



---

---

**INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**  
ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA QUÍMICA E  
INDUSTRIAS EXTRACTIVAS  
DEPARTAMENTO DE METALURGIA Y MATERIALES

**“Análisis de la Dinámica Poblacional de Burbujas en un  
Molde de Planchón”**

Tesis que para obtener el grado de Maestría en Ciencias en  
Ingeniería Metalúrgica

Presenta:  
**Yesenia Ávila Ortiz**

**Dr. Rodolfo Morales Dávila**  
Director



Ciudad de México

Enero de 2018



**INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**  
**SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO**

SIP 14

*ACTA DE REVISIÓN DE TESIS*

En la Ciudad de México siendo las 12:00 horas del día 14 del mes de Diciembre del 2017 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de Tesis designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de ESIQUIE para examinar la tesis titulada:

**“Análisis de la Dinámica Poblacional de Burbujas en un Molde de Planchón”**

Presentada por el alumno:

ÁVILA

Apellido paterno

ORTIZ

Apellido materno

YESENIA

Nombre(s)

Con registro:

B	1	5	0	3	2	1
---	---	---	---	---	---	---

aspirante de:

**MAESTRÍA EN CIENCIAS EN INGENIERÍA METALÚRGICA**

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **SU APROBACIÓN DE LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

**LA COMISIÓN REVISORA**

Director de tesis

DR. CLEMENTE RODOLFO MORALES DÁVILA

DR. JOSÉ FEDERICO CHÁVEZ ALCALÁ

DR. JOSÉ JAVIER CASTRO ARELLANO

DR. AURELIO HERNÁNDEZ RAMÍREZ  
(EXTERNO)

DR. HEBERTO ANTONIO MARCELINO BALMORI  
RAMÍREZ

DR. HÉCTOR JAVIER DORANTES ROSALES

EL PRESIDENTE DEL COLEGIO

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA  
INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL  
ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA QUÍMICA  
E INDUSTRIAS EXTRACTIVAS  
DIRECCIÓN



**INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**  
**SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO**

**CARTA CESIÓN DE DERECHOS**

En la Ciudad de México, D.F. el día 12 del mes de Enero del año 2018, la que suscribe Yesenia Ávila Ortiz alumna del Programa de Maestría en Ciencias en Ingeniería Metalúrgica, con número de registro B150321, adscrita a la Escuela Superior de Ingeniería Química e Industrias Extractivas, manifiesta que es la autora intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección del Dr. Rodolfo Morales Dávila y cede los derechos del trabajo titulado "Análisis de la Dinámica Poblacional de Burbujas en un Molde de Planchón", al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso de la autora y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a las siguientes direcciones avila.yesenia@outlook.com o rmorales@ipn.mx. Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

Ing. Yesenia Ávila Ortiz  
Nombre y firma de la alumna



## **RESUMEN**

La inyección de argón en las buzas de moldes de colada continua se usa para desprender las inclusiones de alúmina que se pegan sus paredes y puertos de descarga. Sin embargo, las burbujas generadas por esta inyección pueden afectar a la calidad del producto final ya que pueden quedar atrapadas en el frente de solidificación, arrastrar inclusiones de alúmina en su superficie o escoria del molde; generando defectos como blisters o slivers. La presencia de estos y otros posibles defectos está definitivamente relacionado con la proporción de acero líquido colado y de argón inyectado. En general, para una velocidad de colada en aumento debe aumentarse también el flujo de argón, o bien, para una velocidad de colada de acero existe un flujo óptimo de argón que nos garantice la calidad del producto. Aun cuando esto se ha estudiado profundamente las preguntas centrales de cuál sería la practica más apropiada de flujo de argón para determinadas condiciones de operación permanecen.

Para contribuir en parte a la solución de este problema, en el presente trabajo se simuló matemáticamente la inyección de argón usando un modelo Euleriano acoplado con el modelo Concentración del Área Interfacial (IAC), probando su capacidad predictiva con mediciones de tamaños de las burbujas y campos de velocidad en el sistema agua – aire, utilizando como referencia datos de simulaciones físicas con las que ya se contaba, las cuales fueron una réplica a escala real de un sistema acero – argón.

En primer lugar se calculó un campo de velocidades para la fase continua, usando un modelo de turbulencia y en base a ello se acoplaron los modelos multifasicos para resolver las ecuaciones de Navier-Stokes para las fases continua (agua) y dispersa (aire), alimentando también un tamaño promedio de burbuja. De acuerdo a los resultados obtenidos, se pudo hacer una comparación de los resultados experimentales con la simulación matemática, para validar el modelo matemático y cuantificar los efectos de variables como la fracción volumen de gas en los patrones de flujo y en el tamaño de las burbujas.



## **ABSTRACT**

The injection of argon in the continuous casting molds is used to detach the alumina inclusions that stick to their walls and discharge ports. However, the bubbles generated by this injection can affect the quality of the final product since they can be trapped in the solidification front, drag inclusions of alumina on its surface or slag from the mold; generating defects such as blisters or slivers. The presence of these and other possible defects is definitely related to the proportion of cast liquid steel and injected argon. In general, for an increasing casting speed, the flow of argon must also be increased, or, for a steel casting speed, there is an optimum flow of argon that guarantees the quality of the product. Even though this has been deeply studied the central questions of what would be the most appropriate practice of argon flow for certain operating conditions remain.

To contribute in part to the solution of this problem, in this work the argon injection was simulated mathematically using an Eulerian model coupled with the model of Interfacial Area Concentration (IAC), testing its predictive capacity with measurements of bubble sizes and fields of velocity in the water - air system, using as a reference the data of physical simulations in which it was already counted, that were a real - scale model of a steel - argon system.

First, a velocity field was calculated for the continuous phase, using a turbulence model and based on this the multi-phase models were coupled to solve the Navier-Stokes equations for the continuous (water) and dispersed (air) phases, also feeding an average bubble size. According to the results obtained, a comparison of the experimental results with the mathematical simulation could be made, to validate the mathematical model and quantify the effects of variables such as the volume fraction of gas in the flow patterns and bubbles size.



## Contenido

RESUMEN .....	iii
ABSTRACT .....	iv
Lista de figuras .....	vi
INTRODUCCIÓN .....	1
OBJETIVOS .....	3
ANTECEDENTES .....	4
I. PROCESO DE COLADA CONTINUA .....	11
1.1 Colada Continua .....	11
1.2 Descripción de proceso de colada continua.....	12
1.3 Importancia del flujo de fluidos.....	17
1.4 Inyección de argón.....	19
II. SIMULACION MATEMATICA.....	23
2.1 Descripción de CFD .....	23
2.2 Flujos multifásicos.....	28
2.3 Modelo Euleriano .....	32
2.4 Concentración del Área Interfacial .....	33
III. METODOLOGÍA.....	36
3.1 Descripción del modelo físico.....	36
3.2 Modelo Matemático.....	40
3.2.1 Ecuaciones de momento interfacial <sup>15)</sup> .....	41
3.2.2 Las fuerzas sin arrastre .....	46
3.2.3 Ecuación de transporte para la concentración del área interfacial.....	47
3.3 Solución Numérica .....	51
3.3.1 Discretización y método numérico .....	51
3.3.2 Condiciones frontera.....	53
IV. ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	55
4.1 Validación del modelo matemático.....	55
4.2 Campos de velocidad.....	58
CONCLUSIONES.....	67
REFERENCIAS.....	68



## Lista de figuras

<b>Figura 1.</b> Tasa de rompimiento y coalescencia en función al tamaño de las burbujas.....	5
<b>Figura 2.</b> Campos de flujo en los planos centrales para diferentes orientaciones de compuerta (a) plano central paralelo a la cara ancha (b) plano central paralelo a la cara estrecha.....	6
<b>Figura 3.</b> Efecto del flujo de gas sobre el diámetro promedio de burbuja a velocidades de colada (a) 0.0133, (b) 0.02 y (c) 0.03 m/s .....	7
<b>Figura 4.</b> Vectores de velocidad del agua predichos dentro del molde: promediado utilizando el modelo SST (a) e instantáneo utilizando el modelo LES (b).....	8
<b>Figura 5.</b> Comparación entre perfiles simulados y experimentales con diferentes modelos de turbulencia para diferentes tasas de flujo de gas (a) $Q_g = 0 \text{ cm}^3 / \text{s}$ , (b) $Q_g = 4 \text{ cm}^3 / \text{s}$ , y (c) $Q_g = 12 \text{ cm}^3 / \text{s}$ .....	9
<b>Figura 6.</b> Producción mundial total de acero .....	12
<b>Figura 7.</b> Porcentaje de sectores consumidores de acero .....	12
<b>Figura 8.</b> Esquema del proceso y partes de la colada continua.....	14
<b>Figura 9.</b> Esquema del molde y partes involucradas en el proceso de colada continua. .	15
<b>Figura 10.</b> Dimensiones comerciales del planchón de acero producido por colada continua.....	16
<b>Figura 11.</b> Tipos de patrón de flujo y variables que intervienen para la formación del mismo.....	18
<b>Figura 12.</b> Factores que intervienen en la calidad del acero de acuerdo al flujo de fluidos .....	18
<b>Figura 13.</b> Diagrama de la inyección de argón en colada continua.....	19
<b>Figura 14.</b> Arrastre por penetración de burbujas en la capa de escoria.....	21
<b>Figura 15.</b> Estructura de un código CFD comercial .....	27
<b>Figura 16.</b> Tipos de flujos multifásicos. ....	28
<b>Figura 17.</b> Configuración del modelo físico. ....	36
<b>Figura 18.</b> Dimensiones del modelo a escala real. ....	37
<b>Figura 19.</b> Dimensiones de la barra tapón.....	38
<b>Figura 20.</b> Localización del transductor de ultrasonido en el modelo de agua.....	39
<b>Figura 21.</b> Imágenes tomadas por cámara rápida para análisis del tamaño de las burbujas .....	39
<b>Figura 22.</b> Esquema de modelo multifásico Euleriano acoplado con Concentración del Área Interfacial.....	40
<b>Figura 23.</b> Mecanismos de rompimiento y coalescencia de burbujas .....	51
<b>Figura 24.</b> Malla computacional compuesta por celdas poliédricas estructuradas.....	52
<b>Figura 25.</b> Condiciones frontera .....	53
<b>Figura 26.</b> Perfiles de velocidad horizontal para diferentes flujos de gas, a lo largo de la distancia entre la boquilla y la cara angosta del molde, 20 mm por debajo del menisco. .	55
<b>Figura 27.</b> Comparación de tamaño de las burbujas, medidos del puerto de la boquilla a la cara angosta del molde. Las flechas indican la región de coalescencia de las burbujas ..	56
<b>Figura 28.</b> Vista en 3D del tamaño de burbuja predicho para un flujo de aire de 5L/min .	57
<b>Figura 29.</b> Perfiles de velocidad del agua a diferentes flujos de aire .....	59



<b>Figura 30.</b> Contornos de fracción volumen de gas para flujos de aire de: a) 3 L/min, b) 5 L/min, c) 10 L/min .....	60
<b>Figura 31.</b> Perfil de velocidad de la fase líquida a diferentes distancias respecto al menisco a) 20 mm debajo, b) 75 mm debajo, c) 175 mm debajo .....	61
<b>Figura 32.</b> Características del chorro a diferentes flujos de gas .....	63
<b>Figura 33.</b> Factor de corrección para cambiar la relación entre la velocidad de burbujas de gas y la fase líquida. ....	64



## **INTRODUCCIÓN**

Los flujos bifásicos gas – líquido se presentan en numerosas aplicaciones industriales de la química, nuclear, mineral, energética y metalurgia. En el proceso de colada continua la importancia del flujo de fluidos comienza en los recipientes de fabricación de acero y refinación incluyendo la olla. La tarea del sistema de flujo es transportar el acero fundido a una velocidad de flujo determinada de la olla al molde y de llevarlo al área de menisco. Además las condiciones de flujo deberán minimizar la exposición al aire, evitar el atrapamiento de escoria o algún otro material extraño, ayudar en la remoción de inclusiones dentro de la capa de escoria y propiciar una solidificación uniforme. El flujo es impulsado por la inyección de burbujas de gas argón o por la convección térmica normal. Al no haber inyección de argón, las diferencias de densidad en los líquidos a diferentes temperaturas ocasiona un flujo significativo. Esto tiende a estratificar el líquido en capas diferenciadas, donde circulan las capas de acero líquido por convección. El reto, entonces, en lo que respecta al flujo es optimizar el flujo de gas argón para alcanzar los objetivos del flujo al mismo tiempo que se minimizan problemas como la alteración o perturbación de la capa superficial de escoria.

El patrón de flujo en un determinado molde de colada continua puede ser determinado de diferentes maneras. Tradicionalmente, su comprensión ha sido producto de modelos físicos construidos a escala de plástico transparente utilizando agua para simular el acero fundido. Los modelos de agua han demostrado ser precisos en los flujos de una fase independientemente del factor de modelo a escala, siempre y cuando el flujo tenga una turbulencia total. Es muy difícil obtener patrones de flujo precisos cuando la inyección de gas es considerable y algunos fenómenos, como el comportamiento de la escoria, por ejemplo, no puede ser modelado cuantitativamente, debido a las diferencias inherentes de las propiedades de los fluidos, como son la densidad y la tensión superficial.

Los modelos matemáticos pueden ofrecer una comprensión adicional sobre el flujo. Los modelos computacionales basados en diferencias finitas o en la solución



de elementos finitos de las ecuaciones de Navier-Stokes pueden incluir fenómenos tales como la transferencia de calor, el flujo multifase y la solidificación en la colada de acero sin las imprecisiones inherentes a un modelo de agua. Los cálculos precisos requieren todavía, un esfuerzo significativo ya que estos modelos necesitan datos precisos acerca de las propiedades, condiciones de límite adecuadas, validación numérica, calibración experimental y mucho tiempo computacional.

En el presente trabajo, se buscó la cuantificación de los efectos de la fracción de volumen de gas en la boquilla en los patrones de flujo de acero líquido a través de la simulación los resultados experimentales obtenidos a través de un modelo agua-aire el cual fue una réplica de las condiciones de flujo del sistema real de acero y argón. Conocer cuál sería un flujo adecuado de inyección de argón que permita un mayor rendimiento del acero fue una de las finalidades de esta investigación.



## **OBJETIVOS**

Análisis de la dinámica de burbujas de argón de un molde de colada continua usando el método Euleriano acoplado con modelo de Concentración del Área Interfacial. El resultado de esta dinámica contribuirá al entendimiento de los mecanismos de las burbujas de argón en el molde y de su interacción con la costra sólida. En base a lo anterior conocer cuál es la tasa máxima de argón que se debe inyectar para un determinado rendimiento del acero, si existe algún parámetro a través del cual podamos extrapolar la dinámica de una sola burbuja a la dinámica de un enjambre de burbujas, y como variaría esto respecto al flujo de gas.



## **ANTECEDENTES**

Los fenómenos de transporte de metal fundido y de flujos bifásicos en colada continua se han estudiado por varios investigadores, en este sentido, es importante subrayar que la mayoría de esas obras se centran en simulaciones matemáticas para el análisis de los mecanismos que rigen el comportamiento del flujo en el molde de colada continua.

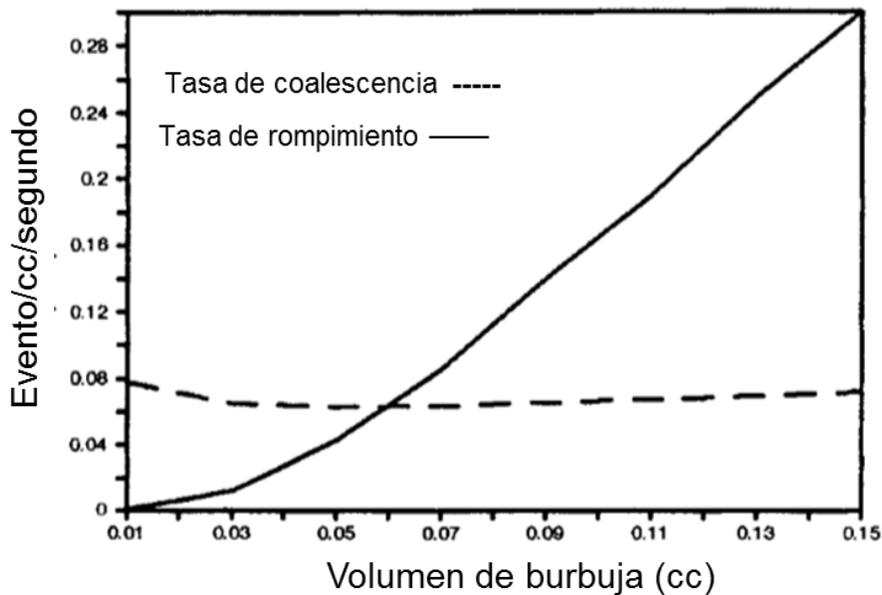
Se recurre a esta herramienta debido a la opacidad visual del acero líquido, las altas temperaturas y el tamaño de los reactores siderúrgicos, lo cual dificulta la realización de experimentos en planta. La representación cualitativa y cuantitativa del proceso de fabricación de acero es de gran ayuda para diagnosticar y lograr comprender los fenómenos que dominan el comportamiento del proceso. No obstante, la complejidad de los mismos evita que sea posible la estandarización de procedimientos y condiciones de operación. Sin embargo, la simulación da las bases para llegar a una optimización que repercuta en una maximización del beneficio y rendimiento del acero o una minimización del costo de producción.

A continuación se presenta un panorama general de investigaciones previas con la finalidad de establecer un punto de partida para la investigación:

Prince and Blanch <sup>1)</sup>, propusieron un modelo fenomenológico para las tasas de coalescencia y rompimiento de burbujas en dispersiones turbulentas gas-líquido. La coalescencia se modeló al considerar las colisiones de las burbujas debidas a la turbulencia, flotabilidad y el corte laminar, y mediante el análisis de la eficacia de dichas colisiones. Mientras que el rompimiento se analizó en términos de interacciones de burbujas con remolinos turbulentos. Se describió y utilizó un método para la medición de eventos de coalescencia y ruptura en sistemas turbulentos para probar la validez del modelo que propusieron, donde consideraron un número crítico de Weber equivalente a 2.3. La técnica de medición se basó en la mezcla de los gases trazadores dentro de las burbujas durante la coalescencia, en conjunto con simulaciones Monte Carlo. Se examinaron dos tipos de líquidos: agua destilada y una solución salina. Y encontraron una similitud favorable entre el



modelo y las tasas individuales de coalescencia y rompimiento, así como con los datos obtenidos para el tamaño promedio y la distribución del tamaño de las burbujas. La figura 1 muestra los valores representativos de las tasas de rompimiento y coalescencia pronosticadas en función del tamaño de las burbujas.

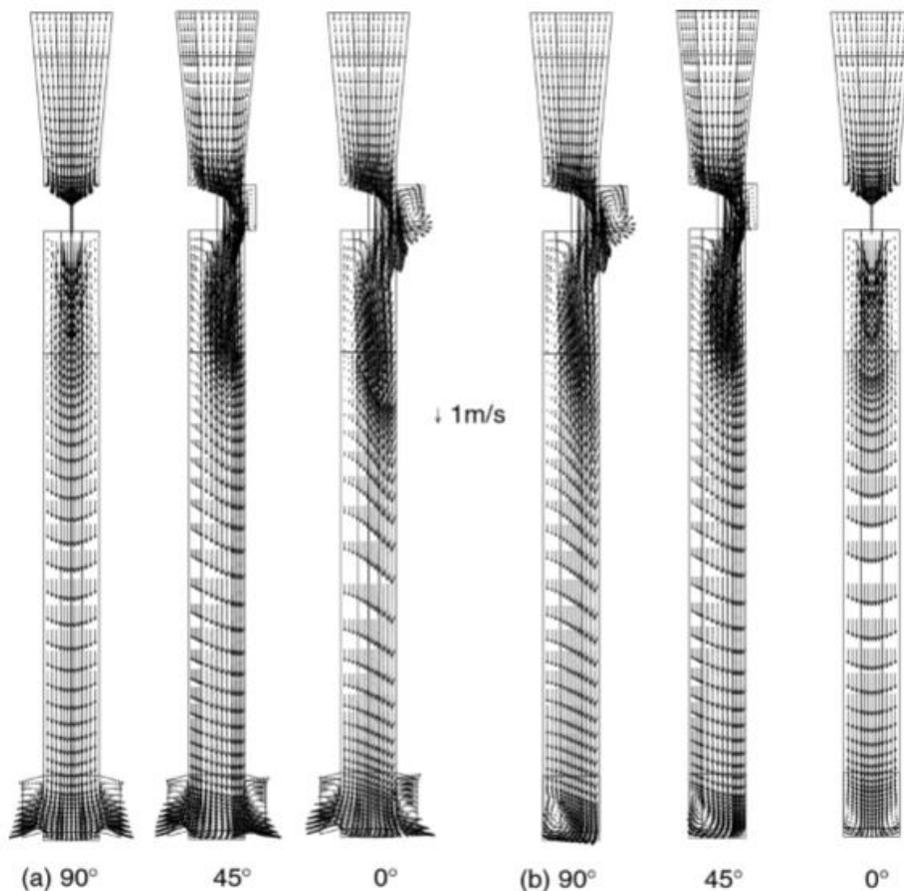


**Figura 1.** Tasa de rompimiento y coalescencia en función al tamaño de las burbujas <sup>1)</sup>.

Bai and Thomas <sup>2)</sup>, desarrollaron un modelo de volumen finito tridimensional para estudiar el flujo turbulento en estado estacionario de dos fases: de acero líquido y argón a través de sistemas de alimentación de puerta deslizante. Realizaron estudios paramétricos para investigar los efectos de la inyección de gas, la orientación de la puerta deslizante, velocidad de colada, apertura de la compuerta, tamaño de las burbujas, el ángulo y la forma del puerto en el patrón de flujo, así como las características del chorro que sale del puerto de la boquilla. La inyección de gas argón duplica el ángulo del chorro hacia arriba, aumenta el nivel de turbulencia y reduce el tamaño de la zona de retroflujo. Notaron que la inyección de gas se vuelve menos influyente al aumentar la velocidad de colada. El efecto del bloqueo de la puerta deslizante genera un flujo asimétrico que cambia con la orientación de la misma.



Las burbujas más grandes ejercen una mayor influencia en el patrón de flujo. El ángulo del chorro vertical se vuelve más pronunciado con un ángulo de orificio más pronunciado y una forma de puerto más delgado. En la figura 2 se muestran los patrones de flujo obtenidos a través de simulaciones matemáticas con diferentes orientaciones de la puerta deslizante, en dos diferentes planos de la buza.

