

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL



CICATA-LEGARÍA



ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE RENDIMIENTO EN ALGORITMOS DE CONTROL PARA SEGUIMIENTO DE TRAYECTORIAS APLICADOS EN UN DRONE CUADRICÓPTERO

TESIS PRESENTADA POR IVAN BAUTISTA VÁZQUEZ
PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS
TESIS DIRIGIDA POR DANIEL SÁNCHEZ GUZMÁN

2016



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

ACTA DE REVISIÓN DE TESIS

En la Ciudad de México siendo las 13:00 horas del día 8 del mes de diciembre del 2016 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de la Tesis, designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de CICATA LEGARIA para examinar la tesis titulada:
ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE RENDIMIENTO ENTRE ALGORITMOS PARA SEGUIMIENTO DE TRAYECTORIAS APLICADOS EN UN DRONE CUADRICÓPTERO

Presentada por el alumno:

BAUTISTA
Apellido paterno

VÁZQUEZ
Apellido materno

IVÁN
Nombre(s)

Con registro:

B	1	4	0	3	3	2
---	---	---	---	---	---	---

aspirante de:

MAESTRÍA EN TECNOLOGÍA AVANZADA

Después de intercambiar opiniones, los miembros de la Comisión manifestaron **APROBAR LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

LA COMISIÓN REVISORA

Director(a) de tesis

DR. DANIEL SÁNCHEZ GUZMÁN

DRA. MÓNICA ROSALÍA JAIME FONSECA

DR. ERNESTO MARÍN MOARES

DR. TEODORO RIVERA MONTALVO

DR. RICARDO GARCÍA SALCEDO

PRESIDENTA DEL COLEGIO DE PROFESORES

DRA. MÓNICA ROSALÍA JAIME FONSECA



SEP
CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN CIENCIA
APLICADA Y TECNOLOGÍA AVANZADA
CICATA - LEGARIA



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

CARTA CESIÓN DE DERECHOS

En la Ciudad de México, D.F. el día **8** del mes de **diciembre** del año **2016**, el que suscribe **Iván Bautista Vázquez** alumno del Programa de **Maestría en Tecnología Avanzada**, con número de registro **B140332**, adscrito al **Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, unidad Legaria del IPN**, manifiesto que soy el autor intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección del profesor **Dr. Daniel Sánchez Guzmán** y cedo los derechos del trabajo titulado **“Análisis y comparación de rendimiento entre algoritmos para seguimiento de trayectorias aplicados en un drone cuadricóptero”**, al *Instituto Politécnico Nacional* para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a las siguientes direcciones electrónicas: **ivan_yugi@hotmail.com**, **dsanchez@ipn.mx**. Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

Iván B. V.

Ing. Iván Bautista Vázquez

RESUMEN

En este trabajo se desarrollaron 2 estrategias de control para un cuadricóptero, para seguimiento de trayectorias. Inicialmente se definen la características generales de la aeronave, posteriormente se describe la cinemática de la misma para comprender su funcionamiento y poder modelar su dinámica. En la parte de modelado se realiza un estudio por el método Euler-Lagrange, el cual se basa en analizar las energías del sistema para poder obtener las ecuaciones que rigen su dinámica. Posteriormente se desarrolla un control PID y un control Backstepping para el seguimiento de trayectorias, donde se busca robustecer el sistema y llevarlo adecuadamente a distintos puntos de equilibrio. Finalmente para comprobar la acción de las leyes de control, se realizaron de las simulaciones correspondientes y se realiza una transformación de las variables de rotación a variables de posición para poder asignar fácilmente una trayectoria deseada. Dichas simulación se realizaron con el software MatLab Simulink, donde a su vez es posible simular perturbaciones en el sistema obteniendo resultados muy cercanos a la realidad.

Palabras clave: Cuadricóptero, PID, Backstepping, Modelado Dinámico, Seguimiento de trayectorias.

ABSTRACT

In this work, two control strategies were developed for a quadcopter, to follow trajectories. Initially the general characteristics of the aircraft are defined, the kinematics of the aircraft is described later to understand its operation and to be able to model its dynamics. In the modeling part, a study is carried out by the Euler-Lagrange method, which is based on analyzing the energies of the system in order to obtain the equations that govern its dynamics. Subsequently a PID control and a Backstepping control are developed for trajectory tracking, where it is sought to strengthen the system and take it appropriately to different points of equilibrium. Finally, to verify the action of the control laws, the corresponding simulations were carried out and a transformation of the rotation variables to position variables was performed in order to be able to easily assign a desired trajectory. These simulations were performed with the software MatLab Simulink, which in turn is possible to simulate disturbances in the system obtaining results very close to reality.

Keywords: Quadcopter, PID, Backstepping, Dynamic Modeling, Follow Trajectories .

Agradecimientos

Agradezco ampliamente a todo el personal del CICATA quienes me brindaron su apoyo en todo momento, a mi asesor por el gran apoyo y paciencia durante el desarrollo de este trabajo. A mis amigos de CICATA y de CIDETEC quienes me ayudaron con su valioso conocimiento y amistad.

Finalmente, aunque no menos importante a mi familia por siempre haber estado ahí y no solo durante el desarrollo de este pequeño proyecto, especialmente a mi mamá sin quien nada de esto hubiera sido posible, muchas gracias "İbis".

Índice general

Agradecimientos	V
Lista de figuras	VIII
1. Introducción	1
1.1. Motivación	4
1.2. Preguntas de Investigación	5
1.3. Hipótesis de Investigación	5
1.4. Objetivos	6
1.4.1. Objetivo General	6
1.4.2. Objetivos Particulares	6
1.5. Organización del Trabajo	7
2. Componentes y Modelado del Cuadricóptero	8
2.1. Componentes	8
2.2. Cinemática del Cuadricóptero	12
2.3. Introducción a la dinámica	15
2.3.1. Movimiento de cabeceo (Pitch θ)	16
2.3.2. Movimiento de alabeo (Roll ϕ)	16
2.3.3. Movimiento de guiñada (Yaw ψ)	16
2.3.4. Movimiento vertical (Thrust)	16
2.4. Modelado Matemático de la Dinámica del Cuadricóptero.	17
2.4.1. Ecuaciones de Euler-Lagrange	17
2.4.2. Dinámica Traslacional	18
	VI

2.4.3.	Dinámica Rotacional	21
2.4.4.	Dinámica Reducida	25
2.4.5.	Calculo de Inercias	27
3.	Desarrollo de las Técnica de Control	29
3.1.	Control PID	29
3.1.1.	Introducción	29
3.1.2.	Control PID Pitch Θ	31
3.1.3.	Control PID Roll ϕ	33
3.1.4.	Control PID Altura z	34
3.2.	Control Backstepping	35
3.2.1.	Introducción	35
3.2.2.	Backstepping Pitch θ	37
3.2.3.	Backstepping Roll ϕ	39
3.2.4.	Backstepping Yaw ψ	39
3.2.5.	Backstepping Posición z,x,y	41
4.	Simulación y comparación de Resultados	43
4.1.	Control PID	44
5.	Conclusiones y Trabajo Futuro	48
	Bibliografía	50

Índice de figuras

1.1. Ejemplos Cuadricópteros	1
1.2. Tipos de Drones	2
1.3. Ambulance Drone	3
1.4. Ejemplos Drones ala fija y rotativa	3
2.1. HKPilot32	9
2.2. HKPilot32	9
2.3. Motor LDPOWER M2810	10
2.4. Hélices 12x5.5"	11
2.5. ESC 30 Amp	11
2.6. Batería LiPo 4S 5200 mAh	12
2.7. Marcos de referencia del cuadricóptero	13
2.8. Movimientos Cuadricóptero	15
2.9. Generación de movimientos en un cuadricóptero	17
3.1. Control PID	30
3.2. Ángulos presentes en el cuadricóptero	32
3.3. Diagrama Control PID para Pitch	33
3.4. Diagrama Control PID para Roll	33
3.5. Diagrama Control PID para Yaw	34
3.6. Diagrama Control PID para Yaw	35
3.7. Diagrama Control PID general para el Cuadricóptero	35
4.1. Cuadricóptero en Estudio	43
4.2. Modelo Sumulink	44

4.3. Trayectoria Real VS Trayectoria Deseada	45
4.4. Errores	45
4.5. Error la posición XYZ	46
4.6. Trayectoria Real VS Trayectoria Deseada	46
4.7. Errores en la orientación	47
4.8. Error la posición XYZ	47

Capítulo 1

Introducción

En general un drone es un vehículo no tripulado, independientemente del medio donde se desplace, agua, tierra, aire o inclusive el espacio exterior. Es en los drones aéreos donde entran los cuadricópteros como el que se aborda en este trabajo, los cuales se caracterizan por ser helicópteros multirotor con 4 motores colocados usualmente de manera simétrica (ver Fig 1.1).



Figura 1.1: Ejemplos Cuadricópteros

Existen otros tipos de helicópteros multirotor los cuales suelen recibir su nombre

según los motores a partir de los que estén contruidos por ejemplo 6, 8 o más motores, siendo los de 4 y motores los más comunes denominados cuadricópteros, quadcopters o simplemente drones los primeros dado que son los más comunes y usualmente hexacopters los segundos. Existen otras variantes menos comunes como de 1 motor o 3 motores (tricopter) o incluso más sin embargo ya no se les da un nombre en general ya que no son tan comunes (ver Fig 1.2).

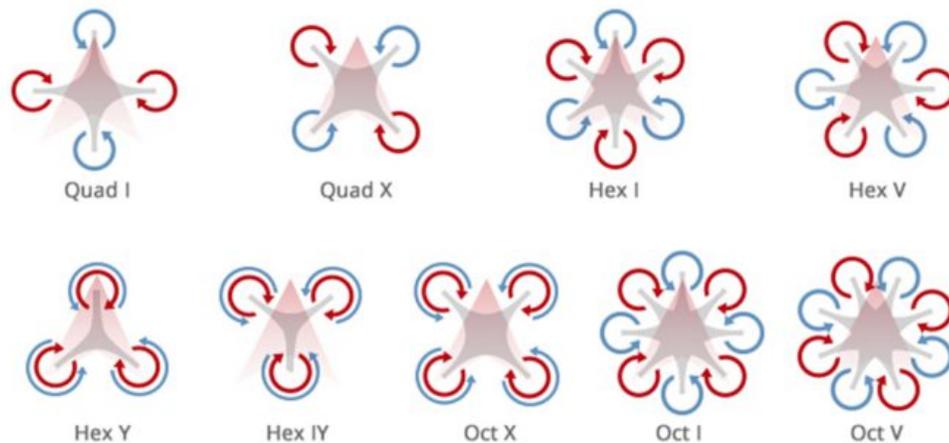


Figura 1.2: Tipos de Drones

En los últimos años los drones han tenido un gran auge dada su versatilidad, al ser utilizados como vehículos de entretenimiento, mapeo, seguridad, captura de video, fotografía, búsqueda y rescate (ver Fig 1.3) entre otros [38].

A su vez la facilidad de su construcción, manejo y mantenimiento requerido los han hecho muy atractivos para la mayoría del público. Sin embargo, otra rama que es ampliamente estudiada y de alto impacto es la sección de control tanto manual como automático, al permitir de manera directa o indirecta la buena interacción entre usuarios y aeronaves, logrando una correcta sinergia, para que el *drone* realice adecuadamente la tarea para la que se le ha designado y construido.

Dentro de los drones aéreos existe otra clasificación en base al tipo de ala que genera los movimientos es decir, ala fija o ala rotativa (ver Fig. 1.4) los multirotores pertenecen a la primer clasificación dentro de los drones de ala fija se pueden encontrar



Figura 1.3: Ambulance Drone

distintos aviones de aeromodelismo o el más dron más famoso de uso militar el *Predator MQ-1* el cual es ampliamente usado en misiones de reconocimiento aunque igualmente incluye armamento principalmente aire-tierra [11].



