



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

SECCION DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACION

**DETERMINACIÓN ANALÍTICA DE LAS CARACTERÍSTICAS
GEOMÉTRICAS Y AERODINÁMICAS DE UN PERFIL
AERODINÁMICO SOMETIDO EN UN FLUJO IDEAL
INCOMPRESIBLE MEDIANTE TRANSFORMACIÓN
CONFORME**

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA MECÁNICA

PRESENTA:

ING. DIEGO RODRIGO FLORES GALINDO

Director de Tesis: Dr. Miguel Toledo Velázquez

México D.F., 2006



INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL SECRETARIA DE INVESTIGACION Y POSGRADO

ACTA DE REVISION DE TESIS

En la Ciudad de México, D. F. siendo las 18:00 horas del día 27 del mes de Noviembre del 2006 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de Tesis designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de la E. S. I. M. E. para examinar la tesis de grado titulada:

“DETERMINACIÓN ANALÍTICA DE LAS CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS Y AERODINÁMICAS DE UN PERFIL AERODINÁMICO SOMETIDO EN UN FLUJO IDEAL INCOMPRESIBLE MEDIANTE TRANSFORMACIÓN CONFORME.”

Presentada por el alumno:

FLORES

Apellido paterno

GALINDO

Apellido materno

DIEGO RODRIGO

Nombre(s)

Con registro:

B	0	4	0	9	6	9
---	---	---	---	---	---	---

Aspirante al grado de:

MAESTRO EN CIENCIAS

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **SU APROBACION DE LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

LA COMISION REVISORA

Director de tesis

DR. MIGUEL TOLEDO VELÁZQUEZ

Segundo Vocal

DR. IGNACIO CARVAJAL MARISCAL

Secretario

DR. PEDRO QUINTO DIEZ

Presidente

DR. FLORENCIO SÁNCHEZ SILVA

Tercer Vocal

M. EN C. GUILIBALDO TOLENTINO ESLAVA

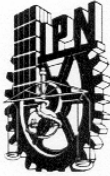
Suplente

M. EN C. JUAN ABUGABER FRANCIS

EL PRESIDENTE DEL COLEGIO

DR. JAIME ROBLES GARCIA





**INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL
SECRETARIA DE INVESTIGACION Y POSGRADO**

CARTA CESION DE DERECHOS

En la Ciudad de México, D. F., el día 29 del mes Noviembre del año 2006

el(la) que suscribe Ing. Diego Rodrigo Flores Galindo alumno (a) del Programa de
Maestría en Ciencias en Ingeniería Mecánica con especialidad en Energética

con número de registro B040969 adscrito a la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación de
la E.S.I.M.E. Unidad Zacatenco, manifiesta que es autor(a) intelectual del presente Trabajo de Tesis
bajo la dirección del Dr. Miguel Toledo Velázquez y cede los derechos del
trabajo intitulado: "Determinación Analítica de las Características Geométricas y Aerodinámicas de
un Perfil Aerodinámico Sometido en un Flujo Ideal Incompresible Mediante Transformación Conforme"
al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines Académicos y de Investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, graficas o datos del trabajo
sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la
siguiente dirección: drdr18@hotmail.com ó drdr18@yahoo.com.mx

Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente
del mismo.

Nombre y Firma

Ing. Diego Rodrigo Flores Galindo

CONTENIDO

Contenido.....	I
Nomenclatura.....	III
Resumen.....	V
Abstract.....	VI
Relación de Figuras y Tablas.....	VII
Introducción.....	X

CAPITULO 1. ANTECEDENTES DE PERFILES AERODINAMICOS

1.1 Definición y descripción de perfiles aerodinámicos.....	1
1.1.1 Terminología de un perfil aerodinámico.....	1
1.2 Clasificación de perfiles aerodinámicos.....	3
1.2.1 La Serie de Perfiles NACA.....	3
1.2.2 Serie NACA de 4 dígitos.....	4
1.2.3 Serie NACA de 5 dígitos.....	6
1.2.4 Serie NACA de 4 y 5 dígitos modificada.....	7
1.2.5 Serie NACA 1 o NACA 16.....	8
1.2.6 Serie NACA 6.....	9
1.2.7 Serie NACA 7.....	10
1.2.8 Serie NACA 8.....	10
1.3 Principio de funcionamiento de los perfiles aerodinámicos.....	11
1.3.1 Sustentación.....	11
1.3.2 Fuerza aerodinámica total.....	14
1.4 Diseño directo e inverso de perfiles aerodinámicos.....	15
1.4.1 Reseña histórica del diseño de perfiles aerodinámicos.....	15
1.4.2 Métodos de Diseño de perfiles aerodinámicos.....	19
1.4.3 Diseño directo de perfiles aerodinámicos.....	20
1.4.4 Diseño inverso de perfiles aerodinámicos.....	22
1.5 Tipos de diseño de perfiles aerodinámicos.....	24
1.5.1 Diseño de perfiles aerodinámicos con espesor máximo.....	24
1.5.2 Diseño de perfiles aerodinámicos con sustentación máxima.....	25
1.5.3 Diseño de perfiles aerodinámicos laminares.....	25
1.5.4 Diseño de perfiles aerodinámicos transónicos.....	26
1.5.5 Diseño de perfiles aerodinámicos para bajos números de Reynolds.....	26
1.5.6 Diseño de perfiles aerodinámicos multipuntuales.....	27

CAPITULO 2. MODELO MATEMATICO

2.1 Planteamiento matemático del perfil aislado en flujo ideal de un fluido incompresible.....	29
2.1.1 Formulación del problema.....	30
2.2 Método de solución.....	32
2.2.1 Métodos de calculo de la integral con núcleo Hilbert.....	39
2.3 Condiciones de solucionabilidad.....	44
2.3.1 Condiciones de solucionabilidad.....	44
2.4 Calculo de características aerodinámicas.....	46
2.4.1 Características distribuidas.....	47
2.4.2 Características aerodinámicas integrales.....	48
2.4.3 Formula de Chaplygin.....	50
2.4.4 Calculo para otras condiciones de flujo de corriente libre.....	52

CAPITULO 3. DESARROLLO DEL PROGRAMA DE CÓMPUTO

3.1 Diagrama de flujo del programa de cómputo.....	54
3.2 Algoritmos para el programa de cómputo.....	58
3.2.1 Algoritmo para la función programa.....	58
3.2.2 Algoritmo para la función circulación.....	59
3.2.3 Algoritmo para la función sistema.....	59
3.2.4 Algoritmo para la función potencial.....	60
3.2.5 Algoritmo para la función jig.....	60
3.2.6 Algoritmo para la función slgama.....	61
3.2.7 Algoritmo para la función Sgama.....	61
3.2.8 Algoritmo para la función gilbert.....	62
3.2.9 Algoritmo para la función ecuaciones.....	62
3.2.10 Algoritmo para la función coordenadas.....	62
3.2.11 Algoritmo para la función arco.....	63
3.2.12 Algoritmo para la función características.....	63
3.2.13 Algoritmo para la función polar.....	64
3.3 Aplicación del programa de cómputo.....	65
3.3.1 Distribución de velocidades simétrica.....	65
3.3.2 Distribución de velocidades asimétrica.....	73

CAPITULO 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

4.1 Características geométricas del perfil aerodinámico.....	82
4.2 Características aerodinámicas del perfil aerodinámico.....	89
4.3 Comparación y evaluación de resultados con XFOIL.....	96
4.3.1 Descripción de XFOIL.....	96
4.3.2 Comparación y evaluación de resultados aerodinámicos con XFOIL.....	97

CONCLUSIONES.....	103
--------------------------	------------

REFERENCIAS.....	105
-------------------------	------------

ANEXO 1. Código de programación.....	108
--------------------------------------	-----

ANEXO 2. Reestablecimiento geométrico de los perfiles aerodinámicos NACA 0012 y S829.....	120
---	-----

NOMENCLATURA

b	Cuerda del perfil
c_0	Constante compleja
C_d	Coefficiente de arrastre
C_l	Coefficiente de sustentación
C_{mz}	Coefficiente de momento
C_p	Coefficiente de presiones
D	Arrastre del perfil, parámetro de espesor del borde de salida
G_w, G_ζ	Imágenes de la región de flujo G_z en los planos w y ζ
G_z	Región de flujo
L	Sustentación del perfil, Perímetro del perfil
L_w, L_ζ	Imágenes del perímetro L_z en los planos w y ζ
L_z	Perímetro del perfil
m	Combadura máxima
n	Número de pares ordenados
p	Posición de la combadura máxima
$P(\gamma)$	Función armónica sobre el círculo
$Q(\gamma)$	Función armónica conjugada sobre el círculo
s	Coordenada de arco del perfil
t	Espesor máximo
T	parámetro de espesor del borde de salida expresado en porcentaje de la cuerda
$(TP)(\gamma)$	Integral de Hilbert
u_0	Velocidad de corriente libre alrededor del disco unitario
v	Distribución de velocidad sobre el perfil
v_∞	Velocidad de corriente libre
$w = \varphi + i\psi$	Potencial complejo de flujo
x	distancia a lo largo de la cuerda
x_c	Abscisa de la línea media
x_L	Abscisa del lado de presión o intrados
x_U	Abscisa del lado de succión o extradós
y	Distancia perpendicular a la cuerda
y_c	Ordenada de la línea media
y_L	Ordenada del lado de presión o intrados
y_t	Ordenada de la distribución de espesor simétrica
y_U	Ordenada del lado de succión o extradós
$z = x + iy$	Coordenada compleja en el plano físico

Símbolos griegos

α	Ángulo de ataque físico
β	Ángulo de ataque teórico
γ	ángulo del círculo unitario

γ_*	Ángulo de estancamiento
Γ	Circulación
ε	Parámetro incluido en el ángulo del borde de salida
$\zeta = re^{i\gamma}$	Coordenada compleja en el plano auxiliar
θ	Argumento del vector velocidad, ángulo al cual la tangente es la pendiente de la línea media
φ	Potencial de velocidad
φ_0	Circulación sobre el lado de presión
φ_1	Circulación sobre el lado de succión
τ	Distribución de esfuerzos cortantes
ψ	Función de flujo

Abreviaturas

IBVP	Inverse Boundary Value Problem
IBVPA	Inverse Boundary Value Problem of Aerohydrodynamics
IIF	Ideal Incompressible Fluid
NACA	National Advisory Committee for Aeronautics
NASA	National Aeronautics and Space Administration

RESUMEN

Se presenta el desarrollo de un programa de cómputo codificado en la plataforma MATLAB7[®] que es capaz de calcular las características geométricas de un perfil aerodinámico (coordenadas (x, y) , cuerda b , ángulo de ataque α), de igual forma es capaz de determinar las características aerodinámicas del mismo perfil aerodinámico (coeficiente de sustentación C_l , coeficiente de arrastre C_d , coeficiente de momento C_{mz}), todo lo anterior en función de una distribución de velocidades de superficie establecida. El programa de cómputo no considera los efectos que se puedan generar debido a la viscosidad y compresibilidad del fluido, es decir, las características geométricas y aerodinámicas son determinadas a partir de un modelo de flujo ideal de un fluido incompresible, por lo tanto, no es capaz de calcular el arrastre que toma en cuenta la capa límite sino que calcula el coeficiente de arrastre ideal que el perfil aerodinámico en cuestión genere.

La comparación de los resultados obtenidos se lleva a cabo contra un software comercial, XFOIL, que lleva 20 años sirviendo como herramienta en el análisis y diseño de perfiles aerodinámicos subsónicos en todo el mundo.

ABSTRACT

The development of a computer program codified on MATLAB 7 ® able to compute geometrical features of an aerodynamic airfoil, namely, coordinates (x, y) , chord b , angle of attack α , at the same way is able to compute aerodynamic features of the same aerodynamic airfoil, namely, lift coefficient C_l , drag coefficient C_d and moment coefficient C_{mz} is presented, all above it is function of a established surface velocity distribution. The computer program does not consider the effects caused due to viscosity and compressibility of fluid, namely, aerodynamic and geometrical features are determined from ideal incompressible fluid model, therefore, it is not able to compute drag coefficient taking into account the boundary layer but rather computes the ideal drag coefficient that aerodynamic airfoil generates.

Comparison of results obtained is carried out against XFOIL, software that is used like an useful tool in the analyzing and designing of subsonic aerodynamic airfoils around the world since 20 years ago.

RELACIÓN DE FIGURAS Y TABLAS

Relación de Figuras

Figura 1.1.1.	Terminología de un perfil.....	2
Figura 1.2.1.	Construcción geométrica del perfil NACA.....	4
Figura 1.3.1.	Perfil asimétrico con sustentación nula.....	12
Figura 1.3.2.	Perfil simétrico con sustentación positiva.....	13
Figura 1.3.3.	Perfil simétrico con sustentación nula.....	13
Figura 1.3.4.	Bosquejo de la presión y esfuerzo cortante sobre una superficie aerodinámica.....	14
Figura 1.3.5.	Fuerzas actuantes sobre un plano aerodinámico.....	15
Figura 1.4.1.	Diagrama de flujo del diseño directo.....	21
Figura 1.4.2.	Diagrama de flujo del diseño inverso.....	22
Figura 2.1.1.	Perfil impermeable desconocido, distribución de velocidades.....	30
Figura 2.2.1.	Plano ζ , plano w	33
Figura 2.2.2.	Distribución γ vs $\theta(\gamma)$	42
Figura 2.4.1.	Nomenclatura del perfil aerodinámico.....	48
Figura 3.1.1.	Diagrama de flujo del programa de cómputo.....	57
Figura 3.3.1.	Ventana de inicio de MATLAB7®.....	65
Figura 3.3.2.	Distribución de velocidades simétrica inicial.....	66
Figura 3.3.3.	Correspondencia s vs $\varphi(s)$, encontrada con la ecuación (2.3) mediante el algoritmo 3.2.4.....	67
Figura 3.3.4.	Relación s vs γ , igualando ecuaciones (2.3) y (2.8), mediante el algoritmo 3.2.5.	67
Figura 3.3.5.	Relación γ vs $s'(\gamma)$, a través de la ecuación (2.10), mediante el algoritmo 3.2.6.	68
Figura 3.3.6.	Relación γ vs $P(\gamma)$, a través de la ecuación (2.15), mediante el algoritmo 3.2.7.	68
Figura 3.3.7.	Relación γ vs $S(\gamma)$, a través de la ecuación (2.29), mediante el algoritmo 3.2.7.	69
Figura 3.3.8.	Relación γ vs $\theta(\gamma)$, a través de la ecuación (2.28), mediante el algoritmo 3.2.8.	69
Figura 3.3.9.	Relación γ vs $\Theta(\gamma)$, a través de la ecuación (2.18), mediante el algoritmo 3.2.9.	70
Figura 3.3.10.	Coordenadas $x(\gamma)$ vs $y(\gamma)$, integrando la ecuación (2.18), mediante el algoritmo 3.2.10.	71
Figura 3.3.11.	Coordenadas $x(\gamma)$ vs $y(\gamma)$ y el correspondiente coeficiente de presiones	71
Figura 3.3.12.	$s(\gamma)$ vs γ , integrando la ecuación (2.48) mediante el algoritmo 3.2.11	72

Figura 3.3.13.	$s(\gamma)$ vs $v[s(\gamma)]$, para $\alpha_1 = 10^\circ$ y para $\alpha = 0^\circ$	73
Figura 3.3.14.	Distribución de Velocidades Asimétrica inicial	74
Figura 3.3.15.	Correspondencia s vs $\varphi(s)$, encontrada con la ecuación (2.3) mediante el algoritmo 3.2.4.....	75
Figura 3.3.16.	Relación s vs γ , igualando ecuaciones (2.3) y (2.8), mediante el algoritmo 3.2.5.	75
Figura 3.3.17.	Relación γ vs $s'(\gamma)$, a través de la ecuación (2.10), mediante el algoritmo 3.2.6.	76
Figura 3.3.18.	Relación γ vs $P(\gamma)$, a través de la ecuación (2.15), mediante el algoritmo 3.2.7.	77
Figura 3.3.19.	Relación γ vs $S(\gamma)$, a través de la ecuación (2.29), mediante el algoritmo 3.2.7.	77
Figura 3.3.20.	Relación γ vs $\theta(\gamma)$, a través de la ecuación (2.28), mediante el algoritmo 3.2.8.	78
Figura 3.3.21.	Relación γ vs $\Theta(\gamma)$, a través de la ecuación (2.18), mediante el algoritmo 3.2.9.	78
Figura 3.3.22.	Coordenadas $x(\gamma)$ vs $y(\gamma)$, integrando la ecuación (2.18), mediante el algoritmo 3.2.10.	79
Figura 3.3.23.	Coordenadas $x(\gamma)$ vs $y(\gamma)$ y el correspondiente coeficiente de presiones	79
Figura 3.3.24.	$s(\gamma)$ vs γ , integrando la ecuación (2.48) mediante el algoritmo 3.2.11	80
Figura 3.3.25.	$s(\gamma)$ vs $v[s(\gamma)]$, para $\alpha = 10^\circ$ y para $\alpha_1 = 5^\circ$	81
Figura 4.1.1.	Distribución de Velocidades correspondiente al Perfil Aerodinámico Zhukovski	83
Figura 4.1.2.	Perfil Aerodinámico Zhukovski determinado por el programa para diferentes valores de n .	84
Figura 4.1.3.	Variación del ángulo de ataque α con respecto del número de pares ordenados n que definen la distribución de velocidad de la figura 4.1.1.	85
Figura 4.1.4.	Variación de la cuerda b con respecto del número de pares ordenados n que definen la distribución de velocidad de la figura 4.1.1.	86
Figura 4.1.5.	Variación de la distancia de cierre del perfil D con respecto del número de pares ordenados n que definen la distribución de velocidad de la figura 4.1.1.	87
Figura 4.1.6.	Variación de la distancia de cierre del perfil expresada en % de la cuerda T con respecto del número de pares ordenados n que definen la distribución de velocidad de la figura 4.1.1.	88
Figura 4.2.1.	Distribución de Velocidades correspondiente al Perfil Aerodinámico Zhukovski	90
Figura 4.2.2.	Perfil Aerodinámico Zhukovski determinado por el programa para diferentes valores de n .	91
Figura 4.2.3.	Variación de la circulación Γ con respecto del número de pares ordenados n que definen la distribución de velocidad de la figura 4.2.1.	92
Figura 4.2.4.	Variación del Coeficiente de Sustentación C_l con respecto del número de pares ordenados n que definen la distribución de velocidad de la figura 4.2.1.	93

Figura 4.2.5.	Variación del Coeficiente de Arrastre Potencial C_d con respecto del número de pares ordenados n que definen la distribución de velocidad de la figura 4.2.1.	94
Figura 4.2.6.	Variación del Coeficiente de Momento C_{mz} con respecto del número de pares ordenados n que definen la distribución de velocidad de la figura 4.2.1.	95
Figura 4.3.1.	Comparación del Coeficiente de Sustentación entre el programa de computo y XFOIL	99
Figura 4.3.2.	Comparación del Coeficiente de Arrastre Potencial entre el programa de computo y XFOIL	100
Figura 4.3.3.	Comparación del Coeficiente de Momento entre el programa de computo y XFOIL	101

Relación de Tablas

Tabla 1.1.1.	Valores de m y k_f	7
Tabla 1.1.2.	Valores de a_x y d_x	8
Tabla 1.1.3.	Descripción de las familias NACA.....	11
Tabla 3.2.1.	Algoritmo de la función programa.....	58
Tabla 3.2.2.	Algoritmo de la función circulación.....	59
Tabla 3.2.3.	Algoritmo de la función sistema.....	59
Tabla 3.2.4.	Algoritmo de la función potencial.....	60
Tabla 3.2.5.	Algoritmo de la función jig.....	60
Tabla 3.2.6.	Algoritmo de la función caso4.....	61
Tabla 3.2.7.	Algoritmo de la función sl gama.....	61
Tabla 3.2.8.	Algoritmo de la función Sgama.....	61
Tabla 3.2.9.	Algoritmo de la función gilbert.....	62
Tabla 3.2.10.	Algoritmo de la función ecuaciones.....	62
Tabla 3.2.11.	Algoritmo de la función coordenadas.....	62
Tabla 3.2.12.	Algoritmo de la función arco.....	63
Tabla 3.2.13.	Algoritmo de la función características.....	63
Tabla 3.2.14.	Algoritmo de la función polar.....	64
Tabla 4.1.1.	Valores de características geométricas para el Perfil Aerodinámico Zhukovski	84
Tabla 4.2.1.	Valores de Características Aerodinámicas para el Perfil Aerodinámico Zhukovski	91
Tabla 4.3.1.	Valores de α , C_l , C_d y C_{mz} para el caso analizado mediante el programa de computo.....	98
Tabla 4.3.2.	Valores de α , C_l , C_d y C_{mz} para el caso analizado mediante XFOIL.....	98

INTRODUCCIÓN

Desde sus inicios del diseño de perfiles aerodinámicos a principios del siglo XX alrededor de todo el mundo sus precursores como A. Betz, T.Theodorsen, M. Lighthill, R. Eppler, F. Wortmann, G. Tumashev siempre trataron de encaminar sus teorías hacia nuevas formas y nuevos métodos en la obtención de nuevas formas aerodinámicas logrando sentar las bases teóricas o piedras angulares del diseño aerodinámico. En la actualidad el diseño de perfiles aerodinámicos tiene una variedad impresionante de métodos, la optimización, los algoritmos genéticos, las redes neuronales, la teoría de control, curvas de Bezier, la transformación conforme solo por mencionar algunos.

La motivación para seguir adelante con el estudio y mejora de este tópico es de suma importancia, ya que no solo tiene una aplicación tecnológica específica, sino que las aplicaciones tecnológicas las podemos encontrar en el diseño de perfiles aerodinámicos para alabes de compresor, el diseño de perfiles aerodinámicos para alabes de turbinas de gas y de vapor, el diseño de perfiles aerodinámicos para alas de aviones, y últimamente en recientes años en la búsqueda de otras fuentes alternativas de producir energía eléctrica de forma diferente a las actuales, se puede encaminar el diseño aerodinámico al diseño de perfiles aerodinámicos para las granjas de turbinas de viento o generadores eólicos.

El hecho de encaminar el trabajo hacia un programa de computo es porque existen tres motivos lo suficientemente fuertes por lo cual se requiere de la necesidad de un método de diseño de perfiles aerodinámicos teórico: primero, para el diseño de perfiles aerodinámicos que quedan fuera del alcance de la aplicabilidad de los catálogos existentes de perfiles aerodinámicos probados experimentalmente en túneles de viento; segundo, para el diseño de perfiles aerodinámicos que más exactamente se ajusten a los requisitos de la aplicación prevista; y en tercer lugar, para la exploración económica de muchos conceptos y parámetros que se involucran dentro del diseño de perfiles aerodinámicos para la posterior manufacturación.

CAPÍTULO 1

ANTECEDENTES DE PERFILES AERODINAMICOS

El presente capítulo presenta la definición y descripción de los perfiles aerodinámicos, la clasificación de los perfiles aerodinámicos, el principio de funcionamiento de los perfiles aerodinámicos, cabe destacar los puntos que tocan el diseño directo e inverso de los perfiles aerodinámicos y la descripción que se hace de los diferentes tipos de diseño de perfiles aerodinámicos.

1.1 Definición y descripción de perfiles aerodinámicos

Para comenzar a hablar acerca de cualquier tema es necesario dar una breve introducción y familiarización de los conceptos que se trataran en la obra, debido a esta razón para entrar en materia de perfiles aerodinámicos es necesario saber qué son, cómo se definen, cuáles son sus características que los convierten en elementos esenciales de las turbomáquinas. Anderson [1] define un perfil aerodinámico como cualquier sección del ala cortada por un plano paralelo a la cuerda de la misma. Esta precisión puede trasladarse a la definición de un perfil en un álabe en la turbomáquinaria mediante una analogía entre el álabe y el ala. Anderson precisa que un perfil simétrico es un perfil sin combadura, es decir, la línea de combadura media y la línea de cuerda coincide y por otro lado el perfil asimétrico es todo lo contrario, es decir, la línea de combadura y la línea de cuerda no coinciden. Claramente en los perfiles simétricos la parte superior del perfil (lado de succión o extradós) es una imagen reflejo de la parte inferior (lado de presión o intrados) [1]. Por otra parte, los perfiles asimétricos tienen la ventaja de generar mayor sustentación y mejores prestaciones ante la entrada en pérdida de sustentación o desplome, la cual ocurre a elevados ángulos de ataque.

1.1.1 Terminología de un perfil aerodinámico

Es necesario definir las características geométricas que describen a un perfil, por este motivo a continuación se describirá la nomenclatura establecida por la NACA debido a que muchos de los perfiles NACA son comúnmente usados en la actualidad y porque esta nomenclatura está muy bien establecida, las definiciones se pueden encontrar en Carmona [2] y Anderson [1] y se muestran en la figura 1.1.1.

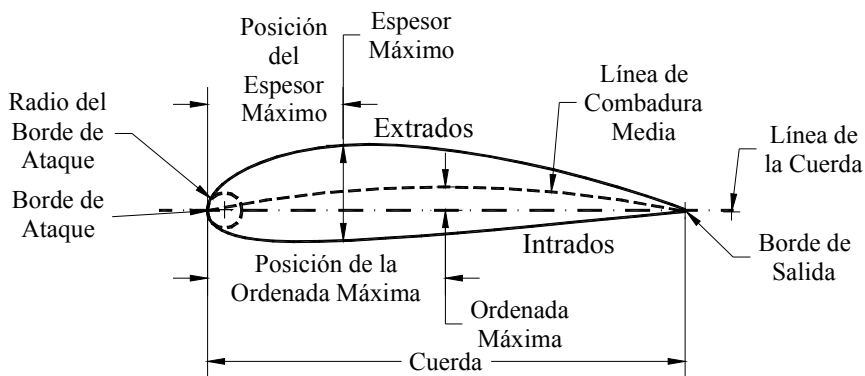


Figura 1.1.1 Terminología de un perfil [3].

- 1.- *Borde de Ataque.* Es el punto más delantero del perfil.
- 2.- *Borde de Salida.* Es el punto más trasero del perfil.
- 3.- *Línea de la cuerda:* Es la línea recta que pasa por el borde de ataque y por el borde de salida.
- 4.- *Cuerda.* Es la línea recta que une el borde de ataque con el borde de salida. Es una dimensión característica del perfil.
- 5.- *Línea de Combadura Media.* Línea equidistante entre el lado de succión (extradós) y el lado de presión (intradós). Esta línea “fija” la combadura del perfil. Si la línea de combadura media “queda” sobre la cuerda (como en la figura 1.1.1) se dice que la combadura es positiva, si queda por debajo, negativa, y si va por debajo y por arriba, doble combadura.
- 6.- *Ordenada máxima de la línea de combadura media.* Es la máxima distancia entre la línea de combadura media y la cuerda del perfil. El valor suele darse en porcentaje de la cuerda.

7.- *Posición de la combadura máxima.* Es la distancia medida a partir del borde de ataque, en porcentaje de la cuerda, donde se encuentra la ordenada máxima de la línea de combadura media.

8.- *Espesor máximo.* Es la distancia máxima entre el lado de succión y el lado de presión, medida perpendicularmente a la cuerda. Es una característica importante, que se expresa en porcentaje de la cuerda. El valor varía desde un 3 % en los perfiles delgados hasta un 18 % en los más gruesos.

9.- *Posición del espesor máximo.* Es la distancia paralela a la cuerda, medida desde el borde de ataque hasta la ordenada donde existe el espesor máximo del perfil.

10.- *Radio de Combadura del Borde de Ataque.* Define la forma del borde de ataque y es el radio de un círculo tangente al lado de succión y el lado de presión, y con su centro situado en la línea tangente a la línea de combadura media y pasa por el borde de ataque.

1.2 Clasificación de perfiles aerodinámicos

1.2.1 La serie de perfiles NACA

Las primeras series de perfiles NACA, la de 4 dígitos, 5 dígitos y las modificadas de 4 y 5 dígitos fueron generadas usando ecuaciones analíticas que describen la combadura (combadura) de la línea media (línea central geométrica) del perfil así como la distribución de espesor a lo largo de la longitud del perfil. Familias posteriores, incluyendo la serie 6, son formas más complicadas derivadas de métodos teóricos en lugar de los métodos geométricos. Antes de que el Comité Nacional Asesor para la Aeronáutica (NACA) desarrollará estas series, el diseño de perfiles aerodinámicos era de forma arbitraria, sin alguna guía para el diseñador excepto su previa experiencia con formas conocidas y experimentación con modificaciones de aquellas formas. Esta metodología comenzó a cambiar a principios de los 30's con la publicación de un reporte de la NACA titulado *Las características de 78 perfiles relacionados de pruebas en el túnel de viento de densidad variable* (cf. [6]). En este reporte histórico, los autores notaron que había muchas similitudes entre los perfiles aerodinámicos que fueron los más exitosos, y las dos primeras variables que afectan estas geometrías que son la pendiente de la línea de combadura media y la distribución de espesores abajo y arriba de esta línea. Entonces ellos presentaron una serie de ecuaciones incorporando estas dos

variables que podían ser usadas para generar una familia completa de formas de perfil relacionadas. De esta forma del diseño de perfiles aerodinámicos se volvió más sofisticado, esta aproximación básica fue modificada incluyendo variables adicionales, a pesar de esto, estos dos valores geométricos permanecieron en el corazón de todas las series NACA, como se muestra en la figura 1.2.1, [4], [5].

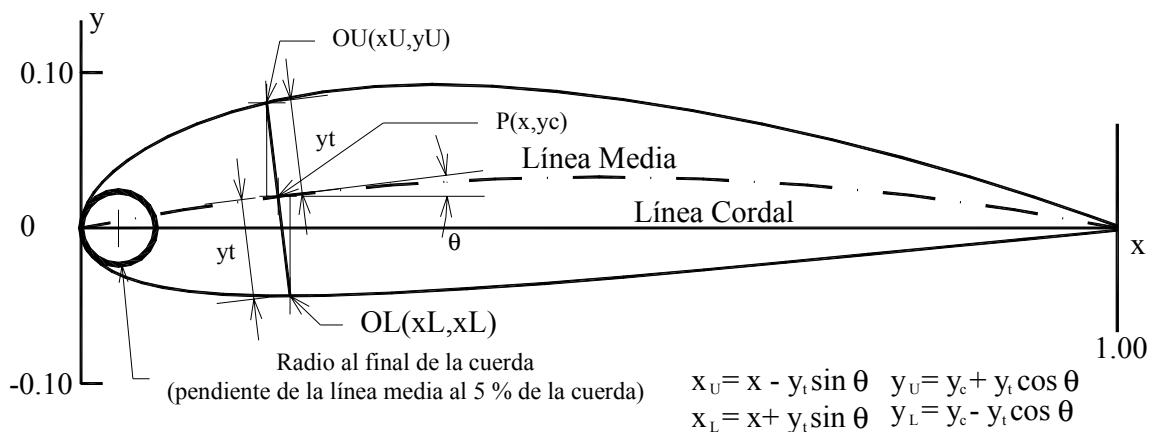


Figura 1.2.1 Construcción geométrica del perfil NACA, [4], [5].

1.2.2 Serie NACA de 4 dígitos

La primera familia de perfiles aerodinámicos diseñados usando esta aproximación se conoció como la serie NACA de 4 dígitos. El primer dígito especifica la combadura máxima (m) en porcentaje de la cuerda (longitud del perfil), el segundo indica la posición de la combadura máxima (p) en décimas de cuerda, y los dos últimos números indican el espesor máximo (t) del perfil en porcentaje de la cuerda. Por ejemplo, el perfil NACA 2415 tiene un espesor máximo del 15% con una combadura máxima del 2% localizada al 40% detrás del borde de ataque del perfil (o $0.4c$). Utilizando estos valores de m , p y t , se puede calcular las coordenadas para un perfil completo usando las siguientes relaciones:

1. Elegir valores de x desde 0 hasta la cuerda máxima c .

2. Calcular las coordenadas de la línea de combadura media introduciendo los valores de m y p dentro de las siguientes ecuaciones para cada una de las coordenadas x .

$$y_c = \frac{m}{p^2} (2px - x^2) \quad \text{desde } x = 0 \quad \text{hasta } x = p \quad (1.1)$$

$$y_c = \frac{m}{(1-p)^2} [(1-2p) + 2px - x^2] \quad \text{desde } x = p \quad \text{hasta } x = c \quad (1.2)$$

donde

x = las coordenadas a lo largo de la longitud del perfil, desde 0 hasta c (las cuales se posicionan en la cuerda).

y = las coordenadas por encima y debajo de la línea extendiéndose a lo largo del la longitud del perfil, estas son tanto para las coordenadas del espesor y_t y para las coordenadas de la combadura y_c .

t = espesor máximo del perfil en décimas de la cuerda (i.e. un 15% de espesor del perfil debe de ser 0.15).

m = combadura máxima del perfil en décimas de la cuerda.

p = posición de la combadura máxima a lo largo de la cuerda en décimas de la cuerda.

3. Calcular la distribución de espesores por encima (+) y por debajo (-) de la línea media introduciendo el valor de t dentro de la siguiente ecuación para cada una de las coordenadas x .

$$\pm y_t = \frac{t}{0.2} (0.2969\sqrt{x} - 0.1260x - 0.3516x^2 + 0.2843x^3 - 0.1015x^4) \quad (1.3)$$

4. Determinar las coordenadas finales de la superficie superior (x_U, y_U) y de la superficie inferior (x_L, y_L) usando las siguientes relaciones, [4], [5].

$$x_U = x - x_t \sin \theta \quad (1.4)$$

$$y_U = y_c + y_t \cos \theta \quad (1.5)$$

$$x_L = x + y_t \sin \theta \quad (1.6)$$

$$y_L = y_c - y_t \cos \theta \quad (1.7)$$

donde

$$\theta = \arctan\left(\frac{dy_c}{dx}\right) \quad (1.8)$$

1.2.3 Serie NACA de 5 dígitos

La serie NACA de 5 dígitos usa la misma forma del espesor como la serie de 4 dígitos pero la línea de combadura media se define de diferente forma y la convención de la nomenclatura es un poco más complicada. El primer dígito, cuando se multiplica por $3/2$, produce el coeficiente de sustentación de diseño (c_l) en décimas. Los siguientes dos dígitos, cuando se dividen entre 2, resulta la posición de la combadura máxima (p) en décimas de la cuerda. Los dos últimos dígitos indican otra vez el espesor máximo (t) en porcentaje de la cuerda. Por ejemplo, el perfil NACA 23012 tiene un espesor máximo del 12%, un coeficiente de sustentación de diseño de 0.3, y una combadura máxima localizada al 15% detrás del borde de ataque. Los pasos necesarios para calcular las coordenadas de tales perfiles son:

1. Elegir valores de x desde 0 hasta la cuerda máxima c .
2. Calcular las coordenadas de la línea de combadura media para cada posición x usando las siguientes ecuaciones, y como se sabe p determina los valores de m y k_1 usando la tabla 1.

$$y_c = \frac{k_1}{6} [x^3 - 3mx^2 + m^2(3-m)x] \quad \text{desde } x = 0 \quad \text{hasta } x = p \quad (1.9)$$

$$y_c = \frac{k_1 m^3}{6} (1-x) \quad \text{desde } x = p \quad \text{hasta } x = c \quad (1.10)$$

El radio del borde de ataque r se aplica para suavizar el frente.

$$r = 1.1019t^2 \quad (1.11)$$

3. Calcular la distribución de espesores usando la misma ecuación de la serie de 4 dígitos.
4. Determinar las coordenadas finales usando la misma ecuación de la serie de 4 dígitos, [4], [5].

Tabla 1.1.1. Valores de m y k_1

Designación de la línea media	Posición de la combadura máxima (p)	m	k_1
210	0.05	0.0580	361.400
220	0.1	0.126	51.640
230	0.15	0.2025	15.957
240	0.20	0.2900	6.643
250	0.25	0.3910	3.230

1.2.4 Serie NACA de 4 y 5 dígitos modificada

Los perfiles aerodinámicos del bombardero B-58 son miembros de la serie de 4 y 5 dígitos, sin embargo los nombres son ligeramente diferentes a esas formas que han sido modificadas. Considérese el perfil aerodinámico raíz, el NACA 0003.46-64.069, como un ejemplo. La forma básica es la 0003, un 3% de espesor con 0% de combadura. Esta forma es un perfil simétrico que es idéntico por encima y por debajo de la línea de combadura media. La primera modificación que se considera es el 0003-64. El primer dígito después del guión se refiere a la redondez de la nariz. El valor de 6 indica que el radio de la nariz es el mismo que el perfil original mientras que un valor de 0 indica un borde de ataque puntiagudo. Al incrementar este valor significa que se incrementa la redondez de la nariz. El segundo dígito determina la posición del espesor máximo de décimas de la cuerda. La posición estándar del espesor máximo de los perfiles de 4 y 5 dígitos es al 30% detrás del borde de ataque. En este ejemplo, la posición del espesor máximo se ha movido al 40% detrás del borde de ataque. Finalmente, se debe notar que el 0003.46-64.069 tiene dos arreglos de dígitos precedidos por decimales. Estos indican simplemente ligeros ajustes al espesor máximo y la posición. En lugar de que sea 3% de espesor, este perfil tiene 3.46% de espesor. En lugar de que el espesor máximo sea localizado al 40% de la cuerda, la posición sobre este perfil está al 40.69% de la cuerda. Para calcular las coordenadas de la forma de un perfil modificado:

1. Elegir valores de x desde 0 hasta la cuerda máxima c .
2. Calcular las coordenadas de la línea de combadura media usando las mismas ecuaciones dadas para la serie de 4 o 5 dígitos respectivamente.

3. Calcular la distribución de espesores por encima (+) y por debajo (-) de la línea media usando estas ecuaciones. Los valores de los coeficientes a_x y d_x se determinan de la tabla 2 (los coeficientes son obtenidos para un espesor de 20% del perfil).

$$\pm y_t = a_0\sqrt{x} + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 \quad \text{delante de } t_{\max} \quad (1.12)$$

$$\pm y_t = d_0 + d_1(1-x) + d_2(1-x)^2 + d_3(1-x)^3 \quad \text{detrás de } t_{\max} \quad (1.13)$$

4. Determinar las coordenadas finales usando las mismas ecuaciones de la serie de 4 dígitos.
5. Como se nota, esto producirá un 20% de espesor del perfil. Para obtener el espesor deseado, simplemente se aplica una escala al perfil multiplicando las coordenadas finales y por $(t/0.2)$, [4], [5].

Tabla 1.1.2. Valores de a_x y d_x

Perfil	a_0	a_1	a_2	a_3	d_0	d_1	d_2	d_3
0020-62	0.296900	0.213337	-2.931954	5.229170	0.002000	0.200000	-0.040625	-0.070312
0020-63	0.296900	-0.096082	-0.543310	0.559395	0.002000	0.234000	-0.068571	-0.093878
0020-64	0.296900	-0.246867	0.175384	-0.266917	0.002000	0.315000	-0.233333	-0.032407
0020-65	0.296900	-0.310275	0.341700	-0.321820	0.002000	0.465000	-0.684000	0.292000
0020-66	0.296900	-0.271180	0.140200	-0.082137	0.002000	0.700000	-1.662500	1.312500
0020-03	0.000000	0.920286	-2.801900	2.817990	0.002000	0.234000	-0.068571	-0.093878
0020-33	0.148450	0.412103	-1.672610	1.688690	0.002000	0.234000	-0.068571	-0.093878
0020-93	0.514246	-0.840115	1.110100	-1.094010	0.002000	0.234000	-0.068571	-0.093878
0020-05	0.000000	0.477000	-0.708000	0.308000	0.002000	0.465000	-0.684000	0.292000
0020-35	0.148450	0.083362	-0.183150	-0.006910	0.002000	0.465000	-0.684000	0.292000
0020-34	0.148450	0.193233	-0.558166	0.283208	0.002000	0.315000	-0.233333	-0.032407

1.2.5 Serie NACA 1 o NACA 16

A diferencia de las anteriores familias de perfiles aerodinámicos descritas anteriormente, la serie 1 se desarrolló basándose en una teoría en lugar de relaciones geométricas. Por esas fechas estos perfiles aerodinámicos fueron diseñados durante los finales de los 30's, al mismo tiempo que muchos avances se habían hecho en los métodos de diseño inverso de perfiles aerodinámicos. El concepto básico detrás de esta aproximación de diseño es especificar la distribución de presiones o velocidades deseada sobre el perfil (esta distribución determina las características de sustentación de la geometría) y entonces determinar la forma geométrica que produce esta distribución de presiones o velocidades. Como un resultado, estos perfiles aerodinámicos no fueron generados usando algunos arreglos de expresiones analíticas como

los de las series 4 y 5. Los perfiles de la serie 1 son identificados por 5 dígitos, como por ejemplo el 16-212. El primer dígito, 1, indica la serie (esta serie fue diseñada para perfiles con regiones de escaso flujo supersónico). El 6 especifica la posición de presión mínima en décimas de la cuerda, i.e. 60% detrás del borde de ataque en este caso. Seguido del guión, el primer dígito indica el coeficiente de sustentación en décimas (0.2) y los dos últimos dígitos especifican el espesor máximo en décimas de la cuerda (12%). Debido a que los perfiles 16-XXX son los únicos que han tenido mucho uso, esta familia es referida usualmente como la serie 16 en lugar de nombrarla como una subfamilia de la serie 1, [4], [5].

1.2.6 Serie NACA 6

Aunque la NACA experimentó con métodos teóricos aproximados que produjeron la serie 2 por medio de la serie 5, ninguna de estas aproximaciones se encontró que producía de forma precisa el comportamiento deseado del perfil aerodinámico. La serie 6 fue derivada usando un método teórico mejorado que, como la serie 1, dependía específicamente de la distribución de presiones o velocidades deseada y empleaba matemáticas avanzadas para generar la forma geométrica requerida. La meta de esta aproximación fue diseñar perfiles que maximizaran la región sobre la cual el flujo de aire se conserva laminar. Y para hacer esto, el arrastre sobre un pequeño rango de coeficientes de sustentación se debe reducir sustancialmente. La nomenclatura de la serie 6 es de las más confusas de cualquiera de las familias previamente señaladas, especialmente debido a que tiene diferentes variaciones. Uno de los más comunes ejemplos es el NACA 64₁-212, $a = 0.6$. En este ejemplo, el 6 expresa la serie e indica que esta familia es diseñada para flujos laminares más grandes que las series 4 y 5. El segundo dígito, 4, indica la posición de la presión mínima en décimas de la cuerda (0.4c). El subíndice 1 indica que un bajo arrastre se mantiene en coeficientes de sustentación 0.1 por encima y por debajo del coeficiente de sustentación de diseño (0.2) especificado por el primer dígito posterior al guión en décimas. Los dos últimos dígitos especifican el espesor en porcentaje de la cuerda, 12%. La fracción especificada por $a = \text{___}$ indica el porcentaje de la cuerda del perfil sobre la cual la distribución de presiones es uniforme sobre el perfil, 60% de la cuerda en este caso. Si no se especifica, la cantidad que se considera es 1 o en su defecto la distribución es constante sobre todo el perfil, [4], [5].

1.2.7 Serie NACA 7

La serie 7 fue un logro adicional al maximizar las regiones de flujo laminar sobre un perfil diferenciando las posiciones de la presión mínima sobre las superficies superior e inferior. Un ejemplo es el NACA 747A315. El 7 denota la serie, el 4 da la posición de la presión mínima sobre la superficie inferior en décimas de cuerda (70%). El cuarto carácter, una letra, indica las formas usadas para la distribución de espesor y de la línea media. Una serie de formas estandarizadas derivadas de las primeras familias se designan por diferentes letras. Otra vez, el quinto dígito indica el coeficiente de sustentación de diseño en décimas (0.3) y los dos últimos dígitos son el espesor del perfil en porcentaje de la cuerda (15%), [4], [5].

1.2.8 Serie NACA 8

Una variación final de la metodología de las series 6 y 7 fue la serie NACA 8 diseñada para el vuelo a velocidades supercríticas. Como los primeros perfiles aerodinámicos, la meta fue maximizar la magnitud del flujo laminar en las superficies superior e inferior de forma independiente. La nomenclatura es muy similar a la serie 7, un ejemplo es el NACA 835A216. El 8 designa la serie, el 3 es la posición de la presión mínima sobre la superficie superior en décimas de la cuerda (0.3c), el 5 es la posición de la presión mínima sobre la superficie inferior en décimas de la cuerda (0.5c), la letra A distingue los perfiles que tienen diferentes formas de combadura y espesor, el 2 denota el coeficiente de sustentación de diseño en décimas (0.2), y el 16 se refiere al espesor del perfil en porcentaje de la cuerda (16%), [4], [5].

Aunque se ha introducido a las familias de los primeros perfiles desarrollados en los Estados Unidos antes de la llegada del vuelo supersónico, no se ha dicho algo acerca de sus usos. Así que brevemente se exploraran las ventajas, desventajas, y aplicaciones de cada una de estas familias.

Tabla 1.1.3. Descripción de las familias NACA

Familia	Ventajas	Desventajas	Aplicaciones
Serie 4	1. Buenas características de pérdida 2. Pequeño movimiento del centro de presiones a lo largo del rango de gran velocidad	1. Bajo coeficiente de sustentación 2. Relativamente gran arrastre 3. Elevado momento de cabeceo	1. Aviación general 2. Colas horizontales Simétricos: 3. Jets supersónicos 4. Palas de helicópteros 5. Soportes 6. Aletas de misiles y cohetes
Serie 5	1. Coeficiente de sustentación más alto 2. Bajo momento de cabeceo 3. La rugosidad tiene un pequeño efecto	1. Pobre comportamiento de pérdida 2. Relativamente alto arrastre	1. Aviación general 2. Aviones de bomberos propulsados por motores de pistón 3. Conmutadores 4. Jets de negocios
Serie 16	1. Evita los picos de baja presión 2. Bajo arrastre a altas velocidades	1. Relativamente baja sustentación	1. Propelas de aeronaves 2. Propelas de barcos
Serie 6	1. Coeficiente de sustentación alto 2. Muy bajo arrastre sobre un pequeño rango de condiciones de operación 3. Optimizado para altas velocidades con regiones amplias de flujo laminar	1. Alto arrastre fuera del rango óptimo de las condiciones de operación 2. Momento de cabeceo elevado 3. Comportamiento pobre de pérdida 4. Muy susceptible a la rugosidad	1. Bombarteros propulsados por motor de pistón 2. Jets de negocios 3. Entrenadores para Jets 4. Jets supersónicos
Serie 7	1. Muy bajo arrastre sobre un pequeño rango de condiciones de operación 2. Bajo momento de cabeceo	1. Reducido coeficiente de sustentación 2. Alto arrastre fuera del rango óptimo de las condiciones de operación 3. Comportamiento pobre de pérdida 4. Muy susceptible a la rugosidad	Raramente usados
Serie 8	Desconocidas	Desconocidas	Muy raramente usados

Los recursos computacionales disponibles en estos días le permiten al diseñador, crear y optimizar rápidamente un perfil específicamente adaptado a una aplicación particular en lugar de hacer una selección de una familia existente.

1.3 Principio de funcionamiento de perfiles aerodinámicos

1.3.1 Sustentación

El aumento de la velocidad del aire sobre el lado de succión de un perfil aerodinámico, con respecto a la velocidad del aire en el lado de presión, genera una diferencia de presiones, entre ambas superficies del perfil. Si esta diferencia de presiones es diferente de cero, ya sea positiva o negativa, y al estar actuando sobre las superficies del perfil, genera una fuerza

resultante denominada *sustentación*. Si se observa la figura 1.3.1 (perfil asimétrico), se notaran que las presiones resultantes sobre el lado de succión y el lado de presión generan fuerzas opuestas de la misma magnitud, por lo tanto no existe la sustentación.

