



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

UNIDA PROFESIONAL “ADOLFO LÓPEZ MATEOS”

“FILTRADO DE RUIDO EN UNA SEÑAL DE RADIO DE ONDA CORTA MEDIANTE TRANSFORMADA WAVELET DISCRETA.”

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

INGENIERO EN COMUNICACIONES Y ELÉCTRÓNICA

PRESENTAN:

**JUÁREZ ZÚÑIGA MIGUEL ANGEL
RAMÍREZ SÁNCHEZ ARACELI**

ASESORES:

**DR. MARIO JIMÉNEZ HERNÁNDEZ
ING. PATRICIA LORENA RAMÍREZ RANGEL**



MÉXICO, D.F.

JULIO 2015

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
UNIDAD PROFESIONAL "ADOLFO LÓPEZ MATEOS"

TEMA DE TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
POR LA OPCIÓN DE TITULACIÓN
DEBERÁ (N) DESARROLLAR

INGENIERO EN COMUNICACIONES Y ELECTRÓNICA
TESIS COLECTIVA Y EXAMEN ORAL INDIVIDUAL
C. MIGUEL ÁNGEL JUÁREZ ZUÑIGA
C. ARACELI RAMÍREZ SÁNCHEZ

**"FILTRADO DE RUIDO EN UNA SEÑAL DE RADIO CORTA MEDIANTE TRANSFORMADA
WAVELET DISCRETA"**

A PARTIR DE UNA SEÑAL DE ONDA CORTA PREVIAMENTE CAPTURADA SE DISEÑARA UNA INTERFAZ DE USUARIO EN MATLAB PARA LA IMPLEMENTACIÓN DE UN ALGORITMO QUE FILTRE EL RUIDO UTILIZANDO LA TRANSFORMADA DE WAVELET DISCRETA.

- DESCRIBIR LAS CARACTERÍSTICAS DE UNA SEÑAL DE ONDA CORTA, PROPAGACIÓN EN LA IONOSFERA Y SU ESPECTRO ELECTROMAGNÉTICO
- DEMOSTRAR PORQUE PARA FILTRAR RUIDO EN SEÑALES DE AUDIO LA TRASFORMADA DE WAVELET DISCRETA PRESENTA UN MEJOR DESEMPEÑO QUE LA TRASFORMADA DE FOURIER
- ELABORAR EL ALGORITMO DE FILTRADO UTILIZANDO LA TEORÍA DE TRANSFORMADA WAVELET DISCRETA EN EL ENTORNO DE MATLAB

MÉXICO D.F. A 18 DE FEBRERO DE 2016

ASESORES

M. Jiménez

DR. MARIO JIMÉNEZ HERNÁNDEZ

J. Lorena

ING. PATRICIA LORENA RAMÍREZ RANGEL

J. Lorena



ING. PATRICIA LORENA RAMÍREZ RANGEL
JEFE DEL DEPARTAMENTO DE
INGENIERÍA EN COMUNICACIONES Y ELECTRÓNICA

RESUMEN.

El presente trabajo plantea la problemática de filtrar el ruido inducido en una señal de onda corta por factores externos en su medio de propagación. Dicha señal es transmitida a la ionosfera donde la señal llega al receptor con ruido adicional adquirido durante su propagación. Al ser recibida por el receptor, la señal de radio llega con ruido el ruido adicional haciendo, en algunos casos, incomprendible la información contenida en la señal. Como sabemos el ruido es una señal no deseada por este motivo se busca filtrar a la señal captada.

Para la resolución de este tipo de problema es importante considerar filtrar el ruido en forma automática en el proceso de construcción de receptores de radio de onda corta, lo cual permite hacer el filtrado en tiempo real eliminando el ruido logrando que la señal captada sea más pura.

Para lograr el objetivo se utilizan los conceptos matemáticos de transformada de Fourier, transformada Wavelet discreta; y para la implementación de la solución se utiliza el programa MATLAB donde se elaboran los algoritmos para suprimir el ruido contenido en las señal recibida. Por medio de una interfaz gráfica de usuario se visualiza y se filtra el ruido de una señal, los experimentos realizados utilizan una señal captada con un radio receptor de onda corta, y se almacena para su proceso previo como una señal digital utilizando el formato WAV, lo cual permite manipular en forma matricial la señal capturada en el entorno de Matlab, y posteriormente se aplican los conceptos matemáticos de la transformada Wavelet discreta para reducir o eliminar por completo el ruido en la señal de prueba.

La transformada Wavelet proporciona la ventaja de manipular una señal en el dominio del tiempo y no requerir una transformación al dominio de la frecuencia para su análisis, como en el caso de la transformada rápida de Fourier (FFT) o la transformada de Fourier en tiempo corto (STFT), siendo lo anterior una ventaja en la cantidad de tiempo de procesamiento, ya que un sistema de cómputo no requiere ciclos de trabajo para transformar la señal al dominio de la frecuencia y realizar el proceso inverso para reconstruir la señal original

Índice de figuras.

FIGURA 2- 1 DIAGRAMA A BLOQUES DE UN SISTEMA DE COMUNICACIÓN.....	4
FIGURA 2-2 CAPAS D, E Y F DE LA IONÓSFERA.	11
FIGURA 2-3 PROPAGACIÓN DE UNA ONDA CELESTE (DE 2 A 30 MHz).	11
FIGURA 2-4 DIAGRAMA A BLOQUES DE LA GENERACIÓN DE DSB – LC	17
FIGURA 2-5DIAGRAMA DE MODULADOR CON UN DIODO COMO RECTIFICADOR.	18
FIGURA 2-6 DETECTOR DE ENVOLVENTE.	20
FIGURA 2-7GRAFICA DEL MÓDULO DE H	40
FIGURA 2-8 REPRESENTACIÓN DE LA PALABRA CERO DE UNA VOZ FEMENINA UTILIZANDO MATLAB	43
FIGURA 2-9REPRESENTACIÓN DE LA TRANSFORMADA DE FOURIER DE LA PALABRA “CERO” DE UNA VOZ FEMENINA UTILIZANDO MATLAB	43
FIGURA- 10 REPRESENTACIÓN DE LA TRANSFORMADA DE INVERSA DE FOURIER	43
FIGURA2- 11 VENTANA DE HAMMING UTILIZANDO MATLAB	45
FIGURA 2-12 EJEMPLO DE CONVOLUCIÓN DE VENTANA DE HAMMING CON UNA SEÑAL DE VOZ FEMENINA.	46
FIGURA 2-13 DESCOMPOSICIÓN DE UNA SEÑAL USANDO AMR	53
FIGURA2- 14 FUNCIÓN DE DILATACIÓN Y LAS TRASLACIONES PARA LOS COEFICIENTES c	54
FIGURA 2-15 REPRESENTACIÓN DE TRANSFORMADA WAVELET DE HAAR ORTOGONAL	56
FIGURA 2-16. VALOR ABSOLUTO DE LA TRANSFORMADA DE FOURIER DE LA TRANSFORMADA WAVELET DE HAAR.	59
FIGURA 3-1 DIAGRAMA A BLOQUES DEL ALGORITMO DE FILTRADO IMPLEMENTADO EN MATLAB	68
FIGURA 3-2 GRÁFICA DE SENO DE $-\pi A \pi$ UTILIZANDO MATLAB	72
FIGURA 3-3 ESPECTROGRAMA DE UN VECTOR DE AUDIO UTILIZANDO MATLAB	73
FIGURA 3-4NIVELES DE DESCOMPOSICIÓN DE UNA SEÑAL.....	74
FIGURA 3-5 DIAGRAMA DE LOS VECTORES FORMADOS DESPUÉS DE LA DESCOMPOSICIÓN DE UNA SEÑAL.....	75
FIGURA 3-6 SEÑAL ORIGINAL S ANTES DE LA DESCOMPOSICIÓN.	76
FIGURA 3-7 SEÑAL S DESCOMPUESTA A 3 NIVELES DE DESCOMPOSICIÓN	76
FIGURA 3-8 VECTORES DE LOS FILTROS DE DESCOMPOSICIÓN DE PASA BAJAS Y PASA ALTAS (<i>ARRIBA</i>), VECTORES DE LOS FILTROS DE RECONSTRUCCIÓN DE PASA BAJAS Y PASA ALTAS (<i>ABAJO</i>)	78
FIGURA 3-9 DIAGRAMA DE FLUJO DEL BLOQUE DE LA SEÑAL ORIGINAL	80
FIGURA 3-10DIAGRAMA DE FLUJO DEL BLOQUE DE LA SEÑAL FILTRADA.	81
FIGURA 3-11 GUI.	82
FIGURA 3-12ICONO DE <i>ZOOM</i>	83
FIGURA 3-13ICONO DE REPRESENTACIÓN DE COLORES.	83
FIGURA 3-14ICONO DE IMPRESIÓN.	83
FIGURA 3-15 ÁREA DE GRÁFICOS.....	84
FIGURA 3-16 PANEL DE CONTROL	85
FIGURA 3-17 VENTANA DE SELECCIÓN DEL ARCHIVO DE AUDIO.....	86
FIGURA 3-18 GRÁFICA DE ARCHIVO DE AUDIO EN EL DOMINIO DEL TIEMPO.....	86
FIGURA 3-19 TRANSFORMADA DE FOURIER DE LA SEÑAL SIN FILTRAR.	87
FIGURA 3-20ESPECTROGRAMA DE LA SEÑAL SIN FILTRAR.....	87
FIGURA 3-21PANEL DE CONTROL.	88
FIGURA 3-22 PANEL DE CONTROL: NIVEL DE DESCOMPOSICIÓN.	89
FIGURA 3-23 PANEL DE CONTROL: SECCIÓN DE FILTRADO CON NIVELES DE DESCOMPOSICIÓN.....	89
FIGURA 3-24 TRANSFORMADA DE FOURIER DE LA SEÑAL FILTRADA.	90
FIGURA 3-25 ESPECTROGRAMA DE LA SEÑAL SIN FILTRAR.	90
FIGURA 3-26 BOTÓN PARA GUARDAR LA SEÑAL FILTRADA.	90
FIGURA 3-27NOMBRE DEL ARCHIVO FILTRADO.....	91
FIGURA 4-1 FILTROS PASA ALTAS Y PASA BAJAS PARA LA TRANSFORMADA WAVELET DE HAAR.	92

FIGURA 4-2 REPRESENTACIÓN DE LA TRANSFORMADA DE FOURIER DE LOS FILTROS PASA ALTAS Y PASA ALTAS DE LA TRANSFORMADA DE WAVELET DE HAAR.....	93
FIGURA 4-3 FILTROS PASA ALTAS Y PASA BAJAS DE LA TRANSFORMADA WAVELET DE DAUBECHIES DE ORDEN 4.	93
FIGURA 4-4 TRANSFORMADA DE FOURIER DE LOS FILTROS PASA ALTAS Y PASA BAJAS DE LA TRANSFORMADA WAVELET DE DAUBECHIES DE ORDEN 4.....	94
FIGURA 4-5 FILTROS PASA ALTAS Y PASA BAJAS PARA LA TRANSFORMADA WAVELET SYMLET DE ORDEN 4... ..	94
FIGURA 4-6 TRANSFORMADA DE FOURIER FILTROS PASA ALTAS Y PASA BAJAS PARA LA TRANSFORMADA WAVELET SYMLET DE ORDEN 4	95
FIGURA 4-7 ESPECTROGRAMA DE LA SEÑAL ORIGINAL.....	96
FIGURA 4-8 NIVEL 1 CON TRANSFORMADA WAVELET DE HAAR.....	97
FIGURA 4-9 NIVEL 1 CON TRANSFORMADA WAVELET DE DAUBECHIES	97
FIGURA 4-10 NIVEL 1 CON TRANSFORMADA WAVELET SYMLET.....	97
FIGURA 4-11 NIVEL 2 CON TRANSFORMADA WAVELET HAAR	98
FIGURA 4-12 ECUACIÓN 1 NIVEL 2 CON TRANSFORMADA DE DAUBECHIES	99
FIGURA 4-13 ECUACIÓN 2 NIVEL 2 CON TRANSFORMADA WAVELET SYMLET	99
FIGURA 4-14 NIVEL 3 CON TRANSFORMADA WAVELET DE HAAR	100
FIGURA 4-15 NIVEL 3 CON TRANSFORMADA WAVELET DE DAUBECHIES.....	100
FIGURA 4-16 NIVEL 3 CON TRANSFORMADA WAVELET SYMLET	101
FIGURA 4-17 NIVEL 4 CON TRANSFORMADA WAVELET DE HAAR	102
FIGURA 4-18 NIVEL 4 CON TRANSFORMADA WAVELET DE DAUBECHIES	102
FIGURA 4-19 NIVEL 4 CON TRANSFORMADA WAVELET SYMLET.....	103
FIGURA 4-20 NIVEL 5 CON TRANSFORMADA WAVELET DE HAAR.....	103
FIGURA 4-21 NIVEL 5 CON TRANSFORMADA WAVELET DE DAUBECHIES.....	104
FIGURA 4-22 NIVEL 5 CON TRANSFORMADA WAVELET SYMLET	104
FIGURA 4-23 TRANSFORMADA DE FOURIER DE LA SEÑAL ORIGINAL Y SEÑAL FILTRADA CON WAVELET DE SYMLET.	105
FIGURA 4-24 TRANSFORMADA DE FOURIER DE LA SEÑAL ORIGINAL Y SEÑAL FILTRADA CON WAVELET DE HAAR.	106
FIGURA 4-25 TRANSFORMADA DE FOURIER DE LA SEÑAL ORIGINAL Y SEÑAL FILTRADA CON WAVELET DE DAUBECHIES.	107
FIGURA 4-26 SEÑAL ORIGINAL 1 (IZQUIERDA) Y SEÑAL FILTRADA 1 (DERECHA) EN EL DOMINIO DEL TIEMPO.	109
FIGURA 4-27 TRANSFORMADA DE FOURIER DE LA SEÑAL ORIGINAL 1 (IZQUIERDA) Y DE LA SEÑAL FILTRADA 1 (DERECHA).....	110
FIGURA 4-28 ESPECTROGRAMA DE LA SEÑAL ORIGINAL 1 (IZQUIERDA) Y DE LA SEÑAL FILTRADA 1 (DERECHA).	110
FIGURA 4-29 SEÑAL ORIGINAL 2 (IZQUIERDA) Y SEÑAL FILTRADA 2 (DERECHA) EN EL DOMINIO DEL TIEMPO	111
FIGURA 4-30 TRANSFORMADA DE FOURIER DE LA SEÑAL ORIGINAL 2 (IZQUIERDA) Y DE LA SEÑAL FILTRADA 2 (DERECHA).....	112
FIGURA 4-31 ESPECTROGRAMA DE LA SEÑAL ORIGINAL 2 (IZQUIERDA) Y DE LA SEÑAL FILTRADA 2 (DERECHA)	112
FIGURA 4-31 SEÑAL ORIGINAL 3 (IZQUIERDA) Y SEÑAL FILTRADA 3 (DERECHA) EN EL DOMINIO DEL TIEMPO.	113
FIGURA 4-32 TRANSFORMADA DE FOURIER DE LA SEÑAL ORIGINAL 3 (IZQUIERDA) Y DE LA SEÑAL FILTRADA 3 (DERECHA).....	114
FIGURA 4-33 ESPECTROGRAMA DE LA SEÑAL ORIGINAL 3 (IZQUIERDA) Y DE LA SEÑAL FILTRADA 3 (DERECHA)	114

Índice de tablas.

TABLA 2-1 RECOMENDACIÓN B.15, ANEXO A PARA EL USO DEL ESPECTRO ELECTROMAGNÉTICO SEGÚN UIT.....	7
TABLA 2-2. TIPOS DE BANDAS.....	9
TABLA 2-3 EFICIENCIA DE LA FFT.	47
TABLA 3-1 DESCRIPCIÓN DE CABECERA DEL FORMATO WAV.	65
TABLA 4-1 RESULTADOS DE COMPARACIÓN DEL ERROR EN CADA TRANSFORMADA DE WAVELET.....	107

Nomenclatura

$\overline{\Phi_{AM}^2(t)}$, Potencia promedio temporal.

$\Phi_{AM}^2(t)$, Potencia promedio.

$\|x - y\|$, norma dentro de un espacio y del origen a un elemento.

C_ψ , Coeficiente Wavelet.

P_c , Potencia de portadora.

P_s , Potencia de banda lateral.

P_t , Potencia total de señal modulada.

W^{hn} , factor reductivo de exponenciales en la transformada rápida de Fourier.

W_ψ , Transformada Wavelet continua.

b_n , Sucesión bilateral de n componentes.

$\overline{h(t)}$, Complejo conjugado.

h_k , función bilateral

x_{n-k} , función bilateral desplazada.

y_n , convolución discreta.

\mathcal{L}^2 Espacio de las funciones cuadrado integrables.

$\delta_{k,l}$, Delta de Kronecker.

λ_d , Valores discretos de la transformada de tiempo corto de Fourier.

φ_i Ángulo de incidencia medida debajo de la ionosfera.

φ_k , función ortogonal general de una base funcional.

φ_r , Ángulo de refracción para la onda medida en la ionosfera.

ω_c , Frecuencia de la portadora.

ω_p , Frecuencia de corte de un filtro pasa bajas.

ω_s , Frecuencia central de un filtro pasa bajas.

$\phi_{AM}(t)$, señal de amplitud modulada.

AIFF, *Audio Interchange File Format*, Formato de archivo de intercambio de audio.

ASCII, *American Standard Code for Information Interchange*, Código Estándar Estadounidense para el Intercambio de Información.

B.µm, ondas micrométricas.

B.cm, ondas centimétricas

B.cmm , ondas centimilimétricas.	GPS , Sistema de posicionamiento global.
B.dµm , ondas decimicrométricas.	HF , <i>High Frequency</i> , alta frecuencia.
B.dam , ondas decamétricas.	IDTF , <i>inverse discret Transform Fourier</i> , transformada inversa discreta de Fourier.
B.dm , ondas decimétricas	LF , <i>Low Frequency</i> , baja frecuencia.
B.dmm , ondas decimilimétricas.	LOS , Propagación línea de vista.
B.hkm , ondas hectométricas	MF , <i>Medium Frequency</i> , frecuencia media. .
B.hm , ondas hectométricas.	MIDI , <i>Musical Instrument Digital Interface</i> , interface digital de instrumentos musicales.
B.km , ondas kilométricas.	MP3 , <i>Moving Picture</i> , formato de audio.
B.m , ondas métricas	OGG , Formato contenedor.
B.Mam , ondas myriamétricas.	PCM , Modulación por pulsos codificados.
B.mm , ondas milimétricas.	RA , <i>real audio</i> , audio real.
CDA , <i>Disc Digital Audio</i> , compacto de audio digital.	SHF , <i>Super High Frequency</i> , frecuencia súper alta
DSB -LC , Modulación de doble banda lateral con gran portadora.	SND , <i>sound</i> , formato digital de audio.
DSB-SC , Modulación de doble banda lateral con portadora suprimida.	SSD-II AU , unidad de estado sólido.
DTF , <i>discret Transform Fourier</i> , transformada discreta de Fourier.	STFT , <i>Short Time Transform Fourier</i> , transformada de tiempo corto de Fourier.
EHF , <i>Extremely High Frequency</i> , frecuencia extremadamente alta.	
FFT , <i>Fast Fourier Transform</i> , Transformada rápida de Fourier.	
FIR , Filtros de Respuesta al Impulso finito.	

UHF, *Ultra High Frequency*, ultra alta frecuencia.

VHF, *Very High Frequency*, frecuencia muy alta.

VLF, *Very Low Frequency*, Frecuencia Muy Baja.

VOC, formato de audio.

VORBIS, Códec de audio digital general con pérdidas

VQF, *Transform-domain Weighted Interleave Vector Quantization*.

Índice.

RESUMEN.....	ii
Índice de figuras.....	i
Índice de tablas.....	iii
Nomenclatura	iv
1 Capítulo 1: INTRODUCCIÓN	1
1.1 Planteamiento del problema.	1
1.2 Solución propuesta y nuevas aportaciones.	1
1.3 Justificación.	2
1.4 Hipótesis.....	2
1.5 Objetivo general.	2
1.6 Objetivos específicos.....	3
1.7 Alcances del trabajo.....	3
2 Capítulo 2: Antecedentes.....	4
2.1 Sistemas de comunicación.....	4
2.1.1 Protocolos de comunicación.....	6
2.1.2 Asignación de frecuencia.	8
2.2 Definición de la onda corta.....	10
2.2.1 Propagación de la onda corta.....	10
2.3 Ruido en los sistemas de comunicación.....	12
2.4 Modulación.	13
2.4.1 AM.	14
2.4.2 Modulación de amplitud: gran portadora.	14
2.4.3 Potencia de la portadora y la banda lateral en AM.....	16
2.5 Transformada Wavelet.....	21
2.5.1 Introducción.....	21
2.5.2 Preliminares matemáticos.	22
2.6 Análisis de Fourier.....	32
2.6.1 Definición de transformada de Fourier.	32
2.6.2 Convolución.....	34

2.6.1	Teorema de convolución.....	34
2.6.2	Convolución discreta.....	35
2.6.3	Filtros.....	37
2.6.4	Convolución como un producto de matrices.....	41
2.7	Transformada discreta de Fourier.....	42
2.7.1	Ventanas.....	44
2.8	Transformada rápida de Fourier.....	46
2.8.1	Análisis Tiempo – Frecuencia.....	48
2.8.2	Transformada de Fourier de tiempo corto.....	49
2.9	Transformada Wavelet continúa.....	49
2.10	Transformada Wavelet continua inversa.....	50
2.11	Transformada discreta Wavelet.....	50
2.12	Series Wavelet.....	51
2.13	Análisis multi-resolución.....	52
2.14	Ejemplos de transformadas Wavelet.....	53
2.14.1	Transformada Wavelet de Haar.....	53
2.14.2	Transformada Wavelet de Daubechies.....	59
2.14.3	Transformadas Wavelet de orden n par.....	63
3	Capítulo 3: Propuesta de solución.....	64
3.1	Formato de audio: archivos WAV.....	64
3.2	Espectrograma.....	66
3.3	Algoritmo de Filtrado Wavelet en Matlab.....	66
3.4	Descripción de los comandos de Matlab.....	70
3.4.1	Wavread.....	70
3.4.2	Plot.....	71
3.4.3	Spectrogram.....	72
3.4.4	Wavedec.....	74
3.4.5	Waverec.....	76
3.4.6	Wfilters.....	77
3.4.7	Wavwrite.....	78
3.5	Interface Gráfica de Usuario (GUI).....	79
3.5.1	Barra de Herramientas.....	83

Índice

3.5.2	Área de Gráficos.....	84
3.5.3	Panel de controles para la señal original.	85
3.5.4	Panel de controles para la señal Filtrada.	87
	Capítulo 4: Pruebas y resultados.....	92
	Conclusiones.....	115
	Bibliografía.....	117
	Anexo.....	118

Capítulo 1: INTRODUCCIÓN

1.1 Planteamiento del problema.

El filtrado de ruido en una señal para las telecomunicaciones es muy importante, debido a que todo el tiempo se trabaja con señales electromagnéticas que son susceptibles al ruido. Sin embargo por las características de la propagación de la alta frecuencia (HF) una señal puede adquirir ruido que es inevitable en la recepción de las señales, por este motivo nuestro enfoque es filtrar el ruido y mediante una comparación de la señal original con la señal filtrada mostrar los resultados obtenidos.

El presente trabajo pretende dar una solución a los problemas de ruido en las señales de onda corta utilizando las transformadas Wavelet discretas, aplicando filtrado digital. Aplicar el algoritmo que facilite la aplicación de los filtros, comparar la señal original con la filtrada y proponerlo como una alternativa de solución en el problema de ruido en las señales.

1.2 Solución propuesta y nuevas aportaciones.

Como solución al problema del ruido en señales de onda corta, se propone utilizar la transformada Wavelet discreta para filtrar la señal. La transformada Wavelet permite hacer un filtrado por ventanas, que acota la señal y no tiene pérdida en la información. Se graba digitalmente un segmento de la señal de radio con ruido en formato WAV y mediante una interfaz de usuario creada en Matlab se aplica un algoritmo para discriminar la señal de ruido. Se muestra un espectrograma de la señal original y uno de la señal filtrada, de forma que se observa el cambio en el espectro de frecuencias de la señal.

Aunque la transformada Wavelet ya es usada para el filtrado digital, generalmente está enfocada al filtrado y compresión de imágenes. Este trabajo está dirigido al tratamiento de señales de audio y a la eliminación del ruido.

1.3 Justificación.

El presente trabajo tiene el fin de mostrar el filtrado real de una señal captada por un radio de onda corta, el ruido al no ser generado por el hombre dicha señal posee características aleatorias que en tiempo real se necesitan discriminar.

El trabajo ayuda a comprender la utilización de las transformadas Wavelet discretas y su aplicación en el filtrado de una señal de onda corta.

En este trabajo se muestra como se propaga la señal de onda corta adquiriendo ruido en su propagación y como la transformada Wavelet discreta se aplica para eliminar la señal de ruido. El algoritmo creado puede ser utilizado como referencia para futuras investigaciones o implementación en dispositivos para que en tiempo real filtre el ruido en las señales de onda corta.

1.4 Hipótesis.

La transformada de Fourier representa una señal en el dominio de la frecuencia pero no aporta información acerca de donde se localizan en el tiempo. La transformada Wavelet no hace una transformación al dominio de la frecuencia y trabaja solamente en el dominio del tiempo, por lo que la información que proporciona esta bien definida en el tiempo, además que lo hace sin pérdida de información.

1.5 Objetivo general.

A partir de una señal de onda corta previamente capturada se diseñará una interfaz de usuario en Matlab para la implementación de un algoritmo que filtre el ruido utilizando la transformada Wavelet discreta.

1.6 Objetivos específicos.

- Describir las características de una señal de onda corta, propagación en la ionosfera y su espectro electromagnético.
- Demostrar porque para filtrar ruido en señales de audio la transformada Wavelet discreta presenta un mejor desempeño que la transformada de Fourier.
- Describir la teoría de transformada Wavelet y su construcción a partir de funciones ortogonales.
- Elaborar un algoritmo de filtrado utilizando la teoría de transformada Wavelet discreta en el entorno de MATLAB versión 2014 – *a*.
- Utilizar el análisis multi resolución sobre una señal real con un alto nivel de ruido e individualizar o aislar esta señal.

1.7 Alcances del trabajo.

El presente trabajo limita los experimentos desarrollados a tres señales de radio de onda corta con duración de 10 segundos a 44100 muestras y 16 bits de cuantización en formato WAV. El algoritmo a desarrollar para el filtrado en Matlab utiliza solo la descomposición por transformadas Wavelet discretas de Haar, Daubechies y Symlet. Para su evaluación solo se hace la comparación de la energía que se pierde antes y después de la frecuencia de corte. La interfaz gráfica de usuario (GUI) realizada en Matlab permita realizar el filtrado en varios niveles de descomposición. Los resultados dentro de la GUI incluyen un espectrograma, la transformada de Fourier discreta, la señal I y la señal filtrada.

Capítulo 2: Antecedentes

2.1 Sistemas de comunicación.

Todos los sistemas de comunicación se componen de tres subsistemas básicos: transmisor, canal y receptor. En la figura (2.1) observamos el diagrama a bloques de un sistema de comunicación.

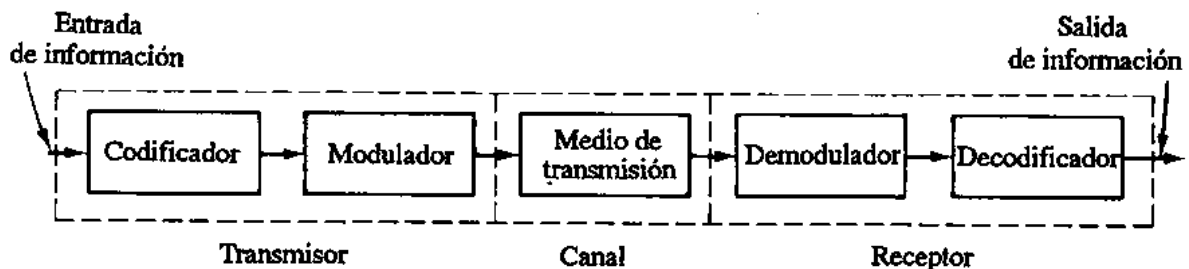


FIGURA 2-1 DIAGRAMA A BLOQUES DE UN SISTEMA DE COMUNICACIÓN.

Este diagrama a bloques representa un resumen del procesamiento de una señal en un sistema de comunicaciones. El codificador tiene la función de preparar la señal para ser transmitida y esta pueda llegar con la menor pérdida de información a la etapa de modulación, donde se elige el tipo de modulación adecuada, cuyo propósito será adaptar la señal al medio de transmisión en una onda que se pueda transmitir.

Al igual que se preparó la señal para ser transmitida, del otro lado está el demodulador. Este se encarga de la reconstrucción de la señal transmitida por el canal y que pasara a la etapa de decodificación para procesar su salida.

El medio de transmisión es la etapa más importante del sistema de comunicación, sin esta no importa cuánto se procese una señal, es necesario contar con un medio de transmisión, como el espacio libre o una línea de transmisión; cables coaxiales, bifilares, entre otros.

En general el objetivo de todo sistema de comunicaciones es transmitir al medio una señal con el menor ruido o pérdida de información posible, uso eficiente del ancho de banda, que el sistema sea eficaz y sobre todo a un costo bajo.

La línea punteada de la figura indica que el sistema se divide en tres bloques que engloban las características del sistema de comunicación: el transmisor, canal y el receptor. En general el transmisor es el encargado de enviar la señal al receptor por medio del canal, es aquí donde puede adquirir señales indeseadas como es el ruido, atenuación, dispersión, además de las señales de ruido generadas por los mismos equipos de transmisión y recepción

2.1.1 Protocolos de comunicación.

El objetivo principal de transmitir datos es que la información llegue a su destino con la menor pérdida de información al menor costo. Al preparar una señal está sujeta a diversos procesos, desde la elección del medio de transmisión, modulación, cuantización, digitalización entre otros, pero al no tener un medio de transmisión dedicado a cada usuario, el problema puede radicar cuando esta señal se quiera transmitir por un medio y varios usuarios al mismo tiempo requieran enviar su información.

Para esto existen “reglas” que coordinan el envío de la información en cualquier medio que deben considerar las siguientes características:

- Establecimiento del enlace.
- Transmisión de la información.
- Detección y corrección de errores en la transmisión.

Un protocolo puede definirse como el conjunto de normas y reglas utilizado para establecer y mantener una comunicación de datos entre las diversas estaciones que componen un enlace. Puede indicar desde la forma de transmisión, el ancho de banda que debe usarse para diferentes tecnologías, el código en que debe transmitir, etc.

Existen organismos que se encargan de establecer protocolos y normas para la utilización del espectro de frecuencias. Esto para llevar un estricto control de la utilización del espacio libre.

El organismo que se encarga de establecer estándares para el manejo del espectro electromagnético forma parte de la UIT (*Unión Internacional de Telecomunicaciones*) máximo órgano que regula las normas y reglamentos en materia de comunicaciones que se encargan de establecer un orden para el uso del espacio.

En la tabla (2-1) se observa según la recomendación B.15 que establece la denominación de los rangos de frecuencias obtenida de la UIT.

TABLA 2-1 RECOMENDACIÓN B.15, ANEXO A PARA EL USO DEL ESPECTRO ELECTROMAGNÉTICO SEGÚN UIT.

Número de la banda	Símbolos (en inglés)	Gamma de frecuencias (excluido el límite inferior ,pero incluido el superior)	Subdivisión métrica correspondiente	Abreviaturas métricas para las bandas
3	ULF	300 a 3000Hz	Ondas hectokilométricas	B.hKm
4	VLF	3 a 30 kHz	Ondas myriamétricas	B.Mam
5	LF	30 a 300 kHz	Ondas kilométricas	B.B.km
6	MF	300 a 3000 kHz	Ondas hectométricas	B.hm
7	HF	3 a 30 MHz	Ondas decamétricas	B.dam
8	VHF	30 a 300 MHz	Ondas métricas	B.m
9	UHF	300 a 3000MHz	Ondas decimétricas	B.dm
10	SHF	3 a 30GHz	Ondas centimétricas	B.cm
11	EHF	30 a 300 GHz	Ondas milimétricas	B.mm
12		300 a 3000 GHz	Ondas decimilimétricas	B.dmm
13		3 a 30 THz	Ondas centimilimétricas	B.cmm
14		30 a 300THz	Ondas micrométricas	B.µm
15		300 a 3000 THz	Ondas decimicrométricas	B.dµm

Nuestro interés está en la banda número 7, o de la alta frecuencia *HF* (por sus siglas en ingles *High Frequency*) también conocida como onda corta. Su gama de frecuencias va desde los 3 MHz a 30 MHz e involucra las ondas denominadas decamétricas [B.dam].

