



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

**SECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN
UNIDAD CULHUACAN**

**“MODELO DE UN ACELERÓMETRO
SUPERCONDUCTIVO”**

TESIS QUE PRESENTA EL:

ING. LUIS ALBERTO GALLEGOS LÓPEZ

**PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN CIENCIAS
DE INGENIERIA EN MICROELECTRÓNICA**

**DIRECTOR DE TESIS: Dr. MIGUEL CRUZ IRISSON
Co. ASESOR: Dr. LUIS ANTONIO PÉREZ LÓPEZ**



MÉXICO, D. F.

MARZO 2006



AGRADECIMIENTOS:

- A dios por permitir que llegara este momento.
- A mis padres Reynaldo Gallegos Reyes y Clemencia López Toledo, por el simple hecho de haberme dado la vida, todo lo que soy se los debo a ustedes.
- A mi hija Laura Scaru quien es el motriz de mí inspiración a crecer cada día y ser una persona mejor.
- A mis hermanos: Rita Isabel y Heriberto, por sus apoyos y muestras de cariño incondicional.
- A todos mis familiares que de una u otra manera me ayudaron.
- Al Instituto Politécnico Nacional por haberme dado una enseñanza profesional.
- A CONACyT y PIFI por el apoyo económico brindado.
- A la memoria del Dr. Vasyl Markovich Rashkovan quien fué una parte importante en el desarrollo de esta tesis, gracias a sus comentarios, sugerencias y discusiones entorno al tema. Él sabe antemano que esto es parte de él.
- A mis directores de tesis: Dr. Miguel Cruz Irisson y Dr. Luis Antonio Pérez López, por guiarme en la terminación de este trabajo.
- A los miembros del jurado por leer y hacer las respectivas observaciones para la terminación de este trabajo.
- A los profesores de SEPI ESIME CULHUACAN, por todos sus conocimientos que me brindaron.
- Al Dr. Juan Carlos Sánchez García por su valioso apoyo en los equipos prestados para llevar acabo la calibración de la TAD.
- A mis compañeros y amigos que me hicieron amena la estancia en la escuela.

“El primer del hombre es desarrollar todo lo que posee, todo aquello en que él mismo pueda convertirse” André Maurosis

Luis Alberto Gallegos López



ÍNDICE

OBJETIVO	i
RESUMEN	i
ABSTRACT	ii
CAPÍTULO 1	<i>SUPERCONDUCTIVIDAD</i>	
1.1 Bosquejo Histórico	01
1.2 Definición de Superconductividad	04
1.3 Características de los Superconductores	05
1.4 Clasificación de los Superconductores	06
1.4.1 Superconductores Tipo I	06
1.4.2 Superconductores Tipo II	08
1.4.3 Superconductores de Baja Temperatura	10
1.4.4 Superconductores de Alta Temperatura	11
1.5 Efecto Meissner	12
1.6 Corriente de Apantallamiento	14
1.7 Longitud de Penetración	14
1.8 Magnetización	16
1.9 Estado Superconductor	18
1.9.1 Corriente Crítica	18
1.9.2 Campo Crítico	19
Conclusiones del Capítulo	20
Referencias	21



CAPÍTULO 2 *INTERACCIÓN MAGNÉTICA DE ANILLOS SUPERCONDUCTORES*

2.1	Introducción	22
2.2	Comportamiento del Vector Potencial del Campo Magnético	25
2.3	Propiedades Eléctricas y Magnéticas de Dos Anillos Ideales con Interacción Magnética	35
	Conclusiones del Capítulo	41
	Referencias	42

CAPÍTULO 3 *MODELO DE UN ACELERÓMETRO SUPERCONDUCTIVO*

3.1	Introducción	43
3.2	Efecto MPW "Pozo de Potencial Magnético"	45
3.3	Suspensión Estable de la Masa de Prueba	47
3.4	Modelo del Acelerómetro con tres anillos Superconductivos	51
3.5	Diseño y construcción de la Tarjeta de Adquisición de Datos	60
	Conclusiones del Capítulo	67
	Referencias	68



CAPÍTULO 4 *CONCLUSIONES*

Conclusiones Finales	69
Recomendaciones para Trabajos Futuros	69
ANEXO A	Índice de Figuras	70
ANEXO B	Lista de Acrónimos	73
APÉNDICE A Programas en Matlab 6.5		
A1.-	Para un anillo superconductor	74
A2.-	Para dos anillos superconductores con	75
	la misma dirección de corriente eléctrica	
A3.-	Para dos anillos superconductores con	77
	la dirección de corriente eléctrica en sentido opuesto	
A4.-	Interacción magnética de dos anillos superconductores	79
APÉNDICE B Programas en Visual Basic 6.0		
B1.-	Envía y recibe datos de la TAD	81
APÉNDICE C Especificaciones de los Circuitos Integrados		
C1.-	74LS14	90
C2.-	74LS157	91
C3.-	74LS245	92
C4.-	TL081	93
C5.-	ADC0808	94
PUBLICACIONES	95



OBJETIVO

El objetivo principal de este trabajo es aplicar el efecto MPW “Pozo de Potencial Magnético”, el cual se presenta en la interacción magnética de anillos superconductores, a un modelo de medidor de alta precisión, es decir, en un acelerómetro superconductor, basado en 2 anillos superconductores fijos y uno móvil.

RESUMEN

En esta tesis se presenta un tipo de modelo de acelerómetro superconductor, con una masa de prueba levitada en un campo magnético de dos anillos superconductores. La masa inercial susceptible, puede ser un anillo superconductor libre auto estable suspendido debido al efecto MPW “Pozo de Potencial Magnético” entre los dos anillos superconductores fijos.

El modelo que se propone en esta tesis, consiste de tres anillos superconductores idénticos alineados, donde uno de ellos es suspendido libremente. La información acerca del desplazamiento del anillo superconductor libre está incluida en la magnitud de la corriente de los anillos estacionarios, medido a través de un SQUIQ (Dispositivo de Interferencia Cuántica).

El efecto MPW consiste en el hecho de que la interacción de energía potencial de dos contornos cerrados superconductivos, como una función de distancia entre los contornos puede tener un mínimo. Esto significa que la fuerza de interacción magnética de dos contornos cerrados superconductivos cambia de atracción a repulsión, cuando la distancia disminuye entre ellos.

Este efecto aparece sólo en condiciones de superconductividad, debido a la conservación de flujos magnéticos cerrados en el anillo superconductor, por lo cual, el comportamiento del sistema nos permite crear una suspensión estable del anillo superconductor.

El efecto del sistema es similar al comportamiento de un resorte mecánico normal, la cual permite una suspensión estable de un cuerpo libre sin contacto.

Las condiciones necesarias y suficientes para la suspensión de la masa de prueba, en el equilibrio estable de un anillo superconductor libre con seis grados de libertad en el campo magnético de otros anillos superconductivos son presentados.

Se diseñó y construyó una tarjeta de adquisición de datos para determinar la zona de trabajo de los anillos superconductores YBCO ($\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$) y BSCCO ($\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_9$) de alta temperatura, para implementar el modelo que se presenta en esta tesis con estos tipos de superconductores.



ABSTRACT

This thesis presents a new type of a superconducting accelerometer model, with a levitated proof mass in a magnetic field of two superconducting rings. As the sensitive inertial mass, can be a free superconductive ring auto stable suspended due to Magnetic Potential Well “MPW” effect between two stationary superconducting rings.

The model that we propose in this thesis, consists of three identical aligned superconducting rings, one of them is suspended freely. The information about free superconducting ring displacement is included in the current magnitude of the stationaries rings, measured by a SQUID (Superconducting Quantum Interference Device).

The MPW effect is based on the fact that the potential interaction energy of two superconducting loops, considered as a function of distance between loops may have a minimum. This means that the magnetic interaction force of two superconducting loops change from attraction to repulsion, when the distance between them diminish.

This effect only appears under superconducting conditions, due to the conservation of magnetic fluxes closed in the superconducting rings. Thus, the behavior of the system allows to create a stable suspension of the superconducting ring.

The effect of such system is similar to the behavior of a normal mechanical spring, which permits a stable suspension of a free body with no contact.

The necessary and sufficient conditions for the suspension of the proof mass, in the stable equilibrium of a free superconducting ring with six degrees of freedom in the magnetic field of others rings are presented.

A data acquisition board was designed and built in order to determine the work zone of the high temperature superconducting rings YBCO ($\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$) and BSCCO ($\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_9$), for implementing the model that is presented in this thesis with these types of superconducting materials.



CAPÍTULO I

SUPERCONDUCTIVIDAD



CAPÍTULO I

SUPERCONDUCTIVIDAD

En este capítulo se presenta la evolución histórica de la investigación en superconductividad, en su búsqueda por lograr temperaturas críticas más altas, así como su definición, principales características, clasificación y efectos que se presentan.

1.1 Bosquejo Histórico

Desde que comenzaron a estudiarse los fenómenos eléctricos, algunos experimentos demostraron que la resistencia eléctrica de los materiales sufre variaciones si se exponen a cambios de temperatura. De hecho, al medirse estas variaciones, llegó a calcularse un parámetro conocido como “coeficiente de temperatura”, el cual indica qué tanto se modifica el valor de la resistencia de un material al aplicarle una variación de temperatura. También se descubrió que casi todos los materiales conductores (especialmente los metales), presentan un coeficiente de temperatura positivo, es decir, cuando aumenta su temperatura aumenta su resistencia y, al contrario, cuando la temperatura desciende, la resistencia eléctrica del material tiende a disminuir, este comportamiento es el común en la mayoría de los materiales. Por otra parte, los semiconductores llegan a tener un coeficiente de temperatura negativo, situación que se aprovecha para la fabricación de los termistores.

A finales del siglo XIX y principios del XX la comunidad científica se encontraba verdaderamente fascinada con la investigación de los fenómenos “criogénicos”. La criogenia es la rama de la física que se ocupa de la aplicación de los fenómenos que se producen en la materia al ser sometida a bajas temperaturas.

Los experimentos se orientaban principalmente a la licuefacción de los gases que componen la atmósfera terrestre, como son: oxígeno, nitrógeno, bióxido de carbono, hidrógeno, helio, etc., se pensó que si se enfriaban lo suficiente, pasarían de su estado gaseoso al líquido, lo que permitiría investigar nuevas propiedades de dichas sustancias.

Durante toda la segunda mitad del siglo XIX, se logró licuar casi todos los gases conocidos a temperaturas bajas, cercanas a cero kelvin que es igual a -273.16 grados centígrados, temperatura conocida como “cero absoluto”. El único gas que no pudo ser licuado, sino hasta 1908, fué el helio a una temperatura de 4.22 kelvin, lo cuál fué realizado por el físico Holandés Heike Karmelinhg Onnes [1], [7], de la Universidad de Leyden. En 1911, el mismo logró bajar el mercurio a una temperatura del helio líquido. Cuando realizaba estudios sobre el comportamiento de la resistencia eléctrica en los metales a bajas temperaturas, observó que la resistencia eléctrica del mercurio caía bruscamente a cero a la

temperatura de 4.2 K, lo que indicaba que pasaba a un nuevo estado, desconocido hasta entonces, al que llamó estado superconductor por esta propiedad extraordinaria de resistencia cero, es decir, en que no hay disipación de energía. En la Fig. 1.1, se ilustra cómo se va reduciendo la resistencia a medida que baja la temperatura, hasta que cae bruscamente, justo a una temperatura de 4.22 K [1], [9].

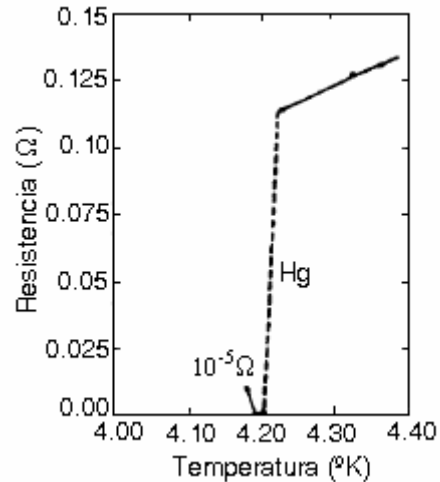


Fig. 1.1 Caída drástica de la resistencia al enfriar el mercurio con helio líquido [1], [9].

Muchos elementos metálicos ofrecen poca resistencia al paso de corriente eléctrica y aproximadamente la mitad de ellos se vuelven superconductores si disminuye su temperatura por debajo de 10 K.

Años más tarde, en 1933 Walter Meissner y Robert Ochsenfeld [9], [7], descubrieron que los materiales superconductores tienen la capacidad de expulsar un campo magnético actuando como materiales diamagnéticos, cuando son enfriados por debajo de su temperatura crítica (T_c). Esto fue llamado más tarde efecto de Meissner. El experimento de Meissner demostró que el superconductor no cumplía con la formulación clásica de las ecuaciones de Maxwell para resistividad nula.

En 1935 los hermanos Fritz y Heinz London desarrollaron una teoría fenomenológica de la superconductividad, estudiaron cómo ocurren las cosas en un superconductor, pero no el porqué. En esta teoría, a las ecuaciones de Maxwell se agregaban dos ecuaciones complementarias para describir el efecto Meissner. Demostraron que el campo magnético decae en el interior del superconductor con una longitud característica, llamada longitud de penetración de London λ . Además, Fritz London sugirió que la superconductividad es una manifestación de la mecánica cuántica operando a escala microscópica.

En la década de los 50 del siglo XX, se hacen enormes progresos en la búsqueda de materiales superconductores con temperaturas críticas mayores y campos críticos más intensos (en los laboratorios estadounidenses tales como los



de la General Electric, Bell Telephone, Westinghouse, etc.), dando lugar a la aparición de superconductores tipo II caracterizados por una expulsión parcial del flujo magnético conservando la resistividad cero. Este tipo de materiales normalmente son aleaciones intermetálicas que poseen temperaturas críticas más altas y campos magnéticos críticos más intensos que los correspondientes a superconductores tipo I. Los superconductores más usados en la generación de campos magnéticos de varios teslas son compuestos de Nb-Ti y Nb-Sn.

La teoría básica del comportamiento de un superconductor con respecto a un campo magnético externo fue descrita por el físico ruso Alexei A. Abrikosov en los años cincuenta del siglo XX, en base a los trabajos de Ginzburg y Landau [2], [5].

La primera teoría microscópica ampliamente aceptada sobre la superconductividad fue hecha en el año de 1957 por los físicos norteamericanos John Bardeen, Leon Cooper y John Schrieffer [2], la cuál fue llamada teoría BCS (iniciales de cada apellido) y que les hizo merecedores del premio Nóbel en Física en el año de 1972. Esta teoría puede explicar la superconductividad de elementos y aleaciones simples con temperaturas cercanas al cero absoluto (0 K), pero no es capaz de explicar totalmente el fenómeno con temperaturas más altas.

En el año de 1960 se demostró que el titanato de estroncio (SrTiO_3) se hace superconductor, pero con una temperatura de transición muy baja (0.3 K), estudios posteriores analizados en Rüşhlikon permitieron aumentar ésta temperatura crítica hasta 0.8 K mediante el dopado del compuesto con niobio.

En 1962 científicos de Westinghouse desarrollaron el primer cable superconductor comercial, el cuál consistía de una aleación de Niobio y Titanio.

Otro importante avance se realizó en el año de 1962 cuando Brian Josephson [5] predijo que una corriente superconductora podría fluir entre dos materiales superconductores, incluso si ellos están separados por un aislante. Este efecto túnel es conocido como el efecto Josephson y es aplicado en instrumentos capaces de detectar campos magnéticos muy débiles. B. Josephson fue ganador del premio Nóbel de Física de 1973 por dicha predicción.

En 1973, la temperatura crítica alcanzó los 23.3 K, con una aleación de niobio y germanio (NbGe). Trece años mas tarde la situación era la misma y la mayoría de los físicos habían acabado por convencerse de que no podía llegarse mucho más lejos.

En 1986 Alex Müller y George Bednorz [5], [7] (ganadores del Nóbel de Física en 1987) detectaron superconductividad en una nueva cerámica, un óxido de bario-lantano-cobre LaBaCuO_4 a una temperatura crítica superior a 35 K, éste descubrimiento fue notable ya que generalmente las cerámicas son aislantes y no conducen la corriente eléctrica.



En 1987 Maw-Kuen Wu y Paul C. W. Chu descubrieron una cerámica de óxido de itrio, bario y cobre (YBaCuO) que era superconductor a 93 K. Esto significa que estos materiales podían refrigerarse con nitrógeno líquido.

Actualmente, el récord mundial de temperatura para un superconductor es de 138K y es un material compuesto de cobre, mercurio, bario, calcio y oxígeno.

Los compuestos que han originado los sorprendentes adelantos en materia de superconductividad son todos cupratos de la familia de las perovskitas de cobre, los cuales están constituidos por el apilamiento, en todas las direcciones del espacio de octaedros que contienen en su centro un átomo metálico (cobre), con átomos de oxígeno en los vértices, los espacios entre los octaedros están ocupados por otro átomo metálico.

Sin embargo, la carrera de la temperatura crítica aún no ha terminado, los científicos sueñan con superconductores a temperatura ambiente, que no necesiten refrigerarse.

1.2 Definición de Superconductividad

Es un material que por debajo de cierta temperatura crítica, conduce la electricidad sin resistencia y que excluye totalmente el campo magnético (efecto Meissner), en el caso del tipo I. Los superconductores de tipo II, excluyen solo parcialmente el campo magnético de su interior en estado mixto. En ellos, el campo magnético puede penetrar a través de vórtices que atrapan un cuanto de flujo magnético [9].

Hay tres factores que limitan el estado de la superconductividad que son: la temperatura crítica (T_c), el campo magnético crítico (H_c) y la densidad de corriente eléctrica crítica (J_c), estas tres magnitudes están interrelacionadas y hay una clara dependencia entre ellas, como se ilustra en la Fig. 1.2. Si se aplica una temperatura $T < T_c$, un campo magnético $H < H_c$ y una densidad de corriente $J < J_c$ el material se encuentra en el estado superconductor, los valores de T_c , J_c y H_c dependen de cada superconductor.

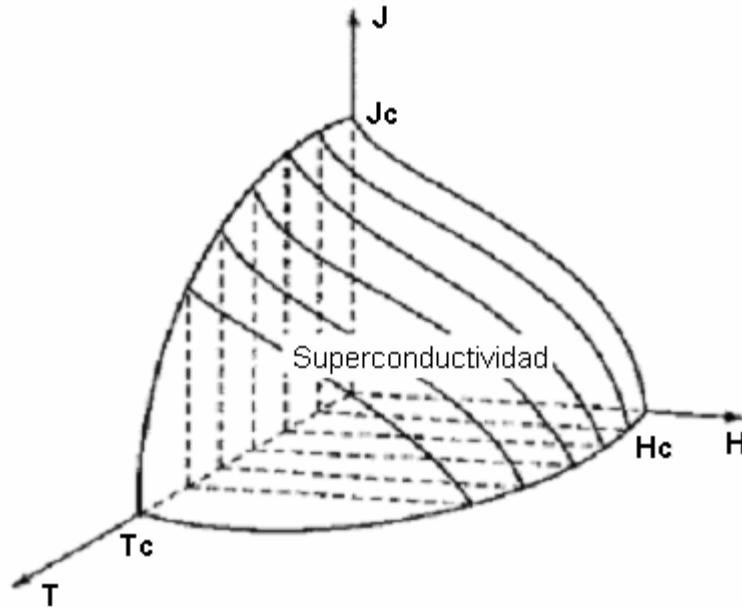


Fig. 1.2 Limitaciones de la zona de trabajo.

1.3 Características de los Superconductores

En los materiales superconductores los electrones se acomodan en pares, este es un cambio cualitativo que en física se llama “transición de fase”, las partículas formadas por los electrones que se aparean a determinada temperatura se mueven de manera coherente, salvo que haya un campo magnético o que suba la temperatura, en cuyo caso las parejas de electrones se rompen y el material deja de ser superconductor.

A continuación se muestran las características principales de los superconductores:

- La resistencia es nula, y por consiguiente la posibilidad de ofrecer una virtualmente infinita velocidad de propagación de la energía eléctrica sin pérdida alguna por calor disipado. El hecho de que la resistividad (ρ) sea cero, trae como consecuencia que la conductividad deja tener sentido como parámetro ya que $\sigma = \frac{1}{\rho} \rightarrow \infty$ y la potencia disipada $P = I^2 * R$ es igual a cero (Efecto Joule).
- La impenetrabilidad del flujo magnético en el material superconductor por debajo de un campo magnético crítico.

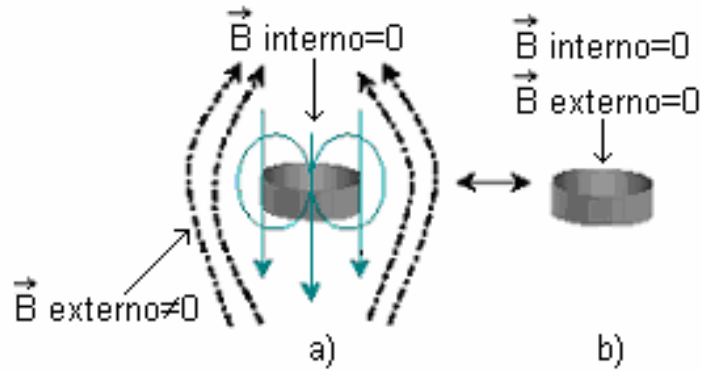


Fig. 1.3 Esquema de la interacción entre un superconductor ideal y un campo magnético externo. a) En presencia de campo externo y b) Sin campo externo.

1.4 Clasificación de los Superconductores

Los superconductores metálicos e intermetálicos se clasifican, según su comportamiento frente al campo magnético aplicado, como superconductores de tipo I y tipo II. Al igual se clasifican de acuerdo a su temperatura crítica, en: Superconductores de baja temperatura crítica (T_c) y Superconductores de alta T_c .

1.4.1 Superconductores tipo I

Los superconductores de tipo I, también conocidos como superconductores blandos, presentan un valor de T_c y de H_c demasiado bajos, ésta es la razón por la que este tipo de superconductores es poco interesante para aplicaciones eléctricas o magnéticas. En estos superconductores nunca existe un campo magnético en su interior (efecto Meissner) por debajo de H_c , como ejemplo de este tipo de superconductores podemos mencionar algunos elementos metálicos como el plomo, estaño, mercurio y el aluminio pertenecen a este grupo.

Si un cilindro largo hecho de un superconductor tipo I como Pb o Sn se coloca en un campo magnético a temperatura ambiente, el campo magnético penetra normalmente a través del metal. Sin embargo, si la temperatura del conductor del tipo I se reduce por debajo de su T_c (7.19 K para el Pb) y si el campo magnético está por debajo de H_c , el campo magnético es expulsado del material (efecto Meissner), es decir, se comportan como un diamagneto, con excepción de una capa de penetración superficial muy fina de unos de 10^{-4} mm de espesor [3], como se muestra en la Fig. 1.4.

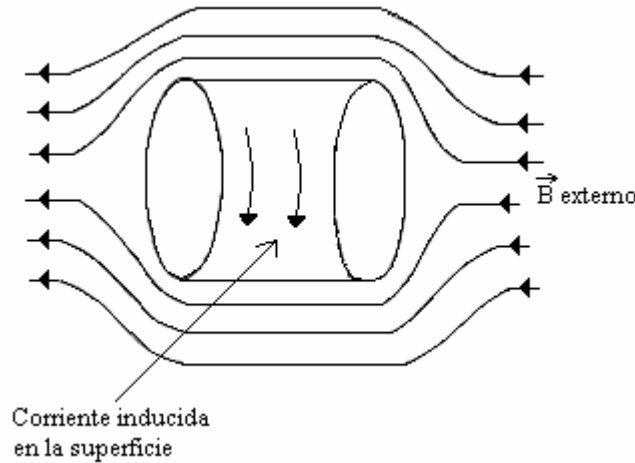


Fig. 1.4 Superconductor tipo I.

En estos superconductores, la densidad de corriente crítica es un límite. Si se supera su valor, el estado superconductor desaparece, en este tipo de superconductores H_c es muy pequeño y J_c es consecuentemente pequeño.

Al igual estos tipos de superconductores tienen una temperatura crítica a partir de la cuál y por debajo de ésta el material se vuelve superconductor, como se observa en la Fig. 1.5.

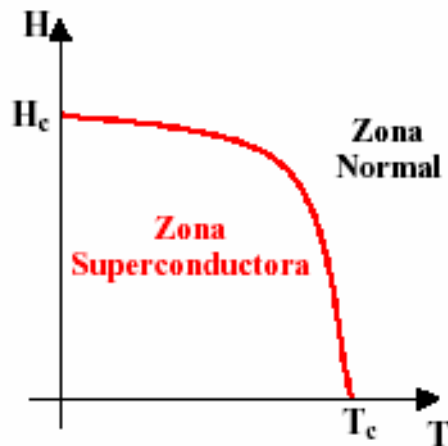


Fig. 1.5 Diagrama de fase de un superconductor de tipo I

Si se tiene $T > T_c$, $H > H_c$ y $J > J_c$, el material deja de ser un superconductor y pasa a ser un conductor normal.

1.4.2 Superconductores tipo II

Los superconductores tipo II son generalmente aleaciones o metales de transición [5], [9]. En estos superconductores existen dos campos críticos H_{c1} y H_{c2} que marcan los límites de un cambio en el estado superconductor. Cuando el campo aplicado es inferior a H_{c1} ocurre el efecto Meissner. Entre H_{c1} y H_{c2} hay una penetración del flujo magnético en el interior del material, como se muestra en la Fig. 1.6.

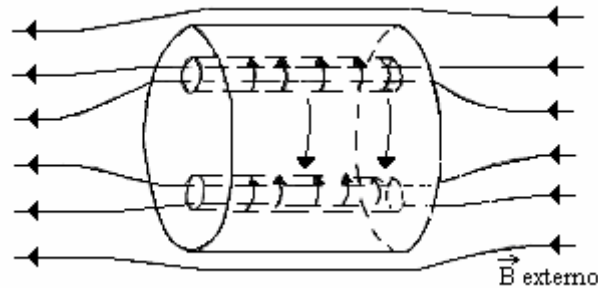


Fig. 1.6 Superconductor tipo II.

Y ahora hay una parte normal y otra superconductora, a esto se le conoce como estado mixto o estado Shubnikov o zona de vórtices. Cuando el campo externo alcanza H_{c2} el flujo magnético penetra en todo el material y se destruye el estado superconductor. En la Fig. 1.7 se ilustra el diagrama de fase para éste tipo de superconductor.

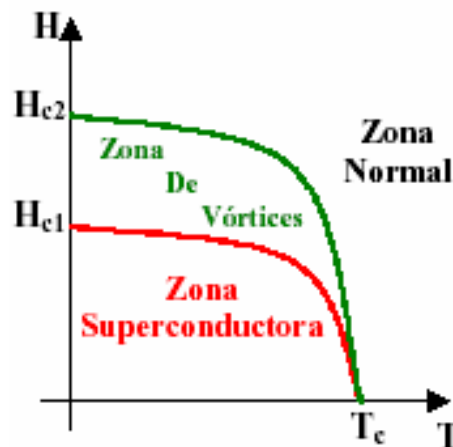


Fig. 1.7 Diagrama de fase de un superconductor tipo II.

Debido que en la zona de vórtices penetran líneas de campo magnético (en las zonas no superconductoras), se inducirán alrededor de éstos vórtices corrientes superconductoras.

Las corrientes de vórtice interactúan entre sí de forma peculiar, es decir que desde el momento en que dos líneas atraviesen el material, las correspondientes zonas no superconductoras se van a repeler, debido a fuerzas de Lorentz \mathbf{F}_L (la fuerza de Lorentz queda contrarrestada por la fuerza de anclaje), hasta que en el caso ideal se agrupan en un esquema de red, configurándose en general en arreglos triangulares que son energéticamente más estables.

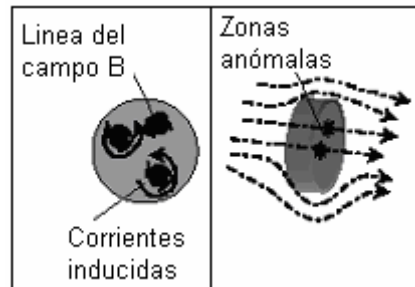


Fig. 1.8 Formación de vórtices de corriente alrededor de las zonas normales.

Estos vórtices a su vez pueden moverse y disipar energía, para evitar eso se introducen centros de anclaje que impiden la migración de los vórtices. Un centro de anclaje es un defecto en la red cristalina que crea un pozo de potencial en el que quedan atrapados los vórtices del flujo.

Actualmente se usan dos técnicas para producir centros de anclaje [3]:

- *Precipitados normales:* Se consiguen introduciendo en el material superconductor partículas de material normal.
- *Defectos en la red cristalina:* Impurezas, huecos, dislocaciones de red, fallas de apilamiento, defectos locales, agregado de fases no superconductoras a la matriz superconductoras, defectos producidos irradiando la muestra con iones de alta energía.

Estos anclajes se pueden representar como fuerzas \mathbf{F}_A que se oponen en puntos particulares a las fuerzas de interacción \mathbf{F}_L , por lo que dificultan y hasta limitan el movimiento de los dominios magnéticos, configurando una distribución irregular de las líneas de campo.

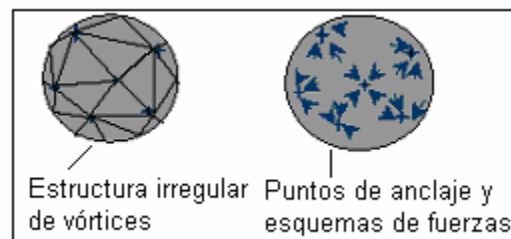


Fig. 1.9 Distribución de las líneas de campo debido al anclaje.



La corriente máxima a la cuál se pueden despreciar los efectos de anclaje se llama corriente crítica j_c , que está dada por [8]:

$$\left| \vec{j}_c \right| = \frac{\left| \vec{F}_A \right|}{\left| \vec{B} \right|}. \quad (1.1)$$

Siendo una medida de la intensidad del anclaje en el material, si aplicamos sobre un superconductor un campo B , debemos superar la fuerza crítica [8]:

$$F_A = j_c * B, \quad (1.2)$$

para que los vórtices se distribuyan en forma homogénea.

La gran diferencia entre ambos superconductores, además del comportamiento distinto, es la magnitud del campo crítico superior. En un superconductor tipo II el campo crítico superior H_{c2} puede llegar a ser de 200T (YBCO) [9] y ésta es la razón de su uso preferencial respecto a los de tipo I.

1.4.3 Superconductores de baja temperatura

Son aquellos cuya temperatura crítica es inferior a 30 K (este límite debe ser revisado con la aparición de los compuestos basados en MgB_2 que llegan a alcanzar los 40 K) y su principal característica es su diamagnetismo, es decir, la exclusión de campo magnético de su interior. Este comportamiento es completamente diferente al de un conductor perfecto, que mantiene constante el flujo en su interior. A este grupo pertenece aproximadamente la mitad de los elementos metálicos en estado puro y también algunas aleaciones.

A continuación en tabla 1.1, se muestran algunos elementos que son superconductores de baja temperatura [5].

Elemento	Temperatura de Transición K
Zn	0.85
Al	1.175
In	3.41
Sn	3.72
Hg	4.15
Pb	7.196

Tabla 1.1 Superconductores de baja temperatura.



1.4.4 Superconductores de alta temperatura

Un superconductor se considera de alta temperatura cuando su temperatura crítica sobrepasa los 30 K que es el límite teórico de los superconductores clásicos. Los superconductores de mayor interés son aquellos cuya temperatura crítica es superior a los 77 K, que es la temperatura de ebullición del nitrógeno, material fácilmente accesible en la naturaleza y licuable a bajo precio.

Los nuevos superconductores cerámicos tienen dos dificultades: son muy frágiles y su granularidad no les permite conducir grandes cantidades de corriente en presencia de campos magnéticos. Todos los materiales cerámicos son frágiles y poco dúctiles, lo que dificulta de forma extraordinaria la fabricación de cables. Las características de estos nuevos materiales son diferentes al de los superconductores de baja temperatura.

Como ya se mencionó, los superconductores de alta temperatura se descubrieron en 1986 por K. A. Muller y J. G. Bednorz. Ciertas cerámicas basadas en óxidos de cobre se convierten en superconductores sobre los 100 K, por ejemplo $TlBa_2Ca_2Cu_3O_{9+}$ es superconductor a los 123 K, se puede por lo tanto, mantener este compuesto en estado superconductor a la temperatura de ebullición del nitrógeno (77 K). Otros compuestos basados en el sistema Bismuto-Estroncio-Calcio-Óxido de Cobre (BSCCO) o Mercurio-Bario-Calcio-Óxido de Cobre (HBCCO) tienen un comportamiento similar, una fase de este último es superconductora a 138 K. Este incremento de la temperatura crítica es fundamental en el desarrollo de los superconductores, puesto que el gas natural es líquido hacia los 120 K y el nitrógeno a 77 K y licuar el nitrógeno es 1000 veces más barato que licuar el helio. A esta temperatura, el ahorro de energía puede ser superior al costo de refrigerar el material superconductor y por lo tanto los diseños de dispositivos superconductores pueden ser competitivos a nivel industrial.

A continuación en tabla 1.2, se muestra algunos elementos que son superconductores de alta temperatura [5].

Elemento	Temperatura de Transición K
$Tl_2Ba_2Ca_2Cu_3O_{10}$	127-128
$TlBa_2Ca_2Cu_3O_{9+}$	123
$Sn_2Ba_2(Ca_{0.5}Tm_{0.5})Cu_3O_x$	115-120
$Sn_2Ba_2(Sr_{0.5}Y_{0.5})Cu_3O_8$	86
$Bi_{1.6}Pb_{0.6}Sr_2Ca_2Sb_{0.1}Cu_3O_y$	115
$Bi_2Sr_2(Ca_{0.8}Y_{0.2})Cu_2O_8$	95-96

Tabla 1.2 Superconductores de alta temperatura.

1.5 Efecto Meissner

En 1933 Meissner y Ochsenfeld midieron la distribución del flujo magnético en el exterior de materiales superconductores que habían sido enfriados por debajo de la temperatura crítica en presencia de campo magnético externo (no tan intenso como para perder el estado superconductor), lo que se esperaba es que el campo quedara atrapado como el caso de un conductor perfecto, pero no es esto lo que sucede, sino que por debajo de la temperatura crítica, se vuelven diamagnéticos, cancelando todo el flujo en su interior $\vec{B} = 0$ esto se aprecia en la Fig. 1.10

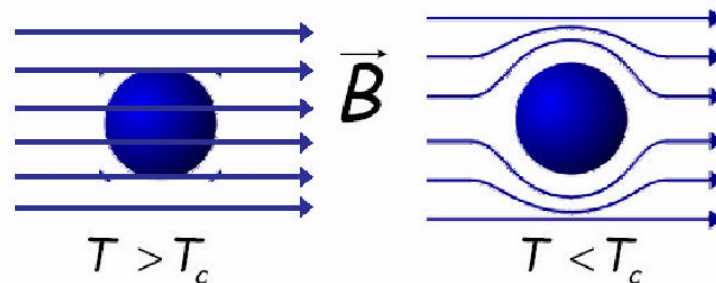


Fig. 1.10 Efecto Meissner.

e incluso después de haber sido enfriado en presencia de un campo magnético como se ilustra en la Fig. 1.11, este experimento fué el primero en demostrar que los superconductores son algo más que materiales con una conductividad perfecta [7], [9].

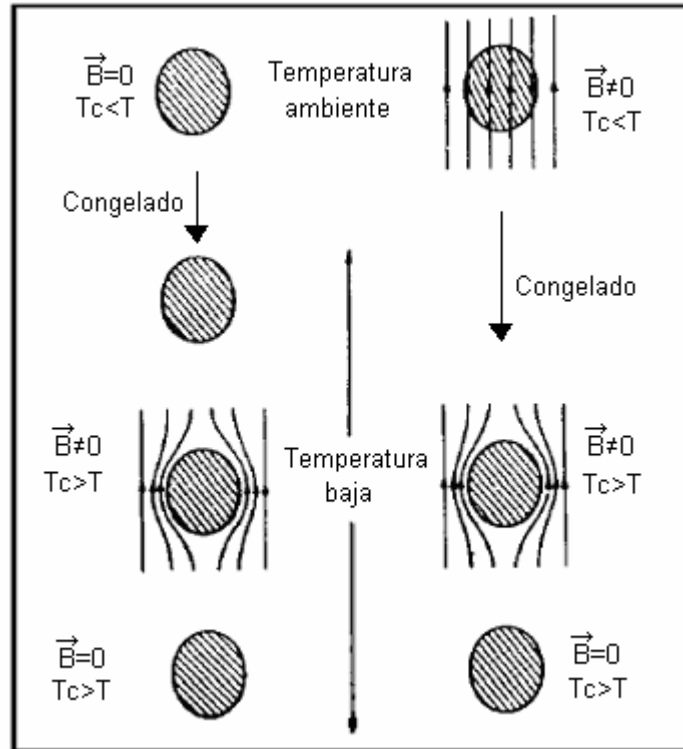


Fig. 1.11 Efecto Meissner sin campo magnético externo y con campo magnético externo aplicado. El estado final del superconductor es el mismo en ambos casos.