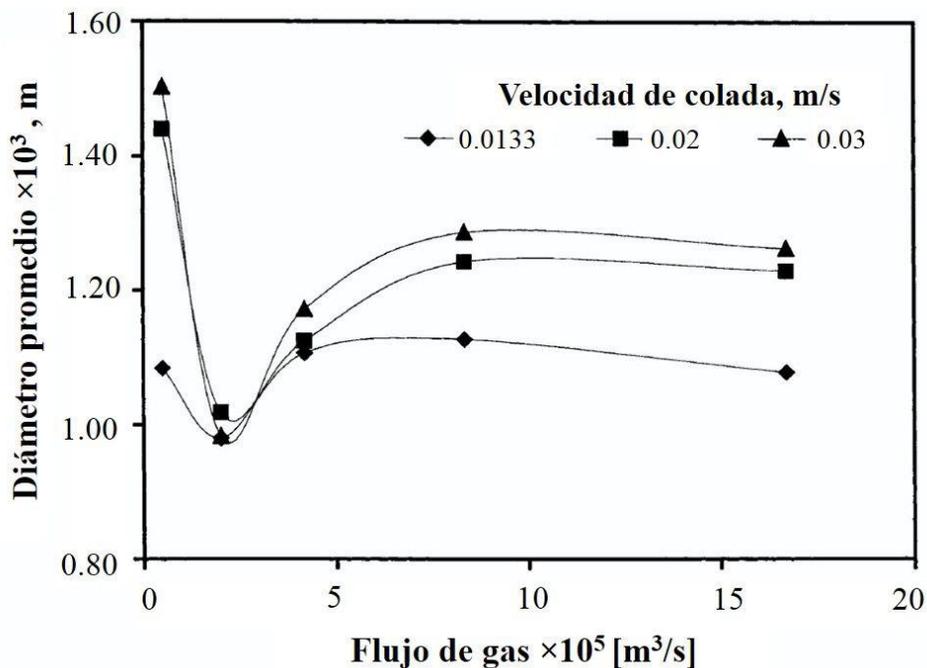


**Figura 2.** Campos de flujo en los planos centrales para diferentes orientaciones de compuerta (a) plano central paralelo a la cara ancha (b) plano central paralelo a la cara estrecha <sup>2)</sup>.

Sánchez-Pérez y colaboradores <sup>3)</sup>, estudiaron el flujo bifásico del molde de planchón de colada continua a través de un modelo de agua a escala 1:2, utilizando la técnica de Velocimetría de Imágenes de Partículas (PIV), se observó que a bajas cargas de gas los patrones de flujo de ambas fases son diferentes, sin embargo al incrementar éste parámetro los patrones se vuelven similares, de la fase líquida se calcularon los ángulos de la raíz y núcleo del jet (en frente de la SEN y del cuerpo



respectivamente) siendo funciones del flujo de aire y de la velocidad de colada, el primero disminuye muy por debajo del ángulo de la buza y el segundo aumenta muy por encima del mismo, para todas las cargas de gas probados durante la experimentación. El tamaño promedio de burbuja depende la cinética de coalescencia- ruptura de las mismas, la cual varía con la cantidad de gas suministrada, el arrastre de líquido es mayormente afectado por la velocidad de colada. El efecto del flujo de gas sobre el tamaño promedio de burbuja se muestra en la figura 3, al incrementar la velocidad de colada el tamaño de las burbujas aumenta a bajas cargas de gas, llegando a un punto mínimo para incrementar nuevamente, lo cual simplemente indica que las interacciones entre ambas fases son diferentes dentro y fuera de la SEN.



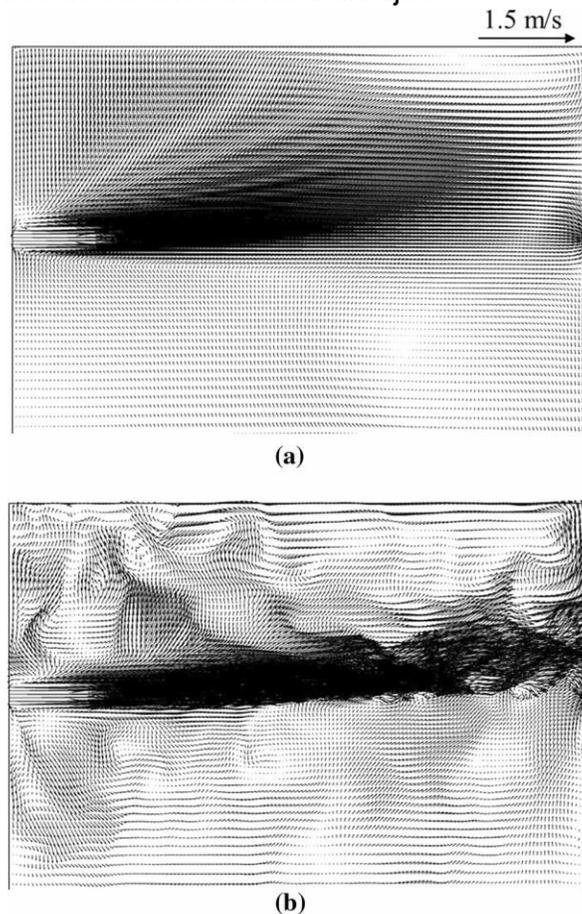
**Figura 3.** Efecto del flujo de gas sobre el diámetro promedio de burbuja a velocidades de colada (a) 0.0133, (b) 0.02 y (c) 0.03 m/s<sup>3</sup>).

Zhongqiu Liu<sup>4), 5), 6), 7)</sup>, ha estudiado el modelo Euleriano desde diferentes enfoques. En primer lugar utilizó el modelo de simulación de grandes remolinos Euler-Euler. Posteriormente simuló flujos bifásicos en el molde usando un modelo de Euler-Euler probando varios modelos de turbulencia y encontró que los modelos

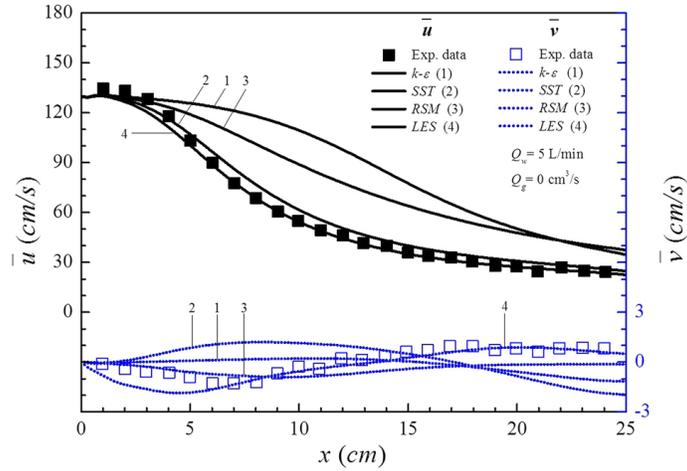


LES y k- $\epsilon$  hicieron las mejores predicciones de mediciones experimentales de velocidad. En la figura 4 se pueden observar los perfiles de flujo instantáneo (modelo LES) y promediado (modelo SST) en el plano central del molde, es de notarse que el modelo LES puede capturar más detalles de las estructuras de flujo de dos fases, incluidos los vórtices y las características de fluctuación. La figura 5 muestra la comparación de las componentes de velocidad media axial y vertical obtenidas utilizando los diferentes modelos de turbulencia bajo diferentes condiciones de flujo de gas.

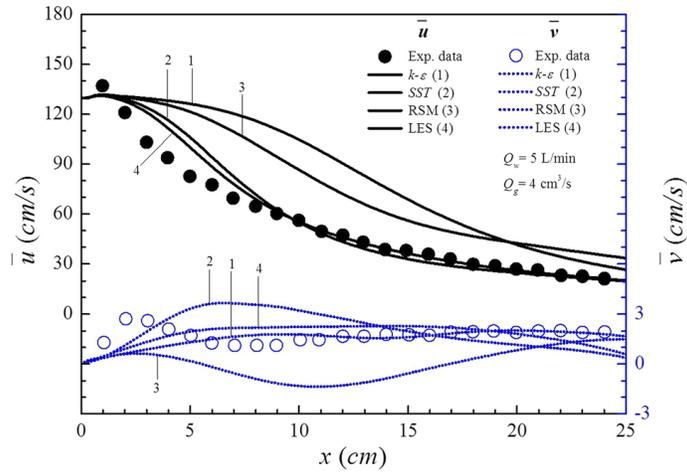
Años más tarde a través del acoplamiento del modelo Euleriano con Balance Poblacional usando el enfoque MUSIG no homogéneo, reportó la importancia de tener en cuenta las fuerzas no de arrastre como la masa virtual, la dispersión de turbulencia y la elevación, ya que tienen una contribución muy importante a las trayectorias y dinámica de tamaño de las burbujas.



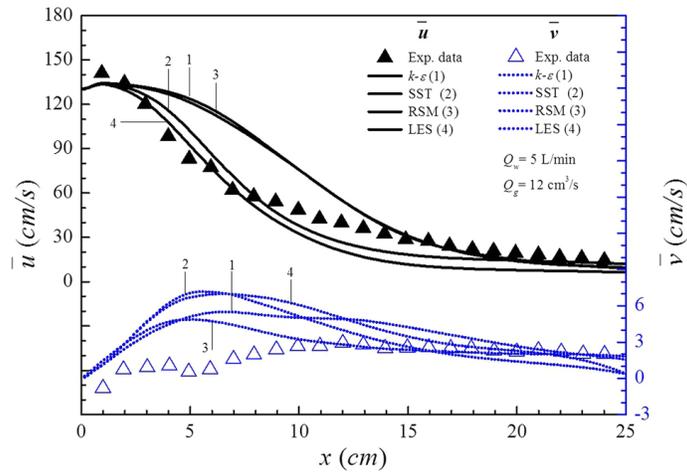
**Figura 4.** Vectores de velocidad del agua predichos dentro del molde: promediado utilizando el modelo SST (a) e instantáneo utilizando el modelo LES (b)<sup>7</sup>.



(a)



(b)



(c)

**Figura 5.** Comparación entre perfiles simulados y experimentales con diferentes modelos de turbulencia para diferentes tasas de flujo de gas (a)  $Q_g = 0 \text{ cm}^3 / \text{s}$ , (b)  $Q_g = 4 \text{ cm}^3 / \text{s}$ , y (c)  $Q_g = 12 \text{ cm}^3 / \text{s}$ .



# ***Capítulo I. Proceso de colada continua***



## **I. PROCESO DE COLADA CONTINUA**

### **1.1 Colada Continua**

Como descripción general podemos decir que, la colada continua es un proceso de extracción de calor que permite la solidificación y conformación del acero para convertirlo en un subproducto útil o apto para su tratamiento posterior.

El acero se vierte en la parte superior de un molde que es vertical en el punto de entrada, pero que de manera gradual adquiere una curvatura para terminar en forma horizontal. La sección transversal del molde posee la geometría del semiproducto que se desea fabricar.

A medida que el acero desciende por el molde, éste se solidifica, emergiendo como una barra continua que posteriormente es cortada. Las unidades de colada continua se emplean en la producción de planchones (para productos laminados), tochos (para fabricar perfiles) y palanquillas (para la obtención de perfiles ligeros y barras).

Entre las principales ventajas del empleo de este proceso destacan la mayor productividad y los menores costos, puesto que permite la colada de las secciones transversales similares a lo que será el producto terminado. Es por ello que actualmente la mayor parte de la producción mundial de acero se lleva a cabo mediante dicho proceso. Según datos de la CANACERO <sup>8)</sup> México ocupa el lugar número 13 en la producción mundial y el 2° en América Latina, con un aproximado de 18.8 millones de toneladas al año, figura 6.

Los principales sectores consumidores del acero son: la construcción, productos metálicos, industria automotriz, maquinaria mecánica y equipo eléctrico, entre otros <sup>8)</sup>. La figura 7 muestra en que porcentaje se utiliza el acero para las aplicaciones mencionadas.



15 PAÍSES CON MAYOR PRODUCCIÓN DE ACERO 2016 (Millones de Toneladas)

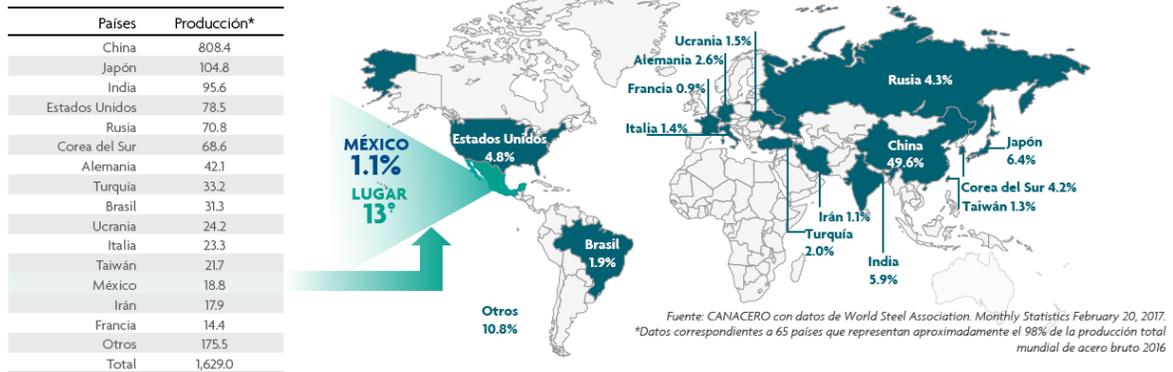


Figura 6. Producción mundial total de acero <sup>8)</sup>.

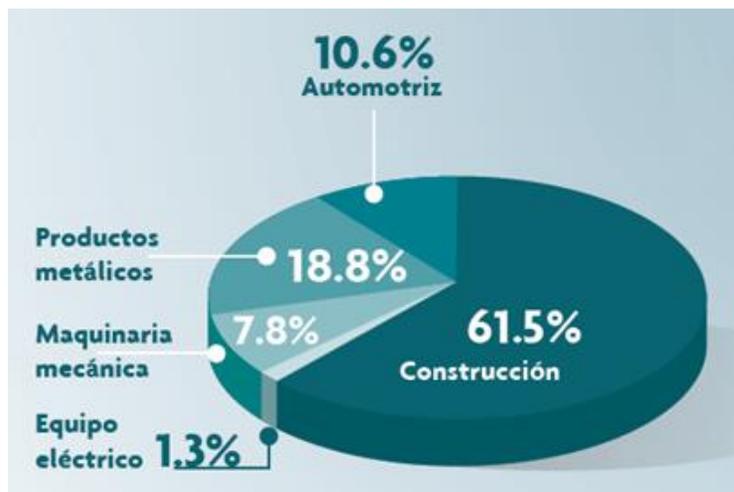


Figura 7. Porcentaje de sectores consumidores de acero <sup>8)</sup>.

## 1.2 Descripción de proceso de colada continua

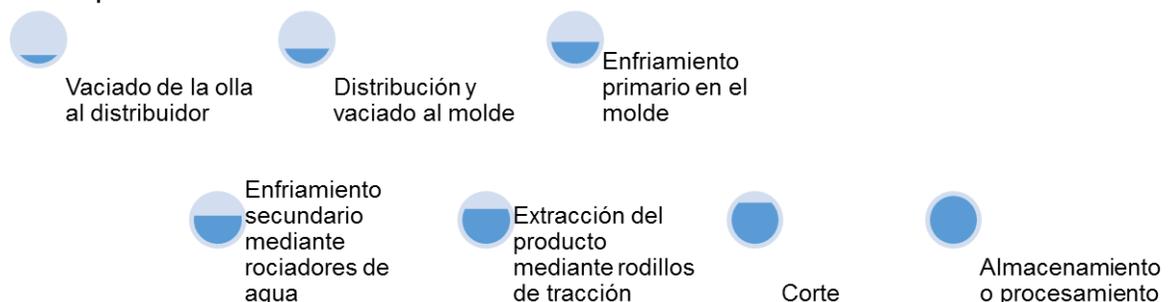
El proceso comienza cuando el acero es finalmente refinado y listo para obtener un producto semiterminado. El acero contenido en una olla de vaciado, es vertido sobre un depósito llamado distribuidor, del cual su función principal es recibir el acero fundido desde la olla, mantenerlo y distribuirlo uniformemente con flujo constante por medio de la buza de alimentación sumergida (SEN), llevando la cantidad de acero apropiada a un molde de cobre en forma continua, aún durante los cambios de olla. Las buzas son seleccionadas apropiadamente de acuerdo con las

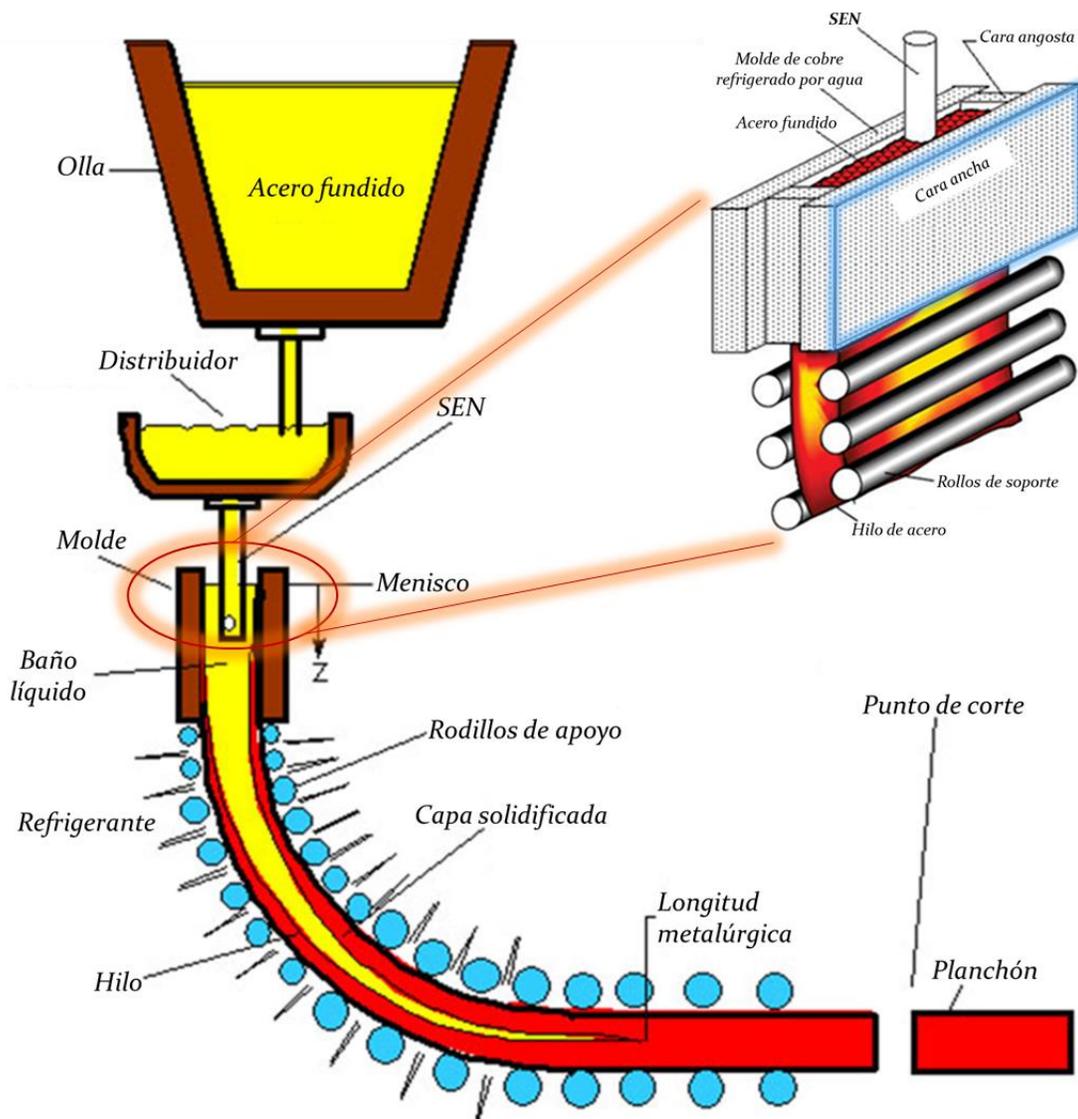


dimensiones del producto a colar y son fabricadas con materiales refractarios a base de grafito y alúmina con alta resistencia a la erosión. A través de ellas gas argón es suministrado para eliminar las inclusiones no metálicas por medio de flotación a la superficie, dichas inclusiones se deben a los polvos de colada. El diseño de la buza de alimentación es crítico para controlar el flujo turbulento del acero dentro del molde de colada continua <sup>9)</sup>. A continuación se enlistan las partes de la máquina de colada continua, figura 8:

- Distribuidor: Se realiza el vaciado de la olla al distribuidor a través de una buza de material refractario.
- Buza de Alimentación Sumergida (SEN): Se realiza la distribución y vaciado del acero hacia el molde.
- Molde: Se realiza la extracción de calor primario en donde comienza a solidificarse una capa de acero llamada Shell.
- Zona de Enfriamiento Secundario: Se realiza el enfriamiento rociando agua, usando aspersores.
- Rodillos Extractores: Para la extracción de la zona semi-terminada mediante rodillos de tracción.
- Zona de corte.
- Mesas de distribución o traslado.
- Cama de enfriamiento. vía correcta impiden que dicha barra se deforme o tuerza, debido al enfriamiento tan intenso. Al final de la zona de enfriamiento secundario el producto debe estar solidificado en toda su sección transversal.

Y de acuerdo a lo anterior podemos esquematizar el proceso de colada continua en siete etapas <sup>10)</sup>:



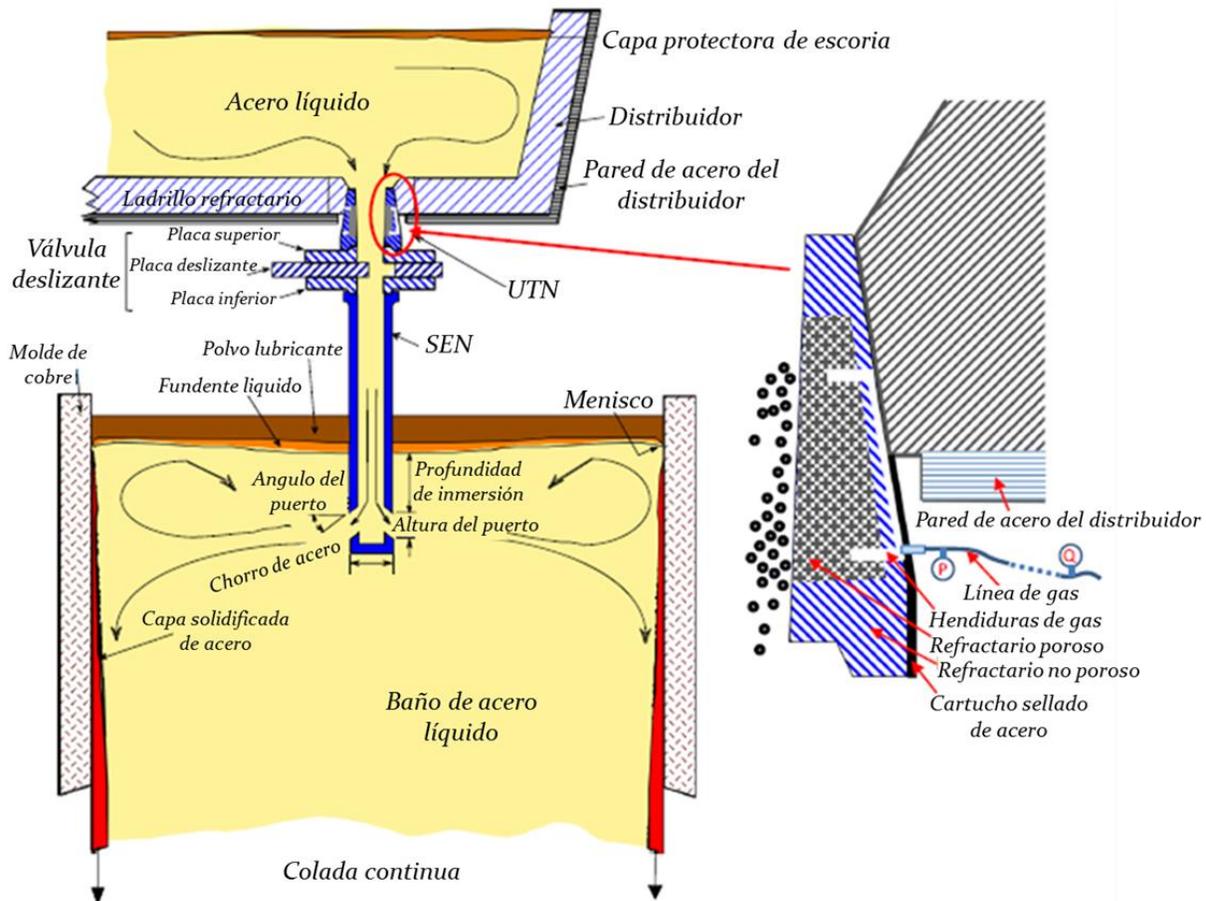


**Figura 8.** Esquema del proceso y partes de la colada continua

El molde es una de las partes más importantes de la máquina de colada continua, sus funciones principales son recibir el acero del distribuidor y disminuir la temperatura del acero líquido, formándose una capa solidificada suficientemente gruesa para soportar el acero líquido contenido en el centro del planchón, resistir la presión ferrostática y los esfuerzos de fricción provocados por el contacto con el molde, figura 9. Generalmente éste tiene la forma del producto final y es fabricado con aleaciones resistentes a la conductividad térmica, tensión térmica y desgaste,



tales como Cu-Ag, Cu-P, Cu-Ag-P ó Cu-Cr, ya que trabaja bajo condiciones de termofluencia, es enfriado con el fin de mantener una extracción de temperatura constante.



