



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
UNIDAD ZACATENCO

ANÁLISIS, DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN MODELO DE MÉTODOS COMBINADOS PARA UN SISTEMA DE RECONOCIMIENTO FACIAL

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

Maestro en Ciencias en Ingeniería Electrónica

PRESENTA:

Ing. Lucero Verónica Lozano Vázquez

ASESOR

Dr. Alberto Jorge Rosales Silva





Resumen.

En este trabajo se propone el diseño y desarrollo de un sistema de biometría de reconocimiento facial. La propuesta consiste principalmente en la combinación de dos técnicas probabilísticas además del uso de teoría de lógica difusa para mejorar la clasificación de los datos.

Primero se propone la aplicación del Análisis de Componentes Principales (por sus siglas en inglés PCA) trabajando en cascada con el Análisis Discriminante Lineal (por sus siglas en inglés LDA). PCA elimina los datos que son irrelevantes para procesar la información de la imagen original obteniendo la información que mejor caracterice el rostro (ojos, nariz, boca, frente), posteriormente se implementó LDA, el cual permite la clasificación de los datos obtenidos mediante el uso de la técnica PCA. Estos datos son organizados en grupos de acuerdo a las características de cada vector (dirección, magnitud y sentido), a estos grupos de vectores se les conoce como vectores propios debido a que describen el comportamiento de la matriz de varianza-covarianza, este tipo de vectores se encuentran en más de un grupo o zonas identificadas de un rostro (ojos, nariz, boca, mejilla, etc.). Finalmente, debido a que estos vectores se encuentran en más de un grupo, se propone el uso de teoría de lógica difusa para priorizar cada uno de los valores al momento de la clasificación de los datos debido a la pertenencia de los vectores a más de un grupo.

Teniendo la clasificación de los datos se procede a realizar el reconocimiento, se propone calcular las distancias euclidianas entre todos los vectores del rostro ya clasificados para hacer la comparación respecto de las distancias euclidianas de los vectores que componen los rostros dentro de la base de datos, para tener finalmente la etapa de reconocimiento facial.



Abstract.

This work proposes the design and development of a system of biometrics facial recognition. The proposal consists mainly in the combination of two probabilistic techniques in addition to the use of fuzzy logic theory to improve the classification of the data.

First it is proposed the implementation of the Principal Components Analysis (PCA) working in cascade with the Linear Discriminant Analysis (LDA). PCA eliminates data that are irrelevant to process the information of the original image by getting the information that best characterizes the face (eyes, nose, mouth, forehead), subsequently implement LDA, which allows the classification of the data obtained through the use of PCA. These data are organized into groups according to the characteristics of each vector (magnitude and direction), these groups of vectors are known as vectors themselves because they describe the behavior of the variance-covariance matrix, this type of vector is found in more than one group or identified areas of a face (eyes, nose, mouth, cheek, etc.). Finally, due to the fact that these vectors are found in more than one group, it is proposed the use of fuzzy logic theory to prioritize each of the values at the time of the classification of the data due to the membership of the vectors to more than one group.

Taking the classification of the data is necessary to perform the recognition, it is proposed to calculate the Euclidean distances between all vectors of the face already classified for the comparison of the Euclidean distances of the vectors that make up the faces within the database, to finally have the stage of facial recognition.



Índice General

Acta de revisión de tesis	i
Carta de cesión de derechos	ii
Resumen.	iii
Abstract.	iv
Índice General	v
Índice de Figuras	vii
Índice de Tablas	viii
Agradecimientos	ix
Acronimos y abreviaturas	x
Objetivos	xi
Justificación.	xii
Hipotesis.	xii
1. Introducción y estado del arte	1
1.1 Reconocimiento Facial	2
1.1.1 Detección y reconocimiento de rostros.	3
1.1.2 Aplicaciones	3
1.1.3 Reconocimiento de patrones	4
1.2 Estado del arte	5
2. Técnicas de biometría facial	7
2. Generalidades	8
2.1 Diagrama de bloques del proceso de reconocimiento facial	8
2.1.1 Localización del rostro	10
2.1.2 Normalización de una imagen	13
2.1.3 Análisis de Componentes Independientes (ICA)	15
2.1.4 Maquinas de Soporte Vectorial (SVM)	18
2.1.5 Redes Neuronales	18
2.1.6 Análisis de Componentes Principales	20
2.1.7 Análisis Discriminante Lineal	24
2.1.8 Ventajas y desventajas de técnicas de reconocimiento de patrones	27
2.1.9 Sistemas difusos	27
2.2 Conclusiones	31
3. Reconocimiento facial aplicando PCA, LDA y Lógica Difusa	32
3.1 Diseño conceptual	33
3.2 Conclusión	45
4. Resultado de la evaluación del sistema	47
4.1 Criterios de evaluación	47
4.2 Matriz de confusión	48
4.3 Conclusión	53



5. Conclusión general, trabajo futuro y publicaciones	54
5.1 Conclusión	55
5.2 Trabajo futuro	56
5.3 Publicaciones	56
Referencias	59

Índice de Figuras

Figura 1.1 Campos de investigación de la biometría.	2
Figura 1.2 Ejemplo de identificación de características.	3
Figura 1.3 Ejemplo de variabilidad de un rostro.	3
Figura 1.4 Modelo de la imagen de un rostro.	4
Figura 2.1 Diagrama de bloques del proceso de reconocimiento facial.	8
Figura 2.2 Ejemplo de reconocimiento facial	10
Figura 2.3 Ejemplo de características Haar-like	11
Figura 2.4 Ejemplo de imagen integral	12
Figura 2.5 Ejemplo de localización de rostros	13
Figura 2.6 Ejemplo de ecualización del histograma en una imagen	14
Figura 2.7 Técnicas de reconocimiento facial	14
Figura 2.8 Arquitectura I para aplicar ICA en imágenes	17
Figura 2.9 Arquitectura I para aplicar ICA en imágenes	17
Figura 2.10 Ejemplo de hiperplano	18
Figura 2.11 Diagrama de bloques del algoritmo para PCA	21
Figura 2.12 Grafica para 50 observaciones en x_1 y x_2	21
Figura 2.13 Grafica para 50 observaciones en x_1 y x_2 con respecto a sus C.P. en z_1 y z_2	21
Figura 2.14 Ejemplo de proyección de componentes principales en una imagen	24
Figura 2.15 Representación gráfica de separación de datos	26
Figura 2.16 Estructura de un modelo difuso	29
Figura 3.1 Diagrama de bloques de la propuesta	35
Figura 3.2 Matrices que describen el proceso	35
Figura 3.3 Representación de aplicación de PCA	37
Figura 3.4 Representación de reducción	37
Figura 3.5 Asignación de la información mediante lógica difusa	39
Figura 3.6 Representación de comparación de datos	40
Figura 3.7 Base de datos	41
Figura 3.8 Imágenes promedio	42
Figura 3.9 Rostros propios	42



Índice de Tablas

Tabla 2.1. Ventajas y Desventajas entre técnicas de reconocimiento de patrones.	24
Tabla 2.2 Funciones de membresía	27
Tabla 3.1 Pruebas de reconocimiento optimo.....	39
Tabla 3.2 Pruebas de reconocimiento erróneas.....	41
Tabla 4.1 Porcentajes de efectividad de acuerdo al estado del arte.....	48
Tabla 4.2 Matriz de efectividad.....	49
Tabla 4.3 Matriz de confusión para 6 clases.....	50
Tabla 4.4 Matriz de confusión para 6 clases base FERET.....	51
Tabla 4.5 Matriz de confusión para 6 clases base YALE.....	51
Tabla 4.6 Matriz de confusión para 12 clases.....	52
Tabla 4.7 Matriz de confusión para 12 clases base FERET.....	53
Tabla 4.8 Matriz de confusión para 12 clases base YALE.....	53



Agradecimientos.

A Dios por permitirme llegar a este punto de mi vida y permitirme lograr mis objetivos.

A mis padres Ma. De Jesús Vázquez Rivero y Jorge Lozano Peña, mi hermana Itzel Gabriela Lozano Vázquez por todo el apoyo que me han brindado, los consejos y palabras de aliento que me dieron durante esta etapa, pues sin ellos no hubiera logrado cumplir mi objetivo.

A mi asesor, el Dr. Alberto Jorge Rosales Silva, por su apoyo, paciencia y amistad, ya que siempre procuro que tuviera los elementos necesarios para la realización de este proyecto.

A la maestra Verónica Alonso Gil y el profesor Cesar Vázquez Cianca por su apoyo incondicional, así como sus consejos.

A José Juan Corona Sánchez, por todo el apoyo que me brindo, por los consejos, por orientarme, por su paciencia y por todas las palabras de aliento que me dio en los momentos difíciles que pase.

A mis compañeros de la SEPI, por el apoyo que me dieron al momento de crear mi base de datos y por todos los momentos que pasamos juntos durante estos dos años.



Acrónimos y abreviaturas

PCA: Análisis de Componentes Principales

ICA: Análisis de Componentes Independientes

LDA: Análisis Discriminante Lineal

MSV: Máquina de soporte vectorial

Fig.: Figura

Ec.: Ecuación

HMM: Modelo oculto de Markov

AAM: Modelo de apariencia activa

FERET: La tecnología para reconocimiento facial

LBP: Patrones binarios locales



Objetivo General.

Diseñar, implementar y evaluar un modelo de métodos combinados para un sistema de biometría de reconocimiento facial haciendo uso de técnicas probabilísticas PCA y LDA, así como el uso de la teoría de lógica difusa para mejorar la clasificación de los datos.

Objetivos Particulares

- Implementar la técnica probabilística PCA para minimizar la información de la imagen.
- Implementar la técnica probabilística LDA para el agrupamiento y la clasificación de los datos de la imagen.
- Implementar teoría de lógica difusa para mejorar la clasificación de los datos obtenidos mediante el uso del PCA + LDA.
- Evaluar el algoritmo biométrico propuesto de acuerdo a criterios cuantitativos (matriz de confusión).



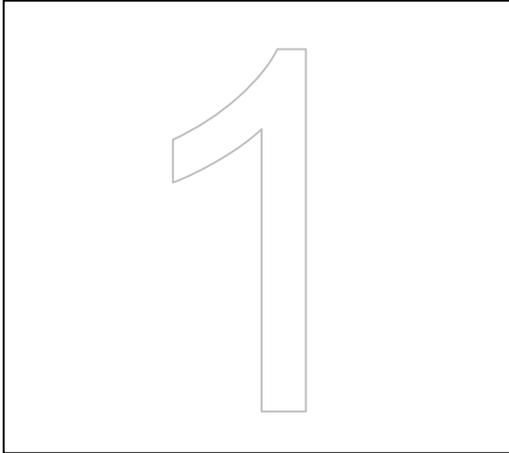
Justificación

En el reconocimiento de patrones, los sistemas de biometría de reconocimiento facial son un tema muy activo en la investigación, debido a la diversidad que se tiene en las características de los rostros, por ejemplo, en su textura, el género, presencia de oclusiones (gorras, lentes, bufandas, etc.), la fuente de iluminación con la que fue adquirida la imagen digital, así como también las gesticulaciones presentes en la persona a la hora de tomar la imagen digital. Por lo cual se desarrollará un sistema que sea capaz de reconocer a una persona a través de una imagen digital de su rostro aun en presencia de oclusiones, así como gesticulaciones de la persona.

Una manera de resolver estos problemas es proponer el uso de técnicas de reconocimiento de patrones, como el Análisis de Componentes Principales (PCA) con el que se obtendrá la reducción de la información de la imagen y el Análisis Discriminante Lineal (LDA) para mejorar el agrupamiento y clasificación de los datos, combinado con la teoría de lógica difusa se minimiza la pérdida de información en la etapa de clasificación.

Hipótesis

Utilizando técnicas probabilísticas de biometría orientadas al reconocimiento facial como PCA y LDA, así como el uso de la teoría de lógica difusa, se puede desarrollar un método para el reconocimiento de rostros; mediante el cual se reconozcan rostros de personas a partir de imágenes digitales tomadas de sus rostros bajo un ambiente controlado, se dispondrá de bases de datos mediante las cuales podremos obtener información para un reconocimiento de rostros eficiente.



INTRODUCCIÓN Y ESTADO DEL ARTE

1. Introducción

La biometría es el estudio de métodos automáticos para el reconocimiento de seres humanos basados en uno o más rasgos físicos o conductuales intrínsecos del individuo [1].

El concepto de biometría proviene de las palabras bios (vida) y metron (medida), lo que significa que todo sistema biométrico mide e identifica alguna característica propia de la persona.

La biometría se clasifica en dos líneas de investigación, como se muestra en la Fig. 1.1: 1) *dinámica*, se encarga de estudiar las características conductuales del individuo y 2) *estática*, se encarga de estudiar las características físicas de la persona [1].

En nuestro caso nos basaremos en la línea de investigación de clasificación *estática*, en la sub-rama de reconocimiento facial.

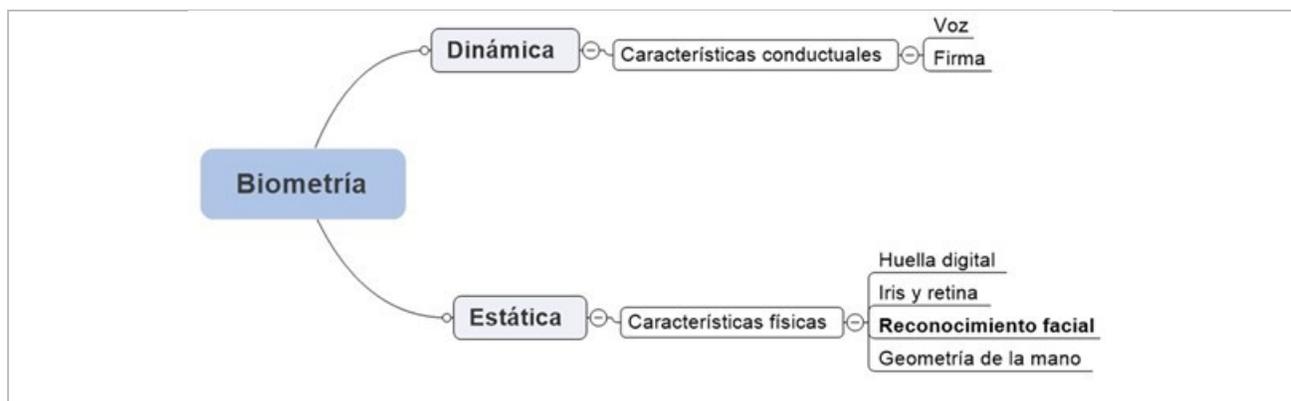


Figura 1.1 Líneas de investigación de la biometría.

1.1 Reconocimiento Facial

La biometría facial es una tecnología que permite identificar a una persona de manera automática a través de una imagen digital de su rostro [1]. Esto se hace mediante la comparación de determinadas características del rostro, por ejemplo, la distancia entre ojos, cejas, nariz y boca. Con esta información almacenada en una base de datos de rostros se puede identificar a dicha persona (ver Fig. 1.2).

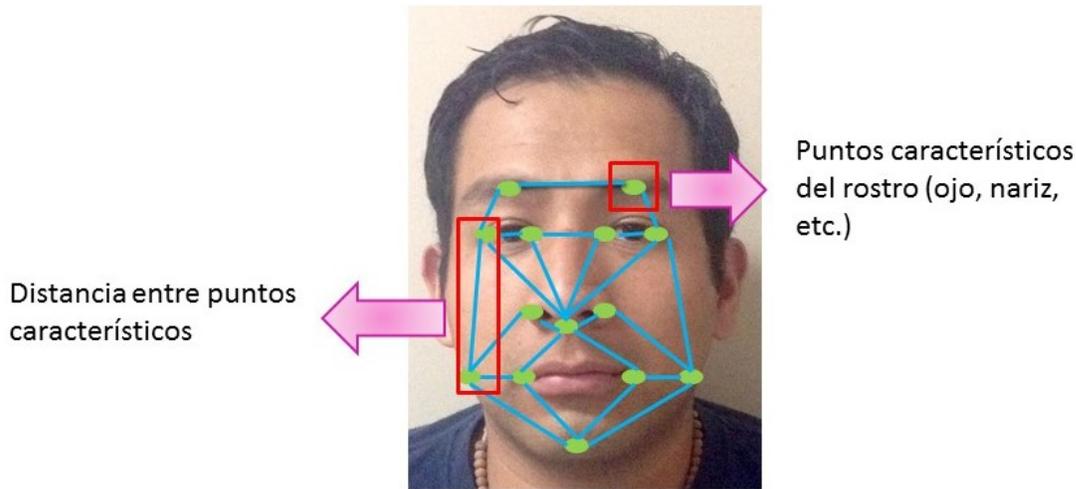


Figura 1.2 Ejemplo de identificación de características.

1.1.1 Detección y reconocimiento de rostros.

A partir de una imagen o un video, el sistema de reconocimiento facial (ver Fig. 2.1) debe ser capaz de localizar los rostros, sin importar la posición de la cabeza, la iluminación, las gesticulaciones u otras características como oclusiones (lentes, gorra, bufanda, maquillaje, barba). En la Fig. 1.3 se puede observar un ejemplo de variabilidad en un rostro, cambios de expresión como, serio, sonriente, somnoliento, pensativo (A, B, C, D), así como el cambio de iluminación en las imágenes con cambio de expresión (E, F), además se cuenta con imágenes en las que se aprecia el uso de factores externos por ejemplo lentes o bufanda (G, J), de igual manera se pueden obtener imágenes tomadas con cambios de iluminación y además conteniendo oclusiones (H, I, K, L), éstas realizaciones pueden afectar el reconocimiento de una persona.



Figura 1.3 Ejemplo de variabilidad de un rostro.