En la Fig. 1.12 se muestra una pastilla cerámica superconductora levitando sobre un imán, el sistema se mantiene a 77 K.

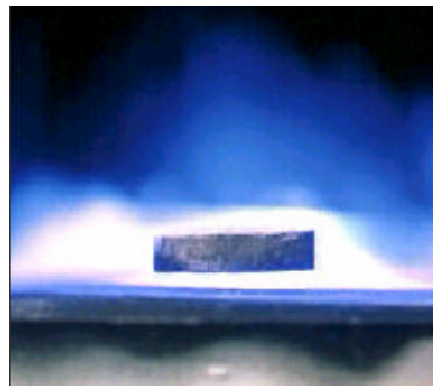


Fig. 1.12 Experimento del efecto Meissner.



1.6 Corriente de Apantallamiento

Para expulsar el campo magnético del interior del material, el superconductor crea unas corrientes en la superficie denominadas corrientes de apantallamiento. Únicamente aparecen cuando hay un campo magnético externo en el material y su misión es crear otro campo opuesto al exterior, de forma que el resultado de estos dos campos sea un campo nulo en el interior.

Como no puede existir campo en el interior y una corriente es una fuente de campo magnético (Ley de Biot-Savart), las corrientes de apantallamiento no pueden pasar a través del superconductor, porque se crearía campo, sino que fluyen por una capa muy fina de la superficie. Su distribución es muy complicada, y hasta el momento, desconocida para una configuración genérica. Sólo en algunas geometrías muy particulares y un campo aplicado uniforme, se han podido calcular estas corrientes de apantallamiento.

1.7 Longitud de Penetración

Las corrientes de apantallamiento no pueden fluir únicamente por la superficie. Si esto ocurriera, existiría una capa de corriente con espesor nulo, lo que implicaría que la densidad de corriente sería infinita, que es físicamente imposible. Habría un salto brusco de campo entre el exterior y el interior, cosa que tampoco puede suceder. Por lo tanto, las corrientes fluyen en realidad por una capa muy fina de la superficie, cuyo espesor es del orden de 10^{-7} m [3] (este valor varía según el superconductor), pero no nulo.

Por consiguiente, la intensidad de campo magnético en el interior de un superconductor no puede caer a cero bruscamente en la frontera, sino que penetra parcialmente en el material, atenuándose exponencialmente en la región donde fluyen las corrientes de apantallamiento hasta anularse, como se aprecia en la Fig. 1.13. Esta penetración del campo magnético se caracteriza por un parámetro fundamental llamado longitud de penetración de London (λ_L). La ecuación (1.3) indica la penetración que tiene el campo magnético al interior de un superconductor semiinfinito [2]:

$$B(x) = B_0 \exp(-x / \lambda_L). \quad (1.3)$$



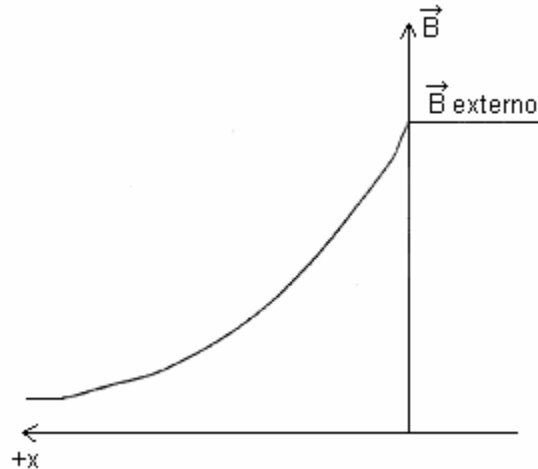


Fig. 1.13 Penetración del campo magnético en el superconductor.

La longitud de penetración de London varía con la temperatura de acuerdo con la siguiente ecuación [2]:

$$\lambda_L = \frac{\lambda_0}{\left(1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^4\right)}, \quad (1.4)$$

donde λ_L es la distancia que penetra al material a temperatura T , λ_0 es la distancia que penetra al material a temperatura $T=0K$ y que es del orden de 30-130 nm, dependiendo del material.

Y T_c es la temperatura crítica del material. Cuando la temperatura se acerca a su valor crítico, la longitud de penetración aumenta hasta hacerse infinita, como se ilustra en la Fig. 1.14, es decir, todo el material habría dejado de ser un superconductor. λ_L también varía según el tipo de material.

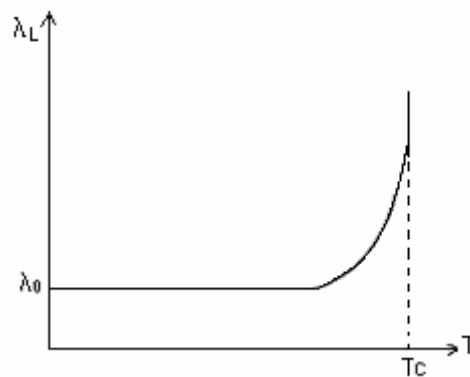


Fig. 1.14 La distancia que penetra en un superconductor.

1.8 Magnetización

Superconductor Tipo I.-

En este tipo de superconductores el campo magnético en su interior ha de ser siempre nulo [2], en consecuencia:

$$\vec{B} = \mu_0 \left(\vec{H} + \vec{M} \right), \quad (1.5)$$

$$0 = \mu_0 \left(\vec{H} + \vec{M} \right), \quad (1.6)$$

$$\vec{M} = -\vec{H}. \quad (1.7)$$

Esto implica que la susceptibilidad es constante y de valor menos uno, de ahí que la permeabilidad magnética sea nula.

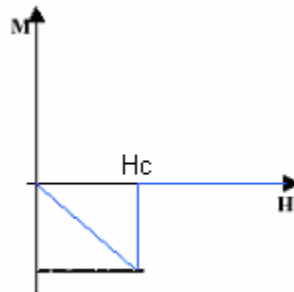


Fig. 1.15 Magnetización de la muestra en función de un campo externo.

La relación entre el campo magnético externo aplicado y la magnetización es una recta de pendiente -1, es decir, que un aumento del campo aplicado, implica un aumento negativo de la magnetización que compensa al anterior de forma que la densidad de flujo magnético en el interior del superconductor se anule. Una disminución de campo provocaría un efecto similar, cuando se produce esta situación decimos que estamos en el estado Meissner, ya que el flujo magnético no penetra en el interior del material.

La magnetización no puede ir aumentando indefinidamente con el campo, ya que cuando éste excede el valor del campo crítico, el material deja de ser superconductor, esto se aprecia en la Fig. 1.15.

Superconductor Tipo II.-

En este tipo de materiales la magnetización se comporta de la misma forma que en el caso de los superconductores tipo I.

Un superconductor tipo II rechazan el campo magnético externo por completo sólo en el caso de campos relativamente débiles, hasta un valor H_{c1} . Por encima de este valor el campo es rechazado parcialmente (estado mixto) pero la muestra permanece eléctricamente superconductora. Para campos mayores de H_{c2} desaparece la superconductividad. En el estado mixto el campo magnético externo penetra uniformemente en regiones delgadas que se encuentran en estado normal [2]. Estas regiones están rodeadas por material en estado superconductor por donde circulan corrientes superconductoras en forma de remolinos (vórtices).

En el estado mixto, el campo que penetra posee dos propiedades importantes:

- El flujo penetra en forma de vórtices que contienen cuantos de flujo $\phi = \frac{h}{2e} = 2 * 10^{-15} Wb$ [2] y se distribuye por todo el material. Se demuestra así que la superconductividad es un efecto cuántico. Los cuantos del flujo forman unos tubos llamados vórtices en los que el material está en estado normal, estos vórtices se hallan rodeados por corrientes superconductoras que los apantalla del resto del material superconductor. No puede haber una discontinuidad en el valor del campo, por lo tanto el valor del mismo debe decaer exponencialmente, penetrando así en la zona superconductora, como se observa en la Fig. 1.16.
- Estos vórtices se distribuyen de forma que minimizan la energía total del sistema formando una red triangular llamada Red de Abrikosov [2] como se mostró en la Fig 1.9.

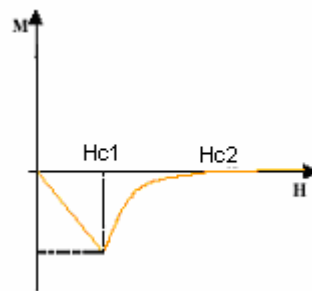


Fig. 1.16 Magnetización de la muestra en función de un campo externo.

1.9 Estado Superconductor



Como ya se ha comentado, el estado superconductor de un material, está limitado por: La temperatura crítica, la densidad de corriente crítica y el campo magnético crítico. Estos no son valores constantes, sino que cada parámetro depende del otro, dando lugar a una superficie que limita la zona de trabajo, como se observó en la Fig. 1.2.

1.9.1 Corriente crítica

Desde el punto de vista electrotécnico, una característica fundamental de los superconductores, es su ausencia de resistencia por debajo de una temperatura crítica y campo crítico. Esto significa que si circula una corriente por el material no produce ninguna disipación de energía. Esta corriente, como se ha visto en el apartado 1.6, debe circular por la superficie del superconductor, en superconductores tipo I, ya que si lo hiciera por su interior se crearía un campo magnético. En los superconductores tipo II, en cambio, permiten que se establezca un campo en su interior cuando se supera H_{c1} . Hay, por tanto, en presencia de campo externo, dos clases de corrientes en su superficie: *de apantallamiento para excluir el flujo y de transporte*.

Experimentalmente, se ha comprobado que la corriente de transporte que puede circular por un superconductor está limitada mientras se mantiene el estado superconductor. *La densidad de corriente crítica J_c , incluye ambas corrientes*. Si se supera este valor, se destruye el estado superconductor, apareciendo resistencia y por lo tanto disipación térmica. En conductores normales la máxima corriente que puede circular por ellos viene dada precisamente por la máxima disipación que el material puede soportar. En el caso de los superconductores el límite lo da J_c , que puede llegar a ser del orden de 10^9 A/m² a 77 K en el caso del tipo II [9].

Superconductor tipo I.-

En estos superconductores si la densidad de corriente supera un valor crítico J_c se destruye el estado superconductor, apareciendo resistencia y por lo tanto disipación térmica. Como en este tipo de superconductores H_c es muy pequeño, J_c es consecuentemente pequeño. Ésta es la razón por la que este tipo de superconductores es poco interesante para aplicaciones eléctricas o magnéticas.

Superconductor tipo II.-

En estos superconductores los límites de los vórtices hay un decaimiento exponencial del flujo magnético, parte del mismo penetra en la zona por donde pasa corriente eléctrica, produciéndose fuerzas que tienden a mover los vórtices. Se produce entonces una variación de campo magnético que provoca un campo

eléctrico, el cual actúa sobre los electrones que están en la zona normal del material, o sea con resistencia no cero, produciendo disipación de energía.

Para evitar éste contratiempo se introducen centros de anclaje, como se explicó en apartado 1.4.2, la corriente crítica de un material depende de la habilidad que tiene el fabricante de introducir defectos en la red que permiten un fuerte anclaje de los vórtices de flujo.

La corriente crítica será aquella que produzca una fuerza sobre los vórtices igual a la de anclaje. En los superconductores tipo II, la corriente crítica es cero.

1.9.2 Campo Crítico

Si el campo magnético se incrementa por encima de un determinado valor, llamado campo magnético crítico, el material deja de ser superconductor y se convierte en normal. El valor del campo crítico para cada material depende de la temperatura. La ecuación (1.8) determina el campo magnético crítico, en función del incremento de la temperatura [3], [4], [9]:

$$B_c(T) = B_{c0} \left(1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right), \quad (1.8)$$

donde B_{c0} es el campo magnético a $T=0$ K.

Un campo magnético externo suficientemente grande puede destruir el estado superconductor del material, inclusive estando a una temperatura inferior de su temperatura crítica.

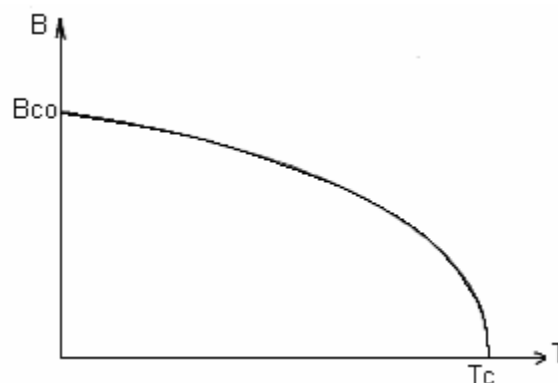


Fig. 1.17 El campo crítico de un superconductor.



CONCLUSIONES

En este capítulo se describieron las principales características de los superconductores, las cuales dependen de las propiedades físicas de cada material.

La superconductividad es una de las áreas de investigación que se presenta como una promesa que revolucionará al mundo en sus diversas aplicaciones, en un futuro cada vez más cercano.

La superconductividad tiene una gran variedad de aplicaciones, por ejemplo en el transporte de energía, en medicina, comunicaciones, motores, medidores de alta precisión (acelerómetros, gravímetros, etc.).

El fenómeno de la superconductividad ya forma parte integral de nuestras vidas. La resonancia magnética nuclear no habría podido desarrollarse sin su ayuda y constituye un auxiliar indispensable en la investigación científica y tecnológica. El que consiga o no convertirse en un producto de gran consumo depende exclusivamente de los resultados de la investigación sobre superconductores a temperatura ambiente. En cualquier caso, la era de las tecnologías superconductoras parece encontrarse, en estos momentos, a la vuelta de la esquina.



Referencias

- [1] James Doss, Engineer's Guide to High Temperature Superconductivity, John Wiley & Sons, 1989.
- [2] Ch. Kittel, Introducción a la Física del Estado Sólido, Segunda Edición, Editorial Reverte, 1981, Capítulo 12.
- [3] Orlando, Ferry P., Kevin A. Delin, Foundations of Applied Superconductivity, Addison-Wesley Publishing Company, 1991.
- [4] Thomas P. Sheahen, Introduction to High-Temperature Superconductivity, Plenum Press, 1994.
- [5] Eck, Joe. Superconductors.org. Updated Dec 1st, 2004. Accessed 07/09/05.
www.superconductors.org
- [6] Felipe Edo., Veloso E., Superconductividad. Accessed 07/09/05.
<http://www.fis.puc.cl/~spm/public/fiz3600/2001/mp-FelipeVeloso.pdf>
- [7] Wikipedia. Updated Nov 21st, 2004. Accessed 07/09/05.
en.wikipedia.org/wiki/Superconductors
- [8] Alvarez A. Medición de la fuerza de la interacción entre un superconductor de alta temperatura crítica y un imán permanente. Accessed 07/09/05.
http://www.fisicarecreativa.com/informes/infor_mod/superconductor.pdf
- [9] Martí Cuquet i Palau, Superconductors.org. Accessed 07/09/05.
http://www.geocities.com/treball_sc/supercon.html
-



CAPÍTULO II

INTERACCIÓN MAGNÉTICA DE ANILLOS SUPERCONDUCTORES





CAPÍTULO II

INTERACCIÓN MAGNÉTICA DE ANILLOS SUPERCONDUCTORES

En este capítulo se presenta un método para obtener una expresión analítica en el cálculo de inductancias mutuas entre anillos superconductores arbitrariamente colocados en el espacio, así como, el análisis de las propiedades eléctricas y magnéticas de anillos superconductores.

Se hace un análisis matemático para encontrar una representación de la energía potencial, fuerza magnética y la dureza de interacción magnética adimensional, para dos anillos superconductores a través de un campo magnético permanente. Se describe un efecto físico nuevo, el cual consiste en la estabilidad de un sistema estático con interacción magnética.

2.1 Introducción

El descubrimiento de materiales superconductores cerámicos, con una elevada temperatura crítica (HTSC), se presenta como un nuevo impulso en la investigación de sistemas superconductivos con miras hacia una extensa gama de aplicaciones en nuevos y diversos ámbitos tecnológicos.

La inductancia mutua de los contornos con corriente eléctrica desempeña un papel fundamental en los cálculos de otras características físicas tanto de los circuitos eléctricos como de los sistemas de corrientes con interacción magnética. Científicos tales como J. Maxwell, Ch. Show, J. Jons, M. Garet, etc., investigaron los métodos físicos y matemáticos para calcular la inductancia de los contornos eléctricos [1]. Con el desarrollo de la electrónica y, las técnicas por computadora, se requieren de menos esfuerzos para buscar nuevos métodos que calculen las características más complicadas de circuitos eléctricos de cualquier tipo.

Un anillo cerrado ideal fino, sin resistencia eléctrica con corriente eléctrica constante conserva el flujo magnético que pasa a través de la superficie limitada por este mismo anillo [2] y se puede considerar como un magneto permanente.

Un superconductor es además de un conductor ideal, un diamagneto ideal. Desde el punto de vista de la electrodinámica de superconductores [4], la inducción magnética dentro de un volumen del superconductor siempre es igual a cero ($\vec{B} = 0$). Esta propiedad no depende de las condiciones de transmisión del cuerpo en estado superconductor. Como consecuencia de la ecuación de Maxwell $div \vec{B} = 0$, en la frontera de dos cuerpos, la componente normal de inducción del campo magnético debe ser igual a cero. Debido a que dentro del



superconductor $\vec{B} = 0$, sobre la superficie de la componente normal del campo magnético externo también es igual a cero. Esto significa que el campo magnético en cualquier punto fuera del superconductor es siempre tangente a la superficie de él. Las líneas magnéticas son curvadas en relación al cuerpo superconductor.

Según la ecuación de Maxwell, el campo magnético permanente en un material, el $\text{rot } \vec{B} = -\mu\rho\vec{v}$ con la condición de que $\vec{B} = 0$, se sigue que dentro de un superconductor la densidad de corriente media también es igual a cero. En otras palabras, en cualquier cuerpo superconductor ninguna corriente volumétrica es imposible.

Cualquier corriente eléctrica en un superconductor, es una corriente superficial. Tanto el campo magnético como la corriente eléctrica penetran a una profundidad de London λ del superconductor que está aproximadamente dentro del intervalo de 10^{-8} m [5], [6], por esta razón, podemos encontrar diferentes ecuaciones de inductancia propia en un superconductor. Por ejemplo, el campo magnético con variación de la profundidad se determina por la siguiente ecuación:

$$B = B_0 \exp(-\lambda x). \quad (2.1)$$

Dentro del conductor la energía magnética es:

$$W = \frac{1}{2\mu_0} \int B^2 dv, \quad (2.2)$$

donde dv es el elemento de volumen.

Para un superconductor fino puede representarse como:

$$W = \frac{1}{2} I^2 L_0, \quad (2.3)$$

donde I es la corriente eléctrica y L_0 es la inductancia interna. De estos datos, podemos encontrar una relación para la inductancia interna en un superconductor de longitud unitaria, dado por:

$$L_0 = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{\lambda}{d} \right)^2, \quad (2.4)$$

donde d es el diámetro del superconductor.



Entonces, el anillo ideal y el anillo superconductor tienen una diferencia en la inductancia interna L_0 , que necesita sumarse a la inductancia propia del anillo ideal para tomar en cuenta el campo magnético externo.

Si un superconductor se representa por un alambre entonces, en caso de ausencia de campo magnético externo, es imposible esperar una circulación de las corrientes superficiales estacionarias. En el caso de superconductores inalámbricos, las corrientes eléctricas superficiales pueden pasar estacionariamente sin fuerza electromotriz.

El flujo magnético a través de la superficie limitada por un anillo superconductor se determina por la siguiente relación:

$$\Psi = LI, \quad (2.5)$$

donde I es la corriente eléctrica y L es la inductancia del anillo. Si el anillo superconductor está dentro de un campo magnético externo, entonces el flujo magnético total Ψ a través de dicha superficie consta del flujo propio del superconductor LI y del flujo Ψ_{ext} del campo magnético externo, esto es:

$$\Psi = LI + \Psi_{ext} = cte. \quad (2.6)$$

La propiedad más importante en cualquier anillo superconductor es, que cualquier variación, tanto del campo magnético externo como de la corriente en el anillo, el flujo magnético total a través de la superficie limitada por el anillo mismo siempre permanece constante. La propiedad de la ecuación (2.6) sigue directamente de la forma integral de Maxwell escrita para un área fuera del superconductor, como:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \vec{B} \cdot d\vec{s} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l}. \quad (2.7)$$

Debido a que la componente tangencial del campo eléctrico sobre la superficie del superconductor es igual a cero, entonces:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0, \quad (2.8)$$

de aquí se sigue, que:

$$\Psi = \int \vec{B} \cdot d\vec{s} = cte. \quad (2.9)$$

Este resultado es muy importante, debido a que la permanencia del flujo magnético a través de cualquier anillo superconductor se conserva no sólo en el caso de la variación del campo magnético externo, si no también en el caso de una variación en la forma del anillo, como por ejemplo, el desplazamiento del anillo en el espacio.

Las propiedades eléctricas y magnéticas de los anillos superconductores tienen un interés desde el punto de vista de la levitación magnética o cualquier otra aplicación.

2.3 Comportamiento del vector potencial del campo magnético

Para el cálculo de la inductancia mutua de dos contornos [1], [7], es más cómodo expresar el campo electromagnético a través del vector potencial del campo magnético, para problemas aplicados. En el caso de una espira muy fina, el vector potencial del campo magnético [10], se calcula por la ecuación (2.10):

$$A_{\varphi} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{dl}{R}, \quad (2.10)$$

donde: $dl = a d\varphi$ y $R = (a^2 + r^2 + z^2 - 2ar \cos \varphi)^{\frac{1}{2}}$.

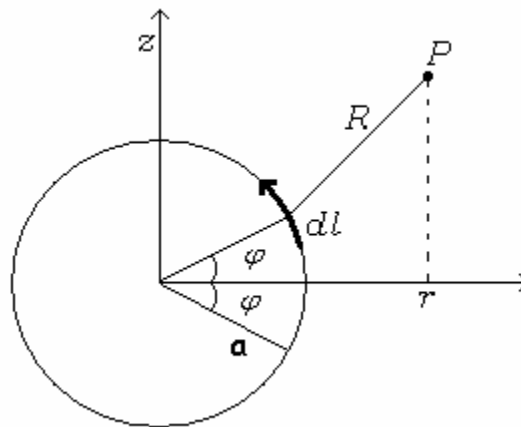


Fig. 2.1 Espira muy fina, con radio fijo a .

El vector potencial del campo magnético, en el sistema cilíndrico y en integrales elípticas, para una espira muy fina como se ilustra en la Fig. 2.1, se calcula por la ecuación (2.11) [9]:

$$A_{\varphi} = \frac{\mu_0 I}{\pi k} \sqrt{\frac{a}{r}} \left[\left(1 - \frac{k^2}{2} \right) K(k) - E(k) \right], \quad (2.11)$$

donde $K(k)$ y $E(k)$ son las integrales elípticas del primero y segundo orden del modulo $k = 2\sqrt{ar} \left[(a+r)^2 + z^2 \right]^{-\frac{1}{2}}$. Y están definidas como sigue:

$$K = \int_0^{\pi/2} (1 - k^2 \sin^2 \vartheta)^{-1/2} d\vartheta, \quad (2.12)$$

$$E = \int_0^{\pi/2} (1 - k^2 \sin^2 \Theta)^{1/2} d\Theta. \quad (2.13)$$

La inducción del campo magnético se determina por la expresión $\vec{B} = \text{rot}\vec{A}$. Escribiendo la expresión para el **rot** \mathbf{A} en el sistema cilíndrico, y al usar la expresión matemática en derivadas parciales con respecto al módulo para integrales elípticas, en la ecuación (2.14) y (2.15):

$$\frac{\partial K}{\partial k} = \frac{E}{kk'^2} - \frac{K}{k}, \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial E}{\partial k} = \frac{E - K}{k}. \quad (2.15)$$

donde $k' = (1 - k^2)^{\frac{1}{2}}$, es un módulo adicional de $K(k)$ y $E(k)$.

Por medio de la (2.14) y (2.15), encontramos las ecuaciones para las componentes de la inducción del campo magnético para una espira fina de corriente [9]:

$$B_{\varphi} = 0; B_r = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{(a+r)^2 + z^2}} \left[K + \frac{a^2 - r^2 - z^2}{(a-r)^2 + z^2} E \right], \quad (2.16)$$

$$B_z = \frac{\mu_0 I a^2}{2(a^2 + z^2)^{3/2}}; \quad B_r = B_{\varphi} = 0. \quad (2.17)$$

Una vez expresado el vector potencial y la inducción del campo magnético, para una espira muy fina, en integrales elípticas, se simulará estas características, utilizando Matlab 6.5, en el apéndice A1 se muestra el código del programa.

En la Fig. 2.2, se muestra la representación volumétrica del vector potencial del campo magnético, para el anillo fino de radio fijo a .

Y en la Fig. 2.3 se observa la representación volumétrica de la componente de la inducción del campo magnético B del anillo fino, en la dirección r del sistema cilíndrico.

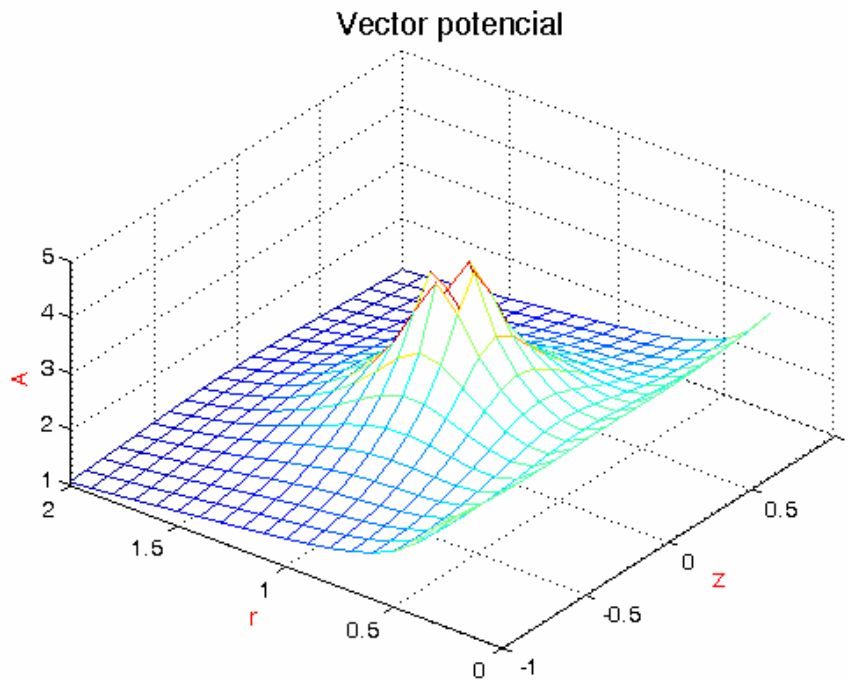


Fig. 2.2 Vector potencial del campo magnético para un anillo superconductor.

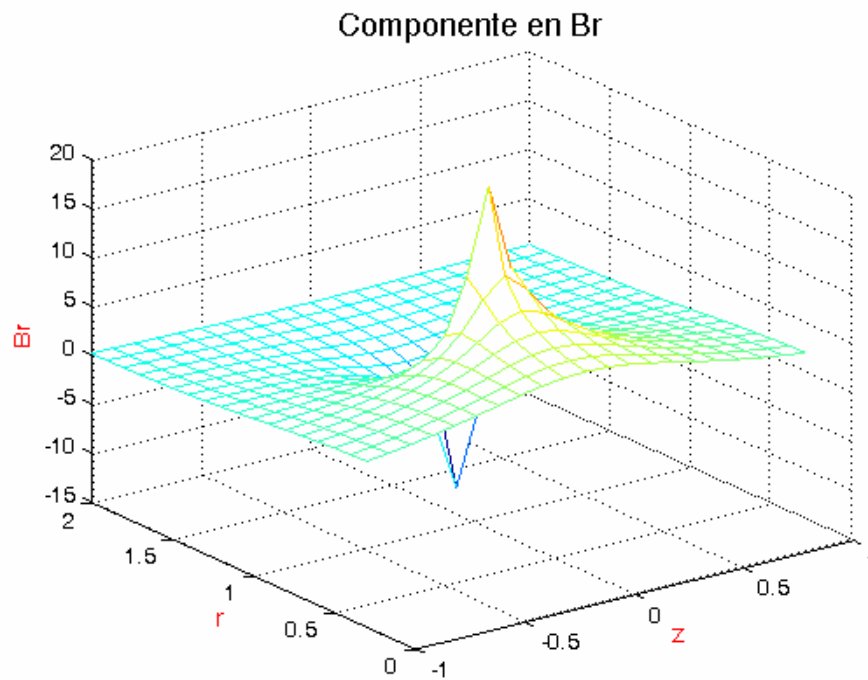


Fig. 2.3 La inducción del campo magnético en Br .

De la misma manera, que en el caso de una espira muy fina, ahora se encontrará el vector potencial y la inducción del campo magnético, en integrales elípticas, para dos anillos superconductivos paralelos coaxiales, para los casos en los que las corrientes eléctricas tienen la misma dirección y dirección opuesta. Una vez encontrado estas, se simulará utilizando Matlab 6.5, en el apéndice A2 y A3 se muestra los códigos de los programas para cada caso.

En el caso de dos anillos superconductores paralelos coaxiales, con la misma dirección de corriente eléctrica, como se ilustra en la Fig. 2.4.

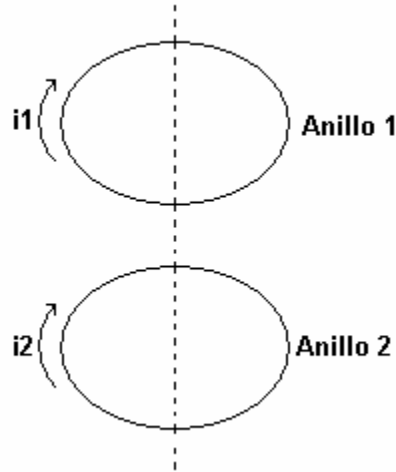


Fig. 2.4 Dos anillos superconductores paralelos coaxiales, con la misma dirección de corriente eléctrica.

El vector potencial del campo magnético, para este caso se calcula por la ecuación [9]:

$$A_{\phi_+}(r, z) = \frac{\mu_0 I}{\pi} \sqrt{\frac{a}{r}} \left\{ \left(\frac{1}{k_+(r, z)} - \frac{k_+(r, z)}{2} \right) K_+(r, z) - \frac{1}{k_+(r, z)} E_+(r, z) + \right. \\ \left. + \left(\frac{1}{k_-(r, z)} - \frac{k_-(r, z)}{2} \right) K_-(r, z) - \frac{1}{k_-(r, z)} E_-(r, z) \right\}, \quad (2.18)$$

donde:

$$k_+ = 2\sqrt{ar} \left[(a+r)^2 + (l+z)^2 \right]^{-1/2}, \quad K_+ = K(k_+), \quad E_+ = E(k_+) \quad (2.19)$$

$$k_- = 2\sqrt{ar} \left[(a+r)^2 + (l-z)^2 \right]^{-1/2}, \quad K_- = K(k_-), \quad E_- = E(k_-) \quad (2.20)$$

y l es la distancia media entre centros de dos anillos.

En la Fig. 2.5, se observa la representación volumétrica del vector potencial del campo magnético.

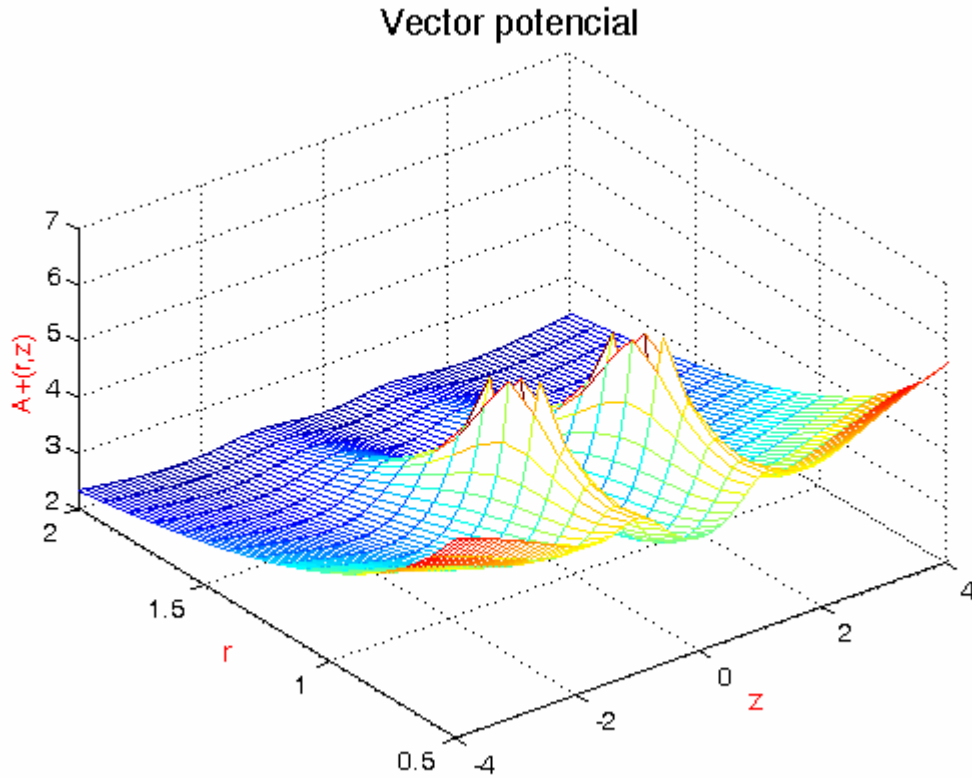


Fig. 2.5 Vector potencial de dos anillos superconductores, con la misma dirección de corriente eléctrica.

Los componentes de la inducción del campo magnético, en el sistema cilíndrico para este caso, se pueden calcular por las siguientes expresiones:

Para la inducción del campo magnético B, en la dirección r, se calcula por la ecuación [9]:

$$B_{r+}(r, z) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \left\{ \frac{1+z}{\sqrt{(a+r)^2 + (1+z)^2}} \left(-K_+(r, z) + \frac{a^2 + r^2 + (1+z)^2}{(a-r)^2 + (1+z)^2} E_+(r, z) \right) + \frac{1-z}{\sqrt{(a+r)^2 + (1-z)^2}} \left(-K_-(r, z) + \frac{a^2 + r^2 + (1-z)^2}{(a-r)^2 + (1-z)^2} E_-(r, z) \right) \right\}, \quad (2.21)$$

En la Fig. 2.6, se observa la representación volumétrica de la componente de la inducción del campo magnético B, en la dirección r del sistema cilíndrico.

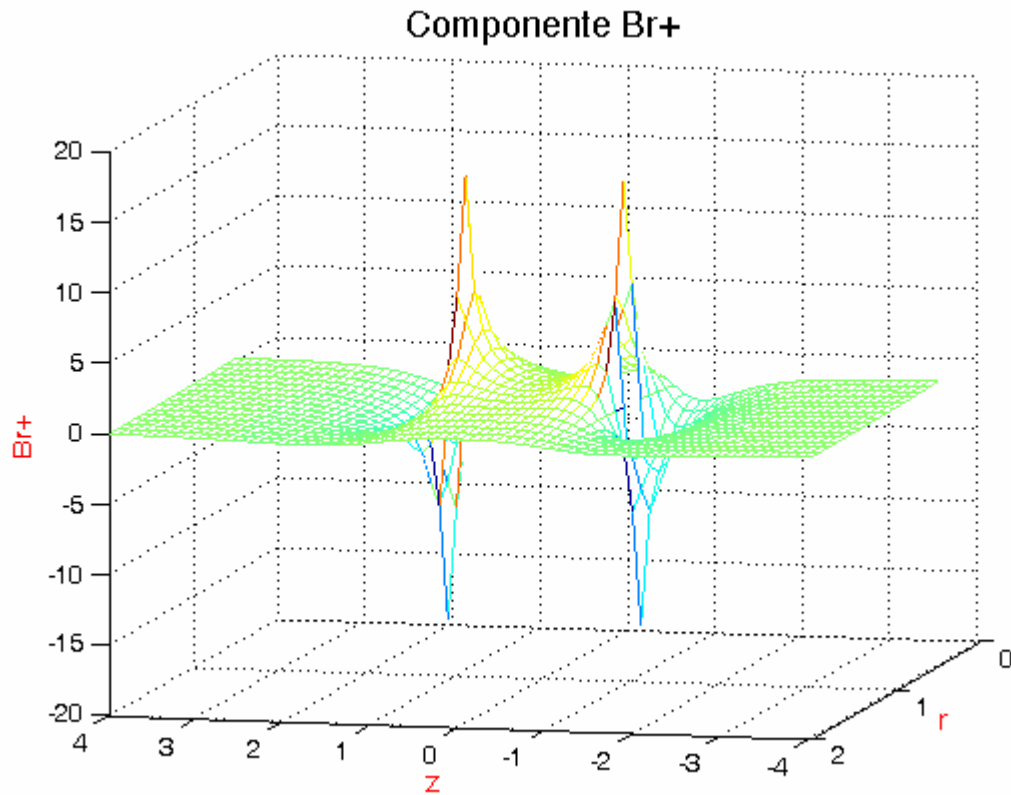


Fig. 2.6 La inducción del campo magnético en Br.

