



Instituto Politécnico Nacional

Escuela Superior de Física y Matemáticas

Análisis de garantía de calidad
de imagen tomográfica
de cabeza con haz cónico

TESIS

que para obtener el grado de
Licenciado en Física y Matemáticas
presenta

Miguel Ángel García Platero

Directores de tesis

M. en C. Mariana Hernández Bojórquez

M. en C. Héctor Javier Uriarte Rivera



Instituto Politécnico Nacional

Ciudad de México, Mayo 2021

AGRADECIMIENTOS

Especialmente, a mi madre, que siempre ha estado pendiente de mis estudios y siempre se ha preocupado porque no empiece a estudiar sin un buen desayuno. Sin su apoyo, ninguno de mis logros sería posible.

A mi familia, que me ha dado su apoyo incondicional durante todos mis estudios.

A mis directores de tesis, que con su apoyo y paciencia, ayudaron a una culminación satisfactoria de este trabajo.

A los profesores de la Escuela Superior de Física y Matemáticas que contribuyeron a mi formación académica y profesional.

Al Centro de Cáncer del Centro Médico ABC por proporcionar el personal, materiales y equipo para la adquisición de las imágenes de CBCT para su análisis en este trabajo.

CARTA CESIÓN DE DERECHOS AL IPN

Ciudad de México a 17 de Mayo de 2021

El que suscribe:

C. García Platero Miguel Ángel con número de boleta 2011330431

Egresado del Programa Académico: Licenciatura en Física y Matemáticas

que se imparte en la Escuela Superior de Física y Matemáticas, manifiesta que es autor intelectual del presente trabajo de tesis titulado:

Análisis de garantía de calidad de imagen tomográfica de cabeza con haz cónico El cual fue desarrollado bajo la dirección de: M. en C. Héctor Javier Uriarte Rivera y M. en C. Mariana Hernández Bojórquez

Por lo anterior es mi interés manifestar que **SI** cedo los derechos del trabajo antes mencionado, al Instituto Politécnico Nacional, ello con el propósito de que lo ponga a disposición de la comunidad politécnica que requiera consultarlo con fines académicos y de investigación. Es importante aclarar que los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Dicho permiso puede ser solicitado a la siguiente dirección de correo electrónico: angelwge@hotmail.com. Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

Atentamente



García Platero Miguel Ángel

RESUMEN

En este trabajo se realizó el análisis y seguimiento, durante un periodo de cuatro meses, de la calidad de imagen del Novalis Tx™ image-guided radiosurgery linear accelerator, con el objetivo de verificar su correcto funcionamiento y garantizar la calidad de imagen, además de obtener valores de referencia para futuras pruebas. Este análisis se hizo siguiendo los requerimientos establecidos en el Quality control in cone-beam computed tomography (CBCT) EFOMP-ESTRO-IAEA protocol mediante la adquisición de imágenes de tomografía computarizada con haz cónico, utilizando los protocolos de adquisición de imágenes Standard Dose Head, Low Dose Head y High Quality Head, del maniquí The Phantom Laboratory Catphan®504. Se analizaron los parámetros de calidad de imagen: uniformidad, precisión geométrica, valores de densidad de voxel, ruido, resolución de bajo contraste y resolución espacial. Para cada uno de los parámetros se obtuvieron valores de referencia que serán utilizados en futuras pruebas de rutina. Se verificó que estos valores se encuentren dentro de los rangos establecidos en el citado protocolo.

Tabla de contenido

1. INTRODUCCIÓN	6
2. ANTECEDENTES	10
2.1. Introducción	11
2.2. Principios básicos de la tomografía computarizada.....	14
2.3. Reconstrucción de imagen.....	16
2.4. Artefactos de imagen.....	21
2.5. Tipos de adquisición de CT.....	22
2.6. Dosimetría de radiación.....	24
2.7. Protocolos de adquisición de imágenes	26
2.8. Garantía de calidad y control de calidad de imagen	27
2.8.1. Uniformidad.....	27
2.8.2. Precisión geométrica.....	28
2.8.3. Valores de densidad de voxel.....	29
2.8.4. Ruido.....	29
2.8.5. Resolución de bajo contraste.....	30
2.8.6. Resolución espacial.....	30
3. MATERIALES Y MÉTODOS	32
3.1. Novalis Tx™ image-guided radiosurgery linear accelerator	33
3.2. Maniquí para evaluar la calidad de imagen	35
3.3. Uniformidad	35
3.4. Precisión geométrica	37
3.5. Valores de densidad de voxel	38
3.6. Ruido.....	40
3.7. Resolución de bajo contraste.....	41
3.8. Resolución espacial	42
4. RESULTADOS Y ANÁLISIS	43
4.1. Uniformidad	44
4.2. Precisión geométrica	47
4.3. Valores de densidad de voxel	48
4.4. Ruido.....	51
4.5. Resolución de bajo contraste.....	54
4.6. Resolución espacial	55
4.7. Valores de referencia y niveles de acción.....	57
5. CONCLUSIONES	60
Apéndice A	63

Interacción de partículas cargadas con materia.....	63
Radiación Cherenkov.....	63
Radiación de frenado (Bremsstrahlung)	65
Radiación de sincrotrón.....	70
Tipos de objetivos en la producción de rayos X	71
Apéndice B	74
Interacción de fotones con materia	74
Coeficiente de atenuación lineal	74
Dispersión de Thomson	76
Efecto Compton	76
Dispersión de Rayleigh.....	80
Efecto fotoeléctrico.....	80
Producción de pares	82
Efecto Auger.....	86
Referencias	88

1. INTRODUCCIÓN

Las imágenes de tomografía computarizada se han convertido en una herramienta de gran importancia en el diagnóstico de enfermedades como el cáncer, más aún, son una parte esencial en radioterapia guiada por imagen, estando presente durante todo el proceso de tratamiento y seguimiento del paciente.

El análisis de la garantía de calidad de imagen tomográfica permite dar a los profesionales de la salud imágenes confiables que permiten diagnósticos certeros y precisos.

Los tomógrafos computarizados de haz cónico permiten obtener imágenes volumétricas con una dosis de radiación más baja que la de un tomógrafo convencional, además, hacen posible obtener información adicional que minimiza el riesgo de dañar estructuras anatómicas sanas, ya que hacen posible obtener imágenes de la estructura interna del paciente, momentos antes de iniciar el tratamiento por radiación, garantizando así el correcto posicionamiento del paciente. Por estas razones, el aseguramiento de una buena calidad de imagen de tomografía computarizada es de vital importancia.

El objetivo de este trabajo es obtener valores de parámetros que permitan evaluar la calidad de imagen, de acuerdo con criterios establecidos en guías y recomendaciones internacionales, y que sirvan de referencia para futuras pruebas de control de calidad de imagen de tomografía computarizada de haz cónico para aplicaciones craneales en el sistema de imagen del Novalis Tx™ image-guided radiosurgery linear accelerator.

Para realizar este trabajo se propusieron los siguientes objetivos específicos:

- Revisar la física involucrada en el funcionamiento de un tomógrafo computarizado de haz cónico (CBCT).
- Consultar bibliografía referente a la garantía y control de calidad de imagen de CBCT.
- Análisis del maniquí The Phantom Laboratory Catphan®504.
- Obtener valores de cada parámetro de calidad de imagen de forma mensual.
- Analizar los valores obtenidos y hacer la comparación con la bibliografía consultada.
- Proponer valores de referencia para cada parámetro de calidad de imagen.

La estructura de este trabajo es la siguiente:

- Antecedentes: en este capítulo se presentan aspectos generales de CBCT y garantía y control de calidad de imagen de CBCT.
- Materiales y métodos: aquí se presentan los materiales utilizados en la realización de este trabajo, así como la metodología empleada.
- Resultados y análisis: en este capítulo se exponen los resultados encontrados para cada parámetro de calidad de imagen estudiado, y se analizan de acuerdo con guías y recomendaciones internacionales.
- Conclusiones.

Además, se incluyen dos apéndices:

- Apéndice A: se exponen los procesos físicos mediante los cuales es posible producir radiación ionizante.

- Apéndice B: se exponen los procesos físicos de interacción de la radiación ionizante con la materia.

Finalmente, se presenta la bibliografía consultada.

2. ANTECEDENTES

2.1. Introducción

El cuerpo humano está formado por miles de millones de células, cada una con la capacidad de dividirse para formar nuevas células a medida que el cuerpo lo necesite, en otras palabras, una célula tiene la capacidad de crecer, dividirse para crear una nueva célula, envejecer y morir. Para asegurar un correcto funcionamiento en las células, debe existir un equilibrio entre la tasa de crecimiento y muerte celular evitando así, la acumulación de células dañadas, con errores o viejas. Este proceso ocurre en forma ordenada y controlada por la propia célula, ya que se trata de un proceso codificado en el ADN de la misma célula llamado apoptosis o muerte celular programada, de esta forma, cada célula determina cuando y de qué forma debe ser eliminada, de acuerdo a reacciones bioquímicas que se producen en su interior y en su entorno [1]–[3].

El cáncer es una enfermedad debida al cambio en los genes que controlan las funciones de las células y afecta, principalmente, a la forma en la que crecen y se dividen las células. Por esta razón, una célula cancerígena puede ignorar las reacciones que le ordenan dejar de dividirse y morir, permitiéndole crecer sin control pudiendo formar masas conocidas como tumores. Los tumores pueden ser malignos, en cuyo caso, pueden extenderse e invadir tejido sano o, incluso, células cancerígenas pueden llegar a desprenderse del tumor y propagarse a través del cuerpo formando nuevos tumores, a este proceso se le conoce como metástasis. Si por el contrario, los tumores no se extienden a tejido sano, son considerados como benignos, y a diferencia de los tumores malignos, generalmente no vuelven a crecer una vez que son extirpados. A diferencia de lo que ocurre en muchas otras partes del cuerpo, un tumor benigno creciendo en la

cabeza, como el caso de un tumor en el cerebro, puede representar un peligro para la vida del paciente que lo padece. Existen distintos tipos de cáncer y cada uno recibe su nombre de acuerdo a los órganos o tejidos donde se formaron, por ejemplo, en el caso de la cabeza existen el cáncer de boca, el de labio y cavidad oral, tumor extracraneal de células germinativas, entre otros [4].

Hay diversos tipos de tratamientos del cáncer entre los cuales se encuentra la radioterapia, que hace uso de dosis altas de radiación ionizante dirigida a las células cancerígenas, para destruirlas al dañar de forma irreparable su ADN. Se puede recibir radioterapia desde el interior del cuerpo, a este tipo de radioterapia se le conoce como radioterapia interna o de contacto y consiste en introducir una fuente de radiación ionizante en el cuerpo de tal forma que esté en contacto directo con el tumor. Por otra parte, la teleterapia es un tipo de radioterapia de haz externo en la que la fuente de radiación no está en contacto directo con el paciente, sino que se encuentra situada a una distancia del paciente, y la dosis de radiación se lleva a través de haces colimados y dirigidos a la zona a tratar [5], [6].

La radioterapia tiene su origen en los grandes descubrimientos en la física de finales del siglo XIX, tales como los descubrimientos de los rayos X en 1895 por Roentgen, de la radiactividad natural por Becquerel en 1896, y el estudio de elementos como el radio en 1898 por los esposos Curie, entre otros. Fue cuando los físicos comenzaron a estudiar y entender los procesos por los cuales se producía radiación ionizante, así como los tipos de interacción de la radiación con la materia, lo que permitió la creación de aceleradores lineales (linac) de uso clínico. El uso de rayos X para el diagnóstico y

tratamiento de enfermedades como el cáncer se convirtió en lo que hoy conocemos como radiología diagnóstica y radioterapia modernas.

Las primeras generaciones de aceleradores lineales de uso clínico eran capaces de producir fotones de energías del orden de 4 MeV a 8 MeV, y contaban con un montaje isocéntrico que permitía apuntar el haz de radiación hacia la zona deseada en el paciente, desde múltiples direcciones, concentrando dosis altas de radiación en regiones específicas, como tumores, y dosis bajas en los tejidos circundantes sanos. Las generaciones más recientes de aceleradores lineales cuentan con sistemas de imagen volumétrica tridimensional integrada, ya sea en los brazos del propio acelerador conocidos como *on-board imaging* (OBI) o en la sala de tratamiento [7]. Un ejemplo de estos aceleradores son los tomógrafos computarizados de haz cónico (CBCT) que se utilizan en tratamientos de radioterapia guiada por imagen, y que permiten obtener imágenes de tomografía computarizada de la estructura interna del paciente, momentos antes de iniciar el tratamiento por radiación, garantizando el correcto posicionamiento del paciente.

“La radioterapia guiada por imagen (IGRT) es cualquier imagen en la etapa de pretratamiento y entrega del tratamiento, que conduce a una acción que puede mejorar o verificar la precisión de la radioterapia. IGRT abarca una amplia gama de técnicas que van desde simples controles de alineación del campo visual, hasta imágenes volumétricas más complejas, que permiten la visualización directa del volumen objetivo de radioterapia y la anatomía circundante” [8]. Los tratamientos en radioterapia están diseñados de tal forma que la radiación ingresa al paciente desde

distintas direcciones con el objetivo de entregar la dosis adecuada a la zona a tratar y, al mismo tiempo, garantizar una dosis baja a los tejidos sanos circundantes. Por esta razón es necesario conocer cómo será distribuida la dosis para una determinada configuración de haces de radiación [9]. El flujo de trabajo en radioterapia moderna consta de varias etapas: diagnóstico a través de imágenes de tomografía computarizada (TC), definición de volúmenes de tratamiento, cálculo dosimétrico, verificación del posicionamiento del paciente, entrega del tratamiento y seguimiento del paciente [10]. Se hace evidente la necesidad de tener imágenes precisas de la anatomía del paciente, que permitan identificar la posición, estructura y forma de malformaciones en la anatomía del paciente que pudieran tratarse de cáncer. Entonces, surge la necesidad de analizar e implementar protocolos de garantía y control de calidad de imagen de CBCT tales como ([8], [10], [10]–[18]) que es el objetivo principal de este trabajo.

2.2. Principios básicos de la tomografía computarizada

Los sistemas de TC son similares a los sistemas de rayos X convencionales, en cuanto a sus componentes, pues están formados principalmente por un tubo de rayos X (la producción de rayos X se trata en el apéndice A) y un detector de rayos X ubicado detrás de el paciente de forma que el detector recibe la radiación que atravesó al paciente. Sin embargo, la TC difiere de los sistemas de rayos X convencionales principalmente en que sus componentes están montados sobre una estructura en forma toroidal, lo que permite al tubo de rayos X y al detector funcionar mientras giran, manteniéndose diametralmente opuestos, con el paciente en el centro. Además, la TC permite la reconstrucción de una imagen tridimensional del paciente [19]. En la Figura

1 se muestra la geometría básica de un escáner TC. El isocentro es el centro de rotación del *gantry* (la estructura móvil que soporta al escáner). El campo máximo de visión del escáner (FOV) está definido por el área de todo el conjunto de detectores (que a su vez corresponde al ángulo del abanico). De la geometría de la Figura 1 es fácil notar la existencia de un factor de ampliación desde el isocentro a los detectores dado por la razón $M=B/A$. Cabe mencionar que, en su mayoría, las dimensiones dadas en TC están relacionadas al plano del isocentro [20].

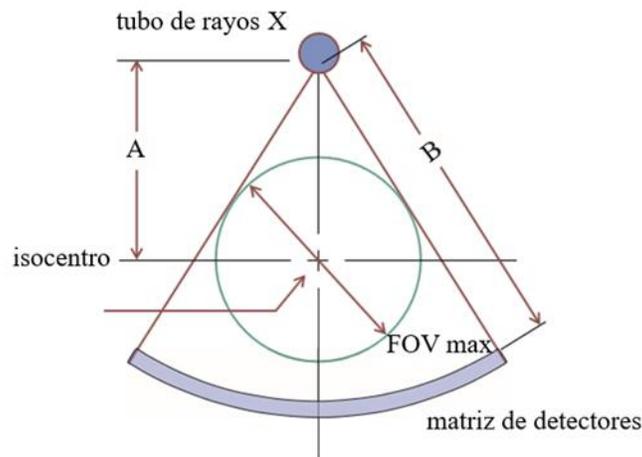


Figura 1. Diagrama de la geometría básica de un escáner de tomografía computarizada. Adaptada de [20]

En los primeros tomógrafos computarizados se utilizaba una trayectoria de exploración lineal, es decir, los datos obtenidos correspondían a mediciones de rayos paralelos. A este tipo de geometría se le llama geometría de proyección paralela. En este contexto, una proyección es un conjunto de rayos y cada rayo corresponde a una medida de atenuación definida como la línea recta que une a la fuente de rayos X y al detector. En el caso de la Figura 1, la geometría corresponde a una geometría de haz de abanico para

una matriz de un solo detector. Resulta clara la existencia de un pequeño ángulo en dirección ortogonal al ángulo del abanico debido a la divergencia del haz de rayos X, por lo que en realidad tenemos una geometría a la que podemos llamar geometría de haz de cono estrecho. Para el caso en que el ángulo del cono es casi tan grande como el ángulo del abanico, el escáner se llama de geometría de haz cónico.

2.3. Reconstrucción de imagen

El término tomografía viene de las palabras *tomo* y *gráfico* que hacen alusión a la imagen de una sección plana de algún objeto. Las imágenes de tomografía computarizada se obtienen al hacer pasar un haz de rayos X a través del cuerpo de un paciente. El haz de rayos X es atenuado y posteriormente incide sobre un detector o arreglo de detectores. Los datos obtenidos son transformados, mediante un logaritmo, y normalizados de tal forma que los valores de proyección corresponden a medidas de la suma de los coeficientes de atenuación lineal de los materiales de la sección que está siendo atravesada por el haz de rayos X.

Como ejemplo, imaginemos una persona cuadrada compuesta de órganos cuadrados, como se muestra en la Figura 2. Cada número en los recuadros amarillos corresponde al valor que mide el detector si únicamente un rayo atravesara por esa sección. Imaginemos que la fuente de rayos X rota alrededor del paciente, obteniendo las cuatro proyecciones mostradas en la Figura 2. Es fácil notar que los valores de la proyección corresponden entonces a la suma de los valores de cada sección atravesada por los rayos. A la creación de proyecciones obtenidas de esta forma se le conoce como proyección hacia adelante y es usada en técnicas de reconstrucción iterativa [20].

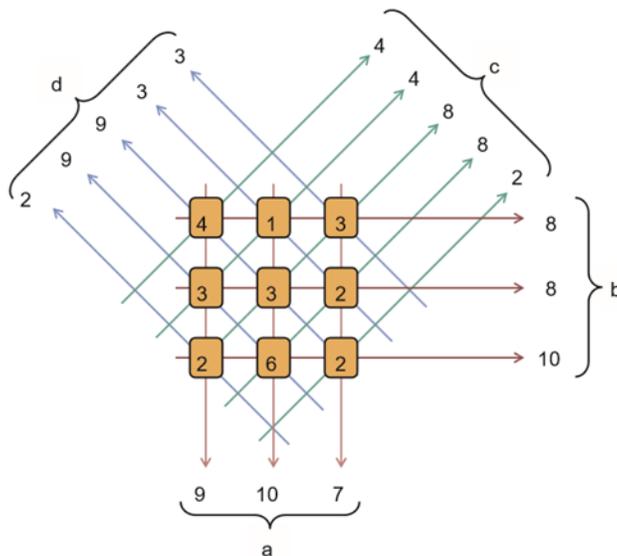


Figura 2. Se observan cuatro proyecciones realizadas a un arreglo de números. El arreglo de números simula un paciente en el que cada valor es el área de interés a explorar. Los números al final de los rayos son el valor de las proyecciones obtenidas. Adaptada de [20].