Para hacer la detección de un rostro en una imagen, en la referencia [2], se propone crear un óvalo, ya que permite preservar únicamente la zona de interés y de esta forma poder aislar el rostro y facilitar su procesamiento, además de poder eliminar realizaciones fuera del rostro que compliquen el reconocimiento del mismo. Como se puede observar en la Fig. 1.4., de aquí se detectan puntos característicos del rostro, incluyendo ojos, nariz y boca. Se rota la línea de las coordenadas del ojo con el fin de generar simetría en la imagen del rostro, se localiza y recolecta la región del rostro usando un rectángulo de acuerdo al modelo facial. Suponiendo que la distancia entre los ojos es “ d ”, el rectángulo deberá ser $(1.8d) \times (2.2d)$ [2].

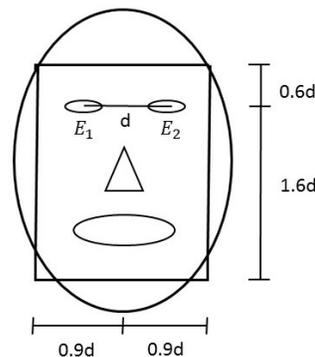


Figura 1.4. Modelo de la imagen de un rostro [2].

1.1.2 Aplicaciones

Actualmente los sistemas biométricos para reconocimiento facial tienen diversas aplicaciones, entre las que podemos encontrar [3-6]:

- ✓ Control de accesos.
- ✓ Sistemas de vigilancia.
 - ✓ Circuito cerrado de televisión.
 - ✓ Sistema de video vigilancia basado en tecnología digital y redes IP.
 - ✓ Drones.
- ✓ FotoTiger aplicación para Facebook.
- ✓ Reconocimiento facial para control de acceso y presencia en hospitales y farmacéuticas.

1.1.3 Reconocimiento de patrones

El estudio del reconocimiento de patrones se puede dividir en dos áreas [7]:



- El estudio de las habilidades o capacidades de reconocimiento de los seres humanos, lo cual es tratado en el área de la psicología o la fisiología.
- El desarrollo de teorías, métodos y técnicas para el diseño de sistemas capaces de realizar ciertas tareas de reconocimiento en aplicaciones específicas, lo que es estudiado por la informática, la inteligencia artificial y el reconocimiento de formas.

Esta disciplina científica tiene como objetivo principal la clasificación de los objetos en ciertas categorías, clases o grupos de objetos.

El reconocimiento de patrones se puede clasificar basándose en las siguientes técnicas:

- **Geométricas:** se emplea el cálculo de distancias, geometría de formas, vectores numéricos, puntos de atracción, etc.
- **Estadísticas:** se basa en la teoría de probabilidad y estadística cuyos conjuntos de medidas numéricas con distribuciones de probabilidad conocidas servirán para realizar el reconocimiento.
- **Sintáctico-estructural:** se basa en encontrar las relaciones estructurales que guardan los objetos de estudio. Su objetivo es construir una estructura que describa el universo de objetos.
- **Redes neuronales:** este enfoque supone que tiene una estructura de neuronas interconectadas que se estimulan unas a otras, las cuales pueden ser “entrenadas” para dar una cierta respuesta cuando se le presentan determinados valores.

1.2 Estado del arte

En el año 2013, los investigadores S. Fernandes y J. Bala, en su proyecto “Performance analysis of PCA-based and LDA-based algorithms for face recognition”, [31] establecen la combinación de las técnicas probabilísticas PCA y LDA. Se plantea el uso del kernel del análisis de componentes principales, pues utilizando el kernel discrimina más información de la que se eliminaría utilizando únicamente PCA información que no es necesaria para el procesamiento de las imágenes. Una vez que se tiene la reducción de la información se aplica LDA con el fin de organizar los datos de acuerdo a sus características. Con la aplicación de estas dos técnicas se obtuvo un 80% de efectividad. Las bases de datos que utilizaron para hacer pruebas fueron, base de datos YALE, ORL y UMIST.

En el año 2015, los investigadores D. Moctezuma, C. Conde, I. M. de Diego y E. Cabello, en su Proyecto “Soft-biometrics evaluation for people re-identification in uncontrolled multi-camera environments”, [39] proponen el uso de la técnica probabilística PCA así como el valor futuro. En



dicha propuesta se establece el uso del algoritmo en tiempo real, utilizando camaras de video, por lo que otra variable importante que se analiza es la posición de las personas, específicamente de cada uno de los patrones analizados. Al evaluar el algoritmo propuesto se utilizaron las bases de datos PETS 2006, PETS 2009, CAVIAR y MUBA, con las que se obtuvo un 95% de efectividad.

En el año 2015, los investigadores K. Nurzynska, B. Smolka, en su proyecto “Recognition between smiling and neutral facial display with power LBP operator” [40] proponen el uso de patrones binarios locales y maquinas de soporte vectorial para realizar reconocimiento facial detectando primordialmente la sonrisa de las personas, una vez que detecta la sonrisa se hace un análisis detallado con el fin de obtener 70 muestras del rostro que permitan realizar el reconocimiento de la persona. En este proceso se obtuvo un 91.94% de efectividad, utilizando las bases de datos FERET, KDEF y PAIN.

En el año 2009 F. Matta y J. Dugelay, en su trabajo de investigación “Person recognition using facial video information; A state of the art” [41], analizan distintas tecnicas probabilísticas que pueden se aplicadas al reconocimineto de patrones como PCA, LDA, HMN y AAM. PCA permite reducir la información que describe cada una de las imágenes, quedandose únicamente con los datos más importantes. LDA permite clasificar la información formando grupos de acuerdo a las características de cada dato analizado. HMN es un modelo estadístico que permite modelar parametros desconocidos, puede ser utilizado en el reconocimiento de patrones para detectar gesticulaciones. AAM permite modelar parametros que cambian constantemente de forma (gesticulaciones).

En el año 2017 S. Chaundhry, R. Chandra, en su investigación “Face detection and recognition in an unconstrained environment for mobile visual assistive system” [42], propone un sistema de detección de rostros en tiempo real, tomando en cuenta el movimiento de las personas, por lo que implementa el uso de redes neuronales convolucionales obteniendo un 92.5% de efectividad.



TÉCNICAS DE BIOMETRÍA FACIAL

2. Generalidades

En este capítulo se abordan las etapas fundamentales del proyecto. Se plantea el diagrama de bloques (ver Fig. 2.1), el cual nos permitirá cumplir los objetivos planteados al inicio de la investigación.

2.1 Diagrama de bloques del proceso de reconocimiento facial

En la Fig. 2.1 se representa el proceso que se lleva a cabo para hacer un reconocimiento facial [8], que consta de 5 etapas:

- Adquisición de la imagen.
- Localización del rostro.
- Normalización de la imagen del rostro.
- Extracción de características del rostro.
- Reconocimiento del rostro.

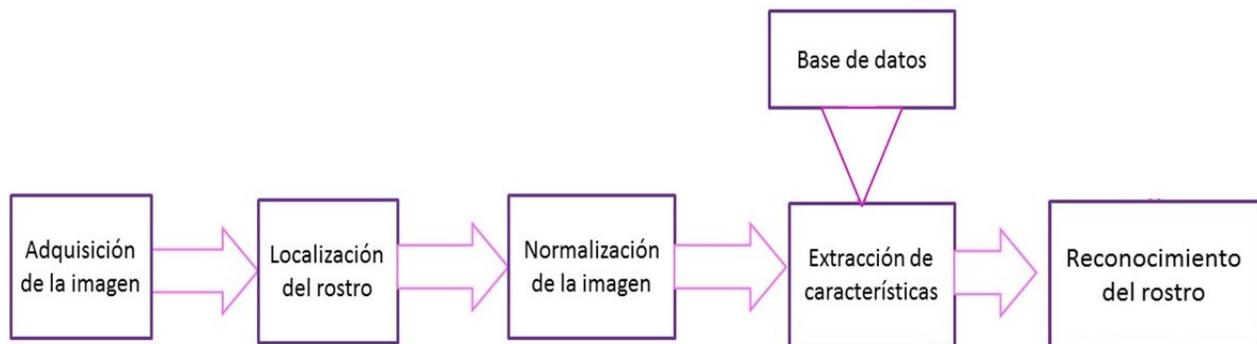


Figura 2.1 Diagrama de bloques del proceso de reconocimiento facial [8].

Adquisición de la imagen: Se obtiene una imagen bajo un ambiente controlado, en el cual la adquisición de las imágenes se realiza a través de un sistema que no tiene perturbaciones (fondo ajeno al rostro) en la toma de la imagen, a manera tal que solo se obtenga el rostro, con el fin de hacer un procesamiento eficiente.

Localización del rostro: Se segmenta el área donde se encuentra el rostro, con el fin de eliminar el fondo. En el caso de video, se necesita localizar el rostro mediante un sistema de detección facial, y hacer el seguimiento de los rostros a lo largo de una secuencia de imágenes.

Normalización de la imagen del rostro: Esto se realiza para poder establecer las mismas características de la imagen con la base de datos a comparar y dirigir los esfuerzos de reconocimiento de rostros hacia las variaciones de pose e iluminación de los mismos.

Extracción de características del rostro: Teniendo el rostro normalizado de acuerdo con las características de la base de datos, se extrae información usando técnicas de extracción de patrones y la información obtenida se usa para distinguir los rostros de las diferentes personas.

Características a tratar del rostro: La extracción de características del rostro de entrada (distancias entre ojos, nariz, boca, etc.), son relacionadas nuevamente con una o varias de las imágenes de rostros que se encuentran en la base de datos. Las características que coinciden con la información de las imágenes que se tienen en la base de datos nos permite indicar con qué imagen de un rostro se presenta una mayor correlación y mayor certeza respecto de la persona relacionada dentro de la base de datos, por lo que llegamos al reconocimiento del rostro.

El diagrama utilizado en la elaboración del sistema diseñado se referenciará más adelante (capítulo 3), haciendo mención de las técnicas matemáticas utilizadas en cada uno de los bloques y la aportación que se tiene con la investigación.

Para llevar a cabo el reconocimiento facial a través de una imagen digital de un rostro (Fig. 2.2), se tiene que detectar el rostro y aislarlo del resto de la imagen, con el fin de eliminar distractores y elementos que no tengan relevancia, las imágenes son normalizadas para tener homogeneidad entre las imágenes que se encuentran en la base de datos y la imagen de la que se desea obtener el reconocimiento de la persona, posteriormente se hace la extracción de características, en la cual se aplican distintas técnicas matemáticas de reconocimiento de patrones lo cual se puede observar dentro del recuadro verde en la imagen, esta información es útil para hacer la comparación de dichas características con las imágenes que se encuentran en la base de datos y finalizar haciendo el reconocimiento de la persona de acuerdo a una imagen digital de su rostro, obteniendo el resultado que se muestra en el recuadro azul.

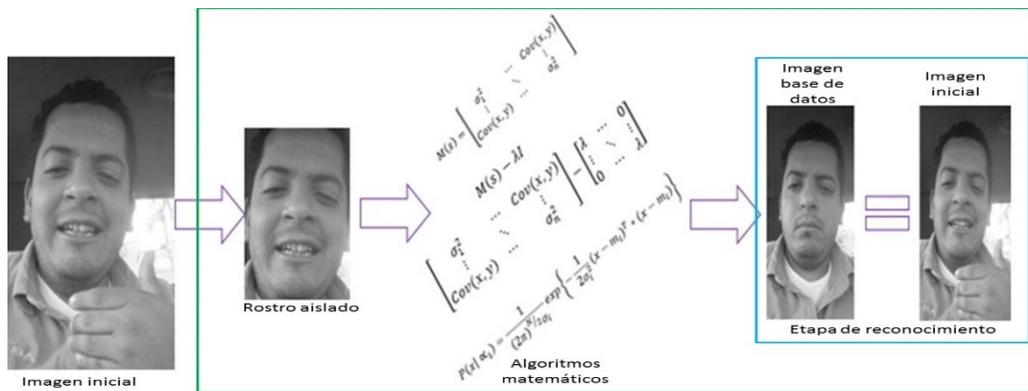


Figura 2.2 Ejemplo de reconocimiento facial.

2.1.1 Localización del rostro

El algoritmo de Viola-Jones es un método de detección de objetos que destaca por su bajo coste computacional, lo que permite que sea empleado en tiempo real [9].

El algoritmo se basa en una serie de clasificadores débiles, denominados características Haar-like [9], que se pueden calcular a partir de una imagen integral, es la representación de una imagen mediante la operación algebraica de cuatro puntos que contienen la suma de las intensidades que se encuentran a la izquierda y por arriba de la zona que se desea extraer, obteniendo una imagen de menor dimensión, la cual contiene la zona de la imagen original que se desea procesar.

Las características Haar-like son rasgos que se buscan en las imágenes y consisten en la diferencia de intensidades luminosas, las características son definidas por rectángulos, de acuerdo a la zona que evalúan.

Existen 3 tipos de características Haar-like (Fig. 2.3);

- ✓ Características de dos rectángulos (Fig. 2.3a)) cuyo valor es la diferencia entre las sumas de los píxeles contenidos en ambos rectángulos. Las regiones tienen la misma área y forma y son adyacentes.
- ✓ Características de tres rectángulos (Fig. 2.3b)), mediante los cuales se calculan la diferencia entre los rectángulos exteriores y el interior multiplicado por un peso para compensar la diferencia de áreas.
- ✓ Características de cuatro rectángulos (Fig. 2.3c)), mediante los cuales se calcula la diferencia entre pares diagonales de rectángulos.

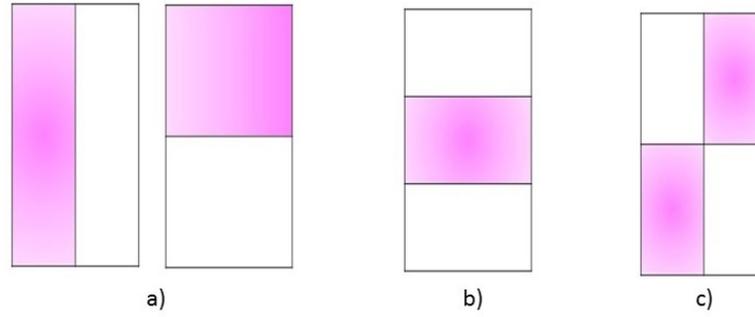


Figura 2.3 Ejemplo de características Haar-like.

La suma de los pixeles de un rectángulo puede ser calculada de manera eficiente empleando una representación intermedia denominada imagen integral. La imagen integral en el punto (x, y) contiene la suma de todos los pixeles que están arriba y hacia la izquierda de ese punto en la imagen original.

$$ii(x, y) = \sum i(x', y') \quad (1)$$

La imagen integral se puede calcular procesando solo una vez la imagen original empleando el siguiente par de ecuaciones:

$$S(x, y) = S(x, y - 1) + i(x, y), \quad (2)$$

$$ii(x, y) = ii(x - 1, y) + S(x, y), \quad (3)$$

donde $ii(x, y)$ es la suma acumulada de la fila x , con $ii(x - 1, y) = 0$ y $S(x, y) = 0$.

En la ec. (2) $S(x, y - 1)$ es el área del rectángulo que se desea analizar, tomando en cuenta que x es la posición actual del pixel que toma como referencia para formar el rectángulo en la imagen original, $i(x, y)$ es la intensidad de la fila actual acumulada. En la ec. (3) describe lo mismo que la ecuación dos, pero analiza la información en dirección y .

Utilizando las ec. (2) y (3), se puede calcular la suma de los pixeles de un rectángulo de cualquier tamaño, utilizando únicamente cuatro accesos a memoria. Para calcular el valor de un rectángulo A cuya esquina superior izquierda está en (x, y) y cuyo tamaño es (sx, sy) , únicamente se necesita acceder al valor de la imagen integral de 4 esquinas, la cual se rige por la ec. (4), (siendo v cualquiera de los puntos del rectángulo A), la cual se describe en la Fig. 2.4.

$$v(x, y, sx, sy) = A(x + sx, y + sy) - C(x - 1, y + sy) - B(x + sx, y - 1) + D(x - 1, y - 1) \quad (4)$$

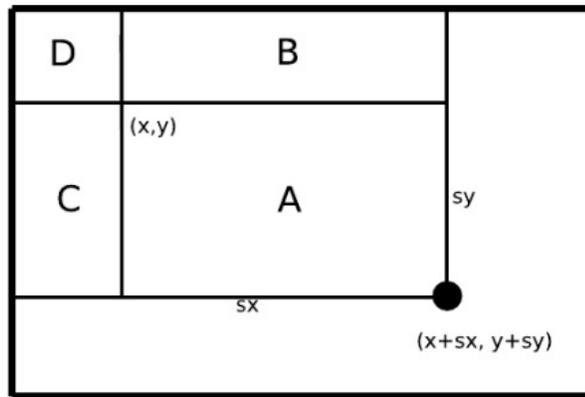


Figura 2.4 Ejemplo de imagen integral.

Una vez que se obtuvo la imagen integral, es necesario realizar un proceso de entrenamiento supervisado mediante un algoritmo basado en AdaBoost, con el fin de clasificar las características más importantes de las imágenes que se desean detectar [9].

Para seleccionar las características de los rostros, se entrenan los clasificadores limitándolos a usar una única característica Haar, con el fin de evitar redundancia al momento de analizar y clasificar las características de los rostros. Para cada característica, el clasificador determina el valor de umbral que minimiza las características clasificadas de manera incorrecta.

Las imágenes utilizadas para entrenar el algoritmo de Viola-Jones fueron normalizadas para minimizar los efectos de diferentes condiciones de iluminación (distintas horas del día, fuente de iluminación en diferente posición, etc).

Las características se evalúan sobre una ventana de búsqueda cuadrada que procesa la imagen. La búsqueda se realiza a distintas escalas obtenidas al multiplicar la escala anterior por un factor de escala f_E , el cual normalmente se encuentra entre $1.1 \leq f_E \leq 1.3$ de acuerdo a [9].

En la Fig. 2.5 se puede observar un ejemplo de la localización del rostro mediante el uso del algoritmo Viola-Jones, el cual sería la primera etapa del sistema de reconocimiento facial (analizado en el capítulo 3), una vez teniendo el rostro aislado se realiza un procedimiento de normalización de la imagen digital descrita en la siguiente sección.



