

**INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE COMERCIO Y ADMINISTRACIÓN
UNIDAD TEPEPAN**

SEMINARIO:

ANÁLISIS DE INVERSIONES

TEMA:

CARTERAS DE INVERSIÓN ÓPTIMAS CON LAS ACCIONES SERIE “*” DE EMPRESAS ICA, SERIE “CPO” DE TELEVISIÓN AZTECA, SERIE “CPO” DE GRUPO TELEVISIA, SERIE “L” DE COCA-COLA FEMSA, SERIE “C” DE GRUPO MODELO Y SERIE “A” DE GRUPO BIMBO.

INFORME FINAL PARA OBTENER EL TÍTULO DE CONTADOR PÚBLICO

PRESENTAN:

CÉSAR PALACIOS MIGUELES
EDUARDO PRADO RIVERA
GUSTAVO ALBERTO MARTÍNEZ ESPINO
LUCIANO NAVA MEZA
NELLY DELIA RODRÍGUEZ ÁLVAREZ
VERÓNICA ARACELI REYES PÉREZ

CONDUCTOR DEL SEMINARIO:

M. EN F. RAFAEL GUADALUPE RODRÍGUEZ CALVO

MÉXICO, D. F.

ENERO DE 2009.

AGRADECIMIENTOS.

Jamás imaginamos que el resultado de un trabajo nos diera una inmensa satisfacción, el proceso no fue fácil tuvimos que corregir varias veces, luchar e intentar una mejora continua cada vez, pero al final logramos nuestros objetivos primordiales, estar titulados.

Por tal motivo, dedicamos más que un agradecimiento, un testimonio de profundo respeto y admiración a quienes con su colaboración nos fueron puliendo hasta hacernos hoy en día unos profesionistas, a ti:

Instituto Politécnico Nacional, por darnos las bases suficientes para competir con conocimientos, disciplina y honestidad. Y dar al país excelentes profesionistas.

Escuela Superior de Comercio y Administración, Unidad Tepepan, por ayudarnos a salir adelante y formarnos como profesionales, y darnos a entender que somos el desarrollo sustentable del hoy y del mañana para el país.

Profesores, que nos transmitieron sus conocimientos, experiencias, compañía, su atención, su apoyo moral y por supuesto su corazón y confianza en nosotros, no los defraudaremos, los haremos sentir orgullosos y verán que todos sus sacrificios y tragos amargos, se convirtieron en un logro más para ustedes.

Hemos llegado al final de este camino, en nosotros quedarán marcadas huellas profundas de este recorrido, llevaremos en alto por siempre a nuestro Instituto Politécnico Nacional y cada vez que escuchemos nuestra porra, nos uniremos a ella "Huelum, Huelum gloria..."

Gracias IPN.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	6
CAPÍTULO 1. MARCO TEÓRICO: TEORÍA MODERNA DE LA CARTERA.	7
1.1. Inversión en valores.	7
1.2. Relación de dominación entre acciones.	8
1.3. Medición del rendimiento de un periodo.	10
1.4. La inflación y el rendimiento real de las acciones.	16
1.5. Medición del rendimiento promedio esperado real, para una inversión sencilla.	24
1.6. Medición del riesgo de una inversión sencilla.	26
1.7. Rendimiento esperado de una cartera de riesgo con dos activos.	34
1.8. Riesgo de una cartera de dos activos.	38
1.9. Correlación de cartera de dos activos.	38
1.10. Carteras de dos activos, con un activo libre de riesgo.	49
1.11. Carteras de tres activos con un activo libre de riesgo.	67
1.12. Apalancamiento de una cartera riesgosa con dos activos.	84
CAPÍTULO 2. PERFIL DE LAS EMPRESAS EMISORAS: EMPRESAS ICA, TELEVISIÓN AZTECA, GRUPO TELEVISA, COCA-COLA FEMSA, GRUPO MODELO Y GRUPO BIMBO.	102
2.1. EMPRESAS ICA, S.A.B. DE C.V.	102
2.1.1. Historia de EMPRESAS ICA, S.A.B. DE C.V.	103
2.1.2. Productos y servicios de EMPRESAS ICA, S.A.B. DE C.V.	108
2.1.3. Consejo de administración de EMPRESAS ICA, S.A.B. DE C.V.	109
2.2. TELEVISIÓN AZTECA, S.A.B. DE C.V.	110
2.2.1. Historia de TELEVISIÓN AZTECA, S.A.B. DE C.V.	112
2.2.2. Productos y/o servicios de TELEVISIÓN AZTECA, S.A.B. DE C.V.	115
2.2.3. Consejo de administración de TELEVISIÓN AZTECA, S.A.B. DE C.V.	116
2.3. GRUPO TELEVISA, S.A.B. DE C.V.	117
2.3.1. Historia del GRUPO TELEVISA, S.A.B. DE C.V.	118
2.3.2. Productos y/o servicios del GRUPO TELEVISA, S.A.B. DE C.V.	120
2.3.3. Consejo de administración del GRUPO TELEVISA, S.A.B. DE C.V.	123
2.4. COCA-COLA FEMSA, S.A.B. DE C.V. (KOF)	123
2.4.1. Historia de COCA-COLA FEMSA, S.A.B. DE C.V.	124
2.4.2. Productos y servicios de COCA-COLA FEMSA, S.A.B. DE C.V.	126
2.4.3. Consejo de administración de COCA-COLA FEMSA, S.A.B. DE C.V.	128
2.5. GRUPO MODELO, S.A.B. DE C.V.	130
2.5.1. Historia de GRUPO MODELO, S.A.B. DE C.V.	132
2.5.2. Productos y servicios de GRUPO MODELO, S.A.B. DE C.V.	133

2.5.3.	Consejo de administración de GRUPO MODELO, S.A.B. DE C.V.	136
2.6.	GRUPO BIMBO S.A.B. DE C.V.	137
2.6.1.	Historia de GRUPO BIMBO S.A.B. DE C.V.	138
2.6.2.	Productos y servicios de GRUPO BIMBO S.A.B. DE C.V.	140
2.6.3.	Consejo de administración de GRUPO BIMBO S.A.B. DE C.V.	141

CAPÍTULO 3. FORMACIÓN DE PORTAFOLIOS ÓPTIMOS CON LAS ACCIONES ICA, TV AZTECA, TELEVISA, COCA-COLA FEMSA, GRUPO MODELO Y BIMBO. 142

3.1.	Determinación del riesgo-rendimiento de las acciones.	142
3.1.1.	EMPRESAS ICA, S.A.B. DE C.V.	142
3.1.1.1.	Medición del rendimiento esperado de ICA.	142
3.1.1.2.	Medición del riesgo de ICA.	143
3.1.2.	EMPRESA TV AZTECA, S.A.B. DE C.V.	144
3.1.2.1.	Medición del rendimiento esperado de TV AZTECA	144
3.1.2.2.	Medición del riesgo de TV AZTECA.	145
3.1.3.	EMPRESA GRUPO TELEVISA, S.A.B. DE C.V.	146
3.1.3.1.	Medición del rendimiento esperado de TELEVISA.	146
3.1.3.2.	Medición del riesgo de TELEVISA.	146
3.1.4.	EMPRESA COCA-COLA FEMSA, S.A.B. DE C.V.	147
3.1.4.1.	Medición del rendimiento esperado de KOF.	147
3.1.4.2.	Medición del riesgo de KOF.	148
3.1.5.	EMPRESA GRUPO MODELO, S.A.B. DE C.V.	149
3.1.5.1.	Medición del rendimiento esperado de GRUPO MODELO.	149
3.1.5.2.	Medición del riesgo de GRUPO MODELO.	150
3.1.6.	EMPRESA GRUPO BIMBO, S.A.B. DE C.V.	151
3.1.6.1.	Medición del rendimiento esperado de GRUPO BIMBO.	151
3.1.6.2.	Medición del riesgo de GRUPO BIMBO.	151
3.2.	Carteras de riesgo con dos activos.	152
3.2.1.	Cartera de riesgo con las acciones ICA y TV AZTECA.	152
3.2.2.	Cartera de riesgo con las acciones TV AZTECA y TELEVISA.	156
3.2.3.	Cartera de riesgo con las acciones TELEVISA y KOF.	159
3.2.4.	Cartera de riesgo con las acciones KOF y GRUPO MODELO.	162
3.2.5.	Cartera de riesgo con las acciones GRUPO MODELO y BIMBO.	165
3.2.6.	Cartera de riesgo con las acciones BIMBO e ICA.	168
3.3.	Certificados de la tesorería de la federación (CETES).	171
3.4.	Carteras óptimas formadas con CETES.	172
3.4.1.	Carteras óptimas formadas con CETES y las acciones de ICA y TV AZTECA.	172
3.4.2.	Carteras óptimas formadas con CETES y las acciones de TV AZTECA y TELEVISA.	176
3.4.3.	Carteras óptimas formadas con CETES y las acciones de TELEVISA Y KOF COCA-COLA.	180
3.4.4.	Carteras óptimas formadas con CETES y las acciones de KOF COCA-COLA y GRUPO	

MODELO.	184
3.4.5. Carteras óptimas formadas con CETES y las acciones de GRUPO MODELO y BIMBO.	188
3.4.6. Carteras óptimas formadas con CETES y las acciones de BIMBO e ICA.	191
CONCLUSIONES	196
BIBLIOGRAFÍA	198

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo está enfocado en el análisis de inversiones de capital específicamente en títulos de crédito denominados acciones, las cuales cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores, por lo que dichas acciones son llamadas acciones bursátiles.

En el capítulo uno se plantea la teoría moderna de la cartera de valores en la que se explica como maximizar el rendimiento, y al mismo tiempo minimizar el riesgo, todo ello al diversificar portafolios de inversión; ya sea al invertir en activos riesgosos y en dos acciones combinadas con un activo libre de riesgo (CETES). Determinando la forma en que afecta la inflación el valor de las acciones, como cambia de un valor nominal a un valor real.

En el capítulo dos se enmarcará brevemente el perfil de cada una de las seis empresas emisoras que comprenden el estudio del presente trabajo. Dichas empresas son: EMPRESAS ICA, S. A. B. DE C. V., es la compañía de ingeniería, procuración y construcción más grande de México; TELEVISIÓN AZTECA, S. A. B. DE C. V., es uno de los dos principales productores de contenido para televisión en español; GRUPO TELEVISA, S. A. B. DE C. V., es la compañía de medios de comunicación más grande en el mundo de habla hispana; COCA-COLA FEMSA, S. A. B. DE C. V., es el embotellador más grande de bebidas de marca registrada Coca-Cola en Latinoamérica; GRUPO MODELO, S. A. B. DE C. V., es líder en la elaboración y venta de cerveza en México; y GRUPO BIMBO, S. A. B. DE C. V., es la compañía mexicana más grande de alimentos.

En el capítulo tres se hace de manera detallada un análisis de las acciones de las empresas emisoras en base a datos históricos reales dados de manera mensual desde enero 2001 hasta diciembre de 2007, según información obtenida en la Bolsa Mexicana de Valores. Por cada una de las acciones se realiza el cálculo del rendimiento esperado y su riesgo correspondiente, posteriormente se forman portafolios de inversión al combinar dos de ellas; buscando carteras idóneas para el inversionista. Tomando en cuenta que el inversionista tiene la decisión final en base a su criterio de obtención de rendimientos y el riesgo que desee asumir. Para cerrar con carteras óptimas de dos acciones y Certificados de la Tesorería de la Federación a 28 días. Finalmente se dan algunas conclusiones.

CAPÍTULO 1. MARCO TEÓRICO: TEORÍA MODERNA DE LA CARTERA.

1.1. INVERSIÓN EN VALORES.

Una inversión es sacrificar dinero actual por futuro. Existen diversos tipos de inversiones financieras, como por ejemplo, acciones, bonos o Certificados de la Tesorería de la Federación, pero todas requieren de un sacrificio en el consumo presente con la esperanza de incrementar las oportunidades de consumo en el futuro. Este aumento en el consumo a futuro lo da el rendimiento sobre la inversión.

En todo tipo de inversión, se corre un determinado riesgo y el inversionista puede elegir, de acuerdo a sus propios objetivos, desde una inversión que prácticamente no tenga riesgo alguno hasta aquellas con un alto nivel de riesgo que tienen un rendimiento esperado alto.

El problema básico al que se enfrenta todo inversionista es como asegurar el rendimiento deseado, al mismo tiempo que el riesgo mínimo, lo ideal siempre será invertir en valores que ofrezcan altos rendimientos con un riesgo bajo, pero desafortunadamente las oportunidades de inversión con altos rendimientos esperados van acompañados por lo regular de un alto riesgo, de ahí que se tenga que buscar la mejor combinación entre riesgo y rendimiento.

Un valor es un derecho financiero, que por lo general está representado por una hoja de papel, sobre algún otro bien, es decir, es un derecho financiero sobre ciertos activos, generalmente representados por un certificado. Por ejemplo una acción representa la propiedad fraccional sobre todos los activos reales y recursos productivos de una empresa. Pero también otros activos pueden ser estrictamente derechos financieros, que requieren el pago de efectivo bajo circunstancias específicas, como es el caso de los Certificados de la Tesorería de la Federación.

Pareciera fácil fijarse el objetivo de invertir en valores. Pero para invertir es necesario tomar en cuenta que se tiene que elegir un nivel de riesgo.

En primer lugar, el inversionista está interesado en las ganancias de la inversión.

En segundo lugar, su objetivo es tener más riquezas y no pérdidas y por último, trata de evitar el mayor riesgo posible.

Al querer mayor riqueza y menor riesgo, nos presenta una tensión fundamental, que es lo que caracteriza la inversión en valores, ya que al aumentar la riqueza indudablemente también aumenta el riesgo. Si no existiera este problema de querer ganancias y el riesgo que lleva consigo, sería más fácil establecer la meta de la inversión.

Conociendo que el inversionista desea altas ganancias y al mismo tiempo tratar de controlar el riesgo, la meta de la inversión se puede expresar como sigue:

Para un determinado nivel de rendimiento esperado, asegurar el mínimo riesgo posible.

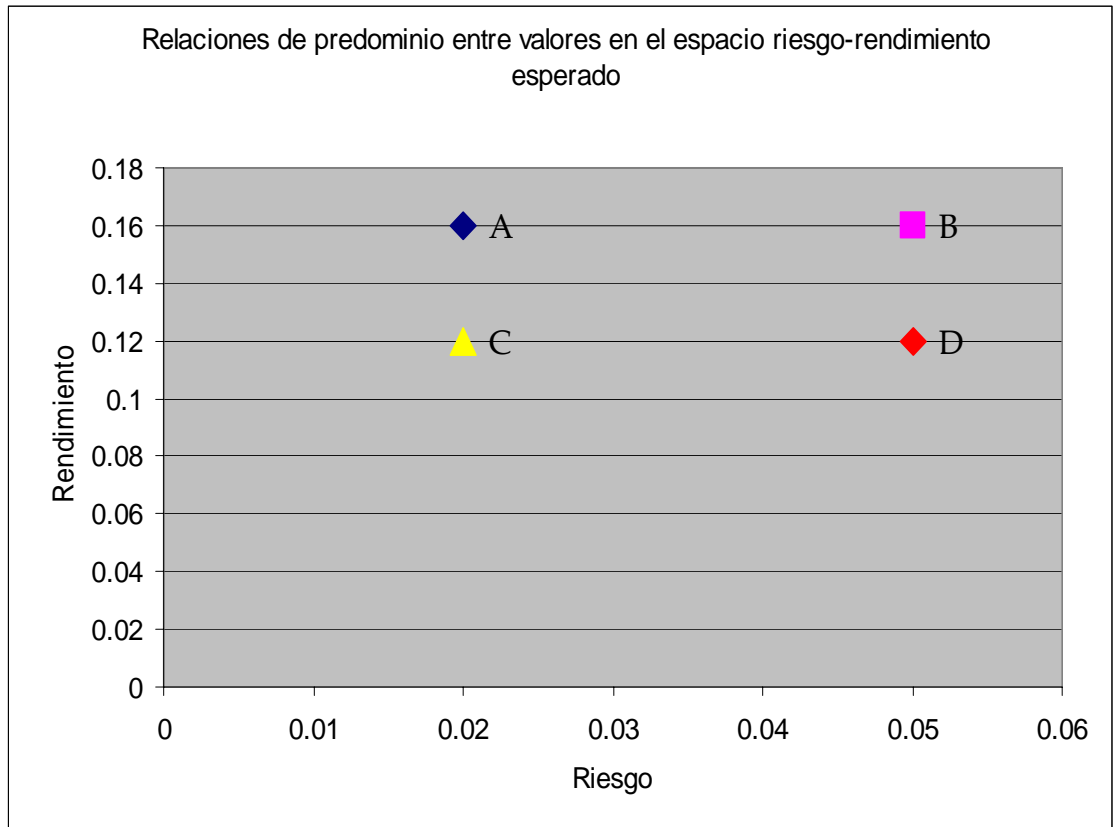
1.2. RELACIÓN DE DOMINACIÓN ENTRE ACCIONES.

El concepto del dominio se observa en la gráfica que sigue, que muestra valores en el espacio riesgo–rendimiento. En base a las suposiciones de que los inversionistas prefieren rendimientos esperados más altos y desean evitar el riesgo, es evidente que cualquier inversionista preferiría el valor A al C.

El valor A ofrece rendimientos esperados más altos que el valor C, pero ambos tienen el mismo nivel de riesgo.

Si se comprara el valor de A con el valor de B también es obvio que todo inversionista preferiría el valor de A al valor de B. Aunque A y B ofrecen el mismo nivel de rendimientos esperados. A tiene menos riesgo que B. Por razones semejantes también es evidente que todos los inversionistas preferirían el valor de C al valor de D y que todos, preferirían el valor de B al valor de D.

De igual forma, todo inversionista preferiría el valor de A al valor de D, debido a que A ofrece tanto mayores rendimientos esperados como menor riesgo que D.



Estas relaciones ayudan a formular una definición de predominio. Un valor domina a otro si cumple con cualquiera de las condiciones siguientes:

1. A igual nivel de riesgo, un inversionista prefiere las acciones con mayor rendimiento.
2. A igual nivel de rendimiento, el inversionista prefiere las acciones con menor riesgo.
3. Cuando el rendimiento de una acción es mayor al de otra y su riesgo es menor, el inversionista prefiere esa acción.

Sin embargo, en ocasiones no es posible predecir que todos los inversionistas preferirían un valor a otro. Si comparan los valores C y B en la gráfica anterior, quizás algunos inversionistas preferirían al valor C, mientras que otros bien podrían preferir el valor B. Sus preferencias dependerán de su disposición a correr riesgos adicionales con el fin de obtener rendimientos esperados adicionales. En

otras palabras la selección entre C y B depende de intercambio de riesgo–rendimiento de cada inversionista en particular.

1.3. MEDICIÓN DEL RENDIMIENTO DE UN PERIODO.

El rendimiento en el periodo de tenencia (R) de una acción se puede expresar de la siguiente manera:

$$Rn = \frac{Pv - Pc}{Pc} + \frac{Di}{Pc}$$

Donde:

Rn = Rendimiento nominal.

Pv = Precio de venta.

Pc = Precio de compra.

Di = Dividendo obtenido.

Ejemplo 1.

Se compró una acción "A" el primero de enero del 2003 y se mantuvo hasta el 31 de diciembre de 2007, los datos relevantes para su análisis se presentan en la siguiente tabla:

Fecha	Precio	Dividendos
1° de enero del 2003	\$1.00	\$0.00
Fin del 2003	\$1.50	\$0.01
Fin del 2004	\$1.80	\$0.02
Fin del 2005	\$2.10	\$0.03
Fin del 2006	\$2.90	\$0.04
Fin del 2007	\$3.50	\$0.05

Cálculos:

Año	Rendimiento nominal de acción "A"
2003	$= RnA = \frac{1.500 - 1.000}{1.000} + \frac{0.010}{1.000} = 0.510 \text{ 51.0\%}$
2004	$= RnA = \frac{1.800 - 1.500}{1.500} + \frac{0.020}{1.500} = 0.213 \text{ 21.3\%}$
2005	$= RnA = \frac{2.100 - 1.800}{1.800} + \frac{0.030}{1.800} = 0.183 \text{ 18.3\%}$
2006	$= RnA = \frac{2.900 - 2.100}{2.100} + \frac{0.040}{2.100} = 0.400 \text{ 40.0\%}$
2007	$= RnA = \frac{3.500 - 2.900}{2.900} + \frac{0.050}{2.900} = 0.224 \text{ 22.4\%}$

Ejemplo 2.

Se compró una acción "B" el primero de enero del 2003 y se mantuvo hasta el 31 de diciembre de 2007, los datos relevantes para su análisis se presentan en la siguiente tabla:

Fecha	Precio	Dividendos
1° de enero del 2003	\$1.00	\$0.00
Fin del 2003	\$1.50	\$0.00
Fin del 2004	\$1.65	\$0.00
Fin del 2005	\$2.00	\$0.00
Fin del 2006	\$2.60	\$0.00
Fin del 2007	\$3.00	\$0.00

Cálculos:

Año	Rendimiento nominal de acción "B"
2003	$= \text{RnB} = \frac{1.500 - 1.000}{1.000} + \frac{0.000}{1.000} = 0.500 \text{ } 50.0\%$
2004	$= \text{RnB} = \frac{1.650 - 1.500}{1.500} + \frac{0.000}{1.500} = 0.100 \text{ } 10.0\%$
2005	$= \text{RnB} = \frac{2.000 - 1.650}{1.650} + \frac{0.000}{1.650} = 0.212 \text{ } 21.2\%$
2006	$= \text{RnB} = \frac{2.600 - 2.000}{2.000} + \frac{0.000}{2.000} = 0.300 \text{ } 30.0\%$
2007	$= \text{RnB} = \frac{3.000 - 2.600}{2.600} + \frac{0.000}{2.600} = 0.154 \text{ } 15.4\%$

Ejemplo 3.

Se compró una acción "C" el primero de enero del 2003 y se mantuvo hasta el 31 de diciembre de 2007, los datos relevantes para su análisis se presentan en la siguiente tabla:

Fecha	Precio	Dividendos
1° de enero del 2003	\$8.00	\$0.00
Fin del 2003	\$10.00	\$0.50
Fin del 2004	\$12.00	\$1.00
Fin del 2005	\$9.00	\$0.75
Fin del 2006	\$14.00	\$1.50
Fin del 2007	\$10.00	\$1.00

Cálculos:

Año	Rendimiento nominal de acción "C"	
2003	$= \text{RnC} = \frac{10.000 - 8.000}{8.000} + \frac{0.500}{8.000} =$	0.313 31.3%
2004	$= \text{RnC} = \frac{12.000 - 10.000}{10.000} + \frac{1.000}{10.000} =$	0.300 30.0%
2005	$= \text{RnC} = \frac{9.000 - 12.000}{12.000} + \frac{0.750}{12.000} =$	-0.188 -18.8%
2006	$= \text{RnC} = \frac{14.000 - 9.000}{9.000} + \frac{1.500}{9.000} =$	0.722 72.2%
2007	$= \text{RnC} = \frac{10.000 - 14.000}{14.000} + \frac{1.000}{14.000} =$	-0.214 -21.4%

Ejemplo 4.

Se compró una acción "D" el primero de enero del 2003 y se mantuvo hasta el 31 de diciembre de 2007, los datos relevantes para su análisis se presentan en la siguiente tabla:

Fecha	Precio	Dividendos
1° de enero del 2003	\$15.00	\$0.00
Fin del 2003	\$23.00	\$1.00
Fin del 2004	\$25.00	\$1.50
Fin del 2005	\$22.00	\$0.50
Fin del 2006	\$26.00	\$2.00
Fin del 2007	\$30.00	\$2.50

Cálculos:

Año	Rendimiento nominal de acción "D"
2003	$\text{RnD} = \frac{23.000 - 15.000}{15.000} + \frac{1.000}{15.000} = 0.600 \quad 60.0\%$
2004	$\text{RnD} = \frac{25.000 - 23.000}{23.000} + \frac{1.500}{23.000} = 0.152 \quad 15.2\%$
2005	$\text{RnD} = \frac{22.000 - 25.000}{25.000} + \frac{0.500}{25.000} = -0.100 \quad -10.0\%$
2006	$\text{RnD} = \frac{26.000 - 22.000}{22.000} + \frac{2.000}{22.000} = 0.273 \quad 27.3\%$
2007	$\text{RnD} = \frac{30.000 - 26.000}{26.000} + \frac{2.500}{26.000} = 0.250 \quad 25.0\%$

Ejemplo 5.

Se compró una acción "E" el primero de enero del 2003 y se mantuvo hasta el 31 de diciembre de 2007, los datos relevantes para su análisis se presentan en la siguiente tabla:

Fecha	Precio	Dividendos
1° de enero del 2003	\$7.50	\$0.00
Fin del 2003	\$8.00	\$0.50
Fin del 2004	\$8.80	\$0.50
Fin del 2005	\$9.00	\$0.50
Fin del 2006	\$9.50	\$0.50
Fin del 2007	\$10.20	\$0.50

Cálculos:

Año	Rendimiento nominal de acción "E"	
2003	$\text{RnE} = \frac{8.000 - 7.500}{7.500} + \frac{0.500}{7.500} = 0.133$	13.3%
2004	$\text{RnE} = \frac{8.800 - 8.000}{8.000} + \frac{0.500}{8.000} = 0.163$	16.3%
2005	$\text{RnE} = \frac{9.000 - 8.800}{8.800} + \frac{0.500}{8.800} = 0.080$	8.0%
2006	$\text{RnE} = \frac{9.500 - 9.000}{9.000} + \frac{0.500}{9.000} = 0.111$	11.1%
2007	$\text{RnE} = \frac{10.200 - 9.500}{9.500} + \frac{0.500}{9.500} = 0.126$	12.6%

Ejemplo 6.

Se compró una acción "F" el primero de enero del 2003 y se mantuvo hasta el 31 de diciembre de 2007, los datos relevantes para su análisis se presentan en la siguiente tabla:

Fecha	Precio	Dividendos
1° de enero del 2003	\$50.00	\$0.00
Fin del 2003	\$60.00	\$2.00
Fin del 2004	\$70.00	\$2.40
Fin del 2005	\$80.00	\$2.70
Fin del 2006	\$75.00	\$2.50
Fin del 2007	\$85.00	\$3.00

Cálculos:

Año	Rendimiento nominal de acción "F"
2003	$\text{RnF} = \frac{60.000 - 50.000}{50.000} + \frac{2.000}{50.000} = 0.240 \quad 24.0\%$
2004	$\text{RnF} = \frac{70.000 - 60.000}{60.000} + \frac{2.400}{60.000} = 0.207 \quad 20.7\%$
2005	$\text{RnF} = \frac{80.000 - 70.000}{70.000} + \frac{2.700}{70.000} = 0.181 \quad 18.1\%$
2006	$\text{RnF} = \frac{75.000 - 80.000}{80.000} + \frac{2.500}{80.000} = -0.031 \quad -3.1\%$
2007	$\text{RnF} = \frac{85.000 - 75.000}{75.000} + \frac{3.000}{75.000} = 0.173 \quad 17.3\%$

1.4. LA INFLACIÓN Y EL RENDIMIENTO REAL DE LAS ACCIONES.

Ahora bien, desde hace tiempo los inversionistas han reconocido que los precios de bienes, servicios y activos deben corregirse debido a los efectos de la inflación para poder hacer comparaciones económicas significativas. Para reconocer los efectos de la inflación se distinguen los precios nominales o precios en términos de alguna moneda, y precios reales o precios en términos del poder adquisitivo de bienes y servicios.

El rendimiento real de una acción se define como el rendimiento nominal que se obtiene de una inversión, corregido por el cambio del poder adquisitivo del dinero.

Para determinar el rendimiento real de una acción es necesario; primero conocer el rendimiento nominal y segundo, la tasa inflación de un periodo dado.

El rendimiento real de una acción se expresa de la siguiente forma:

$$Rr = \frac{Rn - \pi}{1 + \pi}$$

Donde:

Rr = Rendimiento real.

Rn = Rendimiento nominal.

π = Tasa de inflación.

La tasa de inflación de un periodo se determina comparando el Índice Nacional de Precios al Consumidor de un período con relación a otro.

La tasa de inflación de un periodo se expresa de la siguiente forma:

$$\pi = \frac{INPC \text{ Actual} - INPC \text{ Anterior}}{INPC \text{ Anterior}}$$

El Índice Nacional de Precios al Consumidor a diciembre de los 2003 al 2007 fue el siguiente:

Año	Índice Nacional de Precios al Consumidor
2002	90
2003	104
2004	108
2005	115
2006	122
2007	134

Por lo que la tasa de inflación, es como sigue:

Año	Tasa de Inflación
2003	$= \frac{104.00 - 90.00}{90.00} = 0.156 \quad 15.6\%$
2004	$= \frac{108.00 - 104.00}{104.00} = 0.038 \quad 3.8\%$
2005	$= \frac{115.00 - 108.00}{108.00} = 0.065 \quad 6.5\%$
2006	$= \frac{122.00 - 115.00}{115.00} = 0.061 \quad 6.1\%$
2007	$= \frac{134.00 - 122.00}{122.00} = 0.098 \quad 9.8\%$

En seguida se calcularán los rendimientos reales para las acciones A, B, C, D, E y F.

Ejemplo 1. Acción A.

Año	Rendimiento nominal	Tasa de inflación
2003	0.510	0.156
2004	0.213	0.038
2005	0.183	0.065
2006	0.400	0.061
2007	0.224	0.098

Cálculo:

Año	Rendimiento real de acción "A"
2003	$= \frac{0.510 - 0.156}{1 + 0.156} = 0.307 \text{ 30.7\%}$
2004	$= \frac{0.213 - 0.038}{1 + 0.038} = 0.168 \text{ 16.8\%}$
2005	$= \frac{0.183 - 0.065}{1 + 0.065} = 0.111 \text{ 11.1\%}$
2006	$= \frac{0.400 - 0.061}{1 + 0.061} = 0.320 \text{ 32.0\%}$
2007	$= \frac{0.224 - 0.098}{1 + 0.098} = 0.115 \text{ 11.5\%}$

Ejemplo 2. Acción B.

Año	Rendimiento nominal	Tasa de inflación
2003	0.500	0.156
2004	0.100	0.038
2005	0.212	0.065
2006	0.300	0.061
2007	0.154	0.098

Cálculo:

Año	Rendimiento real de acción "B"
2003	$= \frac{0.500 - 0.156}{1 + 0.156} = 0.298 \text{ 29.8\%}$

Año	Rendimiento real de acción "B"
2004	$= \frac{0.100 - 0.038}{1 + 0.038} = 0.059$ 5.9%
2005	$= \frac{0.212 - 0.065}{1 + 0.065} = 0.138$ 13.8%
2006	$= \frac{0.300 - 0.061}{1 + 0.061} = 0.225$ 22.5%
2007	$= \frac{0.154 - 0.098}{1 + 0.098} = 0.051$ 5.1%

Ejemplo 3. Acción C.

Año	Rendimiento nominal	Tasa de inflación
2003	0.313	0.156
2004	0.300	0.038
2005	-0.188	0.065
2006	0.722	0.061
2007	-0.214	0.098

Cálculo:

Año	Rendimiento real de acción "C"
2003	$= \frac{0.313 - 0.156}{1 + 0.156} = 0.136$ 13.6%

Año	Rendimiento real de acción "C"	
2004	$= \frac{0.300 - 0.038}{1 + 0.038} =$	0.252 25.2%
2005	$= \frac{-0.188 - 0.065}{1 + 0.065} =$	-0.237 -23.7%
2006	$= \frac{0.722 - 0.061}{1 + 0.061} =$	0.623 62.3%
2007	$= \frac{-0.214 - 0.098}{1 + 0.098} =$	-0.285 -28.5%

Ejemplo 4. Acción D.

Año	Rendimiento nominal	Tasa de inflación
2003	0.600	0.156
2004	0.152	0.038
2005	-0.100	0.065
2006	0.273	0.061
2007	0.250	0.098

Cálculo:

Año	Rendimiento real de acción "D"	
2003	$= \frac{0.600 - 0.156}{1 + 0.156} =$	0.385 38.5%
2004	$= \frac{0.152 - 0.038}{1 + 0.038} =$	0.110 11.0%

Año	Rendimiento real de acción "D"	
2005	$= \frac{-0.100 - 0.065}{1 + 0.065} =$	-0.155 -15.5%
2006	$= \frac{0.273 - 0.061}{1 + 0.061} =$	0.200 20.0%
2007	$= \frac{0.250 - 0.098}{1 + 0.098} =$	0.138 13.8%

Ejemplo 5. Acción E.

Año	Rendimiento nominal	Tasa de inflación
2003	0.133	0.156
2004	0.163	0.038
2005	0.080	0.065
2006	0.111	0.061
2007	0.126	0.098

Cálculo:

Año	Rendimiento real de acción "E"	
2003	$= \frac{0.133 - 0.156}{1 + 0.156} =$	-0.019 -1.9%
2004	$= \frac{0.163 - 0.038}{1 + 0.038} =$	0.119 11.9%

Año	Rendimiento real de acción "E"		
2005	$= \frac{0.080 - 0.065}{1 + 0.065} =$	0.014	1.4%
2006	$= \frac{0.111 - 0.061}{1 + 0.061} =$	0.047	4.7%
2007	$= \frac{0.126 - 0.098}{1 + 0.098} =$	0.025	2.5%

Ejemplo 6. Acción F.

Año	Rendimiento nominal	Tasa de inflación
2003	0.240	0.156
2004	0.207	0.038
2005	0.181	0.065
2006	-0.031	0.061
2007	0.173	0.098

Cálculo:

Año	Rendimiento real de acción "F"		
2003	$= \frac{0.240 - 0.156}{1 + 0.156} =$	0.073	7.3%
2004	$= \frac{0.207 - 0.038}{1 + 0.038} =$	0.162	16.2%

Año	Rendimiento real de acción "F"
2005	$= \frac{0.181 - 0.065}{1 + 0.065} = 0.110 \quad 11.0\%$
2006	$= \frac{-0.031 - 0.061}{1 + 0.061} = -0.087 \quad -8.7\%$
2007	$= \frac{0.173 - 0.098}{1 + 0.098} = 0.068 \quad 6.8\%$

1.5. MEDICIÓN DEL RENDIMIENTO PROMEDIO ESPERADO REAL, PARA UNA INVERSIÓN SENCILLA.

Normalmente los inversionistas en valores conservan una inversión durante un número de periodos y tienen información del rendimiento de esta para cada uno de los periodos.

La fórmula para calcular el rendimiento esperado para una inversión sencilla es la siguiente:

$$\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^n R_{r,i}}{n}$$

Donde:

\bar{R} = Rendimiento esperado.

$R_{r,i}$ = Rendimiento real en el año i.

n = Número de periodos.

A continuación se calcula el rendimiento esperado para las acciones A, B, C, D, E y F.

Ejemplo 1. Acción A.

Año	Rendimiento real de la acción "A"
2003	0.307
2004	0.168
2005	0.111
2006	0.320
2007	0.115
Suma	1.021
Periodos	5
Rendimiento Esperado	0.204

Ejemplo 2. Acción B.

Año	Rendimiento real de la acción "B"
2003	0.298
2004	0.059
2005	0.138
2006	0.225
2007	0.051
Suma	0.772
Periodo	5
Rendimiento Esperado	0.154

Ejemplo 3. Acción C.

Año	Rendimiento real de la acción "C"
2003	0.136
2004	0.252
2005	-0.237
2006	0.623
2007	-0.285
Suma	0.489
Periodo	5
Rendimiento Esperado	0.098

Ejemplo 4. Acción D.

Año	Rendimiento real de la acción "D"
2003	0.385
2004	0.110
2005	-0.155
2006	0.200
2007	0.138
Suma	0.677
Periodo	5
Rendimiento Esperado	0.135

Ejemplo 5. Acción E.

Año	Rendimiento real de la acción "E"
2003	-0.019
2004	0.119
2005	0.014
2006	0.047
2007	0.025
Suma	0.187
Periodo	5
Rendimiento Esperado	0.037

Ejemplo 6. Acción F.

Año	Rendimiento real de la acción "F"
2003	0.073
2004	0.162
2005	0.110
2006	-0.087
2007	0.068
Suma	0.326
Periodo	5
Rendimiento Esperado	0.065

1.6. MEDICIÓN DEL RIESGO DE UNA INVERSIÓN SENCILLA.

Existen diversas formas para medir el riesgo que se corre cuando se decide invertir en acciones, pero la mayor parte de ellas lleva a conclusiones contradictorias hasta cierto grado. Es por esto que para una mayor eficacia, el método de medición del riesgo debe ser estandarizado y preciso. El método que trataremos se enfoca en la desviación estándar (σ) del rendimiento, de esta manera la desviación estándar mide la posibilidad de que el rendimiento real, se desvíe del rendimiento esperado.

La fórmula para calcular la desviación estándar (riesgo) es la siguiente:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Rr,i - \bar{R})^2}{n}}$$

σ = Desviación estándar (riesgo).

Rr,i = Rendimiento real en el año i.

\bar{R} = Rendimiento esperado.

n = Número de periodos.

En seguida se calcula el riesgo de las acciones A, B, C, D, E y F.

Ejemplo 1. Acción A.

Año	Rendimiento real	Rendimiento Esperado de la acción "A"
2003	0.307	0.204
2004	0.168	0.204
2005	0.111	0.204
2006	0.320	0.204
2007	0.115	0.204

Cálculo:

Año	Riesgo real de acción "A"			
	Rr	\bar{R}	$(Rr - \bar{R})^2$	
2003	= 0.307	- 0.204	= 0.103	0.011
2004	= 0.168	- 0.204	= -0.036	0.001
2005	= 0.111	- 0.204	= -0.093	0.009
2006	= 0.320	- 0.204	= 0.116	0.013
2007	= 0.115	- 0.204	= -0.090	0.008
Sumatoria =			0.042	
Periodos			5	
Varianza =			0.008	
$\sigma = \sqrt{0.008}$				
$\sigma = 0.091 \quad 9.14\%$				

Ejemplo 2. Acción B.

Año	Rendimiento real	Rendimiento Esperado de la acción "B"
2003	0.298	0.154
2004	0.059	0.154
2005	0.138	0.154
2006	0.225	0.154
2007	0.051	0.154

Cálculo:

Año	Riesgo real de acción "B"			
	Rr	\bar{R}	$(Rr - \bar{R})^2$	
2003	= 0.298	- 0.154	= 0.144	0.021
2004	= 0.059	- 0.154	= -0.095	0.009
2005	= 0.138	- 0.154	= -0.016	0.000
2006	= 0.225	- 0.154	= 0.071	0.005
2007	= 0.051	- 0.154	= -0.104	0.011
Sumatoria =			0.046	
Periodos			5	
Varianza =			0.009	
$\sigma = \sqrt{0.009}$				
$\sigma = 0.096$				9.57%

Ejemplo 3. Acción C.

Año	Rendimiento real	Rendimiento Esperado de la acción "C"
2003	0.136	0.098
2004	0.252	0.098
2005	-0.237	0.098
2006	0.623	0.098
2007	-0.285	0.098

Cálculo:

Año	Riesgo real de acción "C"			
	Rr	\bar{R}	$(Rr - \bar{R})^2$	
2003	= 0.136	- 0.098	= 0.038	0.001

Año	Riesgo real de acción "C"						
2004	=	0.252	-	0.098	=	0.154	0.024
2005	=	-0.237	-	0.098	=	-0.335	0.112
2006	=	0.623	-	0.098	=	0.526	0.276
2007	=	-0.285	-	0.098	=	-0.383	0.146
						Sumatoria =	0.560
						Periodos	5
						Varianza =	0.112
						$\sigma = \sqrt{0.112}$	
						$\sigma =$	0.335 33.46%

Ejemplo 4. Acción D.

Año	Rendimiento real	Rendimiento Esperado de la acción "D"
2003	0.385	0.135
2004	0.110	0.135
2005	-0.155	0.135
2006	0.200	0.135
2007	0.138	0.135

Cálculo:

Año	Riesgo real de acción "D"						
	Rr	\bar{R}		$(Rr - \bar{R})^2$			
2003	=	0.385	-	0.135	=	0.249	0.06210
2004	=	0.110	-	0.135	=	-0.026	0.00067

Año	Riesgo real de acción "D"						
2005	=	-0.155	-	0.135	=	-0.290	0.08422
2006	=	0.200	-	0.135	=	0.064	0.00413
2007	=	0.138	-	0.135	=	0.003	0.00001
						Sumatoria =	0.15113
						Periodos	5
						Varianza =	0.030
$\sigma = \sqrt{0.030}$							
$\sigma = 0.174 \quad 17.39\%$							

Ejemplo 5. Acción E.

Año	Rendimiento real	Rendimiento Esperado de la acción "E"
2003	-0.019	0.037
2004	0.119	0.037
2005	0.014	0.037
2006	0.047	0.037
2007	0.025	0.037

Cálculo:

Año	Riesgo real de acción "E"						
	Rr	\bar{R}		$(Rr - \bar{R})^2$			
2003	=	-0.019	-	0.037	=	-0.057	0.0032
2004	=	0.119	-	0.037	=	0.082	0.0067
2005	=	0.014	-	0.037	=	-0.024	0.0006

Año	Riesgo real de acción "E"						
2006	=	0.047	-	0.037	=	0.010	0.0001
2007	=	0.025	-	0.037	=	-0.012	0.0001
Sumatoria =						0.0107	
Periodos						5	
Varianza =						0.002	
$\sigma = \sqrt{0.002}$							
$\sigma = 0.046 \quad 4.63\%$							

Ejemplo 6. Acción F.

Año	Rendimiento real	Rendimiento Esperado de la acción "F"
2003	0.073	0.065
2004	0.162	0.065
2005	0.110	0.065
2006	-0.087	0.065
2007	0.068	0.065

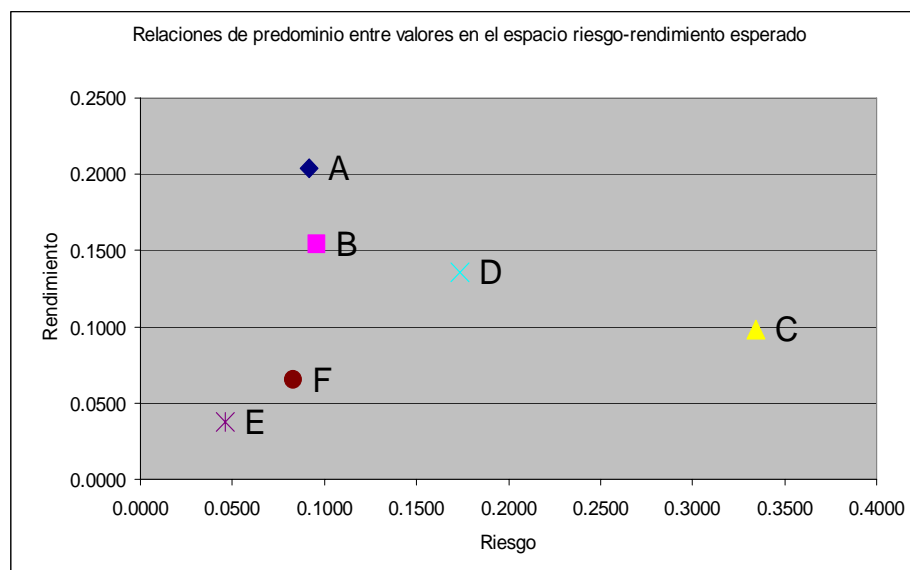
Cálculo:

Año	Riesgo real de acción "F"						
	Rr	\bar{R}		$(Rr - \bar{R})^2$			
2003	=	0.073	-	0.065	=	0.008	0.00006
2004	=	0.162	-	0.065	=	0.097	0.00937
2005	=	0.110	-	0.065	=	0.044	0.00196
2006	=	-0.087	-	0.065	=	-0.152	0.02311

Año	Riesgo real de acción "F"						
2007	=	0.068	-	0.065	=	0.003	0.00001
						Sumatoria =	0.0345
						Periodos	5
						Varianza =	0.007
$\sigma = \sqrt{0.007}$							
$\sigma = 0.083 \quad 8.31\%$							

En base a los casos presentados anteriormente elaborar la siguiente gráfica de relación de predominio de las acciones.

Acción	Riesgo	Rendimiento
A	0.091	0.204
B	0.096	0.154
C	0.335	0.098
D	0.174	0.135
E	0.046	0.037
F	0.083	0.065



Al comparar los valores de las acciones A, B, C, D, E y F, es obvio que todo inversionista racional no invertiría en las acciones B, C y D, debido a que tiene mayor riesgo y un rendimiento menor en comparación de A. Preferiría el valor de A, E y F. Sin embargo no todos invertirán en un valor en específico dado a que hay inversionistas muy arriesgados que preferirían invertir en A, y otros en B, los consideramos inversionistas promedio, y aunque también existen los inversionistas conservadores y a los cuales no les gusta correr mucho riesgo, ellos preferirían invertir en E.

1.7. RENDIMIENTO ESPERADO DE UNA CARTERA DE RIESGO CON DOS ACTIVOS.

Si tenemos una cartera integrada por dos activos, el rendimiento esperado dependerá de los rendimientos obtenidos en cada uno de ellos por separado y el porcentaje invertido en cada uno de ellos.

El rendimiento esperado de una cartera de dos activos se obtiene con la siguiente fórmula.

$$\bar{R}_p = W_A \bar{R}_A + W_B \bar{R}_B$$

Donde:

$$W_A + W_B = 1$$

\bar{R}_p = Rendimiento esperado real del portafolio.

W_A = Proporción que se invierte en el activo A.

\bar{R}_A = Rendimiento esperado real del activo A.

W_B = Proporción que se invierte en el activo B.

\bar{R}_B = Rendimiento esperado real del activo B.

En seguida se calcularán los rendimientos de portafolios de las acciones AB, BC, CD, DE, EF y FA.

Ejemplo 1. Acción AB.

Acción	Rendimiento
A	0.204
B	0.154

Cálculo:

Rendimiento del portafolio				
W_A	\bar{R}_A	W_B	\bar{R}_B	\bar{R}_P
1	x 0.204	+	0 x 0.154	= 0.204
0.8	x 0.204	+	0.2 x 0.154	= 0.194
0.6	x 0.204	+	0.4 x 0.154	= 0.184
0.4	x 0.204	+	0.6 x 0.154	= 0.174
0.2	x 0.204	+	0.8 x 0.154	= 0.164
0	x 0.204	+	1 x 0.154	= 0.154

Ejemplo 2. Acción BC.

Acción	Rendimiento
B	0.154
C	0.098

Cálculo:

Rendimiento del portafolio				
W_B	\bar{R}_B	W_C	\bar{R}_C	\bar{R}_P
1	x 0.154	+	0 x 0.098	= 0.154
0.8	x 0.154	+	0.2 x 0.098	= 0.143
0.6	x 0.154	+	0.4 x 0.098	= 0.132

Rendimiento del portafolio				
0.4	x	0.154	+	0.6 x 0.098 = 0.120
0.2	x	0.154	+	0.8 x 0.098 = 0.109
0	x	0.154	+	1 x 0.098 = 0.098

Ejemplo 3. Acción CD.

Acción	Rendimiento
C	0.098
D	0.135

Cálculo:

Rendimiento del portafolio						
W_C		\bar{R}_C		W_D	\bar{R}_D	\bar{R}_P
1	x	0.098	+	0	x 0.135 =	0.098
0.8	x	0.098	+	0.2	x 0.135 =	0.105
0.6	x	0.098	+	0.4	x 0.135 =	0.113
0.4	x	0.098	+	0.6	x 0.135 =	0.120
0.2	x	0.098	+	0.8	x 0.135 =	0.128
0	x	0.098	+	1	x 0.135 =	0.135

Ejemplo 4. Acción DE.

Acción	Rendimiento
D	0.135
E	0.037

Cálculo:

Rendimiento del portafolio						
W_D		\bar{R}_D		W_E	\bar{R}_E	\bar{R}_P
1	x	0.135	+	0	x 0.037 =	0.135

Rendimiento del portafolio				
0.8	x	0.135	+	0.2 x 0.037 = 0.116
0.6	x	0.135	+	0.4 x 0.037 = 0.096
0.4	x	0.135	+	0.6 x 0.037 = 0.077
0.2	x	0.135	+	0.8 x 0.037 = 0.057
0	x	0.135	+	1 x 0.037 = 0.037

Ejemplo 5. Acción EF.

Acción	Rendimiento
E	0.037
F	0.065

Cálculo:

Rendimiento del portafolio						
W_E		\bar{R}_E		W_F	\bar{R}_F	\bar{R}_P
1	x	0.037	+	0	x 0.065 =	0.037
0.8	x	0.037	+	0.2	x 0.065 =	0.043
0.6	x	0.037	+	0.4	x 0.065 =	0.049
0.4	x	0.037	+	0.6	x 0.065 =	0.054
0.2	x	0.037	+	0.8	x 0.065 =	0.060
0	x	0.037	+	1	x 0.065 =	0.065

Ejemplo 6. Acción FA.

Acción	Rendimiento
F	0.065
A	0.204

Cálculo:

Rendimiento del portafolio				
W_F	\bar{R}_F	W_A	\bar{R}_A	\bar{R}_P
1	x 0.065	+ 0	x 0.204 =	0.065
0.8	x 0.065	+ 0.2	x 0.204 =	0.093
0.6	x 0.065	+ 0.4	x 0.204 =	0.121
0.4	x 0.065	+ 0.6	x 0.204 =	0.149
0.2	x 0.065	+ 0.8	x 0.204 =	0.176
0	x 0.065	+ 1	x 0.204 =	0.204

1.8. RIESGO DE UNA CARTERA DE DOS ACTIVOS.

El riesgo de una cartera de dos activos depende del porcentaje invertido en cada uno de los activos, de sus riesgos individuales, pero sobre todo de la correlación entre sus rendimientos.

