



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

**ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA
CIENCIAS DE LA TIERRA
UNIDAD TICOMÁN**

**SEMINARIO DE ACTUALIZACIÓN CON OPCIÓN DE
TITULACIÓN DE PERFORACIÓN, TERMINACIÓN Y
REPARACIÓN DE POZOS PETROLEROS**

TESIS

**INVESTIGACIÓN SOBRE LAS TÉCNICAS DE LA
DINÁMICA DE FLUIDOS COMPUTACIONAL (CFD)
Y ANÁLISIS DE UN CASO PRÁCTICO**

**A FIN DE OBTENER EL TÍTULO DE
INGENIERO PETROLERO**

PRESENTAN

**DE LA GARMA ROMO JORGE ALBERTO
MANCERA CORTES KAREN ANEL**

DIRECTORES

**ING. MANUEL TORRES HERNÁNDEZ
ING. ALBERTO ENRIQUE MORFÍN FAURE**



CIUDAD DE MÉXICO

FEBRERO 2020



SUBDIRECCIÓN ACADÉMICA

Folio: DES/5756/2019



"2018. Año del Cuatle del Sur, Cuicuilco Zapotec"
60 años de la Unidad Profesional Adolfo López Mateos
70 Aniversario del CCYT No. 3 "Salvador Ruelas Ruiz"
60 años de XEPN Central Ocosingo, organizadamente porfiriano
60 Aniversario del CCYT No. 4 "Luisen Carbón"

Asunto: Impartición de Seminario

Ciudad de México, a 7 de octubre de 2019

DR. ARTURO ORTIZ UBILLA
DIRECTOR DE LA ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA
Y ARQUITECTURA (ESIA), UNIDAD TICOMÁN
DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
PRESENTE



Con fundamento en el Artículo 44, Fracción VII del Reglamento Orgánico; Artículo 5, Fracción III del Reglamento General de Estudios; Artículo 12 del Reglamento de Titulación Profesional del Instituto Politécnico Nacional; en atención a su oficio DET/1838/2019, le comunico que se autoriza la impartición del Seminario de Actualización con Opción a Titulación:

"PERFORACIÓN, TERMINACIÓN Y REPARACIÓN DE POZOS PETROLEROS"

Folio de Autorización:	DES/ESIA-TIC/S/433-23/2010-2019
Vigencia del seminario:	22 de marzo de 2018 al 22 de marzo de 2020
Duración:	150 horas.
Período de impartición:	Del 25 de octubre de 2019 al 14 de febrero de 2020.
Horario:	viernes de 14:00 a 20:00 y sábados de 9:00 a 15:00 horas.
Sede:	ESIA-TICOMAN.
Expositores	Ing. Manuel Torres Hernández, Quim. Rosa de Jesús Hernández Álvarez e Ing. Alberto Enrique Morfin Faure

Debiendo observar lo siguiente:

- Enviar la lista inicial oficial de participantes, firmada y sellada por el Coordinador del Seminario y el Subdirector Académico dentro de los primeros diez días hábiles posteriores a la fecha del inicio del seminario.





1919, Alca del Castillo del Sr. Fructos Castell
60 años de la Unidad Profesional Adolfo López Mateos
70 Aniversario del CECyT No. 3 "Salvador Sánchez Ruiz"
60 años de AGPN Canal Otoc, según convenio número
80 Aniversario del CECyT No. 4 "Lázaro Cárdenas"

- Dar a conocer a los participantes el folio de autorización correspondiente, para trámites de titulación ante la Dirección de Administración Escolar.
- Al concluir el programa del seminario enviar la relación de asistencia, de evaluación final y de trabajos finales, en un plazo no mayor a 20 días hábiles, para la emisión de las constancias a los participantes.

Cabe señalar que tanto la información emitida para la autorización de vigencia, como los datos de los participantes utilizados en la emisión de constancias, está sustentada en los anexos adjuntos al oficio enviado por usted, por lo que solicito verificarla a detalle previamente a su trámite.

Sin otro particular, le envío un cordial saludo.

ATENTAMENTE
"La Técnica al Servicio de la Patria"



INC. JUAN MANUEL VELÁZQUEZ PETO
DIRECTOR

c.c.p. Dr. Jorge Toro González - Secretario Académico del IPN.
Lic. Marisela Cabrera Rojas - Directora de Administración Escolar DAE.

T-10656

JMVP/EGQV/yymvn


INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

PRESENTE

Bajo protesta de decir verdad los que suscriben: Jorge Alberto De La Garma Romo y Karen Anel Mancera Cortés, manifiestan ser autores y titulares de los derechos morales y patrimoniales de la obra titulada "Investigación sobre las técnicas de la dinámica de fluidos computacional (CFD) y análisis de un caso práctico", en adelante "LA TESIS" y de la cual se adjunta copia, por lo que por medio del presente y con fundamento en artículo 27 fracción II, inciso b) de la Ley Federal del Derecho de Autor, otorgo al Instituto Politécnico Nacional, en adelante EL IPN, autorización no exclusiva para comunicar y exhibir públicamente total o parcialmente en medios digitales (publicación en línea) "LA TESIS" por un periodo de un año contando a partir de la fecha de la presente autorización, dicho periodo se renovará automáticamente en caso de no dar aviso expreso a "EL IPN" de su terminación.

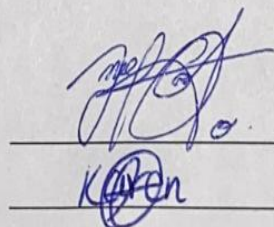
En virtud de lo anterior, "EL IPN" deberá reconocer en todo momento la calidad de los autores de la "LA TESIS".

Adicionalmente, y en calidad de autores y titulares de los derechos morales y patrimoniales de "LA TESIS", manifestamos que la misma es original y que la presente autorización no contraviene ninguna otorgada por el suscrito respecto a "LA TESIS", por lo que deslindo de toda responsabilidad a EL IPN en caso de que el contenido de la "LA TESIS" o la autorización concedida afecte o viole derechos autorales, industriales, secretos industriales, convenios o contratos de confidencialidad o en general cualquier derecho de propiedad intelectual de terceros y asumo las consecuencias legales y económicas de cualquier demanda o reclamación que pueda derivarse del caso.

Atentamente

De La Garma Romo Jorge Alberto

Mancera Cortés Karen Anel



Ciudad de México, febrero de 2020

Agradecimientos

De parte de De La Garma Romo Jorge Alberto:

Gracias mamá por tu amor, cariño y apoyo y muchas cosas más que mereces que te agradezca, pero de las que no me acuerdo en este momento.

Gracias Marce por tu apoyo, cariño, inteligencia y sabiduría como hermana. Eres en verdad una mujer de admiración.

Gracias papá por estar conmigo y apoyarme en mi vida y mi carrera profesional para que fuera posible decir que me titulé.

Gracias amigos por compartir esos trabajos en equipo y esos tiempos muertos entre clases; hicieron más llevadera la universidad.

Gracias Xiomara por compartir y apoyarme en esta etapa tan importante de mi vida, te quiero y espero yo también formar parte de otros momentos importantes en tu vida.

De parte de Mancera Cortés Karen Anel:

Quiero comenzar agradeciendo a mis padres, por ser los principales promotores de mis sueños, gracias a ellos por cada día confiar y creer en mi y en mis expectativas. Sin ellos nada de esto sería posible.

Le agradezco mucho a mis amigos Marco Noria, Aldo Cruz, Omar Mora, Jonathan Aguilar, Marco Barajas, Eduardo del Carmen, Armando Salas y Jorge de la Garma, por tenerme paciencia siempre, por apoyarme durante toda mi etapa escolar y por acompañarme en este logro tan importante, ¡vamos por más!

Y quiero agradecer especialmente a mi novio Uriel España, la ayuda que me has brindado ha sido sumamente importante, estuviste a mi lado inclusive en los momentos y situaciones mas tormentosas, siempre apoyándome. Definitivamente no fue sencillo culminar con éxito este proyecto, sin embargo, siempre fuiste muy motivador y esperanzador, me decías que lo lograría perfectamente. Me ayudaste hasta donde te era posible, incluso más que eso. Muchas gracias mi amor.

Resumen

El presente trabajo pretende abordar de manera superficial, debido a la complejidad del tema, aspectos fundamentales relacionados con la Dinámica de Fluidos Computacional (CFD, por sus siglas en inglés), que van desde conceptos elementales acerca de la Mecánica de Fluidos los cuales se revisarán en el Capítulo 1; la comprensión de los procesos necesarios para generar un código CFD y se describirá brevemente un algoritmo de resolución de las ecuaciones de gobierno que se estudiarán en el Capítulo 2; y finalmente en el Capítulo 3, se hará uso de todos los conocimientos revisados en los capítulos anteriores con el objetivo de aplicarlos en un caso práctico de recuperación secundaria de hidrocarburos consistente en la simulación de la inyección de agua en un yacimiento de petróleo.

Se analizan los resultados obtenidos por el modelo planteado en el Capítulo 3, los cuales proveen de información, que, siendo correctamente evaluada, pudiera pronosticar si un proyecto obtendrá los resultados esperados y la viabilidad de su aplicación.

Abstract

The present work tries to approach in a superficial way, due to the complexity of the topic, fundamental aspects related to Computational Fluid Dynamics (CFD), which range from elementary concepts about Fluid Mechanics, which will be reviewed in Chapter 1; the understanding of the necessary processes to write a CFD code and the algorithm to solve the governing equations that will be studied in Chapter 2; and finally in Chapter 3, all the knowledge reviewed in the previous chapters will be used in order to apply them in a practical case of secondary hydrocarbon recovery consisting of the simulation of water injection in an oil field.

The results obtained by the model proposed in Chapter 3 are analyzed, which provide information that, if correctly evaluated, could predict whether a project will obtain the expected results and the viability of its application.

Objetivo general

Investigar los conceptos elementales relacionados con la dinámica de fluidos, el razonamiento matemático detrás de los métodos de discretización y analizar los conceptos relacionados con la dinámica de fluidos basados en un caso práctico de la industria petrolera.

Objetivos particulares

- Investigar los beneficios e impactos que tienen las técnicas CFD en la simulación del flujo de fluidos en medio porosos.
- Analizar y comprender los procesos de la generación de un código CFD.

Introducción

Hace ya casi dos siglos desde que las ecuaciones de gobierno de la Mecánica de Fluidos quedaron definitivamente formuladas por Claude Navier (1785-1836) y George Stokes (1819-1903) cuando introdujeron los términos de transporte viscoso a las ecuaciones de Euler (1707-1783), dando lugar a las famosas ecuaciones de Navier-Stokes.

Aunque no es fácil determinar la fecha exacta de los primeros cálculos realizados utilizando técnicas CFD, sí se puede citar al inglés Lewis Fry Richardson (1881-1953) como el precursor de la utilización de dichas técnicas.

A partir de finales de la década de 1950 y en toda la década de los 60, el laboratorio nacional de Los Alamos, auspiciado por la NASA, se constituyó en el verdadero impulsor de las técnicas CFD, desarrollando los primeros códigos y dando los primeros pasos en el empleo de computadoras.

Las técnicas numéricas en Ingeniería han experimentado un gran desarrollo en las últimas décadas, siendo la Mecánica de Fluidos una de las disciplinas científicas donde este auge ha tenido mayor repercusión.

A finales de los años 80 y principios de los 90 se produce un boom en la creación de códigos comerciales. Entre ellas cabe destacar FIDAP (Fluid Dynamics Analysis Package), STAR-CD y FLOW 3-D.

Las empresas aeronáuticas y automovilísticas comienzan a utilizar códigos comerciales en sus fases de diseño. Así, Boeing comienza a utilizar códigos comerciales desde 1996, siguen sus pasos Airbus, General Electric y Rolls Royce.

En resumen, las técnicas CFD son ya, una herramienta más dentro de la ingeniería asistida por computadora, utilizada universalmente en distintas industrias ya que permiten a los diseñadores y analistas simular todo tipo de fenómenos y flujos en sus centros de computación.

Índice

Resumen

Abstract

Objetivos

Introducción

Capítulo 1: Conceptos elementales sobre fluidos, flujo de fluidos y medios porosos 1

1.1 Presión en un fluido 1

1.2 Densidad 1

1.3 Compresibilidad 1

1.4 Viscosidad 3

1.5 Tensión superficial..... 3

1.6 Capilaridad..... 4

1.7 Porosidad..... 4

1.8 Saturación de fluidos 5

1.9 Permeabilidad 6

1.10 Movilidad..... 7

1.11 Potencial de un fluido 8

1.12 Flujo de fluidos en tuberías 8

1.12.1 Número de Reynolds 8

1.12.2 Turbulencia..... 10

1.12.3 Perfiles de velocidad de un flujo a través de una tubería..... 11

1.12.4 Clasificaciones de los tipos de flujo de fluidos..... 12

1.12.5 Ecuaciones fundamentales para el análisis del flujo de un fluido ... 14

1.12.5.1 Ecuaciones de Navier-Stokes 14

1.12.5.2 Ecuaciones de Euler 19

1.12.5.3 Ecuación de Bernoulli 20

1.12.5.4 Ecuación de estado	21
1.12.5.5 Ley de Darcy.....	22
1.12.5.6 Ecuación de difusividad	22
1.13 Fundamentos de la dinámica de fluidos computacional	24
1.13.1 Ventajas y desventajas de la CFD	24
1.13.2 Aplicaciones en la industria petrolera	26
1.14 Discretización	27
1.14.1 Método de Diferencias Finitas (MDF)	28
1.14.2 Método de Elementos Finitos (MEF)	29
1.14.3 Método de Volúmenes Finitos (MVF)	30
1.15 Solución de un sistema de ecuaciones algebraicas lineales	31
1.15.1 Métodos directos	31
1.15.1 Métodos iterativos	31
1.15.2 Método de Jacobi.....	32
1.15.3 Método de Gauss-Seidel	33
1.16 Esquemas de solución para ecuaciones diferenciales.....	34
1.16.1 Esquema explícito.....	34
1.16.2 Esquema implícito	35
1.17 Recuperación secundaria.....	36
1.17.1 Método de inyección de agua	36
1.17.2 Factores que afectan la inyección de agua.....	37
1.17.3 Selección de patrones de flujo	39
1.17.4 Selección y monitoreo del intervalo de inyección	43
1.17.5 Monitoreo de la producción de agua.....	43
Capítulo 2: Proceso de un código CFD	44
2.1 Consideraciones previas a la selección del método numérico de resolución.....	44
2.2 Preprocesamiento.....	45

2.2.1 Descripción de la geometría de la malla	45
2.2.2 Selección del tipo de mallado	47
2.2.3 Generación del mallado	51
2.2.4 Orientación del mallado	53
2.2.5 Calidad del mallado	54
2.2.6 Definición de propiedades y condiciones iniciales y de frontera	55
2.3 Procesamiento	57
2.3.1 Resolución de ecuaciones	59
2.3.1.1 Algoritmo para matrices tridiagonales (TDMA)	59
2.3.1.2 Métodos de Jacobi y Gauss-Seidel.....	61
2.3.1.3 Multigrid geométrico.....	62
2.4 Recomendaciones sobre los métodos de resolución.....	63
2.5 Post-procesamiento.....	64
2.5.1 Análisis de resultados CFD.....	64
2.5.2 Verificación de resultados.....	64
2.5.3 Validación de resultados.....	65
Capítulo 3: Caso de estudio	67
3.1 Introducción.....	68
3.2 Yacimiento petrolero.....	69
3.2.1 Propiedades del yacimiento.....	69
3.2.2 Procesos de recuperación de aceite	71
2.2.1 Inyección de agua	72
3.3 Modelo matemático	73
3.3.1 Ecuación de transporte	73
3.3.2 Modelo geométrico del yacimiento	75
3.3.3 Condiciones de frontera y características del yacimiento	77
3.3.4 Escenarios simulados	77

3.4 Resultados y discusiones.	78
3.5 Conclusiones del experimento	84
Conclusiones y recomendaciones	85
Conclusiones	85
Recomendaciones	86
Bibliografía	87
Anexo de ilustraciones	89
Anexo de tablas	90

Capítulo 1: Conceptos elementales sobre fluidos, flujo de fluidos y medios porosos

1.1 Presión en un fluido

Un fluido que esté sometido a cierta presión ejerce una fuerza sobre cualquier superficie que esté en contacto con él. Por lo tanto, la fuerza que actúa sobre un fluido se define como la magnitud de la fuerza normal que se ejerce en una unidad de superficie.

$$P = \frac{F}{A} \quad (1)$$

Donde P representa la presión, F la fuerza y A es el área donde la fuerza es ejercida.

1.2 Densidad

La densidad es la masa o la cantidad de materia, contenida en una unidad de volumen. Comúnmente se representa por la letra griega ρ , y con unidades de masa sobre volumen. Por lo tanto,

$$\rho = \frac{m}{V} = \left[\frac{kg}{m^3} \right] \quad (2)$$

1.3 Compresibilidad

Todos los fluidos pueden ser comprimidos mediante la aplicación de presión, de tal manera que la energía elástica se almacena en el proceso; dichos volúmenes comprimidos se expandirán a sus volúmenes originales cuando se libere la presión.

La compresibilidad puede definirse como:

$$C = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dP} \quad (3)$$

Y sus unidades son las del inverso de la presión.

Clasificación de los fluidos de acuerdo con su compresibilidad

Los fluidos se pueden clasificar dependiendo de su compresibilidad en tres grupos:

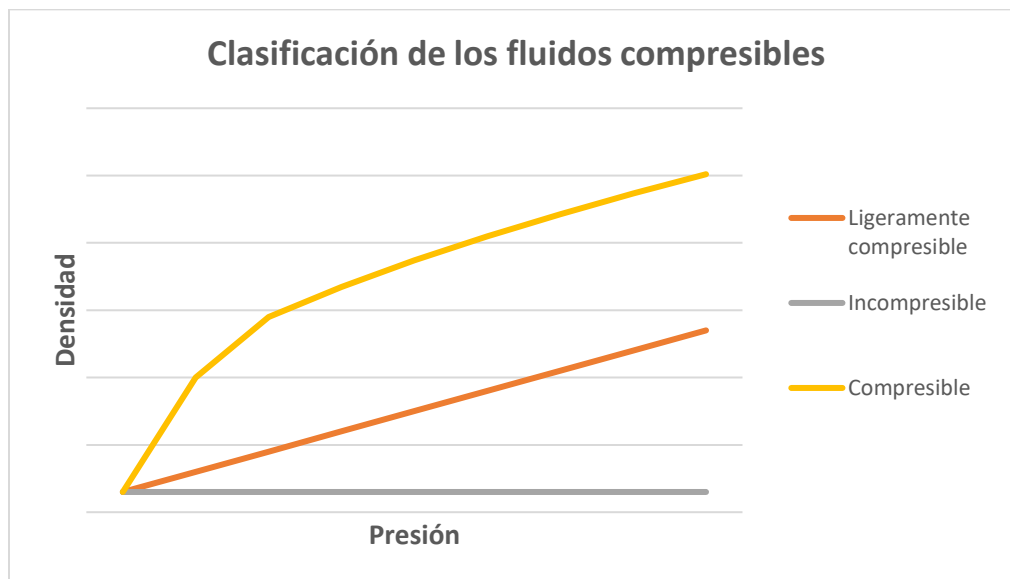
- a) Fluidos incompresibles
- b) Fluidos ligeramente compresibles
- c) Fluidos compresibles

En un fluido incompresible, la densidad de los fluidos se considera constante.

Un fluido se denomina ligeramente compresible si su densidad se puede considerar como una función lineal de presión, esto es, la compresibilidad del fluido es constante.

Un fluido compresible es aquel que presenta un cambio significativo en su densidad con la presión.

En la siguiente ilustración se observa el comportamiento de los fluidos en función de su compresibilidad.



Gráfica 1. Representación de la densidad vs presión

1.4 Viscosidad

La viscosidad es una medida de la resistencia interna al flujo, resultante de los efectos combinados de la cohesión y la adherencia del fluido; también puede definirse como la oposición de un fluido a las deformaciones tangenciales.

$$\tau = \mu\gamma \quad (4)$$

La unidad en el Sistema Cegesimal de Unidades (SCU) para la viscosidad dinámica es el poise (p), pero se suele usar más su submúltiplo el centipoise (cp).

La viscosidad es una característica de todos los fluidos, tanto líquidos como gases, si bien, en este último caso su efecto suele ser despreciable, están más cerca de ser fluidos ideales.

Cabe señalar que la viscosidad sólo se manifiesta en fluidos en movimiento, ya que cuando el fluido está en reposo adopta una forma tal en la que no actúan las fuerzas tangenciales que no puede resistir.

La viscosidad es una de las características más importantes de los hidrocarburos en los aspectos operacionales de producción, transporte, refinación y petroquímica. Es muy importante el efecto de la temperatura sobre la viscosidad de los crudos, en el yacimiento o en la superficie, especialmente concerniente a crudos pesados y extrapesados.

1.5 Tensión superficial

La tensión superficial es la propiedad que poseen las superficies de los líquidos, por la cual parecen estar cubiertos por una delgada membrana elástica en estado de tensión.

En un fluido cada molécula interactúa con las que le rodean. El radio de acción de las fuerzas moleculares es relativamente pequeño, abarca a las moléculas vecinas más cercanas.

1.6 Capilaridad

La capilaridad es una propiedad de los fluidos que depende de su tensión superficial, la cual a su vez depende de la cohesión del fluido, y que le confiere la capacidad de subir o bajar por un tubo capilar.

Cuando un líquido sube por un tubo capilar, es debido a que la fuerza o cohesión intermolecular es menor que la adhesión del líquido con el material del tubo; es decir, es un líquido que moja. El líquido sigue subiendo hasta que la tensión superficial es equilibrada por el peso del líquido que llena el tubo.

Sin embargo, cuando la cohesión entre las moléculas de un líquido es más potente que la adhesión al capilar, como el caso del mercurio, la tensión superficial hace que el líquido descienda a un nivel inferior y su superficie es convexa.

1.7 Porosidad

La porosidad describe el espacio en la roca no ocupado por algún mineral o material sólido, lo que permite el almacenamiento de los fluidos. Se define por la razón:

$$\Phi = \frac{V_p}{V_t} \quad (5)$$

donde ϕ es la porosidad; V_p , el volumen que ocupan los poros o espacio vacío; y V_t , el volumen bruto de la roca, el cual incluye el volumen de sólidos y el del espacio vacío. Dentro de la porosidad, caben mencionar dos tipos de porosidad.

Porosidad absoluta

Se define como la razón entre el espacio poroso total en la roca y el volumen bruto. Matemáticamente, la porosidad absoluta se define según la siguiente ecuación:

$$\Phi = \frac{\text{volumen total} - \text{volumen de los granos}}{\text{volumen total}} = \frac{V_t - V_g}{V_t} = \frac{V_p}{V_t} \quad (6)$$

Porosidad efectiva

Se define como el porcentaje del espacio poroso que se encuentra interconectado con respecto al volumen total de la roca, esto es:

$$\Phi_e = \frac{\text{volumen poroso interconectado}}{\text{volumen total}} \quad (7)$$

Este valor de porosidad es de vital importancia para los cálculos de flujo de fluidos en medios porosos y éste será el valor de entrada utilizado en las simulaciones.

1.8 Saturación de fluidos

La saturación cuantifica la cantidad de fluidos que se encuentran contenidos en el espacio poroso, en otras palabras, la distribución que se tiene en el espacio poroso de los tres fluidos propios de un yacimiento, que son: agua, aceite y gas. De ahí que la saturación inicial definida como la fracción del espacio poroso ocupado por aceite, gas o agua, sea la clave para la determinación de las reservas iniciales.