Figura 2.5 Ejemplo de localización de rostros: a) Localización de varios rostros en una imagen con perturbaciones y b) localización de un rostro en una imagen sin perturbaciones.

2.1.2 Normalización de una imagen

La etapa de normalización es un proceso que permite mejorar el reconocimiento y consiste en alinear (trasladando, orientando y escalando) tanto como sea necesario las imágenes faciales, así como un ajuste de contraste, para lo que aplicaremos una ecualización del histograma, esto para normalizar la base de datos, la cual es una transformación que pretende obtener, para una imagen un histograma con una distribución uniforme. El resultado de la ecualización maximiza el contraste de una imagen, realizando un ajuste del contraste de una imagen, con los que se consigue un equilibrio entre las tonalidades de blanco y gris (Fig.2.6).

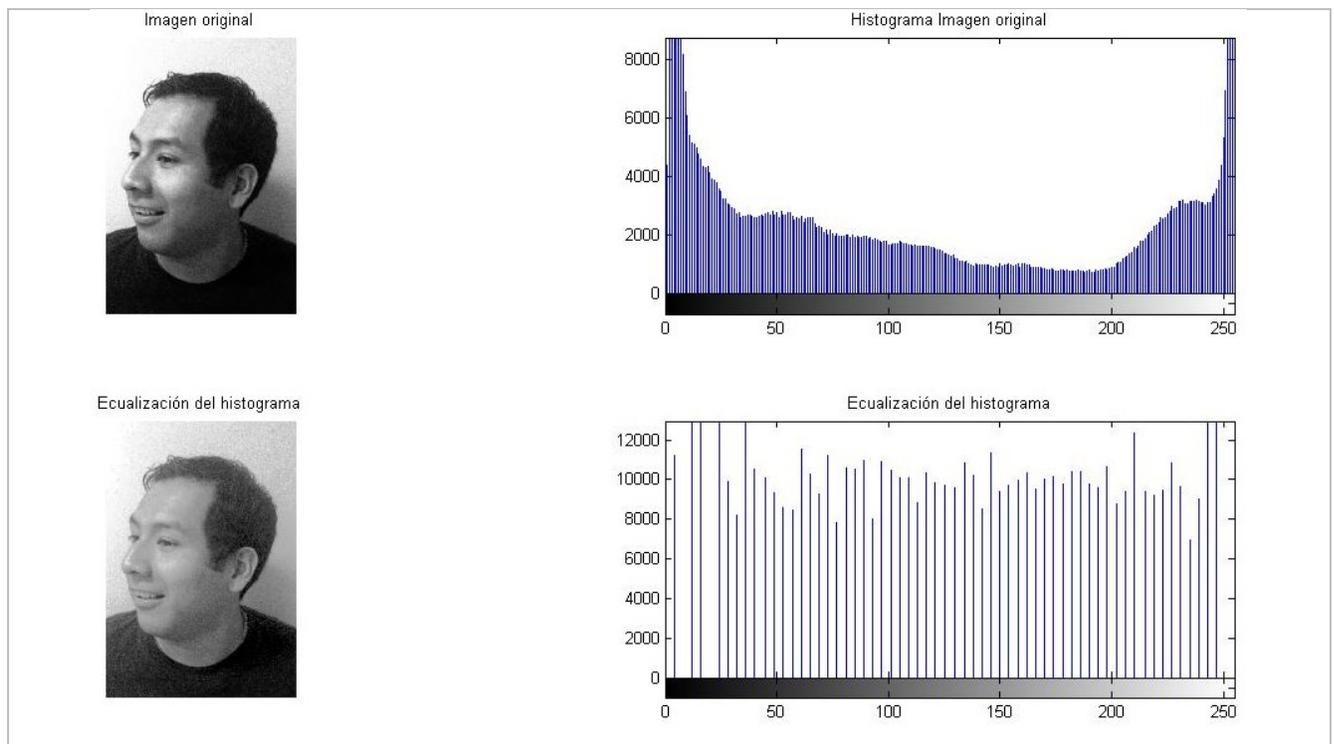


Figura 2.6 Ejemplo de ecuación del histograma en una imagen.

Ya que se tiene normalizada la base de datos, se realizan las técnicas de reconocimiento facial, donde éstas se pueden clasificar en tres tipos, como se muestra en la Fig. 2.7 [10].

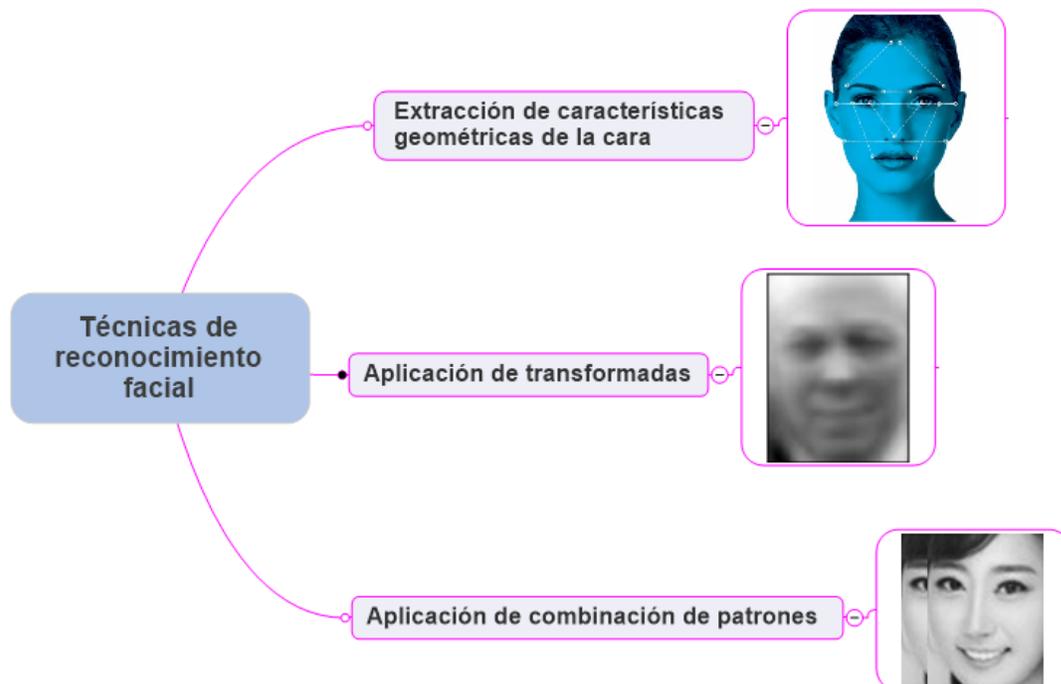


Figura 2.7 Técnicas de reconocimiento facial.



- **Extracción de características geométricas de la cara:** se basa en las posiciones relativas y distancias de ciertos elementos de la cara (cejas, ojos, nariz, boca y contorno de la barbilla principalmente). Dichas distancias son importantes, ya que con ellas se realiza la comparación entre la imagen que se desea hacer reconocimiento y las imágenes que se tienen en la base de datos.
- **Aplicación de transformadas:** las características de la imagen son los coeficientes resultantes de aplicar alguna transformada, como la transformada de Karhunen-Leven, Transformada Rápida de Fourier, Transformada discreta de Wavelet [10].
- **Aplicación de combinación de patrones:** donde se comparan ciertas zonas de una imagen con las zonas equivalentes de otra imagen, utilizando alguna distancia para poder ajustar su nivel de semejanza o discrepancia. Los sistemas que utilizan este tipo de técnica carecen de la fase de extracción de características, ya que utilizan directamente la información de niveles de gris (o color) de los píxeles de la imagen.

Después de analizar las características, los métodos de extracción y el rendimiento presente en cada método se decidió utilizar la aplicación de transformadas, pues este tipo de técnicas extraen las características más relevantes de la imagen, además de ser más precisas, pues se analizan más aspectos del rostro como pueden ser lunares, el uso de oclusiones o las distintas expresiones faciales que puedan existir en la imagen.

Existen tres técnicas que se pueden utilizar para el reconocimiento y detección de rostros [10]: Análisis de Componentes Principales (PCA), Análisis de Componentes Independientes (ICA) y el Análisis Discriminatorio Lineal (LDA). Tanto PCA, ICA y LDA pertenecen a un grupo de técnicas estadísticas multivariantes descriptivas, que describen e interpretan los datos que provienen de la observación de varias variables estadísticas, estudiadas simultáneamente. A continuación, se describen cada una de estas técnicas.

2.1.3 Análisis de Componentes Independientes (ICA) [26]

El análisis de componentes independientes (ICA) es una técnica estadística que permite identificar fuentes estadísticamente independientes a partir de un conjunto de señales mezcladas. ICA permite descomponer una determinada señal en fuentes independientes de las que se compone.

ICA es un método útil en la identificación de fuentes (imágenes) que provienen de distintos sistemas y los cuales emiten señales independientes. Además, una condición necesaria es disponer de un número de señales mezcladas que sea igual al número de componentes independientes que se desea

identificar. Lo que lleva a una transformación de un conjunto de señales en un conjunto de señales estadísticamente independientes llamadas fuentes o componentes independientes del primer conjunto. Esta representación puede usarse en este proyecto como un procedimiento para la extracción de características y el reconocimiento de patrones.

Mientras que PCA trata de obtener una representación de los datos de entrada en variables no correlacionadas, ICA trata de obtener una representación de estas entradas en variables estadísticamente independientes. Las imágenes de la base que se obtienen mediante ICA contienen más información local, es decir, la información es de manera específica de acuerdo a un lugar determinado de la imagen, en comparación con aquéllas obtenidas con PCA las cuáles aportan información global, pues se puede obtener información de toda la imagen.

ICA intenta solucionar el problema de separación de datos, el cual puede formularse en notación matricial, mediante la ec. (5), donde D es la matriz de mezcla, es decir, la matriz donde se encontrarán los datos de manera independiente y no correlacionados entre sí.

$$X = DS, \quad (5)$$

Esto consiste en recuperar el vector de las muestras S , disponiendo únicamente de un vector de N observaciones X ; es decir, calcular una matriz de pesos W (ec. (6)), la cual es la inversa de D de modo que se puedan recuperar las señales independientes originales U .

$$U = WX, \quad (6)$$

$$W = 2(\text{cov}(X))^{-1/2}. \quad (7)$$

Aplicación de ICA en imágenes

La utilización de ICA en imágenes fue propuesta por Bertlett [11], donde se plantea la implementación por medio de dos diferentes arquitecturas, tratando las imágenes como variables aleatorias y los píxeles como observaciones o salidas (Fig. 2.8), o tratando los píxeles como variables aleatorias y las imágenes como salidas (Fig. 2.9).

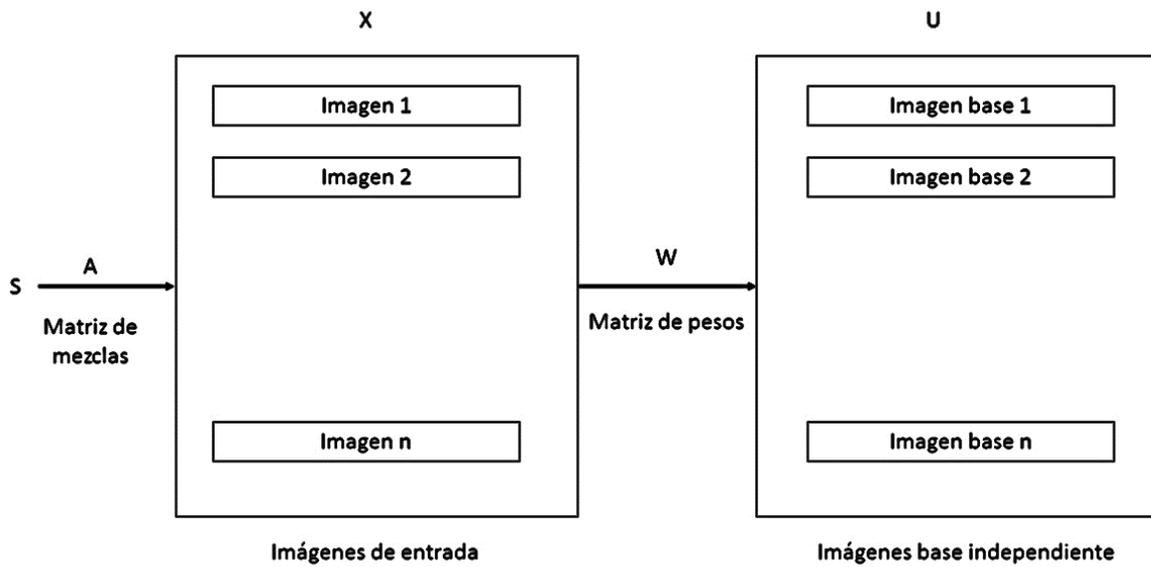


Figura 2.8 Arquitectura I para aplicar ICA en imágenes [26].

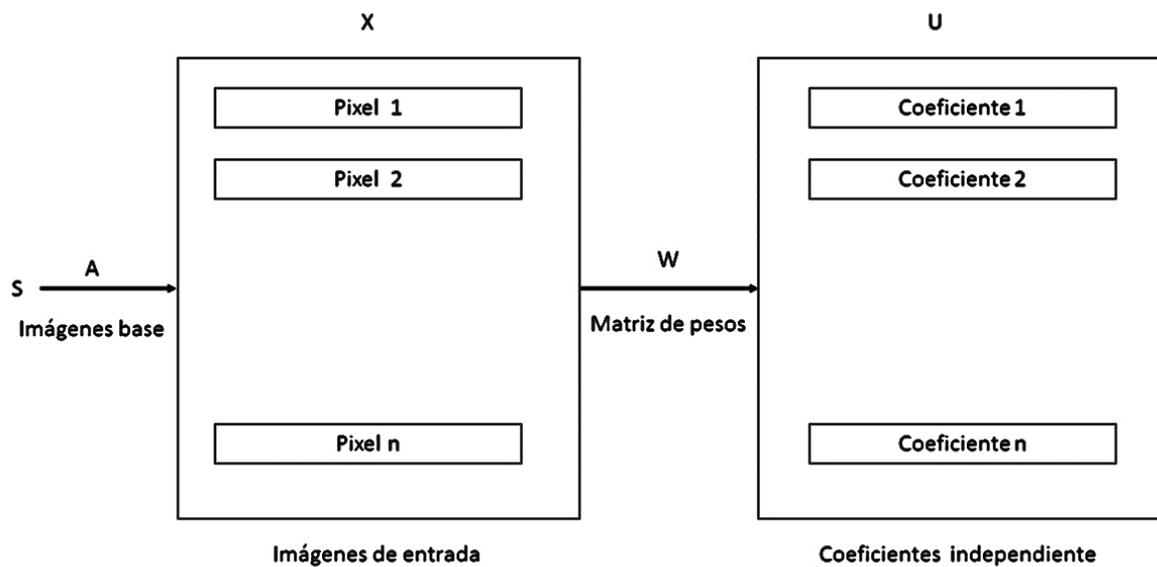


Figura 2.9 Arquitectura II para aplicar ICA en imágenes [26].

La primera arquitectura produce imágenes base estadísticamente independientes, la cual consiste en transponer la matriz de entrada X de forma que las imágenes sean columnas y los píxeles filas. En la arquitectura II, cada imagen de una base de datos es considerada una combinación lineal de las imágenes bases dadas por una matriz D . Cada imagen base es asociada con un conjunto de causas, dado por un vector de coeficientes en S . Las causas son recuperadas por una matriz de pesos W los cuales producen salidas U estadísticamente independientes.

2.1.4 Máquinas de soporte vectorial (SVM)

La máquina de soporte vectorial es una técnica que mejora a un clasificador lineal (separación de la información de acuerdo a las características que mejor defina a cada uno de los grupos formados), buscando un mejor hiperplano que el que se genera con el clasificador lineal. Describe el hiperplano a partir de los llamados vectores de soporte. Estos suelen ser los puntos más cercanos al hiperplano y los que lo definen [13].

Un hiperplano es una figura geométrica que tiene una dimensión menos que el espacio en el que se está ubicando. Ejemplos de hiperplanos son líneas en \mathbb{R}^2 o planos en \mathbb{R}^3 . La Fig. 2.10 muestra un ejemplo de hiperplano en \mathbb{R}^2 . Un hiperplano queda definido por un vector de pesos (w) y un umbral (b).

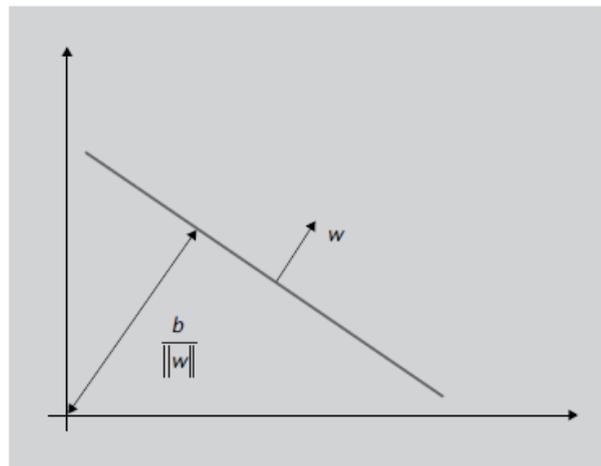


Figura 2.10 Ejemplo de hiperplano

Una vez que se eligió el hiperplano para clasificar un conjunto de puntos, se puede establecer una regla de clasificación, la cual queda definida por:

$$h(x) = \text{signo}\left(b + \sum_{i=1}^N w_i \cdot x_i\right), \quad (8)$$

donde N es el número de elementos que se desean clasificar y el vector $w = \{w_1, \dots, w_N\}$ y b definen al hiperplano, $x = \{x_1, \dots, x_N\}$ es el elemento a clasificar.

2.1.5 Redes neuronales

Las redes neuronales son un conjunto de neuronas interconectadas que forman lo que se considera un modelo simplificado del cerebro, donde existen procesos interconectados que procesan información



mediante un estado dinámico siguiendo una organización jerárquica. Una neurona artificial generalmente tiene varias entradas y una salida.