Para la inducción del campo magnético B, en la dirección z, se calcula por la ecuación [9]:

$$B_{z+}(r, z) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left\{ \frac{1}{\sqrt{(a+r)^2 + (1+z)^2}} \left(K_+(r, z) + \frac{a^2 - r^2 - (1+z)^2}{(a-r)^2 + (1+z)^2} E_+(r, z) \right) + \frac{1}{\sqrt{(a+r)^2 + (1-z)^2}} \left(K_-(r, z) + \frac{a^2 - r^2 - (1-z)^2}{(a-r)^2 + (1-z)^2} E_-(r, z) \right) \right\}, \quad (2.22)$$

En la Fig. 2.7, se observa la representación volumétrica de la componente de la inducción del campo magnético B , en la dirección r del sistema cilíndrico.

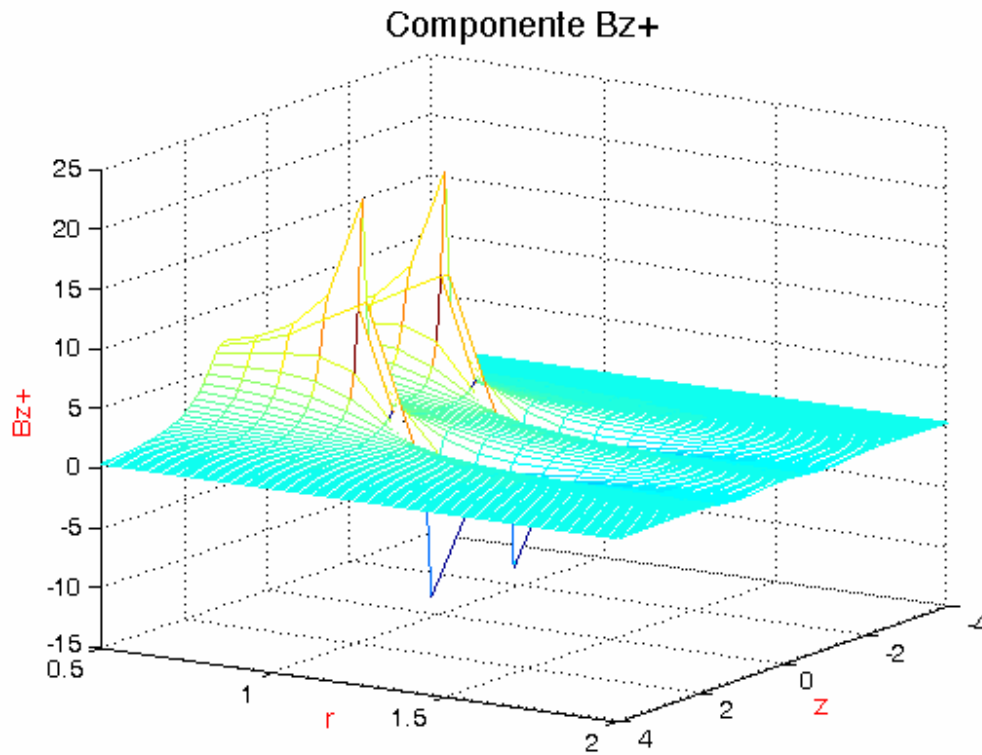


Fig. 2.7 La inducción del campo magnético en B_z .

En el caso cuando la dirección de corriente eléctrica son opuestas, como se ilustra en la Fig. 2.8.

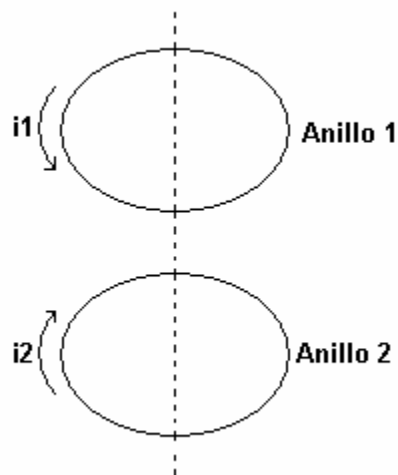


Fig. 2.8 Dos anillos superconductores paralelos coaxiales, con dirección de corriente eléctrica en sentido opuesto.

El vector potencial del campo magnético, para este caso se calcula por la ecuación [9]:

$$A_{\phi}(r, z) = \frac{\mu_0 I}{\pi} \sqrt{a} \left\{ \left(\frac{1}{k_+(r, z)} - \frac{k_+(r, z)}{2} \right) K_+(r, z) - \frac{1}{k_+(r, z)} E_+(r, z) - \left(\frac{1}{k_-(r, z)} - \frac{k_-(r, z)}{2} \right) K_-(r, z) + \frac{1}{k_-(r, z)} E_-(r, z) \right\}, \quad (2.23)$$

En la Fig. 2.9, se observa la representación volumétrica del vector potencial del campo magnético.

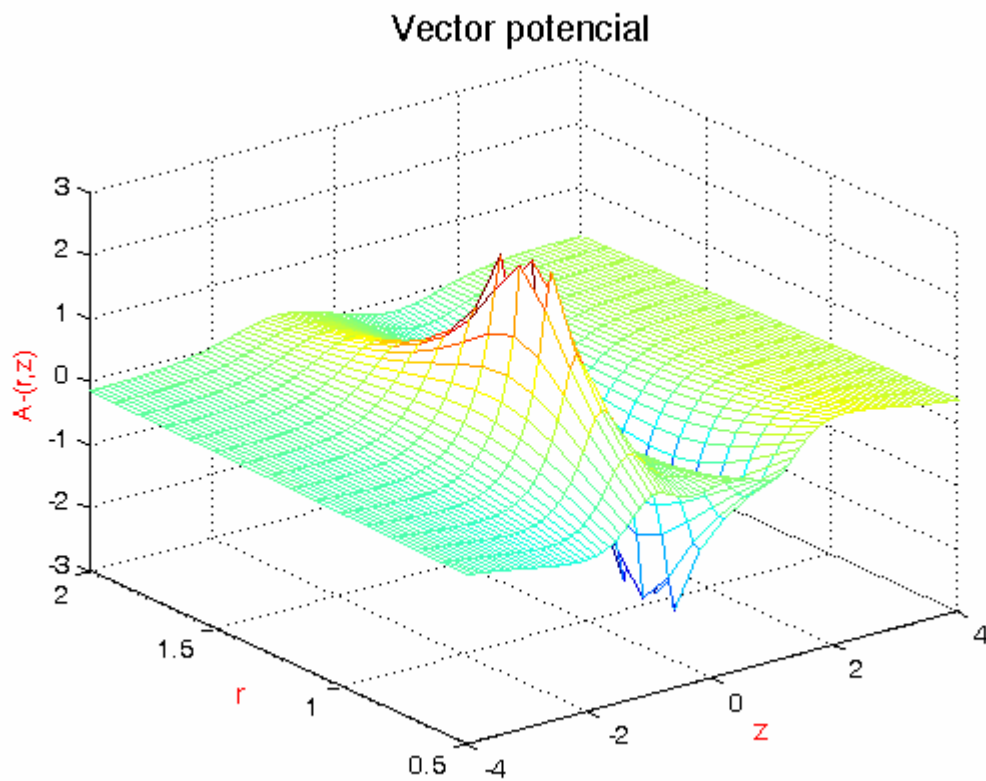


Fig. 2.9 Vector potencial de dos anillos superconductores, con dirección de corriente eléctrica en sentido opuesto.

La ecuación para la componente de la inducción del campo magnético B , en la dirección r en el sistema cilíndrico, es [9]:

$$B_{r-}(r, z) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \left\{ \frac{1+z}{\sqrt{(a+r)^2 + (1+z)^2}} \left(-K_+(r, z) + \frac{a^2 + r^2 + (1+z)^2}{(a-r)^2 + (1+z)^2} E_+(r, z) \right) - \frac{1-z}{\sqrt{(a+r)^2 + (1-z)^2}} \left(-K_-(r, z) + \frac{a^2 + r^2 + (1-z)^2}{(a-r)^2 + (1-z)^2} E_-(r, z) \right) \right\}, \quad (2.24)$$

En la Fig. 2.10, se observa la representación volumétrica de la componente de la inducción del campo magnético B , en la dirección r del sistema cilíndrico.

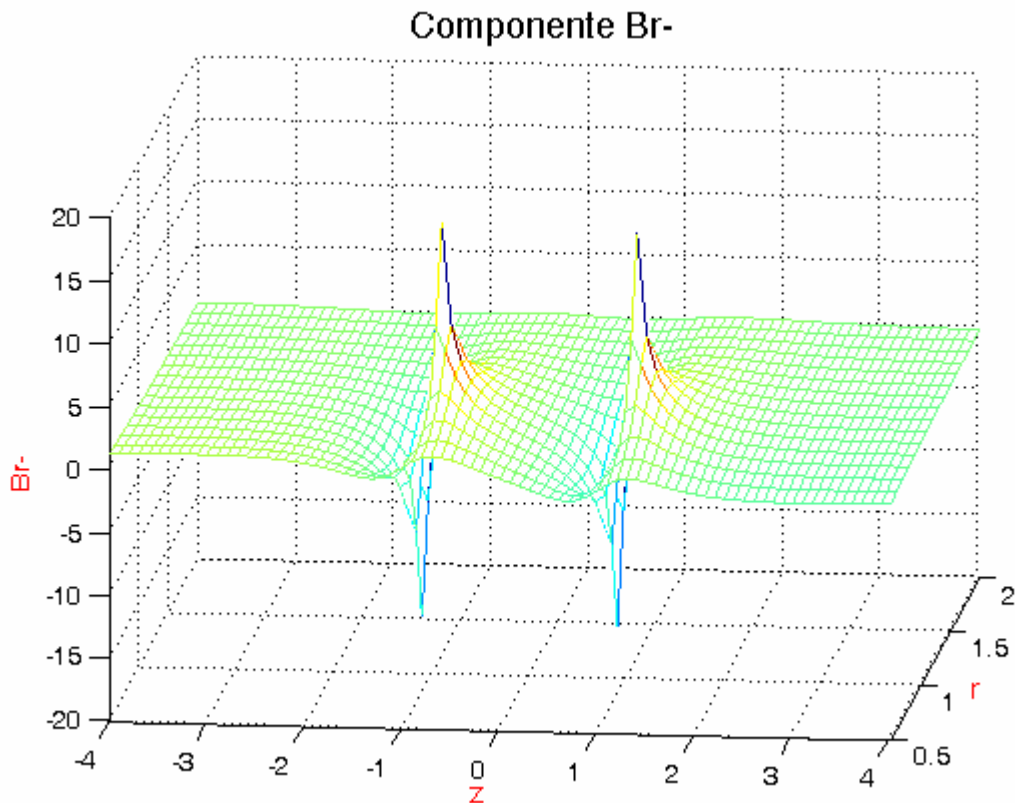


Fig. 2.10 La inducción del campo magnético en B_r .

La ecuación para la componente de la inducción del campo magnético B , en la dirección z en el sistema cilíndrico, es [9]:

$$B_{z-}(r, z) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left\{ \frac{1}{\sqrt{(a+r)^2 + (1+z)^2}} \left(K_+(r, z) + \frac{a^2 - r^2 - (1+z)^2}{(a-r)^2 + (1+z)^2} E_+(r, z) \right) - \frac{1}{\sqrt{(a+r)^2 + (1-z)^2}} \left(K_-(r, z) + \frac{a^2 - r^2 - (1-z)^2}{(a-r)^2 + (1-z)^2} E_-(r, z) \right) \right\}, \quad (2.26)$$

En la Fig. 2.11, se observa la representación volumétrica de la componente de la inducción del campo magnético B , en la dirección z del sistema cilíndrico.

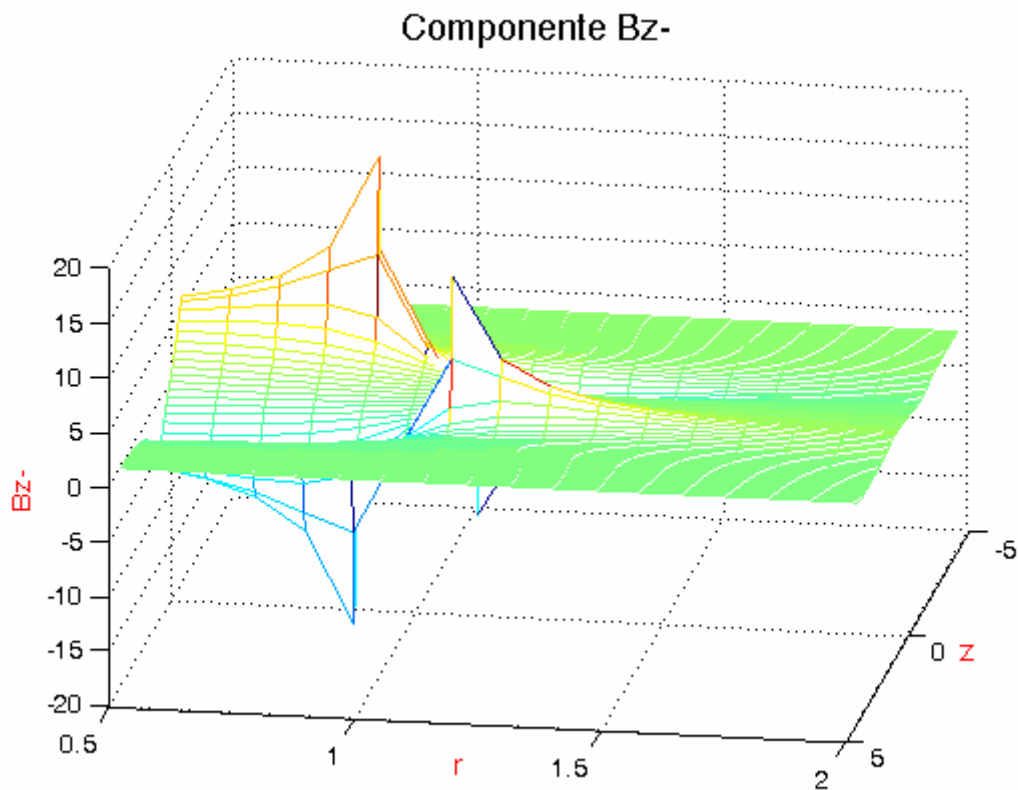


Fig. 2.11 La inducción del campo magnético en B_z .

En las figuras anteriores se aprecia un comportamiento igual, al de repulsión y atracción de cargas eléctricas, cuando las corrientes eléctricas que circulan por los anillos están en la misma dirección y en dirección opuesta.

La solución de la inducción del campo magnético de anillos superconductivos, por integrales elípticas es más fácil, que por métodos ordinarios [7]. Por lo cual, el método universal y efectivo, es usar las funciones hipergeométricas y elípticas, como se mostró en esta sección.

2.3 Propiedades eléctricas y magnéticas de dos anillos ideales con interacción magnética

Consideremos un sistema dinámico formado por dos contornos cerrados finos, en los que circulan las corrientes eléctricas I_1 e I_2 , en cada uno de ellos y se tiene una interacción magnética. Colocados arbitrariamente en el espacio.

El sistema está caracterizado por un número de variables generalizadas $\sum (q_i, \dot{q}_i, f_i, P_i)$. Para el problema considerado, las variables de generalizadas son:

Variables eléctricas:

$$(\psi_1, \psi_2) \in \{q_i\}, (U_1, U_2) \in \{\dot{q}_i\}, (\tilde{q}_1, \tilde{q}_2) \in \{P_i\}, [I_1, I_2] \in \{f_i\},$$

Variables mecánicas:

$$[x] \in \{q_i\}, \left[\dot{x} \right] \in \{\dot{q}_i\}, [T_i] \in \phi, [kx] \in \{P_i\}, i = 1, 2.$$

Donde q es la coordenada generalizada (x_i), \dot{q} es la velocidad generalizada (\dot{x}_i), $f_i = k_i x_i$ es la fuerza generalizada que sólo depende de la posición y $P_i = M_i x_i$ es el impulso generalizado, donde $i = \overline{1, m}$.

La energía potencial y cinética del sistema, están determinadas por:

$$W = U = \frac{1}{2} \frac{\Psi_1^2 L_2 - 2\Psi_1 \Psi_2 L_{12}(x) + \Psi_2^2 L_1}{L_1 L_2 - L_{12}^2(x)}, \quad (2.23)$$

$$T' = \int_{0,0}^{U_1, U_2} (\tilde{q}_1' dU_1' + \tilde{q}_2' dU_2') + \frac{M}{2} * \left(\dot{x} \right)^2, \quad (2.24)$$



Desde el punto de vista de la electrodinámica clásica, la fuerza de interacción magnética de dos anillos con corrientes eléctricas I_1 y I_2 , se determina por la ley experimental de Ampere:

$$\vec{P} = \frac{\mu_0}{4\pi} I_1 I_2 \oint \oint \frac{[d\vec{l}_2 [d\vec{l}_1 \vec{R}_{12}]]}{R_{12}^3}, \text{ ó } P_k = I_1 I_2 \frac{\partial L_{12}}{\partial x}. \quad (2.25)$$

Para este sistema, las corrientes eléctricas se determinan, como:

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{\Psi_1 L_2 - \Psi_2 L_{12}}{L_1 L_2 - L_{12}^1}, \\ I_2 &= \frac{-\Psi_1 L_{12} + \Psi_2 L_1}{L_1 L_2 - L_{12}^2}. \end{aligned} \quad (2.26)$$

Sustituyendo la (2.26) en (2.25), se obtiene:

$$P_k = \frac{\Psi_1 L_2 - \Psi_2 L_{12}(x)}{[L_1 L_2 - L_{12}^2(x)]^2} [\Psi_2 L_1 - \Psi_1 L_{12}(x)] \frac{\partial L_{12}(x)}{\partial x}. \quad (2.27)$$

La fuerza magnética está expresada a través de los flujos magnéticos por la ecuación (2.27) y una coordenada en el caso lineal [6]. Como una primera definición podemos dar el siguiente lema:

LEMA: Si las relaciones entre los parámetros del sistema están determinadas, como [6]:

- 1) $\Psi_1 L_2 = \Psi_2 L_{12}(x)$,
 - 2) $\Psi_2 L_1 = \Psi_1 L_{12}(x)$,
 - 3) $\Psi_1 < \Psi_2$, $L_1 > L_{12}(x)$,
 - 4) $L_1 L_2 > L_{12}^2$, ($L_1 > 0; L_2 > 0$),
- (2.28)

entonces aseguramos las condiciones necesarias y suficientes para el cambio del signo de la fuerza magnética entre los dos anillos finos, duros e ideales en el punto $x_0 \in \{x | 0 < x_2 < x < x_1 < \infty\}$, donde x_1 es una distancia más grande que la distancia x_2 entre dos anillos.

Vamos a considerar que $L_{12}(x)$ es una función monótona de x , continua diferenciable y siempre disminuye.

Por lo tanto, la derivada parcial $\partial L_{12}(x)/\partial x$ entre la distancia $[x_2, x_1]$ es negativa y nunca puede ser igual a cero. Entre tanto el producto $L_1 L_2$ siempre es



mayor que L_{12}^2 de la (2.28). Por esta causa, el denominador de la (2.27) nunca puede ser igual a cero.

Así, de la (2.27) podemos encontrar dos condiciones, estas son:

$$\Psi_1 L_2 = \Psi_2 L_{12}(x_0), \quad (2.29)$$

$$\Psi_2 L_1 = \Psi_1 L_{12}(x_0), \quad (2.30)$$

cuando la fuerza magnética es igual a cero. Las ecuaciones (2.29) y (2.30) reflejan las condiciones necesarias de igualdad a cero de la fuerza magnética. Para asegurar las condiciones (2.29) y (2.30) los flujos ψ_1 y ψ_2 deben tener el mismo signo.

Pero también se puede demostrar que cualquiera de las dos ecuaciones (2.29) o (2.30) no son sólo necesarias, si no también suficientes.

Supongamos que $\psi_1 < \psi_2$ y se aplica la condición necesaria para la (2.29), utilizando las ecuaciones (2.27) y (2.29) se determina la derivada de la fuerza magnética con respecto a x , en el punto $x = x_0$. Entonces:

$$\left. \frac{\partial P}{\partial x} \right|_{x=x_0} = -\Psi_2 \frac{\Psi_2 L_1 - L_{12}(x_0)}{[L_1 L_2 - L_{12}^2(x_0)]^2} \left[\left. \frac{\partial L_{12}}{\partial x} \right|_{x=x_0} \right]^2, \quad (2.31)$$

en el caso de asegurar la condición de la (2.29) y cuando $\Psi_1 < \Psi_2$, $L_1 > L_{12}(x_0)$ el numerador de la (2.31) es positivo, el flujo permanente ψ_2 y todos los otros miembros de la (2.31) son positivos. Esto significa que:

$$\left. \frac{\partial P}{\partial x} \right|_{x=x_0} < 0. \quad (2.32)$$

Entonces, la derivada parcial de la fuerza magnética con respecto a la distancia x en el punto donde está asegurada la condición necesaria para la (2.29), es negativa. Esto mismo se relaciona sobre la condición de la (2.30).

El signo negativo de la parte derecha de la (2.31) significa que la derivada parcial de segundo orden de energía magnética potencial con respecto a x en el punto $x = x_0$ es positiva, donde se asegura la condición necesaria de un mínimo de energía potencial. Por lo tanto, como una segunda definición podemos dar el siguiente teorema [6]:



TEOREMA: La energía potencial de interacción magnética entre dos anillos ideales $W\{\psi_1, \psi_2, L_1, L_2, L_{12}(x)\}$, que se representan por una función continua diferenciable sobre un intervalo de distancia $[x_1, x_2]$, tiene un mínimo en el punto $x_0 \in \{x/0 < x_2 < x < x_1 < \infty\}$ con las condiciones determinadas por el lema.

La energía potencial de interacción magnética de dos anillos ideales se determina a través de los flujos magnéticos permanentes $\{\psi_1, \psi_2\} \in q_i$ y las coordenadas mecánicas $\{x\} \in q_i$ como:

$$W = \frac{1}{2} [\Psi_1^2 L_2 - 2\Psi_1 \Psi_2 L_{12}(x) + \Psi_2^2 L_1] [L_1 L_2 - L_{12}^2(x)]^{-1}. \quad (2.33)$$

Es conocido que la energía de un campo magnético expresada a través de los flujos magnéticos y las coordenadas, es la energía potencial [5]. Por esta causa, la fuerza magnética \vec{P} puede ser determinada como la derivada parcial de la energía potencial de la (2.33) con signo negativo, es decir:

$$P = -\frac{\partial W}{\partial L_{12}} \frac{\partial L_{12}}{\partial x} = -\frac{L_{12}(L_2 \Psi_1^2 + L_1 \Psi_2^2) - (L_1 L_2 + L_{12}^2) \Psi_1 \Psi_2}{(L_1 L_2 - L_{12}^2)^2} \frac{\partial L_{12}}{\partial x}. \quad (2.34)$$

En caso de que $L_{12} = L_2 \Psi_1 \Psi_2^{-1}$ o $L_{12} = L_2 \Psi_2 \Psi_1^{-1}$ según la (2.28), el numerador del primer miembro del producto de la (2.34) puede ser igual a cero.

La derivada parcial de energía de la (2.33) de segundo orden, en el caso anterior es:

$$\frac{\partial W}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 W}{\partial L_{12}^2} \left(\frac{\partial L_{12}}{\partial x} \right)^2 + \frac{\partial W}{\partial L_{12}} \frac{\partial^2 L_{12}}{\partial x^2}. \quad (2.35)$$

El segundo termino de la (2.35) es igual a cero en virtud de que la (2.28), $\partial W / \partial L_{12} = 0$. Por esta causa, el signo de $\partial^2 W / \partial x^2$ se determina por el signo de la derivada parcial de segundo orden de W con respecto a L_{12} , es decir por la expresión:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial L_{12}^2} = \frac{\Psi_2^2 L_2^{-1}}{L_1 L_2 - L_{12}^2}. \quad (2.36)$$

Por lo tanto, la derivada parcial de segundo orden con respecto a x es positiva ($L_1 L_2 > L_{12}^2, L_2 > 0$). Esto significa que, se está asegurando la condición de existencia del mínimo de U . Con la condición de que $\partial L_{12} / \partial x \neq 0$. Entonces, como una tercera definición podemos dar la siguiente consecuencia [6]:

CONSECUENCIA: La energía magnética potencial entre dos anillos finos, duros e ideales axialmente colocados con las corrientes eléctricas $\{I_1, I_2\} \in f_i$ por una coordenada mecánica $\{x\} \in q_i$, tiene un mínimo en el punto $x_0 \in [x_1, x_2]$, en el caso de asegurar la condición de flujos magnéticos permanentes de las superficies limitadas por los contornos de los mismos anillos, esto es, $\Psi_1 = L_1 I_1 + L_{12} I_2 = cte$, $\Psi_2 = L_2 I_2 + L_{12} I_1 = cte$.

En el caso particular de dos anillos coaxiales y paralelos con una distancia entre los planos es x , a_i es el radio y d_i es el diámetro del anillo ($i=1,2$) podemos hacer los siguientes cálculos:

1.- La energía potencial adimensional

$$u = 2UL_2\Psi_2^{-2} = (\eta^2 - 2\eta y + 1)(1 - y^2)^{-1} \quad (2.37)$$

2.- La fuerza magnética adimensional

$$p = 4Pa_2L_2\Psi_2^{-2} = (\eta - y)(\eta y - 1)(1 - y^2)^{-2} k'^{-2} \times \\ \times [4\xi - k^2(1 + \xi^2)]^{\frac{1}{2}} [2k'^2 K - (2 - k^2)E]. \quad (2.38)$$

3.- La dureza de interacción magnética

$$c = 16Ca_2^2L_2\Psi_2^{-2} = (\eta - y)(\eta y - 1)(1 - y^2)^{-2} k^3 k'^{-4} \times \\ \times \left\{ [(1 + \xi)^2(2 - k^2) - 4\xi] k'^2 K - [2(k^4 - k^2 + 1)(1 + \xi)^2 - \right. \\ \left. - 4\xi(1 + k^2)] E \right\} + [(1 - y^2)(\eta^2 - 2\eta y + 1) + 4y(\eta - y)(\eta y - 1)] \times \\ \times (1 - y^2)^{-3} [4\xi - k^2(1 + \xi^2)] k'^{-4} [2k'^2 K - (2 - k^2)E]^2. \quad (2.39)$$

La energía magnética, la fuerza y, la dureza con dimensiones son representadas por U, P y, C respectivamente, Ψ_i es el flujo magnético permanente de i anillos; ($i = 1, 2$). Donde:

$$\eta = \Psi_1\Psi_2^{-1}(L_2L_1^{-1})^{1/2}, \\ y = L_{12}(L_1L_2)^{-1/2}, \\ \xi = a_2a_1^{-1}.$$

$K = K(k)$ y $E = E(k)$, son las integrales elípticas de primero y segundo orden de los módulos:

$$k = 2(a_1a_2)^{1/2} [(a_1 + a_2)^2 + x^2]^{-1/2},$$

donde $k' = (1 - k^2)^{1/2}$ es módulo adicional.

L_1 , L_2 y L_{12} son las inductancias propias y mutuas, determinadas por las siguientes ecuaciones:

$$L_i = \mu_0 a_i (\ln 8\tau_i^{-1} + \lambda^2 d_i^{-2}), \tag{2.40}$$

$$L_{12} = \mu_0 (a_1 a_2)^{1/2} \left[\left(\frac{2}{k} - k \right) K - \frac{2}{k} E \right]. \tag{2.41}$$

El teorema de Earnshaw [8], establece que por su naturaleza, los sistemas estáticos con interacción magnética o eléctrica no pueden ser estables. La estabilidad de los sistemas de contornos eléctricos superconductivos nos da otro resultado.

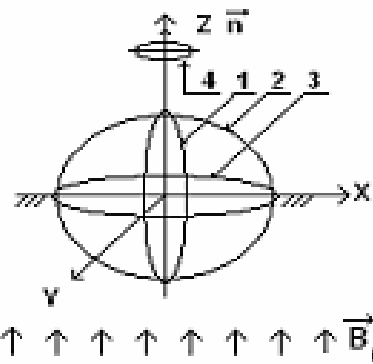


Fig. 2.12 Anillo superconductorio estable.

Existen sistemas de contornos superconductores libres con interacción magnética, que son estables en posición estática, como se apreciara en el siguiente capítulo. Analizando el caso mostrado en la Fig. 2.12 (4 anillos fijos y uno móvil), se ha determinado un intervalo de parámetros geométricos y magnéticos cuando el anillo libre está en un estado estático estable [7]. Este resultado es nuevo y contradice el teorema de Earnshaw [8].

Los resultados teóricos obtenidos fueron probados experimentalmente por: V. Kozorez et. al., [6], para anillos superconductivos de baja temperatura NbSn ($T_c \approx 18K$).



CONCLUSIONES

En este capítulo se presentaron las propiedades eléctricas y magnéticas de anillos superconductivos arbitrariamente colocados en el espacio (un anillo fijo y el otro móvil), así como el comportamiento del campo magnético de un anillo y dos anillos superconductivos con la misma dirección de corriente y con dirección opuesta.

Se representaron la energía potencial, la fuerza magnética y la dureza de interacción magnética adimensional, para dos anillos superconductores finos a través de un campo magnético permanente.

Existe un efecto nuevo, el cual nunca aparece en caso de interacción magnética de dos espiras no superconductoras o magnetos permanentes. Esto es, existe en el sistema de contornos superconductivos de interacción magnética un intervalo de parámetros determinados en estado estático siempre estable. Esto contradice el teorema de Earnshaw sobre la imposibilidad de estabilización estática en caso de interacción magnética y eléctrica.

Las variaciones de corrientes eléctricas en cada anillo nos permite controlar el comportamiento de las características del sistema en forma directa.



REFERENCIAS

- [1] Feynman R., Leighton R. and Sands M., 1964, “Feynman’s lectures of physics”, Adison-Wesley Iberoamericana, Vol. 2.
- [2] Linton E., 1964, “Superconductivity”, M.:Miz, pp. 196.
- [3] Buckel B., 1975, “Superconductivity”, M.:Miz, pp. 366.
- [4] Landan L., 1959, “Liftshiits E. M. electrodynamics of half continuous”, M.:Fismatguiz, pp. 532.
- [5] Wait D., Wudson G., 1964, “Transformed electromechanical of energy”, M.:Energy, pp. 529.
- [6] Mikhalevich V., Kozorez V., Rashkovan V., Khusainov D., CheBozin D., 1991, “Magnetic Potential Well-The effect of Stabilization of Superconductiviting Dynamic Systems”, Kiev: Naukova Dumka, Ucraina, pp. 336.
- [7] Rashkovan V., Zub S., Ponomaryova I., November 2004, “Magnetic Interaction of Arbitrarily Placed Electric Contours”, ICED 2004, Veracruz México, pp. 133.
- [8] S. Earnshaw, Trans. Cambridge Philos. Soc., vol. 7, pp. 97, 1842.
- [9] V. P. Demutskiy, V. M. Rashkovan, 1997, “Modelling and Calculation of Electric and Magnetic Field”, Kharkiv Aviation Institute, Ucraina, pp. 118.
- [10] Albert Shadowitz, 1988, “The Electromagnetic Field”, Dover publications, New York USA, pp. 741.



CAPÍTULO III

MODELADO DE UN ACELERÓMETRO SUPERCONDUCTIVO





CAPÍTULO III

MODELADO DE UN ACELERÓMETRO SUPERCONDUCTIVO

En este capítulo se describe el efecto MPW (Pozo de Interacción Magnética), que se presenta en la interacción magnética de anillos superconductores. Se proporcionan las condiciones necesarias y suficientes de estabilidad en la suspensión de la masa de prueba, así como, un modelo superconductor basado en el efecto MPW como un medidor de alta precisión, el sistema esta formado por dos anillos superconductores fijos y uno móvil, el sistema permite la suspensión magnética de la masa de prueba (anillo superconductor libre) cuyo movimiento se define a través de la medición de la corriente eléctrica en los anillos superconductores fijos.

El análisis de las características de este modelo es hecho a través de la teoría electromagnética y ecuación de movimiento de Lagrange. Con base en esto se puede conocer la distribución espacial y temporal de las variables que definen el comportamiento del cuerpo móvil y calcular las principales características de éste, tales como: aceleración y variación de las corrientes en cada contorno.

Se diseña y construye una tarjeta de adquisición de datos conectada a través del puerto paralelo de la computadora, la cual tiene como finalidad determinar la zona de trabajo de los superconductores de alta temperatura, para aplicar el modelo que se propone en este trabajo, en este tipo de superconductores.

3.1 Introducción

La superconductividad, es un importante campo de investigación en la actualidad, se buscan nuevas áreas de aplicación, y una de estas es la aplicación de elementos superconductivos en la construcción de medidores de alta precisión, como por ejemplo acelerómetros, gravímetro, etc., una de las partes mas importantes de estos dispositivos es la masa de prueba, la principal característica de estos dispositivos de medición es la habilidad de medir desplazamientos mínimos de la masa de prueba en consecuencia de perturbaciones externas o internas.

En la búsqueda de nuevas formas de aumentar la sensibilidad del sensor, conduce a la necesidad de usar bajas temperaturas. Esto esencialmente no sólo permite la reducción del ruido térmico, pero además, utiliza un número de efectos útiles, la cual toma lugar a bajas temperaturas: Superconductividad, efecto Meissner y MPW (Pozo de Potencial Magnético). Pequeños desplazamientos y aceleraciones pueden ser detectados con la ayuda de una masa de prueba superconductiva, suspendida por levitación magnética, para un movimiento libre con respecto al anillo fijo. La corriente que fluye a través del anillo, monitoreado por un SQUID (Dispositivo de Interferencia Cuántica), llega a ser una función sensible de la distancia de la masa de prueba.



Varios científicos hoy en día están trabajando, en una nueva generación de detectores, para medir la gravedad, utilizando superconductores, con una alta resolución.

En este trabajo, se propone un nuevo instrumento superconductor, basado en el efecto MPW. Este efecto proporciona un gran significado para el diseño de una masa de prueba suspendida estable y para medir su desplazamiento. El efecto fué teóricamente predecido y confirmado experimentalmente por: Kozorez V., Cheborin O., Rashkovan Vasyl, Karavaev G., Kolodeev I. y Kryukov, en el Instituto Cibernético de Ucrania, en el año de 1980 [1].

Según el teorema de Earnshaw [10], establece que por su naturaleza, los sistemas estáticos con interacción magnética o eléctrica no pueden ser estables. Sin embargo existen dos excepciones del teorema de Earnshaw [3].

- I. El efecto Braunbek, la cual consiste en el hecho que el equilibrio estable podría tomar lugar en el caso donde el sistema magnético contiene cuerpos con propiedad magnética ($\mu < 1$). Braunbek predijo la consolidación de este efecto en el caso de aplicación de cuerpos superconductivos. El efecto Meissner esta condicionado por la propiedad $\mu = 0$ y proporciona una levitación magnética estable basado en la fuerza de repulsión.
- II. El efecto MPW, en donde este efecto esta condicionado por la propiedad $\rho = 0$ (ρ es la resistencia específica) y proporciona una levitación magnética estable basado en la fuerza de atracción.

3.2 Efecto MPW (Pozo de Potencial Magnético)

La esencia del efecto MPW consiste en el hecho de que la interacción de energía potencial de dos contornos cerrados superconductivos, como una función de la distancia entre los contornos puede tener un mínimo. Esto significa que la fuerza de interacción entre los dos contornos cerrados superconductivos cambia de atracción a repulsión, cuando la distancia disminuye entre ellos. La acción del sistema es similar al comportamiento de un resorte mecánico normal, la cual permite la suspensión estable de un cuerpo libre sin contacto.

El efecto MPW llega a aparecer sólo en condiciones de superconductividad, debido a la conservación de flujos magnéticos cerrados en el anillo superconductor. El comportamiento del sistema nos permite crear una suspensión estable del anillo. La suspensión por el efecto MPW produce una corriente, la cual depende de la posición de la masa de prueba.

Ya que en el capítulo anterior, se encontró la representación de la energía potencial y la fuerza magnética adimensional, de interacción magnética de dos anillos superconductores. A continuación se simulará estas características utilizando Matlab 6.5, para comprobar el efecto MPW. En el apéndice A4 se muestra el código del programa.

