



Instituto Politécnico Nacional

Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y
Eléctrica, Unidad Zacatenco

***“Evaluación de Algoritmos
para el Control del Tráfico
de Datos en el Nodo de
una Red de Jackson”***

Tesis que para obtener el grado de
Ingeniero en Control y Automatización
presenta

BEN-ONI SERVIN MORENO

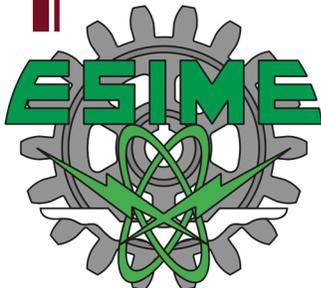
Asesores:

ING. JAIME GENARO MARTÍNEZ HURTADO

ING. JUAN IGNACIO LIMA VELASCO

ING. RUBÉN ALFONSO MÁRQUEZ MARTÍNEZ

Ciudad de México, Abril de 2016



“La Técnica al Servicio de la Patria”

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
UNIDAD PROFESIONAL “ADOLFO LÓPEZ MATEOS”

TEMA DE TESIS

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
POR LA OPCIÓN DE TITULACIÓN
DEBERÁ (N) DESARROLLAR**

**INGENIERO EN CONTROL Y AUTOMATIZACIÓN
TESIS Y EXAMEN ORAL INDIVIDUAL
C. BEN-ONI SERVIN MORENO**

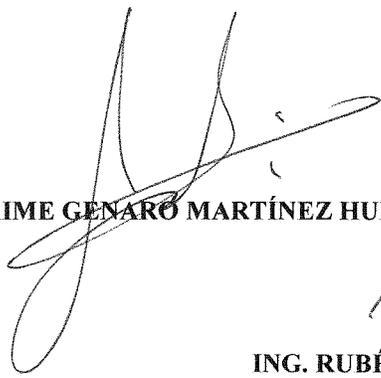
**“EVALUACIÓN DE ALGORITMOS PARA EL CONTROL DEL TRÁFICO DE DATOS EN EL
NODO DE UNA RED DE JACKSON”**

EVALUAR EL COMPORTAMIENTO DE ALGORITMOS PARA EL CONTROL DEL TRÁFICO DE VOZ Y DATOS DESARROLLADOS CON BASE EN LA TEORÍA DE JUEGOS, SOBRE EL MODELO MATEMÁTICO DE UN NODO CORRESPONDIENTE A UNA RED DE JACKSON PARA ASÍ SIMULAR LA GESTIÓN DE LOS ENLACES ENTRE LOS PARTICIPANTES DE LA RED.

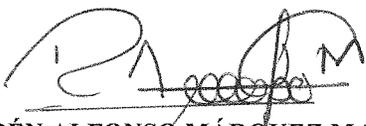
- INTRODUCCIÓN
- MODELO DEL SISTEMA M/M/1 CON SERVIDOR SINGULAR Y COLA INFINITA
- ALGORITMOS DE CONTROL BASADOS EN LA TEORÍA DE JUEGOS
- EXPERIMENTACIÓN
- CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO
- REFERENCIAS

CIUDAD DE MÉXICO A 30 DE MARZO DE 2016

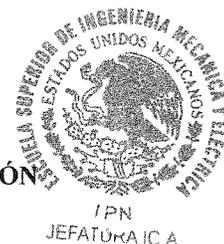
ASESORES


ING. JAIME GENARO MARTÍNEZ HURTADO


ING. JUAN IGNACIO LIMA VELASCO


ING. RUBÉN ALFONSO MÁRQUEZ MARTÍNEZ


**M. EN C. MIRIAM GÓMEZ ÁLVAREZ
JEFE DEL DEPARTAMENTO DE
INGENIERÍA EN CONTROL Y AUTOMATIZACIÓN**



*"Nos hacemos viejos y nos acostumbramos el uno al otro,
pensamos parecido, nos leemos la mente, sabemos que
quiere el otro sin preguntarlo; a veces nos irritamos un poco,
tal vez nos damos por sentado.*

*Pero hay ocasiones, de vez en cuando, como hoy que lo medito,
en que me doy cuenta de la suerte que tengo por
compartir mi vida con la mujer más extraordinaria que he
conocido; me fascinas y me inspiras, me influyes para mejorar.*

*Eres lo que deseo, la razón número uno
para mi existencia, te amo tanto. "*

A mi familia, por brindarme siempre su apoyo incondicional,
estar siempre conmigo, por su amor y sus consejos,
sin ellos no sería nada de lo poco que actualmente soy;
los quiero más que a nada: mama, papá y Tabita.

A mi súper amiga Gaby, gracias por ser la mejor,
estar conmigo en todo momento, cuidarme, apoyarme
y aconsejarme; gritando, renegando y riendo en
momentos buenos o malos.

Índice general

1. Introducción	V
1.1. Motivación	VI
1.2. Revisión Bibliográfica	VII
2. Modelado del Tráfico de Datos en una Red	1
2.1. Cadenas de Markov	2
2.2. Medidas de Desempeño en un Sistema de Colas	5
2.3. Características de la Cola M/M/1	8
2.4. Redes de Jackson	9
2.5. Obtención del Modelo	10
2.5.1. Características del Sistema	13
3. Evaluación de los Algoritmos de Control sobre el Modelo obtenido	19
3.1. Experimentación y Análisis de Resultados	21
4. Conclusiones y Trabajo Futuro	27

Capítulo 1

Introducción

Después de ya casi dos décadas de ininterrumpido crecimiento de las comunicaciones móviles, estamos en los albores de una nueva generación: la generación 4G, de la que el sistema LTE (Long Term Evolution) puede considerarse el primer eslabón en una supuesta trayectoria evolutiva iniciada en 2008 y que deberá concluir con el LTE-Advanced.

Son muchas las variantes que LTE introduce en relación a sistemas de comunicaciones móviles previos y que diversos autores como [9], [19], [20], [14], [6], [8], [18], [16] y [11] tuvieron ocasión de tratar, sin embargo son dos los aspectos relevantes que caben destacarse: 1) por primera vez todos los servicios incluida la voz, se soportan sobre el protocolo IP, y 2) las velocidades pico se sitúan dentro de rangos superiores a las conseguidas en los sistemas predecesores. Esperándose por lo anterior que finalmente se pueda romper de manera definitiva las barreras que impedían la consecución plena de una movilidad con capacidad multimedia. Lo anterior sería equivalente a afirmar que con la aparición de LTE los usuarios que lo deseen ya no tendrán que verse penalizados en su capacidad de comunicación por el hecho de ser móviles en lugar de fijos.

Por otro lado, mientras que el incremento del tráfico de voz supone un incremento de los ingresos del operador al facturarse por establecimiento de llamada y tiempo de ocupación de los recursos del sistema, en el caso del tráfico de datos se produce un desacople entre ambos asociado a la adopción de tarifas planas, siendo que el costo del despliegue y operación de las redes de comunicaciones móviles con la tecnología actual guarda cierta proporcionalidad con el volumen de tráfico a cursar, de manera que para preservar

un cierto margen de beneficio es necesario reducir diferentes componentes, constituyéndose así una de las principales motivaciones para el desarrollo del presente.

