INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN CIENCIA APLICADA Y TECNOLOGÍA AVANZADA

DESARROLLO DE COMPETENCIAS PARA EL APRENDIZAJE DE ECUACIONES DIFERENCIAS ORDINARIAS

Tesis que para obtener el grado de
Doctor en Matemática Educativa
Presenta

ABEL MEDINA MENDOZA

Director de la Tesis
Dr. Alejandro Miguel Rosas Mendoza

Diciembre, 2017

SIP-14

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

ACTA DE REVISIÓN DE TESIS

En la Ciudad de México siendo las 12:00hrs horas del día 30 del mes de octubre del 2017 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de la Tesis, designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de CICATA-Legaria para examinar la tesis titulada:

Desarrollo de competencias para el aprendizaje de ecuaciones diferencias ordinarias

Presentada por el alumno:

MEDINA	MENDOZA	ABEL
Apellido paterno	Apellido materno	Nombre(s)

Con registro: | A | 1 | 4 | 0 | 2 | 6 | 3 |

aspirante de:

DOCTORADO EN MATEMÁTICA EDUCATIVA

Después de intercambiar opiniones, los miembros de la Comisión manifestaron ***APROBAR LA TESIS***, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

LA COMISIÓN REVISORA

Director(a) de tesis

Dr. Alejandro Miguel Rosas Mendoza

Dr. Teodoro Rivera Montalvo

Dr. Apolo Castañeda Alonso

Dr. Isaias Miranda Viramontes

Dr. Fermín Acosta Magallanes

PRESIDENTE DEL COLEGIO DE PROFESORES

Dra. Mónica Rosalía Jaime Fonseca

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESTADOS UNIDOS MEXICANOS
SIP
CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN CIENCIA APLICADA Y TECNOLOGÍA AVANZADA
CICATA - LEGARIA

Autorización de uso de obra

Instituto Politécnico Nacional
P r e s e n t e

Bajo protesta de decir verdad el que suscribe ***Abel Medina Mendoza*** (se anexa copia simple de identificación oficial), manifiesto ser autora y titular de los derechos morales y patrimoniales de la obra titulada ***Desarrollo de competencias para el aprendizaje de ecuaciones diferenciales ordinarias***, en adelante "La Tesis" y de la cual se adjunta copia, por lo que por medio del presente y con fundamento en el artículo 27 fracción II, inciso b) de la Ley Federal del Derecho de Autor, otorgo a el Instituto Politécnico Nacional, en adelante El IPN, autorización no exclusiva para comunicar y exhibir públicamente total o parcialmente en medios digitales "La Tesis" por un periodo de ***diez años*** contado a partir de la fecha de la presente autorización, dicho periodo se renovará automáticamente en caso de no dar aviso a "El IPN" de su terminación.

En virtud de lo anterior, "El IPN" deberá reconocer en todo momento mi calidad de autor de "La Tesis".

Adicionalmente, y en mi calidad de autor y titular de los derechos morales y patrimoniales de "La Tesis", manifiesto que la misma es original y que la presente autorización no contraviene ninguna otorgada por el suscrito respecto de "La Tesis", por lo que deslindo de toda responsabilidad a El IPN en caso de que el contenido de "La Tesis" o la autorización concedida afecte o viole derechos autorales, industriales, secretos industriales, convenios o contratos de confidencialidad o en general cualquier derecho de propiedad intelectual de terceros y asumo las consecuencias legales y económicas de cualquier demanda o reclamación que puedan derivarse del caso.

México, D.F., a 30 de octubre de 2017.

Atentamente

. Abel Medina Mendoza .

Resumen

En éste trabajo de investigación doctoral se pretende estudiar la construcción de la solución de una ecuación diferencial ordinaria de primer orden que modela un circuito eléctrico RL serie en los estudiantes del programa educativo de Ecuaciones Diferenciales del IV semestre de la carrera de Ingeniería en Sistemas Computacionales del Instituto Tecnológico de Comitán. Considerando como marco teórico y metodología de investigación a la teoría APOE (Acción-Proceso-Objeto-Esquema), debido a que nos brinda los elementos teóricos fundamentales para describir e interpretar razonamientos mostrados por los estudiantes con relación a la evolución cognitiva del concepto matemático en estudio.

Palabras Claves: Ecuación diferencial, descomposición genética, teoría APOE.

Abstract

In this work of doctoral research our objetive is to study the construction of the solution of a first order ordinary differential equation that models a series RL electrical circuit in the students of the Differential Equations of the fourth semester of the curriculum of Engineering in Computer Systems of the Instituto Tecnológico de Comitán. We use the theoretical framework and research methodology of APOS (Action-Process-Object-Schema) theory in our research, because it provides the fundamental theoretical elements to describe and interpret the arguments shown by the students in relation to the cognitive evolution of the mathematical concept under study.

Keys Words: Differential equation, genetic decomposition, APOS theory.

Agradecimientos

A Dios

Por haberme permitido llegar hasta este momento y haberme dado salud para lograr mis objetivos, además de su infinita bondad y amor.

Al Centro de Investigación de Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada de la Unidad Legaria del Instituto Politécnico Nacional

Por la oportunidad de realizar y culminar mis estudios de Doctorado en Matemática Educativa.

A mi Director de tesis

Por estar presente cada vez que requerí de su apoyo, consejos y revisión de mi trabajo de investigación doctoral. Gracias Dr. Alejandro Miguel Rosas Mendoza.

A mis Revisores

Por las sugerencias y el tiempo dedicado para la revisión de mi trabajo de investigación.

A mis padres Yolanda y José Abel

Por haberme apoyado en todo momento, por sus consejos, sus valores, esfuerzo y por la motivación constante que me ha permitido ser una persona de bien, pero más que nada, por su amor.

A mi esposa Cecy y a mis hijos Alberto y Gerardo

Por su paciencia, comprensión y solidaridad con este proyecto que inicie hace 4 años y medio aproximadamente, por el tiempo que me han concedido, un tiempo robado a la historia familiar. Sin el apoyo de ustedes este trabajo

nunca se habría escrito y, por eso, este trabajo es también de ustedes. Los quiero mucho…

A mi familia

Por brindarme tanto cariño, amor durante toda la vida y me han acompañado para seguir creciendo como ser humano. Especialmente a mi hermana Teresita, Armando, Alan, Armandito, Pelanchita, Profe, Adrí, Tía Quica, Chío, Jesús, Madrina Nery, Padrino Marcos†, Andresito, Madrina Chata, Compadritos y muchos más, Gracias!!!

A mis compañeros y amigos del Instituto Tecnológico de Comitán

Quienes me han brindado su amistad y energía para emprender nuevas metas. Especialmente a la **Mtra. Marisa Gpe. Flores Aguilar** *por sus sugerencias y aportaciones a mi trabajo de investigación y por el gran apoyo incondicional tanto en lo familiar como en lo profesional.*

A los docentes e investigadores

Quienes directa o indirectamente han contribuido con sus aportaciones a mi trabajo de investigación doctoral.

A los estudiantes del IV semestre (Generación 2015) de la carrera de Ingeniería en Sistemas Computacionales

Por haber participado y mostrado disposición en todas las actividades encomendadas en ésta investigación.

Índice General

Glosario de Términos

Abstracción Reflexiva – Mecanismo que nos sirve para extraer o separar una característica de un objeto, a partir no exactamente de los objetos, sino de las acciones que realizamos sobre ellos. La palabra Reflexiva tiene doble connotación: una es reflexionar sobre nuestras acciones, otra es proyectar nuestra acción sobre el plano de las operaciones (Parraguez, 2009).

Construcción mental – Se refiere a la organización de las ideas para intentar comprender algo.

Construcción Acción – Es una manipulación física o mental sobre objetos. La persona lo percibe como algo externo, y cada uno de sus pasos es estimulado por el anterior.

Construcción Proceso – Resulta de la interiorización una Acción. Esta construcción no se deja conducir por los estímulos externos.

Construcción Objeto – Cuando una persona reflexiona sobre las operaciones aplicadas en un proceso particular, llega a tomar conciencia de este como una totalidad, sobre el que puede efectuar y construir acciones o transformaciones; entonces, se dice que ese proceso ha sido transformado o encapsulado en un objeto.

Construcción Esquema – Es una colección de acciones, procesos, objetos y aun otros esquemas (hay una relación dialéctica en espiral, pues los objetos pueden ser transformados por nuevas acciones, lo cual lleva a nuevos procesos, objetos y esquemas).

Descomposición Genética – Camino cognitivo que explica las relaciones que se deberían dar entre las construcciones (*Acción-Proceso-Objeto-Esquema*) y los mecanismos mentales (*Interiorización, Coordinación, Encapsulación, Desencapsulación y Reversión*), para que un individuo logre construir un concepto matemático.

Mecanismo Coordinación – Un tipo de abstracción reflexiva. "Es la composición de dos o más procesos para la construcción de una nueva acción, proceso u objeto" (Tall, 1991, p. 101).

Mecanismo Desencapsulación – Un tipo de abstracción reflexiva. "Una vez que un proceso existe internamente es posible para el sujeto invertirlo, no en el sentido de deshacer, sino como un medio de construir un nuevo proceso" (Tall, 1991, p. 102).

Mecanismo Encapsulación – Un tipo de abstracción reflexiva. Es la conversión de un proceso (dinámico) en un objeto (estático). "La encapsulación ocurre cuando el individuo reflexiona sobre las operaciones aplicadas a un proceso particular, toma conciencia de éste como un todo y es capaz de realizar y crear transformaciones, sobre éstas acciones o procesos" (Tall, 1991, p. 101).

Mecanismo Interiorización – Un tipo de abstracción reflexiva. Una construcción de procesos internos como una manera de atribuir sentido a fenómenos observados. Piaget se refiere a esa construcción como "traducción de una sucesión de acciones materiales en un sistema de operaciones interiorizadas". (Dubinsky 1991a)

Teoría APOE – Estructura teórica, basada en las ideas de Piaget, que busca describir cognitivamente la comprensión matemática de un individuo. Es compuesta de cuatro elementos: Acción, Proceso, Objeto y Esquema.

Índice de Figuras, Imágenes y Tablas

Introducción

La asignatura *Ecuaciones Diferenciales* dentro del plan de estudios de la carrera de Ingeniería en Sistemas Computacionales consolida la formación matemática como ingeniero y potencia su capacidad en el campo de las aplicaciones, aportando al perfil del Ingeniero una visión clara sobre el dinamismo de la naturaleza (Tecnológico Nacional de México, 2017). Una de las características sobresalientes de esta asignatura es que en ella se aplican todos los conocimientos previos de las matemáticas.

El primer tema de dicha asignatura es el estudio de las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias [EDO] de Primer Orden y sus aplicaciones. Desde la práctica docente se ha observado que en la enseñanza y aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias lineales de primer orden los conceptos permanecen ocultos por fórmulas y procesos algorítmicos que dificultan la comprensión y aplicación de los mismos a problemas contextualizados. La descomposición genética que presentamos en este trabajo de investigación es el resultado de la aplicación del ciclo metodológico de investigación planteado por la teoría APOE. Como resultado de nuestro análisis teórico diseñamos una descomposición genética preliminar que señala el camino por el cual los estudiantes pueden construir el concepto matemático en estudio; con base en dicho análisis teórico diseñamos dos instrumentos: un cuestionario y una entrevista buscando detectar las construcciones y mecanismos que habíamos considerado en la descomposición genética preliminar, eligiendo las preguntas de tal manera que nos permitieran obtener información profunda respecto a la manera de pensar de los estudiantes. Estos instrumentos fueron aplicados a los estudiantes regulares inscritos en el IV semestre del Plan de estudios de Ingeniería en Sistemas Computacionales del Instituto Tecnológico de Comitán que cursaban la asignatura de Ecuaciones Diferenciales.

El análisis de los resultados obtenidos con estos datos empíricos nos permitió refinar nuestro análisis teórico y presentar una descomposición genética mejorada. Este análisis teórico además de ser un modelo de aprendizaje representa una instrumentación didáctica que señala estrategias de enseñanza del concepto de solución de una ecuación diferencial ordinaria de primer orden que modela un circuito eléctrico RL serie.

El presente trabajo de investigación está estructurado en seis capítulos, que describimos a continuación:

Capítulo 1 Problemática, objetivos de investigación y antecedentes. En este capítulo presentamos una mirada general de los trabajos que se han desarrollado los últimos años sobre el aprendizaje y enseñanza de los conceptos de ecuaciones diferenciales. De allí nace nuestro problema de investigación relacionado específicamente con el estudio de las EDO de primer orden. En este capítulo hacemos una reflexión sobre la naturaleza abstracta de las ecuaciones diferenciales y su importancia en la formación del conocimiento matemático.

Capítulo 2 Marco teórico y Metodología de Investigación. Con base a los antecedentes, determinamos y describimos la teoría APOE como fundamento teórico de este trabajo de investigación. Haciendo énfasis sobre la definición de las construcciones y mecanismos mentales de un concepto matemático. Así mismo se describe el ciclo de investigación de esta teoría mediante la explicación y relación de cada una de sus componentes.

Capítulo 3 Análisis Teórico. Este capítulo representa una parte fundamental de nuestra investigación, allí iniciamos nuestra metodología guiada por las componente del ciclo de investigación brindado por la teoría APOE. Como resultado del análisis teórico, primera componente de dicho ciclo, presentamos una descomposición genética preliminar que vincula las construcciones y mecanismos mentales que realiza un estudiante para la comprensión del objeto matemático.

Capítulo 4 Diseño y Aplicación de Instrumentos. Con base a la descomposición genética preliminar se presentan los instrumentos (cuestionario y entrevista), diseñados con la finalidad de que los estudiantes muestren el desarrollo de las construcciones y mecanismos mentales plasmados en dicha descomposición.

Capítulo 5 Análisis y Verificación de datos. En este capítulo presentamos los resultados a priori y posteriori obtenidos de la aplicación de los instrumentos. Allí mostramos evidencias de las construcciones y mecanismos mentales que los estudiantes han realizado sobre la construcción del concepto matemático y las relaciones que han logrado establecer con otros conceptos. Estos representan la base para argumentar los resultados obtenidos de nuestro trabajo de investigación.

Capítulo 6 Conclusiones. En este capítulo presentamos las conclusiones de nuestro análisis de los datos empíricos obtenidos sujetas al marco teórico usado y a los objetivos propuestos en esta investigación y dar respuesta a la problemática planteada sobre las dificultades de los estudiantes para construir conceptos de ecuaciones diferenciales. También hacemos algunas sugerencias y recomendaciones para futuras investigaciones relacionadas con las ecuaciones diferenciales. La descomposición genética presentada y los resultados que presentamos contribuyen a la organización de los contenidos de la asignatura a enseñar.

CAPITULO 1. Problemática, Objetivos de la Investigación y Antecedentes

1.1 Problema de Investigación

Desde la práctica docente se ha observado que en la enseñanza y aprendizaje de las ecuaciones diferenciales los conceptos permanecen ocultos por fórmulas y procesos algorítmicos que dificultan la comprensión y aplicación de los mismos. Chaves y Jaimes (2014) mencionan que la observación espontánea que han tenido como profesores durante la enseñanza de los tópicos de EDO de primer orden bajo un enfoque tradicional, han constatado que los estudiantes presentan esquemas pobres y rígidos del concepto de solución de una EDO. Además el modelo matemático y la solución de un circuito eléctrico RL serie mediante ecuaciones diferenciales, que puede verse en algunos textos universitarios muestran que no existe un camino cognitivo para que los estudiantes puedan aplicar más fácilmente dichos conceptos matemáticos a un proceso dinámico, siendo fundamental para el perfil de egreso del Ingeniero en Sistemas Computacionales.

Hace algunos años, en el área de Ciencias Básicas del Instituto Tecnológico de Comitán se trabajó con el diseño y desarrollo de una especialidad en modelación de sistemas de control, con la finalidad de ofrecer otra alternativa para la formación profesional de los estudiantes de Ingeniería en Sistemas Computacionales, donde temas como el modelado matemático y las aplicaciones de ecuaciones diferenciales en diferentes sistemas como eléctrico y mecánico, entre otros, es fundamental para el desarrollo y aplicación de proyectos tecnológicos. La opinión de compañeros docentes, fue que era necesario fortalecer algunos conocimientos previos como la clasificación de una ecuación diferencial, método de solución y su aplicación en problemas de contexto.

Por ello nuestro trabajo de investigación pretende estudiar el desarrollo cognitivo del concepto de solución de una ecuación diferencial ordinaria de primer orden que modela un circuito eléctrico RL serie, ya que al abordar el comportamiento de otros sistemas como el mecánico, entre otros, será mucho más fácil su comprensión mediante la comparación de los elementos de cada uno de los sistemas antes mencionado como se muestra en la Figura 1.

Sistema eléctrico	Sistema mecánico de traslación	Sistema mecánico de rotación
Voltaje V	Fuerza F	Torque T
Corriente I	Velocidad V	Velocidad angular ω
Carga Q	Desplazamiento X	Desplazamiento angular θ
Resistencia R	Amortiguamiento β	Amortiguamiento β
Inductancia L	Masa M	Momento de inercia J
Capacitancia C	Constante del resorte K	Torsión K

Figura 1. Analogías de elementos de los sistemas eléctrico y mecánico.
Tomada de Hernández (2010, p.127)

1.2 Antecedentes

Haciendo un análisis de investigaciones que muestran dificultades en la comprensión o aplicación del concepto de EDO. En primer término se presentan investigaciones que muestran dificultades en la comprensión o aplicación del concepto de EDO, al respecto, Perdomo (2011) realiza la comparación de la enseñanza y aprendizaje de las EDO, mediante la formación tradicional del concepto y la formación mediante resolución de problemas, la tecnología y la interacción en el proceso de aprendizaje, Villar-Liñan y Llinares-Ciscar (1996) mencionan las dificultades al definir el concepto de la ecuación diferencial, de igual forma Rasmussen (2001) y Zandieh y McDonald (1999) describen las dificultades en la concepción de la solución de una ecuación diferencial. Guerrero, Camacho y Mejía (2010) abordan las dos dificultades anteriores en problemas del concepto matemático para su aplicación de nuevos contextos de conocimiento, como el bosquejo de campos de direcciones y la interpretación de soluciones, así mismo Rodríguez (2012) y Codes y Perdomo (2012) experimentan con el uso de la tecnología para la introducción y visualización del concepto de EDO, para facilitar la solución de las dificultades antes planteadas. En segundo término se presentan investigaciones de la teoría APOE en la Matemática Educativa, teniendo como eje de aplicación la descomposición genética para la construcción de diferentes conceptos matemáticos, como la función exponencial (Vargas, González y Linares, 2011), la transformación lineal (Roa y Oktac, 2010), la derivada (Gutiérrez y Valdive, 2012), el diferencial de una función en varias variables (Suárez-Aguilar, 2015), la regla de la cadena (Mybert, Maharaj y Brijlall, 2012) y el de ecuación diferencial (Chaves y Jaimes, s.f. y 2014).

1.2.1 Investigaciones Relacionados con el Concepto de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

En este apartado se presenta un análisis de distintas investigaciones realizadas en el campo de la Educación Matemática y que han revelado un conjunto de dificultades que los estudiantes se han encontrado en el proceso de aprendizaje de las EDO, esto permitirá enmarcar las dimensiones de las preguntas de investigación.

En el artículo de Perdomo (2011), se presenta una investigación relacionada con los procesos de enseñanza y aprendizaje de las EDO, donde se distinguen dos partes principales: análisis de la forma en que un grupo de estudiantes que han recibido una formación tradicional del concepto utilizan sus conocimientos matemáticos para resolver problemas y responder a cuestiones relacionadas con las EDO y, el análisis del papel que la resolución de problemas, la tecnología y la interacción juegan en el proceso de aprendizaje. El análisis de los datos obtenidos en la primera fase permitió constatar que el enfoque de enseñanza habitual, en el que se introduce el concepto a partir de su definición formal y los métodos algebraicos de resolución, no favorece el desarrollo de la comprensión del concepto. El análisis con el uso de la herramienta tecnológica y el modelo de trabajo en el aula, contribuyeron a crear un clima de indagación, reflexión, planteamiento de conjeturas y verificación.

Villar-Liñan y Llinares-Ciscar (1996) establecen el modo en que los estudiantes son capaces de definir el concepto de ecuación diferencial y la proximidad entre esta definición y la definición formal. Los resultados de esta investigación muestran que aunque sólo la décima parte de los estudiantes definió de forma precisa el concepto de ecuación diferencial, señalando con ejemplos diferentes EDO de variables separadas o lineales, casi la mitad de los alumnos propuso ejemplos correctos de ecuaciones diferenciales. Esto llevó a los autores a concluir que “el hecho de no definir una noción no es obstáculo para su identificación en un determinado contexto” (p. 99) y que “la imagen del concepto (de ecuación diferencial que tienen los alumnos) está muy ligada a expresiones formales, casos particulares y ejemplos concretos” (p. 99).

Rasmussen (2001) hace referencia a las dificultades que entraña el concepto de solución de una ecuación diferencial. Estas dificultades las asocia con el hecho de que es un espacio formado por funciones y no por valores numéricos. Esta conclusión la extrae de un estudio sobre la concepción que tienen los estudiantes acerca de las soluciones de equilibrio de una EDO, las aproximaciones numéricas y la estabilidad. Zandieh y McDonald (1999) identificaron esta misma dificultad en una investigación. Los autores apuntan como posible causa de estos errores conceptuales al hecho de que en muchas de las actividades que realizan los estudiantes no es necesario pensar en la variable, considerando ecuaciones de la forma $y' = f(x, y)$, como una solución o una función.

Guerrero et al. (2010) observaron que los estudiantes consideraban las funciones constantes sólo como números y no como funciones. Estos autores realizan una investigación haciendo uso del registro gráfico como medio de solución de las EDO. Los resultados de esta investigación muestran que los estudiantes recuerdan las definiciones de algunos conceptos de cálculo pero les resulta imposible aplicarlas en un nuevo contexto de conocimiento, en este caso, el bosquejo de campos de direcciones y la interpretación de soluciones.

En el trabajo de Rodríguez (2012), se presenta cómo el alumno adquiere el modelo para representar, comprender y estudiar diversos fenómenos de naturaleza social, química, mecánica y eléctrica, así como la importancia de la visualización de representaciones de diversos aspectos de la Ecuación Diferencial a través del uso de tecnología. La autora realiza la investigación de tipo cualitativa. Concluyendo que la experiencia realizada permitió el desarrollo de competencias de modelación matemática y favoreció transiciones entre etapas del ciclo de modelación como las colaborativas y algunas tecnológicas.

En el taller "Introducción a las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias a partir del análisis de fenómenos de variación" de Codes y Perdomo (2012), se presenta un conjunto de actividades, realizadas tanto de manera individual como en pequeños grupos con lápiz y papel, para introducir el concepto de ecuación diferencial ordinaria. Los resultados obtenidos sirvieron para reflexionar sobre los conocimientos previos necesarios (como Álgebra) para el diseño de cuestionarios y actividades de trabajo en el aula.

El análisis realizado de cada una de las investigaciones presentadas sobre las dificultades en la comprensión o aplicación del concepto de la EDO, me permitió visualizar el papel tan importante que juega la resolución de problemas, el uso de tecnología y la interacción en el proceso de aprendizaje, de igual forma que la comprensión del concepto matemático está muy ligada a expresiones formales y modelación de casos contextuales en donde el uso de registros gráficos son un medio adecuado para la solución de EDO. Lo anterior permite que los estudiantes logren comprender el concepto de EDO, aunque en un inicio se veía muy distante.

1.2.2 La Teoría APOE en la Matemática Educativa

La Teoría APOE es una teoría de tipo cognitivo-constructivista iniciada por Dubinsky y continuada por el grupo de investigadores llamados *Research in Undergraduate Mathematics Education Community* (RUMEC). La Teoría APOE (Acción, Proceso, Objeto, Esquema) se inició en Estados Unidos y se ha extendido a otros países (entre ellos México). Esta teoría fue desarrollada por Ed Dubinsky a partir de lo que Piaget llamaba "Abstracción Reflexiva". Dicha "Abstracción reflexiva" es un mecanismo, introducido por Piaget para describir el desarrollo del pensamiento lógico en niños, y Dubinsky extiende esta idea al mecanismo de construcción de los conceptos matemáticos más avanzados (Campero, 2010).

Para determinar los elementos teóricos y metodológicos que conduzcan atender la problemática y considerando el impacto en investigaciones en el campo de la matemática educativa, se abordan experiencias con la teoría APOE, teniendo como eje de aplicación la descomposición genética en diferentes conceptos matemáticos.

Vargas et al. (2011) elaboraron una descomposición genética del concepto de *función exponencial*, partiendo de los presupuestos del marco teórico APOE, de un estudio histórico del concepto de función exponencial, así como en los informes de investigaciones en el ámbito de la Educación Matemática, la cual se realiza a través de los mecanismos de construcción: interiorización, coordinación, encapsulación y generalización. Concluyendo que la propuesta de descomposición genética de la función exponencial, es solamente un camino de los posibles a plantear, con ella se pretende analizar las construcciones mentales que tienen que hacer los alumnos para construir este concepto teniendo en cuenta tanto la epistemología del concepto como los resultados de investigaciones centradas en la comprensión de los alumnos.

Así mismo, Roa y Oktac (2010), dan a conocer el procedimiento para diseñar una descomposición genética sobre el concepto de *transformación lineal*, mostrando los pasos seguidos en su construcción y las dificultades para realizarlo. El diseño se determina por la elaboración y desarrollo del análisis teórico que plantea el ciclo de investigación de la Teoría APOE: Análisis teórico, diseño e implementación de enseñanza y observación, análisis y verificación de datos. Los resultados permitieron describir dos caminos para construir el concepto de transformación lineal, que fueron determinados por mecanismos mentales diferentes: uno por el de coordinación, el otro por el de interiorización.

De igual forma, Gutiérrez y Valdive (2012) describen la descomposición genética del concepto de *derivada bajo la Teoría APOE*. El estudio está enmarcado en uno de tipo cualitativo, la recolección y análisis de la información, y se desarrolló a través de cuatro actividades: fragmentación de la información, identificación y clasificación de las unidades de análisis, disposición y organización de la información y; descripción estructurada. Permitiendo reflexionar sobre el cómo explicar y desarrollar la definición de la derivada en clases para activar en los estudiantes procesos tales como reflexión, abstracción, síntesis y generalización, que generan la encapsulación de la definición.

Así mismo, Suárez-Aguilar (2015) elabora un estudio sobre la descomposición genética del concepto *diferencial de una función en varias variables*, donde comprende el análisis de los elementos matemáticos que conforman el concepto, mencionando la importancia del concepto diferencial en las matemáticas avanzadas y en aplicaciones a otras ciencias. Donde con el estudio se busca establecer los niveles de comprensión del concepto en el marco de la teoría APOE. El tipo de investigación utilizada es cualitativa, orientada hacia la forma como los estudiantes comprenden/construyen el concepto diferencial de un función en varias variables.

Del mismo modo, Mybert et al. (2012) presentan un estudio en progreso que tiene como objetivo ayudar a los estudiantes a entender y aplicar la regla de la cadena, mediante el uso de la Teoría APOE y la descomposición genética de un *conjunto de construcciones mentales*, con la finalidad que los estudiantes comprendan la composición de funciones, derivadas y la regla de la cadena. El estudio se realiza bajo un enfoque cualitativo, donde se busca que el análisis de las respuestas escritas y las entrevistas del cuestionario utilizado, permita obtener información sustancial para la identificación de construcciones mentales. Haciendo mención que la teoría

APOE, a pesar que ha sido escasamente utilizada ayudó a entender el concepto matemático mediante el uso adecuado de diversas actividades.

De gran importancia para este trabajo de investigación es la aportación de Chaves y Jaimes (s.f.), que mencionan en su trabajo en preparación "Análisis teórico de la ecuación diferencial lineal de primer orden que modela un problema de mezclas" que en el estudio de las ecuaciones diferenciales, los conceptos son evadidos por fórmulas y procesos algorítmicos que dificultan la comprensión del concepto. Desarrollando en su trabajo una descomposición genética preliminar del concepto *ecuación diferencial* tomando como marco teórico y metodológico la Teoría APOE. Concluyendo que para construir esquemas que permiten comprender el objeto ecuación diferencial lineal de primer orden que modela un problema en general, es necesario comprender cómo se construyen estos objetos matemáticos en algunos modelos particulares, lo que enriquece al sujeto con acciones, procesos y objetos.

Así mismo Chaves y Jaimes (2014), mencionan en su trabajo de investigación de grado "Descomposición genética de la ecuación diferencial lineal de primer orden que modela un problema de mezclas" que la observación espontánea que han tenido como profesores durante la enseñanza de los tópicos de EDO de primer orden bajo un enfoque tradicional, han constatado que los estudiantes presentan esquemas pobres y rígidos del concepto de solución de una EDO, por ello presentan una descomposición genética de dicho concepto, siguiendo el marco metodológico propuesto por la teoría APOE.

Concluyendo que la descomposición genética presentada evidencia que un objeto matemático por muy "simple" que parezca o que algunos libros de texto presenten de forma trivial, implica un conjunto de construcciones y mecanismos mentales que los estudiantes requieren desarrollar para lograr su comprensión e invitan a otros investigadores a utilizar la metodología ya que les permitió detectar que el modelo predice las construcciones de los estudiantes.

Teniendo como base la problemática de que en la "Enseñanza y aprendizaje de las ecuaciones diferenciales los conceptos permanecen ocultos por fórmulas y procesos algorítmicos que dificultan la comprensión y aplicación de los mismos", objetivos y antecedentes de la investigación, los elementos teóricos a considerar se enmarcan en la Teoría APOE.

CAPITULO 2. Marco Teórico y Metodología de Investigación

2.1 La Teoría APOE

La Teoría APOE es una teoría de tipo cognitivo-constructivista iniciada por Dubinsky y continuada por el grupo de investigadores llamados *Research in Undergraduate Mathematics Education Community* (RUMEC). La Teoría APOE (por sus siglas en español: Acción, Proceso, Objeto, Esquema) se inició en Estados Unidos y se ha extendido a otros países (entre ellos México) a partir de la formación del RUMEC, cuya investigación está centrada en cómo un sujeto construye conceptos matemáticos y adquiere habilidades para enfrentar y resolver problemas (Miranda, 2003). Encontrando que la Teoría APOE resulta ser un marco teórico ideal debido a que ha demostrado su eficiencia en trabajos de investigación.

Esta teoría fue desarrollada por Ed Dubinsky a partir de lo que Piaget llamaba "Abstracción Reflexiva". Dicha "Abstracción reflexiva" es un mecanismo, introducido por Piaget para describir el desarrollo del pensamiento lógico en niños, y Dubinsky extiende esta idea al mecanismo de construcción de los conceptos matemáticos más avanzados (Campero, 2010).

Campero (2010) menciona que la Teoría APOE está diseñada para trabajar con conceptos de las matemáticas universitarias, en particular conceptos que requieren grados altos de abstracción como los que trata la presente investigación.

Según esta teoría todos los conceptos matemáticos pueden representarse en términos de acciones, procesos, objetos y esquemas los cuales se denominan construcciones o estructuras mentales, éstas no se dan necesariamente, en forma lineal. La forma como se pasa de un estado de construcción de conocimiento a otro se denomina mecanismo mental (García-Martínez y Parraguez-González, 2015a).

Asiala, Brown, DeVries, Dubinsky, Mathews y Thomas (1996) determinaron con base a las observaciones de los estudiantes que, para que alguien se apropie de un conocimiento es necesario seguir una secuencia de las construcciones mentales de la Teoría APOE, ya que consideran que la comprensión de un concepto matemático comienza con la manipulación de objetos físicos o mentales previamente construidos para formar acciones; acciones que son interiorizadas para formar procesos los cuales son entonces encapsulados para formar objetos. Objetos que pueden ser desencapsulados para regresar a los procesos por los cuales fueron formados. Finalmente, acciones, procesos y objetos pueden ser organizados en esquemas. Bermúdez (2011) menciona que se llaman construcciones mentales a todas aquellas transformaciones que realizan los estudiantes para resolver una tarea y que les permita obtener significado de ellas. A continuación se describen cada elemento:

Acción

Es una manipulación física o mental sobre objetos. La persona las percibe como algo externo, y cada uno de sus pasos es estimulado por el anterior.

Proceso

Se pueden describir como una seria de acciones sobre un objeto, con la particularidad de que el individuo los controla de manera consciente, es decir, puede describirlas paso a paso, invertirlas, coordinar y componer una transformación con otras para obtener una nueva.

Objeto

Cuando una persona reflexiona sobre las operaciones aplicadas en un proceso particular, llega a tomar conciencia de éste como una totalidad, sobre el que puede efectuar y construir acciones o transformaciones; entonces, se dice que ese proceso ha sido transformado en un objeto.

Esquemas

Es una colección de acciones, procesos, objetos y aún otros esquemas (hay una relación dialéctica en espiral, pues los objetos pueden ser transformados por nuevas acciones, lo cual lleva a nuevos procesos, objetos y esquemas).

Miranda (2003) menciona que una vez que se ha detectado el tema sobre el que se quiere investigar, se tiene el reto de aplicar una pedagogía efectiva del concepto a enseñar, que empieza con el diseño de una descomposición genética del tema, la cual es un modelo del entendimiento en donde se proponen y muestran las posibles construcciones mentales que tiene que realizar un estudiante para construir un conocimiento, así como sus orígenes y las relaciones con otras estructuras que se deben poseer.

Azcárate y Camacho (2003) sugieren que para la elaboración de una propuesta de una descomposición genética determinada, se considera que la comprensión de un concepto matemático comienza con la manipulación de objetos físicos o mentales, previamente construidos, para formar acciones; entonces las acciones se interiorizan para formar procesos, los cuales se encapsulan para formar objetos. A su vez los objetos pueden ser des-encapsulados hacia los procesos a partir de los cuales fueron formados. Finalmente las acciones, procesos y objetos pueden ser organizados en esquemas. Las construcciones son las Acciones, los Procesos, los Objetos y los Esquemas, mientras que los mecanismos para hacer esas construcciones son las siguientes (Dubinsky, 1991; tomado de Arnon et al., 2014).

Representar

Es la capacidad de utilizar símbolos, lenguajes e imágenes mentales, para construir procesos internos como formas de encontrar significados de los fenómenos percibidos. Piaget denominó a esta capacidad como interiorización y se refirió como "la traducción de una serie de acciones materiales en un sistema de operaciones" (Piaget, 1980, p. 90). "La interiorización permite al sujeto ser consciente de una acción, reflexionar sobre esta y combinarla con otras acciones" (Dubinsky, 1991, p. 107).

Coordinar

"Es la composición de dos o más procesos para la construcción de una nueva acción, proceso u objeto" (Tall, 1991, p. 101).

Encapsular

Es la conversión de un proceso (dinámico) en un objeto (estático). "La encapsulación ocurre cuando el individuo reflexiona sobre las operaciones aplicadas a un proceso particular, toma conciencia de éste como un todo y es capaz de realizar y crear transformaciones, sobre estas acciones o procesos" (Tall, 1991, p. 101).

Generalizar

Tall (1991) mencionó lo siguiente:

> Es la capacidad de aplicar un esquema existente particular a un conjunto más amplio de fenómenos y se considera como la forma más simple y más familiar de abstracción reflexiva. La generalización puede ocurrir cuando el sujeto se da cuenta de la aplicabilidad más amplia del esquema o cuando un proceso se encapsula en un objeto. (p. 101)

Invertir

"Una vez que un proceso existe internamente es posible para el sujeto invertirlo, no en el sentido de deshacer, sino como un medio de construir un nuevo proceso" (Tall, 1991, p. 102).

En la Figura 2 se muestra cómo se relacionan las construcciones y los mecanismos mentales (Asiala et al., 1996).

Figura 2. Construcciones y Mecanismos Mentales

2.2 Descomposición Genética

El elemento que establece el vínculo entre las construcciones y mecanismos mentales se denomina descomposición genética.

Chaves y Jaimes (2014) mencionan que en la teoría APOE se parte de un análisis de los conceptos matemáticos en el que se ponen en relieve las construcciones mentales que un estudiante puede requerir en su aprendizaje. A este análisis se le conoce como *descomposición genética* del concepto. Los investigadores en principio plantean con base a su experiencia en el aula una descomposición genética del concepto a estudiar. Luego, producto de la misma investigación se refina de modo que se dé cuenta de mejor manera de lo que se observa que hacen los estudiantes cuando trabajan con ese concepto.

Según Badillo (2003), la descomposición genética es el eje de la aplicación de la Teoría APOE en estudios sobre la comprensión de objetos matemáticos porque permite estructurar el concepto matemático, orienta a la organización del contenido a enseñar y el diseño de actividades y tareas que contribuyan a la construcción de las estructuras que se busca que los estudiantes desarrollen.

Suárez-Aguilar (2015) conjetura que la construcción de la mayoría de los conceptos matemáticos se pueden describir en términos de las cinco formas de abstracción reflexiva: interiorización, coordinación, encapsulación, generalización y la inversión, como lo afirmó Piaget (1972):

> Las matemáticas por lo tanto, pueden considerarse en términos de la construcción de estructuras, entidades matemáticas que pasan de un nivel a otro, una operación de tales entidades se convierte a su vez en objeto de la teoría, y este proceso se repite hasta llegar a estructuras que se van alternando para convertirse en estructuras más fuertes. (p. 70)

2.3 Descomposición Genética de una Ecuación Diferencial

Las investigaciones encontradas que tienen como fundamento la teoría APOE en la Matemática Educativa y teniendo como eje de aplicación la descomposición genética para la construcción de diferentes conceptos matemáticos, no están directamente relacionadas a la comprensión de la solución de una EDO de primer orden que modela un circuito eléctrico RL serie, más sin embargo fueron de gran ayuda, ya que en muchas de ellas se ilustraba el diseño de una descomposición genética. Las descomposiciones genéticas consultadas están relacionadas a conceptos como: la función exponencial (Vargas et al., 2011), la transformación lineal (Roa y Oktac, 2010), la matriz asociada a una transformación lineal (Trigueros et al., 2015), la derivada (Gutiérrez y Valdive, 2012), el espacio vectorial (Parraguez, 2009), el diferencial de una función en varias variables (Suárez-Aguilar, 2015), la regla de la cadena (Mybert et al., 2012), la inducción matemática (García-Martínez y Parraguez-González, 2015a y 2015b) y el de ecuación diferencial (Chaves y Jaimes, s.f. y 2014).

2.4 Marco Conceptual

Los conceptos y/o definiciones que se presentan a continuación corresponden a los que se utilizan en un curso y que se encuentran en los libros de texto sobre ecuaciones diferenciales.

2.4.1 Razón de cambio

Larson (2010) menciona que la derivada se utiliza para el cálculo de pendientes. Pero también sirve para determinar la razón de cambio de una variable respecto a otra, lo que le confiere utilidad en una amplia variedad de situaciones. Algunos ejemplos son las tasas de crecimiento de poblaciones, las tasas de producción, las tasas de flujo de un líquido, la velocidad y la aceleración.