Figura 1.4: Ejemplos Drones ala fija y rotativa

Como se menciona anteriormente los cuadricópteros son altamente estudiados, ya que se les puede construir y programar para múltiples tareas según las necesidades del usuario, en este trabajo se presentara un comparativo de 2 técnicas de control PID¹ y Backstepping² para vuelo autónomo con el fin de realizar un comparativo y

¹Control Proporcional Integral Derivativo

²Control recursivo *ir hacia atrás*

analizar qué técnica presenta un mejor desempeño y a su vez identificar cual es la mejor para los usuarios más populares, es decir el publico en general que los adquiere principalmente como elemento recreativo de entretenimiento.

1.1. Motivación

En la actualidad hay diversos estudios realizados en cuanto a técnicas de control aplicadas a cuadricópteros, por ejemplo, a través de visión artificial[12][13][14], control PID[3][8][19][22][25][32][40] o control por modos deslizantes[4][30][44][45], sin embargo se ha dado un auge importante en el control Backstepping[1][5][17][18][24][33][38][41][45][48] dado que presenta una buena respuesta para seguimiento de trayectorias, además de que permite trabajar modelos complejos a través de recursividad con la que a partir de modelos relativamente sencillos reconstruye el modelo original.

En este trabajo se retoma el control PID dado que es el control que la mayoría de los drones comerciales implementa, existen nuevos drones como el Site ScanTM de 3DR³ que es denominado uno de los drones más inteligentes y estables del mercado, sin embargo en drones de este tipo no siempre es posible conocer por qué algoritmos se rige, por lo tanto el PID es un buen punto comparativo para nuevas técnicas de control.

Igualmente en general dentro de la teoría de control una de las tareas de mayor estudio es la de seguimiento de trayectorias [26][46] en donde se busca que el sistema varíe un o varios de sus estados pero de una manera específica a través justamente de una trayectoria definida por el usuario y en un tiempo finito. No como lo que se hace cuando se estabiliza un sistema, ya que en este caso no se tiene control del transitorio de un estado a otro además de que no siempre es posible determinar el tiempo en que el sistema se estabilizará.

Finalmente las diversas aplicaciones que tienen los helicópteros multirotor y princi-

³Más información en <https://store.3dr.com/t/site-scan>

palmente los cuadricópteros generan nuevas áreas de investigación para vuelos automáticos, despegues y aterrizajes autónomos, buenas respuestas ante perturbaciones externas y sistemas de seguridad tanto para el sistema como para las personas a su alrededor ya los motores que utilizan estos dispositivos generan grandes torques que en conjunto con las hélices presentan riesgos a su entorno.

1.2. Preguntas de Investigación

- ¿De qué manera el control *PID* puede eliminar el error en el hovering⁴?
- ¿Qué ventajas y desventajas presenta el control *Backstepping* respecto al *PID* en un cuadricóptero para el seguimiento de trayectorias?

1.3. Hipótesis de Investigación

- Hipótesis 1

Mediante una buena caracterización del cuadricóptero y correcta sintonización de la técnica de control *Backstepping* se espera obtener una respuesta óptima del cuadricóptero para su desplazamiento vertical eliminando los desplazamientos (errores) sobre el plano horizontal. Comparado respecto al control *PID* el cual suele tener oscilaciones continuas en el plano horizontal.

- Hipótesis 2

Se espera que el control *Backstepping* presente una respuesta más rápida y robusta ante el control *PID* para el seguimiento de trayectorias. E identificar si dada la buena respuesta y eficacia es posible implementarlo a gran escala, es decir que cualquier usuario pueda diseñar un *backstepping* adecuado independientemente del drone que desee utilizar.

⁴vuelo estacionario

Para lo cual se desarrollara la técnica Backstepping general para un cuadricóptero y después se sintonizará para ser analizada en un prototipo construido para su estudio.

1.4. Objetivos

1.4.1. Objetivo General

- **Realizar el desarrollo y análisis comparativo entre el control PID y el control Backstepping, aplicados a un cuadricóptero para seguimiento de trayectorias, permitiendo así la evaluación de sus ventajas y desventajas.**

1.4.2. Objetivos Particulares

- Construir un cuadricóptero el cual sirva de referencia para el desarrollo de las técnicas de control.
- Desarrollar el control PID y Backstepping específicos para el prototipo en cuestión.
- Desarrollar los modelos de cada técnica de control que permita su simulación y obtención de información.
- Realizar modelos de software que permitan un análisis comparativo de ambas técnicas de control.
- Comparar los resultados obtenidos y realizar las conclusiones correspondientes del presente trabajo.
- Buscar eliminar el hovering en el control PID

1.5. Organización del Trabajo

El presente esta dividido como sigue:

- En el Capitulo 2 se introducen la generalidades del cuadricóptero en cuestión, comenzando por sus componentes. Posteriormente se introduce la cinemática del mismo para continuar con el modelado de la dinámica, a través de la formulación Euler-Lagrange. Con el modelo obtenido se trabajará en los capítulos siguientes para llevar a cabo el desarrollo de las leyes de control PID y Backstepping así como las simulaciones, finalmente se presenta el calculo de las inercias las cuales son necesarias para una adecuada simulación.
- En el Capitulo 3 se presenta inicialmente el desarrollo del control PID para el seguimiento de trayectorias en los movimientos de Pitch, Roll, Yaw y la elevación del cuadricóptero, posteriormente se desarrolla el control Backstepping para su posterior comparación entre si.
- En el capitulo 4 se llevan a cabo las simulaciones de los controles desarrollados anteriormente con el fin de seguir adecuadamente una trayectoria previamente definida por el usuario, buscando eliminar el error mediante una adecuada sintonización. Posteriormente se realiza un análisis comparativo para evaluar que técnica de control presenta una mejor respuesta reduciendo el error y aumentando el tiempo de respuesta.
- En el Capitulo 5 se presentan las conclusiones y las perspectivas del trabajo futuro.

Capítulo 2

Componentes y Modelado del Cuadricóptero

En general los drones se componen de 6 elementos básicos para su funcionamiento, un marco donde se montan el resto de los elementos, una controladora de vuelo, motores, variadores de velocidad, hélices y una batería, dichos elementos se describen más adelante. Sin embargo según las funciones que este vaya a desempeñar se le pueden agregar distintos accesorios, como cámaras, medidores de velocidad, GPS, lentes para visión en primera persona del usuario o telemetría para controlarlos desde una estación en tierra[36].

2.1. Componentes

- **Marco**

El montaje se realizó en un marco AQ-600 (ver Fig 2.1) de fibra de carbono con el fin de obtener una alta resistencia pero sin agregar peso. De acuerdo a las especificaciones del fabricante este marco requiere:

- Controladora de vuelo
- Variadores de velocidad *ESC* 18 30A x 4

- Batería Li-Po 4s 2200 - 3300mAh
- Motor Brushless 28XX - 35XX a 700 - 1100KV x 4
- Hélices 9x4.7 - 12x5 x 4

en base a lo cual se seleccionaron los siguientes elementos.



Figura 2.1: HKPilot32

■ Controladora de vuelo *IMU*

Se seleccionó la IMU (por sus siglas en inglés Inertial Measure Unit) unidad de medición inercial HKPilot32 (ver Fig 2.2) como controladora de vuelo, la cual es un genérico de la PIXHAWK de 3D ROBOTICS, logrando así economizar el prototipo sin perder prestaciones. Esta controladora es compatible con arduino permitiendo una fácil programación y actualización, así como una amplia compatibilidad. Este elemento es el encargado como su nombre lo indica de controlar al cuadricóptero, a través de un software que le permite controlar la velocidad del giro de los motores con el fin de regular los ángulos (movimientos) roll, pitch y yaw así como la elevación del mismo, estos movimientos se abordan más adelante.



Figura 2.2: HKPilot32

- **Motores Brushless (sin escobillas)**

Estos motores como su nombre lo indica se caracterizan por no tener escobillas es decir que entre el rotor y el estator no existe contacto físico, estos motores generan su movimiento a través de campos electromagnéticos generados en el estator que interactúan con imanes permanentes situados en el rotor logrando una mayor eficiencia y potencia respecto a los motores con escobillas los cuales al tener contacto generan fricción y calentamiento.

Se seleccionaron motores sin escobillas de la marca LDPOWER modelo M2810 (ver Fig 2.3) los cuales tienen una potencia máxima de 399 watts, un consumo máximo de 27 amp y operan a un voltaje de 14.8 volts. De acuerdo al fabricante estos motores pueden generar un empuje de hasta 1.5 kilos aproximadamente según la corriente consumida, y el tipo de hélice colocada¹.



Figura 2.3: Motor LDPOWER M2810

- **Hélices**

Las hélices son las encargadas de generar el empuje necesario para elevar la aeronave en cuestión ya que generan un desplazamiento del aire el cual genera una diferencia de presiones que permite la elevación. La nomenclatura de estas 00x00 hace referencia a 2 números el primero es su longitud generalmente en pulgadas y el segundo es el paso de la hélice igualmente en pulgadas. En este caso se seleccionaron hélices de fibra de carbono al ser menos pesadas, y usualmente vienen mejor balanceadas, lo que genera menores vibraciones al girar de manera uniforme lo cual por el contrario podría generar un mal funcionamiento de la aeronave y calentamiento del motor.

¹Especificaciones técnicas <https://hobbyking.com/en-us/ldpower-m2810-720kv-brushless-multicopter-motor-cw.html>

Se seleccionaron hélices de 12x5.5 pulgadas (ver Fig 2.4) en base a las especificaciones del fabricante de los motores con las cuales debería ser posible generar un empuje de hasta 8 kilogramos más que suficiente para elevar el prototipo en estudio que no pesa mas de 3 kilogramos.



Figura 2.4: Hélices 12x5.5”

- **Variador electrónico de velocidad (ESC)**

un ESC (Electronic Speed Controller) es un dispositivo encargado de convertir las señales de la controladora de vuelo a señales con las que el motor aumenta o disminuye su velocidad angular a su vez se encargan de regular la corriente que demanda el motor Brushless para protegerlo de una sobrecarga o sobrecalentamiento.

En este caso se seleccionaron variadores de 30 amperes (ver Fig 2.5) de acuerdo a lo que indica el fabricante para los motores seleccionados.



Figura 2.5: ESC 30 Amp

- **Batería LiPo**

Las baterías recargables de litio-polímero (ver Fig 2.5) nombradas comúnmente

solo como Li-Po se caracterizan² aparte de su composición como el nombre lo indica por ser relativamente ligeras, se les puede construir de diversas formas para lograr adaptarse a distintas aplicaciones y son de altas capacidades con tamaños reducidos.



Figura 2.6: Batería LiPo 4S 5200 mAh

Son comúnmente usadas en modelismo como autos a control remoto o aeronaves como este caso ya que presentan altas tasas de descarga que permite alimentar adecuadamente en todo momento a los motores. Sin embargo suelen presentar riesgos si no son tratadas con la precaución adecuada ya que se deben evitar los golpes, sobrecargas o descargas por debajo del 50 % ya que al cortocircuitar suelen generar una combustión que genera gases tóxicos más los propios riesgos de la explosión.

Para este caso, se seleccionó una batería LiPo 4S de 5200 mA con el fin de extender el tiempo de vuelo, y alimentar adecuadamente los motores como lo indica el fabricante.

2.2. Cinemática del Cuadrícóptero

Dentro de un cuadrícóptero se tienen 6 movimientos a considerar, desplazamiento en x , desplazamiento en y , desplazamiento en z , y desplazamiento sobre los siguientes

²Más información en <https://erlerobotics.gitbooks.io/erle-robotics-erle-copter/content/es/safety/lipo.html>

ángulos, ángulo de cabeceo θ , ángulo de alabeo ϕ y ángulo de guiñada. ψ

Por lo que antes de modelar es necesario conocer la forma es que se representa su orientación, en este caso el cuadricóptero esta sujeto a un marco de referencia inercial I en este caso la tierra y aun marco de referencia no inercial B con origen en el centro de masa del cuadricóptero.