Durante el desarrollo de éste trabajo, se pretendió describir los principales componentes involucrados en el proceso de evolución y expansión de las redes de comunicaciones móviles, por lo que mediante una visión prospectiva se permite identificar algunos de los mismos en las tecnologías actualmente en uso, siendo posible afirmar entonces que se recoge la evolución de ciertos conceptos bien establecidos y consolidados sobre LTE.

En éste documento se presenta el modelo matemático del nodo correspondiente a una Red de Jackson, obtenido por medio de aplicar la Teoría de Colas para posteriormente llevar a cabo el control del tráfico de datos a través de él mediante los resultados que brindan algoritmos basados en la Teoría de Juegos; con lo anterior se comprobó la utilidad de dichos algoritmos, desarrollados inicialmente para tráfico vehicular, en la aplicación sobre redes de telecomunicaciones. La comprobación se llevó a cabo simulando un par de situaciones en contraste: cuando los flujos de entrada y salida son iguales en la red y cuando los ya mencionados parámetros tienen magnitudes distintas.

1.1. Motivación

Desde la perspectiva del usuario de un sistema de comunicaciones móviles, éste contrata el acceso a una serie de servicios con capacidad de movilidad y sobre una cierta extensión geográfica, a los que se asocia un cierto nivel de calidad cualitativo y/o cuantitativo; desde la perspectiva del operador de la red, éste debe realizar un ejercicio de dimensionamiento de la red con el fin de satisfacer la demanda agregada del conjunto de usuarios del sistema.

En años recientes el desarrollo de sistemas de cómputo rápidos y poderosos, unido a la creación de nuevas técnicas de control han cambiado la tendencia de los resultados respecto al problema de tráfico. El uso de herramientas estocásticas permite obtener mejores resultados debido a la naturaleza del problema, en algunas publicaciones como [24] se han utilizado modelos basados en las probabilidades de eventos que, con la ayuda de

computadoras permiten crear soluciones más complejas empleando cálculo numérico, otras alternativas han sido la lógica difusa y las redes neuronales [3] [5] [22]. El empleo de la teoría de conflictos y su sociedad con los procesos estocásticos van teniendo cada vez un mayor auge en el control y otros problemas que por su origen han encontrado buenos resultados con esta teoría.

Por todo lo anterior, la intención de éste trabajo es aportar la evaluación del comportamiento de algoritmos para el control del tráfico de voz y datos desarrollados con base en la Teoría de Juegos, sobre el modelo matemático de un nodo correspondiente a una Red de Jackson para así simular la gestión entre los participantes de una red LTE.

1.2. Revisión Bibliográfica

El estudio del problema de tráfico de datos ha tenido varias connotaciones entre las cuales se encuentra la asignación del tráfico en redes congestionadas resuelto mediante la estimación de matrices y calibración de parámetros [21], con descentralización de nodos [23] o por manipulación de modelos [10] pero todos ellos ocupan el control de tiempos fijos.

La aplicación de la Teoría de Juegos al problema de optimización de tráfico constituyó un hecho muy importante para poder relacionar así las propiedades de una red LTE con el modelo de una Red de Jackson propuesto inicialmente en [2] llevándonos así a emplear un método de simulación valiéndose de programación lineal. La mayor parte de éste trabajo está basado en los resultados obtenidos por [24] comparados con las propiedades descritas en [7]. Además, se revisaron los resultados de otras técnicas de control de tráfico en [15], [17] y [13].

Capítulo 2

Modelado del Tráfico de Datos en una Red

La teoría de tráfico consiste en la aplicación de modelos matemáticos para explicar la relación entre la capacidad de una red de comunicaciones, la demanda de servicio que los usuarios le imponen y el nivel de desempeño que puede alcanzar. Como dicha demanda es de naturaleza estadística, se suele representar mediante algún proceso estocástico adecuado, con lo que se constituyen diferentes modelos de tráfico. Así pues, dado un modelo particular, el desempeño de la red se podría predecir aplicando las herramientas adecuadas, proporcionadas principalmente por la teoría de procesos estocásticos y otros recursos matemáticos. Los resultados de dicho análisis de desempeño son los puntos de partida para el diseño de mecanismos de control de la red en aspectos tan variados como el control de admisión, el control de flujo, etc.

En redes modernas de comunicaciones, es importante poder encontrar relaciones entre el tráfico y el desempeño, con las cuales se pueda determinar qué tipos de garantías de servicio pueden ofrecerse; no es posible esperar que se puedan expresar de manera compacta, pero sí se debe ser capaz de encontrar procedimientos en los que se tengan en cuenta las características esenciales del tráfico que afectan significativamente las medidas de desempeño y en los que se ignoren las características irrelevantes.

Recientemente, a partir de las necesidades de prestar servicios integrados con una única estructura de red, el modelado de tráfico se ha convertido en una extensa área de investigación en la que el objetivo es desarrollar modelos que predigan el impacto de la carga impuesta por las diferentes

aplicaciones sobre los recursos de la red, de manera que se pueda evaluar la calidad del servicio ofrecida.

En este capítulo se hace un breve resumen de las propiedades de las Redes de Colas estudiadas mediante procesos relativos a Cadenas de Markov, para posteriormente obtener el modelo matemático del nodo de una Red LTE asemejado con las propiedades de un Nodo de Jackson.

2.1. Cadenas de Markov

Los procesos de Markov proporcionan medios flexibles, potentes y eficientes para la descripción y el análisis de las propiedades de un sistema dinámico; además, constituyen la teoría fundamental que subyace en el concepto de sistemas de colas, de hecho, ésta notación ha sido vista como una técnica de alto nivel para la especificación de procesos. Cada sistema de colas puede en principio ser proyectado sobre la instancia de un proceso de Markov y luego evaluado matemáticamente en términos del mismo. En el presente capítulo, los procesos de Markov servirán como un marco de referencia para demostrar la exactitud del modelo aplicado al análisis de sistemas de Colas.

Constituyen la subclase más importante de los procesos estocásticos, éstos últimos pueden considerarse como una generalización del concepto de variables aleatorias. En particular, cualquier proceso estocástico proporciona una relación entre los elementos de una familia formada por un número infinito de variables aleatorias, razón por la cual una serie de experimentos aleatorios puede tomarse en consideración y ser analizados como uno solo.

Definición 2.1 *Un proceso estocástico está definido como una familia de variables aleatorias $X_t : t \in T$ donde cada variable aleatoria X_t está indicado por el parámetro $t \in T$, el cual es usualmente llamado parámetro de tiempo si $t \in \mathbb{R}_+ = [0, \infty)$. El establecimiento de todos los posibles valores para X_t es conocido como el espacio de estados S del proceso estocástico.*

Definición 2.2 *El parámetro continuo del proceso estocástico puede ser caracterizado probabilísticamente por la función de distribución acumulativa $F_X(s, t)$ para variables aleatorias establecidas $\{X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_n}\}$, vector de parámetro $t = (t_1, t_2, \dots, t_n) \in \mathbb{R}^n$ y vector de estados $s = (s_1, s_2, \dots, s_n) \in$*

\mathbb{R}^n , donde $t_1 < t_2 < \dots < t_n$:

$$F_X(s, t) = P(X_{t_1} \leq s_1, X_{t_2} \leq s_2, \dots, X_{t_n} \leq s_n) \quad (2.1)$$

La función de probabilidad de densidad

$$f_X(s, t) = \frac{\partial^n F_X(s, t)}{\partial s_1 \partial s_2 \dots \partial s_n}$$

está correspondientemente definida si las derivadas parciales existen.

