



**INSTITUTO POLITÉCNICO
NACIONAL**



ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA
UNIDAD TICOMÁN
CIENCIAS DE LA TERRA

**“ATENUACIÓN DE MÚLTIPLES PARA LA
INVERSIÓN SÍSMICA CON EL ALGORITMO
DE OPTIMIZACIÓN POR ENJAMBRE
DE PARTÍCULAS”**

T E S I S

Que para obtener el título de
INGENIERO GEOFÍSICO

Presenta
GIOVANNI ESPINO LÓPEZ

Director de tesis:
DR. GERARDO FELIPE RONQUILLO JARILLO

CIUDAD DE MÉXICO

2020

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

Presente

Bajo protesta de decir verdad el que suscribe **GIOVANNI ESPINO LÓPEZ** manifiesto ser autor y titular de los derechos morales y patrimoniales de la obra titulada **"ATENUACIÓN DE MÚLTIPLES PARA LA INVERSIÓN SÍSMICA CON EL ALGORITMO DE OPTIMIZACIÓN POR ENJAMBRE DE PARTÍCULAS"**, en adelante "LA TESIS" y de la cual se adjunta copia, por lo que por medio del presente y con fundamento en el artículo 27 fracción II, inciso b) de la Ley Federal del Derecho de Autor, otorgo al Instituto Politécnico Nacional, en adelante El IPN, autorización no exclusiva para comunicar y exhibir públicamente total o parcialmente en medios digitales (Publicación en Línea) "La Tesis" por un periodo de (un año) contado a partir de la fecha de la presente autorización, dicho periodo se renovará automáticamente en caso de no dar aviso expreso a "El IPN" de su terminación.

En Virtud de lo anterior, "El IPN" deberá reconocer en todo momento mi calidad de autor de "La Tesis".

Adicionalmente, y en mi calidad de autor y titular de los derechos morales y patrimoniales de "La Tesis", manifiesto que la misma es original y que la presente autorización no contraviene ninguna otorgada por el suscrito respecto de "La Tesis", por lo que deslindo de toda responsabilidad a El IPN en caso de que el contenido de "La Tesis" o la autorización concedida afecte o viole derechos autorales, industriales, secretos industriales, convenios o contratos de confidencialidad o en general cualquier derecho de propiedad intelectual de terceros y asumo las consecuencias legales y económicas de cualquier demanda o reclamación que puedan derivarse del caso.

Ciudad de México, a 24 de Marzo de 2021.

Atentamente



Giovanni Espino López



Instituto Politécnico Nacional
"La Técnica al Servicio de la Patria"

"2019, Año del Caudillo del Sur, Emiliano Zapata"
60 años de la Unidad Profesional Adolfo López Mateos
70 Aniversario del CECyT No. 3 "Estanislao Ramírez Ruiz"
60 años de XEIPN Canal Once, orgulloosamente político
60 Aniversario del CECyT No. 4 "Lázaro Cárdenas"

ESCUELA SUPERIOR
DE INGENIERÍA
Y ARQUITECTURA
UNIDAD TICOMAN

C. GIOVANNI ESPINO LOPEZ
PASANTE DEL PROGRAMA ACADÉMICO DE
INGENIERIA GEOFÍSICA.
PRESENTE

Asunto
Registro de Tesis

Folio
EP y T/030/2019.

Lugar
CDMX

Fecha
22 de Enero de 2019

A continuación comunico a usted, el tema y contenido que deberá desarrollar en su tesis profesional, indicándole que tiene un año a partir de esta fecha, para elaborarla.

"ATENUACIÓN DE MÚLTIPLES PARA LA INVERSIÓN SÍSMICA CON EL ALGORITMO DE OPTIMIZACIÓN POR ENJAMBRE DE PARTÍCULAS".

FRCH/gach*

ÍNDICE
RESUMEN
ABSTRACT
LISTA DE FIGURAS
LISTA DE TABLAS
OBJETIVOS
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA
HIPÓTESIS
INTRODUCCIÓN
I. ASPECTOS TEÓRICOS DE PROCESAMIENTO Y MODELADO SÍSMICO.
II. ANÁLISIS ESPECTRAL.
III. INVERSIÓN POR EL ALGORITMO DE OPTIMIZACIÓN POR ENJAMBRE DE PARTÍCULAS.
IV. APLICACIÓN Y RESULTADOS.
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES
BIBLIOGRAFÍA

ATENTAMENTE
"La Técnica al Servicio de la Patria"

Ing. Fernando Rodríguez Chávez
Subdirector Académico.



UNIDAD TICOMAN
SUBDIRECCIÓN ACADÉMICA



Unidad Profesional Adolfo López Mateos, Edificio de la Dirección General
Av. Luis Enrique Erro s/n, col. Zacatenco, Alcaldía Gustavo A. Madero, C.P. 07738,
Ciudad de México
Commutador 01 (55) 57296000 ext. 50041
www.ipn.mx



Folio
EP Y T/011/2021.

85 Aniversario del Instituto Politécnico Nacional
70 Aniversario del CECyT 11 "Wiliberto Massieu"
60 Aniversario de la Escuela Superior de Física y Matemáticas
50 Aniversario del CECyT 12 "José Ma. Morales" y del CECyT 13 "Ricardo Flores Magón"

APROBACIÓN

CDMX, 24 de febrero de 2021.

ING. FERNANDO RODRÍGUEZ CHÁVEZ
SUBDIRECTOR ACADÉMICO
P R E S E N T E

Por este conducto, hacemos constar que el Tema, por la opción de **Tesis Individual**, "**ATENUACIÓN DE MÚLTIPLES PARA LA INVERSIÓN SÍSMICA CON EL ALGORITMO DE OPTIMIZACIÓN POR ENJAMBRE DE PARTÍCULAS**" presentado por el pasante del Programa Académico de **Ingeniería Geofísica**, **C. GIOVANNI ESPINO LOPEZ**, fue revisado y aprobado por los suscritos considerándolo ampliamente desarrollado, por lo tanto, esa Subdirección a su cargo, puede señalar fecha para realizar el Examen Oral.

TITULARES

M. en C. **LEOBARDO SALAZAR PEÑA**

ING. **GABRIELA DE LOS SANTOS CANO**

DR. **GERARDO RONQUILLO JARILLO**

DR. **ENRIQUE COCONI MORALES**

Dr. **OSCAR CERAPIÓ VALDIVIEZO MIJANGOS**





OFICIO N° E.P. y T.334/2018

Ciudad de México, a 21 de Noviembre de 2018.

Dr. GERARDO RONQUILLO JARILLO
PRESENTE

En atención a la Solicitud del C. **GIOVANNI ESPINO LÓPEZ**, pasante del Programa Académico de **Ingeniería Geofísica** con base en el Reglamento de Titulación Profesional del I.P.N., Capítulo II, Artículo 5, Fracción II y el Artículo 7 Inciso I, se le informa que ha sido seleccionado para asesorar la tesis del pasante mencionado, Por lo que solicito a usted se sirva proponer dentro de un plazo de 30 días calendario, el tema de tesis y contenido a desarrollar por el interesado.

Seguro de contar con su participación, lo saludo cordialmente.

ATENTAMENTE
"La Técnica al Servicio de la Patria"

Ing. Fernando Rodríguez Chávez
Subdirector Académico



UNIDAD TICOMÁN
SUBDIRECCIÓN ACADÉMICA

c.c.p. . Ing. Roberto Loo Guzmán.- Jefe del Departamento de Innovación Educativa.

FRCH/betv*

AGRADECIMIENTOS

Agradezco:

A Dios. A mis Padres por todo el cariño brindado y el apoyo durante toda mi etapa escolar, por enseñarme a sobre llevar cualquier adversidad y por toda la confianza puesta en mí.

A mis hermanos y sobrinos, por siempre estar presentes, por su felicidad y hacer de mi vida algo mejor.

Al Dr. Gerardo Ronquillo Jarillo por todas sus enseñanzas y apoyo, por su tolerancia y orientación del proyecto de investigación, así como de mi crecimiento académico.

Al Dr. Enrique Coconi Morales, por su enseñanza durante la trayectoria académica y el proyecto de investigación.

Al M. en C. Leobardo Salazar Peña por sus recomendaciones en mejorar el escrito.

Al Dr. Oscar Cerapio Valdiviezo por su apoyo y sugerencias.

A la Ing. Gabriela de los Santos por sus comentarios.

Al Instituto Politécnico Nacional por permitirme formar parte de ello y ayudarme en crecer académica y profesionalmente.

Al Instituto Mexicano del Petróleo por su apoyo en hacer uso de instalaciones y facilidades para poder crear el proyecto de investigación.

A mis amigos de la universidad (Verónica, Daniel, Joselyne, Daniela, Lulú, Carla y Berenice) por todas las grandes experiencias vividas con ellos, así como mis amigos del IMP (Candy, Mary, Cobos y Andrés) por todo su apoyo y alegría.

”El éxito en la vida no se mide por lo que logras sino por los obstáculos que superas.”

ÍNDICE

RESUMEN	3
ABSTRACT	4
LISTA DE FIGURAS	5
LISTA DE TABLAS	7
INTRODUCCIÓN	8
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	10
JUSTIFICACIÓN	10
OBJETIVOS	10
1 Aspectos teóricos de procesamiento y modelado sísmico	11
1.1 Aspectos generales de sísmica de reflexión.....	11
1.1.1 Partición de energía en una interfaz.....	14
1.1.2 Modelo convolucional	15
1.1.3 Resolución sísmica.....	16
1.2 Clasificación de múltiples	17
1.2.1 Filtro $\tau - p$	19
1.2.2 Deconvolución	22
1.3 Modelado numérico de propagación de ondas sísmicas en los medios viscoelásticos heterogéneos	24
1.3.1 Perfectly matched layer (PML).....	26
1.3.2 Factor de atenuación Q	28
2 Análisis espectral.....	29
2.1 Transformada de Fourier	30
2.1.1 Transformada de Fourier de tiempo corto	32

2.2 Transformada de ondícula	33
2.2.1 Transformada de ondícula continua	34
2.2.2 Representación tiempo-escala	36
2.2.3 Detección de bordes utilizando la transformada de ondícula	37
3 Inversión por el algoritmo de optimización por enjambre de partículas	39
3.1 Problema inverso	39
3.1.1 Formulación lineal del problema inverso	40
3.2 Problema directo	42
3.2.1 Formulación del problema directo.....	43
3.2.2 Acondicionamiento del problema directo	44
3.3 Inversión espectral	46
3.3.1 Metodología para aplicar el método de inversión espectral	47
3.4 Algoritmo de optimización por enjambre de partículas <i>PSO</i>	49
4 Aplicación y resultados.....	53
4.1 Modelo sintético	54
4.2 Adquisición de datos	55
4.3 Procesado de datos.....	61
4.4. Inversión espectral en datos reales	77
CONCLUSIONES	93
RECOMENDACIONES	94
BIBLIOGRAFÍA.....	94

RESUMEN

El trabajo de investigación desarrolla una metodología basada en la inversión espectral por el algoritmo de optimización por enjambre de partículas (PSO) aplicado en datos sintéticos y reales, con la finalidad primero de filtrar y acondicionar los datos para tener una relación señal ruido lo más confiable en la estimación de los coeficientes de reflexión en diferentes rangos de frecuencia.

La aplicación de algoritmos matemáticos se implementó en datos sintéticos y datos reales, en donde se utilizó un software elaborado en el Instituto Mexicano del Petróleo (IMP) para elaborar un modelo viscoelástico heterogéneo 3D fundamentado en la ecuación de onda viscoelástica, el cual su diseño está basado en un modelo geológico complejo de sistema de estructuras en rocas carbonatadas. Se aplicó procesamiento sísmico con la finalidad de atenuar múltiples y reverberaciones para obtener una representación de la imagen del subsuelo, la más representativa de las características geológicas.

Adicionalmente, se implementó el uso de la inversión espectral basado en el algoritmo PSO aplicado sobre datos sintéticos y reales para validar la metodología desarrollada.

ABSTRACT

The research work develops a methodology based on spectral inversion by the particle swarm optimization algorithm (PSO) applied in synthetic and real data, with the first aim of filtering and conditioning the data to have the most reliable signal-to-noise ratio. in estimating reflection coefficients in different frequency ranges.

The application of mathematical algorithms was implemented in synthetic data and real data, where a software elaborated in the Mexican Institute of Petroleum (IMP) was used to elaborate a heterogeneous 3D viscoelastic model based on the viscoelastic wave equation, which its design is based on a complex geological model of a carbonate rock structure system. Seismic processing was applied in order to attenuate multiples and reverberations to obtain a representation of the image of the subsoil, the most representative of the geological characteristics.

Additionally, the use of spectral inversion based on the PSO algorithm applied on synthetic and real data was implemented to validate the developed methodology.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- RL1- Intervalo de línea de receptores; SLI -Intervalo de línea de fuentes; Fold (apilado) – Número de puntos medios que son apilados en un CMP Bin. Fold Taper – Ancho del área de una franja adicional que debe agregarse al área de superficie 3D para construir un apilado completo y Migration Apron- Ancho del área que se debe agregar al levantamiento de 3D para permitir cualquier evento de inmersión. (Andreas Cordsen, Mike Galbraith, and John Peirce ,Planning Land 3-D Seismic Surveys 2000).	12
Figura 2. Tipos de ruidos Coherente e Incoherente.	13
Figura 3. Reflexión y transmisión en una interfaz entre dos medios elásticos semi-infinitos para una onda <i>P-P</i> incidente. Modificado de (Castagna and Backus, 1993).	15
Figura 4. Modelo convolucional (Modificado de Chelotti, 2009).	16
Figura 5. Ejemplo de una ruta simple de reflejo y un múltiple. (Modificado de Rüger, 2008)	18
Figura 6. Trayectoria de un reflejo simple y múltiple relacionado a reverberaciones (Peg-Leg) (Tomada de Rüger, 2008)	19
Figura 7. Transformada Radon y su inversa. Tomado de Tesis López Erick, 2011.	21
Figura 8. Objetivo de la deconvolución Tomado de Gadallah y Fisher (2009)	22
Figura 9. Esquema de adquisición. Tomado de Ronquillo y Sabinin 2010.	25
Figura 10. Condiciones de frontera.....	27
Figura 11. Traza sintética (sismograma negro) descompuesta en sus ondículas constituyentes (frecuencias centradas y coloreadas) y análisis de tiempo-frecuencia sobre su respectivo grupo de frecuencias (rojo representa altas amplitudes) (Modificado de Castagna, 2003)	30
Figura 12. Transformada de Fourier de la función coseno	31
Figura 13. Estructura y construcción del escalograma a partir de los coeficientes para una función $s(t)$. Tomado de Tesis Cabrera , 2016.....	36
Figura 14. Representación del modelo directo e inverso. (Tomado de Oilfield Review, 2008)	45
Figura 15. Representación de las componentes par e impar de un par de coeficientes de reflexión, (Modificado de Puyear y Castagna, 2008).	46
Figura 16. Iteración de partículas con el algoritmo PSO	51
Figura 17. Diagrama de flujo de algoritmo PSO	52
Figura 18. Flujo de proceso en general	53
Figura19. Sección estructural. (Modificado de Mitra, 2005).	54
Figura 20. Parámetros del modelo viscoelástico en el software “2D-3D Elast-Visco-Heterogéneo”	56
Figura 21. Modelo geológico realizado en el software del modelo viscoelástico	57
Figura 22. Mallado de adquisición sísmica	57

Figura 23. Sismograma sintético	58
Figura 24. Mallado de adquisición en donde las fuentes están delimitadas en color rojo y los receptores en color azul.	59
Figura 25. Modelo geológico	59
Figura 26. Trazado de rayos visto desde distintos perfiles	60
Figura 27. Modelo viscoelástico sintético	61
Figura 28. Visualización de un punto de tiro con geometría asignada	62
Figura 29. Conjuntos de trazas	62
Figura 30. Representación de un CMP en donde la letra S representa la fuente, la H los receptores (Hidroófonos) y la R los puntos de reflexión (Tomado de Oilfield Review, 2008)	63
Figura 31. Mapa esquemático de CMP's	64
Figura 32. Dato sísmico del CDP 453	65
Figura 33 Análisis de velocidades en el CDP 453	66
Figura 34. Espectro de frecuencias del CDP 453	67
Figura 35. Correlación aplicando la deconvolución predictiva (promedio 0.012 seg.)	67
Figura 36. Deconvolución predictiva en el CDP 453 con 119 trazas	68
Figura 37. Selección señal-ruido en el dominio de frecuencias.....	68
Figura 38. Espectro de frecuencias con filtro pasa bandas	69
Figura 39. Análisis de velocidades filtrado.....	70
Figura 40. Corrección NMO de las trayectorias fuente – receptor	71
Figura 41. Corrección NMO a datos sísmicos previamente filtrados.....	71
Figura 42. Apilado del CMP 453.....	72
Figura 43. CDP 216 a) Dato de entrada b) Dato filtrado c) Corrección NMO d) Stack	73
Figura 44. CDP 274 a) Dato de entrada b) Dato filtrado c) Corrección NMO d) Stack	73
Figura 45. CDP 449 a) Dato de entrada b) Dato filtrado c) Corrección NMO d) Stack	74
Figura 46. CDP 477 a) Dato de entrada b) Dato filtrado c) Corrección NMO d) Stack	74
Figura 47. CDP 627 a) Dato de entrada b) Dato filtrado c) Corrección NMO d) Stack	75
Figura 48. CDP 656 a) Dato de entrada b) Dato filtrado c) Corrección NMO d) Stack	75
Figura 49. Modelo correlacionado con los datos apilados.	76
Figura 50. Traza de datos en bruto (izquierdo) y traza invertida (derecho)	76
Figura 51. CMP's en datos reales	77
Figura 52. Elección de CDP usado como dato de entrada	78
Figura 53. Espectro de frecuencia de datos sísmicos reales.....	79
Figura 54. Análisis de velocidad en el CDP gather	79

Figura 55. Auto-correlación con deconvolución predictiva (promedio 0.008 seg.)	80
Figura 56. Análisis de velocidades aplicando deconvolución predictiva	81
Figura 57. CDP en el dominio T vs p	82
Figura 58. Análisis de velocidades aplicando la Transformada Radón	83
Figura 59. Análisis de velocidades aplicando la Transformada Radón y deconvolución predictiva	83
Figura 60. Corrección NMO en datos reales (lado izquierdo muestra los datos sin filtros y del lado derecho se muestra los datos con corrección NMO)	84
Figura 61. Apilamiento del CDP gather	84
Figura 62. Espectro de frecuencias de datos filtrados.....	85
Figura 63. Inversión de una traza sísmica empleando el algoritmo PSO en una banda de frecuencias de 30 – 50 Hz	86
Figura 64. Datos invertidos con el algoritmo PSO en una banda de frecuencias de 30 – 50 Hz....	87
Figura 65 Datos invertidos con el algoritmo PSO, con banda de frecuencias de 5 – 20 Hz.....	87
Figura 66. Gather antes (izquierda) y después (centro) de la inversión con el algoritmo PSO y su diferencia (derecha) para visualizar los eventos no mostrados.	88
Figura 67. Sección sísmica representando un anticlinal.....	89
Figura 68. Espectro de frecuencias de la sección sísmica.....	89
Figura 69. Sección sísmica invertida con una banda de frecuencias de 5 – 15 Hz	90
Figura 70. Sección sísmica invertida y filtrada con una banda de frecuencias de 5 – 15 Hz	91
Figura 71. Sección sísmica invertida con una banda de frecuencias de 30 - 50 Hz	91
Figura 72. Sección sísmica invertida y filtrada con una banda de frecuencias de 30 - 50 Hz	92

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Reflectividad multicomponente (Bob A. Hardage et al. 2011- Multicomponent Seismic Technology: SEG, Series No.18)	11
Tabla 2. Características del ruido de la fuente sísmica.	13
Tabla 3. Datos de adquisición.....	55
Tabla 4. Parámetros iniciales de cada capa para el diseño del modelo viscoelástico	56

INTRODUCCIÓN

Actualmente las investigaciones enfocadas en el análisis de ondícula para inversión sísmica espectral en datos de ondas compresionales (ondas PP) en la caracterización estática de yacimientos petroleros de rocas carbonatadas y terrígenos son de gran importancia para la estimación de los coeficientes de reflexión (Cabrera-Navarrete, E., Ronquillo-Jarillo, G., & Markov, A., 2020). Aplicado a datos sintéticos y reales del objetivo geológico de interés. El procesamiento sísmico y acondicionamiento de los datos sísmicos en presente estudio, tanto de datos sintéticos (modelado 3D viscoelásticos heterogéneo) fue fundamental en el entendimiento de relación señal ruido, para la atenuación de múltiples y ruido aleatorio que afectan enormemente a los procesos de inversión sísmica.

Con base en lo anterior el tópico de estudio de la presente tesis, es la inversión sísmica espectral en ondas compresionales (ondas PP) en datos de sísmica de reflexión sintéticos y reales. Se valida la inversión sísmica espectral empleando Algoritmo de optimización por enjambre de partículas *PSO* en datos sintéticos y posteriormente se trabaja en datos reales en familias de Puntos Medios Comunes (*Common Mid Point o CMP*), y datos apilados.

Por otro lado, se conoce que el modelo directo estima un resultado único a partir de un modelo conocido. En contraste, el problema inverso estima los parámetros del modelo de la Tierra con base en mediciones dadas de campos geofísicos, que en este caso se trata datos sísmicos de reflexión de ondas PP. El problema de inversión sísmica se tiene que describir el modelo terrestre a partir de las amplitudes de las ondas sísmicas observadas (Tarantola, 2004), y con información de registros geofísicos de pozo.

En el capítulo 1 se describen las bases de aspectos generales en la sísmica de reflexión, desde la adquisición y el procesamiento sísmico denotando el marco teórico del modelado numérico en los medios viscoelásticos heterogéneos.

El capítulo 2 se puntualiza en el análisis espectral abordando los conceptos de la Transformada de Fourier y la Transformada de ondícula denotando algoritmos matemáticos fundamentados en la descomposición espectral.

El capítulo 3 se presenta la metodología propuesta mediante el algoritmo de inversión espectral de optimización por enjambre de partículas integrando bases teóricas del problema directo e inverso y acondicionamiento de los datos sísmicos para adecuada inversión sísmica espectral en datos de ondas compresionales (ondas PP).

El capítulo 4 se presenta la aplicación del método propuesto en el proyecto de investigación en datos sintéticos y reales dando un análisis de los resultados obtenidos.

En último lugar se muestran las conclusiones obtenidas a lo largo de la aplicación del método elegido realizado en datos sintéticos y reales, así mismo se proponen algunas recomendaciones para trabajos futuros.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Actualmente la exploración y explotación de hidrocarburos se hace más difícil debido que los nuevos yacimientos se localizan en zonas con geología compleja en rocas carbonatadas y terrígenas, por lo que necesario mejorar la caracterización de este tipo de yacimientos, con la finalidad de reducir la incertidumbre en la selección de nuevas zonas de interés en proyectos de desarrollo y explotación de campos con base en la integración de algoritmos de optimización por enjambre de partículas *PSO* en datos sintéticos y reales en la solución de sistemas de ecuaciones para inversión sísmica espectral en la estimación de los coeficientes de reflexión de las ondas PP . Este tipo de algoritmos de optimización no es necesario un modelo inicial, sus resultados son más confiables.

JUSTIFICACIÓN

El análisis de ondícula para la inversión sísmica espectral en datos de ondas compresionales (ondas PP) en la caracterización estática de yacimientos petroleros en rocas carbonatadas y terrígenos son de gran importancia en la estimación de los coeficientes de reflexión, con la finalidad de tener una mejor probabilidad de éxito en la perforación. El uso de este tipo de inversión sísmica espectral a diferentes rangos de frecuencias permite hacer estimaciones más precisas con el modelo inverso de la sísmica, con base en el modelo directo e inverso para la estimación de los coeficientes de reflexión, propuesto por Puryear y Castagna (2008).

OBJETIVOS

Estimar los coeficientes de reflexión a diferentes rangos de frecuencia con base en la inversión sísmica espectral en datos de ondas compresionales (ondas PP) en la caracterización estática de yacimientos petroleros en rocas carbonatadas en datos sintéticos y reales.

CAPÍTULO 1

1 Aspectos teóricos de procesamiento y modelado sísmico

1.1 Aspectos generales de sísmica de reflexión

En la adquisición con el método sísmico de reflexión 3D-1C de ondas compresionales PP (ondas PP); 3D-3C ondas PP y convertidas de corte (ondas P-SV) etc. (Tabla 1) su procesamiento como su interpretación son de gran importancia en todas las etapas de la exploración, caracterización, desarrollo y explotación de yacimientos de aceite y gas.

Adquisición de datos			Medio isótropo
Opción	Fuente	Receptor	Modo capturado
9C	XYZ	XYZ	P-P,P-SV,SV-SV,SV-P, SH-SH
6C	YZ	XYZ	P-P,P-SV, SH-SH
4C	Z o A	XYZH	P-P,P-SV
3C	Z	XYZ	P-P,P-SV
1C	Z	Z	P-P
			X- RADIAL;Y-TRANSVERSA;Z- VERTICAL H- HIDROFONO y A-PISTOLA DE AIRE.
Adquisición de datos			Medio anisótropo
Opción	Fuente	Receptor	Modo capturado
9C	XYZ	XYZ	P-P,P-SV1,P-SV2,SV1-SV1,SV2-SV2,SV1-P, SV2-P,SH1-SH1,SH2-SH2
6C	YZ	XYZ	P-P,P-SV1,P-SV2,SH1-SH1,SH2-SH2
4C	Z o A	XYZH	P-P,P-SV1, PSV2
3C	Z	XYZ	P-P,P-SV1,P-SV2
1C	Z	Z	P-P
			X- RADIAL;Y-TRANSVERSA;Z- VERTICAL H- HIDROFONO y A-PISTOLA DE AIRE.
PARA UN MEDIO ANISÓTROPO- OCURRE SEPARACIÓN DE ONDAS : MODO S1 RAPIDA y MODO S2 LENTA.			

Tabla 1. Reflectividad multicomponente (Bob A. Hardage et al. 2011- Multicomponent Seismic Technology: SEG, Series No.18)

Por otro lado en la adquisición de datos sísmicos de campo es de suma importancia el diseño, dependiendo del objetivo tanto geológico (carbonatados o terrígenos – Eoceno, Cretácico y Jurásico) como su profundidad, con la finalidad de obtener las características de las señales sísmicas reflejadas desde un mismo punto de imagen en el subsuelo Punto Medio Común (CMP Bin) (Figura 1).

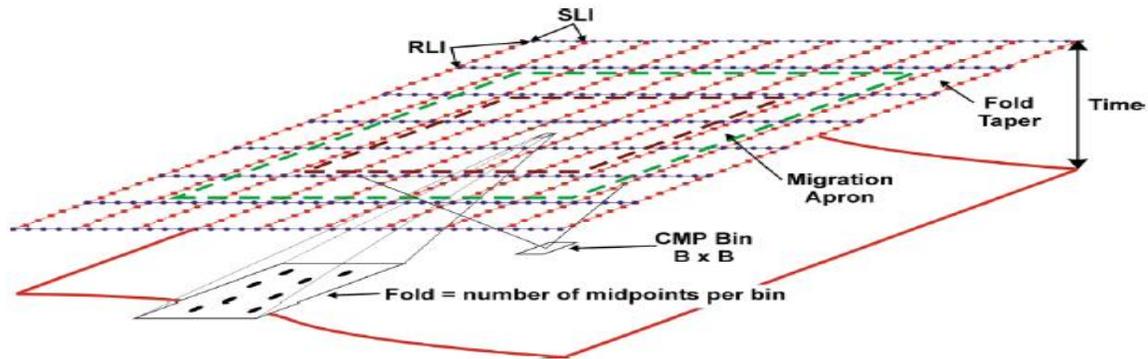


Figura 1- RLI- Intervalo de línea de receptores; SLI -Intervalo de línea de fuentes; Fold (apilado) – Número de puntos medios que son apilados en un CMP Bin. Fold Taper – Ancho del área de una franja adicional que debe agregarse al área de superficie 3D para construir un apilado completo y Migration Apron- Ancho del área que se debe agregar al levantamiento de 3D para permitir cualquier evento de inmersión. (Andreas Cordsen, Mike Galbraith, and John Peirce ,Planning Land 3-D Seismic Surveys 2000).

En el Procesamiento sísmico es aplicación de técnicas de procesado a las señales sísmicas, para obtener una representación de la imagen del subsuelo, la más representativa de las características geológicas y de sus propiedades físicas de rocas. Las secuencias o flujos de procesamiento sísmico deben ser las adecuadas para atenuar los diferentes tipos de ruidos preservando la amplitud y frecuencia de la señal.

En la inversión sísmica es fundamental en el Posprocesamiento y Acondicionamiento de datos sísmicos de la atenuación de los diferentes ruidos, como ejemplos múltiples, ondas guiadas etc. Se tiene dos tipos ruido coherente e incoherente como lo muestra la Figura 2.

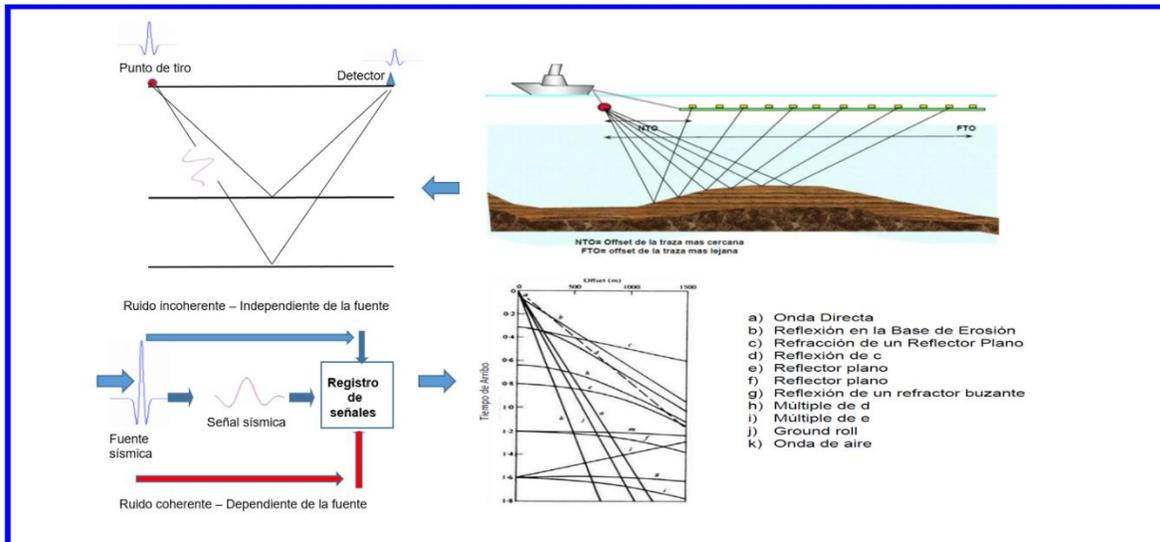


Figura 2. Tipos de ruidos Coherente e Incoherente.