En una mejor aproximación, una persona podría modelarse por un arreglo bastante irregular de muchísimos números; los algoritmos implementados en la computadora permiten construir una imagen del paciente a partir de las proyecciones tomadas. En el ejemplo de la Figura 2, esto correspondería a no conocer los valores y el orden de los cuadros amarillos y, posteriormente, identificarlos a través de los valores de las proyecciones obtenidas, acomodándolos para producir la imagen del paciente. A este procedimiento se le conoce como retroproyección simple, sin embargo, las imágenes reconstruidas de esta forma tienden a ser muy borrosas debido a que tienen un desenfoque característico debido a la geometría de la retroproyección [20].

Es posible corregir este fenómeno utilizando un procedimiento conocido como retroproyección filtrada que consiste en aplicar filtros matemáticos a los datos obtenidos antes de la retroproyección, como un proceso de convolución o transformada

de Fourier. El filtro de Ram-Lak (Ramachandran-Lakshminarayanan) o de rampa es el filtro que, en teoría, es capaz de producir una reconstrucción de imagen óptima en cuanto a la resolución espacial, pero con un nivel de ruido relativamente alto, mientras que el filtro conocido como filtro de Shepp-Logan es capaz de proporcionar imágenes con menor nivel de ruido lo que propicia una mejor resolución de bajo contraste, sin embargo, también produce una menor resolución espacial [21].

En la reconstrucción de imágenes de tomografía computarizada de haz cónico, el algoritmo de reconstrucción de imagen debe calcular también los ángulos de retroproyección en la dirección de divergencia del haz de radiación en la dirección z, es decir, el ángulo del cono. De esta forma, es posible reconstruir una serie de imágenes de un grosor dado de manera simultánea. A este algoritmo de reconstrucción se le conoce como Feldkamp o FDK [20].

Los primeros algoritmos de reconstrucción de imagen fueron desarrollados por Radon en el año de 1917, y aplicados en medicina por primera vez con la puesta en marcha del primer dispositivo de tomografía axial computarizada (TAC) por Hounsfield en 1972 [22]. En la actualidad existe una gran variedad de algoritmos de reconstrucción de imagen en TC, algunos de ellos son comparados y discutidos con mayor detalle en [22], [23].

Es posible generar imágenes de TC utilizando varios filtros de reconstrucción de imagen, de tal forma que las imágenes obtenidas tengan las propiedades requeridas para una óptima visualización de los tejidos a observar, en alguna región analizada de un paciente.

El arreglo matricial de coeficientes de atenuación lineal es ahora representado por un arreglo de los valores obtenidos por el algoritmo de reconstrucción de imagen, que se conoce como imagen reconstruida. Las imágenes de CT se muestran en una escala de grises cuyo valor puede ser cuantificado en las llamadas unidades Hounsfield (UH) definidas como

$$UH(x, y, z) = 1000 \times \frac{\mu(x, y, z) - \mu_w}{\mu_w} \quad (1)$$

donde $\mu(x, y, z)$ es el coeficiente de atenuación lineal promedio para un elemento de volumen (voxel) de tejido en el paciente en la ubicación (x, y, z) , y μ_w es el coeficiente de atenuación lineal del agua [20].

Es importante recordar que el coeficiente de atenuación lineal depende tanto de la energía de los fotones como del medio que está siendo atravesado, es decir, depende del número atómico y de la densidad electrónica del material o materiales atravesados. Más aún, el coeficiente de atenuación lineal puede definirse como la probabilidad por unidad de longitud de camino en la que un fotón interactuará con el medio [24]. Asimismo, la probabilidad de que ocurra un evento de dispersión -ya sea efecto Compton, dispersión de Thomson, efecto fotoeléctrico (discutidos en el apéndice B)- depende en gran medida de la energía del fotón y el número atómico del objetivo [25]. Además, el tubo de rayos X de un tomógrafo computarizado (cualquiera que sea su geometría) produce un haz polienergético. De esto, se sigue que los valores de Hounsfield cambiarán al cambiar el voltaje, así como la corriente, en el tubo de rayos X pues, por su definición, heredan las mismas dependencias que el coeficiente de atenuación lineal.

La energía de un haz de rayos X polienergético puede ser caracterizada por su energía efectiva que se define como la energía de un haz monoenergético cuya penetrabilidad efectiva (caracterizada por la capa de valor medio HVL, tratada en el Apéndice B) es la misma. Para un tubo de rayos X usado para tomografía, ésta va de un tercio a la mitad de la energía máxima del haz. Por ejemplo, la energía efectiva de un espectro de rayos X producido por un voltaje de 80 kV es de aproximadamente 40 keV mientras que la de un espectro de rayos X producido por un voltaje de 140 kV es de aproximadamente 60 keV [20].

En la Figura 3 se muestra el coeficiente de atenuación de masa (definido como el coeficiente de atenuación lineal dividido por la densidad del material) de tejidos blandos, en función de la energía de radiación, así como el rango de energía efectiva para los espectros típicos de rayos X en los CT.

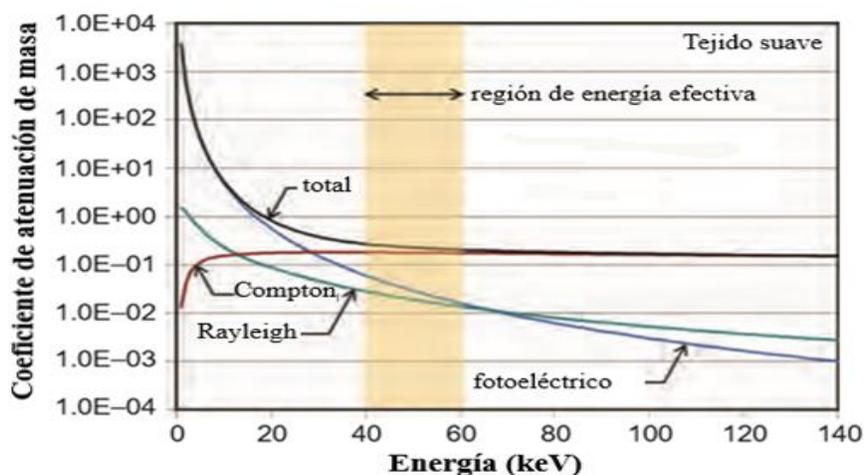


Figura 3. Gráfica del coeficiente de atenuación de masa en función de la energía del haz de rayos X para distintos tipos de interacción. Adaptada de [20].

Se observa que para el rango de energía efectiva, la dispersión de Rayleigh tiene la probabilidad de interacción más baja, mientras que la dispersión de Compton tiene una probabilidad más alta de ocurrencia [20].

2.4. Artefactos de imagen

La naturaleza polienergética del haz de rayos X utilizado en una exploración por TC, así como la variabilidad de los valores de Hounsfield debido a la dependencia con la energía de los fotones, produce variaciones no deseadas en la imagen ya reconstruida conocidos como artefactos de imagen. El término artefacto de imagen se refiere a cualquier tipo de variación de los números de TC de la imagen reconstruida con respecto a los valores reales de los coeficientes de atenuación del objeto escaneado [26].

Los artefactos de imagen se pueden producir por distintas causas, por ejemplo, los procesos físicos involucrados en la adquisición de los datos para la reconstrucción de la imagen. Se conoce como endurecimiento del haz a la absorción preferente de los fotones menos energéticos por parte del material escaneado. En este caso, la producción de artefactos por un haz de fotones relativamente duro produce un valor de atenuación distinto al que se podría observar de no haberse producido el endurecimiento. Asimismo, fallas presentes en el funcionamiento del escáner pueden influir en la formación de artefactos, por ejemplo, un detector mal calibrado puede producir artefactos con forma de anillos en las imágenes reconstruidas, debido a que en cada posición angular el detector dará medidas erróneas [26].

Existen también artefactos producidos por el paciente debido a materiales metálicos dentro del paciente como, implantes quirúrgicos. Dichos objetos metálicos producen valores de atenuación fuera del rango de los valores aceptados por el escáner lo que produce rayas brillantes en la imagen. El movimiento del paciente puede provocar también distorsiones en la imagen. Aunque los movimientos del paciente pueden ser evitados fijando al paciente a la camilla, o bien, sedándolo como en el caso de pacientes pediátricos, existen movimientos involuntarios como el movimiento intestinal, la respiración o, incluso, los latidos del corazón. Sin embargo, no todos los artefactos producidos debido al movimiento son debidos al paciente, los procesos de adquisición de imágenes de TC también influyen. Un ejemplo de esto, se da en la exploración helicoidal en la que la camilla se mueve mientras el paciente está siendo escaneado.

2.5. Tipos de adquisición de CT

Existen diferentes tipos de tomografía computarizada, o bien, distintas formas de escanear a un paciente para obtener las imágenes deseadas: la tomografía axial, también llamada secuencial; el escaneo espiral o helicoidal; la imagen por perfusión; el modo *shuttle*; entre otras.

En la tomografía axial, el paciente permanece inmóvil en la camilla mientras el *gantry* da una vuelta completa escaneando al paciente, posteriormente, se apaga el tubo de rayos X y la camilla se desplaza una distancia $F_{camilla}$, donde $F_{camilla} = nT$ con T el ancho del detector y n el número de detectores, el *gantry* gira nuevamente y escanea al paciente. El proceso anterior se repite hasta escanear la región deseada del paciente,

con lo que se obtiene una sucesión de imágenes de cortes uniformemente espaciados a lo largo del eje vertical.

Por otra parte, en el escaneo helicoidal, el *gantry* gira de manera continua mientras que la camilla se desplaza a una velocidad constante de tal forma que el paciente es escaneado mientras la camilla avanza. El paso (*pitch*) de exploración helicoidal se define como

$$\text{pitch} = \frac{F_{\text{camilla}}}{nT} \quad (2)$$

donde F_{camilla} es la distancia de avance de la camilla por rotación de 360° del *gantry* y nT es el ancho nominal de haz colimado. Generalmente, el *pitch* oscila entre 0.75 y 1.5, un *pitch* de 1 es equivalente a una CT axial [20].

Las imágenes de perfusión de CT se obtienen al escanear continuamente una región del paciente, con lo que se obtienen imágenes en tiempo real de algún órgano. El escaneo se hace al mismo tiempo que se le inyecta una solución a base de yodo al paciente, con lo que se puede observar el flujo de la solución a través del órgano escaneado.

En el modo *shuttle* de CT la camilla oscila hacia adelante y hacia atrás, mientras el *gantry* gira y el tubo de rayos X emite continuamente, con lo que se logra obtener imágenes de perfusión de CT de regiones más grandes que el ancho de la matriz detectora.

2.6. Dosimetría de radiación

Al hacer pasar un haz de rayos X a través de un paciente, éste se atenúa con la profundidad del tejido. La atenuación del haz se debe a las interacciones en las que los fotones ceden toda su energía, como en el caso del efecto fotoeléctrico, o parte de su energía, como en el caso del efecto Compton, por lo que la atenuación conduce al depósito de una dosis de radiación en el tejido del paciente. La dosis se define como la energía absorbida por unidad de masa del medio absorbente

$$Dosis = \frac{Energía\ absorbida}{masa} \quad (3)$$

que en el Sistema Internacional tiene unidades de grays (Gy), esto es, $1\ Gy = 1\ \frac{J}{kg}$ [24].

Podemos escribir la atenuación del haz de rayos X como función de la profundidad x mediante

$$D(x) = D_0 e^{-\mu_{eff}x} \quad (4)$$

donde D_0 es la dosis en la superficie de la piel y μ_{eff} es el coeficiente de atenuación lineal efectivo [20], es decir, el valor que mejor ajusta al perfil de atenuación de un espectro de rayos X polienergético.

Cabe mencionar que para distintos valores del *pitch* se tienen diferentes dosis aplicadas al paciente. La relación entre la dosis relativa y el *pitch* está dada por

$$dosis \propto \frac{1}{pitch} \quad (5)$$

Es claro que los distintos métodos de adquisición de imagen no solo influyen en la reconstrucción de la imagen sino que también influyen en la cantidad de dosis por radiación que recibirá el paciente.

En la actualidad, la dosimetría de CT se basa en un estándar mundial de estimación de dosis para el paciente, conocida como índice de dosis de tomografía computarizada (CTDI). El CTDI se define como “la integral del perfil de dosis producido por una única rotación axial, $D(z)$, a lo largo de una línea paralela al eje de rotación del tubo (usualmente denominado eje z), dividida por el espesor nominal de corte (e) y por el número de cortes (imágenes adquiridas) por rotación (n)” [10]:

$$CTDI = \frac{1}{ne} \int_{-\infty}^{+\infty} D(z) dz \quad (6)$$

Se puede hacer una medición del CTDI, conocida como $CTDI_{100}$, utilizando una cámara de ionización cilíndrica, llamada cámara de lápiz, de 100 mm de largo y 9 mm de diámetro insertada en el centro de un maniquí de polimetacrilato de etilo (PMMA), que coincide a su vez con el centro del *gantry* [27]. Además, existen procedimientos a través de simulaciones computacionales que permiten estimar la cantidad de dosis depositada durante la exposición a rayos X, tal es el caso de los cálculos de Monte Carlo [28], [29]. Una computadora puede simular la probabilidad de que un evento de dispersión (efecto fotoeléctrico, efecto Compton, dispersión de Rayleigh, dispersión de Thomson y producción de pares) ocurra en función de la energía del haz de radiación, de esta forma, al conocer la física involucrada en la interacción de la radiación con la materia, específicamente con los tejidos del cuerpo humano, se puede calcular la distribución de dosis para una geometría dada [20].

En general, en la mayoría de los procedimientos de control de calidad en sistemas radiográficos se hacen mediciones del *kerma* en el aire, definido como la energía cinética transferida a las partículas cargadas por la radiación indirectamente ionizante por unidad de masa del medio absorbente, como función de la corriente utilizada en el tubo de rayos X por el tiempo de exposición ($mA \cdot s$) a una distancia específica de la fuente de rayos X, y para un rango de voltaje dado. Sin embargo, el cálculo de dosis no es objeto de estudio en este trabajo.

2.7. Protocolos de adquisición de imágenes

Puesto que las imágenes adquiridas con el CBCT se forman a partir de la atenuación de haces de radiación, es claro que al variar la energía y cantidad de fotones involucrados, variando el voltaje y la corriente en el tubo de rayos X, se pueden obtener imágenes médicas con mayor claridad. Sin embargo, al variar estos parámetros en la adquisición de imágenes inevitablemente cambiará la dosis aplicada al paciente. En otras palabras, podemos obtener imágenes más claras a costa de una mayor dosis de radiación al paciente. Existen trabajos relacionados con la dosis de imagen por tomografía computarizada de haz cónico en radioterapia [30].

La calidad de una imagen médica depende de la información que la imagen puede ofrecer de la anatomía del paciente, y no de parámetros estéticos como en el caso de una imagen fotográfica convencional. Esto conduce a la creación de protocolos de adquisición de imagen de CBCT, destinados a distintas regiones del cuerpo, que imponen rangos a los distintos parámetros (como el voltaje, la corriente, el grosor de

corte, entre otros) de tal forma que aseguren una baja dosis al paciente sin comprometer la calidad de la imagen.

2.8. Garantía de calidad y control de calidad de imagen

De acuerdo con [31]: “garantía de calidad significa todas aquellas acciones planificadas y sistemáticas necesarias para proporcionar una garantía adecuada de que una estructura, sistema, componente o procedimiento, funcionará satisfactoriamente de conformidad con las normas acordadas. El control de calidad es parte del aseguramiento de la calidad” y “control de calidad significa el conjunto de operaciones (programación, coordinación, implementación) destinadas a mantener o mejorar la calidad. Incluye monitoreo, evaluación y mantenimiento en los niveles requeridos de todas las características de rendimiento de los equipos que se pueden definir, medir y controlar”. Existen distintas guías destinadas al aseguramiento de la garantía y control de calidad tales como Quality Control in cone-beam computed tomography (CBCT) [11], que es la base de este trabajo. Para garantizar una calidad de imagen de CBCT confiable respecto a las actuales exigencias normativas y especificaciones del fabricante, es necesario analizar los parámetros de calidad de imagen: uniformidad, precisión geométrica, valores de densidad de voxel, ruido, resolución de bajo contraste y resolución espacial.

2.8.1. Uniformidad

A pesar de que el CBCT permite obtener una representación volumétrica de un paciente, las imágenes individuales siguen siendo bidimensionales y, como todas las imágenes digitales, constan de elementos de imagen conocidos como píxeles. El valor

en unidades Hounsfield de cada pixel corresponde al valor obtenido por el algoritmo de reconstrucción de imagen y, por lo tanto, el valor medio de pixel de una determinada región en una imagen está definido como el promedio de los valores de cada pixel encerrado en la región.

Al escanear un objeto homogéneo en CBCT idealmente se esperaría que la imagen obtenida de dicho objeto mostrara valores medios de pixel que no dependieran de la posición del pixel, sin embargo, esto no ocurre debido a diversas causas como el endurecimiento del haz de rayos X, la presencia de artefactos de imagen, entre otras [20]. De acuerdo con [11], “la uniformidad es una medida de la capacidad del escáner CBCT para producir una imagen de un objeto homogéneo con valores medios de píxel que no dependen de la posición del píxel”. El análisis de este parámetro permite verificar que no hay errores en la reconstrucción de la imagen que pudieran aparecer como artefactos en la imagen. Asimismo, la medida de la uniformidad nos proporciona un umbral para la diferencia máxima entre los valores medios de pixel de dos regiones que pudieran ser tratadas como del mismo material.

2.8.2. Precisión geométrica

La capacidad del CBCT para producir imágenes de la anatomía de un paciente justo antes de recibir tratamiento de radioterapia, hace esencial verificar la linealidad y precisión geométrica, es decir: “que la relación espacial relativa de las estructuras de la imagen sea representativa de las estructuras de la imagen y que la imagen esté rígidamente relacionada con el sistema de coordenadas de la máquina” [11], para poder garantizar el correcto posicionamiento del paciente. Una desviación en la escala de la

imagen afectaría la precisión del escáner de CBCT para corregir el posicionamiento del paciente, si este fuera necesario. La escala de una imagen adquirida por CBCT puede ser cuantificada al comparar una imagen de un maniquí con estructuras de dimensiones conocidas con las dimensiones reales de dichas estructuras [10].

2.8.3. Valores de densidad de voxel

Al visualizar una imagen de CBCT cada pixel corresponde a un elemento de volumen (voxel) del objeto escaneado. Podemos definir el valor de densidad de voxel como el valor de su pixel asociado, en unidades de Hounsfield. El valor de densidad de voxel puede proporcionar una evaluación cuantitativa de la densidad física del material escaneado [32]. La importancia del análisis de este parámetro radica en la capacidad de distinguir entre materiales de distintos coeficientes de atenuación lineal, lo que permite a los profesionales de la salud realizar diagnósticos con mayor precisión.

