano z no debe estar en el perímetro del perfil, porque en ese punto el perímetro del perfil, al aplicarle la transformación, lo mandará al infinito, lo que llevaría a no tener definida la obtención de una curva cerrada. Debido a que la imagen de la rejilla descrita permanece completamente dentro del finito, el campo total de flujo estará en el interior de la curva.

La curva obtenida es completamente irregular en forma y en particular tiene un ángulo ϵ , debido al hecho de que el borde de la salida del perfil dado, es retenido en la transformación como se muestra en la figura 9. Este ángulo debe ser eliminado antes de continuar con el problema, para lograr esto se hace por medio de otra transformación conforme.

Si $\zeta^I(A)$ es el valor de ζ^I que corresponde a la imagen del borde de salida A, esta segunda transformación conforme debe tener en $\zeta^I(A)$ un punto singular de orden conveniente. Esta condición se cumple mediante la función:

$$\zeta^{II} = [\zeta^I - \zeta^I(A)]^{\frac{\pi}{2\pi - \epsilon}} \quad (18)$$

Esta función elimina la irregularidad en el punto $\zeta^I(A)$. La imagen de la rejilla en el plano ζ^{II} es otra vez una curva cerrada, la cual ahora no tiene en ningún punto, más de una tangente. Un hecho el cual impide cálculos posteriores, es que la curva permanece convexa hacia el interior en algunos lugares. En la práctica, dos de tales convexidades siempre se presentan, pero pueden ser eliminadas, si son usados métodos apropiados. Para este propósito se escoge un ángulo ω_1 cuyo vértice de este ángulo es colocado en un punto B_1 , como se muestra en la figura 10, colocado en una de las convexidades. La transformación conforme es:

$$\zeta^{III} = [\zeta^{II} - \zeta^{II}(B_1)]^{\frac{\pi}{2\pi - \epsilon}} \quad (19)$$

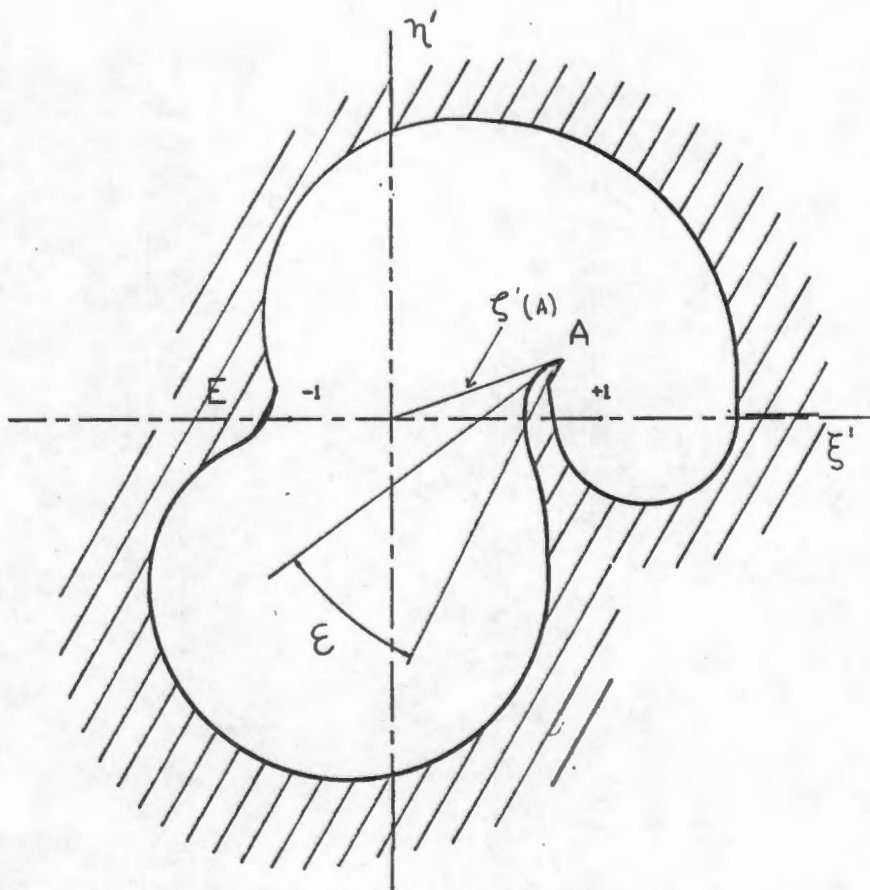


Fig. 9. Imagen de la rejilla después de la primera transformación conforme.

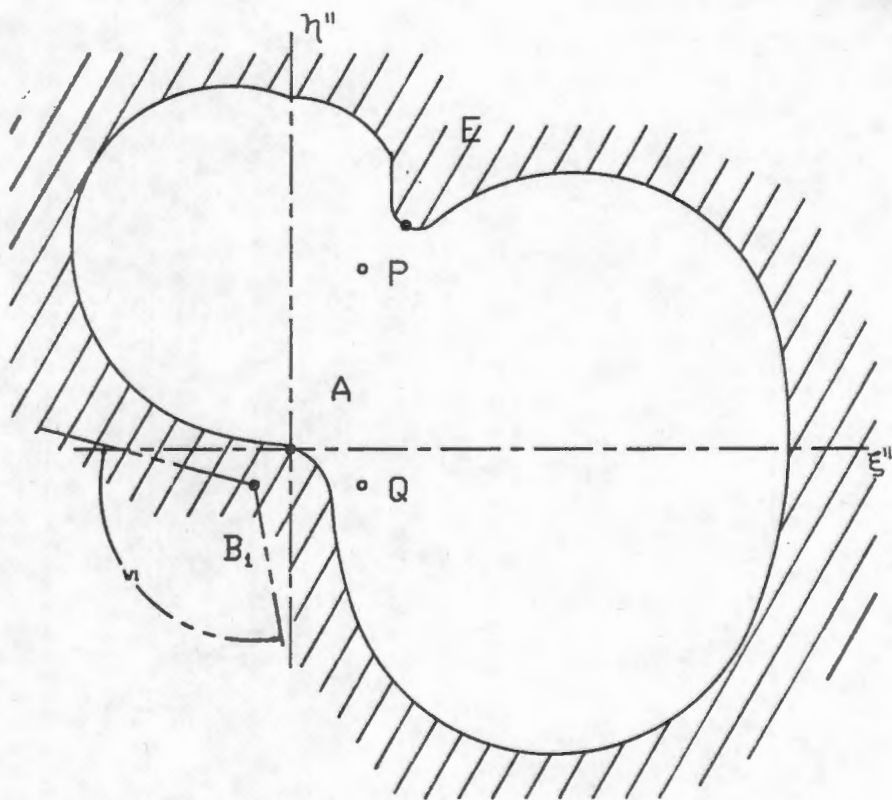


FIG.10.- IMAGEN DE LA REJILLA DESPUES DE LA SEGUNDA TRANSFORMACION CONFORME

Esta ecuación lleva a la desaparición de la convexidades, pero permanece la segunda convexidad, la cual es otra vez eliminada por la introducción de un ángulo ω_2 en el punto B_2 (ver figura 11), y haciendo uso de la siguiente transformación se tiene:

$$\zeta^{IV} = [\zeta^{III} - \zeta^{III}(B_2)]^{\frac{\pi}{2\pi - \omega_2}} \quad (20)$$

En casos especialmente difíciles, una convexidad no siempre desaparece completamente con la ayuda de una transformación, por lo cual se hace necesario utilizar otras transformaciones para eliminar la convexidad remanente. De esta manera es siempre posible eliminar todas las convexidades presentes, para asegurar una curva la cual sea cóncava hacia el interior en cada punto sobre su frontera.

Las singularidades localizadas en $\zeta^I = -1$ y $\zeta^I = +1$, permanecen sin alteración en las posteriores transformaciones conforme, y finalmente vienen a localizarse en los puntos "P" y "Q" en el plano ζ^{IV} como se muestra en la figura 12, donde "P" es el punto imagen de $\zeta^I = -1$ y "Q" el de $\zeta^I = +1$.

Planteamiento del problema del flujo potencial

Suponiendo que el espacio o canal en el que el fluido se mueve sin perturbaciones antes de incidir con la rejilla, éste forma un ángulo σ_1 con el eje x.

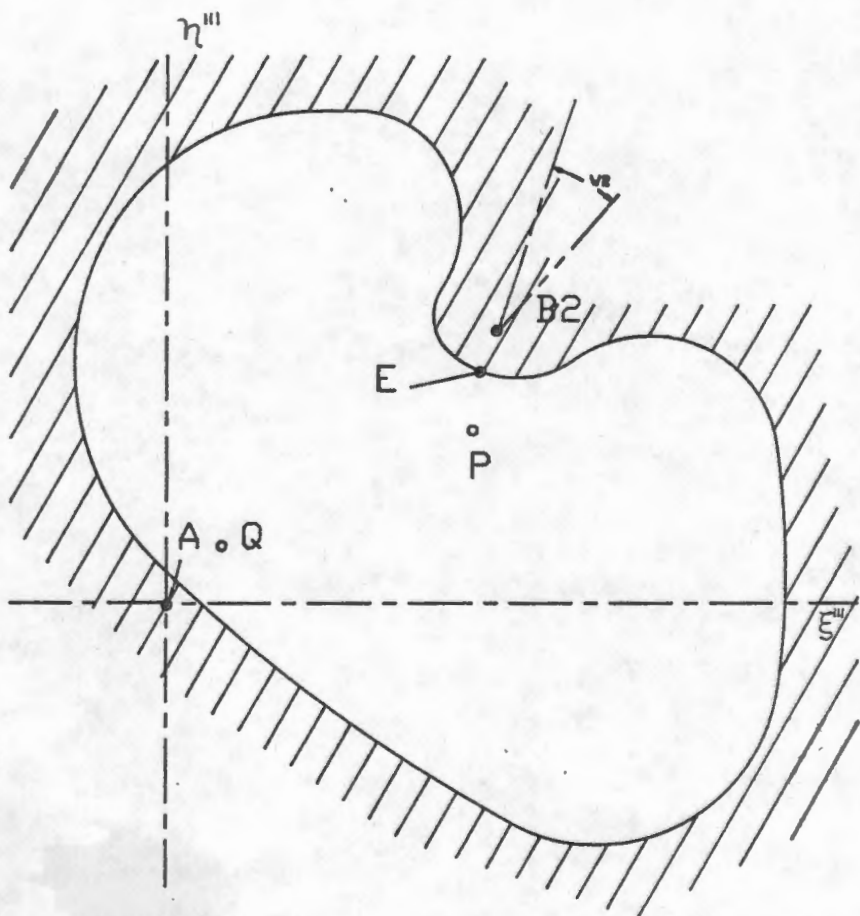


FIG. 11 IMAGEN DE LA REJILLA DESPUES DE LA TERCERA TRANSFORMACION CONFORME.

Para poder hacer cálculos con cantidades adimensionales, se supone el valor de la unidad para la componente x de la velocidad. Al mismo tiempo se considera el espesor de la capa del flujo antes de incidir con la rejilla también como unitario.

Si se inicia desde cualquier punto antes de la rejilla un desplazamiento igual a 2π en la dirección del eje y , entonces un volumen de 2π de flujo pasará por unidad de tiempo a través del área perpendicular a la rejilla. Si ahora se hace un desplazamiento en el plano ζ^I , se nota que el punto al cual se llega, corresponde al punto de partida, con este resultado se ha descrito una curva cerrada en el plano ζ^I .

Del párrafo anterior se tiene que la función de corriente debe incrementarse por una cantidad 2π , cuando esta curva está alrededor del punto $\zeta^I = -1$. Esto implica la existencia de una fuente con intensidad de $q_p = 2\pi$ en el punto $\zeta^I = -1$, como se muestra en la figura 9.

Consideraciones similares llevan a suponer la presencia de un sumidero de una intensidad de $q_q = -2\pi$ en el punto $\zeta^I = +1$.

Análisis para la solución del cálculo de velocidades

Para resolver este problema se utiliza el teorema de Green, el cual relaciona una integral de línea a lo largo de una curva

cerrada C en el plano R^2 con una integral doble sobre la región cuya frontera es C . Este es el caso de la región que se obtuvo mediante la transformación conforme ζ^{IV} , como se muestra en la figura 12.

Aplicando este teorema, se tienen que hacer los siguientes consideraciones: sean u y v dos funciones del lugar geométrico en el plano cuyos ejes coordenados son ξ^{IV} y η^{IV} , las funciones u y v tienen primeras derivadas continuas en la región D y sobre la curva C .