Así mismo el conocimiento de las características de los ruidos es suma importancia para diseñar los filtros para su atenuación dependiendo de relación señal ruido. En la tabla 2 se muestran las características principales del ruido de la fuente sísmica (ruido coherente).

Ruido generado por fuente sísmica.		
Tipo	Descripción	Aspecto del sismograma
Ondas directas.	Propagación de la onda directamente desde el tiro.	Alta amplitud de los primeros eventos sobre trazas cercanas.
Ground roll.	Propagación de la onda a lo largo de la superficie del suelo.	Usualmente bajas frecuencias y velocidad aparente baja.
Ondas de aire.	Ondas de sonido desde el tiro	Velocidad aparente es baja
Refracciones someras.	Ondas refractadas cerca de la superficie.	Alta amplitud , siempre primeros eventos sobre trazas lejanas.
Reverberaciones	Fantasmas; colas sobre el pulso del tiro.	Colas sobre eventos reflejados.
Múltiples de periodo largo.	Repeticiones de las reflexiones.	Reflexiones en intervalos iguales de tiempo después de la reflexión primaria
Ondas guiadas.	Múltiples de la onda directa y refracciones someras.	Eventos paralelos a los primeros quiebres.
Difracciones.	Propagación de la energía sísmica en todas direcciones.	Eventos hiperbólicos coherentes

Tomado Mamdouh R. G and Ray L.F. 2004 Applied Seismology.

Tabla 2. Características del ruido de la fuente sísmica.

En el presente estudio se enfocó en la atenuación de múltiples tanto en datos sísmicos sintéticos como reales. Es necesario señalar que en la inversión sísmica es fundamental atenuar los ruidos. Dado que con la presencia de ruidos, los resultados que se generen en la inversión sísmica no son confiable y puede generar pérdidas económicas grandes en la perforación de pozos petroleros secos.

1.1.1 Partición de energía en una interfaz

A continuación, se describen los fundamentos para entendimiento de los coeficientes de reflexión con diferentes ángulos de incidencia en una interfaz geológica (Lloyd P. Geldart, Robert E. Sheriff 2000). Generalmente, se utiliza una fuente sísmica que se asume es del tipo onda P. La onda P incidente generada se refleja en una interfaz donde se originan varios modos de ondas sísmicas.

Los coeficientes de reflexión y transmisión varían con el ángulo de incidencia. Considere la división de energía donde dos cuerpos sólidos isotrópicos homogéneos, elásticos semi - infinitos están en contacto en una interfaz plana, como se muestra en la Figura 3. Los ángulos para los rayos incidente, reflejados y transmitidos en la interfaz están relacionados por la ley de Snell, donde el parámetro del rayo, P , viene dado por:

$$P = \frac{\sin \theta_1}{V_{P1}} = \frac{\sin \theta_2}{V_{P2}} = \frac{\sin \phi_1}{V_{S1}} = \frac{\sin \phi_2}{V_{S2}} \quad (1)$$

Donde V_{P1} es la velocidad de la onda P - P en el medio uno, V_{P2} es la velocidad de la onda P - P en el medio dos, V_{S1} es la velocidad de la onda S en el medio uno, V_{S2} es la velocidad de onda S en el medio dos, θ_1 es el ángulo de onda P - P incidente, θ_2 es el ángulo de la onda P - P transmitida, ϕ_1 es el ángulo de onda S reflejado, y ϕ_2 es el ángulo de onda S transmitido.

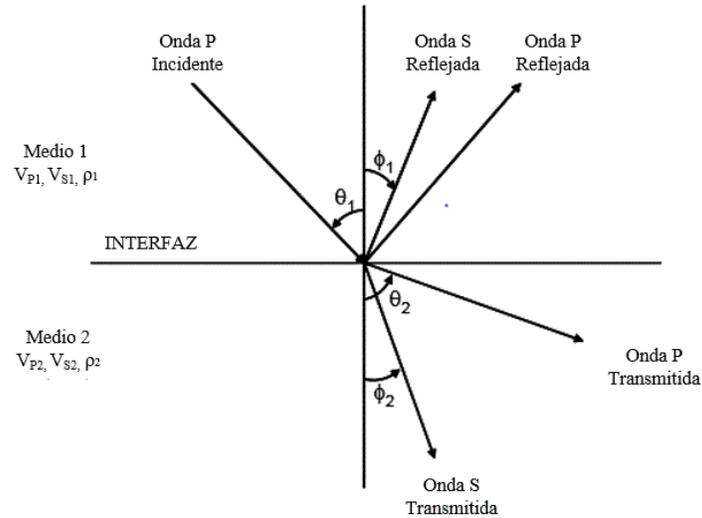


Figura 3. Reflexión y transmisión en una interfaz entre dos medios elásticos semi-infinitos para una onda *P-P* incidente. Modificado de (Castagna and Backus, 1993).

1.1.2 Modelo convolucional

La tierra está compuesta por capas de rocas con diferente litología y propiedades físicas. Las reflexiones sísmicas en una sección apilada generada por interfaces entre capas tienen diferentes propiedades de roca o fluido y, por lo tanto, diferentes impedancias acústicas la cual es definida como el producto de la velocidad compresional y su densidad.

El coeficiente de reflexión está relacionado con los contrastes de impedancia entre las interfaces. Es una medida de la energía que regresa a superficie una vez viajado por el subsuelo. Matemáticamente, consiste en una división de la diferencia en las impedancias acústicas por la suma de las impedancias acústicas de las dos capas asociadas a la interfase. Esto genera el coeficiente de reflexión en el límite entre las dos capas. (Figura 4). Donde R_i es el coeficiente de reflexión, V la velocidad y ρ la densidad.

$$R_i = \frac{V_{i+1}\rho_{i+1} - V_i\rho_i}{V_{i+1}\rho_{i+1} + V_i\rho_i} = \frac{I_{i+1} - I_i}{I_{i+1} + I_i} \quad (2)$$

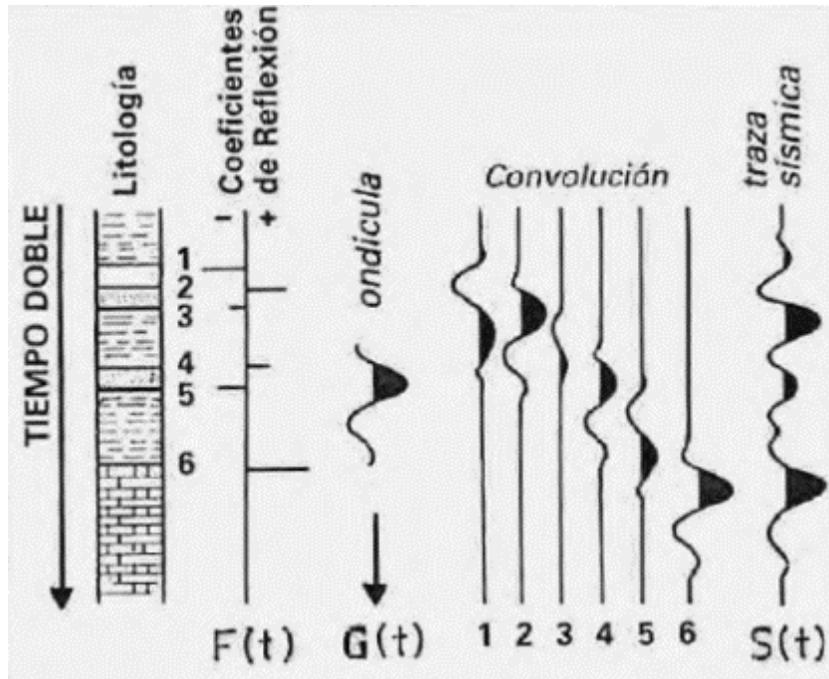


Figura 4. Modelo convolucional (Modificado de Chelotti, 2009).

La traza sísmica es el producto de la convolución entre la serie de reflectividad y una función que representa las distorsiones de los efectos causados por la propagación del impulso artificial en el subsuelo y agregando ruido aleatorio.

$$S(t) = W(t) + R_i(t) + N \quad (3)$$

Donde $S(t)$ es la traza sísmica, $W(t)$ es el impulso sísmico, $R_i(t)$ es la reflectividad del subsuelo y N el ruido.

1.1.3 Resolución sísmica

La resolución vertical también se puede expresar como la mínima separación entre reflectores, necesaria para definir interfaces separadas, más que una sola interfase. La resolución es un tanto subjetiva, dependiendo del ruido y de la sensibilidad del intérprete para detectar el menor cambio de la forma de onda. Generalmente, la resolución es alrededor de $\frac{1}{8}$ a $\frac{1}{4}$ de longitud de onda (Sheriff, 1977).

Para dos reflexiones, una generada en el tope y otra en la base, de una capa delgada existe un límite en su separación por encima del cual podrán ser vistas como dos eventos separados. Este límite depende del espesor de la capa, y puede ser determinado a partir del conocimiento de la longitud de onda, la velocidad de viaje de las ondas en la capa y la frecuencia.

La interferencia constructiva máxima ocurre cuando el espesor de la cuña es aproximadamente un cuarto de la longitud de onda, o cuando medido en tiempo doble de viaje, el espesor es la mitad del espesor del periodo dominante. Para espesores por debajo de esto, la forma de la onda se estabiliza y solo la amplitud es la que varía con el espesor (Chopra y Marfurt, 2007).

1.2 Clasificación de múltiples

La teoría supone que los datos de entrada contienen sólo amplitudes de trayectorias de rayos simples, de ida y vuelta, que se originan desde la fuente de superficie, viajan a los reflectores de interés y luego regresan al receptor de superficie. Esta y otras rutas similares son diversas en trayectorias de rayos, dando lugar a amplitudes reflectoras adicionales llamadas múltiples.

Un múltiple es una reflexión secundaria que llega a los receptores luego de reflejarse varias veces en uno o varios horizontes. Es decir, las reflexiones en las que se encuentran involucradas más de una interfaz. (Verschuur, 2006). La expresión de los múltiples en la sísmica dependerá del tipo de propagación en cuestión. Estos pueden ser distinguidos por su periodicidad (periodo largo o periodo corto). La distancia de viaje adicional a lo largo de la trayectoria de estos rayos múltiples causa entonces un retraso en tiempo en cual será constante e independiente de la distancia fuente receptor (offset). Los múltiples presentan una variedad confusa de vistas del subsuelo. Con la gran cantidad de interfaces reflectantes y múltiples trayectorias de rayos asociadas, los datos sísmicos contienen una aglomeración de múltiples energías.

En muchos casos, la atenuación reduce las amplitudes de los múltiples, por lo que la contribución no es aparente. Sin embargo, hay casos obstinados para los que las amplitudes de los múltiples "atenuados" son competitivos contra los primarios, lo que lleva a interpretaciones incorrectas (Verschuur, 2006).

Los múltiples provenientes del fondo del agua (la interfase entre la base del agua y la roca o el sedimento que se encuentra debajo) y de la interfase entre el aire y el agua son comunes en los datos sísmicos marinos, y se suprimen en el procesamiento sísmico

➤ *Múltiples de primero orden*

Este tipo de múltiples se caracteriza por cuya energía se logra propagar dentro de la capa de agua sin viajar nunca a la capa subyacente al fondo marino (Figura 5) (Verschuur, 2006).

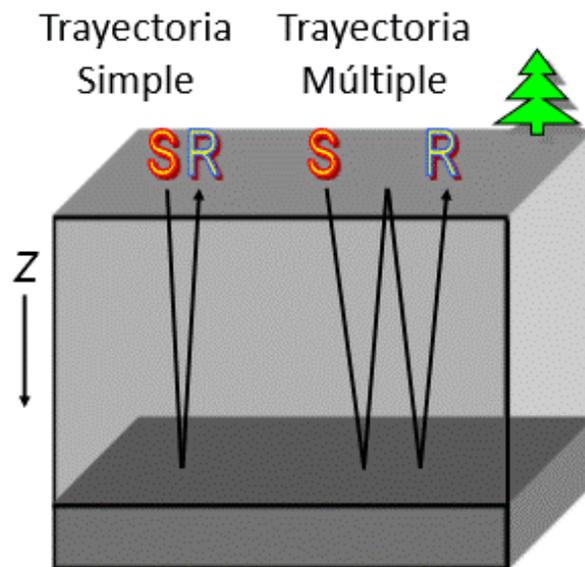


Figura 5. Ejemplo de una ruta simple de reflejo y un múltiple. (Modificado de Rüger, 2008)

➤ *Múltiples de segundo orden*

Son múltiples que se reflejan una vez debajo de fondo marino, y una y varias veces en la capa de agua. Estas reverberaciones pueden ocurrir del lado de la fuente, del lado del receptor o de ambos lados. También se les conoce como Peg-legs (Figura 6.) (Verschuur, 2006).

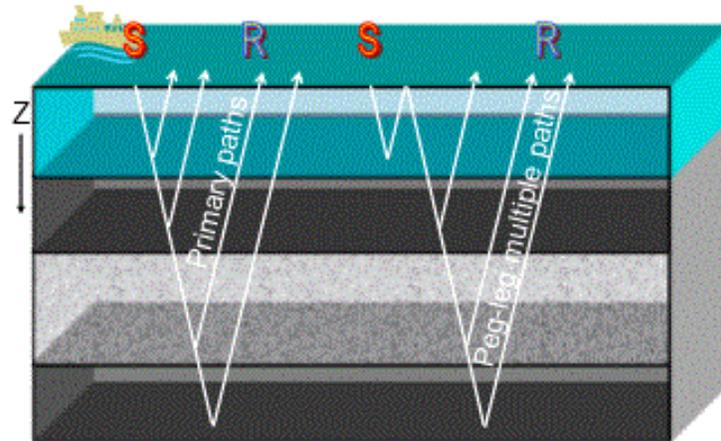


Figura 6. Trayectoria de un reflejo simple y múltiple relacionado a reverberaciones (Peg-Leg) (Tomada de Rüger, 2008)

1.2.1 Filtro $\tau - p$

La transformada Radón es una herramienta poderosa en el procesamiento de datos sísmicos con muchas aplicaciones, se utiliza en la industria para atenuar y reducir la presencia de múltiples en datos sísmicos, interpolación de trazas, campo de ondas y separación simultánea de fuentes.

El objetivo de la transformada Radón es mapear el evento sísmico a un punto enfocado en el dominio de Radón. La transformación de radón generalizada integra los datos a lo largo de trayectorias predefinidas y asigna el resultado a un punto en el dominio de radón. Cuanto más se acerque la ruta de integración al desplazamiento de los eventos, más enfocada estará la representación de Radón. La ruta de integración generalmente se basa en una aproximación del tiempo de viaje.

Convencionalmente, se usa una aproximación hiperbólica del tiempo de viaje en la transformación de radón; sin embargo, la presencia de anisotropía (excepto elíptica) o heterogeneidad (como capas) provoca la desviación del tiempo de viaje de reflexión de la forma hiperbólica. Esta desviación se vuelve más prominente para una gran relación de desplazamiento a profundidad. Por lo tanto, en la práctica, el poder de enfoque de la transformación de radón hiperbólico convencional disminuye para los datos sísmicos de desplazamiento largo debido al comportamiento no hiperbólico de las curvas de desplazamiento en desplazamientos lejanos (Gholami y Zand, 2017). El algoritmo de la transformada Radon se basa en un modelo hiperbólico y es una idealización para modelar eventos hiperbólicos o que se aproximen a una hipérbola.

Los inconvenientes principales de la transformación de radón son: pérdida de datos y creación de una solución no única a partir de datos de entrada únicos.

La transformada τ vs p consiste en transformar los datos sísmicos del dominio tiempo-offset ($t-x$) al dominio τ (intercepto de tiempo) y p (parámetro de rayo).

Los datos en el dominio τ vs p son sumados a lo largo de líneas rectas (transformada lineal τ vs p) o a lo largo de parábolas o hipérbolas (transformada τ vs p parabólica o hiperbólica) y así obtener puntos de referencia en el dominio τ vs p .

En primer plano se debe aplicar una corrección lineal en tiempo a los datos, introduciendo una transformación de coordenadas (Claerbout, 1976).

$$\tau = t - px \quad (4)$$

Donde p es el parámetro de rayo, x es el offset, t el tiempo doble de viaje (TWT) y τ es el tiempo a offset cero. Una vez aplicando la corrección lineal de tiempo, los datos serán sumados sobre el eje de offset.

$$\Pi (\tau, p) = \int \psi (x, \tau + px) dx \quad (5)$$

Donde $\psi (x, \tau + px)$ representa la traza en el dominio $t-x$ y (τ, p) representa un plano de onda con parámetro de rayo $p = (\text{sen } \theta) / v$. Al proseguir con la corrección lineal

en tiempo para varios valores de p y considerando una suma de la ecuación (5) se puede obtener un p – familia (gather) o apilado inclinado (slant- stack), el cual consiste de todos los componente buzantes en los offset originales.

Como las reflexiones y los múltiples tienen diferente sobretiempo en el dominio $t - x$, en el dominio τ vs p estos pueden aparecer en diferentes zonas. Por lo que al seleccionar un filtro en el dominio τ vs p , los múltiples de los datos pueden ser atenuados. Y luego se aplica una transformada inversa para regresar al dominio $t - x$. Figura 7.

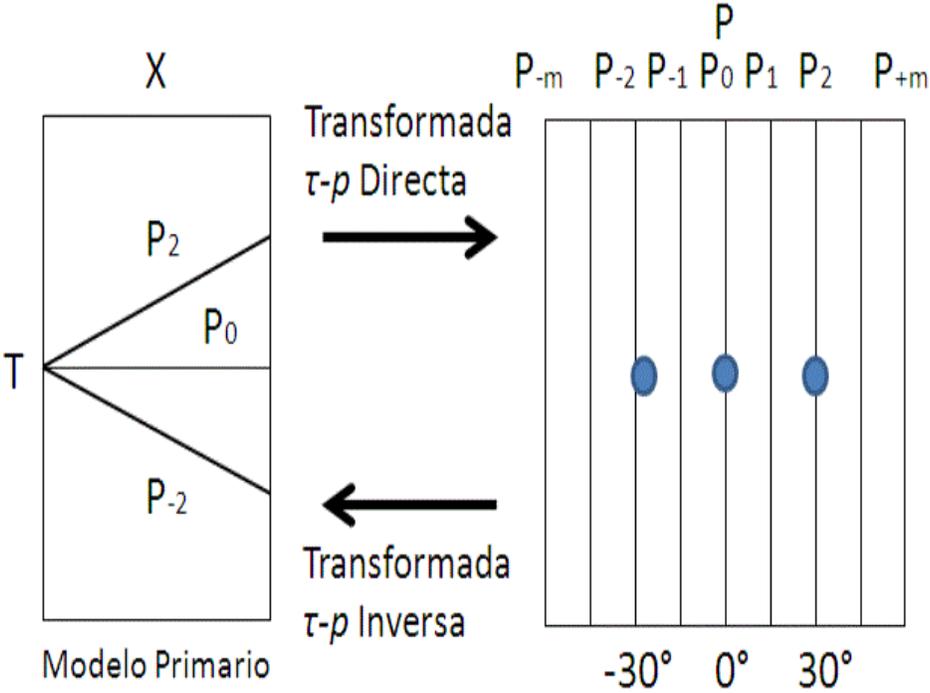


Figura 7. Transformada Radon y su inversa. Tomado de Tesis López Erick, 2011.

1.2.2 Deconvolución

La deconvolución consiste en la compresión de la ondícula básica, con el propósito de eliminar el efecto generado por la fuente de energía. Es una de las más importantes del procesamiento pre apilado, ya que el fin principal de esta operación es extraer la función de reflectividades de la traza sísmica, es decir, busca aumentar la resolución vertical de los reflectores resaltando así los efectos de interés, que en definitiva es lo que quiere obtener el procesamiento final (Sheriff, 1995).

La deconvolución mejora significativamente la resolución de los datos sísmicos, además se utiliza con el objetivo de reducir los efectos del instrumental, las reverberaciones y las reflexiones múltiples (Yilmaz, 1987). (Figura 8). Se aplica normalmente antes del apilado, pero a veces es aplicado después del apilado.

Los tipos de deconvolución más usados son:

- Deconvolución impulsiva (Spike Decon).
- Deconvolución predictiva (Gap o Predictive Decon)

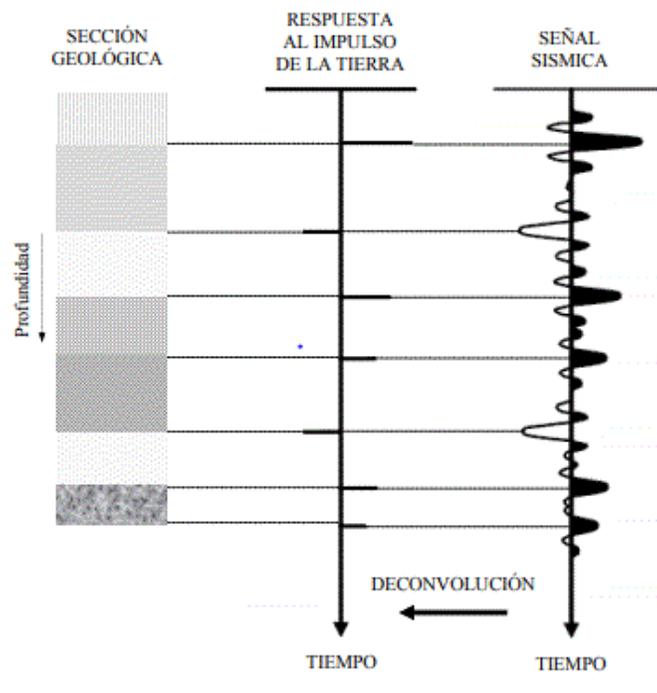


Figura 8. Objetivo de la deconvolución Tomado de Gadallah y Fisher (2009)

➤ *Deconvolución predictiva*

Existe una clase de procesos deconvolucionales conocidos como filtros de Wiener, que se han encontrado útiles en métodos de exploración sísmica. El método se llama "predictivo" porque asume que los datos tienen un carácter específico que permite que las partes posteriores de los datos se relacionen con partes anteriores de los datos. Predice por medio de una ventana dada los eventos múltiples que pueden existir a lo largo de una traza y calcula la ondícula base de la convolución para que dichos eventos sean eliminados.

El filtrado de Wiener asume que los datos son de fase mínima. Se agrega un pequeño parámetro de "ruido" o asumido en el algoritmo para evitar la división por cero. Físicamente, si una forma de onda es fase mínima su energía se encuentra en la parte frontal de la forma de onda.

El filtro Wiener tiene la propiedad de que calcula la inversa de una forma de onda de entrada basado en el retraso del filtro. La inversa no es una inversa exacta, sino más bien una estimación de mínimos cuadrados de la inversa.

1.3 Modelado numérico de propagación de ondas sísmicas en los medios viscoelásticos heterogéneos

El modelado numérico viscoelástico con ecuación de onda sísmica en el dominio del tiempo es muy práctico con base en algoritmos de los mecanismos de relajación (Carcione, 1993; Robertsson et al., 1994; Xu y McMechan, 1995, 1998; Sabinin et al., 2003). El modelado viscoelástico requiere más tiempo de computación y de memoria que el modelo elástico.

Se basa en la toma de recursos de computación en paralelo; otra ventaja de este método es la existencia de teoría de las condiciones del límite absorbente (Collino y Tsogka, 2001). Este método se utiliza simultáneamente múltiples elementos de procesamiento para resolver un problema, se logra mediante la división del modelo en partes independientes de modo que cada elemento de procesamiento pueda ejecutar su parte del algoritmo de manera simultánea con los otros.

Se desarrolló en Instituto Mexicano del Petróleo (IMP), un método alternativo para modelado sísmico con base en un sistema de ecuaciones para la tensión, velocidad, y variables de memoria (Robertsson et al., 1994; Sabinin et al., 2003).

$$(1 - \tau) \frac{\partial \sigma_{ab}}{\partial t} = L_{ab} - \tau \eta_{ab}, \quad (6)$$

$$\tau_\sigma \frac{\partial \eta_{ab}}{\partial t} + \eta_{ab} = L_{ab}, \quad (7)$$

$$\rho \frac{\partial u_a}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{ab}}{\partial b}, \quad (8)$$

Donde $a, b = x, y, z$ (z es la profundidad), la t es tiempo, ρ es la densidad, σ_{ab} es un componente de tensión, η_{ab} es una variable de memoria, u_a es una componente de velocidad, $\tau = 1 - \frac{\tau_\sigma}{\tau_\epsilon}$, donde τ_ϵ y τ_σ son las tensiones efectivas de tiempo de relajación.

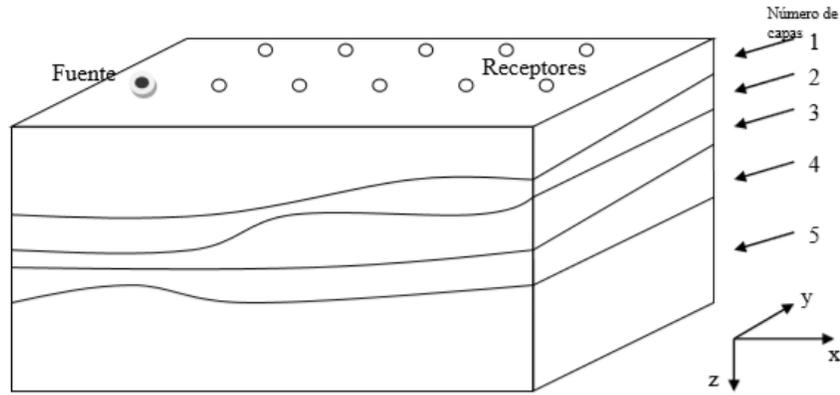


Figura 9. Esquema de adquisición. Tomado de Ronquillo y Sabinin 2010.

El operador L_{ab} toma la forma (λ, μ son los parámetros elásticos de Lamé):

$$L_{xx} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_x}{\partial x} + \lambda \left(\frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right), \quad (9)$$

$$L_{yy} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_y}{\partial y} + \lambda \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right), \quad (10)$$

$$L_{zz} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_z}{\partial z} + \lambda \left(\frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_x}{\partial x} \right), \quad (11)$$

$$L_{ab} = \mu \left(\frac{\partial u_b}{\partial a} + \frac{\partial u_a}{\partial b} \right), a \neq b \quad (12)$$

Se utilizó una solución con diferencias finitas en el esquema de segundo orden, donde la condición de estabilidad es:

$$\sqrt{3.5V_P} \sqrt{\frac{\Delta t + 2\tau_\epsilon}{\Delta t + 2\tau_\sigma}} \frac{\Delta t}{h} \leq 1, \quad (13)$$

Donde V_P es la velocidad de la onda P, h es un incremento mediano de la red espacial

Se implementó una condición de limite a la superficie plana (Marcinkovich y Olsen, 2003), ésa es la condición anti-simétrica para el componente σ_{zz} . Con base en lo anterior se diseñó un modelo con cuatro lados y un fondo para la aplicación de la

capa absorbente perfectamente acoplada (PML) (Collino y Tsogka, 2001; Marcinkovich y Olsen, 2003).

1.3.1 Perfectly matched layer (PML)

Una capa absorbente perfectamente acoplada (PML) es una capa artificial usada cuando se requiere realizar cálculos con ecuación de onda en un modelo de dimensiones finitas.

Las PML se usan para truncar regiones computacionales en métodos numéricos para simular problemas con límites abiertos, especialmente cuando se usa el método de diferencias finitas en el dominio del tiempo (FDTD) y el método de elemento finito (FE).

Cuando se hace una simulación existe un problema cuando el campo llega a la orilla del espacio de cómputo: se refleja. Esta reflexión no deseada interfiere con los resultados, por lo que es necesario implementar una herramienta que elimine dicha reflexión.

La capa PML y sus variantes posteriores, consisten básicamente en definir una capa ficticia que tenga igual impedancia que su capa contigua para toda frecuencia y para todo ángulo. Esta capa es capaz de absorber todo lo que llegue a ella, evitando así la reflexión. (Figura 10).

Siguiendo por Collino y Tsogka (2001),

$$d_x = d_{0x} \left(\frac{x}{\delta_x} \right)^2 \dots\dots\dots \quad (14)$$

donde $\delta = m\Delta x$, m es la anchura de PML en los puntos de la red, x es una distancia de la interfaz entre el PML y el dominio. Siguiendo por Marcinkovich y Olsen (2003), se usa

$$d_{0x} = \frac{c v_p}{\Delta x} \ln(10) \left(\frac{8}{15} - 0.03m + \frac{m^2}{1500} \right) \quad (15)$$

Para el parámetro c , Collino y Tsogka (2001) da valor 1.5. Los parámetros d_y , y d_z se define a lo largo de las direcciones y y z por la analogía con d_x

La definición de poder (14) y fórmula (15) no son únicos o buenos. Por lo que se usa una dependencia exponencial (Sabinin, 2003):

$$d_x = d_{0x} \left[\exp\left(\frac{ax}{\delta_x}\right) + \exp\left(\frac{-ax}{\delta_x}\right) - 2 \right] \dots \quad (16)$$

$$d_{0x} = \frac{caV_p}{\delta_x(e^a - e^{-a} - 2a)} \quad (17)$$

Donde δ_x es el espesor de la PML en el plano x , a y c son los coeficientes de simultaneidad, $x = n_k - 0.5$ donde n_k es en número de nodos a través de PML, $1 \leq n_k \leq \delta_x$. Cuando $a=6$ y $c=150$, la atenuación de ondas reflejadas en el límite de área es buena, sin una distorsión de impulsos principales. El espesor de PML es recomendado a ser 20 o más (Sabinin, 2003).

