



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

SECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

UNIDAD ZACATENCO

**DETERMINACIÓN DE LOS FACTORES DE INTENSIDAD
DE ESFUERZOS DURANTE LA PROPAGACIÓN DE
GRIETAS EN EL MATERIAL A216 GRADO WCB CLASE
600 APLICANDO EL MÉTODO EXTENDIDO DE
ELEMENTOS FINITOS**

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA MECÁNICA

PRESENTA

Ing. Samuel Ortega Díaz

DIRECTORA DE TESIS

Dra. Rita Aguilar Osorio



CIUDAD DE MÉXICO, DICIEMBRE 2019



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

SIP-14
REP 2017

ACTA DE REVISIÓN DE TESIS

En la Ciudad de siendo las horas del día del mes de del se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de la Tesis, designada por el Colegio de Profesores de Posgrado de:

para examinar la tesis titulada:

“DETERMINACIÓN DE LOS FACTORES DE INTENSIDAD DE ESFUERZOS DURANTE LA PROPAGACIÓN DE GRIETAS EN EL MATERIAL A216 GRADO WCB CLASE 600 APLICANDO EL MÉTODO EXTENDIDO DE ELEMENTOS FINITOS”

por el (la) alumno (a):

Apellido Paterno:	ORTEGA	Apellido Materno:	DÍAZ	Nombre (s):	SAMUEL
-------------------	--------	-------------------	------	-------------	--------

Número de registro:

Aspirante del Programa Académico de Posgrado:

Después de la lectura y revisión individual, así como el análisis e intercambio de opiniones, los miembros de la Comisión manifestaron **APROBAR** **NO APROBAR** la tesis, en virtud de los motivos siguientes:

Porque ha cumplido satisfactoriamente con el programa individual de actividades y con el trabajo de tesis.

Comisión Revisora de Tesis

 _____ DRA. RITA AGUILAR OSORIO 14173-EK-19 Y COLEGIADO	 _____ DR. EDUARDO OLIVA LOPEZ 12762-EH-17 Y COLEGIADO	 _____ DR. JESÚS ALBERTO MEDA CAMPAÑA 12386-ED-17 Y COLEGIADO
 _____ DR. JOSÉ FÉLIX VÁZQUEZ FLORES EXTERNO	 _____ DR. DIDIER SAMAYOA OCHOA 14694-EE-19 Y COLEGIADO	

Presidente del Colegio de Profesores

 DR. JOSÉ MARTÍNEZ TRINIDAD



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

CARTA CESIÓN DE DERECHOS

En la Ciudad de México el día 4 del mes de Noviembre del año 2019, el (la) que suscribe Ing. Samuel Ortega Díaz alumno (a) del Programa de Maestría en Ciencias en Ingeniería Mecánica opción diseño con número de registro B171002, adscrito a la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación, manifiesta que es autor (a) intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección de la Dra. Rita Aguilar Osorio y cede los derechos del trabajo titulado: **Determinación de los factores de intensidad de esfuerzos durante la propagación de grietas en el material A216 Grado WCB Clase 600 aplicando el método extendido de elementos finitos**, al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a las siguientes direcciones electrónicas:

ortesam_0305@hotmail.com

raguilero@ipn.mx

Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

Ing. Samuel Ortega Díaz

Resumen

En este trabajo de tesis se presenta el análisis numérico para la determinación de los factores de intensidad de esfuerzo durante la propagación de la grieta en el material A216 Grado WCB Clase 600, con el cual está fabricada la pieza de maza de rueda portadora (MRP) de los vagones del Sistema de Transporte Colectivo (STC) Metro de la Ciudad de México, aplicando el Método Extendido de Elementos Finitos (MEEF o en sus siglas en inglés X-FEM) con la finalidad de determinar la longitud de grieta crítica y el factor de intensidad de esfuerzos crítico. Para este estudio se empleó un modelo de simulación tridimensional de probeta de fractura de carga excéntrica a tensión con grieta de borde [ESE (T) por sus siglas en inglés], la cual se dimensionó de acuerdo con lo establecido en la norma ASTM E647. Las condiciones límite utilizadas fueron: una carga inicial de impacto de 4.07 kN seguida de 56 aplicaciones de carga de frenado de 1.37 kN para el protocolo de carga de la línea 1 y para el protocolo de carga de las líneas 3 y B se configuró una carga inicial de impacto de 4.07 kN seguida de 71 aplicaciones de carga de frenado. En el modelo se configuraron las propiedades del material, las cuales fueron: módulo de elasticidad de 357.58 GPa, relación de Poisson de 0.33 y una densidad de 7.85×10^{-9} tonn/mm³. La simulación consistió en tres etapas Pre-proceso, Proceso y Post-proceso. Para la simulación se utilizó una sola malla estructurada, constituida por elementos hexaédricos C3D8R, la malla resultante fue integrada por 1,147,680 elementos y 1,211,525 nodos.

Del análisis numérico se obtuvo el número de ciclos, siendo 48,563 para el protocolo de carga de la línea 1, mientras que para el protocolo de carga de las líneas 3 y B fue de 43,935. Los FIE's se obtuvieron para los tres modos de carga; para el caso del protocolo de carga de la línea 1 y el modo I se obtuvieron valores dentro del intervalo de 16.19 hasta 2,519.62 MPa√m. Mientras que para el protocolo de carga de las líneas 3 y B se obtuvieron valores que fueron desde 16.22 hasta 3,112.30 MPa√m. Para los modos II y III, los valores fueron muy pequeños. Por lo tanto, no fueron considerados. Los valores del radio de la zona plástica fueron incrementado de 0.19 mm a 6.73 mm para ambos casos de simulación. Se evaluó el comportamiento de la fractura de lo que se dedujo, que el análisis de la fractura sería por medio del criterio de la MFLE. Se determinó la longitud de grieta y FIE crítico, para el protocolo de carga de la línea 1 se obtuvo una longitud de grieta crítica de 16.35 mm con un FIE crítico de 88.27 MPa √m; mientras que para el protocolo de carga de las líneas 3 y B, se obtuvo una longitud de grieta crítica de 16.15 mm con un FIE crítico de 85.69 MPa √m.

Finalmente, se realizó una comparativa de los resultados obtenidos con respecto a resultados experimentales. De esta se observó que para el protocolo de carga de la línea 1 existió una diferencia en relación con la longitud de grieta crítica experimental de 4.89% mientras que en relación con el FIE experimental la diferencia fue de 0.15%. Para el protocolo de carga de las líneas 3 y B se obtuvo una diferencia en relación con la longitud de grieta crítica experimental de 3.72% mientras que en relación con el FIE experimental la diferencia fue de 2.78%. De este trabajo de investigación se observa que el método extendido de elementos finitos es una herramienta práctica para la determinación de los FIE's durante la simulación de la propagación de la grieta.

Abstract

In this thesis work the numerical analysis is presented for the determination of the stress intensity factors during the crack propagation in the A216 Grade WCB Class 600 material, with which the carrier wheel hub (MRP) piece is manufactured of the wagons of the Collective Transportation System (STC) Metro of Mexico City, applying the Extended Finite Element Method (MEEF or in its acronym in English X-FEM) in order to determine the critical crack length and the stress intensity factor of critical. For this study, a three-dimensional simulation model of tension eccentric load fracture specimen with edge crack [ESE (T)] was used, which was sized in accordance with the provisions of ASTM E647. The limit conditions used were an initial impact load of 4.07 kN followed by 56 brake applications of 1.37 kN for the load protocol of line 1 and for the load protocol of lines 3 and B a load was configured Initial impact of 4.07 kN followed by 71 brake load applications. In the model the properties of the material were configured, which were: modulus of elasticity of 357.58 GPa, Poisson ratio of 0.33 and a density of 7.85×10^{-9} tonn/mm³. The simulation consisted of three stages Pre-process, Process and Post-process. For the simulation a single structured mesh was used, consisting of C3D8R hexahedral elements, the resulting mesh was integrated by 1,147,680 elements and 1,211,525 nodes.

The number of cycles was obtained from the numerical analysis, 48,563 for the loading protocol of line 1, while for the loading protocol of lines 3 and B it was 43,935. The FIE's were obtained for the three charging modes; in the case of the loading protocol of line 1 and mode I, values were obtained within the range of 16.19 to 2,519.62 MPa√m. While for the loading protocol of lines 3 and B, values were obtained that ranged from 16.22 to 3,112.30 MPa√m. For modes II and III, the values were very small. Therefore, they were not considered. The values of the radius of the plastic zone were increased from 0.19 mm to 6.73 mm for both simulation cases. The fracture behavior was evaluated from what was deduced, that the fracture analysis would be through the MFLE criteria. The crack length and critical FIE were determined, for the loading protocol of line 1 a critical crack length of 16.35 mm was obtained with a critical FIE of 88.27 MPa√m; while for the loading protocol of lines 3 and B, a critical crack length of 16.15 mm was obtained with a critical FIE of 85.69 MPa √m.

Finally, a comparison was made of the results obtained with respect to experimental results. From this it was observed that for the loading protocol of line 1 there was a difference in relation to the experimental critical crack length of 4.89% while in relation to the experimental FIE the difference was 0.15%. For the loading protocol of lines 3 and B a difference was obtained in relation to the experimental critical crack length of 3.72% while in relation to the experimental FIE the difference was 2.78%. From this research work it is observed that the extended finite element method is a practical tool for the determination of the FIE's during the simulation of the crack propagation

DEDICATORIAS

Dedico el presente trabajo con todo mi respeto, amor y gratitud a:

Mis padres

María Antonieta Díaz Martínez y Mario Ortega España

Por siempre estar presentes en cada etapa de mi vida, por confiar en mí y por impulsarme a ser mejor hombre cada día, no tengo palabras que describan el agradecimiento y amor que tengo por ustedes y deseo con todo mi corazón que nunca me falten y me alcance la vida para recompensarles todo lo que han hecho por mí; así como, desearles que encuentren el camino para volver a ser un equipo juntos y que nunca olviden que sin importar que nos depare la vida, siempre estaré para ustedes. Los amo inmensamente.

A mi hermano

Ignacio Ortega Díaz

Gracias por siempre estar cuando más he necesitado a alguien, por acompañarme en cada aventura y cada locura, siempre he querido ser un buen ejemplo para ti y espero estar haciendo un buen trabajo, le doy gracias a la vida porque existas y deseo que encuentres el camino que te lleve a todo lo que desees y espero estar ahí para brindarte mi mano siempre.

A mis hermanas

Diana Ortega Díaz y Nelly Alondra Navarrete Martínez

A quienes a pesar de la distancia siempre las llevo en mi mente, esperando hallen la senda que las lleve a encontrarse a sí mismas, donde puedan darse cuenta de las grandes capacidades que tienen y de las grandes cosas que podrían lograr con un poco de esfuerzo, dedicación y disciplina.

A mi hermanita

América Joselyn Torales Martínez

Mi hermosa niña aunque no seamos hermanos directos, te dedico todo el esfuerzo que puse en este trabajo, esperando con ansias llegues a tener la edad para que comprendas que con disciplina y amor puedes llegar muy lejos, te prometo siempre velar por ti esperando ser un buen ejemplo, para que el día de mañana llegues a ser una gran mujer, gracias por siempre estar ahí para regalarme una sonrisa.

Por último, quiero agradecerles con todo el corazón a **familiares y amigos** que han estado y que han creído en mí, por todo el apoyo brindado a lo largo de estos años, en cada etapa, en cada error y en cada acierto que he tenido, no existen palabras para agradecerles todo lo que han hecho por mí.

AGRADECIMIENTOS

Primeramente quisiera agradecer a la increíble mujer, investigadora y docente la Dra. Rita Aguilar Osorio, quien ha sido mi guía durante mi estancia en esta institución, fungiendo como directora y asesora para la realización de este trabajo, le agradezco infinitamente todo el tiempo que ha dedicado a mi formación y a mi trabajo, gracias por brindarme la oportunidad de demostrarme a mí mismo de lo que puedo ser capaz cuando se trabaja con disciplina y orden, siempre le estaré agradecido.

A mi alma máter el Instituto Politécnico Nacional y en especial a la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación (SEPI) de la Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica Unidad Zacatenco, lugar en donde me han dado todas las herramientas necesarias para mi formación profesional, razón por la cual les estaré siempre agradecido y a las que prometo siempre poner en alto.

A los miembros del jurado conformado por: Dra. Rita Aguilar Osorio, Dr. Jesús Alberto Meda Campana, Dr. Eduardo Oliva López, Dr. José Félix Vázquez Flores y M. en C. Roberto Corona Cid, por el tiempo dedicado a la revisión de este trabajo; así como, también por los consejos y enseñanzas que compartieron conmigo.

Al M. en C. José Luis García Lozano por su apoyo y por compartir sus conocimientos en relación con la utilización del programa computacional de elementos finitos Abaqus y el uso correcto del método extendido de elementos finitos, le estoy completamente agradecido por el tiempo que me dedicó.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) y al Programa Institucional de Formación de investigadores (PIFI) por el apoyo económico brindado para mi formación académica y para la realización de este trabajo.

A mi amigo José Guadalupe Hernández Ventura por su apoyo incondicional durante mi maestría y por nunca dejarme solo en los momentos difíciles.

Al personal de apoyo administrativo de la SEPI ESIME Zacatenco del IPN, en especial a Anita, Erika, Jaque y Lily por todo el apoyo brindado durante mi estancia en la maestría.

A mis compañeros de cubículo, Roberto, Alejandro, Erik, César, Gustavo, José, Omar, Samantha, Jesús, Elliot, Víctor y Azucena, con quienes pude crecer de forma personal compartiendo conocimientos y experiencias, les deseo todo el éxito del mundo y recuerden que “Ustedes no vienen por el título, ustedes vienen por la gloria”.

A todos ustedes, gracias.



“Solo tú construyes tu propio camino”

Albert Einstein



Índice general

Resumen	XIII
Abstract	XV
Índice de tablas	XXI
Índice de figuras	XXIII
Nomenclatura.....	XXVII

Capítulo 1. Introducción

1.1. Introducción	3
1.2. La importancia de la mecánica de la fractura en México	5
1.3. Alcance	6
1.4. Objetivo general	6
1.5. Objetivos específicos	6
1.6. Aportaciones	7
1.7. Metodología general	8

Capítulo 2. Análisis bibliográfico

2.1. Introducción	15
2.1.1. Variantes del MEF para la obtención de los FIE's	15
2.2. Análisis de artículos relacionados con la obtención de los FIE's utilizando los diferentes métodos.....	18
2.2.1. Método de elementos singulares	18
2.2.2. Método de remallado o actualización de malla automático	21
2.2.3. Método generalizado de elementos finitos	26
2.2.4. Método extendido de elementos finitos	28
2.2.4.1. Implementación del MEEF en la programación de MEF	29
2.2.4.2. Aplicación del MEEF en modelos de simulación 2D	34
2.2.4.3. Aplicación del MEEF en modelos de simulación 3D	44
2.3. Observaciones del análisis bibliográfico.....	59

Capítulo 3. Formulación matemática

3.1. Introducción	63
3.1.1. Formulación matemática del factor de intensidad de esfuerzo	63
3.2. Formulación matemática del MEEF.....	70
3.2.1. Formulación fuerte del MEEF	70

3.2.1.1. Ecuaciones de equilibrio y condiciones de contorno	70
3.2.1.2. Ecuación cinemática	71
3.2.2. Formulación débil y variacional del MEEF	72
3.2.3. Formulación discreta del MEEF	73
Capítulo 4. Metodología para la simulación	
4.1. Modelo numérico para la simulación de la propagación de grieta	81
4.2. Condiciones del estudio para la selección del método para la simulación numérica	82
4.3. Métodos para el análisis de grietas en simulaciones numéricas utilizando el MEF	82
4.4. Selección del método para la simulación numérica	85
4.5. Pre-proceso	85
4.5.1. Realización del modelo de simulación	85
4.5.2. Propiedades mecánicas de la MRP	86
4.5.3. Criterio de daño	87
4.5.4. Ensamble entre el modelo de probeta ESE (T) y la superficie de pre-agrietamiento	88
4.5.5. Discretizado del modelo de simulación	89
4.5.5.1. Tipo de elementos	89
4.5.5.2. Tipo de malla	92
4.5.5.3. Malla	94
4.5.6. Interacciones	96
4.5.6.1. Acopladores	96
4.5.6.2. Propiedad de interacción de contacto	98
4.5.6.3. Identificación de grieta y selección del dominio de grieta MEEF	99
4.5.7. Selección de tipo de análisis para la simulación	101
4.5.7.1. Paso de análisis inicial	101
4.5.7.2. Paso de análisis estático general	102
4.5.7.3. Paso de análisis de ciclo directo	104
4.5.8. Condiciones limite esenciales y naturales del modelo de simulación	107
4.5.8.1. Configuración de restricciones en el modelo de simulación	107
4.5.8.2. Implementación de la carga en el modelo de simulación	110
4.5.8.2.1. Protocolos de carga	110
4.5.8.2.2. Configuración de la carga en el modelo de simulación	113

4.5.9. Configuración del historial de salida para la obtención de los FIE's	115
4.5.10. Determinación del radio de la zona plástica	116
Capítulo 5. Resultados y análisis de resultados	
5.1. Introducción	121
5.2. Número de nodos, elementos y tipo de malla utilizados durante el análisis numérico	121
5.3. Resultados del análisis numérico	121
5.3.1. Reacciones	121
5.3.2. Número de incrementos	124
5.3.3. Número de ciclos	127
5.3.4. Resultados del factor de intensidad de esfuerzo	133
5.3.5. Resultados de la zona plástica calculados durante la simulación de la propagación de la grieta	141
5.3.5.1. Determinación del comportamiento de la fractura (esfuerzos planos o deformaciones planas)	146
5.3.5.2. Análisis de la fractura para la determinación del tipo de análisis (MFLE o MFEP)	152
5.3.6. Determinación de la longitud de grieta crítica	158
5.3.7. Comparación numérico-experimental de los resultados de la propagación de la grieta	167
Conclusiones	175
Trabajos futuros	177
Bibliografía	179
Anexo A. Protocolos de carga de las líneas 1, 3 y B	187
Anexo B. Archivo de entrada para simulación del protocolo de carga de la línea 1	191
Anexo C. Archivo de entrada para simulación del protocolo de carga de las líneas 3 y B	193
Anexo D. Historial de salida de los factores de intensidad de esfuerzo Cal_FIE.dat de la simulación utilizando el protocolo de carga de la línea 1	195
Anexo E. Historial de salida de los factores de intensidad de esfuerzo Cal_FIE.dat de la simulación utilizando el protocolo de carga de las líneas 3 y B	198
Anexo F. Constancia de participación como ponente en el congreso “SIMULIA TECHDAY 2019”	201
Anexo G. Constancia de participación como ponente en el “XVIII Congreso Nacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas”	203

Índice de tablas

Tabla 2.1 Parámetros para la simulación numérica.....	19
Tabla 2.2. Configuraciones de carga	19
Tabla 2.3. Parámetros para las mallas	19
Tabla 2.4. Modelos para simulación.....	22
Tabla 2.5. Parámetros para la simulación numérica.....	22
Tabla 2.6. Propiedades mecánicas del material S/CMV utilizadas para el análisis numérico	24
Tabla 2.7. Propiedades mecánicas para el modelo de simulación.....	25
Tabla 2.8. Propiedades mecánicas y de la malla del modelo de simulación	27
Tabla 2.9. Propiedades mecánicas de los modelos de simulación.....	28
Tabla 2.10. Subcódigos para implementación MEEF en 2D y 3D.....	29
Tabla 2.11. Dimensiones de los diferentes modelos utilizados para la validación	33
Tabla 2.12. Parámetros para la simulación numérica.....	34
Tabla 2.13. Dimensiones de la viga utilizada para la simulación de propagación de grieta	36
Tabla 2.14. Propiedades y dimensiones de la viga 1	38
Tabla 2.15. Propiedades y dimensiones de la viga 2.....	38
Tabla 2.16. Dimensiones de los modelos de simulación.....	40
Tabla 2.17. Parámetros considerados para la simulación.....	42
Tabla 2.18. Parámetros considerados en la simulación	43
Tabla 2.19. Parámetros considerados para las simulaciones	45
Tabla 2.20. Parámetros considerados para las simulaciones	47
Tabla 2.21. Propiedades mecánicas consideradas para la simulación	50
Tabla 2.22. Parámetros considerados para las simulaciones	51
Tabla 2.23. Casos de simulación	52
Tabla 2.24. Parámetros considerados para la simulación, caso 9.....	53
Tabla 2.25. Parámetros considerados para la simulación del segundo modelo.....	54
Tabla 2.26. Parámetros considerados para los modelos de simulación.....	56
Tabla 2.27. Parámetros considerados para las simulaciones	58
Tabla 4.1. Dimensiones para el modelo de simulación de probeta tipo ESE (T).....	81
Tabla 4.2. Ventajas y desventajas de los diferentes métodos para la obtención de los FIE´s	83
Tabla 4.3. Propiedades mecánicas calculadas para el material de la MRP	86
Tabla 4.4. Tipos de elementos	90
Tabla 4.5. Cargas obtenidas para aplicación en modelo de simulación de probeta ESE (T)	110
Tabla 4.6. Secuencia de aplicación de cargas.....	111

Tabla 5.1. Características de la malla utilizada en la simulación de propagación de grieta y obtención de los FIE's	121
Tabla 5.2. Longitud de grieta en función del número de ciclos aplicados durante la simulación utilizando el Protocolo de carga de la línea 1	128
Tabla 5.3. Longitud de grieta en función del número de ciclos aplicados durante la simulación utilizando el Protocolo de carga de las líneas 3 y B.....	129
Tabla 5.4. Factores de intensidad de esfuerzo (K_I , K_{II} y K_{III}) obtenidos de la simulación realizada utilizando el protocolo de carga de la línea 1	134
Tabla 5.5. Factores de intensidad de esfuerzo (K_I , K_{II} y K_{III}) obtenidos de la simulación realizada utilizando el protocolo de carga de las líneas 3 y B	136
Tabla 5.6. Resultados del tamaño del radio de la zona plástica para las simulaciones utilizando los protocolos de carga de la línea 1, y de las líneas 3 y B en función de la longitud de grieta	142
Tabla 5.7 Criterio determinístico para fractura por esfuerzo plano (EP) o deformación plana (DP) para la propagación de grieta de la simulación utilizando el protocolo de carga de la línea 1	146
Tabla 5.8. Criterio determinístico para fractura por esfuerzo plano (EP) o deformación plana (DP) para la propagación de grieta de la simulación utilizando el protocolo de carga de las líneas 3 y B	149
Tabla 5.9. Evaluación para la determinación del tipo de análisis de fractura, protocolo de carga de la línea 1	152
Tabla 5.10. Evaluación para la determinación del tipo de análisis de fractura, protocolo de carga de las líneas 3 y B	155
Tabla 5.11. Determinación de longitud de grieta crítica protocolo de carga de la línea 1 .	159
Tabla 5.12. Determinación de longitud de grieta crítica protocolo de carga de las líneas 3 y B	161
Tabla 5.13. Comparativa numérico-experimental línea 1	167
Tabla 5.14. Comparativa numérico-experimental líneas 3 y B	169

Índice de figuras

Fig.1. Metodología general.....	10
Fig. 2. Elementos finitos singulares triangulares.....	16
Fig. 3. Actualización de malla de elementos finitos utilizando el método de remallado durante la propagación de una grieta.....	16
Fig. 4. Modelo continuo con grieta propagándose, utilizando MGEF.....	17
Fig. 5. Propagación de grieta modelada con MEEF.....	17
Fig. 6. Placa infinita con grieta central.....	67
Fig. 7. Cuerpo tridimensional agrietado sometido a cargas.....	71
Fig. 8. Malla de cuatro elementos con abertura alineada a la frontera de los elementos.....	73
Fig. 9. Enriquecimiento nodal de elemento unidimensional.....	74
Fig. 10. Probeta tipo ESE (T) para los ensayos experimentales de propagación de grietas.....	81
Fig. 11. Modelo de simulación de probeta ESE (T).....	85
Fig. 12. Superficie para emular el pre-agrietamiento.....	86
Fig. 13. Valor del esfuerzo principal máximo.....	87
Fig. 14. Configuración de propagación de grieta por desplazamiento controlado.....	88
Fig. 15. Ensamble entre el modelo de probeta ESE (T) y la superficie de pre-agrietamiento.....	88
Fig. 16. Particiones realizadas al modelo de simulación.....	93
Fig. 17. Código de colores para mallado de Abaqus y modelo particionado.....	93
Fig. 18. Menú de semillas globales y modelo con semillas en cada región particionada.....	94
Fig. 19. Modelo de simulación con malla estructura de elementos hexaédricos.....	95
Fig. 20. Mallado en el orificio y muesca del modelo.....	95
Fig. 21. Puntos de referencia activados en el modelo.....	96
Fig. 22. Puntos de referencia seleccionados en el modelo.....	97
Fig. 23. Ventana para crear el acoplador.....	97
Fig. 24. Ventana del editor de restricciones y modelo de la superficie seleccionada.....	98
Fig. 25. Acopladores colocados en el modelo.....	98
Fig. 26. Ventana de creación de propiedad de interacción.....	99
Fig. 27. Configuración del comportamiento normal y tangencial de la propiedad de contacto.....	99
Fig. 28. Selección del método de propagación de grieta.....	100
Fig. 29. Ventana de edición e identificación de la grieta en el modelo.....	100
Fig. 30. Grieta identificada en el modelo.....	100
Fig. 31. Dominio con las regiones configuradas para utilizar MEEF.....	101
Fig. 32. Administrador de pasos, paso inicial.....	101
Fig. 33. Ventana crear paso, análisis estático general.....	102
Fig. 34. Ventana de edición de paso de análisis estático gral, pestaña de conf. básica.....	103

Fig. 35. Ventana de edición de paso de análisis estático general, pestaña de configuración de los incrementos	103
Fig. 36. Ventana crear paso	104
Fig. 37. Ventana de edición de paso de análisis ciclo directo, pestaña de configuración básica	105
Fig. 38. Ventana de edición de paso de análisis ciclo directo, pestaña de configuración de incrementos.....	105
Fig. 39. Estabilización de la solución utilizando diferentes cantidades de términos de Fourier	106
Fig. 40. Configuración del máximo cambio de temperatura permisible por incremento...	106
Fig. 41. Ventana de edición de paso de análisis ciclo directo, pestaña de configuración del ciclo de fatiga.....	107
Fig. 42. Ventana “crear condición de contorno”	107
Fig. 43. Selección del punto RP-2 donde se colocó la restricción.....	108
Fig. 44. Configuración de desplazamientos y rotaciones en el punto RP-2	109
Fig. 45. Configuración de desplazamientos y rotaciones en el punto RP-1	109
Fig. 46. Modelo de simulación con ambas restricciones.....	110
Fig. 47. Protocolo de carga de simulación para el caso de estudio línea 1.....	111
Fig. 48. Protocolo de carga de simulación para el caso de estudio línea 3 y B.....	111
Fig. 49 a. Configuración de amplitud de proto. De carga línea 1.....	112
Fig. 49 b. Configuración de amplitud de proto. De carga línea 3 y B.....	112
Fig. 50 a. Editor de amplitud línea 1	112
Fig. 50 b. Editor de amplitud línea 3 y B	112
Fig. 51. Ventana para crear una carga en el modelo de simulación	113
Fig. 52. Selección del punto RP-1 para la aplicación de la carga.....	113
Fig. 53. Edición de carga y selección de amplitud	114
Fig. 54. Modelo de simulación con carga implementada	114
Fig. 55. Administrador del historial de salida con la opción “Crear”	115
Fig. 56. Ventana “Crear historial”	115
Fig. 57. Edición de la solicitud del historial de salida para los FIE’s	116
Fig. 58. Reacciones obtenidas en el punto de referencia 2 al usar el protocolo de carga de la línea 1	122
Fig. 59. Reacciones obtenidas en el punto de referencia 2 al utilizar el protocolo de carga de las líneas 3 y B.....	122
Fig. 60. Valor máx. de la reacción para el incremento 20 en el tiempo 1 correspondiente a la carga de impacto de 4.07 kN en el RP-2	123
Fig. 61. Valor máx. de la reacción para el incremento 60 en el tiempo 3 correspondiente a la carga de frenado de 1.37 kN en el RP-2.....	124
Fig. 62. Tiempo total y cantidad de incrementos realizados durante el primer ciclo de aplicación de carga con el protocolo de la línea 1	125

Fig. 63. Tiempo total y cant. de incrementos realizados durante el primer ciclo de aplicación de carga con el protocolo de las líneas 3 y B	125
Fig. 64. Incrementos utilizados durante el análisis total de la propagación de la grieta utilizando el protocolo de carga de la línea 1	126
Fig. 65. Incrementos utilizados durante el análisis total de la propagación de la grieta utilizando el protocolo de carga de las líneas 3 y B	126
Fig. 66. División de la aplicación de la carga en incrementos de tiempo de simulación ...	127
Fig. 67. Comportamiento de la propagación de la grieta en función del número de ciclos para el caso del protocolo de carga de la línea 1	131
Fig. 68. Comportamiento de la propagación de la grieta en función del número de ciclos para el caso del protocolo de carga de las líneas 3 y B	132
Fig. 69. Gráfica de comportamiento de los factores de intensidad de esfuerzo de la simulación donde se utilizó el protocolo de carga de la línea 1	139
Fig. 70. Gráfica de comportamiento de los factores de intensidad de esfuerzo de la simulación donde se utilizó el protocolo de carga de las líneas 3 y B	140
Fig. 71. Comportamiento del tamaño de la zona plástica en función de la longitud de grieta durante las simulaciones utilizando los protocolos de carga de las líneas 1, 3 y B.....	145
Fig. 72. Factores de intensidad de esfuerzos en función de la longitud de grieta utilizando el protocolo de carga de la línea 1	165
Fig. 73. Factores de intensidad de esfuerzos en función de la longitud de grieta utilizando el protocolo de carga de las líneas 3 y B	166
Fig. 74. Comparativa numérico-experimental de los FIE's de la línea 1	172
Fig. 75. Comparativa numérico-experimental de los FIE's de las líneas 3 y B	173

Nomenclatura

K_I	Factor de intensidad de esfuerzos en modo I de fractura
K_{II}	Factor de intensidad de esfuerzo en modo II de fractura
K_{III}	Factor de intensidad de esfuerzo en modo III de fractura
CAD	Siglas en inglés para diseño asistido por computadora
MFLE	Mecánica de la fractura lineal-elástico
MFEP	Mecánica de la fractura elásto-plástico
FIE's	Factores de intensidad de esfuerzo
K_{IC}	Factor de intensidad de esfuerzo crítico, tenacidad a la fractura
MEF	Método de Elementos Finitos
MGEF	Método Generalizado de Elementos Finitos
MEEF	Método extendido de Elementos Finitos
XFEM	Siglas en inglés para el Método Extendido de Elementos Finitos
GPa	Gigapascales
MPa	Megapascales
Pa	Pascales
Idx	Grados de libertad adicionales en un nodo
$H(x)$	Función Heaviside o de escalón generalizada
E	Módulo de elasticidad
a	Longitud de grieta
ν	Relación de Poisson
kN	Kilo-newton
w	Ancho de probeta
l	Largo de probeta
h	Altura de probeta
Modo I	Carga aplicada perpendicularmente al plano de fractura
Modo II	Carga aplicada en sentidos opuestos en dirección del plano de fractura
Modo III	Carga aplicada en sentidos opuestos de forma cortante al plano de fractura
α, β	Ángulos de propagación de grieta
Nm	Newton-metro
lbs	Libras
R	Arco circular
gmsh	Programa comercial computacional para diseño de mallas de elementos finitos

C	Constante de la ecuación de París
m	Exponente de la ecuación de la ley de París
mm	Milímetros
$MPa \sqrt{m}$	Megapascuales por raíz de metro
EMC	Esfuerzo Máximo Circunferencial
σ_x	Esfuerzo normal en la dirección x
σ_y	Esfuerzo normal en la dirección y
τ_{xy}	Esfuerzo cortante en el plano xy
u	Desplazamiento en el eje x
v	Desplazamiento en el eje y
ε	Deformación normal
γ	Deformación cortante
G	Módulo de elasticidad cortante
ϕ	Función de Airy
∇^2	Operador Laplaciano
Z	Función de variable compleja
Re	Termino real
Im	Termino imaginario
π	Pi
Ω	Dominio agrietado
Γ	Frontera del dominio
Γ_{c+}, Γ_{c-}	Superficies de fractura
Γ_t	Condiciones límite esenciales
Γ_u	Condiciones límite naturales
b	Fuerzas aplicadas al dominio
∇	Variación del valor del esfuerzo
ν	Variable virtual
ν_0	Desplazamiento virtual
G_{int}	Energía interna
G_{ext}	Energía externa
ϕ_i	Función de forma asociada al elemento
w_i	Peso de la función de forma
r, θ	Coordenadas polares
HBW	Dureza en escala Brinell
HRB	Dureza en escala Rockwell
$tonn/mm^3$	Toneladas por milímetro cúbico
MRP	Maza de rueda portadora
σ_1	Esfuerzo principal máximo

ESE (T)	Siglas en inglés para probeta de carga excéntrica simple a tensión con grieta de borde
PI	Punto de integración
RP-1, RP-2	Puntos de referencia 1 y 2
CF	Fuerza concentrada
.inp	Archivo de entrada para el software Abaqus
.odb	Archivo gráfico del software Abaqus
.sta	Archivo de incrementos de tiempo de simulación del software Abaqus
.dat	Archivo de historial de salida de la simulación
σ_{ys}	Esfuerzo de cedencia
rp	Radio de la zona plástica
EP	Esfuerzos Planos
DP	Deformaciones Planas
m	metros
*	Sin datos para comparación
SCT	Sistema de transporte colectivo
ASTM	Sociedad americana para pruebas y materiales por sus siglas en ingles



CAPÍTULO 1

Introducción

En este capítulo se presenta un panorama de la importancia del estudio de la mecánica de la fractura en componentes mecánicos; así como, de su aplicación en la industria, principalmente en la industria del transporte masivo. Siendo más específicos, se analiza el caso particular del mantenimiento preventivo de las unidades del Sistema de transporte colectivo (STC) metro de la Ciudad de México y se plantea el tema a desarrollar en éste trabajo de investigación.

1.1.Introducción

Dentro de las fallas en componentes mecánicos, uno de los fenómenos físicos con mayor relevancia es la fractura, la cual ha tenido suma importancia a partir de que los primeros hombres fabricaron herramientas y armas para la caza. Ellos buscaban que el material de los utensilios tuviera la menor cantidad de defectos para que no se fracturara. Desde ese momento, la humanidad fue consciente del fenómeno de la fractura por lo que se debía evitar.

A partir de este punto, los avances en la tecnología, trajeron consigo nuevos desafíos en la búsqueda por evitar la fractura. Sin embargo, a pesar de los esfuerzos realizados, la fractura de estructuras y componentes ha sucedido incontables veces y ha traído consigo todo tipo de pérdidas: económicas, ambientales y hasta humanas. Por ello, la manifestación de la fractura se coloca como uno de los fenómenos físicos más peligrosos y catastróficos que existe. De acuerdo con datos del instituto *Batelle Columbus Laboratories* y el *National Institute of Standards and Technology* del Departamento de Comercio de los Estados Unidos, mostró que el costo total de fallas por fractura de componentes mecánicos fue de US\$119 billones en el año 2016, lo que equivale aproximadamente al 4% de su PIB en ese año [1].

Por esta razón, es primordial el estudio y análisis de fractura en componentes mecánicos para poder utilizar de manera óptima los materiales y evitar fallas catastróficas que desencadenen en paros de producción, pérdidas económicas, pérdidas humanas y daños al medio ambiente. Esto coloca al fenómeno de la fractura como un fenómeno crítico que los investigadores deben tratar para poder hallar formas de minimizar sus efectos.

La fractura se presenta en todos los materiales de ingeniería incluidos metales, plásticos y cerámicos [2]. Sin embargo, a pesar de las amplias investigaciones en el tema, actualmente la fractura es un campo de estudio aún muy amplio, el cual brinda oportunidades para el desarrollo de tecnología. Por lo que las investigaciones vigentes se enfocan en encontrar métodos para predecir cuándo las grietas se comportarán de modo inestable, lo cual desencadenará la fractura total de los componentes.

En México, los estudios realizados en este tema son muy pocos comparados con países como Estados Unidos, China, Inglaterra, Japón y Alemania, cuyos estudios del fenómeno han logrado un mayor avance [3]. Debido a esta situación, las industrias mexicanas –que requieren tales estudios, fundamentales para el diseño de componentes mecánicos– que operan bajo cargas dinámicas, generalmente realizan este tipo de estudios en otros países pero no en México por la poca explotación y desarrollo de investigación en esta área en el país, lo cual resulta en una dependencia tecnológica de la industria nacional de otros países que desarrollan y aplican conocimientos y tecnología.

Los principales sectores industriales que requieren este tipo de estudio son el Energético, la Industria Naval, Petroquímica, Química, Construcción y la Industria del Transporte, entre otras [2]. Al hablar específicamente del transporte en su rama ferroviaria, los trenes de

transporte masivo –considerados así por sus dimensiones, la capacidad que tiene de transportar grandes cantidades de carga y/o personas y el recorrer grandes distancias con menos cantidad de combustible comparado con otros transportes de carga– las cuales le dieron cualidades que hicieron que, alrededor del mundo, su uso se popularizara desde el siglo XIX a partir de la Revolución Industrial, lo que ha hecho que países como Inglaterra, Francia, Rusia, España, Japón, Corea, Estados Unidos de América, Canadá, China y México, invirtieran en este tipo de transporte grandes cantidades de dinero para satisfacer la demanda de movilidad de su población [4], la cual ha crecido en gran medida desde la década de los 50. Con esto, se buscó encontrar en este medio de transporte una opción de movilidad efectiva, ágil y barata para los usuarios; así como disminuir el uso excesivo del transporte automotor para reducir la contaminación en sus principales ciudades.

En México existe el Sistema de Transporte Colectivo (STC) metro de la Ciudad de México, el cual transportó en 2015 aproximadamente 1,623 millones 828 mil 642 usuarios [5], lo cual lo coloca como el sistema de tren metropolitano con mayor afluencia en América Latina y el octavo en el mundo sólo por debajo de los de Pekín, Tokio, Seúl, Shanghái, Moscú, Cantón y Nueva York [6].

El Sistema de Transporte Colectivo (STC) metro, de la Ciudad de México, cuenta con un parque vehicular de 390 trenes, de los cuales 331 son de rodada neumática y 59, de rodada férrea [5]. Del total, el 26% tiene más de 40 años en operación y el 41% ha superado su vida útil de 25 años [7]. Aunado a esta situación, se tiene que las condiciones de operación para las que están diseñados los trenes han cambiado a través de los años; en la actualidad, se tiene una mayor afluencia de usuarios, por lo cual deben hacer un mayor número de recorridos diariamente, lo que provoca que los componentes mecánicos puedan fallar antes del tiempo para el que fueron diseñados.

Por lo tanto, para retirar –de forma óptima– los componentes mecánicos, se deben realizar estudios de mecánica de la fractura con la finalidad de obtener un criterio de retiro; éstos se pueden realizar por medio de métodos experimentales o numéricos. De estos últimos, los avances tecnológicos obtenidos en programas y equipos de cómputo han permitido a las industrias poder utilizar los diferentes métodos numéricos, los cuales permiten obtener resultados muy aproximados, de menos costo y en un menor tiempo comparado con los métodos experimentales.

A pesar de esta situación, industrias mexicanas como el metro continúan retirando de operación componentes mecánicos utilizando criterios empíricos sin ningún sustento científico que los avale, lo cual provoca que no se aprovechen los recursos de manera óptima o que incluso pongan en peligro la vida de los usuarios debido a la posibilidad de que los componentes puedan fallar catastróficamente por la falta de un criterio de retiro óptimo y confiable.

1.2. La importancia de la mecánica de la fractura en México

Debido a la problemática que produce la fractura en componentes mecánicos, países como Estados Unidos, China, Inglaterra, Japón y Alemania, han invertido una gran cantidad de recursos económicos, científicos y tecnológicos para obtener criterios confiables para el retiro de componentes mecánicos con la finalidad de aprovechar los materiales de manera óptima y evitar fallas catastróficas [3].

En México, el análisis de la mecánica de la fractura es un área que no ha sido explotada ampliamente; por lo que las empresas nacionales tienen que apoyarse en otros países para poder solucionar problemas ligados a áreas de ingeniería, lo cual convierte a México en un dependiente tecnológico y científico de países como Estados Unidos, China, Inglaterra, entre otros, los cuales abastecen de ciencia y tecnología a México en un 92.3% [8], según datos del Instituto Mexicano de la Propiedad Industrial (IMPI) en el 2017.

Esta situación, ocasiona que la ciencia y tecnología se encarezca en México, lo cual repercute en industrias como, por ejemplo, el Sistema de Transporte Colectivo (STC) metro de la Ciudad de México que, debido al alto costo que tiene este tipo de estudios, prefiere utilizar criterios empíricos para el retiro de operación de componentes mecánicos sin ningún sustento científico. Esto causa que no se sepa si éstos se retiran de manera óptima o si se están aprovechando correctamente.

Por esta razón, es de gran importancia la realización de estudios de la mecánica de la fractura con el fin de obtener criterios de retiro de componentes mecánicos que sean confiables y seguros. Una de las técnicas para realizar este tipo de estudios son los métodos numéricos los cuales se han convertido en una poderosa herramienta debido a los avances tecnológicos obtenidos en programas y equipos de cómputo que permiten la obtención del factor de intensidad de esfuerzos [9] el cual –junto con la tenacidad a la fractura– es un parámetro fundamental para determinar cuándo las grietas en un componente serán inestables.

Un ejemplo en el que se puede realizar este tipo de análisis de la mecánica de la fractura al utilizar métodos numéricos es la maza de rueda portadora de los vagones del STC metro de la Ciudad de México, el cual es un componente mecánico crítico que tiene la función de transmitir el movimiento rotatorio del motor a los neumáticos de los vagones y que, al estar en operación, se encuentra bajo cargas dinámicas que provocan la fractura.

Actualmente, este componente mecánico es retirado mediante un criterio empírico: el componente se retirará “cuando la suma de grietas en la zona de la base de la brida mayor, que es la parte en la cual se ensambla la rueda metálica, es igual a 300 mm” [10], esto se realiza debido a la ausencia de un criterio científico de retiro que esté sustentado por un análisis del material que permita saber el momento idóneo para su retiro.

En esta tesis se propone determinar los factores de intensidad de esfuerzos durante la propagación de grieta aplicando el método extendido de elementos finitos en el material

A216 Grado WCB Clase 600 con el cual está fabricada la maza de rueda portadora de los trenes de rodada neumática del STC metro de la Ciudad de México, con la finalidad de obtener una longitud de grieta crítica que pueda ser utilizada como criterio de retiro del componente en operación.

1.3. Alcance

El alcance de este trabajo será determinar los factores de intensidad de esfuerzos durante la propagación de grieta para la determinación de la longitud de grieta crítica y factor de intensidad de esfuerzos crítico en un modelo de simulación configurado con las propiedades del material A216 grado WCB clase 600 utilizando el método extendido de elementos finitos.

1.4. Objetivo general

Determinar los factores de intensidad de esfuerzos durante la propagación de grieta para determinar el factor de intensidad de esfuerzo crítico y la longitud de grieta crítica utilizando el método extendido de elementos finitos a un modelo de simulación configurado con las propiedades del material A216 grado WCB 600 con el cual está fabricada la maza de rueda portadora de los trenes de rodada neumática del STC metro de la Ciudad de México.

1.5. Objetivos específicos

1. Realizar un análisis bibliográfico sobre las variantes del método de elementos finitos para la determinación de los factores de intensidad de esfuerzo durante la simulación de la propagación de la grieta.
2. Seleccionar el método más adecuado para determinar los factores de intensidad de esfuerzos durante la simulación de la propagación de grieta.
3. Desarrollar una metodología general para la simulación numérica.
4. Realizar la formulación matemática de los factores de intensidad de esfuerzos y las formulaciones fuerte, débil, variacional y discreta del método seleccionado.
5. Realizar un modelo de simulación tridimensional de una probeta de fractura tipo ESE (T).
6. Seleccionar los elementos finitos a utilizar en la aplicación del método seleccionado en el modelo de simulación.
7. Seleccionar y realizar la discretización del modelo de simulación.
8. Calcular los factores de intensidad de esfuerzo K_I , K_{II} y K_{III} en cada incremento de longitud de grieta.
9. Analizar los resultados obtenidos para determinar la longitud de grieta crítica y el FIE crítico del material.
10. Realizar la comparación numérico-experimental de los resultados obtenidos con relación a los FIE's y la longitud de grieta crítica, para validar los resultados obtenidos de forma experimental.

1.6. Aportaciones

Las aportaciones de este trabajo de investigación son las siguientes:

- Deducción de la formulación matemática para la obtención de la función de forma para los elementos utilizados durante la implementación del método extendido de elementos finitos.
- Desarrollo de la metodología general para el análisis numérico de un modelo de simulación tridimensional de probeta de fractura tipo ESE (T) para la obtención de los factores de intensidad de esfuerzo (FIE's) durante la propagación de grieta, con la finalidad de determinar el FIE crítico y la longitud de grieta crítica mediante el método extendido de elementos finitos en el programa computacional Abaqus.
- Determinación de los factores de intensidad de esfuerzo K_I , K_{II} y K_{III} durante la propagación de grieta en el modelo de simulación.
- Determinación del FIE crítico y de la longitud de grieta crítica en el modelo de simulación, de acuerdo con las condiciones de operación de cada línea analizada.
- Comparación numérico-experimental de los FIE's y de la longitud de grieta crítica, con la cual se validó los resultados obtenidos en los análisis experimentales anteriormente realizados a este trabajo.

1.7. Metodología general

Para la realización de este trabajo de investigación, se empleó la metodología presentada a continuación:

1. Hacer un análisis bibliográfico de los diferentes métodos existentes relacionadas con la simulación de propagación de grietas y obtención de los factores de intensidad de esfuerzo, al usar el método de elemento finito.
2. Seleccionar el método adecuado con base en los requerimientos necesarios para la simulación de propagación de grieta y de los recursos disponibles.
3. Realizar la formulación matemática a solucionar para la obtención de los factores de intensidad de esfuerzo; así como, realizar la formulación matemática relacionada con el método seleccionado, en la cual se deben incluir la formulación fuerte, débil, variacional y discreta.
4. Elegir el modelo idóneo para la simulación de propagación de grieta y proceder a realizarlo en algún programa CAD.
5. Configurar las propiedades mecánicas propias del material a analizar en el modelo de simulación.
6. Definir y configurar los criterios de daño correspondientes para que el modelo permita la propagación de grieta durante la simulación.
7. Realizar el discretizado del modelo, realizando una previa selección del tipo y tamaño de los elementos a utilizar; así como determinar si el modelo de simulación llevará algún refinamiento de la malla y si ésta o éstas serán estructuradas o no estructuradas.
8. Configurar las interacciones de contacto y de dominio de propagación de grieta en el modelo de simulación.
9. Seleccionar y configurar el tipo de pasos de análisis con la finalidad de que la simulación numérica realice las condiciones de operación reales del componente mecánico a simular.
10. Definir y configurar las zonas donde se restringirá el modelo de simulación, además de las zonas donde se colocarán las cargas, para buscar siempre que las condiciones de simulación del modelo se asemejen a las de operación del componente mecánico real.
11. Elaborar los protocolos de carga correspondientes al análisis numérico en función de las condiciones de operación del componente mecánico.
12. Configurar el historial de salida para la obtención de los factores de intensidad de esfuerzo durante la simulación de la propagación de grieta.
13. Verificar la correcta aplicación de las cargas en el modelo de simulación por medio de medir las reacciones en éste con la finalidad de validar la simulación.
14. Obtener el número de ciclos de carga aplicados al modelo de simulación por medio de los incrementos requeridos por cada ciclo.

15. Obtener los factores de intensidad de esfuerzo por medio del número de incrementos en los que la grieta se propagó.
16. Obtener los radios de la zona plástica alrededor de la punta de la grieta en los incrementos en los que ésta se propagó.
17. Emplear los resultados de los radios de la zona plástica para determinar por medio del criterio determinista de fractura en función de la longitud de grieta, si la propagación ocurrió en mayor proporción debido al esfuerzo plano o a la deformación plana.
18. Al usar el criterio basado en función de la longitud de la grieta y el tamaño del radio de la zona plástica, determinar si el análisis de propagación de grieta se deberá efectuar por medio del criterio de la MFLE o de la MFEP y proceder a determinar la longitud de grieta crítica.
19. En el caso de que se cuente con datos obtenidos de análisis experimentales realizar la comparativa correspondiente a los datos obtenidos de la longitud de grieta crítica y de los factores de intensidad de esfuerzo.

A continuación en la Fig. 1 se presenta el diagrama de flujo correspondiente a la metodología general para la simulación de la propagación de grietas y determinación de los FIE's utilizando el método extendido de elementos finitos.

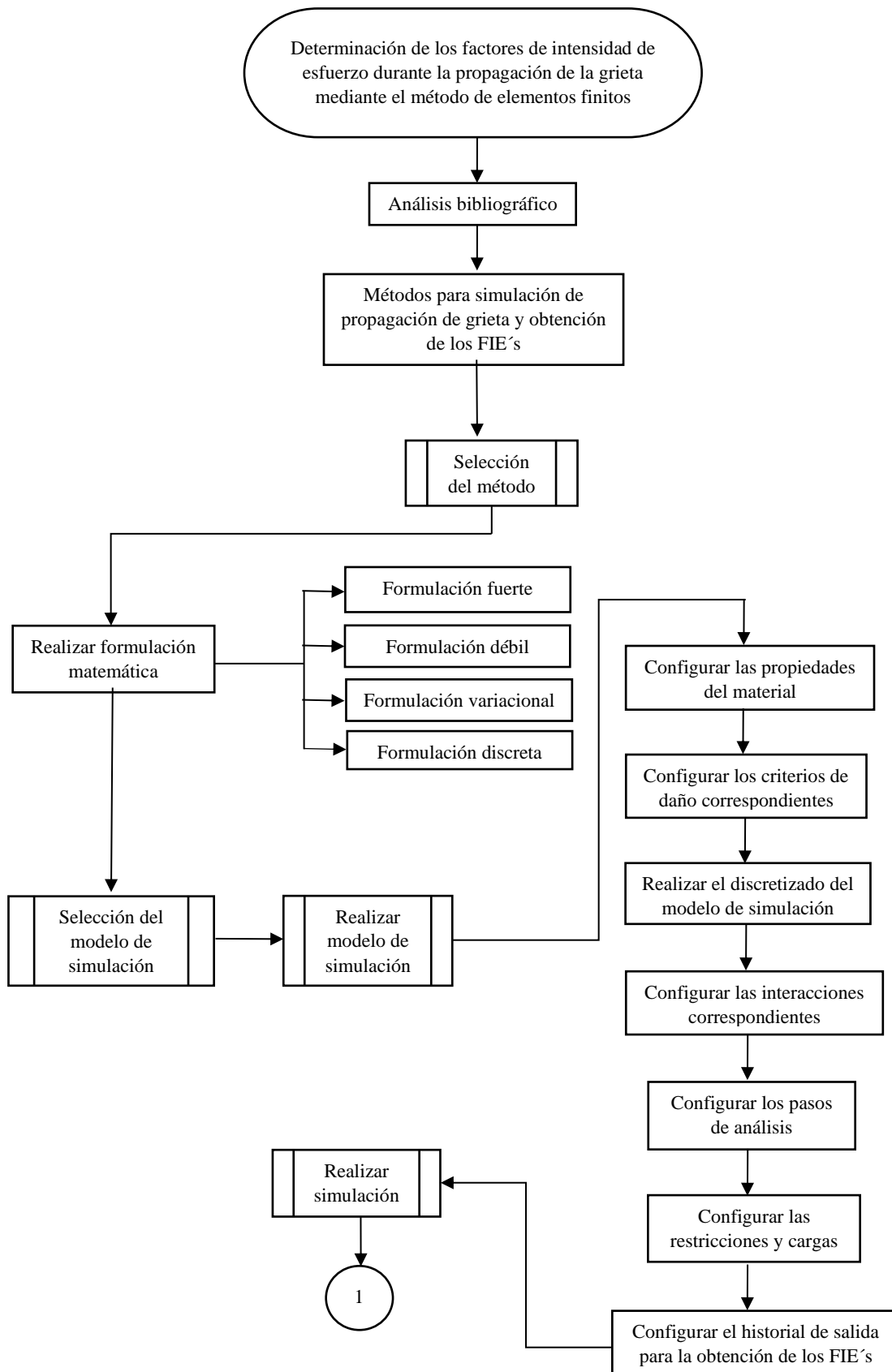


Fig.1. Metodología general

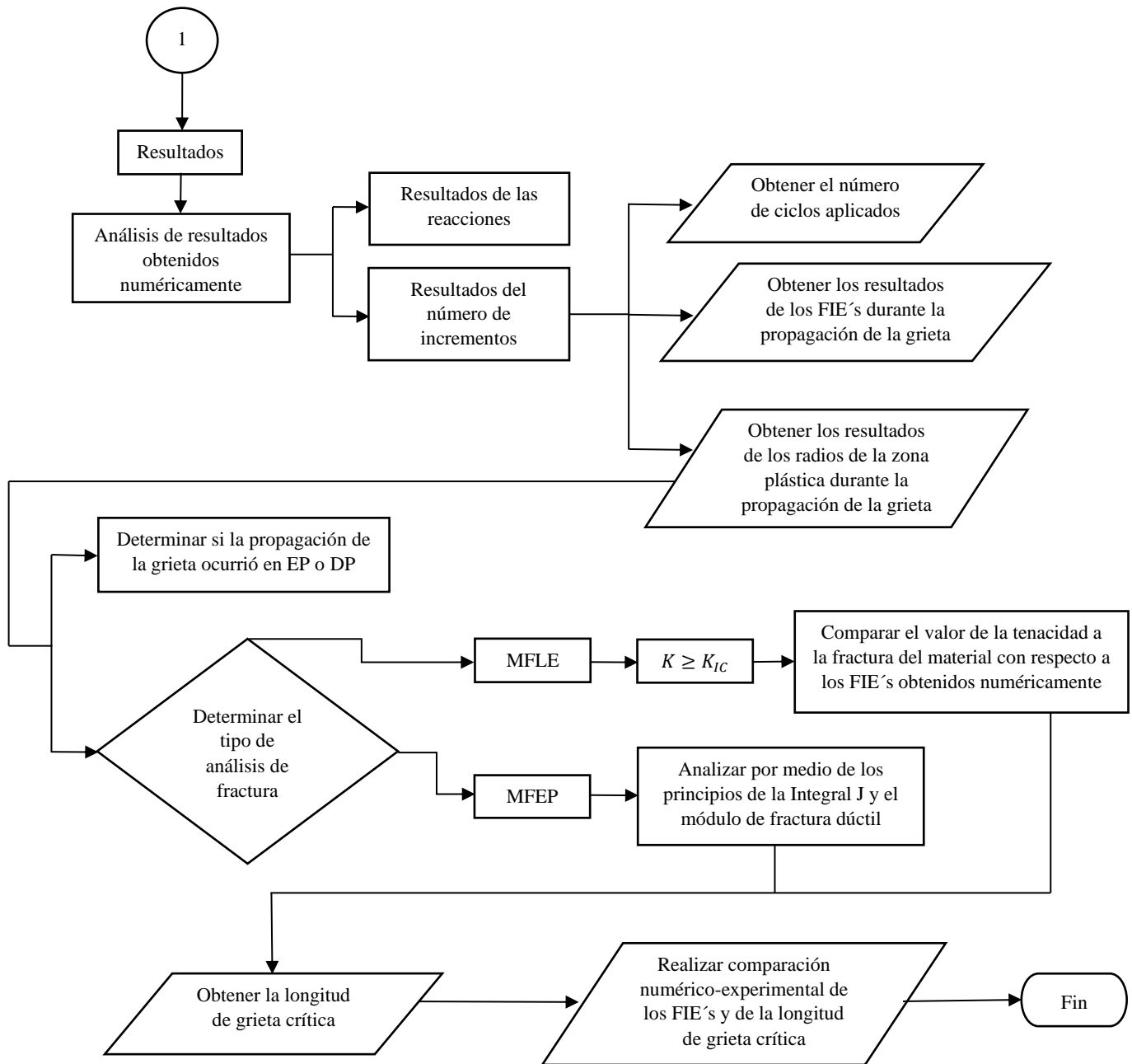
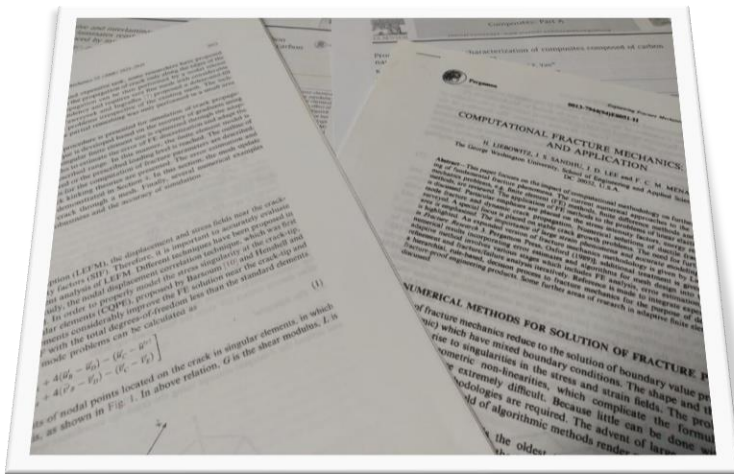


Fig.1. Metodología general (Continuación)

Haciendo uso de la metodología general se procedió a la realización de este trabajo de investigación, iniciando por el análisis bibliográfico de las principales variantes del MEF para el análisis numérico de la propagación de grietas, el cual es presentado en el siguiente capítulo.



En este capítulo se presenta el análisis bibliográfico de algunas de las publicaciones más relevantes sobre las variantes del método de elementos finitos para la simulación de propagación de grietas y obtención de los factores de intensidad de esfuerzo en materiales metálicos.

CAPÍTULO 2

Análisis bibliográfico

2.1. Introducción

En la mecánica de la fractura lineal elástica, el parámetro de mayor relevancia es el factor de intensidad de esfuerzo (FIE) [11], el cual cuantifica el esfuerzo alrededor de la punta de la grieta. Este valor se incrementa con cada aplicación de carga lo que causa la propagación de la grieta. Por lo tanto, es fundamental su obtención para determinar cuándo una grieta se comportará inestablemente en un material y, de esta manera, conocer su capacidad para continuar en operación [2].

La finalidad de conocer los valores de los FIE's durante la propagación de la grieta es para determinar un valor crítico en función de los criterios de la MFLE o de la MFEP y definir una longitud de grieta crítica en la cual la está cambie su comportamiento de estable a inestable, con la finalidad de utilizar esa longitud como criterio de retiro de pieza óptimo.

2.1.1. Variantes del MEF para la obtención de los FIE's

Existen diversos métodos para calcular los FIE's, sin embargo, los métodos numéricos y principalmente el método de elementos finitos (MEF) se ha convertido en uno de los métodos más utilizados por las industrias para resolver problemas relacionados con diversos fenómenos físicos como la propagación de grietas; debido a los adelantos tecnológicos, en relación con programas y equipos de cómputo, se han vuelto una herramienta indispensable para el análisis de componentes mecánicos continuos o con presencia de alguna discontinuidad estática o dinámica, como en el caso de la propagación de grietas.