La saturación se puede definir como la fracción, o porcentaje, del volumen de poros ocupado por un fluido en particular que puede ser agua, gas o aceite. La expresión general es:

$$\text{Saturación de un fluido} = \frac{\text{Volumen del fluido}}{\text{Volumen poroso}}$$

Aplicando este concepto a cada fluido del yacimiento se tiene:

$$S_o = \frac{\text{Volumen de aceite}}{\text{Volumen poroso}}$$

$$S_g = \frac{\text{Volumen de gas}}{\text{Volumen poroso}}$$

$$S_w = \frac{\text{Volumen de agua}}{\text{Volumen poroso}}$$

Por lo que, si las saturaciones se expresan en fracción, la suma de las tres debe de ser igual a uno.

$$S_o + S_g + S_w = 1 \quad (8)$$

1.9 Permeabilidad

La permeabilidad es la capacidad del medio poroso de permitir el flujo de los fluidos a través de él. Matemáticamente se expresa por la ley de Darcy y es una medida del grado y tamaño en que los espacios porosos están interconectados. Además, es una medida de la conductividad de los fluidos y, por su analogía con los conductores de electricidad, también se define como el recíproco de la resistencia que un medio poroso ofrece al flujo de fluidos. Esta es una propiedad que está en función del sistema roca-fluido, como se puede apreciar al graficar la permeabilidad relativa de dos fluidos con respecto a la saturación de estos.

En los yacimientos de hidrocarburos, las rocas están saturadas con dos o más fluidos. Por lo tanto, el concepto de permeabilidad absoluta debe modificarse para describir el comportamiento de flujo cuando más de un fluido está presente en el yacimiento.

Permeabilidad efectiva

A medida que la saturación de una fase disminuye, la permeabilidad a esa fase también disminuye. La permeabilidad medida se refiere como la permeabilidad efectiva y es una medida de la conductancia del medio poroso hacia un fluido cuando está saturado con más de uno. Esto implica que es una propiedad asociada con cada fluido del yacimiento, esto es, gas, petróleo y agua, cuyas permeabilidades efectivas se representan por:

- k_g = permeabilidad efectiva del gas
- k_o = permeabilidad efectiva del petróleo
- k_w = permeabilidad efectiva del agua

Estas últimas se definen como la relación de la permeabilidad efectiva de un fluido a una determinada saturación con respecto a la permeabilidad a una saturación al 100%.

Permeabilidad relativa

Como k es una constante para un medio poroso dado, la permeabilidad relativa varía con la saturación del fluido en la misma forma que la permeabilidad efectiva. Dicha variación va desde cero a un valor bajo de saturación hasta un valor de 1 a 100% de saturación del fluido. Por lo tanto, la permeabilidad relativa se puede expresar de la siguiente manera:

$$k_{rg} = \frac{k_g}{k} \quad (9)$$

$$k_{ro} = \frac{k_o}{k} \quad (10)$$

$$k_{rw} = \frac{k_w}{k} \quad (11)$$

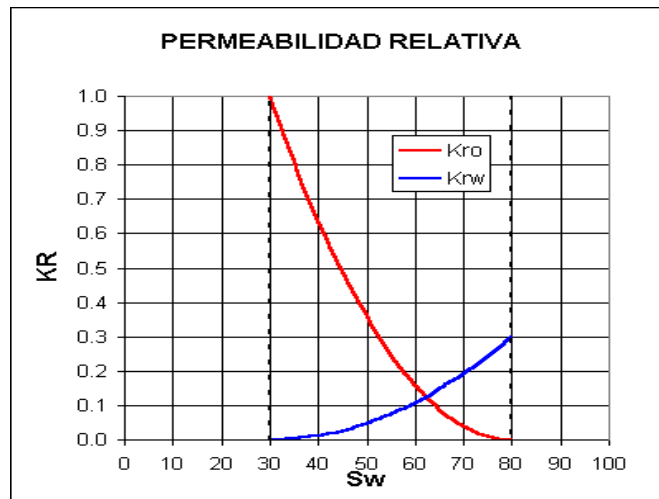


Ilustración 1. Curvas de permeabilidad relativa para un sistema agua-aceite

1.10 Movilidad

Se define como la movilidad de la fase desplazante: agua o gas, dividida por la movilidad del fluido desplazado: petróleo.

$$M_{w,o} = \frac{k_w/\mu_w}{k_o/\mu_o} \quad (12)$$

Si $M < 1$, la razón de movilidad es favorable y si $M > 1$, la razón de movilidad es desfavorable.

1.11 Potencial de un fluido

El potencial dentro de un fluido determina su movimiento y la velocidad de dicho movimiento. Hubbert define al potencial phi como “la energía mecánica por unidad de masa de fluido en cualquier localización”. Lo anterior se puede expresar a través de la siguiente ecuación:

$$\Phi = \Phi_g + \Phi_p = gz + \int_{P_1}^{P_2} \frac{dP}{\rho} \quad (13)$$

Donde el término Φ representa el potencial total de un fluido, Φ_g el potencial gravitacional, el término Φ_p el potencial de presión y el término z es la distancia vertical a la cual se encuentra una masa de fluido con respecto a un plano de referencia arbitrario.

1.12 Flujo de fluidos en tuberías

1.12.1 Número de Reynolds

Los efectos de la viscosidad causan que el flujo de un fluido real ocurra bajo dos condiciones muy diferentes, o regímenes de flujo: laminar y turbulento. La inclusión del fenómeno de la viscosidad introduce una resistencia al movimiento al causar un esfuerzo cortante o fuerzas de fricción entre las partículas del fluido y entre las paredes del medio de flujo. Las características de estos regímenes de flujo fueron primeramente demostradas por Reynolds, con un experimento similar al de la ilustración 2. El experimento consiste en hacer fluir agua desde un tanque a través de una tubería de cristal, el flujo siendo controlado por la válvula de control. Un tubo delgado, desde donde se inyecta una tinta visible en una sección de la tubería de cristal. Reynolds descubrió que, para bajas velocidades de flujo, el filamento de la tinta transportado no se difundía y se mantenía intacto durante su trayecto por la tubería, formando una línea recta horizontal con respecto al eje de la tubería. Sin embargo, conforme se iba incrementando el diámetro de flujo al abrir la válvula, y se incrementaba la velocidad de flujo, la línea de tinta se empezaba a romper, difundiéndose eventualmente a lo largo de la tubería y generando un flujo caótico. Asimismo, Reynolds también descubrió que hacía falta únicamente reducir la

velocidad para que el filamento volviera a tomar su forma lineal o laminar, y que la restauración ocurría a aproximadamente la misma velocidad promedio.

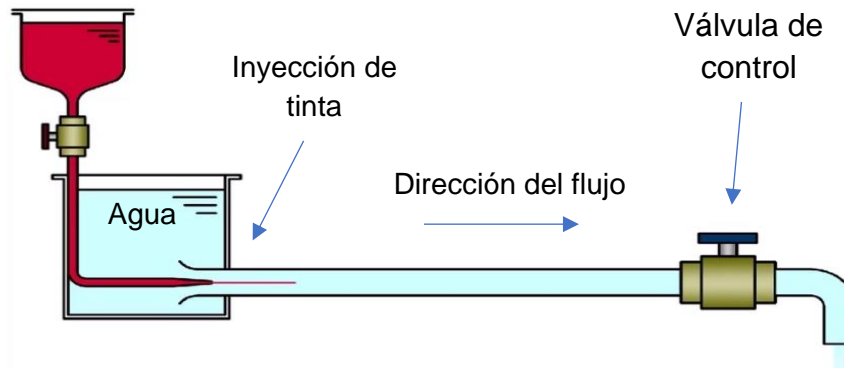


Ilustración 2. Experimento de Reynolds

Reynolds fue capaz de generalizar sus conclusiones a partir de sus experimentos con el movimiento del filamento de tinta al introducir un número adimensional **R**, posteriormente llamado número de Reynolds, el cual fue definido de la siguiente manera:

$$R = \frac{vd\rho}{\mu} = \frac{vd}{\nu} \quad (14)$$

Donde V es la velocidad promedio del fluido en la tubería, d es el diámetro de la tubería, ρ es la densidad del fluido, μ es la viscosidad dinámica del fluido y ν es la viscosidad cinemática del fluido. El número de Reynolds es adimensional por lo cual, no hay unidades definidas para los parámetros a introducir, únicamente deben de ser consistentes entre ellos.

De esta manera, pudo determinar que existía una *velocidad crítica* en la cual el fluido tenía un comportamiento donde no existía difusión de las moléculas del fluido de una capa a la otra, dando lugar al *flujo laminar*. De igual manera, observó que el flujo laminar desaparecía a una determinada velocidad crítica; para el caso de un flujo laminar, a esta velocidad se llamó *velocidad crítica inferior* y para el caso de un flujo turbulento, le llamó *velocidad crítica superior*. De igual manera, Reynolds descubrió que, para ciertos valores críticos del número de Reynolds, **R_c**, las

velocidades críticas tanto superior como inferior eran similares para todos los fluidos que fluyen en tuberías sin importar el tamaño del diámetro.

El límite inferior del flujo turbulento, definido por el número crítico de Reynolds para flujo turbulento es de gran importancia en la ingeniería, puesto que define una condición en la cual toda la turbulencia que entra con el flujo será eventualmente atenuada por las fuerzas viscosas, varios experimentos indican que el número crítico de Reynolds en el cual el flujo laminar puede ocurrir tendrá un valor aproximado de 2100. Entre los números de Reynolds con valores que van desde el 2100 al 4000 existe una región de incertidumbre.

Con base en los números críticos de Reynolds mencionados anteriormente, el ingeniero podrá predecir para cualquier tipo de fluido que fluye a través de tuberías cilíndricas, que el flujo será laminar si el $R < 2100$, y turbulento si el $R > 4000$. Sin embargo, es de importancia mencionar que el número de Reynolds también dependerá de la geometría de la frontera.

1.12.2 Turbulencia

Dentro del campo de la simulación de los problemas de ingeniería aplicado CFD, se debe aplicar un modelo matemático equivalente a un problema real considerando las variables para dicha solución adecuada.

Tabla 1. Modelos de turbulencia

Tipos de modelo	Modelo
Algebraicos	Cebeci-Smith Baldwin-Lomax
Modelos de una ecuación	Prandtl Spalart-Almaras
Modelo de dos ecuaciones	K-Epsilon K-w
Esfuerzos de Reynolds	RMS
Simulaciones numéricas directas	DNS
Large Eddy Simulations	LES
Detached Eddy Simulations	DES

Además de las ecuaciones gobernantes se debe tener en cuenta que el fenómeno de la turbulencia está presente en el flujo de fluidos a nivel práctico.

Hasta la actualidad los investigadores no han definido un modelo de turbulencia aceptado. El flujo turbulento tiene pequeñas variaciones en sus propiedades a una frecuencia alta respecto al valor promedio.

Como se puede observar en la Tabla 1, existen varios modelos de turbulencia, pero ningún modelo es aceptado universalmente como el mejor en las respectivas aplicaciones, sino que cada modelo es más o menos eficiente en cuanto a precisión o costo computacional en el análisis de simulación de flujo turbulento.

1.12.3 Perfiles de velocidad de un flujo a través de una tubería

El flujo de un fluido ideal se asumía que era sin fricción y ausente de los efectos de la viscosidad. Sin embargo, al analizar el flujo de un fluido real se observa que ambos efectos sí deben de ser considerados al momento de realizar cálculos para ingeniería. El primer efecto que se debe considerar es la viscosidad en un flujo laminar, donde la agitación de las partículas es únicamente de naturaleza molecular, y el movimiento de estas partículas estará restringido en caminos paralelos por la acción de la viscosidad. El esfuerzo cortante entre capas adyacentes es determinado por la viscosidad y se define por la ecuación diferencial:

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy} \quad (15)$$

El esfuerzo cortante siendo el producto de la viscosidad por el gradiente de velocidad. Si el flujo laminar fuese perturbado por la rugosidad de la tubería o algún otro obstáculo, dichas perturbaciones serían rápidamente atenuadas por los efectos viscosos y el flujo se reestablecería de nuevo. Un flujo es estable ante tales perturbaciones, pero uno turbulento no lo es.

En un flujo turbulento, las partículas del fluido no permanecen en capas, más bien, se mueven de manera heterogénea, deslizándose entre partículas y colisionando aleatoriamente con algunas otras lo que resulta en un movimiento rápido y continuo que mezcla el fluido conforme este fluye. Se observa que estas partículas viajan como masas de fluidos con movimiento aleatorio llamadas remolinos; esto ocasiona en cualquier punto de un flujo una pulsación rápida e irregular de la velocidad con

respecto a un valor promedio. Debido a que la turbulencia es un tipo de movimiento absolutamente caótico de pequeñas masas de fluido en cualquier dirección a través de una corta distancia, el movimiento de las partículas individuales es imposible de rastrear y caracterizar matemáticamente. Sin embargo, existen relaciones matemáticas que se pueden obtener al considerar el movimiento promedio de una partícula o por métodos estadísticos.

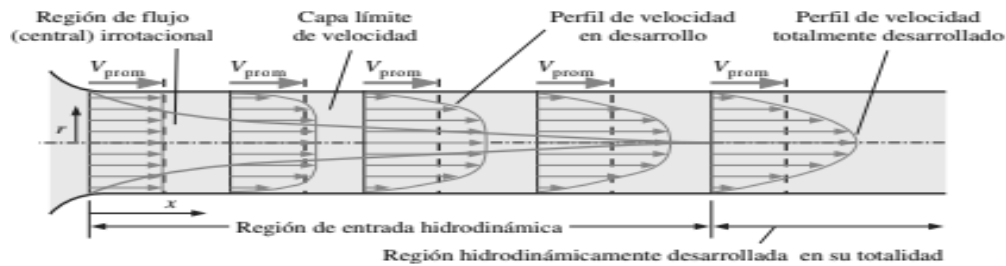


Ilustración 3. Perfil de velocidad de un fluido en una tubería

Aunado a los efectos viscosos, se han observado que los esfuerzos cortantes de un flujo laminar o turbulento generan distribuciones de velocidad caracterizadas por ser menores cercanas a las superficies de contorno del flujo, y que incluso la velocidad de la capa adyacente a la superficie de contorno será de cero, como el que se muestra en la ilustración 3 de un perfil de velocidad de un fluido real. Además, se debe tener en consideración la condición de la superficie de contorno, es decir; si ésta será rugosa o lisa, puesto que, para ambos tipos de flujos los efectos de estas condiciones afectarán el movimiento de las partículas del fluido.

1.12.4 Clasificaciones de los tipos de flujo de fluidos

1. De acuerdo con los cambios de velocidad con respecto al tiempo

Estacionario. - Se dice de aquel flujo que no está en función del tiempo; es decir, cuando la velocidad del fluido en cualquier punto no varía con el tiempo.

No estacionario. - Se dice de aquel flujo que es dependiente del tiempo; es decir, las velocidades del fluido pueden cambiar con el tiempo en cualquier punto dado.

2. De acuerdo con los cambios de densidad

Compresible. - Es aquel donde los cambios de densidad de un punto a otro pudieran no ser despreciables.

No compresible. - Es aquel donde los cambios de densidad de un punto a otro pudieran ser despreciables.

3. De acuerdo con el número de fases

Monofásico. - Es el flujo de un solo fluido a través de un conducto o medio.

Multifásico. - Es el flujo simultáneo de más de una fase fluida a través de un conducto. La mayoría de los pozos de petróleo producen petróleo y gas desde la formación y con frecuencia producen agua. Como consecuencia de esto, el flujo multifásico es común en pozos de petróleo.

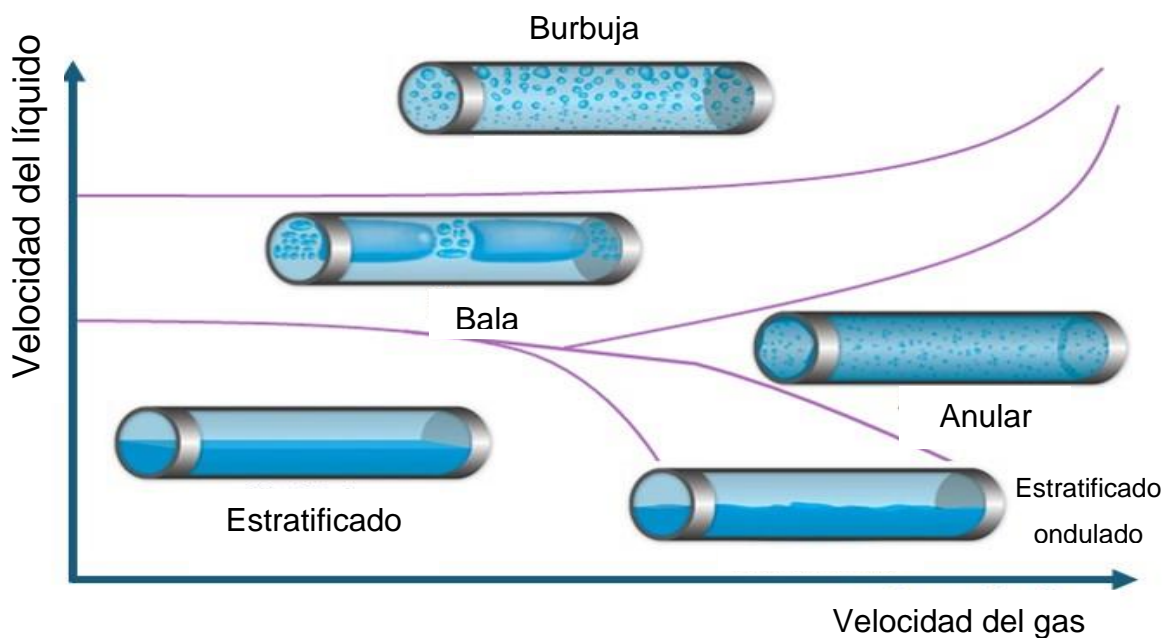


Ilustración 4. Tipos de patrones de flujo multifásico

4. Por efectos del vector velocidad

Irrotacional. - Si el elemento de fluido en un punto dado no tiene velocidad angular neta alrededor de dicho punto, el flujo es irrotacional.

Rotacional. - Si el elemento de un fluido en un punto dado tiene una velocidad angular neta distinta de cero, el flujo es rotacional, es decir, hay movimiento vertical del elemento.

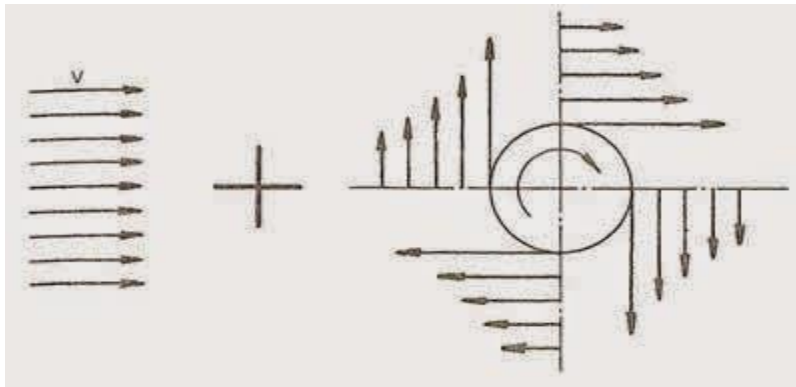


Ilustración 5. Representación de los vectores de velocidad del flujo de un fluido

5. Por efectos de la viscosidad

Viscoso. - En este tipo de flujo, la viscosidad introduce fuerzas tangenciales entre las capas del fluido en movimiento relativo y se traduce en una disipación de la energía mecánica.

Flujo no viscoso. - Este tipo de flujo es idealizado, puesto que no se consideran los efectos de fricción como consecuencia de la viscosidad.

1.12.5 Ecuaciones fundamentales para el análisis del flujo de un fluido

1.12.5.1 Ecuaciones de Navier-Stokes

Varios tipos de flujos pueden obtenerse a partir de las ecuaciones de Navier-Stokes (ver Ilustración 6), esto estará en función de la física del flujo y del fluido. Por ejemplo, según el fenómeno físico que se quiera simular, se considerará lo siguiente:

- Flujo viscoso compresible (Sistema de ecuaciones Navier-Stokes)
- Flujo no viscoso compresible (despreciar el término difusivo)
- Flujo viscoso incompresible (despreciar los términos temporales y espaciales de la densidad)
- Flujo no viscoso incompresible (despreciar los términos difusivos y variaciones de la densidad)

Cabe aclarar que los casos anteriores aplican únicamente para flujos monofásicos y que, en caso de querer simular un flujo multifásico se añadirá un término de saturación, el cual será función del tiempo.

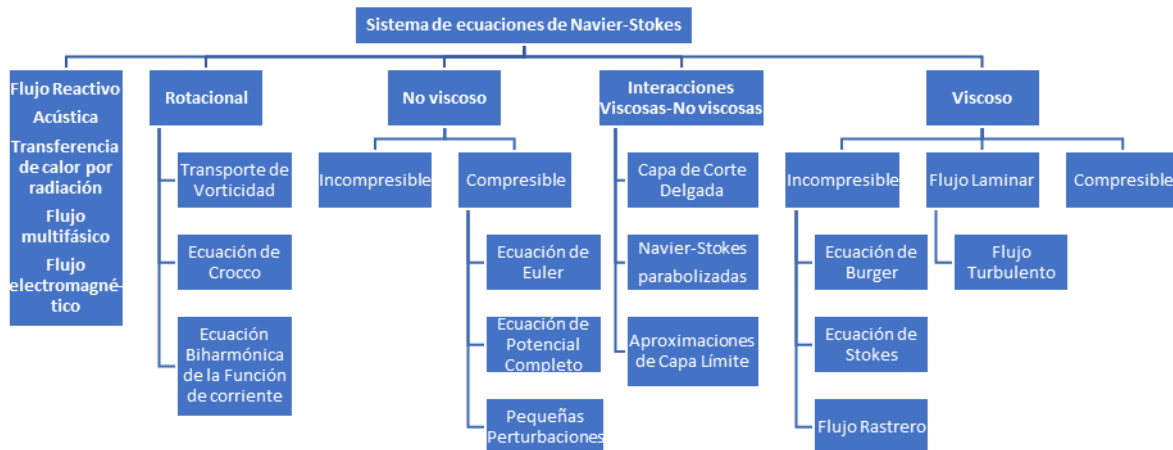


Ilustración 6. Tipos de flujos caracterizables por las ecuaciones de Navier-Stokes

A continuación, se enlistan las tres ecuaciones de Navier-Stokes

1.12.5.1.1 Ecuación de continuidad

La aplicación del principio de la conservación de la masa de un flujo estacionario a través de una tubería resulta en la *ecuación de continuidad*. A continuación, se deduce la ecuación de continuidad:

Si se considera un volumen de control como el que se ilustra en la ilustración:

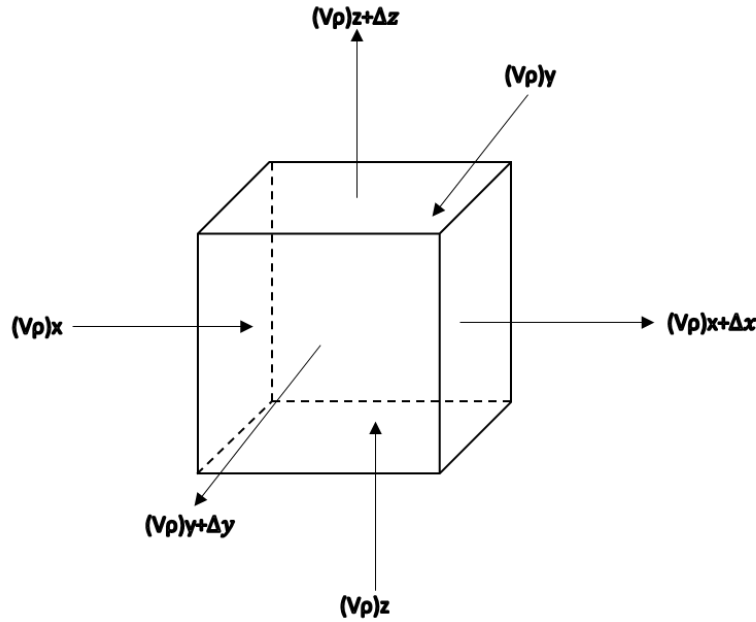


Ilustración 7. Volumen de Control.