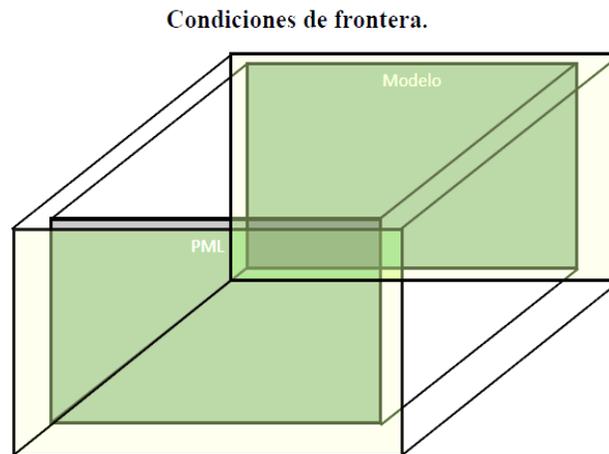


Figura 10. Condiciones de frontera

1.3.2 Factor de atenuación Q

Los modelos numéricos viscoelásticos basados en el concepto de mecanismos de dispersión toman en cuenta las variables de memoria y algunos parámetros disipativos; es decir, los esfuerzos efectivos de los tiempos de relajación.

$$\tau = 1 - \frac{\tau_{\sigma}}{\tau_{\varepsilon}} \quad (18)$$

En la práctica de la geofísica el factor de calidad Q se usa normalmente para describir una propiedad de atenuación en medios viscoelásticos. Para este modelado numérico, es de importancia saber que dependencia existe entre el factor Q y los tiempos de relajación. El software desarrollado en IMP “2D-3D Elast-Visco-Heterogéneo” se basa en resultados de un experimento numérico de datos sintéticos de reflexión.

$$\tau Q(\omega) = \omega \tau_{\sigma} \frac{1}{\omega \tau_{\varepsilon}} \quad (19)$$

CAPÍTULO 2

2 Análisis espectral

El análisis espectral tiene como objeto la descomposición de la señal como una superposición de ondas de senos y cosenos de diferentes frecuencias. La descomposición espectral incluye diferentes métodos para usar la información tiempo–espacio-amplitud y transformarla a un dominio de frecuencias.

Una representación en el dominio del tiempo es de gran utilidad para observar características importantes de la propagación de ondas, pero existen diversos rasgos que no se pueden percibir en el rasgo temporal por lo que es necesario poder trasladar a otro dominio en donde la señal se pueda percibir en diferente forma.

El algoritmo matemático más conocido para poder pasar de un dominio temporal a un dominio de la frecuencia es la Transformada de Fourier, sin embargo, los más recientes se basan en la selección de la ondícula sísmica en donde uno de los más conocidos es la Transformada de ondícula continua (CWT) (Grossman & Morlet, 1984), y convierten la señal de dominio de tiempo unidimensional a una señal en un dominio de dos dimensiones (frecuencia y amplitud). El capítulo se basará en la descripción de ambos métodos.

La descomposición espectral es una herramienta de gran apoyo para lograr obtener una mejor interpretación de horizontes, así como poder mapear espesores y obtener imágenes sísmicas de las discontinuidades geológicas, ya que durante la transformación al dominio de la frecuencia, su espectro de amplitudes permite delimitar variabilidad de los espesores de capas, cosa que no se logra percibir a simple vista con la sísmica. Así mismo se ha implementado como un indicativo de hidrocarburos en donde diversos autores han observado la ocurrencia de amplitudes anómalas de bajas frecuencias, en general a frecuencias menores de 20 Hz, asociadas a reservorios de gas y condensados (Castagna, 2003).

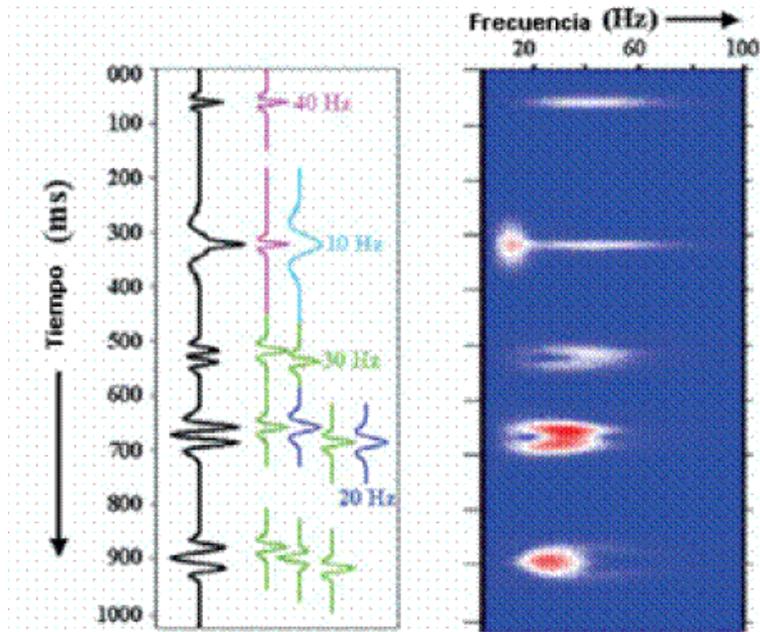


Figura 11. Traza sintética (sismograma negro) descompuesta en sus ondículas constituyentes (frecuencias centradas y coloreadas) y análisis de tiempo-frecuencia sobre su respectivo grupo de frecuencias (rojo representa altas amplitudes) (Modificado de Castagna, 2003)

2.1 Transformada de Fourier

El análisis de Fourier surgió a partir del intento del matemático francés, Jean Baptiste Joseph Fourier, por hallar la solución a un problema; la conducción del calor en un anillo de hierro mediante la descomposición de funciones periódicas en series trigonométricas convergentes. Demostró que se puede obtener una función discontinua a partir de la suma de funciones continuas de funciones senos y cosenos cuyas frecuencias son múltiplos del recíproco del periodo de la señal de tiempo.

Cuando se tiene una señal en tiempo como el caso de una traza sísmica, se puede aplicar una Transformada de Fourier (FT) logrando trasladar del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia. Esta FT se puede aplicar considerando que la señal es estacionaria, en otras palabras, que no posee variaciones importantes en sus valores de la frecuencia a través del tiempo.

De acuerdo con la teoría de Fourier, el registro del movimiento y recorrido de una onda en el subsuelo, conocido como sismograma, se puede representar como una superposición de ondas de senos y cosenos de diferentes frecuencias. Las frecuencias del espectro dependen no solo de la frecuencia generada por la fuente, sino también de la reflectividad del subsuelo (Hampson, 2001).

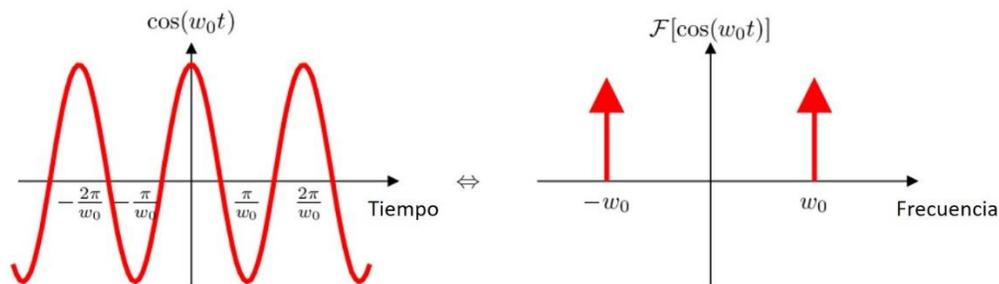


Figura 12. Transformada de Fourier de la función coseno

En el análisis de Fourier se trata a una función no periódica como si fuera una función con periodo infinito, esto permitió representarla como una integral cuya variable de integración fuera una frecuencia que se mueve de manera continua. El procedimiento es suponer que cada una de las frecuencias fundamentales ω tiene cambios infinitesimales, con lo cual se obtiene la siguiente expresión:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{-i\omega t} d\omega \quad (20)$$

Donde $F(\omega)$ esta dada por:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-2\pi i\omega t} d\omega \quad (21)$$

Donde ω es la frecuencia angular, la función $F(\omega)$ de la ecuación (21) se le llama transformada de Fourier de la función $f(t)$. Esta función proporciona la representación, en el dominio continuo de frecuencias, de la función $f(t)$. A la ecuación (20) se le conoce como la Transformada Inversa de Fourier, proceso con el que se recupera la función original.

La Transformada de Fourier permite conocer todas las componentes de frecuencia de una señal. Lo anterior determina que la FT tenga una gran resolución en el

dominio frecuencial pero una resolución en el dominio temporal nula, debido a que la FT requiere, para su cálculo, la utilización de todos los datos temporales de la señal o del tramo de señal considerado, por lo que no se puede determinar en qué instante de la señal hace presencia una componente de frecuencia concreta. Por lo tanto, la FT es una herramienta bastante exitosa en el análisis de señales estacionarias. Sin embargo, ésta no puede ser aplicada con el fin de obtener información precisa de cuando las diferentes componentes de frecuencia hacen su aparición en la señal, como es el caso de las señales no estacionarias cuyo contenido espectral varía con el tiempo (Grossman & Morlet, 1984). Como en la realidad la frecuencia si varía con el tiempo, surgieron otros métodos que tomaron en cuenta ese hecho como es el caso de la Transformada De Fourier de tiempo corto.

2.1.1 Transformada de Fourier de tiempo corto

Una herramienta muy conocida de la descomposición espectral es la Transformada de Fourier de tiempo corto también conocida como STFT (Short time Fourier Transform). Para resolver el problema de resolución en tiempo de la transformada de Fourier, Denis Gabor (1946) adaptó la transformada utilizando un procedimiento llamado ventaneado. Este procedimiento consiste en dividir una señal $x(t)$ en pequeños segmentos a través del tiempo de forma que se pueda asumir que para cada segmento la señal es estacionaria y así calcular la FT en cada uno de ellos. La forma de dividir la señal se realiza mediante lo que se denomina una ventana temporal $g(t)$, cuyo ancho corresponde a la longitud del segmento o tramo en los que se divide la señal total. Matemáticamente hablando, se multiplica la señal total por la ventana temporal que tiene un valor definido dentro del intervalo de la ventana y un valor nulo fuera de él. Con la ventana temporal se encuadra la señal alrededor de un instante de tiempo t y se calcula su transformada de Fourier; luego trasladando temporalmente la ventana se cubre un nuevo segmento de la señal al que se le vuelve a calcular la FT. Dicho procedimiento se realiza hasta cubrir la totalidad de la señal. Según lo anterior, se define la STFT

$$STFT(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(u) g(u - t) e^{-2\pi i \omega u} du \quad (22)$$

Donde $STFT(t, \omega)$ es la Transformada de Fourier de tiempo corto, g es una función ventana cuya longitud está condicionada al tamaño del intervalo de análisis y $e^{-2\pi i \omega u}$ es la función núcleo de la transformada.

Por tanto, para una eficiente aplicación de la STFT, se ha de determinar la ventana temporal y sus respectivos parámetros que mejor se ajusten al tipo de señal que se pretende analizar. Una ventana estrecha nos dará una alta resolución en el tiempo y una baja resolución en frecuencia, mientras que una ventana ancha nos dará una alta resolución en frecuencia a cambio de una pobre resolución temporal, una ventana de ancho infinito o ancho igual al tamaño de la señal es nada más y nada menos que la FT clásica. Por lo tanto, un defecto de la STFT es el no poder dar una alta resolución tanto en tiempo como en frecuencia de manera simultánea. La raíz de este problema se basa en el principio de incertidumbre de Heisenberg, el cual establece que es imposible conocer una representación exacta tiempo-frecuencia de una señal; es decir, no podemos saber qué valor de frecuencia existe en un instante de tiempo determinado, sólo podemos conocer qué componentes de frecuencia existen dentro de un intervalo de tiempo dado. En ese sentido, al definir una ventana uno debe sufrir la pérdida de resolución en un dominio para conseguir mejorarla en el otro.

2.2 Transformada de ondícula

La transformada ondicular o “wavelet transform” es una herramienta matemática relativamente nueva que es especialmente útil para el procesamiento y análisis de las señales. Fue propuesta por Jean Morlet y A. Grossmann (1984) y el primer algoritmo fue presentado por Stephane Mallat, en 1988.

Por medio de la transformada de ondícula se puede realizar una descomposición simultánea en el dominio del tiempo (o del espacio) y de la frecuencia en múltiples escalas, donde se resaltan los eventos transitorios de duración finita,

discontinuidades y eventos intermitentes; tanto en señales no estacionarias o transitorias. Además de poder ubicar los eventos en el dominio de la frecuencia y en el dominio de definición de la señal. Por esta razón la transformada de ondícula es capaz de proveer más información sobre señales no estacionarias comparada con la tradicional transformada de Fourier.

La transformada de ondícula descompone la señal en una serie de pequeñas ondas u ondículas, las cuales descienden rápidamente a cero después de unas pocas oscilaciones y que tienen un valor promedio nulo.

2.2.1 Transformada de ondícula continua

Esta técnica requiere de la selección de una función ondicular u ondícula madre que se ajuste lo más parecido a los arreglos internos de la señal. Se caracteriza por dos parámetros fundamentales, la escala y la traslación; el cambio en el valor de la escala o escalamiento descompone a la función en diferentes ondículas hijas en distintas escalas. La función ondicular se desplaza por la señal debido a la traslación y en cada posición y escala determinada se comparará con la señal a través de un procedimiento conocido como cross-correlación (Yilmaz, 1987). Para distinguir la función trasladada y escalada se suele usar la notación $\psi_{\alpha,\gamma}$

$$\psi_{\alpha,\gamma} = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \psi \left(\frac{t-\gamma}{\alpha} \right) \quad (23)$$

Donde $\psi_{\alpha,\gamma}$ es la función ondicular, t el tiempo, γ la traslación y α es la escala.

La transformada de ondícula continua la podemos definir como la suma en el tiempo del producto de la señal por la versión escalada y trasladada de la ondícula original:

$$CWT(\alpha, \gamma) = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi \left(\frac{t-\gamma}{\alpha} \right) dt = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) * \psi_{\alpha,\gamma} dt \quad (24)$$

Donde $CWT(\alpha, \gamma)$ es el coeficiente de ondícula, ψ es la función ondicular, t el tiempo, γ la traslación, α es la escala y $f(t)$ es la función a analizar. La variable de escala α se puede reemplazar por 2^j y $\gamma = k2^j$, donde j es el índice de escala y k determina la posición, la ecuación (24) quedaría como:

$$CWT(\alpha, \gamma) = 2^{-\frac{j}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi(2^{-j}t - k) dt \quad (25)$$

En donde a bajos índices de escala j , el ancho de banda de frecuencias de una función ventana (ondícula) es comprimido y la longitud en el dominio del tiempo es larga, por lo que a mayores índice de escala j el ancho de banda de la ondícula se va a incrementar, pero su prolongación en el dominio del tiempo se reduce.

La función ondícula u ondícula madre está caracterizada básicamente por los parámetros de γ traslación y α escala, en donde el cambio de valor de la escala o escalamiento, descompone a la función en diferentes ondículas conocidas como ondículas hijas, la ecuación se describe como:

$$\psi_{j,k} = 2^{-\frac{j}{2}} \psi(2^{-j}t - k) \quad (26)$$

Así como en la transformada de Fourier la señal original $f(t)$ se puede recuperar con la transformada inversa, aquí $f(t)$ se puede recomponer con la llamada “fórmula de reconstrucción”:

$$f(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} CWT(\alpha, \gamma) \psi_{\alpha, \gamma}(t) d\alpha d\gamma \quad (27)$$

La ecuación (27) es la transformada ondícula inversa. La constante C_ψ siendo el factor de reconstrucción depende de la “ondícula madre” seleccionada y se define como

$$C_\psi = \int_0^{\infty} \frac{|\Psi(\omega)|}{\omega} d\omega \quad (28)$$

Debido a que la función ψ cubre una banda de frecuencias en función de cada escala α , la proporción para obtener una frecuencia aproximada o pseudo frecuencia ξ_α de la escala se define como:

$$\xi_\alpha = \frac{\xi_0}{\alpha \Delta \zeta^{-1}} \quad (29)$$

Donde ξ_0 es la frecuencia central de la ondícula, es decir el valor máximo en el espectro de magnitud y $\Delta\zeta^{-1}$ es el periodo de muestreo de la función.

2.2.2 Representación tiempo-escala

La CWT nos proporciona un mapa tiempo-escala llamado escalograma la cual es una matriz que contiene la distribución de los coeficientes de la $CWT(\alpha, \gamma)$. Cada renglón del escalograma contiene los coeficientes de la transformada ondícula de una función a una cierta escala 2^j : los coeficientes se distribuyen conforme a la frecuencia central ξ_0 de la escala 2^j , empezando por los coeficientes de escalas bajas en los primeros renglones y finalizando con los coeficientes de escalas más altas en los renglones finales (Figura 13).

En la distribución de coeficientes, los números negativos también indican una fuerte correlación de la señal con la ondícula (magnitud espectral); para una correcta representación de la magnitud espectral en el escalograma, se utiliza el valor absoluto de los coeficientes.

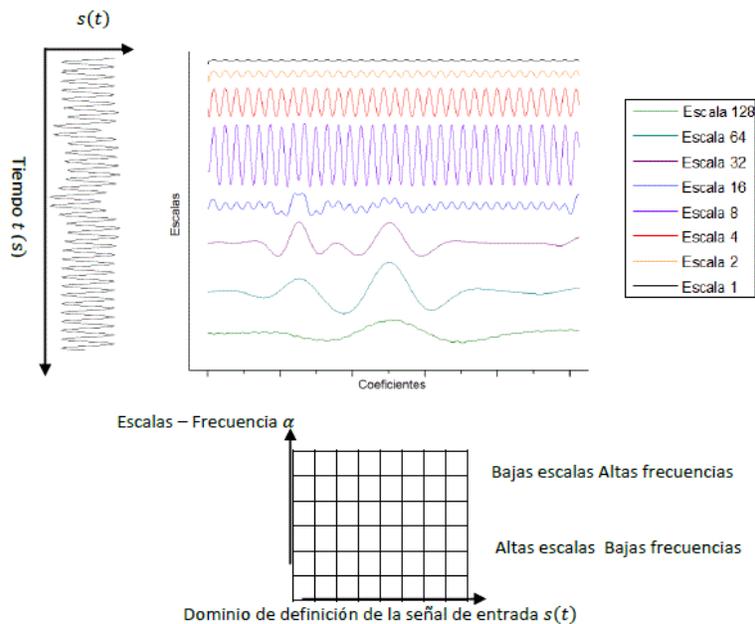


Figura 13. Estructura y construcción del escalograma a partir de los coeficientes para una función $s(t)$. Tomado de Tesis Cabrera , 2016.

2.2.3 Detección de bordes utilizando la transformada de ondícula

La transformada de ondícula W permite analizar de manera individual las componentes que representan la similitud entre la señal y las distintas versiones de la ondícula madre en función de la escala; por lo tanto, también permite sintetizar estas componentes en el dominio de definición de la señal original, utilizando la transformada de ondícula inversa. Esta propiedad permite realizar procesos de filtrado en el dominio de la escala.

Mallat y Zhong (1992) desarrollaron un método que es usado para la detección de bordes, discontinuidades y eventos intermitentes de una señal, utilizando los valores de los máximos locales en el módulo del escalograma. Varios de los detectores de bordes multiescala, suavizan la señal a distintas escalas y detectan las variaciones de valores en la primera y segunda derivada.

Considerando cualquier función de suavizado (x) , suponemos que (x) es dos veces diferenciable y definida respecto de $\psi^A(x)$ y $\psi^B(x)$ como la primera y segunda derivada de (x)

$$\psi^A(t) = \frac{d\vartheta(t)}{dt} \quad (30)$$

$$\psi^B(t) = \frac{d^2\vartheta(t)}{dt^2} \quad (31)$$

Si se considera que $\gamma_\alpha(t) = \frac{1}{\alpha}\gamma\left(\frac{t}{\alpha}\right)$ donde γ es cualquier función escalada por el factor α . La transformada de ondícula de una función f con ψ^A y ψ^B se expresa como

$$W_{f(\alpha,t)}^A = f * \psi_\alpha^A(t)$$
$$W_{f(\alpha,t)}^B = f * \psi_\alpha^B(t) \quad (32)$$

Las ecuaciones (32) son respectivamente, la primera y segunda derivada de la señal f suavizada a la escala α . El extremo local de W_{α}^A corresponde a al punto donde de W_{α}^B cambia de signo y a los puntos de inflexión de $f*(t)$.

Cuando la escala α es grande, la convolución con $\vartheta_{\alpha}(t)$ remueve las fluctuaciones pequeñas de f , por otra parte, solo se detectan las variaciones de la tendencia general. Cualquier punto de inflexión de $f * \vartheta_{\alpha}(t)$ puede ser un máximo o un mínimo del valor absoluto de la primera derivada. El máximo del valor absoluto de la primera derivada, son puntos de variación brusca en $f * \vartheta_{\alpha}(t)$ y los valores de los mínimos corresponden a variaciones suavizadas.

Con el operador de la segunda derivada, es complicado distinguir el cambio de signo, sin embargo, con el operador de la primera derivada, es fácil seleccionar las variaciones bruscas detectando solo los máximos locales de $|W_{f(\alpha,t)}^A|$. Con el cambio de signo, se obtiene información acerca de la posición, pero no se diferencian pequeñas fluctuaciones de amplitud de discontinuidades importantes.

Cuando se detecta un máximo local, también podemos identificar los valores de $W_{f(\alpha,t)}^A$ en las posiciones máximas, que miden la magnitud de la derivada en los puntos de inflexión. Por lo tanto, los puntos de los bordes pueden localizarse en múltiples escalas α_i , a partir de las componentes de las ecuaciones:

$$\begin{aligned}
 W_{f(\alpha,t)}^A &= f * \left(\alpha \frac{d\vartheta_A}{dt} \right) (t) = \alpha \frac{d}{dt} (f * \vartheta_{\alpha})(t) \\
 W_{f(\alpha,t)}^B &= f * \left(\alpha \frac{d^2\vartheta_A}{dt^2} \right) (t) = \alpha^2 \frac{d^2}{dt^2} (f * \vartheta_{\alpha})(t)
 \end{aligned} \tag{33}$$

CAPÍTULO 3

3 Inversión por el algoritmo de optimización por enjambre de partículas

En la industria Petrolera resulta de fundamental importancia la estimación de propiedades sísmicas y petrofísicas para la caracterización de un yacimiento a partir de modelos matemáticos y petrofísicos que permitan reducir el riesgo para posicionar pozos de perforación y aprovechamiento del mismo.

La aplicación original de los datos sísmicos que constituye su uso principal es la identificación de los reflectores y la determinación de sus propiedades, en donde los datos sísmicos de reflexión contiene información de dicha localización del reflector debido a la propiedad que controla este cambio producido en la interfase llamada impedancia acústica que es el producto de la densidad por la velocidad. La información de las amplitudes de las reflexiones sísmicas pueden ser utilizada para producir un proceso de inversión

3.1 Problema inverso

El problema inverso es simplemente el conjunto de métodos usados para extraer información útil de nuestro entorno a partir de medidas físicas o datos (Menke, 1989). La información útil vendrá especificada como valores numéricos de alguna propiedad de este entorno. Estas propiedades también se referirán como parámetros del modelo. Se presupone que hay algún método específico (modelo matemático) que relaciona los parámetros con los datos. El problema inverso contrasta con el problema directo, donde se predicen los datos a partir de los parámetros y de un modelo. Normalmente el problema inverso es más difícil de resolver que su correspondiente problema directo. En la inversión geofísica implica mapear la estructura física y propiedades del subsuelo de la tierra usando

mediciones hechas en la superficie de la tierra, logrando encontrar un modelo correspondiente.

El problema determina si los datos d corresponden al conjunto de parámetros m evaluados en G , y a la formulación de G para obtener la respuesta del modelo, donde G se define como el problema directo, ecuación (34).

$$d = G(m) \quad (34)$$

Cuando se evalúa el modelo estimado (optimizado) d_{obs} , es esencial cuantificar el error entre el modelo estimado y el modelo verdadero, esto es llamado evaluación del modelo, ecuación (35).

$$e = d_{obs} - d_{opt} \quad (35)$$

El modelo estimado también depende de los detalles del algoritmo que se utiliza para aproximar la solución del problema inverso, así como en la regularización y la parametrización de modelo que está siendo utilizado, es una forma de aproximar la solución del problema inverso resolviendo para m .

3.1.1 Formulación lineal del problema inverso

Cuando la expresión del problema directo (m), es no lineal, puede estimarse una solución utilizando una aproximación lineal del problema inverso. Al representar el problema inverso en términos de una serie de Taylor, y utilizando las primeras dos componentes de la serie, la ecuación (34) queda descrita como

$$d = G(m_0) + \frac{\partial G(m_0)}{\partial m} (m - m_0) \quad (36)$$

Donde m_0 es un modelo inicial y $\frac{\partial G}{\partial m}$ es la derivada del problema directo respecto de m . A partir de la ecuación (36), puede obtenerse la forma lineal del problema inverso, resolviéndose para encontrar la perturbación de los parámetros Δm cuya

contribución a m_0 permita estimar la solución del problema inverso de una manera iterativa.

$$d_i = G_i(m_j) \quad (37)$$

$$d_i - G_i(m_j^0) = \left. \frac{\partial G_i}{\partial m_j} \right|_{m_j^0} \Delta m_j \quad (38)$$

Donde $\frac{\partial G_i}{\partial m_j}$ se formula como

$$\frac{\partial G_i}{\partial m_j} = J_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{\partial G_{i1}}{\partial m_1} & \cdots & \frac{\partial G_{ij}}{\partial m_j} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial G_{i1}}{\partial m_1} & \cdots & \frac{\partial G_{ij}}{\partial m_j} \end{bmatrix} \quad (39)$$

Donde J_{ij} se define como la matriz de sensibilidades o Jacobiano, que es una matriz formada por las derivadas parciales de primer orden de G_{ij} con respecto de m_j cuyo tamaño dependerá del número parámetros j y del número de observaciones i .

Igualando la ecuación (38) al vector error e_i

$$e_i = d_i - G_i(m_j^k) = \frac{\partial G_i}{\partial m_j} (m_j - m_j^0) \quad (40)$$

Considerando que Δd_i es el vector de discrepancias entre el modelo inicial y los datos observados, la ecuación (40) se representa como:

$$\Delta d_i = J_{ij} \Delta m_j^k \quad (41)$$

Aplicando la ecuación (41) para Δm

$$\Delta m^k = (J'J)^{-1} J' \Delta d \quad (42)$$

Donde k es número de iteración en el que se calcula el vector Δm . Para encontrar la perturbación de parámetros Δm^k , debe calcularse en cada iteración el producto de $(J^T J)^{-1} J^T$ con el vector de discrepancias Δd_i

$$\Delta m_j^{k+1} = m_j^k + \Delta m_j^k \quad (43)$$

Al evaluar m_j^{k+1} en G se obtiene la respuesta optimizada. El valor del error acumulativo en cada iteración e^k se estima a partir de la formulación de la obtención del vector Δd en función de Δm y se calcula conforme la ecuación (44).

$$e^k = \Delta d' (I - J(G_L)^{-1}) \Delta d \quad (44)$$

Donde $G_L = (G'G)^{-1}G'$ es la matriz inversa generalizada o de Lanczos. Al final de cada iteración k , se evalúa G en los parámetros optimizados $m^{k+1} = m_{opt}$; en la metodología propuesta, el parámetro representativo de la magnitud del error entre los datos observados d_{obs} y el modelo optimizado d_{opt} , es la suma de cuadrados del residual RSS , ecuación (45), que se calcula con una norma L_2 y suponiendo que e tiene una distribución de probabilidad normal.

$$RSS = \|d_{obs} - G(m_{opt})\|_2^2 = \sum |d_i - G_i(m_j^{k+1})|^2 \quad (45)$$

3.2 Problema directo

Un problema directo implica tomar un modelo asumido y calcular cuáles deberían ser los valores observados. La metodología del proceso de inversión espectral para la estimación de los coeficientes de reflexión, parte de la formulación del problema directo como función de la frecuencia. El objetivo es obtener una expresión operacionalmente efectiva con la que puedan estimarse los coeficientes de reflexión en una forma óptima.

El problema directo $G(m)$ está planteado en dominio ξ por las ventajas que se tienen al estimar ciertos parámetros m_j , también por motivos operaciones al

reducir el número de parámetros a optimizar además de poder calcular la solución del problema en distintas bandas de frecuencia.

