



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
UNIDAD PROFESIONAL “ADOLFO LOPEZ MATEOS” ZACATENCO

“DISEÑO DE UN SISTEMA DE CONTROL DIFUSO PARA EL
SEGUIMIENTO DE LA TRAYECTORIA DE UN ROBOT
OMNIDIRECCIONAL”

TESIS

PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
INGENIERO EN CONTROL Y AUTOMATIZACIÓN.

PRESENTAN:

HERNANDEZ MARTINEZ SILVERIO
ROCHA ANGUIANO ERNESTO ISAAC

ASESORES:

M. EN T.A. YAIR LOZANO HERNÁNDEZ
M. EN C. ERIKA VIRGINIA DE LUCIO RODRÍGUEZ



CIUDAD DE MÉXICO, DICIEMBRE DE 2018

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
UNIDAD PROFESIONAL “ADOLFO LÓPEZ MATEOS”

TEMA DE TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE INGENIERO EN CONTROL Y AUTOMATIZACIÓN
POR LA OPCIÓN DE TITULACIÓN TESIS COLECTIVA Y EXAMEN ORAL INDIVIDUAL
DEBERA (N) DESARROLLAR C. SILVERIO HERNANDEZ MARTINEZ
C. ERNESTO ISAAC ROCHA ANGUIANO

“DISEÑO DE UN SISTEMA DE CONTROL DIFUSO PARA EL SEGUIMIENTO DE LA TRAYECTORIA DE UN ROBOT OMNIDIRECCIONAL”

DISEÑAR E IMPLEMENTAR UN ALGORITMO DE CONTROL DIFUSO APLICABLE A UN ROBOT OMNIDIRECCIONAL PARA LA REALIZACIÓN DE TAREAS DE SEGUIMIENTO DE TRAYECTORIA.

- ❖ INTRODUCCIÓN
- ❖ MARCO TEÓRICO
- ❖ PROPUESTA DE INSTRUMENTACIÓN DEL ROBOT MÓVIL
- ❖ MODELADO DEL SISTEMA
- ❖ PROPUESTA DE CONTROL DIFUSO TIPO P
- ❖ COSTOS
- ❖ ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

CIUDAD DE MÉXICO, A 14 DE DICIEMBRE DE 2018.

ASESORES


M. EN T. A. YAIR LOZANO
HERNÁNDEZ


M. EN C. ERIKA VIRGINIA DE
LUCÍO RODRÍGUEZ


M. EN C. MIRIAM GÓMEZ ÁLVAREZ
JEFA DE LA CARRERA DE INGENIERÍA
EN CONTROL Y AUTOMATIZACIÓN



IPN

UNIDAD PROFESIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

**Instituto Politécnico Nacional
Presente**

Bajo protesta de decir verdad los que suscriben **Ernesto Isaac Rocha Anguiano** y **Silverio Hernández Martínez**, manifestamos ser autores y titulares de los derechos morales y patrimoniales de la obra titulada “**Diseño de un sistema de control difuso para el seguimiento de la trayectoria de un robot omnidireccional**”, en adelante “**La tesis**” y de la cual adjunto copia, un impreso y un CD por lo que por medio del presente y con fundamento en el artículo 27 fracción II, inciso b) de la Ley Federal del Derecho de Autor, otorgamos al **Instituto Politécnico Nacional**, en adelante **EI IPN**, autorización exclusiva para comunicar y exhibir públicamente total o parcial en medios digitales o en cualquier otro medio; para apoyar futuros trabajos relacionados con el tema de “**La Tesis**” por un periodo de **25 años** contando a partir de la fecha de la presente autorización, dicho periodo se renovara automáticamente en caso de no dar aviso expreso a **EI IPN** de su terminación.

En virtud de lo anterior, **EI IPN** deberá reconocer en todo momento nuestra calidad de autores de “**La Tesis**”.

Adicionalmente, y en nuestra calidad de autores y titulares de los derechos morales y patrimoniales de “**La Tesis**”, manifestamos que la misma es original y que la presente autorización no contraviene ninguna otorgada por lo que suscriben respeto de “**La Tesis**”, por lo que deslindo de toda responsabilidad a **EI IPN** en caso de que el contenido de “**La Tesis**” o la autorización concebida afecte o viole derechos autorales, secretos industriales, convenios o contratos de confidencialidad o en general cualquier derecho de propiedad intelectual de terceros y asumimos las consecuencias legales y económicas de cualquier demanda o reclamación que pueda derivarse del caso.

Ciudad de México., a 27 de marzo de 2019.

Atentamente



Ernesto Isaac Rocha Anguiano



Silverio Hernández Martínez



Dedicatoria

A mis padres quienes con su amor, paciencia y esfuerzo me han permitido llegar a cumplir hoy un sueño más, gracias por inculcar en mí el ejemplo de esfuerzo y valentía.

Ernesto Isaac Rocha Anguiano

A mis padres, por sus consejos y enseñanzas. A mi familia por haber sido mi apoyo a lo largo de toda mi carrera universitaria y a lo largo de mi vida. A mi novia por apoyarme.

Silverio Hernández Martínez.



AGRADECIMIENTOS

A nuestros padres, por ser ejemplo de perseverancia y esfuerzo y haber impulsado siempre en nosotros el deseo de superación.

A nuestros asesores, M. en C. Erika Virginia de Lucio Rodríguez y M. en T.A. Yair Lozano Hernández, por compartir sus conocimientos y brindar su valioso apoyo para la realización de esta tesis.

Al Instituto Politécnico Nacional por las oportunidades brindadas y conocimientos otorgados a lo largo de estos años que hicieron posible completar nuestra educación superior.



Resumen

En el presente proyecto curricular se presenta el análisis de un modelo matemático para el control de un robot omnidireccional también conocido como holonómicos, cuya característica principal es la posibilidad de realizar cambios en su dirección de manera instantánea sin necesidad de rotar previamente, es decir, se puede mover libremente en cualquier dirección, se utilizó un modelo físico con una configuración de tres ruedas para proponer la instrumentación y una estrategia de control difuso desarrollada en el ambiente de trabajo de Matlab en el block set de Simulink con el objetivo de dar estabilidad y realizar seguimiento de trayectorias. De igual manera se valida el funcionamiento de la estrategia de control mediante la simulación de diferentes trayectorias, esto permite que en el futuro se desarrollen aplicaciones para la industria, milicia y transporte.



Índice general

Índice de figuras	vi
Índice de tablas	ix
Glosario	x
Anotación Matemática	xii
Capítulo 1 Introducción	1
1.1 Motivación.....	2
1.2 Objetivos.....	3
1.2.1 Objetivo general.....	3
1.2.2 Objetivos específicos.....	3
1.3 Planteamiento de la solución.....	3
1.4 Contribuciones.....	4
1.5 Límites y alcances.....	4
1.6 Estructura del trabajo.....	4
Capítulo 2 Marco teórico	6
2.1 Robots móviles	7
2.1.1 Sistemas de locomoción	7
2.2 Robots móviles con ruedas.....	8
2.3 Tipos de ruedas	10
2.4 Ruedas omnidireccionales	12
2.4.1 Antecedentes de la rueda omnidireccional	13
2.4.2 Definición y tipos de rueda omnidireccional.....	15
2.5 Estructuras de robots Omnidireccionales.....	16
2.5.1 Robot Omnidireccional con tres ruedas omnidireccionales	17
2.6 Fundamentos teóricos.....	18
2.6.1 Lógica difusa.....	18
2.6.2 Conjuntos difusos	18
2.6.3 Control difuso.....	19
2.6.4 Controladores difusos	20
Capítulo 3 Propuesta de instrumentación del robot omnidireccional	24
3.1 Criterios de selección.....	25
3.2 Motores de CD.....	26
3.2.1 Motores de CD con encoder.....	26
3.3 Motorreductores propuestos.....	28



3.3.1	Reacondicionamiento del encoder.....	30
3.4	Tarjeta de desarrollo Multiwii Pro.....	32
3.4.1	Sensor MPU6050.....	34
3.4.2	Magnetómetro HMC5883L-TR.....	34
3.4.3	GPS U-blox neo 6.....	35
3.5	Tarjeta de desarrollo STM32f4 discovery.....	35
3.6	Selección de la batería.....	38
3.7	Propuesta de Prototipo.....	39
Capítulo 4	Modelado del sistema.....	46
4.1	Representación de un robot omnidireccional en un plano de coordenadas 47	
4.2	Matriz de rotación.....	50
4.3	Restricciones mecánicas.....	51
4.4	Modelado matemático.....	54
4.5	Energía cinética rotacional de la rueda.....	54
4.6	Energía rotacional y traslacional del robot.....	55
Capítulo 5	Propuesta de control difuso tipo P.....	63
5.1	Interpretación humana.....	67
5.2	Desdifusificación.....	75
Capítulo 6	Costos.....	79
Capítulo 7	Análisis de resultados y conclusiones.....	82
7.1	Conclusiones.....	87
7.2	Trabajos Futuros.....	88
APENDICE.....		89
Apéndice A	“Motor Faulhaber 231012cr”.....	89
Apéndice B	“SENSOR MPU6050”.....	89
Apéndice C	“SENSOR HMC5883L-TR”.....	91
Apéndice D	“GPS U-BLOX NEO 6”.....	92
Apéndice E	“TARJETA DE DESARROLLO STM32F4 DISCOVERY”.....	93
Apéndice F	“Planos del prototipo”.....	94
Apéndice G	“Medidas del reacondicionamiento del encoder”.....	97
Referencias.....		98



Índice de figuras

<i>Figura 2.1 Sistemas de Locomoción [3].</i>	8
<i>Figura 2.2 Coordenadas de posición [2,4].</i>	9
<i>Figura 2.3 Tipos de ruedas comúnmente usadas en robots móviles [4].</i>	10
<i>Figura 2.4 Posición de una rueda sueca en un plano [4].</i>	11
<i>Figura 2.5 Rueda simple con vectores de velocidad [4].</i>	12
<i>Figura 2.6 Rueda omnidireccional [4].</i>	13
<i>Figura 2.7 Planos que se encuentran en la patente presentada por J. Grabowiecki en 1919 (Grabowiecki, 1919)[5].</i>	13
<i>Figura 2.8 Diseño de la rueda de Bengt Ilon y elevador de horquilla omnidireccional con las mismas ruedas (Rojas).[6]</i>	14
<i>Figura 2.9 Modelo de rueda omnidireccionales que se comercializan hoy en día (Rojas)[6].</i>	15
<i>Figura 2.10 Rueda omnidireccional mostrada por Muñoz en (Muñoz Martínez , Gil-Gómez , & García Cerezo)[11].</i>	16
<i>Figura 2.11 Tipo de ruedas omnidireccionales: Mecanum y omnidireccional (Vexrobotis) (Vexrobotics)[12].</i>	16
<i>Figura 2.12 a) modelo físico de un robot omnidireccional, b) vista en un plano del mismo [1,3].</i>	17
<i>Figura 2.13 partes de un controlador difuso [16].</i>	20
<i>Figura 2.14 Propuesta 1 de arquitectura de control PID.</i>	22
<i>Figura 2.15 Propuesta 2 de arquitectura de control PID.</i>	23
<i>Figura 3.1 Arquitectura del robot omnidireccional propuesto [FP].</i>	25
<i>Figura 3.2 Motorreductor con caja de engranajes reductora [17].</i>	26
<i>Figura 3.3 Estructura básica de un encoder incremental de dos canales [18] .</i>	27
<i>Figura 3.4 Estructura de un encoder absoluto [18].</i>	28
<i>Figura 3.5 Motorreductor faulhaber 231012cr [FP].</i>	28
<i>Figura 3.6 Encoder del motorreductor Pololu 37Dx70L [20].</i>	29
<i>Figura 3.7 Vista del encoder de los motorreductores propuestos [FP].</i>	30
<i>Figura 3.8 Diagrama de conexiones para la lectura del encoder [FP].</i>	31
<i>Figura 3.9 Vista del PCB propuesto para el encoder [FP].</i>	31
<i>Figura 3.10 Vista simulada de la PCB propuesta por CNC[FP].</i>	32
<i>Figura 3.11 Imágenes de la PCB Fabricada.</i>	32
<i>Figura 3.12 Tarjeta de desarrollo multi wii [22].</i>	33
<i>Figura 3.13 Menú de Simulink de APM.</i>	34
<i>Figura 3.14 GPS U-blox neo 6 [23].</i>	35
<i>Figura 3.15 Tarjeta de desarrollo STM32 discovery f4 [26].</i>	36
<i>Figura 3.16 Menú del blockset de Waijung [FP].</i>	37



<i>Figura 3.17 Programa en Simulink para monitoreo serial de la STM32F4 [FP].</i>	<i>37</i>
<i>Figura 3.18 Programa en Simulink para la lectura de los pulsos de un encoder de dos canales.</i>	<i>38</i>
<i>Figura 3.19 Batería LI-PO Rhino 2250 mAh.</i>	<i>39</i>
<i>Figura 3.20 Propuesta del prototipo [FP].</i>	<i>40</i>
<i>Figura 3.21 Principales partes del prototipo propuesto [FP].</i>	<i>41</i>
<i>Figura 3.22 Análisis estático de correspondiente a tensiones presentes en la tapa de la estructura del prototipo robot omnidireccional [FP].</i>	<i>42</i>
<i>Figura 3.23 Análisis estático de correspondiente a las deformaciones presentes en la unión de la tapa con el acoplamiento del motor [FP].</i>	<i>43</i>
<i>Figura 3.24 Análisis estático de correspondiente a los desplazamientos presentes en el centro de la tapa del prototipo robot omnidireccional [FP].</i>	<i>43</i>
<i>Figura 3.25 Soportes propuestos para el prototipo.</i>	<i>44</i>
<i>Figura 3.26 Vista de la carga distribuida en la base del prototipo [FP].</i>	<i>45</i>
<i>Figura 4.1 Representación de un robot omnidireccional [25].</i>	<i>47</i>
<i>Figura 4.2 Análisis del ángulo existente en la rueda 1 [PF].</i>	<i>48</i>
<i>Figura 4.3 Sistema de coordenadas [FP].</i>	<i>50</i>
<i>Figura 4.4 Componentes de las velocidades sobre un marco de referencia.</i>	<i>51</i>
<i>Figura 4.5 Ángulos en las ruedas omnidireccionales [29].</i>	<i>52</i>
<i>Figura 4.6 Representación de los ángulos que tiene la rueda omnidireccional para uso del trabajo.</i>	<i>52</i>
<i>Figura 4.7 Visualización espacial de cilindro para conocer los momentos de inercia [FP].</i>	<i>61</i>
<i>Figura 5.1 Propuesta del diagrama de las comunicaciones presentes del control para el robot omnidireccional [F.P].</i>	<i>65</i>
<i>Figura 5.2 Diagrama simplificado de control [FP].</i>	<i>66</i>
<i>Figura 5.3 Interpretación humana del movimiento sobre el eje Y_m [FP].</i>	<i>67</i>
<i>Figura 5.4 Interpretación humana para el movimiento en X_m [FP].</i>	<i>68</i>
<i>Figura 5.5 Interpretación humana para la rotación del robot omnidireccional [FP].</i>	<i>68</i>
<i>Figura 5.6 Diagrama obtenido para el controlador difuso tipo proporcional.</i>	<i>71</i>
<i>Figura 5.7 Funciones de membresía para el error en Y.</i>	<i>72</i>
<i>Figura 5.8 Funciones de membresía para el torque del motor uno debido al error en Y.</i>	<i>72</i>
<i>Figura 5.9 Funciones de membresía para el torque del motor dos debido al error en Y.</i>	<i>72</i>
<i>Figura 5.10 Funciones de membresía para el error en X.</i>	<i>73</i>
<i>Figura 5.11 Funciones de membresía para el torque del motor uno debido al error en X.</i>	<i>73</i>
<i>Figura 5.12 Funciones de membresía para el torque del motor dos debido al error en X.</i>	<i>73</i>



<i>Figura 5.13 Funciones de membresía para el torque del motor tres debido al error en X.</i>	74
<i>Figura 5.14 Funciones de membresía para el error en ϕ.</i>	74
<i>Figura 5.15 Funciones de membresía para el torque del motor uno debido al error en ϕ.</i>	74
<i>Figura 5.16 Funciones de membresía para el torque del motor dos debido al error en ϕ.</i>	75
<i>Figura 5.17 Funciones de membresía para el torque del motor tres debido al error en ϕ.</i>	75
<i>Figura 5.18 Comparación de forma gráfica del método del bisector y el centroide.</i>	76
<i>Figura 5.19 Proceso de desdifusificación para obtener la superficie de control en la salida(s).</i>	76
<i>Figura 5.20 Gráficas de la superficie de control; a) e_x vs τ_1 , b) Valor de e_x vs τ_2 y c) Valor de e_x vs τ_3 .</i>	77
<i>Figura 5.21 Gráficas de la superficie de control; a) e_y vs τ_1 y b) e_y vs τ_2.</i>	77
<i>Figura 5.22 Gráficas de la superficie de control; a) e_ϕ vs τ_1 , b) Valor de e_ϕ vs τ_2 y c) Valor de e_ϕ vs τ_3 .</i>	78
<i>Figura 6.1 Prototipo existente comercialmente fabricado en China.</i>	81
<i>Figura 7.1 Gráfica de los valores de X *(trayectoria deseada) y valores de X (trayectoria real).</i>	83
<i>Figura 7.2 Gráfica de los valores de Y *(trayectoria deseada) y valores de Y (trayectoria real).</i>	84
<i>Figura 7.3 Gráfica del comportamiento del error en el eje X en el seguimiento de trayectoria.</i>	84
<i>Figura 7.4 Gráfica completa del seguimiento de trayectoria.</i>	85
<i>Figura 7.5 Perturbación en la posición de Y al segundo 200 con un valor de 0.5 m.</i>	85
<i>Figura 7.6 Gráfica del comportamiento del error en el eje Y en el seguimiento de trayectoria con perturbación al segundo 200.</i>	86
<i>Figura 7.7 Seguimiento de la trayectoria de un círculo con una perturbación al segundo 200.</i>	86



Índice de tablas

<i>Tabla 2.1 FAM para un control P [16].</i>	21
<i>Tabla 2.2 FAM más básica para un control PD [16].</i>	21
<i>Tabla 3.1 Características del motorreductor faulhaber 234I012cr [19].</i>	29
<i>Tabla 3.2 Comparativa de motorreductores faulhaber y pololu[FP]</i>	30
<i>Tabla 3.3 Comparación entre diferentes tipos de baterías.</i>	39
<i>Tabla 3.4 Cálculo aproximado del peso que debe soportar la tapa.</i>	41
<i>Tabla 3.5 Peso en la base del prototipo.</i>	45
<i>Tabla 4.1 Parámetros que posee las ruedas del robot omnidireccional mostradas en la Figura 4.5.</i>	53
<i>Tabla 4.2 Valores presentes en la propuesta de prototipo.</i>	61
<i>Tabla 5.1 Etiquetas presentes en el torque de los motores.</i>	66
<i>Tabla 5.2 Etiquetas propuestas para el error según su tamaño.</i>	67
<i>Tabla 5.3 Matriz de reglas difusas (FAM) para el error en e_y</i>	69
<i>Tabla 5.4 Matriz de reglas difusas (FAM) para el error en e_x.</i>	70
<i>Tabla 5.5 Matriz de reglas difusas (FAM) para el error en e_ϕ</i>	70
<i>Tabla 5.6 Valores de los rangos en los errores.</i>	71
<i>Tabla 5.7 Valores de los rangos de los torques presentes en cada uno de los errores.</i>	71
<i>Tabla 6.1 Costo de los materiales más sobresalientes</i>	80
<i>Tabla 6.2 Costo de la fabricación del prototipo.</i>	80
<i>Tabla 6.3 Costo de ingeniería.</i>	81



Glosario

Control: Manipulación indirecta de las magnitudes de un sistema denominado planta a través de otro sistema llamado sistema de control.

Error: Diferencia entre el valor leído o transmitido por el instrumento y el valor real de la variable medida.

Sistema: Interconexión de componentes, dispositivos o subsistemas. Un sistema puede considerarse como un proceso en el cual las señales de entrada son transformadas por el sistema o provocan que este responda de alguna forma, lo que da como resultado otras señales como salida.

Sistema de control: Es aquel que se encarga de gobernar la respuesta de una planta sin que el operador intervenga directamente sobre los elementos de salida.

Sistemas holonómicos: Sistemas mecánicos en los cuales el número de grados de libertad coincide con el de coordenadas independientes.

Sistemas no holonómicos: Sistemas mecánicos que tienen restricciones de velocidades o aceleración las cuales no pueden ser integradas.

Sistema subactuado: Sistema mecánico que cuenta con un mayor número de grados de libertad en comparación al número de entradas de control que lo conforman.

Inercia: Es la propensión de los cuerpos a mantener constante su velocidad de rotación y de translación a no ser que se vean afectados por fuerzas o momentos respectivamente (primera ley de Newton).



PD: Proporcional – Derivativo.

PI: Proporcional - Integral.

PID: Proporcional - Integral – Derivativo.

IMU: Unidad de medición inercial.

INS: Sistema de navegacion inercial.

FP: Fuente propia.



Anotación Matemática

ϕ ÁNGULO DE CABECEO correspondiente al eje x

θ teta (“pitch”) correspondiente al eje y

ψ *epsi* (“yaw”) correspondiente al eje z

I marco de REFERENCIA inercia

B marco de referencia FIJO AL VEHICULO

x^* punto de equilibrio

\mathfrak{R} conjunto de numeros reales



Capítulo 1 Introducción



1.1 Motivación

Desde hace varias décadas el desarrollo de diversos sistemas mecánicos y su incorporación a diferentes áreas de actividad humana han impulsado el desarrollo de técnicas de control, principalmente el área de la robótica móvil ha sido uno de los campos de investigación más activos debido a la utilidad que tienen los vehículos autónomos en diferentes áreas como lo son el transporte, la industria en general, la milicia, entre otras. [3]

El desarrollo y aplicación de los robots móviles se centra principalmente en el seguimiento de trayectorias y esquivar obstáculos, mientras más complejo sea el sistema de locomoción del robot móvil más complejo será proponer el modelo matemático del sistema e implementar una estrategia de control [4].

Dentro de los robots móviles existen algunos que no han desarrollado tanta fama como otros debido a que no son tan fáciles de construir y diseñar en comparación con otros, no obstante, presentan un gran potencial gracias a su libertad de movimiento.

En particular los robots omnidireccionales u holonómicos son los que presentan una mayor maniobrabilidad, debido a sus ruedas especiales, pero esto a su vez complica tanto su diseño mecánico como el de control, aun así, la gran maniobrabilidad con la que cuentan motivan el desarrollo de diferentes estrategias de control [3].

Por consiguiente, lo anterior motiva la necesidad de proponer nuevas estrategias de control aplicables a los robots holonómicos con el fin de aprovechar al máximo su maniobrabilidad, en particular una estrategia de control difuso se muestra como una buena opción a desarrollar dado que permite un escalamiento, de esta forma al concretar el control en un sistema de este tipo en “pequeñas dimensiones” es posible posteriormente aplicarlo a robots de mayor tamaño que innovarían diferentes áreas tales como la automotriz, o en el caso de la domótica para el desplazamiento de robots que desempeñan tareas como aspiradoras inteligentes [3].



1.2 Objetivos.

1.2.1 Objetivo general.

Diseñar un algoritmo de control difuso aplicable a un robot omnidireccional para la realización de tareas de seguimiento de trayectoria.

1.2.2 Objetivos específicos.

Diseñar una estrategia de control difuso para un robot omnidireccional y comprobarla mediante simulaciones.

Estudiar y analizar la dinámica de un robot omnidireccional mediante la validación de su modelo matemático

Construir un prototipo de robot omnidireccional y proponer la instrumentación necesaria para la estrategia de control difuso propuesta

1.3 Planteamiento de la solución.

El presente trabajo aborda el problema de diseñar un prototipo de robot omnidireccional, proponer su instrumentación al igual que una estrategia de control difuso para tareas de seguimiento de trayectoria, es por ello que se requiere cubrir los siguientes puntos:

- 1.- Diseñar un prototipo de robot omnidireccional con una configuración de tres ruedas.
- 2.- Seleccionar los componentes eléctricos que permitan un comportamiento adecuado del prototipo.
- 3.- Seleccionar tarjetas de desarrollo con cualidades que permitan la adquisición de datos de los diferentes sensores así como poder enviar la acción de control que más se adecue al sistema.
- 4.- Obtener un modelo matemático del sistema con el fin de comprender la dinámica del sistema y posteriormente realizar simulaciones de la estrategia de control difuso.



5.- Diseñar un algoritmo de control difuso que permita al robot omnidireccional realizar tareas de seguimiento de trayectoria.

6.- Validar el controlador difuso mediante la simulación de diferentes trayectorias a fin de demostrar un correcto funcionamiento de la estrategia de control propuesta.

1.4 Contribuciones.

Las principales contribuciones del presente trabajo son: Proporcionar un controlador difuso tipo P, así como un prototipo con la instrumentación necesaria para la comprobación física del controlador propuesto, y permitir en futuro trabajos la comparación con otras estrategias de control.

1.5 Límites y alcances.

El presente trabajo propone y valida un modelo matemático para un robot omnidireccional con una configuración de 3 ruedas, de igual manera se propone un controlador difuso para seguimiento de trayectoria, cuyo funcionamiento es validado mediante simulaciones.

Aunado a lo anterior se presenta un análisis de estructura e instrumentación para un prototipo con las características mínimas para poder implementar en futuros trabajos la estrategia de control propuesta.

1.6 Estructura del trabajo.

En el presente trabajo, se describe el diseño de una estrategia de control tipo “difuso”. Esta estrategia de control se propone para el problema de seguimiento de trayectorias de un robot móvil con sistema de locomoción omnidireccional. Se describen también los resultados teóricos obtenidos por simulación del algoritmo de control.

El presente trabajo está estructurado de la siguiente manera:



En el primer capítulo se expone la motivación para realizar el presente trabajo y las contribuciones del mismo, de igual forma se mencionan los objetivos, las limitaciones y los alcances.

El segundo capítulo expone las características principales de un robot móvil, los diferentes sistemas de locomoción, tipos de rueda existentes, de igual forma se expone una brevemente la historia de la rueda omnidireccional, y se da una introducción a la lógica difusa y controladores difusos.

En el tercer capítulo se muestran los diferentes componentes propuestos para el prototipo del robot omnidireccional, las tarjetas de desarrollo y el ambiente de desarrollo a utilizar, así como el criterio que se usó para seleccionar estos elementos

Con respecto al cuarto capítulo se describen los pasos a seguir para obtener el modelo matemático que describe la dinámica de un robot omnidireccional, bajo el formalismo de Euler-Lagrange

En el quinto capítulo se describen los criterios que fueron tomados en cuenta para establecer las reglas a utilizar en el controlador difuso tipo P

Por último, en el capítulo VI se muestran los resultados obtenidos por simulación al aplicar el control difuso propuesto al modelo matemático, las conclusiones generales del trabajo, así como propuestas para trabajos futuros.



Capítulo 2

Capítulo 2 Marco teórico



2.1 Robots móviles

Cada robot posee características particulares que lo hacen apto para realizar alguna tarea específica. Esta misma tarea determina particularidades estructurales del robot, estas son:

- Tipo de rueda
- Sistema de tracción
- Dirección y forma física del robot

Además de ello la tarea también determina las características sensoriales del robot. Los robots móviles distribuyen sus sistemas de tracción y la orientación de los mismos a partir de las exigencias de velocidad, maniobrabilidad y las características del terreno, a su vez esto también determina el número, el tipo y la disposición de las ruedas para que el robot tenga una estructura estable. [1]

2.1.1 Sistemas de locomoción

Los robots móviles se clasifican de acuerdo al sistema de locomoción del cual hacen uso, en el caso de los robots terrestres estos se clasifican a grandes rasgos en:

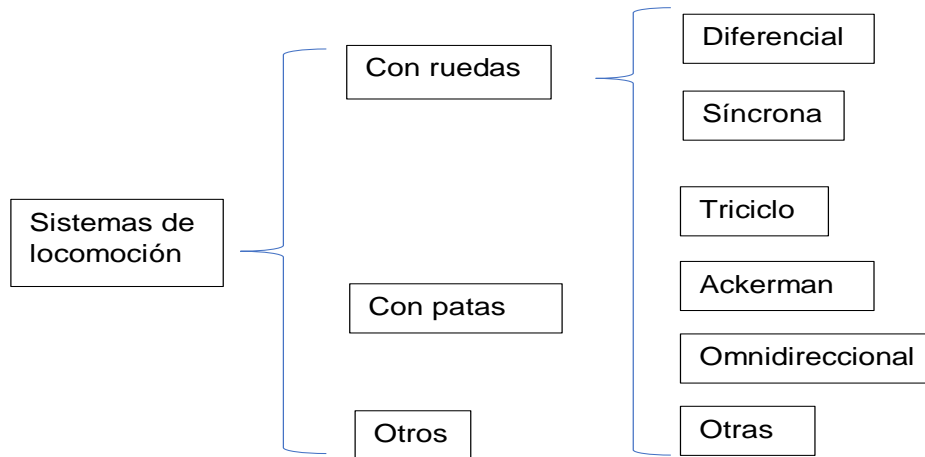


Figura 2.1 Sistemas de Locomoción [3].

2.2 Robots móviles con ruedas

El principal problema al que se enfrentan los robots móviles se encuentra en el sistema de locomoción y el número y tipo de ruedas que lo integran, ya que estos determinan su desplazamiento de un lugar a otro; puede ser en áreas muy pequeñas o grandes, dependiendo de las condiciones en las que se requiere su operación [7].

Hay cuatro tipos de ruedas que, al combinarse, le confieren los diferentes tipos de desplazamiento, cada sistema de locomoción tiene su propio análisis cinemático, y, por lo tanto, sistemas de ecuaciones diferentes.

