



**INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**

**ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA**

**SECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA**

**PRECIOS MARGINALES LOCALES EN MERCADOS  
ELÉCTRICOS BAJO INCERTIDUMBRE EN LA  
DEMANDA**

**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:  
MAESTRO EN CIENCIAS  
EN INGENIERÍA ELÉCTRICA**

**PRESENTA:  
OMAR HERNÁNDEZ FLORES**

**DIRECTOR:  
DR. DAVID ROMERO ROMERO**



**CIUDAD DE MÉXICO 2018**







## RESUMEN

El Precio Marginal Local se define como el costo incremental para satisfacer un cambio de carga en un nodo determinado, respetando las restricciones físicas de la red. La metodología de Precios Marginales Locales es uno de los estudios predominantes para calcular el precio de la energía en algunos mercados eléctricos.

En este trabajo se realiza un análisis de los Precios Marginales Locales bajo un enfoque de incertidumbre en la demanda del sistema de prueba IEEE Reliability Test System (RTS), el cual dispone de 24 nodos, 32 unidades generadoras térmicas y 34 líneas de transmisión.

La metodología empleada en este trabajo para el cálculo de Precios Marginales Locales se basa en un problema de Programación Lineal Sucesiva. El modelo presentado, es un estudio de Flujos Óptimos de Potencia en Corriente Directa considerando las pérdidas del sistema, el cual minimiza el costo total de generación. El método de incorporación de pérdidas se basa en el Factor de Distribución de Pérdidas, donde las pérdidas totales del sistema son distribuidas entre los nodos de carga. Con la metodología empleada se garantiza que la suma de las componentes marginales de energía, pérdidas y congestión, no se vea afectada ante cualquier cambio en el nodo de referencia. El cálculo de los Precios Marginales Locales descrito, se realiza en lenguaje Fortran 90 y utilizando la subrutina DDLPRS (la cual resuelve un problema de optimización lineal con el método revisado simplex) de la biblioteca IMSL.

Para el análisis de los Precios Marginales Locales bajo incertidumbre en la demanda se utiliza el método de Monte Carlo para un periodo de 24 horas, las simulaciones se realizan representando a la demanda de energía del sistema con una variable aleatoria con una función de distribución Normal. La determinación de la función de distribución que representa la demanda se basa en los resultados de la prueba de bondad de ajuste de una serie de tiempo de la demanda Oriental del Sistema Interconectado Nacional. Las pruebas de bondad de ajuste se realizan dividiendo la serie de tiempo de la demanda en 24 series de tiempo, a razón de una por cada hora del día, de esta forma se elimina la estacionalidad diaria.

Con los resultados de la aplicación del método de Monte Carlo, se observa que los PMLs (para este caso de estudio), no siguen una función de distribución Normal, a pesar de que la variable aleatoria de entrada que se introduce para modelar la demanda tiene una función de distribución Normal.



## ABSTRACT

The Local Marginal Price is defined as the incremental cost to satisfy a change of load in a determined node, respecting the physical restrictions of the network. The methodology of Local Marginal Prices is one of the predominant studies to calculate the price of energy in some electricity markets.

In this paper an analysis of the Local Marginal Prices is made under an uncertainty approach in the demand of the IEEE Reliability Test System (RTS) test system, which has 24 nodes, 32 thermal generating units and 34 transmission lines.

The methodology used in this work for the calculation of Local Marginal Prices is based on a problem of Successive Linear Programming. The presented model is a study of Optimal Flows of Power in Direct Current considering the losses of the system, which minimizes the total cost of generation. The method of incorporating losses is based on the Loss Distribution Factor, where the total losses of the system are distributed among the load nodes. With the methodology used, it is guaranteed that the sum of the marginal components of energy, losses and congestion will not be affected by any change in the reference node. The calculation of the Local Marginal Prices described is done in the Fortran 90 language and using the DDLPRS subroutine (which solves a linear optimization problem with the simplex revised method) of the IMSL library.

For the analysis of the Local Marginal Prices under uncertainty in the demand the Monte Carlo method is used for a period of 24 hours, the simulations are carried out representing the energy demand of the system with a random variable with a Normal distribution function. The determination of the distribution function that the demand represents is based on the results of the goodness of fit test of a time series of the Oriental demand of the National Interconnected System. Goodness of fit tests are carried out by dividing the time series of the demand into 24 time series, at a rate of one for each hour of the day, thus eliminating the daily seasonality.

With the results of the application of the Monte Carlo method, it is observed that the PMLs (for this case of study), do not follow a Normal distribution function, even though the input random variable that is introduced to model the demand has a Normal distribution function.





## **AGRADECIMIENTOS**

A mis padres, Isabel Flores y Jesús Cervantes, por todo su apoyo, cariño, comprensión y enseñanzas.

A mis hermanos, por su apoyo y compañía.

Al Dr. David Romero Romero, por haber creído en mí y haberme dado la oportunidad de continuar mi formación, así como por su paciencia.

A la Comisión Revisora de Tesis por hacer sugerencias para el mejoramiento de este trabajo, Dr. Daniel Olguín, Dr. Jaime Robles, Dr. David Sebastián, Dr. Mohamed Badaoui y Dr. Fermín Pascual Espino.

A mis compañeros de generación, Pablo, Dante, Ismael, Gume, Carlos, José y Alberto, por su apoyo y compañía.

Al Centro Nacional de Control de la Energía (CENACE), por haber proporcionado datos de demanda de energía utilizados en este trabajo.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por la beca de estudios de maestría otorgada durante dos años.

Al Instituto Politécnico Nacional por la Beca de Estímulo Institucional de Formación de Investigadores (BEIFI) en el proyecto de investigación apoyado por la Secretaría de Investigación y Posgrado (SIP), el cual se titula “Control Automático de Generación de Sistemas de Potencia en un Mercado Eléctrico Desregulado” con Clave: 20171927, y por la beca tesis otorgada durante el último semestre.



## CONTENIDO

|   |      |
|---|------|
| RESUMEN .....   | VII  |
| ABSTRACT .....  | IX   |
| AGRADECIMIENTOS .....                                       | XI   |
| CONTENIDO .....   | XIII |
| ÍNDICE DE FIGURAS .....                                     | XVII |
| ÍNDICE DE TABLAS .....                                      | XIX  |
| ABREVIATURAS Y NOMENCLATURA .....                           | XXI  |
| CAPÍTULO 1 .....  | 1    |
| INTRODUCCIÓN .....  | 1    |
| 1.1 GENERALIDADES .....                                     | 1    |
| 1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA .....                        | 2    |
| 1.3 OBJETIVOS .....   | 3    |
| 1.3.1 Objetivo general .....                                | 3    |
| 1.3.2 Objetivos particulares .....                          | 3    |
| 1.4 JUSTIFICACIÓN .....                                     | 3    |
| 1.5 LIMITACIONES Y ALCANCES .....                           | 4    |
| 1.6 ESTADO DEL ARTE .....                                   | 5    |
| 1.6.1 Trabajos desarrollados a nivel internacional .....    | 5    |
| 1.6.2 Trabajos desarrollados en la SEPI-ESIME .....         | 6    |
| 1.7 APORTACIONES DE LA TESIS .....                          | 6    |
| 1.8 ESTRUCTURA DE LA TESIS .....                            | 7    |
| CAPÍTULO 2 .....  | 9    |
| EL PRECIO MARGINAL LOCAL .....                              | 9    |
| 2.1 INTRODUCCIÓN .....                                      | 9    |
| 2.2 BASES PARA EL CÁLCULO DEL PML .....                     | 9    |
| 2.3 INTRODUCCIÓN A LOS FLUJOS ÓPTIMOS DE POTENCIA. ....     | 10   |
| 2.3.1 El problema de los FOP .....                          | 10   |
| 2.3.2 Flujos Óptimos de Potencia en Corriente Alterna ..... | 11   |
| 2.3.3 Flujos Óptimos de Potencia en Corriente Directa ..... | 13   |
| 2.4 INCORPORACIÓN DE PÉRDIDAS AL MODELO DE FOPCD .....      | 14   |

|  |           |
|--|-----------|
| 2.4.1 FOPCD considerando pérdidas basado en el Factor de Distribución de Pérdidas.....   | 15        |
| 2.4.2 Descripción de las componentes del modelo de optimización .....  | 16        |
| 2.4.3 Función objetivo lineal.....   | 16        |
| 2.4.4 Matriz de Factores de Sensibilidad.....  | 18        |
| 2.4.5 Factores de Pérdidas .....   | 19        |
| 2.4.6 Factor de compensación de linealización de pérdidas <i>comp</i> .....  | 21        |
| 2.4.7 Matriz de incidencia bus-generador .....   | 21        |
| 2.4.8 Matriz de incidencia bus-carga .....   | 21        |
| 2.4.9 Factores de distribución de pérdidas.....  | 21        |
| 2.5 COMPONENTES DEL PML .....  | 22        |
| 2.6 CÁLCULO DEL PML. ....  | 23        |
| 2.7 ALGORITMO PARA CALCULAR PMLS CON EL ESTUDIO DE FOPCD CONSIDERANDO PÉRDIDAS CON EL MÉTODO DE DISTRIBUCIÓN DE PÉRDIDAS ..... | 23        |
| <b>CAPÍTULO 3.....</b>   | <b>29</b> |
| <b>ANÁLISIS DE LA DEMANDA .....</b>  | <b>29</b> |
| 3.1 INTRODUCCIÓN .....   | 29        |
| 3.2 SERIES DE TIEMPO .....   | 29        |
| 3.2.1 Características de las series de tiempo .....  | 30        |
| 3.3 DEMANDA DE ENERGÍA .....   | 30        |
| 3.4 MÉTODO DE MONTE CARLO .....  | 32        |
| 3.4.1 Conceptos generales .....  | 33        |
| 3.4.2 Convergencia del Método de Monte Carlo. ....   | 34        |
| 3.5 ANÁLISIS Y TRATAMIENTO DE DATOS.....   | 35        |
| 3.5.1 Clasificación de datos.....  | 36        |
| 3.5.2 Tratamiento de los datos atípicos .....  | 37        |
| 3.6 DETERMINACIÓN DE LA FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN ACUMULADA  | 38        |
| 3.6.1 Representación de función de distribución de la demanda .....  | 38        |
| 3.6.2 Pruebas de bondad de ajuste.....   | 39        |
| 3.7 GENERACIÓN DE NÚMEROS ALEATORIOS .....   | 39        |
| 3.7.1 Método de transformación inversa .....   | 39        |

|  |           |
|--|-----------|
| <b>3.8 ANÁLISIS, TRATAMIENTO Y DETERMINACIÓN DE LA FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD DE LA DEMANDA DE ENERGÍA.....</b> | <b>41</b> |
| <b>3.8.1 Detección de valores atípicos.....</b>  | <b>42</b> |
| <b>3.8.2 Prueba de bondad de ajuste.....</b>   | <b>44</b> |
| <b>CAPÍTULO 4 .....</b>  | <b>47</b> |
| <b>RESULTADOS .....</b>  | <b>47</b> |
| <b>4.1 INTRODUCCIÓN .....</b>  | <b>47</b> |
| <b>4.2 MODELADO DE LAS VARIABLES ALEATORIAS DEL CASO DE PRUEBA.....</b>  | <b>47</b> |
| <b>4.3 RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LOS PMLs.....</b>  | <b>50</b> |
| <b>4.4 RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LA COMPONENTE MARGINAL DE ENERGÍA.....</b>   | <b>62</b> |
| <b>4.5 RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LA COMPONENTE MARGINAL DE CONGESTIÓN .....</b>   | <b>63</b> |
| <b>4.6 RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LA COMPONENTE MARGINAL DE PÉRDIDAS .....</b>   | <b>64</b> |
| <b>CAPÍTULO 5 .....</b>  | <b>67</b> |
| <b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....</b>  | <b>67</b> |
| <b>5.1 CONCLUSIONES .....</b>  | <b>67</b> |
| <b>5.2 RECOMENDACIONES .....</b>   | <b>68</b> |
| <b>5.3 APORTACIONES .....</b>  | <b>68</b> |
| <b>REFERENCIAS .....</b>   | <b>69</b> |
| <b>APÉNDICES .....</b>   | <b>75</b> |
| <b>APÉNDICE A. DATOS DEL SISTEMA DE PRUEBA IEEE DE 24 NODOS CON 32 UNIDADES GENERADORAS .....</b>                            | <b>75</b> |
| <b>APÉNDICE B. DIAGRAMA UNIFILAR .....</b>   | <b>78</b> |
| <b>APÉNDICE C. ASIGNACIÓN DE UNIDADES UTILIZADA.....</b>   | <b>79</b> |
| <b>APÉNDICE D. TEOREMA DE LÍMITE CENTRAL .....</b>   | <b>80</b> |
| <b>APÉNDICE E. PRUEBA DE BONDAD DE AJUSTE KOLMOGOROV-SMIRNOV.....</b>  | <b>82</b> |
| <b>APÉNDICE F. PRUEBA DE BONDAD DE AJUSTE ANDERSON DARLING.....</b>  | <b>83</b> |
| <b>APÉNDICE G. REPRESENTACIÓN DE PROBABILIDAD DE LA DEMANDA</b>  | <b>84</b> |
| <b>APÉNDICE H. CÓDIGO PARA EL CÁLCULO DETERMINISTA DE PMLs UTILIZANDO EL MÉTODO REVISADO SIMPLEX.....</b>                    | <b>89</b> |



## ÍNDICE DE FIGURAS

|  |    |
|--|----|
| Figura 2.1 Descomposición de la curva entrada-salida en $n$ -segmentos [55].   | 17 |
| Figura 2.2 Diagrama de flujo del proceso de cálculo de los PMLs.   | 27 |
| Figura 3.1 Perfil de Demanda Oriental del SIN de agosto de 2017 discretizada en horas.                                       | 30 |
| Figura 3.2 Perfil de Demanda Oriental del SIN del lunes 7 de agosto al domingo 13 de agosto de 2017 discretizado en horas.   | 31 |
| Figura 3.3 Perfil de Demanda Oriental del SIN del lunes 7 de agosto de 2017 discretizado en horas.                           | 31 |
| Figura 3.4 Histograma de la demanda horaria de la zona oriental del SIN del mes de agosto de 2017.                           | 32 |
| Figura 3.5 Histograma de la demanda horaria de la zona oriental del SIN del 7 al 13 de agosto de 2017.                       | 32 |
| Figura 3.6 Proceso de convergencia en la simulación Monte Carlo [12].  | 34 |
| Figura 3.7 Representación gráfica del método de transformación inversa [12].   | 40 |
| Figura 3.8 Perfiles de demanda de los días lunes a viernes del 3 de enero al 31 de mayo de 2017 de la zona oriental del SIN. | 41 |
| Figura 3.9 Diagrama de cajas y bigotes de los perfiles de demanda.   | 42 |
| Figura 3.10 Histograma de demanda de la hora 2.  | 45 |
| Figura 3.11 Histograma de demanda de la hora 12.   | 45 |
| Figura 3.12 Histograma de demanda de la hora 24.   | 46 |
| Figura 4.1 Gráfica de demanda del sistema de prueba  | 47 |
| Figura 4.2 Grafica de porcentaje de demanda en lo nodos.   | 48 |
| Figura 4.3 Series sintéticas generadas para la demanda.  | 49 |
| Figura 4.4 Histograma de PMLs del nodo 5 en la hora 1.   | 53 |
| Figura 4.5 Ajuste de la función de distribución Logistic a los PMLs del nodo 5 a la hora 1.                                  | 54 |
| Figura 4.6 Ajuste de la función de distribución Logistic a los PMLs del nodo 5 a la hora 1.                                  | 54 |
| Figura 4.7 Histograma de PMLs del nodo 8 en la hora 1.   | 55 |
| Figura 4.8 Ajuste de la función de distribución Logistic a los PMLs del nodo 8 a la hora 1.                                  | 56 |
| Figura 4.9 Ajuste de la función de distribución Pearson 5 (3P) a los PMLs del nodo 8 a la hora 1.                            | 56 |
| Figura 4.10 Histograma de PMLs del nodo 18 en la hora 1.   | 57 |
| Figura 4.11 Ajuste de la función de distribución Logistic a los PMLs del nodo 18 a la hora 1.                                | 58 |
| Figura 4.12 Ajuste de la función de distribución Pearson 5 (3P) a los PMLs del nodo 18 a la hora 1.                          | 58 |
| Figura 4.13 Histograma de PMLs del nodo 5 en la hora 1.  | 59 |

|  |    |
|--|----|
| Figura 4.14 Ajuste de la función de distribución Logistic a los PMLs del nodo 23 a la hora 1. ....       | 60 |
| Figura 4.15 Ajuste de la función de distribución Pearson 5 (3P) a los PMLs del nodo 23 a la hora 1. .... | 60 |
| Figura 4.16 Histograma de PMLs del mes de agosto de 2017 del SIN del nodo 01AAN-85. ....                 | 61 |
| Figura 4.17 Histograma de PMLs del mes de agosto de 2017 del SIN del nodo 01AAP-85. ....                 | 61 |
| Figura 4.18 Gráfica del PML promedio y máximo. ....  | 62 |
| Figura 4.19 Gráfica de la CME promedio y máxima. ....  | 63 |
| <br>   |    |
| Figura B.1 Diagrama Unifilar del sistema IEEE 24 nodos y 32 unidades de generación. ....                 | 78 |
| <br>   |    |
| Figura D.1 Aproximación de la función de densidad $f(x)$ a una función de densidad normal. ....          | 80 |
| <br>   |    |
| Figura G.1 Grafica de la función de densidad de probabilidad Normal. ....                                | 84 |
| Figura G.2 Grafica de la función de densidad de probabilidad Lognormal. ....                             | 85 |
| Figura G.3 Grafica de la función de densidad de probabilidad Beta. ....                                  | 86 |
| Figura G.4 Grafica de la función de densidad de probabilidad Beta. ....                                  | 87 |
| Figura G.5 Grafica de la función de densidad de probabilidad Weibull. ....                               | 88 |



## ÍNDICE DE TABLAS

|   |    |
|---|----|
| Tabla 3.1 Estadística descriptiva de los datos. ....  | 42 |
| Tabla 3.2 Datos atípicos moderados y extremos. ....   | 43 |
| Tabla 3.3 Resultados del valor Z modificado y valores de reemplazo. ....                        | 43 |
| Tabla 3.4 Resultados de la prueba de bondad de ajuste. ....                                     | 44 |
|   |    |
| Tabla 4.1 Excedente de generación disponible. ....  | 48 |
| Tabla 4.2 Datos para la generación aleatoria de la demanda. ....                                | 49 |
| Tabla 4.3 Condiciones para la aplicación del método de Monte Carlo. ....                        | 49 |
| Tabla 4.4 Resultados de los PMLs de la hora 1. ....   | 50 |
| Tabla 4.5 Datos estadísticos de los PMLs de la hora 5. ....                                     | 51 |
| Tabla 4.6 Datos estadísticos de los PMLs de la hora 9. ....                                     | 51 |
| Tabla 4.7 Datos estadísticos de los PMLs de la hora 15. ....                                    | 52 |
| Tabla 4.8 Datos estadísticos de los PMLs de la hora 18. ....                                    | 52 |
| Tabla 4.9 Datos estadísticos de los PMLs de la hora 22. ....                                    | 53 |
| Tabla 4.10 Parámetros de ajuste a una distribución Logistic del nodo 5 a la hora 1. ....        | 54 |
| Tabla 4.11 Parámetros de ajuste a una distribución Pearson (3P) del nodo 5 a la hora 1. ....    | 55 |
| Tabla 4.12 Parámetros de ajuste a una distribución Logistic del nodo 8 a la hora 1. ....        | 55 |
| Tabla 4.13 Parámetros de ajuste a una distribución Pearson 5 (3P) del nodo 8 a la hora 1. ....  | 55 |
| Tabla 4.14 Parámetros de ajuste a una distribución Logistic del nodo 18 a la hora 1. ....       | 57 |
| Tabla 4.15 Parámetros de ajuste a una distribución Pearson 5 (3P) del nodo 18 a la hora 1. .... | 57 |
| .....   | 57 |
| Tabla 4.16 Parámetros de ajuste a una distribución Logistic del nodo 23 a la hora 1. ....       | 59 |
| Tabla 4.17 Parámetros de ajuste a una distribución Pearson 5 (3P) del nodo 23 a la hora 1. .... | 59 |
| .....   | 59 |
| Tabla 4.18 Datos estadísticos de la CME. ....   | 62 |
| Tabla 4.19 Datos estadísticos de los flujos en las líneas en la hora 18. ....                   | 63 |
| Tabla 4.20 Datos estadísticos de la CMC de la hora 11 a 24. ....                                | 64 |
| Tabla 4.21 Datos estadísticos de la CMP en la hora 5. ....                                      | 64 |
| Tabla 4.22 Datos estadísticos de la CMP en la hora 8. ....                                      | 65 |
| Tabla 4.23 Datos estadísticos de la CMP en la hora 18. ....                                     | 65 |



## ABREVIATURAS Y NOMENCLATURA

|           |   |
|-----------|---|
| SEP       | Sistema Eléctrico de Potencia   |
| FERC      | Comisión Federal Reguladora de Energía (por sus siglas en inglés)         |
| ISO       | Operador Independiente del Sistema (por sus siglas en inglés)             |
| RTO       | Organización Regional de Transmisión (por sus siglas en inglés)           |
| MEM       | Mercado Eléctrico Mayorista   |
| CENACE    | Centro Nacional de Control de la Energía                                  |
| PML       | Precio Marginal Local   |
| $PML^E$   | Precio Marginal de Energía  |
| $PML_i^P$ | Precio Marginal de Pérdidas en el nodo $i$                                |
| $PML_i^C$ | Precio Marginal de Congestión en el nodo $i$                              |
| FOP       | Flujos Óptimos de Potencia  |
| FOPCA     | Flujos Óptimos de Potencia en Corriente Alterna                           |
| FOPCD     | Flujos Óptimos de Potencia en Corriente Directa                           |
| NLP       | Programación No Lineal (por sus siglas en inglés)                         |
| LP        | Programación Lineal (por sus siglas en inglés)                            |
| SIN       | Sistema Interconectado Nacional   |
| DE        | Despacho Económico  |
| CAISO     | California Operador Independiente del Sistema (por sus siglas en inglés). |
| CME       | Componente Marginal de Energía  |
| CMC       | Componente Marginal de Congestión   |
| CMP       | Componente Marginal de Pérdidas   |



# CAPÍTULO 1

## INTRODUCCIÓN

### 1.1 GENERALIDADES

La operación de cualquier industria depende de una comprensión básica de sus componentes económicos, y la operación del Sistema Eléctrico de Potencia (SEP) no es la excepción, su operación siempre ha ocupado una posición importante en la industria eléctrica [1,18].

Tradicionalmente la industria eléctrica se integraba de manera vertical, bajo este enfoque, las actividades de planeación, control, generación, transmisión, distribución y comercialización eran realizadas por una sola empresa que atendía directamente a los usuarios [20]. En su conjunto, dicha entidad tenía las siguientes responsabilidades [26]:

- Satisfacer la demanda eléctrica de los usuarios.
- Garantizar la confiabilidad de su red de transmisión.
- Equilibrar la oferta y la demanda en todo momento.
- Despachar los recursos de su sistema de forma económica.
- Planificar los requerimientos de la red de transmisión.
- Coordinar el desarrollo futuro de su sistema.

A raíz de la desregulación de otras industrias, como las compañías aéreas, las comunicaciones inalámbricas y los servicios de correo, en las últimas tres décadas la desregulación del sistema eléctrico se ha ido implementando en varios países y tiene como objetivo promover la competitividad del precio de la energía eléctrica entre los participantes del mercado [22, 27].

Dentro de la formulación de este nuevo enfoque de mercado, se propuso que las actividades de transmisión y distribución sean controlados por una empresa dependiente del estado donde se mantenga una operación centralizada de los sistemas eléctricos, esto no quiere decir que el acceso a la red esté obstaculizado para los productores de energía y empresas responsables de carga, ya que bajo el esquema desregulado, el acceso a la red debe ser libre para todos los organismos que deseen utilizar la red para transmitir energía eléctrica, y con esto, se busca eliminar una barrera significativa para el desarrollo de una industria eléctrica eficiente [23, 24]. Lo anterior impulsó el surgimiento de entidades independientes que vigilan la operación tanto del mercado como de la red física de transmisión. Como ejemplo en Estados Unidos, la Comisión Federal Reguladora de Energía (FERC) emitió una orden para crear organizaciones sin fines de lucro, denominadas Operador Independiente del Sistema (ISO) y Organización Regional de Transmisión (RTO). Estos organismos están comprometidos a proporcionar un acceso libre a las redes de transmisión, considerando igualdad de oportunidades para todos los participantes. Por otro lado, son responsables de operar la red de manera segura y eficiente [24, 26].

Las modificaciones en la estructura de los mercados permitieron la transición hacia el modelo de competencia mayorista, en el cual participan compañías de generación, entidades responsables de carga o empresas de distribución y comercializadores [26]. Los mercados promueven la competencia en la generación y el suministro, mientras que la transmisión y la distribución se considera un monopolio natural regulado [27].

La Industria Eléctrica en México comprende las actividades de generación, transmisión, distribución y comercialización de la energía eléctrica, la planeación y control del Sistema Eléctrico Nacional, así como la operación del Mercado Eléctrico Mayorista (MEM). El Mercado es operado por el Centro Nacional de Control de la Energía (CENACE), el cual, como operador independiente del sistema, está facultado para recibir ofertas y calcular los precios de energía eléctrica y servicios adicionales [2].

El MEM basa sus operaciones en el mecanismo de Precios Marginales Locales (PMLs). Este enfoque está diseñado para enviar señales económicamente eficientes a los participantes que permitan la toma de decisiones operativas y de inversión [26].

El PML se puede definir como el costo de suministrar de manera óptima un incremento de carga en un nodo específico mientras se satisfacen las restricciones operacionales del sistema eléctrico de potencia [1,3,4,14,18]. Como se mencionó, el PML es muy importante para el MEM, ya que, en base a estos serán definidos los precios de energía [4, 26].

## **1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

Como ya se mencionó, el PML se define como el precio de la energía eléctrica en un nodo determinado del SEP para un periodo definido. Dicho precio se calcula con base en 3 componentes [3, 4, 11, 14]:

1. Componente Marginal de Energía.
2. Componente Marginal de Congestión.
3. Componente Marginal de Pérdidas.

El estudio de Flujos Óptimos de Potencia (FOP) proporciona la información necesaria para el cálculo de PMLs [1, 11, 49]. Un estudio de Flujos Óptimos de Potencia en Corriente Alterna (FOPCA) es más adecuado que uno de corriente directa, pero debido a la complejidad del estudio de FOPCA, y a que representa un problema de Programación No Lineal (NLP por sus siglas en inglés), es necesario buscar técnicas que sean más sencillas y rápidas de resolver, como lo es el estudio de Flujos Óptimos de Potencia en Corriente Directa (FOPCD), el cual resulta en un problema de Programación Lineal (LP por sus siglas en inglés) que es más sencillo y rápido de resolver. Sabiendo lo anterior, resultaría útil determinar los

intervalos de variación de estos precios, ya que bajo un enfoque determinista solo se contaría con un estudio fijo que no considera las variaciones de las variables de entrada.

Tomando en cuenta que la demanda es estocástica, podemos representarla con variables aleatorias, las cuales están sujetas a un cierto tipo de función de distribución, y así mismo cuentan con parámetros como: media, varianza, desviación estándar, etcétera [1, 6].

Conociendo el comportamiento aleatorio de la demanda, es posible modificar los datos de entrada y aplicar métodos que puedan incorporar estas variables aleatorias en el cálculo de los PMLs.

### **1.3 OBJETIVOS**

#### **1.3.1 Objetivo general**

Presentar una metodología utilizando Programación Lineal para el cálculo de PMLs de un Sistema Eléctrico de Potencia. Con la metodología presentada, analizar el efecto que presentan los PMLs, para un periodo de 24 horas, cuando se incluyen incertidumbre en la demanda aplicando el método de Monte Carlo.

#### **1.3.2 Objetivos particulares**

- Realizar un estudio del comportamiento de la demanda eléctrica.
- Desarrollar una herramienta computacional para calcular los PMLs de un Sistema Eléctrico de Potencia.
- Aplicar el método de Monte Carlo para simular la incertidumbre en la demanda.

### **1.4 JUSTIFICACIÓN**

Los sistemas de potencia reales exhiben numerosos parámetros y fenómenos que no son determinísticos o son tan complejos y dependen de tantos procesos diversos que pueden considerarse fácilmente no deterministas o inciertos. Por lo tanto, los sistemas de energía modernos enfrentan nuevos desafíos, debido a las presiones ambientales y del mercado, así como a otras incertidumbres y / o inexactitudes [10, 15, 16]. La presión ambiental implica redes más cargadas, la presión del mercado aumenta la competencia, mientras que la incertidumbre y la inexactitud aumentan la complejidad de la operación y la planificación del SEP [10].

Los PMLs son de suma importancia en el mercado de energía eléctrica, ya que en base a estos serán definidos los precios de energía eléctrica para los diferentes nodos del sistema. Además, el PML es fundamental en otros procesos del mercado como por ejemplo en los derechos financieros de transmisión [4].

Para realizar el cálculo de los PMLs se cuentan con modelos convencionales, los cuales no toman en cuenta las características de incertidumbre en la demanda, y por consiguiente los resultados no reflejan el efecto de los datos de entrada [3, 26].

Debido a lo anterior, es importante contar con un modelo que logre incorporar la incertidumbre de los datos de entrada, ya que de esta manera se pueden obtener intervalos de variación de los resultados mediante el uso valores estadísticos (media, mediana, varianza, etc.), estos resultados aportaran una idea más amplia del comportamiento de los PMLs.

El comportamiento incierto de la demanda de energía, lo vuelve en sí un proceso estocástico que obedece a las leyes de probabilidad a medida que transcurre el tiempo. Realizar un análisis de la demanda de energía, nos ayuda a conocer su comportamiento y el tipo de función de distribución a la que esta se ajusta [6, 7].

En este trabajo se busca emplear el método de Monte Carlo para incluir la incertidumbre en la demanda al cálculo de los PMLs, este método permite modificar las variables de entrada de un modelo determinista propuesto y simular varios escenarios posibles, con lo cual obtendremos los resultados de cada escenario simulado y de esta manera conocer los efectos que presenta el PML [12, 13].

## **1.5 LIMITACIONES Y ALCANCES**

En el desarrollo de este trabajo no se consideró:

- Una asignación de unidades propia.
- Otro tipo de incertidumbre en el SEP.
- Otro tipo de generadores que no sean centrales térmicas convencionales.
- Desconexiones no programadas de las líneas de transmisión.
- Un modelo estocástico para el cálculo de los PMLs.

Con el desarrollo de esta tesis se alcanzaron los siguientes puntos:

- Incluir un cierto tipo de función de distribución a la demanda.
- Realizar un programa basado en LP para calcular PMLs.
- Representar los PMLs con valores estadísticos y funciones de distribución.



## **1.6 ESTADO DEL ARTE**

### **1.6.1 Trabajos desarrollados a nivel internacional**

En [5] se presenta los resultados del Método de Monte Carlo de un modelo para calcular el precio de la energía en los nodos de un sistema de potencia. El modelo propuesto carece de la incorporación de pérdidas en el sistema, por lo que los valores de precio calculados solo incorporan el precio marginal de energía y el precio marginal congestión.

En [72] se presenta un análisis del impacto de la incertidumbre en la demanda sobre el precio de la energía. El modelo presentado se basa en un estudio de Flujos Óptimos de Potencia Difusos, en este modelo utilizan números difusos trapezoidales para representar la incertidumbre de la demanda, finalmente el modelo obtiene los posibles valores que puede llegar a tener el precio de la energía.

En [73] se presenta un modelado de incertidumbres en los SEPs como: el costo de combustible, capacidad de generación y demanda. El modelo propuesto se basa en un estudio de Flujos Óptimos de Potencia Difusos, y utiliza números difusos trapezoidales para representar las incertidumbres.

En [74] se presenta un algoritmo de Flujos Óptimos de Potencia Difusos para calcular los precios marginales nodales en presencia de incertidumbres en la generación y la demanda, donde las incertidumbres mencionadas se modelan con números difusos.

En [75] se presenta un método probabilístico para predecir los niveles de demanda en los que el PML presenta variaciones repentinamente. El modelo presentado se basa en el Método de Estimación Puntual, usando una estimación de 2 Puntos.

En [41] se presenta el cálculo de la función de distribución de los PMLs de un sistema de prueba, basado en el esquema  $2n+1$  del Método de Estimación Puntual. Los resultados del método propuesto son validados con los resultados del Método de Monte Carlo.

## **1.6.2 Trabajos desarrollados en la SEPI-ESIME**

En [6] se presenta un modelo estocástico para los Flujos de Potencia, en el modelo se incorporan las incertidumbres de carga y de voltaje. El modelo presentado se basa en los principios estadísticos de estimación por mínimos cuadrados para sistemas lineales y los resultados obtenidos se comparan con método de Monte Carlo.

En [7] se presenta una metodología para el pronóstico de demanda utilizando redes neuronales. En la construcción de la metodología se presenta un análisis estadístico del comportamiento de la demanda de energía, dicho análisis muestra el comportamiento aleatorio que la demanda presenta.

El [8] se presenta el modelado y la simulación de un mercado eléctrico. En el trabajo se presenta el concepto del PML y las componentes que lo integran. Además, se presenta una metodología para calcular las componentes y los PMLs.

En [4] se presenta un modelo de asignación de unidades considerando pérdidas y restricciones del sistema en un mercado eléctrico desregulado. Además, se calculan los PMLs utilizando un estudio de FOPCD que incorpora las pérdidas del sistema utilizando Demanda Nodal Ficticia.

En [9] se presenta una metodología para estimar los requerimientos de los servicios de reserva de potencia activa. La metodología, utiliza el modelo de descomposición multiplicativa de la serie de tiempo de la demanda. En base a los resultados de la descomposición de la serie de tiempo se identifica una función de distribución que se ajusta al error aleatorio.

## **1.7 APORTACIONES DE LA TESIS**

Las principales aportaciones de esta tesis son:

- Planteamiento de una metodología utilizando LP para calcular PMLs.
- Desarrollo y aplicación de una herramienta computacional para calcular PMLs.
- Análisis de la demanda de energía para la aplicación de una función de distribución para simular su aleatoriedad.
- Planteamiento del método de Monte Carlo para observar los efectos en los PMLs producidos por la demanda aleatoria.

## **1.8 ESTRUCTURA DE LA TESIS**

Capítulo 1. En este capítulo se presentan los aspectos generales del trabajo de tesis, los alcances de la misma, los objetivos y se justifica el desarrollo.

Capítulo 2. En este capítulo se presenta los conceptos generales del PML y se hace una introducción a los FOP. Se plantea una metodología de FOPCD que incorpora las pérdidas del sistema, el cual sirve como modelo para el cálculo de los PMLs en este trabajo.

Capítulo 3. En este capítulo se plantea el análisis de la demanda de energía. Se analizan los datos de la demanda Oriental del Sistema Interconectado Nacional (SIN) y se realizan las pruebas de bondad de ajuste para encontrar una función de distribución que pueda representar el comportamiento de la demanda.

Capítulo 4. En este capítulo se presentan los resultados de la aplicación del método de Monte Carlo para simular la incertidumbre en la demanda en el cálculo de los PMLs de un caso de estudio. Con los resultados obtenidos se analizan los PMLs producidos por la demanda aleatoria.

Capítulo 5. En este capítulo se presentan las conclusiones obtenidas y los trabajos que podrían derivarse de la elaboración de este trabajo.

Apéndices: Se incluyen los anexos que son complemento para el correcto entendimiento de este trabajo y los datos del sistema de prueba analizado; además del código del algoritmo programado para este trabajo.