Se formula una expresión del problema directo en el dominio de frecuencias:

$$F(d) = F(G(m)) \quad (46)$$

$$F_t \left(G(m_j, t) \right) = \hat{G}(m, \xi) \quad (47)$$

Si se linealiza el problema directo con base en el planteamiento del problema inverso, es necesario calcular las derivadas parciales con respecto de cada parámetro que constituye la matriz J calculando una aproximación numérica

$$F \left(\frac{\partial G_i}{\partial m_j} \right) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{G}(m_j, \xi_1)}{\partial m_1} & \dots & \frac{\partial \hat{G}(m_j, \xi_1)}{\partial m_M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \hat{G}(m_j, \xi_N)}{\partial m_1} & \dots & \frac{\partial \hat{G}(m_j, \xi_N)}{\partial m_M} \end{bmatrix} \quad (48)$$

3.2.1 Formulación del problema directo

Retomando un modelo de 3 capas, se considera que la serie de coeficientes de reflexión en tiempo está dada por la ecuación

$$r(t) = r_1 \delta(t - t_0) + r_2 \delta(t - t_0 - T) \quad (49)$$

Donde r_1 y r_2 representan la magnitud de los coeficientes de reflexión, δ la delta de Dirac que representa un impulso en el tiempo, t_0 es la posición en el tiempo del primer reflector y T es el corrimiento del segundo reflector respecto de t_0 ; sabiendo que el corrimiento de la fase θ no tiene efecto sobre el contenido de frecuencias de (t) , entonces la ecuación (49), podemos expresarla tomando como referencia el centro de la segunda capa, ecuación (50).

$$r(t) = r_1 \delta \left(t + \frac{T}{2} \right) + r_2 \delta \left(t - \frac{T}{2} \right) \quad (50)$$

3.2.2 Acondicionamiento del problema directo

Para obtener la ecuación en función de la frecuencia, se aplica el operador F a la ecuación (50)

$$F(r(t)) = r_1 \int_{-\infty}^{\infty} \delta\left(t + \frac{T}{2}\right) e^{-i\omega t} dt + r_2 \int_{-\infty}^{\infty} \delta\left(t - \frac{T}{2}\right) e^{-i\omega t} dt$$

$$\hat{r}(\xi) = r_1 e^{-i\omega \frac{T}{2}} + r_2 e^{i\omega \frac{T}{2}}$$

$$\hat{r}(\xi) = (r_1 + r_2) \cos(\pi\xi T) - i(r_1 - r_2) \sin(\pi\xi T) \quad (51)$$

La ecuación (51) representa la expresión del espectro complejo de la serie de coeficientes de reflexión $\hat{r}(\xi)$, reemplazando las componentes par e impar de los coeficientes de reflexión, donde r_e es la componente par y r_o la componente impar.

$$r_e = \frac{r_1 + r_2}{2} \quad (52)$$

$$r_o = \frac{r_1 - r_2}{2} \quad (53)$$

Calculando el espectro de magnitud a partir de $\hat{r}(\xi)$ y simplificando obtenemos

$$|\hat{r}(\xi)| = 2\sqrt{(r_e^2 - r_o^2) \cos^2(\pi\xi T) + r_o^2} \quad (54)$$

Una vez realizado efectuamos a aplicar la derivada $|\hat{r}(\xi)|$ respecto de la frecuencia

$$\frac{d|\hat{r}(\xi)|}{d\xi} = -2\pi T \frac{(r_e^2 - r_o^2) \cos(\pi\xi T) \sin(\pi\xi T)}{\sqrt{r_e^2 \cos^2(\pi\xi T) + r_o^2}} \quad (55)$$

Finalmente con el producto de las dos expresiones anteriores y simplificando

$$|\hat{r}(\xi)| \frac{d|\hat{r}(\xi)|}{d\xi} = -2\pi T k \sin(2\pi\xi T) \quad (56)$$

Donde $k = r_e^2 - r_o^2$

La solución del problema inverso ocurre cuando se minimiza la ecuación (56) con respecto de los parámetros k y T en una cierta banda de frecuencia

$$O(k, T) = |\hat{r}(\xi)| \frac{d|\hat{r}(\xi)|}{d\xi} + 2\pi T k \sin(2\pi\xi T) \quad (57)$$

En la figura 14 se muestra el modelado directo (extremo superior) donde toma de un modelo las propiedades de la formación y se combina con una ondícula sísmica o pulso sísmico, obteniendo como resultado una traza sísmica sintética. Y el modelo inversión (extremo inferior) en donde comienza con una traza de datos sísmicos registrados y remueve el efecto de una ondícula estimada, creando valores de impedancia acústica en cada muestra de tiempo.

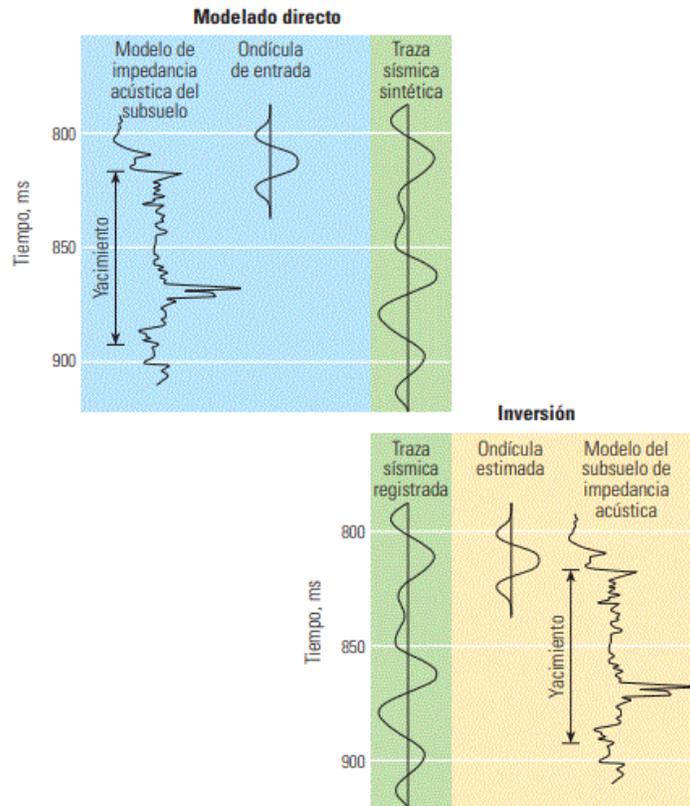


Figura 14. Representación del modelo directo e inverso. (Tomado de Oilfield Review, 2008)

3.3 Inversión espectral

Es una técnica de inversión que permite estimar la serie de reflectividad, y está basado en las características del espectro obtenidas a partir de técnicas de descomposición espectral. La inversión da como resultado una serie de reflectividad que hace este método ideal para la delimitación y caracterización detallada de reservorios delgados (Partyka, 1999).

El algoritmo de inversión espectral propuesto por Puryear y Castagna (2008) emplea el espectro de amplitud producido por un par de coeficientes de reflexión, para determinar la separación entre ellos. Utilizando la periodicidad entre las secuencias representativas en el espectro de amplitud puede estimarse el espesor entre un par de coeficientes de reflexión. Por lo que la estimación de parámetros sísmicos en el dominio de las frecuencias se define como inversión espectral.

De acuerdo con Castagna (2004) cualquier pareja de coeficientes de reflexión r_1 y r_2 puede descomponerse en componentes pares e impares en donde la componente par, representa la suma de la magnitud absoluta de los coeficientes, mientras que la componente impar, es la diferencia de las magnitudes de los coeficientes de reflexión con diferente signo (Figura 15).

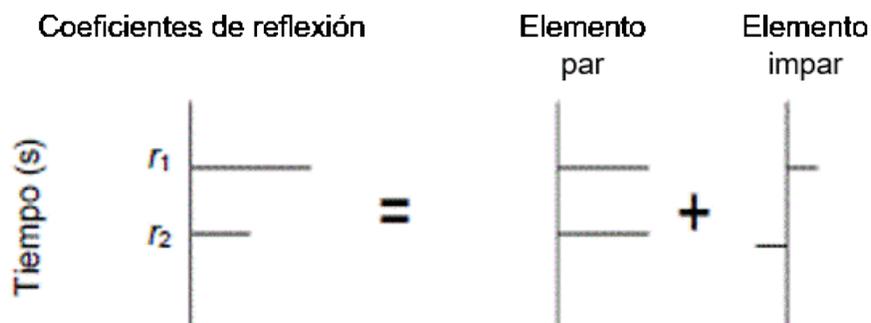


Figura 15. Representación de las componentes par e impar de un par de coeficientes de reflexión, (Modificado de Puyear y Castagna, 2008).

El objetivo de limitar el análisis espectral a sólo pares de coeficientes, surge que al estimar más de dos coeficientes consecutivamente, utilizando el espectro de amplitud, la correlación entre ellos crece, por lo que introduce mayor incertidumbre

en el cálculo de magnitud de los coeficientes. También entre mayor sea el número de coeficientes que se analizan en el espectro de amplitud, se tiende a tener una distribución de frecuencias similar al espectro correspondiente al ruido de la señal sísmica, lo que incrementa la dificultad de encontrar periodicidad entre eventos que permitan estimar el espesor entre coeficientes.

3.3.1 Metodología para aplicar el método de inversión espectral

➤ Ventaneo y selección de la banda de frecuencias de inversión

El método de inversión espectral está diseñado para estimar valores de un par de coeficientes de reflexión, lo que lo convierte en un método de inversión para estimar parámetros a detalle, donde el intérprete debe elegir una ventana de tiempo y extraerla de la traza sísmica.

Para elegir la banda de frecuencias y estimar el par coeficientes de reflexión, se considera un rango en el cual la presencia de ruido sea mínima y que conserve las características del problema directo acondicionado en la ecuación (56), tales como la separación T (que representa la separación entre coeficientes, y la periodicidad entre lóbulos en ξ) y la magnitud k (la diferencia del cuadrado de las componentes par e impar, amplitud en ξ).

La banda de frecuencias de la ventana de inversión, generalmente se elige tomando en cuenta los lóbulos del espectro de amplitud que estén libres de ruido, generalmente este comportamiento en el espectro de amplitud se encuentra un rango de bajas frecuencias.

➤ Acondicionamiento de los datos y cálculo del problema directo

En el tratamiento numérico de los datos, para acondicionarlos a la expresión del problema directo, ecuación (56), se aplican dos procesos; El primero es el cálculo del espectro de magnitud de la ventana de tiempo, una vez que se haya removido el efecto de la ondícula de la fuente sísmica ecuación (58). Donde $\hat{s}(\xi)$ representa la traza sísmica, $\hat{w}(\xi)$ la ondícula.

$$|\hat{r}(\xi)| = \frac{|\hat{s}(\xi)|}{|\hat{w}(\xi)|} \quad (58)$$

Una vez obtenido el espectro de magnitud de los coeficientes de reflexión, ecuación (54), el segundo proceso es obtener la derivada de $|\hat{r}(\xi)|$ con respecto de ξ , ecuación (55), tomando en cuenta que se maneja un arreglo de valores discretos $|\hat{r}_j|$, se requiere un tratamiento numérico para estimar la derivada $\frac{d|\hat{r}|}{d\xi}$. Para obtener la aproximación de la derivada

$$\frac{d\hat{r}_j}{d\xi} = \frac{\hat{r}_{j+1} - \hat{r}_{j-1}}{2\Delta\xi} \quad (59)$$

Donde $\Delta\xi$ es el intervalo en frecuencia entre cada elemento del arreglo \hat{r}_j

➤ *Estimación de los parámetros de inversión*

Los intervalos en el tiempo para la estimación T y k deben ser seleccionados de tal manera que contengan dos eventos intermitentes (coeficientes de reflexión) representativos. En la estimación del parámetro k debe considerarse que está condicionado a que la magnitud de T sea lo bastante grande para ser determinada por el proceso de inversión (límite de Rayleigh), también puede estimarse cualitativamente directamente de la traza sísmica o de las representaciones tiempo frecuencia. Una vez estimado k , se estima r_e y r_o , y a partir de estas componentes se reconstruyen los coeficientes de reflexión originales r_1 y r_2 .

En intervalos entre coeficientes de reflexión T mayores al límite de Rayleigh, la inversión espectral puede presentar problemas de inestabilidad, ya que suelen distorsionarse los eventos periódicos en el espectro de amplitud $|\hat{r}(\xi)|$.

Para obtener una estimación de los parámetros optimizados, el siguiente paso en la metodología de inversión, es seleccionar un algoritmo de optimización y establecer sus parámetros correspondientes para la minimización de la función objetivo.

3.4 Algoritmo de optimización por enjambre de partículas *PSO*

En la mayoría de problemas de optimización no existe un algoritmo con complejidad polinomial que encuentre la solución óptima a dicho problema, además de que el espacio de búsqueda de estos problemas suele ser muy grande, lo cual hace no factible el uso de algoritmos exactos ya que la cantidad de tiempo que necesitaría para encontrar una solución es inadmisibles. Por lo que a causa de estos motivos, se necesita utilizar algoritmos aproximados o heurísticos que permitan obtener una solución del problema en un tiempo razonable.

El algoritmo de optimización por enjambre de partículas (PSO) desarrollado por Kennedy y Eberhart (1995) es un método de optimización para funciones no lineales, basado la simulación de un modelo del comportamiento social de los organismos tales como las parvadas de aves o los bancos de peces.

En este modelo cada individuo o partícula representa una posible solución al problema de optimización, el movimiento de las partículas está definido en todo el dominio de solución. El movimiento de cada partícula está en función de su posición actual, y por las mejores posiciones globales tanto de cada partícula individual, como por la partícula con mejor posición en el enjambre. El algoritmo *PSO* se rige bajo ciertos principios:

-Principio de proximidad

Relaciona la ubicación espacial de las soluciones y la distancia entre ellas, esto garantiza que haya diversidad en el enjambre, siendo inicialmente posiciones aleatorias.

-Principio de calidad

Un individuo debe reaccionar correctamente según su posición, tendiendo localmente hacia los mínimos y manteniendo la tendencia a la exploración en el dominio de la solución influenciada por los factores de movimiento.

-Principio de diversidad de respuesta

Cada partícula está influenciada por el conocimiento y habilidades propias y por las de la partícula de mejor posición (partícula líder), lo que hace que cada partícula responda de manera particular en su movimiento.

-Principio de estabilidad

Este principio establece que el enjambre no debe presentar reacciones bruscas o inestabilidad durante cualquiera de los estados que se presenten, lo rigen los factores de aceleración e inercia en la ecuación de velocidad de las partículas.

-Principio de adaptabilidad

El enjambre debe cambiar la tendencia del movimiento, dicha tendencia sobre la dirección donde el enjambre tienda hacia un máximo global lo definirá la inercia con respecto de la partícula líder.

La partícula posee una posición P , el cual es un vector que contiene los parámetros en los que está definido el espacio de solución, así mismo cada partícula tiene una velocidad v , la función de velocidad está dada por la ecuación (60) es el elemento que dirige el proceso de optimización y refleja el conocimiento que la partícula ha adquirido a través de la experiencia.

$$v_j^{k+1} = wv_j^k + C_1rand(Pbest - P_j^k) + C_2rand(PGbest - P_j^k) \quad (60)$$

Donde $Pbest$ es la mejor posición de la partícula en pasado, $PGbest$ son los parámetros de la partícula de mejor posición o partícula líder y es la mejor posición encontrada desde el comienzo de las iteraciones, w es la constante de inercia, C_1 y C_2 son las constantes de aceleración y $rand$ un número aleatorio. En la Figura 16 se muestra la iteración del algoritmo en donde indica la dirección de la nueva partícula líder en el espacio de solución.

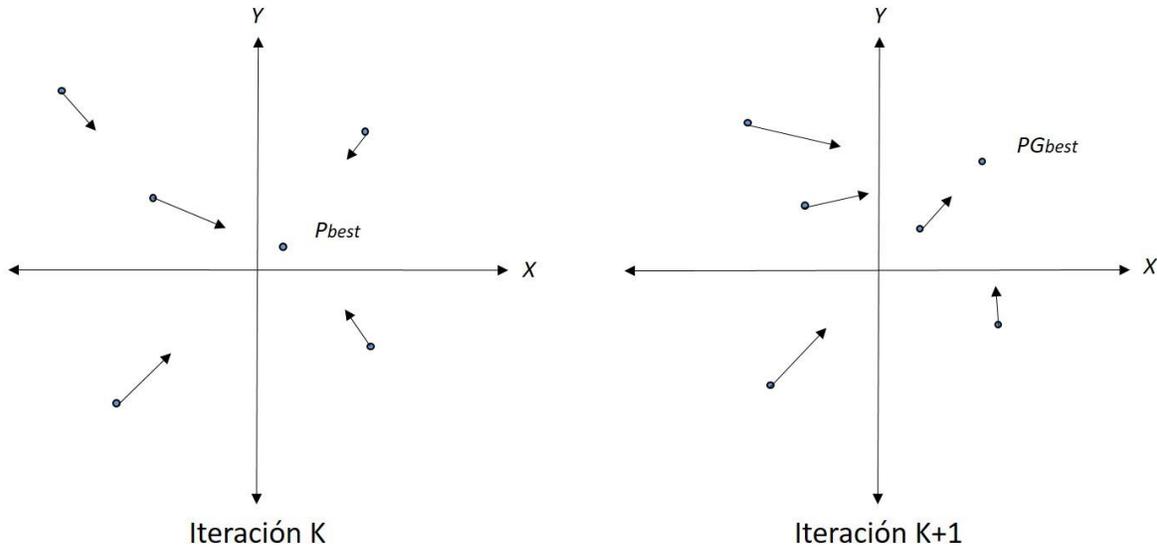


Figura 16. Iteración de partículas con el algoritmo PSO

El factor de inercia w es la magnitud de la velocidad calculada para la siguiente iteración, funciona como un factor de balance entre diversificación e intensificación, por lo que permite que el algoritmo *PSO*, tenga dos fases, la de exploración, donde es la habilidad para que las partículas logren cubrir diferentes regiones del espacio de soluciones, y la de intensificación, que es la habilidad para refinar una solución candidata en una región del espacio de soluciones. *PGbest*. En el algoritmo debe existir un balance entre las dos fases la cuales se pueden controlar con el vector velocidad.

$$w = \left[\frac{W_{min} - W_{max}}{(n-1)} (k - 1) \right] + W_{max} \quad (61)$$

Donde W_{max} y W_{min} son los límites de w , n es el número de iteraciones.

Las constantes de aceleración C_1 y C_2 indican factores de peso que representan la magnitud de influencia que tiene la partícula con respecto de su mejor *Pbest* y la posición de la partícula líder *PGbest*, ambos factores están dados por la ecuación

$$C_1 = \frac{C_{1min} - C_{1max}}{n} k + C_{1max}$$

$$C_2 = \frac{C_{2min} - C_{2max}}{n} k + C_{2max} \quad (62)$$

Finalmente, la posición actualizada de cada partícula es la suma de la posición actual y de la velocidad calculada.

$$P_j^{k+1} = P_j^k + v_j^{k+1} \quad (63)$$

Para implementación *PSO* es necesario establecer los límites del espacio de solución $\Omega(T,k)$, los parámetros del algoritmo como son el factor de inercia w y las constantes de aceleración C_1 y C_2 , el número de iteraciones N , el número de partículas n . Se muestra el diagrama de flujo del algoritmo *PSO*.

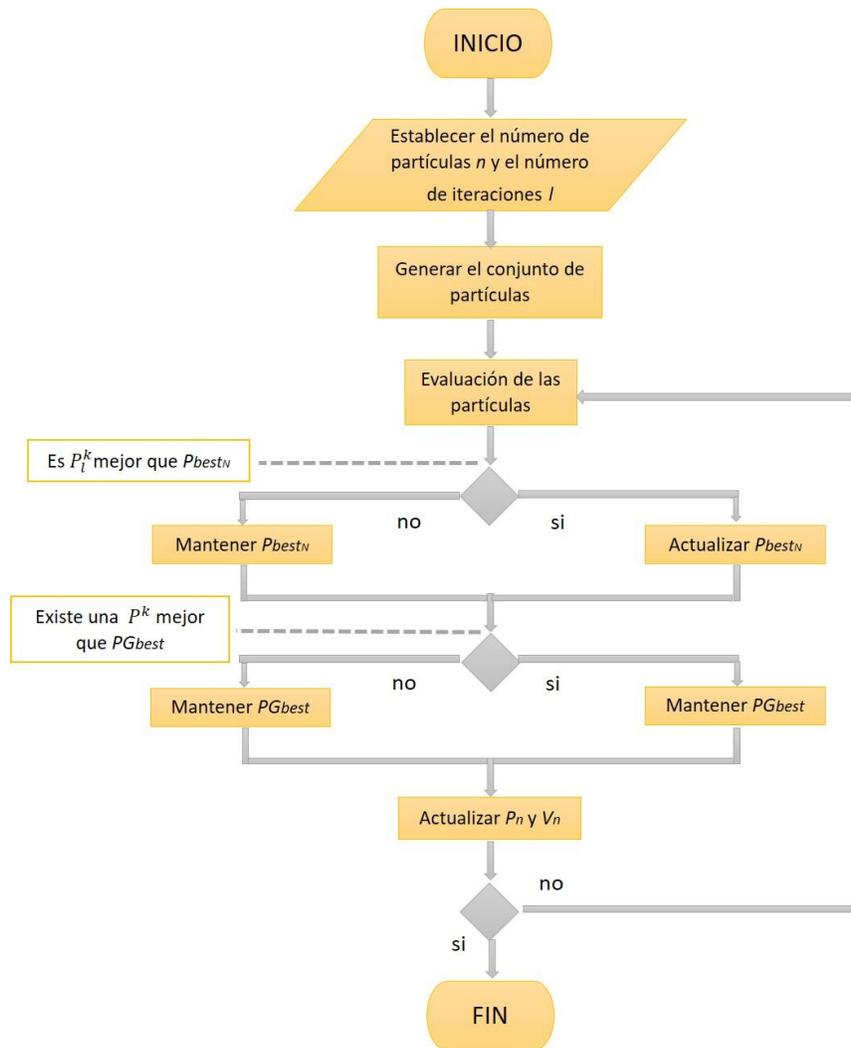


Figura 17. Diagrama de flujo de algoritmo *PSO*

CAPÍTULO 4

4 Aplicación y resultados

En este capítulo se presenta la metodología de la secuencia de procesamiento con el objetivo de evaluar la eliminación de múltiples marinos en datos sísmicos sintéticos y reales, así como la implementación del algoritmo de optimización por enjambre de partículas para la solución del problema inverso. Se muestra el flujo de proceso implementada en el proyecto de estudio para inversión sísmica en la estimación de los coeficientes de reflexión (Figura 18).



Figura 18. Flujo de proceso en general

4.1 Modelo sintético

El modelo sintético está diseñado con base en una sección estructural ubicada en la parte sureste del Golfo de México donde se localiza un complejo sistema de estructuras de rocas carbonatadas que consiste en bloques compresivos separados por fallas normales e inversas (Figura 19).

El modelo consistió en la aplicación de 9 capas incluyendo una de agua que se usó con la finalidad de poder recrear eventos múltiples y así lograr abordar el objetivo del proyecto de investigación; atenuarlos con diferentes métodos. Su diseño se implementó en un medio viscoelástico logrando representar una aproximación a la naturaleza real de las señales sísmicas de un ambiente geológico y generar sismogramas sintéticos.

Un sismograma sintético es una reflexión sísmica artificial generada al asumir que un tipo de onda particular viaja a través de un modelo asumido. Este tipo de onda puede ser de dos tipos: teórica o extraída directamente de los datos sísmicos alrededor de un pozo específico. En la creación de este sismograma pueden simularse efectos de atenuación, múltiples y otros efectos que deterioran la señal de la onda en la realidad (Yilmaz, 2001)

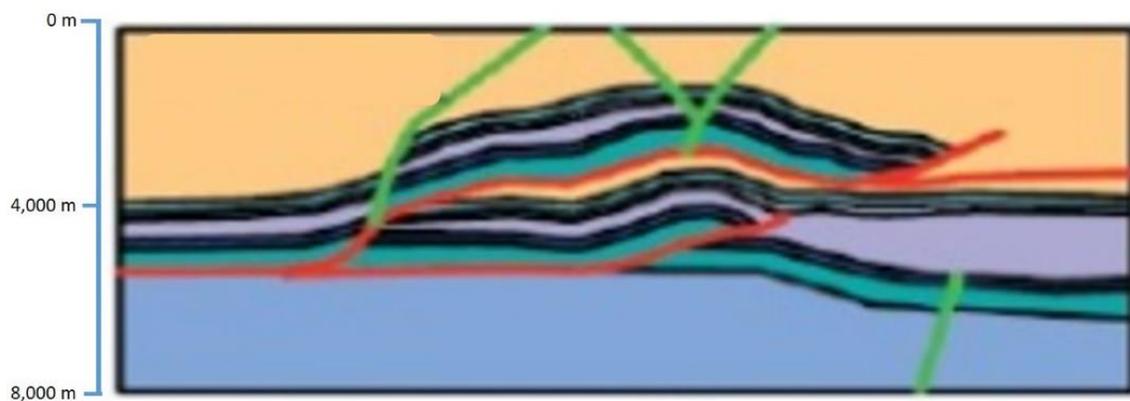


Figura19. Sección estructural. (Modificado de Mitra, 2005).

4.2 Adquisición de datos

Los datos sísmicos empleados para el diseño del modelo viscoelástico heterogéneo fueron adquiridos usando una geometría consistente de líneas de receptores y líneas fuentes empleado en el software “2D-3D Elast-Visco-Heterogéneo” (incluido en el sistema de “Seismic Fracture ” desarrollado en el Instituto Mexicano del Petróleo), logrando establecer parámetros iniciales tales como el tamaño del mallado, número de trazas, diferencia de tiempo (Δt), capa absorbente perfectamente acoplada (PML), tipo de capas a introducir, tipo de fuente, tipo de receptor, frecuencia de ondícula, etc. (Figura 20).

Para la implementación del modelo se utilizó una estación de trabajo Lenovo P500 Intel Xeon de 2.30GHz. ThinkStation de 20 nodos con 32 Gigas. En la tabla 3 se muestran los datos de adquisición.

Datos de adquisición	
Distancia en X (nx)	9,000 m
Distancia en Y (ny)	9,000 m
Distancia en Z (nz)	4,000 m
Número de fuentes	25
Offset entre fuentes	2,000 m
Número de líneas fuente	5
Distancia entre líneas fuente	2,000 m
Número de receptores	1,155
Offset entre receptores	100 m
Número de líneas receptoras	15
Distancia entre líneas receptoras	600 m
Número de muestras	2,000
Δt	0.0002 seg.
Tipo de fuente	Marino (Air gun)

Tabla 3. Datos de adquisición

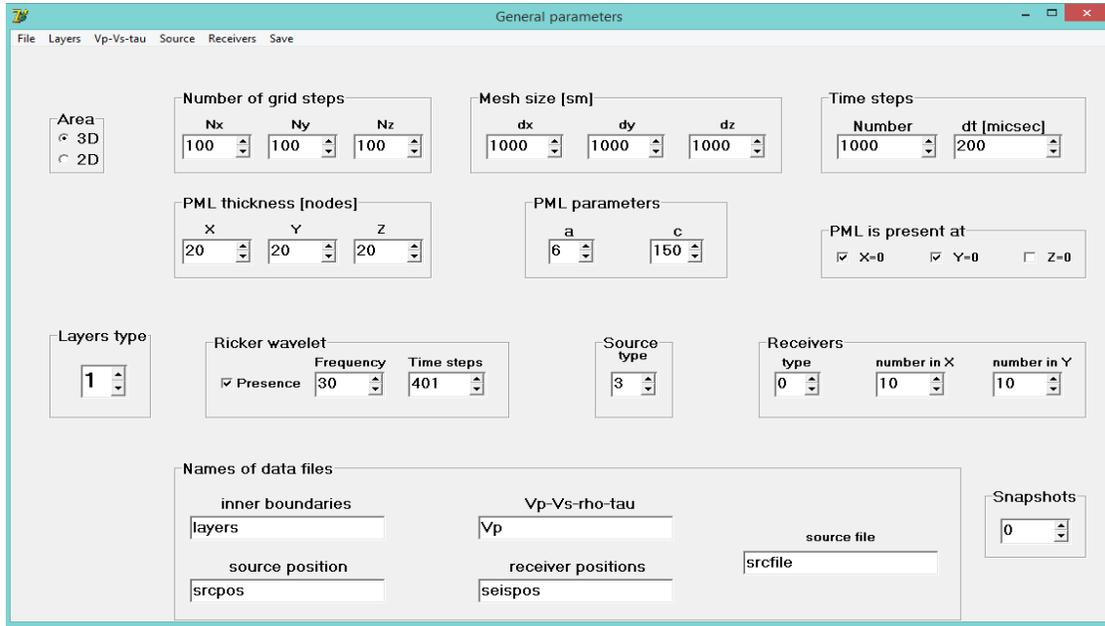


Figura 20. Parámetros del modelo viscoelástico en el software “2D-3D Elast-Visco-Heterogéneo”

Se dibujaron las capas correspondientes al modelo geológico basadas en un modelo real que presenta una deformación estructural en forma de anticlinal (Figura 21). Los datos de inicio fueron retomados con base en un pozo cercano al sitio de interés en donde se tomaron los datos de velocidades sísmicas, los valores de densidad, los tiempos de relajación y los coeficientes de atenuación (Tabla 4).

	Vp [m/sec]	Vs [m/sec]	rho [kg/m3]	taue/taus - 1	taus [msec]
Layer 1	1500	0	1000	0	0
Layer 2	1800	900	1800	0.5	0.0001
Layer 3	2770	1385	2090	0.4	0.00023
Layer 4	5350	2675	2610	0.73	0.0004
Layer 5	5000	2500	2540	0.7	0.0003
Layer 6	5450	2725	2630	0.8	0.0006
Layer 7	5650	2825	2670	0.82	0.00062
Layer 8	4650	2325	2470	0.6	0.0002
Layer 9	4664	2332	2470	0.5	0.0001

Tabla 4. Parámetros iniciales de cada capa para el diseño del modelo viscoelástico

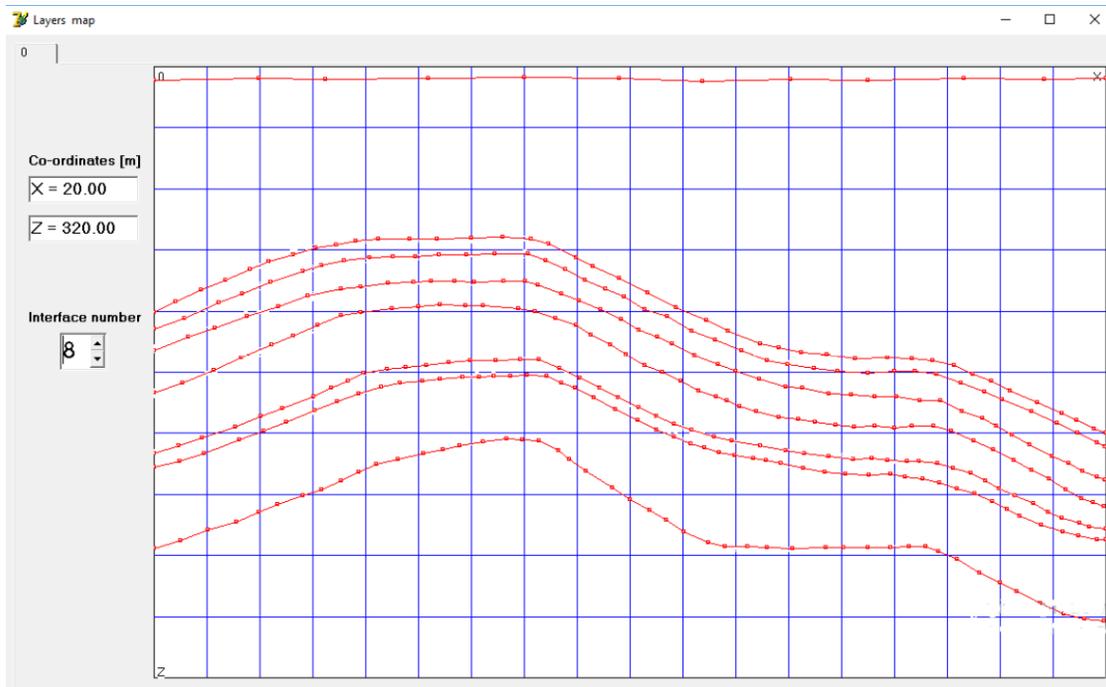


Figura 21. Modelo geológico realizado en el software del modelo viscoelástico. Posteriormente se procedió a elaborar el mallado de adquisición; en donde se realizaron 15 líneas receptoras dando un total de 1155 receptores y 25 fuentes distribuidas en 5 líneas como se indica en los datos de adquisición (Figura 22).