La posición del cuadricóptero, en coordenadas rectangulares, respecto al marco inercial esta denota por el vector ξ [4].

$$\xi = [x, y, z]^T \in \mathbb{R}^3 \quad (2.1)$$

La orientación respecto al marco de referencia no inercial B esta denotado por el vector η .

$$\eta = [\theta, \phi, \psi]^T \in \mathbb{R}^3 \quad (2.2)$$

En la figura 2.7 se muestran los marcos de referencia I y B el vector de posición ξ y los ángulos de orientación que define η .

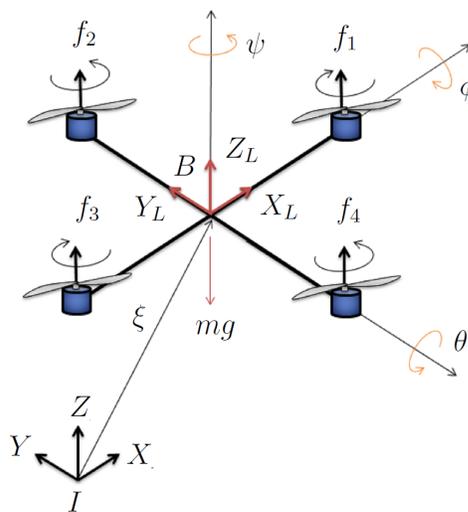


Figura 2.7: Marcos de referencia del cuadricóptero

Para representar la rotación total de cuadricóptero se utilizan los ángulos de Tait-Brtyan, obteniendo una matriz de rotación denominada matriz de cosenos directores dada como:

$$\begin{aligned}
R_I &= R(z, \psi) \cdot R(y, \theta) \cdot R(x, \phi) \\
R_I &= \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad (2.3) \\
R_I &= \begin{bmatrix} C\theta C\psi & C\psi S\theta S\phi - C\phi S\psi & S\phi S\psi + C\phi C\psi S\theta \\ C\theta S\psi & C\phi C\psi + S\theta S\phi S\psi & C\phi S\theta S\psi - C\psi S\phi \\ -S\theta & C\theta S\phi & C\theta C\phi \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Siendo S=sin y C = cos

La matriz de rotación expresada en el marco B viene dada por la transpuesta de R_I dada su ortonormalidad quedando:

$$R_B = \begin{bmatrix} C\theta C\psi & C\theta S\psi & -S\theta \\ C\psi S\theta S\phi - C\phi S\psi & C\phi C\psi + S\theta S\phi S\psi & C\theta S\phi \\ S\phi S\psi + C\phi C\psi S\theta & C\phi S\theta S\psi - C\psi S\phi & C\theta C\phi \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Es posible encontrar la ecuaciones cinematicas asociadas al cuadricóptero las cuales relacionan las velocidades angulares con la orientación de éste, en [33] se obtiene la siguiente expresión:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi \sec \theta & \cos \phi \sec \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

La relación entre las velocidades angulares en el sistema fijado al cuerpo y la variación en el tiempo de los ángulos de Tait-Bryan se obtiene a través de la inversión del

Jacobiano de (2.5), y viene dada por:

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \cos \theta \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

El movimiento de traslación viene dado por las componentes de la velocidad $v = [u_0, v_0, w_0]^T$ en los tres ejes inerciales con relación a la velocidad absoluta del cuadricóptero expresada en B , $V = [u_L, v_L, w_L]^T$. Las velocidades v y V están relacionadas por la siguiente expresión:

$$v = R_I \cdot V \quad (2.7)$$

2.3. Introducción a la dinámica

La dinámica de un cuadricóptero se centra en 4 movimientos que este es capaz de realizar, la elevación (thrust), el movimiento de guiñada (yaw), el movimiento de alabeo (pitch) y el movimiento de cabeceo (roll) (ver Fig 2.7)[4][33]. Con los cuales a través de un controlador es posible modificar la posición espacial del drone al gusto y conveniencia del usuario, en este caso dichos movimientos se controlarán en conjunto para que el cuadricóptero siga ciertas trayectorias previamente asignadas.

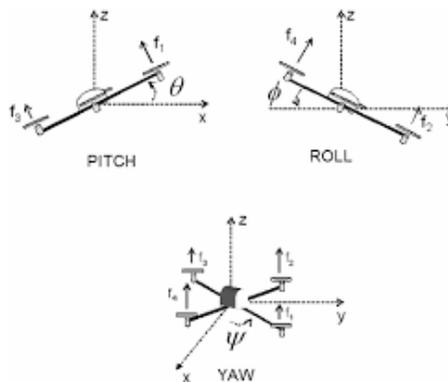


Figura 2.8: Movimientos Cuadricóptero

2.3.1. Movimiento de cabeceo (Pitch θ)

El movimiento de cabeceo (ver Fig 2.8) es el que le permite al cuadricóptero desplazarse hacia adelante o hacia atrás. Para esto el cuadricóptero debe mantener la velocidad angular en motor 1, reducir la velocidad angular del motor 3 y mantener una velocidad intermedia en los motores 2 y 4 (ver Fig 2.9).

2.3.2. Movimiento de alabeo (Roll ϕ)

Este movimiento es similar al pitch (ver Fig 2.8) pero se presenta de izquierda a derecha, ya sea que el motor que gire a mayor velocidad sea el 2 o el 4 el cuadricóptero se desplazara en la dirección opuesta a la posición de dicho motor(ver Fig 2.9).

2.3.3. Movimiento de guiñada (Yaw ψ)

El movimiento de guiñada (ver Fig 2.8) es el que se genera en el plano vertical del cuadricóptero. Para este movimiento el controlador debe aumentar (disminuir) la velocidad angular por igual de los motores 1 y 3 y disminuir (o aumentar) por igual la velocidad angular de los rotores 2 y 4 (ver Fig 2.9). Dicha variación debe ser tal que el cuadricóptero mantenga la sustentación, puesto que al inclinarse es necesaria más potencia para mantener la altura.

2.3.4. Movimiento vertical (Thrust)

Este es el movimiento que el cuadricóptero realiza al cambiar su altura (ver Fig 2.8), es decir generar un desplazamiento vertical. Este movimiento se logra al mantener la misma velocidad angular en los cuatro motores del cuadricóptero de tal forma que el empuje sea mayor a la fuerza gravitacional ejercida sobre él (ver Fig 2.9).

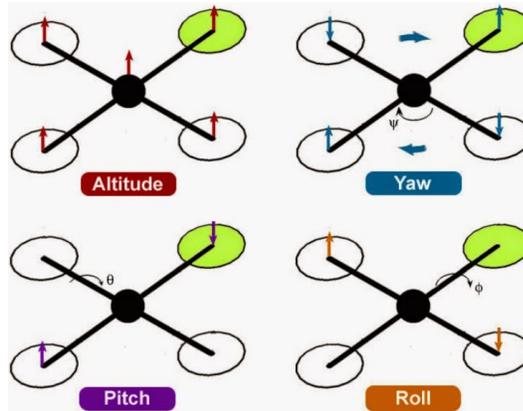


Figura 2.9: Generación de movimientos en un cuadricóptero

2.4. Modelado Matemático de la Dinámica del Cuadricóptero.

Modelar un cuadricóptero no es tarea sencilla dada su estructura compleja, sin embargo, es posible trabajar con aproximaciones lo más realistas posible. En este trabajo la dinámica de los motores se desprecia ya que es una dinámica mucho más rápida[7] sin embargo en [11] puede observarse un modelo que incluye la dinámica de los motores.

2.4.1. Ecuaciones de Euler-Lagrange

Es posible representar la dinámica del cuadricóptero como \mathbf{q} la cual está definida como:

$$\mathbf{q} = [x, y, z, \theta, \phi, \psi] \in \mathbb{R}^6 \quad (2.8)$$

La ecuación de Euler-Lagrange en base a la energía cinética y potencial se define como[33][4]:

$$\Gamma_i = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} \quad (2.9)$$

L Es la función lagrangiana y se define como: $L = T - V$

T Es la energía cinética total.

V Es la energía potencial total.

q_i Es la coordenada generalizada.

\dot{q}_i Es la primera derivada de la coordenada generalizada respecto al tiempo.

Γ_i Es el conjunto de fuerzas generalizadas que rigen el sistema.

Sin embargo para un análisis más sencillo es posible modelar la dinámica traslacional independiente de la rotacional como se muestra en la siguiente sección.

2.4.2. Dinámica Traslacional

Es la dinámica definida por los elementos que componen ξ . La energía cinemática traslacional siendo "m" la masa del cuadricóptero esta definida como:

$$T_{tras} = \frac{m}{2} \dot{\xi}^T \dot{\xi} \quad (2.10)$$

La energía potencial siendo "g" la aceleración de la gravedad y "z" la altura del cuadricóptero esta definida como:

$$V = mgz \quad (2.11)$$

El Lagrangiano traslacional se define como:

$$L_{tras} = T_{tras} - V \quad (2.12)$$

sustituyendo 2.10 y 2.11 en 2.12 se obtiene:

$$L_{tras} = \frac{m}{2} \dot{\xi}^T \dot{\xi} - mgz \quad (2.13)$$

Sustituyendo 2.13 en 2.9 se tiene:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_{tras}}{\partial \dot{\xi}} \right) - \frac{\partial L_{tras}}{\partial \xi} = F_{\xi} \quad (2.14)$$

Resolviendo para cada término siendo E_z el vector $[0, 0, E_z]^T$ en la dirección Z en el marco I se tiene:

$$\frac{\partial L_{tras}}{\partial \xi} = -mgE_z$$

$$\frac{\partial L_{tras}}{\partial \dot{\xi}} = m\dot{\xi}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_{tras}}{\partial \dot{\xi}} \right) = m\ddot{\xi}$$

Al sustituir los valores en 2.14 se tiene:

$$m\ddot{\xi} + mgE_z = F_{\xi} \quad (2.15)$$

F_{ξ} es la fuerza generalizada aplicada al cuadricóptero se obtiene como sigue:

$$F_{\xi} = R_I^B \hat{F} \in \mathbb{R}^3 \quad (2.16)$$

Donde \hat{F} es la fuerza lineal aplicada a cada hélice estando definida como:

$$F = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ u \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

con

$$u = f_{1T} + f_{2T} + f_{3T} + f_{4T} \quad (2.18)$$

f_{1T} Representa la fuerza de empuje paralela al eje Z_L .