En el análisis cinemático de los robots con ruedas se hacen las siguientes suposiciones [2,4]:

- El robot junto con sus partes forman un solo cuerpo rígido.
- No hay desplazamiento en la dirección perpendicular a la rodadura.
- No hay deslizamiento traslacional entre la rueda y el suelo (rotación pura).
- Como máximo hay un eje de dirección por rueda.
- Los ejes de la dirección son perpendiculares al suelo.

Cuando se realiza el análisis cinemático de un robot móvil, siempre habrá un punto P que, por lo general, está asociado al centroide de la plataforma del robot,

donde se coloca un sistema de referencia (x_m-y_m) . De esta manera se puede conocer en todo momento la posición y velocidad del robot móvil, al asociar, a su vez, la posición del punto P a un sistema de referencia global (x_b-y_b) .

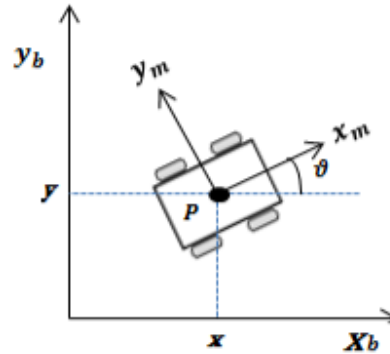


Figura 2.2 Coordenadas de posición [2,4]

En la *Figura 2.2* se observa que la posición del robot puede ser descrita en términos de las coordenadas; x e y que representan la posición del punto P respecto a un marco de referencia global (límite espacial dentro del cual se realiza el movimiento del robot). El punto P se ubica en el origen del marco de referencia (x_m-y_m) , y a su vez tanto el punto P como el origen de dicho sistema de referencia se colocan en el centroide de la plataforma. La orientación de este punto está descrita por ϑ . Se utiliza el siguiente vector para describir la posición del punto P [1,3];

$$\xi = \begin{pmatrix} x \\ y \\ \vartheta \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

Y la matriz de rotación que permite conocer la orientación del sistema de referencia móvil respecto al sistema de referencia fijo $R(z)$.

$$R(\vartheta) = \begin{pmatrix} \cos \vartheta & \sin \vartheta & 0 \\ -\sin \vartheta & \cos \vartheta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

2.3 Tipos de ruedas

La mayoría de los robots móviles diseñados y estudiados hasta ahora, utilizan tres tipos de ruedas y son: con ruedas fijas, con ruedas orientables y con ruedas omnidireccionales. Por lo general se combinan ruedas fijas y orientables, mientras que los robots con ruedas suecas (omnidireccionales), sólo contienen tres ruedas de este tipo. También hay robots móviles que contienen cuatro ruedas, donde hay una combinación entre los diferentes tipos [3,4]. De lo anterior se puede observar lo siguiente:

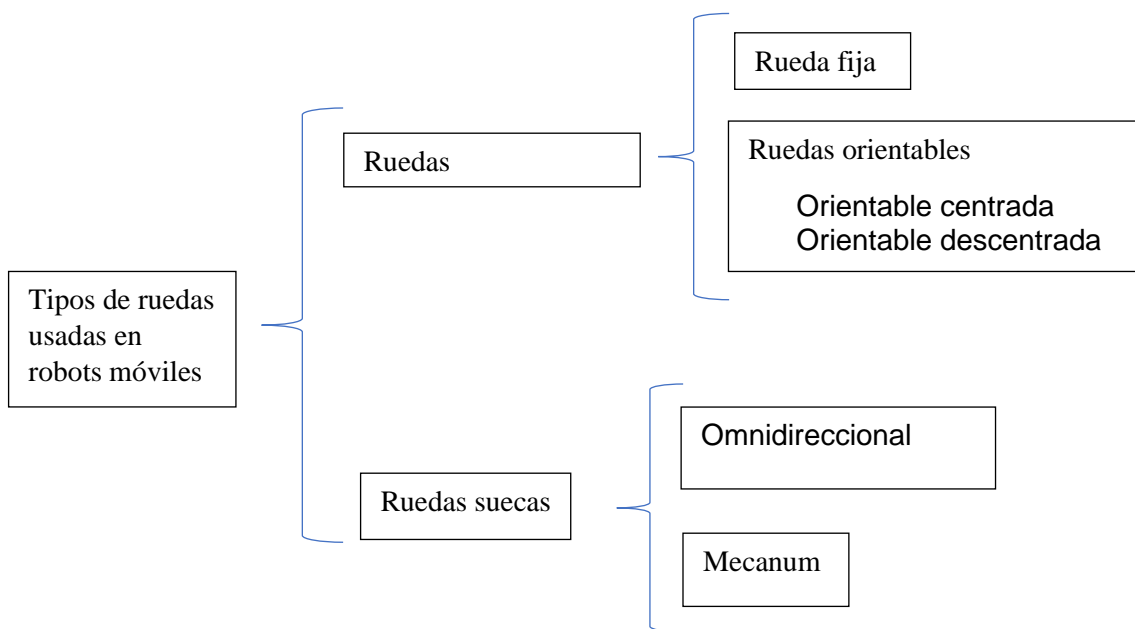


Figura 2.3 Tipos de ruedas comúnmente usadas en robots móviles [4].

Para describir la posición y orientación del robot respecto a un marco de referencia global en el plano, es necesario contar primero con las restricciones cinemáticas de cada tipo de rueda respecto al sistema de referencia $(x_m - y_m)$ visto en la Figura 2.5.

Se define de manera general los siguientes elementos que describen la posición de la rueda en un plano ubicado sobre ella, los cuales se pueden observar en la *Figura 2.4*;

- A es un punto fijo en la parte superior de la plataforma del robot, el cual está ubicado en el centro de la banda de deslizamiento de la rueda o llanta.
- l , es la distancia del punto P hasta A .
- α , representa la orientación de A respecto a x_m .
- β , representa la orientación del plano de la rueda respecto a l .
- φ , es el ángulo de rotación de la rueda a través de su eje horizontal de giro.
- r , es el radio de la rueda, que se supone igual para todas.

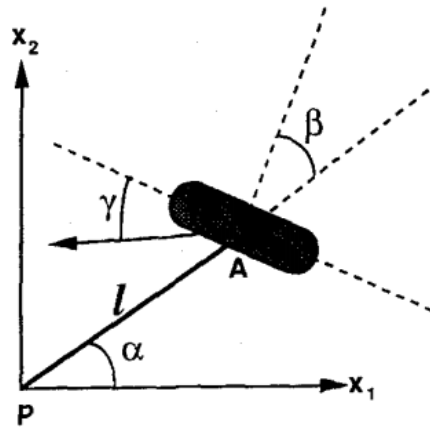


Figura 2.4 Posición de una rueda sueca en un plano [4].

A continuación, la *Figura 2.5* muestra los vectores de velocidad en el punto de contacto con el suelo, referidos a un plano ortogonal al eje de giro. En verde se muestra el vector velocidad de traslación \vec{v}_T , y en naranja el vector de velocidad tangencial \vec{v}_R , debido a la rotación de la rueda sobre su centro de masa [4].

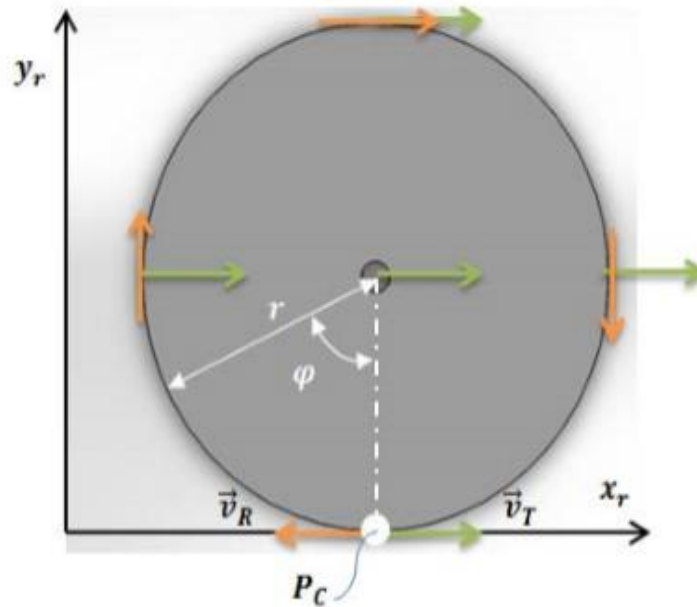


Figura 2.5 Rueda simple con vectores de velocidad [4].

2.4 Ruedas omnidireccionales

La posición de una rueda sueca, respecto al centroide de la estructura del robot es exactamente igual que para la de una rueda fija, donde los parámetros α , β y l son constantes. Sin embargo, existe otro parámetro necesario para describir la dirección con respecto al plano de la rueda, ya que, en el punto de contacto con el suelo, el vector velocidad tiene una componente representada por el ángulo γ (ver Figura 2.6).

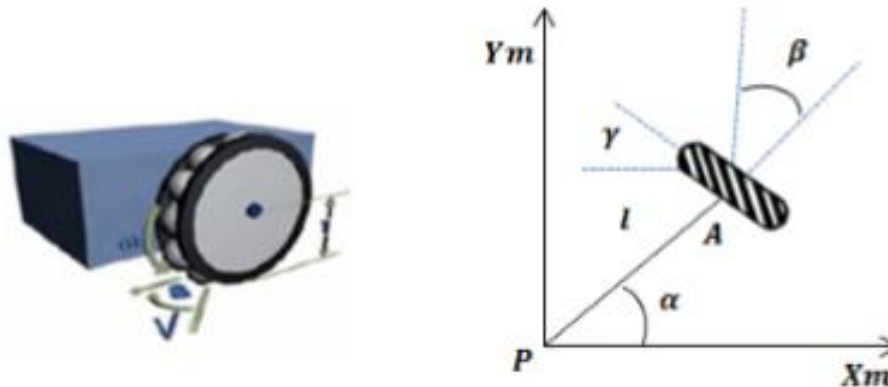


Figura 2.6 Rueda omnidireccional [4].

2.4.1 Antecedentes de la rueda omnidireccional

El robot omnidireccional es muy conocido en la actualidad, pero para su construcción y diseño se necesitó de la primera rueda omnidireccional inventada por J. Grabowiecki misma que fue patentada en 1919 en los Estados Unidos (Grabowiecki, 1919) [5]. La cual sirvió de base para varios inventores, interesados en su momento por esta rueda, que fueron modificando el diseño hasta encontrarnos con el actual.

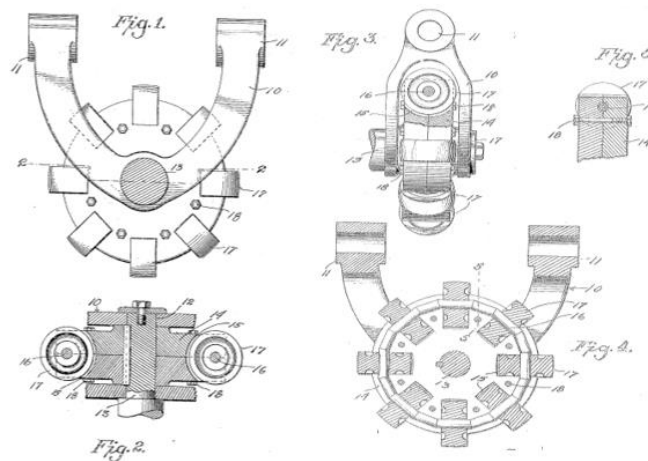


Figura 2.7 Planos que se encuentran en la patente presentada por J. Grabowiecki en 1919 (Grabowiecki, 1919)[5].

Pasaron algunos años antes de conocer el primer prototipo moderno que fue desarrollado por Bengtllon alrededor del año de 1973 (Rojas) [6]. Como se puede

ver en la *Figura 2.7* la rueda tiene una forma circular pero con unos rodillos en la superficie que hace fricción con el suelo, este diseño en específico fue bueno en su tiempo pero con un estudio más detallado presentado en 1994 por S.M. Killough y F.G. Pin, demuestran que las fuerzas transversales producen una fricción excesiva en los ejes de los pequeños rodillos y proponen que una alternativa inteligente son los “rodillos Killough” (S. M., Killough; F. G., Pin, 1994) [7]. Estos rodillos fueron muy utilizados por el equipo de CornellRobotCup, el cual está constituido por estudiantes que diseñan un equipo de futbol robot autónomo, en las competencias de RobotCup. A pesar de que los rodillos llevan el nombre “Killough” hay una patente que respalda a Bradbury como el inventor, la cual está registrada en el año de 1980 (H. M., 1980) [8].

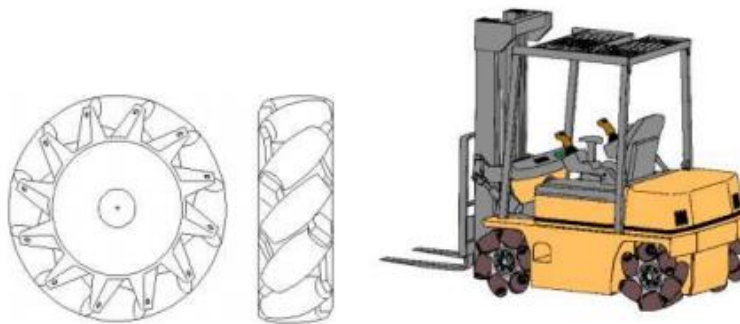


Figura 2.8 Diseño de la rueda de Bengtllon y elevador de horquilla omnidireccional con las mismas ruedas (Rojas).[6]

Hoy en día muchos equipos de RobotCup, gracias a las herramientas actuales, usan ruedas omnidireccionales auto-construidas variando las medidas, pero con diseños muy parecidos. Todos estos diseños, que se podrían llamar actuales y son muy similares al diseño que mostro Blumrich en su patente de 1974 (Blumrich, 1974) [9]. Otro diseño que se utilizando se puede ver en la *Figura 2.9*, en este modelo las ruedas se hacen redondas usando una pila de dos de ellas y evitando cualquier espacio en el perfil de la rueda, la diferencia más notable que se puede ver a simple vista de las últimas dos ruedas mencionadas son la posición de los rodillos.



Figura 2.9 Modelo de rueda omnidireccional que se comercializan hoy en día (Rojas)[6]

Un análisis teórico de ruedas omnidireccionales con rodillos transversales y huecos se puede encontrar en (Muir & Neuman, 1987) [10].

2.4.2 Definición y tipos de rueda omnidireccional.

La definición que se ocupara en este presente trabajo es la que da Muñoz Martínez (Muñoz Martínez , Gil-Gómez , & García Cerezo) [11], la cual dice que “La rueda omnidireccional se define como una rueda estándar a la cual se le ha dotado de una corona de rodillos, cuyos ejes de giro resultan perpendiculares a la dirección normal de avance”, retomando un poco de la historia mencionada en el subcapítulo anterior, las dos últimas ruedas entran dentro de esta definición, curiosamente estos son los dos modelos que se pueden encontrar comercialmente, en la *Figura 2.10* se puede ver la imagen que muestra Muñoz en su documento la cual se apega a la decisión mencionada.

Existen dos tipos de ruedas omnidireccionales, dependiendo de la fuente de consulta, se pueden encontrar como un tipo llamado rueda mecanum y otra rueda omnidireccional. Mientras que la rueda mecanum es el diseño que presento Bengtllon que permite crear trenes de dirección capaces de moverse en cualquier dirección (Vexrobotis) [12]; las ruedas omnidireccionales ruedan hacia adelante como normalmente lo hace una rueda común, pero se deslizan a los costados con casi nada de fricción (Vexrobotics) [13], en la *Figura 2.11* se pueden ver las características de los dos tipos de rueda ya mencionados.

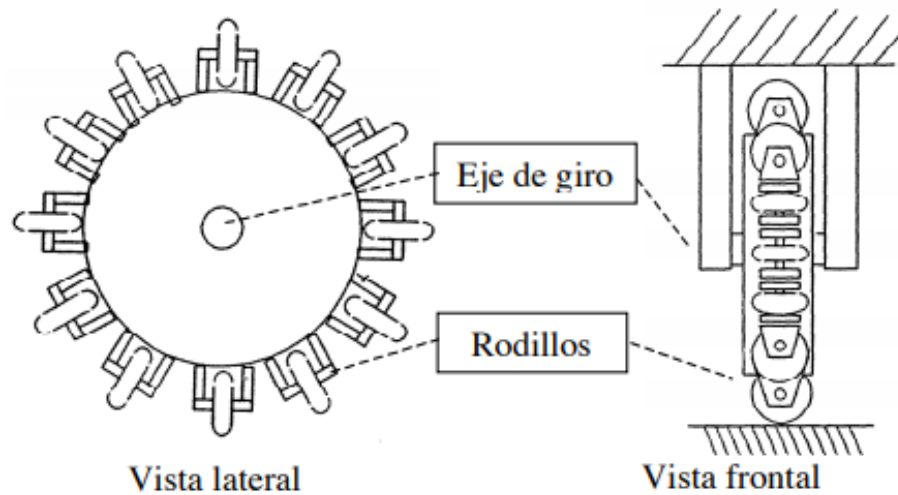


Figura 2.10 Rueda omnidireccional mostrada por Muñoz en (Muñoz Martínez , Gil-Gómez , & García Cerezo) [11]



Figura 2.11 Tipo de ruedas omnidireccionales: Mecanum y omnidireccional (Vexrobotis) (Vexrobotics) [12]

2.5 Estructuras de robots Omnidireccionales

El tipo de ruedas usadas en los robots móviles determinan la libertad de movimiento, al tener ruedas como la omnidireccional o la mecanum permiten realizar desplazamientos complicados; considerando movimientos diagonales,

laterales, giros de vuelta completa y poder ir hacia delante o atrás sin una complicación(Suárez Arriaga & Sánchez Balpuesta).[4]

2.5.1 Robot Omnidireccional con tres ruedas omnidireccionales

El movimiento omnidireccional solo puede efectuarse mediante la instalación de dos ejes, uno vertical y otro horizontal respecto a la superficie de desplazamiento. Mientras que el desplazamiento en el eje y se debe al acomodo de los rodillos sobre la periferia de la rueda, cuyos ejes forman un ángulo de 90° respecto al eje de giro de la rueda [4].

Los robots de este tipo tienen mayor libertad de movimiento en comparación con los robots que usan ruedas convencionales (fijas, orientables y castor). Esto es debido a que pueden realizar movimientos más complejos con ayuda del controlador adecuado.

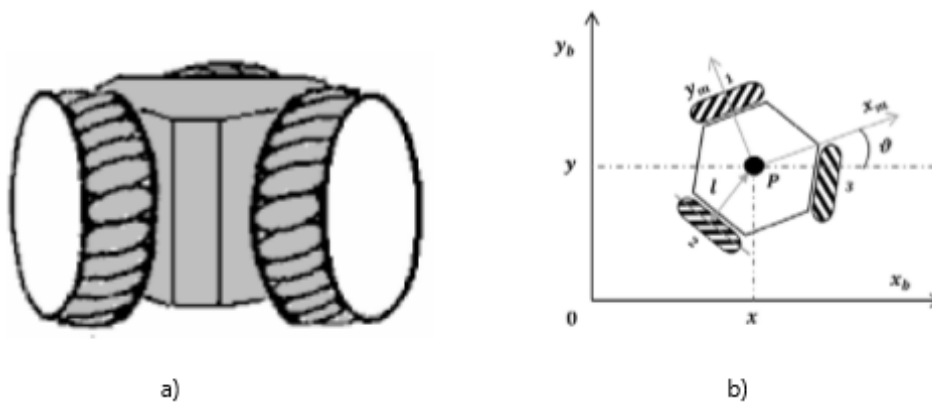


Figura 2.12a) modelo físico de un robot omnidireccional, b) vista en un plano del mismo [1,3].

Se presenta a continuación el modelo cinemático en el espacio de estados de un robot de tres ruedas omnidireccionales



$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{r}{\sqrt{3}} & -\frac{r}{\sqrt{3}} \\ \frac{2r}{3} & -\frac{r}{3} & -\frac{r}{3} \\ -\frac{r}{3l} & -\frac{r}{3l} & -\frac{r}{3l} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

2.6 Fundamentos teóricos

2.6.1 Lógica difusa

La Lógica difusa es esencialmente lógica multivaluada que extienden a las lógicas clásicas. Estas últimas imponen a sus enunciados únicamente valores de falso o verdadero, y con ello modelan satisfactoriamente a gran parte del razonamiento natural humano, no obstante, el hombre hace uso de valores de verdad no necesariamente tan deterministas. Al calificar un objeto nos encontramos con enunciados similares a los siguientes: “El cielo es azul”, “un vehículo se mueve rápido”, ante estos nos vemos tentados a graduar que tan azul es el cielo o que tan rápido se mueve el vehículo, aunque esto no implique cuantificar necesariamente la velocidad del vehículo [14].

La lógica difusa presenta pues una opción para crear aproximaciones matemáticas en la resolución de ciertos tipos de problemas, es decir, pretenden producir resultados exactos a partir de datos imprecisos, haciendo de la lógica difusa una herramienta útil en aplicaciones electrónicas o computacionales [14].

La lógica difusa hace uso de algo conocido como conjuntos difusos, con ellos otorga un valor a una variable dependiendo de su “grado de pertenencia” en un rango de 0 a 1, donde 0 es completamente no perteneciente al conjunto y 1 es completamente perteneciente al conjunto, este carácter no enteramente definido es lo que nombra a esta lógica “difusa” [15].

Esta lógica necesita de la conversión de valores lingüísticos a valores difusos de pertenencia, lo cual se conoce como difusificación, y al proceso contrario se le llama desdifusificación [16].

2.6.2 Conjuntos difusos



Instintivamente se tiene el concepto de conjunto como una colección bien definida de elementos de un universo dado, en la cual se puede determinar si un elemento pertenece a él o no. No obstante, un conjunto difuso no encierra en sí de forma determinante a los elementos de un universo dado si no que les otorga un valor, un “grado de pertenencia” entre un rango de 0 y 1. De este modo si bien se tienen elementos que determinadamente no pertenecen al conjunto al tener un grado de pertenencia 0, los que sí pertenecen no son forzosamente enteramente pertenecientes, esta cualidad los diferencia de los conjuntos difusos de los conjuntos nítidos [15].

2.6.3 Control difuso

El control difuso se basa en un conjunto de elementos relacionados entre sí para procesar la información de un sistema al tener entradas y salidas con el fin de llevar una variable o un conjunto de variables a un valor deseado mediante el uso de la lógica difusa. En términos generales se compone como se muestra en la *Figura 2.13* mostrada a continuación:

De la *Figura 2.13* se tiene que:

La interfaz de difusificación mide los valores de la entrada para realizar un mapeo a escala para trasladarlo a valores dentro de conjuntos difusos [16].

La base de conocimientos contiene toda la información de la aplicación que se va a controlar, así como las metas del controlador. Consta de una base de datos y una base de reglas lingüísticas para controlar una o más variables [16].

La lógica de decisiones busca simular la forma de pensar de los seres humanos para realizar la toma de decisiones con base en conceptos difusos y en la inferencia de acciones de control empleando implicaciones y reglas establecidas según la base de conocimientos para otorgar una salida acotada dentro de una lógica difusa. El resultado es obtenido de la forma:

“Si x es y , entonces w igual z ”

Este resultado puede estar en uno o más conjuntos difusos con diferente grado de pertenencia a los cuales se les aplican diferentes operaciones matemáticas para obtener un solo valor a la salida.

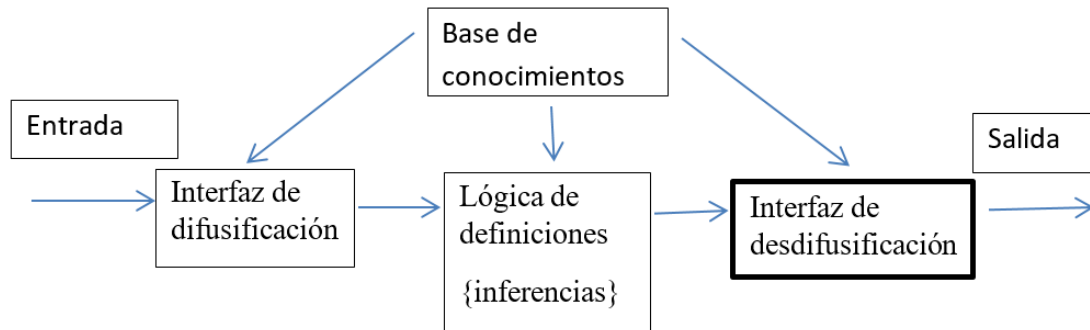


Figura 2.13 partes de un controlador difuso [16]

La interfaz de desdifusificación se encarga del mapeo a escala que convierte el rango de valores difusos a un rango de valores nítidos aplicables a la salida del sistema de control con el fin de controlar una o más variables [16].

Para relacionar las variables de entrada con el comportamiento de los actuadores a la salida del sistema el control difuso utiliza un conjunto de reglas que son representadas de forma matricial en una tabla denominada matriz de asociación difusa, también conocida como FAM, (Fuzzy Association Matrix, por sus siglas en inglés). Estas reglas se determinan con ayuda de alguien con conocimiento acerca del sistema para establecer un comportamiento lo más similar al deseado [16].

2.6.4 Controladores difusos

Al igual que en el control tradicional un sistema de control difuso puede ser de tipo P, PD, PI y PID, estos se logran teniendo como base el error del valor una variable comparada con el valor deseado, pero en control difuso se hace uso de una FAM, la cual dependiendo de la cantidad de conjuntos difusos que se atribuyen para definir el comportamiento del sistema, puede ser tan simple o robusto como desee el diseñador del sistema de control [16].

Para un controlador difuso tipo P se hace uso de las siguientes expresiones matemáticas, teniendo a U como la salida del control, K_p como la constante de control proporcional, a ξ como el error, a V_d como el valor deseado y a V_m como el valor medido:

$$U = K_p \xi \text{ con } \xi = V_d - V_m \quad . (2.4, 2.5).$$



Aunado a lo anterior se presenta una propuesta de FAM para el control de este sistema con 3 etiquetas:

N es negativo

Z es cero

P es positivo

Tabla 2.1 FAM para un control P [16].

ξ	N	Z	P
U	N	Z	P

Para un control tipo PD se tiene la misma ecuación para el error (ecuación 2.5), y para el controlador la ecuación es la siguiente:

$$U = Kp\xi + Kd\dot{\xi} \quad (2.6)$$

En la ecuación 2.6 Kd es la ganancia derivativa de control y $\dot{\xi}$ es la derivada del error. Una propuesta de FAM para el controlador usando las mismas etiquetas mostradas en el controlador P junto con $\dot{\xi}$ como la derivada del error se muestra a continuación:

Tabla 2.2 FAM más básica para un control PD [16].

$\xi/\dot{\xi}$	N	Z	P
N	N	N	P
Z	N	Z	P
P	N	P	P

En el caso de un controlador tipo PI se tiene la siguiente ecuación:

$$U = Kp\xi + Ki \int \xi(t)dt \quad (2.7)$$

Y teniendo de la ecuación anterior que su derivada es la siguiente:

$$\dot{U} = Kp\dot{\xi} + Ki\xi(t) \quad (2.8)$$

De las anteriores ecuaciones, (2.7) y (2.8), se tiene que se puede obtener un controlador difuso tipo PI al integrar la salida de un controlador tipo PD, de este modo la FAM de un controlador difuso tipo PI es igual a la de un controlador difuso tipo PD [16].

De manera similar a lo visto en el controlador difuso tipo PI para un controlador PID se tiene la siguiente ecuación:

$$U = Kp\xi + Ki \int \xi(t)dt + Kd\dot{\xi} \quad (2.9)$$

Al derivar la ecuación (2.9) se obtiene lo siguiente

$$U = Kp\dot{\xi} + Ki\xi + Kd\ddot{\xi} \quad (2.10)$$

Debido a lo mostrado anteriormente un control difuso tipo PID presenta dos arquitecturas básicas mostradas a continuación:

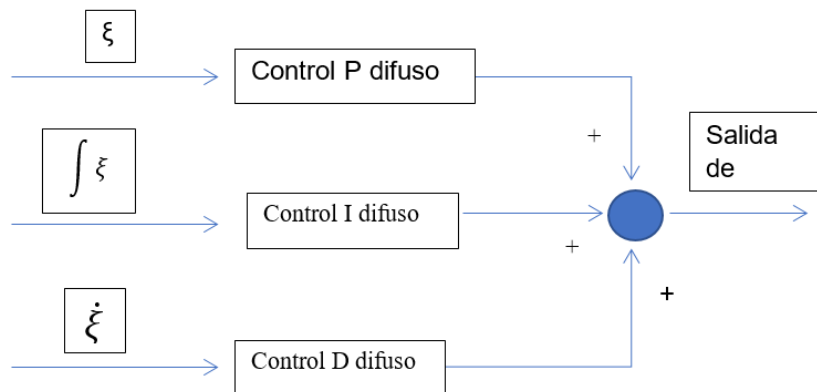


Figura 2.14 Propuesta 1 de arquitectura de control PID.

En la Figura 2.14 se observa una arquitectura simple en la cual el error, su derivada y su integral entran de forma independiente cada una a un controlador con una FAM la cual puede ser como la propuesta anteriormente en el control difuso tipo P [16].

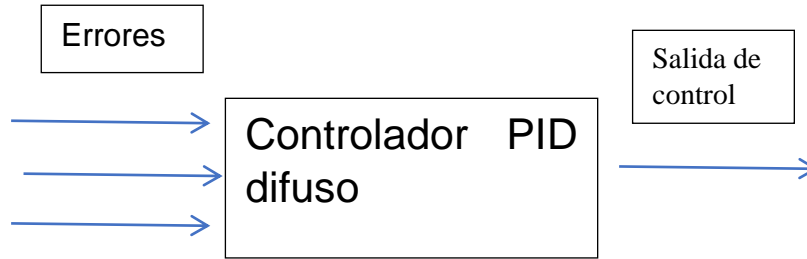


Figura 2.15 Propuesta 2 de arquitectura de control PID.