Dicha salida es una función que suma las entradas, multiplicando por pesos asociados a las interconexiones entre neuronas.

Las redes neuronales se utilizan, normalmente, como elementos clasificadores o memorias asociativas, asociando una serie de patrones de entrada con patrones de salida.

Por ello se entrena la red, alterando los pesos de las interconexiones de acuerdo a la relación deseada.

Una forma de aplicar las redes neuronales para reconocimiento es mediante su aplicación a ventanas de píxeles. Primero se entrenan con varios ejemplos positivos y negativos de objetivos de interés y después se aplican a toda la imagen detectando la localización de dichos objetos donde se tenga mayor respuesta. Esto se puede extender a diferentes resoluciones para hacer el proceso más eficiente.

Para ello se utiliza una estructura primordial para representar la imagen y se comienza por los niveles superiores (menor resolución), pasando al siguiente nivel cuando exista cierta respuesta, hasta llegar a la máxima resolución.

Tipo de red neuronal	Descripción	Ventaja	Desventaja
Adeline	<ul style="list-style-type: none">✓ Estructura unicapa.✓ Información retroalimentada.	<ul style="list-style-type: none">✓ Entrenamiento no supervisado.✓ Una sola capa.✓ Tiene retroalimentación.	<ul style="list-style-type: none">✓ Matemática muy compleja.
Perceptron multicapa	<ul style="list-style-type: none">✓ Estructura multicapas.✓ Varias capas ocultas.✓ Información hacia adelante.	<ul style="list-style-type: none">✓ Coste computacional no es muy alto.	<ul style="list-style-type: none">✓ Aprendizaje supervisado.✓ No existe ecuación para definir capas ocultas.✓ El entrenamiento puede llevarte a mínimos locales.



2.1.6 Análisis de Componentes Principales (PCA)

El análisis de componentes principales es una técnica probabilística que ha sido difundido, especialmente en el tratamiento de grandes cantidades de datos. Según los campos de aplicación, el PCA es reconocido como transformación de Karhunen- Leven, transformación de Hotelling, o de descomposición ortogonal [10].

El PCA permite reducir la dimensionalidad de los datos, transformando un conjunto de p variables originales en un conjunto de q variables no correlacionadas ($q \leq p$) llamadas componentes principales. Las p variables son medidas sobre cada uno de los n pixeles, obteniéndose una matriz de datos de orden np ($p < n$), ya que de lo contrario si no se cumple esa condición, no se reduce la dimensión de los datos procesados, por lo que la selección de los componentes principales no es la más óptima, pues al aplicar esta técnica, la dimensión de los datos debe ser reducida forzosamente.

En el PCA existe la opción de usar la matriz de correlaciones o covarianzas. En la matriz de correlaciones se le da la misma importancia a cada una de las variables, de esta manera es posible obtener e identificar la dependencia que existe entre las variables del sistema.

La matriz de covarianza se utiliza cuando las variables tienen las mismas unidades de medida y cuando es conveniente destacar cada una de las variables en función de su grado de variabilidad.

Las nuevas variables (componentes principales) son obtenidas como combinaciones lineales de las variables originales. Los componentes se ordenan de acuerdo al valor de la varianza obtenida en orden descendente en la diagonal principal de la matriz. En este sentido, el primer componente será el más importante por ser el componente que proporciona mayor información de la varianza de los datos.

El análisis se realiza en el espacio de las variables y al mismo tiempo, en el espacio de las observaciones, es decir, el conjunto de datos originales.

El PCA es una forma de identificar patrones en datos y representarlos de forma tal que sus semejanzas y diferencias sean resaltadas. Este método resulta de gran utilidad cuando es necesario buscar cierto tipo de información, como por ejemplo, la variabilidad de la información procesada. Esta técnica se considera de las más usadas en los procesos de reconocimiento facial, debido a que esta técnica permite reducir la cantidad de información sin perder detalles importantes. En la Fig. 2.11 se puede observar el diagrama de bloques del proceso descrito anteriormente.

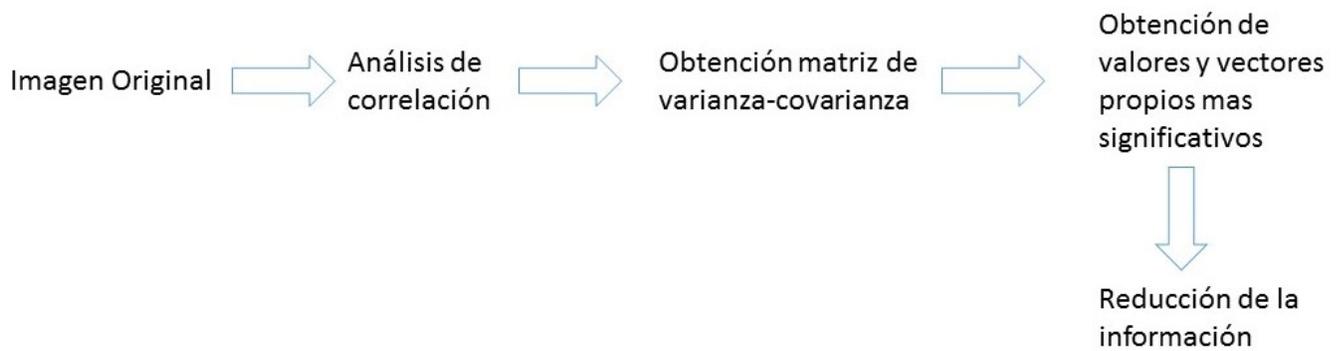


Figura 2.11 Diagrama de bloques del algoritmo para PCA

El Análisis de Componentes Principales permite trabajar con datos dados por las imágenes (alineando la matriz de píxeles para representarla como un vector), y también por vectores de información local extraída de las imágenes.

Suponiendo que existe un vector de p variables aleatorias, la varianza de las p variables, la varianza y la correlación entre las p variables son de interés, debido a que esta información permitirá hacer la discriminación de los datos que no son necesarios para el análisis de la información, ya que no generan información relevante.

La Fig. 2.12 [37] muestra una gráfica de 50 observaciones de dos variables altamente correlacionadas, x_1 y x_2 . Hay una variación considerable en ambas variables, aunque es más en la dirección de x_1 que en x_2 . Si transformamos las variables (aplicando las matrices de correlación, varianza y covarianza) que consideraremos en los Componentes Principales en z_1 y z_2 , obtenemos la gráfica mostrada en la Fig. 2.13.

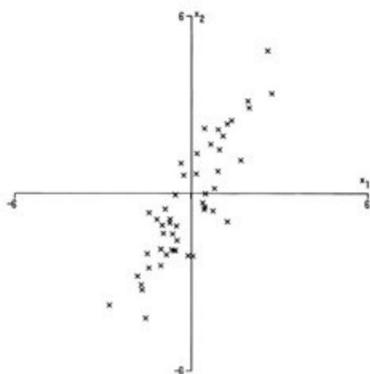


Figura 2.12 Gráfica de 50 observaciones en x_1 y x_2 [37].

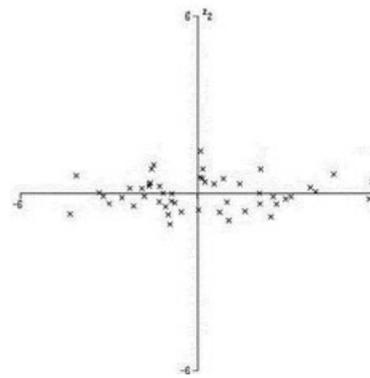


Figura 2.13 Gráfica de 50 observaciones en x_1 y x_2 con respecto a sus componentes principales en z_1 y z_2 [37].

Para el procesamiento de imágenes primero se obtiene la matriz de covarianza de la matriz original, la cual está formada por todos los datos de la imagen que se desea procesar.

Cálculo de la matriz de covarianza. La matriz de covarianza está formada de los datos que representan a la imagen, de acuerdo a la ec. (8) se establecen las dimensiones tanto en i (Dim_i) como en j (Dim_j) de cada elemento dentro de la matriz de covarianza, posteriormente se acomodan los valores obtenidos en una matriz simétrica, colocando las varianzas de los datos en la diagonal principal de la matriz y a los extremos las covarianzas, que en este caso se representan como $C(S)$, la cual es mostrada en la ec. (10).

$$C^{n \cdot n} = C_{i,j}, \quad C_{i,j} = \text{cov}(Dim_i, Dim_j), \quad (9)$$

$$\text{cov}(x, y) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{(n-1)} \quad (10)$$

$$C(S) = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \cdots & \text{cov}(x, y) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{cov}(x, y) & \cdots & \sigma_n^2 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

La ec. (11) representa la forma básica para obtener los elementos de una matriz de covarianza de dos dimensiones, esta representación se observa en la ec. (10), la cual indica que el cambio de x depende directamente de los cambios que se generen en y , donde x_i representa el valor de cada uno de los pixeles, \bar{x} es el valor promedio de x_i , \bar{y} es el valor promedio de y_i , y n es el número total de valores.

Una vez establecidos los parámetros con los que cuenta la matriz de covarianza, se obtienen los valores y vectores propios de dicha matriz.

Los vectores propios se deben ordenar de manera descendente de acuerdo a PCA, obteniendo los componentes en orden significativo, desechando los vectores correspondientes a los valores propios con menor magnitud. Lo anterior, se realiza porque no proporcionan información relevante de la imagen puesto que presentan una dispersión baja en los valores de intensidad.

Una imagen es una matriz de $N \times M$ valores enteros. Cada uno de los elementos de la matriz representa un pixel de la imagen, esta matriz adopta valores enteros entre 0 y $2^k - 1$, donde k es el número de bits

utilizados para representar la magnitud de cada pixel. En caso de que se utilicen 8 bits por pixel ($k=8$), los componentes de la matriz tomarán valores enteros en el rango [0-255], en la ec. (11) se muestra la representación matricial de una imagen, en la que x y y representan las dimensiones de la imagen, por lo cual $f(x,y)$ describe a la imagen como una función matricial [10]:

$$f(x,y) = \begin{bmatrix} f(0,0) & \dots & f(0,N-1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f(M-1,0) & \dots & f(M-1,N-1) \end{bmatrix}, \quad (12)$$

De las características mencionadas anteriormente, se desprende la siguiente información:

- ✓ Análisis matemático que reduce el tamaño de los datos originales que se desean analizar.
- ✓ Determina las direcciones de la proyección que tendrá cada uno de los componentes en el espacio de la variación máxima de los datos.
- ✓ La primera componente principal representa el punto donde la varianza de los datos es máxima.
- ✓ La segunda componente principal está en dirección perpendicular (ortogonal) a la primera, a lo largo de la cual la varianza de los datos es máxima, esto permite crear distintos grupos ya que las varianzas definen la zona del rostro que se está describiendo.

Existen tantas componentes principales como la dimensión del elemento analizado, es decir, el número de componentes depende del tamaño de la matriz formada por los datos originales ya que de esta matriz se obtendrá la ecuación característica que nos proporcionará los componentes principales.

En la Fig. 2.14 se puede observar la proyección de los componentes principales obtenidos de la matriz de covarianza, en la figura se observa la ejemplificación con óvalos de la posición de cada grupo de vectores que son co-lineales entre sí, estos resultados se refieren a que los vectores correspondientes, por ejemplo a la boca, tienen aproximadamente la misma dirección y sentido, por lo que al hacer la proyección se puede observar la proyección de conjuntos de vectores (ilustrados con óvalos), representando distintas zonas del rostro, por ejemplo en la imagen de la Fig. 2.14a) solo se observa el conjunto de vectores que representan la zona de la boca, en la Fig. 2.14b) se observa la proyección de 4 conjuntos de vectores proyectados en las zonas de los ojos, nariz y boca.

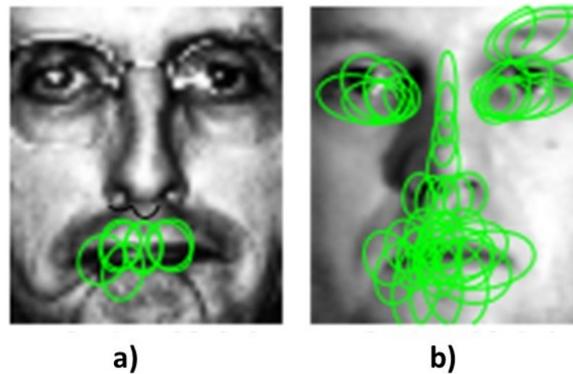


Figura 2.14 Ejemplo de proyección de componentes principales en una imagen. a) Conjunto de vectores que representan la zona de la boca, b) proyección de cuatro conjuntos de vectores, dos en la zona de los ojos, uno en la nariz y uno en la boca [10].

2.1.7 Análisis Discriminatorio Lineal (LDA)

LDA es una técnica de aprendizaje supervisado para clasificar datos ya que busca esa proyección al entrenar al sistema con patrones etiquetados. La idea central del LDA es obtener una proyección de los datos en un espacio de igual o menor dimensión de los datos entrantes, con el fin de que la separabilidad de las clases sea la mayor posible [13].

Es importante aclarar que LDA no busca minimizar el error de representación, sino que ayuda a identificar las características que diferencian a dos o más grupos para crear una función capaz de distinguir con la mayor precisión posible a los miembros uno de otro, por lo cual es necesario utilizar una función discriminante.

Función discriminante

La formulación matemática de la técnica LDA permite modelar la distribución de los datos probabilísticamente para cada una de las clases, las cuales se forman de acuerdo a las características que definen cada grupo, de modo que la distribución se basa en la similitud de sus propiedades. Simplificando la explicación, nos limitamos al caso de dos clases a las que nos referiremos como α_1 y α_2 . En la fase de entrenamiento se parte de m datos del conjunto de entrenamiento y se genera un modelo lineal de las n variables que permita discriminar entre los dos grupos. En la fase de predicción, el modelo lineal se utiliza para predecir a que grupo pertenece una nueva observación que no haya sido utilizada durante la fase de entrenamiento [13].

El análisis de discriminantes asume que los datos de las clases α_1 , α_2 están clasificados siguiendo una función de distribución de probabilidad normal. Eso se expresa mediante la función de densidad de probabilidad condicionada donde un determinado x dato pertenece a la clase α_i [13].

$$p(\mathbf{x}|\alpha_i) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2} \sigma_i} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_i^2} (\mathbf{x} - \mathbf{m}_i)^T (\mathbf{x} - \mathbf{m}_i) \right\}, \quad (13)$$

donde N es la dimensión de los datos, y \mathbf{m}_i y σ_i son la media y la desviación estándar, los datos pertenecientes a la clase α_i .

La función discriminante $g(\mathbf{x})$ permite definir la frontera de decisión de los datos para asignarlos a una clase α_i . En el caso de dos clases, la función discriminante está dada por

$$g(\mathbf{x}) = g_1(\mathbf{x}) + g_2(\mathbf{x}), \quad (14)$$

donde g_i es la función de asignación a la clase i , que viene dada por la expresión

$$g_i(\mathbf{x}) = \ln p(\mathbf{x}|\alpha_i) + \ln P(\alpha_i), \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (15)$$

En la ec. (11) $p(\mathbf{x}|\alpha_i)$ es la densidad de probabilidad condicionada de que un dato x pertenezca a la clase α_i descrita en la ec. (11) y $P(\alpha_i)$ es la densidad de probabilidad a priori.

Para hacer la asignación de las variables de acuerdo a los grupos existentes, se siguen las siguientes condiciones:

$$\alpha_n = \begin{cases} \alpha_i = \mathbf{x}_i, & \text{sí } g(\mathbf{x}_i) > 0 \\ \alpha_{i+1} = \mathbf{x}_i, & \text{sí } g(\mathbf{x}_i) < 0 \\ \text{ninguna clase,} & \text{sí } g(\mathbf{x}_i) = 0 \end{cases}, \quad (16)$$

donde n es el número total de vectores, LDA se compone de dos fases: entrenamiento y predicción. La fase de entrenamiento parte de los m datos del conjunto de entrenamiento y se genera un modelo lineal de los n conjuntos formados. La fase de predicción permite utilizar el modelo lineal construido tras el entrenamiento, lo cual permite asignar un nuevo dato a uno de los dos grupos (Fig.2.15).

La frontera de decisión que determina la asignación de los datos a cada grupo, puede obtenerse calculando la predicción LDA de los datos para ambos grupos, y de esta manera obtener el grupo al que se asignará.

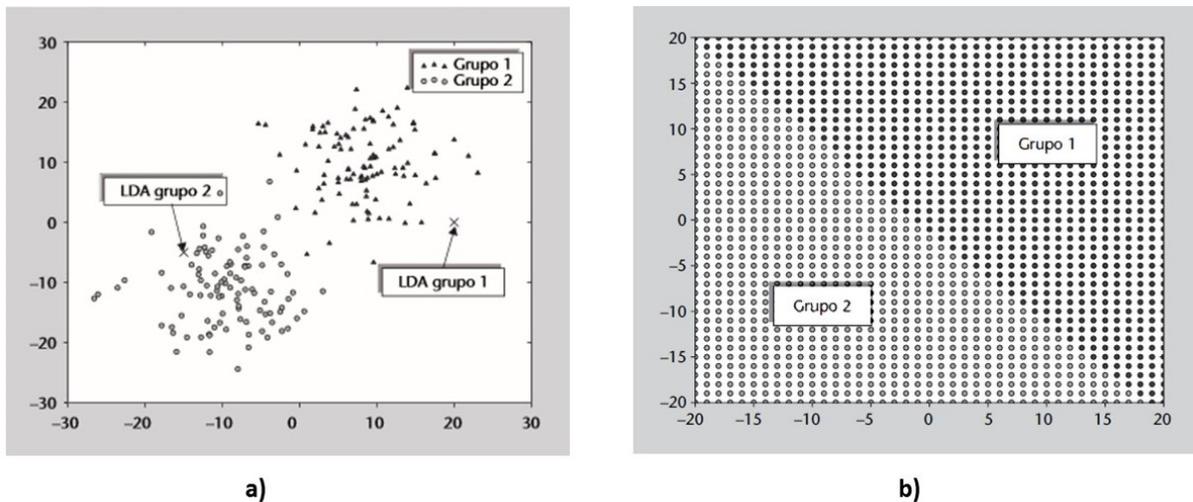


Figura 2.15 Representación gráfica de separación de datos, a) separación de los datos en grupos, de acuerdo a sus características, b) separación de los datos en dos grupos, así como frontera de decisión. [13]

Con este análisis se busca maximizar la separación en la proyección del grupo conformado por las imágenes diferentes de los mismos sujetos y el grupo conformado por las imágenes de diferentes sujetos.