Una de las situaciones puede ser en los circuitos eléctricos que contienen elementos como los inductores. Alexander y Sadiku (2013) mencionan que si se permite que pase corriente por un inductor, se descubre que la tensión en el inductor es directamente proporcional a la derivada de la corriente con respecto al tiempo, como se muestra:

$$v = L\frac{di}{dt}$$

2.4.2 Definición y clasificación de una ED

Carmona (2011) define a una ecuación diferencial como aquella ecuación que contiene derivadas (por ejemplo $\frac{dy}{dx} = \sin 5x$) o diferenciales ($dy = \sin 5x \, dx$).

Es importante que el estudiante relacione a una ecuación diferencial con las variables dependientes e independientes para la clasificación de una ED, tal y como Zill (2008) define a una ecuación diferencial mencionando que es cualquier ecuación que contiene las derivadas de una o más variables dependientes con respecto a una o más variables independientes.

Ibarra (2013) menciona que básicamente las ecuaciones pueden clasificarse por su tipo, orden, linealidad y grado. De acuerdo con su tipo, las ED pueden clasificarse en ordinarias o parciales; una ED se dice ordinaria si contiene la derivada o las derivadas de una o más variables dependientes respecto de una sola variable independiente. Una ED se denomina parcial si contiene la derivada o las derivadas de una o más variables dependientes respecto de dos o más variables independientes. El autor define el orden de una ED como el orden de la derivada más alta que aparece en la ecuación. De igual forma, una ED lineal tiene propiedad que la variable dependiente y todas sus derivadas están elevadas a la potencia 1, de lo contrario la ED es No Lineal. Por último señala que el grado de una ED es la potencia más grande a la cual está elevada una variable dependiente, o bien alguna de sus derivadas.

- **Tipo**
  - Ordinarias: La ecuación diferencial contiene derivadas de una o más variables dependientes con respecto a *una sola variable* independiente.
  - Parciales: La ecuación diferencial contiene derivadas parciales de una o más variables dependientes con respecto *a dos o más variables* independientes.
- **Orden**
  - Primer orden: $F(x, y, y') = 0$
  - Segundo orden: $F(x, y, y', y'') = 0$
  - Tercer orden: $F(x, y, y', y'', y''') = 0$
  - .
  - .
  - .
  - Orden n: $F(x, y, y', \ldots, y^{n}) = 0$
- **Grado**
  - Lineales:
    - *a*) La variable dependiente y y todas sus derivadas son de primer grado.
    - *b*) Cada coeficiente de y y sus derivadas depende solamente de la variable independiente x.
  - No lineales: Las que no cumplen las propiedades anteriores.

Figura 3. Clasificación de las ecuaciones diferenciales. Tomada de Carmona (2011, p.4)

2.4.3 Solución de una ED

Carmona (2011) menciona que la solución de una ecuación diferencial es una función que no contiene derivadas y que satisface a dicha ecuación; es decir, al sustituir la función y sus derivadas en la ecuación diferencial resulta una identidad.

Por ejemplo, la función $y = e^{-x} + 8$ es *solución particular* de la ecuación diferencial $y' + e^{-x} = 0$ porque derivando la solución y sustituyéndola en la ecuación dada, se obtiene:

$$y' = -e^{-x}$$

$$-e^{-x} + e^{-x} = 0 \qquad \therefore \qquad 0 = 0$$

2.4.4 Modelo matemático

Zill y Cullen (2009) mencionan que con frecuencia es deseable describir en términos matemáticos el comportamiento de algunos sistemas o fenómenos de la vida real, sean físicos, sociológicos o hasta económicos. La descripción matemática de un sistema de fenómenos se llama modelo matemático y se construye con ciertos objetivos. Por ejemplo, si se desea conocer la corriente en cualquier instante del tiempo en un circuito eléctrico al aplicarle cierto voltaje.

La formulación de un modelo matemático de un sistema se inicia con la identificación de las variables que ocasionan el cambio del sistema, aunque no todas se tengan en cuenta en el modelo debido a que en condiciones ideales se pueda despreciar alguna. En este primer paso se especifica el nivel de resolución del modelo matemático. A continuación, se establece un conjunto de suposiciones razonables o hipótesis, acerca del sistema que estamos tratando de describir, incluyendo todas las leyes empíricas que se puedan aplicar al sistema.

Puesto que con frecuencia las hipótesis acerca de un sistema implican una razón de cambio de una o más de las variables, el enunciado matemático de todas esas hipótesis puede ser una o más ecuaciones que contengan derivadas. En otras palabras, el modelo matemático puede ser una ecuación diferencial o un sistema de ecuaciones diferenciales. En nuestro trabajo de investigación, el circuito eléctrico RL serie, el modelo matemático es una ED, una vez formulada la ED el paso a seguir es intentar resolverlo mediante un método apropiado bajo los datos proporcionados del sistema o circuito eléctrico. Los pasos del proceso de modelación se muestran en siguiente Figura 4.

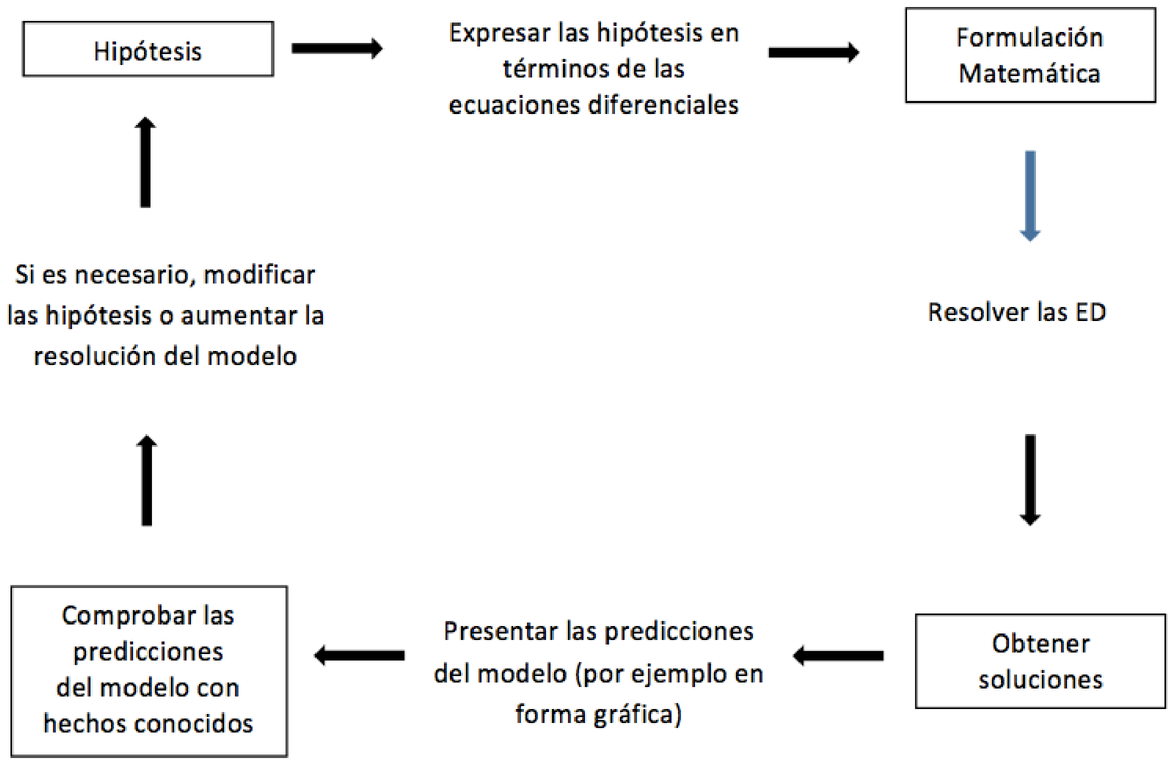


Figura 4. Pasos del proceso de modelación. Tomado de Zill y Cullen (2009, p.20)

2.4.5 Problemas de circuitos eléctricos

Para un circuito en serie que sólo contiene un resistor y un inductor, Zill y Cullen (2009) mencionan que la segunda ley de Kirchhoff establece que la suma de la caída de voltaje a través del inductor $(L\left(\frac{di}{dt}\right))$ mas la caída de voltaje a través del resistor (iR) es igual al voltaje aplicado $(E(t))$ al circuito como se observa en la Figura 5.

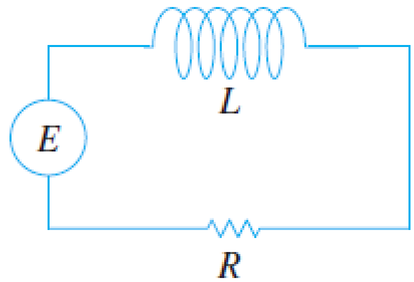


Figura 5. Circuito eléctrico RL serie.
Tomado de Zill y Cullen (2009, p.87)

Obteniéndose la ecuación diferencial lineal para la corriente $i(t)$, donde L y R son constantes conocidas como la inductancia y la resistencia, respectivamente. La corriente $i(t)$ se llama también respuesta del sistema.

Donde el valor de $i(t)$ puede estar condicionada bajo lo siguiente, si el voltaje aplicado es alterno o directo se puede considerar la siguiente expresión:

$$i(t) = \frac{\frac{E}{L}\int e^{\frac{R}{L}t}dt}{e^{\frac{R}{L}t}}$$

Si el voltaje es directo pero todavía no se cuenta con la condición inicial:

$$i(t) = \frac{E}{R} + Ce^{-\frac{R}{L}t}$$

Y bajo la condición inicial $i(0) = 0$

$$i(t) = \frac{E}{R} - \frac{E}{R}e^{-\frac{R}{L}t}$$

La última expresión nos describe el comportamiento de un circuito eléctrico RL serie, bajo las condiciones iniciales establecidas.

2.5 Ciclo de Investigación

La Teoría APOE tiene su propia metodología de investigación, la cual está integrada por tres componentes que de manera secuenciada son las siguientes: Primero, Análisis teórico; Segundo, Diseño y aplicación de instrumentos y; Tercer componente, análisis y verificación de datos.

A continuación se detalla cada uno de ellos con la importancia que presentan dentro del ciclo metodológico.

Análisis teórico: El objetivo central es diseñar la descomposición genética de los conceptos matemáticos de la investigación.

Una pregunta que surge cuando se consideran descomposiciones genéticas, es su diseño. Algunas descomposiciones genéticas preliminares se han diseñado teniendo en cuenta las descripciones matemáticas de un concepto, junto con las experiencias de los investigadores como estudiantes y profesores (Arnon et al., 2014).

En el libro de la Teoría APOE (Arnon et al., 2014) se explica lo que es una descomposición genética de la siguiente forma: "Una descomposición genética es un modelo hipotético que describe las estructuras y mecanismos mentales que un estudiante podría necesitar construir para aprender un concepto matemático específico" (p. 27).

Asiala et al. (1996), en su trabajo, plantean dos preguntas que deben guiar el trabajo en esta primera componente: ¿qué significa comprender un concepto matemático? y ¿cómo esa comprensión puede ser alcanzada por un individuo? Este planteamiento promueve la reflexión sobre lo que significa comprender un concepto determinado y las implicaciones que dicha reflexión tiene en la forma como un estudiante lo conciben. Va mucho más allá de la repetición mecánica de algoritmos o de la supuesta construcción de un concepto aislado.

Es importante resaltar que para un mismo concepto matemático pueden existir varias descomposiciones genéticas, las cuales pueden ser todas viables, ya que cada una puede representar un camino diferente de construcción mental de dicho concepto (García-Martínez y Parraguez-González, 2015b).

Diseño y aplicación de instrumentos: Una vez definida la descomposición genética original, es necesario documentarla. El objetivo central es el diseño y aplicación de instrumentos que ayuden a construir los conceptos matemáticos de la investigación, y posteriormente el diseño y aplicación de los instrumentos que nos ayudarán a validar la propuesta didáctica e identificar las construcciones mencionadas en la descomposición genética.

Análisis y verificación de datos: El objetivo central es llevar a cabo el análisis de los datos empíricos obtenidos de la componente anterior. En este punto se determina si fueron adecuados los elementos considerados de la descomposición genética para los conceptos matemáticos de la investigación considerados en el Análisis Teórico (Primer componente).

El propósito del análisis de datos permitirá dar respuesta a las siguientes preguntas: ¿Los estudiantes han construido las estructuras mentales descritas por la descomposición genética? y ¿Los estudiantes comprenden correctamente el concepto matemático? Si la respuesta a la primera pregunta es negativa se debe revisar y reconsiderar la instrucción. Si la respuesta a la primera pregunta es afirmativa, sin embargo, si la respuesta a la segunda pregunta es negativa se debe revisar y reconsiderar el análisis teórico. Existen diferentes instrumentos para dar respuesta a las preguntas mencionadas, como cuestionarios escritos, entrevistas semi-estructuradas (audio y/o videograciones), exámenes y programas cortos usando la computadora (Arnon et al., 2014).

Las entrevistas son el medio más importante por el cual los datos se recopilan en la investigación basada en la Teoría APOE. A pesar de que una entrevista se puede utilizar para medir las actitudes de los estudiantes y de comparar el rendimiento matemático entre los diferentes enfoques de la instrucción, el objetivo principal es determinar si los estudiantes han realizado las construcciones mentales establecidas por la descomposición genética utilizada. Los temas de la entrevista pueden ser seleccionados con base a las respuestas de un cuestionario escrito o de un examen aplicado previamente. Las preguntas escritas pueden ser administradas a grupos grandes de estudiantes mediante un examen o en la forma de un cuestionario. Las cuales proporcionan información básica sobre el rendimiento matemático de los estudiantes.

A continuación en la Figura 6, se muestra el ciclo metodológico de la Teoría APOE (Asiala et al., 1996).

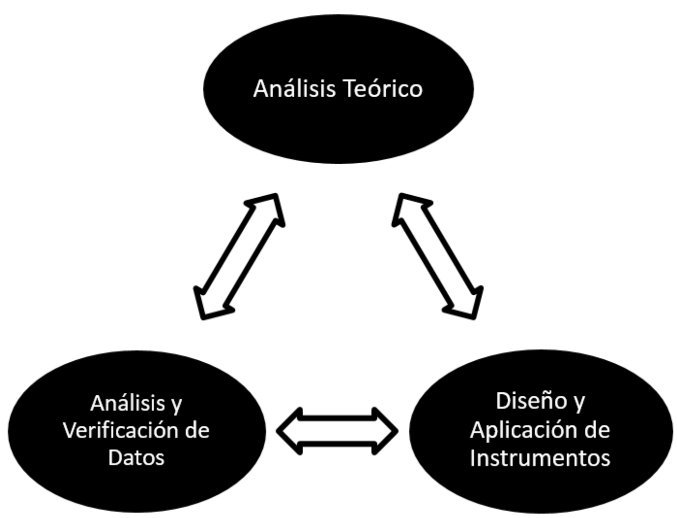


Figura 6. Ciclo metodológico de la Teoría APOE

La metodología de investigación se abordará con un enfoque cualitativo. Hernández, Fernández y Baptista (2014) mencionan que el enfoque cualitativo puede concebirse como un conjunto de prácticas interpretativas que hacen al mundo “visible”, lo transforman y convierten en una serie de representaciones en forma de observaciones, anotaciones, grabaciones y documentos. Es naturalista porque estudia los fenómenos y seres vivos en sus contextos o ambientes naturales y en su cotidianidad e interpretativo pues intenta encontrar sentido a los fenómenos en función de los significados que las personas les otorguen.

La población para el desarrollo de la investigación son estudiantes regulares del IV semestre de la carrera de Ingeniería en Sistemas Computacionales del Instituto Tecnológico de Comitán, el planteamiento a seguir para cada uno de los componentes de la metodología de investigación es:

Primer Componente. Análisis Teórico:

- Experiencias de los investigadores como estudiantes y profesores:
  Cuestionario o entrevista a docentes e investigadores sobre la enseñanza-aprendizaje de EDO de primer orden.
- Análisis de libros de texto relacionados sobre Ecuaciones Diferenciales:
  Descripciones matemáticas de conceptos matemáticos como: Definición y clasificación de una ecuación diferencial, método de solución y su aplicación a problemas sobre circuitos eléctricos.
- Descomposición Genética (DG) preliminar:
  Diseño de una descomposición genética preliminar del concepto matemático de estudio con las construcciones y mecanismos mentales utilizados.

Segundo Componente. Diseño y Aplicación de Instrumentos:

- Cuestionario (aplicado durante las sesiones de clase)
- Entrevistas (videograbadas)

Tercer Componente. Análisis y Verificación de datos:

- Se realizará simultáneamente el análisis de los resultados de las respuestas del cuestionario aplicado y de los problemas planteados en la entrevista y llegar a interpretaciones más precisas.

Así mismo buscamos que este trabajo de investigación contribuya a la organización del contenido a enseñar sobre ecuaciones diferenciales.

2.6 Objetivos de la Investigación

En este trabajo de investigación esperamos informar sobre las construcciones y mecanismos mentales que un estudiante puede hacer sobre el concepto de solución de una ecuación diferencial ordinaria de primer orden que modela un circuito eléctrico RL serie. Para ello presentamos una descomposición genética viable que represente un modelo cognitivo que fundamente el posible diseño de material docente y apoye la reflexión sobre el aprendizaje de este concepto. Con esto como objetivo esperamos dar respuesta a las siguientes preguntas de investigación:

¿Cómo ayudar a los estudiantes del IV semestre de Ingeniería en Sistemas Computacionales del Instituto Tecnológico de Comitán a construir la solución de una ecuación diferencial ordinaria de primer orden que modela un circuito eléctrico RL serie?

¿Cuáles son las construcciones y mecanismos mentales que los estudiantes requieren para el aprendizaje de este concepto matemático?

Para dar respuesta a estas preguntas de investigación nos hemos propuesto los siguientes objetivos: general y específico.

Objetivo General

1. Identificar y analizar las construcciones y mecanismos mentales que hacen los estudiantes de ecuaciones diferenciales al construir el concepto solución de una EDO de primer orden que modela un circuito eléctrico RL serie, mediante la metodología de investigación planteada por la teoría APOE.

Objetivos Específicos

1. Identificar los conocimientos previos necesarios para abordar el tema de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden.
2. Definir los temas importantes para la construcción del objeto matemático.
3. Relacionar los temas con las construcciones y mecanismos mentales para el diseño de la descomposición genética.
4. Elaborar instrumentos que permitan recolectar información para identificar las construcciones y mecanismos mentales que tienen los estudiantes del objeto matemático.
5. Usar una herramienta computacional para la comprensión de conceptos utilizados en la descomposición genética.

CAPITULO 3. Análisis Teórico

El planteamiento a seguir en la componente **Análisis Teórico** de la metodología de investigación son: Experiencias de los investigadores como estudiantes y profesores, Análisis de libros de texto relacionados al tema de Ecuaciones Diferenciales y Diseño de una descomposición genética preliminar del concepto matemático de estudio con las construcciones y mecanismos mentales utilizados.

3.1 Experiencia de investigadores y docentes

Como parte de la experiencia se aplicó un cuestionario a docentes e investigadores con la finalidad de tener información sobre la enseñanza-aprendizaje de EDO de primer orden.

Sobre los conocimientos previos para abordar el tema de EDO de Primer Orden, mencionaron lo siguiente:

- "Algebra, Cálculo Diferencial e Integral, Planteamiento y Resolución de Problemas de Algebra y Cálculo…" *(Dr. Julio Antonio Moreno Gordillo del Instituto Tecnológico de Tuxtla Gutiérrez)*
- "Algebra, Cálculo Diferencial e Integral y Gráfica de funciones…" *(Ramón Soto Anchondo del Instituto Tecnológico Superior de Nuevo León)*
- "Cálculo Diferencial e Integral de una y varias variables, particularmente: concepto de función, concepto de límite, concepto de derivada, concepto de diferencial e integral…" *(Dra. Ma. De Lourdes Guerrero Magaña de la Universidad de Guadalajara)*

Sobre la manera de como logran que el estudiante comprenda el tema de Ecuaciones Diferenciales de Primer Orden, mencionaron lo siguiente:

- "Para la actividad de aprendizaje deben considerarse cuatro aspectos: el físico, el simbólico, el numérico y el gráfico..." *(Ing. Ildeberto de los Santos Ruíz del Instituto Tecnológico de Tuxtla Gutiérrez)*
- "Que el alumno reconozca la ED en su parte analítica (Ecuación y solución), así como la aplicación de la Ecuación Diferencial a problemas de la vida real..." *(Dra. Ruth Rodríguez Gallegos del Tecnológico de Monterrey)*
- "Clasificación de las Ecuaciones Diferenciales, conocer y desarrollar los procedimientos para la solución de una ED y su interpretación en un modelo físico..." *(Ing. Marco Antonio López Pinto del Instituto Tecnológico de Comitán)*
- "Hacer énfasis en la observación de la estructura de la ED..." *(Dra. Ma. De Lourdes Guerrero Magaña de la Universidad de Guadalajara)*
- "Es necesario darle al alumno muchos ejemplos para su comprensión del concepto de ED..." *(Lic. Edwin Garivaldy López Álvarez del Instituto Tecnológico de Zitácuaro)*

3.2 Análisis de libros de texto

Con base a lo anterior, se mencionan los conocimientos previos necesarios y la importancia de reconocer los conceptos: Definición y Clasificación de una ecuación diferencial, método de solución y aplicaciones a problemas sobre circuitos eléctricos para el diseño de la descomposición genética, por tal motivo se realiza una revisión en siete libros en temática de ecuaciones diferenciales. A continuación se describe cada una de las definiciones que se abordan:

Zill (1988,1997), afirma que si una ecuación contiene las derivadas o diferenciales de una o más variables dependientes con respecto a una o más variables independientes, se dice que es una ED. Clasifica a las ED de acuerdo con las tres propiedades:

- ✓ Tipo: EDO como aquella que contiene solo derivadas ordinarias de una o más variables dependientes con respecto a una sola variable independiente y la ED parcial como aquella ecuación que contiene las derivadas parciales de una o más variables dependientes de dos o más variables independientes.
- ✓ Orden: Precisa que el orden de una ED es el orden de la más alta derivada de la ED.
- ✓ Linealidad: Hace notar que las ED lineales se caracterizan por dos propiedades, la variable dependiente y junto con todas sus derivadas son de primer grado, esto es la potencia de cada término en *y* es 1, y cada coeficiente depende sólo de la variable independiente *x.* Y concluye que a una ecuación que no es Lineal se le llama No Lineal.

Así mismo menciona que si una ecuación diferencial de primer orden puede ser resuelta, debemos advertir primero que la técnica o método que se utilice para resolverla, depende del tipo de ecuación de que se trate. Los métodos de solución que presenta el autor son Variables Separables, Ecuaciones Homogéneas, Ecuaciones Exactas, Ecuaciones Lineales (Factor Integrante) y las Ecuaciones de Bernoulli, Ricatti y Clairaut, donde son utilizados para hallar la solución de algunos fenómenos tales como desintegración radiactiva, crecimiento de poblaciones, reacciones químicas, enfriamiento de cuerpos, rapidez de memorización, corriente eléctrica en un circuito serie, entre otros. En el caso de los circuitos eléctricos, se aborda el de un circuito eléctrico RL serie, donde se menciona que la segunda Ley de Kirchhoff dice que en un circuito en serie que contiene sólo una resistencia y una inductancia, la suma de las caídas de voltaje a través del inductor $(L(di/dt)$ y del resistor (iR) es igual a la tensión ($E(t)$) aplicada al circuito, obteniéndose así el modelo matemático o ecuación diferencial lineal para la corriente $i(t)$.

$$L\frac{di}{dt} + Ri = E(t)$$

En donde L y R son constantes conocidas como inductancia y resistencia, respectivamente. A veces, a la corriente $i(t)$ se le llama respuesta del sistema.

Nagle, Saff y Snider (2005), definen que una ecuación que contiene algunas derivadas de una función incógnita es una ED. No clasifican de manera directa a las ED, pero citan que una EDO es aquella que sólo implica derivadas ordinarias con respecto a una sola variable independiente y que ED que implica derivadas parciales con respecto más de una variable independiente es una ED parcial. Así mismo mencionan que el orden de una ED es el orden de las derivadas de orden máximo que aparecen en la ecuación. Consideran que es útil clasificar las EDO como lineales y no lineales, una ED lineal es aquella en que la variable dependiente y y sus derivadas sólo aparecen en combinaciones aditivas de sus primeras potencias, de lo contrario es una ED no lineal.

Los autores mencionan que muchos de los problemas físicos al formularse de manera matemática, conducen a ecuaciones diferenciales de primer orden que pueden ser resueltas mediante métodos básicos como las ecuaciones separables, ecuaciones lineales y ecuaciones exactas. Respecto a las aplicaciones de las ecuaciones diferenciales de primer orden mencionan a los circuitos eléctricos sencillos que están formados por una fuente de voltaje, una resistencia y un inductor o un condensador, estableciendo que los principios físicos que gobiernan los circuitos eléctricos son las leyes de Kirchhoff. Para el caso de un circuito eléctrico RL serie, mencionan que de acuerdo a la ley de Ohm, la caída de voltaje E_R a través de una resistencia es proporcional a la corriente I que pasa por la resistencia:

$$E_R = RI$$

Donde la constante de proporcionalidad R se llama la resistencia.

Y mediante las leyes de Faraday y Lenz se puede mostrar que la caída de voltaje E_L a través de un inductor es proporcional a la razón de cambio instantánea de la corriente I:

$$E_L = L\frac{dI}{dt}$$

Donde la constante de proporcionalidad L se llama la inductancia.

Por lo tanto, si $E(t)$ denota el voltaje que se proporciona al circuito en el instante t, entonces la ley de voltaje de Kirchhoff aplicada al circuito RL es:

$$E_L + E_R = E(t) \quad \text{o} \quad L\frac{dI}{dt} + RI = E(t)$$

Observándose que la última ecuación es lineal, al escribirla en forma canónica obtenemos el factor integrante:

$$\mu(t) = e^{\int (R/L)dt} = e^{Rt/L}$$

Que conduce a la solución general $I(t) = e^{-Rt/L}[\int e^{Rt/L}\frac{E(t)}{L}dt + K$, para el circuito RL, bajo la condición inicial $I(0)$.

Edwards y Penney (2009), definen que la ED es aquella ecuación que relaciona una función desconocida con una o más de sus derivadas. De la misma manera que en Nagle, Saff y Snider (2005), no hacen una clasificación general de las ED, pero a lo largo del contenido, mencionan que cuando una ED es ordinaria significa que la función desconocida (variable dependiente depende de una sola variable independiente), si la variable dependiente es una función de dos o más variables independientes entonces aparecerán derivadas parciales, si es así la ecuación se llama ED parcial. El orden de una ED es el orden de la derivada más alta que aparece en ella. Citan que la ED es lineal si la función es lineal en la variable dependiente y y en sus derivadas y' y y'', de lo contrario la ED será no lineal.

Con la ayuda de un factor integrante, los autores mencionan que existe una técnica estándar para resolver o encontrar la solución de una ecuación lineal de primer orden:

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$$

Finalmente, resolviendo para y se obtiene la solución general de una ecuación lineal de primer orden dado por la siguiente expresión:

$$y(x) = e^{-\int P(x)dx}[\int \left(Q(x)e^{\int P(x)dx}\right)dx] + C$$

Y donde recomiendan que la fórmula $y(x)$ no debe memorizarse, pues en un problema específico es más simple usar el método por el cual se desarrolló tal fórmula.

En el libro de Ecuaciones Diferenciales con problemas con valores en la frontera de Zill y Cullen (2009), se define que una ED es una ecuación que contiene derivadas de una o más variables respecto a una o más variables independientes, y se clasifican:

- ✓ Tipo: Si una ecuación contiene sólo derivadas de una o más variables dependientes respecto a una sola variable independiente se dice que es una EDO, una ecuación que involucra derivadas parciales de una o más variables dependientes de dos o más variables independientes se llama ED parcial.
- ✓ Orden: El orden de una ED es el orden de la mayor derivada en la ecuación.
- ✓ Linealidad: Una ecuación diferencial de *n*-ésimo orden se dice que es lineal si la función es lineal. Una ED es no lineal cuando las funciones de la variable dependiente o de sus derivadas son no lineales.

Los autores mencionan que las ecuaciones diferenciales lineales son una familia especialmente amigable, en las que, dada una ecuación lineal, ya sea de primer orden o de un miembro de orden superior, siempre hay una buena posibilidad de que podamos encontrar su solución mediante un método apropiado como variables separables, exactas y lineales. Una ecuación diferencial de primer orden de la forma:

$$a_1(x)\frac{dy}{dx} + a_0(x)y = g(x)$$

Se dice que es una ecuación lineal, y que es **homogénea** cuando $g(x) = 0$; en caso contrario es **no homogénea.** Al dividir ambos lados de la ecuación anterior, entre el primer coeficiente $a_1(x), con\ a_1(x) \neq 0$, se obtiene una forma más útil, la **forma estándar** de una ecuación lineal:

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x)$$

En el caso de circuitos eléctricos, se aborda el de un circuito eléctrico RL serie, donde menciona que la segunda Ley de Kirchhoff dice que en un circuito en serie que contiene sólo una resistencia y una inductancia, la suma de las caídas de voltaje a través del inductor ($L(di/dt)$ y del resistor (iR) es igual a la tensión ($E(t)$) aplicada al circuito, obteniéndose así el modelo matemático o ecuación diferencial lineal para la corriente $i(t)$.

$$L\frac{di}{dt} + Ri = E(t)$$

En donde L y R son constantes conocidas como inductancia y resistencia, respectivamente. A veces, a la corriente $i(t)$ se le llama respuesta del sistema. Donde la solución se puede obtener con:

$$i(t) = \frac{E(t)}{R} + Ce^{-(R/L)t}$$

Bajo las condiciones de un voltaje directo y condición inicial.

Carmona (2011) define que la ED es aquella ecuación que contiene derivadas o diferenciales. Clasifica en tres categorías a las ED:

- ✓ Tipo: Define que una EDO es aquella que contiene derivadas de una o más variables dependientes con respecto a una sola variable independiente y la ED parcial contiene derivadas parciales de una o más variables dependientes con respecto a dos o más variables independientes.
- ✓ Orden: Lo define como la derivada de mayor orden contenida en la ecuación. Grado: Es la potencia a la que esta elevada la derivada de mayor orden.

Los métodos de solución para las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden que trata son los de variables separables, homogéneas (reducidas a variables separables), exactas, con factores integrantes (reducibles a exactas), y lineales. Donde la forma general de una ecuación lineal de primer orden es $y' + f(x)y = r(x)$. Si $r(x) = 0$, un método de solución es por variables separables y si $r(x) \neq 0$, un método de solución podría ser por factor integrante o variación de parámetros. Y la forma de solución para $r(x) \neq 0$ es:

$$y = e^{-\int f(x)dx}[\int e^{\int f(x)dx} r(x)dx] + c$$

Para un circuito RL, la cantidad de corriente I, en amperios, se expresa por la ecuación diferencial:

$$\frac{dI}{dt} + \frac{R}{L}I = \frac{E}{L}$$

Ibarra (2013), describe que una ED es una ecuación que contiene la derivada o las derivadas de una o más variables dependientes respecto de una o más variables independientes. Menciona que básicamente, las ecuaciones pueden clasificarse por su tipo, orden, linealidad y grado. De acuerdo con su tipo, las ED pueden clasificarse en ordinarias, una ED se dice ordinaria si contiene la derivada o las derivadas de una o más variables dependientes respecto de una sola variable independiente y una ED se denomina parcial si contiene la derivada o las derivadas de una o más variables dependientes respecto de dos o más variables independientes. El autor define el orden de una ED como el orden de la derivada más alta que aparece en la ecuación. De igual forma, una ED lineal tiene propiedad que la variable dependiente y todas sus derivadas están elevadas a la potencia 1, de lo contrario la ED es No Lineal. Por último señala que el grado de una ED es la potencia más grande a la cual está elevada una variable dependiente, o bien alguna de sus derivadas.

Así mismo, el autor define también una ecuación diferencial lineal de orden n de la forma:

$$a_n(x)\frac{d^n y}{dx^n} + a_{n-1}(x)\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + \cdots + a_2(x)\frac{d^2 y}{dx^2} + a_1(x)\frac{dy}{dx} + a_0(x)y = g(x)$$

De la cual se obtiene la ecuación diferencial lineal de orden 1

$$a_1(x)\frac{dy}{dx} + a_0(x)y = g(x)$$

Donde el método de solución, se puede dividir en dos partes dependiendo de si la ecuación es o no homogénea. Respecto a circuitos eléctricos no se presentan problemas de aplicación.

Çengel y Palm (2014), especifican que una ecuación que incluye las derivadas de una o más funciones se llama ED. De manera general explican la clasificación de las ED, donde mencionan que las EDO son aquellas que contienen derivadas ordinarias de una o más variables dependientes con respecto a una sola variable independiente, y la ED es parcial cuando la ecuación incluye derivadas parciales con respecto a dos o más variables independientes. A su vez que, una ED puede incluir distintas derivadas de varios órdenes de una función incógnita en donde el orden de la derivada más alta determina el orden de la ED y que, una ED es lineal si la variable dependiente y todas sus derivadas son de primer grado y sus coeficientes solo dependen de la variable independiente.

Resolver una ecuación diferencial los autores menciona que puede ser tan simple como hacer una o más integraciones; pero las ecuaciones diferenciales sencillas son la excepción más que la regla. No hay un método general de resolución que sea aplicable a todas las ecuaciones diferenciales. Las técnicas de resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias lineales de primer orden que muestran son ecuaciones separables, homogéneas, exactas y algunas ecuaciones se pueden hacer exactas mediante el uso de factores de integración. Donde una ecuación diferencial lineal de primer orden puede expresarse, en forma general, como:

$$y' + P(x)y = R(x)$$

Donde muestran problemas de aplicación de ecuaciones lineales de primer orden en las ciencias físicas, biológicas y sociales. Respecto a circuitos eléctricos se muestra una representación de un circuito de solenoide que requiere de los elementos de resistencia e inductancia para determinar la corriente en cualquier instante del tiempo, menciona la ley de voltaje de Kirchhoff para establecer que la suma de los voltajes alrededor de un circuito cerrado debe ser cero debido a la conservación de la energía, obteniéndose el modelo matemático:

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{V}{L}$$

Retomando las definiciones anteriores nosotros definimos el concepto de Ecuación Diferencial Ordinaria de primer orden como:

Es la expresión matemática que contiene las derivadas o diferenciales, de orden uno, de una o más funciones desconocidas (variables dependientes) con respecto a una variable independiente.

Variable dependiente

$$\frac{dy}{dx}$$

Variable independiente

Primer orden

$$\frac{dy}{dx} + 5y = e^x$$

Más de una variable dependiente

$$\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} + 2x + y$$

Una sola variable independiente

Así mismo un método de solución adecuado para hallar la solución de una EDO de Primer Orden es el método del factor integrante por la analogía que se presenta con el modelo matemático de un circuito eléctrico RL serie, siendo fundamental la segunda Ley de Kirchhoff, Ley de Lenz y Ley de Ohm para obtener el modelo matemático y por lo consiguiente su solución.

Aunque se observó en los libros de texto universitarios y como lo mencionan Chaves y Jaimes (2014) en su trabajo de investigación, entre la clasificación de una ecuación diferencial, método de solución, modelo matemático y la solución de un circuito eléctrico RL serie mediante ecuaciones diferenciales, no existe un camino cognitivo para que los estudiantes puedan aplicar más fácilmente dichos conceptos matemáticos a un proceso dinámico, siendo fundamental para el perfil de egreso del Ingeniero en Sistemas Computacionales.

3.3 Descomposición Genética preliminar

La revisión de investigaciones en Matemática Educativa, aunado al análisis reflexivo de lo considerado en la componente Análisis Teórico del ciclo metodológico de la Teoría APOE, ha permitido desarrollar una descomposición genética preliminar del concepto matemático en estudio con las construcciones y mecanismos mentales utilizados.

La asignatura de Ecuaciones Diferenciales dentro del plan de estudios de Ingeniería en Sistemas Computacionales consolida la formación matemática como ingeniero y potencia su capacidad en el campo de las aplicaciones, aportando al perfil del Ingeniero una visión clara sobre el dinamismo de la naturaleza. Una de las características sobresalientes de esta asignatura es que en ella se aplican todos los conocimientos previos de las matemáticas.

El primer tema fundamental de dicha asignatura es el estudio de las EDO de Primer Orden y sus aplicaciones. Por ello la Descomposición Genética [DG] preliminar que se presenta a continuación muestra los elementos que nos permitirán construir la solución de una EDO de primer orden que modela un circuito eléctrico RL.

Respecto a la primera componente del ciclo metodológico de investigación, se diseñó la DG con las aportaciones de docentes e investigadores sobre la enseñanza-aprendizaje de las EDO de primer orden y Análisis de libros de texto relacionados sobre Ecuaciones Diferenciales. En la Figura 7 se muestra la primera parte de la DG preliminar que consiste en realizar acciones para reconocer a la Ecuación Diferencial, su clasificación de acuerdo a su tipo, orden, linealidad y definición de su solución, aspectos que son interiorizados y encapsulados para llegar al proceso de una EDO lineal de primer orden tanto de su forma general, como de su forma estándar. Sin olvidarnos de los conocimientos previos sugeridos por docentes e investigadores como: concepto de función, límite e interpretación geométrica y física de la derivada.