Sin embargo, el MEF no contempla que los modelos contengan alguna discontinuidad; por lo tanto, existen variantes del método para este tipo de análisis. Las principales variantes del MEF para el análisis de propagación de grietas son:

- Método de elementos finitos singulares [14-15]: éstos obtienen el estado de esfuerzos en las cercanías de la punta de la grieta utilizando nodos adicionales colocados estratégicamente lo más cerca posible de la punta de la grieta. Existe una amplia gama de este tipo de elementos tanto para su utilización en 2D como son elementos cuadrados y triangulares; y en 3D, elementos tetraédricos y hexaédricos.

Este tipo de elementos pueden ser utilizados en conjunto con otros métodos; sin embargo, llegan a tener complicaciones de cálculo en situaciones donde la punta de la grieta se encuentra muy cerca de un borde del modelo de simulación o cuando los refinamientos son excesivos. En este caso, el tiempo de convergencia llega a incrementarse considerablemente.

Los elementos singulares –más que una variante del MEF para el análisis de grietas– son una herramienta de simulación que permite realizar un análisis local alrededor de la punta de la grieta; no obstante, al igual que cualquier elemento finito tradicional, la grieta debe corresponder con los límites en estos elementos para que el modelo de

simulación no pierda equilibrio y exista compatibilidad de los desplazamientos en los nodos de éstos.

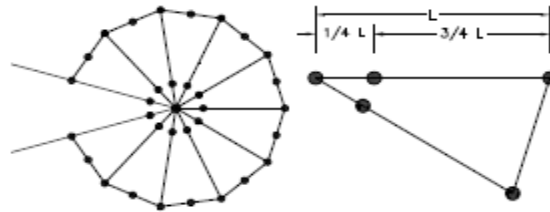


Fig. 2. Elementos finitos singulares triangulares. Fernández torres [12]

- Método de Remallado o actualización de malla automática [16-18]: este método se basa en la generación de una malla nueva cada vez que la grieta se propaga; esto obliga a tener un control minucioso de los nodos que se encuentran alrededor de la punta de la grieta en cada nueva malla para mantener el equilibrio mecánico considerando los esfuerzos y deformaciones producidos en cada una de las mallas. Además, la grieta debe corresponder con los límites de los elementos por lo que en cada actualización de malla, ésta debe acoplarse a la grieta.

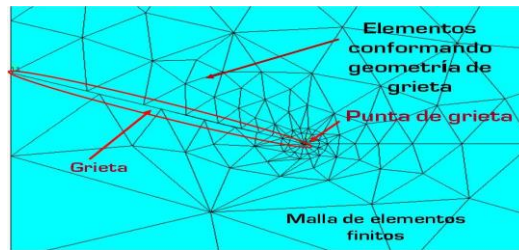


Fig. 3. Actualización de malla de elementos finitos utilizando el método de remallado durante la propagación de una grieta. [12].

- MGEF (Método Generalizado de Elementos Finitos) [19-20]: este método se basa en agregar grados de libertad solamente en los nodos de los elementos alrededor de la grieta, utilizando funciones de enriquecimiento locales en la función de forma de los elementos, con el fin de saber la ubicación y los desplazamientos generados por ésta en el modelo continuo para, de esta manera, obtener el valor de esfuerzo alrededor de la punta de la grieta y calcular los FIE's. Durante la simulación, la grieta y el modelo se consideran entidades individuales. Este método se basó en la teoría de la partición de la unidad [12].

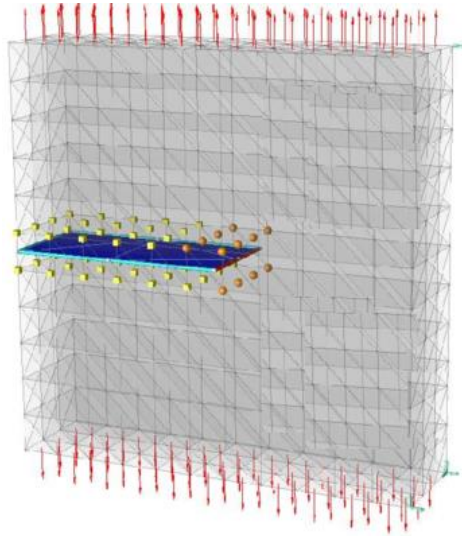


Fig. 4. Modelo continuo con grieta propagándose, utilizando MGEF. [13].

- MEEF (Método Extendido de Elementos Finitos) [21-36]: al tomar la base teórica de la partición de la unidad utilizada en MGEF, se le agrega una función discontinua tipo Heaviside modificada, la cual permite enriquecer el desplazamiento de los nodos por los que pasa la grieta lo cual le añade grados de libertad y, de esta manera, puede ser modelada la abertura de la grieta en las lejanías de la punta, sin la necesidad de volver a discretizar el modelo. Entre sus ventajas se encuentra que utiliza la robustez de la programación de elementos finitos y que libera al modelo de la dependencia del remallado cada que la grieta se propaga. Además, evalúa el valor del esfuerzo en cada uno de los nodos enriquecidos en cada paso de propagación al llevar un control minucioso para la obtención de los FIE's.

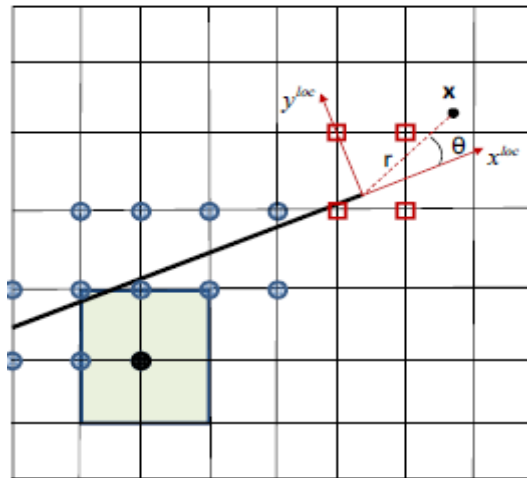


Fig. 5. Propagación de grieta modelada con MEEF. [12].

Debido a estas ventajas, en las últimas décadas la comunidad científica ha mostrado gran interés en este método, dado que, al utilizar la robustez de la programación de elementos finitos se convierte en una extensión de éste [12]. Además, MEEF no sólo puede simular grietas, también puede emplearse para simular y observar los efectos de orificios, inclusiones o cualquier tipo de discontinuidad.

2.2. Análisis de artículos relacionados con la obtención de los FIE's utilizando los diferentes métodos

A continuación, se procedió a realizar una búsqueda de artículos científicos relevantes relacionados con materiales metálicos agrietados que utilizaran alguno de los diferentes métodos antes descritos, con la finalidad de analizar ventajas y desventajas de cada uno; así como las diferentes formas de implementación para la obtención de los FIE's.

2.2.1. Método de elementos singulares

Los elementos singulares fueron una de las primeras variantes geométricas creadas en el MEF con el objetivo de poder analizar el comportamiento de componentes modelados con presencia de grietas en su geometría, aunque en los primeros intentos la grieta sólo se representaba por un espacio hueco en el modelo que no se propagaba, ya que si el modelo separaba sus elementos perdía su continuidad en la malla y, por lo tanto, el análisis ya no se podía efectuar.

A continuación, se presenta el análisis de algunos de los artículos de mayor relevancia en cuanto a la implementación de elementos singulares para la obtención de los FIE's.

En la publicación de Esben Byskov [14] se presenta la modificación de elementos finitos para el cálculo del factor de intensidad de esfuerzo; se emplean como base elementos triangulares a los que se les modifica su geometría para incorporar un cuarto nodo y ocho grados de libertad junto con una abertura en dirección del centro del elemento para simular que existe una punta de grieta. Con el objetivo de verificar la convergencia de elementos triangulares de tres nodos y seis grados de libertad –utilizados junto con elementos triangulares modificados– se diseñó primeramente el modelo 1 de placa finita continua con dimensiones: 1 cm de ancho x 12 cm de alto y 3 cm de espesor. Éste se realizó en 2D cuya abertura con una longitud de 1 cm está en dirección del ancho de la placa. Posteriormente, utilizando simetría, se generó el modelo 2 de placa con el doble de dimensiones con lo que se obtuvo una abertura –posicionada en el centro del modelo– para simular una grieta de 2 unidades. A ambos modelos, se les configuró los parámetros mostrados en la Tabla 2.1.

La simulación consistió en seis diferentes configuraciones de carga que, para el análisis, se diferenciaron como casos, los cuales son mostrados en la Tabla 2.2. Con tres diferentes tamaños de malla, expuestos en la Tabla 2.3, lo que dio un total de 18 simulaciones. Las mallas se constituían por elementos triangulares en toda la geometría y sólo uno triangular

modificado, para la zona donde terminaba la abertura para simular la punta de la grieta y obtener el factor de intensidad de esfuerzo en esa zona.

Tabla 2.1 Parámetros para la simulación numérica.

Parámetros para la simulación numérica	
Relación de Poisson	0.3
Módulo de elasticidad	1
Tipo de análisis	Esfuerzos planos

Tabla 2.2. Configuraciones de carga.

Cargas	
Caso a	Una unidad de carga puntual aplicada en el centro de la placa perpendicular a la grieta en el modelo 2.
Caso b	Una unidad de carga puntual aplicada en el centro de los extremos de la placa en forma perpendicular a la grieta en el modelo 2.
Caso c	Una unidad de carga aplicada en forma distribuida a razón de 1/6 a lo largo del ancho de la placa del modelo 2
Caso d	Una unidad de carga aplicada en forma distribuida a razón de 1/3 a lo largo del ancho de la placa del modelo 1
Caso e	Modelo 2 con la aplicación simultánea de cargas de los casos a, b y c
Caso f	Modelo 1 con la aplicación simultánea de cargas de los casos a, b y c

Tabla 2.3. Parámetros para las mallas.

Parámetros para las mallas			
		Modelo 1	Modelo 2
Densidad de malla	C=gruesa	27 nodos	44 nodos
		30 elementos	60 elementos
	M=mediana	114 nodos	208 nodos
		176 elementos	352 elementos
	F=fina	261 nodos	492 nodos
		442 elementos	884 elementos

De los resultados obtenidos en esta publicación, se observa que para el caso a, el valor obtenido utilizando la densidad de malla C y F es idéntico; esto se puede explicar observando la zona donde se posicionó el elemento modificado; en el caso de la malla gruesa C, el elemento modificado abarca toda la longitud de grieta y en los nodos de la abertura de grieta

que se aplica la carga. Además, el área de éste tiene la función de delimitar la zona plástica alrededor de la punta de la grieta: por lo tanto, el análisis del factor de intensidad de esfuerzo es completamente analizado en un sólo elemento.

Para el caso de la malla fina F, el elemento modificado tiene la función única de delimitar la zona plástica en la punta de la grieta: por lo tanto, obtiene el resultado muy cercano a la punta de la grieta debido al refinamiento de malla; esto se comprueba con el resultado de la malla mediana M donde se tiene una malla no tan refinada, pero sí con un elemento modificado que delimita una mayor zona plástica en la punta de la grieta, lo que permite obtener un resultado con mayor incertidumbre debido al aumento en esta sección con una diferencia de aproximadamente 3%.

Para los casos b y c, se aplica la carga en los extremos de la placa, con la diferencia de que para el caso b la carga se aplicó puntualmente y para el caso c se ejerció la misma carga, pero distribuida en dirección del ancho de la placa, de lo cual se observó una diferencia en los resultados del 5% entre ambos casos con los tres diferentes tamaños de malla. En relación con los valores de referencia, los resultados concordaron sin diferencias notables.

Para el caso d, se observa cómo el uso de distintos tamaños de malla afecta el resultado; con respecto al valor de referencia, el mejor fue el obtenido utilizando la malla fina. Esto ocurrió dado que los desplazamientos se produjeron uniformemente a la forma de aplicación de carga y a que el elemento modificado delimitaba una zona plástica muy cercana a la punta de la grieta, lo que mejoró el cálculo con respecto a los otros tamaños de malla.

Para el caso e, se aprecia cómo se producen desplazamientos nodales similares a los ocurridos en el caso c, situación producida por la falta de compatibilidad de elementos y los grados de libertad que tiene cada uno. Por lo tanto, los resultados tuvieron una diferencia de entre el 23% y el 29% con respecto al valor de referencia.

Finalmente para el caso f, los valores varían significativamente dependiendo del tamaño de malla lo cual produce el mismo efecto que los resultados del caso d, al obtener valores con una diferencia de hasta el 13% con respecto al valor de referencia utilizando la malla de mayor tamaño y para el caso de la malla fina se obtuvieron valores con una diferencia menor al 2% con respecto al valor de referencia.

En el artículo se observa que los elementos modificados convergen correctamente incluso en casos donde se tiene varias cargas aplicadas de diferente manera, aunque exista diferencia en la compatibilidad de los elementos lo que puede incurrir en errores al momento del cálculo del factor. La utilización de elementos modificados permitió obtener el factor de intensidad de esfuerzo en modelos que aparentan tener una discontinuidad con resultados aceptables principalmente para casos de carga sencillos en placas.

En la publicación de Y. W. Kwon y J. E. Akin [15] se presenta un elemento isoparamétrico singular de ocho nodos modificado, del cual uno de sus nodos de borde es móvil y tiene la finalidad de permitir la simulación de la propagación de la grieta de un nodo a otro.

Para comprobar la efectividad del elemento para calcular los FIE's y simular la propagación de la grieta, se utilizó como ejemplo una placa 2D con una grieta en el centro del borde izquierdo; los elementos modificados se utilizaron solamente en la zona de la dirección de propagación de la grieta; el resto de la malla se realizó con elementos de cuatro nodos regulares. Los resultados de los FIE's fueron comparados con los obtenidos de forma analítica.

De los resultados se observa que de acuerdo con los FIE's obtenidos para diferentes longitudes de grieta, la diferencia entre resultados analíticos y numéricos es de aproximadamente el 5%. Por lo cual, se comprueba que el elemento modificado permite la simulación de grietas que tienen una propagación recta; por lo tanto, sólo permite la aplicación y cálculo de cargas de modo I.

Una ventaja es que el elemento modificado es compatible con elementos finitos tradicionales, lo cual permite su utilización sin modificaciones en la matriz de rigidez y en la forma de cálculo de los esfuerzos.

2.2.2. Método de remallado o actualización de malla automático

Posterior al uso de elementos singulares, se buscaron formas para ya no únicamente analizar los esfuerzos en una grieta estática, sino también simular el comportamiento cuando la grieta se propaga, lo cual finalmente termina por producir la fractura total del modelo. El remallado es una de las métodos que permitieron realizar este tipo de análisis.

A continuación, se presenta algunos de los artículos de mayor relevancia en relación con el método de remallado de modelos de simulación con propagación de grietas.

S. Yoshimura y colaboradores [16] presentan un sistema automatizado para analizar el factor de intensidad de esfuerzo en grietas tridimensionales semielípticas en placas rectangulares utilizando el método de elementos finitos, el cual se incluyó en el programa comercial DESIGNBASE utilizando una computadora SUN sparystation (1 CPU, 50 MHz, 128 MB de RAM). Para comprobar la precisión y eficiencia computacional del sistema y obtener el factor de intensidad de esfuerzos se diseñaron tres modelos de placas rectangulares con diferentes configuraciones de grieta, las cuales se muestran en la Tabla 2.4. Los modelos se adaptaron para la simulación utilizando los parámetros que se muestran en la Tabla 2.5.

Se empleó el método de cubicación para generar los nodos; posteriormente, se ubicaron en el modelo al utilizar la teoría de lógica difusa para después realizar la discretización, que une los nodos, con el método de triangulación de Delaunay para generar elementos refinados tetraédricos singulares de 13 nodos para la punta de la grieta y elementos tetraédricos de 10

nodos para el resto del modelo. Para el cálculo del factor de intensidad de esfuerzo, se utilizó el método de extrapolación de desplazamientos.

Tabla 2.4. Modelos para simulación.

Modelos para simulación	
Modelo 1	Placa con una grieta superficial semielíptica con ancho $2b$, espesor t y altura $2h$
Modelo 2	Placa con dos grietas superficiales semielípticas idénticas en relación con sus dimensiones:
	$b/c=h/c=6.0$
	$a/t=0.4, 0.6$
Modelo 3	Placa con dos grietas superficiales semielípticas diferentes con las mismas dimensiones del modelo 2 pero diferentes configuraciones de grieta:
	$a1/c= 0.4, 0.6, 1.0$
	$a2/c=0.4$
	$d/c=0.25,0.5, 1.0, 2.0$

Tabla 2.5. Parámetros para la simulación numérica.

Parámetros para la simulación numérica	
Módulo de elasticidad	205.3 GPa
Relación de Poisson	0.3
Carga	No especificada
Análisis	Tensión
Tipo de elementos para la cercanía de la punta de la grieta	Sólidos tetraédricos singulares finos de puntos cuartos de 13 nodos
Tipo de elementos generales	Sólidos tetraédricos de 10 nodos
Método para análisis de FIE	Extrapolación de desplazamientos

Para el modelo 1, el sistema automatizado utilizó tres diferentes patrones nodales con los cuales modificó el tipo y tamaño de los elementos en el modelo con el fin de refinar la malla con elementos singulares alrededor de la grieta. La malla generada fue de 2982 elementos y 5842 nodos y el equipo tardó aproximadamente 1 min y 55 segundos en generarla. Posteriormente, se realizó el análisis del modelo al cambiar las configuraciones de radio (0.4,

0.6 y 1.0) y profundidad de la grieta (0.2 y 0.4). Los resultados tuvieron una diferencia del 2 al 3% en comparación con las soluciones de Newman-Raju para placas con grietas.

Con este mismo modelo, se realizó la comparativa del tiempo de procesamiento con respecto al número total de nodos. Utilizando el sistema automatizado, se modificó el número de nodos en el modelo con el fin de comprobar la eficiencia del sistema; se observó que las funciones interactivas que realizaron los autores se realizaron en aproximadamente 2 minutos, sin importar el número de nodos en el modelo; en cuanto a las operaciones automatizadas del sistema, se observó que aumentaban de manera constante a razón del incremento de nodos y elementos en el modelo, los resultados obtenidos con las diferentes mallas no son mencionados.

Para el modelo 2 se utilizó el mismo sistema automatizado con idénticos patrones nodales para generar la malla con la finalidad de analizar los efectos de interacción de dos grietas superficiales idénticas con respecto al factor de intensidad de esfuerzo. En el artículo no se menciona el número de elementos y nodos de la malla; para el análisis se utilizaron diferentes configuraciones de grieta mostradas en la Tabla 2.5. Los resultados del factor de intensidad de esfuerzo se compararon con los obtenidos al utilizar el método de línea recta con el programa computacional Abaqus el cual emplea el método de elementos finitos, con el cual se observó una diferencia del 5 %. También se advierte que el factor de intensidad de esfuerzo aumentó significativamente cuando las puntas de las grietas se aproximaron entre sí debido a la concentración de esfuerzo generado; esto se evaluó utilizando un factor de interacción de grieta que incorpora la relación entre los factores de intensidad de esfuerzo obtenido del modelo 2 en comparación con el modelo 1 el cual sólo contenía una grieta; con lo cual se corroboraron los resultados.

Para el modelo 3 se aplicó el mismo sistema automatizado con idénticos patrones nodales para generar la malla y obtener los factores de intensidad de esfuerzo. La malla obtenida fue de 9059 elementos y 16252 nodos, el equipo tardó en generar la malla aproximadamente 7 min. Para el análisis se utilizaron las diferentes configuraciones de grieta mostradas en la Tabla 2.5, lo que dejó una de las grietas con un valor de profundidad constante de 0.4. Los resultados numéricos se presentan de modo comparativo con los valores obtenidos en la placa con una sola grieta para los diferentes valores de profundidad con lo cual se observa que los factores de intensidad de esfuerzo para el modelo 3 son mayores en solamente un 5%. También se muestra en la comparativa el valor obtenido del Código ASME el cual es muy conservador con respecto a los valores obtenidos en el análisis con una diferencia de alrededor del 20% utilizando este valor como factor de seguridad; además, se observa que cuando la distancia de las puntas internas de las grietas es mayor a 2.0, por lo tanto, el valor del factor de interacción puede ser despreciado.

Del artículo se observó que el sistema automatizado permite obtener los factores de intensidad de esfuerzo para cualquier longitud y profundidad de grieta que el usuario requiera

y permite también analizar simultáneamente la interacción de dos grietas. Los resultados que obtuvo mostraron una diferencia mínima en comparación con valores de referencia, con lo cual se corroboró la precisión del sistema. De igual modo, se puede observar que el tiempo de procesamiento está a razón del número de nodos y elementos que contenga el modelo.

En la publicación de A. R. Maligno y colaboradores, [17] se realizó la simulación numérica utilizando el método de remallado en la propagación de grietas por fatiga en el material S/CMV, el cual es un acero de carbono medio y alta resistencia a la fatiga. Los resultados se compararon con los obtenidos experimentalmente por medio de una probeta CT. Las propiedades mecánicas del material se presentan en la Tabla 2.6. Las simulaciones se realizaron en el programa computacional comercial de elementos finitos para grietas AFGROW.

La primera simulación numérica se realizó a un eje sólido de 14 mm de diámetro y una longitud de 150 mm –con una grieta central de 0.2 mm de profundidad– el cual se sometió a una carga de flexión de 200 MPa, con la finalidad de obtener los FIE’s y la relación de la longitud de grieta con el número de ciclos.

La segunda simulación numérica se hizo con un eje hueco de 50 mm de diámetro exterior, 6 mm de espesor y una longitud de 150 mm, al cual se le aplicó una carga de tensión de 10.4 kN. En una primera simulación, el eje tenía presencia de una grieta semicircular superficial de radio de 0.5 mm orientada con respecto al eje de aplicación de carga del modelo a 45°; posteriormente, en una segunda simulación, la grieta se colocó a 90°. Esta modificación se realizó con la finalidad de observar la influencia de la orientación de la grieta en su propagación.

Por último, se realizó un tercer análisis con el modelo anterior, pero esta vez se añadió orificios con un diámetro de 10 mm en la zona cercana a las puntas de la grieta, con la finalidad de observar la influencia que tienen éstos en los FIE’s de la grieta.

Tabla 2.6. Propiedades mecánicas del material S/CMV utilizadas para el análisis numérico.

Propiedades mecánicas del material S/CMV	
Tenacidad a la fractura	91.4 $MPa\sqrt{m}$
Constante C, París	1.36×10^{-11}
Constante m, París	2.5634

Una vez realizadas las simulaciones, se observa en el primer análisis que la relación de la longitud de grieta y los ciclos de carga (entre el análisis numérico y experimental) son prácticamente iguales; mientras que los resultados obtenidos de los FIE’s tienen una diferencia del 8% aproximadamente con respecto a los obtenidos de forma experimental. Esto ocurrió por el error producido en cada actualización de malla durante la simulación y

porque, en el análisis numérico, no se consideraron las imperfecciones del material que influyeron en su comportamiento.

En el segundo análisis, se tiene que la grieta colocada con una orientación de 45° con respecto al eje de aplicación de carga del modelo, presenta un esfuerzo principal máximo, el cual favoreció la propagación de la grieta. Se observa que, en esa posición, la grieta presenta una aplicación únicamente de carga del modo I. Por lo tanto, la grieta tiende a propagarse de forma más rápida en un número menor de ciclos de carga que, para este caso en particular, fueron de alrededor de 10 mil ciclos de aplicación de carga; mientras que con la grieta con orientación de 90° la propagación total de grieta se alcanzó en aproximadamente a los 17 mil ciclos de aplicación de carga.

Finalmente, para el tercer análisis donde el eje tiene presencia de orificios se observa cómo generaron concentración de esfuerzos, lo cual influyó directamente en la propagación de la grieta lo que disminuyó la resistencia del material hasta en un 90% con respecto a los ejes sólidos del primer análisis, debido a que se encontraban muy cerca de la grieta y a que prácticamente fueron colocados en el camino de propagación.

A. Trädegard y colaboradores [18] presentan un ejemplo numérico donde se aplicó el método de remallado para el análisis de propagación de grietas de materiales elásticos y plásticos, la cual se encuentra en el programa comercial de elementos finitos Abaqus, y los resultados se compararon con un análisis convencional de elementos finitos.

El análisis se realizó a un modelo 2D discretizado con elementos sólidos de 4 nodos; para el caso donde se utilizó el método de remallado, se configuró la actualización de malla con un refinamiento alrededor de la punta de la grieta automático durante toda la propagación, cada malla generada durante el análisis contó con 3596 elementos, mientras que para el análisis convencional se utilizó una malla fija de 5056 elementos con refinamiento en la zona de propagación de la grieta. Para realizar la simulación numérica, al modelo se le configuraron las propiedades mecánicas mostradas en la Tabla 2.7.

Tabla 2.7. Propiedades mecánicas para el modelo de simulación.

Propiedades mecánicas del modelo de simulación	
Módulo de elasticidad	500 MPa
Relación de Poisson	0.3
Esfuerzo de cedencia	1
Porcentaje de incremento de longitud	1%

De los resultados se observa –en el caso del análisis convencional de elementos finitos– que el tiempo de convergencia fue menor en un 77% en comparación con el análisis utilizando el

remallado; esto debido a que no requería de la actualización de malla y que, al llegar al esfuerzo de cedencia del material, el sistema permitía la propagación sin solucionar la matriz de rigidez, a diferencia del caso del remallado, el cual debe transferir los datos obtenidos de malla a malla y, para cada una, solucionar su matriz de rigidez, procedimiento que consume mucho tiempo. Sin embargo, la diferencia del resultado obtenido del FIE fue de aproximadamente el 11% entre los dos tipos de análisis, con un error relativo para el caso del análisis con el método de remallado de alrededor de 2%.

Lo que nos lleva a analizar que, para casos de ingeniería, podría ser demasiada la diferencia obtenida con análisis convencionales de elementos finitos, por lo que utilizar el remallado y obtener resultados con mayor precisión es una buena opción, aunque conlleve un mayor tiempo de convergencia para la obtención de resultados.

2.2.3. Método generalizado de elementos finitos

Hasta este punto el método de remallado cumplía su función; pero tenía desventajas que no permitían una simulación con un óptimo tiempo de convergencia; así como, que la grieta debía corresponder con los límites de los elementos y –en casos donde la grieta se estaba propagando hacia un borde y la distancia era muy pequeña– las mallas no captaban correctamente los esfuerzos. Además, se debía generar un archivo de los valores obtenidos con cada malla utilizada.

Las investigaciones siguieron tratando de encontrar un mejor método o incluso se realizaron intentos por mejorarlo. Al final, las investigaciones encaminaron a los científicos a obtener un nuevo método a finales del siglo XX el cual –en teoría– resolvía todas las complicaciones que presentaba el método de remallado. A este método lo llamaron método generalizado de elementos finitos (MGEF).

A continuación, se analizaron algunos de los artículos con mayor relevancia en relación con el MGEF.

En la publicación de C. A. Duarte y colaboradores [19], se presenta una comparativa entre el método generalizado de elementos finitos y el método tradicional de elementos finitos, utilizando elementos de primer y segundo orden para solucionar problemas en modelos 3D con presencia de grietas para lo cual los autores analizaron un soporte estructural en forma de omega que tenía la presencia de una grieta en el borde de la zona cercana a los orificios de acoplamiento.

Todas las simulaciones se realizaron en una estación de trabajo HP modelo 735/125 UX 10.20. El número de elementos y nodos de la malla; así como las propiedades mecánicas consideradas para modelo de simulación se muestran en la Tabla 2.8.

Tabla 2.8. Propiedades mecánicas y de la malla del modelo de simulación.

Propiedades mecánicas y de la malla del modelo de simulación	
Módulo de elasticidad	100,000 Pa
Relación de Poisson	0.33
Carga	1 MPa
Restricciones	En ambos orificios
Núm.. De elementos	15,527
Núm.. De nodos	3,849

Para el caso del análisis con el método de elemento finito tradicional, se observa en los resultados en el tiempo de convergencia aumentó un 1000% con elementos de segundo orden con respecto al tiempo en el que convergió la simulación utilizando elementos de primer orden. De igual manera, el número de ecuaciones que tuvo que resolver el sistema se incrementó en un 85%. Para ambos tipos de elementos, se observa que se obtuvieron errores relativos significativos, para el caso de elementos de primer orden el error relativo fue de 36.7%, mientras que para el análisis con elementos de segundo orden fue de 12.95%. Por el amplio margen de error, estos resultados son inaceptables ya que el incremento en el tiempo de convergencia no significó una mejora considerable en los resultados.

De los resultados obtenidos en el análisis con el método generalizado de elementos finitos se observa que, en comparación con el análisis anterior, los resultados convergieron en un 25% menos de tiempo, en relación con el análisis con elementos de segundo orden. De igual modo, se observó un error relativo del 16% y que el sistema resolvió 24% menos operaciones. Al analizar los resultados, se observa que con el método generalizado de elementos finitos se obtuvieron resultados muy similares a los obtenidos mediante el método tradicional; no obstante, el tiempo de convergencia es menor por lo que, al generar refinamientos de malla o simplificando el modelo, se pueden mejorar los resultados lo cual puede llevar a obtener logros dentro de un margen aceptable, ya que, en este análisis, se utilizó la misma malla para ambos métodos, por lo tanto, no se consideró su adaptación para un análisis con el método generalizado de elementos finitos.

C. A. Duarte y D. J. Kim [20] presentan el procedimiento para utilizar el método generalizado de elementos finitos en mecánica de la fractura con dominios que tienen la presencia de una o varias grietas por medio de funciones de enriquecimiento locales que únicamente actúan en los elementos alrededor de la grieta.

Para ello se realizaron dos modelos de simulación con la finalidad de observar la precisión del método. El primero fue una barra rectangular 3D con dimensiones de 1.75 cm de largo x 1.5 cm de ancho x 1 cm de espesor, con una grieta que se extiende en el borde en dirección del espesor de la barra y una malla de 1536 elementos tetraédricos.

El segundo modelo consistió en una placa con dimensiones de 72 cm x 72 cm, y espesor de 6 cm, que contenía 5 grietas de borde distribuidas en una de sus caras principales; las cuales se propagaron durante la simulación en dirección del espesor del modelo, éste fue discretizado con una malla de 432 elementos tetraédricos con refinamientos locales en la zona de propagación de la grieta. Ambos modelos se analizaron en una PC Dell Dimensión 4600 con un procesador Pentium de 3.2 MHz y 2 GB de memoria RAM. Las propiedades mecánicas de cada modelo se muestran en la Tabla 2.9.

Tabla 2.9. Propiedades mecánicas de los modelos de simulación.

Propiedades mecánicas de los modelos de simulación		
Primer modelo	Módulo de elasticidad	200000 Pa
	Relación de Poisson	0
Segundo modelo	Módulo de elasticidad	200000 Pa
	Relación de Poisson	0.33

Primeramente, se realizó el análisis utilizando el primer modelo y se realizaron tres refinamientos simultáneos colocados en capas con las dimensiones correspondientes a 2 tetraedros de la malla inicial alrededor de la punta de la grieta, con la finalidad de poder calcular el error relativo en cada una de las capas al momento en que la grieta se propagara. En los resultados, se observa que la capa más cercana a la punta de la grieta, la cual es la de mayor refinamiento, obtiene los mejores resultados en comparación con valores obtenidos de forma analítica; el valor de error relativo obtenido fue de 1.3%, mientras para las demás capas llegó hasta el 8.1%. Por lo tanto, se observa que si la malla tiene un mayor refinamiento en la dirección de propagación de la grieta, se obtienen mejores resultados pues los esfuerzos pueden ser calculados en zonas más cercanas a la punta de la grieta y el enriquecimiento de los nodos se realizó sólo en los elementos cercanos a la punta, por lo que los demás elementos que conforman la malla seguirán siendo elementos finitos tradicionales y, por lo tanto, el tamaño de la matriz no aumenta considerablemente.

El segundo modelo se utilizó para analizar el tiempo de convergencia de problemas complejos con varias grietas que se propagaban al mismo tiempo. Debido a los refinamientos, se observa que el tiempo de convergencia aumento, ya que existe una mayor cantidad de elementos enriquecidos por las grietas durante su propagación, lo que resulta en un aumento del tiempo de 27%; no obstante, los resultados disminuyen considerablemente el error relativo de cálculo hasta llegar a obtener un 63% de mejoría; por lo tanto, el costo de tiempo se compensa con la precisión del resultado que se puede obtener.

2.2.4. Método extendido de elementos finitos

En 1999 T. Belytschko y T. Black [26] publicaron un método que utilizaba la formulación de elementos finitos para el análisis de la propagación de grietas, sin tener que considerar que la grieta correspondiera a los límites de los elementos. El método se basó en la técnica

de la partición de la unidad y utilizaba funciones asíntotas para el enriquecimiento del campo de nodos alrededor de la punta de la grieta y funciones discontinuas para el enriquecimiento del campo de nodos detrás de ésta.

Con esta modificación, el método permitió realizar la interacción entre la grieta y el modelo continuo, dado que ésta se considera una entidad individual. Posteriormente, N. Moës y colaboradores [23] modificaron el método introduciendo como función discontinua a una función tipo Heaviside generalizada, con la cual se logró modelar la abertura de la grieta detrás de la punta. A partir de este momento, se le conoció al método como “el método extendido de elementos finitos (MEEF)”.

A continuación, se analizan algunos de los artículos con mayor relevancia en relación con el MEEF, los cuales fueron organizados de la siguiente forma:

- Implementación del MEEF en la programación de MEF.
- Aplicación del MEEF en modelos de simulación 2D.
- Aplicación del MEEF en modelos de simulación 3D.

2.2.4.1. Implementación del MEEF en la programación de MEF

En la publicación de N. Sukumar y J. H. Prévost [21] se presenta la implementación y metodología para modelar grietas en dos y tres dimensiones en materiales dúctiles e isotrópicos y materiales compuestos, con el método extendido de elementos finitos (MEEF) dentro de un marco de elementos finitos estándar del programa computacional Dynaflow, por medio de un código en Fortran que agrega las capacidades de MEEF a MEF; éste funciona por medio de subcódigos que introducen y adaptan el modelo para que pueda ser enriquecido y exista la relación entre los nodos de la malla y la grieta, la función principal de cada subcódigo se muestran en la Tabla 2.10.

Tabla 2.10. Subcódigos para implementación MEEF en 2D y 3D.

Subcódigos para la implementación de MEEF en 2D y 3D	
1. Datos de entrada	Geometría de grietas, tipos de enriquecimiento, ley de propagación de grietas
2. Grados de libertad nodales	Gdl estándar de MEF
3. Interacción de geometría y malla	Enriquecimiento nodal y división de elementos
4. Procedimiento de ensamblaje	Diferenciación de elementos enriquecidos y no enriquecido
5. Post-procesamiento	Obtención de los factores de intensidad de esfuerzo

En el subcódigo de datos de entrada creado por los autores, se busca delimitar el dominio del modelo, el cual está representado por una malla de elementos finitos que no incluye los límites internos como son las grietas. Éstas son representadas como segmentos contiguos de líneas en el plano, donde cualquiera de los puntos finales puede simbolizar la o las puntas de grietas, las cuales utilizan la función de forma para elementos enriquecidos para que sea posible la interacción entre la grieta y el dominio del modelo, lo que permite que la malla sea independiente de la grieta. Dentro de los datos de entrada, el usuario define las regiones del modelo; cada región está definida por un conjunto de elementos y las propiedades que los identifican. Para este caso, los autores buscan simular grietas por lo que las regiones a su alrededor deben ser definidas por los elementos que la rodean los cuales deben tener configuradas las propiedades mecánicas del material junto con los parámetros para la propagación de grieta y la obtención de los FIE's.

El siguiente subcódigo es el de los grados de libertad de los nodos de la malla; normalmente, para casos de simulación de grietas lineal elásticas bidimensionales en MEF, se le concede a cada nodo dos grados de libertad, correspondientes a los desplazamientos en las direcciones x y y . En MEEF se le van agregando grados de libertad adicionales a los nodos de los elementos por donde pasa la grieta y a los que contienen a la punta de grieta. Estos grados de libertad agregan filas a la matriz de rigidez por medio del subcódigo para, posteriormente, resolver la matriz utilizando la solución de Galerkin. Los autores plantean en el subcódigo la opción de generar una matriz de rigidez adicional a la de rigidez principal, en la que sólo se incluyen los grados de libertad adicionales de cada nodo para evitar errores y conflictos numéricos cuando el sistema la resuelva; ésta se definió como Idx , la cual engloba los grados de libertad adicionales, la cantidad máxima de grados de libertad que puede tener el nodo y el número total de nodos en la malla; éste último, con el fin de diferenciar entre nodos enriquecidos de los no enriquecidos. Esta matriz es igualada a P la cual es la ecuación global del nodo en la matriz de rigidez principal. Para casos de múltiples grietas, los autores plantean el uso de identificadores de grieta nodal en el subcódigo, con el objeto de que el sistema identifique correctamente qué grieta es la que está cortando el elemento y qué nodos exactamente están siendo enriquecidos.

Para el subcódigo de interacción entre la geometría de la grieta y la malla en 2D, los autores adaptaron el subcódigo para que la grieta interactuara con mallas de elementos triangulares y cuadrados, lo que permite al usuario seleccionar qué elementos son más adecuados para el dominio del modelo; por otro lado, la grieta se presenta como un segmento de línea inicial donde su punta está representada por un punto, el cual no necesita tener relación geométrica directa con la malla del dominio. Posteriormente, cada que la grieta se propaga corta los elementos, los cuales se dividen en triángulos, por lo que el programa debe calcular las áreas de cada triángulo generado (tanto por encima como por debajo de la grieta). En otras palabras, este procedimiento se puede definir como una nueva malla alrededor de la grieta.

Para que esto ocurra, el algoritmo se basa en el uso del mosaico de Delaunay y el diagrama de Voronoi, los cuales se utilizan como predicados geométricos para evitar perturbaciones o errores en los datos obtenidos y se pueda generar una correcta interacción de los desplazamientos cada que la grieta se propaga.

Por medio de los predicados, el programa evalúa cada punto de intersección de la grieta con cada elemento por el que pasa y cada triángulo generado, con lo que le da un valor por encima de $H=1$ o por debajo de $H=-1$ a las áreas o volúmenes originados por la grieta, lo cual permite la simulación de abertura de la grieta por medio de la partición de los elementos, junto con el enriquecimiento de los nodos cercanos a la punta de grieta, el subcódigo utiliza coordenadas polares para determinar la posición de la punta de grieta y poder establecer la dirección de propagación de la grieta.

El subcódigo para el procedimiento de ensamblaje para la matriz de rigidez y el vector de fuerzas los autores lo manejan de la misma manera: como elementos finitos clásicos, solamente que antes de proceder a solucionar las matrices, se realiza una identificación de los nodos que fueron enriquecidos y los que no, esto se hace a nivel de elemento para todos los nodos de la malla, el subcódigo identifica si el elemento dentro de la matriz adjunta Idx tiene un valor de cero. Entonces, lo considera como no enriquecido y que es un elemento finito estándar, por lo que la matriz de rigidez se calcula normalmente como se hace para un elemento triangular o cuadrado de tres y cuatro nodos, respectivamente, Pero si el subcódigo identifica un elemento que contiene por lo menos un nodo enriquecido, se almacenarán, en su matriz de rigidez, las contribuciones producidas por los grados de libertad enriquecidos y los grados de libertad clásicos del elemento.

Ahora bien, para los elementos que fueron divididos geoméricamente, el subcódigo modificará su designación; por ejemplo, de un elemento e que se dividió geoméricamente en dos, se le llamará a cada uno con el nombre de $e1$ y $e2$ respectivamente, los cuales corresponderían a subtriángulos, y se prosigue a realizar un mapeo local utilizando los puntos de Gauss en estos elementos para designar nuevas coordenadas, funciones de forma e identificadores a cada uno de los nodos de los elementos divididos; de esta manera, se puede localizar –dentro de la matriz de rigidez global– a las ecuaciones correspondientes a los nodos de los elementos divididos.

Por último, se presenta el subcódigo de Post procesamiento. En éste se obtienen los FIE's por medio de los nodos enriquecidos cercanos a la punta de la grieta, considerando que ésta se encuentra dentro de un elemento. Los FIE's se obtiene por medio de las funciones de forma para el nodo correspondiente, los elementos enriquecidos que están vinculados a la función de la punta de grieta y los desplazamientos de los nodos en la dirección x_2 . Ya que se debe de determinar la dirección de propagación de grieta es necesario determinar los FIE's para modos I y II de carga. Los autores plantean dentro de la programación un enfoque de solución de los FIE's utilizando una integral de flujo en la que cada factor de intensidad obtenido es

dividido por el valor de E^* dependiente del tipo de análisis (esfuerzos planos o deformaciones planas) y, posteriormente, se suma cada FIE para cada uno de los modos de carga.

Dentro del Post-proceso se evalúa el criterio de propagación de grieta; los autores seleccionaron y programaron el criterio de esfuerzo máximo circunferencial con el cual se determina la dirección que tomará la grieta en cada paso de propagación dependiendo del valor del FIE para los modos de carga I y II.

En la publicación de E. Giner y colaboradores [22] se presenta la implementación del método extendido de elementos finitos (MEEF) en el programa computacional de elementos finitos Abaqus con el fin de obtener los FIE's y medir el error porcentual, la dirección de propagación de las grietas y la relación del enriquecimiento de nodos con los incrementos de longitud de grieta.

Esta implementación fue validada en cinco modelos de simulación con diferentes configuraciones; el primer modelo de simulación fue una placa infinita con grieta central de dimensión $a = 1$, con un módulo de elasticidad de $E = 10^7 \text{ GPa}$ y una relación de Poisson de $\nu = 0.333$, cargada biaxialmente restringiendo la punta de la grieta en los ejes x y y ; del mismo modo, se delimita todo el costado derecho de la placa con el fin de evitar rotación del modelo; el análisis se realizó bajo la consideración de esfuerzos planos y el enriquecimiento de nodos se contempló de forma topológica y geométrica con la finalidad de comparar resultados.

El segundo modelo de simulación consistió en una viga en voladizo con una grieta excéntrica en el borde ancho; en la misma zona, se aplicó una carga de tensión de 1 kN, las dimensiones de la viga se muestran en la Tabla 2.11. El análisis se tomó bajo la consideración de deformación plana y se contemplaron 11 incrementos de grieta de 0.1.

El tercer modelo de simulación fue una placa finita con una grieta de borde y un orificio. El material considerado fue el aluminio 7075-T6 con un módulo de elasticidad de 71.7 GPa y una relación de Poisson $\nu = 0.33$; se aplicó una carga de tensión en los orificios de la placa de 20 kN con 12 incrementos de grieta de 3 mm cada uno. Para el análisis, se consideró un estado de deformación plana y un comportamiento lineal elástico; las dimensiones de la placa se muestran en la Tabla 2.11. Este mismo modelo fue analizado experimentalmente.

El cuarto modelo de simulación consistió en una placa con dos orificios y dos entradas de perfil, la cual contenía 10 grietas y se contemplaron las mismas condiciones del primer modelo de simulación. A la placa se le aplicaron dos cargas de tensión en la esquina superior izquierda: la primera de 500 GPa en dirección x y la segunda de 300 GPa en dirección y , bajo la consideración de esfuerzos planos y se simularon 5 incrementos de grietas de 3.5 cada uno, las dimensiones de la placa se muestran en la Tabla 2.11.

Por último, se presenta la aplicación de la implementación de MEEF al modelado de propagación de las grietas producidas por contacto mecánico bajo cargas cíclicas, para la

validación se realizó un quinto modelo de simulación, el cual consistió en una placa plana– sometida a una carga cíclica de 40 kN producida por el contacto con un cilindro– que contenía una grieta en la zona de contacto. Las dimensiones de la placa y del cilindro se muestran en la Tabla 2.11.

Tabla 2.11. Dimensiones de los diferentes modelos utilizados para la validación.

Dimensiones de los modelos de simulación	
Modelo 2	grieta $a = 2$, ancho $w = 2$ y largo $l = 6$
Modelo 3	grieta inicial $a = 10$ mm, altura $h = 120$ mm, ancho $w = 65$ mm, diámetro orificio centra $l = 20$ mm
Modelo 4	grieta inicial $a = 4$ mm, ancho $w = 50$ mm, largo $l = 100$ mm, perfiles 2 de 15x10 mm, orificios 2 de 10 mm de diámetro
Modelo 5	Placa grieta inicial $2a$, ancho $w = 20$ mm

En el primer modelo de simulación, se comparó el porcentaje de error de los FIE obtenidos utilizando los dos tipos de enriquecimiento de punta de grieta (topológico y geométrico); se observa que los menores errores de cálculo los presentó el enriquecimiento geométrico con un margen cercano al 1% de error en el cálculo.

En el segundo modelo de simulación, se observa de los resultados que los nodos son enriquecidos eficientemente mientras la grieta se curva en la dirección y , con una diferencia de resultados del 1% en relación con los obtenidos por otros autores.

Para el tercer modelo de simulación, se observa que el criterio de máximo esfuerzo circunferencial logra dar un resultado de dirección de grieta óptimo comparado con los resultados del análisis experimental; en ambos, la grieta se curva en dirección del orificio cerca de los 18 mm de propagación con un ángulo de -35° .

En el cuarto modelo de simulación, se observar la relación entre las grietas y la influencia de los concentradores de esfuerzo de la placa lo que corrobora que el criterio de esfuerzo máximo circunferencial logra obtener direcciones de propagación de grieta muy cercana a la esperada.

Por último, en el quinto modelo de simulación, se aprecia que los elementos que se encuentran en la punta de la grieta inician la propagación al llegar al esfuerzo de Von mises, lo que provoca el enriquecimiento de grados de libertad en los nodos de los elementos por los que pasa la punta de la grieta, con la cual se obtuvo un esfuerzo máximo para la propagación de 90 MPa y que la grieta tome una dirección de -105° con respecto al eje x .

2.2.4.2. Aplicación del MEEF en modelos de simulación 2D

En la publicación de N. Moës y colaboradores [23], se presenta un método basado en la partición de la unidad para el modelado de grietas empleando funciones discontinuas y funciones asíntotas llamadas funciones de enriquecimiento; éstas agregan grados de libertad a los nodos de los elementos por los que pasa la grieta.

La grieta se modela como una entidad independiente por lo que no se contempla en el dominio global; lo que produce que la grieta deba interactuar con la malla de manera local por medio de las funciones de enriquecimiento; además, para demostrar la solidez y utilidad del método, no se requiere de volver a mallar cada que la grieta se propaga.

Los autores presentan ejemplos numéricos de grietas estáticas y de propagación de grieta con modelos bidimensionales, lineal-elásticos y bajo un análisis de deformación plana con el fin de obtener los FIE's por medio de utilizar la ecuación de interacción para los modos I y II de carga. Las propiedades mecánicas y parámetros para la simulación se muestran en la Tabla 2.12.

Tabla 2.12. Parámetros para la simulación numérica.

Parámetros para la simulación numérica	
Módulo de Elasticidad	100 kpsi
Relación de Poisson	0.3
Criterio para propagación de grieta	Esfuerzo circunferencial máximo
Tipo de análisis	Deformación plana

La primera simulación consistió en un modelo de placa con medidas de 7 unidades de ancho x 16 unidades de alto y un espesor unitario con una grieta de borde de 3.5 unidades, la cual se sometió a una carga de tensión distribuida con una malla uniforme de 24 x 48 de elementos cuadrados de cuatro nodos.

Al modelo se le realizaron dos simulaciones que consistieron en comparar una posición de la grieta con respecto a otra (por medio de realizar un desplazamiento sin perder el paralelismo que tiene con la malla) con el objetivo de verificar la precisión del método para enriquecer los nodos de los elementos que corta la grieta; así como, los elementos en donde se encuentra la punta de grieta. De los resultados se observa que el método enriquece con una precisión del 99% los nodos por los que cruza la grieta; se nota que 40 nodos más fueron enriquecidos correctamente con respecto a su posición en la grieta al momento de realizar el desplazamiento.

Para la segunda simulación se utilizó el mismo modelo de placa, pero esta vez se restringió de la parte inferior y se le aplicó una carga de corte en la parte superior de 1.0 psi; con el objetivo de analizar la precisión del método con cuatro diferentes tamaños de malla;

asimismo, para cada tamaño de malla se utilizó un diferente tamaño de zona plástica para el cálculo de los FIE's.

La primera malla consistió en un discretizado uniforme de 13 x 25 nodos; la segunda malla, en un discretizado uniforme de 25 x 49 nodos. Los tamaños de zona plástica fueron de 1.5, 2.5 y 3.5. De los resultados se aprecia –para las dos diferentes mallas y los tres diferentes tamaños de zona plástica– que los valores entre uno y otro tienen una diferencia máxima de 1% sin importar el refinamiento de la malla.

Posteriormente, a este mismo modelo se le realizó el mismo análisis, pero considerando dos mallas no estructuradas; la primera consistió en elementos triangulares y cuadrados con un total de 503 nodos y la segunda fue una malla similar pero refinada con 1955 nodos. De los resultados se observa igualmente que los valores obtenidos no varían más del 1%, independientemente del tipo y tamaño de malla, con lo que se validó la precisión del método para obtener los FIE's.

El siguiente modelo por analizar consistió en una placa con dimensiones de 10 x 10 pulgadas con una grieta central de 1 pulgada inclinada con un ángulo β que fue variando con valores desde 5° hasta 90° . Se discretizó uniformemente con elementos cuadrados, la malla resultante fue de 40 x 40 nodos y se le aplicó un esfuerzo uniaxial en el límite superior del modelo y se restringió de la parte inferior. Los resultados fueron comparados con las soluciones analíticas exactas del problema. De los resultados se observa una correcta obtención de los FIE's utilizando este método, tras lo cual se mostraron diferencias no mayores al 1% para cada uno de los ángulos en los que se hizo el análisis.

Para el análisis de propagación de grietas se examinó un modelo de placa con dimensiones de 5 x 5 pulgadas que contenía dos orificios separados por una pulgada en el centro de la placa de donde emanaban dos grietas con una longitud inicial de 0.1 pulgadas, orientadas en sentido contrario con un ángulo de 45° de diferencia. La placa fue discretizada con una malla no estructurada de 2650 nodos y refinada en las zonas donde se esperaba que se propagara; esta misma malla se usa para todo el análisis en el que fue aplicada una carga de tensión en el límite superior del modelo y se restringió en la parte inferior. Las grietas se analizaron en fatiga utilizando la Ley de París como criterio para la propagación y el criterio de esfuerzo máximo circunferencial para determinar el ángulo de propagación. La simulación consistió en 9 incrementos constantes de 0.1 pulgadas.

De los resultados de la simulación se observa que las grietas crecen simétricas y que gráficamente las grietas muestran una dirección de propagación hacia el orificio contrario, con lo que se comprobó la efectividad del método para este tipo de casos, ya que la grieta toma la dirección donde existe una mayor concentración de esfuerzo.

Finalmente, se realizó un último análisis de propagación de grietas utilizando el mismo modelo pero, esta vez, se le realizó un refinamiento de malla, con lo que se obtuvo una

discretización con un total de 5117 nodos que formaban una malla de elementos cuadrados y triangulares. La simulación consistió en 16 incrementos constantes de 0.05 pulgadas.

De los resultados se observó que las posiciones de las puntas de las grietas comparados con las posiciones de las puntas de las grietas de la simulación anterior variaban en un rango del 0.01 y el 0.04%, ahora bien de los resultados de los FIE's para el modo I y modo II los resultados variaron en el rango del 5% para K_I y del 1% para K_{II} .

En la publicación de M. Storlarska y colaboradores [24], se presenta la combinación del método extendido de elementos finitos junto con el método de conjunto de planos o niveles, para obtener en la simulación los FIE's y la representación de la ubicación de la grieta y de las puntas de la grieta. El método de conjunto de planos se aplica a los elementos alrededor de la punta de la grieta a la cual se le denomina banda estrecha.

La primera simulación se realizó en una placa cuadrada de 16x16 unidades con una grieta localizada en el borde de ésta a la cual se le realizaron dos discretizaciones distintas; la primera de 30 x 30 elementos y para un segundo análisis se le hizo una discretización de 100 x 100 elementos y se le aplicó el conjunto de planos a 5 elementos alrededor de la punta de la grieta a lo largo de toda simulación, la cual consistió en cinco incrementos de propagación de grieta de 0.5 unidades cada uno. A la placa se le aplicó una carga de tensión de una unidad en la esquina superior izquierda y se restringió el desplazamiento en la parte inferior de ésta. Finalmente, se utilizó la Ley de París como criterio para la propagación de la grieta.

La segunda simulación se realizó en la misma placa con idénticas condiciones de simulación, sólo que esta vez, la grieta se ubicó en el centro de la placa con una ligera inclinación y se le hizo el análisis en ambas puntas de la grieta. Por último, se ejecutó una tercera simulación para analizar la propagación de grietas en una viga en forma de I. Para el análisis, se consideró únicamente la parte inferior de la viga, la cual se analizó considerando que su grosor restringía el desplazamiento en toda la base inferior y otro en la que se consideró que era muy delgada y flexible con restricciones de desplazamiento sólo en los límites de la base inferior.

En ambos análisis, se consideró una carga de tensión de 20 kN aplicada en la parte superior de la viga. La simulación constó de 12 incrementos de longitud de grieta de 5 mm, considerando una grieta inicial de 5 mm ubicada en el borde de la zona central de la viga cuyas dimensiones para la simulación se presentan en la Tabla 2.13.

Tabla 2.13. Dimensiones de la viga utilizada para la simulación de propagación de grieta.

Dimensiones de la viga en forma de I	
Base inferior	80 cm
Espesores	7.5 cm y 3.25 cm
Altura	15 cm
Grieta inicial	5 mm

De los resultados de la primera simulación, se tiene que los FIE's calculados comenzaron a variar a partir del cuarto incremento de longitud de la grieta en comparación con los resultados obtenidos de manera separada con los dos métodos, con una diferencia en el resultado del 1.6%. En relación con los resultados obtenidos para el método de conjunto de planos relacionado con la ubicación de las grietas, se observa que las coordenadas de ubicación de la grieta no cambiaron con el refinamiento de la malla de 30 x 30 ni con la de 100 x 100.

De la segunda simulación, se aprecia –en los resultados obtenidos de los FIE's– que éstos comenzaron a variar a partir del segundo incremento de longitud de las grietas en la simulación para una grieta con dos puntas. Del mismo modo, se compararon resultados obtenidos con los métodos de manera separada, con una diferencia en el resultado del 3 al 6%. Para el método de conjunto de planos relacionado con la ubicación de las grietas, se observa cómo se repite el comportamiento de los resultados, ya que las coordenadas de las grietas no cambian con el refinamiento de malla de 30 x 30 ni con la de 100x100.

Por último, en la tercera simulación se observa que la grieta toma diferentes direcciones dependiendo de las condiciones de simulación, lo que muestra que el método de conjunto de planos se combina correctamente con los FIE's para determinar la zona más probable por la que la grieta se propagará.

En la publicación de N. Moës y T. Belytschko [25], se presenta simulaciones de propagación de grietas colocadas arbitrariamente en modelos discretizados utilizando el método extendido de elementos finitos (MEEF).

Para verificar la eficiencia del método se analizan dos modelos diferentes de vigas: la viga 1 es un modelo a flexión que fue restringida en sus dos extremos en dirección del eje x, la cual contiene una grieta que se propaga linealmente en dirección al ancho del modelo, aplicando una fuerza en el centro de la viga de 3.19 MPa distribuida en 0.01 m del largo del modelo; el análisis se realiza bajo la consideración de deformación plana. Las propiedades y dimensiones de la viga 1 se muestran en la Tabla 2.14.

La viga 2 es un modelo de viga en cantiléver a la que se le aplican dos fuerzas iguales de 2.4 MPa a compresión; la primera fuerza se localizó a 0.1 m del centro del sistema coordenado y su contraria a -0.1 m del centro del sistema coordenado, la segunda fuerza se localizó a 0.4 m del centro del sistema coordenado y su contraria a -0.4 m del centro del sistema coordenado. Se le realizó un discretizado de 11,000 nodos y se consideraron 18 incrementos constantes de 0.01 m. Las propiedades y dimensiones de la viga 2 se muestran en la Tabla 2.15.

Tabla 2.14. Propiedades y dimensiones de la viga 1.

Propiedades y dimensiones de la viga 1	
Ancho	0.15 m
Espesor	0.15 m
Largo	0.6 m
Grieta inicial	0.0 m
Módulo de elasticidad	36,500 Mpa
Relación de Poisson	0.1
Carga aplicada	3.19 Mpa
Energía de fractura	50 Nm ⁻¹

Tabla 2.15. Propiedades y dimensiones de la viga 2.

Propiedades y dimensiones de la viga 2	
Ancho	0.2 m
Espesor	0.1 m
Largo	0.8 m
Grieta inicial	0.04 m
Área de distribución de carga	0.02 m
Módulo de elasticidad	28,000 Mpa
Relación de Poisson	0.1
Carga aplicada	2.4 Mpa
Energía de fractura	145 Nm ⁻¹

En la viga 1 se consideró que inicialmente no existe la grieta; posteriormente, se generó un pre-agrietamiento y se simuló la propagación en el centro de la base inferior de la viga.

Para el análisis, se consideraron 2 tipos de mallas diferentes: la primera, fue una malla en la cual los límites de los elementos coinciden con la grieta y una segunda en la cual, no existe coincidencia de la grieta con la malla. De los resultados, se observa que el análisis con el método extendido de elementos finitos comparado con los resultados obtenidos utilizando el método de liberación de nodos por medio de elementos finitos, realizado por Carpinteri y Colombo, muestran una diferencia de resultados en relación con la deflexión, la cual está en función de la carga aplicada que ronda el 5%, aunque gráficamente las curvas toman la misma forma sin importar el tipo de malla que se haya utilizado en el análisis.

Del mismo análisis, se observa que la función asíntota de punta de grieta que obtiene los resultados más cercanos a los utilizados como parámetros para la comparación de deflexión, fue la primera derivada de la función asíntota $r \text{ sen } \theta/2$ con una diferencia máxima de 3%.

Con el mismo modelo de viga 1, se realizó un análisis para determinar el tamaño correcto de propagación de grieta con el fin de saber cuántos elementos debe cortar la grieta sin que se pierda la precisión del método. Se observa que para el caso de materiales frágiles se necesita

un mínimo de 2 elementos interceptados por la grieta para obtener resultados confiables y para el caso de materiales dúctiles con un elemento es suficiente. Estos resultados se obtuvieron al compararlos con los de Carpinteri y Colombo para una grieta con una energía de fractura constante de 4.14 Nm^{-1} y una longitud inicial de grieta de 0.045 m.

A la viga 2 se le realizó una simulación con el fin de observar la dirección de propagación de la grieta. De los resultados se apreció que la grieta tomó la misma dirección de propagación que el modelo experimental con una diferencia máxima de 0.02 m en comparación con la dirección observada experimentalmente por Carpinteri.

En cuestión a la curva carga-deflexión para la viga 2, se observan diferencias entre el método experimental y numérico en un promedio del 8%; esto se debe a las zonas de colocación de las restricciones de desplazamiento del método numérico, la curva trazada muestra que el método numérico obtiene resultados más consistentes que el experimental; esto puede ser ocasionado a las imperfecciones que hubieran existido en el material analizado en el método experimental.

Por último, se analizó la viga 2 con una energía de fractura constante de 145 Nm^{-1} y se utilizaron dos diferentes criterios de grieta (rectangular y lineal) y se compararon con los obtenidos mediante MEEF utilizando el criterio de la mecánica de la fractura lineal elástica. De ello, se observa que el criterio de grieta rectangular obtiene resultados muy alejados de las otras dos, con diferencia en la deflexión con respecto a la carga de hasta 0.025 m en la dirección de propagación de la grieta; mientras que el criterio de grieta lineal y el MEEF obtiene básicamente los mismos resultados.

En la publicación de T. Belytschko y T. Black [26], se presenta el método de elementos finitos con remallado mínimo para el análisis de la propagación de grietas con la finalidad de obtener los FIE's, el método sólo actualiza la malla si la grieta toma una dirección de propagación curva y, en este caso, únicamente se vuelve a discretizar en la zona alrededor de la grieta, permaneciendo el resto de la malla sin modificaciones.