La fórmula del riesgo de una cartera de dos activos, medido a partir de su desviación estándar y utilizando el coeficiente de correlación entre los rendimientos de los activos, es la siguiente:

$$\sigma_p = \sqrt{W_A^2 \sigma_A^2 + W_B^2 \sigma_B^2 + 2W_A W_B \sigma_A \sigma_B \rho_{A,B}}$$

Donde:

σ_A =Desviación estándar del rendimiento de A.

σ_B = Desviación estándar del rendimiento de B.

$\rho_{A,B}$ =Coeficiente de correlación de los rendimientos de A con B.

1.9. CORRELACIÓN DE CARTERA DE DOS ACTIVOS.

Así mismo el coeficiente de correlación se define de la siguiente manera:

$$\rho_{A,B} = \frac{COV_{A,B}}{\sigma_A \sigma_B}$$

Donde:

$COV_{A,B}$ =Covarianza de los rendimientos de A con B.

Es decir, el coeficiente de correlación es fundamentalmente una covarianza graduada, el cual se encuentra entre los valores -1 y +1.

- ♣ Si la correlación es mayor que cero, esto significa de los rendimientos de las dos acciones tienden a moverse en la misma dirección cuando cambian.
- ♣ Un valor negativo para la correlación señala que los rendimientos de las dos acciones tienden a moverse en direcciones opuestas.
- ♣ Si la correlación es igual a cero, significa de los rendimientos de las dos acciones no siguen un patrón definido entre ellas y se consideran independientes.

El riesgo de una cartera depende en este sentido de la tendencia de los rendimientos de los activos en la cartera a moverse en forma conjunta. Matemáticamente esta tendencia de los rendimientos a moverse en forma conjunta, se mide mediante la “covarianza” de los rendimientos la cual se traduce en el coeficiente de correlación. Para calcular la covarianza de los rendimientos de dos activos, el inversionista necesita conocer los rendimientos de cada acción en cada periodo y aplicar la siguiente fórmula:

$$COV_{A,B} = \frac{\sum_{t=1}^n (R_{A,t} - \bar{R}_A)(R_{B,t} - \bar{R}_B)}{n}$$

A su vez la siguiente fórmula se puede usar en el cálculo de la correlación de los rendimientos entre dos acciones:

$$\rho_{A,B} = \frac{COV_{A,B}}{w_A w_B}$$

Con una correlación menor que uno es suficiente para tener un efecto deseable para el inversionista, ya que puede invertir en carteras de acciones, obteniendo un mejor intercambio entre riesgo y rendimiento que si invierte en una sola acción.

En seguida se calcularán a) covarianza, b) correlación y c) riesgo de los portafolios de las acciones AB, BC, CD, DE, EF y FA.

Ejemplo 1. Acción AB.

Cálculos:

a)

Año	Rendimiento real de la acción "A"	Rendimiento real de la acción "B"
2003	0.307	0.298
2004	0.168	0.059
2005	0.111	0.138
2006	0.320	0.225
2007	0.115	0.051

Año	Covarianza						
	$R_{A,i}$	\bar{R}_A	$R_{A,i} - \bar{R}_A$	$R_{B,i}$	\bar{R}_B	$R_{B,i} - \bar{R}_B$	$(R_{A,i} - \bar{R}_A)(R_{B,i} - \bar{R}_B)$
2003	0.307	0.204	= 0.103	0.298	0.154	= 0.144	0.103 x 0.144 = 0.015
2004	0.168	0.204	= -0.036	0.059	0.154	= -0.095	-0.036 x -0.095 = 0.003
2005	0.111	0.204	= -0.093	0.138	0.154	= -0.016	-0.093 x -0.016 = 0.001
2006	0.320	0.204	= 0.116	0.225	0.154	= 0.071	0.116 x 0.071 = 0.008
2007	0.115	0.204	= -0.090	0.051	0.154	= -0.104	-0.090 x -0.104 = 0.009
Suma							0.037
Periodos							5
Covarianza							0.007

Año		Covarianza
\bar{R}_A	=	0.204
\bar{R}_B	=	0.154

b)

Coeficiente de correlación		
$r_{A,B}$	=	$\frac{0.007}{0.091 \times 0.096} = 0.849$

Lo que significa que los rendimientos de las acciones A y B tienden a moverse en la misma dirección cuando cambian.

c)

Riesgo acción "A"	Riesgo acción "B"	Coeficiente de correlación
0.091	0.096	0.849

Nº de portafolio		Riesgo de los portafolios													
	$\sqrt{\quad}$	W_A^2	σ_A^2	+	W_B^2	σ_B^2	+	2	W_A	W_B	σ_A	σ_B	$r_{A,B}$	=	σ_p
1	$\sqrt{\quad}$	1.000	0.008	+	0.000	0.009	+	2	1.0	0.0	0.091	0.096	0.849	=	0.091
2	$\sqrt{\quad}$	0.640	0.008	+	0.040	0.009	+	2	0.8	0.2	0.091	0.096	0.849	=	0.090
3	$\sqrt{\quad}$	0.360	0.008	+	0.160	0.009	+	2	0.6	0.4	0.091	0.096	0.849	=	0.090
4	$\sqrt{\quad}$	0.160	0.008	+	0.360	0.009	+	2	0.4	0.6	0.091	0.096	0.849	=	0.091
5	$\sqrt{\quad}$	0.040	0.008	+	0.640	0.009	+	2	0.2	0.8	0.091	0.096	0.849	=	0.093
6	$\sqrt{\quad}$	0.000	0.008	+	1.000	0.009	+	2	0.0	1.0	0.091	0.096	0.849	=	0.096

Ejemplo 2. Acción BC.

Cálculos:

a)

Año	Rendimiento real de la acción "B"	Rendimiento real de la acción "C"
2003	0.298	0.136
2004	0.059	0.252
2005	0.138	-0.237
2006	0.225	0.623
2007	0.051	-0.285

Año	Covarianza						
	$R_{B,i}$	\bar{R}_B	$R_{B,i} - \bar{R}_B$	$R_{C,i}$	\bar{R}_C	$R_{C,i} - \bar{R}_C$	$(R_{B,i} - \bar{R}_B)(R_{C,i} - \bar{R}_C)$
2003	0.298	0.154	= 0.144	0.136	0.098	= 0.038	0.144 x 0.038 = 0.005
2004	0.059	0.154	= -0.095	0.252	0.098	= 0.154	-0.095 x 0.154 = -0.015
2005	0.138	0.154	= -0.016	-0.237	0.098	= -0.335	-0.016 x -0.335 = 0.005
2006	0.225	0.154	= 0.071	0.623	0.098	= 0.526	0.071 x 0.526 = 0.037
2007	0.051	0.154	= -0.104	-0.285	0.098	= -0.383	-0.104 x -0.383 = 0.040
Suma							0.073
Periodos							5
Covarianza							0.015
\bar{R}_B	=		0.154				
\bar{R}_C	=		0.098				

b)

Coeficiente de correlación	
$r_{B,C}$	$= \frac{0.015}{0.096 \times 0.335} = 0.457$

Lo que significa que los rendimientos de las acciones B y C tienden a moverse en la misma dirección cuando cambian.

c)

Riesgo acción "B"	Riesgo acción "C"	Coefficiente de correlación
0.096	0.335	0.457

N° de portafolio	Riesgo de los portafolios													
	$\sqrt{W_B^2 \sigma_B^2 + W_C^2 \sigma_C^2 + 2 W_B W_C \sigma_B \sigma_C r_{B,C}}$	W_B^2	σ_B^2	+	W_C^2	σ_C^2	+ 2	$W_B W_C$	σ_B	σ_C	$r_{B,C}$	=	σ_P	
1	$\sqrt{1.000 \cdot 0.009 + 0.000 \cdot 0.112 + 2 \cdot 1.0 \cdot 0.0 \cdot 0.096 \cdot 0.335 \cdot 0.457}$	1.000	0.009	+	0.000	0.112	+ 2	1.0	0.0	0.096	0.335	0.457	=	0.096
2	$\sqrt{0.640 \cdot 0.009 + 0.040 \cdot 0.112 + 2 \cdot 0.8 \cdot 0.2 \cdot 0.096 \cdot 0.335 \cdot 0.457}$	0.640	0.009	+	0.040	0.112	+ 2	0.8	0.2	0.096	0.335	0.457	=	0.123
3	$\sqrt{0.360 \cdot 0.009 + 0.160 \cdot 0.112 + 2 \cdot 0.6 \cdot 0.4 \cdot 0.096 \cdot 0.335 \cdot 0.457}$	0.360	0.009	+	0.160	0.112	+ 2	0.6	0.4	0.096	0.335	0.457	=	0.168
4	$\sqrt{0.160 \cdot 0.009 + 0.360 \cdot 0.112 + 2 \cdot 0.4 \cdot 0.6 \cdot 0.096 \cdot 0.335 \cdot 0.457}$	0.160	0.009	+	0.360	0.112	+ 2	0.4	0.6	0.096	0.335	0.457	=	0.221
5	$\sqrt{0.040 \cdot 0.009 + 0.640 \cdot 0.112 + 2 \cdot 0.2 \cdot 0.8 \cdot 0.096 \cdot 0.335 \cdot 0.457}$	0.040	0.009	+	0.640	0.112	+ 2	0.2	0.8	0.096	0.335	0.457	=	0.277
6	$\sqrt{0.000 \cdot 0.009 + 1.000 \cdot 0.112 + 2 \cdot 0.0 \cdot 1.0 \cdot 0.096 \cdot 0.335 \cdot 0.457}$	0.000	0.009	+	1.000	0.112	+ 2	0.0	1.0	0.096	0.335	0.457	=	0.335

Ejemplo 3. Acción CD.

Cálculos:

a)

Año	Rendimiento real de la acción "C"	Rendimiento real de la acción "D"
2003	0.136	0.385
2004	0.252	0.110
2005	-0.237	-0.155
2006	0.623	0.200
2007	-0.285	0.138

Año	Covarianza						
	$R_{C,i}$	\bar{R}_C	$R_{C,i} - \bar{R}_C$	$R_{D,i}$	\bar{R}_D	$R_{E,i} - \bar{R}_E$	$(R_{D,i} - \bar{R}_D)(R_{E,i} - \bar{R}_E)$
2003	0.136	0.098	= 0.038	0.385	0.135	= 0.250	0.038 x 0.250 = 0.009
2004	0.252	0.098	= 0.154	0.110	0.135	= -0.025	0.154 x -0.025 = -0.004
2005	-0.237	0.098	= -0.335	-0.155	0.135	= -0.290	-0.335 x -0.290 = 0.097
2006	0.623	0.098	= 0.525	0.200	0.135	= 0.065	0.525 x 0.065 = 0.034
2007	-0.285	0.098	= -0.383	0.138	0.135	= 0.003	-0.383 x 0.003 = -0.001

Año	Covarianza	
Suma		0.136
Periodos		5
Covarianza		0.027
\bar{R}_C =	0.098	
\bar{R}_D =	0.135	

b)

Coeficiente de correlación	
$r_{C,D} = \frac{0.027}{0.335 \times 0.174} =$	0.466

Lo que significa que los rendimientos de las acciones C y D tienden a moverse en la misma dirección cuando cambian.

c)

Riesgo acción "C"	Riesgo acción "D"	Coeficiente de correlación
0.335	0.174	0.466

N° de portafolio	Riesgo de los portafolios									
	$\sqrt{W_C^2 \sigma_C^2 + W_D^2 \sigma_D^2 + 2 W_C W_D \sigma_C \sigma_D r_{C,D}}$	σ_C	σ_D	$r_{C,D}$	σ_P					
1	$\sqrt{1.000 \cdot 0.112 + 0.000 \cdot 0.030 + 2 \cdot 1.0 \cdot 0.0 \cdot 0.335 \cdot 0.174 \cdot 0.466}$	0.335	0.174	0.466	0.3346					
2	$\sqrt{0.640 \cdot 0.112 + 0.040 \cdot 0.030 + 2 \cdot 0.8 \cdot 0.2 \cdot 0.335 \cdot 0.174 \cdot 0.466}$	0.335	0.174	0.466	0.2856					
3	$\sqrt{0.360 \cdot 0.112 + 0.160 \cdot 0.030 + 2 \cdot 0.6 \cdot 0.4 \cdot 0.335 \cdot 0.174 \cdot 0.466}$	0.335	0.174	0.466	0.2412					
4	$\sqrt{0.160 \cdot 0.112 + 0.360 \cdot 0.030 + 2 \cdot 0.4 \cdot 0.6 \cdot 0.335 \cdot 0.174 \cdot 0.466}$	0.335	0.174	0.466	0.2046					
5	$\sqrt{0.040 \cdot 0.112 + 0.640 \cdot 0.030 + 2 \cdot 0.2 \cdot 0.8 \cdot 0.335 \cdot 0.174 \cdot 0.466}$	0.335	0.174	0.466	0.1804					
6	$\sqrt{0.000 \cdot 0.112 + 1.000 \cdot 0.030 + 2 \cdot 0.0 \cdot 1.0 \cdot 0.335 \cdot 0.174 \cdot 0.466}$	0.335	0.174	0.466	0.1740					

Ejemplo 4. Acción DE.

Cálculos:

a)

Año	Rendimiento real de la acción "D"	Rendimiento real de la acción "E"
2003	0.385	-0.019
2004	0.110	0.119
2005	-0.155	0.014
2006	0.200	0.047
2007	0.138	0.025

Año	Covarianza						
	$R_{D,i}$	\bar{R}_D	$R_{D,i} - \bar{R}_D$	$R_{E,i}$	\bar{R}_E	$R_{E,i} - \bar{R}_E$	$(R_{D,i} - \bar{R}_D)(R_{E,i} - \bar{R}_E)$
2003	0.385	0.135	= 0.249	-0.019	0.037	= -0.057	0.249 x -0.057 = -0.014
2004	0.110	0.135	= -0.026	0.119	0.037	= 0.082	-0.026 x 0.082 = -0.002
2005	-0.155	0.135	= -0.290	0.014	0.037	= -0.024	-0.290 x -0.024 = 0.007
2006	0.200	0.135	= 0.064	0.047	0.037	= 0.010	0.064 x 0.010 = 0.001
2007	0.138	0.135	= 0.003	0.025	0.037	= -0.012	0.003 x -0.012 = 0.000
Suma							-0.009
Periodos							5
Covarianza							-0.002
\bar{R}_D	=						0.135
\bar{R}_E	=						0.037

b)

Coeficiente de correlación	
$r_{D,E}$	$= \frac{-0.002}{0.174 \times 0.046} = -0.218$

Lo que significa que los rendimientos de las acciones D y E tienden a moverse en direcciones opuestas.

c)

Riesgo acción "D"	Riesgo acción "E"	Coefficiente de correlación
0.174	0.046	-0.218

N° de portafolio	Riesgo de los portafolios												
	$\sqrt{\quad}$	w_D^2	σ_D^2	+	w_E^2	σ_E^2	+ 2	w_D	w_E	σ_D	σ_E	$r_{D,E}$	σ_P
1	$\sqrt{\quad}$	1.000	0.030	+	0.000	0.002	+ 2	1.0	0.0	0.174	0.046	-0.218	= 0.174
2	$\sqrt{\quad}$	0.640	0.030	+	0.040	0.002	+ 2	0.8	0.2	0.174	0.046	-0.218	= 0.137
3	$\sqrt{\quad}$	0.360	0.030	+	0.160	0.002	+ 2	0.6	0.4	0.174	0.046	-0.218	= 0.102
4	$\sqrt{\quad}$	0.160	0.030	+	0.360	0.002	+ 2	0.4	0.6	0.174	0.046	-0.218	= 0.069
5	$\sqrt{\quad}$	0.040	0.030	+	0.640	0.002	+ 2	0.2	0.8	0.174	0.046	-0.218	= 0.045
6	$\sqrt{\quad}$	0.000	0.030	+	1.000	0.002	+ 2	0.0	1.0	0.174	0.046	-0.218	= 0.046

Ejemplo 5. Acción EF.

Cálculos:

a)

Año	Rendimiento real de la acción "E"	Rendimiento real de la acción "F"
2003	-0.019	0.073
2004	0.119	0.162
2005	0.014	0.110
2006	0.047	-0.087
2007	0.025	0.068

Año	Covarianza						
	$R_{E,i}$	\bar{R}_E	$R_{E,i} - \bar{R}_E$	$R_{F,i}$	\bar{R}_F	$R_{F,i} - \bar{R}_F$	$(R_{E,i} - \bar{R}_E)(R_{F,i} - \bar{R}_F)$
2003	-0.019	0.037	= -0.057	0.073	0.065	= 0.008	-0.057 x 0.008 = 0.000
2004	0.119	0.037	= 0.082	0.162	0.065	= 0.097	0.082 x 0.097 = 0.008
2005	0.014	0.037	= -0.024	0.110	0.065	= 0.044	-0.024 x 0.044 = -0.001
2006	0.047	0.037	= 0.010	-0.087	0.065	= -0.152	0.010 x -0.152 = -0.002

Año	Covarianza														
2007	0.025	-	0.037	=	-0.012	0.068	-	0.065	=	0.003	-0.012	x	0.003	=	0.000
Suma														0.005	
Periodos														5	
Covarianza														0.0010	
\bar{R}_E	=												0.037		
\bar{R}_F	=												0.065		

b)

Coeficiente de correlación	
$r_{E,F}$	$= \frac{0.001}{0.046 \times 0.083} = 0.254$

Lo que significa que los rendimientos de las acciones E y F tienden a moverse en la misma dirección cuando cambian.

c)

Riesgo acción "E"	Riesgo acción "F"	Coeficiente de correlación
0.046	0.083	0.254

Nº de portafolio	Riesgo de los portafolios													
$\sqrt{\quad}$	W_E^2	σ_E^2	+	W_F^2	σ_F^2	+ 2	W_E	W_F	σ_E	σ_F	$r_{E,F}$	=	σ_P	
1	$\sqrt{\quad}$	1.000	0.002	+	0.000	0.007	+ 2	1.0	0.0	0.046	0.083	0.254	=	0.046
2	$\sqrt{\quad}$	0.640	0.002	+	0.040	0.007	+ 2	0.8	0.2	0.046	0.083	0.254	=	0.044
3	$\sqrt{\quad}$	0.360	0.002	+	0.160	0.007	+ 2	0.6	0.4	0.046	0.083	0.254	=	0.048
4	$\sqrt{\quad}$	0.160	0.002	+	0.360	0.007	+ 2	0.4	0.6	0.046	0.083	0.254	=	0.057
5	$\sqrt{\quad}$	0.040	0.002	+	0.640	0.007	+ 2	0.2	0.8	0.046	0.083	0.254	=	0.069
6	$\sqrt{\quad}$	0.000	0.002	+	1.000	0.007	+ 2	0.0	1.0	0.046	0.083	0.254	=	0.083

Ejemplo 6. Acción FA.

Cálculos:

a)

Año	Rendimiento real de la acción "F"	Rendimiento real de la acción "A"
2003	0.073	0.307
2004	0.162	0.168
2005	0.110	0.111
2006	-0.087	0.320
2007	0.068	0.115

Año	Covarianza						
	$R_{F,i}$	\bar{R}_F	$R_{F,i} - \bar{R}_F$	$R_{A,i}$	\bar{R}_A	$R_{A,i} - \bar{R}_A$	$(R_{F,i} - \bar{R}_F)(R_{A,i} - \bar{R}_A)$
2003	0.073	0.065	= 0.008	0.307	0.204	= 0.103	0.008 x 0.103 = 0.001
2004	0.162	0.065	= 0.097	0.168	0.204	= -0.036	0.097 x -0.036 = -0.003
2005	0.110	0.065	= 0.044	0.111	0.204	= -0.093	0.044 x -0.093 = -0.004
2006	-0.087	0.065	= -0.152	0.320	0.204	= 0.116	-0.152 x 0.116 = -0.018
2007	0.068	0.065	= 0.003	0.115	0.204	= -0.090	0.003 x -0.090 = 0.000
Suma							-0.025
Periodos							5
Covarianza							-0.005
\bar{R}_F	=						0.065
\bar{R}_A	=						0.204

b)

Coeficiente de correlación	
$r_{F,A}$	$= \frac{-0.005}{0.083 \times 0.091} = -0.648$

Lo que significa que los rendimientos de las acciones F y A tienden a moverse en direcciones opuestas.

c)

Riesgo acción "F"	Riesgo acción "A"	Coefficiente de correlación
0.083	0.091	-0.648

N° de portafolio	Riesgo de los portafolios													
	$\sqrt{\quad}$	W_F^2	σ_F^2	+	W_A^2	σ_A^2	+ 2	W_F	W_A	σ_F	σ_A	$r_{F,A}$	σ_P	
1	$\sqrt{\quad}$	1.000	0.007	+	0.000	0.008	+ 2	1.0	0.0	0.083	0.091	-0.648	=	0.0831
2	$\sqrt{\quad}$	0.640	0.007	+	0.040	0.008	+ 2	0.8	0.2	0.083	0.091	-0.648	=	0.0564
3	$\sqrt{\quad}$	0.360	0.007	+	0.160	0.008	+ 2	0.6	0.4	0.083	0.091	-0.648	=	0.0382
4	$\sqrt{\quad}$	0.160	0.007	+	0.360	0.008	+ 2	0.4	0.6	0.083	0.091	-0.648	=	0.0419
5	$\sqrt{\quad}$	0.040	0.007	+	0.640	0.008	+ 2	0.2	0.8	0.083	0.091	-0.648	=	0.0637
6	$\sqrt{\quad}$	0.000	0.007	+	1.000	0.008	+ 2	0.0	1.0	0.083	0.091	-0.648	=	0.0914

1.10. CARTERAS DE DOS ACTIVOS, CON UN ACTIVO LIBRE DE RIESGO.

Un activo libre de riesgo es aquel en el que no se obtiene riesgo de falta de pago, por lo que hay la seguridad de que pague su rendimiento esperado. Por la misma razón tampoco puede existir varianza de los rendimientos del activo libre de riesgo. Por lo tanto, el rendimiento esperado del activo libre de riesgo es un rendimiento cierto y su desviación estándar es cero.

El rendimiento esperado de una cartera compuesta por el activo libre de riesgo Z y un activo riesgoso B es tan solo el promedio ponderado de los rendimientos esperados, siendo las ponderaciones los porcentajes de los fondos asignados a los dos activos. Sin embargo, en el caso del activo libre de riesgo el rendimiento esperado es seguro, debido a que no existe riesgo de falta de pago. Por lo tanto el rendimiento esperado para la cartera que incluye el activo libre de riesgo es:

$$\bar{R}_c = W_Z \bar{R}_Z + W_B \bar{R}_B$$

De igual forma sigue en vigor la ecuación original para la varianza de la cartera de dos activos, tal como se determinó mediante la ecuación siguiente:

$$\sigma_P^2 = W_Z^2 \sigma_Z^2 + W_B^2 \sigma_B^2 + 2W_Z W_B \sigma_Z \sigma_B r_{Z,B}$$

No obstante, el hecho de que R_z esté libre de riesgo tiene efectos dramáticos sobre la evaluación de la ecuación anterior. Debido a que R_z está libre de riesgo:

$$\sigma_Z^2 = 0.$$

$$\sigma_Z^2 = \text{La varianza } R_z$$

$$r_{Z,B} = 0.$$

El coeficiente de correlación entre una constante R_z , y una variable aleatoria, en este caso del activo B, es siempre cero. Así tiene que ser debido a que una constante no tiene covarianza con ningún otro activo. Como su nombre lo implica, una constante es un valor exacto constante. En la ecuación de la varianza cualquier término multiplicado por σ_Z^2 ó $r_{Z,B}$ será cero. Esto significa que los términos primero y tercero se eliminarán y el riesgo de una cartera de dos activos, que incluye R_z , será:

$$\sigma_P^2 = W_B^2 \sigma_B^2$$

Y como este es un cuadrado perfecto, la desviación estándar de la cartera será:

$$\sigma_P = W_B \sigma_B$$

Por lo que la desviación estándar de una cartera de dos activos, siendo uno de ellos un activo libre de riesgo, solo depende del nivel de riesgo del activo riesgoso y de la proporción de los fondos asignados al mismo.

Los portafolios a utilizar en los siguientes ejemplos serán:

Portafolio		
1	1	0
2	0.8	0.2
3	0.6	0.4
4	0.4	0.6
5	0.2	0.8
6	0	1

Ejemplo 1. Activo libre de riesgo Z y activos riesgosos AB.

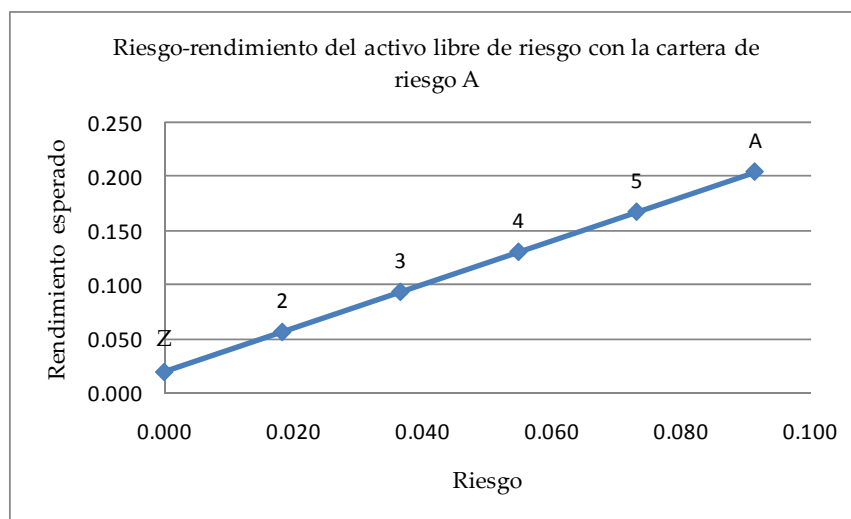
Como ejemplo de estos principios se considerará una cartera que se va a integrar con el activo libre de riesgo Z y una cartera con riesgo A, donde la información para Z y para A se encuentra en las siguientes tablas y su correspondiente gráfica.

Activo	"Z"	"A"	"B"
Rendimiento Esperado	0.02	0.204	0.154
Riesgo	0	0.091	0.096
Correlación A,B	0.849		

Riesgo de los portafolios "Z" y "A"			
W_A	x	σ_A	= σ_P
0	x	0.091	= 0
0.2	x	0.091	= 0.018
0.4	x	0.091	= 0.037
0.6	x	0.091	= 0.055
0.8	x	0.091	= 0.073
1	x	0.091	= 0.091

Rendimiento de los portafolios "Z" y "A"						
W_Z	x	R_Z	+	W_A	x	\bar{R}_A = \bar{R}_P
1	x	0.02	+	0	x	0.204 = 0.020
0.8	x	0.02	+	0.2	x	0.204 = 0.057

Rendimiento de los portafolios "Z" y "A"							
0.6	x	0.02	+	0.4	x	0.204	= 0.094
0.4	x	0.02	+	0.6	x	0.204	= 0.130
0.2	x	0.02	+	0.8	x	0.204	= 0.167
0	x	0.02	+	1	x	0.204	= 0.204



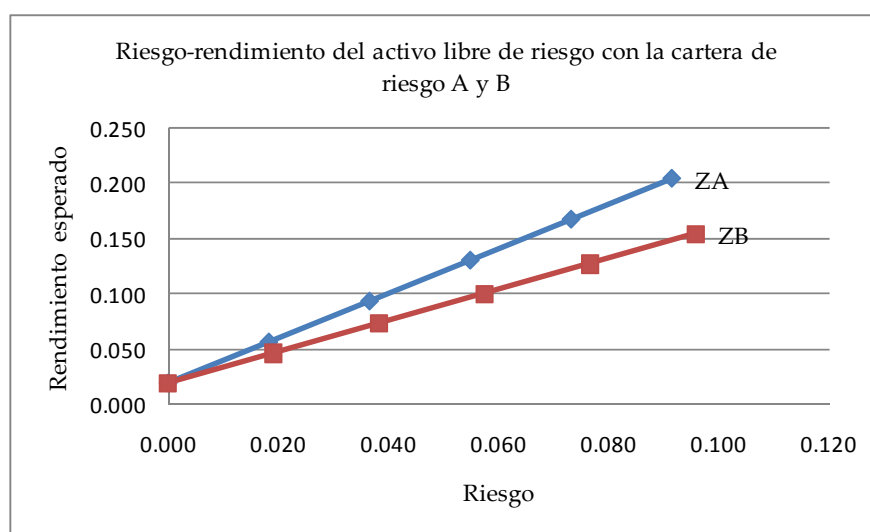
En la gráfica se muestra el activo libre de riesgo Z, el activo riesgoso A y las carteras combinadas, 2, 3, 4, 5 en el espacio de riesgo-rendimiento. Mediante la combinación de Z y A se han obtenido dichas carteras que se encuentran en una línea recta en el espacio de riesgo-rendimiento entre Z y A. Cualquier punto sobre la línea entre Z y A se puede lograr creando una cartera integrada solamente de Z y A.

En el ejemplo anterior se combinó el activo riesgoso A con el activo libre de riesgo Z, para formar carteras. Sin embargo, los inversionistas pueden tener motivos para preferir utilizar otros activos riesgosos, además de A para combinarlas con Z.

Del mismo modo que se pueden combinar Z y B para lograr carteras en la línea ZB. Tal y como se muestra en la siguiente tabla y la gráfica posterior a las mismas:

Riesgo de los portafolios "Z" y "B"				
W_B	x	σ_B	=	σ_P
0	x	0.096	=	0
0.2	x	0.096	=	0.019
0.4	x	0.096	=	0.038
0.6	x	0.096	=	0.057
0.8	x	0.096	=	0.077
1	x	0.096	=	0.096

Rendimiento de los portafolios "Z" y "B"								
W_Z	x	R_Z	+	W_B	x	\bar{R}_B	=	\bar{R}_P
1	x	0.02	+	0	x	0.154	=	0.020
0.8	x	0.02	+	0.2	x	0.154	=	0.047
0.6	x	0.02	+	0.4	x	0.154	=	0.074
0.4	x	0.02	+	0.6	x	0.154	=	0.101
0.2	x	0.02	+	0.8	x	0.154	=	0.127
0	x	0.02	+	1	x	0.154	=	0.154



En esta gráfica puede verse que cada cartera en la línea ZB está dominada por una cartera en la línea ZA. Esto significa que todos los inversionistas preferirían conservar las carteras riesgosas ZA en lugar de las carteras riesgosas ZB debido a que siempre se encontrará en mejor situación en cuanto a riesgo-rendimiento.

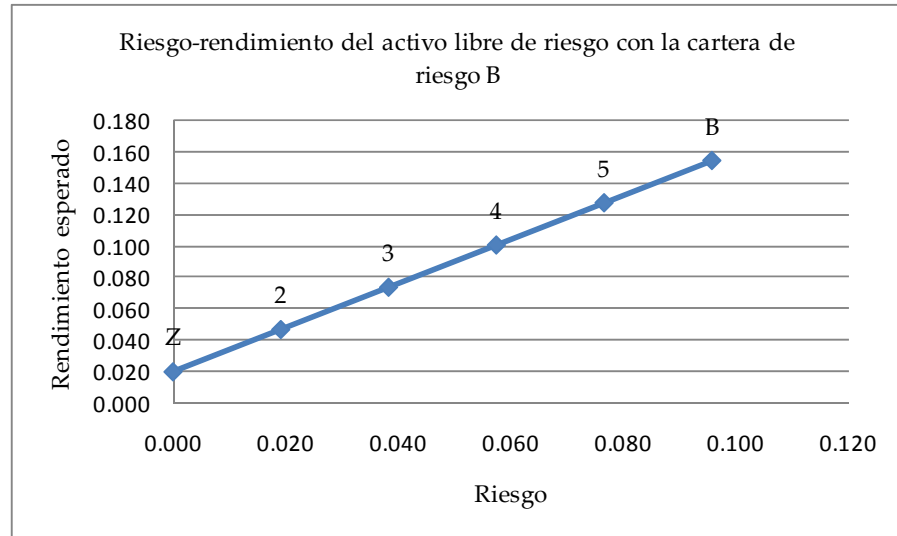
Ejemplo 2. Activo libre de riesgo Z y activos riesgosos BC.

Otro ejemplo de estos principios se considerará una cartera que se va a integrar con el activo libre de riesgo Z y una cartera con riesgo B, donde la información para Z y para B se encuentra en las siguientes tablas y su correspondiente gráfica.

Activo	"Z"	"B"	"C"
Rendimiento Esperado	0.02	0.154	0.098
Riesgo	0	0.096	0.335
Correlación B,C	0.457		

Riesgo de los portafolios "Z" y "B"				
W_B	x	σ_B	=	σ_P
0	x	0.096	=	0
0.2	x	0.096	=	0.019
0.4	x	0.096	=	0.038
0.6	x	0.096	=	0.057
0.8	x	0.096	=	0.077
1	x	0.096	=	0.096

Rendimiento de los portafolios "Z" y "B"								
W_Z	x	R_Z	+	W_B	x	\bar{R}_B	=	\bar{R}_P
1	x	0.02	+	0	x	0.154	=	0.020
0.8	x	0.02	+	0.2	x	0.154	=	0.047
0.6	x	0.02	+	0.4	x	0.154	=	0.074
0.4	x	0.02	+	0.6	x	0.154	=	0.101
0.2	x	0.02	+	0.8	x	0.154	=	0.127
0	x	0.02	+	1	x	0.154	=	0.154



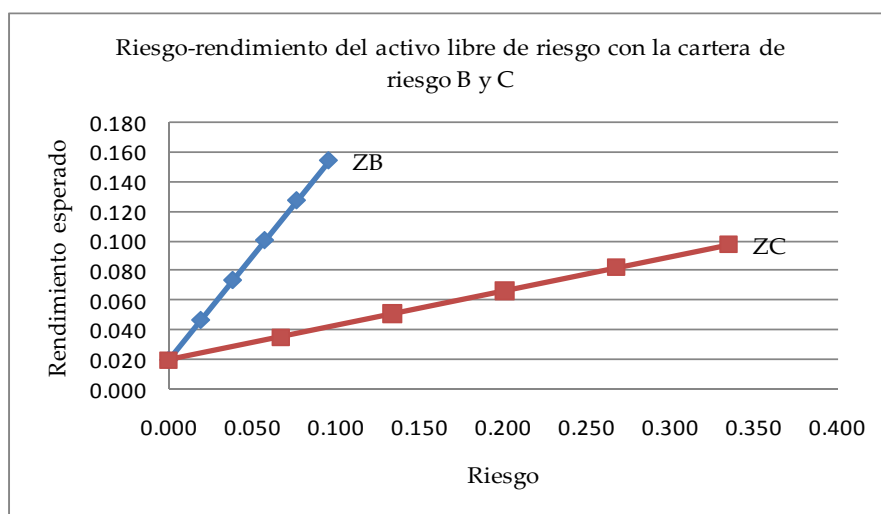
En la gráfica se muestra el activo libre de riesgo Z, el activo riesgoso B y las carteras combinadas, 2, 3, 4,5 en el espacio de riesgo-rendimiento. Mediante la combinación de Z y B se han obtenido dichas carteras que se encuentran en una línea recta en el espacio de riesgo-rendimiento entre Z y B. Cualquier punto sobre la línea entre Z y B se puede lograr creado una cartera integrada solamente de Z y B.

En el ejemplo anterior se combinó el activo riesgoso B con el activo libre de riesgo Z, para formar carteras. Sin embargo, los inversionistas pueden tener motivos para preferir utilizar otros activos riesgosos, además de B para combinarlas con Z.

Del mismo modo que se pueden combinar Z y C para lograr carteras en la línea ZC. Tal y como se muestra en la siguiente tabla y la gráfica posterior a las mismas:

Riesgo y de los portafolios "Z" y "C"				
W_C	x	σ_C	=	σ_P
0	x	0.335	=	0
0.2	x	0.335	=	0.067
0.4	x	0.335	=	0.134
0.6	x	0.335	=	0.201
0.8	x	0.335	=	0.268
1	x	0.335	=	0.335

Rendimiento y de los portafolios "Z" y "C"							
W_Z	x	R_Z	+	W_C	x	R_C	= \bar{R}_P
1	x	0.02	+	0	x	0.098	= 0.020
0.8	x	0.02	+	0.2	x	0.098	= 0.036
0.6	x	0.02	+	0.4	x	0.098	= 0.051
0.4	x	0.02	+	0.6	x	0.098	= 0.067
0.2	x	0.02	+	0.8	x	0.098	= 0.082
0	x	0.02	+	1	x	0.098	= 0.098



En esta gráfica puede verse que cada cartera en la línea ZC está dominada por una cartera en la línea ZB. Esto significa que todos los inversionistas preferirían conservar las carteras riesgosas ZB en lugar de las carteras riesgosas ZC debido a que siempre se encontrará en mejor situación en cuanto a riesgo-rendimiento.

Ejemplo 3. Activo libre de riesgo Z y activos riesgosos CD.

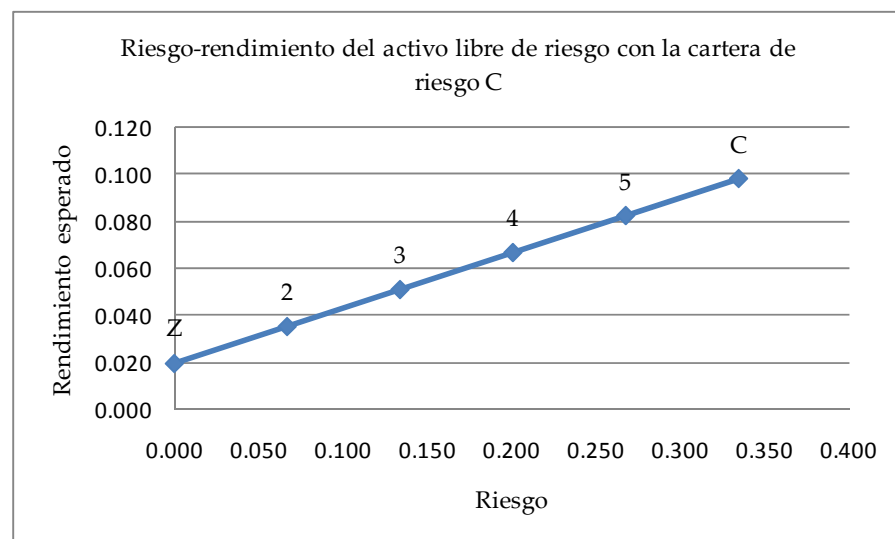
En un tercer ejemplo se considerará una cartera que se va a integrar con el activo libre de riesgo Z y una cartera con riesgo C, donde la información para Z y para C se encuentra en las siguientes tablas y su correspondiente gráfica.

Activo	"Z"	"C"	"D"
Rendimiento Esperado	0.02	0.098	0.135

Activo	"Z"	"C"	"D"
Riesgo	0	0.335	0.174
Correlación C,D	0.466		

Riesgo de los portafolios "Z" y "C"				
W_C	x	σ_C	=	σ_P
0	x	0.335	=	0
0.2	x	0.335	=	0.067
0.4	x	0.335	=	0.134
0.6	x	0.335	=	0.201
0.8	x	0.335	=	0.268
1	x	0.335	=	0.335

Rendimiento de los portafolios "Z" y "C"								
W_Z	x	R_Z	+	W_C	x	R_C	=	\bar{R}_P
1	x	0.02	+	0	x	0.098	=	0.020
0.8	x	0.02	+	0.2	x	0.098	=	0.036
0.6	x	0.02	+	0.4	x	0.098	=	0.051
0.4	x	0.02	+	0.6	x	0.098	=	0.067
0.2	x	0.02	+	0.8	x	0.098	=	0.082
0	x	0.02	+	1	x	0.098	=	0.098



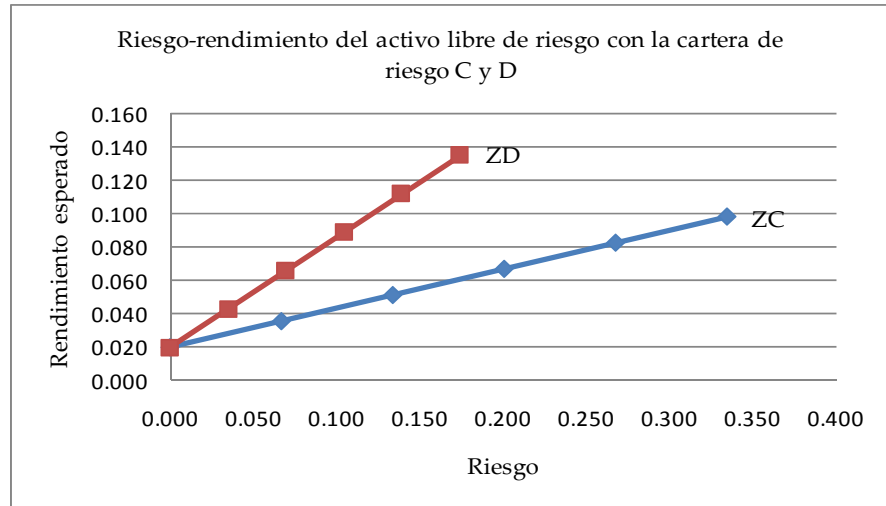
En la gráfica se muestra el activo libre de riesgo Z, el activo riesgoso C y las carteras combinadas, 2, 3,4,5 en el espacio de riesgo-rendimiento. Mediante la combinación de Z y C se han obtenido dichas carteras que se encuentran en una línea recta en el espacio de riesgo-rendimiento entre Z y C. cualquier punto sobre la línea entre Z y C se puede lograr creado una cartera integrada solamente de Z y C.

En el ejemplo anterior se combinó el activo riesgoso C con el activo libre de riesgo Z, para formar carteras. Sin embargo, los inversionistas pueden tener motivos para preferir utilizar otros activos riesgosos, además de C para combinarlas con Z.

Del mismo modo que se pueden combinar Z y D para lograr carteras en la línea ZD. Tal y como se muestra en la siguiente tabla y la gráfica posterior a las mismas:

Riesgo de los portafolios "Z" y "D"				
W_D	x	σ_D	=	σ_P
0	x	0.174	=	0
0.2	x	0.174	=	0.035
0.4	x	0.174	=	0.070
0.6	x	0.174	=	0.104
0.8	x	0.174	=	0.139
1	x	0.174	=	0.174

Rendimiento de los portafolios "Z" y "D"								
W_Z	x	R_Z	+	W_D	x	\bar{R}_D	=	\bar{R}_P
1	x	0.02	+	0	x	0.135	=	0.02
0.8	x	0.02	+	0.2	x	0.135	=	0.043
0.6	x	0.02	+	0.4	x	0.135	=	0.066
0.4	x	0.02	+	0.6	x	0.135	=	0.089
0.2	x	0.02	+	0.8	x	0.135	=	0.112
0	x	0.02	+	1	x	0.135	=	0.135



En esta gráfica puede verse que cada cartera en la línea ZC está dominada por una cartera en la línea ZD. Esto significa que todos los inversionistas preferirían conservar las carteras riesgosas ZD en lugar de las carteras riesgosas ZC debido a que siempre se encontrará en mejor situación en cuanto a riesgo-rendimiento.

Ejemplo 4. Activo libre de riesgo Z y activos riesgosos DE.

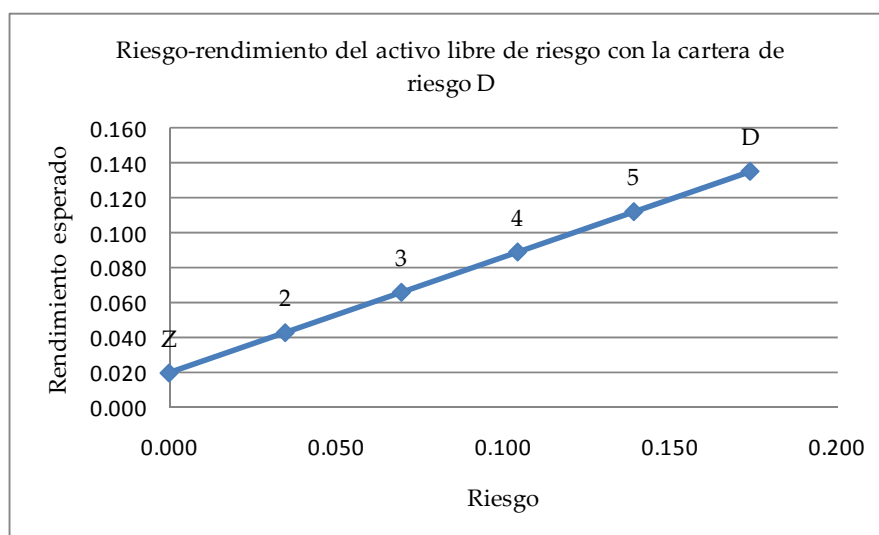
El siguiente ejemplo considera una cartera que se va a integrar con el activo libre de riesgo Z y una cartera con riesgo D, donde la información para Z y para D se encuentra en las siguientes tablas y su correspondiente gráfica.

Activo	"Z"	"D"	"E"
Rendimiento Esperado	0.02	0.135	0.037
Riesgo	0	0.174	0.046
Correlación D,E	-0.218		

Riesgo de los portafolios "Z" y "D"				
W_D	x	σ_D	=	σ_P
0	x	0.174	=	0
0.2	x	0.174	=	0.035
0.4	x	0.174	=	0.070

Riesgo de los portafolios "Z" y "D"				
0.6	x	0.174	=	0.104
0.8	x	0.174	=	0.139
1	x	0.174	=	0.174

Rendimiento de los portafolios "Z" y "D"							
W_Z	x	R_Z	+	W_D	x	\bar{R}_D	= \bar{R}_P
1	x	0.02	+	0	x	0.135	= 0.020
0.8	x	0.02	+	0.2	x	0.135	= 0.043
0.6	x	0.02	+	0.4	x	0.135	= 0.066
0.4	x	0.02	+	0.6	x	0.135	= 0.089
0.2	x	0.02	+	0.8	x	0.135	= 0.112
0	x	0.02	+	1	x	0.135	= 0.135



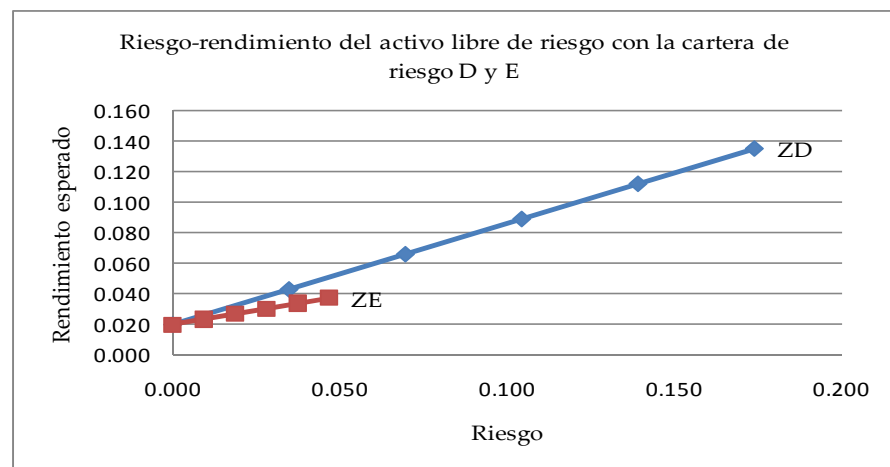
En la gráfica se muestra el activo libre de riesgo Z, el activo riesgoso D y las carteras combinadas, 2,3,4,5 en el espacio de riesgo-rendimiento. Mediante la combinación de Z y D se han obtenido dichas carteras que se encuentran en una línea recta en el espacio de riesgo-rendimiento entre Z y D. Cualquier punto sobre la línea entre Z y D se puede lograr creado una cartera integrada solamente de Z y D.

En el ejemplo anterior se combinó el activo riesgoso D con el activo libre de riesgo Z, para formar carteras. Sin embargo, los inversionistas pueden tener motivos para preferir utilizar otros activos riesgosos, además de D para combinarlas con Z.

Del mismo modo que se pueden combinar Z y E para lograr carteras en la línea ZE. Tal y como se muestra en la siguiente tabla y la gráfica posterior a las mismas:

Riesgo de los portafolios "Z" y "E"				
W_E	x	σ_E	=	σ_P
0	x	0.046	=	0
0.2	x	0.046	=	0.009
0.4	x	0.046	=	0.019
0.6	x	0.046	=	0.028
0.8	x	0.046	=	0.037
1	x	0.046	=	0.046

Rendimiento de los portafolios "Z" y "E"								
W_Z	x	R_Z	+	W_E	x	\bar{R}_E	=	\bar{R}_P
1	x	0.02	+	0	x	0.037	=	0.020
0.8	x	0.02	+	0.2	x	0.037	=	0.023
0.6	x	0.02	+	0.4	x	0.037	=	0.027
0.4	x	0.02	+	0.6	x	0.037	=	0.030
0.2	x	0.02	+	0.8	x	0.037	=	0.034
0	x	0.02	+	1	x	0.037	=	0.037



En esta gráfica puede verse que cada cartera en la línea ZE está dominada por una cartera en la línea ZD. Esto significa que todos los inversionistas preferirían conservar las carteras riesgosas ZD en lugar de las carteras riesgosas ZE debido a que siempre se encontrará en mejor situación en cuanto a riesgo-rendimiento.