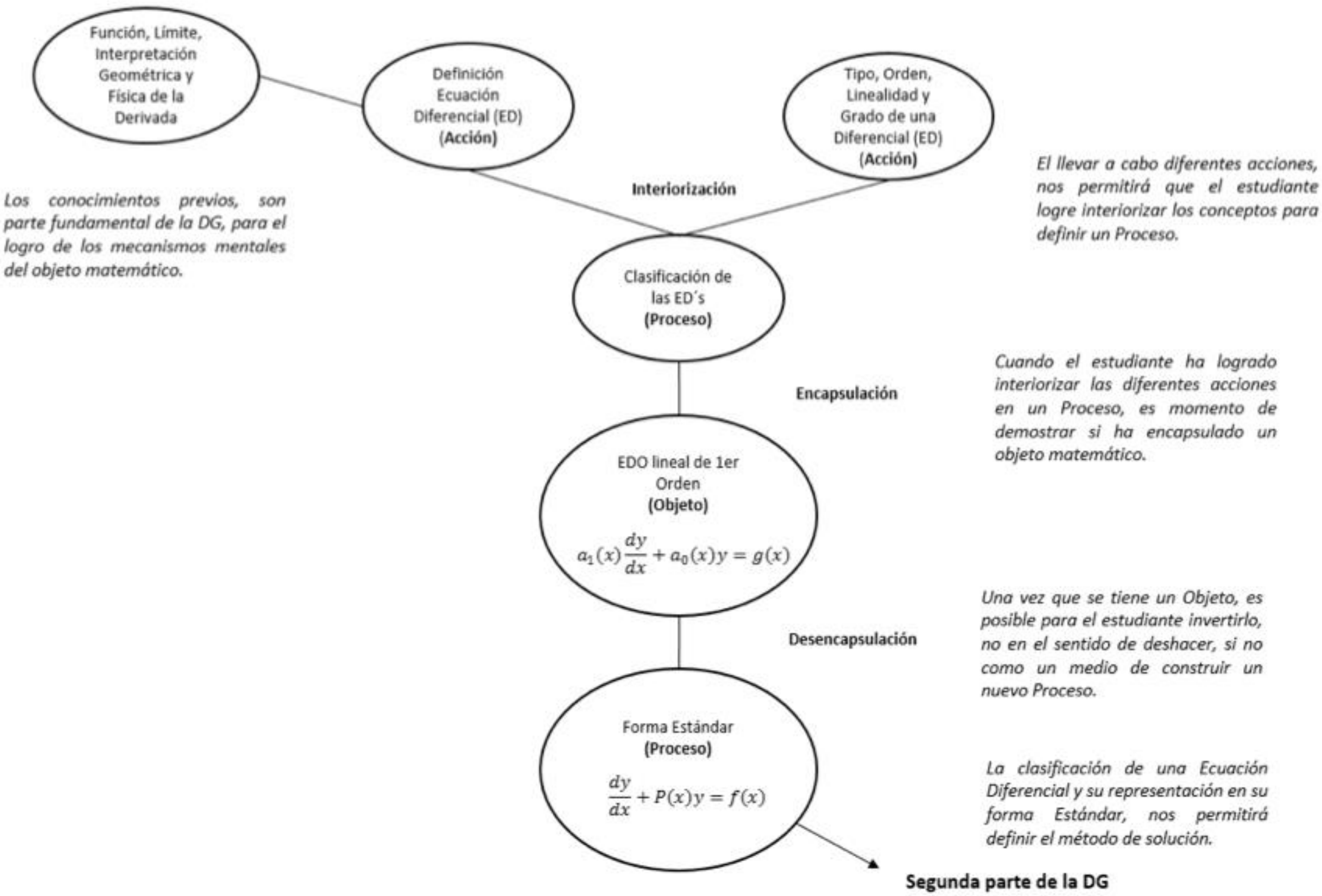


Figura 7. Primera parte de la Descomposición Genética preliminar

La clasificación de una ecuación diferencial y su representación en su forma estándar de una EDO lineal de primer orden nos ayudará a determinar el método de solución, desarrollándose el mecanismo mental de coordinación, a través de la analogía de las variables, lo cual nos permitirá interiorizar el método del factor integrante y por consiguiente la encapsulación de la solución de una EDO lineal de primer orden para que sea utilizado en un problema de aplicación con el uso de ecuaciones diferenciales. En la Figura 8 se muestra la segunda parte de la DG preliminar que consiste en contar con los temas necesarios para modelar matemáticamente un proceso dinámico, en nuestro caso un circuito eléctrico RL, para ellos leyes físicas y eléctricas como la Ley de Lenz, Ley de Ohm y Ley de Kirchhoff, específicamente la segunda ley de kirchhoff, que son interiorizados para llegar al objeto del modelo matemático del circuito eléctrico RL con el uso de Ecuaciones Diferenciales, representándolo en su forma estandar.

Cuando el estudiante ha logrado interiorizar diferentes acciones y procesos es momento de demostrar si ha encapsulado un objeto matemático en este caso el modelo matemático de un circuito eléctrico RL serie

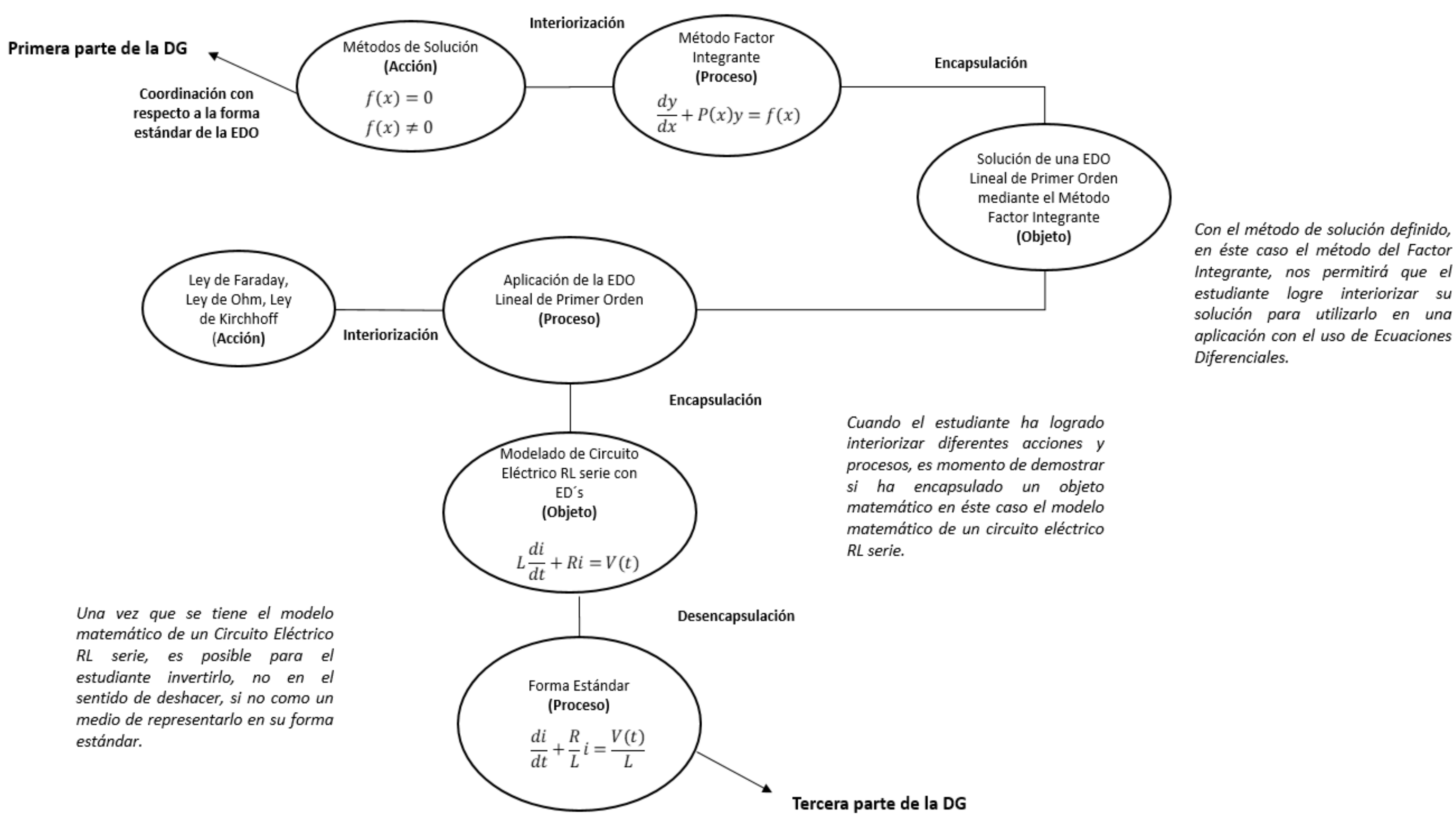


Figura 8. Segunda parte de la Descomposición Genética preliminar

Con la comparación de los procesos: Método del factor integrante y la forma estándar del modelo matemático del circuito eléctrico RL serie, como se observa en la Figura 9 tercera parte de la DG preliminar, donde nuevamente permitirá que el estudiante logre desarrollar el mecanismo mental de coordinación a través de la comparación de variables dependientes e independientes para encapsular su método de solución y finalmente llegar a la construcción del objeto matemático en estudio.

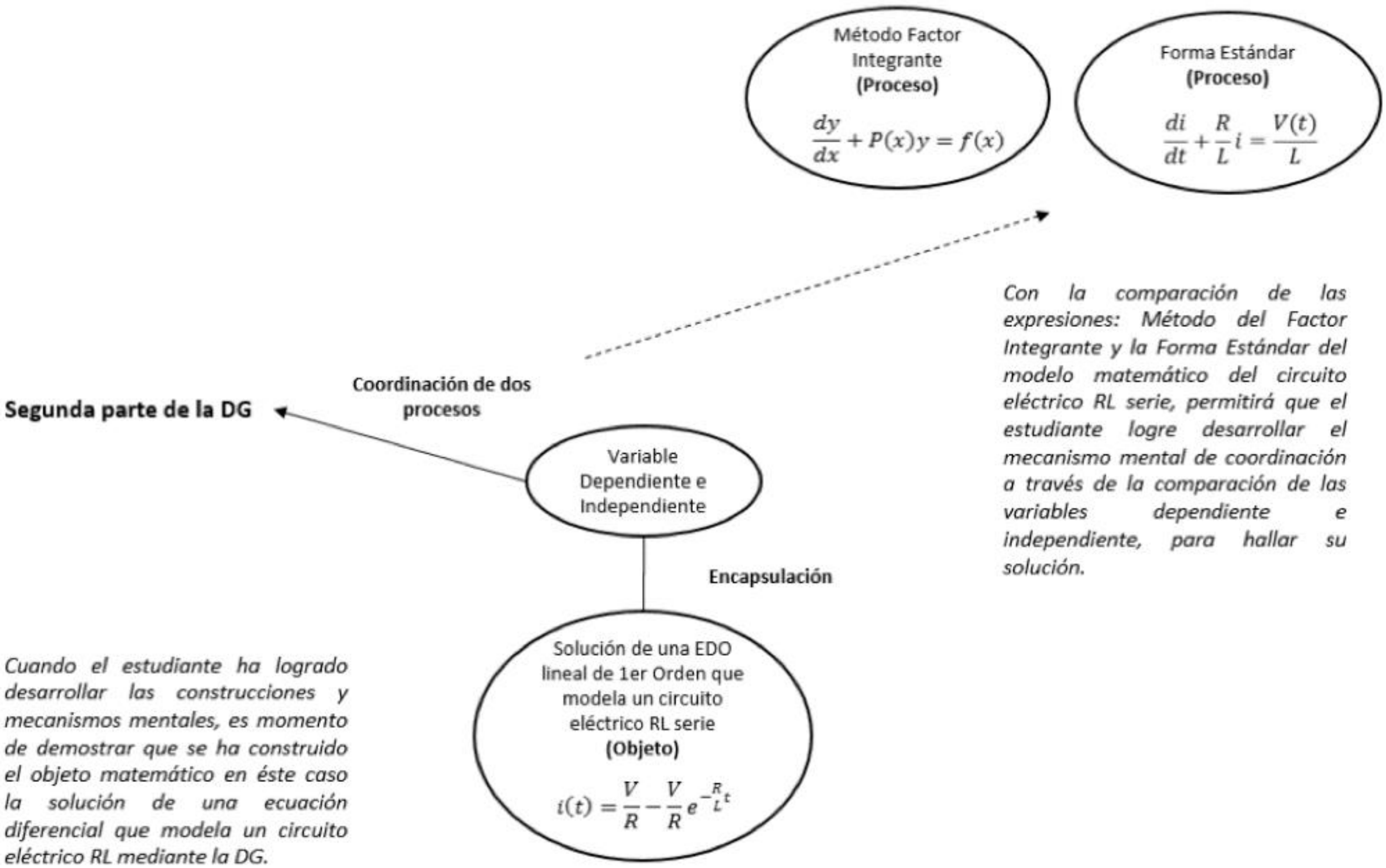


Figura 9. Tercera parte de la Descomposición Genética preliminar

El objeto matemático es en nuestro caso la solución de una EDO de primer orden que modela un circuito eléctrico, nos ayudará a predecir su comportamiento y analizar el fenómeno en condiciones distintas de un proceso dinámico.

CAPITULO 4. Diseño y Aplicación de Instrumentos

A partir de la descomposición genética del concepto matemático del trabajo de investigación y como parte de la componente Diseño y Aplicación de Instrumentos de la metodología de investigación se diseñan actividades donde se aplicaron los instrumentos como cuestionarios, entrevistas y una práctica con el uso de una herramienta computacional (Ver anexo 1), que serán aplicadas a los estudiantes regulares del IV semestre del plan de estudios de Ingeniería en Sistemas Computacionales del Instituto Tecnológico de Comitán durante el semestre Ene-Jul-2017, para determinar si siguen el camino cognitivo que allí se describe.

4.1 Diseño y análisis a priori de los instrumentos

A continuación se presenta una descripción sobre los instrumentos utilizados y de los estudiantes que participaron. Así mismo se presenta la intención del diseño y análisis de cada una de las preguntas del cuestionario, problemas de la entrevista y práctica con el uso de una herramienta computacional.

4.2 Instrumento de cuestionario

En primer término, se diseñó un **cuestionario** de 9 preguntas (Tabla 1), aplicado a 10 estudiantes regulares del Instituto Tecnológico de Comitán, etiquetados como E1, E4, E6, E14, E16, E21, E26, E27, E28 y E32, con la intención de documentar las construcciones y mecanismos mentales previstos en la descomposición genética.

Tabla 1. Cuestionario para documentar las construcciones y mecanismos mentales

Pregunta 1	¿Consideras importante realizar un repaso de los conocimientos previos que sugieren en el programa de estudios de Ecuaciones Diferenciales?
Pregunta 2	¿Cómo se clasifican las siguientes ecuaciones diferenciales de acuerdo a su TIPO, ORDEN, GRADO Y LINEALIDAD? a) $y'' - x(y')^3 = \tan x$ b) $y' - \frac{1}{x}y = e^x$ c) $x^4 y''' - x^2 y'' = \cos x$ d) $a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$ e) $(y'')^3 - xy' = x \sin x$
Pregunta 3	¿Cómo representas una Ecuación Diferencial Ordinaria Lineal de Primer Orden?
Pregunta 4	Dada la expresión general de una Ecuación Diferencial Ordinaria Lineal de Orden “n” $a_n(x)y^{(n)} + a_{n-1}(x)y^{(n-1)} + \cdots + a_2(x)y'' + a_1(x)y' + a_0(x)y = g(x)$ ¿Cómo obtienes una Ecuación Diferencial Ordinaria Lineal de Primer Orden en su forma estándar?
Pregunta 5	¿Qué tienen en común la Ecuación Diferencial Ordinaria Lineal de Primer Orden obtenida de la expresión general y la expresión que presenta el método del factor integrante?
Pregunta 6	$\frac{dy}{dx} - 4y = 0$ ¿Cuál es la solución de la siguiente ecuación diferencial?
Pregunta 7	¿Cuál es el modelo matemático que representa un circuito eléctrico RL serie?

Pregunta 8	¿Qué tiene en común la expresión (EDO lineal de Primer Orden) que presenta el método del factor integrante y el modelo matemático obtenido del circuito eléctrico RL serie?
Pregunta 9	¿Cuál es la solución del modelo matemático de un circuito eléctrico RL serie?

4.2.1 Intención del diseño y análisis a priori del cuestionario

A continuación presentamos la intención de cada una de las nueve preguntas planteadas en el cuestionario, así como un análisis a priori de las posibles respuestas y planteamientos que los estudiantes pueden presentar ante ellas. Cabe mencionar que las preguntas fueron diseñadas conforme a la descomposición genética preliminar para observar cualitativamente si siguen el camino cognitivo que se presenta.

Pregunta	**Intención**
1	¿Consideras importante realizar un repaso de los conocimientos previos que sugieren en el programa de estudios de Ecuaciones Diferenciales?
Análisis: Con ésta pregunta se desea examinar a los estudiantes el primer día de clases en la materia de Ecuaciones Diferenciales, respecto a los conocimientos previos como el concepto de función, límite, interpretación geométrica y física de la derivada, derivada e integral de funciones, fundamentales para la elaboración de modelos matemáticos, siendo una construcción objeto importante dentro de la descomposición genética de nuestro trabajo de investigación. Es importante mencionar que dentro del plan de estudios de la carrera de Ingeniería en Sistemas Computacionales, las materias de Cálculo Diferencial e Integral y Física General, se encuentran algo distantes cuando los estudiantes se inscriben a la materia de	

Ecuaciones Diferenciales (Ver anexo 2). Es por ello que consideramos necesario realizar acciones como un repaso de conocimientos previos para abordar los temas correspondientes a la primera competencia “Ecuaciones Diferenciales Ordinarias” del programa de estudios de Ecuaciones Diferenciales (Ver anexo 3).

Pregunta	Intención
2	¿Cómo se clasifican las siguientes ecuaciones diferenciales de acuerdo a su TIPO, ORDEN, GRADO Y LINEALIDAD? a) $y'' - x(y')^3 = \tan x$ b) $y' - \frac{1}{x}y = e^x$ c) $x^4y''' - x^2y'' = \cos x$ d) $a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$ e) $(y'')^3 - xy' = x\sin x$
Análisis: Esta pregunta tiene el propósito de observar si los estudiantes han logrado interiorizar las acciones: definición y clasificación de una ED y a través de los ejercicios propuestos mostrar si han construido el proceso sobre la clasificación de la ecuaciones diferenciales de acuerdo a su tipo, orden y linealidad. Esto también nos permitirá observar y dar información que construcción y/o mecanismo mental no se ha construido o se encuentra en camino construirse.	

Pregunta	Intención
3	¿Cómo representas una Ecuación Diferencial Ordinaria Lineal de Primer Orden?
Análisis: Con respecto a la pregunta 2 donde al estudiante se le proporcionaba los ejercicios para que clasificara una ecuación diferencial, ahora en esta	

pregunta se tiene la finalidad de mostrar si el estudiante ha encapsulado el objeto de una Ecuación Diferencial Ordinaria Lineal de Primer Orden al solicitarle un ejemplo. Además de observar con las respuestas la interiorización de las acciones y la concepción del proceso sobre la clasificación de una ecuación diferencial. Al solicitar al estudiante que represente una ecuación diferencial ordinaria lineal de primer orden, se espera que los estudiantes muestren diferentes respuestas con las características que se les solicitó.

Pregunta	**Intención**
4	Dada la expresión general de una Ecuación Diferencial Ordinaria Lineal de Orden "n" $a_n(x)y^{(n)} + a_{n-1}(x)y^{(n-1)} + \cdots + a_2(x)y'' + a_1(x)y' + a_0(x)y = g(x)$ ¿Cómo obtienes una Ecuación Diferencial Ordinaria Lineal de Primer Orden en su forma estándar?
Análisis: Esta pregunta, se espera que el estudiante reflexione de la expresión general de una EDO lineal de orden "n", mostrada en el libro de texto de Ibarra (2013), para que a partir de dicha expresión desarrolle el mecanismo de desencapsulación a través de la construcción de un nuevo proceso con la representación estándar de una EDO lineal de primer orden. Con la concepción de los procesos clasificación de las ED´s y la forma estándar de una EDO lineal de primer orden, permitirá definir el método de solución de una ED.	

Pregunta	**Intención**
5	¿Qué tienen en común la Ecuación Diferencial Ordinaria Lineal de Primer Orden obtenida de la expresión general y la expresión que presenta el método del factor integrante?
Análisis:	

La finalidad de ésta pregunta es que el estudiante muestre el mecanismo mental de coordinación de dos procesos, a través de las expresiones mediante la comparación de las variables dependientes e independientes, tanto de la expresión general de una EDO lineal de primer orden en su forma estándar como de la expresión que presenta el método del factor integrante para la solución de una ED.

Pregunta	**Intención**
6	¿Cuál es la solución de la siguiente ecuación diferencial $\frac{dy}{dx} - 4y = 0$?
Análisis: Con esta pregunta se tiene el propósito de observar si el estudiante ha logrado interiorizar diferentes acciones y procesos establecidos en la descomposición genética, con la encapsulación de la solución de una ecuación diferencial ordinaria lineal de primer orden a través del método del factor integrante. El estudiante tiene que identificar o en su caso transformar la ecuación diferencial dada con la expresión que presenta el método del factor integrante para hallar su solución. El desarrollo del método de solución además de realizarlo a mano también lo realizaron con el uso de una herramienta computacional, donde más adelante se presentará el análisis de los resultados obtenidos.	

Pregunta	**Intención**
7	¿Cuál es el modelo matemático que representa un circuito eléctrico RL serie?
Análisis: La finalidad de ésta pregunta es observar si el estudiante puede encapsular el proceso sobre la aplicación de una ecuación diferencial ordinaria lineal de primer orden, para construir el objeto matemático sobre el modelado de circuitos eléctricos con ecuaciones diferenciales. Así como el desarrollo del	

mecanismo mental desencapsular al representar el modelo del circuito eléctrico RL serie en su forma estándar. Es importante mencionar que para el análisis con circuitos eléctricos es necesario la interiorización de acciones como la Ley de Faraday, Ley de Ohm y Ley de Kirchhoff, temas que son vistos en la asignatura de Física General.

Pregunta	**Intención**
8	¿Qué tiene en común la expresión (EDO lineal de Primer Orden) que presenta el método del factor integrante y el modelo matemático obtenido del circuito eléctrico RL serie?
Análisis: Al igual que la pregunta 5, con ésta pregunta se espera que el estudiante muestre el mecanismo mental de coordinación de dos procesos: expresión del método del factor integrante con el modelo matemático del circuito eléctrico RL serie, a través de la reflexión y comparación de las variables dependientes e independientes de las dos expresiones. El estudiante también tiene que desencapsular el objeto matemático del modelo matemático del circuito eléctrico a su forma estándar.	

Pregunta	**Intención**
9	¿Cuál es la solución del modelo matemático de un circuito eléctrico RL serie?
Análisis: Con la coordinación de dos procesos método del factor integrante y la forma estándar del modelo matemático del circuito eléctrico RL serie, es momento que el estudiante desarrolle las construcciones y mecanismos mentales, para mostrar que puede construir el objeto matemático en éste caso el de la solución de una ecuación diferencial que modela un circuito eléctrico RL serie. La construcción del objeto matemático además de	

realizarlo a mano el estudiante también lo realizó con el uso de una herramienta computacional con la finalidad de mejorar su comprensión.

4.3 Instrumento de la entrevista

En segundo término, se diseñó una **entrevista** de 5 problemas sobre el modelado matemático de un circuito eléctrico RL serie y su solución (Tabla 2), a 6 (E4, E6, E16, E21, E28 y E32) de los 10 estudiantes regulares para el cuestionario, que fueron los que mostraron una mejor información acerca de las construcciones y mecanismos mentales en las actividades previas.

García-Martínez y Parraguez-González (2015b) mencionan que con la entrevista se pretende validar los fragmentos de la descomposición genética que no fueron abarcados por el cuestionario, pero además, la entrevista en profundidad permite obtener una mejor información acerca de las construcciones mentales de los estudiantes, de su forma de pensar, lo cual es fundamental en esta investigación por encontrarse bajo el marco de la teoría APOE.

Tabla 2. Entrevista para documentar las construcciones y mecanismos mentales

Problema 1	La expresión $L\frac{di}{dt} + Ri = V_t$ a) ¿Será una Ecuación Diferencial? b) Si la respuesta es afirmativa ¿Por qué? c) De acuerdo a las variables que dependen la Ecuación Diferencial ¿Representa algún modelo matemático? d) ¿Con base a que leyes se genera el modelo matemático del circuito eléctrico RL serie? e) ¿Qué método de solución se puede utilizar? y ¿Por qué? f) ¿Cuáles serían los pasos para hallar la solución con el método del factor integrante?
Problema 2	La expresión $i(t) = \frac{V_t}{R} - \frac{V_t}{R}e^{-\frac{R}{L}t}$ ¿Qué representa?

Problema 3	Dado un circuito eléctrico RL serie, cuyos datos son Resistencia de 50 ohms, Inductancia de 0.1 henrios, Voltaje total de 30 voltios. Determinar la corriente en cualquier instante del tiempo, si se sabe que inicialmente no hay corriente en el circuito. ¿Cuáles son las ventajas y desventajas de obtener la solución mediante el método del factor integrante y mediante la expresión del problema 2?
Problema 4	La ecuación diferencial $\frac{di}{dt} + 5i = 12$ Representa el modelo matemático de un circuito eléctrico RL serie, si sabe que el voltaje aplicado es de 24 voltios. ¿Cuál es el circuito eléctrico que lo generó?
Problema 5	La solución de un circuito eléctrico RL serie, está dado por la siguiente expresión $$i(t) = \frac{12}{5} - \frac{12}{5}e^{-5t}$$ ¿Cuál es el modelo matemático que lo generó?

4.3.1 Intención del diseño y análisis a priori de la entrevista

Se elaboraron cinco problemas para la entrevista correspondiente a las construcciones y mecanismos mentales plasmados en la descomposición genética. Los problemas planteados en la entrevista tenían la finalidad primordialmente de indagar cualitativamente si habría sido desarrollado por los estudiantes el mecanismo mental desencapsulación de objetos matemáticos, tanto del modelo matemático del circuito eléctrico RL serie como de la solución de la ecuación diferencial que modela dicho circuito, además de algunas construcciones y mecanismos mentales de la descomposición genética planteados en las preguntas del cuestionario. Las entrevistas tuvieron una duración de entre 20 a 35 minutos, dependiendo de cada estudiante. En total se realizaron 6 entrevistas a estudiantes regulares inscritos en el IV semestre de la carrera de Ingeniería en Sistemas Computacionales durante el semestre Ene-Jul-2017. Observación: [ENT] se refiere al entrevistador, que en éste caso es el autor del trabajo de investigación.

<table>
<tr><th>Problema</th><th>Intención</th></tr>
<tr><td>1</td><td>La expresión $L\frac{di}{dt}+Ri=V_t$

a) ¿Será una Ecuación Diferencial?
b) Si la respuesta es afirmativa ¿Por qué?
c) De acuerdo a las variables que dependen la Ecuación Diferencial ¿Representa algún modelo matemático?
d) ¿Con base a que leyes se genera el modelo matemático del circuito eléctrico RL serie?
e) ¿Qué método de solución se puede utilizar? y ¿Por qué?
f) ¿Cuáles serían los pasos para hallar la solución con el método del factor integrante?</td></tr>
<tr><td colspan="2">Análisis:

Con éste problema se le presenta el modelo matemático de un circuito eléctrico RL serie al estudiante con la finalidad de que responda las preguntas planteadas. Con los incisos a) y b) se espera muestre la interiorización de las acciones (definición y clasificación de una ecuación diferencial). Con el inciso c) se espera que el estudiante identifique las variables dependiente e independiente de la ecuación diferencial y desarrolle el mecanismo de coordinación al relacionarlo con la construcción objeto del modelo matemático de un circuito eléctrico RL serie. Con el inciso d) se tiene el propósito mostrar la interiorización de las acciones Ley de Faraday, Ley de Ohm y Ley de Kirchhoff necesarios para generar el modelo matemático del circuito eléctrico RL serie. Con el inciso e) se tiene el objetivo de evidenciar dos procesos fundamentales para definir el método de solución, que son la clasificación de una ecuación diferencial y su representación estándar de una EDO lineal de primer orden, así como</td></tr>
</table>

el mecanismo de coordinación a través de la analogía de las variables dependientes e independientes. Con el último inciso ***f)*** se espera que el estudiante desarrolle la construcción del proceso método del factor integrante y la encapsulación del objeto matemático de solución de una EDO lineal de primer orden mediante el método del factor integrante mediante el proceso de una aplicación, en nuestro caso el del objeto matemático Solución de una EDO lineal de primer orden que modela un circuito eléctrico RL serie. En éste último inciso es importante mencionar que el estudiante puede utilizar el pizarrón o expresarlo con sus propias palabras, lo cual nos indicaría la interiorización de procesos y encapsulación de objetos matemáticos.

Problema	**Intención**
2	La expresión $i(t) = \frac{V_t}{R} - \frac{V_t}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$ ¿Qué representa?
Análisis: Con la expresión del problema 2, se espera que el estudiante identifique la función conocida como respuesta de un sistema dinámico como el de un circuito eléctrico RL (corriente de un circuito eléctrico RL serie con respecto al tiempo), dicha expresión es la que presenta diferentes autores de libros de texto de ecuaciones diferenciales en el apartado de aplicaciones de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden. Es cierto que algunos autores como Edwards y Penney (2009) recomiendan que la solución de una EDO lineal de primer orden no debe memorizarse, pues en un problema específico es más simple usar el método por el cual se desarrolló tal fórmula. El resultado del problema tendrá relación con la intención del problema 3.	

<table>
<tr><th>Problema</th><th>Intención</th></tr>
<tr><td>3</td><td>Dado un circuito eléctrico RL serie, cuyos datos son Resistencia de 50 ohms, Inductancia de 0.1 henrios, Voltaje total de 30 voltios.

a) Determinar la corriente en cualquier instante del tiempo, si se sabe que inicialmente no hay corriente en el circuito.
b) ¿Cuáles son las ventajas y desventajas de obtener la solución mediante el método del factor integrante y mediante la expresión del problema 2?</td></tr>
<tr><td colspan="2">Análisis:

Con el inciso a) de este problema, se tiene el propósito que el estudiante muestre la encapsulación de los objetos: Modelado de un circuito eléctrico con ecuaciones diferenciales y la solución de una EDO lineal de primer orden que modela un circuito eléctrico RL serie. La solución de la ED que modela el circuito eléctrico RL, implica que el estudiante tenga la opción de elegir dicha solución, ya sea con la expresión del problema 2 o con el desarrollo del método del factor integrante. La finalidad del inciso b) es obtener una reflexión del estudiante sobre la importancia de saber de dónde se obtiene la expresión del problema 2 (en otras palabras, sería como la descomposición genética de la fórmula $i(t) = \frac{V_t}{R} - \frac{V_t}{R}e^{-\frac{R}{L}t}$).</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Problema</th><th>Intención</th></tr>
<tr><td>4</td><td>La ecuación diferencial $\frac{di}{dt} + 5i = 12$

Representa el modelo matemático de un circuito eléctrico RL serie, si sabe que el voltaje aplicado es de 24 voltios.

¿Cuál es el circuito eléctrico que lo generó?</td></tr>
<tr><td colspan="2">Análisis:</td></tr>
</table>

Este problema permite observar si el estudiante posee el mecanismo mental desencapsular al pasar de la construcción objeto del modelo matemático de un circuito eléctrico RL serie con ecuaciones diferenciales a la construcción proceso en su forma estándar.

Problema	**Intención**
5	La solución de un circuito eléctrico RL serie, está dado por la siguiente expresión $$i(t) = \frac{12}{5} - \frac{12}{5}e^{-5t}$$ ¿Cuál es el modelo matemático que lo generó?
Análisis: Como en el problema 4, este problema permite observar si el estudiante posee el mecanismo mental desencapsular al pasar de la construcción objeto solución de una EDO lineal de primer orden que modela un circuito eléctrico RL serie con ecuaciones diferenciales a la construcción proceso del modelado de un circuito eléctrico RL serie en su forma estándar. Con este problema se espera que el estudiante desarrolle la operación inversa del método del factor integrante.	

4.4 Herramienta computacional

Como parte complementaria a las actividades realizadas en el aula, se diseñó una **práctica** (Ver anexo 3) con el uso de una herramienta computacional con temas relacionados a las EDO lineales de primer orden y su aplicación, esto fue aplicado a los 10 estudiantes regulares, etiquetados como E1, E4, E6, E14, E16, E21, E26, E27, E28 y E32, con el objetivo que el estudiante interpretara geométricamente una ecuación diferencial, obtuviera la solución de una EDO lineal de primer orden mediante el comando *dsolve* y con el método del factor integrante y resolviera una aplicación de un circuito eléctrico con ecuaciones diferenciales.

4.4.1 Intención del diseño y análisis a priori del uso de la herramienta computacional

Con la intención de fortalecer construcciones y mecanismos mentales de la descomposición genética, se usó una herramienta computacional donde se espera incentivar a los estudiantes y que logren interiorizar el proceso del método del factor integrante y encapsular la construcción objeto de la solución de una EDO lineal de primer orden y su aplicación en problemas de circuitos eléctricos mediante el método del factor integrante. En la Figura 10, 11, 12, 13 y 14 se puede observar el desarrollo de algunas acciones e interiorización de procesos para que los estudiantes logren encapsularlos, con la finalidad de realizar por ellos mismos los ejercicios propuestos en la práctica.

> restart

Primeramente se carga la libreria correspondiente a las herramientas de las Ecuaciones Diferenciales

> with(DEtools) :

Se nombra a la Ecuación Diferencial

> $ed1 := y' - \frac{4}{x} \cdot y = x^5 \cdot e^x$

$$ed1 := \frac{d}{dx} y(x) - \frac{4\, y(x)}{x} = x^5\, e^x \quad (27)$$

Con el comando intfactor, se obtiene el valor del factor integrante

> $\mu := intfactor(ed1)$

$$\mu := \frac{1}{x^4} \quad (28)$$

Con el comando firint, se multiplica el factor integrante por el primer miembro de la ecuación diferencial y por lo que esta despues de la igualdad, realizándose la integración de ambos miembros

> $firint(\mu\, ed1)$

$$\frac{y(x)}{x^4} - (x-1)\, e^x + \_C1 = 0 \quad (29)$$

Se sustituyen la condición inicial para hallar el valor de la constante C1

> $subs([x = 1, y(x) = 1], \mathbf{(29)})$

$$1 + \_C1 = 0 \quad (30)$$

Con el comando solve, se despeja para hallar el valor correspondiente a C1

> $\_C1 := solve(\%, \_C1)$

$$\_C1 := -1 \quad (31)$$

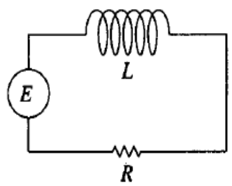
Ya encontrado el valor de C1, de la expresión en la etiqueta 29, se procede hallar la solución

> $y := solve(\mathbf{(29)}, y(x))$

$$y := \left(x\, e^x - e^x + 1\right) x^4 \quad (32)$$

Figura 10. Solución de una EDO Lineal de Primer Orden con una herramienta computacional

Hallar la solución de un circuito eléctrico RL serie, donde el valor de resistencia es igual a 80 ohms, la inductancia igual a 1 henrio y el voltaje aplicado al circuito es de 5 volts.



$$L\,\frac{di}{dt} + Ri = E(t),$$

> restart

Primeramente se carga la libreria correspondiente a las herramientas de las Ecuaciones Diferenciales

> $with(DEtools):$

Se establecen los valores de R, L y V.

> $R := 80$

$$R := 80 \quad (1)$$

> $L := 1$

$$L := 1 \quad (2)$$

> $V := 5$

$$V := 5 \quad (3)$$

Figura 11. Aplicación de un circuito electro RL serie (Carga de librería y asignación de valores)

El modelo matemático del circuito eléctrico RL mediante Ecuaciones Diferenciales se representa en su forma estandar (similar a la forma que se escribe en el método del factor integrante)

> $ed1 := i'(t) + \frac{R}{L}\cdot i(t) = \frac{V}{L}$

$$ed1 := D(i)(t) + 80\,i(t) = 5 \quad (4)$$

Con el comando intfactor, se obtiene el valor del factor integrante

> $\mu := intfactor(ed1)$

$$\mu := e^{80\,t} \quad (5)$$

Con el comando firint, se multiplica el factor integrante por el primer miembro de la ecuación diferencial y por lo que esta despues de la igualdad, realizándose la integración de ambos miembros

> $firint(\mu\, ed1)$

$$e^{80\,t}\,i(t) - \frac{1}{16}\,e^{80\,t} + \_C1 = 0 \quad (6)$$

Se sustituyen la condición inicial para hallar el valor de la constante C1

> $subs([t = 0, i(t) = 0], \mathbf{(6)})$

$$-\frac{1}{16}\,e^{0} + \_C1 = 0 \quad (7)$$

Con el comando solve, se despeja para hallar el valor correspondiente a C1

> $\_C1 := solve(\%, \_C1)$

$$\_C1 := \frac{1}{16} \quad (8)$$

Figura 12. Desarrollo del Método del Factor Integrante

Ya encontrado el valor de C1, de la expresión en la etiqueta 6, se procede hallar la solución de la función del modelo matemático del circuito eléctrico RL (Corriente en cualquier instante del tiempo)

> $solve((6), i(t))$

$$\frac{1}{16}\,\frac{e^{80\,t}-1}{e^{80\,t}} \qquad (9)$$

> $simplify(expand(\%))$

$$\frac{1}{16}-\frac{1}{16}\,e^{-80\,t} \qquad (10)$$

> $corriente := t \rightarrow (10)$

$$corriente := t \rightarrow \frac{1}{16}-\frac{1}{16}\,e^{-80\,t} \qquad (11)$$

> $corriente(0)$

$$0 \qquad (12)$$

> $corriente(\infty)$

$$\frac{1}{16} \qquad (13)$$

Figura 13. Solución del circuito eléctrico RL serie

> $plot((10), t = 0\,..1)$

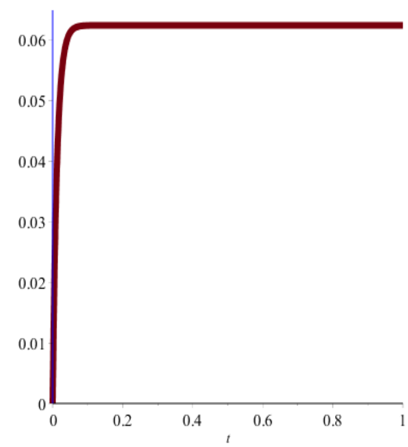


Figura 14. Solución gráfica del circuito eléctrico RL serie

CAPITULO 5. Análisis y Verificación de Datos

En este capítulo haremos un análisis general de los datos obtenidos del cuestionario, entrevista y del uso de la herramienta computacional. Y mediante la descripción de las construcciones y mecanismos mentales que evidenciaron poseer los estudiantes, determinaremos la viabilidad de nuestra descomposición genética.

5.1 Obtención y Análisis a posteriori de datos del cuestionario

Como parte de la componente Análisis y Verificación de Datos de la metodología de investigación, en la aplicación del Cuestionario se obtuvieron la siguiente información:

En la pregunta 1, donde el estudiante debía contar con los conocimientos previos para abordar la materia de Ecuaciones Diferenciales, nos da la evidencia que el 100% de los estudiantes están de acuerdo en realizar un repaso de conceptos vistos en materias anteriores (Figura 15 y 16). Por ello la importancia de considerarlo como parte fundamental en la descomposición genética.