El método simula la grieta como un conjunto de líneas que interactúan con los nodos de los elementos que atraviesa; esto lo hace por medio de funciones de enriquecimiento que otorgan grados de libertad adicionales a los nodos, lo que permite la obtención de los FIE's y de la dirección de propagación de la grieta. A fin de comprobar la efectividad del método, se analizaron tres diferentes modelos.

El primero consistió en una placa rectangular con una grieta de borde, a la que se le realizaron dos diferentes mallas con diferente refinamiento para el análisis, las cuales consistieron en elementos uniformes en los que se ubicó a la grieta de tal manera que pasara a través de los elementos; la primera malla consistió en 288 nodos; la segunda, en 1152. Posteriormente se realizaron dos mallas más, igualmente con diferente refinamiento, pero esta vez la grieta se

ubicó en los límites de los elementos; la primera malla consistió en 280 nodos; la segunda, en 1135.

A las cuatro configuraciones de malla se les aplicó una carga de tensión y posteriormente, en otro análisis se aplicó una carga de corte, ambas ubicadas en la parte superior de la placa con un valor de 1.0 psi; en ambos análisis, se consideraron cuatro diferentes tamaños de zona plástica alrededor de la punta de la grieta (0.5, 1.0, 2.0 y 2.5) y condiciones de deformación plana con restricciones en la parte inferior. Las dimensiones del modelo se muestran en la Tabla 2.16.

El segundo modelo consistió en una placa en la que se consideraron para el análisis grietas rectas y grietas curvas centradas con dos diferentes mallas, la primera de 402 nodos con una zona plástica que se extendió a 25 nodos alrededor de la grieta y una segunda malla de 1606 nodos con una zona plástica que se extendió 64 nodos alrededor de la grieta. Las propiedades mecánicas de la placa utilizadas fueron un módulo de elasticidad de $E = 3 \times 10^7 \text{ psi}$ y una relación de Poisson de $\nu = 0.25$. En todas las simulaciones, se aplicó una carga de tensión de 1.0 psi y se realizaron bajo condiciones de deformación plana con cuatro diferentes tamaños de zona plástica (0.5, 1.0, 1.5 y 2.0). Las dimensiones del modelo se muestran en la Tabla 2.16.

Por último, se analizó un tercer modelo, el cual consistió en una viga de doble voladizo con carga puntual a tensión de 197 lbs en el extremo izquierdo de cada viga. Las propiedades mecánicas utilizadas para las simulaciones fueron un módulo de elasticidad $E = 3 \times 10^7 \text{ psi}$ y una relación de Poisson de $\nu = 0.3$; las simulaciones se hacen bajo la consideración de esfuerzos planos con una propagación de grieta con cuatro diferentes ángulos (0° , 1.43° , 2.86° y 5.71°) y dos diferentes incrementos de longitud de grieta (0.1 y 0.05 pulg.). Las dimensiones del modelo se muestran en la Tabla 2.16.

Tabla 2.16. Dimensiones de los modelos de simulación.

Dimensiones de los modelos de simulación		
Modelo 1	Placa con grieta en el borde	Ancho $w = 7$, altura $h = 16$ y grieta inicial $a = 2$
Modelo 2	Placa con grieta recta en el centro	Ancho $w = 10$, altura $h = 10$ y grieta inicial $a = 4$
	Placa con grieta curvada en el centro	Ancho $w = 10$, altura $h = 10$, grieta inicial $a = 4$, arco circular $R = 4.25$ y ángulo del arco ambas puntas $2\beta = 28.0725^\circ$
Modelo 3	Viga en doble voladizo	Largo $L = 11.8$ pulg, ancho $h = 3.94$ pulg, grieta inicial $a = 3.94$ pulg

De los resultados del primer modelo, se aprecia que los nodos enriquecidos dependen del tamaño de la zona plástica utilizada; para las mallas con menor refinamiento, éstos fueron de

16 y 28 nodos en mallas uniformes; de 12 y 21 para mallas en las que la grieta se colocó de manera que correspondiera con los límites de los elementos que fue el caso de las mallas con mayor refinamiento, donde los nodos enriquecidos fueron 54 y 90 nodos. Para mallas uniformes se obtuvieron 55 y 88 nodos enriquecidos por la grieta en los casos donde se colocó de manera que correspondiera con los límites de los elementos. Los resultados obtenidos muestran –para el caso de la placa con carga a tensión y la placa con carga cortante– existió una variación de los FIE´s para el modo I y modo II menor al 1%. Esto ocurrió para los cuatro diferentes tamaños de zona plástica y en comparación con el valor de referencia; esta diferencia de resultados ocurrió con ambos tamaños de malla debido a que el método converge correctamente y que los nodos enriquecidos no aumentaron su desplazamiento.

Para el segundo modelo con grietas centrales rectas y curvas se obtuvieron los resultados de los FIE´s por medio de utilizar la interacción de los desplazamientos y la integral J para ambos tamaños de malla. En los resultados, se observa una diferencia máxima del 0.5% entre las dos formas diferentes de cálculo y de alrededor del 1% de diferencia en comparación con el valor de referencia; asimismo, se tiene que el uso del refinamiento de mallas no genera un mejor cálculo de los FIE´s en grietas curvas, sólo aumenta el tiempo de cálculo retardando la obtención de resultados con este método.

Finalmente, para el tercer modelo se observa en los resultados que la grieta toma la dirección correspondiente al ángulo de propagación; pero genera una curvatura simétrica con las demás simulaciones; igualmente, se percibe que los refinamientos de malla o disminuciones de los incrementos de la longitud de propagación no afectan la precisión del método en gran manera para la obtención de los FIE´s, pero aumentan la precisión de la dirección de propagación de grieta; de los resultados, se observan diferencias de alrededor del 0.07%.

G. Zi y T. Belytschko [27] presentan la simulación de la propagación de grietas utilizando el método extendido de elementos finitos sin utilizar la función de enriquecimiento asintótico de punta de grieta. El método se aplicó utilizando elementos triangulares lineales con 3 nodos y/o elementos triangulares cuadráticos con 6 nodos, con el objeto de analizar grietas cohesivas.

Para la validación del método, los autores realizaron simulaciones a un modelo 2D de doble viga en voladizo con una grieta en el borde izquierdo que se propaga linealmente, con el fin de verificar la tasa de convergencia del método, el error de cálculo del esfuerzo en relación con la longitud de grieta, y la diferencia en la dirección de propagación con respecto a la dirección de propagación obtenida experimentalmente, el tamaño idóneo de malla y el criterio de disminución de esfuerzo con respecto a la longitud de propagación de la grieta.

Adicional a estas simulaciones con grieta lineal, se realizó otra pero con una grieta colocada en el borde izquierdo que toma una dirección de propagación curva. Las dimensiones, propiedades mecánicas y tamaños de malla para ambos tipos de propagación se muestran en la Tabla 2.17.

Tabla 2.17. Parámetros considerados para la simulación.

Parámetros considerados para la simulación	
Módulo de elasticidad	36.5 GPa
Relación de Poisson	0.18
Carga	60 kN
Ángulo inicial de grieta	0°
Longitud de la viga	0.4 m
Ancho de la viga	0.2 m
Longitud de grieta inicial	0.12 m
Elementos utilizados en la discretización	Elementos triangulares de 3 y 6 nodos con un tamaño de 1.8, 2, 5 y 11 mm
Criterio de disminución de esfuerzo	lineal y bilineal

De los resultados obtenidos con las simulaciones realizadas para comprobar la convergencia y el nivel de error en el cálculo de esfuerzos, se observa que los elementos triangulares cuadráticos de 6 nodos logran converger y disminuir el nivel de error en un 90% comparado con los resultados obtenidos con una discretización con elementos triangulares lineales de 3 nodos; esto debido a los diferentes tamaños de malla utilizados, los cuales permitieron tener nodos enriquecidos muy cercanos a la punta de la grieta.

Para el caso del análisis de simulación de la dirección de propagación de la grieta, se puede observar que para este método es necesario realizar incrementos de longitud de grieta igual al del tamaño de los elementos utilizados para la discretización, esto debido a que el método modificado se basa en el de la partición de la unidad, por lo que para que la abertura de la grieta se realice, ésta debe dividir en su totalidad al elemento para que se puedan enriquecer los nodos. Tras ello, la grieta logra interactuar, lo que permite el cálculo de los esfuerzos producidos cercanos a la punta de la grieta. De los resultados del análisis, se aprecia que, al respetar la condición mencionada, el método calcula los esfuerzos sin variación alguna con respecto al tamaño de los elementos utilizados.

De los resultados de los criterios para el cálculo de la disminución del esfuerzo lineal y bilineal, se observa que ambos criterios calculan el nivel de esfuerzo en relación con la longitud de grieta con una diferencia del 18 %, por lo cual se nota un mejor cálculo de esfuerzos con el criterio lineal, debido a que el esfuerzo máximo para que la grieta se propagara se alcanzaba más rápidamente que con el criterio bilineal.

Finalmente, para el análisis de la grieta de borde con propagación curva, se observa que el método no logra converger correctamente, ya que la punta de grieta no divide en su totalidad a los elementos, debido a la curvatura que toma cuando se utilizan mallas con elementos medianos a grandes. A diferencia del caso de mallas muy refinadas, en esta condición el

método converge, pero sin lograr una correcta dirección de propagación de la grieta, lo que genera que ésta tome una dirección de retroceso, producida por el error en el cálculo de los FIE's en los nodos donde se encuentra la punta de grieta.

En la publicación de P. A. Guidault y colaboradores [28], se propone una técnica de múltiple escala de tamaño de malla, la cual se basó en el método de homogeneización macro-micro y el método extendido de elementos finitos (MEEF), con el fin de generar solamente dos tamaños de mallas unidas por una interfaz para evitar dificultades en la convergencia. La técnica fue utilizada en dos placas (2D).

La primera placa contenía una grieta central en el borde de la base donde fue apoyada, a la que se aplicó una carga de flexión en la parte central del borde superior con valor de 300 MPa, se realizó un análisis estático y el valor obtenido se comparó con el de la literatura.

La segunda placa contenía tres orificios y una grieta principal a 50 cm del borde izquierdo y fue sometida a una carga de flexión cíclica en el centro; la placa fue restringida en ambos límites de la base y los resultados se compararon directamente con los obtenidos utilizando MEEF tradicional.

Ambas placas fueron discretizadas con una malla refinada (escala micro) en la zona en la que se esperaba que la grieta se propagara, para el resto del modelo se usó una malla con un tamaño de elementos más grandes (escala macro). En el caso del segundo modelo, la interfaz entre ambas mallas fue modificada utilizando funciones lineales, cúbicas y discontinuas. Las simulaciones se realizaron con la finalidad de obtener los factores de intensidad de esfuerzos (FIE's) y verificar la convergencia de la técnica. Los parámetros considerados para la simulación se muestran en la Tabla 2.18.

Tabla 2.18. Parámetros considerados en la simulación.

Parámetros considerados para la simulación	
Módulo de elasticidad	200,000 MPa
Relación de Poisson	0.3
Criterio de Propagación	París
Criterio de dirección de propagación	Esfuerzo máximo circunferencial
Incremento	0.1 mm
Dimensiones	200 cm x 80 cm
Grieta inicial	15 cm
Diámetro orificios	5 cm

De los resultados obtenidos de la simulación para la primera placa, se observa que la técnica converge rápidamente y obtiene resultados de los FIE's con un error relativo de la comparación con el valor de referencia menor al 1%. Este resultado se debió a la utilización

de una interfaz entre ambos tamaños de malla que homogenizó y transmitió el desplazamiento producido en la zona donde se encontraba la grieta, a los nodos de la malla con elementos de mayor tamaño.

Para la segunda placa, se observa en los resultados que el cambio de funciones en la interfaz produce una ineficiencia en la estabilidad numérica, en particular para los casos de las funciones lineales y cúbicas, lo que produce una diferencia en los FIE's obtenidos del 15%, debido a que la interfaz con dichas funciones no transmitió correctamente el desplazamiento de los nodos de la malla refinada a la malla de mayor tamaño.

Para el caso de la función discontinua, la diferencia con respecto al MEEF tradicional fue de sólo el 1%; tras analizar este resultado, se percibe que el método logra converger correctamente con este tipo de interfaz, aunque el resultado no muestra una mejora numérica. En cambio, donde sí se observa una mejoría fue en el número de iteraciones que debe realizar el programa en función de la longitud de la grieta utilizando la interfaz discontinua; éstas permanecen prácticamente constantes a lo largo de toda la simulación a diferencia de los demás casos, los cuales muestran un aumento significativo de iteraciones, particularmente para el caso más grave de hasta el 87% a medida que la grieta se propaga.

2.2.4.3. Aplicación del MEEF en modelos de simulación 3D

En el año 2000, N. Sukumar y colaboradores [29] presentaron el método extendido de elementos finitos (MEEF), para la simulación de la propagación de grietas en modelos tridimensionales. El cual fue utilizado para obtener los factores de intensidad de esfuerzos (FIE's) en cuatro diferentes modelos de simulación. Los parámetros considerados para las simulaciones se muestran en la Tabla 2.19.

El primer modelo de simulación fue un cubo con una grieta en forma de anillo en el centro, con un radio $a = 0.1$ unidades, al que se le aplicó una carga de tensión uniaxial unitaria. Se realizaron dos simulaciones usando diferentes mallas: la primera compuesta de elementos hexaédricos de $24 \times 24 \times 24$ y la grieta se colocó en los límites de las caras de los elementos; la segunda consistió en elementos hexaédricos de $24 \times 24 \times 25$ y la grieta se colocó en el centro de los mismos. En ambas mallas, se realizó un refinamiento gradual hacia el centro del modelo, la grieta se simuló variando su ángulo de 10 en 10 grados comenzando en 0° hasta 90° y las dimensiones del modelo se consideraron infinitas, los resultados de los FIE's se compararon con resultados tomados de la literatura.

El segundo modelo de simulación consistió en un cubo con una grieta elíptica en el centro con dimensiones: eje mayor $a = 0.1$ unidades y eje menor $b = 0.05$ unidades, el modelo se sometió a una carga de tensión biaxial unitaria en el eje x y z . El modelo se discretizó con una malla de elementos hexaédricos de $24 \times 24 \times 24$, la grieta se simuló variando el ángulo de la grieta de 10 en 10 grados comenzando en 0° hasta 90° y las dimensiones del modelo se

consideraron infinitas, los resultados de los FIE's se compararon con resultados tomados de la literatura.

El tercer modelo de simulación consistió en un cubo con una grieta de borde sometida a tensión en el eje y , las dimensiones del modelo fueron: ancho $t = 2$ unidades, altura $h = 3.5$ unidades y largo $t = 6$ unidades y se consideraron para la simulación dos diferentes mallas: la primera consistió de elementos hexaédricos de $20 \times 20 \times 20$, cada uno tuvo un volumen de $0.5 \times 0.75 \times 0.875$ unidades; la segunda consistió de elementos hexaédricos de $40 \times 40 \times 40$, cada elemento tuvo un volumen de $0.25 \times 0.375 \times 0.4375$ unidades. Los resultados obtenidos de los FIE's se compararon con resultados tomados de la literatura.

Por último, se simuló un cuarto modelo que consistió en un cubo con grieta en forma de anillo en el centro con radio $a = 0.5$ unidades y dimensiones $10 \times 10 \times 10$ unidades, el modelo se sometió a una carga de tensión unitaria en dirección del eje y . Para la simulación, se consideraron dos diferentes mallas, la primera consistió en elementos hexaédricos de $24 \times 24 \times 24$, cada uno con un volumen de $0.083 \times 0.083 \times 0.083$; la segunda consistió en elementos hexaédricos de $40 \times 40 \times 40$, cada uno con un volumen de $0.05 \times 0.05 \times 0.05$. Los resultados obtenidos de los FIE's se compararon con resultados tomados de la literatura.

Tabla 2.19. Parámetros considerados para las simulaciones.

Parámetros considerados para las simulaciones	
Módulo de elasticidad	10^5
Relación de Poisson	0.3
Cuadratura de elementos finitos	$2 \times 2 \times 2$
Cuadratura de elementos enriquecidos	$6 \times 6 \times 6$

En el primer modelo se observa en los resultados obtenidos de los FIE's una diferencia $\pm 2\%$ con respecto al valor de referencia, esto se debe a que la malla se refinó gradualmente en las cercanías de la grieta, lo cual evitó que se realizara un mallado correspondiente al valor de propagación de grieta producido por la carga; además, la malla uniforme generó un cálculo de los FIE's con una variación del tiempo de convergencia de hasta el 19% producido por el cambio en el ángulo de la grieta, debido a la cantidad de nodos enriquecidos por la grieta, lo que aumenta la cantidad de operaciones requeridas para solucionar la simulación en relación con el ángulo.

Para el segundo modelo se observa en los resultados una variación del 4% con respecto a los valores de referencia, ocasionado por la falta de refinamiento en la zona de propagación de la grieta. Además, se percibe una variación del tiempo de convergencia del 17% producto de la cantidad de nodos enriquecidos con respecto al ángulo de la grieta, lo que produjo

nuevamente un aumento de la cantidad de operaciones requeridas para solucionar la simulación.

El tercer modelo muestra una variación en los resultados de alrededor del 2.7% para la malla más refinada y del 5.1% para la menos refinada; con respecto a los valores de referencia, los resultados se consideran dentro de un rango aceptable. En el caso del tiempo de convergencia, éste tuvo una variación del 30% debido a la misma situación de los modelos anteriores y a las dimensiones propias de la grieta con respecto a las del modelo.

Finalmente, para el cuarto modelo se observa en los resultados para la primera malla de elementos hexaédricos, una diferencia del 2% y para la segunda malla del 1.6% con respecto a los valores de referencia. Esta divergencia ocurrió ya que la malla que tiene un mayor refinamiento realizó el cálculo de los FIE's más cerca de los límites de la grieta, además de que esto produce que el método sea más eficiente al enriquecer los nodos y permitir una convergencia más rápida.

En el trabajo realizado por A. Gravouil y colaboradores [30], se presenta el método para actualizar el conjunto de planos de ubicación para la simulación de modelos tridimensionales con grietas no lineales o que muestran un cambio significativo de su topología; además, presentan la función de extensión de velocidad de propagación de grieta, con la cual el método puede simular las nuevas superficies que se producen.

Con la finalidad de demostrar la robustez y precisión del método, se realizaron simulaciones en cuatro diferentes modelos. Los parámetros considerados para las simulaciones se muestran en la Tabla 2.20.

El primer modelo consistió en un cubo de dimensiones $L \times L \times L$, con una grieta lineal de borde que se propagó al tomar una curvatura hasta alcanzar los 180° con lo cual formó un semicírculo. El modelo empleó dos conjuntos de planos, uno que representó a la grieta y el segundo que simbolizó el frente de la punta de grieta, con la finalidad de poder generar los segmentos de superficie que simularon a la grieta, por medio de la función de velocidad de propagación.

El segundo modelo de simulación consistió en una viga con una grieta lineal de borde en el centro con dimensión $a = 0.01$ m y un ángulo de inclinación $\alpha = 45^\circ$, las dimensiones de la viga fueron: altura $h = 0.02$ m, largo $L = 0.1$ m y ancho $d = 0.01$ m. la viga fue sometida a flexión por un par de fuerzas colocadas en los extremos de la viga. El modelo fue discretizado con una malla no estructurada de 2553 nodos y 13,393 elementos tetraédricos; además, a este mismo modelo se le realizó una simulación con una grieta semielíptica de borde.

El tercer modelo de simulación consistió en un cubo con una grieta en forma de cono en el centro y se sometió a una carga de tensión hidrostática. Las dimensiones del cubo fueron: 0.02 m x 0.02 m x 0.02 m con una grieta inicial de radio $r = 0.005$ m y un ángulo simétrico

de $\alpha = 22.5^\circ$. El modelo se discretizó con una malla no estructurada de 1767 nodos y 8895 elementos tetraédricos.

Por último, el cuarto modelo de simulación era un cubo con una grieta en forma de moneda en el centro, la cual se sometió a una carga de tensión. Las dimensiones del cubo fueron las mismas del tercer modelo y se volvió a discretizar con una malla no estructurada de 1747 nodos y 8847 elementos tetraédricos.

Tabla 2.20. Parámetros considerados para las simulaciones.

Parámetros considerados para las simulaciones	
Módulo de elasticidad	280 GPa
Relación de Poisson	0.3
Software utilizado	gmsht
Consideraciones del material	lineal elástico e isotrópico
Núm. De conjunto de niveles	2, ϕ y ψ
Cálculo de los FIE's	Integral de dominio
Control de crecimiento de grieta	Ley de París, $C = 1$ y $m = 1$
Dirección de propagación de grieta	EMC

Para el primer modelo se observa cómo la superficie que simuló la grieta fue propagándose por medio de incorporar, paulatinamente, segmentos de superficie con cada uno de los cambios en el ángulo de dirección, por lo que finalmente se obtuvo el semicírculo, debido al uso de los dos conjuntos de planos, los cuales proporcionaron a la simulación las coordenadas de la grieta y del frente de la grieta, lo que permitió describir su trayectoria de forma óptima. Los segmentos de grieta se compararon con los de una superficie completamente curva de lo que se obtuvo un nivel de error por debajo del 0.4%.

En los resultados del segundo modelo de simulación, se observa cómo la grieta comenzó a tomar una curvatura simétrica para terminar en un plano ortogonal, que atravesó por completo la viga en 17 pasos de propagación con una banda estrecha de nodos de enriquecimiento que fue variando en un 40%; en los cuales el método fue calculando los FIE's y la velocidad de propagación de la grieta. Estos resultados se obtuvieron al actualizar los conjuntos de planos a cada paso de propagación, lo que permitió que la simulación correspondiera al comportamiento experimental de la viga. Los mismos resultados se observaron con la grieta semielíptica, en cuyo caso la grieta –primeramente– creció hacia los bordes laterales y, posteriormente, se propagó con normalidad al borde contrario.

En el tercer y cuarto modelos de simulación, las grietas se propagaron en cuatro subfrentes lo que produjo –en el caso de la grieta en forma de cono– que perdiera su forma inicial hasta volverse plana; esto se debió a la velocidad de propagación de la grieta ya que, para este caso, la fractura total del modelo se alcanzó a los 15 pasos de propagación. El modelo usó una

banda de nodos enriquecidos que fue variando en un 17.9%. Lo mismo ocurrió en el cuarto modelo pero, en 17 pasos de propagación, al emplear una banda de nodos enriquecidos que fue variando en un 20.6%.

En la publicación de A. O. Ayhan y H. F. Nied [31], se presenta modelos tridimensionales con el fin de obtener los FIE's de grietas semicirculares utilizando el método extendido de elementos finitos (MEEF). Los autores desarrollaron un código para añadir la formulación de MEEF al programa computacional de elementos finitos FRAC3D, (el cual no es mostrado en el documento); éste permite al usuario utilizar diferentes elementos para el análisis (hexaedros, pentaedros y tetraedros lineales, cuadráticos y cúbicos).

Para demostrar la compatibilidad del uso de diferentes de funciones de forma y la convergencia del refinamiento de malla de MEEF con el programa computacional FRAC3D y se realizaron siete diferentes simulaciones.

El primer modelo fue una barra sólida con una grieta en el borde de la cara superior sometida a una carga de tensión, con una relación de dimensiones de la grieta y el ancho de la barra de 0.5, a la que se le realizaron dos simulaciones con diferentes tamaños de malla en la zona de propagación de la grieta. El segundo modelo constó de un bloque sólido de grosor y ancho finitos (no dan las dimensiones) con una grieta semicircular en el borde de 0.1 unidades, a la que se sometió a una carga de tensión.

Para el primer modelo de simulación, se realizó una discretización con 3,400 elementos cúbicos (pentaedros de 26 nodos y hexaedros de 32 nodos) con lo que se tuvo un total de 26,984 nodos. En relación con los puntos de integración, cada elemento contó con 24 x 24 x 24 puntos de Gauss. Posteriormente, se le agregó al modelo una relación de Poisson de 0.3 y tres refinamientos diferentes de malla y se cambió, respectivamente, el número de elementos de contorno enriquecidos por la punta de la grieta de 8, 10 y 15. El modelo con el mayor refinamiento constó de 2,490 elementos y 19,920 nodos con puntos de integración de 12 x 12 x 12; a éste se le realizó un cambio de elementos de primer orden a elementos de segundo orden en la zona de propagación de grieta, de donde se obtuvieron 11,288 nodos.

Por último, se realizó un modelo similar con una carga de tensión no simétrica al que se le aumentaron al doble los puntos de integración y se le realizó un refinamiento mayor en la zona de propagación de la grieta, por lo que se obtuvo una discretización de 5,100 elementos hexaédricos cuadráticos y 23,190 nodos con un enriquecimiento de contorno de 20 elementos alrededor de la punta de la grieta.

De los resultados del primer modelo, se observa que la malla menos refinada dio una diferencia máxima del 6%; y para el caso de la malla de mayor refinamiento, una diferencia de aproximadamente el 2%, ambas en comparación con la solución exacta.

En el siguiente modelo, en la primera simulación se observa que los valores para de los FIE's toman la misma curva de los valores de referencia con una diferencia máxima del 4%. De las

siguientes simulaciones –con mallas más refinadas– se observa que los valores obtenidos para los FIE’s no varían mucho con la modificación de la malla, los elementos y el enriquecimiento de éstos por la punta de la grieta; los resultados tuvieron una variación de alrededor del 2% de diferencia entre ellos.

Finalmente, en la última simulación se observa que el refinamiento excesivo y el uso de demasiados puntos de gauss demoran el proceso de obtención de los FIE’s con muy poca variación de los resultados, comparados con las simulaciones anteriores. Aunque el método converge correctamente y obtiene resultados de alrededor del 1% de diferencia entre éstos y la solución exacta.

En la publicación de S. Kumar y colaboradores [32], se presenta la simulación de la propagación de grietas por fatiga bajo carga de amplitud constante en placas que contienen discontinuidades secundarias (orificios, inclusiones y grietas menores) utilizando el método extendido de elementos finitos, por medio de utilizar elementos especiales de transición entre las fronteras de los diferentes refinamientos de malla, los cuales fueron desarrollados por los autores.

El método fue validado en modelos de placas rectangulares con una grieta en el borde izquierdo a las que se les realizó discretizaciones empleando mallas refinadas en dirección de la zona de propagación de la grieta y mallas con menor refinamiento en las zonas restantes del modelo. Las discontinuidades secundarias se añadieron al modelo de manera que no estuvieran cerca de la punta de la grieta principal y se realizaron análisis con cada uno de los diferentes tipos de discontinuidades por lo que variaba la cantidad porcentual de presencia de éstas en el modelo (20, 30, 40, 60 y 100%).

Dichos análisis se realizaron utilizando MEEF tradicional y por separado, el método propuesto por los autores en el que se coloca elementos de transición. Las dimensiones de la placa fueron de 100 mm x 200 mm con una grieta principal inicial de 20 mm con incrementos de 2 mm hasta la fractura total del modelo. Se aplicó una carga de tensión de 50 MPa uniformemente distribuida en el borde superior y se restringió totalmente en la dirección y en el borde inferior. El modelo fue discretizado con una malla de 88 x 176 nodos y el material utilizado para la simulación fue la aleación de aluminio 6061-T6. Las propiedades mecánicas del material se muestran en la Tabla 2.21.

Tabla 2.21. Propiedades mecánicas consideradas para la simulación.

Propiedades mecánicas	
Módulo de elasticidad	68.9 GPa
Módulo de elasticidad para las discontinuidades	20 GPa
Relación de Poisson	0.33
Esfuerzo de cedencia	276 MPa
Relación de Poisson para las discontinuidades	0.33
Tenacidad a la fractura	29 MPa \sqrt{m}
Exponente m (París)	3.17
Exponente C (París)	5.88 E -8

Para todos los análisis realizados –donde se fue variando la cantidad porcentual de discontinuidades y utilizando MEEF tradicional y por separado el método propuesto por los autores– se observa que los FIE’s aumenta proporcionalmente con las discontinuidades secundarias en el modelo. Esto debido al incremento de concentradores de esfuerzo que generaron que la grieta principal alcanzara un nivel mayor de esfuerzo alrededor de la punta de la grieta.

Para el caso específico –utilizando MEEF tradicional con una placa a la que se le incluyeron orificios– se observa un aumento de los FIE’s de hasta el 12% en comparación con la placa sin discontinuidades secundarias y un incremento en el tiempo de procesamiento en iguales condiciones del 56%, esto ocurrió por el crecimiento de las operaciones que el sistema debía resolver y por la falta de convergencia entre los elementos de la malla fina y la malla de mayor tamaño.

Al comparar estos resultados con los obtenidos mediante el método propuesto por los autores, se tiene una disminución significativa de la variación de valores de los FIE’s con una diferencia del 2.5% y en relación con el tiempo de procesamiento del alrededor del 90%. Esto ocurrió debido a la convergencia correcta de los elementos de los diferentes tamaños de malla, la cual se obtuvo con la utilización de los elementos de transición. Para el caso de inclusiones ocurrió un escenario similar, pues se obtuvo una mejoría en los resultados de los FIE’s con una variación del 1.5% y una disminución del tiempo de procesamiento de alrededor del 90%.

Para el caso de grietas menores, los resultados obtenidos utilizando el método de MEEF tradicional tuvieron una diferencia del 1.7% por lo que no fue de gran relevancia aplicar el método propuesto por los autores para conseguir mejores resultados. Éstos se obtuvieron debido a que las grietas menores no agregaban una concentración de esfuerzo significativa, ya que no se colocaron en las cercanías de la punta de grieta principal.

Finalmente, con los resultados de las simulaciones anteriores utilizando ambos métodos (MEEF tradicional y con el método propuesto por los autores con elementos de transición)

se obtuvo la vida a la fatiga del material. De los resultados, se observa una variación en el número de ciclos del 2% la cual correspondió a una longitud de grieta de 33.4 mm para MEEF tradicional y 33.5 mm para el obtenido con el método propuesto. La variación más significativa fue en el tiempo de cálculo, el cual disminuyó en un 90% entre MEEF tradicional y el método propuesto; esto por la disminución de operaciones que el sistema debía resolver y por la correcta convergencia de los elementos de transición.

I. V. Singh y colaboradores [33] utilizaron el método extendido de elementos finitos (MEEF) para la simulación de la propagación de grietas por fatiga para obtener los FIE's y calcular la vida a la fatiga de materiales metálicos.

Para las simulaciones, se evaluó una placa homogénea con una grieta principal en el centro acompañada de alguna discontinuidad secundaria como son orificios, inclusiones y grietas menores o la combinación de éstas. Los parámetros considerados para la simulación se muestran en la Tabla 2.22. Se realizaron nueve casos de simulación mostradas en la Tabla 2.23.

Los casos 1, 2, 3 y 4 fueron comparados utilizando el método de actualización de mallas automáticas (MEF) con el programa computacional comercial de elementos finitos ANSYS. Los casos 5, 6, 7 y 8 se compararon con los resultados obtenidos de la placa con grieta central sin discontinuidades secundarias. Para el caso 9, se consideraron parámetros diferentes a los de los casos anteriores para la simulación y los resultados fueron comparados con resultados experimentales, los parámetros se muestran en la Tabla 2.24.

Tabla 2.22. Parámetros considerados para las simulaciones.

Parámetros considerados para las simulaciones	
Módulo de elasticidad	74,000 N/mm^2
Módulo de elasticidad para discontinuidades	20,000 N/mm^2
Relación de Poisson	0.3
Tenacidad a la fractura	1897.36 $N/mm^{3/2}$
Exponente m (París)	3.32
Exponente C (París)	2.087136×10^{-13}
Ciclo de carga	0 a 160 N/mm
Dimensiones de la placa	100 mm x 200 mm
Tipo de análisis	Deformación plana
Longitud de grieta inicial	15 mm

Tabla 2.23. Casos de simulación.

Casos de simulación	
Caso 1	Grieta central sin discontinuidades secundarias
Caso 2	Grieta central con orificios
Caso 3	Grieta central con inclusiones
Caso 4	Grieta central con grietas menores
Caso 5	Grieta central con orificios y grietas menores
Caso 6	Grieta central con grietas menores e inclusiones
Caso 7	Grieta central con orificios e inclusiones
Caso 8	Grieta central con orificios, inclusiones y grietas menores
Caso 9	Grieta de borde sin discontinuidades secundarias

Para los casos 1, 2, 3 y 4; de los resultados obtenidos con MEEF y MEF, se observa una diferencia en el número de ciclos del 1%, 1.1%, 0.7% y 1.8%, respectivamente. Y para el caso de longitud de grieta, se tiene en los resultados una diferencia de 0.21%, 0.25%, 0.4% y 0.6%, respectivamente. Como se aprecia en los resultados anteriores, las diferencias entre el análisis con el método extendido de elementos finitos y el método de elementos finitos tradicional –utilizando la actualización de malla automática– se debió a errores propios de cálculo en las simulaciones; por lo tanto, los resultados en ambos métodos se pueden tomar como válidos.

En relación con los resultados de los FIE's, se observa para el caso 1 (placa sin discontinuidades secundarias) que la grieta alcanzó un valor cercano a los $2000 N/mm^{3/2}$ al llegar a una longitud de grieta de 22 mm; en este punto, la grieta comienza a propagarse rápidamente con una menor cantidad de ciclos. Para los casos 2, 3 y 4; este punto se alcanza con un valor cercano a los $1750 N/mm^{3/2}$ correspondiente al FIE y una longitud de grieta de 20 mm, con lo cual se observa el efecto en la disminución de la resistencia del material provocado por la presencia de discontinuidades secundarias.

Para los casos 5, 6, 7 y 8, –de los resultados obtenidos en la comparación de la placa sin discontinuidades– se observa una diferencia en el número de ciclos del 22.26%, 13.65%, 15.68% y 27.6%, respectivamente. Y para el caso de longitud de grieta se aprecia una diferencia en los resultados de 6.71%, 5.23%, 10.89% y 7.86%, respectivamente, los resultados de los FIE's no son mencionados. De lo anterior, se tiene que la discontinuidad que genera una mayor concentración de esfuerzo –con la cual se disminuye considerablemente la vida a la fatiga del material– son los orificios, con en un promedio del 5% mayor que con otros tipos de discontinuidades debido a que éstos se consideran, en la simulación, como áreas donde no existe material, lo que provoca una disminución considerable de la resistencia comparado con inclusiones que en el modelo se contemplan como un material diferente o grietas menores que, por la posición donde se colocaron, no lograron interactuar directamente con la punta de la grieta.

Tabla 2.24. Parámetros considerados para la simulación, caso 9.

Parámetros considerados para la simulación	
Dimensiones	90 mm x 108 mm, espesor de 6 mm
Ciclo de carga	8 kN a 16 kN
Material	Acero S460
Módulo de elasticidad	200 KN/mm^2
Relación de Poisson	0.3
Exponente m (París)	2.1
Exponente C (París)	7×10^{-8}
Malla	60 x 80 nodos
Grieta inicial	45 mm
Incrementos	11 incrementos de 2 mm c/u

De los resultados del caso 9, se observa que la máxima diferencia obtenida del FIE fue de 1.6%. Esta diferencia pudo deberse a errores propios de cálculo y a que, en la simulación, no se consideraron las discontinuidades secundarias propias del material.

J. Rannou y colaboradores [34] presentan un método multiescala para simular la propagación de grietas muy pequeñas comparadas con el tamaño del componente analizado. El método presentado se basó en la generación de mallas refinadas utilizando el método extendido de elementos finitos (MEEF) sólo en las zonas donde se encuentran las grietas. Con el fin de comprobar la eficiencia y precisión del método para obtener los FIE's alrededor de la punta de la grieta. Los autores realizaron simulaciones a dos diferentes modelos usando el programa computacional comercial ELFE 3D de elemento finito extendido.

El primer modelo consistió en una placa 2D que por la relación entre el tamaño de ésta (5 m x 5 m) y el de la grieta (0.08, 0.04 y 0.02 m) se considera como un problema con dimensiones infinitas, por lo que, para realizar la simulación, se generaron 9 niveles diferentes de tamaños de elementos cuadriláteros que iban desde el más grande (con relación $L/a= 60$) hasta el más fino (con relación $L/a= 256$), las propiedades mecánicas no son mencionadas y la placa se sometió a un esfuerzo de tensión uniformemente distribuido de 100 MPa; la discretización se realizó con elementos cuadriláteros lineales, los resultados obtenidos de los FIE's fueron comparados con las soluciones exactas y con los obtenidos mediante el uso de una sola malla tradicional refinada en la dirección de la propagación de la grieta utilizando MEEF. Para este caso la placa fue discretizada con elementos triangulares.

El segundo modelo consistió en una viga 3-D con cuatro niveles diferentes de tamaño de malla en la zona de dirección de propagación de la grieta, la discretización se realizó con elementos hexaédricos que buscaban obtener los FIE's para compararlos con los obtenidos de la literatura, así como verificar la compatibilidad de los diferentes conjuntos de niveles de malla. Para este modelo, se realizaron dos simulaciones: la primera colocando la carga a tensión en dirección y , y la segunda con la carga de forma cortante en dirección x ; los

parámetros considerados para la simulación del segundo modelo se muestran en la Tabla 2.25.

Tabla 2.25. Parámetros considerados para la simulación del segundo modelo.

Parámetros considerados para la simulación	
Material	Aleación de aluminio
Dimensiones	1 mm x 1 mm x 4 mm
Grieta inicial	0.2 mm
Módulo de elasticidad	80 GPa
Relación de Poisson	0.3
Carga	600 MPa
Tamaño de grano característico	1 nm
Tamaño de malla principal	0.25 mm x 0.25 mm x 0.25 mm
Elementos	Hexaédricos
Ley de propagación de grieta	París

De los resultados obtenidos para el primer modelo, se observa que el método cálculo los FIE's con un error relativo comparado con los valores de referencia utilizados del 3.8% para las mallas de tamaño medio hasta llegar a una diferencia del 0.8% para las de mayor refinamiento. En particular, para este caso se observa que el uso de mallas refinadas disminuye considerablemente el error de cálculo, por lo que el uso de mallas de mayor tamaño no es necesario y que para el caso de grietas de dimensiones pequeñas, lo más viable es utilizar tamaños de mallas que correspondan al incremento de la longitud de la grieta; esta acción minimiza considerablemente el error de cálculo y permite una correcta convergencia del método.

En el caso en donde se comparó con la simulación de una sola malla tradicional refinada en la dirección de la propagación de la grieta con elementos triangulares, se observa en los resultados que la selección apropiada de los elementos puede disminuir considerablemente el tiempo de procesamiento. En particular para el modelo analizado, el tiempo de procesamiento disminuyó en un 90%, debido a que, en la discretización del modelo utilizando el método propuesto, se utilizaron elementos cuadriláteros lineales que permitieron su división de manera consistente, lo que evitó dificultades en el cálculo.

Para el segundo modelo, se observa en los resultados de los niveles de malla 3 y 4 que existe muy poca diferencia en el valor obtenido de los FIE's con una diferencia promedio de ambos con respecto al utilizado como referencia del 6% y para el caso de la malla 2 –con un tamaño considerado como grande– se obtuvo una diferencia del 36%. Al analizar la simulación, se observa que es posible obtener un resultado muy aproximado sin la necesidad de realizar una gran cantidad de cálculos, los cuales llegan a ser muy costosos computacionalmente para el caso de mallas refinadas o, por el contrario, utilizar elementos muy grandes para la

discretización que pueden producir errores de gran magnitud e importancia; por lo tanto, la selección del tamaño de malla utilizada es de gran relevancia cuando se utilizan este tipo de métodos, debido a que en ésta recae el que la simulación converja de forma eficiente y los resultados obtenidos sean los óptimos.

Esta misma situación ocurrió cuando se utilizó la carga de forma cortante en la dirección x ; además, para este caso se observa que el uso del método de conjunto de planos es de gran relevancia para localizar a la grieta durante la propagación en los diferentes niveles de malla de forma eficiente y, de esta manera, enriquecer los nodos de los elementos que divide la grieta al emplear la función Heaviside en cada nivel de malla.

J. Dolbow y colaboradores [35] presentan la modificación del método extendido de elementos finitos, utilizando una función asíntota selectiva de punta de grieta –que permite el enriquecimiento de los nodos de los elementos que la interceptan– bajo la condición de porcentaje de área interceptado. El método fue validado utilizando modelos de simulación en 2-D y 3-D.

El primer modelo consistió en una placa con una grieta en el borde izquierdo a la que se le realizaron cambios en su posición con respecto a una malla uniforme; los resultados fueron comparados con los obtenidos al usar las funciones asíntotas tradicionales de punta de grieta; para verificar la robustez del método y el desempeño de la función de punta de grieta propuesta, las dimensiones del modelo fueron: ancho $w = 7$, altura $l = 16$ y grieta inicial $a = 3.5$, solamente se analizó el primer paso de propagación.

El segundo modelo se realizó con la finalidad de demostrar el uso práctico del método en la simulación de propagación de grietas. El modelo consistió en una viga en forma de I con una grieta –en la zona del ángulo entre el alma y la base– a la que se le realizaron simulaciones con dos consideraciones de ancho distintas (grosso y delgado) que, por cuestiones de simetría, sólo fue analizado de la parte inferior; sus dimensiones fueron 800 mm de base, 75 mm de espesor, grieta inicial de 5 mm con 14 incrementos de 5 mm y una carga de tensión de 20 kN. El modelo fue discretizado con 8243 elementos triangulares con 3 nodos y se restringió en ambos extremos de la base; los resultados fueron comparados con los obtenidos experimentalmente.

Por último, se analizó un tercer modelo que consistió en una placa Mindlin-Reissner 3D con una grieta central, cuyas dimensiones fueron 10 x 10 y un espesor variable de 1/4, 1/8, 1/12 y 1/16. La placa se sometió a una carga normal al plano para que se doblara. La simulación se realizó con la finalidad de examinar la precisión del método en modelos 3D; en función del valor del espesor, no se mencionan los elementos empleados para la discretización. Los parámetros considerados para los tres modelos de simulación se muestran en la Tabla 2.26.

Tabla 2.26. Parámetros considerados para los modelos de simulación.

Parámetros considerados para las simulaciones	
Módulo de elasticidad	200 GPa
Relación de Poisson	0.3
Tipo de análisis	Deformación plana
Criterio para la dirección de grieta	EMC
Criterio para la obtención del FIE	Integral J

De los resultados del primer modelo, se observa que el valor de los FIE's varía dependiendo de la función de punta de la grieta. Para el caso donde se utilizaron las funciones tradicionales de punta de grieta, los resultados muestran una diferencia de alrededor del 4% entre los valores obtenidos; en cambio, usando la función de punta de grieta propuesta, la diferencia disminuye hasta el 1% entre los valores obtenidos.

En relación con la cantidad de nodos enriquecidos con ambas funciones de punta de grieta se observa una diferencia del 1%; estos resultados validan la estabilidad numérica del método con ambos tipos de funciones de punta de grieta. Al analizar los resultados, se observa que la función de punta de grieta propuesta muestra un desempeño óptimo para el enriquecimiento de los nodos debido a que realiza una división de las áreas de la punta de la grieta con las áreas que se encuentran detrás de ella; además, realiza una medición del porcentaje de área dividida por la grieta en cada elemento, para verificar la siguiente condición: "si el área interceptada es menor a cierto valor porcentual x, los nodos del elemento no son considerados y por lo tanto no se enriquecen".

Los valores obtenidos de los FIE's no variaron considerablemente; esto pudo deberse a que la grieta era recta y la malla utilizada fue uniforme, por lo tanto, no generó dificultades numéricas durante las simulaciones producidas por cambios en la dirección de la grieta o por elementos de geometría compleja.

Para el segundo modelo, se percibe en los resultados que, dependiendo de la consideración de espesor, la grieta toma diferentes direcciones, situación que ocurrió de igual forma en el caso experimental, con lo cual se demuestra el uso práctico del método. Además, éste simuló la propagación de la grieta sin volver a discretizar, incluso en la grieta de la simulación con espesor delgado, la cual tomó una curvatura produciendo que la dirección fuera en sentido contrario.

Por último, para el tercer modelo se observa en los resultados una diferencia máxima del 5% de los FIE's en las simulaciones realizadas, de las cuales se analizó el efecto que tuvieron el número de grados de libertad de los nodos y el refinamiento de la malla con respecto a la solución exacta del problema. Las mallas con un mayor número de grados de libertad y de mayor refinamiento obtuvieron los resultados más aproximados, ya que los nodos enriquecidos en las puntas de las grietas, debido al alto nivel de refinamiento, se encontraban

más cerca a diferencia de mallas con elementos más grandes, lo que ayudó en la simulación a obtener el campo de desplazamiento en un radio más pequeño y con una mayor cantidad de nodos.

C. Daux y colaboradores [36] presentan el modelado de grietas ramificadas, grietas que se interceptan y grietas que se originan en orificios utilizando una modificación del método extendido de elementos finitos (MEEF), con el fin de obtener los FIE's.

Para demostrar la exactitud y robustez de la modificación se analizaron cuatro diferentes configuraciones de placas agrietadas con los parámetros mostrados en la Tabla 2.27. El primer modelo de simulación fue una placa con una grieta ramificada simétrica, a la que se le realizó dos tipos de consideración de análisis (finita e infinita) la ramificación tuvo un ángulo $\theta = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ y 75° . Los FIE's se calcularon para varias relaciones de tamaño medio de elementos/Long. De grieta (0.4, 0.3, 0.22, 0.18, 0.16, 0.14, 0.12, 0.1 y 0.05) y para el caso de la placa finita se realizaron cálculos de los FIE's para diferentes relaciones de longitud de grieta/ancho de placa, desde 0.1 hasta 0.9, el modelo se discretizó con una malla no uniforme de 1218 nodos y los resultados se compararon con resultados de la literatura.

El segundo modelo de simulación fue una placa con una grieta en forma de cruz, la cual se colocó en el centro de la placa; los FIE's se calcularon para relaciones de longitud de grieta/ancho de placa, desde 0.1 hasta 0.9. El modelo se discretizó con una malla no estructurada generada por medio del programa computacional para diseño de mallas con elementos finitos gmsh y refinada en las cercanías de las grietas y los resultados se compararon con los obtenidos analíticamente.

El tercer modelo de simulación fue una placa con una grieta en forma de estrella, la cual se colocó en el centro. Los FIE's se calcularon para relaciones de longitud de grieta / ancho de placa, desde 0.1 hasta 0.9. El modelo se discretizó con dos mallas, una no estructurada y una estructurada realizadas por medio del programa computacional para diseño de mallas con elementos finitos gmsh, ambas mallas tienen aproximadamente el mismo número de elementos (alrededor de 1600).

El cuarto modelo de simulación consistió en la misma placa del ejemplo anterior, pero –en el centro– se le colocó un orificio del cual se originaron dos grietas simétricas; éste tuvo un radio $r = 5$ unidades y se discretizó con una malla de elementos cuadriláteros uniformes de 25×56 . Los resultados obtenidos se compararon con resultados de la literatura.

Tabla 2.27. Parámetros considerados para las simulaciones.

Parámetros considerados para las simulaciones	
Ancho	40 unidades
Alto	32 unidades
Grieta inicial	1 unidad
Carga	Tensión uniaxial de una unidad (primer y cuarto modelo)
	Tensión biaxial de una unidad (segundo y tercer modelo)

De los resultados del primer modelo de simulación con la consideración infinita, se observa que el método propuesto por los autores obtiene resultados de K_I y K_{II} que fueron mejorando conforme la malla se fue refinando, con una diferencia máxima del 7.75% y 9.5% respectivamente hasta llegar a valores con menos de 1% de diferencia, tanto para K_I como para K_{II} ; esto debido a que, en el caso de la malla menos refinada, la cantidad de nodos alrededor de la zona de propagación de la grieta era menor y a que la carga producía un nivel de esfuerzos muy débil alrededor de la punta de la grieta.

Para el caso de la placa finita se observa en los resultados que mientras más grande es la grieta, el método pierde precisión al obtener los FIE's. Tras analizar los resultados, se percibe que en el caso de la relación de 0.9, el tamaño de los elementos de la malla no fue considerado para grietas de tamaño tan grande por lo que se conjetura que el refinamiento en las vecindades de la grieta es la mejor opción.

De los resultados del segundo modelo de simulación, se tiene la mayor diferencia en la relación de 0.8 con una diferencia del 9.3%, debido a que –cuando se consideran grietas tan grandes en relación con las dimensiones del modelo– la cantidad de nodos alrededor de la punta de la grieta es muy poca y, además, no hay gran influencia de las grietas contiguas.

Para la placa con una grieta en forma de estrella, se observa que el método obtiene resultados con poca o nula variación con ambas mallas, aunque vuelve a presentar las mismas complicaciones del segundo modelo, cuando la relación de la grieta y el ancho de placa es muy grande, debió a que no existió un refinamiento en las vecindades de las grietas.

Para el cuarto modelo, en los resultados hay diferencias máximas del 35%, para casos de relaciones menores a 0.5, pues el tamaño de los elementos no fue el idóneo para estos tamaños de grieta, por lo que el método no obtuvo correctamente el esfuerzo alrededor de la punta de la grieta.

2.3. Observaciones del análisis bibliográfico

En el análisis bibliográfico, se nota que los diferentes métodos presentan ventajas y desventajas para el análisis de casos de estudios cuasi-estáticos y de propagación de grietas en materiales metálicos.

En el caso de los elementos singulares se observa que existen diferentes tipos, los cuales son utilizados dependiendo del tipo de análisis a realizar y con diferentes características que permiten obtener los esfuerzos alrededor de la punta de la grieta. En el caso de los elementos que permiten simular la propagación de grieta, se presentan ciertas limitaciones, cómo es que la grieta debe coincidir con los límites o fronteras de los elementos y que ésta debe seguir ese patrón por lo que no es posible simular cargas mixtas.

Dentro de sus ventajas encontramos que son compatibles normalmente con elementos tradicionales; por lo tanto, para su utilización no se requiere hacer prácticamente ninguna modificación al código de elementos finitos. De igual manera, se pueden utilizar junto con algún otro método para aprovechar sus características y obtener los esfuerzos alrededor de la punta de la grieta lo más cercano posible.

Para el caso del método de remallado se observa que mejora considerablemente la forma como se simula la propagación de grieta; el cálculo de la dirección de propagación de grieta es una de sus ventajas, con la cual se obtiene el ángulo de propagación al contemplar los diferentes modos de carga que la afectan. Otra ventaja es que se puede automatizar el proceso y, de esta manera, llevar un control riguroso de cada malla generada durante la propagación.

Algunas de las desventajas que presenta son, por ejemplo, que la grieta sólo puede propagarse por las fronteras de los elementos, por lo que un cambio brusco de dirección se presentaría en el modelo poco a poco y, de acuerdo con el incremento de grieta preestablecido, junto con varias mallas diferentes generadas una a una. Por otro lado, el tiempo de convergencia es mayor causado por las diferentes mallas que la propagación de la grieta utiliza y que el sistema debe resolver, ya que para cada una de ellas se genera una matriz de rigidez y debe solucionarse hasta obtener los esfuerzos en ella para que, posteriormente, el sistema genere en el modelo una nueva malla y repita el ciclo, considerando los desplazamientos, esfuerzos y deformaciones de la malla anterior.

Por otro lado, el método generalizado de elementos finitos (MGEF), a diferencia de los métodos mencionados, permite realizar la simulación de la propagación de la grieta en los modelos sin que ésta siga precisamente las fronteras de los elementos, lo cual es muy ventajoso para casos donde se aplican varias cargas que produzcan cambios en la dirección de propagación de la grieta. Otra ventaja que presenta es que se libera de la utilización de remallado ya que este método permite realizar la simulación de la propagación de la grieta utilizando una sola malla en el modelo, lo que minimiza el costo computacional, al disminuir el tiempo de convergencia y el número de ecuaciones que el sistema debe resolver.

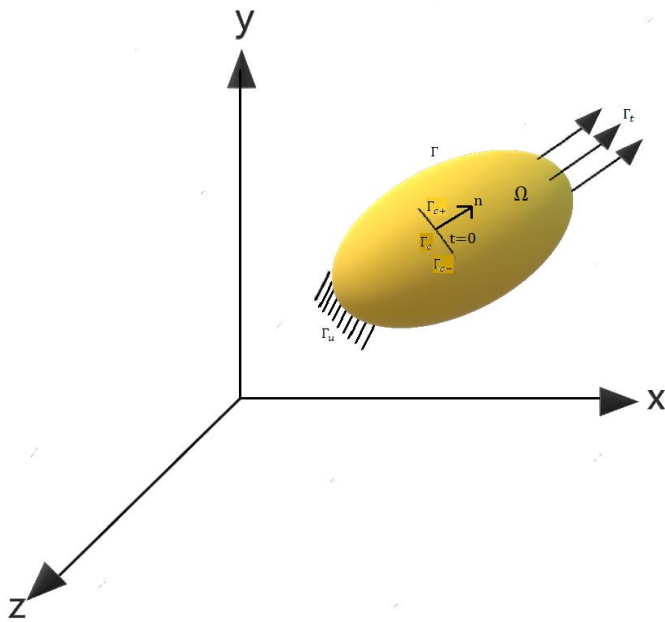
MGEF modifica la función de forma de los elementos que contengan la punta o alguna de las secciones de recta o superficie (dependiendo si el análisis es 2D o 3D) que componen a la grieta, lo que permite agregarles funciones llamadas de “enriquecimiento” que puede adicionar grados de libertad a los nodos de estos elementos, tomando al resto de los elementos que conforman a la malla como elementos tradicionales de elementos finitos, con lo cual ahorra tiempo para converger, debido a que el sistema resuelve un número menor de ecuaciones comparado con el método de remallado.

En relación con el método extendido de elementos finitos (MEEF), se observa que mejora las características en cuanto a simulación de discontinuidades de acuerdo con métodos basados en la partición de la unidad como también lo es MGEF. La diferencia de MEEF radica en que permite una simulación gráfica progresiva de la afectación ocurrida en el modelo, producida por las cargas y la propagación de las grietas en él; esto lo logra usando una función tipo Heaviside modificada o función de escalón que permite dividir los elementos que la grieta ha cruzado en su totalidad, con lo cual el sistema puede simular la separación de los elementos para replicar la abertura real de la grieta.

Al igual que MGEF solo requiere únicamente de una sola malla para realizar en su totalidad la simulación; a menos, que la grieta se encuentre con un cambio brusco de geometría o de aplicación de carga que produzca el cambio de dirección en la propagación de la grieta en más de 45° , en este caso solo MEEF solo rectificara la malla en los elementos cercanos a la grieta y que estén detrás de la punta.

Para darle dirección a la grieta tanto MEEF y MGEF pueden utilizar diferentes criterios para calcular la dirección; el más utilizado es el criterio de esfuerzo circunferencial máximo o también llamado criterio de esfuerzo principal máximo. Éste evalúa a cada incremento de longitud de la grieta con un sistema coordenado ubicado en la punta de la grieta, lo cual permite evaluar el ángulo al que el siguiente segmento de grieta se propagará y, ayudado del método de conjunto de planos, se designa la ubicación en el modelo donde terminará el segmento de línea en modelos 2D o superficie en modelos 3D, el cual simula el incremento en la longitud de la grieta en el modelo.

Otro punto importante que se puede observar en el análisis bibliográfico es que prácticamente en todos los métodos para obtener los FIE's con elementos finitos, el refinamiento de la malla es primordial. Para métodos como el remallado se requiere de un refinamiento planeado estratégicamente alrededor de la punta de la grieta en cada cambio de malla, –y para el caso de MEEF y MGEF, debido a que sólo utilizan una malla para toda la simulación– se realiza el refinamiento en toda la zona por la que se espera que la grieta se propague, para que así el refinamiento no afecte la simulación, aumentando considerablemente el tiempo de convergencia o se incremente innecesariamente el número de ecuaciones que el sistema deba resolver.



En este capítulo se presenta la formulación para los factores de intensidad de esfuerzos, los cuales se calcularon durante la simulación de la propagación de la grieta. Además se agregan las formulaciones fuerte, débil, variacional y discreta para el método extendido de elementos finitos (MEEF).

CAPÍTULO 3

Formulación matemática

3.1. Introducción

G. R. Irwin [11] en 1957 realizó a partir de los trabajos realizados por Griffith [31] en la década de los 20's, la deducción del valor cuantitativo de los esfuerzos alrededor de la punta de la grieta, a la ecuación obtenida la llamo como factor de intensidad de esfuerzo (FIE) y con esta aportación dio inicio a lo que se conoce hoy como la mecánica de la fractura; la cual, se basa en el cálculo del campo de esfuerzos y deformaciones alrededor de la punta de la grieta, las cuales provocan el desplazamiento relativo de las superficies de fractura en un cuerpo. El FIE permite saber dependiendo de su valor, el comportamiento de la grieta (estable o inestable) en el material, cuando se relaciona con las propiedades del material analizado como es la tenacidad a la fractura, por ejemplo en un caso de análisis lineal-elástico.

3.1.1. Formulación matemática del factor de intensidad de esfuerzo

A continuación se presenta la formulación matemática a resolver para la obtención de los factores de intensidad de esfuerzo por medio del método extendido de elementos finitos, con el objetivo de entender el proceso físico de los esfuerzos presentes en un componente agrietado.

Primeramente, se deben de obtener las ecuaciones de compatibilidad, esto se realiza por medio de relacionar las ecuaciones de equilibrio de los esfuerzos en las coordenadas x y y con las relaciones de deformación [42].

Ecuaciones de equilibrio.

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

Relaciones de deformación unitaria.

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (3)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (4)$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (5)$$

Donde u y v son los desplazamientos en las direcciones x y y respectivamente.

A continuación, se debe de derivar dos veces las ecs. (3) (4) y (5), con respecto a su variable contraria, obteniendo.

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} = \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2} \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^3 v}{\partial y \partial x^2} \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{xy}}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2} + \frac{\partial^3 v}{\partial y \partial x^2} \quad (8)$$

Ahora bien, se debe sustituir las ecs. (6) y (7) en (8), con lo que se obtiene.

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{xy}}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} \quad (9)$$

La ec. (9) es la ecuación de compatibilidad en términos de deformaciones unitarias, por lo que para expresarla en términos de esfuerzos, es necesario utilizar la ley generalizada de Hooke y la expresión de la deformación cortante.

Las ecuaciones de la ley generalizada de Hooke en 2D es.

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_y) \quad (10)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu \sigma_x) \quad (11)$$

Donde ε es la deformación en las direcciones correspondientes, σ es el esfuerzo de Cauchy en su dirección correspondiente, E es el módulo de elasticidad y ν es la relación de Poisson. La ecuación de la deformación por cortante (γ) es.

$$\gamma = \frac{1}{G} \tau_{xy} \quad (12)$$

Donde G es el modulo de elasticidad cortante y τ_{xy} es el esfuerzo cortante xy .

A continuación se debe de sustituir las ecs. (10), (11) y (12) en (9), a fin de obtener una ecuación en función de los esfuerzos, obteniendo.

$$\frac{1}{G} \frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial x \partial y} = \frac{1}{E} \left[\left(\frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial y^2} - \nu \frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial y^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial x^2} - \nu \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial x^2} \right) \right] \quad (13)$$

La ecuación (13) se encuentra en términos de E (módulo de elasticidad normal) y G (módulo de elasticidad cortante), por lo tanto, es necesario homogenizar la ecuación por medio de la ecuación que relacione ambos módulos de elasticidad.

$$G = \frac{E}{2(1-\nu)} \quad (14)$$

La ecuación (14) es el módulo de elasticidad tangencial, este relaciona ambos módulos (normal y tangente) y se utilizara para la homogenización de la ecuación (13) obteniendo.

$$\left(\frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial y^2} - \nu \frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial y^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial x^2} - \nu \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial x^2} \right) + 2(1-\nu) \frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial x \partial y} = 0 \quad (15)$$

La ec. (15) es la ecuación de compatibilidad en función de los esfuerzos y la relación de Poisson.