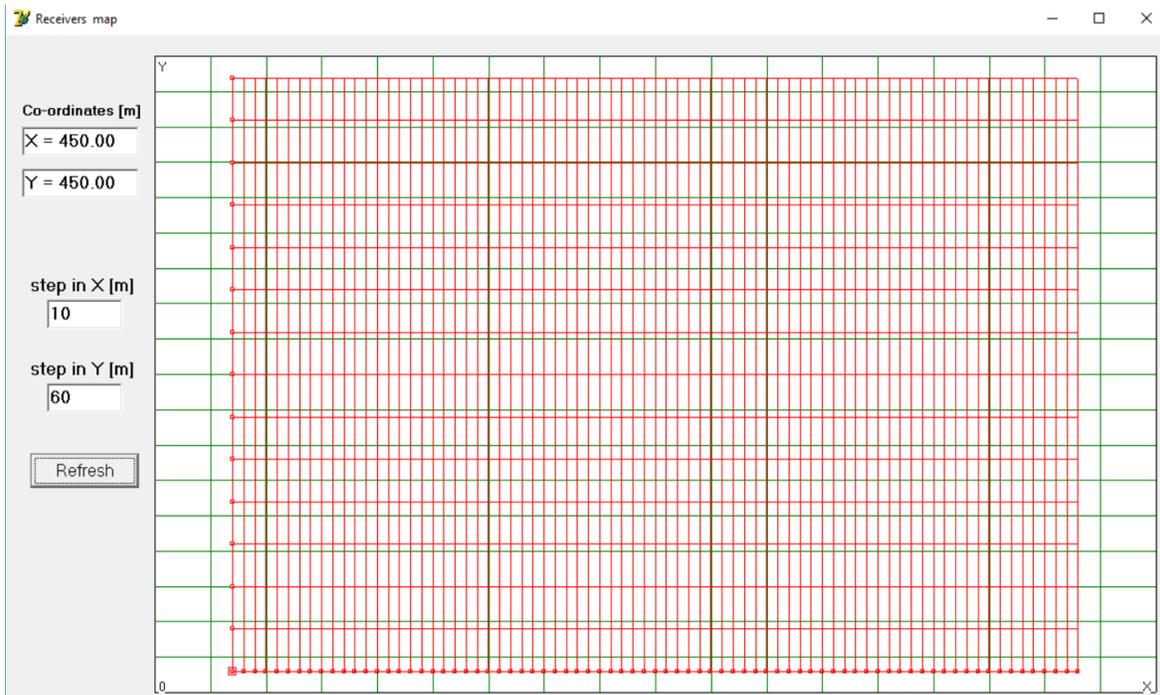


Figura 22. Mallado de adquisición sísmica

Una vez incorporados los parámetros iniciales al modelo viscoelástico se procedió a realizar el primer disparo dando como resultado un sismograma sintético (Figura 23).

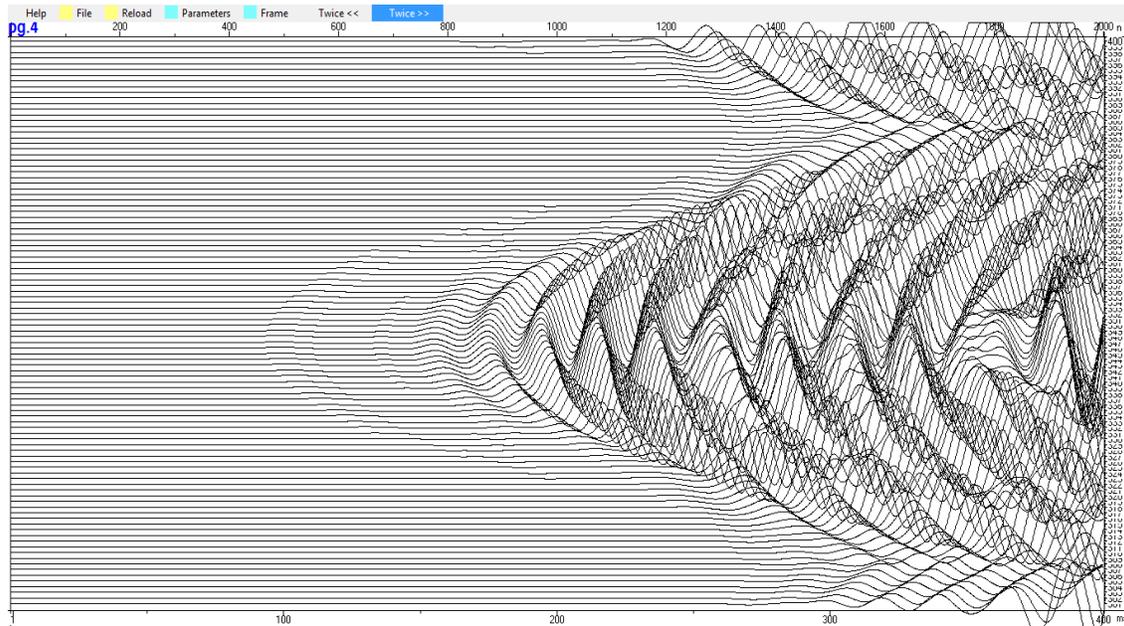


Figura 23. Sismograma sintético

Se realizó el trazado de rayos en el modelo propuesto, para su comparación de con ecuación de onda en medios viscoelásticos heterogéneos.

La teoría de trazado de rayos impone algunas limitaciones en el modelo del subsuelo (Cerveny, 1985): para garantizar que los rayos sean válidos, los parámetros del modelo deben ser suavizados dentro de la zona de Fresnel (Cerveny and Soares, 1992).

Se elaboró un mallado con las mismas características del modelo viscoelástico y se procedió a realizar la sección geológica.

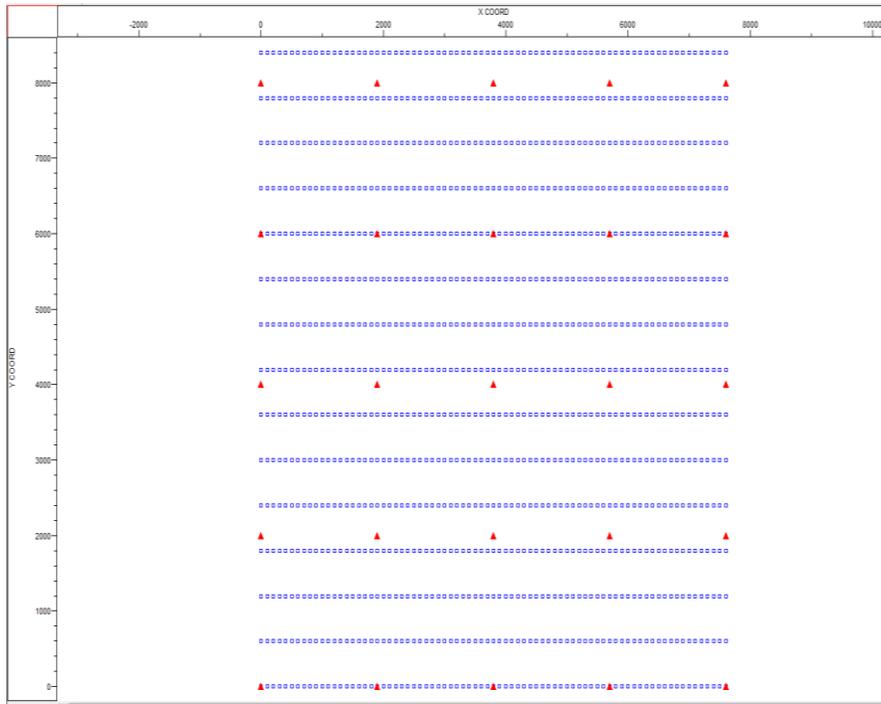


Figura 24. Mallado de adquisición en donde las fuentes están delimitadas en color rojo y los receptores en color azul.

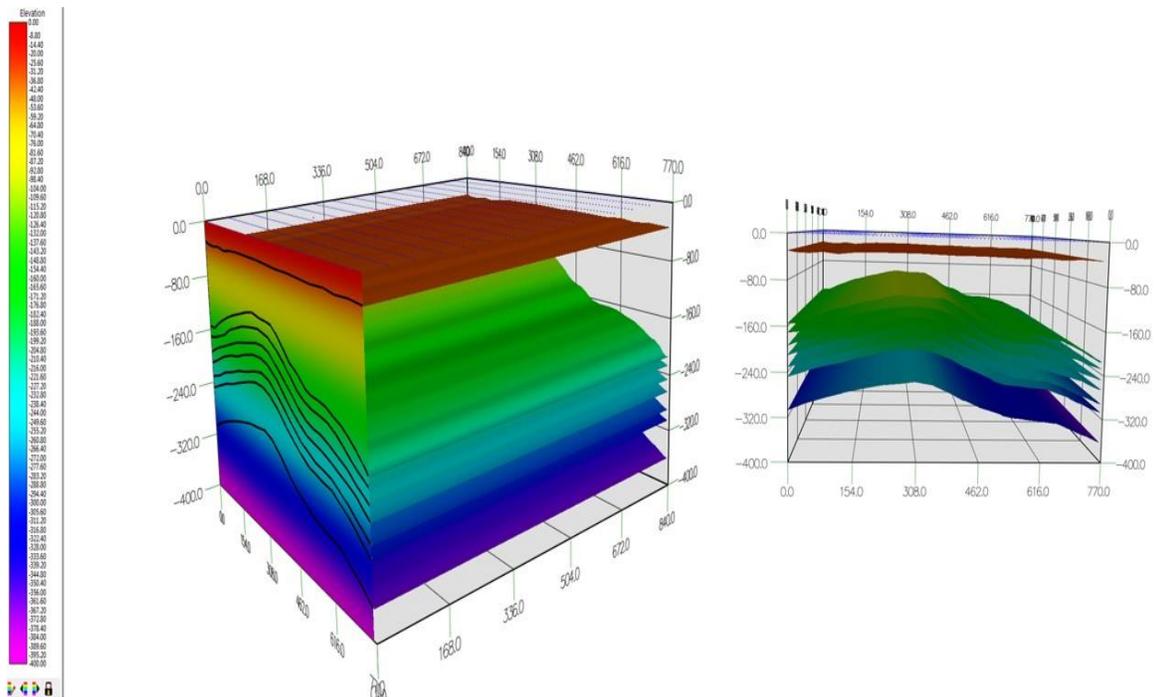


Figura 25. Modelo geológico

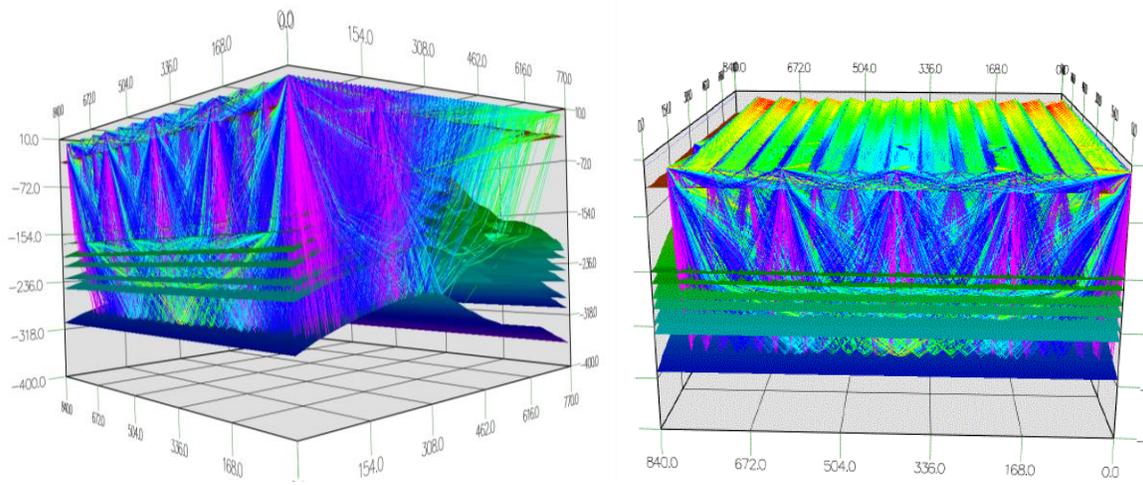


Figura 26. Trazado de rayos visto desde distintos perfiles

4.3 Procesado de datos

El objetivo del procesamiento de datos sísmicos de reflexión para este caso, es mejorar la calidad de los sismogramas sintéticos controlados. En consecuencia, se logrará suprimir la mayor cantidad de ruido y mejorar la señal sísmica durante esta etapa, logrando usar los algoritmos involucrados en determinado proceso para obtener un mejor resultado sobre los datos sísmicos

El procesamiento de los datos se llevó a cabo en el software de código abierto Seismic Unix, el cual fue desarrollado en la Escuela de Minas del Colorado.

Con base en el modelo viscoelástico desarrollado en el software “2D-3D Elast-Visco-Heterogéneo” se obtuvieron 25 puntos de tiro. En la Figura 27 se puede observar un sismograma sintético con punto de tiro central y 1155 trazas.

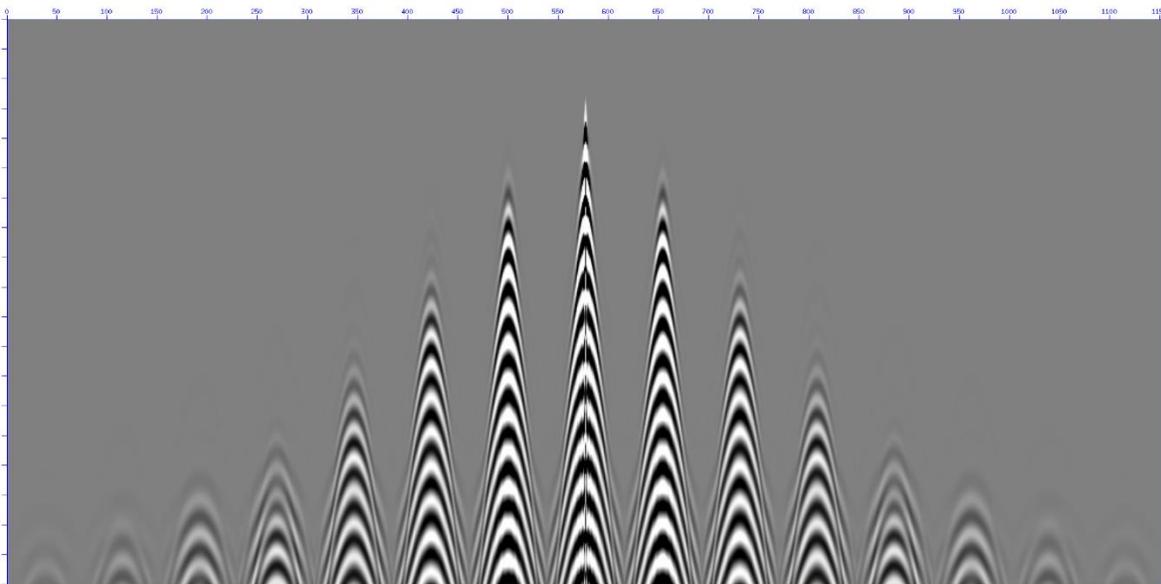


Figura 27. Modelo viscoelástico sintético

El siguiente paso fue lograr asignar la geometría de procesamiento en cada CDP, lo cual este proceso consiste en asociar cada traza a sus coordenadas de cada una de las estaciones fuente-receptor. Esta etapa es de vital importancia ya que todos los pasos del procesamiento están referidos a la geometría, por lo cual es fundamental construirla meticulosamente (Yilmaz, 1989).

Para construir la geometría se utilizó el software ProMAX 3D Land Geometry Assignment.

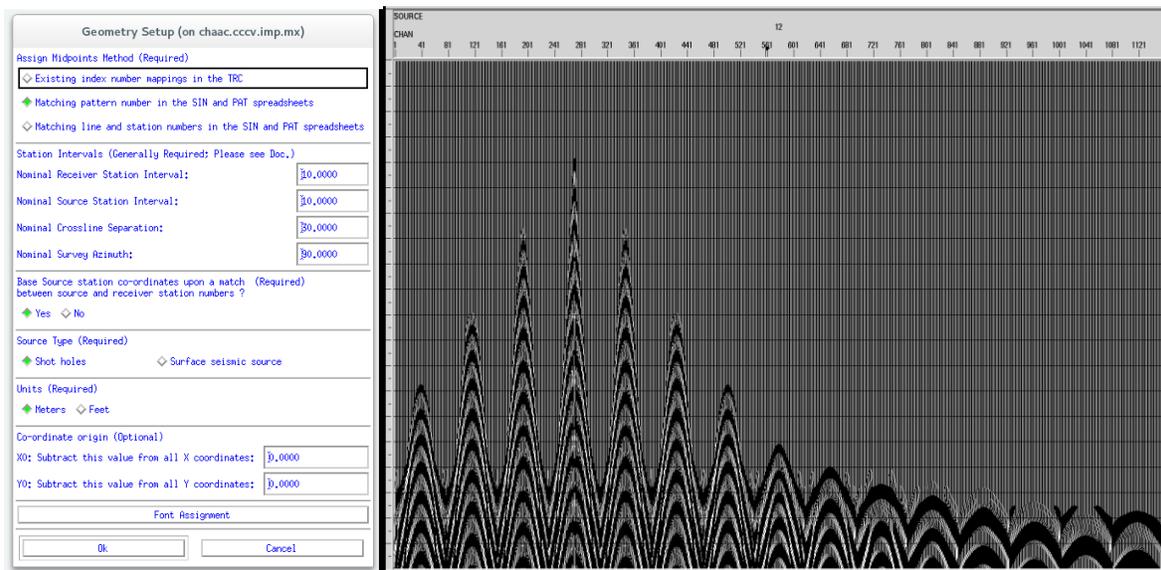


Figura 28. Visualización de un punto de tiro con geometría asignada
A partir de los 25 puntos tiros obtenidos y con la geometría asignada se procedió a concatenar a un solo archivo SEG-Y, familias de puntos de tiro (shot gather).

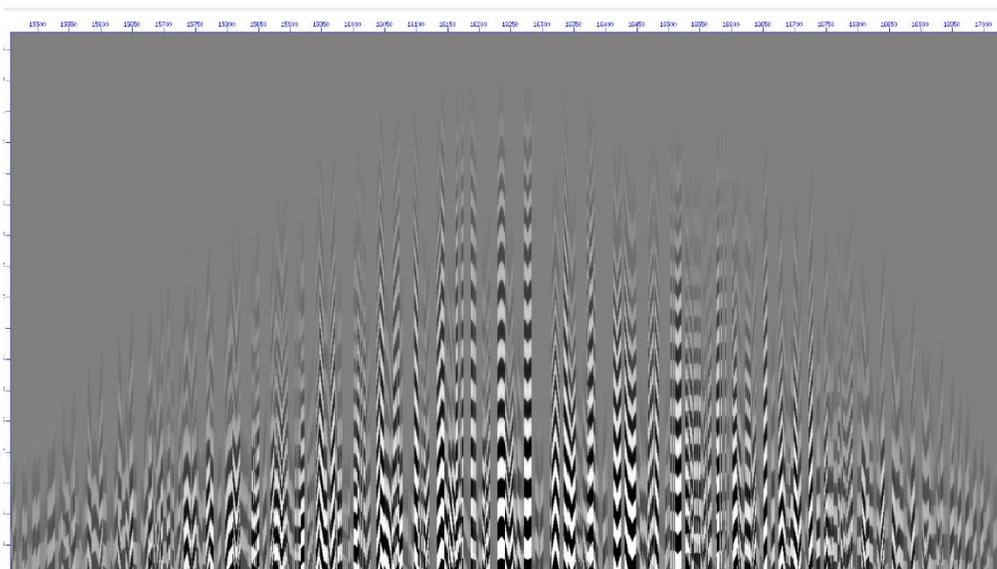


Figura 29. Conjuntos de trazas

Se aplicó la corrección de amplitud por divergencia esférica en donde el objetivo de esta corrección es reconstruir las amplitudes debido a la absorción de los materiales y al decaimiento del frente de ondas con la distancia, ya que la energía se distribuye

radialmente mientras los frentes de onda se alejan de la fuente, esta disipación de la energía es más fuerte cuando el área de dispersión aumenta, generando que las amplitudes de la señal disminuyan al alejarse de la fuente, por lo que a mayor offset, la energía decrece y por consecuencia las amplitudes registradas también. Así mismo se procedió a aplicar un “control de ganancias”.

Una vez aplicado la corrección de amplitud se procede a realizar un ordenamiento de las trazas sísmicas en conjunto de punto reflector común o CMP (Common MidPoint). Este ordenamiento consiste en agrupar las trazas que pertenecen a un mismo punto medio entre una fuente y un receptor determinado (Figura 30).

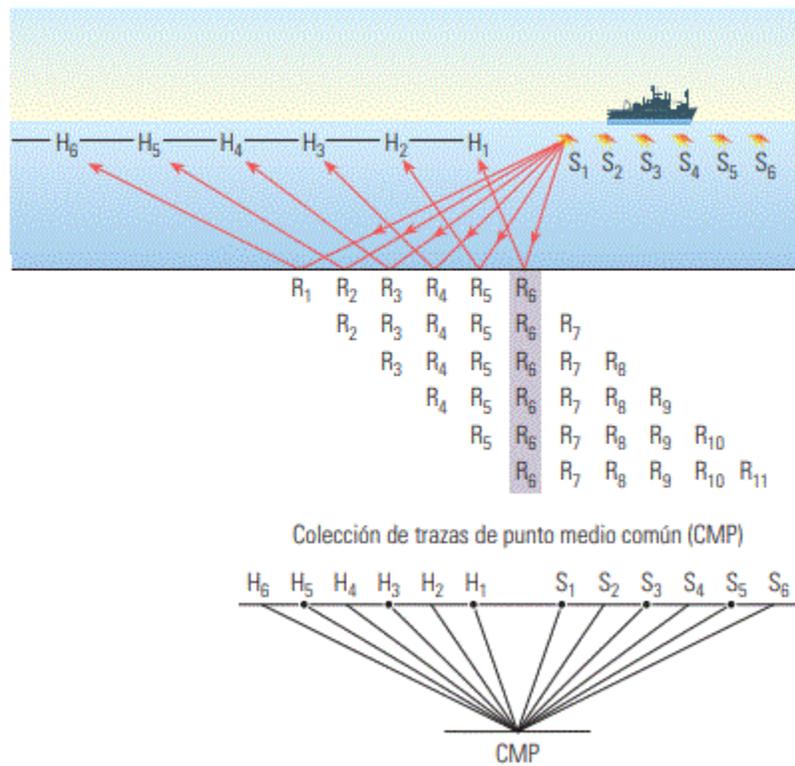


Figura 30. Representación de un CMP en donde la letra S representa la fuente, la H los receptores (Hidrófonos) y la R los puntos de reflexión (Tomado de Oilfield Review, 2008)

A partir del conjunto de trazas en función del disparo (Shot Gather), agrupamos las trazas que comparten el punto medio en superficie (CMP). Se obtuvieron 868 CMP's (Figura 31).

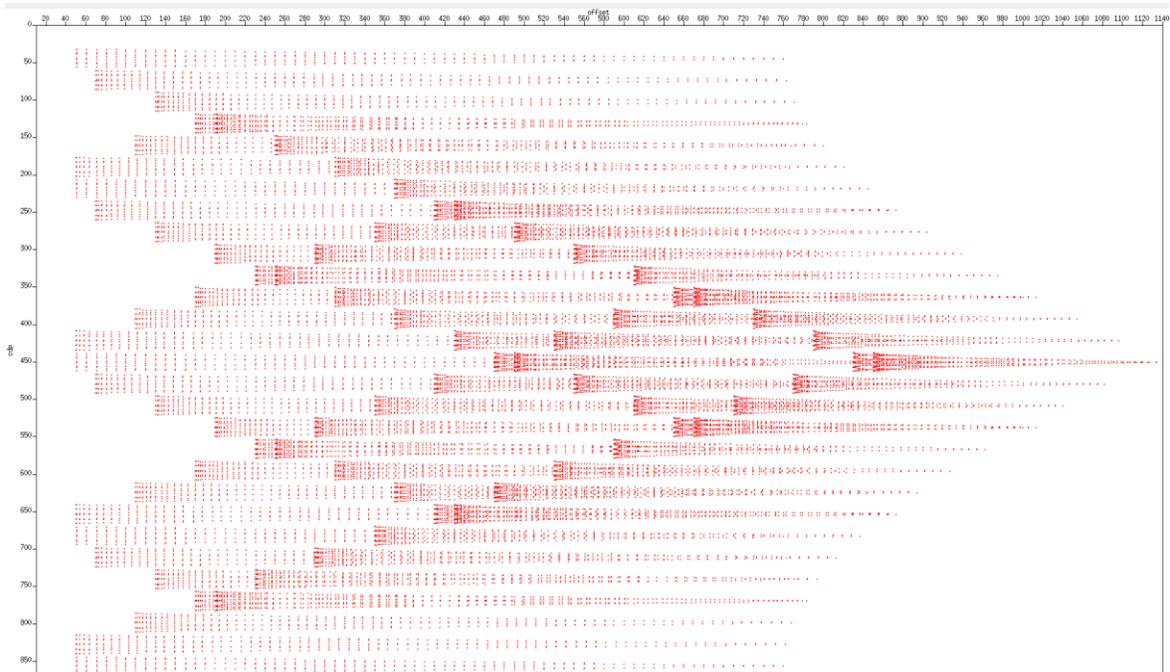


Figura 31. Mapa esquemático de CMP's

Se realizó el análisis de velocidades el cual es de suma importancia para determinar un modelo de velocidades de reflexión adecuado, ya que de esto depende que el apilamiento de los datos sísmicos se realice correctamente.

El análisis de velocidades tiene como objetivo obtener puntos de tiempo – velocidad para un conjunto de CDP Gather, y lograr obtener los valores de las velocidades V_{NMO} para poder aplicar la corrección NMO (Normal Move Out) que corrige la diferencia en tiempo de viaje que ocurre entre un offset cualquier y offset cero.

Se utilizó el método para el análisis de las velocidades de reflexión sísmica llamado análisis de semblanza NMO la cual despliega un conjunto de máximos y mínimos que representan altas y bajas. La medida de la coherencia es un atributo comúnmente llamado semblanza. En este análisis es de suma importancia la selección de los valores de la semblanza ya que estos pueden confundirse con múltiples, los cuales están caracterizados por bajas velocidades y semblanzas altas (que caracterizan a los reflectores de interés). El análisis de velocidades se realizó en el CDP 453 en el cual se aplicó el procesamiento sísmico (Figura 32).

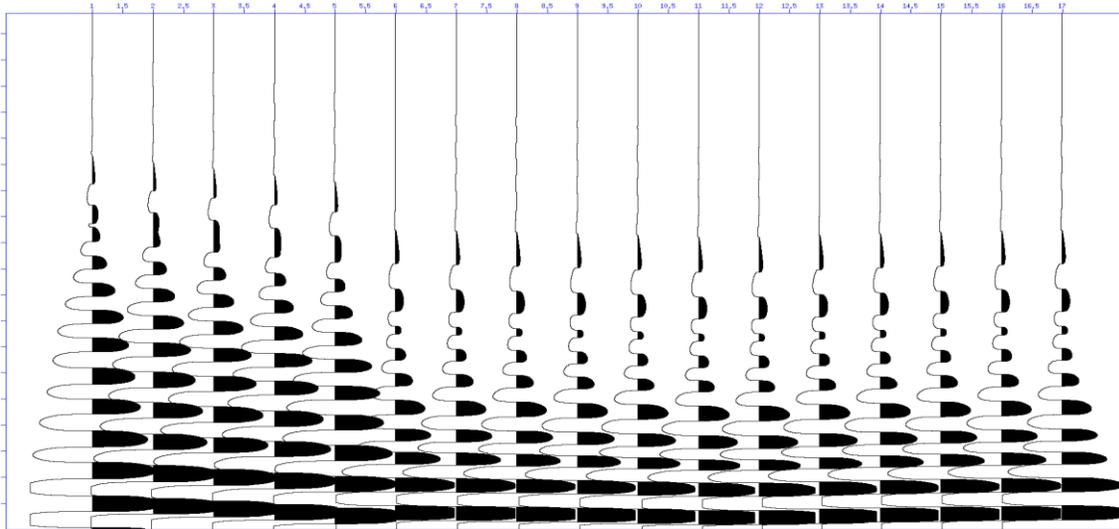


Figura 32. Dato sísmico del CDP 453

La semblanza se define por la siguiente ecuación:

$$s(t) = \frac{\left[\sum_{j=0}^{j=n} q(t,j) \right]^2}{\left[\sum_{j=0}^{j=n} nq^2(t,j) \right]} \quad (64)$$

Donde $s(t)$ es la semblanza y $q(t,j)$ es la j -ésima muestra de las trazas sísmicas de entrada. En otras palabras, la semblanza es el cuadrado de la suma dividida por n veces la suma de los cuadrados de los valores en una traza sísmica.