**Figura 9.** Esquema del molde y partes involucradas en el proceso de colada continua.

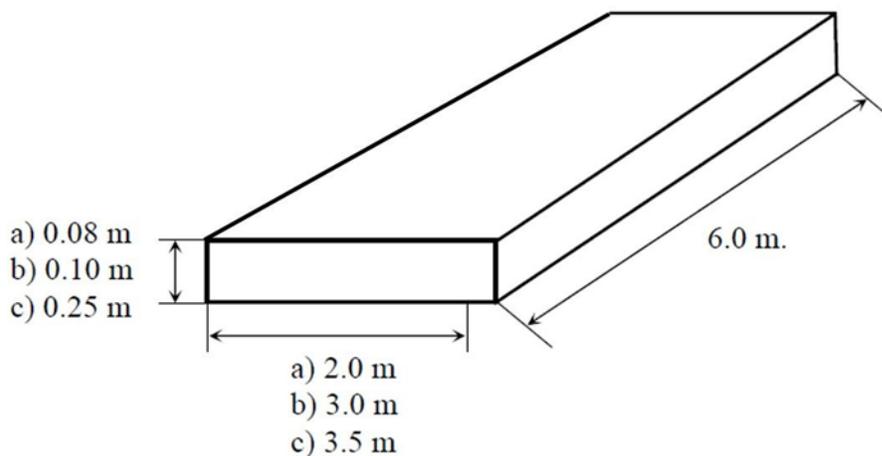
El proceso inicial de solidificación del acero inicia mediante una barra falsa colocada en la parte inferior del molde, ésta al hacer contacto con el acero líquido inmediatamente solidifica y continúa solidificando sobre la periferia de las paredes internas, en donde es eliminado la mayor cantidad de calor del producto. La velocidad del flujo en los rociadores se ajusta para controlar la temperatura superficial del planchón y lograr que la zona pastosa del interior solidifique completamente <sup>11)</sup>.



El ancho y espesor del planchón se controlan separando las placas mediante el movimiento del sistema de sujeción al que está unido cada placa, unión que generalmente se hace a través de pernos de acero incrustados al reverso <sup>10)</sup>.

El soporte mecánico de los rodillos extractores y el agua de enfriamiento actúan contra la presión ferrostática del centro líquido, evitando el abultamiento de las caras del planchón y sujetando la barra sin deformarla para controlar la velocidad a la cuál es extraída del molde, hasta que se encuentran con los rodillos enderezadores que dejarán perfectamente recto el producto para evitar cualquier desviación del mismo en el camino que lleva.

Por último, después que la solidificación es completada, el planchón se corta a la longitud deseada por medio de un sistema de corte automático. Para el caso específico del planchón las dimensiones pueden variar para la sección transversal, pero siempre se conserva una relación de tamaño mucho mayor entre el ancho y el espesor, como se observa en la figura 10.



**Figura 10.** Dimensiones comerciales del planchón de acero producido por colada continua <sup>10)</sup>.

Cuando el planchón se retira del molde ya debe contar con una capa solidificada lo suficientemente gruesa para resistir la tracción que ejercen los rodillos sin fracturarse ni agrietarse, mientras que el sistema de rociadores de agua se ubica



entre cada uno de los rodillos de tracción o en un conjunto único logrando la solidificación del metal líquido restante. Esto es de vital importancia ya que si no se ha logrado la solidificación del metal en el centro del planchón se corre el riesgo de escurrimiento en la etapa de corte, deteniendo la producción y poniendo en riesgo la seguridad del personal.

### **1.3 Importancia del flujo de fluidos**

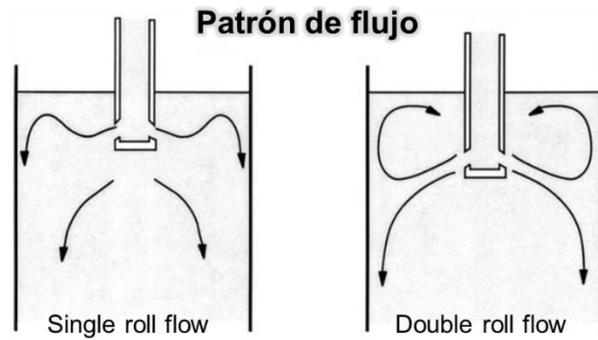
Muchos problemas de calidad que se originan durante la colada continua pueden ser atribuidos directamente a un deficiente control de las condiciones de flujo de fluidos. Por tanto, la importancia del flujo de fluidos comienza en los recipientes de fabricación de acero y de refinación, incluyendo la olla. El objetivo del flujo en estos recipientes es propiciar un mezclado uniforme, aglomerar las inclusiones y propiciar su remoción dentro de la capa de escoria en la parte superior de la superficie. El flujo es impulsado por las burbujas de la inyección de gas argón o por la convección térmica normal.

El estudio del flujo de fluidos dentro del molde, y el entendimiento de los fenómenos relacionados con el mismo, es crucial para el control de flujo del acero, pues esto nos ayudará a mejorar la calidad y limpieza del acero obtenido, en consecuencia poder minimizar los defectos del producto final.

El comportamiento de flujo de fluidos ejerce influencia sobre <sup>12)</sup>:

- La habilidad para remover inclusiones no metálicas desde el metal a la escoria.
- El grado de reoxidación, el cual ocurre por el contacto atmosférico durante la formación de la turbulencia en la superficie del metal.
- El buen funcionamiento de la olla, el distribuidor y el molde.

El patrón de flujo está regido primordialmente por la condición del chorro penetrando en el molde, pero luego es afectado por la cantidad de gas inyectado, el tamaño de la sección, la velocidad de colada y las fuerzas electromagnéticas, figura 11.



Geometría y profundidad de inmersión de la buza

Geometría del molde

Sistema de control de flujo: barra tapón o válvula deslizante

Velocidad de colada

**Flujo de gas argón**

Electromagnetismo

Figura 11. Tipos de patrón de flujo y variables que intervienen para la formación del mismo.

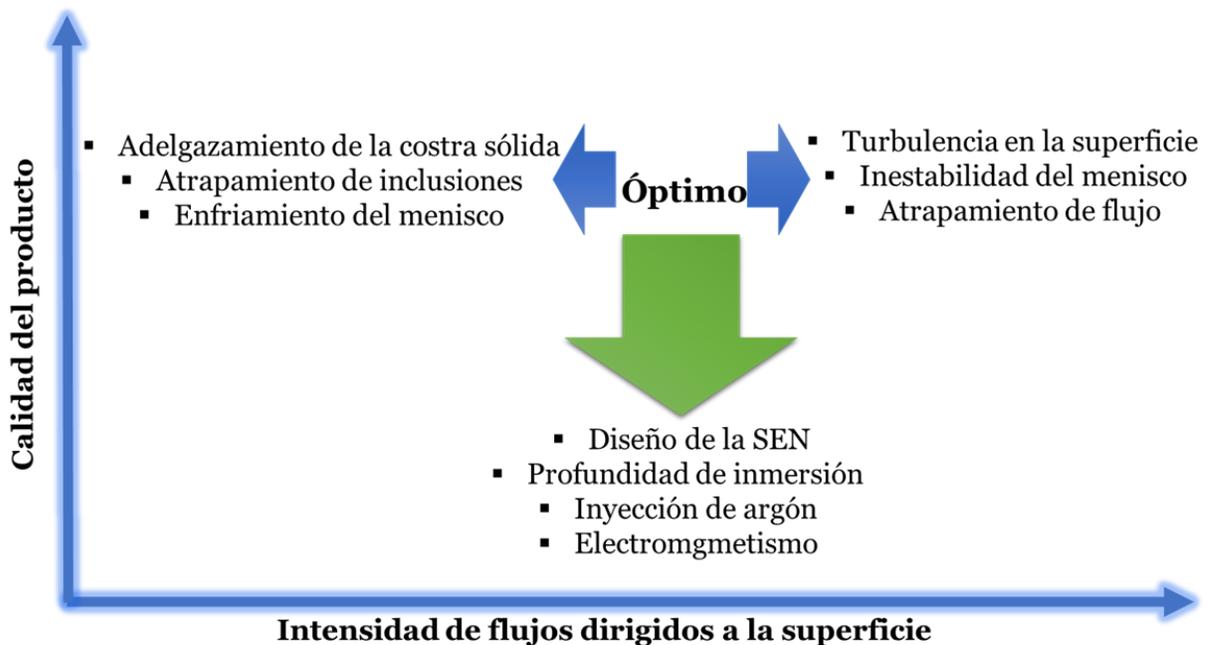


Figura 12. Factores que intervienen en la calidad del acero de acuerdo al flujo de fluidos



Además de los factores anteriormente mencionados, la operación óptima del proceso y por tanto la calidad del producto final, dependerá en gran medida del diseño de la boquilla y su profundidad de inmersión; en consecuencia, de estos parámetros dependerá la turbulencia en la superficie e inestabilidad del menisco, lo que puede a su vez generar el atrapamiento de inclusiones o adelgazamiento de la costra sólida. Lo anterior se muestra esquemáticamente en la figura 12.

### 1.4 Inyección de argón

En la colada continua, se inyecta gas argón en una boquilla de entrada sumergida (SEN) para ayudar a prevenir el clogging y la reoxidación, así como para eliminar las inclusiones. El gas argón se desintegra en pequeñas burbujas de diferentes tamaños que eventualmente salen del baño. Por tanto, el patrón de flujo en el interior del molde de colada continua se ha demostrado que depende tanto de la tasa de inyección de argón como de los tamaños de las burbujas, Figura 13.

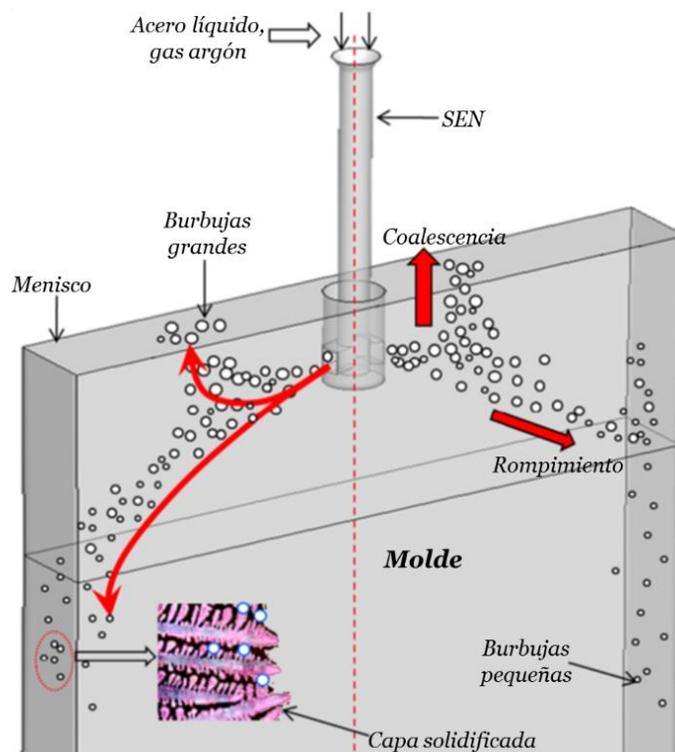


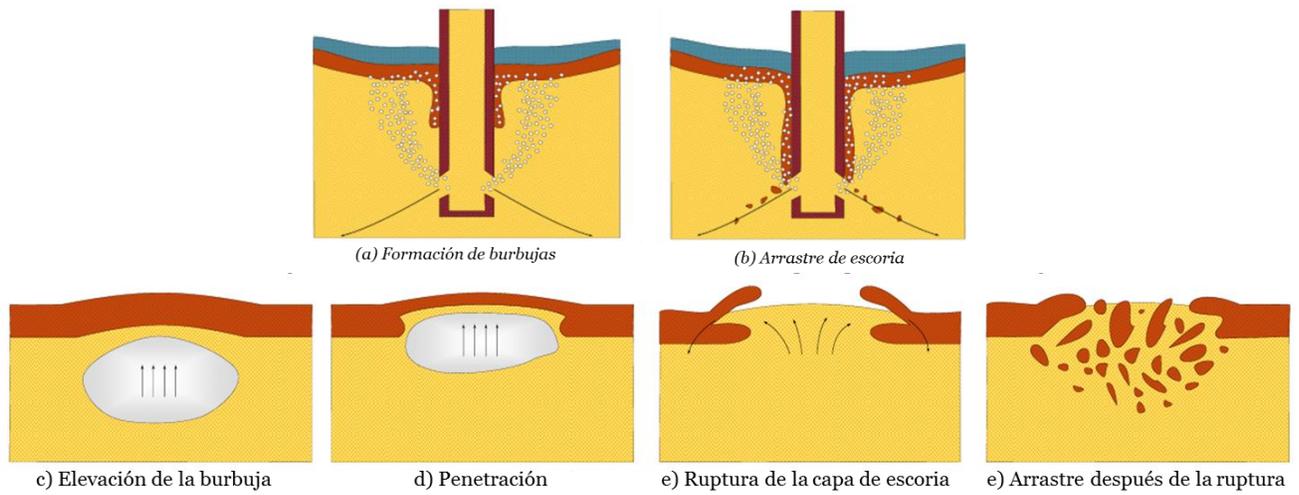
Figura 13. Diagrama de la inyección de argón en colada continua <sup>5)</sup>



El argón que es inyectado dentro de la SEN realiza diferentes funciones; principalmente para minimizar la obstrucción de la buza (“clogging”), a través de varias maneras:

- Una película de gas argón se forma a lo largo de la pared de la buza, lo cual previene el contacto de las inclusiones con la pared. Este mecanismo es solo para velocidades altas de flujo de gas, sin embargo también causa interrupciones en el flujo del molde.
- Las burbujas de argón atrapan las inclusiones y las llevan consigo.
- El gas argón incrementa la turbulencia, lo cual desaloja la formación de inclusiones finas de las paredes de la buza y rompe concentraciones perjudiciales, así como gradientes de tensión superficial cerca de las paredes de la buza. Este mecanismo puede ser a veces perjudicial al aumentar el contacto de las partículas con las paredes ya que aumenta su deposición.
- El gas argón reduce la aspiración de aire y la reoxidación mediante el incremento de la presión dentro de la buza, ya que reemplaza la aspiración de aire por aspiración de argón.
- El argón retarda las reacciones químicas entre el acero y el refractario.

El argón también cambia el patrón de flujo en la buza y el molde. Flujo alto de argón puede causar que las fases líquido y gas se separen resultando un flujo inestable y problemas de nivel de fluctuaciones transitorias en el molde. También puede causar problemas de calidad por el atrapamiento de burbujas; Si las burbujas son demasiado grandes su ascenso a través del baño promoverá la ruptura y posterior atrapamiento de la escoria protectora ensuciando al acero, figura 14. Si las burbujas son demasiado pequeñas serán transportadas a la costra sólida donde podrán ser posteriormente atrapadas.



**Figura 14.** Arrastre por penetración de burbujas en la capa de escoria



## ***Capítulo II. Simulación matemática***



## II. SIMULACION MATEMATICA

### 2.1 Descripción de CFD

La dinámica de fluidos computacional o CFD por sus siglas en inglés (Computational Fluid Dynamics) es una rama de la Mecánica de Fluidos que consiste en el empleo de computadoras y técnicas numéricas para resolver todos aquellos problemas físicos que están relacionados con el movimiento de los fluidos, y, en ocasiones, de otros fenómenos asociados como la transferencia de calor, las reacciones químicas, el arrastre de sólidos, etc.

De manera general el CFD comprende un conjunto de disciplinas científicas entre las que destacan las matemáticas, programación, ciencias físicas y la ingeniería, que deben integrarse para dar lugar al desarrollo de un código que sea capaz de resolver las ecuaciones de flujo de manera satisfactoria. De este modo, el objetivo es la creación de un software (programa numérico) que proporcione el cálculo detallado del movimiento de fluidos por medio del empleo de ordenadores (capaces de ejecutar un gran número de ecuaciones por unidad de tiempo) para la resolución de las ecuaciones matemáticas que expresan las leyes por las que se rigen los fluidos.

La consolidación de las técnicas CFD ha sido consecuencia del progresivo desarrollo tecnológico desde las décadas de los 50 y 60's, antes de eso los métodos computacionales no eran viables, al no disponerse de máquinas capaces de ejecutar un gran número de operaciones de cálculo por unidad de tiempo <sup>13)</sup>. Hoy hace aproximadamente dos siglos desde que las ecuaciones de fluido quedaron definitivamente formuladas por Claude Navier y George Stokes cuando introdujeron los términos de transporte viscoso a las ecuaciones de Euler, dando lugar a las *ecuaciones de Navier-Stokes* <sup>14)</sup>:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\nabla p + \rho \vec{g} + \nabla \cdot \tau_{ij} \quad (2)$$



$$\rho \frac{\partial E}{\partial t} + \rho \nabla \cdot (\vec{v}E) = \nabla \cdot (k\nabla T) + \rho \vec{g} + \nabla \cdot (\bar{\sigma} \cdot \vec{v}) + \dot{W}_f + \dot{q}_H \quad (3)$$

Estas ecuaciones incluyen las leyes de conservación para la masa, la cantidad de movimiento y energía de un flujo. Desafortunadamente, se constituyen en un sistema acoplado de ecuaciones, del que no es posible obtener una solución analítica única. Por esta razón, la experimentación y el análisis dimensional siempre acompañaron históricamente a la vía analítica, como dos herramientas esenciales en el estudio de la Mecánica de Fluidos, para validar y contrastar los limitados estudios teóricos.

Hoy día la utilización de técnicas computacionales en Mecánica de Fluidos ha extendido su aplicación a todo tipo de procesos industriales, gracias a la universalización de códigos comerciales (como FLUENT, CFX, CD-Adapco, entre otros) y la progresiva mejora de los algoritmos que implementan. Entre la infinidad de aplicaciones, casi tantas como los sectores productivos, cabe destacar la industria: automovilística, aeroespacial, aeronáutica, naval, de fabricación de motores, de generación eléctrica, metalúrgica, química, electrónica, nuclear, biomédica y farmacéutica, alimentaria, y otras industrias y actividades.

Por tanto está claro que el uso de las técnicas CFD permite un número muy importante de ventajas. Sobre todo permite reducir tiempo y costes de fases de diseño, y además proporciona un número casi ilimitados de información: pues cada una de las celdas que componen el dominio de simulación equivale a un pequeño sensor que nos mide cada una de las variables de flujo. Aunado a ello, en situaciones en las que la experimentación no es segura (altas temperaturas, accidentes, situaciones de incendio, etc.), no es abordable por una empresa o simplemente no es viable, el CFD permite obtener información muy valiosa.

En general, la mayoría de los programas comerciales utiliza el método de volúmenes finitos para resolver numéricamente las ecuaciones de gobierno de la Mecánica de Fluidos. De manera esquemática, se plantea lo siguiente:



- El dominio se discretiza en un número finito de volúmenes de control (celdas volumétricas en simulaciones tridimensionales y planas en casos bidimensionales).
- Se plantean en cada celda las ecuaciones generales de conservación (o transporte) de masa, momento y energía.

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \phi dV}_{\text{Temporal}} + \underbrace{\oint_A \rho \phi \vec{v} d\vec{A}}_{\text{Convectivo}} = \underbrace{\oint_A \Gamma \nabla \phi d\vec{A}}_{\text{Difusivo}} + \underbrace{\int_V S_\phi dV}_{\text{Fuente}} \quad (4)$$

La ecuación anterior<sup>22)</sup> representa la expresión general de transporte, en la que se tiene en cuenta los términos convectivos, difusivos, de generación y/o destrucción y temporales de las ecuaciones. La variable  $\phi$  es una variable genérica que, según el valor que adopte, nos devuelve una de las ecuaciones anteriores.

- Las ecuaciones que sea necesario resolver se discretizan y linealizan para obtener un sistema algebraico de ecuaciones.
- Finalmente, se resuelve numéricamente de forma iterativa el sistema algebraico para obtener la solución final del campo fluido dinámico.

Siguiendo la idea anterior, los paquetes comerciales tratan de proporcionar un acceso sencillo a estas tareas mediante interfaces amigables para el modelado de las geometrías y la introducción de los parámetros de resolución. Habitualmente, suelen incorporar también un módulo adicional para facilitar el análisis y la presentación de resultados. Por tanto, todos los códigos presentan la siguiente estructura: módulo de preproceso, módulo de solver y módulo de postproceso. Cada uno de ellos corresponde a las funciones que se describen a continuación:

1. **Preproceso:** suele ser una utilidad de interfaz amigable, que permite introducir los datos de entrada al programa de resolución,



convirtiéndolos luego en un formato compatible para el solver. Esta fase comprende:

- Definición de la geometría a modelar: el dominio computacional.
- Generación de la malla o división del dominio en un número suficiente de celdas o elementos que no se superpongan y que cubran toda la geometría.
- Identificación de los fenómenos físicos y químicos que pretenden modelarse.
- Definición de las propiedades del fluido o fluidos.
- Especificación de las condiciones iniciales y de contorno del problema.