La fuerza en cada motor donde $k_i > 0$ es una constante y ω_i es la velocidad angular de cada motor i con $i=1,2,3,4$ se define como:

$$f_{iT} = k_i \omega_i^2, \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (2.19)$$

Sustituyendo valores en 2.15 e igualando con 2.16 se tiene:

$$m \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} + mg \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = R_I^B \hat{F} \quad (2.20)$$

Sustituyendo 2.17 en 2.20 se tiene:

$$\begin{bmatrix} m\ddot{x} \\ m\ddot{y} \\ m\ddot{z} + mg \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\Psi C\Theta & C\Psi S\Theta S\Phi - S\Psi C\Psi & C\Psi S\Theta S\Phi + S\Psi C\Phi \\ S\Psi C\Theta & S\Psi S\Theta S\Phi + C\Psi C\Phi & S\Psi S\Theta S\Phi - C\Psi C\Phi \\ -S\Theta & C\Theta S\Psi & C\Theta C\Phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ u \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Finalmente la dinámica traslacional seria:

$$\begin{aligned}
\ddot{x} &= (\cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi) \frac{u}{m} \\
\ddot{y} &= (\sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi) \frac{u}{m} \\
\ddot{z} &= -g + (\cos \theta \cos \phi) \frac{u}{m}
\end{aligned} \tag{2.22}$$

2.4.3. Dinámica Rotacional

La energía cinética rotacional total en el cuadricóptero es:

$$L_{rot} = \frac{1}{2} \dot{\eta}^T J(\eta) \dot{\eta} \tag{2.23}$$

Donde $J(\eta)$ es el Jacobiano en coordenadas globales de I

$$J(\eta) = W_{\eta}^T I W_{\eta} \tag{2.24}$$

W_{η} es el Jacobiano respecto al marco local B, que relaciona la velocidad angular ω con $\dot{\eta}$

$$W_{\eta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \cos \theta \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \tag{2.25}$$

Asumiendo que la estructura del cuadricóptero es simétrica se define la matriz de inercias como sigue:

$$I = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \tag{2.26}$$

Sustituyendo 2.25 y 2.26 en 2.24 se tiene:

$$J(\eta) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \cos \theta \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

simplificando

$$J(\eta) = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & -I_{xx}S\theta \\ 0 & I_{yy}C^2\phi + I_{zz}S^2\phi & (I_{yy} - I_{zz})C\phi S\phi C\theta \\ -I_{xx}S\theta & (I_{yy} - I_{zz})C\phi S\phi C\theta & I_{xx}S^2\theta + I_{yy}S^2\phi C^2\theta + I_{zz}C^2\phi C^2\theta \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

Los torques de roll, pitch y yaw se definen a continuación, donde la distancia del centroide a cada una de las hélices es l y τ_{m_i} ($i=1,2,3,4$) es el torque producido por cada motor. Los torques τ_ϕ y τ_θ depende de las fuerzas lineales de empuje o propulsión, mientras que el torque τ_ψ depende de cada momento producido por los motores.

$$\tau_\eta = \begin{bmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (f_3 - f_1)l \\ (f_2 - f_4)l \\ \tau_{m_1} - \tau_{m_2} + \tau_{m_3} - \tau_{m_4} \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

Considerando el sentido de giro de los motores la sumatoria de τ_{m_i} se puede escribir como:

$$\sum_{i=1}^4 \tau_{m_i} = (f_1 + f_3)l - (f_2 + f_4)l \quad (2.30)$$

Aplicando el formulismo Euler-Lagrange se tiene:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_{rot}}{\partial \dot{\eta}} \right) - \frac{\partial L_{rot}}{\partial \eta} = F_{\eta} \quad (2.31)$$

Sustituyendo 2.23 en 2.31 se tiene:

$$\frac{\partial L_{rot}}{\partial \dot{\eta}} = \frac{1}{2} (J(\eta) + J(\eta)^T) \dot{\eta} = J(\eta) \dot{\eta} \quad (2.32)$$

$$J(\eta) \ddot{\eta} + \dot{J}(\eta) (\dot{\eta}) - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \eta} \dot{\eta}^T J(\eta) \dot{\eta} = \tau_{\eta} \quad (2.33)$$

De la ecuación anterior es posible definir la matriz de Coriolis como sigue[31]:

$$\bar{V}(\eta, \dot{\eta}) = \dot{J}(\eta) (\dot{\eta}) - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \eta} \dot{\eta}^T J(\eta) \dot{\eta} = \left(\dot{J}(\eta) - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \eta} \dot{\eta}^T J(\eta) \right) \dot{\eta} \quad (2.34)$$

La cual define los efectos los efectos giroscópicos y centrífugos del sistema.

Reescribiendo

$$J(\eta) \ddot{\eta} + \bar{V}(\eta, \dot{\eta}) = \tau_{\eta} \quad (2.35)$$

El modelo anterior se puede escribir de forma general como:

$$M(\eta) \ddot{\eta} + C(\eta, \dot{\eta}) \dot{\eta} = \tau_{\eta} \quad (2.36)$$

Donde $M(\eta) = J(\eta)$ y $C(\eta, \dot{\eta}) \dot{\eta}$ es la matriz de coriolis $\bar{V}(\eta, \dot{\eta})$, por lo tanto:

$$M(\eta) = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & -I_{xx}S\theta \\ 0 & I_{yy}C^2\phi + I_{zz}S^2\phi & (I_{yy} - I_{zz})C\phi S\phi C\theta \\ -I_{xx}S\theta & (I_{yy} - I_{zz})C\phi S\phi C\theta & I_{xx}S^2\theta + I_{yy}S^2\phi C^2\theta + I_{zz}C^2\phi C^2\theta \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

y

$$C(\eta, \dot{\eta}) = \left(\dot{J}(\eta) - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \eta} \dot{\eta}^T J(\eta) \right) \quad (2.38)$$

en forma general:

$$C(\eta, \dot{\eta}) = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

Resolviendo 2.38 los elementos de 2.39 quedan como:

$$\begin{aligned} C_{11} &= 0 \\ C_{12} &= (I_{yy} - I_{zz}) \left(\dot{\theta} C \phi S \phi + \dot{\psi} S^2 \phi C \theta \right) + (I_{zz} - I_{yy}) \dot{\psi} C^2 \phi C \theta - I_{xx} \dot{\psi} C \theta \\ C_{13} &= (I_{zz} - I_{yy}) \dot{\psi} C \phi S \phi C^2 \theta \\ C_{21} &= (I_{zz} - I_{yy}) \left(\dot{\theta} C \phi S \phi + \dot{\psi} S^2 \phi C \theta \right) + (I_{yy} - I_{zz}) \dot{\psi} C^2 \phi C \theta + I_{xx} \dot{\psi} C \theta \\ C_{22} &= (I_{zz} - I_{yy}) \dot{\phi} C \phi S \phi \\ C_{23} &= -I_{xx} \dot{\psi} S \theta C \theta + I_{yy} \dot{\psi} S^2 \phi C \theta S \theta + I_{zz} \dot{\psi} C^2 \phi S \theta C \theta \\ C_{31} &= (I_{yy} - I_{zz}) \dot{\psi} C \phi S \phi C^2 \theta - I_{xx} \dot{\theta} C \theta \\ C_{32} &= (I_{zz} - I_{yy}) \left(\dot{\theta} C \phi S \phi S \theta + \dot{\phi} S^2 \phi C \theta \right) + (I_{yy} - I_{zz}) \dot{\phi} C^2 \phi C \theta \\ &\quad + I_{xx} \dot{\psi} C \theta S \theta - I_{yy} \dot{\psi} S^2 \phi C \theta S \theta - I_{zz} \dot{\psi} C^2 \phi C \theta S \theta \\ C_{33} &= (I_{yy} - I_{zz}) \dot{\phi} C \phi S \phi C^2 \theta - I_{yy} \dot{\theta} S^2 \phi C \theta S \theta - I_{zz} \dot{\theta} C^2 \phi C \theta S \theta + I_{xx} \dot{\theta} C \theta S \theta \end{aligned} \quad (2.40)$$

Finalmente las ecuaciones del movimiento rotacional se pueden representar con la siguiente expresión matricial:

$$\ddot{\eta} = M(\eta)^{-1} (\tau_{\eta} - C(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta}) \quad (2.41)$$

2.4.4. Dinámica Reducida

De las ecuaciones de la sección anterior se observa que la dinámica rotacional de un cuadricóptero no es sencilla por lo que es necesario reducirla suponiendo que el cuadricóptero ya se encuentra en vuelo estacionario donde ϕ , θ y ψ son pequeños por lo que se les puede considerar iguales a cero y aun así obtener buenos resultados al aplicar alguna ley de control [7][4][33].

Haciendo las consideraciones anteriores se obtiene la dinámica reducida como sigue:

$$\begin{aligned} \sin \phi &\approx \sin \theta \approx \sin \psi \approx 0 \\ \cos \phi &\approx \cos \theta \approx \cos \psi \approx 1 \end{aligned} \quad (2.42)$$

$$C(\eta, \dot{\eta}) = \begin{bmatrix} 0 & (I_{zz} - I_{yy})\dot{\psi} - I_{xx}\psi & 0 \\ (I_{yy} - I_{zz})\dot{\psi} + I_{xx}\psi & 0 & 0 \\ -I_{xx}\dot{\theta} & (I_{yy} - I_{zz})\dot{\phi} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

$$M(\eta) = J(\eta) = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

Sustituyendo en 2.36

$$\begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \ddot{\eta} + \begin{bmatrix} 0 & (I_{yy} - I_{zz})\dot{\psi} + I_{xx}\psi & 0 \\ (I_{yy} - I_{zz})\dot{\psi} + I_{xx}\psi & 0 & 0 \\ -I_{xx}\dot{\theta} & (I_{yy} - I_{zz})\dot{\phi} & 0 \end{bmatrix} \dot{\eta} = \tau_{\eta} \quad (2.45)$$

$$\begin{bmatrix} I_{xx}\ddot{\phi} - (I_{yy} - I_{zz})\dot{\theta}\dot{\psi} - I_{xx}\dot{\theta}\dot{\psi} \\ I_{yy}\ddot{\theta} + (I_{yy} - I_{zz})\dot{\phi}\dot{\psi} + I_{xx}\dot{\phi}\dot{\psi} \\ I_{zz}\ddot{\psi} + (I_{yy} - I_{zz})\dot{\theta}\dot{\phi} - I_{xx}\dot{\theta}\dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_{\phi} \\ \tau_{\theta} \\ \tau_{\psi} \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

Utilizando 2.45 se tiene:

$$\begin{aligned} \ddot{\phi} &= \frac{(I_{xx} + I_{yy} - I_{zz})\dot{\theta}\dot{\psi}}{I_{xx}} - \frac{\tau_{\phi}}{I_{xx}} \\ \ddot{\theta} &= \frac{(-I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})\dot{\phi}\dot{\psi}}{I_{yy}} + \frac{\tau_{\theta}}{I_{yy}} \\ \ddot{\psi} &= \frac{(I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})\dot{\theta}\dot{\phi}}{I_{zz}} + \frac{\tau_{\psi}}{I_{zz}} \end{aligned} \quad (2.47)$$

Finalmente las ecuaciones de la dinámica rotacional reducida y la dinámica traslacional completa que describen el movimiento del cuadricóptero están definidas como:

$$\begin{aligned} \ddot{\phi} &= \frac{(I_{xx} + I_{yy} - I_{zz})\dot{\theta}\dot{\psi}}{I_{xx}} + \frac{\tau_{\phi}}{I_{xx}} \\ \ddot{\theta} &= \frac{(-I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})\dot{\phi}\dot{\psi}}{I_{yy}} + \frac{\tau_{\theta}}{I_{yy}} \\ \ddot{\psi} &= \frac{(I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})\dot{\theta}\dot{\phi}}{I_{zz}} + \frac{\tau_{\psi}}{I_{zz}} \\ \ddot{x} &= (\cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi) \frac{u}{m} \\ \ddot{y} &= (\sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi) \frac{u}{m} \\ \ddot{z} &= -g + (\cos \theta \cos \phi) \frac{u}{m} \end{aligned} \quad (2.48)$$

donde

$$\begin{aligned}
u &= f_{1T} + f_{2T} + f_{3T} + f_{4T} \\
\tau_\phi &= (f_3 - f_1)l \\
\tau_\theta &= (f_2 - f_4)l \\
\tau_\psi &= (f_1 + f_3)l - (f_2 + f_4)l
\end{aligned}$$

2.4.5. Cálculo de Inercias

A continuación se presenta el cálculo de inercias en base al trabajo presentado en [4], se parte de los siguientes datos:

- Masa del cuadricóptero: $m = 1.5$ kg
- Masa del motor: $m_m = 0.088$ kg
- Longitud del rotor en x: $l_x = 0.028$ m
- Longitud del rotor en y: $l_y = 0.028$ m
- Longitud del rotor en z: $l_z = 0.01$ m
- Distancia del motor al centro de gravedad: $d_{cg} = 0.35$ m

Inercia en el eje X

$$I_{x_1} = I_{x_3} = \frac{1}{12}m_m(l_x^2 + l_z^2) \quad (2.49)$$

$$I_{x_2} = I_{x_4} = \frac{1}{12}m_m(l_x^2 + l_z^2) + m_m d_{cg}^2 \quad (2.50)$$

La inercia en eje X quedaría como:

$$I_{xx} = 2I_{x_1} + 2I_{x_2} \quad (2.51)$$

Reemplazando valores se tiene:

$$I_{xx} = 0,0216Kgm^2 \quad (2.52)$$

Inercia en el eje Y Para el eje Y se tiene:

$$I_{y1} = I_{y3} = \frac{1}{12}m_m(l_y^2 + l_z^2) + m_m d_{cg}^2 \quad (2.53)$$

$$I_{y2} = I_{y4} = \frac{1}{12}m_m(l_y^2 + l_z^2) \quad (2.54)$$

La inercia en eje Y quedaría como:

$$I_{yy} = 2I_{y1} + 2I_{y2} \quad (2.55)$$

Reemplazando valores se tiene:

$$I_{yy} = 0,0216Kgm^2 \quad (2.56)$$

Inercia en el eje Z Se tiene que:

$$I_{z1} = I_{z2} = I_{z3} = I_{z4} = \frac{1}{12}m_m(l_x^2 + l_y^2) + m_m d_{cg}^2 \quad (2.57)$$

por lo tanto I_{zz} sería

$$I_{zz} = 4I_{z1} \quad (2.58)$$

Sustituyendo valores

$$I_{zz} = 0,0108Kgm^2 \quad (2.59)$$

Capítulo 3

Desarrollo de las Técnica de Control

3.1. Control PID

3.1.1. Introducción

A pesar de que el control PID se ha venido implementando desde los 1900's este sigue presentando amplias ventajas sobre controles más modernos. Principalmente por la relativa sencillez en su implementación, ya que no requiere una buena o exacta caracterización de la planta, es fácil de modificar y es un control clásico robusto[2].