Ahora es necesario conocer la tasa de desplazamiento de los planos relacionados a los esfuerzos en la ec. (15). Por lo tanto, se debe de hacer uso de las funciones de Airy $\phi(x, y)$ [43], las cuales son.

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \quad (16)$$

$$\sigma_y = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \quad (17)$$

$$\tau_{xy} = -\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} \quad (18)$$

Las ecs. (16), (17) y (18) se deben sustituir en la ec. (15) y resolver, obteniendo

$$\frac{\partial^4 \phi}{\partial y^4} + \frac{2\partial^4 \phi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \phi}{\partial x^4} = 0 \quad (19)$$

La ec. (19) puede ser escrita de manera compacta considerando el operador laplaciano ∇^2 que a continuación se presenta.

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (20)$$

Multiplicando ecs. (19) y (20) se obtiene.

$$\frac{\partial^4 \phi}{\partial y^4} + \frac{2\partial^4 \phi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \phi}{\partial x^4} = \nabla^2(\nabla^2 \phi) = \nabla^4 \phi \quad (21)$$

Por lo tanto, la ecuación biarmónica sería.

$$\nabla^4 \phi(x, y) = 0 \quad (22)$$

Hasta este punto los esfuerzos siguen siendo analizados de manera real referidos a coordenadas x y y en la zona elástica de un material continuo, por lo que es necesario analizar los esfuerzos en presencia de alguna discontinuidad como es una grieta.

Las discontinuidades físicas de los esfuerzos están representadas por cambios discontinuos de la función de esfuerzo (ec.22) en puntos o superficies particulares. Estas funciones se relacionan con discontinuidades a partir de funciones analíticas de la variable compleja Z en función de la primera derivada con respecto a y de una variable $F(x, y)$. La función Z es.

$$Z = x + iy \quad (23)$$

Por lo tanto.

$$Z = F = ReZ + yImz \quad (24)$$

Derivando con respecto a y .

$$F = ReZ + yImz' \quad (25)$$

La ec. (25) sigue siendo una función homogénea para x y y , por lo tanto, se deberá derivar la ec. (25) con respecto a cada uno de los esfuerzos σ_x, σ_y y τ_{xy} en función de F . Las ecuaciones de los esfuerzos serian.

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \quad (26)$$

$$\sigma_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \quad (27)$$

$$\tau_{xy} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \quad (28)$$

Para derivar con respecto a x y y , tanto la parte imaginaria como la real se deben de utilizar las siguientes reglas.

$$\frac{\partial}{\partial x} ReZ = \frac{\partial}{\partial y} ImZ = ReZ' \quad (29)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} ImZ = -\frac{\partial}{\partial y} ReZ = ImZ' \quad (30)$$

Ahora bien, se deberá derivar las ecs. (26), (27) y (28) sustituyendo en cada una la ec. (25), obteniendo.

$$\sigma_x = ReZ'' - yImZ''' \quad (31)$$

$$\sigma_y = ReZ'' + yImZ''' \quad (32)$$

$$\tau_{xy} = -y\operatorname{Re}Z''' \quad (33)$$

Las ecs. (31), (32) y (33) son conocidas como las ecuaciones de Westergaard [38], estas implican que $\sigma_x = \sigma_y = \tau_{xy} = 0$ para todos los puntos de la recta $y = 0$, esto indica que la grieta se encuentra en un plano principal y que los esfuerzos son simétricos.

A continuación se aplicarán las ecuaciones de Westergaard para determinar los esfuerzos en la punta de la grieta, para esto se considera su aplicación en un placa infinita con una grieta central cargada biaxialmente a tensión, como se muestra en la Fig. 6.

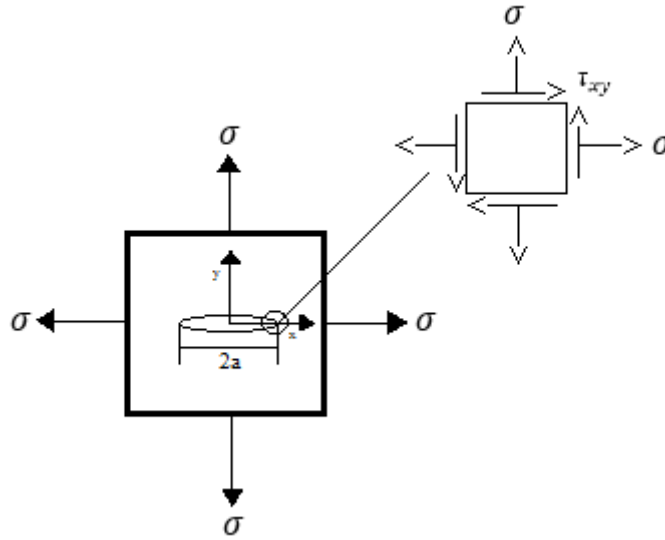


Fig. 6. Placa infinita con grieta central.

El esfuerzo normal es.

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (34)$$

Por lo que se debe de adaptar la ec. (34) a la función $F(z)$ para ubicar la ecuación en la punta de la grieta, por lo tanto se obtiene.

$$F(z) = \frac{f(z)}{\sqrt{z}} \quad (35)$$

La función $f(z)$ cuando $z \rightarrow \infty$, tiene un valor positivo y representa a los esfuerzos en el plano x y y , la \sqrt{z} representa la singularidad en la punta de la grieta.

Ahora la ec. (35) se puede escribir en términos de los esfuerzos normales y cortantes de las ecs. (31), (32) y (33), utilizando la función complementaria de Westergaard que se muestra a continuación.

$$z = \frac{(z+a)\sigma}{\sqrt{(z+a)^2 - a^2}} = \frac{\sigma(z+a)}{\sqrt{z^2 + 2a^2}} \quad (36)$$

Sustituyendo valores

$$F(z) = \frac{\sigma_x}{\sqrt{z^2 - a^2}} = \frac{\sigma_y}{\sqrt{z^2 + 2a^2}} \quad (37)$$

Donde a es la mitad de la longitud de grieta.

Ahora se deben de tomar en cuenta algunos límites para poder evaluar la ec. (37).

- Los esfuerzos deben ser simétricos cuando $y = 0$ y $-a < x < a$, por lo que $f(z)$ debe de ser real.
- Si $|x| > |a|$ la función $f(z)$.

Considerando el segundo límite para encontrar un número real de referencia para el esfuerzo alrededor de la punta de la grieta en la ec. (37) quedaría.

$$Re(z) = \frac{a\sigma_x}{\sqrt{2ax}} \quad (38)$$

Tomando en cuenta la distancia horizontal entre cada extremo de la grieta y si la longitud del elemento es x^* , quedaría.

$$Re(z) = \frac{\sigma\sqrt{a}}{\sqrt{2x^*}} \quad (39)$$

Ahora bien, considerando que la zona plástica esta por delante de la punta de la grieta y esta tiende a cero, entonces se puede pensar que $\sigma \rightarrow \infty$, lo cual se conoce como estado de esfuerzos de singularidad que está en el orden de $x^{-1/2}$ a lo largo del eje x . Por lo tanto, para que la ec. (39) se encuentre dentro de los números reales de la función $f(z)$, se debe realizar la sustitución por algún valor dentro de una serie de Taylor que cumpla con la condición $x^* > 0$.

$$f(z) = f(0) + z \frac{df(z)}{dz} + \frac{1}{2!} z^2 \frac{d^2f(z)}{dz^2} \dots \quad (40)$$

El primer término cumple con la condición $x^* > 0$ y se puede observar que, si el valor es muy cercano a 0, en otras palabras, es muy cercano a la punta de la grieta, este valor de $f(z)$ es constante.

$$f(z) \approx f(0) = \text{constante} \quad (41)$$

Irwin denominó a esta constante como el factor de intensidad de esfuerzos y lo represento con la letra K . Por lo tanto, sustituyendo K en la ec. (35) queda.

$$F(z) = \frac{K}{\sqrt{z}} \quad (42)$$

En la ec. (42) se sigue teniendo el valor de la singularidad y puesto que esta tiende a infinito, es necesario cambiarla por un valor real cercano a la punta de la grieta, por lo tanto, se sustituye la \sqrt{z} por la raíz de la circunferencia alrededor de la punta de la grieta, la cual tiende a cero para hacerla de tal manera que los esfuerzos reales puedan calcularse lo más cercano posible de la punta de la grieta.

$$\text{circunferencia} = 2\pi r \quad (43)$$

Sustituyendo ec. (43) en ec. (42)

$$F(z) = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \quad (44)$$

Para este caso $r = x^*$, por lo tanto, la ec. (44) quedaría.

$$F(z) = \frac{K}{\sqrt{2\pi x^*}} \quad (45)$$

Ahora bien, la ec. (45) debe de encontrarse dentro de los números reales de la función $F(z)$, así que se debe igualar con la ec. (39).

$$\frac{\sigma\sqrt{a}}{\sqrt{2x^*}} = \frac{K}{\sqrt{2\pi x^*}} \quad (46)$$

Despejando K y acomodando términos quedaría finalmente.

$$K = \sigma\sqrt{\pi a} \quad (47)$$

La ec. (47) corresponde al factor de intensidad de esfuerzo en un espécimen de dimensiones infinitas, por lo tanto, para poder ser utilizado a la ecuación se le debe agregar un factor de corrección geométrico β que delimite el cálculo.

$$K = \sigma\beta\sqrt{\pi a} \quad (48)$$

3.2. Formulación matemática del MEEF

3.2.1. Formulación fuerte del MEEF

Tomando en cuenta un dominio agrietado Ω , el cual cuenta con una frontera Γ la cual consiste en las superficies de fractura Γ_{c+} y Γ_{c-} , de condiciones limite esenciales Γ_t y condiciones limite naturales Γ_u . Se procede a deducir las ecuaciones para las condiciones de contorno basadas en las ecuaciones de equilibrio para un modelo tridimensional [12, 26].

3.2.1.1. Ecuaciones de equilibrio y condiciones de contorno

$$\nabla_x * \frac{\delta\sigma_x}{\delta x} + b(x) = 0 \quad (49)$$

$$\nabla_y * \frac{\delta\sigma_y}{\delta y} + b(y) = 0 \quad (50)$$

$$\nabla_z * \frac{\delta\sigma_z}{\delta z} + b(z) = 0 \quad (51)$$

Donde ∇ corresponde al cambio en el valor de la resistencia, el cual es un efecto producido por el avance de la grieta en cada una de las direcciones de un sistema de coordenadas ortogonal en un material, b corresponde al valor de las fuerzas aplicadas en el dominio por unidad de volumen correspondiente a cada dirección y σ es el valor del esfuerzo correspondiente a cada dirección.

Las condiciones de contorno estarán definidas por la unión de las condiciones limite esenciales y naturales, así como, de la grieta, tal que.

$$\Gamma = \Gamma_u \cup \Gamma_t \cup \Gamma_c \quad (52)$$

Las condiciones limite esenciales pueden ser deducidas a partir de las ecs. (1-3), obteniendo.

$$\bar{t}_x = E * \frac{\delta u_x}{\delta x} * n \quad (53)$$

$$\bar{t}_y = E * \frac{\delta u_y}{\delta y} * n \quad (54)$$

$$\bar{t}_z = E * \frac{\delta u_z}{\delta z} * n \quad (55)$$

Donde n corresponde al vector de fuerza unitario normal al contorno en la zona de mayor concentración de esfuerzo multiplicado por el valor del esfuerzo en el material.

Para el caso de las condiciones limite naturales en Γ_u se tendría que.

$$u_{x,y,z} = \bar{u}_{x,y,z} \quad (56)$$

Donde \bar{u} define un valor idéntico antes, durante y después del agrietamiento.

Ahora para el caso de las condiciones de contorno de la grieta, se toma en cuenta que en las superficies de esta no existe cohesión, por lo tanto, no existen tensiones dentro de esta zona. Evaluando las ecuaciones de equilibrio (1-3) para el contorno delimitado de la grieta, se obtiene.

$$0 = E * \frac{\delta u_x}{\delta x} * n \quad (57)$$

$$0 = E * \frac{\delta u_x}{\delta x} * n \quad (58)$$

$$0 = E * \frac{\delta u_x}{\delta x} * n \quad (59)$$

Las ecuaciones (9-11) aplican para ambas superficies de fractura.

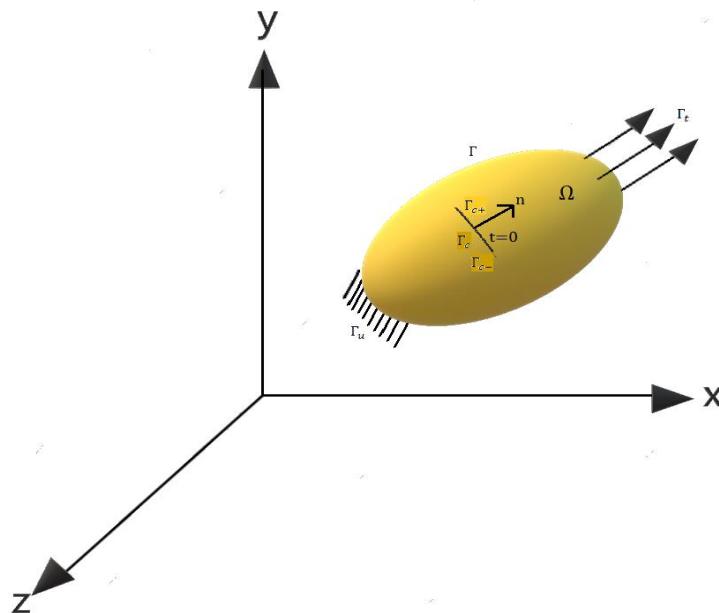


Fig. 7. Cuerpo tridimensional agrietado sometido a cargas.

3.2.1.2. Ecuación cinemática

Tomando en cuenta que el dominio sufre pequeñas deformaciones unitarias cinemáticamente admisibles en el cuerpo, la ecuación cinemática para los ejes ortogonales x , y y z , se puede expresar por medio de las siguientes relaciones.

$$\varepsilon u_x = \frac{\delta u_x}{\delta x} = \nabla_s u_x \quad (60)$$

$$\varepsilon u_y = \frac{\delta u_y}{\delta y} = \nabla_s u_y \quad (61)$$

$$\varepsilon u_z = \frac{\delta u_z}{\delta z} = \nabla_s u_z \quad (62)$$

Donde ∇_s corresponde al cambio de la deformación unitaria relacionada a los desplazamientos producidos por la aplicación de carga de forma simétrica en cada uno de los ejes del sistema de coordenadas ortogonales.

Una vez obtenida la deformación unitaria se procede a obtener la ecuación de comportamiento la cual está definida por la ley de Hooke.

$$\sigma = E * \varepsilon \quad (63)$$

Donde E corresponde al módulo de elasticidad y ε es la deformación en cada uno de los ejes del sistema de coordenadas ortogonales dadas por las ecs. (12-14).

3.2.2. Formulación débil y variacional del MEEF

Para la formulación variacional se busca introducir una variable virtual v que sea nula en las condiciones limite esenciales y que sea una función ponderada del desplazamiento real. Por lo tanto, para el caso de un dominio agrietado Ω , los campos de desplazamiento admisibles serian.

$$\mathcal{U} = [u(x)] = [u \in \mathcal{V} | u = \bar{u} \text{ en } \Gamma_u \text{ y } u \text{ pero discontinuo en } \Gamma_c] \quad (64)$$

Por lo tanto, la variable virtual quedaría como

$$\mathcal{V} = w(x) : \bar{\Omega} \Rightarrow \mathbb{R} = 0 \text{ en caso de la existencia de una discontinuidad} \quad (65)$$

Suponiendo que en la zona de la grieta no existen desplazamientos reales, de igual forma no deben existir desplazamientos virtuales, los cuales corresponderían a un desplazamiento virtual de cero \mathcal{V}_0 , así que la función virtual quedaría de la siguiente forma.

$$\mathcal{V}_0 = [v(x)] = [v \in \mathcal{V} | v = 0 \text{ en } \Gamma_u \text{ y } v \text{ pero discontinuo en } \Gamma_c] \quad (66)$$

Por lo que la formulación débil sería.

$$u \in \mathcal{U} | \forall v \in \mathcal{V}_0 \quad (67)$$

Por lo tanto, el problema se restringe a encontrar $u \in \mathcal{U}$, esto se logra utilizando las ecuaciones de comportamiento y cinemáticas en su forma débil en términos de energía interna y externa.

$$G_{Int}(f(x); f^*(x)); G_{ext}(f^*(x); \bar{t}) = 0 \quad (68)$$

La energía total del material correspondería al área bajo la curva en un diagrama $\sigma - \varepsilon$, por lo tanto, esta puede ser obtenida por medio de las integrales evaluadas en el dominio agrietado. Así que utilizando las ecs. (12-15) obtenemos.

$$\underbrace{\int_{\Omega} \varepsilon(u): E: \varepsilon(v) d\Omega}_{G_{Int}} - \underbrace{\int_{\Omega} b * v d\Omega + \int_{\Gamma_t} \bar{t} * v d\Gamma}_{G_{ext}} = 0 \quad (69)$$

La ecuación (21) corresponde a la formulación variacional para el caso de un cuerpo agrietado sometido a cargas.

3.2.3. Formulación discreta del MEEF

Para la formulación discreta se debe de tomar en cuenta la existencia de una entidad que representa a la grieta que es independiente de los elementos finitos estándar que constituyen a la malla, la cual debe de enriquecer con grados de libertad adicionales solamente a los nodos de los elementos finitos que sean cortados por esta.

Para lograr esto se debe partir de tomar en cuenta la función de forma estándar de elementos finitos, la cual deberá ser evaluada en un ejemplo simple, que para este caso será una malla de cuatro elementos que contiene una abertura -no grieta- entre estos. A continuación se presenta la ecuación de forma estándar de elementos finitos; así como, en la Fig. 8. se muestra la malla utilizada para la evaluación, la ec. (22) está configurada para esta malla.

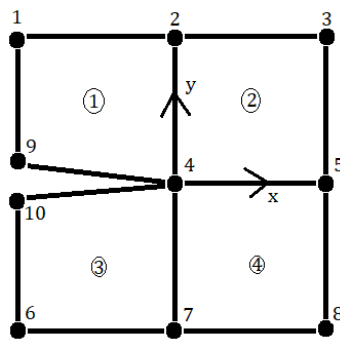


Fig. 8. Malla de cuatro elementos con abertura alineada a la frontera de los elementos.

$$u^h = \sum_{i=1}^{10} u_i \phi_i \quad (70)$$

Donde u_i es el desplazamiento en el nodo evaluado en cada elemento y ϕ_i es la función de forma asociada al elemento en coordenadas locales (ϵ, η, ζ) .

Para el caso de la malla con abertura podemos considerar que existe una discontinuidad entre los nodos 9 y 10, lo cual debe de ser introducido en la función de forma del elemento. Cada elemento cuenta con una relación de unión entre sus nodos por medio de su conexión, dada por un peso $w_i = 1$ de la función de forma por el elemento genérico, por lo tanto, se supondrá que existe una arista entre los elementos 9 y 10, la cual sería un elemento unidimensional de dos nodos como se muestra en la Fig. 9.

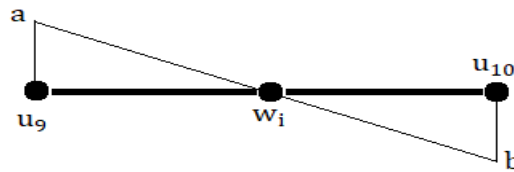


Fig. 9. Enriquecimiento nodal de elemento unidimensional.

Donde a y b corresponden al enriquecimiento nodal de grados de libertad producido por el paso de una grieta. Por lo tanto, se debe de conocer el desplazamiento de los nodos 9 y 10 en función del enriquecimiento a y b siendo.

$$a = \frac{u_9 + u_{10}}{2} \quad (71)$$

$$b = \frac{u_9 - u_{10}}{2} \quad (72)$$

Se procede a despejar u_9 y u_{10} de las ecs. (23) y (24).

$$u_9 = 2a - u_{10} \quad (73)$$

$$u_{10} = 2b + u_9 \quad (74)$$

Se procede a obtener u_9 en función de a y b .

Se sustituye la ec. (26) en la ec. (25).

$$u_9 = 2a - 2b - u_9 \quad (75)$$

Reacomodando términos

$$2u_9 = 2a - 2b \quad (76)$$

Multiplicando la ec. (28) por $\frac{1}{2}$.

$$u_9 = a - b \quad (77)$$

Ahora bien, se realiza el mismo proceso para obtener u_{10} .

Se sustituye la ec. (25) en la ec. (26).

$$u_{10} = 2b - 2b - u_{10} \quad (78)$$

Reacomodando términos y dividiendo la ec. (30) por $\frac{1}{2}$, obtenemos.

$$u_{10} = a + b \quad (79)$$

Las ecs. (29) y (31) corresponderían a los desplazamientos en función de los enriquecimientos producidos por a y b , los cuales multiplicados por la función de forma deberán sumar 1, tomando la siguiente forma en la ecuación.

$$a(\phi_9 + \phi_{10}) + b(\phi_9 + \phi_{10}) = 1 \quad (80)$$

Por lo tanto, se puede agregar la ec. (32) a la ec. (22) correspondiente a la función de forma general de elemento finito. Obteniendo.

$$u^h = \sum_{i=1}^8 u_i \phi_i + a(\phi_9 + \phi_{10}) + b(\phi_9 + \phi_{10}) \quad (81)$$

La ec. (33) se puede dividir en dos diferentes tipos de enriquecimiento, por lo tanto, se puede declarar que existe enriquecimiento de las superficies de fractura con la parte correspondiente a “b” y un enriquecimiento de punta de grieta a la parte correspondiente de “a”.

Buscando que el enriquecimiento en la zona de las superficies de fractura permita la división de los elementos, dentro de la ec. (33) en la parte correspondiente al enriquecimiento “b” se le agregara la función $H(x)$ [23], que corresponde a una función tipo Heaviside generalizada la cual permitirá evaluar dentro de un sistema de coordenadas local en la grieta a las zonas del elemento que queden por arriba y por abajo de la grieta como se muestra en la ec. (34).

$$H(x) = \begin{cases} -1 & \text{para las zonas que queden por debajo de la grieta} \\ 1 & \text{para las zonas que queden por arriba de la grieta} \end{cases} \quad (82)$$

Con lo cual, la ec. (33) quedaría.

$$u^h = \sum_{i=1}^8 u_i \phi_i + a(\phi_9 + \phi_{10}) + b(\phi_9 + \phi_{10})H(x) \quad (83)$$

A continuación, se debe ligar el enriquecimiento “a” con la punta de la grieta, esto se logra por medio de utilizar funciones asíntotas, las cuales tienden a cero mientras más se aproximan al origen, en este caso la punta de la grieta en sus coordenadas locales dentro del modelo, estas funciones son.

$$f_{\alpha} = \{f(r, \theta)\} = \left\{ \sqrt{r} \operatorname{sen} \left(\frac{\theta}{2} \right), \sqrt{r} \cos \left(\frac{\theta}{2} \right), \sqrt{r} \operatorname{sen} \left(\frac{\theta}{2} \right) \operatorname{sen} \theta, \sqrt{r} \cos \left(\frac{\theta}{2} \right) \cos \theta \right\} \quad (84)$$

Donde r y θ representan las coordenadas polares locales en la punta de la grieta.

Para obtener r se evalúa la distancia de la punta a un punto cercano de la siguiente forma.

$$r = \|x - x_{punta}\| \quad (85)$$

Finalmente, la función de forma generalizada para los elementos enriquecidos por una grieta utilizando el MEEF seria.

$$u^h(x) = \sum_{I \in N} N_I(x) \left[u_I + H(x)a_I + \sum_{\alpha=1}^4 f_{\alpha} b_I^{\alpha} \right] \quad (86)$$

The diagram shows the equation (86) with red boxes around $H(x)a_I$ and $\sum_{\alpha=1}^4 f_{\alpha} b_I^{\alpha}$. Red arrows point from these boxes to two separate boxes below: $I \in N_{\Gamma}$ and $I \in N_{\Lambda}$.

Donde:

$u^h(x)$ = Es la función de forma para enriquecimiento discontinuo

N_I = Nodo I del elemento

(x) = función del forma del elemento

u_I = Grados de libertad del nodo I

$H(x)$ = función heaviside generalizada

a_I = Grados de libertad agregados a los nodos de los elementos que fueron cortados por la grieta en función de su desplazamiento

N_{Γ} = Nodos pertenecientes a los elementos cortados por la grieta

f_{α} = funciones asíntotas de punta de grieta

b_I^{α} = Grados de libertad agregados a los nodos del elemento que contiene la punta de la grieta

N_{Λ} = Nodos pertenecientes al elemento que aloja en su interior a la punta de la grieta

Esta función de forma la cual se encuentra implementada en el MEEF, permitirá simular la abertura de la grieta permitiendo la generación de las superficies de fractura en el modelo de simulación; así como, permitir la propagación de la grieta utilizando una sola malla durante toda la simulación.



CAPÍTULO 4

Metodología de la simulación

En este capítulo se presenta la metodología de la simulación numérica para la propagación de la grieta y obtención de los FIE's utilizando el Método Extendido de Elementos Finitos (MEEF).

4.1. Modelo numérico para la simulación de la propagación de grieta

El modelo que se busca simular para obtener los FIE's y la longitud de grieta crítica es el mismo al utilizado durante los análisis experimentales realizados en la tesis de maestría de R. Corona Cid [10] aplicando las cargas de impacto y frenado calculadas para las líneas del metro 1, 3 y B. En el trabajo experimental, se empleó una probeta para el estudio de fractura tipo ESE (T) la cual se muestra en la Fig. 10. Esto se desarrolló de acuerdo con la norma ASTM E647-15 [39]. Se obtuvieron las dimensiones expuestas en la Tabla 4.1. Lo anterior, con el fin de comparar los resultados numéricos con respecto a los obtenidos experimentalmente.

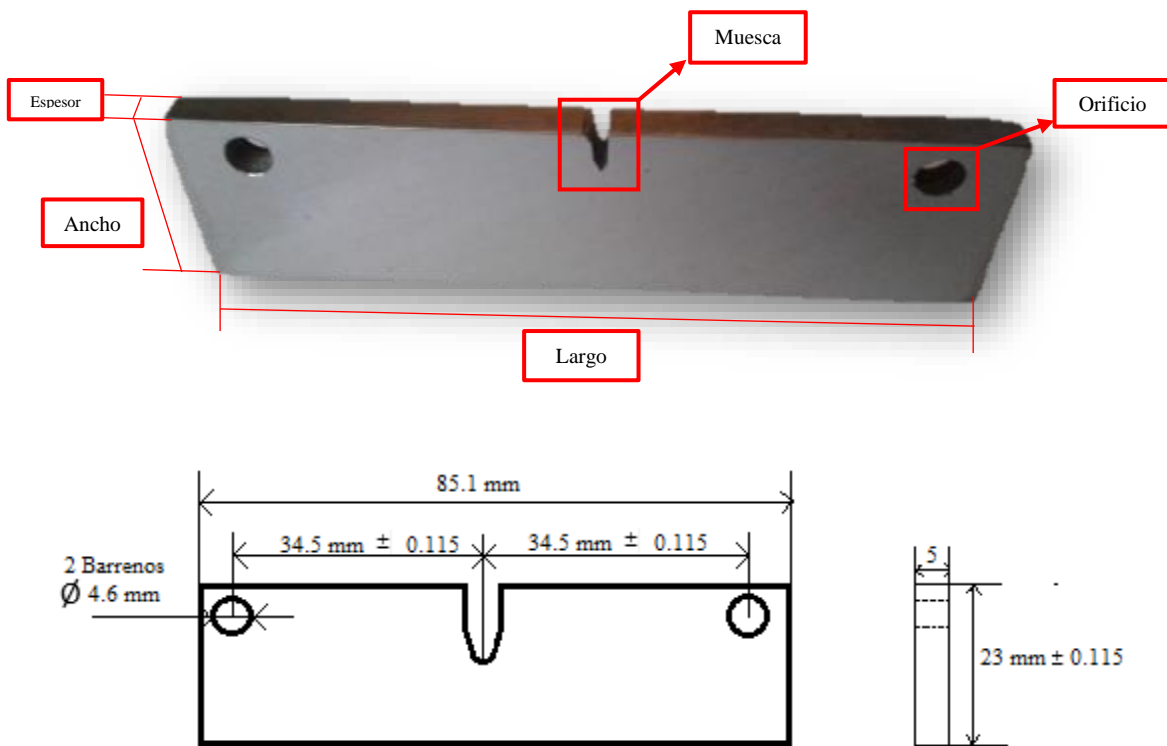


Fig. 10. Probeta tipo ESE (T) para los ensayos experimentales de propagación de grietas [10].

Tabla 4.1. Dimensiones para el modelo de simulación de probeta tipo ESE (T) [10].

Dimensiones para el modelo de simulación de probeta tipo ESE (T).	
Largo	85.1 mm
Ancho	23 mm
Espesor	5 mm
Ángulo de muesca	30°
Radio de muesca	0.25 mm
Profundidad de muesca	6.12 mm
Pre-agrietamiento	1.43 mm
Orificios	2 de 4.6 mm de diámetro

Asimismo, se considera para el estudio un pre-agrietamiento idéntico al usado experimentalmente que fue de 1.43 mm, de acuerdo con los criterios de la norma [10].

El análisis a emular de forma numérica deberá ser tridimensional, con el fin de que los valores logrados de los FIE's sean los más cercanos a los obtenidos experimentalmente, considerando, de igual modo, el valor del espesor de la probeta buscando mantener el estudio dentro de los parámetros de la MFLE, dato que deberá ser corroborado por medio de un análisis determinista.

4.2. Condiciones del estudio para la selección del método para la simulación numérica

Para realizar la simulación de la propagación de la grieta y la obtención de los factores de intensidad de esfuerzo en el material A216 Grado WCB Clase 600, se deben considerar las siguientes condiciones de simulación:

- El método elegido debe permitir ser implementado en un programa comercial que utilice elementos finitos (Abaqus, ANSYS, etc.).
- El método debe permitir obtener resultados precisos con un margen de error menor al 5% comparado con pruebas experimentales.
- Debido al alto nivel de precisión requerido, se busca un método que disminuya el tiempo de convergencia sin que se afecten la calidad de los resultados y que aproveche, de manera óptima, los recursos computacionales.
- El método a implementar deberá posibilitar la propagación de la grieta.
- En cada incremento de longitud, el método deberá propiciar el cálculo de los FIE's alrededor de la punta de la grieta.
- El método debe admitir la realización del análisis en modelos tridimensionales.

Estas condiciones servirán para seleccionar el método que permita, de forma más eficiente, solucionar el modelo numérico.

4.3. Métodos para el análisis de grietas en simulaciones numéricas utilizando el MEF

Dentro del método de elemento finito (MEF), existen diversas variantes del método que pueden implementarse con la finalidad de simular la propagación de las grietas y obtener los factores de intensidad de esfuerzo en modelos de simulación numéricos. A continuación, en la Tabla 4.2, se muestran las ventajas y desventajas de cada método posible dentro de un programa para simulación que utilice elementos finitos.

Tabla 4.2. Ventajas y desventajas de los diferentes métodos para la obtención de los FIE's.

Método	Ventajas	Desventajas
Método de Elementos singulares	<ul style="list-style-type: none"> • Por sí solos, su utilización sólo permite realizar análisis estáticos. • Los nodos son colocados estratégicamente en la punta lo que permite captar el campo de esfuerzos. • Este método se encuentra disponible en programas comerciales que emplean elementos finitos como Abaqus, ANSYS o NASTRA. • En modelos 2D, es de uso común ya que no requiere grandes cambios en la forma como el programa solucionará la matriz de rigidez. 	<ul style="list-style-type: none"> • Por sí solo, no puede ser utilizados para la simulación de la propagación de grietas. • Puede ser usado en modelos 3D, pero su aplicación se vuelve muy costosa computacionalmente.
Método de Remallado o actualización de malla automático	<ul style="list-style-type: none"> • Permite simular la propagación de grietas. • Puede ser empleado en conjunto con algún otro método. • Obtiene resultados con buena aproximación. • Mantiene el equilibrio de fuerzas y evita que los elementos pierdan la conectividad entre cada cambio de malla. • Este método se encuentra disponible en programas comerciales que usan elementos finitos como Abaqus o ANSYS. • Ideal para simulaciones 2D o que no contengan una gran cantidad de elementos, debido a la gran cantidad de mallas que podría utilizar la simulación y al número de matrices de rigidez que debe resolver el sistema. 	<ul style="list-style-type: none"> • El método debe resolver una matriz para cada una de las mallas, lo que incrementa considerablemente el número de ecuaciones que el programa debe resolver. • Los límites de los elementos deben coincidir con la geometría de la grieta generada durante el incremento de longitud. • En modelos 3D, su aplicación se vuelve muy costosa computacionalmente.

Tabla 4.2. Ventajas y desventajas de los diferentes métodos para la obtención de los FIE's. (Continuación)

Método	Ventajas	Desventajas
<p>Método Generalizado de elementos finitos (MGEF)</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Permite el modelado de grietas sin la necesidad de volver a mallar. • Sólo utiliza una malla de elementos finitos. • Únicamente modifica la función de forma de los elementos por los que pasa la grieta con la finalidad de agregarles grados de libertad adicionales. • Este método se encuentra disponible en programas comerciales que utilizan elementos finitos como Abaqus. • Es un método que minimiza el costo computacional en modelos 3D. 	<ul style="list-style-type: none"> • No tiene la facultad de modelar la abertura de grieta ni la deformación producida por su propagación.
<p>Método Extendido de Elementos Finitos (MEEF)</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Permite el modelado arbitrario de cualquier tipo de discontinuidad. • No requiere actualizar la malla. • Simula la deformación y abertura producida por la grieta. • Utiliza la misma programación de MEF. • Permite analizar varias grietas a la vez. • Este método se encuentra disponible en programas comerciales que usan elementos finitos como Abaqus o Altair RADIOSS. • Debido a que sólo utiliza una malla de elementos finitos para realizar todo el análisis, para casos de modelos 3D, disminuye considerablemente el costo computacional. 	<ul style="list-style-type: none"> • En casos de refinamiento excesivo, puede llegar a incrementar considerablemente su tiempo de convergencia. • Cuando la geometría del modelo cambia abruptamente es necesario actualizar la malla sólo en la zona de las superficies producidas por la grieta.

4.4. Selección del método para la simulación numérica

De acuerdo con lo visto en la Tabla 4.2, se puede observar que la mayoría de los métodos pueden ser implementadas en programas comerciales que utilizan elementos finitos para resolver modelos numéricos. Del mismo modo, se observa que uno de los programas con mayor alcance y versatilidad para la implementación de análisis de propagación de grietas es Abaqus, ya que facilita la implementación de los cuatro métodos mencionados, bajo diversas premisas lo cual posibilita la convergencia del modelo y la conectividad en la o las mallas usadas durante el estudio.

Analizando los diferentes métodos, las condiciones requeridas y el modelo de simulación para el estudio, se observa que los métodos idóneos para implementarse en simulaciones en donde los modelos corresponden a geometrías en 3D son MGEF y MEEF; el segundo es una extensión mejorada del primero. Por lo tanto, se concluye que, para este estudio de propagación de grieta y obtención de los FIE's, se utilizara el método extendido de elementos finitos (MEEF) utilizando como plataforma para solucionar el modelo numérico el programa computacional comercial que emplea elementos finitos, Abaqus.

4.5. Pre-proceso

4.5.1. Realización del modelo de simulación

Por medio del módulo parte en el programa Abaqus, se realizó un modelo tridimensional sólido deformable a partir de las dimensiones estipuladas en la Tabla 4.1. De donde resultó el modelo de simulación expuesto en la Fig. 11.



Fig. 11. Modelo de simulación de probeta ESE (T).

El modelo presenta una muesca central en el borde izquierdo, la cual se utilizó como un concentrador de esfuerzos a fin de controlar el inicio de grieta y la dirección inicial de propagación.

El MEEF tiene la capacidad de simular el inicio de grieta a partir de un modelo sin discontinuidades, pero, en el caso de estudio (experimental), los cálculos se realizaron a partir de un pre-agrietamiento de 1.43 mm, el cual deberá ser introducido en el modelo de simulación por medio de una superficie tipo placa bidimensional. La superficie que emula al pre-agrietamiento se muestra en la Fig. 12.

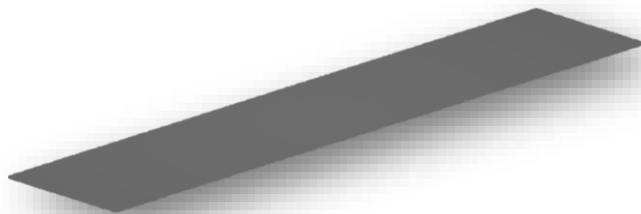


Fig. 12. Superficie para emular el pre-agrietamiento.

4.5.2. Propiedades mecánicas de la MRP

Para la simulación de la probeta de fractura tipo ESE (T), se requirió que el modelo tuviera las mismas propiedades mecánicas del material real, a fin de que éste se comportara de la misma forma, por lo tanto, en el modelo de simulación, se configuraron las propiedades mostradas en la Tabla 4.3. Éstas se obtuvieron de la tesis de maestría de Tlapalama Fuertes Y. T [40] en el estudio que realizó al material A216 Grado WCB Clase 600 con el cual está fabricada la MRP de los vagones de rodada neumática del STC Metro de la CDMX.

En dicho trabajo, se calculó la dureza, el esfuerzo último, el límite de fluencia, el módulo de elasticidad y la densidad del material.

Tabla 4.3. Propiedades mecánicas calculadas para el material de la MRP [40].

Propiedades mecánicas del material de la MRP	
Módulo de elasticidad	357.58 GPa
Límite de fluencia	249.5 Mpa
Esfuerzo último	486.5 Mpa
Dureza	132 HBW o 73 HRB
Densidad	7.85 E ⁻⁹ tonn/mm ³

Posteriormente, R. Corona Cid [10] en su tesis de maestría calculó el valor de la tenacidad a la fractura del material A216 grado WCB 600 con el cual está hecha la MRP, de lo que resultó:

$$K_{IC} = 88.35 \text{ MPa} \sqrt{m}$$

Este valor es requerido si el análisis de la propagación de la grieta resultara ser lineal-elástico y por lo tanto, se deberá evaluar los FIE's comparándolos con el valor de la tenacidad a la fractura del material, como dicta el criterio de la MFLE.

4.5.3. Criterio de daño

Dentro de las propiedades del material, se debe configurar un criterio que delimite el valor del esfuerzo en el modelo, el cual permita a partir de ese valor propagar la grieta en el punto donde se encuentre la mayor concentración, lo que da a la grieta dirección y permite al modelo separar las superficies de fractura.

Este valor está definido por el esfuerzo principal máximo obtenido por Tlapalama Fuertes Y. T [40] en su estudio para obtener el inicio de falla en el material de la MRP, de lo que derivó $\sigma_1 = 153 \text{ MPa}$ como se ve en la Fig. 13.

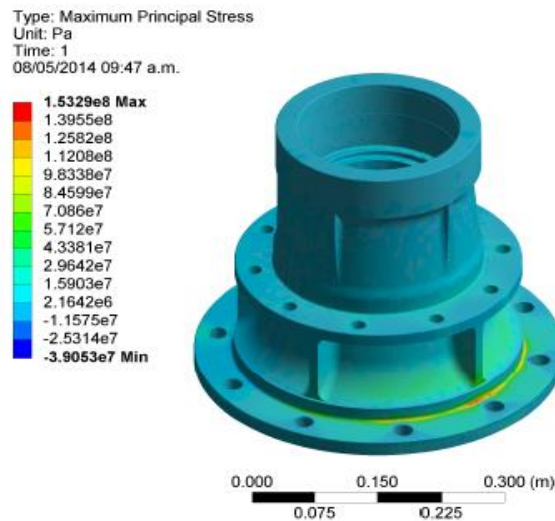


Fig. 13. Valor del esfuerzo principal máximo [40].

Este valor se introdujo en la pestaña de ley de daño de separación por tracción dentro de las propiedades mecánicas del material en la opción de daño por esfuerzo principal máximo (*Maxps Damage*) con unidades en MPa.

Aunado a esto, se configuraron las restricciones con las cuales evolucionaría la grieta en el modelo con base en los datos obtenidos experimentalmente. Éstos se introducen en la subopción del editor de daño, dentro de la opción de daño por esfuerzo principal máximo. Se seleccionó una evolución por desplazamiento de 0.2 mm lineal con un comportamiento en modo mixto por energía para el modelo de simulación. De este modo, se controla la propagación de la grieta. A continuación en la Fig. 14 se muestra como fue configurado la opción de propagación de grieta por desplazamiento controlado.

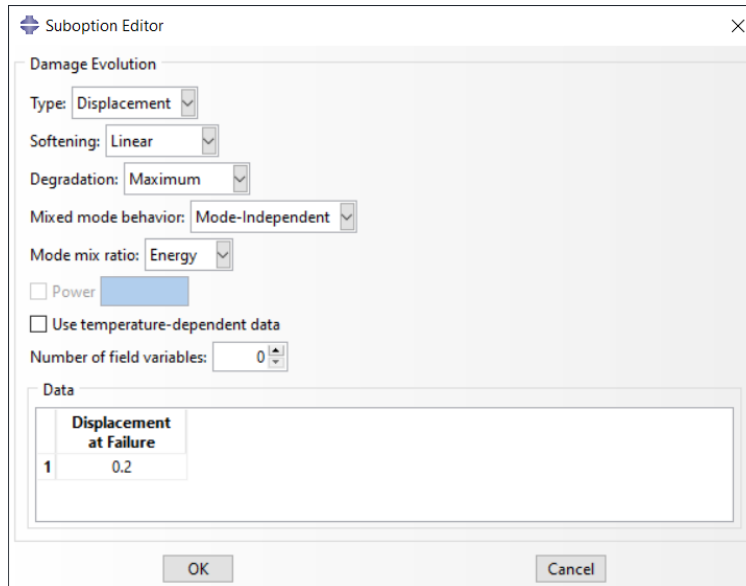


Fig. 14. Configuración de propagación de grieta por desplazamiento controlado.

4.5.4. Ensamble entre el modelo de probeta ESE (T) y la superficie de pre-agrietamiento

En el módulo ensamble dentro del programa Abaqus, se realizó la unión entre la probeta ESE (T) y la superficie de pre-agrietamiento, lo cual se logró al crear una instancia entre ambos, de manera que cada pieza se discretice por separado; esto debido a que la superficie de pre-agrietamiento no lleva ningún tipo de malla, pues su función es únicamente separar al modelo. En la Fig. 15, se exhibe el ensamble terminado entre ambas partes.



Fig. 15. Ensamble entre el modelo de probeta ESE (T) y la superficie de pre-agrietamiento.

Debido a que la superficie de pre-agrietamiento cuenta con una longitud preestablecida, la propagación de la grieta y el cálculo de los FIE's, se realizarán a partir de la arista que se encuentra en el interior de la probeta tridimensional en dirección del ancho de ésta.

4.5.5. Discretizado del modelo de simulación

La discretización del modelo es una de las partes más importantes dentro del análisis por elementos finitos. En esta parte, se deben definir el tipo y tamaño de elementos, tipo de malla a realizar y si el modelo requiere de refinamientos. En seguida, se describirá cómo se hizo cada una de estas partes para la realización en el modelo de simulación de probeta tipo ESET (T).

4.5.5.1. Tipo de elementos

De la amplia variedad de tipos de elementos que existen, el MEEF se limita a usar elementos sólidos continuos en modelos tridimensionales, los cuales presentan características idóneas para el cálculo de esfuerzos y desplazamientos [41]. Este tipo de elementos, se dividen de acuerdo con la forma geométrica que tienen (hexaédricos o tetraédricos). A continuación, en la Tabla 4.4, se presentan las características de cada uno de los elementos que podrían ser candidatos a emplearse en este trabajo de investigación de propagación de grieta y obtención de los FIE's a fin de obtener la longitud de grieta crítica.

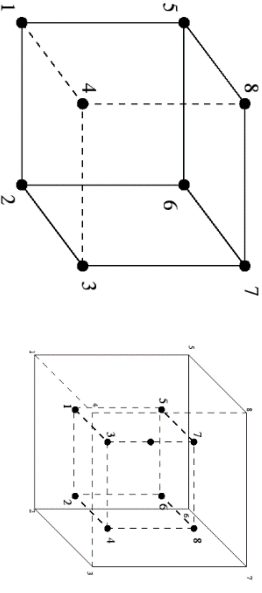
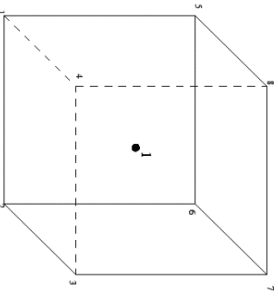
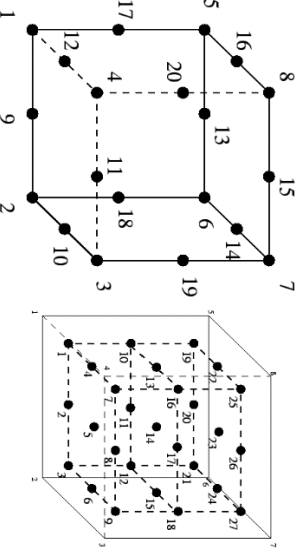
Clave del elemento	Tipo de elemento	Esquema	Características
C3D20	Hexaédrico		<ul style="list-style-type: none"> • Elemento cuadrático con 8 nodos y una configuración de PI de $3 \times 3 \times 3$, con la cual cuenta con un amplio campo para la obtención de esfuerzos. • Incrementa considerablemente el número de operaciones que el sistema resuelve.
C3D8R	Hexaédrico		<ul style="list-style-type: none"> • Interpolación lineal. • 8 nodos y un punto de integración al centro. • Punto de integración equidistante de los nodos. • Buena rigidez. • Para capturar concentraciones de esfuerzo basta con utilizar elementos pequeños que disminuyan la distancia del PI a los
C3D8	Hexaédrico		<ul style="list-style-type: none"> • Interpolación lineal. • 8 nodos y 8 puntos de integración. • Buenos resultados relacionados con esfuerzos. • No recomendable para modelos que se encuentren bajo cargas de flexión ya que es muy rígido.

Tabla 4.4. Tipos de elementos [41].

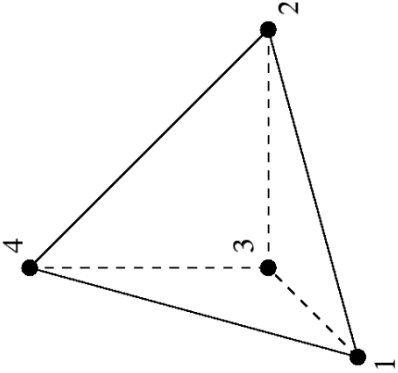
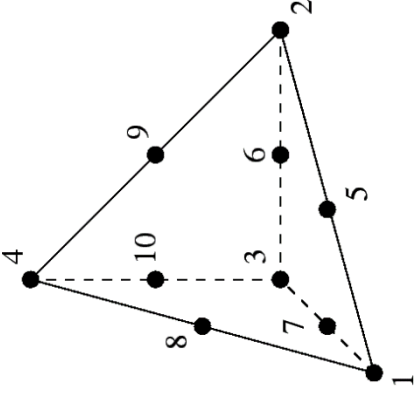
Clave del elemento	Tipo de elemento	Esquema	Características
C3D4	Tetraédrico		<ul style="list-style-type: none"> • Elemento lineal de primer grado. • Muy rígido para cálculos estructurales. • Un solo PI en el centro del elemento. • Puede utilizarse para mallar prácticamente cualquier tipo de geometría.
C3D10	Tetraédrico		<ul style="list-style-type: none"> • Elemento cuadrático. • Recomendado para usarse en mallas que realicen actualizaciones de malla automática. • Puede emplearse para mallar prácticamente cualquier tipo de geometría.

Tabla 4.4. Tipos de elementos [41]. (Continuación)

Analizando la Tabla 4.4, hay varios puntos importantes que se deben contemplar para realizar una correcta selección de los elementos finitos a utilizar.

Primeramente, la rigidez de cada tipo de elemento. Por un lado, tenemos a los tetraédricos los cuales, debido a su geometría, dificultan la correcta transmisión de los esfuerzos entre nodo y nodo debido a que, dependiendo de la dirección que el esfuerzo tome, el efecto de éste en los nodos puede ser desigual en cada uno, lo cual provocaría un incremento considerable en el error de cálculo. Por lo tanto, esta clase de elementos no serán considerados para este estudio, a pesar de que con ellos se puede discretizar cualquier tipo de geometría.

Por el otro lado, tenemos a los elementos hexaédricos, los cuales tienen una buena precisión para análisis de esfuerzos debido principalmente a su geometría la cual permite distribuir de modo homogéneo los esfuerzos producidos por las cargas de forma equitativa en cada uno de sus nodos. Entonces, la selección se enfocará en seleccionar uno de los tres tipos expuestos en la Tabla 4.4, tomando como referencia las solicitudes requeridas por el MEEF, donde una de sus principales solicitudes es que la grieta —y primordialmente la punta— permanezca dentro de un elemento en todo momento durante la propagación.

De los elementos hexaédricos, la primera diferencia es que existen de primer y segundo orden; estos últimos aumentan el número de nodos que lo conforman, con lo cual incrementan considerablemente el número de operaciones que el sistema deberá resolver, ya que esta cantidad de operaciones está en función del número de elementos en la malla, de nodos en cada uno y de los grados de libertad que tenga cada nodo. Esta situación, incrementa el tiempo que el sistema necesitará para resolver el modelo; en consecuencia, son descartados debido a que el sistema podría tardar demasiado en resolver el modelo.

Por último, los elementos de primer grado los diferencia el número y posición de los puntos de integración. El elemento C3D8R es el idóneo debido a que tiene sólo un punto de integración en el centro; por lo tanto, la distancia entre el punto de integración y los nodo del elemento es equitativa, lo cual permite un análisis de los esfuerzos en un solo punto y evita que se distribuya el valor del esfuerzo en diferentes puntos, lo cual incrementaría la cantidad de valores obtenidos y de operaciones para conseguir los FIE's.

4.5.5.2. Tipo de malla

En los modelos de simulación, las mallas pueden ser estructuradas o no estructuradas. Para casos donde se requiere un riguroso control del análisis y de los resultados, lo mejor es utilizar las primeras a fin de minimizar el uso de elementos tetraédricos que incrementen el error de cálculo.

En el modelo de simulación de la probeta de fractura tipo ESE (T), se realizaron 58 particiones al modelo, con el fin de generar figuras geométricas simples (principalmente cubos) dentro del modelo que simplificaran, de manera independiente, la discretización,

debido a que el modelo cuenta con 2 orificios y una muesca central que impiden realizar la malla estructurada sólo con elementos hexaédricos. Esto se hizo por medio de la opción de particiones tipo celda, la cual se encuentra en el menú herramientas. De ello, se obtuvo la división del modelo como se indica en la Fig. 16.

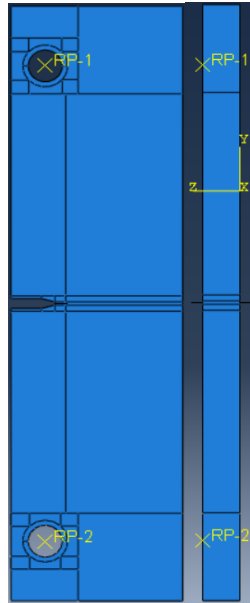


Fig. 16. Particiones realizadas al modelo de simulación.

Una vez realizadas las particiones, Abaqus identifica las regiones y, por medio de un código de color, detecta cuál es el tipo de malla apropiada para cada región particionada. Para este caso, se logró obtener en el modelo un color verde en todas las regiones, lo cual corresponde a una malla completamente estructurada con elementos hexaédricos (como se muestra, a continuación, en la Fig. 17 en concordancia con el código de colores empleado por el programa.

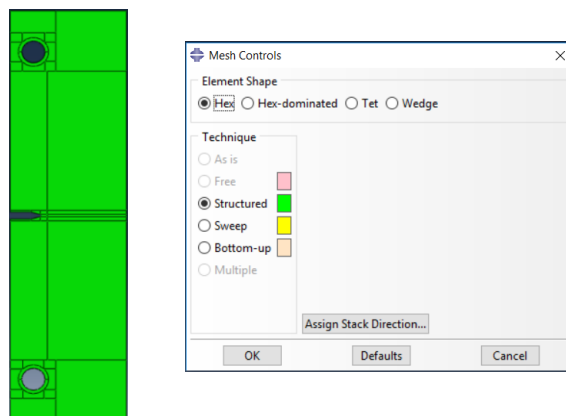


Fig. 17. Código de colores para mallado de Abaqus y modelo particionado.

Como se observa, existen particiones en la zona del centro de la probeta posteriores a la muesca con el fin de generar elementos en esas zonas que estén acomodados de una manera óptima para el análisis de propagación de grieta.

4.5.5.3. Malla

A continuación, se hizo la colocación de las semillas las cuales servirán como referencia para la generación de los elementos. Esto se ejecutó utilizando, dentro del módulo malla en el programa Abaqus, la opción de semillas globales, que sirve para colocar un tamaño de elemento general en todo el modelo, a fin de no perder conectividad y que la malla generada tenga una correcta distribución para la realización del análisis, como se indica en la Fig. 18.

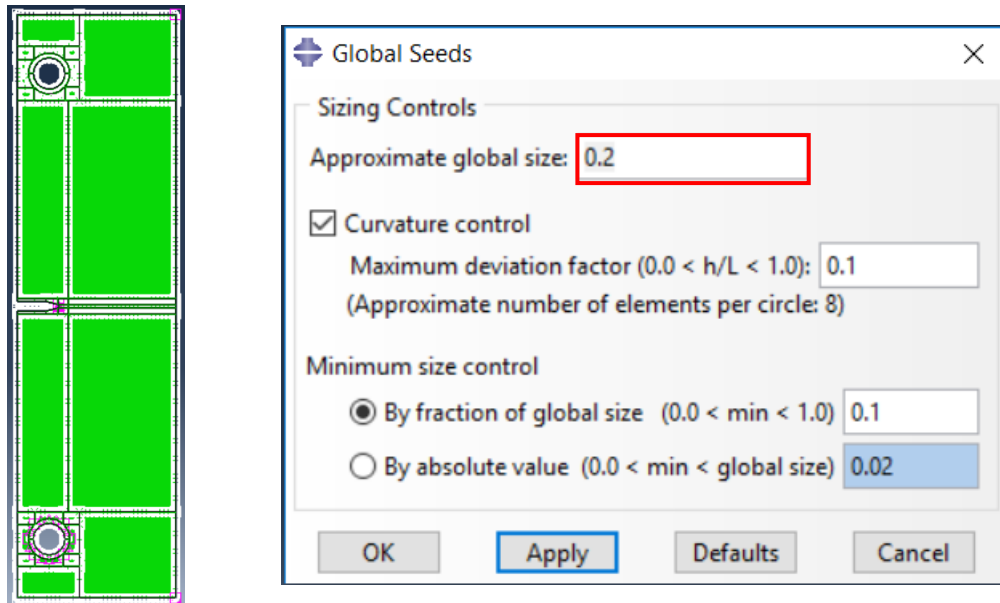


Fig. 18. Menú de semillas globales y modelo con semillas en cada región particionada.

Experimentalmente, se observó que la grieta se propaga en promedio 0.2 mm cada cierto número de ciclos; por lo tanto —para que la punta de la grieta siempre se encuentre dentro de un elemento cuando ésta se propague— se usó la misma dimensión para el tamaño de los elementos como se puede observar en la Fig. 18, y se procedió a generar la malla utilizando la opción de mallar parte dentro del mismo módulo. Se obtuvo el modelo de simulación mallado como se muestra en la Fig. 19.

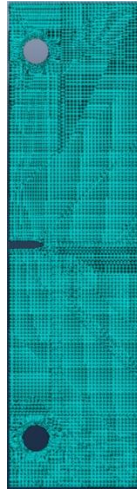


Fig. 19. Modelo de simulación con malla estructura de elementos hexaédricos.

Debido a que la malla contiene elementos muy pequeños es difícil visualizarlos en la imagen, principalmente en las zonas donde se encuentran los concentradores de esfuerzo. En la Fig. 20, se muestra un acercamiento a estas zonas para observar la forma como se acomodaron los elementos a fin de obtener una malla estructurada.

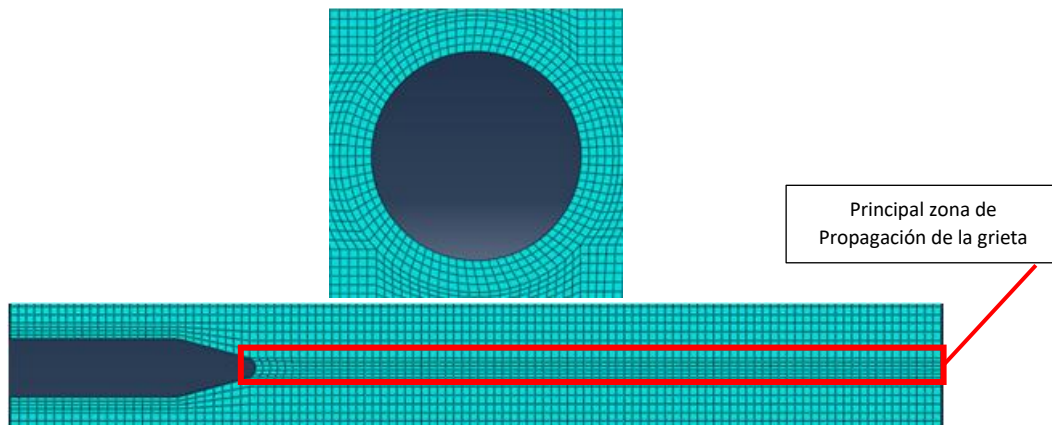


Fig. 20. Mallado en el orificio y muesca del modelo.

De igual modo, se observa cómo —en la parte central de la probeta en dirección de la punta de la muesca— se consiguió colocar una fila de elementos exactamente en el centro, sitio donde se colocó la superficie de pre-agrietamiento, con lo cual se consiguió que ésta se encuentre en su totalidad dentro del área de los elementos al inicio del análisis.

Debido a que en la zona central se hicieron particiones muy cercanas una de la otra, para acomodarse los elementos por sí mismos tendieron a deformarse de manera que pareciera que se realizó un refinamiento, para así no perder el acomodo estructurado de la malla ni los elementos dentro de los parámetros geométricos establecidos de 0.1 mm de deformación permitida.

4.5.6. Interacciones

En el módulo interacciones se agregan algunas consideraciones al modelo de forma que éste se comporte de acuerdo con algún criterio o método (como el MEEF) o, en algunos casos, se agregan consideraciones propias al modelo que evitan modelar ciertas partes y reemplazarlos por acopladores o cuerpos rígidos.

4.5.6.1. Acopladores

Para el modelo de probeta tipo ESE (T), primeramente se generaron acopladores, los cuales son puntos referenciados en el espacio de simulación que sirven para transferir fuerzas o restringir partes del modelo sin la necesidad de modelar alguna parte adicional.

Para este caso, se generaron acopladores en las zonas de los orificios utilizando puntos de referencia, a fin de colocarles las cargas y restricciones del modelo de tal forma que su función sea la de los pernos de las mordazas (como en el estudio experimental). Como en el caso del acoplador superior, el cual tendrá la función de transferir las cargas de manera directa a las superficies de los orificios del modelo.

Inicialmente se configuraron los puntos donde se colocarían los acopladores. Esto se realizó al usar el menú “herramientas” de la barra de menús y activar la opción de puntos de referencia, lo cual encendió en un color amarillo todos aquellos puntos base que utilizó el programa para generar el modelo, como se ve en la Fig. 21.