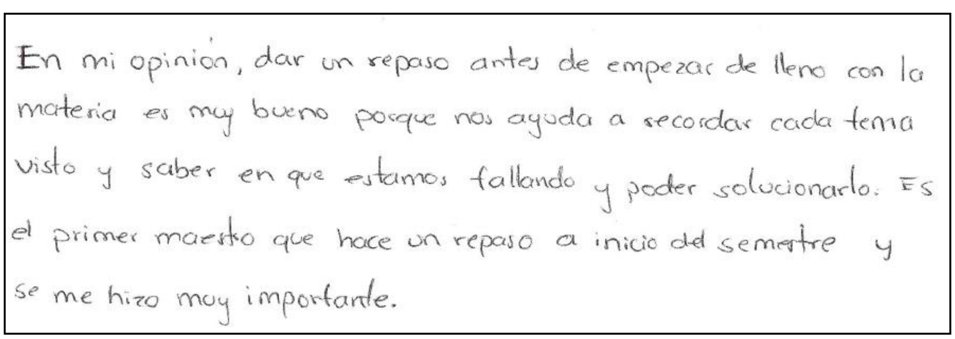
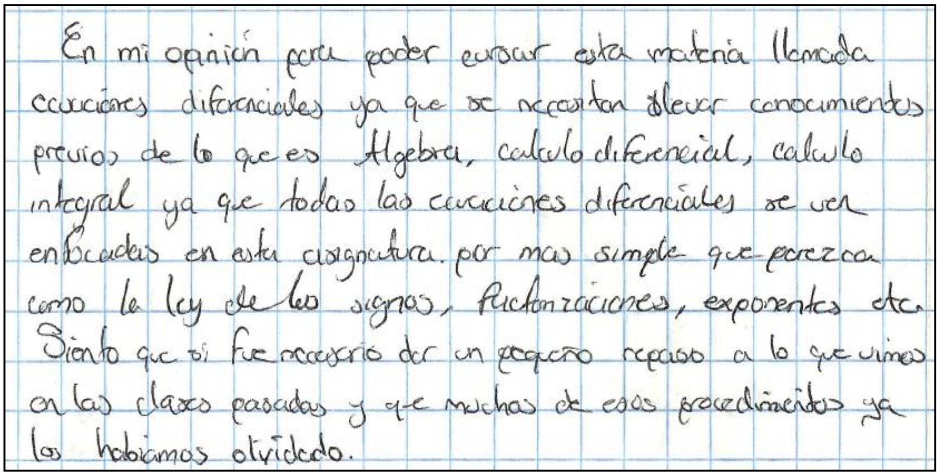

En mi opinión, dar un repaso antes de empezar de lleno con la materia es muy bueno porque nos ayuda a recordar cada tema visto y saber en que estamos fallando y poder solucionarlo. Es el primer maestro que hace un repaso a inicio del semestre y se me hizo muy importante.

Figura 15. Respuesta de E16 a la pregunta 1

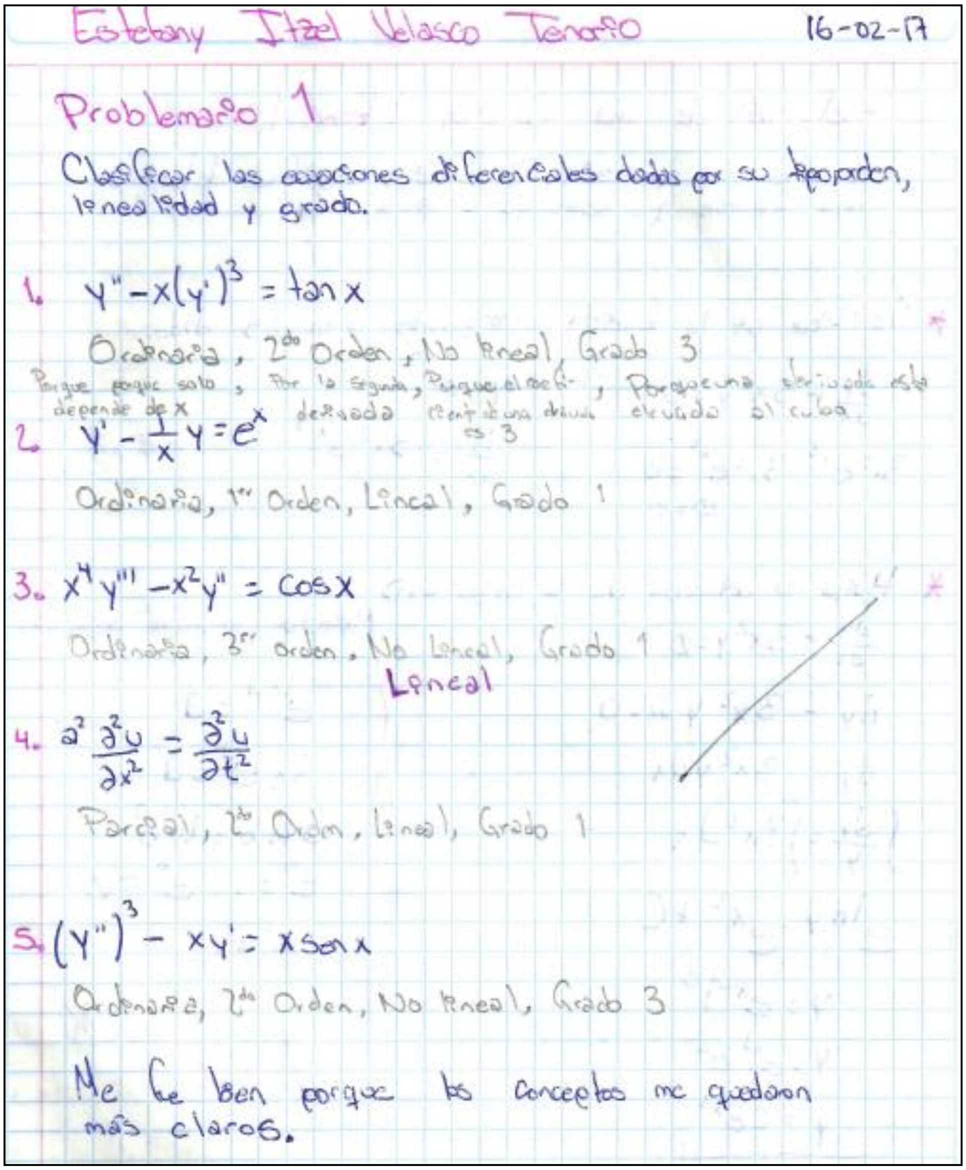


En mi opinión para poder cursar esta materia llamada
ecuaciones diferenciales ya que se necesitan llevar conocimientos
previos de lo que es Algebra, calculo diferencial, calculo
integral ya que todas las ecuaciones diferenciales se ven
enfocadas en esta asignatura. por mas simple que parezca
como la ley de los signos, factorizaciones, exponentes etc.
Siento que si fue necesario dar un pequeño repaso a lo que vimos
en las clases pasadas y que muchas de esos procedimientos ya
los habiamos olvidado.

Figura 16. Respuesta de E21 a la pregunta 1

En la pregunta 2, al realizar una serie de acciones como: Conocimientos previos, Definición de Ecuación Diferencial, Definición de tipo, orden, linealidad y grado de una Ecuación Diferencial, así como los ejercicios mediante el trabajo colaborativo y repetitivo (Imagen 1), se observó que 9 de los 10 estudiantes, lograron interiorizar dichas acciones (Figura 17), permitiendo la construcción del proceso clasificación de una Ecuación Diferencial, sin necesidad de hacer cálculos explícitos. Es importante mencionar que 6 estudiantes fallaron en algunos ejercicios sobre el concepto de linealidad de una Ecuación Diferencial.

Imagen 1. Integración de equipos


Estebany Itzel Velasco Tenorio 16-02-17

Problemario 1

Clasificar las ecuaciones diferenciales dadas por su tipo, orden, linealidad y grado.

1. $y'' - x(y')^3 = \tan x$

Ordinaria, 2do Orden, No lineal, Grado 3

Porque porque solo depende de x, Por la segunda derivada, Porque el coefi- ciente de una derivada es 3, Porque una derivada está elevada al cubo

2. $y' - \frac{1}{x} y = e^x$

Ordinaria, 1er Orden, Lineal, Grado 1

3. $x^4 y''' - x^2 y'' = \cos x$

Ordinaria, 3er orden, ~~No Lineal~~, Grado 1

Lineal

4. $a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$

Parcial, 2do Orden, Lineal, Grado 1

5. $(y'')^3 - xy' = x \operatorname{sen} x$

Ordinaria, 2do Orden, No lineal, Grado 3

Me fue bien porque los conceptos me quedaron más claros.

Figura 17. Respuesta de E32 a la pregunta 2

En la pregunta 3, 8 estudiantes lograron encapsular el objeto matemático al representar una Ecuación Diferencial Ordinaria Lineal de Primer Orden, lo interesante es que se presentaron diferentes ejemplos, cumpliéndose las características que se solicitó (Figura 18 y 19). Aunque al igual que los resultados de la pregunta 2, la mayoría de los estudiantes al explicar la linealidad de una ecuación diferencial, dudaban o mencionaban solamente una de las dos propiedades vistas en el aula. Un estudiante falló en la clasificación según su tipo y el otro estudiante en el orden de la Ecuación Diferencial, aunado a esto ambos estudiantes fallaron en el concepto de la linealidad.

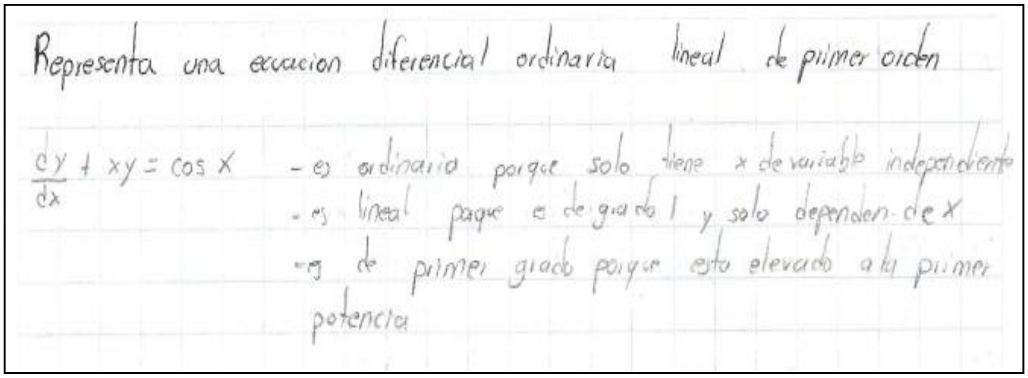


Figura 18. Respuesta de E28 a la pregunta 3

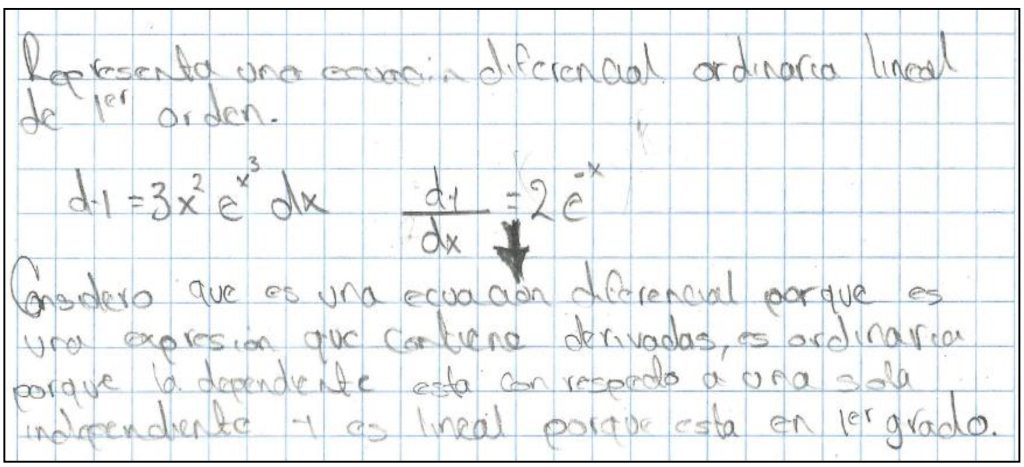


Figura 19. Respuesta de E26 a la pregunta 3

En la pregunta 4, 9 estudiantes lograron convertir o desencapsular de la expresión general de una Ecuación Diferencial Ordinaria Lineal de Orden “n” a su representación estándar de una Ecuación Diferencial Ordinaria Lineal de Primer Orden mostrando con ello la construcción de un nuevo proceso (Figura 20). Un solo estudiante no logró desde un inicio identificar una EDO lineal de Primer Orden de la expresión general proporcionada por Ibarra (2013).

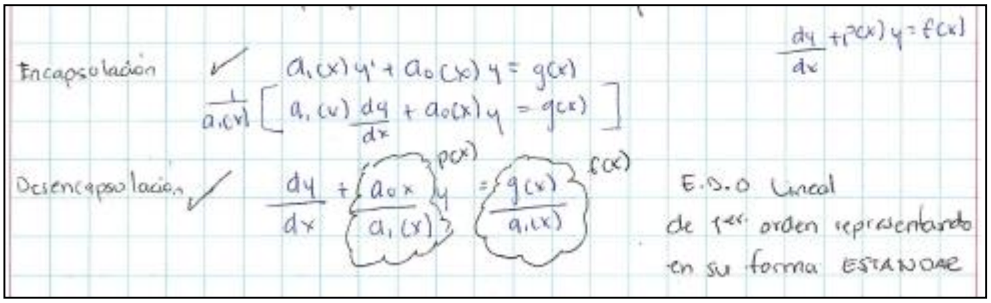


Figura 20. Respuesta de E16 a la pregunta 4

En la pregunta 5, 5 estudiantes responden en que ambas expresiones (expresión general de una EDO lineal de primer orden en su forma estándar y la expresión que presenta el método del Factor Integrante) son ecuaciones diferenciales ordinarias, lineales, de primer orden y que son iguales al momento de ser utilizadas, mostrando con ello la coordinación de dos procesos (Figura 21), durante la interiorización de los temas el estudiante E4 identificó y contesto rápidamente que ambas expresiones "son muy idénticas". 4 estudiantes mostraron información en camino de construirse. Un solo estudiante no mostró haber desarrollado el mecanismo mental de coordinación de procesos.

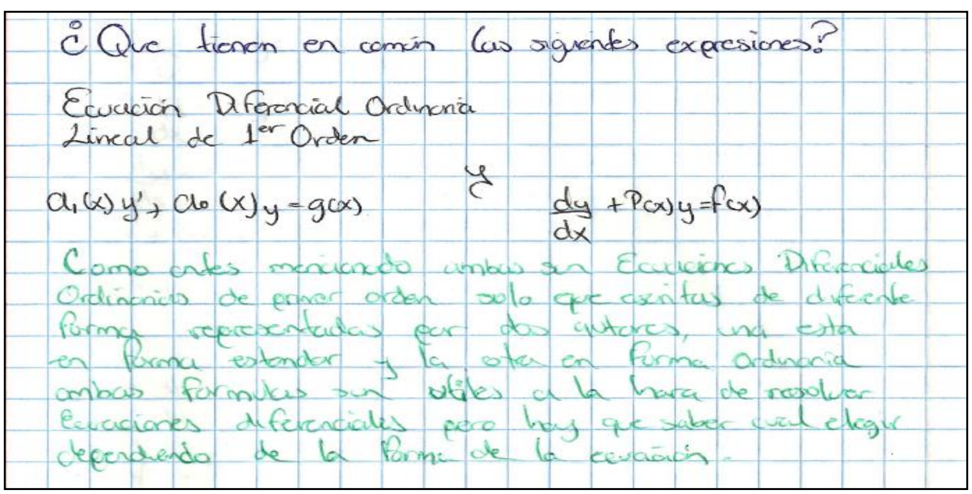


Figura 21. Respuesta de E21 a la pregunta 5

En la pregunta 6, Con la explicación del método de solución del factor integrante, los estudiantes desarrollaron ejercicios para lograr interiorizar el proceso del método y encapsular la solución de una EDO lineal de primer orden, donde 8 estudiantes muestran desarrollar favorablemente el proceso del método del factor integrante (Figura 22). 2 estudiantes presentan errores al final, al no considerar la constante de integración.

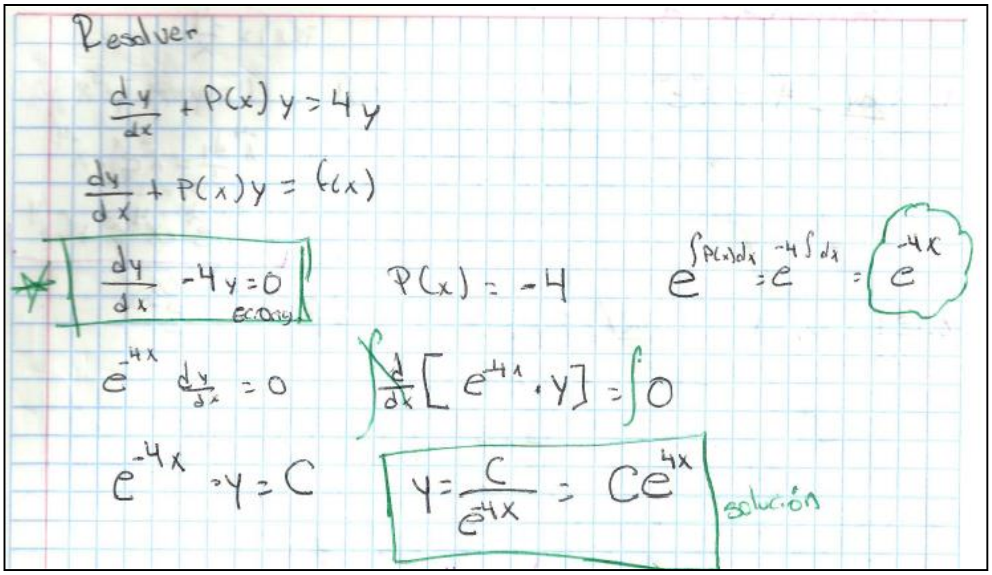


Figura 22. Respuesta de E21 a la pregunta 6

Una de las aplicaciones de las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias de Primer Orden es el modelado de Circuitos Eléctricos e importante para el perfil de egreso del estudiante, donde la combinación de los elementos resistivos, capacitivos e inductivos nos permite trabajar con Ecuaciones Diferenciales. En el programa de estudios Física General del Plan de estudios de la carrera de Ingeniería en Sistemas Computacionales ubicada en el tercer semestre (uno antes de que el estudiante lleve la asignatura de Ecuaciones Diferenciales), el temario se organiza en 7 unidades, donde la 5ª unidad corresponde a Electrostática donde la competencia es la de conocer el concepto de carga eléctrica, campo eléctrico, potencial eléctrico y capacitancia, en la 6ª unidad corresponde a Electrodinámica donde la competencia es conocer los conceptos principales de la electrodinámica como corriente eléctrica, resistencia, Ley de Ohm y Leyes de Kirchhoff para ser utilizados en aplicaciones eléctrica y electrónica, en la 7ª y última unidad corresponde a Electromagnetismo donde la competencia es conocer los conceptos principales del electromagnetismo como fuerza magnética, campo magnético, conductor e inductancia. Es por ello que realizar acciones sobre conceptos básicos de un circuito eléctrico como: Corriente eléctrica, Tensión o Voltaje, Elementos de circuitos (Elementos pasivos y activos) es fundamental para obtener la construcción del objeto matemático (Figura 23).

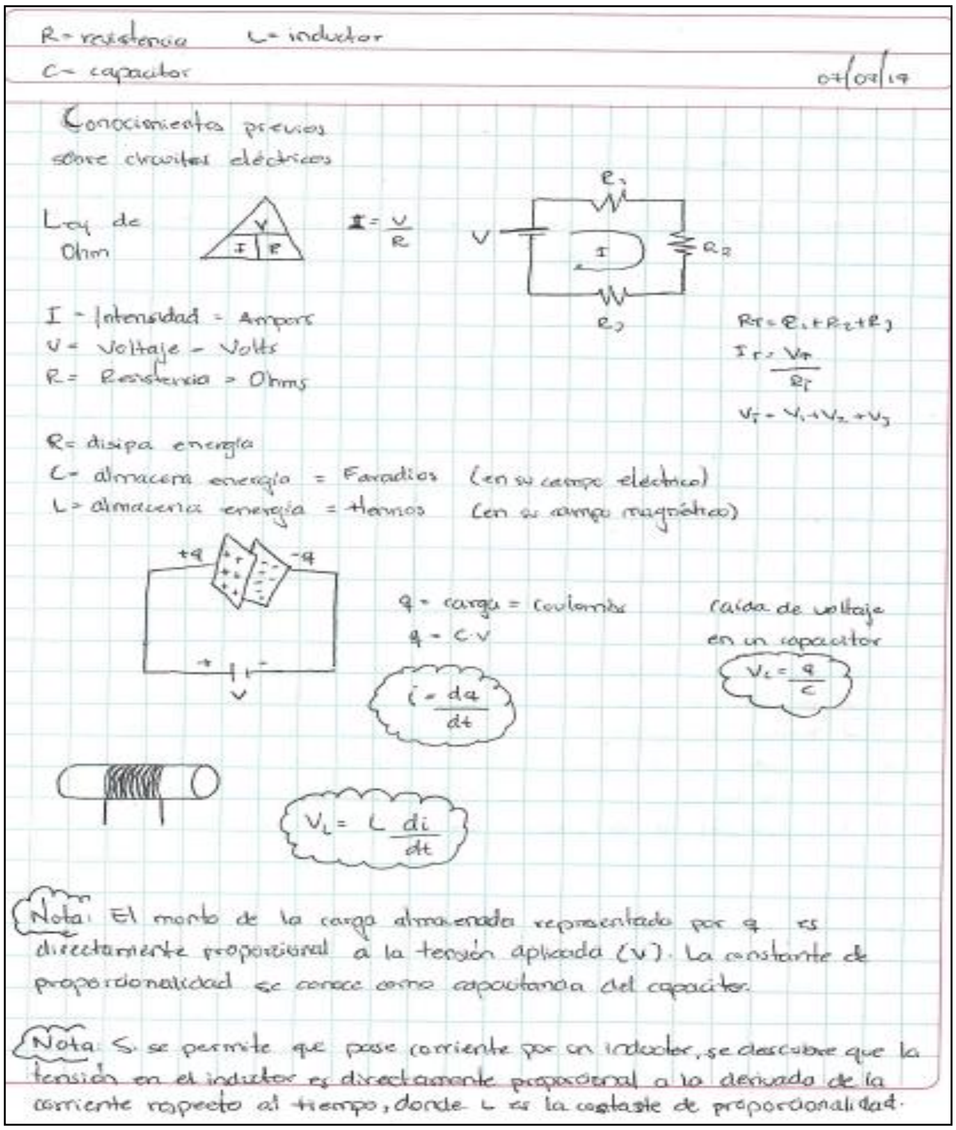


Figura 23. Anotaciones de E16

En la pregunta 7, 5 estudiantes muestran encapsular el proceso de aplicación de una EDO lineal de primer orden, para la construcción del objeto sobre el modelado de circuitos eléctricos con ecuaciones diferenciales al representar el modelo matemático de un circuito eléctrico RL serie y también logran la construcción del proceso a través de la representación estándar del modelo del circuito eléctrico RL serie, con base a las Leyes de Kirchhoff y Ley de Ohm (Figura 24 y 25). 4 estudiantes confunden el modelo matemático en la caída de voltaje de la resistencia $V_R = Ri$, al utilizar $\frac{dq}{dt}$ en lugar de la corriente i. Un sólo estudiante mostró no haber construido el objeto matemático sobre el modelado de un circuito eléctrico RL serie.

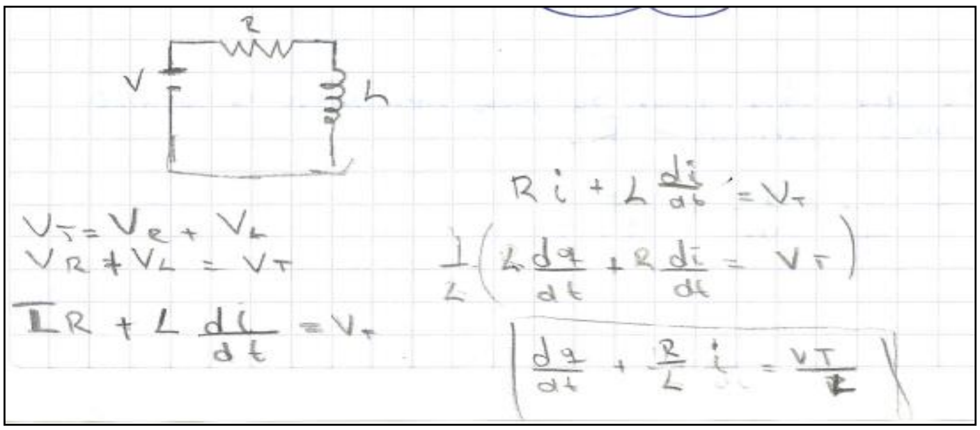


Figura 24. Respuesta de E4 a la pregunta 7

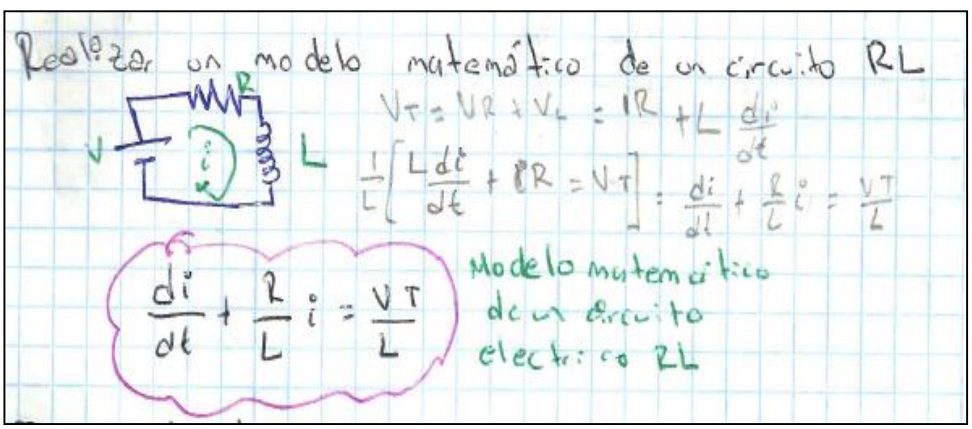


Figura 25. Respuesta de E32 a la pregunta 7

En la pregunta 8, 7 estudiantes responden que ambas expresiones (expresión de la EDO lineal de primer orden que presenta el método del Factor Integrante y el modelo matemático del circuito eléctrico RL serie) son ecuaciones diferenciales ordinarias, lineales, de primer orden y que son iguales, mostrando con ello la coordinación de dos procesos (Figura 26), un estudiante de los 7 contestó que ambas expresiones se pueden representar en su forma estándar, presentando las mismas características (Figura 27). 3 estudiantes mostraron información en camino de construirse.

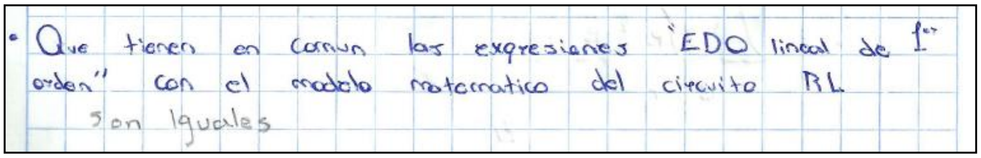

• Que tienen en comun las expresiones "EDO lineal de 1er orden" con el modelo matematico del circuito RL
Son Iguales

Figura 26. Respuesta de E6 a la pregunta 8

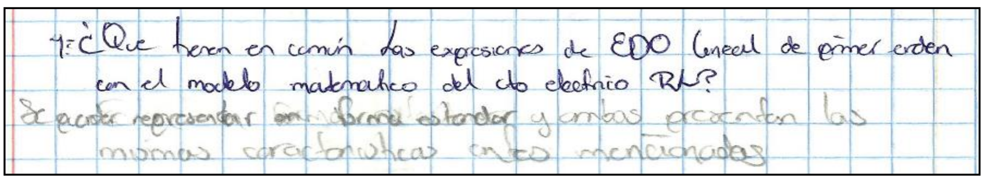

7.- ¿Qué tienen en común las expresiones de EDO lineal de primer orden con el modelo matemático del cto eléctrico RL?
Se pueden representar en forma estándar y ambas presentan las mismas características antes mencionadas

Figura 27. Respuesta de E21 a la pregunta 8

En la pregunta 9, 8 estudiantes obtuvieron la solución del modelo matemático de un circuito eléctrico RL serie, evidenciando encapsular el proceso del método del factor integrante y obteniendo la construcción objeto de la solución de una EDO lineal de primer orden que modela un circuito eléctrico RL serie (Figura 28). 2 estudiantes de los 8, al inicio del proceso del método del Factor Integrante, se confundieron con la variables independiente, colocando $P(x) = \frac{R}{L}$ en lugar de $P(t) = \frac{R}{L}$. 2 estudiantes no mostraron haber desarrollado la construcción del objeto matemático, al comentar varias veces, que aún no entendían bien los temas.

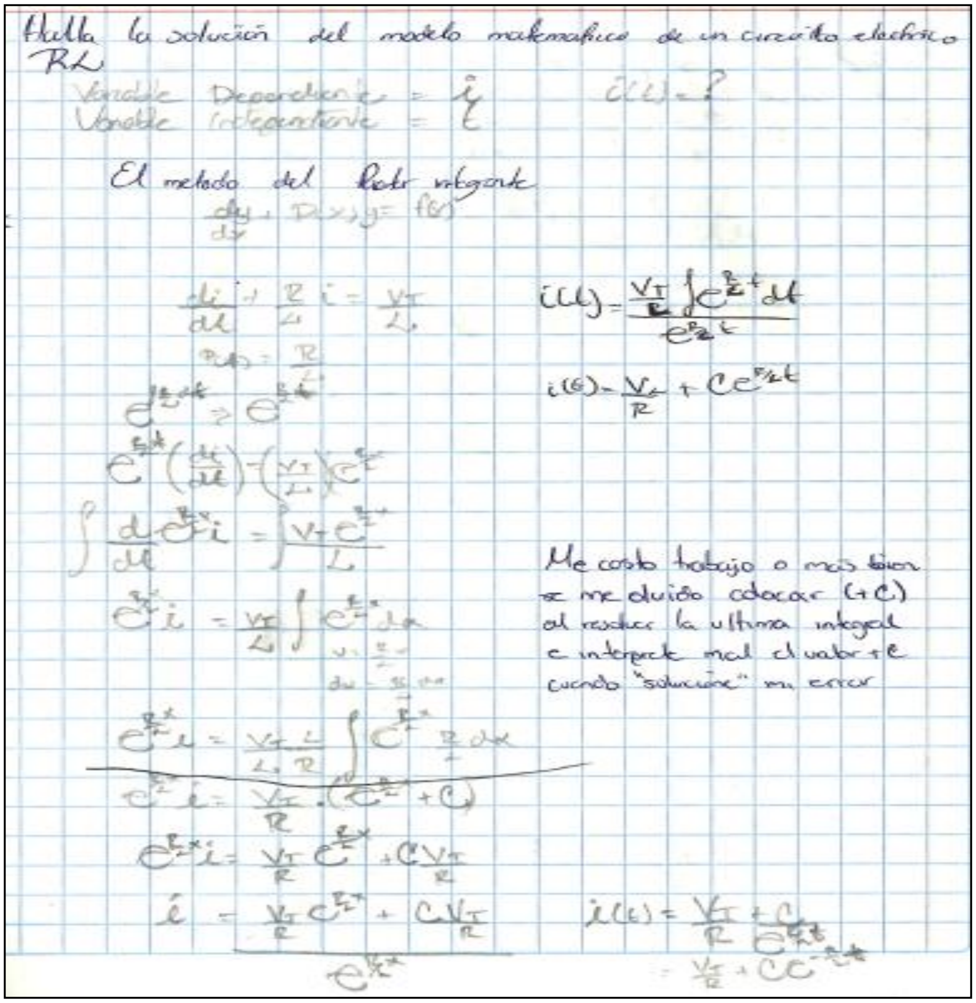


Figura 28. Respuesta de E21 a la pregunta 9

La construcción del objeto solución de una EDO lineal de primer orden $i(t) = \frac{V}{R} - \frac{V}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$, también nos permitirá predecir su comportamiento y analizar el fenómeno de condiciones distintas de un proceso dinámico.

5.2 Obtención y Análisis posteriori de datos de la entrevista

Como parte de la componente Análisis y Verificación de Datos de la metodología de investigación, en la aplicación de la Entrevista se obtuvieron la siguiente información:

En el problema 1, 6 estudiantes muestran: haber interiorizado las acciones sobre la definición y clasificación de una ecuación diferencial (incisos a y b), haber desarrollado el mecanismo de coordinación al haber identificado el modelo matemático del circuito eléctrico RL (inciso c), haber interiorizado las acciones sobre las Leyes que generaron el modelo matemático del circuito eléctrico RL serie (inciso d) y también expresan que el método a utilizarse es el del factor integrante por la analogía de las variables dependientes e independientes mostrando con ello el desarrollo de coordinación de procesos (inciso e). Como se observa en el siguiente diálogo:

[ENT] La expresión $L\frac{di}{dt}+Ri=V_t$ ¿será una ED?

[E4] *Si, es una ecuación diferencial lineal de primer orden.*

[ENT] ¿Qué más observas? de acuerdo a sus variables.

[E4] *Que es ordinaria, tiene una variable dependiente y una independiente.*

[ENT] De acuerdo a las variables que marca ahí, L, R, i y V_t ¿qué logras ver ahí?

[E4] *Es un circuito eléctrico RL en su forma general.*

[ENT] ¿Hay alguna otra forma de representarlo?

[E4] *Ahh, si en su forma estándar.*

[ENT] ¿Con base a qué se obtiene ese modelo matemático?

[E4] *A las Leyes de Kirchhoff y específicamente también a la Ley de Ohm.*

[ENT] La Ley de Kirchhoff, ¿por qué?

[E4] *Por la suma de voltajes.*

[ENT] ¿Qué nos dice la suma de los voltajes?

[E4] *Que todas las sumas de las caídas, al sumarla con el voltaje total nos tienen que dar igual a cero.*

[ENT] Para hallar su solución de ese modelo matemático, ¿mediante qué método consideras que se podría resolver?

[E4] *El método que tendríamos que utilizar es el factor integrante.*

[ENT] ¿Por qué el factor integrante?

[E4] *Ya que el factor integrante tiene una expresión la cual se parece a la misma.*

[ENT] ¿Qué tienen en común esas dos expresiones?

[E4] *Ehh, en sí, la forma, es la misma forma, en este caso está representado con i y en el otro caso está representado con y la variable dependiente y la independiente de éste lado es la t y de este lado sería la x y nuestra $P(x)$ de éste lado tendría que ser $\frac{R}{L}$ y acá está $P(x)$.*

[ENT] ¿Entonces se parecen ambas expresiones?

[E4] *Sí, si se parecen.*

Aunque en el último inciso, 2 de los 6 estudiantes confunden las variables dependientes e independientes al desarrollar el proceso del método del factor integrante. Como se observa en el siguiente diálogo:

[ENT] Para hallar la solución de ese modelo matemático, ¿mediante qué método sería una propuesta para hallar su solución?

[E6] *Considero que el método más efectivo sería el de factor integrante*

[ENT] ¿Por qué?

[E6] *Ehh, bueno porque, buen en el caso del otro método, que es variables separables no se podría realizar, porque no se puede separar las variables por completo, siempre nos quedaría unas dependiendo de otras.*

[ENT] ¿Cuál es la propuesta del método del factor integrante? ¿Cómo inicia?

[E6] *Ehhh ok, el método del factor integrante, inicia trabajando en función de una variable $P(x)$.*

[ENT] ¿Puedes representar la propuesta cómo inicia?

[E6] *Sí,* $\frac{dx}{dy} + P(x)y = f(x)$

[ENT] Nada más que en la primera parte de la ecuación tengo mis dudas.

[E6] *Ah, creo que está al revés.*

[ENT] ¿La variable dependiente sería?

[E6] y

[ENT] ¿Y la independiente?

[E6] x

Pero los 6 estudiantes logran encapsular el objeto matemático de la solución de una EDO lineal de primer orden, en el último inciso, un estudiante menciona y explica tres posibles soluciones que se pueden obtener al aplicar el método del factor integrante. Como se observa en el siguiente diálogo:

[ENT] Para hallar la solución de un modelo matemático o de una ecuación diferencial, en este caso del modelo matemático del circuito eléctrico RL, ¿mediante qué método se podría hallar su solución?

[E28] *Ehh, lo que podríamos usar es el método del factor integrante, ya que si podemos ver en la fórmula es muy parecido a lo que tenemos ahí.*

[ENT] ¿Esa expresión está representado en su forma general o en su forma estándar?

[E28] *Ese es su modelo matemático, todavía falta aplicarle, para que se convierta en método estándar.*

[ENT] ¿Me podrías platicar cómo se utiliza el método?

[E28] *Pues más o menos de ese modelo matemático (expresión del problema 1), se tiene que convertir a su forma estándar, una vez que está en su forma estándar, aplicamos el método, que viene siendo la derivada* $\frac{dy}{dx}+P(x)y=f(x)$, *sería convertir nada más, cambiar las variables.*

[ENT] Entonces hay que determinar una $P(x)$ y para este caso sería $P(t)$

[E28] *Sí.*

[ENT] Al pasarlo a su forma estándar, ¿cuánto valdría $P(t)$?

[E28] *Ehhh, tendría que ser, me parece* $\frac{R}{L}$.

[ENT] ¿Y qué hacemos con ese valor $P(t)$?

[E28] *Tendríamos que sacar el exponente, sacarle una integral al exponente.*

[ENT] Que es lo que se conoce ¿cómo?

[E28] *Factor integrante, una vez que tenemos el factor integrante, llegar a una solución, de hecho podríamos tener tres posibles soluciones, la primera una fórmula que nos ayudaría a tener las corrientes indirectas para cualquier valor inicial, si seguimos resolviendo esa misma operación tendríamos una carga directa con las condiciones* *iniciales diferentes a $i(0) = 0$ y si seguimos aplicando tendríamos una corriente directa con $i(0) = 0$.*

[ENT] O sea que a través del método del factor integrante podemos obtener la solución…

[E28] *Ajá.*

En el problema 2, 4 de los 6 estudiantes muestran haber identificado el objeto matemático sobre la solución de una EDO lineal de primer orden que modela un circuito eléctrico. Como se observa en el siguiente diálogo:

[ENT] La expresión $i(t) = \frac{V_t}{R} - \frac{V_t}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$ ¿qué nos representa?

[E21] *Ummm de acuerdo a la solución, nos representa el resultado que nos dio con valores no dados todavía.*

[ENT] Entonces, ¿nos representa la solución de un circuito eléctrico RL?

[E21] *Sí.*

Así mismo, 2 de los 6 estudiantes se confunden al decir que la expresión del problema 2 es una derivada. Como se observa en los siguientes diálogos:

[ENT] La expresión $i(t) = \frac{V_t}{R} - \frac{V_t}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$ ¿será una ecuación diferencial?