Donde la masa de fluido en el elemento es:

$$\Delta x \Delta y \Delta z * \rho_t \quad \text{a un tiempo } t \text{ (inicial)}$$

$$\Delta x \Delta y \Delta z * \rho_{t+\Delta t} \quad \text{a un tiempo } t+\Delta t \text{ (final)}$$

Del principio de conservación de masa:

$$\begin{aligned} & (\text{Masa que entra}) - (\text{Masa que sale}) \pm \text{Término fuente o sumidero} \\ & = \text{Acumulación de masa} \end{aligned}$$

$$\text{Acumulación} = (\text{masa final}) - (\text{masa inicial})$$

La cara Δy , Δz es perpendicular al flujo en dirección "x", por lo cual la cantidad de masa que entra en "x" se expresa como:

$$\Delta t [(\rho \vec{v})_x - (\rho \vec{v})_{x+\Delta x}] \Delta y \Delta z \quad (16)$$

Análogamente para las direcciones "y" y "z":

$$\Delta t [(\rho \vec{v})_y - (\rho \vec{v})_{y+\Delta y}] \Delta x \Delta z \quad (17)$$

$$\Delta t [(\rho \vec{v})_z - (\rho \vec{v})_{z+\Delta z}] \Delta x \Delta y \quad (18)$$

Como la acumulación puede escribirse de la siguiente manera:

$$\text{Acumulación} = \Delta x \Delta y \Delta z * \rho_{t+\Delta t} - \Delta x \Delta y \Delta z * \rho_t \quad (19)$$

Utilizando las ecuaciones pasadas y aplicando un balance de materia, resultando en lo siguiente:

$$\begin{aligned} \Delta t [(\rho \vec{v})_x - (\rho \vec{v})_{x+\Delta x}] \Delta y \Delta z + \Delta t [(\rho \vec{v})_y - (\rho \vec{v})_{y+\Delta y}] \Delta x \Delta z \\ + \Delta t [(\rho \vec{v})_z - (\rho \vec{v})_{z+\Delta z}] \Delta x \Delta y \pm W(x, y, z) \\ = \Delta x \Delta y \Delta z * \rho_{t+\Delta t} - \Delta x \Delta y \Delta z * \rho_t \end{aligned} \quad (20)$$

Dividiendo entre $\Delta x \Delta y \Delta z \Delta t$ la ecuación 19:

$$\begin{aligned} - \left[\frac{(\rho \vec{v})_{x+\Delta x} - (\rho \vec{v})_x}{\Delta x} \right] - \left[\frac{(\rho \vec{v})_{y+\Delta y} - (\rho \vec{v})_y}{\Delta y} \right] - \left[\frac{(\rho \vec{v})_{z+\Delta z} - (\rho \vec{v})_z}{\Delta z} \right] \\ \mp \frac{W(x, y, z)}{\Delta x \Delta y \Delta z \Delta t} = \frac{\rho_{t+\Delta t} - \rho_t}{\Delta t} \end{aligned} \quad (21)$$

Aplicando los límites cuando $\Delta x \rightarrow 0, \Delta y \rightarrow 0, \Delta z \rightarrow 0, \Delta t \rightarrow 0$, la ecuación resulta en:

$$- \frac{\partial(\rho \vec{v})_x}{\partial x} - \frac{\partial(\rho \vec{v})_y}{\partial y} - \frac{\partial(\rho \vec{v})_z}{\partial z} \mp W(x, y, z) = \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (22)$$

La expresión anterior es la forma general de la ecuación de la continuidad. Pudiendo expresarse de la siguiente manera sin incluir el término fuente o sumidero:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (23)$$

1.12.5.1.2 Ecuación de movimiento

La expresión general de la ecuación de momento para un fluido newtoniano e incompresible es (White, 1979):

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho(\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\nabla P + \rho \vec{g} + \nabla(\mu \nabla \vec{v}) \quad (24)$$

De las propiedades de campos vectoriales, se puede reformular el término convectivo:

$$(\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \equiv \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} = \nabla(\vec{v} \cdot \vec{v}) - \vec{v} \cdot (\nabla \cdot \vec{v}) \quad (25)$$

Y teniendo en cuenta que al ser incompresible el flujo es adivergente ($\nabla \cdot \vec{v} = 0$), se obtiene directamente la ec. 24 en la ec. 23:

$$\frac{\partial(\rho\vec{v})}{\partial t} + \nabla(\rho\vec{v}\vec{v}) = \nabla(\mu\nabla\vec{v}) - \nabla P + \rho\vec{g} \quad (26)$$

que es la ecuación en su forma conservativa.

1.12.5.1.3 Ecuación de la energía

La ecuación de la energía para un fluido real es la siguiente:

$$\rho \frac{\partial E}{\partial t} + \rho \nabla \cdot (\vec{v}E) = \nabla \cdot (k\nabla T) + \rho\vec{g} + \nabla \cdot (\vec{\sigma} \cdot \vec{v}) + \dot{W}_f + \dot{q}_H \quad (27)$$

A pesar de que la expresión de la ecuación de la energía es ciertamente laboriosa, no es difícil conseguirla en términos conservativos según la ecuación general de transporte que se muestra a continuación:

$$\underbrace{\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t}}_{\text{temporal}} + \underbrace{\nabla \cdot (\rho\vec{v}\phi)}_{\text{convectivo}} = \underbrace{\nabla \cdot (\Gamma\nabla\phi)}_{\text{difusivo}} + \underbrace{\sum}_{\text{fuente}} \quad (28)$$

Donde se observan cuatro términos:

- Término temporal. - Representa la variación local con el tiempo en el interior del volumen de control; es decir la acumulación o disminución de Φ .
- Término convectivo. - Representa el transporte de la variable de un punto a otro del dominio por medio de la velocidad de flujo.
- Término difusivo. - Se corresponde con alguno de los fenómenos de transporte que ocurren a nivel molecular: la ley de Fourier para la difusión de calor; la ley de Fick para la difusión de masa o la ley de Newton para la difusión de cantidad de movimiento por efectos viscosos.
- Término fuente. - Considera las fuentes de generación o destrucción de la variable transportada.

Adicionalmente se incluyen los términos fuente como lo son la energía calorífica, como ejemplo se tienen los intercambiadores de calor; o máquinas que administren trabajo, como ejemplo: turbinas o bombas.

Partiendo de lo anterior, se considerará un flujo a baja velocidad, incompresible y se despreciará la disipación viscosa.

Para este caso en particular, la ecuación de la energía se fórmula en términos de la entalpía específica de forma:

$$\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v} h) = \nabla \cdot (k \nabla T) + S_h \quad (29)$$

Donde k representa la conductividad térmica del fluido y T es la temperatura. Es práctica habitual relacionar la temperatura con la entalpía según $dh = C_p dT$ de modo que:

$$\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v} h) = \nabla \cdot \left(\frac{k}{C_p} \nabla h \right) + S_h \quad (30)$$

1.12.5.2 Ecuaciones de Euler

Las ecuaciones de Euler son un caso especial de Navier-Stokes para un fluido ideal, es decir flujo incompresible, no viscoso y flujo estacionario. Su expresión corresponde a las ecuaciones de Navier-Stokes cuando los componentes disipativos son despreciables frente a los convectivos. Estas ecuaciones no cumplen con la condición sin deslizamiento en las superficies de contacto al despreciar los efectos generados por la viscosidad y además consideran un flujo uniforme, es decir, que el perfil de velocidad es el mismo en cualquier punto del sistema.

Las ecuaciones de Euler constan de tres ecuaciones que se basan en los principios de conservación:

1. Ecuación de continuidad

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (31)$$

2. Ecuación de conservación de los momentos

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} + \frac{1}{\rho} \nabla P = 0 \quad (32)$$

3. Ecuación de conservación de la energía

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{v}(E + P)) = 0 \quad (33)$$

1.12.5.3 Ecuación de Bernoulli

La ecuación de Bernoulli es una relación fundamental de la mecánica de fluidos. Y puede aplicarse a fin de determinar las velocidades de un fluido, valiéndose de las medidas de su presión. Y es posible deducirla integrando la ecuación de Euler de conservación de los momentos, para un flujo estacionario, no viscoso e incompresible entre dos puntos en un sistema como el que se muestra en la ilustración 8 o por medio de la ecuación de trabajo-energía. Se muestra la ecuación de Bernoulli para un flujo en una dimensión a continuación:

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2 \quad (34)$$

Como los subíndices 1 y 2 se refieren a cualquier punto en una tubería, se pueden suprimir y escribir:

$$P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h = \text{constante} \quad (35)$$

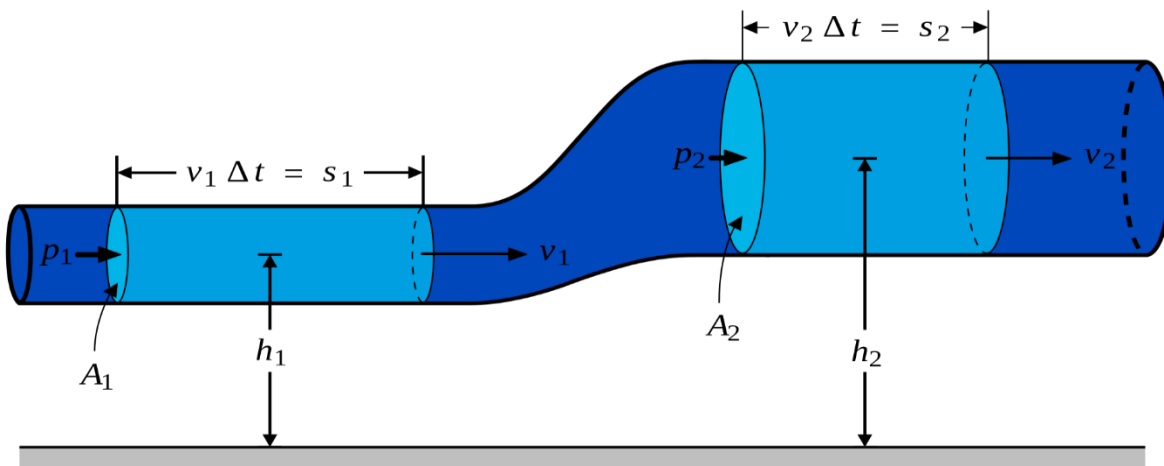


Ilustración 8. Representación de una sección de tubería con diferentes diámetros

La ecuación de Bernoulli se aplica estrictamente sólo a flujo estacionario, dado que las cantidades que intervienen en ella están evaluadas a lo largo de una línea de corriente.

1.12.5.4 Ecuación de estado

Cualquier ecuación de estado puede representarse analíticamente por una función:

$$F(\textit{Presion}, \textit{Densidad}, \textit{Temperatura}) = 0$$

Existen varias ecuaciones de estado dependiendo del tipo de fluido que se esté manejando. A continuación, se menciona cada una de estas ecuaciones.

Ecuación de estado para fluido incompresible.

La ecuación de estado para fluidos incompresibles es muy simple, pues basta considerar que la densidad permanece constante. Así pues:

$$\rho = \textit{constante}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (36)$$

Ecuación de estado para fluido ligeramente compresible.

Por definición:

$$\rho = \rho_o(1 + CP) \quad (37)$$

Donde:

ρ_o = Densidad inicial del fluido evaluada a la presión inicial (P_o)

Ecuaciones de estado, para fluidos compresibles.

a) Para un gas ideal.

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{PM}{RT} \quad (38)$$

b) Para un gas real.

Si se procede de manera análoga introduciendo el factor de compresibilidad en la ecuación general de los gases ideales se llega a la expresión que representa la ecuación de estado para los gases reales. Dicha expresión es:

$$\rho = \frac{PM}{ZRT} \quad (39)$$

1.12.5.5 Ley de Darcy

Esta ley fundamental para el flujo de fluidos en medios porosos es una ecuación que afirma que la velocidad de un fluido homogéneo en un medio poroso es proporcional al gradiente de presión e inversamente proporcional a la viscosidad del fluido. La siguiente ecuación incluye el término por inclinación con respecto a la horizontal, la cual tendrá un efecto en el flujo de los fluidos.

$$V = \frac{Q}{A} = -\frac{K}{\mu} \left(\frac{dP}{ds} - \rho g \sin\theta \right) \quad (40)$$

Consideraciones:

- a) Fluido homogéneo y satura al 100 % el medio poroso.
- b) No existen reacciones químicas entre el fluido y el medio poroso.
- c) La permeabilidad es independiente del fluido, de la temperatura y de la presión.
- d) Flujo laminar
- e) No existe efecto de Klinkenberg.
- f) Flujo estacionario e incompresible.

Para flujo turbulento, el cual ocurre a velocidades mayores, el gradiente de presión aumenta de manera exponencial y una modificación especial a la ecuación de Darcy se vuelve necesaria. Si existe flujo turbulento, la aplicación de la ley de Darcy puede resultar en graves errores.

1.12.5.6 Ecuación de difusividad

Sustituyendo los componentes de la velocidad de la ley de Darcy en la ecuación de continuidad se tiene:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho K_x}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho K_y}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho K_z}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) \pm W = \frac{\partial(\Phi\rho)}{\partial t} \quad (41)$$

La ecuación anterior es la ecuación general de difusividad que representa el flujo de un solo fluido a través de un medio poroso.1

Considerando un medio saturado al 100 % por un solo fluido, isotrópico y homogéneo; y además que el espesor del yacimiento es pequeño y de bajo relieve estructural, es decir para flujo horizontal, la aproximación de que el potencial de flujo (Φ) es igual a la presión (P) es válida, de tal manera que la ecuación ... resulta en:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho K_f}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho K_f}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho K_f}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) \pm W = \frac{\partial (S_f \Phi \rho)}{\partial x} \quad (42)$$

La cual es comúnmente conocida como Ecuación de Poisson. Cuando el término fuente o sumidero es igual a 0, es decir, $\frac{\mu q B}{K} = 0$, la ecuación anterior se vuelve la Ecuación de Laplace y aplica únicamente para el flujo de un fluido incompresible.

Limitaciones de la ecuación de difusividad para un solo fluido:

- a) Medio isotrópico, horizontal, permeabilidad y porosidad constante.
- b) Un solo fluido satura el medio poroso.
- c) Viscosidad constante, fluido incompresible o ligeramente compresible.
- d) El pozo penetra completamente la formación. Fuerzas gravitacionales despreciables.

Para la simulación del flujo de un fluido ligeramente compresible debe de incluirse el término de variación de la densidad con respecto a los cambios en el tiempo, y que después de un poco de álgebra y de sustituir la ecuación de estado correspondiente según sea el caso, se llega a la siguiente ecuación:

$$\nabla^2 P + \frac{\mu q B}{K} = 0 \quad (43)$$

Para el flujo de varios fluidos es necesario considerar que el medio poroso está sujeto a variaciones en la saturación, por lo que, la ecuación de difusividad para flujo multifásico está dada por la siguiente expresión:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho K_f}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho K_f}{\mu} \frac{\partial P}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho K_f}{\mu} \frac{\partial P}{\partial z} \right) \pm W = \frac{\partial (S_f \Phi P)}{\partial t} \quad (44)$$

Donde el subíndice f representa el fluido en cuestión para el que se quiera resolver la ecuación.

La ecuación de difusividad es una de las ecuaciones más importantes en la Ingeniería del Petróleo (Ahmed, 2001) debido a su múltiple utilidad. Entre otras aplicaciones se tienen las siguientes:

- a) Pruebas de presión (incremento, decremento, interferencia, etc.).
- b) Pruebas de límite de yacimiento.
- c) Simulación de yacimientos.

1.13 Fundamentos de la dinámica de fluidos computacional

Este acrónimo –adoptado directamente del inglés – hace referencia a la rama de la Mecánica de Fluidos denominada *Computational Fluid Dynamics*, traducida normalmente al castellano como Dinámica de Fluidos Computacional, y que consiste en el empleo de computadoras y de técnicas numéricas para resolver todos aquellos problemas físicos que están relacionados con el movimiento de los fluidos y en ocasiones de otros fenómenos asociados como la transferencia de calor, las reacciones químicas, el arrastre de sólidos, etc.

Por lo tanto, el objetivo final es la creación de un *software* que proporcione el cálculo detallado del movimiento de los fluidos por medio del empleo del ordenador (capaz de ejecutar una gran cantidad de cálculos por unidad de tiempo) para la resolución de las ecuaciones matemáticas que expresan las leyes por las que se rigen los fluidos.

1.13.1 Ventajas y desventajas de la CFD

Está claro que el uso de las técnicas CFD permite un número muy importante de ventajas. Sobre todo, permite reducir tiempo y costos en fases de diseño, y además proporciona un número casi ilimitado de información. Por otra parte, en aquellas situaciones en las que la experimentación no es segura (accidentes, flujos a altas temperaturas, situaciones de incendio, etc.), no es abordable por una empresa (líneas de fabricación que no pueden verse alteradas, por ejemplo) o simplemente no es viable, el CFD permite obtener información muy valiosa.

Sin embargo, las técnicas CFD no son gratuitas, y aunque reducen notablemente los costes derivados de la experimentación, se necesitan máquinas muy potentes

(hoy día es casi obligado el uso de varios clúster para realizar computación en paralelo) y las licencias para varios procesos, lo que encarecen mucho el precio final. Al mismo tiempo, es necesario contar con personal calificado, que sepa interpretar el sentido físico de los resultados que arroja el software de cálculo y que domine el programa y la gestión de los resultados. En caso contrario, se pueden dar por buenos resultados erróneos o incoherentes.

En la Ilustración 9, se han resumido las principales ventajas e inconvenientes de las técnicas numéricas para el estudio de flujos industriales.

VENTAJAS

- Reducción sustancial de tiempos y costos en los nuevos diseños.
- Posibilidad de analizar sistemas o condiciones muy difíciles de reproducir experimentalmente.
 - Velocidades hipersónicas, temperaturas muy altas o bajas, movimientos relativos, etc.
- Capacidad de estudiar sistemas bajo condiciones peligrosas.
 - Accidentes, situaciones límite de equipos, etc.
- Nivel de detalle prácticamente ilimitado.
 - Facilidad para estudios paramétricos.
 - Gran cantidad de información.
 - Sin coste por aumento de sensores.
- Diseño asistido por computadora
 - Un valor añadido al producto.

INCONVENIENTES

- Las técnicas CFD no son económicas.
 - Máquinas de gran capacidad de cálculo.
 - Programas con un precio no asequible al gran público.
- Se necesita personal calificado.
 - Ejecutar programas y definir modelos.
 - Analizar soluciones.
- No siempre es posible obtener resultados lo suficientemente precisos.
 - Necesidad de simplificar el fenómeno.
 - Imposibilidad práctica de todo tipo de ejecuciones.
- Limitación de los modelos existentes para la turbulencia, la combustión, flujos multifásicos...
- Tendencia a interpretar resultados equivocados como correctos.

Ilustración 9. Principales ventajas y desventajas de las técnicas CFD

1.13.2 Aplicaciones en la industria petrolera

La aplicación de las técnicas CFD son cada vez más usadas en casos prácticos de la industria petrolera, entre los que destacan la simulación numérica de los fenómenos a los que están sujetos los fluidos en el yacimiento y los distintos procesos externos a los que se puede someter un yacimiento, tales como la recuperación secundaria o recuperación mejorada; la evaluación del impacto que tendrán los distintos Sistemas Artificiales de Producción (SAP), por mencionar el ejemplo de la medición del rendimiento en un Bombeo Electrocentrífugo donde el simular las variaciones volumétricas de los gastos de producción producto de los distintos patrones de flujo del crudo es posible gracias a las técnicas CFD, dentro del mismo ejemplo, además será posible simular las variaciones en la viscosidad de los flujos de crudo y el impacto que tendrán en la eficiencia de bombeo.

Otro ejemplo de aplicación lleva estas técnicas al pozo donde la evaluación del éxito de una estimulación ácida en la periferia del pozo puede llevarse a cabo con base en el análisis de los gastos de producción diarios producto de la disminución del daño en el pozo.

Pueden simularse además flujos de hidrocarburos para poder dimensionar de manera óptima los equipos que pueden ocuparse en la industria petrolera, tales como las baterías de separación, cuya función es de crucial importancia para el transporte de la mezcla del crudo al remover una gran mayoría de los compuestos corrosivos presentes en el crudo que pudieran resultar en un efecto adverso para el sistema de tuberías de transporte.

Los casos de aplicación previamente mencionados son sólo unos pocos casos de los procesos existentes en la industria petrolera donde se comprueba la utilidad de las técnicas CFD, al poder ser usadas para prever o preparar más cuidadosamente el desarrollo de un proyecto al auxiliar el diseño de diferentes equipos o incluso para entender de una manera más práctica un fenómeno difícil de comprender.

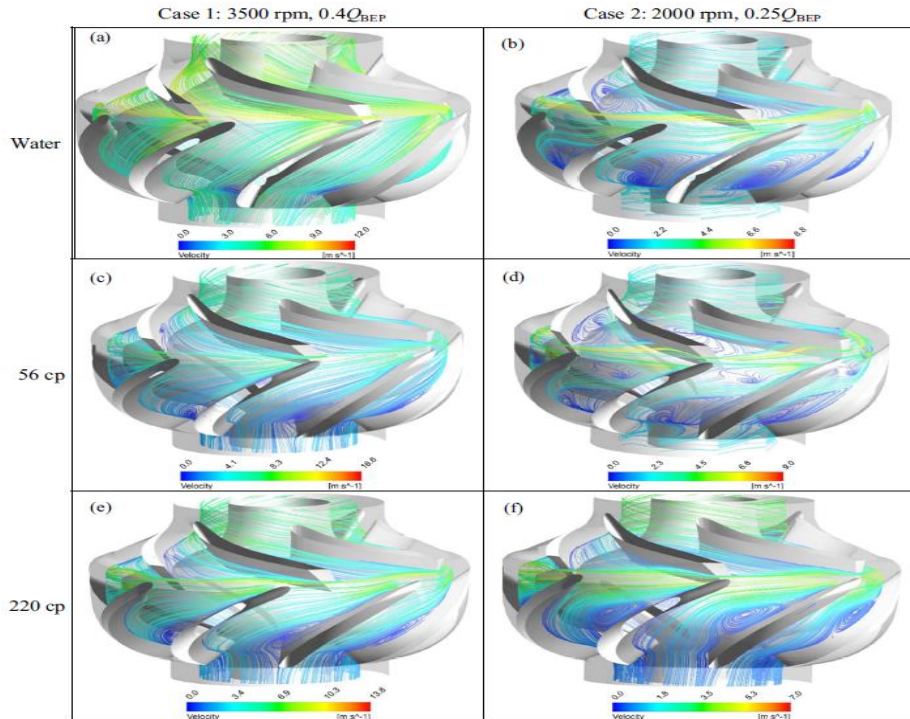


Fig. 9. Streamline comparison under different flow conditions at half span of stage 3.

Ilustración 10. Simulación CFD de fluidos con diferentes viscosidades que fluyen a través de una bomba electrocentrífuga

1.14 Discretización

La estrategia utilizada en la CFD es la de reemplazar un problema definido sobre un dominio continuo por un dominio discreto, definido a partir de una malla. En el continuo, cada variable del flujo (presión, velocidad, temperatura) está definida en todos los puntos del espacio. Sin embargo, en el dominio discreto, cada variable del flujo está definida únicamente en los nodos que configuran la malla. A esto proceso se le denomina discretización espacial.

De igual manera, debe de llevarse a cabo una discretización temporal en caso de que las ecuaciones de dominio muestren una dependencia con respecto al tiempo.

En una simulación CFD solamente se resuelven las variables de interés en los puntos que definen la malla. Los valores en otras posiciones se pueden determinar interpolando entre los valores resueltos en los nodos.

Existen diversas metodologías para realizar estos tipos de discretización, siendo las más habituales el método de diferencias finitas (MDF), método del elemento finito (MEF) y el método del volumen finito (MVF).

1.14.1 Método de Diferencias Finitas (MDF).

La transformación de una ecuación diferencial continua a una forma discreta se hace generalmente utilizando el método de diferencias finitas, que consiste en sustituir las derivadas de la ecuación diferencial por fórmulas de derivación obtenidas por su expansión truncada en series de Taylor generado por una función en un punto dado y después resolver para la derivada que se requiere.