La generación de la malla es muy importante, porque se condicionara definitivamente la calidad de los resultados. En principio, cuando más fina sea la malla, más próxima a la solución real será la simulación. Sin embargo mallas extraordinariamente finas penalizan el tiempo de cálculo haciéndolo excesivamente grande, por lo que siempre es necesario elegir la malla correctamente. Además, un mallado siempre ha de ser más fino en aquellas zonas donde se prevé un mayor gradiente en las variables de flujo.

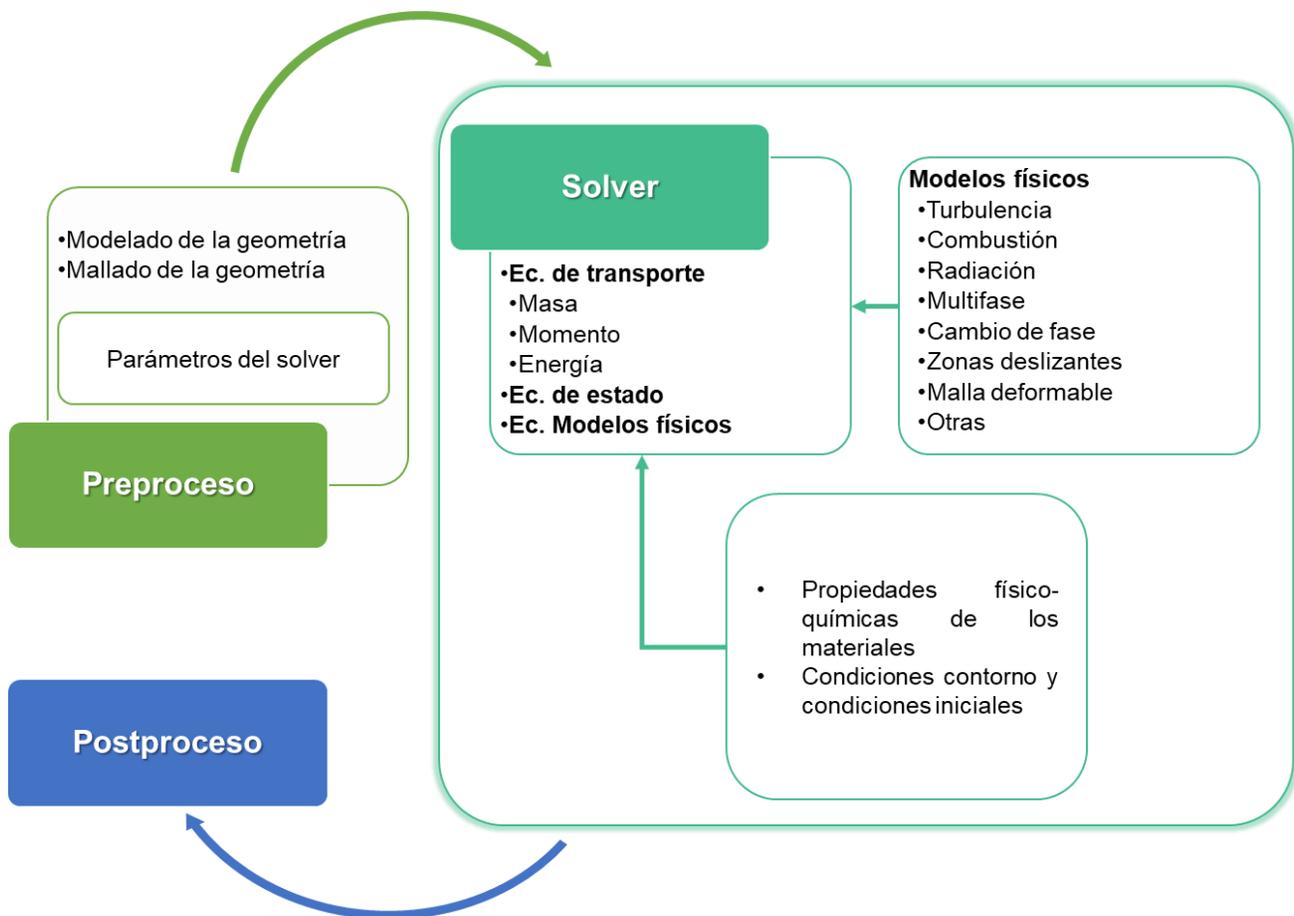
2. **Solver:** constituye la parte central del programa de resolución y es el encargado de resolver de forma iterativa las ecuaciones que se han activado previamente en el preproceso. Aun siendo la parte más importante del programa, el usuario del código no hace más que lazar la ejecución y esperar que los recursos computacionales de los que se dispone resuelvan el caso. Las ejecuciones, en función de los modelos que resuelvan y del tamaño de la malla, pueden durar desde minutos hasta semanas de cálculos en tiempo real.
3. **Postproceso:** en este módulo se incluyen normalmente una serie de herramientas gráficas que permiten analizar los resultados. Es una parte fundamental por cuanto permiten gestionar la ingente cantidad de información que el código es capaz de generar. No solo se trata de



disponer de una interfaz gráfica, sino de una herramienta que permita proporcionar variables integradas y promediadas para ofrecer resultados globales. Incluye:

- Representación gráfica del dominio y la malla.
- Mapas de contornos de las variables y ploteado de vectores y líneas de corriente.
- Gráficas y distribuciones.
- Gráficos de superficies, bidimensionales y tridimensionales.
- Animaciones y exportación de resultados a otros formatos.

En la figura 15 se muestra de manera resumida la estructura de un código CFD comercial.



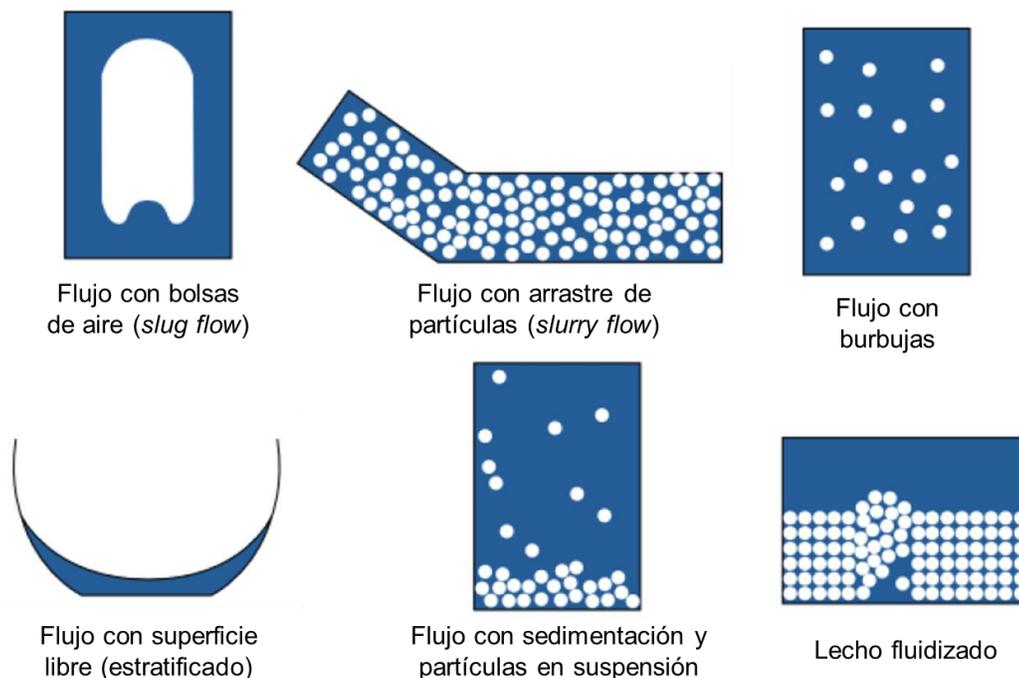
**Figura 15.** Estructura de un código CFD comercial



## 2.2 Flujos multifásicos

En la naturaleza y en la industria hay un gran número de flujos que están compuestos macroscópicamente por una compleja mezcla de fases. Aunque el concepto de fase podría asemejar al estado particular de la materia que se está analizando (sólido, líquido o gaseoso), lo cierto es que habitualmente el concepto de fase tiene un sentido más amplio. Así, cuando se habla de flujos multifásicos, se define a cada fase como aquel tipo de material identificable, con una frontera bien definida y que presenta una determinada respuesta o interacción con el flujo o dominio en el que este confinado. De esta forma, las fases también hacen referencia a materiales que, estando en el mismo estado de la materia, presentan distintas propiedades fisicoquímicas, por ejemplo una mezcla de agua y aceite, ambos son líquidos pero con características muy diferentes.

En este tipo de flujos, la fase primaria debe ser continua (fluida) y corresponderse normalmente con la fase principal del flujo. El resto de las fases, ya estén de forma dispersa, interpenetradas en la primaria, o de forma continua, definiendo una clara interfaz de separación, se denominan fases secundarias.



**Figura 16.** Tipos de flujos multifásicos.



La figura 16 muestra un esquema con algunos de los flujos más característicos que se ajustan a la condición de multifásicos. Se puede hacer una primera clasificación de los flujos multifásicos, atendiendo al estado de las materias que participan en el flujo, como:

- Interacción gas – líquido y líquido – líquido:
  - Flujo con burbujas
  - Flujo con gotas
  - Flujo con bolsas de aire
  - Flujos estratificados o con superficie libre
- Interacción gas – sólido:
  - Flujo con partículas en suspensión
  - Lechos fluidizados
- Interacción líquido – sólido:
  - Flujo con arrastre de partículas

Los flujos multifásicos pueden describirse como patrones de flujo propios para cada fase. Y debido a la gran diversidad de flujos y regímenes existentes, no existe algún modelo multifásico capaz de predecir correctamente todos los tipos de flujos. En su lugar, se han ido desarrollando diferentes modelos que son, cada uno de ellos, apropiados para una situación muy concreta. La selección del modelo correcto debe tener en cuenta a priori alguna de las características fundamentales del flujo multifásico, como son el régimen, la cantidad y dispersión de las fases secundarias o el número de Stokes.

En función de *régimen*, distinguimos dos tipos de comportamientos multifase. Por un lado, aquellos en los que la fase secundaria se encuentra totalmente dispersa en el fluido primario. La fase discreta puede presentarse en forma de gotas, burbujas o partículas sólidas, en mayor o menos concentración, pero siempre esta diluida, interpenetrada en la fase principal. La segunda posibilidad es que la fase secundaria sea inmisible con la primera, estableciendo al menos una interfase entre los fluidos. Este comportamiento es típico de mezclas de líquidos o de un líquido con superficie libre.



Respecto a la *cantidad de la fase secundaria* presente en el flujo multifásico, se utiliza la fracción volumen de dicha fase en el dominio como indicador de su importancia. Este parámetro tiene relevancia especialmente en fases diluidas en la corriente principal. Además, este valor se utiliza como referencia para establecer si las partículas de la fase dispersa interaccionan entre sí, o si este efecto puede despreciarse. Típicamente, se fija un valor de 10% como frontera: si la fase dispersa está tan diluida que su fracción de volumen en la fase primaria es menor que un 10% esas interacciones entre partículas se obvian (aproximadamente, la distancia entre partículas es de unas dos veces el tamaño característico de las partículas).

Finalmente, atendiendo al *número de Stokes*, este nos permite decidir qué modelo es el más apropiado en función de la densidad de partículas arrastradas en la corriente primaria. El número de Stokes, tiene sentido cuando el problema multifásico analiza fases dispersas, establece una relación entre el tiempo de interacción de la partícula y la escala temporal de flujo, es decir:

$$St = \frac{\tau_p}{\tau_c} \approx \frac{U}{L} \frac{\rho_p d_p^2}{18\mu} \quad (5)$$

Donde el subíndice  $p$  hace referencia a la partícula y el subíndice  $c$  se refiere al característico del flujo primario. Así, cuando  $St \ll 1$  ocurre que las partículas siguen líneas de corriente de la fase fluida primaria, mientras que cuando  $St > 1$  las partículas son capaces de moverse de forma independiente respecto del flujo primario.

Incidir en la importancia que tiene la elección de un cierre adecuado para la turbulencia según las características del flujo multifase. Típicamente, la fase primaria se resuelve con un modelo de turbulencia estándar, tipo k-epsilon o RSM, añadiendo términos fuente adicionales si fuese necesario introducir el efecto de las fases secundarias en el desarrollo de la turbulencia. Según esto, si las fases son inmiscibles o la fracción volumen de la fase secundaria dispersa es menor que un 10% se puede utilizar un modelo de turbulencia global para todas las fases. En caso



contrario, o bien se emplea un modelo para cada fase, o bien se introduce el efecto de la presencia de partículas vía termino fuente en el modelado de la fase primaria.

Existen cuatro modelos fundamentales para el estudio numérico de flujos multifasicos. A saber:

- Modelo de fase discreta (DPM)
- Modelo Euleriano (Eulerian)
- Modelo de mezcla (Mixture)
- Modelo de volumen de fluido (VOF)

Por tanto y en base a lo anterior es necesario elegir un modelo multifásico apropiado en función de las características del flujo a simular:

- Para flujos estratificados o con superficie libre, se utiliza el modelo VOF.
- Para flujos con alta presencia de partículas o burbujas, se emplea un modelo Euleriano.
- Cuando el número de partículas sea bajo a moderado, se ha de atender al número Stokes de forma que:
  - Si  $St > 1$ , el modelo de mezcla no es válido: se utiliza DPM o modelo Euleriano.
  - Si  $St < 1$ , cualquier modelo es aplicable (DPM, Euleriano y de mezcla): se utilizará aquel que requiera el menor coste computacional atendiendo a otros requisitos de los modelos.
- Ha de tenerse en cuenta que en caso de existir un importante acoplamiento entre las ecuaciones de las distintas fases, se necesitarán factores de subrelajación reducidos, y la velocidad de convergencia se verá comprometida.



### 2.3 Modelo Euleriano

Este es el modelo más sofisticado y de carácter más general de los esquemas multifasicos. Se emplea para modelar múltiples fases interpenetradas, ya sean líquidas, gaseosas o sólidas. A diferencia del modelo de fase dispersa, que emplea un tratamiento lagrangiano para la fase discreta, ahora se utiliza un enfoque euleriano para cada fase, centrado en volúmenes de control y no en las partículas.

El modelo euleriano <sup>15)</sup> no distingue entre flujos multifasicos con interacción únicamente entre fluidos o con transporte de sólidos en corrientes fluidas. Esto se debe a que el modelo resuelve las ecuaciones de continuidad, momento y energía para cada fase, permitiendo el acoplamiento entre fases a partir del intercambio de información en las interfaces. Sin embargo el campo de presiones es único para todas las fases.

También es posible incluir reacciones heterogéneas que permitan la transferencia de calor y masa entre fases. Respecto a la transferencia de la cantidad de movimiento, esta se garantiza normalmente a través de modelos para coeficientes de arrastre que se basan en el valor local del número de Reynolds.

La descripción euleriana de flujos multifasicos como medios continuos interpenetrados incorpora la definición de fracción de volumen para cada fase  $q$ -enésima, denotada habitualmente como  $\alpha_q$ . La fracción de volumen representa el espacio ocupado por cada fase, de modo que se cumple <sup>15)</sup>:

$$V_q = \int_V \alpha_q dV \quad (6)$$

$$\sum_{q=1}^N \alpha_q = 1 \quad (7)$$

De esta forma, para cada fase se definen una ecuación de continuidad y de momento de la forma <sup>13)</sup>:

$$\frac{\partial(\alpha_q \rho_q)}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_q \rho_q \vec{v}_q) = \sum_{p=1}^N (\dot{m}_{pq} - \dot{m}_{qp}) \quad (8)$$



$$\frac{\partial(\alpha_q \rho_q \vec{v}_q)}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_q \rho_q \vec{v}_q \vec{v}_q) \quad (9)$$

$$= \alpha_q (-\nabla p + \rho_q \vec{g}) + \nabla \cdot (\alpha_q \mu_q \nabla \vec{v}_q) + \sum_{p=1}^N (\vec{R}_{pq} + \dot{m}_{pq} \vec{v}_{pq} - \dot{m}_{qp} \vec{v}_{qp})$$

Pudiendo definirse una expresión similar para la ecuación de la energía para cada fase.

## 2.4 Concentración del Área Interfacial

La concentración del área interfacial se define como el área interfacial entre dos fases por unidad de volumen de mezcla. Este es un parámetro importante para predecir las transferencias de masa, momento y energía a través de la interfaz entre las fases. En sistemas de flujo de dos fluidos, uno discreto (partículas) y uno continuo, el tamaño y distribución de la fase o partículas discretas pueden cambiar rápidamente debido al crecimiento (transferencia de masa entre fases), expansión debido a cambios de presión, coalescencia, rotura y / o mecanismos de nucleación. El modelo de Balance poblacional captura este fenómeno, pero es computacionalmente costoso ya que varias ecuaciones de transporte deben ser resueltas usando métodos de momentos, o el método discreto. El modelo de concentración de área interfacial usa una sola ecuación de transporte por fase secundaria y es específica para los flujos burbujeantes en líquido en esta etapa.

La ecuación de transporte para la concentración del área interfacial puede escribirse de la siguiente manera (15):

$$\frac{\partial(\rho_g \chi_p)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_g \vec{u}_g \chi_p) = \frac{1}{3} \frac{D\rho_g}{Dt} \chi_p + \frac{2}{3} \frac{\dot{m}_g}{\alpha_g} \chi_p + \rho_g (S_{RC} + S_{WE} + S_{TI}) \quad (10)$$

Donde  $\chi_p$  es la concentración del área interfacial ( $\text{m}^2/\text{m}^3$ ), y  $\alpha_g$  es la fracción volumen de gas. Los dos primeros términos del lado derecho representan la expansión de las burbujas de gas debido a la compresibilidad y transferencia de masa (cambio de fase).  $\dot{m}_g$  es la transferencia de masa dentro del gas por unidad de volumen de mezcla ( $\text{kg}/\text{m}^3/\text{s}$ ).  $S_{RC}$  y  $S_{WE}$  son los términos fuente de coalescencia



debido a la coalición aleatoria y al arrastre, respectivamente.  $S_{TI}$  es el termino fuente de rompimiento debido al impacto turbulento.

Existen dos conjuntos de modelos, el modelo Hibiki-Ishii <sup>16)</sup> y el modelo Ishii-Kim <sup>17)</sup>, para los términos fuente de la concentración del área interfacial, que se basan en los trabajos de Ishii et al. Según su estudio, los mecanismos de interacción se pueden resumir en cinco categorías:

- Coalescencia debido a una colisión aleatoria provocada por la turbulencia.
- Rompimiento debido al impacto de los remolinos turbulentos.
- Coalescencia debido a la estela de arrastre.
- Corte de burbujas pequeñas de burbujas grandes.
- Rompimiento de burbujas grandes debido a la inestabilidad del flujo en la superficie de la burbuja.

En el software comercial ANSYS FLUENT <sup>18)</sup> cuando se utiliza el modelo de concentración del área interfacial, permite obtener una distribución del tamaño de las burbujas y los mecanismos de rompimiento y coalescencia.

O bien, representar una relación entre el diámetro de las burbujas y su concentración del área interfacial.

Los modelos algebraicos del área interfacial derivan de la relación entre el área y el volumen,  $A_p$ , para una burbuja esférica o gota <sup>15)</sup>.

$$A_p = \frac{\pi d_p^2}{\frac{1}{6} \pi d_p^3} = \frac{6}{d_p} \quad (11)$$

Donde  $d_p$  es el diámetro de la burbuja o gota. Los modelos algebraicos que se utilizan cuando se tiene un modelo de multifase Euleriano son los siguientes <sup>15)</sup>:

- Modelo de partícula
- Modelo simétrico
- Modelo de Ishii



## ***Capítulo III. Metodología***



### III. METODOLOGÍA

#### 3.1 Descripción del modelo físico

Para la validación de las simulaciones que se llevaron a cabo con un modelo matemático, se consideraron resultados de una previa experimentación física, misma que se describe a continuación, figura 17.

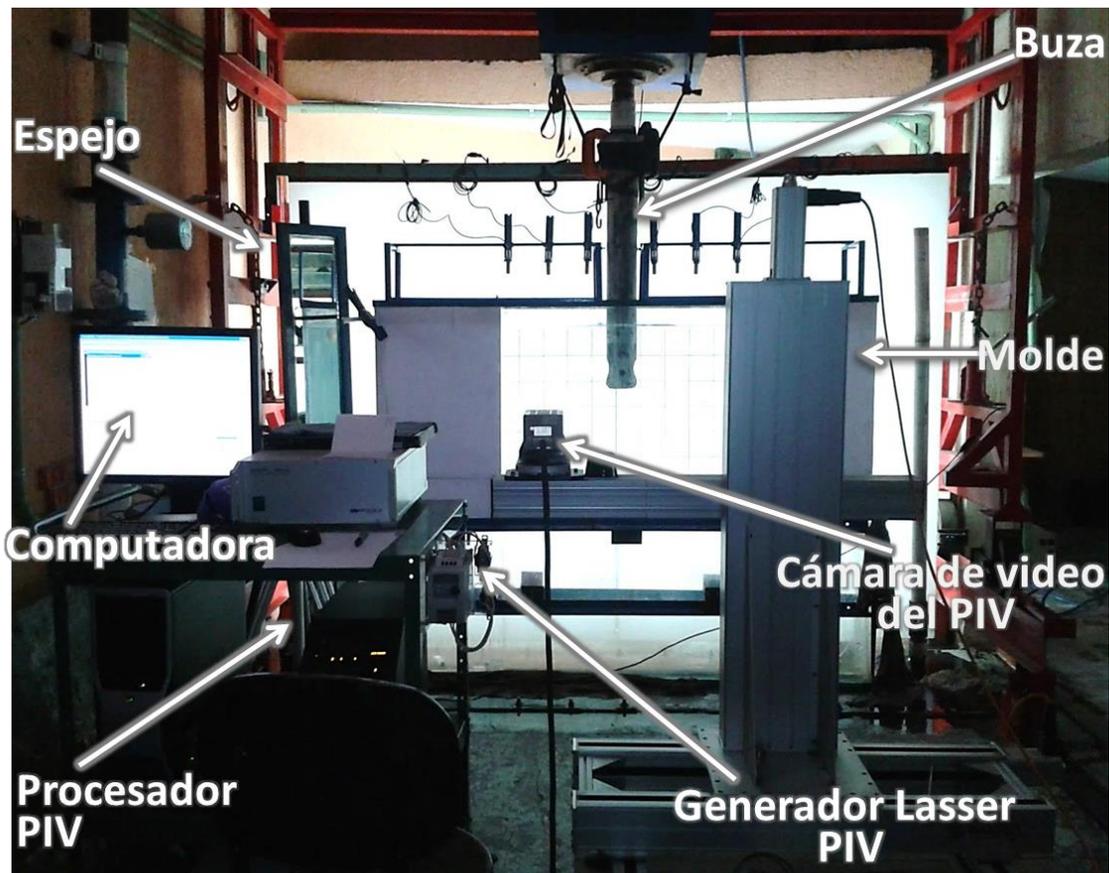
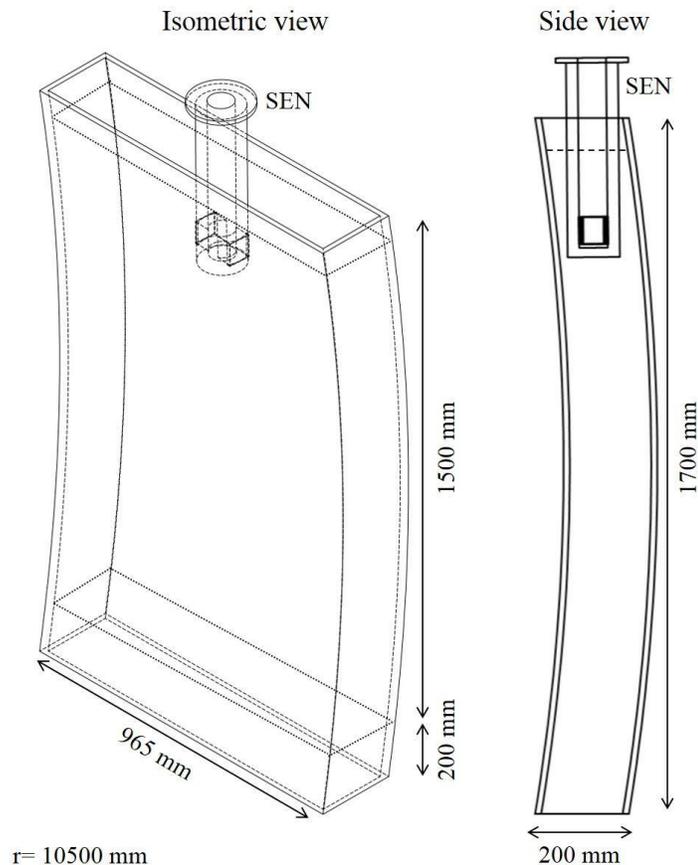


Figura 17. Configuración del modelo físico.