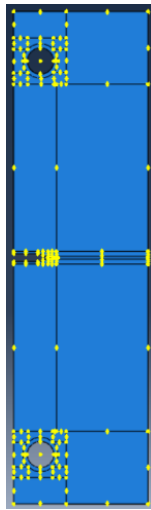


Fig. 21. Puntos de referencia activados en el modelo.

Una vez realizada esta acción, se seleccionaron los puntos del centro de los orificios, de donde se obtuvieron los puntos RP-1 y RP-2 respectivamente, como se muestra en la Fig. 22.

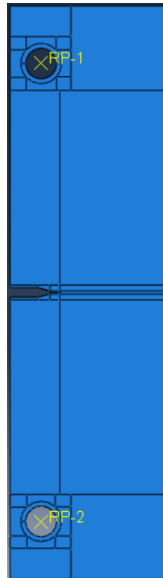


Fig. 22. Puntos de referencia seleccionados en el modelo.

Posteriormente estos puntos se utilizaron para colocar los acopladores. Esto se realizó por medio de la opción de “crear restricción” dentro del mismo módulo, lo cual desplegó una ventana como se expone en la Fig. 23. donde se seleccionó la opción de acoplador, la cual pide por defecto un punto de referencia donde se colocará este (RP1 y RP2).

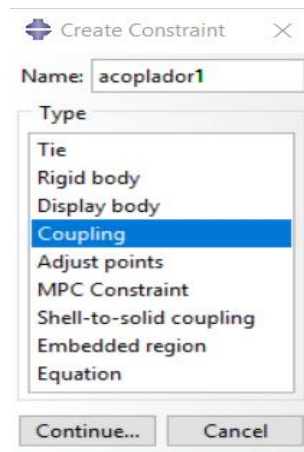


Fig. 23. Ventana para crear el acoplador.

Finalmente se eligió la superficie con la que se uniría el punto de referencia con el modelo y posterior a esta acción, el sistema genera una ventana llamada “editar restricción” en donde el acoplador se editó como un transmisor cinemático que permite transmitir al modelo fuerzas de translación y rotación en cualquier dirección. Como se ve en la Fig. 24.

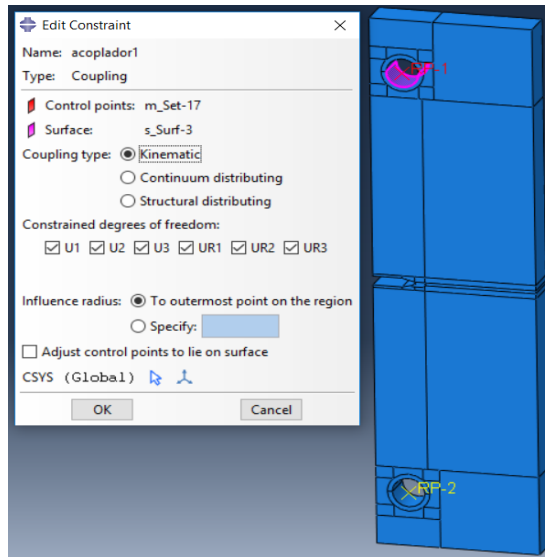


Fig. 24. Ventana del editor de restricciones y modelo de la superficie seleccionada.

En la Fig. 25. se muestra finalmente el modelo de probeta ESE (T) con los acopladores colocados.

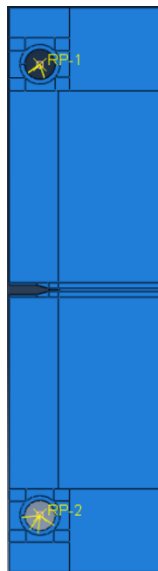


Fig. 25. Acopladores colocados en el modelo.

4.5.6.2. Propiedad de interacción de contacto

La siguiente interacción corresponde a una propiedad del modelo que impida que los elementos en las superficies de fractura se penetren entre sí cada que la grieta abre y cierra.

Dicha interacción, se hizo utilizando la opción de “crear propiedad de contacto” la cual despliega una ventana donde se seleccionó “contacto”, como se exhibe en la Fig. 26 para, posteriormente, editar su comportamiento.

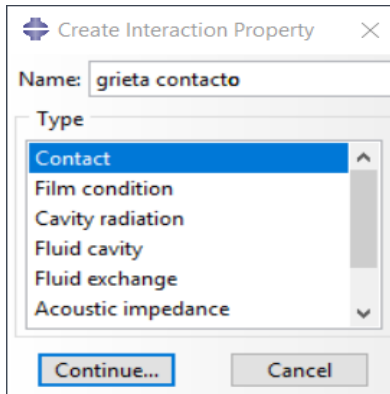


Fig. 26. Ventana de creación de propiedad de interacción.

Éste corresponde al modo I de propagación; por lo tanto, se seleccionó un comportamiento normal a la carga de “contacto duro” y uno tangencial “sin fricción”, como se expone en la Fig. 27.

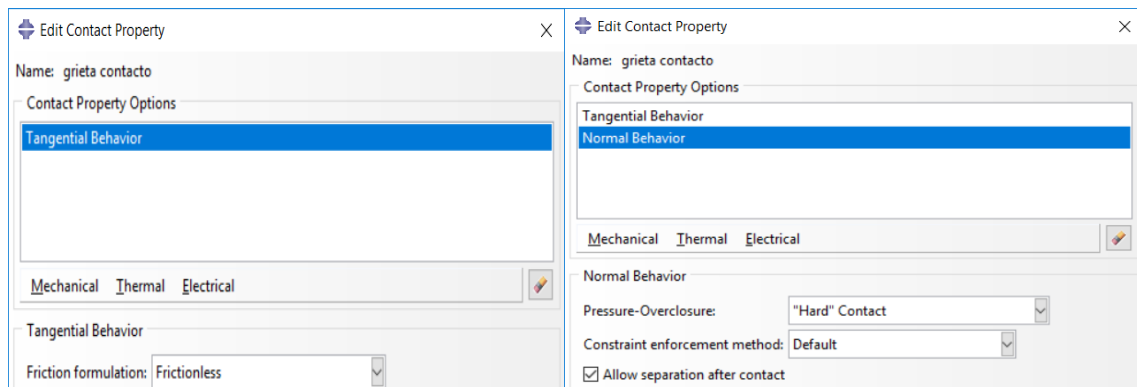


Fig. 27. Configuración del comportamiento normal y tangencial de la propiedad de contacto.

Esta propiedad de interacción, se agregará en el siguiente subtema al identificar la grieta en el modelo.

4.5.6.3. Identificación de grieta y selección del dominio de grieta MEEF

Para utilizar MEEF en el programa computacional que usa elementos finitos Abaqus, es necesario realizar la distinción entre la grieta —que en este caso corresponde a la superficie de pre-agrietamiento— y el dominio correspondiente al modelo de probeta que es la entidad donde la grieta se propagará.

Esto se hizo en el mismo módulo de interacción utilizando el menú “especial” de la barra de menús, en la opción “grieta” con la subopción “crear”; este desplegó una ventana donde se colocó el nombre de la grieta y el tipo de método empleado durante la propagación del modelo: MEEF (en sus siglas en ingles XFEM), como se puede ver en la Fig. 28.

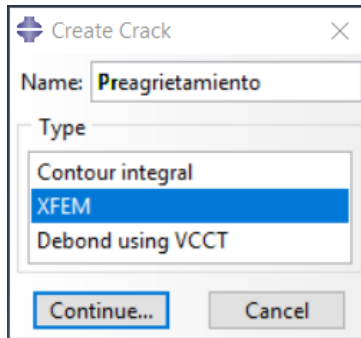


Fig. 28. Selección de la método de propagación de grieta.

Posteriormente, se seleccionó el dominio el cual se coloreó de rojo, lo que automáticamente desplegó una ventana llamada “editar grieta”, como se exhibe en la Fig. 29.

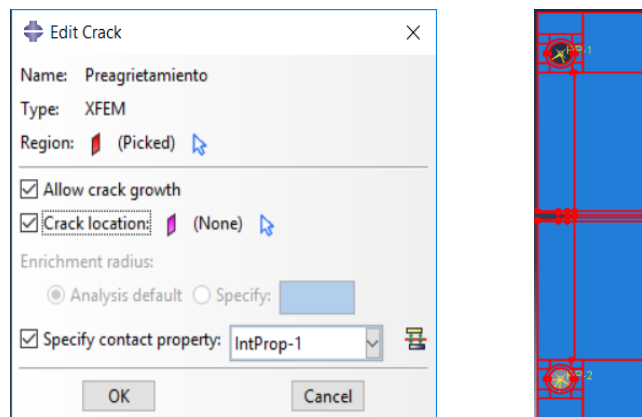


Fig. 29. Ventana de edición e identificación de la grieta en el modelo.

En esta ventana, se eligió la opción de “permitir crecimiento de grieta” y se activó la opción “especificar la propiedad de contacto” donde se seleccionó la propiedad de interacción de contacto antes creada y por último, se escogió la opción de “localización de grieta al activarse un ícono de puntero con el cual se seleccionó la grieta en el modelo, la cual se coloreó de morado al ser seleccionada (como se observa en la Fig. 30). Ello denota que la grieta ha sido identificada en el dominio.



Fig. 30. Grieta identificada en el modelo.

Luego de realizar estas acciones anteriores, el modelo presentó cruces en color verde que revelan las zonas que solucionara el sistema mediante el método extendido de elementos finitos, las cuales permitirán la propagación de grietas por medio del enriquecimiento de grados de libertad en el caso de los elementos que la grieta pueda llegar a cortar, como se expone en la Fig. 31.

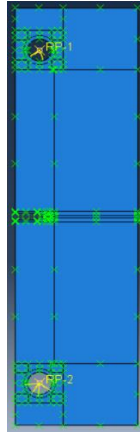


Fig. 31. Dominio con las regiones configuradas para utilizar MEEF.

4.5.7. Selección de tipo de análisis para la simulación

A continuación, se muestra la selección de los tipos de análisis empleados para la simulación de propagación de grieta. En el caso experimental, se repitió un protocolo de carga n número de veces que dependió de la línea de metro a analizar (línea 1, 3 y B). Por lo tanto, para el caso de la simulación debe de suceder lo mismo. Hasta este punto aún no se han configurado las cargas pero es necesario que se realice la configuración del tipo de análisis para ligarlo posteriormente con la carga.

Para que en el estudio se puedan aplicar en su totalidad las cargas y éstas se repitan de forma cíclica se deben generar 3 tipos de pasos de análisis en el módulo “paso” en el programa computacional Abaqus.

4.5.7.1. Paso de análisis inicial

El primero es llamado “paso inicial” y es introducido automáticamente por el programa al entrar en el módulo. Aquí el sistema genera la matriz de rigidez y verifica el archivo de entrada que contiene toda la información referente del modelo. Éste aparece en la ventana de administrador de pasos como se presenta en la Fig. 32.

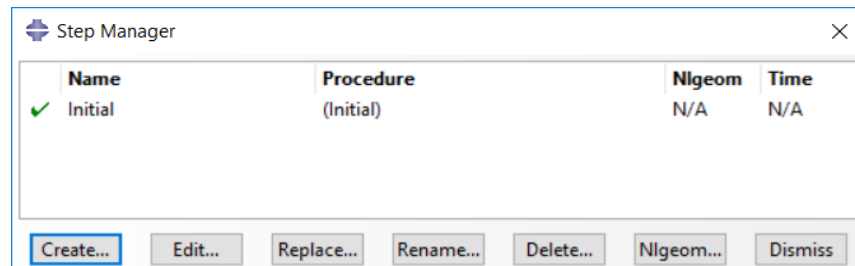


Fig. 32. Administrador de pasos, paso inicial.

4.5.7.2. Paso de análisis estático general

El segundo paso corresponde a un análisis estático general el cual se generó en la ventana “crear paso”, como se expone en la Fig. 33.

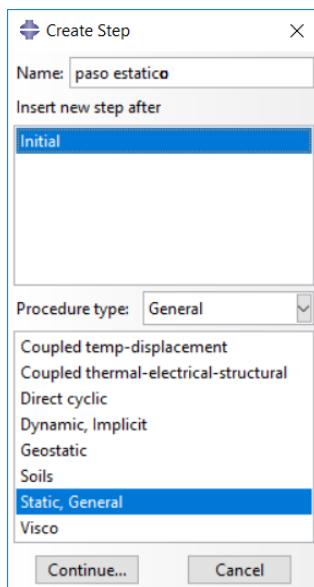


Fig. 33. Ventana crear paso, análisis estático general.

Seguidamente, se presentan los pasos para realizar la creación del paso de análisis estático general.

1. Se seleccionó la opción “crear paso”.
2. Se le asignó un nombre al paso de análisis. Para este caso, sólo se le llamó “Paso estático”.
3. Se seleccionó el tipo de proceso, el cual para cualquier simulación de esfuerzos se utilizan procesos “generales”.
4. A continuación, se eligió el tipo de análisis correspondiente de la lista que se presenta. Para este caso, se escogió el análisis “estático general”.
5. Finalmente se presionó el botón continuar con el que se desplegó la ventana de edición de paso.

La ventana de edición de paso —para el caso del análisis estático general— consta de 3 pestañas como se ve en la Fig. 34. La primera es la de configuraciones básicas, donde se coloca el nombre con el que se denominará el análisis en el archivo de salida; después, se introduce el tiempo del periodo correspondiente al número de variaciones o momentos de tiempo que constituyen al protocolo de carga (explicado en el siguiente tema, Condiciones limite esenciales y naturales del modelo de simulación). Para este caso, se designó un valor de 114 el cual corresponde al tiempo del protocolo de carga para la línea 1; este valor se incrementa a 145 para las líneas 3 y B.

Posteriormente, se activó la opción de “no linealidad geométrica”, la cual se utiliza en casos donde, debido a la alta deformación, puede llegar a suceder que los puntos donde es restringido el modelo puedan cambiar de coordenadas y, por lo tanto, se produzca un aborto prematuro del análisis. Ligado a esta acción, se configuró una forma de estabilizar este cambio de coordenadas por medio de un factor de amortiguamiento con un valor de 0.0002 mm; éste se evaluará en cada incremento para permitir la convergencia del modelo, a pesar de la alta deformación.

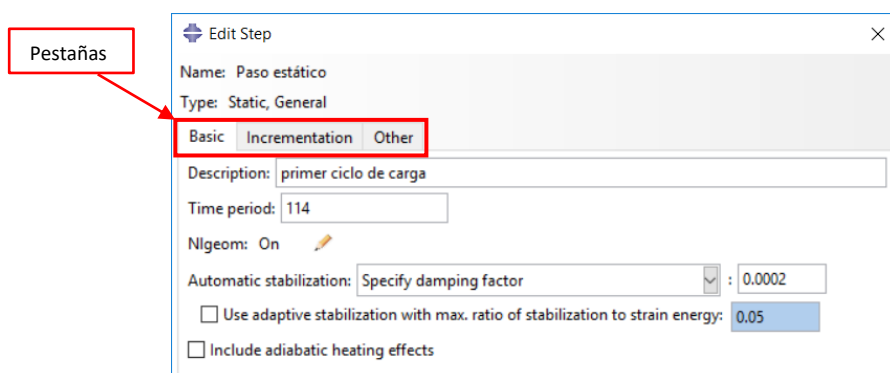


Fig. 34. Ventana de edición de paso de análisis estático general, pestaña de configuración básica.

La siguiente pestaña corresponde a la configuración de los incrementos. En ésta, se colocó el número máximo de incrementos que puede llegar a realizar el sistema para solucionar el modelo; así como, el tamaño que puede alcanzar cada uno a fin de completar el tiempo total del periodo configurado. La configuración de esta pestaña se ve en la Fig. 35.

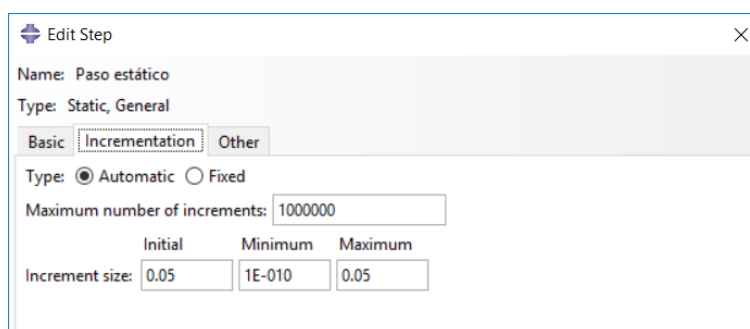


Fig. 35. Ventana de edición de paso de análisis estático general, pestaña de configuración de los incrementos.

El análisis se configuró a un número máximo de un millón de incrementos, sólo como medida cautelar para evitar aborto prematuro. A continuación, se estableció el tamaño del incremento con un valor inicial de 0.05 de 114, que mide el análisis total, así como, también un tamaño máximo del incremento de 0.05 y un mínimo de 1×10^{-10} . Con esta acción, se busca un avance muy fino de la propagación de la grieta para tratar de observar cualquier cambio de dirección o incremento considerable del factor de intensidad de esfuerzos.

4.5.7.3. Paso de análisis de ciclo directo

Después, con la finalidad de repetir el protocolo de carga n número de veces, es necesaria la creación de un paso de análisis de ciclo directo. Éste funciona usando como base el paso de análisis estático general y lo repite n número de veces hasta solucionar por completo la simulación del modelo. El paso de análisis de ciclo directo se generó en la ventana “crear paso”, como se ve en la Fig. 36.

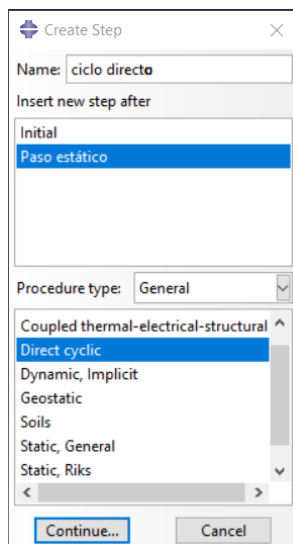


Fig. 36. Ventana crear paso.

Ahora se presentan los pasos para realizar la creación del paso de análisis estático general.

1. Se seleccionó la opción “crear paso”.
2. Se le asignó un nombre al paso de análisis. Para este caso, se llamó “Ciclo directo”.
3. Se seleccionó el tipo de proceso, el cual para cualquier simulación de esfuerzos se utilizan procesos “generales”.
4. A continuación, se eligió el tipo de análisis correspondiente de la lista que se presenta. Para este caso, se escogió el análisis “ciclo directo”.
5. Finalmente se presionó el botón continuar con el que se desplegó la ventana de edición de paso.

La ventana de edición de paso -para el caso del análisis de ciclo directo- consta de 4 pestañas como se muestra en la Fig. 37. Primeramente encontramos la pestaña de configuración básica donde se colocó el nombre al análisis y se configuró un tiempo de ciclo periódico de 114 (este valor debe corresponder al mismo del paso de análisis estático general) y se activaron los coeficientes de Fourier para indicar que cada repetición de ciclo es continuación del ciclo o paso anterior.

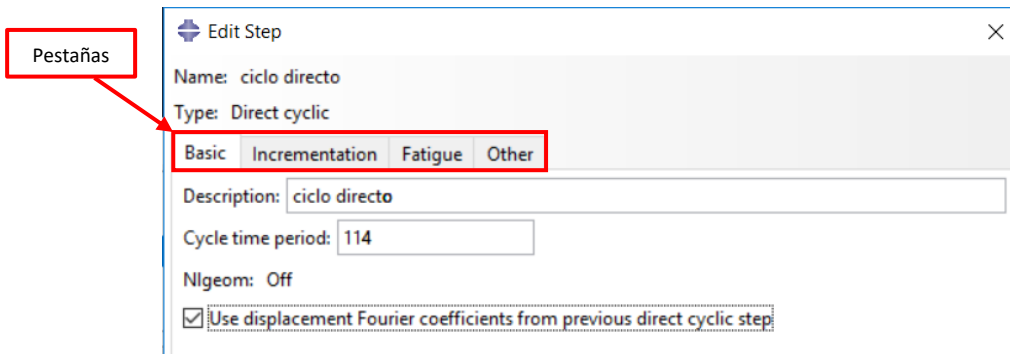


Fig. 37. Ventana de edición de paso de análisis ciclo directo, pestaña de configuración básica.

La siguiente pestaña corresponde a la configuración de los incrementos, en donde se eligió una opción de incrementos automática, la cual permitió que el tamaño de los incrementos esté en función de la eficiencia computacional. De igual forma que en el caso del paso estático, se configuró el análisis cíclico a un millón de incrementos como medida cautelar para evitar un aborto prematuro al momento de que el sistema esté solucionando y se continuaron empleando las mismas medidas para el tamaño de los incrementos. La configuración de esta pestaña se expone en la Fig. 38.

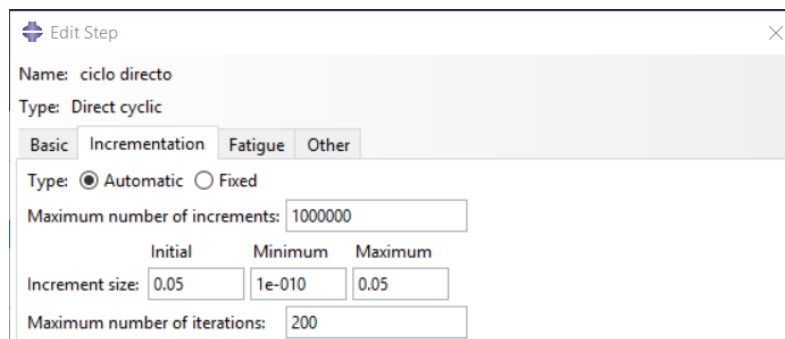


Fig. 38. Ventana de edición de paso de análisis ciclo directo, pestaña de configuración de incrementos.

Para las siguientes configuraciones, se requiere analizar ciertos aspectos. En primer lugar, en la parte que corresponde al número máximo de iteraciones, se colocó 200 como límite superior, el número es alto, pues se busca que el sistema no aborte prematuramente. Estas interacciones corresponden al número de intentos que hace el sistema para solucionar cada incremento en el análisis de ciclo directo. En éste, se busca simular el daño progresivo en el modelo lo cual genera desfases en los coeficientes de Fourier debido a la alta deformación por lo que, en cada interacción, se busca corregir este error, para permitir al sistema seguir convergiendo.

El siguiente punto a considerar son los términos de Fourier. Para esta situación, se aceptaron los que Abaqus da por defecto, debido a que el programa comienza utilizando 11 términos de Fourier y va modificando la cantidad que requiere por medio de una variación lineal del residual en cada incremento que va solucionando, por medio de utilizar un método iterativo

e ir evaluando si la solución es satisfactoria y entra en un rango de tolerancia establecido por la solución del incremento anterior que permita al sistema seguir convergiendo. Si, a pesar de esto, el sistema no logra satisfacer el rango de tolerancia el sistema agregará 5 términos adicionales a la serie para lograrlo y repetirá el proceso hasta llegar al máximo de términos que son 25 o, en su defecto, abortará por la no convergencia causada por la no linealidad en la simulación. En la Fig. 39 se expone cómo el sistema va corrigiendo la solución hasta llegar al rango de tolerancia de la solución.

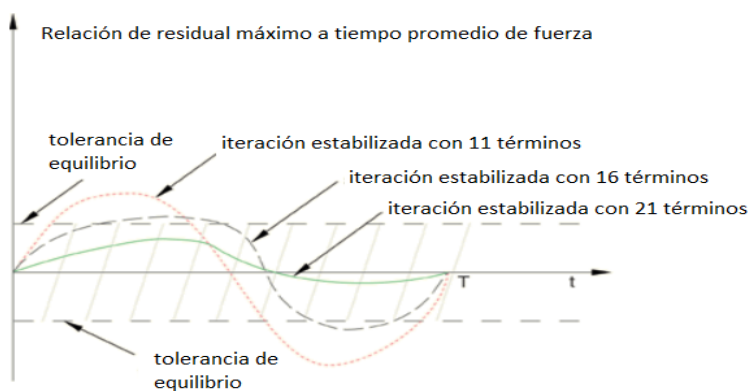


Fig. 39. Estabilización de la solución utilizando diferentes cantidades de términos de Fourier. [44]

Por último, en esta pestaña, se activó el máximo cambio de temperatura permisible por incremento, se estableció el valor dado por defecto de 0.1, debido a que no se está considerando el efecto producido por la temperatura. La configuración del parámetro se muestra en la Fig. 40.

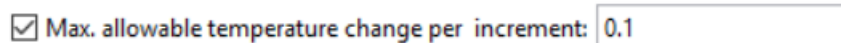


Fig. 40. Configuración del máximo cambio de temperatura permisible por incremento.

La siguiente pestaña correspondió a la configuración del ciclo de fatiga, como se ve en la Fig. 41. esta pestaña se estableció debido a que se buscó que Abaqus simulara el daño progresivo producido por la aplicación de cargas y realizara la propagación de la grieta sin perder el equilibrio del modelo. Por lo tanto, se eligió la opción de incluir el análisis de fatiga de bajos ciclos, al colocar un rango en el tamaño del incremento del ciclo de 100 y un máximo de un millón de ciclos; así como el valor por defecto del número máximo de ciclos, para permitir que el sistema determine el número exacto de ciclos que el modelo puede soportar junto con una tolerancia de daño y que simule el daño real.

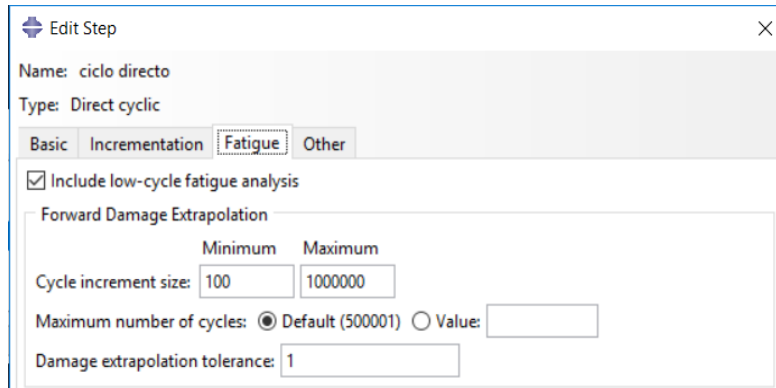


Fig. 41. Ventana de edición de paso de análisis ciclo directo, pestaña de configuración del ciclo de fatiga.

4.5.8. Condiciones límite esenciales y naturales del modelo de simulación

Una de las partes primordiales al realizar un modelo de simulación son las consideraciones que se tomarán para la correcta implementación de las condiciones límite a las que estará sometido el modelo. De éstas existen dos tipos diferentes, el primer tipo son las condiciones límite esenciales las cuales corresponden a las restricciones que impedirán el movimiento o rotación en alguna parte del modelo, emulando las zonas de sujeción de la parte real que fue modelada. Después tenemos las condiciones límite naturales, que corresponden a las cargas a las que se someterá el modelo de simulación.

4.5.8.1. Configuración de restricciones en el modelo de simulación

Para el modelo de simulación, se configuraron primeramente las restricciones en ambos orificios considerando el movimiento producido en las pruebas experimentales por el equipo de fatiga de la marca INSTRON® Modelo 8802 con la cual se realizaron [10].

Las restricciones para la simulación se hicieron en el módulo “carga” del programa computacional que utiliza elementos finitos Abaqus; se eligió la opción de “crear condiciones de contorno”, ubicada en el menú principal del módulo, la cual desplegó la ventana mostrada la Fig. 42.

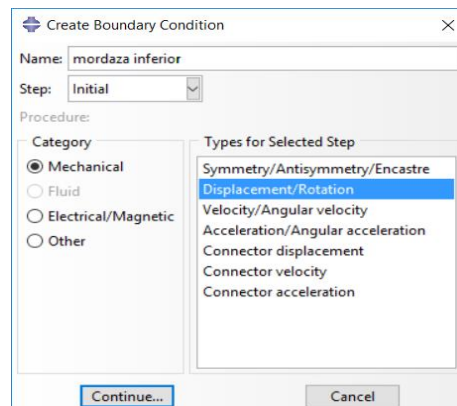


Fig. 42. Ventana “crear condición de contorno”.

La primera restricción se configuró para el orificio inferior del modelo, al emplear esta ventana, se procedió a designar un ID de identificación. Para este caso, se utilizó “mordaza inferior”; posteriormente, se estableció el paso de análisis desde el que sería considerada: ahora fue desde el paso inicial debido a que las restricciones son necesarias para que el programa genere y calcule la matriz de rigidez del sistema que deberá solucionar. Y finalmente, se eligió el tipo de restricción a crear: se prefirió una restricción de tipo desplazamientos y rotaciones mecánicas.

A continuación, el programa solicita optar el punto donde se colocará la restricción: para este caso, el punto RP-2 que se encuentra en el orificio inferior del modelo, como se muestra en la Fig. 43.

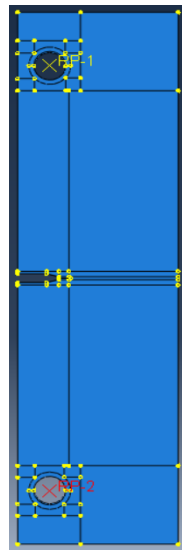


Fig. 43. Selección del punto RP-2 donde se colocó la restricción.

Finalmente se desplegó la ventana “editar condición de contorno” en donde se configuraron los desplazamientos y rotaciones que estarían restringidos. Para esta condición límite, se restringieron los desplazamientos en x , y y z ; así como, las rotaciones en x y y , pero se dejó sin restringir la rotación sobre el eje z , para que la rotación, junto con el acoplador generado en el módulo de interacción, simulen la existencia de los pernos usados para transmitir la carga durante las pruebas experimentales. La configuración de desplazamientos y rotaciones se observan en la Fig. 44.

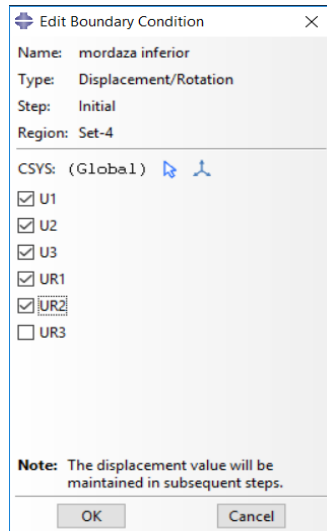


Fig. 44. Configuración de desplazamientos y rotaciones en el punto RP-2.

La segunda restricción correspondió a la realizada en el punto RP-1 ubicado en el orificio superior del modelo de simulación. Para su configuración, se siguieron los mismos pasos utilizados en la primera restricción; sin embargo, en la ventana “editar condición de contorno”, se dejó sin restringir el desplazamiento en la dirección y , debido a que precisamente en esta dirección y en ese mismo punto fue donde se aplicaron las cargas durante las pruebas experimentales; además, se volvió a dejar sin restringir la rotación sobre el eje z , lo que trataba, al igual que en el caso anterior, de generar la función de perno al dejar libre esta rotación junto con el acoplador creado en el módulo interacción. La configuración de las restricciones para el punto RP-1 se puede ver en la Fig. 45.

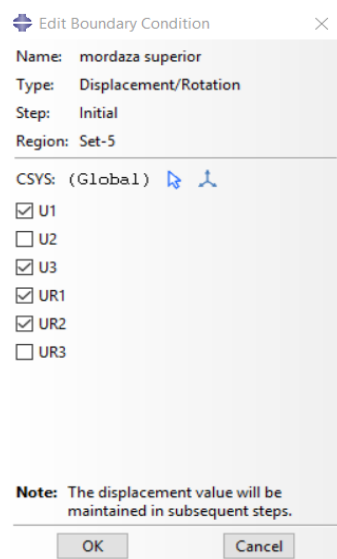


Fig. 45. Configuración de desplazamientos y rotaciones en el punto RP-1.

Finalmente, en la Fig. 46, se muestra al modelo de simulación con ambas restricciones creadas.

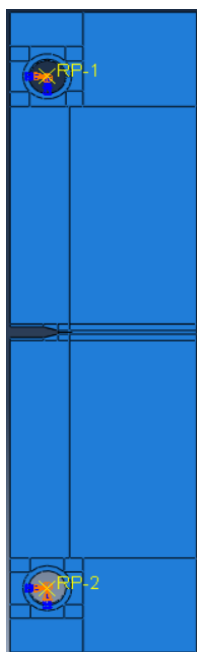


Fig. 46. Modelo de simulación con ambas restricciones.

4.5.8.2. Implementación de la carga en el modelo de simulación

4.5.8.2.1. Protocolos de carga

Como se mencionó, durante la configuración de los pasos de análisis, las cargas van cambiando y éstas se aplican una cierta cantidad de veces dependiendo la línea del metro que se esté analizando. Esto se repite n número de veces hasta que la grieta comienza a comportarse de forma inestable o se produzca la fractura total del material. Por lo tanto, para que esto ocurra durante la simulación se procedió a generar protocolos de carga correspondientes a cada una de las líneas del metro (1, 3 y B) usando los valores de carga calculados en la tesis de maestría de R. Corona Cid [10] en conjunto con la secuencia de aplicación establecida en la tesis de maestría de Tlapalama Fuertes Y. T [40] en la que se consideró un ciclo repetitivo, al principiar con una carga de impacto seguida de cargas de frenado y así consecutivamente hasta la fractura total. En la Tabla 4.5, se exhiben los valores de carga a aplicar; mientras en la Tabla 4.6, la secuencia de aplicación en función de la línea de metro analizada.

Tabla 4.5. Cargas obtenidas para aplicación en modelo de simulación de probeta ESE (T) [10].

Vagón + Usuarios + Frenado	1.37 kN
Vagón + Usuarios + Impacto	4.07 kN

Tabla 4.6. Secuencia de aplicación de cargas [40].

Línea	Cargas Vagón + Usuarios + Impacto	Cargas Vagón + Usuarios + Frenado	Número total de aplicación de cargas
1	1	56	57
3	1	71	72
B	1	71	72

Como se observa en la Tabla 4.6, la secuencia de carga es igual para las líneas 3 y b; por lo tanto, se consideró un solo protocolo de carga para ambas líneas. Con estos valores, se procedió a generar los protocolos de carga los cuales se presentan a continuación en la Fig. 47 y Fig. 48.

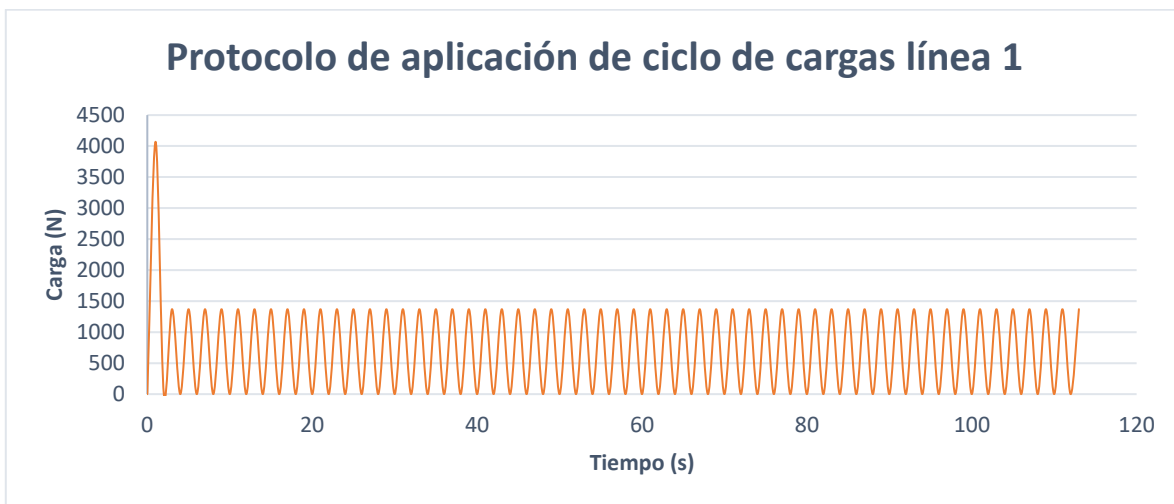


Fig. 47. Protocolo de carga de simulación para el caso de estudio línea 1.

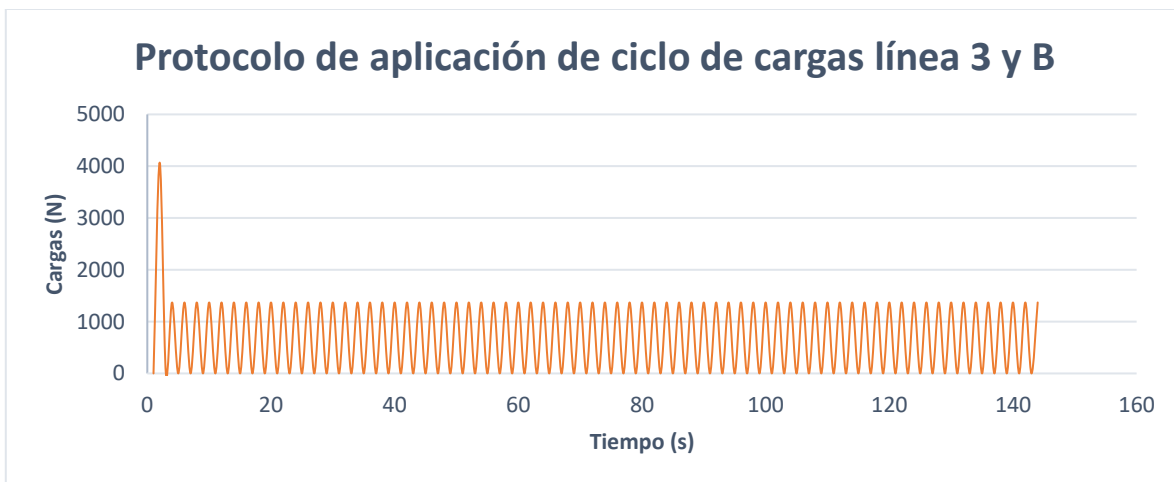


Fig. 48. Protocolo de carga de simulación para el caso de estudio línea 3 y B.

*Las tablas de datos con las que fueron realizadas los protocolos de carga se encuentran en el anexo A.

Los protocolos fueron utilizados para generar bases de amplitudes dentro de la simulación que, posteriormente, se enlazaron a los vectores de carga para su aplicación durante la simulación.

La amplitud fue configurada dentro del programa Abaqus, al emplear la opción “crear amplitud” la cual se encuentra en el menú herramientas de la barra de menús. Una vez seleccionada, ésta desplegó una ventana donde se introdujo un ID para la amplitud; así como el tipo de amplitud, que para este caso fue tipo tabla para ambos protocolos. Las configuraciones para cada una de las amplitudes de las diferentes líneas se observan en la Fig. 49 a y Fig. 49 b.

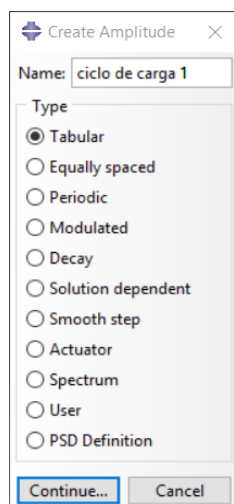


Fig. 49 a. Configuración de amplitud de protocolo de carga línea 1.

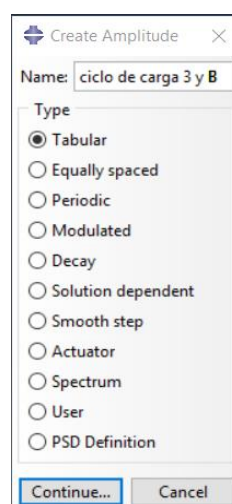


Fig. 49 b. Configuración de amplitud de protocolo de carga línea 3 y B.

Después se procedió a editar la amplitud; se introdujeron los valores de carga procedentes de los protocolos de carga para cada uno de los casos de estudio, como se ve en la Fig. 50 a y Fig. 50 b.

	Time/Frequency	Amplitude
1	0	0
2	1	4070
3	2	0
4	3	1370
5	4	0
6	5	1370
7	6	0
8	7	1370
9	8	0
10	9	1370
11	10	0
12	11	1370
13	12	0

Fig. 50 a. Editor de amplitud línea 1.

	Time/Frequency	Amplitude
1	1	0
2	2	4070
3	3	0
4	4	1370
5	5	0
6	6	1370
7	7	0
8	8	1370
9	9	0
10	10	1370
11	11	0
12	12	1370
13	13	0

Fig. 50 b. Editor de amplitud línea 3 y B.

4.5.8.2.2. Configuración de la carga en el modelo de simulación

La configuración de la carga se realizó al usar el módulo “carga” en la opción “crear carga”, la cual desplegó una ventana donde se le asignó un ID a la carga y se configuró para que comenzara a aplicarse a partir del paso de análisis estático general para que luego, se propagara al paso de análisis de ciclo directo como se exhibe en la Fig. 51.

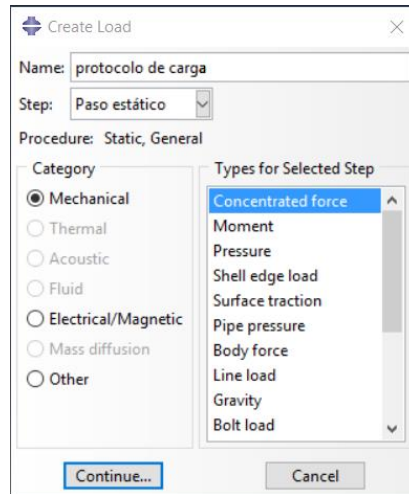


Fig. 51. Ventana para crear una carga en el modelo de simulación.

Al ser la opción óptima seleccionar la aplicación de una carga mecánica concentrada en un punto, con lo cual el programa por defecto solicitó especificar el punto en el modelo en el que sería aplicada la carga. Para este caso, fue el punto RP-1 que se encuentra en el orificio superior del modelo, como se puede ver en la Fig. 52.

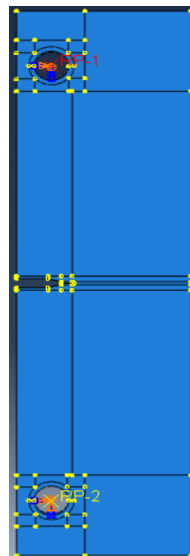


Fig. 52. Selección del punto RP-1 para la aplicación de la carga.

Una vez seleccionado el punto, el programa desplegó la ventana “edición de carga” como se representa en la Fig. 53. Donde se seleccionó la amplitud correspondiente a cada uno de los casos de estudio de la lista que se encontró en la opción “amplitud”. Después, se colocó el valor de 1 en la opción de fuerza concentrada dos (CF2) la cual corresponde a la dirección 2 o y, a fin de que cada valor de la amplitud sea multiplicada por uno y así se reproduzca el valor exacto de la carga establecida por la amplitud durante la simulación.

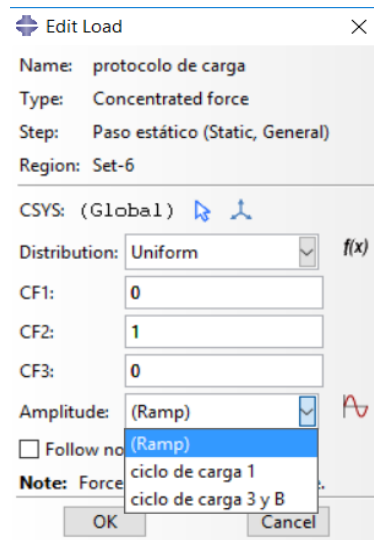


Fig. 53. Edición de carga y selección de amplitud.

Finalmente, en la Fig. 54. se expone el modelo de simulación con el vector que emula la carga en dirección y.

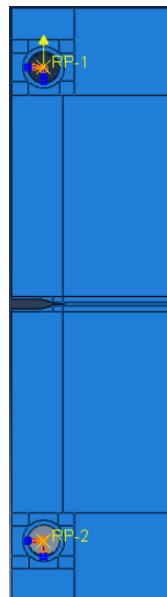


Fig. 54. Modelo de simulación con carga implementada.

4.5.9. Configuración del historial de salida para la obtención de los FIE's

El principal objetivo de realizar la simulación de la propagación de la grieta es para obtener los FIE's en cada aumento de longitud de grieta con la finalidad de determinar una longitud de grieta crítica utilizando los criterios de la MFLE o en dado caso los criterios de la MFEP.

Por ende, para que durante la simulación el programa obtenga los FIE's, se debe configurar el historial de salida de la simulación.

Esto se realizó al utilizar el módulo “pasos” en el programa Abaqus en la opción “Administrador del historial de salida”, el cual fue seleccionado y se procedió a crear un nuevo historial usando la opción “crear”, como se observa en la Fig. 55.

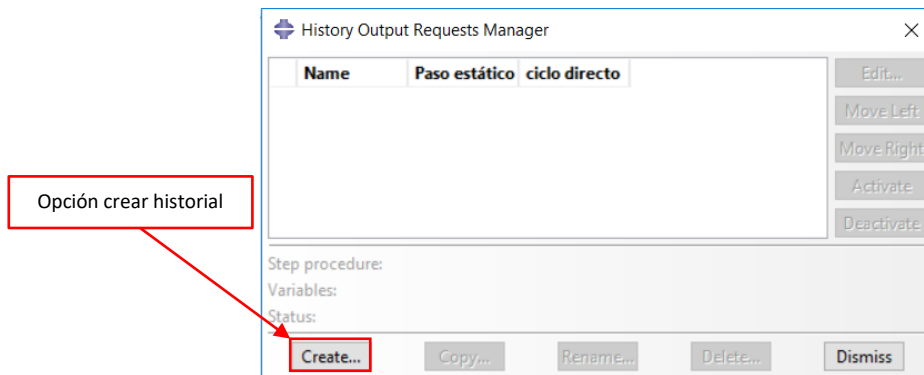


Fig. 55. Administrador del historial de salida con la opción “Crear”.

Esta opción desplegó la ventana “crear historial” donde se designó un ID (para este caso fue “Cal_FIE”), y se eligió que los FIE's fueran calculados desde el paso de análisis estático general, como se ve en la Fig. 56.

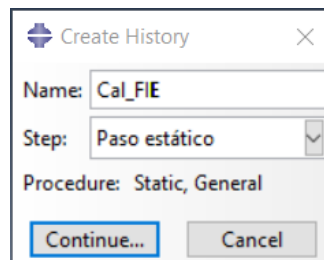


Fig. 56. Ventana “Crear historial”.

Una vez hecho lo anterior, se desplegó la ventana “edición de la solicitud del historial de salida”, como se presenta en la Fig. 57. Donde se seleccionó como opción de dominio a la grieta que anteriormente había sido creada en el módulo de interacción y se designó un cálculo de los FIE's a cada incremento de tiempo de simulación usando un máximo de 5 filas de elementos alrededor de la punta de la grieta independientemente del tamaño de zona plástica que se tenga en el momento del cálculo.

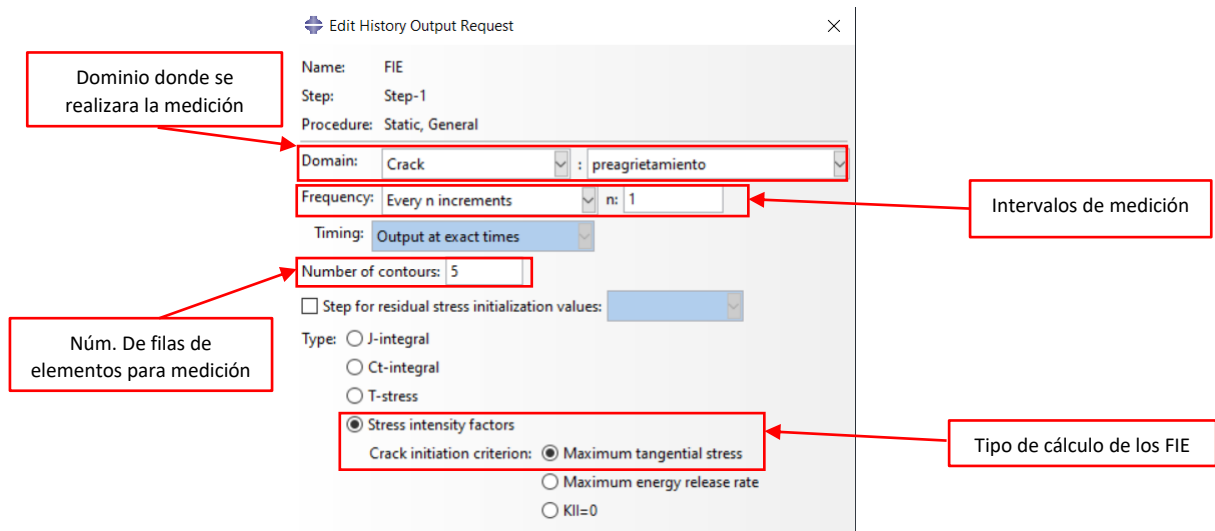


Fig. 57. Edición de la solicitud del historial de salida para los FIE's.

Finalmente, se designó el tipo de cálculo de los FIE's que se obtendrían en el historial de salida. Para este caso, se utilizó el cálculo por medio de la fórmula del factor de intensidad de esfuerzos de Irwin [11], junto con un criterio de inicio de grieta del esfuerzo tangencial máximo.

Esta acción permitirá obtener un archivo de salida independiente .dat que contenga los factores de intensidad de esfuerzo para su posterior análisis, esté archivo es mostrado en el anexo D y E, respectivamente para cada una de las simulaciones realizadas.

4.5.10. Determinación del radio de la zona plástica

La determinación del tamaño del radio de la zona plástica es de primordial importancia, ya que este valor permite conocer si durante la fractura, la propagación de la grieta ocurrió debido a esfuerzos planos o a deformaciones planas, así como, también determinar a partir de sus dimensiones, las cuales dependen de la geometría a analizar y del factor de intensidad de esfuerzo, si el análisis de la mecánica de la fractura deberá ser evaluado por medio de los criterios de la mecánica de la fractura lineal-elástico o elásto-plástico.

Para determinar si la grieta analizada durante la simulación ocurrió debido a esfuerzos planos o deformaciones planas, se utilizó el criterio determinista para fractura en función de la longitud de grieta a del modelo de simulación [45], criterio que se muestra a continuación.

$$a \leq 2.5 * \left(K / \sigma_{ys} \right)^2 \quad (87)$$

Donde K corresponde al factor de intensidad de esfuerzos para cada incremento de longitud de grieta, σ_{ys} es el esfuerzo de cedencia y a es la longitud de grieta.

Este criterio dicta que si la longitud de grieta a se mantiene por debajo del resultado del criterio determinístico, se deduce que su propagación fue en esfuerzo plano; por el contrario, si el valor del criterio es superado se infiere que ésta se propagó en deformación plana.

Finalmente, por medio del criterio en función del tamaño del radio de la zona plástica y de la longitud de grieta [46], se evaluó si el análisis deberá ser realizado con respecto a los criterios lineal- elástico o elásto-plástico, el criterio utilizado para la evaluación es el siguiente.

$$25 a \geq rp \quad (88)$$

Este criterio se utilizó debido a que está en función de la longitud de grieta y nos permite evaluar en cada aumento de la longitud de grieta registrado por el sistema.

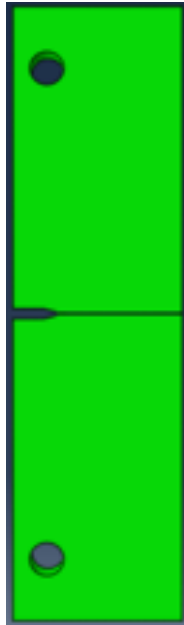
Para el caso de que resulte que el análisis de la fractura sea lineal-elástico, se deberá utilizar el criterio de fractura fundamentado en la comparación del factor de intensidad de esfuerzos K y la tenacidad a la fractura del material K_{IC} , el cual establece que:

Si $K < K_{IC} \rightarrow$ Entonces la propagación de las grietas será estable

Si $K \geq K_{IC} \rightarrow$ Entonces la propagación de las grietas será inestable

Si la evaluación del análisis resulta ser elásto-plástico se deberá analizar la grieta por medio de la integral J [45, 47-48] y el módulo de fractura dúctil [48-50]. Ambas evaluaciones utilizando los criterios deterministas se realizaron una vez obtenidos los datos correspondientes a cada simulación.

Una vez realizados todos los pasos expuestos en este capítulo, el sistema generó un archivo de entrada *.inp*, el cual es mostrado en el anexo B y C respectivamente, para la realización de la fase de proceso de las simulaciones con los protocolos de carga de las líneas 1, 3 y B hasta la fractura total del modelo de simulación, para la posterior obtención de los archivos correspondientes a cada uno de los casos analizados, los cuales se procedieron a examinar a fin de obtener los valores de los FIE's producidos durante la propagación de la grieta y proceder a determinar el FIE crítico y la longitud de grieta crítica, estos resultados son presentados en el siguiente capítulo.



CAPÍTULO 5

Resultados y análisis de resultados

En este capítulo se presenta los resultados obtenidos de los factores de intensidad de esfuerzo, número de ciclos, radio de la zona plástica y longitud de grieta crítica obtenidos durante la simulación de propagación de grieta utilizando el método extendido de elementos finitos (MEEF); así como, una comparativa numérico-experimental de los resultados de los FIE's y de longitud de grieta crítica.

5.1. Introducción

En este capítulo, se presentan los resultados obtenidos del análisis numérico de la propagación de la grieta para la obtención de los FIE's en el modelo de simulación de probeta de fractura tipo ESE (T), al utilizar las propiedades mecánicas del material A216 Grado WCB Clase 600, con el cual está fabricada la MRP de los vagones de rodada neumática del STC metro de la Ciudad de México luego de aplicar los protocolos de carga de las líneas 1, 3 y B.

Los resultados se obtuvieron mediante el empleo del método extendido de elementos finitos usando el programa computacional Abaqus. Obteniendo del análisis, los factores de intensidad de esfuerzo (FIE's), el número de ciclos de aplicación de carga y la longitud de grieta crítica.

Por último, se presenta una comparativa de los resultados de los FIE's y de la longitud de grieta crítica con respecto a los resultados del análisis experimental realizado por R. Corona Cid [10].

5.2. Número de nodos, elementos y tipo de malla utilizados durante el análisis numérico

En el capítulo 4 sección 1, se seleccionó una probeta de fractura tipo ESE (T) como modelo para el análisis numérico de la propagación de grieta y obtención de los FIE's.

Para dicho estudio, se discretizó el modelo utilizando una malla estructurada con elementos hexaédricos de primer orden con integración reducida (C3D8R). Finalmente, se obtuvo una malla con las características mostradas en la Tabla 5.1.

Tabla 5.1. Características de la malla utilizada en la simulación de propagación de grieta y obtención de los FIE's.

Características de la malla	
Tamaño de elemento	0.2 mm
Máxima desviación	0.1 mm
Núm. De nodos	1,211,525
Núm. De elementos	1,147,680

5.3. Resultados del análisis numérico

5.3.1. Reacciones

En el capítulo 4 sección 5.6.1 se definieron los puntos de referencia RP-1 y RP-2, donde se colocaron los acopladores con los cuales se transfirieron las cargas y restricciones que fueron aplicadas al modelo durante la simulación.

Estos puntos se utilizaron para verificar el correcto funcionamiento del modelo; esto se realizó por medio de medir las reacciones producidas por la aplicación de los protocolos de carga antes configurados en el capítulo 4 sección 5.8.2.1. Para dicha verificación, se seleccionó el punto de referencia 2 (RP-2) como punto de medición.

En la Fig. 58 y Fig. 59 se muestran los datos obtenidos en el punto de medición RP-2, durante el primer ciclo de carga aplicado al modelo, con la finalidad de mostrar gráficamente y de manera resumida el proceso seguido durante el ciclo repetitivo.

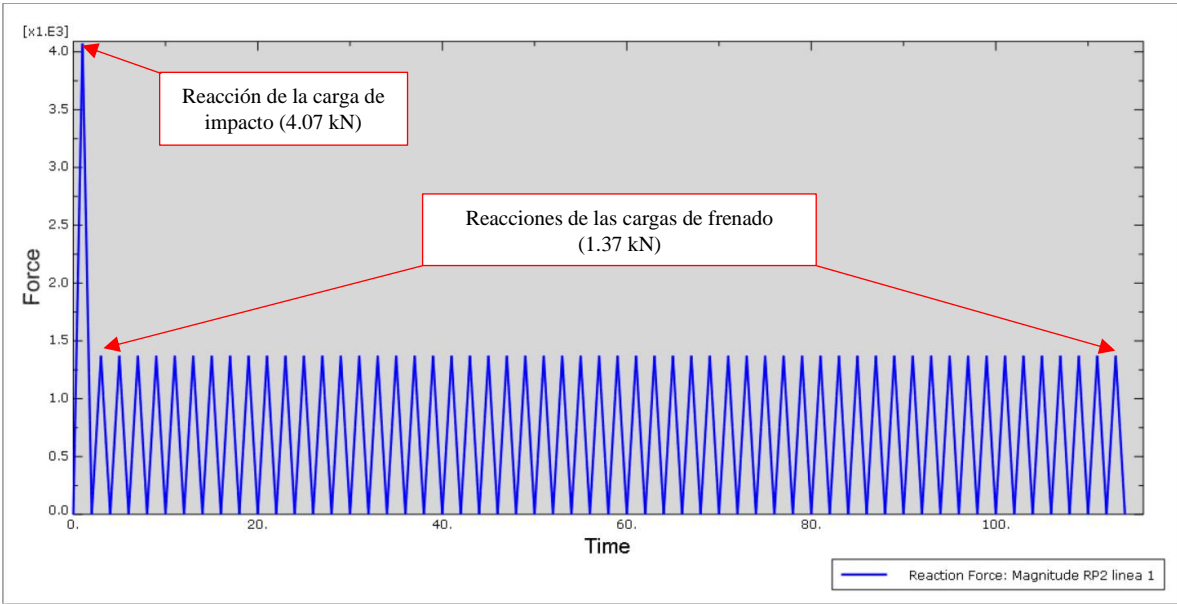


Fig. 58. Reacciones obtenidas en el punto de referencia 2 al usar el protocolo de carga de la línea 1.

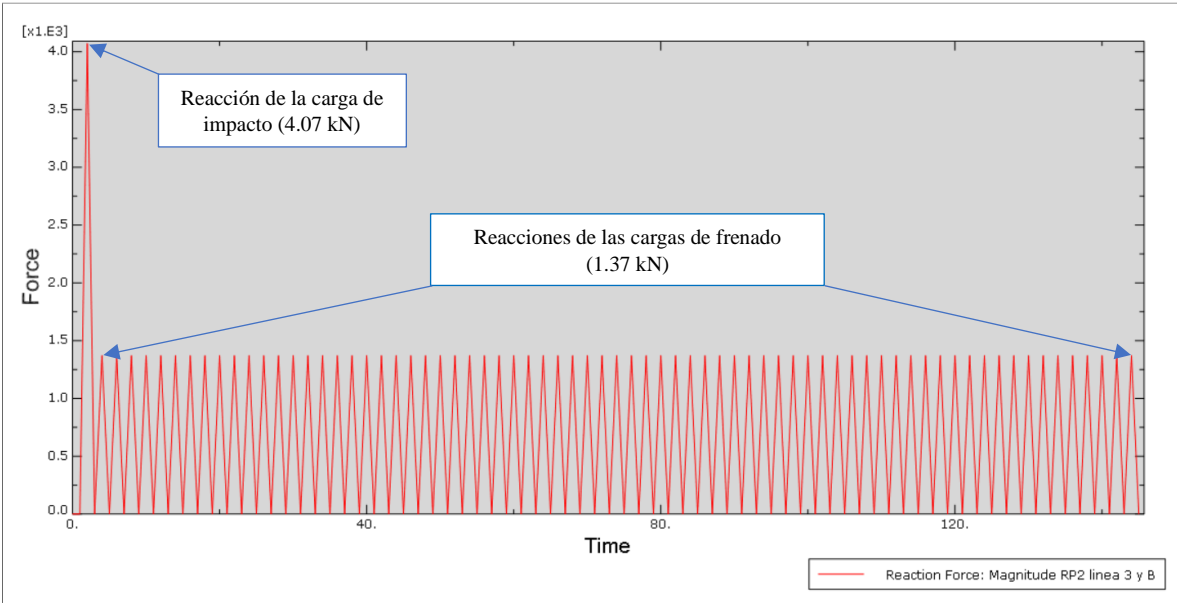


Fig. 59. Reacciones obtenidas en el punto de referencia 2 al utilizar el protocolo de carga de las líneas 3 y B.