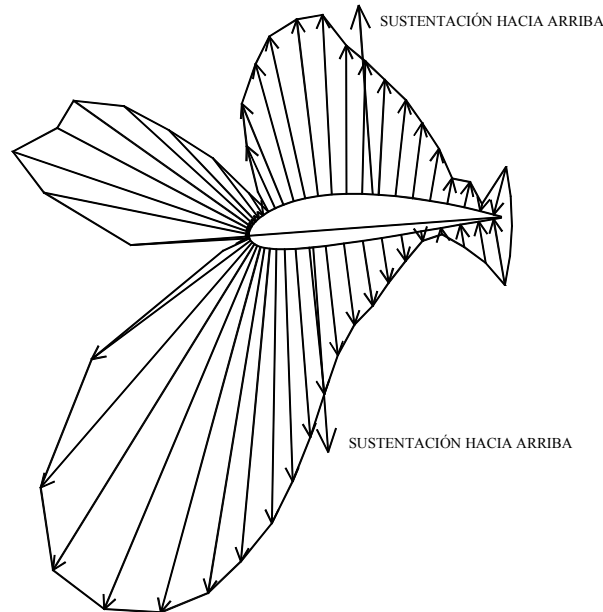


Figura 1.3.1 Perfil asimétrico con sustentación nula [3]

Cuando se incrementa el ángulo de ataque las presiones en el lado de succión son inferiores a las del lado de presión, obteniéndose una fuerza resultante en dirección vertical y hacia arriba llamada *sustentación*. El punto donde se puede considerar aplicada esa fuerza se denomina *centro de presión*.

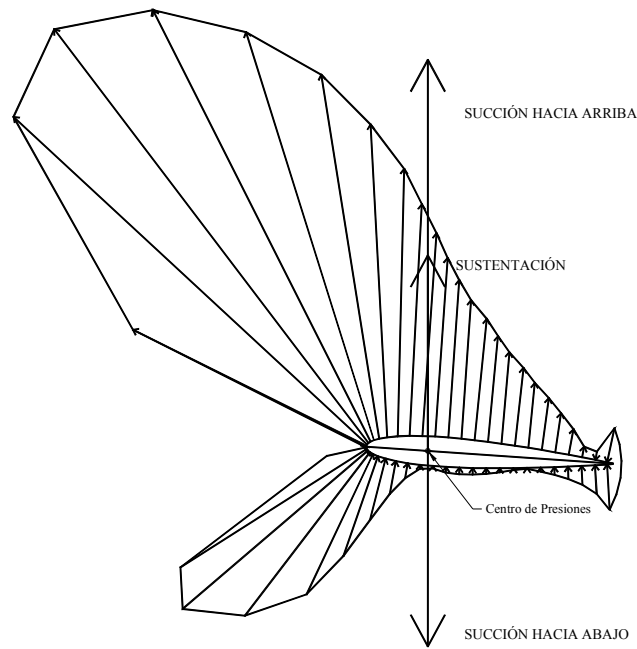


Figura 1.3.2 Perfil simétrico con sustentación positiva [3]

La distribución de las presiones es diferente en los perfiles simétricos. La distribución de presiones, como se puede observar en la figura 1.3.3, es similar tanto en el lado de succión como en el lado de presión (ángulo de ataque cero), y las fuerzas resultantes de ambas presiones son iguales en magnitud pero de sentido contrario y aplicadas en el mismo punto.

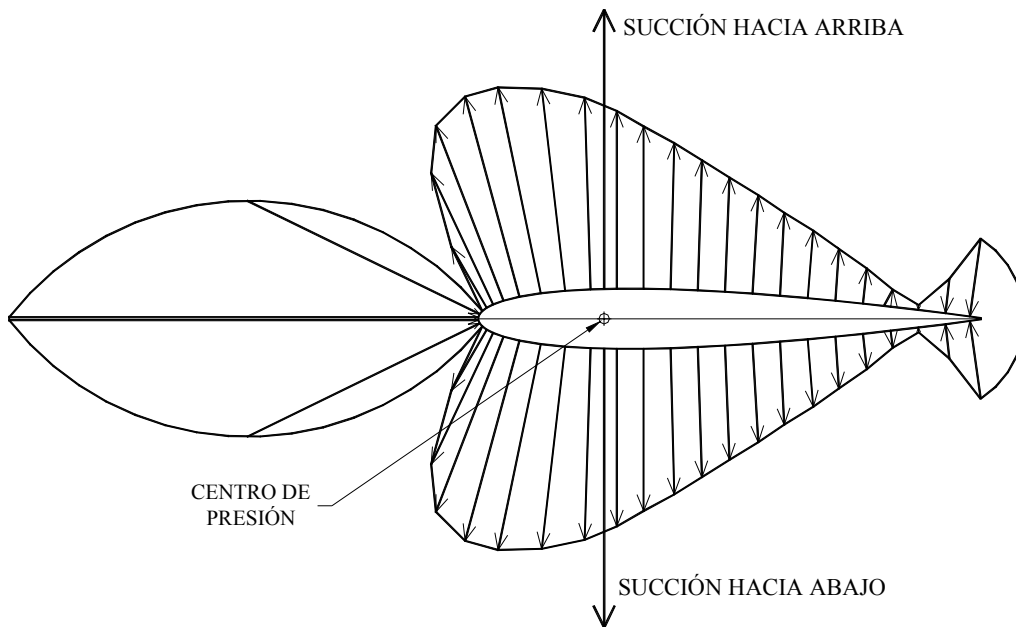


Figura 1.3.3 Perfil simétrico con sustentación nula [3]

1.3.2 Fuerza Aerodinámica Total

Suena complicado que el flujo que incide sobre un perfil de álabe de una turbina de vapor o de gas pueda producir el empuje necesario como para generar la electricidad de una ciudad completa, sin embargo en este y otros casos las fuerzas aerodinámicas sobre un cuerpo son provocadas únicamente a dos fuentes [1]:

1. La *distribución de presiones* (p) sobre la superficie del cuerpo
2. La *distribución de esfuerzos cortantes* (τ) sobre la superficie del cuerpo.

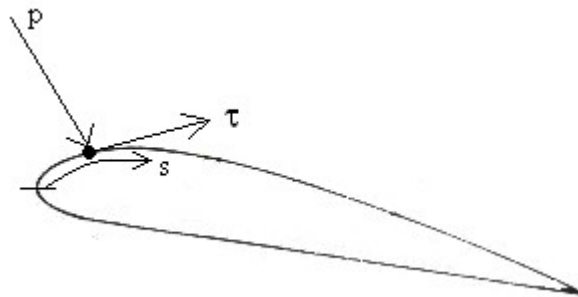


Figura 1.3.4 Bosquejo de la presión y el esfuerzo cortante sobre una superficie aerodinámica [1]

Como muestra la figura 1.3.4, p actúa *normal* a la superficie, y τ actúa de forma *tangencial* a la superficie. El efecto total de las distribuciones p y τ integradas sobre la superficie completa del perfil resulta en una *fuerza total aerodinámica*, algunas veces llamada *fuerza resultante* que puede ser dividida en dos componentes, que son la *sustentación* (provocada por la distribución de presiones) y el *arrastre* (resistencia al avance, provocada principalmente por la distribución de esfuerzos cortantes a bajos ángulos de ataque y por la distribución de presiones para ángulos de ataque elevados). La sustentación actúa en forma perpendicular al viento relativo. El arrastre es la fuerza paralela al viento relativo que se opone al movimiento de un perfil en un flujo. La figura 1.3.5 ilustra las definiciones previamente manejadas para una mejor comprensión.

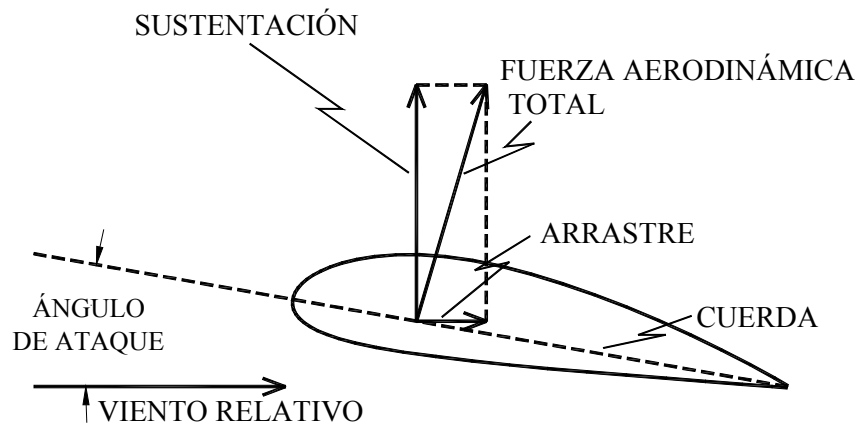


Figura 1.3.5 Fuerzas actuantes sobre un plano aerodinámico [3]

Muchos factores contribuyen a la sustentación total generada por un perfil aerodinámico. El incremento de velocidad causa un aumento de sustentación debido a la diferencia de presiones entre el lado de succión y el lado de presión. La sustentación se incrementa con el cuadrado de la velocidad. Normalmente, un aumento de la sustentación generará un aumento del arrastre. Por lo tanto, cuando se diseña un perfil aerodinámico se toman en cuenta todos estos factores y se diseña para que tenga el mejor desempeño en el rango de velocidades en el que se vaya a operar.

1.4 Diseño directo e inverso de perfiles aerodinámicos

1.4.1 Reseña histórica del diseño de perfiles aerodinámicos

Desde sus inicios, el Comité Nacional Asesor para la Aeronáutica (NACA) reconoció la importancia de los perfiles aerodinámicos como una piedra angular de la investigación aeronáutica y el desarrollo. En su primer Informe Anual al Congreso de los Estados Unidos, la NACA tuvo la necesidad de evolucionar con perfiles aerodinámicos más eficientes de forma práctica, ofreciendo un gran rango de ángulos de ataque combinado con eficiente desempeño. Hacia 1920, el Comité había publicado un compendio de resultados experimentales de varias fuentes. Brevemente después de esto, el desarrollo de perfiles por la NACA fue iniciado en el Laboratorio Aeronáutico Conmemorativo Langley. La primera serie

de perfiles, designada "secciones M" por Max M. Munk, fue probada en el túnel Langley de densidad variable. Esta serie era significativa porque representó un acercamiento sistemático al desarrollo del perfil aerodinámico contrariamente a la que se hacía antiguamente, de forma aleatoria, las aproximaciones eran de prueba y error. Esta aproximación empírica, la cual involucró modificación de la geometría de un perfil existente, culminado en el desarrollo de las series de perfiles aerodinámicos de cuatro y cinco dígitos a mediados de los 30's [8].

Concurrentemente, Eastman N. Jacobs (cf. [6] y [7]) empezó a trabajar en perfiles aerodinámicos de flujo laminar. Inspirado por las discusiones con B. Melvill Jones y G. I. Taylor en Inglaterra, Jacobs invirtió el método de análisis de perfiles aerodinámicos de Theodore Theodorsen (cf. [9]) para determinar la forma del perfil aerodinámico que produciría la distribución de presión que él deseaba (decreciendo la presión con la distancia del borde de ataque sobre la porción delantera del perfil aerodinámico), esta distribución de presión, se creía, mantendría el flujo laminar [8].

Así, la idea básica detrás del diseño moderno de perfiles aerodinámicos fue concebida: las características de la capa límite deseadas son el resultado de la distribución de presión que es el resultado de la forma del perfil aerodinámico. El método inverso transforma matemáticamente la distribución de presión en una forma de perfil aerodinámico, considerando que el diseñador intuitivamente o empíricamente transforma las características de la capa límite en la distribución de presión [8].

El resultado de las series de perfiles aerodinámicos 2 a 7, la más notable de las cuales son las series 6, fueron probadas en el Túnel Langley de Baja Turbulencia y en el Túnel de Presión Langley de Baja Turbulencia (LTPT) a finales de los 30's e inicios de los 40's. Para concentrarse en la aerodinámica de gran velocidad, la NACA dejó a un lado el diseño de los perfiles aerodinámicos en los 50's, dejando al mundo con un gran número de perfiles aerodinámicos diseñados sistemáticamente y experimentalmente probados. Las series de cuatro y cinco dígitos, perfiles de flujo turbulento produjeron relativamente altos coeficientes de máxima sustentación aunque sus coeficientes de arrastre no fueron particularmente bajos, la serie 6 (perfiles de flujo laminar) ofrecieron la posibilidad de bajos coeficientes de arrastre aunque sus coeficientes de máxima sustentación no fueron especialmente altos [8].

La escena de los perfiles aerodinámicos cambió entonces a Alemania dónde F. X. Wortmann y Richard Eppler estaban diseñando perfiles aerodinámicos de flujo laminar. Wortmann empleó los métodos de singularidad y de capa límite integral para desarrollar un catálogo de perfiles aerodinámicos pensado principalmente para los aviones de vela. Eppler, por otro lado, siguió el desarrollo de métodos teóricos más precisos [8].

El sucesor a la NACA, la administración nacional de la aeronáutica y el espacio (NASA), volvió a entrar al campo de los perfiles aerodinámicos en los 60's con el diseño de perfiles aerodinámicos transónicos por Richard T. Whitcomb. Las lecciones aprendidas durante el desarrollo de estos perfiles aerodinámicos transónicos fue transferido al diseño de una serie de perfiles aerodinámicos de flujo turbulento para aeronaves de baja velocidad. El objetivo básico de esta serie de perfiles aerodinámicos era lograr coeficientes de máxima sustentación más elevados que los antiguos perfiles NACA. Mientras estos perfiles aerodinámicos de flujo turbulento de la NASA lograron coeficientes de máxima sustentación más elevados, los coeficientes de arrastre en crucero no fueron tan bajos como los de aquéllos perfiles de las series de cuatro y cinco dígitos NACA. El énfasis por consiguiente fue cambiado hacia perfiles aerodinámicos de flujo laminar natural (NLF) en un esfuerzo por combinar características de bajo arrastre de la serie de perfiles 6 de la NACA con las características de elevada sustentación de los perfiles aerodinámicos de baja velocidad de la NASA. En este contexto, el término "perfil aerodinámico de flujo laminar natural" se refiere a un perfil aerodinámico que puede lograr magnitudes significantes de flujo laminar (≥ 30 por ciento de cuerda) en ambas superficies simultáneamente superior e inferior, solamente a través de gradientes de presión favorables (ninguna succión de capa límite o enfriamiento) [8].

En 1975, el personal de la NASA empezó a trabajar con el diseño de perfiles aerodinámicos de Eppler y el código de análisis. Sommers [8], [10] expresa que este código contiene un método de trazado conformal para el diseño de perfiles con las características de distribución de velocidad preescritas, un método de paneles para el análisis del flujo potencial sobre los perfiles dados, y un método integral de capa límite. Con este código, se pueden diseñar perfiles aerodinámicos con las características de capa límite preescritas y se pueden analizar perfiles con formas prescritas. En todos los otros métodos inversos, la distribución de velocidad (presión) es especificada a un ángulo de ataque y la forma del perfil aerodinámico causará que esa distribución de velocidad (presión) sea calculada. Por lo tanto, el perfil se diseña en un solo punto. Todas las otras condiciones son consideradas "fuera de diseño" y

deben ser tomadas en cuenta y analizadas después para determinar la aceptabilidad [8]. (cf. [11], [12]).

El método de trazado conformal en el código Eppler es único porque permite que la distribución de velocidad sea especificada a lo largo de diferentes segmentos del perfil a diferentes ángulos de ataque. Esta es una capacidad extremadamente potente porque permite que las características importantes de muchas distribuciones de velocidad sean incluidas en el diseño del perfil desde el principio. Por lo tanto, el perfil es diseñado en algunos puntos simultáneamente y las condiciones “fuera de diseño” pueden ser tomadas en cuenta en la especificación inicial. El código utiliza un método integral esencial para la predicción del desarrollo de la capa límite para cada distribución de velocidad. El método puede predecir capas límite laminar y turbulenta, la transición y la separación, tanto para flujo laminar como para flujo turbulento. El arrastre debido a la separación laminar de burbujas también se puede predecir. El método es semi-empírico y contiene una iteración del desplazamiento de capa límite [8]. (cf. [11], [12]).

Una característica importante del código de Eppler es la conexión entre el método de capa límite y el método de trazado conformal. Esta conexión permite que las características de capa límite sean controladas directamente durante el proceso de diseño del perfil. Esto es una capacidad particularmente importante para el diseño de perfiles aerodinámicos de flujo laminar y representa un paso adelante muy importante comparado con el procedimiento usado para diseñar los perfiles aerodinámicos de flujo laminar de la NACA. Ahora, en lugar de transformar las características de capa límite en una distribución de velocidad intuitivamente o empíricamente, el diseñador puede determinar las modificaciones directamente a la distribución de velocidad que producirá el desarrollo de capa límite deseado a cualquier ángulo de ataque en particular. Richard Eppler, a través de su código, ha desarrollado una conexión mucho más directa entre el desarrollo de capa límite y la distribución de presión. El rango de aplicabilidad del método ha sido establecido. Inicialmente se investigó, el tradicional, rango de número de Reynolds de baja velocidad de 3 a 9×10^6 . A partir de allí, se investigó, números de Reynolds más altos ($\approx 20 \times 10^6$) y números de Mach (≈ 0.7). Más recientemente se ha investigado los números de Reynolds más bajos ($\approx 0.5 \times 10^6$) (cf. [13]). Las más recientes indicaciones señalan que el método es también aplicable en incluso a números de Reynolds más bajos ($\approx 0.1 \times 10^6$) (cf. [14]).

El uso de catálogos ha sido exitoso, sin embargo, debido a que las aplicaciones se han diversificado, los perfiles aerodinámicos más viejos y las características requeridas se han vuelto menos apropiadas. Hoy, con un rango de aplicaciones desde ventiladores hasta aeronaves de transporte, el uso de perfiles aerodinámicos diseñados para aeronaves que tienen números de Reynolds de 3 a 9×10^6 , bajos números de Mach, y coeficientes de sustentación relativamente bajos son inaceptables. Para algunas aplicaciones, el uso de tales perfiles aerodinámicos (serie NACA) es particularmente inadecuado porque los requerimientos de diseño para estos perfiles aerodinámicos de aeronave de baja velocidad son significativamente diferentes de los otros perfiles aerodinámicos para las otras aplicaciones, las turbinas de viento son un buen ejemplo [8].

Los catálogos también padecen de una falta de cobertura. Cada aplicación requiere un rendimiento específico del perfil aerodinámico. Si este rendimiento cae dentro del alcance de las características contenidas en un catálogo, el perfil aerodinámico puede ser seleccionado de ese catálogo para la aplicación en particular. Sin embargo, muy probablemente, este perfil aerodinámico no funcionará del todo bien porque sus características no empatan exactamente con la aplicación. Una ventaja relacionada del método de diseño de perfiles aerodinámicos teórico es que permite que muchos diferentes conceptos sean analizados económicamente al mismo tiempo. Tales conceptos son en general poco prácticos en los túneles de viento debido al tiempo y las restricciones de dinero. Por lo tanto, la necesidad para un método de diseño de perfiles aerodinámicos está compuesta de tres partes: primero, para el diseño de perfiles aerodinámicos que quedan fuera del alcance de la aplicabilidad de los catálogos existentes; segundo, para el diseño de perfiles aerodinámicos que más exactamente se ajusten a los requisitos de la aplicación prevista; y en tercer lugar, para la exploración económica de muchos conceptos de perfiles aerodinámicos [8].

1.4.2 Métodos de diseño de perfiles aerodinámicos

Como en cualquier área de la ciencia, existen diferentes métodos para llevar a cabo el diseño de alguna cosa, en el caso de los perfiles aerodinámicos no son la excepción, tal como Jepson [15] lo expresa, que los métodos de diseño de perfiles aerodinámicos se pueden clasificar ampliamente en dos tipos: diseño directo e inverso. El proceso del diseño de perfiles aerodinámicos se puede ver de manera condensada en la siguiente forma: viene de un

conocimiento de las propiedades de la capa límite y de la relación entre la geometría y la distribución de presiones [8].

Una aproximación para el diseño de perfiles aerodinámicos es usar un perfil aerodinámico que ya fue diseñado por alguien. Este método es llamado “optimización de perfiles” y trabaja bien cuando los objetivos de un problema de diseño particular suelen coincidir con los objetivos del diseño del perfil aerodinámico original. En estos casos, los perfiles pueden ser elegidos de catálogos tales como son: “Teoría de Secciones de Ala” de Abbott y Von Doenhoff [cf. 4 y 5], “Profilkatalog Stuttgarter” de Althaus y Wortmann, “Catalogo de perfiles para bajo numero de Reynolds” de Althaus o de “Perfiles a bajas velocidades” de Selig. La ventaja a esta aproximación es que hay disponibilidad de los datos de las pruebas. Sin embargo, las herramientas disponibles ahora son lo suficientemente refinadas de manera que se puede asegurar que el rendimiento predicho se puede obtener [8].

1.4.3 Diseño directo de perfiles aerodinámicos

El diseño directo de perfiles aerodinámicos incluye la especificación de la geometría de la sección, el cálculo de la distribución de presiones y el rendimiento tal como lo afirma Filippone [16]. Es decir, se evalúa la distribución de presiones de la geometría dada y entonces se modifica la geometría para mejorar el rendimiento mediante la optimización. Los rendimientos aerodinámicos pueden ser controlados directamente usando métodos de optimización, generalmente basada en la evaluación de algunos gradientes. La optimización apunta a la minimización de una función objetivo característica de los rendimientos del perfil.

Anderson [1] describe el diseño directo, donde la forma del perfil es dada y la distribución de presiones de la superficie se calcula, mediante la teoría de perfiles delgados y los métodos de panel numéricos. Csanady [17] define el diseño directo como sigue, dada una forma de los álabes en una cascada, se debe encontrar la distribución de presiones para una tasa de flujo específica y la dirección de flujo a la entrada. Jepson [15] describe que en el método directo, la forma del perfil se usa como punto inicial para el ciclo de diseño. Los resultados aerodinámicos se calculan como una salida del diseño. Sucesivamente ajustando la forma, la aproximación del diseño trabaja hacia la obtención de un perfil que resulta en el rendimiento deseado. Algunos autores que han trabajado en este tipo de diseño son Zurita [27] quien presenta el estudio teórico para el cálculo de la distribución de velocidades y presiones sobre

la superficie de un perfil aerodinámico de un alabe de compresor axial sin considerar efectos viscosos ni compresibilidad, utiliza el método de transformación conforme. Bammert [35] presenta un programa de computo el cual sirve para calcular la distribución de presiones de cualquier cascada de alabes de turbomáquinas sin considerar efectos viscosos ni compresibilidad, resuelve una ecuación integral para la distribución de potencial en la ultima transformación conforme, además utiliza el método en tres casos especiales. Finalmente, Theodorsen [9] presenta un método teórico para obtener la distribución de velocidades a partir de una geometría dada sin considerar efectos viscosos ni compresibilidad, el método es aplicable a cualquier perfil aerodinámico incluso a los de gran espesor, utiliza la transformación conforme como método. Para resumir el método directo de diseño de perfiles aerodinámicos la figura 1.4.1 presenta una representación esquemática del proceso, en el cual la forma del perfil aerodinámico es usada para calcular las distribuciones de velocidad posteriormente la capa limite, le sigue la posición de la transición laminar a turbulenta y finalmente la polar de arrastre.

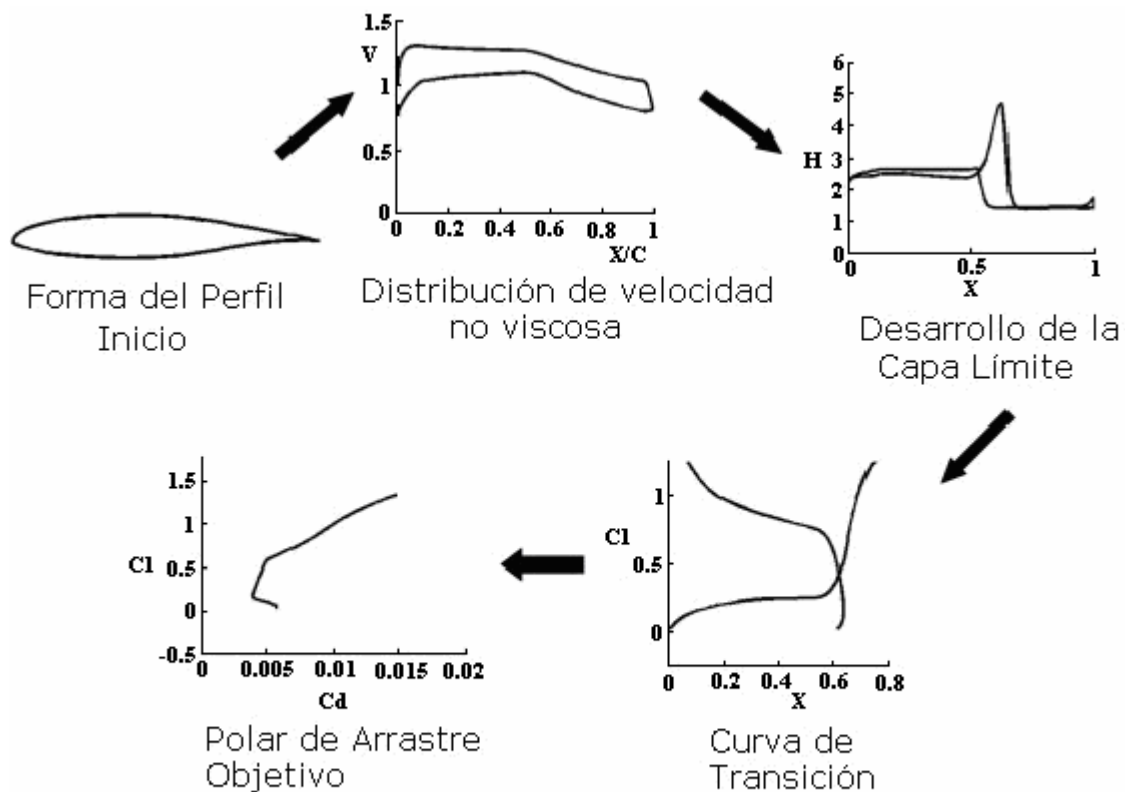


Figura 1.4.1 Diagrama de Flujo del Diseño Directo [15]

1.4.4 Diseño inverso de perfiles aerodinámicos

Fillipone [16] define el diseño inverso de perfiles aerodinámicos como la determinación de la forma del perfil correspondiente a una distribución de presiones de superficie especificada bajo condiciones de flujo. Anderson [1] describe que es deseable especificar la distribución de presiones de superficie, una presión que logrará el rendimiento del perfil mejorado, y calcular la forma del perfil que producirá la distribución de presiones especificada, esta aproximación es llamada diseño inverso. Csanady [17] define el diseño inverso como sigue, a ciertas condiciones preescritas de flujo, para una distribución de presiones preescrita a lo largo de la superficie del álabe (especificada, por ejemplo, de tal manera de evitar la separación de la capa límite, cavitación local, o velocidades aproximadas a la velocidad sónica) se debe encontrar la forma del álabe.

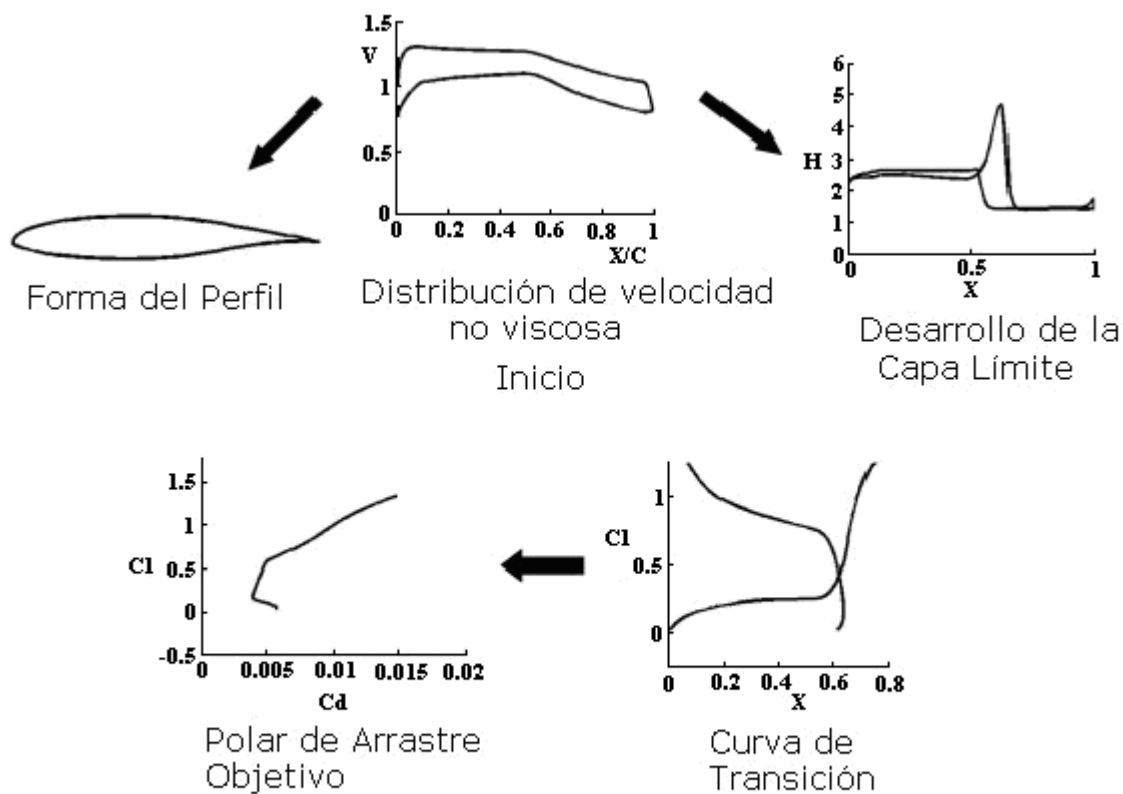


Figura 1.4.2 Diagrama de Flujo del Diseño Inverso [15]

Jepson [15] describe que el objetivo de un método de diseño de perfiles inverso es determinar la forma de un perfil que satisfaga especificaciones geométricas y aerodinámicas. Los primeros métodos permitían la prescripción de la distribución de velocidad no viscosa a un solo ángulo de ataque. La motivación de estos métodos fue tomar ventaja de las relaciones entre la distribución de velocidad y otras propiedades aerodinámicas tales como sustentación, arrastre y momento de cabeceo. Estas relaciones resultan del hecho que la velocidad es una medición de la presión de superficie. Por lo tanto, la sustentación del perfil a cualquier ángulo de ataque es esencialmente el área dividida entre las curvas de velocidad para las respectivas superficies, superior e inferior. Además, el momento de cabeceo es determinado de la distribución cordal de esta área. Los gradientes de velocidad sobre el perfil también se determinan del desarrollo de la capa límite. Del desarrollo de capa límite también se puede calcular el arrastre. Por lo tanto, el rendimiento total del perfil puede ser indirectamente controlado especificando la distribución de velocidad. Subsecuentemente, para permitir un mayor control sobre el rendimiento final del perfil, los métodos de diseño de perfil inversos fueron desarrollados y permitieron especificaciones en el desarrollo de capa límite. En estos métodos primero se usa un método de capa límite inverso para determinar la distribución de velocidad, después esta distribución de velocidades es usada para determinar la forma del perfil.

En este tipo de diseño muchas personas han trabajado, Selig [26], Volpe [25], Somers [23], [24], Eppler [11], [12] y Zingg [18] por señalar a algunos. Los autores antes mencionados siguen el esquema de la figura 1.4.2, donde se muestra la representación gráfica del diseño inverso, en donde a partir de la distribución de velocidades o presiones se calcula la geometría del perfil aerodinámico, posteriormente la capa límite, le sigue la posición de la transición laminar a turbulenta y finalmente la polar de arrastre.

En general, las referencias revisadas expresan que, el diseñador especifica una función objetiva que comúnmente es la distribución de presiones o velocidades. Es a veces posible especificar una distribución C_p deseada y usar la diferencia de mínimos cuadrados entre los verdaderos C_p 's y los designados como el objetivo. Esto es la idea básica detrás de una variedad de métodos para el diseño inverso. El diseño inverso requiere que el diseñador especifique una distribución de presiones que producirá el rendimiento deseado, la forma que produce esta distribución de presiones se calcula usando un método inverso. La segunda parte del problema de diseño empieza cuando uno ha definido de algún modo un objetivo para el

diseño del perfil aerodinámico. Esta etapa del diseño involucra cambiar la forma del perfil para mejorar el rendimiento. Esto puede ser hecho en algunas formas: (a) Usando conocimientos de los efectos de los cambios de geometría sobre el C_p y los cambios del C_p sobre el rendimiento y (b) mediante la optimización numérica, usando funciones de forma para representar la geometría del perfil y dejando que la computadora decida por la secuencia de modificaciones que se necesitan para la mejora del diseño.

1.5 Tipos de diseño de perfiles aerodinámicos

El objetivo de un diseño de perfil aerodinámico es variado. Algunos perfiles aerodinámicos son diseñados para producir bajo arrastre (y pueden no ser diseñados para generar sustentación del todo). Algunos perfiles aerodinámicos pueden necesitar producir un bajo arrastre mientras producen una cantidad dada de sustentación. En algunos casos, el arrastre realmente no importa, sino la máxima sustentación es lo que realmente importa. El perfil aerodinámico debe ser diseñado para lograr este rendimiento con una limitación: en el espesor, o en el momento de cabeceo, o en el rendimiento fuera del diseño, o en algunas otras limitaciones inusuales. Sin considerar los objetivos de diseño y las restricciones, uno se enfrenta con algunos problemas muy comunes que hacen el diseño de perfiles aerodinámicos difícil.

1.5.1 Diseño de perfiles aerodinámicos con espesor máximo

La dificultad de los perfiles con espesor es que la presión mínima es reducida debido al espesor. Esto resulta en un gradiente de presión adversa más severa y la necesidad de iniciar la recuperación prontamente. Si el punto de máximo espesor se especifica, la sección con el espesor máximo debe recuperarse de un punto en particular con el gradiente más inclinado posible. La posible sección más gruesa tiene una capa límite justo sobre el borde de separación durante toda la recuperación. Con respecto a este tipo de diseño aerodinámico, Somers [20] diseña y analiza una familia de perfiles gruesos mediante el código de Eppler, los S822 y los S823, para turbinas de viento de eje horizontal de 3 a 10 metros con pérdida regulada, los objetivos principales son obtener la máxima sustentación y un bajo arrastre, todo bajo las restricciones de momento de cabeceo y espesor del perfil.

1.5.2 Diseño de perfiles Aerodinámicos con sustentación máxima

Este tipo de diseño está dirigido para producir elevados coeficientes de sustentación, se requieren presiones demasiado negativas sobre la superficie superior del perfil. El límite para esta succión puede ser relacionado con los efectos de compresibilidad, o puede ser impuesto por el requisito de que la capa límite sea capaz de retrasarse en su gradiente de presión adversa. En este tipo de diseño, Selig y Guglielmo [21] presentan una nueva filosofía de diseño de perfiles con sustentación máxima validada experimentalmente en pruebas de túnel de viento. La clave de esta filosofía es usar una presión de recuperación cóncava con carga trasera. Se utilizaron tres códigos de diseño y análisis (PROFOIL, el código Eppler e ISES) para diseñar el perfil de sustentación máxima S1223 para un número de Reynolds de 2×10^5 . El perfil demuestra ganancias dramáticas en el CL_{max} sobre otros perfiles previamente usados.

1.5.3 Diseño de perfiles aerodinámicos laminares

El flujo laminar puede ser útil para reducir el arrastre por fricción, incrementando la máxima sustentación y reduciendo la transferencia de calor. Se puede lograr fácilmente a bajos números de Reynolds manteniendo una superficie delgada y usando un perfil aerodinámico con un gradiente de presión favorable. En este campo Bradford E. Green et al. [22] desarrollan un método de diseño iterativo en el cual un perfil aerodinámico se puede diseñar con una cantidad substancial de flujo laminar, mientras se mantienen otras restricciones geométricas y aerodinámicas. Las reducciones de arrastre se realizan usando el método de diseño sobre un rango de números de Mach, números de Reynolds y espesores de perfil.

Por otra parte, Jepson [15] desarrolla una aproximación para la cual una curva deseada de transición de capa límite puede ser especificada como una entrada en el diseño inverso, también presenta una aproximación para incorporar consideraciones de diseño de la aeronave en el proceso de diseño inverso. Somers [23] diseña y analiza teóricamente una familia de perfiles de flujo laminar natural (NLF) para ventiladores de torres de enfriamiento. Los objetivos de una elevada sustentación y un bajo arrastre fueron alcanzados. Somers [24] diseña y analiza teóricamente el perfil S829 de flujo laminar natural (NLF) de 16% de espesor para la región en la punta de la pala de 20 a 40 metros de diámetro de una turbina de viento de eje horizontal. Los objetivos principales son la máxima sustentación y bajo arrastre, bajo las restricciones de momento de cabeceo y el espesor del perfil.

1.5.4 Diseño de perfiles aerodinámicos transónicos

El problema del diseño de perfiles aerodinámicos transónicos es crear una sección de perfil con elevada sustentación y/o espesor sin causar fuertes ondas de choque. Una regla general es que los números de Mach locales máximos no deben exceder aproximadamente de 1.2 a 1.3 sobre un perfil supercrítico bien diseñado. Fillippone [16] señala que a velocidades más altas donde los perfiles entran en el rango transónico, es deseable diseñar perfiles aerodinámicos transónicos y la optimización de los perfiles subsónicos para mover el choque donde quiera que ocurra (minimización del arrastre). Mediante este tipo de diseño el principal objetivo es limitar las pérdidas por resistencia aerodinámica de choque a una velocidad transónica.

Este tipo de diseño aerodinámico ha sido tratado por Volpe y Melnik [25], ellos señalan que la solución exacta de Lighthill del problema de determinar la forma del perfil aerodinámico que corresponde a una distribución prescrita en un flujo incompresible demuestra que la distribución de presiones de superficie y la velocidad de corriente libre no pueden ser prescritas independientemente, ellos presentan un nuevo método que no viola la restricción antes señalada para resolver el problema inverso a velocidades transónicas. Volpe y Melnik fueron entre los primeros en probar que el diseño inverso transónico estaba mal propuesto y lo dirigieron hacia el papel de las restricciones.

1.5.5 Diseño de perfiles para bajos números de Reynolds

Los métodos de diseño a un bajo número de Reynolds deben ser capaces de tomar en cuenta los fuertes efectos viscosos que llevan a la separación de burbujas laminares, extensos efectos de capa límite, transición a la turbulencia, histéresis en los coeficientes de fuerza, comportamiento no lineal. Filippone [16] expresa que el rango de números de Reynolds es aproximadamente 50,000 a 500,000 (números de Reynolds más bajos todavía no son investigados). Los bajos números de Reynolds hacen el problema del diseño de perfiles aerodinámicos difícil porque la capa límite es mucho menos capaz de manejar un gradiente de presión adversa sin la separación. Por lo tanto, los diseños para bajo número de Reynolds no tienen gradientes de presión severas y la capacidad de sustentación máxima está restringida. Es a veces difícil garantizar que la capa límite sea turbulenta sobre las regiones de recuperación de presión más escarpadas. Las burbujas de separación laminar son comunes y a menos de que sean estabilizadas, pueden resultar en un excesivo arrastre y en un bajo coeficiente de sustentación. A bajos números de Reynolds, la mayoría o todas las capas límite

son laminares. Bajo tales condiciones la capa límite puede manejar solamente la recuperación de presión gradual. Los métodos de diseño para velocidades intermedias (Números de Reynolds entre 500,000 y algunos millones) tienen las mismas características de los métodos que trabajan con rangos de velocidades bajas, la separación de burbujas laminar se puede omitir, el flujo puede ser completamente turbulento (dependiendo de la turbulencia de la corriente libre, condiciones de superficie, etc.) [8]. Wayman [13] demuestra la creación de una familia de perfiles mediante el código Eppler con un bajo número de Reynolds, se crearon seis perfiles y el análisis indica un buen rendimiento de las secciones a $Re = 500000$.

1.5.6 Diseño de perfiles aerodinámicos multipuntuales¹

Una de las dificultades en el diseño de perfiles aerodinámicos multipuntuales es el requisito para el rendimiento aceptable fuera de diseño. Otra dificultad es que en el diseño de perfiles aerodinámicos multipuntuales existen efectos no lineales de un elemento sobre los otros elementos [8]. Mientras que un perfil aerodinámico con un bajo arrastre no es demasiado difícil de diseñar, podría separarse en ángulos de ataque ligeramente altos de su punto de diseño. Los perfiles aerodinámicos con la capacidad de una elevada sustentación pueden funcionar muy poco a bajos ángulos de ataque. Se puede acercarse al diseño de perfiles aerodinámicos con puntos de diseño múltiples en una manera bien definida. A menudo está claro que la superficie superior será crítica en uno de los puntos y podemos diseñar la superficie superior en esta condición. La superficie baja puede ser diseñada para hacer que la sección actúe apropiadamente en el segundo punto. Las restricciones están afectadas por la geometría de borde de salida del perfil. Cuando tal compromiso no es posible, la configuración de geometría variable puede ser empleada (algo costosa) como en los sistemas de hipersustentación. En este tipo de diseño Selig [26] resuelve el problema usando un método de Newton-Raphson mediante la especificación de las distribuciones de velocidad a lo largo de los segmentos, para un ángulo de ataque dado, usando un trazado conformal y tres restricciones integrales. Además, Selig y Gopalarathnam [21] presentan un método inverso multipuntual para el diseño de perfiles aerodinámicos con múltiples elementos con una distribución de velocidad deseada en flujo potencial incompresible. El método usa un código inverso, multipuntual y de perfil aislado para generar cada elemento del perfil con múltiples

¹ El termino en ingles es multi-point, y se refiere a que en este tipo de diseño se proponen segmentos de diferentes distribuciones de velocidad, y se diseña el perfil para esos tipos de distribuciones propuestos, en conclusión el perfil es apto para funcionar a diferentes regimenes de velocidad y por ende a diferentes ángulos de ataque, por esa razón es que el termino se entiende de esa manera.

elementos y un método de panel bidimensional para analizar el perfil con múltiples elementos. Mediante una iteración de Newton, las variables asociadas con el diseño de elementos aislados son ajustadas para lograr las distribuciones de velocidad multielementales² deseadas.

² El término en inglés es multi-element, y se refiere a una distribución de velocidad compuesta por diferentes segmentos de diferentes distribuciones de velocidad.

CAPÍTULO 2

MODELO MATEMATICO

En el presente capítulo se fijara la atención en el diseño de un perfil aislado para una distribución de velocidad preestablecida $v(s)$. Primeramente se formula el problema tomando en cuenta restricciones y limitaciones, a continuación se establece el método de solución, posteriormente se estableen las condiciones de solución y finalmente se presentan la determinación de las características aerodinámicas. Este problema se le conoce como “principal”, porque tiene un profundo impacto en el desarrollo de la teoría general de los problemas inversos de valor limite en aerohidrodinamica.

2.1 Planteamiento matemático del perfil aislado en flujo ideal de un fluido incompresible

La idea de este método se origina de la siguiente propiedad del modelo matemático IIF [28] (Ideal Incompressible Fluid): la función potencial del flujo alrededor del perfil analizado después del ultimo trazado conformal se vuelve la función potencial de un flujo alrededor de un cuerpo transformado. Por otra parte, los valores de los potenciales coinciden en los puntos correspondientes del flujo. Tomando el flujo alrededor de un disco unitario en el plano canónico, se encuentra una conexión entre las coordenadas de arco del contorno del perfil y el círculo, y el IBVPA se reduce a la solución de un problema directo en el plano canónico. Se debe notar que esta aproximación es general en aerohidrodinámica. Algunos de los autores que destacan en el diseño de perfiles aerodinámicos utilizando IBVPA son: Ihsanova et al. [29] resuelven problemas variacionales numéricamente para encontrar perfiles aerodinámicos impermeables en el plano paralelo estacionario en un flujo subsónico de un gas viscoso con grandes números de Reynolds y una fuerza de sustentación máxima. Por otro lado Zannetti et al. [30] tratan con el problema inverso para un perfil capturador de vórtices en donde una distribución de velocidad de diseño es planteada como una función de la abscisa curvilínea

del contorno del perfil, y las restricciones sobre la distribución de velocidad llevan a la solución del problema.

Una distribución de velocidad arbitraria $v(s)$ no garantiza que se pueda obtener un perfil con las características necesarias, en particular un perfil limitado por un contorno sencillo, finito y cerrado. A partir de aquí, el IBVPA “principal” para un perfil aislado no tiene solución de manera general. Por lo tanto, el problema crece, obteniendo una única solución de una clase dada de soluciones.

2.1.1 Formulación del problema

En un plano complejo $z = x + iy$ un perfil impermeable desconocido es puesto en un flujo potencial estable de un fluido ideal incompresible (figura 2.1(a)); el contorno del perfil L_z se considera que es cerrado y uniforme en todo el contorno excepto en el borde de salida B , donde el ángulo externo formado por el perfil es igual a $\epsilon\pi$, $\epsilon \in [1,2]$.

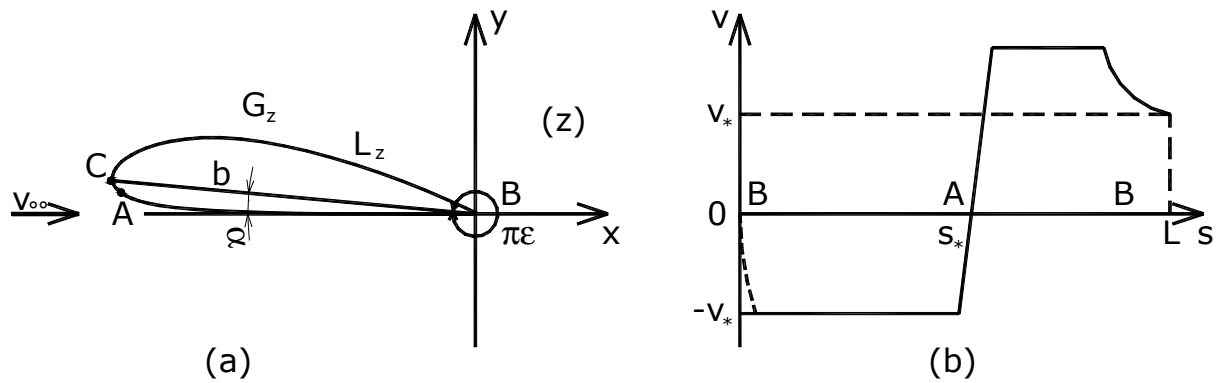


Figura 2.1.1 (a) Perfil impermeable desconocido. (b) Distribución de velocidades

El punto B queda situado en el origen del sistema coordenado y la velocidad de corriente libre es paralela al eje x . El valor de la velocidad de corriente libre v_∞ es conocido. La coordenada de arco s se mide desde $s=0$ en el punto B hasta $s=L$ en el mismo punto, de tal manera que s comienza por el lado de presión rodeando el contorno hasta el lado de succión cuando s se incrementa a lo largo de L_z . La distribución de velocidad de flujo (figura 2.1 (b))

$$v = v(s), \quad s \in [0, L] \quad (2.1)$$

es dada a lo largo de L_z , donde la función parcialmente uniforme $v(s)$ es igual a cero en el punto crítico principal A ($s = s_*$) y continuamente diferenciable en este punto. (La última condición, como será mostrado abajo, proporcionar uniformidad del contorno requerido en el punto A). El signo de $v(s)$ está relacionado con la dirección de desviación y aquí, $v(s) < 0$ para $s \in (0, s_*)$, $v(s) > 0$ para $s \in (s_*, L)$.

El objetivo es determinar la forma del perfil, el ángulo de ataque α , el coeficiente de sustentación C_l y las características del perfil a otros ángulos de ataque.