2.8.4. Ruido

El ruido en una imagen de CBCT se refiere a las variaciones entre los valores de pixel producidas principalmente debido a la naturaleza estocástica de la radiación [21]. Un alto nivel de ruido en una imagen de CBCT afecta principalmente a la uniformidad en regiones de la imagen que corresponden a un mismo material, o en el caso de un paciente, a un mismo tejido. El ruido de imagen se mide como la desviación estándar de los valores de píxel dentro de la región central de una sección homogénea de un maniquí [11]. El análisis de este parámetro ayuda a garantizar que el nivel de ruido en las imágenes no sea demasiado alto y pueda comprometer la visibilidad de las estructuras o lesiones.

2.8.5. Resolución de bajo contraste

En una imagen de CBCT el contraste C se mide como la diferencia entre la escala de grises de la imagen [20], esto es,

$$C = \overline{CT}_i - \overline{CT}_f \quad (7)$$

donde \overline{CT}_i y \overline{CT}_f representan los valores medios de pixel de las regiones de interés y de fondo respectivamente. La resolución de bajo contraste representa entonces la capacidad del escáner de CBCT de distinguir una señal con respecto a su fondo, cuando se tienen valores de señal y de fondo similares [11]. Por ejemplo, el coeficiente de atenuación de algunas patologías y tumores suele ser similar al de los tejidos sanos. Puesto que la resolución de bajo contraste está vinculada al voltaje del tubo de rayos X, este parámetro permite verificar de manera indirecta el correcto funcionamiento del tubo de rayos X [11], [21].

2.8.6. Resolución espacial

La resolución espacial se refiere a la capacidad de distinguir pequeños detalles en una imagen de CBCT, es decir, describe el nivel de detalle que se puede ver en una imagen o bien, el tamaño del objeto más pequeño que se puede resolver [20]. Al tratarse las imágenes de CBCT de imágenes digitales, una clara limitante resulta ser el tamaño de pixel. Sin embargo, un objeto más pequeño que el tamaño de pixel podría ser detectado, si la señal recibida de éste fuera lo suficientemente grande como para afectar el valor medio de pixel. La resolución espacial se mide utilizando un maniquí con arreglos de pares de materiales de alta y baja densidad con distintas separaciones, generalmente, la

unidad de medida son pares de líneas por centímetro. El análisis de este parámetro nos da una evaluación cuantitativa de la capacidad del escáner de CBCT para resolver imágenes de objetos pequeños y además, una disminución del valor de este parámetro puede indicar cambios, tanto en la calibración del ángulo del *gantry*, como en la geometría de imagen [10].

3. MATERIALES Y MÉTODOS

3.1. Novalis Tx™ image-guided radiosurgery linear accelerator

Los aceleradores lineales de uso médico son dispositivos que permiten acelerar electrones a energías cinéticas de 4 MeV a 25 MeV, utilizando estructuras especiales conocidas como guías de ondas de aceleración. El haz de electrones producido puede ser utilizado para tratar tumores superficiales, o hacerse incidir sobre un objetivo de número atómico elevado, como el tungsteno, para producir rayos X y utilizarlos en el tratamiento de tumores profundos. Los aceleradores lineales usados para radioterapia guiada por imagen cuentan con dispositivos que permiten adquirir imágenes de tomografía computarizada durante el tratamiento, con el objetivo de verificar el posicionamiento del paciente. En la Figura 4 se muestra el Novalis Tx™ image-guided radiosurgery linear accelerator del Centro de Cáncer del The American British Cowdray Medical Center I.A.P. Este acelerador cuenta con el On-Board Imager Patient Positioning and Target Localization System, que es un sistema de adquisición de imagen volumétrica tridimensional. Tiene la capacidad de adquirir imágenes de tomografía computarizada de haz cónico (CBCT) que permiten la localización del objetivo, verificar el posicionamiento del paciente, corregir el posicionamiento del paciente con el movimiento remoto de la camilla, entre otras capacidades de uso clínico. Este es el sistema que se utilizó en este trabajo para adquirir imágenes de CBCT de un maniquí, utilizando los tres protocolos de adquisición de imágenes para aplicaciones craneales descritos en la Tabla 1.

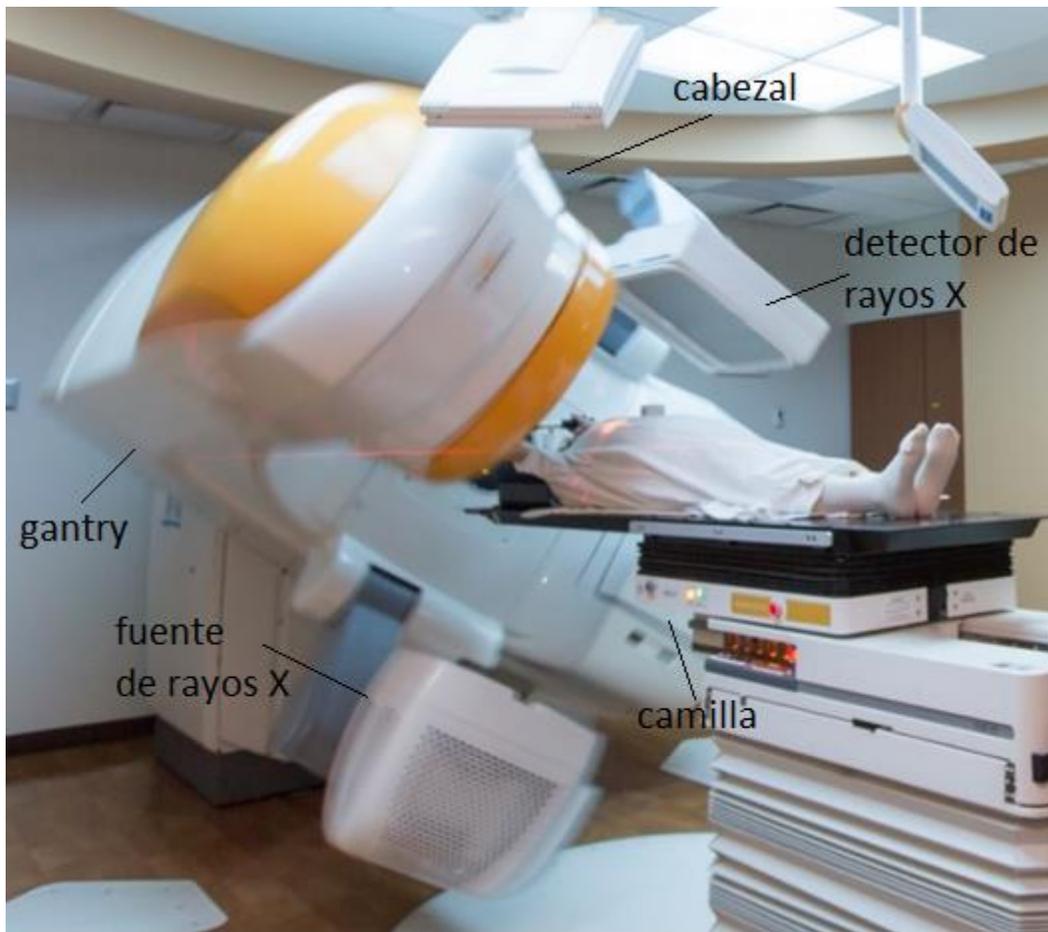


Figura 4. Fotografía del Novalis Tx™ image-guided radiosurgery linear accelerator del Centro de Cáncer del Centro Médico ABC. Se pueden apreciar la fuente y el detector de rayos X de energías del orden de keV, que junto con el software conforman el On-Board Imager Patient Positioning and Target Localization System. Tanto fuente como detector están montados sobre brazos robóticos unidos al gantry.

Tabla 1. Especificaciones de los protocolos de adquisición de imágenes utilizados. El término corriente se refiere a la corriente en el tubo de rayos X multiplicada por el tiempo de exposición.

Protocolo	Voltaje [kV]	Corriente [$mA \cdot s$]	Grosor de corte [mm]
Standard Dose Head	100	20	1
Low Dose Head	110	10	1
High Quality Head	100	80	1

3.2. Maniquí para evaluar la calidad de imagen

Se utilizó el maniquí The Phantom Laboratory Catphan®504, mostrado en la Figura 5, que cuenta con cuatro módulos descritos a continuación [33]:

- Módulo CTP 486: está hecho de un material uniforme y diseñado de tal forma que el valor de pixel corresponda al valor de pixel del agua con una incertidumbre del 2%.
- Módulo CTP 404: cuenta con cuatro cavidades cilíndricas de 3 mm de diámetro colocadas en el centro del maniquí a 50 mm de distancia uno del otro y cuenta con objetivos de distinta fotosensibilidad hechos de teflón, delrin, acrílico, poliestireno y polietileno de baja densidad (LDPE), polimetilpenteno (PMP) y aire.
- Módulo CTP 515: tiene 39 objetivos circulares que van desde los 2 mm hasta los 15 mm de diámetro acomodados en arreglos de tres e incrementando su tamaño de 1 mm en 1 mm.
- Módulo CTP 528: tiene un medidor de prueba de alta resolución, que consta de arreglos de pares de materiales de alta y baja densidad con distintas separaciones que van de 1 a 21 pares de líneas por centímetro.

3.3. Uniformidad

Para el análisis de la uniformidad se utilizó el módulo CTP486 del maniquí. Para el análisis de las imágenes, y la estimación de todos los parámetros, se utilizó el software ImageJ 1.52a. Se seleccionaron cinco regiones de interés (ROIs) circulares de 30.3 mm

de diámetro correspondiente al 20% del diámetro del maniquí, aproximadamente, como se establece en el protocolo EFOMP [11]. Estas regiones se encuentran una en el centro y las otras cuatro en la periferia del maniquí, como se muestra en la Figura 6.

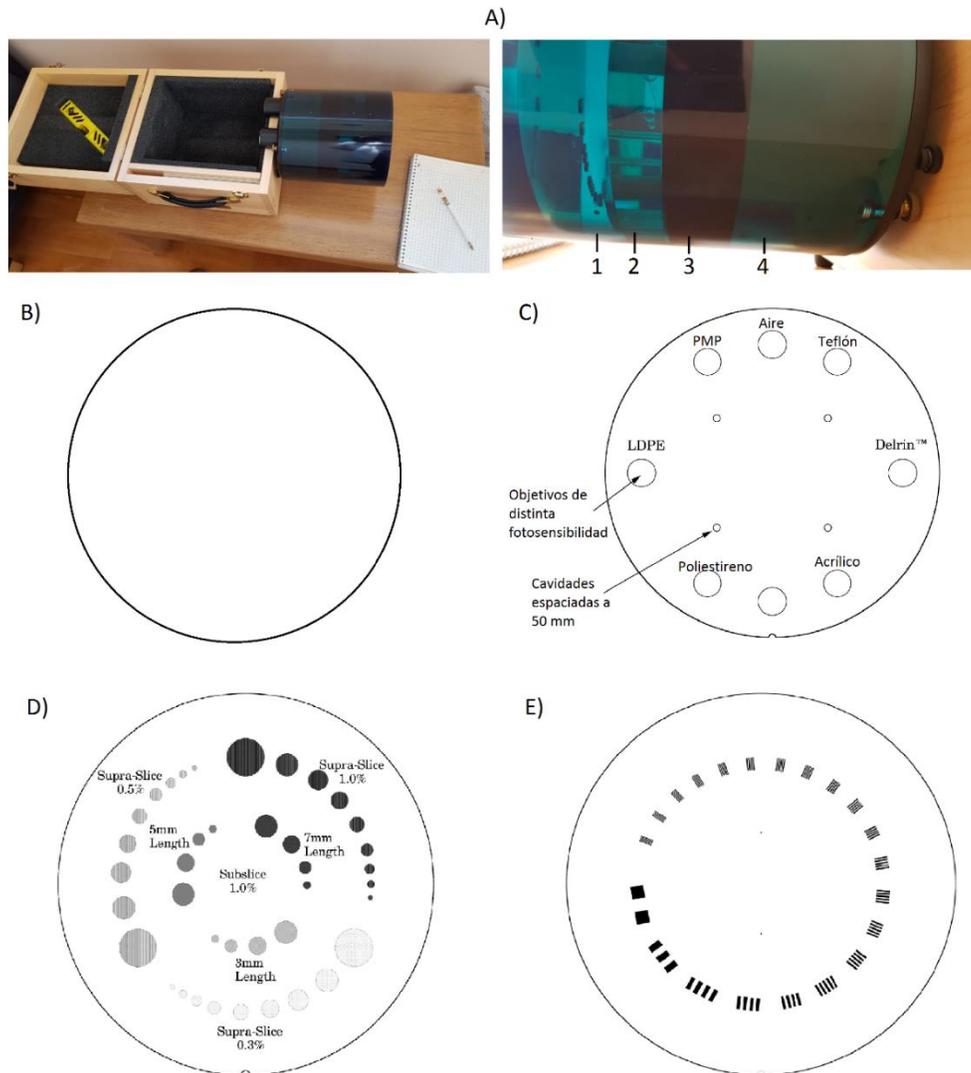


Figura 5. A) Fotografías tomadas al maniquí Catphan®504. En la figura de la derecha se puede apreciar los módulos CTP 528, CTP 404, CTP 515 y CTP 486 numerados del uno al cuatro respectivamente. B) Diagrama del módulo CTP 486 utilizado en el estudio de los parámetros uniformidad y ruido. C) Diagrama del módulo CTP 404 utilizado en el estudio de los parámetros precisión geométrica y valores de densidad de voxel. D) Diagrama del módulo CTP 515 utilizado en el estudio del parámetro resolución de bajo contraste. E) Diagrama del módulo CTP 528 utilizado en el estudio del parámetro resolución espacial.

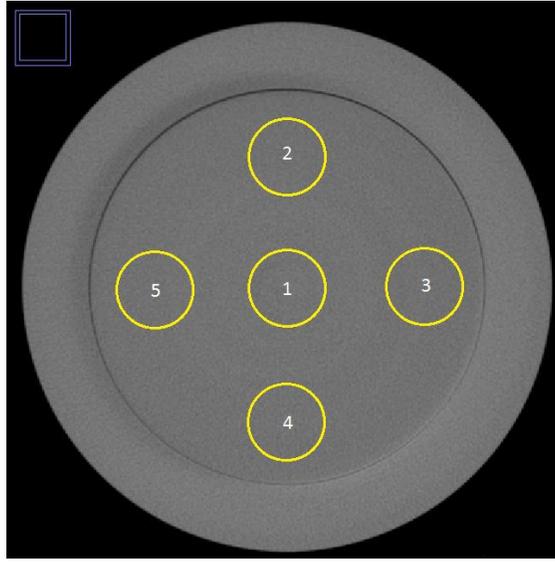


Figura 6. Se seleccionaron cinco regiones de interés circulares de 30.3 mm de diámetro en una imagen de CBCT correspondiente al módulo de uniformidad (CTP486) del maniquí para el análisis del parámetro de uniformidad.

Se determinó el valor medio de pixel, así como la desviación estándar correspondiente para cada ROI. Asimismo, se asignó el valor de uniformidad de cada imagen como la diferencia máxima entre los valores medios de pixel de los ROIs de la periferia con respecto al de la ROI central [34], es decir,

$$Uniformidad = |\overline{CT}_{ROI\ periferia} - \overline{CT}_{ROI\ central}| \quad (8)$$

donde $\overline{CT}_{ROI\ periferia}$ es el valor medio de pixel de cada ROI de la periferia y $\overline{CT}_{ROI\ central}$ el valor medio de pixel del ROI central. Este procedimiento se repitió para treinta y un cortes.

3.4. Precisión geométrica

Para el análisis de la precisión geométrica se utilizó el módulo CTP404 del maniquí, que cuenta con cuatro cavidades cilíndricas de 3 mm de diámetro colocadas en el centro

del maniquí a 50 mm de distancia una de la otra, como se muestra en la Figura 7. Se verificó que la distancia entre las cavidades correspondía a lo establecido por el manual del maniquí (50 mm).

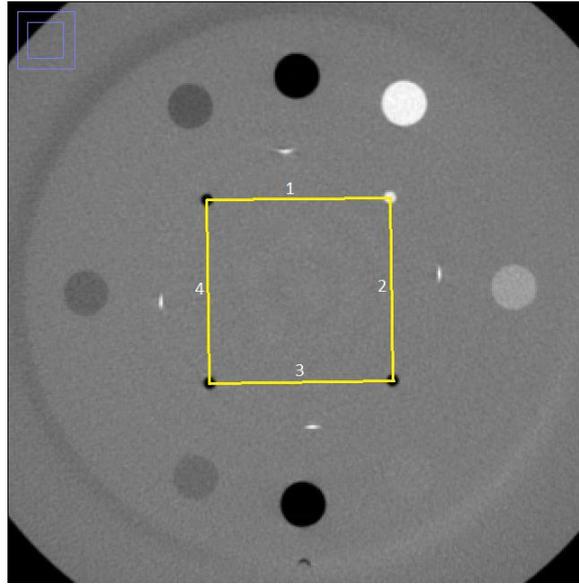


Figura 7. Imagen de CBCT obtenida del módulo CTP404 del maniquí. Los cuatro círculos conectados por las líneas amarillas corresponden a cavidades cilíndricas de 3 mm de diámetro localizadas en los vértices de un cuadrado imaginario de 50 mm de lado en el centro de dicho módulo.

3.5. Valores de densidad de voxel

En el estudio de los valores de densidad de voxel se utilizó el módulo CTP404 del maniquí, el objetivo fue verificar si el sistema de CBCT era capaz de reproducir los valores de densidad de voxel que se esperaba para los materiales dados en la Tabla 2. Se seleccionaron siete ROIs circulares de 8.3 mm de diámetro, como se muestra en la Figura 8. Se obtuvo el valor medio de pixel de cada ROI así como su desviación estándar respectiva.

Tabla 2. Valores de densidad de voxel esperados de los materiales de sensitometría del módulo CTP404 del maniquí utilizado [33].

Número de ROI	Material	Valor de densidad de voxel [UH]	
		mínimo	máximo
1	Aire	-1046	-986
2	Teflón	941	1060
3	Delrin	344	387
4	Acrílico	92	137
5	Poliestireno	-65	-29
6	LDPE	-121	-87
7	PMP	-220	-172

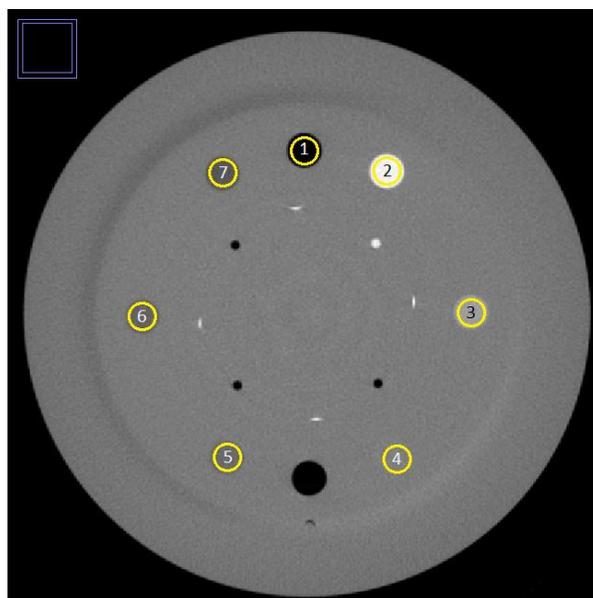


Figura 8. Imagen de CBCT obtenida del módulo CTP404 del maniquí. Se muestran las siete ROIs circulares de 8.3 mm de diámetro centradas en las regiones de cada material del módulo.