Este control es capaz de estabilizar el sistema a un punto de equilibrio deseado permitido dentro del mismo, incluso permite el seguimiento de trayectorias. Presentando así una amplia versatilidad y funcionalidad, sin embargo, esto no elimina la necesidad de buscar nuevas técnicas de control, puesto que algunos sistemas requieren respuestas muy rápidas, menores sobreimpulsos o simplemente porque se busca reducir al máximo o eliminar completamente el error de seguimiento dentro de un sistema.

Es por esto que en la siguiente sección se abordará un control más moderno llamado Backs-

tepping, que busca reducir aún más el error dentro del sistema y de una manera más rápida, aunque con las complejidades que esto conlleva.

El control PID se conforma de tres partes una parte proporcional P la cual está principalmente relacionada con el tiempo que le toma al sistema alcanzar la señal de referencia, una parte derivativa D la cual está relacionada con la posibilidad de predecir el siguiente estado del sistema con el fin de llevarlo más rápido al valor de referencia y finalmente una parte integral I [9][38] la cual le agrega al sistema robustez ante perturbaciones exteriores. El éxito de este control depende de la correcta suma de estas tres componentes como se muestra en la figura 3.1 y el cual tiene la estructura de la ecuación 3.1.

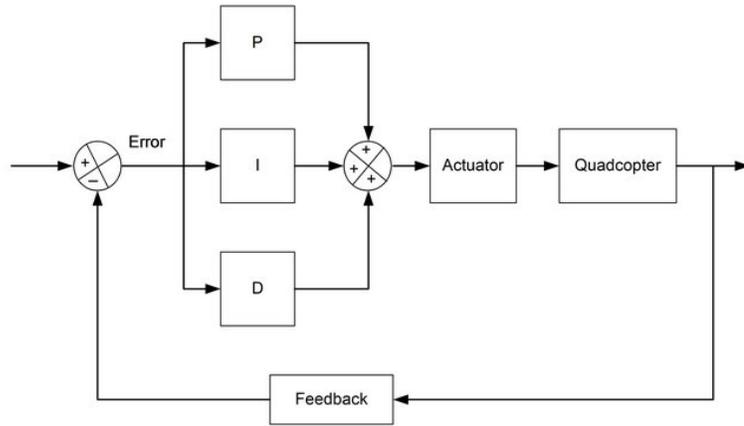


Figura 3.1: Control PID

$$u(t) = K_p e(t) + k_i \int^t e(\tau) d\tau + k_d \frac{de}{dt} \quad (3.1)$$

En el cuadro 3.1 se muestran los efectos de incrementar una constante de manera independiente.

Constante	Tiempo de levantamiento	Sobreimpulso	Tiempo de asentamiento	Error en estado estable	Estabilidad
K_p	Disminuye	Aumenta	Cambio pequeño	Disminuye	Disminuye
K_i	Disminuye	Aumenta	Aumenta	Se elimina	Disminuye
K_d	Cambio pequeño	Disminuye	Disminuye	No afecta	Mejor si K_d es pequeña

Cuadro 3.1: Efectos de incrementar una constante de manera independiente

El control PID será implementado individualmente en cada uno de los movimientos que presenta el dron, es decir un control PID para el thrust, uno para el pitch, el roll y el yaw cada uno con una adecuada sintonización para una respuesta lo más óptima posible. A su vez es necesario hacer algunas suposiciones[3][48]:

- La estructura es rígida y simétrica.
- El centro de masa y “0” coinciden.
- Las hélices son rígidas.
- Empuje y arrastre son proporcionales al cuadrado de las velocidades de los motores.

Con el fin de obtener un movimiento deseado en XY y al no tener entradas para su dinámica los ángulos de Yaw y Pitch se definen de tal manera que dependan de la diferencia de posición en los ejes XY pudiendo así generar un control virtual para XY. Con lo que se obtienen las siguientes ecuaciones utilizando el teorema de Pitágoras [25]:

$$\begin{aligned} \theta_d &= \tan^{-1} \left(\frac{y_d - y}{x_d - x} \right) \\ \psi_d &= \tan^{-1} \left(\frac{z_d - z}{\sqrt{(x_d - x)^2 + (y_d - y)^2}} \right) \end{aligned} \tag{3.2}$$

3.1.2. Control PID Pitch Θ

Dada la dinámica y construcción del cuadricóptero se puede observar en la Figura 3.2 que este control solo actúa en los motores 1 y 3 ya que para elevar el frente, se aumenta la velocidad en el motor 1 y se disminuye en la misma magnitud en el motor 3, haciendo lo contrario para bajarlo.

Como se menciona anteriormente el control de pitch se utilizará para controlar el ángulo “ θ ” y la posición en “ x ” ya que se relaciona con el giro sobre el eje “ y ” como se muestra en la figura 3.1 inicialmente se define el error como sigue y se utiliza la ecuación 3.2 para involucrar los efectos en el eje “ x ”.

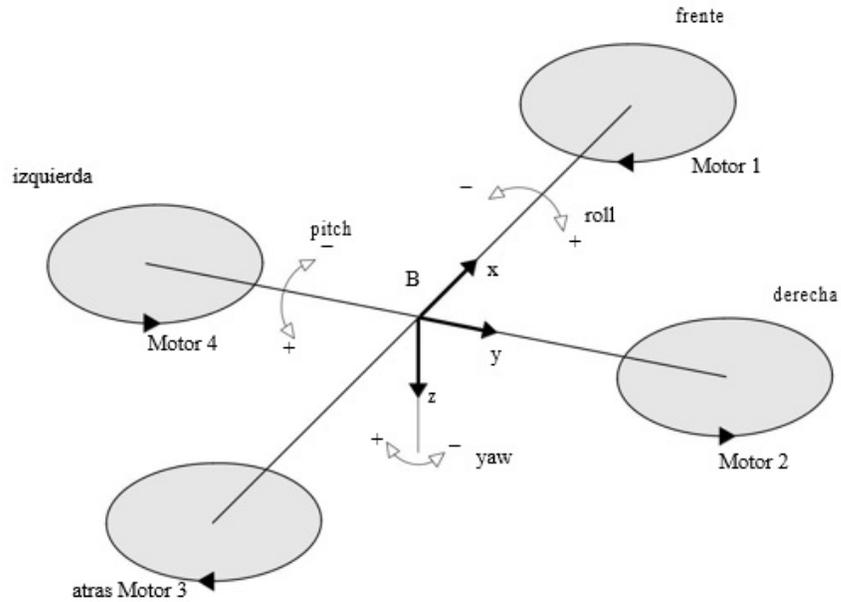


Figura 3.2: Ángulos presentes en el cuadricóptero

$$e_{\theta} = \theta - \theta_d \quad (3.3)$$

Donde θ es el calculo realizado con la ecuación 3.2 obtenida con datos del sistema y θ_d es el valor deseado del ángulo pitch, propuesto a conveniencia del usuario.

Posteriormente se escribe la ley de control PID como sigue con el error definido anteriormente[48].

$$u_{\theta} = K_p e_{\theta} + k_i \int e_{\theta} dt + k_d \dot{e}_{\theta} \quad (3.4)$$

Donde $K_p e_{\theta}$ es la parte proporcional, $k_i \int e_{\theta} dt$ es la parte integral y $k_d \dot{e}_{\theta}$ es la parte derivativa del error las cuales sumadas adecuadamente lograran estabilizar el cuadricóptero o hacer que este siga una trayectoria previamente definida lo cual se abordará más adelante.

En la figura 3.3 se observa el diagrama a bloques de este control

Se había mencionado que este controlador afectaría la posición en x, el cual ya queda

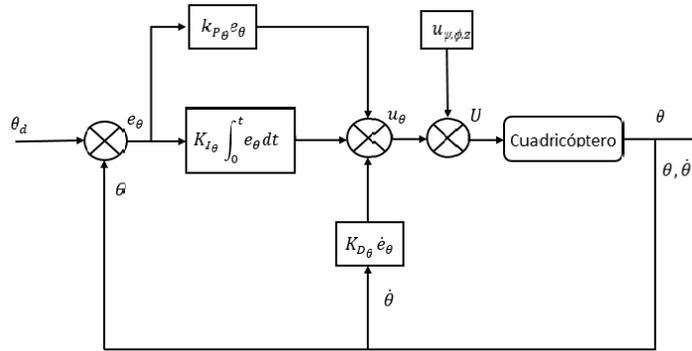


Figura 3.3: Diagrama Control PID para Pitch

implícito dada nuestra definición de θ .

3.1.3. Control PID Roll ϕ

El ángulo roll representa el giro sobre el eje “x” es decir se encarga de los giros derecha-izquierda como se observa en la figura 3.2. La estructura de este control es similar a la de pitch, solo que actúa sobre diferentes motores por lo que se define como sigue:

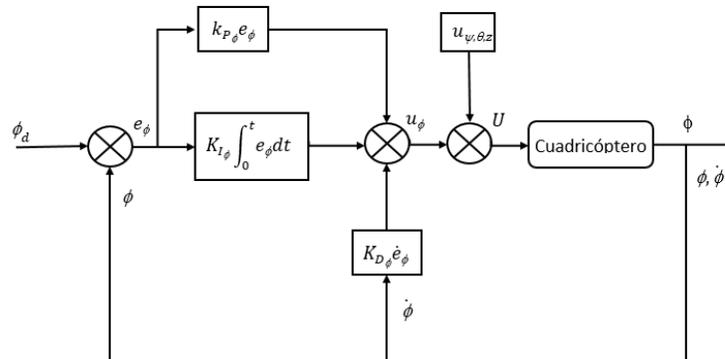


Figura 3.4: Diagrama Control PID para Roll

$$u_\phi = K_p e_\phi + k_i \int_0^t e_\phi dt + k_d \dot{e}_\phi \quad (3.5)$$

Yaw ψ

El ángulo yaw representa el movimiento de rotación en el eje z (Figura 3.2). A continuación se muestra su diagrama (Figura 3.4) y su estructura de control (Ecuación 3.6)

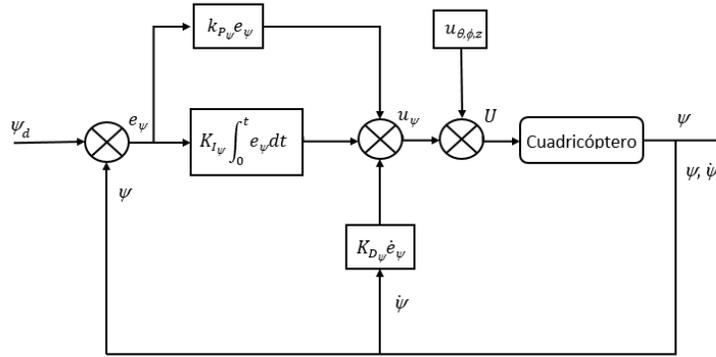


Figura 3.5: Diagrama Control PID para Yaw

$$u_\psi = K_p e_\psi + k_i \int_0^t e_\psi dt + k_d \dot{e}_\psi \quad (3.6)$$

3.1.4. Control PID Altura z

Este control actúa sobre todos los motores haciendo que incrementen en igual magnitud su velocidad para elevar el cuadricóptero o que la disminuyan para bajarlo.