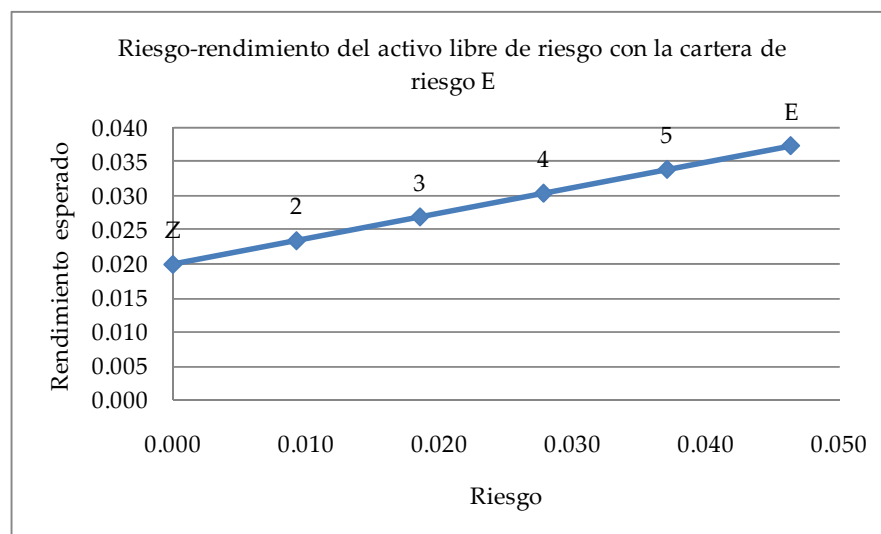
Ejemplo 5. Activo libre de riesgo Z y activos riesgosos EF.

Ahora se considerará una cartera que se va a integrar con el activo libre de riesgo Z y una cartera con riesgo E, donde la información para Z y para E se encuentra en las siguientes tablas y su correspondiente gráfica.

Activo	"Z"	"E"	"F"
Rendimiento Esperado	0.02	0.037	0.065
Riesgo	0	0.046	0.083
Correlación E,F	0.254		

Riesgo de los portafolios "Z" y "E"				
W_E	x	σ_E	=	σ_P
0	x	0.046	=	0
0.2	x	0.046	=	0.009
0.4	x	0.046	=	0.019
0.6	x	0.046	=	0.028
0.8	x	0.046	=	0.037
1	x	0.046	=	0.046

Rendimiento de los portafolios "Z" y "E"								
W_Z	x	R_Z	+	W_E	x	\bar{R}_E	=	\bar{R}_P
1	x	0.02	+	0	x	0.037	=	0.020
0.8	x	0.02	+	0.2	x	0.037	=	0.023
0.6	x	0.02	+	0.4	x	0.037	=	0.027
0.4	x	0.02	+	0.6	x	0.037	=	0.030
0.2	x	0.02	+	0.8	x	0.037	=	0.034
0	x	0.02	+	1	x	0.037	=	0.037



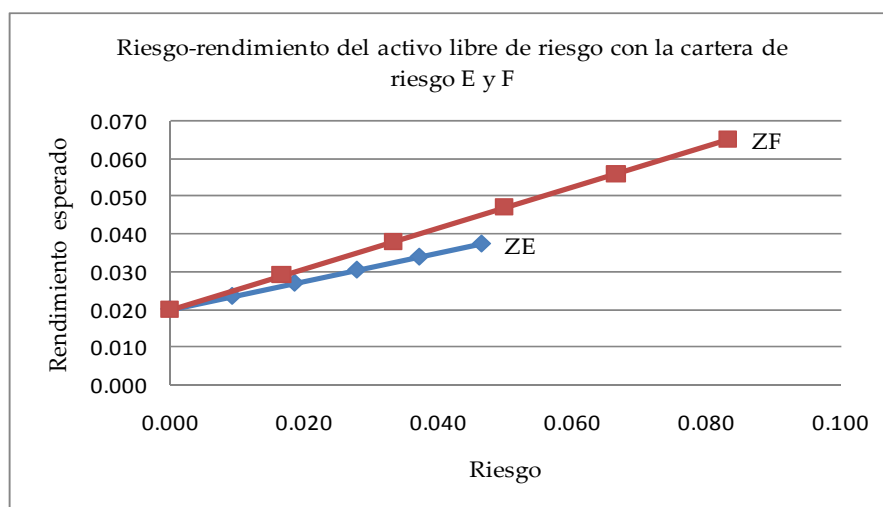
En la gráfica se muestra el activo libre de riesgo Z, el activo riesgoso E y las carteras combinadas, 2,3,4,5 en el espacio de riesgo-rendimiento. Mediante la combinación de Z y E se han obtenido dichas carteras que se encuentran en una línea recta en el espacio de riesgo-rendimiento entre Z y E. Cualquier punto sobre la línea entre Z y E se puede lograr creado una cartera integrada solamente de Z y E.

En el ejemplo anterior se combinó el activo riesgoso E con el activo libre de riesgo Z, para formar carteras. Sin embargo, los inversionistas pueden tener motivos para preferir utilizar otros activos riesgosos, además de E para combinarlas con Z.

Del mismo modo que se pueden combinar Z y F para lograr carteras en la línea ZF. Tal y como se muestra en la siguiente tabla y la gráfica posterior a las mismas:

Riesgo de los portafolios "Z" y "F"				
W_F	x	σ_F	=	σ_P
0	x	0.083	=	0
0.2	x	0.083	=	0.017
0.4	x	0.083	=	0.033
0.6	x	0.083	=	0.050
0.8	x	0.083	=	0.066
1	x	0.083	=	0.083

Rendimiento de los portafolios "Z" y "F"							
W_Z	x	R_Z	+	W_F	x	\bar{R}_F	= \bar{R}_P
1	x	0.02	+	0	x	0.065	= 0.020
0.8	x	0.02	+	0.2	x	0.065	= 0.029
0.6	x	0.02	+	0.4	x	0.065	= 0.038
0.4	x	0.02	+	0.6	x	0.065	= 0.047
0.2	x	0.02	+	0.8	x	0.065	= 0.056
0	x	0.02	+	1	x	0.065	= 0.065



En esta gráfica puede verse que cada cartera en la línea ZE está dominada por una cartera en la línea ZF. Esto significa que todos los inversionistas preferirían conservar las carteras riesgosas ZF en lugar de las carteras riesgosas ZE debido a que siempre se encontrará en mejor situación en cuanto a riesgo-rendimiento.

Ejemplo 6. Activo libre de riesgo Z y activos riesgosos FA.

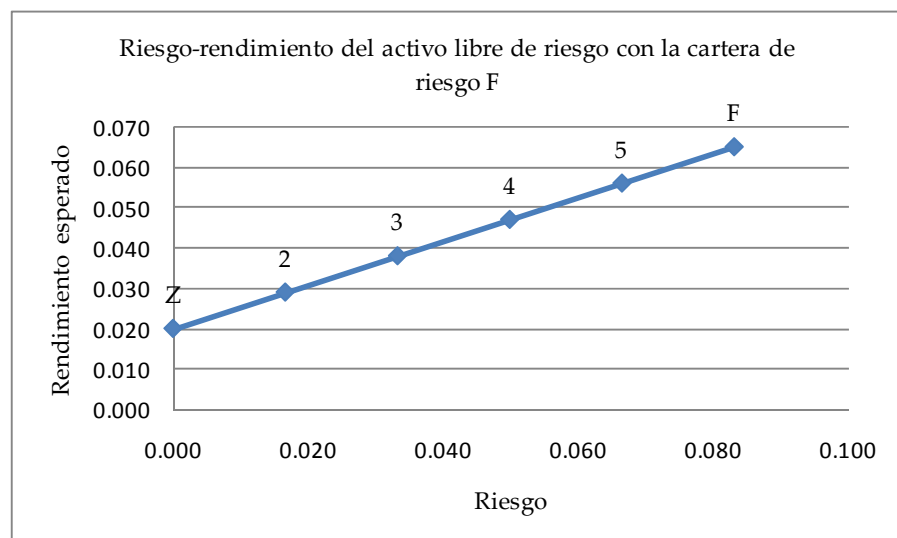
Un último ejemplo considerará una cartera que se va a integrar con el activo libre de riesgo Z y una cartera con riesgo F, donde la información para Z y para F se encuentra en las siguientes tablas y su correspondiente gráfica.

Activo	"Z"	"F"	"A"
Rendimiento Esperado	0.02	0.065	0.204

Activo	"Z"	"F"	"A"
Riesgo	0	0.083	0.091
Correlación F,A	-0.648		

Riesgo de los portafolios "Z" y "F"			
W_F	x	σ_F	= σ_P
0	x	0.083	= 0
0.2	x	0.083	= 0.017
0.4	x	0.083	= 0.033
0.6	x	0.083	= 0.050
0.8	x	0.083	= 0.066
1	x	0.083	= 0.083

Rendimiento de los portafolios "Z" y "F"							
W_Z	x	R_Z	+	W_F	x	\bar{R}_F	= \bar{R}_P
1	x	0.02	+	0	x	0.065	= 0.020
0.8	x	0.02	+	0.2	x	0.065	= 0.029
0.6	x	0.02	+	0.4	x	0.065	= 0.038
0.4	x	0.02	+	0.6	x	0.065	= 0.047
0.2	x	0.02	+	0.8	x	0.065	= 0.056
0	x	0.02	+	1	x	0.065	= 0.065



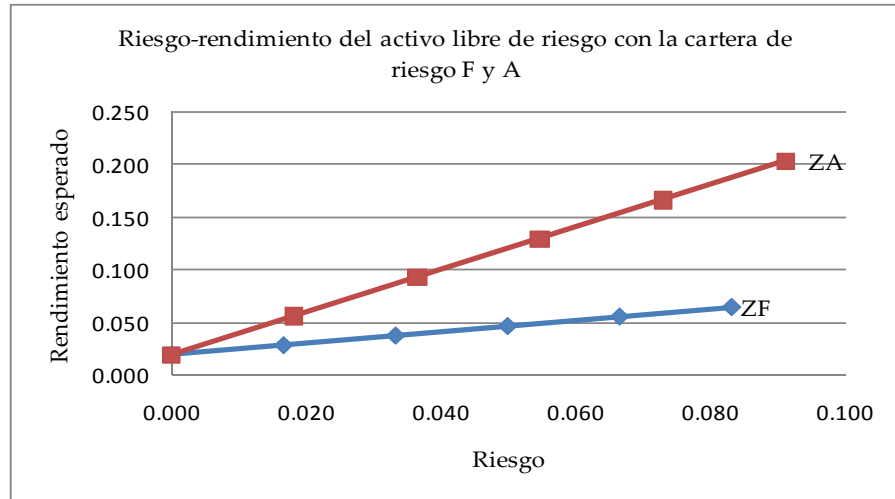
En la gráfica se muestra el activo libre de riesgo Z, el activo riesgoso F y las carteras combinadas, 2,3,4,5 en el espacio de riesgo-rendimiento. Mediante la combinación de Z y F se han obtenido dichas carteras que se encuentran en una línea recta en el espacio de riesgo-rendimiento entre Z y F. Cualquier punto sobre la línea entre Z y F se puede lograr creado una cartera integrada solamente de Z y F.

En el ejemplo anterior se combinó el activo riesgoso E con el activo libre de riesgo Z, para formar carteras. Sin embargo, los inversionistas pueden tener motivos para preferir utilizar otros activos riesgosos, además de F para combinarlas con Z.

Del mismo modo que se pueden combinar Z y A para lograr carteras en la línea ZA. Tal y como se muestra en la siguiente tabla y la gráfica posterior a las mismas:

Riesgo de los portafolios "Z" y "A"				
W_A	x	σ_A	=	σ_P
0	x	0.091	=	0
0.2	x	0.091	=	0.018
0.4	x	0.091	=	0.036
0.6	x	0.091	=	0.055
0.8	x	0.091	=	0.073
1	x	0.091	=	0.091

Rendimiento de los portafolios "Z" y "A"								
W_Z	x	R_Z	+	W_A	x	\bar{R}_A	=	\bar{R}_P
1	x	0.02	+	0	x	0.204	=	0.020
0.8	x	0.02	+	0.2	x	0.204	=	0.057
0.6	x	0.02	+	0.4	x	0.204	=	0.094
0.4	x	0.02	+	0.6	x	0.204	=	0.130
0.2	x	0.02	+	0.8	x	0.204	=	0.167
0	x	0.02	+	1	x	0.204	=	0.204



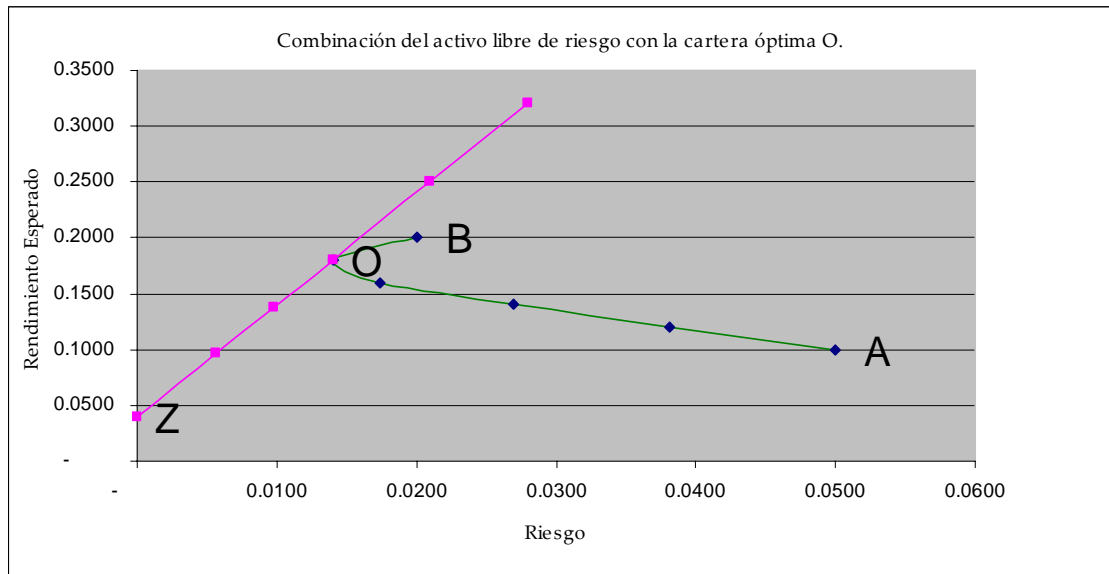
En esta gráfica puede verse que cada cartera en la línea ZF está dominada por una cartera en la línea ZA. Esto significa que todos los inversionistas preferirían conservar las carteras riesgosas ZA en lugar de las carteras riesgosas ZF debido a que siempre se encontrará en mejor situación en cuanto a riesgo-rendimiento.

1.11. CARTERAS DE TRES ACTIVOS, CON UN ACTIVO LIBRE DE RIESGO.

Los inversionistas por lo regular están interesados en formar carteras con más de un activo riesgoso. Por lo que ahora trataremos el tema de la formación de carteras con dos activos riesgosos y un activo libre de riesgo.

Al considerar invertir un activo libre de riesgo que se integre a la cartera con dos activos riesgosos se presenta la situación de que solo un portafolio de los mejores portafolios de riesgo encontrados es el que todo inversionista racional elegirá para integrar su cartera.

El portafolio óptimo de riesgo O se encuentra trazando una línea recta tangente a la curva de portafolios de riesgo que parte del activo libre de riesgo Z, como puede observarse en la siguiente gráfica:



El riesgo de la cartera formada por el portafolio riesgoso O y el activo libre de riesgo F se calcula desde luego con la fórmula siguiente:

$$\sigma_{PO} = W_O \sigma_O$$

Donde:

W_O = Proporción de fondos invertidos en el portafolio riesgoso O.

σ_O = Riesgo del portafolio riesgoso O.

Para el caso del rendimiento esperado del portafolio se obtiene con la siguiente fórmula de términos ya conocidos:

$$\bar{R}_{PO} = W_Z R_Z + W_O \bar{R}_O$$

Sin embargo, para calcular las proporciones de inversión que le corresponden de cada peso a los activos riesgosos A y B que forma la cartera O, se debe considerar que:

$$W_A^* = W_O(W_A)$$

$$W_B^* = W_O(W_B)$$

Y que:

$$W_Z + W_A^* + W_B^* = 1$$

Donde:

W_A^* = La proporción de inversión en el activo riesgoso A en la cartera riesgosa O.

W_B^* = La proporción de inversión en el activo riesgoso B en la cartera riesgosa O.

Para ver como operan estas fórmulas consideraremos los siguientes ejemplos:

Ejemplo 1.

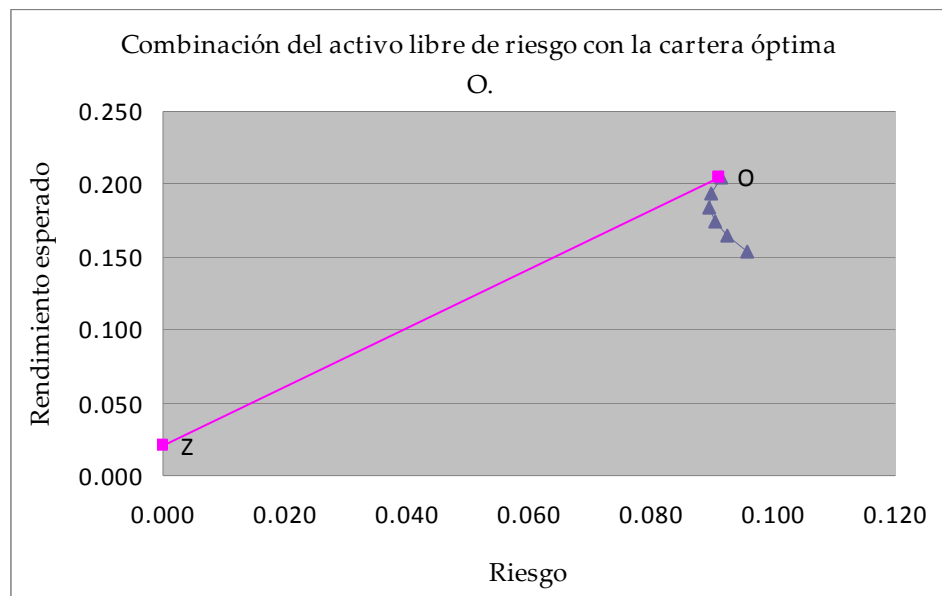
En la siguiente tabla se presentan los parámetros tanto de los activos riesgosos A y B como del activo libre de riesgo Z.

Activo	"Z"	"A"	"B"
Rendimiento Esperado	0.02	0.204	0.154
Riesgo	0	0.091	0.096
Correlación A,B	0.849		
Correlación Z,A	0		
Correlación Z,B	0		

Si formamos portafolios de inversión solamente con los dos activos riesgosos A y B, se podrían obtener los siguientes portafolios con diferencias de veinte centavos por cada peso invertido:

Portafolios	WA	WB	Riesgo	Rendimiento
Portafolio 1 (Óptimo)	1.00	0.00	0.091	0.204
Portafolio 2	0.80	0.20	0.090	0.194
Portafolio 3	0.60	0.40	0.090	0.184
Portafolio 4	0.40	0.60	0.091	0.174
Portafolio 5	0.20	0.80	0.093	0.164
Portafolio 6	0.00	1.00	0.096	0.154

En nuestro ejemplo es el portafolio óptimo en el que se invierte el 100 % en A y 0 % en B. Esto es así por que si se elige cualquier otro portafolio de riesgo, las líneas rectas de portafolios posibles que se formarían con el activo libre de riesgo serían líneas dominadas por la línea de portafolios posibles ZO, como pueden verse en la siguiente gráfica:



Para crear carteras que se encuentren en la línea desde Z hasta O, el inversionista tiene que conservar la cartera riesgosa O y también invertir algunos fondos en un activo libre de riesgo.

La siguiente tabla muestra los diferentes portafolios con sus rendimientos esperados y riesgos y en detalle el desglose de la proporción de inversión en el portafolio O, indicando la proporción a invertir en la acción A y B, así como la proporción de inversión en el activo libre de riesgo Z.

Cálculo de proporciones óptimas:

N° de portafolio			WA			WB		
	W_Z	W_O	W_O	x	WA = WA*	W_O	x	WB = WB*
1	1	0	0	x	1.00 = 0.000	0	x	0.00 = 0.00
2	0.8	0.2	0.2	x	1.00 = 0.200	0.2	x	0.00 = 0.00
3	0.6	0.4	0.4	x	1.00 = 0.400	0.4	x	0.00 = 0.00
4	0.4	0.6	0.6	x	1.00 = 0.600	0.6	x	0.00 = 0.00
5	0.2	0.8	0.8	x	1.00 = 0.800	0.8	x	0.00 = 0.00
6	0	1	1	x	1.00 = 1.000	1	x	0.00 = 0.00

Cálculo del riesgo:

N° de portafolio	Proporciones		Riesgo de los portafolios "O" y "Z"			
	WZ	W_O	W_O	x	σ_{P_O}	= σ_P
1	1	0	0	x	0.091	= 0
2	0.8	0.2	0.2	x	0.091	= 0.018
3	0.6	0.4	0.4	x	0.091	= 0.037
4	0.4	0.6	0.6	x	0.091	= 0.055
5	0.2	0.8	0.8	x	0.091	= 0.073
6	0	1	1	x	0.091	= 0.091

Cálculo del rendimiento:

N° de portafolio	Proporciones		Rendimiento de los portafolios "O" y "Z"							
	WZ	W_O	W_Z	x	R_Z	+	W_O	x	\bar{R}_{P_O}	= \bar{R}_P
1	1	0	1	x	0.02	+	0	x	0.204	= 0.020
2	0.8	0.2	0.8	x	0.02	+	0.2	x	0.204	= 0.057
3	0.6	0.4	0.6	x	0.02	+	0.4	x	0.204	= 0.094
4	0.4	0.6	0.4	x	0.02	+	0.6	x	0.204	= 0.130
5	0.2	0.8	0.2	x	0.02	+	0.8	x	0.204	= 0.167
6	0	1	0	x	0.02	+	1	x	0.204	= 0.204

En esta tabla se corrobora que cada peso invertido se desglosa en Z, A y B de tal manera que la suma de proporciones de la unidad. Además de que la proporción 100% en A y 0% en B se mantiene de manera independiente del monto de cada peso que se invierte en la cartera riesgosa O.

Ejemplo 2.

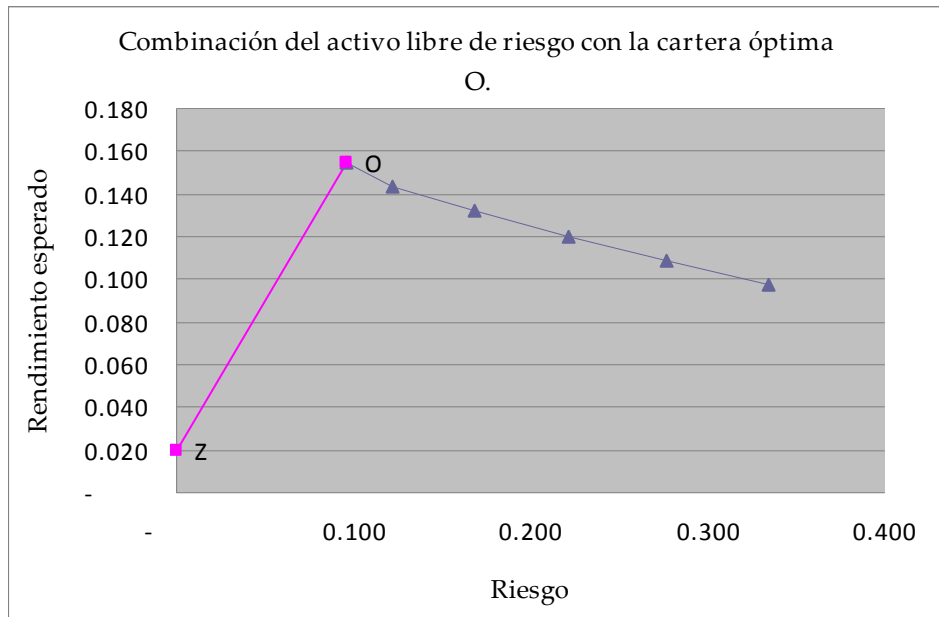
En la siguiente tabla se presentan los parámetros tanto de los activos riesgosos B y C como del activo libre de riesgo Z.

Activo	"Z"	"B"	"C"
Rendimiento Esperado	0.02	0.154	0.098
Riesgo	0	0.096	0.335
Correlación B,C	0.015		
Correlación Z,B	0		
Correlación Z,C	0		

Si formamos portafolios de inversión solamente con los dos activos riesgosos B y C, se podrían obtener los siguientes portafolios con diferencias de veinte centavos por cada peso invertido:

Portafolios	WB	WC	Riesgo	Rendimiento
Portafolio 1 (Óptimo)	1.00	0.00	0.096	0.154
Portafolio 2	0.80	0.20	0.123	0.143
Portafolio 3	0.60	0.40	0.168	0.132
Portafolio 4	0.40	0.60	0.221	0.120
Portafolio 5	0.20	0.80	0.277	0.109
Portafolio 6	0.00	1.00	0.335	0.098

En nuestro ejemplo es el portafolio óptimo en el que se invierte el 100 % en B y 0 % en C. Esto es así por que si se elige cualquier otro portafolio de riesgo, las líneas rectas de portafolios posibles que se formarían con el activo libre de riesgo serían líneas dominadas por la línea de portafolios posibles ZO, como pueden verse en la siguiente gráfica:



Para crear carteras que se encuentren en la línea desde Z hasta O, el inversionista tiene que conservar la cartera riesgosa O y también invertir algunos fondos en un activo libre de riesgo.

Cálculo de proporciones óptimas:

N° de portafolio	W_z W_o		WB	WC
	W_z	W_o	$W_o \times WB^* = WB^*$	$W_o \times WC^* = WC^*$
1	1	0	$0 \times 1.00 = 0$	$0 \times 0.80 = 0$
2	0.8	0.2	$0.2 \times 1.00 = 0.200$	$0.2 \times 0.80 = 0.160$
3	0.6	0.4	$0.4 \times 1.00 = 0.400$	$0.4 \times 0.80 = 0.320$
4	0.4	0.6	$0.6 \times 1.00 = 0.600$	$0.6 \times 0.80 = 0.480$
5	0.2	0.8	$0.8 \times 1.00 = 0.800$	$0.8 \times 0.80 = 0.640$
6	0	1	$1 \times 1.00 = 1.000$	$1 \times 0.80 = 0.8$

Cálculo de riesgo:

N° de portafolio	Proporciones		Riesgo de los portafolios "O" y "Z"			
	WZ	Wo	Wo	x	σ_{PO}	= σ_P
1	1	0	0	x	0.096	= 0
2	0.8	0.2	0.2	x	0.096	= 0.019
3	0.6	0.4	0.4	x	0.096	= 0.038
4	0.4	0.6	0.6	x	0.096	= 0.057
5	0.2	0.8	0.8	x	0.096	= 0.077
6	0	1	1	x	0.096	= 0.096

Cálculo del rendimiento:

N° de portafolio	Proporciones		Rendimiento de los portafolios "O" y "Z"							
	WZ	Wo	W_Z	x	R_Z	+	Wo	x	Rpo	= \bar{R}_P
1	1	0	1	x	0.02	+	0	x	0.154	= 0.020
2	0.8	0.2	0.8	x	0.02	+	0.2	x	0.154	= 0.047
3	0.6	0.4	0.6	x	0.02	+	0.4	x	0.154	= 0.074
4	0.4	0.6	0.4	x	0.02	+	0.6	x	0.154	= 0.101
5	0.2	0.8	0.2	x	0.02	+	0.8	x	0.154	= 0.127
6	0	1	0	x	0.02	+	1	x	0.154	= 0.154

La siguiente tabla muestra los diferentes portafolios con sus rendimientos esperados y riesgos y en detalle el desglose de la proporción de inversión en el portafolio O, indicando la proporción a invertir en la acción B y C, así como la proporción de inversión en el activo libre de riesgo Z.

Ejemplo 3.

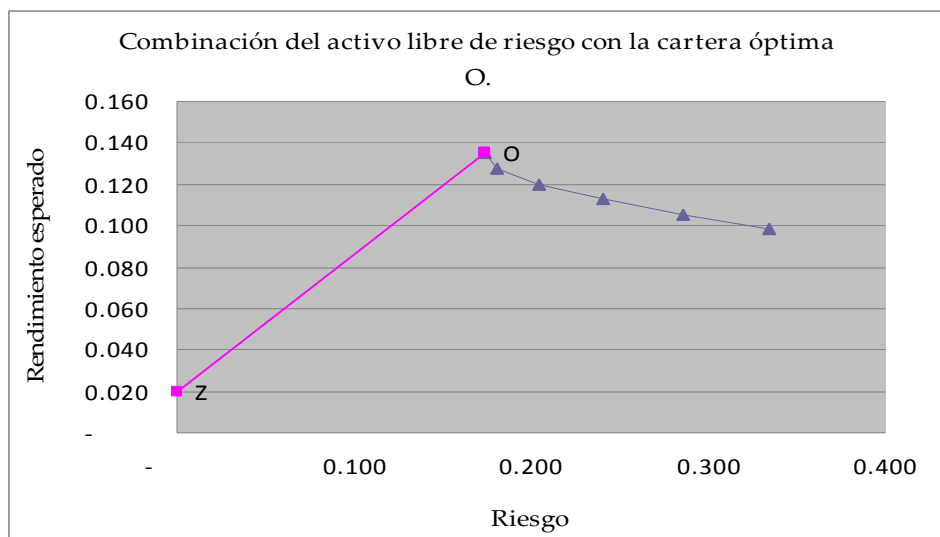
En la siguiente tabla se presentan los parámetros tanto de los activos riesgosos C y D como del activo libre de riesgo Z.

Activo	"Z"	"C"	"D"
Rendimiento Esperado	0.02	0.098	0.135
Riesgo	0	0.335	0.174
Correlación C,D	0.466		
Correlación Z,C	0		
Correlación Z,D	0		

Si formamos portafolios de inversión solamente con los dos activos riesgosos C y D, se podrían obtener los siguientes portafolios con diferencias de veinte centavos por cada peso invertido:

Portafolios	WC	WD	Riesgo	Rendimiento
Portafolio 1	1.00	0.00	0.335	0.098
Portafolio 2	0.80	0.20	0.286	0.105
Portafolio 3	0.60	0.40	0.241	0.113
Portafolio 4	0.40	0.60	0.205	0.120
Portafolio 5	0.20	0.80	0.180	0.128
Portafolio 6 (Óptimo)	0.00	1.00	0.174	0.135

En nuestro ejemplo es el portafolio óptimo en el que se invierte el 0 % en C y 100 % en D. Esto es así por que si se elige cualquier otro portafolio de riesgo, las líneas rectas de portafolios posibles que se formarían con el activo libre de riesgo serían líneas dominadas por la línea de portafolios posibles ZO, como pueden verse en la siguiente gráfica:



Para crear carteras que se encuentren en la línea desde Z hasta O, el inversionista tiene que conservar la cartera riesgosa O y también invertir algunos fondos en un activo libre de riesgo.

Cálculo de proporciones óptimas:

Nº de portafolio	W_z W_o		WC	WD
	W_z	W_o	$W_o \times WC = WC^*$	$W_o \times WD = WD^*$
1	1	0	0 x 0.00 = 0	0 x 1.00 = 0
2	0.8	0.2	0.2 x 0.00 = 0.000	0.2 x 1.00 = 0.200
3	0.6	0.4	0.4 x 0.00 = 0.000	0.4 x 1.00 = 0.400
4	0.4	0.6	0.6 x 0.00 = 0.000	0.6 x 1.00 = 0.600
5	0.2	0.8	0.8 x 0.00 = 0.000	0.8 x 1.00 = 0.800
6	0	1	1 x 0.00 = 0.000	1 x 1.00 = 1

Cálculo del riesgo:

Nº de portafolio	Proporciones		Riesgo de los portafolios "O" y "Z"		
	W_z	W_o	W_o	x	$G_{po} = \sigma_p$
1	1	0	0	x	0.174 = 0
2	0.8	0.2	0.2	x	0.174 = 0.035
3	0.6	0.4	0.4	x	0.174 = 0.070
4	0.4	0.6	0.6	x	0.174 = 0.104
5	0.2	0.8	0.8	x	0.174 = 0.139
6	0	1	1	x	0.174 = 0.174

Cálculo del rendimiento:

N° de portafolio	Proporciones		Rendimiento de los portafolios "O" y "Z"								
	WZ	Wo	W_Z	x	R_Z	+	Wo	x	Rpo	=	\bar{R}_P
1	1	0	1	x	0.02	+	0	x	0.135	=	0.020
2	0.8	0.2	0.8	x	0.02	+	0.2	x	0.135	=	0.043
3	0.6	0.4	0.6	x	0.02	+	0.4	x	0.135	=	0.066
4	0.4	0.6	0.4	x	0.02	+	0.6	x	0.135	=	0.089
5	0.2	0.8	0.2	x	0.02	+	0.8	x	0.135	=	0.112
6	0	1	0	x	0.02	+	1	x	0.135	=	0.135

La siguiente tabla muestra los diferentes portafolios con sus rendimientos esperados y riesgos y en detalle el desglose de la proporción de inversión en el portafolio O, indicando la proporción a invertir en la acción C y D, así como la proporción de inversión en el activo libre de riesgo Z.

Ejemplo 4.

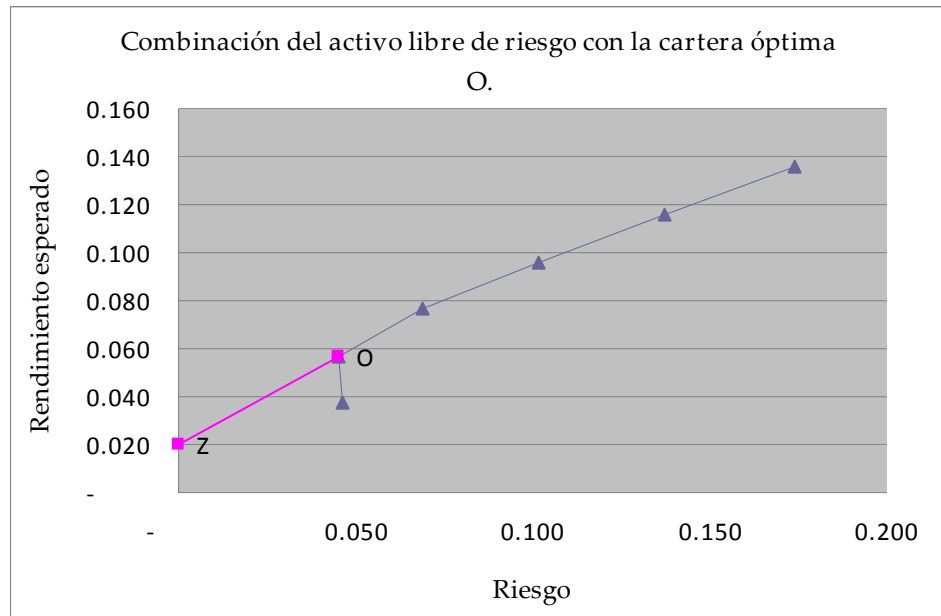
En la siguiente tabla se presentan los parámetros tanto de los activos riesgosos D y E como del activo libre de riesgo Z.

Activo	"Z"	"D"	"E"
Rendimiento Esperado	0.02	0.135	0.037
Riesgo	0	0.174	0.046
Correlación D,E	-0.218		
Correlación Z,D	0		
Correlación Z,E	0		

Si formamos portafolios de inversión solamente con los dos activos riesgosos D y E, se podrían obtener los siguientes portafolios con diferencias de veinte centavos por cada peso invertido:

Portafolios	WD	WE	Riesgo	Rendimiento
Portafolio 1	1.00	0.00	0.174	0.135
Portafolio 2	0.80	0.20	0.137	0.116
Portafolio 3	0.60	0.40	0.102	0.096
Portafolio 4	0.40	0.60	0.069	0.077
Portafolio 5 (Óptimo)	0.20	0.80	0.045	0.057
Portafolio 6	0.00	1.00	0.046	0.037

En nuestro ejemplo es el portafolio óptimo en el que se invierte el 20 % en D y 80 % en E. Esto es así por que si se elige cualquier otro portafolio de riesgo, las líneas rectas de portafolios posibles que se formarían con el activo libre de riesgo serían líneas dominadas por la línea de portafolios posibles ZO, como pueden verse en la siguiente gráfica:



Para crear carteras que se encuentren en la línea desde Z hasta O, el inversionista tiene que conservar la cartera riesgosa O y también invertir algunos fondos en un activo libre de riesgo.

Cálculo de proporciones óptimas:

N° de portafolio			WD		WE	
	w_z	w_o	$w_o \times WD = WD^*$	$w_o \times WE = WE^*$		
1	1	0	$0 \times 0.20 = 0$	$0 \times 0.80 = 0$		
2	0.8	0.2	$0.2 \times 0.20 = 0.040$	$0.2 \times 0.80 = 0.160$		
3	0.6	0.4	$0.4 \times 0.20 = 0.080$	$0.4 \times 0.80 = 0.320$		
4	0.4	0.6	$0.6 \times 0.20 = 0.120$	$0.6 \times 0.80 = 0.480$		
5	0.2	0.8	$0.8 \times 0.20 = 0.160$	$0.8 \times 0.80 = 0.640$		
6	0	1	$1 \times 0.20 = 0.200$	$1 \times 0.80 = 0.8$		

Cálculo del riesgo:

N° de portafolio	Proporciones		Riesgo de los portafolios "O" y "Z"			
	WZ	Wo	Wo	x	σ_{Po}	= σ_P
1	1	0	0	x	0.045	= 0
2	0.8	0.2	0.2	x	0.045	= 0.009
3	0.6	0.4	0.4	x	0.045	= 0.018
4	0.4	0.6	0.6	x	0.045	= 0.027
5	0.2	0.8	0.8	x	0.045	= 0.036
6	0	1	1	x	0.045	= 0.045

Cálculo del rendimiento:

N° de portafolio	Proporciones		Rendimiento de los portafolios "O" y "Z"							
	WZ	Wo	W_Z	x	R_Z	+	Wo	x	\bar{R}_{Po}	= \bar{R}_P
1	1	0	1	x	0.02	+	0	x	0.057	= 0.020
2	0.8	0.2	0.8	x	0.02	+	0.2	x	0.057	= 0.027
3	0.6	0.4	0.6	x	0.02	+	0.4	x	0.057	= 0.035
4	0.4	0.6	0.4	x	0.02	+	0.6	x	0.057	= 0.042
5	0.2	0.8	0.2	x	0.02	+	0.8	x	0.057	= 0.050
6	0	1	0	x	0.02	+	1	x	0.057	= 0.057

La siguiente tabla muestra los diferentes portafolios con sus rendimientos esperados y riesgos y en detalle el desglose de la proporción de inversión en el portafolio O, indicando la proporción a invertir en la acción D y E, así como la proporción de inversión en el activo libre de riesgo Z.

Ejemplo 5.

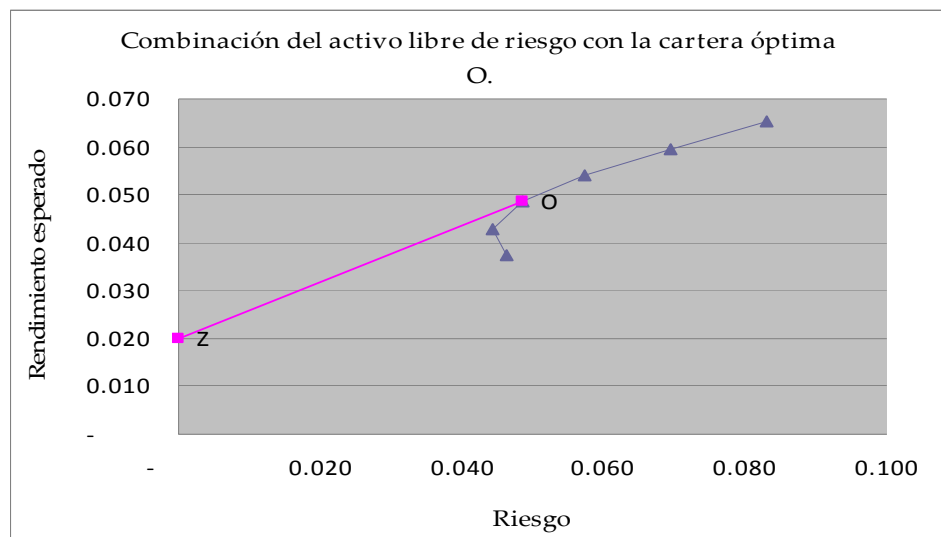
En la siguiente tabla se presentan los parámetros tanto de los activos riesgosos E y F como del activo libre de riesgo Z.

Activo	"Z"	"E"	"F"
Rendimiento Esperado	0.02	0.037	0.065
Riesgo	0	0.046	0.083
Correlación E,F	0.254		
Correlación Z,E	0		
Correlación Z,F	0		

Si formamos portafolios de inversión solamente con los dos activos riesgosos E y F, se podrían obtener los siguientes portafolios con diferencias de veinte centavos por cada peso invertido:

Portafolios	WE	WF	Riesgo	Rendimiento
Portafolio 1	1.00	0.00	0.046	0.037
Portafolio 2	0.80	0.20	0.044	0.043
Portafolio 3 (Óptimo)	0.60	0.40	0.048	0.049
Portafolio 4	0.40	0.60	0.057	0.054
Portafolio 5	0.20	0.80	0.069	0.060
Portafolio 6	0.00	1.00	0.083	0.065

En nuestro ejemplo es el portafolio óptimo en el que se invierte el 60 % en E y 40 % en F. Esto es así por que si se elige cualquier otro portafolio de riesgo, las líneas rectas de portafolios posibles que se formarían con el activo libre de riesgo serían líneas dominadas por la línea de portafolios posibles ZO, como pueden verse en la siguiente gráfica:



Para crear carteras que se encuentren en la línea desde Z hasta O, el inversionista tiene que conservar la cartera riesgosa O y también invertir algunos fondos en un activo libre de riesgo.

Cálculo de proporciones óptimas:

N° de portafolio	W_z W_o		WE	WF
	W_z	W_o	$W_o \times WE = WE^*$	$W_o \times WF = WF^*$
1	1	0	$0 \times 0.60 = 0$	$0 \times 0.40 = 0$
2	0.8	0.2	$0.2 \times 0.60 = 0.120$	$0.2 \times 0.40 = 0.080$
3	0.6	0.4	$0.4 \times 0.60 = 0.240$	$0.4 \times 0.40 = 0.160$
4	0.4	0.6	$0.6 \times 0.60 = 0.360$	$0.6 \times 0.40 = 0.240$
5	0.2	0.8	$0.8 \times 0.60 = 0.480$	$0.8 \times 0.40 = 0.320$
6	0	1	$1 \times 0.60 = 0.600$	$1 \times 0.40 = 0.4$

Cálculo del riesgo:

N° de portafolio	Proporciones		Riesgo de los portafolios "O" y "Z"		
	W_z	W_o	W_o	\times	$\sigma_{PO} = \sigma_p$
1	1	0	0	\times	0.048 = 0
2	0.8	0.2	0.2	\times	0.048 = 0.010
3	0.6	0.4	0.4	\times	0.048 = 0.019
4	0.4	0.6	0.6	\times	0.048 = 0.029
5	0.2	0.8	0.8	\times	0.048 = 0.039
6	0	1	1	\times	0.048 = 0.048

Cálculo del rendimiento:

N° de portafolio	Proporciones		Rendimiento de los portafolios "O" y "Z"								
	WZ	Wo	Wz	x	Rz	+	Wo	x	\bar{R}_{PO}	=	\bar{R}_P
1	-0.20	1.20	-0.2	x	0.02	+	1.2	x	0.049	=	0.054
2	-0.40	1.40	-0.4	x	0.02	+	1.4	x	0.049	=	0.060
3	-0.60	1.60	-0.6	x	0.02	+	1.6	x	0.049	=	0.066
4	-0.80	1.80	-0.8	x	0.02	+	1.8	x	0.049	=	0.071
5	-0.05	1.05	-0.05	x	0.02	+	1.05	x	0.049	=	0.050
6	-0.01	1.01	-0.01	x	0.02	+	1.01	x	0.049	=	0.049

La siguiente tabla muestra los diferentes portafolios con sus rendimientos esperados y riesgos y En detalle el desglose de la proporción de inversión en el portafolio O, indicando la proporción a invertir en la acción E y F, así como la proporción de inversión en el activo libre de riesgo Z.

Ejemplo 6.

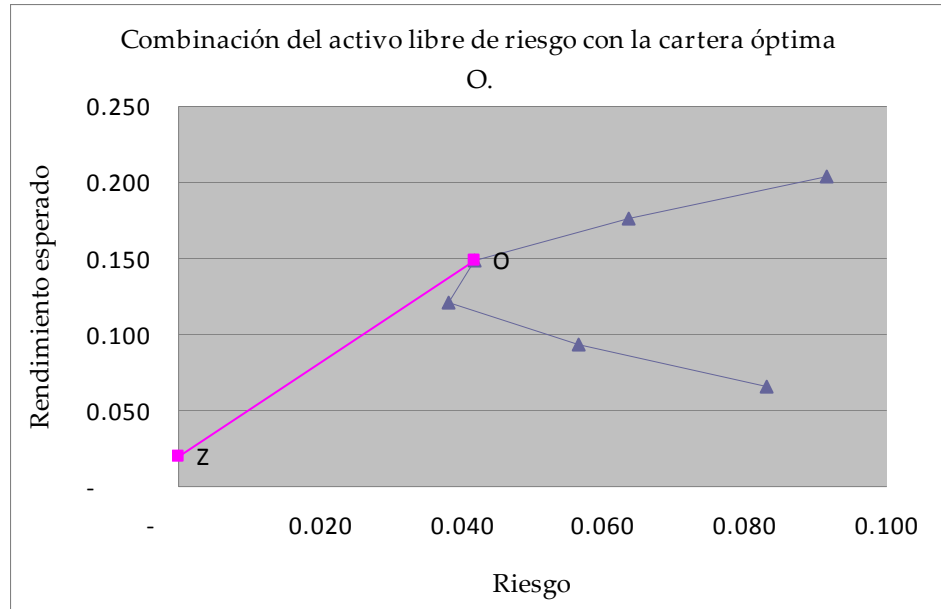
En la siguiente tabla se presentan los parámetros tanto de los activos riesgosos F y A como del activo libre de riesgo Z.

Activo	"Z"	"F"	"A"
Rendimiento Esperado	0.02	0.065	0.204
Riesgo	0	0.083	0.091
Correlación F,A	-0.648		
Correlación Z,F	0		
Correlación Z,A	0		

Si formamos portafolios de inversión solamente con los dos activos riesgosos F y A, se podrían obtener los siguientes portafolios con diferencias de veinte centavos por cada peso invertido:

Portafolios	WF	WA	Riesgo	Rendimiento
Portafolio 1	1.00	0.00	0.083	0.065
Portafolio 2	0.80	0.20	0.056	0.093
Portafolio 3	0.60	0.40	0.038	0.121
Portafolio 4 (Óptimo)	0.40	0.60	0.042	0.149
Portafolio 5	0.20	0.80	0.064	0.176
Portafolio 6	0.00	1.00	0.091	0.204

En nuestro ejemplo es el portafolio óptimo en el que se invierte el 40 % en F y 60 % en A. Esto es así por que si se elige cualquier otro portafolio de riesgo, las líneas rectas de portafolios posibles que se formarían con el activo libre de riesgo serían líneas dominadas por la línea de portafolios posibles ZO, como pueden verse en la siguiente gráfica:



Para crear carteras que se encuentren en la línea desde Z hasta O, el inversionista tiene que conservar la cartera riesgosa O y también invertir algunos fondos en un activo libre de riesgo.

Cálculo de proporciones óptimas:

N° de portafolio			WF		WA							
	W_z	W_o	W_o	x	WF	$=$	WF^*	W_o	x	WA	$=$	WA^*
1	1	0	0	x	0.40	$=$	0	0	x	0.60	$=$	0
2	0.8	0.2	0.2	x	0.40	$=$	0.080	0.2	x	0.60	$=$	0.120
3	0.6	0.4	0.4	x	0.40	$=$	0.160	0.4	x	0.60	$=$	0.240
4	0.4	0.6	0.6	x	0.40	$=$	0.240	0.6	x	0.60	$=$	0.360
5	0.2	0.8	0.8	x	0.40	$=$	0.320	0.8	x	0.60	$=$	0.480
6	0	1	1	x	0.40	$=$	0.400	1	x	0.60	$=$	0.6

Cálculo del riesgo:

N° de portafolio	Proporciones		Riesgo de los portafolios "O" y "Z"			
	WZ	Wo	Wo	x	σ_{Po}	= σ_P
1	1	0	0	x	0.042	= 0
2	0.8	0.2	0.2	x	0.042	= 0.008
3	0.6	0.4	0.4	x	0.042	= 0.017
4	0.4	0.6	0.6	x	0.042	= 0.025
5	0.2	0.8	0.8	x	0.042	= 0.033
6	0	1	1	x	0.042	= 0.042

Cálculo del rendimiento:

N° de portafolio	Proporciones		Rendimiento de los portafolios "O" y "Z"							
	WZ	Wo	W_Z	x	R_Z	+	Wo	x	R_{Po}	= \bar{R}_P
1	1	0	1	x	0.02	+	0	x	0.149	= 0.020
2	0.8	0.2	0.8	x	0.02	+	0.2	x	0.149	= 0.046
3	0.6	0.4	0.6	x	0.02	+	0.4	x	0.149	= 0.071
4	0.4	0.6	0.4	x	0.02	+	0.6	x	0.149	= 0.097
5	0.2	0.8	0.2	x	0.02	+	0.8	x	0.149	= 0.123
6	0	1	0	x	0.02	+	1	x	0.149	= 0.149

La siguiente tabla muestra los diferentes portafolios con sus rendimientos esperados y riesgos y en detalle el desglose de la proporción de inversión en el portafolio O, indicando la proporción a invertir en la acción F y A, así como la proporción de inversión en el activo libre de riesgo Z.