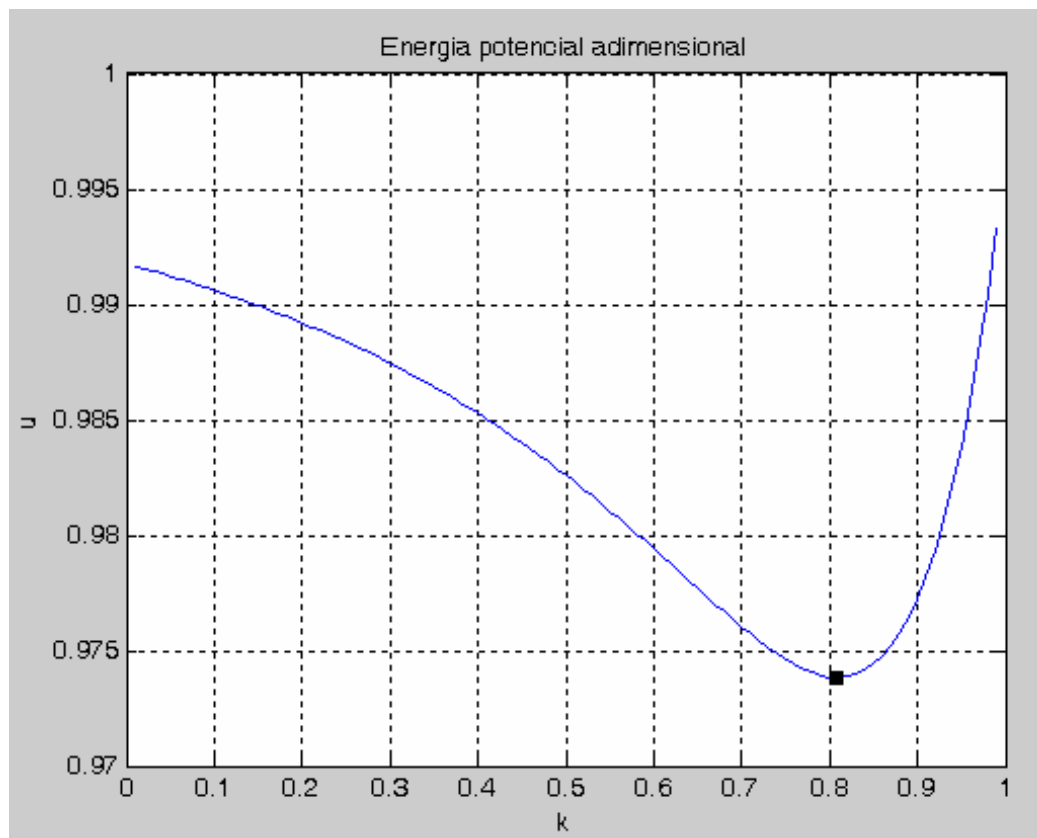


Fig. 3.1 Energía potencial adimensional.

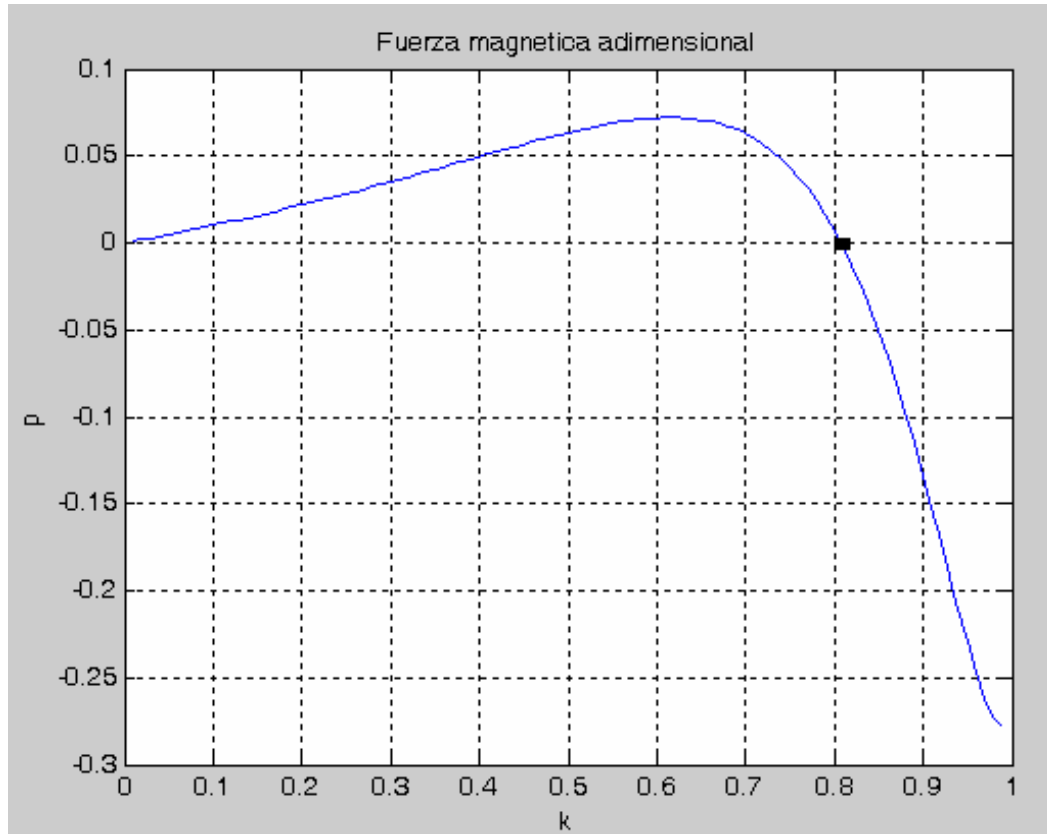


Fig. 3.2 Fuerza magnética adimensional.

En la Fig. 3.1 y 3.2, se observa que en el punto en que la fuerza magnética es cero, la energía magnética y potencial de dos anillos superconductivos tiene un mínimo. En otras palabras, la mínima energía potencial de interacción magnética de dos anillos superconductores, se presenta cuando la fuerza magnética tiene un valor de cero. La fuerza magnética que pasa a través del punto cero, cambia su signo de positivo a negativo (atracción a repulsión).

A este efecto se le conoce como “Magnetic Potencial Well (MPW)”, este resultado es nuevo comparado con la interacción de dos imanes permanentes [8].

En un anillo superconductor fino el carácter diamagnético es despreciable, al contrario de lo que ocurriría en un disco superconductor donde la levitación, dado el diamagnetismo, se debe a las fuerzas repulsivas. Así entonces en el anillo, la conductividad ideal y la conservación del flujo magnético son las principales características. De modo que el efecto MPW lleva a la persistencia de flujos en el anillo superconductor, lo cual nos permite crear una levitación estable de la masa de prueba debido a las fuerzas magnéticas atractivas, esto se aprecia en la Fig.3.3

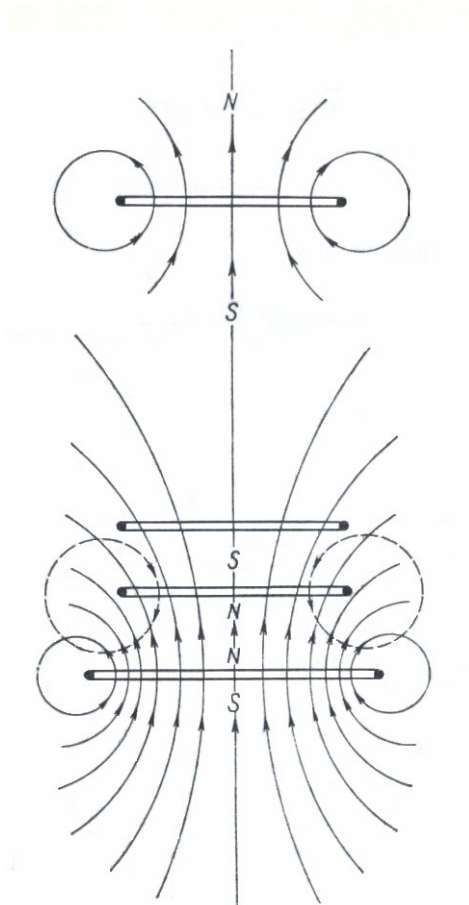


Fig. 3.3 Flujo magnético en los anillos superconductores.

3.3 Suspensión estable de la masa de prueba

El equilibrio estable de un anillo superconductor libre con seis grados de libertad en el campo magnético de otros HTSC-anillos. La información acerca del desplazamiento del anillo superconductor libre, está incluida en la magnitud de la corriente del anillo estacionario, medido por un SQUID. Considere un sistema de dos espira ideales para resolver el problema de la suspensión estable de la masa de prueba [1], [4] ver Fig. 3.4

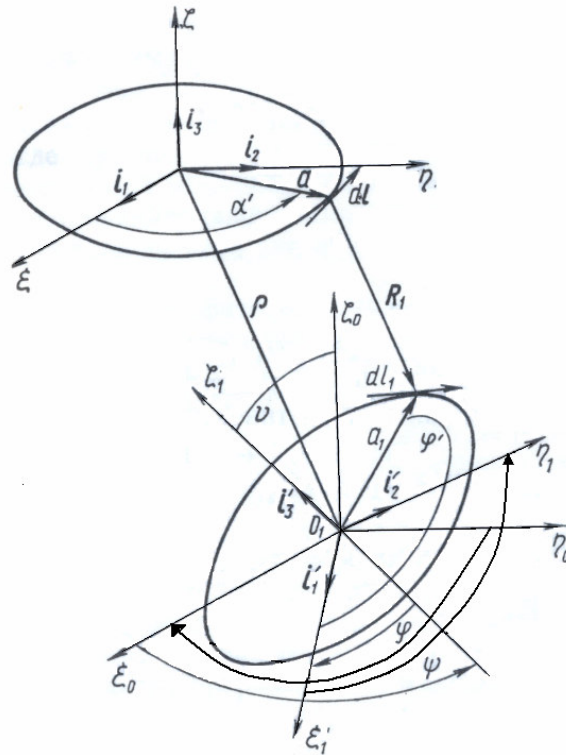


Fig. 3.4 Sistemas de coordenadas del sistema de dos espiras ideales.

En la Fig. 3.4 se muestra los sistemas de coordenadas y parámetros que describe la interacción magnética entre las espiras superconductoras. Una de las espiras está fija y tiene radio a_1 , la segunda tiene radio a_2 y se puede mover libremente en cualquier dirección.

El sistema de coordenadas $0\xi\eta\zeta$ tiene inicio en el centro 0 del anillo fijo. Los ejes $0_1\xi_0$, $0_1\eta_0$ y $0_1\zeta_0$ de otro sistema de referencia $0_1\xi_0\eta_0\zeta_0$, que esta en el centro de masa del anillo libre, consecuentemente estos ejes son paralelos sobre otros ejes $0\xi\eta\zeta$ ($0_1\xi_0 // 0\xi$, $0_1\eta_0 // 0\eta$, $0_1\zeta_0 // 0\zeta$) guardando la misma dirección en todo tiempo.

Una tercera referencia $0_1\xi_1\eta_1\zeta_1$ está situada en el punto 0_1 pero esta fuertemente relacionada con el cuerpo libre, de tal manera que el eje $0_1\zeta_1$ tiene una dirección que coincide con el eje del anillo libre.

Es evidente que la posición del cuerpo libre en relación con las coordenadas de $0\xi\eta\zeta$ pueden ser exactamente determinadas si se dan tres coordenadas del punto 0_1 y tres determinados parámetros de la orientación relativa, de los sistemas de coordenadas $0_1\xi_1\eta_1\zeta_1$ y $0_1\xi_0\eta_0\zeta_0$.



Las coordenadas del punto 0_1 podemos llamarlas como grados de libertad del movimiento traslacional y a los parámetros de orientación relativa del sistema de referencia mencionados podemos llamarlos como grados de libertad de movimiento rotacional.

Tomaremos como grados de libertad traslacionales a las coordenadas cilíndricas ρ, α, ζ del punto 0_1 en el sistema de coordenadas $0\xi\eta\zeta$ ($\rho = (\xi^2 + \eta^2)^{1/2}$), $\alpha = \arctg \xi^{-1}$; ξ, η, ζ - son coordenadas cartesianas.

Como grados de libertad rotacional vamos ha usar los ángulos de Euler θ, ψ, φ , donde θ es el ángulo de rotación entre los ejes $0_1\zeta_1$ y $0_1\xi_0$; ψ es el ángulo de precisión, este ángulo es de revolución en dirección de $0_1\zeta_0$; φ es el ángulo de rotación propia es decir un ángulo de revolución en relación a $0_1\zeta_1$.

Para el equilibrio estable en el caso de movimiento, las derivadas parciales en relación al tiempo son igual a cero.

$$\begin{aligned} \dot{\rho} = \dot{\alpha} = \dot{\zeta} = \dot{\theta} = \dot{\psi} = \dot{\varphi} = 0 \\ \left(\dot{q} = \frac{\partial q}{\partial t} \right) \end{aligned} \quad (3.1)$$

OBSERVACIÓN: Si las espiras estuvieran dispuestas de tal manera que los planos que las contienen fueran paralelos (lo cual sucede para $\xi = \xi_0, \rho = 0, \vartheta = 0, \alpha - \psi =$ cualquier valor), se tendrá lo siguiente:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial \xi} \right)_0 \pm G = 0, \quad (3.2)$$

lo que quiere decir que la fuerza gravitacional se equilibra con la fuerza de interacción magnética que hay entre las espiras.

La observación anterior indica dos puntos de equilibrio muy evidentes y que son estables. Sin embargo, cuando las espiras no están en esta posición, podemos encontrar regiones en las cuales el sistema no es estable. Entonces, debemos establecer el equilibrio estático. Se dice que un sistema tiene equilibrio estático cuando la fuerza total que actúa sobre él y el momento total son cero.

Para el sistema considerado esto sucede cuando:

$$\rho' = \alpha' = \xi' = \vartheta' = \phi' = \psi' = 0 \quad (3.3)$$

$$-\left(\frac{\partial U}{\partial \xi}\right)_0 = \pm G. \quad (3.4)$$

Por lo consiguiente, la condición necesaria de estabilidad de equilibrio, debe de cumplir con la siguiente igualdad:

$$dU_0 = \frac{\partial U}{\partial \zeta}\Big|_0 d\zeta + \frac{\partial U}{\partial \rho}\Big|_0 d\rho + \frac{\partial U}{\partial \alpha}\Big|_0 d\alpha + \frac{\partial U}{\partial \vartheta}\Big|_0 d\vartheta + \frac{\partial U}{\partial \psi}\Big|_0 d\psi + \frac{\partial U}{\partial \phi}\Big|_0 d\phi = 0. \quad (3.5)$$

Y la condición suficiente de estabilidad de equilibrio, debe de cumplir con la siguiente desigualdad:

$$\begin{aligned} d^2U_0 = & \frac{\partial^2 U}{\partial \zeta^2}\Big|_0 d^2\zeta + \frac{\partial^2 U}{\partial \rho^2}\Big|_0 d^2\rho + \frac{\partial^2 U}{\partial \vartheta^2}\Big|_0 d^2\vartheta + \frac{\partial^2 U}{\partial \alpha^2}\Big|_0 d^2\alpha + \\ & + \frac{\partial^2 U}{\partial \psi^2}\Big|_0 d^2\psi + \frac{\partial^2 U}{\partial \phi^2}\Big|_0 d^2\phi + 2\frac{\partial^2 U}{\partial \zeta \partial \rho}\Big|_0 d\zeta d\rho + 2\frac{\partial^2 U}{\partial \zeta \partial \vartheta}\Big|_0 d\zeta d\vartheta + \\ & + 2\frac{\partial^2 U}{\partial \zeta \partial \alpha}\Big|_0 d\zeta d\alpha + 2\frac{\partial^2 U}{\partial \zeta \partial \psi}\Big|_0 d\zeta d\psi + 2\frac{\partial^2 U}{\partial \zeta \partial \phi}\Big|_0 d\zeta d\phi + 2\frac{\partial^2 U}{\partial \rho \partial \vartheta}\Big|_0 d\rho d\vartheta + \\ & + 2\frac{\partial^2 U}{\partial \rho \partial \alpha}\Big|_0 d\rho d\alpha + 2\frac{\partial^2 U}{\partial \rho \partial \psi}\Big|_0 d\rho d\psi + 2\frac{\partial^2 U}{\partial \rho \partial \phi}\Big|_0 d\rho d\phi + 2\frac{\partial^2 U}{\partial \vartheta \partial \alpha}\Big|_0 d\vartheta d\alpha + \\ & + 2\frac{\partial^2 U}{\partial \vartheta \partial \psi}\Big|_0 d\vartheta d\psi + 2\frac{\partial^2 U}{\partial \vartheta \partial \phi}\Big|_0 d\vartheta d\phi + 2\frac{\partial^2 U}{\partial \alpha \partial \psi}\Big|_0 d\alpha d\psi + 2\frac{\partial^2 U}{\partial \alpha \partial \phi}\Big|_0 d\alpha d\phi + \\ & + 2\frac{\partial^2 U}{\partial \psi \partial \phi}\Big|_0 d\psi d\phi > 0. \end{aligned} \quad (3.6)$$

El estado de equilibrio estable es sólo en el sistema de dos anillos de radios aproximadamente iguales, con fuerza magnética atractiva no repulsiva. Por lo cual toma gran relevancia el efecto MPW descrito en la sección anterior.

3.4 Modelo del acelerómetro con tres anillos superconductivos

El sistema esta formado por tres anillos superconductivos, dos anillos fijos y uno móvil. El sistema permite la suspensión magnética del anillo libre auto estable, debido al efecto MPW, cuyo movimiento puede definirse a través de la medición de la corriente en los anillos estacionarios. En el esquema propuesto se plantea el anillo superconductor móvil como masa de prueba, esto se aprecia en la Fig. 3.5, como se observo en la sección 3.2 una de las características de la interacción magnética entre anillos superconductores es que la energía potencial tiene un mínimo, lo cual significa que la fuerza de interacción entre los anillos cambia de atracción a repulsión durante el decremento de la distancia entre los anillos, este comportamiento permite crear suspensiones magnéticas estables en los anillos, la suspensión de la masa de prueba (anillo superconductor 2) produce una corriente en los anillos estacionarios que depende de la posición de la masa de prueba, esta corriente puede ser medida a través de un SQUID.

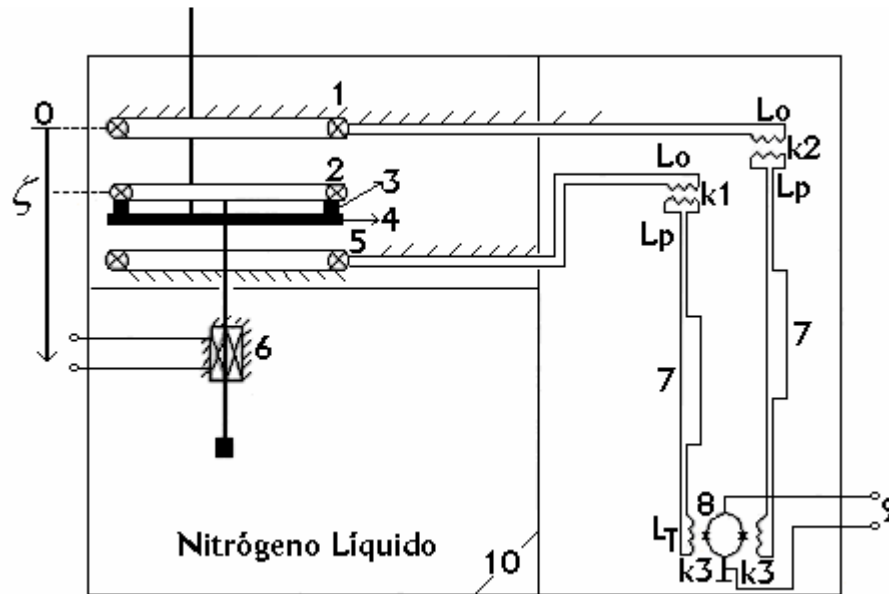


Fig. 3.5 Modelo del acelerómetro con tres anillos superconductivos.

En la Fig. 3.5 se muestra el esquema del acelerómetro vertical basado en el efecto MPW. El anillo fijo 1 contiene una inductancia distante L_0 , en donde $L_1 \gg L_0$, el anillo libre 2 contiene una vara rígida delgada de longitud l_0 con masa m_0 al final, el anillo libre 2 esta sobre el calentador 3, la cual esta atada a un soporte móvil 4 y el anillo fijo 5 contiene una inductancia distante L_0 , en donde $L_2 \gg L_0$. El electromagneto cilíndrico 6 es utilizado para el movimiento de la suspensión de la masa de prueba en la coordenada r y θ , el transductor de flujo 7 contiene las inductancias L_p y L_T , donde L_T es el inductor de la entrada del SQUID 8. K_1 y K_2 son los coeficientes de acoplamiento entre L_0 y L_p , K_3 es el

coeficiente de acoplamiento entre L_T y SQUID 8. La inductancia 9 es la retroalimentación del SQUID. Todos estos elementos son colocados dentro de un campo superconductor 10.

El anillo libre 2 esta suspendido por un soporte y confinado a un grado de libertad, responde a una señal de aceleración con un desplazamiento relativo a los anillos 1 y 5 que tienen inductancias L_1 y L_2 , estas inductancias son moduladas por la interacción magnética de los anillos. La corriente I es modulada como resultado de la modulación de las inductancias de los anillos fijos. Un SQUID puede ser usado para poder registrar los resultados de la medición.

En la Fig. 3.6 se muestra el circuito mecánico equivalente del acelerómetro propuesto.

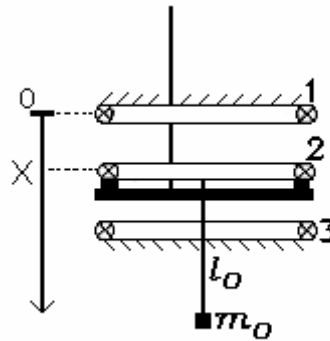


Fig. 3.6 Circuito mecánico equivalente.

El análisis se basa en el circuito eléctrico mostrado en la Fig. 3.7, dado que se tiene un circuito mecánico equivalente, entonces el sistema eléctrico propuesto permite analizar el caso del sistema de movimiento dinámico.

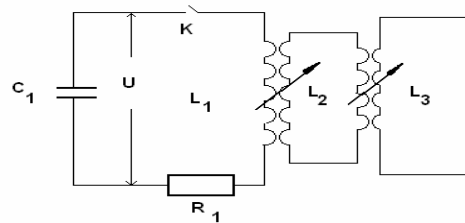


Fig. 3.7 Esquema eléctrico.

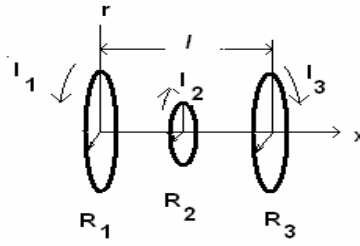


Fig. 3.8 Sistema mecánico equivalente del circuito eléctrico de la Fig. 3.7

En la Fig. 3.8, esta caracterizado por dos contornos superconductivos fijos 1 y 3, y un contorno superconductor móvil 2, que tiene inductancia propia L_3 y flujo magnético Ψ_3 . Los contornos cerrados superconductivos 1 y 3 están atravesados por los flujos magnéticos Ψ_1 y Ψ_2 . Además se tienen inductancias mutuas L_{12} , L_{13} y L_{23} , que dependen de sus posiciones y las corrientes eléctricas de cada contorno $i_1(t)$, $i_2(t)$ y $i_3(t)$.

Los flujos magnéticos en los anillos superconductores, son expresados como sigue:

$$\begin{aligned} \Psi_1 &= L_1 I_1 + L_{12} I_2 + L_{13} I_3 \\ \Psi_2 &= L_2 I_2 + L_{12} I_1 + L_{23} I_3 \\ \Psi_3 &= L_3 I_3 + L_{13} I_1 + L_{23} I_2 \end{aligned} \quad (3.7)$$

La energía potencial de interacción magnética estará dada por:

$$U = \left\{ \Psi_2^2 L_3 - 2\Psi_2 \Psi_3 L_{23}(x) + \Psi_3^2 (L_2 + L) \right\} * \left\{ 2((L_2 + L)L_3 - L_{23}^2(x)) \right\}^{-1}. \quad (3.8)$$

La aceleración puede ser observada de la función de Lagrange, considerando el circuito descargado 1 que se muestra en la Fig. 3.7 y la posición de las coordenadas iniciales:

$$L = \frac{mx^2}{2} + \frac{L_1 I_1^2}{2} + \frac{L_2 I_2^2}{2} + \frac{L_3 I_3^2}{2} + L_{12} I_1 I_2 + L_{13} I_1 I_3 + L_{23} I_2 I_3. \quad (3.9)$$

Donde:

L_{ij} - son los valores de la inductancia mutua de los anillos; L_i - son los valores de la inductancia propia de los anillos. La carga en los anillos q_1, q_2, q_3 y la coordenada X puede ser designada como coordenadas generalizadas.

Considerando la función de Relay:

$$Q_i = \frac{d\vec{R}}{d\dot{Q}_1}; \quad \vec{R} = \frac{1}{2} R_1 Q_1,$$

y derivando la ecuación (3.9) con respecto a las coordenadas generalizadas y velocidades, se puede obtener un conjunto de ecuaciones, que describen el comportamiento del circuito equivalente mostrado en la Fig. 3.7 y el comportamiento del anillo acelerado:

$$\begin{aligned} m \frac{d^2 x}{dt^2} &= I_1 I_2 \frac{dL_{12}}{dx} + I_2 I_3 \frac{dL_{23}}{dx}, \\ L_1 \frac{dI_1}{dt} + \frac{d}{dt}(L_{12} I_2) + \frac{d}{dt}(L_{13} I_3) + R_1 I_1 &= U, \\ L_2 \frac{dI_2}{dt} + \frac{d}{dt}(L_{12} I_1) + \frac{d}{dt}(L_{23} I_3) &= 0, \\ L_3 \frac{dI_3}{dt} + \frac{d}{dt}(L_{13} I_1) + \frac{d}{dt}(L_{23} I_2) &= 0, \\ I_1 &= -C_1 \frac{dU}{dt}. \end{aligned} \tag{3.10}$$

El conjunto de ecuaciones (3.10) representa al sistema en movimiento, la primera ecuación es la ecuación de movimiento, las otras son las ecuaciones de Kirchoff, el conjunto de ecuaciones describe la variación de los parámetros eléctricos en los circuitos 1, 2 y 3.

Lo cual permite introducir las siguientes designaciones:

$$\begin{aligned} [x] &= \left(\frac{2}{k_1} - k_1 \right) K(k_1) - \frac{2}{k} E(k_1), \\ [1-x] &= \left(\frac{2}{k_2} - k_2 \right) K(k_2) - \frac{2}{k} E(k_2), \\ [l] &= \left(\frac{2}{k_3} - k_3 \right) K(k_3) - \frac{2}{k} E(k_3), \end{aligned} \tag{3.11}$$

Donde k_1 , k_2 y k_3 , se definen como sigue:

$$k_1 = \frac{4r_1 r_2}{(r_1 + r_2)^2 + x^2},$$
$$k_2 = \frac{4r_3 r_2}{(r_2 + r_3)^2 + (1-x)^2},$$
$$k_3 = \frac{4r_1 r_3}{(r_1 + r_3)^2 + l^2}.$$

Y l – es la distancia entre los anillos 1 y 3, x es la coordenada móvil del anillo 2 de la Fig. 3.8.

Para este caso las inductancias móviles son:

$$L_{12} = \mu_0 \sqrt{r_2 \cdot r_1} [x],$$
$$L_{23} = \mu_0 \sqrt{r_2 \cdot r_3} [1-x],$$
$$L_{13} = \mu_0 \sqrt{r_3 \cdot r_1} [l]. \quad (3.12)$$

Para denotar las derivadas de las inductancias mutuas, se introducen las siguientes designaciones:

$$\{x\} = \frac{x}{\sqrt{(r_1 + r_2)^2 + x^2}} \left[-K(k_1) + \frac{r_1^2 + r_2^2 + x^2}{(r_1 + r_2)^2 + x^2} E(k_1) \right],$$
$$\{1-x\} = \frac{1-x}{\sqrt{(r_3 + r_2)^2 + (1-x)^2}} \left[-K(k_2) + \frac{r_3^2 + r_2^2 + (1-x)^2}{(r_3 + r_2)^2 + (1-x)^2} E(k_2) \right],$$
$$\{l\} = \frac{l}{\sqrt{(r_3 + r_1)^2 + l^2}} \left[-K(k_3) + \frac{r_3^2 + r_1^2 + l^2}{(r_3 + r_1)^2 + l^2} E(k_3) \right]. \quad (3.13)$$

Las inductancias de los anillos, son expresados por las dependencias [5]:

$$L_1 = \mu_0 r_1 \ln \left[\frac{8r_b}{r_1} - \frac{7}{4} \right],$$
$$L_2 = \mu_0 r_2 \ln \left[\frac{8r_b}{r_2} - \frac{7}{4} \right],$$
$$L_3 = \mu_0 r_3 \ln \left[\frac{8r_b}{r_3} - \frac{7}{4} \right]. \quad (3.14)$$

Donde r_b – es el ancho del anillo; r_1, r_2, r_3 – es el radio de los anillos 1, 2 y 3, por consiguiente:

$$\begin{aligned}\frac{\partial L_{12}}{\partial t} &= -\frac{dx}{dt} \mu_0 \cdot \{x\}, \\ \frac{\partial L_{13}}{\partial t} &= 0, \\ \frac{\partial L_{23}}{\partial t} &= \frac{dx}{dt} \mu_0 \cdot \{1-x\}.\end{aligned}\quad (3.15)$$

Para los cálculos numéricos es conveniente convertir el sistema de ecuaciones (3.10) en un sistema adimensional, para esto se introducen las siguientes variables adimensionales:

$$\begin{aligned}N_1 &= \frac{I_1}{U_0} \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}; & N_2 &= \frac{I_2}{U_0} \sqrt{\frac{L_2}{C_1}}; & N_3 &= \frac{I_3}{U_0} \sqrt{\frac{L_3}{C_1}}; \\ \tilde{t} &= \frac{1}{r_1}; & \tilde{x} &= \frac{x}{r_1}; & \tau &= \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}; \\ \tilde{U} &= \frac{U}{U_0}; & n_2 &= \frac{r_2}{r_1}; & n_3 &= \frac{r_3}{r_1};\end{aligned}\quad (3.16)$$

Obteniéndose el siguiente sistema de ecuaciones adimensionales:

$$\begin{aligned}\frac{d^2 y}{d\tau^2} &= qN_1 N_2 \{x\} + qN_2 N_3 \{1-x\}, \\ \frac{dN_1}{d\tau} - \frac{1}{\chi} \frac{dy}{d\tau} \{x\} N_2 + \frac{\sqrt{n_2}}{\chi} [x] \frac{dN_2}{d\tau} + \frac{\sqrt{n_3}}{\chi} [l] \frac{dN_3}{d\tau} + \alpha_1 N_1 &= \tilde{U}, \\ n_2 \frac{dN_2}{d\tau} - \frac{1}{\chi} \frac{dy}{d\tau} \{y\} N_1 + \frac{\sqrt{n_2}}{\chi} [y] \frac{dN_1}{d\tau} + \frac{\sqrt{n_2 n_3}}{\chi} [\tilde{t} - y] \frac{dN_3}{d\tau} + \frac{1}{\chi} \frac{dy}{d\tau} \{\tilde{t} - y\} N_3 &= 0 \\ n_3 \frac{dN_3}{d\tau} + \frac{\sqrt{n_3}}{\chi} [l] \frac{dN_1}{d\tau} + \frac{\sqrt{n_2 n_3}}{\chi} [\tilde{t} - y] \frac{dN_2}{d\tau} + \frac{1}{\chi} \frac{dy}{d\tau} \{\tilde{t} - y\} N_2 &= 0, \\ N_1 &= -\frac{\partial \tilde{U}}{\partial \tau}.\end{aligned}\quad (3.17)$$



En la ecuación (3.17) el parámetro $q = \frac{\mu_0}{m} \cdot \frac{U_0^2 C_1^2}{r_1}$ – es análogo al parámetro de Artsimovitch. Esto representa la relación electromagnética y calidad inercial del sistema. El valor $\alpha_1 = R_1 \sqrt{\frac{C_1}{L_1}}$ – es el parámetro de disipación del anillo inductor y $\chi = \ln\left(\frac{8r_b}{r_1} - \frac{7}{4}\right)$.

Los datos iniciales para el sistema (3.17) son los siguientes:

$$\tilde{U}|_{t=0} = 1; \quad y|_{t=0} = y_0; \quad \tau|_{t=0} = 0;$$

$$N_1|_{t=0} = 0; \quad N_2|_{t=0} = 0; \quad N_3|_{t=0} = N_{30};$$

$$\left. \frac{dN_1}{d\tau} \right|_{t=0} = \left. \frac{dN_2}{d\tau} \right|_{t=0} = \left. \frac{dN_3}{d\tau} \right|_{t=0} = 0. \quad (3.18)$$

Para evitar pérdidas de la aceleración debe ser ajustado la posición relativa de las bobinas fijas o variar la distribución de los flujos magnéticos iniciales a lo largo de la longitud de “El senoidal”.

RESULTADOS TEÓRICOS Y EXPERIMENTALES

Los resultados teóricos fueron comparados con resultados experimentales del esquema mostrado en la Fig. 3.9, en el experimento se utilizó superconductores de baja temperatura NbSn ($T_c \approx 18K$).

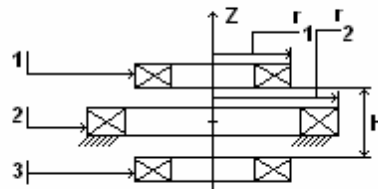


Fig. 3.9 Esquema del experimento.

En la Fig. 3.10, está representada la dependencia de la fuerza magnética entre la bobina fija 2 y las dos bobinas móviles 1 y 3.

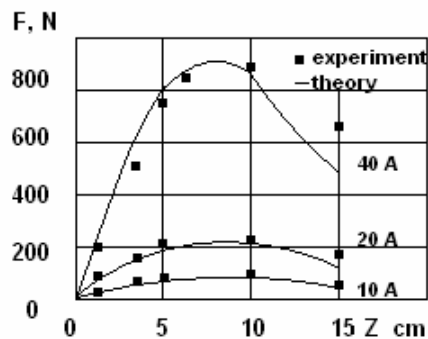


Fig. 3.10 La relación de la fuerza magnética entre las bobinas.

El modelo que se propone en este trabajo, puede presentar una alta sensibilidad potencial, la cual puede ser $\frac{\delta g}{g} \approx 2 \times 10^{-12}$, con respecto al modelo de acelerómetro presentado por kryuchkov [7], en donde se tiene una sensibilidad potencial de $\frac{\delta g}{g} \approx 1.7 \times 10^{-12}$.

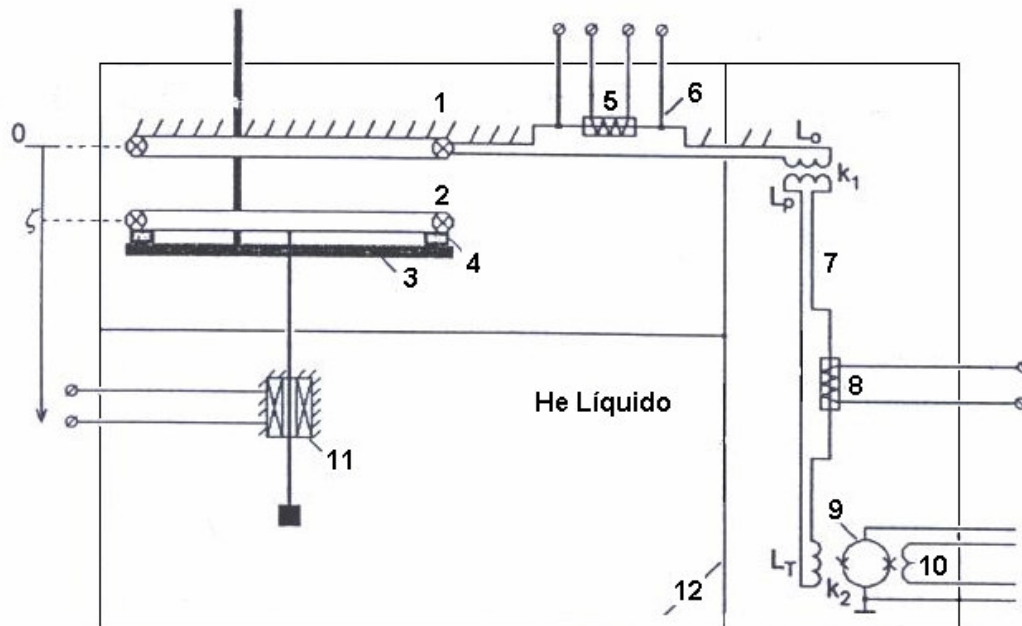


Fig. 3.11 Modelo de Kryuchkov.

1	Anillo fijo
2	Anillo móvil
3	Soporte móvil
4	Calentador
5	Switch de calor
6	Inyección de corriente
7	Traslador de flujo
8	Switch de calor
9	SQUID
10	Retroalimentación del SQUID
11	Electromagneto cilíndrico
12	Campo superconductor

Tabla 3.1 Partes del modelo de Kryuchkov.

En la Fig. 3.11, se ilustra el modelo de acelerómetro superconductor presentado por Kryuchkov, la cual consiste de un anillo superconductor fijo (1) y otro móvil (2), como masa de prueba.

La diferencia que existe entre el modelo de Kryuchkov con respecto al modelo propuesto en este trabajo, es que Kryuchkov considera que se tiene la misma inductancia en los anillos superconductores, para facilidad del problema.

La sensibilidad real de los dispositivos basados en el efecto MPW, queda determinado por el grado de eliminación de perturbaciones externas.



3.5 Diseño y construcción de la tarjeta de adquisición de datos

En la implementación del modelo que se presenta en este trabajo en superconductores de alta temperatura, se diseñó y construyó una tarjeta de adquisición de datos (TAD) conectada al puerto paralelo de la computadora, así como el diseño de un programa que captura los datos de la TAD utilizando el software Visual Basic 6.0. Para determinar la zona de trabajo del superconductor de alta temperatura, ya que es importante encontrar estos parámetros: Temperatura crítica (T_c), Densidad de corriente crítica (J_c) y el campo magnético crítico (H_c), para su aplicación.