Quedando definido como sigue:

$$u_z = K_p e_z + k_i \int_0^t e_z dt + k_d \dot{e}_z \quad (3.7)$$

Finalmente se puede describir el control completo del cuadricóptero como se muestra en la Figura 3.5 teniendo en cuenta que se tiene un subcontrol de orientación y un subcontrol de posición.

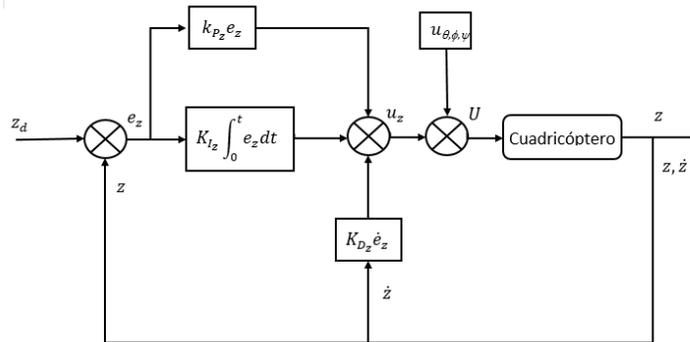


Figura 3.6: Diagrama Control PID para Yaw

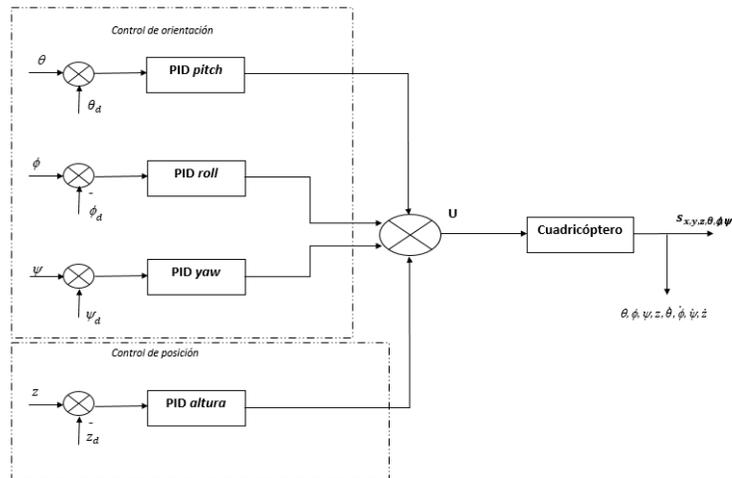


Figura 3.7: Diagrama Control PID general para el Cuadricóptero

3.2. Control Backstepping

3.2.1. Introducción

El control Backstepping surge como la necesidad de simplificar el desarrollo de una ley de control para sistemas de orden superior. Motivándose principalmente en la sencillez de los diseños escalares, auxiliándose en una recursividad de los mismos para reconstruir el sistema original[29].

Backstepping es un procedimiento recursivo que combina la elección de una función de Lyapunov con el diseño de un control en realimentación. Descompone el problema original en una secuencia de problemas de diseño para sistemas orden reducido (que hasta pueden llegar a ser escalares). Explotando la flexibilidad adicional que existe con sistemas de bajo orden y escalares, backstepping a menudo puede resolver problemas de estabilización, seguimiento y control robusto bajo condiciones menos restrictivas que las encontradas en otros métodos[41].

Primero se retoma el sistema con dinámica reducida 3.8 el cual debe reescribirse en el espacio de estados [7][33][18] $\dot{X} = f(X, U)$, donde X es el vector de estado $X = (x_1 \dots x_{12})$ siendo :

$$\begin{aligned}
\ddot{\phi} &= \frac{(I_{yy} - I_{zz})}{I_{xx}} \dot{\theta} \dot{\psi} - \frac{J_r}{I_{xx}} \dot{\theta} \dot{\Omega} + \frac{l}{I_{xx}} U_2 \\
\ddot{\theta} &= \frac{(I_{zz} - I_{xx})}{I_{yy}} \dot{\phi} \dot{\psi} + \frac{J_r}{I_{yy}} \dot{\phi} \dot{\Omega} + \frac{l}{I_{yy}} U_3 \\
\ddot{\psi} &= \frac{(I_{xx} - I_{yy})}{I_{zz}} \dot{\theta} \dot{\phi} + \frac{1}{I_{zz}} U_4 \\
\ddot{z} &= -g + (\cos \theta \cos \phi) \frac{U_1}{m} \\
\ddot{x} &= (\cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi) \frac{U_1}{m} \\
\ddot{y} &= (\sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi) \frac{U_1}{m}
\end{aligned} \tag{3.8}$$

$$\begin{aligned}
x_1 &= \phi & x_7 &= z \\
x_2 &= \dot{x}_1 = \dot{\phi} & x_8 &= \dot{x}_7 = \dot{z} \\
x_3 &= \theta & x_9 &= x \\
x_4 &= \dot{x}_3 = \dot{\theta} & x_{10} &= \dot{x}_9 = \dot{x} \\
x_5 &= \psi & x_{11} &= y \\
x_6 &= \dot{x}_5 = \dot{\psi} & x_{12} &= \dot{x}_{11} = \dot{y}
\end{aligned}$$

Por lo tanto el sistema en espacio de estados se define como:

$$\dot{X} = f(X, U) = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_4x_6a_1 + x_4a_2\Omega + b_1U_2 \\ x_4 \\ x_2x_6a_3 + x_2a_4\Omega + b_2U_3 \\ x_6 \\ x_4x_2a_5 + b_3U_4 \\ x_8 \\ -g + (\cos x_1 \cos x_3) \frac{U_1}{m} \\ x_{10} \\ u_x \frac{U_1}{m} \\ x_{12} \\ u_y \frac{U_1}{m} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

con

$$\begin{aligned} a_1 &= (I_{yy} - I_{zz})/I_{xx} & b_1 &= l/I_{xx} \\ a_2 &= -J_R/I_{xx} & b_2 &= l/I_{yy} \\ a_3 &= (I_{zz} - I_{xx})/I_{yy} & b_3 &= 1/I_{zz} \\ a_4 &= J_R/I_{yy} \\ a_5 &= (I_{xx} - I_{yy})/I_{zz} \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} u_x &= \cos x_5 \sin x_3 \cos x_1 + \sin x_5 \sin x_1 \\ u_y &= \sin x_5 \sin x_3 \cos x_1 - \cos x_5 \sin x_1 \end{aligned} \quad (3.11)$$

Al igual que con el control PID se realizara un control para el pitch, el roll y el yaw así como para la elevación.

3.2.2. Backstepping Pitch θ

Dado que se busca que el sistema siga una trayectoria especifica lo primero es definir el error de seguimiento z_1 como sigue[7]:

$$z_1 = x_{1_d} - x_1 \quad (3.12)$$

De acuerdo al teorema de Lyapunov[50][39], se propone una función candidata de Lyapunov $V(z_1)$ presentada a continuación asumiendo que es definida positiva en z_1 y que su derivada respecto al tiempo es semidefinida negativa.

$$V(z_1) = \frac{1}{2}z_1^2 \quad (3.13)$$

$$\dot{V}(z_1) = z_1(\dot{x}_{1_d} - x_2) \quad (3.14)$$

Es posible estabilizar z_1 introduciendo el control virtual x_2 definido como sigue:

$$x_2 = \dot{x}_{1_d} + \alpha_1 z_1 \quad (3.15)$$

Reescribiendo 3.14 se tiene:

$$\dot{V}(z_1) = -\alpha_1 z_1^2 \quad (3.16)$$

se realiza un cambio de variable como sigue:

$$z_2 = x_2 - \dot{x}_{1_d} + \alpha_1 z_1 \quad (3.17)$$

con $\alpha_1 > 0$.

Para eliminar este nuevo error se propone la siguiente función de Lyapunov aumentada

$$V(z_1, z_2) = \frac{1}{2}(z_1^2 + z_2^2) \quad (3.18)$$

su derivada temporal se define como:

$$\dot{V}(z_1, z_2) = z_2(a_1 x_4 x_6 + a_2 x_4 \Omega + b_1 U_2) - z_2(\ddot{x}_{1_d} - \alpha_1(z_2 + \alpha_1 z_1)) - z_1 z_2 - \alpha_1 z_1^2 \quad (3.19)$$

Si se realiza el análisis para un punto de equilibrio es decir $\ddot{x}_{1d} = 0$ se obtiene la siguiente ley de control U_2 que satisface $\dot{V}(z_1, z_2) < 0$

$$U_2 = \frac{1}{b_1} (z_1 - a_1 x_4 x_6 - a_2 x_4 \Omega - \alpha_1 (z_2 + \alpha_1 z_1) - \alpha_2 z_2) \quad (3.20)$$

se agrega el término $-\alpha_2 z_2$, el cual estabiliza el sistema aumentado puesto que al reemplazar 3.20 en 3.19 se obtiene:

$$\dot{V}(z_1, z_2) = -\alpha_1 z_1^2 - \alpha_2 z_2^2 < 0 \quad (3.21)$$

Basta con definir $\alpha_1, \alpha_2 > 0$ para asegurar la estabilidad de z_1 .

3.2.3. Backstepping Roll ϕ

Análogamente a lo que se hizo con θ , se obtiene la siguiente ley de control:

$$U_3 = \frac{1}{b_1} (z_3 - a_3 x_2 x_6 - a_4 x_2 \Omega - \alpha_3 (z_4 + \alpha_4 z_3) - \alpha_4 z_4) \quad (3.22)$$

con

$$\begin{aligned} z_3 &= x_{3d} - x_3 \\ z_4 &= x_4 - \dot{x}_{3d} - \alpha_3 z_3 \end{aligned}$$

A su vez para asegurar que $\dot{V}(z_3, z_4) < 0$ basta con hacer $\alpha_3, \alpha_4 > 0$

3.2.4. Backstepping Yaw ψ

Primero se define el error de seguimiento z_5 expresado como:

$$z_5 = x_{5d} - x_5 \quad (3.23)$$

Luego se propone una función candidata de Lyapunov

$$V(z_5) = \frac{1}{2}z_5^2 \quad (3.24)$$

Se obtiene su derivada temporal dada como:

$$\dot{V}(z_5) = z_5(\dot{x}_{5_d} - x_6) \quad (3.25)$$

Haciendo

$$x_6 = \dot{x}_{5_d} + \alpha_5 z_5 \quad (3.26)$$

se obtiene

$$\dot{V}(z_5) = -\alpha_5 z_5^2 \quad (3.27)$$

se propone el siguiente cambio de variable

$$z_6 = x_6 - \dot{x}_{5_d} - \alpha_5 z_5 \quad (3.28)$$

Calculando la derivada temporal de la función aumentada de Lyapunov $V(z_5, z_6)$ se obtiene:

$$\dot{V}(z_5, z_6) = z_6(x_4 x_2 a_5 + b_3 U_4) - z_6(\ddot{x}_{5_d} + \alpha_5(z_6 + \alpha_5 z_5)) + z_5 z_6 - \alpha_5 z_5^2 \quad (3.29)$$

De donde evaluando en un punto de equilibrio $\ddot{x}_5 = 0$ se obtiene el control U_4 definido como:

$$U_4 = \frac{1}{b_3} (z_5 - a_5 x_2 x_4 - \alpha_5(z_6 + \alpha_5 z_5) - \alpha_6 z_6) \quad (3.30)$$

Reemplazando 3.30 en 3.29 se obtiene

$$\dot{V}(z_5, z_6) = -\alpha_5 z_5^2 - \alpha_6 z_6^2 < 0 \quad (3.31)$$

Por lo que bastará con definir $\alpha_5, \alpha_6 > 0$ para asegurar que $\dot{V}(z_5, z_6) < 0$ estabilizando así z_5 .