2.1.2 Asignación de frecuencia.

Los sistemas inalámbricos de comunicación utilizan la atmósfera como medio de transmisión. En este medio se pueden encontrar la interferencia y otros factores que pueden provocar una mala recepción de información. En teoría el espacio se pueden transmitir todas las frecuencias, en cualquier tipo de modulación: AM, FM unilateral. Para esto, existen organismos y dependencias gubernamentales que se encargan de regular el espectro electromagnético.

En la siguiente tabla (2 – 2) se tiene la clasificación de frecuencias donde se define la banda de frecuencias, la designación que es el nombre que caracteriza la banda; las características de propagación (que señala cómo es su propagación en el medio si contiene ruido o la atenuación que sufren las señales) y los usos comunes.

TABLA 2-2. TIPOS DE BANDAS.

Banda de frecuencia	Designación	Características de Propagación	Usos comunes
3-30 KHz	Muy baja frecuencia (VLF)	Onda terrestre: baja atenuación día y noches; alto nivel de ruido atmosférico.	Navegación de largo alcance; comunicación submarina.
30-300 KHz	Baja frecuencia (LF)	Semejante a VLF, un poco menos confiables; absorción durante el día.	Navegación de largo alcance y radiobalizas para comunicación marina
300 –3000 KHz	Media frecuencia (MF)	Onda terrestre y onda celeste nocturna; baja atenuación de noche y alta durante el día ;ruido atmosférico	Radio marítima, detección direccional y difusión AM
3-30 MHz	Alta frecuencia (HF)	La reflexión ionosférica varía con la hora del día, la temporada y la frecuencia; bajo ruido atmosférico a 30 MHz	Radio de aficionado; difusión internacional, comunicación militar, comunicación de larga distancia para aeronaves y barcos, telefonía, telegrafía, comunicación por fax.
30-300MHz	Muy alta frecuencia (UHF)	Propagación de LOS , ruido cósmico	Televisión VHF, radio bidireccional de FM, comunicación en AM para aeronaves, auxilio de navegación de aeronaves.
0.3-3 GHz	Ultra alta frecuencia (UHF)	Propagación de LOS , ruido cósmico	Televisión UHF, telefonía celular, auxilio de navegación, radar, GPS, enlaces microonda, sistemas personales de comunicación.

Continúa en siguiente página.

Continuación Tabla 2.2 Tipos de bandas.

Banda de frecuencia	Designación	Características de Propagación	Usos comunes
3-30GHz	Súper alta Frecuencia (SHF)	Propagación de LOS ; Atenuación por precipitación arriba de 10GHz Atenuación atmosférica debido al oxígeno y vapor de agua, alta absorción de vapor de agua a 22.2 GHz	Comunicación por satélite , enlaces microonda de radar
30-0300GHz	Extremadamente alta frecuencia	Igual; alta absorción de vapor de agua a 183GHz y absorción de oxígeno a 60 y 199 GHz	Radar , satélite , experimental
$10^3 - 10^7$ GHz	Infrarrojo, luz visible y ultravioleta	Propagación de LOS	Comunicaciones ópticas

2.2 Definición de la onda corta.

Una señal de onda corta es aquella que se propaga por el aire y se refleja en la ionósfera. Comprende la banda de 3 M a 30 MHz (HF). Sus longitudes de onda que van desde los 10 a los 100 m. y su propagación dependerá de la estación del año (clima) y del horario (noche o día). La radio de onda corta es como las estaciones de AM, puede transmitir a distancias muy grandes, esto debido a las propiedades y característica de su propagación.

2.2.1 Propagación de la onda corta.

La propagación de las ondas electromagnéticas no depende de un cierto rango de frecuencias, su comportamiento es totalmente independiente. Las comunicaciones inalámbricas en onda corta utilizan como medio de propagación el aire y por consecuencia se propagan por la atmosfera. La atmosfera posee características importantes que agilizarán la propagación de las ondas electromagnéticas como

es la ionización) de la misma, esta se divide en regiones de las 3 capas dominantes: D, E, F donde la capa F se subdivide en F_1 y F_2 . En la región F predomina la reflexión de las ondas de alta frecuencia (HF) está a una altura de 90 y 250 millas y esta se ioniza rápidamente en las horas del día, depende también mucho de la radiación solar y la estación del año.

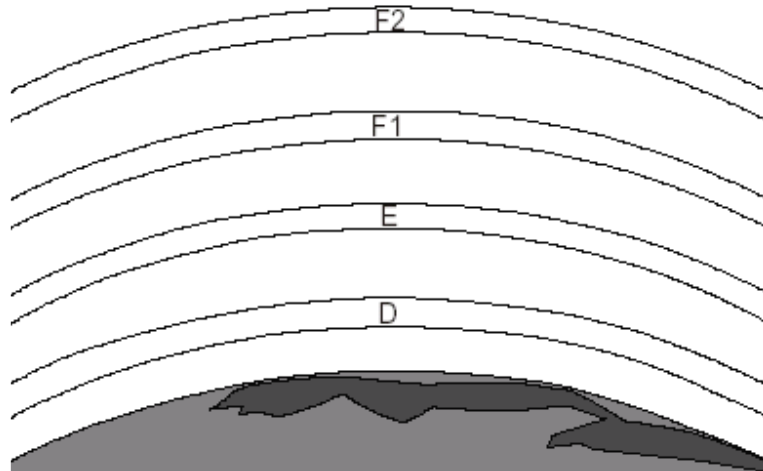


FIGURA 2-2 CAPAS D, E Y F DE LA IONÓSFERA.

Existen diferentes tipos de propagación de las señales, como la propagación de onda terrestre, la propagación de onda celeste y la propagación de línea de vista (LOS). Cada una tiene características diferentes y dependen del rango de frecuencias en que se encuentren. La propagación de onda celeste es el modo dominante en un rango de propagación de 2 a 30 MHz que es donde se propaga la onda corta.

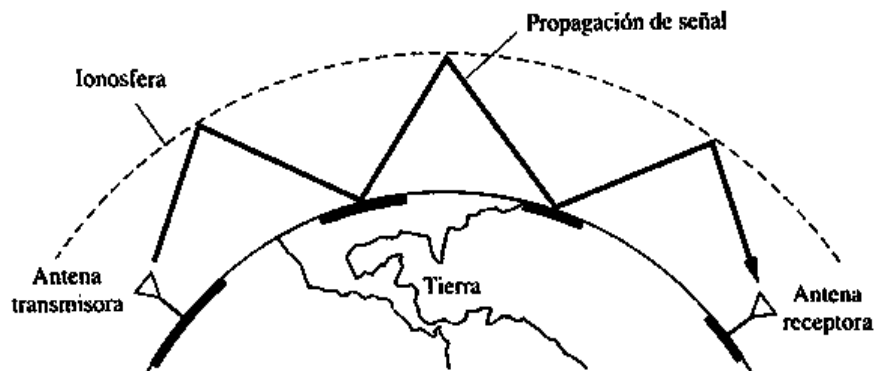


FIGURA2- 3 PROPAGACIÓN DE UNA ONDA CELESTE (DE 2 A 30 MHz).

Como se observa en la figura (2-3) la propagación de la onda celeste una antena transmisora envía una señal a otra antena receptora, la señal se refleja y refracta en la ionósfera haciendo que la señal refleje y refracte en la tierra (marcas en negritas) y así sucesivamente hasta llegar a la antena receptora.

Este efecto se logra ya que la capa F se ioniza más rápido según la altura y la hora del día. Su índice de refracción dependerá de la altura.

Este efecto se puede explicar con la ley de Snell la cual se define $n \sin \varphi_r = \sin \varphi_i$

Donde n es el índice de refracción, φ_i es el ángulo de incidencia medida justamente debajo de la ionosfera y φ_r es el ángulo de refracción para la onda medida en la ionosfera.

En la propagación de onda celeste el índice de refracción es menor a uno durante el día, es por eso que las estaciones de radio de onda corta se escuchan con mejor calidad.

2.3 Ruido en los sistemas de comunicación.

El ruido es una señal natural aleatoria sin ningún comportamiento definido, es una señal indeseable, muchas veces inevitable e incontrolable. En sí, el ruido no se puede catalogar como una señal, a diferencia de la interferencia y la distorsión que son señales que cumplen con ciertas características de una señal como periodo, amplitud, frecuencia, etc., el ruido no posee estas características definidas.

El ruido puede clasificarse en ruido artificial y ruido natural. El ruido artificial es debido a la actividad humana y se origina principalmente por las máquinas eléctricas, como los motores, interruptores, líneas de alta tensión, etc. Este ruido puede clasificarse en tres categorías: interferencia, zumbido y ruido impulsivo.

La interferencia es la superposición de dos o más señales traslapándose una sobre otra haciendo que la información sea inteligible, puede ser el resultado de un mal diseño de una antena, variaciones de la frecuencias de un transmisor,

efectos debido a la reflexión ionosférica en transmisiones a larga distancia. Este tipo de ruido puede ser filtrado con el diseño de un buen sistema.

El zumbido es un ruido periódico producido por las líneas eléctricas de corriente alterna. Al igual que la interferencia puede eliminarse con filtrado y blindajes adecuados de las instalaciones eléctricas.

El ruido impulsivo es un comportamiento de distribución no gaussiana, por lo tanto no se puede describir matemáticamente, pero se puede describir como la superposición de un número reducido de impulsos y de gran amplitud que pueden ocurrir con cierta periodicidad.

El ruido natural puede clasificarse en dos grupos: el producido por los componentes electrónicos como el ruido térmico, el ruido de granalla, de partición, ruido por defecto, etc. El segundo grupo es el que se genera por fuentes externas a un sistema como el ruido atmosférico y el ruido cósmico.

El ruido atmosférico es aquel que se produce a partir de la atmósfera afectando a todo sistema de comunicación que depende de ella para transmitir afectando a los equipos receptores. Las descargas eléctricas atmosféricas durante las tormentas producen ráfagas de ruido impulsivo, cuyas componentes en las frecuencias altas y medias se propagan a grandes distancias esto debido a las características de propagación de la atmósfera. Al igual que las altas y medias frecuencias, este ruido depende del clima, radiación solar, de las estaciones de radio y la hora del día.

2.4 Modulación.

En radiocomunicaciones es necesario utilizar una “frecuencia portadora” como frecuencia básica de comunicación, pero modificándola utilizando un proceso denominado modulación para insertar la información en la onda a propagarse.

Existen 3 aspectos básicos de la portadora que pueden modularse:

- Amplitud
- Frecuencia
- Fase o ángulo

Para llevar a cabo el proceso de modulación se enfoca en la amplitud modulada (AM), dicha técnica es utilizada en la transmisión de onda corta.

2.4.1 AM.

La modulación en amplitud (AM, *amplitude modulation*) es una técnica de bajo costo que consta en la transmisión de dos señales, una moduladora y una envolvente.

La señal moduladora es la que lleva la información que se desea transmitir, es de baja frecuencia y esta puede ser de una o varias frecuencias; por otro lado la señal envolvente consta de una sola frecuencia, trabaja a altas frecuencias y es mejor conocida como la salida de la señal modulada.

Dentro de la modulación AM encontramos 4 tipos de modulación, cada uno con diferentes características y parámetros pero de igual forma sirven para la transmisión y recepción de datos.

Entre estos tipos de modulación están:

- Modulación de amplitud: portadora suprimida.
- Modulación de banda lateral única (SSB).
- Modulación de banda lateral residual.
- Modulación de amplitud: gran portadora.

2.4.2 Modulación de amplitud: gran portadora.

Las estaciones de radio comerciales utilizan la modulación de doble banda lateral con gran portadora (DSB – LC) mejor conocida como AM, este tipo de modulación

resulta ser económica y eficiente para la transmisión de audio. No requiere de circuitos complejos como las otras modulaciones mencionadas.

La señal modulada de una señal DSB – LC puede describirse de manera matemáticamente como la adición del término portador $A \cos \omega_c t$, a la señal DSB – SC dada por $f(t) \cos \omega_c t$, esto es:

$$\phi_{AM}(t) = f(t) \cos \omega_c t + A \cos \omega_c t \quad . \quad (1)$$

La densidad espectral de $\phi_{AM}(t)$ es

$$\Phi_{AM}(\omega) = \frac{1}{2}F(\omega + \omega_c) + \frac{1}{2}F(\omega - \omega_c) + \pi A \delta(\omega + \omega_c) + \pi A \delta(\omega - \omega_c). \quad (2)$$

La señal de amplitud modulada descrita por la ecuación (1) puede describirse en la forma:

$$\phi_{AM}(t) = [A + f(t)] \cos \omega_c t \quad (3)$$

Así, $\phi_{AM}(t)$ se puede considerar como la señal portadora $\cos \omega_c t$ y la amplitud está dada por $A + f(t)$ **[STR 93]**.

2.4.3 Potencia de la portadora y la banda lateral en AM.

Una señal AM puede describirse por medio de

$$\phi_{AM}(t) = f(t) \cos \omega_c t + A \cos \omega_c t \quad (4)$$

Para una carga de un ohm, la potencia promedio total está dada por el valor cuadrático medio de la ecuación (4),

$$\overline{\Phi_{AM}^2(t)} = A^2 \overline{\cos^2 \omega_c t} + \overline{f(t)^2 \cos^2 \omega_c t} + 2A \overline{f(t) \cos^2 \omega_c t} \quad (5)$$

Como $\overline{\cos^2 \omega_c t} = \frac{1}{2}$ y $\overline{f(t) \cos^2 \omega_c t} = 0$, entonces:

$$\overline{\Phi_{AM}^2(t)} = A^2 \overline{\cos^2 \omega_c t} + \overline{f(t)^2 \cos^2 \omega_c t} = \frac{A^2}{2} + \frac{\overline{f(t)^2}}{2}. \quad (6)$$

Por tanto, la potencia total P_t puede expresarse como la suma de las potencias de portadora P_c y de banda lateral P_s :

$$P_t = \frac{A^2}{2} + \frac{\overline{f(t)^2}}{2} = P_c + P_s. \quad (7)$$

La fracción de la potencia total contenida en las bandas laterales, μ está dada por

$$\mu = \frac{P_s}{P_c} = \frac{\overline{f(t)^2}}{A^2 + \overline{f(t)^2}} \quad (8)$$

Si $f(t)$ es una senoidal simple

$$\phi_{AM}(t) = A(1 + m \cos \omega_m t) \cos \omega_c t \quad (9)$$

Se tiene

$$\Phi_{AM}^2(t) = \frac{1}{2}A^2 + \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)m^2A^2, \quad (10)$$

Y [STR 93]

$$\mu = \frac{m^2}{2 + m^2} \quad (11)$$

De lo anterior se puede deducir si la eficiencia de transmisión de un sistema es o no eficiente. Si $m \leq 1$ tenemos que la transmisión de un sistema AM (DSB-LC) es cuando mucho una tercera parte (33%). Si fuera $m = 1.67\%$ la portadora representa una potencia desperdiciada, esto concierne con la transferencia de información y pierde eficacia para transmitir una señal.

Una vez definido la señal gran portadora, es importante saber cómo generar dicha modulación, para esto es más sencillo si se parte de generar una señal DSB – SC y agregarle una portadora.

Una forma sencilla de visualizar la generación de la DSB – LC es por el siguiente diagrama a bloques

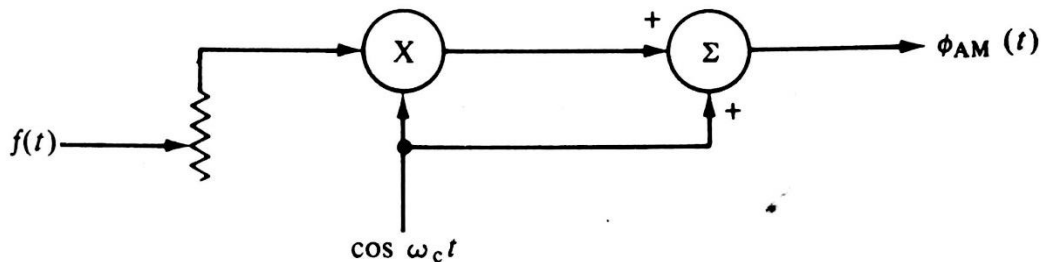


FIGURA 2-4 DIAGRAMA A BLOQUES DE LA GENERACIÓN DE DSB – LC

Para generar una señal DSB – LC existen dos tipos de modulador estos son :

- Modulador de conmutación.
- Modulador de características no lineales.

El primer nos indica el uso de un diodo rectificador que por sus características de diseño funcionara como un interruptor, esto sucede si la frecuencia de la portadora es muy grande; se encenderá y apagará según la frecuencia de la señal portadora.

Este tipo de modulación se conoce mejor como modulador tipo rectificador, se sabe que la función del diodo es rectificar a media onda, eliminando la parte negativa de la portadora haciendo que, en el dominio de la frecuencia, se centre en $\omega = 0$ proporcionando deltas en $\pm\omega_c$. (Ver figura 2-5)

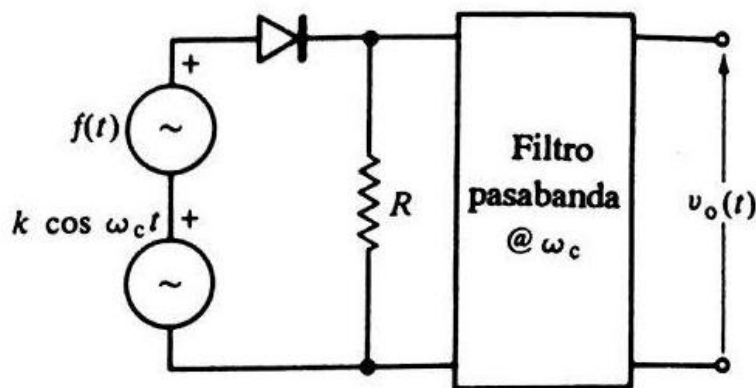


FIGURA 2-5 DIAGRAMA DE MODULADOR CON UN DIODO COMO RECTIFICADOR.

El segundo tipo de modulación es prácticamente el primero pero tomando en cuenta que el diodo rectificador opera como interruptor ideal. En este caso las no linealidades en las características del diodo pueden aproximarse con una serie de potencias de la forma

$$i(t) = a_1 e(t) + a_2 e^2(t) + \dots, \quad i(t)R \ll e(t). \quad (12)$$

Reteniendo solo los dos primeros términos, se encuentra que la tensión en la entrada del filtro pasa banda (despreciando los efectos de cualquier impedancia de entrada finita) es

$$i(t)R = a_1R [+k \cos \omega_c t] + a_2R[f(t) + k \cos \omega_c t]^2 + \dots , \quad (13)$$

Expandiendo y agrupando términos en la frecuencia portadora, tenemos

$$v_0 = a_1R k \cos \omega_c t + 2a_2Rk f(t) \cos \omega_c t \quad (14)$$

Esta ecuación es el resultado deseado para una señal DSB – LC .El diodo semiconductor actúa como una combinación del modulador rectificador y del modulador que usa una característica no lineal. **[ETR 93]**

Después de haber analizado brevemente la generación de señales DSB – LC y la forma analítica que representan uno de los tipos de moduladores, es importante analizar la detección o demodulación de las señales AM. Para ello es necesario entender que la función $f(t)$ está disponible en la envolvente de la señal, una forma sencilla de detectar la envolvente es utilizando un método llamado detector de envolvente.

De forma simplificada un detector de envolvente funciona con un diodo en serie conectado con un arreglo en paralelo de un circuito RC .Este cuando tiene un voltaje positivo $v_i(t)$ en (las partes positivas de la señal) la entrada del circuito, carga el capacitor hasta el valor pico de la señal. Cuando esta está por debajo del voltaje pico, el diodo funciona como un interruptor haciendo que el diodo se cierre, este proceso le da tiempo al capacitor de descargarse hasta el siguiente ciclo positivo; por la forma del arreglo el diodo permite que el capacitor se vuelva a cargar con los siguientes ciclos positivos:

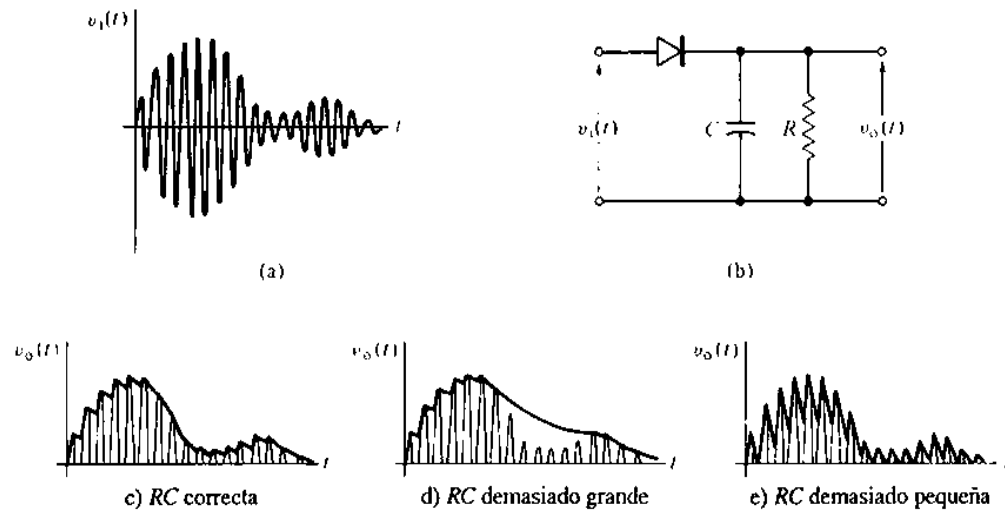


FIGURA2- 6 DETECTOR DE ENVOLVENTE.

2.5 Transformada Wavelet.

2.5.1 Introducción.

La teoría Wavelet fue desarrollada en diversos campos disciplinarios, las matemáticas, física e ingeniería fueron algunos de ellos. Las técnicas de Littlewood – Paley y la teoría de Calderón – Zygmund en la teoría de análisis de armónicos y diseño de bancos de filtros digitales y la teoría de procesamiento de señales pueden considerarse como precursores en el campo. Aunque fue hasta 1980 que en su forma actual llamo la atención debido a los avances realizados por Strömberg, Morlet, Grossman, Meyer, Batle, Lemarié, Coifman, Daubechies, Mallat, Chui, entre otros, quienes aportaron las bases matemáticas, aplicaciones y diferentes *Wavelet* que le dieron la importancia actual.

El término Wavelet es introducido por primera vez en la literatura por Jean Morlet en 1980 y con él la noción de Wavelet como una transformación. Posteriormente, el físico teórico Alex Grossman desarrolló la fórmula inversa de la transformada. A partir de estos avances fue posible desarrollar todo un conjunto de teorías acerca de la transformada Wavelet y sus aplicaciones, las cuales al igual que el análisis de Fourier son un método efectivo para la descomposición de señales.

La transformada Wavelet obtiene su importancia del hecho que proporciona información local de la señal, es decir, nos muestra el comportamiento en frecuencia de la señal en cada instante de tiempo (para la transformada Wavelet continua) o en instantes determinados de tiempo (transformada Wavelet discreta).

Anteriormente se habían realizado intentos por adaptar la transformada de Fourier al análisis local de señales. En 1946, Denis Gabor desarrolló la transformada de Fourier de tiempo corto, es llamada transformada de Gabor. Utilizando ventanas de distribución gaussiana y desplazándolas secuencialmente, Denis Gabor logró subsanar la debilidad más importante del análisis de Fourier, aunque con grandes dificultades en la implementación del algoritmo.

Dichas dificultades fueron satisfactoriamente superadas en 1987 por Henrique Malvar con la introducción de la Wavelet de Malvar las cuales eran superiores a las Wavelet de Gabor y la Wavelet de Grossman en cuanto a la implementación del algoritmo.

Fue en 1989 que basada en la teoría de la Wavelet de Malvar que Yves Mayer sentó las bases de la transformación Wavelet, cuyo primer gran logro en colaboración con Daubechies y Grossman fue el desarrollo de la expansión Wavelet no ortogonal.

Posteriores trabajos de Mayer y Lemarié culminaron en la construcción de las bases del análisis Wavelet en espacios \mathbb{R} y \mathbb{R}^N . Sobre estos fundamentos fue que finalmente Mallat desarrollo los algoritmos de descomposición y composición de señales basados en el Análisis multi-resolución.

Aunque ha habido avances posteriores, se cita el realizado por Ingrid Daubechies, que construyó familias de Wavelet ortogonales, las cuales sirvieron para relacionar las Wavelet continuas y las Wavelet discretas.

Desde las bases de Haar hasta los planteamientos de Daubechies, se sabe que los avances realizados por especialistas en diversos campos ayudaron a fundamentar matemáticamente la teoría de Wavelet.

2.5.2 Preliminares matemáticos.

Se inicia con una introducción a los conceptos matemáticos que serán de ayuda para poder comprender la teoría Wavelet. Dado que la transformada Wavelet tiene que satisfacer ciertos criterios de admisibilidad es necesario exponer algunas definiciones y propiedades de los espacios funcionales en que se desarrolla.

2.5.2.1 Espacios funcionales lineales.

De manera simple se define un espacio funcional como aquel conjunto de funciones que comparten ciertas propiedades matemáticas. Un espacio funcional

fundamental para la teoría Wavelet es el de las funciones cuadráticas integrables, es decir aquellas con energía finita. Estas se definen como:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(x)|^2 dx < \infty \quad (15)$$

Se definen los espacios funcionales como sigue. Sea E un espacio no vacío contenido en \mathbb{R} que cumple con las siguientes dos operaciones:

- $(x, y) \mapsto$
 $x + y$ ambas contenidas en E bajo la operación $+$
también están contenidas en E y se llama *adición*
- $(\lambda, x) \mapsto \lambda x$ contenida en \mathbb{R} & x contenida en E bajo la operación $*$
están contenidos en E y llama *multiplicación por escalar*

En el cual se satisfacen las siguientes propiedades.

- a) $x + y = y + x$
- b) $(x + y) + z = x + (y + z)$
- c) Para cada $x, y \in E$ existe un $z \in E$ tal que $x + y = z$
- d) $\alpha(\beta x) = (\alpha\beta)x$
- e) $(\alpha + \beta)x = \alpha x + \beta x$
- f) $\alpha(x + y) = \alpha x + \alpha y$
- g) $1x = x$

Este espacio funcional es llamado lineal si cumple con las siguientes condiciones:

- a) $\langle x, x \rangle \geq 0$ para todo x en X y $\langle x, x \rangle = 0$ si, y solamente si, $x = 0$.
- b) $\langle cx, y \rangle = c\langle x, y \rangle$ para todo x, y en X y para c contenido en \mathbb{Z}
- c) $\langle x, y + z \rangle = \langle x, y \rangle + \langle x, z \rangle$

Aún cuando en general tratar de definir la longitud de un espacio funcional entero no tiene sentido, si lo tiene hacerlo entre pares de elementos. La norma de un espacio es la generalización de este concepto de longitud y está definido de

manera axiomática, es decir, es intrínseco al elemento y puede ser obtenida para cualquier elemento del espacio bajo cierta operación.

Se define a la norma como una función $x \mapsto \|x\|$ dentro de un espacio y del origen a un elemento, es decir:

$$\|x - y\| \tag{16}$$

Entonces, un espacio funcional normado se define como aquel con una norma definida. En general está dado por la siguiente expresión:

$$\|x\| = \sqrt{x_1^2 + \dots + x_N^2} \tag{18}$$

2.5.2.2 Espacio \mathcal{L}^2 .

El termino \mathcal{L}^2 es el espacio de las funciones cuadrado integrables, adoptado por Hilbert y es el espacio de las funciones que genera la transformada Wavelet. Por lo tanto, sí la notación $f(x) \in \mathcal{L}^2(\mathbb{R})$ entonces:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \|f(x)\|^2 dx < \infty \tag{19}$$

Y en general, para el espacio de funciones del espacio finito \mathcal{L}^2 , la condición :

$$\|x\| = \left[\int_{-\infty}^{\infty} |f(x)|^2 dx \right]^{\frac{1}{2}} < \infty \tag{20}$$

Se denomina norma en el espacio finito \mathcal{L}^2 .

2.5.2.3 Conceptos de vectores euclidianos.

Del mismo modo que definimos los espacios funcionales, podemos definir los espacios vectoriales y a sus elementos; los vectores. Estos deben cumplir con las

mismas condiciones y propiedades de los espacios funcionales. Empezamos dando una introducción breve al análisis vectorial.

Un Vector V en un espacio vectorial euclidiano de tres dimensiones está definido por el conjunto de tres números complejos $\{v_1, v_2, v_3\}$ asociados con tres vectores unitarios $\{a_1, a_2, a_3\}$, donde, el conjunto $\{v_j\}_{j=1}^3$ representa a las componentes escalares del vector y el conjunto $\{a_j\}_{j=1}^3$ abarca las tres dimensiones del espacio vectorial euclidiano. Cualquier vector en este espacio puede ser definido como $\{a_j v_j\}_{j=1}^3$ en el cual la adición y la multiplicación con escalares están definidas por:

- a) $U + V = \{u_1 + v_1, u_2 + v_2, u_3 + v_3, \}$.
- b) $kV = \{kv_1, kv_2, kv_3, \}$.

Adicionalmente, cumplen con la propiedad conmutativa y asociativa.

- a) $U + V = V + U$
- b) $(U + V) + W = U + (V + W)$

Si se presenta un vector como una matriz columna,

$$V = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix},$$

De modo que, apliquen todas las propiedades antes, se define la longitud de un vector de acuerdo a la norma expresada por:

$$\|V\| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}. \quad (21)$$

2.5.2.4 Producto interno.

La operación producto interno, junto con el producto escalar, son la base para comprender la descomposición y reconstrucción de las funciones en la transformación Wavelet. A continuación, se dan las definiciones más importantes.

Sea X un espacio vectorial. Se dice que X tiene producto interno si existe una función $\langle \cdot, \cdot \rangle$ tal que:

- 1) $\langle x, x \rangle \geq 0$ para todo x en X y $\langle x, x \rangle = 0$ si, y solamente si, $x = 0$.
- 2) $\langle cx, y \rangle = c\langle x, y \rangle$ para todo x, y en X y para c contenido en \mathbb{Z}
- 3) $\langle x, y + z \rangle = \langle x, y \rangle + \langle x, z \rangle$

Por otro lado, sean U, V , dos vectores en el mismo espacio, su producto escalar se define como

$$\begin{aligned}
 U \cdot V &= |U| |V| \cos \theta_{UV} \\
 &= u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3 \\
 &= [u_1 \quad u_2 \quad u_3] \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix},
 \end{aligned}$$

2.5.2.5 Proyecciones vectoriales.

De lo anterior, también se sabe que el producto escalar es conmutativo, además de que por definición cuando dos vectores son ortogonales $U \cdot V = 0$. Un concepto importante en el producto escalar es que geoméricamente se interpreta como la proyección de un vector U sobre un vector V . Esta operación se define como:

$$\frac{U \cdot V}{|V|} = U \cdot a_v \tag{22}$$

La cual es la proyección del vector U en la dirección a_v o la componente de U en la dirección a_v .

2.5.2.6 Extensión a dimensiones superiores.

El concepto de proyección vectorial se puede extender a dimensiones de orden N , siendo la matriz columna de dimensiones $N \times 1$, mientras que los vectores unitarios estarían definidos por $\{a_j\}_{j=1}^N$ formando entre si un conjunto ortogonal, del cual se define como:

$$a_k \cdot a_l = \delta_{k,l} \forall k, l \in \mathbb{Z} \quad (23)$$

donde $\delta_{k,l}$ es la delta de Kronecker, definida como:

$$\delta_{k,l} = \begin{cases} 1, & k = l \\ 0, & k \neq l \end{cases} \quad (24)$$

y cada componente del vector está dado por:

$$\{a_j v_j\}_{j=1}^N \quad (25)$$

Además, se puede expresar al vector V como la combinación lineal de sus componentes en cada dirección $\{a_j\}_{j=1}^N$, es decir:

$$V = \sum_{k=1}^N a_k v_k \quad (26)$$

Como se mencionó esta clase de descomposición es análoga a la descomposición que realiza la transformación Wavelet en funciones ortogonales para diferentes resoluciones, está se usa (a fondo) posteriormente en nuestro análisis multi resolución

2.5.2.7 Funciones base.

Se puede extender el concepto de espacios vectoriales a espacios funcionales lineales normados. Esto es, en lugar de pensar en un conjunto de vectores euclidianos, pensemos en una colección de funciones. Y en lugar de vectores formando un espacio podemos pensar en una función base para representar funciones arbitrarias contenidas en ese espacio. Por lo que estas funciones base serían las piezas que formarían las funciones representadas en ese espacio.

Tomemos como ejemplo las series de Fourier, en donde una función puede ser expandida en una suma de funciones multiplicadas por un coeficiente, es decir:

$$P_T(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\omega_0 t}, \quad (27)$$

Por analogía con la ecuación (26) observamos que c_k se compara con v_k y con a_k , con $e^{jk\omega_0 t}$ es decir, la función base en la serie de Fourier $e^{jk\omega_0 t}$, está presente el armónico de orden k de la frecuencia fundamental de la función. Esta es, la función .base del análisis de Fourier discreto.