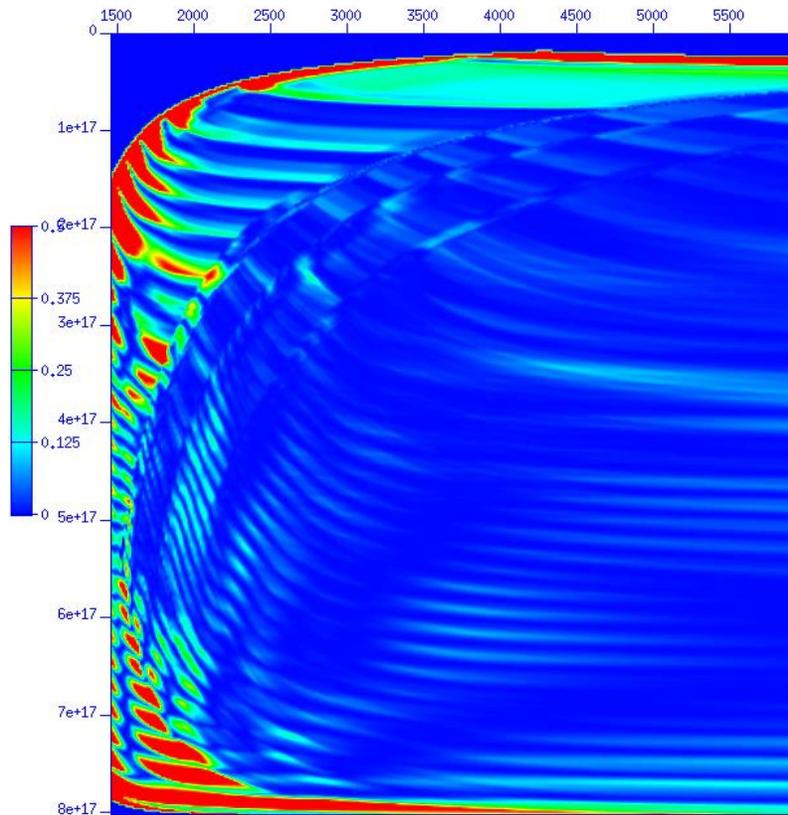


Figura 33 Análisis de velocidades en el CDP 453

El resultado de este análisis fue un campo de velocidades con el cual se puede apreciar sobre la parte inferior izquierda una serie de múltiples de primer y segundo orden con características de bajas velocidades.

Con la finalidad de determinar la presencia de múltiples se logró realizar un espectro de frecuencia logrando analizar las frecuencias de ruido/señal (Figura 34).

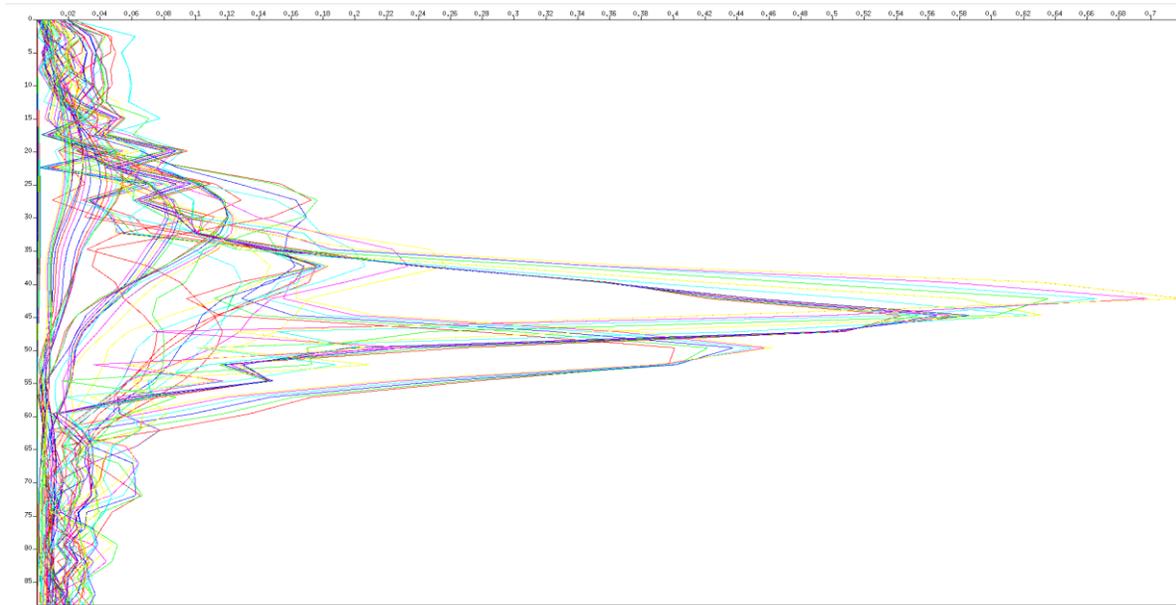


Figura 34. Espectro de frecuencias del CDP 453

Se utilizó la deconvolución predictiva con el objetivo de anular los efectos de los ruidos comúnmente llamados “múltiples”. Con apoyo del software “Seismic Unix”, auto-correlacionamos las trazas utilizando un operador que elige el ancho de nuestra forma de onda, logrando obtener la cantidad y periodicidad de los múltiples presentes. Para el CDP en proceso se encontró un promedio de 0.012 segundos aproximadamente ya que partir de ese valor se ha eliminado la mayor parte de la energía reverberante (Figura 35)

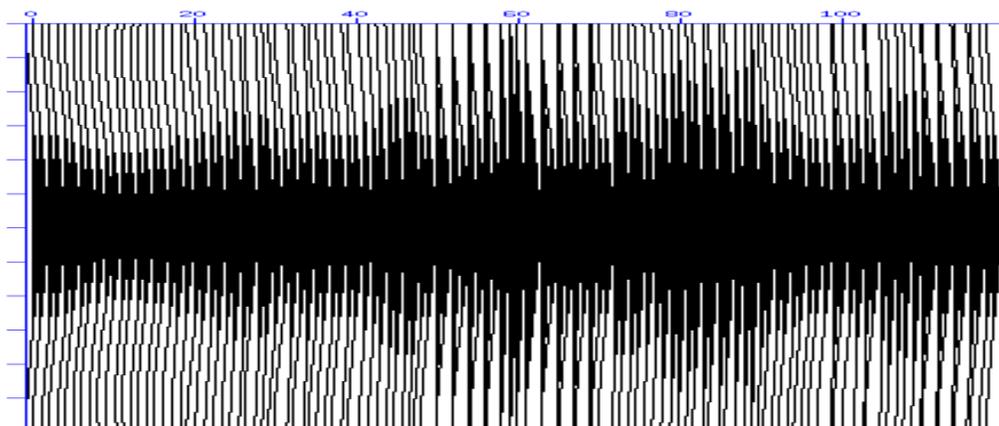


Figura 35. Correlación aplicando la deconvolución predictiva (promedio 0.012 seg.)

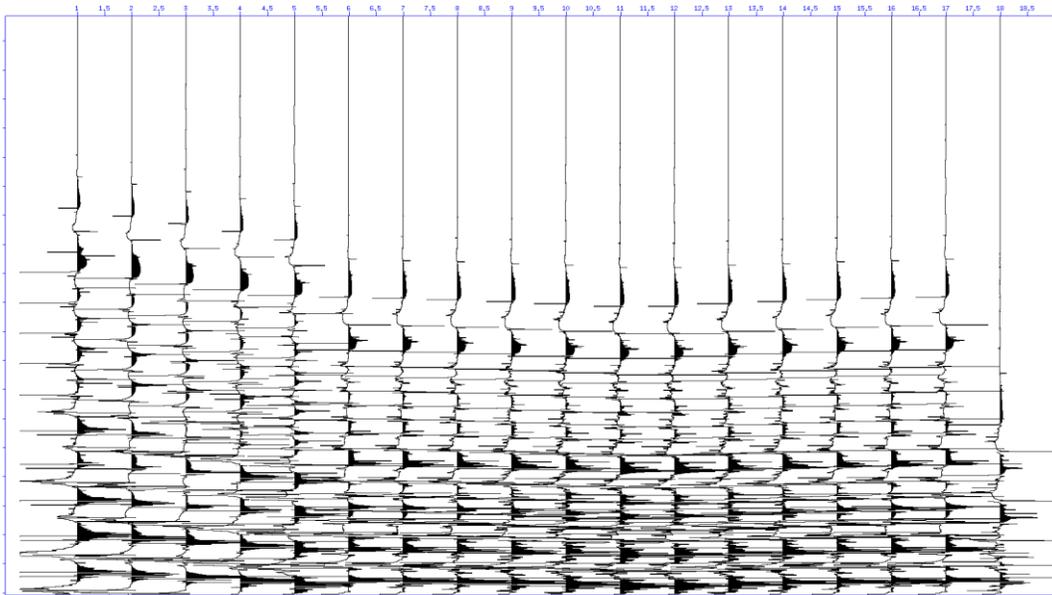


Figura 36. Deconvolución predictiva en el CDP 453 con 119 trazas

Con la finalidad de atenuar el ruido y resaltar eventos de reflexión, se logró aplicar un filtro pasa bandas el cual su función es dejar pasar una banda limitada de frecuencias, de tal forma que se sobre salgan aquellas frecuencias que contienen energía de reflexión coherente y se rechace aquellas frecuencias asociadas al ruido sísmico (Figura 37).

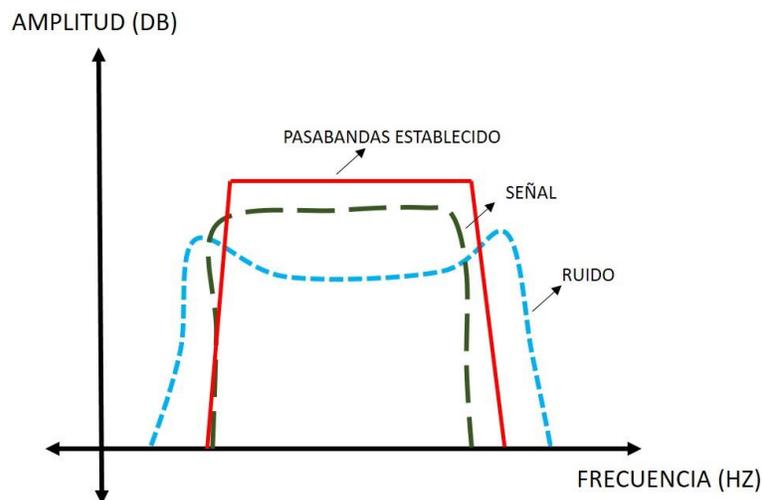


Figura 37. Selección señal-ruido en el dominio de frecuencias

De acuerdo con el espectro de frecuencia se logró elegir una banda de frecuencias delimitada por los siguientes rangos: 10,15-70,75 Hz. (Figura 38).

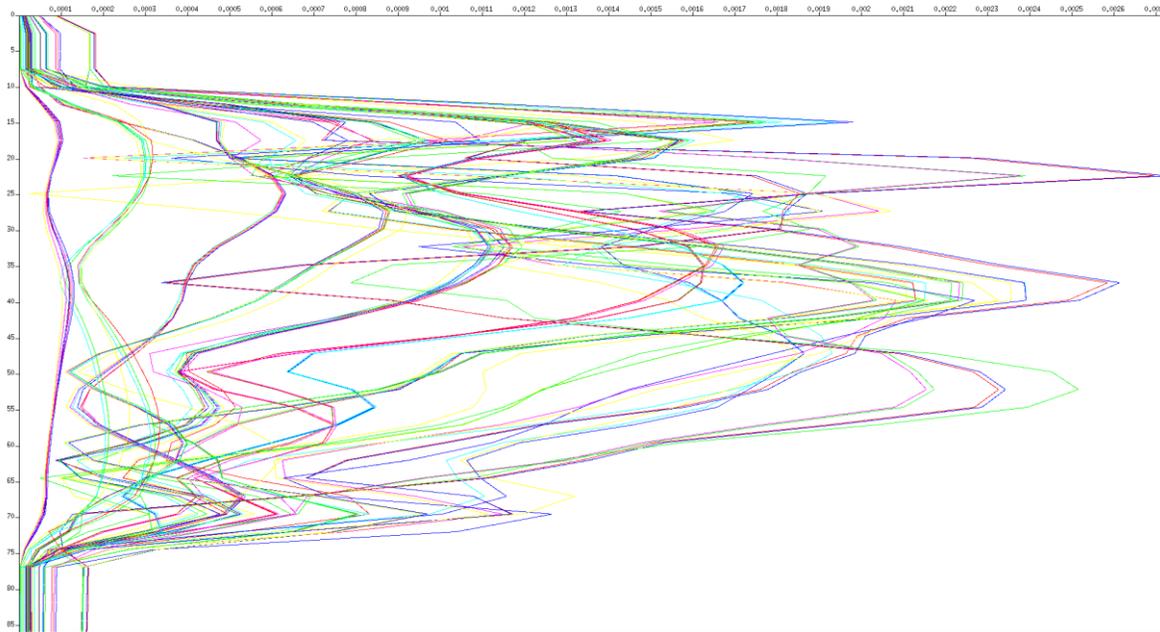


Figura 38. Espectro de frecuencias con filtro pasa bandas

Una vez aplicado los filtros y visualizando el espectro de frecuencias obtenido se procedió a realizar un segundo análisis de velocidades sobre los datos que han sido previamente corregidos (Figura 39).

Se puede mostrar que la aplicación de filtros, así como el proceso de deconvolución predictiva consiguió eliminar múltiples mostrados en la parte inferior izquierda, los cuales se caracterizaban por tener velocidades bajas y semblanza altas así como atenuar cantidad de ruido presente en los datos sísmicos.

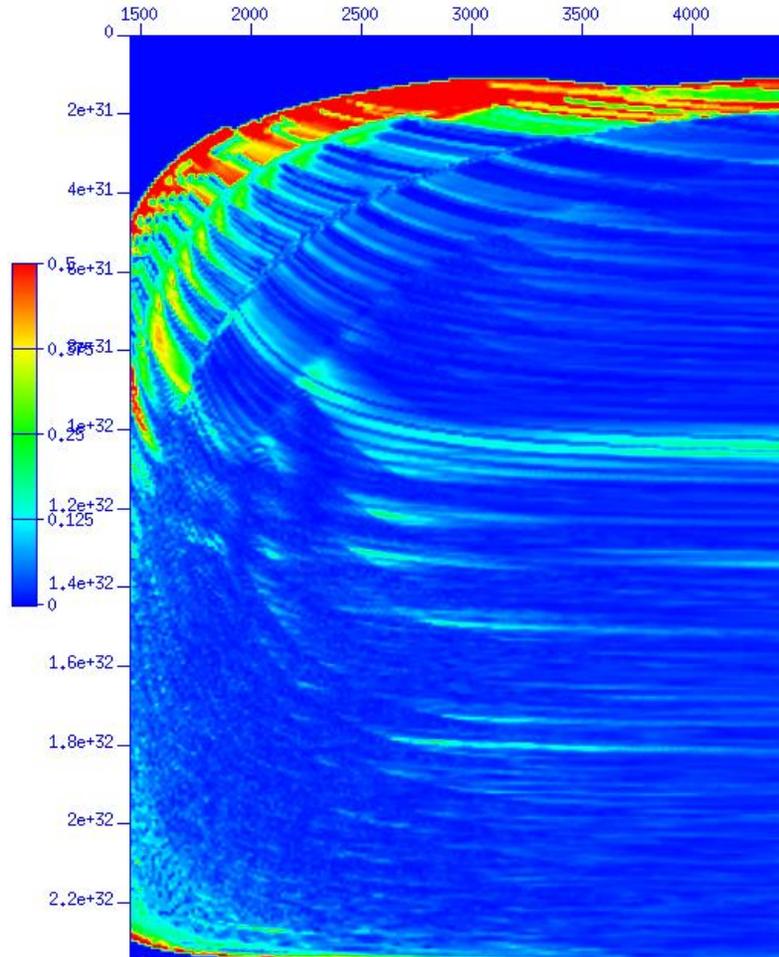


Figura 39. Análisis de velocidades filtrado

Antes de que las trazas sean apiladas, la reflexión necesita ser ajustada a su verdadero tiempo de viaje de ida y vuelta, es decir, deben ser corregidas por las diferencias de tiempo de viaje a causa de las variaciones en las distancias de la trayectoria de rayo, a este proceso se le llama Corrección sobre tiempo normal (Normal MoveOut (NMO)) y está definido como el incremento del tiempo de reflexión debido al incremento en las distancias fuente – receptor.

Al aplicar la corrección NMO se presenta un efecto de estiramiento, esto es la degradación de amplitudes asociadas a eventos someros (Yilmaz, 1987). Por lo tanto, la trayectoria hiperbólica de los eventos de reflexión es transformada en el eje del tiempo, en una línea horizontal (Figura 40).

La corrección NMO provee una forma por medio de la cual se pueden atenuar los múltiples que no haya sido colapsado por el proceso de deconvolución. Para esto se debe examinar en el análisis de velocidades y detectar la presencia de múltiples, así lograr seleccionar una curva de velocidad que no corrija los múltiples, con lo que no serán sumados durante el proceso de apilamiento.

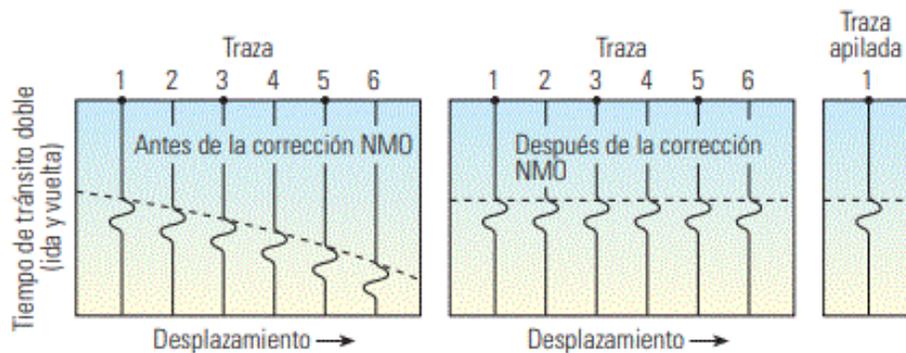


Figura 40. Corrección NMO de las trayectorias fuente – receptor

Se aplicó la corrección NMO a los datos sísmicos filtrados del CDP 453 en donde podemos observar los reflectores en su posición horizontal sin el efecto hiperbólico que causa el retraso en los tiempos de viaje (Figura 41).

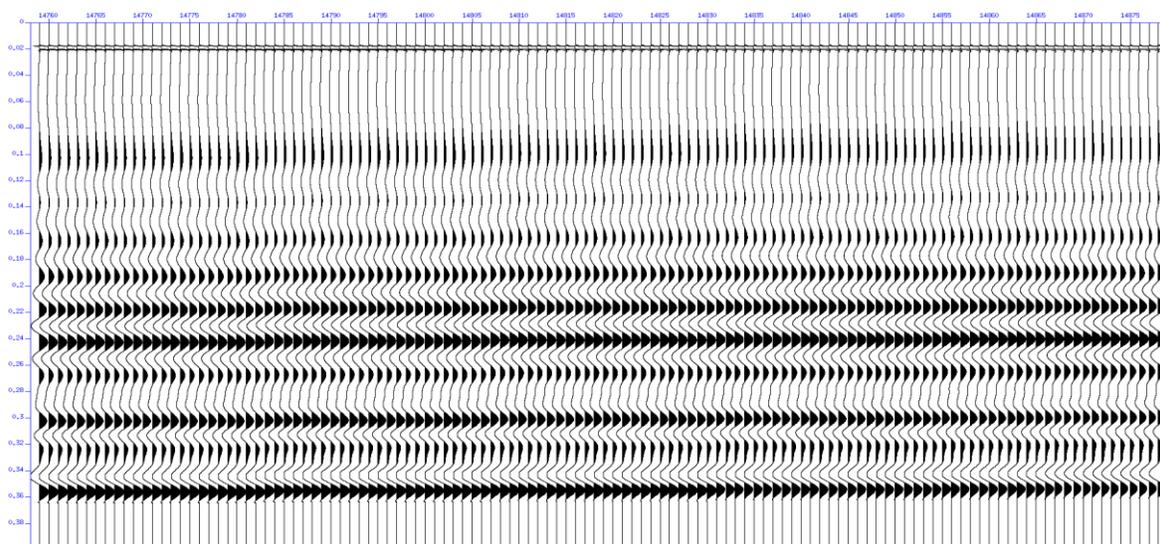


Figura 41. Corrección NMO a datos sísmicos previamente filtrados

Finalmente con los resultados del análisis de velocidad y una vez aplicada la corrección NMO se empleó el apilamiento de los CMP's gathers (Figura 42).

El proceso de apilamiento es la suma de trazas con el mismo valor en tiempo, dando como salida una traza apilada simple. Es una herramienta muy útil debido a que aumenta la fuerza de la señal, mejora la relación señal-ruido y atenúa los múltiples, ya que la señal una vez aplicada la corrección NMO se encuentran en simultaneidad todas las trazas, y estas al ser sumadas o apiladas produce una interferencia constructiva de la señal y una interferencia destructiva del ruido y de los múltiples.

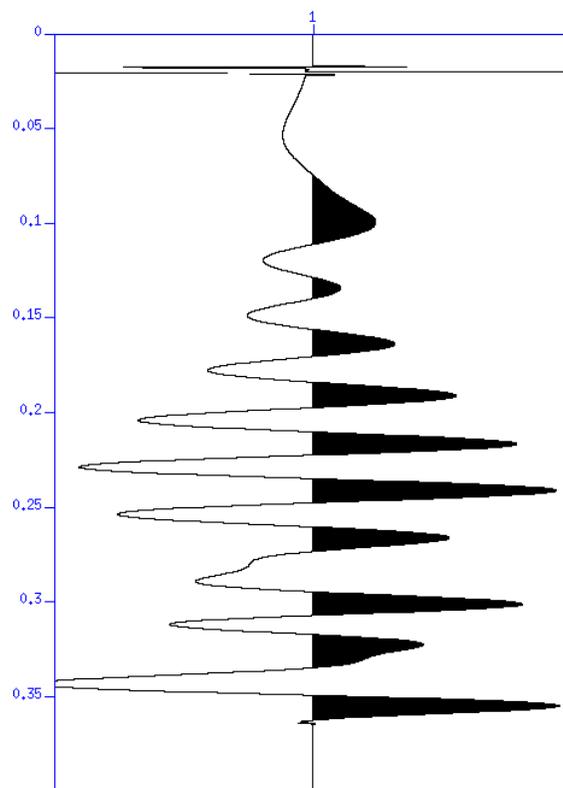


Figura 42. Apilado del CMP 453

El proceso realizado se logró aplicar a 7 CDP's los cuales fueron elegidos para el proyecto de investigación. A continuación, se muestra los resultados obtenidos en cada uno de ellos.

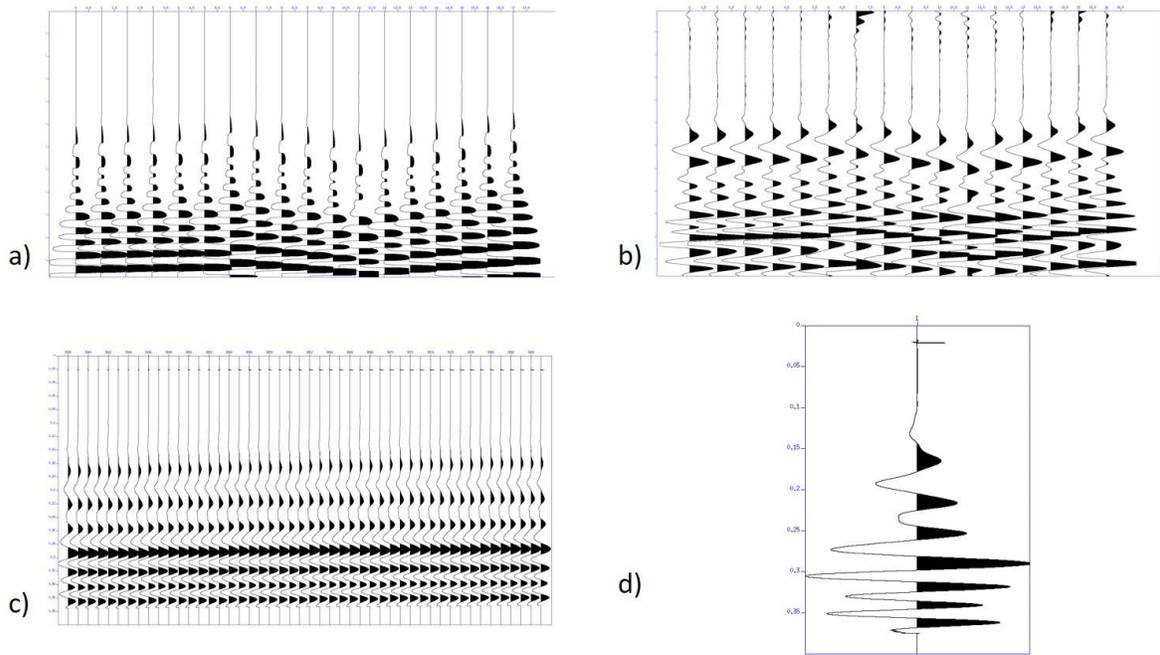


Figura 43. CDP 216 a) Dato de entrada b) Dato filtrado c) Corrección NMO d) Stack

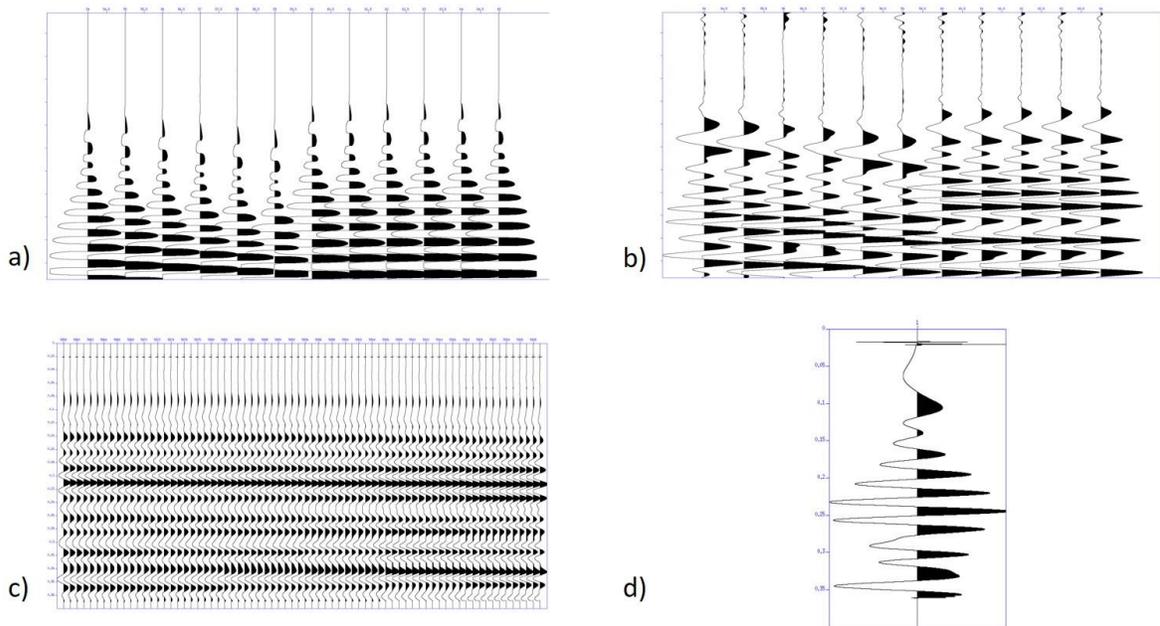


Figura 44. CDP 274 a) Dato de entrada b) Dato filtrado c) Corrección NMO d) Stack

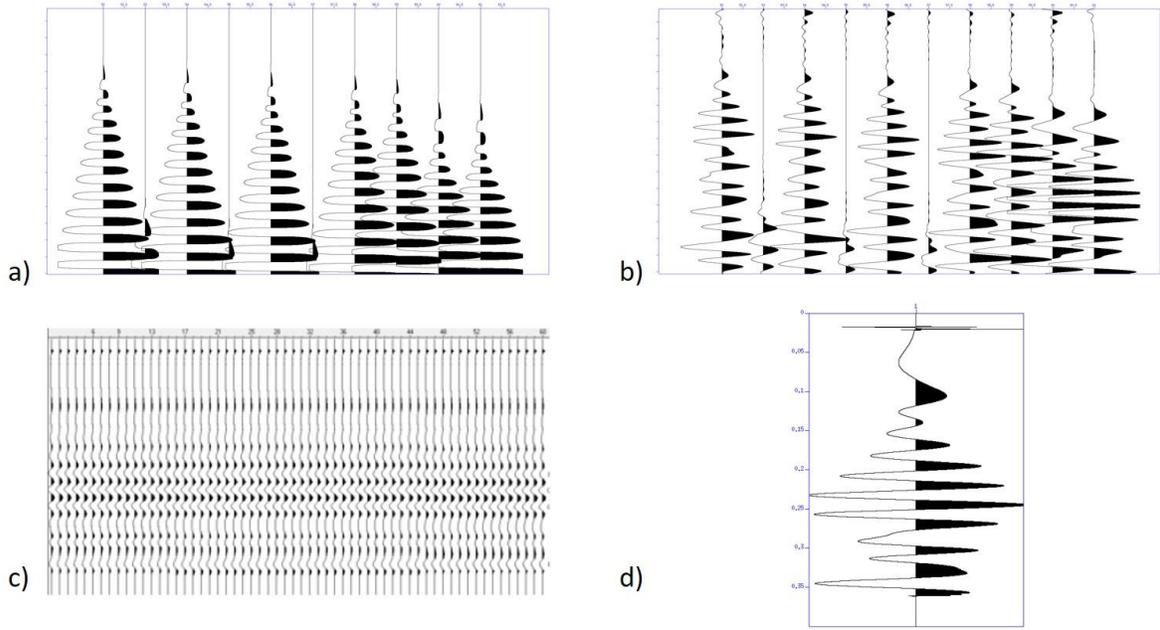


Figura 45. CDP 449 a) Dato de entrada b) Dato filtrado c) Corrección NMO d) Stack