## **CAPÍTULO 2**

### **EL PRECIO MARGINAL LOCAL**

#### **2.1 INTRODUCCIÓN**

Uno de los aspectos más importantes en el diseño del Mercado eléctrico es el establecimiento de un mecanismo eficiente de precios que refleje con precisión las condiciones operativas del sistema, por lo que es crucial conocer la relación entre los precios de electricidad y el despacho de generación, esto con el fin de garantizar la transparencia en la operación del mercado para todos los participantes [21, 26].

Cuando no existen pérdidas ni congestión en el sistema, los generadores más económicos son seleccionados para satisfacer la demanda de la red y bajo este esquema, se considera que la red es uninodal, sin embargo, en un sistema real esto es imposible, por lo que se deben contemplar las condiciones de congestión y pérdidas [4, 26]. Cuando se introducen las condiciones de congestión en el sistema, la capacidad de las líneas de transmisión no es suficiente para transportar una unidad adicional de energía y debido a esto, se deben despachar algunas unidades de generación más costosas en lugar de aquellas más económicas [24]. Como resultado de este despacho se crean una diferencia de precios en los distintos puntos del sistema. Por otro lado, las pérdidas en las líneas de transmisión también impactan en la variación del precio, ya que es más costoso, para una misma unidad, despachar una carga conectada a través de una línea de alta resistencia que otra conectada a una línea de resistencia inferior [26]. Todo lo anterior conlleva a que el precio de la electricidad dependerá de las condiciones físicas y operativas del sistema, por lo que es indispensable incluir los efectos de la congestión y de las pérdidas en el cálculo de los precios. Estos precios no se calculan a nivel sistema, sino a nivel nodal, lo que nos lleva al concepto de PML [39, 40].

El PML se puede definir como el costo de suministrar de manera óptima un incremento de carga en un nodo específico mientras se satisfacen las restricciones operacionales del SEP [1, 3, 6, 14, 18]. Este mecanismo es el enfoque dominante en los mercados de energía de Estados Unidos para calcular el precio de la electricidad.

#### **2.2 BASES PARA EL CÁLCULO DEL PML**

Una de las primeras metodologías para calcular los PMLs se basa en un estudio de FOPCA, a través del cual se descompone el precio marginal de cada nodo en varias partes, cada una correspondiente a un factor diferente como por ejemplo la generación en el nodo, limitaciones de voltaje, congestión producida por la transmisión de energía, entre otros [42].

Tiempo después fue notable que el cálculo de los precios marginales locales a través de un estudio de FOPCA se volvía más difícil de resolver a medida que el sistema crecía, por lo tanto, se decidió calcular los PMLs a través de un estudio de FOPCD para tener eficiencia computacional y estabilidad en el estudio [4, 43]. En [11] se demostró que los resultados obtenidos a través de las aproximaciones de flujos de corriente directa se asemejan bastante a la metodología de flujos de corriente alterna.

## **2.3 INTRODUCCIÓN A LOS FLUJOS ÓPTIMOS DE POTENCIA.**

El estudio de FOP es una de las cuestiones más importantes en la operación y planeación de los SEPs, esto debido a su habilidad para encontrar soluciones optimas considerando la seguridad de la red [28, 29].

Esencialmente, el estudio de FOP constituye un problema de optimización no lineal y no convexo, en el cual se calculan los valores óptimos de ciertas variables eléctricas pertenecientes al SEP, todo con la finalidad de optimizar un criterio que satisface un conjunto de restricciones de igualdad y desigualdad, las cuales relacionan tanto la economía, las características físicas de la red, la operación y seguridad del SEP, garantizando así la factibilidad, confiabilidad y seguridad del mismo [29, 30, 36]. La elección de restricciones depende del tipo de modelo, disponibilidad de los datos y límites físicos de sistema [31]. Y las funciones objetivo más comunes son la de minimizar las pérdidas de potencia activa y minimizar los de costos de generación. El estudio de FOP es tan importante para el SEP que en algunos centros de control dicho estudio se realiza cada cinco minutos a lo largo del día [29, 32, 33].

Inicialmente el estudio de FOP, desde su primera formulación en 1962 [34], fue definido como una extensión del problema de Despacho Económico (DE), en este estudio se combina el cálculo del DE con un cálculo de flujos de potencia [1]. Desde su formulación hasta entonces, se han propuesto diferentes técnicas de solución de acuerdo al tipo de modelo que se emplea para representar el sistema de potencia [29].

### **2.3.1 El problema de los FOP**

El estudio de los FOP es complejo en tres aspectos [29, 33]:

- Económico.
- Eléctrico.
- Computacional.

En la parte económica ya que en los mercados eléctricos se requieren los resultados de este estudio para calcular los precios de energía. En términos eléctricos ya que en este problema se encuentra inmerso el estudio de Flujos de Potencia Convencionales el cual es un problema de carácter no lineal. En términos computacionales debido al manejo de la no convexidad en la optimización [29, 33].

La optimización de los SEPs ha evolucionado gracias a los avances tecnológicos, el surgimiento de nuevas técnicas de optimización y a la mejora en los métodos convencionales. Debido a la complejidad del problema de FOP, al día de hoy se han propuesto diferentes formulaciones y aproximaciones matemáticas para lidiar con esta problemática, las cuales están basadas en métodos de LP, NLP y Programación Entera-Mixta [29, 35].

### 2.3.2 Flujos Óptimos de Potencia en Corriente Alterna

El modelo de FOPCA es considerado el más exacto dentro de los modelos empleados para la optimización en sistema eléctricos. Algunos operadores lo utilizan en ciertas aplicaciones prácticas, como es el caso de California ISO (CAISO) [44]. No obstante, la formulación de este enfoque plantea un problema de optimización de gran escala, no lineal, no convexo y que requiere un punto inicial adecuado para asegurar la convergencia [29]. Debido a la no convexidad de este problema puede existir más de una solución (óptimo local), haciendo que la búsqueda del óptimo global se vuelva compleja o incluso imposible de localizar [37]. La causa del aumento de la dificultad del estudio de FOPCA se debe principalmente a la gran cantidad de variables y restricciones que se utilizan, entonces entre más grande es el sistema, la cantidad de variables se elevaba considerablemente. El estudio de FOPCA puede ser visto como un problema de Flujos de Potencia convencional. De esta manera la formulación clásica de los FOPCA se describe como [29, 38]:

Función objetivo:

$$\text{minimizar } \sum_{i \in NG} F_i(P_i^G) \quad (2.1)$$

Sujeto a:

Balance de potencia Activa

$$P_i(V, \delta) = P_i^G - P_i^D \quad \forall i \in NN \quad (2.2)$$

Balance de potencia Reactiva

$$Q_i(V, \delta) = Q_i^G - Q_i^D \quad \forall i \in NN \quad (2.3)$$

Límites de generación de potencia activa

$$P_i^{G,min} \leq P_i^G \leq P_i^{G,max} \quad \forall i \in NG \quad (2.4)$$

Límites de generación de potencia reactiva

$$Q_i^{G,min} \leq Q_i^G \leq Q_i^{G,max} \quad \forall i \in NG \quad (2.5)$$

Límites de voltaje

$$V_i^{min} \leq V_i \leq V_i^{max} \quad \forall i \in NN \quad (2.6)$$

Límites de ángulo de fase

$$\delta_i^{min} \leq \delta_i \leq \delta_i^{max} \quad \forall i \in NN \quad (2.7)$$

Donde:

$F_i$  es el costo de producción del  $i$ -ésimo generador.

$P_i^G$  es la variable de potencia del  $i$ -ésimo generador.

$NG$  es el número total de generadores.

$P_i^D$  es la potencia de demanda en el nodo  $i$ .

$NN$  es el número de nodos.

$Q_i^G$  es la variable de potencia reactiva del  $i$ -ésimo generador.

$Q_i^D$  es la potencia reactiva de demanda en el nodo  $i$ .

$P_i^{G,min}$  es el valor mínimo de generación del  $i$ -ésimo generador.

$P_i^{G,max}$  es el valor máximo de generación del  $i$ -ésimo generador.

$Q_i^{G,min}$  es el valor mínimo de generación reactiva del  $i$ -ésimo generador.

$Q_i^{G,max}$  es el valor máximo de generación reactiva del  $i$ -ésimo generador.

$V_i^{min}$  es el valor mínimo de voltaje en el nodo  $i$ .

$V_i^{max}$  es el valor máximo de voltaje en el nodo  $i$ .

$\delta_i^{min}$  es el valor mínimo del ángulo de fase del nodo  $i$ .

$\delta_i^{max}$  es el valor máximo del ángulo de fase del nodo  $i$ .

$P_i(V, \delta)$  y  $Q_i(V, \delta)$ , corresponden a las ecuaciones características de los flujos de potencia en corriente alterna, ya sea en forma polar o en forma rectangular.



### 2.3.3 Flujos Óptimos de Potencia en Corriente Directa

El estudio de FOPCD es el proceso de minimización del costo total de producción sujeto al balance de potencia y restricciones de transmisión del sistema. El enfoque de FOPCD se considera una versión simplificada del modelo de FOPCA, ya que reduce el problema a un conjunto de ecuaciones lineales, lo que resulta en un problema de Optimización Lineal. Debido a lo anterior, para sistemas relativamente grandes el tiempo de operación de los FOPCA es sumamente mayor a las aproximaciones de corriente directa, inclusive se ha llegado a comprobar que la metodología basada en FOPCA tarda hasta 60 veces más en converger que la formulación de FOPCD [4, 11]. Debido a la simplificación antes mencionada, del modelo de FOPCD se derivan algunas suposiciones como:

- La potencia reactiva se ignora en el modelo ( $Q_i = 0$ ).
- La resistencia de cada línea es despreciable ( $R_{i,j} = 0$ ).
- La magnitud del voltaje se fija en 1 p.u. para cada nodo ( $v_i = 1$ ).
- La magnitud de las diferencias angulares de voltaje es prácticamente cero ( $\theta_{i,j} \approx 0$ ).
- Las pérdidas de potencia real se ignoran en el modelo ( $P_{per} = 0$ ).

Una de las formulaciones más usadas del modelo de FOPCD consiste en la linealización de los flujos de potencia a través de los Factores de Sensibilidad. Con este factor se aproxima la relación cuadrática entre los flujos en las líneas y las inyecciones nodales. La formulación se presenta a continuación:

Función objetivo:

$$\text{minimizar } \sum_{i \in NG} F_i(P_i^G) \quad (2.8)$$

Sujeto a:

Ecuación de balance de potencia

$$\sum_{i \in NG} P_i^G = \sum_{i \in NN} (P_i^D) \quad (2.9)$$

Límites de transmisión

$$\sum_{\substack{i \in NN \\ j \in NL}} FS_{i,j} (P_i^G - P_i^D) \leq \text{lim}_k \quad \forall k \in NL \quad (2.10)$$

$$\sum_{\substack{i \in NN \\ j \in NL}} -FS_{i,j} (P_i^G - P_i^D) \leq \lim_k \quad \forall k \in NL \quad (2.11)$$

Límites de generación

$$P_i^{G,min} \leq P_i^G \leq P_i^{G,max} \quad \forall i \in NG \quad (2.12)$$

Donde:

$FS_{i,j}$  es el valor de la posición  $i, j$  de la matriz de Factores de Sensibilidad.

$\lim_k$  es el límite de transmisión de la  $k$ -ésima línea.

$NL$  es el número de líneas.

Es importante mencionar que los  $FS$  dependen de la selección del nodo de referencia, no obstante, el flujo calculado siempre tendrá el mismo valor sin importar que nodo se tome como referencia [4].

Este estudio de FOPCD sin pérdidas es muy importante, ya que los resultados de este problema sirven como punto de partida para formular el modelo de FOPCD considerando de pérdidas.

## 2.4 INCORPORACIÓN DE PÉRDIDAS AL MODELO DE FOPCD

Como se puede ver en la formulación anterior de la sección 2.3.3, el modelo de FOPCD no considera pérdidas en las líneas de transmisión, pero uno de los aspectos más importantes en los mercados de energía son el cálculo de las pérdidas, ya que estas pérdidas son fundamentales en el cálculo del PML. En [45] se muestra que el no incluir las pérdidas puede producir una variación del PML hasta de un 20%, como es el caso de algunas zonas de Nueva York. Debido a lo anterior es necesario incluir las pérdidas en el estudio de FOPCD.

El proceso de incorporación de pérdidas requiere una cierta modificación al modelo de FOPCD. Y debido a que la incorporación de pérdidas son solo aproximaciones del modelo no lineal de la red, existen diferentes metodologías para representar las pérdidas en el estudio de FOPCD y todas se consideran válidas (cada una con ventajas y desventajas sobre otras), ya que han demostrado tener concordancia con respecto a las condiciones reales del sistema [14, 46, 47, 48, 49, 50, 51]. Debido a lo anterior, diversos operadores del sistema utilizan los FOPCD con incorporación de pérdidas en la operación del SEP; algunos ejemplos son el PJM, MISO, Nueva Inglaterra, y Nueva York [40, 52, 53, 54].

### 2.4.1 FOPCD considerando pérdidas basado en el Factor de Distribución de Pérdidas

Para la realización de este trabajo se utilizó el modelo propuesto en [3] y [40]. Este modelo, al igual que la mayoría de modelos que incorpora pérdidas, se basa en un enfoque de Programación Lineal Sucesiva, donde el proceso de optimización se realiza iterativamente hasta que se alcance un determinado criterio [26].

El modelo utilizado considera que las pérdidas totales deben ser distribuidas en todo el sistema, y para equilibrar explícitamente las pérdidas del sistema, los Factores de Distribución de Pérdidas (FDDP) se introducen en el modelo. Debido a incorporación de los FDDP, cada nodo en el sistema puede equilibrar una parte de las pérdidas totales del sistema, lo que da como consecuencia un modelo para producir PMLs que no dependen del nodo de referencia [3, 26, 40].

El modelo se describe como sigue:

Función objetivo:

$$\text{minimizar } \sum_{i \in NG} F_i(P_i^G) \quad (2.13)$$

Sujeto a:

Ecuación de balance de potencia

$$\sum_{i \in NG} P_i^G - \sum_{i \in NN} P_i^D - P_{per} = 0 \quad (2.14)$$

Ecuación de balance de potencia basado en los FP

$$FP^T \cdot (A \cdot P^G - B \cdot P^D) + comp - P_{per} = 0 \quad (2.15)$$

Límites de transmisión

$$\sum_{\substack{i \in NN \\ j \in NL}} FS_{i,j} (P_i^G - P_i^D - FDDP_i \cdot P_{per}) \leq lim_k \quad \forall k \in NL \quad (2.16)$$

$$\sum_{\substack{i \in NN \\ j \in NL}} -FS_{i,j} (P_i^G - P_i^D - FDDP_i \cdot P_{per}) \leq lim_k \quad \forall k \in NL \quad (2.17)$$

Límites de generación

$$P_i^{G,min} \leq P_i^G \leq P_i^{G,max} \quad \forall i \in NG \quad (2.18)$$

Donde:

|           |  |
|-----------|--|
| $P_{per}$ | es la variable de las pérdidas del sistema.                                |
| $FP^T$    | es el vector transpuesto de los factores de pérdidas.                      |
| $A$       | es la matriz de incidencia nodo-generador.                                 |
| $P^G$     | es el vector de las variables de potencia de los generadores.              |
| $B$       | es la matriz de incidencia nodo-demanda.                                   |
| $P^D$     | es el vector de las demandas.  |
| $comp$    | es el factor de compensación de linealización del sistema de pérdidas.     |
| $FDDP_i$  | es el $i$ -ésimo valor del vector de Factores de Distribución de Pérdidas. |

#### 2.4.2 Descripción de las componentes del modelo de optimización

Como se mencionó anteriormente, el problema es iterativo y requiere de los resultados del estudio de FOPCD para calcular los  $FP$  y el  $comp$ . A continuación, se describe el cálculo de las componentes del modelo.

#### 2.4.3 Función objetivo lineal

El costo de generación de energía eléctrica de las centrales térmicas depende principalmente del costo de combustible. La curva de entrada-salida se representa normalmente mediante una función cuadrática en la cual se considera como entrada, el costo de combustible  $F$  (\$/h) o la energía calorífica  $H$  (MBtu/h), y como salida, la potencia eléctrica que entrega la central a la red de transmisión. [1, 45]. La representación de la curva entrada-salida se muestra en la siguiente ecuación:

$$F_i(P_i^G) = a_i \cdot (P_i^G)^2 + b_i \cdot P_i^G + c_i \quad (2.19)$$

Sujeto a:

$$P_i^{G,min} \leq P_i^G \leq P_i^{G,max} \quad (2.20)$$

Donde:

|               |   |
|---------------|---|
| $F_i$         | es el costo del combustible de la $i$ -ésima unidad.  |
| $P_i^G$       | es la potencia de generación de la $i$ -ésima unidad. |
| $P_i^{G,min}$ | es la potencia mínima del $i$ -ésimo generador        |
| $P_i^{G,max}$ | es la potencia máxima del $i$ -ésimo generador.       |

En este trabajo la función de costo se llevó a una forma lineal, por lo que se modificó la función  $F_i$  para llevar la curva de entrada-salida de cada generador a una forma lineal. Una manera de linealizar la curva de entrada-salida es descomponer la curva en varios segmentos [55]. La figura 2.1 ilustra una función de costo lineal por  $n$ -segmentos.

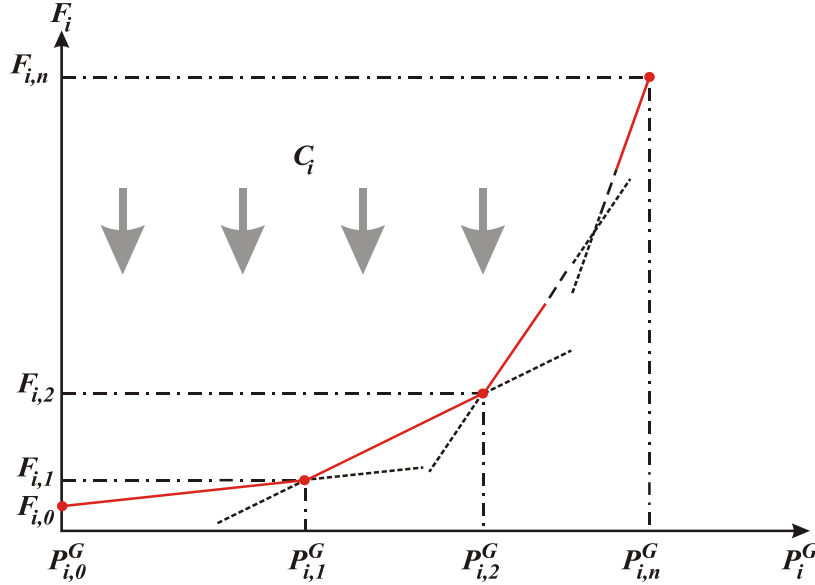


Figura 2.1 Descomposición de la curva entrada-salida en  $n$ -segmentos [55].

La función objetivo  $F_i(P_i^G)$  se reemplaza por una variable auxiliar  $C_i$  y un conjunto de restricciones lineales:

$$F_i(P_i^G) = \begin{cases} m_{i,1}(P_i^G - P_{i,1}^G) + F_{i,1}, & P_i^G \leq P_{i,1}^G \\ m_{i,2}(P_i^G - P_{i,2}^G) + F_{i,2}, & P_{i,1}^G < P_i^G \leq P_{i,2}^G \\ \vdots & \\ m_{i,n}(P_i^G - P_{i,n}^G) + F_{i,n}, & P_{i,n-1}^G \leq P_i^G \end{cases} \quad (2.21)$$

La función lineal de  $n$ -segmentos está definida por una secuencia de puntos  $(P_{i,j}^G, F_{i,j})$   $\forall j = 0, \dots, n$ , donde  $m_{i,j}$  denota la pendiente del  $j$ -ésimo segmento.

$$m_{i,j} = \frac{F_{i,j} - F_{i,j-1}}{P_{i,j}^G - P_{i,j-1}^G}, \quad j = 1 \dots n \quad (2.22)$$

Donde:  $P_{i,0}^G < P_{i,1}^G < \dots < P_{i,n}^G$  y  $m_{i,1} \leq m_{i,2} \leq \dots < m_{i,n}$

La nueva función de costo está formada por las siguientes  $n$ -restricciones en la variable de costo auxiliar  $C_i$ :

$$C_i \leq m_{i,j}(P_i^G - P_{i,j}^G) + F_{i,j} \quad (2.23)$$

Y como se mencionó, el término  $C_i$  se agrega a la función objetivo en lugar de la variable  $F_i(P_i^G)$ . En base a las ecuaciones 2.21 a 2.23, se observa que entre más segmentos se utilicen para linealizar la curva, mayor será el número de restricciones del problema de optimización, lo que puede resultar en mayor tiempo de computo en la solución del problema.

#### 2.4.4 Matriz de Factores de Sensibilidad

La matriz de  $FS$  tiene una dimensión  $NL \times NN$ , y su cálculo se basa en un estudio de Flujos de potencia en corriente directa, donde se relaciona la inyección de la potencia real ( $P$ ) a los ángulos de voltaje ( $\delta$ ) omitiendo las resistencias en las líneas y suponiendo que las magnitudes de las tensiones nodales son de 1 por unidad. Por lo tanto, el planteamiento resultante tiene la siguiente forma:

$$P = BF \cdot \delta \quad (2.24)$$

Donde:

- $P$  es el vector de potencias nodales del sistema.
- $BF$  es la matriz de susceptancias del sistema.
- $\delta$  es el vector de ángulos nodales.

Para realizar el análisis de sensibilidad se debe elegir un nodo de referencia  $Nref$ , y a partir de esto, los elementos de la matriz de susceptancia  $BF$  se calculan como:

Elementos fuera de la diagonal:

$$BF_{i,j} = \begin{cases} -\frac{1}{X_{i,j}} & \text{cuando } \begin{matrix} i \neq Nref \\ j \neq Nref \end{matrix} \\ 0 & \text{cuando } \begin{matrix} i = Nref \\ j = Nref \end{matrix} \end{cases} \quad (2.25)$$

Los elementos de la diagonal principal se calculan como:

$$BF_{i,i} = \begin{cases} -\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{NB} B_{i,j} & \text{cuando } i \neq Nref \\ 0 & \text{cuando } i = Nref \end{cases} \quad (2.26)$$

Por lo tanto  $BF$  resulta en una matriz singular y se tendrán  $NN - 1$  ecuaciones linealmente independientes. Si despejamos el vector de ángulos nodales de la ecuación 2.24, podemos escribir el resultado como:

$$\delta = Z \cdot P \quad (2.27)$$

Donde:

$Z$  es la inversa de  $BF$  modificada.

Entonces  $Z$  es la inversa de la submatriz de  $BF$  sin contemplar el nodo de referencia, más una fila y una columna de ceros correspondientes al nodo de referencia.

El flujo de potencia de la línea  $k$  conectada del nodo  $i$  al  $j$  se escribe como:

$$F_k = F_{i,j} = \frac{\delta_i - \delta_j}{X_{i,j}} \quad (2.28)$$

Utilizando  $z_i$  y  $z_j$  representando la  $i$ -ésima y  $j$ -ésima filas de  $Z$ , entonces el Factor de Sensibilidad de la línea  $k$ , que va del nodo  $i$  al nodo  $j$ , con respecto a un nodo del sistema se escribe como:

$$FS_{k,nodo} = \frac{Z_{i,nodo} - Z_{j,nodo}}{X_{i,j}} \quad (2.29)$$

#### 2.4.5 Factores de Pérdidas

Existen diferentes metodologías para calcular los  $FP$  y estas metodologías generalmente dan como resultado diferentes  $FP$ , pero aun así todos son válidos [3, 14]. En este trabajo se calcularon los  $FP$  basados en la metodología presentada en [14], y en base a esta metodología, es necesario realizar un estudio de FOPCD para conocer las potencias de los generadores y los flujos en las líneas.

Con base a lo anterior las pérdidas totales del sistema se calculan como sigue [4, 14]:

$$P_{perd} = \sum_{k=1}^{NL} F_k^2 \cdot R_k \quad (2.30)$$

Donde:

$P_{perd}$  son las pérdidas totales del sistema.

$F_k$  es el flujo que pasa a través de la línea  $k$ .

$R_k$  es la resistencia de la línea  $k$ .

$NL$  es el número total de líneas del sistema.

El flujo de línea  $F_k$  basado en los  $FS$  se puede calcular como [4, 14]:

$$F_k = \sum_{i=1}^{NB} SF_{k,i} \cdot P_i \quad (2.31)$$

Donde:

$P_i$  es la potencia aportada ( $P_i^G - P_i^D$ ) por parte del nodo  $i$ .

Los factores de pérdidas pueden ser modelados como la derivada de la ecuación 2.30 con respecto a la aportación de potencia del nodo  $i$  [4, 14]:

$$FP_i = \frac{\partial P_{perd}}{\partial P_i} = \frac{\partial}{\partial P_i} \left( \sum_{k=1}^{NL} F_k^2 \cdot R_k \right) = \sum_{k=1}^{NL} R_k \cdot 2F_k \cdot \frac{\partial F_k}{\partial P_i} \quad (2.32)$$

Donde:

$F_k$  es el flujo en la línea  $k$ .

$R_k$  es la resistencia de la línea  $k$ .

$\frac{\partial F_k}{\partial P_i}$  es el Factor de Sensibilidad de la línea  $k$  con respecto al nodo  $i$  ( $SF_{k,i}$ ).

Sustituyendo la ecuación 2.31 y el termino de los  $FS$  en 2.32, tenemos que [4, 14]:

$$FP_i = \sum_{k=1}^{NL} R_k \cdot 2 \cdot \left( \sum_{j=1}^{NN} SF_{k,j} \cdot P_j \right) \cdot SF_{k,i} \quad (2.33)$$



Como se puede ver en la ecuación 2.33, los  $FP$  dependen de los valores relacionados con las inyecciones y extracciones de potencia en el sistema, así como de los  $FS$ . Los  $FP$  pueden tener un valor positivo o negativo, será positivo cuando un incremento de inyección de potencia en ese nodo pueda aumentar las pérdidas totales del sistema, y será negativo cuando un incremento de inyección de potencia en ese nodo pueda reducir las pérdidas totales del sistema [26].

#### 2.4.6 Factor de compensación de linealización de pérdidas $comp$

Para obtener el valor de  $comp$  es necesario conocer los resultados del estudio de FOPCD que no incluye pérdidas, una vez que se conocen los flujos en las líneas de transmisión, podemos calcular el valor de  $comp$ :

$$comp = - \left( \sum_{k=1}^{NL} F_k^2 \cdot R_k \right) \quad (2.34)$$

#### 2.4.7 Matriz de incidencia bus-generador

La matriz de incidencia bus-generador ( $A$ ) tiene una dimensión de  $NN \times NG$  y se llena con valores de 0 y 1.

$$A_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{si el generador } j \text{ se encuentra conectado en el nodo } i \\ 0 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases} \quad (2.35)$$

#### 2.4.8 Matriz de incidencia bus-carga

La matriz de incidencia bus-generador ( $B$ ) tiene una dimensión de  $NN \times NC$  y se llena con valores de 0 y 1.

$$B_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{si la carga } j \text{ se encuentra conectada en el nodo } i \\ 0 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases} \quad (2.36)$$

#### 2.4.9 Factores de distribución de pérdidas

Existen diferentes metodologías para calcular los  $FDDP$ , en la literatura las metodologías más comunes son usar el tiempo-real o asignar una distribución ponderada en función de las demandas nodales[3, 26, 40].

El cálculo de los  $FDDP$  con base en las demandas nodales se calcula como:

$$FDDP_i = \frac{P_i^D}{\sum_i P_i^D} \quad \forall i \in NN \quad (2.37)$$

## 2.5 COMPONENTES DEL PML

El PML está compuesto por los valores monetarios marginales de energía, pérdidas y congestión [3, 4, 8, 26, 40]:

$$PML_i = PML^E + PML_i^P + PML_i^C \quad (2.38)$$

Donde:

$PML^E$  es el Precio Marginal de Energía del sistema.

$PML_i^P$  es el Precio Marginal de Pérdidas en el nodo  $i$ .

$PML_i^C$  es el Precio Marginal de Congestión en el nodo  $i$ .

El Precio Marginal de Energía ( $PML^E$ ) representa el costo marginal de generación en el nodo de referencia del sistema, este nodo puede ser elegido de forma arbitraria y se considera un referente para los vectores de voltaje. El  $PML^E$  tiene un solo valor para todos los nodos del sistema, esta componente suele considerarse como el precio de la energía del sistema en ausencia de pérdidas y congestión, pero en realidad solo representa el precio de la energía en el nodo de referencia del sistema, de hecho, su valor es sensible a la ubicación del nodo de referencia [1, 3, 26].

El Precio Marginal de Pérdidas ( $PML_i^P$ ) representa el costo marginal de las pérdidas en la red de transmisión con respecto a un nodo del sistema, dicho precio está relacionada con los  $FP$ , y con el  $PML^E$  [3, 26].

El Precio Marginal de Congestión ( $PML_i^C$ ) representa el costo de la congestión de una línea de la red de transmisión con respecto a un nodo del sistema, dicho precio está relacionado con los  $FS$ , y con los costos marginales de las restricciones de flujo en las líneas [3, 26].

## 2.6 CÁLCULO DEL PML.

El cálculo de las componentes del PML se determina en base al modelo de FOPCD considerando pérdidas que se utilice. Para el modelo de estudio empleado en este trabajo, el cálculo de las componentes del PML se determinan como [3, 26]:

$$PML^E = \psi \quad (2.39)$$

$$PML_i^P = FP_i \cdot \psi \quad (2.40)$$

$$PML_i^C = \sum_{k \in NL} \left( FS_{i,k} \cdot \tau_k - \sum_{i \in NN} FS_{i,k} \cdot FDDP_i \cdot \tau_k \right) \quad (2.41)$$

Donde:

$\psi$  es la variable dual de la ecuación de balance de potencia basado en los  $FP$ .

$FP_i$  es el  $i$ -ésimo valor del vector de Factores de Pérdidas.

$FS_{i,j}$  es el valor de la posición  $i, j$  de la matriz de Factores de Sensibilidad.

$\tau_k$  es la variable dual de la  $k$ -ésima restricción de flujo de línea.

$NL$  es el número de líneas del sistema.

$NN$  es el número de nodos del sistema.

$FDDP_i$  es el  $i$ -ésimo valor del vector de Factores de Distribución de Pérdidas.

Y el PML en cada nodo se calcula con la ecuación 2.38.

## 2.7 ALGORITMO PARA CALCULAR PMLS CON EL ESTUDIO DE FOPCD CONSIDERANDO PÉRDIDAS CON EL MÉTODO DE DISTRIBUCIÓN DE PÉRDIDAS

Con la modificación de la función objetivo presentada en la sección 2.4.3, y sabiendo que se necesita un punto de partida para estimar las pérdidas. El algoritmo para calcular los PMLs se puede escribir en 3 etapas [26].

Etapa 1: Realizar estudio de FOPCD para calcular los  $FP$  y el  $comp$

Etapa 2: Realizar estudio iterativo de FOPCD considerando pérdidas, usando el método de distribución de pérdidas, actualizando los  $FP$  y el  $comp$  en cada iteración hasta cumplir con el criterio de convergencia.

Etapa 3: Calcular las componentes y el PML.

La formulación de la etapa 1 se define como:

Función objetivo:

$$\text{minimizar } \sum_{i \in NG} C_i(P_i^G) \quad (2.42)$$

Sujeto a:

Ecuación de balance de potencia

$$\sum_{i \in NG} P_i^G = \sum_{i \in NN} (P_i^D) \quad (2.43)$$

Límites de transmisión

$$\sum_{\substack{i \in NN \\ j \in NL}} FS_{i,j} (P_i^G - P_i^D) \leq \text{lim}_k \quad \forall k \in NL \quad (2.44)$$

$$\sum_{\substack{i \in NN \\ j \in NL}} -FS_{i,j} (P_i^G - P_i^D) \leq \text{lim}_k \quad \forall k \in NL \quad (2.45)$$

Límites de generación

$$P_i^{G,min} \leq P_i^G \leq P_i^{G,max} \quad \forall i \in NG \quad (2.46)$$

Restricción de linealización de curva de entrada-salida

$$C_i - m_{i,j}(P_i^G - P_{i,j}^G) \leq F_{i,j} \quad \forall i \in NG \quad \forall j \in NSE \quad (2.47)$$

Donde:

$C_i$  es la variable auxiliar de la linealización de la curva entrada-salida del  $i$ -ésimo generador.

$P_i^G$  es la variable de potencia del  $i$ -ésimo generador.

$NG$  es el número total de generadores.

$P_i^D$  es la potencia de demanda en el nodo  $i$ .

$NN$  es el número de nodos

$FS_{i,j}$  es el valor de la posición  $i, j$  de la matriz de Factores de Sensibilidad.

$NL$  es el número de líneas del sistema.

$\text{lim}_k$  es el límite de transmisión de la  $k$ -ésima línea.

$P_i^{G,min}$  es el valor mínimo de generación del  $i$ -ésimo generador.

$P_i^{G,max}$  es el valor máximo de generación del  $i$ -ésimo generador.

$m_{i,j}$  es el valor de la pendiente del  $j$ -ésimo segmento del  $i$ -ésimo generador.

$P_{i,j}^G$  es la potencia de generación en el  $j$ -ésimo segmento del  $i$ -ésimo generador.

$F_{i,j}$  es el costo de generación máximo en el  $j$ -ésimo segmento del  $i$ -ésimo generador.

$NSE$  es el número de segmentos.

Con los resultados del estudio de FOPCD y utilizando las ecuaciones 2.30 a 2.34 calcular los  $FP$  y el  $comp$ .

La formulación de la etapa 2 se define como:

Función objetivo:

$$\text{minimizar } \sum_{i \in NG} C_i(P_i^G) \quad (2.48)$$

Sujeto a:

Ecuación de balance de potencia

$$\sum_{i \in NG} P_i^G - \sum_{i \in NN} P_i^D - P_{per} = 0 \quad (2.49)$$

Ecuación de balance de potencia basado en los  $FP$

$$FP^T \cdot (A \cdot P^G - B \cdot P^D) + comp - P_{per} = 0 \quad (2.50)$$

Límites de transmisión

$$\sum_{\substack{i \in NN \\ j \in NL}} FS_{i,j} (P_i^G - P_i^D - FDDP_i \cdot P_{per}) \leq lim_k \quad \forall k \in NL \quad (2.51)$$

$$\sum_{\substack{i \in NN \\ j \in NL}} -FS_{i,j} (P_i^G - P_i^D - FDDP_i \cdot P_{per}) \leq lim_k \quad \forall k \in NL \quad (2.52)$$

Límites de generación

$$P_i^{G,min} \leq P_i^G \leq P_i^{G,max} \quad \forall i \in NG \quad (2.53)$$

Restricción de la linealización de curva de entrada-salida

$$C_i - m_{i,j}(P_i^G - P_{i,j}^G) \leq F_{i,j} \quad (2.54)$$

Donde:

$C_i$  es la variable auxiliar de la linealización de la curva entrada-salida del  $i$ -ésimo generador.

$P_i^G$  es la variable de potencia del  $i$ -ésimo generador.

$NG$  es el número total de generadores.

$P_i^D$  es la potencia de demanda en el nodo  $i$ .

$NN$  es el número de nodos.

$P_{per}$  es la variable de las pérdidas del sistema.

$FP^T$  es el vector transpuesto de los factores de pérdidas.

$A$  es la matriz de incidencia nodo-generador.

$P^G$  es el vector de las variables de potencia de los generadores.

$B$  es la matriz de incidencia nodo-demanda.

$P^D$  es el vector de las demandas.

$comp$  es el factor de linealización del sistema de pérdidas.

$FS_{i,j}$  es el valor de la posición  $i, j$  de la matriz de Factores de Sensibilidad.

$NL$  es el número de líneas del sistema.

$FDDP_i$  es el  $i$ -ésimo valor del vector de factores de distribución de pérdidas.

$lim_k$  es el límite de transmisión de la  $k$ -ésima línea.