También se sabe que la función base de Fourier es ortogonal, por lo tanto tomando el producto interno entre dos funciones $g(t)$ & $\overline{h(t)}$ en el intervalo $(\frac{T}{2}, \frac{T}{2})$ se define como:

$$\langle g, h \rangle = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} g(t) \overline{h(t)} dt \quad (28)$$

donde la barra superior indica que se trata del complejo conjugado. Por lo tanto, se puede comprobar que las funciones base son ortogonales en la siguiente forma:

$$\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} e^{jk\omega_0 t} e^{-jl\omega_0 t} dt = \delta_{k,l} \quad \forall k, l \in \mathbb{Z} \quad (29)$$

Al normalizar la función base con respecto a la unidad de energía utilizada, se forman así la función base orto - normalizada del espacio discreto de Fourier.

2.5.2.8 Ortogonalidad, Bi-Ortogonalidad y Semi-Ortogonalidad.

La expansión de una función en sus componentes ortogonales es una herramienta importante en el análisis de señales, en nuestro caso, se puede al descomponer la señal en sus componentes de frecuencia y para suprimir el ruido simplemente suprimimos la componente de frecuencia que no deseamos.

La expansión ortogonal de funciones es sencilla y eficiente. Para realizar la expansión se tiene lo siguiente:

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k \varphi_k(t), \quad (30)$$

donde, los coeficientes c_k , se calculan mediante el producto interno de una función con la función base, es decir:

$$\begin{aligned} \langle f, \varphi_k \rangle &= \int_{k=-\infty}^{\infty} f(t) \overline{\varphi_k(t)} dt \\ &= \int_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} c_l \varphi_l(t) \overline{\varphi_k(t)} dt \\ &= \sum_{l=-\infty}^{\infty} c_l \delta_{k,l} = c_k. \end{aligned} \quad (31)$$

Aunque eficiente, este método considera a la función f para valores infinitos de t , es decir, no es realizable computacionalmente.

En algunas aplicaciones, la representación ortogonal no resulta suficiente, por lo que la representación bi-ortogonal resulta ser una alternativa para sobrellevar la restricción de la representación ortogonal y lograr una buena aproximación. La bi-ortogonalidad se define como:

Sea $\{\varphi_k(t)\}_{k \in \mathbb{Z}} \in \mathcal{L}^2$ una base bi-ortogonal, si existe otro conjunto $\{\widetilde{\varphi}_k(t)\}_{k \in \mathbb{Z}} \in \mathcal{L}^2$ tal que:

$$\langle \varphi_k, \widetilde{\varphi}_l \rangle = \int_{k=-\infty}^{\infty} \varphi_k(t) \overline{\widetilde{\varphi}_l(t)} dt = \delta_{k,l} \quad (32)$$

en donde el conjunto $\{\widetilde{\varphi}_k(t)\}_{k \in \mathbb{Z}}$ es llamado base dual de $\{\varphi_k(t)\}_{k \in \mathbb{Z}}$. Entonces para expandir una señal $g(t)$ en su forma bi-ortogonal se tiene que:

$$g(t) = \sum_{k=0}^{\infty} d_k \varphi_k(t), \quad (33)$$

donde los coeficientes d_k de la siguiente forma:

$$d_n = \langle g, \widetilde{\varphi}_n \rangle \quad (34)$$

Por otra parte, al expandir la función con la base dual, tenemos:

$$g(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \widetilde{d}_k \widetilde{\varphi}_k(t), \quad (35)$$

Y para calcular los coeficientes \widetilde{d}_k con el producto interno para funciones, es decir:

$$d_l = \langle g, \widetilde{\varphi}_l \rangle \quad (36)$$

Es importante mencionar que, geoméricamente, las bases ortogonales están siempre en el mismo espacio, aunque para las bases bi-ortogonales no es siempre así. En el caso de que así se se trataría de bases semi ortogonales.

 2.5.2.9 Bases locales y bases de Riesz.

Se ha definido la función base (en el caso) de la serie de Fourier, formada por las funciones seno y coseno, las cuales están definidas en todo el intervalo de la recta real $(-\infty, \infty)$. A esta clase de base se les llama globales. Hay otras bases que satisfacen los requerimientos de ortogonalidad y bi-ortogonalidad que están definidas en un intervalo finito de la recta real, es decir, $[\varphi(t): t \in (a, b)]$. A este tipo de bases se les llama bases locales. Entonces, para representar un función que se extiende a lo largo de toda la recta real, el análisis con bases locales emplea desplazamientos de tiempo, es decir, $[\varphi(t + \tau): t \in (a, b)]$, donde $\tau \in \mathbb{Z}$.

Otro tipo de bases son las conocidas como bases de Riesz, también llamadas bases de estabilidad. La característica principal de estas bases es que sean dos funciones g_1 y g_2 , con cambios ligeros entre las funciones causarían cambios ligeros en sus respectivos coeficientes de expansión. Por otra parte, los cambios bruscos en cada función causarían que la diferencia entre los coeficientes sea grande.

2.5.2.10 Espacios funcionales lineales discretos.

Un espacio funcional lineal discreto es aquel formado por sucesiones discretas de números reales o complejos con una norma dada. En este tipo de espacios son aplicables las mismas propiedades que las descritas para los espacios funcionales lineales continuos. Un espacio N -dimensional se representa como sigue:

$$x(n) = \{x(0), x(1), x(2), \dots, x(N-1)\}. \quad (37)$$

La suma de dos elementos del espacio está definida como:

$$w(n) = x(n) + y(n) = \{x(0) + y(0), x(1) + y(1), \dots, x(N-1) + y(N-1)\}. \quad (38)$$

El producto interno y la norma se definen respectivamente como:

$$\langle x(n), y(n) \rangle = \sum_n x(n) \bar{y}(n) \quad (39)$$

$$\|x\| = \langle x, x \rangle^{1/2} = \sqrt{\sum_n |x(n)|^2} \quad (40)$$

2.6 Análisis de Fourier.

2.6.1 Definición de transformada de Fourier.

La transformada de Fourier (FT) es un método matemático que sirve para encontrar la densidad espectral de una forma de onda, que realiza la transformación en el dominio del tiempo y posteriormente al dominio de la frecuencia para obtener los espectros de frecuencias que representan las funciones.

Podemos definir a la transformada de Fourier como:

$$W(f) = \mathcal{F}[w(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} [w(t)] e^{-j2\pi f t} dt \quad (41)$$

Donde $\mathcal{F}[*]$ denota la transformada de Fourier de $[*]$ y f es el parámetro de frecuencia en Hz, $W(f)$ es conocida también como un espectro a los lados de $w(t)$, debido a que sus componentes de frecuencia tanto positivas como negativas se obtienen a partir de (41). **[COU 08]**

Esta función matemática nos puede dar (mucha información en tanto como es el espectro de una señal), para esto la ecuación (41) posee un exponencial complejo, esta parte que nos indica que la transformada de Fourier es una

función compleja, por lo tanto se puede obtener su magnitud y fase, puede representar como:

$$W(f) = X(f) + jY(f) \quad (42)$$

La cual, puede graficarse en un sistema de coordenadas polares, conforme a

$$W(f) = |W(f)|e^{j\theta(f)} \quad (43)$$

donde

$$|W(f)| = \sqrt{X^2(f) + Y^2(f)} \quad (44)$$

y

$$\theta(f) = \tan^{-1} \frac{Y(f)}{X(f)} \quad (45)$$

Estas dos últimas ecuaciones representa la magnitud y fase de la funcion representa el espectro de la transformada de Fourier.

Para poder dar una mejor interpretación de los espectros de Fourier también es importante mencionar su transformada inversa, esta nos dará información que estaba en el domino de la frecuencia a la del dominio del tiempo y se define como

$$w(t) = \int_{-\infty}^{\infty} W(f)e^{j2\pi ft} dt \quad (46)$$

Como se puede observar, también es una función compleja (véase en Couch pág. 45)

La transformada de Fourier posee propiedades que hacen más fácil su análisis como son las de linealidad, desplazamiento en la frecuencia, diferenciación en el tiempo, etc. pero lo que nos interesa son las propiedades de convolución.

2.6.2 Convolución.

La convolución es un operador matemático denotado por $[*]$ que superpone a dos funciones dadas $f(t)$ y $g(t)$ y dan como resultado $h(t)$. La función $h(t)$ es el resultado de que una de las dos funciones se mantenga fija conservando su amplitud y multiplicándose por la segunda función pero esta desplazada (o atrasada) un tiempo τ .

2.6.1 Teorema de convolución.

El teorema de convolución resulta útil ya que muestra la relación del operador convolución en el tiempo con su contraparte en la frecuencia.

Sean h, x y y sucesiones bilaterales infinitas con $y = h * x$. Además $H(\omega)$, $X(\omega)$ y $Y(\omega)$ denotan las series de Fourier de h, x y y respectivamente, entonces:

$$Y(\omega) = H(\omega)X(\omega) \quad (47)$$

2.6.1.1 Convolución en el tiempo

La convolución en el dominio del tiempo se define como:

$$h(t) = (f * g)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)g(t - \tau)d\tau \quad (48)$$

donde en la integral de convolución la excitación de la entrada de algún sistema se multiplica por la respuesta al impulso. Esto se aplica a cualquier sistema lineal invariante en el tiempo ,ya que cumple las condiciones de dichos sistemas.

En forma compacta, la ecuación (48) se puede escribir como

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)g(t - \tau)d\tau = f(t) \circledast g(t) \tag{49}$$

Al obtener la transformada de Fourier de $f(t)$ y $g(t)$ por separado y al multiplicarlas, se puede entender que la convolución en el dominio del tiempo debe corresponder a la multiplicación en el dominio de la frecuencia.

2.6.1.2 Convolución en la frecuencia

De manera equivalente, la convolución en las frecuencias no es más que la multiplicación de las anti-transformadas en el dominio del tiempo esto se expresa como:

$$F(\omega) \circledast G(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} F(u)G(\omega - u)du \tag{50}$$

2.6.2 Convolución discreta.

Conviene definir la convolución discreta, ya que computacionalmente resulta inoperable una operación con términos infinitos, como lo es la convolución continua. Para solventar esta deficiencia, una señal continua, como puede ser una señal de audio, se digitaliza, tomando aquellos valores discretos que pueden ser representados como sucesiones de valores.

Si a es una sucesión infinita contenida en el conjunto de los números naturales, se puede definir como:

$$a = (a_1, a_2, a_3, \dots) \tag{51}$$

entonces b es una sucesión bilateral infinita definida como aquella contenida en los números enteros:

$$b = (\dots, b_{-2}, b_{-1}, b_0, b_1, b_2, \dots) \quad (52)$$

Para definir formalmente al operador de convolución discreta, se usan sucesiones bilaterales infinitas.

Sean h y x dos sucesiones bilaterales infinitas. Entonces la convolución de h y x , denotado como $h * x$, es la sucesión bilateral infinita $y = h * x$, en el cual el n componente se expresa como:

$$y_n = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h_k x_{n-k} \quad (53)$$

2.6.2.1 Series de Fourier dada una sucesión.

Para el diseño de filtros digitales resulta (ser una herramienta) útil obtener series de Fourier a partir de una sucesión. Supongamos que dada una sucesión h , entonces los componentes de h como una serie de Fourier se obtienen por la ecuación:

$$H(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h_k e^{ik\omega} \quad (54)$$

2.6.2.2 Teorema de convolución discreta.

El teorema de convolución nos resulta útil ya que muestra la relación del operador convolución en el tiempo con su contraparte en la frecuencia.

Sean h, x y y sucesiones bilaterales infinitas con $y = h * x$. Y $H(\omega), X(\omega)$ y $Y(\omega)$ denotan las series de Fourier de h, x y y respectivamente, entonces:

$$Y(\omega) = H(\omega)X(\omega) \quad (55)$$

2.6.3 Filtros.

Una vez definido la convolución, podrá aplicarse al diseño de filtros digitales que permitan discriminar ciertos datos (de una matriz), en especial el ruido.

Para filtrar una señal se elige un filtro h , dado por una sucesión que será convolucionada con la señal x , produciendo una sucesión y . Entonces para filtrar una señal basta con realizar la operación:

$$y = h * x \quad (56)$$

2.6.3.1 Filtros Causales y Filtros FIR

La convolución $y = h * x$ al término n de la sucesión bilateral de salida dada por:

$$y_n = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h_k x_{n-k} \quad (57)$$

En la cual, ambas sucesiones h & x son bilaterales infinitas.

En este trabajo es importante definir un tipo específico de filtro el cual posee características más adecuadas para el procesamiento de señales de audio. En estos filtros solo una de las funciones es bilateral, mientras que la otra es una sucesión contenida en los números naturales.

Sí h es un filtro, se dice que es “causal” si $h_k = 0$ para $k < 0$.

Considerando al termino y_n de la sucesión dada por $y = h * x$, donde h causal. Entonces:

$$y_n = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h_k x_{n-k} = \sum_{k=0}^{\infty} h_k x_{n-k} = h_0 x_n + h_1 x_{n-1} + h_2 x_{n-2} + h_3 x_{n-3} + \dots \quad (58)$$

Por lo tanto cuando h es causal, los términos y_n de la sucesión estarán formados por los términos anteriores a h_0 y x_n .

Esta propiedad es la que hace que los filtros causales sean especialmente útiles en el procesamiento de audio, ya que nos permiten analizar solo la información actual y anterior de la señal. A la clase especial de filtros con un número finito de términos *no cero* se les conoce como Filtros de respuesta a impulsos finitos (FIR).

2.6.3.2 Filtros de respuesta a impulsos finitos (FIR).

Sea h un filtro causal y en el que $L > 0$, $L \in$ al conjunto de números enteros. Si $h_k = 0$ para $k > L$, y $h_0, h_L \neq 0$. Entonces decimos que h es un filtro FIR y que se expresa como:

$$h = (h_0, h_1, \dots, h_L) \quad (59)$$

Para el desarrollo del presente trabajo son de especial importancia dos filtros, el filtro pasa bajas y el filtro pasa altas.

2.6.3.3 Filtros Pasa bajas

Una vez definidas las sucesiones bilaterales infinitas, la convolución de dos sucesiones y los filtros causales se puede introducir el concepto de filtro pasa bajas.

Para introducir este concepto iniciemos con un ejemplo. Sea el filtro:

$$h = (h_0, h_1, h_2) = \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right). \quad (60)$$

Al convolucionar con las sucesiones:

$$\begin{aligned}
 & a = (\dots, 1, 1, 1, 1, 1, \dots) \\
 & \text{y} \\
 & b = (\dots, -1, 1, -1, 1, -1, \dots)
 \end{aligned} \tag{61}$$

o bien

$$b_n = (-1)^n$$

Donde n es un entero.

Entonces la sucesión resultante $y = h * a$ es:

$$y_n = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h_k a_{n-k} = \sum_{k=0}^2 h_k a_{n-k} = \frac{1}{4} a_n + \frac{1}{2} a_{n-1} + \frac{1}{4} a_{n-2} = \frac{1}{4} * 1 + \frac{1}{2} * 1 + \frac{1}{4} * 1 = 1 \tag{62}$$

Y si $z = h * b$ es la sucesión resultante de convolucionar h con b , entonces resulta:

$$z_n = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h_k b_{n-k} = \sum_{k=0}^2 h_k b_{n-k} = \frac{1}{4} b_n + \frac{1}{2} b_{n-1} + \frac{1}{4} b_{n-2} = \frac{1}{4} * -1 + \frac{1}{2} * 1 + \frac{1}{4} * -1 = 0 \tag{63}$$

Se observa como al convolucionar el filtro con la sucesión $y = h * a = a$, es decir, conservó todas sus características de la sucesión a . Mientras que la sucesión $z = h * b = 0$ indica que se suprimieron todas las características de la sucesión b . Al inspeccionar ambas sucesiones se infiere notar que las oscilaciones en a son nulas, mientras que en b oscila término a término. Esto quiere decir que el filtro conserva las características de baja oscilación y discrimina aquellas que varían.

2.6.3.3.1 FILTROS PASA BAJAS Y SERIES DE FOURIER

Tomando el filtro dado por h la serie de Fourier de h viene dada por:

$$H(\omega) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} e^{i\omega} + \frac{1}{4} e^{2i\omega} = e^{i\omega} \frac{1}{2} (1 + \cos\omega) \tag{64}$$

Graficando el módulo de $H(\omega)$ tenemos:

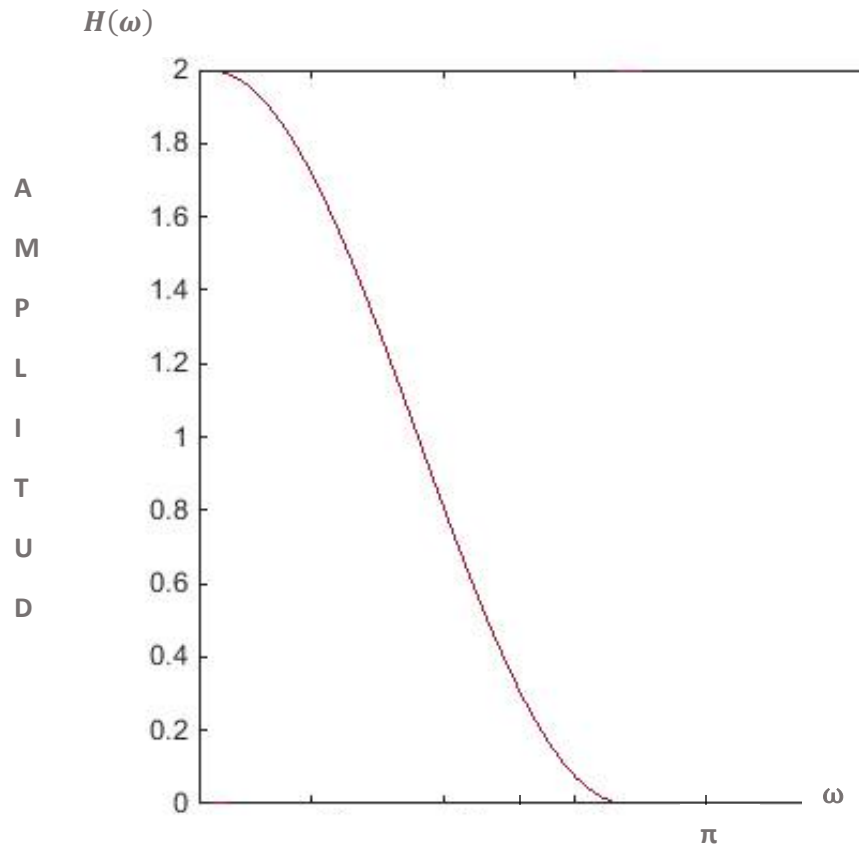


FIGURA 2-7 GRAFICA DEL MÓDULO DE $H(\omega)$

En esta gráfica se observa que $|H(0)| = \frac{1}{2}(1 + \cos 0) = 1$ y $|H(\pi)| = \frac{1}{2}(1 + \cos \pi) = 0$ se deduce que, cuando h es convolucionada con la sucesión x se conservan las frecuencias que tienen baja oscilación, mientras que las que tienen alta oscilación son discriminadas.

De aquí que un filtro pasa bajas preserva la información más homogénea, mientras que cancela el efecto de aquella información que tiende a tener un comportamiento aleatorio.

En la descripción anterior se define formalmente al filtro pasa bajas como una sucesión h . Esto es, si $0 < \omega_p \leq \omega_s < \pi$ y suponiendo que existe $0 < \delta < \frac{1}{2}$, con $1 - \delta \leq |H(\omega)| \leq 1 + \delta$ para $0 \leq \omega \leq \omega_p$ y un $0 < \lambda < \frac{1}{2}$ tal que para $\omega_s \leq \omega \leq \pi$, $|H(\omega)| \leq \lambda$.

Por lo tanto h es un filtro pasa bajas.

Una definición más simplificada del filtro pasa bajas puede ser que si h es un filtro pasa bajas, entonces $|H(\omega)| \approx 1$ para $0 \leq \omega \leq \omega_p$ para algún $0 < \omega_p < \pi$ y $|H(\omega)| \approx 0$ para $\omega_s \leq \omega \leq \pi$ y se requiere que $\omega_p < \omega_s < \pi$.

2.6.3.4 Filtros Pasa altas

En contra parte de los filtros pasa bajas, existe otro tipo de filtros que es comúnmente usado en el procesamiento de señales. Los filtros pasa altas, al contrario de los filtros pasa bajas, preservan las porciones de la señal que tienen un comportamiento de alta oscilación en frecuencia, mientras que tiende a cancelar el efecto de las porciones de señal que tienen un comportamiento homogéneo.

2.6.4 Convolución como un producto de matrices.

Hasta ahora se han definido a las funciones y, h y x como sucesiones. Por otra parte para el procesamiento digital de señales resulta conveniente definir estas funciones como matrices, por la facilidad con la que estas pueden operarse en ambientes computacionales como el utilizado para el desarrollo de este trabajo, Matlab.

De la ecuación (60) podemos considerar que y_n es una matriz de n términos que resulta de multiplicar la matriz H por la matriz de n términos x .

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ y_{-2} \\ y_{-1} \\ y_0 \\ \vdots \\ y_n \\ \vdots \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} \vdots \\ x_{-2} \\ x_{-1} \\ x_0 \\ \vdots \\ x_n \\ \vdots \end{bmatrix} \tag{65}$$

En algebra lineal se sabe que para realizar la multiplicación de la matriz H con la matriz x es necesario que el número de columnas de la matriz H sea igual al número de renglones de la matriz x . es decir $m \times n = n \times p$. Por inspección, para

obtener el producto h_0x_n es necesario que el termino h_0 sea el elemento n de la fila n , por lo que todos los elementos de la diagonal de la matriz H serán el termino h_0 . En consecuencia, la sub diagonal inferior tendrá que estar ocupada por el término h_1 , y sucesivamente hasta el término h_n . Otra observación importante es que al ser un filtro causal los términos $h = (h_{-1}, h_{-2}, \dots, h_{-n})$ no existen, en consecuencia los términos de todas las sub diagonales superiores serán 0. Esto da como resultado una matriz triangular inferior como la que se muestra a continuación:

$$\begin{matrix} h_0 & 0 & 0 \\ 0 & h_0 & 0 \\ 0 & 0 & h_0 \end{matrix} \quad (66)$$

Dado que el resultado es una matriz $n - dimensional$ se concluye que una matriz de este tipo es inoperable computacionalmente. Dado que es necesario poder realizar la multiplicación con la matriz x , resulta necesario truncar la matriz en algún punto.

2.7 Transformada discreta de Fourier.

La “transformada discreta de Fourier” (DTF) se define de la siguiente manera

$$X(n) = \sum_{k=0}^{k=N-1} x(k)e^{-j\left(\frac{2\pi}{N}\right)nk} \quad (67)$$

donde $n = 0, 1, 2, \dots, N - 1$ y la transformada discreta inversa de Fourier (IDTF) está definida por

$$x(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{n=N-1} X(n)e^{j\left(\frac{2\pi}{N}\right)nk} \quad (68)$$

donde $k = 0, 1, 2, \dots, N - 1$.

MATLAB utiliza las definiciones para DTF e IDTF dadas por las ecuaciones (67) y (68), observando que los elementos del vector están indexados de 1 a N en lugar de 0 a $N - 1$.

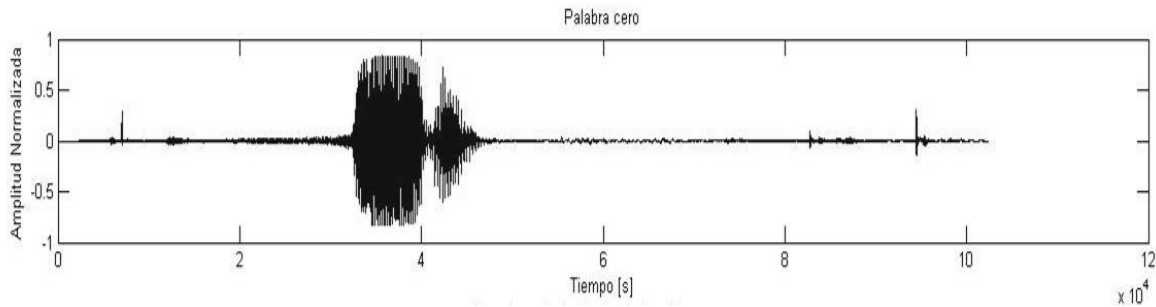


FIGURA 2-8 REPRESENTACIÓN DE LA PALABRA CERO DE UNA VOZ FEMENINA UTILIZANDO MATLAB

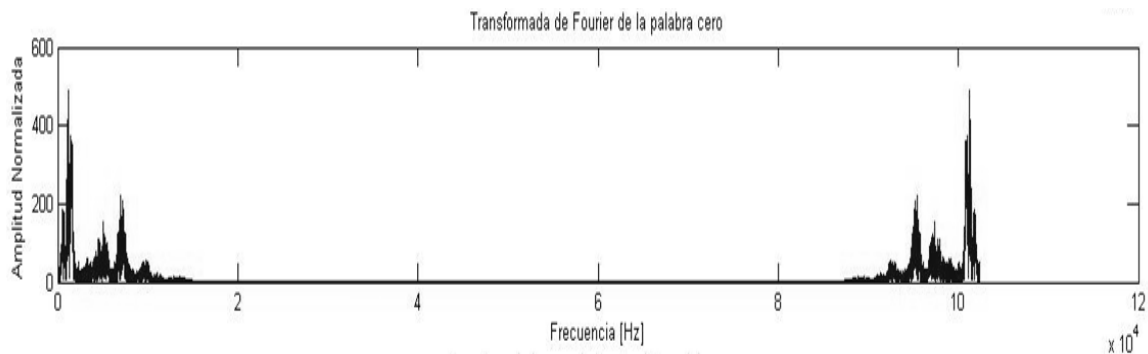


FIGURA2- 9 REPRESENTACIÓN DE LA TRANSFORMADA DE FOURIER DE LA PALABRA “CERO” DE UNA VOZ FEMENINA UTILIZANDO MATLAB.

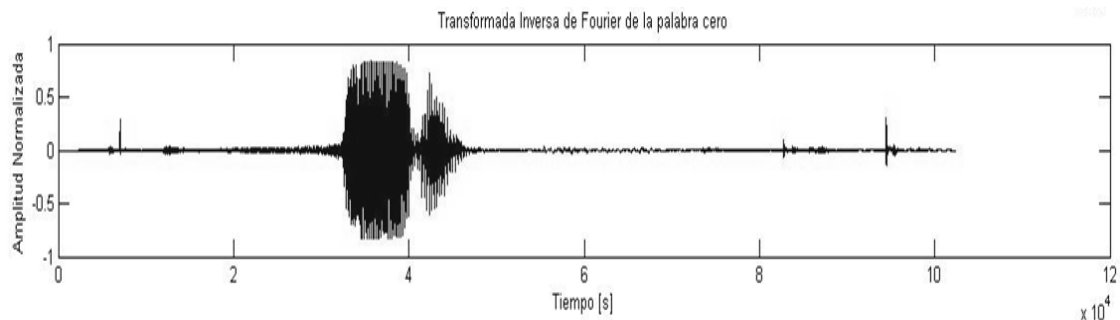


FIGURA 2-10 REPRESENTACIÓN DE LA TRANSFORMADA DE INVERSA DE FOURIER

Para el análisis de una señal real es necesario acotarla para poder aplicar procesos computacionales. Para esto existen ventanas que limitan el número de

muestras a analizar y así no extenderse al infinito evitando discontinuidades aunque el análisis permita desarrollar una DFT en el uso de software es imposible.

2.7.1 Ventanas

Una ventana es una función que acota una señal por intervalos. Es muy importante en el análisis de la transformada discreta de Fourier cubre el intervalo infinito en intervalos finitos para su correcto muestro.

Se tienen diferentes tipos de ventanas, como la ventana rectangular, la cual, se define como:

$$h(t) = \begin{cases} 1 \rightarrow |t| \leq \frac{T_0}{2} \\ 0 \rightarrow |t| > \frac{T_0}{2} \end{cases}; \text{ siendo } T_0 \text{ el ancho de la ventana} \quad (69)$$

De esta ecuación se derivan otros tipos de ventanas, tales como la ventana Hamming, Hanning, Bartlett, Blackman, Boxcar, triangular, Gauss, Kaiser, etc.

2.7.1.1 La ventana de Hamming

La ventana de Hamming se define como

$$h(t) = \begin{cases} 0.54 + 0.46 \cos\left(\frac{2\pi t}{T_0}\right) \rightarrow |t| \leq \frac{T_0}{2} \\ 0 \rightarrow |t| > \frac{T_0}{2} \end{cases} \quad (70)$$

Donde $h(t)$ depende del tiempo, T_0 es la longitud de la ventana.

Utilizando Matlab se obtiene un ejemplo ilustrando la función de la ventana de Hamming

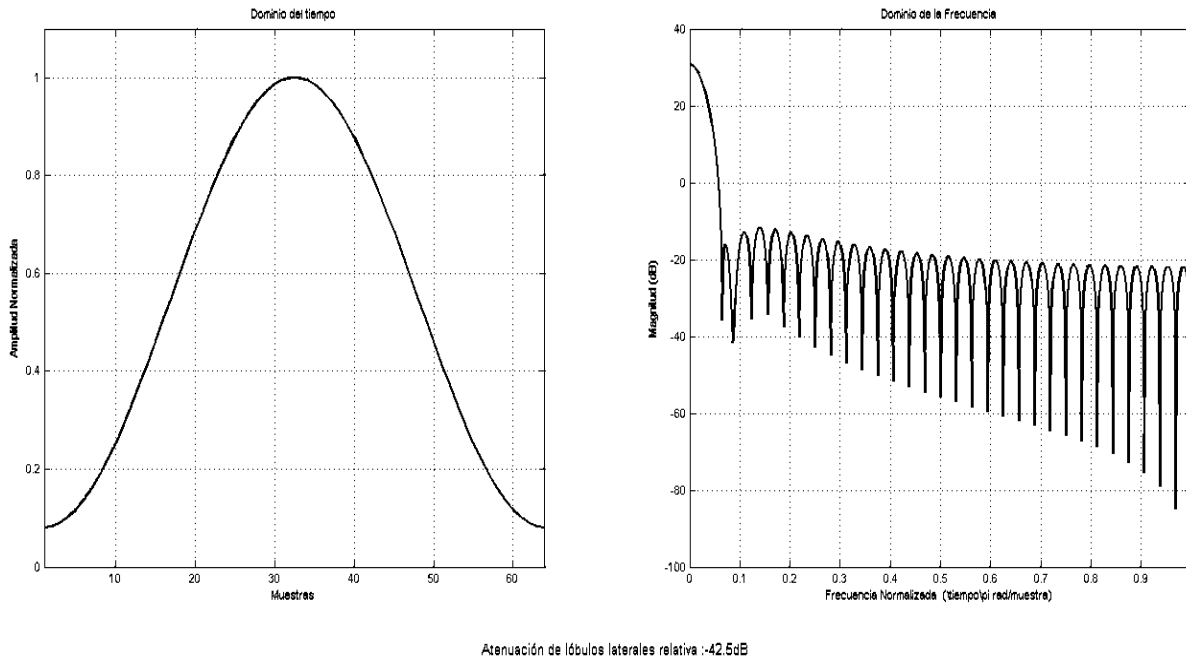


FIGURA 2-11 VENTANA DE HAMMING UTILIZANDO MATLAB.

Esta función nos resulta útil para representar un análisis en tiempo frecuencia a su vez que permite que la transformada rápida de Fourier sea eficiente en el ámbito computacional (figura 2-11).

En el lóbulo principal tenemos la presencia de la resolución .La resolución es la separación mínima que hay entre las frecuencias .La resolución tiene que ver directamente con el ancho del lóbulo principal entre más ancho sea el lóbulo principal, se tendrá mejor resolución tendremos.

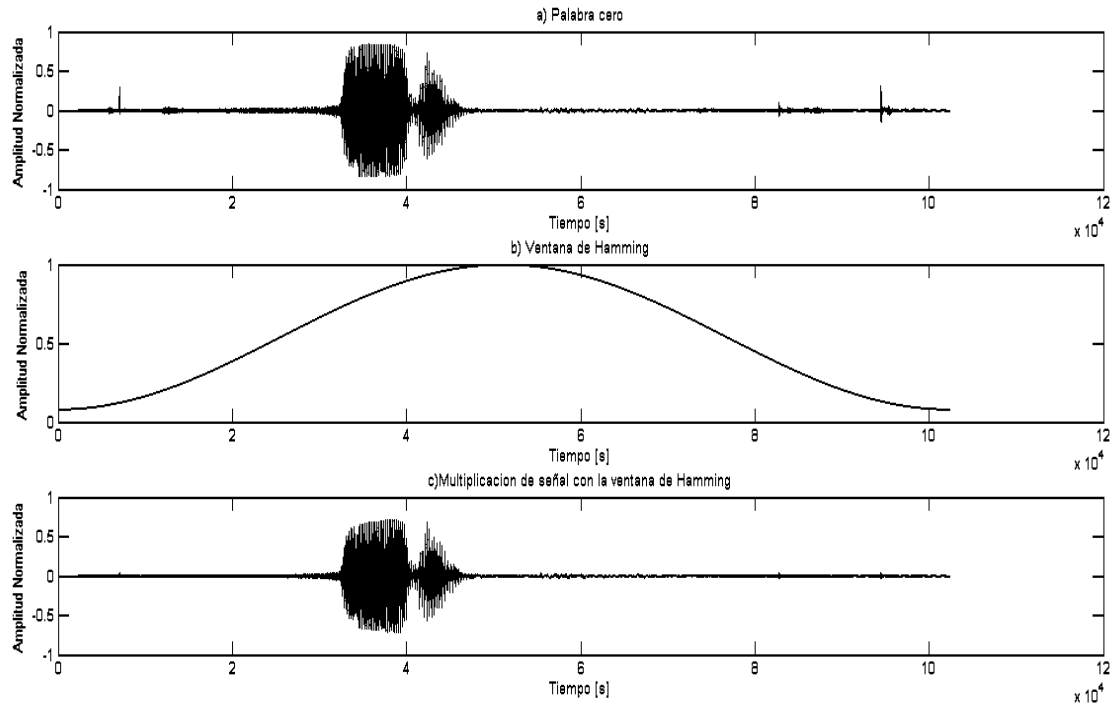


FIGURA 2- 12 EJEMPLO DE CONVOLUCIÓN DE VENTANA DE HAMMING CON UNA SEÑAL DE VOZ FEMENINA.