3.2.5. Backstepping Posición z,x,y

Al igual que en las secciones se define el error z_7 como sigue:

$$z_7 = x_{7d} - x_7 \quad (3.32)$$

Se propone una función candidata de Lyapunov dada por:

$$V(z_7) = \frac{1}{2} z_7^2 \quad (3.33)$$

Cuya derivada temporal es:

$$\dot{V}(z_7) = z_7(\dot{x}_7 - \dot{x}_8) \quad (3.34)$$

se define x_8 como:

$$x_8 = \dot{x}_7 + \alpha_7 z_7 \quad (3.35)$$

reescribiendo 3.34 como:

$$\dot{V}(z_7) = -\alpha_7 z_7^2 \quad (3.36)$$

se realiza un cambio de variable:

$$z_8 = x_8 - \dot{x}_7 - \alpha_7 z_7 \quad (3.37)$$

Se obtiene la derivada temporal de la función aumentada $V(z_7, z_8)$ quedando:

$$\dot{V}(z_7, z_8) = z_8 \left(-g + \frac{\cos \theta \cos \phi}{m} U_1 \right) + z_8 (\ddot{x}_7 + \alpha_7(z_8 + \alpha_7 z_7)) - z_7 z_8 - \alpha_7 z_7^2 \quad (3.38)$$

obteniendo la ley de control U_1 definida a continuación

$$U_1 = \left(\frac{m}{\cos x_1 \cos x_3} \right) (z_7 + g - \alpha_7(z_8 + \alpha_7 z_7) - \alpha_8 z_8) \quad (3.39)$$

Reemplazando 3.39 en 3.38 se obtiene

$$\dot{V}(z_7, z_8) = -\alpha_7 z_7^2 - \alpha_8 z_8^2 < 0 \quad (3.40)$$

Donde bastará con definir $\alpha_7, \alpha_8 > 0$ para asegurar la estabilidad en z_7 .

Control x,y

En 3.8 se observa que x e y dependen de U_1 , el cual representa el empuje total, por lo tanto es posible considerar u_x y u_y como las orientaciones de U_1 , responsables de los desplazamientos en x e y , con la ayuda de 3.11 es posible encontrar los ángulos de balanceo, ϕ , y de cabeceo, θ , necesarios para calcular las señales de control u_x y u_y obteniendo:

$$u_x = \frac{m}{U_1} (z_9 - \alpha_9(z_{10} + \alpha_9 z_9) - \alpha_{10} z_{10}) \quad (3.41)$$

$$u_y = \frac{m}{U_1} (z_{11} - \alpha_{11}(z_{12} + \alpha_{11} z_{11}) - \alpha_{12} z_{12}) \quad (3.42)$$

Donde para asegurar la estabilidad igualmente es necesario hacer $\alpha_9, \alpha_{10}, \alpha_{11}, \alpha_{12} < 0$.

Capítulo 4

Simulación y comparación de Resultados

A continuación se presenta la simulación y el análisis comparativo del control PID y el control Backstepping, el cuadricóptero en estudio se muestra en la figura 4.1 el cual presenta las siguientes características a considerar para las simulaciones:

- Masa del cuadricóptero: $m=1.5$ kg
- longitud del brazo: $l=0.35$ m
- Inercia eje X e Y: $I_{xx} = I_{yy}=0.0216$
- Inercia eje Z: $I_{zz}=0.0108$



Figura 4.1: Cuadricóptero en Estudio

4.1. Control PID

Para este caso las trayectorias seleccionadas son

$$x_d^* = A \cos(2\pi,125t)$$

$$y_d^* = A \sin(2\pi,125t)$$

$$z^* = Kt$$

Donde t es el tiempo de simulación, A la amplitud para el seno y el coseno y K una constante de proporcionalidad. Se tomaron los siguientes valores:

$$t = 40$$

$$A = 5$$

$$K = 1$$

En la figura 4.2 se presentado el modelo desarrollado en Matlab Simulink con el que se llevó a cabo la simulación, en el bloque de control PID se construyen los controles individuales de Pitch, Roll, Yaw y la altura, el generador de trayectorias convierte la posición deseada de x e y a un ángulo pitch y yaw deseado así como la altura, a su vez el ángulo Roll se mantiene constante. El bloque modelo del cuadricóptero se representa el modelo dinámico en el cual se aplican los controles.

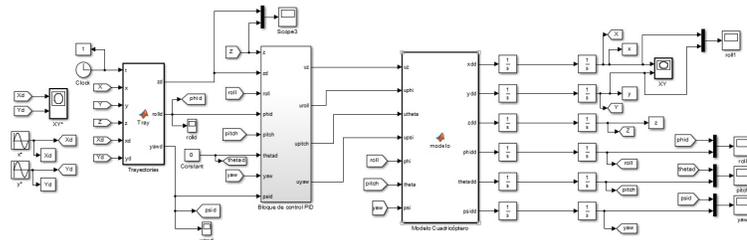


Figura 4.2: Modelo Sumulink

De donde se obtuvo como se muestra en la figura 4.3 que aunque es posible realizar el

seguimiento de trayectoria para pitch, roll, yaw y Z, no se puede asegurar el seguimiento en XY, lo cual es debido a que sus dinámicas no tienen entradas de control y dependes de la estabilidad de las demás variables para su estabilidad. Sin embargo en esta primer simulación el recorrido es muy rápido para lograr una buena estabilidad en XY por lo que más adelante se muestra otra simulación con desplazamientos más lentos.

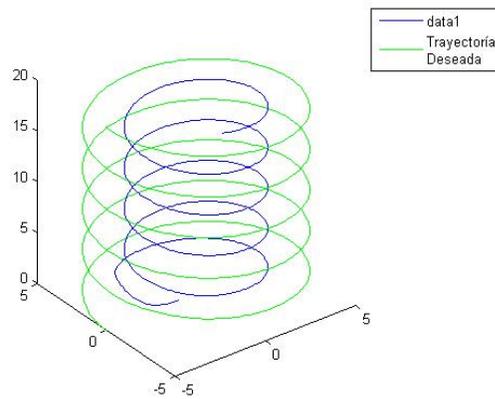


Figura 4.3: Trayectoria Real VS Trayectoria Deseada

A continuación en la figura 4.4 se muestran los errores en los distintos ángulos de orientación, en los cuales se observa una adecuada reducción del error el cual prácticamente es cero.

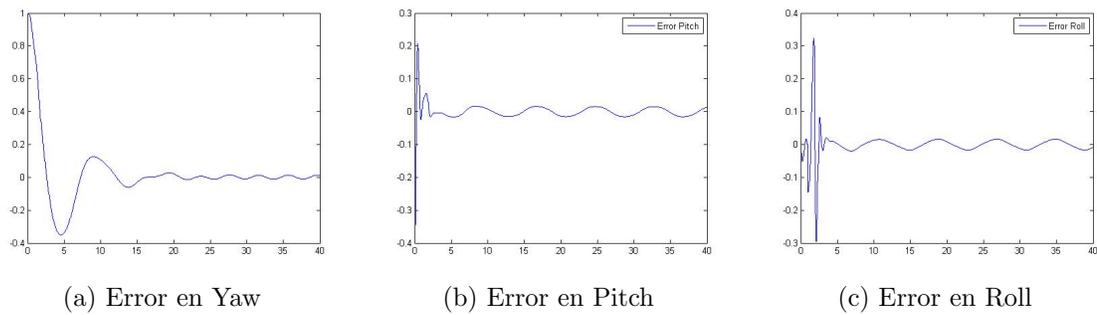


Figura 4.4: Errores

En la figura 4.5 se observa que el error en eje Z igualmente prácticamente es cero, sin embargo el error en el plano XY es considerable, por lo que se decidió realizar otra simulación con variaciones más lentas en XY buscando así reducir el error.

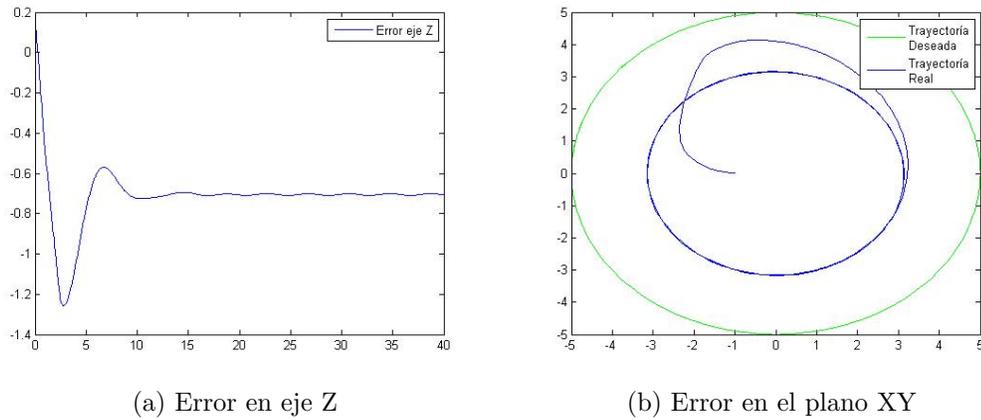


Figura 4.5: Error la posición XYZ

Para la siguiente simulación con el fin de reducir la velocidad con que varía X e Y se propusieron las siguientes trayectorias

$$\begin{aligned}
 x_d^* &= 5 \cos(,5\pi,125t) \\
 y_d^* &= 5 \sin(,5\pi,125t) \\
 z_d^* &= 20t
 \end{aligned}$$

Con lo cual se obtiene un desplazamiento más suave en el plano XY en la figura 4.6 se muestra un mejor seguimiento en X e Y lo cual confirma que al dar mayor tiempo para X e Y se estabilicen estas se acercan más a sus valores deseados:

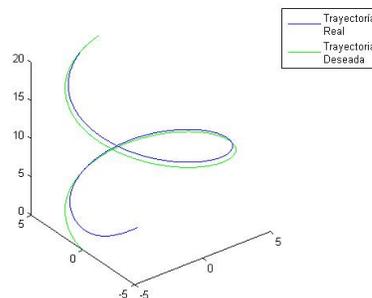


Figura 4.6: Trayectoria Real VS Trayectoria Deseada

En la figura 4.7 se observa que el error en la orientación sigue siendo adecuado, ya que el

error sigue tendiendo a cero.

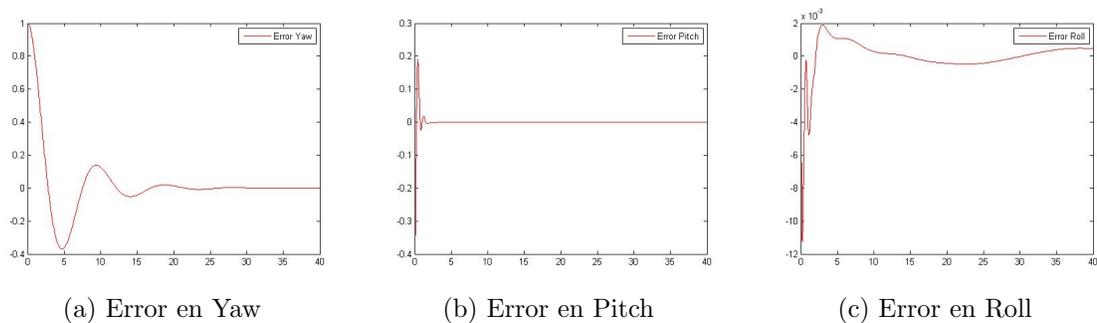


Figura 4.7: Errores en la orientación

En la figura 4.8 se observa que el error en Z se mantiene prácticamente nulo y que el error en XY se redujo y se mantuvo constante, lo cual representa una mejor respuesta respecto a la simulación anterior.