1.12. APALANCAMIENTO DE UNA CARTERA RIESGOSA CON DOS ACTIVOS.

La introducción del activo libre de riesgo presenta la posibilidad de que también existan carteras acreedoras, que estarían compuestas de fondos prestados e inversión de los mismos, además del capital original, en alguna cartera riesgosa. Si suponemos la existencia de mercados perfectos, tiene que ser posible pedir prestado y prestar a la tasa libre de riesgo \bar{R}_Z .

Los inversionistas como personas físicas no pueden tomar préstamos a la tasa libre de riesgo. Por el contrario, los grandes inversionistas institucionales en su calidad de personas morales, si pueden tomar prestado a tasas muy cercanas a la tasa libre de riesgo. Los grandes bancos y las empresas de administración de cartera tienen costos muy bajos en préstamos. En estas condiciones es posible elaborar una cartera de préstamos obteniendo dinero prestado a la tasa \bar{R}_Z e invirtiendo los ingresos provenientes del préstamo en alguna cartera riesgosa.

Ahora, con la oportunidad de conseguir préstamos a la tasa \bar{R}_Z el conjunto de oportunidades se vuelve mucho más amplio para el inversionista.

La fórmula para calcular carteras apalancadas de dos activos riesgosos con el activo libre de riesgo es la siguiente:

$$\bar{R}_{PO} = W_Z R_Z + W_O \bar{R}_O.$$

Como puede verse es la misma que la fórmula del apartado anterior pero ahora la proporción de inversión en el activo libre de riesgo es negativa, ya que los préstamos que se adquieren a la tasa libre de riesgo se invierten en la cartera riesgosa. Matemáticamente estas condiciones presupuestarias se representan como sigue:

$$W_Z + W_O = 1$$

Con:

$$W_Z \geq 0 \text{ y } W_O \geq 1$$

Manteniéndose las restricciones presupuestarias largas siguientes del apartado anterior:

$$W_A^* = W_Z (W_A)$$

$$W_B^* = W_O (W_B)$$

$$W_Z + W_A + W_B = 1$$

Y también se mantiene la fórmula del riesgo ya definida en el apartado anterior:

$$\sigma_{PO} = W_O \sigma_O$$

Para ver como operan estas fórmulas, consideramos los siguientes ejemplos.

Ejemplo 1.

Consideremos la situación en la cual el inversionista toma préstamos a la tasa $\bar{R}_z = 2\%$ e invierte los fondos prestados más el capital original en la cartera de riesgo O.

Activo	"Z"	"O"
Rendimiento Esperado	0.02	0.204
Riesgo	0	0.091

La siguiente tabla muestra las diferentes carteras con sus rendimientos esperados y riesgos. Estos rendimientos esperados y riesgos se calcularon utilizando las fórmulas desarrolladas anteriormente.

WZ	W _o	Riesgo	Rendimiento
-0.080	1.200	0.099	0.219
-0.060	1.400	0.097	0.215
-0.040	1.600	0.095	0.211
-0.020	1.800	0.093	0.208
-0.010	1.010	0.092	0.206
-0.005	1.005	0.092	0.205

El tomar el préstamo a \bar{R}_z para invertirlo en una cartera riesgosa no solo aumenta el rendimiento esperado, si no que también aumenta el riesgo. El uso de los préstamos o apalancamiento aumenta tanto los rendimientos esperados como los riesgos estimados.

A continuación mostraremos a detalle la tabla anterior; la cual desglosa la cartera óptima (W_o), indicando la proporción a invertir en la acción A y B.

Cálculo de proporciones:

N° de portafolio	Wz		WA			WB		
	Wz	Wo	Wo	x	WA = WA*	Wo	x	WB = WB*
1	-0.08	1.08	1.08	x	1.00 = 1.080	1.2	x	0.00 = 0
2	-0.06	1.06	1.06	x	1.00 = 1.060	1.4	x	0.00 = 0.000
3	-0.04	1.04	1.04	x	1.00 = 1.040	1.6	x	0.00 = 0.000
4	-0.02	1.02	1.02	x	1.00 = 1.020	1.8	x	0.00 = 0.000
5	-0.01	1.01	1.01	x	1.00 = 1.010	1.05	x	0.00 = 0.000
6	-0.005	1.005	1.005	x	1.00 = 1.005	1.01	x	0.00 = 0.000

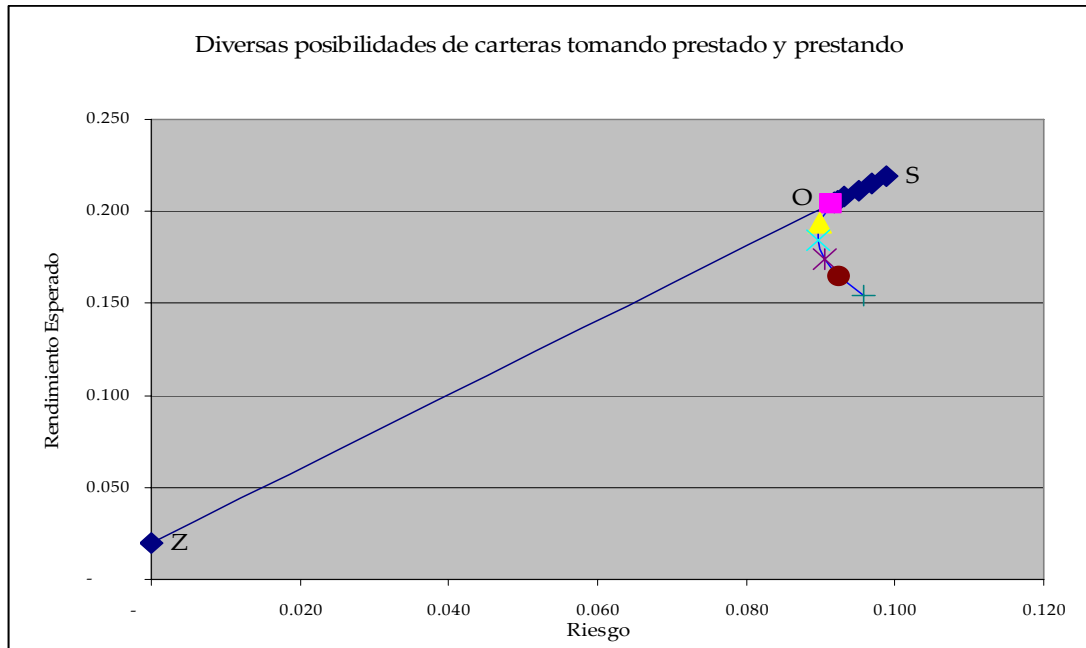
Cálculo de Riesgo:

N° de portafolio	Proporciones		Riesgo de los portafolios "O" y "Z"	
	WZ	Wo	Wo	x $\sigma_{Po} = \sigma_P$
1	-0.08	1.08	1.08	x 0.091 = 0.099
2	-0.06	1.06	1.06	x 0.091 = 0.097
3	-0.04	1.04	1.04	x 0.091 = 0.095
4	-0.02	1.02	1.02	x 0.091 = 0.093
5	-0.01	1.01	1.01	x 0.091 = 0.092
6	-0.01	1.01	1.01	x 0.091 = 0.092

Cálculo de rendimiento:

N° de portafolio	Proporciones		Rendimiento de los portafolios "O" y "Z"			
	WZ	Wo	Wz	x	Rz +	Wo x $\bar{R}_{Po} = \bar{R}_P$
1	-0.08	1.08	-0.08	x	0.02 +	1.08 x 0.204 = 0.219
2	-0.06	1.06	-0.06	x	0.02 +	1.06 x 0.204 = 0.215
3	-0.04	1.04	-0.04	x	0.02 +	1.04 x 0.204 = 0.211
4	-0.02	1.02	-0.02	x	0.02 +	1.02 x 0.204 = 0.208
5	-0.01	1.01	-0.01	x	0.02 +	1.01 x 0.204 = 0.206
6	-0.01	1.01	-0.005	x	0.02 +	1.005 x 0.204 = 0.205

La gráfica siguiente muestra el resultado de tomar préstamos a \bar{R}_z con el fin de invertir en O. En esta gráfica se muestra la cartera apalancada, S. Obsérvese que la cartera S se encuentra sobre la línea recta ZO extendida después de O. En consecuencia todas las carteras apalancadas caerán sobre esa línea, con la posibilidad de crear carteras con rendimientos esperados altísimos.



Existe sólo una cartera riesgosa que no está dominada; esta es la cartera O. Como consecuencia de esto, todos los inversionistas desearán conservar O como su cartera de riesgo. Algunos inversionistas invertirán una parte de sus fondos en O y otra en Z. Otros inversionistas, más osados tomarán prestados fondos a la tasa R_z y los invertirán en O junto con su valor original. Sin embargo, todos los inversionistas que mantengan cualquier cantidad de sus fondos en activos riesgosos colocarán dichos fondos en la cartera O. De lo contrario estarán seleccionando una cartera dominada. Como los inversionistas buscan rendimientos esperados mayores y desean evitar el riesgo, la inversión de cualquier cantidad de fondos que no sea O será irracional.

Ejemplo 2.

Consideremos la situación en la cual el inversionista toma préstamos a la tasa $\bar{R}_z = 2\%$ e invierte los fondos prestados más el capital original en la cartera de riesgo O.

Activo	"Z"	"O"
Rendimiento Esperado	0.02	0.154
Riesgo	0	0.096

La siguiente tabla muestra las diferentes carteras con sus rendimientos esperados y riesgos. Estos rendimientos esperados y riesgos se calcularon utilizando las fórmulas desarrolladas anteriormente.

WZ	Wo	Riesgo	Rendimiento
-0.20	1.20	0.115	0.181
-0.40	1.40	0.134	0.208
-0.60	1.60	0.153	0.235
-0.80	1.80	0.172	0.262
-0.05	1.05	0.100	0.161
-0.01	1.01	0.097	0.156

El tomar el préstamo a \bar{R}_z para invertirlo en una cartera riesgosa no solo aumenta el rendimiento esperado, si no que también aumenta el riesgo. El uso de los préstamos o apalancamiento aumenta tanto los rendimientos esperados como los riesgos estimados.

A continuación mostraremos a detalle la tabla anterior; la cual desglosa la cartera óptima (W_o), indicando la proporción a invertir en la acción B y C.

Cálculo de proporciones:

N° de portafolio			WB			WC		
	Wz	Wo	Wo	x WB = WB*	Wo	x WC = WC*		
1	-0.2	1.2	1.2	x 1.00 = 1.200	1.2	x 0.80 = 0.96		
2	-0.4	1.4	1.4	x 1.00 = 1.400	1.4	x 0.80 = 1.120		
3	-0.6	1.6	1.6	x 1.00 = 1.600	1.6	x 0.80 = 1.280		
4	-0.80	1.80	1.8	x 1.00 = 1.800	1.8	x 0.80 = 1.440		
5	-0.05	1.05	1.05	x 1.00 = 1.050	1.05	x 0.80 = 0.840		
6	-0.01	1.01	1.01	x 1.00 = 1.010	1.01	x 0.80 = 0.808		

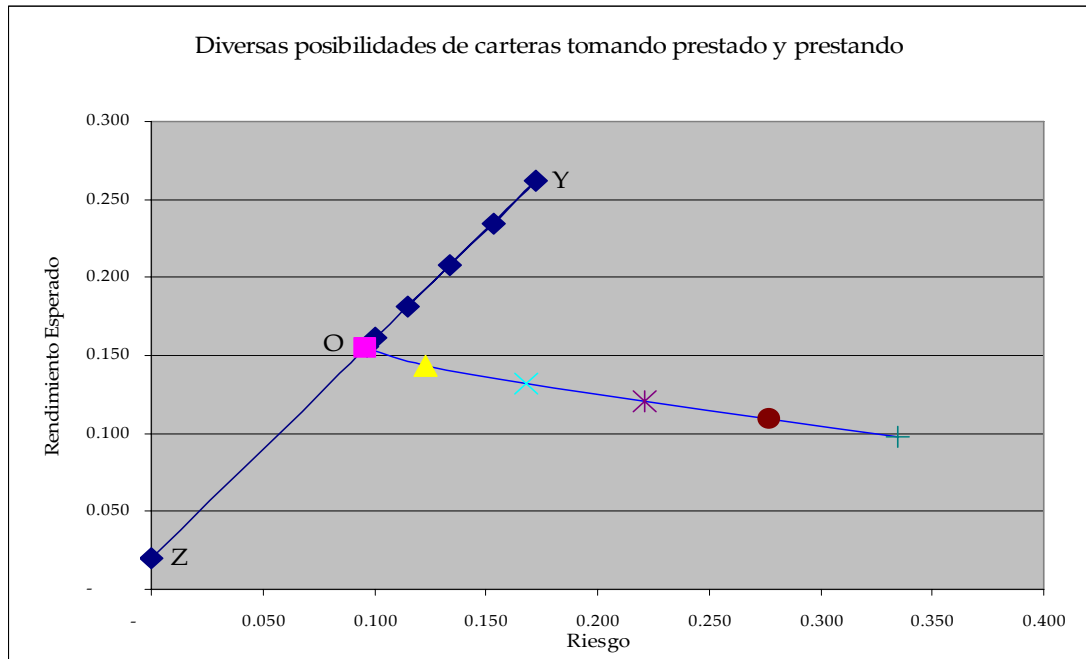
Cálculo de Riesgo:

N° de portafolio	Proporciones		Riesgo de los portafolios "O" y "Z"		
	WZ	Wo	Wo	x σ_{PO}	= σ_P
1	-0.20	1.20	1.20	x 0.096	= 0.115
2	-0.40	1.40	1.40	x 0.096	= 0.134
3	-0.60	1.60	1.60	x 0.096	= 0.153
4	-0.80	1.80	1.80	x 0.096	= 0.172
5	-0.05	1.05	1.05	x 0.096	= 0.100
6	-0.01	1.01	1.01	x 0.096	= 0.097

Cálculo de rendimiento:

N° de portafolio	Proporciones		Rendimiento de los portafolios "O" y "Z"							
	WZ	Wo	Wz	x	Rz	+	Wo	x	Rpo	= \bar{R}_P
1	-0.20	1.20	-0.2	x	0.02	+	1.2	x	0.154	= 0.181
2	-0.40	1.40	-0.4	x	0.02	+	1.4	x	0.154	= 0.208
3	-0.60	1.60	-0.6	x	0.02	+	1.6	x	0.154	= 0.235
4	-0.80	1.80	-0.8	x	0.02	+	1.8	x	0.154	= 0.262
5	-0.05	1.05	-0.05	x	0.02	+	1.05	x	0.154	= 0.161
6	-0.01	1.01	-0.01	x	0.02	+	1.01	x	0.154	= 0.156

La gráfica siguiente muestra el resultado de tomar préstamos a \bar{R}_z con el fin de invertir en O. En esta gráfica se muestra la cartera apalancada, Y. Obsérvese que la cartera Y se encuentra sobre la línea recta ZO extendida después de O. En consecuencia todas las carteras apalancadas caerán sobre esa línea, con la posibilidad de crear carteras con rendimientos esperados altísimos.



Ejemplo 3.

Consideremos la situación en la cual el inversionista toma préstamos a la tasa $\bar{R}_z = 2\%$ e invierte los fondos prestados más el capital original en la cartera de riesgo O.

Activo	"Z"	"O"
Rendimiento Esperado	0.02	0.135
Riesgo	0	0.174

La siguiente tabla muestra las diferentes carteras con sus rendimientos esperados y riesgos. Estos rendimientos esperados y riesgos se calcularon utilizando las fórmulas desarrolladas anteriormente.

WZ	W _o	Riesgo	Rendimiento
-0.20	1.20	0.209	0.158
-0.40	1.40	0.244	0.181
-0.60	1.60	0.278	0.204
-0.80	1.80	0.313	0.227
-0.05	1.05	0.183	0.141
-0.01	1.01	0.176	0.136

El tomar el préstamo a \bar{R}_z para invertirlo en una cartera riesgosa no solo aumenta el rendimiento esperado, si no que también aumenta el riesgo. El uso de los préstamos o apalancamiento aumenta tanto los rendimientos esperados como los riesgos estimados.

A continuación mostraremos a detalle la tabla anterior; la cual desglosa la cartera óptima (W_o), indicando la proporción a invertir en la acción C y D.

Cálculo de proporciones:

N° de portafolio	WC				WD			
	W_z	W_o	W_o	$x \text{ WC} = \text{WC}^*$	W_o	x	$\text{WD} = \text{WD}^*$	
1	-0.2	1.2	1.2	$x \text{ 0.00} = \text{0.000}$	1.2	x	$\text{1.00} = \text{1.2}$	
2	-0.4	1.4	1.4	$x \text{ 0.00} = \text{0.000}$	1.4	x	$\text{1.00} = \text{1.400}$	
3	-0.6	1.6	1.6	$x \text{ 0.00} = \text{0.000}$	1.6	x	$\text{1.00} = \text{1.600}$	
4	-0.80	1.80	1.8	$x \text{ 0.00} = \text{0.000}$	1.8	x	$\text{1.00} = \text{1.800}$	
5	-0.05	1.05	1.05	$x \text{ 0.00} = \text{0.000}$	1.05	x	$\text{1.00} = \text{1.050}$	
6	-0.01	1.01	1.01	$x \text{ 0.00} = \text{0.000}$	1.01	x	$\text{1.00} = \text{1.010}$	

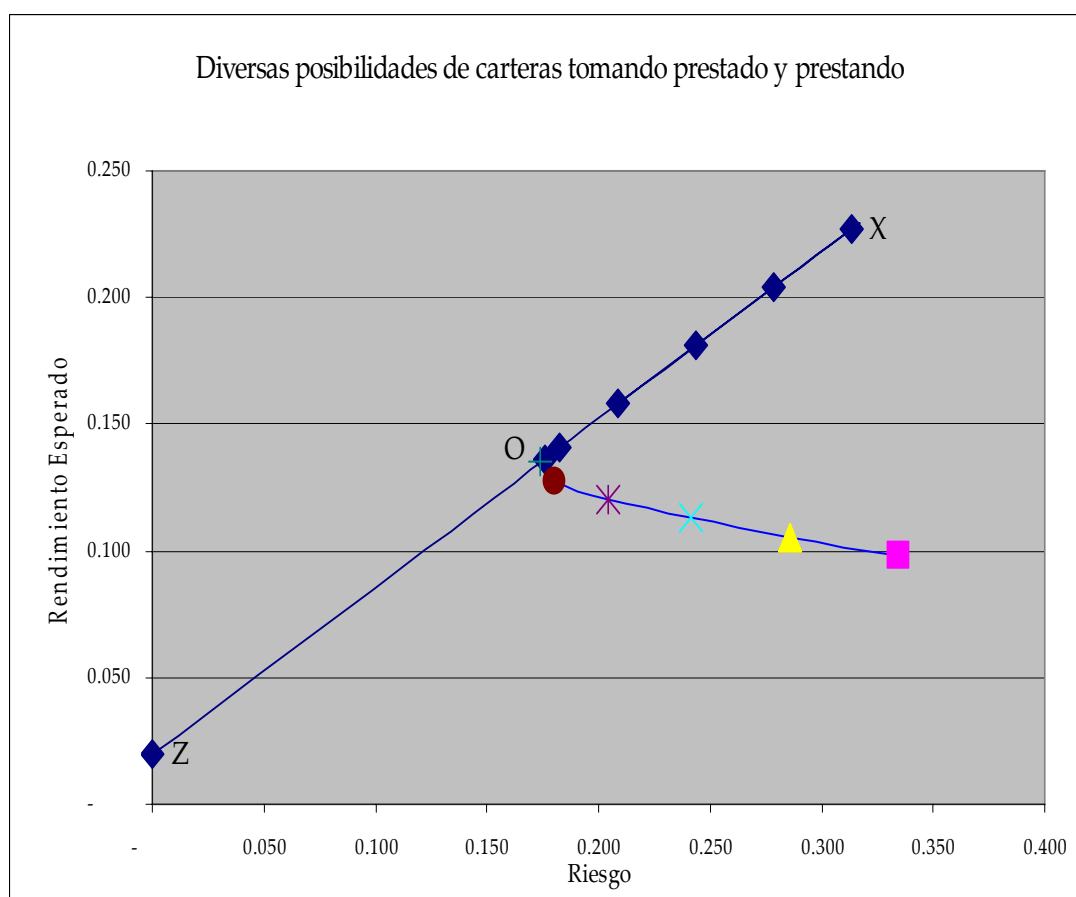
Cálculo de Riesgo:

N° de portafolio	Proporciones		Riesgo de los portafolios "O" y "Z"	
	W_z	W_o	W_o	$x \sigma_{PO} =$
1	-0.20	1.20	1.20	$x \text{ 0.174} = \text{0.209}$
2	-0.40	1.40	1.40	$x \text{ 0.174} = \text{0.244}$
3	-0.60	1.60	1.60	$x \text{ 0.174} = \text{0.278}$
4	-0.80	1.80	1.80	$x \text{ 0.174} = \text{0.313}$
5	-0.05	1.05	1.05	$x \text{ 0.174} = \text{0.183}$
6	-0.01	1.01	1.01	$x \text{ 0.174} = \text{0.176}$

Cálculo de rendimiento:

N° de portafolio	Proporciones		Rendimiento de los portafolios "O" y "Z"								
	WZ	Wo	Wz	x	Rz	+	Wo	x	\bar{R}_{PO}	=	\bar{R}_P
1	-0.20	1.20	-0.2	x	0.02	+	1.2	x	0.135	=	0.158
2	-0.40	1.40	-0.4	x	0.02	+	1.4	x	0.135	=	0.181
3	-0.60	1.60	-0.6	x	0.02	+	1.6	x	0.135	=	0.204
4	-0.80	1.80	-0.8	x	0.02	+	1.8	x	0.135	=	0.227
5	-0.05	1.05	-0.05	x	0.02	+	1.05	x	0.135	=	0.141
6	-0.01	1.01	-0.01	x	0.02	+	1.01	x	0.135	=	0.136

La gráfica siguiente muestra el resultado de tomar préstamos a \bar{R}_Z con el fin de invertir en O. En esta gráfica se muestra la cartera apalancada, X. Obsérvese que la cartera X se encuentra sobre la línea recta ZO extendida después de O. En consecuencia todas las carteras apalancadas caerán sobre esa línea, con la posibilidad de crear carteras con rendimientos esperados altísimos.



Ejemplo 4.

Consideremos la situación en la cual el inversionista toma préstamos a la tasa $\bar{R}_z = 2\%$ e invierte los fondos prestados más el capital original en la cartera de riesgo O.

Activo	"Z"	"O"
Rendimiento Esperado	0.02	0.057
Riesgo	0	0.045

La siguiente tabla muestra las diferentes carteras con sus rendimientos esperados y riesgos. Estos rendimientos esperados y riesgos se calcularon utilizando las fórmulas desarrolladas anteriormente.

WZ	Wo	Riesgo	Rendimiento
-0.20	1.20	0.054	0.064
-0.40	1.40	0.063	0.072
-0.60	1.60	0.072	0.079
-0.80	1.80	0.081	0.087
-0.05	1.05	0.047	0.059
-0.01	1.01	0.045	0.057

El tomar el préstamo a \bar{R}_z para invertirlo en una cartera riesgosa no solo aumenta el rendimiento esperado, si no que también aumenta el riesgo. El uso de los préstamos o apalancamiento aumenta tanto los rendimientos esperados como los riesgos estimados.

A continuación mostraremos a detalle la tabla anterior; la cual desglosa la cartera óptima (Wo), indicando la proporción a invertir en la acción D y E.

Cálculo de proporciones:

N° de portafolio			WD		WE	
	Wz	Wo	Wo	x WD = WD*	Wo	x WE = WE*
1	-0.2	1.2	1.2	x 0.20 = 0.240	1.2	x 0.80 = 0.96
2	-0.4	1.4	1.4	x 0.20 = 0.280	1.4	x 0.80 = 1.120
3	-0.6	1.6	1.6	x 0.20 = 0.320	1.6	x 0.80 = 1.280
4	-0.80	1.80	1.8	x 0.20 = 0.360	1.8	x 0.80 = 1.440
5	-0.05	1.05	1.05	x 0.20 = 0.210	1.05	x 0.80 = 0.840
6	-0.01	1.01	1.01	x 0.20 = 0.202	1.01	x 0.80 = 0.808

Cálculo de Riesgo:

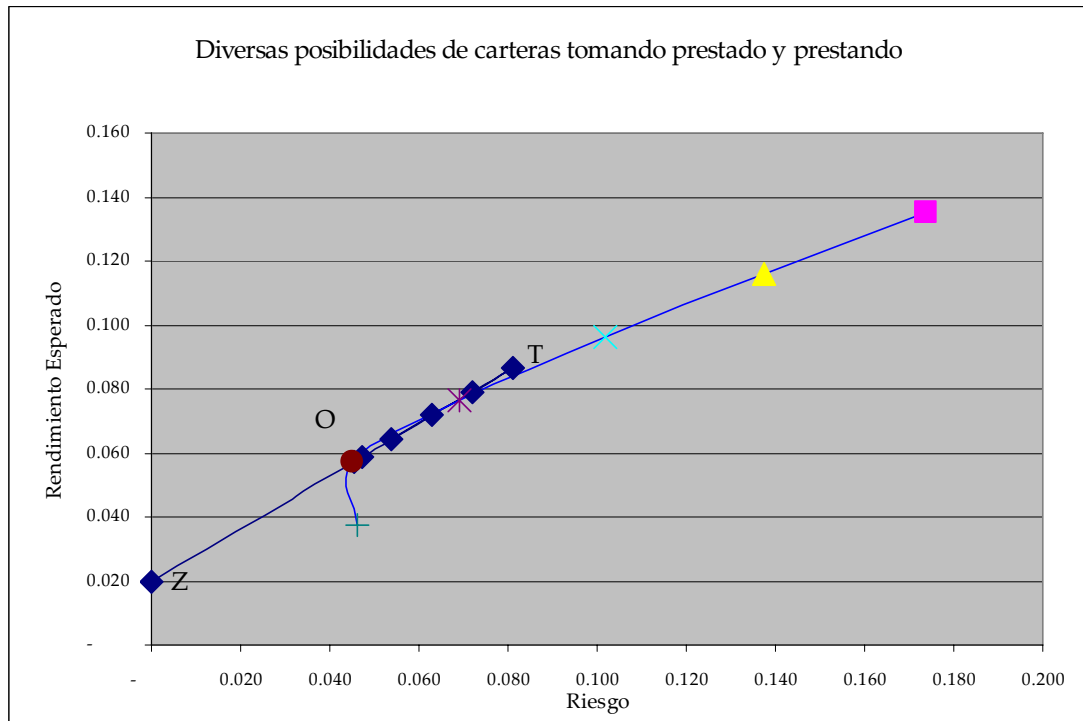
N° de portafolio	Proporciones		Riesgo de los portafolios "O" y "Z"	
	WZ	Wo	Wo	x $\sigma_{Po} = \sigma_P$
1	-0.20	1.20	1.20	x 0.045 = 0.054
2	-0.40	1.40	1.40	x 0.045 = 0.063
3	-0.60	1.60	1.60	x 0.045 = 0.072
4	-0.80	1.80	1.80	x 0.045 = 0.081
5	-0.05	1.05	1.05	x 0.045 = 0.047
6	-0.01	1.01	1.01	x 0.045 = 0.045

Cálculo de rendimiento:

N° de portafolio	Proporciones		Rendimiento de los portafolios "O" y "Z"			
	WZ	Wo	Wz	x Rz	+ Wo	x $\bar{R}_{Po} = \bar{R}_P$
1	-0.20	1.20	-0.2	x 0.02	+ 1.2	x 0.057 = 0.064
2	-0.40	1.40	-0.4	x 0.02	+ 1.4	x 0.057 = 0.072
3	-0.60	1.60	-0.6	x 0.02	+ 1.6	x 0.057 = 0.079
4	-0.80	1.80	-0.8	x 0.02	+ 1.8	x 0.057 = 0.087
5	-0.05	1.05	-0.05	x 0.02	+ 1.05	x 0.057 = 0.059
6	-0.01	1.01	-0.01	x 0.02	+ 1.01	x 0.057 = 0.057

La gráfica siguiente muestra el resultado de tomar préstamos a \bar{R}_Z con el fin de invertir en O. En esta gráfica se muestra la cartera apalancada, T . Obsérvese que la cartera T se encuentra sobre la

línea recta ZO extendida después de O. En consecuencia todas las carteras apalancadas caerán sobre esa línea, con la posibilidad de crear carteras con rendimientos esperados altísimos.



Ejemplo 5.

Consideremos la situación en la cual el inversionista toma préstamos a la tasa $\bar{R}_z = 2\%$ e invierte los fondos prestados más el capital original en la cartera de riesgo O.

Activo	"Z"	"O"
Rendimiento Esperado	0.02	0.049
Riesgo	0	0.048

La siguiente tabla muestra las diferentes carteras con sus rendimientos esperados y riesgos. Estos rendimientos esperados y riesgos se calcularon utilizando las fórmulas desarrolladas anteriormente.

WZ	Wo	Riesgo	Rendimiento
-0.20	1.20	0.058	0.054
-0.40	1.40	0.068	0.060
-0.60	1.60	0.078	0.066
-0.80	1.80	0.087	0.071
-0.05	1.05	0.051	0.050
-0.01	1.01	0.049	0.049
0.8	0.2	0.010	0.026
0.9	0.1	0.005	0.023
1	0	0.000	0.020

El tomar el préstamo a $\bar{R}z$ para invertirlo en una cartera riesgosa no solo aumenta el rendimiento esperado, si no que también aumenta el riesgo. El uso de los préstamos o apalancamiento aumenta tanto los rendimientos esperados como los riesgos estimados.

A continuación mostraremos a detalle la tabla anterior; la cual desglosa la cartera óptima (W_o), indicando la proporción a invertir en la acción E y F.

Cálculo de proporciones:

N° de portafolio	WE			WF		
	Wz	Wo	Wo x WE = WE*	Wo	x WF = WF*	
1	-0.2	1.2	1.2 x 0.60 = 0.720	1.2	x 0.40 = 0.48	
2	-0.4	1.4	1.4 x 0.60 = 0.840	1.4	x 0.40 = 0.560	
3	-0.6	1.6	1.6 x 0.60 = 0.960	1.6	x 0.40 = 0.640	
4	-0.80	1.80	1.80 x 0.60 = 1.080	2.6	x 0.40 = 1.040	
5	-0.05	1.05	1.05 x 0.60 = 0.630	3.6	x 0.40 = 1.440	
6	-0.01	1.01	1.01 x 0.60 = 0.606	4.6	x 0.40 = 1.840	
7	0.80	0.20	0.2 x 0.60 = 0.120	5.6	x 0.40 = 2.240	
8	0.90	0.10	0.1 x 0.60 = 0.060	6.6	x 0.40 = 2.640	
9	1.00	0.00	0 x 0.60 = 0.000	7.6	x 0.40 = 3.040	

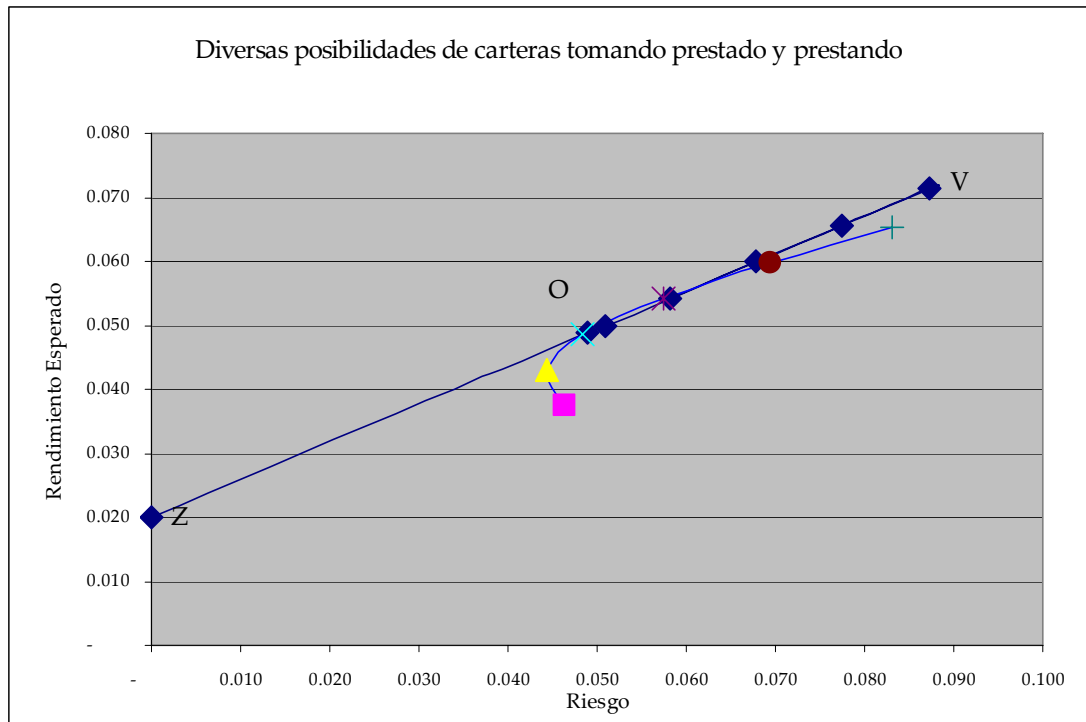
Cálculo de Riesgo:

N° de portafolio	Proporciones		Riesgo de los portafolios "O" y "Z"		
	WZ	Wo	Wo	x σ_{PO}	= σ_P
1	-0.20	1.20	1.20	x 0.048	= 0.058
2	-0.40	1.40	1.40	x 0.048	= 0.068
3	-0.60	1.60	1.60	x 0.048	= 0.078
4	-0.80	1.80	1.80	x 0.048	= 0.087
5	-0.05	1.05	1.05	x 0.048	= 0.051
6	-0.01	1.01	1.01	x 0.048	= 0.049
7	0.80	0.20	0.20	x 0.048	= 0.010
8	0.90	0.10	0.10	x 0.048	= 0.005
9	1.00	0.00	0.00	x 0.048	= 0.000

Cálculo de rendimiento:

N° de portafolio	Proporciones		Rendimiento de los portafolios "O" y "Z"					
	WZ	Wo	W_Z	x R_Z	+	Wo	x \bar{R}_{PO}	= \bar{R}_P
1	-0.20	1.20	-0.2	x 0.02	+	1.2	x 0.049	= 0.054
2	-0.40	1.40	-0.4	x 0.02	+	1.4	x 0.049	= 0.060
3	-0.60	1.60	-0.6	x 0.02	+	1.6	x 0.049	= 0.066
4	-0.80	1.80	-0.8	x 0.02	+	1.8	x 0.049	= 0.071
5	-0.05	1.05	-0.05	x 0.02	+	1.05	x 0.049	= 0.050
6	-0.01	1.01	-0.01	x 0.02	+	1.01	x 0.049	= 0.049
7	0.80	0.20	0.8	x 0.02	+	0.2	x 0.049	= 0.026
8	0.90	0.10	0.9	x 0.02	+	0.1	x 0.049	= 0.023
9	1.00	0.00	1	x 0.02	+	0	x 0.049	= 0.020

La gráfica siguiente muestra el resultado de tomar préstamos a \bar{R}_Z con el fin de invertir en O. En esta gráfica se muestra la cartera apalancada, V. Obsérvese que la cartera V se encuentra sobre la línea recta ZO extendida después de O. En consecuencia todas las carteras apalancadas caerán sobre esa línea, con la posibilidad de crear carteras con rendimientos esperados altísimos.



Ejemplo 6.

Consideremos la situación en la cual el inversionista toma préstamos a la tasa $\bar{R}_z = 2\%$ e invierte los fondos prestados más el capital original en la cartera de riesgo O.

Activo	"Z"	"O"
Rendimiento Esperado	0.02	0.149
Riesgo	0	0.042

La siguiente tabla muestra las diferentes carteras con sus rendimientos esperados y riesgos. Estos rendimientos esperados y riesgos se calcularon utilizando las fórmulas desarrolladas anteriormente.

WZ	Wo	Riesgo	Rendimiento
-0.20	1.20	0.050	0.174
-0.40	1.40	0.059	0.200
-0.60	1.60	0.067	0.226
-0.80	1.80	0.075	0.251
-0.05	1.05	0.044	0.155
-0.01	1.01	0.042	0.150

El tomar el préstamo a \bar{R}_z para invertirlo en una cartera riesgosa no solo aumenta el rendimiento esperado, si no que también aumenta el riesgo. El uso de los préstamos o apalancamiento aumenta tanto los rendimientos esperados como los riesgos estimados.

A continuación mostraremos a detalle la tabla anterior; la cual desglosa la cartera óptima (W_o), indicando la proporción a invertir en la acción F y A.

Cálculo de proporciones:

N° de portafolio			WF			WA		
	W_z	W_o	W_o	\times WF	= WF*	W_o	\times WA	= WA*
1	-0.2	1.2	1.2	\times 0.40	= 0.480	1.2	\times 0.60	= 0.72
2	-0.4	1.4	1.4	\times 0.40	= 0.560	1.4	\times 0.60	= 0.840
3	-0.6	1.6	1.6	\times 0.40	= 0.640	1.6	\times 0.60	= 0.960
4	-0.80	1.80	1.8	\times 0.40	= 0.720	1.8	\times 0.60	= 1.080
5	-0.05	1.05	1.05	\times 0.40	= 0.420	1.05	\times 0.60	= 0.630
6	-0.01	1.01	1.01	\times 0.40	= 0.404	1.01	\times 0.60	= 0.606

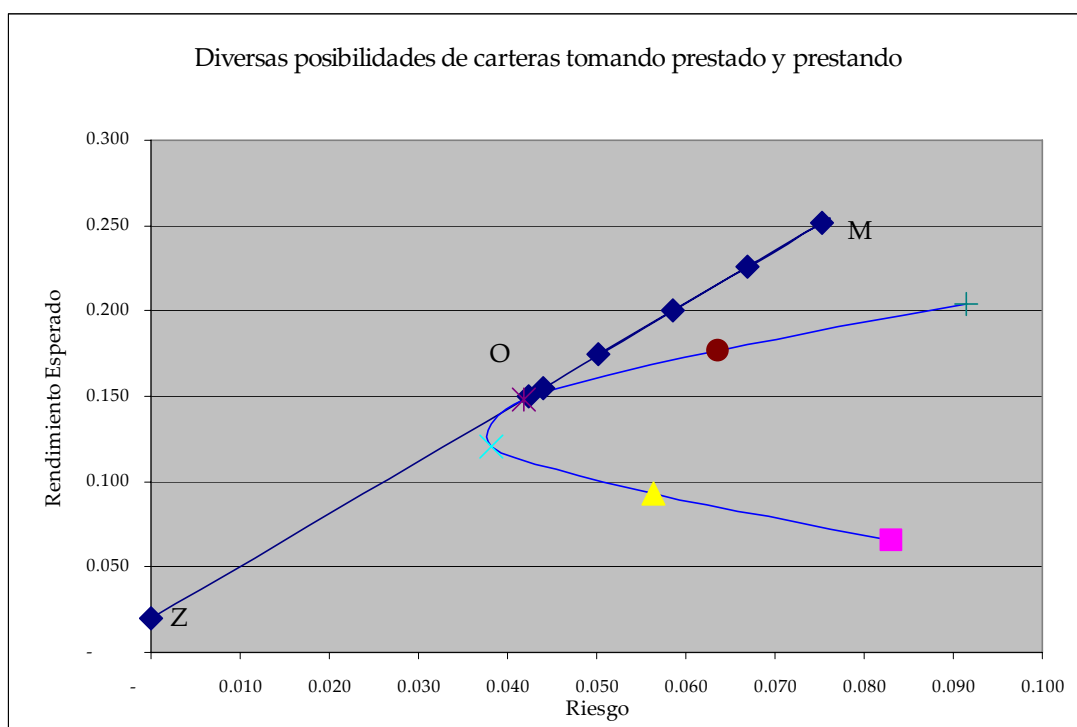
Cálculo de Riesgo:

N° de portafolio	Proporciones		Riesgo de los portafolios "O" y "Z"		
	W_z	W_o	W_o	\times σ_{p_o}	= σ_p
1	-0.20	1.20	1.20	\times 0.042	= 0.050
2	-0.40	1.40	1.40	\times 0.042	= 0.059
3	-0.60	1.60	1.60	\times 0.042	= 0.067
4	-0.80	1.80	1.80	\times 0.042	= 0.075
5	-0.05	1.05	1.05	\times 0.042	= 0.044
6	-0.01	1.01	1.01	\times 0.042	= 0.042

Cálculo de rendimiento:

N° de portafolio	Proporciones		Rendimiento de los portafolios "O" y "Z"								
	WZ	W _O	Wz	x	Rz	+	W _O	x	\bar{R}_{PO}	=	\bar{R}_P
1	-0.20	1.20	-0.2	x	0.02	+	1.2	x	0.149	=	0.174
2	-0.40	1.40	-0.4	x	0.02	+	1.4	x	0.149	=	0.200
3	-0.60	1.60	-0.6	x	0.02	+	1.6	x	0.149	=	0.226
4	-0.80	1.80	-0.8	x	0.02	+	1.8	x	0.149	=	0.251
5	-0.05	1.05	-0.05	x	0.02	+	1.05	x	0.149	=	0.155
6	-0.01	1.01	-0.01	x	0.02	+	1.01	x	0.149	=	0.150

La gráfica siguiente muestra el resultado de tomar préstamos a \bar{R}_Z con el fin de invertir en O. En esta gráfica se muestra la cartera apalancada, M. Obsérvese que la cartera M se encuentra sobre la línea recta ZO extendida después de O. En consecuencia todas las carteras apalancadas caerán sobre esa línea, con la posibilidad de crear carteras con rendimientos esperados altísimos.



CAPÍTULO 2. PERFIL DE LAS EMPRESAS EMISORAS: EMPRESAS ICA, TELEVISIÓN AZTECA , GRUPO TELEVISA , COCA-COLA FEMSA , GRUPO MODELO, Y GRUPO BIMBO.

El presente capítulo contiene un breve perfil de cada una de las empresas emisoras que se analizan en este trabajo. En primer lugar se mencionará a ICA; posteriormente se hará mención de las compañías TV AZTECA, TELEVISA, COCA-COLA FEMSA, GRUPO MODELO y por último se hará referencia de la empresa GRUPO BIMBO.

2.1. EMPRESAS ICA, S. A. B. DE C. V.



Empresas ICA, S. A. B. de C. V; o ICA, es la compañía de ingeniería, procuración y construcción más grande de México. Desde su fundación en 1947, la compañía se ha convertido en uno de los mayores prestadores de servicios de construcción en México. ICA ofrece una amplia gama de actividades de construcción y afines, incluyendo la construcción de infraestructura, construcción industrial, y urbana y desarrollo de vivienda, así como la procuración, administración y financiamiento de proyectos de construcción, principalmente enfocada a un sector de vivienda de interés social. Según información proporcionada en diciembre de 2006 por el INEGI, ICA tuvo una participación en el mercado del 8.1% y es la única compañía Mexicana de ingeniería, procuración y construcción que ofrece servicios que abarcan todos los tipos de proyectos de construcción en México. Además, la compañía se dedica a la construcción, mantenimiento y operación de aeropuertos, autopistas, puentes, y túneles y, en una menor medida, al manejo y operación de sistemas de distribución, tratamiento de aguas residuales y manejo de disposición de desechos sólidos al amparo de concesiones otorgadas por autoridades gubernamentales.

Las operaciones de la compañía se dividen en cuatro segmentos: (I) Construcción, que a su vez se divide en (a) Construcción civil; (b) Construcción Industrial; y (c) Rodio-Kronsa; (II) Infraestructura, que a su vez se divide en (a) Aeropuertos; y (b) Otras concesiones; (III) Desarrollo de vivienda; y (IV) Operaciones corporativas y otras.

2.1.1. HISTORIA DE EMPRESAS ICA, S. A. B. DE C. V.

1947-1953.

- Ingenieros firmando el acta. El 4 de julio de 1947, 18 jóvenes ingenieros se reúnen, para firmar el acta constitutiva de Ingenieros Civiles y Asociados, S. A. de C. V.
- Conjunto Urbano Presidente Alemán, Distrito Federal. Primer contrato de ICA para la construcción del primer conjunto habitacional Centro urbano multifamiliar Presidente Alemán a ejecutarse en 24 meses.
- Sistema de riego Jicalan, Michoacán. Sistema de riego sobre el río Cupatitzio, área de riego 20,000 hectáreas.
- Presa El Cubano, Michoacán. Primera Presa desarrollada por ICA sobre el cauce del río Atuto, capacidad de generación de 58 MW, proyecto innovador, ya que fue de las primeras hidroeléctricas construidas en México.

1953-1957.

- Urbanización de Cd. Satélite, Distrito Federal. Proyecto de 50 hectáreas, que aplicó el concepto de supermanzana, en el que se instaló una red de andadores independiente de las calles para recorrer el fraccionamiento a pie sin transitar por las banquetas.
- Facultad de Ingeniería, UNAM. ICA construye la facultad de ingeniería, así como la torre de la facultad de ciencias, los trabajos de urbanización y la mitad del estadio olímpico para

60,000 espectadores, los edificios de arquitectura, economía, veterinaria, odontología, el laboratorio de ingeniería química; y la sede de facultad de filosofía y letras en la ciudad universitaria.

- Puente Belisario Domínguez, Chiapas. Construcción del puente en la carretera panamericana sobre el río Grijalva.
- Fabrica de papel, Oaxaca. Primera planta industrial que construye ICA.

1957-1977.

- Nueva Basílica de Guadalupe, Distrito Federal. Construcción de la nueva Basílica, con capacidad para 10,000 feligreses y estacionamiento en un área de 10,000 metros cuadrados.
- Carretera transpeninsular, Baja California. Construcción de 400 Km. que conectan a través de una carretera a Ensenada con Cabo San Lucas.
- Ferrocarril Chihuahua-Pacífico, Sinaloa. Construcción de 9 puentes para el ferrocarril Chihuahua - Pacífico.
- Estadio Azteca, Distrito Federal. Capacidad para 110,000 espectadores, la excavación de la cancha se efectuó en 3.5 meses y se realizó a una profundidad de 9 m, además se emplearon 20,000 metros cúbicos de concreto y 3,300 toneladas de acero de refuerzo.
- Chingaza, Colombia. Presa de suministro de agua potable sobre el cauce de los ríos Guatiquia y Golillas, volumen almacenado 200,000,000 de metros cúbicos.
- Presa Infiernillo, Michoacán-Guerrero. Presa Hidroeléctrica realizada bajo el esquema llave en mano, situada a 60 Km. del río Balsas con una cortina de enrocamiento de 148 m de altura y capacidad de generación de 918 MW.

- Metro, Distrito Federal. Inician las obras para el sistema de transporte colectivo metro con la construcción de las primeras líneas, bajo el esquema llave en mano. La principal complicación técnica fue la realización de túneles en arcillas blandas en una zona sísmica.
- Cinética Nacional, Distrito Federal. Construcción del edificio en un área de 5,000 metros cuadrados.
- Drenaje profundo, Distrito Federal. Conjunto de túneles que corren entre los 30 y 120 metros de profundidad para recoger las aguas de desecho y pluviales.

1977-1984

- Presa Chicoasén, Chiapas. Presa Hidroeléctrica sobre el cauce del río Grijalva, con capacidad de generación de 2,400 MW.
- Centro de convenciones de Panamá. Construcción del complejo de 8 hectáreas con capacidad para 10,500 personas.
- Ejes viales, Distrito Federal. Construcción de vialidades, 252 Km., que cruzan la ciudad de México de norte a sur y de este a oeste.
- Hotel Presidente, Distrito Federal. Construcción de un hotel de 38 niveles con 128.41 metros de altura y 753 habitaciones con un área de 30,000 metros cuadrados, en un área de servicio de 20,000 metros cuadrados y área para estacionamiento de 20,000 metros cuadrados en cuatro niveles.

1984-1994

- Puente Mezcala, Guerrero. Puente en la autopista Cuernavaca-Acapulco sobre el cauce del río Balsas. Con una longitud del 911 metros, el claro principal de 311 metros. El puente

suspendido por tres mástiles mediante tirantes, alcanza 20 metros de ancho, con una altura de 160 metros.