La propuesta de arquitectura de controlador PID 2 que se observa en la *Figura 2.15* requiere de una FAM más compleja, pues esta relaciona más variables para una salida, las reglas descritas en la FAM se deben establecer con un conocimiento mayor acerca del sistema al cual se aplicarán, así como de su comportamiento [16].

La diferencia entre las arquitecturas mostradas radica en que la primera, cada acción de control se ajustara de manera independiente considerando el error del sistema sin tomar en cuenta las otras acciones de control, situación que no ocurren en la propuesta 2 dado que desde que se describen las reglas de la FAM las tres acciones de control, (proporcional, integral y derivativa), son tomadas en cuenta en cada regla para la salida del controlador, esto hace de la segunda propuesta más compleja pero al mismo tiempo más estable al considerar las diferentes situaciones a las cuales se podría someter el sistema y las relaciones de las acciones de control.



Capítulo 3 Propuesta de instrumentación del robot omnidireccional

En el presente capítulo se propone los diversos componentes para la instrumentación del robot omnidireccional al igual que el diseño propuesto de la estructura del prototipo.

Para la realización de las tareas para las cuales es diseñado un robot es necesario hacer uso de diferentes elementos, algunos tienen el objetivo de recopilar información (sensores), otros procesan la información (controladores) y unos últimos se encargan de efectuar acciones (actuadores). La instrumentación con la que se diseña un robot va a depender del tipo de robot y las tareas a realizar por las que fue construido. En el presente capítulo se muestra la propuesta de instrumentación para la construcción de un prototipo de robot omnidireccional que realice tareas de seguimiento de trayectoria.

3.1 Criterios de selección

Como se mencionó en líneas anteriores hay diferentes tipos de robot que a su vez se dividen en subcategorías, para el presente trabajo se opta por la construcción de un robot omnidireccional con la configuración de tres ruedas, por lo tanto, los criterios considerados para la construcción del prototipo son los siguientes:

- Existencia de los componentes a nivel nacional o facilidad para conseguirlos dentro del país
- Facilidad económica para conseguirlos, relación precio calidad

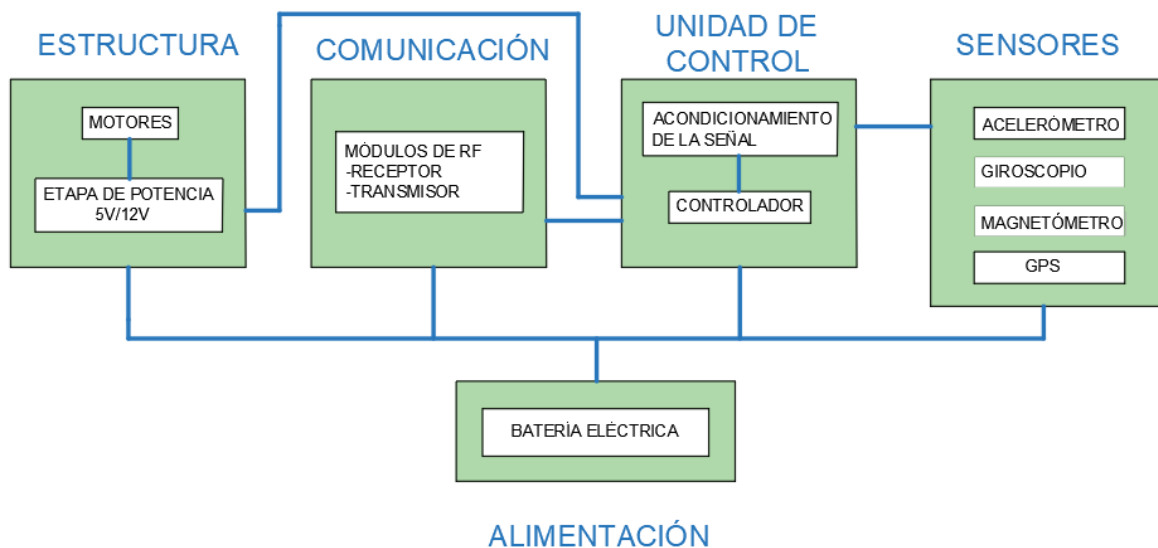


Figura 3.1 Arquitectura del robot omnidireccional propuesto [FP].

3.2 Motores de CD

Los motores de corriente directa tienen diversas aplicaciones y específicamente en el área de la robótica móvil son muy utilizados por su variedad de tamaños. No obstante, debido a que su número de revoluciones por minuto (rpm) es muy elevado requieren de un reductor adicional para ser incorporados en un robot móvil ya sea una caja de engranaje reductora de velocidad colocada en el rotor del motor o un sistema de regulación electrónico (sistema de control electrónico para monitorear la rotación del motor y controlarla).

Los beneficios de los reductores son:

- Una regularidad tanto en la velocidad como en la potencia transmitida.
- Una Mayor eficiencia en la transmisión de la potencia suministrada por el motor.
- Mayor seguridad en la transmisión, reduciendo los costos en el mantenimiento.
- Mayor rigidez en el montaje
- Menor tiempo requerido para su instalación.

Por facilidad, costo y ahorro de espacio los motorreductores que tienen una caja de engranes incorporada, son una muy buena opción para ser incorporados en robots móviles [17]. En la *Figura 3.1* se observa un motorreductor de CD con una caja de engranes reductora.



Figura 3.2 Motorreductor con caja de engranajes reductora [17]

3.2.1 Motores de CD con encoder.

Otra herramienta útil que se puede incorporar a los motores son los encoder. Un Encoder consiste en un disco que gira, con zonas transparentes y opacas que

interrumpen un haz de luz captado por foto-receptores, estos transforman los impulsos luminosos en señales eléctricas que son transmitidos como salida para que otro elemento trabaje con esa señal, estos encoders pueden dividirse en dos tipos en general según el tipo de salida que otorgan:

- Encoder incremental
- Encoder Absoluto.

Encoder incremental: Consta de mínimo dos pares de foto-receptores ópticos escalonados un número entero de pasos más $\frac{1}{4}$ de paso. Al girar el rotor genera una señal cuadrada, el escalado hace que las señales tengan un desfase de $\frac{1}{4}$ de periodo si el rotor gira en un sentido y de $\frac{3}{4}$ si gira en sentido contrario, en la *Figura 3.2* se observa la estructura de un encoder incremental básico de dos canales.

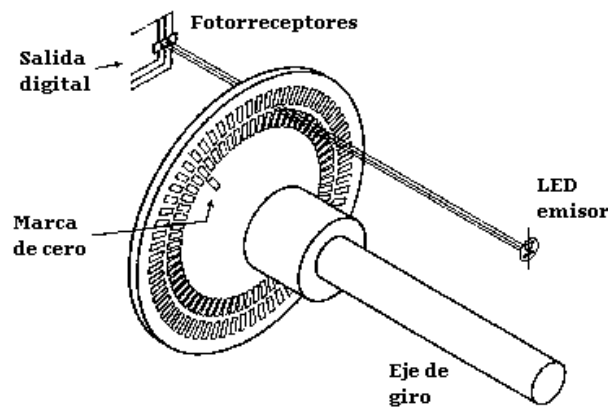


Figura 3.3 Estructura básica de un encoder incremental de dos canales [18]

Un simple sistema lógico permite determinar desplazamientos a partir de su origen con base en los pulsos que entrega en un canal y el sentido de giro a partir del desfase que exista entre el canal uno y el canal dos. La resolución del encoder depende del número de pulsos por revolución.

Encoder absoluto: Consta de un disco con varias bandas en forma de coronas circulares concéntricas, dispuestas de tal forma que en el sentido radial el rotor queda dividido en sectores, de tal forma que cada sector tiene una disposición única de bandas esto permite un mejor conocimiento de la posición del motor. Para este encoder la resolución depende del número de bandas y las combinaciones que éstas permiten, de modo que su resolución será 360° dividido entre 2^n donde 2^n es el número de combinaciones. En la *Figura 3.3* se muestra una estructura de un encoder absoluto.

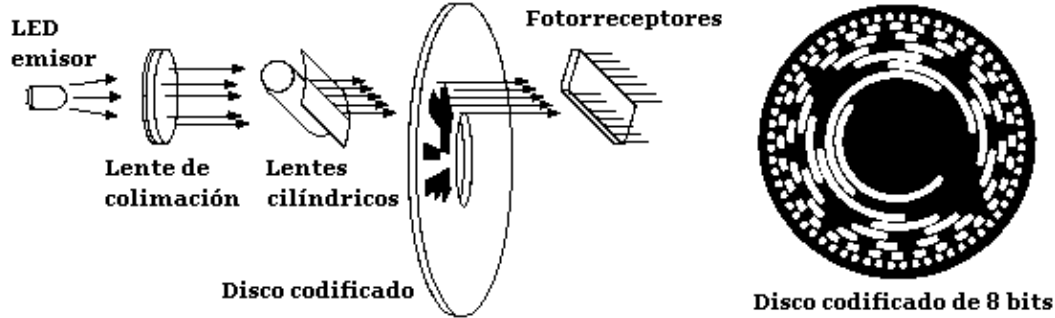


Figura 3.4 Estructura de un encoder absoluto [18].

Generalmente los encoders incrementales proporcionan una mayor resolución a un costo más bajo, además de tener una electrónica más simple ya que desde dos salidas de canales es posible hacer uso de ellos. [18]

3.3 Motorreductores propuestos.

Para la selección del motorreductor se buscó en el mercado las opciones, de las cuales se fueron descartando por la facilidad de uso, precio y existencias. A pesar de que había más opciones con un mejor torque y con un encoder capaz de generar más pulsos por revolución se optaron por dos marcas una llamada Faulhaber y Pololu.

Basándose en las características que presentan, las cuales se pueden ver en la *Tabla 3.1*, se propone el uso de tres motores de CD Faulhaber 2342I012cr, estos tienen una caja reductora con una relación de 64:1 con un torque de 17.5 kg-cm, y un encoder óptico con una resolución de 768 Pulsos por revolución [19]. En la *Figura 3.4* se muestra una fotografía del mencionado motorreductor.



Figura 3.5 Motorreductor faulhaber 231012cr [FP].

Tabla 3.1 Características del motorreductorfaulhaber 234I012cr [19].

Motorreductorfaulhaber modelo 234I012cr	
Voltaje nominal	12v
Corriente sin carga	0.07 A
Corriente con carga	1.4 A
Potencia	17 W
Relación de engranes	1/64
Toque	17.5kg-cm

La segunda marca mencionada Pololu cuenta con una amplia selección de motorreductores, los cuales en algunos modelos presentan características muy similares al motorreductor propuesto, en la *Tabla 3.2* se muestra una comparación entre las dos marcas de motores ya mencionadas.

Cabe mencionar que el motorreductor de la marca Pololu 37Dx70L ya trae un encoder listo para ser usado, en otras palabras, solo necesitamos saber que cables llevan la alimentación y la señal de salida, *Figura 3.5*. Por otro lado, los motores de la marca Faulhaber 2301012cr no cuenta con esta cualidad por lo tanto se debe de realizar un circuito para no dañar el sensor que trae, este reacondicionamiento del encoder se verá en unas líneas abajo.

Al hacer la comparación mostrada en la *Tabla 3.2* se muestra que, al tener características muy similares el motorreductorFaulhaber es una opción económica y de calidad, aun con el reacondicionamiento del encoder, aunado a esto su datasheet cuenta con la descripción más amplia de sus características a comparación de otros por ello se propone su uso en el prototipo.



Color	Function
Red	motor power (connects to one motor terminal)
Black	motor power (connects to the other motor terminal)
Green	encoder GND
Blue	encoder Vcc (3.5 – 20 V)
Yellow	encoder A output
White	encoder B output

Figura 3.6 Encoder del motorreductorPololu 37Dx70L [20].

Tabla 3.2 Comparativa de motorreductores faulhaber y pololu[FP]

Motorreductor	Faulhaber 230I012cr	Pololu 37Dx70L
Voltaje nominal	12v	12v
Corriente sin carga	0.07 A	0.3 A
Corriente con carga	1.4 A	1.5 A
Potencia	17 W	18W
Relación de engranes	1/64	1/70
Toque	17.5kg-cm	14.4kg-cm
Encoder	Óptico	Magnético
Costo	\$180(MXN)	\$1080(MXN)

3.3.1 Reacondicionamiento del encoder

La pequeña placa integrada en el motor solo trae los sensores ópticos para obtener el número de pulsos generados por la rueda, todo lo anterior se puede mostrar mejor en la *Figura 3.6*, en otras palabras, no se tiene el circuito electrónico para obtener la señal necesaria para posteriormente realizar la acción de control.



Figura 3.7 Vista del encoder de los motorreductores propuestos [FP].

El circuito necesario para obtener una salida digital del sensor es el mostrado de la *Figura 3.7*, se puede apreciar en la misma que se necesita tres resistencias.

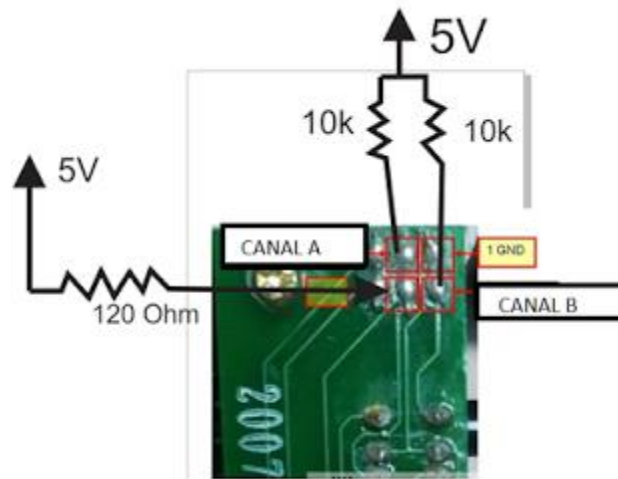


Figura 3.8 Diagrama de conexiones para la lectura del encoder [FP].

Se realizó la prueba de funcionamiento con el circuito mostrado, se obtuvieron los resultados deseados, pero por el uso de la experimentación se desoldaron los cables salientes es por ello que se propuso cambiar totalmente el PCB que viene con el motor y poner las resistencias necesarias de forma superficial, poniendo conectores headers macho para prevenir algún rompimiento de cable y a su vez se hace más fácil trabajar con todo el motorreductor *Figura 3.8*.

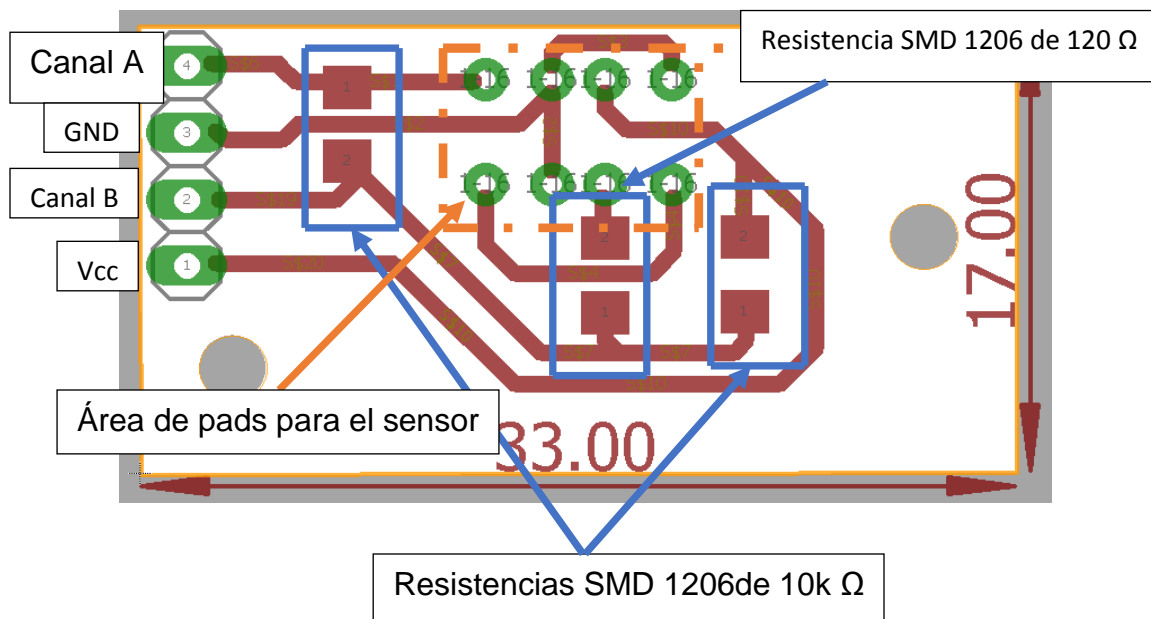


Figura 3.9 Vista del PCB propuesto para el encoder [FP].

La PCB propuesta de manera simulada en el CNC queda como la que se muestra en la *Figura 3.9*, La placa al probar genero los resultados esperados.

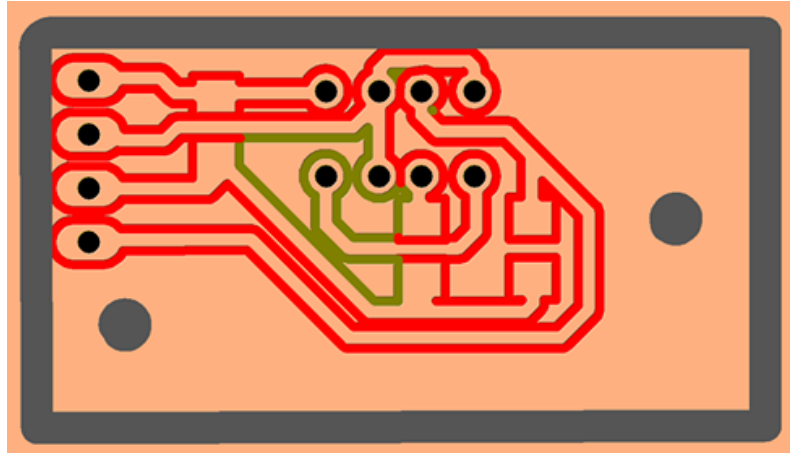


Figura 3.10 Vista simulada de la PCB propuesta por CNC[FP]

En la *Figura 3.10* se muestran las imágenes de la PCB terminada, como se puede ver quedó como la vista simulada, *Figura 3.9*, aparte se puede ver los sensores ópticos. En esta parte del proyecto se prestó mucha atención por la polarización de los sensores ópticos para su correcto funcionamiento.

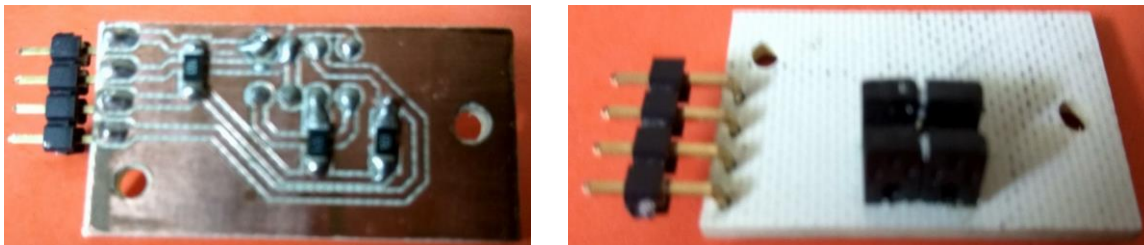


Figura 3.11 Imágenes de la PCB Fabricada.

3.4 Tarjeta de desarrollo Multiwii Pro

Se propone el uso de la tarjeta de desarrollo Multiwii Pro para la recopilación de datos puesto que dentro de los sensores que tiene integrados, posee un acelerómetro-giroscopio y un magnetómetro los cuales pueden ser implementados como la IMU (InertialMeasurementUnit) del robot omnidireccional. Aunado a lo anterior también posee, la cualidad de leer un módulo GPS, requiere una alimentación de 5V CD [21]. La *Figura 3.11* muestra la tarjeta anteriormente mencionada.

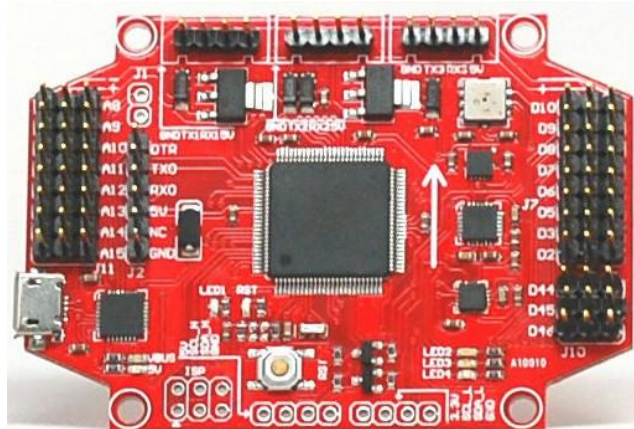


Figura 3.12 Tarjeta de desarrollo multiwii [22]

El ambiente de programación habitual de esta tarjeta de desarrollo es Arduino IDE, no obstante, también se puede hacer uso de ella y sus sensores en MATLAB con ayuda del block set de APM (Ardupilot Mega), dado que ambas tarjetas de desarrollo poseen el mismo procesador, (ATMega 2560).

El criterio que se usó para la selección de esta tarjeta se basa en los sensores ya integrados en ella y la posibilidad de programarla en el ambiente de trabajo Simulink de MATLAB.

Para hacer uso de ella es necesario instalar el block set de APM cuyo procedimiento de instalación es el siguiente:

- Descargar el blokset de apm2 para simulink disponible en la pagina de mathworks
- Instalar el el blockset de arduino para Matlab. Esto se realiza en simulink dentro del menu de Tools se encuentra el submenu "Run on target hardware" donde se encuentra la opcion de install target, al hacer click en ella apareceran las opciones para instalar el software de arduino.
- Se debe modificar la carpeta de /arduino1.0/hardware/arduino/cores/arduino al remplazarla por la carpeta cores/arduino que se encuentra dentro de la carpeta previamente descargada de apm2.
- Dentro de la carpeta de Targets/arduino hay dos archivos que son src/io_wrapper.cpp e include/io_wrapper.h , estos se deben modificar agregando un #if 0 al principio del codigo y un #endif al final para que funcione correctamente.
- Las carpetas de apm y dentro de ellas las carpetas de arduino y Blocks deben ser agregadas al path de Matlab.
- Por ultimo correr el archivo de ArduinoBuildMexFiles.m que viene en la carpeta de APM.

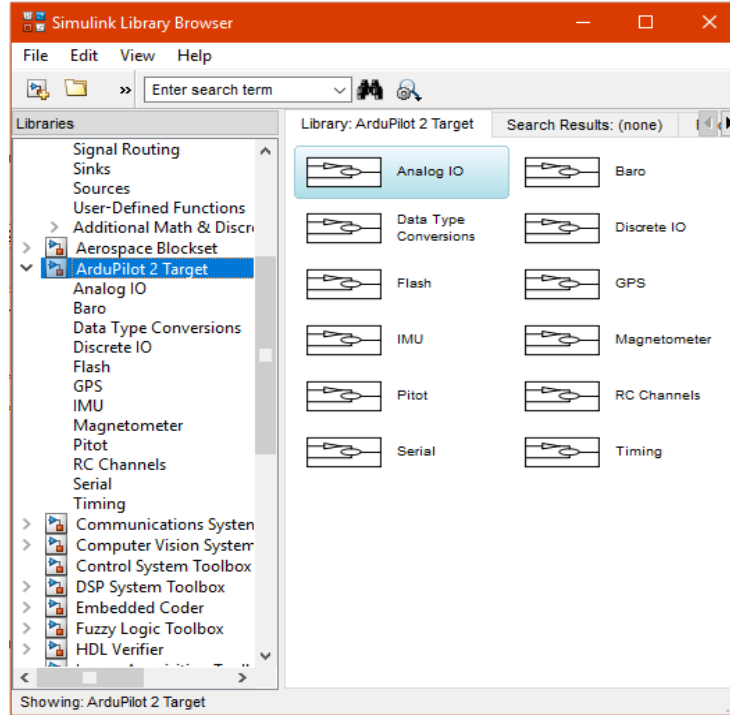


Figura 3.13 Menú de Simulink de APM.

Una vez realizados los pasos mencionados anteriormente, en la ventana de la librería de Simulink se agregará un menú como el que se observa en la *Figura 3.12*, lo cual nos indica que el block set de APM ha sido instalado.

3.4.1 Sensor MPU6050

El MPU-6050 es un sensor de movimiento conformado por un acelerómetro y un giroscopio en los 3 ejes (x, y, z) con una alta precisión. Posee convertidores analógicos digitales internos de 16Bit y se maneja por I²C. Tiene un rango de hasta 2000°/s para el giroscopio y hasta +16g para el acelerómetro. Por sus características técnicas es un sensor fiable y preciso [23].

3.4.2 Magnetómetro HMC5883L-TR

El magnetómetro HMC5883L-TR posee 3 ejes, y convertidores analógico digital de 12Bit siendo manejado por un protocolo de comunicación I²C. Para hacer uso de él es necesario tomar en cuenta el ángulo de declinación, esto se debe a que el norte magnético de la tierra es distinto del norte geográfico.

Algo importante al hacer uso de estos sensores es tomar en cuenta todos los diferentes dispositivos electrónicos al estar encendidos generan un campo magnético el cual puede generar interferencia al realizar alguna medición con este tipo de sensores [24].

3.4.3 GPS U-blox neo 6

Este módulo Tiene una precisión menor a 2m en los ejes horizontales, requiere una alimentación de 3-3.6V y presenta un consumo máximo de 50 mA, EL hacer uso de este módulo se ve facilitado con el block set de APM [25]. La *Figura 3.13* muestra el GPS propuesto.

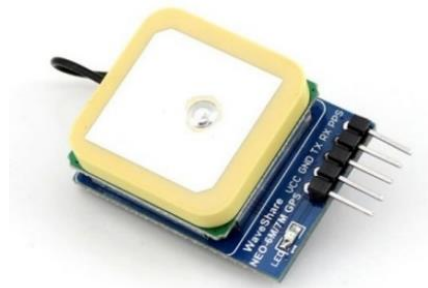


Figura 3.14 GPS U-blox neo 6 [23].

3.5 Tarjeta de desarrollo STM32f4 discovery

Se propone la tarjeta de desarrollo stm32 discovery f4 para la lectura de los encoders de los motores y para mandar las señales de control para la dirección del giro de los motores, pues puede ser programada en MATLAB en Simulink con ayuda del toolbox de Waijung, el cual permite que la lectura y escritura de este tipo de señales sea una tarea sencilla [26]. La *Figura 3.14* se muestra una fotografía de la tarjeta antes mencionada.



Figura 3.15 Tarjeta de desarrollo STM32 discovery f4 [26]

Se propone el uso de esta tarjeta de desarrollo puesto que la instalación de su blockset de Simulink es sencilla y posee una mayor capacidad para procesar información a comparación de módulos como Arduino.

Para instalar el blockset de Waijung y hacer uso de la STM32f4 solo es necesario descargar el blockset directo de la página de Waijung, descomprimir el archivo dentro de la carpeta de MatLab en el directorio de Matlab en la unidad c, y correr el archivo install_waijung.m.

Una vez hecho esto aparecerá en Simulink un menú como el de la *Figura 3.14* que se muestra a continuación.

Como se observa en la *Figura 3.15* se observa que este blockset está diseñado para diferentes tarjetas de desarrollo cada una con un blockset especial tomando en cuenta sus diferentes configuraciones. Un ejemplo de la programación haciendo uso de este blockset se puede observar en las *Figuras 3.16* y *3.17*.

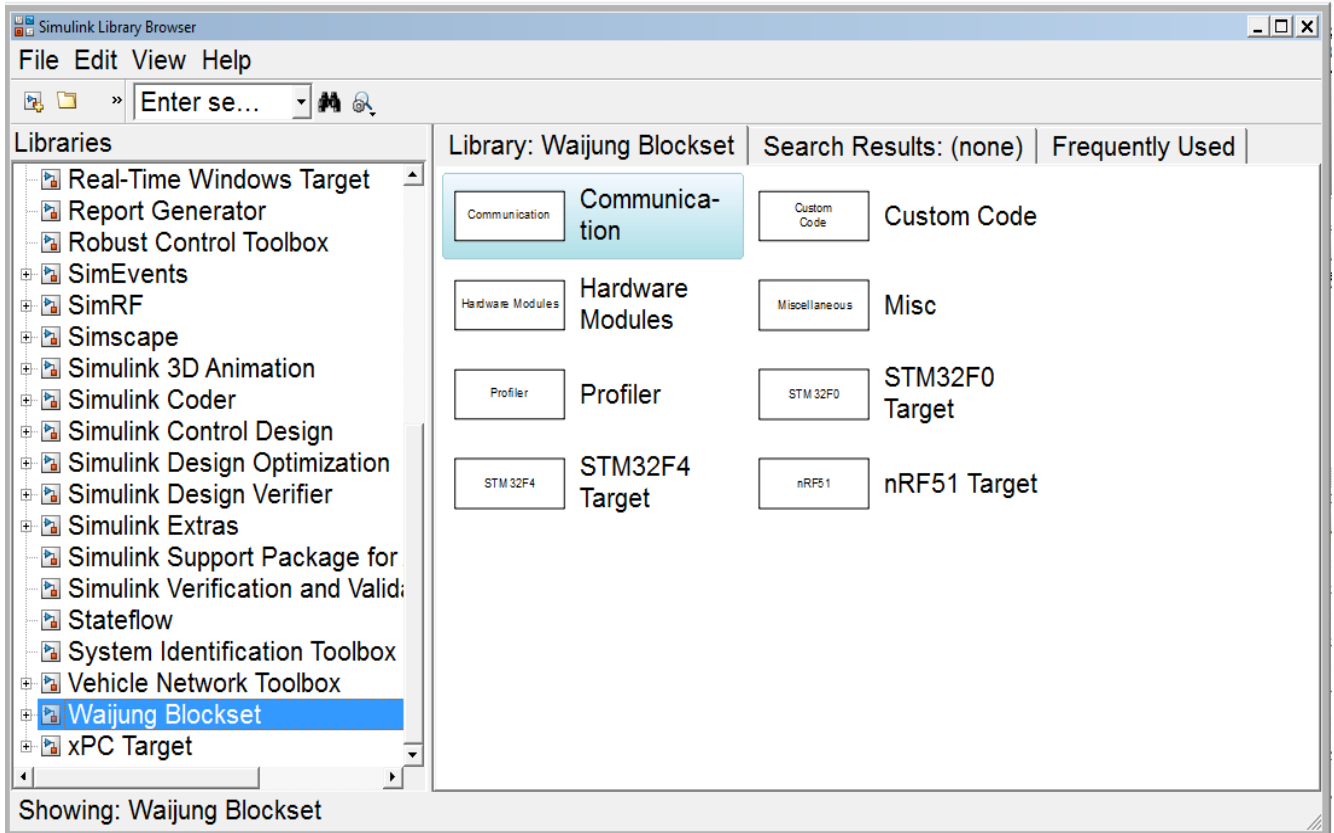


Figura 3.16 Menú del blockset de Waijung [FP].