$P_i^{G,min}$  y  $P_i^{G,max}$  son los valores mínimos y máximos de generación del  $i$ -ésimo generador.

$m_{i,j}$  es el valor de la pendiente del  $j$ -ésimo segmento del  $i$ -ésimo generador.

$P_{i,j}^G$  es la potencia de máxima de generación en el  $j$ -ésimo segmento del  $i$ -ésimo generador.

$F_{i,j}$  es el costo de generación máximo en el  $j$ -ésimo segmento del  $i$ -ésimo generador.

$NSE$  es el número de segmentos.

Con los resultados del estudio y utilizando las ecuaciones 2.30 a 2.34 actualizar los  $FP$  y el  $comp$ .

Resolver la etapa 2 un determinado número de iteraciones.

La etapa 3 realiza el cálculo los PMLs en cada nodo en base a las ecuaciones 2.38-2.41.

En la figura 2.2 se presenta el diagrama de flujo del algoritmo descrito.

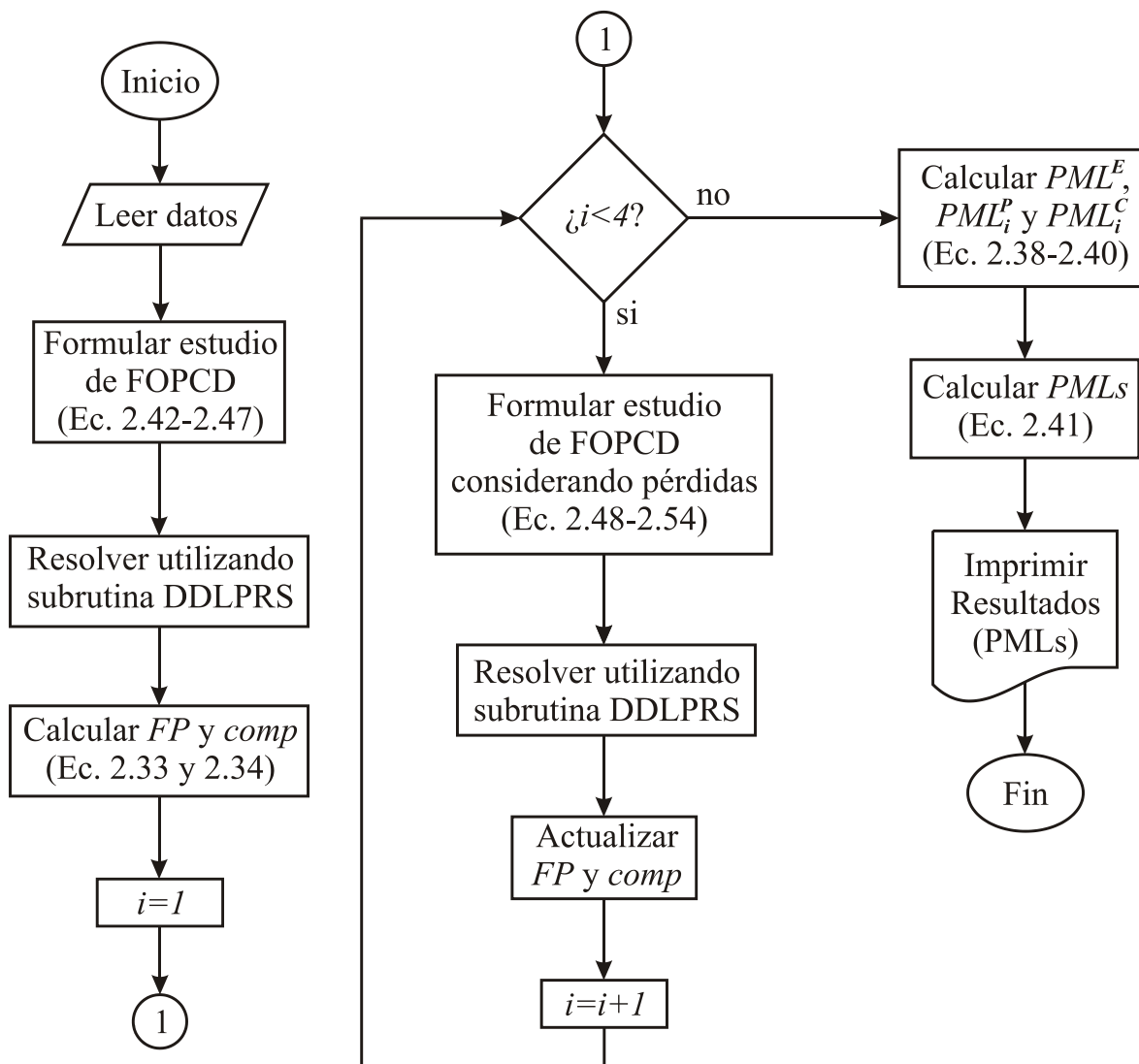


Figura 2.2 Diagrama de flujo del proceso de cálculo de los PMLs





## **CAPÍTULO 3**

### **ANÁLISIS DE LA DEMANDA**

#### **3.1 INTRODUCCIÓN**

La demanda de energía se integra por diferentes tipos de consumidores, como pueden ser industriales, comerciales (de gran tamaño y pequeña escala) y domésticos, a este consumo debemos agregar los consumidores gubernamentales y de servicios, como son los sistemas de transporte público y el alumbrado [56]. Con respecto a lo anterior, el consumo de energía depende del tipo de población, actividades económicas y el tipo de clima de la ubicación geográfica.

La demanda industrial, la determinan los niveles de producción y tipo de industria, por lo que esta carga es relativamente estable y se puede determinar su correlación con los niveles de producción, sin embargo, este tipo de consumidores crean incertidumbre en la carga debido a que no se sabe cuándo se presentarán fallas en los equipos y cuánto tiempo estarán fuera de servicio dichos equipos. [7]

En el caso del consumo doméstico, es mucho más complejo determinar la demanda, debido a la cantidad de factores que intervienen en el consumo de energía por los usuarios de este tipo. La variabilidad del consumo de electricidad de un solo cliente generalmente depende de la presencia en el hogar, de los miembros de la familia y del tiempo de uso de los aparatos de alta potencia durante el día [7, 10].

#### **3.2 SERIES DE TIEMPO**

Una serie tiempo es una secuencia de observaciones, medidas en determinados momentos del tiempo, ordenados cronológicamente y, espaciados entre sí de manera uniforme [57]. Para las series de tiempo continuas, la variable observada es típicamente una señal cuyos valores atienden a una función continua, este tipo de series se analizan muestreando la señal en intervalos de tiempo específicos [58, 59].

El análisis de la serie de tiempo es necesario para conocer el comportamiento de los datos. Dicho análisis permite describir y modelar los datos mediante un resumen estadístico y/o métodos gráficos (en particular las gráficas son de gran ayuda para entender la información) [60, 61, 62].

### 3.2.1 Características de las series de tiempo

Una metodología para analizar las series de tiempo es el modelo de descomposición multiplicativa, el cual está dado por la siguiente expresión [9, 62]:

$$X_t = T_t \cdot S_t \cdot E_t \quad (3.1)$$

Donde:

- $X_t$  es la serie de tiempo.
- $T_t$  es la componente de tendencia.
- $S_t$  es la componente estacional.
- $E_t$  es la componente aleatoria.

La componente de tendencia recoge el comportamiento de la serie a lo largo del tiempo.

La componente estacionaria son los movimientos ascendentes y descendentes que se repiten periódicamente durante toda la serie.

La componente aleatoria son variaciones que no responden a ningún patrón de comportamiento y se consideran consecuencia de la presencia de factores aleatorios que inciden de manera aislada y no permanente en la serie.

### 3.3 DEMANDA DE ENERGÍA

En las figuras 3.1 a 3.3 se observa el perfil de carga horaria correspondiente a la región Oriental del sistema interconectado nacional (SIN), para un mes, una semana y un día.

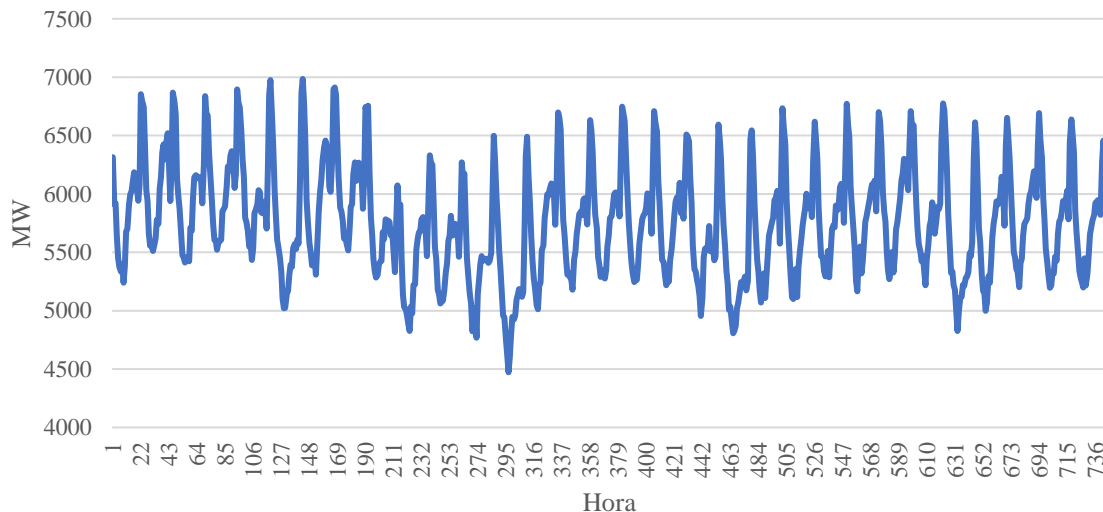


Figura 3.1 Perfil de Demanda Oriental del SIN de agosto de 2017 discretizada en horas.

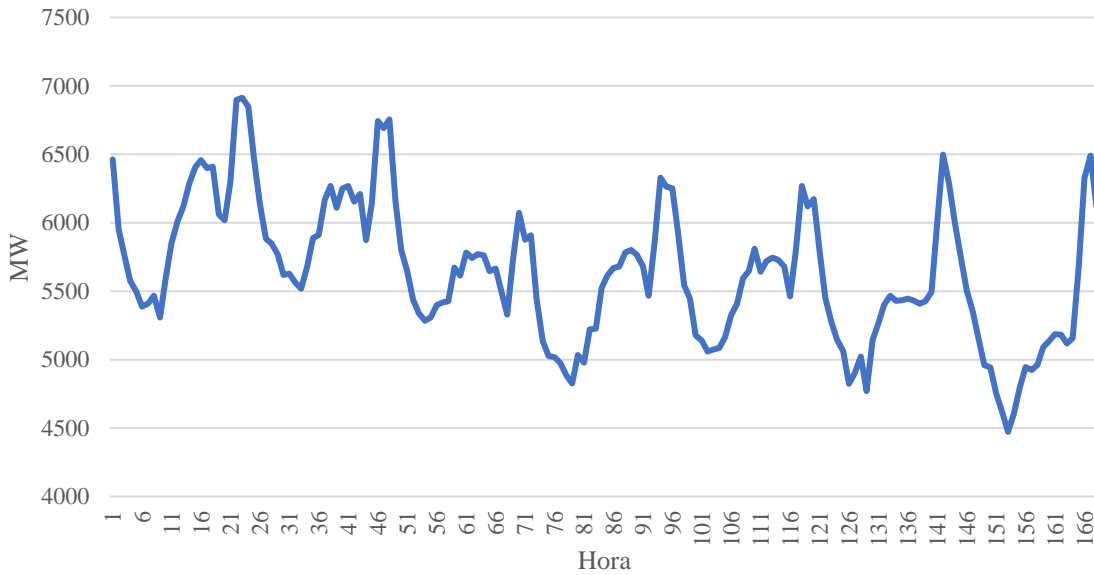


Figura 3.2 Perfil de Demanda Oriental del SIN del lunes 7 de agosto al domingo 13 de agosto de 2017 discretizado en horas.

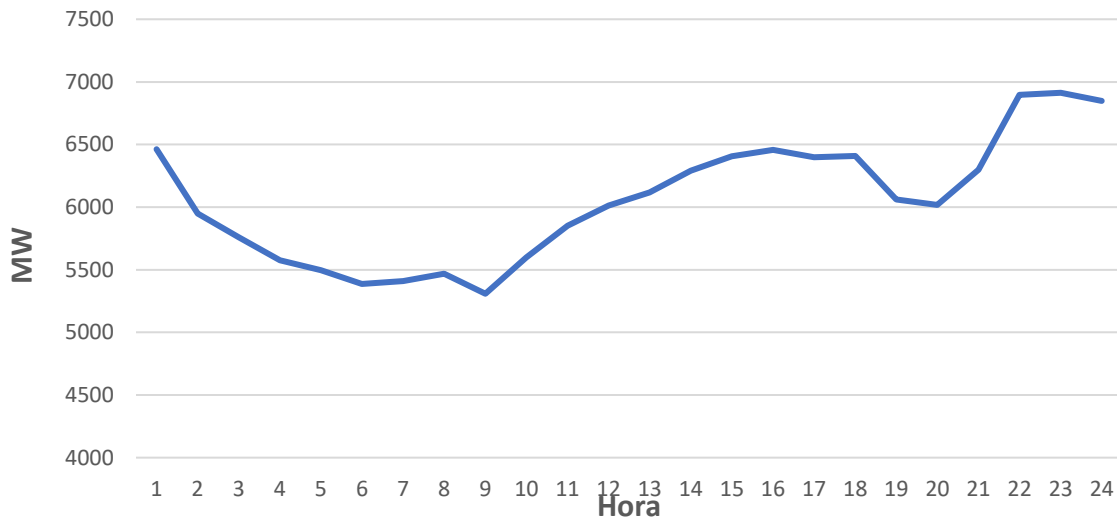


Figura 3.3 Perfil de Demanda Oriental del SIN del lunes 7 de agosto de 2017 discretizado en horas.

Como se mencionó anteriormente, las gráficas son de gran ayuda para entender la información de los datos. En las figuras 3.2 y 3.3 se puede observar que la demanda más alta de cada día ocurre en las horas 22, 23 y 24.

Si representamos los datos en forma de histogramas podemos observar su frecuencia u ocurrencia con respecto al total de ellos. En las figuras 3.4 y 3.5 se presentan los datos en forma de histograma para el mes de agosto y una semana de agosto de la demanda Oriental del SIN, en ellas se observa que la media y la mediana son muy parecidos y existe mayor ocurrencia de datos alrededor de estas.

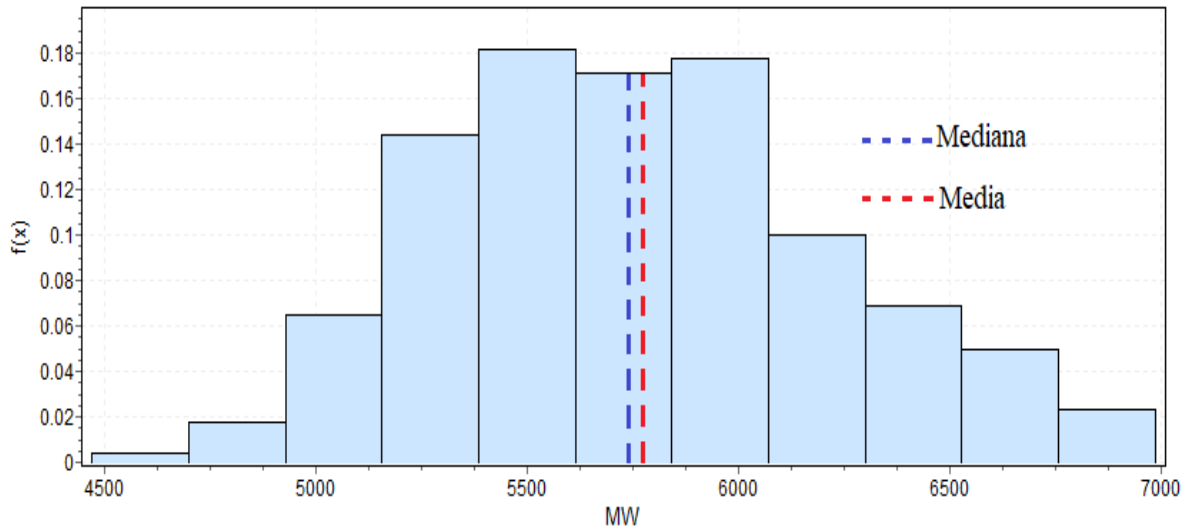


Figura 3.4 Histograma de la demanda horaria de la zona oriental del SIN del mes de agosto de 2017.

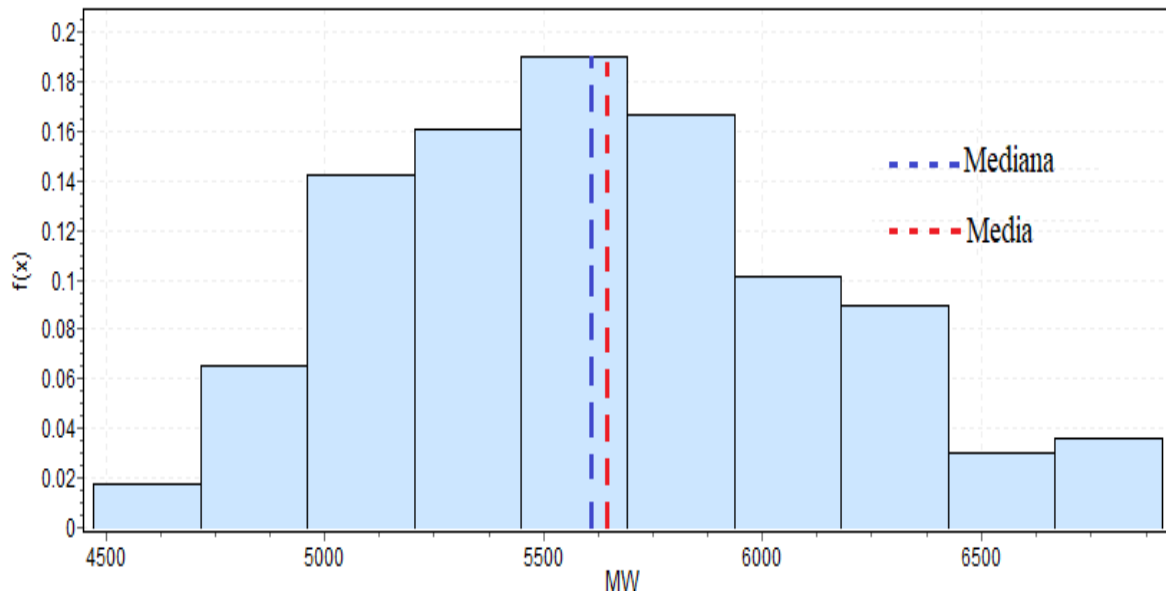


Figura 3.5 Histograma de la demanda horaria de la zona oriental del SIN del 7 al 13 de agosto de 2017.

### 3.4 MÉTODO DE MONTE CARLO

El método de Monte Carlo es la designación general para la simulación de diferentes escenarios utilizando números aleatorios. Las aplicaciones de las técnicas de Monte Carlo se pueden encontrar en muchos campos, como cálculos matemáticos complejos, estadísticas médicas, análisis de sistemas de ingeniería y evaluación de confiabilidad [6, 12, 13].

El método de Monte Carlo está basado en leyes de probabilidad y estadística, y consiste en ejecutar un modelo de cálculo determinista un cierto número de veces. Para cada muestra, se generan variables aleatorias en cada variable de entrada; los cálculos se ejecutan a través de un modelo propuesto arrojando resultados en cada variable de salida. Como cada entrada es aleatoria, los resultados también lo serán. Debido a lo anterior, se deben generar miles de muestras de este tipo y así lograr miles de resultados en las variables de salida [13].

### 3.4.1 Conceptos generales

En el método de Monte Carlo el estado de un sistema es representado como:

$$x = (x_1, x_2, x_3 \cdots x_n) \quad (3.2)$$

Donde  $x_i$  representa el  $i$ -ésimo componente del sistema. El conjunto de todos los posibles estados de  $x$  provenientes de las combinaciones de los estados de  $x_i$  se denota por  $\mathbf{X}$  y  $\hat{F}(x)$  es una prueba o experimento para cierto estado de  $x$ [6].

El valor esperado  $\hat{E}(\hat{F})$  del experimento de una función  $\hat{F}(x)$  se puede estimar mediante[6, 12]:

$$\hat{E}(\hat{F}) = \frac{1}{N_s} \sum_{i=1}^{N_s} \hat{F}(x_i) \quad (3.3)$$

Donde:

$N_s$  es el número de simulaciones realizadas.

$x_i$  es el  $i$ -ésimo valor muestreado.

$\hat{F}(x_i)$  es el resultado de la prueba con el  $i$ -ésimo valor muestreado.

De la ecuación anterior se puede observar que  $\hat{E}(\hat{F})$  es el valor promedio de la función  $\hat{F}(x)$ . En este sentido la varianza de  $\hat{E}(\hat{F})$  se determina como:

$$V(\hat{E}(\hat{F})) = \frac{V(\hat{F})}{N_s} \quad (3.4)$$

Donde  $V(\hat{F})$ , es la varianza de la función de la prueba  $\hat{F}$ , y su valor estimado  $\hat{V}(\hat{F})$  se determina como:

$$\hat{V}(\hat{F}) = \frac{1}{N_S - 1} \sum_{i=1}^{N_S} (\hat{F}(x_i) - \hat{E}(\hat{F}))^2 \quad (3.5)$$

### 3.4.2 Convergencia del Método de Monte Carlo.

La convergencia del método de Monte Carlo, se basa en el Teorema de Límite Central (apéndice D). Como se mencionó anteriormente, si cada entrada es una variable aleatoria los resultados también lo serán. Entonces, si  $\{F(x_i), i = 1, 2, \dots\}$  es una secuencia independiente e idénticamente distribuida de variables aleatorias y su esperanza matemática existe, tiene una varianza finita  $V(F) \neq 0$ , entonces cuando  $N_S \rightarrow \infty$ , la variable aleatoria tiende a tener la distribución normal estándar [6].

Características de convergencia del método de Monte Carlo

- (a) Proceso de convergencia. La simulación de Monte Carlo crea un proceso de convergencia fluctuante como se muestra en la Figura 3.6 y no hay garantía de que unas cuantas muestras más conduzcan definitivamente a un error menor. Sin embargo, es cierto que el límite de error o el rango de confianza disminuye a medida que aumenta el número de muestras [12].

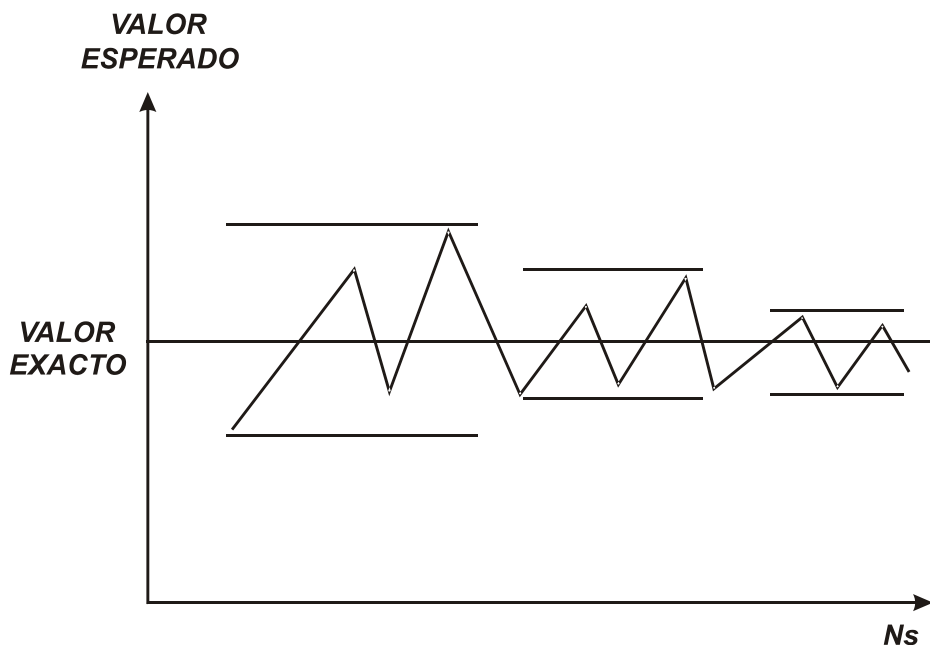


Figura 3.6 Proceso de convergencia en la simulación Monte Carlo [12].

(b) Criterio de convergencia. Normalmente como criterio de convergencia suele usarse el coeficiente de variación  $Cv$  [12]:

$$Cv = \frac{\sqrt{V\hat{E}(\hat{F})}}{\hat{E}(\hat{F})} \quad (3.6)$$

Si  $V\hat{E}(\hat{F}) = \frac{V(\hat{F})}{N_s}$

Entonces:

$$Cv = \frac{\sqrt{V(\hat{F})/N_s}}{\hat{E}(\hat{F})} \quad (3.7)$$

Despejando  $N_s$  tenemos que:

$$N_s = \frac{V(\hat{F})}{(Cv \hat{E}(\hat{F}))^2} \quad (3.8)$$

Con la ecuación anterior, se puede ver que el número de simulaciones  $N_s$  depende de la varianza de la variable aleatoria y de la precisión requerida de  $Cv$ . Esto indica que se pueden utilizar dos medidas para reducir la desviación estándar en el método de Monte Carlo: aumentar el número de simulaciones y/o disminuir la varianza de la muestra. Debido a que la varianza no puede reducirse a cero, siempre es necesario utilizar un número razonable y suficientemente grande de muestras [6, 12].

### 3.5 ANÁLISIS Y TRATAMIENTO DE DATOS.

Cuando se trabaja con datos producto de un proceso de medición o muestreo, generalmente se encuentran algunos valores que pueden llegar a tener errores debido a diferentes factores como, la medición, su captura, o incluso un manejo no adecuado de los valores. En estadística a estos valores se les llama atípicos, y se puede decir que un valor atípico es: “una observación que se desvía bastante de las otras observaciones, y se sospecha entonces, que no pertenece al conjunto de datos o fue generado por un mecanismo diferente” [57, 61, 63, 64].

Clasificar un conjunto de datos dentro de una función de distribución incorrecta, puede llevar a etiquetar algunos valores como atípicos, puesto que parecerá que estos valores no siguen la distribución de probabilidad determinada, cuando pudieran ajustarse mejor a otra distribución. En este sentido, identificar los valores atípicos de un conjunto de datos no es una tarea fácil, ya que pueden ser valores que pertenecen a la muestra, con una probabilidad de ocurrencia muy baja [65].

### 3.5.1 Clasificación de datos.

Los valores atípicos pueden calificarse como valores moderados y extremos [57, 61, 64]. En estadística existen diversos criterios para detectar valores atípicos, incluso la mayoría de paquetes estadísticos proporcionan rutinas para detectar estos valores.

Uno de los procedimientos más utilizados es el concepto de cuartil, el cual consiste en ordenar los datos de mayor a menor. De esta manera, el primer cuartil ( $Q1$ ), es el valor que se ubica al 25% del conjunto de datos. El segundo cuartil ( $Q2$ ), es el valor a partir del cual se ubica la primera mitad de datos, es decir el 50% de los datos, y este valor corresponde también a la mediana de los datos. Y el cuartil ( $Q3$ ), corresponde al valor que se ubican al 75% de los datos[65, 66].

Con este procedimiento podemos calificar a los valores atípicos en:

- a) Valores atípicos moderados. Que son aquellos valores mayores o menores a 1.5 veces el rango entre el  $Q3$  y el  $Q1$ , estos valores se calculan como:

$$L_{inf} = Q1 - 1.5(Q3 - Q1) \quad (3.9)$$

$$L_{sup} = Q3 + 1.5(Q3 - Q1) \quad (3.10)$$

- b) Valores atípicos extremos. Que son aquellos valores mayores o menos a 3 veces el rango entre el  $Q3$  y el  $Q1$ , estos valores se calculan como:

$$L_{inf} = Q1 - 3(Q3 - Q1) \quad (3.11)$$

$$L_{sup} = Q3 + 3(Q3 - Q1) \quad (3.12)$$

El diagrama de cajas y bigotes es una herramienta visual para determinar por inspección la existencia de valores atípicos. En esta graficas los valores intercuartiles están dentro de la caja, la cual está dividida por un segmento que indica donde se posiciona la mediana, y por lo tanto su relación con los cuartiles  $Q1$  y  $Q3$ .

Esta caja se ubica a escala sobre un segmento que tiene como extremos los valores mínimo y máximo del conjunto de datos. Las líneas que sobresalen de la caja se llaman bigotes, y estos bigotes tiene un límite de prolongación del 5% y 95% de confianza de los datos, de modo que cualquier valor que no se encuentre dentro de este rango es marcado e identificado individualmente [7].



La prueba de Iglewicz y Hoaglin, ayuda para identificar si los datos sospechosos de ser atípicos, se pueden considerar como atípicos [17]. La prueba se basa en ponderar cada observación utilizando el valor  $Z$  modificado, el cual está definido como:

$$M_i = \frac{0.6745(x_i - \tilde{x})}{DAM} \quad (3.13)$$

$$DAM = \text{mediana}(|x_i - \tilde{x}|) \quad (3.14)$$

Donde:

- $M_i$  es el valor  $Z$  modificado.
- $x_i$  es la observación  $i$ .
- $\tilde{x}$  es la media muestral.
- $DAM$  es la Desviación Absoluta Media.

Cuando el valor absoluto del valor  $Z$  modificado sea mayor a 3.5 entonces el dato es considerado como un posible atípico.

### 3.5.2 Tratamiento de los datos atípicos

Una vez que se detectaron los datos atípicos, existen dos formas comunes para tratarlos, eliminarlos o sustituirlos por valores estadísticamente probables [7].

Una manera de sustituir los valores es [7]:

$$\hat{x}_i = \frac{x_{i-1} + x_{i+1} + \tilde{x}}{3} \quad (3.15)$$

Donde:

- $\hat{x}_i$  es el nuevo  $i$ -ésimo valor de la muestra.
- $x_{i-1}$  es el valor anterior al valor atípico.
- $x_{i+1}$  es el valor posterior al valor atípico.
- $\tilde{x}$  es la media muestral.

### 3.6 DETERMINACIÓN DE LA FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN ACUMULADA

Al construir un modelo de simulación, las variables aleatorias de entrada se deben de hacer coincidir, de la mejor manera posible, con los datos analizados. Para cada variable de análisis se debe hacer la determinación de la función de distribución que se puede aplicar, así como los valores de los parámetros a utilizar, por lo que, los datos de muestra disponibles son de gran ayuda para elegir la función de distribución a aplicar y estimar los valores de los parámetros asociados. A veces, dos o más funciones de distribución pueden parecer apropiadas para simular el modelo, y la autenticidad de este modelo de simulación depende en gran medida de que tan bien se puede simular los datos de entrada [13].

Algunos datos estadísticos útiles que ayudan a la determinación de la función de distribución de la muestra son [13]:

|           |   |
|-----------|---|
| $x_{min}$ | valor mínimo.   |
| $x_{max}$ | valor máximo.   |
| $\mu$     | media.  |
| $\sigma$  | desviación estándar.  |
| $Cv$      | coeficiente de variación.   |
| $\gamma$  | parámetro de ubicación (para algunas distribuciones es necesario calcularlo). |

#### 3.6.1 Representación de función de distribución de la demanda

La demanda de energía eléctrica, como cualquier otro proceso estocástico, atiende a una función de distribución y dependiendo del periodo que se cubre, será el tipo de distribución que mejor se ajuste a los valores [6]. Para el análisis de los valores de la demanda se pueden seleccionar diferentes funciones de distribución, algunas de las que se utilizan a menudo son [10]:

- Distribución Normal
- Distribución Lognormal
- Distribución Beta
- Distribución Gamma
- Distribución Weibull

En el apéndice G se muestran la representación de la demanda con las funciones de distribución mencionadas.

### 3.6.2 Pruebas de bondad de ajuste

Las pruebas de bondad de ajuste miden la compatibilidad de una muestra aleatoria con una función de distribución teórica. En otras palabras, estas pruebas demuestran que tan bien una distribución seleccionada se ajusta a los datos de la muestra.

El procedimiento general, consiste en definir un estadístico de prueba que está en función de los datos, y mide la probabilidad de hacer coincidir los datos a una función de distribución teórica. Las pequeñas probabilidades indican un ajuste deficiente, mientras que las probabilidades especialmente altas, corresponden a un ajuste que es demasiado bueno para suceder muy a menudo.

Existen diferentes métodos de prueba de bondad de ajuste, dos de las más comunes son:

- La prueba de Kolmogorov-Smirnov (K-S) (apéndice E)
- La prueba de Anderson Darling (AD) (apéndice F)

## 3.7 GENERACIÓN DE NÚMEROS ALEATORIOS

Se pueden generar números aleatorios mediante métodos físicos o matemáticos. Los métodos matemáticos son los más comunes, ya que los mismos números se pueden volver a producir y se pueden generar fácilmente en una computadora. Un número aleatorio generado por un método matemático no es realmente aleatorio y, por lo tanto, se denomina a un número pseudoaleatorio [12, 68, 69].

La mayoría de los softwares de programación ya cuentan con rutinas especiales para crear números aleatorios. Y aunque no cuentan con una gama completa de todas las distribuciones, existen métodos de generación de números aleatorios basados en los números generados con una distribución uniforme entre [0,1].

### 3.7.1 Método de transformación inversa

El método de transformación inversa, es el más utilizado para generar variables aleatorias a partir de números aleatorios con una distribución  $U [0,1]$ . Este método se basa en la siguiente proposición [12, 68, 69, 70]:

Si una variable aleatoria  $U$  sigue una distribución uniforme en el intervalo entre [0,1], la variable aleatoria  $X = F^{-1}(U)$  tiene una función de distribución  $F(x)$ , entonces:

$$P(X \leq x) = P(F^{-1}(U) \leq x) \quad (3.16)$$

Si  $F(x)$  es una función de distribución,  $F(x)$  es una función monótonica creciente. Esto lleva a:

$$P(F^{-1}(U) \leq x) = P(U \leq F(x)) \quad (3.17)$$

Como  $U$  es una variable aleatoria distribuida uniformemente:

$$P(U \leq F(x)) = F(x) \quad (3.18)$$

Por lo tanto:

$$P(X \leq x) = F(x) \quad (3.19)$$

Esto significa que  $F(x)$  es la función de distribución de  $X$  obtenida al establecer  $X = F^{-1}(U)$ .

La proposición se puede ver de manera más clara en la figura 3.7.

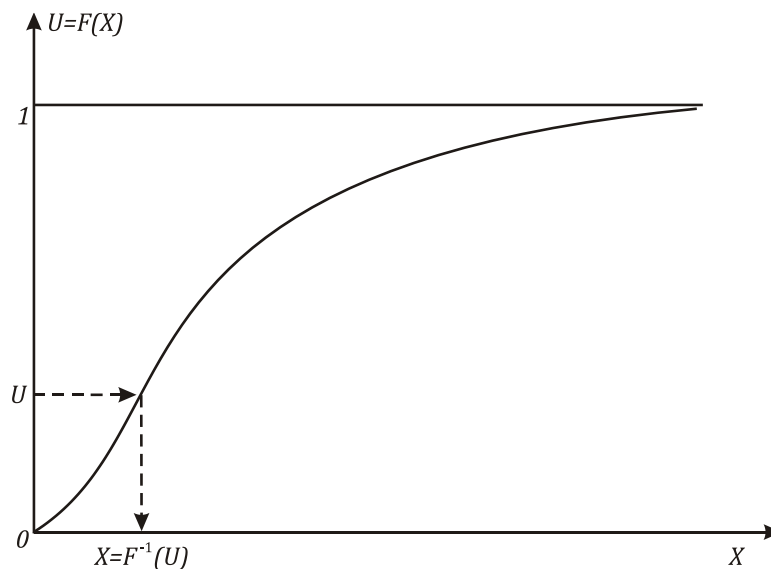


Figura 3.7 Representación gráfica del método de transformación inversa [12].