El teorema de Green en el caso de estudio que se plantea, se escribe como:

$$\iint (u \nabla^2 v - v \nabla^2 u) \, d\tau = \oint (u \frac{\partial v}{\partial n} - v \frac{\partial u}{\partial n}) \, ds \quad (21)$$

donde $\partial/\partial n$, es la derivada a lo largo de la línea normal, esto es hacia afuera de la región D .

Ahora para poder seguir con la resolución del problema, se tienen que aislar las dos singularidades, puesto que en esos puntos habría una solución indeterminada. Lo anterior se logra encerrando cada singularidad por dos círculos k_1 y k_2 infinitamente pequeños y conectándose entre sí mediante las líneas S_1 , S_2 , S_3 y S_4 , como se muestra en la figura 13, la distancia de separación entre las líneas es también infinitamente pequeña. Con estas consideraciones, ya se puede continuar con la

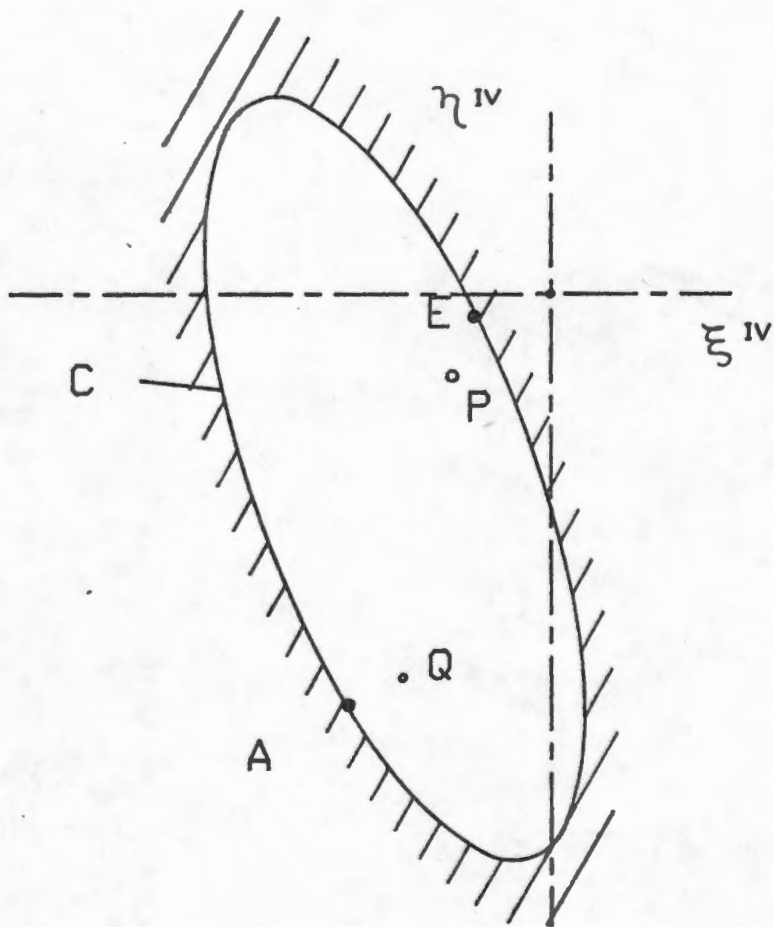


FIG. 12.- IMAGEN DE LA REJILLA DESPUES DE LA CUARTA TRANSFORMACION CONFORME.

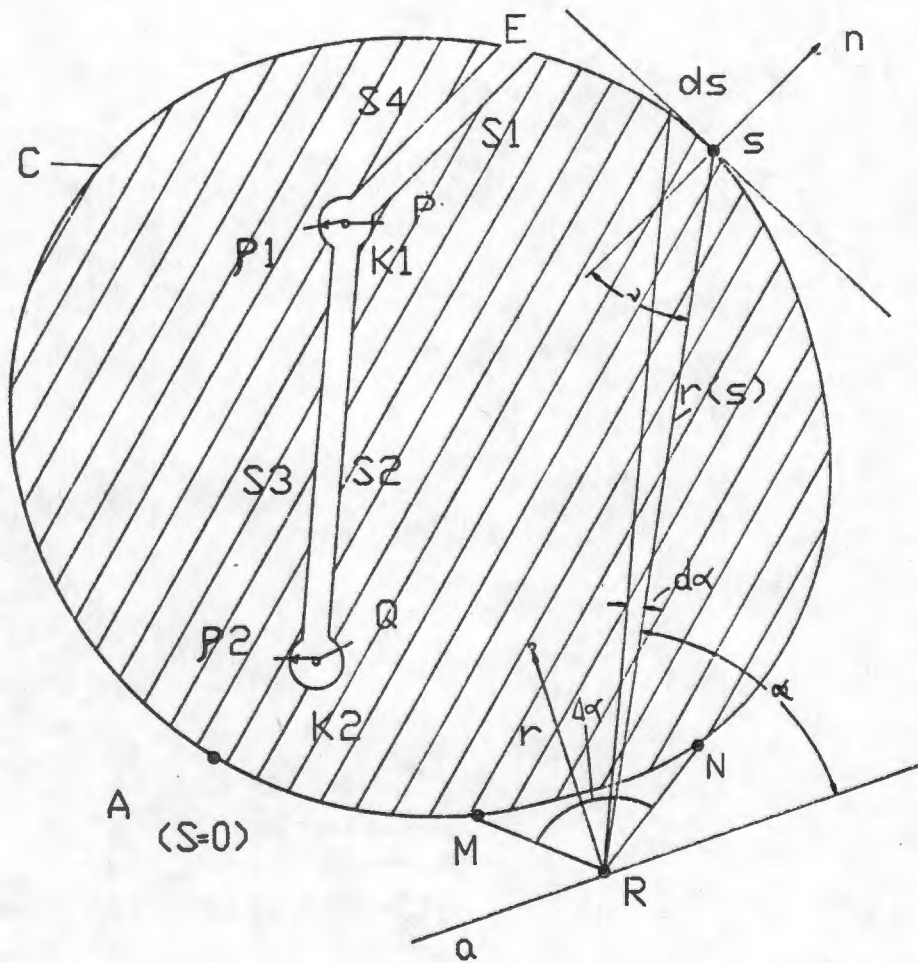


FIG. 13 .- REGION DE INTEGRACION PARA LA APLICACION DEL TEOREMA DE GREEN.

solución del problema.

Si se considera un fluido incompresible, entonces la ecuación del potencial es :

$$\nabla^2 \varphi = 0 \quad (22)$$

Se requiere de otra función que también satisfaga el laplaciano, la cual $\nabla^2 \log r$ se encontró que lo satisfacía, donde r es la distancia de cualquier punto del plano a un cierto punto R , por lo tanto:

$$\nabla^2 \log r = 0 \quad (23)$$

lo satisface en cada punto del plano ξ^{IV} y η^{IV} .

Ahora se reemplaza en la ecuación 21 a u por la función potencial y a ψ por $\log r$, entonces la ecuación 21 se reduce a:

$$\oint \left(\varphi \frac{\partial}{\partial n} \log r - \frac{\partial \varphi}{\partial n} \log r \right) ds = 0 \quad (24)$$

Separando esta integral para cada segmento de recta de la figura 12, entonces se tiene:

$$\int_C + \int_{K_1} + \int_{K_2} + \int_{L_1} + \int_{L_2} + \int_{L_3} + \int_{L_4} = 0 \quad (25)$$

Para analizarlas a cada una de ellas se les iguala a una J_n (esto se hace por sencillez en el análisis), por lo tanto:

$$J_1 + J_2 + J_3 + J_4 + J_5 + J_6 + J_7 = 0 \quad (26)$$

Donde J_1 a J_7 son las siete integrales de la ecuación 25.

La integral J_1 es igual a:

$$J_1 = \oint_C \left(\varphi \frac{\partial}{\partial n} \log r - \frac{\partial \varphi}{\partial n} \log r \right) ds \quad (27)$$

ya que $\partial \varphi / \partial n = 0$ (puesto que no existe flujo fuera de la curva)
entonces la integral J_1 se reduce a:

$$J_1 = \oint_C \varphi \frac{\partial}{\partial n} \log r ds \quad (28)$$

desarrollando el término de la integral, se tiene:

$$\frac{\partial}{\partial n} \log r ds = \frac{d}{dr} \log r \frac{\partial r}{\partial n} ds = \frac{1}{r} \frac{\partial r}{\partial n} ds \quad (29)$$

De consideraciones geométricas (ver figura 13) se ve que $\partial r / \partial n = \cos \nu$, donde ν es el ángulo que se forma con r y n , y el $\cos \nu = r \frac{d\alpha}{ds}$, donde α es el ángulo que se forma con r y la recta "a", por lo tanto:

$$\frac{\partial}{\partial n} \log r ds = \frac{\cos \nu}{r} ds = \frac{r \frac{d\alpha}{ds}}{r} ds = d\alpha \quad (30)$$

al sustituir la ecuación 30 en la ecuación 28 se tiene:

$$J_1 = \oint_C \varphi d\alpha \quad (31)$$

Ahora escogiendo un segmento cualquiera de la frontera C, sea este segmento MN, entonces la integral J_1 será:

$$\int_M^N \varphi \, d\alpha = -\varphi \Delta\alpha \quad (32)$$

Ahora, si el punto R tiende hacia la curva C la ecuación (34) se reduce a:

$$\lim_{R \rightarrow C} \int_M^N \varphi \, d\alpha = -\pi \bar{\varphi} \quad (33)$$

ya que R está sobre C, ahora los puntos M y N se mueven hacia R, entonces el potencial φ tiende hacia $\varphi(R)$, es decir el valor de φ en el punto R, por lo tanto J_1 queda como:

$$J_1 = -\pi\varphi(R) + \int_0^\pi \varphi \, d\alpha \quad (34)$$

Ahora se resuelve la integral J_2 la cual se expresa como:

$$J_2 = \int_{k_1} (\varphi \frac{\partial}{\partial n} \log r - \frac{\partial \varphi}{\partial n} \log r) \, ds \quad (35)$$

Haciendo referencia a la figura 14, ρ_1 es el radio del círculo k_1 y v_1 es el ángulo que se forma con las rectas r_p y el radio ρ_1 . Se debe notar que $\partial/\partial n = -\partial/\partial \rho_1$.

El potencial en función de la fuente y la vorticidad se expresa como:

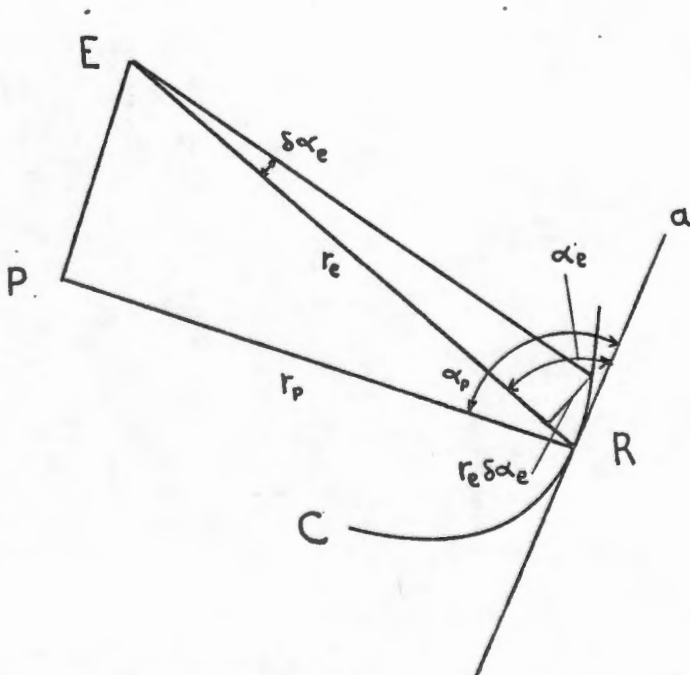
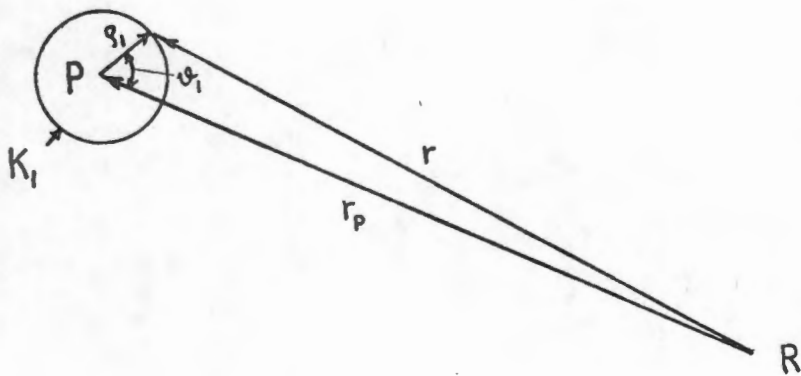