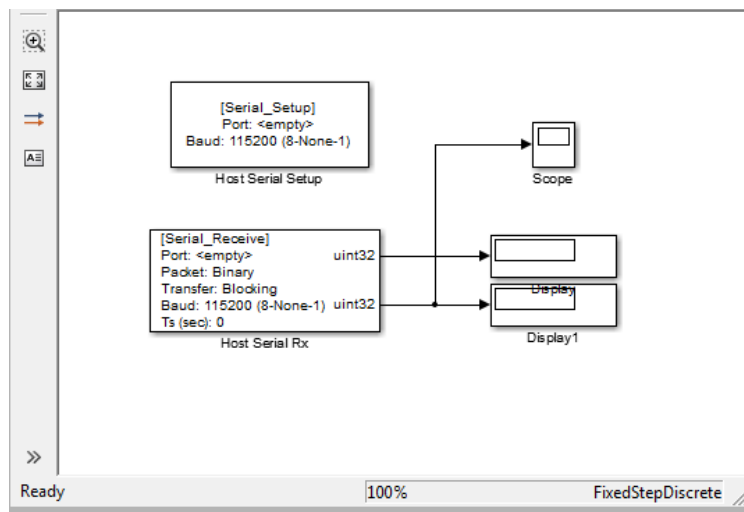


Figura 3.17 Programa en Simulink para monitoreo serial de la STM32F4[FP].

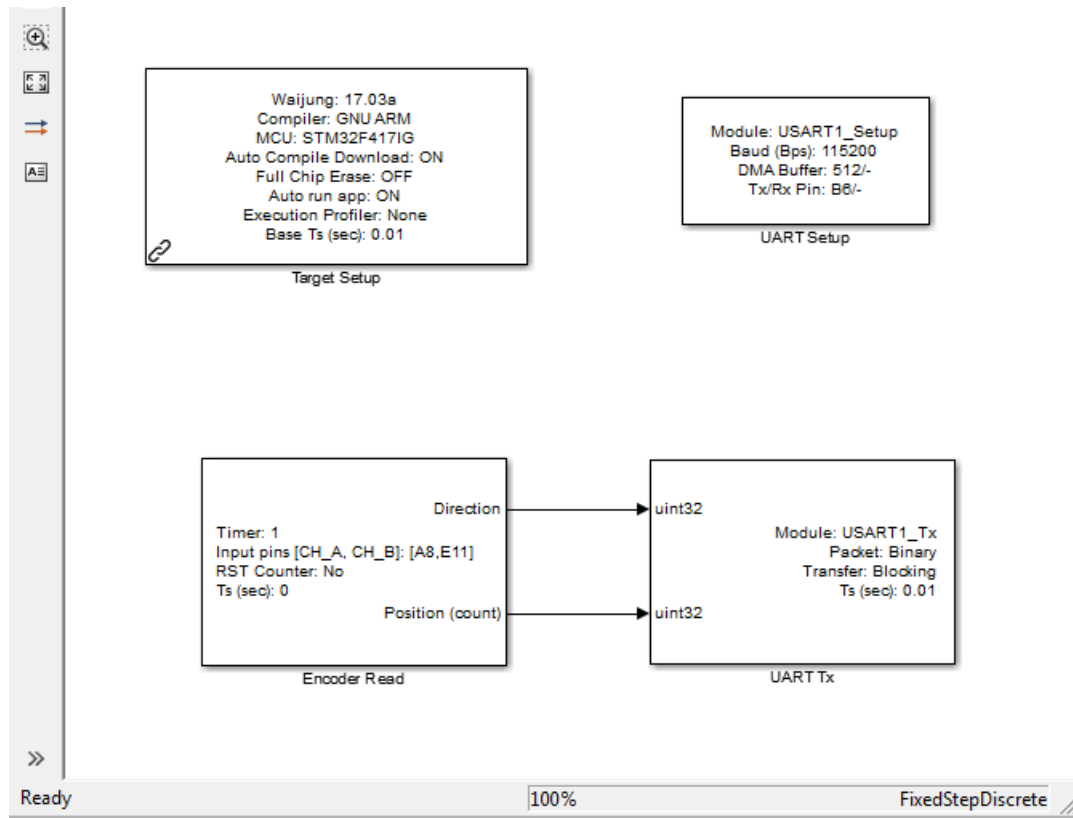


Figura 3.18 Programa en Simulink para la lectura de los pulsos de un encoder de dos canales.

Esta programación se divide en dos archivos, uno que es cargado a la tarjeta de desarrollo, el cual se ve en la Figura 3.18 Programa en Simulink para la lectura de los pulsos de un encoder de dos canales. y otro que se corre en la computadora para recibir los datos que envíe la tarjeta de desarrollo, el cual se ve en la Figura 3.17. Este código sirve para la lectura serial de un encoder que, de dos canales, este solo permite observar los pulsos enviados por los canales.

3.6 Selección de la batería

Dentro del mercado se pueden encontrar diferentes tipos de baterías, estas están compuestas de diferentes materiales, los cuales les otorgan diferentes propiedades, en la *Tabla 3.5* muestras las principales características que presentan las baterías según su composición química.

Tabla 3.3 Comparación entre diferentes tipos de baterías.

Parametros	Pb-ácido	Ni-cd	Ni-MH	Li-ión	LiFe	LI-PO
Tensión(V/celda)	2v	12v	1.2v	3.6/3.7v	3.3v	3.7v
Autodescarga (%/mes)	3-20%	10%	30%	8%	-	5%
Descarga continua (A.h)	-	10c	8c	1c	26c	20-45c
Descarga por picos	-	-	-	-	52c	30-90c
Densidad energética (Wh/l)	60-75	50-150	140-300	250-360	220	300
Energía específica (wh/kg)	30-40	40-60	30-80	100-250	90-110	130-200
Potencia específica (w/kg)	180	150	250-1000	250-340	3000	7100
Eficiencia (carga/descarga)	50-92%	70-90%	66%	80-90%	-	99.8%

Como se puede observar en la *Tabla 3.3* anteriormente mostrada de entre los tipos de baterías existentes, las de mayor tensión por celda, mayor potencia y mayor eficiencia son las de tipo LI-PO, es por estas razones que se propone el uso de estas baterías para la alimentación del prototipo. En la *Figura 3.19* se observa una batería tipo LI-PO de 4 celdas y una capacidad de 2250 mAh la cual otorga una tensión de 14.8v.



Figura 3.19 Batería LI-PO Rhino 2250 mAh.

3.7 Propuesta de Prototipo

La propuesta de prototipo dibujado en un software CAD se presenta en la *Figura 3.20*, las consideraciones que se tomaron para este diseño es el tamaño de los motores, como se pudo ver en líneas anteriores los motores tienen un gran tamaño y la cantidad de masa es proporcional al mismo, es por ello que termina siendo el elemento más importante para empezar el diseño del robot.

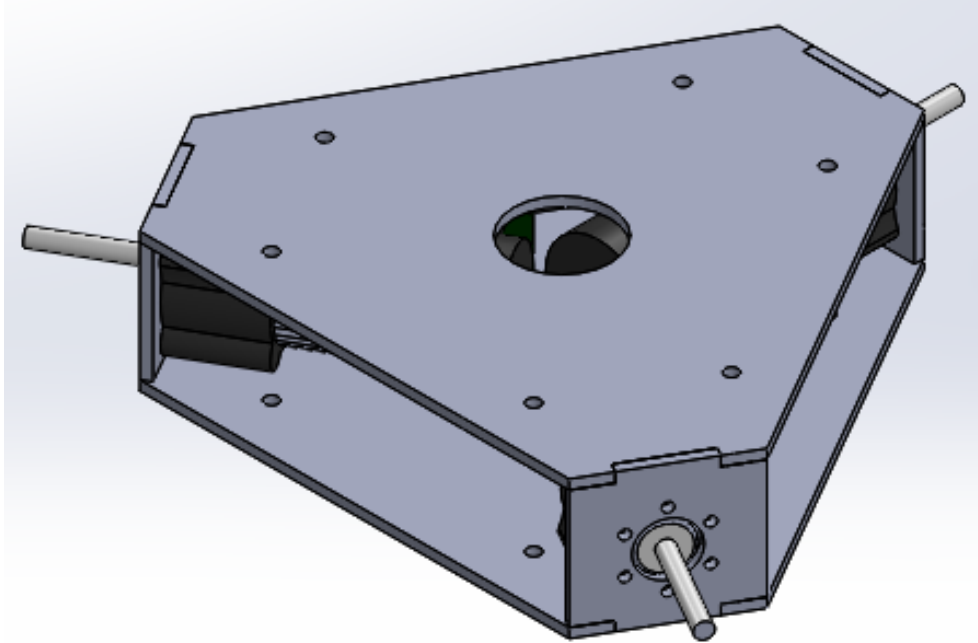


Figura 3.20 Propuesta del prototipo [FP].

El diseño cuenta con tres partes elementales como se puede ver en la *Figura 3.21*, a partir de la misma se hace énfasis que la parte del motor es el acoplamiento del motor con la pieza del mecanismo que se le llamara de una manera secundaria como acople-motor.

En su momento se pensó de dos opciones de material el acrílico por su bajo costo y el aluminio por su fácil maleabilidad. A partir de esas dos opciones se empezó a realizar un primer cálculo aproximado de la carga que va a llevar el prototipo en sus diferentes partes considerando toda la instrumentación ya mencionada se obtiene la *Tabla 3.4* que corresponde al peso previsto en la tapa.

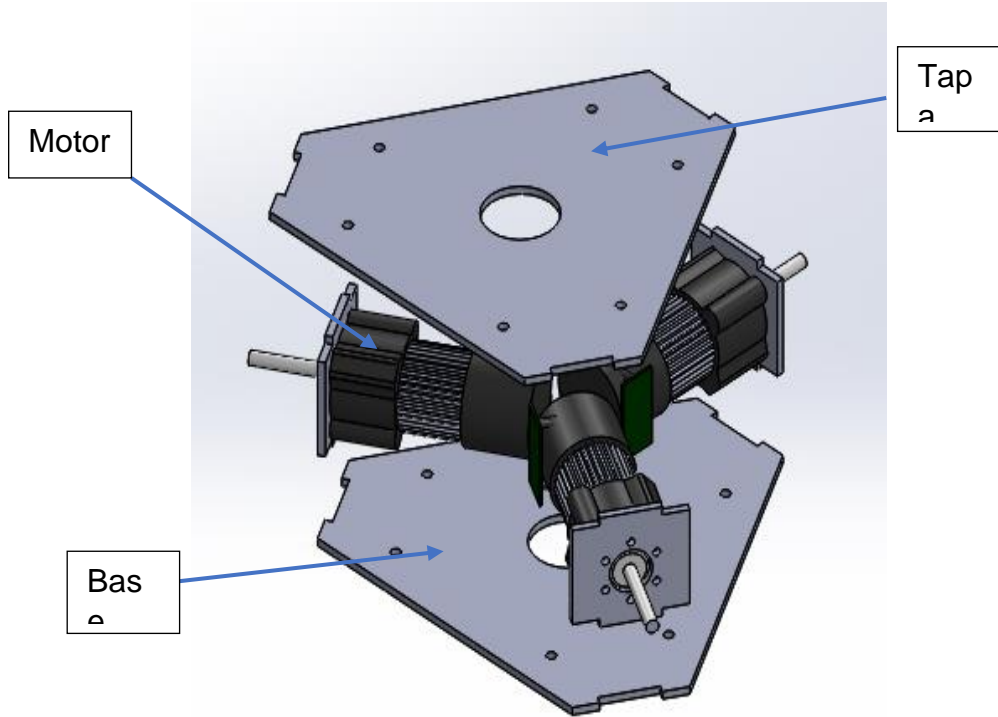


Figura 3.21 Principales partes del prototipo propuesto [FP].

Tabla 3.4 Cálculo aproximado del peso que debe soportar la tapa.

Cantidad	Nombre	Peso
1	Pila 2250mAh 14.8v Lipo 4S	234 g
1	STM 32F407	60 g
1	Ardupilot con GPS	34 g
Total		324 g

Con base en la *Tabla 3.4*, se puede decir que el acrílico o el aluminio deben soportar una masa de 324 gramos, con el fin de garantizar la integridad del prototipo y previniendo la adicción de posibles componentes se propone que debe soportar una masa de 1000 gramos. Para asegurar que el diseño presentado soporta las cantidades mencionadas se somete a una simulación estática, se somete solamente al acrílico por ser la primera opción de diseño además de ser la menos costosa.

La fuerza que se aplica en la simulación, *Figura 3.22*, tiene un valor generado por un peso de 9.8 N que corresponde a la masa sobre estimada de 1000 gramos. La

simulación se hace mediante el mallado más fino que otorga Solid Works teniendo como consecuencia una simulación muy exacta.

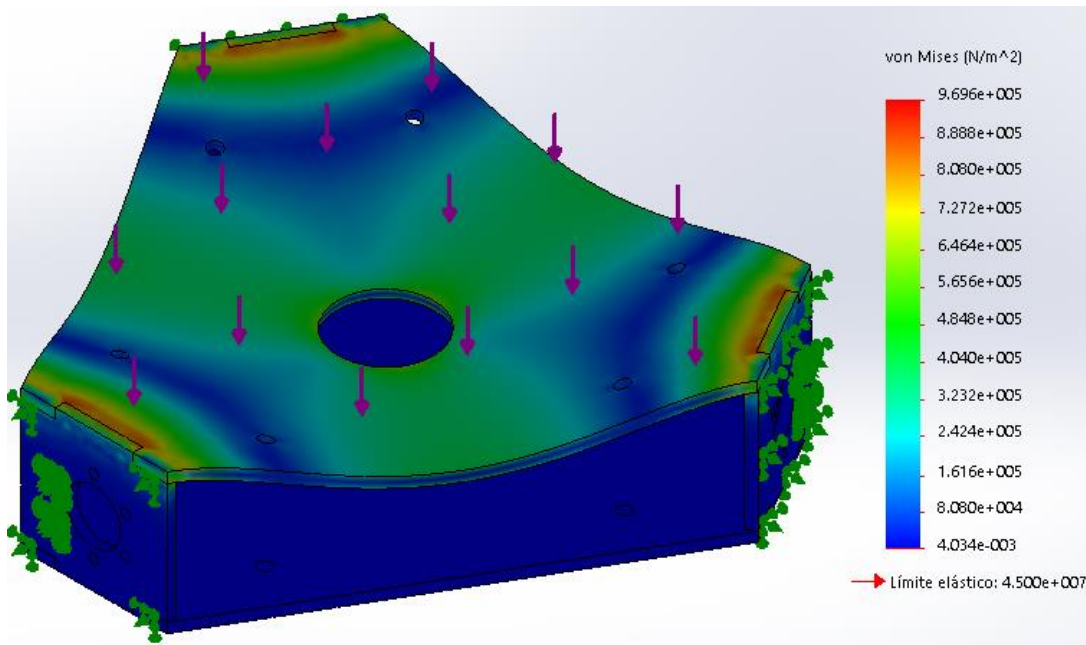


Figura 3.22 Análisis estático de correspondiente a tensiones presentes en la tapa de la estructura del prototipo robot omnidireccional [FP].

Como se aprecia en la *Figura 3.22* con la masa sobrestiman de 1000 gramos se tiene grandes tensiones con un valor de 969600 MPa y el límite elástico que presenta el acrílico es mayor. Con lo dicho podemos decir que el material mencionado puede soportar los 1000 gramos sin problemas.

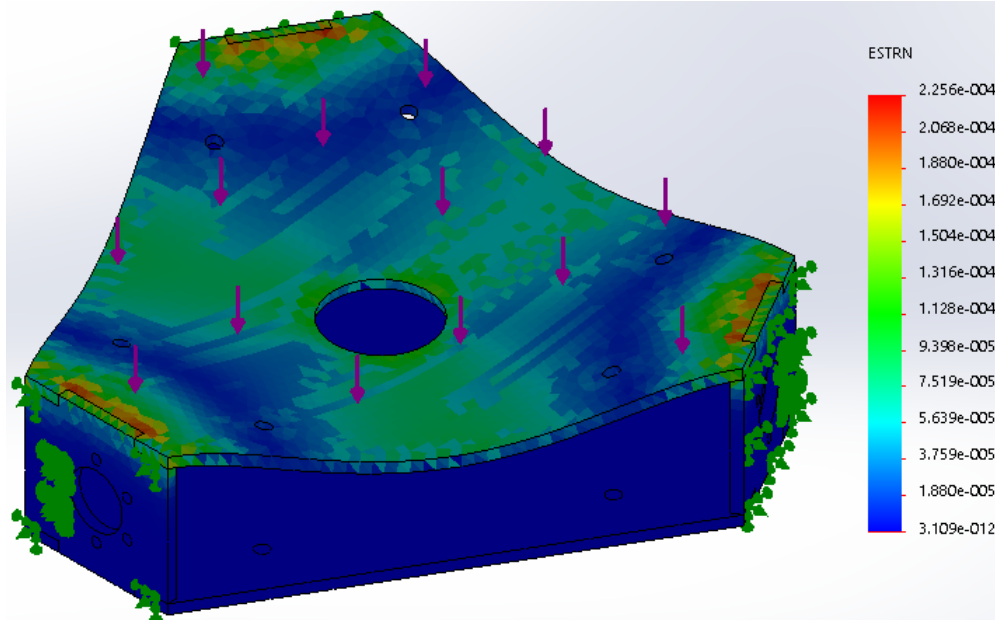


Figura 3.23 Análisis estático de correspondiente a las deformaciones presentes en la unión de la tapa con el acoplamiento del motor [FP].

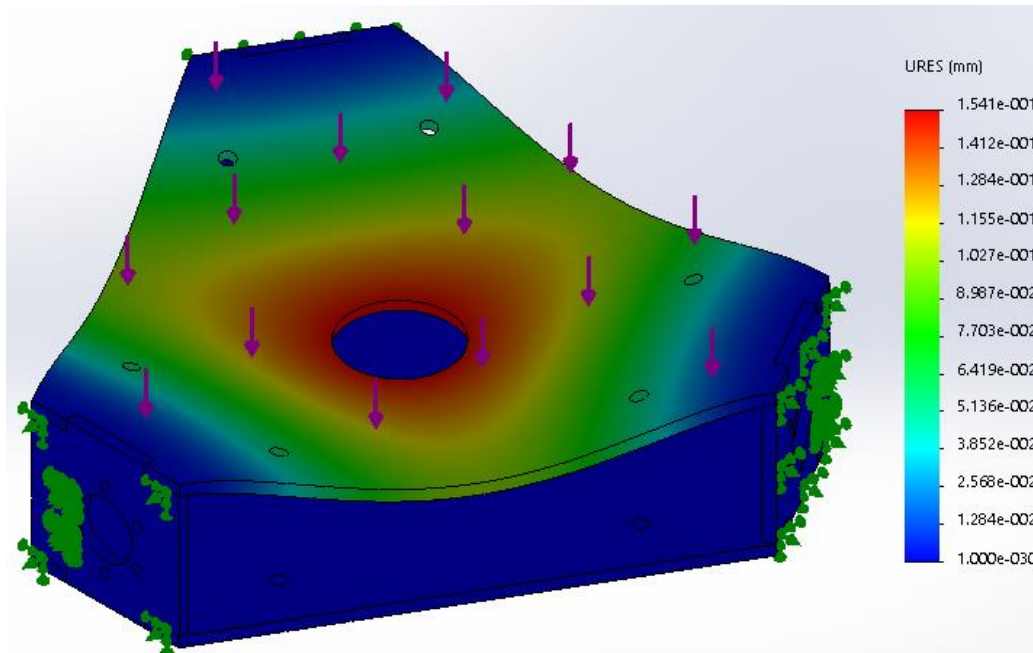


Figura 3.24 Análisis estático de correspondiente a los desplazamientos presentes en el centro de la tapa del prototipo robot omnidireccional [FP].

Otro resultado dado por la simulación es el que se muestra en la *Figura 3.23*, que corresponde a las deformaciones, en la cual se observa que la deformación más alta ocurre en la unión de la tapa con el acoplamiento del motor siendo coherente con la *Figura 3.22* en donde se encuentran tensiones muy grandes que son capaces de deformar esta área.

Por último, se obtiene la *Figura 3.24*, que corresponde a los desplazamientos causados por el peso que debe soportar la estructura de robot omnidireccional, en ella podemos ver que al no tener un soporte en el centro de la estructura se tiene un desplazamiento en el mismo de 0.1541 mm, cabe denotar que el desplazamiento es muy pequeño pero significativo dado que interviene con el área de los motores.

Concluyendo con el análisis estático, el mayor desplazamiento se presenta en el centro de la tapa, es decir, el mayor desplazamiento se encuentra en el punto donde no tiene ningún soporte al saber eso se pensó inmediatamente en buscar algún soporte como los que se muestran la *Figura 3.25* para evitar que eso ocurra y que la tensión en la unión de la tapa con el acoplamiento de los motores sea menor.

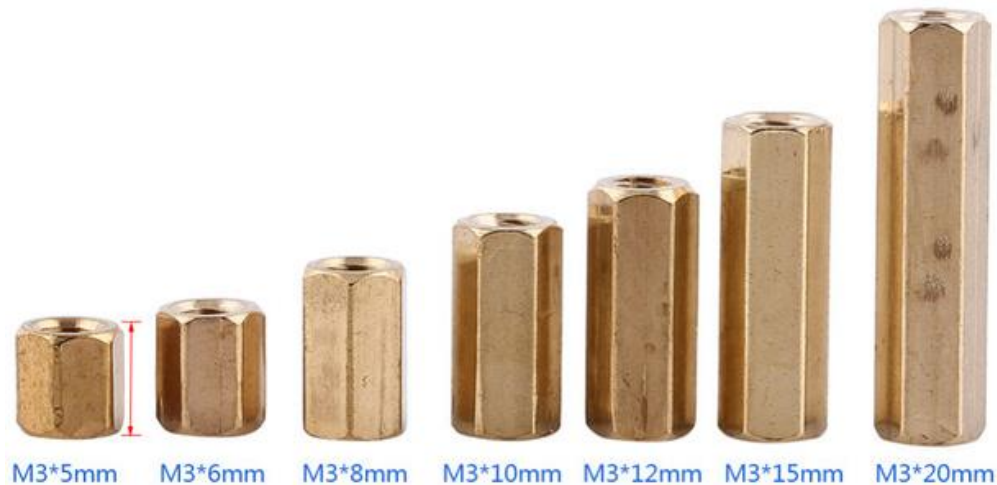


Figura 3.25 Soportes propuestos para el prototipo.

Al ser un diseño basado en el tamaño de los motores se necesita encontrar o fabricar un soporte que tenga 37 mm de alto, si es que se manejan pesos muy excesivos.

En cuestión del peso soportado de la base, que se puede ver el *Figura 3.26* y con la ayuda de la *Tabla 3.4*, se puede decir que es muy cercano al peso sobredimensionado de la tapa, pero aun así el peso de la tapa es mayor. Es por

ello que el análisis mostrado para la tapa sirve también para la base. De este modo se concluye que el acrílico cumple con las condiciones necesarias para el prototipo de robot omnidireccional.

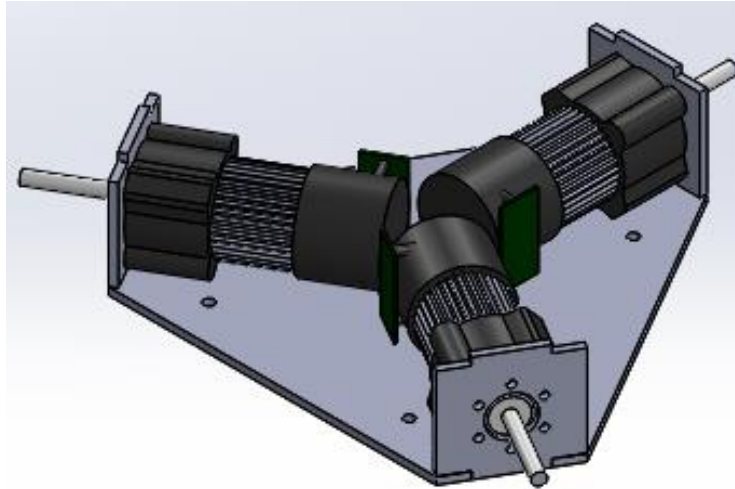


Figura 3.26 Vista de la carga distribuida en la base del prototipo [FP].

Tabla 3.5 Peso en la base del prototipo.

Cantidad	Nombre	Peso unitario
3	Motor con encoder	242 g
Peso total		726 g



Capítulo 4 Modelado del sistema

En el presente capítulo se muestra los pasos a seguir para obtener el modelo matemático que describe la dinámica de un robot omnidireccional con una configuración de tres ruedas.

4.1 Representación de un robot omnidireccional en un plano de coordenadas

En esta sección se muestra la metodología a utilizar para llegar al modelado matemático dado por las ecuaciones de Euler-Lagrange para un robot omnidireccional con una configuración de 3 ruedas, dicha configuración es mostrada en la *Figura 4.1*. Se puede notar que en la figura mencionada existe un sistema de coordenadas, conocido como marco de referencia inercial que da la ubicación del móvil considerando el punto G como su centro de masa, que corresponde al espacio OXY . El dato que brinda el plano de coordenadas dado por OX_mY_m es la dirección que presenta el robot omnidireccional, si se origina un movimiento del robot móvil sobre el eje Y_m representa un movimiento hacia el frente [28].

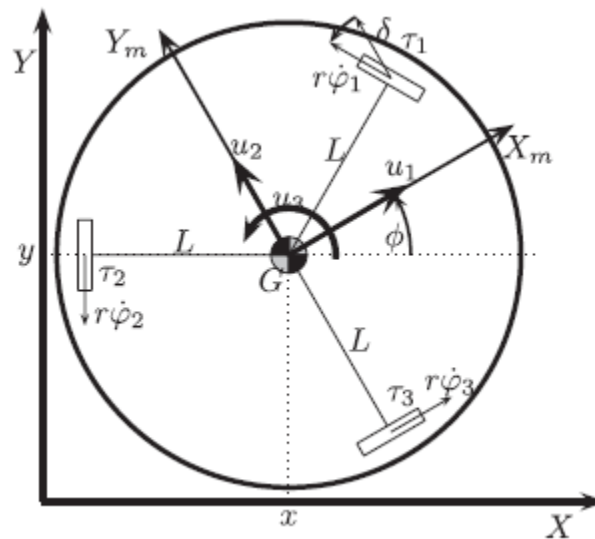


Figura 4.1 Representación de un robot omnidireccional [25].

Donde las variables mostradas en la *Figura 4.1* son:

u_1 : velocidad lineal sobre el eje X_m

u_2 : velocidad lineal sobre el eje Y_m

u_3 : la velocidad rotacional del sistema

ϕ : ángulo de desfase existente entre el eje X y el eje X_m

G : centro de masa y punto de origen de la fija al vehículo

L : longitud que existe entre el centro de masa y la rueda

r : radio de la rueda omnidireccional

$\dot{\phi}_1$: desplazamiento angular de las rueda 1

$\dot{\phi}_2$: desplazamiento angular de las rueda 2

$\dot{\phi}_3$: desplazamiento angular de las rueda 3

δ : angulo de desfase con respecto al eje Y_m

Haciendo un análisis rápido, con la ayuda de la *Figura 4.2*, de los ángulos que hay en dentro del sistema, poniendo mayor atención a δ , se observa que el valor de δ es de 30° .

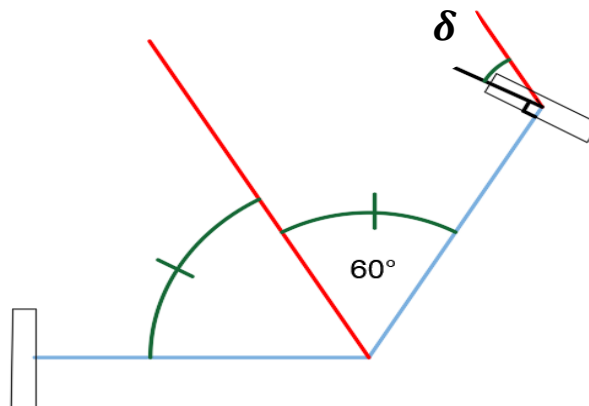


Figura 4.2 Análisis del ángulo existente en la rueda 1 [PF].