El procedimiento para generar variables aleatorias utilizando el método de transformación inversa es el siguiente:

Paso 1: Generar una secuencia de números aleatorios con distribución  $U [0, 1]$ .

Paso 2: Calcular la variable aleatoria que tiene la función de distribución  $F(x)$  mediante  $X = F^{-1}(U)$ .

El método de transformación inversa es una técnica simple y eficiente para obtener una densidad de probabilidad, sin embargo, se requiere que la función de distribución sea invertible y en ocasiones esto no es posible [68] [69].

### 3.8 ANÁLISIS, TRATAMIENTO Y DETERMINACIÓN DE LA FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD DE LA DEMANDA DE ENERGÍA.

En esta sección se analizan los datos de demanda energía de la zona Oriental del SIN del 3-enero-2017 al 31-mayo-2017 sin considerar fines de semana (sábados y domingos) ni días festivos. En la figura 3.8 se muestran los perfiles de demanda.

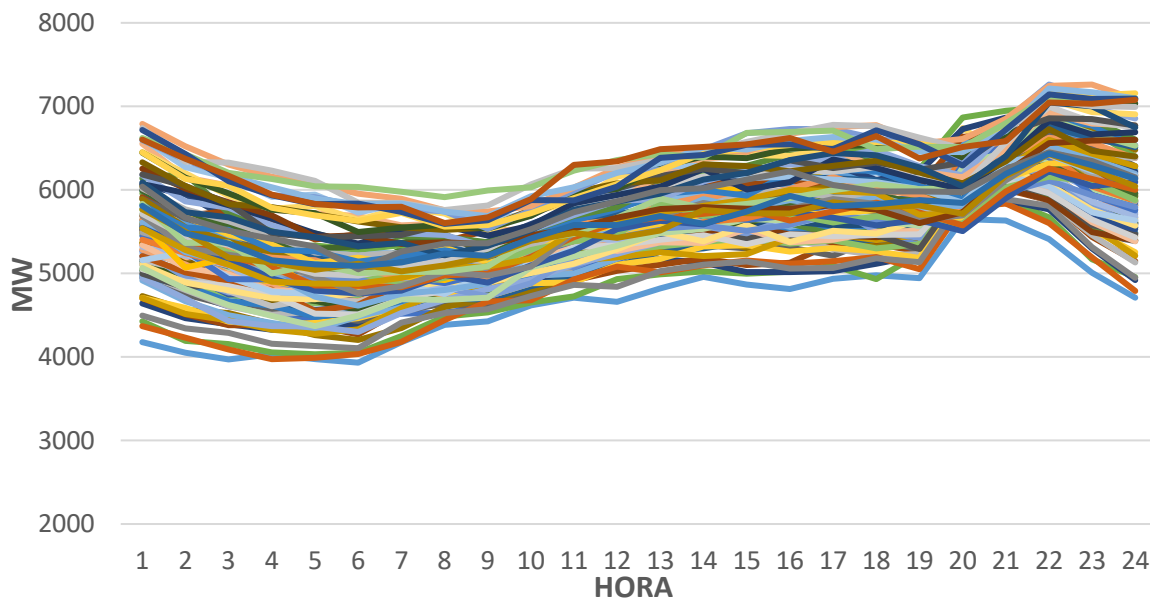


Figura 3.8 Perfiles de demanda de los días lunes a viernes del 3 de enero al 31 de mayo de 2017 de la zona oriental del SIN.

El análisis se realizó dividiendo la serie de tiempo de la demanda en 24 series de tiempo, a razón de una por cada hora del día, de esta forma se elimina la estacionalidad diaria. En la tabla 3.1 se describe la estadística de los datos.

Tabla 3.1 Estadística descriptiva de los datos.

| Hora | Media [MW] | Mediana [MW] | Desviación Estándar [MW] | Min [MW] | Max [MW] | Hora | Media [MW] | Mediana [MW] | Desviación Estándar [MW] | Min [MW] | Max [MW] |
|------|------------|--------------|--------------------------|----------|----------|------|------------|--------------|--------------------------|----------|----------|
| 1    | 5566.55    | 5542.24      | 577.50                   | 4178.65  | 6791.44  | 13   | 5692.50    | 5648.71      | 348.67                   | 4819.71  | 6485.65  |
| 2    | 5347.98    | 5296.51      | 545.92                   | 4052.55  | 6522.14  | 14   | 5770.18    | 5758.19      | 368.52                   | 4957.42  | 6515.49  |
| 3    | 5197.61    | 5140.03      | 528.00                   | 3971.82  | 6328.15  | 15   | 5789.27    | 5754.96      | 383.25                   | 4867.39  | 6681.33  |
| 4    | 5053.30    | 4999.13      | 498.57                   | 3973.55  | 6232.31  | 16   | 5827.90    | 5782.77      | 413.54                   | 4814.21  | 6728.97  |
| 5    | 4980.18    | 4918.75      | 480.99                   | 3973.23  | 6108.97  | 17   | 5856.59    | 5818.46      | 414.85                   | 4937.11  | 6778.07  |
| 6    | 4949.09    | 4893.93      | 448.75                   | 3931.95  | 6033.53  | 18   | 5838.36    | 5794.48      | 413.86                   | 4930.10  | 6775.82  |
| 7    | 5038.19    | 4968.07      | 398.58                   | 4175.91  | 5979.38  | 19   | 5784.10    | 5706.98      | 375.99                   | 4944.99  | 6624.70  |
| 8    | 5077.84    | 5016.02      | 335.11                   | 4385.70  | 5913.34  | 20   | 6189.54    | 6247.84      | 310.44                   | 5506.47  | 6867.39  |
| 9    | 5083.66    | 5028.42      | 304.55                   | 4428.10  | 5992.37  | 21   | 6353.78    | 6342.99      | 269.58                   | 5633.89  | 6948.85  |
| 10   | 5273.58    | 5251.93      | 310.70                   | 4616.41  | 6065.73  | 22   | 6399.59    | 6387.37      | 422.74                   | 5411.54  | 7261.54  |
| 11   | 5451.87    | 5432.93      | 331.67                   | 4708.01  | 6300.65  | 23   | 6147.35    | 6084.20      | 525.71                   | 5007.78  | 7261.29  |
| 12   | 5569.96    | 5539.93      | 335.80                   | 4661.06  | 6357.19  | 24   | 5981.48    | 5868.36      | 577.47                   | 4711.31  | 7156.09  |

### 3.8.1 Detección de valores atípicos

En la tabla 3.2 se muestran los resultados de la detección de valores atípicos usando la metodología de los cuartiles. Y se observa que no se encontró ningún valor atípico extremo, pero si se encontraron 10 valores atípicos moderados, 9 por la parte superior y 1 por la parte inferior. En la figura 3.9 se muestra de manera gráfica la detección de valores atípicos usando el diagrama de cajas y bigotes. Los atípicos detectados son los mismo que los de la tabla 3.2.

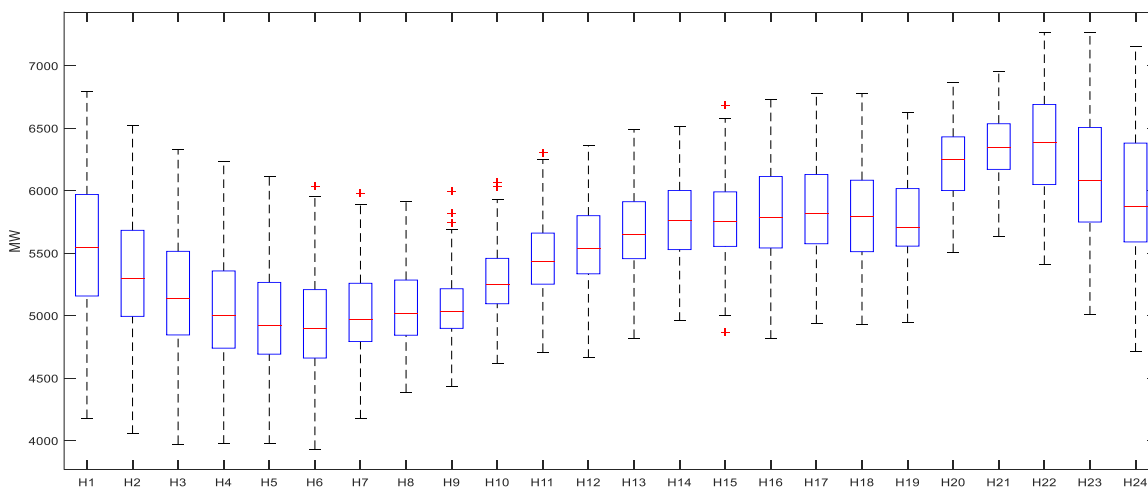


Figura 3.9 Diagrama de cajas y bigotes de los perfiles de demanda.

Tabla 3.2 Datos atípicos moderados y extremos.

| Hora | Q1      | Q3      | Rango de atípicos |         |          |         | Numero de atípicos |      |          |      |
|------|---------|---------|-------------------|---------|----------|---------|--------------------|------|----------|------|
|      |         |         | moderados         |         | extremos |         | moderados          |      | extremos |      |
|      |         |         | Inf.              | Sup.    | Inf.     | Sup.    | Inf.               | Sup. | Inf.     | Sup. |
| 1    | 5156.04 | 5976.51 | 3925.35           | 7207.20 | 2694.65  | 8437.90 | 0                  | 0    | 0        | 0    |
| 2    | 4986.73 | 5684.76 | 3939.67           | 6731.81 | 2892.62  | 7778.86 | 0                  | 0    | 0        | 0    |
| 3    | 4842.65 | 5516.47 | 3831.90           | 6527.22 | 2821.16  | 7537.96 | 0                  | 0    | 0        | 0    |
| 4    | 4737.89 | 5357.64 | 3808.26           | 6287.27 | 2878.63  | 7216.90 | 0                  | 0    | 0        | 0    |
| 5    | 4690.64 | 5265.45 | 3828.43           | 6127.66 | 2966.21  | 6989.87 | 0                  | 0    | 0        | 0    |
| 6    | 4659.37 | 5209.71 | 3833.85           | 6035.23 | 3008.33  | 6860.74 | 0                  | 0    | 0        | 0    |
| 7    | 4790.23 | 5259.34 | 4086.56           | 5963.01 | 3382.89  | 6666.67 | 0                  | 1    | 0        | 0    |
| 8    | 4837.74 | 5292.35 | 4155.83           | 5974.26 | 3473.92  | 6656.17 | 0                  | 0    | 0        | 0    |
| 9    | 4895.33 | 5214.39 | 4416.75           | 5692.97 | 3938.17  | 6171.56 | 0                  | 3    | 0        | 0    |
| 10   | 5092.23 | 5458.11 | 4543.42           | 6006.93 | 3994.60  | 6555.74 | 0                  | 2    | 0        | 0    |
| 11   | 5248.45 | 5661.23 | 4629.26           | 6280.42 | 4010.08  | 6899.60 | 0                  | 1    | 0        | 0    |
| 12   | 5332.73 | 5804.57 | 4624.98           | 6512.33 | 3917.22  | 7220.08 | 0                  | 0    | 0        | 0    |
| 13   | 5453.99 | 5923.68 | 4749.46           | 6628.21 | 4044.92  | 7332.75 | 0                  | 0    | 0        | 0    |
| 14   | 5522.95 | 6007.01 | 4796.87           | 6733.09 | 4070.78  | 7459.17 | 0                  | 0    | 0        | 0    |
| 15   | 5552.45 | 5995.02 | 4888.60           | 6658.88 | 4224.74  | 7322.73 | 1                  | 2    | 0        | 0    |
| 16   | 5538.56 | 6114.96 | 4673.95           | 6979.57 | 3809.34  | 7844.17 | 0                  | 0    | 0        | 0    |
| 17   | 5573.19 | 6131.51 | 4735.71           | 6968.99 | 3898.22  | 7806.47 | 0                  | 0    | 0        | 0    |
| 18   | 5507.80 | 6086.33 | 4640.00           | 6954.13 | 3772.21  | 7821.92 | 0                  | 0    | 0        | 0    |
| 19   | 5554.77 | 6021.29 | 4854.99           | 6721.07 | 4155.21  | 7420.85 | 0                  | 0    | 0        | 0    |
| 20   | 5993.08 | 6435.83 | 5328.94           | 7099.97 | 4664.80  | 7764.11 | 0                  | 0    | 0        | 0    |
| 21   | 6169.20 | 6536.46 | 5618.30           | 7087.36 | 5067.41  | 7638.25 | 0                  | 0    | 0        | 0    |
| 22   | 6045.88 | 6693.21 | 5074.88           | 7664.21 | 4103.89  | 8635.21 | 0                  | 0    | 0        | 0    |
| 23   | 5745.26 | 6517.04 | 4587.58           | 7674.72 | 3429.91  | 8832.39 | 0                  | 0    | 0        | 0    |
| 24   | 5585.23 | 6380.42 | 4392.45           | 7573.20 | 3199.66  | 8765.99 | 0                  | 0    | 0        | 0    |

Los resultados de la prueba de Iglewicz y Hoaglin, para los 10 datos atípicos moderados detectados anteriormente se encuentran en la tabla 3.3, donde se observa que solo un valor de Z modificado fue mayor que 3.5, por lo que solo ese dato puede ser considerado como atípico y utilizando la ecuación 3.15 se reemplaza por un nuevo valor.

Tabla 3.3 Resultados del valor Z modificado y valores de reemplazo.

| Hora | Posible atípico | $M_i$ (valor Z modificado) | Valor de reemplazo |
|------|-----------------|----------------------------|--------------------|
| 7    | 5979.38         | 2.652                      | NA                 |
| 9    | 5741.12         | 2.573                      | NA                 |
| 9    | 5814.64         | 2.861                      | NA                 |
| 9    | 5992.37         | 3.557                      | 5469.21            |
| 10   | 6065.73         | 2.918                      | NA                 |
| 10   | 6030.22         | 2.787                      | NA                 |
| 11   | 6300.65         | 2.779                      | NA                 |
| 15   | 4867.39         | -2.690                     | NA                 |
| 15   | 6679.91         | 2.599                      | NA                 |
| 15   | 6681.33         | 2.603                      | NA                 |

### 3.8.2 Prueba de bondad de ajuste.

Utilizando el software Easyfit 5.5, se encontró que los datos siguen las siguientes funciones de densidad: Gamma, Lognormal y Normal. Los parámetros de las funciones y la aceptación de las mismas por las pruebas de bondad de ajuste Kolmogorov-Smirnov (K-S) y Anderson Darling (AD) se indican en la tabla 3.4.

Como se mencionó anteriormente, dos o más funciones de distribución se pueden ajustar a los datos, para este caso se encontraron 3 tipos de distribuciones, Gamma, Lognormal y Normal. El ajuste entre la distribución Gamma y Lognormal fue muy similar, esto se aprecia en las figuras 3.10 a 3.12.

Tabla 3.4 Resultados de la prueba de bondad de ajuste.

| H  | Distribución Gamma |         |          | Prueba |    | Distribución Lognormal |         |          | Prueba |    | Distribución Normal |          | Prueba |    |
|----|--------------------|---------|----------|--------|----|------------------------|---------|----------|--------|----|---------------------|----------|--------|----|
|    | $\alpha$           | $\beta$ | $\gamma$ | K-S    | AD | $\sigma l$             | $\mu l$ | $\gamma$ | K-S    | AD | $\mu$               | $\sigma$ | K-S    | AD |
| 1  | 95.397             | 58.959  | -57.695  | Si     | Si | 0.0603                 | 9.1591  | -3951.1  | Si     | Si | 5566.55             | 577.50   | Si     | Si |
| 2  | 94.47              | 55.878  | 69.618   | Si     | Si | 0.0599                 | 9.1088  | -3703    | Si     | Si | 5347.98             | 545.92   | Si     | Si |
| 3  | 74.059             | 61.271  | 659.92   | Si     | Si | 0.0681                 | 8.9468  | -2503.6  | Si     | Si | 5197.61             | 528.00   | Si     | Si |
| 4  | 31.247             | 88.901  | 22755.4  | Si     | Si | 0.1181                 | 8.3339  | 861.49   | Si     | Si | 5053.30             | 498.57   | Si     | Si |
| 5  | 22.247             | 101.59  | 2720.1   | Si     | Si | 0.1434                 | 8.0993  | 1654     | Si     | Si | 4980.18             | 480.99   | Si     | Si |
| 6  | 38.983             | 71.54   | 2160.3   | Si     | Si | 0.1082                 | 8.3165  | 834.23   | Si     | Si | 4949.09             | 448.75   | Si     | Si |
| 7  | 24.064             | 80.891  | 3091.6   | Si     | Si | 0.1400                 | 7.9353  | 2216.6   | Si     | Si | 5038.19             | 398.58   | Si     | Si |
| 8  | 12.75              | 93.804  | 3881.9   | Si     | Si | 0.1899                 | 7.4494  | 3327.9   | Si     | Si | 5077.84             | 335.11   | Si     | Si |
| 9  | 12.125             | 86.839  | 4030.7   | Si     | Si | 0.2036                 | 7.2744  | 3610.5   | Si     | Si | 5083.66             | 304.55   | Si     | Si |
| 10 | 42.236             | 47.62   | 3262.3   | Si     | Si | 0.1004                 | 8.0254  | 2200.5   | Si     | Si | 5273.58             | 310.70   | Si     | Si |
| 11 | 66.81              | 40.398  | 2752.4   | Si     | Si | 0.0796                 | 8.3244  | 1315.4   | Si     | Si | 5451.87             | 331.67   | Si     | Si |
| 12 | 98.82              | 33.619  | 2246.9   | Si     | Si | 0.0650                 | 8.5406  | 440.77   | Si     | Si | 5569.96             | 335.80   | Si     | Si |
| 13 | 65.73              | 42.797  | 2879.4   | Si     | Si | 0.0836                 | 8.3252  | 1551.5   | Si     | Si | 5692.50             | 348.67   | Si     | Si |
| 14 | 33.339             | 63.641  | 3648.4   | Si     | Si | 0.1133                 | 8.0745  | 2538.1   | Si     | Si | 5770.18             | 368.52   | Si     | Si |
| 15 | 52.966             | 52.385  | 3014.7   | Si     | Si | 0.0941                 | 8.3005  | 1745.6   | Si     | Si | 5789.27             | 383.25   | Si     | Si |
| 16 | 62.085             | 52.248  | 2584.1   | Si     | Si | 0.0847                 | 8.4826  | 980.32   | Si     | Si | 5827.90             | 413.54   | Si     | Si |
| 17 | 42.07              | 63.756  | 3174.4   | Si     | Si | 0.0994                 | 8.3253  | 1709     | Si     | Si | 5856.59             | 414.85   | Si     | Si |
| 18 | 20.524             | 91.12   | 3968.2   | Si     | Si | 0.1485                 | 7.914   | 3072.8   | Si     | Si | 5838.36             | 413.86   | Si     | Si |
| 19 | 17.489             | 89.546  | 4218     | Si     | Si | 0.1654                 | 7.7058  | 3532.4   | Si     | Si | 5784.10             | 375.99   | Si     | Si |
| 20 | 183.87             | 23.257  | 1913.4   | Si     | Si | 0.0335                 | 9.1438  | -3172.1  | Si     | Si | 6189.54             | 310.44   | Si     | Si |
| 21 | 110.97             | 25.72   | 3499.6   | Si     | Si | 0.0462                 | 8.6617  | 571.41   | Si     | Si | 6353.78             | 269.58   | Si     | Si |
| 22 | 20.922             | 92.41   | 4466.2   | Si     | Si | 0.1435                 | 7.9724  | 3469.7   | Si     | Si | 6399.59             | 422.74   | Si     | Si |
| 23 | 18.718             | 121.75  | 3868.4   | Si     | Si | 0.1450                 | 8.1804  | 2539.3   | Si     | Si | 6147.35             | 525.71   | Si     | Si |
| 24 | 29.103             | 106.76  | 2874.5   | Si     | Si | 0.1223                 | 8.4458  | 1291.3   | Si     | Si | 5981.48             | 577.47   | Si     | Si |



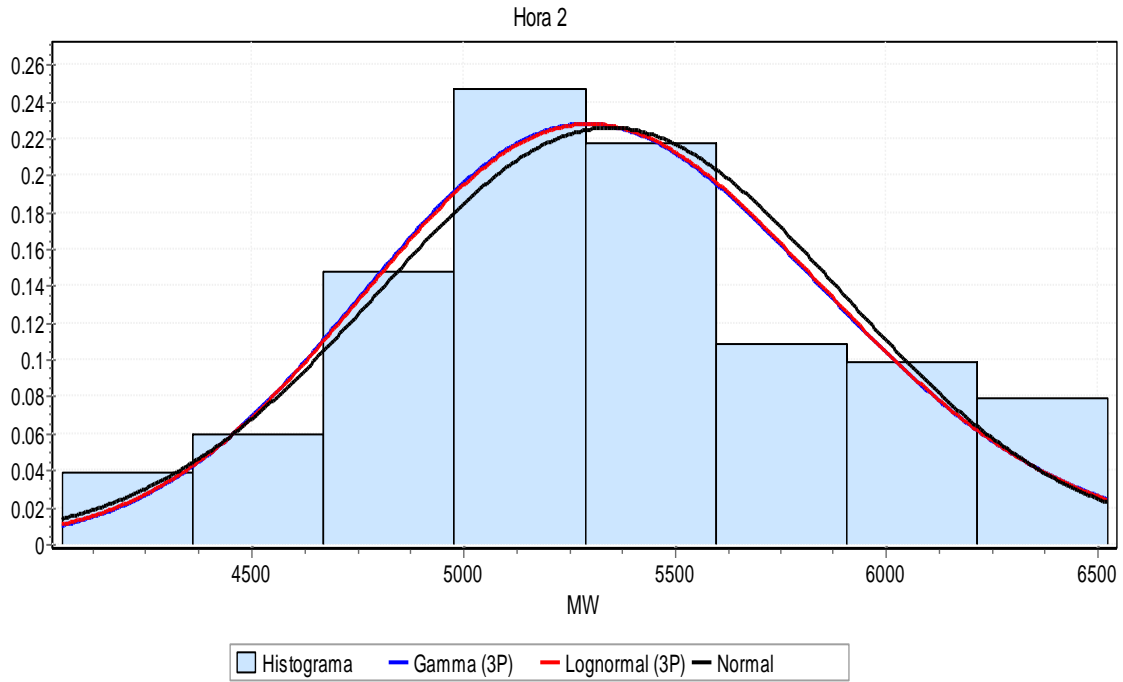


Figura 3.10 Histograma de demanda de la hora 2.

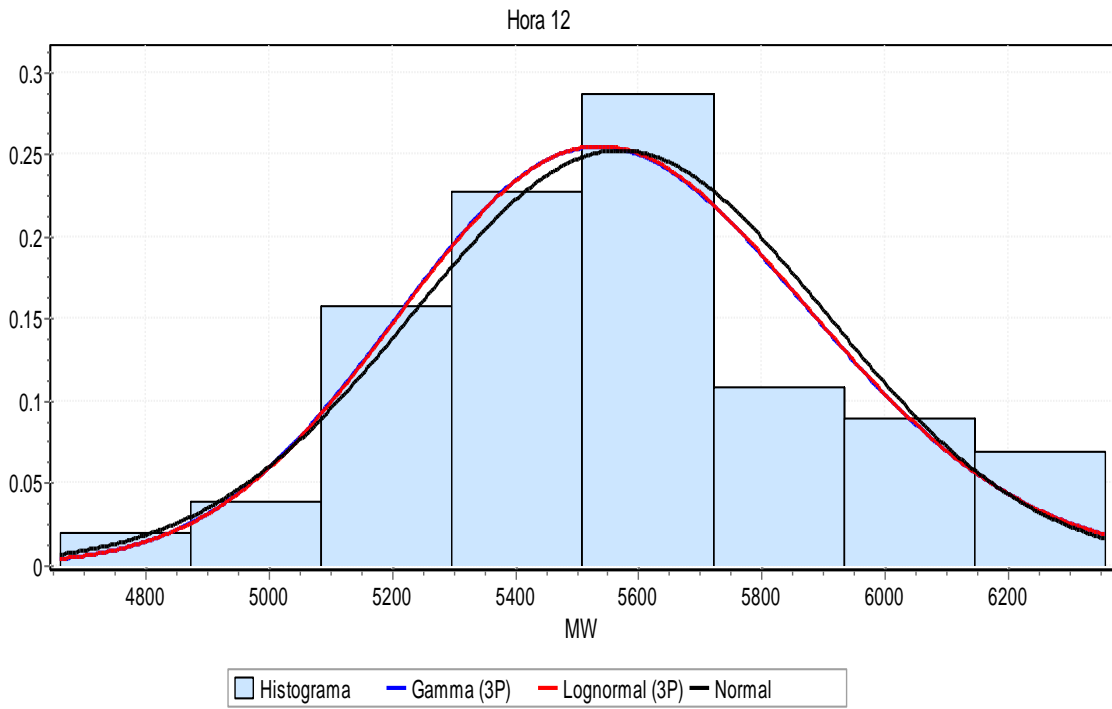


Figura 3.11 Histograma de demanda de la hora 12.

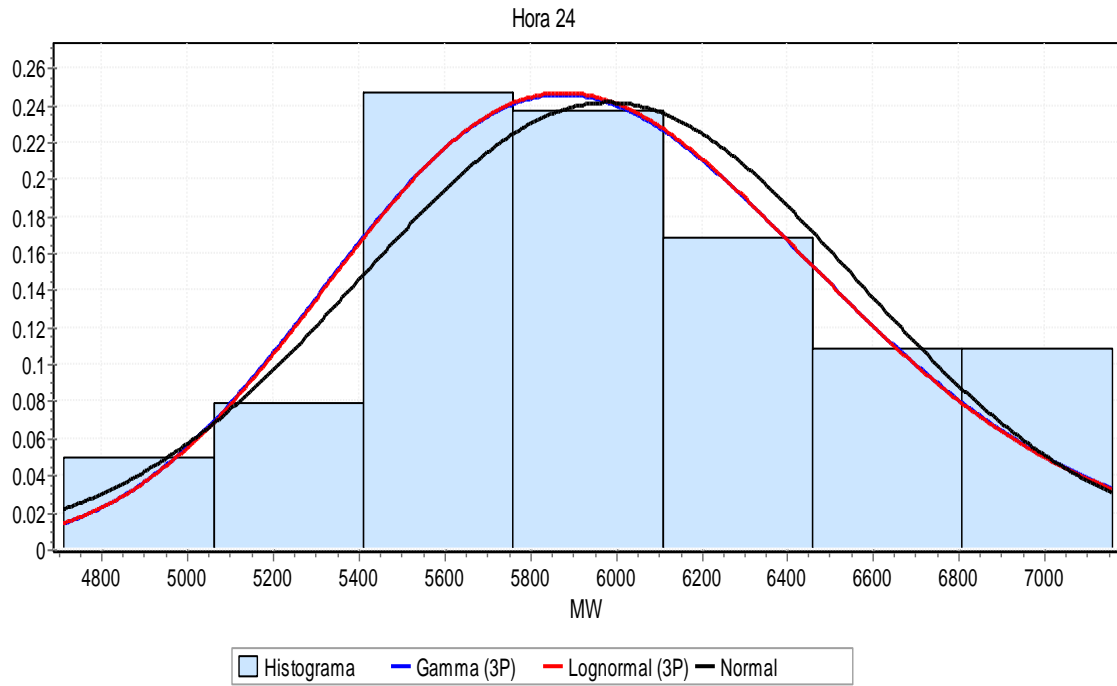


Figura 3.12 Histograma de demanda de la hora 24.

## CAPÍTULO 4

### RESULTADOS

#### 4.1 INTRODUCCIÓN

En este trabajo se aplicó el método de Monte Carlo para simular la incertidumbre de la demanda en el cálculo de los PMLs del sistema de prueba IEEE Reliability Test System (RTS), el cual dispone de 24 nodos, 32 generadores y 34 líneas de transmisión [71]. Los datos del sistema, así como su diagrama unifilar se encuentran en los apéndices A y B.

El cálculo de los PMLs descrito en la sección 2.7, se realizó con en lenguaje Fortran 90 y con el optimizador DDLPRS (el cual resuelve un programa de optimización lineal con el método revisado simplex) de la biblioteca IMSL. [19].

#### 4.2 MODELADO DE LAS VARIABLES ALEATORIAS DEL CASO DE PRUEBA

En la figura 4.1 se muestra la gráfica la demanda total del sistema de prueba, donde se observa que la hora 5 tiene el valor mínimo de demanda, la hora 9 a 10 el valor medio y la hora 18 el valor máximo.

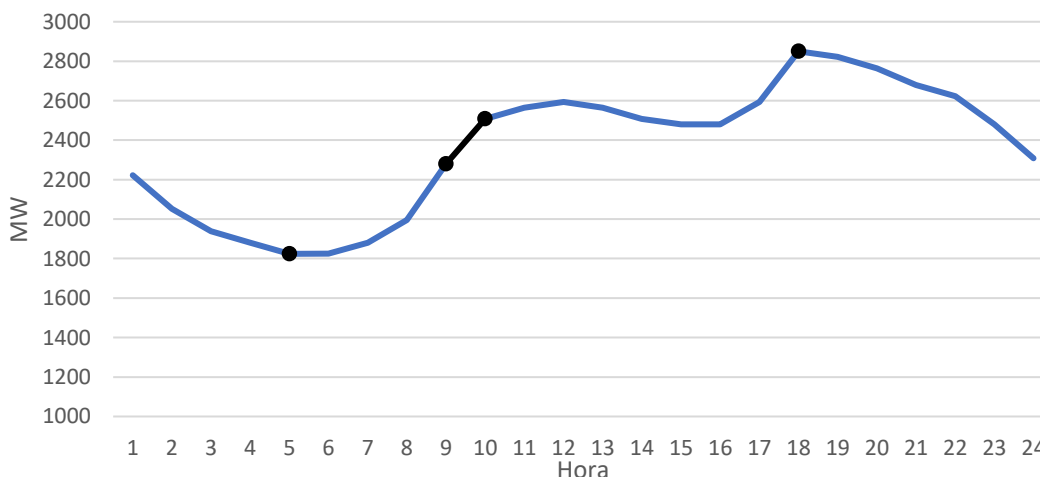


Figura 4.1 Gráfica de demanda del sistema de prueba.

Con base a los datos de demanda del sistema de prueba (apéndice A), durante las 24 horas el nodo con la demanda mínima es el nodo 5, el nodo con la demanda media es el nodo 8 y el nodo con la demanda máxima es el nodo 18, esto se debe a que a pesar de que la carga total horaria varia siempre mantiene un mismo porcentaje de demanda en cada nodo. Lo anterior se aprecia de manera más clara en la figura 4.2, donde se marcan con negro los nodos 5,8 y 18.

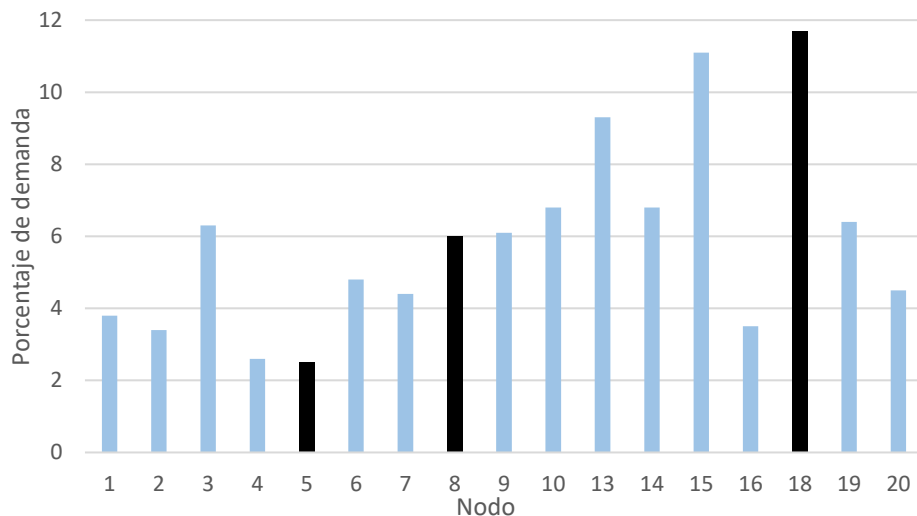


Figura 4.2 Gráfica de porcentaje de demanda en lo nodos.

Para ajustar las variables de entrada para las simulaciones del método de Monte Carlo, se hizo un análisis de la variabilidad que podemos dar a la demanda con respecto al máximo total que pueden llegar a generar las unidades con la asignación utilizada (en el apéndice C se muestra la asignación de unidades). En la tabla 4.1 se observa el análisis antes descrito.

Tabla 4.1 Excedente de generación disponible.

| Hora | Demanda total [MW] | % aprox. de pérdidas | Generación Máxima [MW] | Disponible [MW] | Hora | Demanda total [MW] | % aprox. de pérdidas | Generación Máxima [MW] | Disponible [MW] |
|------|--------------------|----------------------|------------------------|-----------------|------|--------------------|----------------------|------------------------|-----------------|
| 1    | 2223               | 2                    | 2594                   | 326             | 13   | 2565               | 2                    | 2889                   | 272             |
| 2    | 2052               | 2                    | 2482                   | 388             | 14   | 2508               | 2                    | 2889                   | 330             |
| 3    | 1938               | 2                    | 2482                   | 505             | 15   | 2479.5             | 2                    | 2889                   | 359             |
| 4    | 1881               | 2                    | 2406                   | 487             | 16   | 2479.5             | 2                    | 2889                   | 359             |
| 5    | 1824               | 2                    | 2406                   | 545             | 17   | 2593.5             | 2                    | 2889                   | 243             |
| 6    | 1825.5             | 2                    | 2482                   | 619             | 18   | 2850               | 2                    | 3101                   | 194             |
| 7    | 1881               | 2                    | 2482                   | 563             | 19   | 2821.5             | 2                    | 3101                   | 223             |
| 8    | 1995               | 2                    | 2482                   | 447             | 20   | 2764.5             | 2                    | 3077                   | 257             |
| 9    | 2280               | 2                    | 2637                   | 311             | 21   | 2679               | 2                    | 2965                   | 232             |
| 10   | 2508               | 2                    | 2789                   | 230             | 22   | 2622               | 2                    | 2889                   | 214             |
| 11   | 2565               | 2                    | 2889                   | 272             | 23   | 2479.5             | 2                    | 2889                   | 359             |
| 12   | 2593.5             | 2                    | 2813                   | 167             | 24   | 2308.5             | 2                    | 2737                   | 382             |

Como se observa en la tabla 4.1, para cada periodo de tiempo se tiene un excedente disponible que va desde 167MW (hora 12) hasta 619MW (hora 6).

Con base en los resultados obtenidos del comportamiento de la demanda de la zona Oriental del SIN en el capítulo 3, se optó por utilizar una distribución Normal para representar la incertidumbre en la demanda. En la tabla 4.2 se presenta los valores de media ( $\mu$ ) y desviación estándar ( $\sigma$ ) para cada periodo de las variables generadas.

Tabla 4.2 Datos para la generación aleatoria de la demanda.

| Estadística   | Periodo |      |        |        |        |        |        |        |      |      |        |        |
|---------------|---------|------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|------|------|--------|--------|
|               | 1       | 2    | 3      | 4      | 5      | 6      | 7      | 8      | 9    | 10   | 11     | 12     |
| $\mu$ [MW]    | 2223    | 2052 | 1938   | 1881   | 1824   | 1825.5 | 1881   | 1995   | 2280 | 2508 | 2565   | 2593.5 |
| $\sigma$ [MW] | 108     | 129  | 168    | 160    | 181    | 206    | 187    | 149    | 103  | 76   | 90     | 55     |
| Estadística   | Periodo |      |        |        |        |        |        |        |      |      |        |        |
|               | 13      | 14   | 15     | 16     | 17     | 18     | 19     | 20     | 21   | 22   | 23     | 24     |
| $\mu$ [MW]    | 2565    | 2508 | 2479.5 | 2479.5 | 2593.5 | 2850   | 2821.5 | 2764.5 | 2679 | 2622 | 2479.5 | 2308.5 |
| $\sigma$ [MW] | 90      | 110  | 119    | 119    | 81     | 64     | 74     | 85     | 77   | 71   | 119    | 123    |

En la figura 4.3 se muestra una representación gráfica de las series generadas con los datos de la tala 4.2, donde se puede apreciar que las series generadas no alcanzan el valor de la generación máxima disponible (línea roja) proporcionada por la asignación de unidades utilizada. También se puede observar que la hora 12 tiene la desviación estándar más pequeña por lo que la variación a esa hora es más reducida. En la tabla 4.3 se presentan las condiciones para aplicar el método de Monte Carlo.