Definición 2.3 Un proceso estocástico $X_t : t \in T$ constituye un proceso de Markov si para todo $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_n < t_{n+1}$ y todo $s_i \in S$ la función de distribución acumulativa condicional de $X_{t_{n+1}}$ depende solo del último valor anterior de X_{t_n} y no de los valores anteriores $X_{t_0}, X_{t_1}, \dots, X_{t_{n-1}}$:

$$P(X_{t_{n+1}} \leq s_{n+1} | X_{t_n} = s_n, X_{t_{n-1}} = s_{n-1}, \dots, X_{t_0} = s_0) = P(X_{t_{n+1}} \leq s_{n+1} | X_{t_n} = s_n) \quad (2.2)$$

La definición general 2.3 se puede adoptar para casos especiales, en particular, nos centraremos en espacios de estados discretos y procesos de Markov en tiempo continuo. A menudo es suficiente considerar sistemas con tiempo independiente, es decir, homogéneos con patrón de comportamiento dinámico; téngase en cuenta que la dinámica del sistema en tiempo homogéneo puede ser discriminado del comportamiento del sistema estacionario, por referirse el primero a la estacionalidad del condicional de la función de distribución acumulativa mientras que el segundo se refiere a la estacionalidad de la propia función de distribución acumulativa.

Definición 2.4 Al permitir que $t_0 = 0$ sin pérdida de generalidad, un proceso de Markov será homogéneo en el tiempo si el condicional de la función de distribución acumulativa no depende del tiempo de observación, es decir, es invariante con respecto a la parte temporal t_n :

$$P(X_{t_{n+1}} \leq s_{n+1} | X_{t_n} = s_n) = P(X_{t_{n+1}-t_0} \leq s_{n+1} | X_0 = s_n) \quad (2.3)$$

La ecuación (2.2) describe la propiedad más conocida de Markov, que puede ser interpretada en el sentido de que toda la historia de una Cadena de Markov se resume en el actual estado X_{t_n} . De manera equivalente teniendo

en cuenta los estados presentes, los estados futuros serán condicionalmente independientes de los estados pasados; es necesario tener en cuenta que dicha propiedad no impide que la distribución condicional dependa de la variable de tiempo t_n .

Cadenas de Markov de Parámetros Discretos

Se considera primeramente un espacio de estados S discreto, finito y numerable así como un espacio de parámetros discretos T . Por razones de conveniencia se propone que $T \subseteq \mathbb{N}_0$. La función de probabilidad condicional refleja la propiedad de las Cadenas de Markov con parámetros discretos, que se resume en la siguiente definición:

Definición 2.5 *Un proceso estocástico $\{X_0, X_1, \dots, X_{n+1}, \dots\}$ dado en los puntos de observación $0, 1, \dots, n+1, \dots$ constituye una Cadena de Markov si la siguiente relación en la función de probabilidad condicional se cumple para todo $n \in \mathbb{N}_0$ y todo $s_1 \in S$.*

$$P(X_{t_{n+1}} \leq s_{n+1} | X_{t_n} = s_n, X_{t_{n-1}} = s_{n-1} \dots, X_{t_0} = s_0) = P(X_{t_{n+1}} \leq s_{n+1} | X_{t_n} = s_n) \quad (2.4)$$

A partir del estado i , la Cadena de Markov pasará a un estado j (incluyendo la probabilidad de que $j = i$), por lo que es posible deducir que $\sum_j p_{ij} = 1$ donde $0 \leq p_{ij} \leq 1$. Las probabilidades de transición p_{ij} de un estado usualmente se resumen en una matriz de transición \mathbf{P} positiva y estocástica:

$$\mathbf{P} = P^{(1)} = [p_{ij}] = \begin{pmatrix} p_{00} & p_{01} & p_{02} & \dots \\ p_{10} & p_{11} & p_{12} & \dots \\ p_{20} & p_{21} & p_{22} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

Gráficamente, una Cadena de Markov de estados finitos está representada por un diagrama de estados de transición (también definido como diagrama de estado), que es un gráfico dirigido finito, donde el estado i de

la cadena se representa por un vértice, y la transición de un solo paso del estado i al estado j por un borde marcado con la probabilidad de transición p_{ij} .

Definición 2.6 *Las probabilidades de estado ($v = v_0, v_1, \dots, v_i, \dots$) correspondientes a una Cadena de Markov son estacionarios si ninguna transición subyacente de la misma y de acuerdo con las probabilidades de transición de un paso $P = p_{ij}$ tiene efecto sobre esas probabilidades de estado, es decir, $v_j = \sum_{i \in S} v_i p_{ij}$ se cumple para todos los estados. Ésta relación también puede expresarse en forma matricial:*

$$v = vP, \quad \sum_{i \in S} v_i = 1 \quad (2.6)$$

teniendo en cuenta que para una Cadena de Markov sin restricciones puede existir más de una función de probabilidad condicional.

Definición 2.7 *Cualquier estado j es accesible desde cualquier otro estado i , donde $i, j \in S$, si es posible el tránsito del estado i al estado j en n número finito de pasos de acuerdo con la matriz de probabilidad de transición dada. Para algún entero $n \geq 1$ la siguiente relación debe seguirse para la probabilidad de transición en n pasos:*

$$P_{ij}^{(n)} > 0, \quad \forall n, n \geq 1 \quad (2.7)$$

Definición 2.8 *Sea f_i^n , llamada probabilidad de recurrencia en n pasos, que denota la probabilidad condicional de la primera vuelta al estado $i \in S$ en exactamente $n \geq 1$ pasos después de haber abandonado el estado i . Entonces, la probabilidad f_i de nunca volver al estado i está dada por:*

$$f_i = \sum_{n=1}^{\infty} f_i^{(n)} \quad (2.8)$$

2.2. Medidas de Desempeño en un Sistema de Colas

Los diferentes tipos de colas se analizan matemáticamente para determinar las medidas de desempeño del sistema; debido a que un modelo de cola representa a una sistema dinámico, las medidas de rendimiento varían

con el tiempo. Normalmente, se está satisfecho con los resultados en estado estacionario, es decir, cuando el comportamiento transitorio ha terminado, el sistema se ha estabilizado y los valores de las medidas de rendimiento son independientes del tiempo, es entonces cuando se dice que el sistema está en equilibrio estático, es decir, la velocidad a la que los trabajos entran es igual a la velocidad a la que los trabajos salen del mismo..

Es necesario también recordar que la generación y solución de las grandes Cadenas de Markov pueden automatizarse a través de redes de recompensa estáticos.