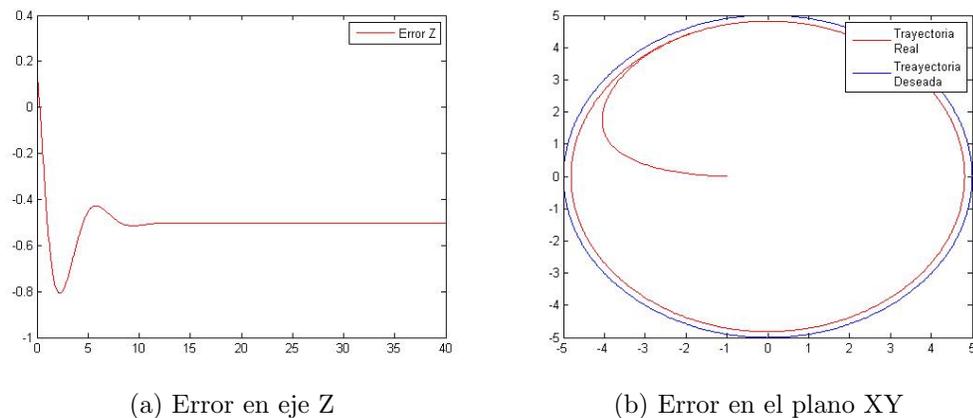


Figura 4.8: Error la posición XYZ

Con lo anterior es posible ver que al no tener entrada de control para la posición XY el sistema depende de una adecuada estabilización de sus otros estados y del tiempo suficiente si se desea llevarlo a un punto de equilibrio deseado a lo largo de cierta trayectoria.

Capítulo 5

Conclusiones y Trabajo Futuro

Conclusiones

- En el presente trabajo se realizó el modelado y propuesta de control para el seguimiento de trayectorias en un dron cuadricóptero, donde se consideró el movimiento tridimensional XYZ así como las rotaciones Roll, Pitch y Yaw.
- Para conocer el funcionamiento del cuadricóptero fue necesario realizar su modelado dinámico, identificando así de que manera deberíamos desarrollar las estrategias de control además de que se identificó que para la posición en el eje X y el eje Y no se tiene entrada de control por lo que no es posible controlarlas y se depende de un correcto control y estabilidad para la altura así como los ángulos Pitch, Roll y Yaw si se desea que éstas tiendan a ciertos valores deseados.
- Durante las simulaciones se observó que mientras se le demanden movimientos más rápidos al dron mayor será el error en el plano XY, por lo que se debe considerar dicho error si se desea seguir una trayectoria en función de esas variables o reducir la rapidez con que varía la posición del cuadricóptero para que XY tenga un mayor tiempo de asentamiento y se acerque más a su valor deseado.

Trabajo Futuro

- Diseñar una manera sencilla de implementar algoritmos más complejos que el PID

con el fin de brindar a los usuarios una mayor gama de técnicas de control para sus drones.

- Diseñar un sistema de evasión de obstáculos que agregue seguridad a la aeronave y al entorno.
- Diseñar una técnica de control que permita el control de varios cuadricópteros a la vez para realizar tareas en conjunto.
- Buscar la forma de reducir el error XY aun cuando los desplazamientos sean rápidos a través de compensaciones o modificaciones a los controles desarrollados en este trabajo.

Bibliografía

- [1] Kamesh Subbarao Abhijit Das, Frank Lewis. Backstepping approach for controlling a quadrotor using lagrange form dynamics. 2009. doi:10.1007/s10846-009-9331-0.
- [2] Karl J. Astrom. *Control PID Avanzado*. Prentice-Hall, 2009. ISBN 9788483225110.
- [3] Haider A. F. Mohamed Atheer L. Salih, M. Moghavvemi y Khalaf Sallom Gaeid. Modelling and pid controller design for a quadrotor unmanned air vehicle. *IEEE International Conference on Automation, Quality and Testing, Robotics (AQTR)*, 3, 2010. doi:10.1109/AQTR.2010.5520914.
- [4] Manuel Jeová Reinoso Avecillas. Diseño de un sistema de control por régimen deslizante para el seguimiento de trayectoria lineal de un quadrotor. 2014.
- [5] Abder Rezak Benaskeur y André Desbiens. Backstepping-based adaptive pid control.
- [6] Samir Bouabdallah. Design and control of quadrotors with application to autonomous flying. 2007.
- [7] Samir Bouabdallah y Roland Siegwart. Backstepping and sliding-mode techniques applied to an indoor micro quadrotor. 2005. doi:10.1109/ROBOT.2005.1570447.
- [8] A. Siegwart R. Bouabdallah S., Noth. Pid vs lq control techniques applied to an indoor micro quadrotor. 2004. doi:10.1.1.149.6169.
- [9] Tommaso Bresciani. Modelling, identification and control of a quadrotor helicopter. 2008.
- [10] Antonio Enrique Jiménez Cano. Control de quadrotor con brazo manipulador. 2012.

- [11] David Melero Cazorla. Modelado dinámico y diseño de estrategia de control mediante estimadores para el vuelo autónomo de un quadrotor. 2012.
- [12] Isaac Pérez Estrada Daniel Garijo Verdejo, Jesús Ismael López Pérez. Control de un vehículo aéreo no tripulado. 2009.
- [13] James P. Ostrowski Erdinç Altuğ y Robert E. Mahony. Control of a quadrotor helicopter using visual feedback. 2002. doi:10.1109/ROBOT.2002.1013341. URL https://www.researchgate.net/publication/3955206_Control_of_a_Quadrotor_Helicopter_Using_Visual_Feedback.
- [14] James P. Ostrowski Erdinç Altug y Camillo J. Taylor. Control of a quadrotor helicopter using dual camera visual feedback. 2005. URL https://www.researchgate.net/publication/220121946_Control_of_a_Quadrotor_Helicopter_Using_Dual_Camera_Visual_Feedback.
- [15] Juan Carmona Fernández. Diseño de un sistema de control para un cuadricóptero. 2013.
- [16] Thor I. Fossen y Jan P. Strand. Tutorial on nonlinear backstepping: Applications to ship control. 20, 1999. doi:10.4173/mic.1999.2.3.
- [17] M. Bouchoucha H. Bouadi y M. Tadjine. Sliding mode control based on backstepping approach for an uav type-quadrotor. 1, 2013.
- [18] Naâmane Bounar Hicham Khebbache, Belkacem Sait y Fouad Yacef. Robust stabilization of a quadrotor uav in presence of actuator and sensor faults. 2, 2012.
- [19] Reza Mohsenipour Hossein Nemati Seed Majid Smailzadeh Hossein Bolandi, Mohammad Rezaei. Attitude control of a quadrotor with optimized pid controller. 2012.
- [20] Ola Härkegård y S. Torkel Glad. Flight control design using backstepping. 2000.
- [21] Mónica Patricia Contreras Leiva. Sintonización de controladores pi pareto óptimos tomando en cuenta la robustez. 2013.
- [22] Jorge A. Rosales Luis E. Romero, David F. Pozo. Quadcopter stabilization by using pid controllers. 2014.

- [23] Teppo Luukkonen. Modelling and control of quadcopter. Inf. téc., Aalto University School of Science, 2011.
- [24] Tarek Madani y Abdelazazis Benallegue. Backstepping control for a quadrotor helicopter. 2006. doi:10.1109/IROS.2006.282433.
- [25] Khalaf Gaeid Mahmoud Moghavvemi. Flight pid controller design for a uav quadrotor. 2010.
- [26] Elisa Perez Berenguer Mario Alberto Perez., Analía Perez Hidalgo. Introduccion a los sistemas de control y modelo matemático para sistemas lineales invariantes en el tiempo. 2008.
- [27] Horacio J. Marquez. *Nonlinear Control Systems Analysis and Design*. 2003.
- [28] Carol Ivonn Rodríguez Feliciano Mauricio Vladimir Peña Giraldo, Edilberto Carlos Vivas Gonzales. Modelamiento dinámico y control lqr de un quadrotor. 2010.
- [29] Petar Kokotovic Miroslav Krstic, Ioannis Kanellakopoulos. *Nonlinear and Adaptive Control Design*. 1995.
- [30] Jean-Baptiste Mouret Patrick Adigbli, Christophe Grand y Stéphane Doncieux. Non-linear attitude and position control of a micro quadrotor using sliding mode and backstepping techniques. En *3rd US-European Competition and Workshop on Micro Air Vehicle Systems (MAV07) & European Micro Air Vehicle Conference and Flight Competition (EMAV2007)*. 2007.
- [31] Rogelio Lozano Pedro Castillo y Alejandro E. Dzul. *Modelling and Control of Mini-Flying Machines*. Springer, 2005. ISBN ISBN 1-85233-957-8.
- [32] F.R. Rubio R.A. García y M.G. Ortega. Robust pid control of the quadrotor helicopter. 2012.
- [33] Guilherme Vianna Raffo. Modelado y control de un helicóptero quadrotor. 2007.
- [34] Christian Nadales Real. Control de un quadrotor mediante la plataforma arduino. 2009.
- [35] Henze Agustin Redol Javier Andres. Quadricóptero autónomo de arquitectura abierta, qa3, 2011.

- [36] Erle Robotics. Erle-copter gitbook. 2014. URL <https://erlerobotics.gitbooks.io/erle-robotics-erle-copter/content/es/safety/lipo.html>.
- [37] Omar Luque Rodríguez. Estudio y desarrollo de un sistema de control de un cuadricóptero. 2014.
- [38] Rodrigo Alberto Mayorga Rodríguez. Sistema de navegación para vehículos aéreos cuadricópteros. 2009.
- [39] Carlos Mario Vélez S. Estabilidad de lyapunov. URL http://prototipando.es/phocadownload/pfc/hermes/backup/PROGRAMACION_C/Curso%20Sistemas%20No%20Lineales/lyapunov.pdf.
- [40] Hernan González Acu na Félix Mora-Camino Sergio Andrés Beltrán Mendoza, Omar Lengerke. Control pid de altura de un quadrotor. 2011.
- [41] María Marta Seron. *Sistemas No Lineales*, 2000.
- [42] María Tomás-Rodríguez Silvia Estellés Martínez. Seguimiento de trayectorias tridimensionales de un quadrotor mediante control pva. 2014. URL <http://www.elsevier.esel03/07/2015>.
- [43] Carlos Ortega Solé. ImplementaciÓn de un tunnel in the sky para micro uav. 2013.
- [44] A. Swarup y Sudhir. Comparison of quadrotor performance using backstepping and sliding mode control. En *International Conference on Circuits, Systems and Control*. 2014.
- [45] R. Parada T. Espinoza, A. Dzul. Backstepping con modos deslizantes aplicado al control de seguimiento de un uav. 2013.
- [46] Roberto Valentín Carrillo Serrano Victor Manuel Hernández Guzmán, Ramón Silva Ortigoza. *CONTROL AUTOMÁTICO Teoría de diseño, construcción de prototipos, modelado, identificación y pruebas experimentales*. 2013. ISBN 978-607-414-362-1.
- [47] Fasce Sofia Pereira Gustavo Mazza Norberto Meda Rodolfo-Ierache Jorge Salvador Ávila Diego, Lorusso Emiliano. Robótica situada aplicada al control de vuelo autónomo de un cuadricóptero. 2014. URL [\unhbox\voidb@x\bgroup\let\unhbox\voidb@x\setbox\@tempboxa\hbox{A\](#)

global\mathchardef\accent@spacefactor\spacefactor}\accent19A\egroup\
spacefactor\accent@spacefactor\futurelet\@let@token\penalty\@M\hskip\
z@skipvila,Diego|Lorusso,Emiliano|Fasce,Sofia|Pereira,Gustavo|Mazza,
Norberto|Meda,Rodolfo|Ierache,JorgeSalvador.

- [48] Antonio Pico Villalpando. Diseño e implementación de un sistema de control para un cuadricóptero. 2012.
- [49] Luis Molina Cecilio Angulo Wilbert G. Aguilar, Ramon Costa-Castelló. Control autónomo de cuadricopteros para seguimiento de trayectorias. 2014.
- [50] Emmanuel Cruz Zavala. Funciones de lyapunov de control para el diseño de controladores discontinuos. 2014.