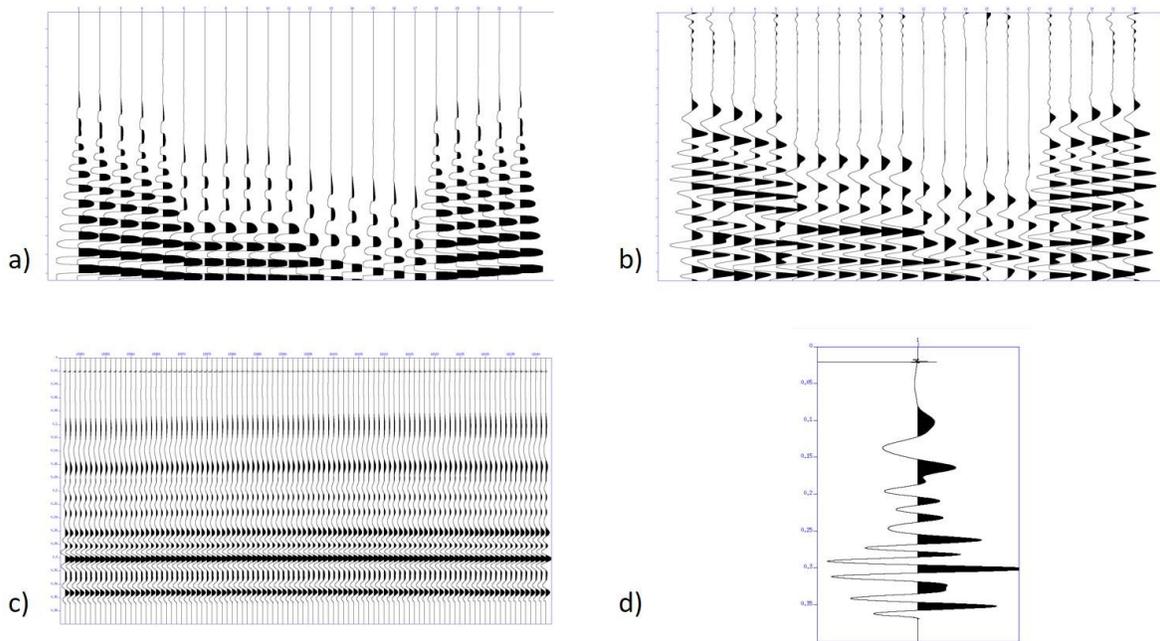


Figura 46. CDP 477 a) Dato de entrada b) Dato filtrado c) Corrección NMO d) Stack

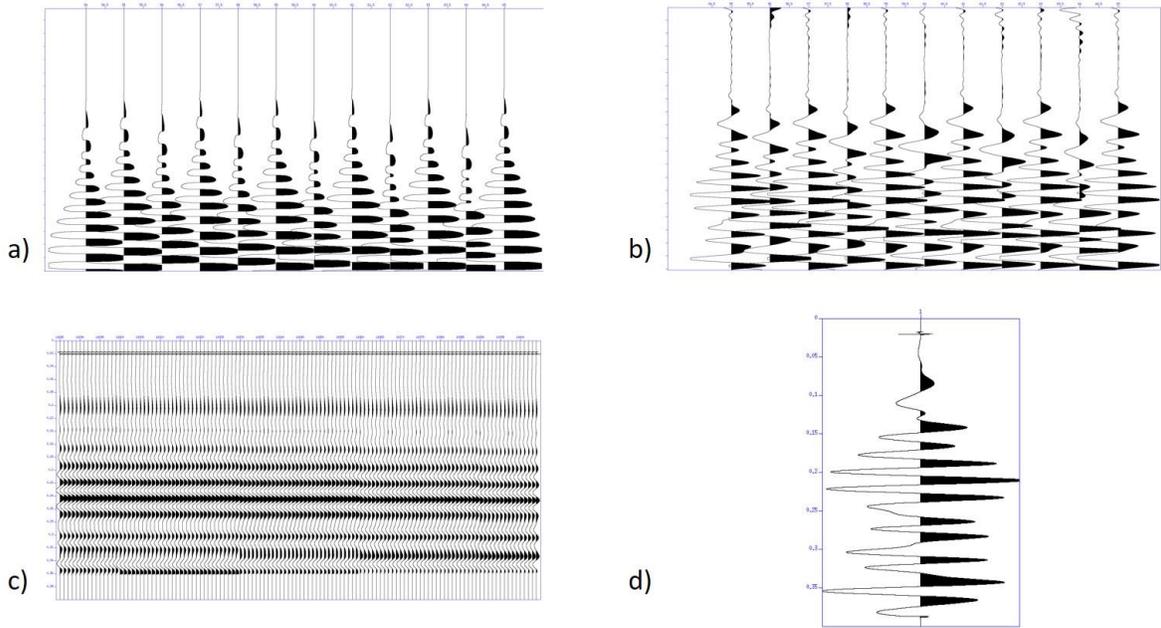


Figura 47. CDP 627 a) Dato de entrada b) Dato filtrado c) Corrección NMO d) Stack

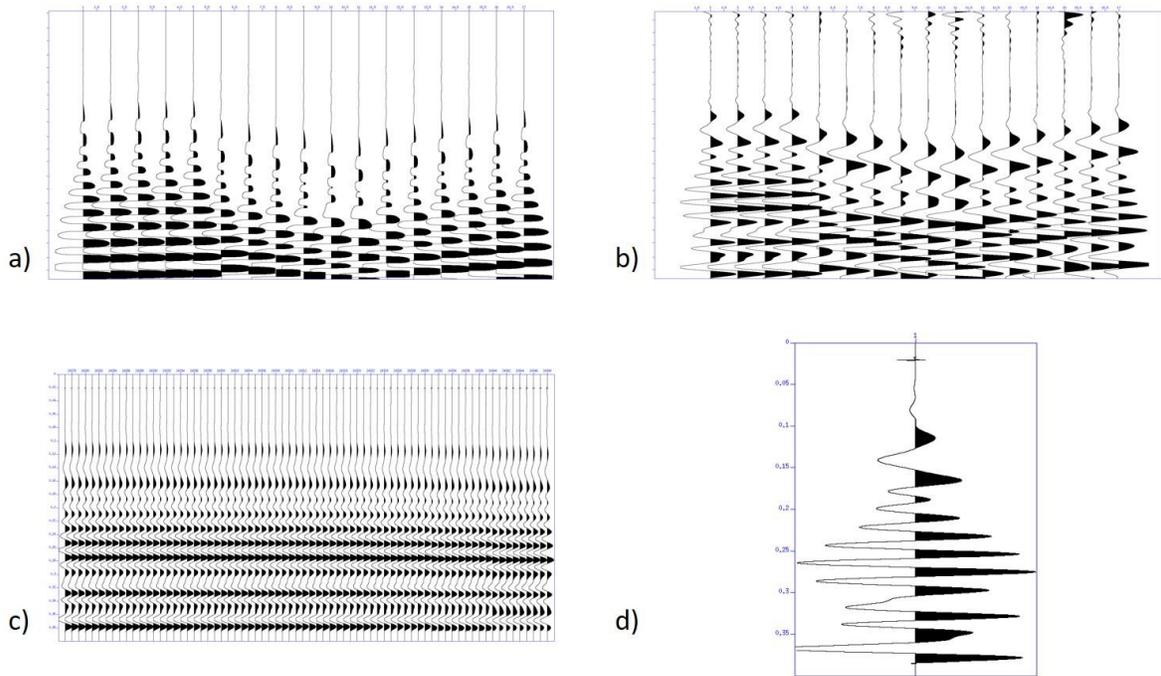


Figura 48. CDP 656 a) Dato de entrada b) Dato filtrado c) Corrección NMO d) Stack

Una vez teniendo como resultado los datos apilados, se integraron a un modelo 3D para correlacionar las capas del modelo con las amplitudes de las ondículas del apilado.

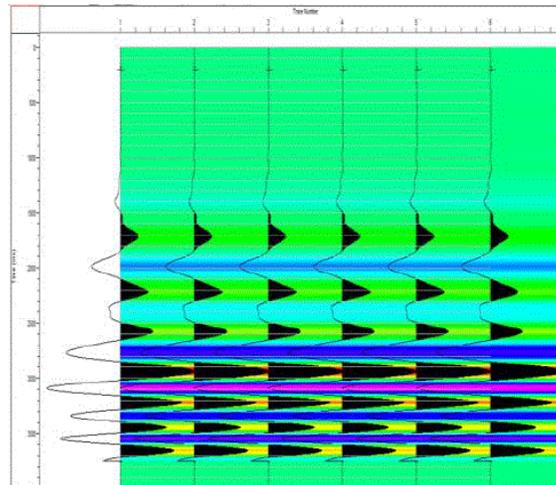


Figura 49. Modelo correlacionado con los datos apilados.

Se realizó la inversión empleando el algoritmo de optimización por enjambre de partículas PSO los cuales se tomaron en los datos sintéticos con ruido presente en una traza sísmica, con la finalidad de obtener los coeficientes de reflexión en donde se muestra que conserva los mismos horizontes que la figura 49 en donde se logró integrar a un modelo 3D. (Figura 50).

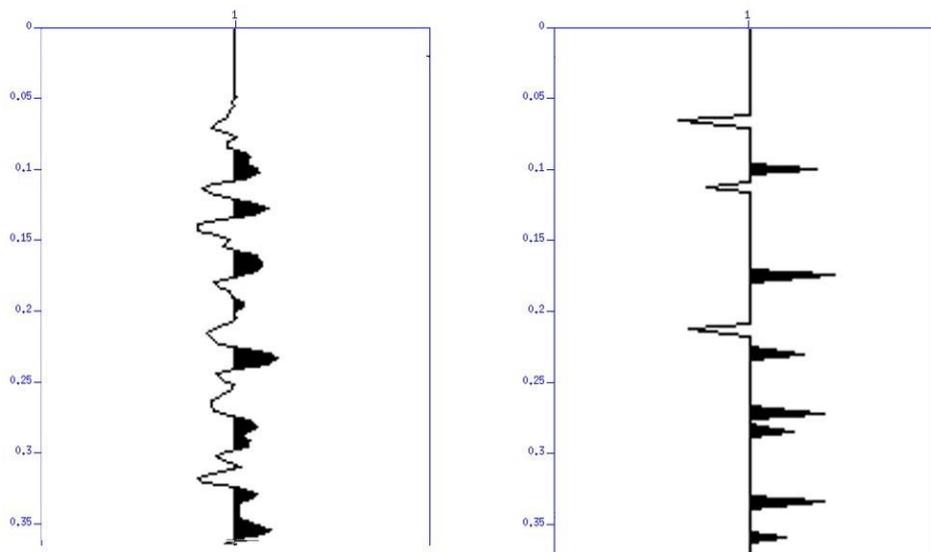


Figura 50. Traza de datos en bruto (izquierdo) y traza invertida (derecho)

Con la finalidad de analizar a mayor detalle la inversión espectral se logró aplicar la metodología en datos sísmicos reales.

4.4. Inversión espectral en datos reales

Se aplicó la inversión espectral con el algoritmo de optimización por enjambre de partículas (PSO) sobre datos reales los cuales cuentan con múltiplos de primer y segundo orden y se encuentran ubicados sobre un yacimiento de rocas carbonatadas.

Los datos reales es un conjunto de CDP gather en los cuales como primer término se retomará uno de ellos y se aplicarán los filtros correspondientes para lograr eliminar los múltiplos. Cabe mencionar que el procesamiento sísmico fue implementado en el software “Seismic Unix”.

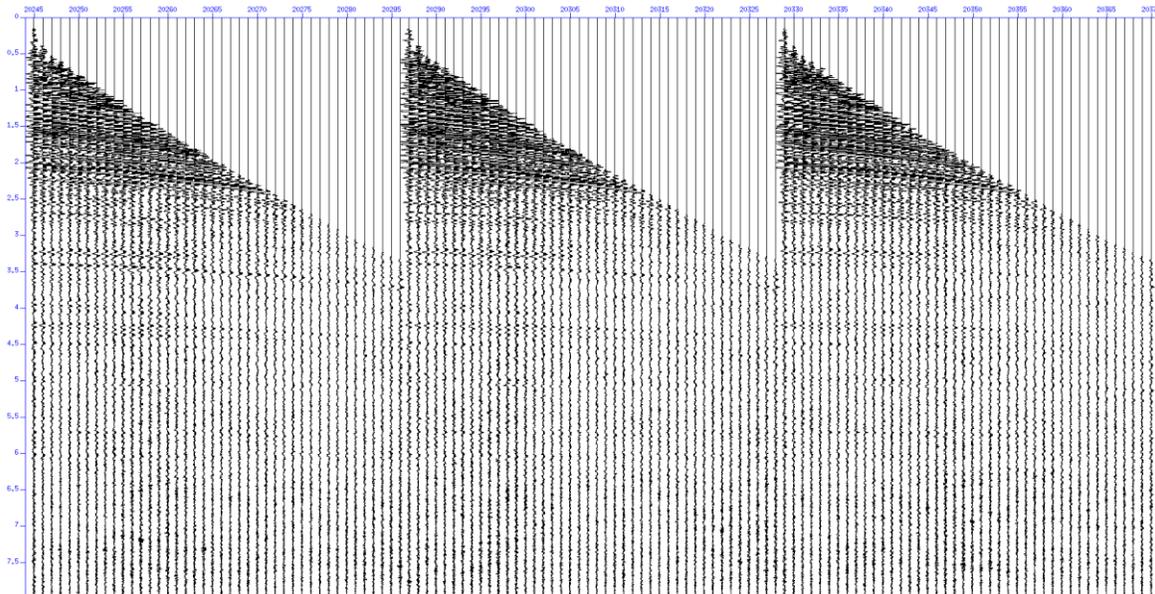


Figura 51. CDP's en datos reales

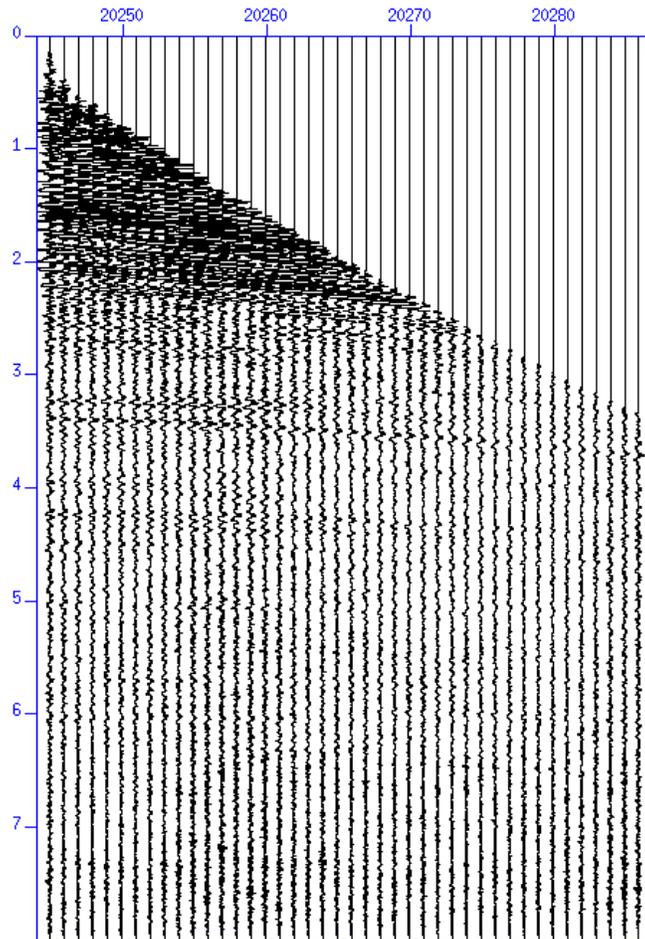


Figura 52. Elección de CDP usado como dato de entrada

Una vez elegido el CDP a procesar se realizó un análisis de frecuencia sobre los datos sísmicos para visualizar eventos ruidosos asociados a múltiples y reverberaciones, los cuales tienden a distorsionar aquellos eventos que son reflexiones primarias del subsuelo.

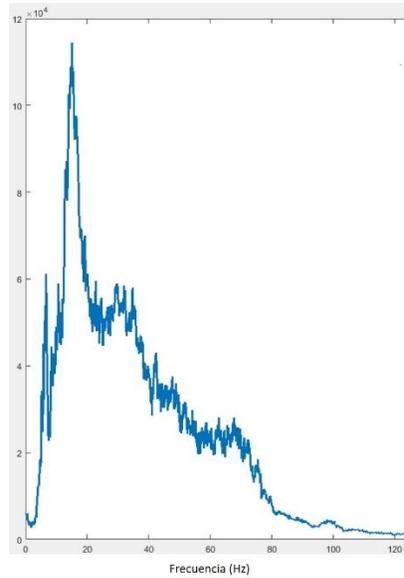


Figura 53. Espectro de frecuencia de datos sísmicos reales

En el espectro se aprecia un pico de amplitud, lo cual hace referencia a presencia de ruido. Se aplicó el análisis de velocidades para verificar que las frecuencias bajas con grandes amplitudes mostradas en el espectro sean asociadas a eventos múltiples presentes en los datos sísmicos.

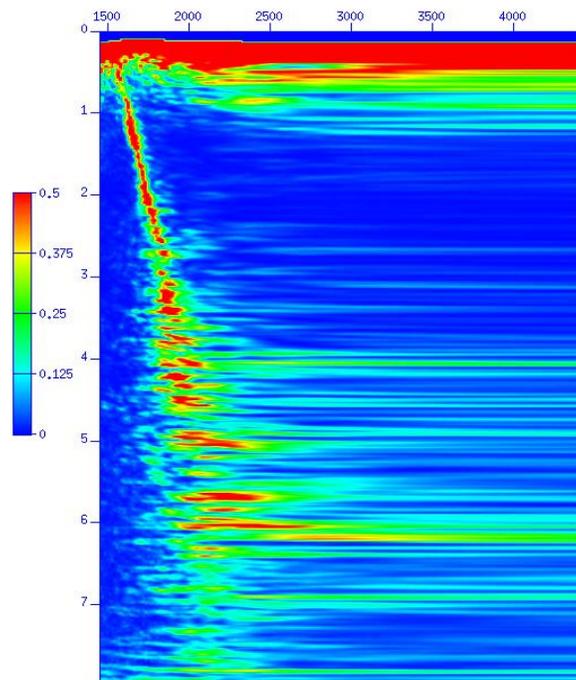


Figura 54. Análisis de velocidad en el CDP gather

El resultado de este análisis fue un campo de velocidades bajas predominantes. La deconvolución predictiva se usó en primera instancia para lograr eliminar o atenuar múltiples o reverberaciones presente en los datos sísmicos y que a la vez trata de realzar y balancear el espectro de frecuencias y amplitudes de una traza sísmica.

Se auto-correlacionaron las trazas utilizando un operador que elige el ancho de nuestra forma de onda, encontrando un promedio de 0.008 segundos aproximadamente (Figura 55).

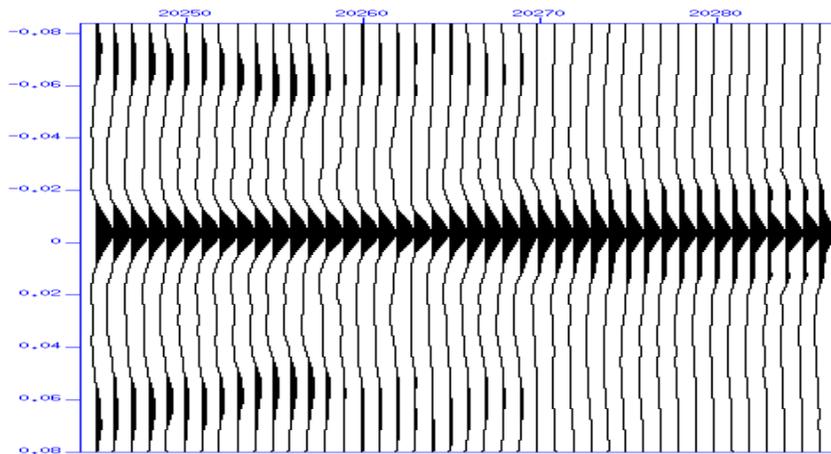


Figura 55. Auto-correlación con deconvolución predictiva (promedio 0.008 seg.)

Se obtuvo un segundo análisis de velocidades con la finalidad de mostrar la atenuación de múltiples presentes en los datos sísmicos.

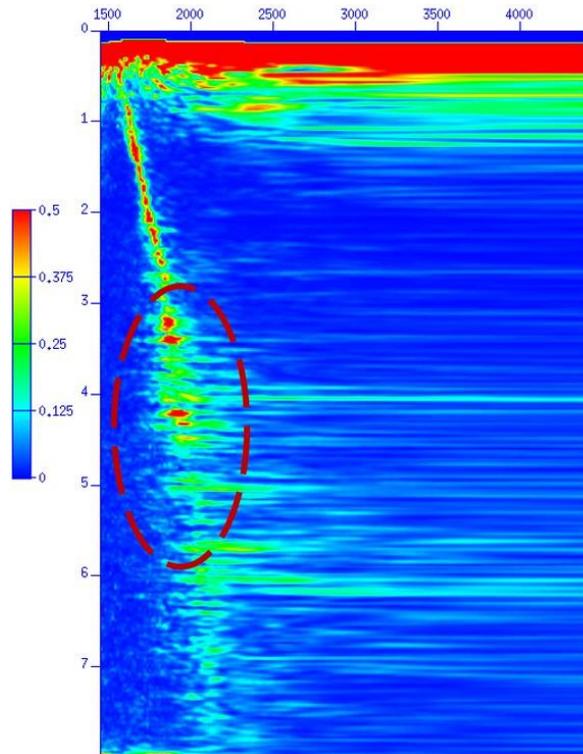


Figura 56. Análisis de velocidades aplicando deconvolución predictiva

Se puede observar (círculo rojo) que se lograron atenuar reverberaciones contenidas debajo de los 2,000 m/s en donde logró preservar eventos de reflexión, pero se conservaron algunos eventos con velocidades de 1,500 m/s por lo que se recurrió a usar la transformada Radón donde se procederá a la eliminación de múltiples que fueron identificados.

La transformada Radón como su nombre lo indica, transforma los datos al dominio T vs p , en donde ayuda a localizar eventos de repetición de reflexiones para así poder eliminar dichos eventos, el cual reduce la amplitud de los datos reflejados a offset cercanos y lejanos.

Asumimos que a medida que los múltiples peg-leg rebotan repetidamente en la capa de agua, su velocidad se acerca a la velocidad del agua de 1,500 m/s. Si aplicamos una corrección NMO en nuestros datos a la velocidad del agua o tal vez a una velocidad que sea un poco más alta, estos múltiples tenderán a aplanarse.

Realizaremos la transformada Radón para eliminar quirúrgicamente la llegada de estas velocidades aplicando un filtro en el dominio τ vs p y luego realizar una transformación inversa de radón para reconstruir los datos.

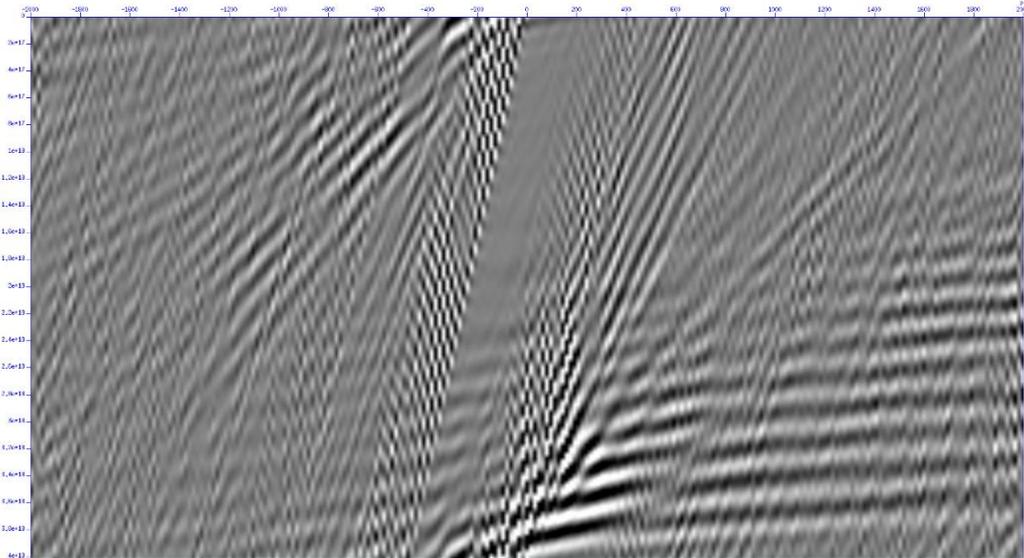


Figura 57. CDP en el dominio τ vs p

Dentro del dominio τ vs p los valores con p positiva y curvas hacia arriba son múltiples los cuales son los que se quieren eliminar y los elementos con p negativos y que son aproximadamente horizontales son nuestros datos que queremos conservar (figura 57).

Una vez atenuados los múltiples mediante la Transformada Radón se muestra un tercer análisis de velocidad en donde se logra exponer la aplicación de la transformada radón sin emplear la deconvolución predictiva. Mostrando la eliminación de dichos eventos.

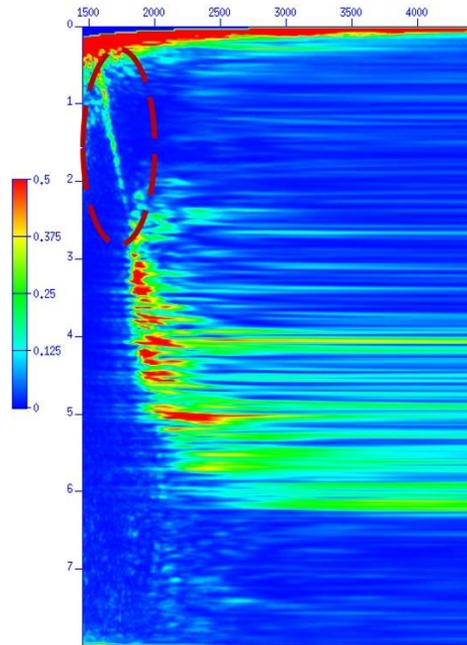


Figura 58. Análisis de velocidades aplicando la Transformada Radón
 Finalmente se logró realizar ambos procesos en nuestros datos sísmicos (Transformada Radón y deconvolución predictiva) aplicando de igual forma el último análisis de velocidades.

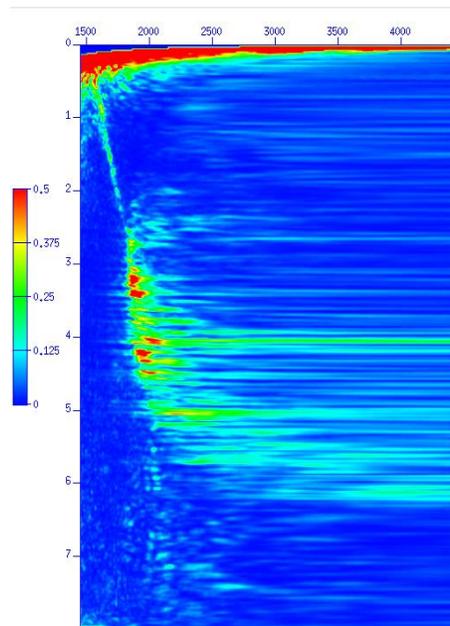


Figura 59. Análisis de velocidades aplicando la Transformada Radón y deconvolución predictiva

Se aplicó la corrección NMO en donde se logró aplanar los reflectores y así mismo se realizó el apilamiento

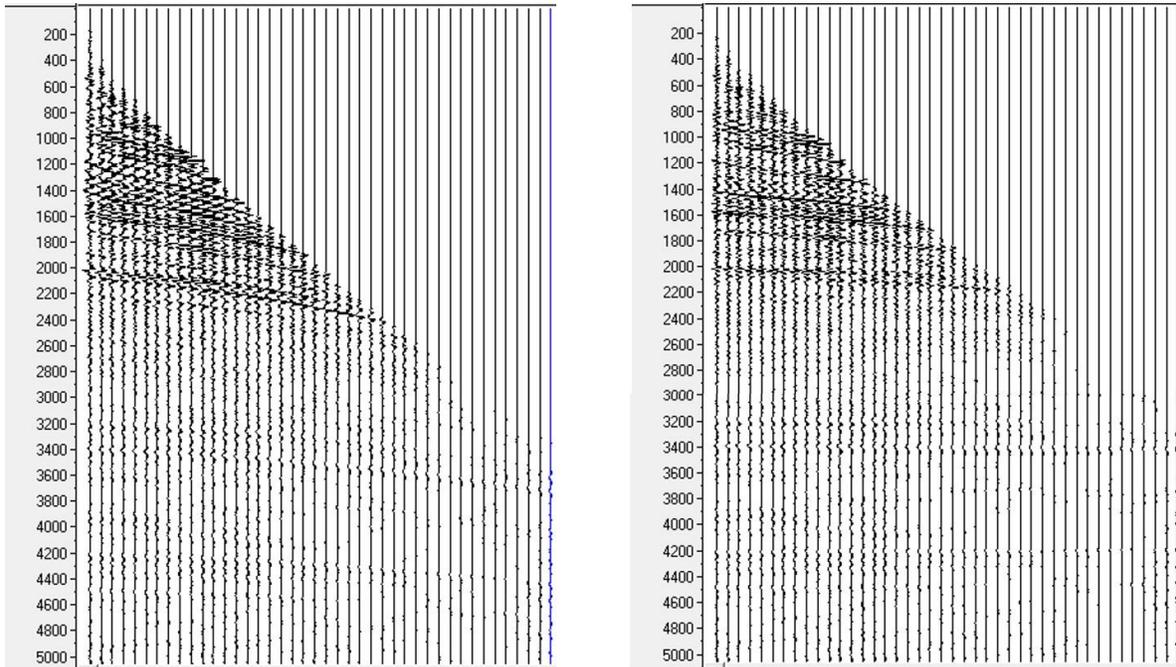


Figura 60. Corrección NMO en datos reales (lado izquierdo muestra los datos sin filtros y del lado derecho se muestra los datos con corrección NMO)

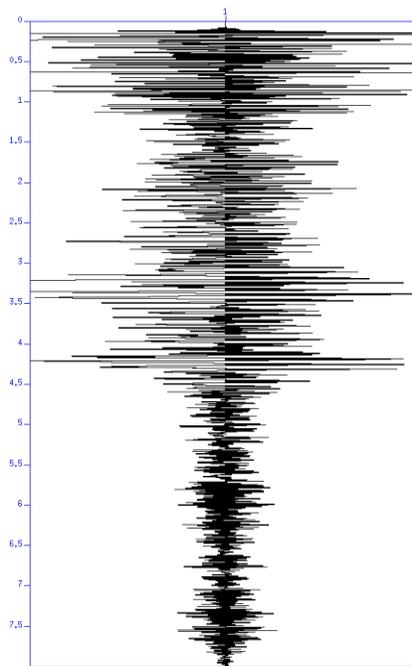


Figura 61. Apilamiento del CDP gather

Analizando el espectro de frecuencias después de aplicar los filtros se muestra que se ha anulado dicho ruido ya que el espectro muestra una mejor respuesta al pico de amplitud, el cual se encuentra sobre las frecuencias bajas (Figura 62).