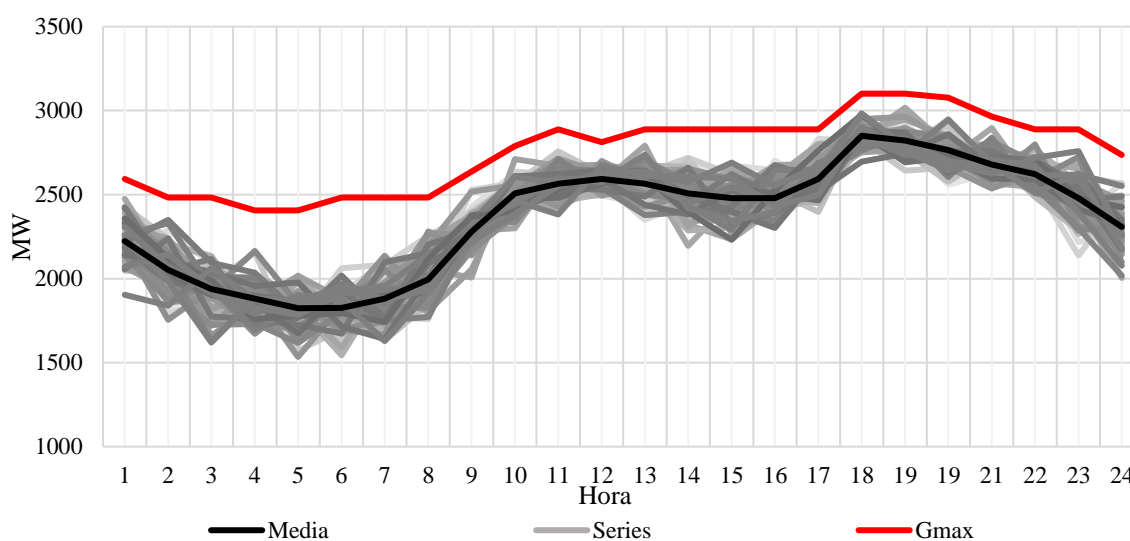


Figura 4.3 Series sintéticas generadas para la demanda.

Tabla 4.3 Condiciones para la aplicación del método de Monte Carlo.

| Tipo de distribución | Numero de simulaciones | Valor de la semilla | Nodo de referencia | Segmentos de la curva de los generadores |
|----------------------|------------------------|---------------------|--------------------|--|
| Normal               | 5000                   | 12345               | 23                 | 10                                       |

Para elección del número de simulaciones del método de Monte Carlo aplicado al estudio de Flujos Óptimos de Potencia, en [6] y [77] se usan 5000 simulaciones, sin embargo, aplicando un criterio de paro en donde durante 3 simulaciones consecutivas la máxima diferencia de la media de los flujos de potencia con respecto a la media de las simulaciones anteriores sea menor a 1 MW, el método de Monte Carlo converge en 753 simulaciones [77].

### 4.3 RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LOS PMLs

En las tablas 4.4 a 4.9 se muestran los resultados de los PMLs en las horas 1, 5, 9, 15, y 18 del cálculo determinista y con la aplicación del método de Monte Carlo del sistema de prueba IEEE RTS 24 nodos, utilizando el algoritmo presentado en la sección 2.7.

Tabla 4.4 Resultados de los PMLs de la hora 1.

| Nodo | PMLs [\$/MW] |                       |          |         |       |       | Nodo | PMLs [\$/MW] |                       |          |         |       |       |
|------|--------------|-----------------------|----------|---------|-------|-------|------|--------------|-----------------------|----------|---------|-------|-------|
|      | Determinista | Método de Monte Carlo |          |         |       |       |      | Determinista | Método de Monte Carlo |          |         |       |       |
|      |              | $\mu$                 | $\sigma$ | Mediana | Min.  | Máx.  |      |              | $\mu$                 | $\sigma$ | Mediana | Min.  | Máx.  |
| 1    | 16.37        | 16.37                 | 0.28     | 16.37   | 15.73 | 18.26 | 13   | 14.94        | 14.97                 | 0.27     | 14.94   | 14.57 | 17.08 |
| 2    | 16.38        | 16.38                 | 0.28     | 16.38   | 15.74 | 18.27 | 14   | 15.31        | 15.35                 | 0.27     | 15.31   | 14.86 | 17.53 |
| 3    | 15.57        | 15.6                  | 0.27     | 15.57   | 15.07 | 17.79 | 15   | 15.09        | 15.13                 | 0.25     | 15.08   | 14.67 | 17.26 |
| 4    | 16.08        | 16.09                 | 0.29     | 16.08   | 15.49 | 18.22 | 16   | 15.03        | 15.07                 | 0.25     | 15.03   | 14.62 | 17.19 |
| 5    | 16.13        | 16.14                 | 0.29     | 16.13   | 15.54 | 18.24 | 17   | 14.87        | 14.92                 | 0.24     | 14.85   | 14.48 | 17.01 |
| 6    | 16.04        | 16.06                 | 0.31     | 16.05   | 15.47 | 18.29 | 18   | 14.8         | 14.84                 | 0.237    | 14.78   | 14.45 | 16.91 |
| 7    | 15.16        | 15.19                 | 0.37     | 15.17   | 14.43 | 17.65 | 19   | 14.99        | 15.03                 | 0.25     | 14.99   | 14.6  | 17.11 |
| 8    | 15.64        | 15.67                 | 0.35     | 15.64   | 14.96 | 18.12 | 20   | 14.85        | 14.88                 | 0.24     | 14.85   | 14.49 | 16.91 |
| 9    | 15.38        | 15.41                 | 0.28     | 15.38   | 14.91 | 17.6  | 21   | 14.79        | 14.83                 | 0.23     | 14.77   | 14.4  | 16.89 |
| 10   | 15.51        | 15.54                 | 0.29     | 15.51   | 15.02 | 17.73 | 22   | 14.82        | 14.86                 | 0.23     | 14.8    | 14.43 | 16.94 |
| 11   | 15.37        | 15.4                  | 0.28     | 15.37   | 14.91 | 17.58 | 23   | 14.73        | 14.76                 | 0.24     | 14.73   | 14.4  | 16.74 |
| 12   | 15.31        | 15.34                 | 0.28     | 15.31   | 14.86 | 17.5  | 24   | 15.43        | 15.47                 | 0.27     | 15.43   | 14.95 | 17.64 |

Tabla 4.5 Datos estadísticos de los PMLs de la hora 5.

| Nodo | PMLs [\$/MW] |                       |          |         |       |       | Nodo | PMLs [\$/MW] |                       |          |         |       |       |
|------|--------------|-----------------------|----------|---------|-------|-------|------|--------------|-----------------------|----------|---------|-------|-------|
|      | Determinista | Método de Monte Carlo |          |         |       |       |      | Determinista | Método de Monte Carlo |          |         |       |       |
|      |              | $\mu$                 | $\sigma$ | Mediana | Min.  | Máx.  |      |              | $\mu$                 | $\sigma$ | Mediana | Min.  | Máx.  |
| 1    | 15.82        | 15.8                  | 0.22     | 15.81   | 15.21 | 17.12 | 13   | 14.6         | 14.59                 | 0.1      | 14.59   | 14.35 | 15.5  |
| 2    | 15.83        | 15.81                 | 0.22     | 15.82   | 15.22 | 17.13 | 14   | 14.91        | 14.88                 | 0.14     | 14.88   | 14.55 | 15.87 |
| 3    | 15.14        | 15.11                 | 0.16     | 15.1    | 14.71 | 16.15 | 15   | 14.75        | 14.71                 | 0.13     | 14.7    | 14.43 | 15.62 |
| 4    | 15.55        | 15.53                 | 0.2      | 15.54   | 15.02 | 16.76 | 16   | 14.69        | 14.66                 | 0.13     | 14.64   | 14.37 | 15.55 |
| 5    | 15.6         | 15.58                 | 0.2      | 15.59   | 15.05 | 16.82 | 17   | 14.57        | 14.54                 | 0.12     | 14.51   | 14.31 | 15.38 |
| 6    | 15.51        | 15.49                 | 0.19     | 15.5    | 14.99 | 16.71 | 18   | 14.51        | 14.48                 | 0.12     | 14.45   | 14.27 | 15.29 |
| 7    | 14.77        | 14.66                 | 0.16     | 14.63   | 14.34 | 15.83 | 19   | 14.64        | 14.62                 | 0.12     | 14.61   | 14.32 | 15.51 |
| 8    | 15.16        | 15.09                 | 0.17     | 15.12   | 14.67 | 16.31 | 20   | 14.51        | 14.5                  | 0.11     | 14.49   | 14.21 | 15.35 |
| 9    | 14.96        | 14.94                 | 0.14     | 14.94   | 14.59 | 15.97 | 21   | 14.51        | 14.47                 | 0.12     | 14.44   | 14.27 | 15.27 |
| 10   | 15.07        | 15.05                 | 0.15     | 15.06   | 14.67 | 16.12 | 22   | 14.54        | 14.5                  | 0.12     | 14.47   | 14.28 | 15.31 |
| 11   | 14.96        | 14.94                 | 0.14     | 14.94   | 14.6  | 15.96 | 23   | 14.4         | 14.4                  | 0.1      | 14.39   | 14.12 | 15.22 |
| 12   | 14.9         | 14.88                 | 0.13     | 14.89   | 14.55 | 15.89 | 24   | 15.02        | 14.99                 | 0.15     | 14.98   | 14.63 | 16    |

Tabla 4.6 Datos estadísticos de los PMLs de la hora 9.

| Nodo | PMLs [\$/MW] |                       |          |         |       |       | Nodo | PMLs [\$/MW] |                       |          |         |       |       |
|------|--------------|-----------------------|----------|---------|-------|-------|------|--------------|-----------------------|----------|---------|-------|-------|
|      | Determinista | Método de Monte Carlo |          |         |       |       |      | Determinista | Método de Monte Carlo |          |         |       |       |
|      |              | $\mu$                 | $\sigma$ | Mediana | Min.  | Máx.  |      |              | $\mu$                 | $\sigma$ | Mediana | Min.  | Máx.  |
| 1    | 16.49        | 16.49                 | 0.38     | 16.49   | 15.9  | 20.78 | 13   | 14.96        | 14.97                 | 0.32     | 14.96   | 14.58 | 18.71 |
| 2    | 16.5         | 16.51                 | 0.38     | 16.5    | 15.91 | 20.8  | 14   | 15.3         | 15.31                 | 0.31     | 15.3    | 14.93 | 19.07 |
| 3    | 15.54        | 15.54                 | 0.31     | 15.54   | 15.15 | 19.35 | 15   | 15.01        | 15.01                 | 0.28     | 15.01   | 14.67 | 18.57 |
| 4    | 16.15        | 16.16                 | 0.37     | 16.16   | 15.61 | 20.33 | 16   | 14.99        | 14.99                 | 0.28     | 14.99   | 14.66 | 18.56 |
| 5    | 16.22        | 16.22                 | 0.37     | 16.22   | 15.66 | 20.42 | 17   | 14.85        | 14.85                 | 0.26     | 14.83   | 14.52 | 18.3  |
| 6    | 16.11        | 16.11                 | 0.37     | 16.11   | 15.56 | 20.28 | 18   | 14.79        | 14.78                 | 0.26     | 14.74   | 14.45 | 18.19 |
| 7    | 15.24        | 15.25                 | 0.4      | 15.24   | 14.54 | 19.43 | 19   | 14.97        | 14.97                 | 0.29     | 14.96   | 14.66 | 18.56 |
| 8    | 15.71        | 15.72                 | 0.39     | 15.71   | 15.06 | 19.93 | 20   | 14.84        | 14.85                 | 0.29     | 14.84   | 14.52 | 18.4  |
| 9    | 15.4         | 15.41                 | 0.33     | 15.4    | 14.96 | 19.28 | 21   | 14.76        | 14.76                 | 0.25     | 14.72   | 14.43 | 18.15 |
| 10   | 15.55        | 15.55                 | 0.34     | 15.53   | 15.08 | 19.49 | 22   | 14.78        | 14.78                 | 0.25     | 14.74   | 14.45 | 18.07 |
| 11   | 15.39        | 15.4                  | 0.33     | 15.4    | 14.96 | 19.27 | 23   | 14.73        | 14.74                 | 0.28     | 14.73   | 14.42 | 18.25 |
| 12   | 15.34        | 15.34                 | 0.33     | 15.34   | 14.91 | 19.2  | 24   | 15.39        | 15.39                 | 0.3      | 15.39   | 15.01 | 19.13 |

Tabla 4.7 Datos estadísticos de los PMLs de la hora 15.

| Nodo | PMLs [\$/MW] |                       |          |         |       |       | Nodo | PMLs [\$/MW] |                       |          |         |       |       |
|------|--------------|-----------------------|----------|---------|-------|-------|------|--------------|-----------------------|----------|---------|-------|-------|
|      | Determinista | Método de Monte Carlo |          |         |       |       |      | Determinista | Método de Monte Carlo |          |         |       |       |
|      |              | $\mu$                 | $\sigma$ | Mediana | Min.  | Máx.  |      |              | $\mu$                 | $\sigma$ | Mediana | Min.  | Máx.  |
| 1    | 16.59        | 16.59                 | 0.29     | 16.57   | 15.92 | 19.63 | 13   | 15.06        | 15.12                 | 0.3      | 15.07   | 14.6  | 18.26 |
| 2    | 16.6         | 16.6                  | 0.29     | 16.58   | 15.93 | 19.64 | 14   | 15.37        | 15.45                 | 0.31     | 15.38   | 14.93 | 18.68 |
| 3    | 15.6         | 15.69                 | 0.31     | 15.62   | 15.14 | 18.95 | 15   | 15.02        | 15.12                 | 0.29     | 15.03   | 14.66 | 18.27 |
| 4    | 16.27        | 16.31                 | 0.31     | 16.27   | 15.66 | 19.55 | 16   | 15.01        | 15.11                 | 0.29     | 15.03   | 14.65 | 18.24 |
| 5    | 16.33        | 16.36                 | 0.31     | 16.33   | 15.71 | 19.58 | 17   | 14.83        | 14.94                 | 0.28     | 14.85   | 14.51 | 18.03 |
| 6    | 16.24        | 16.29                 | 0.33     | 16.24   | 15.63 | 19.62 | 18   | 14.74        | 14.86                 | 0.28     | 14.76   | 14.44 | 17.93 |
| 7    | 14.97        | 14.96                 | 0.25     | 14.96   | 14.19 | 17.81 | 19   | 15.03        | 15.11                 | 0.29     | 15.04   | 14.65 | 18.22 |
| 8    | 15.62        | 15.67                 | 0.29     | 15.66   | 14.9  | 18.81 | 20   | 14.92        | 14.98                 | 0.28     | 14.93   | 14.54 | 18.03 |
| 9    | 15.49        | 15.55                 | 0.31     | 15.5    | 15.01 | 18.77 | 21   | 14.71        | 14.83                 | 0.28     | 14.74   | 14.41 | 17.88 |
| 10   | 15.65        | 15.7                  | 0.31     | 15.65   | 15.14 | 18.94 | 22   | 14.74        | 14.86                 | 0.28     | 14.77   | 14.44 | 17.84 |
| 11   | 15.49        | 15.55                 | 0.31     | 15.49   | 15.01 | 18.77 | 23   | 14.81        | 14.86                 | 0.27     | 14.82   | 14.45 | 17.86 |
| 12   | 15.43        | 15.49                 | 0.3      | 15.44   | 14.95 | 18.68 | 24   | 15.43        | 15.52                 | 0.3      | 15.45   | 15    | 18.75 |

Tabla 4.8 Datos estadísticos de los PMLs de la hora 18.

| Nodo | PMLs [\$/MW] |                       |          |         |       |       | Nodo | PMLs [\$/MW] |                       |          |         |       |       |
|------|--------------|-----------------------|----------|---------|-------|-------|------|--------------|-----------------------|----------|---------|-------|-------|
|      | Determinista | Método de Monte Carlo |          |         |       |       |      | Determinista | Método de Monte Carlo |          |         |       |       |
|      |              | $\mu$                 | $\sigma$ | Mediana | Min.  | Máx.  |      |              | $\mu$                 | $\sigma$ | Mediana | Min.  | Máx.  |
| 1    | 17.48        | 17.33                 | 0.36     | 17.39   | 16.46 | 19.01 | 13   | 16.45        | 16.32                 | 0.5      | 16.45   | 15.16 | 18.31 |
| 2    | 17.49        | 17.33                 | 0.36     | 17.4    | 16.47 | 19.01 | 14   | 16.84        | 16.71                 | 0.52     | 16.84   | 15.49 | 18.73 |
| 3    | 17.07        | 16.93                 | 0.51     | 17.08   | 15.72 | 18.93 | 15   | 16.49        | 16.36                 | 0.51     | 16.49   | 15.15 | 18.29 |
| 4    | 17.52        | 17.37                 | 0.46     | 17.52   | 16.28 | 19.31 | 16   | 16.47        | 16.34                 | 0.51     | 16.47   | 15.14 | 18.29 |
| 5    | 17.52        | 17.38                 | 0.44     | 17.51   | 16.32 | 19.28 | 17   | 16.29        | 16.16                 | 0.51     | 16.3    | 14.96 | 18.08 |
| 6    | 17.62        | 17.48                 | 0.5      | 17.62   | 16.3  | 19.53 | 18   | 16.21        | 16.08                 | 0.51     | 16.21   | 14.88 | 17.99 |
| 7    | 16.05        | 15.96                 | 0.51     | 16.06   | 14.61 | 18.05 | 19   | 16.44        | 16.31                 | 0.51     | 16.44   | 15.14 | 18.28 |
| 8    | 16.95        | 16.84                 | 0.52     | 17.95   | 15.54 | 19    | 20   | 16.25        | 16.13                 | 0.5      | 16.26   | 15    | 18.08 |
| 9    | 16.9         | 16.77                 | 0.51     | 16.91   | 15.57 | 18.8  | 21   | 16.17        | 16.04                 | 0.5      | 16.17   | 14.84 | 17.93 |
| 10   | 17.04        | 16.91                 | 0.5      | 17.05   | 15.72 | 18.95 | 22   | 16.2         | 16.07                 | 0.5      | 16.2    | 14.87 | 17.89 |
| 11   | 16.9         | 16.77                 | 0.51     | 16.91   | 15.58 | 18.8  | 23   | 16.1         | 15.97                 | 0.49     | 16.1    | 14.88 | 17.91 |
| 12   | 16.82        | 16.69                 | 0.5      | 16.82   | 15.51 | 18.71 | 24   | 16.9         | 16.76                 | 0.51     | 16.9    | 15.55 | 18.74 |



Tabla 4.9 Datos estadísticos de los PMLs de la hora 22.

| Nodo | PMLs [\$/MW] |                       |          |         |       |       | Nodo | PMLs [\$/MW] |                       |          |         |       |       |
|------|--------------|-----------------------|----------|---------|-------|-------|------|--------------|-----------------------|----------|---------|-------|-------|
|      | Determinista | Método de Monte Carlo |          |         |       |       |      | Determinista | Método de Monte Carlo |          |         |       |       |
|      |              | $\mu$                 | $\sigma$ | Mediana | Min.  | Máx.  |      |              | $\mu$                 | $\sigma$ | Mediana | Min.  | Máx.  |
| 1    | 16.8         | 16.9                  | 0.35     | 16.83   | 16.45 | 19.64 | 13   | 15.36        | 15.46                 | 0.38     | 15.36   | 14.96 | 18.26 |
| 2    | 16.81        | 16.91                 | 0.35     | 16.83   | 16.47 | 19.65 | 14   | 15.69        | 15.8                  | 0.4      | 15.7    | 15.29 | 18.68 |
| 3    | 15.94        | 16.05                 | 0.41     | 15.95   | 15.54 | 18.95 | 15   | 15.35        | 15.45                 | 0.4      | 15.36   | 14.99 | 18.26 |
| 4    | 16.55        | 16.66                 | 0.39     | 16.56   | 16.14 | 19.55 | 16   | 15.34        | 15.44                 | 0.39     | 15.34   | 14.97 | 18.24 |
| 5    | 16.6         | 16.71                 | 0.38     | 16.61   | 16.2  | 19.58 | 17   | 15.16        | 15.26                 | 0.39     | 15.16   | 14.81 | 18.02 |
| 6    | 14.54        | 16.65                 | 0.4      | 16.55   | 16.11 | 19.63 | 18   | 15.08        | 15.17                 | 0.39     | 15.08   | 14.73 | 17.93 |
| 7    | 14.66        | 14.97                 | 0.28     | 15      | 14.63 | 17.82 | 19   | 15.33        | 15.43                 | 0.38     | 15.33   | 14.96 | 18.22 |
| 8    | 15.74        | 15.92                 | 0.37     | 15.79   | 15.47 | 18.82 | 20   | 15.19        | 15.28                 | 0.37     | 15.19   | 14.84 | 18.03 |
| 9    | 15.78        | 15.89                 | 0.39     | 15.79   | 15.39 | 18.77 | 21   | 15.04        | 15.14                 | 0.39     | 15.04   | 14.71 | 17.88 |
| 10   | 15.94        | 16.05                 | 0.39     | 15.94   | 15.94 | 18.94 | 22   | 15.07        | 15.17                 | 0.39     | 15.07   | 14.74 | 17.84 |
| 11   | 15.79        | 15.89                 | 0.39     | 15.79   | 15.38 | 18.77 | 23   | 15.07        | 15.15                 | 0.36     | 15.07   | 14.73 | 17.86 |
| 12   | 15.72        | 15.83                 | 0.39     | 15.73   | 15.33 | 18.68 | 24   | 15.77        | 15.87                 | 0.4      | 15.77   | 15.38 | 18.75 |

De las tablas anteriores, se puede notar que el valor determinista, promedio y la mediana son muy parecidos. En la figura 4.4 muestra el histograma de los PMLs del nodo 5 a la hora 1, este nodo corresponde a la demanda mínima del sistema. Con el histograma de la figura 4.4 se puede apreciar que el valor determinista coincidió la mediana del método de Monte Carlo y la mayor concentración de datos se encuentra entre 15.54 \$/MW y 16.7 \$/MW, y existe poca ocurrencia de datos a partir de 16.8 \$/MW.

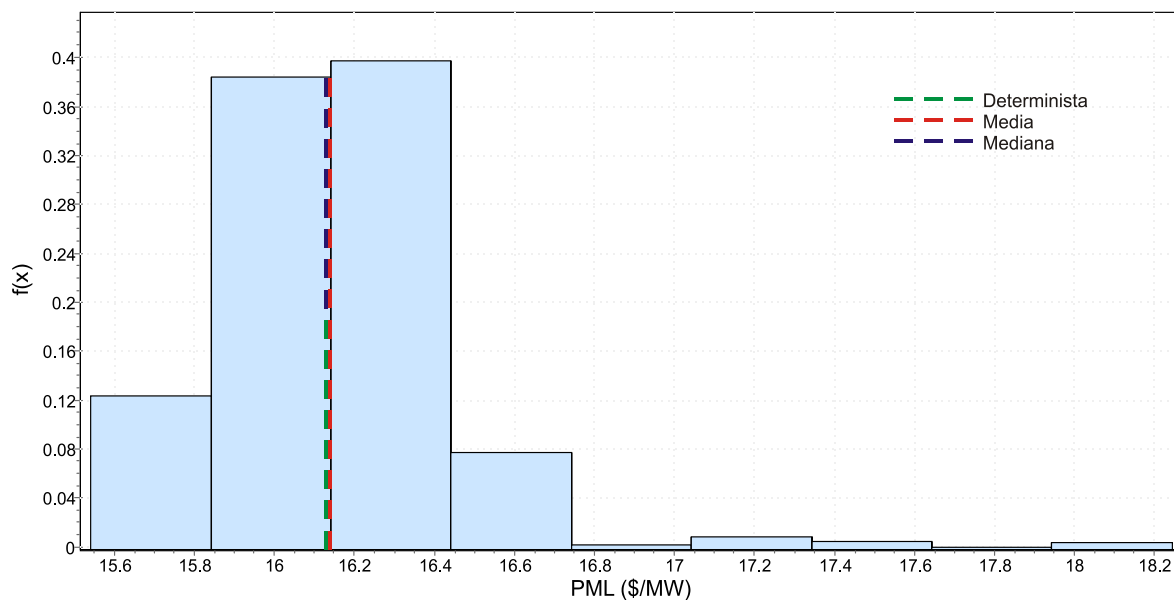


Figura 4.4 Histograma de PMLs del nodo 5 en la hora 1.

Realizando una prueba de bondad de ajuste a los datos de los PMLs se encontró que estos se ajustan a una función de distribución Logistic y a una función de distribución Pearson 5 (3P) tal como se muestra en las figuras 4.5 y 4.6, los parámetros de las funciones de encuentran en las tablas 4.10 y 4.11.

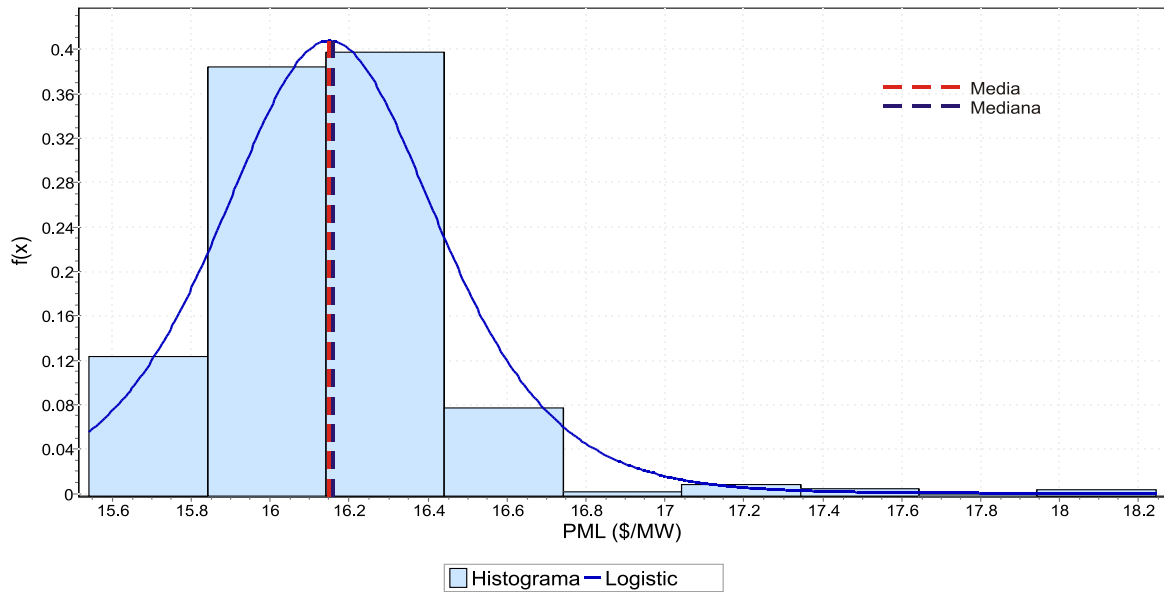


Figura 4.5 Ajuste de la función de distribución Logistic a los PMLs del nodo 5 a la hora 1.

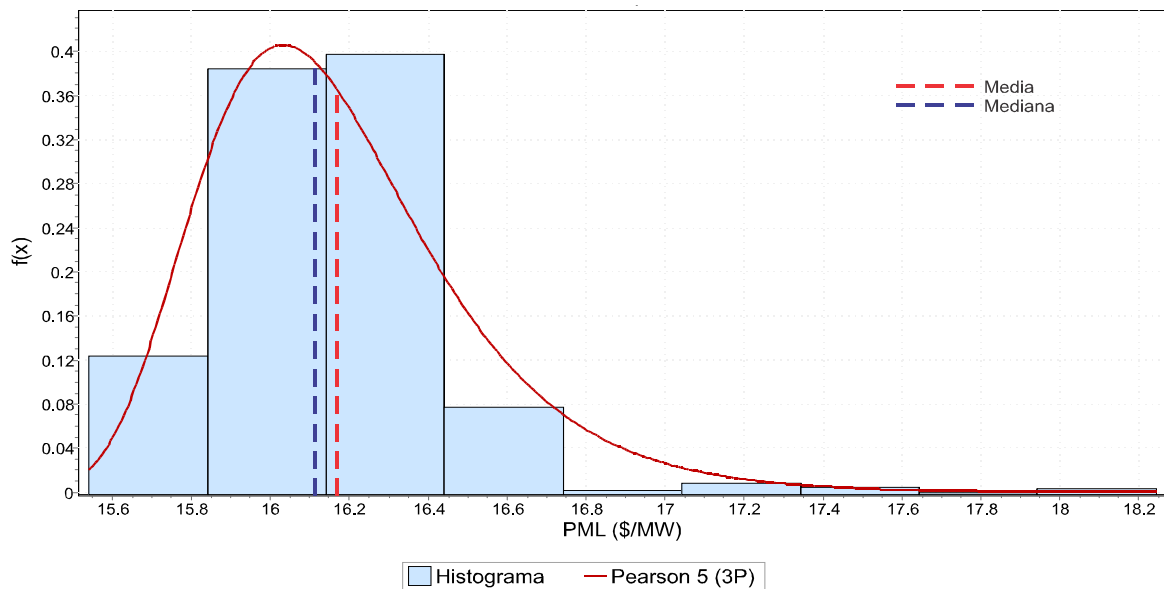


Figura 4.6 Ajuste de la función de distribución Pearson 5 (3P) a los PMLs del nodo 5 a la hora 1.

Tabla 4.10 Parámetros de ajuste a una distribución Logistic del nodo 5 a la hora 1

| Función de distribución | Parámetro de escala | Parámetro de ubicación | Mediana |
|-------------------------|---------------------|------------------------|---------|
| Logistic                | 0.18411             | 16.15                  | 16.16   |

Tabla 4.11 Parámetros de ajuste a una distribución Pearson (3P) del nodo 5 a la hora 1

| Función de distribución | Parámetro de forma | Parámetro de escala | Parámetro de ubicación | Media | Mediana |
|-------------------------|--------------------|---------------------|------------------------|-------|---------|
| Pearson 5 (3P)          | 19.16              | 24.32               | 14.86                  | 16.20 | 16.15   |

Como se observa en las figuras 4.5 y 4.6, la distribución Logistic tiene un mejor ajuste sobre los datos centrales, mientras que la distribución Pearson 5 (3P) se ajusta mejor en las colas.

En la figura 4.7 se muestra el histograma de los PMLs del nodo 8 a la hora 1, este nodo corresponde a la demanda media del sistema. Con el histograma de la figura 4.7 se puede apreciar que el valor determinista coincidió con la mediana del método de Monte Carlo y la mayor concentración de datos se encuentra entre 14.96 \$/MW y 16.3 \$/MW, y existe poca ocurrencia de datos a partir de 16.4 \$/MW.

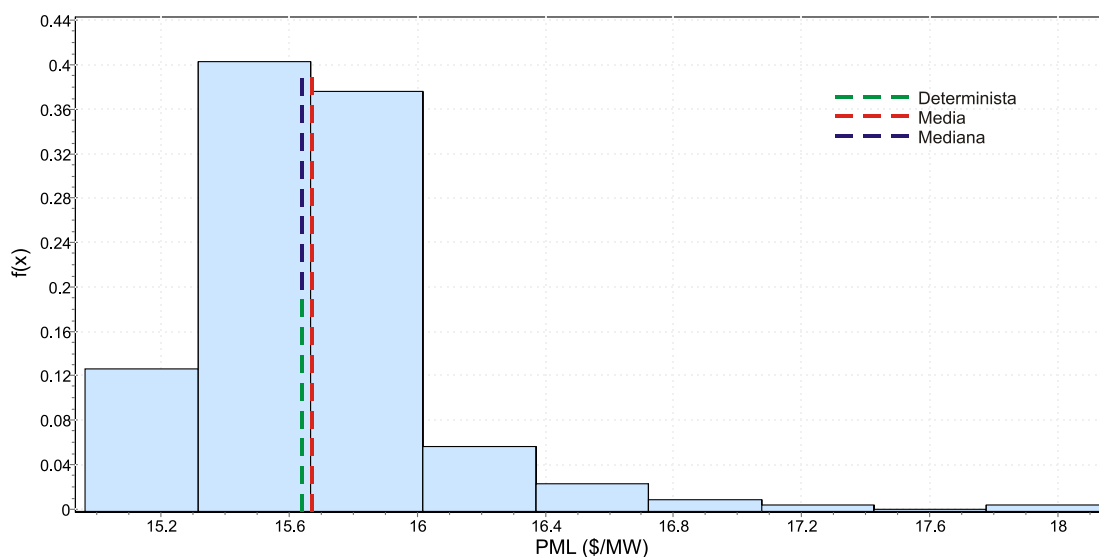


Figura 4.7 Histograma de PMLs del nodo 8 en la hora 1.

Realizando una prueba de bondad de ajuste a los datos de los PMLs se encontró que estos se ajustan a una función de distribución Logistic y a una distribución Pearson 5 (3P) con los parámetros de las tablas 4.12 y 4.13; y en la figura 4.8 y 4.9 se muestran los ajustes de las funciones de distribución a los datos de los PMLs.

Tabla 4.12 Parámetros de ajuste a una distribución Logistic del nodo 8 a la hora 1.

| Función de distribución | Parámetro de escala | Parámetro de ubicación | mediana |
|-------------------------|---------------------|------------------------|---------|
| Logistic                | 0.209               | 15.59                  | 16.62   |

Tabla 4.13 Parámetros de ajuste a una distribución Pearson 5 (3P) del nodo 8 a la hora 1.

| Función de distribución | Parámetro de forma | Parámetro de escala | Parámetro de ubicación | Media | Mediana |
|-------------------------|--------------------|---------------------|------------------------|-------|---------|
| Pearson 5 (3P)          | 16.10              | 21.56               | 14.33                  | 15.76 | 15.70   |

Como se observa en las figuras 4.8 y 4.9, la distribución Logistic tiene un mejor ajuste sobre los datos centrales, mientras que la distribución Pearson 5 (3P) se ajusta mejor en las colas.