Fig. 14. Representación geométrica para el planteamiento del problema de cálculo de las velocidades.

$$\varphi = \frac{q_p}{2\pi} \log \rho_1 - \frac{\Gamma}{2\pi} \vartheta_1 + \varphi' \quad (36)$$

donde φ' es el potencial generado por los fenómenos de la fuente y el vórtice, ya que $q_p = 2\pi$ y $\Gamma = 2\pi \tan \sigma_1$, si se sustituyen en la anterior ecuación se tiene:

$$\varphi = \log \rho_1 - \vartheta_1 \tan \sigma_1 + \varphi' \quad (37)$$

y derivando parcialmente φ con respecto a ρ_1 se tiene:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \rho_1} = \frac{1}{\rho_1} + \frac{\partial \varphi'}{\partial \rho_1} \quad (38)$$

Además

$$\frac{\partial}{\partial \rho_1} \log r = \frac{d}{dr} \log r \frac{\partial r}{\partial \rho_1} = \frac{1}{r} \frac{\partial r}{\partial \rho_1} \quad (39)$$

De las consideraciones geométricas de la figura 14, se tiene que:

$$\frac{\partial r}{\partial \rho_1} = -\cos \vartheta_1 \quad \text{por lo tanto} \quad \frac{\partial}{\partial \rho_1} \log r = -\cos \frac{\cos \vartheta_1}{r} \quad (40)$$

Sustituyendo las ecuaciones (37), (38) y (40) en la ecuación (37) se tiene:

$$J_2 = -\rho_1 \int_0^{2\pi} \left[-(\log \rho_1 - \vartheta_1 \tan \sigma_1 + \varphi') \frac{\cos \vartheta_1}{r} - \left(\frac{1}{\rho} + \frac{\partial \varphi'}{\partial \rho_1} \right) \log r \right] d\vartheta_1 =$$

$$\begin{aligned}
&= \rho_1 \log \rho_1 \int_0^{2\pi} \frac{\cos \varphi_1}{r} d\varphi_1 - \rho_1 \tan \sigma_1 \int_0^{2\pi} \frac{\varphi_1 \cos \varphi_1}{r} d\varphi_1 + \\
&+ \rho_1 \int_0^{2\pi} \frac{\varphi_1' \cos \varphi_1}{r} d\varphi_1 + \int_0^{2\pi} \log r d\varphi_1 + \rho_1 \int_0^{2\pi} \frac{\partial \varphi_1'}{\partial \rho_1} \log r d\varphi_1 \quad (41)
\end{aligned}$$

para la ecuación (41) se toma el límite cuando ρ_1 tiende a cero lo cual lleva a:

$$\lim_{\rho_1 \rightarrow 0} J_2 = \lim_{\rho_1 \rightarrow 0} \int_0^{2\pi} \log r d\varphi_1 = \lim_{\rho_1 \rightarrow 0} (2\pi \log \bar{r}) \quad (42)$$

donde \bar{r} es el valor medio, el cual tiende a r_p , por lo tanto:

$$\lim_{\rho_1 \rightarrow 0} J_2 = 2\pi \log r_p \quad (43)$$

de las mismas consideraciones se tiene que para J_3

$$\lim_{\rho_2 \rightarrow 0} J_3 = -2\pi \log r_q \quad (44)$$

donde el signo negativo nos indica la presencia de un sumidero.

Ahora toca resolver las integrales para los segmentos S_1 , S_2 , S_3 y S_4 . Primero se analizan los segmentos S_1 y S_4 ; para S_1 se tiene:

$$J_4 = \int_{(S)} \left(\varphi \frac{\partial}{\partial n} \log r - \frac{\partial \varphi}{\partial n} \log r \right) ds \quad (45)$$

la cual se puede expresar como:

$$J_4 = \int_{(S_1)} \varphi \, d\alpha - \int_{(S_1)} \frac{\partial \varphi}{\partial n} \log r \, ds \quad (46)$$

de la misma manera para el segmento S_4 se tiene que:

$$J_7 = \int_{(S_4)} \varphi \, d\alpha - \int_{(S_4)} \frac{\partial \varphi}{\partial n} \log r \, ds \quad (47)$$

Debido a que S_1 y S_4 están infinitamente cercanas la una a la otra, se puede notar que $\partial\varphi/\partial n$ en cada una de ellas, tienen signos contrarios, por lo tanto al sumarse J_4 y J_7 la $\partial\varphi/\partial n$ desaparece, por lo tanto:

$$J_4 + J_7 = \int \varphi \, d\alpha + \int \varphi \, d\alpha \quad (48)$$

Y estrictamente las direcciones del potencial en S_1 y S_4 son contrarias, por lo tanto:

$$J_4 + J_7 = \int_{\alpha(E)}^{\alpha(P)} (\varphi_{S_1} - \varphi_{S_4}) \, d\alpha \quad (49)$$

donde φ_{S_1} y φ_{S_2} son los valores del potencial correspondientes a la trayectoria S_1 y S_4 respectivamente.

Y ya que $\varphi_{S_1} - \varphi_{S_4}$ es una constante, entonces:

$$\varphi_{S_1} - \varphi_{S_4} = (\Gamma_p + \Gamma_q) = 2\pi (\tan \sigma_1 - \tan \sigma_2) \quad (50)$$

y la suma de $J_4 + J_7$ es igual a:

$$J_4 + J_7 = 2\pi (\tan \sigma_1 - \tan \sigma_2) \int_{\alpha(E)}^{\alpha(P)} d\alpha = 2\pi (\tan \sigma_1 - \tan \sigma_2) \Delta\alpha' \quad (51)$$

para los dos restantes segmentos, aplicando las mismas consideraciones se tiene:

$$J_5 + J_6 = -2\pi (\Delta\alpha'' - \Delta\alpha') \tan \sigma_2 \quad (52)$$

Sustituyendo J_1 a J_7 en la ecuación 28 se llega a:

$$-\pi\varphi(R) + \int_0^\pi \varphi d\alpha + 2\pi \left[\log r_p - \log r_q + \Delta\alpha' (\tan \sigma_1 - \tan \sigma_2) - (\Delta\alpha'' - \Delta\alpha') \tan \sigma_2 \right] \quad (53)$$

El punto R puede ser elegido en cualquier punto de la curva C por lo tanto el potencial quedará en función de la trayectoria, esto es:

$$\varphi(s) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \varphi d\alpha + 2 \left[\log \left(\frac{r_p}{r_q} \right) + \Delta\alpha' \tan \sigma_1 - \Delta\alpha'' \tan \sigma_2 \right] \quad (54)$$

La ecuación 54 es la ecuación general que da la distribución de velocidades sobre el perfil de álabes. Para encontrar su solución se debe recurrir a un método numérico apropiado.

En el siguiente capítulo se hace la aplicación de este desarrollo del modelo matemático y se demuestra su viabilidad para cualquier tipo de álabe de compresor de flujo axial.

CAPITULO 4

Nomenclatura de los álabes y aplicacion de la transformacion conforme al alabe NACA 65-0-10

4.1 Nomenclatura de los álabes

Antes de aplicar el método de la transformación conforme al álabe en cuestión, es necesario conocer todas las características geométricas de un perfil y de una rejilla de perfiles.

Las características geométricas de un álabe o perfil, se muestra en la figura 15.

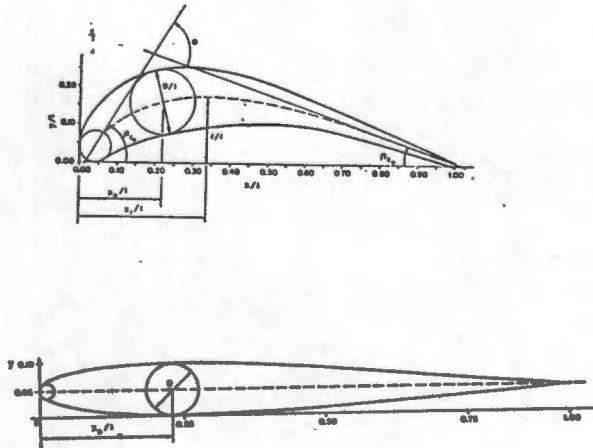


Fig. 15. Características geométricas de un perfil.

D espesor máximo del perfil
 f línea convexa del perfil ó línea de referencia
 l cuerda
 x coordenada en dirección de la cuerda
 x_D coordenada del lugar geométrico, donde se puede trazar un círculo de diámetro máximo
 x_f coordenada donde se encuentra la convexidad máxima del perfil
 β_{1g} ángulo respecto al eje x cuya tangente se traza en la línea de referencia del borde de ataque del perfil
 β_{2g} ángulo respecto al eje x y tangente a la línea de referencia del perfil en el borde de salida
 $\theta = \beta_{1g} - \beta_{2g}$ es el ángulo de desviación del perfil

En el caso de una rejilla de álabes, refiriéndose a la figura 16, la nomenclatura es la siguiente:

a sección de salida
 c . sección más angosta del espesor del borde de salida
 t paso que existe entre álabe y álabe
 β_a ángulo de la sección de salida
 β_c ángulo de la sección más angosta
 β_1 ángulo de incidencia del flujo sobre la rejilla
 β_2 ángulo de salida del flujo
 β_{st} ángulo de escalonamiento
 β_{2s} ángulo de escalonamiento a la salida del borde de salida respecto al plano 2'

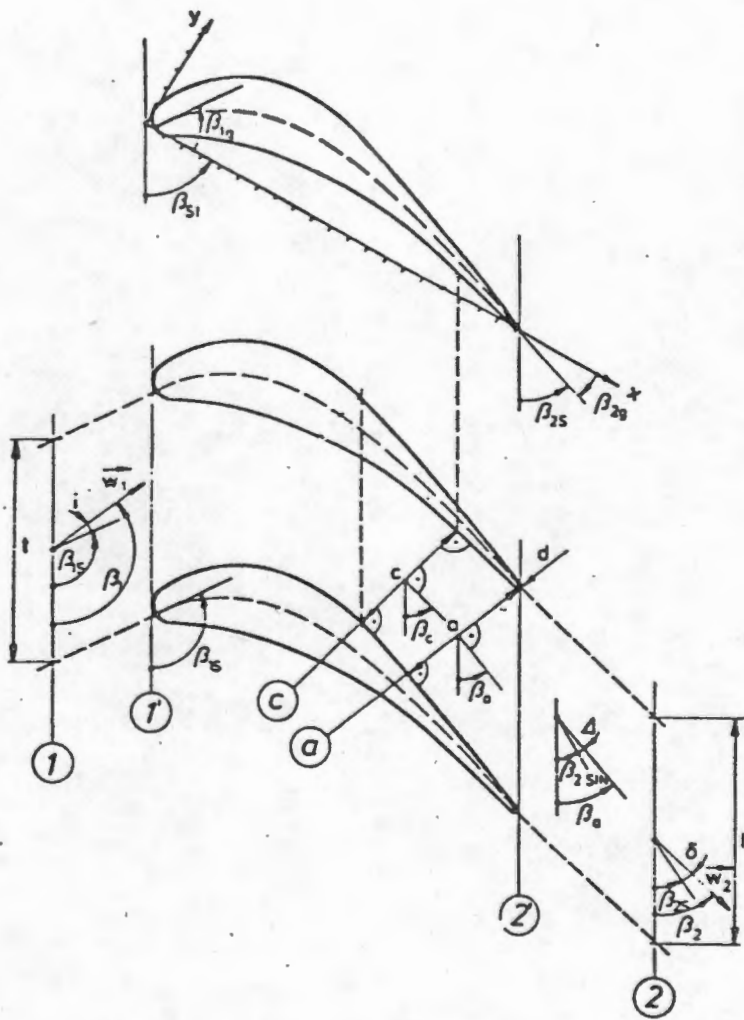


Fig. 16. Rejilla de álabes para la explicación de la nomenclatura.

4.2 Clasificación de los álabes

El desarrollo teórico de perfiles o álabes se conoce por los trabajos que han realizado los diferentes investigadores, algunos de estos desarrollos se les designa con el nombre del investigador, entre los que se pueden mencionar:

Perfil NACA

Perfil Göttinger

Perfil de Betz-Keune

Perfil de Joukowski

Perfil de Karman-Treffitz

Las familias anteriores de perfiles son de una importancia total para el significado y funcionamiento práctico de cualquier tipo de turbomáquinas de transformación de energía. De estas familias, las más importantes por su desarrollo teórico y experimental que hasta la fecha tienen, son la familia Göttinger y la familia NACA.

La familia Göttinger se le conoce así, porque se han desarrollado los trabajos teóricos y experimentales en el laboratorio de DFVLR (Deutsche Forschungs und Versuchsanstalt für Luft-und Raumfahrt e.V.), localizado en la ciudad de Göttingen, Alemania Federal. Entre los cuales, los principales son los siguientes como se muestra en la figura 17.