Probabilidad del Número de Trabajos en el Sistema π_k

A menudo es posible describir el comportamiento de un sistema de Colas por medio del vector de probabilidad del número de puestos de trabajo en el sistema. Los valores medios de la mayoría de las otras medidas de rendimiento se pueden deducir de π_k :

$$\pi_k = P[\text{hay } k \text{ trabajos en el sistema}] \quad (2.9)$$

Utilización ρ

Si el sistema de colas consiste en un único servidor, entonces, la utilización ρ es la fracción del tiempo en que el servidor esta ocupado. En caso de no haber límite en el número de puestos de trabajo en la cola de servicio único, la utilización de los servidores está dada por:

$$\rho = \frac{\text{tasa de arrivo}}{\text{tasa de servicio}} = \frac{\lambda}{\mu} \quad (2.10)$$

La utilización de una estación de servicio con servidores múltiples es la fracción medida de los servidores activos. Ya que $m\mu$ es la tasa de servicio en general, se tiene

$$\rho = \frac{\lambda}{m\mu} \quad (2.11)$$

y ρ podría ser utilizado para formular la condición del comportamiento estacionario mencionado inicialmente. La condición de estabilidad es

$$\rho < 1 \quad (2.12)$$

es decir, en promedio, el número de puestos trabajos que llegan por unidad de tiempo debe ser menor que el número de puestos de trabajo que pueden ser procesados. Todos los resultados anteriores sólo se aplican a sistemas estables.

Rendimiento λ

El rendimiento de un sistema de gestión de Colas primario se define como la medida del número de puestos de trabajo cuyo procesamiento se completa con una única unidad de tiempo, es decir, la tasa de salida. Puesto que la velocidad de salida es igual a la tasa de llegada λ para un sistema de Colas en equilibrio estático, el rendimiento está dado por

$$\lambda = m \rho \mu \quad (2.13)$$

Nótese que en el caso de un sistema de Colas infinito, el rendimiento puede ser diferente de la tasa de llegada externa.

Tiempo de Respuesta T

También conocido como tiempo de permanencia, es el tiempo total que un trabajo pasa en el sistema de Colas.

Tiempo de Espera W

Es el tiempo que pasa un trabajo en una Cola de espera para ser atendido, por lo tanto, se tiene:

$$\text{Tiempo de Respuesta} = \text{tiempo de espera} + \text{tiempo de servicio}$$

Ya que W y T usualmente son números al azar, se calcula su media. Entonces:

$$\bar{T} = \bar{W} + \frac{1}{\mu} \quad (2.14)$$

Las funciones de distribución del tiempo de espera $F_W(x)$ y el tiempo de respuesta $F_T(x)$ en ocasiones también son requeridas.

Longitud de la Cola Q

Es el número de trabajos en la Cola.

Número de Trabajos en el Sistema K

Está representado por K , entonces

$$\bar{K} = \sum_{k=1}^{\infty} k \pi_k \quad (2.15)$$

El número medio de trabajos en el sistema de Colas \bar{K} y la longitud media de la cola \bar{Q} se pueden calcular valiéndose de uno de los teoremas más importantes de la Teoría de Colas:

Definición 2.9 *Teorema de Little:*

$$\bar{K} = \lambda \bar{T} \quad (2.16)$$

y

$$\bar{Q} = \lambda \bar{W} \quad (2.17)$$

2.3. Características de la Cola M/M/1

Tomando en cuenta que en este caso, el proceso de llegada es un proceso de Poisson, los tiempos de servicio se distribuyen de manera exponencial y no hay un único servidor; el sistema puede ser modelado como un proceso de nacimiento-muerte con tasa de nacimiento (tasa de llegada) λ y una tasa de mortalidad (tasa de servicio) constante μ . Suponiendo que $\lambda < \mu$ entonces la subyacente Cadena de Markov en tiempo continuo es engórdica y por lo

tanto el sistema de Colas es estable. Se obtiene la probabilidad del estado estacionario en que el sistema se vacía:

$$\pi_0 = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^{\infty} \prod_{i=0}^{k-1} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)} = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k}$$

que puede simplificarse a

$$\pi_0 = \frac{1}{1 + \frac{\frac{\lambda}{\mu}}{1 - \frac{\lambda}{\mu}}} = 1 - \frac{\lambda}{\mu}$$

Para la probabilidad de estado estacionario en que haya k puestos en el sistema, se obtiene:

$$\pi_k = \pi_0 \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \quad k \geq 0$$

$$\pi_k = \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right) \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k$$

o con la utilización $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ se obtiene

$$\pi_0 = 1 - \rho \tag{2.18}$$

y

$$\pi_k = (1 - \rho) \rho^k \tag{2.19}$$

2.4. Redes de Jackson

El avance en el análisis de redes de Colas se logró examinando Colas abiertas y soluciones de productos de la manera en que se encontraban. Las redes examinadas cumplieron siempre con los siguientes supuestos:

1. Solo hay una clase de trabajos en la red.
2. El número total de puestos de trabajo en la red es limitado.

3. Cada uno de los N nodos de la red puede tener arribos de Poisson de fuera. Un trabajo puede salir de la red desde cualquier nodo.
4. Todos los tiempos de servicio se distribuyen exponencialmente.
5. La disciplina de servicio en todos los nodos es "first-come, first-served".
6. EL i -ésimo nodo se compone de $m_i \geq 1$ estaciones de servicio idénticas con tasas de servicio μ_i , $i = 1, \dots, N$. Las tasas de llegada λ_{0_i} así como las tasas de servicio pueden depender del número k de trabajos en el nodo. En ése caso, se tendrían tasas de servicio y tasas de arribo dependientes de la carga.

Una estación de servicio con más de un servidor y una tasa de servicio μ_i constante es equivalente a una estación de servicio con exactamente un servidor y tasas de servicio dependientes:

$$\mu_i(k) = \begin{cases} k_i \mu_i & , \quad k_i \leq m_i \\ m_i \mu_i & , \quad k_i \geq m_i \end{cases} \quad (2.20)$$

2.5. Obtención del Modelo

Considerando el sistema que consiste en un solo servidor, similar al mostrado en la Figura 2.1, el cual brinda servicio a un flujo de paquetes de datos determinado, de conformidad con las siguientes suposiciones:

- Si no está ocupado, el servidor se encuentra disponible para cualquier paquete de datos arbitrario.
- Los paquetes de datos que arriban producen un flujo de Poisson con intensidad λ .
- El tiempo de servicio se encuentra determinado por una distribución exponencial con parámetro μ (intensidad de la corriente de los paquetes de datos).

- Un paquete de datos no admitido en el servidor espera en la Cola bajo la disciplina FIFO (el primero en entrar es el primero en salir); puesto que la cola es infinita, un número infinito de paquetes de datos puede esperar por un servicio en la misma.

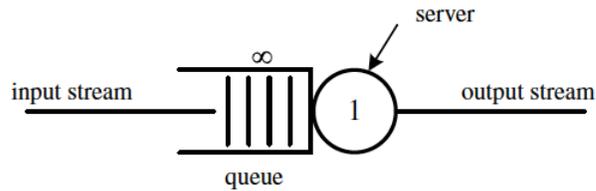


Figura 2.1: Sistema de Colas M/M/1.

Las hipótesis presentadas definen el proceso mostrado en la Figura 2.1, donde los estados del sistema se determinan en función del número de paquetes de datos en espera para el servicio y los que son atendidos:

- estado 0 – el servidor está libre.
- estado 1 – el servidor está ocupado (un paquete de datos se encuentra siendo atendido) y sin paquetes esperando en la Cola.
- estado 2 – un paquete de datos es atendido mientras uno espera en la Cola.
- estado n – un paquete de datos es atendido y $n - 1$ paquetes esperan en la Cola.