En la figura (2 – 12) es fácil observar que la señal original, antes de ser convolucionada con una ventana de Hamming, contiene picos al final de la señal, después de ser multiplicada por la ventana, se observa también que la señal es más suave y sin el ruido que contenía al principio.

2.8 Transformada rápida de Fourier.

Antes de hablar detalladamente de los espectrogramas de Fourier y de cómo se construyen, conviene analizar la transformada rápida de Fourier (FFT) este algoritmo resuelve de manera más eficiente la transformada discreta de Fourier [BRI 88].

La FFT es fácil de entender ya que es similar a la transformada discreta de Fourier, en diferencia es que en que la DTF requiere N^2 multiplicaciones, lo cual significa

que cuando N es mucho muy grande resulta ser complicado emplearlo computacionalmente. Por lo tanto, la FFT resulta ser más operativa.

Para ejemplificar lo anterior tenemos la ecuación (67) y (68) donde para cada valor k , la transformada directa (o n en el caso de la inversa) se debe realizar N productos complejos y $N-1$ sumas complejas, por lo que el total de operaciones será N^2 . Por lo tanto será más rápido emplear códigos computacionales en el procesamiento digital de señales.

La transformada rápida de Fourier se define de la siguiente manera

$$G(h) = \sum_{n=0}^{N-1} g(n)W^{hn} \tag{71}$$

donde $W^{hn} = e^{-\frac{j2\pi kn}{N}}$

Al analizar la ecuación (71) con la ecuación (67) son similares pero se simplifican el número de multiplicaciones complejas como el número de sumas complejas

En la tabla (2 – 3) se tiene un ejemplo de la relación de eficiencia sobre la DFT y la FFT

TABLA 2-3 EFICIENCIA DE LA FFT.

N	Directo	FFT	Eficiencia
32	1024	160	6.4
64	4096	384	10.7
125	16384	896	18.3
256	65536	2048	32
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
4096	$\approx 17 \cdot 10^6$	$\approx 49 \cdot 10^3$	341

En esta tabla la eficiencia se calcula con la siguiente expresión

$$\frac{N^2}{N \log_2 N} \quad (72)$$

Donde N^2 es el número de operaciones que se obtienen al usar DFT y $N \log_2 N$ es el algoritmo rápido de la FFT

En consecuencia, la FFT ocupa menos memoria en la implementación del algoritmo, pues reduce el número de complejos del algoritmo y ordena los datos de entrada del algoritmo

2.8.1 Análisis Tiempo – Frecuencia

Anteriormente se discutieron conceptos de análisis de Fourier, en parte porque serán ocupados dentro del desarrollo del proyecto, pero además porque permiten denotar en que puntos la Transformada de Fourier es ineficiente en el análisis local de señales.

Como se ha definido previamente, el análisis de Fourier está basado en funciones globales, es decir, las funciones *seno* y *coseno* al ser funciones base del espacio de Fourier, están definidas en todo el intervalo de la recta real $(-\infty, \infty)$. Realizar el análisis en frecuencia con este tipo de funciones globales genera que los cambios en el dominio del tiempo, hacen que todo el espectro de frecuencias se vea afectado. Por otra parte, la información que obtenemos del análisis de Fourier no nos permite conocer en qué tiempo ocurren las variaciones en frecuencia, por lo que al requerir un análisis tiempo - frecuencia, el algoritmo de Fourier no es útil. La transformada Wavelet por su parte, en su definición incluye ya un factor de desplazamiento en el tiempo, por lo que a la vez que realiza una descomposición en funciones ortogonales, también analiza en que tiempo ocurren las variaciones de frecuencia (o resolución como se verá más adelante). De esta forma, aun cuando Fourier puede adaptarse para realizar un análisis tiempo – frecuencia, Wavelet resulta ser un algoritmo más idóneo para analizar este tipo de señales.

2.8.2 Transformada de Fourier de tiempo corto

Se define a la transformada de Fourier de tiempo corto (STFT) como

$$X[n, \lambda] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} w[m]x[n+m]e^{-j\lambda am} \quad (73)$$

La cual representa una función de dos variables n y λ_a , donde n son los valores discretos de la función y λ representa los valores continuos de la función. Como podemos observar la ecuación (73) el papel de λ_a , si la comparamos con FT, juega el papel de ω representando la frecuencia de la FT. Una característica importante de la STFT es que es una función que se va desplazando según los valores de n y $w[m]$ representa cualquier ventana

2.9 Transformada Wavelet continúa.

Como hemos mencionado, para realizar análisis tiempo–frecuencia la transformada de tiempo corto de Fourier es una opción. Este tipo de análisis compuesto tiene ciertas desventajas. Una de ellas es que al hacer análisis por medio de funciones de ventana, por cada desplazamiento que se realiza siempre se pierde resolución en frecuencia, es decir, el análisis que se hace no es continuo. Este es el principal factor que hace a la transformada Wavelet superior a Fourier en el análisis de señales en tiempo-frecuencia.

Entonces, resulta necesario definir una función cuya ventana se reduzca en tiempo mientras analiza las componentes de alta frecuencia de la señal, y que aumente en tiempo mientras analiza las componentes de baja frecuencia de la señal. Esto lleva a definir la transformada Wavelet continua.

La transformada Wavelet continua de una función $f(t) \in \mathcal{L}^2$ con respecto a una función Wavelet Ψ se define como:

$$W_{\Psi} f(a, b) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\overline{\Psi_{(a,b)}(t)} dt \quad (74)$$

donde:

$$\Psi_{(a,b)}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \Psi \frac{t-b}{a} \quad (75)$$

Los parámetros a y b son llamados factores de escalamiento y factores de desplazamiento. El factor de escalamiento define la amplitud de los armónicos generados de cada función ortogonal que compone el espacio funcional de la Wavelet definida. Mientras que el factor de desplazamiento define el desplazamiento de la señal en el dominio del tiempo. Se añade un factor de normalización \sqrt{a} , es decir, que la amplitud de la función no dependa de la unidad de energía que se esté usando.

2.10 Transformada Wavelet continua inversa.

Uno de los propósitos de definir una transformación integral es tener la propiedad de invertibilidad de la transformación, es decir, poder reconstruir la señal original a partir de la transformación.

En el caso de Wavelet se necesita una transformación integral doble, con respecto al factor de escalamiento a , y con respecto al factor de desplazamiento b .

$$f(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{\infty} db \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{a^2} [W_\Psi f(b, a)] \Psi_{(a,b)}(t) da \quad (76)$$

Esto es, la integral con respecto al factor a suma los efectos del factor a en los instantes b , mientras que la integración con respecto a b incluye todos los desplazamientos de b .

2.11 Transformada discreta Wavelet.

Al igual que hemos definido la transformada discreta de Fourier también se define la transformada Wavelet discreta.

En este caso, la transformada Wavelet discreta toma valores del factor a y el factor b de manera discreta, aunque de manera diferente a como lo hace Fourier. Esto es debido a que en el análisis de Fourier discreto las muestras de tiempo son realizadas linealmente y consecutivamente. En cambio al realizar el análisis discreto de la transformada Wavelet, los valores de a y b se definen de acuerdo a la siguiente relación:

$$\begin{aligned} a &= 2^{-s} \\ b &= k2^{-s} \end{aligned} \tag{77}$$

En donde el factor s depende del nivel en el que realicemos el análisis multi resolución que se discutirá a detalle más adelante. Por lo que a partir de la definición de su contraparte continua, la transformada Wavelet discreta se define como sigue:

$$W_{\psi}f(k2^{-s}, 2^{-s}) = 2^{s/2} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi(2^s t - k) dt \tag{78}$$

2.12 Series Wavelet.

Las series Wavelet para una función $f(t) \in \mathcal{L}^2$ se definen de la manera siguiente:

$$f(t) = \sum_s \sum_k \omega_{k,s} \psi_{k,s}(t) \tag{79}$$

donde

$$\psi_{k,s}(t) = 2^{s/2} \psi(2^s t - k) \tag{80}$$

En donde la función $\omega_{k,s}$ se obtiene de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\omega_{k,s} &= \langle f(t), \psi_{k,s}(t) \rangle \\ &= 2^{s/2} W_{\psi} f \left(\frac{k}{2^s}, \frac{1}{2^s} \right).\end{aligned}\tag{81}$$

De esta forma se observa que, los coeficientes de la expansión en serie de Wavelet son de hecho, la transformada Wavelet evaluada en los puntos $\left(\frac{k}{2^s}, \frac{1}{2^s}\right)$. Este tipo de relación no se puede encontrar en Fourier, por lo que se puede hablar de series Wavelet como una manera de simplificar el algoritmo para el cálculo de la transformada Wavelet. Este hecho resulta fundamental al calcular computacionalmente la transformada.

2.13 Análisis multi-resolución

Para definir de manera más clara el concepto de Wavelet podemos profundizar más en la idea del análisis multi-resolución, el cual resulta fundamental para comprender la propiedad de descomposición que tiene la transformada Wavelet.

El análisis multi-resolución es, matemáticamente hablando, representar una función $f(t)$ como el límite de aproximaciones sucesivas de funciones $\{f_1(t), f_2(t), f_3(t), \dots\}$ cada una siendo una representación más fina de f . Cada una de estas representaciones corresponde a un cierto nivel de resolución o frecuencias. El cual se puede representar como:

$$f(t) = f_0 + \sum_{j \geq 0} g_j(t)\tag{82}$$

En donde $g_j(t) = f_{j+1}(t) - f_j(t)$ representa la diferencia entre dos niveles de resolución sucesivos.

La idea principal del análisis multi-resolución consiste en representar una función como una suma de funciones en la que cada una representa una aproximación más suave de la función original. A cada una de estas aproximaciones le corresponde un rango de frecuencias de la señal original.

En la práctica el análisis multi-resolución es una manera efectiva de matemáticamente descomponer una señal en funciones de diferentes escalas y resoluciones.

Gráficamente se representa el análisis multi-resolución de la siguiente manera.

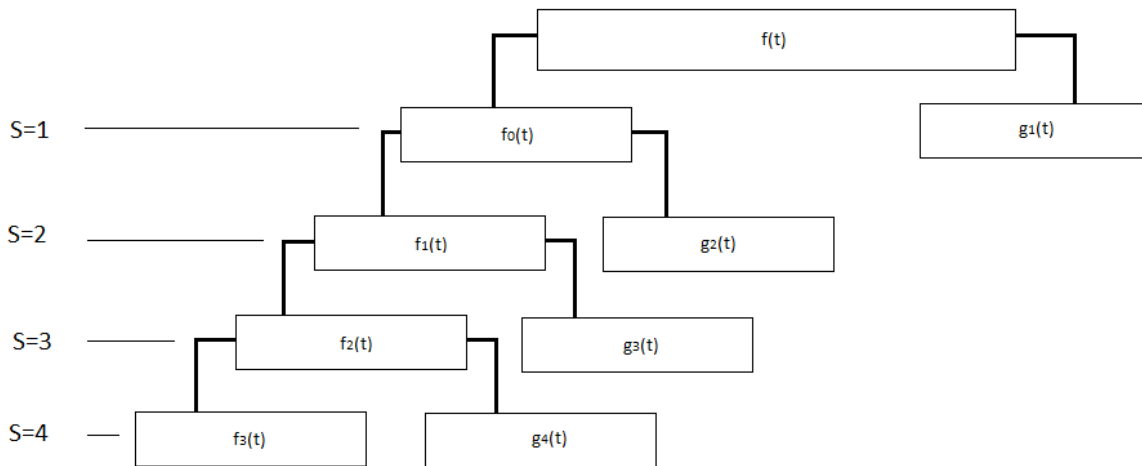


FIGURA 2- 13 DESCOMPOSICIÓN DE UNA SEÑAL USANDO AMR.

Donde S representa el nivel al que se realiza el análisis multi-resolución, es decir, el número de veces que se descompuso la señal original en señales de mayor resolución.

2.14 Ejemplos de transformadas Wavelet

2.14.1 Transformada Wavelet de Haar

Desde el punto de vista didáctico la transformada Wavelet de Haar representa la versión más simple de una transformación Wavelet. Aunque en la práctica tiene propiedades que la debilitan frente a otro tipo de Wavelet.

Se define la función de escalamiento de la siguiente manera:

$$\varphi = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < 1 \\ 0 & \text{cualquier otro caso} \end{cases} \quad (83)$$

La cual satisface la ecuación de dilatación (escalamiento y corrimiento), que es una adaptación de la forma discreta de la transformada Wavelet. Entonces:

$$\varphi(t) = \sqrt{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \varphi(2t - n) \tag{84}$$

En donde los coeficientes c_n se calculan de la siguiente manera:

$$c_n = \sqrt{2} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(t) \varphi(2t - n) dt \tag{85}$$

Sustituyendo la función φ tenemos que los coeficientes son:

$$c_0 = c_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ y } c_n = 0 \text{ para } n > 1 \tag{86}$$

Por lo que la ecuación de dilatación se convierte en:

$$\varphi(t) = \varphi(2t) + \varphi(2t - 1) \tag{87}$$

Lo que quiere decir que $\varphi(t)$ es una combinación lineal de las traslaciones pares e impares de $\varphi(2t)$, como se muestra en la figura:

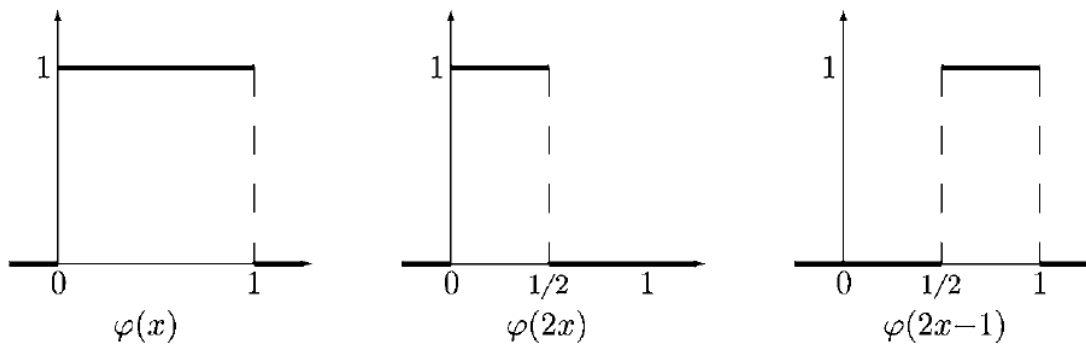


FIGURA 2- 14 FUNCIÓN DE DILATACIÓN Y LAS TRASLACIONES PARA LOS COEFICIENTES c

Como se verá más adelante, se han creado de esta manera los filtros pasa bajas con los que habremos de formar la matriz de convolución para la transformada Wavelet de Haar.

uPara cumplir la propiedad de ortogonalidad de la transformada Wavelet se requiere modificar los coeficientes c por coeficientes d según la siguiente relación:

$$d_n = c_n(-1)^n h_{1-n} \quad (88)$$

Entonces los nuevos coeficientes serán:

$$d_0 = c_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad y \quad d_1 = -c_0 = -\frac{1}{\sqrt{2}} \quad (89)$$

Estos coeficientes son ahora el filtro FIR pasa altas asociado a la matriz de convolución de la transformada Wavelet de Haar.

Así nuestra Wavelet de Haar ortogonal viene dada por la siguiente ecuación:

$$\varphi(t) = \varphi(2t) + \varphi(2t - 1) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < \frac{1}{2} \\ -1 & \frac{1}{2} \leq t < 1 \\ 0 & \text{cualquier otro caso} \end{cases} \quad (90)$$

Y gráficamente se representa como:

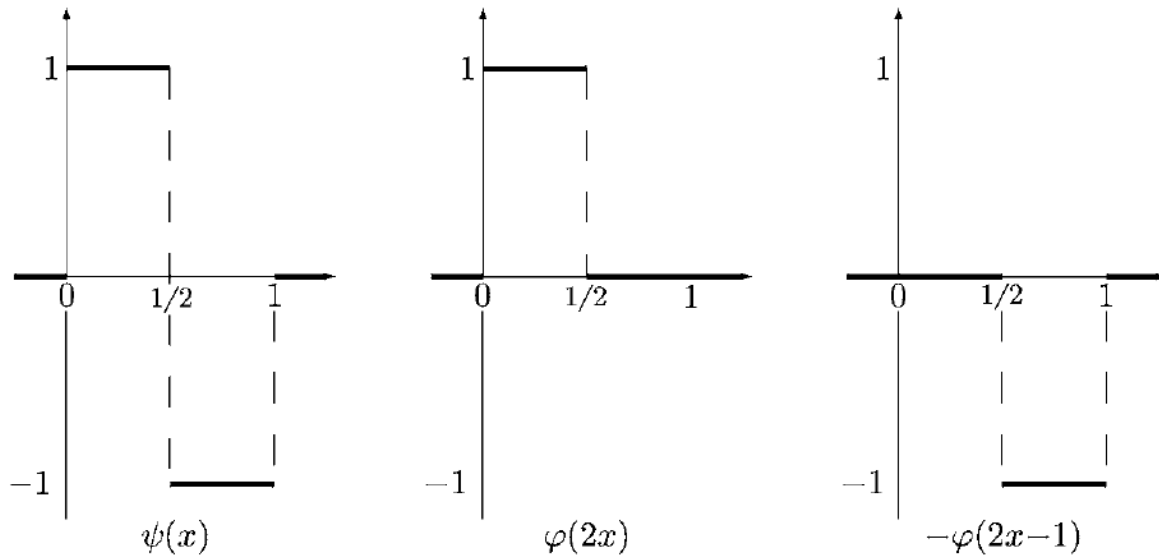


FIGURA2- 15 REPRESENTACIÓN DE TRANSFORMADA WAVELET DE HAAR ORTOGONAL.

Una vez que se ha definido la transformada Wavelet de Haar de forma discreta podemos definirla matricialmente.

Se usa el filtro FIR pasa bajas $h = (h_0, h_1) = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$. Este filtro convolucionado con el vector X formará una secuencia Y formada por los valores promedio de X . Particularmente para un elemento n del vector tenemos:

$$y_n = \frac{1}{2}x_n + \frac{1}{2}x_{n-1} \tag{91}$$

Se requiere un filtro FIR pasa altas, para lo que definimos $g = (g_0, g_1) = (\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$.este filtro generará una secuencia de diferencias Z a partir del vector X .Particularmente para el elemento n del vector obtendremos:

$$z_n = \frac{x_n - x_{n-1}}{2} = \frac{1}{2}x_n - \frac{1}{2}x_{n-1} \tag{92}$$

Por lo que para generar la transformada se requiere un vector conformado de dos partes, uno formado por los valores promedio de X y otro formado por las diferencias entre los dos valores que forman el promedio. Es decir:

$$y = \begin{bmatrix} \frac{x_1 + x_2}{2} \\ \frac{x_3 + x_4}{2} \\ \vdots \\ \frac{x_N + x_{N-1}}{2} \\ -\frac{x_2 - x_1}{2} \\ \frac{x_4 - x_3}{2} \\ \vdots \\ \frac{x_N - x_{N-1}}{2} \end{bmatrix} \quad (93)$$

Entonces se forma una matriz de convolución, que tendrá que estar formada por ambos filtros, pasa altas y pasa bajas, que será una matriz de la siguiente forma:

$$W_N = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & & & \ddots & & & & \vdots & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \hline -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & & & \ddots & & & & \vdots & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (94)$$

Solo falta garantizar que la transformada será invertible. Esto se logra multiplicando por un factor $\sqrt{2}$. Esto es debido a que al calcular la matriz inversa de la matriz W_N obtenemos una matriz diagonal donde los elementos de la diagonal son $\frac{1}{\sqrt{2}}$, por lo que al multiplicar por $\sqrt{2}$ obtenemos una diagonal $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ que es igual a 1. Así, la nueva matriz que representa la transformada Wavelet de Haar y que además es invertible:

$$\begin{aligned}
 W_N &= \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & 0 & & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & & 0 & 0 \\ \vdots & & & & \ddots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \hline -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & 0 & & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & & 0 & 0 \\ \vdots & & & & \ddots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} \\
 &= \sqrt{2} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & & 0 & 0 \\ \vdots & & & & \ddots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \hline -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & & 0 & 0 \\ \vdots & & & & \ddots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \tag{95}
 \end{aligned}$$

Esta matriz calculará la transformada Wavelet de Haar de un vector de entrada X , conformado en su parte superior por los promedios de los valores x_N y x_{N-1} y en su parte inferior por la diferencia entre x_N y x_{N-1} . Estos valores estarán multiplicados por un factor $\sqrt{2}$ que al ser conocido puede ser fácilmente compensado.

Este ejemplo de transformada es de fácil construcción, aunque debido a la discontinuidad en su definición en el dominio del tiempo la hace estar mal localizada en el dominio de la frecuencia, como se observa en la siguiente gráfica:

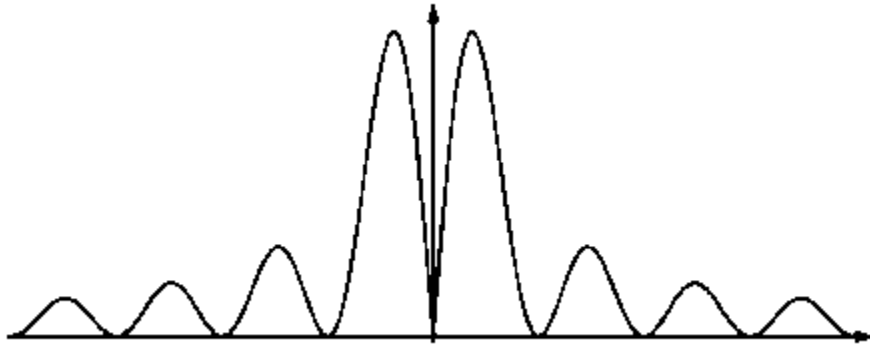


FIGURA 2-16 VALOR ABSOLUTO DE LA TRANSFORMADA DE FOURIER DE LA TRANSFORMADA WAVELET DE HAAR.

Como vemos en la figura, la transformada Wavelet de Haar no tiene una resolución en frecuencia adecuada, es decir, el espectro resulta muy amplio, por lo que no podría detectar cambios en frecuencia que estén muy cerca entre sí. Al no estar localizada en el dominio de la frecuencia de forma compacta, resultara inadecuada al ser utilizada en el filtrado de señales. La descomposición que realice no tendrá una buena resolución en frecuencia, es decir, cada descomposición que se realice estará parcialmente contenida en la descomposición anterior, lo que causará que al atenuar o eliminar un rango de frecuencias, también se afectará a la descomposición anterior, causando la aparición de ruido.

2.14.2 Transformada Wavelet de Daubechies.

La transformada Wavelet de Daubechies surge por la necesidad de analizar una función más allá de pares de elementos, pues al utilizar solo un par de elementos la transformada Wavelet de Haar no detecta cambios que ocurran en los elementos x_N y x_{N-2} . Para solventar esta debilidad surge la transformada Wavelet de Daubechies y su adaptación simétrica llamada Symlet. Este tipo de transformadas están generadas por filtros que pueden tener cualquier número par de elementos. Así, entre más grande sea el orden de los filtros, mayor resolución en frecuencia tendrá.

A continuación se describe el método para encontrar los filtros de orden 4 y el algoritmo para encontrar filtros de cualquier orden, que como se verá, al aumentar resulta un proceso demasiado complejo para realizarse de forma manual. Es ahí donde los lenguajes de programación resultan útiles, pues te permiten generar los filtros de orden superior que son más útiles para descomponer señales con una mayor resolución en frecuencia.

2.14.2.1 Transformada Wavelet de Daubechies de orden 4

Para generar la transformada se necesitan crear dos filtros, un filtro FIR pasa altas de la forma $h = (h_0, h_1, h_2, h_3)$ y un filtro FIR pasa altas asociado a h , que tendrá la forma $g = (g_0, g_1, g_2, g_3)$. De esta manera, siguiendo el mismo procedimiento que para la matriz de convolución en TWH formaremos una matriz de convolución como la siguiente:

$$W_8 = \begin{bmatrix} h_3 & h_2 & h_1 & h_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_3 & h_2 & h_1 & h_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h_3 & h_2 & h_1 & h_0 \\ h_1 & h_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_3 & h_2 \\ \hline g_3 & g_2 & g_1 & g_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g_3 & g_2 & g_1 & g_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & g_3 & g_2 & g_1 & g_0 \\ g_1 & g_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & g_3 & g_2 \end{bmatrix} \quad (96)$$

Una forma de obtener un filtro pasa altas general, es invirtiendo el orden del vector h y alternar los signos según (91). Por lo que el filtro pasa altas g se escribe como

$$g = (h_3, -h_2, h_1, -h_0). \quad (97)$$

De (64) se obtiene la forma de crear un filtro pasa bajas utilizando una sucesión h y su serie de Fourier. Por lo que se define al filtro pasa bajas como:

$$H(\omega) = h_0 + h_1 e^{i\omega} + h_2 e^{2i\omega} + h_3 e^{3i\omega} \quad (98)$$

Entonces, para poder considerarlo como un filtro pasa bajas debe cumplir que:

$$\begin{aligned} H(0) &= h_0 + h_1 + h_2 + h_3 = 1 \\ H(\pi) &= h_0 + h_1 + h_2 + h_3 = 0 \end{aligned} \quad (99)$$

Esto de acuerdo a la gráfica 2 – 7

Entonces el filtro pasa altas debe ser de la forma:

$$G(\omega) = g_3 - g_2 e^{2i\omega} + g_1 e^{i\omega} - g_0 \quad (100)$$

Y siendo un filtro pasa altas debe cumplir con las condiciones:

$$\begin{aligned} G(0) &= g_3 - g_2 + g_1 - g_0 = 0 \\ G(\pi) &= g_3 - g_2 + g_1 - g_0 = 1 \end{aligned} \quad (101)$$

Para que la transformada generada por la matriz sea invertible, necesitamos que al multiplicar $W_8 W_8^T$ se obtenga una matriz identidad. Así, obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones para determinar el filtro h :

$$\begin{aligned} h_0^2 + h_1^2 + h_2^2 + h_3^2 &= 1 \\ h_0 h_2 + h_1 h_3 &= 0 \\ h_0 - h_1 + h_2 - h_3 &= 0 \end{aligned} \quad (102)$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones llegamos a que los valores para el filtro h están dados por:

$$\begin{aligned} h_0 &= \frac{1+c}{\sqrt{2}(1+c^2)} \\ h_1 &= \frac{1-c}{\sqrt{2}(1+c^2)} \\ h_2 &= -\frac{c(1-c)}{\sqrt{2}(1+c^2)} \\ h_3 &= \frac{c(1+c)}{\sqrt{2}(1+c^2)} \end{aligned} \tag{103}$$

y usando $c = -2 + \sqrt{3}$ se obtienen los términos del filtro pasa bajas:

$$\begin{aligned} h_0 &= \frac{1}{4\sqrt{2}}(1 + \sqrt{3}) \\ h_1 &= \frac{1}{4\sqrt{2}}(3 + \sqrt{3}) \\ h_2 &= \frac{1}{4\sqrt{2}}(3 - \sqrt{3}) \\ h_3 &= \frac{1}{4\sqrt{2}}(1 - \sqrt{3}) \end{aligned} \tag{104}$$

Y para el filtro pasa altas se tiene:

$$\begin{aligned} g_3 &= -h_0 = -\frac{1}{4\sqrt{2}}(1 + \sqrt{3}) \\ g_2 &= h_1 = \frac{1}{4\sqrt{2}}(3 + \sqrt{3}) \\ g_1 &= -h_2 = -\frac{1}{4\sqrt{2}}(3 - \sqrt{3}) \\ g_0 &= h_3 = \frac{1}{4\sqrt{2}}(1 - \sqrt{3}) \end{aligned} \tag{105}$$

Entonces estos son los valores que se sustituirán en la matriz de convolución W_8 .

2.14.3 Transformadas Wavelet de orden n par

Para encontrar la transformada Wavelet de orden n par necesitamos encontrar filtros pasa altas y pasa bajas cada vez más grandes. De este modo las matrices de convolución se harán cada vez más grandes y los sistemas de ecuaciones generados tienden a ser cada vez más complejos. De manera general se resume el algoritmo a:

- Se propone un filtro h pasa bajas y su filtro pasa altas g asociado cuya longitud debe ser un número par.
- Por medio de series de Fourier se establecen las condiciones para que H y G sean filtros pasa bajas y pasa altas respectivamente.
- Se establece la condición de invertibilidad.
- En base a las condiciones anteriores se crea un sistema de ecuaciones.
- Al resolver el sistema de ecuaciones obtenemos los valores de los elementos de los filtros H y G .

Al ser sistemas de ecuaciones simultaneas con un número de incógnitas elevado, los lenguajes de programación son útiles para calcular este tipo de transformadas y sus filtros asociados.

Capítulo 3: Propuesta de solución.

3.1 Formato de audio: archivos WAV.

Para poder trabajar con señales de audio es necesario guardarla en un formato de archivo de audio, ya que es imposible procesar con una señal analógica.

Todo archivo de audio consta en dos partes: cabecera y datos. Esta primera consta en la selección inicial del archivo en la que se indica que tipo de sonido es, mono o estéreo, a que frecuencia de muestreo trabaja, los bits de cuantificación, etc. En pocas palabras la cabecera nos proporciona la información el archivo antes de reproducirlo; los datos son los que constituyen el audio digital, muestra a muestra, las características de la onda sonora original (amplitud, frecuencia, etc.).

Un archivo de audio se define por tres parámetros principales que define su calidad: número de pistas, frecuencia de muestreo y bits de cuantificación.

El número de pistas son los canales por lo que se reproduce el sonido, una pista significa que es mono y dos pistas significa que es estéreo (L izquierda, y R derecha). la frecuencia de muestreo es el número de muestras por segundo que toma de la señal, estas muestras se representan por pulsos separados por unidad de tiempo, representan diferentes voltajes que al final representan la señal original y la prepara para la cuantificación.

Los bits de cuantificación son los bits que se discretizan después del muestreo. Este número se asigna con la siguiente expresión 2^n donde n indica el número de bits. Los archivos de audio pueden ser de 8, 16, 24, 36 bits.

Algunos de los formatos de audio que podemos encontrar en las computadoras son: CDA, WAV, AIFF, SSD-II AU, SND, VOC, MP3, RA, WINDOWS MEDIA AUDIO, VQF, OGG VORBIS, MIDI y los MÓDULOS.

El formato WAV (*Microsoft Waveform*) es un formato creado por Microsoft, creado para ser utilizado en todas las aplicaciones multimedia de Windows, sus características principales son que trabaja mayoritariamente en los procesos de postproducción, es el formato que se utiliza para la edición y mezcla, es de uno o dos pistas, su tasa de muestreo es de 8000 Hz, 11,025 Hz, 12,900 Hz, 16,00 Hz, 22,050 Hz, 24,000 Hz, 32,000 Hz, 44,100 Hz, 96,000 Hz y 192 000 Hz ; tiene 4 cualidades de cuantificación de 8, 16, 32 y 64 bits. Una de sus grandes ventajas es que es un formato de alta calidad, pero como desventaja requiere de bastante memoria.

Este archivo está conformado por dos bloques: la cabecera y las muestras digitalizadas del sonido (datos). La cabecera tiene un tamaño de 44 bytes y contiene el tipo y la organización de las muestras. Su contenido es el siguiente

TABLA 3-1 DESCRIPCIÓN DE CABECERA DEL FORMATO WAV.