El método de diferencias finitas aproxima las derivadas en las ecuaciones diferenciales de gobierno por su expresión truncada en series de Taylor. Para ilustrar el concepto se considera la siguiente ecuación unidimensional en derivadas parciales.

$$\frac{d\phi}{dx} + \phi = 0 ; 0 \leq x \leq 1 ; \phi(0) = 1 \quad (45)$$

La discretización del espacio se hace al “dividir” el medio en un número determinado de celdas. A mayor número de divisiones en el espacio, la solución numérica que se obtenga a partir de las ecuaciones que modelan el fenómeno, mayor será su aproximación. Esto implica que se determinarán los parámetros dependientes puntos discretos en el espacio.

Se discretiza la ecuación según el dominio unidimensional como en la Ilustración 11. La malla tiene 5 nodos equiespaciados, siendo Δx la distancia entre nodos consecutivos. Puesto que la ecuación es válida en cualquier punto del dominio, se puede expresar en la forma siguiente:

$$\left(\frac{d\phi}{dx}\right)_i + \phi_i = 0 \quad (46)$$

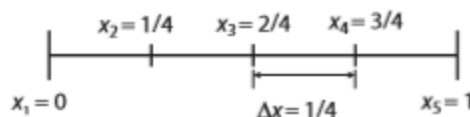


Ilustración 11. Discretización en cinco nodos

Donde el subíndice i representa el valor en el nodo x_i . Obteniendo una expresión de la derivada hacia delante de la función ϕ en los puntos de la malla; se desarrolla según la serie de Taylor, de modo que:

$$\phi_{i+1} = \phi_i + \Delta x \left(\frac{d\phi}{dx} \right)_i + \frac{\Delta x^2}{2!} \left(\frac{d^2\phi}{dx^2} \right)_i + \frac{\Delta x^3}{3!} \left(\frac{d^3\phi}{dx^3} \right)_i + \dots + \frac{\Delta x^n}{n!} \left(\frac{d^n\phi}{dx^n} \right)_i \quad (47)$$

Despreciando los términos de orden superior, quedando así:

$$\left(\frac{d\phi}{dx} \right)_i = \frac{\phi_{i+1} - \phi_i}{\Delta x} + O(\Delta x) \quad (48)$$

El error que se comete por despreciar los términos de orden superior de la serie de Taylor se denomina error de truncamiento. En este caso, puesto que el error de truncamiento es de orden $O(\Delta x)$, se dice que esta representación discreta tiene una precisión de primer orden.

Finalmente, se introduce la ecuación 47 en la ecuación 45, y se obtiene la siguiente ecuación discreta, libre de derivadas:

$$\frac{\phi_{i+1} - \phi_i}{\Delta x} + \phi_i = 0 \quad (49)$$

Observando la última ecuación y comparándola con la ecuación 48, donde se ha pasado de una ecuación diferencial definida sobre todo el dominio, a disponer de una ecuación algebraica sobre un nodo.

1.14.2 Método de Elementos Finitos (MEF)

El método de diferencias finitas es un método conceptualmente fácil de entender, aunque puede presentar desventajas significantes. En particular, es difícil de aplicar a sistemas con una geometría irregular, con condiciones de frontera inusuales o de composición heterogénea. Aquí es donde el método de elementos finitos ofrece una alternativa que será más adecuada para tales sistemas.

Este método se basa en una representación funcional de la solución numérica. En lugar de obtener una representación discreta de la solución (en un conjunto de puntos previamente definidos), las variables se resuelven como combinación lineal de varias funciones continuas denominadas v_i , de forma que la solución final se

generará uniendo las soluciones individuales de cada elemento, de forma que se cumple:

$$\Phi = \sum_{i=1}^N \Phi_i v_i \quad (50)$$

En este caso, la solución no es exacta, sino que da lugar a un residuo, cuya minimización por medio de funciones peso caracteriza el método.

Realmente, este método aplica una representación en funciones sobre los conceptos del método de diferencias finitas. Los parámetros de la representación son puntos que dividen el dominio en una serie de elementos.

1.14.3 Método de Volúmenes Finitos (MVF)

El método de volúmenes finitos (también conocido como método del volumen de control) divide el dominio en un número finito de celdas no superpuestas sobre la que se impone la conservación de la variable Φ de manera discreta. Tomando la ecuación 45, e integrándola sobre el volumen de control unidimensional P como se muestra en la ilustración 12, se plantea que:

$$\int_w^e \left(\frac{d\phi}{dx} \right) dx + \int_w^e \phi dx = 0 \quad (51)$$

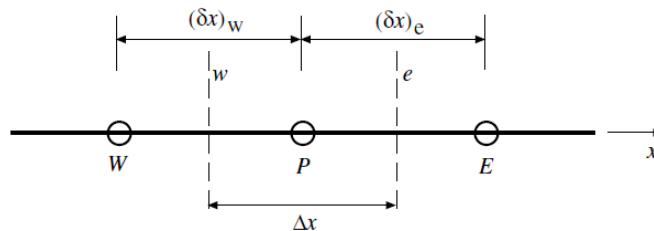


Ilustración 12. Esquema representando el Método de Volúmenes Finito

Al suponer una variación lineal entre los centroides de las celdas (en los cuales está definida la variable Φ), es directo establecer que:

$$\frac{(\phi_E - \phi_P)}{\Delta x} - \frac{(\phi_P - \phi_W)}{\Delta x} + \bar{\phi} \Delta x = 0 \quad (52)$$

Donde la notación aceptada es P para el nodo actual y E, W para los nodos a la derecha e izquierda respectivamente. Se nota que la aproximación anterior deja de ser exacta al haber supuesto que la variable Φ varía de forma lineal entre los nodos de la malla.

Reordenando la ecuación, queda:

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + b \quad (53)$$

Donde a_P , a_E y a_W son los coeficientes de las variables en cada nodo implicado.

En este método se garantiza la conservación de la variable sobre cada celda, es decir; los flujos entrantes a la celda deben ser igual a los flujos salientes.

1.15 Solución de un sistema de ecuaciones algebraicas lineales

1.15.1 Métodos directos

Existen métodos directos como la regla de Cramer, eliminación Gaussiana o método de Gauss-Jordan, que son los métodos básicos para resolver sistemas de ecuaciones. Estos métodos no aprovechan la presencia de ceros en la matriz de coeficientes o la estructura preferentemente diagonal para ahorrar tiempo de cálculo. Estos métodos implican un número fijo de operaciones, que suele ser del orden de N^3 (siendo N el número de celdas). Además, no hacen uso de las aproximaciones iniciales de la solución por lo que no es de extrañar que apenas se utilicen en el contexto de las técnicas CFD (Fernández Oro, 2012).

1.15.1 Métodos iterativos

La complejidad y tamaño del sistema de ecuaciones necesarios para describir un fenómeno depende de las dimensiones del problema, del número de nodos de la malla y de los esquemas de discretización empleados. Por lo que se han desarrollado diferentes métodos para su resolución. Uno de ellos, es la resolución del problema utilizando métodos iterativos.

Este tipo de métodos son de naturaleza repetitiva y el proceso de solución implica un cálculo sistemático de aproximación a dicha solución. Para ello se requiere la

selección de un conjunto de valores iniciales de las incógnitas, conocido con el nombre de vector inicial, sobre el cual se opera para producir un mejor resultado.

El error en cada paso se reduce y el nuevo valor de la incógnita que se obtiene se aproxima a la solución correcta a medida que se sigue iterando.

Dentro de los métodos iterativos más importantes para resolver sistemas de ecuaciones algebraicas se tienen los siguientes:

1.15.2 Método de Jacobi

El método de Jacobi tiene la desventaja de que no siempre converge a la solución del sistema y algunas veces lo hace, pero lentamente. Sin embargo, este método convergirá siempre a la solución, cuando la magnitud del coeficiente de una incógnita diferente en cada ecuación del conjunto sea suficientemente dominante con respecto a las magnitudes de los otros coeficientes de esa ecuación, se considera que este coeficiente es suficientemente dominante y por lo tanto la convergencia está asegurada.

A continuación, se muestra un sistema de ecuaciones donde se obtienen las ecuaciones recursivas para aplicar el método de Jacobi:

$$6p_1 + 2p_2 + p_3 = 22 \quad (54)$$

$$-p_1 + 8p_2 + 2p_3 = 30 \quad (55)$$

$$p_1 - p_2 + 6p_3 = 23 \quad (56)$$

Despejando p_1 de la primera ecuación, p_2 de la segunda ecuación y p_3 de la tercera ecuación:

$$p_1 = \frac{1}{6}(22 - 2p_2 - p_3) \quad (57)$$

$$p_2 = \frac{1}{8}(30 + p_1 - 2p_3) \quad (58)$$

$$p_3 = \frac{1}{6}(23 - p_1 + p_3) \quad (59)$$

Haciendo recursivo este sistema:

$$p_1^{(k+1)} = \frac{1}{6}(22 - 2p_2^{(k)} - p_3^{(k)}) \quad (60)$$

$$p_2^{(k+1)} = \frac{1}{8}(30 + p_1^{(k)} - 2p_3^{(k)}) \quad (61)$$

$$p_3^{(k+1)} = \frac{1}{6}(23 - p_1^{(k)} + p_2^{(k)}) \quad (62)$$

De donde se obtienen las ecuaciones para hacer recursivo dicho sistema de ecuaciones.

1.15.3 Método de Gauss-Seidel

Este método es prácticamente idéntico al de Jacobi, la única diferencia consiste en que el método de Gauss-Seidel se acelera cuando existe la convergencia a la solución, debido a que una vez que calcula un valor nuevo de la variable a conocer, éste se usa inmediatamente en la siguiente ecuación para determinar el otro valor de la incógnita. De esta forma, si la solución es convergente, se emplea la mejor aproximación disponible. El método de Gauss-Seidel es el método iterativo más comúnmente usado. En general, el método de Gauss-Seidel presenta una mejor convergencia por lo que suele ser el más utilizado en caso de mallas no estructuradas.

Se presenta el sistema de ecuaciones recursivas que se desarrolló para el mismo sistema de ecuaciones algebraicas en la sección anterior, pero ahora para el método de Gauss-Seidel:

$$p_1^{(k+1)} = \frac{1}{6}(22 - 2p_2^{(k)} - p_3^{(k)}) \quad (63)$$

$$p_2^{(k+1)} = \frac{1}{8}(30 + p_1^{(k+1)} - 2p_3^{(k)}) \quad (64)$$

$$p_3^{(k+1)} = \frac{1}{6}(23 - p_1^{(k+1)} + p_2^{(k+1)}) \quad (65)$$

Donde se observa que, en la ecuación 64 del cálculo de la variable en la siguiente ecuación, se usan los valores actualizados que se obtienen en la iteración en curso, al usar los valores previos sólo cuando los nuevos no están disponibles.

1.16 Esquemas de solución para ecuaciones diferenciales

1.16.1 Esquema explícito

Este esquema es el más simple ya que resuelve el problema para una sola incógnita en el tiempo nuevo, valiéndose para ello de los valores conocidos de la incógnita en el tiempo anterior. Se debe indicar un ejemplo para describir mejor este esquema al analizar la ecuación de calor de Fourier sobre una barra metálica delgada. La ecuación que gobierna dicho fenómeno es:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (66)$$

Utilizando el método de diferencias finitas para discretizar la ecuación ... y un esquema implícito para resolver la ecuación en diferencias, resulta la ecuación siguiente:

$$\frac{T^{(n)}_{i+1} - 2T^{(n)}_i + T^{(n)}_{i-1}}{(\Delta x)^2} = \frac{T^{(n+1)}_i - T^{(n)}_i}{\Delta t} \quad (67)$$

De la ecuación en diferencias finitas se observa que se utilizan los valores conocidos, descrito por la ilustración 13, en un instante para determinar la temperatura en un tiempo $T^{(n+1)}$, la cual se puede conocer al despejar dicha incógnita y sustituyendo los valores conocidos en un tiempo determinado. Esta ecuación se aplica en cada nodo de la malla en la cual se discretizó el medio continuo.

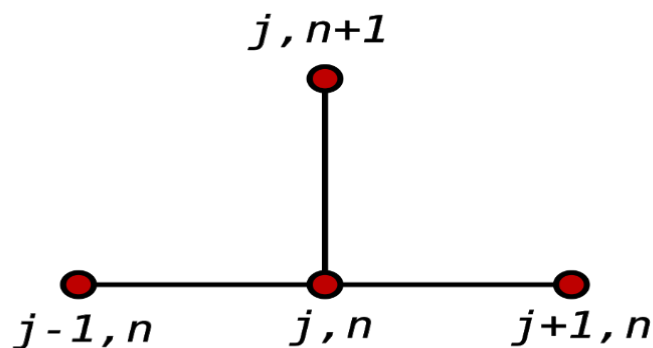


Ilustración 13. Representación del esquema explícito

Por su sencillez y facilidad de implementación este esquema presenta limitaciones fuertes de estabilidad numérica, lo que ocasiona tener que utilizar intervalos de

tiempo pequeños al avanzar la solución, lo cual tampoco es conveniente debido al tiempo de computadora que se requiere para efectuar una corrida. Esta limitación hace que su aplicación sea impráctica en la mayoría de los problemas de simulación, no obstante que el esfuerzo que se requiere para desarrollar un simulador que se base en este esquema es menor que otro.

1.16.2 Esquema implícito

Este esquema de solución consiste en resolver el problema para los valores de las incógnitas en forma simultánea, como se observa en la ilustración 14.

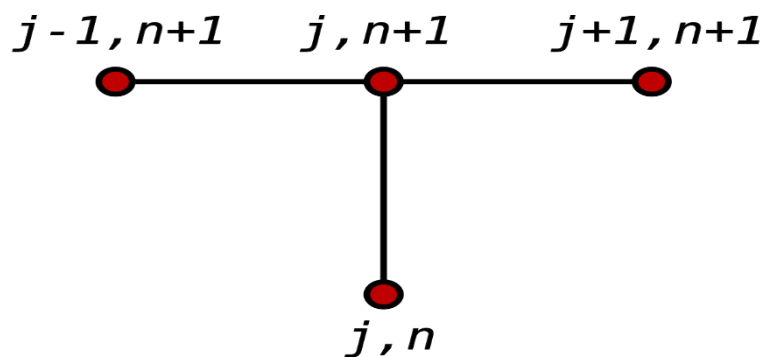


Ilustración 14. Representación del esquema implícito

Siguiendo el ejemplo de la sección anterior sobre el esquema explícito de la ecuación discretizada para flujo de calor de Fourier.

$$\frac{T^{(n+1)}_{i+1} - 2T^{(n+1)}_i + T^{(n+1)}_{i-1}}{(\Delta x)^2} = \frac{T^{(n+1)}_i - T^{(n)}_i}{\Delta t} \quad (68)$$

Haciendo una comparación de la ecuación 68 con la ecuación 67 se observa que para un esquema explícito se tiene únicamente una incógnita $T_i^{(n+1)}$, mientras que, para un sistema implícito, se tienen tres incógnitas $T_{i-1}^{(n+1)}$, $T_i^{(n+1)}$ y $T_{i+1}^{(n+1)}$, las cuales se resuelven simultáneamente.

Entre sus ventajas está la estabilidad numérica incondicional, aunque su implementación pudiera ser difícil, tal es el caso de la ecuación de difusión, donde para resolver el sistema se requiere la inversión de la matriz, la cual, para sistemas de ecuaciones muy complejas, este costo computacional es inaccesible.

1.17 Recuperación secundaria

La recuperación secundaria es la segunda etapa de producción de hidrocarburos durante la cual un fluido externo, como agua o gas, se inyecta en el yacimiento a través de pozos de inyección ubicados en la roca que tengan comunicación de fluidos con los pozos productores. El propósito de la recuperación secundaria es mantener la presión del yacimiento y desplazar los hidrocarburos hacia el pozo. Las técnicas de recuperación secundaria más comunes son la inyección de gas y la inyección de agua. Normalmente, el gas se inyecta en el casquete de gas y el agua se inyecta en la zona de producción para barrer el petróleo del yacimiento. La etapa de recuperación secundaria alcanza su límite cuando el fluido inyectado (agua o gas) se produce en cantidades considerables de los pozos productores y la producción deja de ser económica. El uso sucesivo de la recuperación primaria y la recuperación secundaria en un yacimiento de petróleo produce alrededor del 15% al 40% del petróleo original.

1.17.1 Método de inyección de agua

El método de inyección de agua consta de dos pozos:

Pozo Inyector. Se define así al pozo queda en condiciones de inyectar agua, gas natural, CO₂, vapor, nitrógeno, mezcla de gases y desechos (líquidos o sólidos), en los volúmenes acordes a los que requiera el proyecto específico.

Pozo Productor: se definirá así al pozo que al ser dado como terminado, previa prueba de presión producción a condiciones estabilizadas a satisfacción y de acuerdo con los activos de exploración y/o integrales, aportó en superficie hidrocarburos líquidos, gaseosos o una combinación de ambos (aceite, gas seco, gas y condensado), los hidrocarburos pueden estar limpios o con un corte de agua de formación. Para clasificar los pozos productores no se considera la transformación termodinámica que sufren los hidrocarburos, al pasar de sus condiciones de presión y temperatura de fondo a condiciones atmosféricas; así como tampoco el tipo y cantidad de contaminantes que contienen (agua, H₂S, CO₂, sales, metales, etc.).

1.17.2 Factores que afectan la inyección de agua

Thomas, Mahoney y Winter (1989) señalaron que al determinar qué tan adecuado es un yacimiento candidato para la inyección de agua, se deben considerar las siguientes características:

1. Geometría del yacimiento.

La geometría del área del yacimiento influirá en la ubicación de los pozos, y, si está en costa fuera, influirá en la ubicación y el número de plataformas necesario. La geometría del yacimiento esencialmente dictará los métodos para que un yacimiento pueda ser producido a través de prácticas de inyección de agua.

Un análisis de la geometría del yacimiento y el rendimiento del anterior yacimiento es a menudo importante al definir la presencia y la fuerza de un empuje de agua natural y, por lo tanto, para definir la necesidad de complementar ese empuje de agua. Si un yacimiento de empuje de agua se clasifica como un empuje de agua activa, la inyección puede ser innecesaria.

2. Propiedades de los fluidos.

Las propiedades físicas de los fluidos del yacimiento tienen efectos importantes sobre lo de adecuado de un yacimiento dado para un mayor desarrollo por inyección de agua. La viscosidad del crudo se considera la propiedad más importante que afecta el grado de éxito de un proyecto de inyección de agua. La viscosidad del aceite tiene el importante efecto de determinar la movilidad relación que, a su vez, controla la eficiencia del barrido.

3. Profundidad del pozo.

La profundidad del yacimiento tiene una influencia importante tanto en lo técnico como en los aspectos económicos de un proyecto de recuperación secundaria o terciaria. La presión de inyección máxima aumentará con respecto a la profundidad del pozo. Los costos de producir aceite de pozos muy profundos limitarán las relaciones económicas máximas de agua y aceite que puede ser tolerado, reduciendo así el factor de recuperación final y aumentando los costos operativos

totales del proyecto. Por otro lado, un yacimiento poco profundo impone una restricción a la presión de inyección que puede usarse, porque este debe ser menor que la presión de fractura. En operaciones de inyección de agua, hay una presión crítica que, si se excede, permitirá que el agua inyectada expanda las aberturas a lo largo de las fracturas o hará que se creen nuevas. Esto da como resultado la canalización del agua inyectada o desviación de grandes cantidades de agua hacia la matriz del yacimiento. En consecuencia, normalmente se permite un gradiente de presión operativa de 0,75 psi/ft para proporcionar un margen de seguridad suficiente para evitar la separación por presión.

4. Litología y propiedades de la roca.

Thomas et al. (1989) señalaron que la litología tiene una profunda influencia en la eficiencia de la inyección de agua en un yacimiento particular. Las litologías del yacimiento y propiedades rocosas que afectan la capacidad de inyección de agua y el éxito son:

- a) Porosidad
- b) Permeabilidad
- c) Contenido de arcillas
- d) Espesor neto

En algunos sistemas de yacimientos complejos, solo una pequeña porción del total de la porosidad, como la porosidad de fractura, tendrá suficiente permeabilidad para ser eficaz en operaciones de inyección de agua. En estos casos, el programa de inyección de agua tendrá un impacto menor en la porosidad de la matriz, que puede ser de naturaleza cristalina, granular o vugular.

5. Saturaciones del fluido.

Al determinar lo adecuado que es un yacimiento para la inyección de agua, una alta saturación de aceite que garantice un suministro mínimo de aceite recuperable es el criterio principal para operaciones exitosas de inyección. Tenga en cuenta que una saturación más alta de aceite al comienzo de las operaciones de inyección

aumenta la movilidad del aceite que, a su vez, brinda una mayor eficiencia de recuperación.

1.17.3 Selección de patrones de flujo

Uno de los primeros pasos para diseñar un proyecto de inyección de agua es la selección del patrón de flujo. El objetivo es seleccionar el patrón apropiado de flujo que proveerá el máximo contacto posible entre el fluido inyectado y los fluidos de la formación. Esta selección se puede lograr ya sea, convirtiendo pozos de producción existentes en inyectores o con pozos de inyección de relleno de perforación. Al hacer la selección, los siguientes factores deben ser considerados:

- Heterogeneidad del yacimiento y permeabilidad direccional.
- Dirección de fracturas de formación.
- Disponibilidad del fluido de inyección (gas o agua)
- Vida de flujo deseada y anticipada
- Máxima recuperación de petróleo.
- Separación de pozos, productividad y capacidad de inyección.

En general, la selección de un patrón de flujo adecuado para el yacimiento depende de la cantidad y ubicación de los pozos existentes. En algunos casos, los pozos productores se pueden convertir en pozos de inyección mientras que en otros casos puede ser necesario o deseable perforar nuevos pozos de inyección. Esencialmente se usan estos tipos de arreglos de pozos en la inyección de fluidos:

1. Patrones de inyección regular

Debido al hecho que el área de los yacimientos de hidrocarburos se mide en kilómetros cuadrados y cuartos de millas cuadradas, los campos se desarrollan en un patrón muy regular. Se ha utilizado una amplia variedad de arreglos de pozos de producción-inyección en los proyectos. Los patrones más comunes, como se muestra en la ilustración 15, son los siguientes:

- a) **Unidad de línea directa.** Las líneas de inyección y producción son directamente opuestas las unas a las otras. El patrón se caracteriza por dos parámetros: a = distancia entre pozos del mismo tipo, y d = distancia entre líneas de inyectoras y productores.
- b) **Unidad de línea escalonada.** Los pozos están organizados como en la línea directa, pero los pozos inyectoras y productores ya no se oponen directamente, sino que se desplazan lateralmente por una distancia de $a/2$.
- c) **Arreglo de 5 pozos.** Este es un caso especial de la unidad de línea escalonada en la que la distancia entre todos los pozos similares es constante, es decir, $a=2d$. Por lo tanto, los pozos de inyección forman un cuadrado con un pozo de producción en el centro.
- d) **Arreglo de 7 pozos.** Los pozos de inyección están ubicados en la esquina de un hexágono con un pozo de producción en el centro.
- e) **Arreglo de 9 pozos.** Este patrón es similar al arreglo de 5 pozos, pero con un pozo de inyección adicional perforado en el medio de cada lado del cuadrado. El patrón contiene esencialmente ocho inyectoras que rodean un productor.

Los patrones denominados invertidos tienen solo un pozo de inyección por modelo. Esta es la diferencia entre pozo normal e invertido. Tenga en cuenta que los patrones de 4 pozos e invertidos de siete son idénticos.