El robot móvil mostrado es del tipo $(\delta_m, \delta_s) = (3,0)$; donde δ_m son los grados de movilidad y δ_s es el número de volantes, lo que origina como consecuencia el desplazamiento en todas las direcciones dentro del plano OXY de forma instantánea gracias a la inexistencia de una reorientación [26].

El modelado al que se quiere llegar es conocido como Euler-Lagrange o ecuaciones de Lagrange, estas se obtienen para este caso en específico, por la ecuación 4.1 misma que es utilizada para casos donde se trabaje con vectores o matrices. Cabe mencionar que “la Segunda Ley de Newton y las ecuaciones dinámicas de Euler son el formalismo que permite obtener las ecuaciones de movimiento en sistemas mecánicos, sin embargo, generalmente su aplicación se



complica si la geometría del movimiento no es simple y/o por la presencia de restricciones a éste. Las ecuaciones de Lagrange, resultan una herramienta imprescindible para estos casos, pues incluyen de manera natural las restricciones, además de que se basan en el concepto de coordenadas generalizadas, las cuales permiten describir la dinámica en términos de las variables asociadas con los grados de libertad del sistema” [29]

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = \tau_i \quad i = 1, \dots, n \quad (4.1)$$

Donde:

\mathcal{L} : función del sistema mejor conocido como lagrangiano

q_i coordenadas generalizadas

\dot{q}_i primera derivada con respecto al tiempo de las coordenada genaralizadas

τ_i fuerzas o pares generalizadas dadas por fuerzas o pares no conservativos

Antes de utilizar la ecuación 4.1 es necesario conocer el lagrangiano del sistema, que no es otra cosa que la diferencia de la energía cinética y la energía potencial del sistema, el cual está dado por la ecuación 4.2 [30].

$$\mathcal{L}(q, \dot{q}) = T(q, \dot{q}) - U(q) \quad (4.2)$$

Donde:

$T(q, \dot{q})$ es la energía cinética

$U(q)$ es la energía potencia

Para poder obtener el modelo matemático del sistema es necesario tomar las siguientes consideraciones

- Únicamente se cuenta con rotación sobre el eje z
- Se considera que pitch (θ) y yaw (ψ) son ceros
- El prototipo solo funcionara en ambientes controlados (lugares cerrados en donde no existen perturbaciones exógenas)

4.2 Matriz de rotación

La matriz rotación se obtiene a partir de un análisis de las proyecciones del sistema $GXmYm$ sobre el plano OXY ; una definición encontrada es “la matriz de rotación como un operador que expresa la diferencia de orientación entre el sistema de coordenadas en movimiento” [31].

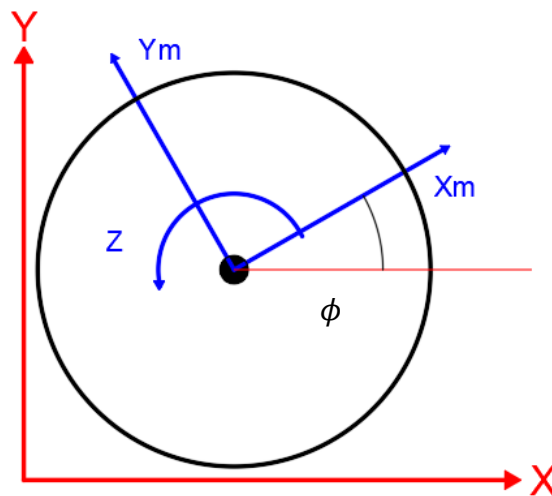


Figura 4.3 Sistema de coordenadas [FP].

En la *Figura 4.3* se presentan los dos planos mencionados en las líneas anteriores y lo que se busca es describir la relación que existe entre ellas. “Una manera de describir el sistema de coordenadas ligado al cuerpo, es escribir los vectores unitarios de sus ejes principales en términos del sistema de coordenadas de referencia [31]”, dando una observación del sistema se sabe que tanto el eje Ym tiene proyecciones en el eje X y Y , pasa lo mismo con el eje Xm , originando las siguientes ecuaciones.

Proyecciones del eje Ym sobre OXY

$$Y_{m_x} = \cos \phi \quad (4.3)$$

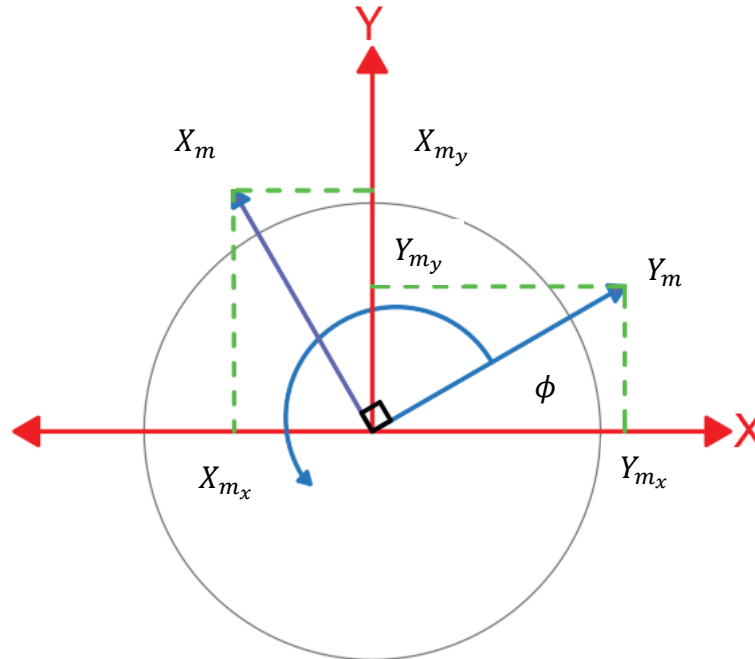
$$Y_{m_y} = \sin \phi \quad (4.4)$$

Proyecciones del eje Xm sobre OXY

$$X_{m_x} = -\sin \phi \quad (4.5)$$

$$X_{m_y} = \cos \phi \quad (4.6)$$

Lo anterior de puede ver mejor en la *Figura 4.4*



*Figura 4.4*Componentes de las velocidades sobre un marco de referencia.

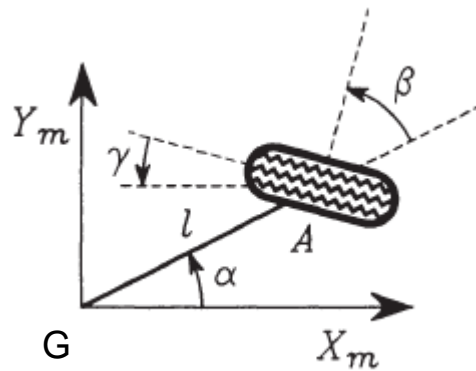
La proyección que existe entre el eje Z es de 1, originando la matriz de rotación, la cual se puede ver en la ecuación 4.7

$$R(\phi) = \begin{bmatrix} \cos\phi & \sin\phi & 0 \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

4.3 Restricciones mecánicas

Se tomará como restricciones mecánicas a las conexiones existentes entre los distintos puntos de los sistemas mecánicos, “estas son relaciones que condicionan el movimiento y se describen por expresiones matemáticas [29]”. Partiendo de lo anterior se debe tomar en cuenta las características de la rueda omnidireccional,

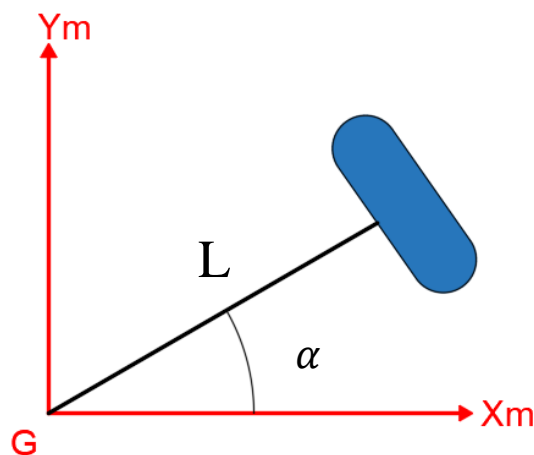
las cuales se pueden ver en la *Figura 4.4*, la posición de la rueda con respecto al marco se describe por los 3 parámetros constantes α, β, l . Se puede observar que dependiendo a la posición de la rueda con su eje se originan ángulos, los mismos son los encargados de dar las restricciones mecánicas [32].



*Figura 4.5*Ángulos en las ruedas omnidireccionales [29].

Donde β es el ángulo que existe entre el sistema de referencia de la rueda con respecto al sistema de referencia del robot omnidireccional $G X_m Y_m$ y γ es el ángulo existente entre el vector de velocidad de la rueda y el sistema de referencia de esta. De lo mencionado se genera una ecuación general muy importante que describe la posición de la rueda en todo momento, *ecuación 4.8*.

$$[-\sin(\alpha + \beta + \gamma) \cos(\alpha + \beta + \gamma) L \cos(\alpha + \beta + \gamma)]R(\phi)\dot{q} + r \cos \gamma \dot{\phi} = 0 \quad (4.8)$$



*Figura 4.6*Representación de los ángulos que tiene la rueda omnidireccional para uso del trabajo.

Para el caso mostrado en el presente trabajo solo se tiene el ángulo α por las condiciones que presenta el mismo robot móvil que se pueden ver con la *Figura 4.2*, que a su vez tiene una relación con la *Figura 4.6* donde el ángulo $\alpha = \delta$ lo que ayuda a generar la siguiente tabla.

Tabla 4.1 Parámetros que posee las ruedas del robot omnidireccional mostradas en la Figura 4.5.

Rueda	α	β	γ	l
1	$\frac{\pi}{6}$	0	0	L
2	$\frac{7}{6}\pi$	0	0	L
3	$\frac{3}{3}\pi$	0	0	L

Retomando la ecuación 4.8, al sustituir los valores se obtiene las ecuaciones 4.9, 4.10 y 4.11

$$\left[-\sin\frac{\pi}{6} \cos\frac{\pi}{6} L \cdot \cos(0) \right] R(\phi)\dot{q} + r\cos(0)\dot{\phi} = 0 \quad (4.9)$$

$$\left[-\sin\frac{7}{6}\pi \cos\frac{7}{6}\pi L \cdot \cos(0) \right] R(\phi)\dot{q} + r\cos(0)\dot{\phi} = 0 \quad (4.10)$$

$$\left[-\sin\pi \cos\pi L \cdot \cos(0) \right] R(\phi)\dot{q} + r\cos(0)\dot{\phi} = 0 \quad (4.11)$$

Sabiendo que $\sin\pi = -1$, $\cos\pi = 0$, $\frac{\pi}{6} = \delta$ llegamos a las siguientes ecuaciones, explicando de una forma particular la ecuación 4.13 el cambio de signo se debe propiamente a la naturaleza de la función seno y coseno.

$$\left[-\sin\delta \cos\delta L \right] R(\phi)\dot{q} + r\cos(0)\dot{q} = 0 \quad (4.12)$$

$$\left[\sin\delta -\cos\delta L \right] R(\phi)\dot{q} + r\dot{q} = 0 \quad (4.13)$$

$$\left[1 \ 0 \ L \right] R(\phi)\dot{q} + r\cos(0)\dot{q} = 0 \quad (4.14)$$

Se agrupan las ecuaciones 4.12, 4.13 y 4.14 originando la ecuación 4.15

$$\begin{bmatrix} -\sin\delta & \cos\delta & L \\ -\sin\delta & -\cos\delta & L \\ 1 & 0 & L \end{bmatrix} R(\phi)\dot{q} - \begin{bmatrix} r & 0 & 0 \\ 0 & r & 0 \\ 0 & 0 & r \end{bmatrix} \dot{\phi} = 0 \quad (4.15)$$



Que se puede ver de la siguiente manera

$$J_1 R(\phi)\dot{q} + J_2\dot{\phi} = 0 \quad (4.17)$$

La ecuación 4.11 es la descripción matemática de las restricciones mecánicas presentes en el robot, donde J_1 y J_2 son los jacobianos de velocidad y $\varphi = [\varphi_1 \ \varphi_2 \ \varphi_3]^T$ representan el desplazamiento angular de las ruedas 1, 2 y 3 respectivamente.

4.4 Modelado matemático

La velocidad del robot móvil representado en la *Figura 4.1* está dado por la ecuación 4.18 [33].

$$\dot{q} = R^T(\phi)u \quad (4.18)$$

Dónde:

$$\dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}$$

Se mencionó que la energía de cualquier robot móvil está dada por la ecuación 4.2, para el caso de un robot con ruedas la energía cinética del robot viene dada por la energía cinética rotacional de la rueda más la translación y la rotación propia de un robot móvil [34].

4.5 Energía cinética rotacional de la rueda

La energía cinética rotacional de una rueda está dada por la ecuación 4.19, donde I es el momento de inercia que depende del eje de rotación y $\dot{\phi}$ corresponde a la velocidad angular de una rueda.

$$E_{CR} = \frac{1}{2}I\dot{\phi}^2 \quad (4.19)$$

Si se plantea la ecuación 4.19 para la rueda 1, 2 y 3 nos da lo siguiente.

$$E_{CR1} = \frac{1}{2}I_1\dot{\phi}_1^2 \quad (4.20)$$



$$E_{CR2} = \frac{1}{2} I_2 \dot{\phi}_2^2 \quad (4.21)$$

$$E_{CR3} = \frac{1}{2} I_3 \dot{\phi}_3^2 \quad (3.22)$$

Con las ecuaciones 4.13, 4.14 y 4.15 se crea una ecuación y se argumenta que $I_1 = I_2 = I_3 = I_\varphi$

$$E_{CRT} = \frac{1}{2} (I_\varphi \dot{\phi}_1^2 + I_\varphi \dot{\phi}_2^2 + I_\varphi \dot{\phi}_3^2) \quad (4.23)$$

Lo que se quiere es obtener una representación matricial, lo que da origen a la ecuación 4.24.

$$E_{CRT} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \dot{\phi}_i^T I_r \dot{\phi}_i \quad (4.24)$$

4.6 Energía rotacional y traslacional del robot

Partiendo de la ecuación 4.25 que es la ecuación de la energía cinética donde m es la masa del sistema y v la velocidad lineal. Es necesario conocer la velocidad lineal del robot omnidireccional para esto la velocidad lineal se considera como 4.26.

$$E_C = \frac{1}{2} m v^2 \quad (4.25)$$

$$[\dot{x} \quad \dot{y} \quad \dot{\phi}] \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{\phi}^2 = \dot{q}^T \dot{q} \quad (4.26)$$

Lo anterior es solo considerando las coordenadas generalizadas, una vez que se considere la matriz de rotación y la masa del sistema se origina la ecuación 4.27, donde $M = \text{diagonal}(M_p, M_p, I_p)$.

$$E_C = \frac{1}{2} \dot{q}^T R^T(\phi) M R(\phi) \dot{q} \quad (4.27)$$

Para poder llegar al langrangiano se suma la 4.24 con la 4.27 originando la ecuación 4.28, se señala que la energía potencial se desprecia debido a que es



directamente proporcional a la altura sobre un marco de referencia que dentro del marco utilizado es cero.

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \dot{q}^T R^T(\phi) M R(\phi) \dot{q} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \dot{\phi}_i^T I_r \dot{\phi}_i \quad (4.28)$$

Se despeja la velocidad angular de la restricción mecánica dada por la ecuación 4.17 originando la ecuación 4.29.

$$\dot{\phi} = \frac{J_1}{J_2} R(\phi) \dot{q} \quad (4.29)$$

Se sustituye la ecuación 4.29 en la ecuación 4.28 y se sustituye $J_1 J_2^{-1} = E$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \dot{q}^T R^T(\phi) M R(\phi) \dot{q} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \dot{\phi}_i^T I_r (E R(\phi) \dot{q}_i) \quad (4.30)$$

Al realizar las operaciones matemáticas correspondientes provenientes de la ecuación 4.30 se obtiene la ecuación 4.31 y 4.32. Nota se considera $S[\delta]$ y $S[\delta - \phi]$ como la función trigonométrica senos, $C[\phi]$ y $[\delta + \phi]$ como la función trigonométrica coseno.

$$\dot{\phi} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} -S[\delta] & C[\delta] & L \\ -S[\delta] & -C[\delta] & L \\ 1 & 0 & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C[\phi] & S[\phi] & 0 \\ -S[\phi] & C[\phi] & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

$$\dot{\phi} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} \dot{\phi}L + \dot{y}C[\delta + \phi] - \dot{x}S[\delta + \phi] \\ \dot{\phi}L - \dot{y}C[\delta - \phi] - \dot{x}S[\delta - \phi] \\ \dot{\phi}L + \dot{x}C[\phi] + \dot{y}S[\phi] \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

Por lo tanto

$$\dot{\phi}^T = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} \dot{\phi}L + \dot{y}C[\delta + \phi] - \dot{x}S[\delta + \phi] \\ \dot{\phi}L - \dot{y}C[\delta - \phi] - \dot{x}S[\delta - \phi] \\ \dot{\phi}L + \dot{x}C[\phi] + \dot{y}S[\phi] \end{bmatrix}^T \quad (4.33)$$



Al tener la energía cinética rotacional de la rueda en función de las restricciones mecánicas, ecuación 4.32 y ecuación 4.33, se puede generar el Lagrangeano, ecuación 4.34 y ecuación 4.35.

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \dot{x} & \dot{y} & \dot{\phi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C[\phi] & -S[\phi] & 0 \\ S[\phi] & C[\phi] & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_p & 0 & 0 \\ 0 & M_p & 0 \\ 0 & 0 & I_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C[\phi] & S[\phi] & 0 \\ -S[\phi] & C[\phi] & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + \frac{I_\varphi}{2} \left[\left(\frac{\dot{\phi}L + \dot{y}C[\delta + \phi] - \dot{x}S[\delta + \phi]}{r} \right)^2 + \left(\frac{\dot{\phi}L - \dot{y}C[\delta - \phi] - \dot{x}S[\delta - \phi]}{r} \right)^2 + \left(\frac{\dot{\phi}L + \dot{x}C[\phi] + \dot{y}S[\phi]}{r} \right)^2 \right] \quad (4.34)$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} [M_p \dot{x} + M_p \dot{y}C[\phi]S[\phi] + M_p \dot{x}S^2[\phi] - M_p \dot{y}C[\phi]S[\phi] + M_p \dot{x}C[\phi]S[\phi] + M_p \dot{y}S^2[\phi] - M_p \dot{x}C[\phi]S[\phi] + M_p \dot{y}S^2[\phi] + \dot{\phi}I_\varphi] + \frac{I_\varphi}{2r^2} [(\dot{\phi}L + \dot{y}C[\delta + \phi] - \dot{x}S[\delta + \phi])^2 + (\dot{\phi}L - \dot{y}C[\delta - \phi] - \dot{x}S[\delta - \phi])^2 + (\dot{\phi}L + \dot{x}C[\phi] + \dot{y}S[\phi])^2] \quad (4.35)$$

Al agrupar y reducir términos de la ecuación 4.35 se obtiene la ecuación 4.36 y ecuación 4.37

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} [(M_p \dot{x} + M_p \dot{y})(C^2[\phi] + S^2[\phi]) + \dot{\phi}I_\varphi] + \frac{I_\varphi}{2r^2} [(\dot{\phi}L + \dot{y}C[\delta + \phi] - \dot{x}S[\delta + \phi])^2 + (\dot{\phi}L - \dot{y}C[\delta - \phi] - \dot{x}S[\delta - \phi])^2 + (\dot{\phi}L + \dot{x}C[\phi] + \dot{y}S[\phi])^2] \quad (4.36)$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\dot{x}^2 M_p + \dot{y}^2 M_p + \dot{\phi}^2 I_\varphi) + \frac{I_\varphi}{2r^2} [(\dot{\phi}L + \dot{y}C[\delta + \phi] - \dot{x}S[\delta + \phi])^2 + (\dot{\phi}L - \dot{y}C[\delta - \phi] - \dot{x}S[\delta - \phi])^2 + (\dot{\phi}L + \dot{x}C[\phi] + \dot{y}S[\phi])^2] \quad (4.37)$$



Se separa la ecuación 4.37 en dos partes, energía cinética del robot ecuación 4.38 y la energía cinética rotacional de la rueda ecuación 4.39. para facilitar la realización de los siguientes pasos.

$$L1 = \frac{1}{2}(\dot{x}^2 M_p + \dot{y}^2 M_p + \dot{\phi}^2 I_\phi) \quad (4.38)$$

$$L2 = + \frac{I_\phi}{2r^2} [(\dot{\phi}L + \dot{y}C[\delta + \phi] - \dot{x}S[\delta + \phi])^2 + (\dot{\phi}L - \dot{y}C[\delta - \phi] - \dot{x}S[\delta - \phi])^2 + (\dot{\phi}L + \dot{x}C[\phi] + \dot{y}S[\phi])^2] \quad (4.39)$$

Al utilizar la ecuación 4.1 en sobre la ecuación 3.28 origina las siguientes ecuaciones 4.40 – 4.48.

$$\frac{\partial L1}{\partial x} = 0 \quad (4.40)$$

$$\frac{\partial L1}{\partial y} = 0 \quad (4.41)$$

$$\frac{\partial L1}{\partial \phi} = 0 \quad (4.42)$$

$$\frac{\partial L1}{\partial \dot{x}} = \dot{x}M_p \quad (4.43)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L1}{\partial \dot{x}} \right) = \ddot{x}M_p \quad (4.44)$$

$$\frac{\partial L1}{\partial \dot{y}} = \dot{y}M_p \quad (4.45)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L1}{\partial \dot{y}} \right) = \ddot{y}M_p \quad (4.46)$$

$$\frac{\partial L1}{\partial \dot{\phi}} = \dot{\phi}I_\phi \quad (4.47)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L1}{\partial \dot{\phi}} \right) = \ddot{\phi}I_\phi \quad (4.48)$$



Y al utilizar la ecuación 4.1, en esta ocasión a la ecuación 4.39 origina las ecuaciones 4.49 – 4.57

$$\frac{\partial L2}{\partial x} = 0 \quad (4.49)$$

$$\frac{\partial L2}{\partial y} = 0 \quad (4.50)$$

$$\frac{\partial L2}{\partial \phi} = \frac{1}{r^2} I_r (-1 + 2S[\delta]) (\dot{y}C[\phi] - \dot{x}S[\phi]) (-\dot{\phi}L + \dot{x}C[\phi](1 + 2S[\delta]) + \dot{y}(1 + 2S[\delta])S[\phi]) \quad (4.51)$$

$$\frac{\partial L2}{\partial \dot{x}} = \frac{1}{2r^2} I_r \dot{x} (3\dot{x} + (\dot{x} - 2\dot{x}C[2\delta])C[2\phi] + 2\dot{\phi}LC[\phi](1 - 2S[\delta]) + \dot{y}(1 - 2C[2\delta])S[2\phi]) \quad (4.52)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L2}{\partial \dot{x}} \right) = \ddot{x} \frac{I_r (3 + (1 - 2C[2\delta])C[2\phi])}{2r^2} \quad (4.53)$$

$$\frac{\partial L2}{\partial \dot{y}} = \frac{1}{2r^2} \dot{y} I_r (3\dot{y} + \dot{y}(-1 + 2C[2\delta])C[2\phi] + 2\dot{\phi}L(1 - 2S[\delta])S[\phi] + \dot{y}(1 - 2C[2\delta])S[2\phi]) \quad (4.54)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L2}{\partial \dot{y}} \right) = \ddot{y} \frac{I_r (3 + (-1 + 2C[2\delta])C[2\phi])}{2r^2} \quad (4.55)$$

$$\frac{\partial L2}{\partial \dot{\phi}} = \frac{1}{r^2} \dot{\phi} I_r L (3\dot{\phi}L + C[\phi](\dot{x} - 2\dot{x}S[\delta]) + (\dot{y} - 2\dot{y}S[\delta])S[\phi]) \quad (4.56)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L2}{\partial \dot{\phi}} \right) = \ddot{\phi} \frac{3I_r L^2}{r^2} \quad (4.57)$$

Una vez que se tienen las derivadas necesarias para la formulación de Euler-Lagrange se da origen a la ecuación 4.58.



$$\begin{aligned}
\ddot{x}M_p + \ddot{y}M_p + \ddot{\phi}M_p + \ddot{x} \frac{I_\phi(3 + (1 - 2C[2\delta])C[2\phi])}{2r^2} \\
+ \ddot{y} \frac{I_\phi(3 + (-1 + 2C[2\delta])C[2\phi])}{2r^2} + \ddot{\phi} \frac{3I_\phi L^2}{r^2} \\
- \frac{1}{r^2} I_\phi (-1 + 2S[\delta]) (\dot{y}C[\phi] - \dot{x}S[\phi]) (-\dot{\phi}L + \dot{x}C[\phi](1 + 2S[\delta]) \\
+ \dot{y}(1 + 2S[\delta])S[\phi]) = R^t E^T \tau
\end{aligned} \quad (4.58)$$

Donde son matrices R^t, E^T y $\tau = [\tau_1 \quad \tau_2 \quad \tau_3]^T$ el cual representa los toques.

Dado que se consideraron las restricciones mecánicas de la rueda mismas que satisface para todo t , es posible dejar de considerar la fricción y efectos causados por la rueda y la superficie de trabajo, lo que origina una ecuación simplificada que está dada por [28].

$$\ddot{x}M_p + \ddot{y}M_p + \ddot{\phi}I_p + \ddot{x} \frac{3I_r L^2}{r^2} + \ddot{y} \frac{3I_r L^2}{r^2} + \ddot{\phi} \frac{3I_r L^2}{r^2} - \frac{31}{2r^2} I_r \dot{y} + \frac{31}{2r^2} I_r \dot{y} = R^t E^T \tau \quad (4.59)$$

Al ordenar de forma matricial

$$\begin{bmatrix} d_1 & 0 & 0 \\ 0 & d_1 & 0 \\ 0 & 0 & d_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} + a \begin{bmatrix} 0 & \dot{\phi} & 0 \\ -\dot{\phi} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = B\tau \quad (4.60)$$

Otra forma de visualizar la ecuación 4.60 es la siguiente:

$$D = \begin{bmatrix} d_1 & 0 & 0 \\ 0 & d_1 & 0 \\ 0 & 0 & d_3 \end{bmatrix}, \quad C(\dot{q}) = a \begin{bmatrix} 0 & \dot{\phi} & 0 \\ -\dot{\phi} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -\sin(\delta + \phi) & -\sin(\delta - \phi) & \cos\phi \\ \cos(\delta + \phi) & -\cos(\delta - \phi) & \sin\phi \\ L & L & L \end{bmatrix}$$

Con $d_1 = M_p + \frac{3I_r}{2r^2}$, $d_3 = I_p + \frac{3I_r L^2}{2r^2}$ y $a = I_p + \frac{3I_r}{2r^2}$, a partir de este punto lo único necesario es despejar \ddot{q} y hacer el diagrama de bloques para hacer las simulaciones en Simulink de Matlab.

Para el cálculo de I_r y I_p que son el momento de inercia del robot y la rueda se hace a partir de una aproximación de los cálculos considerando que todo el robot se puede ver como un círculo y la rueda como cilindro.

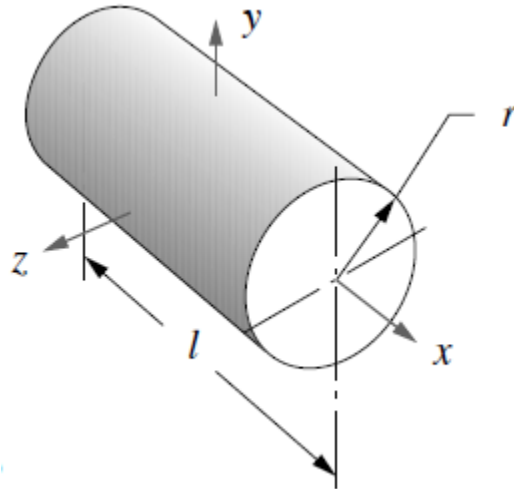


Figura 4.7 Visualización espacial de cilindro para conocer los momentos de inercia[FP].

A partir de la Figura 4.6 se obtiene lo siguiente, los momentos de inercia I para cada eje son [34]:

$$I_x = \frac{mr^2}{2} \quad (4.61)$$

$$I_y = I_z = \frac{m(3r^2 + l^2)}{12} \quad (4.62)$$

Por lo tanto, con los siguientes valores.

Tabla 4.2 Valores presentes en la propuesta de prototipo.

Variable	Valor
m	3Kg
r del robot	0.09 m
m de la rueda	0.073 kg
r de la rueda	0.03 m
l	0.115 m



Para los cálculos del momento de inercia para el robot se ocupa el eje X como se muestra en la *Figura 4.6* y para la rueda se ocupa el eje Y con una distancia $2l$ dado que el cilindro está centrado en el origen de coordenadas, es por ello que los resultados obtenidos son:

$$I_x = I_r = 0.00003285 \text{ kg m}^2$$

$$I_y = I_p = 0.01349 \text{ kg m}^2$$



Capítulo 5 Propuesta de control difuso tipo P

En el presente capítulo se describe los criterios que se siguieron para establecer las reglas utilizadas en la propuesta de control difuso tipo p.