Campo	Número de bytes	Descripción
1	0-3	Contiene la palabra RIFF ¹ en código ASCII.
2	4-7	Tamaño total del archivo en bytes menos 8 (no incluye los dos primeros campos).
3	8-15	Contiene la palabra "WAVEfmt" en código ASCII
4	16-19	Formato: para PCM vale 16
5	20- 21	Formato: para PCM vale 1.
6	22-23	Se indica si es mono (1) o estéreo (2).
7	24-27	Frecuencia de muestreo, puede valer; 11.050, 22.0590 o 44.100.
8	28-31	Indica el número de bytes por segundo que se debe intercambiar con la tarjeta de sonido para una grabación o reproducción.
9	32-33	Numero de bytes por captura, pueden ser 1,2 o 4.
10	34-35	Numero de bits por muestra, pueden ser 8 o 16.
11	36-39	Contiene la palabra "data" en código ASCII.
12	40-43	Número total de bytes que ocupan las muestras.

¹ RIFF* formato de archivo de intercambio de recursos para almacenar datos en la etiqueta de trozo.

3.2 Espectrograma.

Un espectrograma es una representación gráfica en tres dimensiones: amplitud, tiempo y frecuencia donde se visualiza el comportamiento de una señal de audio u otras señales como el radar. Utiliza la transformada de tiempo corto y el ventaneo que esta utiliza para representar a una señal. Su representación puede estar basada en esquemas en escala de grises o de color donde se visualiza las frecuencias y la amplitud respecto al tiempo. Por ejemplo, un espectrograma en escala de grises la mayor energía se puede encontrar en las partes más oscuras y las partes más claras o grises es donde se encuentra la menor concentración de energía

3.3 Algoritmo de Filtrado Wavelet en Matlab.

En la ingeniería como en diversos campos de investigación y laborales, Matlab destaca como un lenguaje de programación apropiado para aplicaciones en las que se implementan algoritmos que procesan grandes volúmenes de información.

En este trabajo de tesis se eligió Matlab por la fácil implementación de la transformada Wavelet y crear interfaces graficas de usuario que te permiten interactuar con el algoritmo sin modificar el código fuente del programa.

En ingeniería, como en diversos campos de investigación y laborales, Matlab destaca como un lenguaje de programación apropiado para aplicaciones en las que se implementan algoritmos que procesan grandes volúmenes de información.

En este trabajo se eligió Matlab por la fácil implementación de la transformada Wavelet y la capacidad de poder crear interfaces gráficas de usuario que permiten al usuario interactuar con programa sin modificar el código fuente.

Otra característica de Matlab que resulta conveniente es la facilidad con la que se generan gráficas. En nuestro proyecto las gráficas son importantes ya que nos

muestran gráficamente la reducción del ruido, además de las señales de audio graficadas en frecuencia.

A continuación se presenta un diagrama a bloques de la implementación del algoritmo de filtrado con transformada Wavelet.

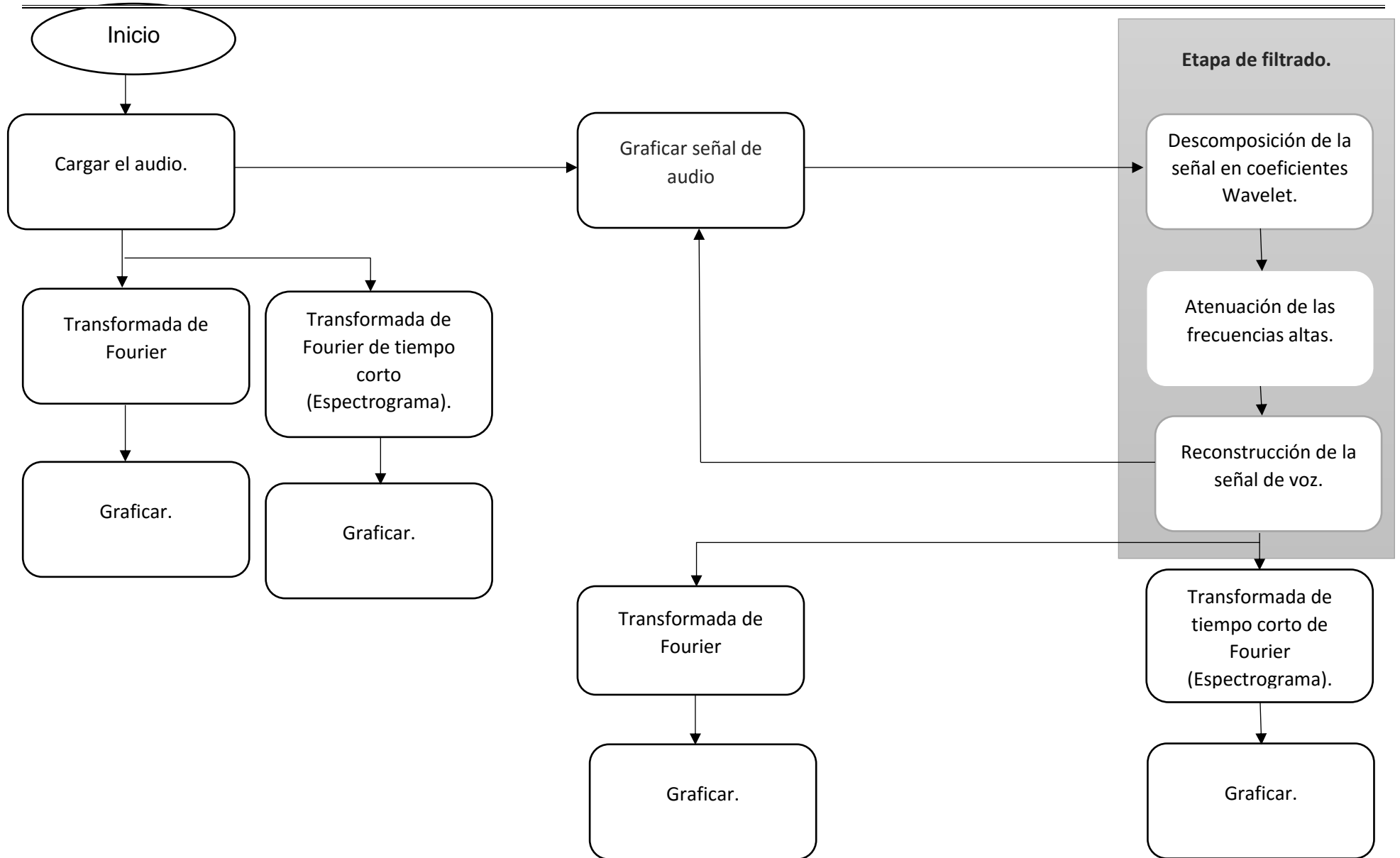


FIGURA 3-1 DIAGRAMA A BLOQUES DEL ALGORITMO DE FILTRADO IMPLEMENTADO EN MATLAB

En el diagrama anterior podemos observar como la señal pasa por diferentes procesos. La señal es representada en tiempo y en frecuencia antes de ser filtrada y después de ser filtrada. Se resaltó la etapa de filtrado. Aquí son importantes tres etapas:

1. Descomposición de la señal.
2. Atenuación de las altas frecuencias.
3. Reconstrucción de la señal filtrada.

Etapa de descomposición de la señal.

Aquí se le aplica a la señal la transformada Wavelet. La señal es separada en funciones de diferentes resoluciones en frecuencia según el nivel de descomposición elegido.

Matlab crea dos nuevos vectores a partir de la señal. En uno se guardan secuencialmente las señales que conforman la señal original. El segundo vector contiene información acerca de dónde empieza y dónde termina cada señal en el vector anterior.

Etapa de Atenuación de las altas frecuencias.

Una vez que se ha fragmentado la señal, antes de reconstruirla, se generan los filtros de reconstrucción. Estos filtros se crean a partir de un cierto tipo de transformada Wavelet, es decir, los filtros que se crearán dependerán de la transformada que elijas.

Se crean dos filtros, pasa altas y pasa bajas. El filtro pasa bajas se deja intacto, ya que corresponde a las frecuencias que deseamos conservar. Por otra parte, el filtro pasa altas debe ser atenuado, o eliminado por completo, esto hará que al reconstruir la señal las funciones correspondientes a las señales altas se atenúen o se eliminen según el caso, logrando el filtrado de la señal.

Etapa de reconstrucción de la señal.

Aquí la señal se reconstruye a partir de los filtros creados y de las funciones que se crearon en la etapa de descomposición.

Al reconstruir la señal con los componentes de frecuencias bajas, podemos decir que la señal se ha reconstruido solo con la parte de la señal que nos interesa, es decir, la señal de información.

Al final se crea un vector con la misma longitud que el original el cual contiene la señal filtrada.

3.4 Descripción de los comandos de Matlab.

3.4.1 Wavread.

Sintaxis:

```
[y, Fs, nbits] = wavread(nombre_del_archivo)
```

Este comando carga un archivo WAV en una variable de Matlab. Donde las variables `y`, `Fs`, `nbits` y el argumento de entrada `nombre_del_archivo` significan:

- a) `y`: el nombre de la variable en que el vector de entrada, o señal, se guarda.
- b) `Fs`: guarda la frecuencia de muestreo de la señal, al ser de audio este valor será de 44100 Hz. Este valor es de importancia ya que el espectrograma depende de este valor, además de que también podemos calcular la longitud del vector `Y` conociendo la duración en segundos de la señal.
- c) `nbits`: contiene la información de los bits de cuantización usados para discretizar la señal en amplitud.

-
- d) `Nombre_del_archivo`: contiene la ruta del archivo o simplemente el nombre del archivo WAV que se cargará. Este argumento tiene que ser necesariamente del tipo *string*.

3.4.2 Plot.

Sintaxis:

`Plot(y)`

Este comando realiza una gráfica en 2D de los valores del vector `y` contra el índice de cada valor graficado.

Ejemplo.

El siguiente comando realizara una gráfica de la función seno en un intervalo de $-\pi$ a π , el cual se define en la variable `x`., en la variable `y` se guarda el vector que contiene la función senoidal.

```
x= -pi:.1:pi;  
y = sin(x);  
plot(x,y
```

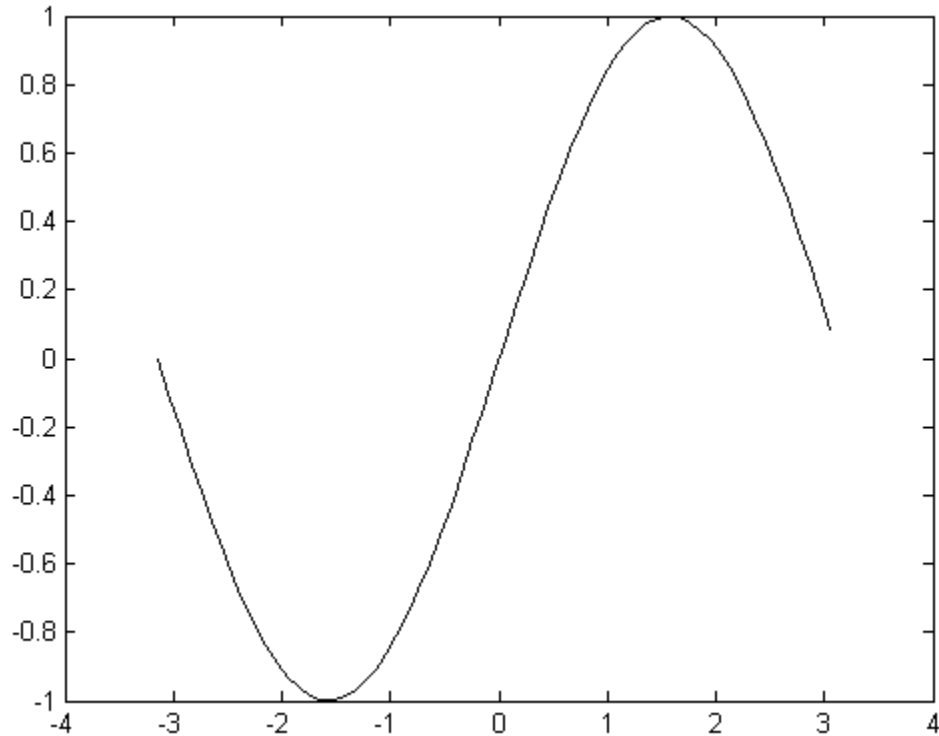


FIGURA 3-2 GRÁFICA DE SENO DE $-\pi$ A π UTILIZANDO MATLAB.

3.4.3 Spectrogram.

Sintaxis:

Spectrogram (x, window, noverlap, nfft, fs)

Este comando al ser usado sin argumento de salida, grafica un espectrograma basado en la transformada de tiempo corto de Fourier. Los argumentos de entrada que usa son:

- x: contiene el vector que será analizado y al cual se le aplicará la STFT.
- window: contiene el tipo de ventana usada para seccionar la señal en secciones menores.
- noverlap: contiene el porcentaje de la señal que será traslapado en cada seccionamiento.

-
- d) `nfft`: contiene el número de muestras que determinarán el ancho de la ventana antes definida.
- e) `fs`: contiene la información de la frecuencia de muestreo del vector `x`.

Ejemplo:

El siguiente comando realizará el espectrograma del vector de audio `X` y lo graficará. Usará ventana de Hamming y un tamaño de ventana de 256 muestras. Traslapará 128 muestras en cada salto.

```
specgram(X,256,fs,hamming(256),128);
```

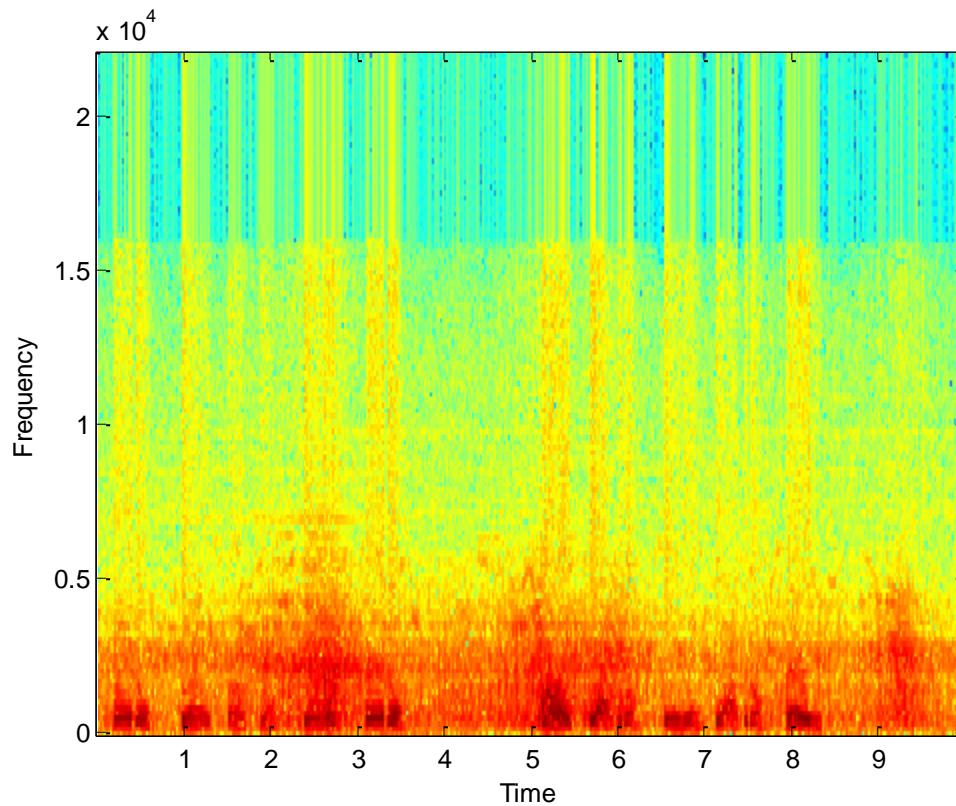


FIGURA 3-3. ESPECTROGRAMA DE UN VECTOR DE AUDIO UTILIZANDO MATLAB.

3.4.4 Wavedec.

Sintaxis:

```
[C,L] = wavedec(X,N,'wname')
```

o

```
[C,L] = wavedec(X,N,Lo_D,Hi_D)
```

Este comando realiza una descomposición de la señal en sus coeficientes de la transformada Wavelet. Tiene tres argumentos de entrada y dos de salida. Puede realizar una descomposición en base a un tipo de Wavelet en específico o en base a los filtros generados por el comando `wavefilters`.

Los argumentos de entrada son los siguientes:

- X: es el vector de entrada al que se le realiza la descomposición en coeficientes Wavelet.
- N es el nivel de descomposición, basado en el análisis multi-resolución. Es decir, indica cuantas veces se dividirá la señal en dos como se muestra en la figura (16) :

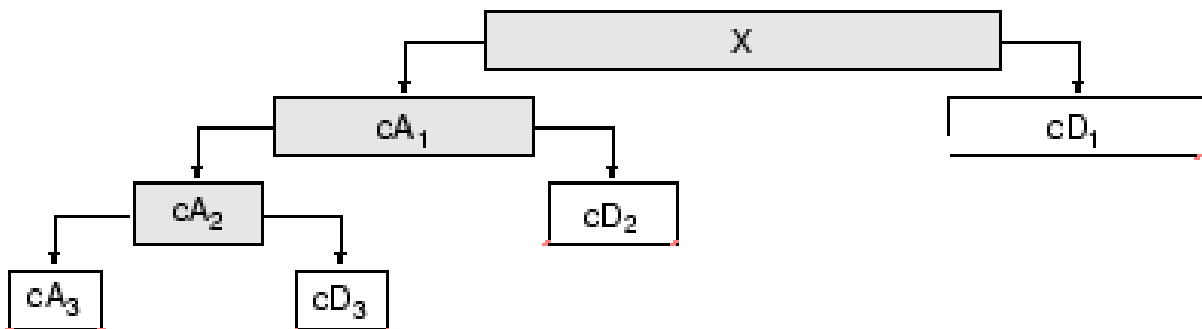


FIGURA 3-4 NIVELES DE DESCOMPOSICIÓN DE UNA SEÑAL

- wname: indica el tipo de Wavelet que se usará, por ejemplo "db1, db2, Haar, sym, etc."

- d) Lo_D , Hi_D : estas entradas se usan cuando la descomposición se realiza con base a los filtros calculados previamente. Sirve para filtrar la señal al mismo tiempo que se descompone la señal.

Los argumentos de entrada son un vector C que contiene la señal en forma de señales de diferentes frecuencias una tras otra, tantas señales como niveles de descomposición. El vector L contiene la información de donde empieza y donde termina cada señal del vector C . es decir, de la siguiente manera:

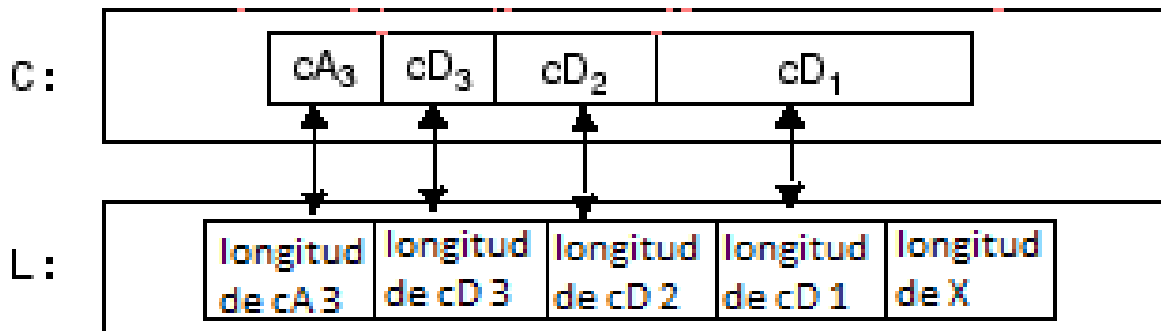


FIGURA 3-5 DIAGRAMA DE LOS VECTORES FORMADOS DESPUÉS DE LA DESCOMPOSICIÓN DE UNA SEÑAL.

Ejemplo:

El siguiente comando realiza una descomposición a 3 niveles de una señal con múltiples componentes de frecuencia.

```
s = sumsin;
[c,1] = wavedec(s,3,'db1');
```

Con lo que la señal original:

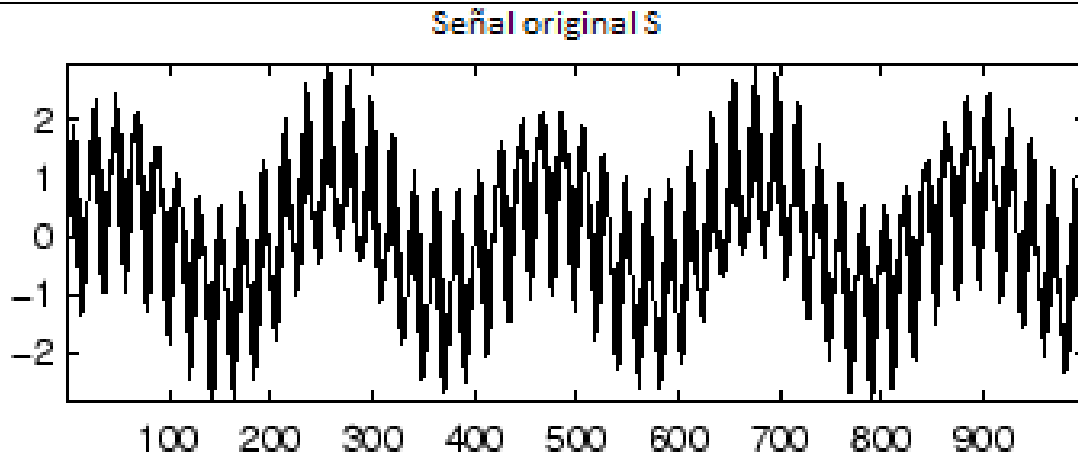


FIGURA 3-6 SEÑAL ORIGINAL S ANTES DE LA DESCOMPOSICIÓN.

Se descompone de acuerdo a la siguiente estructura:

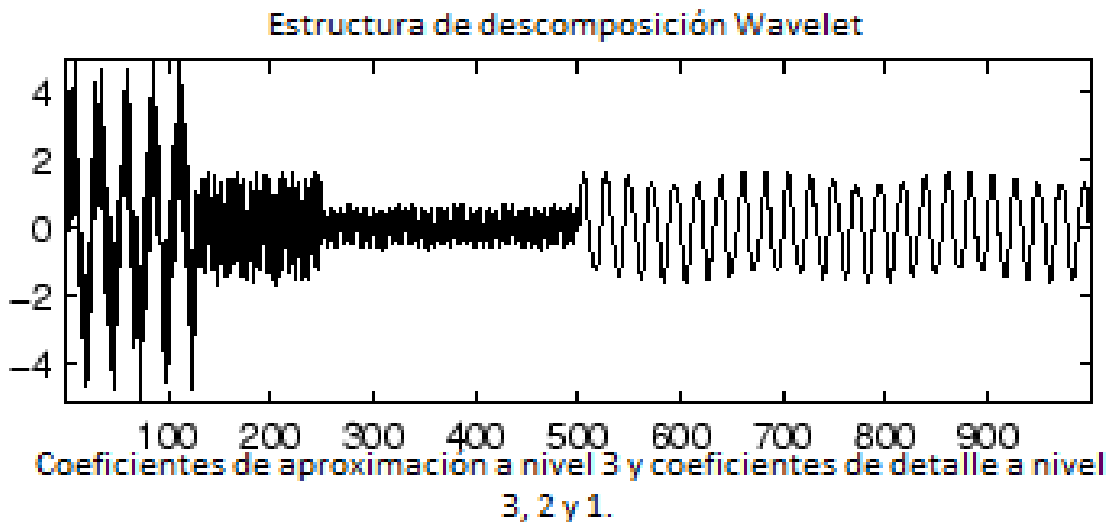


FIGURA 3-7 SEÑAL S DESCOMPUESTA A 3 NIVELES DE DESCOMPOSICIÓN

3.4.5 Waverec.

Sintaxis:

$$X = \text{waverec}(C,L,Lo_R,Hi_R)$$

Este comando realiza una reconstrucción multinivel a partir de dos vectores C y L, que contienen la señal en forma de la descomposición Wavelet realizada anteriormente y el vector L que contiene la información de la longitud de las señales.

Lo hace a partir de un tipo de Wavelet especifica o a partir de dos filtros de reconstrucción calculados anteriormente con el comando `wfilters`.

3.4.6 `Wfilters`.

Sintaxis:

```
[Lo_D, Hi_D, Lo_R, Hi_R]=wfilters ('wname')
```

Este comando realiza el cálculo de los filtros asociados a una descomposición o reconstrucción Wavelet. Genera dos tipos de filtros, uno pasa bajas y uno pasa altas.

Sus argumentos de salida funcionan de la siguiente manera:

- a) `Lo_D`, `Hi_D`: son dos vectores que contienen los filtros pasa bajas y pasa altas de descomposición, al mismo tiempo que se realiza la descomposición son multiplicados por los filtros.
- b) `Lo_R`, `Hi_R`: son dos vectores que contienen los filtros pasa bajas y pasa altas de reconstrucción, estos son multiplicados al mismo tiempo que se realiza la reconstrucción de la señal a partir de los vectores C y L .

El argumento de entrada es simplemente el tipo de Wavelet que se usará para el cálculo de los filtros.

Ejemplo.

El siguiente código generará los filtros pasa bajas y pasa altas de descomposición y de reconstrucción.

```
wname = 'db5';  
[Lo_D,Hi_D,Lo_R,Hi_R] = wfilters(wname);
```

Los cuales si se grafican generan los siguientes vectores.

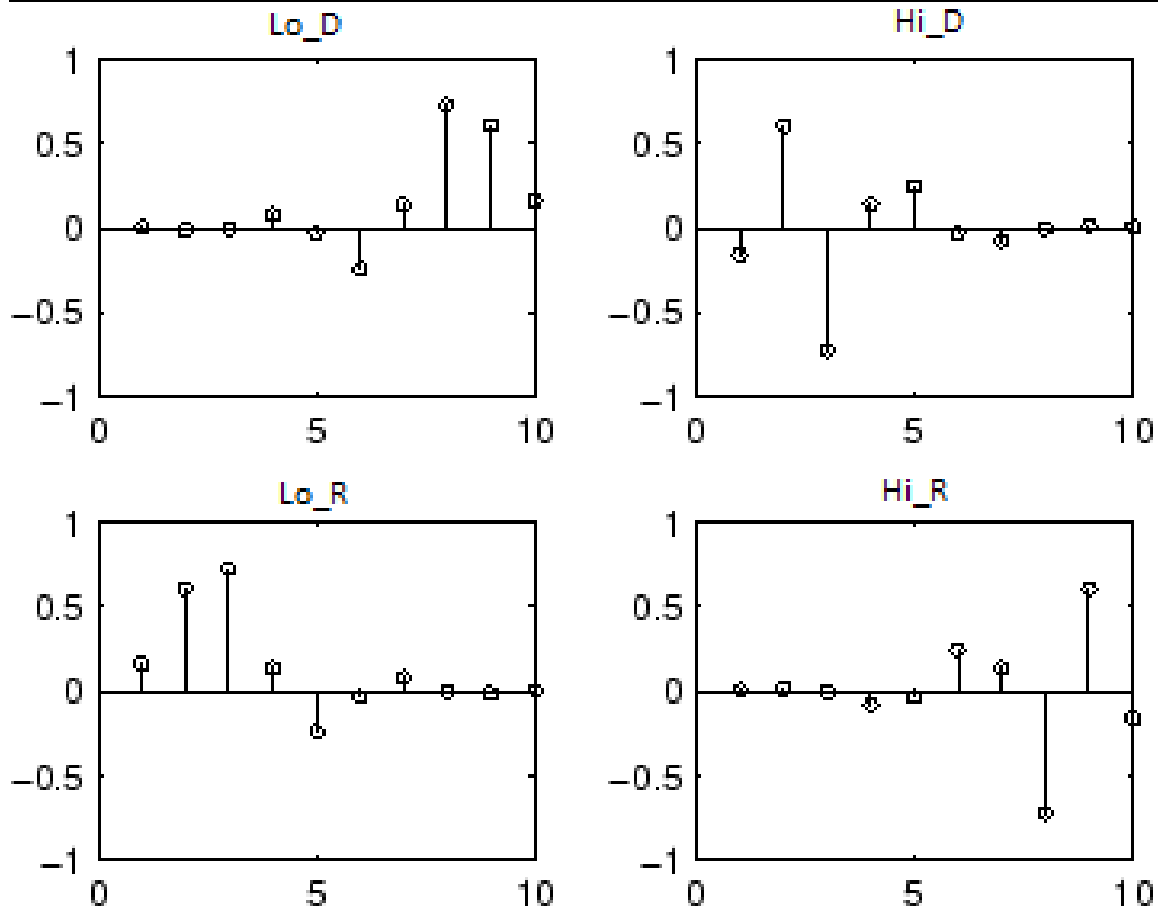


FIGURA 3-8 VECTORES DE LOS FILTROS DE DESCOMPOSICIÓN DE PASA BAJAS Y PASA ALTAS (*ARRIBA*), VECTORES DE LOS FILTROS DE RECONSTRUCCIÓN DE PASA BAJAS Y PASA ALTAS (*ABAJO*)

3.4.7 Wavwrite.

Sintaxis:

Wavwrite (y, filename)

Este comando escribe en un archivo WAV la variable que se indique. Toma como frecuencia de muestreo y numero de bits los mismos con los que fue leído por el comando wavread.

Los argumentos de entrada son:

y: es la variable de la cual se tomarán los datos que se convertirán a formato WAV.

filename: es un dato de tipo *string* que contiene el nombre con el cual será guardado el archivo.

3.5 Interface Gráfica de Usuario (GUI).

Como se planteó en los objetivos específicos, se realizó una interface gráfica de usuario en Matlab. Desde esta se podrá cargar el audio, filtrarlo y guardar la señal filtrada. Además podremos visualizar las gráficas en tiempo, frecuencia y el análisis tiempo-frecuencia que proporciona el espectrograma para la señal original y la señal filtrada.

Se puede dividir el funcionamiento de la GUI en dos bloques principales de ejecución, el bloque de análisis de la señal original y el bloque de análisis de la señal filtrada.

A continuación se describe la operación de cada bloque en base a un diagrama de flujo.