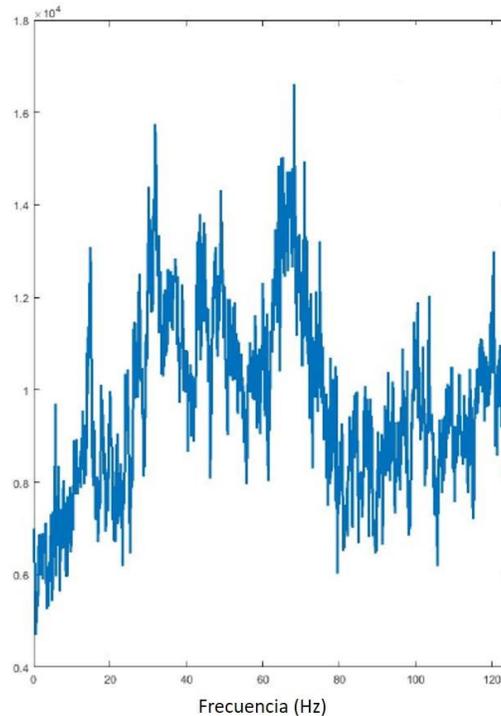


Figura 62. Espectro de frecuencias de datos filtrados

En respuesta se muestra que se atenuó el ruido asociado a múltiples y reverberaciones los cuales se encontraban sobre las bajas frecuencias.

Se aplicó la inversión por la optimización de enjambre de partículas el cual se encuentra codificado en Matlab para estimar una solución de un problema de optimización con algoritmos heurístico de búsqueda global, que permitan aproximar una solución al problema presentado, haciendo uso exhaustivo del problema directo para encontrar un conjunto de parámetros que mejor aproximen la respuesta del modelo a los datos observados.

Con base en los datos de frecuencias obtenidos en los espectros, los datos sísmicos se distribuyen en la banda de frecuencias de 0 – 70 Hz.

De acuerdo con el análisis aplicado en el procesamiento sísmico para la atenuación de múltiples, la inversión espectral se aplicará en dos bandas de frecuencia 5 -20

Hz y 30 – 50 Hz con la finalidad de conservar los eventos de reflexión considerando de igual forma que puede haber ruido que se logre invertir.

El CDP cuenta con 42 trazas y $\Delta t = 0.004$ seg, se aplicó la inversión empleando el algoritmo de optimización por enjambre de partículas PSO los cuales se tomaron sin filtrado conteniendo ruido presente. La inversión se elaboró primero en la banda de frecuencias 30 – 50 Hz. Se muestra la inversión empleada en una traza tomada de los datos sísmicos en donde la línea azul representa la señal real y la línea roja la respuesta optimizada en el dominio del tiempo.

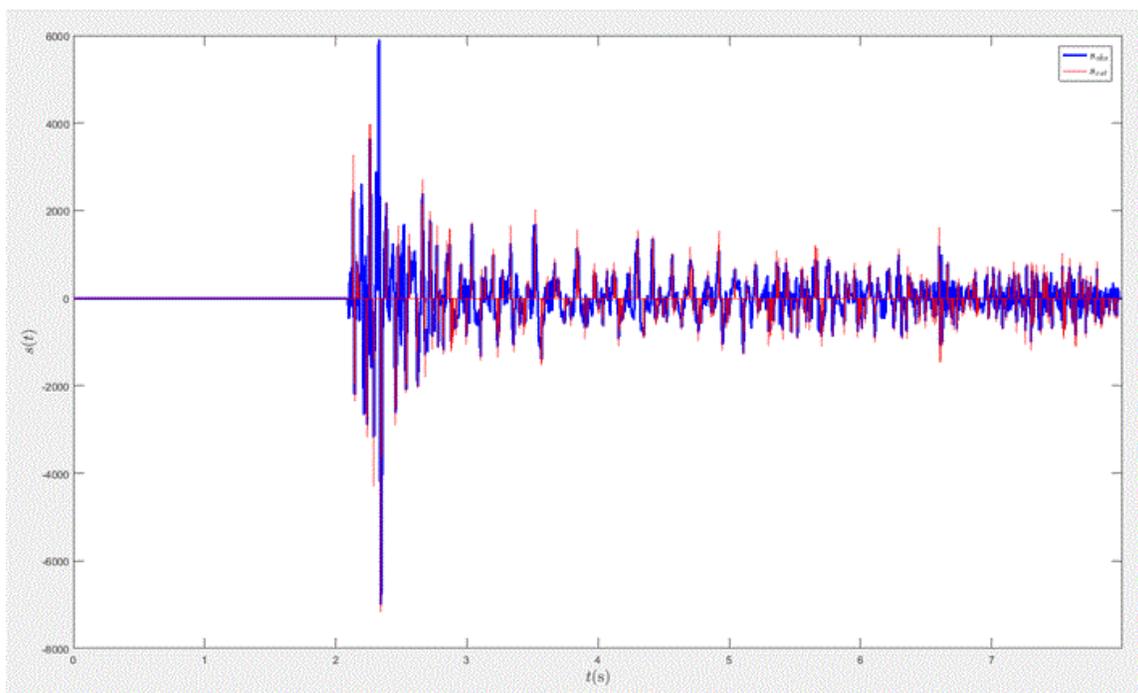


Figura 63. Inversión de una traza sísmica empleando el algoritmo PSO en una banda de frecuencias de 30 – 50 Hz

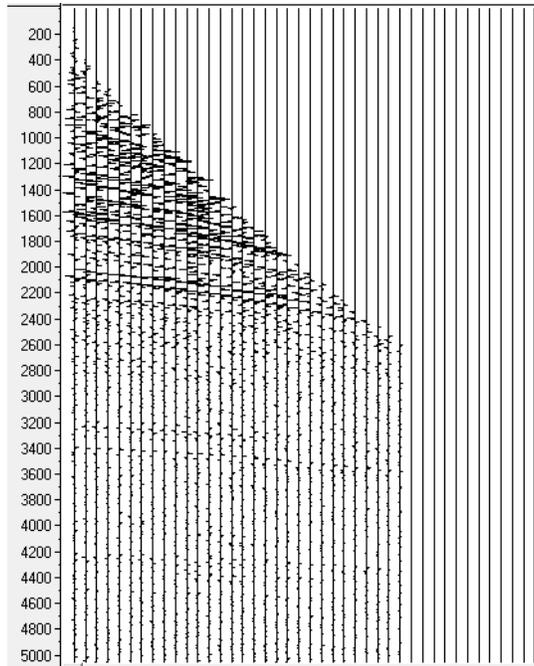


Figura 64. Datos invertidos con el algoritmo PSO en una banda de frecuencias de 30 – 50 Hz

Posteriormente se aplicó a los datos sísmicos la inversión con el algoritmo PSO en una banda de frecuencias de 5 -20 Hz

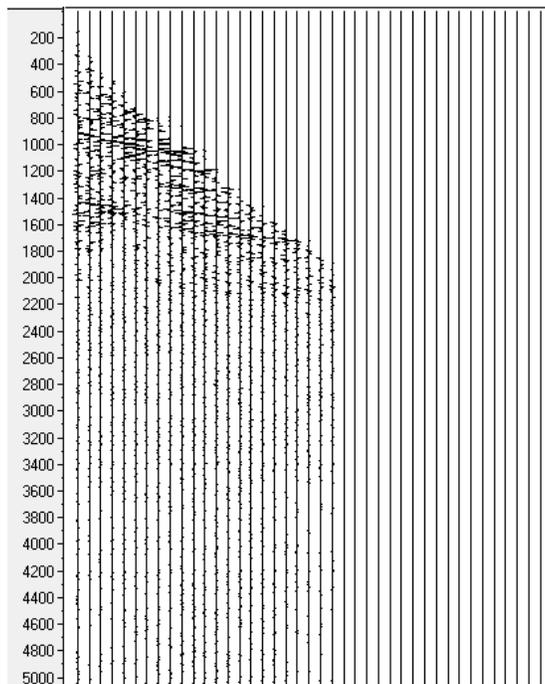


Figura 65 Datos invertidos con el algoritmo PSO, con banda de frecuencias de 5 – 20 Hz

Con base en los resultados de la inversión espectral con el algoritmo PSO de los datos sísmicos aplicado en ambas bandas de frecuencias se puede mostrar que la banda de frecuencias de 30 – 50 Hz en este caso en particular tiene mejor resultados para caracterizar eventos de reflexión primaria.

Se aplica un residual para inferir el ruido presente que no se logró invertir en la banda de frecuencias establecida con base en el algoritmo de optimización.

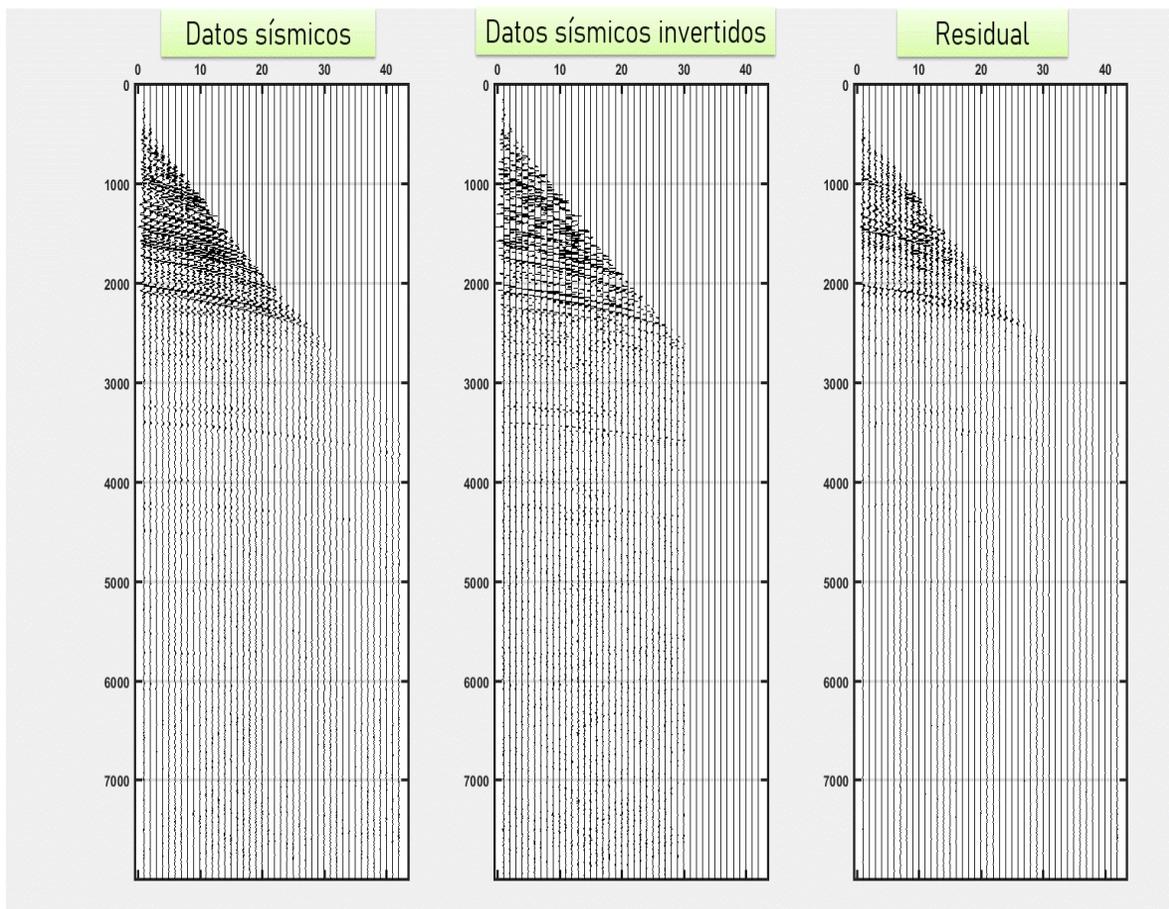


Figura 66. Gather antes (izquierda) y después (centro) de la inversión con el algoritmo PSO y su diferencia (derecha) para visualizar los eventos no mostrados.

➤ Datos reales

Se implementó la inversión a datos reales en una sección sísmica, la cual se encuentra en una brecha del cretácico al sureste de México, logrando representar un pliegue un con capas convexas hacia arriba conocido como anticlinal, compuesto por 300 trazas y $\Delta t = 0.004 \text{ seg}$

La inversión realizada se basó en la aplicación de diferentes bandas de frecuencia mostrando solamente las inversiones como resultado más sobresaliente.

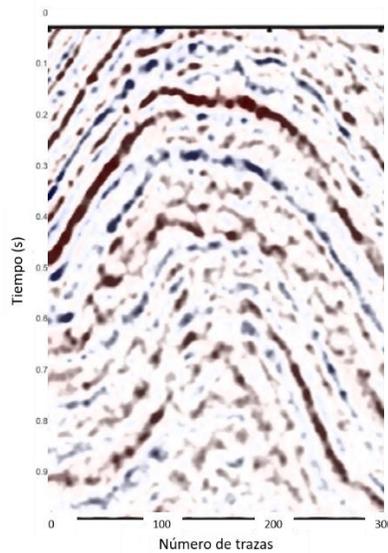


Figura 67. Sección sísmica representando un anticlinal

Se obtuvo el espectro de frecuencias en donde se logra visualizar un rango de frecuencias de 0 – 60 Hz.

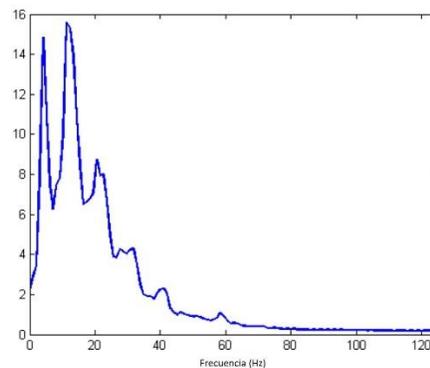


Figura 68. Espectro de frecuencias de la sección sísmica

Con base en el espectro analizado se logró elegir dos bandas de frecuencias en las cuales se procederá a realizar la inversión; 5 – 15 Hz y 30- 50 Hz con la finalidad de lograr preservar los eventos sísmicos de reflexión, ya que es de suma importancia al interprete en la etapa de interpretación sísmica en donde se logra obtener mejor información de los horizontes sin confundir con ruido sísmico presente, debido a que suele distorsionar aquellos eventos que son reflexiones primarias del subsuelo.

Se aplicó la inversión espectral con el algoritmo PSO y con fines de comparación se realizó dicha inversión a la sección sísmica sin aplicar ningún filtro en donde lograba conservar el ruido y posterior a ello a las secciones sísmicas filtradas empleando el uso de la deconvolución para conserva la amplitud y obtener la primera aproximación de la reflectividad.

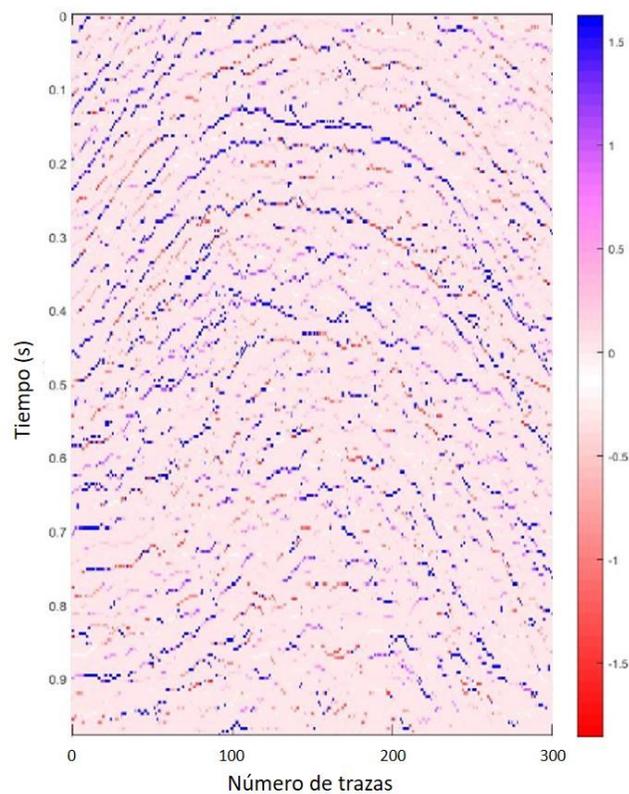


Figura 69. Sección sísmica invertida con una banda de frecuencias de 5 – 15 Hz

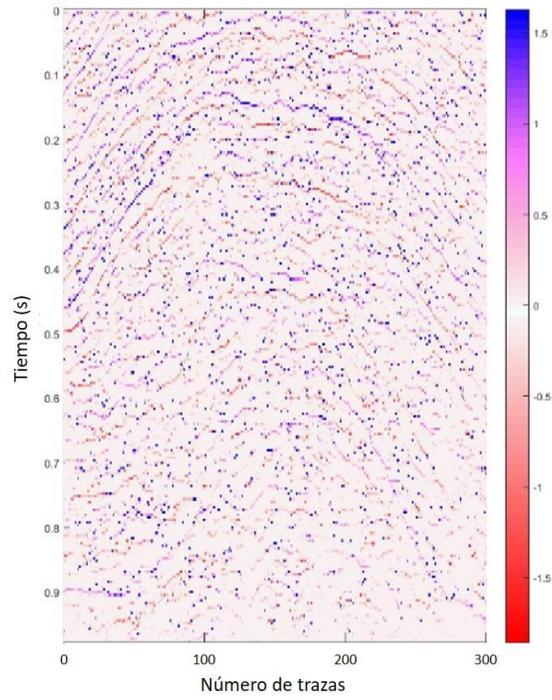


Figura 70. Sección sísmica invertida y filtrada con una banda de frecuencias de 5 – 15 Hz

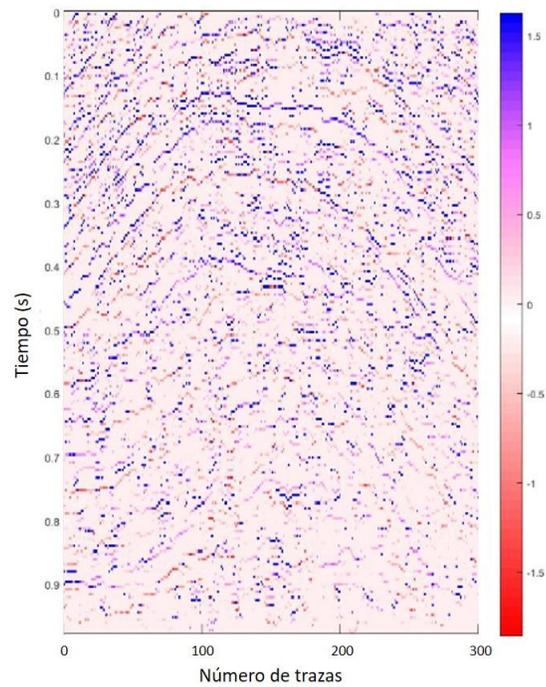


Figura 71. Sección sísmica invertida con una banda de frecuencias de 30 - 50 Hz

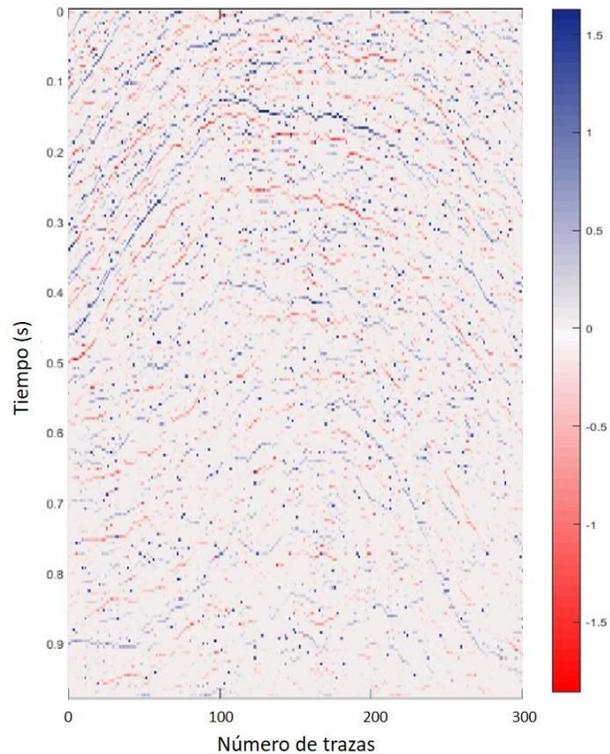


Figura 72. Sección sísmica invertida y filtrada con una banda de frecuencias de 30 - 50 Hz

Los resultados mostrados presentan una buena conservación de los horizontes, se muestra en la sección sísmica invertida con frecuencias de 5 – 15 Hz sin filtrar que se preservan eventos de reflexiones los cuales al lograr filtrar e invertir de nuevo los horizontes se atenúan o se pierden, por lo que se puede asociar a presencia considerable de ruido.

Así mismo en la sección sísmica invertida con frecuencias de 30 – 50 Hz sin filtrar se presenta una tendencia más difusa de la sección, ya que hay pérdida de coherencia de eventos y continuidad mostrando una zona de dispersión. Una vez aplicando el filtrado con deconvolución se muestra una buena retención de la tendencia en los horizontes de mayor amplitud logrando identificar con mejor visualización las capas del pliegue en función de la reflectividad mostradas en la sección sísmica original.

CONCLUSIONES

La elaboración de un modelo viscoelástico 3D es de gran utilidad al simular señales no deseadas como múltiples y reverberaciones en los eventos sísmicos marinos, siendo fundamental el conocimiento de parámetros en diseño de adquisición. Se obtuvo una buena simulación de la elaboración del modelo geológico debido al uso de algoritmos con diferencias finitas en el software favorecido por las condiciones de frontera (PML).

Se observó en la etapa de procesamiento que se mejoró gradualmente la relación señal ruido perfeccionando la resolución de los datos, logrando visualizar en la sísmica mayor cantidad de eventos sin interferencia ruidosa en la señal, con los cuales el análisis de velocidades fue de gran uso.

Particularmente en los datos reales, el uso de la Transformada Radón, así como la deconvolución predictiva dieron excelentes resultados al lograr combinarlas, ya que cada una en específico logró eliminar múltiples tanto de primer y segundo orden, logrando preservar las amplitudes de los reflectores siendo más fácil tener una mejor imagen sísmica, ya que las amplitudes anómalas en trazas suelen producir ruidos en cualquier etapa de procesamiento

Los algoritmos heurísticos como la optimización por enjambre de partículas proporcionan resultados estables, ya que no crea nuevos modelos en cada iteración, sino que perturba la población inicial conforme a la calidad de las soluciones individuales y la mejor solución global.

En los datos reales fue de gran apoyo la metodología de inversión espectral, ya que permite realizar la inversión en diferentes bandas de frecuencia, sin necesidad de conocer la firma de la fuente sísmica. Logrando obtener una mejor caracterización de los eventos sísmicos de interés, siendo de gran apoyo para el análisis de señales para la interpretación sísmica.

RECOMENDACIONES

Con la finalidad de poder tener una mejor simulación de modelos se requiere hacer uso de súper-computo paralelizado.

El uso de la descomposición espectral es de gran apoyo en la detección de hidrocarburo ya que en muchos campos petroleros los yacimientos son diagnosticados en zonas de bajas frecuencias por lo que se recomienda en trabajos futuros aplicar y analizar la información sísmica con métodos de inversión espectral con la finalidad de reducir la incertidumbre en la selección de nuevas zonas de interés en proyectos de desarrollo y explotación de campos.

Para mejorar la calidad de resultados se puede apoyar con estudios de compensación por el factor de atenuación Q ya que el método de inversión espectral es dependiente de las frecuencias y puede aplicarse en intervalos de tiempo dentro del dominio de la traza sísmica

BIBLIOGRAFÍA

Abedi M.M., Riahi M.A., Stovas A, 2018. Three-parameter Radon Transform based on VTI Generalized Moveout Approximation. 80° EAGE Conference & Exhibition, Copenhagen, Denmark.

Cabrera, N. E., 2016. Inversión espectral y análisis de ondícula aplicados en datos sísmicos de reflexión. Universidad Nacional Autónoma de México, Posgrado en Ciencias de la Tierra., pp. 28 – 39.

Cabrera N E., Ronquillo-Jarillo, G., & Markov, A., 2020. Wavelet Analysis for spectral inversión of seismic reflection data. Journal of Applied Geophysics. Vol. 177.

Carcione J.M., 1993, Seismic modeling inviscoelastic media, Geophysics, 58, 1, p.110-120.

Castagna, J., Backus, M., 1993, Offset dependent reflectivity –Theory and practice of AVO analysis: Society of Exploration, Geophysics, Tulsa OK, USA:

Castagna, J., Sun, S., and Siegfried, R., 2003, Instantaneous spectral analysis: Detection of low-frequency shadows associated with hydrocarbons, The Leading Edge, 22, 2, pp. 120–127.

Chelotti L. Acosta, N. Foster M., 2009. Procesamiento sísmico de reflexión. Catedra de Geofísica Aplicada, Chubut, Argentina, pp 13 -15

Claerbout, John F., 1976. Fundamentals of geophysical data processing: with applications to petroleum prospecting. McGraw-Hill (New York), 1ra Edición, pp. 927-935.

Collino F., Tsogka C., 2001, Application of the PML Absorbing Layer Model to the Linear Elastodynamic Problem in Anisotropic Heterogeneous Media, Geophysics, 66, 1, 294-307.

Cordson Andreas, Galbraith Mike, and Peirce John; editor, Bob A. Hardage, 2000. Planning land 3-D seismic surveys. Society of Exploration Geophysicists, Geophysical Developments Series No. 9.

Flórez Elkin, Cardona Salvador, Jordi Lluïsa, 2008. Selección de la ventana temporal de la transformada de Fourier en tiempos cortos utilizada en el análisis de señales de vibración para determinar planos en las ruedas de un tren. Universidad de Pamplona. España.

Franco López Eric. M. Secuencias de procesamiento sísmico especiales para la estimación de atributos de atenuación. Instituto Politécnico Nacional, Licenciatura Ingeniería geofísica 2011. p. 30 – 32.

Gabor, D., 1946. Theory of communication: J. I.E.E.E. pp. 429-457.

Gadallah Mamdouh, R., 1994. Reservoir Seismology. PennWell publishing company. Tulsa OK, USA. pp. 52 -70.

Gadallah Mamdouh, R., 2009 y Fisher, R. Exploration Geophysics. Springer. Verlag, Berlin.

Gerald, Lloyd P. y Sheriff, 2004. Problems in exploration seismology and their solutions. Society of Exploration Geophysicists

Gholami Ali y Zand Toktam, 2017 Three-parameter Radon transform based on shifted hyperbolas. University of Tehran, Institute of Geophysics.

Grossmann, A., and J. Morlet, 1984, Decomposition of Hardy functions into square integrable wavelets of constant shape: SIAM Journal on Mathematical Analysis, 15, pp. 723–736.

Hampson. D.P. Schuelke, J.S. Quirein J.A., 2001 Use of Multiattribute Transforms to Predict Log Properties From Seismic Data. Geophysics, Vol. 66, pp. 220-236.

Hardage Bob A., 2011. Multicomponent Seismic Technology: SEG, Series No.18.

Kennedy J. and Eberhart R., 1995, Particle swarm optimization, Proc. IEEE International Conf. on Neural Networks (Perth, Australia), IEEE Service Center, Piscataway, NJ, pp. 1942-1948.

Mallat, S., and Zhong S., 1992, Characterization of signals from multiscale edges: IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence, 14, pp. 710–732.

Marfur K. y Chopra S., 2007. Seismic attributes for prospect identification and reservoir characterization. SEG Geophysical Developments Series N° 11. Tulsa OK, USA. Capítulos 1,3,5,6.

Martínez Zarazua, Carlos David, 2017 Interpretación de la respuesta sísmica de los suelos blandos del valle de México a través de la transformada Hilbert-Huang. Posgrado, UNAM.

Menke William. Geophysical data analysis: Discrete inverse theory. International geophysics series Vol. 45. 1989, p.p. 7 -20.

Montejo Luis A., Suárez Luis E., 2007. Aplicaciones de la transformada ondícula (“Wavelet”) en ingeniería estructural. Mecánica computacional, Vol. XXVI, Córdoba, Argentina, pp. 2742 – 2753.

- Ostridge A. Lauren and Bancroft C. John, 2007.. An investigation of the Radon transform to attenuate noise after migration. CREWES Research Report Volume 19.
- Partyka, G. A., Gridley, J. A., & López, J. A., 1999. Interpretational aspects of spectral decomposition in reservoir characterization. *The Leading Edge* (18), pp. 353-360.
- Puryear, C. I., and J. P. Castagna, 2008, Layer-thickness determination and stratigraphic interpretation using spectral inversion: Theory and application: *Geophysics*, 73, no. 2, R37–R48.
- Robertsson J.O.A., Blanch J.O., Symes W.W., 1994, Viscoelastic finite-difference modeling. *Geophysics*, 59, 9, p.1444 - 1456.
- Ronquillo-Jarillo, G., Sabinin, V., 2013, Software “2D-3D Elast-Visco-Heterogéneo”, Instituto Mexicano del Petróleo.
- Sabinin Vladimir. Viscoelastic modeling and factor Q for reflection data. *Geofísica Internacional* (2012) 51-4: 377-391.
- Sheriff R., 1991. *Encyclopedic Dictionary of Exploration Geophysics*. Society of Exploration Geophysics. Tulsa OK. EUA.
- Stephen J. Hill & Andreas Rüger, 2008. *Illustrated Seismic Processing*, pp. 111 – 112, 193 – 202.
- Stockwell, John, 2011. *A Course in Geophysical Image Processing with Seismic Unix: GPGN 461/561 Lab*. pp. 129 – 148, 160 - 174.
- Verschuur, D. J., 2006. *Seismic multiple removal techniques: past, present and future*. EAGE publications.
- Yilmaz .Ö. G., 1987. *Seismic data processing*. Society of Exploration Geophysics Investigations in Geophysics, Vol. 2, 526 páginas.
- Yilmaz, Ö.G, 2001. *Seismic Data Analysis Processing, Inversion, and Interpretation of Seismic Data*. 2nd Edition. Tulsa OK, EUA. Society of Exploration Geophysicists.