Las dimensiones del modelo físico (escala completa que obedece a los números de Froude y Reynolds que representan las relaciones entre las fuerzas de inercia y gravedad e inercia y fuerzas viscosas, respectivamente) se presentan en la figura 18. Este modelo corresponde al molde actual de la máquina de colada de acero de ARCELOR-MITTAL en México, empleada para fundir aceros de ultra bajo contenido de carbono en las condiciones indicadas en la Tabla 1. La longitud total del modelo



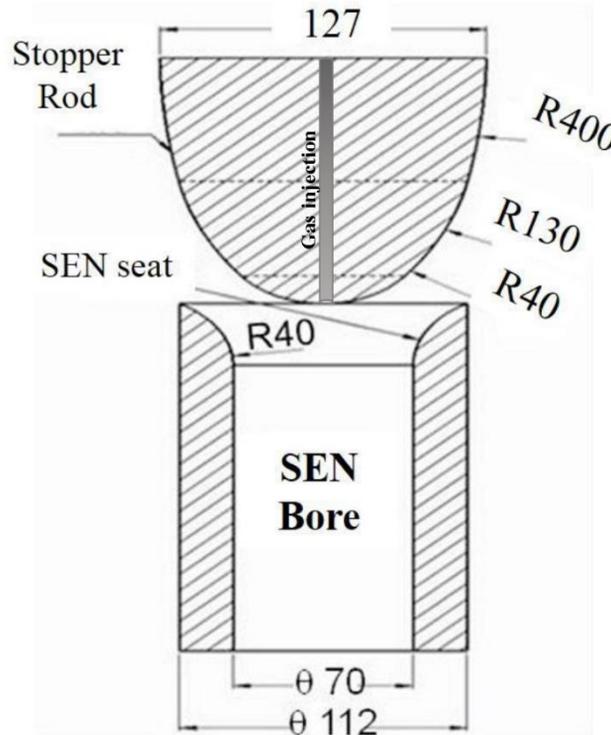
es de 1700 mm y 200 mm, esta longitud total se sumerge en un tanque de agua para mantener vertical y nivelada su estructura total. Esta longitud del modelo es lo suficientemente larga como para evitar el reflujos en el molde, tanto física como numéricamente. El flujo de fase líquida en este molde se controla a través de un sistema barra tapón y el gas se inyecta a través de un tubo de 5 mm a lo largo de la barra tapón como se muestra esquemáticamente en la figura 19.



**Figura 18.** Dimensiones del modelo a escala real.

**Tabla 1.** Condiciones de colada en el modelo agua – aire a escala real

Parámetro	Valor
Espesor del molde	200 mm
Ancho del molde	965 mm
Profundidad sumergida de la SEN	140 mm
Velocidad de colada	0.021 m/s
Flujo de aire	0, 3, 5, 10, 15, 20 l/min

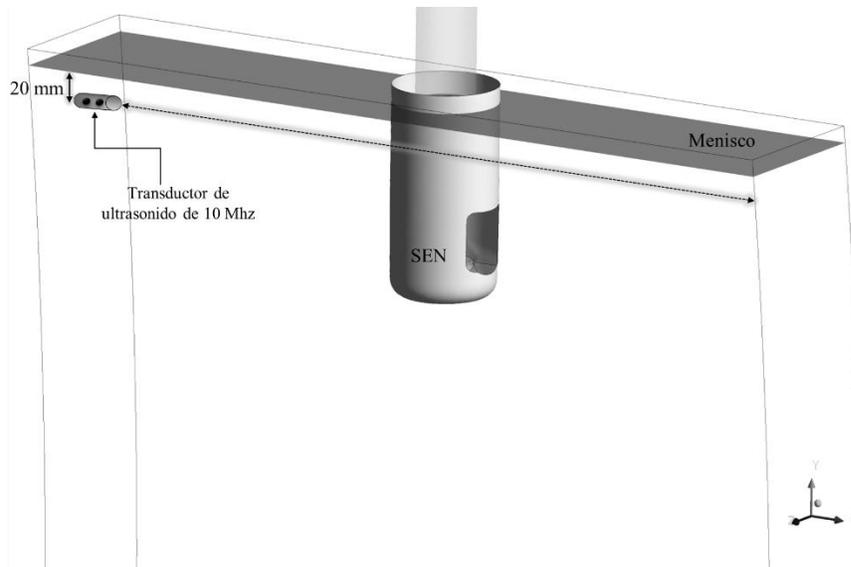


**Figura 19.** Dimensiones de la barra tapón

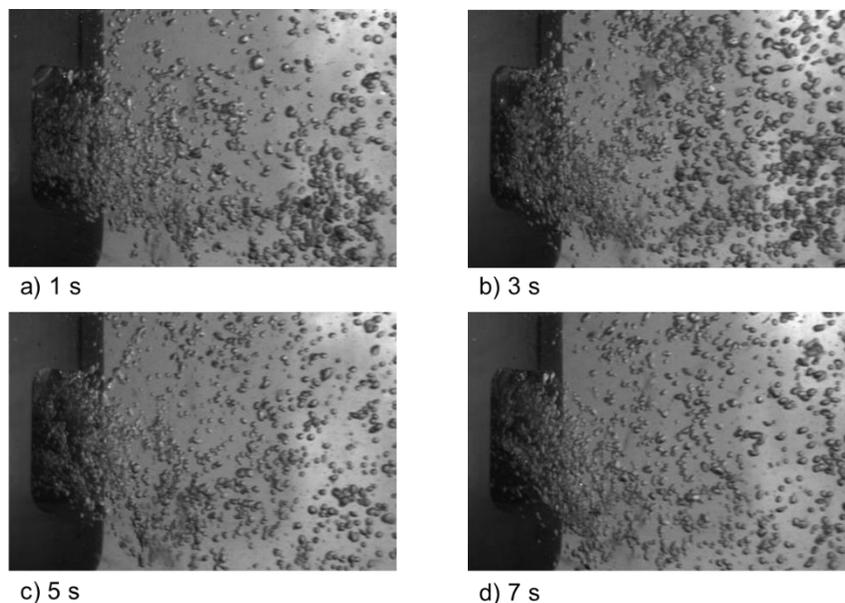
El aire se inyecta desde la parte superior de la barra tapón a tasas de flujo específicas utilizando un compresor. El agua se descarga del molde en un depósito que contiene dentro de una bomba sumergida que devuelve el líquido, a través de un tubo vertical, a una artesa que alimenta el molde formando un sistema de recirculación. El nivel del líquido en la artesa es de 1000 mm y se mantiene constante. Se colocó un transductor de ultrasonido de 10 MHz para medir la velocidad horizontal de la fase líquida que va desde la mitad de la cara estrecha del molde hasta la pared de la boquilla, 20 mm por debajo del nivel del menisco del líquido como se indica en el esquema de la figura 20. Para medir los tamaños de las burbujas de aire, se tomaron cien imágenes por segundo con una cámara de video rápida, estas imágenes fueron grabadas y almacenadas en una computadora, para su posterior procesamiento y análisis de medición de tamaño por medio del software Image <sup>19)</sup>, figura 21. Este software permite la redefinición de las interfaces de las burbujas y calcula todas las estadísticas, como el tamaño promedio, las PDF, desviaciones estándar, etc. Sin embargo en este trabajo solo se informan los diámetros promediados de las burbujas.



Para comparar los resultados experimentales del tamaño de burbuja con las predicciones suministradas por el modelo matemático se consideró una región específica en el molde. Esta región consiste en una franja que va desde el puerto de la boquilla hasta la cara estrecha del molde. Todas las burbujas capturadas en esta región se cuantificaron y midieron para fines prácticos de manera manual con el software Image <sup>19)</sup>.



**Figura 20.** Localización del transductor de ultrasonido en el modelo de agua

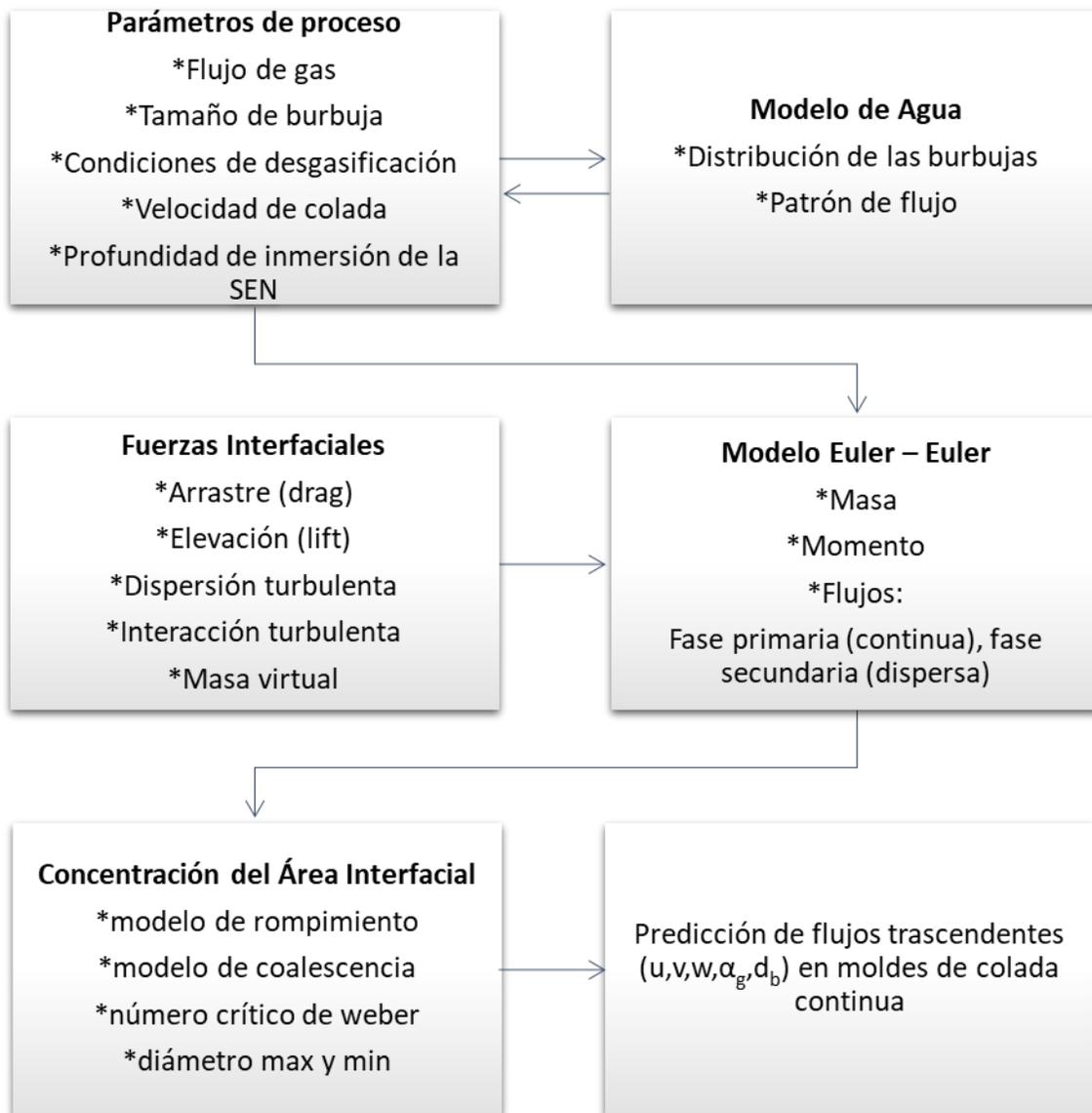


**Figura 21.** Imágenes tomadas por cámara rápida para análisis del tamaño de las burbujas



### 3.2 Modelo Matemático

En este modelo, son necesarias un conjunto de ecuaciones de continuidad y momento para cada fase; aquí el subíndice  $q$  se utiliza para la fase primaria o agua y  $p$  para la fase secundaria o aire. En la figura 22 se muestra un esquema del modelo matemático que a continuación se describe.



**Figura 22.** Esquema de modelo multifásico Euleriano acoplado con Concentración del Área Interfacial



Las ecuaciones de continuidad y transferencia de momento para el modelo Euler-Euler de dos fluidos, incluido en el software ANSYS-FLUENT<sup>18)</sup> para una de estas fases se representa de la siguiente manera:

Ecuación de continuidad:

$$\frac{1}{\rho_{rq}} \left[ \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_q \rho_q) + \nabla \cdot (\alpha_q \rho_q v_q) = \sum_{p=1}^n (\dot{m}_{pq} - \dot{m}_{qp}) \right] \quad (12)$$

La fracción volumen para cada fase es calculada a partir de la ecuación anterior, donde  $\rho_{rq}$  representa la densidad de referencia de fase, o la densidad promedio de volumen de la fase  $q^{\text{th}}$  en el dominio de la solución.

La solución de esta ecuación para cada fase secundaria, junto con la condición de que las fracciones de volumen sumen a uno, permite el cálculo de la fracción de volumen de la fase primaria.

### 3.2.1 Ecuaciones de momento interfacial<sup>15)</sup>

Las dos fases intercambian momento a través de sus interfaces, por tanto, la ecuación de momento para la fase primaria es,

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_q \rho_q v_q) + \nabla \cdot (\alpha_q \rho_q v_q v_q) = -\alpha_q \nabla p + \nabla \cdot \bar{\bar{\tau}}_q + \alpha_q \rho_q g + \sum_{p=1}^n (R_{pq} + \dot{m}_{pq} v_{pq} - \dot{m}_{qp} v_{qp}) + (F_q + F_{lift,q} + F_{wl,q} + F_{vm,q} + F_{td,q}) \quad (13)$$

Los primeros tres términos en el lado derecho de la ecuación 13 son las fuerzas de presión, viscosa y de gravedad, respectivamente. El cuarto término en el símbolo de suma es la fuerza de arrastre o el intercambio de momento entre las fases primaria y secundaria y se da como,



$$\sum_{p=1}^n R_{pq} = \sum_{p=1}^n K'_{pq}(v_p - v_q) \quad (14)$$

Los otros términos bajo el símbolo de suma son el intercambio de momento entre las fases debido a los procesos de pérdida y ganancia de masa por evaporación y condensación, que son cero en el presente caso. El último término en la ecuación 13 incluye cinco fuerzas de no-arrastre tales como otras fuerzas corporales (fuerzas de campos eléctricos y magnéticos y fuerzas de tensión superficial): la fuerza de elevación o flotación, la fuerza de lubricación de la pared, la fuerza de masa virtual y la fuerza de dispersión turbulenta, respectivamente. Como no hay campos magnéticos ni eléctricos, las dos primeras fuerzas son cero y la contribución de la fuerza de tensión superficial se calcula mediante la siguiente expresión <sup>20)</sup>:

$$F_S = \sigma \frac{\alpha_p \rho_p \kappa_p \nabla \alpha_p + \alpha_q \rho_q \kappa_q \nabla \alpha_q}{1/2(\rho_p + \rho_q)} \quad (15)$$

Según Lieu et.al <sup>5), 6)</sup>, los efectos de la fuerza de lubricación de la pared sobre la dinámica de la burbuja son insignificantes, por lo tanto, esta fuerza se considera cero. Las otras tres fuerzas se modelan como se explica a continuación.

El tensor de tensión de las fuerzas viscosas se aproxima mediante una ecuación de tipo Bousinesq modificada para el flujo multifásico por;

$$\bar{\tau}_q = \alpha_q \mu_{q,eff} (\nabla v_q + \nabla v_q^T) + \alpha_q \left( \lambda_q - \frac{2}{3} \mu_q \right) \nabla \cdot v_q \bar{I} \quad (16)$$

Para obtener el cierre en las Ecuaciones 12-14, se emplea el modelo de turbulencia k- $\epsilon$  <sup>21)</sup> ya que se ha registrado un buen rendimiento simulando los flujos multifásicos



2), 5), 6). Por ello, son necesarias dos ecuaciones adicionales para cada fase, que corresponden a la energía cinética turbulenta y la velocidad de disipación de la energía cinética (modelo de turbulencia para cada fase). Estas dos ecuaciones para la fase primaria son:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_q \rho_q k_q) + \nabla \cdot (\alpha_q \rho_q \vec{U}_q k_q) = \nabla \cdot \left( \alpha_q \left( \mu_q + \frac{\mu_{t,q}}{\sigma_k} \right) \nabla k_q \right) + (\alpha_q G_{k,q} - \\ \alpha_q \rho_q \varepsilon_q) + \sum_{l=1}^N K_{pq} (C_{pq} k_p - C_{pq} k_q) - \sum_{l=1}^N K_{pq} (\vec{U}_p - \vec{U}_q) \cdot \frac{\mu_{t,l}}{\alpha_p \sigma_p} \nabla \alpha_p + \\ \sum_{l=1}^N K'_{pq} (\vec{U}_p - \vec{U}_q) \cdot \frac{\mu_{t,p}}{\alpha_p \sigma_p} \nabla \alpha_q + \Pi_{k_q} \quad (17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_q \rho_q \varepsilon_q) + \nabla \cdot (\alpha_q \rho_q \vec{U}_q \varepsilon_q) = \nabla \cdot \left( \alpha_q \left( \mu_q + \frac{\mu_{t,q}}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon_q \right) + \frac{\varepsilon_q}{k_q} \left[ C_{1\varepsilon} \alpha_q G_{k,q} - \\ C_{2\varepsilon} \alpha_q \rho_q \varepsilon_q + C_{3\varepsilon} \left( \sum_{l=1}^N K_{pq} (C_{pq} k_p - C_{pq} k_q) - \sum_{l=1}^N K_{pq} (\vec{U}_p - \vec{U}_q) \cdot \right. \right. \\ \left. \left. \frac{\mu_{t,p}}{\alpha_p \sigma_p} \nabla \alpha_l + \sum_{l=1}^N K'_{pq} (\vec{U}_p - \vec{U}_q) \cdot \frac{\mu_{t,l}}{\alpha_p \sigma_p} \nabla \alpha_q \right) \right] + \Pi_{\varepsilon_q} \quad (18) \end{aligned}$$

El término  $G_{k,q} = -\mu_{q,eff} (\nabla u_q + (\nabla u_q)^T) \times \nabla u_q$  es la tasa de generación de energía cinética. La viscosidad efectiva se da como  $\mu_{q,eff} = \mu^l + \mu^T$ . La viscosidad turbulenta se calcula a partir de las magnitudes de la energía cinética turbulenta y su tasa de disipación según el modelo k- $\varepsilon$  <sup>21</sup>).

$$\mu_{q,t} = C_\mu \rho_q \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (19)$$

La viscosidad efectiva correspondiente de la fase gaseosa se calcula a través del modelo de Jakobsen utilizando la viscosidad efectiva de la fase líquida <sup>22</sup>,



$$\mu_{p,eff} = \frac{\rho_p}{\rho_g} \mu_{q,eff} \quad (20)$$

Las constantes del modelo k- $\epsilon$  son  $C_2=1.9$ ,  $C_\mu=0.09$ ,  $\sigma_k=1$ ,  $\sigma_\epsilon=1.30$ ,  $C_k=0.75$ . Los últimos términos en las ecuaciones 17 y 18 son términos fuente originados por la interacción turbulenta entre las dos fases. Para estimar estas fuentes se usó el modelo de Simonin <sup>23)</sup> de acuerdo con,

$$\prod_{k_q} = C_s \alpha_q \sum_{p=1}^M K_{pq} v_{pq} v_{dr} \quad (21)$$

Donde  $v_{pq}$  y  $v_{dr}$  son las velocidades de interfase y corriente, respectivamente. La fuente para la tasa de disipación de la energía cinética turbulenta es,

$$\prod_{\epsilon_q} = C_f C_\epsilon \rho_q \alpha_p \alpha_q \epsilon \quad p = 1 \dots m \quad (22)$$

El coeficiente de intercambio fluido-fluido ( $K_{pq} = K_{qp}$ ) para flujos burbujeantes es:

$$K_{pq} = \frac{\rho_p f}{6\tau_p} d_p A_i \quad (23)$$

Donde  $\tau_p = \rho_p d_p^2 / 18\mu_q$  es el tiempo de respuesta de la partícula <sup>24), 25)</sup> y  $f$  es la función de arrastre dada por;

$$f = \frac{C_D Re}{24} \quad (24)$$



El coeficiente de arrastre se calculó mediante el modelo de Schiller y Naumann <sup>26)</sup> a través de,

$$C_D = \begin{cases} \frac{24(1+0.15Re^{0.687})}{Re} & Re \leq 1000 \\ 0.44 & Re > 1000 \end{cases} \quad (25)$$

y

$$Re = \frac{\rho_q d_p |v_p - v_q|}{\nu_q} \quad (26)$$

El coeficiente de intercambio de momento de interfaz calculado por la ecuación 22 se corrige posteriormente mediante el aumento de la turbulencia de la fase primaria utilizando el factor de Brucato <sup>27)</sup>, dado por,

$$\eta = (1 + \gamma) \quad (27)$$

Donde:

$$\gamma = K \left( \frac{d}{\lambda} \right)^3 \quad (28)$$

$K = 6.5 \times 10^{-6}$ ,  $\lambda$  es la escala de longitud de Kolmogorov,

$$\lambda = \left( \frac{\nu_l^3}{\varepsilon} \right)^{1/4} \quad (29)$$

La corrección es entonces:

$$K'_{pq} = \eta K_{pq} \quad (30)$$



Que son los coeficientes de intercambio de momento de interfaz en los quintos términos del lado derecho de las ecuaciones 17 y 18, la ecuación 14 e implícitamente en la ecuación 13 en el término  $R_{pq}$ .