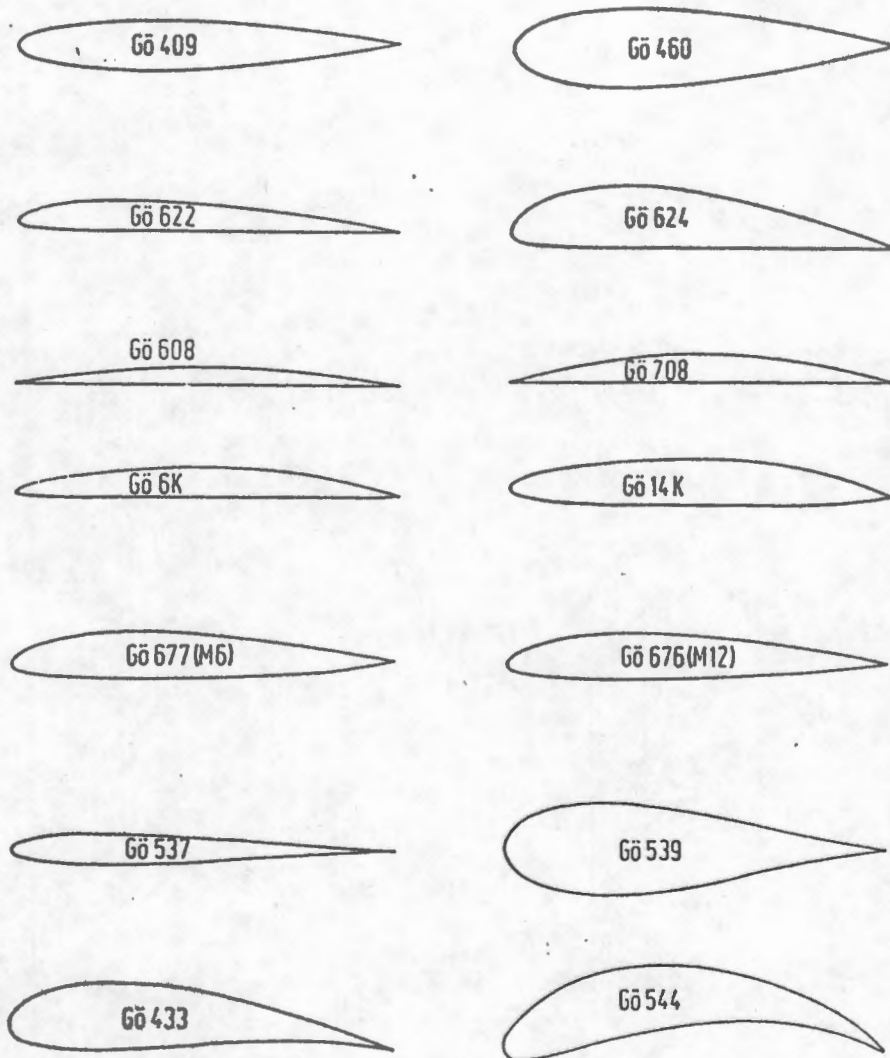


Fig 17. Familia de perfiles Göttinger

De esta figura se puede observar que existen álabes para turbinas de vapor y gas, como lo son el Gø 539, 544, 460 y álabes para compresores como lo son el Gø 537, 622, 708. Todos estos números son de la etapa experimental que han realizado en este laboratorio, las letras en estos números, por ejemplo K, significa que se ha investigado la capa límite en forma específica en esos álabes.

Como se puede observar en esta figura 17, existen algunos álabes que en su nomenclatura se incluyen otros parámetros, ellos significan que son perfiles que se han desarrollado en los Estados Unidos, pero que en el laboratorio de DFVLR, se han experimentado y perfeccionado.

La familia NACA (National Advisory Commite for Aeronautics) de los Estados Unidos, ha desarrollado teórica y experimentalmente una serie de familias de álabes tanto para utilizarse en turbinas como en compresores, en función de las características y cualidades que deba tener la máquina a donde se va a emplear.

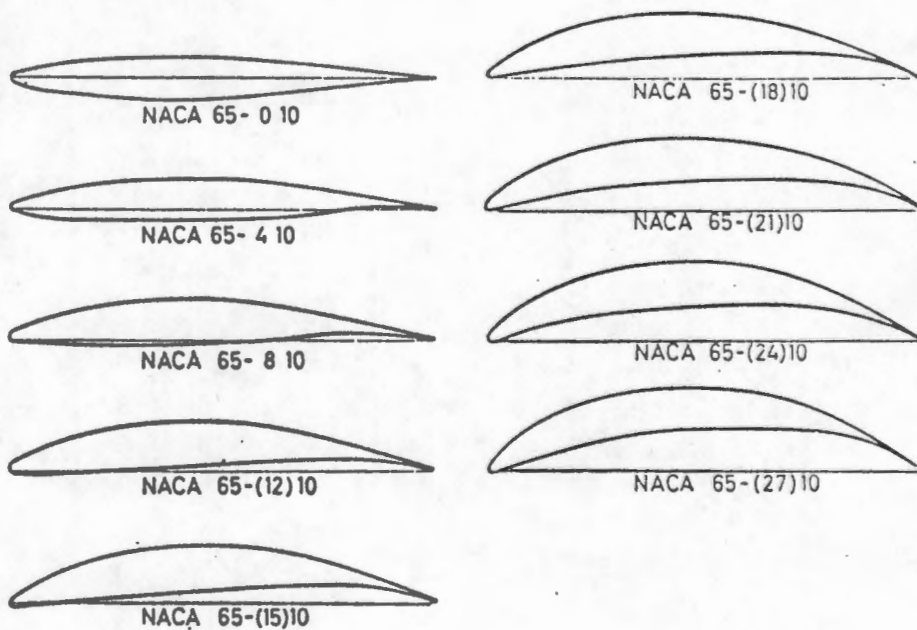
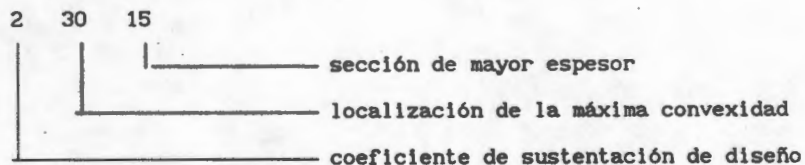


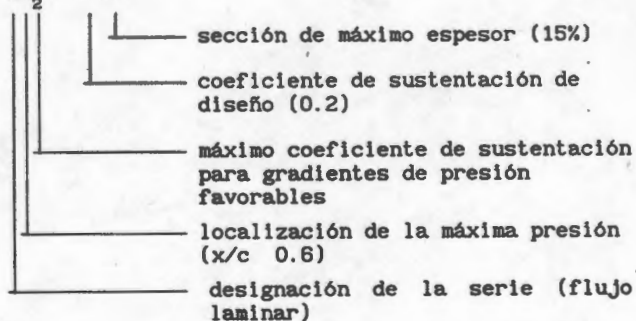
Fig. 18. Familia de perfiles NACA.

Para la determinación de la serie de la figura 18, el significado se dará con el siguiente ejemplo:

Convencional - 23015



Flujo Laminar - 66₂ - 215



El comportamiento del flujo en una rejilla de álabes, se representa en la siguiente figura 19.

El plano de referencia 0 indica la zona de medición de flujo en el borde de ataque de la rejilla de álabes.

El plano 1, indica la zona de medición en el borde de salida de la rejilla de álabes a donde el flujo presenta no-homogeneidad.

El plano 1', es el plano de homogeneización del flujo.

c = velocidad

w_p^0 = presión total

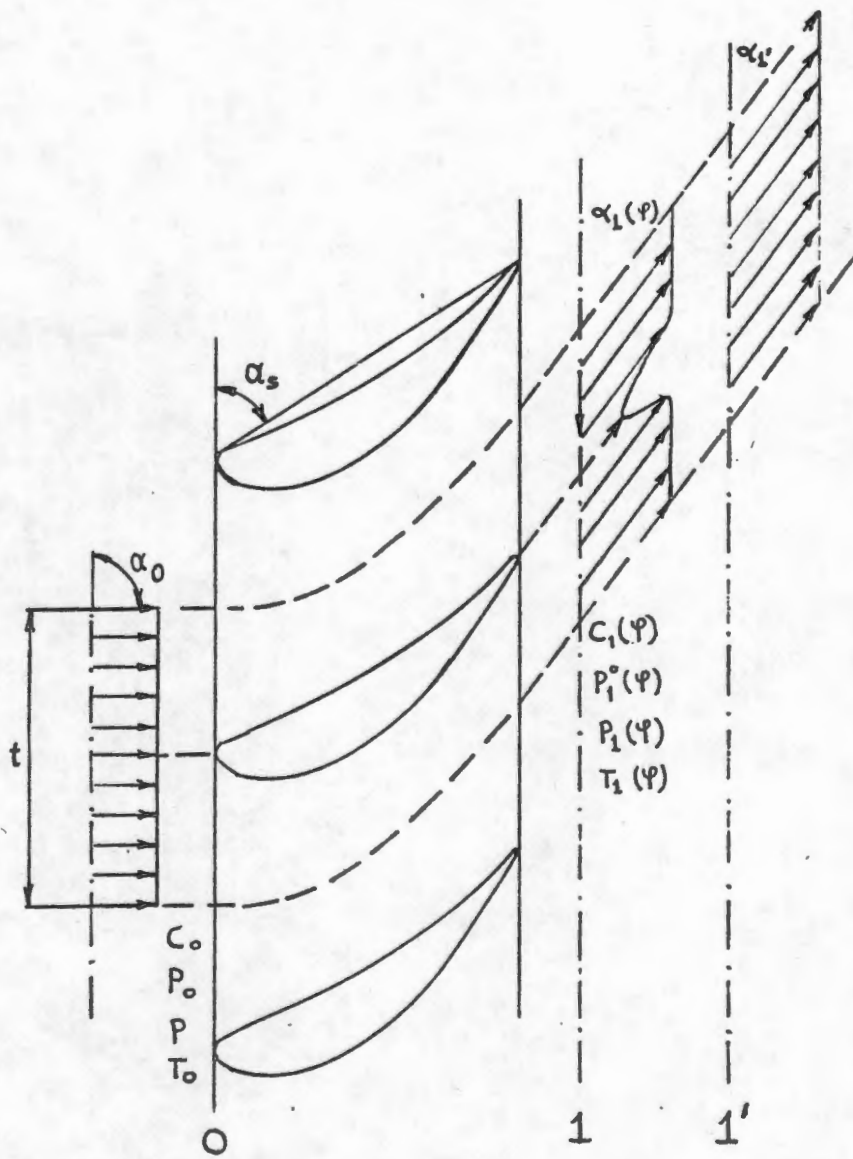


Fig. 19. Comportamiento del flujo en una rejilla de álabes.

p = presión estática

T = temperatura

α = ángulo de flujo

t = paso

φ = dirección tangencial

α_s = ángulo de escalonamiento

α_0 = ángulo de flujo de entrada

4.3 Aplicación de la transformación conforme al álabe de la serie NACA 65-0-10 mediante el programa de computo.

El programa utilizado para calcular la distribución de velocidades y presiones para álabes de compresor de flujo axial o turbinas, se muestra en el anexo al final de este trabajo.

Este programa fué realizado por Sonnenschein [3] en 1965 en la Universidad de Hannover de la República Federal Alemana, este programa fué sufriendo modificaciones para su mejora, hasta que la versión final del mismo quedó codificada en FORTRAN V.

Este programa para la realización de este trabajo, se tuvo que modificar, en su codificación de FORTRAN V a FORTRAN IV, debido a que en el centro de computo de la Sección de Graduados e Investigación de la E.S.I.M.E. donde se trabajó, la computadora VAX 11/730 no contaba con el lenguaje FORTRAN V ni las subrutinas que necesitaba este programa, para lo cual se tuvo que modificar

parte de su estructura, para acondicionarlo a ésta computadora.

La parte del programa que sufrió mayor modificación, se encuentra entre las líneas 359 a 429, ya que en estas, el programa pedía algunas subrutinas de "biblioteca" las cuales no se encontraban en la computadora VAX 11/730. El listado del programa se muestra en el anexo 1, junto con su diagrama de flujo.