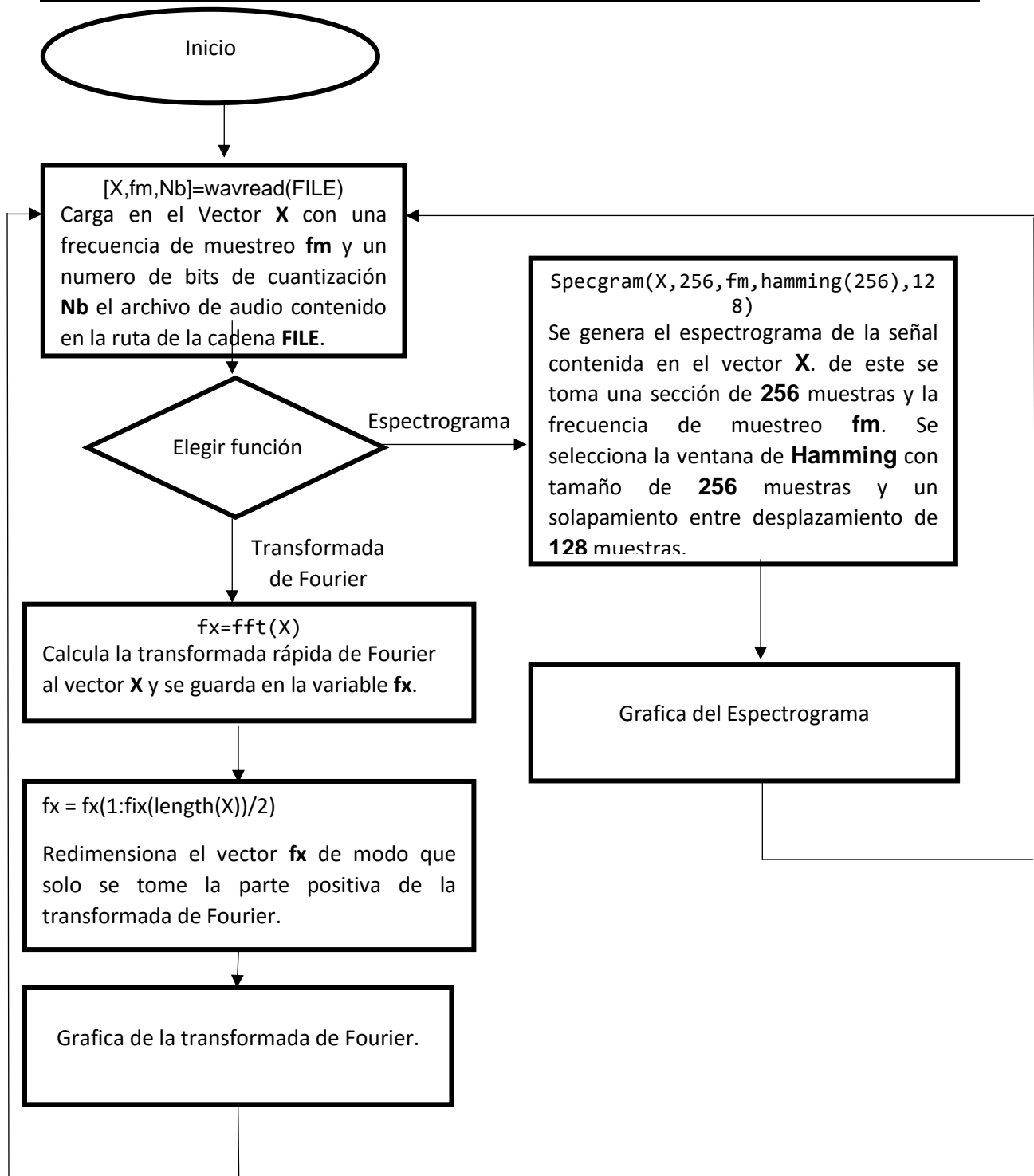


FIGURA 3-9 DIAGRAMA DE FLUJO DEL BLOQUE DE LA SEÑAL ORIGINAL

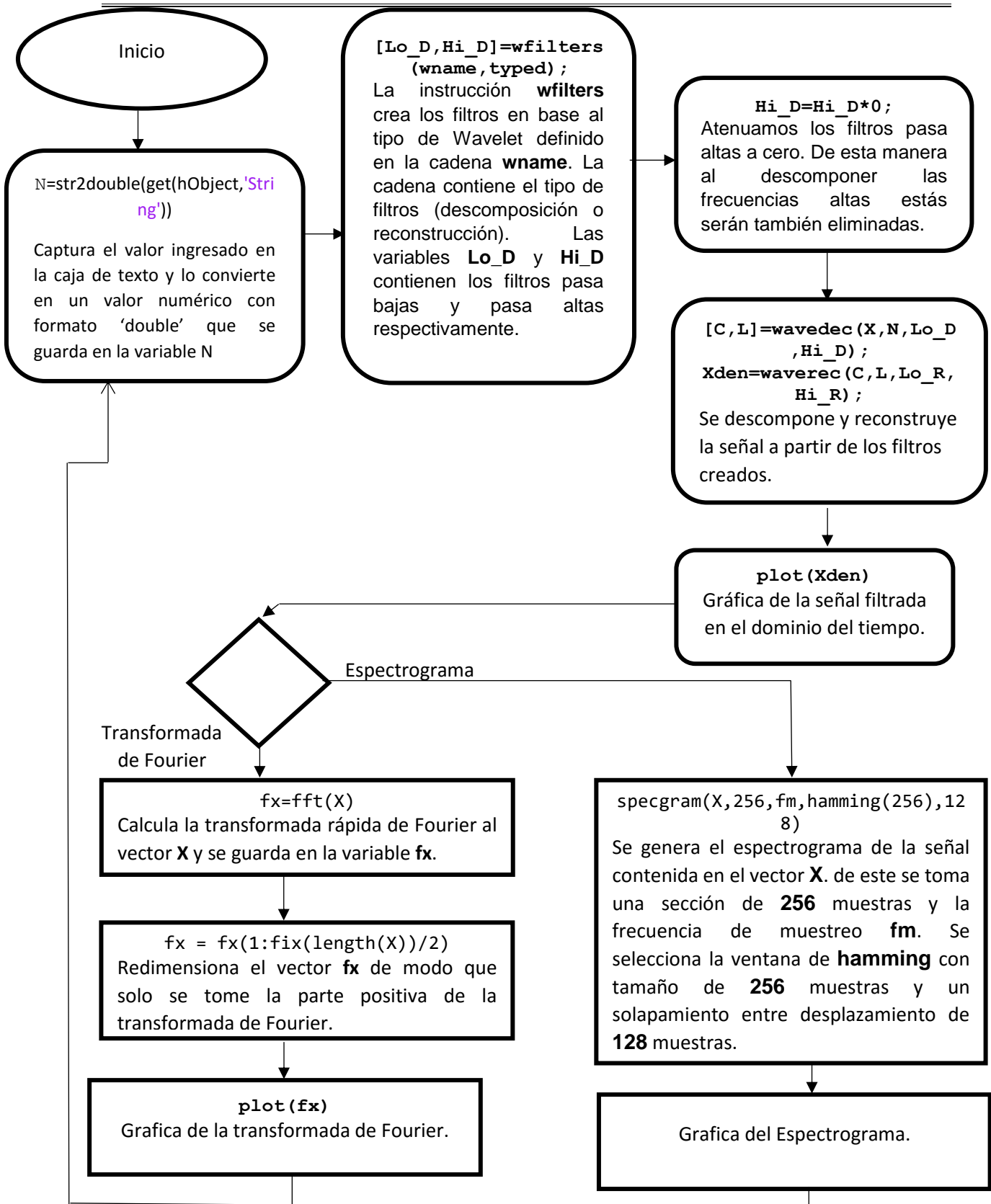


FIGURA 3-10 DIAGRAMA DE FLUJO DEL BLOQUE DE LA SEÑAL FILTRADA.

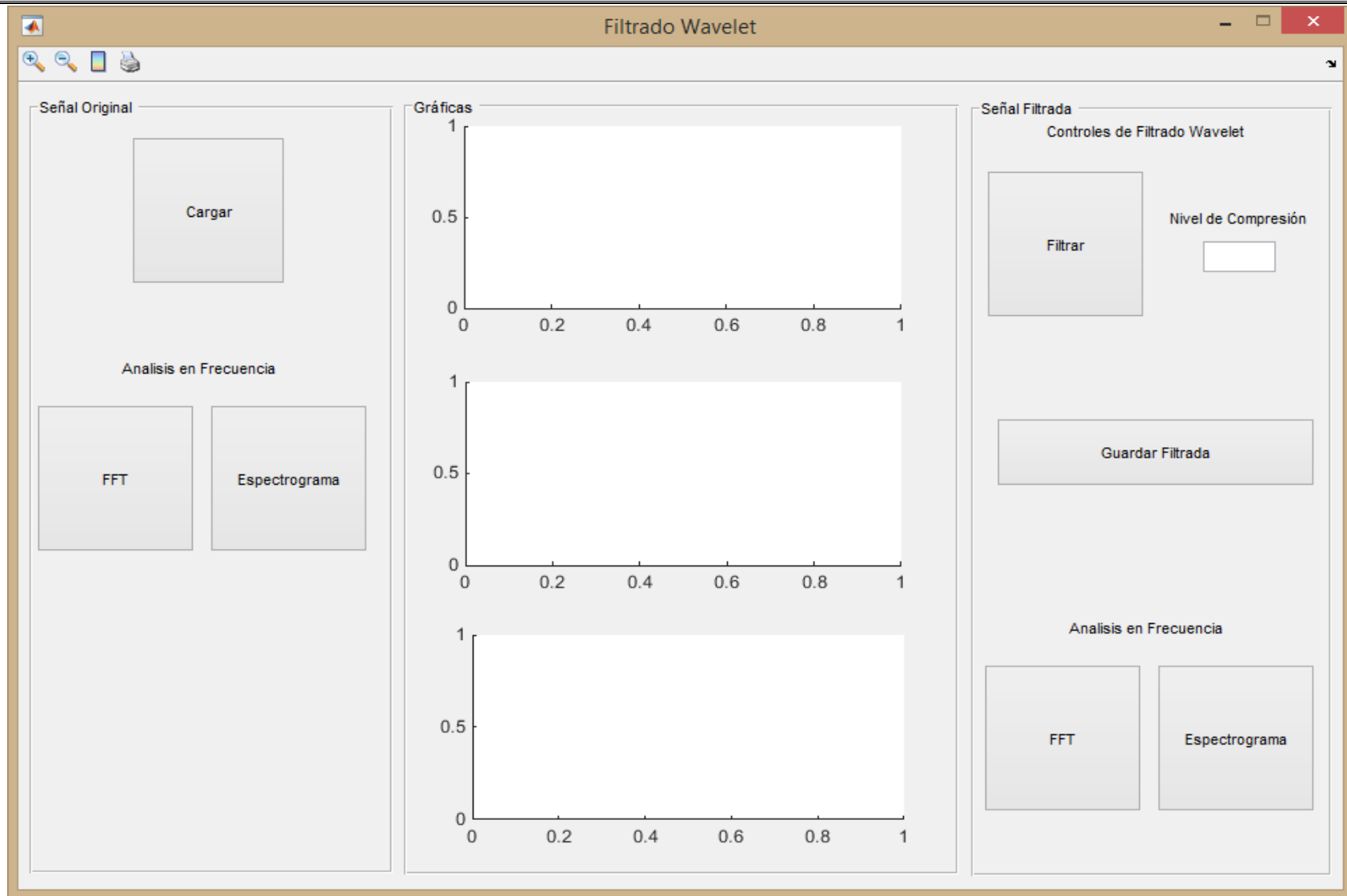


FIGURA 3-11 GUI.

3.5.1 Barra de Herramientas.

Como funciones básicas incluye la opción de hacer *zoom* hacia adentro y hacia afuera del área de gráficas.



FIGURA 3-12 ICONO DE ZOOM

Además de que se incluye una barra de representación de colores. Esta es especialmente útil cuando se visualicen los espectrogramas de las señales.

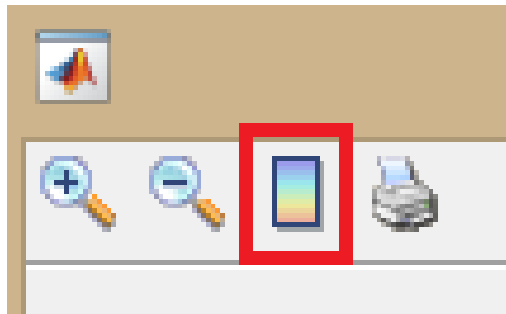


FIGURA 3-13 ICONO DE REPRESENTACIÓN DE COLORES.

Por último, en caso de ser necesario se puede imprimir el área de gráficas con la opción de imprimir.

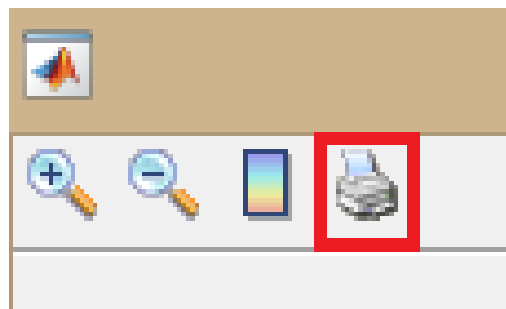


FIGURA 3-14 ICONO DE IMPRESIÓN.

3.5.2 Área de Gráficos.

En esta área se desplegarán las gráficas en tiempo, en frecuencia y los espectrogramas de las señales. Está conformado por tres áreas y se enumeran de menor a mayor en un orden descendente.

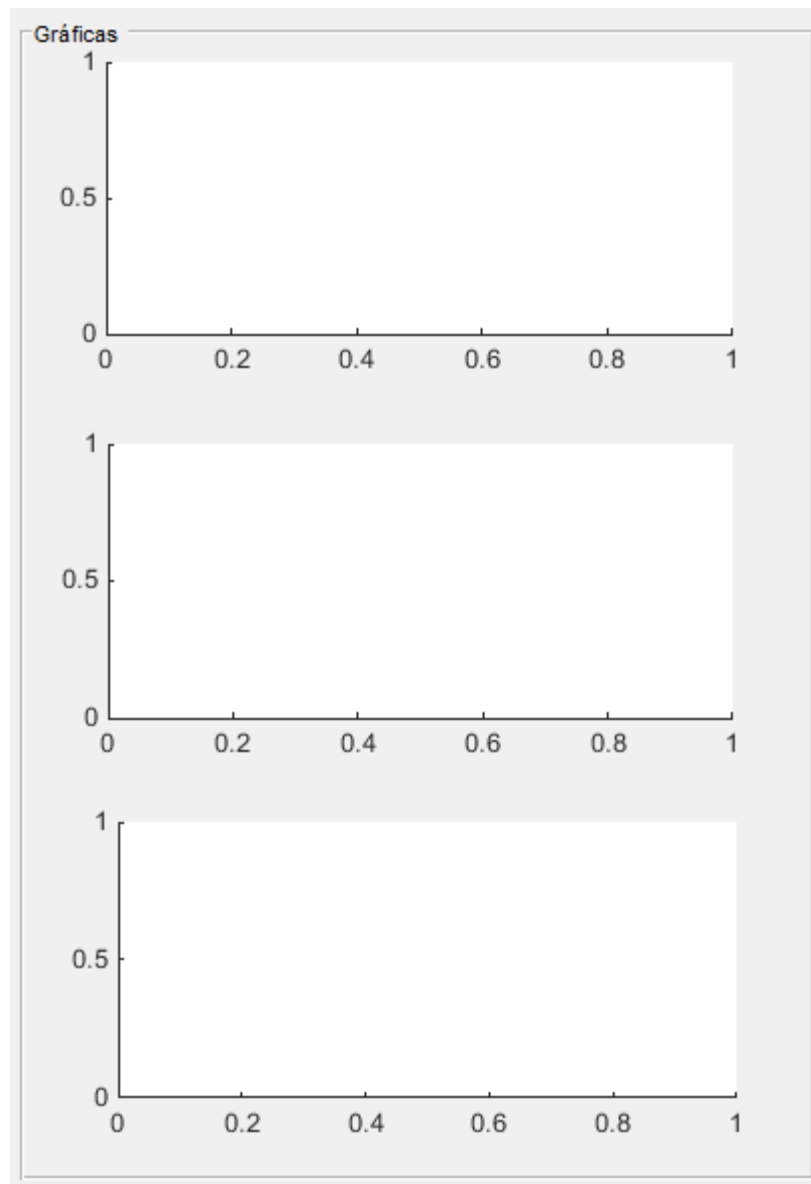


FIGURA 3-15 ÁREA DE GRÁFICOS

3.5.3 Panel de controles para la señal original.

En este espacio se encuentran ubicados todos los controles necesarios para manipular la señal original sin filtrar. Se incluyen un control que carga el archivo de audio, así como botones que nos permiten graficar la señal en el dominio de la frecuencia y el espectrograma que nos muestra el análisis tiempo-frecuencia.



FIGURA 3-16 PANEL DE CONTROL

Para cargar un archivo de audio basta con seleccionar la opción de *Cargar* dentro del panel. Este botón desplegará una ventana emergente donde se puede seleccionar el archivo WAV que se filtrará.

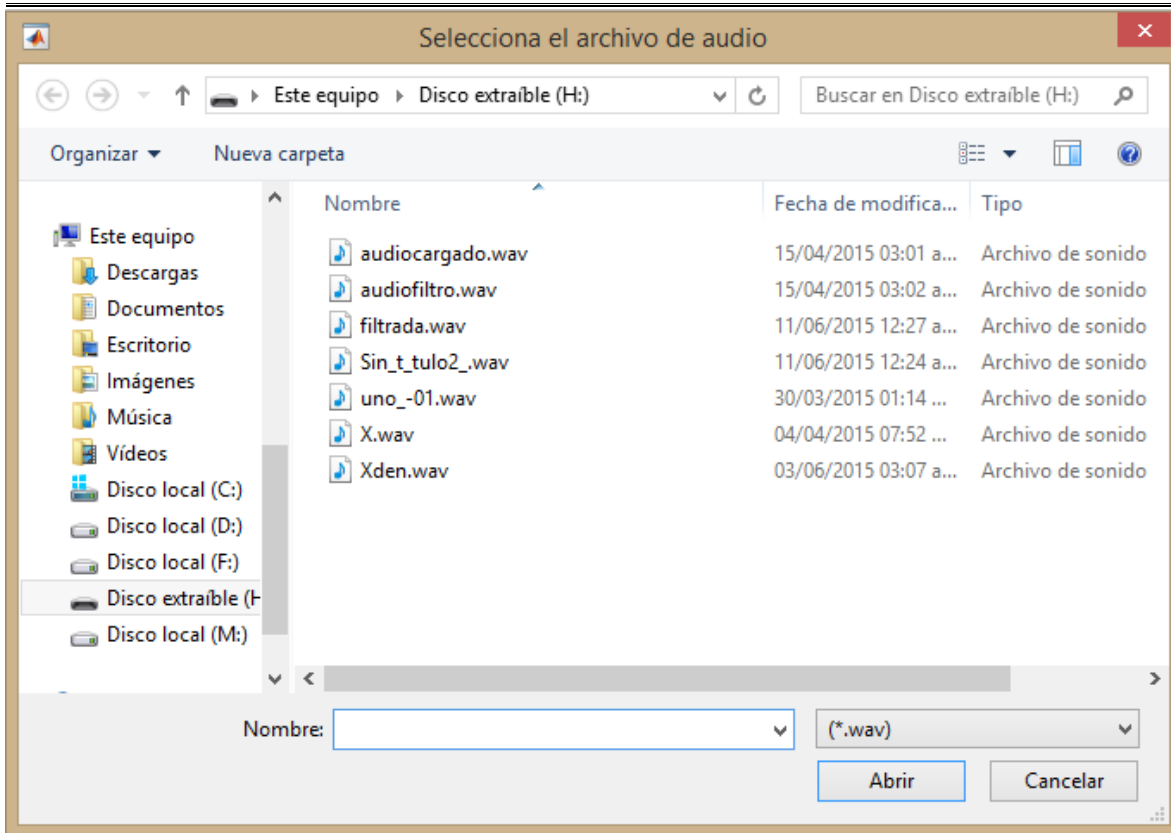


FIGURA 3-17 VENTANA DE SELECCIÓN DEL ARCHIVO DE AUDIO.

Posterior a seleccionar un archivo de audio este se visualizará automáticamente en la primera área de gráficos.

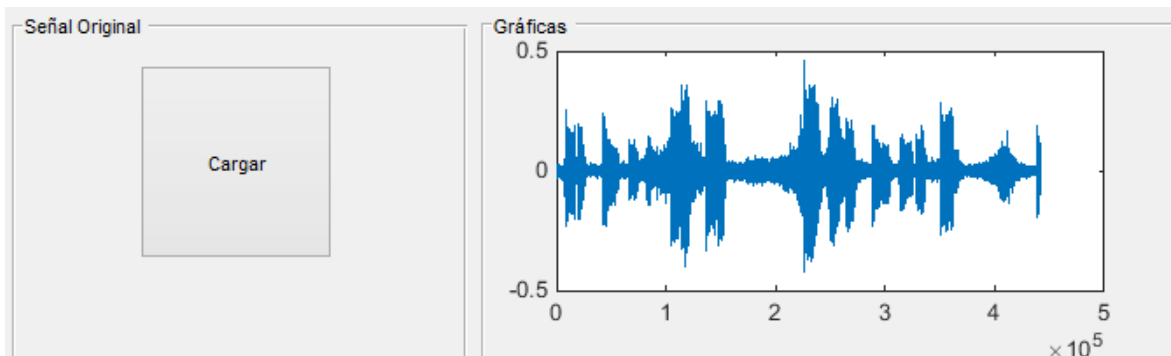


FIGURA 3-18 GRÁFICA DE ARCHIVO DE AUDIO EN EL DOMINIO DEL TIEMPO.

También en ese panel se puede encontrar los botones que generan la transformada de Fourier y el espectrograma de la función. Además mostrarán el resultado en la segunda área de gráficos.

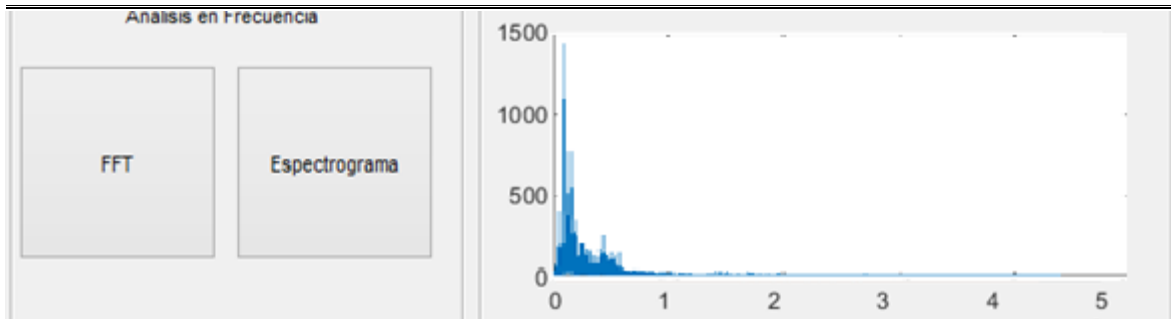


FIGURA 3-19 TRANSFORMADA DE FOURIER DE LA SEÑAL SIN FILTRAR.

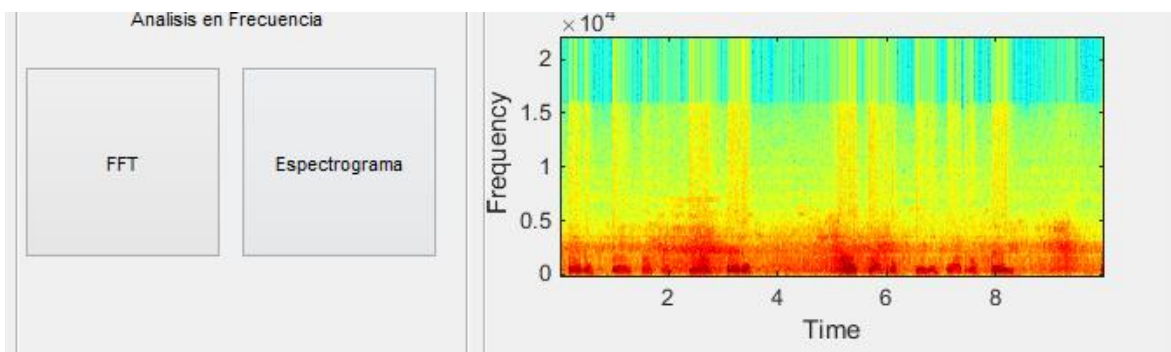


FIGURA 3-20 ESPECTROGRAMA DE LA SEÑAL SIN FILTRAR.

3.5.4 Panel de controles para la señal Filtrada.

En este panel se encuentran todos los controles necesarios para filtrar la señal. Incluyen un botón que ejecuta el algoritmo de filtrado. Una caja de texto donde se puede ingresar el número de niveles de descomposición requeridos y controles para graficar la señal en el dominio de la frecuencia y el espectrograma que nos da información del análisis tiempo-frecuencia.

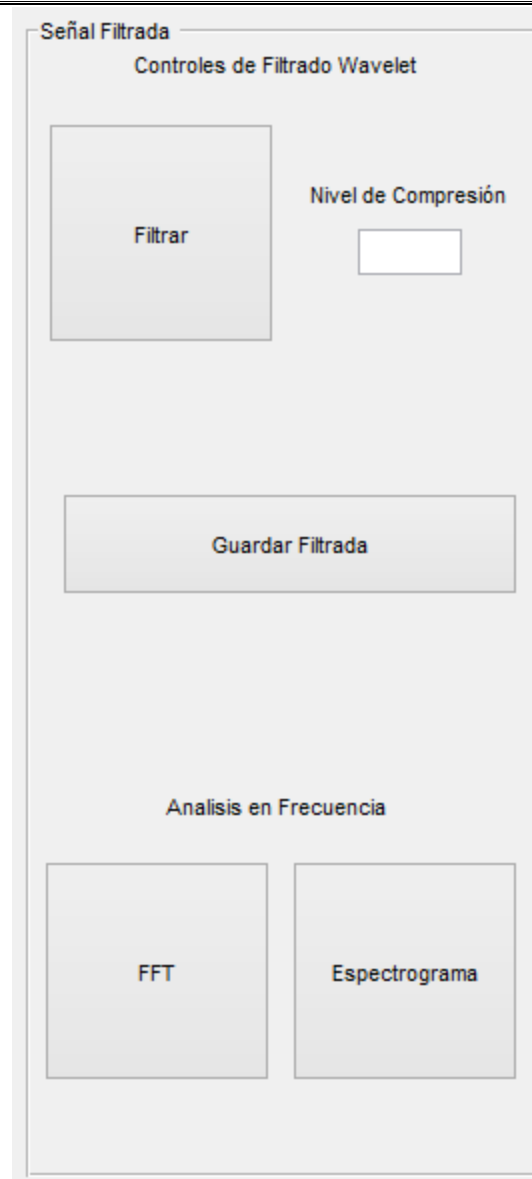


FIGURA 3-21 PANEL DE CONTROL.

Primero se ingresa el nivel de compresión que se utilizará en el filtrado. Esto se hace en la caja de texto.



FIGURA 3-22 PANEL DE CONTROL: NIVEL DE DESCOMPOSICIÓN.

Posteriormente el botón Filtrar ejecutará el algoritmo de filtrado y graficará la señal filtrada en el dominio del tiempo.

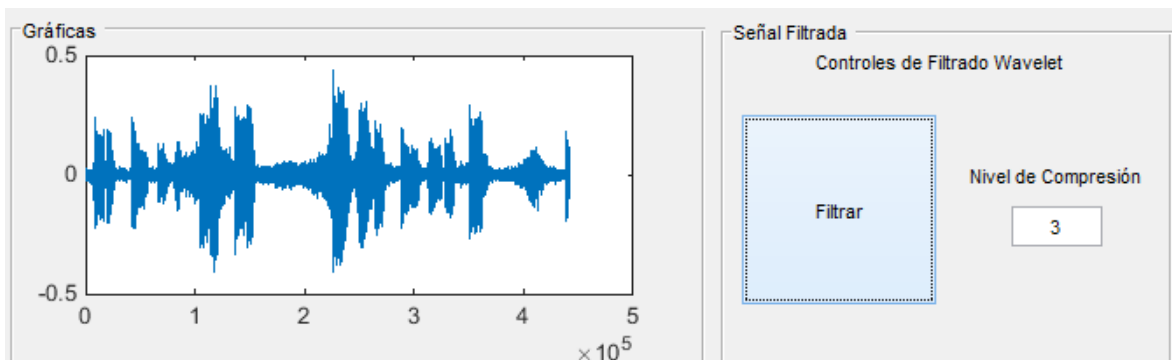


FIGURA 3-23 PANEL DE CONTROL: SECCIÓN DE FILTRADO CON NIVELES DE DESCOMPOSICIÓN

Los botones de FFT y Espectrograma realizarán la transformada de Fourier y el espectrograma de la función ya filtrada. Además la graficarán automáticamente en el área de gráficos 3.

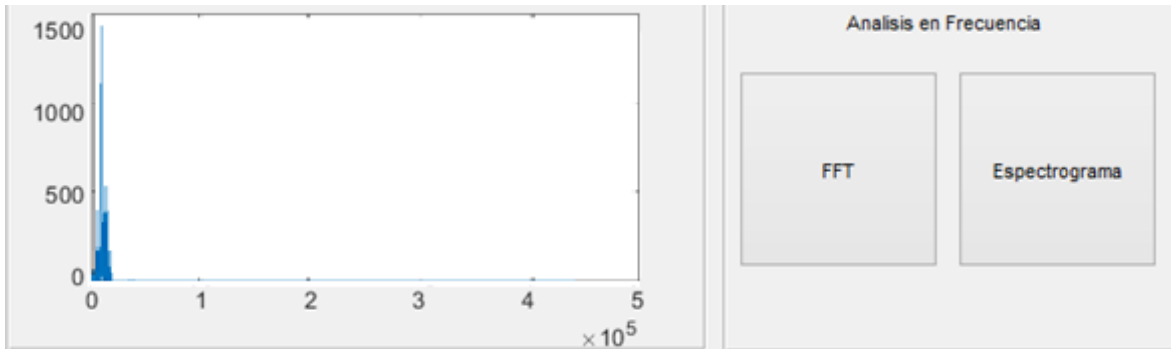


FIGURA 3-24 TRANSFORMADA DE FOURIER DE LA SEÑAL FILTRADA.

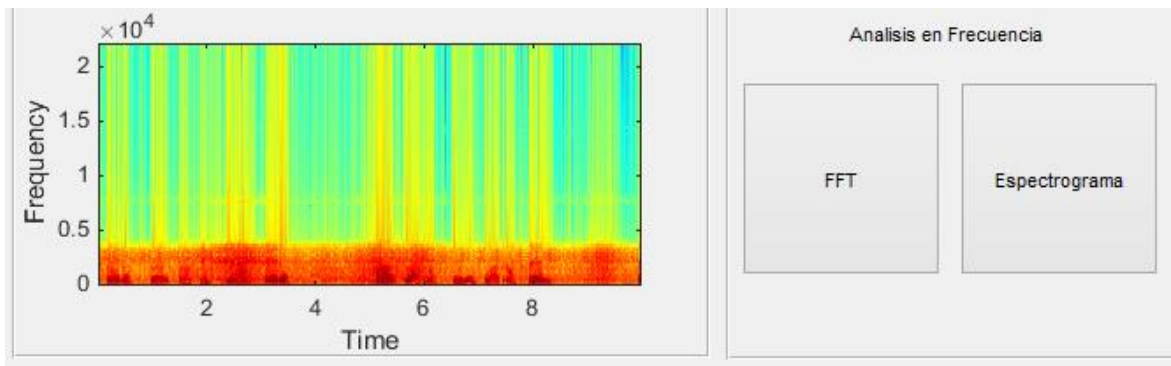


FIGURA 3-25 ESPECTROGRAMA DE LA SEÑAL SIN FILTRAR.

Finalmente, se agregó un botón que permite guardar la señal filtrada en un nuevo archivo WAV. Este archivo se creará en el mismo directorio de donde se leyó inicialmente la señal original. Lleva por nombre “filtrada.WAV”.

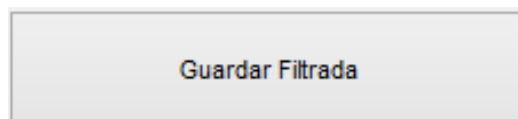


FIGURA 3-26 BOTÓN PARA GUARDAR LA SEÑAL FILTRADA.

Al guardar la señal filtrada, esta aparecerá en la misma carpeta que el archivo original con el nombre de ‘filtrada.wav’.

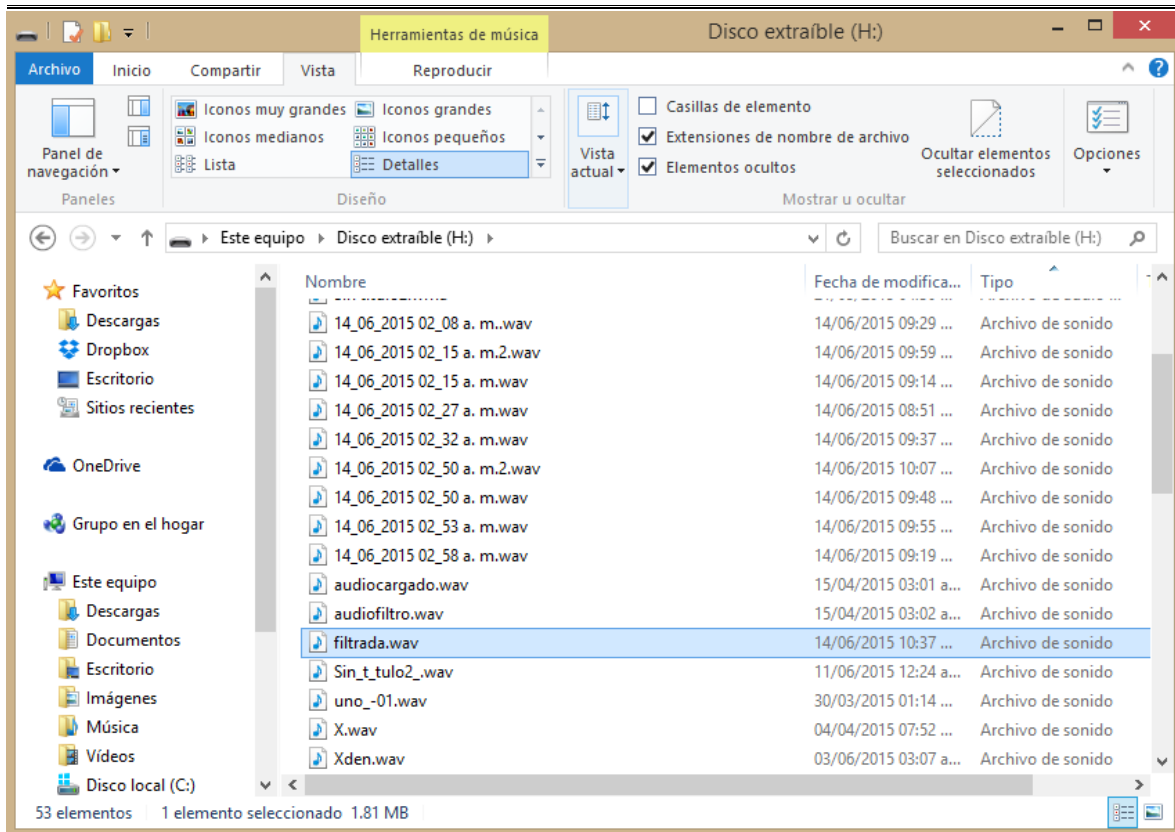


FIGURA 3-27 NOMBRE DEL ARCHIVO FILTRADO.

Capítulo 4: Pruebas y resultados.

Como se ha visto, Matlab permite crear bancos de filtros para transformadas Wavelet de orden superior, los cuales influyen en la resolución en frecuencia de las descomposiciones que se realizan a partir de estas Wavelet.