3.6. Ruido

Para el análisis del ruido se utilizó el módulo CTP486 del maniquí, se seleccionaron dos ROIs circulares de 48.8 mm de diámetro, una en el centro del maniquí y otra en una región de aire, como se muestra en la Figura 9. Se obtuvo el valor medio de pixel de cada ROI, así como su desviación estándar, para diez cortes consecutivos.

El nivel de ruido se calculó como el porcentaje de dividir la desviación estándar de la región de interés entre la diferencia, en Hounsfield, de los valores medios de pixel de la ROI del material y la ROI del aire [11], esto es:

$$\text{porcentaje de ruido} = \frac{\sigma_i}{\overline{CT}_i - \overline{CT}_{\text{aire}}} \times 100 \quad (9)$$

donde \overline{CT}_i y $\overline{CT}_{\text{aire}}$ son los valores medios de pixel de la región de interés y aire, respectivamente, σ_i es la desviación estándar de la región de interés.

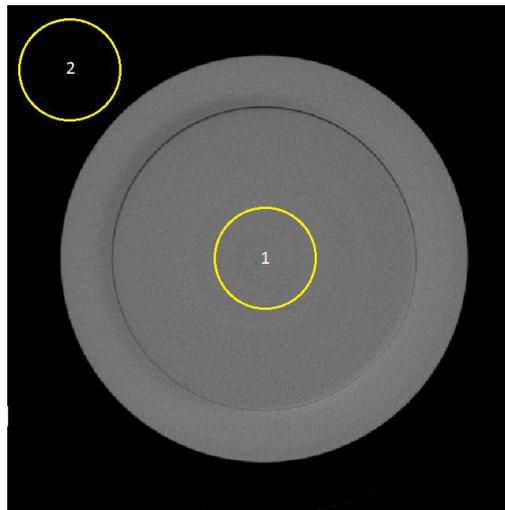


Figura 9. Se muestran dos ROIs circulares de 48.8 mm de diámetro localizadas una en el centro de la imagen de CBCT tomada del módulo de uniformidad CTP486 del maniquí y la otra en una región de aire.

3.7. Resolución de bajo contraste

Para analizar la resolución de bajo contraste se utilizó el módulo CTP515 del maniquí. Se seleccionaron dos ROIs circulares de 7.3 mm de diámetro, una en el objetivo más grande y la otra sobre una región del fondo, como se muestra en la Figura 10. También se obtuvo el valor medio de pixel de cada ROI, así como su desviación estándar. El valor de contraste es la diferencia entre los valores medios de TC de ambas ROIs [20], esto es,

$$C = \overline{CT}_i - \overline{CT}_f \quad (10)$$

donde \overline{CT}_i y \overline{CT}_f representan los valores medios de pixel de las regiones de interés y de fondo respectivamente.

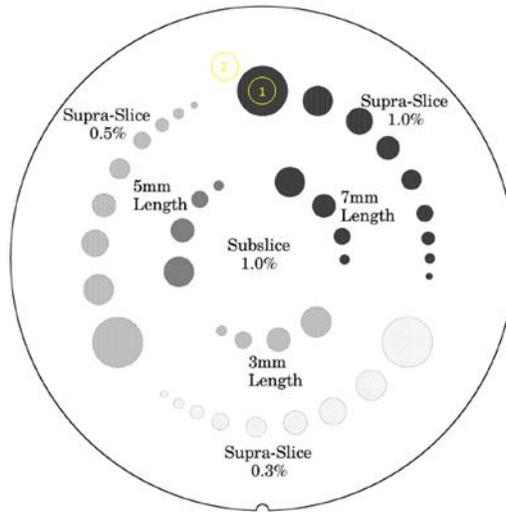


Figura 10. Arreglo del módulo de bajo contraste CTP515 del maniquí. Las regiones subslice tienen espesores de 3 mm, 5 mm y 7 mm, mientras que las regiones supraslice tienen un espesor de 40 mm. Se seleccionaron dos ROIs circulares de 7.32 mm de diámetro, una en la región más grande y la otra en una región de fondo. La imagen fue adaptada del manual del catphan [33].

3.8. Resolución espacial

El módulo CTP528 del maniquí se utilizó en el análisis de la resolución espacial. El análisis se hizo de manera visual, seleccionando el arreglo de líneas que se alcanzaba a distinguir como líneas individuales, como se muestra en la Figura 11.

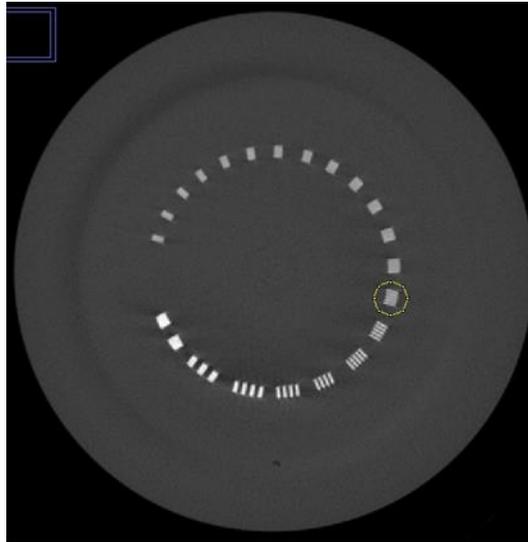


Figura 11. Imagen de CBCT obtenida del módulo de resolución de alto contraste CTP528. Se observaron hasta 8 pares de líneas por centímetro en esta imagen.

4. RESULTADOS Y ANÁLISIS

4.1. Uniformidad

En la Figura 12 se muestran las curvas de uniformidad correspondientes a los datos obtenidos del CBCT realizado en el mes de octubre. El eje vertical de cada gráfica corresponde al valor medio de pixel de cada ROI (con sus barras de incertidumbre que corresponden a su desviación estándar), mientras que en el eje horizontal se muestra el número de corte correspondiente. Se observa que para cada protocolo de adquisición de imágenes, los datos correspondientes se encontraban todos dentro de las barras de incertidumbre, lo que sugiere uniformidad en el eje z . El valor de la uniformidad de cada imagen se calculó de acuerdo con la ecuación (8), seleccionando el valor máximo. En la tabla 3 se muestran los valores de la uniformidad para los meses de octubre a enero calculados como el promedio ponderado de los valores máximos obtenidos de cada imagen, utilizando la ecuación:

$$x_{pond} = \frac{\sum x_i \sigma_i^{-2}}{\sum \sigma_i^{-2}} \quad (11)$$

donde los x_i son los valores de la uniformidad de cada mes y σ_i las desviaciones estándar respectivas [35]. Asimismo, se calcularon las desviaciones estándar ponderadas mediante la ecuación:

$$\sigma_{pond} = \frac{1}{\sqrt{\sum \sigma_i^{-2}}} \quad (12)$$

Se observa que todos los valores obtenidos para este parámetro están por debajo del 10% de la diferencia entre las regiones del aire (-1000 UH) y las regiones equivalentes a agua (0 UH), como establece el protocolo de EFOMP [11].

Curvas de uniformidad por protocolo de adquisición

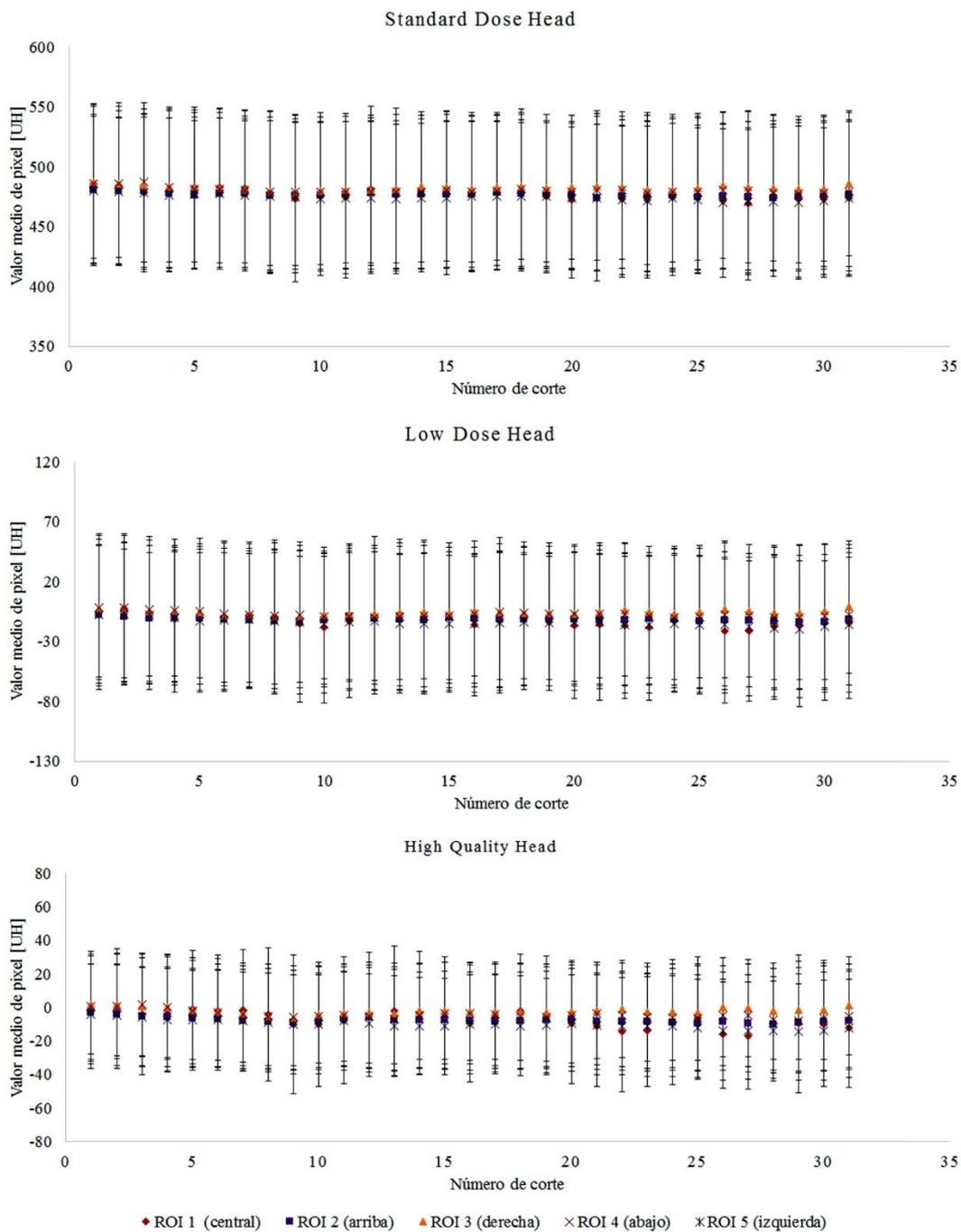


Figura 12. Curvas de uniformidad de cada protocolo de adquisición de imágenes correspondientes al conjunto de imágenes adquiridas en el mes de octubre. Se muestra el valor medio de pixel de cada ROI relativo a cada número de corte. Cada dato se grafica con su desviación estándar.

En ninguno de los casos se observaron variaciones importantes, en la Figura 13 se observa la evolución temporal. Asimismo, se obtuvieron diferencias inferiores a 10 UH, con respecto a los niveles de referencia, en concordancia con el protocolo EFOMP [11], la comparación se hizo entre distintas mediciones para cada protocolo de adquisición; por ejemplo para el protocolo Standard Dose Head para el mes de diciembre a enero hay una diferencia de 4.8 UH.

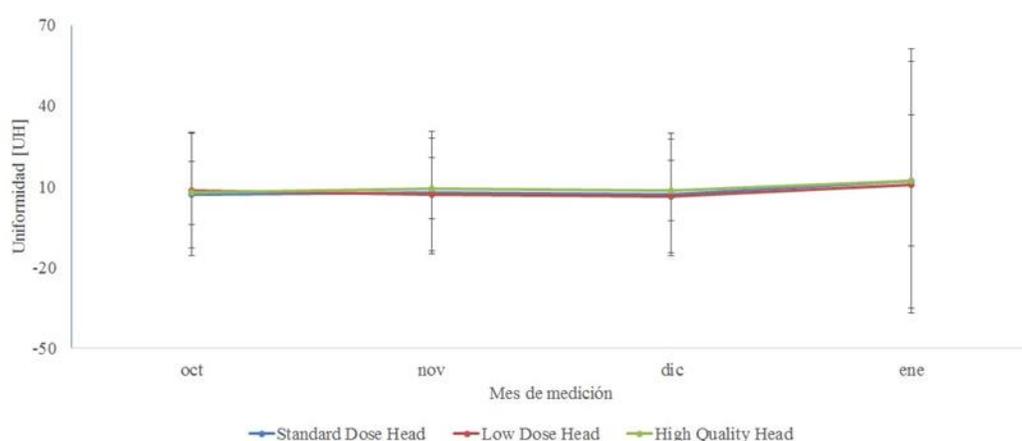


Figura 13. Gráfica de la evolución temporal de la uniformidad. Se graficaron los valores obtenidos de la uniformidad (mostrados en la Tabla 3) en función del tiempo

Tabla 3. Valores de uniformidad para cada protocolo utilizado en este estudio y analizado por mes, de octubre a enero.

Protocolo	Uniformidad octubre [UH]	Uniformidad noviembre [UH]	Uniformidad diciembre [UH]	Uniformidad enero [UH]
Standard Dose Head	7.1±22.9	7.8±22.7	7.2±22.7	12±49.1
Low Dose Head	8.4±21.3	7±20.9	6.5±21	10.5±45.8
High Quality Head	7.6±11.7	9.3±11.3	8.4±11.2	12.2±24.4

4.2. Precisión geométrica

En la Tabla 4 se muestran los resultados obtenidos del análisis de este parámetro. Los valores corresponden al promedio de las cuatro diferencias medidas entre el valor real (el valor dado por el fabricante del maniquí) y el medido en cada imagen por protocolo. Las barras de incertidumbre mostradas en la gráfica de la Figura 14 corresponden a la desviación estándar. En todos los casos se observaron diferencias menores a un milímetro. Se observa que todos los valores obtenidos para la precisión geométrica se encuentran dentro del límite establecido en el protocolo EFOMP [11], donde se establecen diferencias por debajo de 1 mm entre el valor medido y el establecido por el fabricante del maniquí [33]. En la gráfica de la Figura 14 se observa que no hubo una variación importante de la precisión geométrica, durante el tiempo de adquisición de los datos. Por ejemplo, para el protocolo High Quality Head se obtuvieron valores de 0.12 ± 0.13 mm y 0.3 ± 0.09 mm para los meses de diciembre y enero, respectivamente. Aunque en la gráfica los valores se encuentran aparentemente muy alejados, esto debido a la escala mostrada en el eje vertical, es claro que esta diferencia no representa un problema, pues las barras de incertidumbre se traslapan y los valores se encuentran dentro de lo establecido en el protocolo EFOMP. Cabe mencionar que los valores mostrados en la Tabla 4 son similares a los reportados por otros autores, quienes reportan valores entre 0.02 mm y 0.4 mm [13], [34].

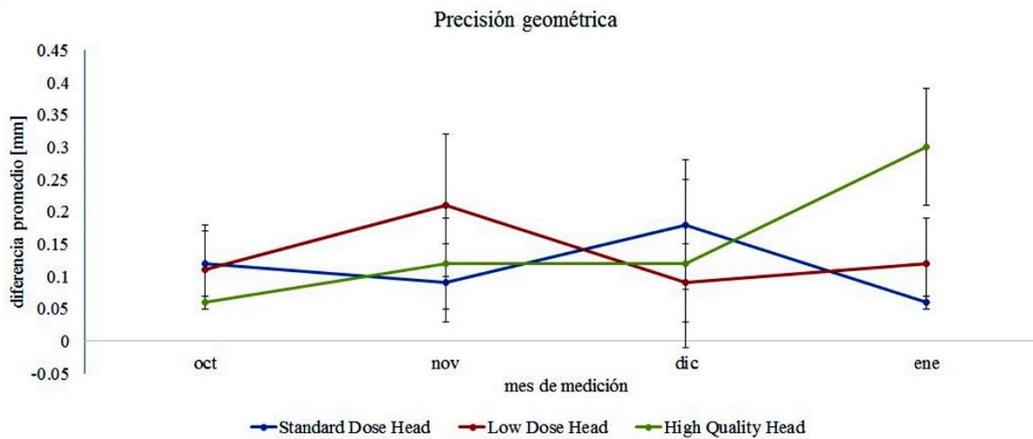


Figura 14. Gráfica de los valores obtenidos para el parámetro de precisión geométrica (mostrados en la Tabla 4) de los tres protocolos de adquisición analizados por mes, de octubre a enero.

Tabla 4. Promedios de las diferencias entre los valores medidos de la distancia entre las cavidades cilíndricas localizadas en el módulo CTP404 del maniquí y la distancia de 50 mm establecida por el manual del maniquí para cada protocolo utilizado y analizado por mes, de octubre a enero.

Protocolo	Diferencia promedio octubre [mm]	Diferencia promedio noviembre [mm]	Diferencia promedio diciembre [mm]	Diferencia promedio enero [mm]
Standard Dose Head	0.12±0.06	0.09±0.06	0.18±0.1	0.06±0.01
Low Dose Head	0.11±0.06	0.21±0.11	0.09±0.06	0.12±0.07
High Quality Head	0.06±0.01	0.12±0.07	0.12±0.13	0.3±0.09

4.3. Valores de densidad de voxel

En la Figura 15 se muestran las curvas de linealidad de los valores de voxel medidos en relación a los valores de voxel establecidos en el manual del maniquí. Para cada dato se graficó el valor de su desviación estándar medido en la región de interés. Se

observa una alta linealidad en las curvas, la pendiente de cada curva es aproximadamente la unidad. Sin embargo, los datos medidos difieren de los datos de referencia establecidos en el manual, especialmente para el protocolo de adquisición de imágenes Standard Dose Head, cuya curva aparece desplazada hasta en 478 UH. Se han reportado resultados similares en otros trabajos [13], [36], [37], por ejemplo, se digitalizaron nueve curvas de linealidad de valores de densidad de voxel reportadas en el trabajo *A quality assurance program for image quality of cone-beam CT guidance in radiation therapy* [13], mostradas en la Figura 16, donde se observan desplazamientos similares, además de variaciones en las pendientes. Asimismo, también se aprecia la gran variabilidad de los valores de Hounsfield no solo entre protocolos de adquisición de un mismo escáner de CBCT, sino entre distintos escáneres.

Esta importante variación puede deberse a la dependencia de los valores de densidad de voxel tanto de los algoritmos de reconstrucción de imagen como de la energía del haz de rayos X (mencionado en la sección 2.3), por estas razones los resultados obtenidos podrían esperarse. Sin embargo, existen trabajos en los que se reporta que es posible hacer una recalibración de los valores de densidad de voxel para cada protocolo de adquisición de imágenes disponible por el escáner [10].

En la Figura 17 se muestran superpuestas las cuatro gráficas de linealidad correspondientes a los meses de octubre a enero del protocolo de adquisición Standard Dose Head.