En vista de la consideración de un flujo potencial, existe un potencial de velocidad ϕ ($\vec{v} = \nabla \phi$), la cual está relacionada a la función de flujo ψ por las siguientes condiciones de

Cauchy-Riemann

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad \frac{\partial \phi}{\partial y} = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

por lo tanto, el potencial complejo del flujo $w(z) = \phi(x, y) + i\psi(x, y)$ es una función analítica en la región de flujo G_z (fuera del perfil requerido). A continuación se denota la circulación del flujo Γ mediante

$$\Gamma = \int_0^L v(s) ds$$

En la vecindad del infinito la función $w(z)$ es de la siguiente forma

$$w(z) = v_\infty z - \frac{\Gamma}{2\pi i} \ln z + \sum_{k=0}^{\infty} c_k z^{-k} \quad (2.2)$$

Si se considera que $\psi = 0$ debido a que el perfil es impermeable. Tomando $\varphi(s_*) = 0$, entonces se deduce que

$$\varphi(s) = \int_{s_*}^s v(s) ds, \quad s \in [0, L] \quad (2.3)$$

Además, se denota $\varphi_1 = \varphi(L)$, $\varphi_0 = \varphi(0)$, entonces $\Gamma = \varphi_1 - \varphi_0$.

De esta manera, el problema que fue formulado se ha reducido a un problema de valor límite inverso externo para la función $w(z)$, la cual es analítica en G_z y continua en el dominio cerrado \bar{G}_z , con un polo simple y una singularidad logarítmica en el infinito, y tomando los valores dados sobre el límite requerido L_z

$$\Re w(z)|_{L_z} = \varphi(s), \quad \Im w(z)|_{L_z} = 0, \quad s \in [0, L]. \quad (2.4)$$

(\Re y \Im denotan las partes real e imaginaria de una función, respectivamente.) Reduciendo el problema original a un problema de valor límite, ha determinado diferentes direcciones de investigación y ha permitido usar la bien conocida teoría de funciones analíticas complejas.

2.2 Método de solución

Si se considera un dominio establecido G_ζ , el cual es externo a un disco unitario $|\zeta| > 1$ en un plano complejo auxiliar ζ . Entonces, se denota por L_ζ el límite $|\zeta| = 1$ de la región (figura 2.2(a)). El potencial complejo del flujo alrededor del disco, con velocidad de corriente libre dada por $u_0 e^{i\beta}$ y la misma circulación Γ se escribe,

$$w(\zeta) = u_0 \left(\zeta e^{-i\beta} + \frac{e^{i\beta}}{\zeta} \right) - \frac{\Gamma}{2\pi i} \ln \zeta + C_0, \quad (2.5)$$

donde C_0 es una constante compleja. Notar, que la función $w(z)$, $w(\infty) = \infty$, $w(1) = \varphi_1$, conformalmente traza el dominio G_ζ hacia el dominio G_w (figura 2.2(b)), localizada sobre la superficie de Riemann de hoja infinita sobre el plano w , con límites determinados por las condiciones (2.4).

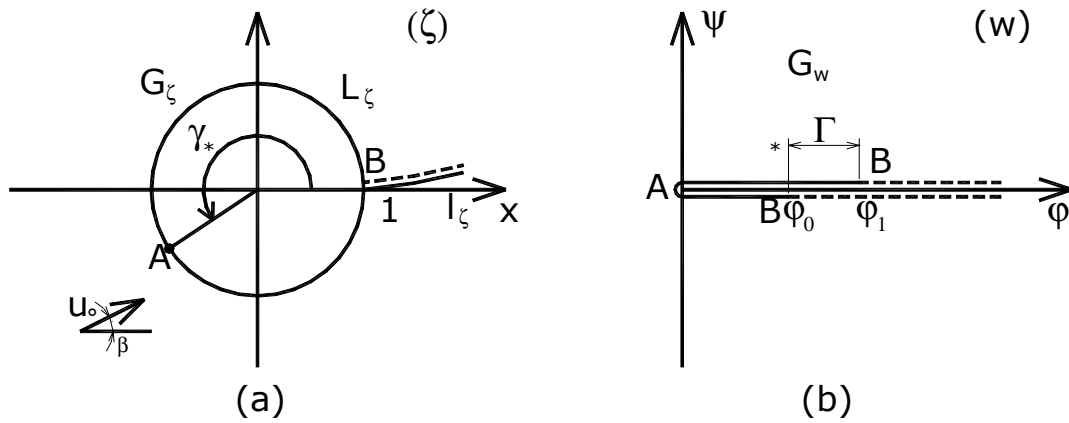


Figura 2.2.1 (a) Plano ζ (b) Plano w

Considerando $\zeta = e^{i\gamma}$ sobre el círculo L_ζ y tomando en cuenta el hecho de que los valores potenciales $\varphi(\gamma) = \Re[w(e^{i\gamma})]$ en los puntos $\zeta = 1$ y $\zeta = e^{i\gamma_*}$ (las imágenes del borde de salida y el punto crítico principal) son conocidos ($\varphi = \varphi_1$, $\varphi(\gamma_*) = 0$), y la derivada $\varphi'(\gamma)$ desaparece en estos puntos, se obtiene un sistema de cinco ecuaciones algebraicas para cinco parámetros desconocidos β , u_0 , γ_* , $\Re C_0$, $\Im C_0$.

$$2u_0 \sin \beta - \frac{\Gamma}{2\pi} = 0$$

$$-2u_0 \sin(\gamma_* - \beta) - \frac{\Gamma}{2\pi} = 0$$

$$2u_0 \cos \beta + \Re C_0 = \varphi_1$$

$$-2u_0 \cos(\gamma_* - \beta) - \frac{\Gamma \gamma_*}{2\pi} + \Re C_0 = 0$$

$$\Im C_0 = 0.$$

Consecuentemente,

$$u_0 = \frac{\Gamma}{4\pi \sin \beta}, \quad \gamma_* = \pi + 2\beta, \quad C_0 = \varphi_1 - \frac{\Gamma \cot \beta}{2\pi} \quad (2.6)$$

y la ecuación

$$\beta + \cot \beta = \frac{\pi \varphi_1}{\Gamma} - \frac{\pi}{2} \quad (2.7)$$

sirve para encontrar β . Esta ecuación tiene una solución única. Se nota que β representa la deflexión del perfil de la dirección de flujo con circulación nula y es llamado ángulo de ataque absoluto o teórico. Después de encontrar los parámetros desconocidos, de (2.5) se obtiene sobre el contorno L_ζ

$$\varphi(\gamma) = 2u_0 [\cos(\gamma - \beta) - \cos \beta - \gamma \sin \beta] + \varphi_1 \quad (2.8)$$

Los valores de los potenciales en los flujos inicial y transformado coinciden en los puntos correspondientes, y las funciones $\varphi(\gamma)$ y $\varphi(s)$ son continuas. Por lo tanto, comparando las expresiones (2.3) y (2.8), se obtiene la relación continua

$$s = s(\gamma), \quad \gamma \in [0, 2\pi] \quad (2.9)$$

después, en términos de la formula

$$s' = \frac{\varphi'(\gamma)}{\varphi'(s)} = \frac{-4u_0 \sin\left(\frac{\gamma}{2}\right) \cos\left(\frac{\gamma}{2} - \beta\right)}{v[s(\gamma)]} \quad (2.10)$$

y la parcial suavidad de la función $v(s)$, sigue que la derivada $s'(\gamma)$ es continua-Hölder en todos lados excepto, posiblemente, en los puntos γ , correspondientes a ceros de $v[s(\gamma)]$. Estos puntos son $\gamma = \gamma_*$, y también $\gamma = 0$ y $\gamma = 2\pi$ para $\varepsilon \neq 0$. Se conoce que la función $f(\gamma)$ definida en un segmento $[0, 2\pi]$ es continua-Hölder (satisface la condición de Hölder $H(A_0, \lambda)$ con el coeficiente $A_0 \in (0, \infty)$ y el exponente $\lambda \in (0, 1]$), si para cualquier $\gamma_1, \gamma_2 \in [0, 2\pi]$ la siguiente desigualdad se mantiene:

$$|f(\gamma_1) - f(\gamma_2)| \leq A |\gamma_1 - \gamma_2|^\lambda \quad (2.11)$$

de acuerdo a las consideraciones anteriores, la función $v'(s)$ es continua en el punto crítico principal s_* , entonces la función $s'(\gamma)$ es continua en $\gamma = \gamma_*$ y, además, $s'^2(\gamma) \approx \frac{2u_0 \cos \beta}{v'[s(\gamma)]}$.

Tomando en cuenta que $v(s)$ tiene un cero de orden $2/\varepsilon - 1$ en el borde de salida, de (2.10) se obtiene

$$s(\gamma) \approx [\varphi_1 - \varphi(\gamma)]^{\frac{\varepsilon}{2}} \approx \left[2 \sin\left(\frac{\gamma}{2}\right) \right]^\varepsilon, \quad \gamma = 0, \quad \gamma = 2\pi \quad (2.12)$$

Consecuentemente, $s'(\gamma) \approx \left[2 \sin\left(\frac{\gamma}{2}\right) \right]^{\varepsilon-1}$ en el borde de salida.

Así, las restricciones impuestas sobre $v(s)$ en los IBVPA garantizan que $s(\gamma)$ es una función continuamente diferenciable con derivada continua-Hölder la cual no es igual a cero en todos lados, excepto en los puntos $\gamma = 0$, $\gamma = 2\pi$, donde la derivada $s'(\gamma)$ tiene ceros de orden $\varepsilon - 1$.

Solucionando el IBVPA principal es equivalente a encontrar un mapeado conformal $z = z(\gamma)$ del dominio establecido G_ε sobre el exterior del perfil requerido. Una función $z(\gamma)$ puede

ser encontrada como una solución del problema de valor límite directo en el dominio G_ζ por una función auxiliar $\ln\left(\frac{dz}{d\zeta}\right)$ o $\ln\left(\frac{dw}{d\zeta}\right)$.

Primero, se considera la función

$$\ln\left(\frac{dz}{d\zeta}\right) = \ln\left|\frac{dz}{d\zeta}\right| + i \arg\left(\frac{dz}{d\zeta}\right) \quad (2.13)$$

la cual es analítica en G_ζ . Debido a que el ángulo externo en el borde de salida ($z=0$) es igual a $\varepsilon\pi$ y el contorno L_ζ es suave en la vecindad de la preimagen de este punto ($\zeta=0$), entonces en esta vecindad $z(\zeta) \approx \left(1 - \frac{1}{\zeta}\right)^\varepsilon$. Consecuentemente, $\ln z'(\zeta)$ posee una singularidad logarítmica en el punto $\zeta=1$. Eliminando la singularidad, se obtiene la función

$$\omega(\zeta) = \ln z'(\zeta) - (\varepsilon - 1) \ln\left(1 - \frac{1}{\zeta}\right) = P + iQ \quad (2.14)$$

la cual es analítica en el dominio G_ζ y continua en el dominio cerrado \bar{G}_ζ . Sobre el contorno L_ζ para una $s(\gamma)$ conocida se tiene

$$P(\gamma) = \Re \omega(e^{i\gamma}) = \ln|s'(\gamma)| - (\varepsilon - 1) \ln\left[2 \sin \frac{\gamma}{2}\right], \quad \gamma \in [0, 2\pi] \quad (2.15)$$

En vista de la relación (2.12), la función $P(\gamma)$ es del tipo Hölder. Por lo tanto, se puede restituir $\omega(\zeta)$ por medio del operador de Schwarz con la densidad $P(\gamma)$.

$$\omega(\zeta) = -(SP)(\zeta) + i\beta_* = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} P(\tau) \frac{e^{i\tau} + \zeta}{e^{i\tau} - \zeta} d\tau + i\beta_* \quad (2.16)$$

donde β_* es una constante real, la cual puede ser encontrada de la condición

$$\arg\left(\frac{dw}{dz}\right)\Big|_{\infty} = \arg\left(\frac{dw}{d\zeta}\right)\Big|_{\infty} - \arg\left(\frac{dz}{d\zeta}\right)\Big|_{\infty} = 0$$

Tomando en cuenta a (2.5), se obtiene que $\beta_* = -\beta$. Por lo tanto, la función $z = z(\zeta)$, la cual traza conformalmente G_ζ en la región de flujo G_z con las condiciones de normalización $z(\infty) = \infty$, $z(1) = 0$, tiene la forma

$$z(\zeta) = e^{-i\beta} \int_1^\zeta \left(1 - \frac{1}{\zeta}\right)^{\varepsilon-1} \exp[\omega(\zeta)] d\zeta, \quad \zeta \in G_\zeta \quad (2.17)$$

Pasando al límite como $\zeta \rightarrow e^{i\gamma}$ en la relación (2.17), se obtienen las ecuaciones paramétricas del contorno del perfil requerido L_z

$$x(\gamma) + iy(\gamma) = \int_0^\gamma \exp[P(\tau) + i\Theta(\tau)] \left[2 \sin\left(\frac{\tau}{2}\right)\right]^{\varepsilon-1} d\tau \quad (2.18)$$

donde $\gamma \in [0, 2\pi]$, y $\Theta(\tau) = Q(\tau) + \frac{\varepsilon\pi}{2} + \frac{(3-\varepsilon)\tau}{2}$ es el ángulo entre el eje x y la dirección tangente de L_z , $Q(\gamma) = (TP)(\gamma) - \beta$, y la integral excepcional de Hilbert (Integral de Hilbert)

$$(TP)(\gamma) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} P(\tau) \cot \frac{\tau - \gamma}{2} d\tau \quad (2.19)$$

se entiende como el valor principal de Cauchy.

Una representación integral de la solución, la cual es equivalente a (2.12) es la siguiente.

Una función

$$\chi = \ln\left(\frac{dw}{dz}\right) = S - i\theta \quad (2.20)$$

donde $S = \ln|v|$ y θ es el argumento del vector velocidad, es analítica en G_ζ y posee singularidades logarítmicas en los puntos donde la velocidad v desaparece (en $\zeta = \zeta_*$ y para $\varepsilon \neq 2$ en $\zeta = 1$), además $\chi(\zeta) \approx (2 - \varepsilon)\ln(\zeta - 1)$ cuando $\zeta \rightarrow 1$ y $\varepsilon \neq 2$; $\chi(\zeta) \approx \ln(\zeta - \zeta_*)$ cuando $\zeta \rightarrow \zeta_*$. Tomando en cuenta el comportamiento, es más conveniente considerar la función

$$\tilde{\chi}(\zeta) = \chi(\zeta) - \chi_0(\zeta) \quad (2.21)$$

la cual es analítica en G_ζ y continua en el dominio cerrado \bar{G}_ζ , donde

$$\chi_0(\zeta) = (2 - \varepsilon)\ln\left(1 - \frac{1}{\zeta}\right) + \ln\left(1 - \frac{\zeta_*}{\zeta}\right). \quad (2.22)$$

De hecho, la parte real de $\tilde{\chi}(\zeta)$ sobre L_z se conoce,

$$\tilde{S}(\gamma) = \Re \tilde{\chi}(e^{i\gamma}) = S(\gamma) - S_0(\gamma) \quad (2.23)$$

Donde

$$S(\gamma) = \ln|v[s(\gamma)]$$

$$S_0(\gamma) = \Re \chi_0(e^{i\gamma}) = (2 - \varepsilon)\ln\left(2\sin\frac{\gamma}{2}\right) + \ln\left|2\sin\frac{\gamma - \gamma_*}{2}\right| \quad (2.24)$$

Por lo tanto,

$$\tilde{\chi}(\gamma) = -(S\tilde{S})(\zeta) + i\theta_* \quad (2.25)$$

Además, en vista de (2.21) y la condición $\theta(\infty) = 0$, se deduce que $\theta_* = 0$. Ahora tomando

$$\frac{dw}{d\zeta} = u_0 e^{-i\beta} \left(1 - \frac{1}{\zeta}\right) \left(1 - \frac{\zeta_*}{\zeta}\right) \quad (2.26)$$

de (2.20) y (2.21), se obtiene

$$z(\zeta) = u_0 e^{-i\beta} \int_1^\zeta \exp[-\mathfrak{X}(\zeta)] \left(1 - \frac{1}{\zeta}\right)^{\varepsilon-1} d\zeta \quad (2.27)$$

Las ecuaciones paramétricas del contorno requerido pueden escribirse en la forma (2.18), donde $P(\gamma)$ se debe reemplazar por $\ln u_0 - \tilde{S}(\gamma)$ y $Q(\gamma)$ por $\theta(\gamma)$:

$$\theta(\gamma) = -(T\tilde{S})(\gamma) \quad (2.28)$$

Por comparación de las formulas (2.13), (2.17) y (2.27) se establece la conexión entre $\omega(\zeta)$ y $\mathfrak{X}(\zeta)$, $P(\zeta)$ y $\tilde{S}(\gamma)$

$$\mathfrak{X}(\zeta) = \ln u_0 - i\beta - \omega(\zeta), \quad \tilde{S}(\gamma) = \ln u_0 - P(\gamma) \quad (2.29)$$

Estas relaciones hacen posible la transición de (2.17) a (2.27) y viceversa.

Algunas dificultades pueden surgir en el cálculo de la integral excepcional en la ecuación (2.28). Por lo tanto, se discutirán métodos de cálculo para esta integral.

2.2.1 Métodos del cálculo de la integral con núcleo de Hilbert

Existen algunos métodos conocidos para el cálculo numérico de la integral (2.28) conocida como una integral con núcleo Hilbert. Una de las aproximaciones más generales involucra la expansión de la función $\tilde{S}(\gamma)$ como una serie de Fourier

$$\tilde{S}(\gamma) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos k\gamma + b_k \sin k\gamma) \quad (2.30)$$

y encontrando la función $\tilde{\theta}(\gamma)$ en la forma de una serie armónicamente conjugada

$$\tilde{\theta}(\gamma) = c_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \sin k\gamma - b_k \cos k\gamma) \quad (2.31)$$

Esta aproximación le permite a uno escribir la función requerida $\tilde{\theta}(\gamma)$ en forma explícita y encontrar su valor en cualquier punto. Este método es efectivo en casos cuando la función $\tilde{S}(\gamma)$ no tiene fuertes gradientes. Entonces, en la serie (2.30), se deben tomar solo algunos términos. De otra forma, el incremento en el número de términos requeridos en la expansión ocasionara un incremento en el tiempo de cálculo, debido a que encontrar cada uno de los coeficientes a_k, b_k requiere del cálculo numérico de las integrales

$$\int_0^{2\pi} \tilde{S}(\gamma) \begin{cases} \cos k\gamma \\ \sin k\gamma \end{cases} d\gamma.$$

Otra aproximación involucra la extracción de la singularidad en el integrando del lado derecho de (2.28) y la integración numérica de la función sin la singularidad.

Si se toma en cuenta que

$$\int_0^{2\pi} \cot \frac{\gamma - \tau}{2} d\tau = 0,$$

entonces la expresión (2.22) se puede describir en la forma

$$\tilde{\theta}(\gamma) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} [\tilde{S}(\tau) - \tilde{S}(\gamma)] \cot \frac{\gamma - \tau}{2} d\tau \quad (2.31)$$

entonces el integrando en (2.31) ya no tiene una singularidad en $\tau = \gamma$, y su límite cuando $\tau \rightarrow \gamma$ es igual a

$$\lim_{\tau \rightarrow \gamma} \left\{ [\tilde{S}(\tau) - \tilde{S}(\gamma)] \cot \frac{\gamma - \tau}{2} \right\} = -2\tilde{S}'(\gamma)$$

Por lo tanto, para encontrar la función $\tilde{\theta}(\gamma)$ se debe usar la fórmula para la integración numérica del lado derecho de (2.31). En particular, si se usa el método del trapecio, entonces la variante discreta de la fórmula (2.31) se puede escribir como sigue

$$\theta_j = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^N \frac{F_{k,j} + F_{k+1,j}}{2} (\gamma_{k+1} - \gamma_k), \quad j = \overline{1, N}, \quad (2.32)$$

donde

$$F_{k,j} = \begin{cases} (S_k - S_j) \cot \frac{\gamma_j - \gamma_k}{2} & \text{cuando } k \neq j \\ -2S'_j & \text{cuando } k = j \end{cases} \quad (2.33)$$

y γ_j , $j = \overline{1, N}$, son los puntos donde los valores de $\tilde{S}_j = \tilde{S}(\gamma_j)$, $\tilde{S}'_j = \tilde{S}'(\gamma_j)$ son conocidos y donde $\theta_j = \theta(\gamma_j)$ es donde se buscan. De esto $\gamma_1 = 0$, $\gamma_k > \gamma_{k+1}$, $\gamma_{N+1} = 2\pi$, $\tilde{S}_{N+1} = \tilde{S}_1$, $\tilde{S}'_{N+1} = \tilde{S}'_1$.

La aplicación de (2.32) hace posible encontrar los valores de $\theta(\gamma)$ para partición arbitraria del intervalo $\gamma \in [0, 2\pi]$. Una deficiencia de esta aproximación se relaciona la necesidad para la diferenciación numérica de la función $\tilde{S}(\gamma)$ la cual es dada como una regla en forma discreta, y también en la gran cantidad de tiempo de cálculo.

Es posible reducir el tiempo de calculo si se usan las formulas de cuadratura especial, e.g. aquellas usadas para una distribución uniforme de puntos γ_k en el intervalo $[0, 2\pi]$. En particular, si el intervalo es particionado por puntos γ_k en un número igual de segmentos

$N = 2n$, i.e. $\gamma_k = \frac{(k-1)\pi}{n}$, $k = \overline{1, N+1}$, entonces

$$\theta(\gamma) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{2n} \tilde{S}_k \sin^2 \frac{n(\gamma - \gamma_k)}{2} \cot \frac{\gamma - \gamma_k}{2} \quad (2.34)$$

Ahora, si los puntos γ_j se requieren donde θ_j , se toman que coincidan con γ_k ($\gamma_j = \frac{(j-1)\pi}{n}$, $j = \overline{1, N+1}$), entonces la expresión (2.34) se puede escribir en la forma

$$\theta_j = \frac{1}{n} \sum_{m=1}^n \left\{ \begin{array}{ll} \tilde{S}_{2m-1} & \text{cuando } j = 2l \\ \tilde{S}_{2m} & \text{cuando } j = 2l+1 \end{array} \right\} \cot \frac{2(l-m)+1}{2n} \pi, \quad j = \overline{1, N+1} \quad (2.35)$$

La fórmula (2.35) es lo suficientemente simple para su realización numérica, debido a que le permite a uno evitar el cálculo de las cotangentes en cada uno de los términos. Es suficiente calcular los valores de $J_i = \cot \left[\frac{(2i-1)\pi}{2n} \right]$, $i = \overline{1, n}$, de antemano

$$J_i = \cot \left[\frac{2(l-m)+1}{2n} \pi \right], \quad i = l - m + n - \left[\frac{l-m+n}{n} \right] n + 1$$

Aquí el corchete denota la parte entera.

Comparando las fórmulas (2.32) y (2.35) se ve que para distribuciones coincidentes de puntos γ_k y γ_j la última fórmula requiere considerablemente menos tiempo de cálculo. Sin embargo el uso de (2.35) puede causar pérdida de precisión, si solo se usa \tilde{S}_k con números impares para encontrar θ_j en puntos con números iguales, o viceversa. Por lo tanto, si uno de los valores de \tilde{S}_k es dado con algún error, entonces se puede obtener la función $\theta(\gamma)$ en la forma dada por la curva punteada en la figura 2.3. Aquí se muestra, un fragmento agrandado de la función $\theta(\gamma)$ (distancia entre los puntos de referencia es igual a $\pi/100$). De la figura se ve que los valores de la función para los puntos iguales e impares forman dos curvas suaves, pero juntas dan una línea interrumpida.

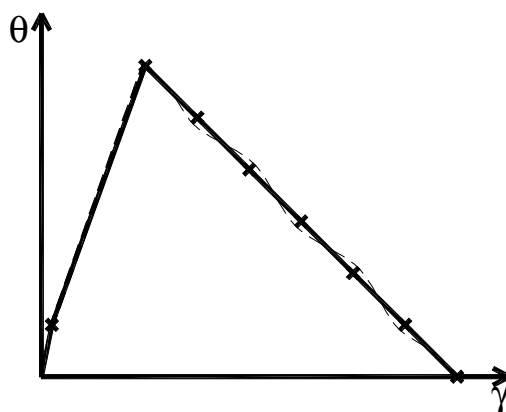


Figura 2.2.2 Distribución γ vs $\theta(\gamma)$

Este comportamiento de $\theta(\gamma)$ se puede evitar si se considera que en (2.34) los puntos γ_k quedan en los centros de los segmentos (γ_j, γ_{j+1}) , i.e.

$$\gamma_k = \frac{(2k-1)\pi}{N}, \quad k = \overline{1, N}, \quad \gamma_j = \frac{(2j-1)\pi}{N}, \quad j = \overline{1, N+1}$$

Entonces se tiene

$$\theta_j = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \tilde{S}_k \cot \frac{2(k-j)+1}{2N} \pi, \quad j = \overline{1, N+1} \quad (2.36)$$

La aplicación de la ecuación (2.36) duplica el incremento en el tiempo de cálculo comparado con la ecuación (2.35). Sin embargo, resulta en una función más suave para $\theta(\gamma)$ (curva sólida en la figura 2.3). Se debe notar que el cálculo de $\tilde{\theta}(\gamma)$ con el uso de (2.32), (2.33) dan prácticamente el mismo resultado (las cruces en la figura 2.3), pero el tiempo de cálculo se incrementa aproximadamente tanto como 4-5 veces.

Después de calcular la integral (2.28), algunos problemas insignificantes pueden surgir cuando se resuelve la ecuación (2.7) y encontrar la relación con (2.9). Por lo tanto, si una distribución $v(s)$ es conocida en algún perfil, entonces su forma se puede establecer solucionando el IBVPA. Por otra parte, las coordenadas del contorno del perfil se pueden encontrar realmente con una precisión determinada, la cual está restringida solamente por la precisión de los datos iniciales del problema. Como los cálculos muestran, eliminando las singularidades de $\chi(\zeta)$ y reemplazándolas con $\tilde{\chi}(\zeta)$, se puede lograr una gran precisión para perfiles afilados en el borde de salida ($\varepsilon = 2$) y perfiles que poseen un punto angulado B ($\varepsilon \in [1, 2)$).

Se nota que la principal meta de formular y solucionar los IBVPA no es determinar la forma de un perfil conocido, sino el diseño de nuevos perfiles. Por lo tanto, es natural aclarar que la solución de los IBVPA será para distribuciones arbitrarias dadas $v(s)$. De esta manera, el perfil obtenido puede que físicamente no sea posible de obtener. Para evitar esto, es necesario satisfacer condiciones de solucionabilidad.

2.3 Condiciones de solucionabilidad

2.3.1 Condiciones de solucionabilidad

Por condiciones de solucionabilidad se debe entender como la condición de cierre del contorno del perfil requerido L_z y la condición de hacer coincidir el valor dado v_∞ con el valor determinado en la solución. Realmente estas condiciones fueron presentadas por Betz [31] y estudiadas por Lighthill [32]. Las condiciones de cierre son equivalentes al requerimiento de simple-valoración de la función $z(\zeta)$ (la ausencia de la singularidad logarítmica), la cual se mantiene si se establece el residuo $c_{-1} = \operatorname{res}_{\zeta=\infty} \left(\frac{dz}{d\zeta} \right)$ igual a cero.

Para determinar c_{-1} se escribe la ecuación (ver (2.27))

$$\frac{dz}{d\zeta} = u_0 e^{-i\beta} \exp[-\mathcal{X}(\zeta)] \left(1 - \frac{1}{\zeta}\right)^{\varepsilon-1}.$$

Tomando en cuenta (2.25), se expresa la función $\mathcal{X}(\zeta)$ en la forma

$$\mathcal{X}(\zeta) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k \zeta^{-k}$$

donde

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \tilde{S}(\tau) d\tau, \quad a_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \tilde{S}(\tau) e^{ik\tau} d\tau, \quad k = \overline{1, \infty}. \quad (2.37)$$

Ahora, se escribe la relación

$$\exp[-\mathcal{X}(\zeta)] = \exp(a_0) \left[1 - \frac{a_1}{\zeta} + O\left(\frac{1}{\zeta^2}\right) \right]. \quad (2.38)$$

expandiendo $\left(1 - \frac{1}{\zeta}\right)^{\varepsilon-1}$ en la vecindad de $\zeta = \infty$, se tiene

$$\left(1 - \frac{1}{\zeta}\right)^{\varepsilon-1} = 1 - \left(\frac{\varepsilon-1}{\zeta}\right) + O\left(\frac{1}{\zeta^2}\right).$$

Consecuentemente,

$$c_{-1} = -u_0(a_1 + \varepsilon - 1)\exp(-i\beta - a_0),$$

y la ecuación $a_1 = 1 - \varepsilon$ se debe satisfacer para el cierre del contorno. Sustituyendo aquí la expresión para a_1 de (2.37), y separando las partes real e imaginaria, se obtiene las condiciones de cierre en la forma

$$\int_0^{2\pi} \tilde{S}(\tau) \cos \tau d\tau = B_1, \quad \int_0^{2\pi} \tilde{S}(\tau) \sin \tau d\tau = B_2 \quad (2.39)$$

donde $B_1 = \pi(1 - \varepsilon)$, $B_2 = 0$.

Además de (2.39) una condición mas, asociada con el valor dado de v_∞ , se debe satisfacer. Sea la variable $\zeta \rightarrow \infty$ en (2.22) y (2.25), se obtiene el resultado que la velocidad de corriente libre es igual a $\exp(-a_0)$. Consecuentemente, este valor coincide con el valor dado v_∞ si y solo si

$$\int_0^{2\pi} \tilde{S}(\tau) d\tau = B_3 \quad (2.40)$$

donde $B_3 = 2\pi \ln v_\infty$.

En vista de (2.29), las condiciones de solucionabilidad expresadas en términos de $P(\gamma)$ toman la forma

$$\int_0^{2\pi} P(\tau) \cos \tau d\tau = B_1, \quad \int_0^{2\pi} P(\tau) \sin \tau d\tau = B_2 \quad (2.41)$$

$$\int_0^{2\pi} P(\tau) d\tau = B_3 \quad (2.42)$$

donde $B_1 = \pi(1 - \varepsilon)$, $B_2 = 0$, $B_3 = 2\pi \ln\left(\frac{u_0}{v_\infty}\right)$.

Se nota que si v_∞ no se da en la formulación, entonces su valor es determinado de la condición (2.40) en la forma

$$v_\infty = \exp\left[\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \tilde{S}(\tau) d\tau\right] \quad (2.43)$$

o

$$v_\infty = u_0 \exp\left[-\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} P(\tau) d\tau\right]. \quad (2.44)$$

De este modo, el método de trazado conforme permite obtener una representación total de la única solución de los IBVPA y deducir las condiciones de solucionabilidad (2.39), (2.40) o (2.41), (2.42) expresadas por la función auxiliar $P(\gamma)$ o $\tilde{S}(\gamma)$ en una forma explícita. Si estas condiciones no son cumplidas, entonces el problema no se puede solucionar y es necesario modificar la distribución de velocidad inicial.

2.4 Cálculo de Características Aerodinámicas

En el IBVPA principal se requiere encontrar no solo la forma del perfil, sino también sus características aerodinámicas las cuales, como es conocido, pueden ser subdivididas en distribuidas e integrales. La distribución de velocidades v y la distribución de presiones p (o el coeficiente de presiones $c_p = 2(p - p_\infty)/(\rho v_\infty^2)$), la cual es utilizada más frecuentemente) son las características las cuales están distribuidas a lo largo del contorno del perfil. Las fuerzas y momentos resultantes actuando sobre el perfil y el centro de presión relaciona las

características integrales. Ahora se discutirá formulas simples para calcular estas características, resultantes del modelo IIF aceptado.

2.4.1 Características Distribuidas

Si las condiciones (2.39) y (2.40) se satisfacen para los datos iniciales del problema, entonces es fácil determinar las velocidades y el coeficiente de presiones: la dependencia $v(s)$ es dada, por lo tanto, para calcular la correspondiente distribución c_p se usa la fórmula

$$c_p = 1 - \left(\frac{v}{v_\infty} \right)^2 \quad (2.45)$$

la cual surge de la ecuación de Bernoulli.

Para obtener los diagramas cordales es necesario determinar la longitud de la cuerda del perfil b y el ángulo de ataque α . Para este propósito, se encuentra un punto C sobre el contorno del perfil con coordenadas (x_0, y_0) , el cual es el más distante del borde de salida B (ver figura 2.4). Entonces, se calcula b y α usando

$$b = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}, \quad \alpha = -\arctan(y_0/x_0) \quad (2.46)$$

Si ahora se pasa al nuevo sistema de coordenadas (x', y')

$$z' = x' + iy' = e^{i\alpha} z/b + 1 \quad (2.47)$$

conectado con la cuerda del perfil, y tomando en cuenta que

$$s(\gamma) = - \int_{\gamma}^{2\pi} \exp[P(\tau)] [\sin(\tau/2)]^{\epsilon-1} d\tau = -u_0 \int_{\gamma}^{2\pi} \exp[-\tilde{S}(\tau)] [\sin(\tau/2)]^{\epsilon-1} d\tau \quad (2.48)$$

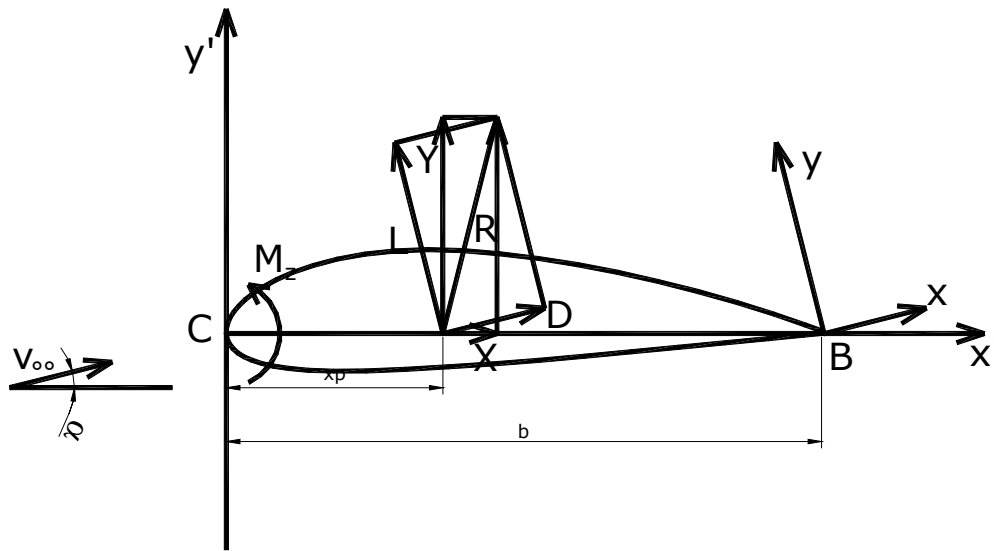


Figura 2.4.1 Nomenclatura del Perfil Aerodinámico

se obtienen las funciones requeridas $v(x')$ y $c_p(x')$. Las funciones $x(\gamma)$ y $y(\gamma)$ se pueden encontrar de (2.18) y (2.27).

La distribución de velocidad sobre el perfil difiere de la inicial si se construye la cuasi-solución del problema. Tomando en cuenta las expresiones (2.23) y (2.24) se encuentra

$$v(\gamma) = -2 \exp[\tilde{S}_*(\gamma)] [2 \sin(\gamma/2)]^{2-\epsilon} \sin[(\gamma - \gamma_*)/2] \quad (2.49)$$

o

$$v(\gamma) = -2u_0 \exp[-P_*(\gamma)] [2 \sin(\gamma/2)]^{2-\epsilon} \sin[(\gamma - \gamma_*)/2] \quad (2.50)$$

donde $\tilde{S}_*(\gamma)$ y $P_*(\gamma)$ son las funciones correspondientes a la cuasi-solución. Se hace un cálculo adicional de las características distribuidas requeridas usando (2.45) – (2.48) reemplazando $\tilde{S}(\gamma)$ y $P(\gamma)$ con $\tilde{S}_*(\gamma)$ y $P_*(\gamma)$, respectivamente.

2.4.2 Características Aerodinámicas Integrales

Un método directo para obtener las características involucra integrar la presión a lo largo del contorno del perfil:

$$D = \oint_{L_z} p dy, \quad L = -\oint_{L_z} p dx, \quad M_z = \oint_{L_z} p[(x - x_0)dx + (y - y_0)dy] \quad (2.51)$$

Aquí \mathbf{D} , \mathbf{L} son las proyecciones de la fuerza resultante $\mathbf{R} = \mathbf{D} + \mathbf{L}$ dentro de los ejes coordenados, M_z es el momento relacionado al borde de ataque, y las integraciones son desarrolladas a lo largo del contorno L_z en la dirección de incremento de s .

Si se reducen las fuerzas y momentos a los correspondientes coeficientes adimensionales

$$C_d = 2D/(\rho v_\infty^2 b), \quad C_l = 2L/(\rho v_\infty^2 b), \quad C_{mz} = 2M_z/(\rho v_\infty^2 b^2)$$

se llega a las expresiones

$$C_d = \frac{1}{b} \oint_{L_z} c_p dy, \quad C_l = -\frac{1}{b} \oint_{L_z} c_p dx, \quad C_{mz} = -\frac{1}{b^2} \oint_{L_z} c_p [(x - x_0)dx + (y - y_0)dy] \quad (2.52)$$

En el sistema coordenado (2.52) se pueden escribir en la forma

$$C_d = C_x \cos \alpha + C_y \sin \alpha, \quad C_l = C_y \cos \alpha - C_x \sin \alpha, \quad (2.53)$$

donde

$$C_x = \oint_{L_z} c_p dy', \quad C_l = -\oint_{L_z} c_p dx', \quad C_{mz} = -\oint_{L_z} c_p [x' dx' + y' dy'] \quad (2.54)$$

son los coeficientes de fuerza y momento en el sistema de coordenadas conectado con la cuerda del perfil. Los valores encontrados de C_d , C_l y m_z nos permiten determinar el coeficiente de momento, relacionado con un punto arbitrario x'_n sobre la cuerda

$$C_{mzn} = C_{mz} - C_y x'_n \quad (2.55)$$

y también la posición del centro de presión (la ordenada de un punto sobre la cuerda, relacionada a la longitud de la cuerda, donde el momento es igual a cero)

$$C_p = C_{mz}/C_y$$

o tomando en cuenta (2.53)

$$C_p = C_{mz}/(C_l \cos \alpha + C_d \sin \alpha) \quad (2.56)$$

2.4.3 Formula de Chaplygin

Para encontrar las características requeridas de (2.51)-(2.56) es necesario integrar a lo largo de la contorno del perfil. Sin embargo, el modelo IIF permite simplificar este cálculo significativamente debido a que provee de analiticidad de las funciones $w(z)$, $w(\zeta)$, y $z(\zeta)$. Se demuestra esto calculando la fuerza \mathbf{L} , como un ejemplo. Se escribe las primeras dos formulas (2.80) en la forma

$$D - iL = \oint_{L_z} p(dy + idx) = i \oint_{L_z} p(dz)$$

Usando la ecuación de Bernoulli

$$p = p_0 - \rho v^2/2,$$

donde p_0 es el valor de la presión en el punto de estancamiento, y las ecuaciones

$$v^2 = (dw/dz)^2 e^{2i\Theta}, \quad d\bar{z} = -e^{2i\Theta} dz,$$

las cuales son validas en L_z , se obtiene

$$D - iL = (i\rho/2) \oint_{L_z} (dw/dz)^2 dz = (i\rho/2) \oint_{L_z} (dw/d\zeta)^2 (dz/d\zeta)^{-1} d\zeta.$$

Aquí Θ es el ángulo tangente del contorno del perfil, y la integración se lleva a cabo en la dirección en que se incrementa γ . Tomando en cuenta las formulas (2.6), (2.26) y (2.27) se encuentra el residuo del integrando de la última integral en el infinito

$$res_{\zeta=\infty} = \left[(dw/d\zeta)^2 (dz/d\zeta)^{-1} \right] = -v_{\infty} \Gamma / (\pi i),$$

y la fuerza requerida es dada por

$$D - iL = -i\rho v_{\infty} \Gamma.$$

Por lo tanto, la fuerza de arrastre D es igual a cero (la bien conocida paradoja de D'Alambert), y la fuerza de levantamiento puede ser encontrada de

$$L = \rho v_{\infty} \Gamma \quad (2.57)$$

(la formula de Zhukovski para la fuerza de levantamiento).

La formula (2.57) caracteriza un rasgo importante del IBVPA en la formulación de la sección 2.1. Prescribiendo una distribución deseada $v(s)$ sobre el perfil y los valores de v_{∞} y ρ , se puede fijar el valor de la sustentación del perfil. Además, si se toma en cuenta que $b \approx L/2$ (especialmente para perfiles delgados de pequeña combadura), entonces se puede estimar el valor del coeficiente de sustentación antes de solucionar el IBVPA

$$C_l = 2\Gamma / (bv_{\infty}) \approx 4\Gamma / (Lv_{\infty}) \quad (2.58)$$

La formula de Chaplygin para el coeficiente de momento C_{mz} , relacionando el borde de salida, se puede escribir en la forma

$$C_{mz1} = -\frac{1}{(v_{\infty}^2 b^2)} \Re \left\{ \int_{L_2} \exp[\chi(\zeta)] \mathcal{E}(\zeta) (dw/d\zeta) d\zeta \right\}$$

$$C_{mz1} = -\frac{1}{(v_\infty^2 b^2)} \Re \left\{ 2\pi \operatorname{res}_{\zeta=\infty} \left\{ \exp[\chi(\zeta)] z(\zeta) (dw/d\zeta) \right\} \right\}.$$

En vista del comportamiento de las funciones $\chi(\zeta)$, $w(\zeta)$, $z(\zeta)$ en el infinito, después de algunas transformaciones (las cuales son demasiado tediosas para presentarlas aquí) se obtiene

$$C_{mz1} = 2\pi \bar{u}_0^2 \left[2a_2 + \frac{(1-\varepsilon)\sin 2\beta + 2\sin \beta (D_1 \cos \alpha + D_2 \sin \alpha)}{\pi \bar{u}_0} \right], \quad (2.59)$$

donde $\bar{u}_0 = u_0/(bv_\infty)$,

$$a_2 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \tilde{S}(\tau) \sin[2(\tau - \beta)] d\tau = -\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} P(\tau) \sin[2(\tau - \beta)] d\tau,$$

$$D_1 = \int_0^{2\pi} x'(\tau) d\tau - 2\pi, \quad D_2 = \int_0^{2\pi} y'(\tau) d\tau$$

De (2.55) para un C_{mz1} conocido y $C_d = 0$ se deducen las ecuaciones $C_{mz} = C_{mz1} + C_y = C_{mz1} + C_l \cos \beta$, y usando la formula (2.56) se deduce que

$$C_p = -\frac{C_{mz}}{C_y} = -\frac{C_{mz}}{(C_l \cos \beta)}.$$

2.4.4 Calculo para otras condiciones de flujo de corriente libre

Otra característica especial del modelo IIF es que las características aerodinámicas conocidas para algún régimen de flujo α , v_∞ pueden ser calculadas para otros ángulos de ataque α_1 y velocidad de corriente libre $v_{\infty 1}$, como se puede ver en detalle.

En vista de la conformidad de la función trazadora $z(\zeta)$, el cambio del ángulo de ataque para $\delta = \alpha_1 - \alpha$ implica

$$z_1(\zeta) = e^{-i\delta} z(\zeta) \quad \text{o} \quad dz_1/d\zeta = e^{-i\delta} dz/d\zeta$$

(aquí y en lo que resta el índice 1 indica los valores correspondientes al régimen de flujo con parámetros $(\alpha_1, v_{\infty 1})$). Entonces las condiciones $dw/dz|_{\infty} = v_{\infty}$ y $dw_1/dz_1|_{\infty} = v_{\infty 1}$ en el infinito llevan a la ecuación

$$(u_{01}/v_{\infty 1})e^{-i\beta_1} = (u_0/v_{\infty})e^{-i\delta}$$

o

$$\beta_1 = \beta + \delta, \quad u_{01} = u_0 v_{\infty 1}/v_{\infty} \quad (2.60)$$

Por lo tanto, el cambio del ángulo de ataque por δ implica un cambio en el ángulo teórico de ataque β para el mismo valor, y la velocidad de corriente libre en el dominio canónico cambia proporcionalmente a la variación de la velocidad de corriente libre en el plano físico. La nueva distribución de velocidad a lo largo del perfil se puede encontrar usando la formula

$$v_1(\gamma) = -2u_{01} \exp[-P(\gamma)] [2 \sin(\gamma/2)]^{2-\varepsilon} \sin[(\gamma - \gamma_{*1})/2], \quad (2.61)$$

donde $\gamma_{*1} = \pi + 2\beta_1$, debido a que la rotación del perfil no afecta las funciones $s(\gamma)$ y $P(\gamma)$. Comparando las expresiones (2.61) y (2.50) resulta la siguiente relación para las distribuciones de velocidad para diferentes regimenes de flujo

$$v_1(\gamma) = v(\gamma) \frac{v_{\infty 1} \cos(\gamma/2 - \beta_1)}{v_{\infty} \cos(\gamma/2 - \beta)} \quad (2.62)$$

y para la circulación

$$\Gamma_1 = \Gamma v_{\infty 1} \sin \beta_1 / (v_{\infty} \sin \beta).$$

La última ecuación implica

$$Cl_1 = Cl \sin \beta_1 / \sin \beta.$$

La relación (2.60) permite, usando (2.59) y (2.56), calcular el coeficiente de momento y el centro de presión para cualquier $(\alpha_1, v_{\infty 1})$, debido a que las constantes a_2 , D_1 , D_2 y \bar{u}_0 no dependen del régimen de flujo.

CAPÍTULO 3

DESARROLLO DEL PROGRAMA DE CÓMPUTO

En los dos capítulos previos se mostró el estado del arte en cuanto se refiere al "Diseño de Perfiles Aerodinámicos" y se desarrolló la teoría que se aplica en este capítulo para el desarrollo de un programa de computo que es capaz de calcular las características geométricas de un perfil aerodinámico (coordenadas, cuerda, ángulo de ataque) y también es capaz de determinar las características aerodinámicas del mismo perfil aerodinámico (coeficiente de sustentación, coeficiente de arrastre, coeficiente de momento), todo lo anterior en función de una distribución de velocidades de superficie establecida. El programa no considera los efectos que se puedan generar debido a la viscosidad y compresibilidad del fluido, es decir, las características geométricas y aerodinámicas son determinadas a partir de un modelo de flujo ideal de un fluido incompresible, por lo tanto, no es capaz de calcular el arrastre que toma en cuenta la capa límite sino que calcula el coeficiente de arrastre potencial que el perfil aerodinámico en cuestión genere.

La primera parte de esta sección presenta el diagrama de flujo con el cual trabaja el programa, la segunda sección contiene los algoritmos utilizados en el programa, mientras que la tercera y última sección muestra la aplicación del programa de cómputo a un caso particular.

3.1 Diagrama de flujo del programa de cómputo

El programa de computo fue desarrollado en su totalidad en el programa MATLAB 7®, debido a que es un lenguaje de alto rendimiento para computación técnica. Integra computación, visualización y programación en una forma fácil de uso del ambiente de trabajo donde los problemas y las soluciones se expresan en una notación matemática muy familiar. Algunos usos comunes incluyen el desarrollo de algoritmos computacionales y matemáticos en la creación de modelos, simulación, visualización científica y el desarrollo de graficas de ingeniería incluyendo

una interfaz gráfica. MATLAB es un sistema interactivo cuyo elemento básico de dato es un arreglo que no requiere dimensionamiento. Esto te permite resolver muchos problemas de computacionales técnicos, especialmente los que utiliza formulaciones con vectores y matrices, en una fracción de tiempo mucho menor que la que tomaría escribir un programa en un lenguaje escalar no interactivo tal como C o FORTRAN. El nombre de MATLAB significa Laboratorio de Matrices (en inglés MATrix LABoratory).