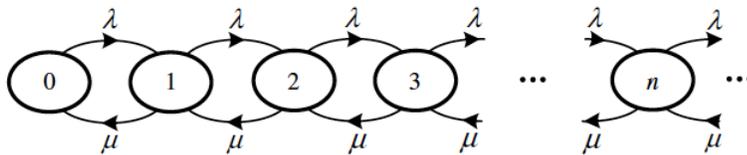


Figura 2.2: Proceso de Equilibrio de Markov en el sistema M/M/1.

El diagrama de la Figura 2.2 presenta el proceso de nacimiento y muerte, por lo que para determinar la distribución de ocupación es posible valerse directamente de las ecuaciones de estado, lo que para el sistema considerado tiene la forma:

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda [P_0]_{\infty} = \mu [P_1]_{\infty} \\ \lambda [P_1]_{\infty} = \mu [P_2]_{\infty} \\ \dots \\ \lambda [P_{n-1}]_{\infty} = \mu [P_n]_{\infty} \\ \dots \\ \sum_{k=0}^{\infty} [P_k]_{\infty} = 1 \end{array} \right. \quad (2.21)$$

La solución de sistemas como (2.21) viene dada por la aplicación de las ecuaciones planteadas por [7] para el proceso de nacimiento y muerte generalizado. En el caso actual se tiene

$$[P_k]_{\infty} = A^k [P_0]_{\infty} \quad (2.22)$$

$$[P_0]_{\infty} = \left[1 + A + A^2 + \dots + A^k + \dots \right]^{-1} \quad (2.23)$$

donde A es el promedio de tráfico de datos ofrecido por el sistema:

$$A = \frac{\lambda}{\mu} \quad (2.24)$$

Nótese que la suma en la ecuación (2.23) es la suma de una serie geométrica, que para $A < 1$ es convergente, por lo que la ecuación (2.22) se puede escribir de la forma

$$[P_0]_{\infty} = \left[1 + A + A^2 + \dots + A^k + \dots \right]^{-1} = \left[\frac{1}{1-A} \right]^{-1} = 1 - A \quad (2.25)$$

entonces

$$[P_0]_{\infty} = A^k [P_0]_{\infty} = A^k (1 - A) \quad (2.26)$$

De acuerdo con la definición de la intensidad de tráfico propuesta por [7], el valor de $A = 1$ significa que dentro del intervalo de tiempo igual al tiempo de servicio promedio para un paquete de datos, un paquete de datos llegará al sistema.

Además, el sistema puede ofrecer dicho tipo de tráfico solo cuando el flujo de datos ofrecido sea regular y mientras el tiempo de servicio sea constante e igual a los intervalos de tiempo entre los paquetes de datos siguientes. En un sistema ideal tal, la Cola se encontrará vacía mientras que la estación se servicio siempre estará ocupada.

2.5.1. Características del Sistema

A continuación se determinan las características más importantes de tráfico de datos tanto para el conjunto del sistema y la Cola relacionada con el mismo.

Cantidad promedio de Paquetes de Datos presentes en el Sistema

Tomando en consideración la ecuación (2.26), puede ser determinado como el valor esperado de la variable discreta

$$L = \sum_{k=1}^{\infty} k [P_k]_{\infty} = \sum_{k=1}^{\infty} k A^k (1 - A) = A(1 - A) \sum_{k=1}^{\infty} k A^{k-1} \quad (2.27)$$

La suma en la ecuación (2.27) está indicado a partir de $k = 1$, dado que el componente para $k = 0$ es igual a cero. Nótese ahora que la expresión kA^{k-1} bajo el signo de sumatoria en la ecuación (2.27) es una derivada respecto a A de A^k . Teniendo en cuenta éso, la ecuación (2.27) puede reescribirse de la siguiente manera:

$$L = A(1 - A) \sum_{k=1}^{\infty} k A^{k-1} = A(1 - A) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{d}{dA} [A^k] \quad (2.28)$$

Cambiando de lugar las operaciones de sumatoria y diferenciación en la ecuación (2.28) se obtiene:

$$L = A(1 - A) \frac{d \left[\sum_{k=1}^{\infty} A^k \right]}{dA} \quad (2.29)$$

Dado que en la ecuación (2.29) hay una serie geométrica bajo el signo de sumatoria, entonces es posible escribir que

$$\frac{d \left[\sum_{k=1}^{\infty} A^k \right]}{dA} = \frac{d \left[\frac{A}{1 - A} \right]}{dA} = \frac{1}{(1 - A)^2} \quad (2.30)$$

Sustituyendo el resultado (2.30) en la ecuación (2.29), se obtiene finalmente la fórmula que define el promedio de paquetes presentes en el sistema como

$$L = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} \quad (2.31)$$

Analizando (2.31) se observa que el promedio de paquetes en el sistema tiende hacia el infinito cuando la intensidad del tráfico de datos tiende hacia la unidad.

Varianza de la cantidad promedio de Paquetes de Datos en el Sistema

Se obtiene de acuerdo con la fórmula respectiva aplicada a la variable aleatoria discreta correspondiente:

$$\begin{aligned} \sigma_L^2 &= \sum_{k=1}^{\infty} k^2 [P_k]_{\infty} L^2 = \sum_{k=1}^{\infty} k^2 (1 - A) A^k - L^2 \\ &= (1 - A) A \sum_{k=1}^{\infty} k^2 A^{k-1} - L^2 \end{aligned} \quad (2.32)$$

Transformando la sumatoria de (2.32):

$$\begin{aligned}
 \sum_{k=1}^{\infty} k^2 A^{k-1} &= \sum_{k=1}^{\infty} k \frac{d[A^k]}{dA} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{d[kA^k]}{dA} = \frac{d\left[\sum_{k=1}^{\infty} kA^k\right]}{dA} \\
 &= \frac{d\left[A(1-A)^{-2}\right]}{dA} = \frac{1+A}{(1-A)^3} \tag{2.33}
 \end{aligned}$$

Sustituyendo L definido en (2.31) y el resultado de la transformación (2.33) en la ecuación (2.32) se obtiene:

$$\sigma_L^2 = \frac{\lambda}{1-\lambda^2} \tag{2.34}$$

Promedio del Tiempo de Espera de un Paquete de Datos en el Sistema

Conociendo el promedio de paquetes de datos en el sistema expresado en la ecuación (2.31) y mediante la aplicación de la primer Ley de Little es posible determinar el tiempo promedio W que un paquete de datos permanece en el sistema:

$$W = \frac{1}{\mu - \lambda} \tag{2.35}$$

Cantidad Promedio de Paquetes de Datos en la Cola

Razonando que el número de paquetes de datos es igual a la diferencia entre el número de paquetes de datos en el sistema y el número de paquetes de datos que son atendidos en cierto instante. Lo anterior significa que con base en el teorema de los valores medios, el promedio de paquetes de datos en la Cola Q también es igual a la diferencia entre el promedio de la cantidad de paquetes de datos en el sistema L y el valor promedio Y de paquetes de datos que son atendidos, esto es:

$$Q = L - Y \tag{2.36}$$

El número de paquetes de datos atendidos puede ser igual a la unidad (si está ocupado en servidor) o a cero (si el servidor no está ocupado). Así, el valor promedio de la variable aleatoria Y es igual a la probabilidad de ocupación del servidor, equivalente a la vez a la unidad menos la probabilidad de un evento en el cual no esté ocupada la estación de servicio, lo cual sobre la base de (2.26) puede representarse como:

$$Y = 1 - [P_0]_{\infty} = A \quad (2.37)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.31) y (2.37) en (2.36) se obtiene el valor medio de paquetes de datos en la Cola:

$$Q = \frac{A}{1 - A} = \frac{A^2}{1 - A} = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} \quad (2.38)$$

Tiempo Promedio de Espera en la Cola

Es posible determinarlo tomando como base la segunda Ley de Little, esto es:

$$T = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} \quad (2.39)$$

Probabilidad de Cola

Se vuelve una cuestión importante el cálculo de la probabilidad de Cola, es decir, la probabilidad de que el número de paquetes de datos en la cola sea mayor que el requerido. A menudo sucede en cálculos de ingeniería que el sistema de Colas sea aproximado con la ayuda del modelo M/M/1 a pesar de la limitación a un valor finito de posibles paquetes de datos en el sistema. Un tamaño de Cola limitado provoca que, al llegar un paquete de datos al sistema totalmente ocupado, proceda a perderse.