Para la propuesta de solución es necesario conocer el comportamiento de cada variable para este caso se refiere a x, y y ϕ . A partir de la ecuación 4.25 se obtiene a la ecuación 5.1

$$\begin{bmatrix} d_1 & 0 & 0 \\ 0 & d_1 & 0 \\ 0 & 0 & d_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin(\delta + \phi) & -\sin(\delta - \phi) & \cos\phi \\ \cos(\delta + \phi) & -\cos(\delta - \phi) & \sin\phi \\ L & L & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix} - a \begin{bmatrix} 0 & \dot{\phi} & 0 \\ -\dot{\phi} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

Después de algunas manipulaciones algebraicas, se obtiene.

$$\ddot{x} = \frac{(-\tau_1 \sin(\delta + \phi) - \tau_2 \sin(\delta - \phi) + \tau_3 \cos\phi) - (a\dot{\phi}\dot{y})}{d_1} \quad (5.2)$$

$$\ddot{y} = \frac{(\tau_1 \cos(\delta + \phi) - \tau_2 \cos(\delta - \phi) + \tau_3 \sin\phi) + (a\dot{\phi}\dot{x})}{d_1} \quad (5.3)$$

$$\ddot{\phi} = \frac{L(\tau_1 + \tau_2 + \tau_3)}{d_3} \quad (5.4)$$

Tomando las ecuaciones del sistema 5.2, 5.3 y 5.4 se intentó trabajar con la linealización del sistema, como se muestra a continuación.

De la ecuación 5.4 se obtiene la ecuación 5.5

$$\tau_1 = \frac{\ddot{\phi} d_3 r}{L} - \tau_2 - \tau_3 \quad (5.5)$$

Sustituyendo el valor de τ_1 en la ecuación 5.5 se sustituyó en la ecuación 5.3 y despejando el valor de τ_2 , ecuación 5.6.

$$\tau_2 = \frac{\ddot{y} d_1 r - \frac{\ddot{\phi} d_3 r}{L} \cos(\delta + \phi) - \tau_3 [\sin(\phi) - \cos(\delta + \phi)] + a\dot{\phi}\dot{x}}{2 \sin(\delta) \sin(\phi)} \quad (5.6)$$

Al sustituye el valor τ_2 , ecuación 5.6, en la ecuación 5.2 se obtiene como resultado la ecuación 5.7

$$\ddot{x} = -\frac{1}{d_1 r} (a\dot{\phi}\dot{y} - \tau_3 \cos(\phi) + \frac{1}{2} \csc(\delta) \csc(\phi) \sin(\delta - \phi) [a\dot{\phi}\dot{x} + d_1 \ddot{y} r - \frac{d_3 \ddot{\phi} r}{L} + \tau_3 \cos(\delta + \phi) - \tau_3 \sin(\phi) + \tau_1 \sin(\delta + \phi)]) \quad (5.7)$$

La ecuación 5.7 describe al robot omnidireccional, en la misma ecuación se puede observar que desaparece un actuador, τ_2 por lo tanto, se pierde información del sistema y a su vez las propiedades de este; por esas razones se optó por trabajar con las ecuaciones 5.2, 5.3 y 5.4 previniendo así lo ya mencionado.

Las ecuaciones 5.2, 5.3 y 5.4 son las ecuaciones que describen al robot omnidireccional, a partir de las mismas se genera diagrama de bloques, en la *Figura 4.1* se puede observar el diagrama de control que se utiliza.

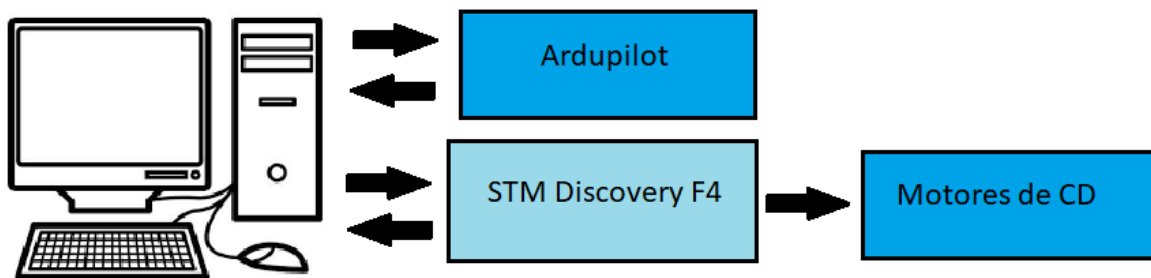


Figura 5.1 Propuesta del diagrama de las comunicaciones presentes del control para el robot omnidireccional [F.P].

En la *Figura 5.1* se muestra un diagrama que explica la propuesta de comunicaciones, donde la computadora es el cerebro de todo el control puesto que realizara todo el procesamiento del control difuso, recibirá y mandara señales de la STM Discovery F4 y la Ardupilot. La STM32F407G-DISC es la encargada de recibir las señales de control y redirigirlas a los motores de CD por medio de un PWM. La Ardupilot es el sensor del sistema, ella entregará datos como la dirección del robot, aceleración y la posición en la que se encuentra respecto a un punto de referencia establecido previamente.

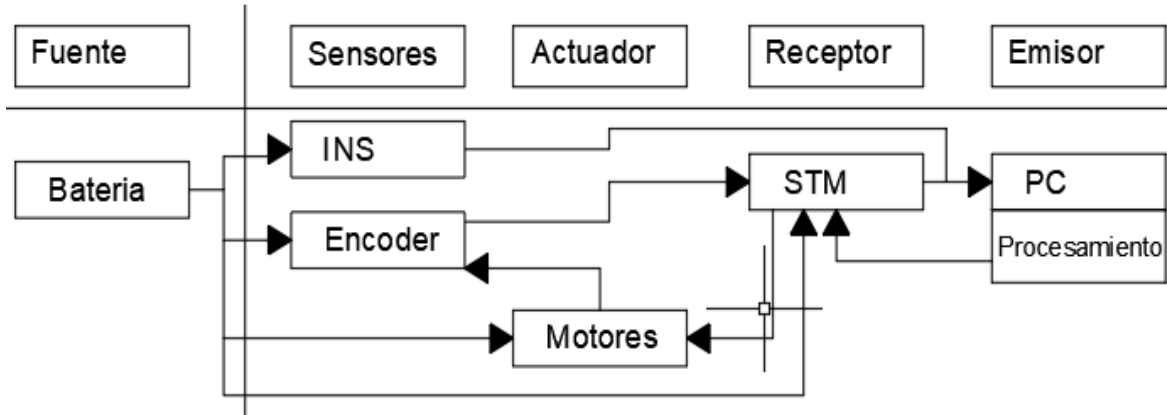


Figura 5.2 Diagrama simplificado de control [FP].

En la *Figura 5.2* se detallan los elementos que se tienen en el robot omnidireccional y los pasos a seguir para el control, haciendo una explicación rápida la batería alimentan sensores, actuadores y la STM. Se obtendrán los datos de posición por medio del sistema de navegación inercial (INS) y el encoder, una vez obtenidos la STM funciona como puente de comunicación con la PC y el encoder, misma que realizara todo el procesamiento necesario para el control, una vez que la PC haga las funciones necesarias regresara una señal a la tarjeta STM32F407G misma que enviara a los motores.

El robot omnidireccional trabaja con tres entradas y tres salidas, pero a partir del modelado matemático se observa que las entradas son los torques de cada motor mientras que las salidas son la posición en el eje x , la posición en el eje y y el ángulo ϕ es la descripción de la orientación presente del robot a lo largo del tiempo. Por ende, se manejan tres errores, uno para cada coordenada del sistema. El controlador difuso que se propone es del tipo proporcional, las etiquetas que se manejan para el torque de los motores se pueden apreciar en la *Tabla 5.1*.

Tabla 5.1 Etiquetas presentes en el torque de los motores.

Etiqueta	Significado
GN	Torque grande negativo
N	Torque negativo
Z	Torque cero
P	Torque positivo
GP	Torque grande positivo

Para el caso del error las etiquetas son las presentadas en la *Tabla 5.2*.

Tabla 5.2 Etiquetas propuestas para el error según su tamaño.

Etiqueta	Significado
EGN	Error negativo grande
EN	Error negativo pequeño
EZ	Error igual a cero
EP	Error positivo pequeño
EGP	Error positivo grande

Para establecer las reglas del controlador primero es necesario establecer la fórmula del error, ecuación 5.8.

$$e = \text{valor deseado} - \text{el valor medido} \quad (5.8)$$

5.1 Interpretación humana

Dando un ejemplo de la interpretación humana empleada para la generación de las reglas se plantea lo siguiente, si el robot omnidireccional se encuentra en un punto (x, y) sobre el plano de referencia XY , con un alguno $\phi = 0$ y el lugar deseado se encuentra en coordenadas (x_1, y_1) ; siendo $x = x_1$ y $y < y_1$ lo cual genera un error positivo e_y para erradicar el error es necesario que $\tau_1 > 0$, $\tau_2 = \tau_1$ y $\tau_3 = 0$, lo cual origina una fuerza resultante sobre el eje Y_m , ver *Figura 5.3*.

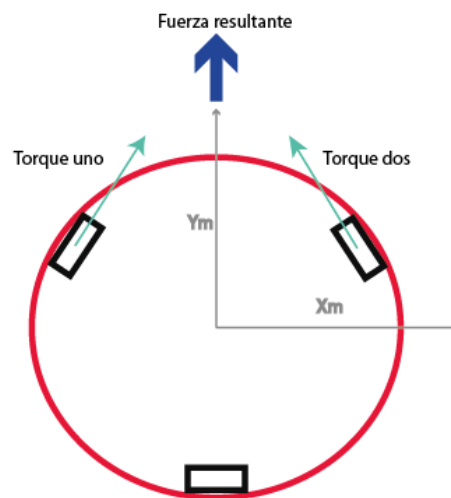


Figura 5.3 Interpretación humana del movimiento sobre el eje Y_m [FP].

Otra interpretación que se dio ocurre cuando el robot omnidireccional se encuentra en un punto (x, y) sobre el plano de referencia XY , con un alguno $\phi = 0$ y el lugar deseado se encuentra en coordenadas (x_1, y_1) ; siendo $x < x_1$ y $y = y_1$ lo cual genera un e_x positivo y para contrarrestar ese error se propuso que $\tau_1 < 0$, $\tau_2 = 0$ y $\tau_3 > 0$, lo cual origina una fuerza resultante que desplaza al robot sobre el eje X_m y Y_m tendiendo al cuadrante IV del plano de referencia; lo que importa es el movimiento que se tiene sobre en X_m , dado que el control para Y_m propuesto en el párrafo anterior contrarrestaría el desplazamiento erróneo sobre Y_m , ver *Figura 5.4*.

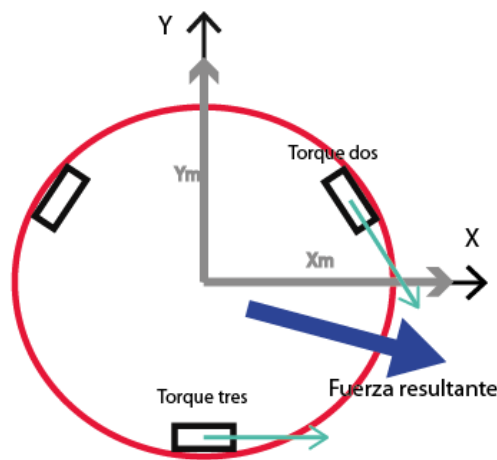


Figura 5.4 Interpretación humana para el movimiento en X_m [FP].

Por último, el valor de la rotación en ϕ depende directamente de los tres torques mismos que deben ser de igual magnitud para generar el movimiento solo en la rotación sin perturbar la posición del robot.

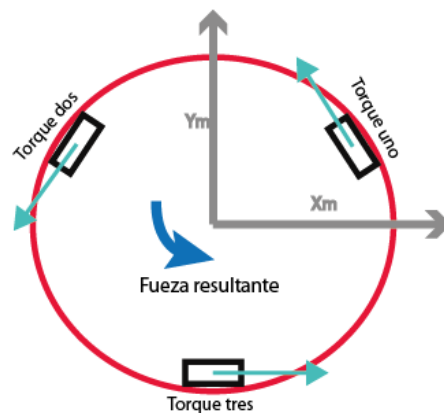


Figura 5.5 Interpretación humana para la rotación del robot omnidireccional [FP].



Partiendo de las explicaciones anteriores se hace una tabla de inferencia característica del método de Mamdani.

Si e_y es “EGN” entonces τ_1 es “GN” y τ_2 es “GP”.

Si e_y es “EN” entonces τ_1 es “N” y τ_2 es “P”.

Si e_y es “EZ” entonces τ_1 es “Z” y τ_2 es “Z”.

Si e_y es “EP” entonces τ_1 es “P” y τ_2 es “N”.

Si e_y es “EGP” entonces τ_1 es “GP” y τ_2 es “GN”.

Si e_x es “EGN” entonces τ_1 es “Z”, τ_2 es “GP” y τ_3 es “GN”.

Si e_x es “EN” entonces τ_1 es “Z”, τ_2 es “P” y τ_3 es “N”.

Si e_x es “EZ” entonces τ_1 es “Z”, τ_2 es “Z” y τ_3 es “Z”.

Si e_x es “EP” entonces τ_1 es “N”, τ_2 es “Z” y τ_3 es “P”.

Si e_x es “EGP” entonces τ_1 es “GN”, τ_2 es “Z” y τ_3 es “GP”.

Si e_ϕ es “EGN” entonces τ_1 es “GN”, τ_2 es “GN” y τ_3 es “GN”.

Si e_ϕ es “EN” entonces τ_1 es “N”, τ_2 es “N” y τ_3 es “N”.

Si e_ϕ es “EZ” entonces τ_1 es “Z”, τ_2 es “Z” y τ_3 es “Z”.

Si e_ϕ es “EP” entonces τ_1 es “P”, τ_2 es “P” y τ_3 es “P”.

Si e_ϕ es “EGP” entonces τ_1 es “GP”, τ_2 es “GP” y τ_3 es “GP”.

A partir el método de Mamdani se plantean una tabla de reglas por cada error presente en x , y y ϕ , donde interactúan todos los torques.

Tabla 5.3 Matriz de reglas difusas (FAM) para el error e_{e_y}

e_y	τ_1	τ_2
EGN	GN	GP
EN	N	P
EZ	Z	Z
EP	P	N
EGP	GP	GN



Tabla 5.4 Matriz de reglas difusas (FAM) para el error e_{e_x} .

e_x	τ_1	τ_2	τ_3
EGN	Z	GP	GP
EN	Z	P	N
EZ	Z	Z	Z
EP	N	Z	P
EGP	GN	Z	P

Tabla 5.5 Matriz de reglas difusas (FAM) para el error e_{e_ϕ}

e_ϕ	τ_1	τ_2	τ_3
EGN	GN	GN	GN
EN	N	N	N
EZ	Z	Z	Z
EP	P	P	P
EGP	GP	GP	GP

El diagrama del controlador proporcional difuso es mejor apreciado por la *Figura 5.6*, donde se observa la realización la suma de los torques, originando momentos donde las acciones de control son opuestas haciendo que se contrarresten o de forma contraria momentos donde las acciones de control tienen el mismo sentido haciendo que se genere una suma de estas. Por ello que el rango de valores que se proponen de las etiquetas varía, como ya se explicó para este caso las reglas fueron propuestas para que el ángulo de rotación presente en el robot sea siempre cero tratando de que no genere perturbaciones sobre los controladores del reposicionamiento del eje X y Y , como consecuencia directa estas señales de control son pequeñas en comparación a las señales que se generan por el e_x y e_y , ver *Tabla 5.7*.

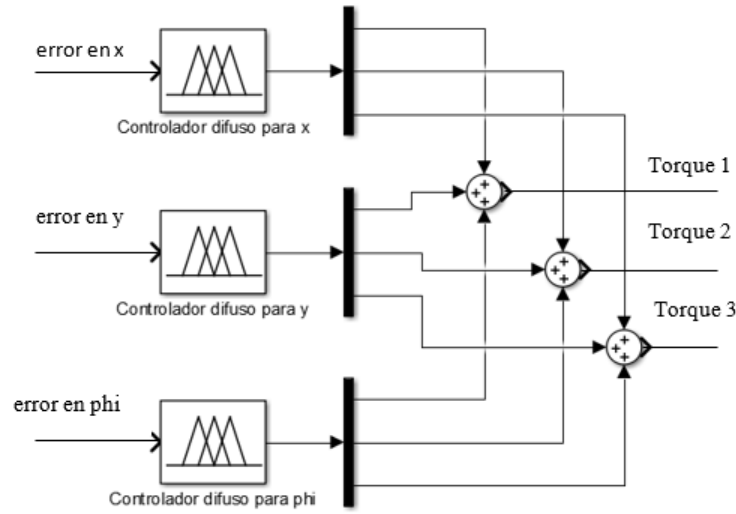


Figura 5.6 Diagrama obtenido para el controlador difuso tipo proporcional.

El universo de discurso presentes en los errores y los torques de cada controlador se muestran a continuación.

Tabla 5.6 Valores de los rangos en los errores.

e_x	e_y	e_ϕ
[-1.3,1.3]	[-1.3,1.3]	[-1.3,1.3]

Tabla 5.7 Valores de los rangos de los torques presentes en cada uno de los errores.

	τ_1	τ_2	τ_3
e_x	[-3.5,3.5]	[-3.5,3.5]	[-3.5,3.5]
e_y	[-3.5,3.5]	[-3.5,3.5]	[-3.5,3.5]
e_ϕ	[-1.5,1.5]	[-1.5,1.5]	[-1.5,1.5]

Como se puede apreciar en la *Tabla 5.7*, el valor de los torques en el error de ϕ es menor por las cuestiones mencionadas líneas atrás.

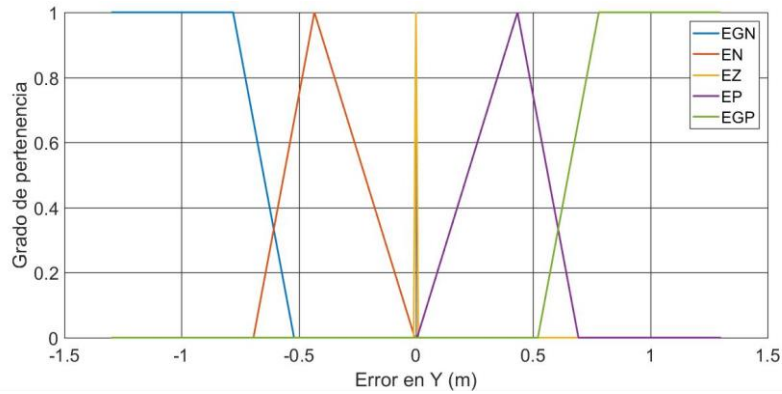


Figura 5.7 Funciones de membresía para el error en Y.

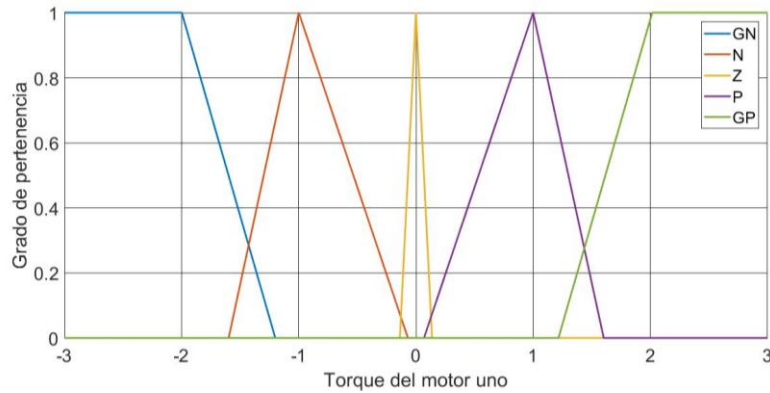


Figura 5.8 Funciones de membresía para el torque del motor uno debido al error en Y.

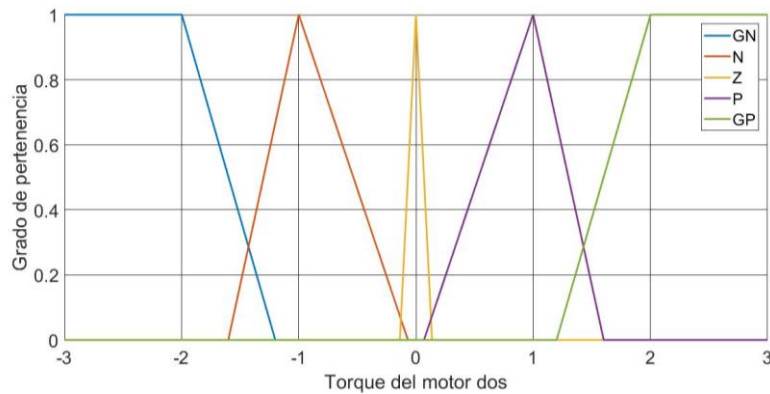


Figura 5.9 Funciones de membresía para el torque del motor dos debido al error en Y.

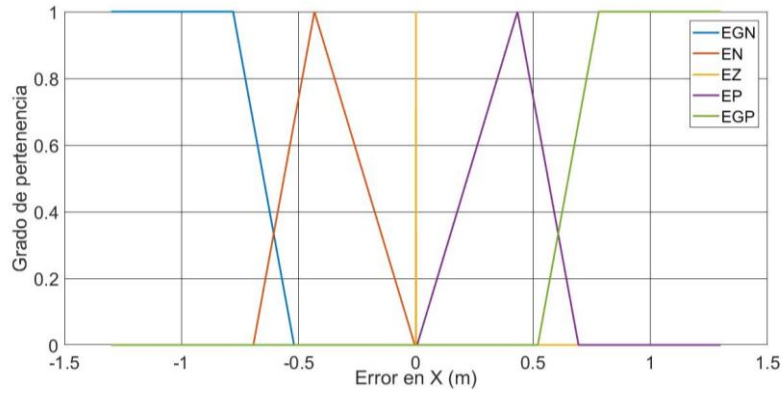


Figura 5.10 Funciones de membresía para el error en X.

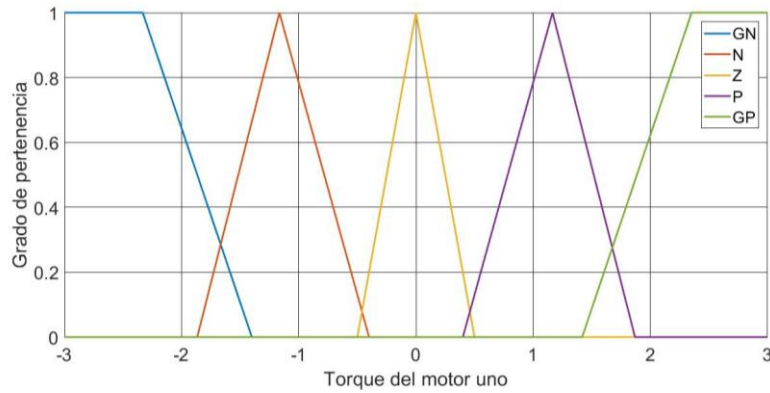


Figura 5.11 Funciones de membresía para el torque del motor uno debido al error en X.

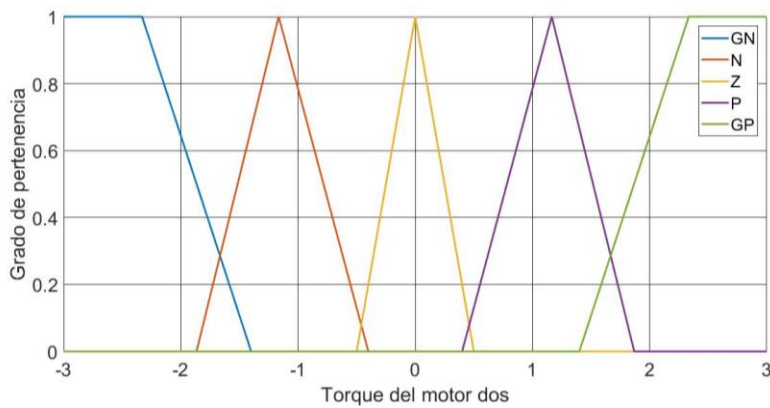


Figura 5.12 Funciones de membresía para el torque del motor dos debido al error en X.

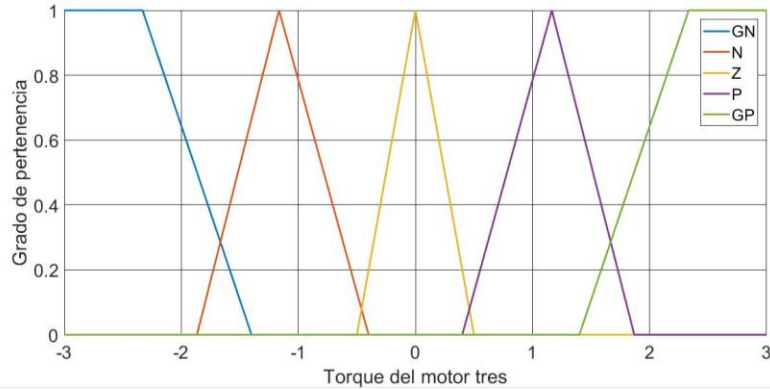


Figura 5.13 Funciones de membresía para el torque del motor tres debido al error en X.

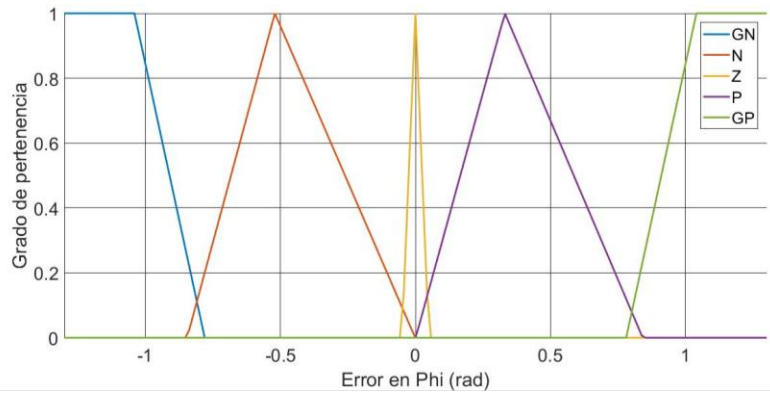


Figura 5.14 Funciones de membresía para el error en ϕ .

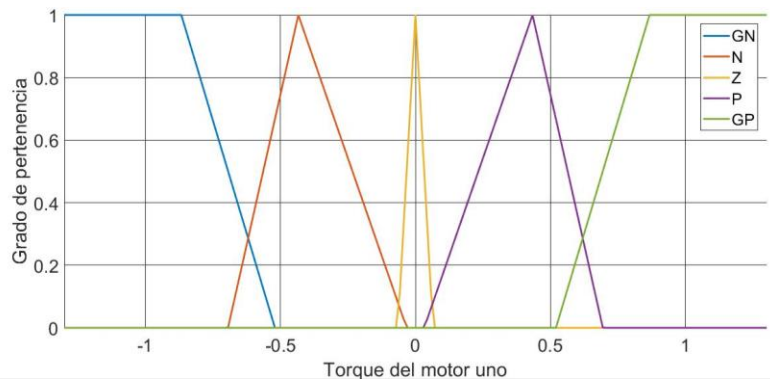


Figura 5.15 Funciones de membresía para el torque del motor uno debido al error en ϕ .

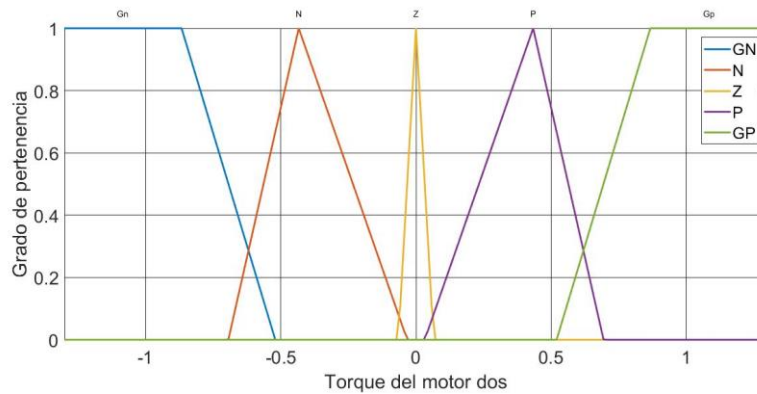


Figura 5.16 Funciones de membresía para el torque del motor dos debido al error en ϕ .

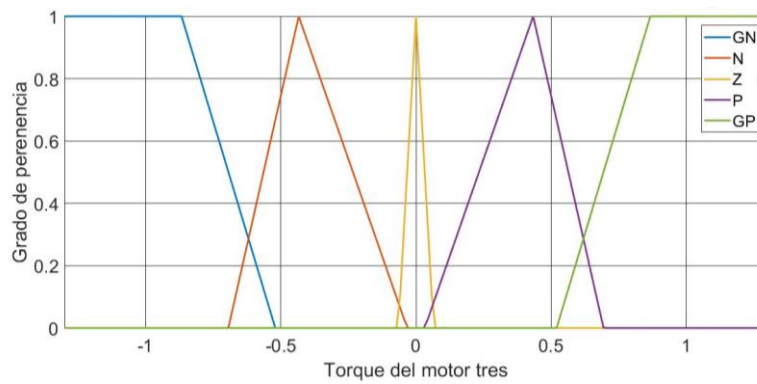


Figura 5.17 Funciones de membresía para el torque del motor tres debido al error en ϕ .

Cabe señalar que el tipo de funciones de membresías empleados, triangulares y trapezoidales, generan un cambio rápido en la desdifusificación; pero al tener las reglas en función del error este cambio rápido se puede contrarrestar con la implementación de un controlador tipo “PD”.

Como se puede ver desde la *Figura 5.4* a la *Figura 5.13* se restringe demasiado el cero para quitar robustez y tener más precisión.

5.2 Desdifusificación

En esta etapa se determinan de pertenencia de las variables de entrada en sus conjuntos difusos asociados en la salida, en otras palabras, se obtiene el valor de las salidas a partir de métodos establecidos, esto se logra partido de las reglas y las funciones de membresía.