Como se observa en la Fig. 58 y Fig. 59, se obtuvieron valores de las reacciones idénticos a los configurados en los protocolos de carga de la Fig. 47 y Fig. 48 que se encuentran en el capítulo 4, con lo cual se corrobora la correcta aplicación tanto de la carga de impacto (4.07 kN) como de las cargas secuenciales de frenado (1.37 kN) durante la simulación.

Para el caso del protocolo de carga de la línea 1, se verificó el primer ciclo completo de aplicación de carga que correspondió a 57 aplicaciones de carga consecutiva —entre la carga de impacto y las cargas de frenado—, las cuales se dividieron en un total de 114 lapsos entre carga y descarga en el modelo de simulación, como se observa en la Fig. 58.

Mientras que para el caso del protocolo de carga de las líneas 3 y B, de igual manera se verificó el primer ciclo completo de aplicación de carga que constó de 72 aplicaciones de carga consecutiva, entre las de impacto y las de frenado; se obtuvieron un total de 145 lapsos entre carga y descarga en el modelo de simulación, como se observa en la Fig. 59.

A fin de corroborar los valores de carga expuestos en la Fig. 58 y Fig. 59, a continuación se muestra en la Fig. 60 y Fig. 61 el valor máximo de las reacciones obtenidas en el punto de referencia RP-2 para los incrementos correspondientes a la primer aplicación de las cargas de impacto (4.07 kN) y frenado (1.37 kN) durante la simulación.

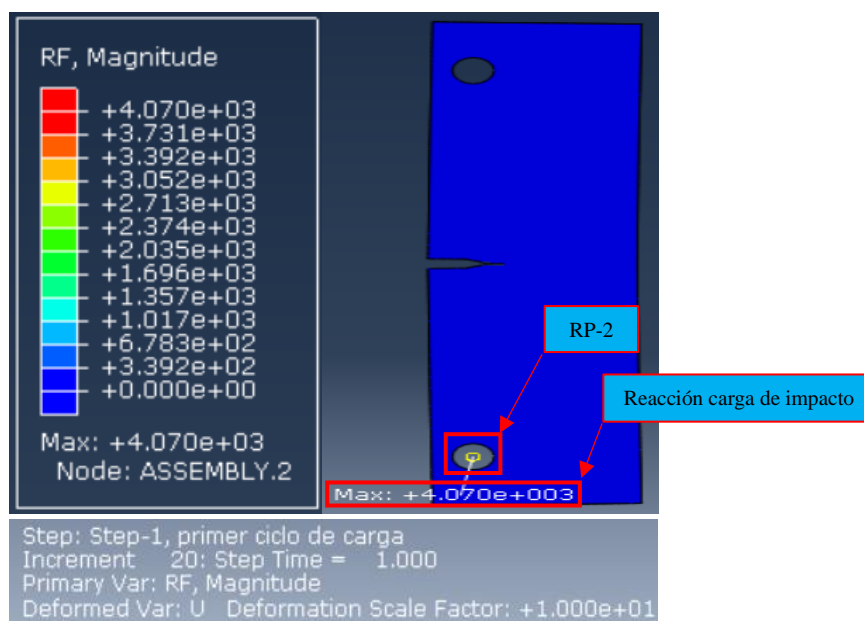


Fig. 60. Valor máx. de la reacción para el incremento 20 en el tiempo 1 correspondiente a la carga de impacto de 4.07 kN en el RP-2.

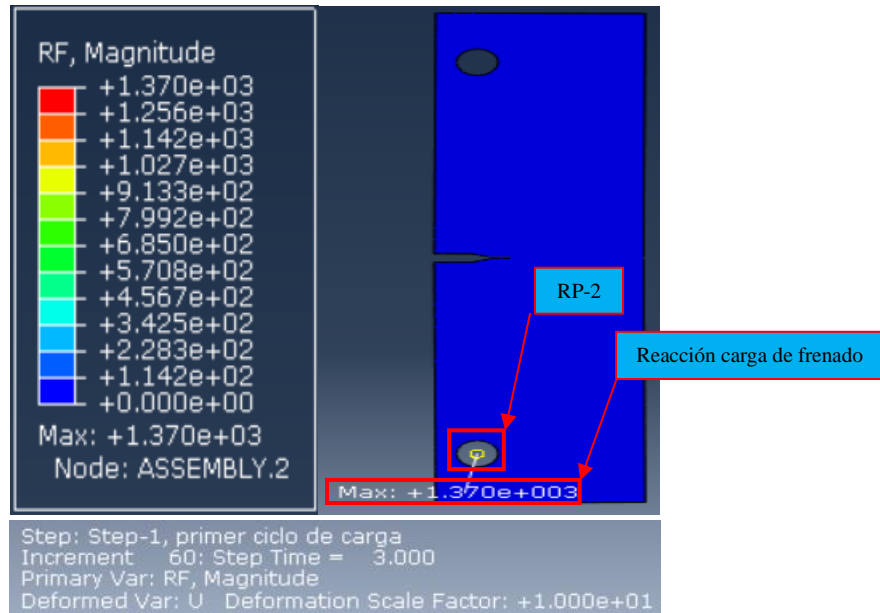


Fig. 61. Valor máx. de la reacción para el incremento 60 en el tiempo 3 correspondiente a la carga de frenado de 1.37 kN en el RP-2.

Al realizar un análisis de la Fig. 58 a la Fig. 61, se observa que las reacciones obtenidas se encuentran en concordancia con los protocolos de carga configurados en el capítulo 4 sección 5.8.2.1, con lo cual se validó la correcta transmisión de las cargas en el modelo de simulación de forma secuencial y sin ningún tipo de distorsión en ambos casos de estudio.

5.3.2. Número de incrementos

En esta sección se realizó el análisis del número de incrementos que la simulación requirió durante la primera aplicación del protocolo de cargas de las líneas 1, 3 y B; así como de los incrementos que requirió el examen numérico total.

Para el caso de la primera aplicación del protocolo de carga de la línea 1 se observó que éste se completó en un total de 2280 incrementos divididos en partes correspondientes a un tamaño de incremento de 0.05, de acuerdo con los datos obtenidos en el archivo reacciones1.odt* el cual se muestra en la Fig. 62.

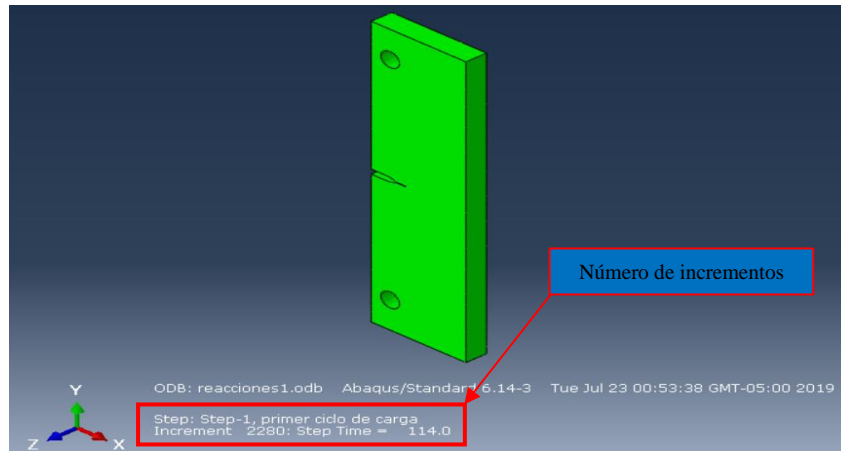


Fig. 62. Tiempo total y cantidad de incrementos realizados durante el primer ciclo de aplicación de carga con el protocolo de la línea 1.

* El archivo reacciones1.odb es un archivo gráfico compuesto de la información contenida en los archivos obtenidos en la fase de proceso.

De forma similar se analizó el caso para la primera aplicación del protocolo de carga de las líneas 3 y B donde se observó que éste se completó en un total de 2900 incrementos divididos en partes correspondientes a un tamaño de incremento de 0.05, de acuerdo con los datos obtenidos en el archivo reacciones3yB.odb* el cual se muestra a continuación en la Fig. 63.

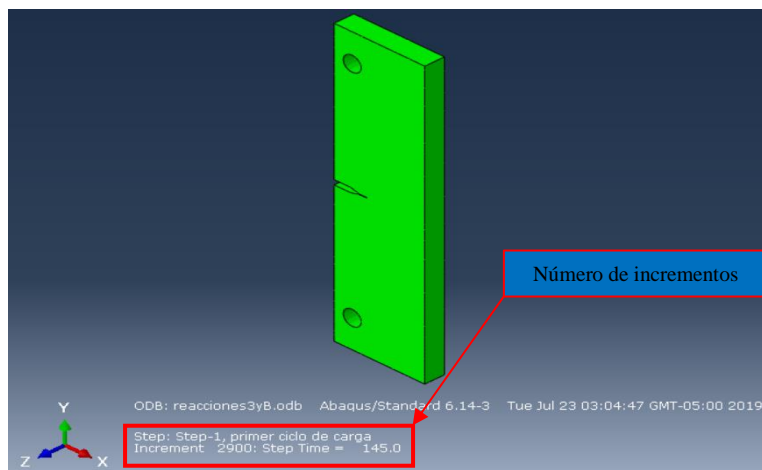


Fig. 63. Tiempo total y cant. de incrementos realizados durante el primer ciclo de aplicación de carga con el protocolo de las líneas 3 y B.

* El archivo reacciones3yB.odb es un archivo gráfico compuesto de la información contenida en los archivos obtenidos en la fase de proceso.

Para el caso de los incrementos que requirió la simulación de la propagación de grieta total, se verificó el archivo *.odb* para cada caso de análisis, el cual se corroboró con el archivo *.sta* correspondiente; para el caso del protocolo de carga de la línea 1 se obtuvieron un total de 971300 incrementos de tiempo de simulación, como se muestra a continuación en la Fig. 64.

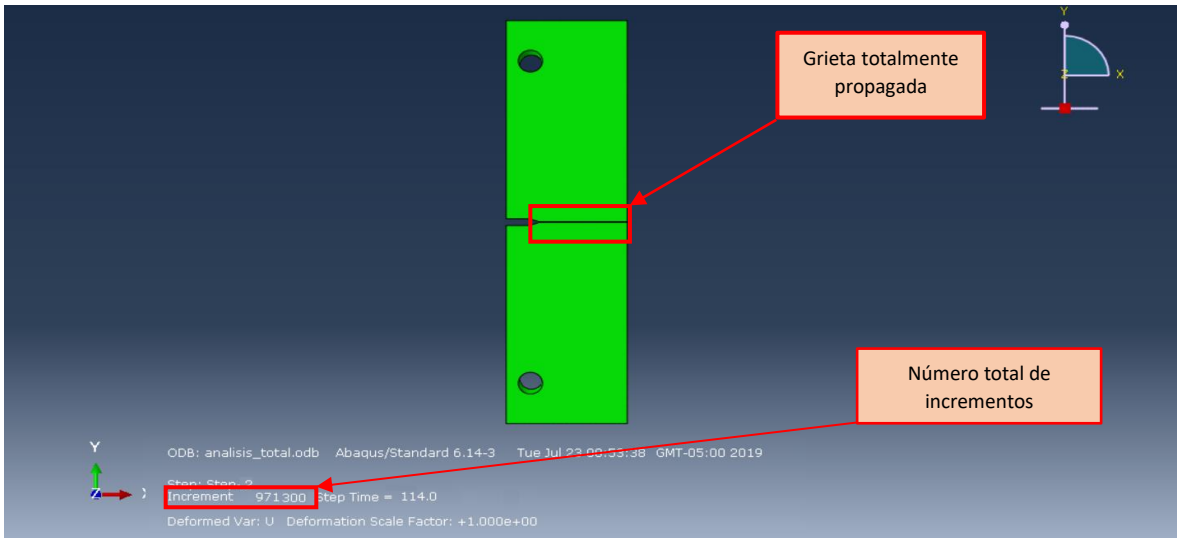


Fig. 64. Incrementos utilizados durante el análisis total de la propagación de la grieta utilizando el protocolo de carga de la línea 1.

Mientras que para el caso de los incrementos requeridos para el protocolo de carga de las líneas 3 y B, el sistema utilizó 878700 incrementos de tiempo de simulación, como se muestra a continuación en la Fig. 65.

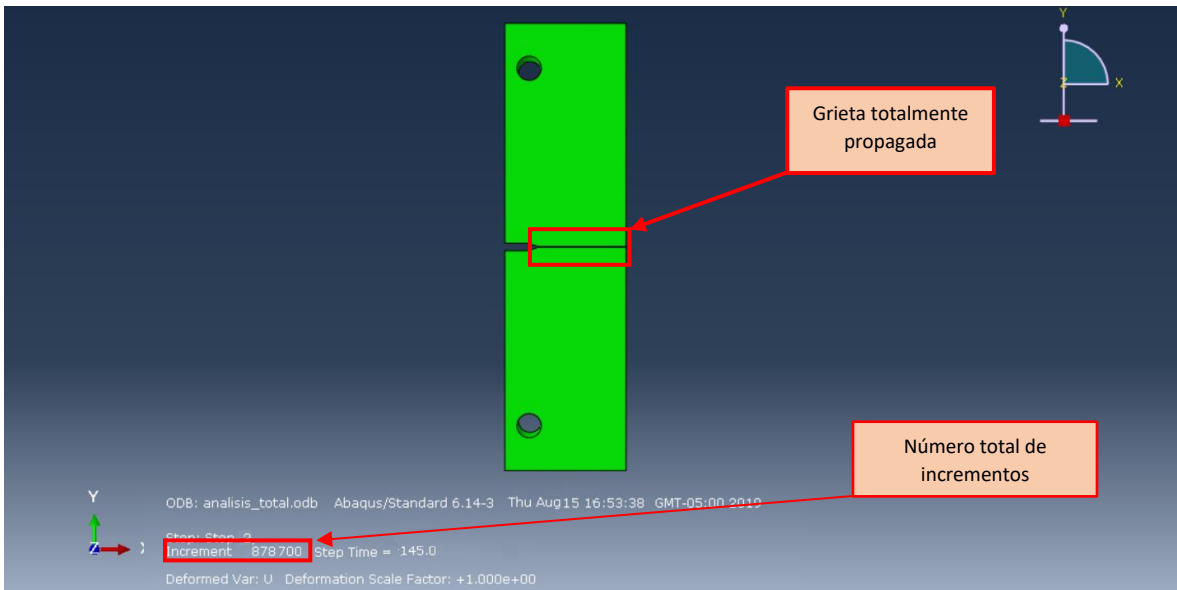


Fig. 65. Incrementos utilizados durante el análisis total de la propagación de la grieta utilizando el protocolo de carga de las líneas 3 y B.

Como se observa en la Fig. 64 y Fig. 65 existe una diferencia de 9.53% en el número de incrementos utilizados por el sistema para simular la propagación de grieta al emplear los diferentes protocolos de carga, esto se debió a que para el caso del protocolo de carga de las líneas 3 y B. éste repitió una mayor cantidad de veces la carga de frenado, razón por la cual

la grieta se propagó de forma más rápida y alcanzó la totalidad del ancho de la probeta en un tiempo menor al requerido para la simulación utilizando el protocolo de carga de la línea 1.

5.3.3. Número de ciclos

Como se observó en la sección anterior, cada aplicación de carga se dividió en tamaños de incremento de 0.05; por consiguiente, cada ciclo de aplicación de carga se fraccionó en 40 incrementos de tiempo de simulación entre carga y descarga de ésta, como se ejemplifica a continuación en la Fig. 66.

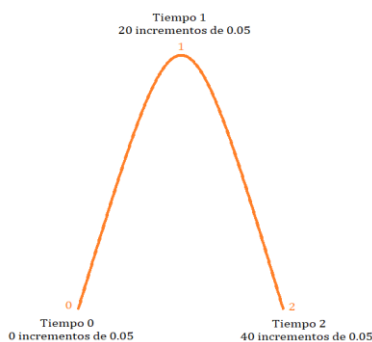


Fig. 66. División de la aplicación de la carga en incrementos de tiempo de simulación.

La simulación proporcionó un archivo *.dat* en donde se recuperó la información de la zona plástica en los incrementos correspondientes a la propagación de grieta, así como los FIE's por cada incremento de tiempo de simulación. Dado que la punta de la grieta sólo puede permanecer dentro del volumen de los elementos, la grieta se propagó de acuerdo con el tamaño de los elemento —para ambos casos de simulación fue de 0.2 mm, como se determinó en el capítulo 4 sección 4.5.5.3—; cada que ésta alcanzaba el valor del esfuerzo principal máximo estipulado como criterio de daño en las propiedades del material y que puede ser visto en el capítulo 4 sección 4.5.3.

Tras conocer esta información —en conjunto con el archivo *.dat* correspondiente a cada simulación y el número requerido de incrementos por ciclo de aplicación de carga— se procedió a calcular los ciclos a los cuales la grieta se propagó, de acuerdo con los incrementos estipulados en dicho archivo para cada una de las longitudes. A continuación, se muestra en las Tablas 5.2 y 5.3 la relación entre la longitud de grieta y el número de ciclos correspondientes para cada uno de los protocolos utilizados.

Tabla 5.2. Longitud de grieta en función del número de ciclos aplicados durante la simulación utilizando el Protocolo de carga de la línea 1.

Longitud de grieta-Número de ciclos					
Long. De grieta (mm)	Ciclos	Long. De grieta (mm)	Ciclos	Long. De grieta (mm)	Ciclos
7.55	1	12.75	29724	17.95	47934
7.75	1141	12.95	31392	18.15	47958
7.95	1698	13.15	32923	18.35	47981
8.15	2337	13.35	34164	18.55	48003
8.35	2940	13.55	35069	18.75	48025
8.55	4373	13.75	36432	18.95	48056
8.75	5886	13.95	37673	19.15	48088
8.95	6855	14.15	39303	19.35	48106
9.15	7808	14.35	40679	19.55	48118
9.35	8878	14.55	41170	19.75	48150
9.55	9783	14.75	42432	19.95	48176
9.75	10738	14.95	43244	20.15	48179
9.95	11812	15.15	43853	20.35	48208
10.15	12861	15.35	44655	20.55	48221
10.35	14104	15.55	46153	20.75	48231
10.55	15433	15.75	46636	20.95	48253
10.75	16412	15.95	46991	21.15	48281
10.95	17568	16.15	47269	21.35	48313
11.15	18955	16.35	47476	21.55	48329
11.35	20414	16.55	47587	21.75	48392
11.55	21336	16.75	47666	21.95	48448
11.75	22392	16.95	47750	22.15	48457
11.95	23900	17.15	47809	22.35	48481
12.15	25252	17.35	47875	22.55	48504
12.35	26757	17.55	47898	22.75	48532
12.55	28279	17.75	47917	22.95	48563

Tabla 5.3. Longitud de grieta en función del número de ciclos aplicados durante la simulación utilizando el Protocolo de carga de las líneas 3 y B.

Longitud de grieta-Número de ciclos					
Long. De grieta (mm)	Ciclos	Long. De grieta (mm)	Ciclos	Long. De grieta (mm)	Ciclos
7.55	1	12.75	33471	17.95	42525
7.75	1420	12.95	33878	18.15	42595
7.95	2048	13.15	34308	18.35	42683
8.15	2908	13.35	34729	18.55	42755
8.35	3611	13.55	35506	18.75	42824
8.55	5485	13.75	36099	18.95	42873
8.75	7191	13.95	36593	19.15	42907
8.95	8481	14.15	36872	19.35	42951
9.15	9711	14.35	37205	19.55	43009
9.35	10964	14.55	37578	19.75	43048
9.55	12127	14.75	38035	19.95	43108
9.75	13239	14.95	38465	20.15	43165
9.95	14567	15.15	38869	20.35	43208
10.15	15931	15.35	39536	20.55	43292
10.35	17131	15.55	39951	20.75	43349
10.55	19053	15.75	40393	20.95	43378
10.75	20021	15.95	40711	21.15	43456
10.95	21458	16.15	40906	21.35	43499
11.15	23217	16.35	41219	21.55	43527
11.35	25193	16.55	41475	21.75	43586
11.55	26147	16.75	41790	21.95	43624
11.75	27507	16.95	41983	22.15	43730
11.95	28946	17.15	42144	22.35	43782
12.15	29875	17.35	42317	22.55	43826
12.35	31641	17.55	42419	22.75	43899
12.55	32549	17.75	42478	22.95	43935

Como se observa en la Tabla 5.2 la grieta comenzó a incrementar su velocidad de propagación de propagación aproximadamente a los 47269 ciclos de aplicación de carga, los cuales corresponden a una longitud de grieta de 16.15 mm, mientras que en la Tabla 5.3 se observa como a los 41219 ciclos de aplicación de carga, la grieta vuelve a presentar el mismo comportamiento, este número de ciclos correspondió a una longitud de grieta de 16.35 mm.

Luego de usar las longitudes y el número de ciclos en los cuales la grieta comenzó a aumentar su propagación de forma considerable, se procedió a realizar un promedio para obtener la longitud de grieta; así como el número de ciclos aproximados en los cuales la grieta comenzara a presentar un cambio en su comportamiento de propagación; finalmente resultó una longitud de grieta promedio de 16.25 mm a aproximadamente 44244 ciclos de aplicación de carga.

Con los valores de las Tablas 5.2 y 5.3 se procedió a realizar las gráficas de la Fig. 67 y Fig. 68, con la finalidad de observar el comportamiento de la propagación de la grieta en función del número de ciclos de aplicación de carga.

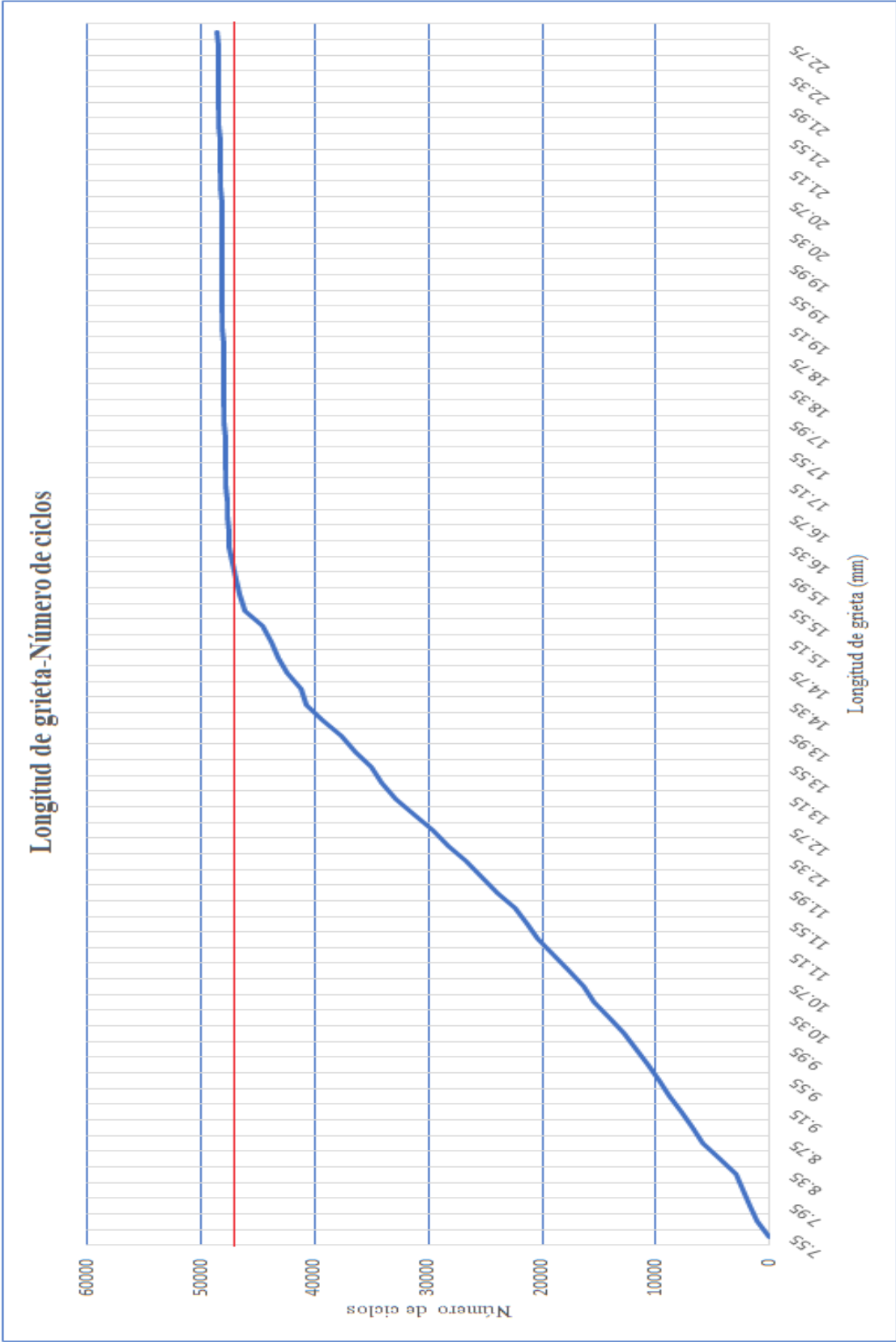


Fig. 67. Comportamiento de la propagación de la grieta en función del número de ciclos para el caso del protocolo de carga de la línea 1.

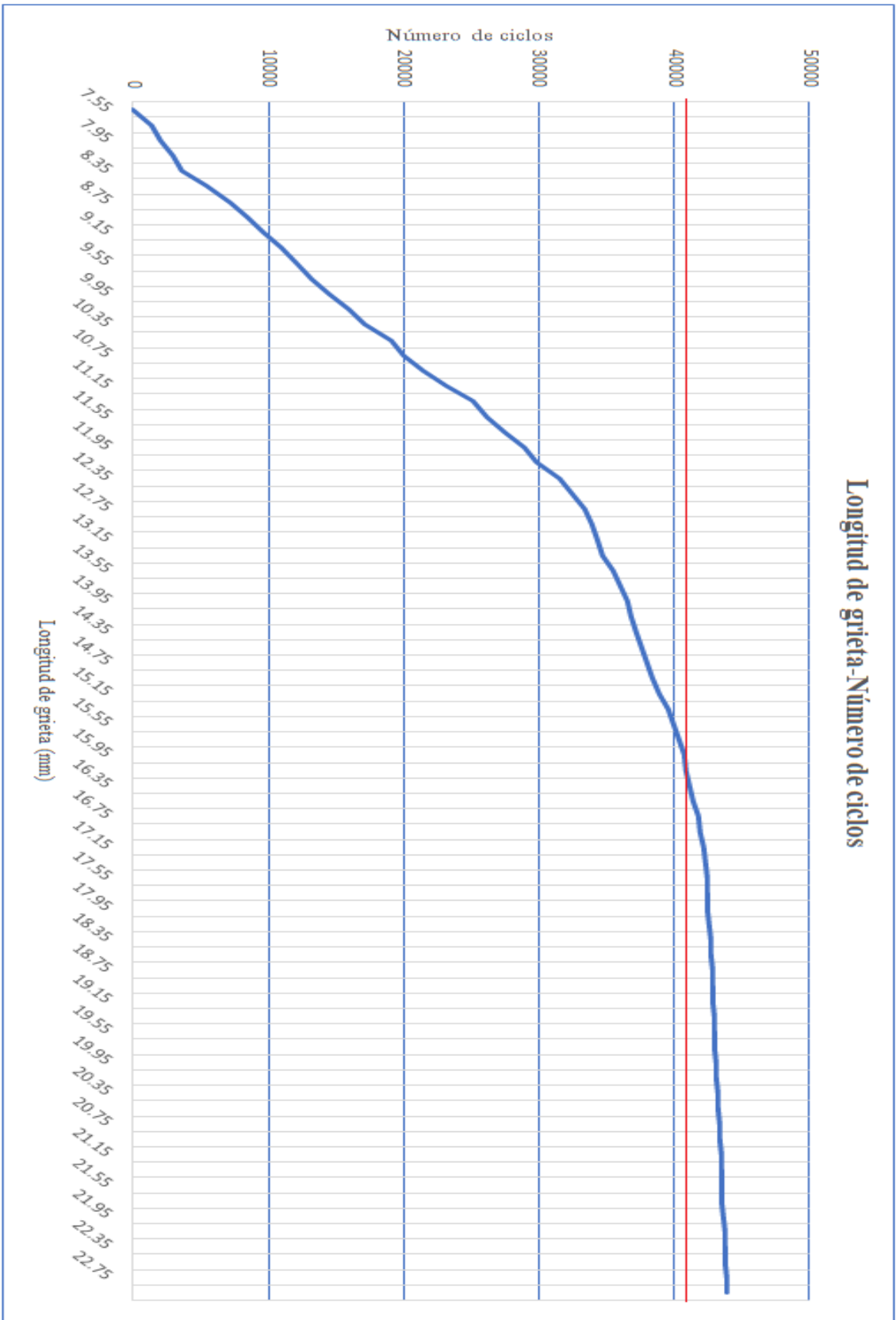


Fig. 68. Comportamiento de la grieta en función del número de ciclos para el caso del protocolo de carga de las líneas 3 y B.

Como se observa en la Fig. 67, la grieta al llegar a la longitud de 16.15 mm comienza a aumentar su longitud bajo el efecto de una menor cantidad de repeticiones de aplicación de carga. Este comportamiento se vuelve a observar en la Fig. 68, pero al llegar a una longitud de grieta de 16.35 mm. Por lo tanto, los valores obtenidos de la simulación en donde se observó este comportamiento acelerado en la propagación de la grieta se consideraron valores entre los que se puede encontrar el inicio de la propagación de grieta inestable en el modelo de simulación.

5.3.4. Resultados del factor de intensidad de esfuerzo

En el capítulo 4 sección 5.9, se configuró el historial de salida de la simulación para la obtención de los factores de intensidad de esfuerzo (FIE's), el cual una vez realizada la simulación, ésta proporcionó un archivo *.dat* el cual contiene entre otros datos el cálculo de los FIE's en sus tres direcciones (x , y y z) para cada incremento de tiempo de simulación, a razón de que el modelo de simulación utilizado fue tridimensional.

Con la información resultante de los incrementos de tiempo de simulación en los cuales la grieta se propagó, en conjunto con los archivos *.dat* correspondientes a cada simulación y el número requerido de incrementos por ciclo de aplicación de carga, se procedió a obtener los FIE's correspondientes.

En las Tablas 5.4. y 5.5. se muestran los resultados obtenidos de los FIE's de las simulaciones donde se utilizaron los protocolos de carga de la línea 1, y de las líneas 3 y B, respectivamente.

Tabla 5.4. Factores de intensidad de esfuerzo (K_I , K_{II} y K_{III}) obtenidos de la simulación realizada utilizando el protocolo de carga de la línea 1.

Factores de intensidad de esfuerzo de la simulación realizada utilizando el protocolo de carga de la línea 1			
Long. De grieta (mm)	FIE (K_I) MPa√m	FIE (K_{II}) MPa√m	FIE (K_{III}) MPa√m
7.55	16.19	0.029	0.003
7.75	16.89	0.054	0.008
7.95	17.71	0.048	0.006
8.15	18.33	0.049	0.001
8.35	18.95	0.046	0.001
8.55	19.56	0.094	0.001
8.75	20.48	0.054	0.002
8.95	20.91	0.098	0.001
9.15	21.38	0.062	0.002
9.35	21.88	0.042	0.001
9.55	22.27	0.099	0.001
9.75	22.97	0.084	0.003
9.95	23.52	0.055	0.002
10.15	24.39	0.039	0.001
10.35	25.66	0.049	0.001
10.55	26.77	0.069	0.001
10.75	27.70	0.038	0.001
10.95	28.92	0.091	0.003
11.15	29.45	0.049	0.002
11.35	30.81	0.095	0.003
11.55	32.12	0.098	0.001
11.75	34.55	0.082	0.003
11.95	36.49	0.053	0.002
12.15	38.27	0.061	0.002
12.35	40.87	0.076	0.001
12.55	42.31	0.057	0.001
12.75	44.57	0.078	0.003
12.95	47.65	0.070	0.002
13.15	50.00	0.082	0.001
13.35	52.17	0.051	0.002
13.55	54.93	0.083	0.005
13.75	56.81	0.037	0.002
13.95	58.26	0.052	0.004
14.15	60.86	0.065	0.006

Tabla 5.4. Factores de intensidad de esfuerzo (K_I , K_{II} y K_{III}) obtenidos de la simulación realizada utilizando el protocolo de carga de la línea 1. (Continuación)

Factores de intensidad de esfuerzo de la simulación realizada utilizando el protocolo de carga de la línea 1			
Long. De grieta (mm)	FIE (K_I) MPa√m	FIE (K_{II}) MPa√m	FIE (K_{III}) MPa√m
14.35	62.13	0.052	0.008
14.55	64.74	0.088	0.003
14.75	66.17	0.082	0.003
14.95	68.34	0.073	0.002
15.15	70.78	0.054	0.007
15.35	73.62	0.063	0.004
15.55	76.80	0.045	0.002
15.75	79.45	0.093	0.003
15.95	83.39	0.085	0.005
16.15	84.32	0.055	0.009
16.35	88.27	0.043	0.008
16.55	92.06	0.048	0.003
16.75	97.11	0.058	0.002
16.95	102.43	0.045	0.007
17.15	113.20	0.072	0.003
17.35	125.56	0.071	0.008
17.55	139.90	0.061	0.004
17.75	148.17	0.066	0.002
17.95	160.47	0.074	0.006
18.15	173.78	0.082	0.007
18.35	185.29	0.086	0.007
18.55	199.35	0.092	0.008
18.75	211.84	0.084	0.008
18.95	225.15	0.090	0.006
19.15	238.35	0.076	0.007
19.35	254.60	0.081	0.007
19.55	278.07	0.106	0.015
19.75	293.42	0.114	0.017
19.95	315.28	0.121	0.020
20.15	331.16	0.129	0.021
20.35	352.28	0.137	0.023
20.55	378.71	0.141	0.024
20.75	398.42	0.168	0.026
20.95	430.87	0.176	0.029

Tabla 5.4. Factores de intensidad de esfuerzo (K_I , K_{II} y K_{III}) obtenidos de la simulación realizada utilizando el protocolo de carga de la línea 1. (Continuación)

Factores de intensidad de esfuerzo de la simulación realizada utilizando el protocolo de carga de la línea 1			
Long. De grieta (mm)	FIE (K_I) MPa√m	FIE (K_{II}) MPa√m	FIE (K_{III}) MPa√m
21.15	483.58	0.195	0.033
21.35	571.47	0.892	0.192
21.55	693.97	1.114	0.267
21.75	815.84	2.465	0.425
21.95	939.80	4.630	1.215
22.15	1218.32	6.415	3.244
22.35	1453.46	8.275	4.862
22.55	1734.66	9.619	5.758
22.75	2095.75	12.385	8.325
22.95	2519.62	25.453	10.988

Tabla 5.5. Factores de intensidad de esfuerzo (K_I , K_{II} y K_{III}) obtenidos de la simulación realizada utilizando el protocolo de carga de las líneas 3 y B.

Factores de intensidad de esfuerzo de la simulación realizada utilizando el protocolo de carga de las líneas 3 y B			
Long. De grieta (mm)	FIE (K_I) MPa√m	FIE (K_{II}) MPa√m	FIE (K_{III}) MPa√m
7.55	16.22	0.031	0.002
7.75	16.90	0.056	0.005
7.95	17.53	0.052	0.008
8.15	17.99	0.053	0.001
8.35	18.65	0.046	0.005
8.55	19.39	0.068	0.006
8.75	19.85	0.058	0.007
8.95	20.64	0.072	0.009
9.15	21.11	0.068	0.006
9.35	21.92	0.057	0.005
9.55	22.53	0.081	0.007
9.75	23.44	0.076	0.009
9.95	24.22	0.060	0.003
10.15	24.98	0.055	0.004
10.35	25.75	0.053	0.006
10.55	26.55	0.065	0.008
10.75	27.39	0.048	0.009
10.95	28.28	0.082	0.003

Tabla 5.5. Factores de intensidad de esfuerzo (K_I , K_{II} y K_{III}) obtenidos de la simulación realizada utilizando el protocolo de carga de las líneas 3 y B. (Continuación)

Factores de intensidad de esfuerzo de la simulación realizada utilizando el protocolo de carga de las líneas 3 y B			
Long. De grieta (mm)	FIE (K_I) MPa√m	FIE (K_{II}) MPa√m	FIE (K_{III}) MPa√m
11.15	29.18	0.063	0.001
11.35	31.23	0.072	0.002
11.55	33.75	0.085	0.005
11.75	35.20	0.089	0.007
11.95	36.95	0.093	0.008
12.15	38.47	0.045	0.009
12.35	40.79	0.051	0.007
12.55	42.63	0.064	0.004
12.75	45.55	0.056	0.008
12.95	48.33	0.049	0.005
13.15	51.71	0.065	0.009
13.35	54.33	0.077	0.008
13.55	57.83	0.081	0.011
13.75	59.50	0.083	0.012
13.95	61.14	0.072	0.010
14.15	63.62	0.074	0.009
14.35	65.60	0.067	0.008
14.55	67.74	0.068	0.014
14.75	69.45	0.063	0.016
14.95	71.77	0.052	0.017
15.15	72.99	0.055	0.012
15.35	74.21	0.058	0.011
15.55	76.61	0.051	0.015
15.75	78.05	0.060	0.016
15.95	80.28	0.073	0.019
16.15	85.69	0.089	0.014
16.35	90.15	0.091	0.009
16.55	94.98	0.075	0.011
16.75	100.35	0.059	0.012
16.95	104.17	0.051	0.009
17.15	116.51	0.063	0.008
17.35	127.01	0.067	0.011
17.55	137.39	0.059	0.010
17.75	150.85	0.056	0.012

Tabla 5.5. Factores de intensidad de esfuerzo (K_I , K_{II} y K_{III}) obtenidos de la simulación realizada utilizando el protocolo de carga de las líneas 3 y B. (Continuación)

Factores de intensidad de esfuerzo de la simulación realizada utilizando el protocolo de carga de las líneas 3 y B			
Long. De grieta (mm)	FIE (K_I) MPa√m	FIE (K_{II}) MPa√m	FIE (K_{III}) MPa√m
17.95	163.72	0.064	0.015
18.15	176.60	0.068	0.008
18.35	188.04	0.072	0.009
18.55	202.39	0.076	0.013
18.75	227.43	0.081	0.015
18.95	241.16	0.084	0.017
19.15	259.40	0.083	0.020
19.35	283.84	0.087	0.019
19.55	298.71	0.094	0.018
19.75	320.48	0.098	0.021
19.95	346.58	0.097	0.020
20.15	372.63	0.102	0.022
20.35	395.60	0.103	0.023
20.55	429.37	0.105	0.018
20.75	464.19	0.104	0.025
20.95	552.67	0.111	0.017
21.15	635.23	0.122	0.023
21.35	705.48	0.134	0.026
21.55	821.92	0.146	0.027
21.75	921.48	0.771	0.250
21.95	1089.35	1.217	0.841
22.15	1355.61	2.846	1.312
22.35	1640.90	4.098	2.294
22.55	2186.08	9.345	5.135
22.75	2575.17	15.239	9.902
22.95	3112.30	23.547	12.544

Con los valores de las Tablas 5.4 y 5.5 se procedió a realizar las gráficas de la Fig. 69 y Fig. 70, con la finalidad de observar el comportamiento que presentaron los FIE's en función del aumento en la longitud de grieta.

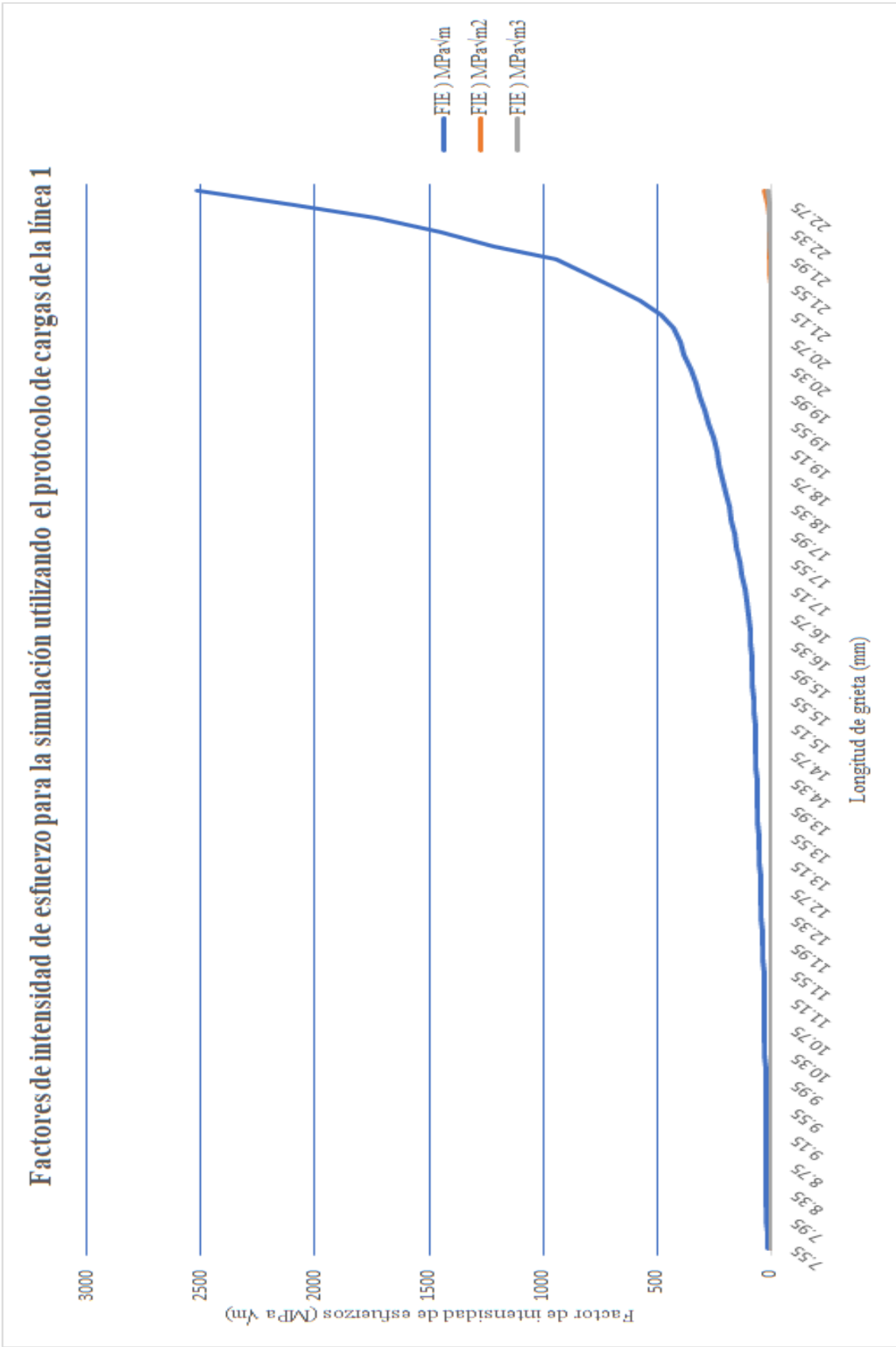


Fig. 69. Gráfica de comportamiento de los factores de intensidad de esfuerzo de la simulación donde se utilizó el protocolo de carga de la línea 1.

Factores de intensidad de esfuerzo para la simulación utilizando el protocolo de cargas de las líneas 3 y B

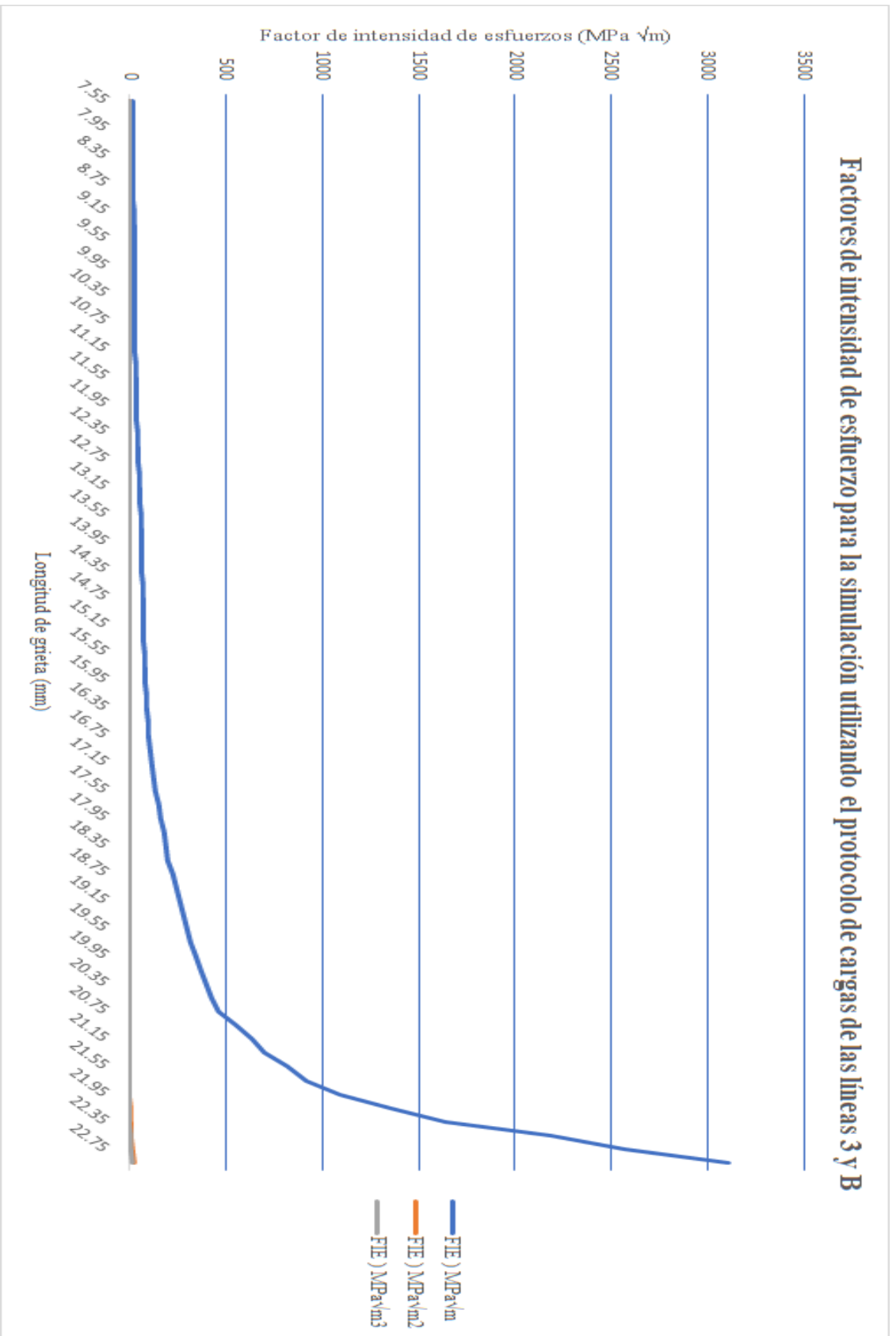


Fig. 70. Gráfica de comportamiento de los factores de intensidad de esfuerzo de la simulación donde se utilizó el protocolo de carga de las líneas 3 y B.

En las Tablas 5.4 y 5.5 se observa que los FIE's para K_I , presentaron un aumento progresivo en función de la longitud de grieta donde fueron medidos, lo que expuso un comportamiento prácticamente constante hasta alcanzar una longitud de grieta de 17.15 mm, punto en el que ésta comenzó a aumentar considerablemente el valor de los FIE's. En los posteriores aumentos de longitud de grieta, esta situación se observó en ambos casos de estudio y fue corroborado por las gráficas presentadas en la Fig. 69 y Fig. 70, en donde se observa claramente como, a partir de la longitud de grieta de 17.15 mm, los valores obtenidos de los FIE's aumentaron exponencialmente.

En relación con los valores obtenidos de K_{II} y K_{III} durante la simulación, se observa en las Tablas 5.4 y 5.5 que estos fueron muy pequeños en contraste con los valores de K_I , esto sucedió debido a que las cargas fueron aplicadas en forma perpendicular al plano de fractura del modelo (modo I de carga) y, por ende, no hubo influencia de cargas que generaran desplazamientos de las superficies de fractura fuera del plano o en sentidos opuestos. Por lo que estos valores pueden ser despreciados en la práctica debido a que no generaron una influencia significativa para que la grieta se propagara.

5.3.5. Resultados de la zona plástica calculados durante la simulación de la propagación de la grieta

Como se mencionó en el capítulo 4 sección 5.10, se obtuvieron los valores del radio de la zona plástica durante la simulación de la propagación de la grieta con la finalidad de determinar el comportamiento de la fractura (EP o DP) y sí el análisis para la determinación del FIE crítico y de la longitud de grieta crítica sería por medio del criterio de la MFLE o de la MFEP.

Para la simulación de propagación de grieta y a fin de obtener los valores del tamaño del radio de la zona plástica se realizó lo descrito en el capítulo 4 sección 5.3 en donde se refirió la configuración de la opción del subeditor de daño, la cual se refiere a la evolución permitida para la propagación de la grieta; ésta fue configurada para permitir el desplazamiento de la grieta 0.2 mm a la vez durante la simulación utilizando un comportamiento en modo mixto de los valores del tamaño del radio de la zona plástica en función del esfuerzo plano y de la deformación plana.

Los valores del tamaño del radio de la zona plástica medidos durante la simulación de la propagación de la grieta se obtuvieron del archivo *.dat* proporcionado por el sistema para cada una de las simulaciones en función de cada aumento en la longitud de grieta. Estos valores se muestran a continuación en la Tabla 5.6.

Tabla 5.6. Resultados del tamaño del radio de la zona plástica para las simulaciones utilizando los protocolos de carga de la línea 1, y de las líneas 3 y B en función de la longitud de grieta.

Long. De grieta (mm)	Tamaño del radio de la zona plástica protocolo de carga línea 1 (mm)	Tamaño del radio de la zona plástica protocolo de carga líneas 3 y B (mm)
7.55	0.19	0.19
7.75	0.25	0.23
7.95	0.28	0.28
8.15	0.30	0.30
8.35	0.35	0.36
8.55	0.41	0.40
8.75	0.48	0.49
8.95	0.56	0.56
9.15	0.63	0.62
9.35	0.69	0.68
9.55	0.75	0.75
9.75	0.83	0.82
9.95	0.87	0.87
10.15	0.90	0.91
10.35	0.96	0.97
10.55	1.03	1.05
10.75	1.17	1.15
10.95	1.22	1.22
11.15	1.35	1.35
11.35	1.51	1.51
11.55	1.67	1.68
11.75	1.74	1.73
11.95	1.84	1.85
12.15	2.00	2.01
12.35	2.26	2.25
12.55	2.53	2.53
12.75	2.97	2.96
12.95	3.36	3.33
13.15	3.54	3.52
13.35	3.87	3.85
13.55	4.09	4.11
13.75	4.32	4.30
13.95	4.57	4.58

Tabla 5.6. Resultados del tamaño del radio de la zona plástica para las simulaciones utilizando los protocolos de carga de la línea 1, y de las líneas 3 y B en función de la longitud de grieta. (Continuación)

Long. De grieta (mm)	Tamaño del radio de la zona plástica protocolo de carga línea 1 (mm)	Tamaño del radio de la zona plástica protocolo de carga líneas 3 y B (mm)
14.15	4.82	4.83
14.35	5.17	5.18
14.55	5.36	5.40
14.75	5.51	5.54
14.95	5.75	5.77
15.15	5.90	5.94
15.35	6.19	6.23
15.55	6.34	6.35
15.75	6.61	6.65
15.95	6.69	6.72
16.15	6.73	6.73
16.35	6.65	6.64
16.55	6.35	6.35
16.75	6.15	6.15
16.95	5.94	5.93
17.15	5.73	5.73
17.35	5.41	5.41
17.55	5.32	5.33
17.75	5.13	5.14
17.95	4.90	4.90
18.15	4.74	4.74
18.35	4.46	4.47
18.55	4.25	4.26
18.75	4.06	4.05
18.95	3.84	3.83
19.15	3.69	3.70
19.35	3.53	3.52
19.55	3.21	3.22
19.75	3.11	3.12
19.95	2.91	2.92
20.15	2.69	2.68
20.35	2.53	2.54
20.55	2.30	2.29

Tabla 5.6. Resultados del tamaño del radio de la zona plástica para las simulaciones utilizando los protocolos de carga de la línea 1, y de las líneas 3 y B en función de la longitud de grieta. (Continuación)

Long. De grieta (mm)	Tamaño del radio de la zona plástica protocolo de carga línea 1 (mm)	Tamaño del radio de la zona plástica protocolo de carga líneas 3 y B (mm)
20.75	2.09	2.11
20.95	1.82	1.83
21.15	1.68	1.69
21.35	1.54	1.54
21.55	1.35	1.34
21.75	1.08	1.09
21.95	0.91	0.92
22.15	0.69	0.69
22.35	0.49	0.49
22.55	0.33	0.33
22.75	0.12	0.13
22.95	0.05	0.05

Como se observa en la Tabla 5.6 los valores del tamaño del radio de la zona plástica fueron aumentando hasta llegar a 6.73 mm en ambas simulaciones. Ambos tamaños del radio de la zona plástica correspondieron a la longitud de grieta de 16.15 mm.

A partir de esta longitud de grieta, los valores del radio de la zona plástica fueron disminuyendo debido a que el modelo presentaba un menor volumen al frente de la punta de la grieta cada que ésta se propagaba, por lo que los valores posteriores son cercanos al valor total del ancho sobrante en el modelo de simulación. Se analizó esta situación y se observó que el método extendido de elementos finitos permitió continuar con la propagación de la grieta al equilibrar las fuerzas en el modelo, a fin de limitarse a sus dimensiones.

Adicional al análisis anterior, se observó que los valores del tamaño del radio de la zona plástica en ambas simulaciones no presentaron cambios abruptos que fueran significativos, este comportamiento se deber a que en el modelo no se consideraron ningún tipo de concentradores de esfuerzos adicionales —como son microgrietas, porosidades o inclusiones— las cuales incrementarán la concentración de esfuerzos en la punta de la grieta lo que llegaría a generar un aumento significativo del tamaño del radio de la zona plástica.

Con los valores de la Tabla 5.6 se trazó la gráfica de la Fig. 71 con la finalidad de observar el comportamiento que presentó el tamaño del radio de la zona plástica en función de la longitud de grieta durante la simulación que uso para ambos protocolos de carga (línea 1 y línea 3 y B).

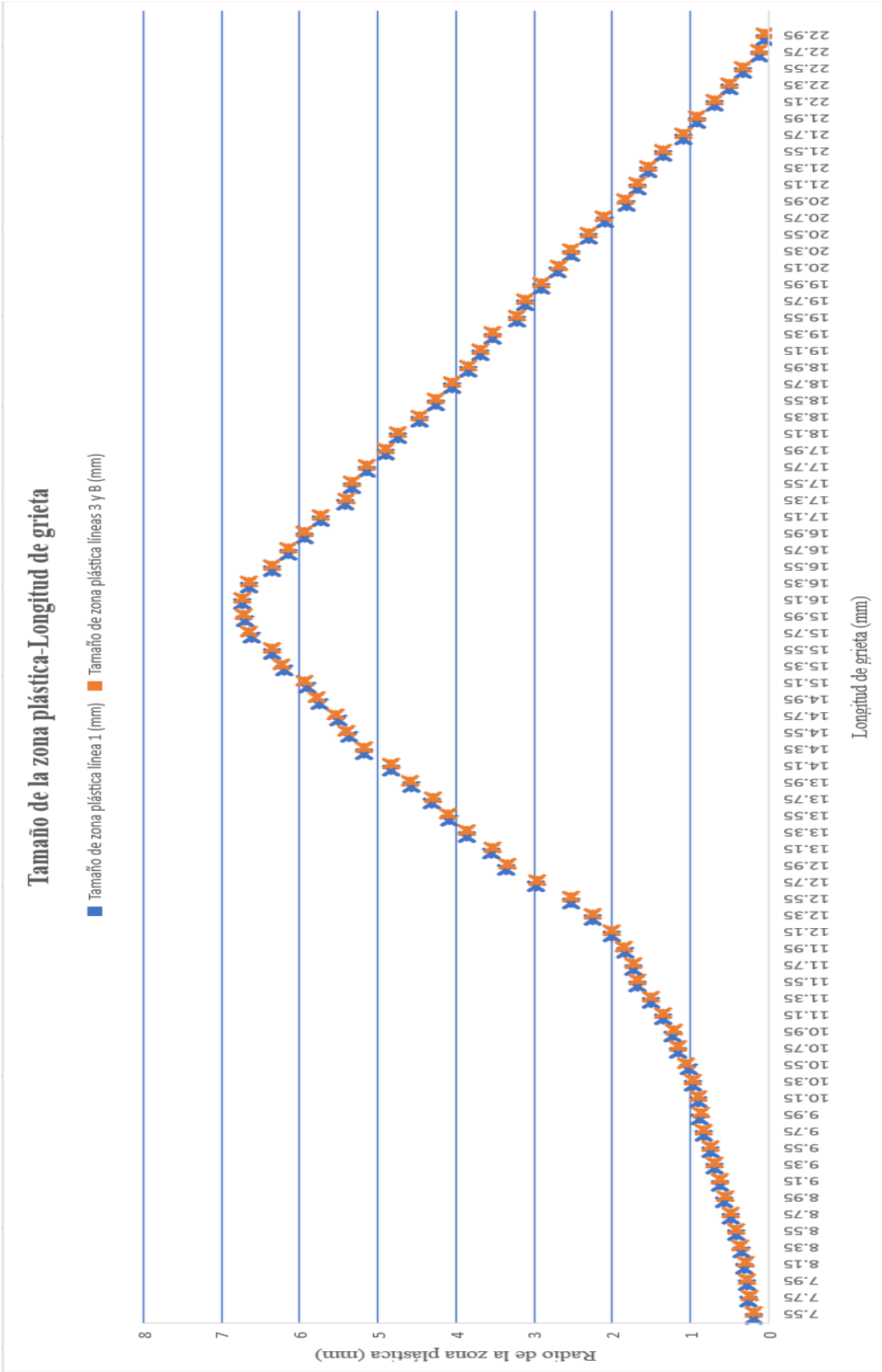


Fig. 71. Comportamiento del tamaño de la zona plástica en función de la longitud de grieta durante las simulaciones utilizando los protocolos de carga de las líneas 1, 3 y B.

5.3.5.2. Determinación del comportamiento de la fractura (esfuerzos planos o deformaciones planas)

Con las simulaciones numéricas desarrolladas utilizando el programa computacional Abaqus, se obtuvieron los valores del tamaño del radio de la zona plástica por medio del archivo *.dat*. el valor obtenido es el promedio entre el tamaño del radio de la zona plástica en esfuerzo plano (EP) y el tamaño de está en deformación plana (DP). Por lo tanto, como se especificó en la sección 5.3.5 se procedió a determinar por medio del criterio determinista para fractura en función de la longitud de grieta a , si la fractura ocurrió en mayor proporción en esfuerzo plano o en deformación plana.