Esta técnica considera las imágenes correspondientes a un mismo sujeto como una clase, de tal forma que se tendrán tantas clases como sujetos. Con estas clases definidas, se obtienen dos matrices de dispersión diferentes, la matriz de dispersión interna de las clases S_W y la matriz de dispersión entre clases S_B .

Una vez descritas las técnicas PCA, ICA y LDA, se evaluaron las ventajas y desventajas de cada una con el fin de elegir cuales son las técnicas que mejor describen las características más importantes de la imagen.

2.1.8 Ventajas y desventajas de las técnicas de reconocimiento de patrones

Técnica	Ventajas	Desventajas
Análisis de Componentes Principales (PCA)	<ul style="list-style-type: none">✓ Reduce la dimensión del conjunto de entrada manteniendo la mayor cantidad de información posible.✓ Las componentes principales obtienen secuencialmente la máxima variabilidad de los datos, lo que garantiza la mínima pérdida de información.✓ Los componentes principales obtenidos son ortogonales entre sí, lo que facilita su procesado ya que pueden tratarse independientemente.	<ul style="list-style-type: none">✓ Los datos observados son una combinación lineal que puede pertenecer a varias bases (zona del rostro proyectada, ojos, nariz, etc).✓ Utiliza los vectores propios de la matriz de covarianza y solo encuentra las direcciones de ejes en el espacio de las variables.
Análisis de Componentes Independientes (ICA)	<ul style="list-style-type: none">✓ El número de componentes independientes es el mismo que el de las señales, por lo cual no se genera pérdida de información.	<ul style="list-style-type: none">✓ La matriz de mezcla A, la cual es el conjunto de todos los datos a analizar, no tiene memoria y es cuadrada.✓ Las señales a recuperar son independientes, por lo cual no se puede restaurar el orden de los componentes, obteniendo información redundante.
Análisis Discriminatorio Lineal (LDA)	<ul style="list-style-type: none">✓ Se genera una combinación lineal de las variables independientes que permitan diferenciar los datos.✓ Ayuda a identificar las características que diferencian a 2 o más grupos.✓ Crea una función capaz de distinguir los miembros de uno y otro grupo, de acuerdo a las características que son proyectadas encada una de las zonas del rostro (ojos, nariz, boca, etc.).	<ul style="list-style-type: none">✓ Las suposiciones de normalidad e igualdad de varianza no siempre se cumplen en las variables del modelo.

2.1.9 Sistemas Difusos

La teoría de Lógica Difusa proporciona un mecanismo para modelar la incertidumbre presente en los procesos de decisión, usando etiquetas lingüísticas como “muchas”, “medianas”, “frecuentemente”, etc. Básicamente se basa en la relatividad de los miembros (datos procesados) y son funciones de procesos mentales y cognitivos.

La lógica difusa es una técnica matemática alternativa a la lógica clásica, la cual pretende introducir un nivel de ambigüedad en los datos que evalúa.

La lógica difusa en comparación con la lógica convencional permite trabajar con información que puede tener interpretaciones subjetivas, contrario con la lógica tradicional que permite trabajar con información definida y precisa. Las áreas en las que se ha desarrollado la teoría de lógica difusa son entre otras:

- Control de sistemas: control de tráfico, de vehículos, de compuertas en plantas hidroeléctricas, centrales térmicas, en máquinas lavadoras, transporte, ascensores, etc.
- Reconocimiento de patrones y visión por computadora: seguimiento de objetos con cámara, reconocimiento de escritura manuscrita, reconocimiento de objetos, compensación de vibraciones en la cámara, sistemas de enfoque automático.
- Sistemas de información o conocimiento: bases de datos, sistemas expertos

Dentro de la teoría clásica se tienen los conjuntos clásicos, los cuales surgen por la necesidad del ser humano de clasificar objetos. Estos conjuntos son bien definidos mediante sus elementos o mediante una función de pertenencia μ la cual toma valores de 0 o 1 de un universo en discurso para todos los elementos que pueden o no pertenecer al conjunto. Un conjunto clásico se puede definir con la función de pertenencia que se muestra en la ec. (17):

$$\mu_A(\mathbf{x}) = \begin{cases} 0 & \text{si } \mathbf{x} \notin A \\ 1 & \text{si } \mathbf{x} \in A \end{cases}, \quad (17)$$

En los conjuntos difusos, la función de pertenencia puede tomar valores en el intervalo entre 0 y 1, y la transición del valor entre cero y uno es gradual y no cambia de manera instantánea como pasa con los conjuntos clásicos. Un conjunto difuso en un universo puede definirse como lo muestra la ec. (18):

$$A = \{\mathbf{x}, \mu_A(\mathbf{x}) \mid \mathbf{x} \in U\}, \quad (18)$$

donde $\mu_A(\mathbf{x})$ es la función de pertenencia de la variable \mathbf{x} , y U es el universo en discurso. Cuanto más cerca este el nivel de pertenencia del elemento del conjunto A al valor de 1, mayor será el nivel de pertenencia de la variable \mathbf{x} al conjunto A .

Para inicializar un sistema difuso, se deben generar grupos de pertenencia los cuales describirán las características de cada uno de los grupos, esto mediante el uso de reglas difusas, ya que dichas reglas permitirán agrupar cada dato a los distintos grupos a los que pertenezca, este tipo de lógica permite que los datos puedan pertenecer a más de un conjunto (en nuestro caso, zona de proyección de los datos, ojos, nariz, etc.), pero el dato será asignado al grupo con el que tenga mayor relación, por lo

cual se podrán modelar las imprecisiones generadas durante el proceso. En la Fig. 2.16 se ejemplifica la estructura de un modelo difuso.

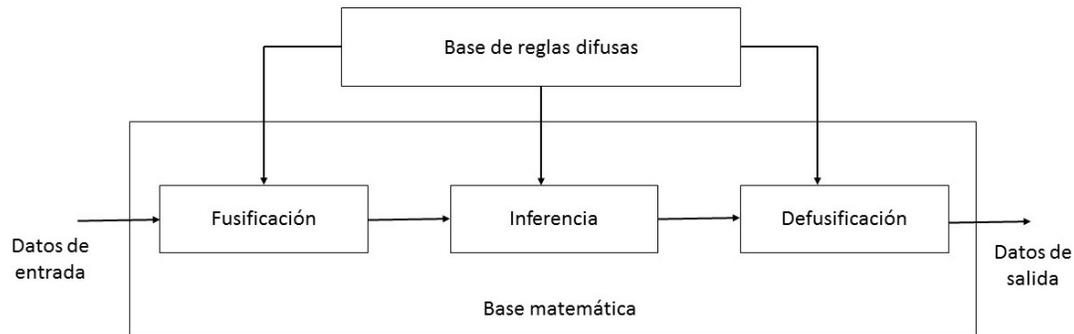


Figura 2.16 Estructura de un modelo difuso [14].

- **Fusificación:** tiene como objetivo convertir los valores reales en valores difusos. En la fusificación se asignan grados de pertenencia a cada una de las variables de entrada con relación a los conjuntos difusos previamente definidos utilizando las funciones de pertenencia asociadas.
- **Base de reglas difusas:** contiene el conocimiento asociado con el dominio de la aplicación y los objetivos del control. En esta etapa se deben definir las reglas lingüísticas de control que realizará la toma de decisiones que decidirán la forma en la que debe actuar el sistema.
- **Inferencia:** relaciona los conjuntos difusos de entrada y salida para representar las reglas que definirán el sistema. En la inferencia se utiliza la información que se encuentra en la base de reglas difusas para generar reglas mediante el uso de condiciones, las cuales expresan el tipo de relación que existe entre los conjuntos formados anteriormente.
- **Defusificación:** realiza el proceso de adecuar los valores difusos generados en la inferencia de valores reales, que posteriormente se utilizarán en la asignación de los vectores a los grupos formados por LDA. En la defusificación se pueden utilizar métodos matemáticos simples como el método del centroide, método del promedio ponderado o método de membresía [14].

La tarea de agrupamiento de datos es una tarea no supervisada, ya que los datos no llevan asociada ninguna etiqueta o información añadida por un revisor humano.

Existen distintos métodos para clasificar los datos usando lógica difusa (como por ejemplo mediante distancias, pesos, etc.). En nuestro caso se usa el método basado en distancias, el cual clasifica la información a partir de medidas de similitud (distancias que al ser comparadas tienen cercanía en sus

valores), para lo cual es necesario calcular las distancias euclidianas entre vectores, por lo que es necesario utilizar la ec. siguiente [15]:

$$d(A, B) = \sqrt{\sum_{i=1}^N (b_i - a_i)^2}, \quad (19)$$

donde $d(A, B)$ es la distancia que se tiene del vector A al vector B , siendo b_i y a_i los elementos de los vectores A y B , así como i es el número total de elementos que contiene cada uno de los vectores. Se pueden utilizar diversas funciones de pertenencia, las cuales se presentan en la Tabla 2.2. Dichas funciones nos permiten asignar cada uno de los datos que deseamos analizar a uno de los grupos difusos formados inicialmente, esto de acuerdo a sus características, colocando el dato en los grupos donde se calcule cierto nivel de pertenencia, ya que como se mencionó anteriormente un dato puede pertenecer a más de un grupo.

Tabla 2.2. Funciones de membresía [16]

Nombre	Ecuaciones	
Triangular	$\mu(z) = \begin{cases} 0, & z < a \\ \frac{(z-a)}{(b-a)}, & a \leq z < b \\ 1 - \frac{(z-a)}{(b-a)}, & b \leq z < c \\ 0, & b \leq z < c \end{cases},$	z =conjunto de distancias calculadas a =distancia más pequeña b =distancias intermedia c = distancia más grande
Trapezoidal	$\mu(z) = \begin{cases} 0, & z < a \\ \frac{(z-a)}{(b-a)}, & a \leq z < b \\ 1, & b \leq z < c \\ 1 - \frac{(z-b)}{(c-b)}, & c \leq z < d \\ 0, & d \leq z \end{cases}$	c = distancia más grande c =distancia promedio (trapezoidal) d = distancias más grande b =distancias más grande (trapezoidal) p =punto medio de acuerdo a los límites de las distancias calculadas
Sigma	$\mu(z) = \begin{cases} 0, & z < a \\ \frac{(z-a)}{(b-a)}, & a \leq z < b \\ 1, & b \leq z \end{cases}$	(Forma S)

Forma-S	$u(z, a, b) = \begin{cases} 0, & z < a \\ 2 \left[\frac{z-a}{b-a} \right]^2, & a \leq z < p \\ 1 - 2 \left[\frac{z-a}{b-a} \right]^2, & p \leq z < b \\ 1, & b \leq z \end{cases}$ <p>donde $p = \frac{(a+b)}{2}$</p>	
Forma de campana	$\mu(z) = \begin{cases} S(z, a, b), & z < a \\ S(2b-z, a, b), & b \leq z \end{cases}$	

2.2 Resultados del capítulo

En este capítulo se describieron las técnicas de reconocimiento de patrones más usadas en el tema de reconocimiento facial, analizando las ventajas y desventajas de cada una, así como las técnicas de redes neuronales y máquinas de soporte vectorial, concluyendo que no es adecuado utilizar ICA, pues siempre se procesa toda la información original y al hacerlo de manera independiente no se puede regresar a la imagen original sin distorsionarla. Así mismo se decidió implementar PCA y LDA ya que dichas técnicas nos permiten reducir y agrupar la información de las imágenes.

Así mismo se describió la teoría de lógica difusa analizando las distintas funciones de membresía, de las que se eligió trabajar con la función de membresía de forma-S, debido a que esta función modela algunas distancias que no están claramente definidas entre los grupos característicos y presentan incertidumbre al momento de hacer el proceso de clasificación (como se observará en el capítulo 3).



RECONOCIMIENTO FACIAL APLICANDO PCA, LDA Y LÓGICA DIFUSA

3. Introducción

Con el fin de obtener el reconocimiento facial a través de la imagen digital del rostro de una persona, se propone el uso de dos técnicas probabilísticas, PCA y LDA, así como la aplicación de lógica difusa para evitar pérdida de información al momento de clasificar los datos siguiendo el diagrama a bloques de la Fig. 3.1.

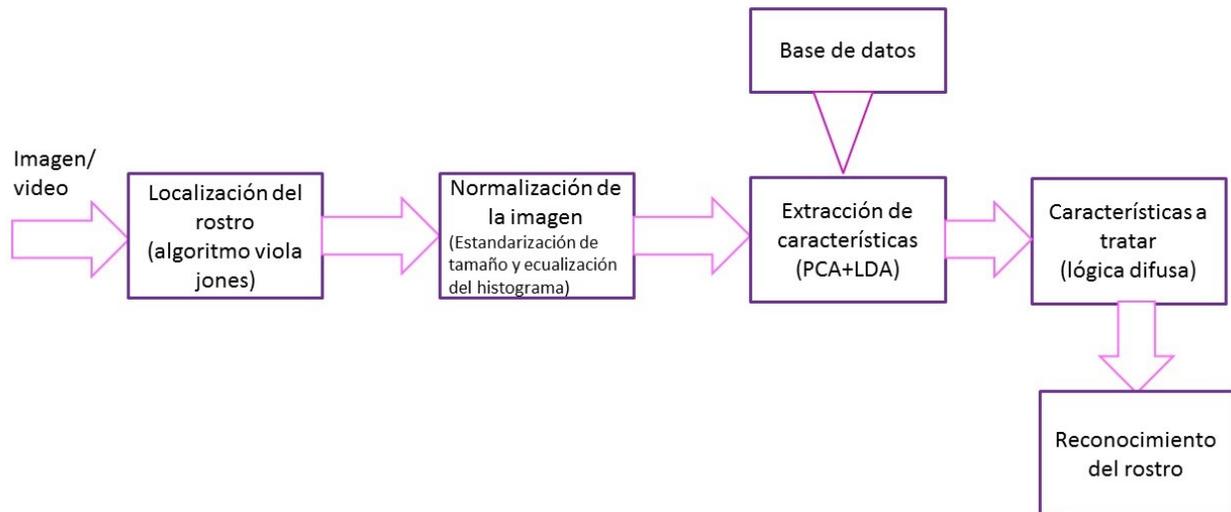


Figura 3.1 Diagrama de bloques de la propuesta del modelo de reconocimiento facial, siendo nuestra aportación el bloque de características a tratar.

3.1 Descripción del sistema de reconocimiento facial

Tanto PCA como LDA se basan en estructuras de similitud de distancias Euclidianas, ya que al momento de comparar las imágenes se comparan las distancias euclidianas obtenidas en el proceso con las distancias de la imagen original.

El PCA y el LDA son dos tipos de proyecciones de sub-espacio lineal estándar, es decir, proyectan un espacio reducido del espacio original, el cual se sabe que es lineal pues el espacio original cumple con el teorema de superposición, esto es debido a que se genera el sub-espacio lineal con los vectores propios, dichos vectores caracterizan al espacio original.

El PCA produce una reducción basada en una técnica de proyección lineal en el sub-espacio lineal comprendido por los vectores propios principales (los cuales corresponden a los valores propios de mayor valor) de la matriz de covarianza de entrada. El LDA establecido por Fisher [17] identifica las direcciones en el sub-espacio lineal a lo largo de la cual se maximiza la separación de las proyecciones lineales de cada uno de los vectores.

El espacio original de S -dimensiones es proyectado sobre un espacio intermedio t -dimensional, es decir; se obtiene la reducción de la información inicial (espacio S -dimensional), ordenada en una nueva matriz (espacio t -dimensional) por PCA, finalmente la información es proyectada en una matriz que puede ser de las mismas dimensiones que la matriz anterior (matriz de varianza-covarianza), o de menor dimensión (espacio f -dimensional), esto dependiendo de las condiciones establecidas por LDA (capítulo 2, sección 2.1.7).

Con PCA, la imagen del rostro de entrada usualmente es normalizada con el fin de homogeneizar las características de las imágenes, debido a la gran variación que existe en las imágenes al momento de tomar la fotografía (posición del rostro, iluminación, gesticulaciones, oclusiones). Este pre-procesamiento reduce la variación tan drástica de acuerdo a la iluminación, contrastes y dimensiones que existe dentro de las clases, mejorando así el índice de reconocimiento.

Combinando PCA y LDA se obtiene una proyección lineal de la imagen de entrada S en el sub-espacio del rostro t y después se hace la clasificación en el espacio f_{ord} , la cual se obtiene a partir de f_{des} , siendo f_{des} la matriz obtenida después de aplicar PCA y f_{ord} la matriz en la que se ordenan los datos mediante LDA.

$$t = \phi^T S, \quad (20)$$

$$f_{des} = W^T t, \quad (21)$$

$$f_{ord} = \beta^T S, \quad (22)$$

donde ϕ^T es la transformación del PCA, W^T (sección 2.1.5) es la mejor transformación discriminante lineal en el espacio de características del PCA y β^T (sección 2.1.6) es la composición de la proyección lineal del espacio de la imagen original al espacio de clasificación. Después de esta proyección lineal, el reconocimiento se realiza con la clasificación basada en la medición de distancia.

El PCA + LDA es un método que fue probado para usar un conjunto de imágenes completamente distintas entre sí a pesar de pertenecer a la misma persona [2]. Se hace una proyección de la matriz que representa al PCA seguida por la proyección del LDA.