Curvas de linealidad de los valores de densidad de voxel por protocolo de adquisición

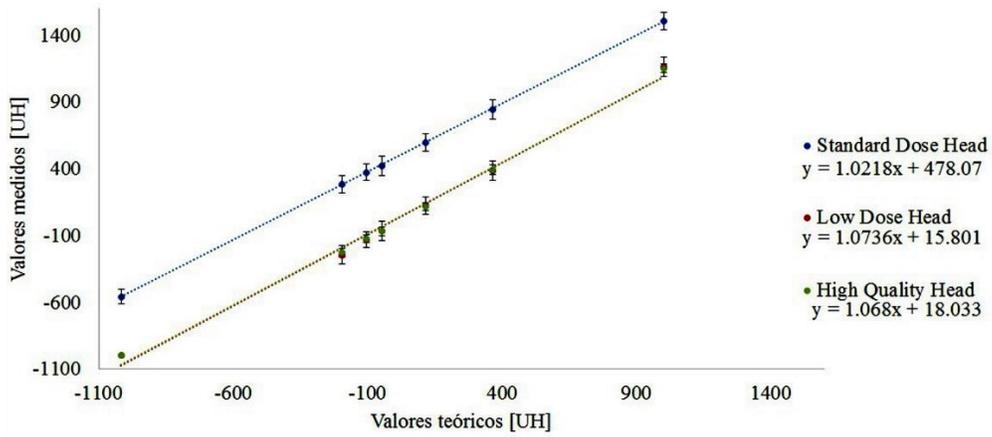


Figura 15. Gráficas de linealidad de los valores de voxel. Se grafican los valores medidos con relación a los valores establecidos en el manual del maniquí.

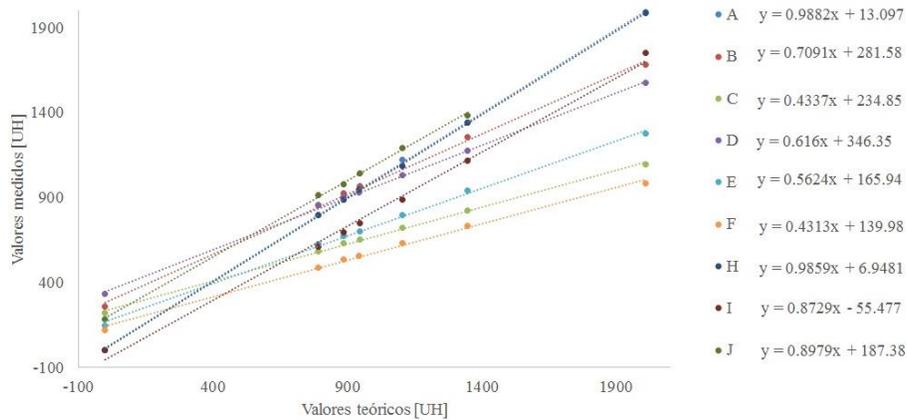


Figura 16. Curvas de linealidad de los valores de densidad de voxel adaptadas [13].

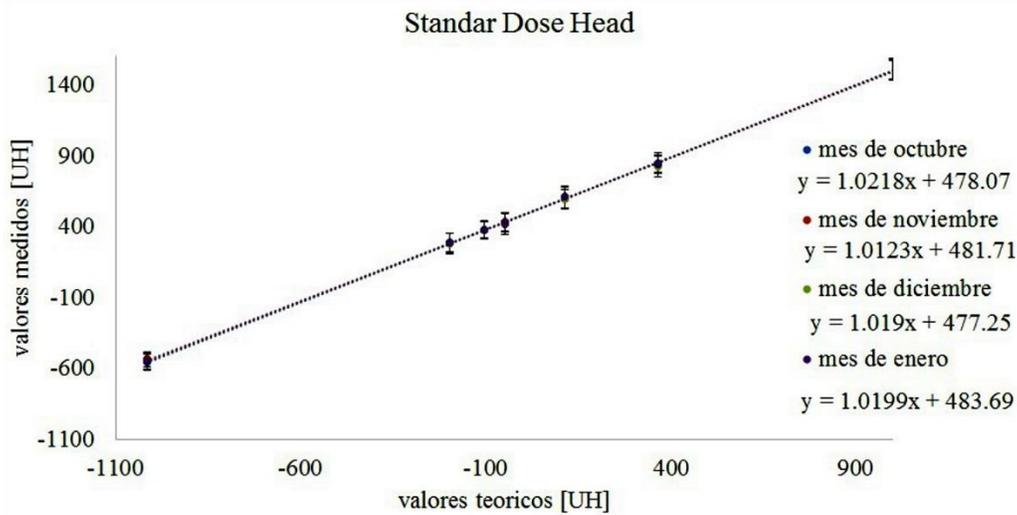


Figura 17. Curvas de linealidad de los valores de densidad de voxel correspondientes al protocolo de adquisición Standard Dose Head durante los meses de octubre a enero.

Al hacer la comparación entre los valores obtenidos cada mes para cada protocolo de adquisición de imágenes, se observó que los valores difieren a lo más en 20 UH, este valor se encuentra dentro de los requerimientos del protocolo EFOMP [11], donde se establece que la diferencia entre los valores medidos y los valores de referencia debe ser menor a 50 UH.

4.4. Ruido

En las gráficas de la Figura 18 se muestra el valor del ruido obtenido como la desviación estándar del valor medio de pixel de la ROI central de cada imagen relativo a cada número de corte. En la tabla 5 se muestra el valor del ruido obtenido para cada protocolo en los meses de octubre a enero. Estos valores se obtuvieron como el promedio de los valores obtenidos para el ruido de las diez imágenes analizadas y el error mostrado se obtuvo como la desviación estándar de dicho promedio, que a su vez corresponde a las barras de incertidumbre de los datos mostrados en cada gráfica,

utilizando las ecuaciones (11) y (12). La columna “%” muestra el ruido obtenido para cada protocolo de adquisición como un porcentaje. El porcentaje de ruido fue calculado de acuerdo con la ecuación (9) usando como valor medio del aire el valor promedio de los valores medios de pixel de cada ROI en la región de aire de cada imagen analizada para este parámetro. En la gráfica de la Figura 19 se muestra el valor del ruido obtenido para el protocolo de adquisición Standard Dose Head durante los meses de octubre a enero. Puede observarse que no hubo variaciones relevantes entre meses consecutivos. De acuerdo con el protocolo EFOMP [11], la diferencia de los niveles medidos con respecto a la línea de referencia debe ser menor al 20%. Tomando como referencia cualesquiera de los valores obtenidos en cada protocolo, es fácil notar que la diferencia resulta ser menor que el 20% del valor considerado.

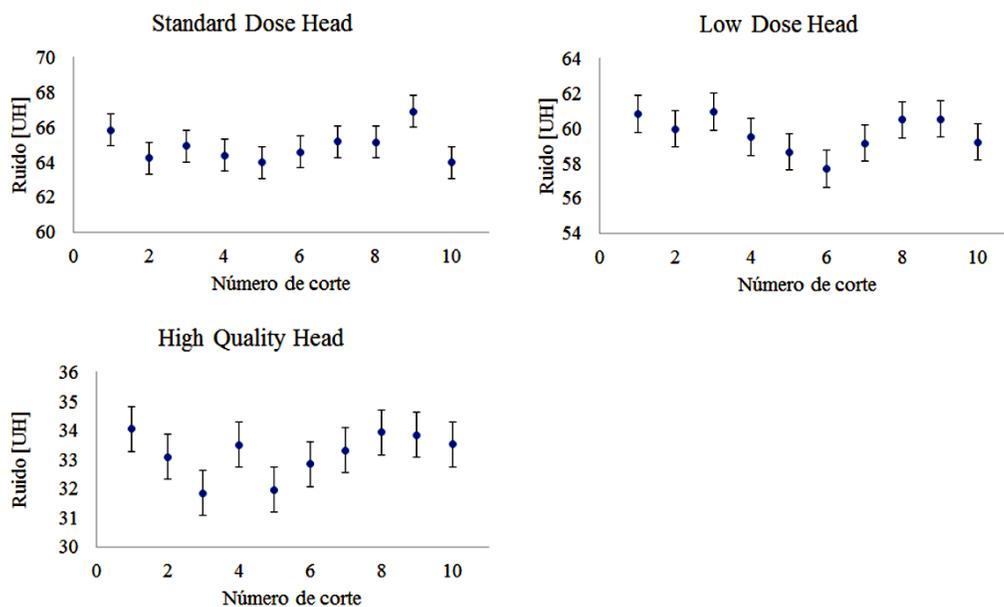


Figura 18. Gráficas de los niveles de ruido medidos en cada imagen para cada protocolo de adquisición en el mes de octubre.

Tabla 5. Valores de nivel de ruido para cada protocolo utilizado en este estudio y analizado por mes, de octubre a enero.

Protocolo	Ruido mes de octubre		Ruido mes de noviembre		Ruido mes de diciembre		Ruido mes de enero	
	[UH]	%	[UH]	%	[UH]	%	[UH]	%
Standard Dose Head	64.9±0.9	4.83	63.9±0.7	4.77	64.7±0.5	4.85	66.2±1.2	4.95
Low Dose Head	59.6±1	6.00	59.6±1	5.94	60.1±1	6.00	61.9±1.8	6.16
High Quality Head	33.1±0.7	3.32	32.2±0.6	3.19	32±0.8	3.18	33.2±0.6	3.29

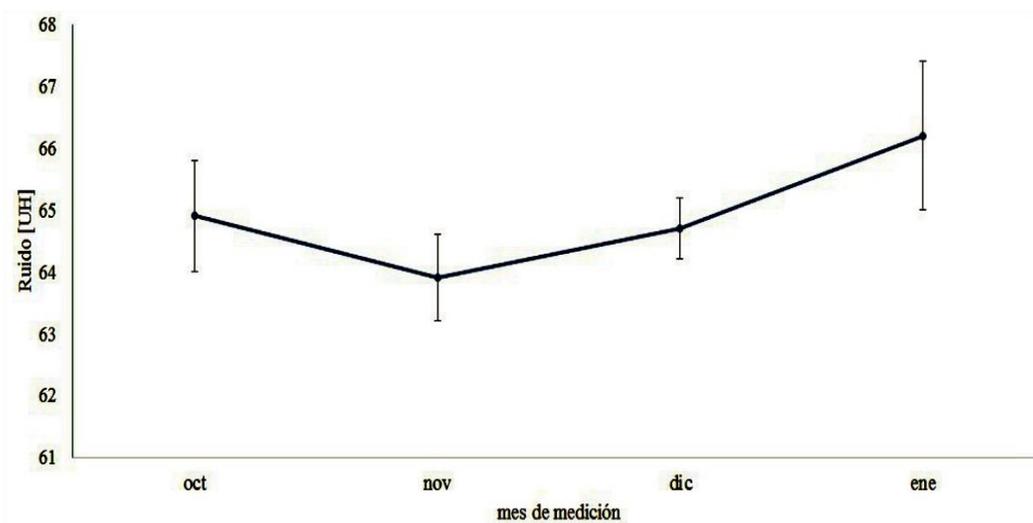


Figura 19. Gráfica de los valores del ruido obtenidos para el protocolo de adquisición Standard Dose Head durante los meses de octubre a enero.

4.5. Resolución de bajo contraste

En la tabla 6 se muestran los valores de contraste obtenidos para cada protocolo en los meses de octubre a enero. Los valores mostrados se obtuvieron usando la ecuación (10), asociándole a cada dato la desviación estándar de la región de interés respectiva. Posteriormente, se promedió el valor de contraste de las diez imágenes analizadas, utilizando la ecuación (11). En la gráfica de la Figura 20 se muestran los valores obtenidos para el protocolo de adquisición Standard Dose Head durante los meses de octubre a enero, las barras de incertidumbre de cada dato corresponden a su desviación estándar, obtenida con ayuda de la ecuación (12). El protocolo EFOMP [11] establece que los valores obtenidos deben estar dentro del 40% del valor medido en la aceptación del dispositivo (medición inicial justo después de ser instalado por el fabricante). Se hizo la comparación entre meses consecutivos y se observó que las diferencias son menores que el 40% de cualquiera de los valores comparados, por ejemplo, para el protocolo Standard Dose Head hay una diferencia de 6.7 UH del mes de noviembre al mes de enero.

Tabla 6. Valores de contraste obtenidos para cada protocolo utilizado en este estudio y analizado por mes de octubre a enero.

Protocolo	Contraste mes de octubre [UH]	Contraste mes de noviembre [UH]	Contraste mes de diciembre [UH]	Contraste mes de enero [UH]
Standard Dose Head	23.4±39.6	26.6±40.1	22.7±38.6	19.9±38.6
Low Dose Head	21.6±33.5	25.6±34.4	26.4±34	26.3±35.2
High Quality Head	20.9±18.3	21.9±18	22±18.3	21.6±17.8

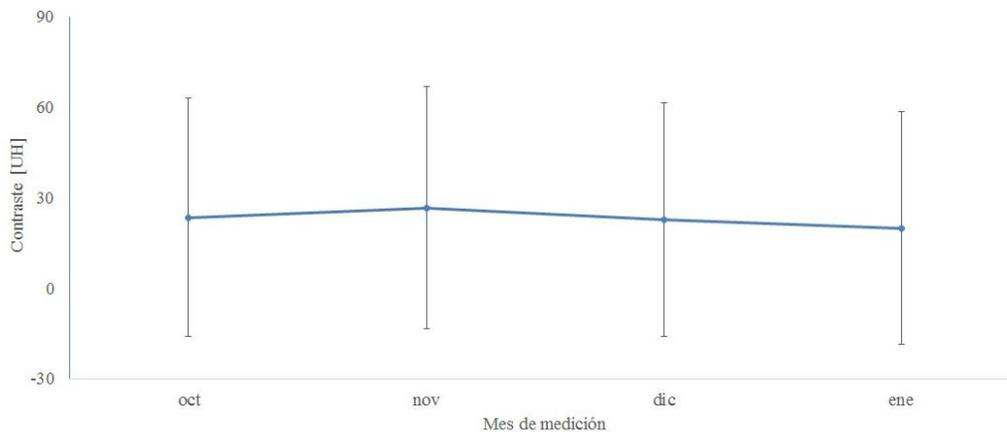


Figura 20. Gráfica de los valores de contraste obtenidos para el protocolo de adquisición Standard Dose Head durante los meses de octubre a enero.

4.6. Resolución espacial

En la Figura 21 se muestran las imágenes de CBCT obtenidas para los meses de octubre a enero del módulo de resolución espacial CTP528 del maniquí The Phantom Laboratory Catphan®504. En cada imagen se encerró en un círculo amarillo el arreglo de pares de líneas, hasta donde fue posible observarlas y distinguir las como líneas individuales. Se observan entre 7 y 8 pares de líneas por centímetro, superior a lo establecido en el protocolo EFOMP [11], que indica 5 pares de líneas por cm como mínimo, y que los valores obtenidos estén dentro del 20% del valor de referencia. Esto último también se satisfizo, ya que el 20% de 7 lp/cm u 8 lp/cm como referencia equivale a 1.4 lp/cm o 1.6 lp/cm, al hacer la comparación entre meses consecutivos para cada protocolo se observó que sus variaciones están dentro de la tolerancia.

Asimismo, se observa que estos valores son similares a los reportados en otros trabajos [10], en los que se reportó un valor de 7 lp/cm con el protocolo de adquisición de imágenes Standard Dose Head.

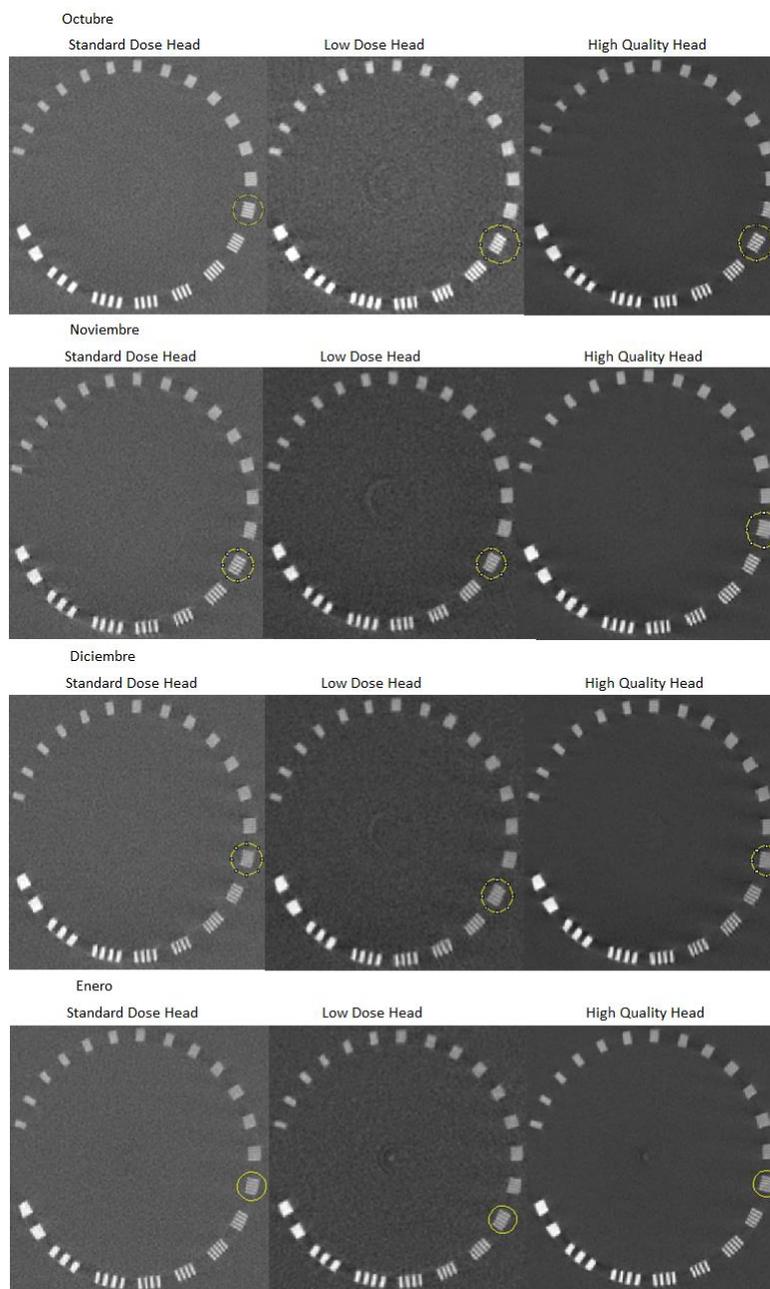


Figura 21. Imágenes de CBCT correspondientes al módulo CTP528 del maniquí The Phantom Laboratory Catphan®504 obtenidas con cada protocolo utilizado durante los meses de octubre a enero para el análisis del parámetro de resolución espacial.