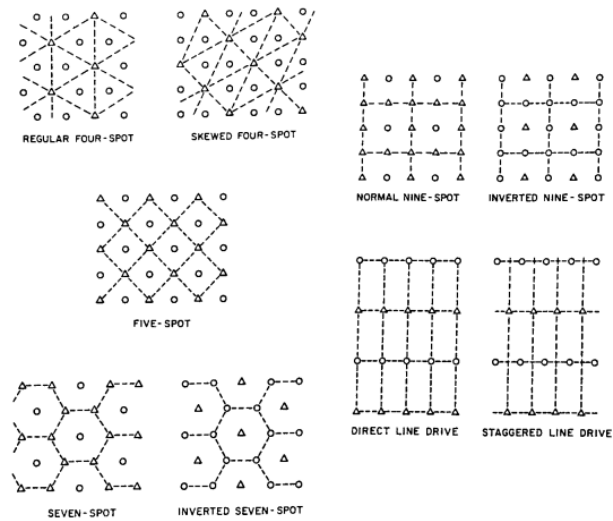


Ilustración 15. Diferentes configuraciones de inyección regular

2. Patrones de inyección periférica

En inyecciones periféricas, los pozos de inyección se ubican en el límite externo del yacimiento y el aceite se desplaza hacia el interior del yacimiento. Craig (1971), en una excelente revisión de la inyección periférica, señala las siguientes características principales:

- La inyección periférica generalmente produce una recuperación máxima de petróleo con un mínimo de agua producida.
- La producción de cantidades significativas de agua puede retrasarse hasta que solo queda la última fila de productores.
- Debido al número inusualmente pequeño de inyectoros en comparación con el número de productores, el agua inyectada tarda mucho en llenar el espacio gaseoso del yacimiento. El resultado es un retraso en la respuesta de campo a la inyección.
- Para una inyección periférica exitosa, la permeabilidad de la formación debe ser lo suficientemente alta como para permitir el movimiento del agua inyectada con el gasto de inyección de varios intervalos del pozo desde el pozo inyector hasta la última línea de productores.

- e) Para mantener los pozos de inyección lo más cerca posible del frente de la invasión sin pasar por alto ningún volumen de aceite que pueda ser desplazado, los pozos productores de agua pueden ser convertido en inyectores. Sin embargo, moviendo la ubicación de la inyección, los pozos con frecuencia requieren la colocación de líneas de agua superficial más largas aumentando los costos.
- f) Los resultados de las inyecciones periféricas son más difíciles de predecir. El fluido de desplazamiento tiende a desplazar al petróleo más allá de los pozos productores internos, y por lo tanto son difíciles de producir.
- g) Los gastos de inyección son generalmente un problema porque los pozos de inyección continúan empujando el agua a mayores distancias.

3. Patrones de inyección de cima y base.

En la inyección de cima, como su nombre lo indica, la inyección es a través de pozos ubicados en la parte superior de la estructura. Para la inyección de agua en la base, se inyecta en la parte inferior de la estructura del yacimiento muchos proyectos de inyección de agua usan patrones de inyección con la finalidad de aprovechar segregación gravitacional. Una ilustración esquemática de los dos patrones se muestra en la Ilustración 16.

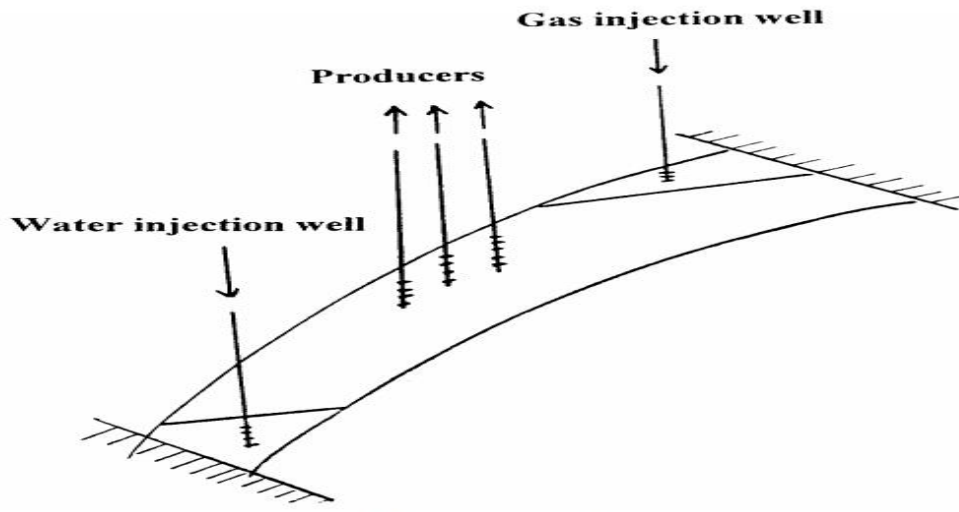


Ilustración 16. Representación de la inyección de agua en la cima y base de un yacimiento

1.17.4 Selección y monitoreo del intervalo de inyección

El monitoreo continuo de las propiedades de los fluidos y del yacimiento resulta de gran importancia para llevar a cabo una inyección de agua. Conocer con certeza dichas propiedades es posible gracias a un programa de registros de rayos gama (GR), registro inductivo (AIT), registro de litodensidad (LDT) y registro de neutrón compensado (CNL). Adicionalmente y cuando se requieran monitorear los parámetros en un pozo productor, es recomendable correr un registro sísmico (BHC) para complementar la información y que la comparación de la información con la anterior actual permita una evaluación más precisa de los impactos que tendría una inyección con agua.

1.17.5 Monitoreo de la producción de agua

Registros de trazadores radioactivos

Estos registros permiten la evaluación de la presencia de trazadores dentro del pozo para medir el movimiento del agua proveniente de los pozos de inyección. Una de las técnicas para tomar registros de trazadores radiactivos es la medición de la pérdida del marcador, en la que se agrega un material marcador al fluido de inyección y se supervisa su progreso en el pozo productor con una herramienta de rayos gama.

La selección del trazador debe hacerse de tal manera que el tiempo de decaimiento radioactivo sea el mínimo posible para los fines a usar. Esto con la finalidad de no contaminar el yacimiento y que resulte menos nocivo para el personal en superficie.

Capítulo 2: Proceso de un código CFD

El proceso de un código CFD es muy similar dentro de los distintos métodos para discretizar y resolver ecuaciones diferenciales. Siendo estos pasos los siguientes: primeramente, la generación de la malla, seguido de la discretización de las ecuaciones de gobierno, y finalmente la solución de las ecuaciones. Se puede añadir opcionalmente la utilización de herramientas gráficas para facilitar la interpretación de los resultados arrojados.

2.1 Consideraciones previas a la selección del método numérico de resolución

Se muestran en la parte inferior algunas propiedades bien conocidas de esquemas de discretización disponibles para resolver las ecuaciones diferenciales parciales que gobiernan el flujo de fluidos.

MDF

1. Son fáciles de formular.
2. Para problemas multidimensionales, el mallado deberá de ser estructurado ya sea en dos o tres dimensiones. Los mallados curvilíneos deberán de ser transformados a coordenadas cartesianas ortogonales, de tal manera que las ecuaciones en diferencias finitas puedan ser asignadas a los nodos en la malla.
3. Las condiciones de frontera de Neumann pueden ser sólo aproximadas, y no ser aplicadas con exactitud.

MEF

1. Los principios y la formulación del método requieren de un rigor matemático más complejo.
2. Las geometrías complejas y los mallados no estructurados son más fácilmente ajustados al dominio sin necesidad de hacer una transformación de las coordenadas.
3. Las condiciones de frontera de Neumann son aplicadas con exactitud.

MVF

1. La formulación de este método puede estar basada tanto en el MDF como el MEF.
2. Las integrales de las superficies perpendiculares al flujo en el volumen de control garantizan la conservación de las propiedades en todo el dominio.
3. Las geometrías complejas y los mallados no estructurados son más fácilmente ajustados al dominio sin necesidad de hacer una transformación de las coordenadas.

2.2 Preprocesamiento

Esta fase comprende:

1. Definición de la geometría a modelar
2. Generación de la malla en celdas o elementos que no se superpongan.
3. Identificación de los fenómenos físicos y químicos que pretenden modelarse.
4. Definición de las propiedades de los fluidos y del medio.
5. Especificación de las condiciones iniciales y de las condiciones de frontera.

La generación de la malla es muy importante porque condicionará definitivamente la calidad y la veracidad de los resultados. En principio, cuanto más fina sea la malla, más próxima será la aproximación a la solución real, sin embargo, una malla extraordinariamente fina penalizará el costo computacional, por lo que está en función del ingeniero el determinar el número de celdas en los que se tiene que discretizar el dominio. Por lo anterior, un mallado eficiente siempre ha de ser más fino en aquellas zonas donde se requiera más precisión en el modelo.

2.2.1 Descripción de la geometría de la malla

Diferencias finitas En este método, el dominio de la solución se divide en una malla con puntos discretos o nodos, en los cuales y para cada uno de los nodos en el dominio se resolverán las ecuaciones de flujo (véase Ilustración 17). Este método presenta desventajas cuando se quiere aplicar a sistemas con geometría irregular, con condiciones de frontera no usuales o de composición heterogénea (Chapra &

Canale, 2007). A continuación, se ilustra un ejemplo de mallado común en coordenadas cartesianas rectangulares en tres dimensiones.

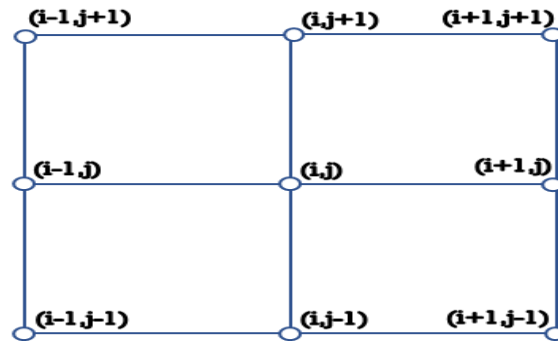


Ilustración 17. Malla ortogonal regular bidimensional

Elemento finito

El elemento más simple para el análisis de problemas bidimensionales es el triángulo de lados rectos con tres nodos (ver Ilustración 18), uno en cada esquina. Los valores nodales de la variable a resolver serán representados por Φ_i , Φ_j y Φ_k . Las coordenadas de los tres nodos son (X_i, Y_i) , (X_j, Y_j) y (X_k, Y_k) . Existen también elementos cuadrilaterales para análisis bidimensional y elementos tetrahédricos y hexaédricos para análisis tridimensional; la representación para cada uno será similar a la del elemento triangular, solamente se agregarán las coordenadas según el número de nodos que presente el elemento.

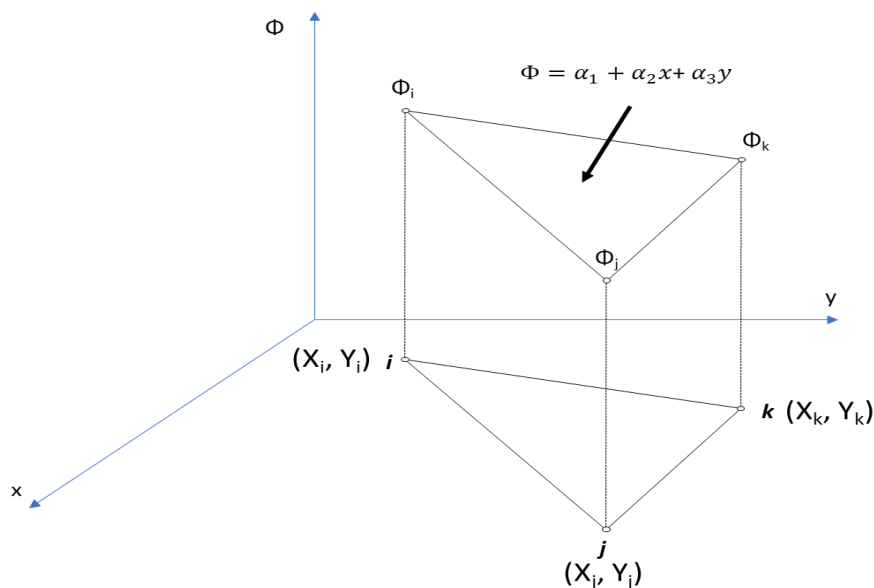


Ilustración 18. Ejemplo de un elemento finito triangular

2.2.2 Selección del tipo de mallado

MDF

En la simulación se sobrepone al plano estructural del yacimiento un sistema de cuadrícula o sistema de celdas, siendo cada celda una unidad básica usada en el simulador. Así, algunos puntos a considerar en la selección del sistema de celdas son los siguientes:

- a) La malla debe tener la menor cantidad de celdas como sea posible, dependiendo la heterogeneidad del yacimiento.
- b) La malla debe ser correctamente orientada, clasificada según su tamaño y su forma para permitir una buena aproximación de los límites del yacimiento.
- c) Si existe permeabilidad con dirección u orientada, un eje de la malla estará en la dirección de la máxima permeabilidad. Dicha permeabilidad podrá ser determinada por medio de pruebas de presión.
- d) Tratar de colocar un pozo por celda y ubicado en el centro de una celda.
- e) Si se sabe de la existencia de un acuífero o si se sospecha flujo de agua, el sistema de la malla incluirá hileras extras de celdas a cubrir el acuífero para simular el flujo de agua.

Ahora bien, para cerrar las fronteras cuando se utiliza una malla de bloques, existen básicamente dos maneras de lograrlo, que son:

- a) Evitar el flujo a través de toda la periferia, haciendo la transmisibilidad de dicha periferia igual a cero.
- b) Extender la malla agregando bloques virtuales externos a dicha frontera y haciendo las propiedades de cada bloque agregado iguales a los del bloque interior inmediato adyacente y el flujo sea cero. La deficiencia de esta segunda forma es que se genera una nueva red, lo que implica un aumento considerable de ecuaciones.

El MDF está diseñado básicamente para mallas estructuradas en general, aunque puede ser igualmente aplicable a mallas no estructuradas por medio del MVF. Si se quiere aplicar el MDF para geometrías curvas dentro de la malla, la transformación

a coordenadas ortogonales debe llevarse a cabo para que éstas puedan ser procesadas.

MEF y MVF

En cuanto al MEF, este método será útil para describir geometrías arbitrarias

Una de las características destacables del MVF es su flexibilidad con las mallas no estructuradas. La transformación tradicional de las coordenadas curvilíneas requeridas por la MDF ya no es necesaria, aunque su formulación y programación de sus algoritmos son relativamente más complejos que para MDF y MVF.

Los métodos de MVF son eficientes en cuanto a costo computacional se refiere, por la razón de que los cálculos de los flujos en la superficie contigua entre los volúmenes de control deben de ser ejecutados una sola vez, puesto que la expresión es la misma para ambos volúmenes de control, difiriendo únicamente en el signo. Esto da lugar a una reducción en el costo computacional y en la simplicidad de los algoritmos.

2.2.2.1 Mallados estructurados

Los mallados estructurados son de algún modo, la elección más natural para resolver un flujo determinado, pues estos generalmente están alineados con las direcciones principales de la malla. En cierto sentido, las líneas de la malla siguen a las líneas de corriente, las cuales se alinean con los contornos sólidos del dominio.

Es importante destacar que las mallas estructuradas tienen en comparación con las no estructuradas, mejores prestaciones desde el punto de vista del CFD en términos de precisión, tiempo de cálculo y consumo de memoria computacional.

La principal ventaja de los mallados estructurados reside en la ordenación de los elementos en memoria, ya que, de esta forma, el acceso a las celdas vecinas a una dada resulta muy rápida y fácil, sin más que sumar o restar un número al valor del índice correspondiente.

Aunque resulta más complejo, las mallas estructuradas también pueden sistematizarse para ser generadas en forma automática. Requieren de la elección

de bloques y familias topológicas bien definidas y del uso de macros o *scripts* para completar operaciones repetitivas de mallado.

De forma general, los mallados estructurados pueden clasificarse de la siguiente forma:

- Mallas cartesianas uniformes: Solo aplicables para geometrías regulares sencillas.
- Mallas cartesianas no uniformes: La malla sigue siendo ortogonal, pero ya no es regular en todas las direcciones.
- Mallas body-fitted estructuradas: La malla se hace curvilínea para adaptarla lo más posible a la forma geométrica del dominio a modelar. Normalmente emplea métodos sofisticados para mantener condiciones de continuidad y suavidad en el tamaño de las celdas.
- Mallas multibloque: Consisten en una combinación de mallas estructuradas, que aplican diversas topologías en diferentes zonas del dominio.

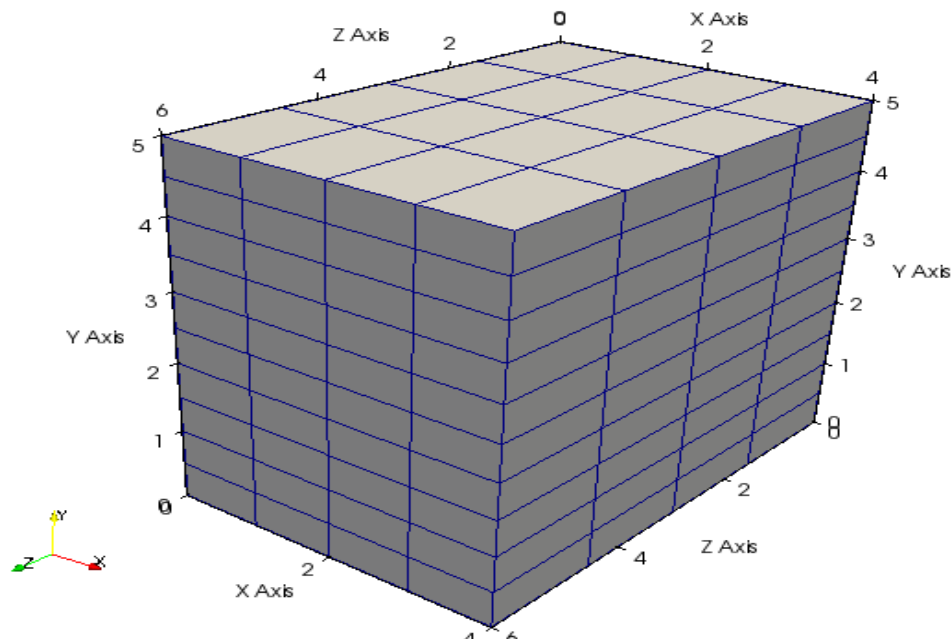


Ilustración 19. Mallado estructurado uniforme

2.2.2.2 Mallado no estructurado.

Los mallados no estructurados se han ido convirtiendo en el estándar para el CFD de uso industrial debido a la imposibilidad de generar mallas estructuradas de forma completamente automática sobre geometrías arbitrarias.

Las mallas no estructuradas permiten, gracias a diversos algoritmos de generación, cubrir con celdas tetraédricas cualquier dominio tridimensional sin necesidad de conocer a priori las topologías constitutivas del mismo.

La mayoría de los generadores de malla no estructurada consideran las siguientes topologías básicas:

- Mallas triangulares/tetraédricas: Presentan una flexibilidad extrema a la hora de adaptarse a los límites del dominio, permitiendo una construcción automática del mismo.
- Mallas cuadriláteras/hexaédricas: Otra opción interesante es emplear celdas con forma de cuadriláteros; distribuidas arbitrariamente y de forma desorganizada sobre el dominio, que en geometrías tridimensionales se convierte en prismas de base hexagonal.
- Mallas arbitrarias: Este tipo de configuración, totalmente genérica, se suele conseguir mediante algún tipo de proceso de aglomeración de celdas más sencillas o bien empleando la malla dual respecto de una malla híbrida original.

La principal ventaja de los mallados no estructurados reside en que los triángulos o los tetraedros, se pueden generar automáticamente, independientemente de la complejidad del dominio.

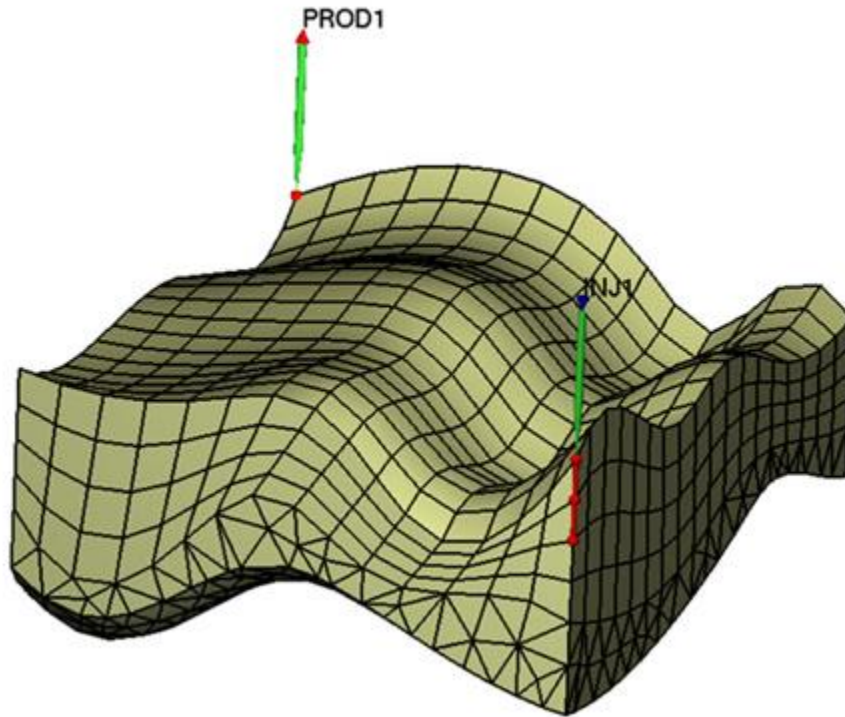


Ilustración 20. Mallado no estructurado

2.2.2.3 Mallado híbrido

El mallado híbrido es una combinación de mallas estructuradas y no estructuradas.

En algunos casos, como ejemplo, en la modelación de flujo viscoso se necesita de un refinamiento de malla para la capa límite, la cual puede ser malla estructurada y para el resto del dominio una malla no estructurada.

2.2.3 Generación del mallado

La generación de la malla es la parte más importante en la preparación de un modelo para simulación por CFD. Ninguna simulación puede realizarse sin haber previamente definido una malla con una distribución de celdas apropiada.

Se han desarrollado un gran número de métodos para ayudar a la generación de mallas óptimas. Ha de tenerse en cuenta que la importancia de las propiedades de la malla es esencial, por cuanto la precisión y la bondad de los resultados finales estarán extremadamente condicionados por la calidad de la malla utilizada.

Toda malla empleada en el método de volúmenes finitos discretiza el dominio físico en un número finito de celdas, siendo la celda la unidad fundamental del mallado. Cada celda está asociada a un centroide, y también está limitada por un número de superficies o caras, que a su vez están ancladas a una serie de nodos o vértices.

El tipo de conectividad existente entre los diferentes puntos (celdas) de la malla permite clasificar los mallados en dos categorías básicas: mallas estructuradas y mallas no estructuradas. En las primeras, la retícula de celdas se construye a partir de una red de familias de líneas coordenadas; mientras que en las segundas la red no sigue ningún tipo de dirección preferente.

El desarrollo de mallas no estructuradas ha sido una consecuencia de la necesidad de desarrollar geometrías cada vez más complejas en las que no es fácil poder adecuar bloques paralelepípedicos con mallas ortogonales. El empleo de este tipo de mallas consigue reducir significativamente los tiempos de construcción de los modelos, pero, lógicamente, existe una penalización, tanto en términos de precisión como en coste computacional, en comparación con las mallas estructuradas.

Sea cual sea el tipo de malla que el usuario de CFD vaya a emplear, es esencial satisfacer una serie de requisitos básicos para conseguir una buena discretización.

Entre ellos es preciso destacar los siguientes:

- La malla debe ser generada con cierta previsión en función del tipo de flujo que se espera resolver.
- Es necesaria una mayor resolución en aquellas zonas donde el flujo presente importantes gradientes.
- Es muy importante que el mallado se distribuya por todo el dominio de la forma más regular posible, de modo que no haya variaciones importantes en la malla.
- Deben evitarse elementos singulares, muy deformados (celdas angulosas).
- El tamaño global de la malla debe ajustarse a las posibilidades y potencia de cálculo de los equipos en los que vaya a resolverse el problema.

2.2.4 Orientación del mallado

Básicamente existen dos sistemas diferentes de malla, dependiendo de la orientación que se le dé: la malla en paralelo y la malla en diagonal.

Se ha comprobado que, bajo ciertas condiciones, como son el simular un desplazamiento utilizando el procedimiento de discretización de cinco puntos, principalmente cuando la movilidad de los fluidos difiere en forma significativa, estos dos sistemas de malla producen resultados diferentes, más aun, ambas soluciones son incorrectas.

En el caso en que se utilice un sistema de malla en paralelo para simular el desplazamiento de un fluido por otro en el yacimiento, se tendrá un arribo en tiempo menor del fluido que se inyecta al pozo productor, mientras que el empleo de la malla en diagonal da como resultado el arribo del fluido inyectado en un tiempo retardado.