Los pasos a seguir para aplicar PCA+LDA son [2]:

- ✓ Obtener la matriz de correlación $M(c)$ (ec.(23)).

- ✓ Calcular la matriz de varianza-covarianza $M(S)$ (ec. (26)).
- ✓ Calcular los vectores propios $\{\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_l\}$ (ec. (27)) correspondientes a los l valores propios más significativos (ec. (28)). de la matriz de varianza-covarianza.
- ✓ Obtener la función de densidad de probabilidad condicionada $p(\mathbf{x}|\alpha_i)$ (ec. (13)).
- ✓ Aplicar función discriminante $g(\mathbf{x})$ para separar los datos de acuerdo a sus características (ec. (14)).

A diferencia del PCA que codifica la información en un espacio ortogonal, el LDA codifica información determinante en un espacio linealmente separable, ambas técnicas utilizan una estructura Euclidiana [2]. Cuando unimos las técnicas de reconocimiento de patrones PCA y LDA se generan cinco matrices que describen el proceso, la Fig. 3.2 representa la distribución de dichas matrices, las cuales separan ambas técnicas.

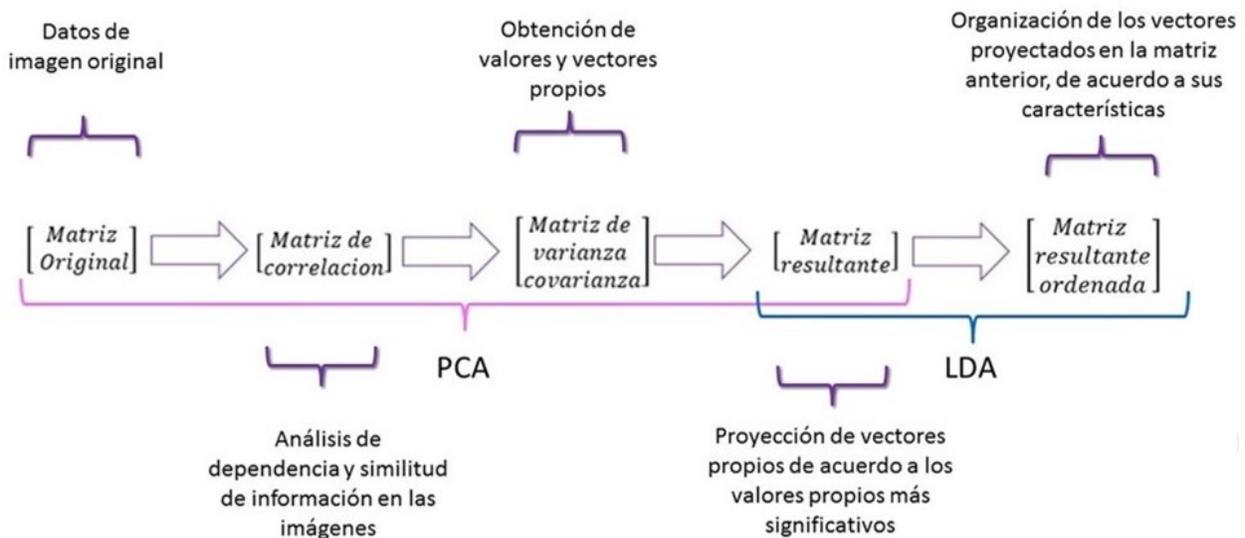


Figura 3.2 Matrices que describen el proceso del PCA+LDA.

Con el fin de reducir la información de la matriz original, se obtiene la matriz de correlación (ec. (22)) con la que podemos obtener la dependencia que tienen entre si los vectores, para posteriormente calcular la matriz de varianza-covarianza de S (ec. (25)), es decir, los datos de la imagen, por lo que primero debemos calcular las covarianzas (ec. (23)) y las varianzas (ec. (24)) que hay entre los datos

para ordenarlos en la matriz resultante, que estará formada por los vectores característicos de los valores característicos más representativos.

$$M(c) = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & r_{N1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{1M} & \cdots & 1 \end{bmatrix}, \quad (23)$$

$$\text{cov}(x, y) = \frac{\sum_{\forall i}^M \sum_{\forall j}^N (x_i - \bar{x})(y_j - \bar{y})}{M \cdot N}, \quad (24)$$

$$\sigma_n^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2, \quad (25)$$

$$M(S) = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \cdots & \text{cov}(x, y) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{cov}(x, y) & \cdots & \sigma_n^2 \end{bmatrix}, \quad (26)$$

donde:

$M(c)$: Matriz de correlación

r_{1M} : Coeficiente de correlación

\bar{x} : Promedio de los elementos en x

\bar{y} : Promedio de los elementos en y

σ_n^2 : Varianza

$M(S)$: Matriz de varianza-covarianza

En la Fig. 3.3 se ilustra como al aplicar PCA se genera una nueva matriz con los vectores característicos obtenidos de la matriz de varianza-covarianza, los cuales se obtienen generando el polinomio característico de la matriz identidad (ec. (27), donde las λ 's son las variables que representaran los valores propios de la matriz, I es la matriz identidad), por lo cual reduce la información, ya que como se mencionó anteriormente solo se utilizan los vectores de los valores más representativos, dichos vectores son obtenidos de manera desordenada en la matriz, posteriormente se clasifican los vectores de acuerdo a la orientación de la proyección de cada uno de ellos, obteniendo

distintos grupos de datos, utilizando las ec. (12) y (13), lo cual se puede observar en la Fig. 3.4, donde los vectores mostrados en la *matriz resultante* ya están a lado de los vectores que corresponden a la zona a la cual tienen similitud.

$$(s - \lambda I) \cdot \mu_1 = \vec{0}; \quad (s - \lambda I) \cdot \mu_2 = \mu_1 \text{ y así sucesivamente hasta } \mu_l \quad (27)$$

$$\rho(\lambda) = \det(M(s) - \lambda I), \quad (28)$$

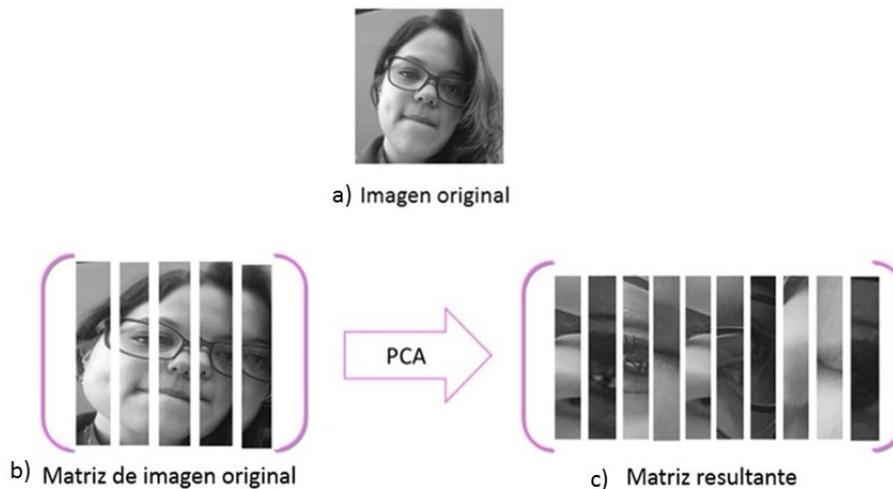


Figura 3.3 Representación de aplicación de PCA a) imagen original, b) representación matricial de la imagen original, c) reducción de los datos de la matriz original, proyectados en matriz resultante.

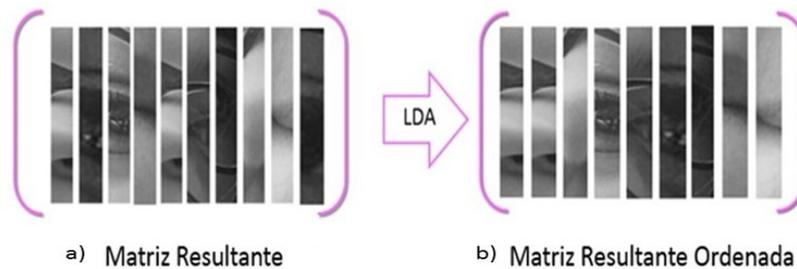


Figura 3.4 a) Representación de reducción, b) ordenamiento de datos mediante LDA.

Al aplicar PCA y LDA, como se podrá ver en el capítulo de resultados, se pierde información importante debido a la etapa de clasificación de los datos donde existe información que pertenece a más de un conjunto lo que provoca que sea discriminada, y por lo tanto que la pérdida de información se incremente. Se propone el uso de lógica difusa después de la etapa de LDA, se generarán 4 grupos de pertenencia de acuerdo a las características que se discriminaban con mayor frecuencia al aplicar

LDA, lo que permite una mejor clasificación de los datos, ya que aplicando lógica difusa, en vez de eliminar dicha información, se asigna al grupo con el que se tenga mayor relación. Para el caso de la clasificación de los datos, se propone el uso de la función de membresía de forma- S , ya que al graficar de acuerdo a las distancias euclidianas calculadas, se puede obtener el grado de pertenencia que cada uno de los datos tiene con respecto a los grupos formados por LDA. Esta es la función que mejor describe dicha asignación, puesto que la forma en la que se grafica permite que todos los datos cumplan con un cierto grado de pertenencia tomando en cuenta como referencia la distancia más grande, la más pequeña y la distancia intermedia de todo el conjunto de distancias calculadas, de esta manera pueden ser asignados al que tengan mayor grado de pertenencia. Kwak and Pedrycz [18] proponen la incorporación de un nivel gradual de asignación a las clases, siendo considerado como un grado de pertenencia con anticipación, tal que la discriminación de los datos que presentan menor variabilidad ayuda a mejorar la clasificación de los resultados, ya que se reduce la cantidad de información que se desea clasificar.

En la Fig. 3.5 se ilustra un ejemplo de la manera en la que se aplica la lógica difusa, ya que se crean distintos grupos de pertenencia para ir asignando cada uno de los vectores que representan cierta zona del rostro al grupo que corresponden, de acuerdo al grado de pertenencia que tienen con dichos grupos, aunque dicho vector puede pertenecer a más de un grupo, por lo que se asigna con el que tengan mayor grado de pertenencia, este procedimiento es muy útil, ya que cuando se realiza la clasificación con LDA los vectores que se encuentran en la frontera (que pueden pertenecer a ambos grupos) son discriminados, la información que pueden aportar se incluye haciendo uso de lógica difusa, para evitar que se desprecie la información del borde o detalle y evitar que se discrimine, de esta manera serán asignados a uno de los grupos formados anteriormente, que representan las zonas del rostro, lo que permitirá aprovechar la información que se genera.

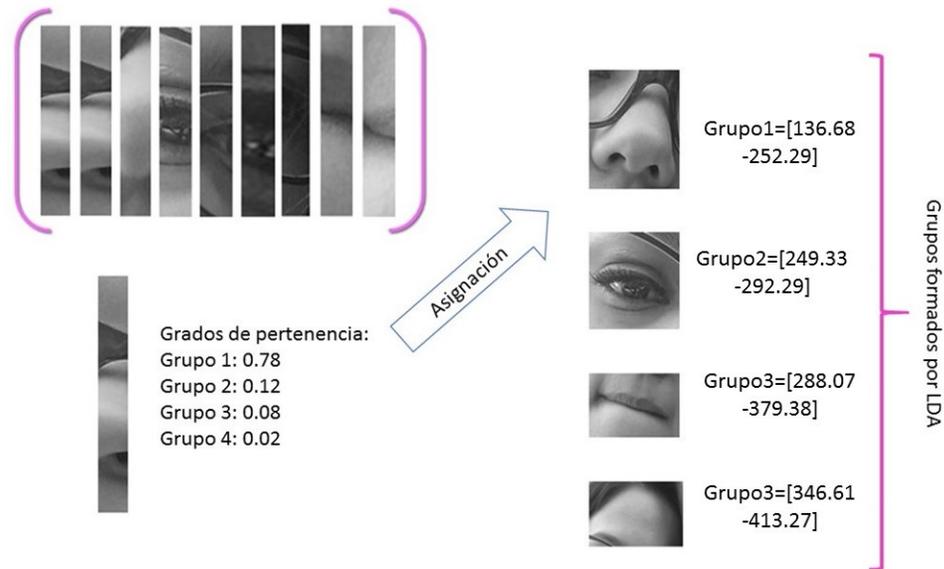


Figura 3.5 Asignación de información mediante Lógica Difusa

Los valores dentro de la Fig. 3.5 se calculan de acuerdo a las distancias euclidianas obtenidas entre vectores, utilizando todas las distancias de las imágenes en la base de datos, esto con la finalidad de tomar en cuenta las variaciones que se tienen en los rostros (oclusiones, cambios de posición en el rostro, gesticulaciones), posteriormente los grados de pertenencia se obtienen utilizando las ecuaciones que describen una función de forma S , los cuales indicaran con que grupo tienen mayor relación, siendo este el grupo al que será asignado el vector analizado.

Una vez que se tienen los vectores de manera ordenada se obtienen distintos grupos de vectores, los cuales contienen la información de cierta zona del rostro, por ejemplo, existe el grupo que contiene las características de la nariz, boca, etc., los cuales son obtenidos en la *matriz resultante ordenada*. Con dichos grupos de vectores se pueden comparar los grupos formados de la imagen original y las imágenes que se tienen en la base de datos, como se ilustra en la Fig. 3.6.

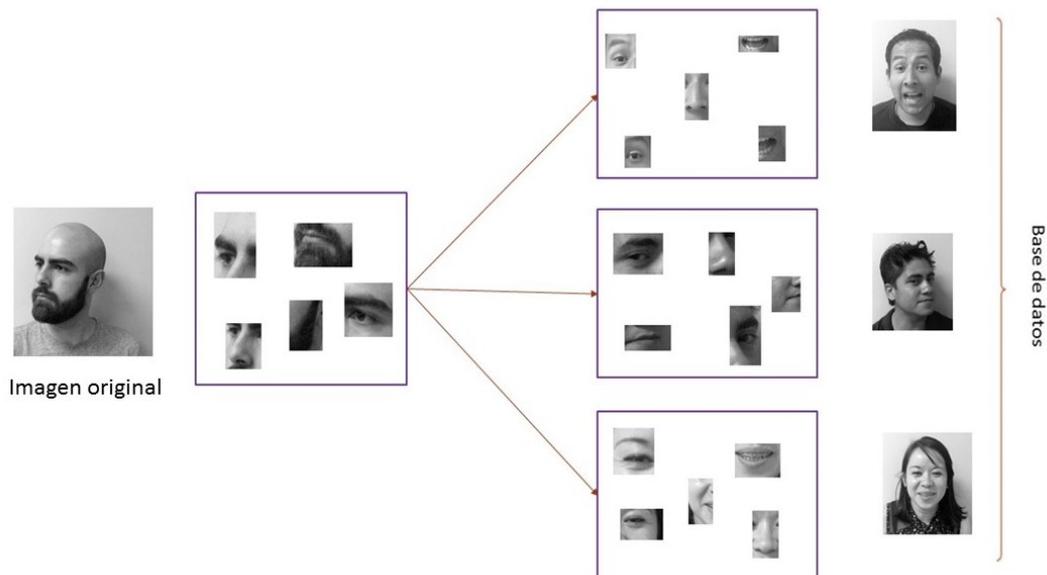


Figura 3.6 Representación de comparación de datos

Para generar la base de datos, se tomaron en cuenta las siguientes restricciones de expresión, con el fin de tener una referencia amplia al momento de hacer la comparación de características:

- ✓ Tipos de expresiones:
 - ✓ Serio
 - ✓ Sonriendo
 - ✓ Enojo
 - ✓ Somnoliento
 - ✓ Aburrido
 - ✓ Sorprendido

Se realiza a cada foto un pre-procesamiento para normalizar la imagen tomada de una cámara, con el objetivo de tener las mismas características de la base de datos con la que se cuenta. El proceso de normalización se realiza usando la ecualización del histograma [19], obteniendo condiciones de iluminación similares entre imágenes de rostros, además se realiza un redimensionamiento de la imagen para un ajuste de dimensiones, y tener todas las fotografías con un mismo tamaño.

Las características con las que fueron tomadas las imágenes de la base de datos, son de acuerdo a las bases de datos FERET [19] y YALE [20], las cuales establece que la base de datos debe contar de 5 a 11 imágenes por persona en escala de grises, en las cuales se tendrán variaciones en las gesticulaciones, así como en el uso de oclusiones, esto con el fin de tener una referencia amplia al momento de hacer la comparación entre las imágenes.

Una muestra de la base de datos propuesta se observa en la Fig.3.7 la cual contiene la foto de 6 individuos. Para normalizar la base de datos se realiza la ecualización del histograma y se redimensionan las imágenes a 50 X 50 píxeles.



Figura 3.7 Base de datos.

Posteriormente se obtienen los promedios de las imágenes con los datos obtenidos de la matriz de correlación, en donde se observa la dependencia que hay entre cada dato. (Fig. 3.8), lo cual nos ayudará a obtener la matriz de varianza-covarianza, para formar los rostros propios, los cuales podemos observar en la Fig. 3.9, que nos generan el contorno de los rostros, así como de las características más significativas de cada imagen, con lo cual podremos obtener las distancias que permitirán hacer el reconocimiento facial.