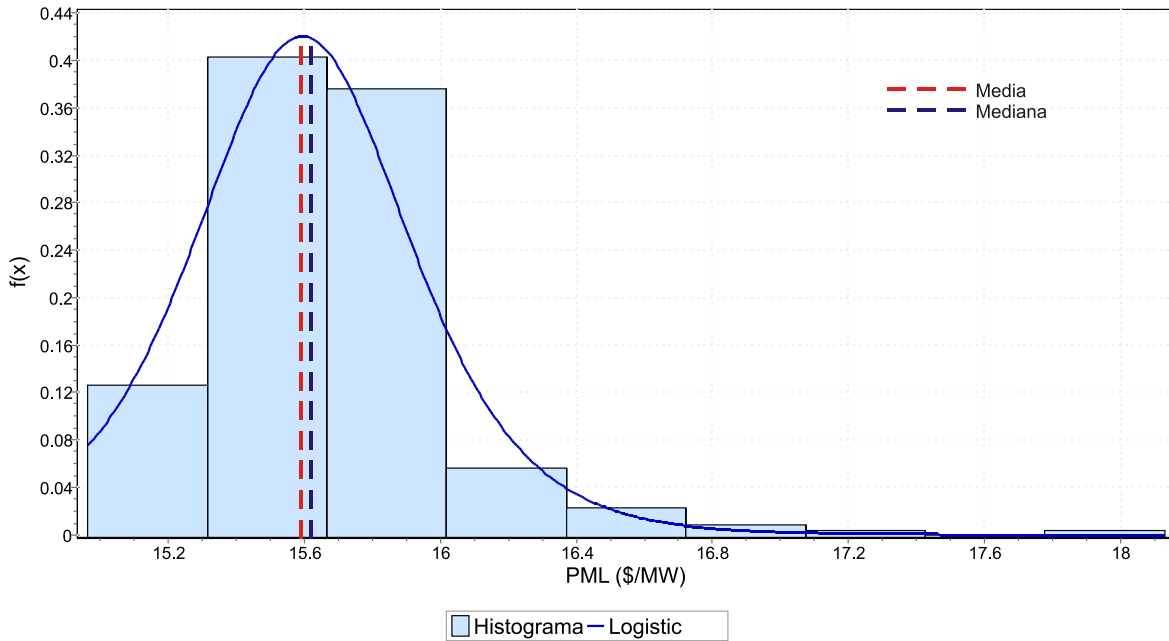


Figura 4.8 Ajuste de la función de distribución Logistic a los PMLs del nodo 8 a la hora 1.

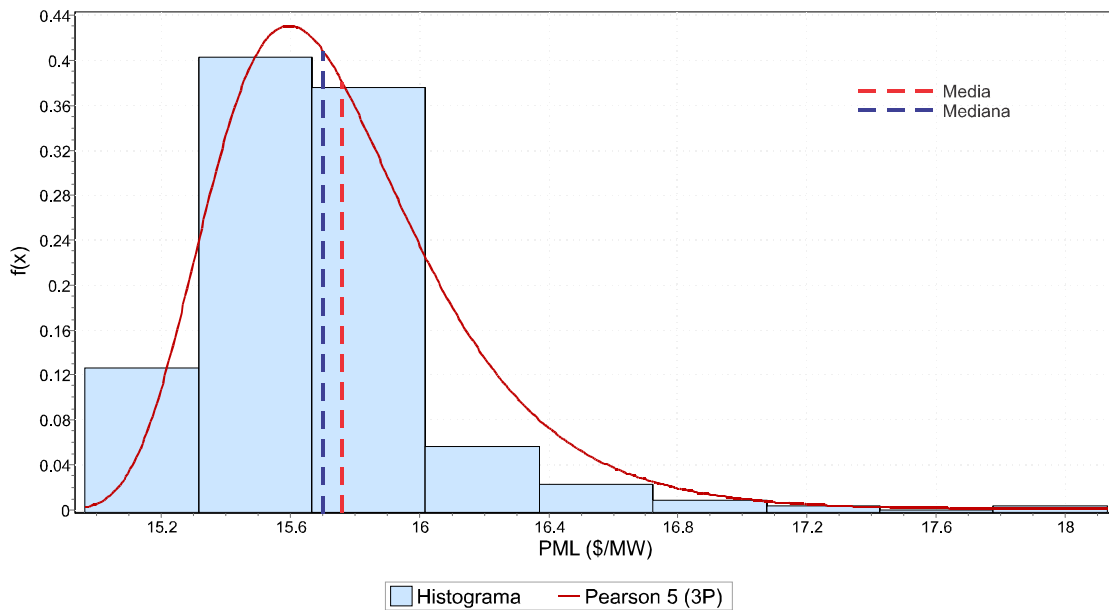


Figura 4.9 Ajuste de la función de distribución Pearson 5 (3P) a los PMLs del nodo 8 a la hora 1.

En la figura 4.10 se muestra el histograma de los PMLs del nodo 18 a la hora 1, este nodo corresponde a la demanda máxima del sistema. Con el histograma de la figura 4.8 se puede apreciar que la mayor concentración de datos se encuentra entre 14.45 \$/MW y 15.3 \$/MW, y existe poca ocurrencia de datos a partir de 15.4 \$/MW.

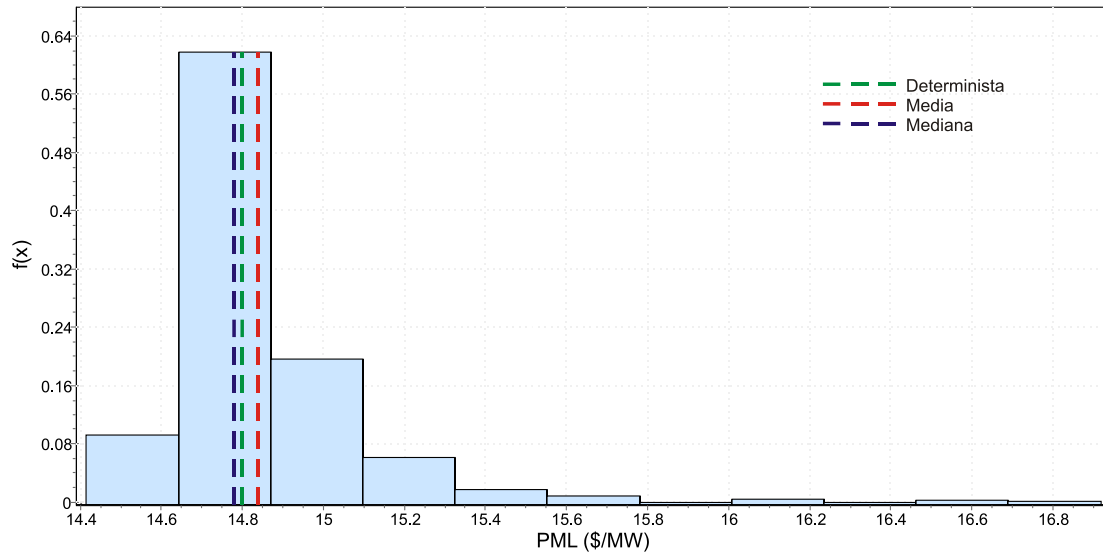


Figura 4.10 Histograma de PMLs del nodo 18 en la hora 1.

Realizando una prueba de bondad de ajuste a los datos de los PMLs se encontró que estos se ajustan a una función de distribución Logistic y a una función de distribución Pearson 5 (3P) con los parámetros de las tablas 4.14 y 4.15, y en la figura 4.11 y 4.12 se presentan los ajustes de las funciones de distribución a los datos de los PMLs.

Tabla 4.14 Parámetros de ajuste a una distribución Logistic del nodo 18 a la hora 1.

| función de distribución | Parámetro de escala | Parámetro de ubicación | mediana |
|-------------------------|---------------------|------------------------|---------|
| Logistic                | 0.09278             | 14.76                  | 14.77   |

Tabla 4.15 Parámetros de ajuste a una distribución Pearson 5 (3P) del nodo 18 a la hora 1.

| Función de distribución | Parámetro de forma | Parámetro de escala | Parámetro de ubicación | Media | Mediana |
|-------------------------|--------------------|---------------------|------------------------|-------|---------|
| Pearson 5 (3P)          | 12.38              | 6.57                | 14.24                  | 14.82 | 14.78   |

Como se observa en las figuras 4.11 y 4.12, la distribución Logistic tiene un mejor ajuste sobre los datos centrales, mientras que en la distribución Pearson 5 (3P) se ajusta mejor en las colas.

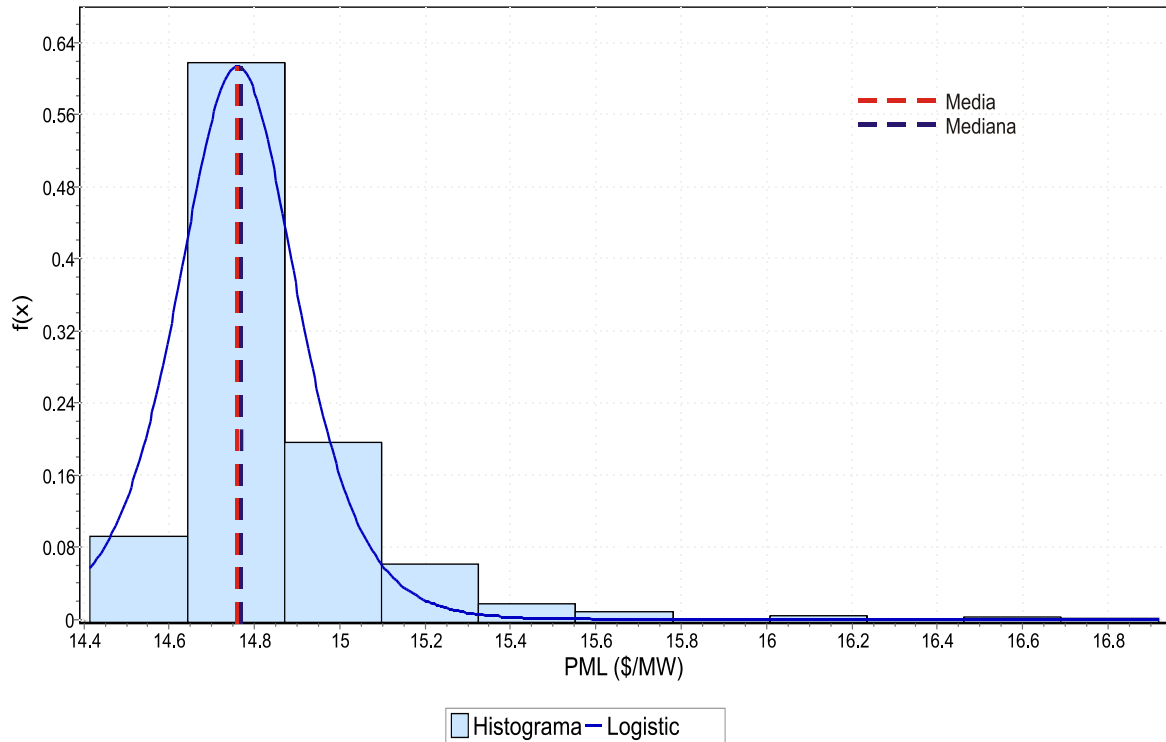


Figura 4.11 Ajuste de la función de distribución Logistic a los PMLs del nodo 18 a la hora 1.

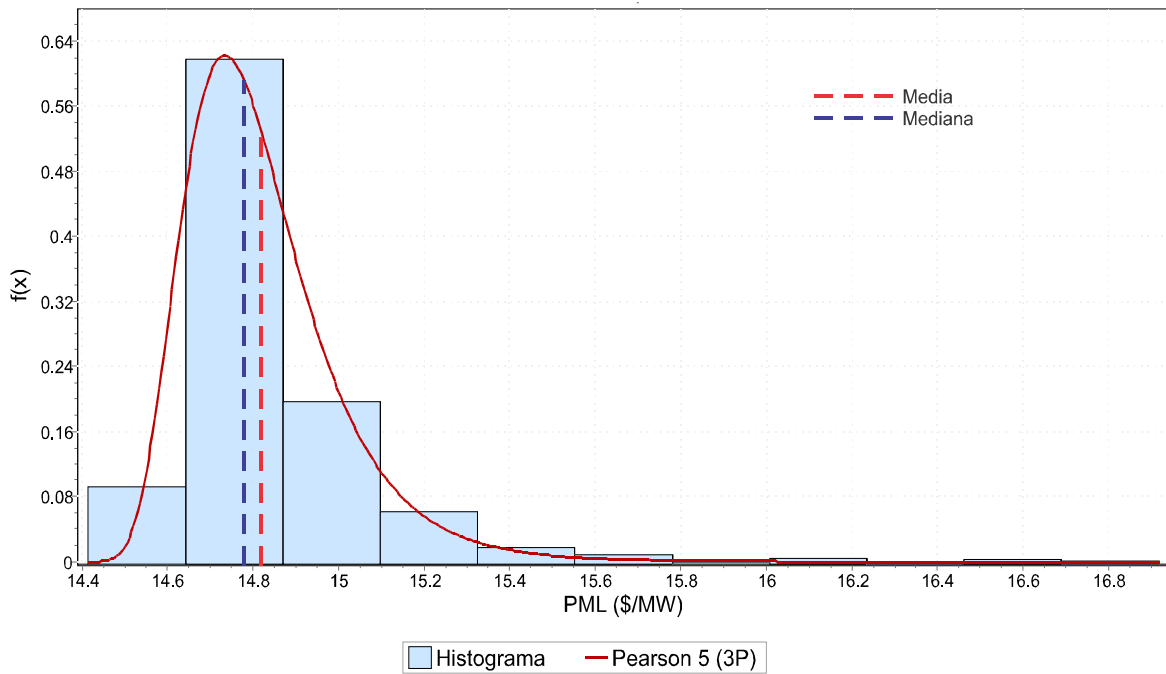


Figura 4.12 Ajuste de la función de distribución Pearson 5 (3P) a los PMLs del nodo 18 a la hora 1.

En la figura 4.13 se puede apreciar el histograma de los PMLs del nodo 23 a la hora 1, este nodo corresponde al nodo utilizado de referencia. Con el histograma de la figura 4.13 se puede apreciar que una el valor determinista coincidió con la mediana del método de Monte Carlo y la mayor concentración de datos se encuentra entre 14.95 \$/MW y 15.2 \$/MW, y existe poca ocurrencia de datos a partir de 15.3 \$/MW.

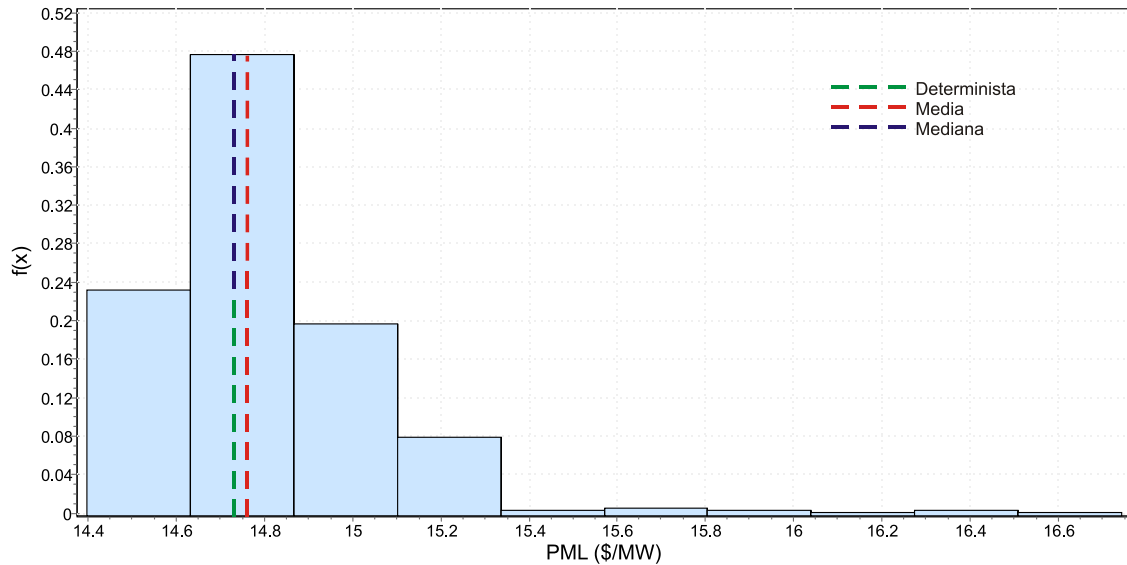


Figura 4.13 Histograma de PMLs del nodo 5 en la hora 1.

Realizando una prueba de bondad de ajuste a los datos de los PMLs se encontró que estos se ajustan a una función de distribución Logistic y a una función de distribución Pearson 5 (3P) con los parámetros de las tablas 4.16 y 4.17; y en las figuras 4.14 y 4.15 se presentan los ajustes de las funciones de distribución a los datos de los PMLs.

Tabla 4.16 Parámetros de ajuste a una distribución Logistic del nodo 23 a la hora 1.

| Función de distribución | Parámetro de escala | Parámetro de ubicación | mediana |
|-------------------------|---------------------|------------------------|---------|
| Logistic                | 0.18411             | 16.15                  | 16.16   |

Tabla 4.17 Parámetros de ajuste a una distribución Pearson 5 (3P) del nodo 23 a la hora 1.

| Función de distribución | Parámetro de forma | Parámetro de escala | Parámetro de ubicación | Media | Mediana |
|-------------------------|--------------------|---------------------|------------------------|-------|---------|
| Pearson 5 (3P)          | 7.64               | 4.27                | 14.20                  | 14.84 | 14.78   |

Como se observa en las figuras 4.14 y 4.15, la distribución Logistic tiene un mejor ajuste sobre los datos centrales, mientras que la distribución Pearson 5 (3P) se ajusta mejor en las colas.

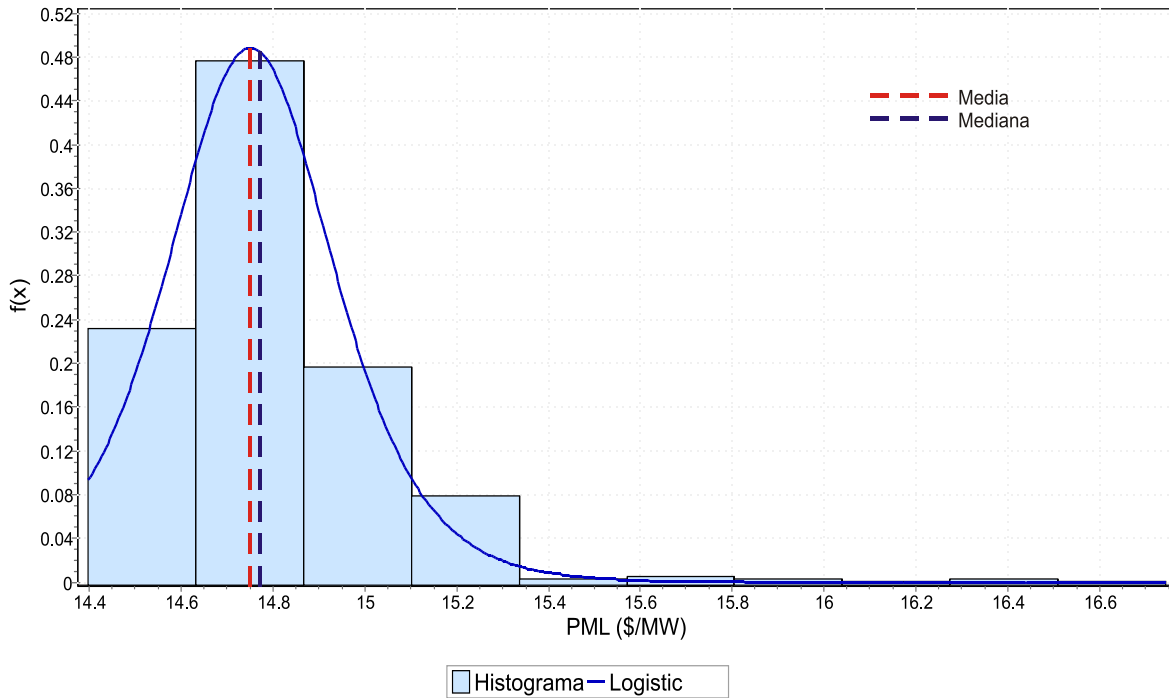


Figura 4.14 Ajuste de la función de distribución Logistic a los PMLs del nodo 23 a la hora 1.

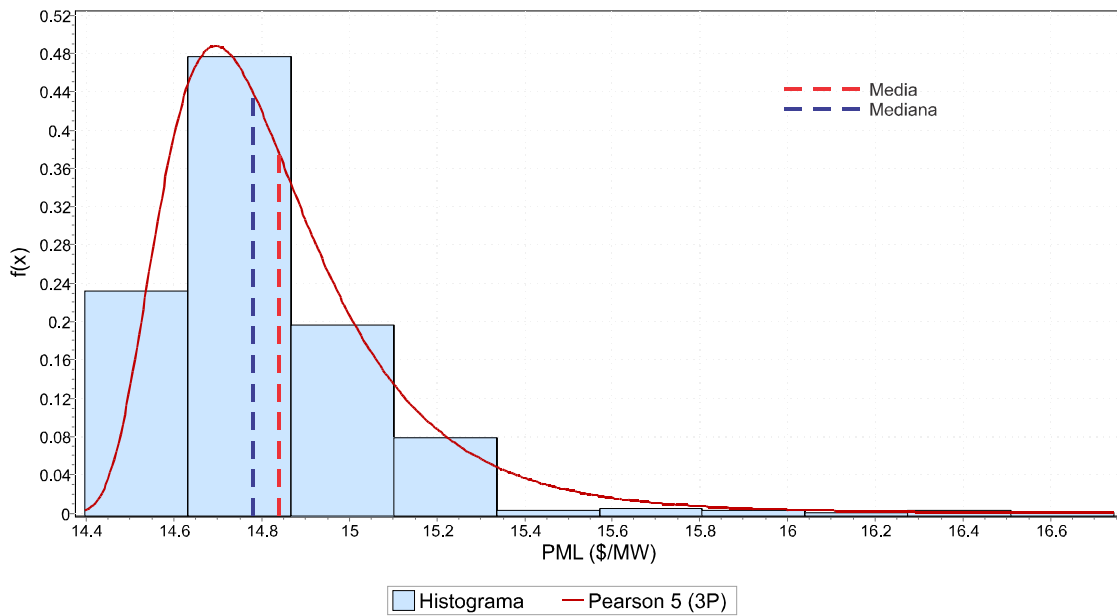


Figura 4.15 Ajuste de la función de distribución Pearson 5 (3P) a los PMLs del nodo 23 a la hora 1.

Como se observa en las gráficas anteriores, la mayoría de los datos están concentrados entre el valor mínimo, la mediana y la media, por lo que se puede notar que los datos no siguen un comportamiento Gaussiano, más bien su comportamiento se asemeja a una distribución Logistic y a una distribución Pearson 5 (3P).



En la figura 4.16 y 4.17 se muestran los histogramas de los PMLs del mes de agosto de 2017 del nodo con clave 01AAN-85 y el nodo con clave 01AAP-85 del SIN [76]. De las gráficas se observa que la mayor concentración de datos, en ambos casos, se encuentra entre el valor mínimo y la media, y hay menos ocurrencia de datos en los valores máximos. Con lo anterior, se puede notar que los PMLs de estos nodos, al igual que los PMLs obtenidos en este trabajo, se ajustan a una distribución Logistic.

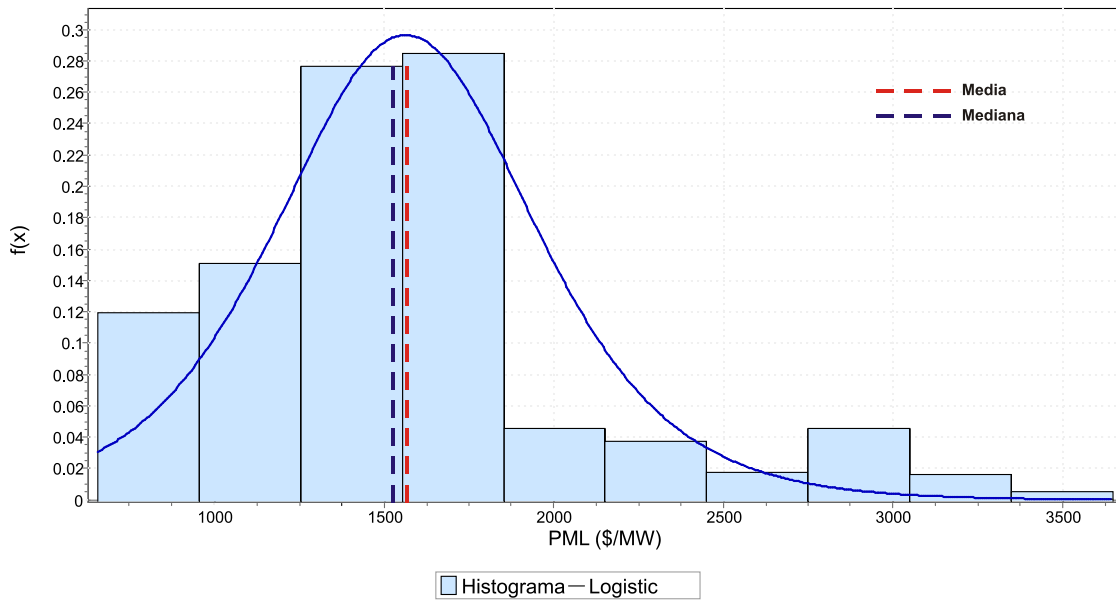


Figura 4.16 Histograma de PMLs del mes de agosto de 2017 del SIN del nodo 01AAN-85.

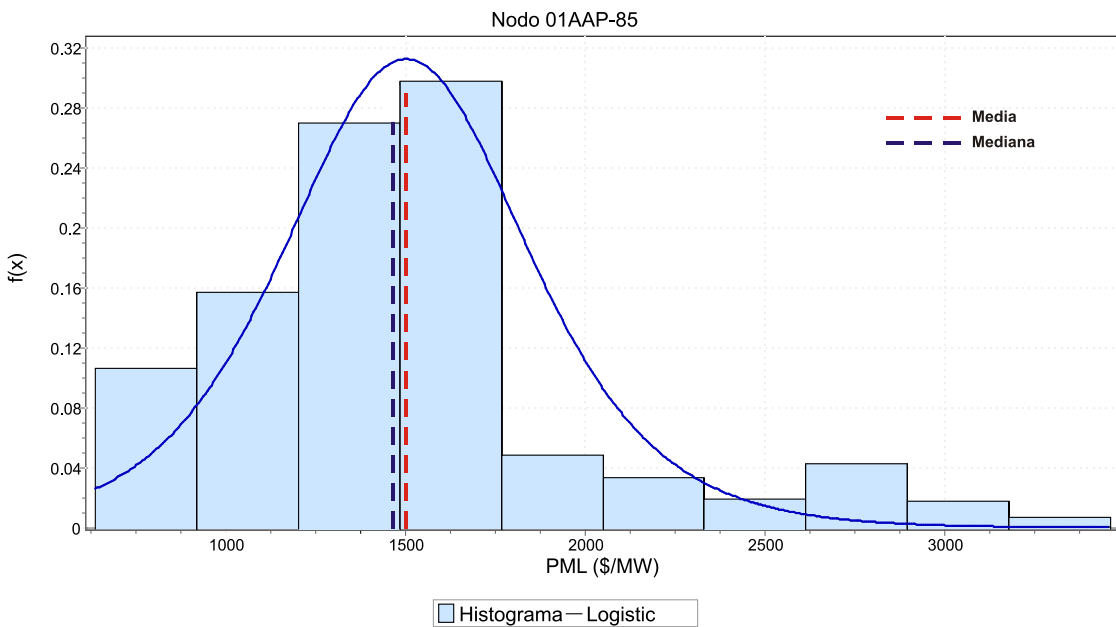


Figura 4.17 Histograma de PMLs del mes de agosto de 2017 del SIN del nodo 01AAP-85.

En la figura 4.18 se muestran los valores promedios y máximos del PML de todo el sistema durante las 24 horas. Se puede observar que el PML promedio se mantuvo muy constante durante las 24 horas, mientras que el PML máximo tuvo un mayor rango de variación que va desde 17 a casi 21 \$/MW.

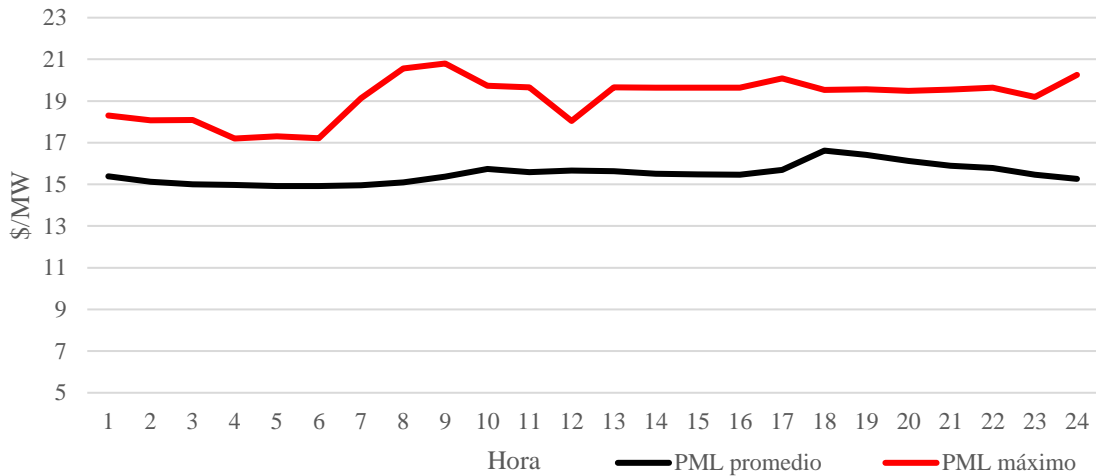


Figura 4.18 Gráfica del PML promedio y máximo.

#### 4.4 RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LA COMPONENTE MARGINAL DE ENERGÍA

Como se mencionó en el capítulo 2, la Componente Marginal de Energía (CME) tiene el mismo valor en todos los nodos del sistema, debido a que pertenece al precio de la máquina o máquinas que marginan el sistema, es decir que es aquella maquina o máquinas que proporcionan el MW adicional, esta componente es la que predomina en el cálculo del PML con respecto a la Componente Marginal de Pérdidas (CMP) y a la Componente Marginal de Congestión (CMC). En la tabla 4.18 se muestran los datos estadísticos de la CME para cada periodo de tiempo.

Tabla 4.18 Datos estadísticos de la CME.

|          | Hora  |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|          | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    | 11    | 12    |
| $\mu$    | 14.76 | 14.56 | 14.47 | 14.44 | 14.40 | 14.40 | 14.43 | 14.53 | 14.74 | 15.06 | 15.01 | 15.05 |
| $\sigma$ | 0.24  | 0.15  | 0.15  | 0.12  | 0.10  | 0.12  | 0.13  | 0.25  | 0.28  | 0.34  | 0.31  | 0.19  |
| min.     | 14.40 | 14.26 | 14.21 | 14.17 | 14.12 | 14.07 | 14.16 | 14.25 | 14.42 | 14.64 | 14.57 | 14.79 |
| máx.     | 16.74 | 16.22 | 16.24 | 15.22 | 15.22 | 15.22 | 16.92 | 18.13 | 18.25 | 17.95 | 17.86 | 16.34 |
|          | Hora  |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|          | 13    | 14    | 15    | 16    | 17    | 18    | 19    | 20    | 21    | 22    | 23    | 24    |
| $\mu$    | 15.01 | 14.90 | 14.86 | 14.85 | 15.06 | 15.97 | 15.78 | 15.49 | 15.25 | 15.15 | 14.86 | 14.67 |
| $\sigma$ | 0.31  | 0.26  | 0.27  | 0.25  | 0.31  | 0.49  | 0.52  | 0.49  | 0.39  | 0.35  | 0.23  | 0.23  |
| min.     | 14.57 | 14.48 | 14.45 | 14.45 | 14.67 | 14.87 | 14.87 | 14.86 | 14.80 | 14.73 | 14.45 | 14.41 |
| máx.     | 17.86 | 17.86 | 17.86 | 17.86 | 18.25 | 17.91 | 17.95 | 17.89 | 17.88 | 17.86 | 17.46 | 17.67 |

Como se observa en la figura 4.19, la CME promedio se mantuvo muy constante durante las 24 horas, mientras que la CME máxima tuvo un comportamiento irregular, en especial durante las horas 7 a 12. El comportamiento de la CME es similar al del PML (figura 4.18).

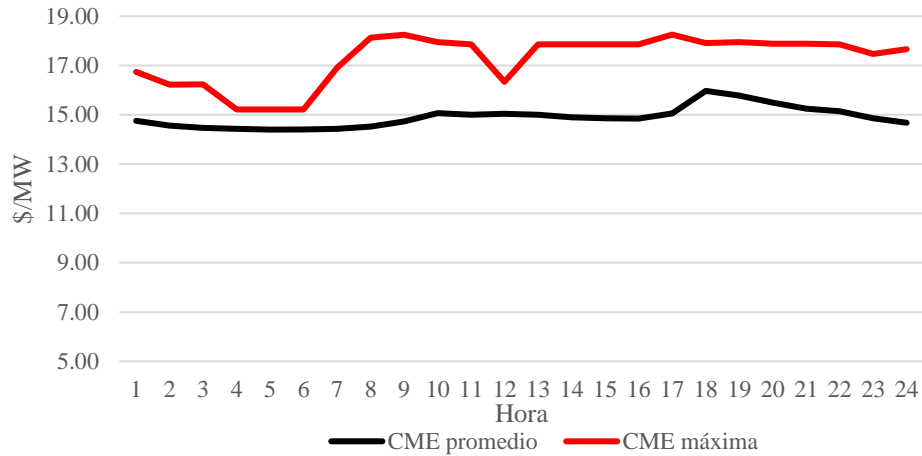


Figura 4.19 Gráfica de la CME promedio y máxima.

Como se mencionó anteriormente, la hora 12 tuvo menor variación en la generación de la demanda aleatoria, el resultado de esto se puede apreciar en la CME máxima de la hora 12.

#### 4.5 RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LA COMPONENTE MARGINAL DE CONGESTIÓN

Como se mencionó en el capítulo 2, la CMC está influenciada directamente por los flujos en las líneas, y esta componente solo adquiere valor cuando una línea se congestiona. Los resultados de este trabajo arrojaron que la CMC adquirió valores a partir de la hora 11. En la tabla 4.19 se muestran los datos estadísticos de los flujos de línea en la hora 18 (esta hora es la que cuenta con el valor más alto de demanda).

Tabla 4.19 Datos estadísticos de los flujos en las líneas en la hora 18.

|          | Línea |      |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |      |       |       |       |       |
|----------|-------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|-------|-------|-------|-------|
|          | 1     | 2    | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    | 11    | 12    | 13   | 14    | 15    | 16    | 17    |
| $ \mu $  | 4.4   | 24.9 | 12.5  | 9.1   | 14.4  | 24.0  | 180.5 | 76.1  | 61.6  | 122.5 | 170.8 | 10.7  | 10.9 | 124.9 | 159.7 | 166.4 | 201.2 |
| $ min. $ | 0.0   | 2.7  | 0.0   | 0.0   | 0.0   | 17.9  | 169.1 | 56.3  | 37.1  | 109.4 | 128.2 | 3.5   | 0.0  | 118.4 | 155.0 | 154.2 | 190.8 |
| $ máx. $ | 11.9  | 48.2 | 37.4  | 26.3  | 33.7  | 26.0  | 191.9 | 95.8  | 85.6  | 134.4 | 175   | 29.7  | 20.4 | 134.8 | 167.4 | 180.1 | 212.8 |
| $ Lim. $ | 175   | 175  | 175   | 175   | 175   | 175   | 400   | 175   | 175   | 175   | 175   | 175   | 175  | 175   | 400   | 400   | 400   |
|          | Línea |      |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |      |       |       |       |       |
|          | 18    | 19   | 20    | 21    | 22    | 23    | 24    | 25    | 26    | 27    | 28    | 29    | 30   | 31    | 32    | 33    | 34    |
| $ \mu $  | 243.4 | 48.0 | 182.1 | 178.9 | 99.6  | 241.9 | 13.7  | 311.6 | 180.5 | 166.5 | 33.8  | 144.1 | 22.4 | 77.7  | 216.2 | 344.5 | 10.9  |
| $ min. $ | 235.8 | 34.7 | 173.3 | 170.7 | 86.3  | 236.2 | 0.0   | 305.8 | 169.1 | 161.6 | 2.2   | 138.0 | 21.6 | 69.2  | 172.5 | 292.3 | 0.0   |
| $ máx. $ | 249.2 | 65.8 | 191.7 | 188.5 | 105.1 | 253.4 | 16.9  | 318.5 | 191.9 | 180.0 | 37.6  | 157.8 | 38.3 | 96.0  | 223.6 | 357.7 | 12.2  |
| $ Lim. $ | 500   | 500  | 500   | 500   | 500   | 500   | 500   | 500   | 500   | 500   | 500   | 500   | 500  | 500   | 500   | 500   | 500   |

Como se observa en la tabla 4.19, solo la línea 11 se congestiona, y debido a esto, la CMC adquiere un valor (positivo o negativo) y participa en el cálculo de los PMLs. En las horas 1 a 10 ninguna línea se congestiona (debido a que en esas horas los niveles de demanda son más bajos), por lo que no se produce ningún valor en la CMC. En la tabla 4.20 se presentan los valores promedio, mínimo y máximo de la CMC de la hora 11 a la 24.