### 3.2.2 Las fuerzas sin arrastre

#### *Fuerza de elevación (lift)*

Esta fuerza surge por los efectos del gradiente de velocidades de la fase primaria que interactúan con la fase secundaria,

$$F_{lift} = -C_l \rho_q \alpha_p (v_q - v_p) \times (\nabla \times v_q) \quad (31)$$

Para calcular los coeficientes de elevación  $C_l$ , hay cuatro modelos disponibles que desarrolló Tomiyama <sup>28), 29)</sup> implementados en el presente modelo matemático y se muestran en la Tabla 2. Esta fuerza se debe agregar a las ecuaciones de momento de ambas fases, considerando que  $F_{lift,q} = -F_{lift,p}$ .

#### *Fuerza de Dispersión Turbulenta*

Este término cuenta la fuerza desarrollada por la transferencia de momento turbulento en las interfaces entre las fases líquida y gaseosa, por lo tanto, el arrastre turbulento se modela como;

$$K'_{pq}(\bar{v}_p - \bar{v}_q) = K'_{pq}(v_p - v_q) - K'_{pq}v_{dr} \quad (32)$$

El término en el lado izquierdo es el arrastre instantáneo. El primer término del lado derecho de la ecuación 22 aparece en las ecuaciones 13, 14, 17 y 18, y representa



el intercambio de momento promedio entre ambas fases y  $v_p$ ,  $v_q$  son los vectores de velocidad de fase promedio. El segundo término es la fuerza de dispersión turbulenta donde  $v_{dr}$  es la velocidad de corriente para las fases secundaria y primaria, respectivamente. Aquí, también se debe agregar esta fuerza a las ecuaciones de momento de ambas fases con signos opuestos,  $F_{td,p} = -F_{td,q}$ . Para esta fuerza se implementó el modelo de Burns<sup>30)</sup> se informa también en la Tabla 2.

### *La fuerza de masa virtual*

Esta fuerza surge cuando la fase secundaria p se acelera relativa a la fase primaria q. Es la fuerza necesaria para acelerar la masa contenida en el volumen dejado por la fase primaria a la secundaria. Esta fuerza se calcula a través de <sup>24), 25)</sup>,

$$F_{vm} = 0.5\alpha_p\rho_q \left( \frac{d_q v_q}{dt} - \frac{d_p v_p}{dt} \right) \quad (33)$$

Donde los términos dentro del paréntesis son derivados de los vectores de velocidad de fase. De forma similar a las otras fuerzas,  $F_{vm,q} = -F_{vm,p}$ . En la Tabla 2 se resumen todas las fuerzas no de arrastre.

### **3.2.3 Ecuación de transporte para la concentración del área interfacial**

El área interfacial por unidad de volumen de una mezcla bifásica, IAC,  $\chi_p$  ( $m^{-1}$ ) también se transporta por los mismos mecanismos de momento, masa y energía observados. La ecuación de conservación de la concentración del área interfacial es <sup>31)</sup>:

$$\frac{\partial(\rho_g \chi_p)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_g u_g \chi_p) = \frac{1}{3} \frac{D\rho_g}{Dt} \chi_p + \frac{2}{3} \frac{\dot{m}_g}{\alpha_g} \chi_p + \rho_g (S_{RC} + S_{WE} + S_{TI}) \quad (34)$$



En el lado izquierdo de esta ecuación, los dos términos son los habituales, dependiendo del tiempo y las contribuciones de transporte por convección, mientras que el primer término del lado derecho es la generación de área interfacial debido a la expansión de las burbujas de gas por compresibilidad, el segundo es el término de transferencia de masa entre ambas fases (inexistente en el presente caso) y el último componente entre paréntesis implica diferentes fuentes.  $S_{RC}$  y  $S_{WE}$  son la fuente de coalescencia de las burbujas debido a la colisión aleatoria y el arrastre por la estela de burbujas, respectivamente, y  $S_{TI}$  es el término fuente de ruptura de las burbujas debido al impacto turbulento <sup>31), 32)</sup>. Estos términos se calculan utilizando el modelo propuesto por Ishii y Kim <sup>33), 34)</sup> empleando un número Weber crítico para la ruptura de burbuja de 2.3 que proporcionó las mejores predicciones del tamaño de burbuja del aire en agua en este trabajo y en otros informes <sup>1)</sup>.



Tabla 2. Fuerzas de no arrastre

Tipo de fuerza	Funciones auxiliares
$F_{lift} = -C_l \rho_q \alpha_p (v_q - v_p) \times (\nabla \times v_q)$ <p>Modelo de Tomiyama <sup>28), 29)</sup></p> <p><b>Fuerza de levante o elevación.</b></p>	$C_l = \begin{cases} \min[0.288 \tanh(0.21 Re_p), f(Eo'), & Eo'' \leq 4 \\ f(Eo') & 4 < Eo' < 10 \\ -0.27 & 10 < Eo' \end{cases}$ $f(Eo') = 0.00105 Eo'^3 - 0.015 Eo'^2 - 0.0204 Eo' + 0.474$ $Eo' = \frac{g(\rho_q - \rho_p) d_h^2}{\sigma}; \quad d_h = d_b (1 + 0.163 Eo^{0.757})^{1/3}$ $Eo = \frac{g(\rho_q - \rho_p) d_b^2}{\sigma}$
$F_{td,p} = -F_{td,q} = C_{TD} K_{pq} \frac{D_q}{\sigma_{pq}} \left( \frac{\nabla \alpha_p}{\alpha_p} - \frac{\nabla \alpha_q}{\alpha_q} \right)$ <p><b>Fuerza de dispersión turbulenta</b></p> <p>Modelo de Burns <sup>30)</sup></p>	$C_{TD} = 1, \quad \sigma_{pq} = 0.9$
<p><b>Fuerza de masa virtual</b> <sup>24), 25)</sup></p>	$F_{vm,p} = -F_{vm,q} = 0.5 \alpha_p \rho_q \left( \frac{d_q v_q}{dt} - \frac{d_p v_p}{dt} \right)$



La Figura 23 muestra los kernels de población de las burbujas, donde se observa cómo se unen mediante la succión de otras burbujas más pequeñas por la estela de una burbuja más grande. El impacto turbulento entre las burbujas puede producir la rotura de dos burbujas o, eventualmente, no afectarlas. Finalmente, colisión aleatoria, donde dos burbujas pueden fusionarse o rebotar. Cada uno de estos mecanismos se compone de dos factores principales: uno de la frecuencia para un evento dado (impacto, rotura, coalescencia) y otro que proporciona la probabilidad (PDF) de tal evento. El tamaño de las burbujas se calcula una vez que se conoce el área interfacial y la fracción de volumen de la fase gaseosa mediante la expresión:

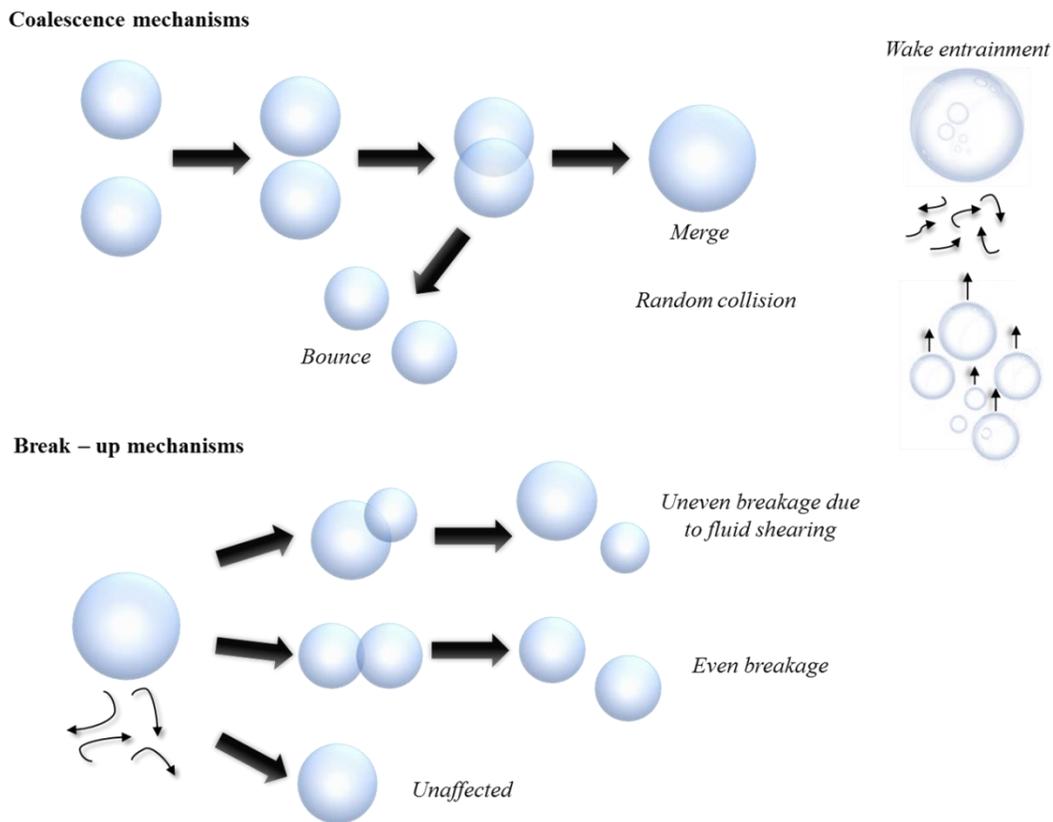
$$d_b = \psi \frac{\alpha_g}{\chi_p} \quad (35)$$

Donde  $\psi = 6$ . En el modelo de Ishii-Kim (tabla 3) la media de las fluctuaciones de burbujas y las velocidades de los extremos de las burbujas se calculan a través de las expresiones:

$$u_t = \varepsilon^{1/3} d_b^{1/3} \quad (36)$$

$$u_r = \left( \frac{d_b g \Delta \rho}{3 C_D \rho_l} \right)^{1/2} \quad (37)$$

Con todos estos modelos matemáticos el sistema de ecuaciones dado por las ecuaciones 12, 13, 16, 17,18 para el flujo de dos fases, se concede el cierre del problema y está listo para proceder con la solución numérica. Se obtuvieron tamaños de burbuja a partir del análisis de 10 imágenes de video de los experimentos de flujo de dos fases utilizando una cámara HD con el software abierto Image <sup>19)</sup>, a partir de los experimentos del modelo agua-aire a escala real que opero bajo las condiciones indicadas en la Tabla 1. Aquí, el diseño de la boquilla, el caudal del líquido, y la profundidad de inmersión de la boquilla fueron las condiciones de operación que se mantuvieron constantes y solo se varió la carga de gas.



**Figura 23.** Mecanismos de rompimiento y coalescencia de burbujas

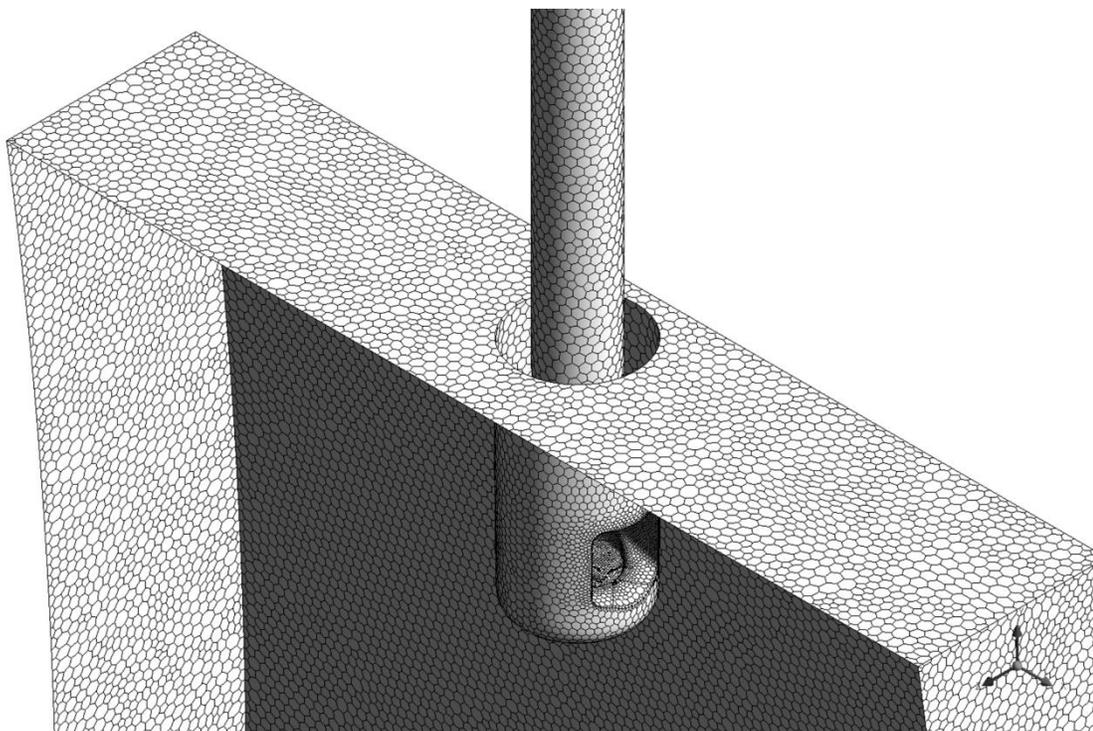
### 3.3 Solución Numérica

#### 3.3.1 Discretización y método numérico

El sistema físico, que incluía la punta de la barra tapón, el molde y la boquilla, se discretizó utilizando la metodología de volumen finito <sup>35)</sup> construyendo una malla computacional compuesta por celdas poliédricas estructuradas, como se muestra en la figura 24. La malla poliédrica no requiere mantener requisitos específicos tales como asimetría y relación de aspecto de la malla ya que la geometría es la misma en todo el dominio computacional. Esto es esencialmente una malla estructurada que proporciona estabilidad y consistencia al esquema numérico. Se utilizó un enfoque modelo implícito segregado <sup>18)</sup> para la linealización de las ecuaciones de Navier-Stokes junto con un esquema upwind de segundo orden que utiliza los



gradientes de las variables de flujo en el centro de las celdas que comparten la misma cara. El uso de las magnitudes almacenadas de las variables de flujo en los centros de las celdas y conocer sus gradientes hace posible su cálculo en las caras de las celdas y la estimación de los flujos de masa en cada cara de cada celda. El bloque de ecuaciones lineales generado, considerando que hay  $N$  ecuaciones por celda para las  $N$  variables de flujo, se resuelve usando un solucionador de ecuaciones lineales implícitas (bloque Gauss-Seidel) con un método algebraico multi-malla (AMG)<sup>18)</sup>. Para evaluar derivadas de gradiente, se aplicó el enfoque basado en nodos Green-Gauss<sup>35)</sup> y se usó el esquema de fuerza ponderada por el cuerpo para calcular el campo de presión para resolver las ecuaciones de momento y unirlo con la ecuación de continuidad discretizada y acoplar el algoritmo presión-velocidad. El esquema de fuerza ponderada por el cuerpo<sup>35)</sup> calcula la presión en la cara al asumir que el gradiente normal de la diferencia entre la presión y las fuerzas corporales es constante. Finalmente, para acoplar la presión-velocidad se utilizó el algoritmo SIMPLE<sup>36)</sup>. El criterio de convergencia se estableció cuando la suma total del residual para las variables de flujo fuera menor a  $10^{-4}$ .

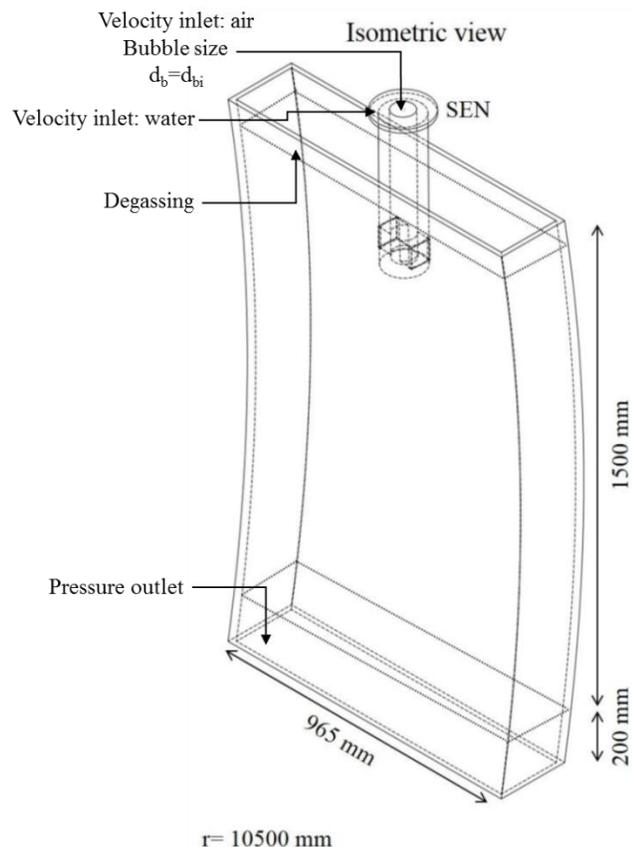


**Figura 24.** Malla computacional compuesta por celdas poliédricas estructuradas



### 3.3.2 Condiciones frontera

Se asumieron las condiciones antideslizantes en todas las superficies y para el perfil de velocidad en la capa límite, se aplicó una ley de pared estándar <sup>37)</sup>. Para las condiciones de entrada, primero se construyó un esquema de elevación del stopper contra el área de la rendija, esto es, entre la punta de la barra tapón y el asiento (figura 19), utilizando el software Solid Works <sup>38)</sup>. Con la ecuación de Bernoulli, este esquema se cambió de rendimiento del agua frente a la elevación del stopper. Por lo tanto, al fijar el rendimiento para una velocidad de colada dada, se definió el área de la rendija y finalmente se estableció la condición límite de la velocidad para el agua. Se aplicó una condición de límite de desgasificación en la superficie del baño para permitir que el aire salga del campo. La inyección de aire se realiza a través de un tubo incrustado desde la parte superior hasta la punta de la barra tapón con un diámetro de 5 mm. La condición inicial de velocidad para la fase gaseosa se calculó dividiendo el caudal de aire (5 l / min, por ejemplo) entre el área de la sección transversal de la tubería. El diámetro de burbuja inicial que sale de la tubería se estimó directamente a partir de imágenes de video de burbujas en el flujo de dos fases en la boquilla. En la figura 25 se muestra un resumen de las condiciones frontera. El tiempo real calculado para todos los casos fue de 300 segundos, lo que fue suficiente para observar cambios menores en el patrón de flujo, suponiendo, entonces, que los resultados que se presentarán aquí corresponden casi a condiciones en estado estacionario.



**Figura 25.** Condiciones frontera



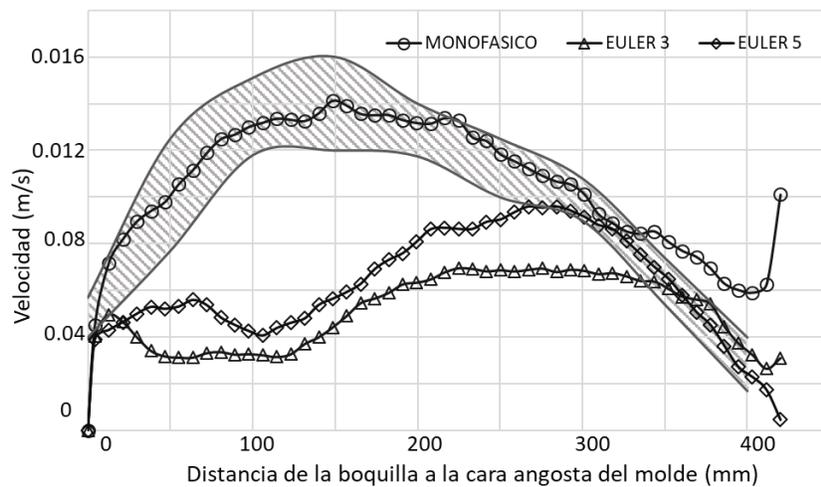
## *Capítulo IV. Análisis de Resultados*



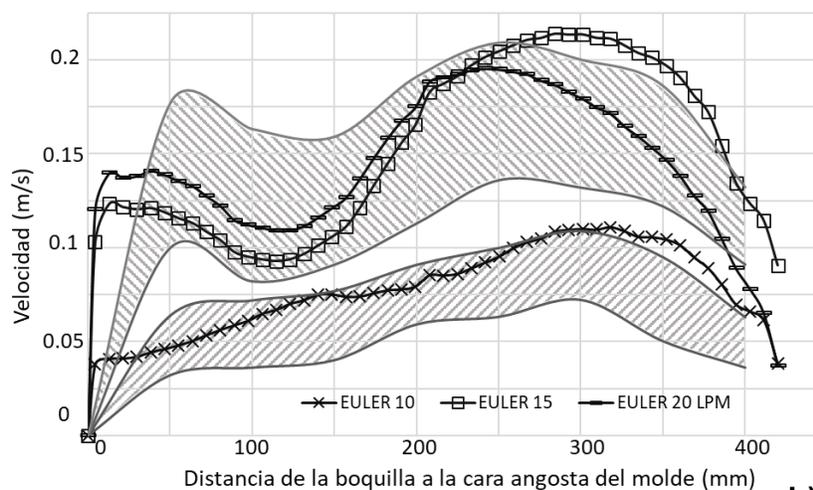
## IV. ANÁLISIS DE RESULTADOS

### 4.1 Validación del modelo matemático

En base a los datos obtenidos de la previa experimentación física, a continuación, se presenta un análisis de los resultados derivados de la simulación matemática. La figura 26, muestra la comparación entre los perfiles experimentales de velocidad horizontal, medidos con el transductor ultrasónico (regiones sombreadas), y las predicciones matemáticas realizadas a lo largo de una línea simétrica que se trazó desde la boquilla hasta la cara estrecha del molde, 20 mm por debajo del menisco.



a)

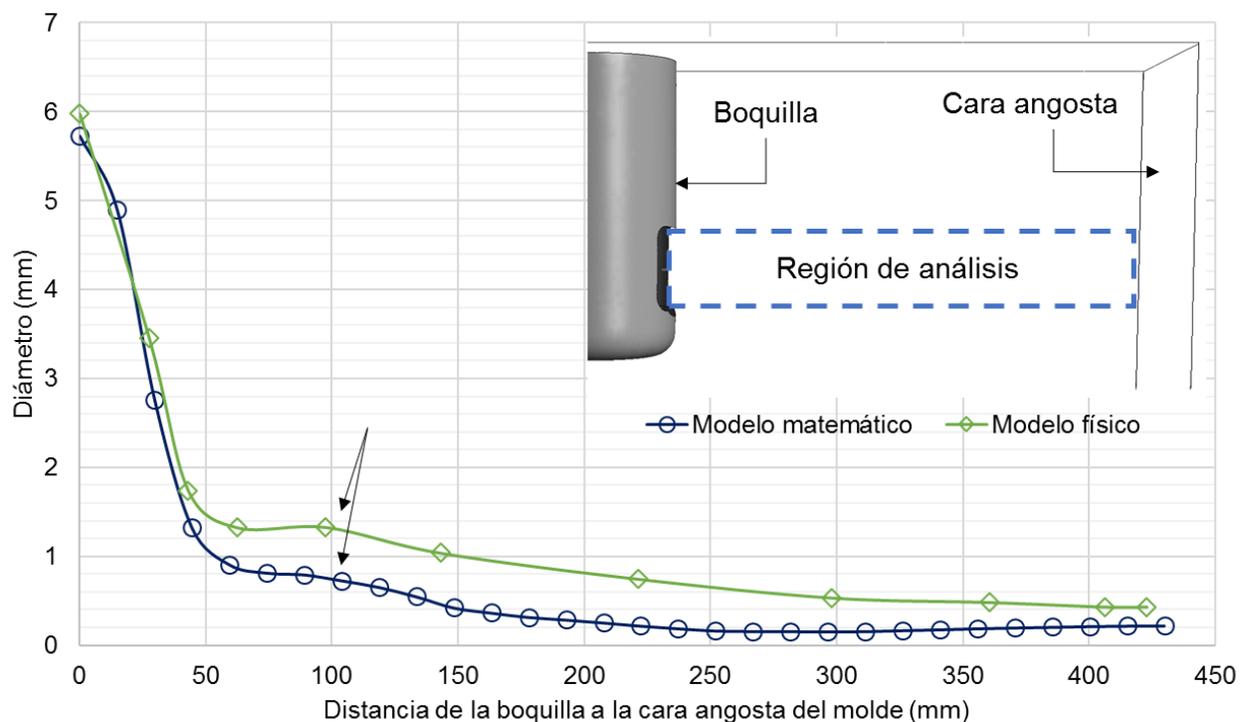


b)

**Figura 26.** Perfiles de velocidad horizontal para diferentes flujos de gas, a lo largo de la distancia entre la boquilla y la cara angosta del molde, 20 mm por debajo del menisco.