La probabilidad de que se produzca la pérdida de un paquete de datos puede ser interpretada como la probabilidad de la ocurrencia de un estado

de ocupación definido, o sea, que en el sistema existan más de k paquetes de datos, ésto es:

$$\begin{aligned} P_r [N > k] &= 1 - P_r [N \leq k] = 1 - \sum_{v=0}^k P [P_v]_{\infty} \\ &= 1 - [P_0]_{\infty} \frac{1 - A^{k+1}}{1 - A} = A^{k+1} \end{aligned} \quad (2.40)$$

Capítulo 3

Evaluación de los Algoritmos de Control sobre el Modelo obtenido

A continuación se retoman los resultados obtenidos con base en [24] para encontrar la solución del problema planteado.

Asumiendo que el flujo de entrada al sistema es un Proceso de Poisson con parámetro λ , cada estrategia de control define un matriz de transición $\Pi_{ji}^{u_i}$ para la Cadena de Markov controlada, que puede expresarse como

$$\Pi_{ji}^{u_1} = \delta_{i,x} + \left(1 - \sum_{s=0}^{x^+-j} \frac{e^{-\lambda} \lambda^s}{s!} \right) + \sum_{s=0}^{i^+-j} \frac{e^{-\lambda} \lambda^s}{s!} \chi(s \geq 0) \left(\sum_{s=0}^{x^+-j} \frac{e^{-\lambda} \lambda^s}{s!} \right) \quad (3.1)$$

correspondiente al proceso de espera, y

$$\Pi_{ji}^{u_2} = \delta_{x,i} + \left[1 - \sum_{k=0}^{x^+} \frac{e^{-\lambda} \lambda^{(x^+-j+k)}}{(x^+ - j + k)!} \right] + \sum_{k=0}^{x^+} \left\{ \frac{e^{-\lambda} \lambda^{i-j+k}}{(i - j + k)!} P_{v_t=k} \left[\sum_{s=k-j}^{x^++k-j} \frac{e^{-\lambda} \lambda^s}{s!} \chi(s \geq 0) \right] \right\} \quad (3.2)$$

para el proceso de paso.

El conflicto aparece cuando cada jugador quiere minimizar su "pago" (tiempo de espera en la Cola) dentro de las restricciones asociadas, desde

luego, ambos objetivos están en conflicto, lo cual es posible resolver mediante el equilibrio de Nash.

En [24] se considera el caso de dos jugadores con el mismo promedio de flujo, la función de pago generalizada para cada jugador depende entonces de las estrategias para los otros jugadores, es decir:

$$V_{\delta}^{(1)}(c) = \sum_{i_1=1}^n \sum_{i_2=1}^n \sum_{k_1=1}^2 \sum_{k_2=2}^2 i_1 c_{i_1}^{k_1} c_{i_2}^{k_2} + \frac{\delta}{2} |c^{k_1}|^2 \quad (3.3)$$

y

$$V_{\delta}^{(2)}(c) = \sum_{i_1=1}^n \sum_{i_2=1}^n \sum_{k_1=1}^2 \sum_{k_2=2}^2 i_2 c_{i_1}^{k_1} c_{i_2}^{k_2} + \frac{\delta}{2} |c^{k_2}|^2 \quad (3.4)$$

Dentro de la experimentación, se proponen flujos promedio iguales para ambos jugadores, lo cual significa que las matrices de transición son idénticas.

Bajo dichas condiciones, y puesto que la capacidad de amortiguación es $x^+ = n$, la solución del problema de programación lineal para la función de pagos (3.3) y (3.4) exporta como resultado el tiempo fraccionado a manera de una matriz cuadrada n con valores

$$r_1 = \begin{pmatrix} d_{i_1}^1 & d_{i_1}^2 \\ d_{i_2}^1 & d_{i_2}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

La expresión (3.5) es el Punto de Equilibrio de Nash para dos jugadores idénticos, es decir, tomando en cuenta la igualdad de la matriz de transición, se asigna el mismo tiempo a cada participante. Este resultado sirve como referencia para las intersecciones con actores desiguales, es decir, con diferentes flujos de entrada/salida.

Ahora bien, a fin de llevar a cabo el estudio de dicho caso, se propone el análisis cuando $\lambda_1 = 7$, $\mu_1 = 4$ para un jugador y $\lambda_2 = 6$, $\mu_2 = 7$ para el otro, siendo la solución de programación lineal obtenida la siguiente:

$$r_1 = \begin{pmatrix} d_{i_1}^1 & d_{i_1}^2 \\ d_{i_2}^1 & d_{i_2}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.1571 & 0.8429 \\ 0.8429 & 0.1571 \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

Ése resultado podía ser esperado, ya que el primer segmento tiene una mayor carga (teniendo un mayor flujo de entrada y un flujo de salida bajo) respecto al segundo segmento, que tiene menor carga.

3.1. Experimentación y Análisis de Resultados

La experimentación se realiza implementando los algoritmos de control sobre una red que transmite paquetes de datos, para ello primeramente es necesario recordar que el aumento constante del número de abonados a sistemas de telecomunicaciones móviles en los últimos días han dado lugar a elaborar un nuevo sistema de telefonía móvil que satisfaga las necesidades de los suscriptores. La Unión Internacional de Telecomunicaciones ha respondido mediante la definición de los requisitos para un sistema que pasa a formar la tercer generación del proyecto 4G, conocido también como *Long Term Evolution (LTE)*.

Cuando se propuso la arquitectura del sistema LTE se definió que tendría que satisfacer incluso los requisitos más altos en relación con el retardo de transmisión de la señal; por lo tanto, en el presente es posible resumir las características descritas por [8], [6] y [9] mediante el diagrama de red presentado en la Figura 3.1.

Con base en lo descrito por [2] es posible definir una red de Colas que consista en varias estaciones de servicio con un gran número de recursos, incluso si los modelos constan de una sola estación de servicio, tal y como se mostró en la Figura 3.1.

En una red de puesta en Cola donde al menos dos estaciones de servicio están conectados el uno con el otro, tal es el caso de lo analizado en el presente trabajo, un nodo representa una unidad de recurso en el sistema real; dicho de otra manera, un paquete de datos puede ser transferido entre dos nodos cualesquiera de la red e incluso ser devuelto hacia aquel nodo del que salió.