Los modelos areales (x,y) de simulación hacían uso del esquema común de diferencias finitas de cinco puntos para considerar la interacción entre los bloques, sin embargo, recientemente se empezaron a utilizar nueve puntos para el desarrollo del modelo numérico, lo cual se ha visto, reduce notablemente los efectos que tiene la orientación de la malla en la solución.

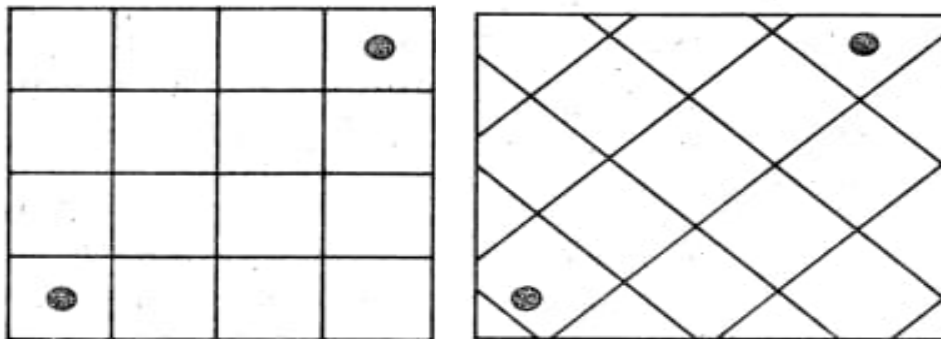


Ilustración 21. Orientación del mallado (a la izquierda se observa un mallado uniforme y a la derecha un mallado no uniforme)

2.2.5 Calidad del mallado

Uno de los puntos críticos de cualquier simulación CFD es la inevitable pérdida de precisión asociada con el empleo de mallas no uniformes, hecho especialmente grave si se consideran los esquemas de discretización empleados en la práctica, estrictamente de segundo orden sobre mallas uniformes.

Es importante hacer notar que, aunque se utilicen esquemas numéricos de orden superior, si se aplican sobre mallas con importantes saltos en la progresividad de las celdas, éstos se reducen automáticamente a primer orden. Los esquemas de primer orden conllevan importantes niveles de error, haciéndolos desaconsejables para problemas no estacionarios y excesivamente difusivos para problemas estacionarios.

Además de la suavidad y continuidad de la malla, hay otros factores importantes (relacionados más con cada celda en particular que con la malla en su conjunto) como pueden ser la distorsión de las celdas o su degeneración respecto a la celda cartesiana ideal. Para cuantificar estas ideas es muy habitual definir una serie de parámetros, como por ejemplo la relación de aspecto, $\Delta x/\Delta y$, o el factor de distorsión que miden el ángulo entre dos caras adyacentes en una celda.

Aunque no es fácil cuantificar el efecto de estos parámetros de forma sobre la precisión y fiabilidad del modelo numérico, sí es recomendable tener en cuenta que celdas muy distorsionadas (alta relación de aspecto y alta distorsión) siempre tienen un efecto negativo sobre la precisión de la solución, y, como consecuencia, la convergencia del modelo empeorará.

En función de todo esto, es imprescindible seguir las siguientes recomendaciones para conseguir un mallado con una buena calidad:

- Bajo ningún concepto deben aparecer discontinuidades en los tamaños de las celdas. Si existe variación entre zonas, ésta debe ser progresiva y suavizada. Cualquier salto inesperado en el tamaño de las celdas puede reducir la precisión local a orden cero.

- Cuando el tamaño de la malla varía, debe hacerlo de forma continua en todas las direcciones. Esto no es nada fácil de conseguir, por lo que se debe ser muy precavido y cuidadoso en la utilización de este tipo de estrategias.
- Es imprescindible minimizar, cuando no eliminar, la distorsión de celdas, evitando elementos en forma de cuña, cóncavos o con ángulos entre caras que se alejan demasiado de la ortogonalidad. Si esos ángulos son excesivamente pequeños (menores de 20-30 grados), la pérdida de calidad en los resultados está asegurada.
- Debe evitarse emplear celdas con uno (o varios) lados muy pequeños. Esto es únicamente aceptable en las capas límites, donde se pueden utilizar grandes relaciones de aspectos si las celdas son suficientemente ortogonales al contorno sólido (o a la dirección preferente de cortadura).

La importancia de estas recomendaciones es especialmente crítica en zonas de flujo con altos gradientes en las que se observan rápidas variaciones de las variables fluidodinámicas. En zonas de flujo uniforme o cuasi uniforme, estas restricciones pueden relajarse.

También conviene insistir en algunos puntos importantes con respecto a la generación automática de mallas no estructuradas. En particular, es deseable una eficiente conversión de información desde los sistemas CAD a los generadores de malla para poder “apoyar” la malla no estructurada de manera efectiva sobre los distintos contornos sólidos; es muy recomendable el uso de técnicas de generación de malla eficaces, de modo que se preserven las propiedades anisotrópicas de la malla en las zonas contiguas a las paredes; y deben implementarse funcionalidades para adaptación de la malla en módulos adjuntos al *solver*.

2.2.6 Definición de propiedades y condiciones iniciales y de frontera

Una vez que han sido definidas las ecuaciones que servirán para describir el proceso físico que ocurre en el volumen de control, es necesario establecer ciertas condiciones en el sistema que permitan la solución de dichas ecuaciones.

Cuando una de las variables independientes en una ecuación diferencial parcial es el tiempo, es necesario conocer, entre otras cosas, la variable dependiente a un tiempo inicial (t_0) para poder obtener la solución de la ecuación a otros tiempos.

Todo sistema en equilibrio en un tiempo cero permanecería así, a menos que ocurra alguna perturbación. En un yacimiento petrolero, éste permanece en “equilibrio” hasta que se perfora el primer pozo y se da inicio a la etapa de producción, momento en el que se provoca un disturbio en el sistema (un abatimiento de presión local) con el cual el yacimiento empieza a reaccionar reajustando su presión y su flujo a través del mismo.

En la simulación, la variable dependiente es con frecuencia la presión y para calcular su distribución en un yacimiento o cualquier tiempo se deben tener las condiciones iniciales, las cuales toman la siguiente forma:

$$P(x_0, y_0, z_0, t_0) = P_0 \quad (69)$$

Con base en las ecuaciones de gobierno del flujo de fluidos que se han desarrollado, si se conoce la presión y las primeras derivadas espaciales de la misma en determinadas regiones de un yacimiento para todo valor del tiempo, como se ilustra en la ilustración 22 se dice entonces que se tienen las condiciones de frontera que se requieren para resolver las ecuaciones planteadas. Estas condiciones de frontera se pueden ilustrar mejor al definirse como frontera interna la presión en la periferia pozo (P_{rw}) y como frontera externa la presión existente en el radio de drene (P_{re}). Existen tres variantes de condiciones de frontera:

- Condición de Dirichlet (valor o constante) En las fronteras internas implica la existencia de un pozo inyector o un pozo productor trabajando a una presión constante. En las fronteras externas implica que la presión en los límites del yacimiento permanece constante.
- Condición de Von Neumann (flujo o gradiente): Especifica un gradiente de presión normal a la superficie de frontera.

Condición de frontera, definida a lo largo del borde la región



Ilustración 22. Representación de un sistema definido las condiciones de frontera

Dado que, el modelo matemático completo es una combinación de:

- a) Ecuaciones que gobiernan el comportamiento de flujo en el yacimiento.
- b) Condiciones iniciales que proporcionan los valores de la variable dependiente en un tiempo inicial t_0 .
- c) Condiciones de frontera que proporcionan los valores de la variable dependiente en determinadas regiones del yacimiento (fronteras) para cualquier tiempo.

2.3 Procesamiento

El proceso de discretización de las ecuaciones que gobiernan el flujo de fluidos y la transferencia de calor resulta en el establecimiento de un sistema lineal de ecuaciones algebraicas de la forma:

$$[A][\Phi] = [B] \quad (70)$$

Donde $[A]$ es el matriz de coeficientes del sistema, de dimensiones $N \times N$ (siendo N el número total de incógnitas o número de celdas del mallado), $[\Phi]$ es el vector

desconocido y [B] el vector de términos independientes (términos fuente, condiciones iniciales o de frontera).

La complejidad de este sistema de ecuaciones está en función de:

1. Dimensiones del problema (1-D, 2-D o 3-D)
2. Número de nodos en la malla
3. Esquema de discretización

Este tipo de sistemas lineales y en particular la matriz de coeficientes [A] sugiere que se utilicen una familia de métodos muy determinada y estudiada.

Una de las principales características de la matriz de coeficiente es que es una matriz dispersa; es decir, está prácticamente llena de ceros. Esto se debe a que en cada celda se tienen únicamente coeficientes no nulos para celdas vecinas.

Otra importante consideración es que en función de la estructura de la malla y de la forma en que se defina la conectividad de las celdas, los valores no nulos presentan distintos patrones de posición en el interior de la matriz. Tómese como ejemplo la ecuación 71, donde es posible apreciar la tridiagonalidad de la matriz para un dominio en una dimensión.

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & 0 & \cdots & 0 \\ c_1 & a_2 & b_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & c_2 & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & b_{n-1} \\ 0 & 0 & \cdots & c_{n-1} & a_n \end{bmatrix} \quad (71)$$

Los métodos directos como el método de inversión de Cramer o la eliminación gaussiana, no aprovechan la presencia de ceros en la matriz de coeficientes o la estructura preferentemente diagonal para ahorrar tiempo computacional. Debido a esto último, se han desarrollado varios algoritmos de resolución los cuales están programados para tomar únicamente los valores presentes en las diagonales.

Por otro lado, los métodos iterativos se basan en la aplicación repetitiva de un algoritmo relativamente simple hasta que se asegura la convergencia. La ventaja de estos métodos es que pueden programarse de tal manera que se almacenen

únicamente los datos presentes en las diagonales sin sacrificar mucha memoria computacional y de esta manera se optimice el costo computacional.

Los métodos iterativos Jacobi y Gauss-Seidel son fáciles de implementar como se vio en la sección 1.15.2 y 1.15.3, pero que convergen lentamente cuando el número de ecuaciones a resolver es muy grande. Thomas (1949) desarrolló una técnica alternativa en la naturaleza tridiagonal de la matriz de coeficientes, para acelerar la resolución iterativa de este tipo de matrices, denominado *algoritmo para matrices tridiagonales* o *algoritmo de Thomas*, el cual es vastamente usado para resolver problemas relacionados con el flujo de fluidos en medios porosos.

Finalmente, es necesario recordar que el sistema de ecuaciones a resolver es aproximado, debido a los distintos tipos de error inherentes en el proceso de discretización y la incertidumbre crece al adicionar los errores por convergencia. Aunque, en situaciones no es necesario obtener la solución exacta a un problema de difusión o flujo fluidos y bastará con obtener las soluciones aproximadas.

2.3.1 Resolución de ecuaciones

Existen diversos algoritmos de resolución para sistemas de ecuaciones lineales dependiendo de las características físicas del flujo. A continuación, se mencionan tres algoritmos comúnmente utilizados para discretizar las ecuaciones de flujo y resolverlas.

2.3.1.1 Algoritmo para matrices tridiagonales (TDMA)

La idea subyacente de este algoritmo es similar a una eliminación gaussiana. Sin embargo, la naturaleza tridiagonal de la matriz permite reducir el número de operaciones para obtener la solución al orden de N operaciones.

Dado que el algoritmo TDMA es directo para una dimensión, éste será modificado con base en el número de dimensiones en los que el dominio haya sido discretizado adaptándolo de tal manera que se vuelve iterativo.

A continuación, se enlistan los nombres de los métodos de acuerdo con el número de dimensiones:

- Método punto-a-punto (TDMA 1-D)
- Método línea-a-línea (TDMA 2-D)
- Método plano-a-plano (TDMA 3-D)

Para el método línea-a-línea se considera la malla para un sistema en dos dimensiones y una ecuación algebraica discretizada de la forma general:

$$a_P \Phi_P = a_W \Phi_W + a_E \Phi_E + a_N \Phi_N + a_S \Phi_S + b \quad (72)$$

Haciendo la anterior ecuación iterativa y reescribiendo para el nodo P(i,j):

$$A_P(i,j)\Phi_{i,j} = A_W(i,j)\Phi_{i-1,j} + A_E(i,j)\Phi_{i+1,j} + A_N(i,j)\Phi_{i,j+1} + A_S(i,j)\Phi_{i,j-1} + b_{i,j} \quad (73)$$

A la serie de iteraciones en el que todas las variables son aproximadas se le denomina barrido, y a esta secuencia de barridos se le conoce como iteración.

El procedimiento es similar al de la ecuación 73 para un caso en tres dimensiones, solo que ahora se añadirán los barridos en la dirección z, como se muestra en la ilustración 23.

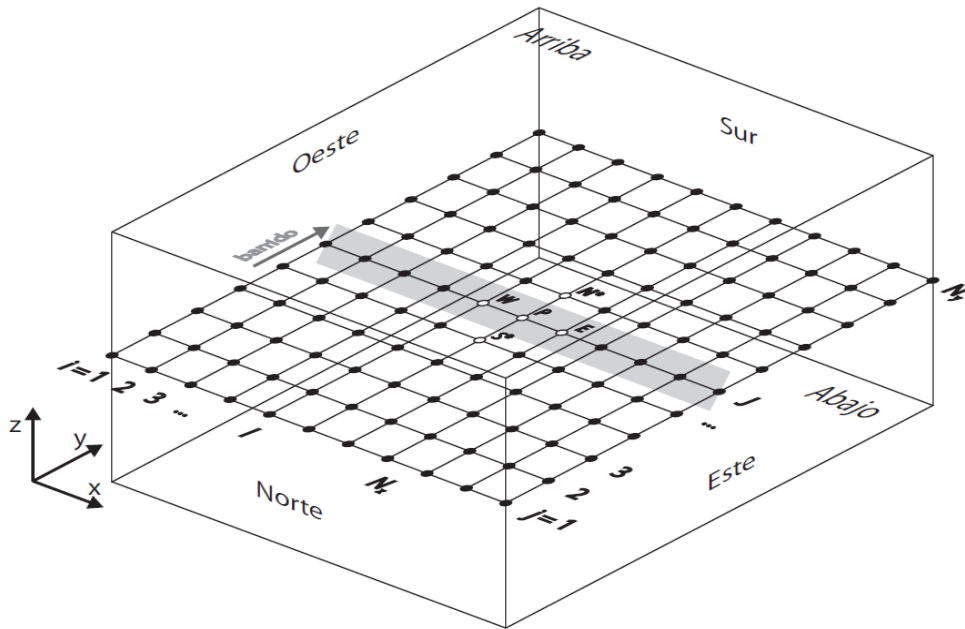


Ilustración 23. Aplicación iterativa del algoritmo TDMA plano a plano

2.3.1.2 Métodos de Jacobi y Gauss-Seidel

Para el caso de mallados estructurados donde la matriz de coeficientes no permite la utilización de procedimientos TDMA, esto debido a la aleatoriedad de los datos en la matriz, la única alternativa es la de la resolución por medio de los métodos iterativos de Jacobi o Gauss-Seidel.

El principio de estos métodos es que dada una solución aproximada $[\Phi]^k$, se busca encontrar una mejor aproximación $[\Phi]^{k+1}$, mediante un proceso repetitivo con el objetivo de alcanzar la solución exacta o una solución con una tolerancia fijada por el usuario. El error para una iteración k-ésima es:

$$[e]^k = [\Phi]^k - [\Phi]^{k-1} \quad (74)$$

El método de Gauss-Seidel presenta una mejor convergencia por lo que suele ser más utilizado para mallas no estructuradas.

2.3.1.2.1 *Análisis de convergencia*

La convergencia puede definirse como la propiedad que determina si los valores de las variables en los puntos del dominio tienden hacia la solución exacta a medida que el proceso iterativo progresa, o bien, que se obtengan las soluciones de las ecuaciones diferenciales para todo valor de x a medida que $\Delta x \rightarrow 0$ y $\Delta t \rightarrow 0$. Se puede hablar de convergencia cuando el método iterativo se ha completado satisfactoriamente, o también hablar de convergencia cuando, además, las soluciones numéricas que se obtienen en diferentes mallados coinciden dentro de un nivel de tolerancia fijado por el usuario; es decir, son independientes de la malla.

Criterio de convergencia para la solución iterativa

Los procesos iterativos deben mantenerse hasta que algún indicador entre las diferencias de las variables, denominado residuo, sea lo suficientemente pequeño como para considerar que la solución sea válida.

Típicamente, se define un valor global del residuo en todas las celdas del dominio discretizado como la media del valor RMS de la diferencia entre la solución actual y la anterior en cada celda de la malla.

$$R = \frac{\sqrt{N \sum_{i=1}^N (\Phi_i - \Phi_{i-1})^2}}{\sum_{i=1}^N \Phi_i} \quad (75)$$

Donde es necesario escalar el residuo por el valor medio de la variable. De otra forma, se pueden cometer importantes errores al suponer que una solución a convergido cuando en realidad no lo ha hecho.

Conviene indicar que el criterio de convergencia para cada ecuación de conservación que debe resolverse es extremadamente dependiente del código y del caso -geometría, dominio, modelos, tipo de fluido, etc. Por lo tanto, un criterio de convergencia que puede ser suficiente para un determinado modelo puede ser insuficiente para otro.

2.3.1.3 Multigrid geométrico

La razón de una convergencia mente se debe a que los mallados son más vastos y más ecuaciones deben de ser resueltas. Considerando lo anterior, la convergencia se podría acelerarse si se optara por no usar un mallado tan fino.

La estrategia más sencilla para incorporar mallados “gruesos” consiste en resolver las ecuaciones de gobierno sobre una malla con pocas celdas para luego, una obtenida dicha solución, incorporarlo al mallado fino. Al aplicar este método, se obtiene una buena solución inicial, la cual es mejor que cualquier otra inicialización arbitraria que pudiera introducirse. Además, este procedimiento se puede repetir recursivamente sobre mallas intermedias cada vez más finas hasta llegar al mallado final.

La opción geométrica de la malla permite ir agrupando las celdas para formar celdas cada vez más vastas. En la ilustración 24 se describe el proceso de reducción anidado de una malla fina a una malla gruesa.

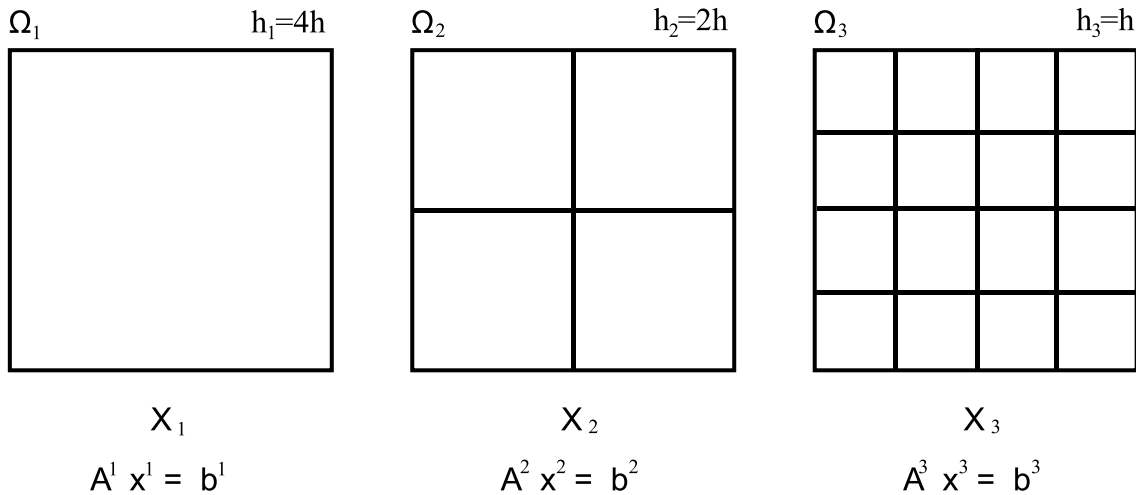


Ilustración 24. Método multigrad geométrico para convertir un mallado fino a uno grueso

El error es el término que determina si la solución actual del sistema de ecuaciones es aceptable con respecto a la solución obtenida con el mallado anterior. Si estos errores no son tan grandes, se procede a inicializar el mallado fino con las soluciones del mallado grueso.

Esta técnica de *multigrad geométrica* es relativamente fácil de implementar en mallados cartesianos. Sin embargo, en mallados no estructurados y tridimensionales, la prolongación de las celdas se vuelve extremadamente complejo por la necesidad de aplicar interpolaciones multidimensionales.

La desventaja de este método es que se obliga a resolver el sistema de ecuaciones en todos los mallados utilizados, cuando el único que interesa el mallado final.

2.4 Recomendaciones sobre los métodos de resolución

Los métodos iterativos son los únicos métodos viables para resolver problemas de dinámica de fluidos descartando la aplicación de los métodos directos.

Entre los métodos iterativos, el algoritmo TDMA se puede utilizar de manera eficiente para mallados estructurados, mientras que para mallados no estructurados, los métodos recomendados son los de Jacobi y Gauss-Seidel, que presentan velocidades de convergencia bajas. Para acelerar este inconveniente presente en los métodos iterativos, la implementación de un esquema multigrad

puede acelerar significativamente la convergencia de los sistemas lineales de ecuaciones (Fernández Oro, 2012)

2.5 Post-procesamiento

2.5.1 Análisis de resultados CFD

En la fase de post-procesamiento se incluyen normalmente una serie de herramientas gráficas que permiten analizar los resultados. Esta es una parte fundamental y permite visualizar de una manera más sencilla la cantidad inmensa de datos generados por el código o programa. Las herramientas gráficas deben de ofrecer:

- Representación gráfica del dominio y de la malla.
- Mapas de contornos de las variables y la graficación de vectores y líneas de corriente.
- Gráficas y distribuciones de las variables.
- Animaciones del comportamiento de los resultados.

2.5.2 Verificación de resultados

El proceso de verificación involucra la cuantificación de los errores inherentes en la CFD, entre ellos se incluyen: errores por truncamiento, errores por redondeo, errores en la discretización y errores en la convergencia iterativa. Los resultados que proporciona una simulación están sujetos a algunas fuentes potenciales de error cuya consideración es importante:

- a) El modelo en sí es solo una aproximación al fenómeno físico que se da en el yacimiento, ya que al desarrollarse han hecho una serie de suposiciones que son parcialmente válidas.
- b) El reemplazar el modelo matemático que se ha planteado para resolver el problema por un modelo numérico, introduce un error de truncamiento, lo que significa que la solución de las ecuaciones discretizadas difiere de alguna manera de la solución exacta que se obtendría de resolver las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales originales.

- c) Nunca se obtiene la solución exacta de las ecuaciones discretizadas, ya que al utilizar la computadora para realizar los cálculos se incurre en un error por redondeo.
- d) Definitivamente la fuente de error más importante es que los datos con los que se describen al yacimiento (Φ , K , S_o , etc.), rara vez se conocen con precisión.

2.5.3 Validación de resultados

Un criterio para determinar la compatibilidad de los valores de presión y saturación que se obtienen de una simulación es el error por el método de Balance de Materia (BM). Con base en un historial de producción de un yacimiento y el método de BM, se puede evaluar qué tan acertados son los resultados obtenidos por una simulación de flujo.

Es necesario advertir que incluso si se obtiene un error pequeño al comparar los resultados obtenidos en la simulación y el método de BM, esta no es condición suficiente para afirmar que la solución sea correcta y que el modelo sea válido, puesto que ésta es una estimación de los volúmenes en el yacimiento y no de las distribuciones de las saturaciones en el dominio del yacimiento.

Una manera de validar los resultados es evaluar la sensibilidad de los resultados con respecto a los cambios en las dimensiones Δx , Δy , Δz y Δt . Esto involucra llevar a cabo varias corridas con diferentes valores de entrada con base en una distribución de probabilidad. Las variaciones observadas en los resultados podrán ser utilizados para ubicar los resultados dentro de un rango de valores probables. Existen ocasiones donde es impráctico evaluar la sensibilidad con respecto a los cambios en todas sus dimensiones, por lo que, y con fines prácticos se evalúa sensibilidad con respecto al intervalo de tiempo, donde se reduce el intervalo de tiempo y se evalúan los resultados obtenidos en la simulación con intervalos de tiempo distintos. Si dicha reducción en el intervalo de tiempo no provoca cambios significativos entonces se sabrá que se ha obtenido la mejor solución para la medida de la celda escogida.