- Hotel Westin Regina, Baja California. En Cabo San Lucas, ICA construyó preliminares de cimentación superficial, estructura, acabados y obras exteriores.
- Museo del papalote, Distrito federal. Construcción de cuatro oficinas dentro del Bosque de Chapultepec.
- Refinería Minatitlán Veracruz. Instalación petroquímica para 8 tanques de almacenamiento en la refinería en Lázaro Cárdenas en Minatitlán.

1994-1998.

- Túnel de Acapulco Guerrero. Concesión para construir, operar y mantener un túnel de 2.9 km. de longitud que conecta Acapulco con las Cruces.
- Coliseo, Puerto Rico. Estadio de usos múltiples con capacidad para 18,000 espectadores.
- Cantarell, Campeche. Planta de suministro de nitrógeno, 1,200 millones pies cúbicos por día la mas grande de América Latina.
- Samalayuca, Chihuahua. Central de ciclo combinado con capacidad de generación de 700 MW, fue el primer proyecto de generación totalmente financiado en México por la iniciativa privada.
- Presa Huites, Sonora-Sinaloa. Presa Hidroeléctrica sobre el cauce del río Fuerte, con capacidad de generación 400 MW.
- Terminal de contenedores de Veracruz (ICAVE). Concesión a 20 años para operar y desarrollar la Terminal especializada de contenedores del puerto de Veracruz.

1999-2005.

- Planta Coquizadora de la refinería de Cadereyta, Nuevo León. Coquizadora Retardada, construcción y apoyo para arranque.
- Corredor Sur, Panamá. Concesión de la autopista, longitud 19.6 km. Que une al aeropuerto internacional de Tocumen con el centro financiero y comercial de Panamá.
- Plataforma, Golfo de México. Construcción de plataforma Ku Maalob-Zaap-A de perforación octópodo, dos niveles.

2005-ahora.

- Red de carreteras concesionadas de Occidente (primer paquete FARAC). Concesión carretera de 30 años para operar el primero de los cuatro paquetes de autopistas de peaje FARAC. Las autopistas de peaje son: Maravatio-Zapotlanejo, Guadalajara-Zapotlanejo, Zapotlanejo-Lagos de Moreno y León-Lagos-Aguascalientes; Longitud total de 558 Km.; en los estados de Michoacán, Jalisco, Guanajuato y Aguascalientes.
- Autopista Del Mayab. Concesión Carretera para construir, operar y mantener la autopista de 341.5 km. Que conecta las ciudades de Kuntumil y Cancún hasta diciembre 2010.
- Plantas Criogénicas V y VI, Reynosa-Tamaulipas. Construcción de plantas para procesamiento y enfriamiento de gas criogénico en Reynosa para PEMEX.
- Aeropuerto de Monterrey. ICA adquirió el control directo e indirecto sobre el 52% de las acciones de OMA, que opera y administra 13 aeropuertos internacionales en las regiones norte y centro del país. En el año 2000, ICA participó en la privatización de Grupo Aeroportuario del Centro Norte (OMA) a través de una concesión a 50 años. En noviembre de 2006, OMA empezó a cotizar simultáneamente en la BMV y en el Nasdaq.

- Arcos de Aragón, Distrito Federal. Edificio de 5 niveles en condominio vertical integrado por 3,090 departamentos, en asociación con GEO.

2.1.2. PRODUCTOS Y SERVICIOS DE EMPRESAS ICA, S. A. B. DE C. V.

Construcción Civil.

La división denominada construcción civil se concentra en grandes proyectos de infraestructura y edificios en México y América latina, incluyendo la construcción de carreteras, autopistas, proyectos de transporte (tales como sistemas de transporte colectivo), puentes, presas, plantas hidroeléctricas, túneles, canales y aeropuertos, así como la construcción, desarrollo y remodelación de grandes edificios urbanos, incluyendo edificios de oficinas, conjuntos habitacionales multi-familiares, hospitales y centros comerciales.

Construcción Industrial.

Las operaciones de la división de construcción industrial se enfocan en la ingeniería, procuración, construcción, diseño y puesta en servicio de grandes instalaciones, tales como plantas de energías químicas, petroquímicas, plantas de fertilizantes, plantas farmacéuticas, plantas siderúrgicas, fábricas de papel, plataformas de perforación y fabricas automotrices y cementeras.

Rodio-Kronsa.

Esta división, anteriormente conocida como CPC-Rodio, consiste principalmente en las operaciones de la compañía en España, que consiste en Rodio (una subsidiaria de construcción en subsuelo) y Kronsa (una subsidiaria que prefabrica e instala columnas de soporte especializadas).

Infraestructura.

El segmento de Infraestructura, en la actualidad se compone de dos divisiones, aeropuertos y otras Concesiones. En la división de Aeropuertos, la Compañía opera y administra aeropuertos. En la división de otras concesiones, ICA construye, mantiene y opera autopistas, puentes y túneles; así mismo opera plantas de tratamiento y suministro de agua, servicios de manejo y disposición de residuos sólidos y basura bajo la modalidad de concesiones administrativas o, en el caso de autopistas, a través de una combinación de concesiones y contratos de prestación de servicios a largo plazo o PPS.

2.1.3. CONSEJO DE ADMINISTRACIÓN DE EMPRESAS ICA, S. A. B. DE C. V.

La administración de la compañía se encuentra encomendada a un consejo de administración y a un director general. El consejo de administración tiene entre sus funciones más relevantes el establecer la estrategia general para la conducción de la compañía y de las personas morales que esta controla, designar y en su caso remover al director general así como vigilar la gestión y conducción que de la compañía éste último realice. El consejo de administración en el desarrollo de las funciones que le asignan los estatutos y la Ley de mercado de Valores se auxiliará por uno o más comités formados por consejeros independientes que realizan las funciones de prácticas societarias y de auditoría.

A continuación se detalla los principales funcionarios de la compañía:

Principales Funcionarios	
Nombre	Cargo
José Luis Guerrero Álvarez	Director General
Alfonso Quintana kawage	Director de Finanzas
Sergio F. Montaña León	Vicepresidente Ejecutivo
Luis Fernando Zárate Rocha	Vicepresidente
Jorge Aguirre Quintana	Vicepresidente, Construcción Civil
Juan Carlos Santos Fernández	Director General ICA-Fluor
Carlos Méndez Bueno	Director Divisional, Infraestructura, otras
Diego Quintana Kawage	Director Divisional, vivienda
Rubén Gerardo López Barrera	Director Divisional, Infraestructura, Aeropuertos y Director General de GACN
Luis Carlos Romandía García	Abogado General

2.2. TELEVISIÓN AZTECA, S. A. B. DE C. V.

TV Azteca es uno de los dos principales productores de contenido para televisión en español en el mundo. Actualmente es propietaria y opera dos redes de televisión con cobertura nacional en México, Azteca 13 y Azteca 7. En fechas más recientes inició operaciones proyecto 40.

TV Azteca también es propietaria de Azteca América, la cadena de televisión de mayor crecimiento en los Estados Unidos; Monarcas Morelia, un equipo de primera división de la Federación Mexicana de Fútbol; Azteca Music, una innovadora compañía de promoción; y opera Azteca Internet, un portal de Internet y mercado virtual para usuarios de habla hispana en América del Norte.

Genera más de diez mil horas de contenido para la televisión al año, y es una de las dos principales empresas de televisión abierta en México. TV Azteca opera dos canales nacionales, Azteca 13 y Azteca 7, a través de 321 estaciones propias localizadas a lo largo de la República Mexicana. También opera Proyecto 40 en la Ciudad de México.

Cuarenta y cuatro de las estaciones de televisión de TV Azteca transmiten programación y anuncios locales, además de la programación y anuncios proporcionados por las estaciones principales. Los programas producidos localmente incluyen noticiarios, concursos, eventos deportivos y entretenimiento.

La empresa es propietaria al 100% de la Azteca América Network, cadena de televisión dirigida al mercado de habla hispana en Estados Unidos. Cuenta con 62 estaciones afiliadas en mercados clave donde vive el 89% de la población hispana en los Estados Unidos.

Recientemente, inició operaciones del Proyecto 40—canal UHF de televisión abierta—con una parrilla de programación con espacios informativos, de opinión, de investigación y

debate. Para ello reúne a las voces más notables de México en los ámbitos cultural, social, económico y político.

Entre otras subsidiarias de TV Azteca, se encuentran: Azteca Internet, un portal y un mercado virtual para usuarios de habla hispana; Monarcas Morelia, un equipo de fútbol soccer profesional de Primera División de la Liga Mexicana de Fútbol; y Azteca Records, una innovadora compañía promotora de eventos.



La empresa también apoya a Fundación Azteca, una organización no lucrativa dedicada a mejorar la educación, nutrición, salud y el medio ambiente, así como a combatir el uso de drogas en México.

Fundación Azteca ha impactado positivamente la vida de millones de mexicanos a través de sus programas e iniciativas.



TV Azteca define su proyecto a través de su misión y visión:

Misión: crear valor para sus accionistas al producir y distribuir el mejor contenido para televisión en español en el mundo.

Visión: ser la mejor televisión de habla hispana en el mundo dedicada a entretener, formar e informar a la sociedad, sustentada en su código de valores.

TV Azteca entiende por entretenimiento el derecho que todos y todas tienen al sano esparcimiento, la diversión interesante y emotiva y el enriquecimiento a través del disfrute del tiempo libre.

TV Azteca entiende por información el comunicar de manera veraz, objetiva y oportuna los acontecimientos relevantes para la sociedad. Entiende por formación la responsabilidad de educar a la población en cuatro ámbitos fundamentales:

- La democracia.
- El desarrollo y la prosperidad económica.

- La convivencia social.
- La justicia.

La empresa se guía por estos valores corporativos, los cuales se ven reflejados tanto en su programación como en su manera de conducirse en los negocios de manera cotidiana.

2.2.1. HISTORIA DE TELEVISIÓN AZTECA, S. A. B. DE C. V.

Hace quince años el mercado de la televisión mexicana era un monopolio, TV Azteca hizo una apuesta... y ganó.

Hoy en día, TV Azteca es una de las empresas televisoras más eficientes del mundo y uno de los dos mayores productores de contenido en español más importantes a nivel global.

TV Azteca invierte aproximadamente Ps \$2,900 millones en nuevas producciones cada año, lo que resulta en más de diez mil horas de programación original. Se cuenta con una participación de audiencia comercial cercana al 40% en México y ha exportado su popular programación a más de 100 países. Además, entre otros logros importantes, cubre más del 89% de la población hispana de los Estados Unidos a través de Azteca América.

El sueño de TV Azteca es participar en la construcción del México del futuro a través de transformar la imagen de la televisión mexicana.

- 1991, se presenta una gran oportunidad: la adquisición del paquete de medios de comunicación controlado por el gobierno federal. En ese momento se supo que era la oportunidad esperada.

Estaban convencidos de que la televisión podía y debía ser una fuerza positiva para el desarrollo de México y de que podían hacer todo lo necesario para cumplir con esta necesidad. Los impulsó la certeza de que México necesitaba un proyecto de comunicación, nuevo, creíble, que incorporara los grandes valores de su cultura.

- 1993 julio 13, después de dos años de intensa preparación en todos los niveles presentan la propuesta para la licitación y la ganan.

El grupo adquiriente paga alrededor de 650 millones de dólares por un "paquete de medios" que incluye, además de las cadenas de televisión, la cadena de salas cinematográficas Compañía Operadora de Teatros, S.A. y los Estudios América, ambos de propiedad estatal. En adelante, el sistema de canales que alguna vez fue conocido como Imevisión llevará el nombre de TV Azteca.

- 1993 agosto 2, toman posesión de las instalaciones y empiezan a trabajar.

Así inició TV Azteca, una nueva televisión comprometida en la construcción del México que soñaron: orgulloso de sus tradiciones; que crece y se supera; generoso, honesto, respetuoso de su dignidad y de sus valores.

Una nueva televisión que no esperó a la recuperación de México, sino que la apoyó e impulsó.

Una nueva televisión con objetivos muy claros para cada grupo al que sirve: sociedad, audiencia, anunciantes, empleados, socios y accionistas.

Aprendieron a interactuar con una audiencia muy escéptica en principio, muy generosa después y muy exigente y móvil en definitiva.

La primera etapa se le puede llamar de "limpieza". Lo primero que hicieron fue implementar una reducción de costos a cero, ya que en la caja no había ni un peso.

El primer paso era tener cobertura. Cualquier esfuerzo de programación era inútil si nadie los veía.

El siguiente paso fue separar las señales. Después, obtener dinero a través de vender espacios publicitarios, los habían dejado con un gran pasivo de tiempo ya comprometido, debían muchos espacios pero aún no tenían ingresos.

Así surgió uno de los más grandes aciertos de TV Azteca: el Plan Mexicano, el innovador plan de ventas por costo por punto de rating.

- 1994, inician la búsqueda para crear una imagen propia, que representara los objetivos de una televisión comprometida por su país y sus valores. Fue a mediados de este año que se le dio color al “águila azteca”, para lo cual tomaron algunos colores del arco iris verde, azul, morado, rojo y amarillo con las palabras “Televisión Azteca”.
- 1996, le hacen la última modificación, las palabras “Televisión Azteca”, se abrevian a “TV Azteca” conservando su tipografía y color.
- 1998, conflicto CNI Canal 40 – TV Azteca.
- 2000, CNI Canal 40 termina los contratos con TV Azteca, sacando del aire el concepto de Azteca 40, para darle paso a su antigua programación.
- 2002, TV Azteca toma nuevamente las instalaciones del Canal 40 para retransmitir la señal al aire del Canal “Azteca 40”.
- 2006, la frecuencia de Canal 40 volvió al aire, reapareciendo en el aparato de televisión bajo el nombre de Proyecto 40, operada por TV Azteca.

TV Azteca en el Continente Americano:

- 1997, adquiere el 80% de las acciones de Canal 12 de El Salvador y se convierte en el accionista mayoritario y dueño de la Televisora Salvadoreña, cambiándole el nombre a TV 12.
- 1998 febrero, TV Azteca se hace del control de Compañía Chilena de Televisión – La Red.
- 2008 marzo, TV Azteca firma una alianza estratégica con la Televisora Latitud TV de Guatemala.

2.2.2. PRODUCTOS Y/O SERVICIOS DE TELEVISIÓN AZTECA.

TV Azteca lleva a cabo la producción y adquisición de programas de calidad que le permita

mantener y aumentar sus ratings y participación de la audiencia en México. Distribución eficiente a través de repetidoras o estaciones privadas, las cuáles pueden ofrecer planes de publicidad local.

Una selección estratégica de programación que atraiga a las diferentes audiencias objetivo en cada uno de los canales de la compañía.



TV Azteca pertenece al sector comunicaciones y su actividad económica es la producción de programas para ser transmitidas a través de sus propias redes, así como, a la venta de la misma a nivel nacional y venta de tiempo de publicidad.

Sus principales productos o servicios son novelas, noticias, deportes, entretenimiento y programación adquirida. Su slogan es “señal con valor”

Dentro de sus proyectos de programas de televisión propios y en asociación con productoras independientes destacan los programas de espectáculos, deportes y comedia, en cuanto a los primeros, se destaca Ventaneando y La Academia, deportivos Los Protagonistas y en comedia La Cosa y Puro Loco.

En el terreno de las Telenovelas de esta televisora tomaron gran popularidad algunas como Nada Personal; Mirada de Mujer y Amor en Custodia y proyectaron la novela colombiana Café con aroma de mujer cuyo título mexicano fue Cuando seas mía, la cual tuvo gran éxito debido al gran talento de la actriz mexicana Silvia Navarro.

2.2.3. CONSEJO DE ADMINISTRACIÓN DE TELEVISIÓN AZTECA, S. A. B. DE C. V.

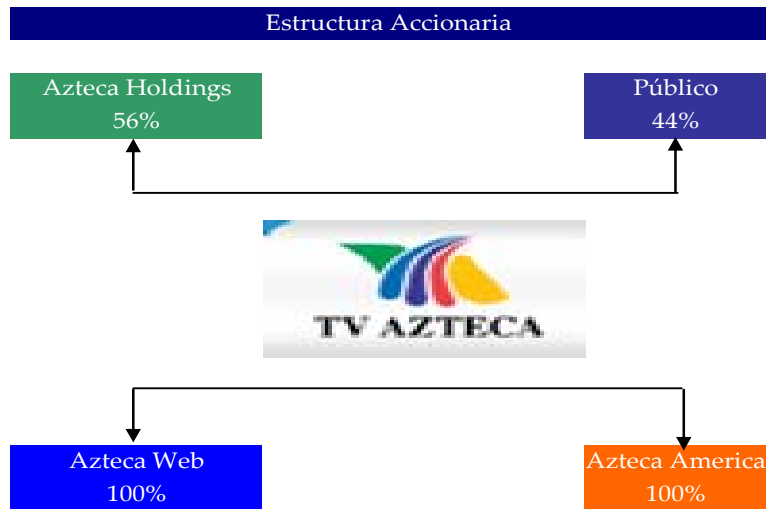
Su Consejo de Administración está conformado por empresarios de alto reconocimiento que se

encuentran 100% comprometidos con el buen desempeño de la empresa y con los intereses de sus accionistas. Actualmente, el Consejo está compuesto por 10 miembros activos, 4 de los cuales son independientes.

Principales Funcionarios	
Nombre	Cargo
Ricardo B. Salinas	Presidente Consejo de Administración
Pedro Padilla	Consejo de Administración
Luis J. Echarte	Consejo de Administración
Guillermo Salinas	Consejo de Administración
Mario San Román	Consejo de Administración
Joaquín Arrangoiz	Consejo de Administración
Francisco Borrego	Consejo de Administración
Luis Arteaga	Consejo de Administración Independ.
Sergio Gutiérrez	Consejo de Administración Independ.
Francisco Murguía	Consejo de Administración Independ.
Ignacio Cobian	Consejo de Administración Independ.

Durante el 2004 TV Azteca realizó cambios importantes en su administración con el fin de mejorar los procesos de toma de decisiones y asegurar su continuidad. Mario San Román, anterior director de operaciones, fue nombrado director general de la empresa.

Principales funcionarios	
Nombre	Cargo
Mario San Roman	Director General de TV Azteca
Adrián Steckel	Presidente y Dir. Gral. Azteca America
Luis J. Echarte	Presidente Consejo Admón Azt. America
Guillermo Alegret	Director General de Televisoras Locales
Carlos Hesles	Director General de Finanzas
Joaquín Arrangoiz	Director de Ventas y Rel. Empresariales
Martín Luna	Director de Contenido
Carlos Díaz	Director General de Ventas



2.3. GRUPO TELEVISA S. A. B. DE C. V.

GRUPO TELEVISA es la compañía de medios de comunicación más grande en el mundo de habla hispana. A través de sus subsidiarias y asociaciones estratégicas: produce y transmite programas de televisión, produce señales de televisión restringida, distribuye programas de televisión para el mercado nacional e internacional, desarrolla y opera servicios de televisión directa al hogar vía satélite, editoriales y distribución de publicaciones, presta servicios de televisión por cable, produce y transmite programas de radio, promueve espectáculos deportivos y eventos especiales, produce y distribuye películas, participa en la industria de juegos y sorteos, y opera un portal horizontal de internet, GRUPO TELEVISA tiene participación accionaria en la sexta, un canal de televisión abierta en España.



VISIÓN:

Ser el líder mundial en la producción y distribución de entretenimiento e información en habla hispana. Para Televisa lograr un trabajo rentable significa garantizar la viabilidad de su futuro, encontrar los recursos para mejorar sus productos y lograr el crecimiento de su gente.

El entretenimiento y el acceso a la información son una necesidad humana. En Televisa están orgullosos de poder satisfacer esta necesidad, con programación y productos de la mas alta calidad, que van desde los noticieros y programas informativos, como reportajes y documentales; hasta programas de entretenimiento, como telenovelas, programas cómicos y series. Para Televisa, el activo mas importante de la compañía está en su gente, en el talento y la creatividad que solo las personas pueden imprimirle al trabajo. Televisa cree en la eficiencia y en el compromiso, en promover el trabajo en equipo y en el cumplimiento de las metas que se hayan establecido.

MISIÓN:

Satisfacer las necesidades de entretenimiento e información de sus audiencias, cumpliendo a la vez con sus exigencias de rentabilidad a través de los más altos estándares de calidad, creatividad y responsabilidad social. Sabe que su existencia como empresa depende de ellos por eso está comprometida con su público.

2.3.1. HISTORIA DEL GRUPO TELEVISA S. A. B. DE C.

En 1950, después de varios años de experimentación, surge la televisión en México, con la creación del primer canal: XHTV Canal 4. La concesión fue otorgada al Sr. Rómulo O'Farril, convirtiéndose México en la primera nación de América Latina en instaurar la televisión.

1951 sale oficialmente al aire la señal del segundo canal de televisión mexicano, XEWTV Canal 2, fundado por el pionero Don Emilio Azcárraga Vidaurreta, transmitiendo desde la XEW "La Voz de la América Latina desde México". Ese mismo año se inauguran las instalaciones de Televisión en Avenida Chapultepec.

1952 Guillermo González Camarena, inventor de la televisión a color, recibió la concesión del tercer canal de televisión XHGC Canal 5.

1955 se crea Telesistema Mexicano, como producto de la unión de los canales 2, 4 y 5.

1959 marca el nacimiento del Club América.

1966 se comienza la construcción del Estadio Azteca, el estadio de fútbol con mayor capacidad de público sentado en Latinoamérica más de 100 mil personas.

1968 se crea Cablevisión –televisión por cable.

1968 surge XHTMTV Canal 8, Televisión independiente de México propiedad de un grupo empresarial regiomontano que se instaló en San Ángel Inn, una colonia al sur de la ciudad de México.

1969 marca el inicio de Intermex, distribuidora de revistas a nivel internacional.

1972 a la muerte de Don Emilio Azcárraga Vidaurreta, el señor Emilio Azcárraga Milmo asumió la presidencia de la empresa, quien desde 1961, ya había tenido la visión de lanzar la SIN, Spanish International Network, en Estados Unidos de Norteamérica, que más tarde cambiaría su nombre a Univisión.

1973 se fusionan Telesistema Mexicano y Televisión Independiente de México, para formar Televisa (televisión vía satélite), con el fin de coordinar, operar y transmitir la señal de canales 2, 4, 5 y 8.

1985 Canal 8 cambió su señal convirtiéndose en XEQ Canal 9, que en un principio se constituyó como un canal cultural, para posteriormente manejar una línea comercial.

1991 Televisa coloca acciones en la Bolsa Mexicana de Valores.

1993 se lleva a cabo la colocación de ADR's en el New York Stock Exchange.

1995 nace VISAT (ahora Televisa Networks), productora y distribuidora de señales para televisión de paga en México y en el mundo.

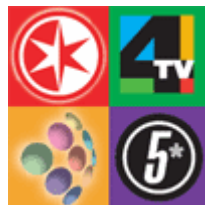
1997 El Sr. Emilio Azcárraga Milmo, quien estuvo al frente de Televisa por más de 25 años y consolidó a la compañía como el grupo de comunicación líder en el mundo de habla hispana, fallece.

Se lleva a cabo la sucesión de Emilio Azcárraga Jean.

2.3.2. PRODUCTOS Y SERVICIOS GRUPO TELEVISA, S. A. B. DE C. V.

El sector al que pertenece el GRUPO TELEVISA es al de comunicaciones y como se mencionó antes transmite y produce programas de televisión para el entretenimiento del público, algunos de los productos o empresas del GRUPO TELEVISA son:

- Televisión Abierta



Televisa opera cuatro cadenas de televisión en México, los canales 2, 4, 5 y 9, a través de 258 estaciones afiliadas. Son los líderes mundiales en la producción de programas de televisión en español.

- Señales de televisión restringida TuTV



Produce 26 canales de TV restringida (14 marcas). En los Estados Unidos, distribuye a través de TuTV, una asociación 50/50 con Univisión, cinco canales de televisión restringida.

- Exportación de programación



Exporta sus programas a cadenas de televisión.

- Editoriales



La editorial de revistas en español más grande en el mundo con más de 156 títulos bajo 92 marcas.

- Distribución Publicaciones



La compañía distribuidora de revistas en español más grande del mundo.

- Sky México



Operador que ofrece televisión directa al hogar vía satélite en México.

- Cable y Telecom



Compañía que ofrece servicios de televisión por cable y acceso a Internet de banda ancha con operaciones en la Ciudad de México y área metropolitana.

- Otros Negocios



- Radio (50%): Red de 86 estaciones propias y afiliadas esmas.com: el portal de entretenimiento digital líder en América Latina.
- Juegos y sorteos: Centros de apuestas remotas, salas de sorteos de números y negocio de sorteos de números en línea.
- Equipo de fútbol: América.
- Estadio Azteca: el más grande de México.
- Videocine: producción y distribución de películas.

2.3.3. CONSEJO DE ADMINISTRACIÓN GRUPO TELEvisa, S. A. B. DE C. V.

Principales Funcionarios	
Nombre	Cargo
Emilio Azcárraga Jean	Presidente del Consejo de Administración, Presidente y Director General de Grupo Televisa
Alfonso de Angoitia Noriega	Vicepresidente Ejecutivo
Bernardo Gómez Martínez	Vicepresidente Ejecutivo
Félix Araujo Ramírez	Vicepresidente de Televisa Regional
Maximiliano Arteaga Carlebach	Vicepresidente de Operaciones Técnicas y Servicios de Producción de Televisión
José Antonio Bastón Patiño	Vicepresidente Corporativo de Televisión
Jean Paul Broc Haro	Director General de Cablevisión
Rafael Carabias Príncipe	Vicepresidente de Administración y Finanzas de La Sexta
Salvi Folch Viadero	Vicepresidente de Administración y Finanzas
Javier Mérida Guzmán	Director General de Radiópolis
Eduardo Michelsen Delgado	Director General de Editorial Televisa
Jorge Eduardo Murguía Orozco	Vicepresidente de Producción
Alexandre Penna	Director General de Innova
Alejandro Quintero Iñiguez	Vicepresidente Corporativo de Comercialización

2.4. COCA-COLA FEMSA, S. A. B. DE C. V. (KOF).

COCA-COLA FEMSA es el embotellador más grande de bebidas de marca registrada Coca-Cola en Latinoamérica, y el segundo más grande a nivel mundial, en función al volumen de ventas del 2008, operan en los siguientes territorios: México, una parte sustancial del centro de México (incluyendo la ciudad de México) y el sureste de México (incluyendo la región del Golfo); Centroamérica, la ciudad de Guatemala y los alrededores, Nicaragua (todo el país), Costa Rica (todo el país) y Panamá (todo el país); Colombia, la mayor parte del país; Venezuela todo el país; Brasil el área de Sao Paulo, Campiñas, Santos, el estado de Mato Grosso do Sul y parte del estado de Goias y Argentina, Buenos Aires Capital Federal y los alrededores. COCA-COLA FEMSA está constituida como una sociedad anónima de capital variable a partir del 30 de octubre de 1991, organizada bajo las leyes mexicanas y con una duración de 99 años. Su principal sede corporativa está ubicada en Guillermo González Camarena No.600, Col Centro de Ciudad Santa Fé, Delegación Álvaro Obregón, México, D.F., 01210, México.



El 53.7% de su capital social es propiedad de Fomento Económico Mexicano, S.A. de C. V. (FEMSA), el 31.6% es propiedad de subsidiarias de The Coca-Cola Company, y el 14.7% es propiedad de inversionistas públicos. Las acciones que cotizan públicamente son acciones Serie L con derechos de voto limitados, listadas en la Bolsa Mexicana de Valores (BMV: KOF L) y como Certificados de Depósito Americanos (ADR por sus siglas en inglés), en el mercado de valores de Nueva York (NYSE: KOF). Cada ADR representa diez acciones de la serie L

Durante 2005 su objetivo fue continuar construyendo record de crecimiento, e integrar sus nuevos territorios, a través del ejercicio de principales valores los cuales han guiado su éxito desde el principio.

Estos valores incluyen:

- Pasión por el servicio y el enfoque hacia los clientes y consumidores: están comprometidos a satisfacer las necesidades de los clientes y consumidores con bebidas de calidad, creatividad e innovación: ya sea trabajando en la línea de embotellado, en pre-venta o distribuyendo, ven los retos como oportunidades de satisfacer a los clientes, para mejorar prácticas operativas y hacer que el negocio crezca, el trabajo en equipo: promueven un ambiente de equipo positivo en el cual comparten ideas, resuelven problemas y se comprometen para lograr el éxito de cada uno de ellos, el respeto por el individuo, sus derechos y dignidad: ellos trabajan para desarrollar profundamente y construir relaciones de negocios duraderas basadas en la confianza y un alto estándar de calidad y niveles de productividad: continuamente buscan realizar mejoras en la cadena de valor así como tener un mayor aprovechamiento de los recursos, lo cual les permite ser uno de las embotelladoras más rentables en el mundo.

2.4.1. HISTORIA DE COCA-COLA FEMSA, S. A. B. DE C. V.

En 1979, una subsidiaria de FEMSA adquirió una parte de las subsidiarias embotelladoras de refrescos que actualmente forman parte de la compañía. En aquel momento, las subsidiarias adquiridas tenían 13 centros de distribución que operaban 701 rutas de distribución y la capacidad de producción de las subsidiarias adquiridas era de 83 millones de cajas físicas. En 1991, FEMSA transfirió las acciones de sus subsidiarias a FEMSA Refrescos, S.A. de C. V., la compañía predecesora de la compañía.

FEMSA es una empresa de bebidas con una participación significativa en México y otros países Latinoamericanos. Es dueña del 45.7% del capital social de Coca-Cola FEMSA. En 2003, representaba 47%, 55% y 50% de los ingresos totales, utilidad operativa y utilidad neta de FEMSA, respectivamente.

Los principales eventos que dieron origen a la actual estructura corporativa fueron:

1979. En 1979 una subsidiaria de FEMSA adquiere una parte de las subsidiarias embotelladoras de refrescos que actualmente forman parte de la compañía. Las subsidiarias adquiridas tenían 13 centros de distribución que operaban 701 rutas de distribución y la capacidad de producción de las subsidiarias adquiridas era de 83 millones de cajas físicas.

1991. Para 1991 FEMSA transfiere las acciones de sus subsidiarias a FEMSA Refrescos, S.A. de C. V., la compañía predecesora de la compañía.

1993. Durante el mes de Junio de 1993 de forma consistente con los objetivos de optimizar la rentabilidad y crecimiento a largo plazo y mejorar la posición competitiva, una subsidiaria de The Coca-Cola Company suscribió 30% del capital social en acciones de la Serie D por U. S.\$195 millones.

1993. En septiembre de 1993, FEMSA vendió Acciones Serie L al público las cuáles representaron el 19% de su capital social, y listaron estas acciones en la Bolsa Mexicana de Valores y en forma de ADSs en el mercado de valores de Nueva York (New York Stock Exchange). Después de llevar a cabo estas transacciones, FEMSA se quedó con el 51% del capital social de la compañía.

1994-1997. En una serie de transacciones entre 1994 y 1997, adquirieron el territorio de la capital federal Buenos Aires, adquiriendo el 100% de Coca-Cola FEMSA de Buenos Aires, S.A. de C. V. de una subsidiaria de The Coca-Cola Company.

1996. Expandieron sus operaciones argentinas en febrero de 1996 cuando adquirieron los ex-territorios de San Isidro Refrescos, S.A., referida en este reporte anual como SIRSA incluyendo ciertas propiedades de Refrescos del Norte S.A. Mediante estas transacciones lograron expandir sus operaciones en Argentina para incluir las áreas de San Isidro y Pilar.

1997. Expandieron sus operaciones mexicanas en noviembre de 1997 comprando el 100% del capital social de Embotelladora de Soconusco, S.A. de C. V., una embotelladora en la zona de Tapachula en el estado de Chiapas en la región sur de México. Con esta adquisición, sirven todo el estado de Chiapas.

2003. En mayo de 2003, expandieron sus operaciones a través de Latinoamérica con la adquisición del 100% de Panamco, en ese entonces el embotellador de refrescos más grande de Latinoamérica, en cuanto a volumen de ventas de 2002.

Con la adquisición de Panamco, empezaron a producir y distribuir productos de la marca *Coca-Cola* en territorios adicionales en el centro de México y la región del Golfo de México, y en Centroamérica (Guatemala, Nicaragua, Costa Rica y Panamá), Colombia, Venezuela y Brasil, además de agua embotellada, cerveza y otras bebidas en algunos de estos territorios. Después de la adquisición de Panamco, FEMSA es dueña indirecta del 45.7% del capital accionario, representando 53.6% del capital accionario con derecho a voto, y The Coca-Cola Company es dueña del 39.6% del capital accionario, representando el 46.4% del capital accionario con derecho a voto.

2.4.2. PRODUCTOS Y SERVICIOS DE COCA-COLA FEMSA, S. A. B. DE C. V.

Coca-Cola FEMSA, S.A. de C. V. produce Coca-Cola, Sprite, Fanta, Lift y otros productos de marcas

de The Coca-Cola Company en México (una parte importante del centro de México, incluyendo la ciudad de México y el Sureste de México), Guatemala (la ciudad de Guatemala

y sus alrededores), Nicaragua (todo el país), Costa Rica (todo el país), Panamá (todo el país), Colombia (la mayoría del país), Venezuela (todo el país), Brasil (São Paulo, Campiñas, Santos el estado de Mato Grosso do Sul y parte del estado de Goias) y Argentina (capital federal de Buenos Aires y sus alrededores), además de agua embotellada, cerveza y otras bebidas en algunos de estos territorios.

Desde el eficiente manejo del portafolio de productos, hasta la ejecución en el punto de venta, Coca-Cola FEMSA se apoya en una de las marcas más populares del mundo para crear valor para los consumidores y accionistas y proporcionar momentos satisfactorios a más personas cada día.

Entre sus marcas encontramos las siguientes:



2.4.3. CONSEJO DE ADMINISTRACIÓN COCA-COLA FEMSA, S. A. B. DE C. V.

La administración de la empresa le ha sido asignada al Consejo de Administración. Los estatutos de la Compañía estipulan que el Consejo de Administración constará, como mínimo, de 18 consejeros nombrados durante la Asamblea Anual Ordinaria de Accionistas por periodos renovables de un año.

El Consejo de Administración consta actualmente de 18 consejeros propietarios y sus respectivos suplentes. Los consejeros son elegidos como sigue: 11 consejeros propietarios y sus respectivos consejeros suplentes son elegidos por los tenedores de Acciones Serie A

votando como una clase; cuatro consejeros y sus respectivos consejeros suplentes son elegidos por los tenedores de Acciones Serie D votando como una clase; y tres consejeros y sus respectivos consejeros suplentes son elegidos por los tenedores de Acciones de la Serie L votando como una sola clase. Los consejeros sólo pueden ser elegidos por la mayoría de los accionistas de las series apropiadas, votando como una clase, representados en la junta de accionistas.

Además, los tenedores de cualquiera de las series de las acciones que no voten en favor de los consejeros elegidos, tienen derecho actuando de forma individual o junto con los otros accionistas de cualquier serie que estén en desacuerdo, a elegir un consejero adicional y a su respectivo consejero suplente correspondiente por cada 10% de las acciones de capital social en circulación mantenidas por dicho accionista o grupo de accionistas en desacuerdo. Estos consejeros y consejeros suplentes, elegidos por los accionistas en desacuerdo se considerarán adicionalmente a los elegidos por la mayoría de los tenedores de las Acciones Serie A, Serie D y Serie L. Los estatutos estipulan que el Consejo de Administración se reunirá al menos cuatro veces al año.

Las acciones del Consejo de Administración deben ser aprobadas por al menos la mayoría de los consejeros presentes y que voten, lo cual (excepto bajo ciertas circunstancias limitadas) debe incluir al menos dos consejeros elegidos por Accionistas de la Serie D.

Al 31 de marzo de 2006, el Consejo de Administración incluía los siguientes miembros:

Consejeros			
Nombre	Cargo	Serie	Suplente
José Antonio Fernández Carbajal	Director	A	Alfredo Livas Cantú
Alfonso Garza Garza	Director	A	Mariana Garza de Treviño
José Luis Cutrale	Director	A	José Luis Cutrale Jr.
Carlos Salazar Lomelín	Director	A	Max Michel Suberville
Ricardo Guajardo Touché	Director	A	Eduardo Padilla Silva
Paulina Garza de Marroquín	Director	A	Eva Garza de Fernández
Federico Reyes García	Director	A	Alejandro Bailleres Gual
Javier Astaburuaga Sanjines	Director	A	Francisco José Calderón Rojas
Alfonso González Migoya	Director	A	Francisco Garza Zambrano
Daniel Servitje Montul	Director	A	Sergio Deschamps Ebergeney
Enrique Sênior	Director	A	Herbert Allen III
Gary Fayard	Director	D	David Taggart
Irial Finan	Director	D	Mark Harden
Charles H. Mc. Tier	Director	D	Carol C. Hayes
Bárbara Garza de Braniff	Director	D	Geoffrey J. Kelly
Alexis E. Rovzar de la Torre	Director	L	Arturo Estrada Teanor
José Manuel Canal Hernando	Director	L	Helmut Paul
Francisco Zambrano Rodríguez	Director	L	Karl Frei

Principales Funcionarios	
Nombre	Cargo
Carlos Salazar Lomelín	Director General
Ernesto Torres Arriaga	Vice-Presidente
Héctor Treviño Gutierrez	Director de Administración y Finanzas
Tanya Avellán Pinoargote	Estratégico
Alejandro Duncan	Director de Tecnología
Eulálio Cerda Delgadillo	Director de Recursos Humanos
Hermilo Zuart Ruíz	Director de Nuevos Negocios
John Anthony Santa Maria Otazúa	Director de Operaciones México

Principales Funcionarios	
Nombre	Cargo
Ernesto Silva Almaguer	Director de Operaciones Mercosur
Rafael Suárez Olaguibel	Director de Operaciones Latin Centro

2.5. GRUPO MODELO, S. A. B. DE C. V.

Grupo Modelo es de nacionalidad mexicana y se constituyó conforme a las leyes de los Estados Unidos Mexicanos el 21 de noviembre de 1991, en diciembre de 2006, la Asamblea General Ordinaria y Extraordinaria de Accionistas de Grupo Modelo aprobó modificaciones a sus estatutos sociales para adecuarlos a las disposiciones de la entonces nueva Ley del Mercado de Valores. Como parte de dicha reforma, Grupo Modelo cambió su régimen societario por el de Sociedad Anónima Bursátil, y modificó su duración por indefinida.



Su *misión* es "Fabricar, distribuir y vender cerveza de calidad con un servicio excelente; a un precio competitivo; optimizando recursos; superado las expectativas del cliente; con la colaboración de todo el personal, proveedores y distribuidores contribuyendo a su desarrollo económico, cultural y social; mejorando la rentabilidad del negocio; protegiendo el medio ambiente y cooperando con el progreso de la comunidad del país".

Su *visión* es ser líder en la elaboración, distribución y venta de cerveza en México, con una participación en el mercado nacional y de exportación.

Al 31 de diciembre de 2007, la estructura corporativa de Grupo Modelo está integrada por 7

cervecerías, y como parte de su crecimiento está construyendo la octava planta cervecera, la cual se ubicada en el Estado de Coahuila.

Empresa	Año	Localización
Cervecería Modelo, S.A. de C.V.	1935	México, D.F.
Cervecería Modelo de Guadalajara, S.A. de C.V.	1954	Guadalajara, Jal.
Cervecería del Pacífico, S.A. de C.V.	1954	Mazatlán Sin.
Cervecería Modelo del Noroeste, S.A. de C.V.	1960	Cd. Obregón, Son.
Cervecería Modelo de Torreón, S.A. de C.V.	1967	Torreón, Coah.
Compañía Cervecera del Trópico, S.A. de C.V.	1979-1984	Tuxtepec, Oax.
Compañía Cervecera de Zacatecas, S.A. de C.V.	1997	Calera de Víctor Rosales, Zac.

Grupo Modelo ingresó de manera exitosa a la Bolsa Mexicana de Valores, el 16 de febrero de 1994, únicamente cotiza acciones Serie "C", Clase II, en las cuales no otorgan derecho a voto a sus titulares, salvo en los casos de asambleas especiales y se encuentra restringidas a no representar más del 20% del capital social.



En el año 1994 Grupo Modelo tenía en circulación 40'646,995 acciones de la Serie "C", y debido a la importante apreciación en 1998 se convirtieron en 650'351,920, representando el 20% del capital social.

En 2007 se inició la operación del fondo de recompra aprobado por la Asamblea General de Accionistas, por lo que el número total de acciones serie "C" recompradas al cierre del ejercicio ascendió a 8'641,600, reduciendo el número de acciones a 641'710,320. Durante el primer trimestre de 2008 se recompraron 4'538,500 acciones adicionales, lo que lleva a un total de 637'171,820 acciones serie "C" en el mercado. Dado este evento durante el año el precio de la acción GMODELO C se comportó de la siguiente manera:

Precio máximo	\$ 62.30
Precio mínimo	\$ 46.50
Precio de cierre	\$ 51.50

Por su importante volumen de operaciones diarias en el mercado mexicano de valores y en otros país. La acción mantiene la categoría de *alta bursatilidad* en BMV, ubicándose en marzo de 2008 en la posición 13, con una calificación de 8.439 en un rango de cero a diez.

Casas de Cotización	País	Claves de Cotización	
Bolsa Mexicana de Valores	México	GMODELO C	1 acción Serie "C".
Latibex	España	XGMD	10 acciones Serie "C" por cada Unidad de Cotización
ADR's Mercado OTC	Estados Unidos de América	GPMCY	10 acciones Serie "C" por cada ADR.

2.5.1. HISTORIA DE GRUPO MODELO S. A. B. DE C. V.

Fundado el 25 de octubre de 1925. Es Don Pablo Díez Fernández, quien como dueño de dicha compañía, inicia en la década de los años treinta, con el dinamismo que actualmente caracteriza a Grupo Modelo y establece las bases de su crecimiento, siendo a la fecha líder en la elaboración, distribución y venta de cerveza en México, con una participación en el mercado nacional y de exportación del 62.80% al 31 de diciembre de 2007.

En 1928 la venta de las marcas de cerveza Modelo y Corona ascienden a 8 millones de botellas.

En 1930 sale al mercado la marca de cerveza Negra Modelo.

En 1933 se realizan las primeras exportaciones de manera esporádica a Estados Unidos.

En 1943 el lema publicitario era "Y veinte millones de mexicanos no pueden estar equivocados.

En 1966 entra al mercado Modelo Especial, la primera cerveza con envase de lata.

En 1979 se funda la empresa Cebadas y Maltas, en Calpulalpan, Tlaxcala.

En 1981 se crea la empresa INAMEX de Cerveza y Malta, en Texcoco, Estado de México.

En 1985 se realizan los primeros envíos de cerveza a Japón, Australia, Nueva Zelanda y algunos países de Europa.

En 1986 la marca Corona se coloca en el segundo lugar entre las marcas de cerveza importadas en Estados Unidos.

En 2003 inicia la construcción de la maltería ubicada en Idaho Falls, Estados Unidos.

En 2005 se conmemora el 80 aniversario de Grupo Modelo.

En 2006 se anuncia la alianza entre Grupo Modelo y Constellation Brands.

En 2007 comienza la construcción de la octava cervecería, en Nava, Coahuila.

2.5 2. PRODUCTOS Y SERVICIOS DE GRUPO MODELO S. A. B. DE C. V.

El sector al que pertenece el Grupo Modelo es al de alimentación, tabaco y bebida y la actividad económica es la producción, distribución, venta, exportación e importación de cerveza.

Actualmente tiene doce marcas, destacando Corona Extra®, "la cerveza mexicana de mayor venta en el mundo"®, Modelo Especial®, Victoria®, Pacífico®, Negra Modelo® y otras de carácter regional.

Exporta cinco marcas con presencia en más de 150 países y es importador exclusivo en México de las cervezas producidas por la compañía estadounidense Anheuser-Bush, entre las que destacan las marcas Budweiser y Bud Light.

De acuerdo con el proceso de producción utilizado, existen dos tipos de cerveza, Ale y Lager. Grupo Modelo elabora únicamente cervezas que son tipo Lager. A continuación se presentan las distintas clases de cerveza tipo Lager producidas y sus características principales:

Pilsener. Es la cerveza Lager más clara y con menor grado de utilización de maltas especiales, con lo que se logra que su cuerpo y textura sean ligeros y balanceados.

Viena. Es una cerveza Lager de color intermedio, similar a la cerveza Pilsener; sin embargo, su elaboración requiere de un mayor grado de utilización de maltas especiales.

Munich. Es una cerveza Lager de color oscuro, que requiere de un mayor grado de utilización de maltas especiales, mayor cuerpo, mayor extracto y con un sabor más dulce. La obtención del color oscuro proviene del proceso de secado y tostado de las maltas que se efectúa a temperaturas más altas.

Light Lager. Esta cerveza Lager contiene extractos, proteínas y carbohidratos más bajos que la cerveza tipo Lager en general.

Los productos nacionales y de exportación se muestran en la siguiente tabla:

Marca	Cobertura		Clase
	Nacional	Exportación	
 Corona Extra	Nacional	Exportación	Pilsener
 Modelo Especial	Nacional	Exportación	Pilsener
 Corona Light	Nacional	Exportación	Light Lager

Marca	Cobertura		Clase
	Nacional	Exportación	
 Modelo Light	Nacional		Light Lager
 Negra Modelo	Nacional	Exportación	Munich
 Pacífico	Nacional	Exportación	Pilsener
 Estrella	Nacional		Pilsener
 Victoria	Nacional		Viena
 León	Nacional		Munich
 Montejo	Nacional		Pilsener
 Tropical Light	Nacional		Light Lager
 Barrilito	Nacional		Pilsener

Grupo Modelo tiene presencia en los cinco continentes. Su portafolio de productos de exportación está formado por cinco marcas del portafolio total. Más del 85.0% de las ventas de exportación se realizan en E. U. A. y Canadá, por once años consecutivos Corona Extra se ha mantenido como la cerveza importada en los E. U. A. de mayor venta. Esta misma posición la ocupa en Canadá. El liderazgo obtenido en el mercado estadounidense, se logró después de 10 años de mantener el segundo lugar en ventas entre más de 450 marcas de todo el mundo. Durante el ejercicio 2007 Corona Extra alcanzó una participación estimada de 27.9%. Además, a partir del año 2006 Modelo Especial se ha consolidado en el tercer lugar dentro de las cervezas importadas de mayor venta en ese importante mercado, mientras que Corona Light en 2007 ganó una posición ubicándose en el sexto lugar.

Grupo Modelo también cuenta con el servicio de importación de 5 marcas internacionales, como son:

Marca	Origen	Fabricante
Budweiser	E.U.A	Anheuser-Busch, Inc.
Bud Light	E.U.A	Anheuser-Busch, Inc.
O'Doul's	E.U.A	Anheuser-Busch, Inc.
Tsingtao	China	Tsingtao Brewery Co.
Carlsberg	Dinamarca	Carlsberg Breweries A/S

2.5 3. CONSEJO DE ADMINISTRACIÓN DE GRUPO MODELO S. A. B. DE C. V.

La Asamblea General Anual Ordinaria de Accionistas de Grupo Modelo celebrada el 21 de abril de 2008, acordó el nombramiento y ratificación, en su caso, de los actuales miembros del Consejo de Administración, mismo que a la fecha se encuentra integrado por 19 consejeros propietarios y sus respectivos suplentes, como se describen a continuación.

Principales Funcionarios	
Nombre	Cargo
Antonino Fernández Rodríguez	Presidente Honorario Vitalicio
Carlos Fernández González	Presidente
Ma. Asunción Aramburuzabala Larregui	Vicepresidente
Antonino Fernández Rodríguez	Consejero Propietario
Carlos Fernández González	Consejero Propietario
Ma. Asunción Aramburuzabala Larregui	Consejero Propietario

Principales Funcionarios	
Nombre	Cargo
Emilio Carrillo Gamboa	Consejero Propietario
Alfonso De Angoitia Noriega	Consejero Propietario
Luis Fernando Gerardo de la Calle Pardo	Consejero Propietario
Valentín Díez Morodo	Consejero Propietario
Luis Javier González Cimadevilla	Consejero Propietario
Pablo González Díez	Consejero Propietario
Jaime Serra Puche	Consejero Propietario
August A. Busch III	Consejero Propietario
August A. Busch IV	Consejero Propietario
Gary L. Rutledge	Consejero Propietario
Juan Enrique Cintron Patterson	Consejero Propietario
James R. Jones	Consejero Propietario
Thomas W. Santel	Consejero Propietario
Pedro Lotufo Soares	Consejero Propietario
Alejandro Martín Strauch Aznarez	Consejero Propietario
Claus Werner von Wobeser Hoepfner	Consejero Propietario
Margarita Hugues Vélez	Secretario
Raymundo Carrillo de Albornoz de la Mora	Prosecretario

Es relevante hacer mención que algunos de los consejeros de Grupo Modelo también tienen participación en otras empresas:

Nombre	Empresa
Emilio Carrillo Gamboa	Empresas ICA
Carlos Fernández González	Grupo Televisa
Alfonso de Angoitia Noriega	Grupo Televisa
Ma. Asunción Aramburuzabala Larregui	Grupo Televisa

2.6. GRUPO BIMBO, S. A. B. DE C. V.

GRUPO BIMBO es la compañía más grande de alimentos, y líder indiscutible en la panificación nacional, así como en la de varios países de Latinoamérica, cuenta con más de 100 marcas de reconocido prestigio, el Grupo está configurado por 83 plantas, 5 asociadas y 3 empresas comercializadoras. Su compromiso de ser una compañía altamente productiva y plenamente humana, así como innovadora, competitiva y orientada a la satisfacción total de sus clientes y consumidores.