Por lo anterior resulta correcto simular el comportamiento de los algoritmos desarrollados por [24] sobre los modelos planteados y conformados

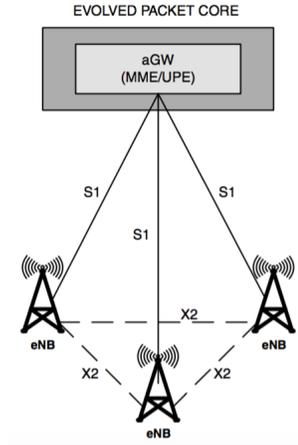


Figura 3.1: Arquitectura de la Red LTE.

a manera de una Red de Colas de Jackson, también denominada *abierta* ya que de esa manera los paquetes de datos podrían llegar desde el exterior a la red en cada nodo y también salir de la misma desde cualquier nodo.

Mathematica en su versión 10 ejecuta la simulación con algunos paquetes pre cargados cuyo principal característica es llevar a cabo el análisis de redes de Jackson, siendo los resultados contrastantes en cada caso; posteriormente se calculan los parámetros de desempeño correspondientes al Sistema M/M/1 planteado.

El programa de [1] representa el proceso de una red abierta con un vector de arribo λ , una matriz de probabilidad de enrutamiento r , un vector de servicio μ y un vector de canal de servicios c ; éste último será tomado como $c = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ puesto que no existe preferencia alguna dentro del conflicto de los paquetes de datos que ingresan a la red, es decir, no existe líder dentro del conflicto en cuestión.

Las condiciones de operación de la solución computacional utilizada son los siguientes:

- Es un proceso de tiempo continuo y estados discretos;
- Se procede a generar el número de clientes en la red en el momento designado t ;

- Las llegadas al nodo i en la red comprenden un proceso de Poisson λ_i ;
- Los tiempos de servicio en el nodo i de la red siguen una distribución exponencial μ_i , y
- c puede ser cualquier vector de enteros positivos, k cualquier número entero positivo y las entradas de la matriz de probabilidad de enrutamiento r deben estar entre 0 y 1.

Caso 1: Flujos de Entrada y Capacidades de los Servidores Iguales

Se toma en cuenta a (3.5) como la matriz de enrutamiento, flujos de entrada $\lambda_1 = \lambda_2 = 100$, capacidades de atención de los servidores $\mu_1 = \mu_2 = 100$ y el vector de canal de servicio c ya definido.

Las ecuaciones (2.31), (2.35), (2.38), (2.39) y (2.40) además de la fórmula para la eficiencia del sistema propuesta conforman la base para el cálculo de los índices de desempeño, cuyos valores se resumen en el Cuadro 3.1.

Parámetro	Servidor 1 = Servidor 2
Paquetes en el Sistema	0
Tiempo de espera en el Sistema	0
Paquetes en la Cola	0
Tiempo de espera en la Cola	0
Probabilidad de cola	0
Eficiencia	∞

Cuadro 3.1: Valores de desempeño calculados para el caso 1.

Los datos mostrados en el Cuadro 3.1 arrojan el comportamiento planteado por [7] donde $A = 1$ siendo un sistema ideal puesto que cada paquete de datos entrante es atendido de forma inmediata y cuya posibilidad de saturación es prácticamente nula, siendo la consecuencia un muy grande nivel de eficiencia.

En la Figura 3.2a se observa la gráfica de comportamiento en un tiempo pequeño, suficiente para distinguir el proceso de equilibrio conforme el flujo de datos arriba a los servidores y la manera en que se compensa la

repartición de dichos paquetes hacia cada uno de ellos, reflejándose a manera de un trazado simétrico entre el comportamiento de saturación producido por el nodo 1 (línea amarilla) y el producido por el nodo 2 (línea azul).

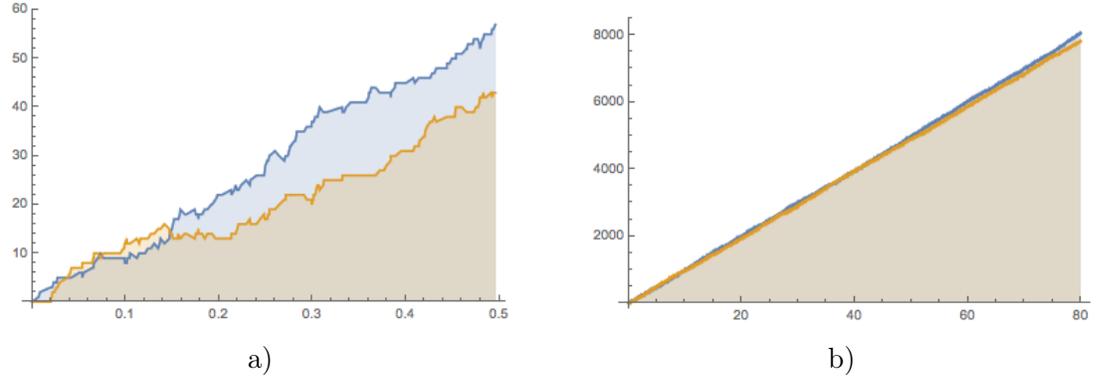


Figura 3.2: Simulación con r_1 como Matriz de Enrutamiento y tiempo máximo a) $t=0.5$ y b) $t=80$.

Por su parte, en la Figura 3.2b se muestra el comportamiento a largo plazo de los servidores, donde es posible observar que la saturación aumenta de manera equilibrada, puesto que las líneas producidas por ambos nodos tienden a unirse y equilibrarse, si se ampliara el tiempo de simulación sería posible observar como ambas líneas forman una pendiente uniforme, lo cual ratifica el comportamiento del sistema ideal planteado en [7].

Caso 2: Flujos de Entrada y Capacidades de los Servidores Diferentes

Se toma en cuenta la experimentación llevada a cabo en [24] y su resultado para tomar a (3.6) como Matriz de Enrutamiento, sean los valores de flujo $\lambda_1 = 70$ y $\lambda_2 = 60$ y como capacidades de los servidores $\mu_1 = 40$ y $\mu_2 = 70$; conservándose el vector de canal c utilizado para el caso 1.

Los índices de desempeño en el sistema planteado se resumen en el Cuadro 3.2 bajo el mismo principio de cálculo aplicado en el caso anterior,

siendo sus resultados el claro reflejo de saturación hacia el nodo 2, como se puede observar en los signos negativos.

Parámetro	Servidor	Servidor 2
Paquetes en el Sistema	-2.3	6.0
Tiempo de espera en el Sistema	-0.03	0.1
Paquetes en la Cola	-4.08	5.14
Tiempo de espera en la Cola	-0.058	0.7346
Probabilidad de cola	1.75	0.85
Eficiencia	-1.2	0.97

Cuadro 3.2: Valores de desempeño calculados para el caso 2.

En la Figura 3.3a se observa el comportamiento de los nodos dentro de los primeros instantes tras el arrivo del flujo de entrada, siendo posible distinguir que no se lleva a cabo un proceso de equilibrio entre los servidores, toda vez que la carga tiende a ser mayor sobre el nodo 2, el cual posee notablemente una mayor capacidad de atención.