La prueba final de un modelo CFD es la comparación de los resultados en el modelo y los datos experimentales, sin embargo, al llevar a cabo tal comparación debe de tenerse en cuenta que, en ocasiones los valores experimentales no serán idénticos a los resultados arrojados por el modelo CFD, pero se podrá validar el modelo si existe una diferencia pequeña entre ambos valores a comprar. Oberkampf y Trucano (2002) se percataron que una validación significativa es posiblemente solamente si se cuenta con buenas estimaciones cuantitativas de los (i) errores numéricos, (ii) Incertidumbre de los datos de entrada y (iii) incertidumbre de los datos experimentales con los que se compararon los resultados.

Capítulo 3: Caso de estudio

En el presente capítulo se aplica toda la teoría revisada en los capítulos 1 y 2 a un caso práctico de inyección de agua en un yacimiento homogéneo suponiendo aceite negro como el fluido que satura al medio poroso.

Se hace uso del software ANSYS CFX 12.0® con la finalidad de resolver las ecuaciones de flujo de Navier-Stokes y Darcy, y conseguir simular la inyección de agua al yacimiento.

ANSYS CFX, es una herramienta de software de dinámica de fluidos computacional (CFD) de alto rendimiento que ofrece soluciones confiables y precisas de manera rápida y sólida en una amplia gama de aplicaciones CFD y multifísicas. CFX es reconocido por su precisión, solidez y velocidad al simular turbo maquinaria, como bombas, ventiladores, compresores y turbinas de gas e hidráulicas. El solucionador moderno y altamente paralelo es la base para una amplia variedad de modelos físicos que capturan prácticamente cualquier tipo de fenómeno relacionado con el flujo de fluidos. El solucionador y los modelos están envueltos en una interfaz intuitiva y flexible, con amplias capacidades de personalización y automatización utilizando archivos de sesión, secuencias de comandos y un potente lenguaje de expresión.

ANSYS-CFX emplea el Método de Volumen Finito para resolver las ecuaciones de gobierno, para un mallado del dominio compuesto por elementos.

Inyección de agua para la Recuperación de Aceite mediante el uso de Simulación Numérica utilizando Dinámica de Fluidos Computacional (CFD por sus siglas en inglés)

G. Silva, B. Correia, A. Cunha, B Santos, A Lima.

1. Universidad Federal de Campina Grande (UFCG), Brasil.
2. Universidad Federal de Sergipe (UFS), Brasil.

Resumen

El proceso de invasión de agua involucra la inyección de agua dentro del yacimiento para incrementar la recuperación de hidrocarburos mediante el desplazamiento del aceite y el mantenimiento de la presión. Este artículo se basa en una simulación numérica tridimensional de un yacimiento homogéneo saturado de aceite con una densidad de 22.1° API, con una inyección de agua empleando un mallado no estructurado. Con el fin de analizar el comportamiento de la formación y la predicción de la producción de los fluidos, se usó el software comercial ANSYS CFX 12.0®. El modelo consiste en un yacimiento con dimensiones 270x180x15 m³, y dos mallas de cinco puntos en paralelo, considerando la inyección en el interior y en la cima del yacimiento; y la variación de los gastos de agua inyectados durante un tiempo total de 72,000 horas de duración del proyecto. Los resultados del factor de recuperación, producción de agua, avance del frente de agua y la presión son presentados y analizados. Se observó que el incremento en el gasto de inyección de agua ocasionó un incremento en el factor de recuperación, y consecuentemente en la producción de agua, sin embargo, los mejores resultados fueron obtenidos con la inyección de agua en la base. Este estudio permitió la identificación de las mejores prácticas para llevar a cabo la optimización de la inyección de agua.

3.1 Introducción

La productividad de un campo petrolero depende del tamaño del yacimiento, complejidad, mecanismos primarios de producción y la cantidad de fluidos que contiene. Por lo que es esencial definir las características de formación y la predicción de la producción, con el objetivo de determinar la posibilidad del éxito de la exploración. Por esta razón, la simulación de yacimientos es ampliamente usada para auxiliar las decisiones en el desarrollo de yacimientos, información acerca del medio poroso, geología, grado de heterogeneidad y su historial de producción-inyección, considerando la importancia del tiempo y la presión del yacimiento a fin de evaluar el potencial en la aplicación en los diferentes procesos de recuperación. Cuando la presión del yacimiento se reduce y disminuye la producción, se inyecta agua o gas para incrementar la presión del yacimiento, donde algunos pozos de

producción se convierten en pozos de inyección. El mecanismo para el mantenimiento de la presión en un yacimiento ha sido denominado recuperación secundaria, y presenta factores de recuperación que van del 20% al 50%, que dependen de las propiedades del medio poroso y las características del fluido. Por otra parte, la inyección de agua ampliamente se emplea debido a su disponibilidad en general, la relativa facilidad con la que el agua se inyecta, la habilidad con la cual el agua se desplaza a través de una formación impregnada con hidrocarburos y la eficiencia del agua al desplazar hidrocarburos. De esta manera, la intención de este artículo es el estudio de la simulación de yacimientos, aplicando inyección de agua, en un yacimiento homogéneo saturado con aceite. Haciendo uso de una malla no estructurada, se considera la Ley de Darcy y las ecuaciones de Navier-Stokes para modelar el fenómeno físico que ocurre en el yacimiento. Y las ecuaciones básicas para el flujo multifásico, explicadas por Aziz y Settari, las cuales modelan el flujo de fluidos para tres distintas fases: agua, aceite y gas. En este estudio, para el caso de un flujo bifásico, de tal manera que el modelo de aceite negro considere aceite y agua en el yacimiento. En donde se tiene que el agua es la fase mojante, y que las fases-agua y aceite son inmiscibles entre ellas y además no hay intercambio de masa ni cambios de fase.

3.2 Yacimiento petrolero

3.2.1 Propiedades del yacimiento

El estudio de las propiedades del medio poroso es primordial para la ingeniería de yacimiento y la simulación numérica del mismo, tanto que permite conocer la formación productora y el poder auxiliar la toma de decisiones prácticas a fin de mejorar la recuperación de aceite. Con la información del yacimiento es posible simular el flujo de fluidos a fin de obtener información acerca del aceite, producción de agua y la implementación de métodos de recuperación.

La porosidad, permeabilidad, saturación de fluidos y distribución, conductividad eléctrica de la roca y de los fluidos, estructura de los poros, y la radioactividad son algunos de las propiedades petrofísicas más importantes.

La porosidad es una medida del espacio disponible para el almacenamiento de petróleo; se define como la relación del espacio en una roca y el volumen de grano, esto multiplicado por 100% para expresarlo en porcentaje.

La porosidad de las rocas es primaria o inducida: la porosidad primaria es aquella que se desarrolló al momento de la depositación del material; y la inducida es aquella que se originó por algún proceso geológico subsecuente a la depositación de la roca, y es tipificado por la presencia de fracturas.

De acuerdo con Craft and Hawkins, la porosidad efectiva es el volumen de espacio que contribuye al flujo de fluidos, el cual usualmente se mide en laboratorio y se aplica en los cálculos del flujo de fluidos. Las mediciones en laboratorio incluyen la Ley de Boyle, saturación de agua y métodos de saturación orgánico-líquido.

La permeabilidad del medio poroso se define como una medida de la habilidad para permitir el flujo de fluidos en éste, o, la permeabilidad es una medida de la conductividad del fluido en un material particular. La permeabilidad relativa es la relación entre la permeabilidad efectiva y la permeabilidad absoluta. La permeabilidad efectiva es cuando la roca está parcialmente saturada por un fluido.

La permeabilidad relativa, debe de determinarse empírica o experimentalmente para cada uno de los medios porosos de interés, y depende de la saturación de agua (saturación de la fase mojante) pero también de la dirección del cambio de saturación (drene o imbibición).

Fanchi, explica que la mojabilidad es la habilidad de un fluido para mojar preferentemente una superficie sólida en la presencia de una segunda fase inmisible. La presión capilar es la presión diferencial formada en la interfase curva formada por dos fluidos inmiscibles en un tubo capilar pequeño. La presión capilar se incrementa con la altura del contacto agua-aceite a medida que la saturación de agua disminuye. La movilidad es la medida de la capacidad de un fluido a desplazarse a través de un espacio poroso interconectado. La movilidad de la fase fluida se define como la relación entre la permeabilidad efectiva de la fase y la

viscosidad de la fase. La movilidad para el agua y el aceite son dadas a continuación:

$$\lambda_o = \frac{k_o}{\mu_o} \quad (76)$$

$$\lambda_w = \frac{k_w}{\mu_w} \quad (77)$$

La razón de movilidad se define como la movilidad del fluido desplazante λ_D detrás del frente de invasión dividido entre la movilidad del fluido desplazado λ_d por delante del frente de invasión. Por lo tanto, la relación de movilidad del agua con respecto al aceite para una inyección de agua está dada por:

$$M_{w,o} = \frac{(\lambda_w)_{Sor}}{(\lambda_o)_{Swc}} = \frac{k_{rw}(S_{or})/\mu_w}{k_{ro}(S_{wc})/\mu_o} \quad (78)$$

3.2.2 Procesos de recuperación de aceite

La recuperación progresiva de hidrocarburos en los pozos de producción ocasiona la reducción en la presión del yacimiento debido a la disipación de energía primaria. Este hecho, sumado a la resistencia del flujo de fluidos en el yacimiento, se traduce en fuerzas capilares y viscosas en el medio poroso, lo que ocasiona la disminución de la productividad en los pozos. En consecuencia, una variedad de métodos de recuperación de petróleo ha sido implementada para mejorar la eficiencia en la recuperación, aprovechando la energía primaria. Donaldson y sus colaboradores, subdividieron los procesos de recuperación de hidrocarburos en tres categorías: primaria, secundaria y recuperación mejorada.

La recuperación secundaria de hidrocarburos involucra la “inyección” de energía al yacimiento por medio de la inyección de un fluido (gas o agua) a presión.

La energía administrada al yacimiento promueve el desplazamiento de los hidrocarburos, proveyendo un factor de recuperación adicional según los gastos de inyección. De acuerdo con Terry, en promedio, los métodos de producción convencional producen alrededor del 30% del valor inicial del petróleo in-situ. El petróleo remanente, alrededor del 70% del valor inicial in-situ es un factor para

considerar para los métodos de recuperación mejorada de hidrocarburos. Los métodos de recuperación mejorada incluyen los que se emplean a fin de recuperar los hidrocarburos no recuperados con un sistema primario o secundario. Farouq Ali et al., reportan los métodos térmicos y no térmicos como recuperación mejorada. Algunos ejemplos son: inyección de vapor para reducir la viscosidad y los métodos miscibles, como la inyección de gas miscible y los métodos químicos.

2.2.1 Inyección de agua

La inyección de agua es poco costosa y simple de usar. Es por esto, que es dominante entre los métodos de inyección de fluidos y es sin duda responsable de los altos gastos de producción en Estados Unidos y Canadá.

La inyección de agua es una técnica que se usa en pozos inyectoros y de producción para aprovechar la energía administrada por medio del agua que se inyecta con objeto de desplazar los hidrocarburos a los pozos productores. La ilustración 25 muestra un esquema de la inyección de agua:

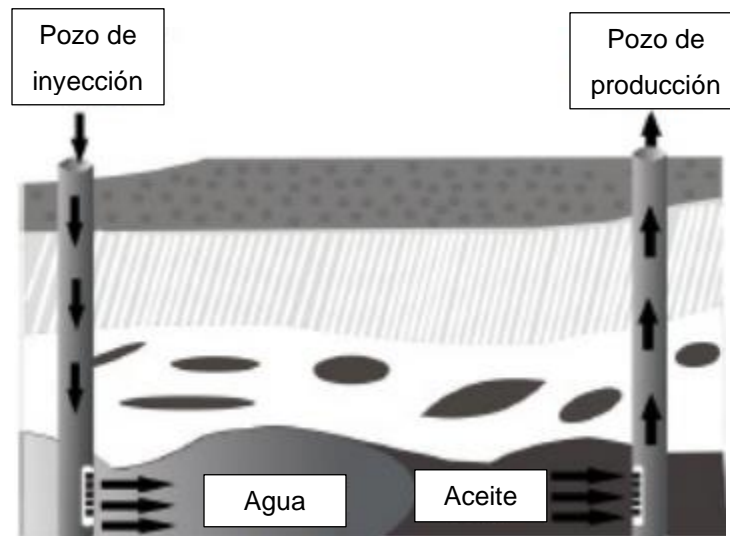


Ilustración 25. Esquema de la inyección de agua.

En la inyección del agua, ésta desplaza al aceite de los poros de la formación en forma de un pistón con fugas. Adicionalmente, la alta viscosidad del aceite en comparación con la del agua contribuye al comportamiento no-ideal del desplazamiento.

Cuando el frente de agua alcanza al pozo de producción es llamado *Breakthrough*, es el punto en el cual la fracción de agua aumenta significativamente en el pozo de producción.

Dake presenta una ecuación para el cálculo del factor de recuperación (Fr), usando la última recuperación de aceite (Ur). El factor de recuperación se usa para analizar la eficiencia con la inyección de agua aplicada, es un número entre cero y la unidad que representa la fracción del aceite recuperado, es decir:

$$Fr = \frac{B_{oi}}{V_{\phi}(1 - S_{wc})} \cdot Ur \quad (79)$$

Donde S_{wc} es la saturación de agua crítica, V_{ϕ} es el volumen poroso y B_{oi} es el factor de volumen de formación de aceite inicial. La última recuperación de aceite (Ur) es el aceite acumulado producido por el yacimiento debido al agua de inyección. En consecuencia, el factor de recuperación expresa el radio del volumen del aceite recuperado y el volumen del aceite in-situ.

3.3 Modelo matemático

3.3.1 Ecuación de transporte

Las ecuaciones de conservación que se usan en este estudio para describir el flujo en un medio poroso corresponden a una generalización de Navier-Stokes y la ley de Darcy, usado por ANSYS 12.0 CFX®. Específicamente, las ecuaciones de masa y de la conservación del momento son las siguientes:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi\rho) + \nabla \cdot (\rho K \cdot \vec{U}) = 0 \quad (80)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho\phi\vec{U})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\phi(\hat{K}\vec{U}) \otimes \vec{U}) - \nabla \cdot \left(\mu_e \hat{K} \left(\nabla\vec{U} + \nabla\vec{U}^T - \frac{2}{3} \delta\nabla \cdot \vec{U} \right) \right) \\ = \phi S_i^M - \phi \nabla P \end{aligned} \quad (81)$$

Donde t es el tiempo, ϕ es la porosidad, ρ es la densidad específica de la masa, K es la permeabilidad absoluta del medio poroso y \vec{U} es el vector de velocidad real, la

viscosidad efectiva (o viscosidad laminar) y $\hat{K} = (K_{ij})$ correspondiente a un tensor simétrico de segundo orden, llamado tensor del área porosa y S_i^M es la fuente del momento lineal, representado por:

$$S_i^M = -C^{R1}U_i - C^{R2}|\vec{U}|\vec{U}_i + S_i^{Spec} \quad (82)$$

En la ecuación 82, el parámetro C^{R1} es el coeficiente de resistencia lineal, C^{R2} es el coeficiente de resistencia cuadrática, S_i^{Spec} representa otras fuentes de impulso asociadas con las especies presentes, U y U_i son velocidades superficiales.

Para un régimen de velocidad bajo, el fluido que fluye en el medio poroso, se puede representar la ecuación general de la ley de Darcy de la siguiente manera:

$$-\frac{\partial P}{\partial X_i} = \frac{\mu}{K}U_i + K_{loss}\rho|\vec{U}|U_i \quad (83)$$

Donde μ es la viscosidad dinámica y K_{loss} es el coeficiente empírico de pérdida. En ANSYS CFX® 12.0 el valor es cero. Entonces, se adopta de la misma manera en este trabajo. Por lo tanto, $\frac{\mu}{K}$ debe ser diferente de cero.

Comparando las ecuaciones 82 y 83, y usando las velocidades superficiales, se puede encontrar los valores de los coeficientes C^{R1} y C^{R2} que se muestran a continuación:

$$C^{R1} = \frac{\mu}{K} \quad (84)$$

$$C^{R2} = K_{loss}\rho \quad (85)$$

Luego denotando C^{R1} como $\hat{R} = (\hat{R}^{ij})$, este parámetro representa la resistencia al flujo en el medio poroso.

En condiciones de estado estable y alta resistencia, se debe asignar un gradiente de alta presión para equilibrar la resistencia. En esta situación, los dos términos en el lado derecho de la ecuación 81 son grandes y de signo opuesto, los términos

convectivos y de difusión en el lado izquierdo de la ecuación son insignificantes, por lo tanto, el término S_i^M se puede encontrar como se indica a continuación:

$$S_i^M = -C^{R1} \vec{U}_i \quad (86)$$

Sustituyendo la ecuación 84 en la 86, se tiene:

$$S_i^M = -\frac{\mu}{K} \vec{U}_i \quad (87)$$

O también,

$$S_i^M = -R \vec{U}_i \quad (88)$$

Por lo tanto, el límite de resistencia alta se obtiene mediante una versión anisotrópica de la ley de Darcy, con el tensor de permeabilidad relativa que es inverso a la resistencia al flujo.

3.3.2 Modelo geométrico del yacimiento

El dominio estudiado es una fracción de un yacimiento de petróleo dado, con una profundidad máxima de 200 metros, como se indica en la ilustración 26.

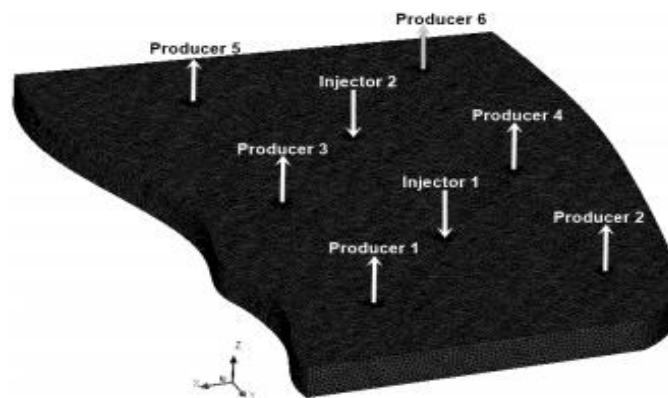


Ilustración 26. Modelo y distribución de los pozos

Tabla 2. Tabla de datos del yacimiento y de los fluidos.

Parámetros	Valor	Fuente
Temperatura(°C)	37.8	Cunha [18]
Saturación inicial del aceite (%)	100	Cunha [18]
Saturación inicial del agua (%)	0	Cunha [18]
Permeabilidad horizontal (m ²)	9.869233x10 ⁻¹³	Aires [19]
Permeabilidad vertical (m ²)	9.869233x10 ⁻¹³	Aires [19]
Porosidad (%)	28	Ruiz [20]
Presión inicial (kPa)	12,159	Cunha [18]
Viscosidad del aceite @37.8°C (Pa.s)	0.17	Cunha [18]
Volumen del aceite "en su lugar" (m ³)	186,876	-
Volumen del yacimiento (m ³)	667,415	-
Masa específica del aceite (kg/m ³)	868.7	Cunha [18]
Peso molecular del aceite (kg/kmol)	105.47	Cunha [18]
Masa específica del agua (kg/m ³)	942.5	Cunha [18]
Peso molecular del agua (kg/kmol)	18.02	Cunha [18]
Tensión superficial del agua/aceite (N/m)	0.03	Cunha [18]

El modelo geométrico consta de dos mallas de "cinco puntos" invertidas en paralelo, como se observa en la ilustración 26. La malla consiste en un yacimiento homogéneo con dimensiones de 270mx180mx15m, creado en ICFM CFD-12.0. Entonces, se decidió por una malla no estructurada, produciendo un total de 1,221,614 elementos tetraédricos.

3.3.3 Condiciones de frontera y características del yacimiento

En la Tabla 2 se presentan las propiedades y características del modelo de yacimiento a estudiar.

Las características de los fluidos y medios porosos con base en la literatura estudiada.

Se adoptaron condiciones de superficie impermeables en la parte superior, inferior y lateral, que representan los límites del yacimiento, así como las paredes de los pozos inyectores y productores; es decir, los componentes de la velocidad en las tres direcciones son igual a cero.

3.3.4 Escenarios simulados

Aquí se simularon diferentes situaciones físicas con variación en el gasto volumétrico del agua inyectada, para evaluar la influencia de este parámetro operativo en la eficiencia de inyección. La variación en el gasto de inyección del agua se indica en la Tabla 3.

Tabla 3. Tabla de parámetros operacionales

Parámetro	Valor		
Gasto de inyección de agua (m ³ /d)	45.8	91.7	137.5

Más allá de la variación en el gasto de inyección, también se varió la posición con respecto a los pozos de inyección. Para los casos simulados se analizaron dos situaciones: un pozo a 1,5 m debajo de la cima del yacimiento y la otra con un pozo en la cima del yacimiento.

Por lo tanto, para las simulaciones se fijan las características de la formación y el fluido, variando la posición de los pozos de inyección y los gastos de flujo volumétrico de agua inyectada. El objetivo es observar el comportamiento del avance del frente de agua y la recuperación final de petróleo.

3.4 Resultados y discusiones.

Los resultados de las simulaciones se discutieron utilizando el factor de recuperación (Fr) para identificar que la configuración de los parámetros operativos fue más eficiente, con respecto al factor de recuperación de la ilustración 27, las curvas se analizan en tres casos de inyección de agua, con tres gastos de inyección de agua diferentes.

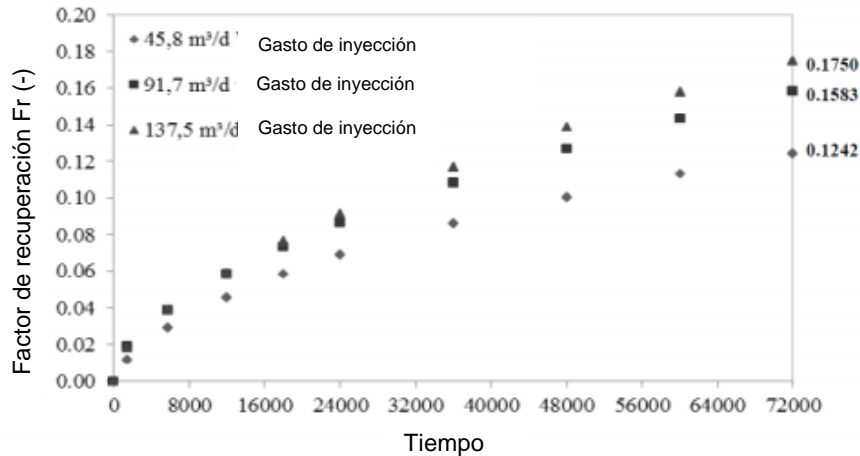


Ilustración 27. Factor de recuperación en función del tiempo con inyección de agua en la cima del yacimiento.

Es posible notar que el aumento en el gasto de inyección de agua causa una mejora del factor de recuperación, debido al mantenimiento de la presión en el yacimiento. Sin embargo, el factor de recuperación de las tres curvas muestra diferentes perfiles que mejoran la recuperación del aceite, con un aumento del Fr en el extremo derecho desde un valor de 12.42% para un gasto de inyección de 45.8 m³/d, a un 17.50% para un gasto de inyección de 137.5 m³/d.

Debe enfatizarse que con el aumento del gasto del agua inyectada hay un aumento consiguiente en el agua producida, que es un aspecto negativo del método de agua de inyección ya que el agua producida aumenta la producción de costos para el tratamiento y disposición. En este caso, la ilustración 28 muestra diferentes curvas de la inyección de agua acumulada, con inyección en la cima del yacimiento, para tres gastos distintos de inyección de agua.