Se define la Wavelet que se usará modificando el parámetro “wname” en el algoritmo de Matlab. Para Haar se agrega la cadena ‘Haar’. Para Daubechies la cadena “db4”. Para Symlet agregamos “sym4”.

Filtros Wavelet generados en Matlab

Los filtros pasa altas y pasa bajas para la transformada Wavelet de Haar generados por Matlab son respectivamente:

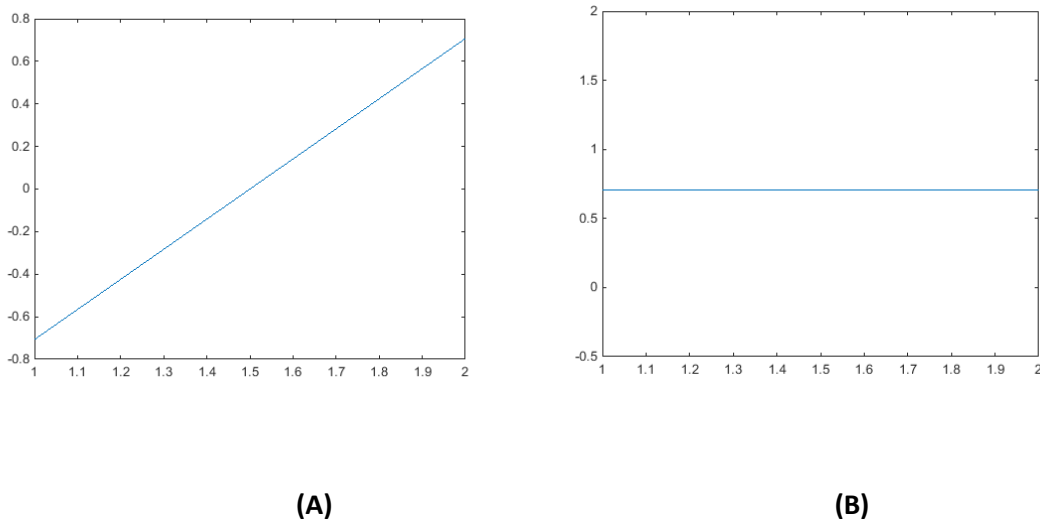
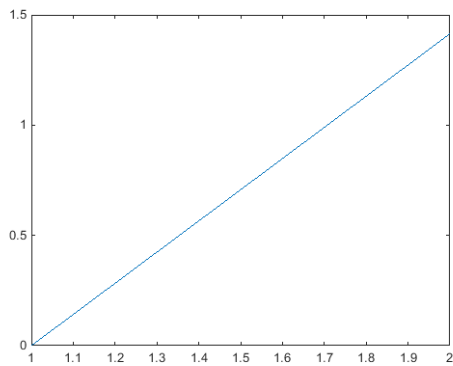
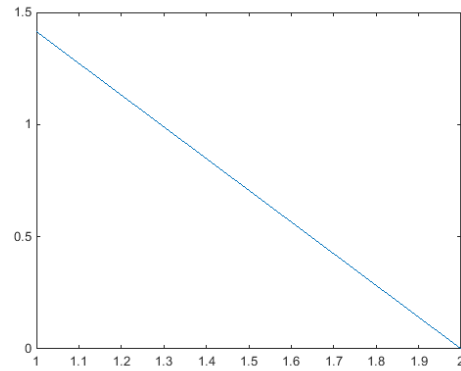


FIGURA 4-1 FILTROS PASA ALTAS (A) Y PASA BAJAS (B) PARA LA TRANSFORMADA WAVELET DE HAAR.

Su representación en Fourier es respectivamente:



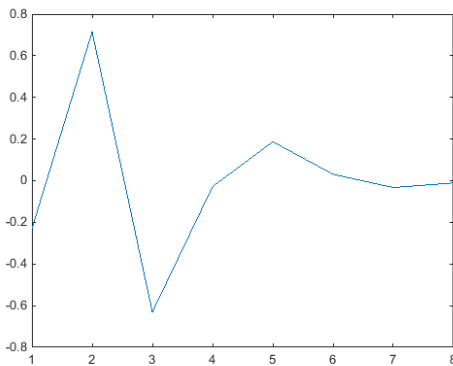
(A)



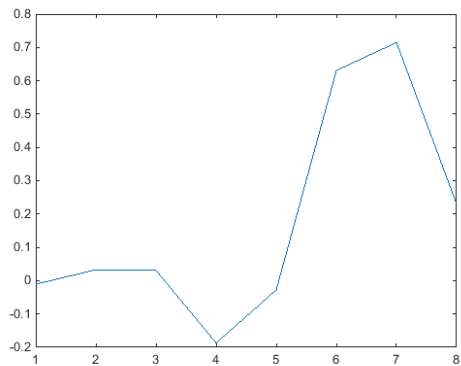
(B)

FIGURA 4-2 REPRESENTACIÓN DE LA TRANSFORMADA DE FOURIER DE LOS FILTROS PASA ALTAS (A) Y PASA ALTAS (B) DE LA TRANSFORMADA DE WAVELET DE HAAR.

Los filtros pasa altas y pasa bajas para la transformada Wavelet de Daubechies de orden 4 generados por Matlab son respectivamente:



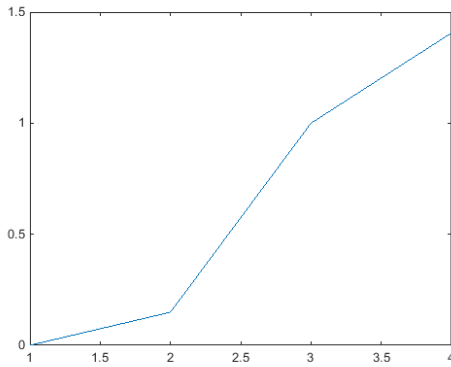
(A)



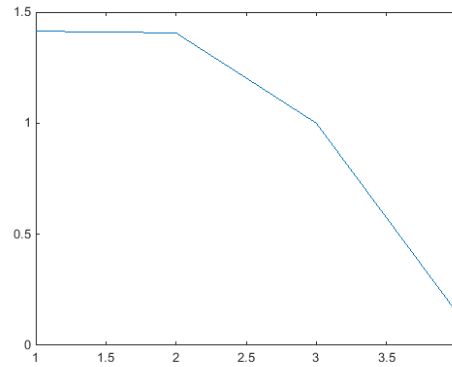
(B)

FIGURA 4-3 FILTROS PASA ALTAS (A) Y PASA BAJAS (B) DE LA TRANSFORMADA WAVELET DE DAUBECHIES DE ORDEN 4.

La representación en Fourier es respectivamente:



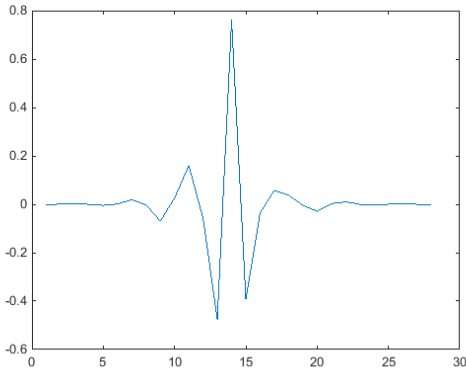
(A)



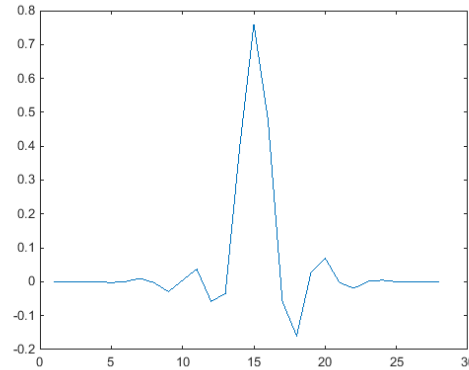
(B)

FIGURA 4-4 TRANSFORMADA DE FOURIER DE LOS FILTROS PASA ALTAS (A) Y PASA BAJAS (B) DE LA TRANSFORMADA WAVELET DE DAUBECHIES DE ORDEN 4.

Los filtros pasa altas y pasa bajas para la transformada Wavelet Symlet de orden 4 generados por Matlab son respectivamente:



(A)



(B)

FIGURA 4-5 FILTROS PASA ALTAS (A) Y PASA BAJAS (B) PARA LA TRANSFORMADA WAVELET SYMLET DE ORDEN 4

La representación en Fourier es respectivamente:

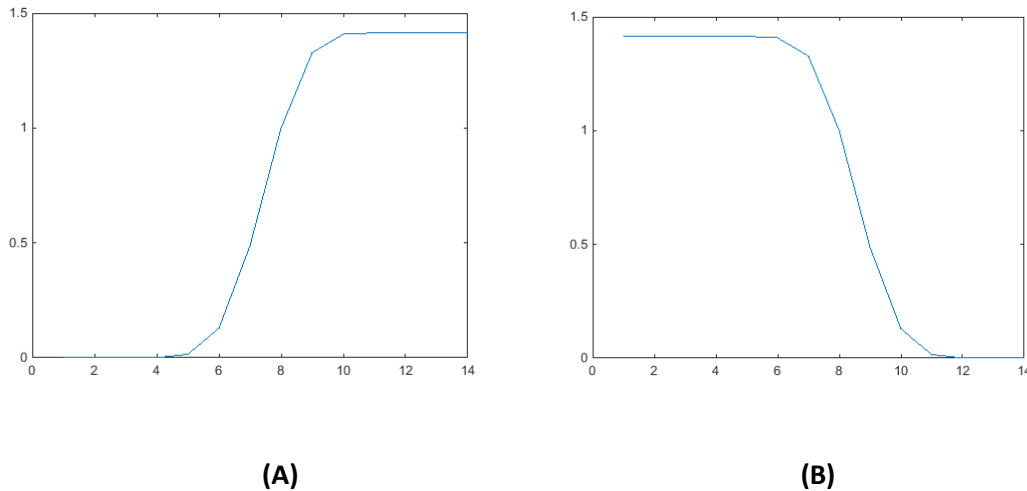


FIGURA 4-6 TRANSFORMADA DE FOURIER FILTROS PASA ALTAS (A) Y PASA BAJAS (B) PARA LA TRANSFORMADA WAVELET SYMLET DE ORDEN 4

De lo anterior se observa que la que tiene un comportamiento en frecuencia más definido es la transformada Symlet.

Nivel de descomposición óptimo.

Se realizaron pruebas con una misma señal y filtrándolas con transformada Wavelet de Haar, Wavelet de Daubechies y Wavelet Symlet. Se utilizarán 5 niveles de descomposición en cada transformada y se comparará el espectrograma en cada caso para determinar gráficamente cuál elimina la mayor cantidad de ruido.

Un espectrograma de la señal original es mostrado a continuación, el cual servirá para comparar con los generados en cada nivel de descomposición por cada Wavelet.

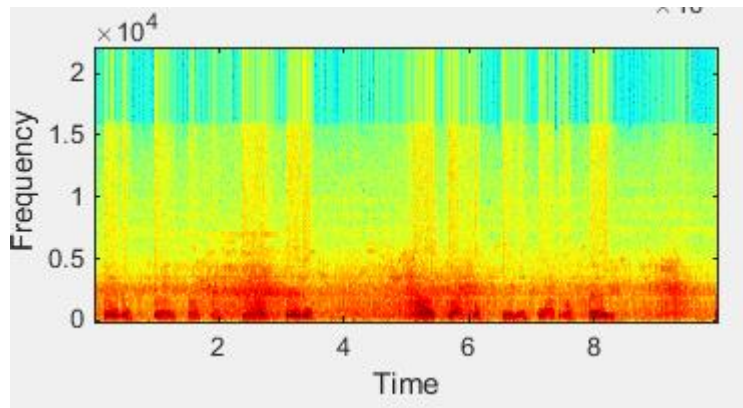


FIGURA 4-7 ESPECTROGRAMA DE LA SEÑAL ORIGINAL

Nivel 1 de descomposición.

Usando la GUI de Matlab se carga la señal de prueba y se elige el nivel 1 de descomposición y se filtra para cada tipo de Wavelet.

Como podemos observar en las figuras, la transformada de Haar es la que tiene un comportamiento más deficiente al filtrar la señal. Agregó componentes de alta frecuencia y apenas modifico los componentes de frecuencias intermedias.

Para la transformada de Daubechies se observa que aunque hubo una ligera reducción en las frecuencias intermedias también agregó ruido de alta frecuencia.

La transformada Symlet no agregó ruido además de que filtró ligeramente la señal original.

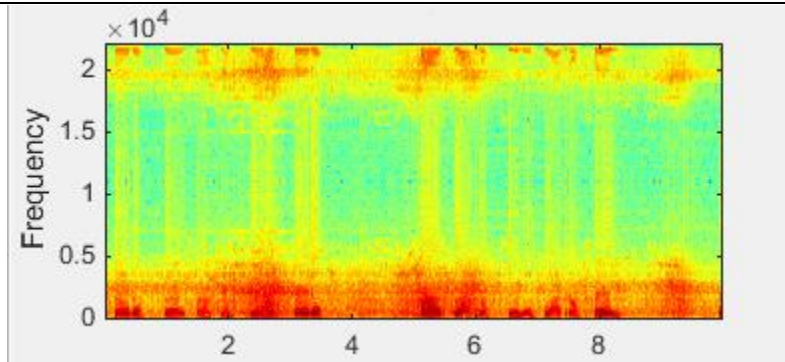


FIGURA 4-8 NIVEL 1 CON TRANSFORMADA WAVELET DE HAAR

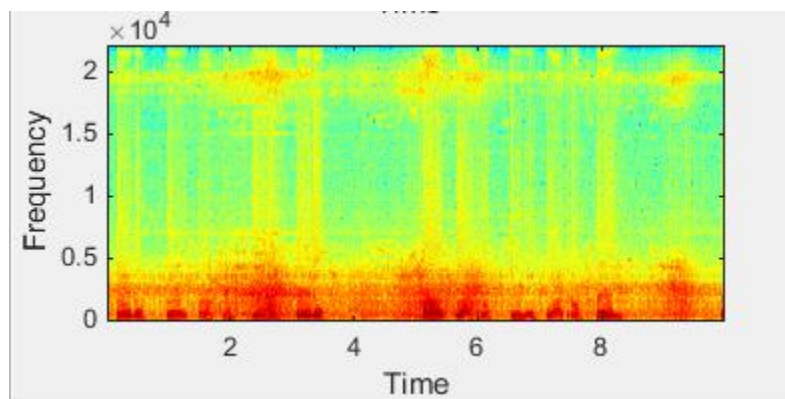


FIGURA 4-9 NIVEL 1 CON TRANSFORMADA WAVELET DE DAUBECHIES

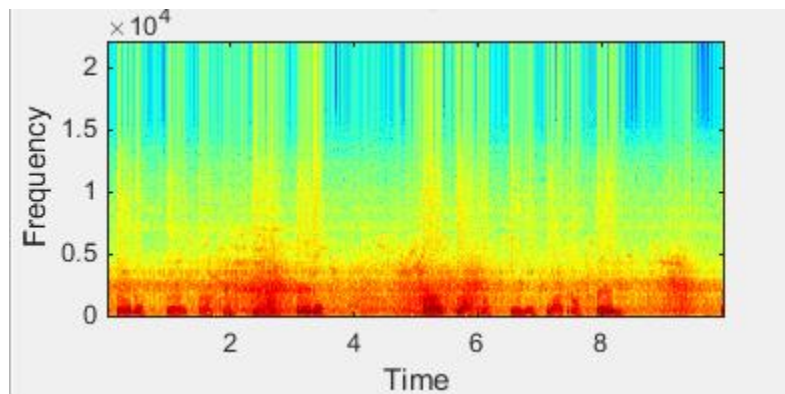


FIGURA 4-10 NIVEL 1 CON TRANSFORMADA WAVELET SYMLET

Nivel de descomposición 2.

Se carga la señal de prueba a la GUI de Matlab y se selecciona el nivel de descomposición 2 y se filtra la señal para cada tipo de Wavelet.

Podemos observar en las figuras como tanto la transformada Haar y Daubechies agregan ruido en las frecuencias altas y las intermedias. Además la señal es apenas visiblemente filtrada.

Por otra parte la transformada Wavelet Symlet no agrega ruido y se puede apreciar una mejora en el filtrado en comparación con el nivel 1 de descomposición, cosa que no ocurre con Haar y Daubechies.

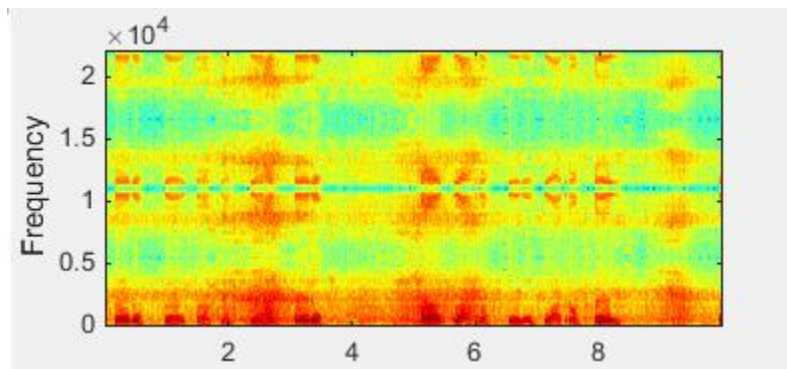


FIGURA 4-11 NIVEL 2 CON TRANSFORMADA WAVELET HAAR

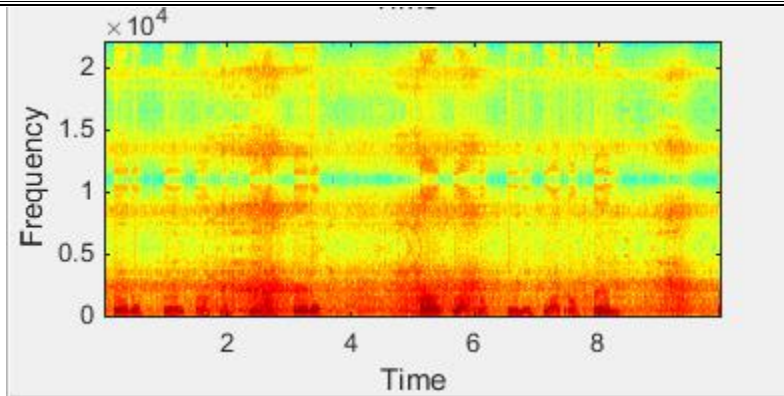


FIGURA 4-12 ECUACIÓN 1 NIVEL 2 CON TRANSFORMADA DE DAUBECHIES

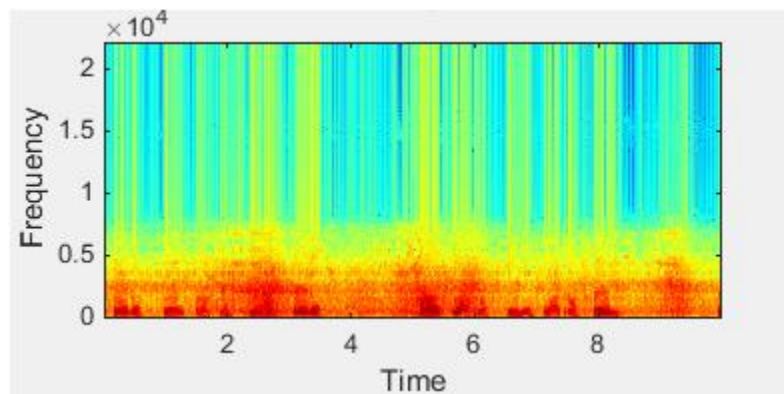


FIGURA 4-13 ECUACIÓN 2 NIVEL 2 CON TRANSFORMADA WAVELET SYMLET

Nivel 3 de descomposición.

Se carga la señal de prueba en la GUI de Matlab y se selecciona el nivel 3 de descomposición para filtrarlo con los 3 tipos de transformada Wavelet.

Una vez más se observa que el nivel de ruido aumenta en todo el rango de frecuencias tanto en la transformada de Haar y la transformada de Daubechies.

Por otra parte, la transformada Symlet mostró mejorar el filtrado a comparación del nivel 2. Además de que no agregó ruido en ningún intervalo del espectro de frecuencias.

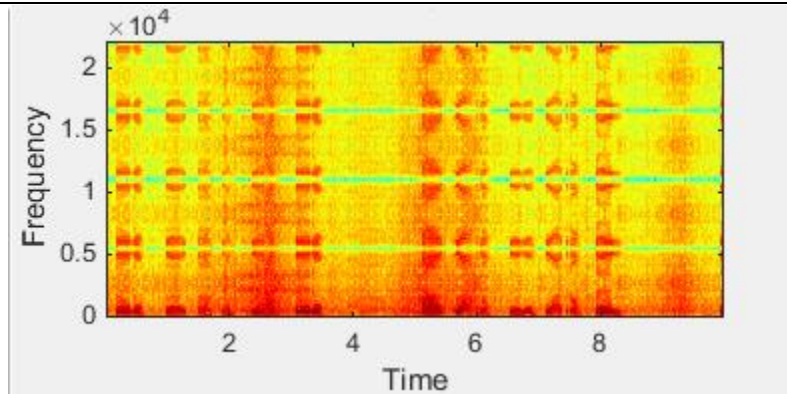


FIGURA 4-14 NIVEL 3 CON TRANSFORMADA WAVELET DE HAAR

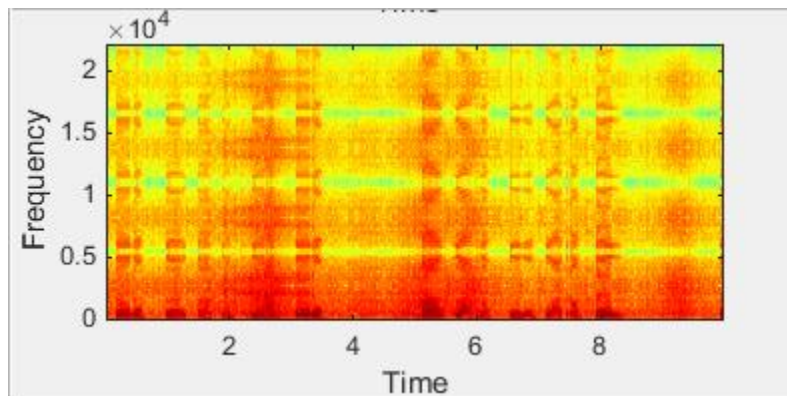


FIGURA 4-15 NIVEL 3 CON TRANSFORMADA WAVELET DE DAUBECHIES

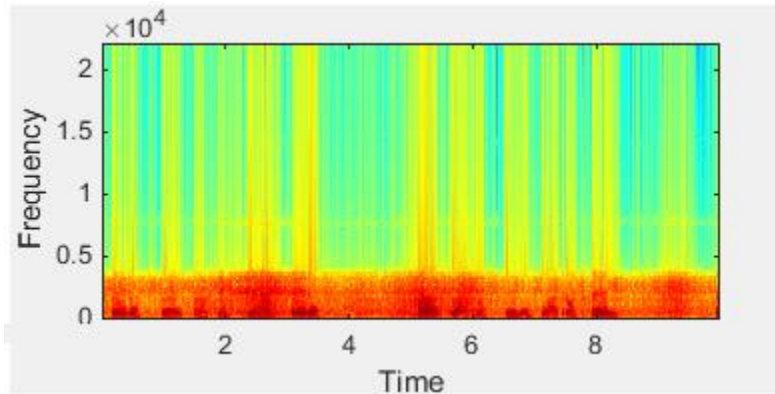


FIGURA 4-16 NIVEL 3 CON TRANSFORMADA WAVELET SYMLET

Nivel 4 de descomposición

Se carga la señal de prueba en la GUI de Matlab y se selecciona el nivel 4 de descomposición para filtrarlo con los 3 tipos de transformada Wavelet.

Tanto Haar como Daubechies agregan ruido a la señal en todo el espectro de frecuencias, por lo tanto, resulta una mala opción utilizar estas transformadas si se desea filtrar. El ruido se ve reducido solo en las bajas frecuencias, pero es agregado a lo largo del resto del espectro.

Por otra parte, la transformada Symlet mejoró el filtrado en comparación con el nivel 3 de descomposición sin agregar ruido a la señal filtrada.

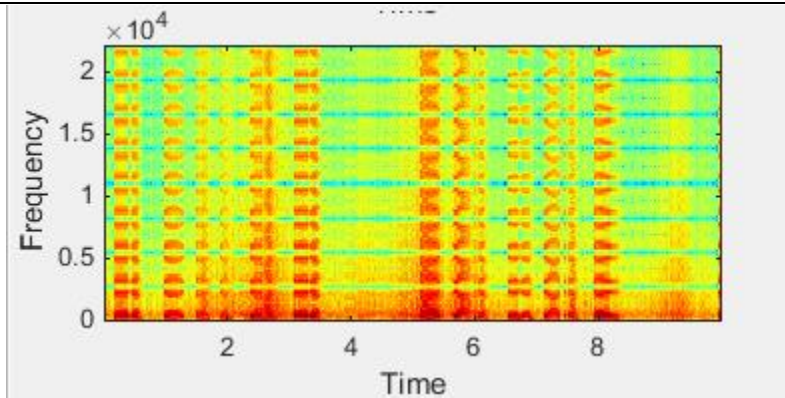


FIGURA 4-17 NIVEL 4 CON TRANSFORMADA WAVELET DE HAAR

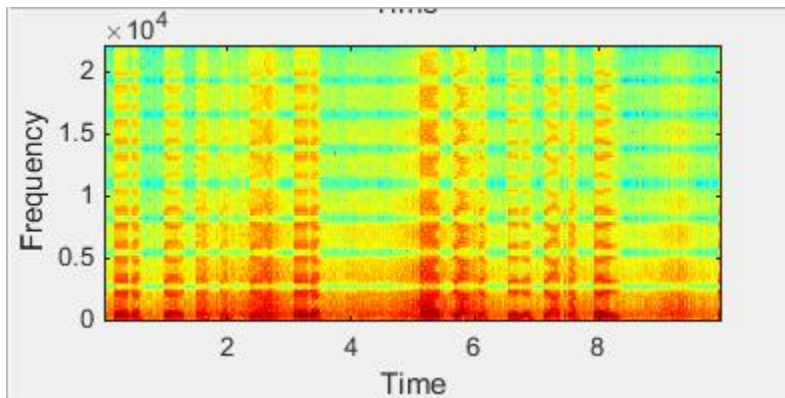


FIGURA 4-18 NIVEL 4 CON TRANSFORMADA WAVELET DE DAUBECHIES

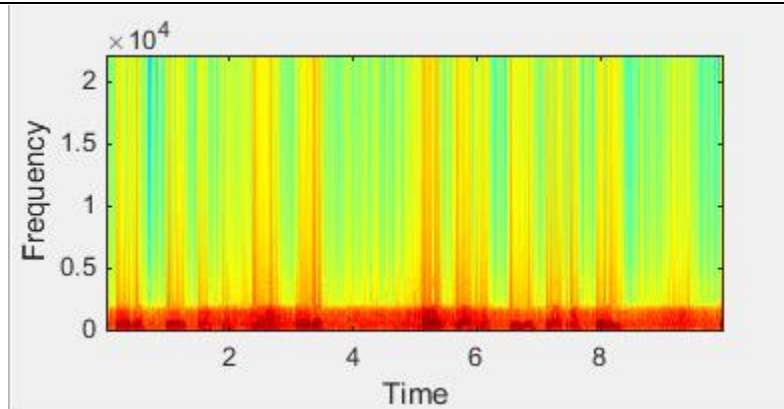


FIGURA 4-19 NIVEL 4 CON TRANSFORMADA WAVELET SYMLET

Nivel 5 de descomposición.

Se carga la señal de prueba en la GUI de Matlab y se selecciona el nivel 4 de descomposición para filtrarlo con los 3 tipos de transformada Wavelet.

Las transformadas de Haar y de Daubechies agregan ruido en todo el espectro de frecuencias y filtran ligeramente la señal.

Por otra parte, la transformada Symlet logra filtrar eficientemente la señal hasta dejar solo las frecuencias más bajas de la señal sin añadir ruido. Muestra una mejoría en comparación con el nivel de descomposición 4.

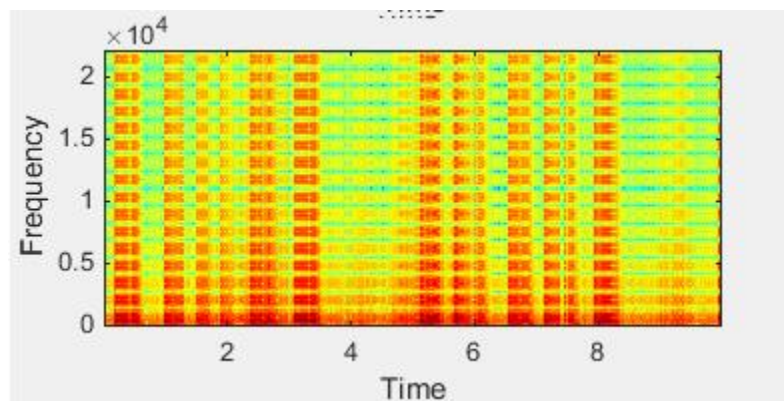


FIGURA 4-20 NIVEL 5 CON TRANSFORMADA WAVELET DE HAAR

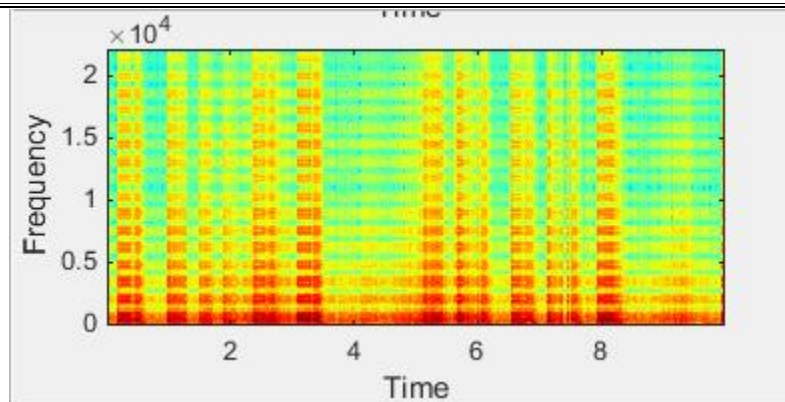


FIGURA 4-21 NIVEL 5 CON TRANSFORMADA WAVELET DE DAUBECHIES

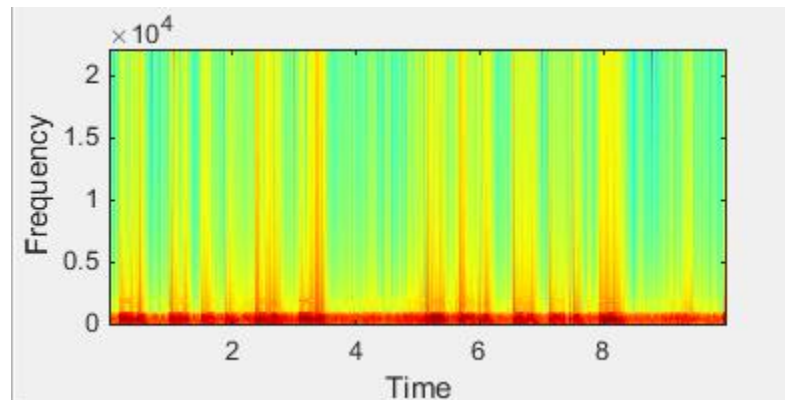


FIGURA 4-22 NIVEL 5 CON TRANSFORMADA WAVELET SYMLET

Después de realizar las pruebas con los tres diferentes tipos de Wavelet se eligió la Wavelet Symlet por ser la que mejor filtró la señal en los 5 niveles.

Se eligió el nivel 5 ya que filtra la mayoría del ruido en las señales y no se perciben modificaciones considerables en la señal de voz.

Error cuadrático medio y pérdida de energía a altas frecuencias.

Una vez establecido el nivel de descomposición ideal, se calculará la energía que se pierde después de la frecuencia de corte de la señal. Se establece que la frecuencia de corte de la señal

Calculándolo a partir de la siguiente expresión

$$Error = \sqrt{\sum_1^m X(m)^2 - x(m)^2} \tag{106}$$

Donde X es la transformada de Fourier de la señal original y x es la transformada de Fourier de la señal filtrada.