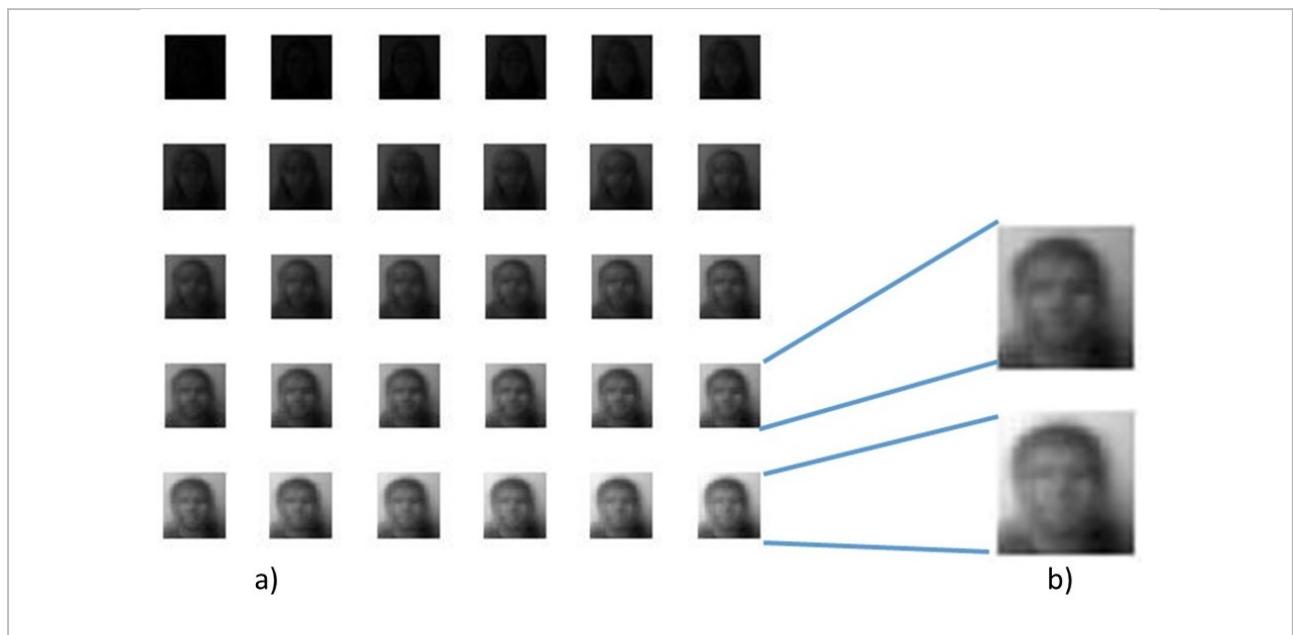


Figura 3.8 Imágenes promedio a) Imágenes promedio de cada una de las imágenes de la base de datos, b) imágenes promedio de dos personas de la base de datos.

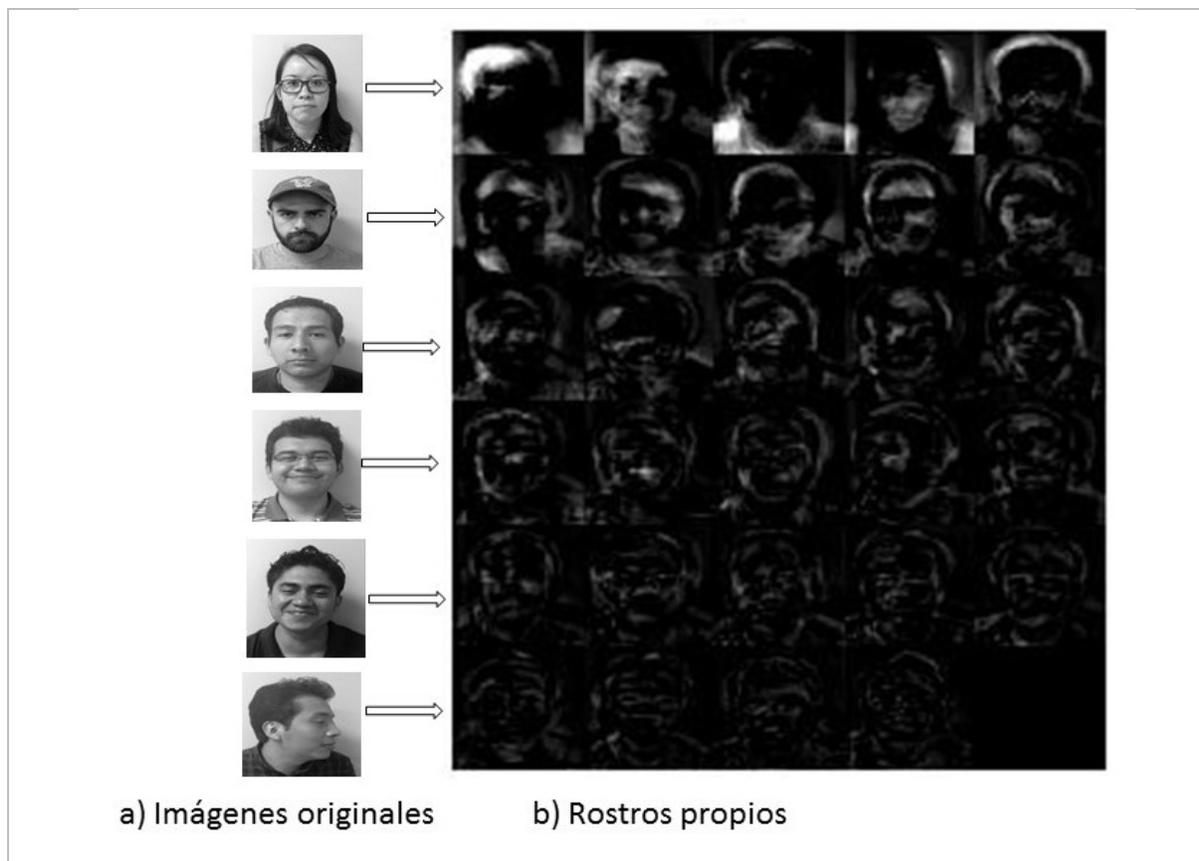


Figura 3.9 Rostros propios a) Imágenes originales de las personas que se encuentran en la base de datos, b) Rostros propios correspondientes a cada una de las personas de la base de datos, los cuales están ordenados en filas de acuerdo a la persona que corresponden.

Para realizar el reconocimiento de rostros como se observa en la Tabla 3.1, se aplica el mismo procedimiento a la imagen entrante, una vez que se encuentra dicha imagen con condiciones normalizadas, se calculan las distancias que se forman entre los vectores propios obtenidos anteriormente y se restan las distancias de la imagen entrante con las distancias de las imágenes de la base de datos, hasta encontrar la imagen con mayor similitud, como se puede observar, la imagen con la que encuentra mayor similitud es más pequeña y se ve un poco borrosa a comparación de la imagen entrante, esto debido a que esa imagen ya fue procesada y se tienen perdidas de información al aplicar la metodología, dicho reconocimiento se basa en ciertas restricciones, como son, que no se tenga a la persona completamente de perfil ni muy inclinada, no importa que la persona use oclusiones ni los gestos que haga al momento de adquirir la foto siempre y cuando la imagen se tome de frente. La Tabla 3.2 muestra algunos ejemplos en los que el sistema obtuvo resultados erróneos, debido a que la persona se encontraba completamente de perfil o inclinaba su rostro, así como momentos en los que las condiciones de iluminación no eran óptimas (la imagen adquirida era demasiado oscura, se generaban muchas sombras, zonas muy brillantes), lo cual genera que las distancias calculadas sean similares a otras imágenes dentro de la base de datos, por lo que se obtiene como resultado la imagen de la persona con la que se tiene mayor similitud de acuerdo a las distancias euclidianas.

Tabla 3.1. Ejemplos de pruebas de reconocimiento óptimo (detectadas en la primera ejecución del algoritmo)					
Base de datos Propia		FERET		YALE	
Imagen entrante	La imagen corresponde a:	Imagen entrante	La imagen corresponde a:	Imagen entrante	La imagen corresponde a:

	Ana 		la imagen corresponde a 		La imagen corresponde a
	Delmar 		la imagen corresponde a 		La imagen corresponde a
	Luis 		la imagen corresponde a 		La imagen corresponde a
	Gerardo 		la imagen corresponde a 		La imagen corresponde a
	Miguel 		la imagen corresponde a 		La imagen corresponde a
	Luis 		la imagen corresponde a 		La imagen corresponde a

Tabla 3.2. Ejemplos de pruebas de reconocimiento erróneas

Base de datos Propia		FERET		YALE	
Imagen entrante	La imagen corresponde a:	Imagen entrante	La imagen corresponde a:	Imagen entrante	La imagen corresponde a:
					
					

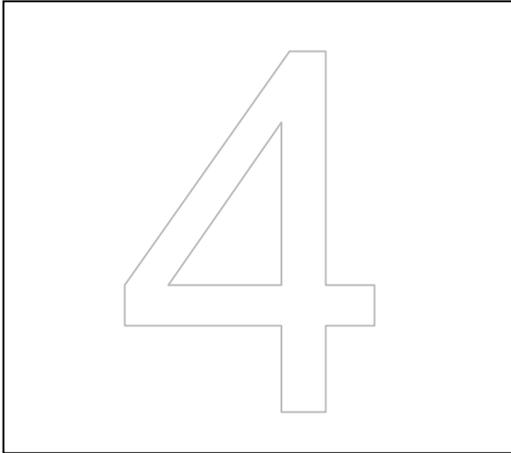
3.2 Resultados del capítulo

La base de datos fue creada de acuerdo a las características establecidas en la base de datos FERET, en la cual se establece que las imágenes deben estar normalizadas usando la ecualización del histograma, así como las mismas dimensiones, de modo que se tenga homogeneidad en las imágenes que se encuentran en la base de datos.

Con la información que se tiene en la base de datos se puede hacer el reconocimiento de las personas a través de una imagen digital de su rostro. Aplicando PCA + LDA + Lógica difusa se obtuvieron buenos resultados, ya que el sistema fue capaz de reconocer a las personas con las características adquiridas mediante dichas técnicas.

PCA permitió reducir la información de la imagen original, LDA y lógica difusa permitieron agrupar la información adquirida mediante PCA de acuerdo a las características de cada vector. Posteriormente se calcularon las distancias Euclidianas entre los grupos formados, lo cual permitió hacer la comparación de las distancias de las características del rostro de la imagen entrante con las distancias de las características de los rostros que están presentes en la base de datos.

De esta manera al momento de obtener las distancias euclidianas de las características de la imagen que se desea reconocer, no importando el uso de algunas oclusiones, el algoritmo será capaz de identificar a la persona.



RESULTADOS DE LA EVALUACIÓN DEL SISTEMA

4. Criterios de evaluación

El objetivo de medir cuantitativamente la calidad de los métodos de biometría facial aplicados a la detección de rostros en imágenes digitales se da de acuerdo a poder medir la similitud que hay entre dos imágenes. Esto lo podemos realizar cuantificando las veces en las que el algoritmo es capaz de reconocer correctamente a la persona de la cual se desea obtener el reconocimiento facial.

Para realizar la evaluación del algoritmo propuesto se utilizaron 3 bases de datos, la base de rostros FERET, la YALE y la base de rostros propia. La base de rostros FERET cuenta con 2500 imágenes de rostros, siendo 20 imágenes por persona (125 personas).

La base de datos YALE cuenta con 225 imágenes de rostros, en la que se cuenta con 11 imágenes por persona (15 personas).

La base de datos propia existen 165 imágenes de rostros, en la que se tienen 11 imágenes por persona (15 personas).

En la tabla 4.1 se pueden observar los resultados obtenidos con los métodos utilizados en los trabajos referenciados en el estado del arte, para el procesamiento digital de imágenes del rostro sin movimiento bajo un ambiente controlado.

Tabla 4.1 Porcentajes de efectividad de acuerdo al estado del arte

Artículo	Metodología	Porcentaje de efectividad
S. Fernandes, J. Bala, "Performance analysis of PCA-based an LDA-based algorithms for face recognition", International Journal of signal processing systems, Vol.1, 2013.	KPCA+LDA	80%
D. Moctezuma, C. Conde, I. M. de Diego, E. Cabello, "Soft-biometrics evaluation for people re-identification in uncontrolled multi-camera environments", Springer, 2015.	PCA+SVM	91.94%
K. Nurzynska, B. Smolka, "Recognition between smiling and neutral facial display with power LBP operator", IEE, 2015.	LBP+SVM	91.94%

Algoritmo propuesto	PCA + LDA + Lógica difusa	86.6%
---------------------	---------------------------	-------

En las imágenes que se ingresan al sistema para formar la base de datos, se cuenta con 5 imágenes por persona y las imágenes restantes se utilizan para realizar pruebas de reconocimiento facial.

Para evaluar nuestro algoritmo se realizaron 36 pruebas con cada una de las bases de datos utilizadas, en las cuales se obtuvieron los resultados que se muestran en la siguiente tabla.

Tabla 4.2. Matriz de efectividad.

Técnica	Aciertos			Errores			% de Efectividad			% de Error		
	Base propia	FERET	YALE	Base propia	FERET	YALE	Base propia	FERET	YALE	Base propia	FERET	YALE
PCA	18	19	16	18	17	20	50%	52%	44.4%	50%	48%	55.6%
LDA	20	20	17	16	16	19	55%	55%	47.2%	45%	45%	52.8%
PCA+LDA	27	26	24	9	10	12	75%	72.2%	66.6%	25%	27.8%	33.4%
PCA+LDA +Lógica Difusa	35	33	32	1	3	4	96.4%	91.6%	88.8%	3.3%	8.4%	12.2%

De acuerdo a los resultados mostrados en la Tabla 4.2, se puede observar que el uso de las técnicas de reconocimiento de patrones implementadas en reconocimiento facial no da los mejores resultados. Sin embargo, si combinamos estas técnicas y se utiliza la teoría de lógica difusa los resultados mejoran sustancialmente.

4.1 Matriz de Confusión

La matriz de confusión es una herramienta estándar de evaluación de modelos estadísticos. Ordena todos los casos del modelo en categorías, determinando si el valor de predicción coincide con el valor real.

Se forma una matriz comparando los valores reales con los valores de predicción para cada una de las categorías, las filas de la matriz representan los valores de predicción para el modelo, mientras que las columnas representan los valores reales, de esta manera obtenemos el porcentaje de sensibilidad (ec. (27)) y el porcentaje de especificidad (ec. (28)), con el fin de evaluar el sistema cuantitativamente. En nuestro caso cada persona en la base de datos será tomada como clase, la diagonal principal indicara las veces que coincidieron entre si las clases, lo cual nos permitirá obtener la cantidad de

veces que el sistema reconoció correctamente a una persona, así como las veces en las que el sistema fallo y poder saber con qué persona confunde a cada imagen.

Clase 1 (C1): imágenes Ana

Clase 2 (C2): imágenes Moisés

Clase 3 (C3): imágenes Luis

Clase 4 (C4): imágenes Belmar

Clase 5 (C5): imágenes Miguel

Clase 6 (C6): imágenes Gerardo

Tabla 4.3 Matriz de confusión para 6 clases.

	Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4	Clase 5	Clase 6
Clase 1	5					
Clase 2		5				
Clase 3			5			
Clase 4				5		
Clase 5					4	1
Clase 6						5

En la matriz de confusión se puede observar que se obtuvo un reconocimiento de rostros óptimo, ya que solo en la clase 5 el algoritmo fallo una vez, confundiendo a la persona, porque en la imagen de la cual se obtuvo el reconocimiento, la persona estaba completamente de perfil.

$$\text{sensibilidad} = \frac{\text{No. de aciertos}}{\text{No. total de muestras}}, \quad (29)$$

$$\text{especificidad} = \frac{\text{No. de errores}}{\text{No. total de muestras}}, \quad (30)$$

De acuerdo a las pruebas realizadas anteriormente, el porcentaje de sensibilidad es de 96.6% y el porcentaje de especificidad es de 3.3%, lo cual indica que se obtuvieron resultados confiables en el reconocimiento facial.

Los resultados obtenidos con la base de rostros FERET se encuentran registrados en la Tabla 4.4



Tabla 4.4 Matriz de confusión para 6 clases. Base de rostros FERET

	Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4	Clase 5	Clase 6
Clase 1	5					
Clase 2		5				
Clase 3			4		1	
Clase 4				5		
Clase 5					4	1
Clase 6					1	4

De acuerdo a las pruebas realizadas anteriormente con la base de rostros FERET, el porcentaje de sensibilidad es de 91.6% y el porcentaje de especificidad es de 8.3%, lo cual indica que se obtuvieron resultados confiables en el reconocimiento facial.

Los resultados obtenidos con la base de rostros YALE se encuentran registrados en la Tabla 4.5

Tabla 4.5 Matriz de confusión para 6 clases. Base de rostros YALE

	Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4	Clase 5	Clase 6
Clase 1	5					
Clase 2		5				
Clase 3			4		1	
Clase 4				4		1
Clase 5					4	1
Clase 6					1	4

De acuerdo a las pruebas realizadas anteriormente con la base de rostros YALE, el porcentaje de sensibilidad es de 88.8% y el porcentaje de especificidad es de 12.2%, lo cual indica que se obtuvieron resultados confiables en el reconocimiento facial.

En el caso de tener 60 muestras los resultados se pueden observar en la Tabla 4.6.

Tabla 4.6 Matriz de confusión para 12 clases.

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12
C1	5											
C2		5										
C3			5									
C4				4				1				
C5					5							
C6						4			1			
C7							5					
C8	1							3			1	
C9									5			
C10									1	4		
C11									1		4	
C12										2		3

En la matriz de confusión para 12 clases se observa que el algoritmo tuvo más fallas debido a que las imágenes que se deseaban reconocer se caracterizaban en que la persona estaba completamente de perfil o muy inclinada, lo cual provoco que el sistema confundiera a las personas con las que encontraba mayor similitud en sus distancias. También se obtuvieron dos fallas al momento de tener a la persona completamente de frente, pero al segundo intento el sistema reconoció correctamente a la persona.

Porcentaje de sensibilidad es de 86.6% y el porcentaje de especificidad es de 13.4% del algoritmo propuesto, lo cual indica que se obtuvieron resultados confiables en el reconocimiento facial.

En el caso de tener 60 muestras con la base FERET los resultados se pueden observar en la Tabla 4.7.