El Grupo cuenta con la red de distribución más extensa del país y una de las más grandes del continente americano, con 36,000 rutas garantiza que sus productos lleguen frescos y todo el tiempo a los más de 1,000,000 puntos de venta localizados en 18 países del mundo.

2.6.1. HISTORIA DE GRUPO BIMBO, S. A. B. DE C. V.

El 4 de julio de 1945 se firmó la escritura constitutiva de panificación Bimbo.

Panificación Bimbo inició operaciones el 2 de diciembre de 1945 con sólo 34 trabajadores en una pequeña fábrica de la Ciudad de México, construida en el número 117 de la calle 58 Norte, en la colonia Santa María Insurgentes.

En 1952 se hicieron importantes ampliaciones a la planta de Panificación Bimbo de la Ciudad de México. En ese año, también se empezaron a elaborar las Donas del osito y se lanzó al mercado una nueva línea de bollería con Bimbollos, Medias Noches y Colchones.

En diciembre de 1956, se instaló la fábrica de Bimbo de Occidente

En 1965 se tiene el registro de una razón social llamada Marinela, que se integró al grupo Bimbo.

En 1957 Marinela lanzó al mercado un rico surtido de pastelitos que implicaban una cierta labor artesanal y que en sus inicios se vendían sin envoltura y en capacillos rojos.

El primer pedido de Gansitos que fabricó Marinela en 1958 fue de 500 unidades y llevó ocho horas de trabajo.

En 1960 se inauguró Bimbo del Norte en la Ciudad de Monterrey.

En 1963 se inició la primera gran reorganización administrativa. Entonces se creó la estructura corporativa, que abrió sus oficinas en la avenida Ejército Nacional de la Ciudad de México, con el nombre de Central Impulsora, teniendo a Lorenzo Servitje como Director General. Así, con una mayor profesionalización, se iniciaba una era de gran expansión y diversificación.

De 1963 a 1978 se abrieron ocho nuevas fábricas, al mismo tiempo que las instalaciones pioneras se ampliaban y actualizaban con mejoras tecnológicas.

En 1964 Bimbo adquirió los derechos para México de la marca Sunbeam, de Quality Bakers of América.

En 1986 Bimbo compró la Compañía Continental de Alimentos dicha empresa caracterizada por tener en su propiedad la marca Wonder.

En 1972 Bimbo incursionó en una nueva dimensión industrial, al instalar en Azcapotzalco (Ciudad de México) la planta panificadora más grande de América Latina y una de las diez más grandes del mundo.

En 1980 Bimbo se transformó en empresa pública y 15% de sus acciones comenzaron a cotizarse en la Bolsa Mexicana de Valores. En enero de 1985 arrancó el Plan Cero Defectos, que se proponía lograr la calidad total en todos los procesos de la organización. En ese año,

los muros de oficinas, pasillos, talleres y patios se cubrieron con lemas como: "Hazlo bien desde la primera vez".

En 1989 se creó la primera planta fuera de México, fue Bimbo Centroamérica y su ubicación fue en Guatemala y para 1991 Bimbo creó Organización Latinoamericana (OLA) para operar la expansión al sur de la frontera mexicana.

En los noventa se adquirieron varias empresas de América latina, como la Chilena Alesa y Hulsum, la panificadora líder de Venezuela. También se crearon Bimbo El Salvador, Costa Rica, Argentina y Perú, en Colombia, el Grupo se asoció con Noel, la empresa galletera más importante de ese país y en 2001 se realizó la compra de Plus Vita de Brasil, con lo que Bimbo confirmó su liderazgo latinoamericano.

Para 1998 se concretó a panificadora norteamericana Mrs. Baird`s. fundada en 1908 por la legendaria Ninnie L. Baird en Fort Worth, Texas. Contaba con 11 plantas, tenía 3,000 colaboradores y era el líder panificador en Texas. Pero la compra más importante en la historia de Bimbo y la de mayor proyección fue a adquisición, de los activos de oeste norteamericano de la empresa canadiense George Weston Ltd., propietaria de las marcas Oroweat, Entenmnn's Thomas y Boboli.

Finalmente con la compañía de confitería Park Lane, ubicada en la República Checa, Grupo Bimbo tiene presencia en Europa.

En los últimos 15 años, los productos desarrollados por Grupo Bimbo, o adquiridos vía compra de plantas y marcas de prestigio. Destacan en 1990 con el lanzamiento de Milpa Real. Dos años después se adquirió Lara. En 1995 se adquirió Coronado, empresa líder en la fabricación de cajeta. Cuatro años después, el grupo se expandió a sector de pastas para sopa, con la compra de Cora y Rex, la cual se vendió en el año 2001. En 2004 sumó a su gama de compañías a Joico, en 2005, otras dos firmas Mexicanas de gran tradición, chocolates La Corona y la cadena de pastelería el globo.

En 1999 se diseñó la plataforma informática Bimbo XXI, un ambicioso proyecto de reingeniería tecnológica que da soporte a todos los procesos del negocio. A partir de 2002 el grupo se reestructuró, en cuatro divisiones: Bimbo S.A., que aglutina las compañías panaderas y pasteleras en México y Centroamérica; Barcel S.A., que integra al negocio de botanas y a Ricolino, la cual incluye a Park Lane; Bimbo Bakeries USA (BBU), que atiende lo referente a Estados Unidos; y Organización Latinoamérica (OLA), encargada de las operaciones en América Latina.

2.6.2. PRODUCTOS Y SERVICIOS DE GRUPO BIMBO, S. A. B. DE C. V.

Grupo Bimbo elabora, distribuye y comercializa cerca de 5000 productos, entre los que destacan una gran variedad de pan empacado, pastelería de tipo casero, galletas, dulces, chocolates, botanas dulces y saladas, tortillas empacadas de maíz y de harina de trigo, tostadas, y cajeta (dulce de leche).

A partir de 2002 el grupo se reestructuró, en cuatro divisiones: Bimbo S.A. , que aglutina las compañías panaderas y pasteleras en México y Centroamérica; Barcel S.A., que integra al negocio de botanas y a Ricolino, la cual incluye a Park Lane, con presencia en Europa; Bimbo Bakeries USA (BBU), que atiende lo referente a Estados Unidos; y Organización Latinoamérica (OLA), encargada de las operaciones en América Latina.



2.6.3. CONSEJO DE ADMINISTRACIÓN DE GRUPO BIMBO

Principales Funcionarios	
Nombre	Cargo
Daniel Servitje Montull	Director General
Pablo Elizondo Huerta	Director General Adjunto de Grupo Bimbo
Javier Augusto González Franco	Director General de Bimbo S.A. de C.V.
Reynaldo Reyna Rodríguez	Director General de Bimbo Bakeries USA, Inc.
Guillermo Quiroz Abed	Director de Administración y Finanzas
Javier Millán Dehesa	Director Corporativo de Personal y Relaciones
Gabino Gómez Carbajal	Director General de Barcel, S.A. de C.V.
Alberto Díaz Rodríguez	Director General de Organización Latinoamérica

CAPÍTULO 3. FORMACIÓN DE PORTAFOLIOS ÓPTIMOS CON LAS ACCIONES ICA, TV AZTECA, TELEVISA, COCA-COLA FEMSA, GRUPO MODELO Y BIMBO.

En este capítulo, nos enfocaremos a encontrar el conjunto eficiente de seis tipos de acciones diferentes, en base a datos históricos reales anuales desde el año 2001, hasta 2007; para lo cual se debe tomar en cuenta que la cartera óptima debe cumplir con dos condiciones que son: que ofrezca el máximo rendimiento esperado para un nivel dado de riesgo o que ofrezca un riesgo mínimo para un nivel dado de rendimiento esperado.

De acuerdo a las selecciones en diferentes sectores económicos e industriales, se permitirá valorar una adecuada inversión en la Bolsa Mexicana de valores, sobre las empresas emisoras y sus acciones elegidas para que formen nuestra cartera o portafolio.

3.1. DETERMINACIÓN DEL RIESGO-RENDIMIENTO DE LAS ACCIONES.

3.1.1. EMPRESAS ICA, S. A. B. DE C. V.

Empresas ICA, S. A. B. de C. V. ó ICA es la compañía de ingeniería, procuración y construcción más grande de México, las acciones representativas de su capital social se encuentran registradas en el RNV a cargo de la CNBV, y las mismas están listadas en la BMV. Actualmente ICA tiene registradas en el RNV 415,272,845 acciones clase única “ * ” a oferta global, consistente en una oferta pública primaria de suscripción de acciones ordinarias, nominativas, sin expresión de valor nominal, representativas del capital social de ICA.

3.1.1.1. MEDICIÓN DEL RENDIMIENTO ESPERADO DE ICA.

Con base en la información obtenida de los rendimientos reales anuales de los años 2001 a 2007, emitidos por la Bolsa Mexicana de Valores, obtendremos el rendimiento esperado de ICA, para lo cual nos apoyaremos con información de la tabla 3.1.1.1.

TABLA 3.1.1.1.

Año	Rendimiento real de ICA " * "
2001	1.0916
2002	-0.6017
2003	0.9490
2004	0.5722
2005	-0.0319
2006	0.5200
2007	0.7058
Suma	3.2050
Periodos	7
Rendimiento Esperado	\bar{R}_{ICA} 0.4579

De acuerdo a los obtenido el rendimiento esperado de esta acción es de 45.79 % anual.

3.1.1.2. MEDICIÓN DEL RIESGO DE ICA.

Una vez obtenido el rendimiento esperado de ICA, calcularemos el riesgo que tiene la acción, con base a los datos de la tabla 3.1.1.1.

TABLA 3.1.1.2

Año	Riesgo real de ICA "**"				
	Rr	-	\bar{R}	=	$(Rr - \bar{R})^2$
2001	= 1.0916	-	0.4579	= 0.6337	0.4016
2002	= -0.6017	-	0.4579	= -1.0596	1.1227
2003	= 0.9490	-	0.4579	= 0.4911	0.2412
2004	= 0.5722	-	0.4579	= 0.1143	0.0131
2005	= -0.0319	-	0.4579	= -0.4898	0.2399
2006	= 0.5200	-	0.4579	= 0.0621	0.0039
2007	= 0.7058	-	0.4579	= 0.2479	0.0615

Año	Riesgo real de ICA "**"	
	Sumatoria =	2.0838
	Periodos	7
	Varianza =	0.2977
	$\sigma = \sqrt{\quad}$	0.2977
	$\sigma =$	0.5456 54.56%

De acuerdo a los resultados obtenido el riesgo de esta acción es de 54.56 % anual.

3.1.2. EMPRESA TV AZTECA S.A. DE C.V.

La empresa TV AZTECA S.A. de C.V. Acciones de la serie " CPO ". Para su análisis posterior la llamaremos TV AZTECA.

3.1.2.1. MEDICIÓN DEL RENDIMIENTO ESPERADO DE TV AZTECA.

Con base en la información obtenida de los rendimientos reales anuales de los años 2001 a 2007, emitidos por la Bolsa Mexicana de Valores, obtendremos el rendimiento esperado de TV AZTECA, para lo cual nos apoyaremos con información de la tabla 3.1.2.1.

TABLA 3.1.2.1

Año	Rendimiento real de TV AZTECA.
2001	-0.3833
2002	-0.2326
2003	1.2402
2004	0.1607
2005	0.0051
2006	0.1686
2007	-0.0657

Año	Rendimiento real de TV AZTECA.
Suma	0.8930
Periodos	7
Rendimiento Esperado	0.1276

De acuerdo a lo obtenido, el rendimiento esperado de esta acción es de 12.76% anual.

3.1.2.2. MEDICIÓN DEL RIESGO DE TV AZTECA.

Una vez obtenido el rendimiento esperado de TV AZTECA, calcularemos el riesgo que tiene la acción, con base a los datos de la tabla 3.1.2.1.

TABLA 3.1.2.2

Año	Riesgo real de TV AZTECA S.A. de C.V.					
	Rr	-	\bar{R}	=	$(Rr - \bar{R})^2$	
2001	= -0.3833	-	0.1276	=	-0.5109	0.2610
2002	= -0.2326	-	0.1276	=	-0.3602	0.1297
2003	= 1.2402	-	0.1276	=	1.1126	1.2379
2004	= 0.1607	-	0.1276	=	0.0331	0.0011
2005	= 0.0051	-	0.1276	=	-0.1225	0.0150
2006	= 0.1686	-	0.1276	=	0.0410	0.0017
2007	= -0.0657	-	0.1276	=	-0.1933	0.0374
Sumatoria =					1.6838	
Periodos					7	
Varianza =					0.2405	
$\sigma = \sqrt{\quad}$	0.2405					
$\sigma =$	0.4905		49.05%			

De acuerdo a los resultados obtenido el riesgo de esta acción es de 49.05 % anual.

3.1.3. EMPRESA GRUPO TELEVISA S.A.

La empresa GRUPO TELEVISA S.A. Acciones de la serie " CPO ". Para su análisis posterior la llamaremos TELEVISA.

3.1.3.1. MEDICIÓN DEL RENDIMIENTO ESPERADO DE TELEVISA.

Con base en la información obtenida de los rendimientos reales anuales de los años 2001 a 2007, emitidos por la Bolsa Mexicana de Valores, obtendremos el rendimiento esperado de TELEVISA, para lo cual nos apoyaremos con información de la tabla 3.1.3.1.

TABLA 3.1.3.1

Año	Rendimiento real de TELEVISA "CPO"
2001	-0.1461
2002	-0.2995
2003	0.4936
2004	0.4270
2005	0.2292
2006	0.3181
2007	-0.1418
Suma	0.8805
Periodo	7
Rendimiento Esperado	0.1258

De acuerdo a lo obtenido, el rendimiento esperado de esta acción es de 12.58% anual.

3.1.3.2. MEDICIÓN DEL RIESGO DE TELEVISA.

Una vez obtenido el rendimiento esperado de TELEVISA, calcularemos el riesgo que tiene la acción, con base a los datos de la tabla 3.1.3.1.

TABLA 3.1.3.2

Año	Riesgo real de TELEVISA "CPO"			
	Rr	\bar{R}		$(Rr - \bar{R})^2$
2001	= -0.1461	- 0.1258	= -0.2719	0.0739
2002	= -0.2995	- 0.1258	= -0.4253	0.1809
2003	= 0.4936	- 0.1258	= 0.3678	0.1353
2004	= 0.4270	- 0.1258	= 0.3012	0.0907
2005	= 0.2292	- 0.1258	= 0.1034	0.0107
2006	= 0.3181	- 0.1258	= 0.1923	0.0370
2007	= -0.1418	- 0.1258	= -0.2676	0.0716
Sumatoria =				0.6001
Periodos				7
Varianza =				0.0857
$\sigma = \sqrt{\quad}$				0.0857
$\sigma =$				0.2928 29.28%

De acuerdo a los resultados obtenido el riesgo de esta acción es de 29.28 % anual.

3.1.4. EMPRESA COCA-COLA FEMSA, S.A.B. DE C.V.

La empresa COCA-COLA FEMSA, S.A.B DE CV. Acciones de la serie " L. " Para su análisis posterior la llamaremos KOF.

3.1.4.1. MEDICIÓN DEL RENDIMIENTO ESPERADO DE KOF.

Con base en la información obtenida de los rendimientos reales anuales de los años 2001 a 2007, emitidos por la Bolsa Mexicana de Valores, obtendremos el rendimiento esperado de KOF, para lo cual nos apoyaremos con información de la tabla 3.1.4.1.

TABLA 3.1.4.1

Año	Rendimiento real de KOF "L"
2001	-0.1624
2002	-0.0352
2003	0.2477
2004	0.0481
2005	0.0643
2006	0.3575
2007	0.2602
Suma	0.7802
Periodo	7
Rendimiento Esperado	0.1115

De acuerdo a lo obtenido el rendimiento esperado de esta acción es de 11.15% anual.

3.1.4.2. MEDICIÓN DEL RIESGO DE KOF.

Una vez obtenido el rendimiento esperado de KOF, calcularemos el riesgo que tiene la acción, con base a los datos de la tabla 3.1.4.1.

TABLA 3.1.4.2

Año	Riesgo real de KOF			
	Rr	\bar{R}		$(Rr - \bar{R})^2$
2001	= -0.1624	- 0.1115	= -0.2739	0.0750
2002	= -0.0352	- 0.1115	= -0.1467	0.0215
2003	= 0.2477	- 0.1115	= 0.1362	0.0186
2004	= 0.0481	- 0.1115	= -0.0634	0.0040
2005	= 0.0643	- 0.1115	= -0.0472	0.0022
2006	= 0.3575	- 0.1115	= 0.2460	0.0605
2007	= 0.2602	- 0.1115	= 0.1487	0.0221

Año	Riesgo real de KOF	
	Sumatoria =	0.2040
	Periodos	7
	Varianza =	0.0291
	$\sigma = \sqrt{0.0291}$	
	$\sigma = 0.1707$	17.07%

De acuerdo a los resultados obtenido el riesgo de esta acción es de 17.07 % anual.

3.1.5. EMPRESAS GRUPO MODELO, S. A. DE C. V.

Empresas GRUPO MODELO, S.A.B. DE C. V. Acciones de la serie " C ". Para su análisis posterior la llamaremos GRUPO MODELO.

3.1.5.1. MEDICIÓN DEL RENDIMIENTO ESPERADO DE GRUPO MODELO.

Con base en la información obtenida de los rendimientos reales anuales de los años 2001 a 2007, emitidos por la Bolsa Mexicana de Valores, obtendremos el rendimiento esperado de GRUPO MODELO, para lo cual nos apoyaremos con información de la tabla 3.1.5.1.

TABLA 3.1.5.1

Año	Rendimiento real de GRUPO MODELO "C"
2001	0.2286
2002	0.1849
2003	0.0228
2004	0.0807
2005	0.2152
2006	0.5001
2007	0.1726

Año	Rendimiento real de GRUPO MODELO "C"
Suma	1.4049
Periodo	7
Rendimiento Esperado	0.2007

De acuerdo a lo obtenido el rendimiento esperado de esta acción es de 20.07% anual.

3.1.5.2. MEDICIÓN DEL RIESGO.

Una vez obtenido el rendimiento esperado de GRUPO MODELO, calcularemos el riesgo que tiene la acción, con base a los datos de la tabla 3.1.5.1.

TABLA 3.1.5.2

Año	Riesgo real de GRUPO MODELO			
	Rr	\bar{R}		$(Rr - \bar{R})^2$
2001	= 0.2286	- 0.2007	= 0.0279	0.0008
2002	= 0.1849	- 0.2007	= -0.0158	0.0002
2003	= 0.0228	- 0.2007	= -0.1779	0.0316
2004	= 0.0807	- 0.2007	= -0.1200	0.0144
2005	= 0.2152	- 0.2007	= 0.0145	0.0002
2006	= 0.5001	- 0.2007	= 0.2994	0.0896
2007	= 0.1726	- 0.2007	= -0.0281	0.0008
Sumatoria =				0.1377
Periodos				7
Varianza =				0.0197
$\sigma = \sqrt{0.0197}$				
$\sigma = 0.1403 \quad 14.03\%$				

De acuerdo a los resultados obtenido el riesgo de esta acción es de 14.03 % anual.

3.1.6. EMPRESA GRUPO BIMBO S.A.B. DE C.V.

La empresa GRUPO BIMBO, S.A.B DE CV. Acciones de la serie " A. " Para su análisis posterior la llamaremos BIMBO.

3.1.6.1. MEDICIÓN DEL RENDIMIENTO ESPERADO DE BIMBO.

Con base en la información obtenida de los rendimientos reales anuales de los años 2001 a 2007, emitidos por la Bolsa Mexicana de Valores, obtendremos el rendimiento esperado de KOF, para lo cual nos apoyaremos con información de la tabla 3.1.6.1.

TABLA 3.1.6.1

Año	Rendimiento real de BIMBO "A"
2001	0.2910
2002	-0.1884
2003	0.3180
2004	0.2693
2005	0.2729
2006	0.4036
2007	0.1610
Suma	1.5274
Periodo	7
Rendimiento Esperado	0.2182

De acuerdo a lo obtenido el rendimiento esperado de esta acción es de 21.82% anual.

3.1.6.2. MEDICIÓN DEL RIESGO DE BIMBO.

Una vez obtenido el rendimiento esperado de BIMBO, calcularemos el riesgo que tiene la acción, con base a los datos de la tabla 3.1.6.1.

TABLA 3.1.6.2

Año	Riesgo real de BIMBO				
	Rr	-	\bar{R}	=	$(Rr - \bar{R})^2$
2001	= 0.2910	-	0.2182	= 0.0728	0.0053
2002	= -0.1884	-	0.2182	= -0.4066	0.1653
2003	= 0.3180	-	0.2182	= 0.0998	0.0100
2004	= 0.2693	-	0.2182	= 0.0511	0.0026
2005	= 0.2729	-	0.2182	= 0.0547	0.0030
2006	= 0.4036	-	0.2182	= 0.1854	0.0344
2007	= 0.1610	-	0.2182	= -0.0572	0.0033
Sumatoria =					0.2238
Periodos					7
Varianza =					0.0320
$\sigma = \sqrt{0.0320}$					
$\sigma =$					0.1788 17.88%

De acuerdo a los resultados obtenido el riesgo de esta acción es de 17.88 % anual.

3.2. CARTERAS DE RIESGO CON DOS ACTIVOS.

En esta parte nos dedicaremos a encontrar las carteras óptimas y fronteras eficientes de carteras de dos activos. En primer lugar para los portafolios formados con las acciones ICA y TV AZTECA; TV AZTECA y TELEVISA; TELEVISA y KOF; KOF y GRUPO MODELO, GRUPO MODELO Y BIMBO, y por último BIMBO e ICA.

3.2.1. CARTERA DE RIESGO CON LAS ACCIONES ICA Y TV AZTECA.

En primer lugar obtendremos la covarianza y el coeficiente de correlación entre los rendimientos reales de ICA y TV AZTECA. A continuación calcularemos el riesgo y rendimiento de un conjunto factible de portafolios y por último determinaremos los mejores portafolios de inversión que se pueden formar con estos dos activos de riesgo.

Para el cálculo de la covarianza nos ayudaremos de la siguiente tabla:

Año	Covarianza						
	R_{ICA}	\bar{R}_{ICA}	$R_t - \bar{R}_{ICA}$	R_{TVA}	\bar{R}_{TVA}	$R_t - \bar{R}_{TVA}$	$(R_t - \bar{R}_{ICA})(R_t - \bar{R}_{TVA})$
2001	1.0916	- 0.4579	= 0.6337	-0.3833	- 0.1276	= -0.5109	0.6337 x -0.5109 = -0.3238
2002	-0.6017	- 0.4579	= -1.0596	-0.2326	- 0.1276	= -0.3602	-1.0596 x -0.3602 = 0.3816
2003	0.9490	- 0.4579	= 0.4911	1.2402	- 0.1276	= 1.1126	0.4911 x 1.1126 = 0.5465
2004	0.5722	- 0.4579	= 0.1143	0.1607	- 0.1276	= 0.0331	0.1143 x 0.0331 = 0.0038
2005	-0.0319	- 0.4579	= -0.4898	0.0051	- 0.1276	= -0.1225	-0.4898 x -0.1225 = 0.0600
2006	0.5200	- 0.4579	= 0.0621	0.1686	- 0.1276	= 0.0410	0.0621 x 0.0410 = 0.0025
2007	0.7058	- 0.4579	= 0.2479	-0.0657	- 0.1276	= -0.1933	0.2479 x -0.1933 = -0.0479
Suma							0.6227
Periodos							7
Covarianza							0.0890
\bar{R}_{ICA}	=						0.4579
$\bar{R}_{TV AZTECA}$	=						0.1276

Una vez calculada la covarianza podemos obtener el coeficiente de correlación de acuerdo a su respectiva fórmula expuesta en el capítulo 1. De tal manera que obtenemos lo siguiente:

Coeficiente de correlación	
$r_{ICA,TVA}$	$= \frac{0.0890}{0.5456 \times 0.4905} = 0.3324$

Con los datos obtenidos representaremos los diversos portafolios de inversión; es decir, los diferentes niveles de riesgo-rendimiento posibles, tomando proporciones de inversión con

diferencias de diez centavos por cada peso a invertir. Para lo cual partiremos de la siguiente tabla de parámetros:

ACCIÓN	ICA	TV AZTECA
Rendimiento Esperado	0.4579	0.1276
Riesgo	0.5456	0.4905
Correlación	0.3324	

De donde se obtiene los siguientes portafolios de inversión:

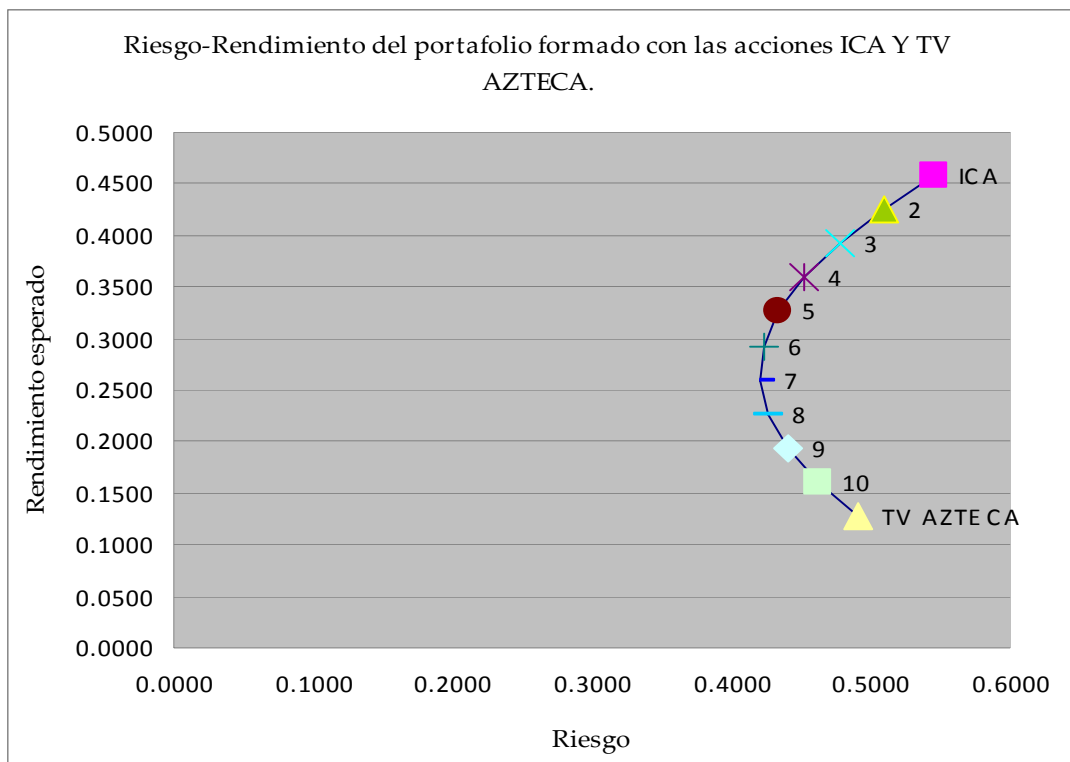
N° de portafolio	Riesgo de los portafolios												
	$\sqrt{\quad}$	W_{ICA}^2	σ_{ICA}^2	+	W_{TVA}^2	σ_{TVA}^2	+2	$W_{ICA} W_{TVA}$	σ_{ICA}	σ_{TVA}	$\rho_{ICA,TVA}$	σ_P	
1	$\sqrt{\quad}$	1.0000	0.2977	+	0.0000	0.2405	+2	1	0	0.5456	0.4905	0.3324 =	0.5456
2	$\sqrt{\quad}$	0.8100	0.2977	+	0.0100	0.2405	+2	0.9	0.1	0.5456	0.4905	0.3324 =	0.5095
3	$\sqrt{\quad}$	0.6400	0.2977	+	0.0400	0.2405	+2	0.8	0.2	0.5456	0.4905	0.3324 =	0.4781
4	$\sqrt{\quad}$	0.4900	0.2977	+	0.0900	0.2405	+2	0.7	0.3	0.5456	0.4905	0.3324 =	0.4526
5	$\sqrt{\quad}$	0.3600	0.2977	+	0.1600	0.2405	+2	0.6	0.4	0.5456	0.4905	0.3324 =	0.4340
6	$\sqrt{\quad}$	0.2500	0.2977	+	0.2500	0.2405	+2	0.5	0.5	0.5456	0.4905	0.3324 =	0.4231
7	$\sqrt{\quad}$	0.1600	0.2977	+	0.3600	0.2405	+2	0.4	0.6	0.5456	0.4905	0.3324 =	0.4206
8	$\sqrt{\quad}$	0.0900	0.2977	+	0.4900	0.2405	+2	0.3	0.7	0.5456	0.4905	0.3324 =	0.4266
9	$\sqrt{\quad}$	0.0400	0.2977	+	0.6400	0.2405	+2	0.2	0.8	0.5456	0.4905	0.3324 =	0.4408
10	$\sqrt{\quad}$	0.0100	0.2977	+	0.8100	0.2405	+2	0.1	0.9	0.5456	0.4905	0.3324 =	0.4624
11	$\sqrt{\quad}$	0.0000	0.2977	+	1.0000	0.2405	+2	0	1	0.5456	0.4905	0.3324 =	0.4905

Rendimiento del portafolio					
W_{ICA}	\bar{R}_{ICA}	W_{TVA}	\bar{R}_{TVA}	\bar{R}_P	
1	x	0.4579	+	0 x 0.1276 =	0.4579
0.90	x	0.4579	+	0.10 x 0.1276 =	0.4248
0.80	x	0.4579	+	0.20 x 0.1276 =	0.3918
0.70	x	0.4579	+	0.30 x 0.1276 =	0.3588
0.60	x	0.4579	+	0.40 x 0.1276 =	0.3257
0.50	x	0.4579	+	0.50 x 0.1276 =	0.2927
0.40	x	0.4579	+	0.60 x 0.1276 =	0.2597
0.30	x	0.4579	+	0.70 x 0.1276 =	0.2267
0.20	x	0.4579	+	0.80 x 0.1276 =	0.1936

Rendimiento del portafolio				
0.10	x	0.4579	+	0.90 x 0.1276 = 0.1606
0	x	0.4579	+	1 x 0.1276 = 0.1276

Estos portafolios de inversión se representan de forma gráfica de la siguiente manera:

ICA "*/TV AZTECA "CPO "				
Portafolios	W _{ICA}	W _{TVA}	Riesgo	Rendimiento
ICA	1.00	0.00	0.5456	0.4579
2	0.90	0.10	0.5095	0.4248
3	0.80	0.20	0.4781	0.3918
4	0.70	0.30	0.4526	0.3588
5	0.60	0.40	0.4340	0.3257
6	0.50	0.50	0.4231	0.2927
7	0.40	0.60	0.4206	0.2597
8	0.30	0.70	0.4266	0.2267
9	0.20	0.80	0.4408	0.1936
10	0.10	0.90	0.4624	0.1606
TV AZTECA	0.00	1.00	0.4905	0.1276



Analizando esta gráfica y la anterior tabla observamos que los portafolios eficientes para cualquier inversionista, son los que se forman invirtiendo el 40% ó más de capital en ICA y el 60% o menos en TV AZTECA; de los cuales el inversionista podrá escoger el que mas se ajuste a sus preferencias de riesgo y rendimiento.

3.2.2. CARTERA DE RIESGO CON LAS ACCIONES TV AZTECA Y TELEVISA.

En primer lugar obtendremos la covarianza y el coeficiente de correlación entre los rendimientos reales de TV AZTECA y TELEVISA. A continuación calcularemos el riesgo y rendimiento de un conjunto factible de portafolios y por último determinaremos los mejores portafolios de inversión que se pueden formar con estos dos activos de riesgo.

Para el cálculo de la covarianza nos ayudaremos de la siguiente tabla:

Año	Covarianza						
	R_{TVA}	\bar{R}_{TVA}	$R_i - \bar{R}_{TVA}$	R_{TLV}	\bar{R}_{TLV}	$R_i - \bar{R}_{TLV}$	$(R_i - \bar{R}_{TVA})(R_i - \bar{R}_{TLV})$
2001	-0.3833	-0.1276	= -0.5109	-0.1461	-0.1258	= -0.2719	-0.5109 x -0.2719 = 0.1389
2002	-0.2326	-0.1276	= -0.3602	-0.2995	-0.1258	= -0.4253	-0.3602 x -0.4253 = 0.1532
2003	1.2402	-0.1276	= 1.1126	0.4936	-0.1258	= 0.3678	1.1126 x 0.3678 = 0.4092
2004	0.1607	-0.1276	= 0.0331	0.4270	-0.1258	= 0.3012	0.0331 x 0.3012 = 0.0100
2005	0.0051	-0.1276	= -0.1225	0.2292	-0.1258	= 0.1034	-0.1225 x 0.1034 = -0.0127
2006	0.1686	-0.1276	= 0.0410	0.3181	-0.1258	= 0.1923	0.0410 x 0.1923 = 0.0079
2007	-0.0657	-0.1276	= -0.1933	-0.1418	-0.1258	= -0.2676	-0.1933 x -0.2676 = 0.0517
Suma							0.7582
Periodos							7
Covarianza							0.1083
\bar{R} TV AZTECA =			0.1276				
\bar{R} TELEVISA =						0.1258	

Una vez calculada la covarianza podemos obtener el coeficiente de correlación de acuerdo a su respectiva fórmula expuesta en el capítulo 1. De tal manera que obtenemos lo siguiente:

Coeficiente de correlación	
$\rho_{TVA,TLV}$	$= \frac{0.1083}{0.4905 \times 0.2928} = 0.7543$

Con los datos obtenidos representaremos los diversos portafolios de inversión; es decir, los diferentes niveles de riesgo-rendimiento posibles, tomando proporciones de inversión con diferencias de diez centavos por cada peso a invertir. Para lo cual partiremos de la siguiente tabla de parámetros:

ACCIÓN	TV AZTECA	TELEvisa
Rendimiento Esperado	0.1276	0.1258
Riesgo	0.4905	0.2928
Correlación	0.7543	

De donde se obtiene los siguientes portafolios de inversión:

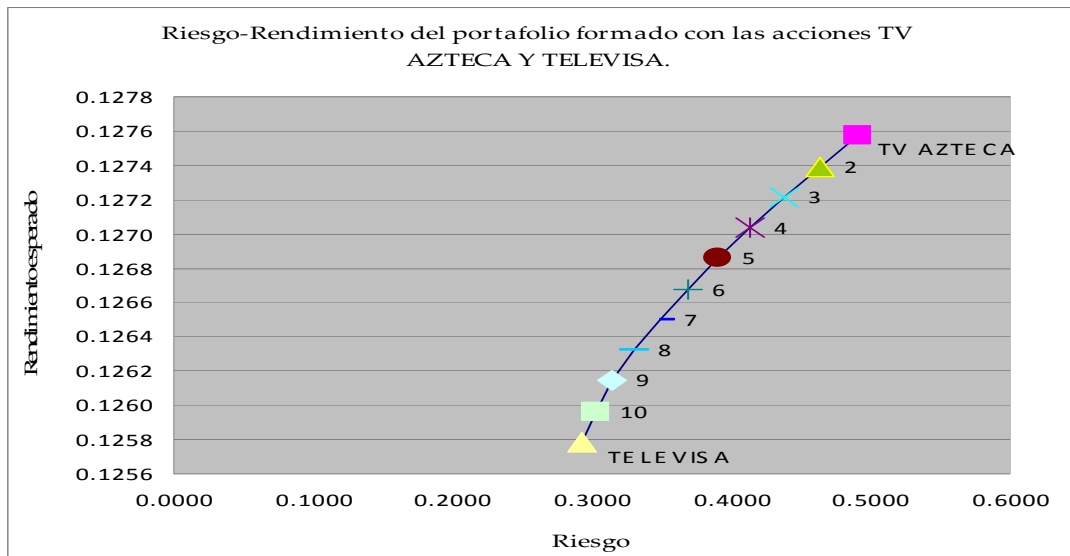
N° de portafolio	Riesgo de los portafolios													
	$\sqrt{\quad}$	W_{TVA}^2	σ_{TVA}^2	+	W_{TLV}^2	σ_{TLV}^2	+2	$W_{TVA} W_{TLV}$	σ_{TVA}	σ_{TLV}	$\rho_{TVA,TLV}$	σ_P		
1	$\sqrt{\quad}$	1.0000	0.2405	+	0.0000	0.0857	+2	1	0	0.4905	0.2928	0.7543	=	0.4905
2	$\sqrt{\quad}$	0.8100	0.2405	+	0.0100	0.0857	+2	0.9	0.1	0.4905	0.2928	0.7543	=	0.4639
3	$\sqrt{\quad}$	0.6400	0.2405	+	0.0400	0.0857	+2	0.8	0.2	0.4905	0.2928	0.7543	=	0.4382
4	$\sqrt{\quad}$	0.4900	0.2405	+	0.0900	0.0857	+2	0.7	0.3	0.4905	0.2928	0.7543	=	0.4136
5	$\sqrt{\quad}$	0.3600	0.2405	+	0.1600	0.0857	+2	0.6	0.4	0.4905	0.2928	0.7543	=	0.3903
6	$\sqrt{\quad}$	0.2500	0.2405	+	0.2500	0.0857	+2	0.5	0.5	0.4905	0.2928	0.7543	=	0.3684
7	$\sqrt{\quad}$	0.1600	0.2405	+	0.3600	0.0857	+2	0.4	0.6	0.4905	0.2928	0.7543	=	0.3483
8	$\sqrt{\quad}$	0.0900	0.2405	+	0.4900	0.0857	+2	0.3	0.7	0.4905	0.2928	0.7543	=	0.3304
9	$\sqrt{\quad}$	0.0400	0.2405	+	0.6400	0.0857	+2	0.2	0.8	0.4905	0.2928	0.7543	=	0.3149
10	$\sqrt{\quad}$	0.0100	0.2405	+	0.8100	0.0857	+2	0.1	0.9	0.4905	0.2928	0.7543	=	0.3022
11	$\sqrt{\quad}$	0.0000	0.2405	+	1.0000	0.0857	+2	0	1	0.4905	0.2928	0.7543	=	0.2928

Rendimiento del portafolio					
W_{TVA}	\bar{R}_{TVA}	W_{TLV}	\bar{R}_{TLV}	\bar{R}_P	
1	x	0.1276	+	0 x 0.1258 =	0.1276
0.90	x	0.1276	+	0.10 x 0.1258 =	0.1274
0.80	x	0.1276	+	0.20 x 0.1258 =	0.1272

Rendimiento del portafolio				
0.70	x	0.1276	+	0.30 x 0.1258 = 0.1270
0.60	x	0.1276	+	0.40 x 0.1258 = 0.1269
0.50	x	0.1276	+	0.50 x 0.1258 = 0.1267
0.40	x	0.1276	+	0.60 x 0.1258 = 0.1265
0.30	x	0.1276	+	0.70 x 0.1258 = 0.1263
0.20	x	0.1276	+	0.80 x 0.1258 = 0.1261
0.10	x	0.1276	+	0.90 x 0.1258 = 0.1260
0	x	0.1276	+	1 x 0.1258 = 0.1258

Estos portafolios de inversión se representan de forma gráfica de la siguiente manera:

TV AZTECA " CPO " / TELEVIS A " CPO "				
Portafolios	W _{TVA}	W _{TLV}	Riesgo	Rendimiento
TV AZTECA	1.00	0.00	0.4905	0.1276
2	0.90	0.10	0.4639	0.1274
3	0.80	0.20	0.4382	0.1272
4	0.70	0.30	0.4136	0.1270
5	0.60	0.40	0.3903	0.1269
6	0.50	0.50	0.3684	0.1267
7	0.40	0.60	0.3483	0.1265
8	0.30	0.70	0.3304	0.1263
9	0.20	0.80	0.3149	0.1261
10	0.10	0.90	0.3022	0.1260
TELEVIS A	0.00	1.00	0.2928	0.1258



Analizando esta gráfica y la anterior tabla observamos que los portafolios eficientes para cualquier inversionista, son los todos los portafolios; de los cuales el inversionista podrá escoger el que mas se ajuste a sus preferencias de riesgo y rendimiento.

3.2.3. CARTERA DE RIESGO CON LAS ACCIONES TELEVISA Y KOF.

En primer lugar obtendremos la covarianza y el coeficiente de correlación entre los rendimientos reales de TELEVISA y KOF. A continuación calcularemos el riesgo y rendimiento de un conjunto factible de portafolios y por último determinaremos los mejores portafolios de inversión que se pueden formar con estos dos activos de riesgo.

Para el cálculo de la covarianza nos ayudaremos de la siguiente tabla:

Año	Covarianza						
	R_{TLV}	\bar{R}_{TLV}	$R_t - \bar{R}_{TLV}$	R_{KOF}	\bar{R}_{KOF}	$R_t - \bar{R}_{KOF}$	$(R_t - \bar{R}_{TLV})(R_t - \bar{R}_{KOF})$
2001	-0.1461	0.1258	= -0.2719	-0.1624	0.1115	= -0.2739	-0.2719 x -0.2739 = 0.0745
2002	-0.2995	0.1258	= -0.4253	-0.0352	0.1115	= -0.1467	-0.4253 x -0.1467 = 0.0624
2003	0.4936	0.1258	= 0.3678	0.2477	0.1115	= 0.1362	0.3678 x 0.1362 = 0.0501
2004	0.4270	0.1258	= 0.3012	0.0481	0.1115	= -0.0634	0.3012 x -0.0634 = -0.0191
2005	0.2292	0.1258	= 0.1034	0.0643	0.1115	= -0.0472	0.1034 x -0.0472 = -0.0049
2006	0.3181	0.1258	= 0.1923	0.3575	0.1115	= 0.2460	0.1923 x 0.2460 = 0.0473
2007	-0.1418	0.1258	= -0.2676	0.2602	0.1115	= 0.1487	-0.2676 x 0.1487 = -0.0398
Suma							Suma 0.1705
Periodos							Periodos 7
Covarianza							Covarianza 0.0244
$\bar{R}_{TELEVISA}$ =			0.1258				
\bar{R}_{KOF} =			0.1115				

Una vez calculada la covarianza podemos obtener el coeficiente de correlación de acuerdo a su respectiva fórmula expuesta en el capítulo 1. De tal manera que obtenemos lo siguiente:

Coeficiente de correlación	
$\rho_{TLV,KOF}$	$= \frac{0.0244}{0.2928 \times 0.1707} = 0.4873$

Con los datos obtenidos representaremos los diversos portafolios de inversión; es decir, los diferentes niveles de riesgo-rendimiento posibles, tomando proporciones de inversión con diferencias de diez centavos por cada peso a invertir. Para lo cual partiremos de la siguiente tabla de parámetros:

ACCIÓN	TELEVISÁ	KOF
Rendimiento Esperado	0.1258	0.1115
Riesgo	0.2928	0.1707
Correlación	0.4873	

De donde se obtiene los siguientes portafolios de inversión:

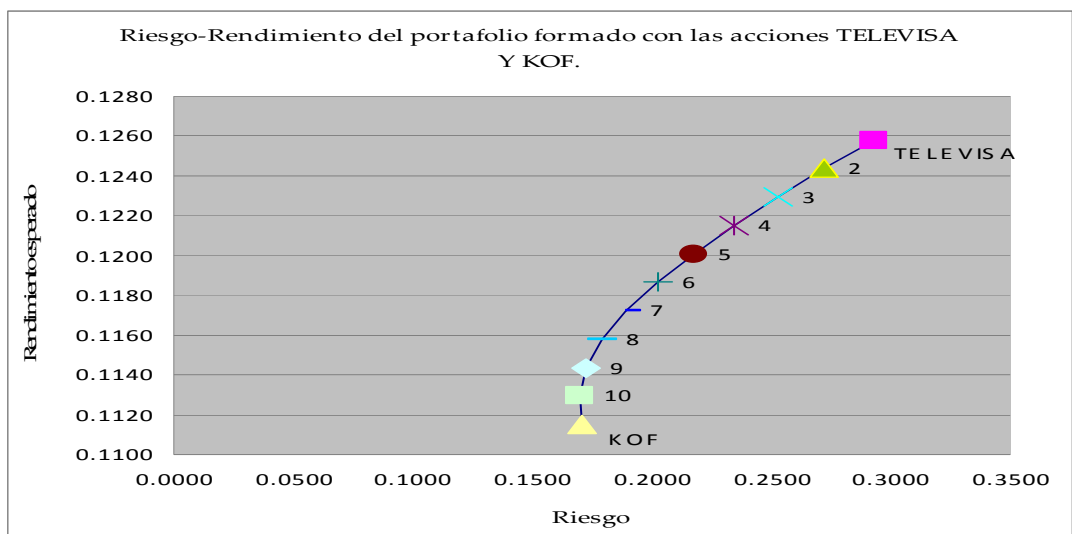
N° de portafolio	Riesgo de los portafolios												
	$\sqrt{\quad}$	W_{TLV}^2	σ_{TLV}^2	+	W_{KOF}^2	σ_{KOF}^2	+2	$W_{TLV}W_{KOF}$	σ_{TLV}	σ_{KOF}	$\rho_{TLV,KOF}$	σ_P	
1	$\sqrt{\quad}$	1.000	0.086	+	0.000	0.029	+2	1	0	0.2928	0.1707	0.487	= 0.2928
2	$\sqrt{\quad}$	0.810	0.086	+	0.010	0.029	+2	0.90	0.10	0.2928	0.1707	0.487	= 0.2722
3	$\sqrt{\quad}$	0.640	0.086	+	0.040	0.029	+2	0.80	0.20	0.2928	0.1707	0.487	= 0.2526
4	$\sqrt{\quad}$	0.490	0.086	+	0.090	0.029	+2	0.70	0.30	0.2928	0.1707	0.487	= 0.2342
5	$\sqrt{\quad}$	0.360	0.086	+	0.160	0.029	+2	0.60	0.40	0.2928	0.1707	0.487	= 0.2173
6	$\sqrt{\quad}$	0.250	0.086	+	0.250	0.029	+2	0.50	0.50	0.2928	0.1707	0.487	= 0.2022
7	$\sqrt{\quad}$	0.160	0.086	+	0.360	0.029	+2	0.40	0.60	0.2928	0.1707	0.487	= 0.1895
8	$\sqrt{\quad}$	0.090	0.086	+	0.490	0.029	+2	0.30	0.70	0.2928	0.1707	0.487	= 0.1795
9	$\sqrt{\quad}$	0.040	0.086	+	0.640	0.029	+2	0.20	0.80	0.2928	0.1707	0.487	= 0.1728
10	$\sqrt{\quad}$	0.010	0.086	+	0.810	0.029	+2	0.10	0.90	0.2928	0.1707	0.487	= 0.1698
11	$\sqrt{\quad}$	0.000	0.086	+	1.000	0.029	+2	0	1	0.2928	0.1707	0.487	= 0.1707

Rendimiento del portafolio							
W_{TLV}	\bar{R}_{TLV}	W_{KOF}	\bar{R}_{KOF}	\bar{R}_P			
1	x	0.1258	+	0 x	0.1115	=	0.1258
0.90	x	0.1258	+	0.10 x	0.1115	=	0.1244

Rendimiento del portafolio				
0.80	x	0.1258	+	0.20 x 0.1115 = 0.1229
0.70	x	0.1258	+	0.30 x 0.1115 = 0.1215
0.60	x	0.1258	+	0.40 x 0.1115 = 0.1201
0.50	x	0.1258	+	0.50 x 0.1115 = 0.1186
0.40	x	0.1258	+	0.60 x 0.1115 = 0.1172
0.30	x	0.1258	+	0.70 x 0.1115 = 0.1158
0.20	x	0.1258	+	0.80 x 0.1115 = 0.1144
0.10	x	0.1258	+	0.90 x 0.1115 = 0.1129
0	x	0.1258	+	1 x 0.1115 = 0.1115

Estos portafolios de inversión se representan de forma gráfica de la siguiente manera:

TELEVISA " CPO " / KOF " L "				
Portafolios	W _{TLV}	W _{KOF}	Riesgo	Rendimiento
TELEVISA	1.00	0.00	0.2928	0.1258
2	0.90	0.10	0.2722	0.1244
3	0.80	0.20	0.2526	0.1229
4	0.70	0.30	0.2342	0.1215
5	0.60	0.40	0.2173	0.1201
6	0.50	0.50	0.2022	0.1186
7	0.40	0.60	0.1895	0.1172
8	0.30	0.70	0.1795	0.1158
9	0.20	0.80	0.1728	0.1144
10	0.10	0.90	0.1698	0.1129
KOF	0.00	1.00	0.1707	0.1115



Analizando esta gráfica y la anterior tabla observamos que los portafolios eficientes para cualquier inversionista, son los que se forman invirtiendo el 10% ó más de capital en TELEVISA y el 90% o menos en KOF; de los cuales el inversionista podrá escoger el que mas se ajuste a sus preferencias de riesgo y rendimiento.

3.2.4. CARTERA DE RIESGO CON LAS ACCIONES KOF Y GRUPO MODELO.

En primer lugar obtendremos la covarianza y el coeficiente de correlación entre los rendimientos reales de KOF y GRUPO MODELO. A continuación calcularemos el riesgo y rendimiento de un conjunto factible de portafolios y por último determinaremos los mejores portafolios de inversión que se pueden formar con estos dos activos de riesgo.