[E16] *Sí.*

[ENT] ¿Por qué?

[E16] *Ummm.*

[ENT] ¿Dónde está la derivada?

[E16] *No, ahí no.*

Y en

[ENT] La expresión $i(t) = \frac{V_t}{R} - \frac{V_t}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$ ¿será una ecuación diferencial?

[E28] *Sí.*

[ENT] ¿Por qué?

[E28] *Por la derivada, como lo mencioné.*

[ENT] Pero la expresión, ¿tiene símbolo de la derivada?

[E28] *Ummm no, es una función.*

El estudiante tiene dos alternativas de solución de un circuito eléctrico RL serie, mediante el método del factor integrante o con la expresión del problema 2. Pero si únicamente se le presenta la última, no se logra desarrollar construcciones y mecanismos mentales que se tienen considerados en la descomposición genética y necesaria para la construcción del objeto matemático.

En el problema 3, 5 de los 6 estudiantes muestran haber encapsulado tanto la construcción objeto sobre modelado de un circuito eléctrico con ecuaciones diferenciales como el de la solución de una EDO lineal de primer orden que modela un circuito eléctrico RL serie (inciso a). Como se observa en el siguiente diálogo:

[ENT] La información del problema 3 nos marca que es un circuito eléctrico, de acuerdo a los valores ¿qué tipo de circuito es?

[E32] *Un circuito RL.*

[ENT] ¿Puedes hallar la solución mediante el método del factor integrante?

[E32] *¿O utilizo la solución $i(t)$?*

[ENT] Jejeje, ahorita lo resolvemos con el método del factor integrante, ya identificaste la solución directa.

[E32] *Sí, entonces* $\frac{di}{dt}+500i=300$, $P(x)=500$

[ENT] Respecto a la variable que pusiste ¿la variable x?

[E32] *Ahhh sí, sería t, la solución es* $i=\frac{3}{5}+\frac{C}{e^{500t}}$

[ENT] ¿Y si consideramos la condición inicial $i(0)=0$?

[E32] $C=-\frac{3}{5}$, *quedando* $i=\frac{3}{5}-\frac{\frac{3}{5}}{e^{500t}}$

[ENT] ¿Qué significa el resultado?

[E32] *Es para poder calcular la corriente en cualquier instante del tiempo.*

Un solo estudiante muestra estar en camino de construir el objeto de la solución de la ecuación diferencial al no desarrollar por si solo el proceso del método del factor integrante, mas sin embargo utiliza la expresión del problema 2, para hallar su solución. Como se observa en el siguiente diálogo:

[ENT] El esquema del circuito eléctrico que se muestra, ¿de qué tipo es?

[E6] *Es un circuito eléctrico de tipo RL.*

[ENT] ¿Podrías hallar la solución de este circuito eléctrico, mediante el método del factor integrante?

[E6] *Ummm, si $P(x)=\frac{R}{L}$*

[ENT] ¿La variable independiente es x?

[E6] *Ummm, no, se trabajaría en función del tiempo, $P(t) = 500$*

Durante el desarrollo del método del factor integrante para hallar la solución, se le estuvo apoyando, ya que presentó muchas dudas sobre los pasos desde un inicio.

[ENT] ¿Todavía faltaría determinar algo?

[E6] *Tenemos que determinar el valor de la constante, con la condición inicial $i(0) = 0$, entonces $C = -\frac{3}{5}$*

[ENT] ¿Cómo nos quedaría la solución?

[E6] $i = \frac{3}{5} - \frac{3}{5}e^{-500t}$

Sin embargo mediante la expresión del problema 2, si logra obtener la solución.

[ENT] Ahora la siguiente expresión $i(t) = \frac{V_t}{R} - \frac{V_t}{R}e^{-\frac{R}{L}t}$ ¿será una ecuación diferencial?

[E6] *No.*

[ENT] Así como está la expresión, dado las variables ¿es la solución de qué?

[E6] *Es la solución de un modelo matemático tipo RL, teniendo en cuenta una condición inicial.*

[ENT] Con los datos del problema 3, ¿puedes hallar la solución?

[E6] *Manejando $i(t)$, si, sustituyendo nos queda $i(t) = \frac{3}{5} - \frac{3}{5}e^{-500t}$*

Respecto al inciso b, los 6 estudiantes coinciden de manera general en las ventajas y desventajas que presentan los dos procedimientos para hallar la solución de una EDO lineal de primer orden que modela un circuito eléctrico RL (mediante el factor integrante y mediante la expresión del problema 2). Como se observa en el siguiente diálogo:

[ENT] ¿Cuáles serán las ventajas y desventajas de hacerlo con la expresión del problema 2?

[E6] *La ventaja sería ahorrar tiempo, tal vez hacer un poco menos de escritura o en este caso un poco menos de razonamiento porque es un poco más práctico, pero la desventaja al hacerlo más práctico es que evita que podamos ir conociendo el cómo nace eso o de donde viene.*

Y en

[ENT] ¿Qué ventajas y desventajas observas al realizarlo mediante con el método del factor integrante y al utilizar la solución $i(t)$?

[E28] *Pues diría que la ventaja que más sentimos ahorita, pues fue el tiempo que nos llevó hacerlo, ahorita solo sustituí variables y pues ya estaba listo, mientras que si lo hubiéramos empezado hacer desde el método, nos hubiera llevado mucho tiempo. La desventaja de usar la solución $i(t)$, es que no sabemos cuál fue el proceso que se llevó para llegar a ésta solución.*

En el problema 4, 3 de los 6 estudiantes muestran haber desarrollado el mecanismo mental desencapsular, al obtener los valores de Resistencia e Inductancia del circuito eléctrico RL serie, de la construcción objeto

Modelado de un circuito eléctrico RL serie con ecuaciones diferenciales a su forma estándar, los otros 3 estudiantes se encuentran en camino de construir el proceso inverso. Como se observa en el siguiente diálogo:

[ENT] La expresión $\frac{di}{dt}+5i=12$, tuvo que haber venido de algún modelo. ¿De cuál consideras?

[E21] *Del modelo que está en el problema 1.*

[ENT] ¿Por qué?

[E21] *Porque representa un circuito eléctrico.*

[ENT] Ahora, regresándonos un poquito, eso tuvo que haber venido de un esquema o de un circuito eléctrico, si nos quisiéramos regresar para ver su diagrama, ¿cuáles serían sus valores de su resistencia, inductancia, si se sabe que el voltaje aplicado es de 24 voltios?

[E21] *Podríamos a simple vista, se podría solucionar, ya que tenemos la fórmula de su forma estándar,* 12 *tendría que ser igual a* $\frac{V_t}{L}$*, despejando* $L=\frac{24}{12}=2$

[ENT] ¿Y la resistencia?

[E21] $5=\frac{R}{L}$*, pero* $L=2$ *y simplemente despejamos* $R=5$ *por* 2*, igual a 10 ohms.*

[ENT] Entonces ya tenemos los valores prácticamente, ya regresamos al esquema original.

[E21] *Sí*

[ENT] Ok, ya tenemos los datos R, L y V ¿cuál sería la solución de ese modelo matemático, si se conoce que no hay corriente inicial?

[E21] *Utilizando la solución* $i(t)$ *del problema 2, simplificando nos quedaría* $i(t)=\frac{12}{5}-\frac{12}{5}e^{-5t}$

En el problema 5, solamente 1 de los 6 estudiantes muestran haber desarrollado el mecanismo mental desencapsular, al realizar el proceso inverso de la solución de un circuito eléctrico RL serie $i(t)=\frac{12}{5}-\frac{12}{5}e^{-5t}$, a su modelo matemático que lo generó. Como se observa en el siguiente diálogo:

[ENT] Ya tenemos la solución de ese circuito, si nos quisiéramos regresar a su modelo matemático a partir de $i(t)$ ¿cómo nos podríamos regresar?

[E21] *Sabemos que para regresar al modelo matemático* $\frac{di}{dt}+\frac{R}{L}i=\frac{V_t}{L}$*, tenemos una derivada, entonces tendríamos que derivar todo esto* $i(t)=\frac{12}{5}-\frac{12}{5}e^{-5t}$

[ENT] Ahh, ok.

[E21] *Sería* $\frac{d}{dt}[i(t)=\frac{12}{5}-\frac{12}{5}e^{-5t}]$*, quedando* $\frac{di}{dt}$*, mmm la derivada de una constante sería* 0*, entonces derivamos esto, quedándonos* $\frac{di}{dt}=-\frac{12}{5}(-5e^{-5t})$*, así* $\frac{di}{dt}=12e^{-5t}$*, despejando* $\frac{\frac{di}{dt}}{e^{-5t}}=12$*, aquí ya podemos ver el valor del voltaje sobre la inductancia que es igual a* 12*, la exponencial lo podemos pasar hacia arriba como positivo.*

[ENT] ¿Cuál es la idea de subirlo?

[E21] *Es para darnos cuenta de* $P(t)$

[ENT] Ah ok.

[E21] *Sería* $e^{5t}\frac{di}{dt}=12$

[ENT] Prácticamente ya se identificaron varias cosas.

[E21] *Se identificaron tanto el voltaje, como el valor de* $P(t)=5$*, quedando* $\frac{di}{dt}+5i=12$

[ENT] Muy bien, es el modelo matemático que generó dicha solución.

El resto de los estudiantes no tiene idea de cómo realizar el proceso inverso. Como se observa en el siguiente diálogo:

[ENT] Ahora de la última expresión ($i(t)=\frac{12}{5}-\frac{12}{5}e^{-5t}$), si me quisiera regresar al modelo matemático que lo generó ¿cómo le podría hacer?

[E32] *Ay no sé....*

Al comentarles que la solución fue obtenida del método del factor integrante y que el último paso para llegar a dicha solución fue una integral, lo único que respondieron fue que habría que aplicarle una derivada. Como se observa en el siguiente diálogo:

[ENT] Ahora, si nos quisiéramos regresar a su modelo matemático de la solución $i(t)$

[E28] *Sería multiplicando por L, pero ¿Quiere la fórmula? o ¿Los resultados?*

[ENT] No, ¿cómo nos podemos ir hacia atrás? Al último para llegar a la solución hicimos una integral, ¿cuál sería lo contrario a la integral?

[E28] *Una derivada.*

5.3 Obtención y Análisis a posteriori de datos de la herramienta computacional

La actividad realizada contribuyó para que los 10 estudiantes fortalecieran las construcciones y mecanismos mentales, como la interiorización del proceso del método del factor integrante y la encapsulación del objeto solución de una EDO lineal de primer orden y su aplicación en problemas con circuitos eléctricos RL serie. A continuación se presentan comentarios de estudiantes.

[E16] *Es importante resaltar que gracias a las prácticas hechas dentro del salón de clases fue mucho más fácil y practico realizar esta actividad, ya que repasar nos ayuda a comprender mejor el tema.*

[E21] *Estoy convencido de que usar herramientas como estas nos ayuda mucho a comprobar que lo que hicimos a mano este bien, ya que esto nos da el resultado correcto, pero solo si ocupamos los comandos correctos.*

[E28] *Cabe recalcar que resolver cada uno de los ejercicios a mano y con la herramienta computacional me ayudaron a comprender el método más que si solo hubiésemos visto el método a mano.*

Así mismo, hubo comentarios de estudiantes, donde mencionan que realizar a mano el proceso del Método del Factor Integrante es importante ya que la herramienta computacional omite algunos pasos que son sencillos pero importantes para su comprensión.

[E6] *En lo particular resulta suficiente el procedimiento a mano para entender el método, porque en herramienta computacional hay que estar aprendiendo comando y eso puede generar distracción con el aprendizaje del método.*

[E26] *Con el software podemos corroborar con mayor eficiencia y precisión el resultado que obtenemos a mano, así como también al realizar el trabajo a mano podemos observar de donde salen algunos valores o pasos que el software omite.*

[E32] *Realizarlo a mano se me hace más conveniente ya que se practica un poco más y se analiza con más detalle a diferencia de hacerlo en algún software.*

CAPITULO 6. Conclusiones

En este capítulo presentamos las conclusiones de nuestro análisis de los datos empíricos obtenidos sujetas al marco teórico y metodología usada y a los objetivos propuestos en esta investigación. También hacemos algunas sugerencias, recomendaciones y trabajos de investigación a futuro relacionado con las Ecuaciones Diferenciales.

6.1 Conclusiones

Después de los análisis realizados logramos desarrollar una **descomposición genética** del concepto *solución de una ecuación diferencial ordinaria de primer orden que modela un circuito eléctrico RL serie*. Donde las relaciones entre las construcciones y mecanismos mentales en la descomposición genética como se observa en las Figuras 7, 8 y 9, permitieron que las acciones fueron interiorizadas para generar procesos que fueron coordinados para formar nuevos procesos y a su vez encapsulados para que los estudiantes lograrán construir el concepto matemático en estudio.

Para lograr la descomposición genética mencionada, se establecieron las construcciones y mecanismos mentales necesarios para construir el concepto deseado. Esto permitió establecer un camino cognitivo que los estudiantes podrían seguir en el estudio de este tema, permitiendo generar sugerencias didácticas para los docentes. Lo anterior completa nuestro objetivo general.

Finalmente, los objetivos específicos de este trabajo también se cumplieron ya que formaron parte del proceso de generar la descomposición genética.

Consideramos que el conjunto de todo lo anterior responde a las preguntas de investigación que fueron planteadas.

6.2 Recomendaciones y Trabajos a Futuro

El trabajo de investigación realizado nos confirma la importancia que tiene la Matemática Educativa en el ámbito educativo, donde se aborda principalmente los problemas relacionadas con la matemática escolar, o sea con las actividades relacionadas con la problemática que se presenta en el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas.

Como se mencionó en el problema de investigación, desde la práctica docente se ha observado que en la enseñanza y aprendizaje de las ecuaciones diferenciales los conceptos permanecen ocultos por fórmulas y procesos algorítmicos que dificultan la comprensión y aplicación de los mismos. Los temas correspondientes a la primera competencia del programa de estudios de ecuaciones diferenciales se convierten en aplicación de algoritmos que ocultan la complejidad e importancia de un objeto matemático.

La descomposición genética presentada en este trabajo de investigación evidencia que un objeto matemático por muy sencillo que parezca, involucra un conjunto de construcciones y mecanismos mentales que los estudiantes requieren desarrollar para lograr su comprensión, similar con una de las conclusiones que Chaves y Jaimes (2014) mencionan en su trabajo de investigación.

La revisión de investigaciones en Matemática Educativa, aunado al análisis reflexivo de estas investigaciones para la construcción del objeto matemático, ha permitido definir a la Teoría APOE como al elemento teórico y metodológico, por la complejidad del tema de investigación como lo sugieren algunos autores y porque se busca generar un estudio sobre cómo se construye dicho conocimiento.

El planteamiento a seguir en la componente Análisis Teórico del ciclo metodológico, permitió definir conocimientos necesarios para la construcción del objeto como: Función, Límite, Interpretación geométrica y física de la derivada, Integral, Definición, Clasificación y Solución de una Ecuación Diferencial, Método de solución (Factor Integrante), Ley de Faraday, Ley de Ohm y Ley de Kirchhoff. Con las aportaciones de docentes e investigadores, libros de texto y mediante la desencapsulación del objeto matemático, nos permitió definir acciones, procesos y objetos que lo generaron como: Método del Factor Integrante, Modelado de Circuito Eléctrico RL serie con ecuaciones diferenciales, Ecuación Diferencial Ordinaria Lineal de Primer Orden en su forma general y estándar, Definición y Clasificación de una Ecuación Diferencial.

En el Lineamiento para la Evaluación y Acreditación de Asignaturas para los Planes de estudio 2009-2010 que rigen a los Institutos Tecnológicos, se indica y sugiere que se debe considerar la integración de información cuantitativa y cualitativa, así como los diferentes tipos y formas de la evaluación y la diversidad de instrumentos en el proceso educativo. Durante muchos años en nuestra academia hemos evaluado con un enfoque cuantitativo sin tener la experiencia de instrumentos que nos permitan evaluar bajo el enfoque cualitativo, por ello en este trabajo de investigación se trabajó con un enfoque cualitativo, que nos ha permitido conocer la evolución cognitiva de los estudiantes a través del diseño y aplicación de instrumentos como el cuestionario y entrevistas para dar respuesta a las construcciones y mecanismos mentales de la descomposición genética.

Dentro de los resultados podemos concluir que uno de los procesos fundamentales es la Clasificación de las Ecuaciones Diferenciales, ya que nos permite definir el método de solución en coordinación con la forma estándar de la Ecuación Diferencial Ordinaria Lineal de Primer Orden, el análisis a posteriori de la pregunta 2 del cuestionario y del problema 1 de la entrevista nos muestran que los estudiantes presentan dificultad al interiorizar acciones sobre la linealidad de una ecuación diferencial. En los libros de texto se dice que las ecuaciones diferenciales se caracterizan por dos propiedades:

i) La variable dependiente y y todas sus derivadas son de primer grado, esto es, la potencia de cada término que involucra a y es 1.
ii) Cada coeficiente depende sólo de la variable independiente x.

Consideramos que el problema, se encuentra en la certeza de la variable dependiente e independiente y en el término coeficiente (concepto que se describe desde las operaciones algebraicas). Un aspecto que consideramos nos ayudaría para que el estudiante comprenda dichas propiedades, sería explicando y comparando la siguiente expresión con las dos propiedades:

$$a_n(x)\frac{d^n y}{dx^n} + a_{n-1}(x)\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + \cdots + a_2(x)\frac{d^2 y}{dx^2} + a_1(x)\frac{dy}{dx} + a_0(x)y = g(x)$$

Ya que al observar la última expresión con las dos propiedades nos puede ayudar a identificar si la ecuación diferencial ordinaria es lineal o no lineal y por lo consiguiente su comprensión.

Esta situación de la variable dependiente e independiente se refleja también en el momento de tratar de coordinar dos procesos: Método Factor Integrante $\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x)$ y el de la representación estándar del Modelo Matemático de un Circuito Eléctrico RL $\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{V_t}{L}$, ya que en el instante que el estudiante tiene que encapsular el objeto matemático Solución de una

Ecuación Diferencial Ordinaria Lineal de Primer Orden que modela un circuito eléctrico y al tratar de resolverlo mediante el método del factor integrante, el estudiante confunde el valor de $P(x)$ por la nueva variable independiente $P(t)$, lo cual lleva a que el factor integrante quede expresado de la siguiente manera errónea como $e^{\int P(x)dt}$.

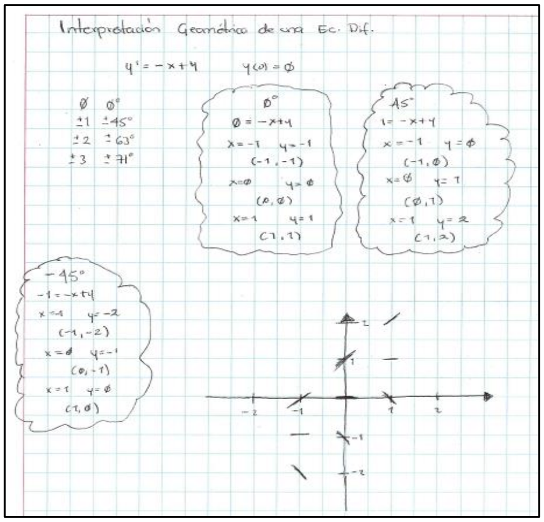
En el momento de la interiorización de acciones sobre Ley de Kirchhoff, Ley de Ohm y de Faraday para su Aplicación en Ecuaciones Diferenciales Ordinarias Lineales de Primer Orden y por lo consiguiente en la encapsulación del objeto Modelado de Circuitos Eléctricos RL Serie con Ecuaciones Diferenciales, el estudiante tiene presente los circuitos puramente resistivos vistos en la asignatura de Física General de su plan de estudios, pero al pretender modelar circuitos eléctricos con ecuaciones diferenciales utilizando la 2ª Ley de Kirchhoff, respecto al voltaje en la resistencia $V_R = iR$ no existe problema alguno, pero al momento de preguntarles sobre el voltaje en el inductor, no tienen claro que el voltaje en el inductor es directamente proporcional a la derivada de la corriente con respecto al tiempo $V_L = L\frac{di}{dt}$. Una pregunta que podemos plantearnos es ¿Cómo podemos ayudar a los estudiantes logren la interiorización de esa acción?

Con la finalidad de observar en el estudiante el mecanismo mental desencapsulación de objetos matemáticos y tener claro los procesos que lo originaron, en los problemas 4 y 5 de la entrevista realizado a los estudiantes primeramente se solicitó que del Modelo Matemático del Circuito Eléctrico RL Serie se obtuviera el Circuito Eléctrico que lo generó, donde el principal problema que consideramos es poder realizar el planteamiento de una ecuación de primer grado para encontrar los valores como resistencia e inductancia. Después se solicitó que de la solución de un Circuito Eléctrico RL Serie se obtuviera el Modelo Matemático que lo generó, consideramos que el problema fundamental es tener la certeza que el último paso del método del factor integrante es una integral y por lo tanto para dar inicio al proceso inverso sería aplicarle una derivada a dicha solución.

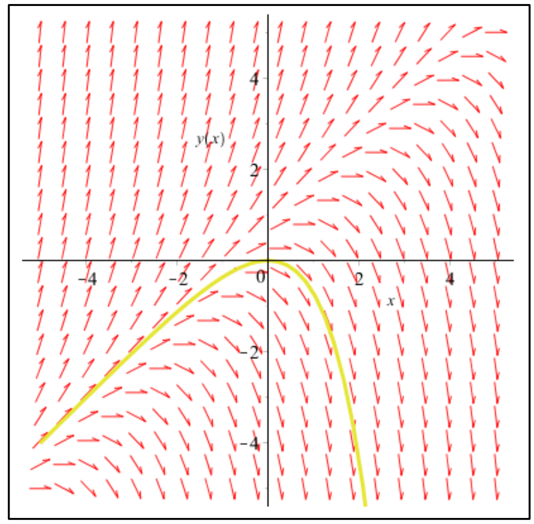
Aunque la mayoría de los estudiantes que fueron entrevistados no lograron desarrollar el mecanismo mental desencapsular (solamente un estudiante, E21, si mostró evidencias de desarrollarlo), se recomienda realizar acciones como el de plantear y hallar la solución de ecuaciones de primer grado para el problema 4 y la obtención de funciones primitivas para el problema 5, para tratar que los estudiantes muestren la construcción del mecanismo mental.

Dentro de las actividades se usó una herramienta computacional, con el objetivo de incentivar a los estudiantes para la comprensión de temas como: Interpretación Geométrica, Solución y Aplicación de una Ecuación Diferencial mediante el Método del Factor Integrante.

Realizar a mano la Interpretación Geométrica de una Ecuación Diferencial y observar el comportamiento de las posibles soluciones de una ED, es directo pero tardado. Zill y Cullen (2009) mencionan que en la vida solo una o dos veces se realice esta tarea, pero generalmente es más eficiente realizarlo usando un paquete computacional. Como se muestra a continuación:



Campo direccional de una ED a mano



Campo direccional de una ED mediante una herramienta computacional

Al realizar la entrevista el estudiante E6 comentó que mediante la práctica sobre la Interpretación Geométrica de una Ecuación Diferencial, recordaba que se generaban múltiples resultados y que bajo la condición inicial establecida se mostraba la solución de una ecuación diferencial. Consideramos que fue de gran apoyo el uso de la herramienta computacional para el logro del objetivo planteado en la práctica.

Respecto a la Solución y Aplicación de una Ecuación Diferencial mediante el Método del Factor Integrante, con un solo comando *dsolve* de la herramienta computacional se puede encontrar la solución de Ecuaciones Diferenciales, pero lo que se intentó promover en la práctica es que los estudiantes trataran de visualizar el proceso completo del Método del Factor Integrante, mediante la implementación de un mayor número de comandos. Como se muestra a continuación:

> $restart$

Primeramente se carga la libreria correspondiente a las herramientas de las Ecuaciones Diferenciales

> $with(DEtools):$

Se nombra a la Ecuación Diferencial

> $ed1 := y' - \frac{4}{x} \cdot y = x^5 \cdot e^x$

$$ed1 := \frac{d}{dx}\, y(x) - \frac{4\, y(x)}{x} = x^5\, e^x \qquad (27)$$

Con el comando intfactor, se obtiene el valor del factor integrante

> $\mu := intfactor(ed1)$

$$\mu := \frac{1}{x^4} \qquad (28)$$

Con el comando firint, se multiplica el factor integrante por el primer miembro de la ecuación diferencial y por lo que esta despues de la igualdad, realizándose la integración de ambos miembros

> $firint(\mu\, ed1)$

$$\frac{y(x)}{x^4} - (x-1)\, e^x + \_C1 = 0 \qquad (29)$$

Se sustituyen la condición inicial para hallar el valor de la constante C1

> $subs([x = 1, y(x) = 1], \mathbf{(29)})$

$$1 + \_C1 = 0 \qquad (30)$$

Con el comando solve, se despeja para hallar el valor correspondiente a C1

> $\_C1 := solve(\%, \_C1)$

$$\_C1 := -1 \qquad (31)$$

Ya encontrado el valor de C1, de la expresión en la etiqueta 29, se procede hallar la solución

> $y := solve(\mathbf{(29)}, y(x))$

$$y := \left(x e^x - e^x + 1\right) x^4 \qquad (32)$$

Procedimiento para determinar la Solución de una ED mediante el Método del Factor integrante

Donde los estudiantes coinciden que con el uso de la herramienta computacional fue más fácil y ayudó a comprender mejor el Método del Factor Integrante, pero también mencionaron que realizar el procedimiento a mano es necesario porque se realizan todos los pasos y con la herramienta computacional se omiten algunos. Algo muy importante para trabajos de investigación a futuro, sería realizar actividades sobre el diseño de pequeñas construcciones de algoritmos durante el desarrollo de la descomposición genética para propiciar la abstracción reflexiva del estudiante.

Con el diseño de la descomposición genética, contribuyen a la organización del contenido a enseñar mediante una secuencia didáctica (Ver anexo 4), donde se establecen las estrategias didácticas, de aprendizaje, criterios y los instrumentos de evaluación como: mapa conceptual, problemario, práctica y problema integrador.

En general podemos decir que las construcciones y los mecanismos mentales considerados en la descomposición genética (Figura 7, Figura 8 y Figura 9) y con la información obtenida de los estudiantes, muestran que parece ser viable para su utilización. Pero sin duda los resultados de nuestra investigación pueden ser refinados mediante una nueva aplicación del ciclo de investigación que hemos desarrollado.

Referencias Bibliográficas

Alexander, C., & Sadiku, M. (2013). *Fundamentos de Circuitos Eléctricos*. México: Mc GRAW-HILL/INTERAMERICANA.

Arnon, I., Cottrill, J., Dubinsky, E., Oktac, A., Roa Fuentes, S., Trigueros, M., & Weller, K. (2014). *APOS Theory, A Framework for Research and Curriculum Development in Mathematics Education.* New York: Springer Science.

Asiala, M., A. Brown, DeVries D., Dubinsky, E., Mathews D., & Thomas K. (1996). A Framework for Research and Currículum Development in Undergraduate Matemathics Education. *Research in Collegiate Mathematics Education, 2*(3), 1-32*.*

Azcárate, C., & Camacho, M. (2003). Sobre la Investigación en Didáctica del Análisis Matemático. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana,* 10 (2), 135-149.

Badillo, E. (2003). *La derivada como objeto matemático y como objeto de enseñanza y aprendizaje en profesores de matemáticas de Colombia* (Tesis Doctoral). Universidad Autónoma, Barcelona).

Bermúdez, E. (2011). *Comprensión del Concepto de Integral Definida en el Marco de la Teoría APOE* (Tesis de doctorado no publicado). Universidad de Salamanca. España. Recuperada de https://gredos.usal.es/jspui/bitstream/10366/83204/1/DDMCE_AldanaBerm%C3%BAdez_El%C3%A9cer_Comprensi%C3%B3n.pdf

Campero, J. (2010). *Propuesta didáctica en optimización dinámica: El caso del cálculo de variaciones y la teoría de control* (Tesis de doctorado no publicada). CICATA-IPN. México.

Carmona, I. (2011). *Ecuaciones Diferenciales* (5ª ed.). México: PEARSON Educación.

Çengel, Y., & Palm, W. (2014). *Ecuaciones Diferenciales para Ingeniería y Ciencias*. México: Mc GRAW-HILL/INTERAMERICANA.

Chaves, R., & Jaimes, L. (s.f.). *Análisis teórico de la ecuación diferencial lineal de primer orden que modela un problema de mezclas*. Manuscrito en preparación.

Chaves, R., & Jaimes, L. (2014). *Descomposición genética de la ecuación diferencial lineal de primer orden que modela un problema de mezclas*

(Tesis de maestría no publicada). FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA-UPN. Colombia. Recuperada de http://repository.pedagogica.edu.co/xmlui/handle/123456789/1179

Codes, M., & Perdomo, J. (2012). *Introducción a las ecuaciones diferenciales ordinarias a partir del análisis de fenómenos de variación.* Taller presentado en el III Seminario del Grupo de Investigación en Didáctica del Análisis Matemático, Salamanca, España.

Dubinsky, E. (1991). Reflective Abstraction in Advanced Mathematical Thinking. *Advanced Mathematical Thinking*, 95–123.

Edwards, H., & Penney, D. (2009). *Ecuaciones Diferenciales y problemas con valores en la frontera* (4ª ed.). México: PEARSON Educación.

García-Martínez, I., & Parraguez-González, M. (2015a). Refinamiento de una descomposición genética para el concepto de inducción matemática. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (Vol. 28, 765-773). México D.F.: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

García-Martínez, I., & Parraguez-González, M. (2015b). Validación de una descomposición genética del concepto de inducción matemática. *Jornadas Nacionales de Educación Matemática XIX*. 277-283.

Guerrero, C., Camacho, M., & Mejía, H. (2010). Dificultades de los estudiantes en la interpretación de las soluciones de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias que modelan un problema. *Enseñanza de las Ciencias,* 28(3), pp.341–352.

Gutiérrez, L., & Valdivé, C. (2012). Una descomposición genética del concepto de derivada. *Gestión y Gerencia* , 104-122.

Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2014). *Metodología de la Investigación.* México: Mc Graw Hill Education.

Hernández, R. (2010). *Introducción a los sistemas de control.* México: PEARSON EDUCACIÓN.

Ibarra, J. (2013). *Matemáticas 5 Ecuaciones Diferenciales*. México: Mc GRAW-HILL/INTERAMERICANA.

Larson, R., & Edwards, B. (2010). *Cálculo 1 de una variable*. México: Mc GRAW-HILL/INTERAMERICANA.

Miranda, E. (2003). La construcción de un concepto matemático. *Renglones* , 20-24.

Mybert, Z., Maharaj, A., & Brijlall, D. (2012). Reflective Abstraction and Mathematics Education: The Genetic Decomposition of the Chain Rule. En *US-China Education Review* (págs. 408-414). New York: David Publishing.

Nagle, K., Saff, E., & Snider, A. (2005). *Ecuaciones Diferenciales y problemas con valores en la frontera* (4ª ed.). México: PEARSON Educación.

Parraguez, M. (2009). *Evaluación Cognitiva del Concepto Espacio Vectorial* (Tesis de doctorado no publicado). CICATA-IPN. México. Recuperada de http://www.repositoriodigital.ipn.mx/handle/123456789/11419

Perdomo, J. (2011). Módulo de enseñanza para la introducción de las ecuaciones diferenciales ordinarias en un ambiente de resolución de problemas con tecnología. *Números* , 113-134.

Piaget, J. (1980). *Psicología y pedagogía.* Buenos Aires: Ariel.

Piaget, J. (1972). *The principles of Genetic Epistemology. (W. Mays, Trad.).* London: Neubauer, P. B. (original published 1970).

Roa, S., & Oktac, A. (2010). Construcción de una descomposición genética: Análisis teórico del concepto transformación lineal. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* , 89-112.

Rasmussen, C. (2001). New directions in differential equations. A framework for interpreting students' understandings and difficulties. *Journal of Mathematical Behavior*, 20, 55-87.

Rodríguez, R. (2012, mayo). *Competencias de modelación y uso de tecnologías en ecuaciones diferenciales*. Proyecto de investigación presentado en la Coorporación Universitaria para el Desarrollo de Internet A.C., Baja California, México.

Suárez-Aguilar, Z. (2015). Construcción de una descomposición genética: análisis teórico del concepto diferencial de una función en varias variables. *Revista de Investigación Desarrollo e Innovación, 6*(1), 45-60.

Tall, D. (1991). The psychology of advanced mathematical thinking, D. Tall (ed.), Advanced mathematical thinking, 3-21.

Tecnológico Nacional de México. (2017). *Licenciaturas.* México. Recuperada de http://www.tecnm.mx/licenciatura_2009_2010/ingenieria-en-sistemas-computacionales

Trigueros, M., Maturana, I., Parraguez, M., & Rodríguez, M. (2015). Construcciones y mecanismos mentales para el aprendizaje del teorema matriz asociada a una transformación lineal. *Revista Educación Matemática, 27*(2), 95-124.

Vargas, J., González, M., & Llinares, S. (2011, junio). *Descomposición genética de la función exponencial: mecanismos de construcción.* Reporte de investigación presentado en el XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática, Recife, Brasil.

Villar-Liñan, M. T., & Llinares-Ciscar, S. (1996). Análisis de errores en la conceptualización y simbolización de ecuaciones diferenciales en alumnos de químicas. *Educación Matemática*, 8 (2), 90-101.

Zandieh, M., & McDonald, M. (1999). Student Understanding of Equilibrium Solution in Differential Equations. En F. Hitt & M. Santos (Eds.). *Proceedings of the Twenty-one Annual Meetin. North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* Columbus, OH: ERIC.

Zill, D. (1988). *Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones* (2ª ed.). México: Iberoamérica.

Zill, D. (1997). *Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones* (3ª ed.). México: Iberoamérica.

Zill, D., & Cullen, M. (2009). *Ecuaciones Diferenciales con problemas con valores en la frontera* (7ª ed.). México: CENGAGE Learning.

ANEXOS

Anexo 1. Práctica Ecuaciones Diferenciales Ordinarias Lineales de Primer Orden.

Estudiante:			
Carrera/Semestre:			
	Correo electrónico:		
	Fecha:		

Reporte de la práctica

Práctica

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias Lineales de Primer Orden

Objetivos: Que el estudiante…
Conozca la interpretación geométrica de una Ecuación Diferencial.
Desarrolle la solución mediante el comando dsolve y con el método del factor integrante de una Ecuación Diferencial Ordinaria Lineal de Primer Orden
Aplique las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias Lineales de Primer Orden a circuitos eléctricos RL.

Instrucciones: Es importante activar las librerias *with(plots)* y *with(DEtools)* para utilizar los siguientes comandos del Maple para las diferentes operaciones de las Ecuaciones Diferenciales. Tales como:

dsolve - solve ordinary differential equations (ODEs)

Calling Sequence

dsolve(ODE)
dsolve(ODE, y(x), options)
dsolve({ODE, ICs}, y(x), options)

Parameters

ODE	-	ordinary differential equation, or a set or list of ODEs
y(x)	-	any indeterminate function of one variable, or a set or list of them, representing the unknow ODE problem
ICs	-	initial conditions of the form y(a)=b, D(y)(c)=d, ..., where {a, b, c, d} are constants with resp independent variable
options	-	(optional) depends on the type of ODE problem and method used, for example, series or method=laplace. (See the Examples section.)

DEplot - plot solutions to a system of DEs

Calling Sequence

DEplot(deqns, vars, trange, options)
DEplot(deqns, vars, trange, inits, options)
DEplot(deqns, vars, trange, xrange, yrange, options)
DEplot(deqns, vars, trange, inits, xrange, yrange, options)
DEplot(dproc, vars, trange, number, xrange, yrange, options)

Parameters

deqns	-	list or set of first order ordinary differential equations, or a single differential equation of an
dproc	-	a Maple procedure representation for first order ordinary differential equations, or a single equation of any order
vars	-	dependent variable, or list or set of dependent variables
trange	-	range of the independent variable
number	-	equation of the form 'number'=integer indicating the number of differential equations when given as a function (dproc) instead of expressions
inits	-	set or list of lists; initial conditions for solution curves
xrange	-	range of the first dependent variable
yrange	-	range of the second dependent variable
options	-	(optional) equations of the form keyword=value

odeadvisor - classify ODE and suggest solution methods

Calling Sequence

odeadvisor(ODE)
odeadvisor(ODE, y(x), [type1, type2, ...], help)

Parameters

ODE	-	ordinary differential equation
y(x)	-	indeterminate function (necessary when not obvious)
type1, type2, ...	-	(optional) subset of ODE classification types to be checked
help	-	(optional) request the display of a help page based on textbook advice fo the given ODE (see dsolve, references).

subs - substitute subexpressions into an expression

Calling Sequence

subs(x=a,expr)
subs(s1,...,sn,expr)
subs[eval](x=a,expr)
subs[eval](s1,...,sn,expr)
subs[inplace](x=a,expr)
subs[inplace](s1,...,sn,expr)

Parameters

x	-	expression
a	-	expression
expr	-	expression
s1, ..., sn	-	equations, or sets or lists of equations

solve - solve one or more equations

Calling Sequence
solve(equations, variables)
Parameters

equations	-	equation or inequality, or set or list of equations or inequalities
variables	-	(optional) name or set or list of names; unknown(s) for which to solve

evalf - evaluate using floating-point arithmetic

Calling Sequence
evalf(expression)
Parameters

expression	-	expression to be evaluated

lhs - left-hand side of an expression

rhs - right-hand side of an expression

Calling Sequence
lhs(expr)
rhs(expr)
Parameters

expr	-	equation, inequality, relation, range, or type test/declaration

intfactor - look for integrating factors for a given ODE

Calling Sequence
intfactor(ODE, y(x), _mu = int_factor_form, try_hard=true)
Parameters

ODE	-	ordinary differential equation (any order)
y(x)	-	(optional) dependent variable; required when the ODE contains more function being differentiated
try_hard = true	-	(optional) to search for integrating factors depending on *n-1* variables is the ODE order
_mu = int_factor_form	-	(optional) to search for integrating factors having the indicated form

firint - calculate first integrals for exact ODEs

Calling Sequence
firint(ODE, y(x), _mu = .., basis = [.., ...], method = formal)
Parameters

ODE	-	an ODE that is either linear, or exact, or otherwise an integrating factor for it sha indicated using the _mu = ... option
y(x)	-	(optional) required if the exact_ODE contains derivatives of more than one funct
_mu = ..	-	(optional) to indicate an integrating factor for ODE when it is not exact
method = formal	-	(optional) only for linear ODEs, to request the computation of a complete set of f integrals

basis = [...] - (optional) only for linear ODEs, a basis of solutions for ODE, to be used to comp complete set of first integrals

simplify - apply simplification rules to an expression

Calling Sequence

simplify(expr)

Parameters

expr - any expression

expand - expand an expression

Calling Sequence

expand(expr, expr1, expr2, ..., exprn)

Parameters

expr	-	any algebraic expression
expr[1], expr[2], ..., expr[n]	-	(optional) expressions

plot - create a two-dimensional plot

Calling Sequence

plot(f, x)

plot(f, x=x0..x1)

plot(v1, v2)

Parameters

f	-	expression in independent variable x
x	-	independent variable
x0, x1	-	left and right endpoints of horizontal range
v1, v2	-	x-coordinates and y-coordinates

Procedimiento para determinar la solución de una Ecuación Diferencial mediante el comando dsolve.