El programa está compuesto de varias etapas. La primera etapa debe ser alimentada con los vectores s , $v(s)$ y el parámetro ε , (ver figura 2.1b) y con estos vectores se calculan los parámetros Γ , φ_0 y φ_1 , mediante la ecuación 2.1, los cuales son la circulación del perfil, la circulación en el lado de presión (intrados) y la circulación en el lado de succión (extradós), respectivamente. La segunda etapa calcula el sistema de ecuaciones no lineal (ec. 2.6 y 2.7) y es alimentado mediante Γ y φ_1 , y se calculan los parámetros β , γ_* , u_0 y c_0 , el sistema debe ser convergente para que sea válido, de otra forma el proceso no puede continuar, también en esta parte del proceso, el programa debe de decidir si la distribución de velocidades es simétrica o es asimétrica, si la respuesta es afirmativa utiliza el modo simétrico, en el otro caso utiliza el modo asimétrico.


La tercera etapa calcula el potencial de velocidad $\varphi(s)$ en el plano z a través de la ecuación 2.3. A continuación sigue el cálculo de la velocidad potencial $\varphi(\gamma)$ en el plano ζ , para hacer lo anterior hay que encontrar los valores de γ que satisfacen la ecuación 2.8 igualando (2.3) y (2.8), cabe mencionar que hay que volver a calcular algunos valores de γ cercanos a γ_* que divergen de la solución requerida y hay que hacer que converja a los valores reales de γ . Después de que se han encontrado los valores reales de γ se procede a calcular la derivada $s'(\gamma)$ representada por la ecuación 2.10. Posteriormente se procede a calcular $P(\gamma)$ a través de la ecuación 2.15, se destaca que en esta ecuación se tiene que interpolar cuando $v[s(\gamma)] = 0$, ya que (2.10) adquiere un valor de cero y por ende (2.15) tomará un valor ∞ , ya que se ha interpolado en el punto mencionado se calcula $\tilde{S}(\gamma)$ haciendo uso de la ecuación 2.29. Siguiendo con el cómputo de $\theta(\gamma)$ mediante las ecuaciones (2.32) y (2.33).


En seguida se plantea el miembro derecho la ecuación paramétrica 2.18 y posteriormente se calcula el miembro izquierdo de la misma ecuación. Por ultimo, se calculan las características aerodinámicas c_p , b , α , C_l , C_{mz} , C_d , siendo coeficiente de presiones, cuerda, ángulo de ataque, coeficiente de sustentación, coeficiente de momento y coeficiente de arrastre potencial respectivamente. Además existe una función opcional que permite calcular la distribución de velocidades $v(s)_1$ y el coeficiente de sustentación a otro ángulo de ataque α_1 diferente al que se calculo previamente.


En el diagrama de la figura 3-1, se utiliza la siguiente nomenclatura:

- cada proceso esta definido por la palabra *function*, e indica una función dentro de MATLAB

-  indica que es un *proceso*.


-  indica un *proceso alternativo*.

-  indica *decisión*.

-  indica *datos*.

-  indica *almacenamiento interno*.

-  indica *datos almacenados*.

-  indica que un proceso requiere de *datos previamente almacenados*.

-  indica que se *requiere ingresar datos*.

En la figura 3.1.1 se presenta un diagrama sobre las pertinentes consideraciones y la secuencia que sigue el programa.

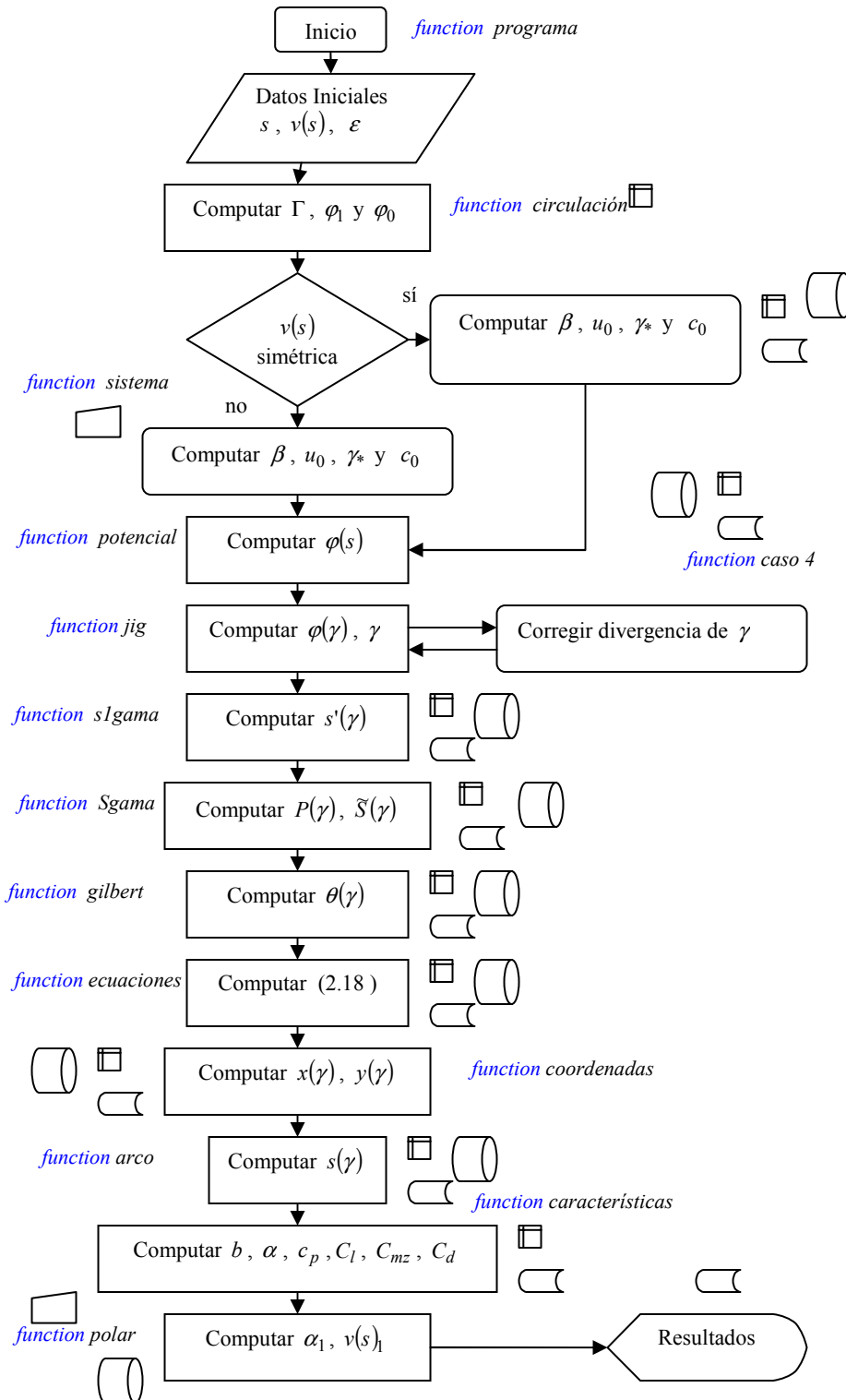


Figura 3.1.1. Diagrama de flujo del programa de cómputo.

3.2 Algoritmos para el programa de cómputo

En esta parte del trabajo se presentaran los algoritmos que se involucran y que están directamente relacionados con el programa.

3.2.1 Algoritmo para la función programa

Este algoritmo contiene la estructura lógica de la función principal para determinar las características geométricas y aerodinámicas. La función se llama “*function* programa”.

Tabla 3.2.1 Algoritmo de la función programa

Datos de Entrada	Coordenada de Arco y Distribución de Velocidad. Parámetro que incluye el ángulo de borde de salida. Ver figura 2.1.1. Velocidad de corriente libre.	$s, v(s), \varepsilon, v_\infty$
Paso 1	Invocar <i>function</i> circulación	Con $s, v(s)$ calcular $\Gamma, \varphi_1, \varphi_0$
Paso 2	Invocar <i>function</i> sistema	Con $\Gamma, \varphi_1, \varphi_0$ calcular $\beta, u_0, \gamma_*, c_0$
Paso 3	Invocar <i>function</i> potencial	Con $s, v(s)$ calcular $\varphi(s)$
Paso 4	Invocar <i>function</i> jig	Con $\beta, u_0, \gamma_*, \varphi_1, \varphi(s), s, v(s)$ calcular γ
Paso 5	Invocar <i>function</i> sgama	Con $\beta, u_0, \gamma_*, \gamma, v(s)$ calcular $s'(\gamma)$
Paso 6	Invocar <i>function</i> Sgama	Con $\varepsilon, u_0, s'(\gamma)$ calcular $P(\gamma)$ y $\tilde{S}(\gamma)$
Paso 7	Invocar <i>function</i> gilbert	Con $\tilde{S}(\gamma)$ calcular $\theta(\gamma)$
Paso 8	Invocar <i>function</i> ecuaciones	Con $P(\gamma), \theta(\gamma)$ calcular $\Theta(\gamma)$
Paso 9 (Datos de Salida)	Invocar <i>function</i> coordenadas	Con $\Theta(\gamma), P(\gamma), \varepsilon, \gamma$ calcular $x(\gamma), y(\gamma)$
Paso 10 (Datos de Salida)	Invocar <i>function</i> arco	Con $P(\gamma), \gamma, \varepsilon, v(s)$ calcular $s(\gamma)$
Paso 11 (Datos de Salida)	Invocar <i>function</i> características	Con $x(\gamma), y(\gamma), v(s), \beta, \Gamma, v_\infty$ calcular b, α, C_l, C_{mz}
Paso 12 (Datos de Salida) (Opcional)	Invocar <i>function</i> polar	Con $\alpha, s, v(s), \beta, C_l, v_\infty, \gamma, \gamma_*$ calcular α_1, C_{l1}

3.2.2 Algoritmo para la función circulación

Este algoritmo contiene la estructura lógica de la función circulación que resuelve la ecuación (2.3) cuando $s = L$ y $s = 0$. La función se llama “*function* circulación”.

Tabla 3.2.2 Algoritmo de la función circulación

Datos de Entrada	Coordenada de Arco y Distribución de Velocidad.	$s, v(s)$
Paso 1	Identificar el tamaño de los vectores $s, v(s)$	$n = \text{length}(vs)$
Paso 2	Identificar el valor mínimo del vector $v(s)$	s_*
Paso 3	Calcular Γ	Aplicar la regla del trapecio desde $s = 0$ hasta $s = L$
Paso 4	Calcular φ_0	Aplicar la regla del trapecio desde $s = s_*$ hasta $s = 0$
Paso 5	Calcular φ_1	Aplicar la regla del trapecio desde $s = s_*$ hasta $s = L$
Datos de Salida		$\Gamma, \varphi_1, \varphi_0$

3.2.3 Algoritmo para la función sistema

Este algoritmo contiene la estructura lógica de la función sistema que resuelve las ecuaciones (2.6) y (2.7). La función se llama “*function* sistema”.

Tabla 3.2.3 Algoritmo de la función sistema

Datos de entrada		$\Gamma, \varphi_1, \varphi_0$
Paso 1	Teclar la convergencia deseada para resolver el sistema de ecuaciones	tol
Paso 2	Teclar el valor inicial para que empiece a encontrar la raíz de la ecuación (2.7)	i
Paso 3	Resolver la ecuación (2.7), igualándola a cero y encontrando la raíz.	β
Paso 4	Calcular las variables de las ecuaciones (2.6)	u_0, γ_*, c_0
Paso 5	Verificar que las ecuaciones (2.6) y (2.7) tengan convergencia	Nota: ver codificación, Anexo 1
Datos de Salida		$\beta, u_0, \gamma_*, c_0$

3.2.4 Algoritmo para la función potencial

Este algoritmo contiene la estructura lógica de la función potencial que resuelve la ecuación (2.3) para $s \in (0, L)$. La función se llama “*function* potencial”.

Tabla 3.2.4 Algoritmo de la función potencial

Datos de entrada		$s, v(s)$
Paso 1	Identificar el tamaño de los vectores $s, v(s)$	$n = \text{length}(vs)$
Paso 2	Identificar el valor mínimo del vector $v(s)$	s_*
Paso 3	Calcular $\varphi(s)$	Aplicar la regla del trapecio desde $s = s_*$ hasta $s = 0$ para $s \in (s_*, 0)$
Paso 4	Calcular $\varphi(s)$	Aplicar la regla del trapecio desde $s = s_*$ hasta $s = L$ para $s \in (s_*, L)$
Datos de Salida		$\varphi(s)$

3.2.5 Algoritmo para la función jig

Este algoritmo contiene la estructura lógica de la función jig, que permite encontrar los valores de γ , igualando la ecuación (2.3) y (2.8) y encontrando las raíces para cada valor de $\gamma \in (0, 2\pi)$ que satisfacen a la ecuación (2.8). La función se llama “*function* jig”.

Tabla 3.2.5 Algoritmo de la función jig

Datos de entrada		$\beta, u_0, \gamma_*, \varphi_1, \varphi(s), s, v(s)$
Paso 1	Identificar el tamaño del vector $\varphi(s)$	$n = \text{length}(vs)$
Paso 2	Igualar (2.3) a (2.8), encontrar las raíces q satisfacen a (2.8)	igualar con cero a (2.8) para encontrar las raíces que la satisfacen $0 = 2u_0 [\cos(\gamma - \beta) - \cos \beta - \gamma \sin \beta] + \varphi_1 - \varphi(s)$
Paso 3	Encontrar raíces	Establecer $\gamma(1) = 2\pi$, y encontrar las raíces desde $\gamma = \gamma(1)$ hasta $\gamma = \gamma_*$
Paso 4	Encontrar raíces	Establecer $\gamma(n) = 0$, y encontrar las raíces desde $\gamma = \gamma_*$ hasta $\gamma = 0$
Paso 5	Verificar que $\gamma \in (0, 2\pi)$ y que satisfaga a (2.8)	Identificar las raíces que no satisfacen $\gamma \in (0, 2\pi)$, Si $\forall \gamma, \gamma \in (0, 2\pi)$ entonces Terminar Si $\forall \gamma, \gamma \notin (0, 2\pi)$ entonces Invocar <i>function</i> caso4

Datos de Salida	γ
------------------------	----------

Tabla 3.2.6 Algoritmo de la función caso4

Datos de entrada		$\beta, u_0, \gamma_*, \varphi_1, \varphi(s), \gamma$
Paso 1	Identificar las raíces que no satisfacen $\gamma \in (0, 2\pi)$	$abs(\gamma) > \gamma(1)$
Paso 2	Encontrar las raíces a partir de γ_*	γ
Datos de Salida		γ

3.2.6 Algoritmo para la función slgama

Este algoritmo contiene la estructura lógica de la función slgama que resuelve la ecuación (2.10), extrayendo la singularidad cuando $v(s_*) = 0$ e interpolando linealmente para corregir este valor. La función se llama “*function* slgama”.

Tabla 3.2.7 Algoritmo de la función slgama

Datos de Entrada		$\beta, u_0, \gamma, v(s)$
Paso 1	Calcular ecuación (2.10)	$s'(\gamma)$
Paso 2	Extraer la singularidad cuando $v(s_*) = 0$	Identificar $s'(\gamma)$ cuando $v(s_*) = 0$
Paso 3	Interpolación	Utilizar interpolación lineal para el valor $s'(\gamma)$ cuando $v(s_*) = 0$
Datos de Salida		$s'(\gamma)$

3.2.7 Algoritmo para la función Sgama

Este algoritmo contiene la estructura lógica de la función Sgama que resuelve la ecuación (2.15) y la ecuación (2.29). La función se llama “*function* Sgama”.

Tabla 3.2.8 Algoritmo de la función Sgama

Datos de Entrada		$s'(\gamma), \varepsilon, u_0, \gamma$
Paso 1	Calcular $P(\gamma)$ mediante (2.15)	$P(\gamma)$
Paso 2	Calcular $\tilde{S}(\gamma)$ mediante (2.29) o (2.23)	$\tilde{S}(\gamma)$
Datos de Salida		$P(\gamma)$ y $\tilde{S}(\gamma)$

3.2.8 Algoritmo para la función gilbert¹

Este algoritmo contiene la estructura lógica de la función gilbert que resuelve la ecuación (2.28) mediante el uso de las ecuaciones (2.32) y (2.33). La función se llama “*function* gilbert”.

Tabla 3.2.9 Algoritmo de la función gilbert

Datos de Entrada		$\gamma, \tilde{S}(\gamma)$
Paso 1	Calcular las derivadas numéricamente de $\tilde{S}(\gamma)$	$\tilde{S}'(\gamma)$
Paso 2	Calcular la ecuación (2.33)	$F_{k,j}$
Datos de Salida	Calcular la ecuación (2.32)	$\theta(\gamma)$

3.2.9 Algoritmo para la función ecuaciones

Este algoritmo contiene la estructura lógica de la función ecuaciones que calcula el integrando de la ecuación (2.18) para que posteriormente pueda ser integrada. La función se llama “*function* ecuaciones”.

Tabla 3.2.10 Algoritmo de la función ecuaciones

Datos de Entrada		$\theta(\gamma), P(\gamma), \varepsilon, \gamma$
Paso 1	Calcular $Q(\gamma)$	
Paso 2	Calcular $\Theta(\gamma)$	
Paso 3	Plantear ecuación (2.18)	$X(\gamma), Y(\gamma)$ (ecuaciones auxiliares)
Datos de Salida		$X(\gamma), Y(\gamma)$

3.2.10 Algoritmo para la función coordenadas

Este algoritmo contiene la estructura lógica de la función coordenadas que calculan el integrando de la ecuación (2.18) para que posteriormente puedan ser integradas y así obtener las

¹ This algorithm was designed by Dr. Phys. and math. science Anisa N. Ikhsanova, Chebotarev Research Institute of Math. and Mech., Kazan State University, 17, Universitetskaya Str., 420008, Kazan, Tatarstan (Russia), PHONE: +7 8432 315339, FAX: +7 8432 382209, EMAIL: anisa@ksu.ru WEB: http://www.niimm.ksu.ru/data/staff/bndvalpr/Index_files/ikhsanova/main.htm

coordenadas del perfil, además de que calcula el coeficiente de presiones mediante la ecuación (2.45). La función se llama “*function* coordenadas”.

Tabla 3.2.11 Algoritmo de la función coordenadas

Datos de Entrada		$X(\gamma), Y(\gamma), \gamma, v(s)$
Paso 1	Calcular $x(\gamma)$	Integrar la ecuación (2.18), mediante la regla del trapecio desde $\gamma=0$ hasta $\gamma = 2\pi$
Paso 2	Calcular $y(\gamma)$	Integrar la ecuación (2.18), mediante la regla del trapecio desde $\gamma=0$ hasta $\gamma = 2\pi$
Paso 3	Calcular el C_p	Utilizar ec. (2.45)
Datos de Salida		$x(\gamma), y(\gamma), C_p$

3.2.11 Algoritmo para la función arco

Este algoritmo contiene la estructura lógica de la función arco que calcula la coordenada de arco mediante la ecuación (2.48), de esta manera se asegura que se procede de manera correcta en el cálculo de las características geométricas del perfil aerodinámico, cabe mencionar que $s(\gamma)$ debe de ser idéntico al dato s del algoritmo 3.2.1. La función se llama “*function* arco”.

Tabla 3.2.12 Algoritmo de la función arco

Datos de Entrada		$\varepsilon, \gamma, P(\gamma), v(s)$
Paso 1	Calcular $s(\gamma)$	Integrar la ecuación (2.48), mediante la regla del trapecio desde $\gamma=0$ hasta $\gamma = 2\pi$
Datos de Salida		$s(\gamma)$

3.2.12 Algoritmo para la función características

Este algoritmo contiene la estructura lógica de la función características, la cual calcula las características aerodinámicas y el resto de características geométricas cuerda b , ángulo de ataque α , coeficiente de sustentación C_l , coeficiente de momento C_m , coeficiente de arrastre potencial C_d , mediante las ecuaciones (2.46) y (2.52). La función se llama “*function* características”.

Tabla 3.2.13 Algoritmo de la función programa

Datos de Entrada		$x(\gamma), y(\gamma), v(s), \beta, \Gamma, v_\infty$
Paso 1	Calcular b mediante (2.46)	Con los vectores $x(\gamma), y(\gamma)$ computar el vector b , y buscar el valor máximo de del vector b .
Paso 2	Calcular α mediante (2.46)	Con los valores máximos de los vectores $x(\gamma), y(\gamma)$, computar α .
Paso 3	Calcular C_l, C_m, C_{dp}	Integrar las ecuaciones (2.52)
Datos de Salida		$b, \alpha, C_l, C_{mz}, C_d$

3.2.13 Algoritmo para la función polar

Este algoritmo contiene la estructura lógica de la función polar, la cual calcula las características aerodinámicas coeficiente de sustentación C_{l1} , la respectiva distribución de velocidades $v(s)_1$ para el determinado α_1 que el usuario defina a partir de algunos parámetros previamente calculados mediante las ecuaciones (2.60) y (2.62), cabe mencionar que incluso se puede calcular los parámetros α_1, C_{l1} y $v(s)_1$ para una $v_{\infty 1}$ incluso diferente. La función se llama “*function* polar”.

Tabla 3.2.14 Algoritmo de la función polar

Datos de Entrada		$x(\gamma), y(\gamma), v(s), \beta, \Gamma, v_\infty$
Paso 1	Elegir si se desea utilizar esta función	1 = Sí, 0 =No Sí, i = 0 entonces Salir Sí, i = 1 entonces
Paso 2	Teclear α_1 deseado	Calcular δ Calcular β_1 Calcular $v(s)_1$ Calcular C_{l1} Terminar
Datos de Salida		$\alpha_1, C_{l1}, v(s)_1$

3.3 Aplicación del programa de cómputo

La última parte de este capítulo contiene la información necesaria para que el usuario del programa pueda trabajar en él y obtener los resultados deseados. Además cabe mencionar que al mismo tiempo se mostraran un par de ejemplos donde es posible diseñar perfiles aerodinámicos a partir de distribuciones de velocidades simétricas y asimétricas.

3.3.1 Distribución de velocidades simétrica

Para poder iniciar y ejecutar el programa se requiere tener instalado MATLAB 7® en la PC, posteriormente abrir el programa y acceder a la ventana de comandos (Command Window), ubicada del lado derecho como muestra la figura 3.3.1.

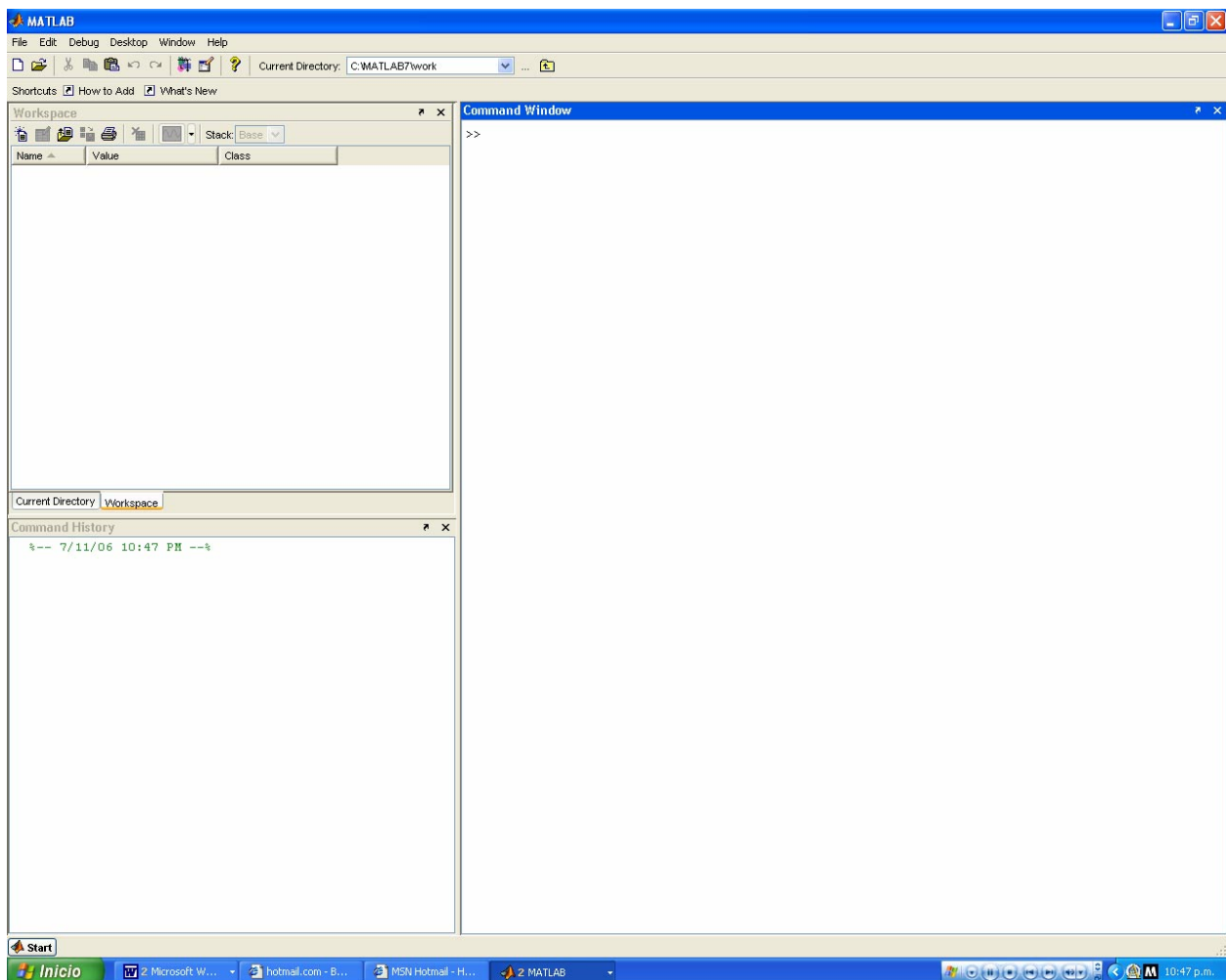


Figura 3.3.1 Ventana de inicio de MATLAB 7®

Para que el programa funcione correctamente se tiene que revisar que todas las funciones se encuentren dentro de la carpeta C:\MATLAB7\work, esto se puede verificar si se observa la figura 3.3.1 en la parte superior central que “Current Directory” corresponda a la notación antes mencionada.

Otro punto importante que se tiene que mencionar para que el programa se desarrolle de manera efectiva es que todos los archivos que contienen las diferentes distribuciones de velocidades deben estar en el mismo directorio de trabajo y tener la extensión *.txt, para que el algoritmo 3.2.1 lo pueda interpretar.

Una vez que se verifico, se procede a invocar al algoritmo 3.2.1, simplemente tecleando en la ventana de comandos la palabra *programa*. Al teclear la función se despliega toda la información descrita en la figura 3.1. Es útil destacar que todos los datos se almacenan de manera interna, a menos que se especifique lo contrario en la invocación de la función *programa*.

Primeramente el programa despliega la figura 3.3.2, que muestra la distribución de velocidades la cual tiene un conjunto total de pares ordenados s vs $v(s)$ igual a 901 con la cual se procederá a calcular la forma geométrica.

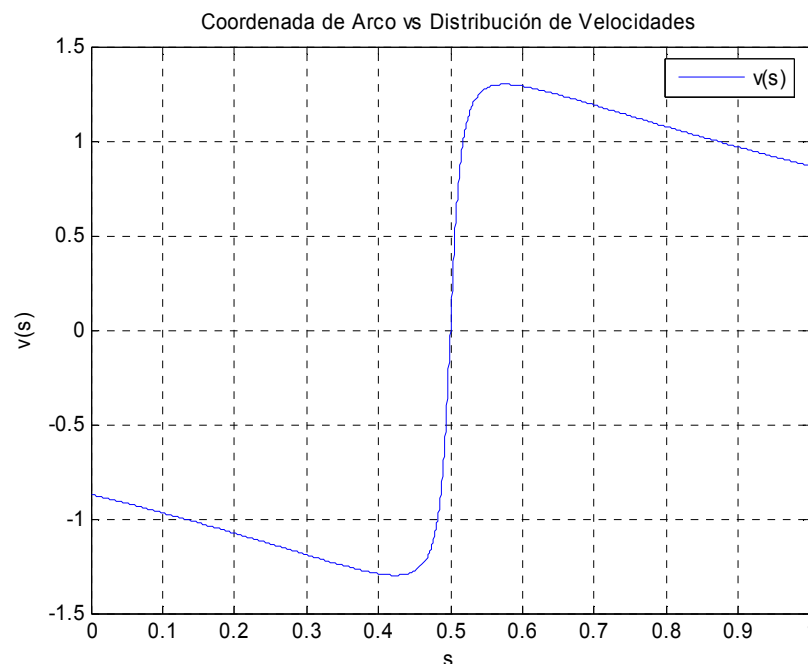


Figura 3.3.2 Distribución de Velocidades Simétrica inicial, s vs $v(s)$

Posteriormente el programa invoca el algoritmo 3.2.2, después el algoritmo 3.2.3, de igual forma procede con el algoritmo 3.2.4, el cual muestra la figura 3.3.3.

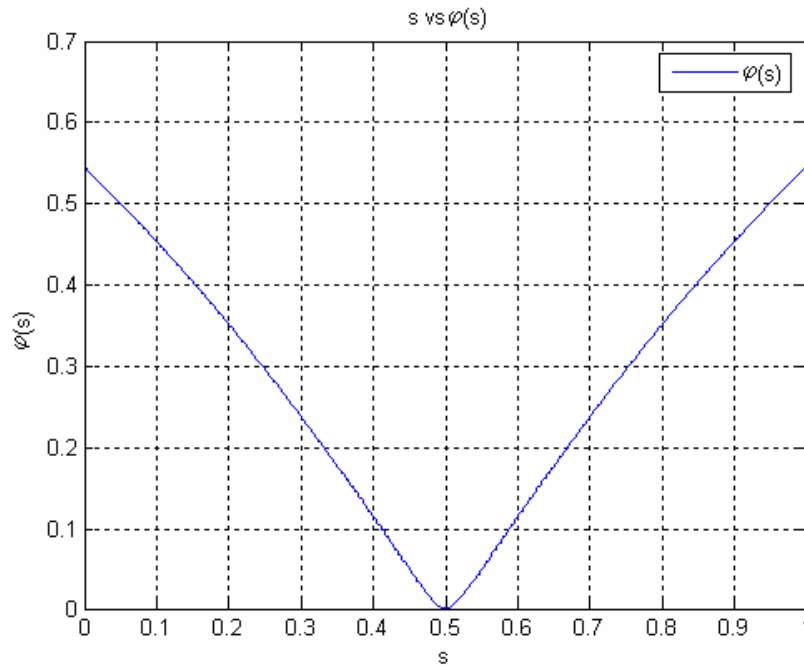


Figura 3.3.3 Correspondencia s vs $\varphi(s)$, encontrada con la ecuación (2.3) mediante el algoritmo 3.2.4.

Continuando con el orden lógico de la figura 3.1, sigue el computo del algoritmo 3.2.5, reflejado en la figura 3.3.4, donde se muestra la correspondencia entre s y γ .

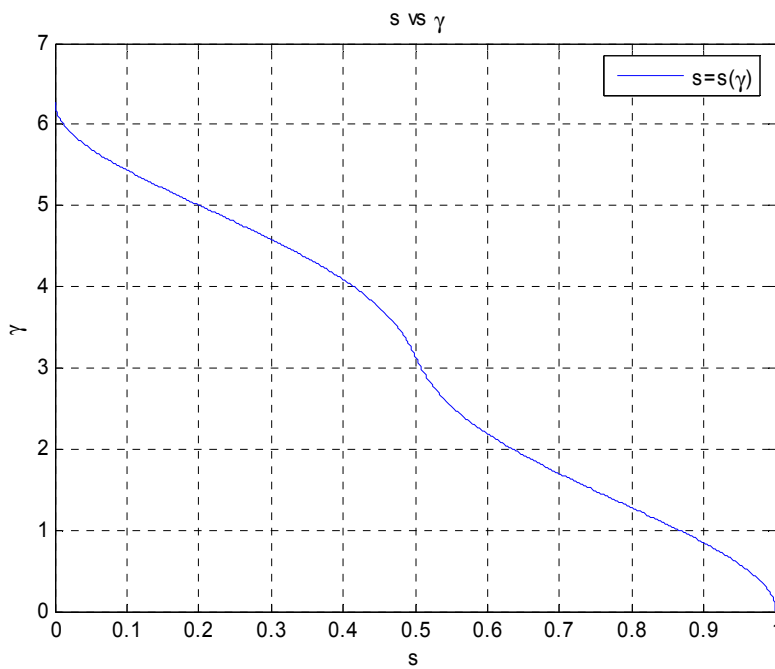


Figura 3.3.4 Relación s vs γ , igualando ecuaciones (2.3) y (2.8), mediante el algoritmo 3.2.5.

Sigue el algoritmo 3.2.6 que nos arroja la figura 3.3.5, mostrando la correspondencia γ vs $s'(\gamma)$.

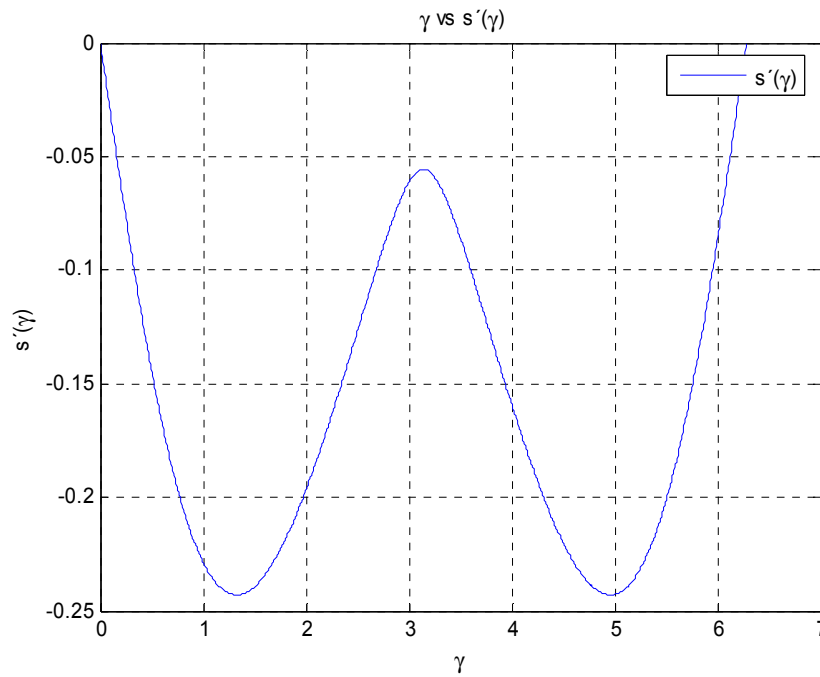


Figura 3.3.5 Relación γ vs $s'(\gamma)$, a través de la ecuación (2.10), mediante el algoritmo 3.2.6.

Posteriormente se ejecuta el algoritmo 3.2.7, mostrando las relaciones γ vs $P(\gamma)$ y γ vs $\tilde{S}(\gamma)$, en las figuras 3.3.6 y 3.3.7 respectivamente.

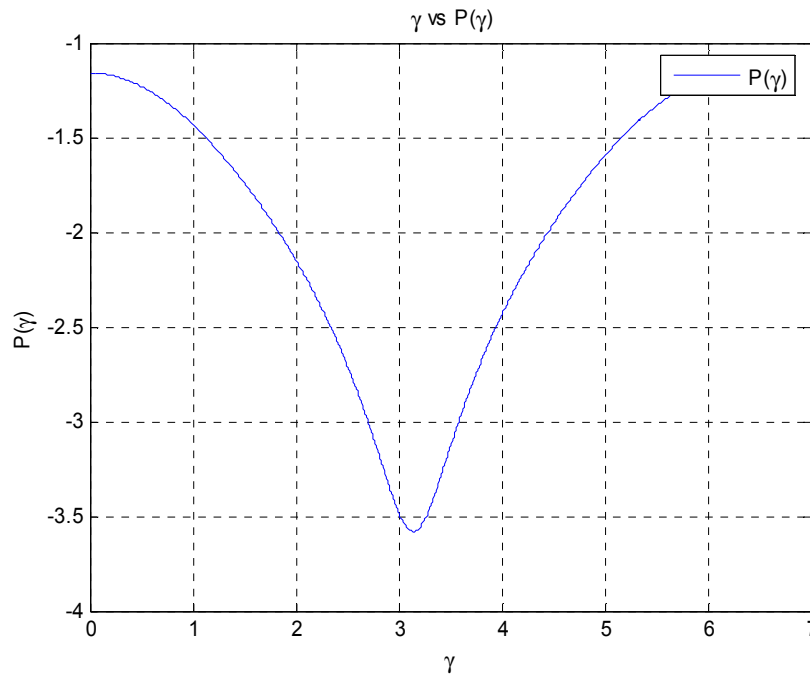


Figura 3.3.6 Relación γ vs $P(\gamma)$, a través de la ecuación (2.15), mediante el algoritmo 3.2.7.

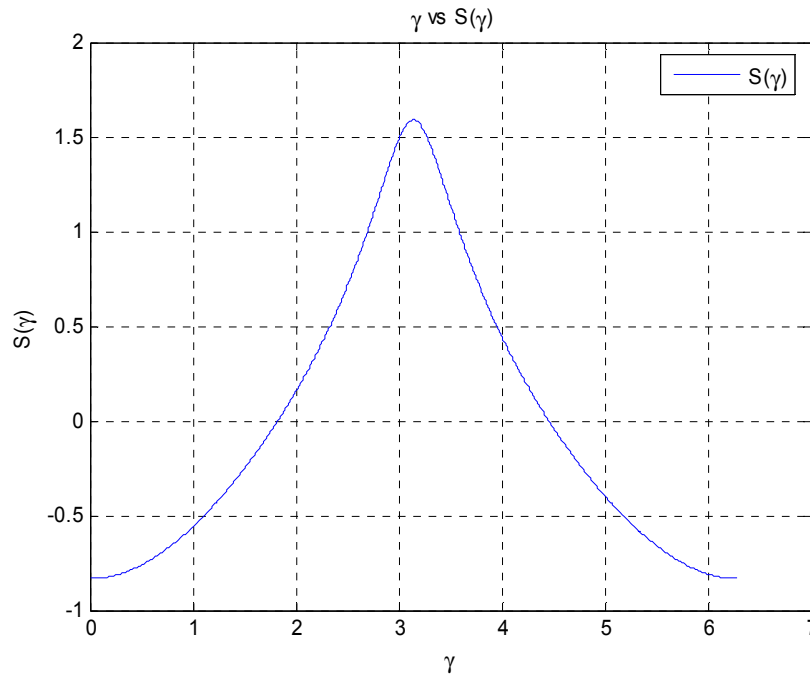


Figura 3.3.7 Relación γ vs $S(\gamma)$, a través de la ecuación (2.29), mediante el algoritmo 3.2.7.

Luego sigue el algoritmo 3.2.8, es importante señalar que este es el paso más difícil en la determinación del perfil, como lo señala Selig [26], este paso se determina mediante la ecuación (2.28), mostrando la figura 3.3.8 en donde se presenta la relación γ vs $\theta(\gamma)$.

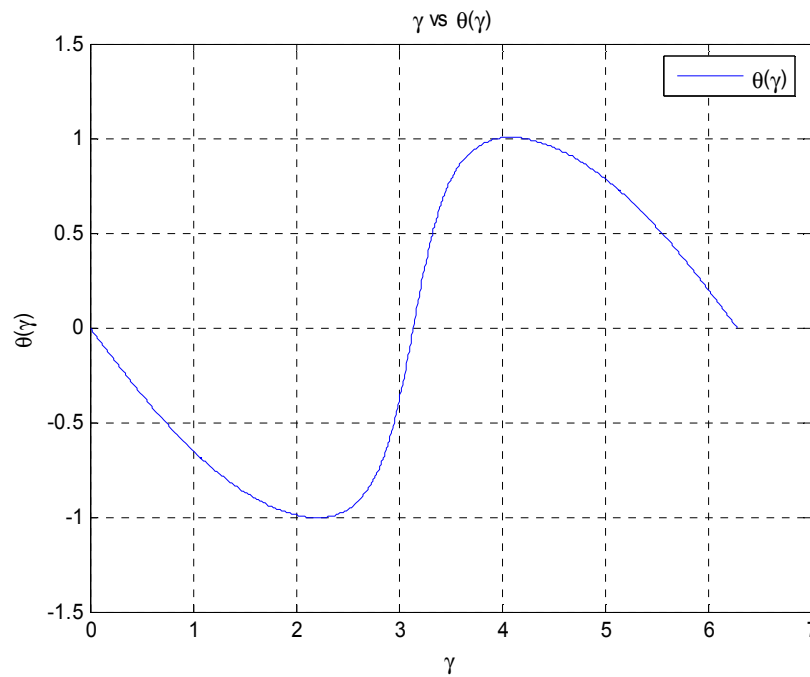


Figura 3.3.8 Relación γ vs $\theta(\gamma)$, a través de la ecuación (2.28), mediante el algoritmo 3.2.8.

Sigue el algoritmo 3.2.9, que nos muestra la relación γ vs $\Theta(\gamma)$, expresada en la figura 3.3.9.

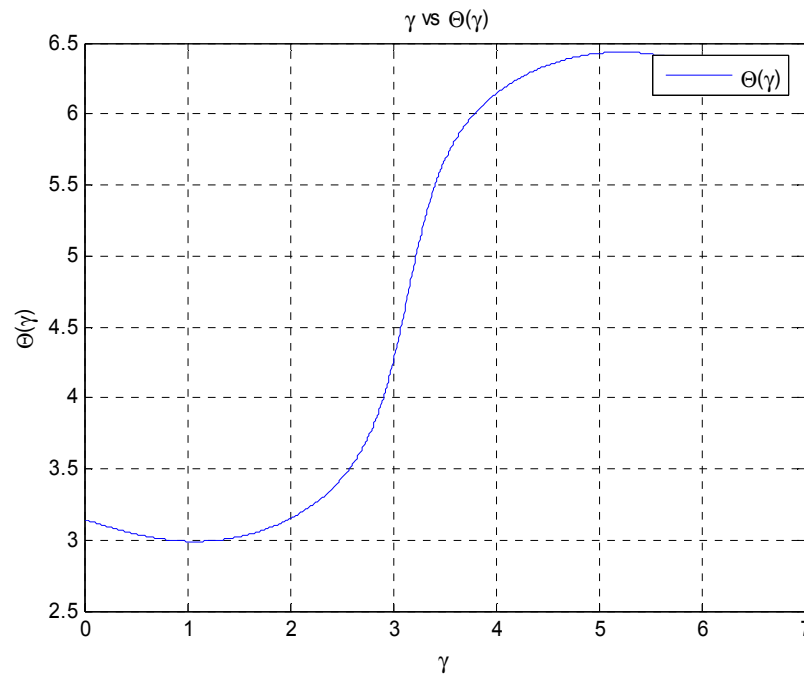


Figura 3.3.9 Relación γ vs $\Theta(\gamma)$, a través de la ecuación (2.18), mediante el algoritmo 3.2.9.

Posteriormente continúa el algoritmo 3.2.10, que integra la ecuación (3.18) y nos entrega las coordenadas obtenidas a partir de la figura 3.3.2. La figura 3.3.10 muestra el perfil aerodinámico obtenido y la figura 3.3.11 muestra el mismo perfil aerodinámico junto con la respectiva correspondencia del coeficiente de presiones.

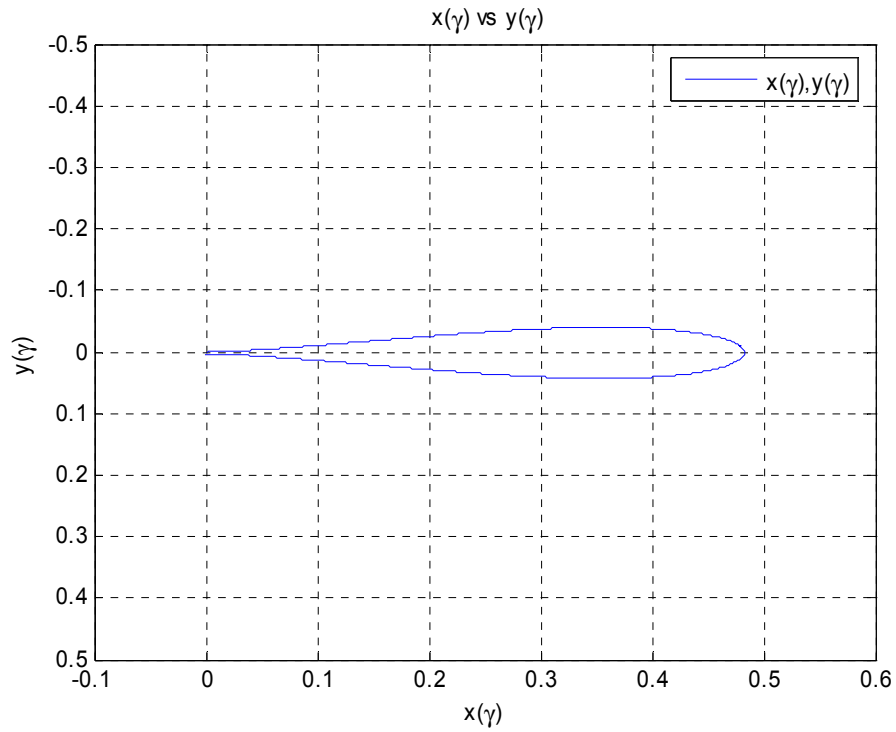


Figura 3.3.10 Coordenadas $x(\gamma)$ vs $y(\gamma)$, integrando la ecuación (2.18), mediante el algoritmo 3.2.10.

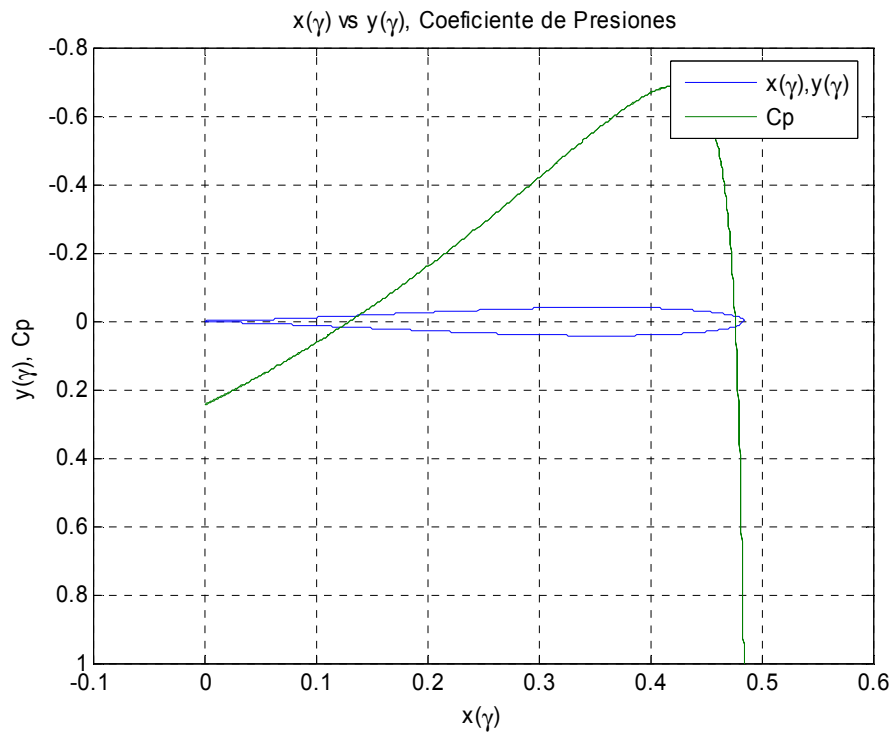


Figura 3.3.11 Coordenadas $x(\gamma)$ vs $y(\gamma)$ y el correspondiente coeficiente de presiones

Siguiendo el orden lógico de la figura 3.1, continúa el algoritmo 3.2.11, el cual es una manera de comprobar que la solución es correcta, ya que se debe de obtener la misma grafica que la figura 3.3.4, integrando la ecuación (2.48).