En la plataforma de MatLab hay cinco métodos de desdifusificación que son admitidos: centroide, biselector, medio del máximo (el promedio del valor máximo del conjunto de salida), el mayor del máximo y el menor del máximo. Para las simulaciones de este trabajo se utilizó el método de biselector.

Parafraseandola definición que proporciona la ayuda de MatLab, el biselector es la línea vertical que dividirá la región en dos subregiones de área igual. A veces, pero no siempre coincide con la línea centroide, *Figura 5.14*.

El proceso de desdifusificación en fácil de interpretar, el primer paso es ver el grado de pertenencia que se tiene en las entradas tomando en cuenta las reglas y la asociación con una salida(s) se obtiene la superficie de control para la salida(s), *Figura 5.15*.

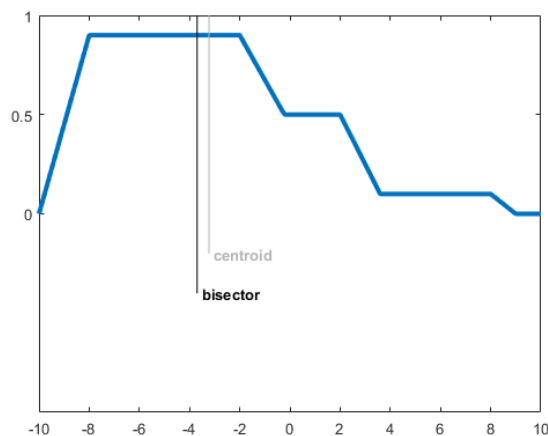


Figura 5.18 Comparación de forma gráfica del método del biselector y el centroide.

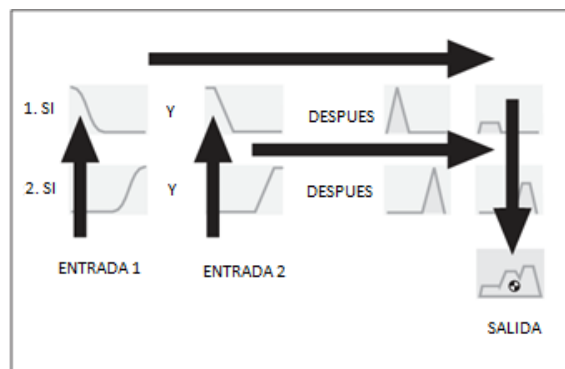


Figura 5.19 Proceso de desdifusificación para obtener la superficie de control en la salida(s).

A continuación, se muestra la superficie de control para los dos torques presentes en las reglas del e_y , e_x y e_ϕ , las cuales son obtenidas a partir de la herramienta de MatLab llama FuzzyLogicToolbox.

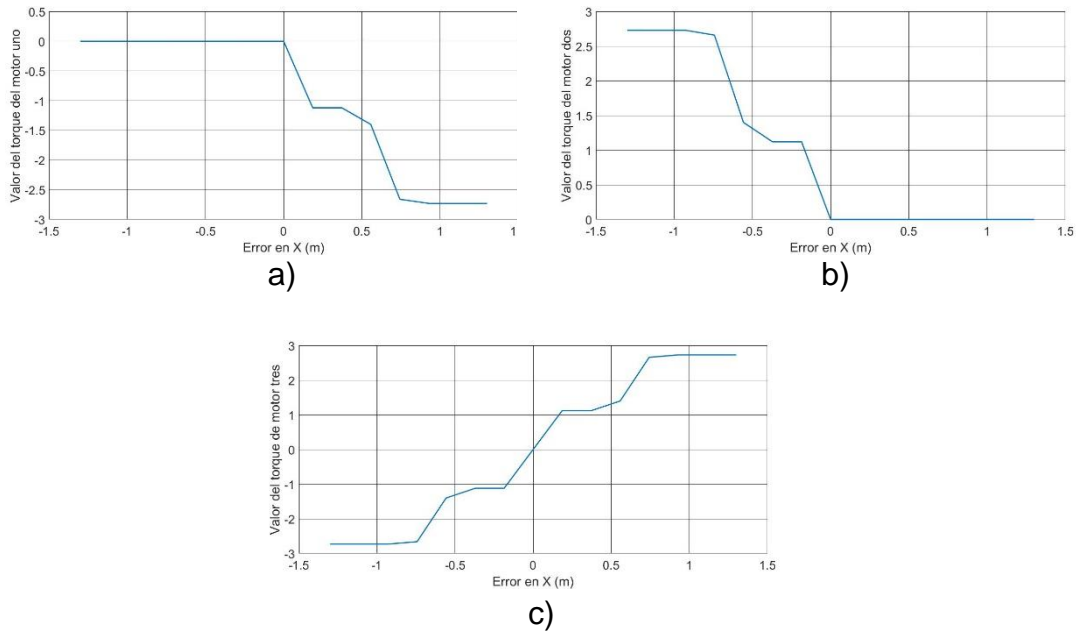


Figura 5.20 Gráficas de la superficie de control; a) e_x vs τ_1 , b) Valor de e_x vs τ_2 y c) Valor de e_x vs τ_3

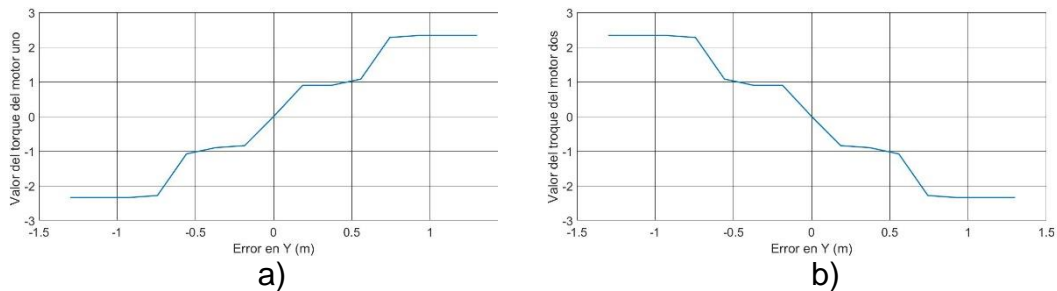


Figura 5.21 Gráficas de la superficie de control; a) e_y vs τ_1 y b) e_y vs τ_2

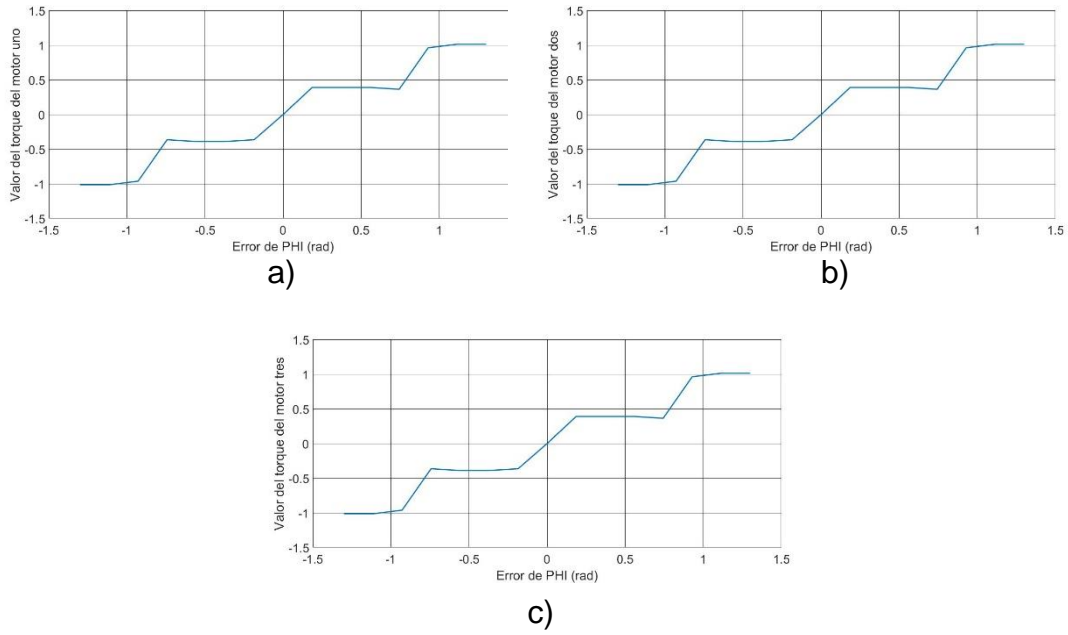


Figura 5.22 Gráficas de la superficie de control; a) e_ϕ vs τ_1 , b) Valor de e_ϕ vs τ_2 y c) Valor de e_ϕ vs τ_3



Capítulo 6 Costos

En el presente capítulo se analiza los costos que conlleva la realización de este proyecto además del cobro que se realizara.



A continuación, se presenta la lista de precios que conllevan los componentes más sobresalientes, *Tabla 6.1*. En la columna de gastos de importación se considera el treinta y cinco por ciento del valor total del producto, solo de los productos importados, con el cual se cubre el IVA y los gastos de transportación.

Tabla 6.1 Costo de los materiales más sobresalientes

Cantidad	Nombre	Precio unitario	Total	Gastos de Importación
1	STM 32F407	\$491.53	\$491.53	\$172.04
1	Multiwi con GPS	\$1299.79	\$1299.79	\$454.93
1	Pila Lipo	\$386.65	\$386.65	\$135.33
3	Motor faulhaber 2342l012cr	\$190.00	\$570.00	0
3	Rueda omnidireccional	\$480.00	\$1440.00	0
3	Hub de montaje para rueda	\$160.00	\$480.00	0
Subtotal			\$4,667.97	\$762.29
Total			\$5,430.26	

La *Tabla 6.2* presenta los costos que conlleva la fabricación de la propuesta de prototipo.

Tabla 6.2 Costo de la fabricación del prototipo.

Cantidad	Nombre	Total
1	Corte laser	\$200.00
1	Acrílico	\$90.00
3	PCB	\$120.00
Total		\$410.00

Se puede notar inmediatamente que la fabricación del prototipo realmente es de bajo costo el gasto económico fuerte es la adquisición de todos los componentes electrónicos.

Cabe señalar que existen prototipos como el de la *Figura 6.1* en el mercado los cuales valen alrededor de \$4,377.666 con gastos de envío y pago de impuestos por importación. En la misma figura se puede ver que solo cuenta con los motores y las ruedas omnidireccionales, haciendo una analogía rápida la construcción de la propuesta de prototipo con esas mismas componentes sale en \$2,900.00 pesos mexicanos, con los datos mencionados podemos decir que se reduce drásticamente el valor de prototipo propuesto.



Figura 6.1 Prototipo existente comercialmente fabricado en China.

Hablando de los costos que conlleva el diseño tanto del prototipo y del control se obtiene la siguiente *Tabla 6.3*.

Tabla 6.3 Costo de ingeniería.

Costo de ingeniería			
Nombre	Cantidad	Costo unitario	Total
Diseño en CAD	3 horas	3000	\$9,000.00
Diseño del controlador	50 horas	500	\$25,000.00
Mano de obra	40 horas	400	\$16,000.00
Programación y simulación	10 horas	900	\$9,000.00
Total			\$59,000.00

El cobro por el proyecto sería \$67,122.27 + IVA el cual contempla el costo de ingeniería mostrado en la *Tabla 6.3*, el costo de los materiales mostrados en la *Tabla 6.2* y un cincuenta por ciento del costo de los materiales tratando así de evitar un alza en los precios o la compra inesperada de componentes por algún desperfecto en la puesta en marcha.



Capítulo 7 Análisis de resultados y conclusiones

En el presente capítulo se analiza la respuesta del sistema obtenida al aplicar la estrategia de control propuesta ante diferentes trayectorias mediante simulación.

Los resultados obtenidos son los mostrados en la *Figura 7.3* se puede ver que se presentan desviaciones respecto a la referencia dentro de la primera vuelta. Esto se puede apreciar mejor en la *Figura 7.1* y *Figura 7.2* las cuales son gráficas de los errores presentes en x y y . Las simulaciones fueron realizadas con los siguientes valores son:

$L = 0.115 \text{ m}$	Distancia del centro del robot al centro de la masa de la rueda
$M_p = 3 \text{ Kg}$	Masa total del robot
$I_p = 0.01215 \text{ Kg m}^2$	Inercia del robot
$r = 0.03 \text{ m}$	Radio de la rueda
$I_r = 0.00463 \text{ kg m}^2$	Inercia de la rueda

Para lograr la simulación las condiciones iniciales son igual a cero para los dos ejes es por ello por lo que el robot omnidireccional tiene la ubicación inicial en el origen de las coordenadas, las señales a seguir es un *coseno* en el eje X y un *seno* en el eje Y que originan una circunferencia en el plano de referencia, esto se puede observar mejor en la *Figura 7.3*.

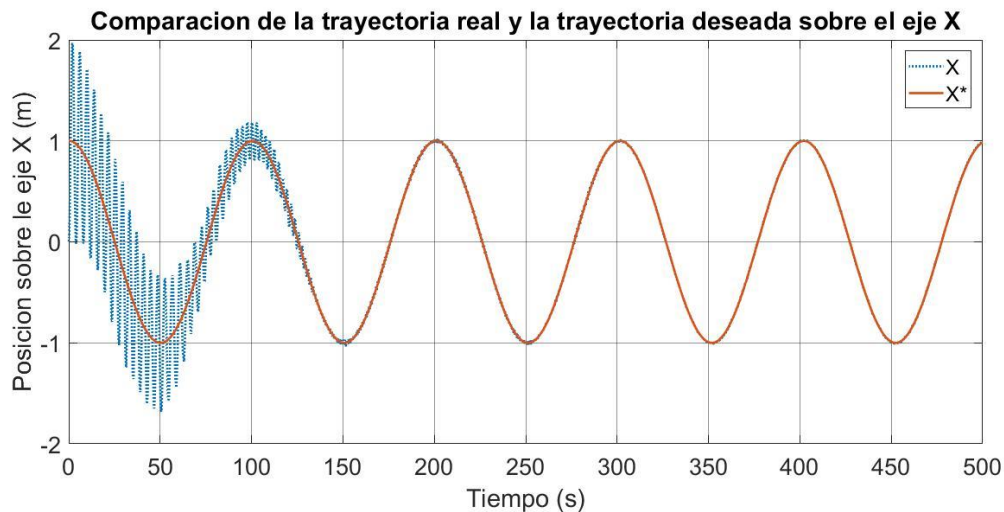


Figura 7.1 Gráfica de los valores de X^* (trayectoria deseada) y valores de X (trayectoria real).



Figura 7.2 Gráfica de los valores de Y^* (trayectoria deseada) y valores de Y (trayectoria real).

Como se puede apreciar en la *Figura 7.1* y *Figura 7.2* el seguimiento de trayectoria de se logra después del segundo 130 cuando el error es muy cercano al cero, *Figura 7.3*. Cabe señalar que el ángulo de rotación deseado es cero.

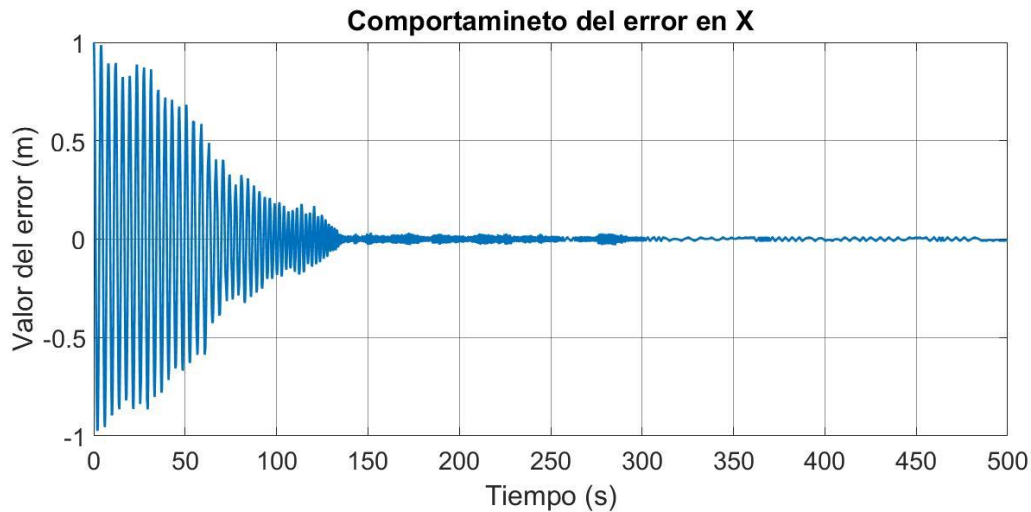


Figura 7.3 Gráfica del comportamiento del error en el eje X en el seguimiento de trayectoria.

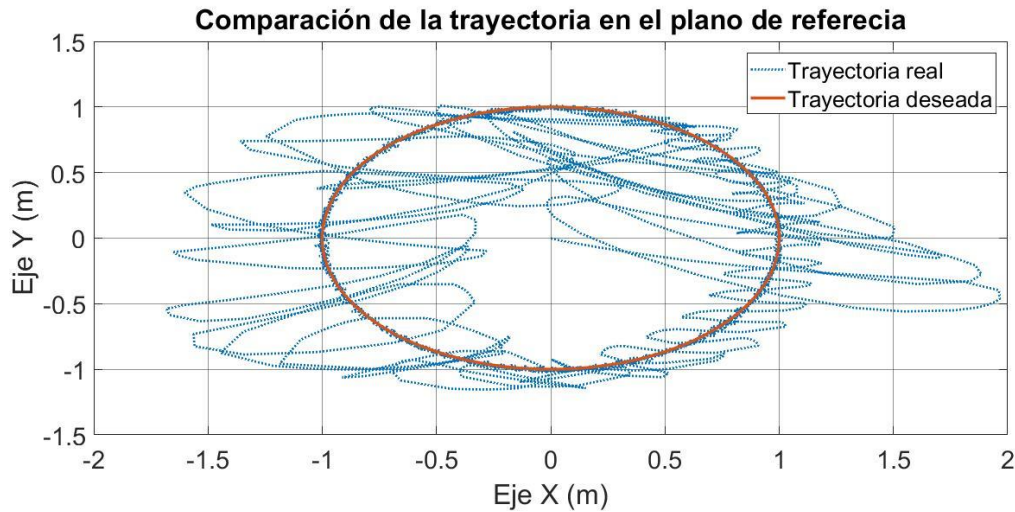


Figura 7.4 Gráfica completa del seguimiento de trayectoria.

Con lo mostrado con anterioridad se puede decir que el controlador propuesto funciona de manera aceptable en condiciones ideales, sin ninguna perturbación existente. Por otro lado, teóricamente el controlador propuesto puede compensar una perturbación de máximo un metro con treinta centímetros, pero eso pondría en condiciones críticas el controlador propuesto, para no llegar al punto crítico del controlador y no tener condiciones ideales para el sistema se propone una perturbación de 0.5 m al segundo 200 sobre el eje Y, Figura 7.5.

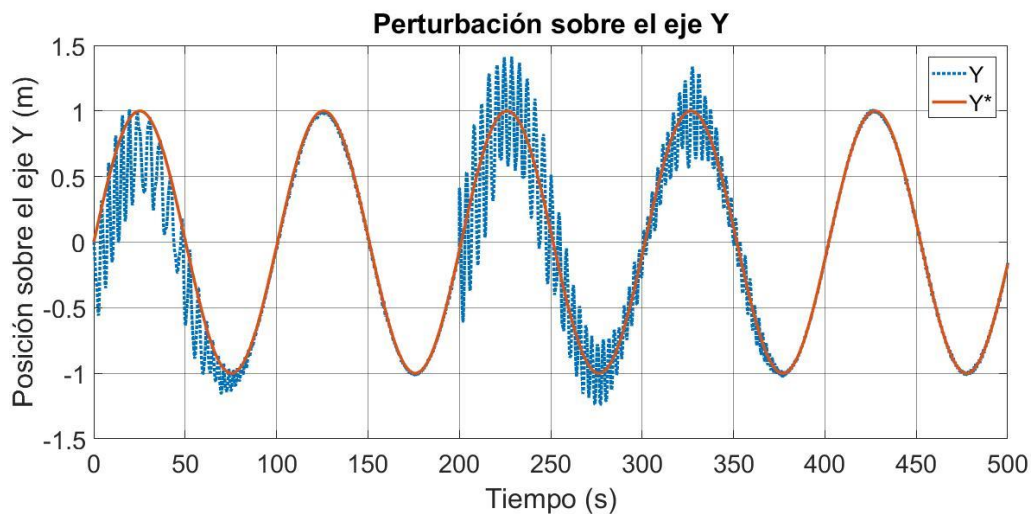


Figura 7.5 Perturbación en la posición de Y al segundo 200 con un valor de 0.5 m.

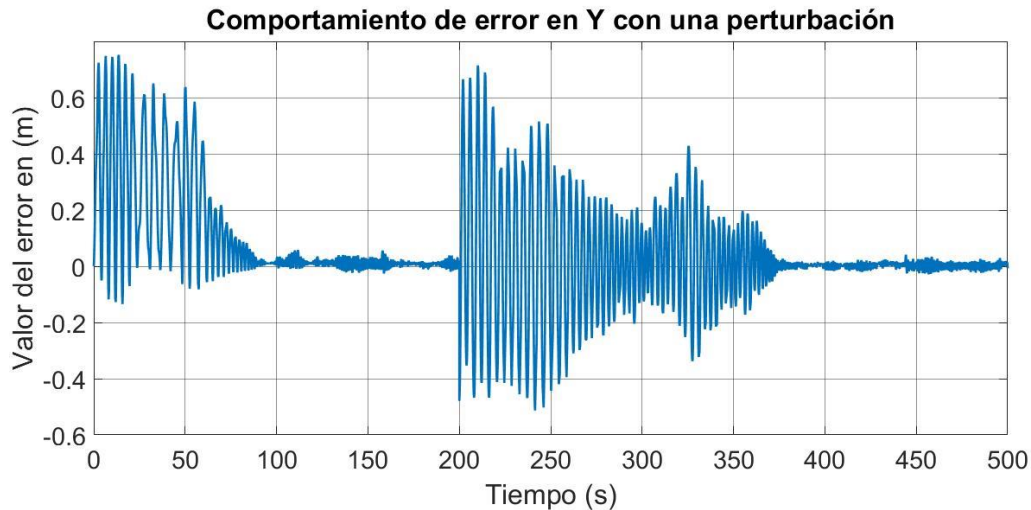


Figura 7.6 Gráfica del comportamiento del error en el eje Y en el seguimiento de trayectoria con perturbación al segundo 200.

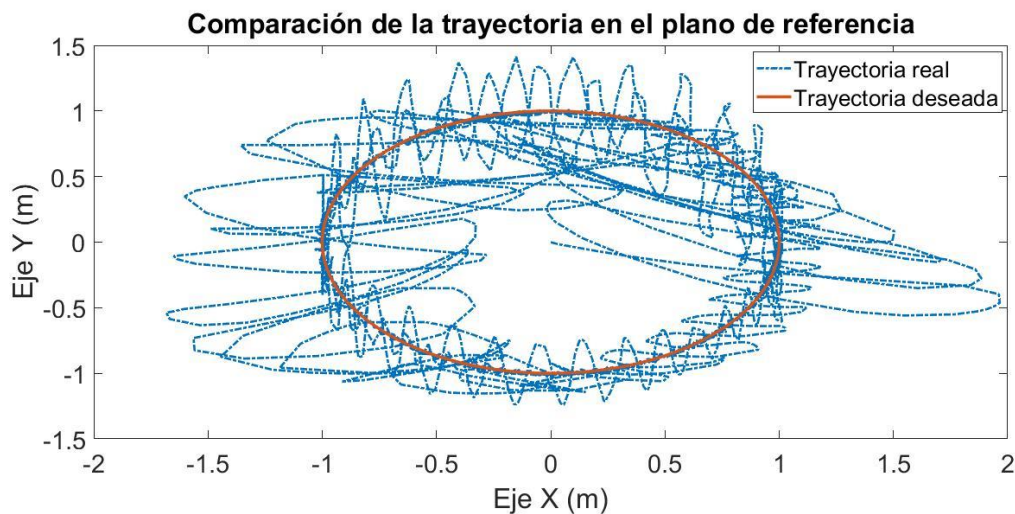


Figura 7.7 Seguimiento de la trayectoria de un círculo con una perturbación al segundo 200.

La perturbación fue compensada sin ningún problema en menos de ciento ochenta segundos que equivalen aproximadamente a una vuelta, como se mencionaba teóricamente la perturbación más grande que puede soportar es de un metro con treinta centímetros en cualquiera de sus ejes todo como consecuencia directa del rango del matiz de reglas difusas (FAM), dado que su de funcionalidad está basada en el error y el rango de error presentado en estas es $[-1.3, 1.3]$.



7.1 Conclusiones

Llegado a este punto del trabajo presentando, se puede afirmar que, en función de los objetivos y la metodología propuesta al inicio de este trabajo se cumplió con el diseño de un controlador difuso, en este caso por falta de tiempo solo se llegó a un controlador difuso tipo “P”.

El seguimiento de trayectoria se complicó un poco por la sintonización de forma a priori del controlador, pero de igual forma se dio de una forma satisfactoria; el seguimiento de una circunferencia se logró utilizando las funciones trigonométricas de seno y coseno como las señales de referencia.

En cuanto a la construcción de un prototipo de un robot omnidireccional, se realizó uno de baja fidelidad presentando solo, con palabras coloquiales, el esqueleto del robot en cuestión que nos da una gran idea para trabajos futuros.

La instrumentación fue difícil de seleccionar por el amplio mercado que hay en sensores, se buscaron sensores capaces de cumplir con las necesidades que se tienen y que estos sensores no sobrepasaran la necesidad misma evitando así en términos monetarios un gasto innecesario. En este punto se puede decir que de igual forma se cumplió con el objetivo planteado al inicio.

Se piensa que las perturbaciones iniciales se pueden corregir haciendo que el mismo ángulo rote a lo largo del tiempo. Teóricamente al hacer girar el robot móvil el seguimiento de trayectoria se facilita, al inicio del trabajo de este trabajo se planeó, pero al momento de formular las reglas el diseño se complicó, es por ello; que es necesario realizar pruebas físicas para tener una mejor apreciación del comportamiento del robot en los diferentes casos que se puedan llegar a presentar.

En las investigaciones previas a la realización del trabajo el control de un robot omnidireccional se restringe a un PID, en la mayoría de los casos, este trabajo aporta, además de una metodología de cómo implementar un controlador difuso que puede ser usado para la elaboración y diseño de más controladores difusos aplicados a diferentes sistemas, aporta las siguientes generaciones de estudiantes del Instituto Politécnico Nacional material para abrir el margen de estudio para este tipo de robots dentro de la unidad.



7.2 Trabajos Futuros

Retomando la parte del controlador y para su mejoramiento, se pueden hacer dos cosas para corregir las grandes variaciones presentes al inicio una de ellas es la rotación del móvil a lo largo del tiempo la cual ya se explicó, la segunda es la implementación de un controlador difuso tipo PID al realizar la implementación del mismo se cree que al tener las acciones de integración y derivación dentro del controlador se puede hacer más suave el posicionamiento en X y Y , originando que el error sea muy pequeño con tendencia a cero. Explicando un poco más a fondo el funcionamiento de la acción derivativa que se anticipa al cambio de error se disminuye el error en estado transitorio reduciendo así las oscilaciones presentes al inicio y con la acción integral el error en estado permanente.

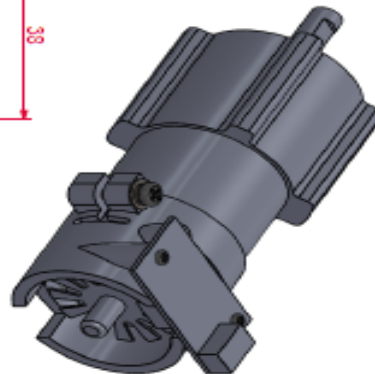
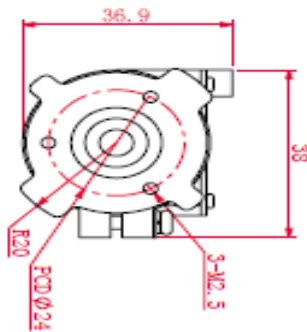
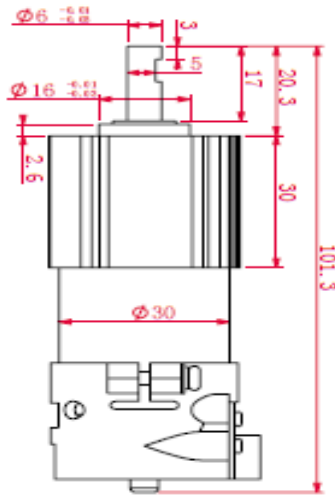
Hablando de costos del prototipo, se tiene un precio relativamente barato de la fabricación en comparación con el comercial sin meter gastos de diseño. Pero el material presentado en el prototipo de igual forma se puede mejorar dependiendo del uso que se le dé al robot omnidireccional, que puede ser desde un simple juguete a un robot de mensajería en oficina.

Las ruedas son una parte primordial para el funcionamiento del robot omnidireccional es por ello por lo que una buena selección de las mismas lograría un mejor comportamiento en las diferentes áreas de superficie donde se puede llegar a ocupar.

APENDICE

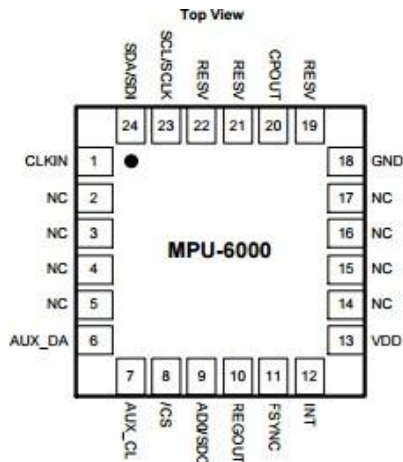
Apéndice A “MotorFaulhaber 231012cr”

Dimensiones del motor Faulhababer.