> *restart*

Se activa la libreria para el uso de comando de las Ecuaciones Diferenciales

> *with*(*DEtools*) :

Se nombra a la Ecuación Diferencial

> *ed1* := $y'=-x+y$

$$ed1 := \frac{d}{dx}\, y(x) = -x + y(x)$$

Se encuentra la solución de la Ecuación Diferencial, sin condición inicial

> *dsolve*({*ed1*})

$$\{y(x) = x + 1 + e^{x}\ \_C1\}$$

Se encuentra la solución de la Ecuación Diferencial, con condición inicial y(0)=0

> *dsolve*({*ed1*, $y(0) = 0$})

$$y(x) = x + 1 - e^{x}$$

Ejercicios: Hallar la solución de las Ecuaciones Diferenciales mediante el comando dsolve

1.- $y' = \sin(5x) \qquad y(0) = 0$

2.- $y' = e^{3x + 2y} \qquad y(0) = 0$

Procedimiento para la Interpretación Geométrica de la Ecuación Diferencial:

> *restart*

Se activan las librerias para gráficar y para el uso de los comandos de las Ecuaciones Diferen

> *with*(*plots*) :

> *with*(*DEtools*) :

Se nombra a la Ecuación Diferencial

> *ed0* := $y'=-x+y$:

Se dibuja el campo de direcciones de la Ecuación Diferencial

> *DEplot*(*ed0*, $y(x)$, $x=-5\,..5$, $y=-5\,..5$) :

Se encuentra la solución de la Ecuación Diferencial, bajo la condición establecida

> *dsolve*({*ed0*, $y(0) = 0$}) :

Por último se dibuja el campo de direcciones de la Ecuación Diferencial con su solución de
condición establecida

> *DEplot*(*ed0*, $y(x)$, $x=-5\,..5$, [$y(0) = 0$], $y=-5\,..5$) :

Ejercicios: Hallar el campo direccional y su solución de las Ecuaciones Diferenciales dadas.

INTRODUCCIÓN Imaginemos por un momento que nos enfrentamos con una ecuació de primer orden $dy/dx = f(x, y)$, y que además no podemos encontrar ni inventar un r resolverla analíticamente. Esto no es tan malo como se podría pensar, ya que la ecuació en sí misma a veces puede "decirnos" concretamente cómo se "comportan" sus solucione

COMENTARIOS

Dibujar a mano un campo direccional es directo pero tardado; por eso es ble que en la vida solo una o dos veces se realice esta tarea, pero genera es más eficiente realizarlo usando un paquete computacional. Antes de las ladoras, de las computadoras personales y de los programas se utilizaba **todo de las isoclinas** para facilitar el dibujo a mano de un campo direc

1.- $y' = \sin(5x) \quad y(0) = 0$

2.- $y' = e^{3x+2y} \quad y(0) = 0$

Procedimiento para determinar la solución de una Ecuación Diferencial mediante el método del Factor Integrante

> restart

Primeramente se carga la libreria correspondiente a las herramientas de las Ecuaciones Diferenciales

> with(DEtools) :

Se nombra a la Ecuación Diferencial

> $ed1 := y' - \frac{4}{x} \cdot y = x^5 \cdot e^x$

$$ed1 := \frac{d}{dx} y(x) - \frac{4\, y(x)}{x} = x^5 e^x$$

Con el comando intfactor, se obtiene el valor del factor integrante

> $\mu := intfactor(ed1)$

$$\mu := \frac{1}{x^4}$$

Con el comando firint, se multiplica el factor integrante por el primer miembro de la ecuación diferencial y por lo que esta despues de la igualdad, realizándose la ir miembros

> $firint(\mu\, ed1)$

$$\frac{y(x)}{x^4} - (x-1)\, e^x + \_C1 = 0$$

Se sustituyen la condición inicial para hallar el valor de la constante C1

> $subs([x = 1, y(x) = 1], \mathbf{(29)})$

$$1 + \_C1 = 0$$

Con el comando solve, se despeja para hallar el valor correspondiente a C1

> $\_C1 := solve(\%, \_C1)$

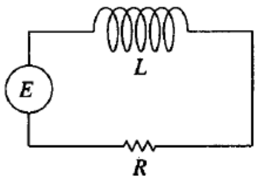
$$\_C1 := -1$$

Ya encontrado el valor de C1, de la expresión en la etiqueta 29, se procede hallar la solución

> $y := solve(\mathbf{(29)}, y(x))$

$$y := \left(x e^x - e^x + 1\right) x^4$$

Hallar la solución de un circuito eléctrico RL serie, donde el valor de resistencia es igual a 80 ohms, la inductancia igual a 1 henrio y el voltaje aplicado al circuito e



$$L\frac{di}{dt} + Ri = E(t),$$

> restart

Primeramente se carga la libreria correspondiente a las herramientas de las Ecuaciones Diferenciales

> $with(DEtools):$

Se establecen los valores de R, L y V.

> $R := 80$

$$R := 80$$

> $L := 1$

$$L := 1$$

> $V := 5$

$$V := 5$$

El modelo matemático del circuito eléctrico RL mediante Ecuaciones Diferenciales se representa en su forma estandar (similar a la forma que se escribe en el métod integrante)

> $ed1 := i'(t) + \frac{R}{L}\cdot i(t) = \frac{V}{L}$

$$ed1 := \mathrm{D}(i)(t) + 80\, i(t) = 5$$

Con el comando intfactor, se obtiene el valor del factor integrante

> $\mu := intfactor(ed1)$

$$\mu := e^{80\, t}$$

Con el comando firint, se multiplica el factor integrante por el primer miembro de la ecuación diferencial y por lo que esta despues de la igualdad, realizándose la in miembros

> $firint(\mu\, ed1)$

$$e^{80\, t}\, i(t) - \frac{1}{16}\, e^{80\, t} + \_C1 = 0$$

Se sustituyen la condición inicial para hallar el valor de la constante C1

> $subs([t = 0, i(t) = 0], \mathbf{(6)})$

$$-\frac{1}{16}\, e^{0} + \_C1 = 0$$

Con el comando solve, se despeja para hallar el valor correspondiente a C1

> $\_C1 := solve(\%, \_C1)$

$$\_C1 := \frac{1}{16}$$

Ya encontrado el valor de C1, de la expresión en la etiqueta 6, se procede hallar la solución de la función del modelo matemático del circuito eléctrico RL (Corrient del tiempo)

> $solve(\mathbf{(6)}, i(t))$

$$\frac{1}{16}\, \frac{e^{80\, t} - 1}{e^{80\, t}}$$

> $simplify(expand(\%))$

$$\frac{1}{16} - \frac{1}{16}\, e^{-80\, t}$$

> $corriente := t \rightarrow \mathbf{(10)}$

$$corriente := t \rightarrow \frac{1}{16} - \frac{1}{16}\, e^{-80\, t}$$

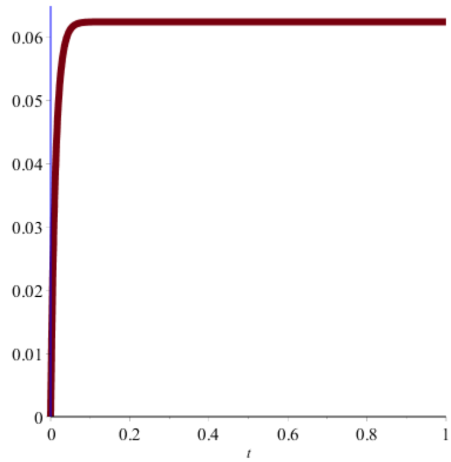
> $corriente(0)$

$$0$$

> $corriente(\infty)$

$$\frac{1}{16}$$

> plot((10), t = 0 ..1)



Ejercicios:

1.-A un circuito en serie, en el cual la inductancia es de 0.1 H y la resistencia es de 50 ohms, se le aplica una tensión de 30 V. Hallar la solución i(t) si inicialmente no hay corriente. Calcular la corriente en t=0 y t=∞.

2.-Una batería de 12 V, se conecta a un circuito simple en serie en el cual la inductancia es de ½ H y la resistencia de 10 ohms. Determine la corriente i(t), si la intensidad inicial es cero. Calcular la corriente en t=0 y t=∞.

Preguntas:

¿Qué ventajas y desventajas presenta hallar la solución de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias de Primer Orden mediante el uso de herramientas computacionales?

¿Qué lograste comprender sobre la representación geométrica de una Ecuación Diferencial?

Hallar la solución de una Ecuación Diferencial (Aplicación de un circuito eléctrico RL), mediante el método del Factor Integrante a mano y mediante el uso de una herramienta computacional, ¿te ayudó a comprender dicho método? (Explica tu respuesta)

Comentarios finales

Anexo 2. Plan de Estudios Ing. Sistemas Computacionales ISIC-2010-224.

SEP Secretaría de Educación Pública

INGENIERÍA EN SISTEMAS COMPUTACIONALES

ISIC-2010-224

TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO
Secretaría Académica, de Investigación e Innovación
Dirección de Docencia e Innovación Educativa

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Cálculo Diferencial ACF-0901 3-2-5	Cálculo Integral ACF-0902 3-2-5	Cálculo Vectorial ACF-0904 3-2-5	Ecuaciones Diferenciales ACF-0905 3-2-5	Graficación SCC-1010 2-2-4	Lenguajes y Autómatas I SCD-1015 2-3-5	Lenguajes y Autómatas II SCD-1016 2-3-5	Programación Lógica y Funcional SCC-1019 2-2-4	Inteligencia Artificial SCC-1012 2-2-4
Fundamentos de Programación AED-1285* 2-3-5	Programación Orientada a Objetos AED-1286** 2-3-5	Estructura de Datos AED-1026 2-3-5	Métodos Numéricos SCC-1017 2-2-4	Fundamentos de Telecomunicaciones AEC-1034 2-2-4	Redes de Computadoras SCD-1021 2-3-5	Conmutación y Enrutamiento en Redes de Datos SCD-1004 2-3-5	Administración de Redes SCA-1002 0-4-4	**Residencia Profesional** **10**
Taller de Ética ACA-0907 0-4-4	Contabilidad Financiera AEC-1008 2-2-4	Cultura Empresarial SCC-1005 2-2-4	Tópicos Avanzados de Programación SCD-1027 2-3-5	Sistemas Operativos AEC-1061 2-2-4	Taller de Sistemas Operativos SCA-1026 0-4-4	Taller de Investigación I ACA-0909 0-4-4	Taller de Investigación II ACA-0910 0-4-4	
Matemáticas Discretas AEF-1041 3-2-5	Química AEC-1058 2-2-4	Investigación de Operaciones SCC-1013 2-2-4	Fundamentos de Base de Datos AEF-1031 3-2-5	Taller de Base de Datos SCA-1025 0-4-4	Administración de Base de Datos SCB-1001 1-4-5			**Especialidad** **25**
Taller de Administración SCH-1024 1-3-4	Álgebra Lineal ACF-0903 3-2-5	Desarrollo Sustentable ACD-0908 2-3-5	Simulación SCD-1022 2-3-5	Fundamentos de Ingeniería de Software SCC-1007 2-2-4	Ingeniería de Software SCD-1011 2-3-5	Gestión de Proyectos de Software SCG-1009 3-3-6	Programación Web AEB-1055 1-4-5	
Fundamentos de Investigación ACC-0906 2-2-4	Probabilidad y Estadística AEF-1052 3-2-5	Física General SCF-1006 3-2-5	Principios Eléctricos y Aplicaciones Digitales SCD-1018 2-3-5	Arquitectura de Computadoras SCD-1003 2-3-5	Lenguajes de Interfaz SCC-1014 2-2-4	Sistemas Programables SCC-1023 2-2-4		
Actividades Complementarias **5**						**Servicio Social** **10**		
27	28	28	29	25	28	24	17	4

*SCD-1008 se actualiza a AED-1285
**SCD-1020 se actualiza a AED-1286

Estructura Genérica	210
Especialidad	25
Residencia Profesional	10
Servicio Social	10
Actividades Complementarias	5
Total de Créditos	260

Anexo 3. Programa Ecuaciones Diferenciales ACF-0905.

Datos Generales de la asignatura

Nombre de la asignatura:	Ecuaciones Diferenciales
Clave de la asignatura:	ACF – 0905
SATCA[1]:	3-2-5
Carrera:	Todas las Carreras

Presentación

Caracterización de la asignatura
Esta asignatura consolida su formación matemática como ingeniero y potencia su capacidad en el campo de las aplicaciones, aportando al perfil del ingeniero una visión clara sobre el dinamismo de la naturaleza. Además, contribuye al desarrollo de un pensamiento lógico, heurístico y algorítmico al modelar sistemas dinámicos. El curso de ecuaciones diferenciales es un campo fértil de aplicaciones ya que una ecuación diferencial describe la dinámica de un proceso; el resolverla permite predecir su comportamiento y da la posibilidad de analizar el fenómeno en condiciones distintas. Esta es la asignatura integradora en los temas de matemáticas y pueden diseñarse proyectos integradores con asignaturas que involucren sistemas dinámicos para cada una de las ingenierías. La característica más sobresaliente de esta asignatura es que en ella se aplican todos los conocimientos previos de las matemáticas.
Intención didáctica
En el primer tema se aborda la teoría preliminar para el estudio de los métodos de solución de las ecuaciones diferenciales ordinarias. En la solución de algunas ecuaciones diferenciales se pueden realizar cambios de variable para reducirlas a separables. Se precisa que en algunos casos un factor integrante puede reducir una ecuación a tipo exacta. Es importante remarcar la relación que existe entre los métodos de solución de las ecuaciones diferenciales estudiadas. Al finalizar el estudiante resuelve problemas de aplicación que puedan ser modelados con una ecuación diferencial ordinaria de primer orden.

El estudiante debe desarrollar la habilidad para modelar situaciones cotidianas en su entorno. Es importante que el estudiante valore las actividades que realiza, que desarrolle hábitos de estudio y de trabajo para que adquiera características tales como: la curiosidad, la puntualidad, el entusiasmo, el interés, la tenacidad, la flexibilidad y la autonomía.

Las Ecuaciones Diferenciales contribuyen principalmente en el desarrollo de las siguientes competencias genéricas: de capacidad de abstracción, análisis y síntesis, capacidad para identificar, plantear y resolver problemas, habilidad para trabajar en forma autónoma, habilidades en el uso de las TIC's, capacidad crítica y autocrítica y la capacidad de trabajo en equipo.

El docente de Ecuaciones Diferenciales debe mostrar y objetivar su conocimiento y experiencia en el área para construir escenarios de aprendizaje significativo en los estudiantes que inician su formación profesional. El docente enfatiza el desarrollo de las actividades de aprendizaje de esta asignatura a fin de que ellas refuercen los aspectos formativos: incentivar la curiosidad, el entusiasmo, la puntualidad, la constancia, el interés por mejorar, el respeto y la tolerancia hacia sus compañeros y docentes, a sus ideas y enfoques y considerar también la responsabilidad social y el respeto al medio ambiente.

Competencia a desarrollar

Competencia específica de la asignatura
Aplica los métodos de solución de ecuaciones diferenciales ordinarias para resolver problemas que involucran sistemas dinámicos que se presentan en la ingeniería.

Competencias previas

Plantea y resuelve problemas utilizando las definiciones de límite y derivada de funciones de una variable para la elaboración de modelos matemáticos aplicados.

Aplica la definición de integral y las técnicas de integración para resolver problemas de ingeniería.

Resuelve problemas de modelos lineales aplicados en ingeniería para la toma de decisiones de acuerdo a la interpretación de resultados utilizando matrices y sistemas de ecuaciones. Analiza las propiedades de los espacios vectoriales y las transformaciones lineales para vincularlos con otras ramas de las matemáticas y otras disciplinas.

Aplica los principios y técnicas básicas del cálculo vectorial para resolver problemas de ingeniería del entorno.

Temario

No.	Temas	Subtemas
1	Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden.	1.1 Teoría preliminar. 1.1.1 Definiciones (Ecuación diferencial, orden, grado, linealidad) 1.1.2 Soluciones de las ecuaciones diferenciales. 1.1.3 Problema de valor inicial. 1.1.4 Teorema de existencia y unicidad. 1.2 Ecuaciones diferenciales ordinarias. 1.2.1 Variables separables y reducibles. 1.2.2 Homogéneas. 1.2.3 Exactas. 1.2.4 Lineales. 1.2.5 De Bernoulli. 1.3 Aplicaciones.

Actividades de aprendizaje de los temas

1. Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden.	
Competencias	**Actividades de aprendizaje**
Competencias específicas: Modela la relación existente entre una función desconocida y una variable independiente mediante una ecuación diferencial para describir algún proceso dinámico. Identifica los diferentes tipos de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden, para establecer soluciones generales, particulares y singulares. **Competencias genéricas:** Capacidad de abstracción, análisis y síntesis. Capacidad para identificar, plantear y resolver problemas. Capacidad de aprender y actualizarse permanentemente. Capacidad de trabajo en equipo.	Investigar la definición de ecuación diferencial. Identificar tipos de ecuaciones diferenciales. Comprobar soluciones de ecuaciones diferenciales. Identificar un problema de valor inicial y expresar las condiciones del mismo. Reconocer los métodos con los que una ecuación diferencial puede ser resuelta. Resolver ecuaciones diferenciales de primer orden e interpretar gráficamente las soluciones utilizando las TIC's. Modelar situaciones en ingeniería utilizando ecuaciones diferenciales de primer orden.

Anexo 4. Secuencia Didáctica “EDO lineales de Primer Orden

IDENTIFICACION DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA	
Nivel de estudios: Asignatura: Semestre: Tiempo asignado al bloque: Número de sesiones de esta situación didáctica:	Superior Ecuaciones Diferenciales IV 20 hrs en aula y 10 hrs extraclase. 20 (de 1 hrs cada sesión)
PROBLEMA SIGNIFICATIVO DEL CONTEXTO	
Comprender las Ecuaciones Diferenciales de Primer Orden y sus aplicaciones en la vida cotidiana.	
No. y Nombre de la Competencia: COMPETENCIA 1 “ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS DE PRIMER ORDEN”	
Título de la secuencia didáctica	
“Ecuaciones Diferenciales de Primer Orden y su aplicación”	
Competencias	
Unidad de competencia disciplinar -Comprender la importancia de las Ecuaciones Diferenciales. -Modelar y describir situaciones diversas (crecimiento y decrecimiento poblacional, temperatura, edad de los fósiles y redes eléctricas) a través de Ecuaciones Diferenciales de Primer Orden. -Resolver Ecuaciones Diferenciales de Primer Orden utilizando diferentes métodos de solución.	
Atributos (criterios) de las competencias genéricas: -Reconocimiento de conceptos previos para su integración en la comprensión y aplicación en procesos. -Análisis, Desarrollo e Interpretación en la solución de problemas. -Procesar e interpretar los resultados obtenidos. -Comunicarse en el lenguaje matemático en forma oral y escrita. -Hacer uso del software MAPLE para demostrar y verificar el comportamiento de un proceso. -Hacer uso del MAPLE SIM o MULTISIM para la simulación de procesos. -Buscar información relevante, confiable y específica en diferentes fuentes. -Participar de manera colectiva para desarrollar las actividades y aportar puntos de vista con apertura y considera a los de otras personas de manera reflexiva.	

Saber conocer (contenidos conceptuales)	Saber hacer (contenidos procedimentales)	Saber ser (contenidos actitudinales)
-Ecuación Diferencial. -Clasificación de las Ecuaciones Diferenciales. -Métodos de solución para Ecuaciones Diferenciales de Primer Orden.	-Identifica en situaciones cotidianas y de Ingeniería, la presencia de más de una variable que dependen de una sola variable independiente.	-Muestra disposición para utilizar el estudio de las Ecuaciones Diferenciales al resolver problemas de ingeniería.

-Cálculo Diferencial. **-Cálculo Integral.** **-Herramienta computacional para la solución de Ecuaciones Diferenciales y Aplicaciones.**	**-Resuelve Ecuaciones Diferenciales de Primer Orden, utilizando Métodos de Solución como: Separación de Variables, Factor Integrante, etc) de manera analítica y mediante el uso de una herramienta computacional** **-Modela diversas situaciones presentes en un problema utilizando la metodología para la solución de Ecuaciones Diferenciales de Primer Orden.** **-Interpreta las soluciones de Ecs. Diferenciales de Primer Orden utilizados en la modelación de problemas, de manera analítica y mediante el uso de software.**	**-Aporta puntos de vista personales con apertura y considera los de otras personas al reflexionar sus procesos de aprendizaje.** **-Muestra disposición para utilizar el uso de la herramienta computacional para la solución e interpretación de problemas de ingeniería.**

Recursos

-Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones. Dennis G. Zill. Iberoamericana. 3ra. Edición. 1997
-Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones en Ciencias e Ingeniería. Leticia Corral Bustamente. Alfaomega. 1ra. Edición. 2006
-Ecuaciones Diferenciales. Isabel Carmona. Logman de México Editores. 2ª Edición. 1996
-Transformada de Laplace con Aplicaciones. Francisco Hernández Puente. 2ª Edición. 2004
-Matemáticas 5 Ecuaciones Diferenciales. Joel Ibarra Escutia. Mc Graw Hill. 1ª Edición. 2013
-Ecuaciones Diferenciales. Isabel Carmona Jover. Pearson Educación. 2011
-Ecuaciones Diferenciales. Henry Edwards. Prentice Hall. 4ª Edición. 2009
-Ecuaciones Diferenciales para Ingeniería y Ciencias. Yunus A. Cengel. Mc Graw Hill. 1ª Edición. 2014
-http://es.scribd.com/doc/59745925/Aplicaciones-basicas-de-los-circuitos-RLC
-Archivo digital: Aplicaciones Básicas de los circuitos RLC.
-Equipo de cómputo.
-Herramienta computacional: GeoGebra, Maple.
-Internet.
-Biblioteca.

ACTIVIDADES		EVALUACIÓN					METACOGNICIÓN
Estrategias didácticas	**Estrategias de aprendizaje**	**Criterios y evidencias**	**Deficiente**	**Regular**	**Bueno**	**Excelente**	
Motivación Repaso de conocimientos previos sobre Función, Límite, Interpretación Geométrica y Física de la Derivada. Presentar la importancia de las Ecuaciones Diferenciales de Primer Orden y promover la lectura del Libro Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones del autor Zill y del artículo Aplicaciones Básicas de los Circuitos RLC. Solicitar un mapa conceptual sobre la Clasificación de las Ecuaciones Diferenciales.	Identificar la Clasificación de las Ecs. Diferenciales.	**Criterios:** **a) TRABAJO EN EQUIPO.** **b) PRESENTA FUENTES DE INFORMACIÓN ADICIONAL.** **e) APLICA CONOCIMIENTOS DE OTRAS ASIGNATURAS.** **Evidencias:** **Mapa conceptual. (a, b y e)**	**Mapa conceptual (5)** Cumple con 1 ó 2 de los 5 indicadores. .	**Mapa conceptual (10)** Cumple con 3 de los 5 indicadores.	**Mapa conceptual (15)** Cumple con 4 de los 5 indicadores.	**Mapa conceptual (20)** El mapa conceptual cumple los siguientes 5 indicadores: Relaciones válidas, jerarquías, conexiones cruzadas, ejemplos y presenta fuentes de información.	**De la investigación ¿Cuál fue lo más significativo para mí?** **El mapa conceptual ¿Te permitió mejorar la comprensión de los conceptos?** **¿El trabajo con tu compañero fue el esperado?** **¿Qué dificultados se presentaron?**
Tiempo: 1 hr	**Tiempo: 1 hr**	**Ponderación 20%**	**5 puntos**	**10 puntos**	**15 puntos**	**20 puntos**	

ACTIVIDADES		EVALUACIÓN					METACOGNICIÓN
Estrategias didácticas	**Estratégias de aprendizaje**	**Criterios y evidencias**	**Deficiente**	**Regular**	**Bueno**	**Excelente**	
Desarrollo Desarrollar ejercicios de Solución de Ecuaciones Diferenciales De Primer Orden utilizando el métodos de solución de: **Manera analítica** Y **Mediante una herramienta computacional** Repaso de conocimientos previos sobre Ley de Faraday, Kirchhoff y Ohm. Proporcionar diferentes configuraciones de circuitos eléctricos para su modelación a través de ecuaciones diferenciales	Resolver Ecs. Dif. De Primer Orden utilizando métodos de solución de: **Manera analítica** Y **Mediante el uso del software MAPLE.** Modelar diversas situaciones presentes en un Problema (Circuitos eléctricos) Utilizando Ecs. Diferenciales	**Criterios:** **c) APLICACIÓN CORRECTA DE DIFERENTES PROCEDIMIENTOS.** **d) USO DE TIC´S.** **e) APLICA CONOCIMIENTOS DE OTRAS ASIGNATURAS**. **Evidencias:** **Problemario.** **(c y e)** **Práctica "Ecuaciones Diferenciales Ordinarias Lineales de Primer Orden#** **Objetivo:** -Conocer la interpretación geométrica de una Ecuación Diferencial. -Desarrollar la solución mediante el comando dsolve y con el método del factor integrante de una Ecuación Diferencial Ordinaria Lineal de Primer Orden -Aplicar las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias Lineales de Primer Orden a circuitos eléctricos RL.	**Problemario (5)** Resuelve el 25% de los ejercicios de manera correcta, aplicando conocimientos yl procedimientos adecuados. **Reporte de Práctica(5)** Resuelve el 25% de los ejercicios de manera correcta, haciendo uso adecuado de la herramienta computacional y no requisita adecuadamente el formato proporcionado para el reporte de la práctica.	**Problemario (10)** Resuelve el 50% de los ejercicios de manera correcta, aplicando conocimientos y procedimientos adecuados. **Reporte de Práctica(10)** Resuelve el 50% de los ejercicios de manera correcta, haciendo uso adecuado de la herramienta computacional y no requisita adecuadamente el formato proporcionado para el reporte de la práctica.	**Problemario (15)** Resuelve el 75% de los ejercicios de manera correcta, aplicando conocimientos y procedimientos adecuados. **Reporte de Práctica(15)** Resuelve el 75% de los ejercicios de manera correcta, haciendo uso adecuado de la herramienta computacional y requisita adecuadamente el formato proporcionado para el reporte de la práctica.	**Problemario (20)** Resuelve todos los ejercicios de manera correcta, aplicando conocimientos y procedimientos adecuados. **Reporte de Práctica(20)** Resuelve todos los ejercicios de manera correcta, haciendo uso adecuado de la herramienta computacional y requisita adecuadamente el formato proporcionado para el reporte de la práctica. .	**¿Qué estrategias utilizaste para dar solución a los problemas y cuales tus demás compañeros? ¿Hubo diferencias? ¿Dónde se presento la mayor dificultad?** **¿El uso de la herramienta computacional facilitó la comprensión de los temas? ¿Tuviste alguna dificultad?** **¿Cómo interpretas el concepto de modelación?** **¿El trabajo con tu compañero fue el esperado?** **¿Qué dificultados se presentaron?**
Tiempo: 7 hrs	**Tiempo: 9 hrs**	**Ponderación 40%**	**10 puntos**	**20 puntos**	**30 puntos**	**40 puntos**	

<table>
<tr><th colspan="2">ACTIVIDADES</th><th colspan="5">EVALUACIÓN</th><th rowspan="2">METACOGNICIÓN</th></tr>
<tr><th>Estrategias didácticas</th><th>Estratégias de aprendizaje</th><th>Criterios y evidencias</th><th>Deficiente</th><th>Regular</th><th>Bueno</th><th>Excelente</th></tr>
<tr><td>Cierre

Proporcionar diferentes problemas de aplicación de las Ecuaciones Diferenciales de Primer Orden, con la finalidad de que el estudiante, analice, resuelva e interprete los problemas dados.</td><td>Analizar, modelar, interpretar y resolver los problemas dados mediante procedimientos adecuados.</td><td>Criterios:

a) TRABAJO EN EQUIPO.
c) APLICACIÓN CORRECTA DE DIFERENTES PROCEDIMIENTOS.
d) USO DE TIC´S.
e) APLICA CONOCIMIENTOS DE OTRAS ASIGNATURAS.
f) CUMPLIMIENTO DE ACTIVIDADES Y PREPARACION PREVIA A CLASE.

Evidencia

Reporte del problema integrador.
(a,c,d,e y f)</td><td>Problema integrador(10)

Cumple con 1 de los 4 indicadores.</td><td>Problema integrador(20)

Cumple con 2 de los 4 indicadores.</td><td>Problema integrador(30)

Cumple con 3 de los 4 indicadores.</td><td>Problema integrador(40)

El problema integrador cumple con los 4 indicadores siguientes: Modela, resuelve analíticamente, lo comprueba con el uso de la herramienta computacional y concluye adecuadamente.</td><td>¿Qué fue lo que mas se te complicó?

¿Por qué?

¿Cuáles fueron tus aciertos?

¿Cómo puedes mejorar?</td></tr>
<tr><td>Tiempo: 1</td><td>Tiempo: 1 hr</td><td>Ponderación 40%</td><td>10 puntos</td><td>20 puntos</td><td>30 puntos</td><td>40 puntos</td><td></td></tr>
</table>

Normas de Trabajo:
-Ser puntuales en las hrs de la clase y en la entrega de las evidencias.
-Los trabajos de investigación solicitados deben seguir las normas ortográficas y semánticas.
-Se integrarán equipos de trabajo de 2 estudiantes.
-En el trabajo por equipos todos los integrantes deben hacer contribuciones y respetar la opinión de cada integrante.
-Durante las sesiones de trabajo evitar consumir alimentos y hacer uso del celular.
-Si se emplea información de internet o de cualquier otro material, se deben respetar las fuentes haciendo las citas correspondientes.
-No se aceptarán replicas de trabajos o evidencias solicitadas.
-Para asignar el nivel de desempeño alcanzado se deben de entregar todas las evidencias de cada una de las etapas de la secuencia didáctica en tiempo y forma.
-Las evidencias entregadas de manera extemporánea tendrán un valor del 30% menos.
-Las citas de las fuentes de información hacerlas en función al estilo APA.
-Los mapas conceptuales proporcionan un resumen esquemático, claro y ordenado de lo que se ha estudiado.
Para su elaboración debes seguir los siguientes pasos:

1. Lee atentamente el texto y subraya las ideas principales.
2. Se selecciona un número pequeño de conceptos o ideas.
3. Los conceptos se encierran en un recuadro o en una elipse para verlos mejor.
4. Coloca los conceptos por orden de importancia; los más importantes en la parte superior, y los menos importantes en la parte inferior.
5. Une los conceptos mediante líneas y relaciónalos mediante palabras que sirvan de enlace.
6. Una vez terminado, conviene repetir el mapa para mejorar su claridad y establecer nuevos enlaces o relaciones.

-Indicadores del alcance para evaluar el nivel de competencia (De acuerdo al Lineamiento de Evaluación y Acreditación de Asignaturas de la DGEST, ahora Tecnológico Nacional de México):

a) **Se adapta a situaciones y contextos complejos**. Puede trabajar en equipo, reflejar sus conocimientos en la interpretación de la realidad. Inferir comportamientos o consecuencias de los fenómenos o problemas en estudio. Incluir más variables en dichos casos de estudio.
TRABAJO EN EQUIPO.
b) **Hace aportaciones a las actividades académicas desarrolladas**. Pregunta ligando conocimientos de otras asignaturas o de casos anteriores de la misma asignatura. Presenta otros puntos de vista que complementan al presentado en la clase. Presenta fuentes de información adicionales (Internet, documentales), usa más bibliografía, consulta fuentes en un segundo idioma, entre otras. APORTACIONES DE LOS TEMAS, LIGA CONOCIMIENTOS DE OTRAS ASIGNATURAS, PRESENTA FUENTES DE INFORMACION ADICIONAL (INCLUSO EN SEGUNDO IDIOMA).

c) **Propone y/o explica soluciones o procedimientos no vistos en clase (creatividad)**. Ante problemas o casos de estudio propone perspectivas diferentes para abordarlos correctamente sustentados. Aplica procedimientos aprendidos en otra asignatura o contexto para el problema que se está resolviendo. APLICACIÓN CORRECTA DE DIFERENTES PROCEDIMIENTOS.

d) **Introduce recursos y experiencias que promueven un pensamiento crítico; (por ejemplo el uso de las tecnologías de la información estableciendo previamente un criterio).** Ante temas de una asignatura, introduce cuestionamientos de tipo ético, ecológico, histórico, político, económico, etc. Que deben tomarse en cuenta para comprender mejor, o a futuro dicho tema. Se apoya en foros, autores, bibliografía, documentales, etc. para apoyar su punto de vista. USO DE TIC´S

e) **Incorpora conocimientos y actividades interdisciplinarias en su aprendizaje**. En el desarrollo de los temas de la asignatura, incorpora conocimientos y actividades desarrollados en otras asignaturas para logra la competencia propuesta sobrepasando la calidad o prestaciones del producto o evidencia requerida. APLICA CONOCIMIENTOS DE OTRAS ASIGNATURAS.

f) **Realiza su trabajo de manera autónoma y autorregulada.** Es capaz de organizar su tiempo y trabajar sin necesidad de una supervisión estrecha y/o coercitiva. Aprovecha la dosificación de la asignatura presentada por el docente (avance programático) para llegar a las clases con dudas o comentarios de la temática a ver. Investiga o lee y en consecuencia es capaz de participar activamente en clase. Se debe tomar en cuenta que el nivel de madures del estudiante aumenta gradualmente conforme avanza en la

Carrera. CUMPLIMIENTO DE ACTIVIDADES Y PREPARACION PREVIA A CLASE

Anexo 5. Trascripción de los 10 Cuestionarios.

Estudiante E1

Respuesta P1:

Es necesario hacer un repaso de los temas, ya que tiene tiempo que vimos los conocimientos previos para ésta materia.

Respuesta P2:

a) *Ordinaria, 2do. Orden, No lineal y Grado 3*
b) *Ordinaria, 1er. Orden, Lineal y Grado 1*
c) *Ordinaria, 3er Orden, Lineal y Grado 1*
d) *Parcial, 2do. Orden, Lineal y Grado 1*
e) *Ordinaria, 2do. Orden, No Lineal y Grado 3*

Respuesta P3:

$$\frac{y'}{dx} + 8x^3 + y = 0$$

Considero que es una ecuación diferencial porque contiene una derivada y la ecuación depende de una variable independiente, que es ordinaria porque sus variables dependientes solo dependen de una variable independiente, que es de 1er orden porque su potencial de la derivada es de 1, que es lineal porque cumple con las dos reglas.

Respuesta P4:

$$a_1(x)y' + a_0(x)y = g(x)$$

$$\frac{1}{a_1(x)}[a_1(x)\frac{dy}{dx} + a_0(x)y = g(x)]$$

$$\frac{dy}{dx} + \frac{a_0(x)}{a_1(x)}y = \frac{g(x)}{a_1(x)}$$

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x)$$

Respuesta P5:

No sé.

Respuesta P6:

$\frac{dy}{dx} - 4y = 0$ *Ya se encuentra en su forma estándar,* $P(x) = -4$
Considerando el factor integrante $e^{\int P(x)dx} = e^{-4\int dx} = e^{-4x}$, *multiplicándolo por el primer miembro y por lo que esta después de la igualdad, nos queda*

$e^{-4x}\frac{dy}{dx} = 0e^{-4x}$, *pero* $\frac{d}{dx}(e^{-4x}y = 0)$, *por último integrando ambos miembros,* $\int \frac{d}{dx}(e^{-4x}y = 0)$, *sería igual* $e^{-4x}y = C$ *y despejando* $y = \frac{C}{e^{-4x}}$

Respuesta P7:

No sé.

Respuesta P8:

No sé.

Respuesta P9:

No sé.

Estudiante E4

Respuesta P1:

Tenemos que las ecuaciones diferenciales nos ayudan a resolver problemas que no podemos resolver de un método convencional. Las ecuaciones nos ayudan a reconocer, clasificar y determinar cómo resolver un problema con la ayuda del algebra, por ejemplo, la factorización, ley de exponentes y de radicales, por decir un ejemplo. También podemos usar los cálculos diferenciales ya que nos ayudan a encontrar las ecuaciones a usar, usamos las derivadas, aplicamos límites y vemos la aplicación geométrica de la derivada y por último punto es necesario el cálculo integral.

Respuesta P2:

a) *Ordinaria, 2do. Orden, No lineal y Grado 3*
b) *Ordinaria, 1er. Orden, Lineal y Grado 1*
c) *Ordinaria, 3er Orden, Lineal y Grado 1*
d) *Parcial, 2do. Orden, No Lineal y Grado 1*
e) *Ordinaria, 2do. Orden, No Lineal y Grado 3*

Respuesta P3:

$$2y' + xy = x$$

Es una ecuación diferencial porque tiene derivadas, es ordinaria porque sólo tiene una variable dependiente, es lineal porque cumple con las regalas mencionadas anteriormente y 1er orden por la más alta derivada.

Respuesta P4:

$$a_1(x)y' + a_0(x)y = g(x)$$

$$\frac{1}{a_1(x)}\left[a_1(x)\frac{dy}{dx} + a_0(x)y = g(x)\right]$$

$$\frac{dy}{dx} + \frac{a_0(x)}{a_1(x)}y = \frac{g(x)}{a_1(x)}$$

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x)$$

Es una ecuación diferencial ordinaria lineal de 1er orden representado en su forma estándar.

Respuesta P5:

Son la representación general de cómo se debe representar una ecuación.

Respuesta P6:

$\frac{dy}{dx} - 4y = 0$ *Ya se encuentra en su forma estándar como* $\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x)$, *donde* $P(x) = -4$. *Considerando el factor integrante* $e^{\int P(x)dx}$=$e^{-4\int dx}$=e^{-4x}, *multiplicándolo por el primer miembro y por lo que esta después de la igualdad, nos queda*

$e^{-4x}\frac{dy}{dx} = 0e^{-4x}$, *pero* $\frac{d}{dx}(e^{-4x}y = 0)$, *por último integrando ambos miembros,* $\int \frac{d}{dx}(e^{-4x}y = 0)$, *sería igual* $e^{-4x}y = C$ *y despejando* $y = \frac{C}{e^{-4x}} = Ce^{4x}$

Respuesta P7:

$V_t = V_R + V_L$ *Cambiando* $V_R + V_L = V_t$ *donde* $Ri + L\frac{di}{dt} = V_t$, *multiplicando por* $\frac{1}{L}$, *nos queda* $\frac{1}{L}(L\frac{dq}{dt} + R\frac{di}{dt} = V_t)$, *obteniendo* $\frac{dq}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{V_t}{L}$

Respuesta P8:

Son la representación general de cómo se debe representar una ecuación.