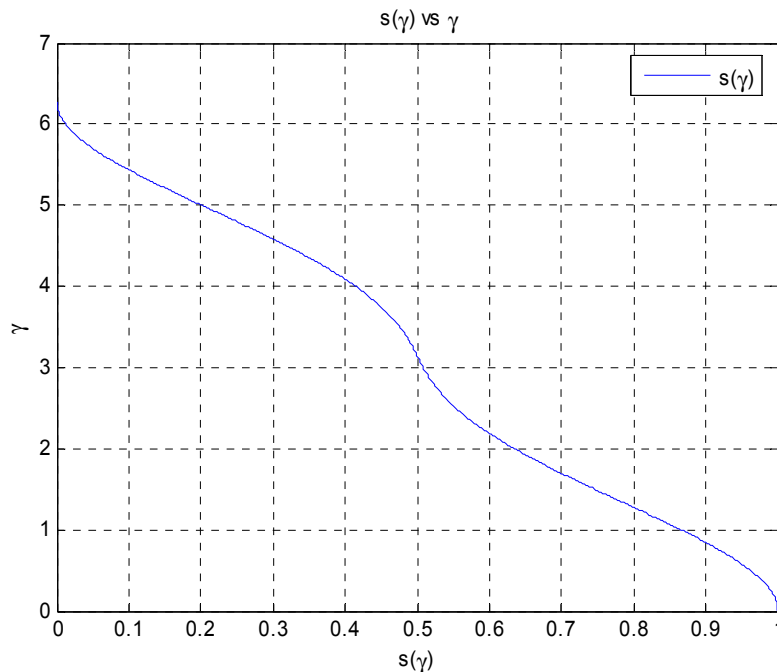


Figura 3.3.12 $s(\gamma)$ vs γ , integrando la ecuación (2.48) mediante el algoritmo 3.2.11

A continuación sigue el algoritmo 3.2.12, el cual tiene la tarea de calcular la cuerda, al ángulo de ataque, el coeficiente de sustentación, el coeficiente de arrastre potencial y el coeficiente de momento respectivo. Mostrando los datos en pantalla, y presentándolos como sigue:

$$b = 0.482546698048198, \alpha = 0.187969847^\circ \approx 0^\circ, C_l = -1.31994956412018e-016 \approx 0,$$

$$C_d = -0.003878204, C_{mz} = 5.25E-06$$

Finalmente el algoritmo 3.2.13 es opcional, el programa pregunta si se desea calcular la distribución de velocidades y el coeficiente de sustentación para algún ángulo de ataque diferente a α , si el usuario decide que así lo desea debe de teclear 1, si es negativa su respuesta

simplemente debe de teclear 0 para terminar. Para mostrar que es lo que sucede cuando es afirmativa la respuesta, se tomara $\alpha_1 = 10^\circ$.

Y como resultados ese tiene:

Para un $\alpha_1 = 10^\circ$, $C_1 = 1.25585156$ y además la figura 3.3.13 muestra la distribución de velocidad calculada para α_1 .

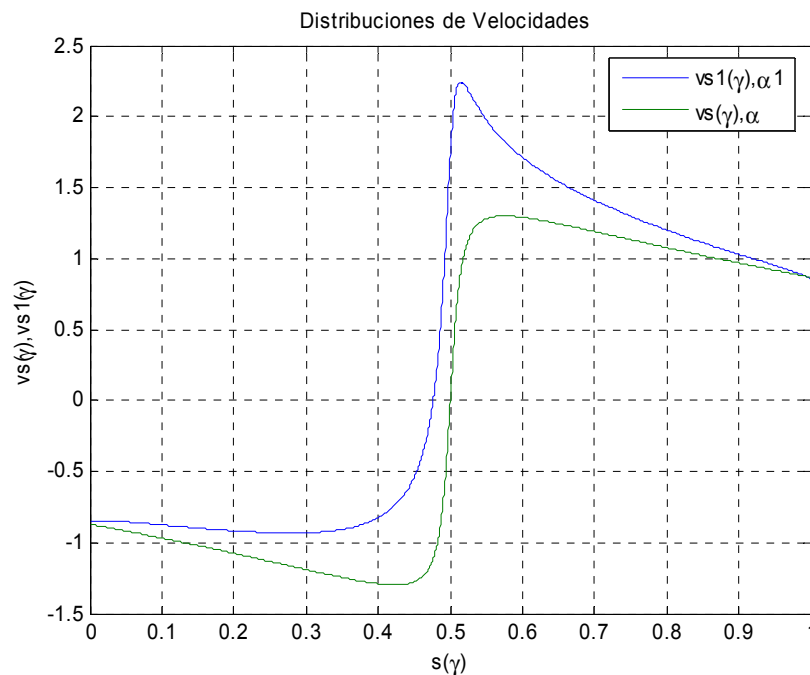


Figura 3.3.13 $s(\gamma)$ vs $v[s(\gamma)]$, para $\alpha_1 = 10^\circ$ (línea azul) y para $\alpha = 0^\circ$ (línea verde)

3.3.2 Distribución de velocidades asimétrica

Debido a que ya se describió la forma de cómo acceder a la ejecución del programa, para demostrar el caso de distribución de velocidades asimétrico únicamente se mostraran las graficas de los resultados sin descripción de la utilización de los algoritmos, ya que se utiliza el mismo proceso para distribuciones asimétricas, solamente se hará hincapié cuando sea necesario.

Nuevamente el programa despliega la figura 3.3.14, que muestra la distribución de velocidades asimétrica tiene un conjunto total de pares ordenados s vs $v(s)$ igual a 901 con la cual se procederá a calcular la forma geométrica.

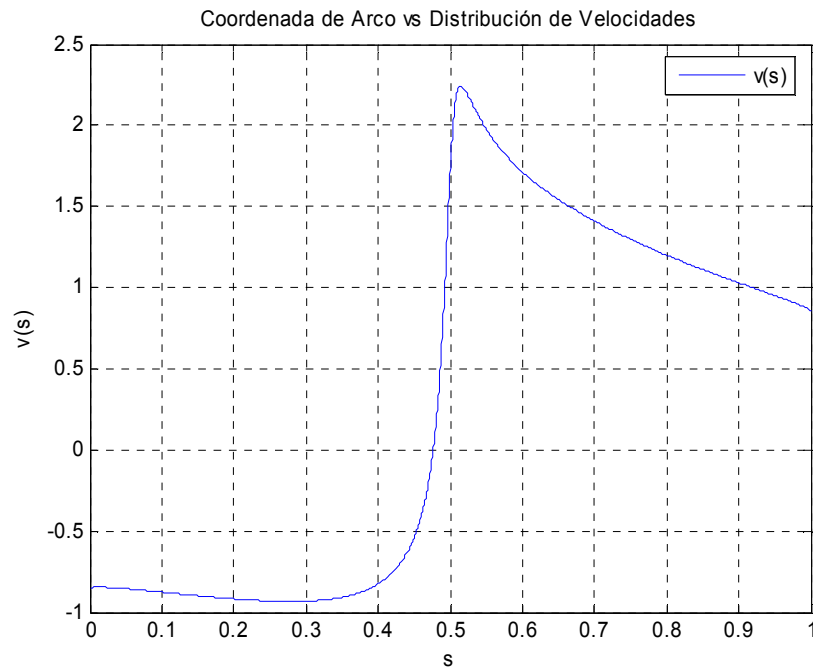


Figura 3.3.14 Distribución de Velocidades Asimétrica inicial, s vs $v(s)$

Posteriormente el programa le pide al usuario teclear la convergencia deseada para resolver las ecuaciones (2.6) y (2.7), además de que también se requiere acceder un número mayor a 0 (se recomienda hacerlo a intervalos de 0.05) para que el sistema empiece a iterar y se puedan encontrar las raíces necesarias. La figura 3.3.15 muestra la relación s vs $\varphi(s)$.

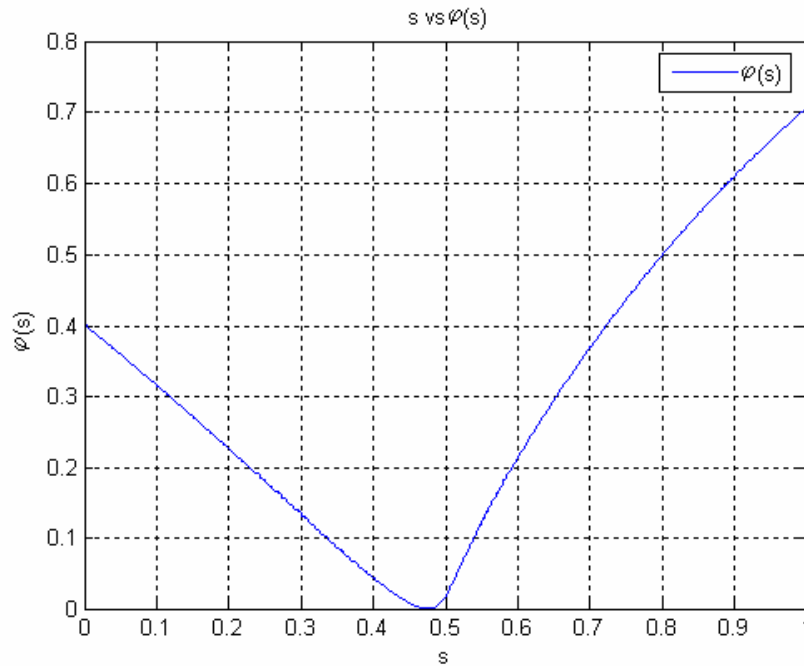


Figura 3.3.15 Correspondencia s vs $\varphi(s)$, encontrada con la ecuación (2.3) mediante el algoritmo 3.2.4.

Continuando con el orden lógico de la figura 3.1, sigue el computo del algoritmo 3.2.5, reflejado en la figura 3.3.16, donde se muestra la correspondencia entre s y γ .

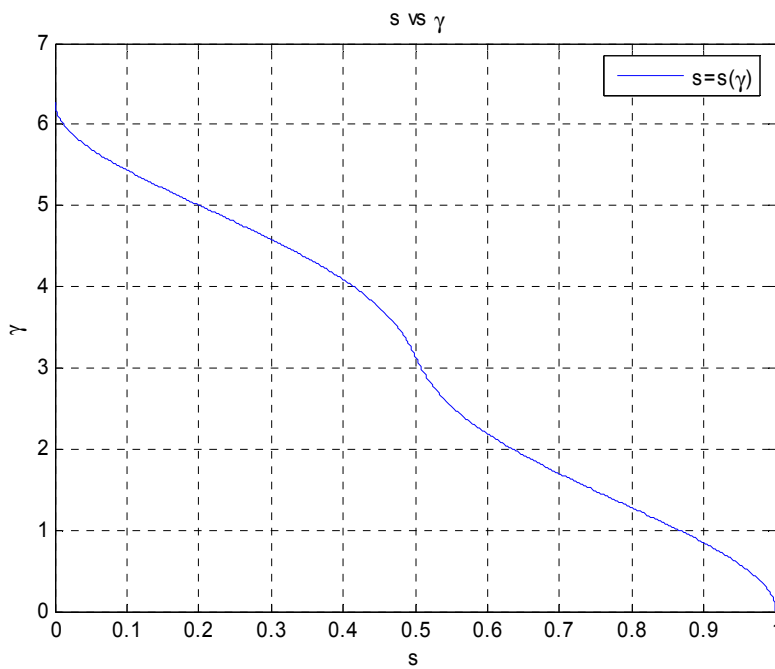


Figura 3.3.16 Relación s vs γ , igualando ecuaciones (2.3) y (2.8), mediante el algoritmo 3.2.5.

Sigue el algoritmo 3.2.6 que nos arroja la figura 3.3.17, mostrando la correspondencia γ vs $s'(\gamma)$, mediante la ecuación (2.10).

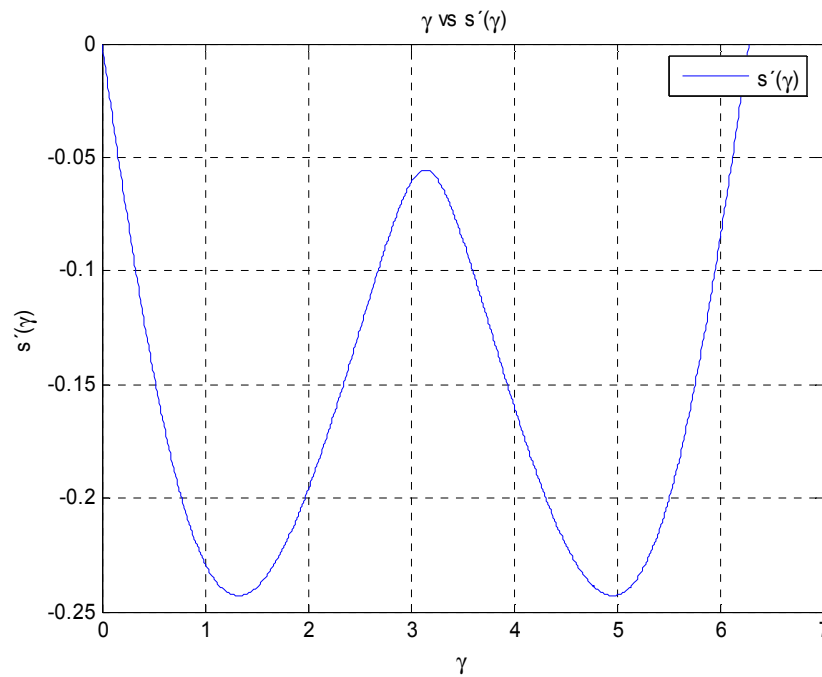


Figura 3.3.17 Relación γ vs $s'(\gamma)$, a través de la ecuación (2.10), mediante el algoritmo 3.2.6.

Posteriormente se ejecuta el algoritmo 3.2.7, que nos entrega las relaciones γ vs $P(\gamma)$ y γ vs $\tilde{S}(\gamma)$, mostradas en las figuras 3.3.18 y 3.3.19 respectivamente.

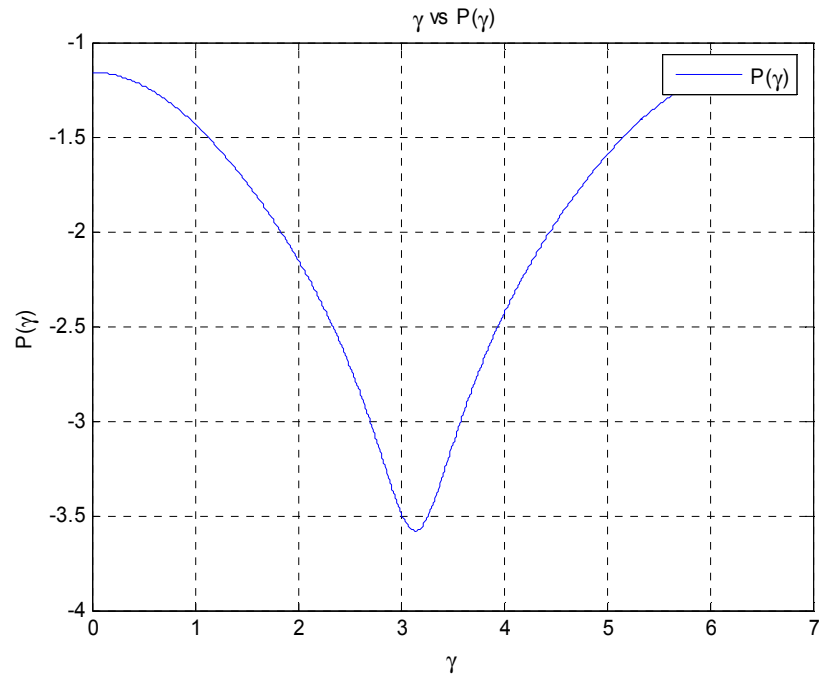


Figura 3.3.18 Relación γ vs $P(\gamma)$, a través de la ecuación (2.15), mediante el algoritmo 3.2.7.

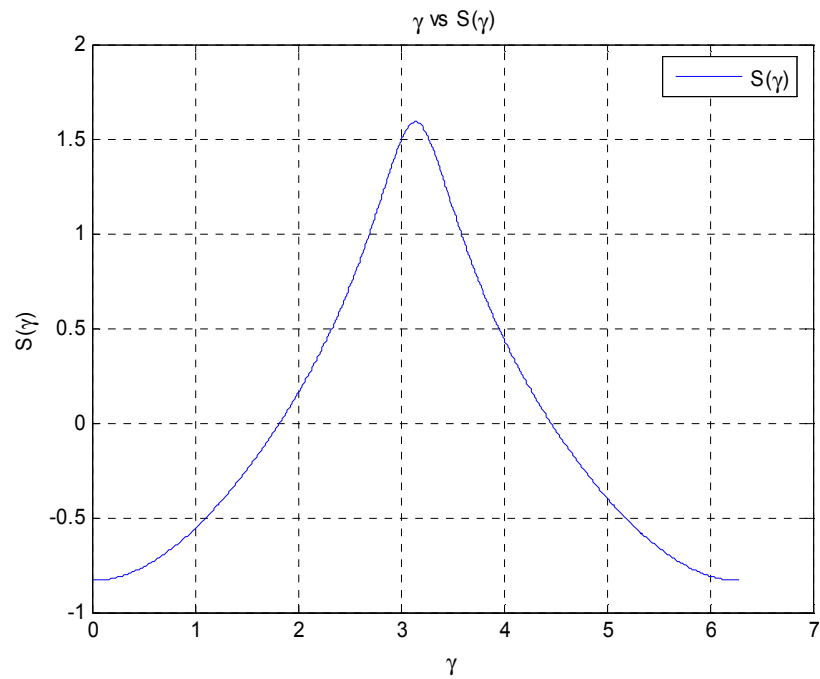


Figura 3.3.19 Relación γ vs $S(\gamma)$, a través de la ecuación (2.29), mediante el algoritmo 3.2.7.

Luego sigue el algoritmo 3.2.8, este paso se determina mediante la ecuación (2.28), mostrando la figura 3.3.20 en donde se presenta la relación γ vs $\theta(\gamma)$.

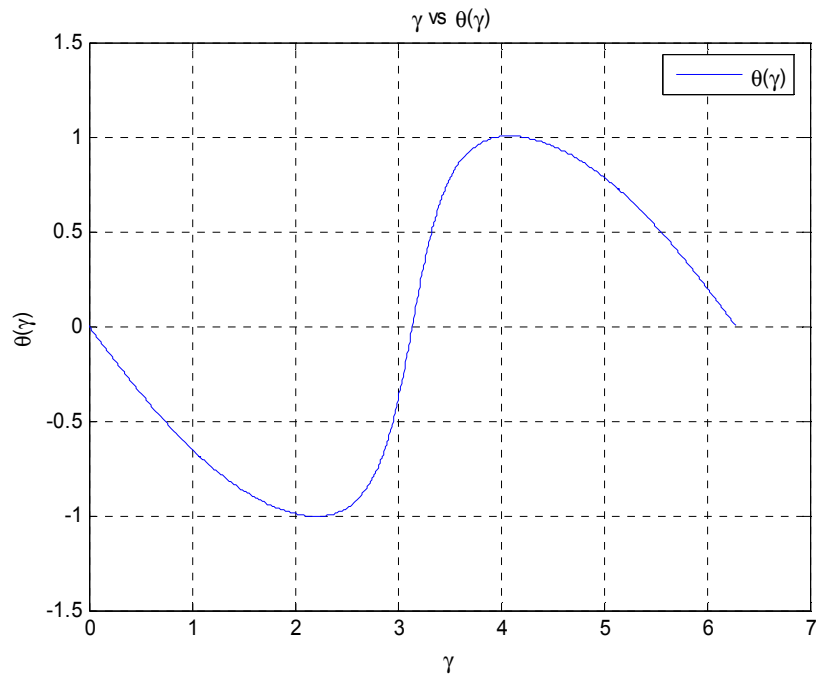


Figura 3.3.20 Relación γ vs $\theta(\gamma)$, a través de la ecuación (2.28), mediante el algoritmo 3.2.8.

Sigue el algoritmo 3.2.9, que nos muestra la relación γ vs $\Theta(\gamma)$, expresada en la figura 3.3.21.

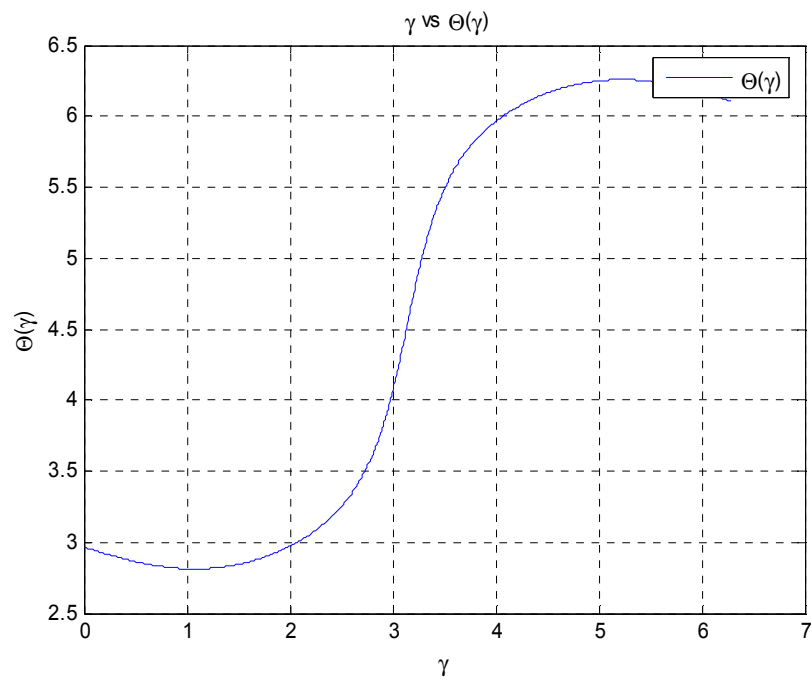


Figura 3.3.21 Relación γ vs $\Theta(\gamma)$, a través de la ecuación (2.18), mediante el algoritmo 3.2.9.

La figura 3.3.22 muestra el perfil aerodinámico obtenido y la figura 3.3.23 muestra el mismo perfil aerodinámico junto con la respectiva correspondencia del coeficiente de presiones.

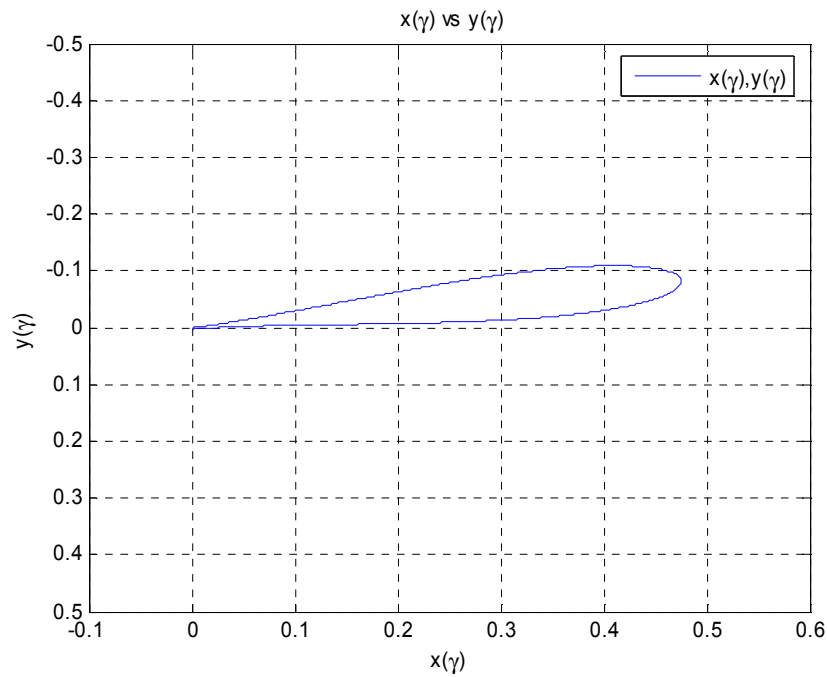


Figura 3.3.22 Coordenadas $x(\gamma)$ vs $y(\gamma)$, integrando la ecuación (2.18), mediante el algoritmo 3.2.10.

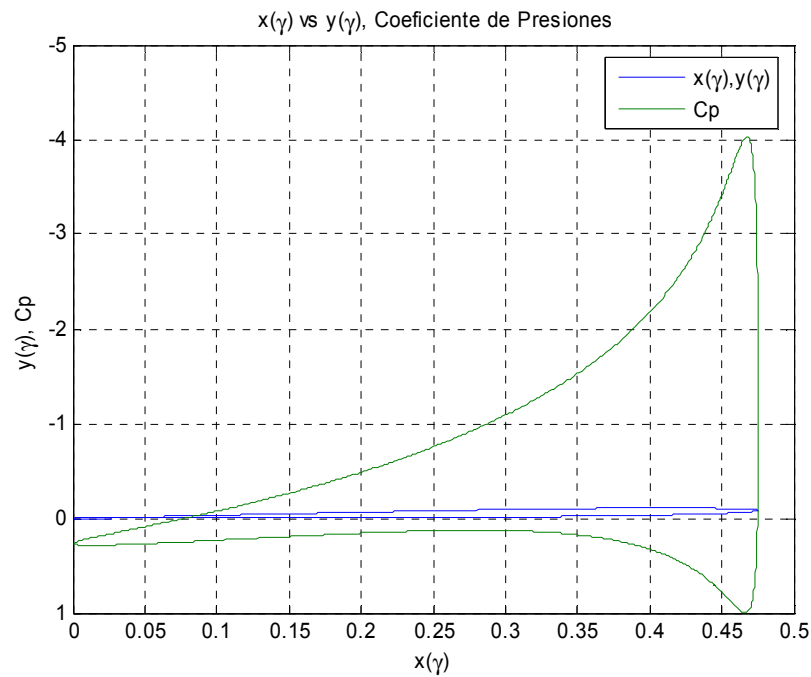


Figura 3.3.23 Coordenadas $x(\gamma)$ vs $y(\gamma)$ y el correspondiente coeficiente de presiones

Siguiendo el orden lógico de la figura 3.1, continúa el algoritmo 3.2.11, el cual es una manera de comprobar que la solución es correcta, ya que se debe de obtener la misma grafica que la figura 3.3.16, integrando la ecuación (2.48).

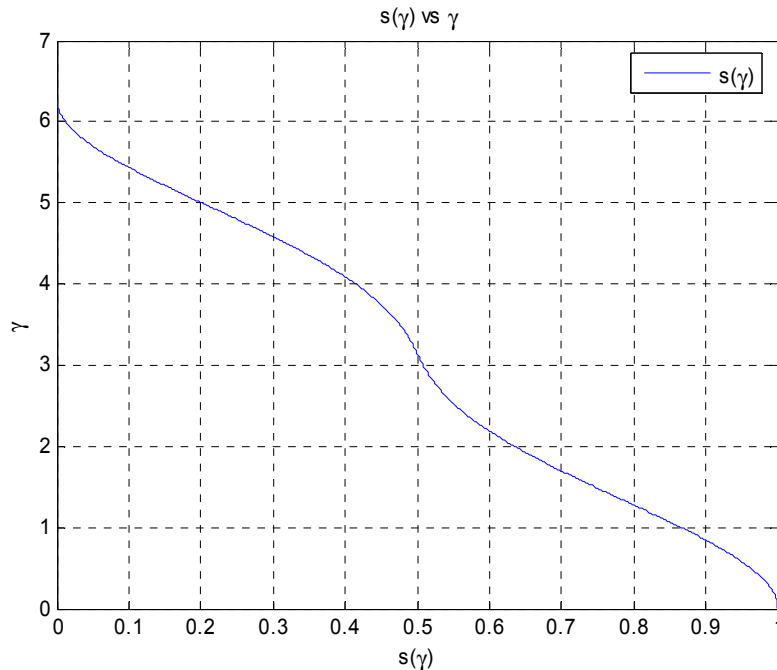


Figura 3.3.24 $s(\gamma)$ vs γ , integrando la ecuación (2.48) mediante el algoritmo 3.2.11

A continuación sigue el algoritmo 3.2.12, el cual tiene la tarea de calcular la cuerda, al ángulo de ataque, el coeficiente de sustentación, el coeficiente de arrastre potencial y el coeficiente de momento respectivo. Mostrando los datos en pantalla, y presentándolos como sigue:

$$b = 0.482546698048198, \alpha = 10.0000611023368^\circ \approx 10^\circ, C_l = 1.25585155830929,$$

$$C_d = -0.00571364560692086, C_{mz} = -0.31898527640347$$

Finalmente el algoritmo 3.2.13 es opcional, el programa pregunta si se desea calcular la distribución de velocidades y el coeficiente de sustentación para algún ángulo de ataque diferente a α , si el usuario decide que así lo desea debe de teclear 1, si es negativa su respuesta simplemente debe de teclear 0 para terminar. Para mostrar qué es lo que sucede cuando es afirmativa la respuesta, se tomara $\alpha_1 = 5^\circ$.

Y como resultados ese tiene:

Para un $\alpha_1 = 5^\circ$, $C_l = 0.642027083974909$ y además la figura 3.3.25 muestra la distribución de velocidad calculada para α_1 .

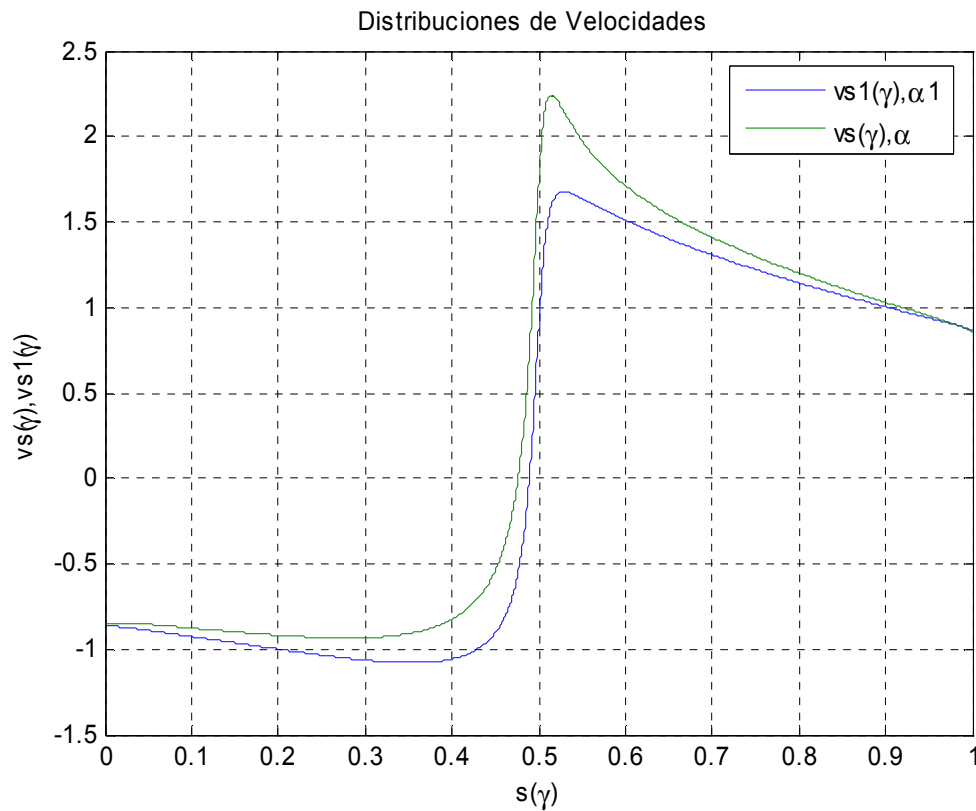


Figura 3.3.25 $s(\gamma)$ vs $v[s(\gamma)]$, para $\alpha = 10^\circ$ (línea verde) y para $\alpha_1 = 5^\circ$ (línea azul)

En el Anexo 2 se muestra el restablecimiento de dos perfiles aerodinámicos a partir de su distribución de velocidades, el primero es el NACA 0012 [4], [5] muy utilizado en el ámbito de la investigación, y el segundo es el S829 diseñado para turbinas de viento de eje horizontal Somers [24].

CAPÍTULO 4

ANÁLISIS DE RESULTADOS

El presente capítulo consta de tres partes, la primera de ellas analiza las características geométricas obtenidas del perfil aerodinámico, es decir coordenadas x, y , cuerda b , ángulo de ataque α y el espesor del cierre del perfil D , la segunda parte analiza las características aerodinámicas tales como el coeficiente de sustentación C_l , el coeficiente de arrastre C_d , el coeficiente de momento C_{mz} y finalmente la tercera parte hace la comparación de los resultados obtenidos contra un software comercial que lleva 20 años sirviendo como herramienta en el análisis y diseño de perfiles aerodinámicos en todo el mundo.

4.1 Características geométricas del perfil aerodinámico

En esta sección se analizará la influencia de los datos iniciales en la obtención de las características geométricas de un perfil aerodinámico específico, es decir las coordenadas $x(\gamma)$ vs $y(\gamma)$, la cuerda b , el ángulo de ataque α , el cierre del perfil D . Se variará el número de pares ordenados en la distribución de velocidades, es decir el número de puntos iniciales en la definición de la distribución de velocidades.

Para analizar el cierre del perfil aerodinámico, se selecciona el perfil Zhukovski con las siguientes características:

- $\varepsilon = 2$, $v_\infty = 1$, y $t = 15\%$

La distribución de velocidades para las características previamente seleccionadas se muestra en la figura 4.1.1.

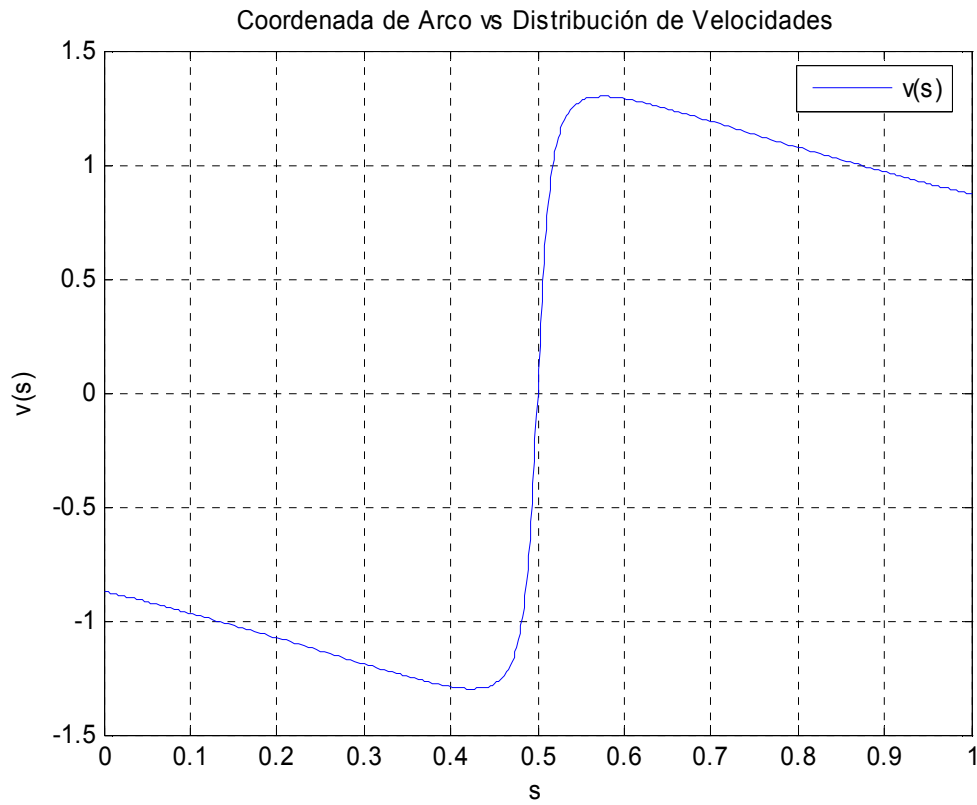


Figura 4.1.1 Distribución de Velocidades correspondiente al Perfil Aerodinámico Zhukovski

Procediendo a ejecutar el programa para los diferentes valores de los pares ordenados de la distribución de velocidades se obtiene la figura 4.2.2 y la tabla 4.1.1 de resultados:

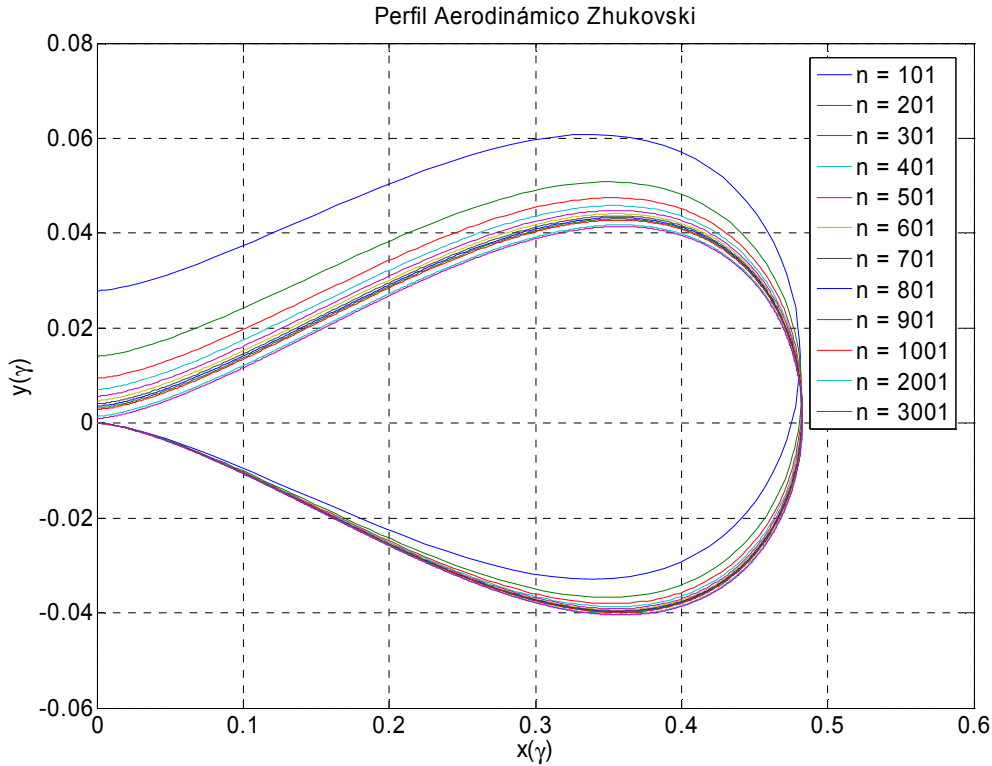


Figura 4.1.2 Perfil Aerodinámico Zhukovski determinado por el programa para diferentes valores de n .

Tabla 4.1.1 Valores de características geométricas para el Perfil Aerodinámico Zhukovski

n	α	b	D	T (%)
101	1.658722023580130	0.481129925372689	0.027853686170554	5.789223388875340
201	0.836771980269748	0.481994352600408	0.014078001388681	2.920781397692430
301	0.560193003557493	0.482243418925691	0.009429842389977	1.955411317169220
401	0.421129602309662	0.482360916323131	0.007090736300418	1.470006391576660
501	0.337404074087214	0.482429222279947	0.005681837149645	1.177755593409700
601	0.281457750538228	0.482473862960571	0.004740155842570	0.982468939039207
701	0.241429844626356	0.482505314820439	0.004066297359047	0.842746646337055
801	0.211371378198967	0.482528670593901	0.003560210530102	0.737823625219971
901	0.187969847322380	0.482546698048198	0.003166169209025	0.656137369052807
1001	0.169234056650063	0.482561034266286	0.002850668700494	0.590737440047989
2001	0.084758122121938	0.482624610692439	0.001427900662847	0.295861551858800
3001	0.056537531268532	0.482645469440015	0.000952516193117	0.197353182289656

Donde:

n = Número de puntos que definen la distribución de velocidades

α = Ángulo de ataque calculado

b = Cuerda del perfil aerodinámico

D = Parámetro de espesor del borde de salida

T = Parámetro de espesor del borde de salida expresada en porcentaje de la cuerda

De la tabla 4.1.1 se pueden construir las siguientes graficas:

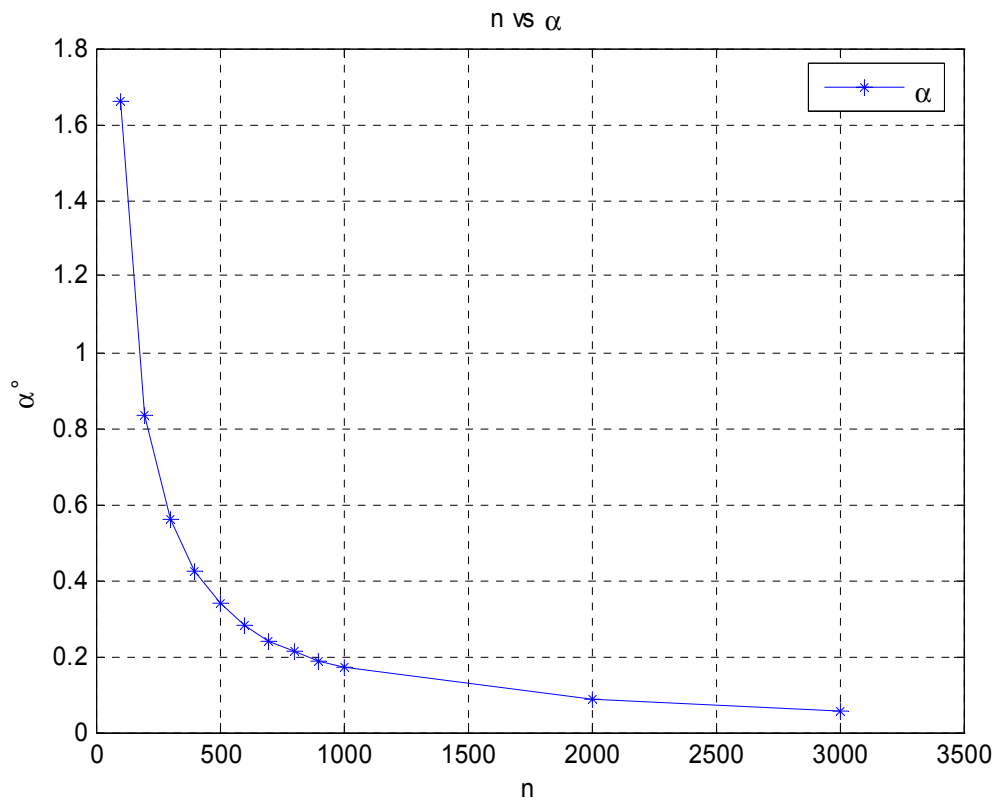


Figura 4.1.3 Variación del ángulo de ataque α con respecto del número de pares ordenados n que definen la distribución de velocidad de la figura 4.1.1.

De la columna 1 y 2 de la tabla 4.1.1 y de la grafica de la figura 4.1.3 se observa una línea curva con tendencia de forma exponencial, la cual nos muestra la variación del ángulo de ataque α con respecto al número de pares ordenados n , claramente se nota que conforme aumenta n , el ángulo de ataque α disminuye tendiendo al valor real, esta variación esta relacionada a la forma de calcular α , si se analiza la figura 2.4 se puede ver que existe un punto C con coordenadas (x_0, y_0) localizado en el borde de ataque del perfil aerodinámico, él cual se va desplazando de posición hacia el eje coordenado $y(\gamma)=0$ de acuerdo a la figura 4.1.2, y entonces de acuerdo a esta figura sí se deduce que el punto C va moviéndose de posición con tendencia al valor real conforme se

aumenta el número de pares ordenados n , es claro observar que el ángulo de ataque α también va tendiendo al valor real de acuerdo a la ecuación 2.46 (lado derecho), ya que las coordenadas (x_0, y_0) son directamente proporcionales al ángulo de ataque α .

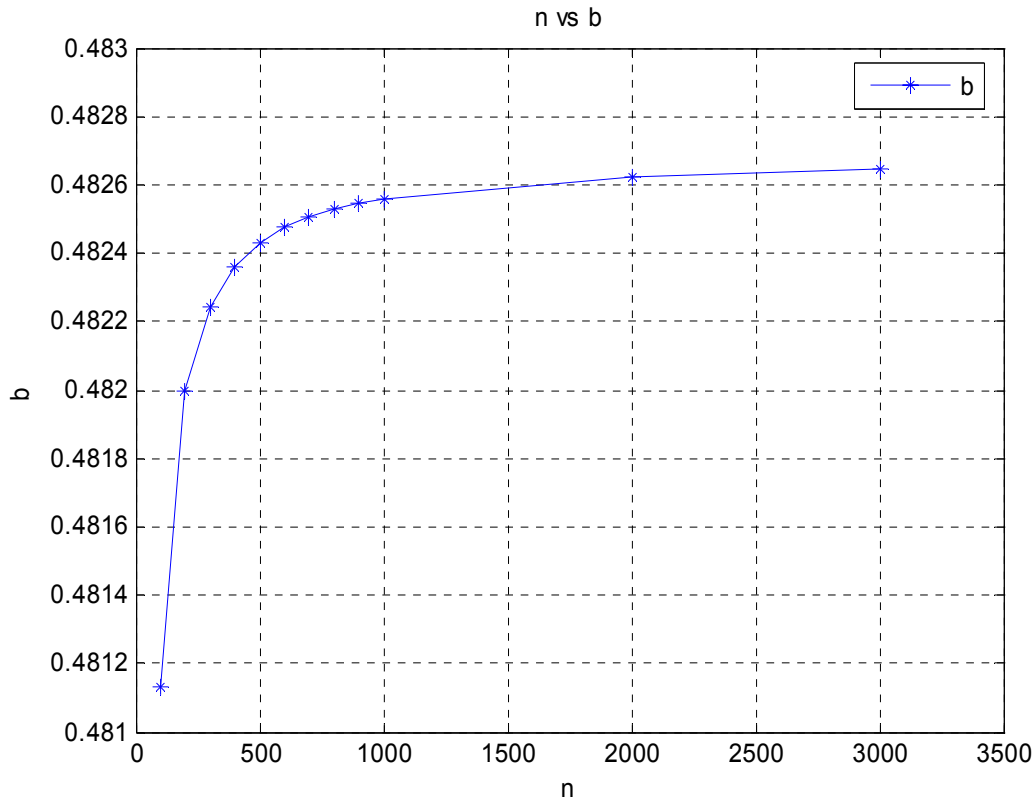


Figura 4.1.4 Variación de la cuerda b con respecto del número de pares ordenados n que definen la distribución de velocidad de la figura 4.1.1.