Ya que el agente refrigerante (nitrógeno líquido) que se utiliza en los superconductores de alta temperatura, es más fácil de transportar en termos aislados, es muy barato, abundante y fácil de enfriar a diferencia del agente refrigerante (helio líquido) que se utiliza en los superconductores de baja temperatura que es muy costoso. Por lo contrario el helio líquido, es un elemento difícil de obtener y requiere de un proceso complicado para mantenerlo en su fase líquida. Por lo cual, la implementación o construcción del modelo que se propone en este trabajo utilizando superconductores de alta temperatura, es más sencilla.

La tarjeta de adquisición de datos también se puede utilizar para estar revisando o sensando, la temperatura crítica o densidad de corriente crítica de dos superconductores al mismo tiempo. Además, se puede agregar más líneas de entrada al convertidor ADC0808 y modificar el programa, para estar sensando la zona de trabajo de otros dos superconductores, todo esto en tiempo real.

En la Fig. 3.12 se ilustra el esquema eléctrico del interfaz del puerto paralelo. En el puerto paralelo sólo se envían datos a través del bus de datos (D) y de control (C), y se reciben del bus de estados (E). En la tabla 3.2 se muestra sus conexiones.

Eléctricamente, el puerto paralelo entrega señales TTL y como tal, se le puede conectar cualquier dispositivo que cumpla con los niveles de voltaje específicos de la lógica TTL, sin embargo el hardware del puerto paralelo está muy limitado en cuanto a su capacidad de manejo de corriente, por esta razón debe tenerse cuidado con el manejo de las señales del puerto paralelo, un corto circuito puede dañar permanentemente la tarjeta madre de la PC.



IN/OUT	DB25 PIN	BIT
Out	1	C0*
Out	2	D0
Out	3	D1
Out	4	D2
Out	5	D3
Out	6	D4
Out	7	D5
Out	8	D6
Out	9	D7
In	10	E6
In	11	E7*
In	12	E5
In	13	E4
Out	14	C1*
In	15	E3
Out	16	C2
Out	17	C3*
Out	18-25	GND

Tabla 3.2 Conexiones del Bus de Datos, Estado y Control del Puerto Paralelo.

NOTA: El asterisco en los bits indica que están invertidos.

Para disminuir lo más posible el riesgo de daños al puerto paralelo, en la salida de datos entregada por el Bus de Datos, se utiliza un Buffer 74LS245 (en el apéndice C3 se muestra las hojas de especificaciones del circuito integrado) como etapa separadora y al mismo tiempo se mejora la capacidad de manejo de corriente. En el esquema se muestra como va conectado el Bus de Datos al 74LS245, su alimentación y conexiones del circuito integrado 74LS245.

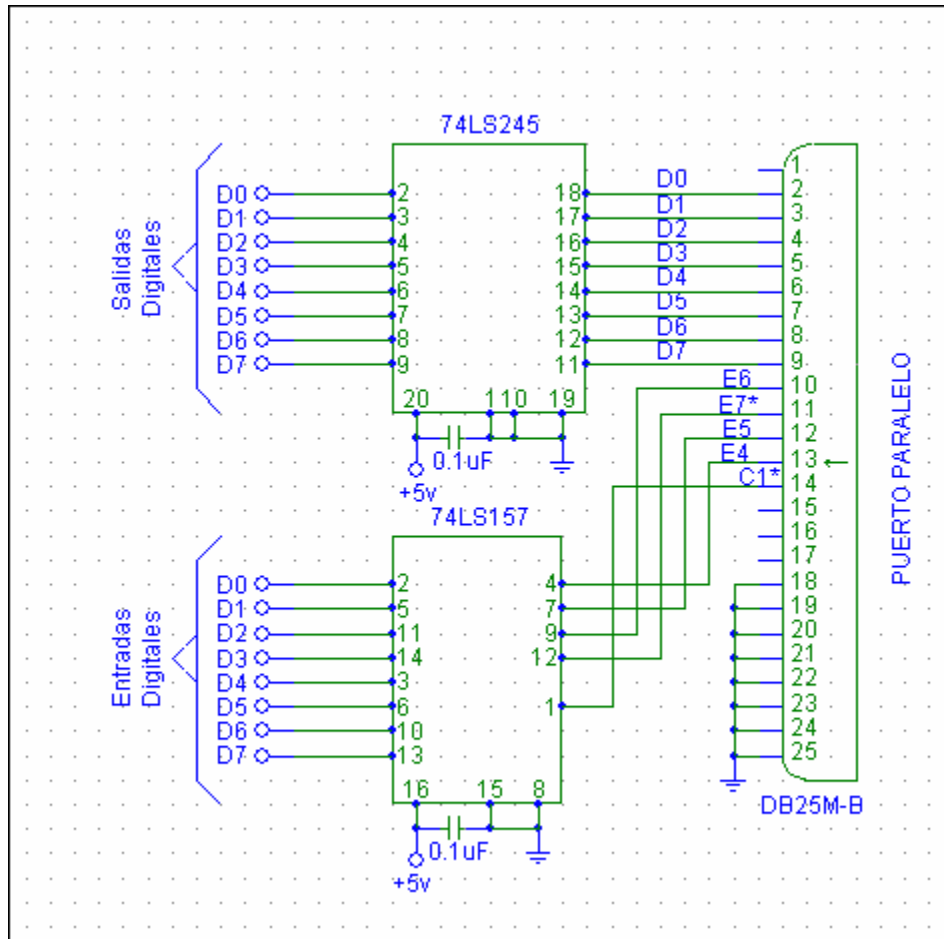


Fig. 3.12 Interfaz del puerto paralelo.

Para las entradas de datos al puerto paralelo, se utilizó un multiplexor 74LS157 (en el apéndice C2 se muestra las hojas de especificaciones del circuito integrado), en donde tiene 8 entradas y 4 salidas, con C1* del Bus de Control, se controla el paso de la parte baja y alta del multiplexor, es decir, con un cero pasa la parte baja (los primeros cuatro paquetes de datos, que se encuentran en la entrada del multiplexor) y 1 pasa la parte alta (los otros cuatro paquetes de datos, que se encuentran en la entrada del multiplexor). En el esquema se muestra como va conectado el Bus de Estado al 74LS157, su alimentación y conexiones del circuito integrado 74LS157.



En la Fig. 3.13 se ilustra el esquema eléctrico de la tarjeta de adquisición de datos. El ADC0808 (en el apéndice C5 se muestra las hojas de especificaciones del circuito integrado) está configurado en modo RUN, para esto los pines 6, 7 y 22 se encuentran interconectados, el pin 12 es el voltaje de referencia positivo del convertidor, en donde el circuito integrado TL081 (en el apéndice C4 se muestra las hojas de especificaciones del circuito integrado) proporciona ese voltaje, esto se logra ajustando el potenciómetro de precisión hasta obtener un voltaje de 1 volt a la salida del TL081 (pin 6), el TL081 está configurado en emisor seguidor. El pin 16 es el voltaje de referencia negativo del convertidor, la cual está referida a tierra.

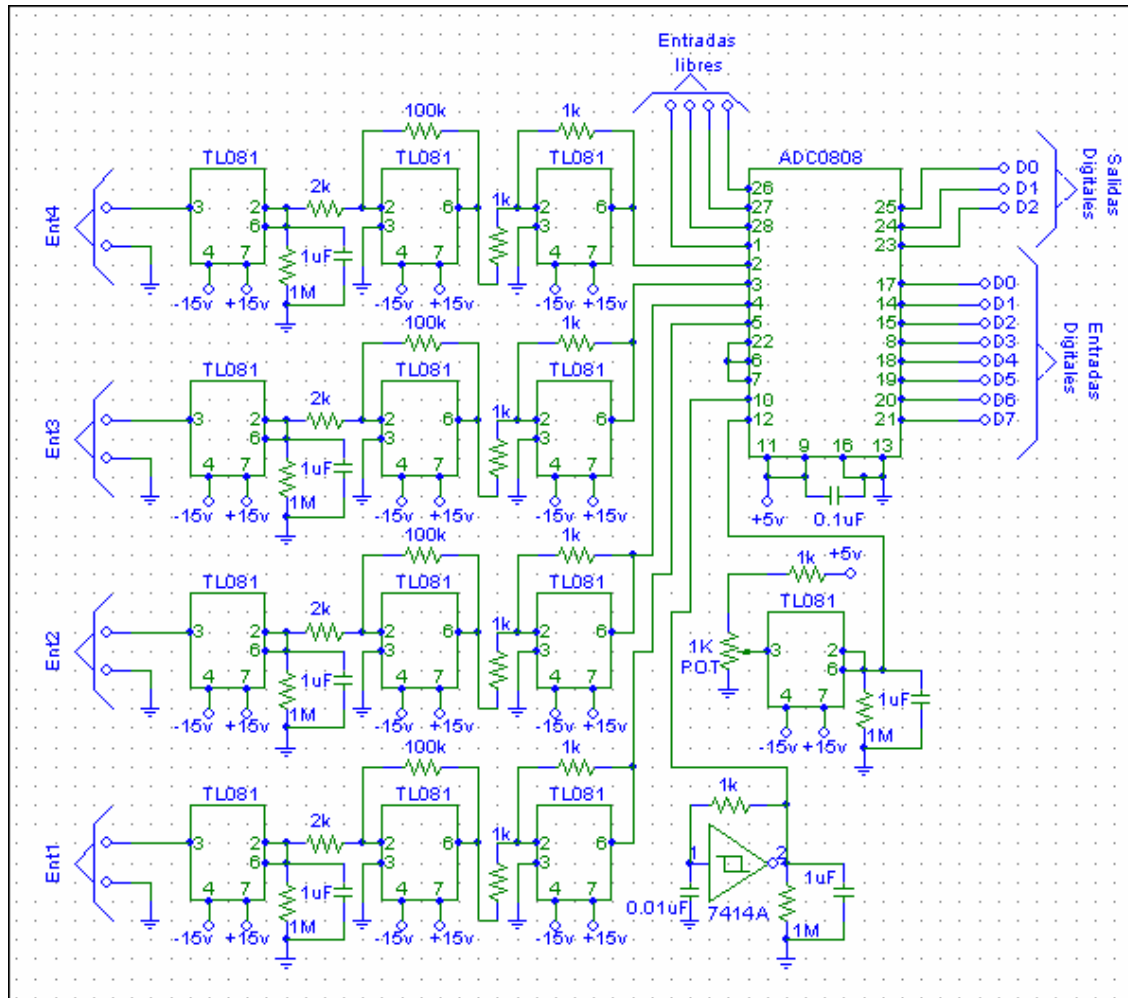
El pin 9 habilita la salida del convertidor ADC0808, para esto se conecta el pin 9 a 5v.

El pin 10 es el reloj del convertidor, en donde la frecuencia de oscilación lo proporciona el circuito integrado 74LS14 (en el apéndice C1 se muestra las hojas de especificaciones del circuito integrado), en la cual la frecuencia de oscilación está determinada por la ecuación:

$$f = \frac{1}{R * C} = \frac{1}{(1 \times 10^3)(0.01 \times 10^{-6})} = 100 \text{ KHz} .$$

El convertidor ADC0808 tiene 8 líneas de entrada, es decir, lee 8 voltajes analógicos. Estas líneas de entrada se multiplexa a partir de las combinaciones que se tenga en los pines 25, 24 y 23, estas combinaciones son enviadas por la computadora a través del Bus de datos.

Ya habiendo seleccionado el voltaje analógico que se desea convertir, se tiene 8 bits a la salida del convertidor correspondiente a la conversión, las cuales se envían al 74LS157 para después lo lea la computadora a través del Bus de Estado.



3.13 Tarjeta de adquisición de datos.

La etapa de amplificación de las líneas de entrada del ADC0808 contiene tres etapas, la primera es un emisor seguidor, la segunda es un amplificador inversor con una ganancia de 50 y la tercera es un amplificador inversor de ganancia unitaria.

Es importante resaltar lo que se amplifica de la señal de entrada se atenúa en el programa.

En resumen, el superconductor se conecta a la entrada de la etapa de amplificación, se envía los datos a través del Bus de Datos para seleccionar que línea de entrada del ADC0808 se desea leer o convertir, después esos datos se envían al 74LS157, en donde se multiplexa con el C1* del Bus de Control para luego ser recibidos por la computadora a través del Bus de Estado y ser presentados al usuario, a través de la ventana generada por el programa.

En la Fig. 3.14 se ilustra el sistema completo construido.



Fig. 3.14 Construcción del sistema completo.

En la tabla 3.3 se muestra la lectura de la TAD comparada con un multímetro de la marca Hewlett Packard modelo 34401A.

TAD	Multímetro
0.005411765	5.39 mV
0.005254902	5.23 mV
0.00572549	5.70 mV
0.005490196	5.47 mV
0.00641905	6.42 mV
0.0068840	6.88 mV

Tabla 3.3 Comparación de medición entre la TAD y el multímetro 34401A.

En la Fig. 3.15 se muestra la ventana en Windows generada por el programa en Visual Basic 6.0 para introducir y recibir datos.



Fig. 3.15 Ventana en Windows generada por Visual Basic 6.0

En el frame de “ Selección del voltaje “, se elige la línea de entrada del convertidor que se desea convertir o leer, en el frame de “ Main Menu “ se tiene cuatro opciones: **Start** ejecuta el programa, **Stop** para el programa, **Clear** limpia las casillas del frame de “ Lectura de Voltaje_IN “ y **Exit** sale del programa.

En el frame de “ Lectura de Voltaje_IN “ se observará los voltajes en tiempo real los cuales fueron seleccionados en el frame de “ Selección del voltaje “ y en el frame de “ Datos almacenados “ se puede apreciar los datos que almacenó la computadora temporalmente durante la ejecución del programa, con la barra de desplazamiento horizontal, seleccionando previamente que voltaje desea ver y almacenar esos datos con la opción **Save**.



CONCLUSIONES

En este capítulo se presentó un modelo de acelerómetro superconductor. Este modelo consiste de dos anillos superconductivos fijos y uno móvil, en donde la masa inercial susceptible es un anillo superconductor libre auto estable suspendido debido al efecto MPW entre los dos anillos superconductivos fijos.

Se proporcionaron las condiciones necesarias y suficientes para que exista la estabilidad del equilibrio estático, mediante el efecto MPW del sistema de dos espiras superconductoras, cuando una de ellas está fija y la otra se mueve libremente (masa de prueba) con respecto a la espira fija.

De acuerdo a los datos teóricos y experimentales, se puede utilizar este modelo en la construcción de un medidor de alta precisión, es decir, en un acelerómetro superconductor, con una alta sensibilidad potencial.



REFERENCIAS

- [1] Mihalevich S., Kozorez V., Rashkovan V., 1991, "Magnetic Potential Well-The effect of stabilization of superconducting dynamic systems," Kiev: Naukova dumka, Ucrania, pp. 336.
- [2] Rashkovan V., Zub S., Ponomaryova I., November 2004, "Magnetic Interaction of Arbitrarily Placed Electric Contours," ICED 2004, Veracruz México, pp. 138.
- [3] Kruchkov E., December 1996, "One Approach to Magnetic Levitation and Precision Acceleration Measurement Under Superconductivity Conditions," IEEE Trans. Appl. Superconductivity, vol. 6 No 4, pp. 157-159.
- [4] Kozorez V., Rashkovan V., Alvarado J., October 2004, "Estabilidad del Estado de equilibrio de Dos Espiras Ideales con Interacción Magnética," SOMI 2004, Hidalgo México, pp. 160.
- [5] Kalantazov P., Tseytlin L., 1955, "Calculation of inductance," –M- L: Hosenizgoizdat, Russian, pp. 368.
- [6] Rashkovan V., Alvarado J., Gallegos L., August 2004, "Superconductivity Ring Model as Elements of Magnetic Levitation," CCCT'04, Austin Texas USA, pp. 46.
- [7] Kryuchkov Y., September 2004, "Possible Application of MPW Effect for Sensitive Acceleration Measurements," IEEE Trans. Appl. Superconductivity, vol. 14 No 4, pp. 2001-2007.
- [8] Garret M., 15 May 1963, "Calculation of fields, Forces Mutual and Inductances of Current Systems by Elliptic Integrals", Journal of Applied Physics, vol. 34, pp. 2567-2573.
- [9] Kruchkov E., December 1996, " One Approach to Magnetic Levitation and Precision Acceleration Measurement Under Superconductivity Conditions," IEEE Trans. Appl. Superconductivity, vol. 6 No 4, pp. 157-159.
- [10] S. Earnshaw, Trans. Cambridge Philos. Soc., vol. 7, pp. 97, 1842.



CAPÍTULO IV

CONCLUSIONES FINALES





CAPÍTULO IV

CONCLUSIONES FINALES

CONCLUSIONES FINALES

En la interacción magnética de anillos superconductores, aparecen dos efectos físicos nuevos, estos son:

1. La mínima energía potencial, se presenta cuando la fuerza magnética tiene un valor de cero, por lo cual, la fuerza magnética cambia su signo de atracción a repulsión, a esto se le conoce como el efecto MPW.
2. Existe un intervalo de parámetros bajo ciertas configuraciones eléctricas y magnéticas pueden ser auto estables determinados por el equilibrio de estado estático. Esto contradice el teorema de Earnshaw.

En el caso de efecto Meissner o el estado de diamagnetismo perfecto, la levitación no es auto estable, la cual concuerda con el teorema de Earnshaw.

Utilizando estos dos efectos, se modeló un medidor de alta precisión, es decir, un acelerómetro superconductor, pero estos efectos puede ser utilizado en el modelo de otros medidores de alta precisión, como por ejemplo en un gravímetro.

RECOMENDACIONES PARA TRABAJOS FUTUROS

- Medir la Temperatura Crítica, la Densidad de Corriente Eléctrica Crítica y el Campo Magnético Crítico de los superconductores YBCO y BSCCO de alta temperatura, existentes en el laboratorio de superconductividad, ya que se cuenta con una tarjeta de adquisición de datos para poder realizar esto.
- La medición de resistencia contra temperatura y temperatura crítica, la energía almacenada en los anillos superconductores, comprobar el efecto MPW, Meissner y Josephson.
- Construir el modelo que se propone en este trabajo en superconductores de alta temperatura.
- Utilizar los efectos que se presenta en los anillos superconductores, en otras aplicaciones, como por ejemplo en elementos de control, cojinetes levitatorios, etc.



ANEXO A

ÍNDICE DE FIGURAS

CAPÍTULO I

Fig. 1.1 Caída drástica de la resistencia al enfriar el mercurio con helio líquido	02
Fig. 1.2 Limitaciones de la zona de trabajo	05
Fig. 1.3 Esquema de la interacción entre un superconductor ideal y un campo magnético externo	06
Fig. 1.4 Superconductor tipo I	07
Fig. 1.5 Diagrama de fase de un superconductor tipo I	07
Fig. 1.6 Superconductor tipo II	08
Fig. 1.7 Diagrama de fase de un superconductor tipo II	08
Fig. 1.8 Formación de vórtices de corriente alrededor de las zonas normales	09
Fig. 1.9 Distribución de las líneas de campo debido al anclaje	09
Fig. 1.10 Efecto Meissner	12
Fig. 1.11 Efecto Meissner sin campo magnético y con campo magnético externo aplicado	13
Fig. 1.12 Experimento del efecto Meissner	13
Fig. 1.13 Penetración del campo en el superconductor	15
Fig. 1.14 La distancia que penetra en un superconductor	15
Fig. 1.15 Magnetización de la muestra en función de un campo externo, para el tipo I	16
Fig. 1.16 Magnetización de la muestra en función de un campo externo, para el tipo II	17
Fig. 1.17 El campo crítico de un superconductor	19



CAPÍTULO II

Fig. 2.1 Espira muy fina, con radio fijo a	25
Fig. 2.2 Vector potencial del campo magnético para un anillo superconductor	27
Fig. 2.3 La inducción del campo magnético en B_r	27
Fig. 2.4 Dos anillos superconductores paralelos coaxiales, con la misma dirección de corriente eléctrica	28
Fig. 2.5 Vector potencial de dos anillos superconductores, con la misma dirección de corriente eléctrica	29
Fig. 2.6 La inducción del campo magnético en B_r	30
Fig. 2.7 La inducción del campo magnético en B_z	31
Fig. 2.8 Dos anillos superconductores paralelos coaxiales, con dirección de corriente eléctrica en sentido opuesto	31
Fig. 2.9 Vector potencial de dos anillos superconductores, con dirección de corriente eléctrica en sentido opuesto	32
Fig. 2.10 La inducción del campo magnético en B_r	33
Fig. 2.11 La inducción del campo magnético en B_z	34
Fig. 2.12 Anillo superconductor estable	40

CAPÍTULO III

Fig. 3.1 Energía potencial adimensional	45
Fig. 3.2 Fuerza magnética adimensional	46
Fig. 3.3 Flujo magnético en los anillos superconductores	47
Fig. 3.4 Sistemas de coordenadas del sistema de dos espiras ideales	49
Fig. 3.5 Modelo del acelerómetro con tres anillos superconductivos	51
Fig. 3.6 Circuito mecánico equivalente	52



Fig. 3.7 Esquema eléctrico	52
Fig. 3.8 Sistema mecánico equivalente del circuito eléctrico de la Fig. 3.7	53
Fig. 3.9 Esquema del experimento	58
Fig. 3.10 La relación de la fuerza magnética entre las bobinas	58
Fig. 3.11 Modelo de Kryuchkov	59
Fig. 3.12 Interfaz del puerto paralelo	62
Fig. 3.13 Tarjeta de adquisición de datos	64
Fig. 3.14 Construcción del sistema completo	65
Fig. 3.15 Ventana en Windows generada por visual Basic 6.0	66



ANEXO B

LISTA DE ACRÓNIMOS

MPW	Pozo de potencial magnético
SQUID	Dispositivo de interferencia cuántica
HTSC	Superconductores de alta temperatura
TAD	Tarjeta de adquisición de datos
YBCO	HTSC compuesto de $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$, con $T_c=93^\circ\text{k}$
BSCCO	HTSC compuesto de $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_9$, con $T_c=107^\circ\text{k}$
T_c	Temperatura crítica del superconductor
\vec{H}_c	Intensidad del campo magnético crítico del superconductor
\vec{J}_c	Densidad de corriente eléctrica crítica
\vec{B}	Inducción del campo magnético
\vec{A}	Vector potencial del campo magnético
Ψ	Flujo magnético
λ_L	Longitud de penetración de London
F_L	Fuerza de Lorentz
F_A	Fuerza de anclaje
\vec{M}	Magnetización
W	Energía magnética
U	Energía potencial de interacción magnética
u	Energía potencial adimensional
p	Fuerza magnética adimensional
c	Dureza de interacción magnética adimensional
L_i	Inductancia propia ($i=1,2,\dots,n$)
L_{ij}	Inductancia mutua ($j=1,2,\dots,n$)
q_i	Carga en los anillos q_1, q_2, q_3
X	Coordenadas generalizadas
x	Coordenada móvil del anillo libre



APÉNDICE A

A1.- A continuación se muestra el código del programa en donde se observará el vector potencial y la inducción del campo magnético en Br, para un anillo superconductor.

```

clear all; clc; clf;
a=1; %Radio del anillo
M=10; %Cte. de permeabilidad
I=1; %Corriente
ri=0.3:0.1:2;
zi=-1:0.1:1;

[R,Z]=meshgrid(ri,zi);

ki=2 .* sqrt (a.*R) .* ( ( (a+R).^2 + Z.^2).^-0.5) ;

[K,E]=ellipke(ki); %Integral Elpitica

B1=( (M*I)/(2*pi) );
[B]=meshgrid(B1);

%%%Induccion del Campo Magnetico en Br
BR= B .* (1 ./sqrt( (a+R).^2 + Z.^2 )) .* ...
    ( K + ( ( a^2 - R.^2 - Z.^2 )./( (1-R).^2 + Z.^2 ) ) .*E );

%%%VectorPotencial
A= ( (M .*I) ./ (pi .* ki) ) .* sqrt(a./R) .* ( ((1-(ki.^2./2)).*K) -E);

figure(1);
mesh(Z,R,BR);
title('Componente en Br','Fontangle','normal','fontsize',14);
xlabel('z','color','r','fontsize',12);
ylabel('r','color','r','fontsize',12);
zlabel('Br','color','r');
grid on;

figure(2);
mesh(Z,R,A);
title('Vector potencial','Fontangle','normal','fontsize',14)
xlabel('z','color','r','fontsize',12)
ylabel('r','color','r','fontsize',12)
zlabel('A','color','r')
grid on;

```



A2.- A continuación se muestra el código del programa en donde se observará el vector potencial y la inducción del campo magnético en Br y Bz, para dos anillos superconductores con la misma dirección corriente eléctrica

```

clear all; clc; clf;
a=1; %Radio del anillo
M=10; %Cte. de permeabilidad
I=1; %Corriente

ri=0.5:0.1:2;
zi=-4:0.1:4;

[R,Z]=meshgrid(ri,zi);

kmas=2 .* sqrt ( a.*R ) .* ( ( (a+R).^2 + (1+Z).^2).^-0.5 ) ;
kneg=2 .* sqrt ( a.*R ) .* ( ( (a+R).^2 + (1-Z).^2).^-0.5 ) ;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Integrales Elpticas%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
[Kmas,Emas]=ellipke(kmas);
[Kneg,Eneg]=ellipke(kneg);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
VectorPotencial%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

Apimas=( (M*I) ./ (pi) ) .* ( sqrt(a./R) ) .* ( ( (1./kmas)-(kmas./2) ).*Kmas) - ...
        ( (1./kmas).*Emas) + ( ( (1./kneg)-(kneg./2) ).*Kneg) - ( (1./kneg).*Eneg) );

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Induccion del Campo Magnetico en Br%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

BRmas=( (M*I) ./ (2*pi.*R) ) .* ( ( (1+Z) ./ sqrt( (a+R).^2 + (1+Z).^2) ) .* ...
        (-Kmas + ((a^2 + R.^2 + (1+Z).^2) ./ ( (a-R).^2 + (1+Z).^2) ).* Emas) + ...
        ( (1-Z) ./ sqrt( (a+R).^2+(1-Z).^2 ) ).* ((-Kneg) + ( (a^2 + R.^2+(1-Z).^2) ./ ...
        ( (a-R).^2 + (1-Z).^2 ) ).*Eneg) );

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Induccion del Campo Magnetico en Bz%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

BZmas=( (M*I) ./ (2*pi) ) .* ( ( 1 ./ sqrt( (a+R).^2 + (1+Z).^2) ) .* ...
        (Kmas + ((a^2 - R.^2 - (1+Z).^2) ./ ( (a-R).^2 + (1+Z).^2) ).* Emas) + ...
        1./sqrt( (a+R).^2+(1-Z).^2 ) .* (Kneg + ( (a^2 - R.^2 - (1-Z).^2) ./ ...
        ( (a-R).^2 + (1-Z).^2 ) ).*Eneg) );

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```



```
figure(1);  
mesh(Z,R,Apimas);  
title('Vector potencial','Fontangle','normal','fontsize',14);  
xlabel('z','color','r','fontsize',12)  
ylabel('r','color','r','fontsize',12)  
zlabel('A+(r,z)','color','r')  
grid on;
```

```
figure(2);  
mesh(R,Z,BRmas);  
title('Componente Br+','Fontangle','normal','fontsize',14);  
xlabel('z','color','r','fontsize',12)  
ylabel('r','color','r','fontsize',12)  
zlabel('Br+','color','r')  
grid on;
```

```
figure(3);  
mesh(R,Z,BZmas);  
title('Componente Bz+','Fontangle','normal','fontsize',14);  
xlabel('z','color','r','fontsize',12)  
ylabel('r','color','r','fontsize',12)  
zlabel('Bz+','color','r')  
grid on;
```



A3.- A continuación se muestra el código del programa en donde se observará el vector potencial y la inducción del campo magnético en Br y Bz, para dos anillos superconductores con la dirección de corriente eléctrica en sentido opuesto

```

clear all; clc; clf;
a=1; %Radio del anillo
M=10; %Cte. de permeabilidad
I=1; %Corriente

ri=0.5:0.1:2;
zi=-4:0.1:4;

[R,Z]=meshgrid(ri,zi);

kmas=2 .* sqrt ( a.*R ) .* ( ( (a+R).^2 + (1+Z).^2).^-0.5 ) ;
kneg=2 .* sqrt ( a.*R ) .* ( ( (a+R).^2 + (1-Z).^2).^-0.5 ) ;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Integrales Elpiticas%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
[Kmas,Emas]=ellipke(kmas);
[Kneg,Eneg]=ellipke(kneg);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%VectorPotencial%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

Apineg=( (M*I) ./ (pi) ) .* ( sqrt(a./R) ) .* ( ((1./kmas)-(kmas./2)).*Kmas - ...
(1./kmas).*Emas - ( (1./kneg)-(kneg./2) ).*Kneg + (1./kneg).*Eneg );

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Induccion del Campo Magnetico en Br%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

BRneg=( (M*I) ./ (2*pi.*R) ) .* ( ( (1+Z) ./ sqrt( (a+R).^2 + (1+Z).^2) ) .* ...
(-Kmas + ((a^2 + R.^2 + (1+Z).^2) ./ ( (a-R).^2 + (1+Z).^2) ).* Emas) - ...
( (1-Z) ./ sqrt( (a+R).^2+(1-Z).^2 ) ).* ((-Kneg) + ( (a^2 + R.^2+(1-Z).^2) ./ ...
( (a-R).^2 + (1-Z).^2 ) ).*Eneg) );

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Induccion del Campo Magnetico en Bz%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

BZneg=( (M*I) ./ (2*pi) ) .* ( ( 1 ./ sqrt( (a+R).^2 + (1+Z).^2) ) .* ...
(Kmas + ((a^2 - R.^2 - (1+Z).^2) ./ ( (a-R).^2 + (1+Z).^2) ).* Emas) - ...
1./sqrt( (a+R).^2+(1-Z).^2 ).* (Kneg + ( (a^2 - R.^2 - (1-Z).^2) ./ ...
( (a-R).^2 + (1-Z).^2 ) ).*Eneg) );

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```




```
figure(1);  
mesh(Z,R,Apineg);  
title('Vector potencial','Fontangle','normal','fontsize',14);  
xlabel('z','color','r','fontsize',12)  
ylabel('r','color','r','fontsize',12)  
zlabel('A-(r,z)','color','r')  
grid on;
```

```
figure(2);  
mesh(R,Z,BRneg);  
title('Componente Br-','Fontangle','normal','fontsize',14);  
xlabel('z','color','r','fontsize',12)  
ylabel('r','color','r','fontsize',12)  
zlabel('Br-','color','r')  
grid on;
```

```
figure(3);  
mesh(R,Z,BZneg);  
title('Componente Bz-','Fontangle','normal','fontsize',14);  
xlabel('z','color','r','fontsize',12)  
ylabel('r','color','r','fontsize',12)  
zlabel('Bz-','color','r')  
grid on;
```



A4.- A continuación se muestra el código del programa en donde se observará la energía potencial, la fuerza magnética y la dureza de interacción magnética adimensional, los cuales se presentan en la interacción magnética de dos anillos superconductores.

```

clear all; clc; clf;
d1=0.01;      %Diametro del anillo 1
d2=0.01;      %Diametro del anillo 2
a1=1.8;       %Radio del anillo 1
a2=2;         %Radio del anillo 2
M=0.000001257; %Cte. de permeatividad
xi=3;         %Distancia entre planos
I1=1;         %Corriente 1
I2=1;         %Corriente 2
r1=100;
r2=100;
lda=0.0001; %landa
i=1:1:100;
ki=0.01*i;
[Ki,Ei]=ellipke(ki);%Integral Elpitica
kai=(1-ki.^2).^0.5;%Modulo Adicional
Ep=a2*a1^-1;%Epsilon

%%%Inductancia magnetica%%%
L1=M*a1*(log(8*r1)^-1 + lda^2 * d1^-2);
L2=M*a2*(log(8*r2)^-1 + lda^2 * d2^-2);
L12i=( M*(a1*a2)^0.5) .* ( ((2./ki) -ki) .*Ki) - ((2./ki) .*Ei) ;%inductancia mutua

%%%Flujo Magnetico%%%
S1i=L1*I1 + L12i.*I2; %flujo 1
S2i=L12i.*L2 + L2*I2; %flujo 2

yi=(L1*L2)^-0.5.*L12i;
ni=S1i.*S2i.^-1*(L2*L1^-1)^0.5;

%%%Energia Potencial adimensional%%%
Ui=(ni.^2 - (2.*ni.*yi) + 1).*(1 - yi.^2).^-1;
figure(1);
plot(ki,Ui);
grid on;
title('Energia potencial adimensional');
xlabel('k');
ylabel('u');

```



```

%% Fuerza Magnetica adimensional
xj=( 2.*kai.^2.*Ki-( (2-ki.^2).*Ei) );
Pi=(ni-yi).*((ni.*yi)-1).*(1-yi.^2).^-2.*kai.^-2.*( 4*Ep-(ki.^2.*(1+Ep)^2) ).^0.5.*xj;
figure(2);
plot(ki,Pi);
grid on;
title('Fuerza magnetica adimensional');
xlabel('k');
ylabel('p');
hold off

```

```

%% Dureza de Interaccion Magnetica
Di=(-2.*(ki.^4 - ki.^2 + 1) .* (1 + Ep)^2 - 4 * Ep.*(1 + ki.^2) ).*Ei;
Ci=(ni-yi).*((ni.*yi)-1).*(1-yi.^2).^-2.*ki.^3.*kai.^-4 .....
.*( ( ( (1+Ep)^2.*(2-ki.^2) )-4*Ep ).*(kai.^2.*Ki) ) +(Di) ).....
+((1-yi.^2).*(ni.^2-2.*(ni.*yi)+1)+4.*yi.*(ni-yi).*((ni.*yi)-1).*(1-yi.^2).^-3.....
.*(4*Ep-(ki.^2.*(1+Ep.^2)) ).*kai.^-4.*( (2*kai.^2.*Ki) - ((2-ki.^2).*Ei) ).^2) );
figure(3);
plot(ki,Ci);
grid on;
title('Dureza de Interaccion Magnetica ');
xlabel('k');
ylabel('c');