Entonces de la transformada de Fourier de la señal original y la señal filtrada con Sym4 a 5 niveles de descomposición se calcula el error cuadrático medio antes y después de la frecuencia de corte de 12500 Hz

Se grafican la transformada de Fourier de la señal original y la filtrada respectivamente

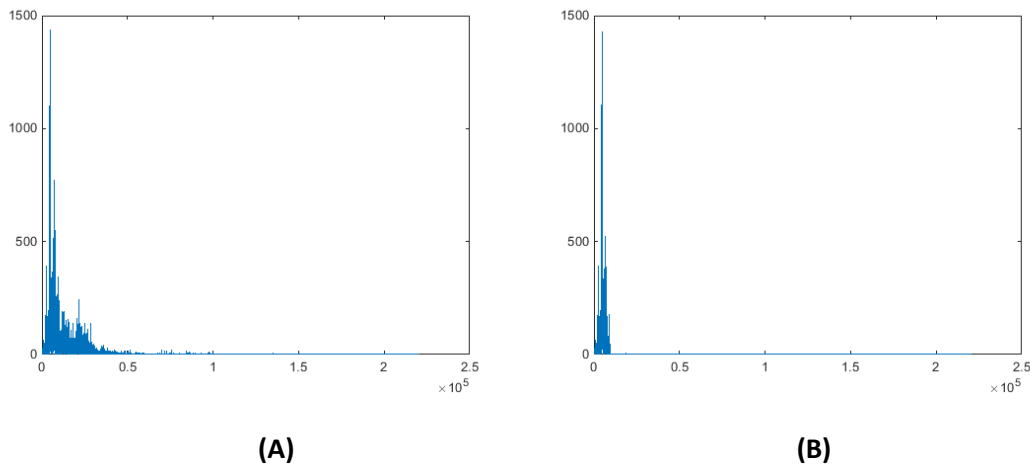


FIGURA 4-23 TRANSFORMADA DE FOURIER DE LA SEÑAL ORIGINAL (A)Y SEÑAL FILTRADA (B)CON WAVELET DE SYMLET.

El error después de la frecuencia de corte es de 16.2492, mientras que el error antes de la frecuencia de corte es de 0. Esto quiere decir que la señal resultó sin modificaciones antes de la frecuencia de corte.

Ahora de la transformada de Fourier de la señal original y la señal filtrada con transformada Wavelet de Haar a 5 niveles de descomposición se calcula el error cuadrático medio antes y después de la frecuencia de corte de 12500 Hz

Se grafican la transformada de Fourier de la señal original y la filtrada respectivamente

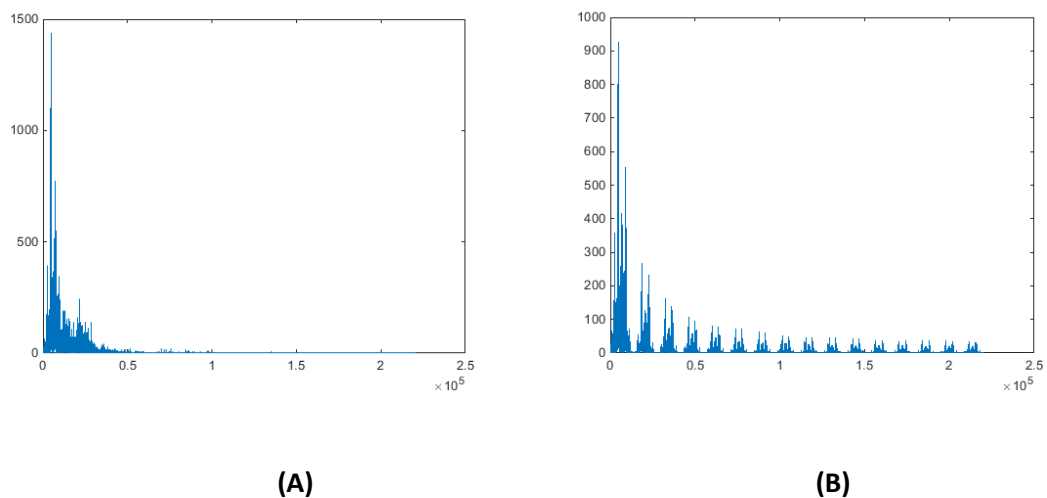


FIGURA 4-24 TRANSFORMADA DE FOURIER DE LA SEÑAL ORIGINAL (A) Y SEÑAL FILTRADA (B) CON WAVELET DE HAAR.

El error después de la frecuencia de corte es de 6.3165, mientras que el error antes de la frecuencia de corte es de 37.8049. Esto implica que la señal de voz resultó modificada considerablemente mientras que error en el ruido resultó menor, lo que quiere decir que se conservó la energía del ruido.

Ahora de la transformada de Fourier de la señal original y la señal filtrada con transformada Wavelet de Daubechies a 5 niveles de descomposición se calcula el error cuadrático medio antes y después de la frecuencia de corte de 12500 Hz.

Se grafican la transformada de Fourier de la señal original y la filtrada respectivamente.

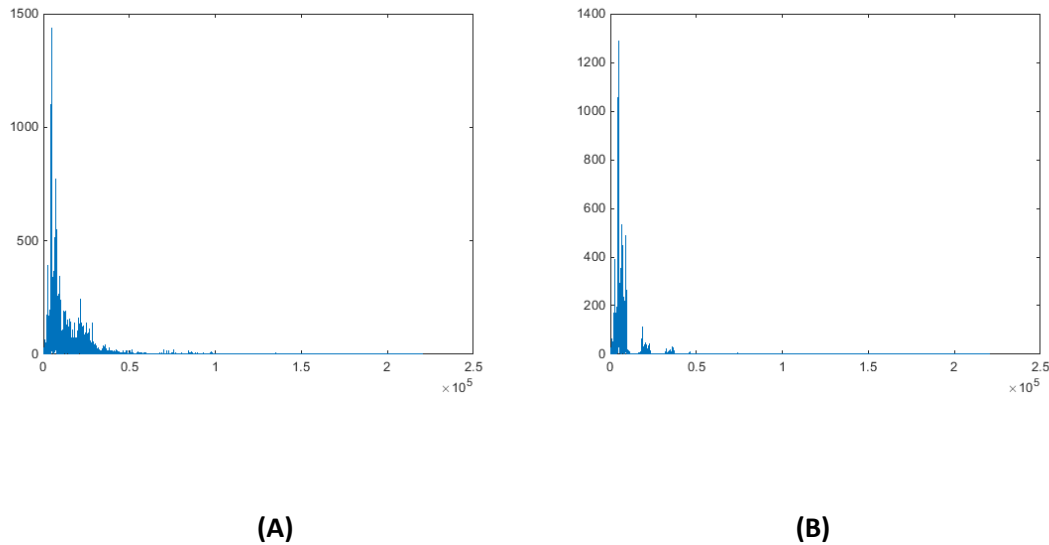


FIGURA 4-25 TRANSFORMADA DE FOURIER DE LA SEÑAL ORIGINAL (A) Y SEÑAL FILTRADA (B) CON WAVELET DE DAUBECHIES.

El error después de la frecuencia de corte es de 27.6401, mientras que el error antes de la frecuencia de corte es de 15.8784. Esto implica que aunque la señal de voz resultó modificada considerablemente el error en el ruido resultó mayor, lo que quiere decir que la señal resultó filtrada aunque no de manera óptima.

Se puede seccionar la señal en dos partes, la primera antes de la frecuencia de corte y la segunda después de la frecuencia de corte.

A continuación se muestra una tabla en la que se compara el porcentaje de la energía que se pierde en cada transformada Wavelet para elegir la que tenga mayor pérdida de energía después de la frecuencia de corte sin afectar la energía antes de la frecuencia de corte.

TABLA 4 RESULTADOS DE COMPARACIÓN DEL ERROR EN CADA TRANSFORMADA DE WAVELET.

Transformada	Error para $f < f_c$ [%]	Error para $f > f_c$ [%]
Haar	37.8049	6.3165
Daubechies	15.8784	27.6401
Symlet	0.23×10^{-12}	16.2492

De lo anterior se concluye que la que tiene un mejor desempeño es la transformada Wavelet Symlet.

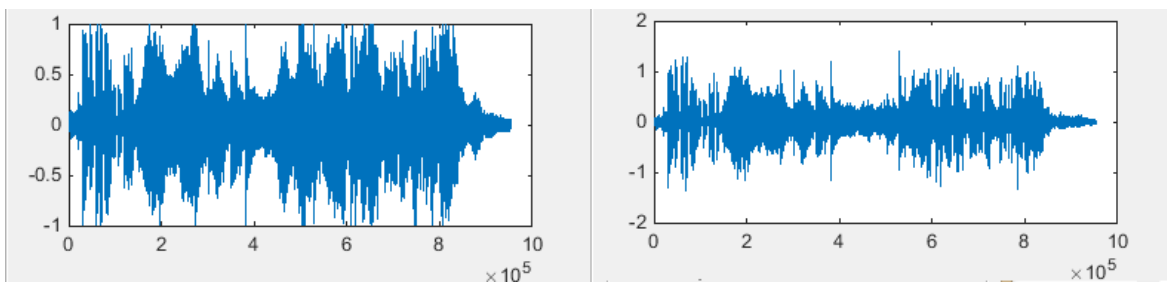
Una vez definida la transformada Wavelet que se va a utilizar y desarrollada la interface gráfica en Matlab se realizaron pruebas con 3 señales diferentes.

El procedimiento para analizar las señales fue el siguiente:

1. Se elige la señal a analizar y se grafica con respecto al tiempo
2. Se grafica el espectro de frecuencias utilizando la transformada rápida de Fourier.
3. Se grafica un espectrograma de la señal para analizar el comportamiento de la frecuencia con respecto al tiempo.
4. Se elige un nivel de descomposición comprendido del 1 hasta el 10 debido a que después del nivel 10 de descomposición Matlab no puede reconstruir la señal a partir de las muestras restantes.
5. Se grafica la señal filtrada con respecto al tiempo.
6. Se grafica el espectro de frecuencias de la señal filtrada utilizando la transformada rápida de Fourier.
7. Se grafica un espectrograma de la señal filtrada para analizar el comportamiento de la frecuencia con respecto al tiempo
8. Se comparan ambos espectrogramas analizando la amplitud de las frecuencias superiores a 4 kHz.

Señales captadas a tratar:**Señal 1.****Emisora:** Radio Católica Mundial.**Frecuencia:** 7.5 MHz.**País de origen:** La Habana, Cuba.**Potencia de transmisión:** 500kW..**Idioma:** Español.**Hora:** 01:27 hrs.**Fecha:** 14/06/15

La señal es cargada en la GUI y se grafican en el dominio del tiempo la señal original y la señal filtrada con transformada Wavelet Symlet con un nivel de compresión 5.

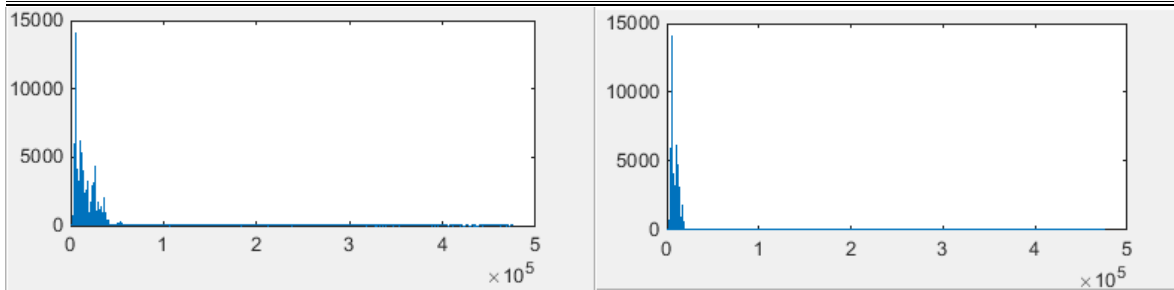


(A)

(B)

FIGURA 4-26 SEÑAL ORIGINAL 1 (A) Y SEÑAL FILTRADA 1(B) EN EL DOMINIO DEL TIEMPO.

En este análisis con respecto al tiempo es difícil apreciar diferencias notables en el dominio de la frecuencia entre ambas señales. Por lo tanto se calcula y grafica la transformada rápida de Fourier de cada señal.

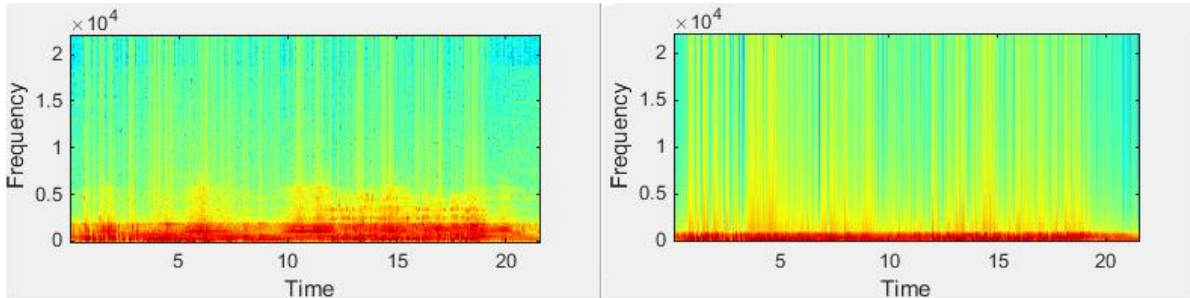


(A)

(B)

FIGURA 4-27 TRANSFORMADA DE FOURIER DE LA SEÑAL ORIGINAL1 (A) Y DE LA SEÑAL FILTRADA 1(B).

Se observa claramente que el espectro de frecuencias de la señal filtrada ha sido reducido. Esto implica que la señal se ha filtrado. Este análisis no muestra el comportamiento de la frecuencia con respecto al tiempo, por lo tanto se grafica el espectrograma de la ambas señales.



(A)

(B)

FIGURA 4-28 ESPECTROGRAMA DE LA SEÑAL ORIGINAL1 (A) Y DE LA SEÑAL FILTRADA 1 (DERECHA).

Se observa que la señal ha sido filtrada de las frecuencias altas en toda su duración. Además las frecuencias correspondientes a la señal de voz no han perdido energía. Entonces se considera que la señal ha sido filtrada satisfactoriamente.

Señal 2.

Emisora: Radiodifusión Argentina al exterior.

Frecuencia: 11.7 MHz.

País de origen: Buenos Aires, Argentina.

Potencia de transmisión: 500kW..

Idioma: Español.

Hora: 02:53 hrs.

Fecha: 14/06/15

Se carga la señal número 2 y se filtra con transformada Wavelet Symlet con un nivel de descomposición 5. Al cargar la señal original y graficarla en el dominio del tiempo y compararla con la señal filtrada graficada en el dominio del tiempo podemos observar diferencias en la forma de la onda. Los picos de la señal están más espaciados entre sí, lo que indica una menor saturación del sonido. Aun así es imposible saber que frecuencias han sido eliminadas.

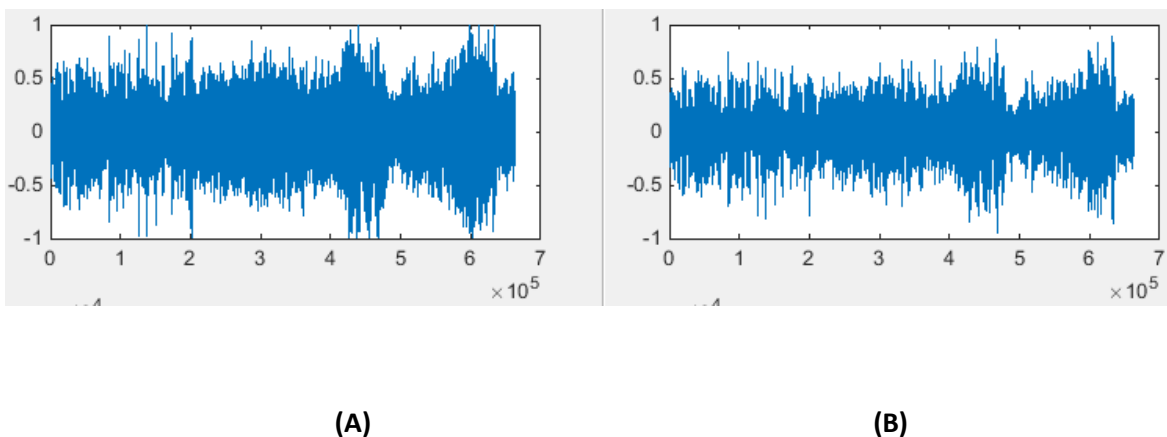


FIGURA 4-29 SEÑAL ORIGINAL 2 (A) Y SEÑAL FILTRADA 2 (B) EN EL DOMINIO DEL TIEMPO

Por lo tanto se calcula y grafica la transformada de Fourier de ambas señales. Aquí la diferencia entre ambas señales es notoria. En la señal filtrada vemos como las frecuencias superiores han sido anuladas, mientras que las bajas frecuencias no han sido afectadas. Esto indica que el ruido de altas frecuencias ha sido eliminado de la señal.

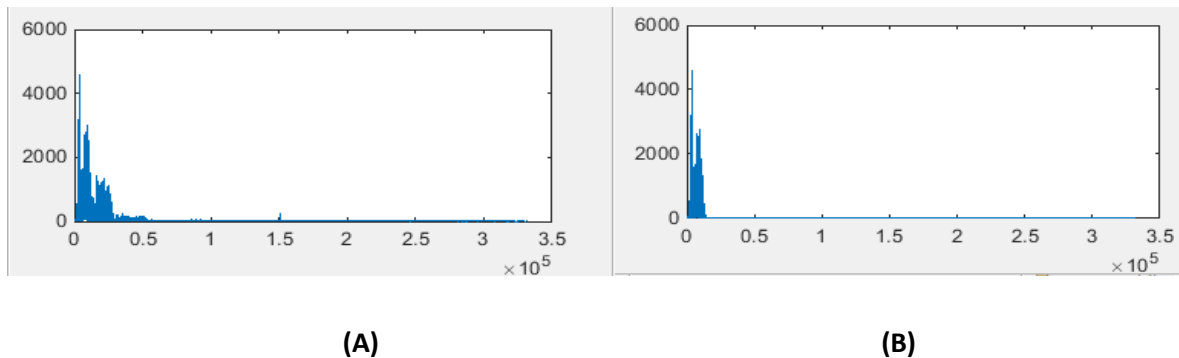


FIGURA 4-30 TRANSFORMADA DE FOURIER DE LA SEÑAL ORIGINAL 2 (A) Y DE LA SEÑAL FILTRADA 2 (B)

Un espectrograma de ambas señales nos ayuda a realizar un análisis tiempo-frecuencia en el cual se ve que la señal ha sido filtrada uniformemente a lo largo de todo el tiempo de la señal.

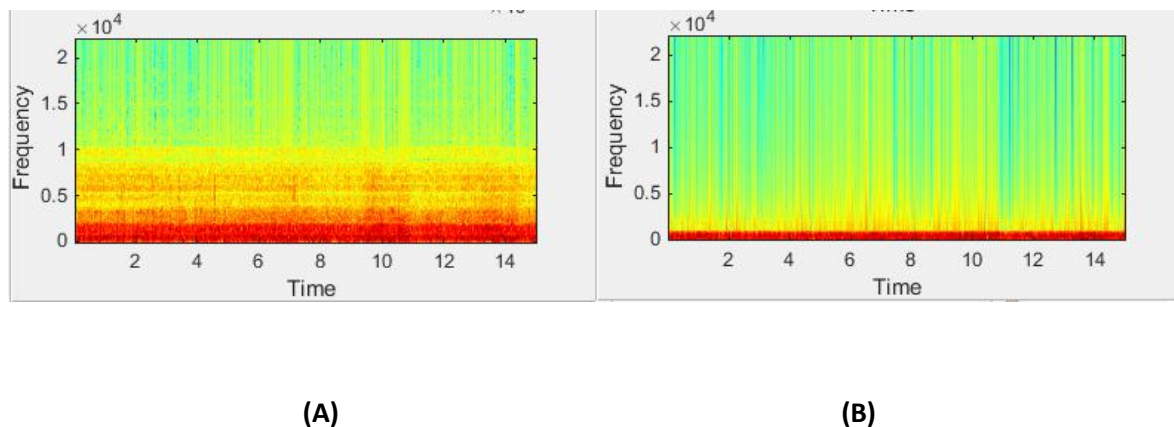


FIGURA 4-31 ESPECTROGRAMA DE LA SEÑAL ORIGINAL 2 (A) Y DE LA SEÑAL FILTRADA 2 (B)

A partir de las gráficas anteriores se observa que el ruido ha sido eliminado de manera satisfactoria

Señal 3.

Emisora: Radio San Antonio de Padua.

Frecuencia: 3.3 MHz.

País de origen: Arequipa, Perú.

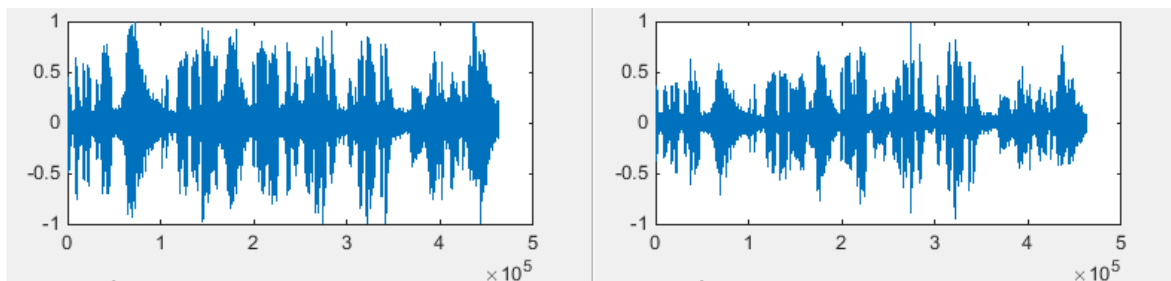
Potencia de transmisión: 500kW..

Idioma: Español.

Hora: 02:17 hrs.

Fecha: 14/06/15

Se carga la tercera señal a la GUI de Matlab y se filtra con transformada Wavelet Symlet y se utiliza el nivel de descomposición 5. Al graficar ambas señales, la original y la filtrada en el dominio del tiempo se observan diferencias tanto en su forma como en su amplitud.



(A)

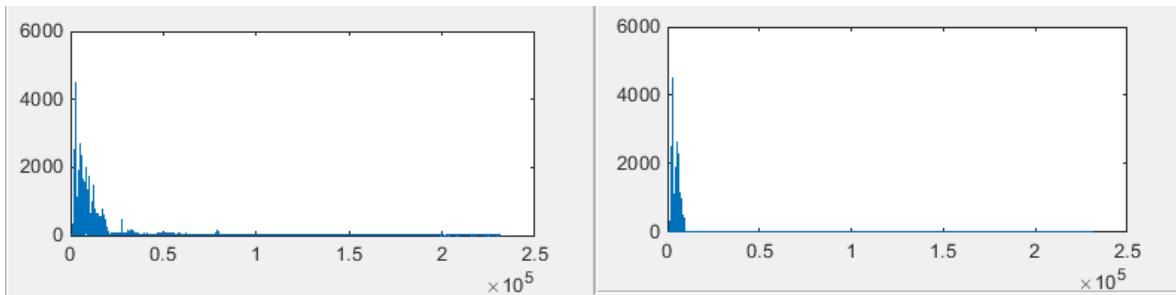
(B)

FIGURA 4-32 SEÑAL ORIGINAL 3 (A) Y SEÑAL FILTRADA 3 (B) EN EL DOMINIO DEL TIEMPO

Pero estos cambios no nos indican que frecuencias han sido modificadas, por lo que el análisis de Fourier es necesario.

Al aplicar la transformada de Fourier a ambas señales se observa como el espectro de frecuencias ha sido modificado, en particular se ha eliminado las frecuencias altas y hemos conservado las frecuencias que comprenden a la voz.

De esta forma, basta realizar un espectrograma a ambas señales para verificar que el filtrado ha sido uniforme a lo largo de toda la duración de la señal.



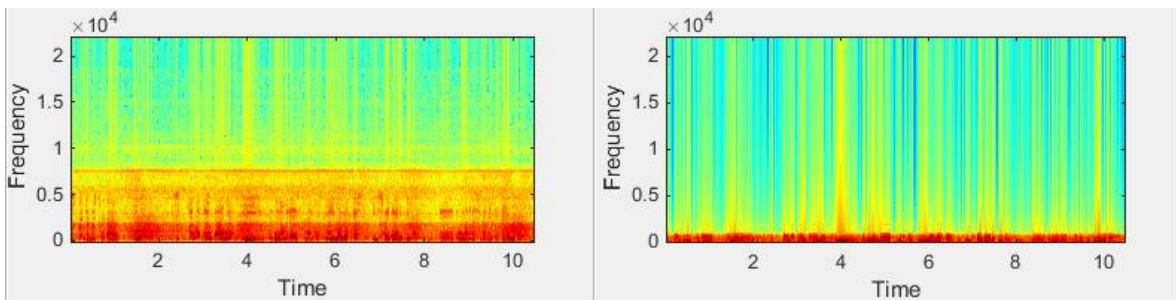
(A)

(B)

FIGURA 4-33

TRANSFORMADA DE FOURIER DE LA SEÑAL ORIGINAL 3 (A) Y DE LA SEÑAL FILTRADA 3 (B)

El espectrograma muestra un análisis tiempo-frecuencia que indica que la señal ha sido filtrada de manera uniforme.



(A)

(B)

FIGURA 4-34 ESPECTROGRAMA DE LA SEÑAL ORIGINAL 3 (A) Y DE LA SEÑAL FILTRADA 3 (B)

Por lo tanto podemos ver que la señal ha sido filtrada de manera satisfactoria.

Conclusiones

El uso de la transformada Wavelet resulto ser un método efectivo para el filtrado de señales de onda corta grabadas en audio debido a que descompone la señal en sub-funciones que representan diferentes intervalos de frecuencia que pueden ser selectivamente eliminados.

El grado de efectividad en el filtrado de una señal utilizando transformada Wavelet discreta depende de dos factores: El primero es el tipo de Wavelet que se utilice. Esto es, la función que genere la Wavelet influirá en la descomposición de la señal. Una Wavelet con discontinuidades generará funciones de aproximación poco detalladas en frecuencia, como la transformada Wavelet de Haar. Mientras que funciones continuas generan funciones de aproximación con buena resolución en frecuencia debido a la superposición de los elementos laterales.

El segundo factor es el nivel de descomposición que se utilice. Esto hace que al descomponer la señal en un número mayor de funciones, estas tendrán cada vez un espectro de frecuencia más reducido, haciendo que al eliminarlas se seleccione un rango de frecuencias con más resolución, haciendo el filtrado de la señal más selectivo en frecuencia que con niveles de descomposición menores.

La transformada Wavelet resulta superior al análisis de Fourier en el filtrado de señales de audio debido a la propiedad de analizar una señal en el dominio del tiempo y no en el de la frecuencia. En la transformada de Fourier, al analizar la señal con funciones globales, atenuando el espectro de frecuencias en un punto modifica toda la señal en el dominio del tiempo, con lo que reconstruir a partir de esa modificación nos daría una señal totalmente diferente a la original. Mientras que el análisis Wavelet discreto permite eliminar determinado intervalo de frecuencias sin modificar el resto del espectro, manteniendo la señal original sin cambios.

Conclusiones.

En la práctica, la transformada Symlet resultó ser la mejor opción para filtrar la señal. Las propiedades de simetría y de continuidad en la función que genera la Wavelet la hacen ideal para descomponer las señales en funciones con buena resolución en frecuencia.

El ruido en la señal de audio no es completamente anulado. Esto se debe a que hay componentes de la señal de ruido que se encuentran dentro del intervalo de frecuencias de la voz. Eliminar este ruido, significaría eliminar componentes fundamentales de la señal de voz, lo que provocaría que la información se pierda.

Se encontró que el nivel 4 y 5 de descomposición son ideales para filtrar señales de audio en donde se requiere recuperar la información de voz. En el nivel 4 se conservan todas las frecuencias del espectro de la voz, aunque el ruido es mayor al contener frecuencias arriba de los 4 kHz. En el nivel de descomposición 5 se elimina la mayoría del ruido, aunque sacrificando calidad en la señal de voz, al conservar solo la parte más baja del espectro de la señal de voz.

Bibliografía

- Albiol Colomber, A. (s.f.). *Tratamiento digital de la señal teoría y aplicaciones*. Valencia: Universidad Politécnica de Valencia .Servicio de publicación.
- Bernal Bermudez, J. (2000). *Reconocimiento de voz y fonética acústica* . Madrid ,España: RA_MA Editorial .
- Chan K., A., & Goswami C., J. (2011). *Fundamentals of Wavelet: Theory, Algorithms, and Applications*. Ed. Wiley.
- Couch W.II, L. (2008). *Sistemas de comunicación digitales y analógicos*. (Séptima Edición. ed.). PEARSON Prentice Hall.
- Debnath, L., & Mikusinski, P. (2005). *Introduction to Hilbert Spaces with Applications* (3 era. ed.). Ed. Wiley.
- Elizarraraz Martínez, D. (2005). *Introducción a la Transformada Wavelet Continua*. Ed. Reverte 1ra Edición.
- Iglesias Simón , P. (2002). *Post producción digital de sonido por computadora*. Madrid, España: RA-MA editorial.
- Oppenheim V, A. (1999). *Tratamiento de señal en tiempo discreto* (3 era ed.).
- Proakis, G, J. (2007). *Tratamiento digital de señales*. Madrid : Pearson educación ,S.A.
- Stremmer G., F. (1993). *Introducción a los sistemas de comunicación* (3 era ed.).
- Van Fleet, P. J. (2008). *Discrete Wavelet Transformations: An Elementary Approach with Applications*. Wiley.

Anexo

Código GUI de Matlab.

```
function varargout = Wavelet_denoise(varargin)
% Begin initialization code - DO NOT EDIT
gui_Singleton = 1;
gui_State = struct('gui_Name',       mfilename, ...
                  'gui_Singleton',  gui_Singleton, ...
                  'gui_OpeningFcn', @Wavelet_denoise_OpeningFcn, ...
                  'gui_OutputFcn', @Wavelet_denoise_OutputFcn, ...
                  'gui_LayoutFcn',  [], ...
                  'gui_Callback',   []);
if nargin && ischar(varargin{1})
    gui_State.gui_Callback = str2func(varargin{1});
end

if nargin
    [varargout{1:nargout}] = gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
else
    gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
end
% End initialization code - DO NOT EDIT

% --- Executes just before Wavelet_denoise is made visible.
function Wavelet_denoise_OpeningFcn(hObject, eventdata, handles,
varargin)
handles.output = hObject;

guidata(hObject, handles);

function varargout = Wavelet_denoise_OutputFcn(hObject, eventdata,
handles)

varargout{1} = handles.output;

function pushbutton1_Callback(hObject, eventdata, handles)
[FileName,PathName] = uigetfile('*.wav','Selecciona el archivo de
audio');
[X,fs]=audioread(FileName);
handles.X=X;
handles.fs=fs;
axes(handles.axes1);
plot(handles.X)
handles.output = hObject;
guidata(hObject,handles);
```

```

function edit1_Callback(hObject, eventdata, handles)

function edit1_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUiControlBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

function pushbutton2_Callback(hObject, eventdata, handles)
clear handles.fx
handles.fx=abs(fft(handles.X));
handles.fx=handles.fx(1:fix(length(handles.X))/2);
axes(handles.axes2);
plot(handles.fx);
handles.output = hObject;
guidata(hObject,handles);

function pushbutton3_Callback(hObject, eventdata, handles)
[Lo_D,Hi_D]=wfilters('sym14','d');
[Lo_R,Hi_R]=wfilters('sym14','r');
handles.LD=Lo_D;
handles.HD=Hi_D;
handles.LR=Lo_R;
handles.HR=Hi_R;
handles.HD=handles.HD*0.00;
[C,L] = wavedec(handles.X,handles.N,handles.LD,handles.HD);
handles.C=C;
handles.L=L;
handles.Xden = waverec(handles.C,handles.L,handles.LR,handles.HR);
axes(handles.axes1);
plot(handles.Xden);
handles.output = hObject;
guidata(hObject,handles);

function popupmenu1_Callback(hObject, eventdata, handles)

function popupmenu1_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUiControlBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

function pushbutton4_Callback(hObject, eventdata, handles)

function pushbutton5_Callback(hObject, eventdata, handles)
handles.OutFILE='filtrada.wav';
%handles.X=handles.X*10;
audiowrite(handles.OutFILE,handles.Xden,handles.fs)
guidata(hObject,handles);

```

```
function edit2_Callback(hObject, eventdata, handles)
handles.N=str2double(get(hObject,'String'))
```

```
guidata(hObject,handles);
```

```
function edit2_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUiControlBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end
```

```
function pushbutton6_Callback(hObject, eventdata, handles)
axes(handles.axes2);
specgram(handles.X,256,handles.fs,hamming(256),128);
```

```
handles.output = hObject;
guidata(hObject,handles);
```

```
function edit3_Callback(hObject, eventdata, handles)
handles.nombre=(get(hObject,'nombre'))
guidata(hObject,handles);
```

```
function edit3_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUiControlBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end
```

```
function pushbutton7_Callback(hObject, eventdata, handles)
clear handles.fx
handles.fx=abs(fft(handles.Xden));
handles.fx=handles.fx(1:fix(length(handles.X))/2);
axes(handles.axes3);
plot(handles.fx);
handles.output = hObject;
guidata(hObject,handles);
```

```
function pushbutton8_Callback(hObject, eventdata, handles)
axes(handles.axes3);
specgram(handles.Xden,256,handles.fs,hamming(256),128);
```

```
handles.output = hObject;
guidata(hObject,handle
```