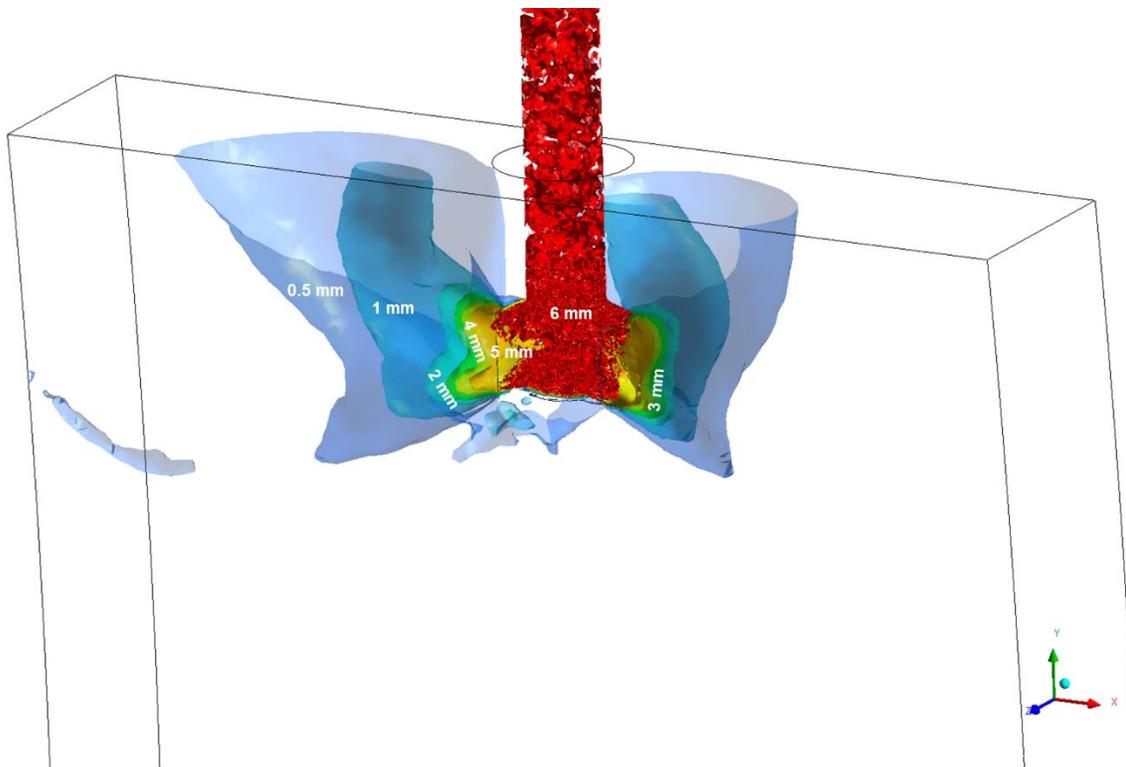
Como se observa en la Figura 26a, las predicciones matemáticas del flujo simple se encuentran justo entre las velocidades máximas y mínimas medidas del flujo turbulento por el transductor de ultrasonido. Con los caudales de inyección de 3 y 5 L/min de aire, el perfil de velocidad disminuye debido a los efectos de flotación de las burbujas. Las mediciones experimentales para estas dos velocidades de flujo están superpuestas y el modelo matemático hace predicciones aproximadas de los perfiles de velocidad de la fase líquida. Con mayores tasas de flujo de aire, como 10 L/min (figura 26b), el perfil de velocidad simulado coincide aceptablemente con las mediciones experimentales. Con los mayores caudales de aire, 15 y 20 L/min, las velocidades aumentan, aunque no hay diferencias apreciables entre ambos perfiles de velocidad simulados. A estos índices de flujo, aparentemente los incrementos adicionales de este parámetro operativo no alterarán el perfil de velocidad en la región del submenisco. Estas observaciones, derivadas de las simulaciones matemáticas, se confirman por la superposición de los datos experimentales para ambos perfiles de velocidad.



**Figura 27.** Comparación de tamaño de las burbujas, medidos del puerto de la boquilla a la cara angosta del molde. Las flechas indican la región de coalescencia de las burbujas



La capacidad de predicción del modelo matemático también se probó comparando el tamaño de burbuja a lo largo de una línea que va desde el puerto de boquilla hasta la cara angosta del molde como se esquematiza en la inserción de la Figura 27 usando un caudal de aire de 5 L/min. En la misma figura podemos ver que, los tamaños de burbuja están aceptablemente bien predichos. Sin embargo, es digno de notar que el modelo predice muy bien el aumento del tamaño de la burbuja, debido a la coalescencia de las burbujas a aproximadamente 50-100 mm del puerto de la boquilla, como lo indican las flechas. Aunque, lejos del puerto, hacia la cara angosta, el modelo deja de predecir el tamaño de la burbuja. La Figura 28 muestra una vista en 3D del tamaño de la burbuja en el volumen del molde, donde es evidente que las burbujas más grandes flotan cerca de la boquilla, mientras que las más pequeñas se alejan de esta región. Aunque no hay una correspondencia excelente entre las predicciones matemáticas y las mediciones experimentales, en base a los resultados obtenidos podemos considerar que este modelo es aceptable para simular el comportamiento general de los flujos bifásicos en los moldes.



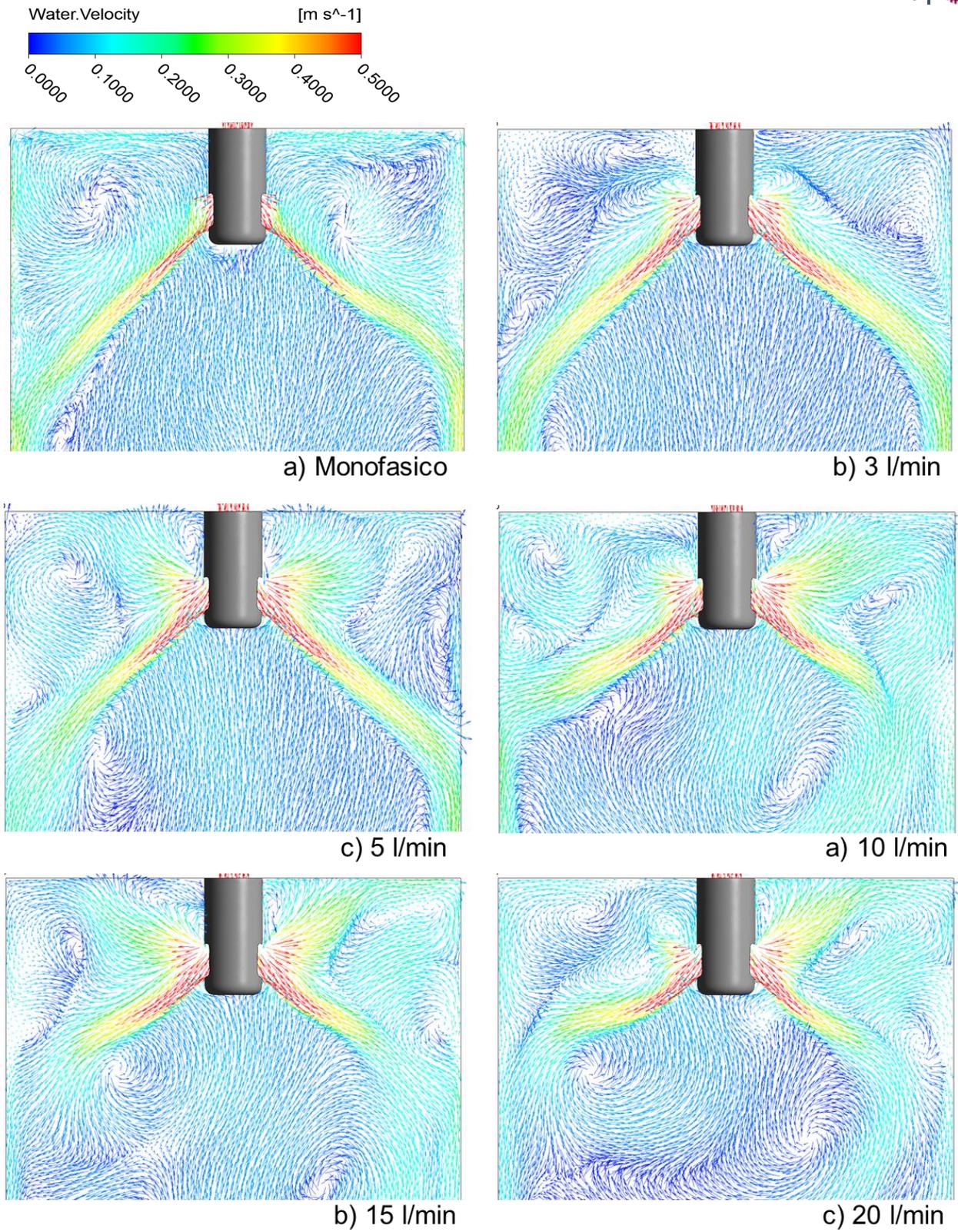
**Figura 28.** Vista en 3D del tamaño de burbuja predicho para un flujo de aire de 5L/min



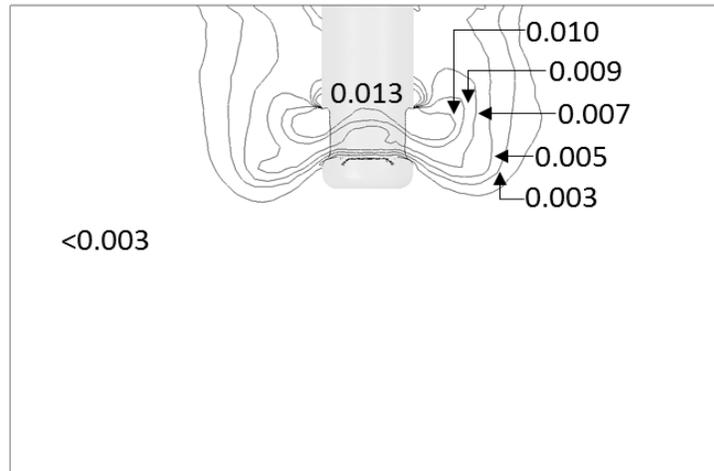
## 4.2 Campos de velocidad

La figura 29a muestra el campo de velocidad en el plano simétrico central del molde para el flujo de agua, mientras que las Figuras 29b y 29c muestran los campos correspondientes para el flujo de dos fases agua-aire y con tasas de flujo de 3 y 5 L/min respectivamente. En el caso del flujo de agua (una sola fase), se observa el patrón de flujo típico de doble rollo (DRF), como se ve en la Figura 28a, que consta de flujos de rollo superior e inferior. Los flujos del rollo superior se generan después de que los chorros impactan la cara angosta del molde y regresan hacia la posición de la boquilla. Este patrón de flujo está parcialmente conservado. Cuando el flujo de aire es de 3 L/min como se ve en la figura 29b, aunque el flujo de recirculación superior se debilita debido al efecto de arrastre de las burbujas de aire ascendentes sobre la fase líquida. Con un caudal de aire de 5 L/min, figura 29c, este DRF cambia a un patrón de flujo de rollo único mixto (SRF) y DRF, es decir, el flujo consta de dos rodillos superiores orientados hacia las caras del molde en lugar de ir hacia la posición de la boquilla y con una proporción remanente de DRF.

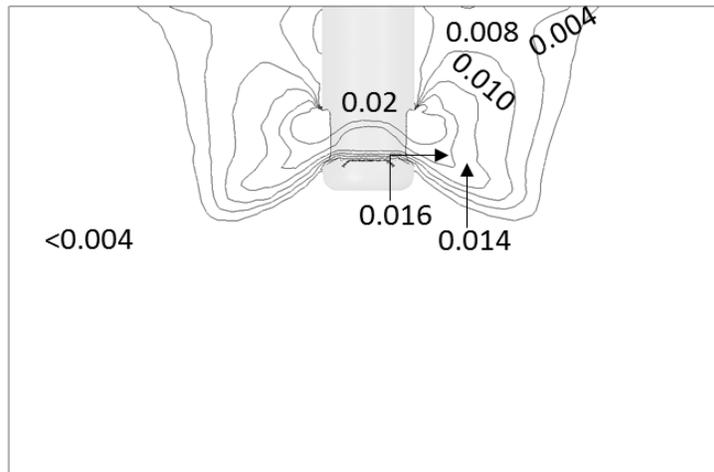
Las Figura 29 d-f muestra los campos de velocidad correspondientes de agua para velocidades de flujo de aire de 10, 15 y 20 L/min, respectivamente. El patrón de SRF se acentúa a medida que la velocidad del flujo de aire aumenta de 10 a 20 L/min. El efecto de las burbujas, a medida que aumenta la velocidad de flujo del gas, es dividir los chorros de los puertos de descarga en chorros de dos fases superior e inferior. Los chorros superiores hacen que el líquido fluya hacia la cara estrecha del molde mejorando el SRF, aunque el DRF no se elimina. Las Figura 30 muestra los campos de la fracción de volumen de gas para caudales de aire de 3, 5 y 10 L/min respectivamente. Claramente, los chorros superiores se vuelven más ricos en la fase gaseosa con aumentos del flujo de aire que mejoran los efectos SRF en el patrón de flujo global.



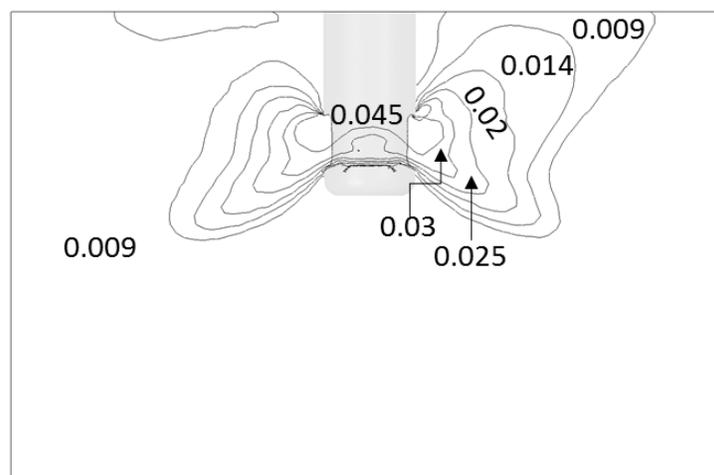
**Figura 29.** Perfiles de velocidad del agua a diferentes flujos de aire



a)

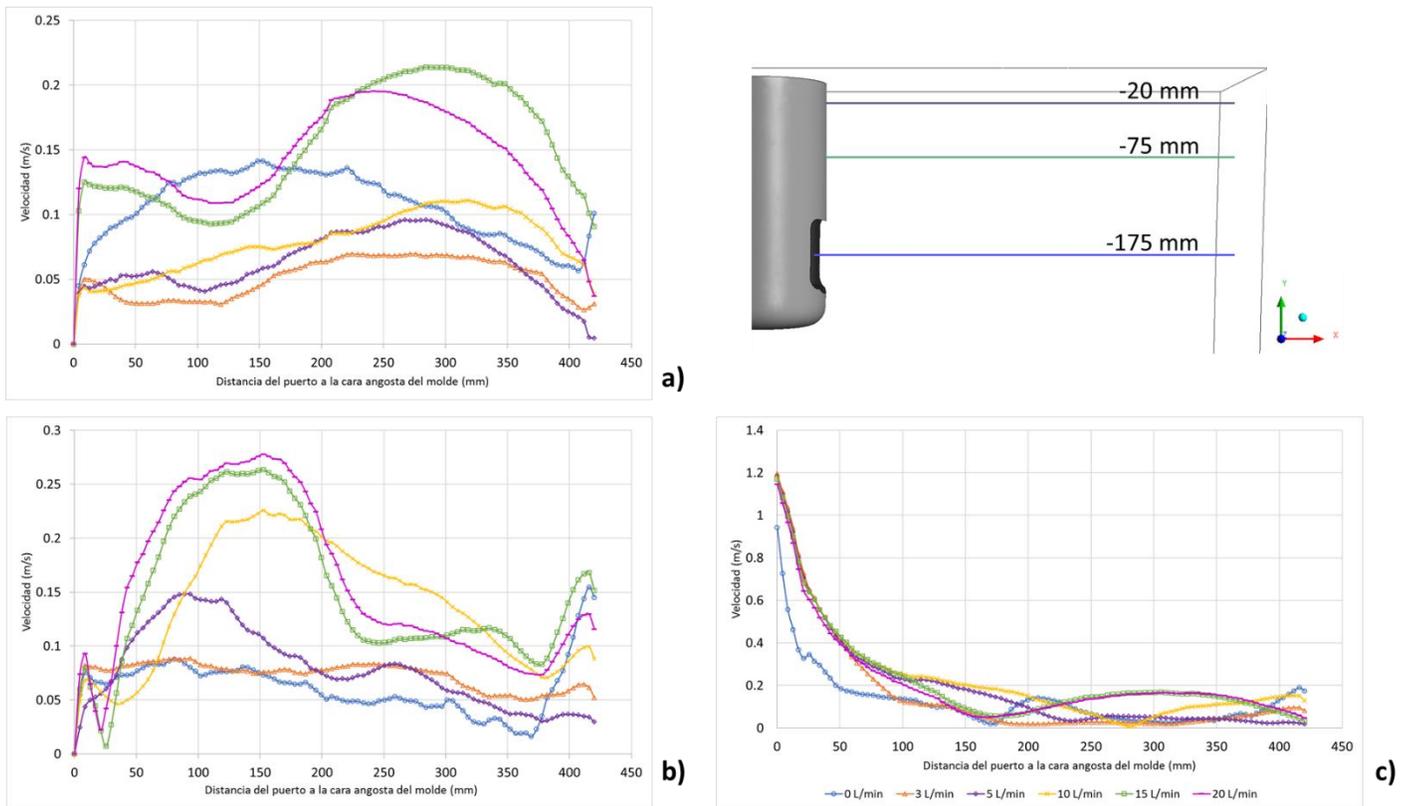


b)



c)

**Figura 30.** Contornos de fracción volumen de gas para flujos de aire de:  
a) 3 L/min, b) 5 L/min, c) 10 L/min



**Figura 31.** Perfil de velocidad de la fase líquida a diferentes distancias respecto al menisco a) 20 mm debajo, b) 75 mm debajo, c) 175 mm debajo

La Figura 31 muestra las velocidades resultantes de la fase líquida a lo largo de la distancia entre una línea central que va desde la posición de la boquilla a la cara angosta del molde a diferentes niveles paralelos al menisco de 20, 75 y 175 mm como se ve en inserción la misma figura. En el nivel superficial, el flujo de una fase produce un perfil de velocidad con la típica parábola deformada. Las velocidades más altas se observan entre 200 y 270 mm desde el puerto, con aire inyectado. Las velocidades cercanas al menisco disminuyen con caudales de 3, 5 y 10 L/min, como se observa en la Figura 31a. Con aumento del caudal de aire a 15 y 20 L/min aumentan las velocidades muy por encima del caso para el flujo en una fase. En un nivel más profundo de 75 mm, desde el nivel del menisco (Figura 31b), la velocidad del líquido en el caso del flujo de una fase es la más pequeña a lo largo de la distancia definida y los perfiles de velocidad aumentan a medida que aumenta la velocidad del flujo de aire. Debe observarse, en las Figuras 31a y 31b, que a medida



que aumenta la velocidad del flujo de gas, los perfiles de velocidad para velocidades de flujo de aire de 15 y 20 L/min se aproximan entre sí. La Figura 31c muestra las magnitudes de velocidad justo al nivel de la mitad de la altura del puerto de la boquilla (175 mm por debajo del menisco) y la presencia de la fase de aire no contribuye a cambios apreciables de este perfil de velocidad. Estos resultados indican que con caudales de gas superiores a 15-20 L/min, los patrones de flujo de la fase líquida sufrirán, aparentemente, cambios muy pequeños.

Para explicar estas observaciones, se analizan los perfiles de velocidad de la fase líquida para cada velocidad de flujo de aire inyectado a lo largo del chorro, como se muestra en la Figura 32a, en la misma figura se añade un inserto como referencia. En la región cercana al puerto, la velocidad del líquido aparentemente se ve ligeramente afectada por la presencia de la fase gaseosa. Por debajo del chorro, los flujos de gas mayores, dan gradientes de velocidad más grandes de la fase líquida debido a los efectos de debilitamiento del chorro por las fuerzas de arrastre y de flotabilidad proporcionadas por las burbujas. En consecuencia, la velocidad de incidencia del líquido en la cara angosta del molde es menor a medida que aumenta el caudal de gas simplemente porque el chorro no contacta con la cara estrecha debido al efecto de flexión proporcionado por las fuerzas de flotación y arrastre. Cuando la velocidad del flujo de gas aumenta de 15 a 20 L/min, no existen diferencias apreciables adicionales del perfil de velocidad de la fase líquida a lo largo del chorro. Otras características de los chorros tales como sus ángulos con respecto al eje horizontal y las distancias de incidencia desde el nivel del menisco se trazan en las Figuras 32b y 32c, respectivamente. Como es de notarse, en estas figuras, el ángulo y la distancia de incidencia disminuyen a medida que aumenta la velocidad del flujo de aire. En las tasas de flujo de aire más altas, los perfiles de velocidad se nivelan con el caudal de aire, lo que indica que no hay cambios adicionales de estos dos parámetros con flujos de aire más altos. Estos resultados prueban que existe un umbral de cargas de gas del cual no se esperan cambios adicionales de los patrones de flujo de la fase líquida. Por encima de este umbral no hay cambios significativos en el patrón de flujo de la fase líquida. Sin embargo, el nivel de turbulencia en el menisco cerca de la boquilla aumentará y en un molde real, esto



podría generar efectos de arrastre por el flujo de la masa fundida <sup>39</sup>). Esencialmente cuando se supera este umbral, el gas sufre un efecto de canalización sin cambiar el impulso adicional al líquido circundante.