```



APÉNDICE B

B1.- A continuación se muestra el código que envía y recibe datos de la TAD.

```
Option Explicit
```

```
Dim array_dato() As Single, array_dato_1() As Single, array_dato_2() As Single
```

```
Dim array_dato_3() As Single, array_dato_4() As Single
```

```
Dim k As Integer, r As Integer, s As Integer, t As Integer, v As Integer
```

```
Dim w As Integer, x As Integer, y As Integer, z As Integer, g As Integer
```

```
Private Sub Command1_Click() 'Start
```

```
w = Check1.Value: x = Check2.Value: y = Check3.Value: z = Check4.Value
```

```
Timer1.Enabled = True
```

```
End Sub
```

```
Private Sub Command2_Click() 'Stop
```

```
Timer1.Enabled = False: Timer2.Enabled = False: Timer3.Enabled = False
```

```
Timer4.Enabled = False: Timer5.Enabled = False: Beep
```

```
End Sub
```

```
Private Sub Command3_Click() 'clear
```

```
Text1.Text = " ": Text2.Text = " ": Text3.Text = " ": Text4.Text = " ": Beep
```

```
End Sub
```

```
Private Sub Command4_Click() 'End
```

```
Beep
```

```
End
```

```
End Sub
```

```
Private Sub Command5_Click() 'Save
```

```
Dim e As Integer
```

```
If w = 1 Then
```

```
    Open "c:\programas de visual\muestras\test1.txt" For Output As #1
```

```
        For e = 0 To r
```

```
            Print #1, Val(array_dato_1(e))
```

```
        Next e
```

```
    Close (1)
```

```
End If
```

```
If x = 1 Then
```

```
    Open "c:\programas de visual\muestras\test2.txt" For Output As #2
```

```
        For e = 0 To s
```

```
            Print #2, Val(array_dato_2(e))
```

```
        Next e
```

```
    Close (2)
```

```
End If
```



```
If y = 1 Then
  Open "c:\programas de visual\muestras\test3.txt" For Output As #3
  For e = 0 To t
    Print #3, Val(array_dato_3(e))
  Next e
  Close (3)
End If
If z = 1 Then
  Open "c:\programas de visual\muestras\test4.txt" For Output As #4
  For e = 0 To v
    Print #4, Val(array_dato_4(e))
  Next e
  Close (4)
End If
Beep
End Sub
```

```
Private Sub Form_Load()
Form1.Caption = " Voltmetro_SEPI ESIME CULHUACAN "
Frame1.Caption = " Seleccion del voltaje_IN "
Frame2.Caption = " Lectura del voltaje_IN "
Frame3.Caption = " Main Menu "
Frame4.Caption = " Datos almacenados "
Check1.Caption = " Voltaje_1 "
Check2.Caption = " Voltaje_2 "
Check3.Caption = " Voltaje_3 "
Check4.Caption = " Voltaje_4 "
Label1.Caption = " Voltaje_1 "
Label1.Caption = " Voltaje_1 "
Label2.Caption = " Voltaje_2 "
Label3.Caption = " Voltaje_3 "
Label4.Caption = " Voltaje_4 "
With Label5
  .Alignment = 2
  .Caption = " Dr. Vasyl Markovich Rashkovan "
End With
Label6.Caption = " Dato "
Label7.Caption = " Dir. "
With Option1
  .Caption = " Voltaje_1 "
  .Value = False
End With
With Option2
  .Caption = " Voltaje_2 "
  .Value = False
End With
```



```
With Option3
    .Caption = " Voltaje_3 "
    .Value = False
End With
With Option4
    .Caption = " Voltaje_4 "
    .Value = False
End With
Command1.Caption = " Start "
Command2.Caption = " Stop "
Command3.Caption = " Clear "
Command4.Caption = " Exit "
Command5.Caption = " Save "
With Text1
    .Text = " "
    .BackColor = vbBlack
    .ForeColor = vbGreen
    .Alignment = 2
End With
With Text2
    .Text = " "
    .BackColor = vbBlack
    .ForeColor = vbGreen
    .Alignment = 2
End With
With Text3
    .Text = " "
    .BackColor = vbBlack
    .ForeColor = vbGreen
    .Alignment = 2
End With
With Text4
    .Text = " "
    .BackColor = vbBlack
    .ForeColor = vbGreen
    .Alignment = 2
End With
With Text5
    .Text = " "
    .BackColor = &H800000
    .ForeColor = vbWhite
    .Alignment = 2
End With
With Text6
    .Text = " "
    .BackColor = &H800000
```



```
.ForeColor = vbWhite
.Alignment = 2
End With
With Timer1 'Timer principal
.Enabled = False
.Interval = 100
End With
With Timer2 'Timer que controla el primer voltaje
.Enabled = False
.Interval = 500
End With
With Timer3 'Timer que controla el segundo voltaje
.Enabled = False
.Interval = 500
End With
With Timer4 'Timer que controla el tercer voltaje
.Enabled = False
.Interval = 500
End With
With Timer5 'Timer que controla el cuarto voltaje
.Enabled = False
.Interval = 500
End With
End Sub

Private Sub HScroll1_Change()
Dim j As Integer
If g = 1 Then
With HScroll1
.Max = r
.Min = 0
End With
j = HScroll1.Value
Text6.Text = j
Text5.Text = Val(array_dato_1(j))
If j = r Then
MsgBox "Son todos los valores almacenados", vbSystemModal, "Voltmetro"
End If
ElseIf g = 2 Then
With HScroll1
.Max = s
.Min = 0
End With
j = HScroll1.Value
Text6.Text = j
Text5.Text = Val(array_dato_2(j))
```



```
If j = s Then
    MsgBox "Son todos los valores almacenados", vbSystemModal, "Voltmetro"
End If
Elseif g = 3 Then
    With HScroll1
        .Max = t
        .Min = 0
    End With
    j = HScroll1.Value
    Text6.Text = j
    Text5.Text = Val(array_dato_3(j))
    If j = t Then
        MsgBox "Son todos los valores almacenados", vbSystemModal, "Voltmetro"
    End If
Elseif g = 4 Then
    With HScroll1
        .Max = v
        .Min = 0
    End With
    j = HScroll1.Value
    Text6.Text = j
    Text5.Text = Val(array_dato_4(j))
    If j = v Then
        MsgBox "Son todos los valores almacenados", vbSystemModal, "Voltmetro"
    End If
End If
End Sub

Private Sub Option1_Click()
If Option1.Value = True And w = 1 Then
    g = 1
Else
    MsgBox "No existe valores almacenados", vbSystemModal, "Voltmetro"
End If
End Sub

Private Sub Option2_Click()
If Option2.Value = True And x = 1 Then
    g = 2
Else
    MsgBox "No existe valores almacenados", vbSystemModal, "Voltmetro"
End If
End Sub
```




```
Private Sub Option3_Click()  
If Option3.Value = True And y = 1 Then  
    g = 3  
Else  
    MsgBox "No existe valores almacenados", vbSystemModal, "Voltmetro"  
End If  
End Sub
```

```
Private Sub Option4_Click()  
If Option4.Value = True And z = 1 Then  
    g = 4  
Else  
    MsgBox "No existe valores almacenados", vbSystemModal, "Voltmetro"  
End If  
End Sub
```

```
Private Sub Timer1_Timer()  
If w = 1 Then  
    IO1.Out &H378, 7  
    Timer1.Enabled = False  
    Timer2.Enabled = True  
Else  
    Text1.Text = w  
End If  
If x = 1 Then  
    IO1.Out &H378, 6  
    Timer1.Enabled = False  
    Timer3.Enabled = True  
Else  
    Text2.Text = x  
End If  
If y = 1 Then  
    IO1.Out &H378, 5  
    Timer1.Enabled = False  
    Timer4.Enabled = True  
Else  
    Text3.Text = y  
End If  
If z = 1 Then  
    IO1.Out &H378, 4  
    Timer1.Enabled = False  
    Timer5.Enabled = True  
Else  
    Text4.Text = z  
End If  
End Sub
```



```
Private Sub Timer2_Timer()  
Static m As Integer, n As Integer  
Dim e As Integer  
n = n + 1  
m = n  
Text1.Text = Entrada_total(2)  
r = k  
For e = 0 To r  
    ReDim Preserve array_dato_1(e)  
    array_dato_1(e) = Val(array_dato(e))  
Next e  
If m = n Then  
    Timer2.Enabled = False  
    Timer1.Enabled = True  
End If  
End Sub
```

```
Private Sub Timer3_Timer()  
Static m As Integer, n As Integer  
Dim e As Integer  
n = n + 1  
m = n  
Text2.Text = Entrada_total(2)  
s = k  
For e = 0 To s  
    ReDim Preserve array_dato_2(e)  
    array_dato_2(e) = Val(array_dato(e))  
Next e  
If m = n Then  
    Timer3.Enabled = False  
    Timer1.Enabled = True  
End If  
End Sub
```

```
Private Sub Timer4_Timer()  
Static m As Integer, n As Integer  
Dim e As Integer  
n = n + 1  
m = n  
Text3.Text = Entrada_total(2)  
t = k  
For e = 0 To t  
    ReDim Preserve array_dato_3(e)  
    array_dato_3(e) = Val(array_dato(e))  
Next e  
If m = n Then
```



```
Timer4.Enabled = False
Timer1.Enabled = True
End If
End Sub
```

```
Private Sub Timer5_Timer()
Static m As Integer, n As Integer
Dim e As Integer
n = n + 1
m = n
Text4.Text = Entrada_total(2)
v = k
For e = 0 To v
ReDim Preserve array_dato_4(e)
array_dato_4(e) = Val(array_dato(e))
Next e
If m = n Then
Timer5.Enabled = False
Timer1.Enabled = True
End If
End Sub
```

```
Public Function Entrada_baja(Q As Integer) As Integer
Dim a As Integer
Static b As Integer
Dim c As Integer
Dim d As Integer
Dim e As Integer
Dim f As Integer
a = Q Xor &H80
a = a And &HF0
b = a / 16
c = b And &H8
c = c / 8
d = b And &H4
d = d / 2
e = b And &H2
e = e * 2
f = b And &H1
f = f * 8
Entrada_baja = f Or e Or d Or c
End Function
```

```
Public Function Entrada_alta(Q As Integer) As Integer
Dim a As Integer
Static b As Integer
```



```
Dim c As Integer
Dim d As Integer
Dim e As Integer
Dim f As Integer
a = Q Xor &H80
b = a And &HF0
c = b And &H80
c = c / 8
d = b And &H40
d = d / 2
e = b And &H20
e = e * 2
f = b And &H10
f = f * 8
Entrada_alta = f Or e Or d Or c
End Function
```

```
Public Function Entrada_total(P As Integer) As Single
Dim valor As Integer
Static baja As Integer, alta As Integer, Entrada As Integer
Static voltaje As Single, f As Integer, h As Integer, i As Integer
IO1.Out &H37A, P Xor &HB 'Parte baja
valor = IO1.In(&H379)
baja = Entrada_baja(valor)
IO1.Out &H37A, 0 Xor &HB 'Parte alta
valor = IO1.In(&H379)
alta = Entrada_alta(valor)
Entrada = alta Or baja
voltaje = (Entrada * 1) / 255
voltaje = voltaje / 50
If h = 0 Then
    ReDim Preserve array_dato(h)
    array_dato(h) = voltaje
End If
If f > 0 Then
    If i <> Entrada Then
        h = h + 1
        ReDim Preserve array_dato(h)
        array_dato(h) = voltaje
    End If
End If
f = f + 1
i = Entrada
k = h
Entrada_total = voltaje
End Function
```

**SN5414, SN54LS14,
SN7414, SN74LS14**
HEX SCHMITT-TRIGGER INVERTERS
SDLS049B – DECEMBER 1983 – REVISED FEBRUARY 2002

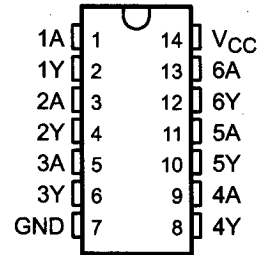
- Operation From Very Slow Edges
- Improved Line-Receiving Characteristics
- High Noise Immunity

description

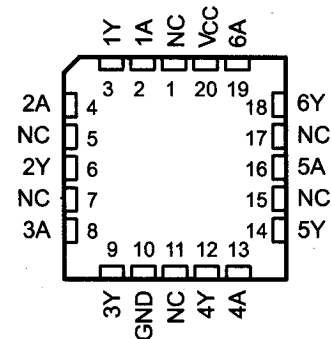
Each circuit functions as an inverter, but because of the Schmitt action, it has different input threshold levels for positive-going (V_{T+}) and negative-going (V_{T-}) signals.

These circuits are temperature compensated and can be triggered from the slowest of input ramps and still give clean, jitter-free output signals.

SN5414, SN54LS14 . . . J OR W PACKAGE
SN7414 . . . D, N, OR NS PACKAGE
SN74LS14 . . . D, DB, OR N PACKAGE
(TOP VIEW)



SN54LS14 . . . FK PACKAGE
(TOP VIEW)



NC – No internal connection

ORDERING INFORMATION

TA	PACKAGE†		ORDERABLE PART NUMBER	TOP-SIDE MARKING
0°C to 70°C	PDIP – N	Tube	SN7414N	SN7414N
		Tube	SN74LS14N	SN74LS14N
	SOIC – D	Tube	SN7414D	7414
		Tape and reel	SN7414DR	
		Tube	SN74LS14D	LS14
	Tape and reel	SN74LS14DR		
	SOP – NS	Tape and reel	SN7414NSR	SN7414
SSOP – DB	Tape and reel	SN74LS14DBR	LS14	
–55°C to 125°C	CDIP – J	Tube	SN5414J	SN5414J
		Tube	SNJ5414J	SNJ5414J
		Tube	SN54LS14J	SN54LS14J
		Tube	SNJ54LS14J	SNJ54LS14J
	CFP – W	Tube	SNJ5414W	SNJ5414W
		Tube	SNJ54LS14W	SNJ54LS14W
	LCCC – FK	Tube	SNJ54LS14FK	SNJ54LS14FK

† Package drawings, standard packing quantities, thermal data, symbolization, and PCB design guidelines are available at www.ti.com/sc/package.



Please be aware that an important notice concerning availability, standard warranty, and use in critical applications of Texas Instruments semiconductor products and disclaimers thereto appears at the end of this data sheet.

PRODUCTION DATA information is current as of publication date. Products conform to specifications per the terms of Texas Instruments standard warranty. Production processing does not necessarily include testing of all parameters.



POST OFFICE BOX 655303 • DALLAS, TEXAS 75265

Copyright © 2002, Texas Instruments Incorporated
On products compliant to MIL-PRF-38535, all parameters are tested unless otherwise noted. On all other products, production processing does not necessarily include testing of all parameters.



September 1986
Revised April 2000

DM74LS157 • DM74LS158 Quad 2-Line to 1-Line Data Selectors/Multiplexers

General Description

These data selectors/multiplexers contain inverters and drivers to supply full on-chip data selection to the four output gates. A separate strobe input is provided. A 4-bit word is selected from one of two sources and is routed to the four outputs. The DM74LS157 presents true data whereas the DM74LS158 presents inverted data to minimize propagation delay time.

Applications

- Expand any data input point
- Multiplex dual data buses
- Generate four functions of two variables (one variable is common)
- Source programmable counters

Features

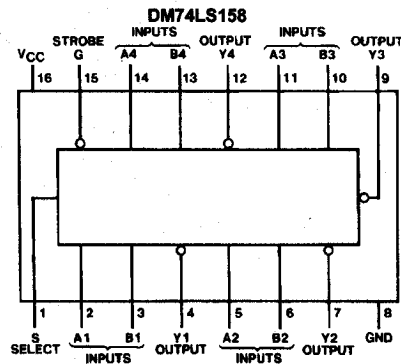
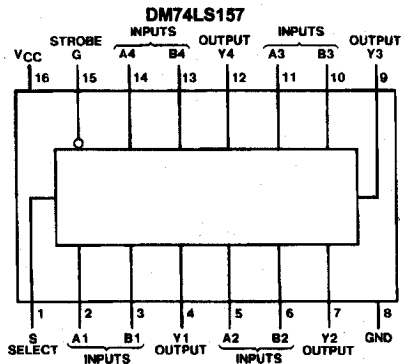
- Buffered inputs and outputs
- Typical Propagation Time
DM74LS157 9 ns
DM74LS158 7 ns
- Typical Power Dissipation
DM74LS157 49 mW
DM74LS158 24 mW

Ordering Code:

Order Number	Package Number	Package Description
DM74LS157M	M16A	16-Lead Small Outline Integrated Circuit (SOIC), JEDEC MS-012, 0.150 Narrow
DM74LS157SJ	M16D	16-Lead Small Outline Package (SOP), EIAJ TYPE II, 5.3mm Wide
DM74LS157N	N16E	16-Lead Plastic Dual-In-Line Package (PDIP), JEDEC MS-001, 0.300 Wide
DM74LS158M	M16A	16-Lead Small Outline Integrated Circuit (SOIC), JEDEC MS-012, 0.150 Narrow
DM74LS158N	N16E	16-Lead Plastic Dual-In-Line Package (PDIP), JEDEC MS-001, 0.300 Wide

Devices also available in Tape and Reel. Specify by appending the suffix letter "X" to the ordering code.

Connection Diagrams



DM74LS157 • DM74LS158 Quad 2-Line to 1-Line Data Selectors/Multiplexers

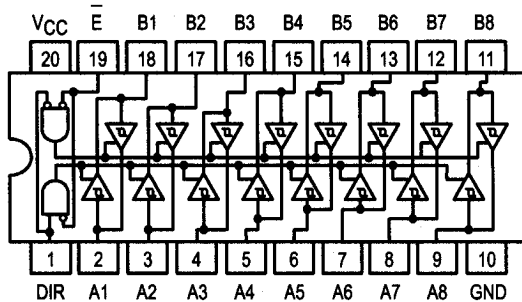

MOTOROLA

OCTAL BUS TRANSCEIVER

The SN54/74LS245 is an Octal Bus Transmitter/Receiver designed for 8-line asynchronous 2-way data communication between data buses. Direction Input (DR) controls transmission of Data from bus A to bus B or bus B to bus A depending upon its logic level. The Enable input (E) can be used to isolate the buses.

- Hysteresis Inputs to Improve Noise Immunity
- 2-Way Asynchronous Data Bus Communication
- Input Diodes Limit High-Speed Termination Effects
- ESD > 3500 Volts

LOGIC AND CONNECTION DIAGRAMS DIP (TOP VIEW)



TRUTH TABLE

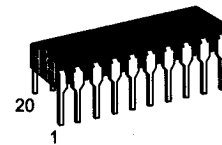
INPUTS		OUTPUT
E	DIR	
L	L	Bus B Data to Bus A
L	H	Bus A Data to Bus B
H	X	Isolation

H = HIGH Voltage Level
L = LOW Voltage Level
X = Immaterial

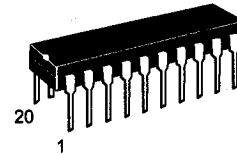
SN54/74LS245

OCTAL BUS TRANSCEIVER

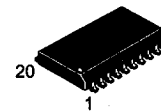
LOW POWER SCHOTTKY



J SUFFIX
CERAMIC
CASE 732-03



N SUFFIX
PLASTIC
CASE 738-03



DW SUFFIX
SOIC
CASE 751D-03

ORDERING INFORMATION

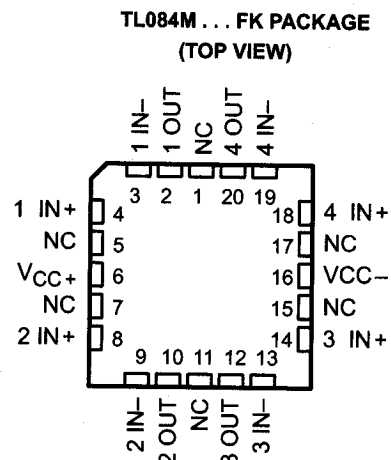
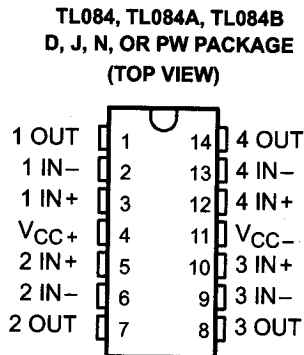
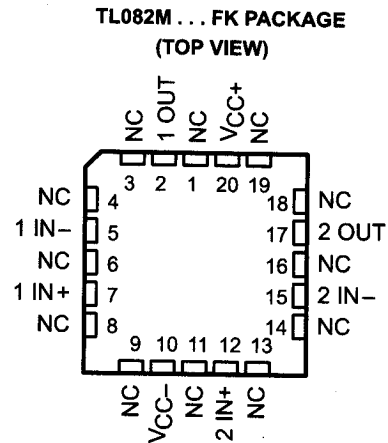
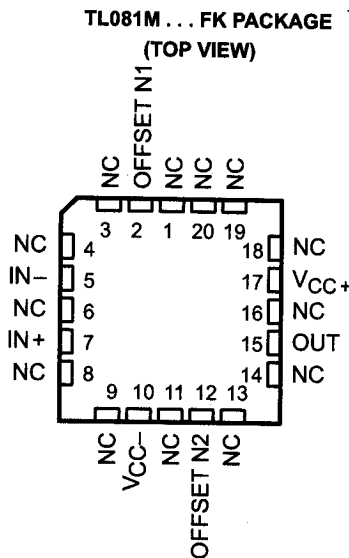
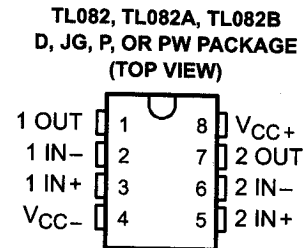
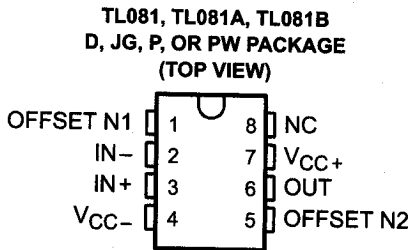
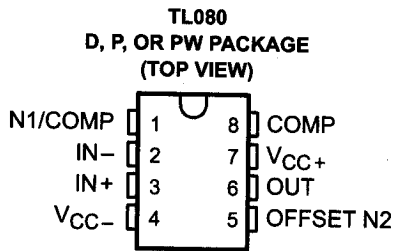
SN54LSXXXJ Ceramic
SN74LSXXXN Plastic
SN74LSXXXDW SOIC

GUARANTEED OPERATING RANGES

Symbol	Parameter		Min	Typ	Max	Unit
V _{CC}	Supply Voltage	54	4.5	5.0	5.5	V
		74	4.75	5.0	5.25	
T _A	Operating Ambient Temperature Range	54	-55	25	125	°C
		74	0	25	70	
I _{OH}	Output Current — High	54, 74			-3.0	mA
		54 74			-12 -15	
I _{OL}	Output Current — Low	54			12	mA
		74			24	

24 DEVICES COVER COMMERCIAL, INDUSTRIAL, AND MILITARY TEMPERATURE RANGES

- Low-Power Consumption
- High Input Impedance . . . JFET-Input Stage
- Wide Common-Mode and Differential Voltage Ranges
- Internal Frequency Compensation (Except TL080, TL080A)
- Low Input Bias and Offset Currents
- Latch-Up-Free Operation
- Output Short-Circuit Protection
- High Slew Rate . . . 13 V/ μ s Typ
- Low Total Harmonic Distortion . . . 0.003% Typ
- Common-Mode Input Voltage Range Includes V_{CC+}



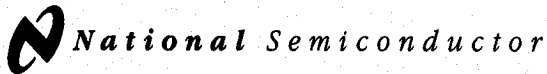
NC—No internal connection

PRODUCTION DATA information is current as of publication date. Products conform to specifications per the terms of Texas Instruments standard warranty. Production processing does not necessarily include testing of all parameters.



POST OFFICE BOX 655303 • DALLAS, TEXAS 75265
 POST OFFICE BOX 1443 • HOUSTON, TEXAS
 77251-1443

Copyright © 1992, Texas Instruments Incorporated
 On products compliant to MIL-STD-883, Class B, all parameters are tested unless otherwise noted. On all other products, production processing does not necessarily include testing of all parameters.



October 1999

ADC0808/ADC0809

8-Bit μ P Compatible A/D Converters with 8-Channel Multiplexer

General Description

The ADC0808, ADC0809 data acquisition component is a monolithic CMOS device with an 8-bit analog-to-digital converter, 8-channel multiplexer and microprocessor compatible control logic. The 8-bit A/D converter uses successive approximation as the conversion technique. The converter features a high impedance chopper stabilized comparator, a 256R voltage divider with analog switch tree and a successive approximation register. The 8-channel multiplexer can directly access any of 8 single-ended analog signals.

The device eliminates the need for external zero and full-scale adjustments. Easy interfacing to microprocessors is provided by the latched and decoded multiplexer address inputs and latched TTL TRI-STATE® outputs.

The design of the ADC0808, ADC0809 has been optimized by incorporating the most desirable aspects of several A/D conversion techniques. The ADC0808, ADC0809 offers high speed, high accuracy, minimal temperature dependence, excellent long-term accuracy and repeatability, and consumes minimal power. These features make this device ideally suited to applications from process and machine control to consumer and automotive applications. For 16-channel multiplexer with common output (sample/hold port) see ADC0816 data sheet. (See AN-247 for more information.)

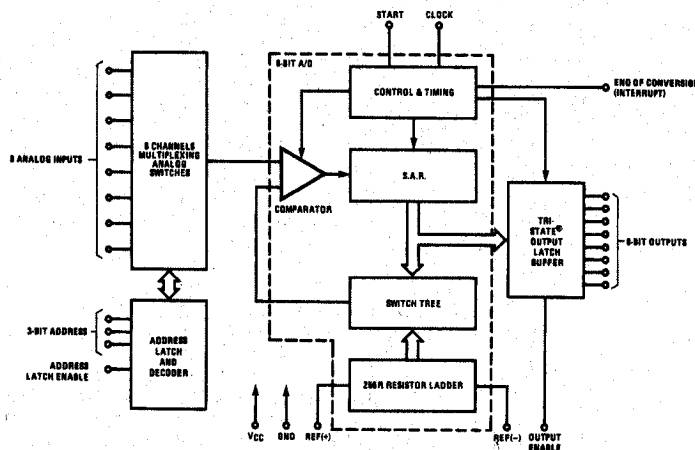
Features

- Easy interface to all microprocessors
- Operates ratiometrically or with 5 V_{DC} or analog span adjusted voltage reference
- No zero or full-scale adjust required
- 8-channel multiplexer with address logic
- 0V to 5V input range with single 5V power supply
- Outputs meet TTL voltage level specifications
- Standard hermetic or molded 28-pin DIP package
- 28-pin molded chip carrier package
- ADC0808 equivalent to MM74C949
- ADC0809 equivalent to MM74C949-1

Key Specifications

- | | |
|--------------------------|-------------------------------|
| ■ Resolution | 8 Bits |
| ■ Total Unadjusted Error | $\pm 1/2$ LSB and ± 1 LSB |
| ■ Single Supply | 5 V _{DC} |
| ■ Low Power | 15 mW |
| ■ Conversion Time | 100 μ s |

Block Diagram



See Ordering Information

DS005672-1

TRI-STATE® is a registered trademark of National Semiconductor Corp.



PUBLICACIONES

El trabajo de esta tesis fue presentado en los siguientes congresos:

- The 2nd International Conference on Computing, Communication and Control (CCCT'04), Austin Texas, USA “Superconductivity Ring Model like Elements of Magnetic Levitation” Vasyl Rashkovan, Omar J. Ramirez, Iryna Ponomaryova, Juan A. Alvarado, Luis A. Gallegos
- Decimoquinta Reunión de Otoño de Comunicaciones, Computación, Electrónica y Exposición Industrial (ROC&C'2004), Acapulco Guerrero, México “Análisis de Sistemas Superconductivos de Interacción Magnética” Vasyl Rashkovan, Luis A. Gallegos, Juan A. Olivares, David Guzmán, Omar Jiménez
- 4º Congreso Internacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas (CIIES'2005), México D.F. “Modelado de un Acelerómetro Superconductor” Gallegos L., Rashkovan V., Alvarado J.

International Conference on Computing, Communications and Control Technologies: CCCT'04



THE UNIVERSITY OF
TEXAS
AT AUSTIN

Center for Lifelong Engineering Education

Sponsored by:
The University of Texas at Austin
and
The International Institute of
Informatics and Systemics (IIIS)
August 14-17, 2004 - Austin, Texas, USA



International Institute
of Informatics and
Systemics

Thursday,
March 2nd,
2006

Search by

Search

FOREWORD

ORGANIZATION

SPONSORS

MAJOR THEMES

Computing /
Information
Systems and
Technologies

Communications
Systems,
Technologies and
Applications

Control Systems,
Technologies and
Applications

Hybrid Systems,
Dual Technologies,
Cross-Fertilizing
Research and
Analogical

Applications of
CCCT in Other
Areas

Applications of
Other Areas in
CCCT

Hybrid
Applications



CCCT '04

Foreword

Our main purpose organizing the International conference on Computer, Communication and Control Technologies (CCCT 2004) has been to bring together researchers, developers, practitioners, and consultants in these three highly related fields, with the aim to provide them with a forum where they can present their current and future work, solutions and problems. In order to focus not just in each field, but also in the relationships among them, efforts has been done to promote and to foster the analogical thinking required by the Systems Approach for interdisciplinary cross-fertilization, "epistemic things" generation and "technical objects" production.

The International conference on Computer, Communication and Control Technologies is a spin off of the International Conference on Information Systems, Analysis and Synthesis (ISAS) and the World Multi-conference on Systemics, Cybernetics and Informatics (SCI) which are yearly events that have been held in the last 10 years as a forum for Information Systems researchers, practitioners, consultants and users who has been interchanging ideas, research results and innovations in the area of Information Systems. Analytical as well as synthetical thinking represents the conceptual and methodological infrastructures that support the papers presented in ISAS conferences. Synthetical thinking supported papers inside the Information Systems area, as well as in its relationships (analogies, "epistemic things", "technical synthetical objects", hybrid systems, cross-fertilization, etc.) with other areas.

On behalf of CCCT 2004 Organizing Committee, I express our gratitude to the authors that submitted their original and unpublished works, innovations, ideas based on analogical thinking, problems that require solutions, position papers, case studies, etc., in the fields of computer, communication and control, as well as in the relationships between two of these areas or among the three of them.

Approximately 1000 papers and extended abstracts were submitted and reviewed for this event. About 550 accepted papers are

SCI '04



The
Multico
Sy
Cyt
and I

CISCI



3ra. C
Iberoa
Sistemas
Inf

CCCT '04



Inte
Conf
Cc
Comm
Control

PISTA

Superconductivity Ring Model as Elements of Magnetic Levitation

Vasyl Rashkovan, Omar J. Ramirez, Iryna Ponomaryova, Juan. A. Alvarado
Luis A. Gallegos

Instituto Politecnico Nacional , ESIME-Culhuacan
AV. Santa Ana 1000, Col. San Francisco Culhuacan, CP. 04430, México, D.F.
Tel/Fax: (525)6562058, email: vasy1@calmecac.esimecu.ipn.mx

ABSTRACT

In this work the analysis of the electrical superconductive ring properties appears, which has a specific interest from the point of view of the electromagnetic levitation.

A mathematical analysis is made to find a representation of the non dimensional potential energy, the non dimensional magnetic force and the hardness of magnetic interaction for two ideal rings (superconductive) through a permanent magnetic field. Finally, the results of the behavior of the magnetic force of a superconductive coil (NbSn) at liquid helium's temperature appear. This coil can be used as a magnetic levitation system.

Keywords: superconductivity, magnetic levitation, ideal ring model, magnetic field, potential energy.

I. INTRODUCTION

The magnetic levitation is an application of the superconductivity. The vehicles of massive transport such as trains can "float" over very powerful superconducting magnets, eliminating in the practice the friction between the train and the rails.

An ideal thin closed ring, without electrical resistance, has the common property of conserving the magnetic flux in its interior, which passes through a surface limited by this same ring [1] and with a current $I = cte$ it can be considered as a permanent magneto, whose electrical resistance is not greater than 10^{-23} Dm-cm [2]. A superconductor is in addition, not only an ideal conductor, but an ideal diamagnetic, known as Meissner-Oxenfeld effect. From the point of view of superconductor's technological electrodynamics [3] magnetic induction within a superconductor's volume is always equal to zero ($\vec{B} = 0$). This property does not depend on the conditions of transmission of the body in superconductive state. As a result of Maxwell equation $div\vec{B} = 0$ in the border of two bodies, the normal induction component of magnetic field must be equal to zero. Owing to $\vec{B} = 0$ within the superconductor, over the surface of external magnetic field's normal component it is also equal to zero. This means that the magnetic field in any point outside the superconductor is

always tangent to its surface. The magnetic lines are bent in relation to the superconductive body. According to Maxwell equation, the permanent magnetic field in a material, the $rot\vec{B} = -\mu\rho\vec{v}$ with the condition that $\vec{B} = 0$, then within a superconductor the mean density current is also equal to zero. In other words, no volumetric current is impossible in any superconductive body.

Any electrical current in a superconductor, is a superficial one. Magnetic field and electrical current, they both penetrate to a depth of London λ of the superconductor which is approximately within the interval of $[4,6]10^{-8}$ m, therefore, we can find different equations of self-inductance in a superconductor. For example, the magnetic field with variation of the depth is determined by the formula $B = B_0 \exp^{-\lambda x}$. Within the conductor the magnetic energy is $W = \frac{1}{2\mu_0} \int B^2 dv$ (dv is the volume

element), that is represented for a thin superconductor as $W = \frac{1}{2} I^2 L_0$, where I it is the electrical current and L_0 is the internal inductance. From these data, we can find a relation for the internal inductance in a superconductor of unitary length.

$$L_0 = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{\lambda}{d} \right)^2 \quad (1)$$

where d is the diameter of the conductor.

Then, the ideal ring and the superconductive ring have a difference in the internal inductance L_0 , which must be added to the self-inductance of the ideal ring to take into account the external magnetic field. In order to simplify the analysis we are going to use the concept of ideal current.

If a superconductor is represented by a wire, in case of absence of external magnetic field, then it is impossible to expect the circulation of stationary superficial currents. But the electrical properties of superconductive rings in any case have a specific interest, from the point of view of magnetic levitation.

In the case of non-wired superconductors, the superficial electrical currents can go stationarily without electromotive force. The magnetic flux through the

surface limited by a superconductive ring is determined by the following relation

$$\Psi = LI \quad (2)$$

where I is the electrical current and L is the ring 's inductance. If the super conductive ring is under an external magnetic field, then the total magnetic flux Ψ through this surface consists on the superconductor self-flow LI and the flow Ψ_{ext} of the external magnetic field.

The most important property in any super conductive ring is, that any variation, as much of the external magnetic field as of the current in the ring, the total magnetic flux through the surface limited by the same ring always remains constant:

$$\Psi = LI + \Psi_{ext} = cte \quad (3)$$

This property comes directly from the Maxwell's integral form for an area outside the superconductor:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \vec{B} \cdot d\vec{s} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (4)$$

Because the tangential component of the electric field on the surface of the superconductor is equal to zero, then

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 \quad \text{standing that} \quad \Psi = \int \vec{B} \cdot d\vec{s} = cte \quad . \text{ This}$$

result is very important; due to the permanence of the magnetic flux through any superconductive ring is not only conserved in the case of the variation of the external magnetic field, but also in the case of a variation in the form of the ring, like for example, the displacement of the ring in the space.

The properties mentioned previously for superconductive bodies of any form and of any number of superconductive rings, can be used for the construction of a control system.

II SPECIFIC PROPERTIES OF TWO IDEAL RINGS OF MAGNETIC INTERACTION.

Let's consider a dynamic system formed by two thin closed contours, in which, the electrical currents I_1, I_2 circulate in each one and there is a magnetic interaction. In the general case, such a system is characterized by a number of generalized variables $\sum(q_i, \dot{q}_i, f_i, P_i)$. For the considered problem, the generalized variables are:
Electrical variables

$$(\psi_1, \psi_2) \in \{q_i\}, (U_1, U_2) \in \{\dot{q}_i\}, (q_1, q_2) \in \{P_i\}, [I_1, I_2] \in \{f_i\}$$

Mechanical variables

$$[x] \in \{q_i\}, [\dot{x}] \in \{\dot{q}_i\}, [T_i] \in \phi, [Kx] \in \{P_i\}, i = 1, 2$$

Where q is the generalized coordinate, \dot{q} is the generalized speed, $f_i = k_i X_i$ is the generalized force that only depends on the position, $P_i = M_i \dot{X}_i$ is the generalized impulse, where $i = \overline{1, m}$

Kinetic and potential energies of this system are determined by:

$$W = U = \frac{1}{2} \frac{\Psi_1^2 L_2 - 2\Psi_1 \Psi_2 L_{12}(x) + \Psi_2^2 L_1}{L_1 L_2 - L_{12}^2(x)} \quad (5)$$

$$T' = \frac{U_1 \cdot U_2}{\int_0^0 [\dot{q}_1^2 dU_1' + \dot{q}_2^2 dU_2']} + \frac{M}{2} \dot{x}^2 \quad (6)$$

From the point of view of the classic electrodynamics, the force of magnetic interaction of two ring with the currents I_1 and I_2 are obtained from the experimental law of Ampere.

$$P = \frac{\mu_0}{4\pi} I_1 I_2 \iint \frac{d\vec{l}_2 [d\vec{l}_1 \cdot \vec{R}_{12}]}{R_{12}^3}, \quad \text{or}$$

$$P_k = I_1 I_2 \cdot \frac{\partial L_{12}}{\partial x} \quad (7)$$

For this system, the currents in each ring are:

$$I_1 = \frac{\Psi_1 L_2 - \Psi_2 L_{12}}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \quad I_2 = \frac{-\Psi_1 L_{12} + \Psi_2 L_1}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \quad (8)$$

Then, we can rewrite the Eq.(7) as

$$P_k = \frac{\Psi_1 L_2 - \Psi_2 L_{12}(x)}{[L_1 L_2 - L_{12}^2(x)]^2} [\Psi_2 L_1 - \Psi_1 L_{12}(x)] \frac{\partial L_{12}(x)}{\partial x} \quad (9)$$

The magnetic force is expressed through the magnetic fluxes by the Eq.(9) and, a coordinate in the linear case [5]. As a first definition we can give the following motto MOTTO. If the relations between the parameters of the system are determined as

- 1) $\Psi_1 L_2 = \Psi_2 L_{12}(x)$
- 2) $\Psi_2 L_1 = \Psi_1 L_{12}(x)$
- 3) $\Psi_1 < \Psi_2$, $L_1 > L_{12}(x)$
- 4) $L_1 L_2 > L_{12}^2$, $(L_1 > 0; L_2 > 0)$

Then we assured the necessary and sufficient conditions for the sign change of the magnetic force between two thin, hard and ideal rings in the point

$x_0 \in \{x | 0 < x_2 < x < x_1 < \infty\}$, where x_1 is a distance greater than the distance x_2 between two rings.

Let's now consider that $L_{12}(x)$ is a monotonous function of x , continuously differentiable and always diminishing.

Therefore, the partial derived $\partial L_{12}(x)/\partial x$ between the distance $[x_2, x_1]$ is negative and it never can be equal to zero. In the meantime the product $L_1 L_2$ is always greater than L_{12}^2 from Eq.(10). For this reason, the denominator on Eq.(9) cannot be equal to zero. Thus, on Eq.(9) we can find two conditions, which are:

$$\Psi_1 L_2 = \Psi_2 L_{12}(x_0) \quad (11)$$

$$\Psi_2 L_1 = \Psi_1 L_{12}(x_0) \quad (12)$$

when the magnetic force is equal to zero. The equations (11) and (12) reflect the necessary conditions of equality to zero of magnetic force. In order to get the conditions (11) and (12) the flows ψ_1 and ψ_2 must have the same sign.