De la columna 1 y 3 de la tabla 4.1.1 y de la grafica de la figura 4.1.4 se observa una línea curva con tendencia de forma logarítmica, donde se muestra la relación del número de pares ordenados n contra la cuerda b , y claramente se nota que conforme aumenta n el valor de b tiende a un valor real, lo anterior tiene explicación de manera similar al ángulo de ataque α si se revisa la figura 2.4, donde existe el punto B conectado mediante la línea b al punto C con coordenadas (x_0, y_0) localizado en el borde de ataque del perfil aerodinámico, revisando la figura 4.1.2 es perceptible cómo el punto C se desplaza hacia el eje coordenado $y(\gamma)=0$ conforme n aumenta, debido a este desplazamiento de coordenadas del punto C y en concordancia con la ecuación 2.46 (lado izquierdo), el valor de la cuerda tendrá una variación significativa conforme

se aumenta el valor de n , ya que las coordenadas (x_0, y_0) son directamente proporcionales al valor de la cuerda b . La grafica de la figura 4.1.4 se puede dividir en dos zonas principales, la primera que va desde $101 \leq n \leq 601$ donde la variación de la cuerda es del orden de milésimos y diezmilésimos, mientras que para el intervalo $701 \leq n \leq 3001$ la variación de la cuerda es del orden de cienmilésimos. Lo anterior indica que la dependencia de n con respecto a b ya no tiene tanto impacto en el diseño del perfil a partir de $n \geq 701$ ya que como lo muestra la tabla 4.1.1, para $701 \leq n \leq 1001$ las primeras 4 cifras significativas para b son idénticas y para $2001 \leq n \leq 3001$ nuevamente las 4 primeras cifras significativas son iguales.

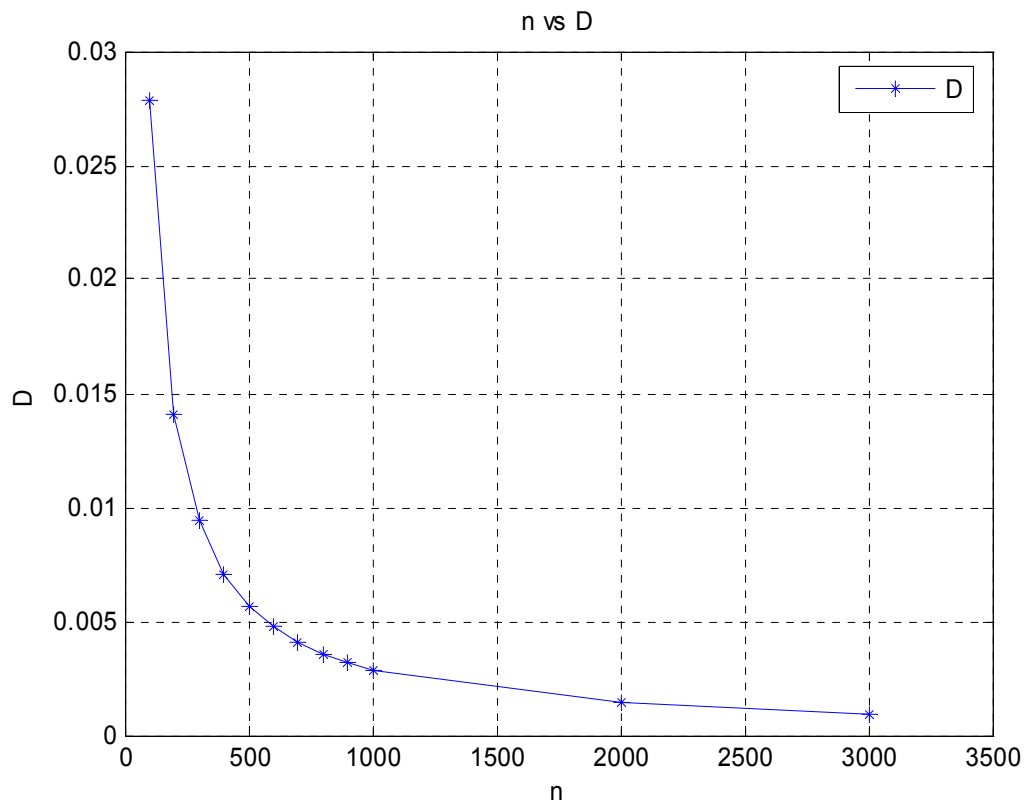


Figura 4.1.5 Variación de la distancia de cierre del perfil D con respecto del número de pares ordenados n que definen la distribución de velocidad de la figura 4.1.1.

De la columna 1 y 4 de la tabla 4.1.1 y de la grafica de la figura 4.1.5 se observa una línea curva con tendencia de forma exponencial, la cual se puede dividir en tres zonas principales, la primera que va desde $101 \leq n \leq 201$ donde la variación del Parámetro de espesor del borde de salida D es del orden de centésimos, seguida de la segunda que comprende $301 \leq n \leq 2001$ donde la variación de D es del orden de milésimos y

finalmente para $n \geq 3001$ la variación de D es de diezmilésimos. Sin embargo estas distancias medidas no indican un parámetro que determine cuál es el límite del parámetro D respecto al parámetro n . Por lo tanto se pasara al siguiente análisis.

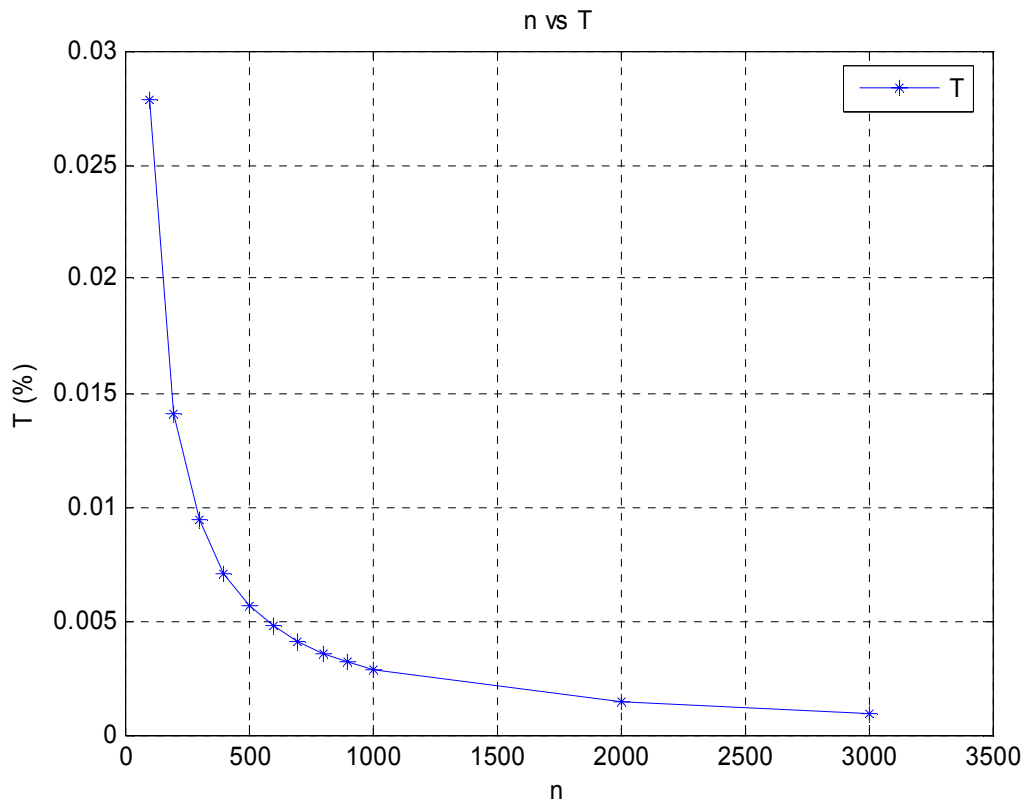


Figura 4.1.6 Variación de la distancia de cierre del perfil expresada en % de la cuerda T con respecto del número de pares ordenados n que definen la distribución de velocidad de la figura 4.1.1.

De la columna 1 y 5 de la tabla 4.1.1 y de la grafica de la figura 4.1.6 se observa una línea curva con tendencia de forma exponencial, la cual se puede dividir en tres zonas principales, la primera que va desde $3 \leq T \leq 6$, la segunda que va desde $1 \leq T \leq 3$ y finalmente $0 \leq T \leq 1$. De acuerdo a la experiencia de Fokin [33], sí T cae dentro de $3 \leq T \leq 6$ el diseño del perfil aerodinámico no es aceptable, pero sí T cae dentro de $1 \leq T \leq 3$ el diseño del perfil aerodinámico es tolerable y común, mas sin embargo es deseable que T caiga dentro de $0 < T \leq 1$ para obtener un cierre prácticamente exacto. Aunque cabe señalar un comentario importante, T nunca será igual a cero, debido a los errores de integración numérica. De acuerdo al criterio anterior y observando la figura 4.1.5 y la tabla 4.1.1 se puede concluir que para $n = 101$ el perfil aerodinámico diseñado

es inaceptable, para $201 \leq n \leq 501$ el perfil aerodinámico diseñado es tolerable y finalmente para $601 \leq n \leq 3001$ el perfil aerodinámico diseñado es aceptable.

Tomando en cuenta las graficas de las figuras 4.1.3, 4.1.4, 4.1.5, 4.1.6 y las análisis hechos a cada una de ellas, se concluye que el rango optimo para el valor de n va desde $701 \leq n \leq 2001$, ya que si se toma $n \leq 601$, los perfiles aerodinámicos diseñados serán tolerables o inaceptables, más sin embargo sí $n > 2001$ los perfiles aerodinámicos serán aceptables pero con la condición de un incremento en el tiempo del calculo de las ecuaciones planteadas en el capitulo 2, es necesario señalar que en las graficas 4.1.3, 4.1.4, 4.1.5 y 4.1.6 nunca se obtendrán valores reales a pesar de que se incremente el número de pares ordenados n debido a que el programa de computo utiliza integración numérica y siempre esta presente un error por muy pequeño que sea.

4.2 Características Aerodinámicas del perfil aerodinámico

En esta sección se analizara la influencia de los datos iniciales en la obtención de las características aerodinámicas de un perfil aerodinámico específico, es decir la circulación Γ , el coeficiente de sustentación C_l , el coeficiente de arrastre potencial C_d , el coeficiente de momento C_{mz} . Se variara el número de pares ordenados en la distribución de velocidades, es decir el número de puntos iniciales en la definición de la distribución de velocidades.

Para analizar el caso del perfil aerodinámico, se selecciona el perfil Zhukovski con las siguientes características:

$$- \varepsilon = 2, v_{\infty} = 1 \text{ y } t = 15\%$$

La distribución de velocidades para las características previamente seleccionadas se muestra en la figura 4.2.1.

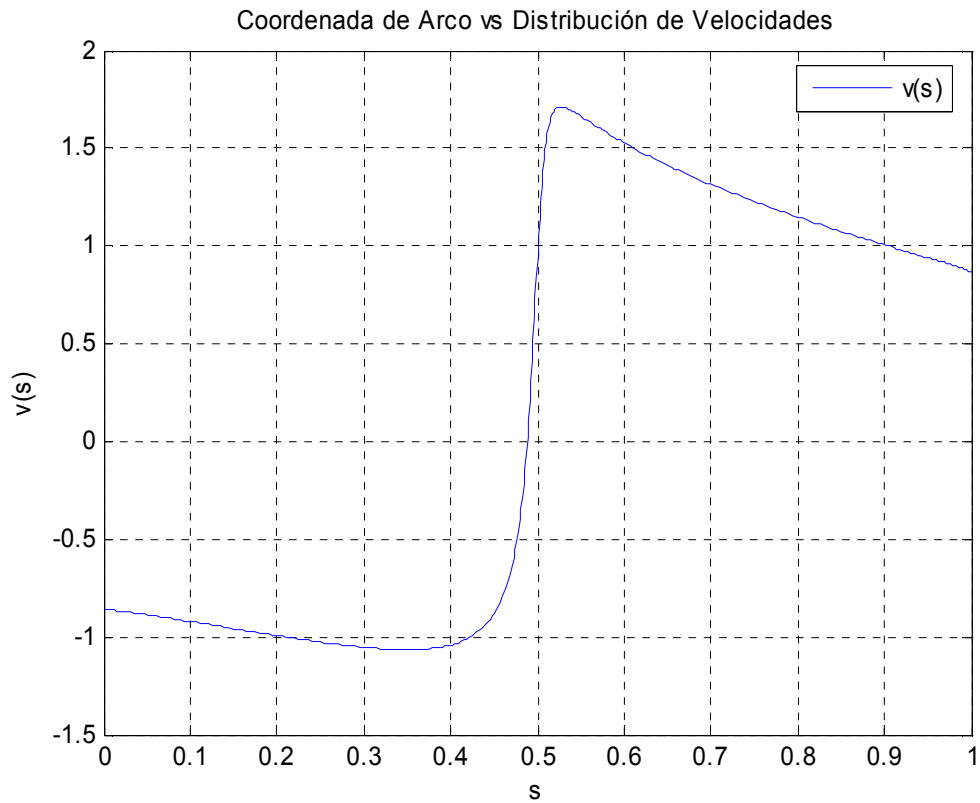


Figura 4.2.1 Distribución de Velocidades correspondiente al Perfil Aerodinámico Zhukovski

Procediendo a ejecutar el programa para los diferentes valores de los pares ordenados de la distribución de velocidades 4.2.1 se obtiene la figura 4.2.2 y la tabla 4.2.1 de resultados:

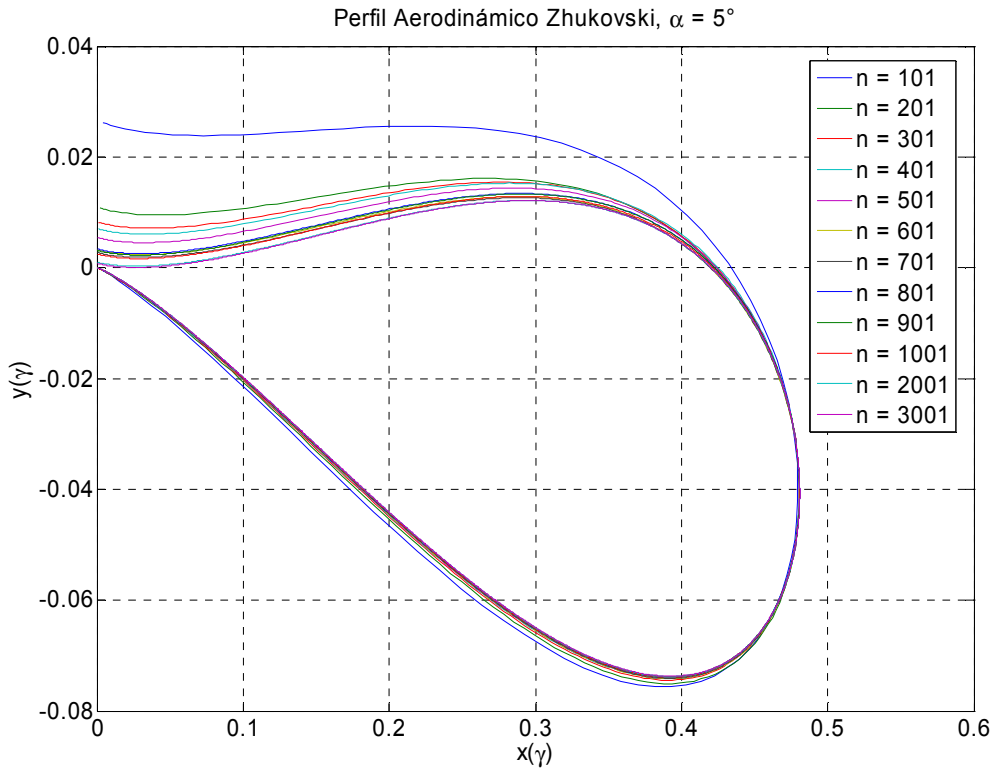


Figura 4.2.2 Perfil Aerodinámico Zhukovski determinado por el programa para diferentes valores de n .

Tabla 4.2.1 Valores de Características Aerodinámicas para el Perfil Aerodinámico Zhukovski

n	Γ	C_{l1}	C_l	C_d	C_{mz}
101	0.1992000	0.8276339	0.8193355	-0.0410346	-0.2110266
201	0.1744278	0.7233272	0.7203106	-0.0184022	-0.1856208
301	0.1661358	0.6888547	0.6869458	-0.0126583	-0.1768014
401	0.1619745	0.6715788	0.6701730	-0.0099028	-0.1723457
501	0.1594715	0.6610900	0.6600147	-0.0078020	-0.1697259
601	0.1577999	0.6539508	0.6531768	-0.0057702	-0.1680551
701	0.1566045	0.6489760	0.6483048	-0.0049116	-0.1667857
801	0.1557070	0.6453609	0.6447240	-0.0048428	-0.1657537
901	0.1550084	0.6424565	0.6418902	-0.0043582	-0.1650070
1001	0.1544493	0.6400819	0.6395959	-0.0037445	-0.1644404
2001	0.1519290	0.6295687	0.6293387	-0.0018391	-0.1617670
3001	0.1510875	0.6260666	0.6259116	-0.0012388	-0.1608697

Donde:

n = Número de puntos que definen la distribución de velocidades

Γ = Circulación

C_{l1} = Coeficiente de Sustentación calculado mediante la ecuación 2.58

C_l = Coeficiente de Sustentación calculado mediante la ecuación 2.52

C_d = Coeficiente de Arrastre

C_{mz} = Coeficiente de Momento

De la tabla 4.2.1 se pueden construir las graficas siguientes:

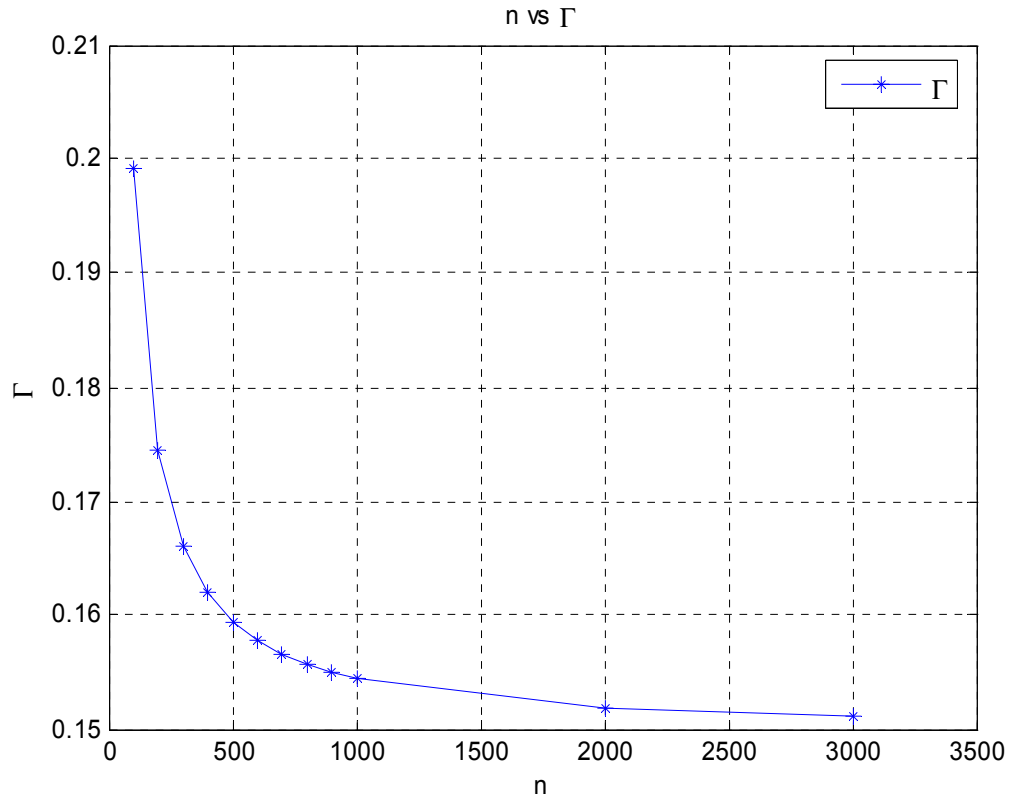


Figura 4.2.3 Variación de la circulación Γ con respecto del número de pares ordenados n que definen la distribución de velocidad de la figura 4.2.1.

De la columna 1 y 2 de la tabla 4.2.1 y de la grafica de la figura 4.2.3 se observa una línea curva con tendencia de forma exponencial, la cual nos muestra la variación de la circulación Γ con respecto al número de pares ordenados n , claramente se nota que conforme aumenta n , la circulación Γ tiende a un valor con mayor precisión, esta variación tiene explicación si se revisa la forma de calcular Γ , si se analiza la ecuación 2.3 se ve que la circulación Γ esta definida por una integral a lo largo del contorno del perfil L_z , Por lo que para calcular esta integral numéricamente el programa de computo utiliza el método del trapecio, y como es bien sabido la precisión del método del trapecio depende de buena forma en el número de puntos distribuidos a lo largo de la

función que se tenga que integrar, por esta razón es que el valor de Γ aumenta en cuanto a precisión conforme el número de pares ordenados n aumenta.

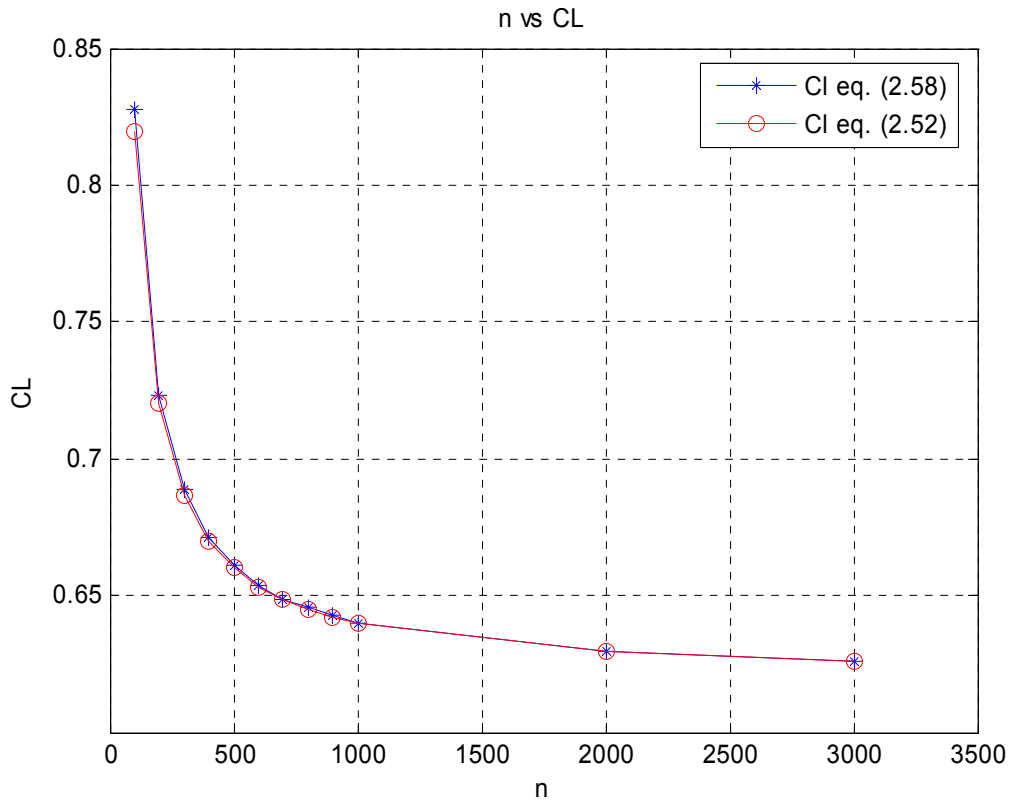


Figura 4.2.4 Variación del Coeficiente de Sustentación C_l con respecto del número de pares ordenados n que definen la distribución de velocidad de la figura 4.2.1.

De la columna 1, 3 y 4 de la tabla 4.2.1 y de la gráfica de la figura 4.2.4 se observa un par de líneas curvas con tendencia de forma exponencial, las cuales nos muestran la variación del coeficiente de sustentación C_l con respecto al número de pares ordenados n , por un lado la gráfica muestra la variación del coeficiente de sustentación C_l calculado mediante la ecuación 2.52, esta variación del C_l tiene sustento si se revisa la ecuación 2.52, en la cuál se ve que el C_l está definido por una integral cerrada a lo largo del contorno del perfil L_z , y para calcular esta integral numéricamente el programa de computo utiliza el método del trapecio, y como es bien sabido la precisión del método del trapecio depende de buena forma en el número de puntos distribuidos a lo largo de la función que se tenga que integrar, por esta razón es que el valor del coeficiente de sustentación C_l aumenta en cuanto a precisión conforme el número de pares ordenados n aumenta. Por otra parte, la gráfica también muestra la variación del coeficiente de

sustentación C_l calculado mediante la ecuación 2.58, esta variación del C_l tiene explicación si se revisa la ecuación 2.58, en la cuál sale a la vista la dependencia proporcional del coeficiente de sustentación C_l de la circulación Γ , y debido a que la circulación Γ también tiene variación respecto del número de pares ordenados n , como se analizo en una sección previa, por lo tanto el coeficiente de sustentación C_l variara respecto al número de pares ordenados n conforme la circulación Γ tenga variación debido a que en la ecuación 2.58 existe una variación proporcional.

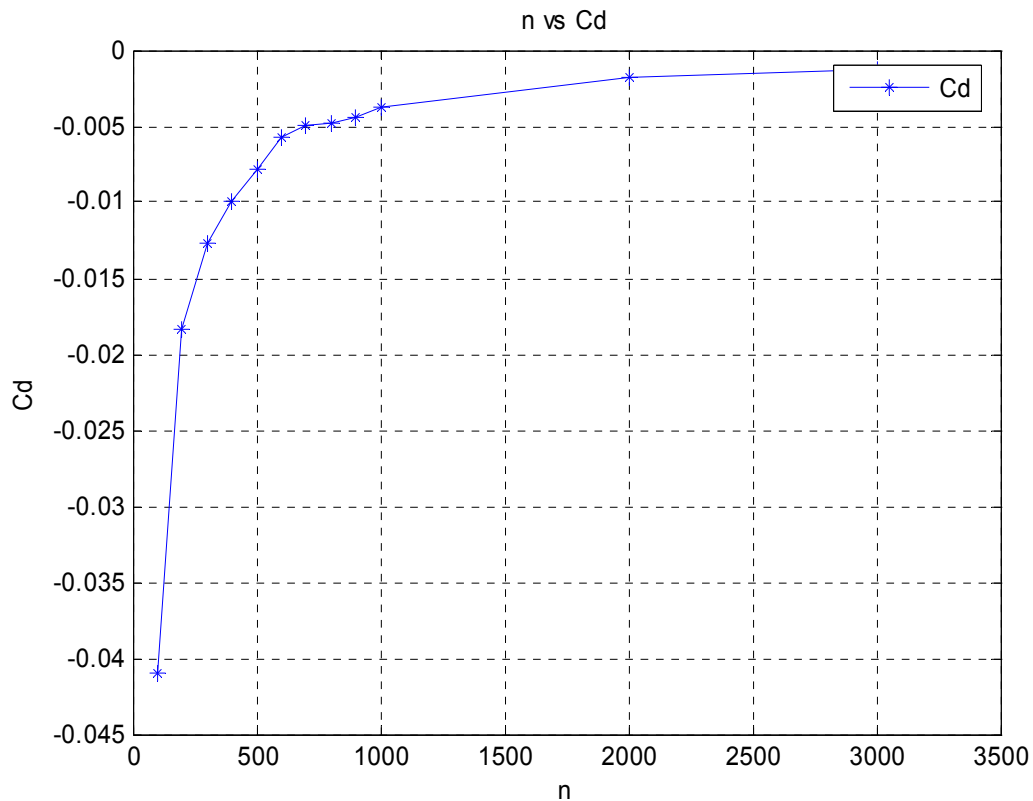


Figura 4.2.5 Variación del Coeficiente de Arrastre Potencial C_d con respecto del número de pares ordenados n que definen la distribución de velocidad de la figura 4.2.1.

De la columna 1 y 5 de la tabla 4.2.1 y de la grafica de la figura 4.2.5 se observa una línea curva con tendencia de forma logarítmica, la cual nos muestra la variación del coeficiente de arrastre potencial C_d con respecto al número de pares ordenados n , es visiblemente notable que conforme aumenta n , el coeficiente de arrastre potencial C_d tiende a un valor con mayor precisión, esta variación tiene explicación si se revisa la forma de calcular C_d , si se analiza la ecuación 2.52 se ve que del coeficiente de arrastre

potencial C_d esta definido por una integral cerrada a lo largo del contorno del perfil L_z . Por lo que para calcular esta integral numéricamente el programa de computo utiliza el método del trapecio, y como es bien sabido la precisión del método del trapecio depende de buena forma en el número de puntos distribuidos a lo largo de la función que se tenga que integrar, por esta razón es que el valor del coeficiente de arrastre potencial C_d aumenta en cuanto a precisión se refiere conforme el número de pares ordenados n aumenta.

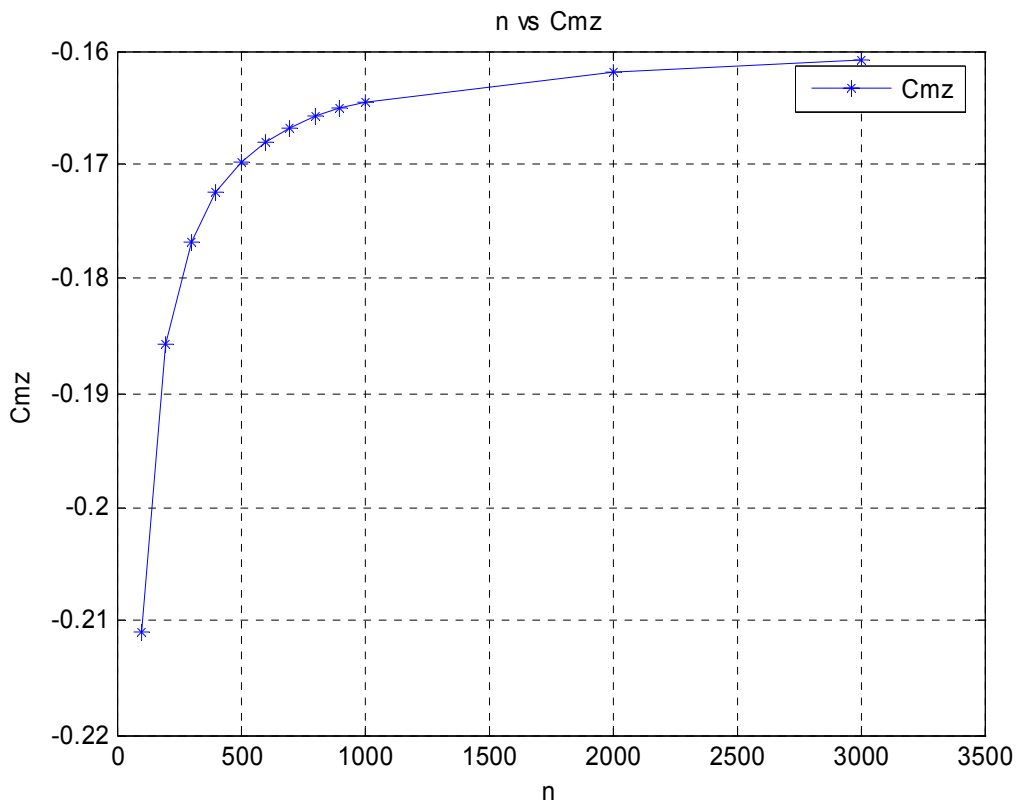


Figura 4.2.6 Variación del Coeficiente de Momento C_{mz} con respecto del número de pares ordenados n que definen la distribución de velocidad de la figura 4.2.1.

De la columna 1 y 6 de la tabla 4.2.1 y de la grafica de la figura 4.2.6 se observa una línea curva con tendencia de forma logarítmica, la cual nos muestra la variación del coeficiente de momento C_{mz} con respecto al número de pares ordenados n , es visiblemente notable que conforme aumenta n , el coeficiente de momento C_{mz} tiende a un valor con mayor precisión, esta variación tiene explicación si se revisa la forma de calcular C_{mz} , si se analiza la ecuación 2.52 se ve que del coeficiente de momento C_{mz}

esta definido por una integral cerrada a lo largo del contorno del perfil L_z . Por lo que para calcular esta integral numéricamente el programa de computo utiliza el método del trapecio, y como es bien sabido la precisión del método del trapecio depende de buena forma en el número de puntos distribuidos a lo largo de la función que se tenga que integrar, por esta razón es que el valor del coeficiente de momento C_{mz} aumenta en cuanto a precisión se refiere conforme el número de pares ordenados n aumenta.

4.3 Comparación y evaluación de resultados con XFOIL

En la siguiente sección se compararan los resultados obtenidos con el programa de cómputo contra XFOIL, ya que este software es y ha sido una herramienta en el diseño y análisis de perfiles aerodinámicos que ha permanecido en el ámbito por ya casi 20 años, así que tiene un prestigio sumamente importante.

4.3.1 Descripción de XFOIL [34]

XFOIL es un programa interactivo para el diseño y análisis de perfiles aerodinámicos subsónicos aislados. Consta de una colección de rutinas manejadas mediante un menú las cuales despliegan varias funciones útiles como son:

- Análisis viscoso (o no viscoso) de un perfil existente, permitiendo:
 - Transición libre o forzada
 - Transición de la separación de burbujas
 - Separación del borde de salida limitada
 - Predicción de sustentación y arrastre más allá del CL_{max}
 - Corrección de compresibilidad Karman-Tsien

- Diseño de perfiles aerodinámicos y rediseño mediante la especificación interactiva de una distribución de velocidades mediante el mouse. Dos de los recursos que ofrece son:
 - Diseño Inverso Completo, basado en una formulación de trazado complejo

- Diseño Inverso Mezclado, una extensión del método de paneles básico de XFOIL

El modo de Diseño Inverso Completo permite el diseño multi-puntual, mientras que el modo de Diseño Inverso Mezclado permite restringir relativamente el control de la geometría sobre partes del perfil aerodinámico.

- Rediseño de perfiles aerodinámicos mediante la especificación interactiva de nuevos parámetros geométricos tales como:

- espesor o combadura máximos.
- radio del Borde de Ataque
- espesor del Borde de Salida
- línea de combadura mediante la especificación de la geometría
- línea de combadura mediante la especificación del cambio de carga
- deflexión de flaps
- contorno de geometría específico (mediante el cursor)

- Mezclado de Perfiles Aerodinámicos
- Cálculo de la polar de arrastre ya sea variando o manteniendo fijos los números de Mach y de Reynolds.
- Escritura y lectura de la geometría del perfil, guardado de los archivos de la polar de arrastre.
- Trazado de la geometría, distribuciones de presión y polares.

4.3.2 Comparación y evaluación de resultados aerodinámicos con XFOIL

Para evaluar los resultados aerodinámicos del programa de cómputo se presenta la tabla 4.3.1 y en la tabla 4.3.2 se muestran los resultados obtenidos mediante XFOIL. De acuerdo al análisis hecho en la sección 4.1, se tomaron los siguientes datos para el programa de cómputo:

$$n = 901, v_{\infty} = 1 \text{ y } \varepsilon = 2.$$

Y para XFOIL:

$$n = 280, v_{\infty} = 1 \text{ y } \varepsilon = 2.$$

Es necesario mencionar que el número de paneles n en XFOIL es limitado hasta 280, por lo tanto se realiza la comparación con este número de paneles, ya que es el número máximo que XFOIL puede manejar.

Tabla 4.3.1 Valores de α , C_l , C_d y C_M para el caso analizado mediante el programa de cómputo.

α	C_l	C_d	C_M
0.187969847	0.000000000	-0.003878204	5.25E-06
1.000536667	0.14716353	-0.003896489	-0.03798
2.000480490	0.27099775	-0.003957723	-0.0699
3.000419366	0.39475411	-0.004055518	-0.10174
4.000392329	0.5183916	-0.004188561	-0.13345
5.000377298	0.64185953	-0.004355568	-0.16500
6.000346562	0.76519872	-0.004562058	-0.19636
6.999993542	0.88827356	-0.004803135	-0.22747
7.999993807	1.01110305	-0.005074555	-0.2583
9.000018569	1.13364091	-0.005378366	-0.28882
10.000061102	1.25585156	-0.005713646	-0.31899
11.000115583	1.37769944	-0.006079373	-0.34876
12.000177680	1.49914908	-0.006474419	-0.37812
13.000244160	1.62016504	-0.006897555	-0.40701
14.000312639	1.74071199	-0.007347454	-0.4354
15.000535030	1.86075345	-0.007818079	-0.46327

Tabla 4.3.2 Valores de α , C_l , C_d y C_{mz} para el caso analizado mediante XFOIL.

α	C_l	C_d	C_{mz}
0.00000	0.00000	-0.00008	0.0000
1.0000	0.1240	-0.00008	-0.0320
2.0000	0.2478	-0.00008	-0.0639
3.0000	0.3716	-0.00008	-0.0957
4.0000	0.4953	-0.00008	-0.1274
5.0000	0.6189	-0.00008	-0.1590
6.0000	0.7422	-0.00008	-0.1904
7.0000	0.8653	-0.00008	-0.2215
8.0000	0.9882	-0.00008	-0.2524
9.0000	1.1108	-0.00008	-0.2829
10.0000	1.2330	-0.00008	-0.3131
11.0000	1.3548	-0.00008	-0.3430
12.0000	1.4763	-0.00008	-0.3724
13.0000	1.5972	-0.00008	-0.4013
14.0000	1.7177	-0.00008	-0.4298
15.0000	1.8377	-0.00008	-0.4577

De las tablas 4.3.1 y 4.3.2 se obtienen las siguientes figuras

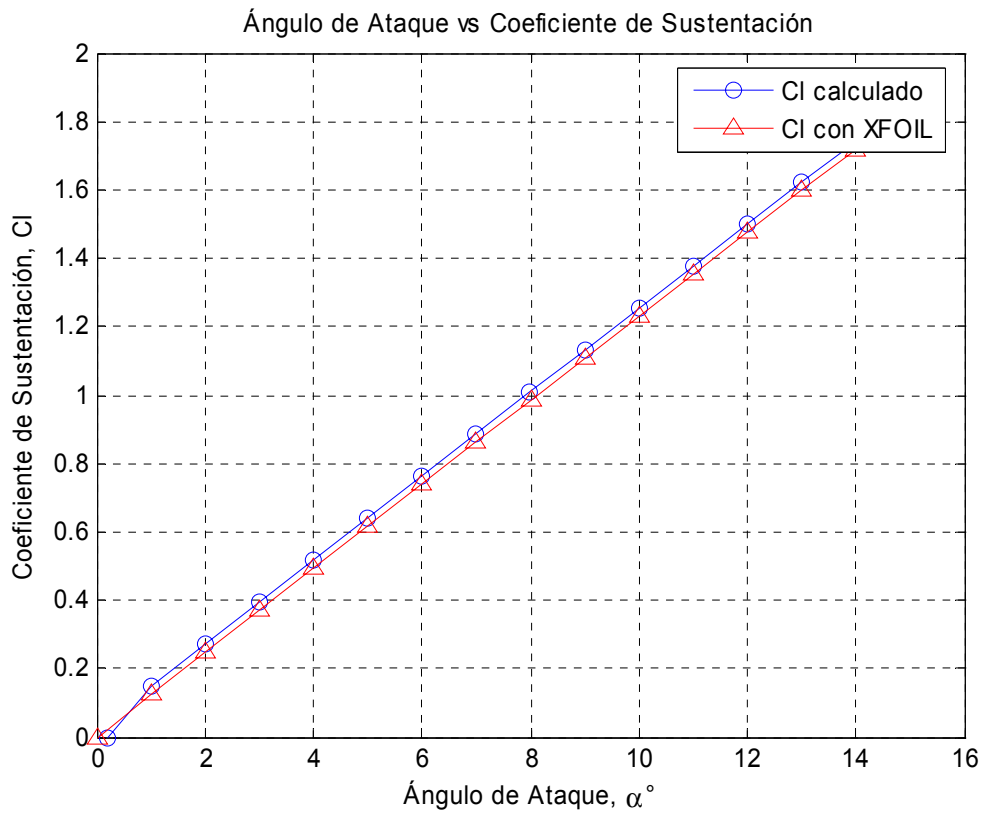


Figura 4.3.1 Comparación del Coeficiente de Sustentación entre el programa de computo y XFOIL

De la grafica de la figura 4.3.1 y de la tablas 4.3.1 y 4.3.2 se puede observar un par de líneas rectas con tendencia de forma lineal, las cuales nos muestran la variación del coeficiente de sustentación C_l con respecto del ángulo de ataque α , la línea roja representa el valor de los coeficientes de sustentación calculados con XFOIL mientras que la línea azul representa los coeficientes de sustentación calculados mediante el programa de computo, nótese que la tendencia de los coeficientes de sustentación calculados mediante el programa de computo siguen de cerca la tendencia de los coeficientes de sustentación obtenidos mediante XFOIL, cuantificando lo anteriormente expresado se tiene que los coeficientes de sustentación calculados con el programa de computo difieren de los coeficientes de sustentación obtenidos con XFOIL aproximadamente un 2.15% en promedio. Concluyendo que es un resultado confiable y aceptable.

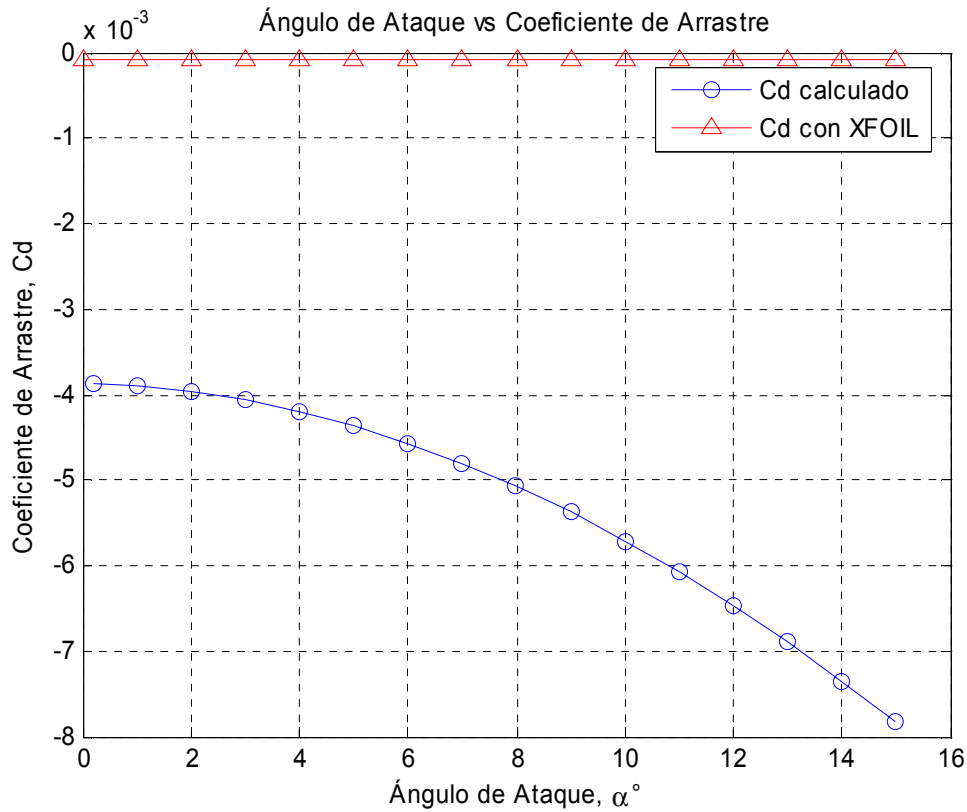


Figura 4.3.2 Comparación del Coeficiente de Arrastre Potencial entre el programa de computo y XFOIL

De la grafica de la figura 4.3.2 y de las tablas 4.3.1 y 4.3.2 se puede observar un par de líneas, las cuales nos muestran la variación del coeficiente de arrastre C_d con respecto del ángulo de ataque α , la línea recta roja con tendencia de forma lineal representa el valor de los coeficientes de arrastre calculados con XFOIL mientras que la línea azul con tendencia de forma parabólica representa los coeficientes de arrastre C_d calculados mediante el programa de calculo, nótese que la tendencia de los coeficientes de arrastre calculados mediante XFOIL presentan un valor constante, mientras que aquellos valores de los coeficientes de arrastre C_d calculados con el programa de computo aumentan de forma parabólica conforme se incrementa el ángulo de ataque α . Si se cuantifica lo anteriormente expresado se puede observar que los coeficientes de arrastre calculados con el programa de computo difieren de los coeficientes de arrastre obtenidos con XFOIL aproximadamente un 66 % en promedio. Se debe de hacer énfasis en que los valores de los coeficientes de arrastre calculados con XFOIL no presentan variación alguna a pesar de que el ángulo de ataque α aumenta, lo anterior no concuerda con la

ecuación 2.52 ya que para cada posición del ángulo de ataque α el coeficiente de presiones C_p tendrá un valor unívoco.

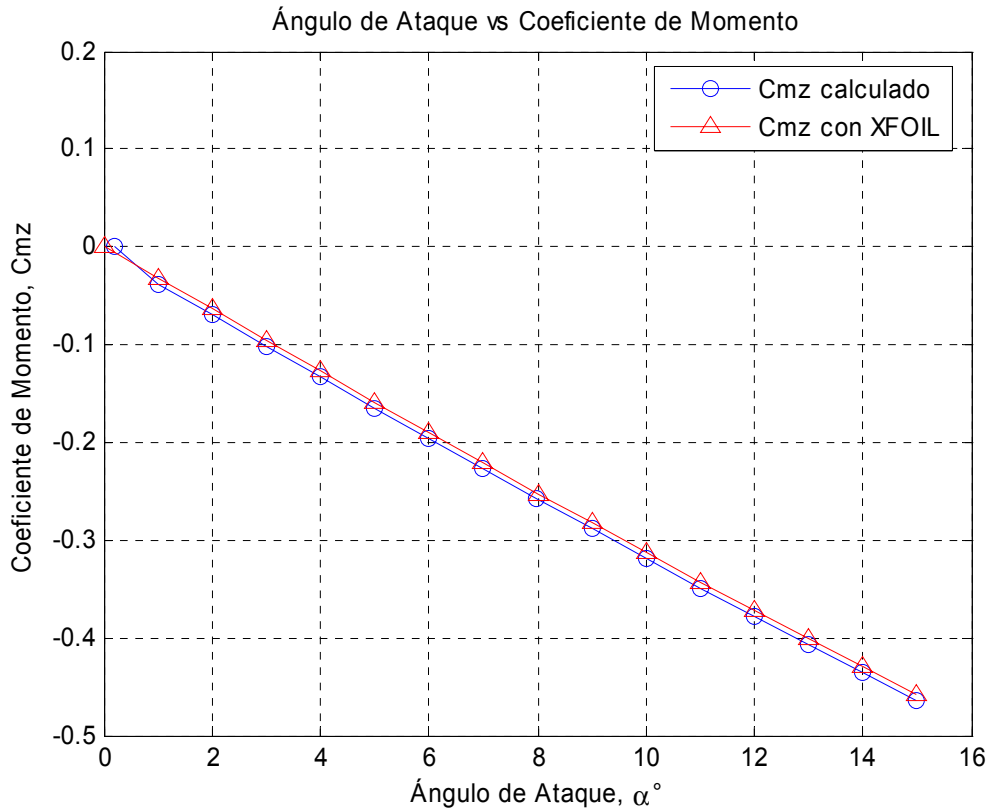


Figura 4.3.3 Comparación del Coeficiente de Momento entre el programa de computo y XFOIL

De la grafica de la figura 4.3.3 y de la tablas 4.3.1 y 4.3.2 se puede observar un par de líneas rectas con tendencia de forma lineal, las cuales nos muestran la variación del coeficiente de momento C_{mz} con respecto del ángulo de ataque α , la línea roja representa el valor de los coeficientes de momento C_{mz} obtenidos con XFOIL mientras que la línea azul representa los coeficientes de momento C_{mz} calculados mediante el programa de computo, nótese que la tendencia de los coeficientes de momento C_{mz} calculados mediante el programa de computo siguen de cerca la tendencia de los coeficientes de momento C_{mz} obtenidos mediante XFOIL, cuantificando lo anteriormente expresado se tiene que los coeficientes de momento C_{mz} calculados con el programa de computo difieren de los coeficientes de momento C_{mz} obtenidos con XFOIL aproximadamente un 0.55% en promedio. Lo que no indica que es un resultado confiable y aceptable.