Para el cálculo de la covarianza nos ayudaremos de la siguiente tabla:

Año	Covarianza						
	R_{KOF}	\bar{R}_{KOF}	$R_i - \bar{R}_{KOF}$	R_{GM}	\bar{R}_{GM}	$R_i - \bar{R}_{GM}$	$(R_i - \bar{R})_{KOF}(R_i - \bar{R})_{GM}$
2001	-0.1624	0.1115	= -0.2739	0.2286	0.2007	= 0.0279	-0.2739 x 0.0279 = -0.0076
2002	-0.0352	0.1115	= -0.1467	0.1849	0.2007	= -0.0158	-0.1467 x -0.0158 = 0.0023
2003	0.2477	0.1115	= 0.1362	0.0228	0.2007	= -0.1779	0.1362 x -0.1779 = -0.0242
2004	0.0481	0.1115	= -0.0634	0.0807	0.2007	= -0.1200	-0.0634 x -0.1200 = 0.0076
2005	0.0643	0.1115	= -0.0472	0.2152	0.2007	= 0.0145	-0.0472 x 0.0145 = -0.0007
2006	0.3575	0.1115	= 0.2460	0.5001	0.2007	= 0.2994	0.2460 x 0.2994 = 0.0737
2007	0.2602	0.1115	= 0.1487	0.1726	0.2007	= -0.0281	0.1487 x -0.0281 = -0.0042
Suma							0.0468
Periodos							7
Covarianza							0.0067
R_{KOF} =			0.1115				
\bar{R}_{GM} =			0.2007				

Una vez calculada la covarianza podemos obtener el coeficiente de correlación de acuerdo a su respectiva fórmula expuesta en el capítulo 1. De tal manera que obtenemos lo siguiente:

Coeficiente de correlación	
$r_{KOF,GM}$	$= \frac{0.0067}{0.1707 \times 0.1403} = 0.2795$

Con los datos obtenidos representaremos los diversos portafolios de inversión; es decir, los diferentes niveles de riesgo-rendimiento posibles, tomando proporciones de inversión con diferencias de diez centavos por cada peso a invertir. Para lo cual partiremos de la siguiente tabla de parámetros:

ACCIÓN	KOF	GRUPO MODELO
Rendimiento Esperado	0.1115	0.2007
Riesgo	0.1707	0.1403
Correlación	0.2795	

De donde se obtiene los siguientes portafolios de inversión:

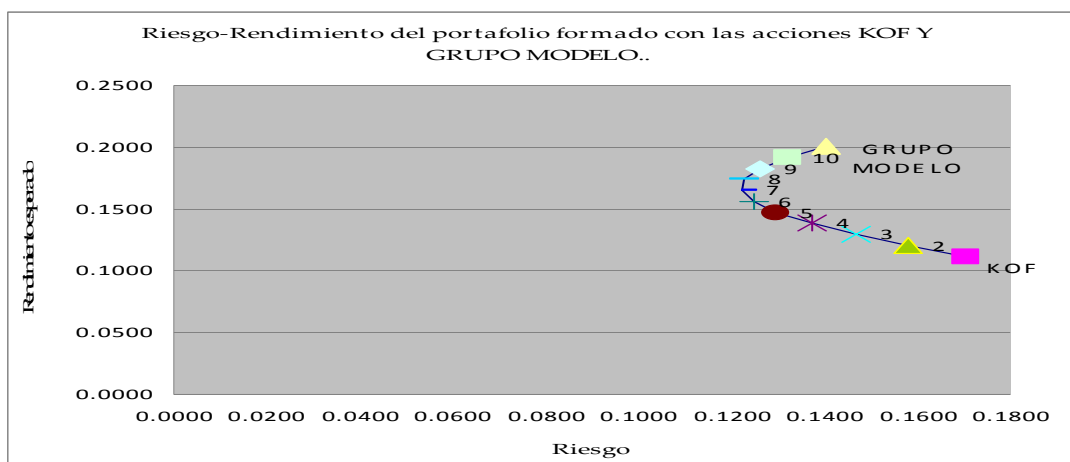
N° de portafolio	Riesgo de los portafolios											
	$\sqrt{\quad}$	W_{KOF}^2	σ_{KOF}^2	$+$	W_{GM}^2	σ_{GM}^2	$+$	$2 W_{KOF} W_{GM}$	σ_{KOF}	σ_{GM}	$r_{KOF,GM}$	σ_P
1	$\sqrt{\quad}$	1.0000	0.0291	+	0.0000	0.0197	+	2 1 0	0.1707	0.1403	0.2795	= 0.1707
2	$\sqrt{\quad}$	0.8100	0.0291	+	0.0100	0.0197	+	2 0.9 0.1	0.1707	0.1403	0.2795	= 0.1581
3	$\sqrt{\quad}$	0.6400	0.0291	+	0.0400	0.0197	+	2 0.8 0.2	0.1707	0.1403	0.2795	= 0.1469
4	$\sqrt{\quad}$	0.4900	0.0291	+	0.0900	0.0197	+	2 0.7 0.3	0.1707	0.1403	0.2795	= 0.1373
5	$\sqrt{\quad}$	0.3600	0.0291	+	0.1600	0.0197	+	2 0.6 0.4	0.1707	0.1403	0.2795	= 0.1298
6	$\sqrt{\quad}$	0.2500	0.0291	+	0.2500	0.0197	+	2 0.5 0.5	0.1707	0.1403	0.2795	= 0.1247
7	$\sqrt{\quad}$	0.1600	0.0291	+	0.3600	0.0197	+	2 0.4 0.6	0.1707	0.1403	0.2795	= 0.1223
8	$\sqrt{\quad}$	0.0900	0.0291	+	0.4900	0.0197	+	2 0.3 0.7	0.1707	0.1403	0.2795	= 0.1228
9	$\sqrt{\quad}$	0.0400	0.0291	+	0.6400	0.0197	+	2 0.2 0.8	0.1707	0.1403	0.2795	= 0.1261
10	$\sqrt{\quad}$	0.0100	0.0291	+	0.8100	0.0197	+	2 0.1 0.9	0.1707	0.1403	0.2795	= 0.1320
11	$\sqrt{\quad}$	0.0000	0.0291	+	1.0000	0.0197	+	2 0 1	0.1707	0.1403	0.2795	= 0.1403

Rendimiento del portafolio					
W_{KOF}	\bar{R}_{KOF}	$+$	W_{GM}	\bar{R}_{GM}	$= \bar{R}_P$
1	x 0.1115	+	0	x 0.2007	= 0.1115

Rendimiento del portafolio			
0.90	x	0.1115	+ 0.10 x 0.2007 = 0.1204
0.80	x	0.1115	+ 0.20 x 0.2007 = 0.1293
0.70	x	0.1115	+ 0.30 x 0.2007 = 0.1382
0.60	x	0.1115	+ 0.40 x 0.2007 = 0.1472
0.50	x	0.1115	+ 0.50 x 0.2007 = 0.1561
0.40	x	0.1115	+ 0.60 x 0.2007 = 0.1650
0.30	x	0.1115	+ 0.70 x 0.2007 = 0.1739
0.20	x	0.1115	+ 0.80 x 0.2007 = 0.1829
0.10	x	0.1115	+ 0.90 x 0.2007 = 0.1918
0	x	0.1115	+ 1 x 0.2007 = 0.2007

Estos portafolios de inversión se representan de forma gráfica de la siguiente manera:

KOF " L " / GRUPO MODELO " C "				
Portafolios	W_{KOF}	$W_{GRUPO\ MODELO}$	Riesgo	Rendimiento
KOF	1.00	0.00	0.1707	0.1115
2	0.90	0.10	0.1581	0.1204
3	0.80	0.20	0.1469	0.1293
4	0.70	0.30	0.1373	0.1382
5	0.60	0.40	0.1298	0.1472
6	0.50	0.50	0.1247	0.1561
7	0.40	0.60	0.1223	0.1650
8	0.30	0.70	0.1228	0.1739
9	0.20	0.80	0.1261	0.1829
10	0.10	0.90	0.1320	0.1918
GRUPO MODELO	0.00	1.00	0.1403	0.2007



Analizando esta gráfica y la anterior tabla observamos que los portafolios eficientes para cualquier inversionista, son los que se forman invirtiendo el 40% ó menos de capital en KOF y el 60% o más en GRUPO MODELO; de los cuales el inversionista podrá escoger el que más se ajuste a sus preferencias de riesgo y rendimiento.

3.2.5. CARTERA DE RIESGO CON LAS ACCIONES GRUPO MODELO Y BIMBO.

En primer lugar obtendremos la covarianza y el coeficiente de correlación entre los rendimientos reales de GRUPO MODELO y BIMBO. A continuación calcularemos el riesgo y rendimiento de un conjunto factible de portafolios y por último determinaremos los mejores portafolios de inversión que se pueden formar con estos dos activos de riesgo.

Para el cálculo de la covarianza nos ayudaremos de la siguiente tabla:

Año	Covarianza											
	R_{GM}	R_{GM}	$R_t - \bar{R}_{GM}$	R_{BIMBO}	R_{BIMBO}	$R_t - \bar{R}_{BIMBO}$	$(R_t - \bar{R}_{GM})(R_t - \bar{R}_{BIMBO})$					
2001	0.2286	- 0.2007	= 0.0279	0.2910	- 0.2182	= 0.0728	0.0279	x	0.0728	=	0.0020	
2002	0.1849	- 0.2007	= -0.0158	-0.1884	- 0.2182	= -0.4066	-0.0158	x	-0.4066	=	0.0064	
2003	0.0228	- 0.2007	= -0.1779	0.3180	- 0.2182	= 0.0998	-0.1779	x	0.0998	=	-0.0178	
2004	0.0807	- 0.2007	= -0.1200	0.2693	- 0.2182	= 0.0511	-0.1200	x	0.0511	=	-0.0061	
2005	0.2152	- 0.2007	= 0.0145	0.2729	- 0.2182	= 0.0547	0.0145	x	0.0547	=	0.0008	
2006	0.5001	- 0.2007	= 0.2994	0.4036	- 0.2182	= 0.1854	0.2994	x	0.1854	=	0.0555	
2007	0.1726	- 0.2007	= -0.0281	0.1610	- 0.2182	= -0.0572	-0.0281	x	-0.0572	=	0.0016	
Suma											0.0425	
Periodos											7	
Covarianza											0.0061	
\bar{R}_{GM}	=											0.2007
\bar{R}_{BIMBO}	=											0.2182

Una vez calculada la covarianza podemos obtener el coeficiente de correlación de acuerdo a su respectiva fórmula expuesta en el capítulo 1. De tal manera que obtenemos lo siguiente:

Coeficiente de correlación	
$\rho_{GM,BIMBO}$	$= \frac{0.0061}{0.1403 \times 0.1788} = 0.2419$

Con los datos obtenidos representaremos los diversos portafolios de inversión; es decir, los diferentes niveles de riesgo-rendimiento posibles, tomando proporciones de inversión con diferencias de diez centavos por cada peso a invertir. Para lo cual partiremos de la siguiente tabla de parámetros:

ACCIÓN	GRUPO MODELO	BIMBO
Rendimiento Esperado	0.2007	0.2182
Riesgo	0.1403	0.1788
Correlación	0.2419	

De donde se obtiene los siguientes portafolios de inversión:

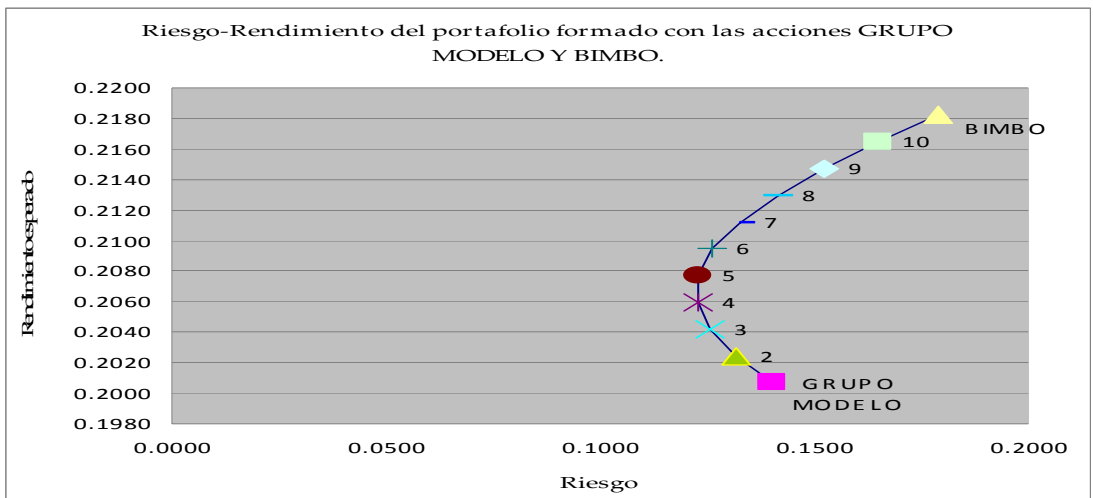
N° de portafolio	Riesgo de los portafolios											
	$\sqrt{W_{GM}^2 \sigma_{GM}^2 + W_{BIM}^2 \sigma_{BIM}^2 + 2 W_{GM} W_{BIM} \rho_{GM,BIMBO}}$	σ_{GM}	σ_{BIM}	$\rho_{GM,BIMBO}$	W_{GM}	W_{BIM}	σ_{GM}	σ_{BIM}	$\rho_{GM,BIMBO}$	σ_P		
1	✓	1.0000	0.0197	0.0320	2	1	-	0.1403	0.1788	0.2419	0.1403	
2	✓	0.8100	0.0197	0.0100	0.0320	2	0.90	0.10	0.1403	0.1788	0.2419	0.1317
3	✓	0.6400	0.0197	0.0400	0.0320	2	0.80	0.20	0.1403	0.1788	0.2419	0.1257
4	✓	0.4900	0.0197	0.0900	0.0320	2	0.70	0.30	0.1403	0.1788	0.2419	0.1227
5	✓	0.3600	0.0197	0.1600	0.0320	2	0.60	0.40	0.1403	0.1788	0.2419	0.1229
6	✓	0.2500	0.0197	0.2500	0.0320	2	0.50	0.50	0.1403	0.1788	0.2419	0.1263
7	✓	0.1600	0.0197	0.3600	0.0320	2	0.40	0.60	0.1403	0.1788	0.2419	0.1326
8	✓	0.0900	0.0197	0.4900	0.0320	2	0.30	0.70	0.1403	0.1788	0.2419	0.1414
9	✓	0.0400	0.0197	0.6400	0.0320	2	0.20	0.80	0.1403	0.1788	0.2419	0.1523
10	✓	0.0100	0.0197	0.8100	0.0320	2	0.10	0.90	0.1403	0.1788	0.2419	0.1649
11	✓	0.0000	0.0197	1.0000	0.0320	2	-	1	0.1403	0.1788	0.2419	0.1788

Rendimiento del portafolio				
W_{GM}	\bar{R}_{GM}	W_{BIM}	\bar{R}_{BIMBO}	\bar{R}_P
1	x 0.2007	+ 0	x 0.2182	= 0.2007
0.9	x 0.2007	+ 0.1	x 0.2182	= 0.2025

Rendimiento del portafolio	
$0.8 \times 0.2007 + 0.2 \times 0.2182 =$	0.2042
$0.7 \times 0.2007 + 0.3 \times 0.2182 =$	0.2060
$0.6 \times 0.2007 + 0.4 \times 0.2182 =$	0.2077
$0.5 \times 0.2007 + 0.5 \times 0.2182 =$	0.2095
$0.4 \times 0.2007 + 0.6 \times 0.2182 =$	0.2112
$0.3 \times 0.2007 + 0.7 \times 0.2182 =$	0.2130
$0.2 \times 0.2007 + 0.8 \times 0.2182 =$	0.2147
$0.1 \times 0.2007 + 0.9 \times 0.2182 =$	0.2165
$0 \times 0.2007 + 1 \times 0.2182 =$	0.2182

Estos portafolios de inversión se representan de forma gráfica de la siguiente manera:

GRUPO MODELO " C " / BIMBO " A "				
Portafolios	$W_{GRUPO\ MODELO}$	W_{BIMBO}	Riesgo	Rendimiento
GRUPO MODELO	1.00	0.00	0.1403	0.2007
2	0.90	0.10	0.1317	0.2025
3	0.80	0.20	0.1257	0.2042
4	0.70	0.30	0.1227	0.2060
5	0.60	0.40	0.1229	0.2077
6	0.50	0.50	0.1263	0.2095
7	0.40	0.60	0.1326	0.2112
8	0.30	0.70	0.1414	0.2130
9	0.20	0.80	0.1523	0.2147
10	0.10	0.90	0.1649	0.2165
BIMBO	0.00	1.00	0.1788	0.2182



Analizando esta gráfica y la anterior tabla observamos que los portafolios eficientes para cualquier inversionista, son los que se forman invirtiendo el 60% ó menos de capital en GRUPO MODELO y el 40% o más en BIMBO; de los cuales el inversionista podrá escoger el que mas se ajuste a sus preferencias de riesgo y rendimiento.

3.2.6. CARTERA DE RIESGO CON LAS ACCIONES BIMBO E ICA.

En primer lugar obtendremos la covarianza y el coeficiente de correlación entre los rendimientos reales de BIMBO e ICA. A continuación calcularemos el riesgo y rendimiento de un conjunto factible de portafolios y por último determinaremos los mejores portafolios de inversión que se pueden formar con estos dos activos de riesgo.

Para el cálculo de la covarianza nos ayudaremos de la siguiente tabla:

Año	Covarianza						
	R_{BIMBO}	\bar{R}_{BIMBO}	$R_1 - \bar{R}_{BIMBO}$	R_{ICA}	\bar{R}_{ICA}	$R_2 - \bar{R}_{ICA}$	$(R_1 - \bar{R}_{BIMBO})(R_2 - \bar{R}_{ICA})$
2001	0.2910	0.2182	= 0.0728	1.0916	0.4579	= 0.6337	0.0728 x 0.6337 = 0.0461
2002	-0.1884	0.2182	= -0.4066	-0.6017	0.4579	= -1.0596	-0.4066 x -1.0596 = 0.4308
2003	0.3180	0.2182	= 0.0998	0.9490	0.4579	= 0.4911	0.0998 x 0.4911 = 0.0490
2004	0.2693	0.2182	= 0.0511	0.5722	0.4579	= 0.1143	0.0511 x 0.1143 = 0.0058
2005	0.2729	0.2182	= 0.0547	-0.0319	0.4579	= -0.4898	0.0547 x -0.4898 = -0.0268
2006	0.4036	0.2182	= 0.1854	0.5200	0.4579	= 0.0621	0.1854 x 0.0621 = 0.0115
2007	0.1610	0.2182	= -0.0572	0.7058	0.4579	= 0.2479	-0.0572 x 0.2479 = -0.0142
Suma							0.5024
Periodos							7
Covarianza							0.0718
$\bar{R}_{BIMBO} =$			0.2182				
$\bar{R}_{ICA} =$			0.4579				

Una vez calculada la covarianza podemos obtener el coeficiente de correlación de acuerdo a su respectiva fórmula expuesta en el capítulo 1. De tal manera que obtenemos lo siguiente:

Coeficiente de correlación	
$\rho_{BIMBO,ICA}$	$= \frac{0.0718}{0.1788 \times 0.5456} = 0.7356$

Con los datos obtenidos representaremos los diversos portafolios de inversión; es decir, los diferentes niveles de riesgo-rendimiento posibles, tomando proporciones de inversión con diferencias de diez centavos por cada peso a invertir. Para lo cual partiremos de la siguiente tabla de parámetros:

Acción	BIMBO	ICA
Rendimiento esperado	0.2182	0.4579
Riesgo	0.1788	0.5456
Correlación	0.7356	

De donde se obtiene los siguientes portafolios de inversión:

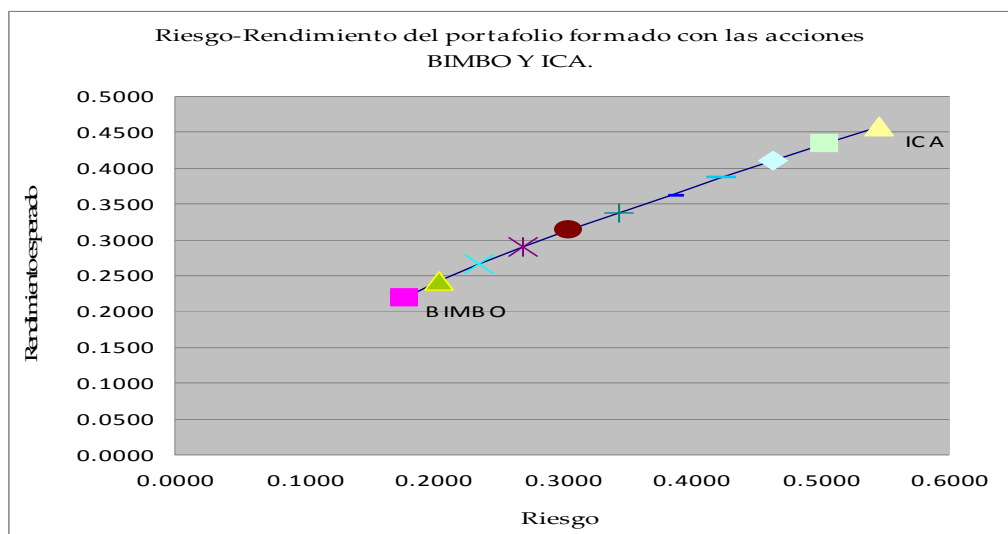
N° de portafolio	Riesgo de los portafolios										
	$\sqrt{W_{BIM}^2 \sigma_{BIM}^2 + W_{ICA}^2 \sigma_{ICA}^2 + 2 W_{BIM} W_{ICA} \rho_{BIM,ICA} \sigma_{BIM} \sigma_{ICA}}$	σ_{BIM}	σ_{ICA}	$\rho_{BIM,ICA}$	W_{BIM}	W_{ICA}	σ_{BIM}	σ_{ICA}	$\rho_{BIM,ICA}$	σ_P	
1	0.1788	0.1788	0.5456	0.7356	1.0000	0.0000	0.1788	0.5456	0.7356	0.1788	
2	0.2044	0.8100	0.0320	0.2977	0.90	0.10	0.1788	0.5456	0.7356	0.2044	
3	0.2352	0.6400	0.0320	0.2977	0.80	0.20	0.1788	0.5456	0.7356	0.2352	
4	0.2694	0.4900	0.0320	0.2977	0.70	0.30	0.1788	0.5456	0.7356	0.2694	
5	0.3059	0.3600	0.0320	0.2977	0.60	0.40	0.1788	0.5456	0.7356	0.3059	
6	0.3439	0.2500	0.0320	0.2977	0.50	0.50	0.1788	0.5456	0.7356	0.3439	
7	0.3831	0.1600	0.0320	0.2977	0.40	0.60	0.1788	0.5456	0.7356	0.3831	
8	0.4229	0.0900	0.0320	0.2977	0.30	0.70	0.1788	0.5456	0.7356	0.4229	
9	0.4634	0.0400	0.0320	0.2977	0.20	0.80	0.1788	0.5456	0.7356	0.4634	
10	0.5043	0.0100	0.0320	0.2977	0.10	0.90	0.1788	0.5456	0.7356	0.5043	
11	0.5456	0.0000	0.0320	0.2977	0.00	1.00	0.1788	0.5456	0.7356	0.5456	

Rendimiento del portafolio				
W_{BIM}	\bar{R}_{BIMBO}	W_{ICA}	\bar{R}_{ICA}	\bar{R}_P
1	x 0.2182	+ 0	x 0.4579	= 0.2182
0.90	x 0.2182	+ 0.10	x 0.4579	= 0.2422

Rendimiento del portafolio				
0.80	x	0.2182	+	0.20 x 0.4579 = 0.2661
0.70	x	0.2182	+	0.30 x 0.4579 = 0.2901
0.60	x	0.2182	+	0.40 x 0.4579 = 0.3141
0.50	x	0.2182	+	0.50 x 0.4579 = 0.3380
0.40	x	0.2182	+	0.60 x 0.4579 = 0.3620
0.30	x	0.2182	+	0.70 x 0.4579 = 0.3860
0.20	x	0.2182	+	0.80 x 0.4579 = 0.4099
0.10	x	0.2182	+	0.90 x 0.4579 = 0.4339
0	x	0.2182	+	1 x 0.4579 = 0.4579

Estos portafolios de inversión se representan de forma gráfica de la siguiente manera

BIMBO " A " / ICA " * "				
Portafolios	W_{BIMBO}	W_{ICA}	Riesgo	Rendimiento
BIMBO	1.00	0.00	0.1788	0.2182
2	0.90	0.10	0.2044	0.2422
3	0.80	0.20	0.2352	0.2661
4	0.70	0.30	0.2694	0.2901
5	0.60	0.40	0.3059	0.3141
6	0.50	0.50	0.3439	0.3380
7	0.40	0.60	0.3831	0.3620
8	0.30	0.70	0.4229	0.3860
9	0.20	0.80	0.4634	0.4099
10	0.10	0.90	0.5043	0.4339
ICA	0.00	1.00	0.5456	0.4579



Analizando esta gráfica y la anterior tabla observamos que los portafolios eficientes para cualquier inversionista, son todos los portafolios; de los cuales el inversionista podrá escoger el que más se ajuste a sus preferencias de riesgo y rendimiento.

3.3. CERTIFICADOS DE LA TESORERÍA DE LA FEDERACIÓN (CETES).

Los certificados de la Tesorería de la Federación (CETES) son títulos de crédito al portador en los que se consignan la obligación del Gobierno Federal de pagar el valor nominal del título a la fecha de su vencimiento. Los emite exclusivamente el Gobierno Federal por medio de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público y del Banco de México, que actúa como agente colocador.

El inversionista deberá tomar en cuenta que la tasa de rendimiento pactada se obtiene sólo si conserva los títulos hasta su vencimiento. En caso de que los venda antes, la tasa de rendimiento se modifica, pero a pesar de esto son un instrumento adecuado para colocar excedente de dinero por periodos cortos, dado que diariamente son negociados en el mercado.

El valor nominal de un CETE es de \$ 10, amortizable en una sola exhibición; además de contar con un plazo que va desde los 28 días hasta los 182 y excepcionalmente se emiten de 364 días. Estos se colocan mediante una tasa de descuento, la cual nos sirve para determinar el precio de colocación, que siempre será inferior al valor nominal del mismo, es decir, menor de \$10. La tasa de interés que paga este título, está libre de riesgo y es la tasa líder del mercado de dinero.

Cada jueves aparece en los principales periódicos un aviso del Gobierno Federal por conducto de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público, el que se anuncia las condiciones para la colocación de CETES en esa semana. El 23 de abril de 2008 en el caso de la oferta a 28 días, se señala que la tasa de "rendimiento" es de 7.44%, "rendimiento" aparece entre comillas ya que no es la tasa efectiva de rendimiento. Es más bien una tasa nominal, a la que se conoce en el medio bursátil como "Tasa Anualizada". A esta tasa de CETES se le descontará el efecto de la inflación.

Para los fines de este trabajo es necesario determinar la tasa de rendimiento real, la cual se obtendrá descontando la inflación a la tasa nominal de rendimiento, 3.36% de tasa anual es el valor que utilizaremos como parámetro en el siguiente apartado para formar carteras óptimas de inversión.

3.4. CARTERAS ÓPTIMAS FORMADAS CON CETES.

En este apartado tendremos una serie de carteras óptimas de inversión combinando un activo libre de riesgo (CETES a 28 días) y seis pares de acciones. Con cada par de acciones determinaremos una cartera óptima de activos riesgosos con la cual se formarán los portafolios óptimos de deuda y acciones, tanto para los inversionistas conservadores como para los arriesgados. Para cada par de acciones ésta cartera de riesgo es la cartera que todo inversionista racional debe seleccionar para formar sus portafolios de inversión, si es que quiere obtener el mayor rendimiento al menor riesgo posible.

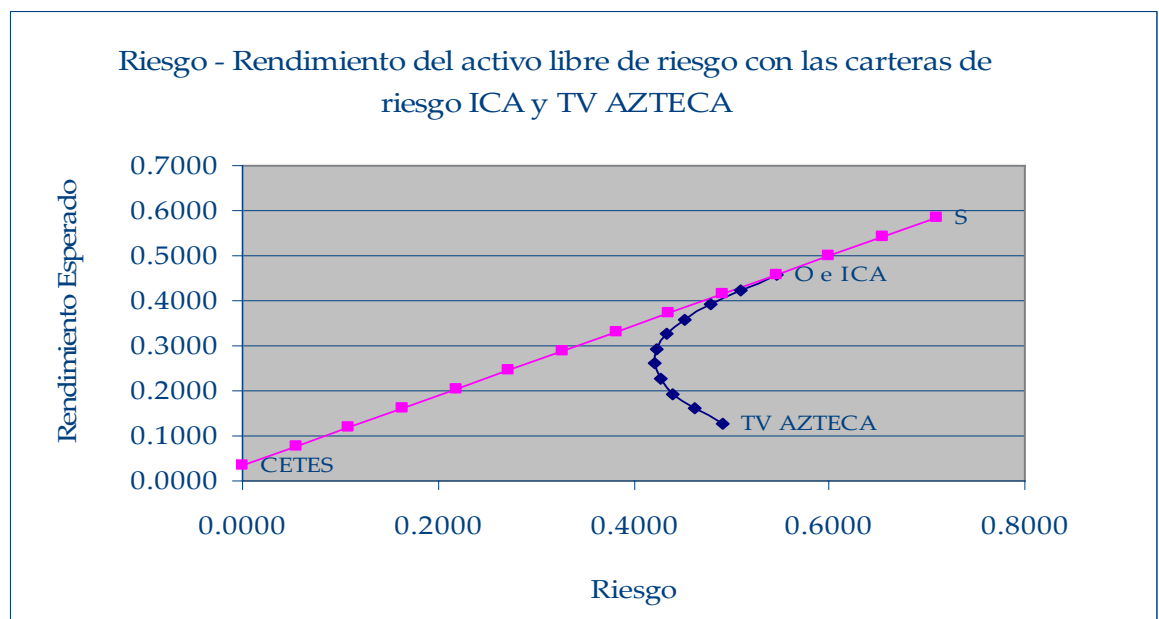
3.4.1. CARTERAS ÓPTIMAS FORMADAS CON CETES Y LAS ACCIONES DE ICA Y TV AZTECA.

A continuación determinaremos los diversos portafolios de inversión; es decir, los diferentes niveles de riesgo-rendimiento posibles de las acciones ICA, TV AZTECA y el activo libre de riesgo (CETES a 28 días) con el fin de obtener la cartera óptima, para lo cual se tomarán proporciones de inversión con diferencias de diez centavos por cada peso a invertir. Para tal efecto, nos ayudaremos de la siguiente tabla de parámetros:

ACCIÓN	"CETES"	"ICA "	"TV AZTECA"
Rendimiento Esperado	0.0336	0.4579	0.1276
Riesgo	0	0.5456	0.4905
Correlación ICA, TV A	0.3324		

ICA " * " / TV AZTECA " CPO "				
Portafolios	W_{ICA}	W_{TVA}	Riesgo	Rendimiento
ICA	1.00	0.00	0.5456	0.4579
2	0.90	0.10	0.5095	0.4248
3	0.80	0.20	0.4781	0.3918
4	0.70	0.30	0.4526	0.3588
5	0.60	0.40	0.4340	0.3257
6	0.50	0.50	0.4231	0.2927
7	0.40	0.60	0.4206	0.2597
8	0.30	0.70	0.4266	0.2267
9	0.20	0.80	0.4408	0.1936
10	0.10	0.90	0.4624	0.1606
TV A	0.00	1.00	0.4905	0.1276

Con los datos anteriores representamos en la gráfica siguiente el comportamiento de las carteras de riesgo ICA y TV AZTECA con CETES, en donde podemos observar que la línea recta que parte del rendimiento del activo libre de riesgo y que es tangente a un punto de la frontera eficiente, es cuando se invierte el 100% de inversión en ICA y 0% en TV AZTECA, obteniendo un rendimiento del 45.79 % y un riesgo del 54.56 %; la cual para efectos posteriores se considerará como cartera óptima.



Una vez obtenida la cartera óptima, formaremos portafolios de inversión en donde se combina dicha cartera con el activo libre de riesgo, para determinar las diferentes posibilidades de inversión. Para $W_{\text{CETES}} > 0$, invirtiendo parte del capital en el activo libre de riesgo y parte de la cartera óptima; o para $W_{\text{CETES}} < 0$, cuando se pide prestado a la tasa libre de riesgo para invertir en la cartera óptima el capital propio y el ajeno.

Cálculo de proporciones:

N° de portafolio	Proporciones		W_{ICA}			W_{TVA}		
	W_{CETES}	W_{O}	W_{O}	\times	$W_{\text{ICA}} = W_{\text{ICA}}^*$	W_{O}	\times	$W_{\text{TVA}} = W_{\text{TVA}}^*$
1	1.0	0.0	0.0	\times	1.00 = 0.00	0.0	\times	0.00 = 0.00
2	0.9	0.1	0.1	\times	1.00 = 0.10	0.1	\times	0.00 = 0.00
3	0.8	0.2	0.2	\times	1.00 = 0.20	0.2	\times	0.00 = 0.00
4	0.7	0.3	0.3	\times	1.00 = 0.30	0.3	\times	0.00 = 0.00
5	0.6	0.4	0.4	\times	1.00 = 0.40	0.4	\times	0.00 = 0.00
6	0.5	0.5	0.5	\times	1.00 = 0.50	0.5	\times	0.00 = 0.00
7	0.4	0.6	0.6	\times	1.00 = 0.60	0.6	\times	0.00 = 0.00
8	0.3	0.7	0.7	\times	1.00 = 0.70	0.7	\times	0.00 = 0.00
9	0.2	0.8	0.8	\times	1.00 = 0.80	0.8	\times	0.00 = 0.00
10	0.1	0.9	0.9	\times	1.00 = 0.90	0.9	\times	0.00 = 0.00
11	0.0	1.0	1.0	\times	1.00 = 1.00	1.0	\times	0.00 = 0.00
12	-0.1	1.1	1.1	\times	1.00 = 1.10	1.1	\times	0.00 = 0.00
13	-0.2	1.2	1.2	\times	1.00 = 1.20	1.2	\times	0.00 = 0.00
14	-0.3	1.3	1.3	\times	1.00 = 1.30	1.3	\times	0.00 = 0.00

Cálculo de riesgo:

N° de portafolio	Proporciones		Riesgo de los portafolios "O" y "CETES"		
	W_{CETES}	W_{O}	W_{O}	\times	$\sigma_{\text{Po}} = \sigma_{\text{P}}$
1	1.00	0.00	0.00	\times	0.5456 = 0.0000
2	0.90	0.10	0.10	\times	0.5456 = 0.0546
3	0.80	0.20	0.20	\times	0.5456 = 0.1091
4	0.70	0.30	0.30	\times	0.5456 = 0.1637
5	0.60	0.40	0.40	\times	0.5456 = 0.2182
6	0.50	0.50	0.50	\times	0.5456 = 0.2728

N° de portafolio	Proporciones		Riesgo de los portafolios "O" y "CETES"		
7	0.40	0.60	0.60	x	0.5456 = 0.3274
8	0.30	0.70	0.70	x	0.5456 = 0.3819
9	0.20	0.80	0.80	x	0.5456 = 0.4365
10	0.10	0.90	0.90	x	0.5456 = 0.4910
11	0.00	1.00	1.00	x	0.5456 = 0.5456
12	-0.10	1.10	1.10	x	0.5456 = 0.6002
13	-0.20	1.20	1.20	x	0.5456 = 0.6547
14	-0.30	1.30	1.30	x	0.5456 = 0.7093

Cálculo de rendimiento:

N° de portafolio	Proporciones		Rendimiento de los portafolios "O" y "CETES"								
	W_{CETES}	W_O	W_{CETES}	x	R_{CETES}	+	W_O	x	\bar{R}_{Po}	=	\bar{R}_P
1	1.00	0.00	1.00	x	0.0336	+	0.00	x	0.4579	=	0.0336
2	0.90	0.10	0.90	x	0.0336	+	0.10	x	0.4579	=	0.0760
3	0.80	0.20	0.80	x	0.0336	+	0.20	x	0.4579	=	0.1185
4	0.70	0.30	0.70	x	0.0336	+	0.30	x	0.4579	=	0.1609
5	0.60	0.40	0.60	x	0.0336	+	0.40	x	0.4579	=	0.2033
6	0.50	0.50	0.50	x	0.0336	+	0.50	x	0.4579	=	0.2457
7	0.40	0.60	0.40	x	0.0336	+	0.60	x	0.4579	=	0.2882
8	0.30	0.70	0.30	x	0.0336	+	0.70	x	0.4579	=	0.3306
9	0.20	0.80	0.20	x	0.0336	+	0.80	x	0.4579	=	0.3730
10	0.10	0.90	0.10	x	0.0336	+	0.90	x	0.4579	=	0.4154
11	0.00	1.00	0.00	x	0.0336	+	1.00	x	0.4579	=	0.4579
12	-0.10	1.10	-0.10	x	0.0336	+	1.10	x	0.4579	=	0.5003
13	-0.20	1.20	-0.20	x	0.0336	+	1.20	x	0.4579	=	0.5427
14	-0.30	1.30	-0.30	x	0.0336	+	1.30	x	0.4579	=	0.5851

Con los datos calculados anteriormente, obtenemos en conjunto la siguiente tabla:

No. de portafolio	W_{CETES}	W_{ICA}	W_{TVA}	Riesgo	Rendimiento
1	1.00	0.00	0.00	0.0000	0.0336
2	0.90	0.10	0.00	0.0546	0.0760
3	0.80	0.20	0.00	0.1091	0.1185
4	0.70	0.30	0.00	0.1637	0.1609
5	0.60	0.40	0.00	0.2182	0.2033

No. de portafolio	W_{CETES}	W_{ICA}	W_{TVA}	Riesgo	Rendimiento
6	0.50	0.50	0.00	0.2728	0.2457
7	0.40	0.60	0.00	0.3274	0.2882
8	0.30	0.70	0.00	0.3819	0.3306
9	0.20	0.80	0.00	0.4365	0.3730
10	0.10	0.90	0.00	0.4910	0.4154
11	0.00	1.00	0.00	0.5456	0.4579
12	-0.10	1.10	0.00	0.6002	0.5003
13	-0.20	1.20	0.00	0.6547	0.5427
14	-0.30	1.30	0.00	0.7093	0.5851

Estos portafolios son desde luego las mejores alternativas de inversión para cualquier inversionista racional, sea este conservador o arriesgado. Los inversionistas conservadores invertirán parte de su capital propio en el activo libre de riesgo, es decir, CETES a 28 días, y la otra parte en ICA. Mientras que los inversionistas arriesgados pedirán prestado a la tasa libre de riesgo para invertir este dinero ajeno junto con el dinero propio, en ICA y TV AZTECA.

3.4.2. CARTERAS ÓPTIMAS FORMADAS CON CETES Y LAS ACCIONES DE GRUPO TV AZTECA Y TELEVISA.

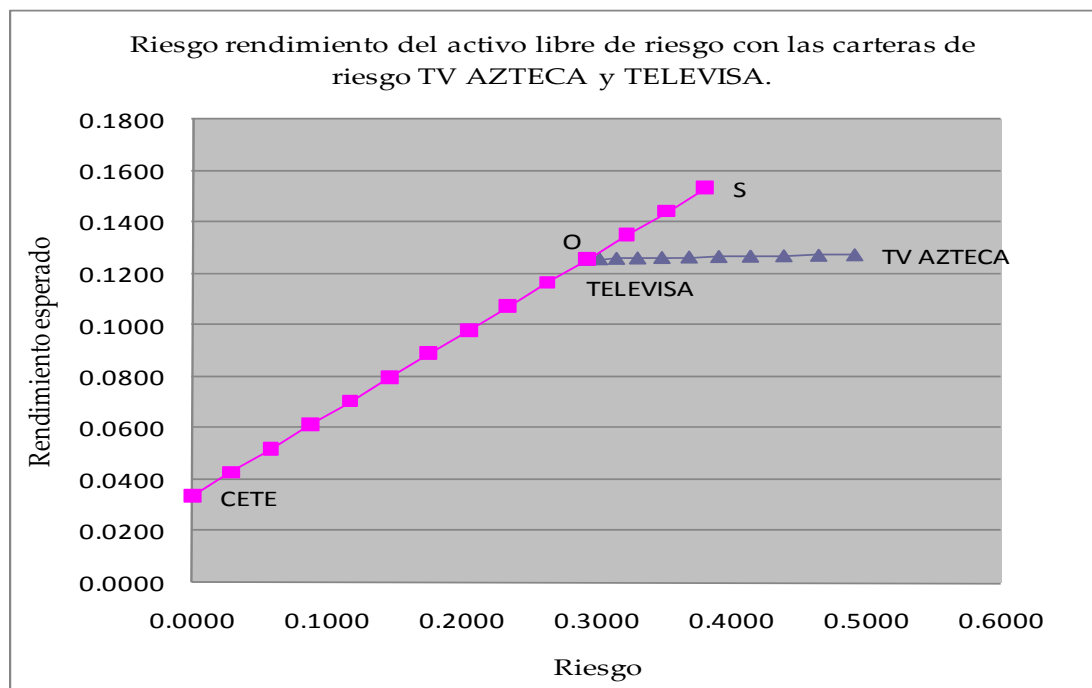
A continuación determinaremos lo diversos portafolios de inversión; es decir, los diferentes niveles de riesgo-rendimiento posibles de las acciones TV AZTECA y TELEVISA y el activo libre de riesgo (CETES a 28 días) con el fin de obtener la cartera óptima, para lo cual se tomarán proporciones de inversión con diferencias de 10 centavos por cada peso a invertir. Para tal efecto, nos ayudaremos de la siguiente tabla de parámetros:

ACCIÓN	"CETES"	"TVA"	"TVSA"
Rendimiento Esperado	0.0336	0.1276	0.1258
Riesgo	0.0000	0.4905	0.2928
Correlación TVA,TVSA	0.7543		

TV AZTECA " CPO " / TELEVISA " CPO "				
Portafolios	W_{TVA}	W_{TLV}	Riesgo	Rendimiento
TV AZTECA	1.00	0.00	0.4905	0.1276
2	0.90	0.10	0.4639	0.1274

TV AZTECA " CPO " / TELEVISA " CPO "				
Portafolios	W_{TVA}	W_{TLV}	Riesgo	Rendimiento
3	0.80	0.20	0.4382	0.1272
4	0.70	0.30	0.4136	0.1270
5	0.60	0.40	0.3903	0.1269
6	0.50	0.50	0.3684	0.1267
7	0.40	0.60	0.3483	0.1265
8	0.30	0.70	0.3304	0.1263
9	0.20	0.80	0.3149	0.1261
10	0.10	0.90	0.3022	0.1260
TELEVISA	0.00	1.00	0.2928	0.1258

Con los datos anteriores representamos en la gráfica siguiente el comportamiento de las carteras de riesgo TV AZTECA y TELEVISA con CETES, en donde podemos observar que la línea recta que parte del rendimiento del activo libre de riesgo y que es tangente a un punto de la frontera eficiente, es cuando se invierte el 100% total de la inversión en TELEVISA, obteniendo un rendimiento del 12.58% y un riesgo del 29.28 %; la cual para efectos posteriores se considerará como cartera óptima.



Una vez obtenida la cartera óptima, formaremos portafolios de inversión en donde se combina dicha cartera con el activo libre de riesgo, para determinar las diferentes posibilidades de inversión. Para $W_{cetes} > 0$, invirtiendo parte del capital en el activo libre de riesgo y parte de la cartera óptima; o para

$W_{cetes} < 0$, cuando se pide prestado a la tasa libre de riesgo para invertir en la cartera óptima el capital propio y el ajeno.

Cálculo de proporciones:

N° de portafolio	Proporciones		$W_{TV AZTECA}$			$W_{TETEvisa}$		
	W_{CETE}	W_O	W_O	\times	$W_{TV} = W_{TV}^*$	W_O	\times	$W_{TVSA} = W_{TV}^*$
1	1.00	0.00	0.00	\times	0.00 = 0.0000	0.00	\times	1.00 = 0.0000
2	0.90	0.10	0.10	\times	0.00 = 0.0000	0.10	\times	1.00 = 0.1000
3	0.80	0.20	0.20	\times	0.00 = 0.0000	0.20	\times	1.00 = 0.2000
4	0.70	0.30	0.30	\times	0.00 = 0.0000	0.30	\times	1.00 = 0.3000
5	0.60	0.40	0.40	\times	0.00 = 0.0000	0.40	\times	1.00 = 0.4000
6	0.50	0.50	0.50	\times	0.00 = 0.0000	0.50	\times	1.00 = 0.5000
7	0.40	0.60	0.60	\times	0.00 = 0.0000	0.60	\times	1.00 = 0.6000
8	0.30	0.70	0.70	\times	0.00 = 0.0000	0.70	\times	1.00 = 0.7000
9	0.20	0.80	0.80	\times	0.00 = 0.0000	0.80	\times	1.00 = 0.8000
10	0.10	0.90	0.90	\times	0.00 = 0.0000	0.90	\times	1.00 = 0.9000
11	0.00	1.00	1.00	\times	0.00 = 0.0000	1.00	\times	1.00 = 1.0000
12	-0.10	1.10	1.10	\times	0.00 = 0.0000	1.10	\times	1.00 = 1.1000
13	-0.20	1.20	1.20	\times	0.00 = 0.0000	1.20	\times	1.00 = 1.2000
14	-0.30	1.30	1.30	\times	0.00 = 0.0000	1.30	\times	1.00 = 1.3000

Cálculo de riesgo:

N° de portafolio	Proporciones		Riesgo de los portafolios "O" y "CETES"		
	W_{CETE}	W_O	W_O	\times	$\sigma_{PO} = \sigma_P$
1	1.00	0.00	0.00	\times	0.2928 = 0.0000
2	0.90	0.10	0.10	\times	0.2928 = 0.02928
3	0.80	0.20	0.20	\times	0.2928 = 0.05856
4	0.70	0.30	0.30	\times	0.2928 = 0.08784
5	0.60	0.40	0.40	\times	0.2928 = 0.11712
6	0.50	0.50	0.50	\times	0.2928 = 0.14640
7	0.40	0.60	0.60	\times	0.2928 = 0.17567
8	0.30	0.70	0.70	\times	0.2928 = 0.20495
9	0.20	0.80	0.80	\times	0.2928 = 0.23423
10	0.10	0.90	0.90	\times	0.2928 = 0.26351

Nº de portafolio	Proporciones		Riesgo de los portafolios "O" y "CETES"			
11	0.00	1.00	1.00	x	0.2928	= 0.29279
12	-0.10	1.10	1.10	x	0.2928	= 0.32207
13	-0.20	1.20	1.20	x	0.2928	= 0.35135
14	-0.30	1.30	1.30	x	0.2928	= 0.38063

Cálculo de rendimiento:

Nº de portafolio	Proporciones		Rendimiento de los portafolios "O" y "CETES"								
	WCETE	Wo	WCETE	x	RCETE	+	Wo	x	\bar{R}_{Po}	=	\bar{R}_P
1	1.00	0.00	1.00	x	0.0336	+	0.00	x	0.1258	=	0.0336
2	0.90	0.10	0.90	x	0.0336	+	0.10	x	0.1258	=	0.0428
3	0.80	0.20	0.80	x	0.0336	+	0.20	x	0.1258	=	0.0520
4	0.70	0.30	0.70	x	0.0336	+	0.30	x	0.1258	=	0.0613
5	0.60	0.40	0.60	x	0.0336	+	0.40	x	0.1258	=	0.0705
6	0.50	0.50	0.50	x	0.0336	+	0.50	x	0.1258	=	0.0797
7	0.40	0.60	0.40	x	0.0336	+	0.60	x	0.1258	=	0.0889
8	0.30	0.70	0.30	x	0.0336	+	0.70	x	0.1258	=	0.0981
9	0.20	0.80	0.20	x	0.0336	+	0.80	x	0.1258	=	0.1073
10	0.10	0.90	0.10	x	0.0336	+	0.90	x	0.1258	=	0.1166
11	0.00	1.00	0.00	x	0.0336	+	1.00	x	0.1258	=	0.1258
12	-0.10	1.10	-0.10	x	0.0336	+	1.10	x	0.1258	=	0.1350
13	-0.20	1.20	-0.20	x	0.0336	+	1.20	x	0.1258	=	0.1442
14	-0.30	1.30	-0.30	x	0.0336	+	1.30	x	0.1258	=	0.1534

Con los datos calculados anteriormente, obtenemos en conjunto la siguiente tabla.