La aplicación de este programa se hizo al álabe de la serie NACA-65-0-10, el cual posee la siguiente ecuación con la cual se encuentran los puntos coordenados del perfil del mismo:

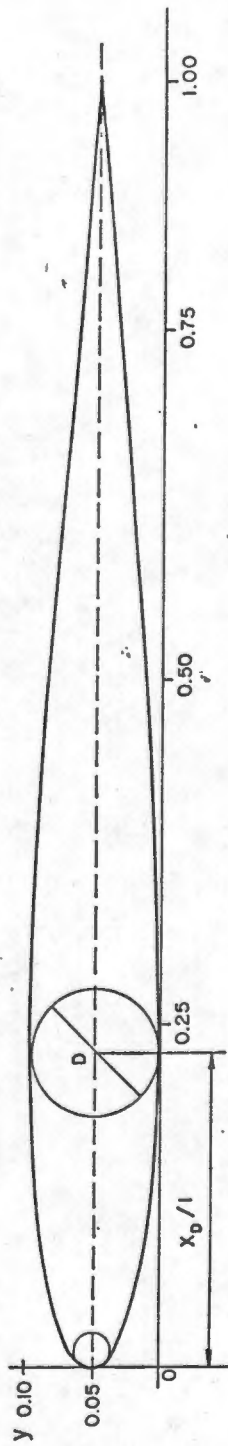
$$y = (0.154 + 0.133 x) (x (100 - x))^{1/2} d^{\circ}/l$$

donde $d^{\circ}/l = 0.1$

Este álabe se muestra en la figura 20, el cual posee un grosor de 10% de la cuerda del mismo y una cuerda de 30mm.

Este álabe es simétrico y para describir su perfil se utilizaron 104 pares de puntos coordenados, 52 para el lado de succión y 52 para el lado de presión, con una distribución de 31 puntos de pares coordenados para describir el borde de ataque de éste álabe.

Para el funcionamiento correcto de este programa, es necesario suministrar los siguientes datos:



$$Y = (0.154 + 0.0133 X) (X (100 - X))^{1/2} d^*/l$$

Fig. 20. Perfil NACA 65-0-10

- N número de puntos de pares coordenados del perfil (lado de succión + lado de presión)
- IE número de puntos de pares coordenados que describen el borde de ataque del perfil
- BETAS ángulo de escalonamiento del álabe
- T longitud de paso que existe entre un par de álabes
- BETA1 ángulo de entrada del flujo a la rejilla
- BETA2 ángulo de salida del flujo de la rejilla

Con estos datos, el programa calcula la distribución de velocidades y presiones sobre el perímetro del perfil, mediante el método de la transformación conforme.

En la tabla de resultados la nomenclatura es la siguiente:

- x punto coordenado en el eje "x"
- y punto coordenado en el eje "y"
- s perímetro del perfil
- B potencial
- c velocidad en el par de puntos coordenados x,y
- p presión en el par de puntos coordenados x,y

Como se observa, el programa da resultados sobre la distribución de velocidades y presiones por cada par de puntos coordenados que se le proporcionan de lectura. El listado y la discusión de resultados se encuentra en el siguiente capítulo.

CAPITULO 5

Resultados y discusión

En este trabajo se ha desarrollado la teoría de la transformación conforme y la utilización de un programa computacional para la agilización de los cálculos. Con este método se ha podido calcular para un álabe de compresor de flujo axial (NACA-65-0-10) la distribución de velocidades y presiones, como se muestra en la tabla de resultados que se encuentra en el anexo 2. Debe ser señalado que este procedimiento suministra resultados para sistemas de flujo incompresible como es el caso, en general, del tratamiento de los turbocompresores.

Una vez que se obtuvieron los resultados del análisis de este álabe o paleta, se procesó la información obtenida para estudiar el comportamiento de la distribución de velocidades y presiones, graficando la velocidad contra la cuerda; y la presión contra la cuerda. Para ello se utilizó un paquete de software para computadoras personales llamado Lotus 1-2-3.

En las figuras 21 y 22, se muestran las gráficas con los resultados obtenidos por el programa de cómputo y procesados en el paquete Lotus 1-2-3. La figura 21, muestra la distribución de velocidades tanto del lado de succión como del lado de presión contra la cuerda (largo del perfil). A pesar de que este perfil es simétrico, las curvas que se obtuvieron para los lados de

succión y presión no lo son, esto es debido a que el perfil tiene un ángulo de inclinación, lo mismo que el flujo tiene un ángulo de incidencia sobre la rejilla, en este caso el ángulo de inclinación del perfil fué de 126.4° y el ángulo de incidencia del flujo fué de 143.2° . La figura 22, muestra la distribución de presiones tanto del lado de succión como del lado de presión contra la cuerda. Lo mismo que se presentó en las curvas de distribución de velocidades, se presentó en la distribución de presiones para ambos lados.

Los resultados de este estudio han sido comparados con otros, obtenidos por Wirz y Smolderen [16], sus resultados se muestran en la figura 23 y 24, cada figura muestra la distribución de presión en la superficie del álabe. Los cálculos se hicieron en secuencias de redes con puntos nodales muy cercanos entre sí.

Primero hicieron experimentos con un parámetro de viscosidad igual a cero, y después lo fueron modificando hasta llegar a tenerlo con un valor no muy cercano a 1, la figura 23 muestra los resultados con un parámetro de viscosidad igual a cero, y la figura 24 con un valor cercano a 1. Lo que observaron fue que:

- Los resultados no diferían considerablemente al estar experimentando con diferentes parámetros de viscosidad, e incluso cuando este era igual a cero.

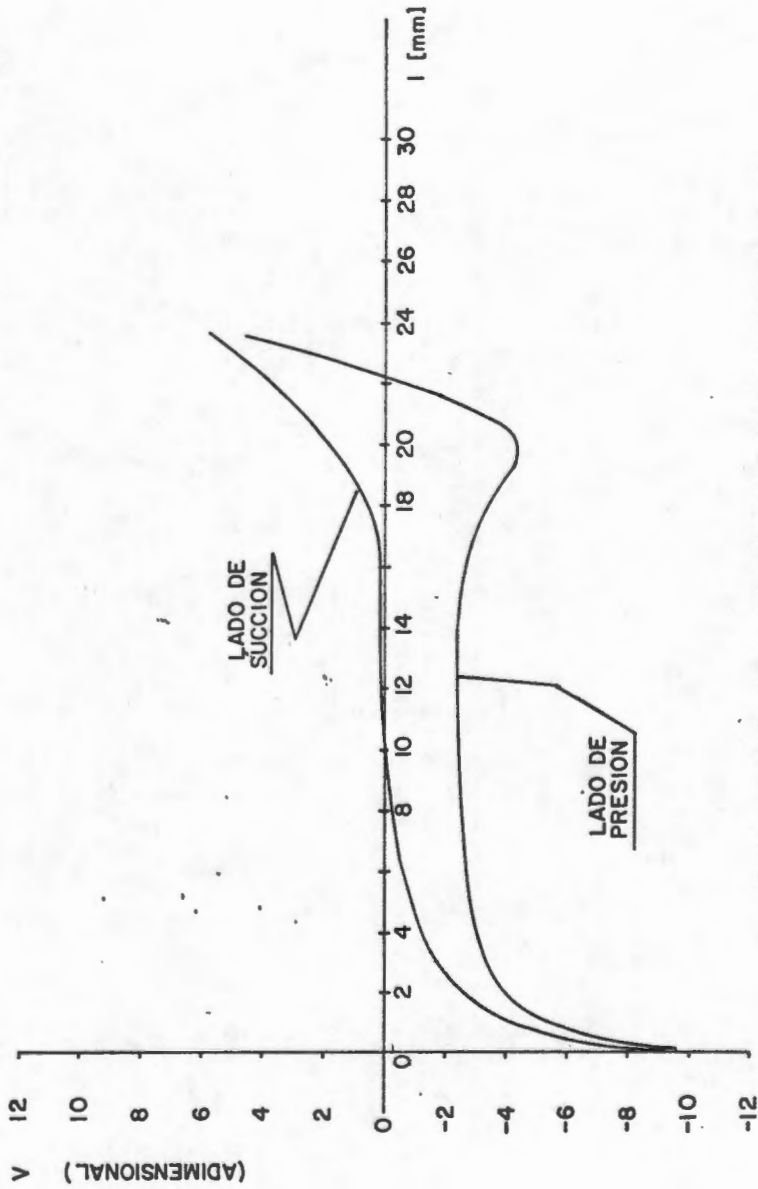


FIG. 21.- GRAFICA DE LA DISTRIBUCION DE VELOCIDADES SOBRE EL CONTORNO DEL PERFIL NACA 65-0-10.

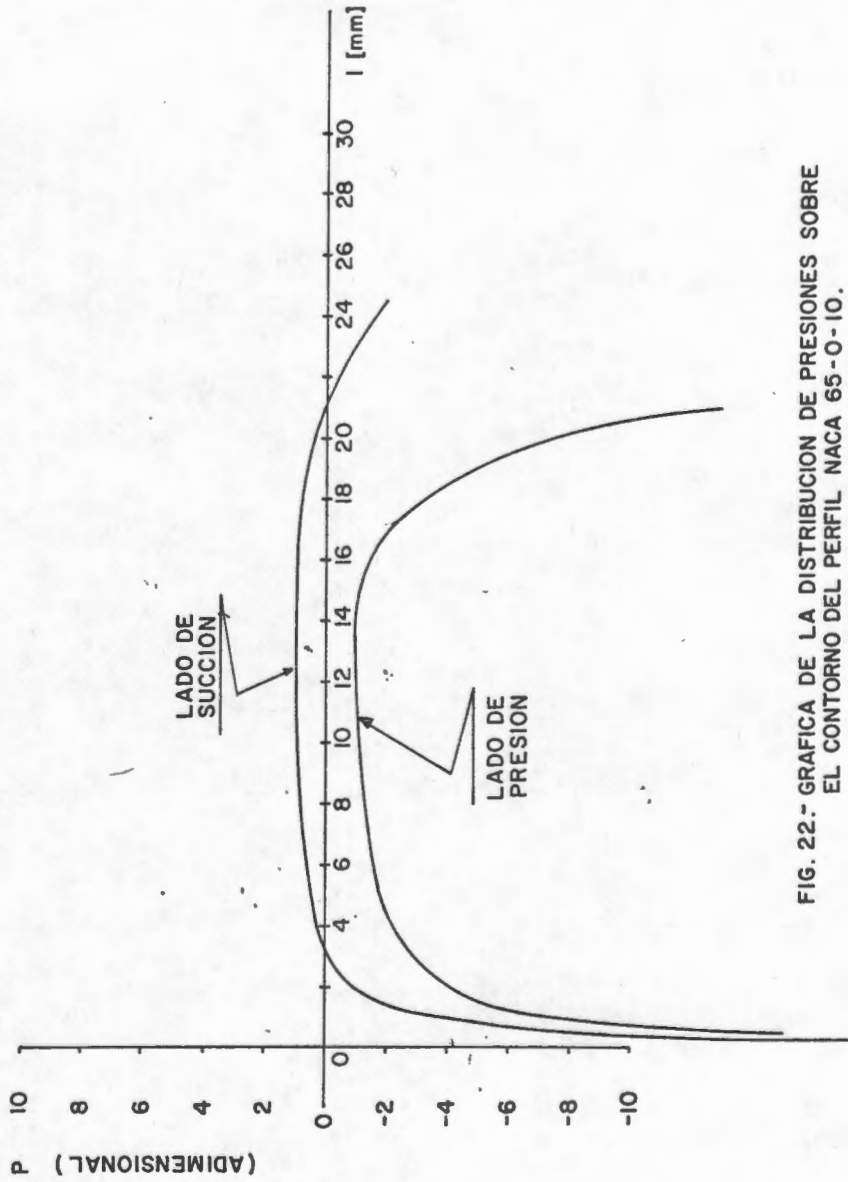


FIG. 22.- GRAFICA DE LA DISTRIBUCION DE PRESIONES SOBRE EL CONTORNO DEL PERFIL NACA 65-0-10.

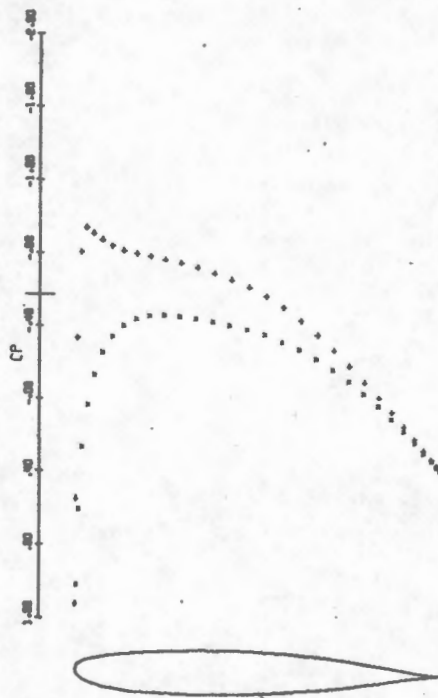


Fig. 23. Distribución de presiones con parámetro de viscosidad igual a 0.