4.7. Valores de referencia y niveles de acción

Durante el tiempo en el que se analizaron los parámetros de calidad de imagen, los valores de cada parámetro y protocolo de adquisición de imágenes no tuvieron grandes variaciones, el valor del mes consecutivo estaba siempre dentro de la desviación estándar del mes anterior y siempre cumplieron con los requerimientos del protocolo EFOMP [11]. Por lo anterior, se decidió proponer como valores de referencia al valor promedio de los valores obtenidos mes con mes de cada parámetro por protocolo de adquisición. Es posible proponer un valor límite para cada parámetro de calidad de imagen que, cuando quede fuera del rango, establecerá que el funcionamiento del equipo de CBCT es suficientemente deficiente como para generar una alarma que indique que se requiere una acción [38]. A estos valores límite se les conoce como niveles de acción. Algunos autores proponen utilizar el valor de referencia más o menos tres veces la desviación estándar [39]. En nuestro caso elegimos el valor de referencia más o menos una desviación estándar. En la Tabla 7 y la Tabla 8 se muestran los valores de referencia y niveles de acción propuestos.

Tabla 7. Valores de referencia y niveles de acción propuestos de cada parámetro de calidad de imagen para cada protocolo de adquisición de imágenes utilizado en este estudio.

Protocolo	Parámetro	Valor de referencia	Nivel de acción	
			Mínimo	Máximo
Standard Dose Head	Uniformidad	7.7 UH	--	20.4 UH
	Precisión geométrica	0.06 mm	--	0.07 mm
	Ruido	64.7 UH	64.3 UH	65.1 UH
	Resolución de bajo contraste	23.1 UH	3.5 UH	42.7 UH
	Resolución espacial	8 lp/cm	7 lp/cm	9 lp/cm
Low Dose Head	Uniformidad	7.5 UH	--	19.3 UH
	Precisión geométrica	0.12 mm	--	0.15 mm
	Ruido	60 UH	59.5 UH	60.5 UH
	Resolución de bajo contraste	24.9 UH	7.8 UH	42 UH
	Resolución espacial	7 lp/cm	6 lp/cm	8 lp/cm
High Quality Head	Uniformidad	8.7 UH	2.3 UH	15.1 UH
	Precisión geométrica	0.06 mm	--	0.07 mm
	Ruido	32.7 UH	32.4 UH	33 UH
	Resolución de bajo contraste	21.6 UH	12.6 UH	30.6 UH
	Resolución espacial	8 lp/cm	7 lp/cm	9 lp/cm

Tabla 8. Valores de referencia y niveles de acción propuestos para los valores de densidad de voxel de los objetivos de sensitometría del módulo CTP404 del maniquí The Phantom Laboratory Catphan®504 para cada protocolo de adquisición de imágenes utilizado en este estudio.

Protocolo	Material	Valor de referencia [UH]	Nivel de acción [UH]	
			Mínimo	Máximo
Standard Dose Head	Aire	-549.4	-577.4	-521.4
	Teflón	1509.1	1473.5	1544.7
	Delrin	837.9	804.3	871.5
	Acrílico	598.9	564	633.8
	Poliestireno	427.7	393	462.4
	LDPE	374.4	344.4	404.4
	PMP	282.5	249.2	315.8
Low Dose Head	Aire	-998.7	-999.9	-997.5
	Teflón	1167	1131.6	1202.4
	Delrin	394.8	360.6	429
	Acrílico	124.6	94.6	154.6
	Poliestireno	-70.8	-105.2	-36.4
	LDPE	-123.8	-153.2	-94.4
	PMP	-234.1	-263.7	-204.5
High Quality Head	Aire	-997.2	-999.1	-995.3
	Teflón	1156.3	1138.4	1174.2
	Delrin	389.7	371.5	407.9
	Acrílico	121.6	105	138.2
	Poliestireno	-62.2	-78	-46.4
	LDPE	-122.1	-137.9	-106.3
	PMP	-226.7	-241.8	-211.6

5. CONCLUSIONES

Hay una clara la necesidad de imágenes de CBCT confiables que permitan garantizar el posicionamiento correcto del paciente; así como una óptima visualización de los volúmenes a irradiar, que permitan garantizar la seguridad del paciente durante el tratamiento en IGRT, lo que conduce a la creación de normas para dar garantía y control de calidad a las imágenes de CBCT.

Al hacer la revisión de la física involucrada en el funcionamiento de un tomógrafo de haz cónico es posible observar el gran impacto que ha tenido la física en la medicina, así como la importancia de tener un amplio dominio en temas relacionados con la producción de radiación y su interacción con la materia, ya que el rendimiento de un sistema de CBCT está íntimamente ligado a los fenómenos de dispersión de rayos X.

En la revisión de artículos referentes a garantía y control de calidad de imagen se observa que si bien siguen siendo temas de investigación en el área de la física médica, existen distintas guías y metodologías que, mediante la adquisición de imágenes a maniquís, hacen posible evaluar la calidad de imagen en CBCT de acuerdo a pautas de garantía y control de calidad.

El análisis de los diferentes módulos del maniquí catphan 504, así como de los materiales con los que cuentan dichos módulos, permitió la elección de la metodología a utilizar para la obtención de los valores de cada parámetro y su medición.

Al hacer el análisis de los valores obtenidos de cada parámetro, no se observó ninguna variación, por lo que fue posible proponer valores de referencia para cada parámetro de calidad de imagen. Asimismo, se observó que dichos valores son similares a los reportados en otros trabajos.

Se concluyó que la calidad de imagen del sistema de imagen de CBCT, integrado al acelerador lineal Novalis Tx™ instalado en el Centro de Cáncer del Centro Médico ABC, cumple con los requerimientos del protocolo EFOMP. Asimismo, fue posible proponer valores de referencia para futuras pruebas de garantía y control de calidad. El análisis fue hecho para los protocolos de adquisición de imágenes Standard Dose Head, Low Dose Head y High Quality Head destinados a aplicaciones craneales, por esta razón, los valores de referencia y niveles de acción aquí propuestos deben utilizarse únicamente para pruebas de rutina que utilicen los mismos protocolos de adquisición, ya que los valores de referencia podrían cambiar al modificarse los parámetros de adquisición de imagen.

Apéndice A

Interacción de partículas cargadas con materia

Radiación Cherenkov

La rapidez de la luz depende del medio, siendo el valor máximo el alcanzado en el vacío. Cuando una partícula cargada atraviesa un medio, con una rapidez superior a la de la luz en ese medio, emite radiación. En el núcleo de los reactores nucleares se produce este tipo de radiación. En la física de partículas esta radiación se utiliza como trazador, al igual que en los observatorios astronómicos de rayos cósmicos.

Para una partícula estacionaria con carga eléctrica el campo eléctrico está dado por la relación de Coulomb y es esféricamente simétrico, pero para partículas cargadas que se mueven con una velocidad uniforme v , el campo es cilíndricamente simétrico en planos perpendiculares a la dirección de movimiento, mientras que en los planos de la dirección de movimiento no es isotrópica y depende tanto del ángulo como de la velocidad. El factor de corrección del campo eléctrico para una partícula cargada que se encuentra en movimiento rectilíneo uniforme está dado por

$$C_v = \frac{1 - \beta^2}{(1 - \beta^2 \text{sen}^2 \theta)^{3/2}} \quad (1)$$

donde c es la velocidad de la luz en el vacío y $\beta = v/c$ [40].

Cuando una partícula cargada pasa a través de un medio absorbente, arrastra el cilindro donde el campo eléctrico es capaz de transferir energía a los electrones del medio absorbente y puesto que el radio del cilindro aumenta al incrementar la velocidad de la

partícula cargada, afectará a más electrones orbitales y, por lo tanto, la pérdida de energía de la partícula cargada aumenta. En general, si una partícula cargada se mueve con movimiento rectilíneo uniforme a través de un material dieléctrico, parte de su energía cinética se irradia en forma de radiación electromagnética, solo si la velocidad de la partícula excede la velocidad de fase de la luz en el medio, esto es:

$$v > c_n = \frac{c}{n}, \quad (2)$$

donde c_n es la velocidad de fase de la luz en el medio y n es el índice de refracción de la luz del medio. A este fenómeno se le conoce como efecto Cherenkov. La emisión de radiación Cherenkov involucra un gran número de átomos del medio que se polarizan, y los electrones orbitales de los átomos polarizados son acelerados por los campos de la partícula cargada, emitiendo así radiación a lo largo de la superficie de un cono inclinado hacia adelante centrado en la dirección de movimiento de la partícula cargada, con un ángulo entre la dirección de la radiación y la dirección de movimiento dado por la relación

$$\cos\theta_{cher} = \frac{c_n}{v} \quad (3)$$

donde θ_{cher} es el llamado ángulo de Cherenkov. Existen trabajos recientes donde se reporta el uso de este tipo de radiación para la generación de imágenes de uso médico [41].

Radiación de frenado (*Bremsstrahlung*)

La producción de radiación de frenado es de gran importancia en las aplicaciones de la física a la medicina, debido a que la mayoría de los haces de radiación utilizados en la generación de imágenes radiológicas, o en radioterapia, se producen por la interacción de electrones con energía cinética alta y un objetivo sólido, radiación denominada rayos X [42]. Cuando un electrón golpea un objetivo hay dos tipos de interacción posible:

- a) El electrón incidente interactúa con el electrón orbital de un átomo del blanco, ionizando al átomo, lo que será secundado por la emisión de rayos x característicos o electrones Auger.
- b) El electrón incidente interactúa con el núcleo de un átomo emitiendo radiación de frenado.

La radiación de frenado (*Bremsstrahlung*) se produce por interacciones (colisiones) inelásticas de Coulomb con los núcleos de los átomos del medio absorbente. En la Figura 1 se muestra el diagrama de un electrón que se aproxima a un núcleo de un átomo del medio absorbente, posteriormente, éste es desviado con una energía cinética menor. Puesto que el núcleo del átomo es, prácticamente de masa infinita comparado con la masa del electrón, éste no sufre gran cambio. Sin embargo, el electrón cambia su dirección de movimiento, por lo que en el proceso debe crearse un fotón como consecuencia de la conservación del momento, además, por la conservación de la energía se tiene

$$K = K' + h\nu \quad (4)$$

donde K , K' y $h\nu$ son la energía cinética del electrón incidente, del electrón desviado y del fotón emitido, respectivamente, por lo que el fotón tendrá una energía igual a la diferencia entre la energía del electrón antes y después de la colisión. El nombre de radiación de frenado se justifica, ya que de (4) se sigue que la energía cinética del electrón es menor después de la colisión.

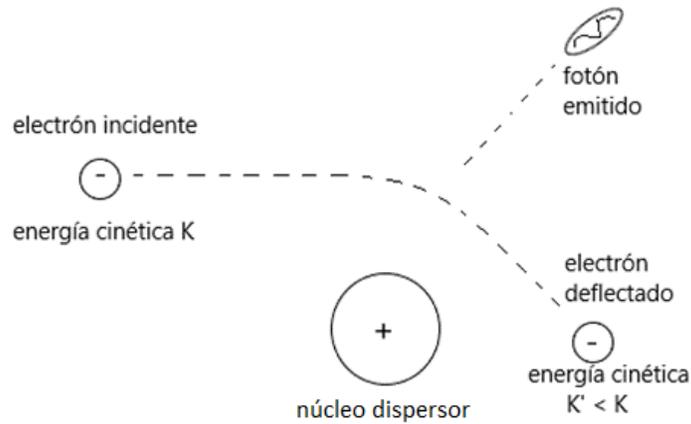


Figura 1. Se puede observar un electrón desviado por la atracción Coulombiana, que pierde parte de su energía cinética, debido a que en el proceso un fotón es creado, como consecuencia de la conservación del momento.

Los campos eléctrico y magnético asociados con la partícula cargada se pueden calcular con los potenciales de Lienard-Wiechert [40]. A distancias de interés en la física médica y la dosimetría, la componente de radiación $1/r$ domina puesto que la componente $1/r^2$ decrece a cero mucho más rápido. Así, las componentes de campo lejano del campo eléctrico y magnético están dadas por

$$\mathcal{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{c^2} \frac{a \sin\theta}{r} \quad y \quad B = \frac{\mathcal{E}}{c} \quad (5)$$

donde a es la magnitud de la aceleración de la partícula cargada y θ es el ángulo entre v y r .

La intensidad de radiación emitida es definida como el flujo de energía por unidad de área A por unidad de tiempo t está dada por el vector de Poynting

$$\mathbf{S} = \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{\mu_0} \quad (6)$$

de donde

$$S = |\mathbf{S}| = \frac{EB}{\mu_0} = \epsilon_0 c E^2 = \frac{1}{16\pi^2 \epsilon_0} \frac{q^2 a^2 \sin^2 \theta}{c^3 r^2}. \quad (7)$$

La potencia emitida se obtiene integrando la intensidad $S(r, \theta)$ sobre el área A así

$$\begin{aligned} P &= \int S(r, \theta) dA = \int_0^\pi S(r, \theta) 2\pi r^2 \sin \theta d\theta \\ &= -\frac{2\pi}{16\pi^2 \epsilon_0} \frac{q^2 a^2}{c^3} \int_0^\pi \sin^2 \theta d(\cos \theta) = \frac{1}{6\pi \epsilon_0} \frac{q^2 a^2}{c^3} \end{aligned} \quad (8)$$

que es conocida como la relación de Larmor clásica.

Se puede calcular la aceleración que sufre la partícula cargada en esta interacción de Coulomb al igualar la fuerza de Coulomb con la fuerza de Newton

$$ma = \frac{zeZe}{4\pi \epsilon_0 r^2} \quad (9)$$

donde ze y Ze son las cargas de la partícula incidente y el núcleo del átomo del medio absorbente, respectivamente. De (9) y de la relación de Larmor se sigue que la potencia emitida como radiación de *Bremsstrahlung* es inversamente proporcional al cuadrado de la masa de la partícula incidente, por lo que a menor masa habrá una mayor producción de radiación de *Bremsstrahlung*.

Como ya se mencionó antes, el campo eléctrico producido por una partícula cargada en movimiento se ve afectado por la velocidad de dicha partícula. Para una partícula relativista cargada acelerada, el campo eléctrico está dado por

$$\mathcal{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{c^2} \frac{a \sin\theta}{r} \frac{1}{\sqrt{(1 - \beta \cos\theta)^5}} \quad (10)$$

y la intensidad de radiación en este caso es

$$S = \frac{1}{16\pi^2\epsilon_0} \frac{q^2 a^2 \sin^2\theta}{c^3} \frac{1}{r^2 (1 - \beta \cos\theta)^5} \quad (11)$$

de aquí se calcula el ángulo $\theta_{\text{máx}}$ para el cual la intensidad de la radiación es máxima

$$0 = \left. \frac{dS}{d\theta} \right|_{\theta_{\text{máx}}} = \frac{q^2 a^2}{16\pi^2\epsilon_0 c^3 r^2} \left[\frac{2\sin\theta_{\text{máx}} \cos\theta_{\text{máx}} (1 - \beta \cos\theta_{\text{máx}})^5}{(1 - \beta \cos\theta_{\text{máx}})^{10}} - \frac{5\beta \sin^3\theta_{\text{máx}} (1 - \beta \cos\theta_{\text{máx}})^4}{(1 - \beta \cos\theta_{\text{máx}})^{10}} \right] \quad (12)$$

o bien

$$\begin{aligned} 0 &= \sin\theta_{\text{máx}} (2\cos\theta_{\text{máx}} - 2\beta \cos^2\theta_{\text{máx}}) - 5\beta (1 - \cos^2\theta_{\text{máx}}) \sin\theta_{\text{máx}} \\ &= \sin\theta_{\text{máx}} (3\beta \cos^2\theta_{\text{máx}} + 2\cos\theta_{\text{máx}} - 5\beta) \end{aligned} \quad (13)$$

de donde

$$\cos\theta_{\text{máx}} = \frac{\sqrt{1 + 15\beta^2} - 1}{3\beta} \quad (14)$$

En el caso relativista, esto es, cuando la energía cinética de la partícula es mayor que la energía en reposo, podemos escribir

$$\theta_{\text{máx}} \approx \frac{1}{2} \sqrt{1 - \beta^2} \quad (15)$$

Por otra parte, si p^μ es el cuadrivector de energía momento, \mathbf{p} el vector de momento, τ el tiempo propio, \mathbf{a} el cuadrivector de la aceleración y $d\tau = dt/\gamma$

$$|\mathbf{a}|^2 = \mathbf{a} \cdot \mathbf{a} = \frac{1}{m^2} \frac{dp_\mu}{d\tau} \frac{dp^\mu}{d\tau} = \frac{\gamma^2}{m^2} \frac{dp_\mu}{dt} \frac{dp^\mu}{dt} = \frac{\gamma^2}{m^2} \left(\frac{d\mathbf{p}}{dt} \right)^2 - \frac{\gamma^2}{c^2} \left(\frac{dE}{dt} \right)^2 \quad (16)$$

y como $E = \sqrt{p^2 c^2 + E_0^2}$ tenemos

$$\left(\frac{dE}{dt} \right)^2 = \frac{c^4 p^2}{p^2 c^2 + E_0^2} \left(\frac{dp}{dt} \right)^2 = \frac{c^4 \gamma^2 m^2 v^2}{\gamma^2 m^2 c^4} = c^2 \beta^2 \left(\frac{dp}{dt} \right)^2 \quad (17)$$

podemos escribir la potencia emitida como

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{6\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{c^3} \left(\frac{\gamma^2}{m^2} \left(\frac{d\mathbf{p}}{dt} \right)^2 - \frac{\gamma^2}{c^2} \left(\frac{dE}{dt} \right)^2 \right) \\ &= \frac{1}{6\pi\epsilon_0} \frac{q^2 \gamma^2}{c^3 m^2} \left(\left(\frac{d\mathbf{p}}{dt} \right)^2 - \beta^2 \left(\frac{dp}{dt} \right)^2 \right) \end{aligned} \quad (18)$$

que es conocida como la relación de Larmor relativista. Para el caso especial de un acelerador lineal, el movimiento es en línea recta y podemos escribir

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{6\pi\epsilon_0} \frac{q^2 \gamma^2}{c^3 m^2} \left(\left(\frac{d\mathbf{p}}{dt} \right)^2 - \beta^2 \left(\frac{dp}{dt} \right)^2 \right) = \frac{1}{6\pi\epsilon_0} \frac{q^2 \gamma^2}{c^3 m^2} (1 - \beta^2) \left(\frac{dp}{dt} \right)^2 \\ &= \frac{1}{6\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{c^3} \left(\frac{1}{m} \frac{dp}{dt} \right)^2 \end{aligned} \quad (19)$$

o bien,

$$P = \frac{1}{6\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{c^3} \left(\frac{1}{m} \frac{dE}{dx} \right)^2. \quad (20)$$

Radiación de sincrotrón

Un campo magnético uniforme externo que ejerce una fuerza de Lorentz sobre una partícula cargada perpendicular a su dirección de movimiento producirá una aceleración de la partícula cargada y, de acuerdo con la relación de Larmor, emitirá radiación. A este tipo de radiación se le conoce como radiación de sincrotrón. Recordando que para una partícula clásica en movimiento circular con radio R , la aceleración es simplemente $a=v^2/R$, análogamente para una partícula relativista de masa m tenemos que

$$\begin{aligned} \mathbf{F} = \frac{dp^\mu}{d\tau} &= \gamma \frac{d}{dt} (\gamma m \mathbf{v}) = \gamma m \left(\gamma \left(v \frac{d\mathbf{T}}{dt} + \frac{dv}{dt} \mathbf{T} \right) + \frac{d\gamma}{dt} v \mathbf{T} \right) \\ &= m \left(\gamma^2 \frac{v^2}{R} \mathbf{N} + \gamma^2 \frac{dv}{dt} \mathbf{T} + \gamma^4 \frac{v^2}{c^2} \frac{dv}{dt} \mathbf{T} \right) \\ &\quad \gamma^4 \frac{v}{c} \frac{dv}{dt} \end{aligned} \quad (21)$$

donde \mathbf{N} y \mathbf{T} son los vectores normal y tangente a la trayectoria de la partícula, R es el radio de curvatura. Como $\frac{dv}{dt} = 0$ pues v es constante, obtenemos

$$a = \gamma^2 \frac{v^2}{R} \quad (22)$$

puesto que la energía total de la partícula está dada por $E = \gamma mc^2 = \gamma E_0$, con E_0 la energía en reposo de la partícula, podemos escribir entonces, de la relación de Larmor, la potencia de radiación como

$$P = \frac{1}{6\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{c^3} \left(\gamma^2 \frac{v^2}{R} \right)^2 = \frac{1}{6\pi\epsilon_0} \frac{q^2 c^4}{c^3 R^2} \frac{v^4}{c^4} \left(\gamma mc^2 \right)^4 = \frac{cq^2\beta^4}{6\pi\epsilon_0 R^2} \left(\frac{E}{E_0} \right)^4. \quad (23)$$

La energía es radiada a lo largo de un cono (cuyo ángulo medio es aproximadamente E_0/E) centrado a lo largo de la velocidad instantánea de la partícula.