Tabla 4.20 Datos estadísticos de la CMC de la hora 11 a 24.

|       | Hora   |        |        |        |        |        |        |         |        |        |        |       |        |        |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|--------|--------|--------|-------|--------|--------|
|       | 11     | 12     | 13     | 14     | 15     | 16     | 17     | 18      | 19     | 20     | 21     | 22    | 23     | 24     |
| $\mu$ | 0.0039 | 0.0049 | 0.0039 | 0.0022 | 0.0016 | 0.0017 | 0.0049 | 0.00084 | 0.0012 | 0.0022 | 0.0054 | 0.007 | 0.0016 | 0.0007 |
| min.  | -1.71  | -1.054 | -1.71  | -1.7   | -1.7   | -1.71  | -1.7   | -0.36   | -0.36  | -0.4   | -0.76  | -1.71 | -1.7   | -2.48  |
| máx.  | 0.079  | 0.048  | 0.079  | 0.078  | 0.078  | 0.078  | 0.078  | 0.016   | 0.016  | 0.018  | 0.035  | 0.078 | 0.078  | 0.114  |

Como se puede observar en la tabla 4.20 la CMC presenta valores muy bajos que no impactan en gran medida en los PMLs, y esto se debe a que los límites de transmisión de las líneas son más altos respecto al flujo promedio que pasa por las líneas.

## 4.6 RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LA COMPONENTE MARGINAL DE PÉRDIDAS

Como se mencionó en el capítulo 2, la CMP representa el costo marginal de las pérdidas en la red de transmisión con respecto a un nodo del sistema, y los valores de la CMP pueden ser positivos o negativos. En las tablas 4.21 a 4.23 se presentan los resultados estadísticos de la CMP para las horas 5, 8, y 18.

Tabla 4.21 Datos estadísticos de la CMP en la hora 5.

|          | Nodo |      |      |      |      |       |      |      |       |      |      |      |
|----------|------|------|------|------|------|-------|------|------|-------|------|------|------|
|          | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6     | 7    | 8    | 9     | 10   | 11   | 12   |
| $\mu$    | 1.40 | 1.41 | 0.70 | 1.13 | 1.18 | 1.09  | 0.26 | 0.69 | 0.54  | 0.65 | 0.53 | 0.48 |
| $\sigma$ | 0.12 | 0.12 | 0.06 | 0.09 | 0.10 | 0.09  | 0.11 | 0.08 | 0.04  | 0.05 | 0.04 | 0.03 |
| min.     | 1.09 | 1.09 | 0.58 | 0.90 | 0.93 | 0.87  | 0.06 | 0.53 | 0.46  | 0.54 | 0.46 | 0.41 |
| máx.     | 1.90 | 1.91 | 0.94 | 1.54 | 1.61 | 1.49  | 0.62 | 1.09 | 0.75  | 0.90 | 0.74 | 0.68 |
|          | Nodo |      |      |      |      |       |      |      |       |      |      |      |
|          | 13   | 14   | 15   | 16   | 17   | 18    | 19   | 20   | 21    | 22   | 23   | 24   |
| $\mu$    | 0.19 | 0.48 | 0.31 | 0.26 | 0.14 | 0.07  | 0.22 | 0.10 | 0.07  | 0.09 | 0.00 | 0.59 |
| $\sigma$ | 0.03 | 0.04 | 0.04 | 0.03 | 0.04 | 0.04  | 0.02 | 0.01 | 0.04  | 0.04 | 0.00 | 0.05 |
| min.     | 0.12 | 0.42 | 0.23 | 0.19 | 0.05 | -0.02 | 0.17 | 0.08 | -0.02 | 0.01 | 0.00 | 0.49 |
| máx.     | 0.28 | 0.66 | 0.41 | 0.34 | 0.25 | 0.23  | 0.29 | 0.13 | 0.22  | 0.23 | 0.00 | 0.78 |

Tabla 4.22 Datos estadísticos de la CMP en la hora 8.

|          | Nodo |      |      |      |      |       |      |      |       |       |      |      |
|----------|------|------|------|------|------|-------|------|------|-------|-------|------|------|
|          | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6     | 7    | 8    | 9     | 10    | 11   | 12   |
| $\mu$    | 1.53 | 1.54 | 0.77 | 1.24 | 1.29 | 1.19  | 0.27 | 0.74 | 0.58  | 0.70  | 0.58 | 0.52 |
| $\sigma$ | 0.13 | 0.13 | 0.07 | 0.11 | 0.11 | 0.10  | 0.14 | 0.12 | 0.05  | 0.06  | 0.05 | 0.05 |
| min.     | 1.22 | 1.22 | 0.61 | 1.00 | 1.04 | 0.97  | 0.04 | 0.54 | 0.48  | 0.58  | 0.48 | 0.43 |
| máx.     | 2.41 | 2.42 | 1.17 | 1.97 | 2.05 | 1.90  | 0.95 | 1.48 | 0.98  | 1.17  | 0.97 | 0.89 |
|          | Nodo |      |      |      |      |       |      |      |       |       |      |      |
|          | 13   | 14   | 15   | 16   | 17   | 18    | 19   | 20   | 21    | 22    | 23   | 24   |
| $\mu$    | 0.18 | 0.52 | 0.34 | 0.28 | 0.14 | 0.08  | 0.24 | 0.11 | 0.07  | 0.08  | 0.00 | 0.64 |
| $\sigma$ | 0.04 | 0.05 | 0.04 | 0.03 | 0.04 | 0.04  | 0.02 | 0.01 | 0.04  | 0.03  | 0.00 | 0.06 |
| min.     | 0.12 | 0.43 | 0.22 | 0.19 | 0.05 | -0.02 | 0.17 | 0.08 | -0.02 | -0.05 | 0.00 | 0.50 |
| máx.     | 0.41 | 0.83 | 0.49 | 0.41 | 0.21 | 0.15  | 0.36 | 0.16 | 0.15  | 0.15  | 0.00 | 0.98 |

Tabla 4.23 Datos estadísticos de la CMP en la hora 18.

|          | Nodo |      |      |      |      |        |       |      |       |       |      |      |
|----------|------|------|------|------|------|--------|-------|------|-------|-------|------|------|
|          | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6      | 7     | 8    | 9     | 10    | 11   | 12   |
| $\mu$    | 1.35 | 1.36 | 0.96 | 1.40 | 1.40 | 1.51   | 0.002 | 0.87 | 0.80  | 0.93  | 0.80 | 0.72 |
| $\sigma$ | 0.14 | 0.15 | 0.02 | 0.04 | 0.05 | 0.02   | 0.12  | 0.07 | 0.02  | 0.01  | 0.02 | 0.01 |
| min.     | 0.99 | 1.00 | 0.84 | 1.28 | 1.25 | 1.41   | -0.17 | 0.66 | 0.70  | 0.84  | 0.70 | 0.63 |
| máx.     | 1.61 | 1.63 | 1.02 | 1.47 | 1.50 | 1.62   | 0.48  | 1.11 | 0.89  | 1.03  | 0.89 | 0.80 |
|          | Nodo |      |      |      |      |        |       |      |       |       |      |      |
|          | 13   | 14   | 15   | 16   | 17   | 18     | 19    | 20   | 21    | 22    | 23   | 24   |
| $\mu$    | 0.35 | 0.73 | 0.38 | 0.37 | 0.19 | 0.10   | 0.33  | 0.15 | 0.06  | 0.09  | 0.00 | 0.79 |
| $\sigma$ | 0.01 | 0.03 | 0.02 | 0.02 | 0.02 | 0.019  | 0.02  | 0.01 | 0.01  | 0.02  | 0.00 | 0.02 |
| min.     | 0.28 | 0.61 | 0.26 | 0.26 | 0.08 | -0.002 | 0.26  | 0.12 | -0.03 | -0.01 | 0.00 | 0.67 |
| máx.     | 0.40 | 0.82 | 0.41 | 0.40 | 0.21 | 0.13   | 0.37  | 0.17 | 0.08  | 0.12  | 0.00 | 0.83 |

Como se observa en las tablas anteriores la CMP fue de un bajo valor, esto debido a que la resistencia de las líneas de transmisión del sistema de prueba es muy baja.



## **CAPÍTULO 5**

### **CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

En el presente capítulo se presentan las conclusiones y recomendaciones, las cuales corresponden a los aspectos más importantes y relevantes de los resultados obtenidos y los trabajos futuros que se derivan del presente trabajo, respectivamente.

#### **5.1 CONCLUSIONES**

En este trabajo se presentó una metodología utilizando Programación Lineal para el cálculo de los PMLs de un Sistema Eléctrico de Potencia. Con la metodología empleada se observó el comportamiento de los PMLs, para un periodo de 24 horas, cuando se incluye incertidumbre en la demanda aplicando el método de Monte Carlo.

Con el análisis de la serie de tiempo de la demanda de energía del Sistema Interconectado Nacional de la zona Oriental se observó que la demanda puede ser modelada con diferentes funciones de distribución (Normal, Gamma y Lognormal).

El modelo utilizado para calcular los PMLs se basa en Factores de Sensibilidad y Factores de Pérdidas; dichos factores se calculan con respecto a un nodo referencia, y aunque estos factores cambian con la elección del nodo de referencia, la metodología empleada (basada en Factores de Distribución de Pérdidas) garantiza que la suma de las componentes marginales de energía, pérdidas y congestión no se vea afectada.

Se observa que los resultados de la aplicación del método de Monte Carlo para simular la incertidumbre de demanda en el cálculo los PMLs (para este caso de estudio), no siguen una función de distribución Normal, a pesar de que la variable aleatoria de entrada que se introdujo tenía una función de distribución Normal.

Con las pruebas de bondad de ajuste se encontraron dos funciones de distribución que se ajustan a los PMLs, la función de distribución Logistic y la función de distribución Pearson 5 (3P), de esta manera se observa su comportamiento y se puede tener mayor certeza de los valores que los PMLs pueden llegar a tomar.

## 5.2 RECOMENDACIONES

- Comparar la metodología para el cálculo de PMLs presentada en este trabajo con otras metodologías.
- Aplicar la metodología para el cálculo de PMLs presentada en este trabajo a otros sistemas de prueba.
- Incorporar otro tipo de generadores (ciclo combinado, hidráulico y/o eólico).
- Modelar la demanda de energía con otras funciones de distribución y analizar los resultados de los PMLs.
- Utilizar modelos estocásticos para el cálculo de PMLs y comparar los resultados con el método de Monte Carlo presentado en este trabajo.
- Aplicar otros métodos para resolver el problema de optimización del cálculo de los PMLs, como los métodos de punto interior.
- Resolver el problema de optimización para el cálculo de los PMLs con otros softwares comerciales para Programación Lineal.

## 5.3 APORTACIONES

Las aportaciones derivadas de esta tesis son:

- Planteamiento, desarrollo y aplicación de una herramienta computacional para calcular PMLs.
- Análisis de la demanda de energía para la aplicación de una función de distribución para simular su aleatoriedad.
- Aplicación del método de Monte Carlo para observar los efectos en los PMLs producidos por la incertidumbre en la demanda.



## REFERENCIAS

- [1] A. J. Wood, B. F. Wollenberg, G. B. Sheblé, “Power Generation, Operation and Control”, John Wiley & Sons, Third Edition, 2014.
- [2] Diario Oficial de la Federación, “Ley de la Industria Eléctrica”, 2014.
- [3] Y. Fu, Z. Li, “Different Models and Properties on LMP Calculations”, IEEE Power Engineering Society General Meeting, 2006.
- [4] R. Rosas Alonso, “Asignación de Unidades Térmicas de Generación Considerando Pérdidas y Restricciones de Red en un Mercado Eléctrico Desregulado”, IPN-SEPI, 2016.
- [5] M. L. Baughman, W. W. Lee, “A Monte Carlo Model for Calculating Spot Market Prices of Electricity”, IEEE Transactions on Power Systems, 1992.
- [6] C. J. Ferrandon Cervantes, “Análisis Estocástico de Cargabilidad ante Contingencias en Sistemas Eléctricos de Potencia”, IPN-SEPI, 2015.
- [7] P. Ortiz Mondragón, “Pronóstico de la Demanda de Energía Eléctrica a Corto Plazo Utilizando una Red Neuronal Óptima”, IPN-SEPI, 2011.
- [8] I. Rodríguez Reséndiz, “Modelado y Simulación de un Mercado en Sistemas Eléctricos de Potencia”, IPN-SEPI, 2016.
- [9] D. E. Estrada Hernández, “Aplicación del Espectro de Potencia para Estimar Requerimientos de los Servicios de Reserva de Potencia Activa”, IPN-SEPI, 2017.
- [10] J. Zhu, “Optimization of Power System Operation”, John Wiley & Sons, Second Edition, 2015.
- [11] T. J. Overbye, X. Cheng, Y. Sun, “A Comparison of the AC and DC Power Flow Models for LMP Calculations”, IEEE 37th Annual Hawaii International Conference on System Sciences, 2004.
- [12] R. Billinton, W. Li, “Reliability Assessment of Electric Power System Using Monte Carlo Methods”, Springer Science, 1994.
- [13] N.T. Thomopoulos, “Essentials of Monte Carlo Simulation”, Springer Science, 2013.

- [14] F. Li, “Fully reference-independent LMP Descomposition Using reference-independent Loss Factor”, Electric Power Systems Research, 2011.
- [15] M. D. Ivey, A. A. Akhil, D. G. Robinson, K. L. Stamber, J. E. Stamp, K. Chu, “Accommodating uncertainty in planning and operation”, Workshop on Electric Transmission Reliability, 1999.
- [16] N. Rau, C. C. Fong, C. H. Grigg, B. Silverstein, “Living with uncertainty”, IEEE Power Engineering Review, 1994.
- [17] National Institute of Standards and Technology, “Engineering Statistics - Handbook”, [En Línea]: <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook> [05-noviembre-2018].
- [18] M. Shahidehpour, H. Yamin, Z. Li, “Market Operations in Electric Power Systems”, John Wiley & Sons, 2002.
- [19] Math/Library, IMSL Fortran Sobroutines for Mathematical Applications, Volumes 1 and 2, 1994.
- [20] D. S. Kirschen, G. Strbac, “Fundamentals of Power System Economics”, John Wiley & Sons, 2014.
- [21] Division of Energy Market Oversight Office of Enforcement; FERC, “Energy Primer: A Handbook of Energy Market Basics,” 2015.
- [22] Xiao-Ping Zhang, Restructured Electric Power Systems, John Wiley & Sons, 2010.
- [23] Diario Oficial de la Federación, “Bases del Mercado eléctrico”, Secretaría de Energía, 2015.
- [24] R. Bo, “Congestion and Price Prediction in Locational Marginal Pricing Markets Considering Load Variation and Uncertainty,” Tennessee Research and Creative Exchange, 2009.
- [25] D. Rodriguez Vargas, “Coordinación Hidrotérmica en Corto Plazo Utilizando Programación Lineal Entera Mixta”, IPN-SEPI, 2018.
- [26] G. Garcia, “Análisis de modelos para la asignación de pérdidas en el cálculo del Precio Marginal Local en el Mercado Eléctrico Mayorista.”, ITESM-EIC, 2017.

- [27] J. M. Morales, A. J. Conejo, H. Madsen, P. Pinson, M. Zugno, “Integrating renewables in electricity markets”. Springer, 2014.
- [28] Operating Economics Working Group, IEEE Tutorial Course Optimal Power Flow: Solution Techniques, Requirements and Challenges. IEEE Power & Energy Society, 1996.
- [29] C. López Servin, “Estudio de Flujos de Potencia Óptimos para C.A. Empleando el Método de Punto Interior”, IPN-SEPI, 2016.
- [30] A. Mohapatra, P. R. Bijwe, B. K. Panigrahi. “Optimal Power Flow with Multiple Data Uncertainties”, Electric Power Systems Research, 2012.
- [31] M. Huneault and F. D. Galiana, “A Survey of the Optimal Power Flow Literature”, IEEE Transactions on Power Systems, 1991.
- [32] W. F. Tinney, D. I. Sun. “Optimal Power Flow: Research and Code Development”. Electric Power Research Institute 1987.
- [33] M. B. Cain, R. P. O’Neill, A. Castillo, “History of Optimal Power Flow and Formulations”, FERC staff technical paper, December 2012.
- [34] J. Carpentier, “Contribution a l’etude du dispatching économique” Bulletin Society Française Electriciens, 1962.
- [35] M. R. AlRashidi, M. E. El-Haraway. “Applications of Computational Intelligence Techniques for Solving the Revived Optimal Power Flow Problem”. Electric Power Systems Research, 2009.
- [36] A. Papalexopoulos “Challenges to On-Line OPF Implementation”. IEEE Transactions on Power Systems, 1997.
- [37] N. Andréasson, A. Evgrafov, M. Patriksson, An Introduction to Continuous Optimization. First Edition. Studentlitteratur AB, 2007.
- [38] S. Frank, S. Rebennak, “A Primer on Optimal Power Flow: Theory, Formulation, and Practical Examples”. Colorado School of Mines. Division of Economics and Business, Working Paper 2012-2014.
- [39] Z. Li, H. Daneshi, “Some Observations on Market Clearing Price and Locational Marginal Price”, IEEE Power Engineering Society General Meeting, 2005.

- [40] E. Litvinov, T. Zheng, G. Rosenwald, P. Shamsollahi, “Marginal Loss Modeling in LMP Calculation,” *IEEE Transactions on Power Systems*, 2004.
- [41] L. Dong, W. Wang, S. Lin, “Probabilistic Calculation of Locational Marginal Price Taking Account of Correlated Loads”, *IEEE 2012 Asia-Pacific Power and Energy Engineering Conference*, 2012.
- [42] L. Chen, H. Suzuki, T. Wachi, Y. Shimura, “Components of Nodal Prices for Electric Power Systems”, *IEEE Transactions on Power Systems*, 2002.
- [43] B. Stott, J. Jardim, O. Alsac, “DC Power Flow Revisited”, *IEEE Transactions on Power Systems*, 2009.
- [44] J. E. Price, “Market-based price differentials in zonal and LMP market designs,” *IEEE Transactions on Power Systems*, 2007.
- [45] L. Liu y A. Zobian, «The Importance of Marginal Loss Pricing in an RTO Environment,» *The Electricity Journal*, 2002.
- [46] B. B. Chakrabarti, D. Goodwin, R. K. Rayudu, “Analysis of Linear Loss Models – A New Zealand Perspective”, *IEEE Power Engineering Society General Meeting Conference & Exposition*, 2014.
- [47] Y. Gao, S. Zhou, Z. Shu, G. H. Beng, “Market clearing model for Singapore electricity market incorporating transmission loss,” *2016 Asian Conference on Energy, Power and Transportation Electrification*, 2017.
- [48] T. V. Menezes, L. C. P. da Suva, “A Method for Transmission Loss Allocation Based on Sensitivity Theory”, *2006 IEEE Power Engineering Society General Meeting*, 2006.
- [49] R. Bo, F. Li, “Comparison of LMP Simulation Using Two DCOPF Algorithms and the ACOPF Algorithm”, *2008 Third International Conference on Electric Utility Deregulation and Restructuring and Power Technologies*, 2008.
- [50] Y. Zhang, E. Yu, “A Efficient Method for Computing Incremental Transmission Losses Based Upon the Method of DC Power Flow”, *2010 Asia-Pacific Power and Energy Engineering Conference*, 2010.
- [51] R. Ramanathan, «Fast Economic Dispatch Based on the Penalty Factors from Newton’s Method,» *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, pp. 1624-1629, 1985.

- [52] Midwest ISO (MISO), «Business Practices Manual: Energy and Operating Reserve Markets», [En línea]: <http://www.midwestiso.org> [05-noviembre-2018].
- [53] New York ISO (NYISO), «Transmission & Dispatch Operations Manual,» New York, 1999.
- [54] A. L. Ott, “Experience with PJM Market Operation, System Design, and Implementation”, IEEE Transactions on Power Systems, 2003.
- [55] R. Zimmerman, C. Murillo-Sánchez, “MATPOWER 6.0b2 User’s Manual” Power Systems Engineering Research Center (PSERC), 2016.
- [56] P. D. Brierley, "Some Practical Applications of Neural Networks in the Electricity Industry," Cranfield University – School of Mechanical Engineering, 1998.
- [57] C. Chatfield, “Time-Series Forecasting”, Chapman & Hall/CRC, 2000.
- [58] D. S. Stoffer, R. H. Shumway, “Time Series Analysis and Its Applications", Springer, Third Edition, 2006.
- [59] R. J. Hyndman, R. A. Ahmed, G. Athanasopoulos, H. L. Shang, "Optimal Combination Forecast for Hierarchical Time Series", Computational Statistics & Data Analysis. 2011.
- [60] R. A. Davis, P. J. Brockwell, Introduction to Time Series and Forecasting, Springer, Second Edition, 2002.
- [61] J. Ledolter, A. Bovas, “Statistical Methods for Forecasting”, John Wiley & Sons, Second Revised edition, 2005.
- [62] C. Chatfield, “The Analysis of Time Series an Introduction. Fifth Edition, Chapman & Hall/CRC, 1996.
- [63] C. C. Aggarwall, “Outlier Analysis”, Springer, 2013.
- [64] M. Berthold and D. J. Hand, “Intelligent Data Analysis, an Introduction”, Springer, Second Edition, 2007.
- [65] T. Lewis, V. Barnett, “Outliers in Statistical Data”, John Wiley & Sons, Third Edition, 1994.

- [66] R. E. Walpole, R. H. Myers, S. L. Myers, K. Ye, “Probabilidad y Estadística para Ingenieros, Novena Edición, Pearson 2012.
- [67] Mathwave data analysis & simulation, “Goodness of Fit Tests”, [En Línea]: [http://www.mathwave.com/articles/goodness\\_of\\_fit.html](http://www.mathwave.com/articles/goodness_of_fit.html) [05-noviembre-2018].
- [68] A. Leon-Garcia, “Probability, Statistics, and Random Processes for Electrical Engineering”, Pearson, Third Edition, 2008.
- [69] A. Papoulis, “Probability, Random Variables and Stochastic Processes”, Mc Graw Hill, Fourth Edition, 2002.
- [70] R. Saucier, “Computer Generation of Statistical Distributions”, Army Research Laboratory, 2000.
- [71] Probability Methods Subcommittee, “IEEE Reliability Test System”, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-98, No. 6, 1979.
- [72] J. T. Saraiva, “Evaluation of the impact of load uncertainties in Spot Prices Using Fuzzy Set Models”, 13 th Power Systems Computation Conference, 1999.
- [73] B. A. Gomes, J. T. Saraiva, L. Neves, “Modelling Costs and Load Uncertainties in Optimal Power Flow Studies”, IEEE 2008 5th International Conference on the European Electricity Market, 2008.
- [74] B. A. Gomes, J. T. Saraiva, L. Neves, “Impact of Load and Generation Price Uncertainties in Spot Prices”, 2009 IEEE Bucharest Power Tech Conference, 2009.
- [75] F. Sarafraz, H. Ghasemi, H. Monsef, “Probabilistic LMP Prediction Considering Load Uncertainty Using Two-Point Estimate Method”, IEEE 20Th Iranian Conference on Electrical Engineering, 2012.
- [76] CENACE, “Precios Marginales Locales”, Cenace.gob.mx, [En línea]: <https://www.cenace.gon.mx/SIM/VISTA/REPORTES/PreEnergiaSisMEM.aspx> [Agosto 2018].
- [77] P. Zhang, T. Lee, “Probabilistic Load Flow Computation Using the Method of Combined Cumulants and Gram-Charlier Expansion”, IEEE Transactions on Power Systems, 2004.

## APÉNDICES

### APÉNDICE A. DATOS DEL SISTEMA DE PRUEBA IEEE DE 24 NODOS CON 32 UNIDADES GENERADORAS

Tabla A.1 Datos de los generadores

| Número de unidad | Nodo conectado | Potencia Mínima [MW] | Potencia Máxima [MW] | Curva de entrada-salida [\$/h] |                       |                          |
|------------------|----------------|----------------------|----------------------|--------------------------------|-----------------------|--------------------------|
|                  |                |                      |                      | Coefficiente cuadrático a      | Coefficiente lineal b | Coefficiente constante c |
| 1                | 15             | 3                    | 12                   | 0.09553                        | 16.193                | 21.145                   |
| 2                | 15             | 3                    | 12                   | 0.09553                        | 16.193                | 21.145                   |
| 3                | 15             | 3                    | 12                   | 0.09553                        | 16.193                | 21.145                   |
| 4                | 15             | 3                    | 12                   | 0.09553                        | 16.193                | 21.145                   |
| 5                | 15             | 3                    | 12                   | 0.09553                        | 16.193                | 21.145                   |
| 6                | 1              | 4                    | 20                   | 0.000001                       | 20                    | 63.999                   |
| 7                | 1              | 4                    | 20                   | 0.000001                       | 20                    | 63.999                   |
| 8                | 2              | 4                    | 20                   | 0.000001                       | 20                    | 63.999                   |
| 9                | 2              | 4                    | 20                   | 0.000001                       | 20                    | 63.999                   |
| 10               | 1              | 10                   | 76                   | 0.01508                        | 16.193                | 133.919                  |
| 11               | 1              | 10                   | 76                   | 0.01508                        | 16.193                | 133.919                  |
| 12               | 2              | 10                   | 76                   | 0.01508                        | 16.193                | 133.919                  |
| 13               | 2              | 10                   | 76                   | 0.01508                        | 16.193                | 133.919                  |
| 14               | 7              | 15                   | 100                  | 0.01532                        | 12.468                | 199.124                  |
| 15               | 7              | 15                   | 100                  | 0.01532                        | 12.468                | 199.124                  |
| 16               | 7              | 15                   | 100                  | 0.01532                        | 12.468                | 199.124                  |
| 17               | 15             | 20                   | 155                  | 0.0089                         | 12.36                 | 275.606                  |
| 18               | 16             | 20                   | 155                  | 0.0089                         | 12.36                 | 275.606                  |
| 19               | 23             | 20                   | 155                  | 0.0089                         | 12.36                 | 275.606                  |
| 20               | 23             | 20                   | 155                  | 0.0089                         | 12.36                 | 275.606                  |
| 21               | 13             | 20                   | 197                  | 0.00209                        | 13.928                | 209.546                  |
| 22               | 13             | 20                   | 197                  | 0.00209                        | 13.928                | 209.546                  |
| 23               | 13             | 20                   | 197                  | 0.00209                        | 13.928                | 209.546                  |
| 24               | 23             | 35                   | 350                  | 0.00522                        | 11.892                | 517.669                  |
| 25               | 18             | 40                   | 400                  | 0.00074                        | 14.253                | 577.537                  |
| 26               | 21             | 40                   | 400                  | 0.00074                        | 14.253                | 577.537                  |
| 27               | 22             | 10                   | 76                   | 0.01508                        | 16.193                | 133.919                  |
| 28               | 22             | 10                   | 76                   | 0.01508                        | 16.193                | 133.919                  |
| 29               | 22             | 10                   | 76                   | 0.01508                        | 16.193                | 133.919                  |
| 30               | 22             | 10                   | 76                   | 0.01508                        | 16.193                | 133.919                  |
| 31               | 22             | 10                   | 76                   | 0.01508                        | 16.193                | 133.919                  |
| 32               | 22             | 10                   | 76                   | 0.01508                        | 16.193                | 133.919                  |

Tabla A.2 Datos de carga

| Número de carga | Nodo conectado | Porcentaje de la demanda |
|-----------------|----------------|--------------------------|
| 1               | 1              | 3.8                      |
| 2               | 2              | 3.4                      |
| 3               | 3              | 6.3                      |
| 4               | 4              | 2.6                      |
| 5               | 5              | 2.5                      |
| 6               | 6              | 4.8                      |
| 7               | 7              | 4.4                      |
| 8               | 8              | 6                        |
| 9               | 9              | 6.1                      |
| 10              | 10             | 6.8                      |
| 11              | 13             | 9.3                      |
| 12              | 14             | 6.8                      |
| 13              | 15             | 11.1                     |
| 14              | 16             | 3.5                      |
| 15              | 18             | 11.7                     |
| 16              | 19             | 6.4                      |
| 17              | 20             | 4.5                      |

Tabla A.3 Demanda horaria

| Hora | Demanda [MW] | Hora | Demanda [MW] |
|------|--------------|------|--------------|
| 1    | 2223         | 13   | 2565         |
| 2    | 2052         | 14   | 2508         |
| 3    | 1938         | 15   | 2479.5       |
| 4    | 1881         | 16   | 2479.5       |
| 5    | 1824         | 17   | 2593.5       |
| 6    | 1825.5       | 18   | 2850         |
| 7    | 1881         | 19   | 2821.5       |
| 8    | 1995         | 20   | 2764.5       |
| 9    | 2280         | 21   | 2679         |
| 10   | 2508         | 22   | 2622         |
| 11   | 2565         | 23   | 2479.5       |
| 12   | 2593.5       | 24   | 2308.5       |



Tabla A.4 Datos de línea

| Número de línea | Nodo de envío | Nodo de recepción | Resistencia [p.u.] | Reactancia [p.u.] | B/2 [p.u.] | Límite de línea [MW] |
|-----------------|---------------|-------------------|--------------------|-------------------|------------|----------------------|
| 1               | 1             | 2                 | 0.0026             | 0.0139            | 0.2306     | 175                  |
| 2               | 1             | 3                 | 0.0546             | 0.2112            | 0.0286     | 175                  |
| 3               | 1             | 5                 | 0.0218             | 0.0845            | 0.0115     | 175                  |
| 4               | 2             | 4                 | 0.0328             | 0.1267            | 0.0171     | 175                  |
| 5               | 2             | 6                 | 0.0497             | 0.192             | 0.026      | 175                  |
| 6               | 3             | 9                 | 0.0308             | 0.119             | 0.0161     | 175                  |
| 7               | 3             | 24                | 0.0023             | 0.0839            | 0          | 400                  |
| 8               | 4             | 9                 | 0.0268             | 0.1037            | 0.0141     | 175                  |
| 9               | 5             | 10                | 0.0228             | 0.0883            | 0.012      | 175                  |
| 10              | 6             | 10                | 0.0139             | 0.0605            | 1.2295     | 175                  |
| 11              | 7             | 8                 | 0.0159             | 0.0614            | 0.0083     | 175                  |
| 12              | 8             | 9                 | 0.0427             | 0.1651            | 0.0224     | 175                  |
| 13              | 8             | 10                | 0.0427             | 0.1651            | 0.0224     | 175                  |
| 14              | 9             | 11                | 0.0023             | 0.0839            | 0          | 400                  |
| 15              | 9             | 12                | 0.0023             | 0.0839            | 0          | 400                  |
| 16              | 10            | 11                | 0.0023             | 0.0839            | 0          | 400                  |
| 17              | 10            | 12                | 0.0023             | 0.0839            | 0          | 400                  |
| 18              | 11            | 13                | 0.0061             | 0.0476            | 0.0499     | 500                  |
| 19              | 11            | 14                | 0.0054             | 0.0418            | 0.0439     | 500                  |
| 20              | 12            | 13                | 0.0061             | 0.0476            | 0.0499     | 500                  |
| 21              | 12            | 23                | 0.0124             | 0.0966            | 0.1015     | 500                  |
| 22              | 13            | 23                | 0.0111             | 0.0865            | 0.0909     | 500                  |
| 23              | 14            | 16                | 0.005              | 0.0389            | 0.0409     | 500                  |
| 24              | 15            | 16                | 0.0022             | 0.0173            | 0.0182     | 500                  |
| 25              | 15            | 21                | 0.0032             | 0.0245            | 0.103      | 500                  |
| 26              | 15            | 24                | 0.0067             | 0.0519            | 0.0545     | 500                  |
| 27              | 16            | 17                | 0.0033             | 0.0259            | 0.0272     | 500                  |
| 28              | 16            | 19                | 0.003              | 0.0231            | 0.0243     | 500                  |
| 29              | 17            | 18                | 0.0018             | 0.0144            | 0.0152     | 500                  |
| 30              | 17            | 22                | 0.0135             | 0.1053            | 0.1106     | 500                  |
| 31              | 18            | 21                | 0.0016             | 0.013             | 0.0545     | 500                  |
| 32              | 19            | 20                | 0.0026             | 0.0198            | 0.0833     | 500                  |
| 33              | 20            | 23                | 0.0014             | 0.0108            | 0.0455     | 500                  |
| 34              | 21            | 22                | 0.0087             | 0.0678            | 0.0712     | 500                  |

## APÉNDICE B. DIAGRAMA UNIFILAR

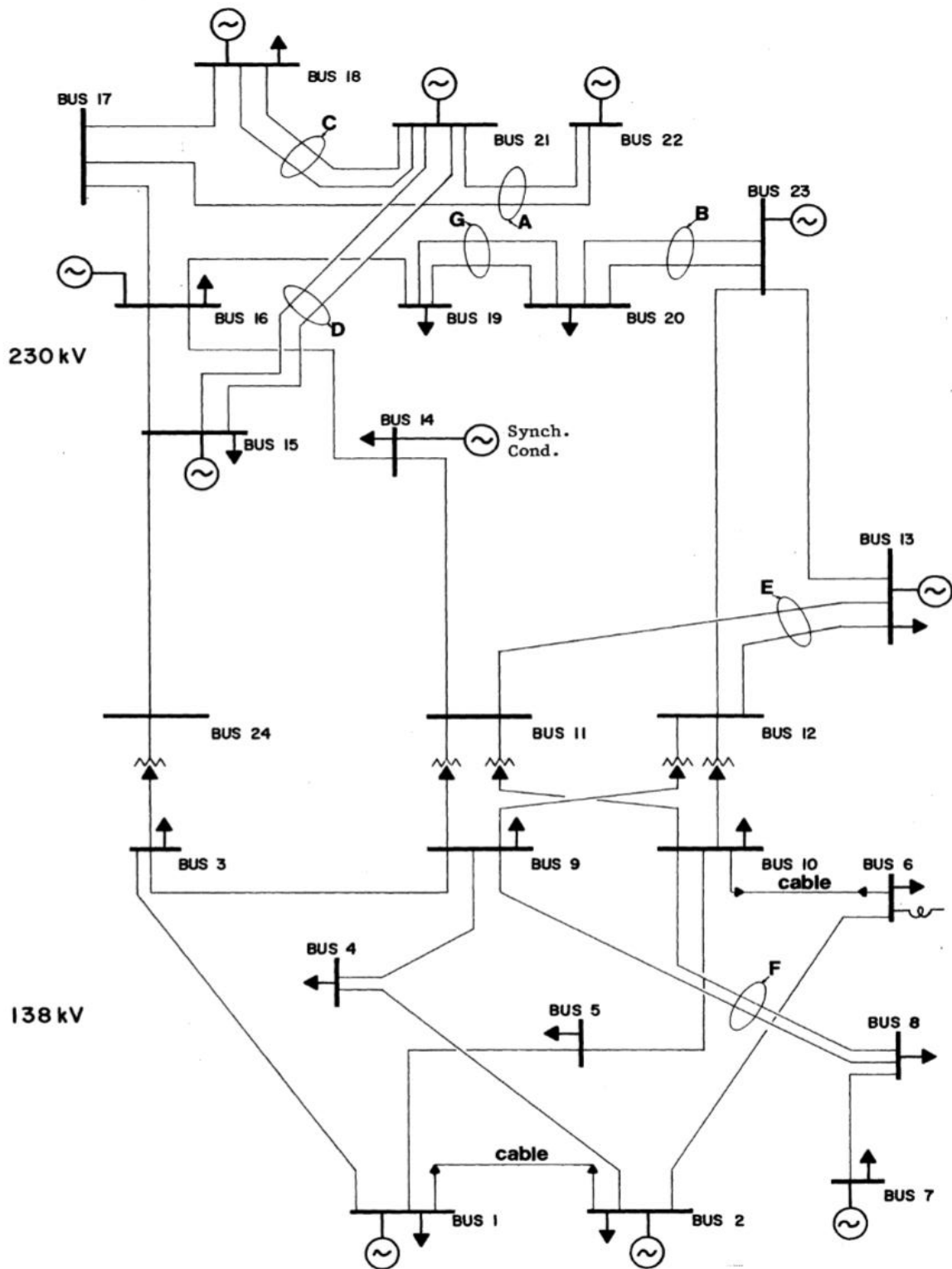


Figura B.1 Diagrama Unifilar del sistema IEEE 24 nodos y 32 unidades de generación.