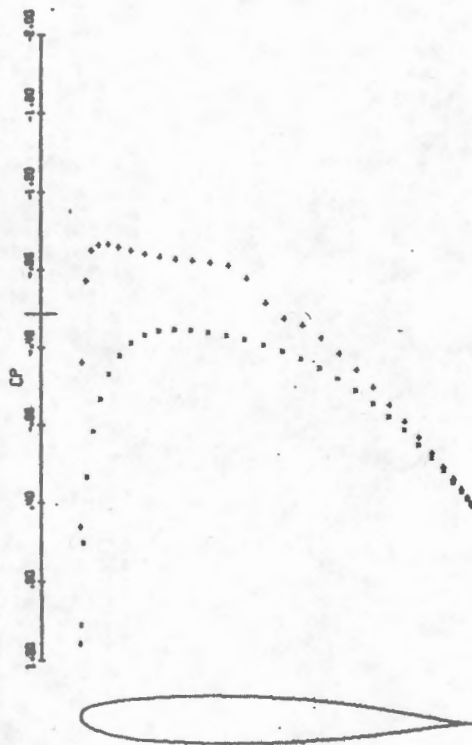


Fig. 24. Distribución de presiones con parámetro de viscosidad diferente de 0.

- Los resultados de sus cálculos divergían cuando este parámetro era muy cercano a 1, por lo cual este valor nunca la aproximaron a 1.

Los resultados obtenidos a través del método de la transformación conforme figura 21 y 22, son muy semejantes en su configuración a los resultados obtenidos teórica y experimentalmente por Wirz y Smolderen [16] figuras 23 y 24, Comparando estas figuras, se puede observar que estas al inicio son muy semejantes y a la salida existe una marcada diferencia, ya que los obtenidos por Wirz y Smolderen, convergen las curvas a la salida del perfil.

Esto justifica la validez del método de la transformación conforme, como un método eficaz para ser empleado en este tipo de análisis. Las causas de estas diferencias pueden ser atribuidas a las siguientes observaciones:

En las figuras 21 y 22, aproximadamente al 66% de la cuerda del álabe que se analizó, se presentan no-homogeneidades, esto es debido a que el espesor del borde de salida tiene un "adelgazamiento" extremo, lo cual origina distorsiones en la distribución de velocidades y presiones, lo que puede provocar problemas de inestabilidad en el compresor, que no necesariamente se originan en esa rejilla, sino que debido a esa perturbación del flujo, provoca inestabilidades en las siguientes rejillas de álabes.

Otra causa de estas no-homogeneidades, es debida al ángulo de incidencia del flujo sobre la rejilla, el cual es fundamental para el funcionamiento estable del compresor de flujo axial. A grandes ángulos de incidencia del flujo sobre la rejilla, se origina el desprendimiento de la capa límite, la cual provoca la inestabilidad llamada "bloqueo", y a ciertas condiciones de operación se puede presentar otra inestabilidad llamada "bombeo" o una combinación de ambas puede presentarse.

Otra causa es debida a las ondas de choque que se presentan a velocidades sónicas, esto es a números de Mach cercanos a uno, pero el análisis de este número queda fuera del alcance de este trabajo, ya que sería necesario un análisis de flujo compresible para tratar este problema, lo cual acarrea que se tenga que tener en cuenta otras consideraciones para el flujo compresible, y en este trabajo en una de las suposiciones se mencionó que el flujo se consideraba incompresible.

De esta forma este trabajo puede ser usado para el diseño o mejora de álabes de compresor de flujo axial, es decir que es una herramienta de los múltiples pasos que se tienen que seguir para el diseño o análisis de compresores de flujo axial.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El método de la transformación conforme demostrado su eficacia dentro del campo de la turbomaquinaria, para el diseño y optimización de los álabes de compresor de flujo axial.

El desarrollo de los compresores axiales está en función de pequeñas dimensiones constructivas y aumento de flujo másico dentro del mismo, en donde es necesario tener pequeñas longitudes de los álabes y una velocidad axial elevada a la entrada.

Si se tienen elevadas relaciones de compresión (p_2/p_1), el conjunto de álabes en el extremo final del compresor, serán de longitud pequeña, esto se puede observar en la figura 5, donde a la salida del compresor la longitud de los álabes es pequeña.

Con respecto al triángulo de velocidades, este influye de manera directa en el grado de reacción, lo cual implica que a diferentes grados de reacción, diferentes geometrías de álabes en el paso del compresor deben ser analizadas.

El análisis de la geometría de los álabes, juega un papel determinante en el diseño de un compresor de flujo axial. Los métodos de análisis que se emplean para estas geometrías, en su mayoría son muy complicados para aplicarse. La teoría expuesta en este estudio, muestra que el método de la transformación conforme tiene una versatilidad y fácil asimilación para la realización de

este tipo de análisis.

La aplicación de este método mediante el programa de cómputo, permite el cálculo de la distribución de las velocidades y presiones en álabes de cualquier geometría y con cualquier ángulo de incidencia de flujo. Para que esta aplicación sea exitosa es necesario que el borde de ataque del álabe sea descrito de una forma más precisa, y esto se logra dando puntos coordinados de esta sección en gran número, lo cual implica que estén menos espaciados entre ellos.

Este trabajo también puede ser utilizado para el estudio del fenómeno de la capa límite en el perfil, la cual ocasiona las pérdidas de flujo que se presentan en el álabe, asimismo da la posibilidad de los cambios que se requieran hacerse debido a la influencia de la corrosión, erosión y detalles existentes en álabes ya diseñados.

La comparación de los resultados obtenidos en este estudio, con los obtenidos por otros investigadores, muestra que el análisis hecho aquí es correcto. Las diferencias encontradas son debidas al ángulo de incidencia del flujo sobre la rejilla y al ángulo de escalonamiento de la rejilla, para que existiera una similitud, sería necesario estar proponiendo diferentes ángulos de incidencia y escalonamiento, hasta ver en los resultados una homogeneidad, o sea que los resultados no presenten saltos en sus valores, tan bruscos como lo que se obtuvieron en la tabla de

resultados de este estudio.

Recomendaciones

Los resultados de este estudio permiten hacer, las siguientes recomendaciones:

1.- Es conveniente que el trabajo en la dirección de los turbocompresores avance a través de otro estudio que ataque los problemas de bombeo y bloqueo, el cual podría ser teórico o bien experimental.

2.- Es recomendable que exista en esta Sección de Graduados, un laboratorio de turbomaquinaria (principalmente un canal de viento), para que los diferentes estudios teóricos que se pueden realizar, tengan también un apoyo experimental.

3.- Es importante que se continuen trabajos de este tipo en otras direcciones, como lo pueden ser: el método de las singularidades, estudios de diferencias finitas, estudios del elemento finito aplicados a álabes.

BIBLIOGRAFIA

[1] Traupel, W.: Calculation of Potential Flow through Blade Grids. Sulzer Technical Review, 1945.

[2] Bammert, Fiedler, Sonnenschein.: Berechnung der Potential- und Druckverteilung beliebiger Schaufelgitter von Turbomaschinen mit konformen Abbildungen, Mitteilung aus dem Institut für Strömungsmaschinen der Technischen Hochschule Hannover, Februar 1965.

[3] Sonnenschein, H.: Beschreibung und Anwendung des Fortran Programs zur Berechnung der Potential- und Druckverteilung beliebig geformter schaufelgitter, Technische Hochschule Hannover, 1966.

[4] Traupel, W.: Thermische Turbomaschinen, Band 1, Springer Verlag, 1988.

[5] Katsanis, T.: Computer Programm for Calculating velocities and Streamlines on a blade-to-blade Streamsurface of a turbomachine, NASA tn D-4525, 1968.

[6] Wilkinson, D.H.: Calculation of a blade-to-blade flow in a Turbomachine by Streamline-Curvature. Aeron. Res. Council., Rep. and Memor., Nr. 3704 (1972).

[7] Ribaut, M.: Le calcul de l'écoulement d'un fluide au travers d'une turbomachine au moyen de la théorie des potentiels.

Diss.EPF Laussane 1969.

[8] Mc. Donald, P.W.: The computation of Transonic Flow Through Two Dimensional Gas Turbines Cascades. ASME Paper 71-GT-89 (1971)

[9] Scholz, N.: Strömungsuntersuchungen an Schaufelgittern VDI-Forschungshett 442, Düsseldorf: VDI-Verlag 1954.

[10] Gostelow, J.P.: Compressible Flow Theories for Airfoil Cascades. ASME-Paper Nr. 73-GT-9 (1973).

[11] Ackeret, J.: Zum Entwurf dichtstehender Schaufelgitter. Schweiz. Bauztg, 120 (1942) H.9.

[12] Meyer, L.: Singularitätentheorie der Flügelgitter. Diss ETH, Zürich 1959.

[13] Schlichting, H.: Scholz, N.: Über die Theoretische Berechnung der Strömungsverluste eines ebenen Schaufelgitters. Ing.- Arch. 19 (1951) 42-65.

[14] Mellor, G.L.: An analysis of Axial Compressor Cascade Aerodynamics. Trans. ASME, Series D.J. Bas. Eng. 81(1959) 362-386.

[15] Horlock, J.H.: Axial Flow Compressors, Krieger Publishing, 1985.

[16] Wieg, H.J.: Smolderen J.J.: Numerical Methods in Fluid

Dynamics, Hemisphere Publishing Corporation, Von Karman Institute Book, 1978.

[17] Eckert, Schnell.: Axial und Radialkompressoren, Springer Verlag, 1980.

[18] Fister, W.: Fluidenergiemaschinen Band 2, Springer-Verlag, 1986.

[19] Riess, W.: Vorlesung Turboverdichter ifs 1984.

[20] Toledo, V.M.: Untersuchungen Zur Aerodynamischen Simulation der filmkühlung von Gasturbinenschaufeln, Diss. Universität Hannover, 1988.

[21] Levi, E.: Teorías y Métodos de las Matemáticas Aplicadas, UNAM 1980.

[22] Toledo, V.M.: Serie Turbomaquinaria, Apuntes: Fundamentos de Turbocompresores, SGeI-ESIME 1988.

[23] Dixon, S.L.: Termodinámica de las Turbomáquinas, Edit. Dossat S.A., Madrid 1981.

[24] Bird, Stewart, Lighthfoot.: Transport Phenomena, Jhon Wiley & Sons 1976.

[25] Schegliáiev, A.V.: Turbinas de Vapor parte 1, Edit. MIR 1985

[26] Bathie, W.: Fundamentals of Gas Turbines, Jhon Wiley & Sons 1984.

[27] White, F.M.: Mecánica de Fluidos, Mc. Graw Hill 1983.

[28] Fox, R.W.: Introduction to Fluids Mechanics, Jhon Wiley & Sons 1985.

[29] Bertin, H.: Mecánica de Fluidos para Ingenieros, Prentice Hall 1986.

[30] Currie, I.G.: Fundamental Mechanics of Fluids, Mc. Graw Hill 1976.

[31] Churchill, Brown, Verhey.: Variables Complejas y sus Aplicaciones, Mc. Graw Hill 1978.

[32] Marsden, Tromba.: Cálculo Vectorial, Fondo Editorial Interamericano, 1981.