Respuesta P9:

Hallar la solución del modelo matemático de un Circuito RL

Variable dependiente = i

Variable independiente = t

El método de factor integrante

$$e^{\frac{R}{L}\int dt} = e^{\frac{R}{L}t}$$

$$\frac{dy}{dx} + P(x)\,y = f(x) \qquad P(t) = \frac{R}{L}$$

$$e^{a+b} = e^{a} \cdot e^{b}$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}\,i = \frac{V_T}{L}$$

$$e^{\int \frac{R}{L} dt} = e^{\frac{R}{L}t} \cdot e^{\frac{R}{L}t} = e^{\frac{R}{L}t}$$

$$e^{\int \frac{R}{L} dt}\,\frac{di}{dt} = \frac{V_T}{L} \cdot e^{\int \frac{R}{L} dt}$$

$$e^{\int \frac{R}{L}}\, i = \int \frac{V_T}{L}\, e^{\int \frac{R}{L} dt}$$

$$i(t) = \frac{\frac{V_T}{L}\int e^{\frac{R}{L}} dt}{e^{\frac{R}{L}t}}$$

$$i = \frac{\int \frac{V_T}{L}\, e^{\int \frac{R}{L} dt}\, dt}{e^{\int \frac{R}{L} dt}}$$

$$i(t) = \frac{\frac{V_T}{L} \cdot \frac{L}{R}\int e^{\frac{R}{L}t}\, dt}{e^{\frac{R}{L}t}}$$

$$i = \frac{\int \frac{V_T}{L} \cdot e^{\frac{R}{L}t}\, dt}{e^{\frac{R}{L}t}}$$

$$= \frac{V_T}{R}\, e^{\frac{R}{L}t} + C$$

$$i(t) = \frac{V_T}{R} + \frac{C}{e^{\frac{R}{L}t}}$$

Estudiante E6

Respuesta P1:

Considero que es buena forma de iniciar la materia con repaso de conocimientos previos porque nos permite tener fresca las ideas y poder desarrollar más eficientemente los temas y de este modo concluir más fácil a buenos resultados.

Respuesta P2:

a) *Ordinaria, 2do. Orden, No lineal y Grado 3*
b) *Ordinaria, 1er. Orden, Lineal y Grado 1*
c) *Ordinaria, 3er Orden, Lineal y Grado 1*
d) *Parcial, 2do. Orden, No Lineal y Grado 1*
e) *Ordinaria, 2do. Orden, Lineal y Grado 3*

Respuesta P3:

$$y' + \frac{3}{x}y = e^x$$

Considero que es una ecuación diferencial ya que contiene derivadas respecto a una ecuación desconocida, es ordinaria debido a que solo se relaciona a una variable independiente, es lineal porque cumple con ser solo de 1er orden (derivadas) y esta igualado de acuerdo a una sola variable.

Respuesta P4:

$$a_1(x)y' + a_0(x)y = g(x)$$

$$\frac{1}{a_1(x)}[a_1(x)\frac{dy}{dx} + a_0(x)y = g(x)]$$

$$\frac{dy}{dx} + \frac{a_0(x)}{a_1(x)}y = \frac{g(x)}{a_1(x)}$$

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x)$$

Es una ecuación diferencial ordinaria lineal de 1er orden representado en su forma estándar.

Respuesta P5:

Son iguales.

Respuesta P6:

$\frac{dy}{dx} - 4y = 0$ *Ya se encuentra en su forma estándar como* $\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x)$ *, donde* $P(x) = -4$ *. Considerando el factor integrante* $e^{\int P(x)dx}$=$e^{-4\int dx}$=e^{-4x}*, multiplicándolo por el primer miembro y por lo que esta después de la igualdad, nos queda*

$e^{-4x}\frac{dy}{dx} = 0e^{-4x}$*, pero* $\frac{d}{dx}(e^{-4x}y = 0)$*, por último integrando ambos miembros,* $\int \frac{d}{dx}(e^{-4x}y = 0)$*, sería igual* $e^{-4x}y = C$ *y despejando* $y = \frac{C}{e^{-4x}} = Ce^{4x}$

Respuesta P7:

$V_t = V_R + V_L$ Donde $iR + L\frac{di}{dt} = V_t$, nos queda $R\frac{dq}{dt} + L\frac{di}{dt} += V_t$ obteniendo $\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{V_t}{L}$

Respuesta P8:

Son iguales.

Respuesta P9:

$i(t) = ?$ $\qquad \frac{di}{dt} + \frac{R}{L} L = \frac{V_T}{L}$

$$\frac{dy}{dx} + p(x)\,y = f(x)$$

$$p(x) = \frac{R}{L}$$

$$e^{\int p(x)\,dx} = e^{\int \frac{R}{L} t}$$

$$e^{x} \frac{di}{dt} = \frac{V_T}{L} e^{x}$$

$$e^{\frac{R}{L}t} \frac{di}{dt} = \frac{V_T}{L} e^{\frac{R}{L}t}$$

$$\frac{d}{dt}\left(e^{\frac{R}{L}t}\, i \right) = \int \frac{V_T}{L} e^{\frac{R}{L}t}$$

$$e^{\frac{R}{L}t}\, i = \frac{V_T}{L} \int e^{\frac{R}{L}t}\,dt \quad \left(e^{\frac{R}{L}t} \cdot i = \frac{V_T}{R} e^{\frac{R}{L}t} + C \right)$$

$$i = \frac{\frac{V_T}{L} \int e^{\frac{R}{L}t}\,dt}{e^{\frac{R}{L}t}}$$

$$i(t) = \frac{V_T}{R} + \frac{C}{e^{\frac{R}{L}t}}$$

Estudiante E14

Respuesta P1:

Con el repaso me ha quedado un poco más claro acerca de las derivadas e integrales. Además me gustaría que resolviéramos algunos ejercicios en clase para que nos acostumbremos más y esto haga el mejor dominio de las ecuaciones diferenciales y las ramas que la integran.

Respuesta P2:

a) *Ordinaria, 2do. Orden, No lineal y Grado 3*
b) *Ordinaria, 1er. Orden, Lineal y Grado 1*
c) *Ordinaria, 3er Orden, Lineal y Grado 1*
d) *Parcial, 2do. Orden, Lineal y Grado 1*
e) *Ordinaria, 2do. Orden, No lineal y Grado 3*

Respuesta P3:

$$\frac{dy}{dx} + yx = x$$

Considero que es una ecuación diferencial porque tiene derivadas, ordinaria porque depende de una sola variable, es lineal porque el mayor exponente es uno y de primer orden porque la derivada más alta es de uno.

Respuesta P4:

$$a_1(x)y' + a_0(x)y = g(x)$$

$$\frac{1}{a_1(x)}\left[a_1(x)\frac{dy}{dx} + a_0(x)y = g(x)\right]$$

$$\frac{dy}{dx} + \frac{a_0(x)}{a_1(x)}y = \frac{g(x)}{a_1(x)}$$

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x)$$

Respuesta P5:

Tienen una variable dependiente y una independiente.

Respuesta P6:

$\frac{dy}{dx} - 4y = 0$ *Ya se encuentra en su forma estándar como* $\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x)$ *donde* $P(x) = -4$. *Considerando el factor integrante* $e^{\int P(x)dx} = e^{-4\int dx} = e^{-4x}$, *multiplicándolo por el primer miembro y por lo que esta después de la igualdad, nos queda*

$e^{-4x}\frac{dy}{dx} = 0e^{-4x}$, *pero* $\frac{d}{dx}(e^{-4x}y = 0)$, *por último integrando ambos miembros,* $\int \frac{d}{dx}(e^{-4x}y = 0)$, *sería igual* $e^{-4x}y = C$ *y despejando* $y = \frac{C}{e^{-4x}} = Ce^{4x}$

Respuesta P7:

$i = \frac{dq}{dt}$

$V_t = V_R + V_L$ Donde $Ri + \frac{1}{L}q = V_t$, nos queda $\frac{dq}{dt} + \frac{1}{RL}q += \frac{V_t}{R}$

Respuesta P8:

Tienen una variable dependiente y una independiente.

Respuesta P9:

Hallar la Solución del Modelo Matematico de un Circuito RL.

V Depen. i

V Indpen = t

El Metodo del factor Integrante $i(t)=$

$$\frac{dy}{dx} + p(x)y = f(x)$$

$$\frac{di}{dt} + p\left(\frac{R}{L}\right)i = f\left(\frac{VT}{L}\right) \qquad P(x) = \frac{R}{L}$$

$$e^{\int p(x)dt} = e^{R/L \int dt} = e^{\frac{R}{L}t}$$

$$\int \frac{d}{dt}\left[e^{R/L} \cdot i\right] = \frac{VT}{L}\int e^{R/L\, t}\, dt$$

$$e^{R/L\, t} \cdot i = \frac{VT}{L}\int e^{\frac{R}{L}t}\, dt$$

$$e^{\frac{R}{L}t} \cdot i = \frac{VT}{\cancel{L}}\frac{\cancel{L}}{R}\int e^{\frac{R}{L}}\frac{R}{L}\, dt$$

$$u = R/L\, t$$

$$du = R/L\, dt$$

$$e^{\frac{R}{L}t} \cdot i = \frac{VT}{R}\, e^{\frac{R}{L}t} + C$$

$$i(t) = \frac{VT}{R} + \frac{C}{e^{R/L\, t}}$$

Estudiante E16

Respuesta P1:

En mi opinión, dar un repaso antes de empezar de lleno con la materia es muy bueno porque nos ayuda a recordar cada tema visto y saber en qué estamos fallando y poder solucionarlo.

Respuesta P2:

f) *Ordinaria, 2do. Orden, No lineal y Grado 2*
g) *Ordinaria, 1er. Orden, Lineal y Grado 1*
h) *Ordinaria, 3er Orden, No lineal y Grado 3*
i) *Parcial, 1er. Orden, No Lineal y Grado 1*
j) *Ordinaria, 2do. Orden, No lineal y Grado 2*

Respuesta P3:

$$y' + \frac{1}{x}y = e^{x}$$

Es ordinaria porque tiene solo una variable independiente, es lineal porque sus coeficientes de y sus derivadas dependen solo de la variable independiente, es de 1er orden porque solo se resuelve la primera derivada.

Respuesta P4:

$$a_1(x)y' + a_0(x)y = g(x)$$

$$\frac{1}{a_1(x)}\left[a_1(x)\frac{dy}{dx} + a_0(x)y = g(x)\right]$$

$$\frac{dy}{dx} + \frac{a_0(x)}{a_1(x)}y = \frac{g(x)}{a_1(x)}$$

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x)$$

Es una ecuación diferencial ordinaria lineal de 1er orden representado en su forma estándar.

Respuesta P5:

Las dos expresiones son ecuaciones diferenciales ordinarias, lineal de primer orden en su forma estándar, dependen de x y con igualdad de x.

Respuesta P6:

$\frac{dy}{dx} - 4y = 0$ *Ya se encuentra en su forma estándar como* $\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x)$, *donde* $P(x) = -4$. *Considerando el factor integrante* $e^{\int P(x)dx} = e^{-4\int dx} = e^{-4x}$, *multiplicándolo por el primer miembro y por lo que esta después de la igualdad, nos queda*

$e^{-4x}\frac{dy}{dx} = 0e^{-4x}$, *pero* $\frac{d}{dx}(e^{-4x}y = 0)$, *por último integrando ambos miembros,* $\int \frac{d}{dx}(e^{-4x}y = 0)$, *sería igual* $e^{-4x}y = C$ *y despejando* $y = \frac{C}{e^{-4x}} = Ce^{4x}$

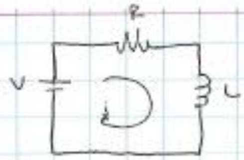
Respuesta P7:

$V_t = V_R + V_L$ Donde $Ri + L\frac{di}{dt} = V_t$, nos queda $\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{V_t}{L}$

Respuesta P8:

Las dos expresiones son ecuaciones diferenciales ordinarias, lineales, de primer orden en su forma estándar.

Respuesta P9:



$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = \frac{Vi}{L}$$

Modelo matemático de un circuito eléctrico RL serie.

Hallar la solución del modelo matemático de un circuito eléctrico RL.

Variable dependiente = i $\qquad$ $i(t) = ?$
Variable independiente = t

El método del factor integrante

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x)$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = \frac{Vt}{L}$$

$$P(t) = \frac{R}{L} \qquad e^{\int \frac{R}{L} dt} = e^{\frac{R}{L}\int dt} = e^{\frac{R}{L}t}$$

$$e^{\frac{R}{L}t} \frac{di}{dt} + \frac{Vt}{L} e^{\frac{R}{L}t}$$

$$\int \frac{d}{dt}\left[e^{\frac{R}{L}t} \cdot i\right] = \frac{Vt}{L}\int e^{\frac{R}{L}t} dt$$

$$e^{\frac{R}{L}t} i = \frac{Vt}{L}\int e^{\frac{R}{L}t} dt$$

$$i(t) = \frac{\frac{Vt}{L}\int e^{\frac{R}{L}t} dt}{e^{\frac{R}{L}t}}$$

$$\Rightarrow e^{\frac{R}{L}t} i = \frac{Vt}{\cancel{R}} \frac{\cancel{R}}{L}\int e^{\frac{R}{L}t}\frac{R}{L} dt$$

$$u = \frac{R}{L}t$$

$$du = \frac{R}{L} dt$$

$$e^{\frac{R}{L}t} i = \frac{Vt}{R} e^{\frac{R}{L}t} + C$$

$$i(t) = \frac{Vt}{R} + \frac{C}{e^{\frac{R}{L}t}}$$

$$i(t) = \frac{Vt}{R} + C e^{-\frac{R}{L}t}$$

Estudiante E21

Respuesta P1:

En mi opinión para poder cursar esta materia llamada ecuaciones diferenciales ya que se necesita llevar conocimientos previos de lo que es, algebra, cálculo diferencial, cálculo integral ya que todas las ecuaciones diferenciales se ven enfocadas en esta asignatura, por más simple que parezca como la ley de los signos, factorizaciones, exponentes, etc. Siento que es necesario un pequeño repaso de lo que vimos en clases pasadas, ya que muchos de esos procedimientos ya lo hemos olvidado.

Respuesta P2:

a) *Ordinaria, 2do. Orden, No lineal y Grado 3*
b) *Ordinaria, 1er. Orden, Lineal y Grado 1*
c) *Ordinaria, 3er Orden, Lineal y Grado 1*
d) *Parcial, 1er. Orden, No Lineal y Grado 2*
e) *Ordinaria, 2do. Orden, No lineal y Grado 3*

Respuesta P3:

$$y' + 3y = 2x$$

Considero que es ordinaria ya que su derivada solo está en términos de una variable independiente, es lineal porque la derivada está a la potencia 1 y está igualada a términos de la variable independiente y es de 1er orden porque solo cuenta con su primera derivada.

Respuesta P4:

$$a_1(x)y' + a_0(x)y = g(x)$$

$$\frac{1}{a_1(x)}\left[a_1(x)\frac{dy}{dx} + a_0(x)y = g(x)\right]$$

$$\frac{dy}{dx} + \frac{a_0(x)}{a_1(x)}y = \frac{g(x)}{a_1(x)}$$

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x)$$

Es una ecuación diferencial ordinaria lineal de 1er orden representado en su forma estándar.

Respuesta P5:

Ambos son ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden solo que escritas de diferente forma representadas por dos autores, una está en forma estándar $\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x)$ *y la otra en forma ordinaria* $a_1(x)y' + a_0(x)y = g(x)$, *ambas fórmulas son útiles a la hora de resolver ecuaciones diferenciales pero hay que saber elegir, dependiendo de la forma de la ecuación.*

Respuesta P6:

$\frac{dy}{dx} - 4y = 0$ *Ya se encuentra en su forma estándar como* $\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x)$ *, donde* $P(x) = -4$ *. Considerando el factor integrante* $e^{\int P(x)dx}$=$e^{-4\int dx}$=e^{-4x}, *multiplicándolo por el primer miembro y por lo que esta después de la igualdad, nos queda*

$e^{-4x}\frac{dy}{dx} = 0e^{-4x}$, *pero* $\frac{d}{dx}(e^{-4x}y = 0)$, *por último integrando ambos miembros,* $\int \frac{d}{dx}(e^{-4x}y = 0)$, *sería igual* $e^{-4x}y = C$ *y despejando* $y = \frac{C}{e^{-4x}} = Ce^{4x}$

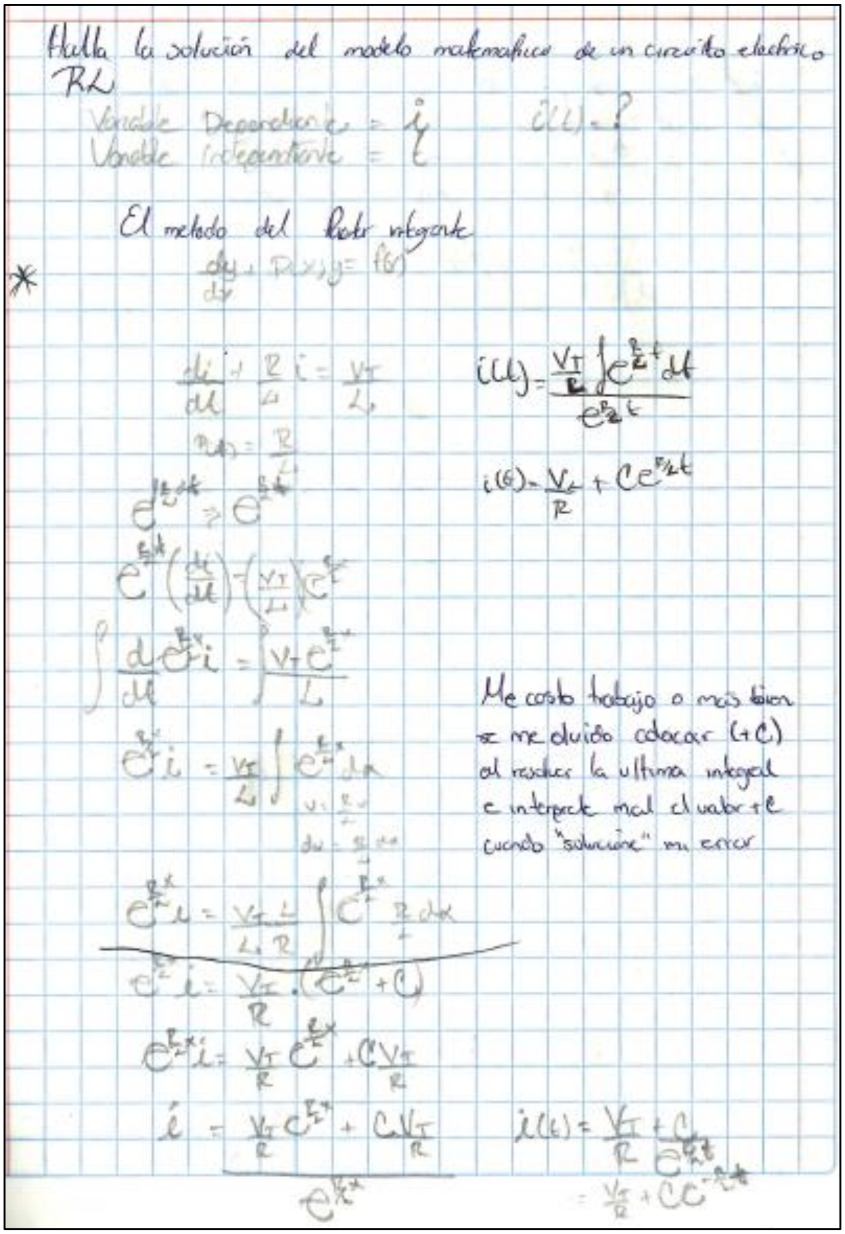
Respuesta P7:

$V_t = V_R + V_L$ *o también* $V_L + V_R = V_t$ *sustituyendo* $L\frac{di}{dt} + Ri = V_t$, *quedando* $\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{V_t}{L}$

Respuesta P8:

Se pueden representar en forma estándar y ambas presentan las mismas características antes mencionadas (ordinaria, primer orden, lineal y primer grado).

Respuesta P9:



Halla la solución del modelo matemático de un circuito eléctrico RL

Variable Dependiente $= i$ $\quad i(t) = ?$

Variable Independiente $= t$

El método del factor integrante

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x)$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = \frac{V_T}{L}$$

$$P(t) = \frac{R}{L}$$

$$e^{\int \frac{R}{L} dt} \Rightarrow e^{\frac{R}{L}t}$$

$$e^{\frac{R}{L}t}\left(\frac{di}{dt}\right) = \left(\frac{V_T}{L}\right) e^{\frac{R}{L}t}$$

$$\int \frac{d}{dt} e^{\frac{R}{L}t} i = \int \frac{V_T e^{\frac{R}{L}t}}{L}$$

$$e^{\frac{R}{L}t} i = \frac{V_T}{L} \int e^{\frac{R}{L}t} dt$$

$$u = \frac{R}{L}t \qquad du = \frac{R}{L}dt$$

$$e^{\frac{R}{L}t} i = \frac{V_T L}{L R} \int e^{\frac{R}{L}t} \frac{R}{L} dt$$

$$e^{\frac{R}{L}t} i = \frac{V_T}{R} \left(e^{\frac{R}{L}t} + C\right)$$

$$e^{\frac{R}{L}t} i = \frac{V_T}{R} e^{\frac{R}{L}t} + C\frac{V_T}{R}$$

$$i = \frac{\frac{V_T}{R} e^{\frac{R}{L}t} + C\frac{V_T}{R}}{e^{\frac{R}{L}t}}$$

$$i(t) = \frac{\frac{V_T}{R} \int e^{\frac{R}{L}t} dt}{e^{\frac{R}{L}t}}$$

$$i(t) = \frac{V_T}{R} + Ce^{-\frac{R}{L}t}$$

Me costó trabajo o más bien se me olvidó colocar (+C) al resolver la última integral e interpreté mal el valor + C cuando "solucioné" mi error

$$i(t) = \frac{V_T}{R} + \frac{C}{e^{\frac{R}{L}t}} = \frac{V_T}{R} + Ce^{-\frac{R}{L}t}$$

Estudiante E26

Respuesta P1:

Considero necesario hacer un repaso de los temas, ya que tiene tiempo que vimos temas importantes para ésta materia.

Respuesta P2:

a) *Ordinaria, 3er. Orden, No lineal y Grado 3*
b) *Ordinaria, 1er. Orden, Lineal y Grado 1*
c) *Ordinaria, 1er. Orden, No Lineal y Grado 4*
d) *Ordinaria, 2do. Orden, Lineal*
e) *Ordinaria, 3er. Orden, Lineal y Grado 3*

Respuesta P3:

$$\frac{dy}{dx} = 2e^{-x}$$

Considero que es una ecuación diferencial porque es un expresión que contiene derivadas, es ordinaria porque la dependiente esta con respecto a una sola independiente y es lineal porque está en 1er grado.

Respuesta P4:

$$a_1(x)y' + a_0(x)y = g(x)$$

$$\frac{1}{a_1(x)}\left[a_1(x)\frac{dy}{dx} + a_0(x)y = g(x)\right]$$

$$\frac{dy}{dx} + \frac{a_0(x)}{a_1(x)}y = \frac{g(x)}{a_1(x)}$$

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x)$$

Respuesta P5:

No sé.

Respuesta P6:

No sé.

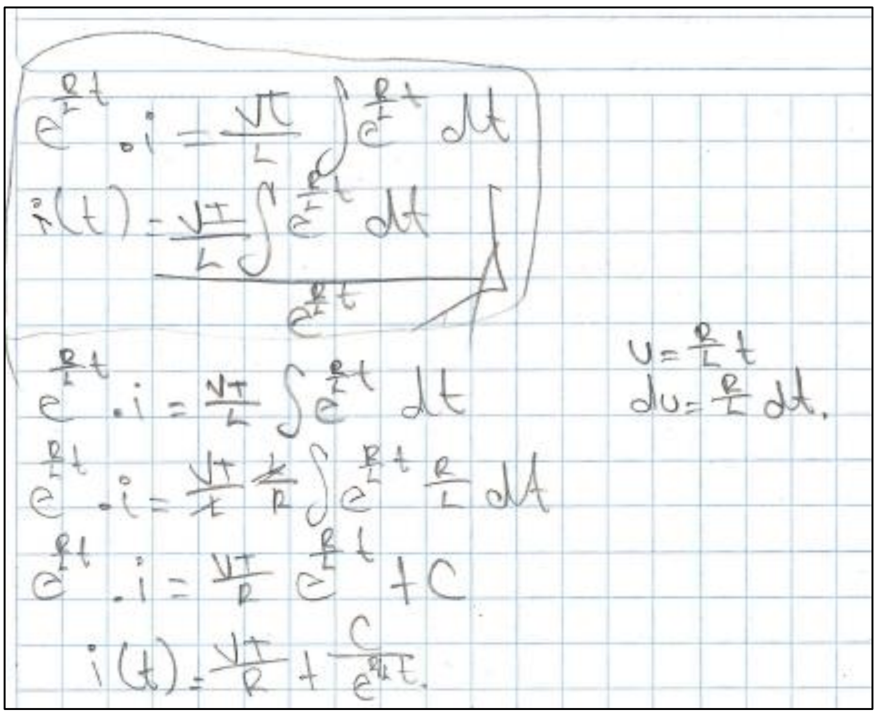
Respuesta P7:

$$i(t) = \frac{V_t}{R} + \frac{C}{e^{\frac{R}{L}t}}$$

Respuesta P8:

No sé.

Respuesta P9:



$$e^{\frac{R}{L}t} \cdot i = \frac{V_T}{L}\int e^{\frac{R}{L}t}\,dt$$

$$i(t) = \frac{\frac{V_T}{L}\int e^{\frac{R}{L}t}\,dt}{e^{\frac{R}{L}t}}$$

$$e^{\frac{R}{L}t} \cdot i = \frac{V_T}{L}\int e^{\frac{R}{L}t}\,dt$$

$u = \frac{R}{L}t$

$du = \frac{R}{L}\,dt.$

$$e^{\frac{R}{L}t} \cdot i = \frac{V_T}{\cancel{L}}\frac{\cancel{L}}{R}\int e^{\frac{R}{L}t}\,\frac{R}{L}\,dt$$

$$e^{\frac{R}{L}t} \cdot i = \frac{V_T}{R}\,e^{\frac{R}{L}t} + C$$

$$i(t) = \frac{V_T}{R} + \frac{C}{e^{\frac{R}{L}t}}.$$

Estudiante E27

Respuesta P1:

A mí me parece una excelente idea la de repasar los temas antes de empezar en sí lo que trata realmente dicha materia, ya que esto puede ayudar auxiliar algunos problemas que se presenten en un futuro relacionándose con la materia.

Respuesta P2:

a) *Ordinaria, 2do. Orden, No lineal y Grado 3*
b) *Ordinaria, 1er. Orden, Lineal y Grado 1*
c) *Ordinaria, 3er Orden, Lineal y Grado 1*
d) *Parcial, 2do. Orden, No Lineal y Grado 1*
e) *Ordinaria, 3er. Orden, No lineal y Grado 3*

Respuesta P3:

$$y' + \frac{3}{x}y = e^x$$

Considero que es una ecuación ordinaria porque solo trabajo en función de una variable independiente, es una ecuación lineal porque solo está elevado a la potencia 1 y es de primer orden porque solo contiene una variable.

Respuesta P4:

$$a_1(x)y' + a_0(x)y = g(x)$$

$$\frac{1}{a_1(x)}[a_1(x)\frac{dy}{dx} + a_0(x)y = g(x)]$$

$$\frac{dy}{dx} + \frac{a_0(x)}{a_1(x)}y = \frac{g(x)}{a_1(x)}$$

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x)$$

Es una ecuación diferencial ordinaria lineal de 1er orden representado en su forma estándar.

Respuesta P5:

No sé

Respuesta P6:

$\frac{dy}{dx} - 4y = 0$, *donde* $P(x) = -4$. *Considerando el factor integrante* $e^{\int P(x)dx}$=$e^{-4\int dx}$=e^{-4x}, *multiplicándolo por el primer miembro y por lo que esta después de la igualdad, nos queda*

$e^{-4x}\frac{dy}{dx} = 0e^{-4x}$, *pero* $\frac{d}{dx}(e^{-4x}y = 0)$, *por último integrando ambos miembros,* $\int \frac{d}{dx}(e^{-4x}y = 0)$, *es igual* $e^{-4x}y = 0$

Respuesta P7:

$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{V_t}{L}$

Respuesta P8:

No sé.

Respuesta P9:

No sé, en mi caso aun no entiendo bien los temas.

Estudiante E28

Respuesta P1:

En mi opinión es de mucha ayuda dar un repaso de algebra, cálculo integral, diferencial, ya que venimos de vacaciones y no se recuerdan varias cosas, además que hay temas que vimos hace mucho tiempo.

Respuesta P2:

a) *Ordinaria, 2do. Orden, No lineal y Grado 3*
b) *Ordinaria, 1er. Orden, Lineal y Grado 1*
c) *Ordinaria, 3e Orden, Lineal y Grado 1*
d) *Parcial, 2do. Orden, No Lineal y Grado 1*
e) *Ordinaria, 2do. Orden, No lineal y Grado 3*

Respuesta P3:

$$\frac{dy}{dx} + xy = \cos x$$

Es ordinaria porque solo tiene x de variable independiente, es lineal porque es de grado 1 y solo depende de x y es de primer grado porque esta elevado a la primera potencia.

Respuesta P4:

$$a_1(x)y' + a_0(x)y = g(x)$$

$$\frac{1}{a_1(x)}[a_1(x)\frac{dy}{dx} + a_0(x)y = g(x)]$$

$$\frac{dy}{dx} + \frac{a_0(x)}{a_1(x)}y = \frac{g(x)}{a_1(x)}$$

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x)$$

Es una ecuación diferencial ordinaria lineal de 1er grado representado en su forma estándar.

Respuesta P5:

Ambas expresiones están expresadas mediante una ecuación diferencial ordinaria lineal de primer grado.

Respuesta P6:

$\frac{dy}{dx} - 4y = 0$ *Ya se encuentra en su forma estándar como* $\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x)$, *donde* $P(x) = -4$. *Considerando el factor integrante* $e^{\int P(x)dx} = e^{-4\int dx} = e^{-4x}$, *multiplicándolo por el primer miembro y por lo que esta después de la igualdad, nos queda*

$e^{-4x}\frac{dy}{dx} = 0e^{-4x}$, *pero* $\frac{d}{dx}(e^{-4x}y = 0)$, *por último integrando ambos miembros,* $\int \frac{d}{dx}(e^{-4x}y = 0)$, *sería igual* $e^{-4x}y = C$ *y despejando* $y = \frac{C}{e^{-4x}} = Ce^{4x}$

Respuesta P7:

$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{V_t}{L}$

Respuesta P8:

Que el modelo matemático del circuito RL *está expresado mediante una ecuación diferencial ordinaria lineal de primer grado.*

Respuesta P9:

Hallar la solucion del modelo matematico de un circuito electrico RL

variable dependiente $= L$

variable independiente $= t$ $\qquad i(t) = ?$ $\qquad \frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = \frac{VT}{T}$

El metodo de factor integrante

$$\frac{dy}{dx} + P(x) y = f(x)$$

$$P(t) = \frac{R}{L}$$

$$e^{\int \frac{R}{L} dt} = e^{\frac{R}{L}\int dt} = e^{\frac{R}{L} t}$$

$$e^{R/L\, t} \frac{di}{dt} = \frac{VT}{L} e^{R/L\, t}$$

$$\int \frac{d}{dt}\left[e^{R/L\, t} \cdot i\right] = \frac{VT}{T} \int e^{R/L\, t}\, dt$$

$$e^{R/L\, t} \cdot i = \frac{VT}{T} \int e^{R/L\, t}\, dt$$

$$\boxed{i(t) = \frac{\frac{VT}{L} \int e^{R/L\, t}\, dt}{e^{R/L\, t}}}$$

$$e^{R/L\, t} \cdot i = \frac{VT}{\cancel{L}} \frac{L}{R} \int e^{R/L\, t} \frac{R}{L}\, dt$$

$$u = \frac{R}{L} t$$

$$du = \frac{R}{L} dt$$

$$e^{R/L\, t} \cdot i = \frac{VT}{R} e^{\frac{R}{L} t} + C$$

$$i(t) = \frac{VT}{R} + \frac{C}{e^{R/L\, t}}$$

$$i(t) = \frac{VT}{R} + Ce^{-R/L\, t}$$

Estudiante E32

Respuesta P1:

Yo considero que el repaso está bien.

Respuesta P2:

a) *Ordinaria, 2do. Orden, No lineal y Grado 3*
b) *Ordinaria, 1er. Orden, Lineal y Grado 1*
c) *Ordinaria, 3er Orden, No lineal y Grado 1*
d) *Parcial, 2do. Orden, Lineal y Grado 1*
e) *Ordinaria, 2do. Orden, No lineal y Grado 3*

Respuesta P3:

$$3\frac{dy}{dx} + y = 2x$$

Es una ecuación diferencial porque tiene derivadas, ordinaria porque solo hay una variable independiente, lineal porque los coeficientes dependen de x *y los exponentes es 1 y de 1er. Orden por la primera derivada.*

Respuesta P4:

$$a_1(x)y' + a_0(x)y = g(x)$$

$$\frac{1}{a_1(x)}[a_1(x)\frac{dy}{dx} + a_0(x)y = g(x)]$$

$$\frac{dy}{dx} + \frac{a_0(x)}{a_1(x)}y = \frac{g(x)}{a_1(x)}$$

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x)$$

Es una ecuación diferencial ordinaria lineal de 1er orden representado en su forma estándar.

Respuesta P5:

Que tienen una derivada, la variable dependiente y es igual a otra función.

Respuesta P6:

$\frac{dy}{dx} - 4y = 0$ *Ya se encuentra en su forma estándar como* $\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x)$ *, donde* $P(x) = -4$. *Considerando el factor integrante* $e^{\int P(x)dx}$=$e^{-4\int dx}$=e^{-4x}, *multiplicándolo por el primer miembro y por lo que esta después de la igualdad, nos queda*

$e^{-4x}\frac{dy}{dx} = 0e^{-4x}$, *pero* $\frac{d}{dx}(e^{-4x}y = 0)$, *por último integrando ambos miembros,* $\int \frac{d}{dx}(e^{-4x}y = 0)$, *sería igual* $e^{-4x}y = C$ *y despejando* $y = \frac{C}{e^{-4x}} = Ce^{4x}$

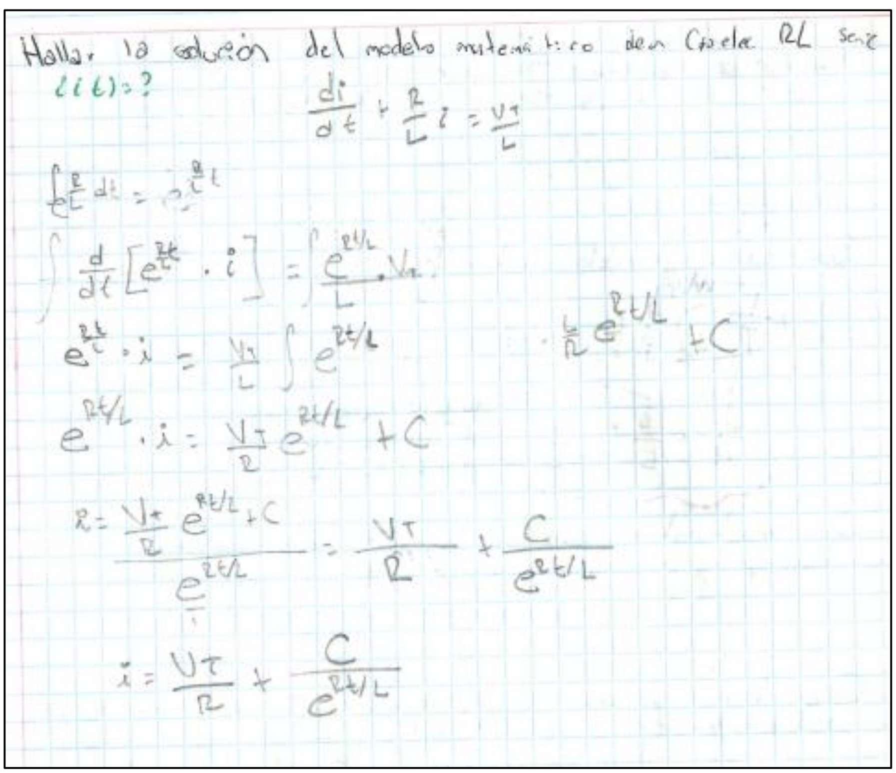
Respuesta P7:

$V_t = V_R + V_L = iR + L\frac{di}{dt}$ *Multiplicando por* $\frac{1}{L}\left[L\frac{di}{dt} + iR = V_t\right] = \frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{V_t}{L}$

Respuesta P8:

Que tienen una derivada, la variable dependiente y es igual a otra función.

Respuesta P9:



Hallar la solución del modelo matemático de un Circuito RL serie

$i(t) = ?$

$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{V_T}{L}$

$e^{\int \frac{R}{L}dt} = e^{\frac{R}{L}t}$

$\int \frac{d}{dt}\left[e^{\frac{Rt}{L}} \cdot i\right] = \int \frac{e^{Rt/L}}{L} \cdot V_t$

$e^{\frac{Rt}{L}} \cdot i = \frac{V_T}{L}\int e^{Rt/L}$ $\quad \frac{L}{R}e^{Rt/L} + C$

$e^{Rt/L} \cdot i = \frac{V_T}{R}e^{Rt/L} + C$

$i = \frac{\frac{V_T}{R}e^{Rt/L} + C}{e^{Rt/L}} = \frac{V_T}{R} + \frac{C}{e^{Rt/L}}$

$i = \frac{V_T}{R} + \frac{C}{e^{Rt/L}}$

Anexo 6. Trascripción de las 6 Entrevistas.