Nº de portafolio	WCETES	WTV AZTECA	WTELEvisa	Riesgo	Rendimiento
1	1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0336
2	0.90	0.0000	0.1000	0.0293	0.0428
3	0.80	0.0000	0.2000	0.0586	0.0520
4	0.70	0.0000	0.3000	0.0878	0.0613
5	0.60	0.0000	0.4000	0.1171	0.0705
6	0.50	0.0000	0.5000	0.1464	0.0797
7	0.40	0.0000	0.6000	0.1757	0.0889
8	0.30	0.0000	0.7000	0.2050	0.0981
9	0.20	0.0000	0.8000	0.2342	0.1073
10	0.10	0.0000	0.9000	0.2635	0.1166

Nº de portafolio	W_{CETES}	$W_{TV AZTECA}$	$W_{TELEVISA}$	Riesgo	Rendimiento
11	0	0.0000	1.0000	0.2928	0.1258
12	-0.10	0.0000	1.1000	0.3221	0.1350
13	-0.20	0.0000	1.2000	0.3513	0.1442
14	-0.30	0.0000	1.3000	0.3806	0.1534

Estos portafolios son desde luego las mejores alternativas de inversión para cualquier inversionista racional, sea este conservador o arriesgado. Los inversionistas conservadores invertirán parte de su capital propio en el activo libre de riesgo, es decir, CETES a 28 días, y la otra parte en TELEVISIA. Mientras que los inversionistas arriesgados pedirán prestado a la tasa libre de riesgo para invertir este dinero ajeno junto con el dinero propio, en TV AZTECA y TELEVISIA.

3.4.3. CARTERAS ÓPTIMAS FORMADAS CON CETES Y LAS ACCIONES DE GRUPO TELEVISIA Y KOF COCA-COLA.

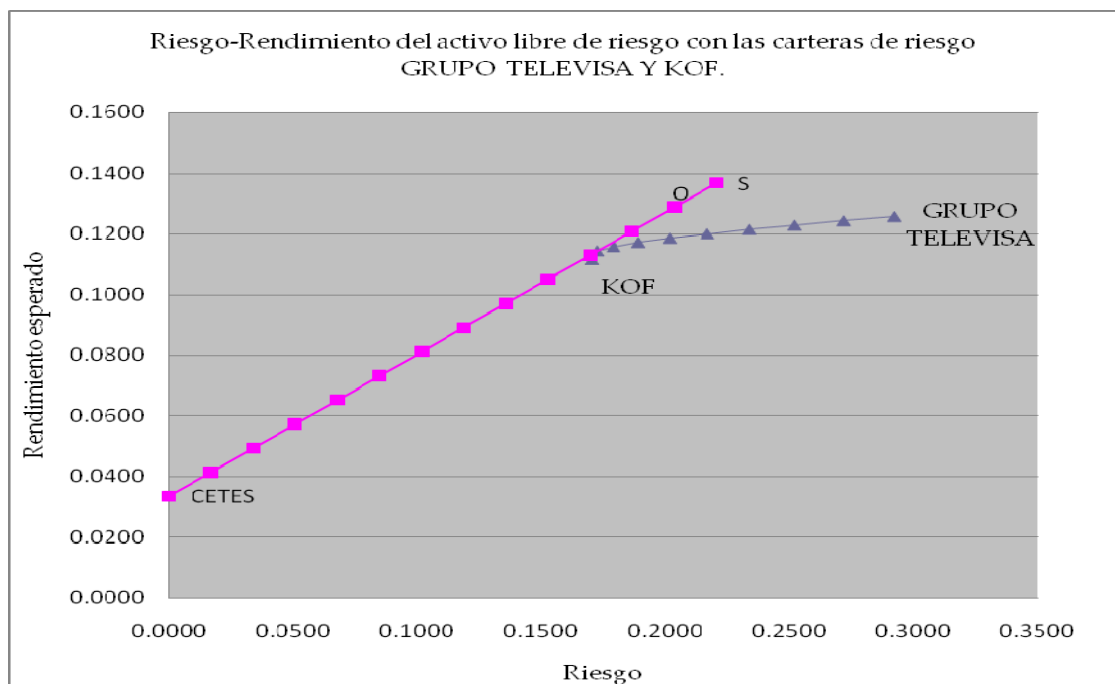
A continuación determinaremos los diversos portafolios de inversión; es decir, los diferentes niveles de riesgo-rendimiento posibles de las acciones TELEVISIA y KOF y el activo libre de riesgo (CETES a 28 días) con el fin de obtener la cartera óptima, para lo cual se tomarán proporciones de inversión con diferencias de 10 centavos por cada peso a invertir. Para tal efecto, nos ayudaremos de la siguiente tabla de parámetros:

ACCIÓN	"CETES"	"TELEVISA"	"KOF"
Rendimiento Esperado	0.0336	0.1258	0.1115
Riesgo		0.2928	0.1707
Correlación TLV, KOF	0.4873		

TELEVISA " CPO " / KOF " L "				
Portafolios	W_{TLV}	W_{KOF}	Riesgo	Rendimiento
TELEVISA	1.00	0.00	0.2928	0.1258
2	0.90	0.10	0.2722	0.1244
3	0.80	0.20	0.2526	0.1229
4	0.70	0.30	0.2342	0.1215
5	0.60	0.40	0.2173	0.1201
6	0.50	0.50	0.2022	0.1186

TELEVISA " CPO " / KOF " L "				
Portafolios	W_{TLV}	W_{KOF}	Riesgo	Rendimiento
7	0.40	0.60	0.1895	0.1172
8	0.30	0.70	0.1795	0.1158
9	0.20	0.80	0.1728	0.1144
10	0.10	0.90	0.1698	0.1129
KOF	0.00	1.00	0.1707	0.1115

Con los datos anteriores representamos en la gráfica siguiente el comportamiento de las carteras de riesgo MODELO y BIMBO con CETES, en donde podemos observar que la línea recta que parte del rendimiento del activo libre de riesgo y que es tangente a un punto de la frontera eficiente, es cuando se invierte el 10% de la inversión en TELEVISIA y el 90% en KOF, obteniendo un rendimiento del 11.29% y un riesgo del 16.98%; la cual para efectos posteriores se considerará como cartera óptima.



Una vez obtenida la cartera óptima, formaremos portafolios de inversión en donde se combina dicha cartera con el activo libre de riesgo, para determinar las diferentes posibilidades de inversión. Para $W_Z > 0$, invirtiendo parte del capital en el activo libre de riesgo y parte de la cartera óptima; o para $W_Z < 0$, cuando se pide prestado a la tasa libre de riesgo para invertir en la cartera óptima el capital propio y el ajeno.

Cálculo de proporciones:

N° de Portafolio	Proporciones		W TELEvisa				W KOF			
	W CETES	W _O	W _O	x	WTLV =	WTLV*	W _O	x	WKOF =	WKOF*
1	1.00	0.00	0.00	x	0.10 =	0.0000	0.00	x	0.90 =	0.0000
2	0.90	0.10	0.10	x	0.10 =	0.0100	0.10	x	0.90 =	0.0900
3	0.80	0.20	0.20	x	0.10 =	0.0200	0.20	x	0.90 =	0.1800
4	0.70	0.30	0.30	x	0.10 =	0.0300	0.30	x	0.90 =	0.2700
5	0.60	0.40	0.40	x	0.10 =	0.0400	0.40	x	0.90 =	0.3600
6	0.50	0.50	0.50	x	0.10 =	0.0500	0.50	x	0.90 =	0.4500
7	0.40	0.60	0.60	x	0.10 =	0.0600	0.60	x	0.90 =	0.5400
8	0.30	0.70	0.70	x	0.10 =	0.0700	0.70	x	0.90 =	0.6300
9	0.20	0.80	0.80	x	0.10 =	0.0800	0.80	x	0.90 =	0.7200
10	0.10	0.90	0.90	x	0.10 =	0.0900	0.90	x	0.90 =	0.8100
11	0.00	1.00	1.00	x	0.10 =	0.1000	1.00	x	0.90 =	0.9000
12	-0.10	1.10	1.10	x	0.10 =	0.1100	1.10	x	0.90 =	0.9900
13	-0.20	1.20	1.20	x	0.10 =	0.1200	1.20	x	0.90 =	1.0800
14	-0.30	1.30	1.30	x	0.10 =	0.1300	1.30	x	0.90 =	1.1700

Cálculo de riesgo:

N° de portafolio	Proporciones		Riesgo de los portafolios "O" y "CETES"			
	WCETE	W _O	W _O	x	σ_{pO} =	σ_p
1	1	0	0	x	0.1698 =	0
2	0.9	0.1	0.1	x	0.1698 =	0.0170
3	0.8	0.2	0.2	x	0.1698 =	0.0340
4	0.7	0.3	0.3	x	0.1698 =	0.0509
5	0.6	0.4	0.4	x	0.1698 =	0.0679
6	0.5	0.5	0.5	x	0.1698 =	0.0849
7	0.4	0.6	0.6	x	0.1698 =	0.1019
8	0.3	0.7	0.7	x	0.1698 =	0.1189
9	0.2	0.8	0.8	x	0.1698 =	0.1358
10	0.1	0.9	0.9	x	0.1698 =	0.1528
11	0	1	1	x	0.1698 =	0.1698
12	-0.10	1.10	1.10	x	0.1698 =	0.1868
13	-0.20	1.20	1.20	x	0.1698 =	0.2038
14	-0.30	1.30	1.30	x	0.1698 =	0.2207

Cálculo de rendimiento:

N° de portafolio	Proporciones		Rendimiento de los portafolios "O" y "CETES"								
	WCETE	Wo	WCETE	x	RCETE	+	Wo	x	\bar{R}_{Po}	=	\bar{R}_P
1	1	0	1	x	0.0336	+	0	x	0.1129	=	0.0336
2	0.9	0.1	0.9	x	0.0336	+	0.1	x	0.1129	=	0.0415
3	0.8	0.2	0.8	x	0.0336	+	0.2	x	0.1129	=	0.0495
4	0.7	0.3	0.7	x	0.0336	+	0.3	x	0.1129	=	0.0574
5	0.6	0.4	0.6	x	0.0336	+	0.4	x	0.1129	=	0.0653
6	0.5	0.5	0.5	x	0.0336	+	0.5	x	0.1129	=	0.0733
7	0.4	0.6	0.4	x	0.0336	+	0.6	x	0.1129	=	0.0812
8	0.3	0.7	0.3	x	0.0336	+	0.7	x	0.1129	=	0.0891
9	0.2	0.8	0.2	x	0.0336	+	0.8	x	0.1129	=	0.0970
10	0.1	0.9	0.1	x	0.0336	+	0.9	x	0.1129	=	0.1050
11	0	1	0	x	0.0336	+	1	x	0.1129	=	0.1129
12	-0.10	1.10	-0.1	x	0.0336	+	1.1	x	0.1129	=	0.1208
13	-0.20	1.20	-0.2	x	0.0336	+	1.2	x	0.1129	=	0.1288
14	-0.30	1.30	-0.3	x	0.0336	+	1.3	x	0.1129	=	0.1367

Con los datos calculados anteriormente, obtenemos en conjunto la siguiente tabla:

N° de Portafolio	W CETE	W GRUPO TELEVISIA	W KOF	Riesgo	Rendimiento
1	1.00	0.00	0.00	0.0000	0.0336
2	0.90	0.01	0.09	0.0170	0.0415
3	0.80	0.02	0.18	0.0340	0.0495
4	0.70	0.03	0.27	0.0509	0.0574
5	0.60	0.04	0.36	0.0679	0.0653
6	0.50	0.05	0.45	0.0849	0.0733
7	0.40	0.06	0.54	0.1019	0.0812
8	0.30	0.07	0.63	0.1189	0.0891
9	0.20	0.08	0.72	0.1358	0.0970
10	0.10	0.09	0.81	0.1528	0.1050
11	0.00	0.10	0.90	0.1698	0.1129
12	-0.10	0.11	0.99	0.1868	0.1208
13	-0.20	0.12	1.08	0.2038	0.1288
14	-0.30	0.13	1.17	0.2207	0.1367

Estos portafolios son desde luego las mejores alternativas de inversión para cualquier inversionista racional, sea este conservador o arriesgado. Los inversionistas conservadores invertirán parte de su

capital propio en el activo libre de riesgo, es decir, CETES a 28 días, y la otra parte en TELEVISA O KOF. Mientras que los inversionistas mientras que los inversionistas arriesgados pedirán prestado a la tasa libre de riesgo para invertir este dinero ajeno junto con el dinero propio, en TELEVISA Y KOF.

3.4.4. CARTERAS ÓPTIMAS FORMADAS CON CETES Y LAS ACCIONES DE KOF Y GRUPO MODELO.

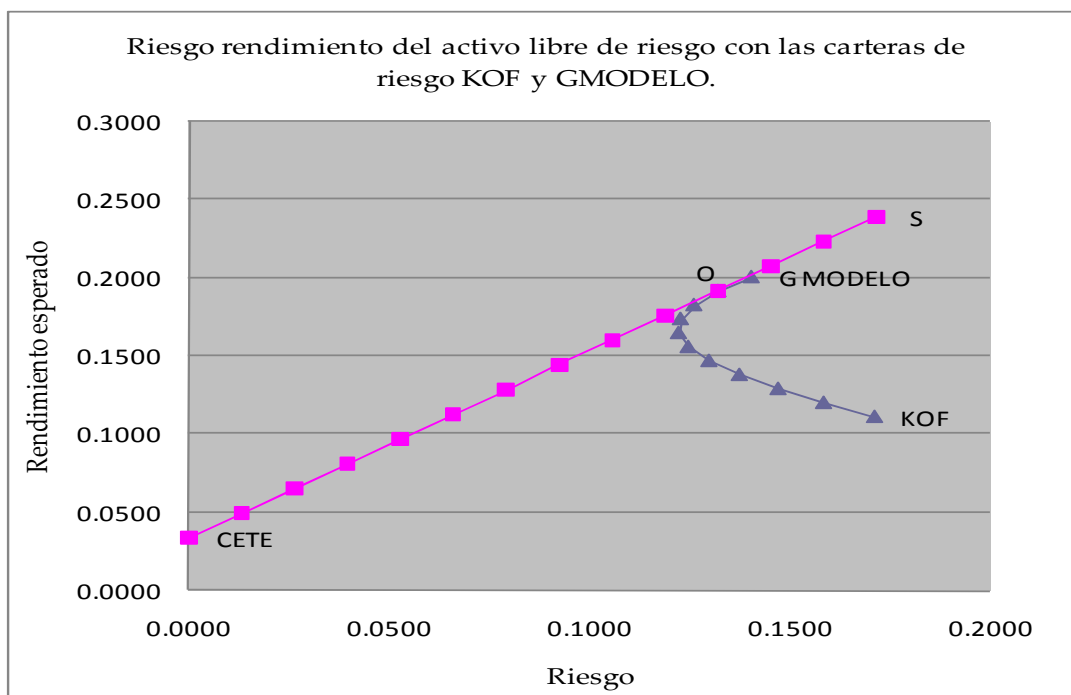
A continuación determinaremos los diversos portafolios de inversión; es decir, los diferentes niveles de riesgo-rendimiento posibles de las acciones KOF, MODELO y el activo libre de riesgo (CETES a 28 días) con el fin de obtener la cartera óptima, para lo cual se tomarán proporciones de inversión con diferencias de 10 centavos por cada peso a invertir. Para tal efecto, nos ayudaremos de la siguiente tabla de parámetros:

ACCIÓN	"CETE"	"KOF"	"GMODELO"
Rendimiento Esperado	0.0336	0.1115	0.2007
Riesgo	0	0.1707	0.1403
Correlación KOF,GM	0.2795		

KOF " L " / GRUPO MODELO " C "				
Portafolios	W_{KOF}	$W_{GRUPO\ MODELO}$	Riesgo	Rendimiento
KOF	1.00	0.00	0.1707	0.1115
2	0.90	0.10	0.1581	0.1204
3	0.80	0.20	0.1469	0.1293
4	0.70	0.30	0.1373	0.1382
5	0.60	0.40	0.1298	0.1472
6	0.50	0.50	0.1247	0.1561
7	0.40	0.60	0.1223	0.1650
8	0.30	0.70	0.1228	0.1739
9	0.20	0.80	0.1261	0.1829
10	0.10	0.90	0.1320	0.1918
GRUPO MODELO	0.00	1.00	0.1403	0.2007

Con los datos anteriores representamos en la gráfica siguiente el comportamiento de las carteras de riesgo KOF y GMODELO con CETES, en donde podemos observar que la línea recta que parte del rendimiento del activo libre de riesgo y que es tangente a un punto de la frontera eficiente, es

cuando se invierte el 10% de la inversión en KOF y el 90% de la inversión en GRUPO MODELO, obteniendo un rendimiento del 19.18% y un riesgo del 13.20 %; la cual para efectos posteriores se considerará como cartera óptima.



Una vez obtenida la cartera óptima, formaremos portafolios de inversión en donde se combina dicha cartera con el activo libre de riesgo, para determinar las diferentes posibilidades de inversión. Para $WZ > 0$, invirtiendo parte del capital en el activo libre de riesgo y parte de la cartera óptima; o para $WZ < 0$, cuando se pide prestado a la tasa libre de riesgo para invertir en la cartera óptima el capital propio y el ajeno.

Cálculo de proporciones:

N° de portafolio	Proporciones		W_{KOF}		$W_{GRUPO\ MODELO}$	
	W_{CETE}	W_o	$W_o \times W_{KOF} = W_{KOF}^*$	$W_o \times W_{GM} = W_{GM}^*$		
1	1	0	$0 \times 0.1000 = 0$	$0 \times 0.9000 = 0.0000$		
2	0.90	0.10	$0.10 \times 0.1000 = 0.0100$	$0.10 \times 0.9000 = 0.0900$		
3	0.80	0.20	$0.20 \times 0.1000 = 0.0200$	$0.20 \times 0.9000 = 0.1800$		
4	0.70	0.30	$0.30 \times 0.1000 = 0.0300$	$0.30 \times 0.9000 = 0.2700$		

N° de portafolio	Proporciones		W KOF		W GRUPO MODELO	
5	0.60	0.40	0.40	x 0.1000 = 0.0400	0.40	x 0.9000 = 0.3600
6	0.50	0.50	0.50	x 0.1000 = 0.0500	0.50	x 0.9000 = 0.4500
7	0.40	0.60	0.60	x 0.1000 = 0.0600	0.60	x 0.9000 = 0.5400
8	0.30	0.70	0.70	x 0.1000 = 0.0700	0.70	x 0.9000 = 0.6300
9	0.20	0.80	0.80	x 0.1000 = 0.0800	0.80	x 0.9000 = 0.7200
10	0.10	0.90	0.90	x 0.1000 = 0.0900	0.90	x 0.9000 = 0.8100
11	0	1	1	x 0.1000 = 0.1000	1	x 0.9000 = 0.9000
12	-0.10	1.10	1.10	x 0.1000 = 0.1100	1.10	x 0.9000 = 0.9900
13	-0.20	1.20	1.20	x 0.1000 = 0.1200	1.20	x 0.9000 = 1.0800
11	-0.30	1.30	1.3	x 0.1000 = 0.1300	1.30	x 0.9000 = 1.1700

Cálculo de riesgo:

N° de portafolio	Proporciones		Riesgo de los portafolios "O" y "CETE"		
	W _{CETE}	W _O	W _O	x	σ_{PO} = σ_P
1	1	0	0	x 0.1320	= 0
2	0.90	0.10	0.1	x 0.1320	= 0.0132
3	0.80	0.20	0.2	x 0.1320	= 0.0264
4	0.70	0.30	0.3	x 0.1320	= 0.0396
5	0.60	0.40	0.4	x 0.1320	= 0.0528
6	0.50	0.50	0.5	x 0.1320	= 0.0660
7	0.40	0.60	0.6	x 0.1320	= 0.0792
8	0.30	0.70	0.7	x 0.1320	= 0.0924
9	0.20	0.80	0.8	x 0.1320	= 0.1056
10	0.10	0.90	0.9	x 0.1320	= 0.1188
11	0	1	1	x 0.1320	= 0.1320
12	-0.10	1.10	1.10	x 0.1320	= 0.1452
13	-0.20	1.20	1.20	x 0.1320	= 0.1584
14	-0.30	1.30	1.30	x 0.1320	= 0.1716

Cálculo de rendimiento:

N° de portafolio	Proporciones		Rendimiento de los portafolios "O" y "CETE"			
	W _{CETE}	W _O	W _{CETE}	x	R _{CETE}	+ W _O x \bar{R}_{PO} = \bar{R}_P
1	1	0	1	x 0.0336	+ 0	x 0.1918 = 0.0336
2	0.90	0.10	0.90	x 0.0336	+ 0.10	x 0.1918 = 0.0494

Nº de portafolio	Proporciones		Rendimiento de los portafolios "O" y "CETE"								
3	0.80	0.20	0.80	x	0.0336	+	0.20	x	0.1918	=	0.0652
4	0.70	0.30	0.70	x	0.0336	+	0.30	x	0.1918	=	0.0811
5	0.60	0.40	0.60	x	0.0336	+	0.40	x	0.1918	=	0.0969
6	0.50	0.50	0.50	x	0.0336	+	0.50	x	0.1918	=	0.1127
7	0.40	0.60	0.40	x	0.0336	+	0.60	x	0.1918	=	0.1285
8	0.30	0.70	0.30	x	0.0336	+	0.70	x	0.1918	=	0.1443
9	0.20	0.80	0.20	x	0.0336	+	0.80	x	0.1918	=	0.1601
10	0.10	0.90	0.10	x	0.0336	+	0.90	x	0.1918	=	0.1760
11	0	1	0	x	0.0336	+	1	x	0.1918	=	0.1918
12	-0.10	1.10	-0.10	x	0.0336	+	1.10	x	0.1918	=	0.2076
13	-0.20	1.20	-0.20	x	0.0336	+	1.20	x	0.1918	=	0.2234
14	-0.30	1.30	-0.30	x	0.0336	+	1.30	x	0.1918	=	0.2392

Con los datos calculados anteriormente, obtenemos en conjunto la siguiente tabla:

Nº de portafolio	WCETES	WKOF	WGRUPO MODELO	Riesgo	Rendimiento
1	1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0336
2	0.90	0.0100	0.0900	0.0132	0.0494
3	0.80	0.0200	0.1800	0.0264	0.0652
4	0.70	0.0300	0.2700	0.0396	0.0811
5	0.60	0.0400	0.3600	0.0528	0.0969
6	0.50	0.0500	0.4500	0.0660	0.1127
7	0.40	0.0600	0.5400	0.0792	0.1285
8	0.30	0.0700	0.6300	0.0924	0.1443
9	0.20	0.0800	0.7200	0.1056	0.1601
10	0.10	0.0900	0.8100	0.1188	0.1760
11	0	0.1000	0.9000	0.1320	0.1918
12	-0.10	0.1100	0.9900	0.1452	0.2076
13	-0.20	0.1200	1.0800	0.1584	0.2234
14	-0.30	0.1300	1.1700	0.1716	0.2392

Estos portafolios son desde luego las mejores alternativas de inversión para cualquier inversionista racional, sea este conservador o arriesgado. Los inversionistas conservadores invertirán parte de su capital propio en el activo libre de riesgo, es decir, CETES a 28 días, y el 40% en KOF y 60% en GMODELO. Mientras que los inversionistas arriesgados pedirán prestado a la tasa libre de riesgo para invertir este dinero ajeno junto con el dinero propio, en KOK y GRUPO MODELO.

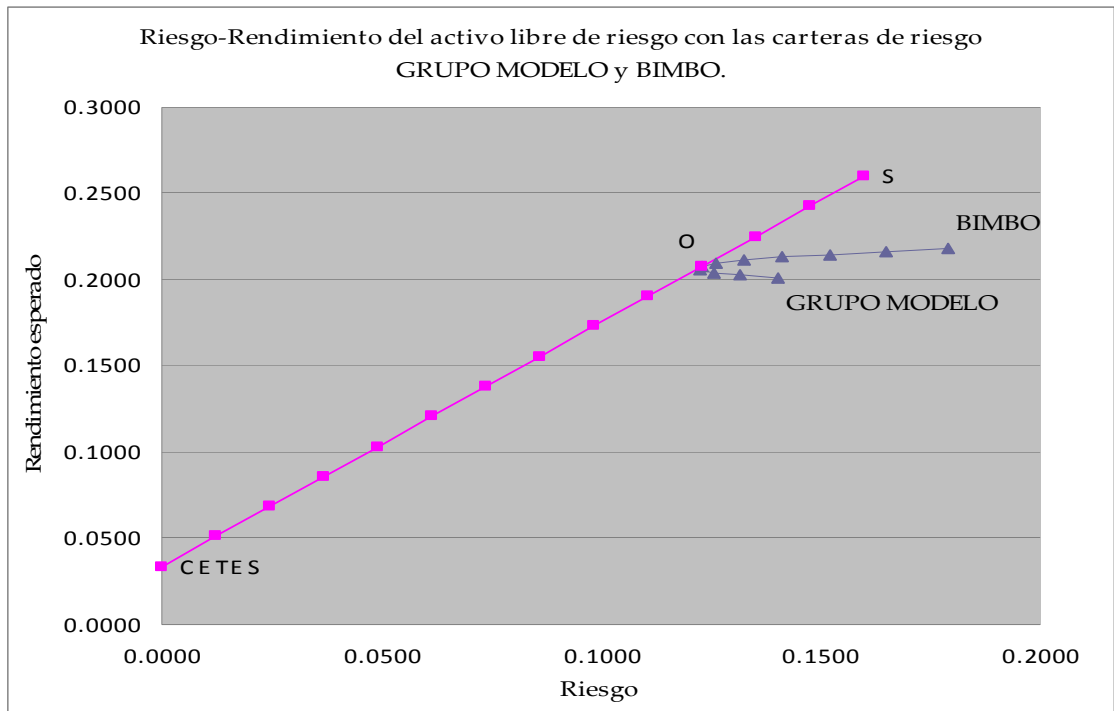
3.4.5. CARTERAS ÓPTIMAS FORMADAS CON CETES Y LAS ACCIONES DE GRUPO MODELO Y BIMBO.

A continuación determinaremos los diversos portafolios de inversión; es decir, los diferentes niveles de riesgo-rendimiento posibles de las acciones GRUPO MODELO y BIMBO y el activo libre de riesgo (CETES a 28 días) con el fin de obtener la cartera óptima, para lo cual se tomarán proporciones de inversión con diferencias de 10 centavos por cada peso a invertir. Para tal efecto, nos ayudaremos de la siguiente tabla de parámetros:

ACCIÓN	" CETES "	GRUPO MODELO	BIMBO
Rendimiento Esperado	0.0336	0.2007	0.2182
Riesgo	0.0000	0.1403	0.1788
Correlación GM, BIM	0.2419		

GRUPO MODELO " C " / BIMBO " A "				
Portafolios	$W_{\text{GRUPO MODELO}}$	W_{BIMBO}	Riesgo	Rendimiento
GRUPO MODELO	1.00	0.00	0.1403	0.2007
2	0.90	0.10	0.1317	0.2025
3	0.80	0.20	0.1257	0.2042
4	0.70	0.30	0.1227	0.2060
5	0.60	0.40	0.1229	0.2077
6	0.50	0.50	0.1263	0.2095
7	0.40	0.60	0.1326	0.2112
8	0.30	0.70	0.1414	0.2130
9	0.20	0.80	0.1523	0.2147
10	0.10	0.90	0.1649	0.2165
BIMBO	0.00	1.00	0.1788	0.2182

Con los datos anteriores representamos en la gráfica siguiente el comportamiento de las carteras de riesgo GRUPO MODELO y BIMBO con CETES, en donde podemos observar que la línea recta que parte del rendimiento del activo libre de riesgo y que es tangente a un punto de la frontera eficiente, es cuando se invierte el 60% de la inversión en GRUPO MODELO y el 40% en BIMBO, obteniendo un rendimiento del 20.77% y un riesgo del 12.29%; la cual para efectos posteriores se considerará como cartera óptima.



Una vez obtenida la cartera óptima, formaremos portafolios de inversión en donde se combina dicha cartera con el activo libre de riesgo, para determinar las diferentes posibilidades de inversión. Para $W_z > 0$, invirtiendo parte del capital en el activo libre de riesgo y parte de la cartera óptima; o para $W_z < 0$, cuando se pide prestado a la tasa libre de riesgo para invertir en la cartera óptima el capital propio y el ajeno.

Cálculo de proporciones:

N° de portafolio	Proporciones		$W_{\text{GRUPO MODELO}}$			W_{BIMBO}						
	W_{CETE}	W_o	W_o	\times	W_{GM}	$=$	W_{GM}^*	W_o	\times	W_{BIM}	$=$	W_{BIM}^*
1	1.00	0.00	0.00	\times	0.60	$=$	0.0000	0.00	\times	0.40	$=$	0.0000
2	0.90	0.10	0.10	\times	0.60	$=$	0.0600	0.10	\times	0.40	$=$	0.0400
3	0.80	0.20	0.20	\times	0.60	$=$	0.1200	0.20	\times	0.40	$=$	0.0800
4	0.70	0.30	0.30	\times	0.60	$=$	0.1800	0.30	\times	0.40	$=$	0.1200
5	0.60	0.40	0.40	\times	0.60	$=$	0.2400	0.40	\times	0.40	$=$	0.1600
6	0.50	0.50	0.50	\times	0.60	$=$	0.3000	0.50	\times	0.40	$=$	0.2000
7	0.40	0.60	0.60	\times	0.60	$=$	0.3600	0.60	\times	0.40	$=$	0.2400
8	0.30	0.70	0.70	\times	0.60	$=$	0.4200	0.70	\times	0.40	$=$	0.2800

N° de portafolio	Proporciones		W GRUPO MODELO				W BIMBO					
				x		=		x		=		
9	0.20	0.80	0.80	x	0.60	=	0.4800	0.80	x	0.40	=	0.3200
10	0.10	0.90	0.90	x	0.60	=	0.5400	0.90	x	0.40	=	0.3600
11	0.00	1.00	1.00	x	0.60	=	0.6000	1.00	x	0.40	=	0.4000
12	-0.10	1.10	1.10	x	0.60	=	0.6600	1.10	x	0.40	=	0.4400
13	-0.20	1.20	1.20	x	0.60	=	0.7200	1.20	x	0.40	=	0.4800
14	-0.30	1.30	1.30	x	0.60	=	0.7800	1.30	x	0.40	=	0.5200

Cálculo de riesgo:

N° de portafolio	Proporciones		Riesgo de los portafolios "O" y "CETES"				
	W_{CETES}	W_O	W_O	x	σ_{P_O}	=	σ_P
1	1.00	0.00	0.00	x	0.1229	=	0.0000
2	0.90	0.10	0.10	x	0.1229	=	0.0123
3	0.80	0.20	0.20	x	0.1229	=	0.0246
4	0.70	0.30	0.30	x	0.1229	=	0.0369
5	0.60	0.40	0.40	x	0.1229	=	0.0492
6	0.50	0.50	0.50	x	0.1229	=	0.0615
7	0.40	0.60	0.60	x	0.1229	=	0.0738
8	0.30	0.70	0.70	x	0.1229	=	0.0861
9	0.20	0.80	0.80	x	0.1229	=	0.0983
10	0.10	0.90	0.90	x	0.1229	=	0.1106
11	0.00	1.00	1.00	x	0.1229	=	0.1229
12	-0.10	1.10	1.10	x	0.1229	=	0.1352
13	-0.20	1.20	1.20	x	0.1229	=	0.1475
14	-0.30	1.30	1.30	x	0.1229	=	0.1598

Cálculo de rendimiento:

N° de portafolio	Proporciones		Rendimiento de los portafolios "O" y "CETES"								
	W_{CETES}	W_O	W_{CETES}	x	R_{CETES}	+	W_O	x	\bar{R}_{P_O}	=	\bar{R}_P
1	1.00	0.00	1.00	x	0.0336	+	0.00	x	0.2077	=	0.0336
2	0.90	0.10	0.90	x	0.0336	+	0.10	x	0.2077	=	0.0510
3	0.80	0.20	0.80	x	0.0336	+	0.20	x	0.2077	=	0.0684
4	0.70	0.30	0.70	x	0.0336	+	0.30	x	0.2077	=	0.0858
5	0.60	0.40	0.60	x	0.0336	+	0.40	x	0.2077	=	0.1032
6	0.50	0.50	0.50	x	0.0336	+	0.50	x	0.2077	=	0.1207
7	0.40	0.60	0.40	x	0.0336	+	0.60	x	0.2077	=	0.1381

N° de portafolio	Proporciones		Rendimiento de los portafolios "O" y "CETES"								
8	0.30	0.70	0.30	x	0.0336	+	0.70	x	0.2077	=	0.1555
9	0.20	0.80	0.20	x	0.0336	+	0.80	x	0.2077	=	0.1729
10	0.10	0.90	0.10	x	0.0336	+	0.90	x	0.2077	=	0.1903
11	0.00	1.00	0.00	x	0.0336	+	1.00	x	0.2077	=	0.2077
12	-0.10	1.10	-0.10	x	0.0336	+	1.10	x	0.2077	=	0.2251
13	-0.20	1.20	-0.20	x	0.0336	+	1.20	x	0.2077	=	0.2425
14	-0.30	1.30	-0.30	x	0.0336	+	1.30	x	0.2077	=	0.2599

Con los datos calculados anteriormente, obtenemos en conjunto la siguiente tabla.

N° de portafolio	W_{CETES}	$W_{\text{GRUPO MODELO}}$	W_{BIMBO}	Riesgo	Rendimiento
1	1.00	0.00	0.00	0.0000	0.0336
2	0.90	0.06	0.04	0.0123	0.0510
3	0.80	0.12	0.08	0.0246	0.0684
4	0.70	0.18	0.12	0.0369	0.0858
5	0.60	0.24	0.16	0.0492	0.1032
6	0.50	0.30	0.20	0.0615	0.1207
7	0.40	0.36	0.24	0.0738	0.1381
8	0.30	0.42	0.28	0.0861	0.1555
9	0.20	0.48	0.32	0.0983	0.1729
10	0.10	0.54	0.36	0.1106	0.1903
11	0.00	0.60	0.40	0.1229	0.2077
12	-0.10	0.66	0.44	0.1352	0.2251
13	-0.20	0.72	0.48	0.1475	0.2425
14	-0.30	0.78	0.52	0.1598	0.2599

Estos portafolios son desde luego las mejores alternativas de inversión para cualquier inversionista racional, sea este conservador o arriesgado. Los inversionistas conservadores invertirán parte de su capital propio en el activo libre de riesgo, es decir, CETES a 28 días, y la otra parte en GRUPO MODELO y BIMBO. Mientras que los inversionistas arriesgados pedirán prestado a la tasa libre de riesgo para invertir este dinero ajeno junto con el dinero propio, en GRUPO MODELO y BIMBO.

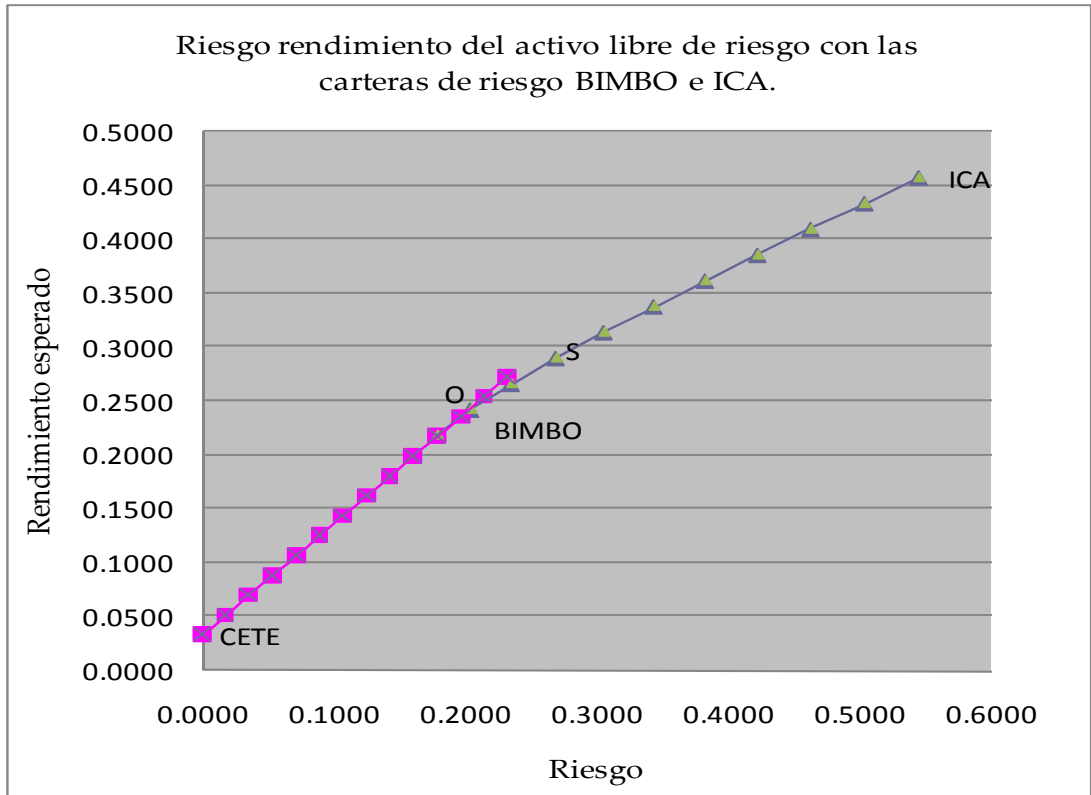
3.4.6. CARTERAS ÓPTIMAS FORMADAS CON CETES Y LAS ACCIONES DE BIMBO E ICA.

A continuación determinaremos los diversos portafolios de inversión; es decir, los diferentes niveles de riesgo-rendimiento posibles de las acciones BIMBO e ICA y el activo libre de riesgo (CETES a 28 días) con el fin de obtener la cartera óptima, para lo cual se tomarán proporciones de inversión con diferencias de 10 centavos por cada peso a invertir. Para tal efecto, nos ayudaremos de la siguiente tabla de parámetros:

ACCIÓN	"CETE"	"BIMBO"	"ICA"
Rendimiento Esperado	0,0336	0,2182	0,4579
Riesgo	0	0,1788	0,5456
Correlación BIMBO,ICA	0,7356		

BIMBO " A " / ICA " * "				
Portafolios	W _{BIMBO}	W _{ICA}	Riesgo	Rendimiento
BIMBO	1,00	0,00	0,1788	0,2182
2	0,90	0,10	0,2044	0,2422
3	0,80	0,20	0,2352	0,2661
4	0,70	0,30	0,2694	0,2901
5	0,60	0,40	0,3059	0,3141
6	0,50	0,50	0,3439	0,3380
7	0,40	0,60	0,3831	0,3620
8	0,30	0,70	0,4229	0,3860
9	0,20	0,80	0,4634	0,4099
10	0,10	0,90	0,5043	0,4339
ICA	0,00	1,00	0,5456	0,4579

Con los datos anteriores representamos en la gráfica siguiente el comportamiento de las carteras de riesgo BIMBO e ICA con CETES, en donde podemos observar que la línea recta que parte del rendimiento del activo libre de riesgo y que es tangente a un punto de la frontera eficiente, es cuando se invierte el 100% de la inversión en BIMBO y el 0% ICA, obteniendo un rendimiento del 21.82% y un riesgo del 17.88%; la cual para efectos posteriores se considerará como cartera óptima.



Una vez obtenida la cartera óptima, formaremos portafolios de inversión en donde se combina dicha cartera con el activo libre de riesgo, para determinar las diferentes posibilidades de inversión. Para $W_z > 0$, invirtiendo parte del capital en el activo libre de riesgo y parte de la cartera óptima; o para $W_z < 0$, cuando se pide prestado a la tasa libre de riesgo para invertir en la cartera óptima el capital propio y el ajeno.

Cálculo de proporciones:

N° de portafolio	Proporciones		W_{BIMBO}			W_{ICA}						
	W_{CETE}	W_o	W_o	\times	W_{BIMBO}	$=$	W_{BIMBO}^*	W_o	\times	W_{ICA}	$=$	W_{ICA}^*
1	1	0	0	\times	0.1000	$=$	0	0	\times	0.0000	$=$	0.0000
2	0.90	0.10	0.10	\times	0.1000	$=$	0.0100	0.10	\times	0.0000	$=$	0.0000
3	0.80	0.20	0.20	\times	0.1000	$=$	0.0200	0.20	\times	0.0000	$=$	0.0000
4	0.70	0.30	0.30	\times	0.1000	$=$	0.0300	0.30	\times	0.0000	$=$	0.0000
5	0.60	0.40	0.40	\times	0.1000	$=$	0.0400	0.40	\times	0.0000	$=$	0.0000
6	0.50	0.50	0.50	\times	0.1000	$=$	0.0500	0.50	\times	0.0000	$=$	0.0000
7	0.40	0.60	0.60	\times	0.1000	$=$	0.0600	0.60	\times	0.0000	$=$	0.0000
8	0.30	0.70	0.70	\times	0.1000	$=$	0.0700	0.70	\times	0.0000	$=$	0.0000

N° de portafolio	Proporciones		WBIMBO			WICA		
9	0.20	0.80	0.80	x	0.1000	=	0.0800	0.80 x 0.0000 = 0.0000
10	0.10	0.90	0.90	x	0.1000	=	0.0900	0.90 x 0.0000 = 0.0000
11	0	1	1	x	0.1000	=	0.1000	1 x 0.0000 = 0.0000
12	-0.10	1.10	1.10	x	0.1000	=	0.1100	1.10 x 0.0000 = 0.0000
13	-0.20	1.20	1.20	x	0.1000	=	0.1200	1.20 x 0.0000 = 0.0000
11	-0.30	1.30	1.30	x	0.1000	=	0.1300	1.30 x 0.0000 = 0.0000

Cálculo de riesgo:

N° de portafolio	Proporciones		Riesgo de los portafolios "O" y "CETE"		
	WCETE	Wo	Wo	x	σ_{Po} = σ_P
1	1	0	0	x	0.1788 = 0
2	0.90	0.10	0.1	x	0.1788 = 0.0179
3	0.80	0.20	0.2	x	0.1788 = 0.0358
4	0.70	0.30	0.3	x	0.1788 = 0.0536
5	0.60	0.40	0.4	x	0.1788 = 0.0715
6	0.50	0.50	0.5	x	0.1788 = 0.0894
7	0.40	0.60	0.6	x	0.1788 = 0.1073
8	0.30	0.70	0.7	x	0.1788 = 0.1252
9	0.20	0.80	0.8	x	0.1788 = 0.1431
10	0.10	0.90	0.9	x	0.1788 = 0.1609
11	0	1	1	x	0.1788 = 0.1788
12	-0.10	1.10	1.10	x	0.1788 = 0.1967
13	-0.20	1.20	1.20	x	0.1788 = 0.2146
14	-0.30	1.30	1.30	x	0.1788 = 0.2325

Cálculo de rendimiento:

N° de portafolio	Proporciones		Rendimiento de los portafolios "O" y "CETE"						
	WCETE	Wo	WCETES	x	RCETES	+	Wo	x	\bar{R}_{Po} = \bar{R}_P
1	1	0	1	x	0.0336	+	0	x	0.2182 = 0.0336
2	0.90	0.10	0.90	x	0.0336	+	0.10	x	0.2182 = 0.0521
3	0.80	0.20	0.80	x	0.0336	+	0.20	x	0.2182 = 0.0705
4	0.70	0.30	0.70	x	0.0336	+	0.30	x	0.2182 = 0.0890
5	0.60	0.40	0.60	x	0.0336	+	0.40	x	0.2182 = 0.1074
6	0.50	0.50	0.50	x	0.0336	+	0.50	x	0.2182 = 0.1259

N° de portafolio	Proporciones		Rendimiento de los portafolios "O" y "CETE"								
7	0.40	0.60	0.40	x	0.0336	+	0.60	x	0.2182	=	0.1444
8	0.30	0.70	0.30	x	0.0336	+	0.70	x	0.2182	=	0.1628
9	0.20	0.80	0.20	x	0.0336	+	0.80	x	0.2182	=	0.1813
10	0.10	0.90	0.10	x	0.0336	+	0.90	x	0.2182	=	0.1997
11	0	1	0	x	0.0336	+	1	x	0.2182	=	0.2182
12	-0.10	1.10	-0.10	x	0.0336	+	1.10	x	0.2182	=	0.2367
13	-0.20	1.20	-0.20	x	0.0336	+	1.20	x	0.2182	=	0.2551
14	-0.30	1.30	-0.30	x	0.0336	+	1.30	x	0.2182	=	0.2736

Con los datos calculados anteriormente, obtenemos en conjunto la siguiente tabla.

N° de portafolio	W _{CETES}	W _{BIMBO*}	W _{ICA}	Riesgo	Rendimiento
1	1	0,00	0,00	0,0000	0,0336
2	0,90	0,10	0,00	0,0179	0,0521
3	0,80	0,20	0,00	0,0358	0,0705
4	0,70	0,30	0,00	0,0536	0,0890
5	0,60	0,40	0,00	0,0715	0,1074
6	0,50	0,50	0,00	0,0894	0,1259
7	0,40	0,60	0,00	0,1073	0,1444
8	0,30	0,70	0,00	0,1252	0,1628
9	0,20	0,80	0,00	0,1431	0,1813
10	0,10	0,90	0,00	0,1609	0,1997
11	0	1,00	0,00	0,1788	0,2182
12	-0,10	1,10	0,00	0,1967	0,2367
13	-0,20	1,20	0,00	0,2146	0,2551
14	-0,30	1,30	0,00	0,2325	0,2736

Estos portafolios son desde luego las mejores alternativas de inversión para cualquier inversionista racional, sea este conservador o arriesgado. Los inversionistas conservadores invertirán parte de su capital propio en el activo libre de riesgo, es decir, CETES a 28 días, y la otra parte en GRUPO BIMBO. Mientras que los inversionistas arriesgados pedirán prestado a la tasa libre de riesgo para invertir este dinero ajeno junto con el dinero propio, en BIMBO e ICA.

CONCLUSIONES.

La idea principal de la teoría moderna de la cartera de Harry Markowitz, es obtener el mayor beneficio posible al combinar activos de diferentes empresas, evitando el riesgo que amenaza individualmente a las mismas. A dicha combinación se le llama diversificación.

Para que la diversificación sea eficiente, se debe considerar la idea central de Markowitz; es decir, mantener carteras diversificadas, pero considerando de manera explícita la correlación entre los rendimientos de los activos, de tal manera que se obtengan determinados niveles de rendimiento, asegurando el menor riesgo posible. Sin embargo, esto debe hacerse considerando la introducción de un activo libre de riesgo en la formación de las carteras de riesgo.

Al combinar dos acciones para formar portafolios de inversión, tenemos que el caso de ICA-TV AZTECA, los portafolios óptimos son aquellos que se forman invirtiendo 40% o más del capital en ICA y el 60% o menos en TV AZTECA. Al combinar TV AZTECA Y TELEVISA, todos los portafolios son eficientes para cualquier inversionista. Al formar un portafolio con TELEVISA Y KOF tenemos que la mejor sería invirtiendo el 10% o más del capital en TELEVISA y el 90 % o menos en acciones de KOF. De la misma forma con un portafolio de KOF y GRUPO MODELO tendríamos que invertir el 60% o más en GRUPO MODELO y el 40% o menos en KOF. En el portafolio formado por GRUPO MODELO y BIMBO tendríamos que invertir el 60% o menos en GRUPO MODELO y el 40% o más en BIMBO. Finalmente tenemos que todos los portafolios son eficientes invirtiendo en BIMBO e ICA.

Por último, cuando se incluye en los portafolios Cetes a 28 días y se consideran las acciones ICA-TV AZTECA, la cartera óptima de riesgo que todo inversionista debe seleccionar para formar su portfolio es invertir el 100% de su capital en ICA. Si se considera invertir en TV AZTECA-TELEVISA, el portafolio óptimo que todo inversionista debe seleccionar para formar sus carteras es el 100% en TELEVISA. Considerando invertir en TELEVISA-KOF, nuestro portafolio óptimo sería diversificando con el 90% en TELEVISA y el 10% en KOF. Otra opción es invertir en KOF-GRUPO MODELO donde se formaría el óptimo invirtiendo el 10% en KOF y el 90% en GRUPO MODELO. Pero si se desea invertir en GRUPO MODELO-BIMBO, el portafolio óptimo es de 60% en GRUPO

MODELO y el 40% en BIMBO. Una última opción es el invertir en BIMBO-ICA, donde el portafolio óptimo es el 100% de capital en BIMBO y el 0% en ICA. Estos porcentajes son tomando en cuenta que vamos a invertir una parte de capital en el activo libre de riesgo y que la parte restante será tomada en base a los porcentajes señalados anteriormente.

Como sabemos hay inversionistas arriesgados que decidirán pedir prestado para invertir y obtener un mayor rendimiento invirtiendo sólo en activos riesgosos, pero a su vez hay inversionistas pasivos que decidirán arriesgar menos por un rendimiento, sólo invirtiendo sin pedir prestado.

BIBLIOGRAFÍA.

LIBROS.

Alexander, Gordon; Sharpe, William y Bailey, Jeffery. Fundamentos de inversiones. Teoría y práctica. 3ª ed. Pearson Educación, México, 2005.

Heyman, Timothy. Inversión en la globalización. Análisis y administración de las nuevas inversiones mexicanos. Milenio, S.A. de C.V., México 2005.

Kolb, Robert. Inversiones. Limusa, México, 2005.

PÁGINAS WEB.

<http://www.ica.com.mx>.

EMPRESAS ICA, , S.A.B. de C.V.

<http://www.tvazteca.com>.

TELEVISIÓN AZTECA, S.A.B. de C.V.

<http://www.televisa.com>.

GRUPO TELEVISA, S.A.B. de C.V.

<http://www.coca-colafemsa.com>.

COCA-COLA FEMSA, S.A.B. de C.V.

<http://www.gmodelo.com.mx>.

GRUPO MODELO, S.A.B. de C.V.

<http://www.grupobimbo.com.mx>.

GRUPO BIMBO, S.A.B. de C.V.