ANEXO 1

C ESTE PROGRAMA CALCULA LA DISTRIBUCION DEL POTENCIAL Y PRESION PARA
 C CUALQUIER TIPO DE PERFILES O ALABES CON LA AYUDA DE LA TRANSFOR-
 C MACION CONFORME.

```

C *****
C *
C *          INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL          *
C *
C *          SECCION DE GRADUADOS E INVESTIGACION    *
C *          ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA *
C *
C *****
  
```

C DIMENSION X(110),Y(110),XK(110),YK(110),B(110),S(110),C(110)
 C DIMENSION P(110),FAKTOR(110),AA(110,110)

```

C *****
C * N = NUMERO DE PUNTOS DEL ALABE                    *
C * IE = NUMERO DE PUNTOS DEL CANTO DE ENTRADA        *
C * BETAS = EL ANGULO DEL PROPIO ALABE                *
C * T = EL PASO                                       *
C * BETA1 = EL ANGULO DEL FLUJO DE ENTRADA            *
C * BETA2 = EL ANGULO DEL FLUJO DE SALIDA             *
C *****
  
```

```

C *****
C *          EN LOS RESULTADOS LAS VARIABLES SON      *
C *
C * S = PERIMETRO O CONTORNO DEL PERFIL              *
C * B = POTENCIAL                                     *
C * C = VELOCIDAD                                     *
C * P = DISTRIBUCION DE PRESIONES                    *
C *****
  
```

```

C
C P1=3.14159265
C P2=P1/2.
C P3=1.74532925E-2
C READ(5,507) N,IE,BETAS,T,BETA1,BETA2
C WRITE(6,3) N,IE,BETAS,T,BETA1,BETA2
C 3 FORMAT(15X,I3,3X,I3,3X,I3,3X,F8.3,3X,F8.3,3X,F8.3,3X,F8.3)
C 507 FORMAT(2I3,4F8.3)
C DO 2 I=1,N
C READ(5,315) K,X(I),Y(I)
C 2 CONTINUE
C 315 FORMAT (I3,2F8.3)
C SIG1=90-BETA1
C SIGG1=P3*SIG1
C SIGMA1=SIN(SIGG1)/COS(SIGG1)
C SIG2=BETA2-90
C SIGG2=P3*SIG2
C SIGMA2=SIN(SIGG2)/COS(SIGG2)
C BE=P3*(90-BETAS)
C S1=SIN(BE)
C S2=COS(BE)
C AMT=2*P1/T
C FAKTOR(IE)=0.
C IC=N
C NO=N-1
C N1=N+1
C N2=N+2
  
```

C CALCULO DE LA PRIMERA CONFIGURACION


```

C   ABBILDUNG
    IF=IE
    G1=X(IF-1)
    G2=X(IF)
    G3=X(IF+1)
    H1=Y(IF-1)
    H2=Y(IF)
    H3=Y(IF+1)
    MIT=1
    GO TO 99
112 XO=0.5*(X(IE)+DA/D)
    YO=0.5*(Y(IE)+DB/D)
C   DETERMINACION DE LA PRIMERA CONFIGURACION
    DO 4 IA=1,N
    XX=(X(IA)-XO)*S2+(Y(IA)-YO)*S1*AMT
    YY=(Y(IA)-YO)*S2-(X(IA)-XO)*S1*AMT
    Z1=EXP(XX)
    Z2=COS(YY)
    Z3=Z1**2+1
    Z3=Z3-2*Z1*Z2
    XK(IA)=(Z1**2-1)/Z3
    YK(IA)=(-2*Z1*SIN(YY))/Z3
4   CONTINUE
C   DETERMINACION DE LOS PUNTOS DE APOYO PARA LA 2a. CONFIGURACION
C   ABBILDUNG
    XK(N+1)=XK(1)
    YK(N+1)=YK(1)
    XK(N+2)=XK(2)
    YK(N+2)=YK(2)
    IF=N+1
    FAKTOR(IF)=0.0
    G1=XK(IF-1)
    G2=XK(IF)
    G3=XK(IF+1)
    H1=YK(IF-1)
    H2=YK(IF)
    H3=YK(IF+1)
    MIT=2
    GO TO 99
113 YB=0.5*(YK(1)+DB/D)
    XB=0.5*(XK(1)+DA/D)
C   PRUEBA DE LAS COORDENADAS PARA SABER SI TIENEN LA SUFICIENTE
C   SEPRACION
    DO 7 IB=1,N
    Z1=XK(IB)-XB
    Z3=XK(IB+1)-XB
    Z5=Z1-Z3
    Z2=YK(IB)-YB
    Z4=YK(IB+1)-YB
    Z6=Z2-Z4
    Z1=Z1**2+Z2**2+Z3**2+Z4**2-Z5**2-Z6**2
    I7=IB+1
    IF(Z1) 5,5,7
5   WRITE(6,6)IB,I7
6   FORMAT(10X,35HDISTANCIA DE SEPARACION MAYOR IB=I7,IH,/,2I7)
    GO TO 1000
7   CONTINUE
C   PUNTOS FIJOS DE LAS SINGULARIDADES EN EL PLANO DE LA 1a. CONFI-
C   GURACION
    XK(N+1)=1.0

```

```

YK(N+1)=0.0
XK(N+2)=-1.0
YK(N+2)=0.0
C  CALCULO DE LA SEGUNDA CONFIGURACION
DO 10 I3=1,N2
Z1=XK(I3)-XB
Z2=YK(I3)-YB
XK(I3)=0.5*LOG(Z1**2+Z2**2)
IF(ABS(Z1)-1E-10) 8,9,9
8  YK(I3)=P2
GO TO 10
9  YK(I3)=ATAN(Z2/Z1)
10 CONTINUE
C  TOMA DE LOS VALORES EN LA DIRECCION Y PARA EL SUBPROGRAMA
C  PI-PERIDO.
DO 11 I1=2,N
IV1=I1
IV2=I1-1
NACH=1
GO TO 89
11 CONTINUE
GO TO 97
111 XP=XK(N+2)
XQ=XK(N+1)
YP=YK(N+2)
YQ=YK(N+1)
C  DETERMINACION DE LAS PRIMERAS CONFIGURACIONES Y SUS CURVATURAS
XK(N+1)=XK(1)
YK(N+1)=YK(1)
XK(N+2)=XK(2)
YK(N+2)=YK(2)
DO 16 I2=2,N1
FAKTOR(I2)=1.0
Z1=(YK(I2-1)-YK(I2))/(XK(I2-1)-XK(I2))
Z2=(YK(I2+1)-YK(I2))/(XK(I2+1)-XK(I2))
Z3=Z2-Z1
IF(SIGN(1.0,Z1)*SIGN(1.0,Z2)) 12,14,14
12 CONTINUE
IF(ABS(Z2)-1) 14,13,13
13 Z3=-Z2
14 CONTINUE
IF(Z3) 15,16,16
15 FAKTOR(I2)=-1.0
16 CONTINUE
FAKTOR(1)=FAKTOR(N+1)
C  CALCULO DEL POTENCIAL DE LA MATRIZ CON LA AYUDA DE LOS SUBPROGRA-
C  GRAMAS ANGULARES
DO 72 K=1,N
C  CONTINUE
DO 58 I4=1,N
JUMP=1
IF(I4+1-K-N) 36,177,36
177 IF=I4+1
MIT=3
GO TO 103
114 II=I4-1
18  XA=XK(II)-XK(K)
XB=-XT
YA=YK(II)-YK(K)
YB=-YT

```

```

19 RA=SQRT(XA**2+YA**2)
   RB=SQRT(XB**2+YB**2)
   Z1=XA*XB+YA*YB
   ...-10E-10) 20,23,23
20 CONTINUE
   IF(Z1) 22,22,21
21 ALFA1=0.0
   GO TO 23
22 ALFA1=P1
23 Z2=XA*YB-XB*YA
   IF(ABS(ABS(XB/RB)-ABS(YA/RA)-10E-10)) 24,27,27
24 CONTINUE
   IF(Z2) 26,26,25
25 ALFA1=P2
   GO TO 28
26 ALFA1=-P2
   GO TO 28
27 ALFA1=ATAN(Z2/Z1)
28 CONTINUE
   IF(ALFA1) 32,32,29
29 CONTINUE
   IF(Z2) 30,31,31
30 ALFA1=ALFA1-P1
31 GO TO 34
32 CONTINUE
   IF(Z2) 34,34,33
33 ALFA1=ALFA1+P1
34 CONTINUE
   GO TO (35,44,46,60,71,62) JUMP
35 AA(K,I4)=0.5*ALFA1
   GO TO 58
36 CONTINUE
   IF(I4-K+1) 40,37,40
37 IF=K
   MIT=4
   GO TO 103
115 CONTINUE
   IF(K-2) 39,38,39
38 II=N
   GO TO 18
39 II=I4-1
   GO TO 18
40 CONTINUE
   IF(I4-K) 47,41,47
41 CONTINUE
   JUMP=2
   IF(K-1) 43,42,43
42 IF=N+1
   MIT=5
   GO TO 103
116 II=N
   GO TO 18
43 IF=I4
   MIT=6
   GO TO 103
117 GO TO 114
44 ALFAA1=ALFA1
   JUMP=3
45 XB=XK(I4+1)-XK(K)
   XA=XT

```

```

YB=YK(I4+1)-YK(K)
YA=YT
GO TO 19
46 AA(K,I4)=0.58(ALFAA1+ALFA1)-P1
GO TO 58
47 CONTINUE
IF(I4-K-1) 52,48,52
48 CONTINUE
IF(K-1) 50,49,50
49 KK=N+1
GO TO 51
50 KK=I4-1
51 IF=KK
MIT=7
GO TO 103
118 CONTINUE
GO TO 45
52 CONTINUE
IF(I4+N-K-1) 54,53,54
53 IF=K
MIT=8
GO TO 103
119 GO TO 45
54 CONTINUE
IF(I4-1) 56,55,56
55 II=N
GO TO 57
56 II=I4-1
57 XA=XK(II)-XK(K)
YA=YK(II)-YK(K)
XB=XK(I4+1)-XK(K)
YB=YK(I4+1)-YK(K)
GO TO 19
58 CONTINUE
C CALCULO
XR=XP
YR=YP
JUMP=4
DO 62 I5=N1,N2
IF(K-IE) 61,59,61
59 IF=IE
MIT=9
GO TO 103
120 XA=XT
YA=YT
XB=XR-XK(K)
YB=YR-YK(K)
GO TO 19
60 AA(K,I5)=ALFA1
XR=XQ
YR=YQ
GO TO 62
61 XA=XK(IE)-XK(K)
YA=YK(IE)-YK(K)
XB=XR-XK(K)
YB=YR-YK(K)
GO TO 19
62 CONTINUE
IF(K-IE) 66,66,63
63 CONTINUE

```

```

IF(XK(K)-XQ) 66,66,64
64 CONTINUE
IF(YK(K)-(XK(K)-XQ)*(YK(IE)-YQ)/(XK(IE)-XQ)-YQ) 65,66,66
65 AA(K,N+2)=AA(K,N+2)-P1*2
66 CONTINUE
RP=(XP-XK(K))*2+(YP-YK(K))*2
RQ=(XQ-XK(K))*2+(YQ-YK(K))*2
JUMP=5
IF(K-IE) 68,67,68
67 IF=IE
MIT=10
GO TO 103
121 XA=XT
YA=YT
XB=XK(IE+1)-XK(K)
YB=YK(IE+1)-YK(K)
GO TO 19
68 CONTINUE
IF(K-IE-1) 70,69,70
69 IF=IE+1
MIT=11
GO TO 103
122 XA=XK(IE)-XK(K)
YA=YK(IE)-YK(K)
XB=-XT
YB=-YT
GO TO 19
70 CONTINUE
XA=XK(IE)-XK(K)
YA=YK(IE)-YK(K)
XB=XK(IE+1)-XK(K)
YB=YK(IE+1)-YK(K)
GO TO 19
71 CONTINUE
AA(K,N+1)=2*(AA(K,N+1)*SIGMA1-AA(K,N+2)*SIGMA2)
AA(K,N+1)=AA(K,N+1)-ALFA1*(SIGMA1-SIGMA2)
AA(K,N+1)=P1*(LOG(RP/RQ)+AA(K,N+1))
72 CONTINUE
C RESOLUCION DE LA MATRIZ DEL POTENCIAL POR EL METODO DE -
C ELIMINACION DE GAUSS. ESTE RESULTADO ES LA DISTRIBUCION DEL
C POTENCIAL.
DO 772 L=1,NO
L1=L+1
DO 772 K=L1,N
U=AA(K,L)/AA(L,L)
DO 772 I6=L1,N1
AA(K,I6)=AA(K,I6)-U*AA(L,I6)
772 CONTINUE
B(N)=0.0
DO 73 L=1,NO
U=0.0
K=N-L
K1=K+1
DO 773 I8=K1,N
U=U+AA(K,I8)*B(I8)
773 CONTINUE
B(K)=(AA(K,N+1)-U)/AA(K,K)
73 CONTINUE
C CALCULO DE LA DISTRIBUCION DE LA VELOCIDAD Y LA PRESION
B(N+1)=B(1)

```

```

X(N+1)=X(1)
Y(N+1)=Y(1)
B(N+2)=B(2)
X(N+2)=X(2)
Y(N+2)=Y(2)
S(1)=SS
SS=0.0
WRITE(6,105)
DO 88 I9=2,N1
MIT=12
G1=X(I9-1)
G2=X(I9)
G3=X(I9+1)
H1=Y(I9-1)
H2=Y(I9)
H3=Y(I9+1)
GO TO 99
123 SS1=Z1**2+Z4**2
S1=SQRT(SS1)
SS2=Z7**2+Z8**2
S2=SQRT(SS2)
IF(ABS(D)-10E-9) 81,81,74
74 R=X(I9)-DA/D
RR=Y(I9)-DB/D
RR=R**2+RR**2
R=SQRT(RR)
IF(4*RR-SS1-10E-9) 75,76,76
75 A1=P1
GO TO 77
76 A1=ATAN(S1/(SQRT(4*RR-SS1)))**2
77 CONTINUE
IF(4*RR-SS2-10E-9) 78,79,79
78 A2=P1
GO TO 80
79 A2=ATAN(S2/(SQRT(4*RR-SS2)))**2
80 A3=R*(A1+A2)
A4=R*A2
GO TO 82
81 CONTINUE
A1=S1
A2=S2
A3=S1+S2
A4=S2
82 CONTINUE
T2=2*P1*(SIGMA1-SIGMA2)
B0=B(I9-1)
S(I9)=S(I9-1)+SS
B1=B(I9)
SS=A4
B2=B(I9+1)
IF(I9-IE) 84,83,84
83 B2=B2+T2
84 CONTINUE
IF(I9-IE-1) 86,85,86
85 B0=B0-T2
86 C(I9)=(((B1-B0)*(A2/A1)+(B2-B1)*(A1/A2))/A3)/AMT
P(I9)=1-(C(I9)*COS(SIG61))**2
WRITE(6,87)X(I9),Y(I9),S(I9),B(I9),C(I9),P(I9)
87 FORMAT(SX,6F14.6)
88 CONTINUE