Tipos de objetivos en la producción de rayos X

El rango R de una partícula cargada en un medio absorbente es un concepto experimental que proporciona el grosor de un medio absorbente que la partícula apenas puede penetrar, depende tanto de la energía cinética de la partícula, como de la masa y de la carga, así como de la composición del medio absorbente. Con respecto a su grosor, y en comparación con el rango promedio \bar{R} de electrones en el material objetivo, los objetivos de rayos X se clasifican en delgados y gruesos.

Los haces de rayos X producidos en los objetivos de rayos X son heterogéneos, con fotones que van desde 0 hasta una energía máxima $h\nu_{m\acute{a}x}$ igual a la energía cinética de los electrones que golpean el objetivo, esto es,

$$h\nu_{m\acute{a}x} = E_K = eV \quad (24)$$

que es conocida como la ley de Duane-Hunt, donde V es la diferencia de potencial utilizada para acelerar el electrón.

Un objetivo de rayos X delgado se define como un objetivo tan delgado que los electrones que lo golpean lo atraviesan sin interactuar con los átomos del objetivo o, a lo más, experimentan únicamente una interacción de *Bremsstrahlung*.

Los objetivos de rayos X gruesos tienen un espesor del orden de \bar{R} en el material objetivo. Usualmente los espesores típicos de un objetivo grueso son de aproximadamente $1.1 \bar{R}$ para garantizar que ningún electrón atravesase el objetivo, así como para minimizar la atenuación del haz de *Bremsstrahlung* debido a electrones que se dispersen muchas veces en el objetivo.

La distribución espectral de *Bremsstrahlung* se puede representar como una superposición de objetivos delgados en el que cada objetivo es atravesado por un haz de electrones monoenergéticos de energía más baja que el anterior. La intensidad I_ν del haz de rayos X, en función de la energía del fotón $h\nu$, se puede describir con una relación lineal aproximada dada por

$$I_\nu = CZ(h\nu_{m\acute{a}x} - h\nu) \quad (25)$$

donde C es una constante y Z es el número atómico del objetivo. La intensidad total se determina al integrar I_ν sobre todo el rango de energía así

$$I = \frac{1}{2} CZ(h\nu_{m\acute{a}x})^2 = \frac{1}{2} CZ(eV)^2. \quad (26)$$

En la Figura 2 se observan los espectros típicos de *Bremsstrahlung* producidos por un objetivo grueso de tungsteno en el que se hacen incidir electrones acelerados con una diferencia de potencial de 60 kV y de 100 kV, y se observan los espectros para el haz de rayos X filtrado (por ejemplo, por el cristal del bulbo en el que se producen los rayos

X) y sin filtrar. Además, superpuesto al espectro de *Bremsstrahlung* se observa las líneas K características del tungsteno, pues la energía de ionización de la capa K es de aproximadamente 70 keV.

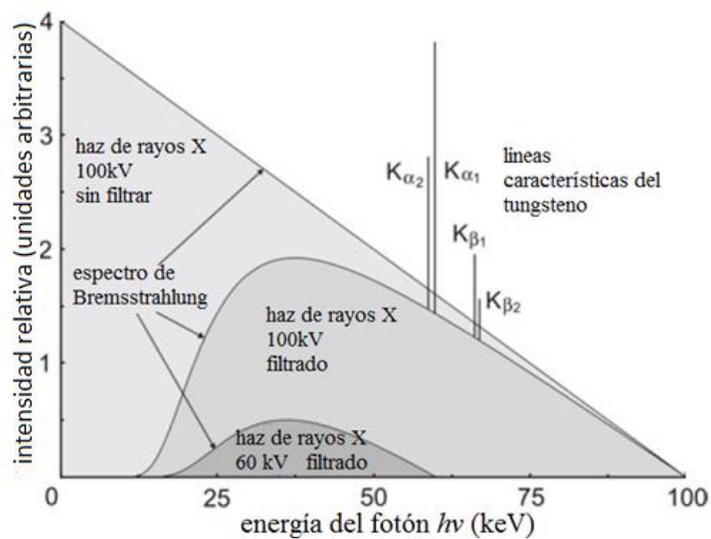


Figura 2. Se observan las líneas K características del tungsteno, así como el espectro de *Bremsstrahlung* producido por un objetivo grueso de tungsteno al ser bombardeado por electrones acelerados por un potencial de 60 kV y 100 kV. Adaptada de [24].

Apéndice B

Interacción de fotones con materia

Coefficiente de atenuación lineal

Al igual que las partículas cargadas, los fotones experimentan interacciones con los átomos de un medio absorbente al penetrarlo. El parámetro más importante en la caracterización de la penetración de rayos X en medios absorbentes es el coeficiente de atenuación lineal μ que puede definirse como la probabilidad por unidad de longitud de trayectoria de que un fotón tenga una interacción con el medio absorbente. Este coeficiente se determina experimentalmente mediante la técnica de geometría de haz estrecho, esto es, se coloca una placa de material absorbente entre una fuente de rayos X y un detector. Una capa de espesor dx' del absorbente disminuye la intensidad del haz en dI , por lo que la reducción fraccional en la intensidad $-\frac{dI}{I}$ es proporcional al coeficiente de atenuación lineal μ y al espesor de la capa dx' , esto es,

$$-\frac{dI}{I} = \mu dx'. \quad (1)$$

Integrando sobre el espesor del medio y sobre la intensidad inicial y final obtenemos

$$I(x) = I(0)e^{-\int_0^x \mu dx'} \quad (2)$$

que es conocida como la ley de Beer-Lambert. Si el medio es homogéneo, es decir $\mu = cte$, tenemos entonces

$$I(x) = I(0)e^{-\mu x}. \quad (3)$$

Por otra parte, llamamos camino libre medio del fotón a la distancia promedio que un fotón de energía dada puede viajar a través del medio absorbente antes de tener una interacción, y la relación entre el camino libre medio \bar{x} y el coeficiente de atenuación μ está dada por

$$\bar{x} = \frac{\int_0^{\infty} x e^{-\mu x} dx}{\int_0^{\infty} e^{-\mu x} dx} = \frac{1}{\mu}. \quad (4)$$

Para un medio absorbente homogéneo de espesor \bar{x} , la intensidad de un haz estrecho de fotones se ve reducida a aproximadamente 36.8% de su intensidad original. Debe observarse que el coeficiente de atenuación es una medida macroscópica de múltiples efectos e interacciones fundamentales de los fotones con el medio.

Existen varios espesores de gran interés para la física médica y la dosimetría de radiación, como la primera capa de valor medio (HVL_1 por sus siglas en inglés o $x_{1/2}$) definida como el espesor de un medio absorbente homogéneo capaz de atenuar la intensidad de un haz estrecho de fotones en un 50%, esto es, $I(x_{1/2}) = 0.5I(0)$. De (3) se tiene entonces

$$x_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu} \quad (5)$$

La segunda capa de valor medio (HVL_2) es definida como el espesor de un medio homogéneo (del mismo material con el que se midió HVL_1) capaz de atenuar la intensidad de un haz estrecho de fotones de un $0.5I(0)$ a $0.25I(0)$, a la razón entre HVL_1 y HVL_2 se le da el nombre de factor de homogeneidad χ del haz de fotones. Hay tres aspectos a considerar del factor de homogeneidad del haz de fotones

1. Si $\chi = 1$ el haz de fotones es monoenergético, de lo contrario posee una distribución espectral.
2. Si $\chi > 1$ indica que el medio absorbente remueve los fotones de alta energía. En este caso, se dice que el medio absorbente está reblandeciendo el haz de fotones.
3. Si $\chi < 1$ el medio absorbente está endureciendo el haz de fotones.

La capa del valor décimo (*TVL* por sus siglas en inglés o $x_{1/10}$) es el espesor de un medio homogéneo capaz de atenuar el haz de fotones a un 10% de su intensidad inicial. De

(3) se sigue que

$$x_{1/10} = \frac{\ln 10}{\mu}. \quad (6)$$

Dispersión de Thomson

Joseph J. Thomson utilizó la teoría electromagnética clásica para explicar la dispersión de fotones de baja energía al interactuar con electrones débilmente unidos a los átomos de un medio absorbente. Asumió que en la interacción los fotones dejaban a los electrones en una oscilación resonante, por lo que habría una emisión de fotones dispersos de igual energía que los fotones incidentes. A este tipo de dispersión se le llama dispersión de Thomson.

Efecto Compton

Con respecto a la energía del fotón incidente podemos definir como un electrón débilmente unido a aquel electrón orbital del átomo cuya energía de enlace es mucho menor que la energía del fotón incidente y como un electrón fuertemente unido a aquel

electrón orbital del átomo cuya energía de enlace es aproximadamente igual, pero ligeramente menor, que la energía del fotón incidente. Una interacción entre un fotón y un electrón débilmente unido es considerada como una interacción entre un fotón y un electrón libre, pues al ser la energía de enlace del electrón pequeña en comparación con la del fotón puede ser despreciada. A este tipo de interacción se le conoce como efecto Compton.

En la Figura 1 se observa un fotón de energía $h\nu$ interactuar con un electrón estacionario, posteriormente el electrón adquiere una energía cinética E_k y se produce un fotón de energía $h\nu'$ menor que la energía del fotón incidente.

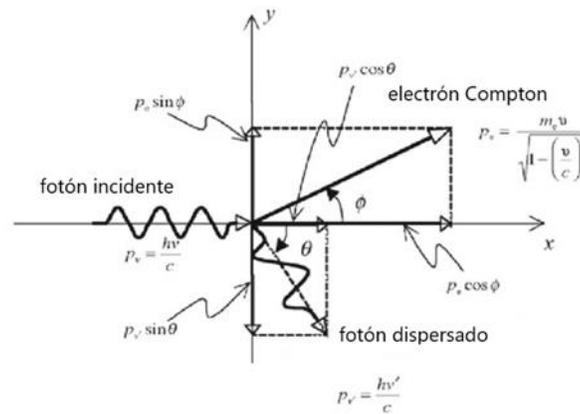


Figura 1. Diagrama esquemático del efecto Compton. Un fotón interactúa con un electrón libre en reposo, el electrón adquiere una energía cinética y se crea un fotón dispersado. Adaptada de [24].

De la ley de la conservación de la energía relativista sabemos que la energía antes y después de la interacción debe ser la misma, es decir,

$$h\nu + m_e c^2 = h\nu' + E_e \quad (7)$$

donde $h\nu$ y $h\nu'$ son las energías del fotón incidente y dispersado respectivamente, $m_e c^2$ es la energía del electrón en reposo y E_e es la energía total del electrón después de la colisión. Recordando que la energía total del electrón es $E_e = \sqrt{(m_e c^2)^2 + p_e^2 c^2}$ podemos escribir (7) como

$$(h\nu - h\nu') + m_e c^2 = \sqrt{(m_e c^2)^2 + p_e^2 c^2} \quad (8)$$

o bien,

$$c^2 p_e^2 = (h\nu)^2 + (h\nu')^2 - 2(h\nu)(h\nu') + 2m_e c^2 (h\nu - h\nu') \quad (9)$$

Por otra parte, la ley de conservación del momento queda

$$\begin{aligned} p_\nu &= p_{\nu'} \cos \theta + p_e \cos \phi && \text{eje } x \\ 0 &= -p_{\nu'} \sin \theta + p_e \sin \phi && \text{eje } y \end{aligned} \quad (10)$$

donde p_ν y $p_{\nu'}$ son los momentos del fotón incidente y dispersado, respectivamente.

Recordando que $p_\nu = \frac{h\nu}{c}$ las ecuaciones (10) se pueden escribir como

$$c p_e \cos \phi = h\nu - h\nu' \cos \theta \quad (11)$$

$$c p_e \sin \phi = h\nu' \sin \theta$$

elevando al cuadrado y sumando ambas ecuaciones tenemos

$$c^2 p_e^2 = (h\nu)^2 + (h\nu')^2 - 2(h\nu)(h\nu') \cos \theta \quad (12)$$

de (9) y (12) se sigue que

$$-2(h\nu)(h\nu') \cos \theta = -2(h\nu)(h\nu') + 2m_e c^2 (h\nu - h\nu') \quad (13)$$

$$\frac{c}{v'} - \frac{c}{v} = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta), \quad (14)$$

$$\lambda' - \lambda = \lambda_c (1 - \cos \theta). \quad (15)$$

La ecuación (15) es la relación de cambio de longitud de onda de Compton.

Note además que si despejamos p_e de la segunda ecuación de (10) y lo sustituimos en la primera ecuación de (10) se llega a

$$\frac{p_v}{p_{v'}} = \cos \theta + \sin \theta \cot \phi \quad (16)$$

y de la relación de cambio de longitud de onda de Compton tenemos

$$\frac{p_v}{p_{v'}} = \frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{\lambda_c}{\lambda} (1 - \cos \theta) + 1 \quad (17)$$

con lo que podemos escribir

$$\cot \phi = (1 + \varepsilon) \tan \frac{\theta}{2} \quad (18)$$

donde $\varepsilon = \frac{\lambda_c}{\lambda} = \frac{h\nu}{m_e c^2}$. De la ecuación (18) se observa que mientras θ varia de 0 a π , ϕ varia de $\pi/2$ a 0 . Además de (18)

$$h\nu' = h\nu \frac{1}{1 + \varepsilon(1 - \cos \theta)} \quad (19)$$

con lo que podemos definir la energía de saturación $h\nu'_{sat}$ con $h\nu \rightarrow \infty$ para $\theta = \pi/2$ como

$$h\nu'_{sat} \left(\theta = \frac{\pi}{2} \right) = \lim_{h\nu \rightarrow \infty} \frac{h\nu}{1 + \varepsilon} = 0.511 \text{MeV} \quad (20)$$

y para $\theta = \pi$ como

$$h\nu'_{sat}(\theta = \pi) = \lim_{h\nu \rightarrow \infty} \frac{h\nu}{1 + 2\varepsilon} = 0.255 \text{MeV} \quad (21)$$

Dispersión de Rayleigh

La dispersión de Rayleigh o efecto Rayleigh es una interacción entre un fotón y un átomo de un medio absorbente que se da principalmente para fotones de baja energía y átomos con un alto número atómico del medio absorbente. En este tipo de interacción el átomo no es excitado ni ionizado; el átomo absorbe el momento transferido por el fotón, pero al ser su energía de retroceso muy pequeña, el fotón es dispersado con prácticamente la energía del fotón incidente y con un ángulo de dispersión relativamente pequeño.

Efecto fotoeléctrico

En una interacción entre un fotón de energía dada $h\nu$ y el átomo de algún material, la energía del fotón puede ser completamente absorbida por el átomo y como consecuencia un electrón orbital del átomo puede ser expulsado. A este fenómeno se le conoce como efecto fotoeléctrico y al electrón expulsado se le llama fotoelectrón.

Para un fotón de energía $h\nu$ y un átomo de un material dado, una interacción fotoeléctrica únicamente puede darse entre dicho fotón y un electrón unido al átomo. En efecto, consideremos una interacción fotoeléctrica entre un fotón de energía $h\nu$ y un electrón orbital débilmente unido (considerado como electrón libre), de la ley de

conservación de la energía sabemos que la energía antes y después de la interacción debe ser la misma, es decir,

$$h\nu + m_e c^2 = E_K + m_e c^2 \quad (22)$$

donde $h\nu$ es la energía del fotón incidente, $m_e c^2$ es la energía en reposo del electrón y E_K es la energía cinética con la que sale expulsado el electrón, podemos escribir entonces

$$h\nu = E_K. \quad (23)$$

Por otra parte, de la ley de conservación del momento sabemos que el momento antes y después de la interacción debe ser el mismo, es decir,

$$\frac{h\nu}{c} = p_\nu = p_e = \frac{\sqrt{E^2 - (m_e c^2)^2}}{c} = \frac{E_K}{c} \sqrt{1 + \frac{2m_e c^2}{E_K}} \quad (24)$$

donde p_ν y p_e son el momento del fotón y del electrón, respectivamente, y E es la energía total del electrón que sale expulsado del átomo. De la ecuación anterior se sigue que

$$h\nu = E_K \sqrt{1 + \frac{2m_e c^2}{E_K}}, \quad (25)$$

que obviamente contradice a (23).

Al ser el efecto fotoeléctrico una interacción entre un fotón y un átomo de un material, la interacción puede darse con cualquiera de los electrones orbitales disponibles del átomo. De los resultados anteriores, uno puede inferir que el electrón con mayor

probabilidad de interactuar con el fotón, en un evento fotoeléctrico, es aquel con la mayor energía de enlace en el átomo, pero menor a la energía del fotón incidente. Note, además, que en el primer término de (22), para un electrón orbital fuertemente unido (cuya energía de enlace ya no es despreciable), debemos incluir la energía de enlace E_B del electrón, con lo que podemos escribir

$$E_K = h\nu - E_B, \quad (26)$$

es decir, la energía cinética del electrón expulsado del átomo es igual a la diferencia entre la energía del fotón incidente y la energía de enlace del electrón.

Por otra parte, cuando el electrón es expulsado del átomo, deja una vacante disponible en la capa electrónica donde se encontraba unido al átomo que se llena con un electrón orbital de una capa superior. Como consecuencia de esto, una nueva vacante es creada en esta capa superior que a su vez es llenada con un electrón orbital de una capa aún más alta, y así sucesivamente, hasta que la vacante llega hasta la capa más externa del átomo donde ya puede ser llenada con un electrón libre del medio, dejando así al átomo eléctricamente neutro. Para que estas transiciones electrónicas tengan lugar en el átomo, los electrones orbitales del átomo que hacen estas transiciones deben ceder la diferencia de energía entre la capa en la que se encuentran y la capa en la que está la vacante, esta diferencia de energía es cedida en forma de fotones característicos y electrones Auger.