But it is also possible to demonstrate that any of the two Eqs. (11) or (12) is not only necessary, but also sufficient. Let's suppose that $\psi_1 < \psi_2$ and the necessary condition for Eq.(11) is applied, using the Eqs.(9) and (11) the derived from the magnetic force is determined with respect to x in the point $x = x_0$. Then,

$$\left. \frac{\partial P}{\partial x} \right|_{x=x_0} = -\Psi_2 \frac{\Psi_2 L_1 - L_{12}(x)}{[L_1 L_2 - L_{12}^2(x)]^2} \left[\left. \frac{\partial L_{12}}{\partial x} \right|_{x=x_0} \right]^2 \quad (13)$$

In the case of assuring the condition of Eq.(11) and when $\Psi_1 < \Psi_2$, $L_1 > L_{12}(x_0)$ the numerator of Eq.(13) is positive, the permanent flow ψ_2 and all the other members on Eq.(13) are positive. This means that

$$\left. \frac{\partial P}{\partial x} \right|_{x=x_0} < 0.$$

Then, the partial derived from the magnetic force with respect to the distance x at the point where the necessary condition for the equation Eq.(11) is assured., is negative. This is also related to the condition of Eq.(12).

The negative sign on the right part of Eq.(13) means that the second order partial derived from of potential magnetic energy with respect to x at the point $x = x_0$ is positive, where it ensures the necessary condition of a minimum potential of energy. Therefore, as a second definition we can give the following Theorem:

THEOREM. The potential energy of magnetic interaction between two ideal rings $W\{\psi_1, \psi_2, L_1, L_2, L_{12}(x)\}$, which are represented by a continuously differentiable function on a distance interval $[x_1, x_2]$, has a minimum at the point $x_0 \in \{x | 0 < x_2 < x < x_1 < \infty\}$ with the conditions determined by the motto.

The potential energy of magnetic interaction of two ideal rings is determined through the permanent magnetic fluxes $\{\psi_1, \psi_2\} \in q_i$ and the mechanical coordinates $\{x\} \in q_i$ as

$$W = \frac{1}{2} [\Psi_1^2 L_2 - 2\Psi_1 \Psi_2 L_{12}(x) + \Psi_2^2 L_1] [L_1 L_2 - L_{12}^2(x)]^{-1} \quad (14)$$

Is known [4] that a magnetic field's energy expressed through the magnetic fluxes and the coordinates, is the potential energy. For this reason, the magnetic force \vec{P} can be determined as the partial derived of the potential energy of Eq.(14) with negative sign, which means,

$$P = - \frac{\partial W}{\partial L_{12}} \frac{\partial L_{12}}{\partial x} = - \frac{L_{12}(L_2 \Psi_1^2 + L_1 \Psi_2^2) - (L_1 L_2 + L_{12}^2) \Psi_1 \Psi_2}{(L_1 L_2 - L_{12}^2)^2} \frac{\partial L_{12}}{\partial x} \quad (15)$$

In case that $L_{12} = L_2 \Psi_1 \Psi_2^{-1}$ or $L_{12} = L_2 \Psi_2 \Psi_1^{-1}$ according to the Eq.(10), the first member's numerator of the product of Eq.(15) can be equal to zero.

The second order partial derived of energy of Eq.(14), in the last case is:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 W}{\partial L_{12}^2} \left[\frac{\partial L_{12}}{\partial x} \right]^2 + \frac{\partial W}{\partial L_{12}} \frac{\partial^2 L_{12}}{\partial x^2} \quad (16)$$

The second term in Eq(16) is equal to zero by means of Eq.(10), $\partial W / \partial L_{12} = 0$. Hence, the sign of $\partial^2 W / \partial x^2$ is determined by the sign of the quadratic partial derived of W with respect to L_{12} , that is by the expression

$$\frac{\partial^2 W}{\partial L_{12}^2} = \frac{\Psi_2^2 L_2^{-1}}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \quad (17)$$

As a result, the quadratic partial derived with respect to x is positive ($L_1 L_2 > L_{12}^2, L_2 > 0$). This means that it ensures the condition of existence of the minimum of U . With the condition that $\partial L_{12} / \partial x \neq 0$. Then, as a third definition we can give the following consequence:

CONSEQUENCE. Potential magnetic energy between two thin, hard and ideal rings axially placed with the electric currents $\{I_1, I_2\} \in f_i$ by a mechanical coordinate

$\{x\} \in q_i$, has a minimum at the point $x_0 \in [x_1, x_2]$, in case of assuring the condition of permanent magnetic fluxes on the surfaces limited by the ring contours, which means, $\Psi_1 = L_1 I_1 + L_{12} I_2 = cte$, $\Psi_2 = L_{12} L_2 + L_2 I_2 = cte$
In the particular case of two coaxial and parallel ring with a distance between the planes x , a_i is the radius and d_i is the diameter of the ring ($i=1,2$) we can make the following calculations:

1. - The non-dimensional potential energy

$$u = 2UL_2\Psi_2^{-2} = (\eta^2 - 2\eta y + 1)(1 - y^2)^{-1} \quad (18)$$

2. - The non dimensional magnetic force

$$p = 4Pa_2L_2\Psi_2^{-2} = (\eta - y)(\eta y - 1)(1 - y^2)^{-2} \cdot k'^{-2} \cdot \left[4\xi - k^2(1 + \xi^2) \right]^{1/2} \cdot \left[2k'^2K - (2 - k^2)E \right] \quad (19)$$

3. - The hardness of magnetic interaction

$$c = 16Ca_2^2L_2\Psi_2^{-2} = (\eta - y)(\eta y - 1)(1 - y^2)^{-2} k^3 k'^{-4} \left\{ \left[(1 + \xi)^2 (2 - k^2) - 4\xi \right] k'^2 K + D \right\} + \left[(1 - y^2)(\eta^2 - 2\eta y + 1) + 4y(\eta - y)(\eta y - 1)(1 - y^2)^{-3} \cdot \left(4\xi - k^2(1 + \xi^2) \right) k'^{-4} \left(2k'^2 K - (2 - k^2)E \right)^2 \right] \quad (20)$$

where

$$D = (-2(k^4 - k^2 + 1)(1 + \xi)^2 - 4\xi(1 + k^2))E$$

The dimensional magnetic energy, force and hardness are represented by U , P and C respectively, Ψ_i is the permanent magnetic flux of i rings; ($i=1, 2$); $\eta = \Psi_1\Psi_2^{-1}(L_2L_1^{-1})^{1/2}$; $y = L_{12}(L_1L_2)^{-1/2}$; $\xi = a_2a_1^{-1}$; $K = K(k)$; $E = E(k)$ are the elliptical integrals of first and second order of the modules

$$k = 2(a_1a_2)^{1/2} \left[(a_1 + a_2)^2 + x^2 \right]^{-1/2}$$

$$k' = (1 - k^2)^{1/2} \text{ is an additional module}$$

L_1 , L_2 and L_{12} are the self and mutual inductances, determined by the following formulas:

$$L_i = \mu_0 a_i (\ln 8r_i^{-1} + \lambda^2 d_i^{-2}), \quad i = 1, 2,$$

$$L_{12} = \mu_0 (a_1 a_2)^{1/2} \left[\left(\frac{2}{k} - k \right) K - \frac{2}{k} E \right]$$

From an application's point of view of this simple model, it can be used like an element in a levitation system.

III. ANALYSIS OF NUMERICAL AND NATURAL EXPERIENCES.

It is very important to make the analysis of the behavior of the main characteristics of the investigated dynamic system. Making the numerical calculations in a particular case, we can represent the graphs of potential magnetic energy $u = u(k)$, magnetic force $p = p(x)$ and magnetic rigidity $c = c(k)$ as shown on Fig 1. As it can be seen, the potential energy function $u = u(k)$ is nonlinear, monotonous and has a minimum at the point ($y = \eta$).

In this same case, the magnetic force function $p = p(x)$ is non monotonous, has a maximum at the point $k = 0.87$ that crosses the point zero ($y = \eta$), in $k = 0.94$ changes its sign from positive to negative. At this same point, $k = 0.94$ the magnetic and potential energies of two superconductive rings have a minimum. It is very interesting to notice that in a narrow interval of variation of $k \in [k_1, k_2]$, the function $p(x)$ can be described like a straight line. The function $c = c(k)$ is also nonlinear, has a minimum and crosses the point $c = 0$ ($k = 0.87$), where the magnetic force has a maximum. Around the point $c = 0$ the function $c = c(k)$ can be approximated as a linear function.

Theoretical data match with the results of a physical experiment. Experimentally it was modeled, the magnetic interaction between a permanent magneto (Sm-Co) and a superconductive coil (NbSn) with a temperature of transformation in superconductive state equal to the temperature of liquid helium as seen on Fig.3.

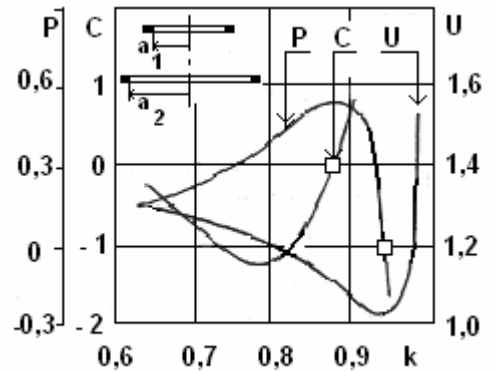


Fig 1. Behavior of the magnetic potential energy (U), magnetic force (P), rigidity (C) in relation to k modulate.

The values of the component x and the magnetic force were measured, in relation to several distances between a permanent magneto and a superconductive coil, with different positions of freezing and electrical current.

The behavior 3-dimensional of the magnetic potential energy E_p in relationship of the parameter ξ and η is presented on Fig. 2

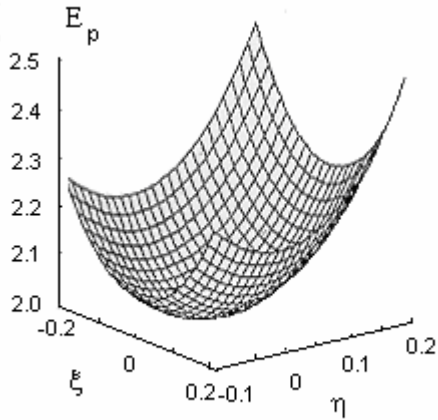


Fig.2. The magnetic potential energy E_p dependence of parameters ξ and η .

As we can see, the force of magnetic interaction has a maximum and a minimum as well for each measurement and is a symmetrical function in relation to the point of passage of force through the point zero.

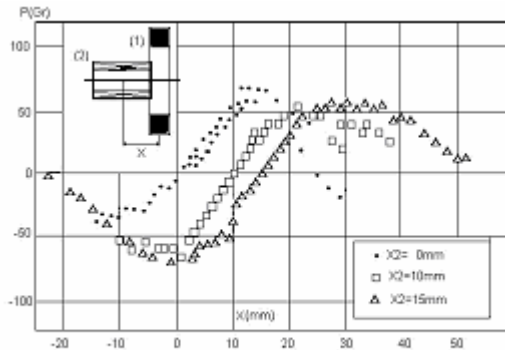


Fig 3. Dependency of the magnetic force (P_x) of the distance between the magnetic parameter (1) and the superconductive coil (2)

The difference between the experimental and the theoretical data results can be explained in the non ideality system we have used.

IV. CONCLUSIONS

The analysis of the behavior of the main characteristics of an ideal ring system, such as the potential energy, the magnetic force, gives as a result the following specific properties:

- 1) The magnetic force of interaction of two ideal, thin and hard rings, in a certain case changes its sign,

transforming the repulsive force to the attractiveness one and, the attractive force to the repulsive one, otherwise crossing through the point zero. This magnetic spring has an analogous action to the one of a mechanical spring in relation to the equilibrium point.

- 2) The magnetic rapidity also changes its sign, crossing through the point zero and, around this same point the function $c = c(k)$ can be approximated as a linear one.
- 3) The potential energy of magnetic interaction of two ideal, thin and coaxial rings, has a minimum at the same point, in which the magnetic force is equal to zero.
- 4) The experience shows that such superconductive system can be stable in a certain narrow interval of variation of the electromagnetic characteristics as much as geometric. The variations of electrical currents in each ring allow us to control the behavior of the characteristics of the system in a direct form.

The above-mentioned allows us to conclude that the investigated model of electromagnetic interaction of ideal (superconductive) rings can practically be used as a system of magnetic levitation.

REFERENCES

- [1] Linton E. A. Superconductivity.- M.:Miz, 1964.-196p.
- [2] Buckel B. Superconductivity.- M.: Miz, 1975.- 366p.
- [3] Landan L. D; Liftshits E. M. electrodynamics of half continuous.- M.: Fismatguiz, 1959.-532p.
- [4] Wait D. Wudson G. Transformed electromechanical of energy.- M.; L.:Energy, 1964.- 528p.
- [5] Mikhalevich V. S; Kozorez V. V., Rashkovan V. M., Khusainov D. Ya. Chebozin D.G. "Magnetic potential well"- effect of stabilization of systems dynamics superconductive, Kiev, Naukova dumka,- 1991.-336p

IEEE SECCIÓN MÉXICO
DECIMOQUINTA REUNIÓN DE OTOÑO DE COMUNICACIONES,
COMPUTACIÓN, ELECTRÓNICA Y EXPOSICIÓN INDUSTRIAL
ROC&C'04



Memoria Técnica

Hotel Hyatt Regency, Acapulco, Gro.
Del 23 al 28 de noviembre del 2004

ENTRAR

Análisis de Sistemas Superconductivos de Interacción Magnética

Vasyl Rashkovan, Luis A. Gallegos, Juan A. Olivares, David Guzmán, Omar Jiménez

Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica U.C., IPN
AV. Santa Ana 1000, Col. San Francisco Culhuacan, CP. 04430, México D.F.
Tel/Fax: (525)6562058, e-mail: vasyl@calmecac.esimecu.ipn.mx o agallegosl@prodigy.net.mx

RESUMEN

En este trabajo se presenta el estudio de las propiedades de diferentes sistemas de interacción magnética con anillos superconductores. El interés que ostentan tales sistemas desde el punto de vista tecnológico es de gran repercusión en diversos aspectos y aplicaciones. El punto de vista biológico, químico, eléctrico, y electrónico, son sólo algunos ejemplos de los ámbitos tecnológicos en espera de aplicar tales sistemas en las primeras filas de sus diferentes mecanismos de operación; sin mencionar los sistemas de transporte de levitación magnética (MAGLEV), medicina, etc.

Se representa la energía potencial adimensional, la fuerza magnética adimensional y la dureza de interacción magnética para dos anillos superconductores finos a través de un campo magnético permanente. Es presentado el vector potencial y la estabilidad de este sistema.

INTRODUCCIÓN

El descubrimiento de materiales superconductores cerámicos, con una elevada temperatura crítica (HTSC), cada día más alta, ofrece una nueva amplia gama de aplicaciones en muchos ámbitos.

La inductancia mutua de los contornos o redes con corriente eléctrica desempeña un papel importante en caso de cálculos de otras características físicas tanto de los circuitos eléctricos como de los sistemas de corrientes con interacción magnética. Muchos científicos del mundo, tales como J. Maxwell, Ch. Show, J. Jons, M. Garet, etc. Investigaron los métodos físicos y matemáticos para calcular la inductancia de los contornos eléctricos [1]. Pero hoy en día, con el desarrollo de la electrónica, la electrotecnia y, las técnicas por computadora, se requieren de menos esfuerzos para buscar nuevos métodos que calculan las características más complicadas de circuitos eléctricos de cualquier tipo.

Un anillo cerrado ideal fino, sin resistencia eléctrica, tiene una propiedad común de conservar el flujo magnético en su interior, que pasa a través de una superficie limitada por este mismo anillo [2] y con una corriente $I = cte$ se puede considerar como un magneto permanente, cuya resistencia eléctrica no es mayor a 10^{-23} Dm-cm [3].

Un superconductor es, además de un conductor ideal, un diamagnético ideal, efecto conocido como de Maissner-Oxenfeld, desde el punto de vista de la electrodinámica [4], la inducción magnética dentro de un volumen del superconductor siempre es igual a cero ($\vec{B} = 0$), esta propiedad no depende de las condiciones en estado superconductor. Debido a que dentro del superconductor $\vec{B} = 0$, sobre la superficie de la componente normal del campo magnético externo también es igual a cero, esto significa que el campo magnético en cualquier punto fuera del superconductor es siempre tangente a la superficie de él. Cualquier corriente eléctrica en un superconductor, es una corriente superficial. Tanto el campo magnético como la corriente eléctrica penetran a una profundidad de London λ del superconductor que está aproximadamente dentro del intervalo de $[4,6]10^{-8}$ m, por esta razón, podemos encontrar diferentes ecuaciones de inductancia propia en un superconductor. Por ejemplo, el campo magnético con variación de la profundidad se determina por la fórmula:

$$B = B_0 \exp^{-\lambda x} \quad (1)$$

Dentro del conductor la energía magnética es:

$$W = \frac{1}{2\mu_0} \int B^2 dv \quad (2)$$

Donde dv es el elemento de volumen.

Para un superconductor fino puede representarse como:

$$W = \frac{1}{2} I^2 L_0 \quad (3)$$

Donde I es la corriente eléctrica y L_0 es la inductancia interna. De estos datos, podemos encontrar una relación para la inductancia interna en un superconductor de longitud unitaria.

$$L_0 = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{\lambda}{d} \right)^2 \quad (4)$$

Donde d es el diámetro del conductor.

Entonces, el anillo ideal y el anillo superconductor tienen una diferencia en la inductancia interna L_0 . El flujo magnético a través de la superficie limitada por un anillo superconductor se determina por la siguiente relación

$$\Psi = LI \quad (5)$$

ROC&C'2004 - E-18 PONENCIA RECOMENDADA
POR EL **CAPÍTULO DE ELECTRÓNICA**
DEL **IEEE SECCIÓN MÉXICO Y**
PRESENTADA EN LA **REUNIÓN DE OTOÑO, ROC&C'2004,**
ACAPULCO, GRO., DEL 23 AL 28 DE NOVIEMBRE DE 2004.

Donde I es la corriente eléctrica y L es la inductancia del anillo. Si el anillo superconductor está dentro de un campo magnético externo, entonces el flujo magnético total Ψ a través de dicha superficie consta del flujo propio del superconductor LI y del flujo Ψ_{ext} del campo magnético externo.

La propiedad más importante en cualquier anillo superconductor es, que cualquier variación, tanto del campo magnético externo como de la corriente en el anillo, el flujo magnético total a través de la superficie limitada por el anillo mismo siempre permanece constante:

$$\Psi = LI + \Psi_{ext} = cte \quad (6)$$

Esta propiedad sigue directamente de la forma integral de Maxwell escrita para un área fuera del superconductor:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \vec{B} \cdot d\vec{s} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (7)$$

Debido a que la componente tangencial del campo eléctrico sobre la superficie del superconductor es igual a cero, entonces:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 \quad (8)$$

De aquí se sigue, que

$$\Psi = \int \vec{B} \cdot d\vec{s} = cte \quad (9)$$

Este resultado es muy importante, debido a que la permanencia del flujo magnético a través de cualquier anillo superconductor se conserva no sólo en el caso de la variación del campo magnético externo, si no también en el caso de una variación en la forma del anillo, como por ejemplo, el desplazamiento del anillo en el espacio.

Las propiedades eléctricas y magnéticas de los anillos superconductivos tienen un interés específico, desde el punto de vista de la levitación magnética o cualquier otra aplicación.

DESARROLLO

Para problemas aplicados es más cómodo expresar el campo electromagnético a través del vector-potencial. Para una espira muy fina, el vector-potencial es

$$A_\phi = \frac{\mu_0 I}{\pi k} \sqrt{\frac{a}{r}} \left[\left(1 - \frac{k^2}{2} \right) K(k) - E(k) \right] \quad (10)$$

Donde $K(k)$ y $E(k)$ son las integrales elípticas de primero y segundo orden del modulo $k = 2\sqrt{ar} \left[(a+r)^2 + z^2 \right]^{-\frac{1}{2}}$.

La inducción del campo magnético se determina por la expresión $\vec{B} = \text{rot}\vec{A}$. Escribiendo la expresión para el **rot**

A en el sistema cilíndrico y al usar la expresión matemática en derivadas parciales con respecto al módulo para integrales elípticas

$$\frac{\partial K}{\partial k} = \frac{E}{kk'^2} - \frac{K}{k}; \quad \frac{\partial E}{\partial k} = \frac{E-K}{k}; \quad (11)$$

encontramos las formulas para las componentes de la inducción del campo magnético para una espira fina de corriente:

$$B_\phi = 0; B_r = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{(a+r)^2 + z^2}} \left[K + \frac{a^2 - r^2 - z^2}{(a-r)^2 + z^2} E \right] \quad (12)$$

$$B_z = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{1}{2(a^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \quad B_r = B_\phi = 0 \quad (13)$$

En la figura (1) está representado el vector-potencial del campo magnético para el anillo fino de radio fijo a .

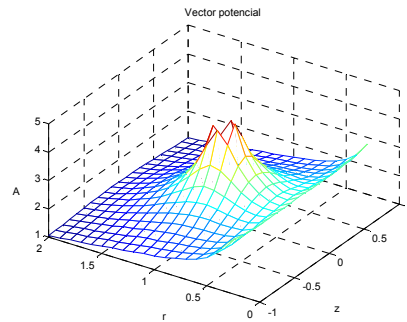


Figura 1. Vector-potencial para un anillo superconductor.

El comportamiento de B_r , componente en r de la inducción del campo magnético del anillo fino está representado en la figura 2.

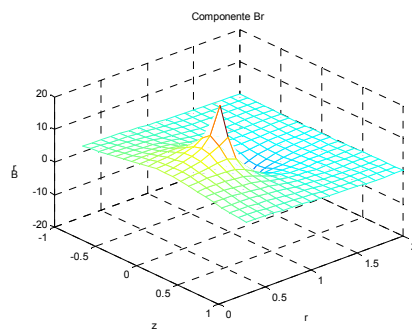


Figura 2. La inducción del campo magnético en B_r .

El vector-potencial del campo magnético para dos anillos superconductivos paralelos, con corrientes eléctricas en la misma dirección, se calcula por la formula:

$$A_{\phi_+}(r, z) = \frac{\mu_0 I}{\pi} \sqrt{\frac{a}{r}} \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{1}{k_+(r, z)} - \frac{k_+(r, z)}{2} \right) K(k_+) - \\ - \frac{1}{k_+(r, z)} E(k_+) + \\ + \left(\frac{1}{k_-(r, z)} - \frac{k_-(r, z)}{2} \right) K(k_-) - \\ - \frac{1}{k_-(r, z)} E(k_-) \end{array} \right\} \quad (14)$$

$$k_+ = 2\sqrt{ar} \left[(a+r)^2 + (l+z)^2 \right]^{-1/2}; \quad (15)$$

$$k_- = 2\sqrt{ar} \left[(a+r)^2 + (l-z)^2 \right]^{-1/2};$$

Donde $2l$ es la distancia entre centros de dos anillos. El vector-potencial del campo magnético, se ilustra en la figura 3.

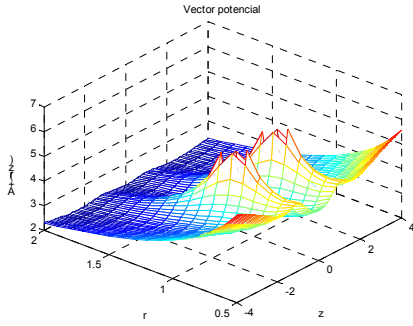


Figura 3. Vector-potencial de dos anillos superconductores (dirección de corriente la misma).

Las componentes de la inducción del campo magnético para este caso se pueden calcular por las expresiones siguientes:

Para B_r , componente en r es

$$B_{r+}(r, z) = \frac{\mu_0 I}{2\pi\pi} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1+z}{\sqrt{(a+r)^2 + (1+z)^2}} \left[\frac{-K_+(r, z) + a^2 + r^2 + (1+z)^2}{(a-r)^2 + (1+z)^2} x + xE_+(k_+) \right] + \\ + \frac{1-z}{\sqrt{(a+r)^2 + (1-z)^2}} \left[\frac{-K_-(k_-) + a^2 + r^2 + (1-z)^2}{(a-r)^2 + (1-z)^2} x + xE_-(k_-) \right] \end{array} \right\} \quad (16)$$

La representación volumétrica de B_{r+} , se ilustra en la figura 4.

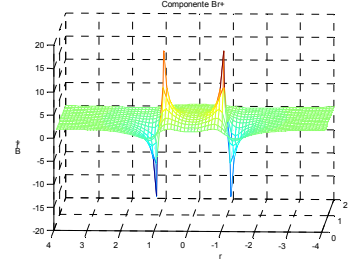


Figura 4. La inducción del campo magnético en B_r .

Para B_z , componente en z es

$$B_{z+}(r, z) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\sqrt{(a+r)^2 + (l+z)^2}} \left[\frac{K_+(k_+) + a^2 - r^2 - (l-z)^2}{(a-r)^2 + (l+z)^2} x + xE_+(k_+) \right] + \\ + \frac{1}{\sqrt{(a+r)^2 + (l-z)^2}} \left[\frac{K_-(k_-) + a^2 - r^2 - (l-z)^2}{(a-r)^2 + (l-z)^2} E(k_-) \right] \end{array} \right\} \quad (17)$$

En la figura 5, se ilustra la representación volumétrica de B_{z+} .

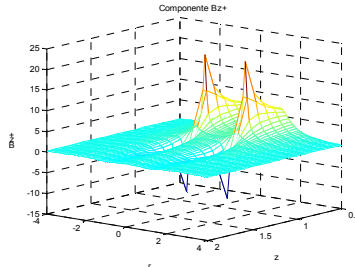


Figura 5. La inducción del campo magnético en B_z .

El vector potencial del campo magnético para dos anillos superconductivos paralelos, con la dirección de corrientes opuestas, se calcula por la fórmula:

$$A_{\phi_-}(r, z) = \frac{\mu_0 I}{\pi} \sqrt{\frac{a}{r}} \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{1}{k_+(r, z)} - \frac{k_+(r, z)}{2} \right) K(k_+) - \\ - \frac{1}{k_+(r, z)} E(k_+) - \\ - \left(\frac{1}{k_-(r, z)} - \frac{k_-(r, z)}{2} \right) K(k_-) + \\ + \frac{1}{k_-(r, z)} E(k_-) \end{array} \right\} \quad (18)$$

El vector-potencial del campo magnético, se ilustra en la figura 6.

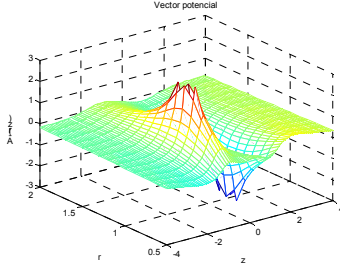


Figura 6. Vector-potencial de dos anillos superconductores (dirección de corriente opuesta).

La formula para B_r , componente en r de la inducción del campo magnético es:

$$B_{r-}(r,z) = \frac{\mu_0 I}{2\pi\pi} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1+z}{\sqrt{(a+r)^2+(1+z)^2}} \left[\begin{array}{l} -K_+(r,z) + \\ a^2+r^2+(1+z)^2 \\ (a-r)^2+(1+z)^2 \\ xE_+(k_+) \end{array} \right] \\ - \frac{1-z}{\sqrt{(a+r)^2+(1-z)^2}} \left[\begin{array}{l} -K_-(k_-) + \\ a^2+r^2+(1-z)^2 \\ (a-r)^2+(1-z)^2 \\ xE_-(k_-) \end{array} \right] \end{array} \right\} \quad (19)$$

La representación volumétrica de B_r , se ilustra en la figura 7.

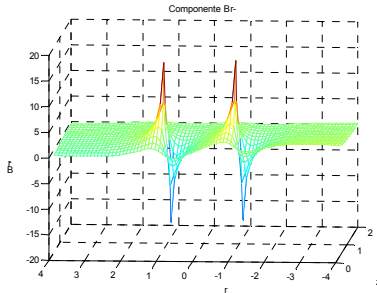


Figura 7. La inducción del campo magnético en B_r .

La formula para B_z , componente en z de la inducción del campo magnético es

$$B_{r-}(r,z) = \frac{\mu_0 I}{2\pi\pi} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1+z}{\sqrt{(a+r)^2+(1+z)^2}} \left[\begin{array}{l} -K_+(r,z) + \\ a^2+r^2+(1+z)^2 \\ (a-r)^2+(1+z)^2 \\ xE_+(k_+) \end{array} \right] \\ - \frac{1-z}{\sqrt{(a+r)^2+(1-z)^2}} \left[\begin{array}{l} -K_-(k_-) + \\ a^2+r^2+(1-z)^2 \\ (a-r)^2+(1-z)^2 \\ xE_-(k_-) \end{array} \right] \end{array} \right\} \quad (20)$$

En la figura 8, se ilustra la representación volumétrica de B_z .

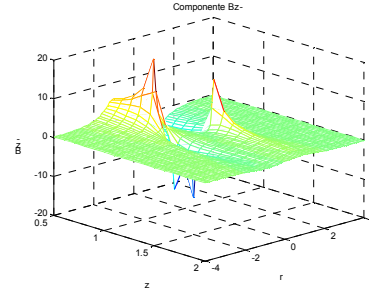


Figura 8. La inducción del campo magnético en B_z .

Con ayuda del modelo matemático obtenido, se investigó un sistema mínimo de dos anillos con corriente eléctrica, en el cual un anillo es superconductor, en este caso, se comprobó que para el calculo del vector potencial por integrales elípticas es mas fácil su solución, que por métodos ordinarios. Ahora consideremos un sistema dinámico formado por dos contornos cerrados finos arbitrariamente colocados en el espacio, en los que, circulan las corrientes I_1, I_2 en cada uno de ellos se tiene una interacción magnética. La energía magnética potencial entre dos anillos finos, duros e ideales axialmente colocados con las corrientes eléctricas $\{I_1, I_2\} \in f_i$ por una coordenada mecánica $\{x\} \in q_i$, tiene un mínimo en el punto $x_0 \in [x_1, x_2]$, en el caso de asegurar la condición de flujos magnéticos permanentes de las superficies limitadas por los contornos de los mismos anillos, esto es, $\Psi_1 = L_1 I_1 + L_{12} I_2 = cte, \Psi_2 = L_{12} I_1 + L_2 I_2 = cte$. En el caso particular de dos anillos coaxiales y paralelos con una distancia entre los planos es x , a_i es el radio y d_i es el diámetro del anillo ($i = 1, 2$) podemos hacer los siguientes cálculos:

1.- La energía potencial adimensional

$$u = 2UL_2\Psi_2^{-2} = (\eta^2 - 2\eta\gamma + 1)(1 - y^2)^{-1} \quad (21)$$

2.- La fuerza magnética adimensional

$$p = 4Pa_2L_2\Psi_2^{-2} = (\eta - y)(\eta\gamma - 1)(1 - y^2)^{-2} \cdot k'^{-2} \cdot [4\xi - k^2(1 + \xi^2)]^{1/2} \cdot [2k'^2K - (2 - k^2)E] \quad (22)$$

3.- La dureza de interacción magnética

$$c = 16Ca_2^2L_2\Psi_2^{-2} \\ = (\eta - y)(\eta\gamma - 1)(1 - y^2)^{-2} k^3 k'^{-4} \{ [(1 + \xi)^2(2 - k^2) - 4\xi] k'^2 K + D \} + \\ + [(1 - y^2)(\eta^2 - 2\eta\gamma + 1) + 4y(\eta - y)(\eta\gamma - 1)(1 - y^2)^{-3} \cdot \\ (4\xi - k^2(1 + \xi^2)) k'^{-4} (2k'^2K - (2 - k^2)E)^2] \quad (23)$$

Donde

$$D = (-2(k^4 - k^2 + 1)(1 + \xi)^2 - 4\xi(1 + k^2))E$$

La energía magnética, la fuerza y, la dureza con dimensiones son representadas por U, P y, C respectivamente, Ψ_i es el flujo magnético permanente de i

anillos; $(i=1,2)$; $\eta = \Psi_1 \Psi_2^{-1} (L_2 L_1^{-1})^{1/2}$; $y = L_{12} (L_1 L_2)^{-1/2}$; $\xi = a_2 a_1^{-1}$; $K = K(k)$; $E = E(k)$ son las integrales elípticas de primero y segundo orden de los módulos

$$k = 2(a_1 a_2)^{1/2} [(a_1 + a_2)^2 + x^2]^{-1/2}$$

$$k' = (1 - k^2)^{1/2} \text{ es módulo adicional}$$

L_1 , L_2 y L_{12} son las inductancias propias y mutuas, determinadas por las siguientes fórmulas

$$L_i = \mu_0 a_i (\ln 8 \tau_i^{-1} + \lambda^2 d_i^{-2}), \quad i = 1, 2,$$

$$L_{12} = \mu_0 (a_1 a_2)^{1/2} \left[\left(\frac{2}{k} - k \right) K - \frac{2}{k} E \right]$$

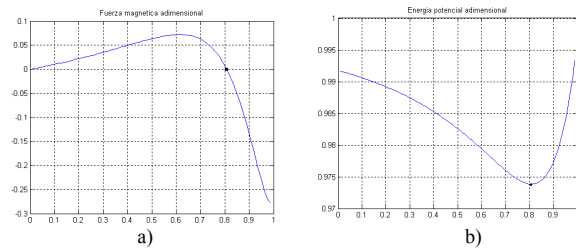


Fig. 9. a) Fuerza magnética y b) Energía potencial.

En la figura 9 se observa que en el punto en que la fuerza magnética es cero, la energía magnética y potencial de dos anillos superconductivos tiene un mínimo. La fuerza magnética que pasa a través del punto cero, cambia su signo de positivo a negativo (atracción a repulsión). Este resultado es nuevo comparado con la interacción de dos imanes permanentes [5].

Como se sabe el teorema de Ernschow, nos dice que por su naturaleza, los sistemas estáticos no pueden ser estables con interacción magnética o eléctrica. La estabilidad de los sistemas de contornos eléctricos superconductivos nos da otro resultado.

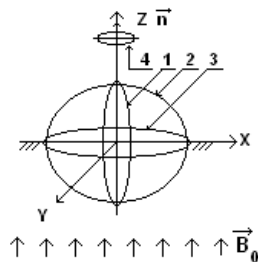


Figura 10. Anillo superconductorio estable.

Actualmente, podemos decir que existen los sistemas de contornos superconductores libres con interacción magnética, que son estables en posición estática. Al investigar un sistema de cuatro anillos estáticos y un anillo en movimiento (ver figura 10), se ha determinado un intervalo de parámetros geométricos y magnéticos cuando el anillo libre está en un estado estático estable. Este resultado también es nuevo y contradice el teorema de Ernschow.

Estos resultados teóricos fueron aprobados experimentalmente por V.Kozoriz, O.Cheborin, V.Rashkovan, G. Karavaev, I. Kolodееv, M.Kryukov [6] para anillos superconductivos de baja temperatura NbSn ($T_c \approx 18K$).

CONCLUSIONES

Se han investigado las propiedades eléctricas y magnéticas de anillos superconductivos arbitrariamente colocados en el espacio. En especial el comportamiento del campo magnético de dos anillos superconductivos con la misma dirección de corriente y dirección de corriente opuesta.

Se ha observado dos efectos nuevos, los cuales nunca aparecen en caso de interacción magnética de dos espiras no superconductoras o magnetos permanentes:

1).- La mínima energía potencial de interacción magnética de dos anillos superconductivos, que se presenta cuando la fuerza magnética tiene un valor de cero. La fuerza magnética cambia su signo, transformando la fuerza repulsiva a la atractiva y, en caso contrario, la fuerza atractiva a la repulsiva, pasando a través del punto cero.

2).- Existe en el sistema de contornos superconductivos de interacción magnética un intervalo de parámetros determinados en estado estático siempre estable. Esto contradice el teorema de Ernschow sobre la imposibilidad de estabilización estática en caso de interacción eléctrica y magnética.

Las variaciones de corrientes eléctricas en cada anillo nos permite controlar el comportamiento de las características del sistema en forma directa.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Feynman, R., Leyton, R. And Sands, M., Feynman's lectures of physics, v2 (1964).
- [2] Linton E. A. Superconductividad.- M.:Miz, 1964.-196p.
- [3] Buckel B. Superconductividad.- M.: Miz, 1975.- 366p.
- [4] Landan L. D; Liftshits E. M. Electrodinámica de medio continuo.- M.: Fismatguiz, 1959.-532p.
- [5] Garret, M., Calculation of Fields, Forces Mutual and Inductances of Current Systems by Elliptic Integrals, Journal of Applied Physics: 15 May, vol. 34, 2567-2573 (1963).
- [6] Mikhalevich V. S; Kozorez V. V., Rashkovan V. M., Khusainov D. Already. CheBozin D.G. "Magnetic potential well" - effect of stabilization of systems dynamic superconductivos, Kiev, Naukova dumka, - 1991. - 336p.

CURRÍCULUM VITAL



Vasyl Rashkovan, Ph.D. (1970), D. Sc. (1994), Prof. of National Aerospace University of Ukraine (2000), Prof. and research of the ESIME-CULHUACAN, IPN (from 2001). His research interests are in applications of superconductivity, Dynamics of plasmas and Electrodynamics control systems.