Tabla 4.7 Matriz de confusión para 12 clases. Base FERET

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12
C1	5											
C2		5										
C3			5									
C4				4				1				
C5					5							
C6				1		3				1		
C7							5					
C8				1				4				
C9									5			
C10						1				4		
C11					1						3	1
C12												5

Porcentaje de sensibilidad es de 88.3% y el porcentaje de especificidad es de 11.6% del algoritmo propuesto, lo cual indica que se obtuvieron resultados confiables en el reconocimiento facial.

En el caso de tener 60 muestras de la base YALE los resultados se pueden observar en la Tabla 4.8.

Tabla 4.8 Matriz de confusión para 12 clases. Base YALE

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12
C1	5											
C2		3			1					1		
C3			5									
C4				5								
C5		1			4							
C6						4				1		
C7							5					
C8								4			1	
C9									5			
C10		1				1				3		



C11								1			4	1
C12										1		4

Porcentaje de sensibilidad es de 85% y el porcentaje de especificidad es de 15% del algoritmo propuesto, lo cual indica que se obtuvieron resultados confiables en el reconocimiento facial.

4.2 Resultados del capítulo

Aplicando los criterios de matriz de confusión y matriz de efectividad anteriormente descritos, se comprobó que el método propuesto tiene un porcentaje de efectividad aceptable, presenta la menor cantidad de errores cuando se incrementa la base de datos en comparación con el siguiente método (PCA+LDA) que arroja los segundos mejores resultados. Por lo cual se demuestra la robustez de nuestra metodología en comparación con los métodos encontrados en la literatura científica.

Al implementar PCA+LDA junto con técnicas de lógica difusa para clasificar los datos, se obtuvieron resultados satisfactorios ya que el algoritmo es capaz de reconocer a una persona a pesar de estar usando distintas oclusiones al mismo tiempo, por ejemplo, gorra, lentes y barba.



CONCLUSIONES GENERALES, TRABAJO FUTURO Y PUBLICACIONES

5.1 Conclusiones

En el desarrollo de este trabajo de investigación se implementaron las técnicas de reconocimiento de patrones aplicadas a biometría, de las cuales las que mostraron mejores resultados fueron Análisis de Componentes Principales (PCA) y Análisis Discriminante Lineal (LDA).

- Al implementar la técnica probabilística PCA se obtuvo una reducción de la información, quedándonos únicamente con los datos más relevantes de la imagen. Obteniendo una matriz de menor dimensión que la matriz original, lo que permitirá un agrupamiento de información eficiente.
- La información de la matriz obtenida al aplicar PCA se encontraba desordenada, por lo cual fue necesario aplicar LDA, con la que se pudieron generar grupos de acuerdo a las características de cada uno de los vectores propios, lo que facilitó la comparación de las características de la información de acuerdo a sus distancias Euclidianas.
- A pesar de que al implementar PCA y LDA en cascada se obtuvieron resultados satisfactorios, el sistema reconoció un 75% de los rostros que se analizaban, era necesario corregir los problemas que se generaban al tener presente más de una oclusión, ya que en esos casos el programa tendía a fallar repetidamente. Por lo cual se implementó lógica difusa con el fin de clasificar mejor los datos reduciendo la pérdida de información de los rostros al momento de aplicar LDA y de esta forma solucionar el problema del uso de oclusiones, lo que produjo un incremento en el índice de reconocimiento al 96% para un sistema de seis clases.
- Al momento de implementar PCA + LDA + lógica difusa se mejoró el reconocimiento de rostros teniendo presencia de más de una oclusión, ya que el programa es capaz de reconocer a las personas, aunque presenten oclusiones como las descritas en este trabajo, además de realizar el reconocimiento aun en presencia de una ligera inclinación en el rostro, llegando a un índice de reconocimiento de un 86.6% para los rostros que se analizaban comparados con los resultados obtenidos por PCA, LDA y PCA + LDA respectivamente. En la evaluación del algoritmo se utilizaron las bases de datos FERET y YALE, así como la base de datos propia. Los resultados fueron muy semejantes con las tres bases de datos mencionadas, aunque en la que se obtuvo menor índice de reconocimiento fue con la base de rostros YALE, debido a la calidad de las imágenes, ya que la resolución que tiene esta base de datos es menor en comparación con la base de datos FERET y la base de datos propuesta, por lo cual las características pueden confundirse.



5.2 Trabajo futuro

- Optimizar el algoritmo para trabajar bajo entornos que presenten mayor riesgo en cuanto a variaciones de iluminación, detalles en el fondo de la imagen del rostro, etc.
- Optimizar el algoritmo con el fin de que sea capaz de reconocer a las personas aun estando completamente de perfil.
- Utilizar hardware específico para evaluar el tiempo de procesamiento.
- Utilizar metodología más robusta como redes neuronales o máquinas de soporte vectorial con el fin de mejorar el reconocimiento de patrones y la clasificación de los datos.

5.3 Publicaciones.

Análisis del modelo de métodos combinados de un sistema de biometría para reconocimiento facial.

L.V. Lozano Vázquez, A. J. Rosales Silva, F. J. Gallegos Funes, M. A. Castillo Martínez, M. Dehesa González, S. Souverville Orozco

Resumen—Existen distintas dificultades en el reconocimiento de patrones de rostros, a pesar de que el tema de reconocimiento facial tiene gran aplicación en la investigación, a causa de la variabilidad en la apariencia de los mismos. Los rostros tienen una diversidad en su forma, textura y género, esta debido a múltiples factores como la posición de la cabeza, iluminación (contraste, sombras), expresiones faciales, y otras características como occlusiones (el maquillaje, barba, lentes, gorra, bufanda). Por lo que se analizan distintas técnicas que permitan hacer un reconocimiento de patrones eficiente, en especial el Análisis de Componentes Principales (PCA).

Palabras Clave— reconocimiento de patrones, rostros, variabilidad.

Abstract—There are still difficulties in pattern recognition of faces despite the issue of facial recognition is widely used in research, because of the variability in their appearance. Faces have a variety in shape, texture and gender, this is due to multiple factors such as the position of the head, lighting (contrast, shadows), facial expressions, and other features as occlusions (make up, beard, sunglasses, caps, scarves, etc.). Therefore different techniques are discussed in order to allow an efficient pattern recognition, especially (PCA) Principal Component Analysis.

L. V. Lozano Vázquez, Señales y Sistemas, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Instituto Politécnico Nacional, México (e-mail: lvozanov@hotmial.com).

A. J. Rosales Silva, Señales y Sistemas, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Instituto Politécnico Nacional, México (e-mail: arsalas23@gmail.com).

F. J. Gallegos Funes, Señales y Sistemas, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Instituto Politécnico Nacional, México (e-mail: fcof@hotmial.com).

M. A. Castillo Martínez, Señales y Sistemas, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Instituto Politécnico Nacional, México (e-mail: miguel.castillo.cordero@gmail.com).

M. Dehesa González, Señales y Sistemas, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Instituto Politécnico Nacional, México (e-mail: m_dehesa@hotmail.com).

S. Souverville Orozco, Señales y Sistemas, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Instituto Politécnico Nacional, México (e-mail: Samuel_souverville@hotmail.com).

Keywords— pattern recognition, faces, variability.

I. INTRODUCCIÓN

El concepto biometría proviene de las palabras bios (vida) y metron (medida), lo que significa que todo sistema biométrico mide e identifica alguna característica propia de la persona.

La biometría es el estudio de métodos automáticos para el reconocimiento único de humanos, basados en uno o más rasgos físicos o conductuales intrínsecos del individuo.

La biometría se divide en dos campos, como se muestra en la Fig. 1, los cuales son la estática, que se encarga de estudiar las características conductuales del individuo y la dinámica que es la que se encarga de estudiar las características físicas de la persona.

En nuestro caso nos basaremos en la dinámica, en especial el reconocimiento facial, que es la parte fundamental de nuestro trabajo.



Fig. 1.- Campos de investigación de la biometría

Diseño de un sistema de biometría de reconocimiento facial

PUN 100

L.V. Lozano Viquez, A. J. Ruelas Silva, F. J. Gallegos Flores
 SEP-Electrónica, ESIME Zacatenon, Instituto Politécnico Nacional
 U.P.A.I.M., Zacatenon, Gustavo A. Madro, C.P. 07708
lvo_lozano@hotmail.com, arua@esime.ipn.mx
 Teléfono: 57296000 ext. 54608

Resumen— En este artículo se hablara del procedimiento para elaborar un sistema biométrico facial, el cual nos permite reconocer a una persona a través de una imagen digital de su rostro, tomando como referencia características propias de cada persona.

Se aplican técnicas probabilísticas como análisis de componentes principales (PCA) y análisis discriminante lineal (LDA), las cuales nos permitirán extraer las rasgos más significativos de la imagen, para llevar a cabo el reconocimiento facial. PCA nos genera una reducción de la información original, de esta manera agiliza el procesamiento y con LDA clasificamos los datos de acuerdo a la zona en la que se proyecta cada dato. Una vez que tenemos la clasificación de los datos se obtienen las distancias euclidianas formadas entre los vectores, para llevar a cabo la comparación de las distancias que se tienen en la imagen original y las imágenes que se encuentran en la base de datos, después de hacer la comparación se tomara la decisión de a qué persona corresponde la imagen que se está analizando.

A pesar de que se tiene una ligera pérdida de información no afecta los resultados pues con la información obtenida es suficiente para hacer la comparación de las características extraídas.

Palabras Clave— sistema biométrico, probabilísticas, reducción, clasificación, decisión.

Abstract— In this article we will talk about the procedure for compiling facial biometric systems, which allows us to recognize a person through a digital image of his face, taking as reference the characteristics of each person.

Probabilistic techniques are applied as Principal Component Analysis (PCA) and Linear Discriminant Analysis (LDA), which will allow us to remove the most significant characteristics of the image, to carry out the facial recognition. PCA we generate a reduction of the original information, this way streamlines the processing and with LDA we classify data according to the area in which it is planned to each data point. Once we have the classification of the data is obtained the

Euclidean distances formed between the vectors, to carry out the comparison of the distances they have in the original image and the images that are in the database, after making the comparison was to take the decision of which person corresponds the image being scanned.

In spite of the fact that you have a slight loss of information does not affect the results as with the information obtained is sufficient to make the comparison of the characteristics have been removed.

Keywords— Biometric system, probabilistic, reduction, classify, decide.

1. INTRODUCCIÓN

La biometría se encarga de medir e identificar alguna característica propia de la persona, se divide en dos campos, la estática que se encarga de estudiar las características físicas de las personas y la dinámica que se encarga de estudiar las características conductuales del individuo, como se muestra en la Figura 1, en este caso, nos basamos en la biometría facial.

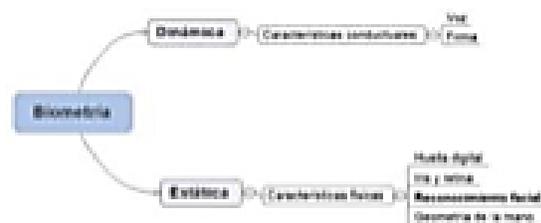


Fig 1 Campos de estudio de la biometría.

Un sistema biométrico facial permite identificar a una persona a través de una imagen digital de su rostro, esto mediante la comparación de determinadas características de su cara, con la información de esa persona en una base de datos de rostros.

ROC&C'2016+ CMA-10 PONENCIA RECOMENDADA
 POR EL CAPITULO DE COMUNICACIONES DEL IEEE
 SECCIÓN MEXICO Y PRESENTADA EN LA
 REUNIÓN INTERNACIONAL DE OTOÑO,
 ROC&C'2016, ACAPULCO GRU., DEL 27 DE
 NOVIEMBRE AL 1 DE DICIEMBRE DEL 2016.



Referencias

- [1] I. E. Thill, *Biometrías 2*, Buenos Aires, Argentina, 2011.
- [2] H. Deng, L. Jin, Li. Zhen, et.al., “A new facial expression recognition method base don local gabor filter bank and PCA plus LDA”, *International Journal of Information Technology*, Vol. 11, 2005,.
- [3] <http://www.welivesecurity.com/la-es/2015/08/27/tecnologia-de-reconocimiento-facial/> fecha de consulta: 27-septiembre-2016.
- [4] <http://www.axis.com/mx/es/solutions-by-application/facial-recognition> fecha de consulta: 27-septiembre-2016.
- [5] <http://thenextweb.com/apps/2014/11/18/fototiger-facial-recognition-app-android-puts-photos/#gref> fecha de consulta: 27-septiembre-2016.
- [6] http://www.kimaldi.com/sectores/geriatricos_y_centros_sanitarios/reconocimiento_facial_para_control_de_acceso_y_presencia_en_hospitales_y_farmaceuticas fecha de consulta fecha de consulta: 27-septiembre-2016.
- [7] G. P. Martinsanz y G. de la Cruz, *Visión por computadora*, segunda edición Alfaomega, 2008.
- [8] S. Z. Li, A. K. Jain, *Handbook of Recognition*, segunda edición, Springer, 2011.
- [9] K. Reinhard, *Concise Computer Vision, an introduction into theory and algorithms*, Utics, Springer, 2014.
- [10] L. L. Jimenez, “Representación de caras mediante eigenfaces”, *IEEE*, Buran No.11, 1998.
- [11] M.S. Bartlett, “Face image analysis by unsupervised learning and redundancy reduction” Ph.D. dissertation, 1998
- [12] H. Rowley, S. Baluja, T. Kanade, “Transactions on pattern analysis and machine intelligence”, *IEE*, vol.20, 1998.
- [13] R. Benitez, G. Escudero, S. Kanaan, et. al., *Inteligencia artificial Avanzada*, editorial UOC
- [14] J. S. R. Jang, C.T. Sun, E. Mizutani, “*Neuro Fuzzy and soft computing*”, Prentice-Hall, 1997
- [15] M. A. García, J. A. Lopez, A. P. Velandrino, et.al., “*Estadística Avanzada con el paquete systat*”, tercera edición, Lerko Print.
- [16] R. C. González, R. E. Woods, “*Digital Image Processing*”, Tercera edición, PEARSON, 2008
- [17] H. Yu, J. Yang, “A direct LDA algorithm for high-dimensional data with application to face



- recognition”, *Pergamon*, 2004.
- [18] K. C. Kway, W. Pedryez “Face recognition using a fuzzy fisherface classifier”, *ELSEVIER*, Vol. 38, 2005.
- [19] P.J.Phillips, H. Moon, S.A. Rizui, et.al., “The FERET evaluation methodology for face recognition algorithms”, *IEEE*, Vol.22, No.10, 2000.
- [20] <http://vision.ucsd.edu/content/yale-face-database> fecha de consulta: 27-octubre-2016.
- [21] O. Déniz, G. Bueno, J. Salido, F. de la Torre, “Face recognition using histograms of oriented gradients”, 2011, *EL SEVIER*, Vol.32.
- [22] S. Jaiswal, S. S. Bhadauria, R. S. Jadon, “Evaluation of Face Recognition”, *Methods Journal of Global Research in Computer Science*, 2011.
- [23] <http://www.facephi.com/es/content/tecnologia/> fecha de consulta: 1-agosto-2015
- [24] M. A. Turk, A. P. Pentland “Face recognition using eigenfaces”, *Vision and modeling group, the media laboratory Massachusetts Institute of Technology*, 1991.
- [25] J.F. Pertusa Grau, “Técnicas de análisis de imagen”, segunda edición, PUV, 2010
- [26] D. A. Alvarez, E. Giraldo, “ICA aplicado a la extracción de características en imágenes”, *Scientia et Technica*, No.40, 2008.
- [27] Z.Wang, A. Conrand, H. Rahim, “Image Quality Assessment: From Error Visibility to Structural Similarity”, *IEEE*, 2004.
- [28] M. C. Zamora, *Estadística Descriptiva e inferencial*, quinta edición, enero 2003
- [29] M. Y. Shieh, C. M. Hsieh, J. Y. Chen, et.al., “PCA and LDA Based Fuzzy Face Recognition System”, *SICE Annual Conference, the Grand Hotel, Taipei, Taiwan*, 2010.
- [30] P. Melin, O. Mendoza, O. Castillo, “Face recognition with an improved interval type-2 fuzzy logic sugeno integral and modular neural networks”, *IEEE*, Vol.41, No. 5, 2011.
- [31] S. Fernandes, J. Bala “Performance analysis of PCA-based and LDA-based algorithms for face recognition”, *Engineering and Technology Publishing*, 2013.
- [32] X. Song, Y. Zheng, X. Wu, X. Yang, J. Yang, “A complete fuzzy discriminant analysis approach for face recognition”, *ELSEVIER*, Vol.10, 2010.
- [33] G. P. Martinsanz, G. de la Cruz, *Visión por computadora*, segunda edición Alfaomega, 2008.
- [34] J. Lira Chávez, “Tratamiento digital de imágenes multispectrales”, segunda edición, 2010
- [35] M.S. Bartlett, J.R. Movellan and T.J. Sejnowski, “Face Recognition by Independent Component Analysis”, *IEEE Trans. On Neural Networks*, 2001.

-
- [36] N. Prakash, Y. P. Singh, D Rai; “Emerging Trends of Face Recognition: A Review”, *World Applied Programming Journal*, 2012.
- [37] I.T.Jolliffe, “Principal Component Analysis”, second edition, Springer, pp 1-6, 2002.
- [38] B., Bir; C., Hue, “Human ear recognition by computer”, Springer, 2008.
- [39] D. Moctezuma, C. Conde, I. M. de Diego, E. Cabello, “Soft-biometrics evaluation for people re-identification in uncontrolled multi-camera environments”, Springer, *EUASIP Journal on Image and video processing*, 2015
- [40] K. Nurzynska, B. Smolka, Recognition between smiling and neutral facial display with power LBP operator”, *IEEE*, 2015.
- [41] F. Matta, J. Dugelay, “Person recognition using facial video information; a state of the art”, *Journal of visual languages & computing*, 2009.
- [42] S. Chaudhry, R. Chandra, “Face detection and recognition in an unconstrained environment for mobile visual assistive system”, *Applied soft computing*, 2017.
- [43] B.B. Martin, S.M. Alfredo, *Redes neuronales y sistemas borrosos*, Alfaomega, México, 2007.