## APÉNDICE C. ASIGNACIÓN DE UNIDADES UTILIZADA

La asignación de unidades utilizada se obtuvo del trabajo [25] donde se considera:

- Balance de potencia con pérdidas
- Tiempos mínimos de arranque y paro
- Estado inicial de las unidades
- Rampas de subida y de bajada ( $P_{\max i} - P_{\min i}$ )
- Reserva rodante (7% de la demanda)

Tabla C.1 Asignación de unidades térmicas

| Unidad | Hora |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|--------|------|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
|        | 1    | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |
| 1      | 1    | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 2      | 0    | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 1  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 3      | 1    | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 1  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 4      | 1    | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 5      | 0    | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 1  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 6      | 0    | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 7      | 0    | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 8      | 0    | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 9      | 0    | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 10     | 1    | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 0  |
| 11     | 0    | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 12     | 1    | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 0  | 0  | 0  |
| 13     | 0    | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 0  |
| 14     | 1    | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  |
| 15     | 0    | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  |
| 16     | 1    | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  |
| 17     | 0    | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  |
| 18     | 1    | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  |
| 19     | 1    | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  |
| 20     | 1    | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  |
| 21     | 1    | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  |
| 22     | 1    | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  |
| 23     | 1    | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  |
| 24     | 1    | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  |
| 25     | 1    | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  |
| 26     | 1    | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  |
| 27     | 0    | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  |
| 28     | 0    | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 29     | 0    | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 30     | 0    | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 31     | 0    | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  | 0  | 0  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 32     | 0    | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |

## APÉNDICE D. TEOREMA DE LÍMITE CENTRAL

Dadas  $n$  variables aleatorias independientes  $x_i$ , la sumatoria está dada como[69]:

$$x = x_1 + \cdots x_n \quad (D.1)$$

Esta es una variable aleatoria con media  $\mu = \mu_1 + \cdots \mu_n$  y varianza  $\sigma^2 = \sigma_1^2 + \cdots + \sigma_n^2$ .

El teorema del límite central (TLC) establece que, bajo ciertas condiciones generales, la distribución  $F(x)$  de  $x$  se aproxima a una distribución normal con la misma media y varianza a medida que  $n$  aumenta.

$$F(x) \cong G\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right) \quad (D.2)$$

Además, si las variables aleatorias  $x_i$  son de tipo continuo, la densidad  $f(x)$  de  $x$  se aproxima a una densidad normal (figura D-1):

$$f(x) \cong \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (D.3)$$

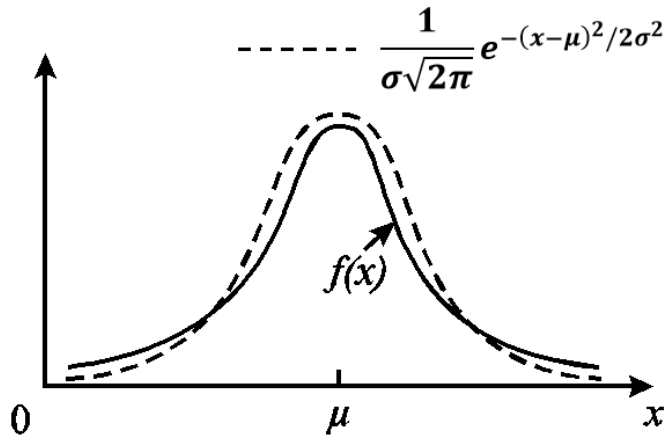


Figura D.1 Aproximación de la función de densidad  $f(x)$  a una función de densidad normal.

Este importante teorema se puede establecer como un límite: si  $z = (x - \mu)/\sigma$  entonces:

$$F_z(Z) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} G(z) \quad f_z(z) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} \quad (D.4)$$

para el caso general y para el caso continuo, respectivamente.

El TLC se puede expresar como una propiedad de las convoluciones. Si las variables aleatorias  $x_i$  son independientes con las respectivas densidades  $f_i(x_i)$ , entonces la densidad  $f_z(z)$  de su suma  $z = x_1 + \dots + x_n$  es igual a la convolución de sus densidades:

$$f_z(z) = f_1(z) * \dots * f_n(z) \quad (\text{D.5})$$

La convolución de un gran número de funciones positivas es aproximadamente una función normal [69].

La naturaleza de la aproximación del TLC y el valor requerido de  $n$  para un límite de error especificado dependen de la forma de las densidades  $f_i(x)$ . Si las variables aleatorias  $x_i$  son independientes e idénticamente distribuidas (i.i.d.), el valor  $n = 30$  es adecuado para la mayoría de las aplicaciones. De hecho, si las funciones  $f_i(x)$  son suaves, se pueden usar valores de  $n$  tan bajos como 5.

## APÉNDICE E. PRUEBA DE BONDAD DE AJUSTE KOLMOGOROV-SMIRNOV

Esta prueba se utiliza para decidir si una muestra proviene de una distribución continua hipotética. Se basa en la función de distribución acumulativa empírica. Supongamos que tenemos una muestra aleatoria  $x_1, \dots, x_n$  de alguna distribución con función de distribución acumulativa  $F(x)$ . La función de distribución acumulativa empírica se denota por [67]:

$$F_n(x) = \frac{1}{n} \cdot [\text{numero de observaciones} \leq x] \quad (\text{E.1})$$

La estadística de Kolmogorov-Smirnov ( $D$ ) se basa en la mayor diferencia vertical entre la función de distribución acumulativa teórica y empírica:

$$D = \max|F_n(x) - F(x)| \quad (\text{E.2})$$

Las pruebas de hipótesis son, la hipótesis nula ( $H_0$ ) y la alternativa ( $H_A$ ):

$H_0$ : los datos siguen la distribución especificada.

$H_A$ : los datos no siguen la distribución especificada.

La hipótesis con respecto a la forma de distribución se rechaza según el nivel de confianza elegido ( $\alpha$ ), si el estadístico de la prueba ( $D$ ), es mayor que un nivel crítico ( $D\alpha$ ). Los valores fijos de  $\alpha$  (0.01, 0.05, etc.) se usan generalmente para evaluar la hipótesis nula ( $H_0$ ) y normalmente se usa un valor de 0.05 para la mayoría de las aplicaciones. Con lo anterior, el criterio para la toma de decisión es:

- Si  $D \leq D\alpha \Rightarrow$  Aceptar  $H_0$
- Si  $D > D\alpha \Rightarrow$  Rechazar  $H_0$

## APÉNDICE F. PRUEBA DE BONDAD DE AJUSTE ANDERSON DARLING

Esta es una prueba general para comparar el ajuste de una función de distribución acumulativa observada con una función de distribución acumulativa esperada. Esta prueba da más peso a las colas que la prueba de Kolmogorov-Smirnov.

La estadística Anderson Darling ( $A^2$ ) está definida como [67]:

$$A^2 = -n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i - 1) \cdot [\ln F(X_i) + \ln(1 - F(X_{n-i+1}))] \quad (\text{D.1})$$

Las pruebas de hipótesis son, la hipótesis nula ( $H_0$ ) y la alternativa ( $H_A$ ):

$H_0$ : los datos siguen la distribución especificada.

$H_A$ : los datos no siguen la distribución especificada.

La hipótesis con respecto a la forma de distribución se rechaza según el nivel de confianza elegido ( $\alpha$ ), si el estadístico de la prueba ( $D$ ), es mayor que un nivel crítico ( $D\alpha$ ). Los valores fijos de  $\alpha$  (0.01, 0.05, etc.) se usan generalmente para evaluar la hipótesis nula ( $H_0$ ) y normalmente se usa un valor de 0.05 para la mayoría de las aplicaciones. Con lo anterior, el criterio para la toma de decisión es:

- Si  $D \leq D\alpha \Rightarrow$  Aceptar  $H_0$
- Si  $D > D\alpha \Rightarrow$  Rechazar  $H_0$

## APÉNDICE G. REPRESENTACIÓN DE PROBABILIDAD DE LA DEMANDA

**Distribución normal.** La fórmula general para la función de densidad de probabilidad de la distribución normal para la incertidumbre de carga  $P_D$  es [10, 67]:

$$f(P^D) = \frac{e^{-\frac{(P^D - \mu)^2}{2\sigma^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}} \quad (\text{G.1})$$

$$\begin{aligned} -\infty &\leq P_D \leq \infty \\ \sigma &> 0 \end{aligned}$$

Donde:

$P^D$  es la incertidumbre de carga.

$\mu$  es el valor medio de la incertidumbre de carga.

$\sigma$  es la desviación estándar de la incertidumbre de carga.

La figura G.1 muestra la forma del gráfico de la función de densidad de probabilidad normal.

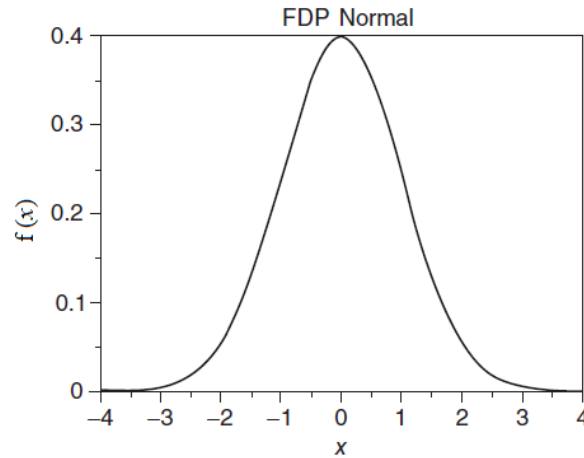


Figura G.1 Grafica de la función de densidad de probabilidad Normal.

**Distribución Lognormal.** Muchas distribuciones de probabilidad no se componen de una sola distribución, sino que de hecho son una familia de distribuciones. Esto se debe a que la distribución tiene uno o más parámetros de forma. Los parámetros de forma permiten que una distribución adquiera una variedad de formas, dependiendo del valor de dicho parámetro de forma. Estas distribuciones son particularmente útiles para modelarse en diversas aplicaciones porque son lo suficientemente flexibles para modelar una variedad de conjuntos de datos.



La siguiente es la ecuación de la distribución lognormal para la incertidumbre de carga  $P^D$ .

$$f(P^D) = \frac{e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(P^D - \gamma) - \mu l}{\sigma l}\right)^2}}{\sigma l(P^D - \gamma)\sqrt{2\pi}} \quad (G.2)$$

$$P^D \geq \mu$$

$$\sigma l > 0$$

Donde:

- $\mu l$  es el parámetro de escala.
- $\sigma l$  es el parámetro de forma.
- $\gamma$  es el parámetro de ubicación.

La figura G.2 muestra la forma del gráfico de la función de densidad de probabilidad Lognormal para dos valores de  $\sigma$ .

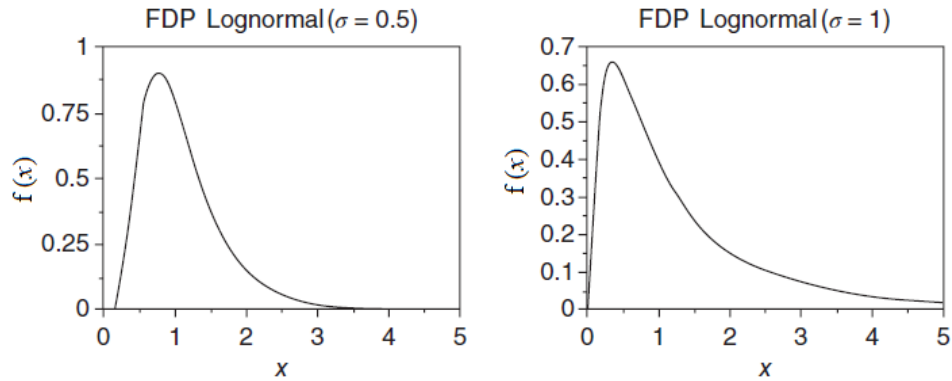


Figura G.2 Grafica de la función de densidad de probabilidad Lognormal.

**Distribución Beta.** La fórmula general para la función de densidad de probabilidad de la distribución beta para la incertidumbre de carga  $P^D$  es:

$$f(P^D) = \frac{1}{B(\alpha_1, \alpha_2)} \frac{(P^D - a)^{\alpha_1 - 1} (b - P^D)^{\alpha_2 - 1}}{(b - a)^{\alpha_1 + \alpha_2 - 1}} \quad (G.3)$$

$$B(\alpha_1, \alpha_2) = \int_0^1 t^{\alpha_1 - 1} (1 - t)^{\alpha_2 - 1} dt \quad (G.4)$$

$$a \leq P^D \leq b$$

$$\alpha_1 > 0$$

$$\alpha_2 > 0$$

Donde:

$\alpha_1, \alpha_2$  son los parámetros de forma.

$a, b$  son los límites inferiores y superiores respectivamente.

$B$  es la función Beta.

Normalmente, definimos la forma general de una distribución en términos de ubicación y parámetros de escala. La distribución beta es diferente porque definimos la distribución general en términos de los límites inferior y superior.

La figura G.3 muestra la forma del gráfico de la función de densidad de probabilidad Beta para los parámetros de forma  $\alpha_1, \alpha_2$ .

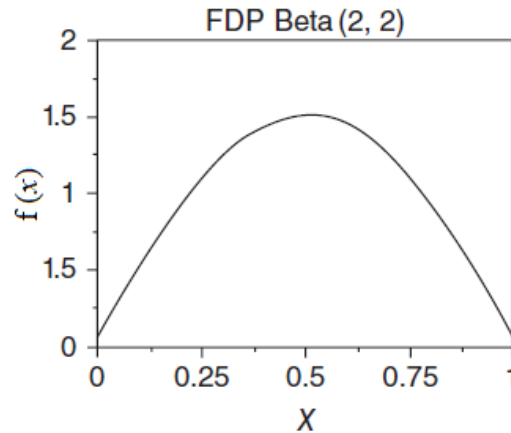


Figura G.3 Grafica de la función de densidad de probabilidad Beta.

**Distribución Gamma.** La fórmula general para la función de densidad de probabilidad de la distribución gamma para la incertidumbre de carga  $P^D$  es:

$$f(P^D) = \frac{(P^D - \gamma)^{\alpha-1}}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} e^{-\left(\frac{P^D - \gamma}{\beta}\right)} \quad (G.5)$$

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} t^{\alpha-1} e^{-t} dt \quad (G.6)$$

$$\begin{aligned} P^D &\geq \gamma \\ \alpha &> 0 \\ \beta &> 0 \end{aligned}$$

Donde:

- $\alpha$  es el parámetro de forma.
- $\gamma$  es el parámetro de ubicación.
- $\beta$  es el parámetro de escala.
- $\Gamma$  es la función Gamma.

La figura G.4 muestra la forma del gráfico de la función de densidad de probabilidad Gamma para dos parámetros de ubicación  $\gamma$ .

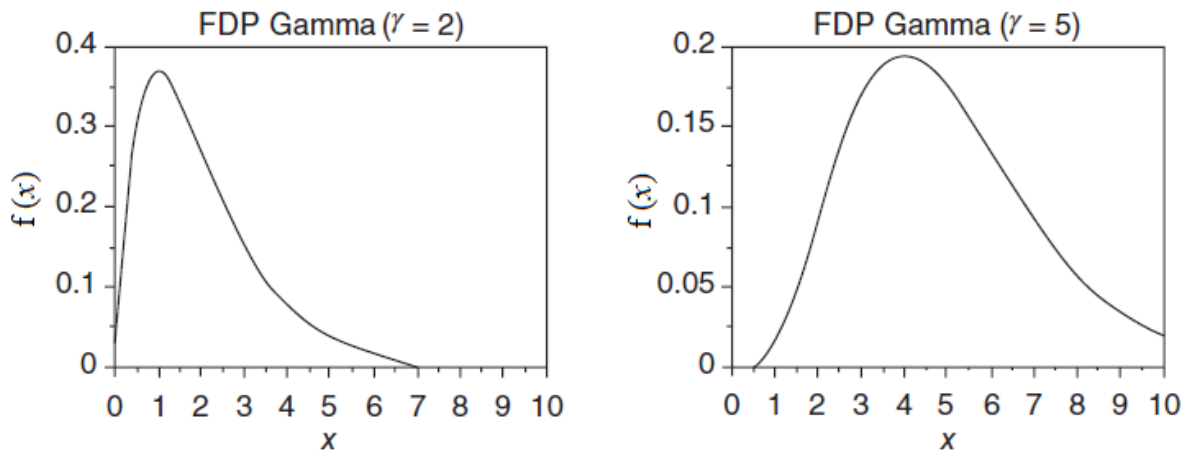


Figura G.4 Grafica de la función de densidad de probabilidad Beta.

**Distribución Weibull.** La fórmula para la función de densidad de probabilidad de la distribución de Weibull para la incertidumbre de carga es:

$$f(P^D) = \frac{\alpha}{\beta} \left( \frac{P^D - \gamma}{\beta} \right)^{\alpha-1} e^{-\left( \frac{P^D - \gamma}{\beta} \right)^\alpha} \quad (G.7)$$

$$\begin{aligned} P^D &\geq \gamma \\ \alpha &> 0 \\ \beta &> 0 \end{aligned}$$

Donde:

- $\alpha$  es el parámetro de forma.
- $\gamma$  es el parámetro de ubicación.
- $\beta$  es el parámetro de escala.

La figura G.5 muestra la forma del gráfico de la función de densidad de probabilidad Gamma para dos parámetros de ubicación  $\gamma$ .

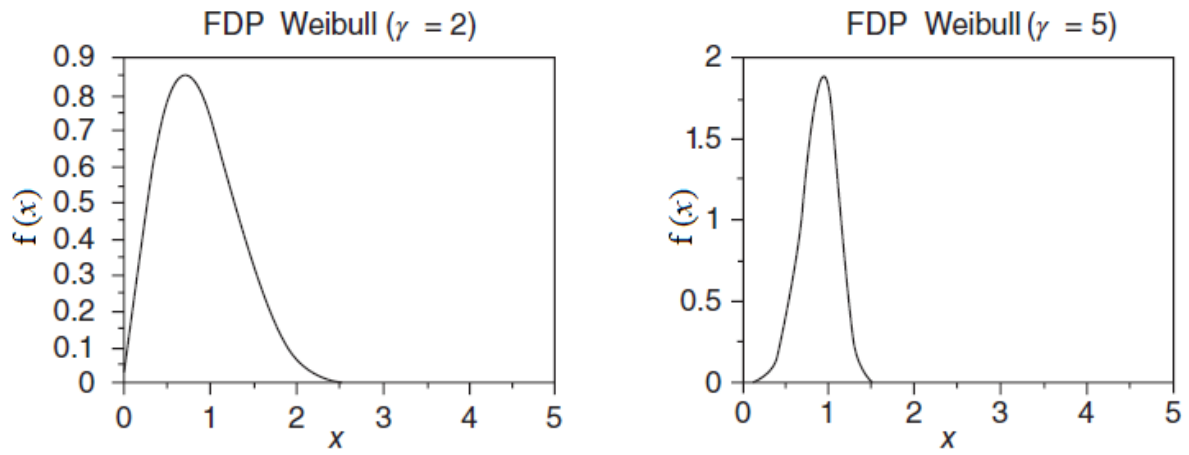


Figura G.5 Grafica de la función de densidad de probabilidad Weibull.

## APÉNDICE H. CÓDIGO PARA EL CÁLCULO DETERMINISTA DE PMLs UTILIZANDO EL MÉTODO REVISADO SIMPLEX

```

USE MSIMSL
INTEGER LDA, M, NVAR, NB,
NL,NC,NG,DES,SEG
PARAMETER (NB=24, NL=34,
NC=17,BREF=23,NG=11,SEG=5)
PARAMETER (M=((2*NL+2+SEG*NG)),
NVAR=2*NG+1,
LDA=((2*NL+2+SEG*NG)),DES=2*NL+SEG*
NG)
INTEGER
I,J,K,ITE,IRTYPE(M),LI(NL),LF(NL),AF(NL,N
B),G(NG),BCC(NC),ESC
DOUBLE PRECISION
A(LDA,NVAR),B(M),C(NVAR), DSOL(M),
OBJ, XLB(NVAR), XSOL(NVAR),XUB(NVAR)
REAL TIEMPO, LIML(NL),SFVDP(NL),
SFVDN(NL), VD(NB),
SF(NL,NB),AP(NB,NG),produc
REAL PCC(NC),BASE,
X(NL),R(NL),YBR(NL,NL)
REAL BDER(NL),BF(NB,NB),BFP(NB-
1,2*(NB-
1)),Z(NB,NB),YA(NL,NB),SFAP(NL,NG),PN(N
B)
REAL
LOSF(NB),FL(NL),FVAL,PER,OFFS,FA(NG),F
B(NG),FC(NG),PASO(NG)
REAL
XS(NG,SEG+1),YS(NG,SEG+1),VARI(NG,SEG
),CONS(NG,SEG),LOSSDIS(NB),SFT(NB,NL)
REAL
COMPPER,COMPCONG(NL),CUNO(NB,NB)
REAL
PML(NB),PMLENE(NB),PMLPER(NB),PMLCO
NG(NB)
REAL
SFTPCON(NB),SFTPCONCUNO(NB),PERDAN
T
Z(:,:)=0.0
AF(:,:)=0
YBR(:,:)=0.0
BF(:,:)=0.0
BFP(:,:)=0.0
YA(:,:)=0.0
C=0.0
FVAL=0

!POTENCIA BASE
BASE=100
VD(:)=0.0
A(:,:)=0.0
SF(:,:)=0.0
!NODO DE LOS GENERADORES
WRITE(*,*)'INGRESE EL NODO DONDE
ESTA CONECTADA EL GENERADOR'
DO I=1,NG
READ(*,*) G(I)
END DO
!COSTO CUADRATICO DE LOS
GENERADORES
WRITE(*,*)'INGRESE EL COSTO
CUADRATICO DEL GENERADOR'
DO I=1,NG
READ(*,*) FA(I)
END DO
!COSTO LINEAL DE LOS GENERADORES
WRITE(*,*)'INGRESE EL COSTO LINEAL DEL
GENERADOR'
DO I=1,NG
READ(*,*) FB(I)
END DO
!COSTO CONSTANTE DE LOS
GENERADORES
WRITE(*,*)'INGRESE EL COSTO
CONSTANTE DEL GENERADOR'
DO I=1,NG
READ(*,*) FC(I)
END DO
!LIMITES INFERIOES DE GENERACION
WRITE(*,*)'INGRESE LOS LIMITES
INFERIORES DEL GENERADOR
GENERADOR'
DO I=1,NG
READ(*,*) XLB(I)
END DO
!LIMITES SUPERIOES!
WRITE(*,*)'INGRESE LOS LIMITES
SUPERIORES DEL GENERADOR'
DO I=1,NG
READ(*,*) XUB(I)
END DO
!INGRESE EL NUMERO DE BUS DE CARGA
CONECTADO

```

```

WRITE(*,*)'INGRESE EL BUS DONDE SE
ENCUENTRA CONECTADA LA CARGA I'
DO I=1,NC
READ(*,*) BCC(I)
END DO
!PORCENTAJE EN LOS NODOS DE CARGA
WRITE(*,*)'INGRESE EL VALOR DE LA
CARGA DE LA CARGA I'
DO I=1,NC
READ(*,*) PCC(I)
END DO
!CONEXIONES DE LAS LINEAS LI(I),INDICA
EL NODO DE INCIO Y LF(I) INDICA EL NODO
DONDE TERMINA LA LINEA I
WRITE(*,*)'INGRESE EL NODO INCIAL DE
LA LINEA I'
DO I=1,NL
READ(*,*) LI(I)
END DO
WRITE(*,*)'INGRESE EL NODO FINAL DE LA
LINEA I'
DO I=1,NL
READ(*,*) LF(I)
END DO
!REACTANCIA DE LAS LINEAS P.U.
WRITE(*,*)'INGRESE LA REACTANCIA DE
LA LINEA I'
DO I=1,NL
READ(*,*) X(I)
END DO
X(:)=X(:)*BASE
!RESISTENCIAS DE LAS LINEAS P.U
WRITE(*,*)'INGRESE LA RESISTENCIA DE
LA LINEA I'
DO I=1,NL
READ(*,*) R(I)
END DO
!LIMITES DE TRANSMISION DE LAS
LINEAS
WRITE(*,*)'INGRESE LOS LIMITES DE
TRANSMISION DE LA LINEA I'
DO I=1,NL
READ(*,*) LIML(I)
END DO
!*****Linealizacion de curva de costo
DO I=1,NG
PASO(I)=(XUB(I)-XLB(I))/SEG
XS(I,1)=XLB(I)
END DO

```

```

DO I=1,NG
DO J=2,SEG+1
XS(I,J)=XS(I,J-1)+PASO(I)
END DO
END DO
DO I=1,NG
DO J=1,SEG+1
YS(I,J)=(XS(I,J)**2)*FA(I)+XS(I,J)*FB(I)+FC(I
)
END DO
END DO
DO I=1,NG
DO J=1,SEG
VARI(I,J)=(YS(I,J+1)-YS(I,J))/(XS(I,J+1)-
XS(I,J))
CONS(I,J)=((YS(I,J+1)-YS(I,J))/(XS(I,J+1)-
XS(I,J)))*(-XS(I,J))+YS(I,J)
END DO
END DO
!*****
!****ELEMENTOS PARA CREAR SHIFT
FACTOR
!CREA YBRANCH
!Y CREA MATRIZ A DE INCIDENCIA
DO I=1,NL
YBR(I,I)=1/X(I)
AF(I,LI(I))=1
AF(I,LF(I))=-1
END DO
!CREA MATRIZ BF
DO J=1,NB
DO K=1,NL
IF(LI(K).EQ.J) THEN
BF(J,J)=BF(J,J)+YBR(K,K)
BF(J,LF(K))=-YBR(K,K)
END IF
IF(LF(K).EQ.J) THEN
BF(J,J)=BF(J,J)+YBR(K,K)
BF(j,LI(K))=-YBR(K,K)
END IF
END DO
END DO
!CREA NUEVA MATRIZ BF("BFP") SIN (I,J)
DE REFERENCIA
IF (BREF.EQ.1) THEN
DO I=1,NB-1
DO J=1,NB-1
BFP(I,J)=BF(I+1,J+1)
END DO

```

```

END DO
END IF
IF (BREF.EQ.NB) THEN
DO I=1,NB-1
DO J=1,NB-1
BFP(I,J)=BF(I,J)
END DO
END DO
END IF
IF (BREF.NE.1.AND.BREF.NE.NB) THEN
DO I=1,BREF-1
DO J=1,BREF-1
BFP(I,J)=BF(I,J)
END DO
END DO
DO I=1,BREF-1
DO J=1,NB-BREF
BFP(I,BREF-1+J)=BF(I,BREF+J)
BFP(BREF-1+J,I)=BF(BREF+J,I)
END DO
END DO
DO I=BREF,NB-1
DO J=BREF,NB-1
BFP(I,J)=BF(I+1,J+1)
END DO
END DO
END IF
!INVIERTE MATRIZ BP
DO I=1,NB-1
BFP(I,I+NB-1)=1
END DO
DO I=1,NB-1
BFP(I,:)=BFP(I,:)/BFP(I,I)
DO J=1,NB-1
IF (J.NE.I) THEN
BFP(J,:)=BFP(J,:)-(BFP(I,:)*BFP(J,I))
ELSE
END IF
END DO
END DO
!CREA MATRIZ Z
IF (BREF.EQ.1) THEN
DO I=1,NB-1
DO J=1,NB-1
Z(1+I,J+1)=BFP(I,J+NB-1)
END DO
END DO
END IF
IF (BREF.EQ.NB) THEN
DO I=1,NB-1
DO J=1,NB-1
Z(I,J)=BFP(I,J+NB-1)
END DO
END DO
END IF
IF (BREF.NE.1.AND.BREF.NE.NB) THEN
DO I=1,BREF-1
DO J=1,BREF-1
Z(I,J)=BFP(I,J+NB-1)
END DO
END DO
DO I=1,BREF-1
DO J=1,NB-BREF
Z(I,BREF+J)=BFP(I,NB-1+BREF-1+J)
Z(BREF+J,I)=BFP(BREF-1+J,NB-1+I)
END DO
END DO
DO I=BREF,NB-1
DO J=BREF,NB-1
Z(I+1,J+1)=BFP(I,NB-1+J)
END DO
END DO
END IF
!MATRIZ YBR*AF
DO I=1,NL
DO J=1,NB
DO K=1,NL
YA(I,J)=YA(I,J)+(YBR(I,K)*AF(K,J))
END DO
END DO
END DO
!MATRIZ SF
DO I=1,NL
DO J=1,NB
DO K=1,NB
SF(I,J)=(YA(I,K)*Z(K,J))+SF(I,J)
END DO
END DO
END DO
!***FIN SHIT FACTOR
!SHIFT FACTOR TRANSPUESTA
DO I=1,NB
DO J=1,NL
SFT(I,J)=SF(J,I)
END DO
END DO
!MATRIZ AP
AP(:,:)=0

```

```

DO I=1,NG
AP(G(I),I)=1
END DO
!FIN MATRIZ AP
!SF*AP
DO I=1,NL
DO J=1,NG
DO K=1,NB
SFAP(I,J)=SFAP(I,J)+(SF(I,K)*AP(K,J))
END DO
END DO
END DO
!FIN SF*AP
!CREANDO MATRIZ "A" PARA
OPTIMIZACION
!PRIMERA ECUACION DE POTENCIA
DO I=1,NG
A(1,I)=-1
END DO
DO I=1,NL
DO J=1,NG
A(I+2,J)=SFAP(I,J)
A(I+2+NL,J)=-SFAP(I,J)
END DO
END DO
ESC=0
DO I=1,NG
DO J=1,SEG
A(2+2*NL+ESC+J,I)=VARI(I,J)
A(2+2*NL+ESC+J,I+NG)=-1
END DO
ESC=SEG*I
END DO
!FIN CREACION VECTOR A PARA
OPTIMIZACION
!LIMITES DE PERDIDAS Y PRECIOS
DO I=1,NG
XLB(I+NG)=0
XUB(I+NG)=1000000
END DO
XLB(NVAR)=0
XUB(NVAR)=100000
!FUNCION OBJETIVO
DO I=1,NG
C(I+NG)=1
END DO
!TIPO DE RESTRICCION
DATA IRTYPE/0,0,DES*1/

```

```

!IGUALACION VECTOR B PARA CURVA DE
COSTO
ESC=0
DO I=1,NG
DO J=1,SEG
B(2+2*NL+ESC+J)=-CONS(I,J)
END DO
ESC=SEG*I
END DO
A(2,:)=0
A(:,NVAR)=0
!CREACION MATRIZ "B" PARA
OPTIMIZACION
!VECTOR DEMANDA VD(I), DONDE I,
INDICA EL NODO DONDE SE ENCUENTRA
LA DEMANDA
DO I=1,NC
VD(BCC(I))=PCC(I)
END DO
!POTENCIA DE DEMANDATOTAL
PDT=SUM(VD)
!VECTORES *-1 PARA ADICIONARLOS AL
VECTOR "B"
!SF*VD
SFVDP(:)=0.0
SFVDN(:)=0.0
DO I=1,NL
DO J=1,NB
SFVDP(I)=SFVDP(I)+(SF(I,J)*(-1*VD(J)))
SFVDN(I)=SFVDN(I)+((-1*SF(I,J))*(-1*VD(J)))
END DO
END DO
!FIN SF*VD
DO I=1,2+2*NL
B(I)=0
END DO
SFVDP=-SFVDP
SFVDN=-SFVDN
B(1)=-PDT
DO I=1,NL
B(2+I)=LIML(I)+SFVDP(I)
B(2+NL+I)=LIML(I)+SFVDN(I)
END DO
PERDANT=100
!SUBROUTINA METODO SIMPLEX
DO ITE=1,4
CALL DLPRS (M, NVAR, A, LDA, B, B, C,
IRTYPE, XLB, XUB, OBJ, XSOL, DSOL)
PN(:)=0

```



```

DO I=1,NB
DO J=1,NG
PN(I)=PN(I)+(AP(I,J)*XSOL(J))
END DO
END DO
PN(:)=(PN(:)-VD(:))
FL(:)=0
DO J=1,NL
DO K=1,NB
FL(J)=FL(J)+(SF(J,K)*(PN(K)))
END DO
END DO
LOSF(:)=0
DO I=1,NB
DO J=1,NL
LOSF(I)=LOSF(I)+((R(J))*2*(FL(J)/BASE)*SF(J
,I))
END DO
END DO
PER=0.0
DO I=1,NL
PER=PER+(((FL(I)/BASE)**2)*(R(I)*BASE))
END DO
OFFS=0.0
DO I=1,NB
OFFS=OFFS+((LOSF(I))*PN(I))
END DO
OFFS=PER-OFFS
DO I=1,NB
LOSSDIS(I)=VD(I)/PDT
END DO
!AGREGANDO VARIABLE DE PERDIDAS A
LA ECUACION DE BALANCE DE POTENCIA
A(1,NVAR)=1
A(2,:)=0
!FORMANDO LA ECUACION 2
DO I=1,NG
DO J=1,NB
A(2,I)=A(2,I)+(LOSF(J)*AP(J,I))
END DO
END DO
A(2,NVAR)=-1
!AGREGANDO VECTOR DE DISTRIBUCION
DE PERDIDAS A ECUACIONES DE FLUJOS
IF (ITE.EQ.1) THEN
DO I=1,NL
DO J=1,NB
A(I+2,NVAR)=A(I+2,NVAR)+(SF(I,J)*(-
LOSSDIS(J)))

```

```

A(I+2,NL,NVAR)=A(I+2,NL,NVAR)+(-
SF(I,J)*(-LOSSDIS(J)))
END DO
END DO
END IF
!FIN CREACION VECTOR A PARA
OPTIMIZACION
!CREACION MATRIZ "B" PARA
OPTIMIZACION
B(2)=0
DO I=1,NB
B(2)=B(2)+(LOSF(I)*(-VD(I)))
END DO
B(2)=-B(2)-OFFS
END DO !FIN SIMPLEX
PMLENE(:)=-DSOL(2)
COMPPER=-DSOL(2)
DO I=1,NL
COMPCONG(I)=-DSOL(2+I)-DSOL(2+NL+I))
END DO
PMLPER(:)=-COMPPER*LOSF(:)
DO I=1,NB
DO J=1,NB
CUNO(I,J)=1*LOSSDIS(J)
END DO
END DO
SFTPCON(:)=0
DO I=1,NB
DO J=1,NL
SFTPCON(I)=SFTPCON(I)+(SFT(I,J)*COMPC
ONG(J))
END DO
END DO
SFTPCONCUNO(:)=0
DO I=1,NB
DO J=1,NB
SFTPCONCUNO(I)=SFTPCONCUNO(I)+(CUN
O(I,J)*SFTPCON(J))
END DO
END DO
PMLCONG(:)=-
SFTPCON(:)+SFTPCONCUNO(:)
PML(:)=PMLENE(:)+PMLPER(:)+PMLCONG(:)
WRITE(*,*)PML
END

```