```

```

GO TO 1000
89 CONTINUE
C   LOS VALORES X,Y DE LA SEGUNDA CONFIGURACION, SE FORMAN DE TAL
C   FORMA QUE LOS PUNTOS MAS PEQUENOS ESTAN EN FUNCION DE PI/2,
S1=-3
90 CONTINUE
IF(ABS(YK(IV1)-YK(IV2)-S1*PI)-P2) 91,92,92
91 YK(IV1)=YK(IV1)-S1*PI
GO TO 96
92 CONTINUE
S1=S1+1
IF(S1-4) 95,95,93
93 WRITE(6,94)I
94 FORMAT(10X,38HEN EL PERIODO DE PI HAY UNA FALLA CON:,I3)
GO TO 1000
95 CONTINUE
GO TO 90
96 CONTINUE
GO TO (11,98,111),NACH
97 IV1=H+1
IV2=IC
NACH=2
GO TO 89
98 IV1=H+2
IV2=IE
NACH=3
GO TO 89
99 CONTINUE
C   EL SUBPROGRAMA DEL CIRCULO SE LOCALIZA EN EL PUNTO MEDIO
C
Z1=G1-G2
Z2=H1-H3
Z5=Z1*Z2
Z4=H1-H2
Z3=G1-G3
Z6=Z3*Z4
Z7=Z1-Z3
Z8=Z2-Z4
D=2*(Z5-Z6)
DA=Z5*(G1+G2)-Z6*(G1+G3)+Z2*Z4*Z8
DB=-Z6*(H1+H2)+Z5*(H1+H3)+Z1*Z3*Z7
IF(ABS(D)-10E-10) 100,101,101
100 XT=-Z3*FAKTOR(IF)
YT=-Z2*FAKTOR(IF)
GO TO 102
101 CONTINUE
XT=(DB/D-H2)*FAKTOR(IF)
YT=(G2-DA/D)*FAKTOR(IF)
102 GO TO (112,113,114,115,116,117,118,119,120,121,122,123),MIT
103 G1=XK(IF-1)
G2=XK(IF)
G3=XK(IF+1)
H1=YK(IF-1)
H2=YK(IF)
H3=YK(IF+1)
GO TO 99
105 FORMAT(12X,1HX,15X,1HY,15X,1HS,15X,1HB,15X,1HC,15X,1HP)
1000 WRITE(6,106)
106 FORMAT(1H1)
END

```

ANEXO 2

En esta tabla de resultados los números del primer renglón significan lo siguiente:

104 es el número de puntos que describen el perímetro del perfil (N).

31 es el número de puntos que describen el borde de ataque (IE).

126.4 es el ángulo de escalonamiento o inclinación del álabe (BETAS).

27.8 es el paso que existe entre álabe y álabe (T).

143.2 es el ángulo de incidencia del flujo sobre la rejilla (BETA1).

118.1 es el ángulo de salida del flujo de la rejilla (BETA2).

La primera y segunda columna, son los puntos coordenados (x-y), la tercera columna es el perímetro del perfil que se va describiendo (S), la cuarta columna es el potencial (B), la quinta columna es la velocidad adimensional (C) en el punto x-y, y la última columna es la presión adimensional (P) en el punto x-y.

104	31	126.400	27.800	143.200	118.100	
X	Y	S	B	C	P	
0.030000	0.140000	0.000000	-11.876999	-41.162430	-606.980896	
0.040000	0.170000	0.031641	-12.017676	-16.981771	-102.479401	
0.060000	0.200000	0.067818	-12.131980	-12.370386	-53.910381	
0.070000	0.220000	0.090187	-12.189144	-10.327069	-37.268559	
0.090000	0.240000	0.118624	-12.247811	-8.690322	-26.099401	
0.100000	0.260000	0.141060	-12.290128	-8.109167	-22.596107	
0.120000	0.280000	0.169497	-12.340325	-7.784210	-20.742876	
0.130000	0.300000	0.191933	-12.379694	-8.218197	-23.234886	
0.150000	0.320000	0.220371	-12.436216	-7.942081	-21.633753	
0.180000	0.340000	0.256500	-12.491812	-6.430511	-13.833122	
0.210000	0.370000	0.299007	-12.549265	-6.330766	-13.381374	
0.220000	0.380000	0.313149	-12.569861	-6.403562	-13.714012	
0.300000	0.440000	0.413407	-12.708550	-5.864680	-11.341745	
0.370000	0.490000	0.499432	-12.818036	-5.283632	-9.017355	
0.450000	0.530000	0.588970	-12.917761	-4.867191	-7.500504	
0.520000	0.580000	0.675078	-13.011348	-4.660614	-6.794249	
0.600000	0.610000	0.760760	-13.098927	-4.351721	-5.795321	
0.670000	0.650000	0.841464	-13.175233	-4.157983	-5.203737	
0.750000	0.680000	0.927001	-13.255096	-3.962511	-4.634156	
0.820000	0.710000	1.003165	-13.320656	-3.738122	-4.014122	
0.900000	0.740000	1.088614	-13.391324	-3.660468	-3.807963	
0.970000	0.770000	1.164777	-13.454355	-3.522554	-3.452493	
1.050000	0.790000	1.247334	-13.517340	-3.317772	-2.797000	
1.120000	0.820000	1.323567	-13.573595	-3.274609	-2.897187	
1.200000	0.840000	1.406124	-13.634892	-3.150616	-2.561877	
1.270000	0.860000	1.478928	-13.684720	-2.922003	-2.063720	
1.350000	0.880000	1.561395	-13.736939	-2.888834	-1.994767	
1.420000	0.910000	1.637627	-13.788152	-2.845985	-1.906385	
1.500000	0.920000	1.718530	-13.837866	-2.715900	-1.646785	
1.570000	0.950000	1.794924	-13.884711	-2.546772	-1.327384	
1.650000	0.960000	1.875827	-2.174243	-2.385019	-1.041135	
1.720000	0.980000	1.948693	-2.213652	-2.364761	-1.006608	
3.000000	1.220000	3.252683	-2.750563	-1.512800	0.178796	
4.500000	1.380000	4.761645	-3.143663	-0.927682	0.691194	
6.000000	1.460000	6.263952	-3.382523	-0.540986	0.894983	
7.500000	1.500000	7.764529	-3.510928	-0.250340	0.977512	
9.000000	1.490000	9.264631	-3.552333	-0.018391	0.999879	
10.500000	1.460000	10.764942	-3.523386	0.170332	0.989589	
12.000000	1.400000	12.266167	-3.436746	0.322372	0.962709	
13.500000	1.320000	13.768310	-3.304532	0.440427	0.930396	
15.000000	1.230000	15.271010	-3.137624	0.528135	0.899913	
16.500000	1.120000	16.775049	-2.945607	0.617812	0.863038	
18.000000	1.010000	18.279078	-2.717597	0.894387	0.712962	
19.500000	0.890000	19.783873	-2.337314	-7.782080	-20.730982	
21.000000	0.760000	21.289497	-8.015842	-5.505727	-9.877206	
22.500000	0.630000	22.795120	-6.084420	5.920916	-11.579568	
24.000000	0.500000	24.300743	-3.986166	-4.116033	-5.079189	
25.500000	0.380000	25.805538	-8.881097	3.100857	-2.450256	
27.000000	0.600000	27.324825	-1.774811	56.898243	-1160.677734	
28.500000	0.140000	28.907145	32.024307	-154.743622	-8591.379883	
29.250000	0.900000	30.008547	-45.997383	-229.136200	-18838.757813	
29.250000	-0.900000	32.570698	-83.019470	222.469513	-17758.425781	
28.500000	-0.140000	33.711220	7.190709	361.391113	-46863.382813	
0.027000	-0.260000	65.206718	-18.333918	-0.936544	0.685265	
25.500000	-0.380000	90.704292	-8.138727	-2.806325	-1.825947	
24.000000	-0.500000	92.209091	-9.184963	-3.407215	-3.165689	
22.500000	-0.630000	93.714714	-10.457109	5.972946	-11.801625	
21.000000	-0.760000	95.220337	-5.119876	5.207394	-8.730356	



19.500000	-0.890000	96.725960	-6.913044	-4.694576	-6.908255
18.000000	-1.010000	98.230759	-8.314266	-3.432701	-3.228243
16.500000	-1.120000	99.734787	-9.247643	-2.450805	-1.155289
15.000000	-1.230000	101.238815	-9.980476	-2.031331	-0.480640
13.500000	-1.320000	102.741524	-10.628143	-1.852040	-0.230804
12.000000	-1.400000	104.243660	-11.238275	-1.785846	-0.144395
10.500000	-1.460000	105.744873	-11.840380	-1.787317	-0.146281
9.000000	-1.490000	107.245201	-12.450770	-1.840327	-0.215284
7.500000	-1.500000	108.745247	-13.088341	-1.945776	-0.358544
6.000000	-1.460000	110.245850	-13.770412	-2.110055	-0.597627
4.500000	-1.380000	111.748024	-14.520431	-2.375419	-1.024735
3.000000	-1.220000	113.256714	-15.387428	-2.822039	-1.857682
1.720000	-0.980000	114.559311	-16.289377	-3.197945	-2.669694
1.650000	-0.960000	114.632111	-16.342123	-3.196282	-2.665879
1.570000	-0.950000	114.712822	-16.400297	-3.501763	-3.400088
1.500000	-0.920000	114.789215	-16.465981	-3.618785	-3.699088
1.420000	-0.910000	114.870117	-16.528561	-3.660719	-3.808623
1.350000	-0.880000	114.946510	-16.595652	-3.710085	-3.939190
1.270000	-0.860000	115.029068	-16.661163	-3.650497	-3.781805
1.200000	-0.840000	115.101875	-16.723202	-3.887579	-4.423084
1.120000	-0.820000	115.184341	-16.798138	-4.002923	-4.749662
1.050000	-0.790000	115.260574	-16.866898	-3.983099	-4.692854
0.970000	-0.770000	115.343132	-16.941063	-4.134066	-5.132573
0.900000	-0.740000	115.419365	-17.014826	-4.217201	-5.381701
0.820000	-0.710000	115.504814	-17.094801	-4.168871	-5.236270
0.750000	-0.680000	115.580978	-17.166990	-4.253395	-5.491714
0.670000	-0.650000	115.666428	-17.250429	-4.286046	-5.591762
0.600000	-0.610000	115.747131	-17.328093	-4.164629	-5.223583
0.520000	-0.580000	115.832672	-17.406696	-4.094812	-5.016665
0.450000	-0.530000	115.918945	-17.487242	-3.621324	-3.705684
0.370000	-0.490000	116.008484	-17.549639	-2.655750	-1.530825
0.300000	-0.440000	116.094589	-17.593321	-0.497401	0.911223
0.220000	-0.380000	116.194595	-17.558601	4.763531	-7.142278
0.210000	-0.370000	116.208740	-17.541918	5.919243	-11.572461
0.180000	-0.340000	116.251167	-17.465033	16.073566	-91.706985
0.150000	-0.320000	116.287270	-17.277929	36.101913	-466.679565
0.130000	-0.300000	116.315590	-16.980684	47.458614	-807.198425
0.120000	-0.280000	116.338028	-16.735186	76.106735	-2077.423828
0.100000	-0.260000	116.366463	-16.020432	135.528107	-6589.929688
0.090000	-0.240000	116.388901	-15.235892	152.530533	-8347.366211
0.000000	0.070000	116.713249	-6.928147	787.492004	-222524.718750
0.000000	0.090000	116.733253	-3.181480	775.666199	-215891.562500
0.000000	0.040000	116.783257	4.081338	125.905479	-5687.229980
0.000000	0.030000	116.793259	4.132302	-289.690674	-30112.201172
0.000000	0.010000	116.813255	0.000000	-847.084106	-257477.500000
0.010000	0.100000	116.904114	-11.151533	-225.653229	-18270.365234