CONCLUSIONES

Del estado del arte es posible observar que existen tres motivos lo suficientemente justificables por lo cual se requiere de la necesidad de un método de diseño de perfiles aerodinámicos: primero, para el diseño de perfiles aerodinámicos que quedan fuera del alcance de la aplicabilidad de los catálogos existentes de perfiles aerodinámicos probados experimentalmente en túneles de viento; segundo, para el diseño de perfiles aerodinámicos que más exactamente se ajusten a los requisitos de la aplicación prevista, esto quiere decir, que la configuración geométrica y aerodinámica va a ser totalmente diferente para un perfil aerodinámico diseñado para un compresor que el diseñado para una turbina de viento; y en tercer lugar, para la exploración económica de muchos conceptos que se involucran dentro de los perfiles aerodinámicos.

Una ventaja relacionada al método de diseño de perfiles aerodinámicos teórico es que permite que muchos diferentes conceptos, tales como espesor, cuerda, coordenadas, borde de salida, borde de ataque puedan ser analizados económicamente al mismo tiempo teniendo la certeza de que el perfil aerodinámico diseñado es funcional, fiable y físicamente realizable antes de procederlo a manufacturar y someterlo a pruebas experimentales. El análisis de tales conceptos son en general poco prácticos en la manufactura y posterior experimentación en los túneles de viento debido al tiempo y a las restricciones de dinero.

Aparte de las ventajas ofrecidas por el modelo IIF, de por sí vastas, esta teoría es capaz de extenderse a otros modelos matemáticos tomando en cuenta las consideraciones pertinentes: el diseño de perfiles aerodinámicos subsónicos, el diseño de perfiles aerodinámicos multipuntual, el diseño de perfiles aerodinámicos permeables, el diseño de perfiles aerodinámicos y el diseño de cascadas de perfiles aerodinámicos, el modelo IIF es un modelo matemático poderoso para el diseño de nuevos perfiles aerodinámicos, no solo para aplicaciones de aviación o de turbomaquinaria sino también para otras como el diseño de perfiles aerodinámicos para turbinas de viento como lo muestra el restablecimiento del perfil aerodinámico S829 mostrado en el anexo 2.

Se realizó un programa de cómputo dentro de la plataforma MATLAB7[®], el cuál es regido por la teoría de IBVPA con el modelo IIF, tiene que ser alimentado mediante una distribución de velocidades de superficie $v(s)$, sirve para calcular las coordenadas del perfil aerodinámico, la cuerda, el ángulo de ataque, el coeficiente de sustentación para el respectivo ángulo de ataque, el coeficiente de arrastre para el respectivo ángulo de ataque, el coeficiente de momento para el respectivo ángulo de ataque, el programa logra predecir la distribución de velocidades de superficie, el coeficiente de sustentación y la circulación a otros ángulos de ataque a partir de los datos iniciales.

Es notable la influencia del número de pares ordenados n en el calculo de las características geométricas tales como las coordenadas $x(\gamma), y(\gamma)$, el ángulo de ataque α , la cuerda b , el parámetro de espesor del borde de salida D y el parámetro de espesor del borde de salida expresado en porcentaje de la cuerda T , mientras se aumenta el parámetro n la precisión del método aumenta, visiblemente perceptible en los parámetros D y T , sin embargo el tiempo de calculo aumenta considerablemente ya que la convergencia necesaria para que las ecuaciones converjan aumenta.

De manera similar la dependencia del número de pares ordenados n en el calculo de las características aerodinámicas tales como la circulación Γ , el coeficiente de sustentación C_l , el coeficiente de arrastre C_d y el coeficiente de momento C_{mz} , mientras se aumenta el parámetro n la precisión del método aumenta, sin embargo el tiempo de calculo aumenta considerablemente ya que la convergencia necesaria para que las ecuaciones converjan aumenta.

Se obtuvo un 2.15 % de variación del coeficiente de sustentación C_l en promedio respecto de XFOIL, el 66% de variación del coeficiente de arrastre C_d respecto a XFOIL y el 0.55% de variación del coeficiente de momento C_{mz} respecto a XFOIL.

RECOMENDACIONES

- Desarrollar subrutinas para trabajar con distribuciones de velocidades que integren los modelos de capa límite, es decir la zona laminar, la zona de transición y la zona turbulenta.
- Desarrollar subrutinas para el diseño de perfiles aerodinámicos subsónicos, el diseño de perfiles aerodinámicos multipuntuales, el diseño de perfiles aerodinámicos permeables, el diseño de perfiles aerodinámicos laminares y principalmente para el diseño de cascadas de perfiles aerodinámicos.

REFERENCIAS

- [1] Anderson J. D., Fundamentals of Aerodynamics, Third Edition, Ed. Mc Graw Hill, 2001.
- [2] Carmona A. I. Aerodinámica y Actuaciones del Avión, Ed. Paraninfo, 11ª Edición, 2001.
- [3]
<http://www.geocities.com/CapeCanaveral/Launchpad/5249/aerodinamica/terminologia.htm>
(Noviembre, 2005)
- [4] Abbott, I.H., Von Doenhoff, A.E., Theory of Wing Sections (Summary of Airfoil Data) Dover, New York, 1959.
- [5] Abbott, I.H., Von Doenhoff, A.E., Stivers L. S. Summary of Airfoil Data, NACA Report 824. 1945
- [6] Jacobs, Eastman N.; and Pinkerton, Robert M.: Tests in the Variable-Density Wind Tunnel of Related Airfoils Having the Maximum Camber Unusually far Forward. NACA Rep. 537, 1935.
- [7] Jacobs, Eastman N.; Pinkerton, Robert M.; and Greenberg, Harry: Tests of Related Forward Camber Airfoils in the Variable Density Wind Tunnel. NACA Rep. 610, 1937.
- [8] Somers Dan M. President, Airfoils Incorporated, Research Engineer, NASA Langley Research Center, 122 Rose Drive, Port Matilda, PA 16870-9483, USA, Telephone: 1 (814) 357-0500, Facsimile: 1 (814) 357-0357, E-mail: dan@airfoils.com <http://www.airfoil.com>
(Noviembre, 2005)
- [9] Theodorsen, Theodore, Theory of wing section of arbitrary shape, NACA Report No. 411. 1931.
- [10] Somers D.M. and Maughmer M.D. Theoretical Aerodynamic Analyses of Six Airfoils for Use on Small Wind Turbines. NREL/SR-500-33295. June 2003
- [11] Eppler R. and Somers Dan M. A computer program for the design and analysis of low-speed airfoils. NASA TM-80210
- [12] Eppler R. and Somers Dan M. Supplement to: A computer program for the design and analysis of low-speed airfoils. NASA TM-81862
- [13] Wayman T. R. Low Reynolds Number Airfoil Design Using The Eppler Method. AIAA Journal 1993

- [14] Selig M. S. and Guglielmo J. J. High-Lift Low Reynolds Number Airfoil Design, *Aircraft J.* Vol. 34, No. 1, January-February 1997
- [15] Keith Jepson Jeffrey. Enhancements to the Inverse Design of Low Speed Natural Laminar Flow Airfoils. North Carolina State University. Aerospace Engineering. MSc Thesis. 2003
- [16] Antonio Filippone, The University of Manchester, Dept. Mechanical, Aerospace, Civil Engineering , P.O. Box 88, Manchester M60 1QD , United Kingdom, Phone (+44) 161-200 3702 (direct), Fax (+44) 161- 200 3723, Email: filippon@aerodyn.org, <http://aerodyn.org>
- [17] Csanady G. T. Theory of Turbomachines. Mc Graw Hill. 1964
- [18] Zingg D. W., Jay Liu P. Y., Kong F. M., Comparison of optimization and inverse design of long-endurance airfoils
- [19] Dahl S. Kristian, Fuglsang Peter. Design of the Wind Turbine Airfoil Family RISO-A-XX, Riso National Laboratory, Roskilde, Denmark, December 1998
- [20] Somers D.M. The S822 and S823 Airfoils. NREL/SR-500-36342. January 2005
- [21] Gopalarathnam Ashok and Selig M. S. Multipoint Inverse Method for Multielement Airfoil Design, *Journal of Aircraft*, Vol. 35, No. 3, May. June 1998
- [22] Bradford E. Green et al. A Method for the Constrained Design of Natural Laminar Flow Airfoils 14th AIAA Applied Aerodynamics Conference, June 17-20, 1996, New Orleans, LA
- [23] Somers D.M. The S904 and S905 Airfoils. NREL/SR-500-36338. January 2005
- [24] Somers D.M. The S829 Airfoil. NREL/SR-500-36337. January 2005
- [25] Volpe G., Melnik R. E., “The Role of constraints in the inverse design problem for transonic airfoils”, *AIAA Journal*, 22, 1984, 12, 1770-1778.
- [26] Selig, M.S. and Maughmer, M.D. “Multipoint inverse airfoil design method based on conformal mapping”, *AIAA Journal*, Vol. 30 No. 5, pp. 1162-1170, 1992
- [27] Zurita Ugalde V. J. Estudio de la distribución de velocidades y presiones en alabes de compresor de flujo axial. Instituto Politécnico Nacional. Ingeniería Mecánica. M. en C. Tesis. 1989
- [28] A. M. Elizarov, N. B. Il'inskiy, A. V. Potashev. *Mathematical methods of airfoil design: inverse boundary value problems of aerohydrodynamics*. – Berlin: Akad. Verlag (1997).

- [29] Elizarov A.M., Fokin D.A., Ihsanova A.N. Variational Inverse Boundary-value Problems of Aerodynamics for Subsonic Gas Flow// Computational mechanics. WCCM VI in conjunction with APCOM'04. September 5-10, 2004. Beijing. China. Tsinghua University Press. Springer. - 2004. - P. 436-443.
- [30] B. Galletti, A. Iollo, L. Zannetti, (2002), "Aerodynamic Constraints for Vortex Trapping Airfoils", Acc. Sc. Torino - Atti Sc. Fis. 136, 49-58, 5ff.
- [31] Betz A., Modification of Wing Section Shape to Assure a Predetermined Change in Pressure Distribution, NACA Technical Memorandum No. 767, Luftfahrtforschung, Vol. XI, No. 6. (1934). 158-164
- [32] Lighthill M. J. A Theoretical Discussion of Wings with Leading Edge Suction. Aeronaut. Res. Council. Repts and Mem. (1945) 2162, 9.
- [33] Correspondencia con el Dr. Dmitry Fokin,
- [34] <http://raphael.mit.edu/xfoil/index.html> (Noviembre 2006)
- [35] Bammert Von K. "Berechnung der Potentiel- und Druckverteilung beliebiger Schaufelgitter von Turbomaschinen mit conformen Abbildungen", Mitteilung aus dem Institut für Strömungsmaschinen der Technischen Hochschule Hannover, Februar 1965.

Anexo 1

Código de Programación

Funcion programa

```

function [x,y,s,b,A,CL,CD,MZ,a1,CL1,vs1]=programa()
%-----
% Este programa calcula las coordenadas, la cuerda, el angulo de ataque,
% el coeficiente de sustentacion, el coeficiente de arrastre,
% el coeficiente de momento y algunas otras caracteristicas de flujo
% de un perfil aerodinamico mediante IBVPA
%-----
%
%           INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL
%   ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA
%   SECCION DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACION
%
%-----
%VARIABLES
%
% s= coordenada de arco
% vs= velocidad sobre la coordenada de arco
% eps= variable del angulo de salida
% vinf= velocidad de corriente libre
% G= circulacion del perfil
% ji1= circulacion sobre el lado de succion
% ji0= circulacion sobre el lado de presion
% B0= angulo de ataque teorico
% u0=
% g0= angulo de estancamiento
% c0=
% jis=
% g= gama
% slg=s'(gama)
% S= S(gama)
% P= P(gama)
% q= teta(gama)
% x= coordenada en el plano x
% y= coordenada en el plano y
% s1= coordenada de arco
% b= cuerda
% A= angulo de ataque
% CD= coef. de arrastre
% CL= coef. de sustentacion
% MZ= coef. de momento
% vs1= distribucion de velocidad para a1
% CL1= coef. de sustentacion para a1
% a1= angulo de ataque requerido

clc
format long g

S=load('Zhukovski(901)(15%).txt');

s=S(:,1);
vs=S(:,2);
eps=2;%(Zhukovski)
vinf=1;
%-----
clc
figure(1);
plot(s,vs);
xlabel('s');
ylabel('v(s)');
legend('v(s)');
title('Coordenada de Arco vs Distribución de Velocidades');
grid on;
%-----
[G,ji1,ji0]=circulacion(s,vs);

```



```

%-----
%-----
[B0,u0,g0,c0]=sistema(G,ji1,ji0);
%-----
%-----
[jis]=potencial(s,vs);
%-----
%-----
[g]=jig(u0,B0,g0,ji1,jis,vs,s);
%-----
%-----
[s1g]=s1gama(u0,B0,vs,g0,g);
%-----
%-----
[S,P]=Sgama(s1g,eps,g,u0);
%-----
%-----
[q]=gilbert(g,S);
%-----
%-----
[X,Y]=ecuaciones(q,P,B0,eps,g);
%-----
%-----
[x,y]=coordenadas(g,X,Y,vs);
%-----
%-----
[s1]=arco(g,P,eps,vs);
%-----
%-----
[b,A,CD,CL,MZ]=caracteristicas(x,y,vs,B0,G,vinf);
%-----
%-----
[vs1,CL1,a1]=polar(A,B0,s,vs,g,CL,g0);
%-----

```

Funcion circulación

```

function [G,ji1,ji0]=circulacion(s,vs);

%Función para calcular Gamma, ji1, ji2
%G = Gamma (Es la circulación alrededor del perfil)
%ji1 = ji1 (Es la integral de v(s)ds desde s* hasta L)
%ji0 = ji0 (Es la integral de v(s)ds desde s* hasta 0)

n=length(s);
[Y,I]=min(abs(vs));

G=trapz(s,vs)
ji0=0.0;
ji1=0.0;

for k =1:I-1
    ji0=ji0+(s(k+1)-s(k))*((vs(k+1)+vs(k))/2);
end

ji0=-ji0

for k=I:n-1
    ji1=ji1+(s(k+1)-s(k))*((vs(k+1)+vs(k))/2);
end

ji1

```

Funcion sistema

```

function [B0,u0,g0,c0]=sistema(G,ji1,ji0);

conv=1e-5;
%-----CASO SIMETRICO-----
if abs(G) < conv

    B0=0;
    g0=pi;
    u0=ji1/4;
    c0=0;

else

%-----CASO ASIMETRICO-----
tol=input('Teclea la convergencia deseada (ej. 1e-3): '); %tol= tolerancia
% para que el sistema de 5 ecuaciones (EC1,EC2,EC3,EC4,EC5) tenga convergencia.
i=input('Teclea un número mayor a cero para hacer que el sistema sea convergente: ');
% i= es el numero entero donde el comando fzero va a empezar a iterar para
% encontrar la raiz que satisface la ecuacion 5, EC5
e=@(x)x+cot(x)+(pi/2)-(pi*ji1/G); % e=EC5
B0=fzero(e,i); %B0=beta,
u0=G/(4*pi*sin(B0)); %u0= velocidad en el plano zeta
g0=pi+2*B0; %g0=gama*, es el angulo de ataque teorico
c0=ji1-G/(2*pi*tan(B0)); %c0= es una constante compleja

EC1=2*u0*cos(g0-B0)-((G*g0)/(2*pi))+c0; %SISTEMA DE ECUACIONES NO LINEAL
EC2=2*u0*cos(B0)+c0-ji1; %SISTEMA DE ECUACIONES NO LINEAL
EC3=-2*u0*sin(g0-B0)-G/(2*pi); %SISTEMA DE ECUACIONES NO LINEAL
EC4=2*u0*sin(B0)-G/(2*pi); %SISTEMA DE ECUACIONES NO LINEAL
EC5=B0+cot(B0)+(pi/2)-((pi*ji1)/(G)); %SISTEMA DE ECUACIONES NO LINEAL
%-----

if (EC1<tol)&(EC2<tol)&(EC3<tol)&(EC4<tol)&(EC5<tol)&(u0>0)&(g0>0)&(c0>0)&(B0>0)
    display('Si hay convergencia, todas las ecuaciones se cumplen')
    B0,u0,g0,c0
%Condicion donde no se satisface alguna ecuacion
elseif (EC1>=tol)&(EC2>=tol)&(EC3>=tol)&(EC4>=tol)&(EC5>=tol)&(u0>0)&(g0>0)&(c0>0)&(B0>0)
    display('No hay convergencia, no se cumple con alguna ecuacion')
    display(EC1), display(EC2),display(EC3),display(EC4),display(EC5)
%Condicion donde no se satisface la 1era ecuacion
elseif (EC1>=tol)&(EC2<tol)&(EC3<tol)&(EC4<tol)&(EC5<tol)&(u0>0)&(g0>0)&(c0>0)&(B0>0)
    display('No hay convergencia debido a que la primera ecuacion no se satisface')
    display(EC1)
%Condicion donde no se satisface la 2da ecuacion
elseif (EC1<tol)&(EC2>=tol)&(EC3<tol)&(EC4<tol)&(EC5<tol)&(u0>0)&(g0>0)&(c0>0)&(B0>0)
    display('No hay convergencia debido a que la segunda ecuacion no se satisface')
    display(EC2)
%Condicion donde no se satisface la 3era ecuacion
elseif (EC1<tol)&(EC2<tol)&(EC3>=tol)&(EC4<tol)&(EC5<tol)&(u0>0)&(g0>0)&(c0>0)&(B0>0)
    display('No hay convergencia debido a que la tercera ecuacion no se satisface')
    display(EC3)
%Condicion donde no se satisface la 4ta ecuacion
elseif (EC1<tol)&(EC2<tol)&(EC3<tol)&(EC4>=tol)&(EC5<tol)&(u0>0)&(g0>0)&(c0>0)&(B0>0)
    display('No hay convergencia debido a que la cuarta ecuacion no se satisface')
    display(EC4)
%Condicion donde no se satisface la 5ta ecuacion
elseif (EC1<tol)&(EC2<tol)&(EC3<tol)&(EC4<tol)&(EC5>=tol)&(u0>0)&(g0>0)&(c0>0)&(B0>0)
    display('No hay convergencia debido a que la quinta ecuacion no se satisface')
    display(EC5)
%Condicion donde no se satisface la 1era y 2da ecuacion
elseif (EC1>=tol)&(EC2>=tol)&(EC3<tol)&(EC4<tol)&(EC5<tol)&(u0>0)&(g0>0)&(c0>0)&(B0>0)
    display('No hay convergencia debido a que la 1era y 2da ecuacion no se satisfacen')
    display(EC1),display(EC2)

```



```

display(EC1),display(EC3),display(EC4),display(EC5)
%Condicion donde no se satisface la 1era, 2da, 4ta y 5ta ecuacion
elseif (EC1>=tol)&(EC2>=tol)&(EC3<tol)&(EC4>=tol)&(EC5>=tol)&(u0>0)&(g0>0)&(c0>0)&(B0>0)
    display('No hay convergencia debido a que la 1era, 2da, 4ta y 5ta ecuacion no se satisfacen')
    display(EC1),display(EC2),display(EC4),display(EC5)
%Condicion donde no se satisface la 1era, 2da, 3era y 5ta ecuacion
elseif (EC1>=tol)&(EC2>=tol)&(EC3>=tol)&(EC4<tol)&(EC5>=tol)&(u0>0)&(g0>0)&(c0>0)&(B0>0)
    display('No hay convergencia debido a que la 1era, 2da, 3era y 5ta ecuacion no se satisfacen')
    display(EC1),display(EC2),display(EC3),display(EC5)
%Condicion donde no se satisface la 1era, 2da, 3era y 4ta ecuacion
elseif (EC1>=tol)&(EC2>=tol)&(EC3>=tol)&(EC4>=tol)&(EC5<tol)&(u0>0)&(g0>0)&(c0>0)&(B0>0)
    display('No hay convergencia debido a que la 1era, 2da, 3era y 4ta ecuacion no se satisfacen')
    display(EC1),display(EC2),display(EC3),display(EC4)
%Condicion donde no se satisface la 1era, 3era y 5ta ecuacion
elseif (EC1>=tol)&(EC2<tol)&(EC3>=tol)&(EC4<tol)&(EC5>=tol)&(u0>0)&(g0>0)&(c0>0)&(B0>0)
    display('No hay convergencia debido a que la 1era, 3era y 5ta ecuacion no se satisfacen')
    display(EC1),display(EC3),display(EC5)
end
end %CASO SIMETRICO

```

Funcion Potencial

```

function [jis]=potencial(s,vs);

%Función para calcular ji(s)
%s = Vector de la coordenada de arco
%vs = Vector de la coordenada de la velocidad

n=length(s);
[Y,I]=min(abs(vs));

%-----
for k = 1:n-1;
    ji1(k)=(s(k+1)-s(k))*((vs(k+1)+vs(k))/2);
    ji1=ji1';
end

b=abs(ji1');
c=0.0;

for k=1:I-1
    c=c + b(k);
end

r1(1)=c;

for j= 2 : n
    r1(j)=r1(j-1)+ji1(j-1);
end
jis=abs(r1');
%-----
figure(2)
plot(s,jis);
xlabel('s');ylabel('ji(s)');
legend('ji(s)');
title(' s vs ji(s)');
grid on

```

Funcion jig

```

function [g]=jig(u0,B0,g0,ji1,jis,vs,s);

%Función para calcular gama
%u0 =
%B0 = Angulo Beta

```

```

%g0 = Angulo del punto de estancamiento
%ji1 = circulacion en el Extrados
%jis =

n=length(jis);
[Y,I]=min(abs(jis));
g(1)=2*pi;

for k = 2:I-1

    e=@(x)2*u0*(cos(x-B0)-cos(B0)-x*sin(B0))+ji1-jis(k);
    g(k)=fzero(e,g(k-1));

end

g(I)=g0;

for k = I+1 : n-1

    e=@(x)2*u0*(cos(x-B0)-cos(B0)-x*sin(B0))+ji1-jis(k);

    g(k)=fzero(e,g(k-1));

end
g(n)=0;
g=g';

E=find(abs(g) > g(1));
e=length(e);
if e == 0

    g;

else

%[g]=caso3(g,jis,g0);
[g]=caso4(g,jis,g0,u0,ji1,B0);

end

%[g]=caso1(g,jis,vs);

%E1=find(g > g(1));e1=length(E1);
%E2=find(g < g(n));e2=length(E2);
%E3=find((g < g(n)) & (g > g(1)));e3=length(E3);

%if (e1==2) | (e2==2) | (e3==2)

% [g]=caso2(g,jis,vs);

%end
figure(3)
plot(s,g,'b')
xlabel('s');ylabel('\gamma');
legend('s=s(\gamma)');
title(' s vs \gamma');
grid on

```

Funcion s1gama

```

function [s1g]=s1gama(u0,B0,vs,g0,g);

%Función para calcular s1gama

n=length(vs);

```

```

[Y,I]=min(abs(vs));

s1g=(-4*u0*sin(g/2).*cos((g/2)-B0))./vs

%-----Interpolacion Lineal-----
s1g(I)=s1g(I-1) + ((s1g(I+1)-s1g(I-1)) / (g(I+1)-g(I-1)))*( g(I) - g(I-1));
%-----

%---Interpolacion con Splines-----
%b=g;
%c=s1g;
%b(I)=[];
%c(I)=[];
%S=spline(b,c);
%a=ppval(S,g0)
%g(I)=g0;
%s1g(I)=a;
%-----
figure(4)
plot(g,s1g,'+b')
xlabel('\gamma');ylabel('s'(\gamma));
legend('s'(\gamma));
title(' \gamma vs s'(\gamma));
grid on

```

Funcion Sgama

```

function [S,P]=Sgama(s1g,eps,g,u0);

%Función para calcular Pgama

n=length(s1g);
%[Y,I]=min(abs(vs));

P=log(abs(s1g))-(eps-1)*log(2*sin(g/2));
%P(1)=P(n);
P(1)=P(2)+((P(3)-P(2))/(s1g(2)-s1g(3))*(s1g(2)-s1g(1)));
P(n)=P(1);
S=log(u0)-P;

figure (5)
plot(g,S,'b')
xlabel('\gamma');ylabel('S(\gamma)');
legend('S(\gamma)');
title(' \gamma vs S(\gamma)');
grid on

figure (6)
plot(g,P,'b')
xlabel('\gamma');ylabel('P(\gamma)');
legend('P(\gamma)');
title(' \gamma vs P(\gamma)');
grid on

```

Funcion gilbert¹

```

function [q]=gilbert(g,p);

%*****
% Gilbert integral {by method numerical integrate}.
%*****

n=length(g);
pi2=pi*2;

n1=n-1;

dp(1)=(p(2)-p(n1))/(g(2)-g(n1)+pi*2);
for i=2:n1;
    dp(i)=(p(i+1)-p(i-1))/(g(i+1)-g(i-1));
end;
dp(n)=dp(1);%(p(n)-p(n1))/(g(n)-g(n1));

for k=1:n;
    q(k)=0.0;
    for i=1:n;
        if k==i;
            f(i)=-2*dp(i);
        else
            f(i)=(p(i)-p(k))*cos((g(i)-g(k))/2.0)/sin((g(i)-g(k))/2.0);
        end

        end

        for i=1:n1;
            q(k)=q(k)+(f(i)+f(i+1))*(g(i+1)-g(i))/2.0;
        end
        q(k)=q(k)/pi2;
    end

q='q';
figure(7)
plot(g,q,'b')
xlabel('\gamma');ylabel('\theta(\gamma)');
legend('\theta(\gamma)');
title(' \gamma vs \theta(\gamma)');
grid on

```

Función ecuaciones

```

function [X,Y]=ecuaciones(q,P,B0,eps,g);

%n=length(s1g);
%[Y,I]=min(abs(vs));

Q=q-B0;

THETA = Q +((eps*pi)/2)+((( 3-eps)*g)/2);

X=exp(P).*cos(THETA).*(2*sin(g/2)).^(eps-1);

Y=exp(P).*sin(THETA).*(2*sin(g/2)).^(eps-1);

```

¹ This algorithm was designed by Dr. Phys. and math. science Anisa N. Ikhsanova, Chebotarev Research Institute of Math. and Mech., Kazan State University, 17, Universitetskaya Str., 420008, Kazan, Tatarstan (Russia), PHONE: +7 8432 315339, FAX: +7 8432 382209, EMAIL: anisa@ksu.ru WEB: http://www.niimm.ksu.ru/data/staff/bndvalpr/Index_files/ikhsanova/main.htm

```
figure(8)
plot(g,THETA,'b')
xlabel('\gamma');ylabel('\Theta(\gamma)');
legend('\Theta(\gamma)');
title(' \gamma vs \Theta(\gamma)');
grid on
```

Función coordenadas

```
function [x,y]=coordenadas(g,X,Y,vs);

n=length(X);
%-----
%calculo de coordenada x
%-----
for k = 1 : n-1

    r1(k)=(g(k+1)-g(k))*((X(k+1)+X(k))/2);
    r1=r1';
end

r1(n)=0;
a=sum(r1);
x(1)=a;

for j = 2 : n

    x(j)=x(j-1)-r1(j-1);
end
x=x';
%-----
%Calculo de coordenada y
%-----
for k = 1 : n-1

    r2(k)=(g(k+1)-g(k))*((Y(k+1)+Y(k))/2);
    r2=r2';
end

r2(n)=0;
b=sum(r2);
y(1)=b;

for j = 2 : n

    y(j)=y(j-1)-r2(j-1);
end
y=y';

figure(9)
plot(x,y);
set(gca,'YDir','reverse')
axis([-0.1 0.6 -0.5 0.5])
xlabel('x(\gamma)');ylabel('y(\gamma)');
legend('x(\gamma),y(\gamma)');
title(' x(\gamma) vs y(\gamma)');
grid on

cp=1-vs.^2;
figure(10)
plot(x,y,x,cp);
set(gca,'YDir','reverse')
xlabel('x(\gamma)');ylabel('y(\gamma), Cp');
legend('x(\gamma),y(\gamma)','Cp');
title(' x(\gamma) vs y(\gamma), Coeficiente de Presiones');
```


grid on

Función arco

```
function [s1]=arco(g,P,eps,vs);

n=length(g);
%[Y,I]=min(abs(vs));

%-----
A=exp(P).*(sin(g/2)).^(eps-1);

for k =1:n-1;

    B(k)=(g(k+1)-g(k))*((A(k+1)+A(k))/2);
end
B=B';
S(1)=0.0;

for k=2:n

    S(k)=S(k-1)+B(k-1);

end

S=abs(S');

s1=S/S(n);

figure(11);
plot(s1,g);
xlabel('s(\gamma)');ylabel('\gamma');
legend('s(\gamma)');
title(' s(\gamma) vs \gamma');
grid on
%-----
```

Función características

```
function [b,A,CD,CL,MZ]=caracteristicas(x,y,vs,B0,G,vinf);
n=length(x);
B=sqrt(x.^2+y.^2);
[X,I]=max(B);
b=X
a=-atan(y(I)/x(I))
A=rad2deg(a)
%CL=2*G/(vinf*b)
cp=1-vs.^2;
MZX=cp.*(x-x(I));
MZY=cp.*(y-y(I));

for k = 1: n-1

    cd(k)=(cp(k+1)-cp(k))*((y(k+1)+y(k))/2);
    cl(k)=(cp(k+1)-cp(k))*((x(k+1)+x(k))/2);
    mzx(k)=(MZX(k+1)-MZX(k))*((x(k+1)+x(k))/2);
    mzy(k)=(MZY(k+1)-MZY(k))*((y(k+1)+y(k))/2);

end
cl=cl';
cd=cd';
mzx=mzx';
mzy=mzy';

CL=-sum(cl)/b
```

```
CD=sum(cd)/b
MZ=-(sum(mzx)+sum(mzy))/b^2
```

Función polar

```
function [vs1,CL1,a1]=polar(a,B0,s,vs,g,CL,g0);

i=input('Deseas calcular v(s)_1 para otro angulo de ataque \alpha [0/1]: ');
vinf=1;
vinf1=1;

if i == 1

    a1=input('Angulo de ataque diferente de a: ');
    delta=deg2rad(a1-a);
    Bet1=B0+delta;
    vs1= vs.*((vinf1*cos(g/2-Bet1))./(vinf*cos(g/2-B0)));
    I=find( g == g0);
    vs1(I)=vs1(I-1) + ((vs1(I+1)-vs1(I-1)) / (s(I+1)-s(I-1)))*( s(I) - s(I-1));
    CL1=CL*sin(Bet1)/sin(B0)

    figure(12)
    plot(s,vs1,s,vs)
    xlabel('s(\gamma)');ylabel('vs(\gamma),vs1(\gamma)');
    legend('vs1(\gamma),a1','vs(\gamma),a');
    title('Distribuciones de Velocidades ');
    grid on

elseif i==0

    a1=[];
    CL1=[];
    vs1=[];

end
```

Anexo 2

Reestablecimiento geométrico de los
perfiles aerodinámicos NACA 0012 y
S829

Reestablecimiento del Perfil aerodinámico NACA 0012

Para el reestablecimiento del perfil aerodinámico NACA 0012, se tomaron las siguientes consideraciones: conjunto total de pares ordenados s vs $v(s)$ igual a 996, $\varepsilon = 1.91125555555556$, $v_{\infty} = 1$.

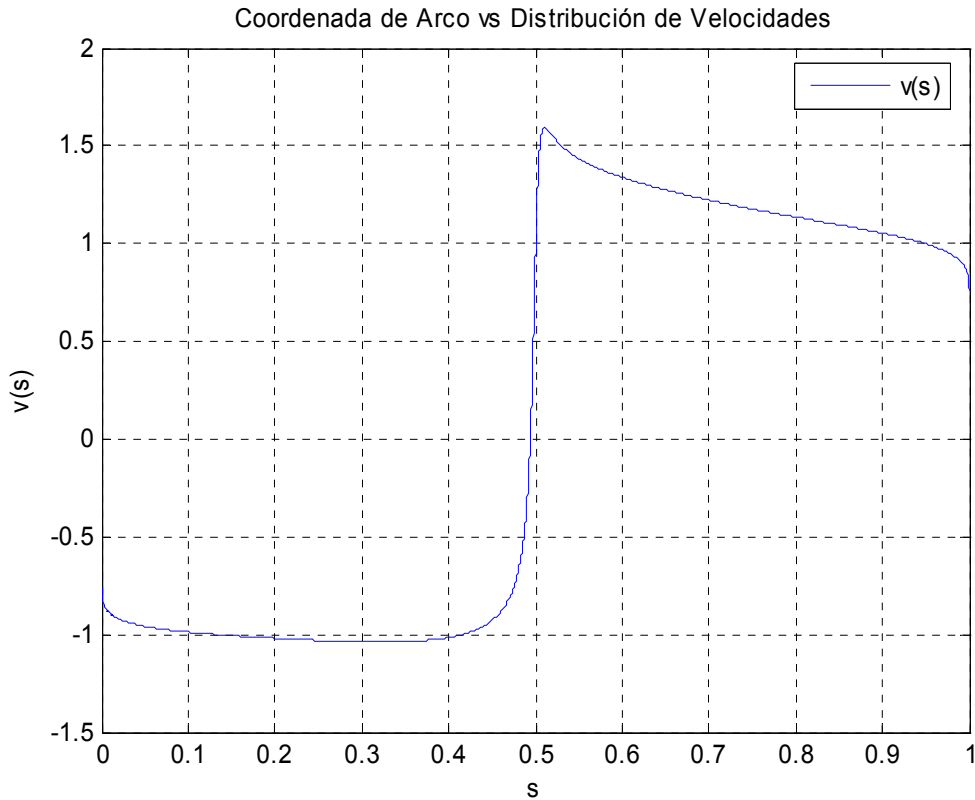


Figura 1 Distribución de Velocidades Asimétrica inicial

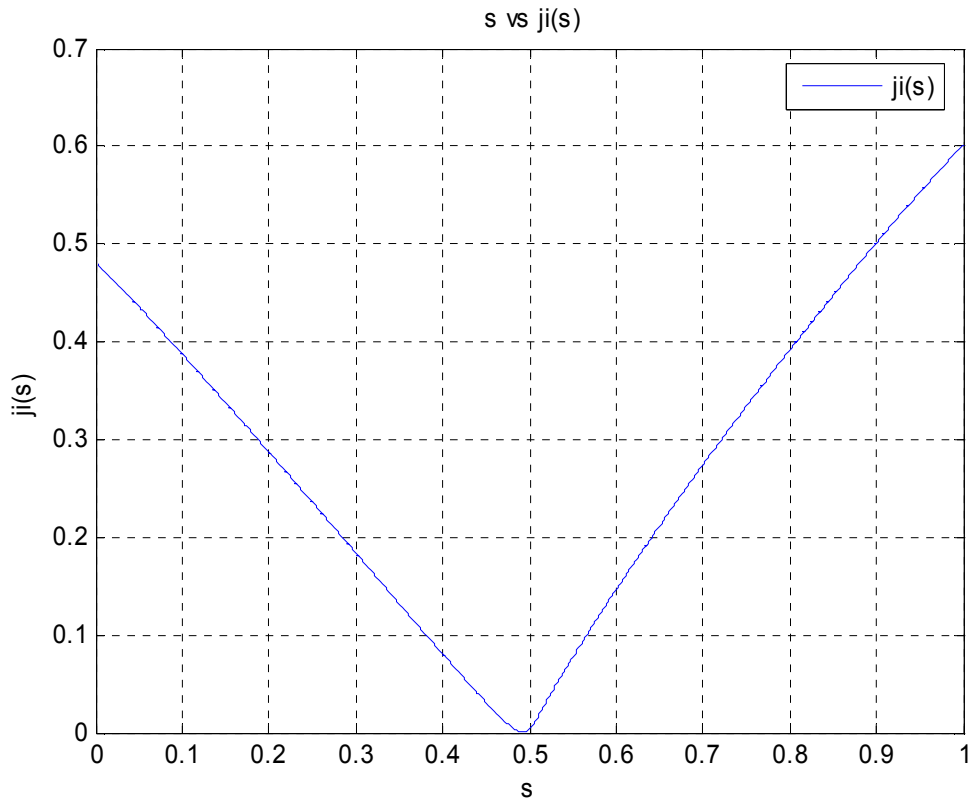


Figura 2 Correspondencia s vs $\varphi(s)$, encontrada con la ecuación (2.3) mediante el algoritmo 3.2.4.

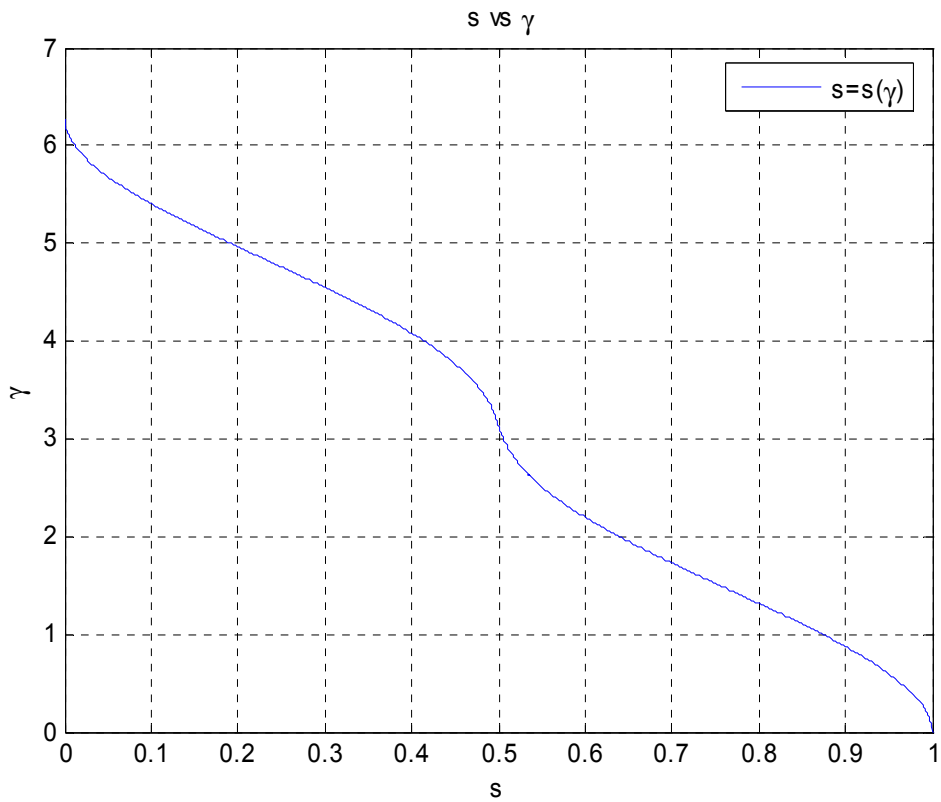


Figura 3 Relación s vs γ , igualando ecuaciones (2.3) y (2.8), mediante el algoritmo 3.2.5.

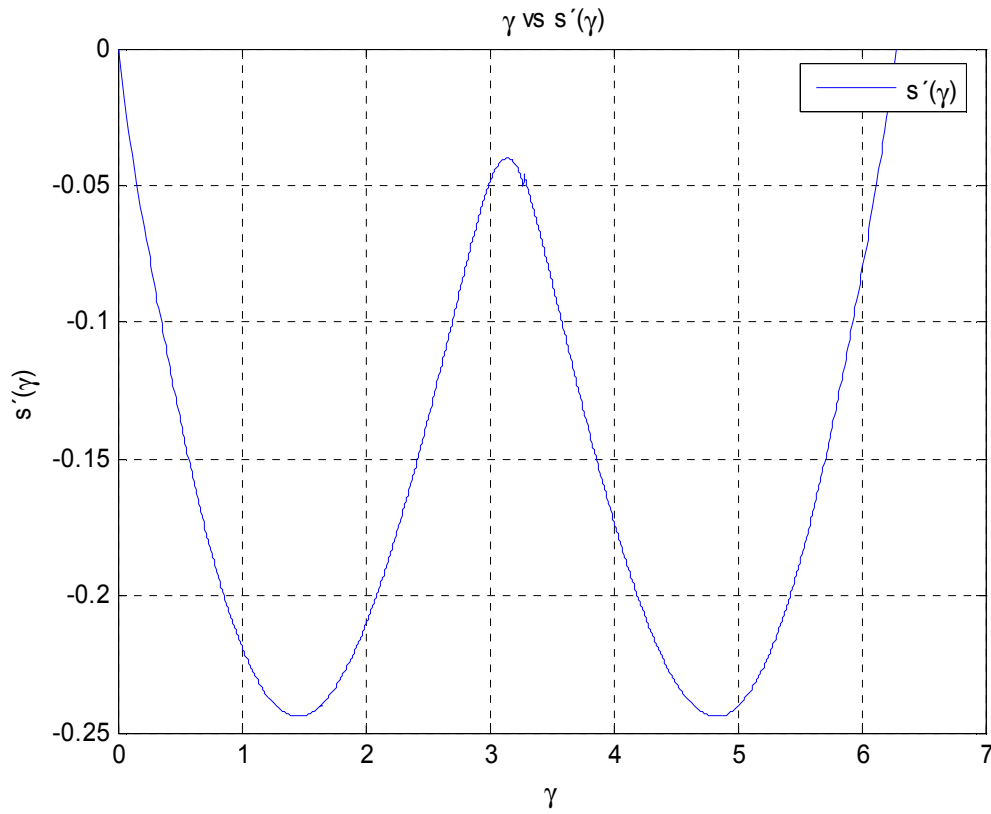


Figura 4 Relación γ vs $s'(\gamma)$, a través de la ecuación (2.10), mediante el algoritmo 3.2.6.

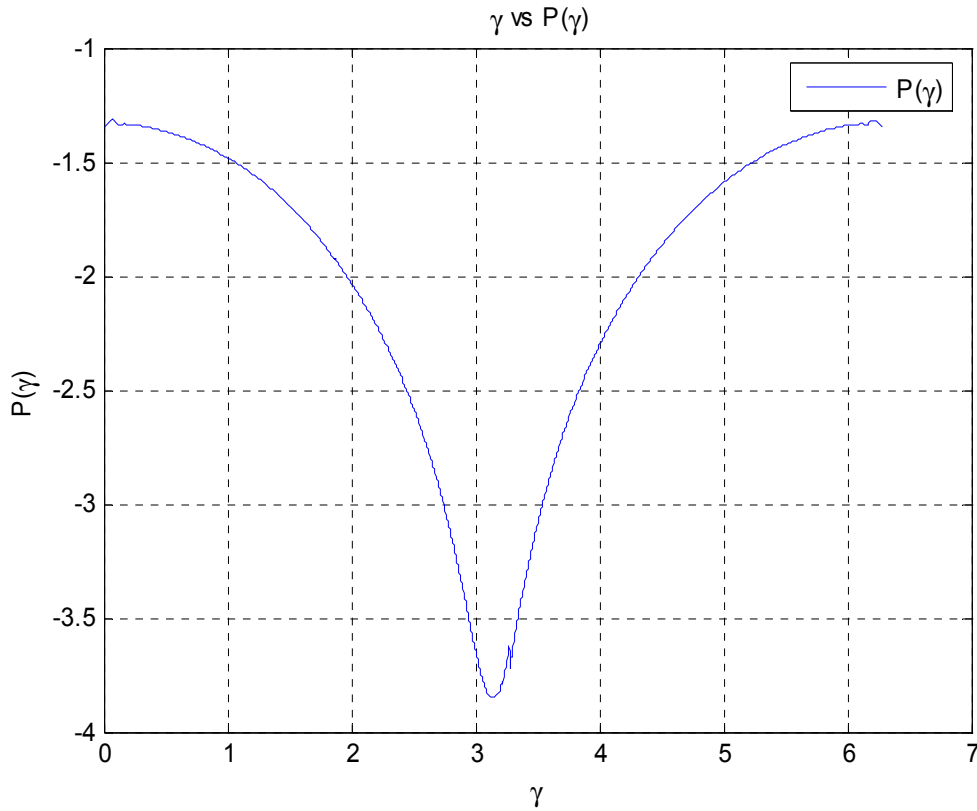


Figura 5 Relación γ vs $P(\gamma)$, a través de la ecuación (2.15), mediante el algoritmo 3.2.7.

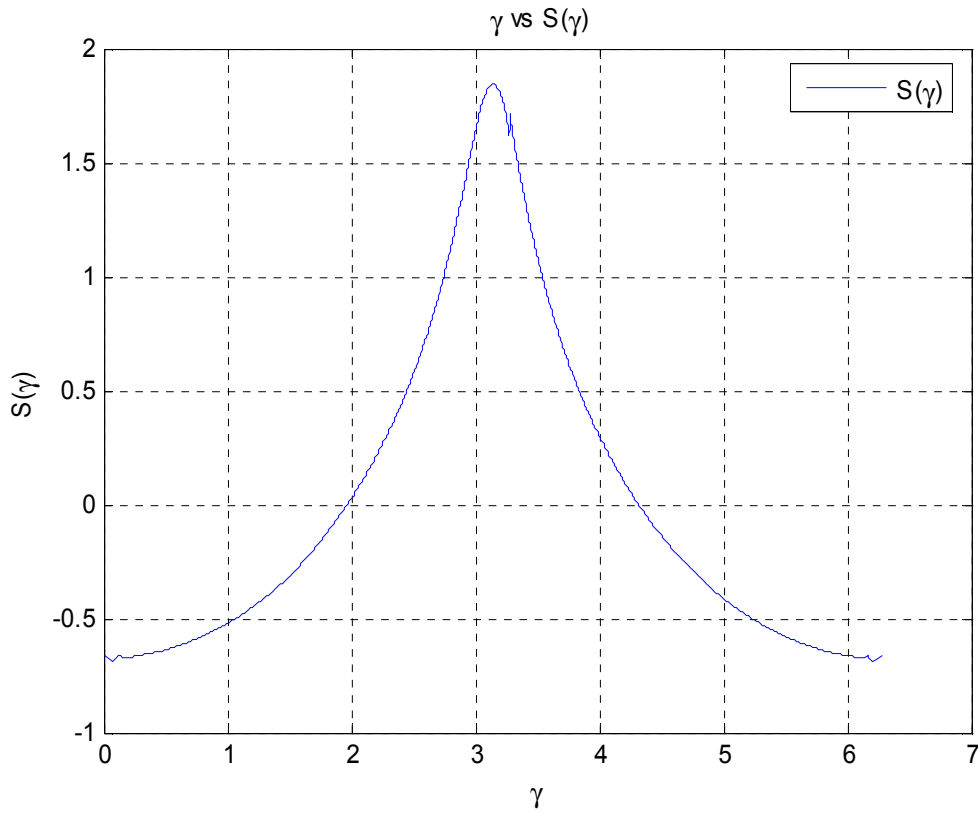


Figura 6 Relación γ vs $\tilde{S}(\gamma)$, a través de la ecuación (2.29), mediante el algoritmo 3.2.7.