Producción de pares

Cuando el fotón que interacciona con el átomo del medio absorbente tiene una energía $h\nu > 2m_e c^2$, el fotón puede ser completamente absorbido dando lugar a la creación de

un par electrón-positrón. Cabe mencionar que este efecto únicamente puede darse en la cercanía de un átomo del medio absorbente, pues deben conservarse la carga, el momento y la energía total en la interacción. En efecto, consideremos que puede darse este efecto en el espacio libre, es decir, inicialmente tenemos un fotón con una energía $E_\nu = h\nu$ y momento total $p_\nu = h\nu/c$ en el eje x . Posteriormente, es producido un par electrón-positrón en el plano xy . Evidentemente, la carga se conserva y de la conservación de la energía tenemos

$$E_\nu = h\nu = E_{par} = E_{e^+} + E_{e^-} = \sqrt{p_{e^+}^2 c^2 + m_{e^+}^2 c^4} + \sqrt{p_{e^-}^2 c^2 + m_{e^-}^2 c^4} \quad (27)$$

donde E_{e^+} y E_{e^-} son las energías del positrón y el electrón; p_{e^+} y p_{e^-} son las magnitudes de los momentos del positrón y el electrón, respectivamente. De la conservación del momento tenemos

$$\text{en eje } x: \quad \frac{h\nu}{c} = p_{e^+} \cos \theta_{e^+} + p_{e^-} \cos \theta_{e^-} \quad (28)$$

$$\text{en eje } y: \quad 0 = p_{e^+} \sin \theta_{e^+} + p_{e^-} \sin \theta_{e^-}$$

donde θ_{e^+} y θ_{e^-} son los ángulos del positrón y el electrón medidos respecto del eje x .

De (27) y la primera ecuación de (28) se sigue que

$$p_{e^+} c \sqrt{1 + \frac{m_{e^+}^2 c^4}{p_{e^+}^2 c^2}} + p_{e^-} c \sqrt{1 + \frac{m_{e^-}^2 c^4}{p_{e^-}^2 c^2}} = p_{e^+} c \cos \theta_{e^+} + p_{e^-} c \cos \theta_{e^-} \quad (29)$$

que no es consistente, ya que

$$\sqrt{1 + \frac{m_{e\pm}^2 c^4}{p_{e\pm}^2 c^2}} > 1 \geq \cos \theta_{e\pm} \quad (30)$$

y por lo tanto

$$p_{e+c} \sqrt{1 + \frac{m_{e+}^2 c^4}{p_{e+}^2 c^2}} + p_{e-c} \sqrt{1 + \frac{m_{e-}^2 c^4}{p_{e-}^2 c^2}} > p_{e+c} \cos \theta_{e+} + p_{e-c} \cos \theta_{e-}. \quad (31)$$

De la ecuación (31) resulta claro que el fotón tiene un exceso de momento que no puede ser absorbido por el par electrón-positrón por lo que es necesaria la presencia del átomo del medio absorbente, por lo que tenemos entonces dos candidatos disponibles para la interacción: el núcleo del átomo o un electrón orbital del átomo. Asimismo, el fotón debe tener la energía necesaria para que la interacción ocurra, es decir, existe un límite mínimo para la energía que debe tener el fotón para que se logre la interacción.

Si la interacción se da entre el fotón y el núcleo del átomo absorbente, el núcleo podrá absorber el exceso de momento del fotón, sin embargo, la energía de retroceso del núcleo es despreciable. Usando el hecho de que

$$E^2 - p^2 c^2 = \textit{invariante} \quad (32)$$

podemos escribir en el sistema de referencia del laboratorio, para antes de la interacción,

$$((h\nu)_{min}^{PP} + m_N c^2)^2 - \left(\frac{(h\nu)_{min}^{PP}}{c}\right)^2 c^2 = \textit{inv} \quad (33)$$

donde $(h\nu)_{min}^{PP}$ es la energía mínima que debe tener el fotón y m_Nc^2 es la energía en reposo del núcleo. Después de la interacción, en el sistema de referencia del centro de masa tenemos

$$(m_Nc^2 + 2m_e c^2)^2 - 0 = \textit{invariante}, \quad (34)$$

donde $2m_e c^2$ es la energía en reposo del par electrón-positrón. De (33) y (34) se sigue que

$$(h\nu)_{min}^{PP} = 2m_e c^2 \left(1 + \frac{m_e c^2}{m_N c^2} \right) \quad (35)$$

Por otra parte, si la interacción es entre el fotón y un electrón orbital del átomo, el electrón orbital absorberá el exceso de momento del fotón y, en este caso, la energía de retroceso del electrón orbital ya no es despreciable, por lo que el electrón orbital saldrá expulsado del átomo teniendo como resultado un electrón libre y la producción de un par electrón-positrón. En este caso el efecto comúnmente se llama producción de un triplete. Análogamente, de (32) podemos escribir en el sistema de referencia del laboratorio antes de la interacción que

$$((h\nu)_{min}^{PT} + m_e c^2)^2 - \left(\frac{(h\nu)_{min}^{PT}}{c} \right)^2 c^2 = \textit{invariante} \quad (36)$$

donde $(h\nu)_{min}^{PP}$ es la energía mínima para que ocurra la reacción. Después de la interacción, en el sistema de referencia del centro de masa tenemos

$$(2m_e c^2 + m_e c^2)^2 - 0 = \textit{invariante} \quad (37)$$

así, de (36) y (37), se sigue que

$$(h\nu)_{min}^{PT} = 4m_e c^2. \quad (38)$$

Efecto Auger

Cuando un átomo en un estado excitado tiene una vacante (ausencia de un electrón) en alguna capa interna y regresa a su estado base lo hace a través de una o varias transiciones electrónicas. Para que un electrón de una capa superior llene una vacante en una capa inferior mediante una transición, el electrón cede la diferencia de energía que hay entre la capa o subcapa en la que se encuentra y la capa o subcapa de la vacante. La energía liberada en la transición del electrón puede ser emitida en forma de fotones característicos (radiación) o es cedida a un electrón de una capa o subcapa superior el cual podría ser expulsado del átomo. Las transiciones entre capas internas de elementos con un alto número atómico pueden dar lugar a rayos X, aquí la energía del fotón emitido es del orden de 10 keV a 100 keV y son de gran importancia para la física médica. Existen reglas de selección para las transiciones electrónicas permitidas que pueden producir radiación, conocidas como reglas de selección de dipolos eléctricos, dadas en términos de los números cuánticos $\Delta l = \pm 1$ y $\Delta j = 0, \pm 1$.

Por otra parte, la transición electrónica sin radiación se denomina efecto Auger, Coster-Kroning o super Coster-Kroning. En el efecto Auger un electrón realiza una transición entre dos capas y la diferencia de energía es cedida a un electrón de una capa superior por lo que éste es expulsado del átomo. A este electrón se le conoce como electrón Auger. En el efecto Coster-Kroning, un electrón realiza una transición entre dos subcapas de una misma capa y la diferencia de energía es cedida a un electrón en una capa superior siendo así emitido como un electrón de Coster-Kroning. En el efecto

super Coster-Kroning, un electrón realiza una transición entre dos subcapas de una misma capa y la diferencia de energía es cedida a otro electrón de la misma capa el cual es emitido como un electrón super Coster-Kroning. En la Figura 2 se ilustran los 3 efectos. El efecto Auger a menudo resulta de transiciones de radiación prohibidas, es decir, de transiciones que violan las reglas de selección para el proceso de fluorescencia radiativa. En general, la probabilidad de que el efecto Auger se produzca después de una vacante de una capa electrónica dada, es igual a $1-w$ donde w es el rendimiento de fluorescencia para la capa electrónica dada, definido como el número de fotones característicos emitidos por vacante en la capa.

La espectroscopia Auger, cuya base es este efecto, es una herramienta útil para el análisis de materiales [43].

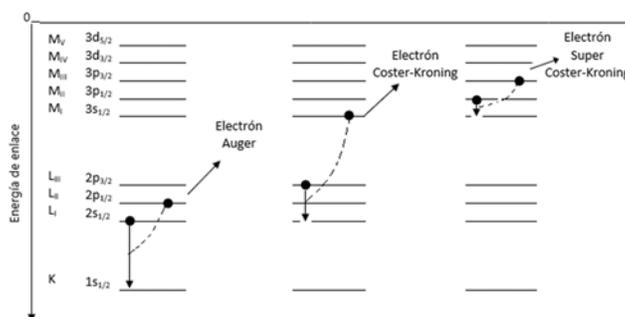


Figura 2. Representación esquemática del efecto Auger, Coster-Kroning y super Coster-Kroning. Se pueden apreciar las capas K, L y M (correspondientes a los niveles de energía $n=1$, $n=2$ y $n=3$ respectivamente) con sus correspondientes subcapas. Adaptada de [24].

Referencias

- [1] E. Zuñiga, E. A. Rodriguez, C. Montes, y A. Gruppi, “Apoptosis de linfocitos asociada a enfermedades infecciosas”, *Buenos Aires*, vol. 62, núm. 2, pp. 189–196, 2002.
- [2] P. G. Ekert y D. L. Vaux, “Apoptosis and the immune system”, *Br. Med. Bull.*, vol. 53, núm. 3, pp. 591–603, ene. 1997, doi: 10.1093/oxfordjournals.bmb.a011632.
- [3] C. Feig y M. E. Peter, “How apoptosis got the immune system in shape”, *Eur. J. Immunol.*, vol. 37 Suppl 1, pp. S61-70, nov. 2007, doi: 10.1002/eji.200737462.
- [4] “¿Qué es el cáncer?”, *National Cancer Institute*, ene. 01, 1980. <https://www.cancer.gov/espanol/cancer/naturaleza/que-es> (consultado mar. 09, 2020).
- [5] “Radioterapia de haz externo para el cáncer”, *National Cancer Institute*, may 01, 2018. <https://www.cancer.gov/espanol/cancer/tratamiento/tipos/radioterapia/haz-externo> (consultado mar. 09, 2020).
- [6] “Radioterapia para el cáncer”, *National Cancer Institute*, nov. 08, 2017. <https://www.cancer.gov/espanol/cancer/tratamiento/tipos/radioterapia> (consultado mar. 09, 2020).
- [7] S. Pellejero, S. Lozares, y F. Mañeru, “Descripción de equipos de última generación en radioterapia externa”, *An. Sist. Sanit. Navar.*, vol. 32, pp. 13–20, 2009.
- [8] National Radiotherapy Implementation Group Report. (August 2012). *Image Guided Radiotherapy (IGRT): Guidance for implementation and use*. NHS England.
- [9] D. Fernández, B. Penesi, y F. Ribeiro, “PLANIFICACION AUTOMATIZADA DE TRATAMIENTOS DE RADIOTERAPIA”, oct. 2000, p. 10.
- [10] I. O. Martín, “Puesta en marcha de un sistema de radioterapia guiada por la imagen (IGRT)”, Universidad Nacional de Educación a Distancia, España.
- [11] Disponible en: https://www.efomp.org/uploads/2017-06-02-CBCT_EFOMP-ESTRO-IAEA_protocol.pdf (Consultado: dic. 31, 2019).

- [12] J. Bian, G. C. Sharp, Y.-K. Park, J. Ouyang, T. Bortfeld, y G. El Fakhri, “Investigation of cone-beam CT image quality trade-off for image-guided radiation therapy”, *Phys. Med. Biol.*, vol. 61, núm. 9, pp. 3317–3346, may 2016, doi: 10.1088/0031-9155/61/9/3317.
- [13] J.-P. Bissonnette, D. J. Moseley, y D. A. Jaffray, “A quality assurance program for image quality of cone-beam CT guidance in radiation therapy”, *Med. Phys.*, vol. 35, núm. 5, pp. 1807–1815, may 2008, doi: 10.1118/1.2900110.
- [14] J.-P. Bissonnette *et al.*, “Quality assurance for image-guided radiation therapy utilizing CT-based technologies: a report of the AAPM TG-179”, *Med. Phys.*, vol. 39, núm. 4, pp. 1946–1963, abr. 2012, doi: 10.1118/1.3690466.
- [15] Disponible en: <https://ec.europa.eu/energy/sites/ener/files/documents/172.pdf> (Consultado: dic. 31, 2019).
- [16] R. P. Manger, T. Pawlicki, J. Hoisak, y G.-Y. Kim, “Technical Note: Assessing the performance of monthly CBCT image quality QA”, *Med. Phys.*, vol. 46, núm. 6, pp. 2575–2579, jun. 2019, doi: 10.1002/mp.13535.
- [17] H. Yan, L. Cervino, X. Jia, y S. B. Jiang, “A comprehensive study on the relationship between image quality and imaging dose in low-dose cone beam CT”, *Phys. Med. Biol.*, vol. 57, núm. 7, pp. 2063–2080, abr. 2012, doi: 10.1088/0031-9155/57/7/2063.
- [18] American Association of Physicists in Medicine y Diagnostic X-Ray Imaging Committee, *Specification and acceptance testing of computed tomography scanners: the report of Task Group 2, Diagnostic X-Ray Imaging Committee*. New York, NY: Published for American Association of Physicists in Medicine by the American Institute of Physics, 1993.
- [19] N. Z. Martínez y V. P. Gallardo, “Funcionamiento de la TC médica y de la TC de haz cónico en odontología. ¿Qué debemos saber?”, *Rev Esp Ortod*, vol. 41, pp. 31–37, 2011.
- [20] J. T. Bushberg, Ed., *The essential physics of medical imaging*, 3rd ed. Philadelphia: Wolters Kluwer Health/Lippincott Williams & Wilkins, 2012.

- [21] D. R. Dance, S. Christofides, A. D. A. Maidment, I. D. McLean, y K. H. Ng, *Diagnostic Radiology Physics: A Handbook for Teachers and Students*. Vienna: International Atomic Energy Agency, 2014.
- [22] Disponible en: <https://dspace.uclv.edu.cu/bitstream/handle/123456789/9995/Jos%20a%20R%20a%20Santos%20Rojo.pdf?sequence=1&isAllowed=y> (Consultado: jun. 04, 2020).
- [23] Ó. J. E. Mendoza, Y. H. M. Melgarejo, y H. A. Fuentes, “Tomografía computarizada: proceso de adquisición, tecnología y estado actual”, *Tecnura*, vol. 20, núm. 47, Art. núm. 47, ene. 2016, doi: 10.14483/udistrital.jour.tecnura.2016.1.a10.
- [24] E. B. Podgorsak, *Radiation Physics for Medical Physicists*. Cham: Springer International Publishing, 2016.
- [25] Disponible en: <https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/Legacy/NSRDS/nbsnsrds29.pdf> (Consultado: dic. 31, 2019).
- [26] J. F. Barrett y N. Keat, “Artifacts in CT: Recognition and Avoidance”, *RadioGraphics*, vol. 24, núm. 6, pp. 1679–1691, nov. 2004, doi: 10.1148/rg.246045065.
- [27] A. Abuhaimed, C. J. Martin, M. Sankaralingam, D. J. Gentle, y M. McJury, “An assessment of the efficiency of methods for measurement of the computed tomography dose index (CTDI) for cone beam (CBCT) dosimetry by Monte Carlo simulation”, *Phys. Med. Biol.*, vol. 59, núm. 21, pp. 6307–6326, nov. 2014, doi: 10.1088/0031-9155/59/21/6307.
- [28] A. Abuhaimed, C. J. Martin, y M. Sankaralingam, “A Monte Carlo study of organ and effective doses of cone beam computed tomography (CBCT) scans in radiotherapy”, *J. Radiol. Prot. Off. J. Soc. Radiol. Prot.*, vol. 38, núm. 1, pp. 61–80, 2018, doi: 10.1088/1361-6498/aa8f61.
- [29] K. Hioki, F. Araki, T. Ohno, Y. Nakaguchi, y Y. Tomiyama, “Absorbed dose measurements for kV-cone beam computed tomography in image-guided radiation therapy”, *Phys. Med. Biol.*, vol. 59, núm. 23, pp. 7297–7313, dic. 2014, doi: 10.1088/0031-9155/59/23/7297.

- [30] P. Alaei y E. Spezi, “Imaging dose from cone beam computed tomography in radiation therapy”, *Phys. Med.*, vol. 31, núm. 7, pp. 647–658, nov. 2015, doi: 10.1016/j.ejmp.2015.06.003.
- [31] Disponible en: <https://eur-lex.europa.eu/eli/dir/2013/59/oj> (consultado mar. 10, 2020).
- [32] W. Schneider, T. Bortfeld, y W. Schlegel, “Correlation between CT numbers and tissue parameters needed for Monte Carlo simulations of clinical dose distributions”, *Phys. Med. Biol.*, vol. 45, núm. 2, pp. 459–478, ene. 2000, doi: 10.1088/0031-9155/45/2/314.
- [33] Disponible en: <https://static1.squarespace.com/static/5367b059e4b05a1adcd295c2/t/551ae42be4b046662454b34d/1427825707349/catphan504manual.pdf> (Consultado: dic. 31, 2019).
- [34] H. Miura *et al.*, “Evaluation of cone-beam computed tomography image quality assurance for Vero4DRT system”, *Rep. Pract. Oncol. Radiother.*, vol. 22, núm. 3, pp. 258–263, 2017, doi: 10.1016/j.rpor.2016.12.001.
- [35] J. R. Taylor, *An introduction to error analysis: the study of uncertainties in physical measurements*, 2nd ed. Sausalito, Calif: University Science Books, 1997.
- [36] P. Mah, T. E. Reeves, y W. D. McDavid, “Deriving Hounsfield units using grey levels in cone beam computed tomography”, *Dento Maxillo Facial Radiol.*, vol. 39, núm. 6, pp. 323–335, sep. 2010, doi: 10.1259/dmfr/19603304.
- [37] R. Varadhan, S. Hui, y D. Roback, “SU-FF-J-106: Comparison of Image Guided Radiotherapy Technologies: Tomotherapy, Varian Trilogy and Elekta Synergy”, *Med. Phys.*, vol. 34, núm. 6Part6, pp. 2392–2392, 2007, doi: 10.1118/1.2760611.
- [38] European Commission y Directorate-General for Energy, *Criteria for acceptability of medical radiological equipment used in diagnostic radiology, nuclear medicine and radiotherapy*. Luxembourg: Publications Office, 2013.
- [39] M. Stock, M. Pasler, W. Birkfellner, P. Homolka, R. Poetter, y D. Georg, “Image quality and stability of image-guided radiotherapy (IGRT) devices: A comparative study”, *Radiother. Oncol. J. Eur. Soc. Ther. Radiol. Oncol.*, vol. 93, núm. 1, pp. 1–7, oct. 2009, doi: 10.1016/j.radonc.2009.07.012.

- [40] J. D. Jackson. (1999). *Classical Electrodynamics*. 3rd ed. John Wiley & Sons. Hoboken, NJ.
- [41] J. Jacqueline M. Andreozzi, R. Zhang, D. J. Gladstone, B. B. Williams, A. K. Glaser, B. W. Pogue, L. A. Jarvis. (2016). Cherenkov imaging method for rapid optimization of clinical treatment geometry in total skin electron beam therapy. *Medical Physics*. Vol. 43 (2). 993-1002. doi: 10.1118/1.4939880.
- [42] G. Michael. (2001). X-ray computed tomography. *Physics Education Vol. 36*. 442-451. doi: 0031-9120/01/060442
- [43] C. C. Chang, “Auger electron spectroscopy”, *Surf. Sci.*, vol. 25, núm. 1, pp. 53–79, mar. 1971, doi: 10.1016/0039-6028(71)90210-X.