En las Tablas 5.7 y 5.8 se muestra el resultado obtenido de la aplicación del criterio determinista de fractura para EP o DP para las simulaciones utilizando los protocolos de carga de la línea 1 y de las líneas 3 y B, respectivamente. Para la aplicación del criterio sólo se utilizó los FIE's (K_I) debido a que es el valor de esfuerzo con mayor influencia durante la simulación de propagación de grieta como se observó en la sección 5.3.4.

Tabla 5.7 Criterio determinístico para fractura por esfuerzo plano (EP) o deformación plana (DP) para la propagación de grieta de la simulación utilizando el protocolo de carga de la línea 1.

Criterio determinístico para fractura por esfuerzo plano (EP) o deformación plana (DP)				
Long. grieta (m)	FIE (K_I) MPa\sqrt{m}	Esfuerzo de cedencia	Criterio determinístico $2.5 * \left(K/\sigma_{ys}\right)^2$	Evaluación de la propagación de grieta en EP o DP $a \leq 2.5 * \left(K/\sigma_{ys}\right)^2$
0.00755	16.19	249.46	0.011	EP
0.00775	16.90	249.46	0.012	EP
0.00795	17.71	249.46	0.013	EP
0.00815	18.33	249.46	0.013	EP
0.00835	18.95	249.46	0.014	EP
0.00855	19.57	249.46	0.015	EP
0.00875	20.48	249.46	0.017	EP
0.00895	20.91	249.46	0.018	EP
0.00915	21.38	249.46	0.018	EP
0.00935	21.88	249.46	0.019	EP
0.00955	22.27	249.46	0.020	EP
0.00975	22.97	249.46	0.021	EP
0.00995	23.52	249.46	0.022	EP
0.01015	24.39	249.46	0.024	EP
0.01035	25.66	249.46	0.026	EP
0.01055	26.77	249.46	0.029	EP

Tabla 5.7 Criterio determinístico para fractura por esfuerzo plano (EP) o deformación plana (DP) para la propagación de grieta de la simulación utilizando el protocolo de carga de la línea 1. (Continuación)

Criterio determinístico para fractura por esfuerzo plano (EP) o deformación plana (DP)				
Long. grieta (m)	FIE (K_I) MPa\sqrt{m}	Esfuerzo de cedencia	Criterio determinístico $2.5 * (K/\sigma_{ys})^2$	Evaluación de la propagación de grieta en EP o DP $a \leq 2.5 * (K/\sigma_{ys})^2$
0.01075	27.70	249.46	0.031	EP
0.01095	28.92	249.46	0.033	EP
0.01115	29.45	249.46	0.035	EP
0.01135	30.81	249.46	0.038	EP
0.01155	32.12	249.46	0.041	EP
0.01175	34.55	249.46	0.048	EP
0.01195	36.49	249.46	0.053	EP
0.01215	38.27	249.46	0.059	EP
0.01235	40.85	249.46	0.067	EP
0.01255	42.31	249.46	0.072	EP
0.01275	44.57	249.46	0.080	EP
0.01295	47.65	249.46	0.091	EP
0.01315	50.00	249.46	0.100	EP
0.01335	52.17	249.46	0.110	EP
0.01355	54.93	249.46	0.121	EP
0.01375	56.81	249.46	0.130	EP
0.01395	58.26	249.46	0.137	EP
0.01415	60.86	249.46	0.149	EP
0.01435	62.13	249.46	0.155	EP
0.01455	64.74	249.46	0.168	EP
0.01475	66.17	249.46	0.176	EP
0.01495	68.34	249.46	0.187	EP
0.01515	70.78	249.46	0.201	EP
0.01535	73.62	249.46	0.218	EP
0.01555	76.80	249.46	0.237	EP
0.01575	79.45	249.46	0.253	EP
0.01595	83.39	249.46	0.279	EP
0.01615	84.32	249.46	0.285	EP
0.01635	88.27	249.46	0.313	EP
0.01655	92.06	249.46	0.340	EP
0.01675	97.11	249.46	0.379	EP

Tabla 5.7 Criterio determinístico para fractura por esfuerzo plano (EP) o deformación plana (DP) para la propagación de grieta de la simulación utilizando el protocolo de carga de la línea 1. (Continuación)

Criterio determinístico para fractura por esfuerzo plano (EP) o deformación plana (DP)				
Long. grieta (m)	FIE (K_I) MPa\sqrt{m}	Esfuerzo de cedencia	Criterio determinístico $2.5 * (K/\sigma_{ys})^2$	Evaluación de la propagación de grieta en EP o DP $a \leq 2.5 * (K/\sigma_{ys})^2$
0.01695	102.43	249.46	0.421	EP
0.01715	113.20	249.46	0.515	EP
0.01735	125.56	249.46	0.633	EP
0.01755	139.90	249.46	0.786	EP
0.01775	148.17	249.46	0.882	EP
0.01795	160.47	249.46	1.034	EP
0.01815	173.78	249.46	1.213	EP
0.01835	185.29	249.46	1.379	EP
0.01855	199.35	249.46	1.596	EP
0.01875	211.84	249.46	1.803	EP
0.01895	225.15	249.46	2.036	EP
0.01915	238.35	249.46	2.282	EP
0.01935	254.60	249.46	2.604	EP
0.01955	278.07	249.46	3.106	EP
0.01975	293.42	249.46	3.459	EP
0.01995	315.28	249.46	3.993	EP
0.02015	331.16	249.46	4.406	EP
0.02035	352.28	249.46	4.985	EP
0.02055	378.71	249.46	5.761	EP
0.02075	398.42	249.46	6.377	EP
0.02095	430.87	249.46	7.458	EP
0.02115	483.58	249.46	9.395	EP
0.02135	571.47	249.46	13.119	EP
0.02155	693.97	249.46	19.347	EP
0.02175	815.84	249.46	26.739	EP
0.02195	939.80	249.46	35.482	EP
0.02215	1218.32	249.46	59.629	EP
0.02235	1453.46	249.46	84.868	EP
0.02255	1734.66	249.46	120.883	EP
0.02275	2095.75	249.46	176.449	EP
0.02295	2519.62	249.46	255.039	EP

Tabla 5.8. Criterio determinístico para fractura por esfuerzo plano (EP) o deformación plana (DP) para la propagación de grieta de la simulación utilizando el protocolo de carga de las líneas 3 y B.

Criterio determinístico para fractura por esfuerzo plano (EP) o deformación plana (DP)				
Long. grieta (m)	FIE (K_I) MPa\sqrt{m}	Esfuerzo de cedencia	Criterio determinístico $2.5 * (K/\sigma_{ys})^2$	Evaluación de la propagación de grieta en EP o DP $a \leq 2.5 * (K/\sigma_{ys})^2$
0.00755	16.22	249.46	0.010	EP
0.00775	16.90	249.46	0.011	EP
0.00795	17.53	249.46	0.012	EP
0.00815	17.99	249.46	0.013	EP
0.00835	18.65	249.46	0.014	EP
0.00855	19.39	249.46	0.015	EP
0.00875	19.85	249.46	0.016	EP
0.00895	20.64	249.46	0.017	EP
0.00915	21.11	249.46	0.018	EP
0.00935	21.92	249.46	0.019	EP
0.00955	22.53	249.46	0.020	EP
0.00975	23.44	249.46	0.022	EP
0.00995	24.22	249.46	0.024	EP
0.01015	24.98	249.46	0.025	EP
0.01035	25.75	249.46	0.027	EP
0.01055	26.55	249.46	0.028	EP
0.01075	27.39	249.46	0.030	EP
0.01095	28.28	249.46	0.032	EP
0.01115	29.18	249.46	0.034	EP
0.01135	31.23	249.46	0.039	EP
0.01155	33.75	249.46	0.046	EP
0.01175	35.20	249.46	0.050	EP
0.01195	36.95	249.46	0.055	EP
0.01215	38.47	249.46	0.060	EP
0.01235	40.79	249.46	0.067	EP
0.01255	42.63	249.46	0.073	EP
0.01275	45.55	249.46	0.083	EP
0.01295	48.33	249.46	0.094	EP
0.01315	51.71	249.46	0.107	EP
0.01335	54.33	249.46	0.118	EP
0.01355	57.83	249.46	0.134	EP

Tabla 5.8. Criterio determinístico para fractura por esfuerzo plano (EP) o deformación plana (DP) para la propagación de grieta de la simulación utilizando el protocolo de carga de las líneas 3 y B. (Continuación)

Criterio determinístico para fractura por esfuerzo plano (EP) o deformación plana (DP)				
Long. grieta (m)	FIE (K_I) MPa\sqrt{m}	Esfuerzo de cedencia	Criterio determinístico $2.5 * (K/\sigma_{ys})^2$	Evaluación de la propagación de grieta en EP o DP $a \leq 2.5 * (K/\sigma_{ys})^2$
0.01375	59.50	249.46	0.142	EP
0.01395	61.14	249.46	0.150	EP
0.01415	63.62	249.46	0.162	EP
0.01435	65.60	249.46	0.173	EP
0.01455	67.74	249.46	0.184	EP
0.01475	69.45	249.46	0.194	EP
0.01495	71.79	249.46	0.207	EP
0.01515	72.99	249.46	0.214	EP
0.01535	74.21	249.46	0.221	EP
0.01555	76.61	249.46	0.236	EP
0.01575	78.05	249.46	0.245	EP
0.01595	80.28	249.46	0.259	EP
0.01615	85.69	249.46	0.295	EP
0.01635	90.15	249.46	0.326	EP
0.01655	94.98	249.46	0.362	EP
0.01675	100.35	249.46	0.404	EP
0.01695	104.17	249.46	0.436	EP
0.01715	116.51	249.46	0.545	EP
0.01735	127.01	249.46	0.648	EP
0.01755	137.39	249.46	0.758	EP
0.01775	150.85	249.46	0.914	EP
0.01795	163.72	249.46	1.077	EP
0.01815	176.60	249.46	1.253	EP
0.01835	188.04	249.46	1.420	EP
0.01855	202.39	249.46	1.645	EP
0.01875	227.43	249.46	2.078	EP
0.01895	241.16	249.46	2.336	EP
0.01915	259.40	249.46	2.703	EP
0.01935	283.84	249.46	3.236	EP
0.01955	298.71	249.46	3.584	EP
0.01975	320.48	249.46	4.126	EP

Tabla 5.8. Criterio determinístico para fractura por esfuerzo plano (EP) o deformación plana (DP) para la propagación de grieta de la simulación utilizando el protocolo de carga de las líneas 3 y B. (Continuación)

Criterio determinístico para fractura por esfuerzo plano (EP) o deformación plana (DP)				
Long. grieta (m)	FIE (K_I) MPa\sqrt{m}	Esfuerzo de cedencia	Criterio determinístico $2.5 * (K/\sigma_{ys})^2$	Evaluación de la propagación de grieta en EP o DP $a \leq 2.5 * (K/\sigma_{ys})^2$
0.01995	346.58	249.46	4.826	EP
0.02015	372.63	249.46	5.578	EP
0.02035	395.60	249.46	6.287	EP
0.02055	429.37	249.46	7.406	EP
0.02075	464.19	249.46	8.656	EP
0.02095	552.67	249.46	12.271	EP
0.02115	635.23	249.46	16.211	EP
0.02135	705.48	249.46	19.994	EP
0.02155	821.92	249.46	27.139	EP
0.02175	921.48	249.46	34.112	EP
0.02195	1089.35	249.46	47.673	EP
0.02215	1355.61	249.46	73.826	EP
0.02235	1640.90	249.46	108.169	EP
0.02255	2186.08	249.46	191.986	EP
0.02275	2575.17	249.46	266.410	EP
0.02295	3112.30	249.46	389.135	EP

Como se puede observar en las Tablas 5.7 y 5.8 en ambas simulaciones predominó la propagación de grieta en esfuerzos planos; esto se debió a que el espesor de la probeta de fractura tipo ESE (T) fue de 5 mm de longitud, el cual puede ser considerado como un valor muy pequeño y, por lo tanto, la distribución del radio de zona plástica alrededor de la punta de la grieta con relación al espesor del modelo no presentó variaciones significativas. Por lo tanto, los valores obtenidos del tamaño del radio de zona plástica para ambas simulaciones se pueden considerar válidos para cada una de las longitud de grieta y bajo cualquier longitud de espesor dentro del modelo de simulación.

5.3.5.3. Análisis de la fractura para la determinación del tipo de análisis (MFLE o MFEP)

Como se mencionó en la sección 5.3.5, se debe de analizar la fractura del material A216 Grado WCB Clase 600, para determinar si ésta deberá ser evaluada por medio de los criterios de la mecánica de la fractura lineal-elástico o elásto-plástico. Para lo cual, se utilizó el criterio basado en función de la longitud de la grieta y el tamaño del radio de la zona plástica.

En las Tablas 5.9 y 5.10 se muestran respectivamente los resultados obtenidos de la aplicación del criterio determinista para el tipo de análisis de fractura por el que la grieta fue evaluada para ambas simulaciones donde se utilizaron diferentes protocolos de carga.

Tabla 5.9. Evaluación para la determinación del tipo de análisis de fractura, protocolo de carga de la línea 1.

Determinación del tipo de análisis de fractura de la línea 1			
Long de grieta a (mm)	Tamaño de zona plástica línea 1 rp (mm)	Evaluación de zona plástica $25 a$	Criterio determinista de tipo de análisis de fractura $25 a \geq rp$
7.55	0.1891	188.75	MFLE
7.75	0.2545	193.75	MFLE
7.95	0.2832	198.75	MFLE
8.15	0.3058	203.75	MFLE
8.35	0.3529	208.75	MFLE
8.55	0.4116	213.75	MFLE
8.75	0.4874	218.75	MFLE
8.95	0.5673	223.75	MFLE
9.15	0.6286	228.75	MFLE
9.35	0.6951	233.75	MFLE
9.55	0.7513	238.75	MFLE
9.75	0.8296	243.75	MFLE
9.95	0.8746	248.75	MFLE
10.15	0.9035	253.75	MFLE
10.35	0.9621	258.75	MFLE
10.55	1.0268	263.75	MFLE
10.75	1.1685	268.75	MFLE
10.95	1.2252	273.75	MFLE
11.15	1.3528	278.75	MFLE
11.35	1.5094	283.75	MFLE
11.55	1.6711	288.75	MFLE

Tabla 5.9. Evaluación para la determinación del tipo de análisis de fractura, protocolo de carga de la línea 1.
(Continuación)

Determinación del tipo de análisis de fractura de la línea 1			
Long de grieta a (mm)	Tamaño de zona plástica línea 1 rp (mm)	Evaluación de zona plástica $25 a$	Criterio determinista de tipo de análisis de fractura $25 a \geq rp$
11.75	1.7365	293.75	MFLE
11.95	1.8426	298.75	MFLE
12.15	2.0056	303.75	MFLE
12.35	2.2591	308.75	MFLE
12.55	2.5347	313.75	MFLE
12.75	2.9715	318.75	MFLE
12.95	3.3564	323.75	MFLE
13.15	3.5416	328.75	MFLE
13.35	3.8664	333.75	MFLE
13.55	4.0885	338.75	MFLE
13.75	4.3159	343.75	MFLE
13.95	4.5761	348.75	MFLE
14.15	4.8253	353.75	MFLE
14.35	5.1684	358.75	MFLE
14.55	5.3659	363.75	MFLE
14.75	5.5071	368.75	MFLE
14.95	5.7539	373.75	MFLE
15.15	5.9016	378.75	MFLE
15.35	6.1956	383.75	MFLE
15.55	6.3467	388.75	MFLE
15.75	6.6143	393.75	MFLE
15.95	6.6948	398.75	MFLE
16.15	6.7393	403.75	MFLE
16.35	6.6495	408.75	MFLE
16.55	6.3498	413.75	MFLE
16.75	6.1484	418.75	MFLE
16.95	5.9356	423.75	MFLE
17.15	5.7258	428.75	MFLE
17.35	5.4125	433.75	MFLE
17.55	5.3257	438.75	MFLE
17.75	5.1361	443.75	MFLE

Tabla 5.9. Evaluación para la determinación del tipo de análisis de fractura, protocolo de carga de la línea 1.
(Continuación)

Determinación del tipo de análisis de fractura de la línea 1			
Long de grieta a (mm)	Tamaño de zona plástica línea 1 rp (mm)	Evaluación de zona plástica $25 a$	Criterio determinista de tipo de análisis de fractura $25 a \geq rp$
17.95	4.9001	448.75	MFLE
18.15	4.7398	453.75	MFLE
18.35	4.4682	458.75	MFLE
18.55	4.2521	463.75	MFLE
18.75	4.0592	468.75	MFLE
18.95	3.8384	473.75	MFLE
19.15	3.6931	478.75	MFLE
19.35	3.5271	483.75	MFLE
19.55	3.2178	488.75	MFLE
19.75	3.1116	493.75	MFLE
19.95	2.9152	498.75	MFLE
20.15	2.6964	503.75	MFLE
20.35	2.5321	508.75	MFLE
20.55	2.2962	513.75	MFLE
20.75	2.0954	518.75	MFLE
20.95	1.8247	523.75	MFLE
21.15	1.6862	528.75	MFLE
21.35	1.5426	533.75	MFLE
21.55	1.3486	538.75	MFLE
21.75	1.0846	543.75	MFLE
21.95	0.9132	548.75	MFLE
22.15	0.6945	553.75	MFLE
22.35	0.4951	558.75	MFLE
22.55	0.3338	563.75	MFLE
22.75	0.1258	568.75	MFLE
22.95	0.0499	573.75	MFLE

Tabla 5.10. Evaluación para la determinación del tipo de análisis de fractura, protocolo de carga de las líneas 3 y B.

Determinación del tipo de análisis de fractura de las líneas 3 y B			
Long de grieta a (mm)	Tamaño de zona plástica líneas 3 y B rp (mm)	Evaluación de zona plástica $25 a$	Criterio determinista de tipo de análisis de fractura $25 a \geq rp$
7.55	0.1894	188.75	MFLE
7.75	0.2361	193.75	MFLE
7.95	0.2789	198.75	MFLE
8.15	0.3011	203.75	MFLE
8.35	0.3564	208.75	MFLE
8.55	0.4096	213.75	MFLE
8.75	0.4862	218.75	MFLE
8.95	0.5596	223.75	MFLE
9.15	0.6281	228.75	MFLE
9.35	0.6877	233.75	MFLE
9.55	0.7483	238.75	MFLE
9.75	0.8254	243.75	MFLE
9.95	0.8731	248.75	MFLE
10.15	0.9069	253.75	MFLE
10.35	0.9653	258.75	MFLE
10.55	1.0512	263.75	MFLE
10.75	1.1546	268.75	MFLE
10.95	1.2174	273.75	MFLE
11.15	1.3526	278.75	MFLE
11.35	1.5103	283.75	MFLE
11.55	1.6767	288.75	MFLE
11.75	1.7305	293.75	MFLE
11.95	1.8532	298.75	MFLE
12.15	2.0101	303.75	MFLE
12.35	2.2514	308.75	MFLE
12.55	2.5339	313.75	MFLE
12.75	2.9681	318.75	MFLE
12.95	3.3362	323.75	MFLE
13.15	3.5231	328.75	MFLE
13.35	3.8547	333.75	MFLE
13.55	4.1113	338.75	MFLE

Tabla 5.10. Evaluación para la determinación del tipo de análisis de fractura, protocolo de carga de las líneas 3 y B. (Continuación)

Determinación del tipo de análisis de fractura de las líneas 3 y B			
Long de grieta a (mm)	Tamaño de zona plástica líneas 3 y B rp (mm)	Evaluación de zona plástica $25 a$	Criterio determinista de tipo de análisis de fractura $25 a \geq rp$
13.75	4.2964	343.75	MFLE
13.95	4.5822	348.75	MFLE
14.15	4.8314	353.75	MFLE
14.35	5.1835	358.75	MFLE
14.55	5.3985	363.75	MFLE
14.75	5.5426	368.75	MFLE
14.95	5.7768	373.75	MFLE
15.15	5.9462	378.75	MFLE
15.35	6.2378	383.75	MFLE
15.55	6.3523	388.75	MFLE
15.75	6.6538	393.75	MFLE
15.95	6.7247	398.75	MFLE
16.15	6.7356	403.75	MFLE
16.35	6.6474	408.75	MFLE
16.55	6.3481	413.75	MFLE
16.75	6.1486	418.75	MFLE
16.95	5.9321	423.75	MFLE
17.15	5.7276	428.75	MFLE
17.35	5.4099	433.75	MFLE
17.55	5.3261	438.75	MFLE
17.75	5.1389	443.75	MFLE
17.95	4.8996	448.75	MFLE
18.15	4.7417	453.75	MFLE
18.35	4.4692	458.75	MFLE
18.55	4.2554	463.75	MFLE
18.75	4.0562	468.75	MFLE
18.95	3.8371	473.75	MFLE
19.15	3.6948	478.75	MFLE
19.35	3.5268	483.75	MFLE
19.55	3.2205	488.75	MFLE
19.75	3.1173	493.75	MFLE

Tabla 5.10. Evaluación para la determinación del tipo de análisis de fractura, protocolo de carga de las líneas 3 y B. (Continuación)

Determinación del tipo de análisis de fractura de las líneas 3 y B			
Long de grieta a (mm)	Tamaño de zona plástica líneas 3 y B rp (mm)	Evaluación de zona plástica $25 a$	Criterio determinista de tipo de análisis de fractura $25 a \geq rp$
19.95	2.9165	498.75	MFLE
20.15	2.6893	503.75	MFLE
20.35	2.5352	508.75	MFLE
20.55	2.2949	513.75	MFLE
20.75	2.1134	518.75	MFLE
20.95	1.8305	523.75	MFLE
21.15	1.6859	528.75	MFLE
21.35	1.5422	533.75	MFLE
21.55	1.3437	538.75	MFLE
21.75	1.0951	543.75	MFLE
21.95	0.9163	548.75	MFLE
22.15	0.6943	553.75	MFLE
22.35	0.4947	558.75	MFLE
22.55	0.3339	563.75	MFLE
22.75	0.1261	568.75	MFLE
22.95	0.0499	573.75	MFLE

Como se observa en las Tablas 5.9 y 5.10 en ambos modelos se observó un comportamiento de fractura lineal-elástico, lo cual indica que la zona plástica alrededor de la punta de la grieta es muy pequeña y que la mayoría del modelo presentó un comportamiento elástico. Por lo tanto, el análisis se realizó de acuerdo con el criterio lineal-elástico, el cual se describió en la sección 5.3.5. Para determinar cuando la grieta cambió de un comportamiento estable a inestable en función del valor obtenido del FIE alrededor de la punta de la grieta y del valor de la tenacidad a la fractura del material.

5.3.6. Determinación de la longitud de grieta crítica

La determinación de la longitud de grieta crítica es de vital importancia debido a que con esta es posible conocer el momento exacto en el que la grieta comenzara a presentar un comportamiento inestable en el modelo de simulación, en el cual se configuraron las propiedades mecánicas del material A216 Grado WCB Clase 600.

El valor de la longitud de grieta crítica determinado podrá ser utilizado como criterio de retiro de la MRP de los vagones del metro de la Ciudad de México, debido a que corresponde a un valor de longitud de grieta a partir de la cual se debe considerar que si el componente agrietado sigue en operación, eventualmente la propagación de la grieta desencadenara en una fractura total del componente en cualquier momento.

Por lo tanto, apoyado del análisis anterior en el que se determinó que la grieta presentó un comportamiento de fractura lineal-elástico, se procedió a evaluar los datos obtenidos de los factores de intensidad de esfuerzo durante la simulación de la propagación de la grieta mostrados en la Tablas 5.4. y 5.5 en función del valor a la tenacidad a la fractura del material, el cual se describió en el capítulo 4 sección 5.2 la cual tiene un valor de $88.35 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$.

La determinación de la longitud de grieta crítica se procedió a realizar de acuerdo con lo establecido en el criterio lineal elástico [47], el cual se presenta a continuación:

Si $K < K_{IC}$ → Entonces la propagación de las grietas será estable

Si $K \geq K_{IC}$ → Entonces la propagación de las grietas será inestable

Por consiguiente, se procedió a realizar la comparación de los valores correspondientes de los FIE's y el valor de la tenacidad a la fractura del material en función de la longitud de la grieta, con la finalidad de obtener la longitud de grieta crítica en ambas simulaciones de propagación de la grieta. Los resultados de las comparaciones se muestran en las Tablas 5.11 y 5.12.

Tabla 5.11. Determinación de longitud de grieta crítica protocolo de carga de la línea 1.

Comparación para la determinación de la longitud de grieta crítica de la línea 1				
Ciclos	Long. De grieta (mm)	FIE (K_I) MPa√m	Tenacidad a la fractura MPa√m	Resultado de la aplicación del criterio de fractura lineal-elástico
1	7.55	16.19	88.35	Propagación de grieta estable
1420	7.75	16.89	88.35	Propagación de grieta estable
2048	7.95	17.71	88.35	Propagación de grieta estable
2908	8.15	18.33	88.35	Propagación de grieta estable
3611	8.35	18.95	88.35	Propagación de grieta estable
5485	8.55	19.56	88.35	Propagación de grieta estable
7191	8.75	20.48	88.35	Propagación de grieta estable
8481	8.95	20.91	88.35	Propagación de grieta estable
9711	9.15	21.38	88.35	Propagación de grieta estable
10964	9.35	21.88	88.35	Propagación de grieta estable
12127	9.55	22.27	88.35	Propagación de grieta estable
13239	9.75	22.97	88.35	Propagación de grieta estable
14567	9.95	23.52	88.35	Propagación de grieta estable
15931	10.15	24.39	88.35	Propagación de grieta estable
17131	10.35	25.66	88.35	Propagación de grieta estable
19053	10.55	26.77	88.35	Propagación de grieta estable
20021	10.75	27.70	88.35	Propagación de grieta estable
21458	10.95	28.92	88.35	Propagación de grieta estable
23217	11.15	29.45	88.35	Propagación de grieta estable
25193	11.35	30.81	88.35	Propagación de grieta estable
26147	11.55	32.12	88.35	Propagación de grieta estable
27507	11.75	34.55	88.35	Propagación de grieta estable
28946	11.95	36.49	88.35	Propagación de grieta estable
29875	12.15	38.27	88.35	Propagación de grieta estable
31641	12.35	40.85	88.35	Propagación de grieta estable
32549	12.55	42.31	88.35	Propagación de grieta estable
33471	12.75	44.57	88.35	Propagación de grieta estable
33878	12.95	47.65	88.35	Propagación de grieta estable
34308	13.15	50.00	88.35	Propagación de grieta estable
34729	13.35	52.17	88.35	Propagación de grieta estable
35506	13.55	54.93	88.35	Propagación de grieta estable
36099	13.75	56.81	88.35	Propagación de grieta estable
36593	13.95	58.26	88.35	Propagación de grieta estable
36872	14.15	60.86	88.35	Propagación de grieta estable

Tabla 5.11. Determinación de longitud de grieta crítica protocolo de carga de la línea 1. (Continuación)

Comparación para la determinación de la longitud de grieta crítica de la línea 1				
Ciclos	Long. De grieta (mm)	FIE (K_I) MPa√m	Tenacidad a la fractura MPa√m	Resultado de la aplicación del criterio de fractura lineal-elástico
37205	14.35	62.13	88.35	Propagación de grieta estable
37578	14.55	64.74	88.35	Propagación de grieta estable
38035	14.75	66.17	88.35	Propagación de grieta estable
38465	14.95	68.34	88.35	Propagación de grieta estable
38869	15.15	70.78	88.35	Propagación de grieta estable
39536	15.35	73.62	88.35	Propagación de grieta estable
39951	15.55	76.80	88.35	Propagación de grieta estable
40393	15.75	79.45	88.35	Propagación de grieta estable
40711	15.95	83.39	88.35	Propagación de grieta estable
40906	16.15	84.32	88.35	Propagación de grieta estable
41219	16.35	88.27	88.35	Propagación de grieta estable
41475	16.55	92.06	88.35	Propagación de grieta inestable
41790	16.75	97.11	88.35	Propagación de grieta inestable
41983	16.95	102.43	88.35	Propagación de grieta inestable
42144	17.15	113.20	88.35	Propagación de grieta inestable
42317	17.35	125.56	88.35	Propagación de grieta inestable
42419	17.55	139.90	88.35	Propagación de grieta inestable
42478	17.75	148.17	88.35	Propagación de grieta inestable
42525	17.95	160.47	88.35	Propagación de grieta inestable
42595	18.15	173.78	88.35	Propagación de grieta inestable
42683	18.35	185.29	88.35	Propagación de grieta inestable
42755	18.55	199.35	88.35	Propagación de grieta inestable
42824	18.75	211.84	88.35	Propagación de grieta inestable
42873	18.95	225.15	88.35	Propagación de grieta inestable
42907	19.15	238.35	88.35	Propagación de grieta inestable
42951	19.35	254.60	88.35	Propagación de grieta inestable
43009	19.55	278.07	88.35	Propagación de grieta inestable
43048	19.75	293.42	88.35	Propagación de grieta inestable
43108	19.95	315.28	88.35	Propagación de grieta inestable
43165	20.15	331.16	88.35	Propagación de grieta inestable
43208	20.35	352.28	88.35	Propagación de grieta inestable
43292	20.55	378.71	88.35	Propagación de grieta inestable
43349	20.75	398.42	88.35	Propagación de grieta inestable
43378	20.95	430.87	88.35	Propagación de grieta inestable

Tabla 5.11. Determinación de longitud de grieta crítica protocolo de carga de la línea 1. (Continuación)

Comparación para la determinación de la longitud de grieta crítica de la línea 1				
Ciclos	Long. De grieta (mm)	FIE (K_I) MPa√m	Tenacidad a la fractura MPa√m	Resultado de la aplicación del criterio de fractura lineal-elástico
43456	21.15	483.58	88.35	Propagación de grieta inestable
43499	21.35	571.47	88.35	Propagación de grieta inestable
43527	21.55	693.97	88.35	Propagación de grieta inestable
43586	21.75	815.84	88.35	Propagación de grieta inestable
43624	21.95	939.80	88.35	Propagación de grieta inestable
43730	22.15	1218.32	88.35	Propagación de grieta inestable
43782	22.35	1453.46	88.35	Propagación de grieta inestable
43826	22.55	1734.66	88.35	Propagación de grieta inestable
43899	22.75	2095.75	88.35	Propagación de grieta inestable
43935	22.95	2519.62	88.35	Propagación de grieta inestable

Tabla 5.12. Determinación de grieta crítica protocolo de carga de las líneas 3 y B.

Comparación para la determinación de la longitud de grieta crítica de las líneas 3 y B				
Ciclos	Long. De grieta (mm)	FIE (K_I) MPa√m	Tenacidad a la fractura MPa√m	Resultado de la aplicación del criterio de fractura lineal-elástico
1	7.55	16.22	88.35	Propagación de grieta estable
1420	7.75	16.90	88.35	Propagación de grieta estable
2048	7.95	17.53	88.35	Propagación de grieta estable
2908	8.15	17.99	88.35	Propagación de grieta estable
3611	8.35	18.65	88.35	Propagación de grieta estable
5485	8.55	19.39	88.35	Propagación de grieta estable
7191	8.75	19.85	88.35	Propagación de grieta estable
8481	8.95	20.64	88.35	Propagación de grieta estable
9711	9.15	21.11	88.35	Propagación de grieta estable
10964	9.35	21.92	88.35	Propagación de grieta estable
12127	9.55	22.53	88.35	Propagación de grieta estable
13239	9.75	23.44	88.35	Propagación de grieta estable
14567	9.95	24.22	88.35	Propagación de grieta estable
15931	10.15	24.98	88.35	Propagación de grieta estable
17131	10.35	25.75	88.35	Propagación de grieta estable
19053	10.55	26.54	88.35	Propagación de grieta estable
20021	10.75	27.39	88.35	Propagación de grieta estable
21458	10.95	28.28	88.35	Propagación de grieta estable
23217	11.15	29.18	88.35	Propagación de grieta estable

Tabla 5.12. Determinación de grieta crítica protocolo de carga de las líneas 3 y B. (Continuación)

Comparación para la determinación de la longitud de grieta crítica de las líneas 3 y B				
Ciclos	Long. De grieta (mm)	FIE (K_I) MPa√m	Tenacidad a la fractura MPa√m	Resultado de la aplicación del criterio de fractura lineal-elástico
25193	11.35	31.23	88.35	Propagación de grieta estable
26147	11.55	33.75	88.35	Propagación de grieta estable
27507	11.75	35.20	88.35	Propagación de grieta estable
28946	11.95	36.95	88.35	Propagación de grieta estable
29875	12.15	38.47	88.35	Propagación de grieta estable
31641	12.35	40.79	88.35	Propagación de grieta estable
32549	12.55	42.63	88.35	Propagación de grieta estable
33471	12.75	45.55	88.35	Propagación de grieta estable
33878	12.95	48.33	88.35	Propagación de grieta estable
34308	13.15	51.71	88.35	Propagación de grieta estable
34729	13.35	54.33	88.35	Propagación de grieta estable
35506	13.55	57.83	88.35	Propagación de grieta estable
36099	13.75	59.50	88.35	Propagación de grieta estable
36593	13.95	61.14	88.35	Propagación de grieta estable
36872	14.15	63.62	88.35	Propagación de grieta estable
37205	14.35	65.59	88.35	Propagación de grieta estable
37578	14.55	67.74	88.35	Propagación de grieta estable
38035	14.75	69.45	88.35	Propagación de grieta estable
38465	14.95	71.79	88.35	Propagación de grieta estable
38869	15.15	72.99	88.35	Propagación de grieta estable
39536	15.35	74.21	88.35	Propagación de grieta estable
39951	15.55	76.61	88.35	Propagación de grieta estable
40393	15.75	78.05	88.35	Propagación de grieta estable
40711	15.95	80.28	88.35	Propagación de grieta estable
40906	16.15	85.69	88.35	Propagación de grieta estable
41219	16.35	90.15	88.35	Propagación de grieta inestable
41475	16.55	94.98	88.35	Propagación de grieta inestable
41790	16.75	100.35	88.35	Propagación de grieta inestable
41983	16.95	104.17	88.35	Propagación de grieta inestable
42144	17.15	116.51	88.35	Propagación de grieta inestable
42317	17.35	127.01	88.35	Propagación de grieta inestable
42419	17.55	137.39	88.35	Propagación de grieta inestable
42478	17.75	150.85	88.35	Propagación de grieta inestable
42525	17.95	163.72	88.35	Propagación de grieta inestable

Tabla 5.12. Determinación de grieta crítica protocolo de carga de las líneas 3 y B. (Continuación)

Comparación para la determinación de la longitud de grieta crítica de las líneas 3 y B				
Ciclos	Long. De grieta (mm)	FIE (K_I) MPa√m	Tenacidad a la fractura MPa√m	Resultado de la aplicación del criterio de fractura lineal-elástico
42595	18.15	176.60	88.35	Propagación de grieta inestable
42683	18.35	188.04	88.35	Propagación de grieta inestable
42755	18.55	202.39	88.35	Propagación de grieta inestable
42824	18.75	227.43	88.35	Propagación de grieta inestable
42873	18.95	241.16	88.35	Propagación de grieta inestable
42907	19.15	259.40	88.35	Propagación de grieta inestable
42951	19.35	283.84	88.35	Propagación de grieta inestable
43009	19.55	298.71	88.35	Propagación de grieta inestable
43048	19.75	320.48	88.35	Propagación de grieta inestable
43108	19.95	346.58	88.35	Propagación de grieta inestable
43165	20.15	372.63	88.35	Propagación de grieta inestable
43208	20.35	395.60	88.35	Propagación de grieta inestable
43292	20.55	429.37	88.35	Propagación de grieta inestable
43349	20.75	464.19	88.35	Propagación de grieta inestable
43378	20.95	552.67	88.35	Propagación de grieta inestable
43456	21.15	635.23	88.35	Propagación de grieta inestable
43499	21.35	705.48	88.35	Propagación de grieta inestable
43527	21.55	821.92	88.35	Propagación de grieta inestable
43586	21.75	921.48	88.35	Propagación de grieta inestable
43624	21.95	1089.35	88.35	Propagación de grieta inestable
43730	22.15	1355.61	88.35	Propagación de grieta inestable
43782	22.35	1640.90	88.35	Propagación de grieta inestable
43826	22.55	2186.08	88.35	Propagación de grieta inestable
43899	22.75	2575.17	88.35	Propagación de grieta inestable
43935	22.95	3112.30	88.35	Propagación de grieta inestable

En la Tabla 5.11 —correspondiente a la simulación utilizando el protocolo de carga de la línea 1— se observa que cuando la grieta alcanzó una longitud crítica de 16.35 mm a los 41219 ciclos de aplicación de carga, el factor de intensidad de esfuerzo correspondiente alcanzó un valor de 88.27 MPa√m valor considerado como de seguridad, el cual se encuentra sólo por debajo del límite del valor a la tenacidad a la fractura del material. Posteriormente, se observa que la grieta comenzó a incrementar su longitud rápidamente a una menor cantidad de ciclos hasta alcanzar la fractura total del modelo de simulación.

En la Tabla 5.12 se observa que sucedió la misma situación para el caso de la simulación utilizando el protocolo de carga de las líneas 3 y B; sin embargo, el valor de seguridad del

FIE fue alcanzado a una longitud de grieta crítica de 16.15 mm correspondiente a 40906 ciclos de aplicación de carga, en donde se obtuvo un valor de seguridad del factor de intensidad de esfuerzo de $85.69 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$.

Esta diferencia entre ambas simulaciones en cuestión al valor de la longitud de grieta crítica se debe a la diferencia en los protocolos de carga configurados, los cuales se basaron en las condiciones de operación de cada una de las líneas del metro analizadas. Por lo tanto, ambas longitudes de grieta crítica se consideraron como válidas para el material A216 Grado WCB Clase 600 bajo las correspondientes condiciones de operación de cada línea.

Se procedió a realizar las gráficas correspondientes a cada una de las simulaciones en relación con los factores de intensidad de esfuerzo en función de la longitud de grieta, en éstas se colocó el valor límite de la tenacidad a la fractura del material para observar de una manera más clara el momento cuando la grieta cambió su comportamiento de propagación estable a inestable. Estas gráficas se muestran a continuación en la Fig. 72 y Fig. 73.

Factores de intensidad de esfuerzo-Longitud de grieta Protocolo de carga línea 1

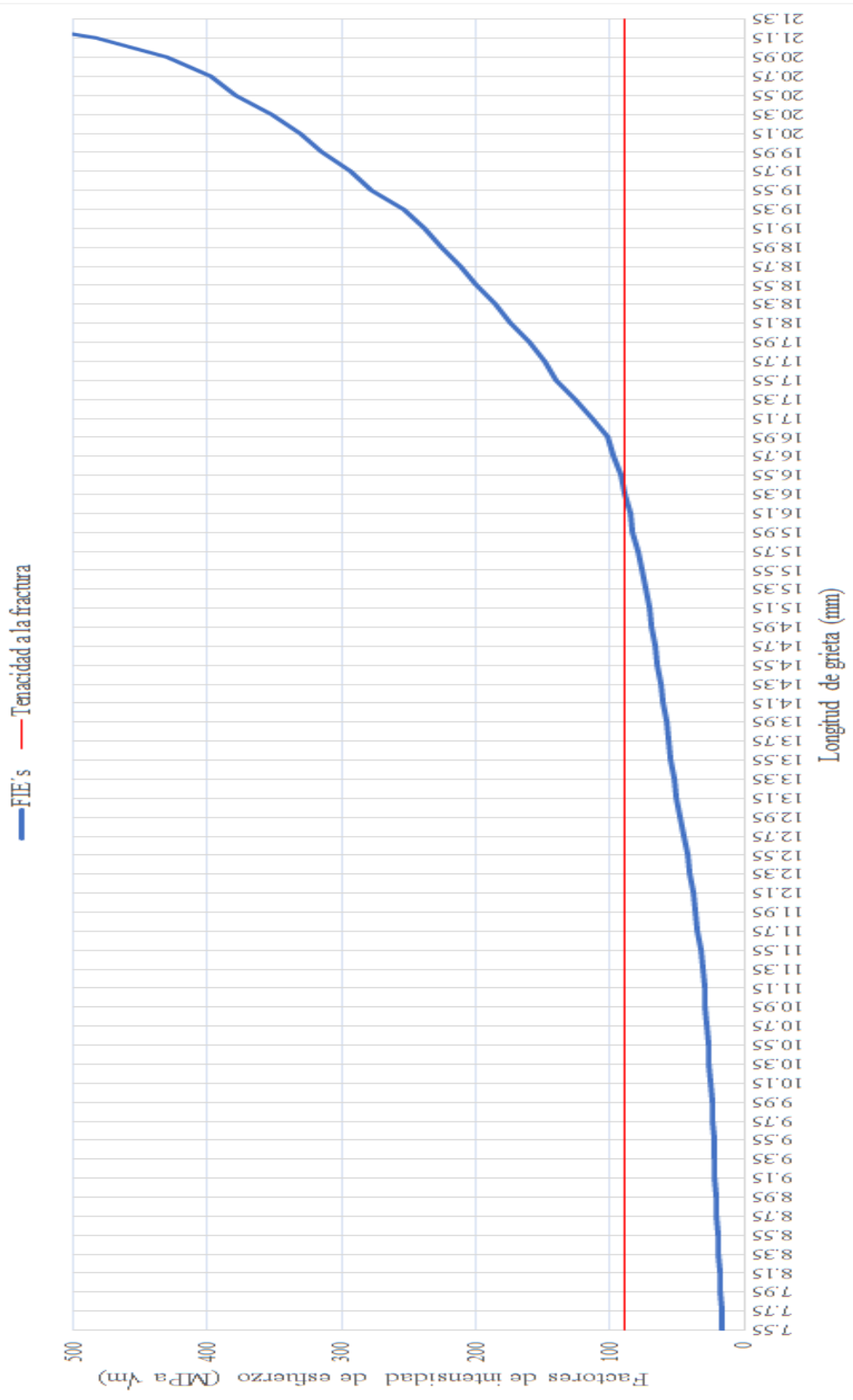


Fig. 72. Factores de intensidad de esfuerzos en función de la longitud de grieta utilizando el protocolo de carga de la línea 1.

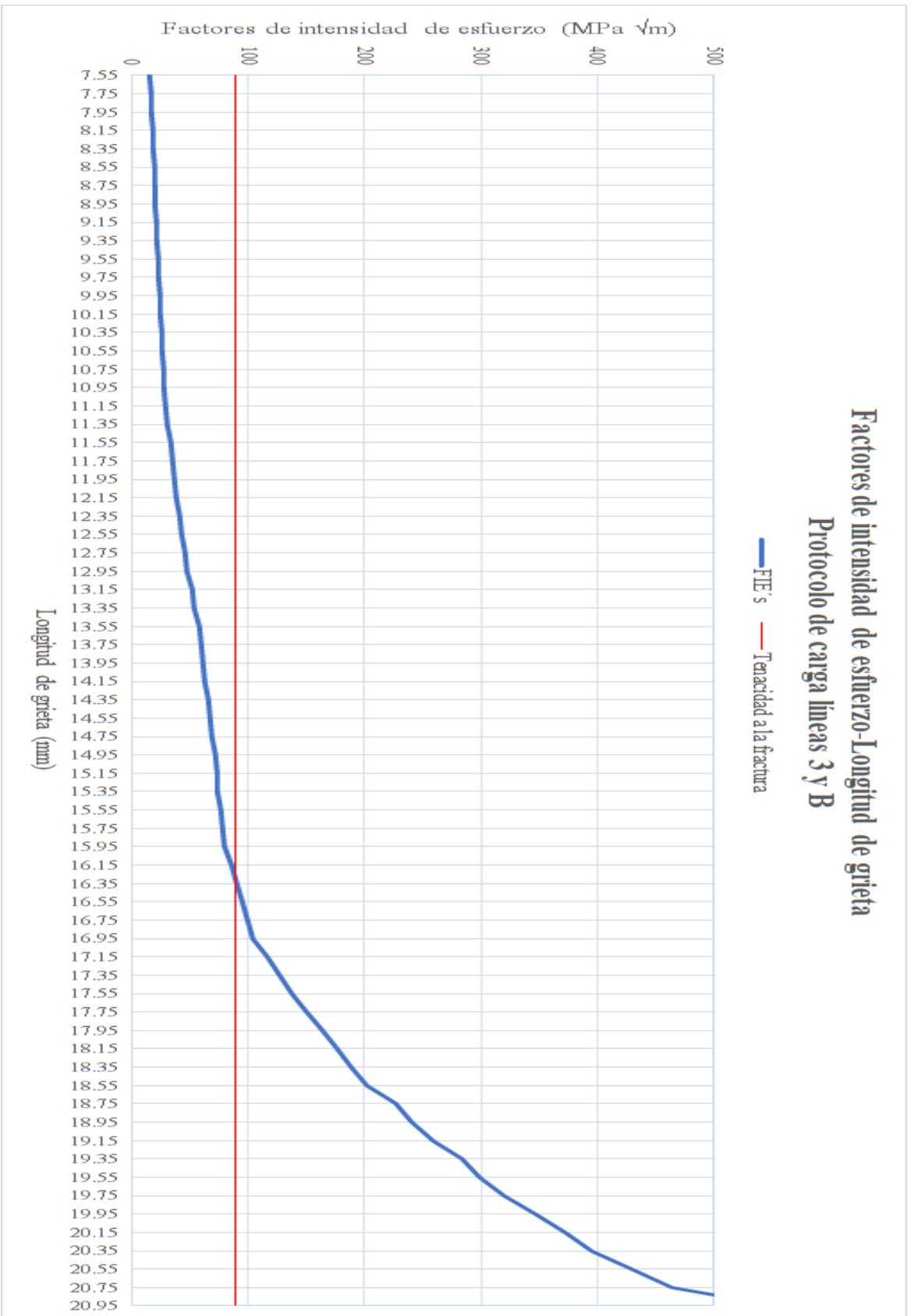


Fig. 73. Factores de intensidad de esfuerzos en función de la longitud de grieta utilizando el protocolo de carga de las líneas 3 y B.

Por lo tanto, observando los resultados obtenidos se infiere que cuando las MRP de los vagones de las línea 1 presenten alguna grieta con una longitud de 16.35 mm y en el caso de los vagones de las líneas 3 y B de 16.15 mm, se debe de proceder a retirar de operación la MRP, para evitar que la grieta comience a propagarse de forma inestable y pueda llegar a desencadenar en una fractura total del componente.

5.3.7. Comparación numérico-experimental de los resultados de la propagación de la grieta

En esta sección se muestra una comparativa de los resultados obtenidos de los factores de intensidad de esfuerzo (FIE's) y de la longitud de grieta crítica obtenidos en este trabajo de investigación utilizando el método extendido de elementos finitos en relación con los resultados obtenidos experimentalmente realizados por R. Corona Cid [10] al material A216 Grado WCB Clase 600, con el cual está fabricada la masa de rueda portadora (MRP) de los vagones de rodada neumática del STC metro de la Ciudad de México.

A continuación en las Tablas 5.13 y 5.14 se muestran los datos obtenidos de la comparativa numérico-experimental de los resultados de la propagación de grieta en relación con los FIE's, respectivamente para cada una de las simulaciones realizadas.

Tabla 5.13. Comparativa numérico-experimental del protocolo de carga de la línea 1.

Comparativa numérico-experimental del protocolo de carga de la línea 1			
Longitud de grieta numérica (mm)	Longitud de grieta experimental (mm)	FIE numérico (K_I) MPa√m	FIE experimental (K_I) MPa√m
7.55	7.56	16.19	25.32
7.75	7.73	16.90	25.83
7.95	7.85	17.71	26.19
8.15	*	18.33	*
8.35	8.29	18.95	27.62
8.55	*	19.56	*
8.75	8.77	20.48	29.30
8.95	8.88	20.91	29.71
9.15	9.20	21.38	30.96
9.35	9.38	21.88	31.68
9.55	9.51	22.27	32.24
9.75	9.84	22.97	33.70
9.95	*	23.52	*
10.15	10.17	24.39	35.22
10.35	*	25.66	*
10.55	10.47	26.77	36.73

Tabla 5.13. Comparativa numérico-experimental del protocolo de carga de la línea 1. (Continuación)

Comparativa numérico-experimental del protocolo de carga de la línea 1			
Longitud de grieta numérica (mm)	Longitud de grieta experimental (mm)	FIE numérico (K_I) MPa\sqrt{m}	FIE experimental (K_I) MPa\sqrt{m}
10.75	10.74	27.70	38.20
10.95	11.00	28.92	39.66
11.15	11.13	29.45	40.41
11.35	11.30	30.81	41.46
11.55	11.52	32.12	42.84
11.75	11.74	34.55	44.32
11.95	11.89	36.49	45.34
12.15	*	38.27	*
12.35	12.36	40.85	48.91
12.55	12.67	42.31	51.41
12.75	12.73	44.57	51.95
12.95	13.02	47.65	54.58
13.15	13.23	50.00	56.65
13.35	*	52.17	*
13.55	13.48	54.93	59.20
13.75	13.76	56.81	62.19
13.95	13.97	58.26	64.72
14.15	*	60.86	*
14.35	14.39	62.13	70.12
14.55	*	64.74	*
14.75	14.68	66.17	74.21
14.95	14.90	68.34	77.60
15.15	15.15	70.78	81.73
15.35	15.38	73.62	85.91
15.55	15.50	76.80	88.14
15.75	15.64	79.45	91.00
15.95	15.88	83.39	96.08
16.15	16.24	84.32	104.68
16.35	*	88.27	*
16.55	16.56	92.06	113.33
16.75	*	97.11	*
16.95	*	102.43	*
17.15	17.08	113.20	129.76
17.35	*	125.56	*

Tabla 5.13. Comparativa numérico-experimental del protocolo de carga de la línea 1. (Continuación)

Comparativa numérico-experimental del protocolo de carga de la línea 1			
Longitud de grieta numérica (mm)	Longitud de grieta experimental (mm)	FIE numérico (K_I) MPa√m	FIE experimental (K_I) MPa√m
17.55	17.58	139.90	149.14
17.75	*	148.17	*
17.95	18.03	160.47	171.32
18.15	*	173.78	*
18.35	*	185.29	*
18.55	18.48	199.35	199.89

* Sin datos para comparación

Tabla 5.14. Comparativa numérico-experimental del protocolo de carga de las líneas 3 y B.

Comparativa numérico-experimental del protocolo de carga de las líneas 3 y B			
Longitud de grieta numérica (mm)	Longitud de grieta experimental (mm)	FIE numérico (K_I) MPa√m	FIE experimental (K_I) MPa√m
7.55	7.56	16.22	25.32
7.75	7.73	16.90	25.83
7.95	7.85	17.53	26.19
8.15	*	17.99	*
8.35	8.29	18.65	27.62
8.55	*	19.39	*
8.75	8.77	19.85	29.30
8.95	8.88	20.64	29.71
9.15	9.20	21.11	30.96
9.35	9.38	21.92	31.68
9.55	9.51	22.53	32.24
9.75	9.84	23.44	33.70
9.95	*	24.22	*
10.15	10.17	24.98	35.22
10.35	*	25.75	*
10.55	10.47	26.55	36.73
10.75	10.74	27.39	38.20
10.95	11.00	28.28	39.66
11.15	11.13	29.18	40.41
11.35	11.30	31.23	41.46
11.55	11.52	33.75	42.84
11.75	11.74	35.20	44.32

Tabla 5.14. Comparativa numérico-experimental del protocolo de carga de las líneas 3 y B. (Continuación)

Comparativa numérico-experimental del protocolo de carga de las líneas 3 y B			
Longitud de grieta numérica (mm)	Longitud de grieta experimental (mm)	FIE numérico (K_I) MPa\sqrt{m}	FIE experimental (K_I) MPa\sqrt{m}
11.95	11.89	36.95	45.34
12.15	*	38.47	*
12.35	12.36	40.79	48.91
12.55	12.67	42.63	51.41
12.75	12.73	45.55	51.95
12.95	13.02	48.33	54.58
13.15	13.23	51.71	56.65
13.35	*	54.33	*
13.55	13.48	57.83	59.20
13.75	13.76	59.50	62.19
13.95	13.97	61.14	64.72
14.15	*	63.62	*
14.35	14.39	65.60	70.12
14.55	*	67.74	*
14.75	14.68	69.45	74.21
14.95	14.90	71.79	77.60
15.15	15.15	72.99	81.73
15.35	15.38	74.21	85.91
15.55	15.50	76.61	88.14
15.75	15.64	78.05	91.00
15.95	15.88	80.28	96.08
16.15	16.24	85.69	104.68
16.35	*	90.15	*
16.55	16.56	94.98	113.33
16.75	*	100.35	*
16.95	*	104.17	*
17.15	17.08	116.51	129.76
17.35	*	127.01	*
17.55	17.58	137.39	149.14
17.75	*	150.85	*
17.95	18.03	163.72	171.32
18.15	*	176.60	*
18.35	*	188.04	*
18.55	18.48	202.39	199.89

* Sin datos para comparación

En el análisis experimental de propagación de grieta se obtuvo una longitud de grieta crítica a los 15.55 mm con un FIE de $88.14 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$; este dato se utilizó para obtener una diferencia en relación con ambas simulaciones utilizando los diferentes protocolos de carga. Por lo tanto, Como se observa en la Tabla 5.13 para el caso del análisis numérico utilizando el protocolo de carga de la línea 1, se obtuvo una longitud de grieta crítica a los 16.35 mm con un FIE de $88.27 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$. la diferencia en cuestión a la longitud de grieta critica experimental fue de 4.89% mientras que con respecto al FIE experimental la diferencia fue de 0.15%.

En la Tabla 5.14 se observa que en el análisis numérico se obtuvo una longitud de grieta crítica de 16.15 mm con un FIE de $85.69 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$, la diferencia en relación con la longitud de grieta crítica experimental fue de 3.72% mientras que en relación con el FIE experimental la diferencia fue de 2.78%.

Esta discrepancia se debió a que en el análisis numérico se consideró un modelo sólido continuo en el que no se consideraron las discontinuidades propias del material como son impurezas, porosidades o microgrietas que pudiera existir en éste, las cuales producen concentraciones de esfuerzos que reducen la resistencia del material a la propagación de la grieta.

A continuación, en la Fig. 74 y Fig. 75, se muestra el comportamiento que presentó el análisis experimental y el análisis numérico referente a los FIE's en función de la longitud de grieta. El comparativo gráfico se realizó para ambas simulaciones donde se utilizaron los diferentes protocolos de carga de las líneas 1, 3 y B.

Comparativa numérico-experimental de los FIE línea 1

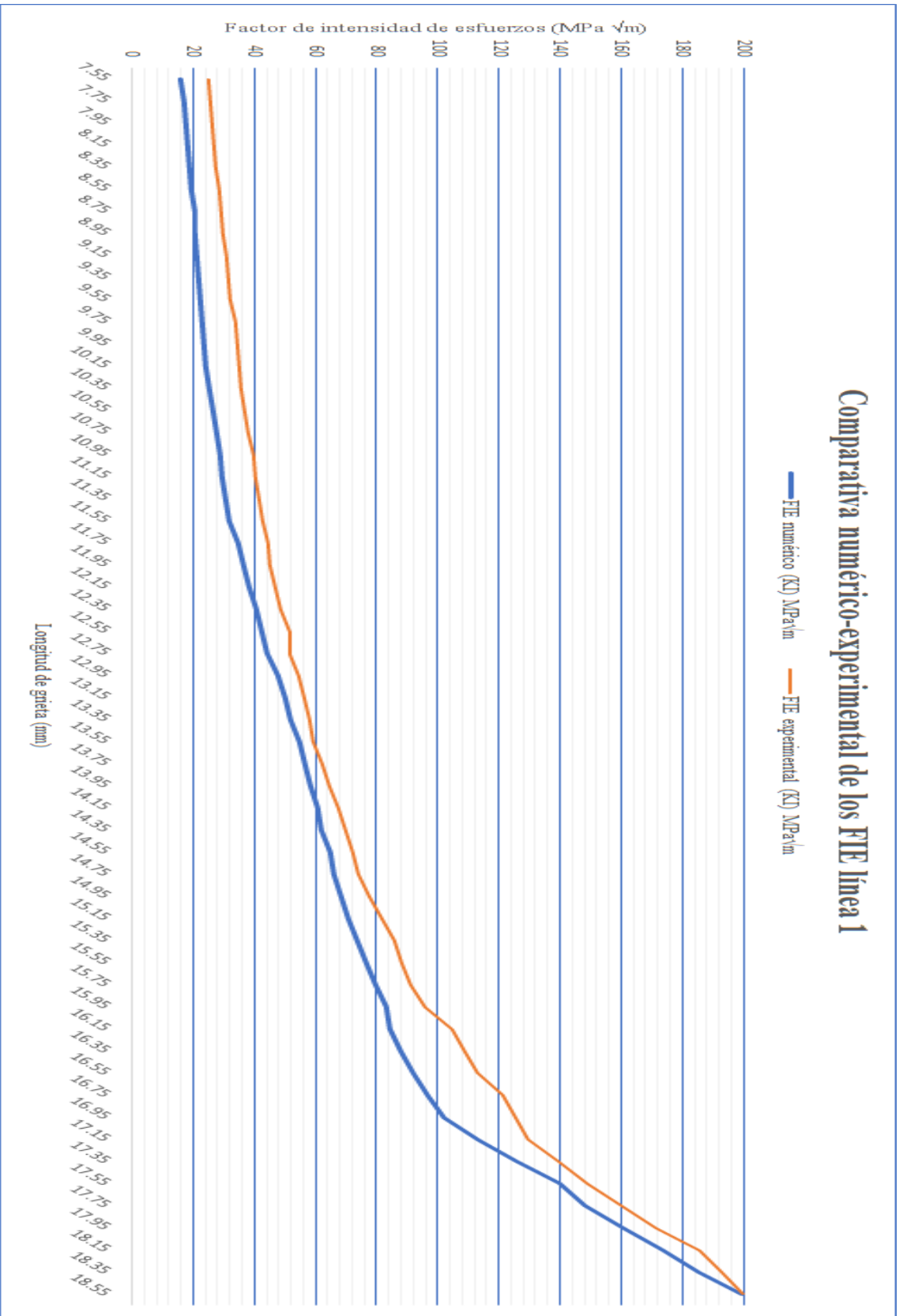


Fig. 74. Comparativa numérico-experimental de los FIE's en función de la longitud de grieta de la línea 1.