Entrevista con E4

Problema 1

[ENT] La expresión $L\frac{di}{dt}+Ri=V_t$ ¿Será una ED?
[E4] *Si, es una ecuación diferencial lineal de primer orden*
[ENT] ¿Qué más observas? de acuerdo a sus variables
[E4] *Que es ordinaria, tiene una variable dependiente y una independiente*
[ENT] De acuerdo a las variables que marca ahí, L, R, i y V_t ¿Qué logras ver ahí?
[E4] *Es un circuito eléctrico RL en su forma general*
[ENT] ¿Hay alguna otra forma de representarlo?
[E4] *Ahh, si en su forma estándar*
[ENT] ¿Con base a qué se obtiene ese modelo matemático?
[E4] *A las Leyes de Kirchhoff y específicamente también a la Ley de Ohm*
[ENT] La Ley de Kirchhoff ¿Por qué?
[E4] *Por la suma de voltajes*
[ENT] ¿Qué nos dice la suma de los voltajes?
[E4] *Que todas las sumas de las caídas, al sumarla con el voltaje total nos tienen que dar igual a cero*
[ENT] Para hallar su solución de ese modelo matemático, mediante ¿Qué método consideras que se podría resolver?
[E4] *El método que tendríamos que utilizar es el factor integrante*
[ENT] ¿Por qué el factor integrante?
[E4] *Ya que el factor integrante tiene una expresión la cual se parece a la misma*
[ENT] ¿Qué tienen en común esas dos expresiones?
[E4] *Ehh, en sí, la forma, es la misma forma, en este caso está representado con i y en el otro caso está representado con y la variable dependiente y la independiente de éste lado es la t y de este lado sería la x y nuestra $P(x)$ de éste lado tendría que ser $\frac{R}{L}$ y acá está $P(x)$*
[ENT] ¿Entonces se parecen ambas expresiones?
[E4] *Sí, si se parecen*
[ENT] Checando la información del problema 3 ¿Qué logras ver ahí?
[E4] *Es un circuito RL con valores específicos*
[ENT] Por ejemplo, si te solicitara hallar la solución mediante el método del factor integrante, ¿Podrías hallar la solución?
[E4] *Mmmm si, de hecho tendría que ser, para empezar $\frac{di}{dt}+\frac{R}{L}$ donde R es 50 sobre 0.1 en i igual a V_t que nos da 30 sobre 0.1,*

simplificando, nos da $\frac{di}{dt}+500i=300$, *ahora hay que representar quien es* $P(x)$

[ENT] Nada más que ahora, ¿Sería $P(x)$?

[E4] *Nooo, sería* $P(t)$, *entonces* $P(t)$ *sería igual a 500, y ahora si encontramos el factor integrante, que es igual a la integral de 500 por* dx, *como ésta es una constante se puede sacar y quedaría* e *de la integral* dx, *que es* x, *nos tendría que dar 500 por* x

[ENT] Nada más que ahorita la variable independiente ya no sería x

[E4] *Ahhh, si sería* t, *ahora lo que vamos a multiplicar sería éste en la primera y en la igualación, entonces sería* $\frac{di}{dt}$ *por* e^{500x}

[ENT] ¿ x ó t ?

[E4] *Ahhh* t *y* e^{500t} *por 300, ahora hay que simplificar, se le saca la derivada, la derivada respecto a* t *de* e^{500t} *por* i *igual* e^{500t} *por 300, para eliminar la derivada, hay que sacar la integral, quedándonos* $e^{500t}\ i=\int e^{500t}\,300\,dt$, *resolviendo la integral nos queda* $e^{500t}\ i=\frac{3}{5}e^{500t}+C$, *despejando* $i=\frac{3}{5}+Ce^{-500t}$

[ENT] Pero ahí todavía tenemos el valor de la constante C, ¿Qué se necesita?

[E4] *Ehh una condición inicial, por ejemplo* $i(0)=0$, *entonces* $C=-\frac{3}{5}$, *sustituyendo* $i=\frac{3}{5}-\frac{3}{5}e^{-500t}$ *y esto sería nuestra solución*

[ENT] Sí, porque la expresión anterior con la constante C, nos acordemos en la interpretación geométrica de una ecuación diferencial tiene muchas soluciones

[E4] *Ehhh si*

[ENT] Entonces cuando todavía se encuentra C, ¿Qué sucede?

[E4] *Hay un campo de soluciones muy amplio*

[ENT] ¿Y cuándo se especifica la condición inicial?

[E4] *Ya es más específico, en el campo de direcciones ya nos dice que la curva esa, es el resultado en ese punto*

Problema 2

[ENT] La expresión $i(t)=\frac{V_t}{R}-\frac{V_t}{R}e^{-\frac{R}{L}t}$ ¿Qué logras observar? o ¿Qué significa para ti?

[E4] *Eso ya sería el resultado de la integral, o sea de la fórmula estándar ya sacándole el resultado, ya aplicándole el factor integrante*

[ENT] ¿Es la solución del modelo matemático de un circuito eléctrico RL?

[E4] *Ajá, es la solución*

[ENT] Mediante el uso de esa expresión, ¿Puedes obtener el resultado con esos valores?

[E4] *Sí, aquí esa expresión es para valores constantes, nada más es sustituir los valores y llegamos al mismo resultado*

[ENT] Si te das cuenta llegaste al mismo resultado con dos procedimientos

Problema 3

[ENT] ¿Qué ventajas y desventajas presenta cada uno de los procedimientos?

[E4] *En éste es un poco tedioso (refiriéndose con el método del factor integrante) ya que se hace todo el procedimiento del factor integrante y se llega a la solución, en el otro caso (refiriéndose a la expresión* $i(t) = \frac{V_t}{R} - \frac{V_t}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$ *) como ya está establecido, solo es sustituir y es más rápido pero luego tiene la desventaja que nos sabemos de dónde salió*

[ENT] ¿Todo el proceso?

[E4] *Sí*

Problema 4

[ENT] Al ver la expresión $\frac{di}{dt} + 5i = 12$, ¿Será una Ecuación Diferencial?

[E4] *Sí*

[ENT] ¿Por qué?

[E4] *Por qué tiene una derivada*

[ENT] Entonces ¿Te dice algo esa ecuación diferencial?

[E4] *Podría ser un circuito* RL *pero ya simplificado*

[ENT] ¿Por qué dices que es un circuito RL?

[E4] *Por las variables que tiene, el* di *me dice que es intensidad de corriente*

[ENT] Entonces es la representación de un circuito eléctrico RL ¿En su forma general o estándar?

[E4] *Ya estándar*

[ENT] ¿Cuáles serían sus valores de resistencia e inductancia, si se sabe que su voltaje es de 24 voltios? Lo que pretendemos es regresarnos a su circuito general

[E4] *¿Lo puedo dibujar?*

[ENT] Si gustas

[E4] *Sería utilizando la función* $i(t)$

[ENT] Haber ahí me queda una duda ¿Por qué utilizar $i(t)$? Me comentaste hace un momento que la expresión $i(t)$ vino de un modelo matemático de un circuito eléctrico RL

[E4] *Ahh sí, me equivoqué, sería* $\frac{di}{dt}+\frac{R}{L}i=\frac{V_t}{L}$ *y obtenemos los valores*

[ENT] Ok, ya tenemos los valores ¿Cuál sería su solución? Tenemos el método del factor integrante y la expresión del problema 2.

[E4] *Para más rápido ya teniendo los valores nos dice que* $i(t)=\frac{24}{10}-\frac{24}{10}e^{-\frac{10}{2}t}$ *simplificando* $i(t)=\frac{12}{5}-\frac{12}{5}e^{-5t}$ *y esto sería la solución.*

Problema 5

[ENT] Nos vamos a regresar un poquito más, ahora si nos dan la solución que acabas de encontrar y se nos pide obtener su modelo matemático de dicha solución ¿Cómo nos regresamos?

[E4] *Ah ok, si integramos para llegar a ésta solución debemos derivar para llegar al anterior*

NOTA: Al tratar de realizar el proceso inverso, le cuesta y se le va apoyando y explicando para obtener el modelo matemático.

Entrevista con E6

Problema 1

[ENT] ¿La expresión $L\frac{di}{dt} + Ri = V_t$ será una Ecuación Diferencial?
[E6] *Sí, sí es una ecuación diferencial*
[ENT] ¿Por qué lo consideras así?
[E6] *Porque tiene una derivada y está trabajando en función de una variable dependiente*
[ENT] De acuerdo a la ecuación diferencial que estamos observando ¿Nos representa algo?
[E6] *Nos representa un modelo matemático de un circuito RL, creo suponer que no está en su forma estándar todavía*
[ENT] ¿Lo podrías representar en su forma estándar?
[E6] *Sí,* $\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{V_t}{L}$
[ENT] El modelo matemático del circuito eléctrico RL que me comentas ¿Con base a qué crees que se generó?
[E6] *Considero que se generó con base, Ahhh principalmente a Leyes de Kirchhoff y también tiene fundamentos lo que es la Ley de Ohm*
[ENT] Para hallar la solución de ese modelo matemático, mediante ¿Qué método sería una propuesta para hallar su solución?
[E6] *Considero que el método más efectivo sería el de factor integrante*
[ENT] ¿Por qué?
[E6] *Ehh, bueno porque, buen en el caso del otro método, que es variables separables no se podría realizar, porque no se puede separar las variables por completo, siempre nos quedaría unas dependiendo de otras*
[ENT] ¿Cuál es la propuesta del método del factor integrante? ¿Cómo inicia?
[E6] *Ehhh ok, el método del factor integrante, inicia trabajando en función de una variable* $P(x)$
[ENT] ¿Puedes representar la propuesta cómo inicia?
[E6] *Sí,* $\frac{dx}{dy} + P(x)y = f(x)$
[ENT] Nada más que en la primera parte de la ecuación tengo mis dudas
[E6] *Ah, creo que está al revés*
[ENT] ¿La variable dependiente sería?
[E6] y
[ENT] ¿Y la independiente?
[E6] x

[ENT] ¿Qué notas en común que tengan el modelo matemático $\frac{di}{dt}+\frac{R}{L}i=\frac{V_t}{L}$ y la propuesta que presenta el método del factor integrante $\frac{dy}{dx}+P(x)y=f(x)$?

[E6] *Ehh, que prácticamente ya está representado en la forma de factor integrante, porque ya se puede conocer $P(x)$ en función de la forma de ambas representaciones*

[ENT] ¿Cuánto vale $P(x)$?

[E6] *En este caso $P(x)$ seria R sobre L*

Problema 3

[ENT] El esquema del circuito eléctrico que se muestra ¿De qué tipo es?

[E6] *Es un circuito eléctrico de tipo RL*

[ENT] ¿Podrías hallar la solución de este circuito eléctrico, mediante el método del factor integrante?

[E6] *Ummm, si $P(x)=\frac{R}{L}$*

[ENT] ¿La variable independiente es x?

[E6] *Ummm, no, se trabajaría en función del tiempo, $P(t)=500$*

NOTA: Durante el desarrollo para la solución, se le estuvo apoyando, ya que dudo muchas veces, obteniéndose al final $i=\frac{3}{5}+Ce^{-500t}$

[ENT] ¿Todavía faltaría determinar algo?

[E6] *Tenemos que determinar el valor de la constante, con la condición inicial $i(0)=0$, entonces $C=-\frac{3}{5}$*

[ENT] ¿Cómo nos quedaría la solución?

[E6] $i=\frac{3}{5}-\frac{3}{5}e^{-500t}$

[ENT] Bueno, tenemos dos soluciones, una que tiene la constante C y la otra no, cuando se realizó la práctica sobre la interpretación geométrica de la ecuación diferencial ¿Recuerdas que se generaba?

[E6] *Sí, se generaba múltiples resultados*

[ENT] Y cuando ya especificábamos la condición inicial ¿Qué?

[E6] *Nos presentaba, se podría decir que, una línea ya constante en la cual trabajaba esa condición*

Problema 2

[ENT] Ahora la siguiente expresión $i(t)=\frac{V_t}{R}-\frac{V_t}{R}e^{-\frac{R}{L}t}$ ¿Será una ecuación diferencial?

[E6] *No*

[ENT] Así como está la expresión, dado las variables ¿Es la solución de qué?

[E6] *Es la solución de un modelo matemático tipo RL, teniendo en cuenta una condición inicial*

[ENT] Con los datos del problema 3 ¿Puedes hallar la solución?

[E6] *Manejando $i(t)$, si, sustituyendo nos queda $i(t) = \frac{3}{5} - \frac{3}{5}e^{-500t}$*

Problema 3

[ENT] ¿Cuáles serán las ventajas y desventajas de hacerlo con la expresión del problema 2?

[E6] *La ventaja sería ahorrar tiempo, tal vez hacer un poco menos de escritura o en este caso un poco menos de razonamiento porque es un poco más práctico, pero la desventaja al hacerlo más práctico es que evita que podamos ir conociendo el cómo nace eso o de donde viene*

Problema 4

[ENT] La expresión $\frac{di}{dt} + 5i = 12$ ¿Será una ecuación diferencial?

[E6] *Es una ecuación diferencial*

[ENT] Observo unas variables, una variable dependiente ¿Qué es?

[E6] *La variable dependiente es i*

[ENT] ¿Y la independiente?

[E6] *es t*

[ENT] Imaginemos que es el modelo matemático de un circuito eléctrico RL, si quisiéramos regresarnos al circuito eléctrico que lo generó y si sabemos que el valor del voltaje es de 24 voltios, el modelo matemático en su forma estándar nos puede servir

NOTA: Al tratar de realizar el proceso inverso, le cuesta y se le va apoyando y explicando para los valores del circuito eléctrico

[ENT] Con los valores encontrados $R = 10\, ohms$, $L = 2\, henrios$ y $V_t = 12\, voltios$, ¿Puedes encontrar su solución?

[E6] *Se podría manejar el método del factor integrante*

[ENT] ¿Y de que otra forma?

[E6] *Variables separables*

[ENT] Ummm, no

[E6] *A través de una función*

[ENT] ¿Cuál es la función?

[E6] *La que está representado en el problema 2*

Problema 5

[ENT] Teniendo el resultado $i(t) = \frac{12}{5} - \frac{12}{5}e^{-5t}$ ¿Cuál es el modelo matemático que lo generó?

[E6] *No sé, tengo muchas dudas*

Entrevista con E16

Problema 1

[ENT] La expresión $L\frac{di}{dt}+Ri=V_t$ ¿Será una Ecuación Diferencial?
[E16] *Sí*
[ENT] ¿Por qué?
[E16] *Porque contiene derivadas*
[ENT] De acuerdo a las variables que estamos observando ¿Te representa algo eso?
[E16] *Un circuito*
[ENT] ¿De qué tipo?
[E16] RL
[ENT] Ese modelo matemático está representado de una forma ¿Se podría representar de otra forma?
[E16] *Ummm, sí, multiplicándolo por L*
[ENT] ¿Por L?
[E16] *Ahh, no por* $\frac{1}{L}$
[ENT] ¿De qué forma quedaría?
[E16] *En su forma estándar*
[ENT] ¿Cómo podríamos hallar la solución? ¿A través de qué método?
[E16] *El del factor integrante*
[ENT] ¿Por qué el método del factor integrante?
[E16] *Por su fórmula*
[ENT] ¿Cuál fórmula?
[E16] $\frac{dy}{dx}+P(x)y=f(x)$
[ENT] ¿Qué tienen en común éstas dos expresiones $\frac{di}{dt}+\frac{R}{L}i=\frac{V_t}{L}$ y $\frac{dy}{dx}+P(x)y=f(x)$?
[E16] *Ummm, que contienen derivadas iguales, son de primer orden, son ordinarias, la forma que igual se suman y es igualado*
[ENT] ¿Te dice algo las variables?
[E16] *Por ejemplo* $P(x)y$ *se podría sustituir* $\frac{R}{L}i$ *y* $f(x)$ *es* $\frac{V_t}{L}$
[ENT] ¿Quién sería el valor de i ?
[E16] y
[ENT] ¿Y el valor de t ?
[E16] x
[ENT] Si nos piden hallar la solución ¿Cómo es el proceso del método del factor integrante?
[E16] *Primero se necesita saber quién es* $P(x)$
[ENT] En el caso del modelo matemático $\frac{di}{dt}+\frac{R}{L}i=\frac{V_t}{L}$ ¿Sería $P(x)$?
[E16] *No, sería* $P(t)$
[ENT] ¿Qué hacemos con ese valor de $P(t)$?

[E16]	*Lo colocábamos en un exponencial y después se obtenía su integral*
[ENT]	¿Y todo ese valor que significa?
[E16]	*El factor integrante*
[ENT]	¿Qué hacíamos con ese factor integrante?
[E16]	*Se integra*
[ENT]	Ahí como que nos saltamos un paso
[E16]	*Así, se sustituye el factor integrante con la ecuación diferencial y ya obteníamos la solución*

Problema 2

[ENT]	La expresión $i(t) = \frac{V_t}{R} - \frac{V_t}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$ ¿Será una ecuación diferencial?
[E16]	*Sí*
[ENT]	¿Por qué?
[E16]	*Ummm*
[ENT]	¿Dónde está la derivada?
[E16]	*No, ahí no*
[ENT]	Esa expresión que acabamos de ver, es la solución de un circuito eléctrico RL bajo la condición inicial $i(0) = 0$, si quisiéramos hallar la solución del problema 3, ¿Cómo lo podríamos encontrar?
[E16]	*Por el factor integrante o sustituyendo los valores en la expresión que acabamos de ver.*

Problema 3

[ENT]	Me comentaste que lo podemos encontrar a través del método del factor integrante que ya me explicaste o a través de sustituir los valores ¿Cuáles serían las ventajas y desventajas de hacer todo el proceso y de sustituir valores nada más?
[E16]	*La ventaja de sustituir valores que es más directo y más fácil y haciéndolo por el método del factor integrante, pues ahí te vas dando cuenta cómo va cada paso*

Problema 4

[ENT]	La expresión $\frac{di}{dt} + 5i = 12$ ¿Será una ecuación diferencial?
[E16]	*Sí*
[ENT]	Ese modelo matemático ¿Con qué aplicación lo relacionas?
[E16]	*Un circuito*
[ENT]	Vamos a suponer que ya tenemos el modelo matemático, si quisiéramos regresarnos a su circuito original
[E16]	*Ummm, es que me acuerdo que se le resta* $24 - 5$

[ENT] ¿Cuánto vale V_t?
[E16] 24
[ENT] Entre L, lo único que sé, es que 24 entre L ¿Debe valer?
[E16] *12, entonces vale 12*
[ENT] ¿L vale 12?
[E16] *Ajá*
[ENT] Entonces $\frac{V_t}{L} = \frac{24}{12}$
[E16] *Ahh, entre* 2 *perdón*
[ENT] Si conocemos que L vale 2 ¿Cuánto vale R?
[E16] *Vale* 10 *ohms*

NOTA: Se le va apoyando y explicando para obtener el circuito original

Problema 3

[ENT] Teniendo los valores $V_t = 12\, voltios$, $R = 10\, ohms$ y $L = 2\, henrios$ con la condición inicial $i(0) = 0$, ¿Cómo encontramos la solución del circuito?
[E16] *Se puede hacer lo mismo, sustituyendo en la expresión* $i(t) = \frac{V_t}{R} - \frac{V_t}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$ *quedando* $i(t) = \frac{24}{10} - \frac{24}{10} e^{-\frac{R}{L}t}$ *y simplificando* $i(t) = \frac{12}{5} - \frac{12}{5} e^{-5t}$

Problema 5

[ENT] Ok, ya obtuvimos la solución, cuando vimos el concepto de ecuaciones diferenciales, nos daban una ecuación diferencial y lo que íbamos a obtener era su solución, así como lo hicimos ahorita ¿Cómo podríamos hacer para regresarnos? Y obtener otra vez la ecuación diferencial o el modelo matemático del cual se obtuvo la solución
[E16] *Sería integrando*
[ENT] La solución se obtuvo a través de una integral ¿Cómo empiezo a regresarme?
[E16] *Por el factor integrante*
[ENT] ¿Cuál es lo contrario a una integral?
[E16] *Derivando*

NOTA: Se le va apoyando y explicando para desarrollar el proceso inverso

Entrevista con E21

Problema 1

[ENT] La siguiente expresión $L\frac{di}{dt} + Ri = V_t$ ¿Qué representa?
[E21] *Es el modelo matemático del circuito* RL
[ENT] ¿De qué otra forma se podría representar ese modelo matemático?
[E21] *En su forma estándar*
[ENT] Ese modelo matemático ¿Con base a que se generó?
[E21] *Se formó con base a las Leyes de Kirchhoff y la Ley de Ohm, la Ley de Kirchhoff dice que la caída de voltaje de la corriente y de la resistencia, la suma de ambas va dar el voltaje total*
[ENT] ¿Voltaje de la corriente?
[E21] *No, de la inductancia*
[ENT] Para hallar la solución de esa ecuación diferencial, de ese modelo matemático ¿Qué método de solución se puede utilizar?
[E21] *Esta lo de variables separables, el factor integrante*
[ENT] ¿Cuál de dos consideras que se podría utilizar?
[E21] *Se podría ocupar el de factor integrante*
[ENT] ¿Por qué?
[E21] *Porque la igualdad se presenta en términos de* x
[ENT] Para resolverlo con el método del factor integrante ¿Qué forma debe de tener?
[E21] *Sí, debería estar en su forma estándar, que lo primero es hallar* $P(x)$
[ENT] ¿Qué tienen en común el modelo matemático y la propuesta del método del factor integrante?
[E21] *Necesitamos dejar el diferencial sin ningún coeficiente*
[ENT] ¿Puedes representar la propuesta del método del factor integrante?
[E21] *Ah, sería* $y' + \frac{a_0(x)}{a_1(x)}y = g(x)$
[ENT] Eso sería la que se obtendría de la forma general de una ecuación diferencial de orden n, yo digo la del método del factor integrante
[E21] *Sería* $\frac{dy}{dx} + P(x)y = g(x)$
[ENT] ¿Qué tienen en común $\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{V_t}{L}$ y $\frac{dy}{dx} + P(x)y = g(x)$?
[E21] *Tienen la misma forma y ya están los valores establecidos en* $g(x)$ *está* $\frac{V_t}{L}$ *y* $P(x)$ *está* $\frac{R}{L}$
[ENT] ¿Cuánto vale la variable dependiente en cada una de ellas?
[E21] *La intensidad de voltaje y aquí está* y
[ENT] ¿Y la variable independiente?
[E21] *De este lado tenemos el tiempo y en este* x

Problema 3

[ENT] Con el esquema y los datos del problema 3 ¿Es un circuito de qué tipo?

[E21] *RL*

[ENT] ¿Podemos hallar la solución mediante el método del factor integrante?

[E21] *Sí, tendríamos que sustituir los valores en la ecuación $\frac{di}{dt}+\frac{R}{L}i=\frac{V_t}{L}$ donde $P(x)$ sería 500*

[ENT] Nada más que ahora, no sería $P(x)$

[E21] *No, sería $P(t)$, quedándonos $i(t)=\frac{3}{5}e^{500t}+C$ y todo sobre e^{500t}, $i(t)=\frac{3}{5}+\frac{C}{e^{500t}}$ o $i(t)=\frac{3}{5}+Ce^{-500t}$, podríamos continuar, dependiendo de la condición inicial, sustituyendo $i(0)=0$, quedando $i(t)=\frac{3}{5}-\frac{3}{5}e^{-500t}$*

Problema 2

[ENT] La expresión $i(t)=\frac{V_t}{R}-\frac{V_t}{R}e^{-\frac{R}{L}t}$ ¿Qué nos representa?

[E21] *Ummm de acuerdo a la solución, nos representa el resultado que nos dio con valores no dados todavía*

[ENT] Entonces ¿Nos representa la solución de un circuito eléctrico RL?

[E21] *Sí*

[ENT] Con los datos establecidos ¿Podríamos encontrar la solución con esa expresión?

[E21] *Sería sustituyendo $i(t)=\frac{30}{50}-\frac{30}{50}e^{-\frac{50}{0.1}t}$ y simplificando nos quedaría como $i(t)=\frac{3}{5}-\frac{3}{5}e^{-500t}$*

Problema 3

[ENT] Teniendo los dos resultados ¿Qué ventajas y desventajas notas al resolver con las dos formas? Una mediante el método del factor integrante y otra mediante la fórmula de la solución de un circuito eléctrico RL

[E21] *La ventaja que tendríamos de utilizar la expresión del problema 2, es que podemos llegar al resultado más fácilmente, pero una desventaja es que sólo nos funcionaría si la condición inicial fuera $i(0)=0$*

[ENT] ¿Alguna otra ventaja o desventaja?

[E21] *Por ejemplo, si tenemos un voltaje directo o si tenemos un voltaje alterno*

[ENT] Un comentario que hiciste recuerdo en una clase, es que al hacerlo con la fórmula, es que no observábamos todo el proceso

[E21] *¡Exacto!, nos quita mucho procedimiento, no sabemos de dónde viene cada cosa*

[ENT] Entonces es importante conocer todo

[E21] *Sí*

Problema 4

[ENT] La expresión $\frac{di}{dt} + 5i = 12$, tuvo que haber venido de algún modelo ¿De cuál consideras?

[E21] *Del modelo que está en el problema 1*

[ENT] ¿Por qué?

[E21] *Porque representa un circuito eléctrico*

[ENT] Ahora, regresándonos un poquito, eso tuvo que haber venido de un esquema o de un circuito eléctrico, si nos quisiéramos regresar para ver su diagrama ¿Cuáles serían sus valores de su resistencia, inductancia, si se sabe que el voltaje aplicado es de 24 voltios?

[E21] *Podríamos a simple vista, se podría solucionar, ya que tenemos la fórmula de su forma estándar,* 12 *tendría que ser igual a* $\frac{V_t}{L}$*, despejando* $L = \frac{24}{12} = 2$

[ENT] ¿Y la resistencia?

[E21] $5 = \frac{R}{L}$*, pero* $L = 2$ *y simplemente despejamos* $R = 5$ *por* 2*, igual a 10 ohms*

[ENT] Entonces ya tenemos los valores prácticamente, ya regresamos al esquema original

[E21] *Sí*

[ENT] Ok, ya tenemos los datos R, L y V ¿Cuál sería la solución de ese modelo matemático, si se conoce que no hay corriente inicial?

[E21] *Utilizando la solución* $i(t)$ *del problema 2, simplificando nos quedaría* $i(t) = \frac{12}{5} - \frac{12}{5}e^{-5t}$

Problema 5

[ENT] Ya tenemos la solución de ese circuito, si nos quisiéramos regresar a su modelo matemático a partir de $i(t)$ ¿Cómo nos podríamos regresar?

[E21] *Sabemos que para regresar al modelo matemático* $\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{V_t}{L}$*, tenemos una derivada, entonces tendríamos que derivar todo esto* $i(t) = \frac{12}{5} - \frac{12}{5}e^{-5t}$

[ENT] Ahh, ok

[E21] *Sería* $\frac{d}{dt}[i(t) = \frac{12}{5} - \frac{12}{5}e^{-5t}]$, *quedando* $\frac{di}{dt}$, *mmm la derivada de una constante sería* 0, *entonces derivamos esto, quedándonos* $\frac{di}{dt} = -\frac{12}{5}(-5e^{-5t})$, *así* $\frac{di}{dt} = 12e^{-5t}$, *despejando* $\frac{\frac{di}{dt}}{e^{-5t}} = 12$, *aquí ya podemos ver el valor del voltaje sobre la inductancia que es igual a* 12, *la exponencial lo podemos pasar hacia arriba como positivo*

[ENT] ¿Cuál es la idea de subirlo?

[E21] *Es para darnos cuenta de* $P(t)$

[ENT] Ah ok

[E21] *Sería* $e^{5t}\frac{di}{dt} = 12$

[ENT] Prácticamente ya se identificaron varias cosas

[E21] *Se identificaron tanto el voltaje, como el valor de* $P(t) = 5$, *quedando* $\frac{di}{dt} + 5i = 12$

[ENT] Muy bien, es el modelo matemático que generó dicha solución

Entrevista con E28

Problema 1

[ENT] La expresión $L\frac{di}{dt} + Ri = V_t$ ¿Será una ecuación diferencial?

[E28] *Sí*

[ENT] ¿Por qué?

[E28] *Porque si se puede notar, tenemos $\frac{di}{dt}$, eso vendría hacer una derivada, entonces en una ecuaciones diferenciales tenemos derivadas*

[ENT] Según las variables que estamos observando ¿Nos representa algo?

[E28] *Sí, de hecho estamos viendo ahí el circuito RL*

[ENT] ¿Y con base a que se genera ese modelo matemático? ¿Qué Leyes?

[E28] *Ahh, ahí tenemos lo que sería la Ley de Kirchhoff y la Ley de Ohm, la parte de la inductancia viene de Kirchhoff y la parte de la resistencia de Ohm*

[ENT] Para hallar la solución de un modelo matemático o de una ecuación diferencial, en éste caso del modelo matemático del circuito eléctrico RL, mediante ¿Qué método se podría hallar su solución?

[E28] *Ehh, lo que podríamos usar es el método del factor integrante, ya que si podemos ver en la fórmula es muy parecido a lo que tenemos ahí*

[ENT] ¿Esa expresión está representado en su forma general o en su forma estándar?

[E28] *Ese es su modelo matemático, todavía falta aplicarle, para que se convierta en método estándar*

[ENT] ¿Me podrías platicar cómo se utiliza el método?

[E28] *Pues más o menos de ese modelo matemático (expresión del problema 1), se tiene que convertir a su forma estándar, una vez que está en su forma estándar, aplicamos el método, que viene siendo la derivada $\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x)$, sería convertir nada más, cambiar las variables*

[ENT] Entonces hay determinar una $P(x)$ y para éste caso sería $P(t)$

[E28] *Sí*

[ENT] Al pasarlo a su forma estándar ¿Cuánto valdría $P(t)$?

[E28] *Ehhh, tendría que ser, me parece $\frac{R}{L}$*

[ENT] ¿Y qué hacemos con ese valor $P(t)$?

[E28] *Tendríamos que sacar el exponente, sacarle una integral al exponente*

[ENT] Que es lo que se conoce ¿Cómo?

[E28] *Factor integrante, una vez que tenemos el factor integrante, llegar a una solución, de hecho podríamos tener tres posibles soluciones, la primera una fórmula que nos ayudaría a tener las corrientes indirectas para cualquier valor inicial, si seguimos resolviendo esa misma operación tendríamos una carga directa con las condiciones iniciales diferentes a $i(0) = 0$ y si seguimos aplicando tendríamos una corriente directa con $i(0) = 0$*

[ENT] O sea que a través del método del factor integrante podemos obtener la solución

[E28] *Ajá*

Problema 2

[ENT] La expresión $i(t) = \frac{V_t}{R} - \frac{V_t}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$ ¿Será una ecuación diferencial?

[E28] *Sí*

[ENT] ¿Por qué?

[E28] *Por la derivada, como lo mencioné*

[ENT] Pero la expresión ¿Tiene símbolo de la derivada?

[E28] *Ummm No, es una función*

[ENT] ¿Te representa algo la expresión?

[E28] *Sí, sería la tercera solución que mencioné hace un momento, para calcular las corrientes directas con $i(0) = 0$*

[ENT] Si quisiéramos retomar la información del circuito del problema 3 y te pido hallar la solución de ese circuito ¿Cómo lo podríamos encontrar?

[E28] *Sería sustituir los valores $i(t) = \frac{30}{50} - \frac{30}{50} e^{-\frac{50}{0.1}t}$*

[ENT] Simplificando ¿Nos quedaría?

[E28] $i(t) = \frac{3}{5} - \frac{3}{5} e^{-500t}$

[ENT] Ahí tenemos ya la solución del circuito, si lo hubiéramos resuelto con el método que me platicaste del factor integrante, ¿Nos hubiera llevado un poquito más de tiempo?

[E28] *Sí*

Problema 3

[ENT] ¿Qué ventajas y desventajas observas al realizarlo mediante con el método del factor integrante y al utilizar la solución $i(t)$?

[E28] *Pues diría que la ventaja que más sentimos ahorita, pues fue el tiempo que nos llevó hacerlo, ahorita solo sustituí variables y pues ya estaba listo, mientras que si lo hubiéramos empezado hacer desde el método, nos hubiera llevado mucho tiempo. La desventaja de usar la solución $i(t)$, es que no sabemos cuál fue el proceso que se llevó para llegar a ésta solución*

Problema 4

[ENT] La expresión $\frac{di}{dt}+5i=12$, de acuerdo a las variables que estamos observando, se relaciona a un tipo de aplicación de un circuito eléctrico RL, si sabemos que el voltaje aplicado es de 24 voltios y nos queremos regresar a su circuito eléctrico que lo generó ¿Cuánto valdría la resistencia y la inductancia?

[E28] *Del modelo matemático del problema 1, al pasarlo a su forma estándar nos quedaría $\frac{di}{dt}+\frac{R}{L}i=\frac{V_t}{L}$, bueno lo que voy hacer es sustituir los valores $\frac{di}{dt}+\frac{10}{2}i=\frac{24}{2}$, la resistencia es 10 ohms, la inductancia 2 henrios*

[ENT] Entonces ya tenemos los datos, si se nos pide hallar otra vez la solución de ese circuito ¿A través de que lo podríamos encontrar?

[E28] *Pues del método del factor integrante*

[ENT] ¿O?

[E28] *Ehhh, no sé, ¿Sustituyendo las variables?*

[ENT] Pues sí ¿Cuánto nos quedaría?

[E28] *Sería sustituyendo en $\frac{di}{dt}+\frac{R}{L}i=\frac{V_t}{L}$*

[ENT] Ese es el modelo matemático, lo que se pide es la solución de ese modelo matemático con los valores

[E28] *Mmmm, Ahhh, pues sería con la fórmula $i(t)=\frac{V_t}{R}-\frac{V_t}{R}e^{-\frac{R}{L}t}$ quedando $i(t)=\frac{12}{5}-\frac{12}{5}e^{-5t}$*

[ENT] Ok, ya obtuvimos la solución a través de la expresión del problema 2, que también se puede obtener a través del factor integrante.

Problema 5

[ENT] Ahora, si nos quisiéramos regresar a su modelo matemático de la solución $i(t)$

[E28] *Sería multiplicando por L, pero ¿Quiere la fórmula? o ¿Los resultados?*

[ENT] No, ¿Cómo nos podemos ir hacia atrás? Al último para llegar a la solución hicimos una integral ¿Cuál sería lo contrario a la integral?

[E28] *Una derivada*

NOTA: Se le ayudó para obtener el modelo matemático

Entrevista con E32

Problema 1

[ENT]	La expresión $L\frac{di}{dt} + Ri = V_t$ ¿Qué consideras que nos representa?
[E32]	*Es un modelo matemático de un circuito RL*
[ENT]	¿De qué otra forma se puede representar ese modelo matemático?
[E32]	*En su forma estándar*
[ENT]	¿Con base a qué consideras que se genera ese modelo matemático?
[E32]	*A la suma de los voltajes del circuito, del voltaje que había en la resistencia y en la inductancia*
[ENT]	Estamos hablando ¿De qué Ley?
[E32]	*Ley de Kirchhoff y de Ohm*
[ENT]	Para hallar su solución, por ejemplo de ese modelo matemático ¿Mediante que método consideras que se podría resolver?
[E32]	*Mediante el factor integrante*
[ENT]	¿Por qué?
[E32]	*Porque tiene la forma de cómo es el factor integrante*
[ENT]	¿Cómo es la propuesta que presenta para trabajar el factor integrante?
[E32]	$\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x)$
[ENT]	¿Y qué tienen en común $\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x)$ y $\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{V_t}{L}$?
[E32]	*Tienen el mismo coeficiente de 1 en la derivada, $P(x) = \frac{R}{L}$ igual a una función*
[ENT]	Veo ahí variables dependientes e independientes ¿Qué tienen en común las variables?
[E32]	*Que en una la corriente depende del tiempo y en la otra y depende de x*

Problema 3

[ENT]	La información del problema 3 nos marca que es un circuito eléctrico, de acuerdo a los valores ¿Qué tipo de circuito es?
[E32]	*Un circuito RL*
[ENT]	¿Puedes hallar la solución mediante el método del factor integrante?
[E32]	*¿O utilizo la solución $i(t)$?*
[ENT]	Jajaja, ahorita lo resolvamos con el método del factor integrante, ya identificaste la solución directa
[E32]	*Sí, entonces $\frac{di}{dt} + 500i = 300$, $P(x) = 500$*
[ENT]	Respecto a la variable que pusiste ¿La variable x?

[E32] *Ahhh sí, sería t, la solución es $i = \frac{3}{5} + \frac{C}{e^{500t}}$*

[ENT] ¿Y si consideramos la condición inicial $i(0) = 0$?

[E32] $C = -\frac{3}{5}$*, quedando* $i = \frac{3}{5} - \frac{\frac{3}{5}}{e^{500t}}$

[ENT] ¿Qué significa el resultado?

[E32] *Es para poder calcular la corriente en cualquier instante del tiempo*

Problema 2

[ENT] Hace un momento quisiste hallar la solución, mediante la expresión $i(t) = \frac{V_t}{R} - \frac{V_t}{R}e^{-\frac{R}{L}t}$ ¿Qué nos representa?

[E32] *La solución para el modelo matemático con la condición inicial de la intensidad en tiempo 0 igual a 0*

[ENT] ¿Podemos sustituir los valores?

[E32] $i(t) = \frac{3}{5} - \frac{3}{5}e^{-500t}$ *es lo mismo*

Problema 3

[ENT] ¿Qué ventajas y desventajas consideras que se presenta en cada una de ellas?

[E32] *Con $i(t)$ no se sabe cómo empezó todo y con el método del factor integrante se va haciendo paso a paso, se ve como es el proceso*

Problema 4

[ENT] La expresión $\frac{di}{dt} + 5i = 12$ ¿Será una ecuación diferencial?

[E32] *Sí*

[ENT] ¿Por qué?

[E32] *Porque tiene una derivada*

[ENT] Y de acuerdo a los valores y variables que presenta ¿Qué consideras que sea?

[E32] *Podría ser una ecuación de un circuito RL o RC*

[ENT] Especificando ciertos datos ¿Cuáles serían los valores de resistencia e inductancia, si sabemos que el valor del voltaje es de 24 voltios? Haz de cuenta que nos vamos a regresar a su esquema original

[E32] *El voltaje es de 24 volts, observando $\frac{di}{dt} + 5i = 12$, $L = 2$ y $R = 10$*

[ENT] Muy bien, dado esos valores encontrados ¿Cuál sería su solución? Si sabemos que inicialmente no hay corriente en el circuito, ya tenemos dos formas de solución

[E32] *Ahhh con $i(t) = \frac{V_t}{R} - \frac{V_t}{R}e^{-\frac{R}{L}t}$, nos quedaría $i(t) = \frac{12}{5} - \frac{12}{5}e^{-5t}$*

Problema 5

[ENT] Ahora de la última expresión, si me quisiera regresar al modelo matemático que lo generó ¿Cómo le podría hacer?

[E32] *Hay no se*

[ENT] Porque comentaste que la solución es de un circuito eléctrico ¿De qué tipo?

[E32] RL

[ENT] El modelo matemático de un circuito eléctrico RL ya se vio al inicio ¿Cómo se podrá regresar al modelo matemático?

[E32] *Pues haciendo todo lo contrario al factor integrante*

[ENT] Al último en el método del factor integrante, aplicamos una integral ¿Entonces para regresarnos?

[E32] *Una derivada*

NOTA: Se le ayudó para obtener el modelo matemático