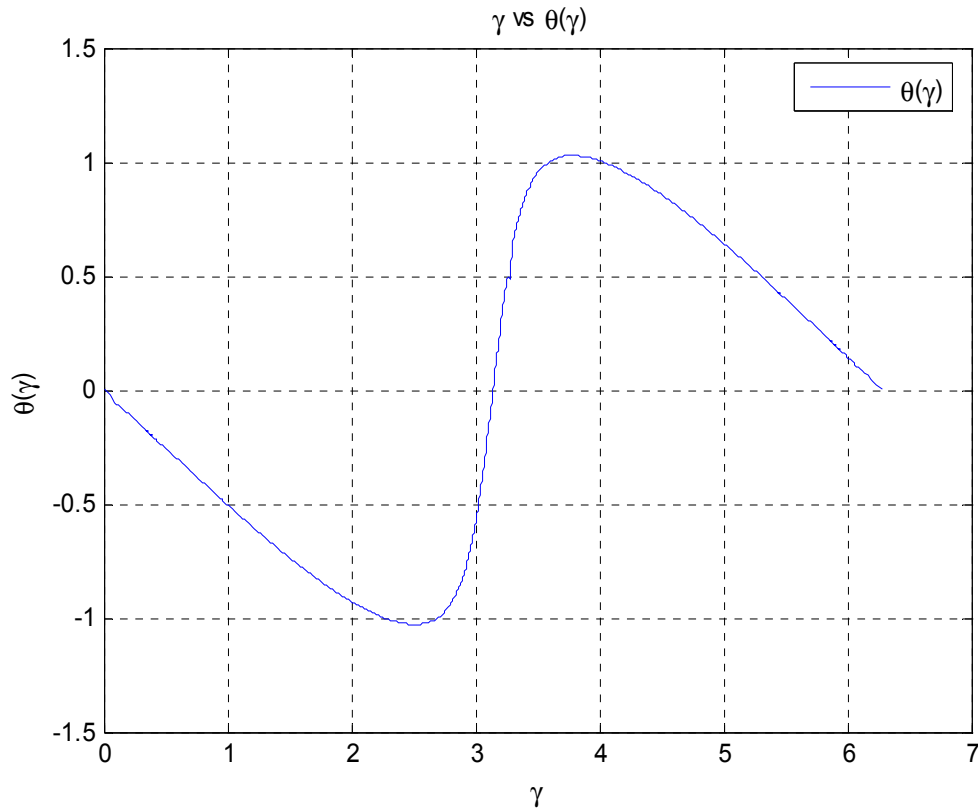


Figura 7 Relación γ vs $\tilde{\theta}(\gamma)$, a través de la ecuación (2.28), mediante el algoritmo 3.2.8.

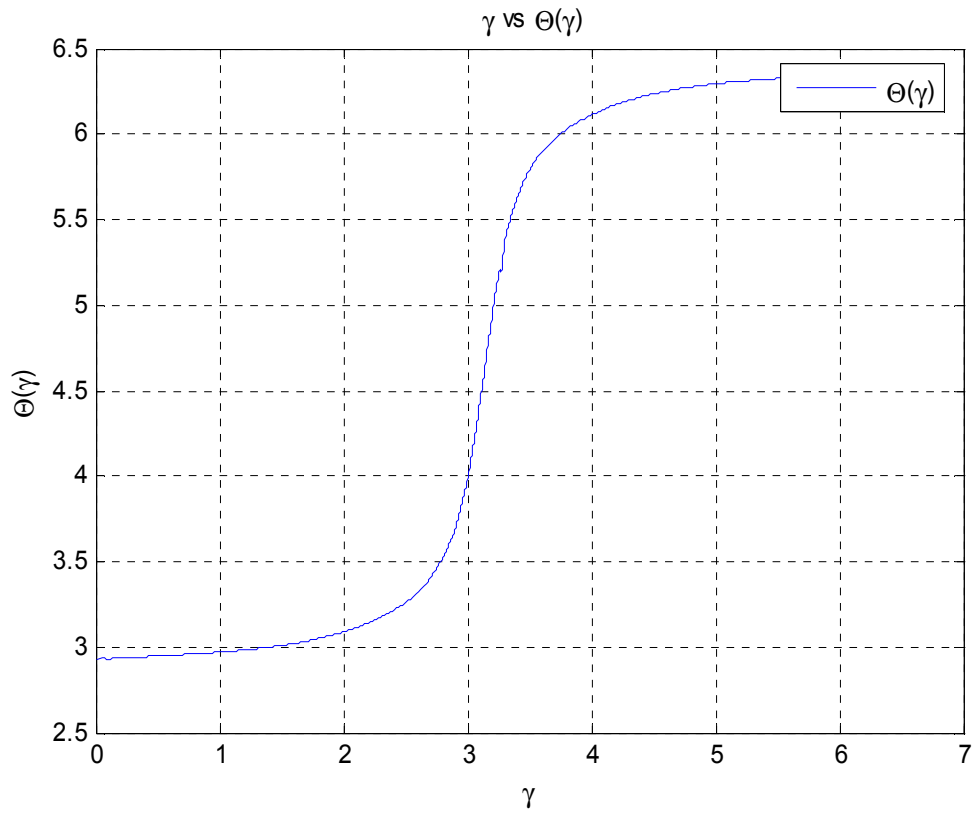


Figura 8 Relación γ vs $\Theta(\gamma)$, a través de la ecuación (2.18), mediante el algoritmo 3.2.9.

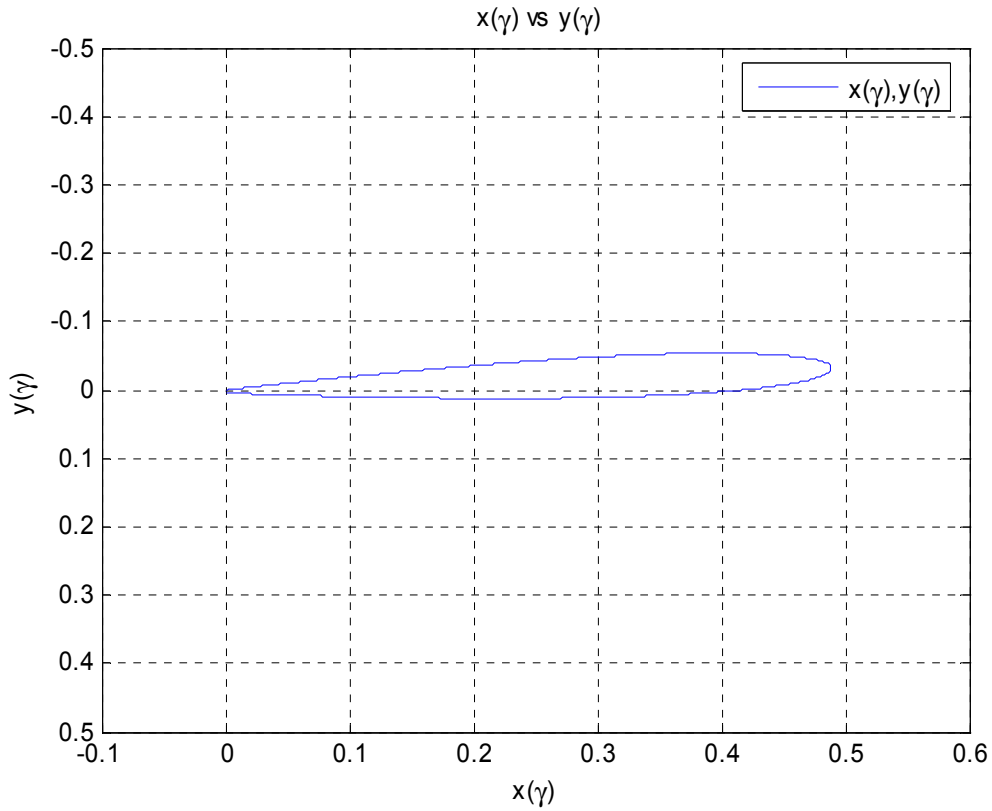


Figura 9 Coordenadas $x(\gamma)$ vs $y(\gamma)$, integrando la ecuación (2.18), mediante el algoritmo 3.2.10.

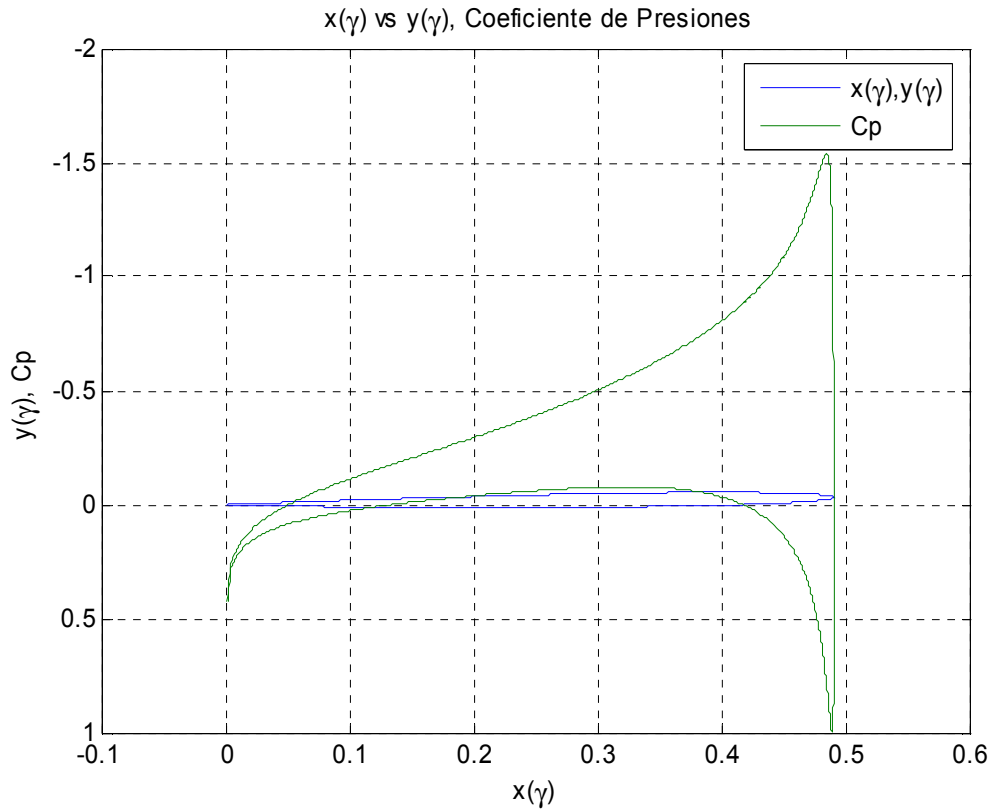


Figura 10 Coordenadas $x(\gamma)$ vs $y(\gamma)$ y el correspondiente coeficiente de presiones

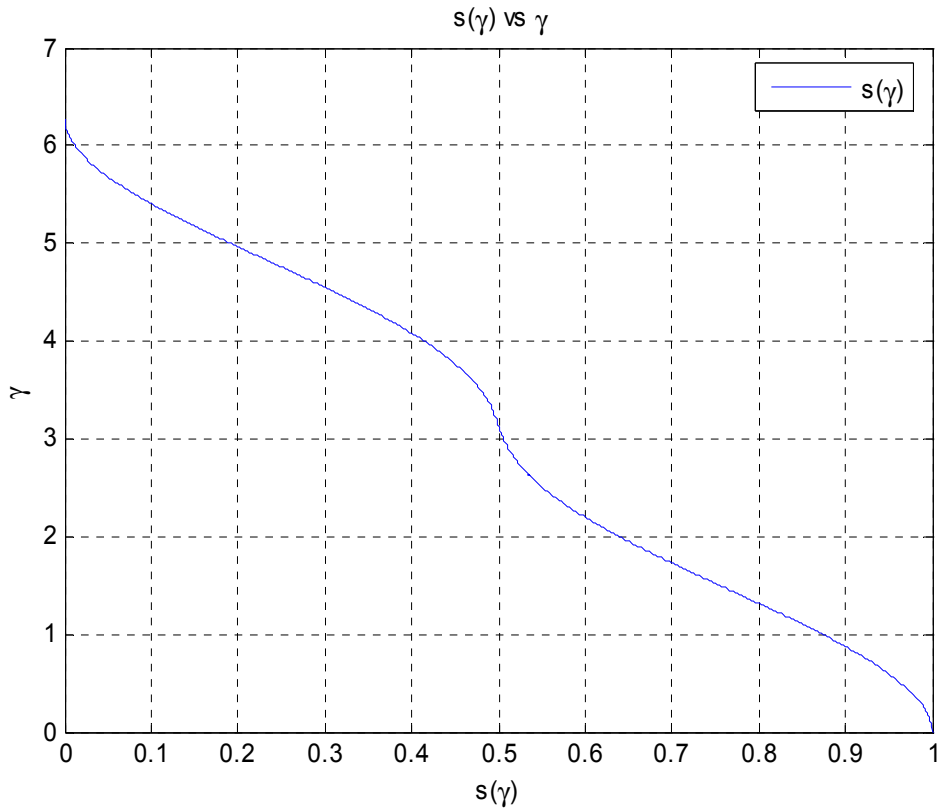


Figura 11 $s(\gamma)$ vs γ , integrando la ecuación (2.48) mediante el algoritmo 3.2.11

Los valores obtenidos de la cuerda, al ángulo de ataque, el coeficiente de sustentación, el coeficiente de arrastre potencial y el coeficiente de momento respectivo se presentan a continuación:

$$b = 0.490274271244092$$

$$\alpha = 3.72143771136026^\circ \approx 4^\circ$$

$$C_l = 0.482740121183875$$

$$C_{dp} = -0.00561952332567323$$

$$C_{MZ} = -0.12603595882457$$

Para un $\alpha_1 = 10^\circ$, $C_l = 1.66491644974644$ y además la figura 12 muestra la distribución de velocidad calculada para α_1 .

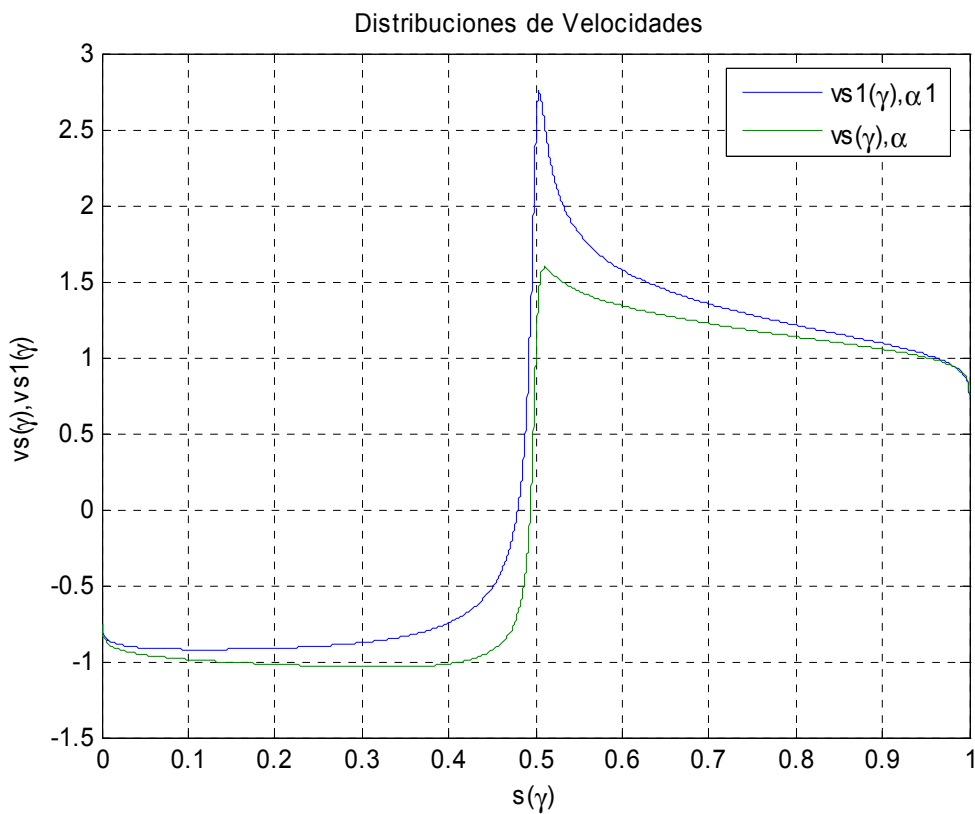


Figura 12 $s(\gamma)$ vs $v[s(\gamma)]$, para $\alpha = 4^\circ$ (línea verde) y para $\alpha_1 = 10^\circ$ (línea azul)

Reestablecimiento del Perfil aerodinámico S829

Para el reestablecimiento del perfil aerodinámico S829 [24], se tomaron las siguientes consideraciones: conjunto total de pares ordenados s vs $v(s)$ igual a 280, $\varepsilon = 1.963383333$, $v_\infty = 1$.

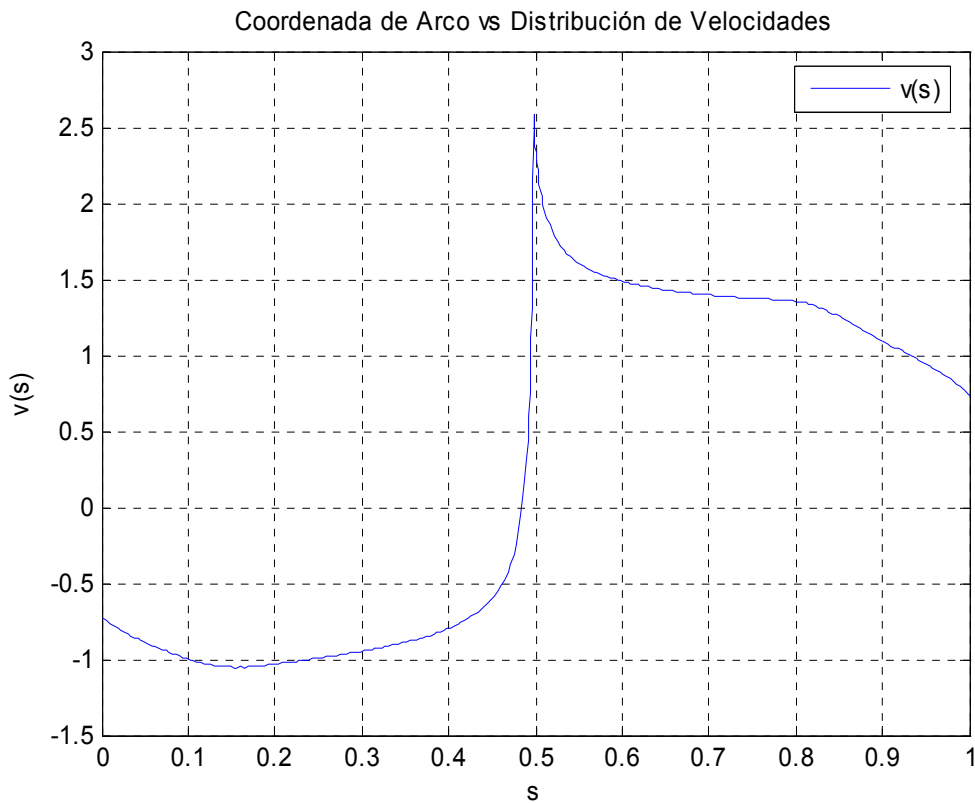


Figura 13 Distribución de Velocidades Asimétrica inicial

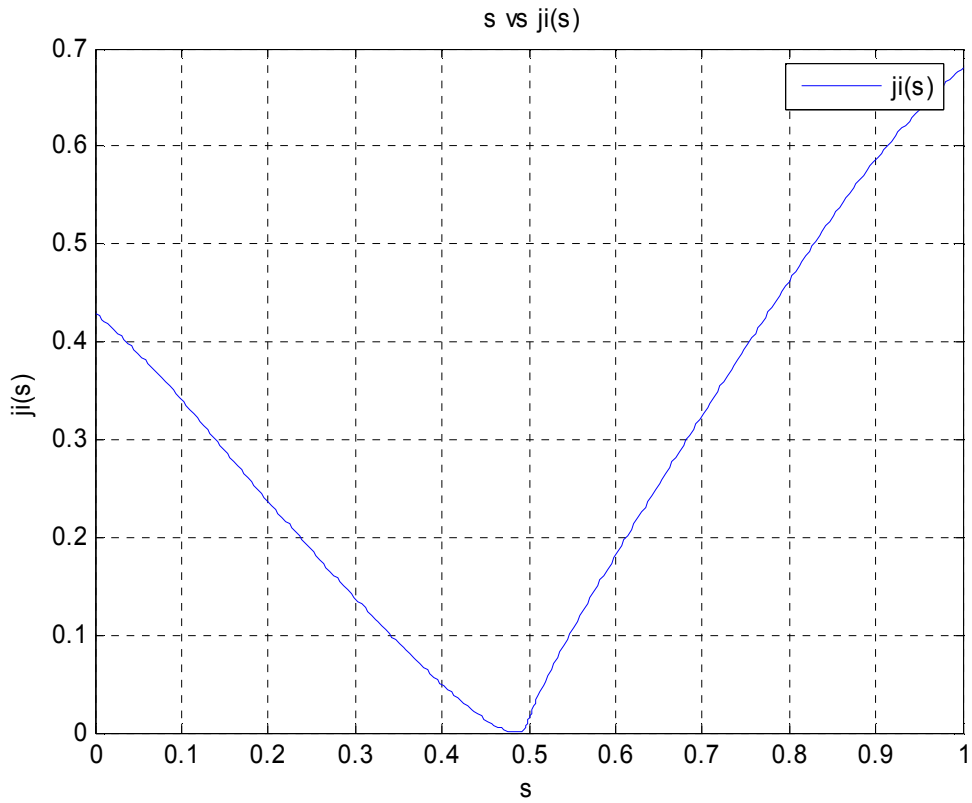


Figura 14 Correspondencia s vs $\varphi(s)$, encontrada con la ecuación (2.3) mediante el algoritmo 3.2.4.

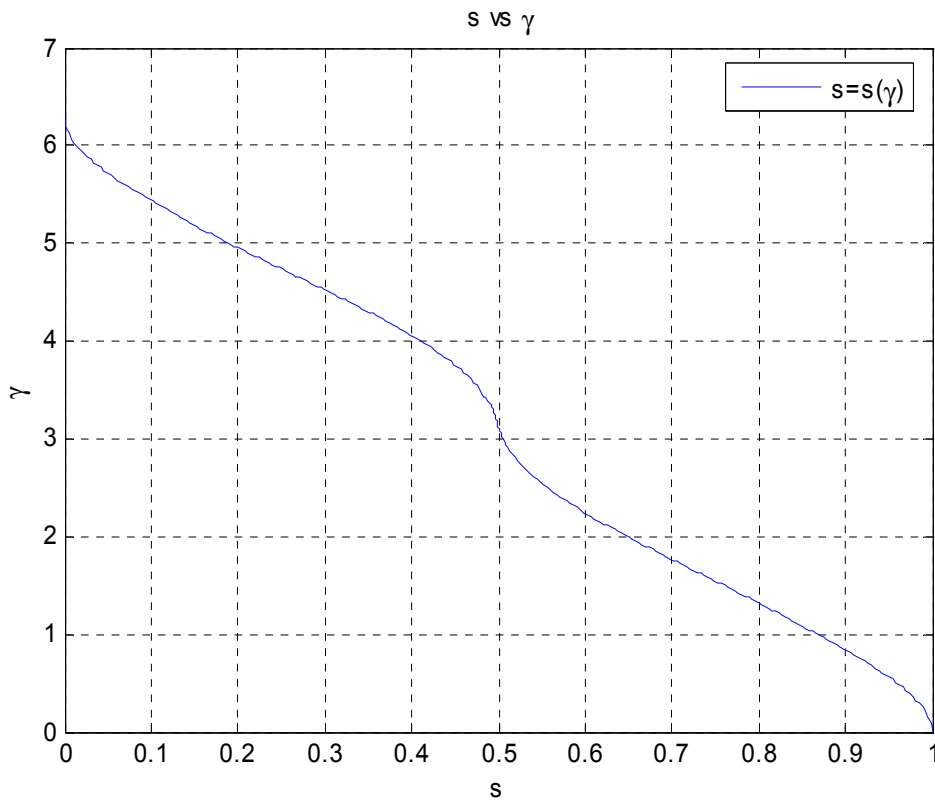


Figura 15 Relación s vs γ , igualando ecuaciones (2.3) y (2.8), mediante el algoritmo 3.2.5.

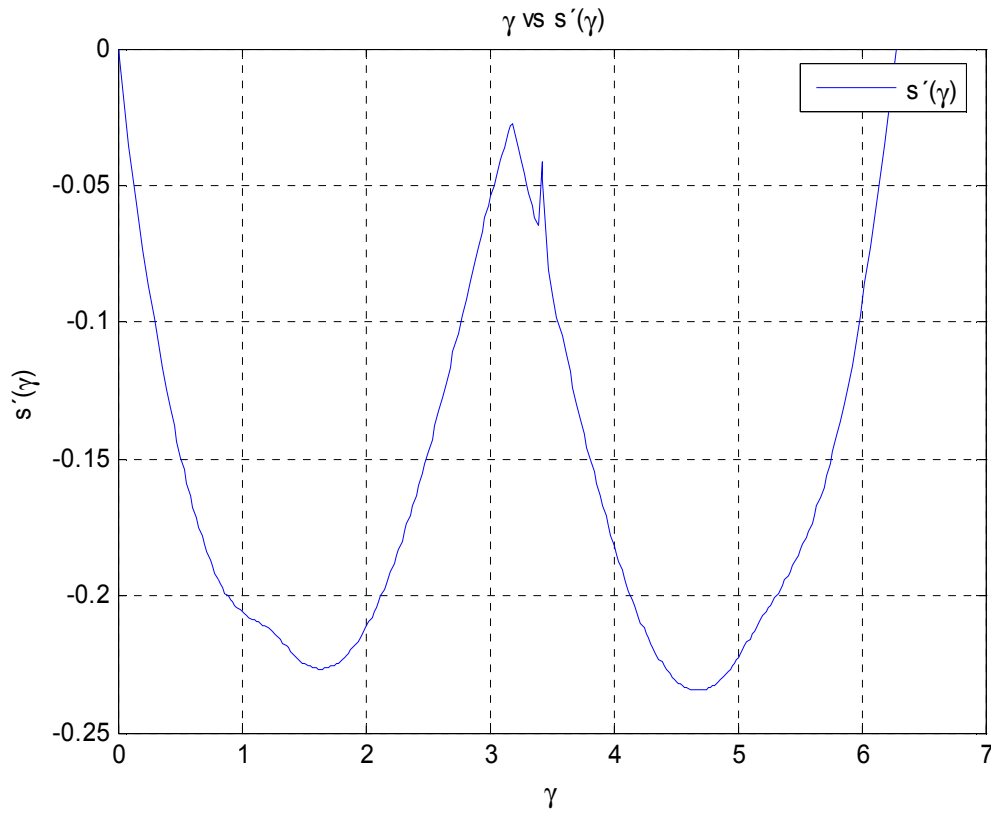


Figura 16 Relación γ vs $s'(\gamma)$, a través de la ecuación (2.10), mediante el algoritmo 3.2.6.

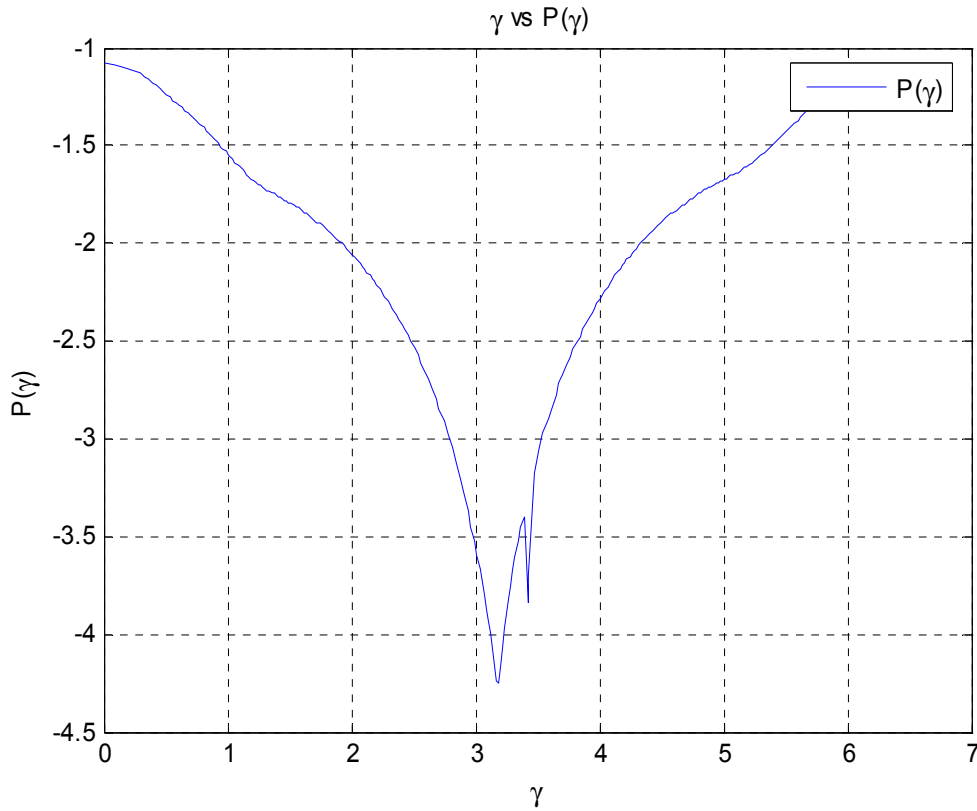


Figura 17 Relación γ vs $P(\gamma)$, a través de la ecuación (2.15), mediante el algoritmo 3.2.7.

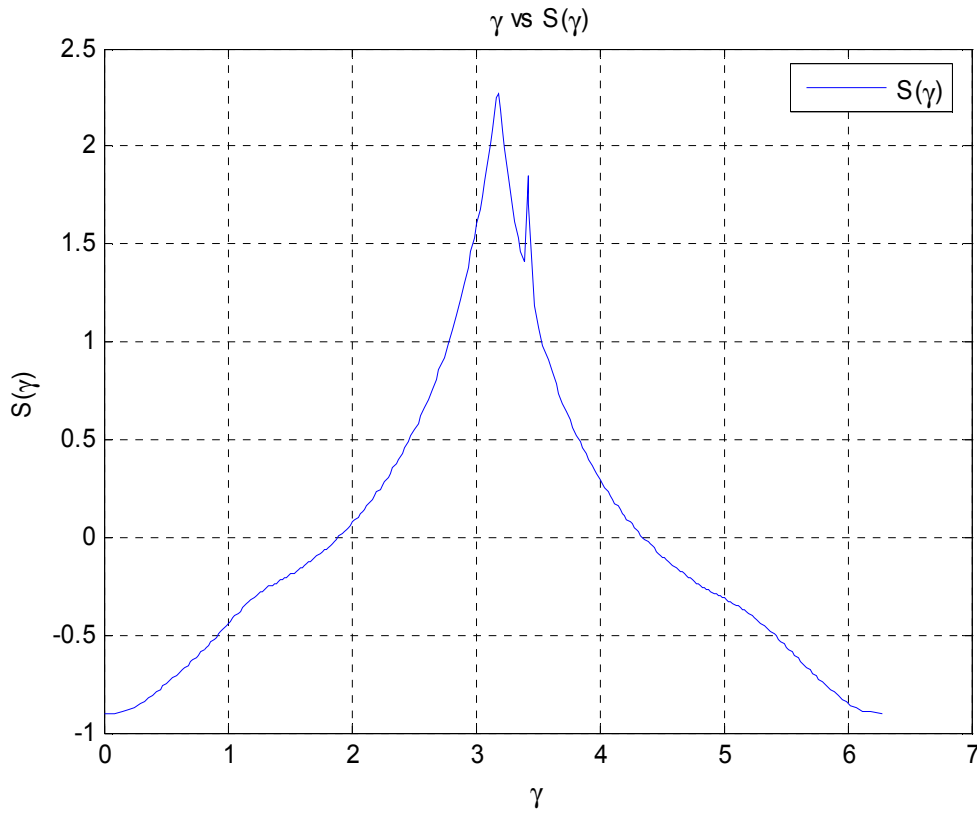


Figura 18 Relación γ vs $\tilde{S}(\gamma)$, a través de la ecuación (2.29), mediante el algoritmo 3.2.7.

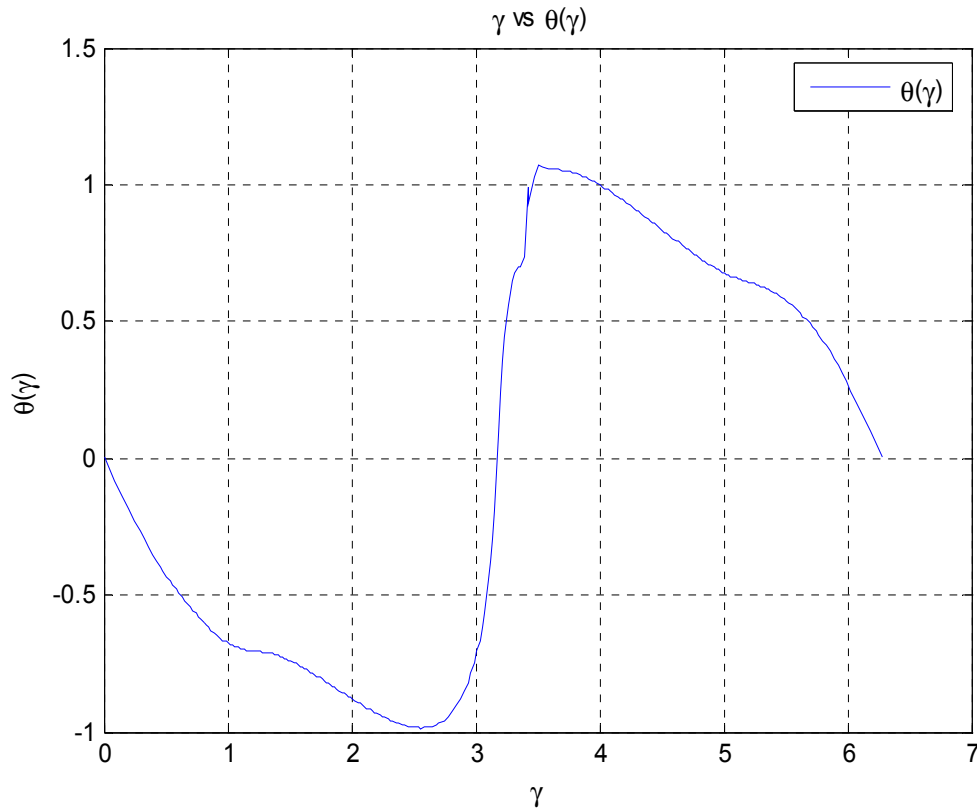


Figura 19 Relación γ vs $\tilde{\theta}(\gamma)$, a través de la ecuación (2.28), mediante el algoritmo 3.2.8.

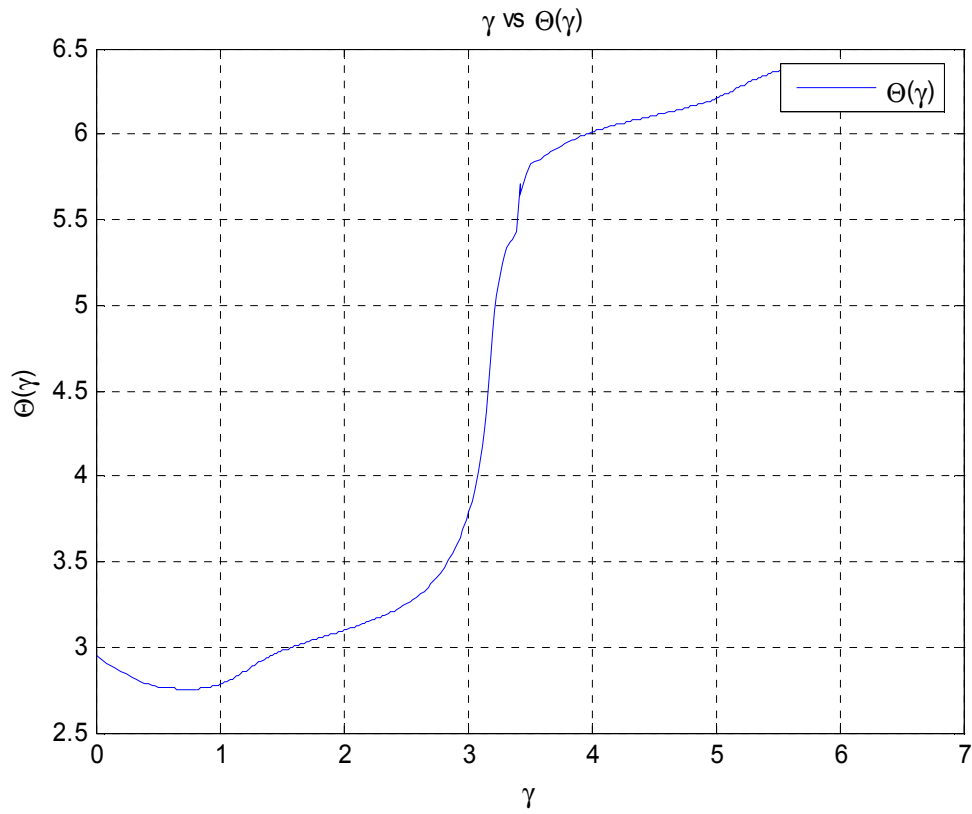


Figura 20 Relación γ vs $\Theta(\gamma)$, a través de la ecuación (2.18), mediante el algoritmo 3.2.9.

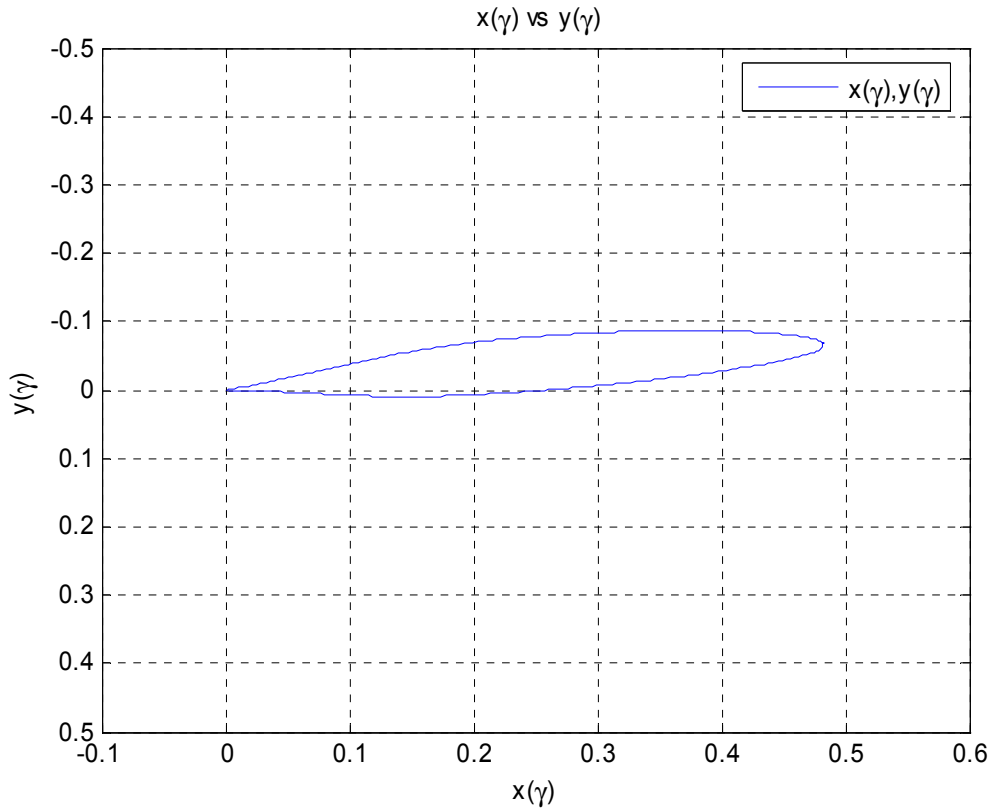


Figura 21 Coordenadas $x(\gamma)$ vs $y(\gamma)$, integrando la ecuación (2.18), mediante el algoritmo 3.2.10.

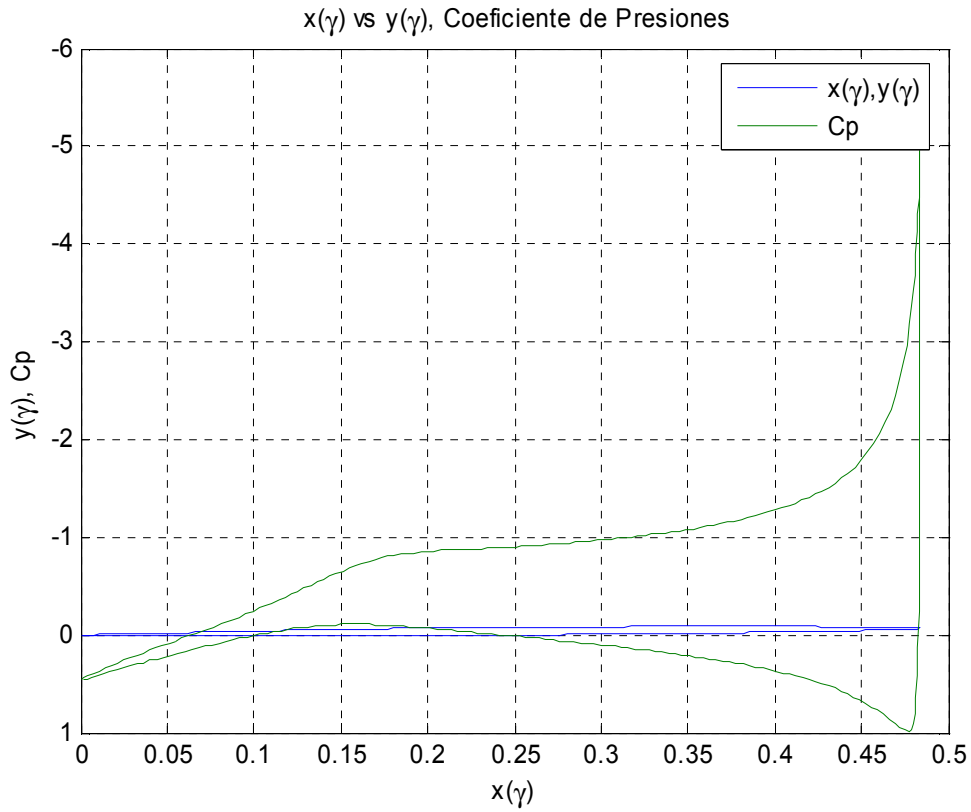


Figura 22 Coordenadas $x(\gamma)$ vs $y(\gamma)$ y el correspondiente coeficiente de presiones

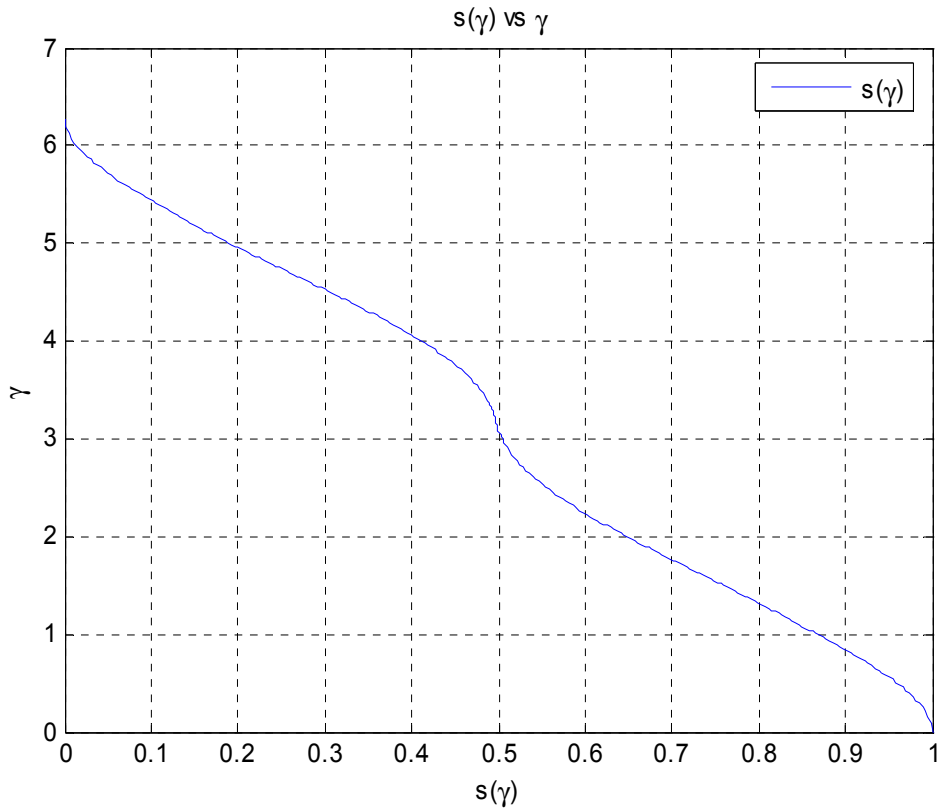


Figura 23 $s(\gamma)$ vs γ , integrando la ecuación (2.48) mediante el algoritmo 3.2.11

Los valores obtenidos de la cuerda, al ángulo de ataque, el coeficiente de sustentación, el coeficiente de arrastre potencial y el coeficiente de momento respectivo se presentan a continuación:

$$b = 0.488131408829838$$

$$\alpha = 7.76828807922158^\circ \approx 8^\circ$$

$$C_l = 1.02525641642678$$

$$C_{dp} = -0.0106139763815371$$

$$C_{MZ} = -0.290019312507985$$

Para un $\alpha_1 = 5^\circ$, $C_l = 0.642578701813655$ y la figura 24 muestra la distribución de velocidad calculada para α_1 .

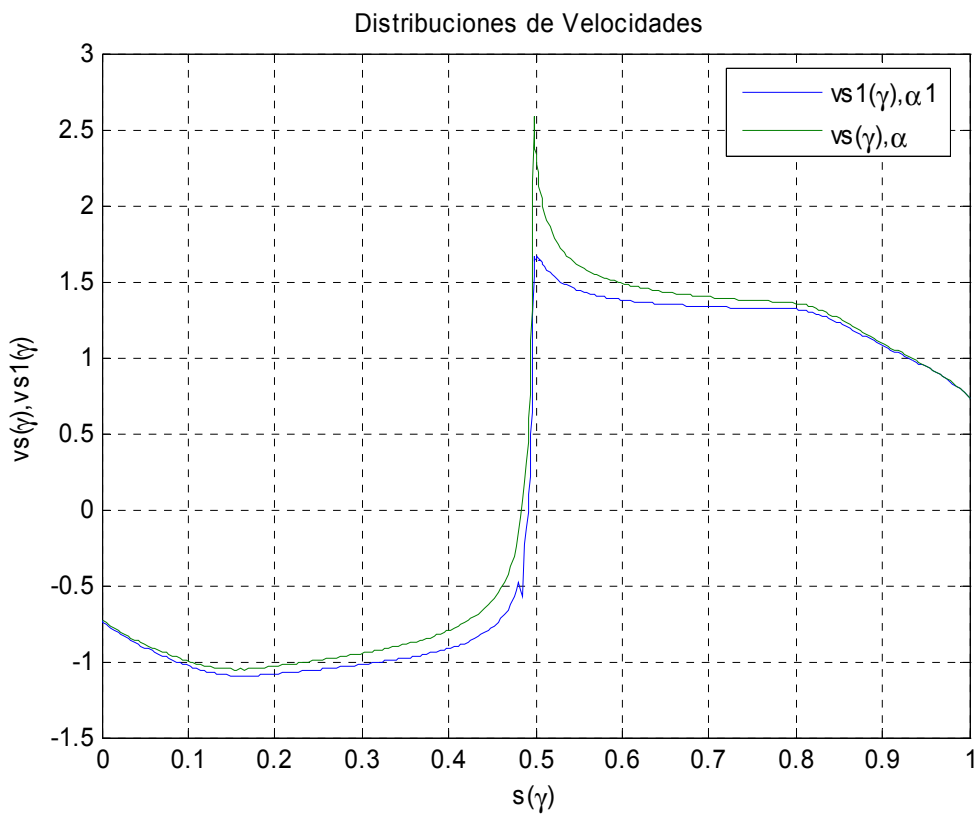


Figura 24 $s(\gamma)$ vs $v[s(\gamma)]$, para $\alpha = 8^\circ$ (línea verde) y para $\alpha_1 = 5^\circ$ (línea azul)