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
SECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN



4° Congreso Internacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas

- DIRECTORIO**
- COMITÉ ORGANIZADOR**
- COMITÉ TÉCNICO**
- INTRODUCCIÓN**



ISBN: 970-36-0291-6

	PONENCIAS	RESUMENES	PROGRAMA
INGENIERÍA ELÉCTRICA	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
INGENIERÍA MECÁNICA	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
DISEÑO	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
ENERGÉTICA	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
INGENIERÍA EN SISTEMAS	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
INGENIERÍA EN TELECOMUNICACIONES	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
INGENIERÍA ELECTRÓNICA	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
EDUCACIÓN TECNOLÓGICA	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

Modelado de un Acelerómetro Superconductor

Gallegos L., Rashkovan V., Alvarado J.

Resumen – Un nuevo tipo de modelo acelerómetro superconductor, con una masa de prueba levitada en un campo magnético de dos anillos superconductivos, es presentado. La masa inercial susceptible, puede ser un anillo superconductor libre o un disco HTSC auto estable suspendido debido al efecto MPW (Pozo de Potencial Magnético) entre los dos anillos superconductivos estacionarios. El efecto MPW consiste en el hecho que la interacción de energía potencial de dos contornos cerrados superconductivos, considerado como una función de distancia entre los contornos cerrados podría tener un mínimo. El efecto de tal sistema es similar al comportamiento de un resorte mecánico que permite el diseño de una suspensión estable sin contacto de un cuerpo libre. El efecto MPW llega aparecer sólo en condiciones de superconductividad debido a la conservación de flujos magnéticos cerrados en el anillo superconductor. El modelo del sistema es de tres anillos superconductivos idénticos alineados, uno de ellos es suspendido libremente, fue considerado. El equilibrio estable de un anillo superconductor libre con seis grados de libertad en el campo magnético de otros HTSC-anillos fue investigado y demostrado. La información acerca del desplazamiento del anillo superconductor libre, está incluida en la magnitud de la corriente del anillo estacionario, medido por un SQUID (Dispositivo de Interferencia Cuántica). La sensibilidad potencial de este tipo de acelerómetro superconductor puede ser

$$\frac{\delta g}{g} \approx 2 \times 10^{-12}.$$

Palabras clave – Acelerómetro, equilibrio estable, efecto MPW (Pozo de Potencial Magnético), masa de prueba, sensibilidad potencial.

Abstract — A new type of a superconducting accelerometer model, with a levitated proof mass in a magnetic field of two superconducting rings, is presented. As the sensitive inertial mass, can be a free superconductive ring or a HTSC-disc auto stable suspending due to MPW-effect between two stationary superconducting rings. The MPW (Magnetic Potential

Well) effect consists of the fact that the potential interaction energy of two superconducting loops, considered as a function of distance between loops may have a minimum. The action of such system is similar to the behavior of a normal mechanical spring that permits design of a stable no contact suspension of a free body. The MPW effect becomes apparent only in the superconductivity conditions due to conservation of magnetic fluxes in closed superconducting rings. Model of system of three identical aligned superconducting rings, one of them is suspended freely, was considered. The equilibrium stability of a free superconducting ring with six degrees of freedom in the magnetic field of others HTSC-rings was investigated and proved. The information about free ring displacement is included in the current magnitude of the stationary ring measured by a SQUID (Superconducting Quantum Interference Device). The potential sensibility of this superconducting accelerometer type can be $\delta g/g \approx 2 \times 10^{-12}$.

Key words — Accelerometer, equilibrium stability, Magnetic Potential Well (MPW) effect, proof mass, potential sensibility.

I. INTRODUCCIÓN

La superconductividad, es un importante campo de investigación en la actualidad, se buscan nuevas áreas de aplicación, y una de estas es la aplicación de elementos superconductivos en la construcción de medidores de alta precisión, como por ejemplo acelerómetros, gravímetro, etc., una de las partes más importantes de estos dispositivos es la masa de prueba, la principal característica de estos dispositivos de medición es la habilidad de medir desplazamientos mínimos de la masa de prueba en consecuencia de perturbaciones externas o internas.

La búsqueda de nuevas formas de aumentar la sensibilidad, conduce a la necesidad de usar bajas temperaturas. Esto esencialmente no sólo permite la reducción del ruido térmico, pero además, utiliza un número de efectos útiles, la cual toma lugar a bajas temperaturas: Superconductividad, efecto Meissner y MPW (Pozo de Potencial Magnético). Pequeños desplazamientos y aceleraciones pueden ser detectados con la ayuda de una masa de prueba superconductor, suspendida por levitación magnética, para un movimiento libre con respecto al anillo fijo. La corriente que fluye a través del anillo, monitoreado por un SQUID (Dispositivo de Interferencia Cuántica), llega a ser una función sensible de la distancia de la masa de prueba.

Gallegos L., Sección de Estudios de Posgrado e Investigación-Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica – Culhuacán, Instituto Politécnico Nacional de México, D. F. (albert14@yahoo.com).

Rashkovan V., Sección de Estudios de Posgrado e Investigación-Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica – Culhuacán, Instituto Politécnico Nacional de México, D. F. (vasyl@calmecac.esimecu.ipn.mx).

Alvarado J., Sección de Estudios de Posgrado e Investigación-Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica – Culhuacán, Instituto Politécnico Nacional de México, D. F. (aoja55@hotmail.com).

Varios científicos hoy en día están trabajando, en una nueva generación de detectores, para medir la gravedad, utilizando superconductores, con una alta resolución.

En este trabajo, se propone un nuevo instrumento superconductor, basado en el efecto MPW. Este efecto proporciona un gran significado para el diseño de una masa de prueba suspendida estable y para medir su desplazamiento. El efecto fue teóricamente predecido y confirmado experimentalmente por Dr. Kozorez junto con sus compañeros de trabajo en el Instituto Cibernético de Ucrania, en el año de 1980 [1].

II. EFECTO MPW Y SUSPENSIÓN ESTABLE DE LA MASA DE PRUEBA

Según el teorema de Ernschow, establece que por su naturaleza, los sistemas estáticos con interacción magnética o eléctrica no pueden ser estables. Sin embargo existen al menos dos excepciones del teorema de Ernschow [3]. La primera, es el efecto Braunbek, la cual consiste en el hecho que el equilibrio estable podría tomar lugar en el caso donde el sistema magnético contiene cuerpos con propiedad magnética ($\mu < 1$). Braunbek predijo la consolidación de este efecto en el caso de aplicación de cuerpos superconductivos. El efecto Meissner esta condicionado por la propiedad $\mu = 0$ y proporciona una levitación magnética estable basado en la fuerza de repulsión.

La segunda, es el efecto MPW. En donde este efecto esta condicionado por la propiedad $\rho = 0$ (ρ es la resistencia específica) y proporciona una levitación magnética estable basado en la fuerza de atracción.

La esencia del efecto MPW consiste en el hecho de que la interacción de energía potencial de dos contornos cerrados superconductivos, como una función de la distancia entre los contornos puede tener un mínimo. Esto significa que la fuerza de interacción entre los dos contornos cerrados superconductivos cambia de atracción a repulsión, cuando la distancia disminuye entre ellos.

El efecto MPW llega a aparecer sólo en condiciones de superconductividad, debido a la conservación de flujos magnéticos cerrados en el anillo superconductor. El comportamiento del sistema nos permite crear una suspensión estable del anillo. La suspensión producida por el efecto MPW produce una corriente, la cual depende de la posición de la masa de prueba. Esta corriente es fácil para mediciones posteriores; por lo cual la unidad de medición de desplazamientos separados no es necesaria.

Consideremos un sistema formado por dos contornos cerrados finos arbitrariamente colocados en el espacio [2], [6]. Para comprobar el efecto MPW (ver Fig. 1). Designamos por v_1, v_2, r_1, r_2 y r_{01}, r_{02} las normales, los rayos vectores y los rayos del primero y segundo anillo. El vector R_0 une los centros de los anillos.

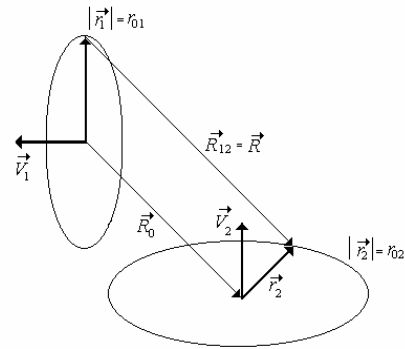


Fig 1. Sistema de dos anillos finos arbitrariamente colocados.

A continuación se representa la energía potencial adimensional y la fuerza magnética adimensional:

1.- La Energía Potencial adimensional

$$u = 2UL_2\Psi_2^{-2} = (\eta^2 - 2\eta\gamma + 1)(1 - \gamma^2)^{-1} \quad (1)$$

2.- La Fuerza Magnética adimensional

$$p = 4Pa_2L_2\Psi_2^{-2} = (\eta - \gamma)(\eta\gamma - 1)(1 - \gamma^2)^{-2} \cdot k'^{-2} \cdot [4\xi - k^2(1 + \xi^2)]^{1/2} \cdot x[2K^2K - (2 - k^2)E] \quad (2)$$

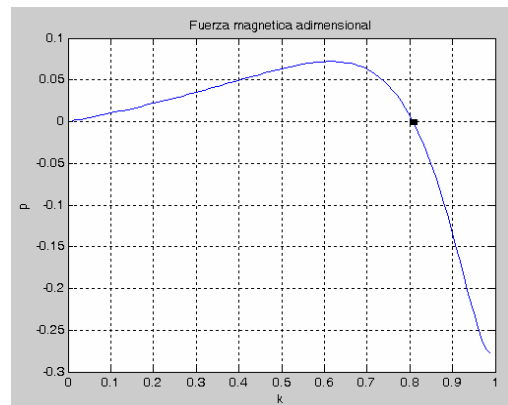


Fig. 2. Fuerza magnética adimensional.

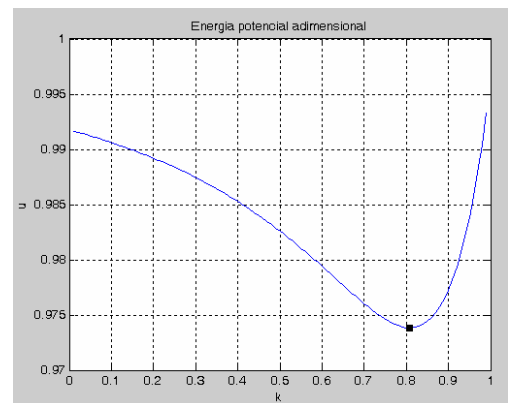


Fig. 3. Energía potencial adimensional.

En la Fig. 2 y 3, se observa que en el punto en que la fuerza magnética es cero, la energía magnética y potencial de dos anillos superconductivos tiene un mínimo. La fuerza magnética que pasa a través del

punto cero, cambia su signo de positivo a negativo (atracción a repulsión).

En un anillo superconductor fino el carácter diamagnético es despreciable, al contrario de lo que ocurriría en un disco superconductor donde la levitación, dado el diamagnetismo, se debe a las fuerzas repulsivas. Así entonces en el anillo, la conductividad ideal y la conservación del flujo magnético son las principales características. De modo que el efecto MPW lleva a la persistencia de flujos en el anillo superconductor, lo cual nos permite crear una levitación estable de la masa de prueba debido a las fuerzas magnéticas atractivas.

El equilibrio estable de un anillo superconductor libre con seis grados de libertad en el campo magnético de otros HTSC-anillos. La información acerca del desplazamiento del anillo superconductor libre, está incluida en la magnitud de la corriente del anillo estacionario, medido por un SQUID. Considere un sistema de dos espiras ideales para resolver el problema de la suspensión estable de la masa de prueba [4] (ver Fig. 4).

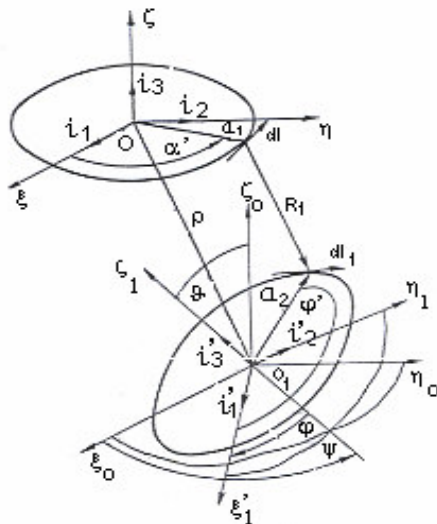


Fig. 4. Sistemas de coordenadas del sistema de dos espiras ideales.

Una de las espiras está fija y tiene radio a_1 ; la segunda tiene radio a_2 y se puede mover libremente en cualquier dirección.

El sistema de coordenadas $0\xi\eta\zeta$ tiene inicio en el centro O del anillo fijo. Los ejes $0_1\xi_0$, $0_1\eta_0$ y $0_1\zeta_0$ de otro sistema de referencia $0_1\xi_0\eta_0\zeta_0$, que esta en el centro de masa del anillo libre, consecuentemente estos ejes son paralelos sobre otros ejes $0\xi\eta\zeta$ ($0_1\xi_0 \parallel 0\xi$, $0_1\eta_0 \parallel 0\eta$, $0_1\zeta_0 \parallel 0\zeta$) guardando la misma dirección en todo tiempo.

Una tercera referencia $0_1\xi_1\eta_1\zeta_1$ está situada en el punto O_1 pero esta fuertemente relacionada con el

cuerpo libre, de tal manera que el eje $0_1\zeta_1$ tiene una dirección que coincide con el eje del anillo libre.

Es evidente que la posición del cuerpo libre en relación con las coordenadas de $0\xi\eta\zeta$ pueden ser exactamente determinadas si se dan tres coordenadas del punto O_1 y tres determinados parámetros de la orientación relativa, de los sistemas de coordenadas $0_1\xi_1\eta_1\zeta_1$ y $0_1\xi_0\eta_0\zeta_0$.

Las coordenadas del punto O_1 podemos llamarlas como grados de libertad del movimiento traslacional y a los parámetros de orientación relativa del sistema de referencia mencionados podemos llamarlos como grados de libertad de movimiento rotacional.

Tomaremos como grados de libertad traslacionales a las coordenadas cilíndricas ρ , α , ζ del punto O_1 en el sistema de coordenadas $0\xi\eta\zeta$ ($\rho = (\xi^2 + \eta^2)^{1/2}$), $\alpha = \arctg \xi^{-1}$; ξ , η , ζ - son coordenadas cartesianas.

Como grados de libertad rotacional vamos a usar los ángulos de Euler θ , ψ , φ , donde θ es el ángulo de rotación entre los ejes $0_1\zeta_1$ y $0_1\xi_0$; ψ es el ángulo de precesión, este ángulo es de revolución en dirección de $0_1\zeta_0$; φ es el ángulo de rotación propia es decir un ángulo de revolución en relación a $0_1\zeta_1$.

Para el equilibrio estable en el caso de movimiento, las derivadas parciales en relación al tiempo son igual a cero.

$$\begin{aligned} \rho' = \alpha' = \zeta' = \theta' = \psi' = \varphi' = 0 \\ \left(q' = \frac{\partial q}{\partial t} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

OBSERVACIÓN: Si las espiras estuvieran dispuestas de tal manera que los planos que las contienen fueran paralelos (lo cual sucede para $\xi = \xi_0, \rho = 0, \vartheta = 0, \alpha - \psi = \text{cualquier valor}$), se tendrá lo siguiente:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial \xi} \right)_0 \pm G = 0, \quad (4)$$

lo que quiere decir que la fuerza gravitacional se equilibra con la fuerza de interacción magnética que hay entre las espiras.

La observación anterior indica dos puntos de equilibrio muy evidentes y que son estables. Sin embargo, cuando las espiras no están en esta posición, podemos encontrar regiones en las cuales el sistema no es estable. Entonces, debemos establecer el equilibrio estático. Se dice que un sistema tiene equilibrio estático cuando la fuerza total que actúa sobre él y el momento total son cero. Para el sistema considerado esto sucede cuando:

$$\rho' = \alpha' = \xi' = \vartheta' = \varphi' = \psi' = 0, \quad (5)$$

$$-\left(\frac{\partial U}{\partial \xi}\right)_0 = \pm G \cdot \quad (6)$$

La condición necesaria de estabilidad de equilibrio, debe de cumplir con la siguiente igualdad:

$$dU_0 = \frac{\partial U}{\partial \zeta} \Big|_0 d\zeta + \frac{\partial U}{\partial \rho} \Big|_0 d\rho + \frac{\partial U}{\partial \alpha} \Big|_0 d\alpha + \frac{\partial U}{\partial \vartheta} \Big|_0 d\vartheta + \frac{\partial U}{\partial \psi} \Big|_0 d\psi + \frac{\partial U}{\partial \varphi} \Big|_0 d\varphi = 0 \quad (7)$$

La condición suficiente de estabilidad de equilibrio, debe de cumplir con la siguiente desigualdad:

$$\begin{aligned} d^2U_0 = & \frac{\partial^2 U}{\partial \zeta^2} \Big|_0 d^2\zeta + \frac{\partial^2 U}{\partial \rho^2} \Big|_0 d^2\rho + \frac{\partial^2 U}{\partial \alpha^2} \Big|_0 d^2\alpha + \frac{\partial^2 U}{\partial \vartheta^2} \Big|_0 d^2\vartheta + \\ & + \frac{\partial^2 U}{\partial \psi^2} \Big|_0 d^2\psi + \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2} \Big|_0 d^2\varphi + 2 \frac{\partial^2 U}{\partial \zeta \partial \rho} \Big|_0 d\zeta d\rho + 2 \frac{\partial^2 U}{\partial \zeta \partial \vartheta} \Big|_0 d\zeta d\vartheta + \\ & + 2 \frac{\partial^2 U}{\partial \zeta \partial \alpha} \Big|_0 d\zeta d\alpha + 2 \frac{\partial^2 U}{\partial \zeta \partial \psi} \Big|_0 d\zeta d\psi + 2 \frac{\partial^2 U}{\partial \zeta \partial \varphi} \Big|_0 d\zeta d\varphi + \\ & + 2 \frac{\partial^2 U}{\partial \rho \partial \vartheta} \Big|_0 d\rho d\vartheta + 2 \frac{\partial^2 U}{\partial \rho \partial \alpha} \Big|_0 d\rho d\alpha + 2 \frac{\partial^2 U}{\partial \rho \partial \psi} \Big|_0 d\rho d\psi + \\ & + 2 \frac{\partial^2 U}{\partial \rho \partial \varphi} \Big|_0 d\rho d\varphi + 2 \frac{\partial^2 U}{\partial \vartheta \partial \alpha} \Big|_0 d\vartheta d\alpha + 2 \frac{\partial^2 U}{\partial \vartheta \partial \psi} \Big|_0 d\vartheta d\psi + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + 2 \frac{\partial^2 U}{\partial \vartheta \partial \varphi} \Big|_0 d\vartheta d\varphi + 2 \frac{\partial^2 U}{\partial \alpha \partial \psi} \Big|_0 d\alpha d\psi + \\ & + 2 \frac{\partial^2 U}{\partial \alpha \partial \varphi} \Big|_0 d\alpha d\varphi + 2 \frac{\partial^2 U}{\partial \psi \partial \varphi} \Big|_0 d\psi d\varphi > 0. \quad (8) \end{aligned}$$

III. MODELO DEL ACELERÓMETRO CON TRES ANILLOS SUPERCONDUCTIVOS

El sistema esta formado por tres anillos superconductivos, dos anillos fijos y uno móvil. El sistema permite la suspensión magnética del anillo libre cuyo movimiento puede definirse a través de la medición de la corriente en los anillos estacionarios. En el esquema propuesto se plantea el anillo superconductor móvil como masa de prueba, esto se aprecia en la Fig. 5. Observamos en la sección II una de las características de la interacción magnética entre anillos superconductores, la cual indica que la energía potencial tiene un mínimo, lo que significa, que la fuerza de interacción entre los anillos cambia de atracción a repulsión durante el decremento de la distancia entre los anillos, este comportamiento permite crear suspensiones magnéticas estables de anillos, la suspensión de la masa de prueba (anillo) produce una corriente en los anillos estacionarios que depende de la posición de la masa de prueba, esta corriente puede ser medida a través de un SQUID.

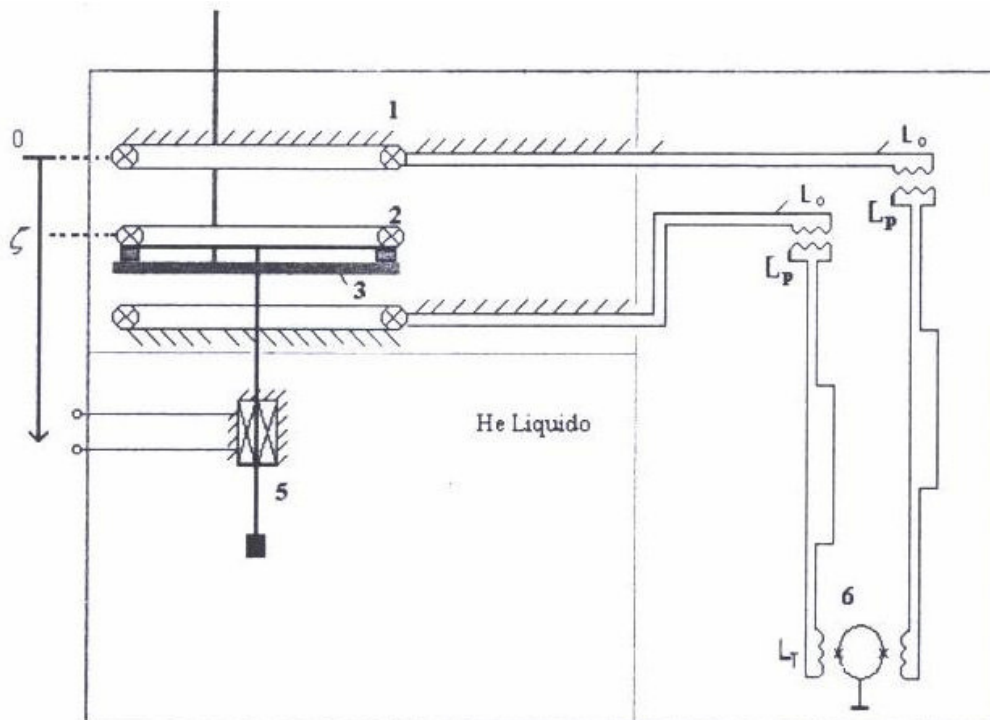


Fig. 5. Modelo del acelerómetro con tres anillos superconductivos.

En el esquema mostrado en la Fig. 5, se observa un anillo libre 2, el cual esta suspendido por un soporte y

confinado a un grado de libertad, responde a una señal de aceleración con un desplazamiento relativo a los anillos 1 y 3 que tienen inductancias L₁ y L₂, estas inductancias son moduladas por la interacción

magnética de los anillos. La corriente I es modulada como resultado de la modulación de las inductancias de los anillos libres. Un SQUID puede ser usado para poder registrar los resultados de la medición. En la Fig. 6 se muestra el circuito mecánico equivalente del acelerómetro propuesto.

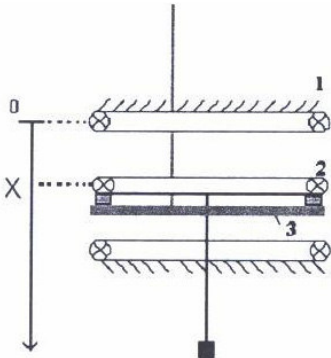


Fig. 6. Circuito mecánico equivalente.

El análisis se basa en el circuito eléctrico mostrado en la Fig. 7, dado que se tiene un circuito mecánico equivalente, entonces el sistema eléctrico propuesto permite analizar el caso del sistema de movimiento dinámico.

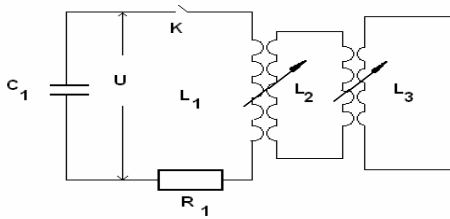


Fig. 7. Esquema eléctrico.

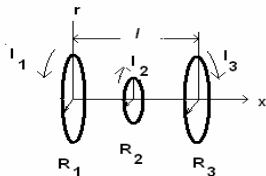


Fig. 8. Sistema mecánico equivalente del circuito eléctrico de la Fig. 7.

En la Fig. 8, esta caracterizado por dos contornos superconductivos fijos 1 y 3, y un contorno superconductivo móvil 2, que tiene inductancia propia L_3 y flujo magnético Ψ_3 . Los contornos cerrados superconductivos 1 y 3 están atravesados por los flujos magnéticos Ψ_1 y Ψ_2 . Además se tienen inductancias mutuas L_{12} , L_{13} y L_{23} , que dependen de sus posiciones y las corrientes eléctricas de cada contorno $i_1(t)$, $i_2(t)$ y $i_3(t)$.

La energía potencial de interacción magnética estará dada por:

$$U = \frac{\Psi_2^2 L_3 - 2\Psi_2 \Psi_3 L_{23}(x) + \Psi_3^2 (L_2 + L)}{2[(L_2 + L)L_3 - L_{23}^2(x)]} \quad (9)$$

La aceleración puede ser observada de la función de Lagrange, considerando el circuito descargado y la posición de las coordenadas iniciales:

$$L = \frac{mx^2}{2} + \frac{L_1 I_1^2}{2} + \frac{L_2 I_2^2}{2} + \frac{L_3 I_3^2}{2} + L_{12} I_1 I_2 + L_{13} I_1 I_3 + L_{23} I_2 I_3 \quad (10)$$

Donde:

L_{ij} - son los valores de la inductancia mutua de los anillos; L_i - son los valores de la inductancia propia de los anillos. La carga en los anillos q_1, q_2, q_3 y la coordenada X puede ser designada como coordenadas generalizadas. Considerando la función de Relay:

$$Q_i = \frac{dR}{dQ_1}; \quad R = \frac{1}{2} R_1 Q_1^2$$

y derivando la ecuación (10) con respecto a las coordenadas generalizadas y velocidades, se puede obtener un conjunto de ecuaciones, que describen el comportamiento del circuito equivalente mostrado en la Fig. 7:

$$\begin{aligned} m \frac{d^2 x}{dt^2} &= I_1 I_2 \frac{dL_{12}}{dx} + I_2 I_3 \frac{dL_{23}}{dx}; \\ L_1 \frac{dI_1}{dt} + \frac{d}{dt}(L_{12} I_2) + \frac{d}{dt}(L_{13} I_3) + R_1 I_1 &= U; \\ L_2 \frac{dI_2}{dt} + \frac{d}{dt}(L_{12} I_1) + \frac{d}{dt}(L_{23} I_3) &= 0; \\ L_3 \frac{dI_3}{dt} + \frac{d}{dt}(L_{13} I_1) + \frac{d}{dt}(L_{23} I_2) &= 0; \\ I_1 &= -C_1 \frac{dU}{dt}. \end{aligned} \quad (11)$$

En el sistema de ecuaciones (11), la primera ecuación es la ecuación de movimiento, las otras son las ecuaciones de Kirghoff, el conjunto de ecuaciones describe la variación de los parámetros eléctricos en los circuitos 1, 2 y 3.

Lo cual permite introducir las siguientes designaciones:

$$\begin{aligned} [x] &= \left(\frac{2}{k_1} - k_1 \right) \cdot K(k_1) - \frac{2}{k} \cdot E(k_1), \\ k_1 &= \frac{4r_1 r_2}{(r_1 + r_2)^2 + x^2}; \\ [1-x] &= \left(\frac{2}{k_2} - k_2 \right) \cdot K(k_2) - \frac{2}{k} \cdot E(k_2), \\ k_2 &= \frac{4r_3 r_2}{(r_2 + r_3)^2 + (1-x)^2}, \end{aligned}$$

$$[l] = \left(\frac{2}{k_3} - k_3 \right) \cdot K(k_3) - \frac{2}{k} E(k_3),$$

$$k_3 = \frac{4r_1r_3}{(r_1+r_3)^2+l^2}. \quad (12)$$

Donde l – es la distancia entre centros de anillos 1 y 2, x es la coordenada móvil del anillo 2 de la Fig. 8, en este caso las inductancias móviles son:

$$L_{12} = \mu_0 \sqrt{r_2 \cdot r_1} [x], \quad L_{23} = \mu_0 \sqrt{r_2 \cdot r_3} [1-x],$$

$$L_{13} = \mu_0 \sqrt{r_3 \cdot r_1} [l]. \quad (13)$$

Para denotar las derivadas de las inductancias mutuas, se introducen las siguientes designaciones:

$$\{x\} = \frac{x}{\sqrt{(r_1+r_2)+x^2}} \left[-K(k_1) + \frac{r_1^2+r_2^2+x^2}{(r_1+r_2)^2+x^2} \cdot E(k_1) \right],$$

$$\{1-x\} = \frac{1-x}{\sqrt{(r_3+r_2)^2+(1-x)^2}} \left[-K(k_2) + \frac{r_3^2+r_2^2+(1-x)^2}{(r_3+r_2)^2+(1-x)^2} E(k_2) \right],$$

$$\{l\} = \frac{1}{\sqrt{(r_3+r_1)^2+l^2}} \left[-K(k_3) + \frac{r_3^2+r_1^2+l^2}{(r_3+r_1)^2+l^2} E(k_3) \right]. \quad (14)$$

Las inductancias de los anillos, son expresados por las dependencias [5]:

$$L_1 = \mu_0 r_1 \ln \left[\frac{8r_b}{r_1} - \frac{7}{4} \right]; \quad L_2 = \mu_0 r_2 \ln \left[\frac{8r_b}{r_2} - \frac{7}{4} \right];$$

$$L_3 = \mu_0 r_3 \ln \left[\frac{8r_b}{r_3} - \frac{7}{4} \right]. \quad (15)$$

Donde r_b – es el ancho del anillo; r_1, r_2, r_3 – es el radio de los anillos 1, 2 y 3, por consiguiente:

$$\frac{\partial L_{12}}{\partial t} = -\frac{dx}{dt} \mu_0 \cdot \{x\}; \quad \frac{\partial L_{13}}{\partial t} = 0;$$

$$\frac{\partial L_{23}}{\partial t} = \frac{dx}{dt} \mu_0 \cdot \{1-x\}. \quad (16)$$

Para los cálculos numéricos es conveniente convertir el sistema de ecuaciones (11) en una forma adimensional, para esto se puede introducir las siguientes variables adimensionales:

$$N_1 = \frac{I_1}{U_0} \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}; \quad N_2 = \frac{I_2}{U_0} \sqrt{\frac{L_2}{C_1}}; \quad N_3 = \frac{I_3}{U_0} \sqrt{\frac{L_3}{C_1}};$$

$$\tilde{\tau} = \frac{1}{r_1}; \quad \tilde{x} = \frac{x}{r_1}.$$

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}};$$

$$\tilde{U} = \frac{U}{U_0}; \quad n_2 = \frac{r_2}{r_1}; n_3 = \frac{r_3}{r_1}. \quad (17)$$

Obteniéndose el siguiente sistema de ecuaciones adimensionales:

$$\frac{d^2 y}{d\tau^2} = q N_1 N_2 \{x\} + q N_2 N_3 \{1-x\};$$

$$\frac{dN_1}{d\tau} - \frac{1}{\chi} \frac{dy}{d\tau} \cdot \{x\} \cdot N_2 + \frac{\sqrt{n_2}}{\chi} \cdot [x] \cdot \frac{dN_2}{d\tau} + \frac{\sqrt{n_3}}{\chi} \cdot [l] \cdot \frac{dN_3}{d\tau} + \alpha_1 N_1 = \tilde{U};$$

$$n_2 \frac{dN_2}{d\tau} - \frac{1}{\chi} \frac{dy}{d\tau} \cdot \{y\} \cdot N_1 + \frac{\sqrt{n_2}}{\chi} \cdot [y] \cdot \frac{dN_1}{d\tau} + \frac{\sqrt{n_3}}{\chi} \cdot [\tilde{\tau}-y] \cdot \frac{dN_3}{d\tau} + \frac{1}{\chi} \frac{dy}{d\tau} \cdot [\tilde{\tau}-y] N_3 = 0;$$

$$n_3 \frac{dN_3}{d\tau} + \frac{\sqrt{n_3}}{\chi} \cdot [l] \cdot \frac{dN_1}{d\tau} + \frac{\sqrt{n_2}}{\chi} \cdot [\tilde{\tau}-y] \cdot \frac{dN_2}{d\tau} + \frac{1}{\chi} \frac{dy}{d\tau} \cdot [\tilde{\tau}-y] N_2 = 0;$$

$$N_1 = -\frac{\partial \tilde{U}}{\partial \tau}. \quad (18)$$

En la ecuación (18) el parámetro $q = \frac{\mu_0}{m} \cdot \frac{U_0^2 C_1^2}{r_1}$ – es análogo al parámetro de Artsimovitch. Esto representa la relación electromagnética y calidad inercial del sistema. El valor $\alpha_1 = R_1 \sqrt{\frac{C_1}{L_1}}$ – es el parámetro de

disipación del anillo inductor y $\chi = \ln \left(\frac{8r_b}{r_1} - \frac{7}{4} \right)$.

Los datos iniciales para el sistema (18) son los siguientes:

$$\tilde{U}|_{t=0} = 1; y|_{t=0} = y_0; \dot{y}|_{t=0} = 0; N_1|_{t=0} = 0; N_2|_{t=0} = 0; N_3|_{t=0} = N_{30};$$

$$\frac{dN_1}{d\tau}|_{t=0} = \frac{dN_2}{d\tau}|_{t=0} = \frac{dN_3}{d\tau}|_{t=0} = 0. \quad (19)$$

Para evitar pérdidas de la aceleración debe ser ajustado la posición relativa de las bobinas fijas o variar la distribución de los flujos magnéticos iniciales a lo largo de la longitud de “El senoidal”.

RESULTADOS TEÓRICOS Y EXPERIMENTALES

Los resultados teóricos fueron comparados con resultados experimentales del esquema mostrado en la Fig. 9.

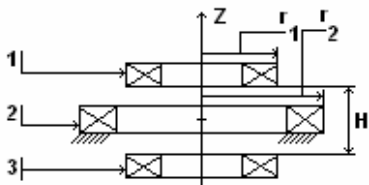


Fig. 9. Esquema del experimento.

En la Fig. 10, está representada la dependencia de la fuerza magnética entre la bobina inmóvil 2 y las dos bobinas móviles 1 y 3.

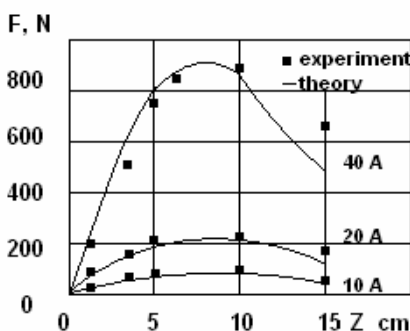


Fig. 10. La relación de la fuerza magnética entre las bobinas.

Como se observa los datos experimentales coinciden con los datos teóricos. La sensibilidad potencial de este sistema puede ser $\delta g/g \approx 2 \times 10^{-12}$.

IV CONCLUSIÓN

Se obtuvieron las condiciones necesarias y suficientes para que exista la estabilidad del equilibrio estático, mediante el efecto MPW (Pozo de Potencial Magnético), del sistema de dos espiras, cuando una de ellas está fija y la otra se mueve libremente en el espacio (la masa de prueba).

En el sistema de dos espiras ideales como el de la Fig. 4, el estado de equilibrio estable es sólo en el sistema de dos anillos de radios aproximadamente iguales, con fuerza magnética atractiva no repulsiva.

De acuerdo a los datos experimentales observados en la sección III, este modelo es aplicable existosamente a la construcción de un acelerómetro, basado en el efecto MPW, con dos anillos superconductivos fijos y un anillo superconductor móvil como masa de prueba.

Este modelo presenta una alta sensibilidad potencial con respecto al modelo presentado por Kryuchkov [7], la cual consiste de un anillo superconductor fijo y otro móvil como masa de prueba.

La sensibilidad real de los dispositivos basados en el efecto MPW, queda determinado por el grado de eliminación de perturbaciones externas.

REFERENCIAS

- [1] Mihalevich S., Kozorez V., Rashkovan V., 1991, "Magnetic Potential Well-The effect of stabilization of superconducting dynamic systems," Kiev: Naukova dumka, Russian, pp. 336.
- [2] Rashkovan V., Zub S., Ponomaryova I., November 2004, "Magnetic Interaction of Arbitrarily Placed Electric Contours," ICED 2004, Veracruz México, pp. 138.
- [3] Kruchkov E., December 1996, "One Approach to Magnetic Levitation and Precision Acceleration Measurement Under Superconductivity Conditions," IEEE Trans. Appl. Superconductivity, vol. 6 No 4, pp. 157-159.
- [4] Kozorez V., Rashkovan V., Alvarado J., October 2004, "Estabilidad del Estado de equilibrio de Dos Espiras Ideales con Interacción Magnética," SOMI 2004, Hidalgo México, pp. 160.
- [5] Kalantazov P., Tseytlin L., 1955, "Calculation of inductance," -M-L: Hosenizgoizdat, Russian, pp. 368.
- [6] Rashkovan V., Alvarado J., Gallegos L., August 2004, "Superconductivity Ring Model as Elements of Magnetic Levitation," CCCT'04, Austin Texas USA, pp. 46.
- [7] Kryuchkov Y., September 2004, "Possible Application of MPW Effect for Sensitive Acceleration Measurements," IEEE Trans. Appl. Superconductivity, vol. 14 No 4, pp. 2001-2007.2