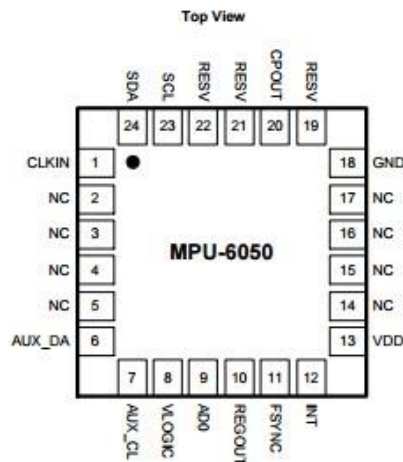


Apendice B “SENSOR MPU6050”

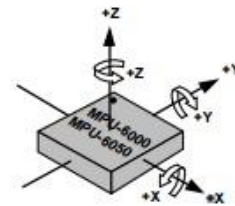
Dimensiones del sensor MPU6050



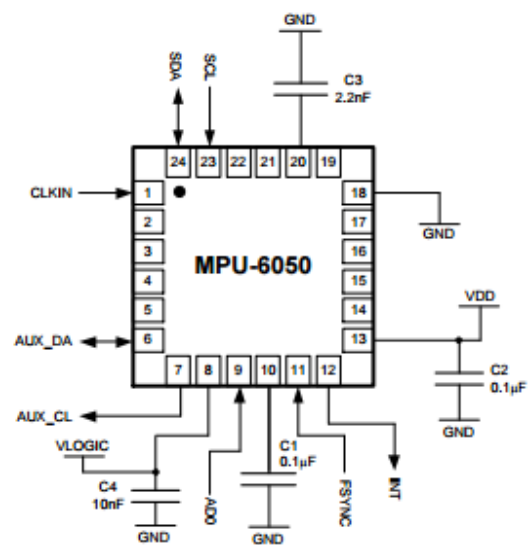
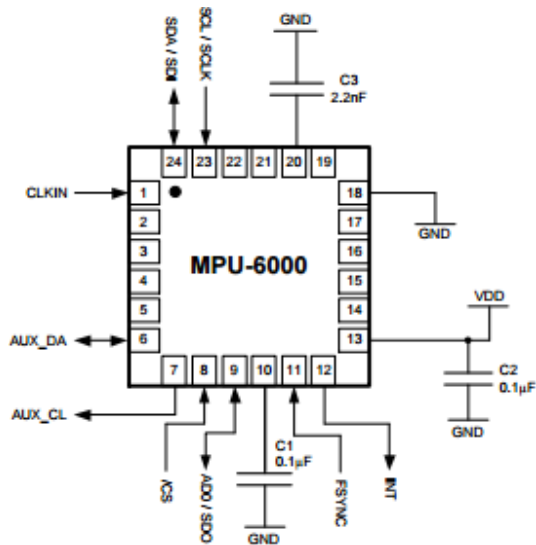
QFN Package
24-pin, 4mm x 4mm x 0.9mm



QFN Package
24-pin, 4mm x 4mm x 0.9mm

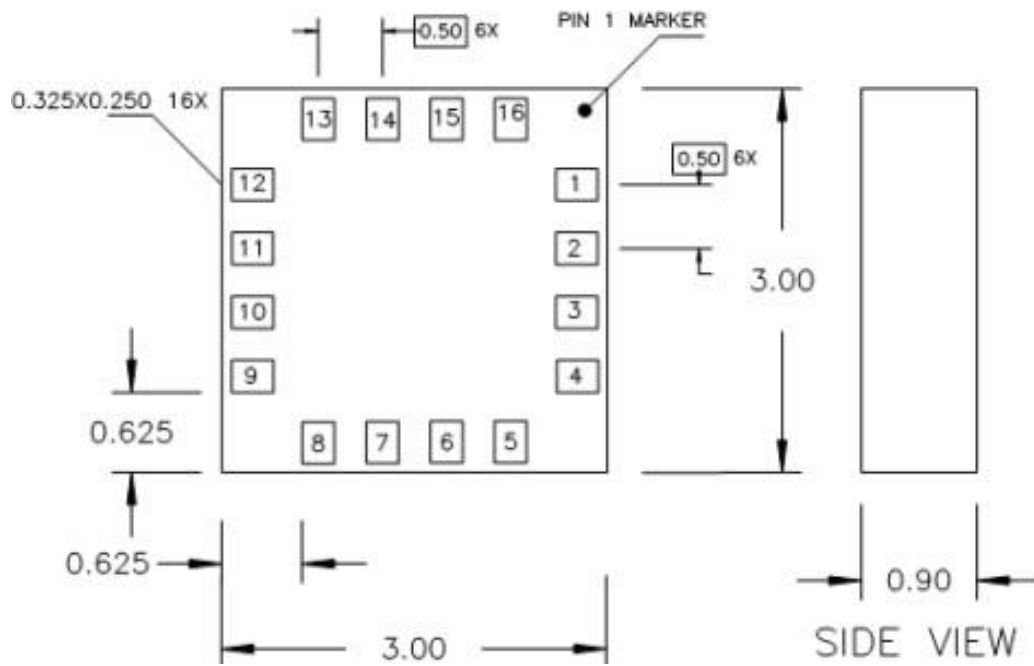


Orientation of Axes of Sensitivity and
Polarity of Rotation



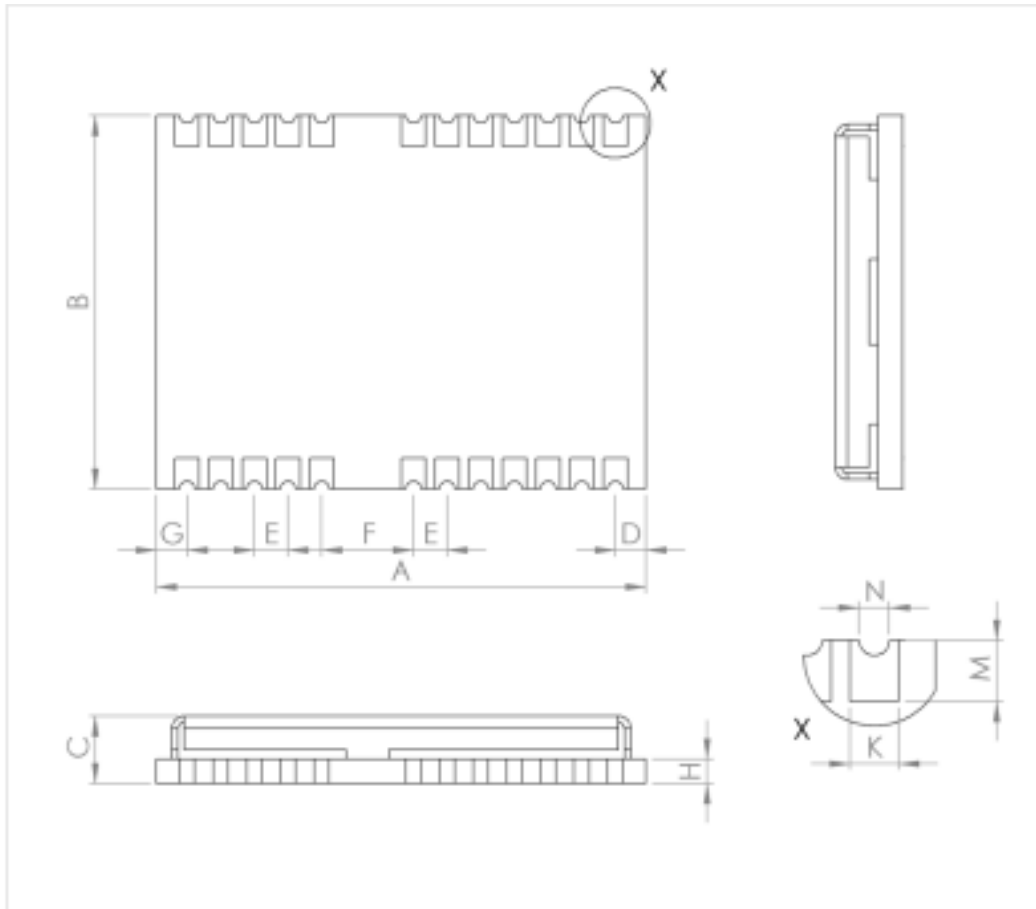
Apendice C “SENSOR HMC5883L-TR”

Dimensiones del sensor HMC5883L-TR



Apendice D “GPS U-BLOX NEO 6”

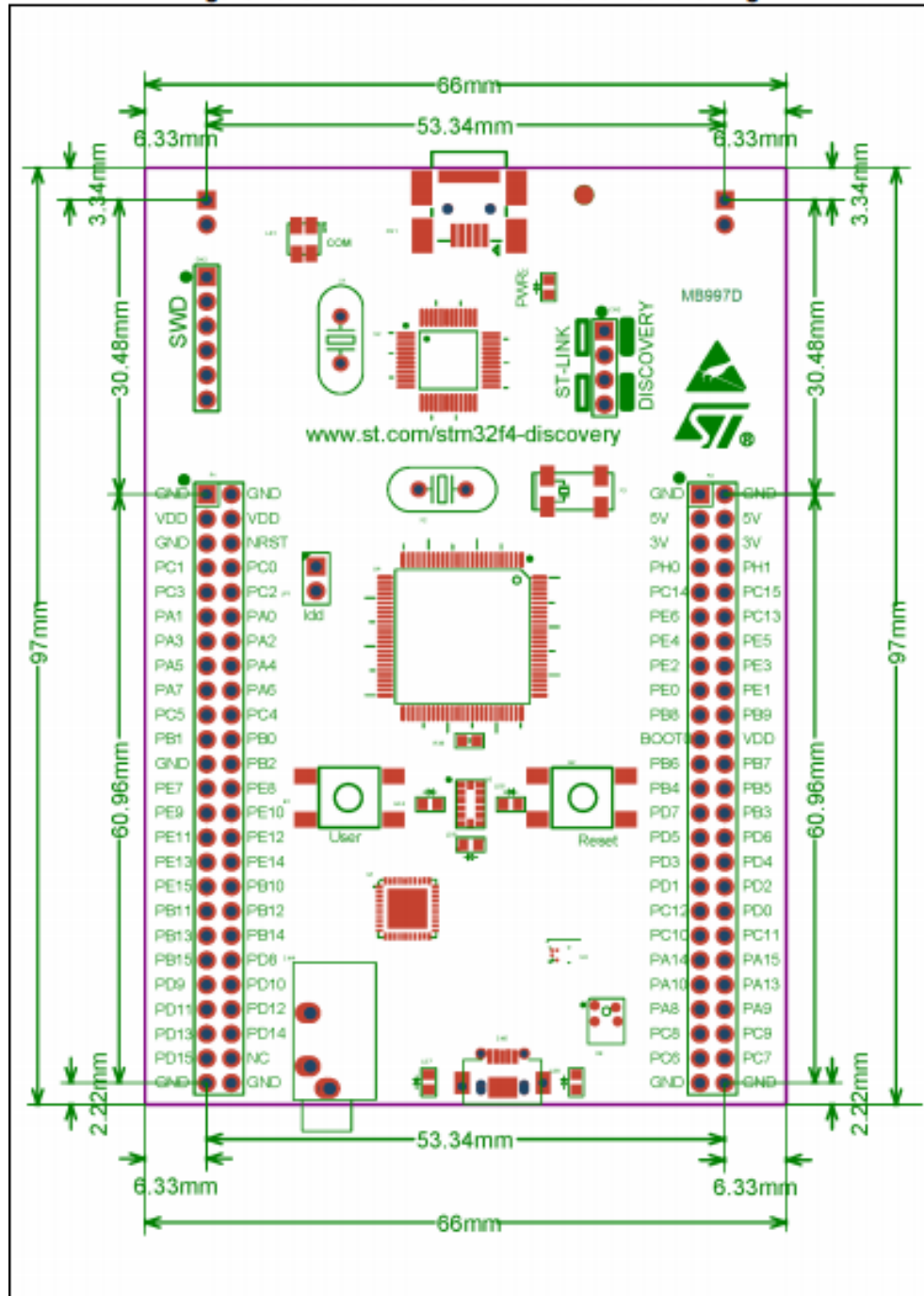
Dimensiones del GPS U-blox neo 6



Symbol	Min. (mm)	Typ. (mm)	Max. (mm)
A	15.9	16.0	16.6
B	12.1	12.2	12.3
C	2.2	2.4	2.6
D	0.9	1.0	1.3
E	1.0	1.1	1.2
F	2.9	3.0	3.1
G	0.9	1.0	1.3
H		0.82	
K	0.7	0.8	0.9
M	0.8	0.9	1.0
N	0.4	0.5	0.6
Weight		1.6g	

Apendice E “TARJETA DE DESARROLLO STM32F4 DISCOVERY”

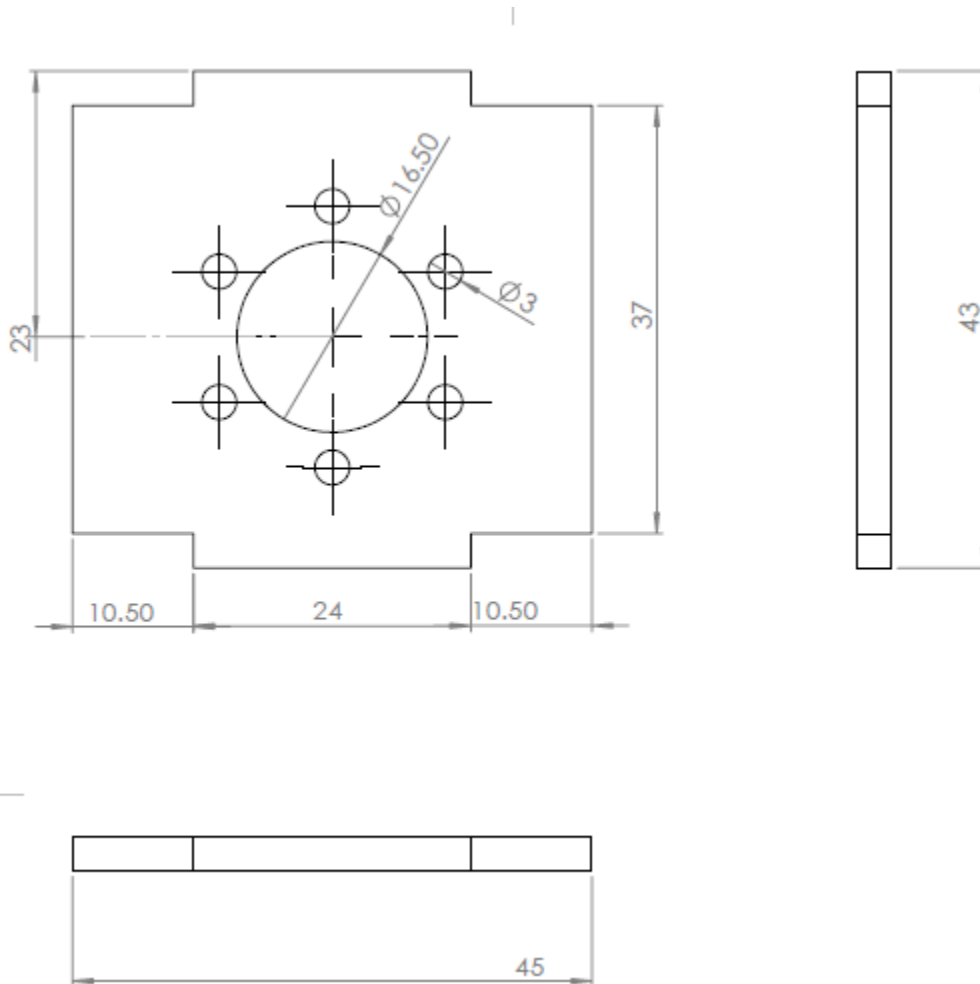
Dimensiones de la tarjeta de desarrollo STM32f4 discovery



Apendice F “Planos del prototipo”

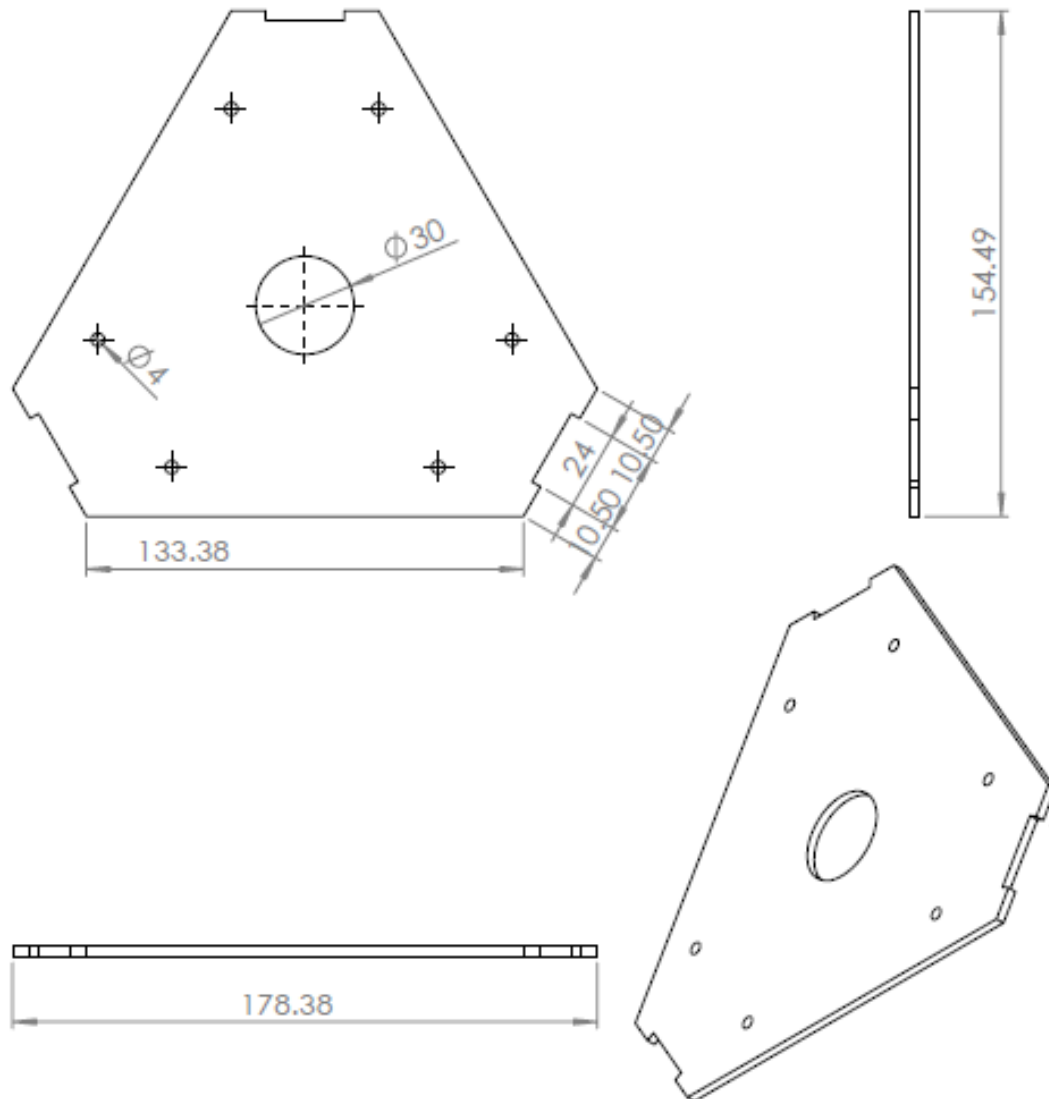
Soporte, montaje del motor.

NOTA: Las medidas del prototipo estan dadas en milímetros.



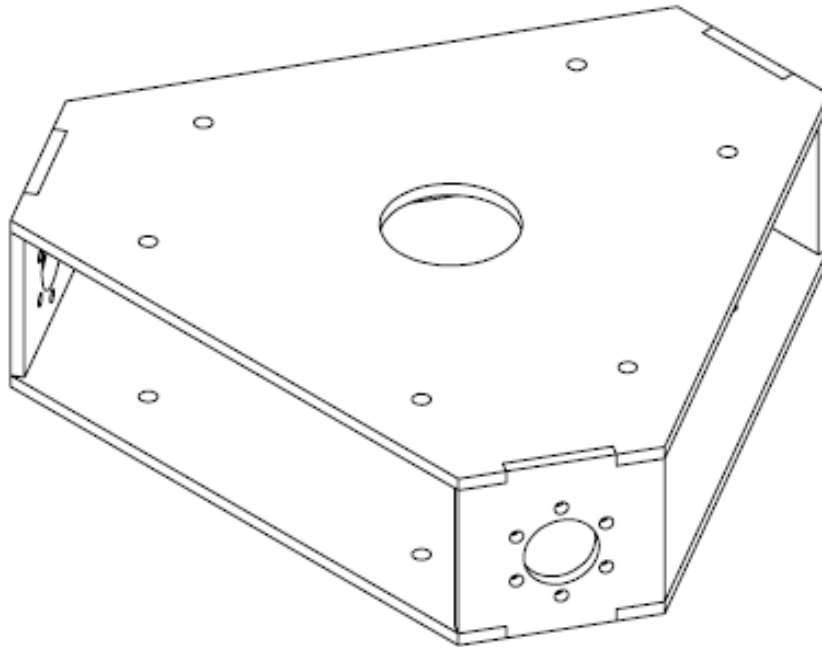
Soporte, montaje del motor.

NOTA: Las medidas del prototipo estan dadas en milímetros.

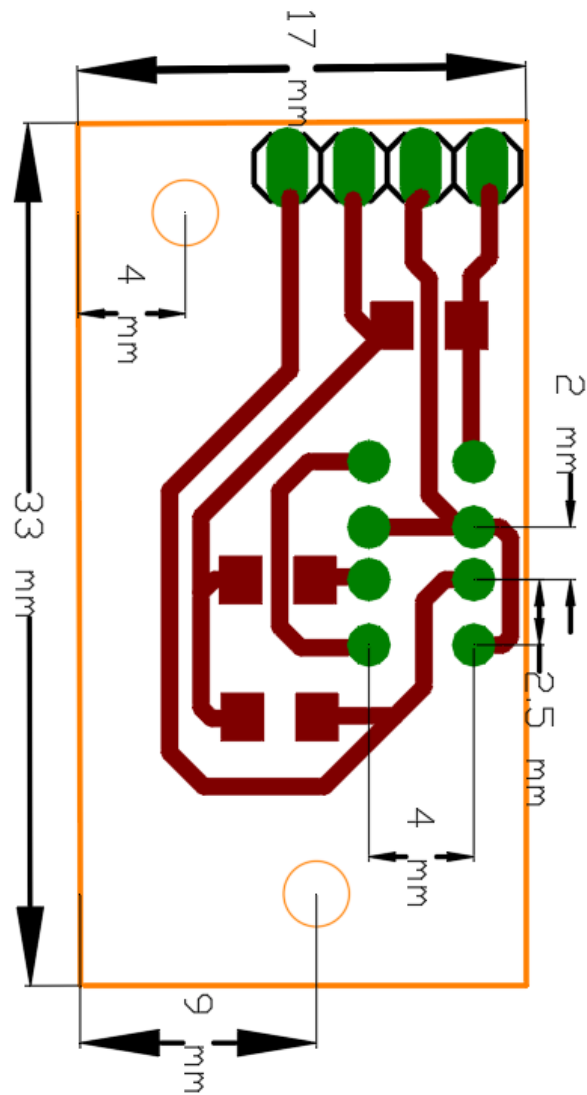




Estructura del prototipo armado.



Apendice G “Medidas del reacondicionamiento del encoder”





Referencias

- [1] NAARTH R. Apuntes Robótica II, Facultad de Ingeniería macarrónica Universidad Nacional de Cuyo (2014)
- [2] Wit, C. C. d., B. Siliciano, et al.. Theory of Robot Control. B. W. Dickinson. Great Britain, Springer: 392. (1997)
- [3] A. O. Baturone. Robótica manipuladores y robots móviles. Barcelona, España, Marcombo. (2001)
- [4] A. E. A. Suárez and A. M. B. Sánchez (2015). Plataforma Móvil Omnidireccional de cuatro Llantas Suecas en Configuración "AB". Mecatrónica. México, Universidad Nacional Autónoma de México: 98 págs
- [5] J. Grabowiecki. *Patente n° 1305535*. USA (3 de Jun de 1919).
- [6] R. Rojas (s.f.). A short history of omnidirectional wheels.
- [7] S. M. Killough; F. G. Pin. A New Family of Omnidirectional and Holonomic Wheel Platforms for Mobile Robots. *IEEE*, 10(4), (1994) 480–489
- [8] H. M., B. *Patente n° 862,032*. US (23 de Sep de 1980).
- [9] J. F. Blumrich. *Patente n° 244519*. USA (05 de Feb de 1974).
- [10] P. Muir., & C. Neuman. Kinematic Modeling of Wheeled Mobile Robots. *Journal of Robotic Systems*, 4, 281-340. (1987).
- [11] V. Muñoz Martínez , G. Gil-Gómez, & A. García Cerezo. (s.f.). MODELADO CINEMATICO Y DINAMICO DE UN ROBOT MÓVIL OMNI-DIRECCIONAL. *Instituto Andaluz de Automática y Robótica*.
- [12] *Vexrobotics* . (s.f.). Recuperado el 4 de 10 de 2017, de <http://www.vexrobotics.com.mx/vex/Producto/276-1902.html>.
- [13] *Vexrobotis*. (s.f.). Recuperado el 4 de 10 de 2017, disponible en <http://www.vexrobotics.com.mx/vex/Producto/276-1447.html> .
- [14] G. Morales Luna Introducción a lógica difusa. Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN (CINVESTAV-IPN) 17 de febrero 202.
- [15] T. J. Ross, Fuzzy Logic with engineering application Ed. WILEY 3rd 2010.
- [16] A. Zilouchian, M. Jamshidi Intelligent control system using soft-computing Ed. CRC 2001.



- [17] B. García García. Diseño y construcción de un robot móvil controlado con técnicas de lógica difusa implementadas en un FPGA. Instituto Politécnico Nacional.
- [18] <http://www.forosdeelectronica.com/f16/encoders-informacion-tecnica-25/>, Año 2011.
- [19] FAULHABER datasheet series 2342 CR Año 2017.
- [20] 2019. [Online]. Available: [http:// hobbyking.com/es-es/multiwii-pro-flight-controller-w-mtk-gps-module.html?-store=es-es](http://hobbyking.com/es-es/multiwii-pro-flight-controller-w-mtk-gps-module.html?-store=es-es). [Accessed: 23- May- 2018]
- [21] Anon. [online] Available at: [http:// hobbyking.com/es-es/multiwii-pro-flight-controller-w-mtk-gps-module.html?-store=es-es](http://hobbyking.com/es-es/multiwii-pro-flight-controller-w-mtk-gps-module.html?-store=es-es) [Accessed 23 May. 2018].
- [22] Drokek, Multiwii, datasheet, 2012. [Online]. Disponible: <https://droket.com/ftp/Guide%20FC-EN.pdf>. [Accessed: 23- May- 2018]
- [23] InvenSense MPU-6000 series, datasheet 2013. [Online]. Disponible: <https://www.invensense.com/wp-content/uploads/2015/02/MPU-6000-Datasheet1.pdf>. [Accessed: 23- May- 2018]
- [24] Honeywell, 3-Axis Digital Compass IC HMC5883L, datasheet, Febrero 2013 [Online]. Disponible: https://cdn-shop.adafruit.com/datasheets/HMC5883L_3-Axis_Digital_Compass_IC.pdf. [Accessed: 23- May- 2018]
- [25] U-blox, Neo-6, datasheet, disponible: http://ec-mobile.ru/user_files/File/u-blox/NEO-6_DataSheet_%28GPS.G6-HW-09005%29.pdf. [Accessed: 23- May- 2018]
- [26] ST, STM32F4Discovery, datasheet, Mayo 2017 disponible: http://www.st.com/content/ccc/resource/technical/document/user_manual/70/fe/4a/3f/e7/e1/4f/7d/DM00039084.pdf/files/DM00039084.pdf/jcr:content/translations/en.DM00039084.pdf. [Accessed: 23- May- 2018]
- [27] M. Velasco-Villa , H. Rodríguez-Cortés, I. Estrada-Sánchez y H. Sira-Ramírez, «Trajectory-Tracking Dynaic Control of an Omnidirectional Mobile Robot,» de 13th Annu, Conference of the IEEE and. Electronics Soc, Porto,Portugal, 2009.
- [28] Mecanica Alex S. Poznyak March 12, 2001
- [29] C. Canudas, B. Siciliano, G. Bastín, B. Brogliato, G. Campion, B. D'Andrea-Novel, A. D. Luca, W. Khalil, R. Lozano, R. Ortega, C. Samson y P. Tomei, Theory of robots Control, London: Springer-Verlag, 1996.
- [30] B. Siciliano , L. Sciavicco, L. Villani y G. Oriolo, Robotics.Modelling, Planing and Control, Londo: Springer, 2009.



- [31] A. Jaramillo Botero , Descripciones y Transformaciones Espaciales, 2005.
- [32] G. Campion, G. Bastin y B. D'Andréa-Novel, «Structural properties and clasification of kineatics and dynamics models of wheeled mobile robots,» IEEE Transactions on Robotics and Automation , vol. 12, nº 1, pp. 46-61, 1996.
- [33] R. L. Norton, DISEÑO DE MAQUINAS, Un enfoque integrado, México : Pearson , 2011.
- [34] Sira-Ramirez, «Real-Time Linear Control of the Omnidirectional Mobiel Robot,» 2010.