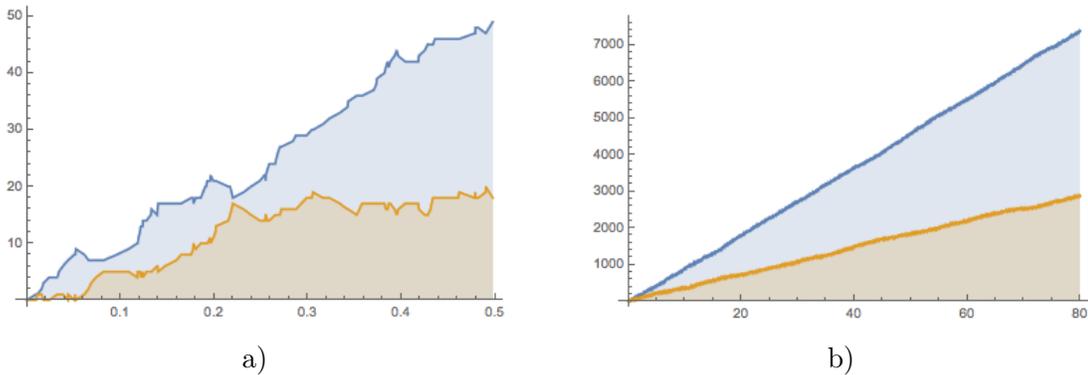


Figura 3.3: Simulación con r_2 como Matriz de Enrutamiento y tiempo máximo a) $t=0.5$ y b) $t=80$.

Los índices de desempeño negativos indican que el nodo 1 no posee la capacidad necesaria para atender al flujo de entrada que se le ha asignado,

es por ello que la Matriz de Enrutamiento tiende a desviar dichos sobrantes hacia el nodo 2, que posee capacidad de sobra, distinguida principalmente en la probabilidad de cola baja y su alta eficiencia.

A su vez, en la Figura 3.3b se observa el comportamiento a largo plazo de los servidores, distinguiéndose claramente la carga de trabajo hacia el nodo 2, puesto que la saturación del nodo 1 es casi inmediata al arribo del flujo de entrada; dichos resultados erann esperados según [24] por las propiedades definidas para cada servidor.

Los valores de desempeño obtenidos en el Cuadro 3.2 para el nodo 2 también hacen notar su mejor funcionamiento, distinguiéndose su alta eficiencia y la existencia de una probabilidad de bloqueo menos a la unidad, con tiempos de espera bajos y capacidades suficientes en la Cola.

Capítulo 4

Conclusiones y Trabajo Futuro

Se presentó el modelo matemático de un nodo correspondiente a una Red de Jackson, obtenido por medio de aplicar la Teoría de Colas para llevar a cabo el control del tráfico de datos a través de él mediante los resultados que brindan algoritmos basados en la Teoría de Juegos; con lo anterior fue comprobada la utilidad de los mismos en su aplicación sobre redes de telecomunicaciones.

La comprobación se llevó a cabo simulando un par de situaciones en contraste:

1. Cuando los flujos de entrada y salida en la red son iguales, y
2. Cuando los ya mencionados parámetros tienen magnitudes distintas.

Así mismo, es posible concluir la efectividad del control de redes de telecomunicaciones mediante herramientas estocásticas, bastando únicamente corroborar la similitud propuesta entre los modelos de Colas analizados y las propiedades físicas de alguna red LTE, cuyo análisis es el futuro de la investigación que da pie al presente.

Como trabajo futuro se contempla implementar los algoritmos de control ya probados sobre una red LTE cuyos parámetros de simulación sean además de aquellos cuya normatividad es obligatoria los postulados por [4].

Por lo anterior, se vuelve necesario verificar la utilidad del control propuesto, puesto que no ha sido presentado anteriormente, contrastando

sus resultados con aquellos mediante algunas otras técnicas de análisis, tal es el principal caso aquel expuesto en [12].

Bibliografía

- [1] *Wolfram language and system documentation center. Analyze performance of a queueing network.*
- [2] *Queueing Networks and Markov Chains.* Wiley Interscience, 2006.
- [3] *Advances in computer, communication, control and automation.* Springer, 2011.
- [4] *Advances in Computer, Communication, Control and Automation: Realization of Link-Level Simulation Platform of TD-LTE based on MATLAB.* Springer Science, 2011.
- [5] *Advances in parallel distributed computing*, chapter Cell range and capability of WiMAX and LTE network. Springer, 2011.
- [6] *Understanding LTE and its performance.* Springer, 2011.
- [7] *Modeling and dimensioning of mobile networks: from GSM to LTE.* Wiley, 2014.
- [8] *Understanding LTE with MATLAB: from mathematical modeling to simulation and prototyping.* Wiley, 2014.
- [9] Ramón Agusti Comes and Francisco Bernardo Álvarez. *LTE: nuevas tendencias en comunicaciones móviles.* Fundación Vodafone, España, 2010.
- [10] Marco Alzate and Nestor Peña. Modelos de tráfico en análisis y control de redes de comunicaciones. *IEEE*, 2015.
- [11] Josep Colom Ikuno, Martin Wrulich, and Markus Rupp. System level simulation of LTE networks. *IEEE*, 2010.

- [12] Ioan Sorin Comsa, Sijing Zhang, Mehmet Aydin, Pierre Kounen, and Jean-Federic Wagen. A novel dynamic Q-learning based Scheduler Techniques for LTE-Advanced Technologies using Neural Networks. *37th Annual IEEE Conference on Local Computer Networks*, 2012.
- [13] Daniel Kofman. Traffic and congestion control in broadband networks. In *35th conference on decision and control*.
- [14] Ying Li, Fei Yu, Shu-Lei Zheng, and Chun-Lei Yang. LTE system level simulation with MATLAB. *IEEE*, 2011.
- [15] Shao Yu Lien and Kwong.Cheng Chen. Statistical traffic control for cognitive radio empowered LTE-Advanced with network MIMO. *IEEE*, 2011.
- [16] Markus V. S. Lima, Camila M. G. Gusseu, Breno N. Espíndola, Tadeu N. Ferrerira, Wallace A. Martins, and Paulo S. R. Dimiz. Open source physical-layer simulator for LTE systems. *IEEE*, 2012.
- [17] Kenichi Mase and Hisao Yamamoto. Advanced traffic control methods for network management. *IEEE communications magazine*, 1990.
- [18] B. Otgonbayar, O. Tulga, and U. Buyankhishing. LTE spatial channel model for use in system level simulation. 2010.
- [19] Jacek Pierzchlewski and Torben Larsen. LTE: downlink transmitter using MATLAB. *Microwave Journal*, 2012.
- [20] Sami H.O. Salih and Mamoun M. A. Suliman. Implementation of adaptive modulation and coding techniques using MATLAB. In *53rd International Symposium UMAR*.
- [21] Doroteo Verastegui Rayo. *Estimación de matrices origen-destino y calibración de parámetros en el problema de asignación de tráfico en redes congestionadas*. PhD thesis, Universidad de Castilla de la Mancha, 2006.
- [22] Dan Wang and Fangtao Li. Simulation of LTE-A downlink channel estimation algorithm. In *2nd International Symposium on Instrumentation and Measurement, Sensor Network and Automation*.
- [23] Ireneus Wior and Daniel Görge. Control design for nodes in decentralized traffic networks with delayed traffic information. *IEEE*, 2013.

- [24] Israel Álvarez Villalobos. Teoría de juegos aplicada al problema de optimización del tráfico urbano: modelos basados en cadenas de markov controladas. Master's thesis, Centro de Investigación y Estudios Avanzados, 2004.