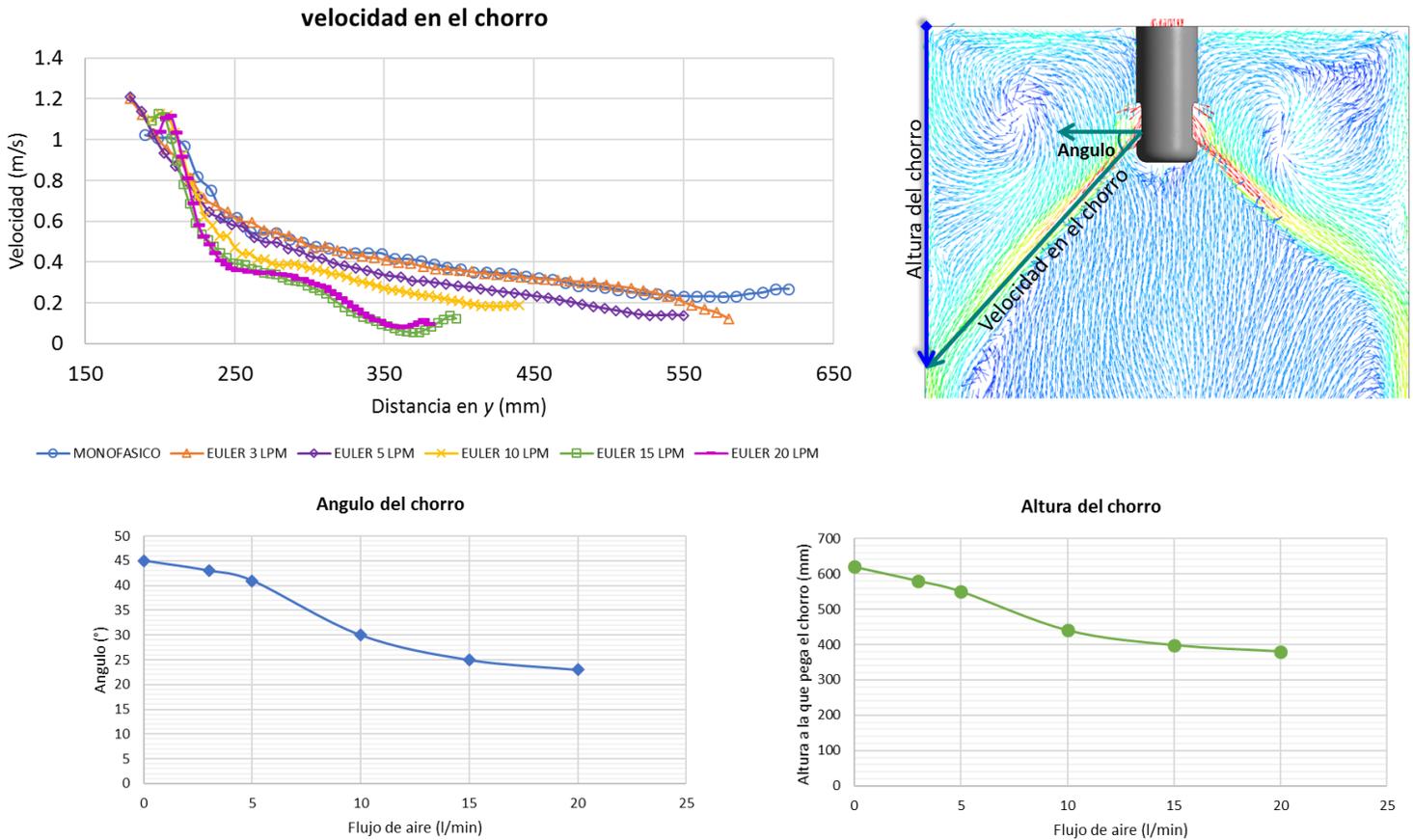
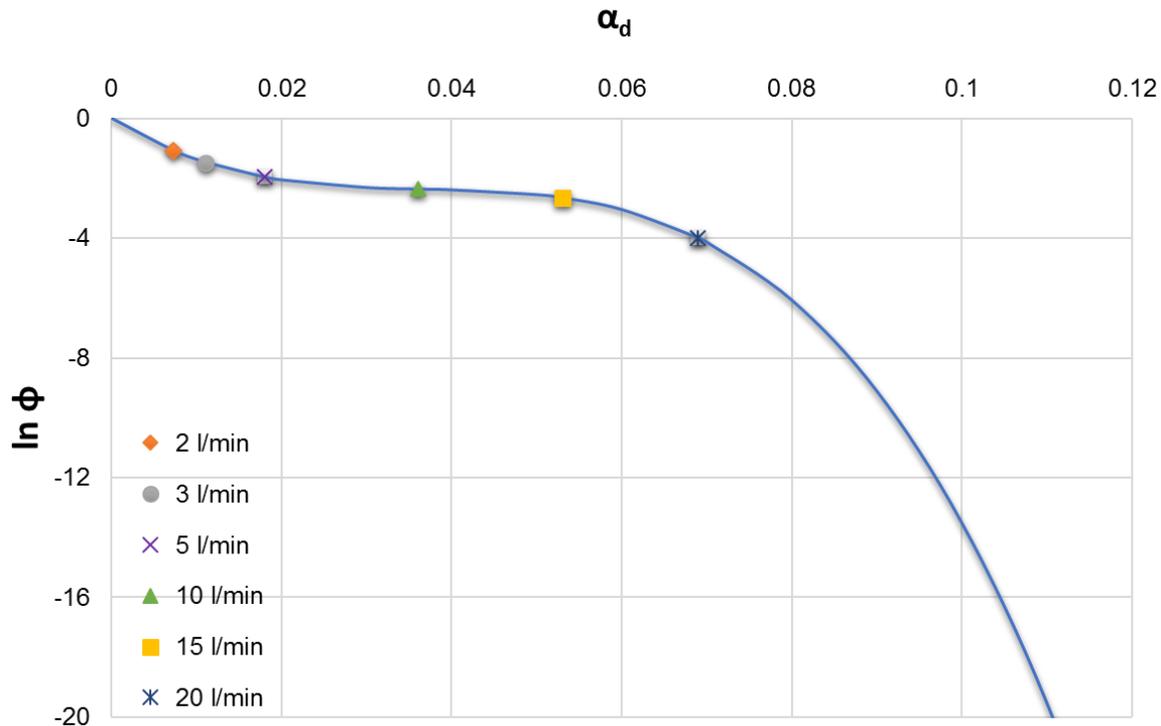


Figura 32. Características del chorro a diferentes flujos de gas



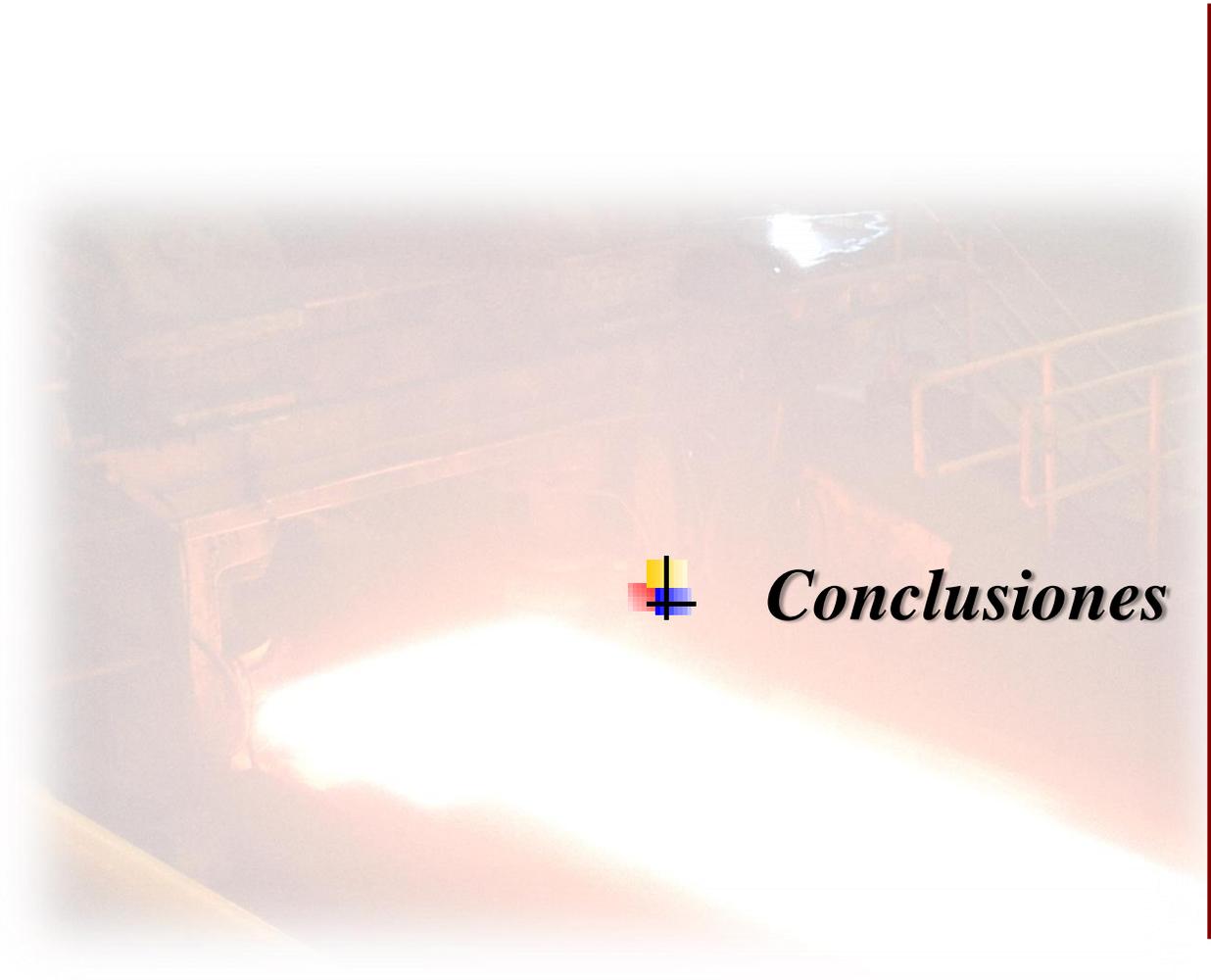
**Figura 33.** Factor de corrección para cambiar la relación entre la velocidad de burbujas de gas y la fase líquida.

Este umbral se puede explicar considerando primero la relación de velocidad de dos fases para una sola partícula o grupo de partículas dispersas en el líquido,  $\phi_p = v/u$  (donde  $v$  es la velocidad de una sola partícula o burbuja y  $u$  es la velocidad del líquido que lo transporta). Esta relación de velocidades se examina para un flujo de dos fases dentro de la boquilla, ya que es este flujo el que está afectando directamente al flujo de dos fases en el molde. Para un flujo denso de dos fases en la boquilla (como sería el caso dentro de una boquilla operativa real), esta relación de velocidad debe corregirse para que sea una relación  $\Phi_s$  para un enjambre de burbujas. El factor de corrección, llamado aquí  $\Phi$ , que une a  $\Phi_p$  y  $\Phi_s$  viene dado por la siguiente expresión como una función de la fracción de volumen de gas <sup>40</sup>:

$$\ln \Phi = \ln \left\{ \frac{\phi_s - 1}{\phi_p - 1} \right\} = \ln [-(180\alpha_d - 4710\alpha_d^2 + 4.26 \times 10^4 \alpha_d^3)] \quad (38)$$



Donde  $\alpha_d$  es la fracción de volumen de la fase secundaria o del aire. En el presente caso, esta ecuación se representa gráficamente en la Figura 33 y el factor  $\Phi$ , como se ve, disminuye suave pero considerablemente hasta una fracción de volumen de 0.02, o equivalente a 4 L/min para este caso. Más tarde alcanza una meseta hasta una fracción de volumen de 0.05, o equivalente a 15 L/min y finalmente desciende muy fuertemente en fracciones de mayor volumen de la fase gaseosa. En fracciones de volumen grandes de la fase dispersa o gaseosa, el factor de corrección disminuye abruptamente haciendo que este factor se vuelva muy pequeño. Por tanto, la corrección a  $\Phi_p$ , para convertirse en  $\Phi_s$  para un enjambre de burbujas, es (a partir de la ecuación 38):  $\phi_s = \Phi \phi_p - \Phi + 1$ . Según esta expresión y la Figura 33, como la fracción de volumen de la fase dispersa tiende a cero,  $\alpha_d \rightarrow 0$ , tenemos,  $\Phi \rightarrow 1$  y la corrección es pequeña, por lo tanto,  $\Phi_s \rightarrow \Phi_p$ , esta condición significa un acoplamiento completo de la transferencia de momento entre ambas fases. Cuando la fracción de volumen de la fase gaseosa tiende a uno ( $\alpha_d \rightarrow 1$ );  $\Phi \rightarrow 0$  y  $\phi_s \rightarrow 1$ . Bajo esta última condición, las burbujas no intercambian más momento con la fase líquida o continua porque la velocidad media del enjambre de burbujas se acerca a la velocidad del líquido. No hay gradientes de velocidad en la fase líquida cerca de las interfaces y el flujo de dos fases está parcialmente desacoplado, formando un canal rico en gas. Es evidente en la Figura 33, que cuando los caudales de gas son superiores a 15 L/min ( $\alpha_d = 0.05$  en la boquilla) el factor de corrección  $\Phi$  ya es muy pequeño y los patrones de flujo de la fase líquida por encima de esta magnitud permanecen constantes. Esta fracción de volumen puede considerarse como el umbral a partir del cual los incrementos adicionales del caudal de gas ya no afectarán al patrón de flujo del líquido en el molde en las condiciones de funcionamiento actuales del molde. A partir de esta fracción de volumen o, en este caso específico, desde 15 L/min el patrón de flujo del líquido no cambiará con los incrementos adicionales de la velocidad de flujo del gas. De hecho, como se observa en las Figuras 31a-31c, las simulaciones matemáticas indican claramente que por encima de 15 L/min de aire, los perfiles de velocidad, ángulo y ubicación de impacto del chorro, varían muy poco con mayores caudales de la fase gaseosa.



## ***Conclusiones***



## CONCLUSIONES

Se empleó un modelo matemático, basado en el modelo Euleriano acoplado con el transporte de la concentración de área interfacial, de los flujos bifásicos en un modelo agua-aire para simular la influencia del caudal del aire en los patrones de flujo del líquido. Y derivado de los resultados obtenidos por las simulaciones se concluye que:

- Para simular este tipo de flujos con burbujas, la magnitud recomendada para el número crítico del número Weber para simular la ruptura de burbujas es 2.3.
- El modelo hace predicciones aceptables de mediciones experimentales de tamaños de burbujas y patrones de flujo del líquido a través del empleo de modelos de coalescencia y ruptura en la ecuación de transporte de la concentración del área interfacial.
- El aumento del flujo de gas para un caudal fijo de líquido cambia el comportamiento de los flujos de la fase líquida, de un patrón de flujo de doble rollo a los patrones de flujo de rollo único y doble mezclados.
- Se define un factor de corrección basado en el concepto de la relación de velocidades de las burbujas y el líquido en un enjambre de burbujas dentro de la boquilla. Este factor de corrección indica que cuando la fracción de volumen de gas excede la magnitud de 0.05 dentro de la boquilla, equivalente a 15 L/min en este caso de estudio, el patrón de flujo de la fase líquida no observa notorios cambios adicionales.
- Las simulaciones matemáticas del flujo bifásico, utilizando el modelo Euleriano, indican que el aumento de la velocidad de flujo del gas induce cambios consecuentes en los patrones de flujo de la fase líquida. Además, el modelo también predice el mismo umbral de carga de gas que el factor de corrección, para hacer que el patrón de flujo sea insensible a aumentos adicionales del caudal de gas.



## REFERENCIAS

1. M. J. Prince, H. W. Blanch: "Bubble Coalescence and Break-Up in Air-Sparged Bubble Columns", *AIChE Journal*, 1990.
2. Hua Bai and Brian G. Thomas: "Turbulent flow of liquid steel and argon bubbles in slide-gate tundish nozzles: Part II. Effect of operation conditions and nozzle design", *Metall. Trans. B*, Vol. 32B, No. 2, 2001, pp. 269-284.
3. R. Sánchez-Pérez, R.D. Morales, M. Díaz-Cruz L. O. Olivares-Xometl, and J. Palafox-Ramos: "A Physical Model for the Two-phase Flow in a Continuous Casting Mold", *ISIJ International*, Vol. 43, No.5, 2003, pp. 637-646.
4. Zhong-qiu Liu, Bao-kuan Li, Mao-fa Jiang and Fumitaka Tsukihashi: "Modeling of Transient Two-Phase Flow in a Continuous Casting Mold Using Euler-Euler Large Eddy Simulation Scheme", *ISIJ International*, Vol. 53, No. 3, 2013, pp. 484-492
5. Zhongqiu Liu, Linmin Li, Fengsheng Qi, Baokuan Li, Maofa Jiang, and Fumitaka Tsukihashi: "Population Balance Modeling of Polydispersed Bubbly Flow in Continuous-Casting Using Multiple-Size-Group Approach", *Metallurgical and Materials Transactions B*, Vol. 46B, 2015.
6. Zhongqiu Liu, Fengsheng Qi, Baokuan Li, and Maofa Jiang: "Multiple Size Group Modeling of Polydispersed Bubbly Flow in the Mold: An Analysis of Turbulence and Interfacial Force Models", *Metallurgical and Materials Transactions B*, Vol. 46B, 2015.
7. Zhongqiu Liu and Baokuan Li: "Large-Eddy Simulation of Transient Horizontal Gas-Liquid Flow in Continuous Casting Using Dynamic Subgrid-Scale Model", *Metallurgical and Materials Transactions B*, Vol. 48B, 2017.
8. Camara Nacional de la Industria del Hierro y el Acero: "Infografía de la Industria del Acero en México 2017", 2017.
9. Gutiérrez-Montiel Yeraldi: "Control de Flujo en un Molde de Planchón Delgado con Paredes Rectas". Tesis de Maestría en Ciencias en Ingeniería Metalúrgica. Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de México, 2013,
10. Pável Ernesto Ramírez López: "Análisis de la dinámica de flujo y efectos de solidificación en el molde de planchón de acero al bajo carbono producido por colada continua", Tesis de Maestría en Ciencias en Ingeniería Metalúrgica. Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de México, 2006.
11. J.K. Brimacombe; "The continuous casting mould", *Continuous Casting*, Vol. II, The Iron and Steel Society of AIME, Warrendale, PA, 1984, pp. 29-31
12. Roderick I.L. Guthrie: "Engineering in Process Metallurgy", Oxford Science Publications, Clarendon Press, Oxford, 1989.
13. Jesús Manuel Fernandez Oro: "Técnicas Numéricas en Ingeniería de Fluidos", Ed. Reverte S.A., 2012.
14. R. Byron Bird, Warren E. Stewart, Edwin N. Lightfoot: "Fenómenos de Transporte", 1a Ed., pp. 3-6 – 3-12, Repla Editores, 1987, México, D.F.
15. ANSYS Fluent Theory Guide, ANSYS, Inc., 2013.



16. T. Hibiki and M. Ishii. "One-group Interfacial Area Transport of Bubbly Flows in Vertical Round Tubes", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol 43, 2000, pp. 2711–2726.
17. S. Kim, Q. Wu, and M. Ishii. "One-group Interfacial Area Transport in Vertical Bubbly Flow", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 41, 1997, pp. 1103–1112.
18. ANSYS-FLUENT, <http://www.ansys.com/Products/Fluids/ANSYS-Fluent>
19. ImageJ-1.49 (Image Processing and Analysis in Java), <http://imagej.nih.gov/ij/index.html>.
20. J.U. Brackbill, D.B. Kothe and C. Zemack: "A continuum method for modeling surface tension", *Journal of Computational Physics*, Vol. 100, 1992, pp. 335-354
21. D. C. Wilcox, *Turbulence Modeling for CFD*, Second Edition, DCW Industries, 2000, p. 123.
22. Hugo A. Jakobsen, Bente H. Sannæs, Sverre Grevskott, and Hallvard F. Svendsen: "Modeling of Vertical Bubble-Driven Flows", *Ind. Eng. Chem. Res.*, Vol. 36, No. 10, 1997, pp. 4052–4074.
23. O. Simonin and P. L. Viollet: "Numerical Methods for Multiphase Flows", 1990.
24. C. T. Crowe: "Multiphase Handbook", Taylor & Francis, 2006.
25. C. T. Crowe, J. D. Schwarzkopf, M. Sommerfeld and Y. Tsuji: "Multiphase Flows with Droplets and Particles", Second Edition, CRC Press, 2012.
26. L. Schiller and Z. Naumann: "A drag coefficient correlation": *Z. Ver. Deutsch. Ing.* Vol. 77, 1935, pp. 318.
27. A. Brucato, F. Grisafi and G. Montante: "Particle drag coefficients in turbulent fluids" *Chemical Engineering Science*, Vol 53, No. 18, 1998, pp. 3295-3314.
28. A. Tomiyama, Third International Conference on Multiphase Flow 1998, Lyon France.
29. A. Tomiyama, H. Tarnai, I. Zun and S. Hosokama, "Transverse Migration of Single Bubbles in Simple Shear Flow": *Chemical Science and Engineering*, vol. 57, 2002, pp.1849-1858.
30. A.D.B. Burns, Th. Frank, I. Hamill and J.-M. Shi, Fifth International Conference on Multiphase Flows 2004, Yokohama Japan.
31. T. Hibiki and M. Ishii. "One-group Interfacial Area Transport of Bubbly Flows in Vertical Round Tubes", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol 43, 2000, pp. 2711–2726.
32. G. Heng Yeoh and J. Tu, *Computational Techniques for Multi-Phase Flows*, Butterworth-Heinemann, Oxford, UK 2010, pp. 383-386.
33. M. Ishii and S. Kim, *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 205, 2001, pp 123–131.



34. S. Kim, Q.Wu, and M. Ishii. "One-group Interfacial Area Transport in Vertical Bubbly Flow", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 41, 1997, pp. 1103–1112.
35. J.H. Ferziger and M. Peric, *Computational Methods for Fluid Dynamics*, Springer, Berlin, New York 2002, pp. 72-82.
36. T. J. Chung, *Computational Fluid Dynamics*, Cambridge, London 2002.
37. H. Tennekes and J.L. Lumley, *A First Course on Turbulence*, The MIT Press, Cambridge Mass., 1972, pp. 162.
38. SolidWorks, <http://www.solidworks.es/sw/3d-cad-design-software.htm>.
39. K.E. Swartz, L.C. Hibbeler, B.P. Joyce, and B.G. Thomas, *Proc. AISTech 2014*, Indianapolis, IN, AIST Warrandale, PA, pp. 1865-1879.
40. N.I. Kolev, *Multiphase Flow Dynamics*, Vol. 3, Springer, Berlin-New York 2007, pp. 109-116.