En el método de inyección de agua, conforme más agua es inyectada en el yacimiento, más agua es producida en conjunto con aceite. Entonces, las curvas

del agua acumulada producida muestran valores significativos, principalmente porque el petróleo in-situ tiene una viscosidad significativamente mayor en comparación con la viscosidad del agua. Como explica Craig Jr., “independientemente de la mojabilidad del sistema, una alta viscosidad del aceite resulta en un desplazamiento menos eficiente, es decir, hay una menor recuperación”, y “se requiere un mayor volumen de agua de inyección a fin de lograr esa recuperación”.

Por otra parte, se considera dos posiciones de inyección al yacimiento, internamente (1.5 metros aproximadamente debajo la cima) y en la cima de la zona de aceite. La diferencia en el factor de recuperación debido a la posición de inyección fue muy pequeña, como se muestra en la ilustración 30, el factor de recuperación al término de la inyección fue de 19%. Sin embargo, considerando el aceite adicional producido por la inyección, debe ser elegida porque representa un factor de recuperación del 15% más que la posición en superficie. La ilustración 30 muestra las curvas del factor de recuperación con inyección interna para tres gastos de inyección de agua.

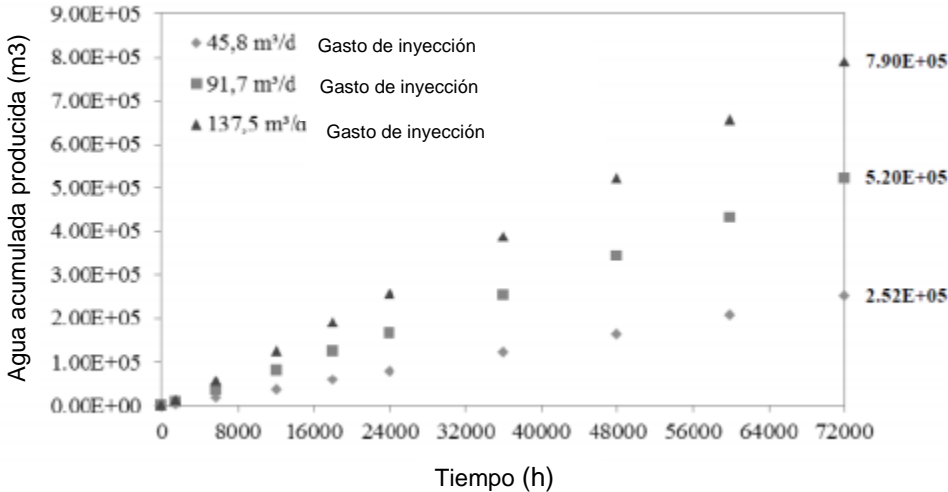


Ilustración 28. Producción de agua acumulada en función del tiempo con inyección de agua en la cima.

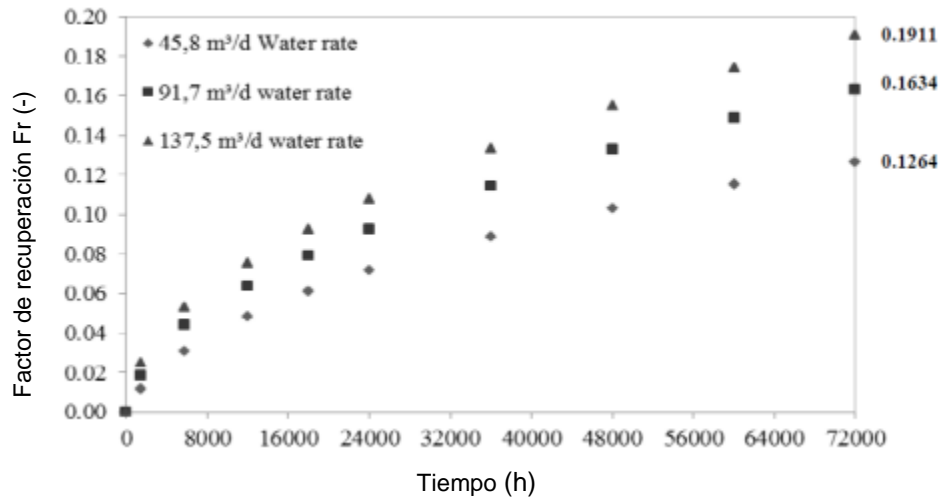


Ilustración 29. Factor de recuperación en función del tiempo con inyección de agua interna.

Las curvas que se indican en la ilustración 29 presentan un comportamiento similar al de la ilustración 28, la diferencia es que la ilustración 29 indica que la acumulación de aceite llega más rápido a los pozos productores en comparación con la inyección en la cima del yacimiento.

La acumulación de agua que se produce se indica en la ilustración 30, cuando se usa inyección de agua.

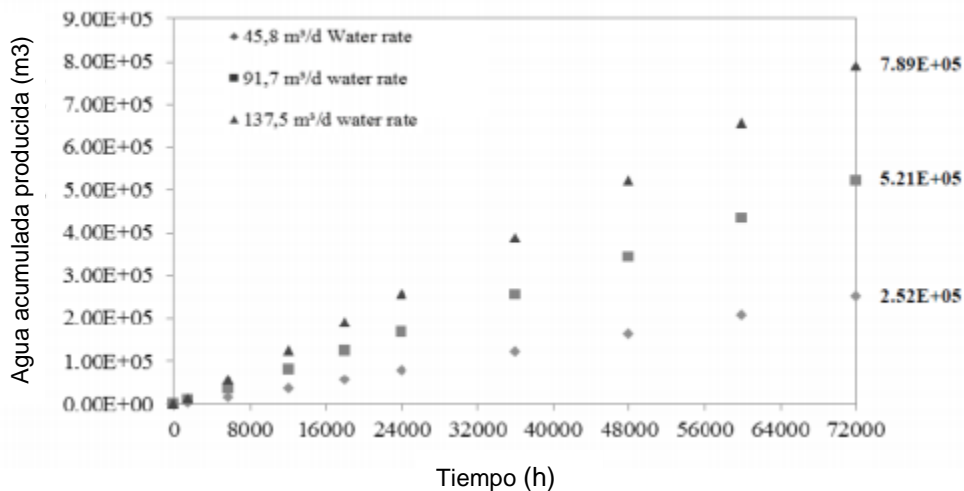


Ilustración 30. Acumulación de agua producida en función del tiempo con inyección de agua interna

La acumulación de agua producida disminuye con la inyección interna en comparación con la inyección en la cima, de 790,218 m³ a 789,585 m³ por cada

137.5 m³/d de gasto volumétrico de agua, alrededor de 600 m³ menos de agua aceitosa producida. Consecuentemente, de acuerdo con el incremento en el factor de recuperación y la disminución de la producción de agua, la configuración elegida es la inyección interna con 137.5 m³/d de agua para verificar el avance y la presión del agua inyectada en el yacimiento.

La ilustración 31 representa la vista delantera de inyección de agua dentro del yacimiento, desde el pozo inyector hacia los pozos productores, en los tiempos de inyección específicos.

En la ilustración 31, es posible identificar que el tiempo de penetración del agua está entre 5,760 y 12,000 horas de inyección, en otras palabras, el avance frontal de agua inyectada ocurre cerca del inicio del proceso de inyección, desde el momento en que la producción de agua aumenta considerablemente. Por otra parte, se debe constatar que el agua puede barrer el yacimiento significativamente desplazando el aceite.

No obstante, Craig Jr. reporta que, en el tiempo de penetración del agua, solo una porción del área del yacimiento está en contacto con el agua, entre los pozos inyector y productor, y en complemento esta fracción de contacto en el yacimiento es el modelo areal de barrido eficiente al momento de la penetración.

En la ilustración 32 se presenta el avance frontal del agua en la sección transversal, plano xz, el cual presenta un pozo inyector (en el centro) y dos pozos productores, para tres tiempos de inyección diferentes.

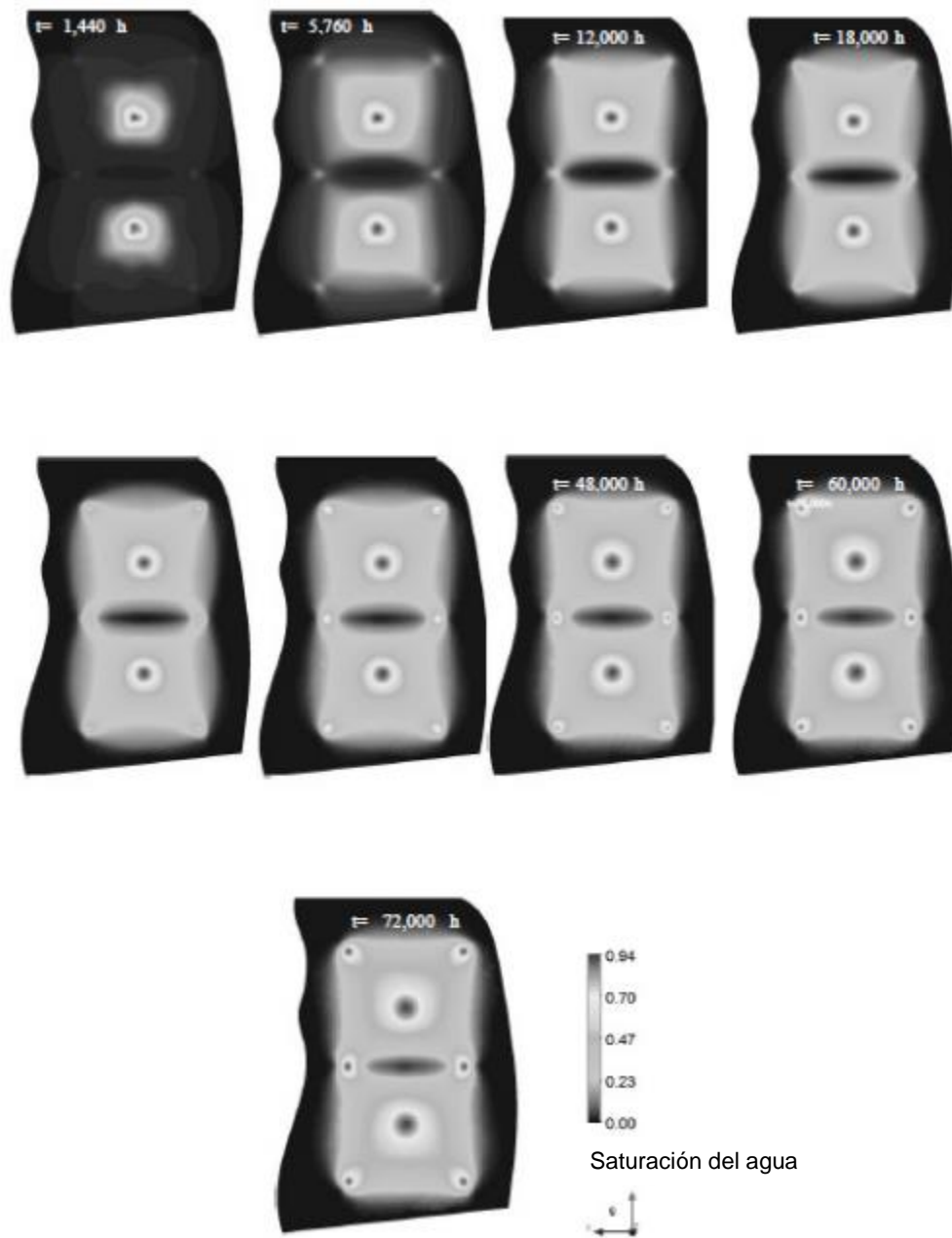


Ilustración 31. Avance frontal de la inyección del agua a través del yacimiento (plano xz)

Se percibe que el agua se desplazó en el yacimiento, y al aceite hacia el pozo productor, así como los canales de agua del yacimiento (modelo preferido) y los efectos de la segregación gravitacional, que forma una zona de agua debajo de la zona de aceite, al término del proceso de inyección.

Otro aspecto relevante es la evolución de la presión en el yacimiento. En la ilustración 33, se verifica que la presión en el mismo en un plano vertical de 7.5 m desde la base del yacimiento, para el caso de inyección de gasto volumétrico de agua de 137.5 m³/d, con inyección al yacimiento.

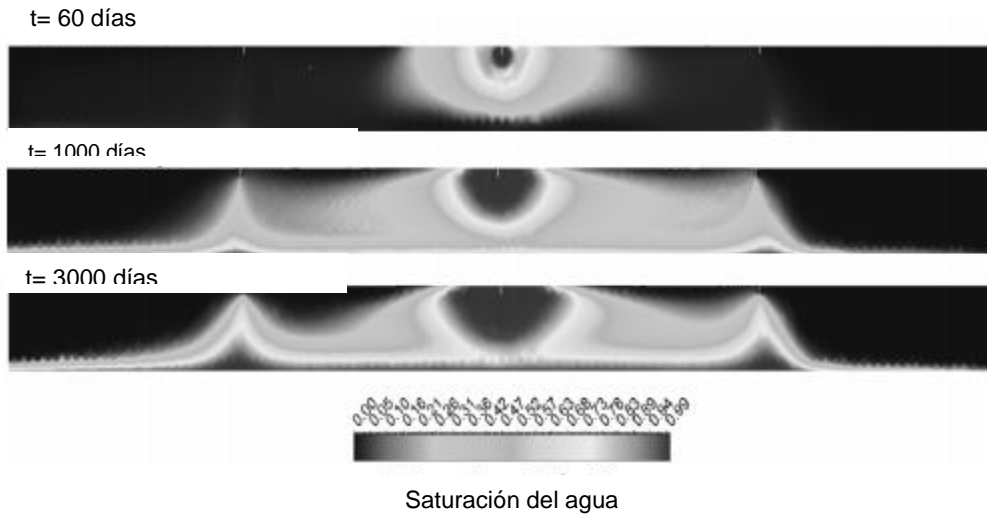


Ilustración 32. Avance frontal del agua inyectada a través yacimiento (plano xz)

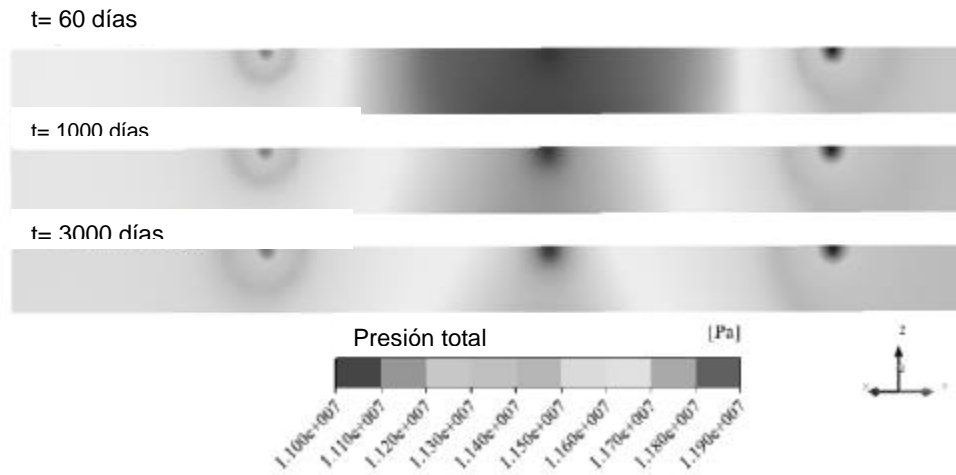


Ilustración 33. Distribución de la presión en el plano xz

Los principales efectos de la inyección de agua en el yacimiento son el desplazamiento de aceite por el avance del agua y mantener la presión la cual es una consecuencia directa de la conservación de la masa en el yacimiento. Sin embargo, como se observa en la ilustración 33 se nota que, durante el proceso de

producción de aceite, el abatimiento continuo de la presión del yacimiento no es suficiente para mantener una presión constante en el yacimiento.

3.5 Conclusiones del experimento

Basado en un exitoso análisis numérico, se puede ver que el factor de recuperación del aceite muestra una relación directa con el incremento de inyección de agua, así que el rango del factor de recuperación aumentó de 12.64% a 19.11, también para un gasto mínimo de agua de 45.8 m³/d y un gasto máximo de agua de 137.5 m³/d, respectivamente cuando se usa la inyección interna.

Del análisis de los datos de inyección en la cima del yacimiento se obtiene un factor de recuperación que aumenta de 12.42% a 17.5%, también para un gasto mínimo y máximo de inyección. Para el máximo gasto de inyección se obtiene una acumulación de producción de aceite de 35,713.68 m³ y para el gasto mínimo el valor es de 23,612.28 m³.

A través de simulaciones numéricas, se ha observado que el agua tiende a formar canales de flujo preferentes hacia los pozos productores, en vista de que la diferencia de viscosidades entre el agua y el aceite es muy significativa. Debido al bajo gradiente presión entre pozo inyector y productor, ocurre la segregación de agua hacia el fondo del yacimiento formando una conificación hacia los pozos productores. Las características de una formación productora y propiedades del fluido tienen una gran influencia sobre la recuperación de aceite final y el éxito de del método de recuperación elegido.

Conclusiones y recomendaciones

Conclusiones

Del presente trabajo relacionado con la investigación y la aplicación de las técnicas CFD a un caso de la Ingeniería Petrolera se puede concluir lo siguiente:

- Las técnicas CFD son un tema muy extenso y complejo y, por lo tanto, se requiere la investigación posterior y análisis sobre la literatura y casos de estudio relacionados con este tema.
- Un nivel de conocimientos relativamente alto es esperado por parte de los ingenieros con respecto a la mecánica de fluidos, programación, cálculo vectorial y matemáticas si se pretende desarrollar un modelo CFD.
- El método de diferencias finitas (MDF) resulta el más conveniente de utilizar debido a su simplicidad si el dominio no cuenta con una geometría compleja, de lo contrario, se vuelve necesario recurrir a los esquemas de MEF o MVF, los cuales son más complicados de formular, pero son más aptos para geometrías complejas.
- Un fenómeno como la inyección de agua en un yacimiento puede ser modelado por medio de las técnicas CFD, aunque la validación de los resultados y del modelo estará influenciada en gran medida por la experiencia del ingeniero, esto con el objetivo de no tomar datos erróneos como correctos.

Recomendaciones

- Generar una malla lo más ortogonal y uniformemente posible tiene una implicación directa en la discretización espacial, en la simplicidad y el tiempo de cálculo necesario para resolver el sistema de ecuaciones resultante. En caso de que sea imperativo generar una malla no estructurada, se vuelve necesario introducir nuevas aproximaciones que hacen más compleja la simulación y requieren de mayor esfuerzo computacional.
- Si se quiere obtener una simulación de un fenómeno en un yacimiento que arroje resultados certeros, entonces resulta decisivo conocer lo siguiente:
 - Identificar el proceso que se quiere representar en el yacimiento.
 - Si existe un modelo matemático para representar el proceso físico.
 - Contar tanto con una caracterización dinámica como estática del yacimiento, buscando que estos sean lo más representativos de las propiedades de los fluidos en yacimiento y del medio poroso.
 - Justificación técnica como económica para llevar a cabo la simulación.

Habiendo conocido esto, es posible determinar la viabilidad de la simulación matemática del yacimiento en cuestión.

- Contar con personal calificado con la finalidad de que la implementación del modelo y la interpretación de los resultados se conduzcan de manera óptima y sea posible extraer información valiosa de estos experimentos.

Bibliografía

1. Ahmed, T. (2001). *Reservoir Engineering Handbook*. Texas: Gulf Professional Publishing.
2. Aziz, K., & Settari, A. (1979). *Petroleum Reservoir Simulation*. New York: Elsevier Science Publishing.
3. Barberii, E., & Essinfeld, M. (2006). *Yacimientos de Hidrocarburos Tomo III*. Argentina: Fundacion Fondo Editorial Juan Jones Parra.
4. Benitez, A. (1963). *Captación de Aguas Subterráneas*. Madrid: Editorial Dossat, S.A.
5. Byrne, M., Jimenez, M., Rojas, E., & Castillo, E. (2011). Computational Fluid Dynamics for Reservoir and Well Fluid Flow Performance Modelling. *European Formation Damage Conference*, 7-10.
6. Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2007). *Métodos numéricos para ingenieros*. México: McGraw-Hill Interamericana Editores.
7. Chung, T. J. (2002). *An Introduction to Computational Fluid Dynamics*. Reino Unido: Cambridge University Press.
8. Fernández Oro, J. M. (2012). *Técnicas numéricas en ingeniería de fluidos*. Barcelona: Editorial Reverté.
9. Hernández García, M. A., & Dominguez Vargas, G. C. (1984). *Apuntes de Simulación Matemática de Yacimientos*. Mexico: Departamento de explotación del petróleo.
10. Mata Cárdenas, G. F. (2017). Aplicación de la dinámica de fluidos computacional (CFD) y el modelado mecánico en el estudio del sistema de bombeo electrocentrífugo sumergido (BEC). Ciudad de México.
11. McKinley, R. M. (1994). *Temperature, Radioactive Tracer, and noise logging for injection well integrity*. Oklahoma: Robert S. Kerr environmental research laboratory.

12. Paris de Ferrer, M. (2009). *Fundamentos de Ingeniería de Yacimientos*. Venezuela: Ediciones Astro Data S.A.
13. Silva, G., Correia, B., A., C., Santos, B., & Lima, A. (2017). Water Injection for Oil Recovery by using Reservoir Simulation via CFD. *Int. Jnl of Multiphysics*, 83-96.
14. Versteeg, H. K., & W., M. (1995). *An Introduction to Computational Fluid Dynamics*. Inglaterra: Pearson Education.

Anexo de ilustraciones

Ilustración 1. Curvas de permeabilidad relativa para un sistema agua-aceite.....	7
Ilustración 2. Experimento de Reynolds	9
Ilustración 3. Perfil de velocidad de un fluido en una tubería	12
Ilustración 4. Tipos de patrones de flujo multifásico	13
Ilustración 5. Representación de los vectores de velocidad del flujo de un fluido .	14
Ilustración 6. Tipos de flujos caracterizables por las ecuaciones de Navier-Stokes	15
Ilustración 7. Volumen de Control.	16
Ilustración 8. Representación de una sección de tubería con diferentes diámetros	20
Ilustración 9. Principales ventajas y desventajas de las técnicas CFD	25
Ilustración 10. Simulación CFD de fluidos con diferentes viscosidades que fluyen a través de una bomba electrocentrífuga	27
Ilustración 11. Discretización en cinco nodos.....	28
Ilustración 12. Esquema representando el Método de Volúmenes Finito.....	30
Ilustración 13. Representación del esquema explícito	34
Ilustración 14. Representación del esquema implícito	35
Ilustración 15. Diferentes configuraciones de inyección regular.....	41
Ilustración 16. Representación de la inyección de agua en la cima y base de un yacimiento	42
Ilustración 17. Malla ortogonal regular bidimensional.....	46
Ilustración 18. Ejemplo de un elemento finito triangular	46
Ilustración 19. Mallado estructurado uniforme.....	49
Ilustración 20. Mallado no estructurado.....	51
Ilustración 21. Orientación del mallado (a la izquierda se observa un mallado uniforme y a la derecha un mallado no uniforme.....	53
Ilustración 22. Representación de un sistema definido las condiciones de frontera	57
Ilustración 23. Aplicación iterativa del algoritmo TDMA plano a plano	60

Ilustración 24. Método multigrad geométrico para convertir un mallado fino a uno grueso	63
Ilustración 25. Esquema de la inyección de agua.	72
Ilustración 26. Modelo y distribución de los pozos	75
Ilustración 27. Factor de recuperación en función del tiempo con inyección de agua en la parte superior del yacimiento.....	78
Ilustración 28. Producción de agua acumulada en función del tiempo por inyección de agua en superficie.	79
Ilustración 29. Factor de recuperación en función del tiempo por inyección de agua.	80
Ilustración 30. Acumulación de agua producida en función del tiempo por inyección de agua.	80
Ilustración 31. Avance frontal de la inyección del agua dentro del yacimiento (plano xz)	82
Ilustración 32. Avance frontal del agua inyectada en el yacimiento (plano xz).....	83
Ilustración 33. Distribución de la presión en el plano xz.....	83

Anexo de tablas

Tabla 1. Modelos de turbulencia.....	10
Tabla 2. Tabla de datos del yacimiento y de los fluidos.....	75
Tabla 3. Tabla de parámetros operacionales.....	76