Comparativa numérico-experimental de los FIE líneas 3 y B

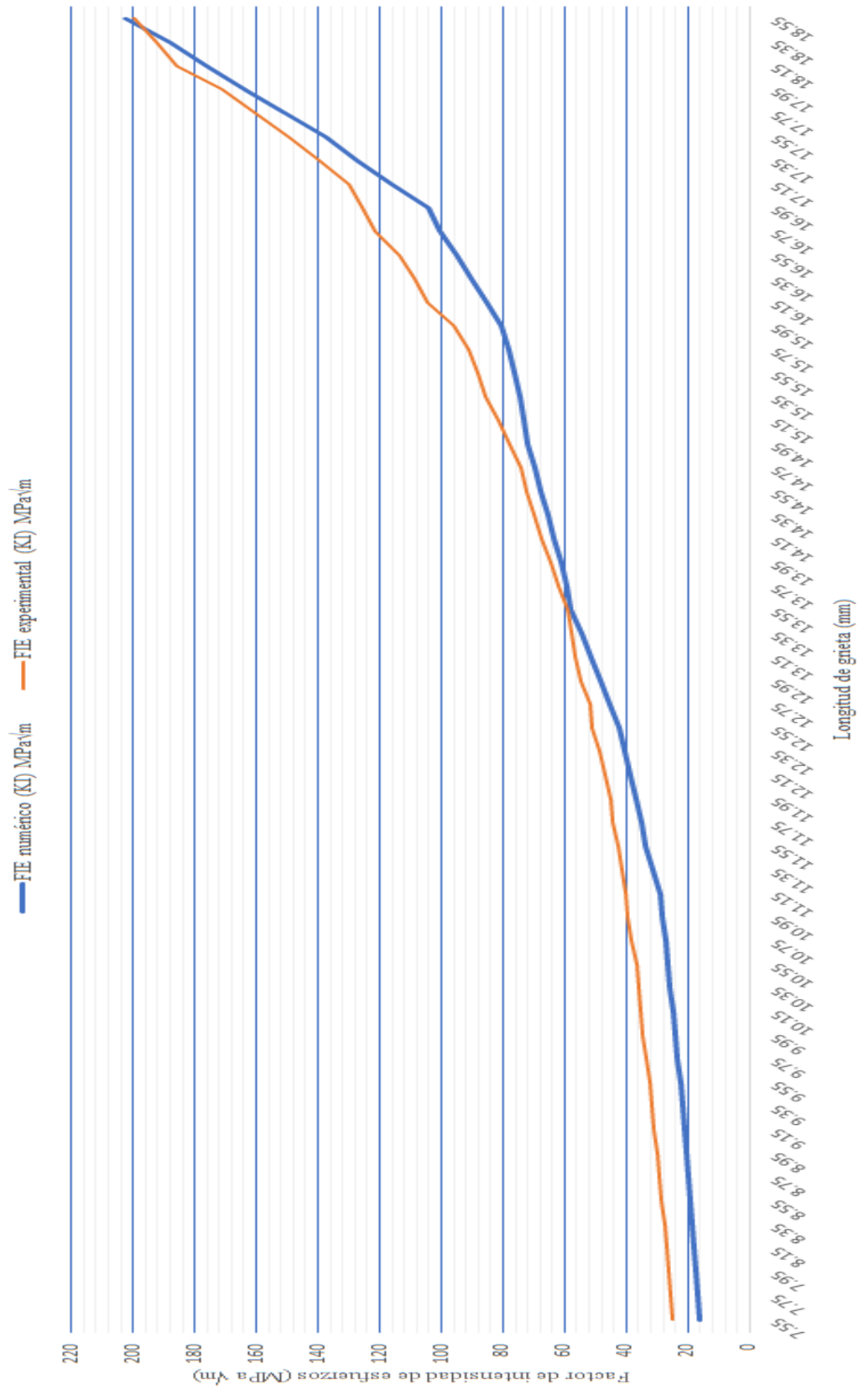


Fig. 75. Comparativa numérico-experimental de los FIE's en función de la longitud de grieta de las líneas 3 y B.

Como se observa en la Fig. 74 y Fig. 75, en ambos casos de simulación de la propagación de la grieta se presentan resultados con una mínima diferencia en la mayoría de sus puntos en relación con los resultados obtenidos en el análisis experimental, con lo cual se valida los resultados obtenidos de los FIE's y a la longitud de grieta crítica en el modelo de simulación de probeta ESE (T) en la cual se configuraron las propiedades del material de la MRP de los vagones de rodada neumática del STC metro de la Ciudad de México.

Por lo tanto, el criterio de retiro calculado en función de las longitudes de grieta crítica para cada una de las líneas del metro, mostrado en la sección 5.3.6. Se encuentra dentro de los resultados esperados acorde al comportamiento presentado por el material en las pruebas experimentales. Sin embargo, a pesar de que las diferencias son mínimas se recomienda el retiro de la MRP en longitudes cercanas a las calculadas entre el análisis experimental y el análisis numérico, esto como medida precautoria para evitar fallas catastróficas en el componente y de esta manera aprovechar el material de forma óptima.

Conclusiones

Para este trabajo de investigación se realizó un modelo de simulación basado en el análisis experimental de propagación de grieta, para lo cual se modeló una probeta de fractura tipo ESE (T), a la cual se le configuraron las propiedades mecánicas del material A216 Grado WCB Clase 600 aplicando los protocolos de carga de las líneas 1, 3 y B, obteniendo del trabajo realizado las siguientes conclusiones:

- El modelo de simulación se discretizó utilizando una malla estructurada con elementos hexaédricos de primer orden con integración reducida (C3D8R) con un tamaño de elemento de 0.2 mm, de donde finalmente se obtuvo una malla con 1,147,680 elementos y 1,211,525 nodos.
- Los protocolos de carga en el modelo de simulación fueron verificados por medio de la medición de las reacciones en el punto de referencia 2 (RP2), cuyos valores de las reacciones obtenidas fueron idénticos a los configurados.
- Para la simulación de propagación de grieta total utilizando el protocolo de carga de la línea 1 se requirieron 971,300 incrementos de tiempo de simulación, mientras tanto para la simulación de propagación de grieta total utilizando el protocolo de carga de las líneas 3 y B se requirieron 878,700 incrementos de tiempo de simulación.
- Para la simulación utilizando el protocolo de carga de la línea 1, se obtuvo un total de 48,563 ciclos, mientras que para la simulación utilizando el protocolo de carga de las líneas 3 y B se obtuvo un total de 43,935 ciclos.
- Se obtuvieron los valores de los FIE's K_I , K_{II} y K_{III} medidos durante la propagación de la grieta; para el caso de la simulación utilizando el protocolo de carga de la línea 1 se obtuvieron valores de K_I desde $16.19 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$ a una longitud de grieta de 7.55 mm hasta $113.20 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$ a una longitud de grieta de 17.15 mm. Por otro lado, para el caso de la simulación utilizando el protocolo de carga de las líneas 3 y B se obtuvo valores de K_I desde $16.22 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$ a una longitud de grieta de 7.55 mm hasta $116.51 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$ a una longitud de grieta de 17.15 mm.

En ambos casos se observó un comportamiento estable de la grieta hasta una longitud de 17.15 mm, los valores consecutivos presentaron un aumento considerable en sus valores, denotando el cambio en el comportamiento de la grieta.

En relación con los valores obtenidos de los FIE's K_{II} y K_{III} se observó que fueron muy pequeños; por lo tanto, para esta investigación solo se tomaron en cuenta los valores obtenidos de los FIE's K_I .

- Los valores del radio de zona plástica (rp) alrededor de la punta de la grieta fueron desde 0.19 mm a una longitud de grieta de 7.55 mm hasta 6.73 mm a una longitud de grieta de 16.15 mm en ambas simulaciones, los valores consecutivos fueron disminuyendo en función del volumen presente al frente de la grieta. Estos valores fueron evaluados con los criterios deterministas de fractura, determinando que ambas propagaciones de grieta presentaron un comportamiento de fractura lineal-elástico y que en ambas simulaciones predominó la propagación de grieta debido a los esfuerzos planos.
- Aplicando el criterio de la MFLE, se determinó la longitud de grieta crítica, para la simulación utilizando el protocolo de carga de la línea 1 se obtuvo una longitud de grieta crítica de 16.35 mm a los 41219 ciclos de aplicación de carga con un FIE de seguridad de $88.27 \text{ MPa} \sqrt{m}$, mientras tanto, para la simulación utilizando el protocolo de carga de las líneas 3 y B se obtuvo una longitud de grieta crítica de 16.15 mm a los 40906 ciclos de aplicación de carga con un FIE de seguridad de $85.69 \text{ MPa} \sqrt{m}$. A partir de estos valores la grieta comenzara a propagarse de forma inestable en el material, llegando a producir en cualquier momento una fractura total de la MRP.

Por lo tanto, cuando se observen longitudes de grieta en la MRP de la línea 1 de 16.35 mm y de 16.15 mm en las líneas 3 y B, se consideraran como longitudes críticas de grieta y la MRP deberá ser retirada de operación.

- De la comparativa de los resultados obtenidos en relación con los FIE's y de la longitud de grieta crítica, se observó que en el caso de la simulación utilizando el protocolo de carga de la línea 1 una diferencia en relación con el valor de longitud de grieta crítica del 4.89%, mientras que con respecto al valor obtenido del FIE crítico se obtuvo una diferencia del 0.15%.

Para el caso de la simulación utilizando el protocolo de carga de las líneas 3 y B, se obtuvo una diferencia en relación con el valor de longitud de grieta crítica del 3.72%, mientras que para el caso del FIE crítico la diferencia observada fue de 2.78%.

Estas diferencias se debieron a que en los análisis numéricos se consideró un modelo sólido continuo en el que no se contemplaron las discontinuidades propias del material como son impurezas, porosidades o microgrietas.

Trabajos futuros

Algunos de los trabajos futuros que se recomiendan realizar a partir de este trabajo de investigación son:

- Implementar la metodología utilizada en este trabajo de investigación utilizando mallas no estructuradas con la finalidad de realizar un comparativo de los resultados obtenidos.
- Realizar un análisis numérico con modelos de simulación en los que se considere la presencia de diferentes tipos de discontinuidades como son: microgrietas, porosidades o inclusiones. Basados en estudios metalográficos realizados al material con el cual está fabricada la MRP de los vagones del metro.
- Diseñar un modelo de simulación numérica de probeta CT basada en la norma ASTM E647 con la finalidad de simular la propagación de grieta y comparar los resultados obtenidos con respecto a los presentados en este trabajo de investigación.
- Hacer un análisis numérico de optimización topológica a un modelo de simulación completo de la MRP.
- Utilizar la metodología presentada en este trabajo de investigación para analizar algún otro componente mecánico.

Bibliografía

- [1] E. F. Rocha, “Ensayo de fatiga: cómo prevenir y evitar problemas de fatiga en campo”, ESSS, pp. 1-10, 2017.
- [2] J. L. González Velázquez, *Metalurgia Mecánica*, Limusa, 1999.
- [3] Scopus, analyze search results Fracture mechanics, [En línea]. Disponible en: <https://www.scopus.com/term/analyzer.uri?sid=473ffdd5b301253acb964730b1a23623&origin=resultslist&src=s&s=TITLE-ABS-KEY%28fracture+mechanics%29&sort=plf-f&sdt=b&sot=b&sl=33&count=94221&analyzeResults=Analyze+results&txGid=bd5a155b363f146b0c722f36b938a6a7>
- [4] A. Rosenberg, “Ranking top: 10 líneas de metro del mundo.” [En línea]. Disponible en: <http://www.plataformaurbana.cl/archive/2010/08/19/ranking-top-10-lineas-de-metro-del-mundo/>
- [5] Sistema de transporte colectivo, CDMX, [En línea]. Disponible en: <https://www.metro.cdmx.gob.mx/>
- [6] Sistema de transporte colectivo, CDMX, [En línea]. Disponible en: <https://www.metro.cdmx.gob.mx/operacion/cifras-de-operacion>
- [7] J. tirado [Imagen noticias]. (2017, Agosto 16). “El metro de la ciudad está viejo y cansado” [Archivo de video]. Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=lgelhvfgEdw>

[8] am de Querétaro, México, [En línea]. Recuperado de <https://amqueretaro.com/queretaro/2017/09/04/mexico-un-pais-con-elevada-dependencia-tecnologica-del-exterior>

[9] T. L. Anderson, *Fracture Mechanics Fundamentals and Applications*, Taylor & Francis, 2005.

[10] R. Corona Cid, *Determinación del factor de intensidad de esfuerzos crítico durante la propagación de las grietas para obtener un criterio de retiro de la pieza de maza de rueda portadora de los vagones del STC Metro de la ciudad de México* [Tesis de maestría], México, 2017.

[11] G. R. Irwin, “Analysis of Stresses and Strains near the End of a crack Traversing a Plate” en *Journal of Applied Mechanics*, vol. 24, pp. 361-364, 1957.

[12] M. A. Fernández Torres y N. Domínguez Ramírez, “Nuevos horizontes en el estudio de propagación de grietas en estructuras por medio de método XFEM” en *Sociedad Mexicana de Ingeniería Estructural*, pp. 1-23, 2010.

[13] J. P. A. Pereira, D. J. Kim, C. A. Duarte, “A two-scale approach for the analysis of propagating three-dimensional fractures” en *Comput Mech*, Springer, vol. 49, pp. 99–121, 2012.

[14] E. Byskov, “The calculation of stress intensity factors using the finite element method with cracked element” en *Int. Journ. of Fracture Mechanics*, vol. 6, pp. 159-167, 1970.

[15] Y. W. Kwon, J. E. Akin, “Development of a derivative singular element for application to crack propagation problems” en *Computers and structures*, núm. 3, pp. 467-471, 1989.

- [16] S. Yoshimura, J.-S. Lee, G. Yagawa, “Automated system for analyzing stress intensity factors of three-dimensional cracks: its application to analyses of two dissimilar semi-elliptical Surface crack in plate” en *Journal of pressure vessel technology*, vol. 119, pp. 18-26, 1997.
- [17] A. R. Maligno, S. Rajaratman, S. B. Leen, E. J. Williams, “A three dimensional (3D) numerical study of fatigue crack growth using remeshing techniques” en *Eng. Fract. Mech.*, vol. 77, pp. 94-111, 2010.
- [18] A. Trädegard, F. Nilsson, S. Östlund, “FEM-Remeshing technique applied to crack growth problems” en *Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, vol. 160, pp. 115-131, 1998.
- [19] C. A. Duarte, I. Babuska, J. T. Oden, “Generalized finite element methods for three-dimensional structural mechanics problems” en *Computers and structures*, vol. 77, pp. 215-232, 2000.
- [20] C. A. Duarte, D. J. Kim, “Analysis and applications of a generalized finite element method with global-local enrichment functions” en *Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, vol. 197, pp. 487-504, 2008.
- [21] N. Sukumar, J.H. Prévost, “Modeling quasi-static crack growth with the extended finite element method, Part I: Computer implementation” en *International Journal of Solids and Structures*, vol. 40, pp. 7513-7537, 2003.
- [22] E. Giner, N. Sukumar, J.E. Tarancón, F.J. Fuenmayor, “An Abaqus implementation of the extended finite element method” en *Eng. Fract. Mech.*, vol. 76, pp. 347–368, 2009.

- [23] N. Moës, J. Dolbow, T. Belytschko, “A finite element method for crack growth without remeshing, Int. J. Number” en *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 46, pp. 131–150, 1999.
- [24] Storlarska M, Chopp DL, Moës N, Belytschko T. “Modelling crack growth by level sets in the extended finite element method” en *International Journal for Numerical Methods in Engineering* vol. 51, pp. 943–960, 2001.
- [25] N. Moës, T. Belytschko, “Extended finite element method for cohesive crack growth” en *Eng. Fract. Mech* vol. 69, pp. 813–833, 2002.
- [26] T. Belytschko, T. Black, “Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing” en *Int. J. Numer. Mech. Eng*, vol. 45, pp. 601–620, 1999.
- [27] G. Zi, T. Belytschko, “New crack-tip elements for XFEM and applications to cohesive cracks” en *Int. J. Numer. Mech. Eng*, vol. 57, pp. 2221–2240, 2003.
- [28] Guidault PA, Allix O, Champaney L, Cornuault C. “A multiscale extended finite element method for crack propagation” en *Comput. Meth. Appl. Mech. Eng*, vol. 197, pp. 381–99, 2008.
- [29] N. Sukumar, N. Moës, B. Moran, T. Belytschko, “Extended finite element method for three-dimensional crack modelling” en *Int. J. Numer. Mech. Eng*, vol. 48, pp. 1549–1570, 2000.
- [30] A. Gravouil, N. Moës, T. Belytschko, “Non-planar 3D crack growth by the extended finite element and level sets, Part II: Mechanical model” en *Int. J. Numer. Mech. Eng*, vol. 53, pp. 2549–2568, 2002.

- [31] A. O. Ayhan, H. F. Nied, “Stress intensity factors for three-dimensional surface cracks using enriched finite elements” en *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 54, pp. 899–921, 2002.
- [32] S. Kumar, I. V. Singh, B. K. Mishra, “A homogenized XFEM approach to simulate fatigue crack growth problems” en *Computers and structures*, núm. 150, pp. 1-22, 2015.
- [33] I.V. Singh, B.K. Mishra, S. Bhattacharya, R.U. Patil, “The numerical simulation of fatigue crack growth using extended finite element method” en *Int. J. Fatigue*, vol. 36, pp. 109–119, 2012.
- [34] Rannou J, Gravouil A, Baidetto-Dubourg MC. “A local multigrid X-FEM strategy for 3-D crack propagation” en *Int J Numer Meth Eng* vol. 77, pp. 581–600, 2009.
- [35] Dolbow J, Moës N, Belytschko T. “Discontinuous enrichment in finite elements with a partition of unity method” en *Finite Elements in Analysis and Design* vol. 36, pp. 235–260, 2000.
- [36] Daux C, Moës N, Dolbow J, Sukumar N, Belytschko T. “Arbitrary branched and intersecting cracks with the extended finite element method” en *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 48, pp. 1741-1760, 2000.
- [37] A. A. Griffith, “The Phenomena of Rupture and Flow in Solids” en *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, vol. 221, pp. 163-198, 1921.
- [38] H. M. Westergaard, “Bearing pressures through a slightly waved surface or through a nearly flat part of a cylinder, and related problems of cracks” en *Journal of applied mechanics*, vol. 3, pp. 49-53, 1939.

- [39] ASTM, E647-15, “Standard test method for measurement of fatigue crack growth rates”, 2015.
- [40] Y. T. Tlapalama Fuertes, *Análisis de la iniciación de grietas por fatiga en la maza de rueda portadora de los vagones del sistema de transporte colectivo metro utilizando métodos numéricos y experimentales* [Tesis de maestría], México, 2014.
- [41] Element Types, guido dhondt, [En línea]. Disponible en:
http://web.mit.edu/calculix_v2.7/CalculiX/ccx_2.7/doc/ccx/node25.html
- [42] L. Ortiz Berrocal, *Elasticidad*, tercera edición, Mc Graw Hill, 1998.
- [43] J. Durelli, *Aplicación de análisis de esfuerzos*, Prentice Hall, 1968.
- [44] Soporte documentación, [En línea]. Disponible en:
<https://www.3ds.com/products-services/simulia/support/documentation/>
- [45] N. E. Dowling, *Mechanical behavior of materials. Engineering methods for deformation, fracture and fatigue*, 4ta Edición: Pearson Education, 2013.
- [46] ASTM, “Stress analysis and growth of cracks”, en *Proceeding of the 1971 National symposium on fracture mechanics*, parte 1, 1972.
- [47] T. L. Anderson, *Fracture mechanics. Fundamentals and applications*, 2nd Edition, 1994.
- [48] M. Janssen, *Fracture mechanics*, Spon Press, 2004.
- [49] R. W. Hertzberg, *Deformation and fracture mechanics of engineering materials*, 4ta edición, John Wiley and Sons inc, 1996.
- [50] A. Saxena, *Nonlinear fracture mechanics for engineers*, CRC Press, 1997.

ANEXOS

Anexo A. Protocolos de carga de las líneas 1, 3 y B

Protocolo de carga de la Línea 1					
Ciclo (n)	Tiempo (s)	Carga (N)	Ciclo (n)	Tiempo (s)	Carga (N)
1	1	0	21	41	0
	2	4070		42	1370
2	3	0	22	43	0
	4	1370		44	1370
3	5	0	23	45	0
	6	1370		46	1370
4	7	0	24	47	0
	8	1370		48	1370
5	9	0	25	49	0
	10	1370		50	1370
6	11	0	26	51	0
	12	1370		52	1370
7	13	0	27	53	0
	14	1370		54	1370
8	15	0	28	55	0
	16	1370		56	1370
9	17	0	29	57	0
	18	1370		58	1370
10	19	0	30	59	0
	20	1370		60	1370
11	21	0	31	61	0
	22	1370		62	1370
12	23	0	32	63	0
	24	1370		64	1370
13	25	0	33	65	0
	26	1370		66	1370
14	27	0	34	67	0
	28	1370		68	1370
15	29	0	35	69	0
	30	1370		70	1370
16	31	0	36	71	0
	32	1370		72	1370
17	33	0	37	73	0
	34	1370		74	1370
18	35	0	38	75	0
	36	1370		76	1370
19	37	0	39	77	0
	38	1370		78	1370
20	39	0	40	79	0
	40	1370		80	1370

Protocolo de carga de la Línea 1

Ciclo (n)	Tiempo (s)	Carga (N)
41	81	0
	82	1370
42	83	0
	84	1370
43	85	0
	86	1370
44	87	0
	88	1370
45	89	0
	90	1370
46	91	0
	92	1370
47	93	0
	94	1370
48	95	0
	96	1370
49	97	0
	98	1370
50	99	0
	100	1370
51	101	0
	102	1370
52	103	0
	104	1370
53	105	0
	106	1370
54	107	0
	108	1370
55	109	0
	110	1370
56	111	0
	112	1370
57	113	0
	114	1370

Protocolo de carga de las Líneas 3 y B					
Ciclo (n)	Tiempo (s)	Carga (N)	Ciclo (n)	Tiempo (s)	Carga (N)
1	1	0	21	41	0
	2	4070		42	1370
2	3	0	22	43	0
	4	1370		44	1370
3	5	0	23	45	0
	6	1370		46	1370
4	7	0	24	47	0
	8	1370		48	1370
5	9	0	25	49	0
	10	1370		50	1370
6	11	0	26	51	0
	12	1370		52	1370
7	13	0	27	53	0
	14	1370		54	1370
8	15	0	28	55	0
	16	1370		56	1370
9	17	0	29	57	0
	18	1370		58	1370
10	19	0	30	59	0
	20	1370		60	1370
11	21	0	31	61	0
	22	1370		62	1370
12	23	0	32	63	0
	24	1370		64	1370
13	25	0	33	65	0
	26	1370		66	1370
14	27	0	34	67	0
	28	1370		68	1370
15	29	0	35	69	0
	30	1370		70	1370
16	31	0	36	71	0
	32	1370		72	1370
17	33	0	37	73	0
	34	1370		74	1370
18	35	0	38	75	0
	36	1370		76	1370
19	37	0	39	77	0
	38	1370		78	1370
20	39	0	40	79	0
	40	1370		80	1370

Protocolo de carga de las Líneas 3 y B					
Ciclo (n)	Tiempo (s)	Carga (N)	Ciclo (n)	Tiempo (s)	Carga (N)
41	81	0	61	121	0
	82	1370		122	1370
42	83	0	62	123	0
	84	1370		124	1370
43	85	0	63	125	0
	86	1370		126	1370
44	87	0	64	127	0
	88	1370		128	1370
45	89	0	65	129	0
	90	1370		130	1370
46	91	0	66	131	0
	92	1370		132	1370
47	93	0	67	133	0
	94	1370		134	1370
48	95	0	68	135	0
	96	1370		136	1370
49	97	0	69	137	0
	98	1370		138	1370
50	99	0	70	139	0
	100	1370		140	1370
51	101	0	71	141	0
	102	1370		142	1370
52	103	0	72	143	0
	104	1370		144	1370
53	105	0			
	106	1370			
54	107	0			
	108	1370			
55	109	0			
	110	1370			
56	111	0			
	112	1370			
57	113	0			
	114	1370			
58	115	0			
	116	1370			
59	117	0			
	118	1370			
60	119	0			
	120	1370			

Anexo B. Archivo de entrada para simulación del protocolo de carga de la línea 1

```

*Heading
** Job name: analisis_total Model name: Model-1
** Generated by: Abaqus/CAE 6.14-3
** Preprint, echo=NO, model=NO, history=NO,
contact=NO
**
** PARTS
**
*Part, name=Grieta
*End Part
**
*Part, name="Probeta ESET"
*Node
    -coordenadas nodales
*Element, type=C3D8R
    -conectividad de nodos por elemento
*Nset, nset=Set-321, generate
    1, 1211525, 1
*Elset, elset=Set-321, generate
    1, 1147680, 1
*Nset, nset=Set-568, generate
    1, 1211525, 1
*Elset, elset=Set-568, generate
    1, 1147680, 1
** Section: Section-1
*Solid Section, elset=Set-568, material="A216 Grado
WCB Clase 600"
,
*End Part
**
**
** ASSEMBLY
**
*Assembly, name=Assembly
**
*Instance, name="Probeta ESET-1", part="Probeta
ESET"
*End Instance
**
*Instance, name=Grieta-2, part=Grieta
    19.035856, -15.927238, -2.
*End Instance
**
*Node
    1, 16.1389065, 18.0727615, 5.
*Node
    2, 16.1389065, -49.9272385, 5.
*Node
    3, 18.1901684, -15.9272385, -2.
*Nset, nset=Set-10, instance="Probeta ESET-1",
generate
    137, 140, 1
*Nset, nset=Set-14
    1,
*Nset, nset=Set-15
    1,
*Nset, nset=Set-16
    2,
*Nset, nset=m_Set-11
    1,
*Nset, nset=m_Set-12
    2,
*Nset, nset=protocolo
    1,
*Nset, nset=_PickedSet195, internal, instance="Probeta
ESET-1", generate
    1, 1211525, 1
*Elset, elset=_PickedSet195, internal, instance="Probeta
ESET-1", generate
    1, 1147680, 1
*Elset, elset=_s_Surf-1_S6, internal, instance="Probeta
ESET-1", generate
    1139809, 1143741, 4
*Surface, type=ELEMENT, name=s_Surf-1
    _s_Surf-1_S6, S6
*Elset, elset=_s_Surf-2_S6, internal, instance="Probeta
ESET-1", generate
    1123585, 1126102, 3
*Surface, type=ELEMENT, name=s_Surf-2
    _s_Surf-2_S6, S6
** Constraint: Constraint-1
*Coupling, constraint name=Constraint-1, ref
node=m_Set-11, surface=s_Surf-1
*Kinematic
** Constraint: Constraint-2
*Coupling, constraint name=Constraint-2, ref
node=m_Set-12, surface=s_Surf-2
*Kinematic
*Enrichment, name=Crack-1, type=PROPAGATION
CRACK, elset=_PickedSet195, interaction=IntProp-1
*End Assembly
*Amplitude, name="ciclo de carga 1", time=TOTAL
TIME
*Amplitude, name="ciclo de carga 1"
**
** MATERIALS
**
** material de la MRP de los vagones del metro
*Material, name="A216 Grado WCB Clase 600"
*Damage Initiation, criterion=MAXPS, tolerance=0.1
153.,
*Damage Evolution, type=DISPLACEMENT
    0.2,
*DAMAGE STABILIZATION

```

```

0.0002
*Density
 7.85e-09,
*Elastic
357580., 0.33
**
** INTERACTION PROPERTIES
**
*Surface Interaction, name=IntProp-1
1.,
*Friction
0.,
*Surface Behavior, pressure-overclosure=HARD
*Initial Conditions, type=ENRICHMENT
**
** BOUNDARY CONDITIONS
**
** Name: inferior Type: Displacement/Rotation
*Boundary
Set-16, 1, 1
Set-16, 2, 2
Set-16, 3, 3
Set-16, 4, 4
Set-16, 5, 5
** Name: superior Type: Displacement/Rotation
*Boundary
Set-15, 1, 1
Set-15, 3, 3
Set-15, 4, 4
Set-15, 5, 5
** -----
**
** STEP: Step-1
**
*Step, name=Step-1, nlgeom=YES, inc=1000000
primer ciclo de carga
*Static, stabilize, factor=0.0002, allsdtol=0.05,
continue=NO
0.05, 114., 1e-10, 0.05
**
** LOADS
**
** Name: carga Type: Concentrated force
*Clod, amplitude="ciclo de carga 1"
Set-14, 2, 1.
**
** CONTROLS
*Controls, reset
*Controls, analysis=discontinuous
*Controls, parameters=time incrementation
, , , , , , 20, , ,
**

```

```

** OUTPUT REQUESTS
**
**Restart, write, frequency=0
**
** FIELD OUTPUT: F-Output-1
**
*Output, field
*Node Output
CF, PHILSM, PSILSM, RF, U
*Element Output, directions=YES
LE, PE, PEEQ, PEMAG, S, STATUS, STATUSXFEM
*Contact Output
CDISP, CSTRESS
**
** HISTORY OUTPUT: xfem
**
** HISTORY OUTPUT: H-Output-1
**
*Output, history, variable=PRESELECT
**
** HISTORY OUTPUT: FIE
**
*Contour Integral, crack name=Crack-1, contours=5,
type=K FACTORS, xfem
*End Step
** -----
** STEP: Step-2
**
*Step, name=Step-2, nlgeom=YES, inc=1000000
CICLO DIRECTO
*Direct Cyclic, continue=YES, deltmx=1.
0.05, 1000., 1e-12, 0.05, , , ,
**
** OUTPUT REQUESTS
**
**Restart, write, frequency=0
**
** FIELD OUTPUT: F-Output-1
**
*Output, field
*Node Output
CF, PHILSM, PSILSM, RF, U
*Element Output, directions=YES
LE, PE, PEEQ, PEMAG, S, STATUS, STATUSXFEM
*Contact Output
CDISP, CSTRESS
**
** HISTORY OUTPUT: xfem
**
** HISTORY OUTPUT: H-Output-1
*Output, history, variable=PRESELECT
*End Step

```


Anexo C. Archivo de entrada para simulación del protocolo de carga de las líneas 3 y B

```

*Heading
** Job name: analisis_total_3yB Model name: Model-1
** Generated by: Abaqus/CAE 6.14-3
*Preprint, echo=NO, model=NO, history=NO,
contact=NO
**
** PARTS
**
*Part, name=Grieta
*End Part
**
*Part, name="Probeta ESET"
*Node
    -coordenadas nodales
*Element, type=C3D8R
    -conectividad de nodos por elemento
*Nset, nset=Set-321, generate
    1, 1211525, 1
*Elset, elset=Set-321, generate
    1, 1147680, 1
*Nset, nset=Set-568, generate
    1, 1211525, 1
*Elset, elset=Set-568, generate
    1, 1147680, 1
** Section: Section-1
*Solid Section, elset=Set-568, material="A216 Grado
WCB Clase 600"
,
*End Part
**
**
** ASSEMBLY
**
*Assembly, name=Assembly
**
*Instance, name="Probeta ESET-1", part="Probeta
ESET"
*End Instance
**
*Instance, name=Grieta-2, part=Grieta
    19.035856, -15.927238, -2.
*End Instance
**
*Node
    1, 16.1389065, 18.0727615, 5.
*Node
    2, 16.1389065, -49.9272385, 5.
*Node
    3, 18.1901684, -15.9272385, -2.
*Nset, nset=Set-10, instance="Probeta ESET-1",
generate
    137, 140, 1
*Nset, nset=Set-14
    1,
*Nset, nset=Set-15
    1,
*Nset, nset=Set-16
    2,
*Nset, nset=m_Set-11
    1,
*Nset, nset=m_Set-12
    2,
*Nset, nset=reacciones
    1,
*Nset, nset=_PickedSet195, internal, instance="Probeta
ESET-1", generate
    1, 1211525, 1
*Elset, elset=_PickedSet195, internal,
instance="Probeta ESET-1", generate
    1, 1147680, 1
*Elset, elset=_s_Surf-1_S6, internal, instance="Probeta
ESET-1", generate
    1139809, 1143741, 4
*Surface, type=ELEMENT, name=s_Surf-1
    _s_Surf-1_S6, S6
*Elset, elset=_s_Surf-2_S6, internal, instance="Probeta
ESET-1", generate
    1123585, 1126102, 3
*Surface, type=ELEMENT, name=s_Surf-2
    _s_Surf-2_S6, S6
** Constraint: Constraint-1
*Coupling, constraint name=Constraint-1, ref
node=m_Set-11, surface=s_Surf-1
*Kinematic
** Constraint: Constraint-2
*Coupling, constraint name=Constraint-2, ref
node=m_Set-12, surface=s_Surf-2
*Kinematic
*Enrichment, name=Crack-1, type=PROPAGATION
CRACK, elset=_PickedSet195, interaction=IntProp-1
*End Assembly
*Amplitude, name="ciclo de carga 3 Y B",
time=TOTAL TIME
*Amplitude, name="ciclo de carga 3 y B"
**
** MATERIALS
**
** material de la MRP de los vagones del metro
*Material, name="A216 Grado WCB Clase 600"
*Damage Initiation, criterion=MAXPS, tolerance=0.1
153.,
*Damage Evolution, type=DISPLACEMENT
    0.2,
*DAMAGE STABILIZATION

```

```

0.0002
*Density
 7.85e-09,
*Elastic
357580., 0.33
**
** INTERACTION PROPERTIES
**
*Surface Interaction, name=IntProp-1
1.,
*Friction
0.,
*Surface Behavior, pressure-overclosure=HARD
*Initial Conditions, type=ENRICHMENT
**
** BOUNDARY CONDITIONS
**
** Name: inferior Type: Displacement/Rotation
*Boundary
Set-16, 1, 1
Set-16, 2, 2
Set-16, 3, 3
Set-16, 4, 4
Set-16, 5, 5
** Name: superior Type: Displacement/Rotation
*Boundary
Set-15, 1, 1
Set-15, 3, 3
Set-15, 4, 4
Set-15, 5, 5
** -----
** STEP: Step-1
**
*Step, name=Step-1, nlgeom=YES, inc=1000000
ciclo de carga 3 Y B
*Static, stabilize, factor=0.0002, allsdtol=0.05,
continue=NO
0.05, 114., 1e-10, 0.05
**
** LOADS
**
** Name: carga Type: Concentrated force
*Cloud, amplitude="ciclo de carga 3 Y B"
Set-14, 2, 1.
** CONTROLS
**
*Controls, reset
*Controls, analysis=discontinuous
*Controls, parameters=time incrementation
, , , , , 20, , ,
** OUTPUT REQUESTS
**
*Restart, write, frequency=0
**

```

```

** FIELD OUTPUT: F-Output-1
**
*Output, field
*Node Output
CF, PHILSM, PSILSM, RF, U
*Element Output, directions=YES
LE, PE, PEEQ, PEMAG, S, STATUS, STATUSXFEM
*Contact Output
CDISP, CSTRESS
**
** HISTORY OUTPUT: xfem
**
** HISTORY OUTPUT: H-Output-1
**
*Output, history, variable=PRESELECT
**
** HISTORY OUTPUT: FIE
**
*Contour Integral, crack name=Crack-1, contours=5,
type=K FACTORS, xfem
*End Step
** -----
** STEP: Step-2
**
*Step, name=Step-2, nlgeom=YES, inc=1000000
CICLO DIRECTO
*Direct Cyclic, continue=YES, deltmx=1.
0.05, 1000., 1e-12, 0.05, , , ,
**
** OUTPUT REQUESTS
**
*Restart, write, frequency=0
**
** FIELD OUTPUT: F-Output-1
**
*Output, field
*Node Output
CF, PHILSM, PSILSM, RF, U
*Element Output, directions=YES
LE, PE, PEEQ, PEMAG, S, STATUS, STATUSXFEM
*Contact Output
CDISP, CSTRESS
**
** HISTORY OUTPUT: xfem
**
** HISTORY OUTPUT: H-Output-1
*Output, history, variable=PRESELECT
*End Step

```

Anexo D. Historial de salida de los factores de intensidad de esfuerzo Cal_FIE.dat de la simulación utilizando el protocolo de carga de la línea 1

Abaqus 6.14-3 Date 10-jul.-2019 Time 00:53:35
 For use by Supplied by Team-SolidSQUAD under license
 from Dassault Systemes or its subsidiary.

The Abaqus Software is a product of:

Dassault Systemes SIMULIA Corp.
 1301 Atwood Avenue, Suite 101W
 Johnston, RI 02919, USA

The Abaqus Software is available only under license
 from Dassault Systemes or its subsidiary and may be
 used or reproduced only in accordance with the terms
 of such license.

On machine LAPTOP-G8Q7HIQ7

<http://www.3ds.com/products/simulia/locations/>

```
*****
PROCESSING PART, INSTANCE, AND ASSEMBLY
INFORMATION
*****
END PROCESSING PART, INSTANCE, AND ASSEMBLY
INFORMATION
*****
```

```
*contourintegral, crackname=CRACK-1, type=KFACTORS,
xfem, contours=5
OPTIONS BEING PROCESSED
*****
```

```
*Heading
*Node
*Element, type=C3D8R
```

```
*Nset, nset="ASSEMBLY_Probeta ESET-1_SET-321"
*Nset, nset="ASSEMBLY_Probeta ESET-1_SET-568"
*Elset, elset="ASSEMBLY_Probeta ESET-1_SET-321"
*Elset, elset="ASSEMBLY_Probeta ESET-1_SET-568"
*Node
*Nset, nset=ASSEMBLY_M_SET-11
*Nset, nset=ASSEMBLY_M_SET-12
*Nset, nset=ASSEMBLY_REACCIONES
*Nset, nset=ASSEMBLY_SET-10
*Nset, nset=ASSEMBLY_SET-14
*Nset, nset=ASSEMBLY_SET-15
*Nset, nset=ASSEMBLY_SET-16
*Nset, nset=ASSEMBLY__PICKEDSET195
*Elset, elset=ASSEMBLY__PICKEDSET195
*Elset, elset=ASSEMBLY__S_SURF-1_S6
*Elset, elset=ASSEMBLY__S_SURF-2_S6
*enrichment, name=CRACK-1,
type=PROPAGATIONCRACK,
elset=ASSEMBLY__PICKEDSET195,
interaction=INTPROP-1
```

```
*surface, type=ELEMENT, name=ASSEMBLY_S_SURF-1
*surface, type=ELEMENT, name=ASSEMBLY_S_SURF-2
*surface, type=ELEMENT, name=ASSEMBLY_S_SURF-1
*surface, type=ELEMENT, name=ASSEMBLY_S_SURF-2
*surfaceinteraction, name=INTPROP-1
*surfacebehavior, pressure-overclosure=HARD
*enrichment, name=CRACK-1,
type=PROPAGATIONCRACK,
elset=ASSEMBLY__PICKEDSET195,
interaction=INTPROP-1
*coupling, constraintname=ASSEMBLY_CONSTRAINT-1,
refnode=ASSEMBLY_M_SET-11,
surface=ASSEMBLY_S_SURF-1
*coupling, constraintname=ASSEMBLY_CONSTRAINT-2,
refnode=ASSEMBLY_M_SET-12,
surface=ASSEMBLY_S_SURF-2
*coupling, constraintname=ASSEMBLY_CONSTRAINT-1,
refnode=ASSEMBLY_M_SET-11,
surface=ASSEMBLY_S_SURF-1
*coupling, constraintname=ASSEMBLY_CONSTRAINT-2,
refnode=ASSEMBLY_M_SET-12,
surface=ASSEMBLY_S_SURF-2
*coupling, constraintname=ASSEMBLY_CONSTRAINT-1,
refnode=ASSEMBLY_M_SET-11,
surface=ASSEMBLY_S_SURF-1
*kinematic
*coupling, constraintname=ASSEMBLY_CONSTRAINT-2,
refnode=ASSEMBLY_M_SET-12,
surface=ASSEMBLY_S_SURF-2
*kinematic
*coupling, constraintname=ASSEMBLY_CONSTRAINT-1,
refnode=ASSEMBLY_M_SET-11,
surface=ASSEMBLY_S_SURF-1
*coupling, constraintname=ASSEMBLY_CONSTRAINT-2,
refnode=ASSEMBLY_M_SET-12,
surface=ASSEMBLY_S_SURF-2
*material, name="A216 Grado WCB Clase 600"
*damageinitiation, criterion=MAXPS, tolerance=0.1
*damageevolution, type=DISPLACEMENT
*density
*elastic
*surfaceinteraction, name=INTPROP-1
*friction
*surfacebehavior, pressure-overclosure=HARD
*initialconditions, type=ENRICHMENT
*initialconditions, type=ENRICHMENT
*surfaceinteraction, name=INTPROP-1
*solidsection, elset="ASSEMBLY_Probeta ESET-1_SET-
568", material="A216 Grado WCB Clase 600"
*enrichment, name=CRACK-1,
type=PROPAGATIONCRACK,
elset=ASSEMBLY__PICKEDSET195,
interaction=INTPROP-1
*boundary
*boundary
*enrichment, name=CRACK-1,
type=PROPAGATIONCRACK,
```

```

elset=ASSEMBLY__PICKEDSET195,
interaction=INTPROP-1
*initialconditions, type=ENRICHMENT
*solidsection, elset="ASSEMBLY_Probeta ESET-1_SET-
568", material="A216 Grado WCB Clase 600"
*surfaceinteraction, name=INTPROP-1
*enrichment, name=CRACK-1,
type=PROPAGATIONCRACK,
elset=ASSEMBLY__PICKEDSET195,
interaction=INTPROP-1
*surface, type=ELEMENT, name=ASSEMBLY_S_SURF-1
*surface, type=ELEMENT, name=ASSEMBLY_S_SURF-2
*output, field
*output, history, variable=PRESELECT
*elementoutput, directions=YES
*initialconditions, type=ENRICHMENT
*output, field
*output, history, variable=PRESELECT
*elementoutput, directions=YES
*initialconditions, type=ENRICHMENT
*initialconditions, type=ENRICHMENT
*output, field
*output, history, variable=PRESELECT
*elementoutput, directions=YES
*amplitude, name="ciclo de carga 1", time=TOTALTIME
*Step, name=Step-1, nlgeom=NO, inc=1000000
*output, field
*output, history, variable=PRESELECT
*Step, name=Step-1, nlgeom=YES, inc=1000000
*Step, name=Step-1, nlgeom=YES, inc=1000000
primer ciclo de carga
*static, stabilize, factor=0.0002, allsdto1=0.05, continue=NO
*controls, reset
*controls, analysis=DISCONTINUOUS
*controls, parameters=TIMEINCREMENTATION
*output, field
*nodeoutput
*elementoutput, directions=YES
*contactoutput
*output, history, variable=PRESELECT
*endstep
*amplitude, name="ciclo de carga 1", time=TOTALTIME
*Step, name=Step-2, nlgeom=NO, inc=1000000
*output, field
*output, history, variable=PRESELECT
*Step, name=Step-2, nlgeom=NO, inc=1000000
*Step, name=Step-2, nlgeom=NO, inc=1000000
*static, stabilize, factor=0.0002, allsdto1=0.05, continue=NO
*controls, reset
*controls, analysis=DISCONTINUOUS
*controls, parameters=TIMEINCREMENTATION
*output, field
*nodeoutput
*elementoutput, directions=YES
*contactoutput
*output, history, variable=PRESELECT
*endstep
*boundary
*boundary
*Step, name=Step-1, nlgeom=YES, inc=1000000
*static, stabilize, factor=0.0002, allsdto1=0.05, continue=NO

```

```

*cload, amplitude="ciclo de carga 1"
*contourintegral, crackname=CRACK-1, type=KFACTORS,
xfem, contours=5
*Step, name=Step-2, nlgeom=NO, inc=1000000
*static, stabilize, factor=0.0002, allsdto1=0.05, continue=NO
*cload, amplitude="ciclo de carga 1"
*contourintegral, crackname=CRACK-1, type=KFACTORS,
xfem, contours=5

```

THE MAXIMUM XFEM CRACK-TIP ZONE RADIUS

PROBLEM SIZE

```

NUMBER OF ELEMENTS IS          1147680
NUMBER OF NODES IS             1211525
NUMBER OF NODES DEFINED BY THE USER  1211525
NUMBER OF INTERNAL NODES GENERATED BY THE
PROGRAM                          2700
TOTAL NUMBER OF VARIABLES IN THE MODEL
                                  7285812
(DEGREES OF FREEDOM PLUS MAX NO. OF ANY
LAGRANGE MULTIPLIER
VARIABLES. INCLUDE *PRINT,SOLVE=YES TO GET
THE ACTUAL NUMBER.)

```

Abaqus 6.14-3 Date 10-jul.-2019 Time 00:53:35

```

STEP 1 INCREMENT 1
primer ciclo de carga
TIME COMPLETED IN THIS STEP 0.00

```

STEP 1 STATIC ANALYSIS

```

primer ciclo de carga

AUTOMATIC TIME CONTROL WITH -
A SUGGESTED INITIAL TIME INCREMENT OF
5.000E-02
AND A TOTAL TIME PERIOD OF          2.00
THE MINIMUM TIME INCREMENT ALLOWED IS
1.000E-10
THE MAXIMUM TIME INCREMENT ALLOWED IS
5.000E-02

```

```

LINEAR EQUATION SOLVER TYPE    DIRECT
SPARSE

```

```

ADAPTIVE AUTOMATIC STABILIZATION WITH
INITIAL DAMPING FACTOR = 2.000E-04

```

STEP 2 DIRECT CYCLIC

```

AUTOMATIC TIME CONTROL WITH -
A SUGGESTED INITIAL TIME INCREMENT OF
5.000E-02
AND A TOTAL TIME PERIOD OF          2.00
THE MINIMUM TIME INCREMENT ALLOWED IS
1.000E-10
THE MAXIMUM TIME INCREMENT ALLOWED IS
5.000E-02

```

LINEAR EQUATION SOLVER TYPE DIRECT
SPARSE

ADAPTIVE AUTOMATIC STABILIZATION WITH
INITIAL DAMPING FACTOR = 2.000E-04

TOTAL MASS OF MODEL

7.5220333E-05

LOCATION OF THE CENTER OF MASS OF THE MODEL

23.19355 -15.92734 2.500000

MOMENTS OF INERTIA ABOUT THE ORIGIN

I(XX) I(YY) I(ZZ)

6.4564985E-02 4.4389093E-02 0.1076993

PRODUCTS OF INERTIA ABOUT THE ORIGIN

I(XY) I(XZ) I(YZ)

2.7787197E-02 -4.3615659E-03 2.9951487E-03

MOMENTS OF INERTIA ABOUT THE CENTER OF MASS

I(XX) I(YY) I(ZZ)

4.5012963E-02 3.4548915E-03 4.8153349E-02

PRODUCTS OF INERTIA ABOUT THE CENTER OF
MASS

I(XY) I(XZ) I(YZ)

-5.2231322E-08 2.2195787E-15 -5.0302644E-15

MEMORY ESTIMATE

PROCESS FLOATING PT MINIMUM MEMORY
TO

OPERATIONS REQUIRED MINIMIZE I/O
PER ITERATION (MB) (MB)

1 5.98E+013 4389 69813

K FACTOR ESTIMATES

KI, KII, KIII

(DESGLOSE DE LOS FIE'S EN CADA INCREMENTO)

THE ANALYSIS HAS BEEN COMPLETED

ANALYSIS COMPLETE

JOB TIME SUMMARY

USER TIME (SEC) = 3,864,160.8

SYSTEM TIME (SEC) = 264,673.8

TOTAL CPU TIME (SEC) = 4,128,834.6

WALLCLOCK TIME (SEC) = 1,611,984

Anexo E. Historial de salida de los factores de intensidad de esfuerzo Cal_FIE.dat de la simulación utilizando el protocolo de carga de las líneas 3 y B

Abaqus 6.14-3 DATE 29-jul.-2019 TIME 17:46:55
 For use by Supplied by Team-SolidSQUAD under license
 from Dassault Systemes or its subsidiary.

The Abaqus Software is a product of:

Dassault Systemes SIMULIA Corp.
 1301 Atwood Avenue, Suite 101W
 Johnston, RI 02919, USA

The Abaqus Software is available only under license
 from Dassault Systemes or its subsidiary and may be
 used or reproduced only in accordance with the terms
 of such license.

On machine LAPTOP-G8Q7HIQ7

<http://www.3ds.com/products/simulia/locations/>

PROCESSING PART, INSTANCE, AND ASSEMBLY
 INFORMATION

END PROCESSING PART, INSTANCE, AND ASSEMBLY
 INFORMATION

*contourintegral, crackname=CRACK-1, type=KFACTORS,
 xfem, contours=5

OPTIONS BEING PROCESSED

*Heading

*Node

*Element, type=C3D8R

*Nset, nset="ASSEMBLY_Probeta ESET-1_SET-321"

*Nset, nset="ASSEMBLY_Probeta ESET-1_SET-568"

*Elset, elset="ASSEMBLY_Probeta ESET-1_SET-321"

*Elset, elset="ASSEMBLY_Probeta ESET-1_SET-568"

*Node

*Nset, nset=ASSEMBLY_M_SET-11

*Nset, nset=ASSEMBLY_M_SET-12

*Nset, nset=ASSEMBLY_REACCIONES

*Nset, nset=ASSEMBLY_SET-10

*Nset, nset=ASSEMBLY_SET-14

*Nset, nset=ASSEMBLY_SET-15

*Nset, nset=ASSEMBLY_SET-16

*Nset, nset=ASSEMBLY__PICKEDSET195

*Elset, elset=ASSEMBLY__PICKEDSET195

*Elset, elset=ASSEMBLY__S_SURF-1_S6

*Elset, elset=ASSEMBLY__S_SURF-2_S6

*enrichment, name=CRACK-1,

type=PROPAGATIONCRACK,

elset=ASSEMBLY__PICKEDSET195,

interaction=INTPROP-1

*surface, type=ELEMENT, name=ASSEMBLY_S_SURF-1

*surface, type=ELEMENT, name=ASSEMBLY_S_SURF-2

*surface, type=ELEMENT, name=ASSEMBLY_S_SURF-1

*surface, type=ELEMENT, name=ASSEMBLY_S_SURF-2

*surfaceinteraction, name=INTPROP-1

*surfacebehavior, pressure-overclosure=HARD

*enrichment, name=CRACK-1,

type=PROPAGATIONCRACK,

elset=ASSEMBLY__PICKEDSET195,

interaction=INTPROP-1

*coupling, constraintname=ASSEMBLY_CONSTRAINT-1,

refnode=ASSEMBLY_M_SET-11,

surface=ASSEMBLY_S_SURF-1

*coupling, constraintname=ASSEMBLY_CONSTRAINT-2,

refnode=ASSEMBLY_M_SET-12,

surface=ASSEMBLY_S_SURF-2

*coupling, constraintname=ASSEMBLY_CONSTRAINT-1,

refnode=ASSEMBLY_M_SET-11,

surface=ASSEMBLY_S_SURF-1

*coupling, constraintname=ASSEMBLY_CONSTRAINT-2,

refnode=ASSEMBLY_M_SET-12,

surface=ASSEMBLY_S_SURF-2

*coupling, constraintname=ASSEMBLY_CONSTRAINT-1,

refnode=ASSEMBLY_M_SET-11,

surface=ASSEMBLY_S_SURF-1

*kinematic

*coupling, constraintname=ASSEMBLY_CONSTRAINT-2,

refnode=ASSEMBLY_M_SET-12,

surface=ASSEMBLY_S_SURF-2

*kinematic

*coupling, constraintname=ASSEMBLY_CONSTRAINT-1,

refnode=ASSEMBLY_M_SET-11,

surface=ASSEMBLY_S_SURF-1

*coupling, constraintname=ASSEMBLY_CONSTRAINT-2,

refnode=ASSEMBLY_M_SET-12,

surface=ASSEMBLY_S_SURF-2

*material, name="A216 Grado WCB Clase 600"

*damageinitiation, criterion=MAXPS, tolerance=0.1

*damageevolution, type=DISPLACEMENT

*density

*elastic

*surfaceinteraction, name=INTPROP-1

*friction

*surfacebehavior, pressure-overclosure=HARD

*initialconditions, type=ENRICHMENT

*initialconditions, type=ENRICHMENT

*surfaceinteraction, name=INTPROP-1

*solidsection, elset="ASSEMBLY_Probeta ESET-1_SET-

568", material="A216 Grado WCB Clase 600"

*enrichment, name=CRACK-1,

type=PROPAGATIONCRACK,

elset=ASSEMBLY__PICKEDSET195,

interaction=INTPROP-1

*boundary

*boundary

*enrichment, name=CRACK-1,

type=PROPAGATIONCRACK,

elset=ASSEMBLY__PICKEDSET195,

interaction=INTPROP-1

*initialconditions, type=ENRICHMENT

*solidsection, elset="ASSEMBLY_Probeta ESET-1_SET-

568", material="A216 Grado WCB Clase 600"

```

*surfaceinteraction, name=INTPROP-1
*enrichment, name=CRACK-1,
type=PROPAGATIONCRACK,
elset=ASSEMBLY__PICKEDSET195,
interaction=INTPROP-1
*surface, type=ELEMENT, name=ASSEMBLY_S_SURF-1
*surface, type=ELEMENT, name=ASSEMBLY_S_SURF-2
*output, field
*output, history, variable=PRESELECT
*elementoutput, directions=YES
*initialconditions, type=ENRICHMENT
*output, field
*output, history, variable=PRESELECT
*elementoutput, directions=YES
*initialconditions, type=ENRICHMENT
*initialconditions, type=ENRICHMENT
*output, field
*output, history, variable=PRESELECT
*elementoutput, directions=YES
*amplitude, name="ciclo de carga 3 y B", time=TOTALTIME
*Step, name=Step-1, nlgeom=NO, inc=1000000
*output, field
*output, history, variable=PRESELECT
*Step, name=Step-1, nlgeom=YES, inc=1000000
*Step, name=Step-1, nlgeom=YES, inc=1000000
ciclo de carga 3 y B
*static, stabilize, factor=0.0002, allsdtol=0.05, continue=NO
*controls, reset
*controls, analysis=DISCONTINUOUS
*controls, parameters=TIMEINCREMENTATION
*output, field
*nodeoutput
*elementoutput, directions=YES
*contactoutput
*output, history, variable=PRESELECT
*endstep
*amplitude, name="ciclo de carga 3 y B", time=TOTALTIME
*Step, name=Step-2, nlgeom=NO, inc=1000000
*output, field
*output, history, variable=PRESELECT
*Step, name=Step-2, nlgeom=NO, inc=1000000
*Step, name=Step-2, nlgeom=NO, inc=1000000
*static, stabilize, factor=0.0002, allsdtol=0.05, continue=NO
*controls, reset
*controls, analysis=DISCONTINUOUS
*controls, parameters=TIMEINCREMENTATION
*output, field
*nodeoutput
*elementoutput, directions=YES
*contactoutput
*output, history, variable=PRESELECT
*endstep
*boundary
*boundary
*Step, name=Step-1, nlgeom=YES, inc=1000000
*static, stabilize, factor=0.0002, allsdtol=0.05, continue=NO
*cload, amplitude="ciclo de carga 3 y B"
*contourintegral, crackname=CRACK-1, type=KFACTORS,
xfem, contours=5
*Step, name=Step-2, nlgeom=NO, inc=1000000
*static, stabilize, factor=0.0002, allsdtol=0.05, continue=NO

```

```

*cload, amplitude="ciclo de carga 3 y B"
*contourintegral, crackname=CRACK-1, type=KFACTORS,
xfem, contours=5

```

THE MAXIMUM XFEM CRACK-TIP ZONE RADIUS

P R O B L E M S I Z E

```

NUMBER OF ELEMENTS IS          1147680
NUMBER OF NODES IS             1211525
NUMBER OF NODES DEFINED BY THE USER
                                1211525
NUMBER OF INTERNAL NODES GENERATED BY THE
PROGRAM                          2700
TOTAL NUMBER OF VARIABLES IN THE MODEL
                                7285812

```

(DEGREES OF FREEDOM PLUS MAX NO. OF ANY LAGRANGE MULTIPLIER VARIABLES. INCLUDE *PRINT,SOLVE=YES TO GET THE ACTUAL NUMBER.)
END OF USER INPUT PROCESSING

```

Abaqus 6.14-3                      DATE 15-Jul-2019 TIME
17:46:55

```

For use by Supplied by Team-SolidSQUAD under license from Dassault Systemes or its subsidiary.

```

STEP 1 INCREMENT 1
primer ciclo de carga
TIME COMPLETED IN THIS STEP 0.00

```

S T E P 1 S T A T I C A N A L Y S I S

ciclo de carga 3 y B

```

AUTOMATIC TIME CONTROL WITH -
A SUGGESTED INITIAL TIME INCREMENT OF
5.000E-02
AND A TOTAL TIME PERIOD OF          2.00
THE MINIMUM TIME INCREMENT ALLOWED IS
1.000E-10
THE MAXIMUM TIME INCREMENT ALLOWED IS
5.000E-02
LINEAR EQUATION SOLVER TYPE    DIRECT
SPARSE
ADAPTIVE AUTOMATIC STABILIZATION WITH
INITIAL DAMPING FACTOR = 2.000E-04

```

S T E P 2 D I R E C T C Y C L I C

```

AUTOMATIC TIME CONTROL WITH -
A SUGGESTED INITIAL TIME INCREMENT OF
5.000E-02
AND A TOTAL TIME PERIOD OF          2.00
THE MINIMUM TIME INCREMENT ALLOWED IS
1.000E-10
THE MAXIMUM TIME INCREMENT ALLOWED IS
5.000E-02
LINEAR EQUATION SOLVER TYPE    DIRECT
SPARSE
ADAPTIVE AUTOMATIC STABILIZATION WITH

```

INITIAL DAMPING FACTOR = 2.000E-04

I(XY) I(XZ) I(YZ)

TOTAL MASS OF MODEL

-5.2231322E-08 2.2195787E-15 -5.0302644E-15

7.5220333E-05

MEMORY ESTIMATE

LOCATION OF THE CENTER OF MASS OF THE MODEL

23.19355 -15.92734 2.500000
MOMENTS OF INERTIA ABOUT THE ORIGIN
I(XX) I(YY) I(ZZ)

6.4564985E-02 4.4389093E-02 0.1076993

PRODUCTS OF INERTIA ABOUT THE ORIGIN

I(XY) I(XZ) I(YZ)

2.7787197E-02 -4.3615659E-03 2.9951487E-03

MOMENTS OF INERTIA ABOUT THE CENTER OF MASS

I(XX) I(YY) I(ZZ)

4.5012963E-02 3.4548915E-03 4.8153349E-02

PRODUCTS OF INERTIA ABOUT THE CENTER OF
MASS

PROCESS FLOATING PT MINIMUM MEMORY
TO
OPERATIONS REQUIRED MINIMIZE I/O
PER ITERATION (MB) (MB)

1 5.98E+013 4389 69813

K FACTOR ESTIMATES

KI, KII, KIII

(DESGLOSE DE LOS FIE'S EN CADA INCREMENTO)

THE ANALYSIS HAS BEEN COMPLETED

ANALYSIS COMPLETE

JOB TIME SUMMARY

USER TIME (SEC) = 3,653,877

SYSTEM TIME (SEC) = 220,553.7

TOTAL CPU TIME (SEC) = 3,874,461

WALLCLOCK TIME (SEC) = 1,515.60

Anexo F. Constancia de participacion como ponente en el congreso “SIMULIA TECHDAY 2019”



La Universidad Autónoma de San Luis Potosí, a través de la
Facultad de Ingeniería otorga el presente

RECONOCIMIENTO

al: **Ing. Samuel Ortega Díaz**

Por su valiosa participación como **ponente** en el Congreso:

“SIMULIA TECHDAY 2019”

El cual se llevó a cabo el día 17 de octubre de 2019
en el Auditorio de Posgrado de la Facultad de Ingeniería
En el marco de la XXXV Semana de Ingeniería

“SIEMPRE AUTÓNOMA. POR MI PATRIA EDUCARÉ”

San Luis Potosí, S.L.P.

M.I. **Jorge Alberto Pérez González**
Director de la Facultad de Ingeniería

Anexo G. Constancia de participacion como ponente en el “XVIII Congreso Nacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas”



SEP
SECRETARÍA
DE EDUCACIÓN
PÚBLICA



Instituto Politécnico Nacional
"La Técnica al Servicio de la Patria"

XVIII CONGRESO NACIONAL DE INGENIERÍA ELECTROMECAÁNICA Y DE SISTEMAS

Otorga el presente diploma a:

**Samantha Niné Carranza Mejía, Samuel Ortega
Díaz y Rita Aguilar Osorio**

Por su participación con el trabajo

**Formulación matemática de la función de
esfuerzo de Airy en dos dimensiones.**

13 al 15 de Noviembre de 2019
Centro de Educación Continua "Ing. Eugenio Méndez Docurro"
Centro Histórico, Ciudad de México.

Dr. José Martínez Trinidad
Jefe de la Sección de Estudios de Posgrado
e Investigación de la ESIME
Unidad Zacatenco

M. en C. Hugo Quintana Espinosa
Diréctor de la ESIME
Unidad Zacatenco

