



# INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

---

---

**ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA  
MECÁNICA Y ELÉCTRICA**

**UNIDAD PROFESIONAL “ADOLFO LÓPEZ MATEOS” ZACATENCO**

**“REVISIÓN DE MODELOS DE POTENCIA EN  
RÉGIMEN NO SINUSOIDAL SEGÚN SU  
CAMPO DE APLICACIÓN”**

**T E S I S**

**PARA OBTENER EL TÍTULO DE:  
INGENIERO ELECTRICISTA**

**PRESENTA:**

**ITZEL JULIANA ROMERO VALENCIA**

**ASESORES:**

**M. EN C. IVÁN ARCHUNDIA ARANDA**

**ING. OSCAR CABALLERO HERNÁNDEZ**

**CIUDAD DE MÉXICO, JUNIO 2022**



**INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**  
**ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA**  
**UNIDAD PROFESIONAL "ADOLFO LÓPEZ MATEOS"**

**TEMA DE TESIS**

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE INGENIERO ELECTRICISTA  
POR LA OPCIÓN DE TITULACIÓN TESIS Y EXAMEN ORAL INDIVIDUAL  
DEBERA (N) DESARROLLAR C. ITZEL JULIANA ROMERO VALENCIA

**"REVISIÓN DE MODELOS DE POTENCIA EN RÉGIMEN NO SINUSOIDAL SEGÚN SU CAMPO DE APLICACIÓN"**

ANALIZAR DIFERENTES MODELOS DE POTENCIA EN RÉGIMEN NO SINUSOIDAL SEGÚN SU CAMPO DE APLICACIÓN.

- ❖ INTRODUCCIÓN METODOLÓGICA
- ❖ ESTUDIO DE LOS MODELOS DE POTENCIA EN CONDICIONES NO SINUSOIDALES
- ❖ COMPARACIÓN DE LOS MODELOS DE POTENCIA
- ❖ CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES
- ❖ MEMORIA DE CÁLCULO

CIUDAD DE MÉXICO, A 23 DE JUNIO DE 2022.

**ASESORES**

  
M. EN C. IVÁN ARCHUNDIA  
ARANDA

  
ING. OSCAR CABALLERO  
HERNÁNDEZ

  
ING. BULMARO SÁNCHEZ HERNÁNDEZ  
JEFE DE LA CARRERA DE  
INGENIERÍA ELÉCTRICA



## Autorización de uso de obra

**Instituto Politécnico Nacional**

**P r e s e n t e**

Bajo protesta de decir verdad la que suscribe **ITZEL JULIANA ROMERO VALENCIA** manifiesto ser autora y titular de los derechos morales y patrimoniales de la obra titulada **"REVISIÓN DE MODELOS DE POTENCIA EN RÉGIMEN NO SINUSOIDAL SEGÚN SU CAMPO DE APLICACIÓN"**, en adelante **"La Tesis"** y de la cual se adjunta en un impreso y un CD, por lo que por medio del presente y con fundamento en el artículo 27 fracción II, inciso b) de la Ley Federal del Derecho de Autor, otorgo al **Instituto Politécnico Nacional**, en adelante **El IPN**, autorización no exclusiva para comunicar y exhibir públicamente total o parcialmente en medios digitales o en cualquier otro medio; **PARA EN APOYAR FUTUROS TRABAJOS RELACIONADOS CON EL TEMA** de **"La Tesis"** por un periodo de **10 años** contado a partir de la fecha de la presente autorización, dicho periodo se renovará automáticamente en caso de no dar aviso expreso a **El IPN** de su terminación.

En virtud de lo anterior, **El IPN** deberá reconocer en todo momento mi calidad de autora de **"La Tesis"**.

Adicionalmente, y en mi calidad de autora y titular de los derechos morales y patrimoniales de **"La Tesis"**, manifiesto que la misma es original y que la presente autorización no contraviene ninguna otorgada por la suscrita respecto de **"La Tesis"**, por lo que deslindo de toda responsabilidad a **El IPN** en caso de que el contenido de **"La Tesis"** o la autorización concedida afecte o viole derechos autorales, industriales, secretos industriales, convenios o contratos de confidencialidad o en general cualquier derecho de propiedad intelectual de terceros y asumo las consecuencias legales y económicas de cualquier demanda o reclamación que puedan derivarse del caso.

Ciudad de México, a 22 de agosto de 2022.

**Atentamente**



**ITZEL JULIANA ROMERO VALENCIA**

## **Agradecimientos.**

*Mis más sinceros agradecimientos...*

*A mi asesor técnico Iván Archundia Aranda por su apoyo y asesoría en la realización de este trabajo.*

*Al Instituto Politécnico Nacional por las fuentes de información, licencias y el apoyo económico recibido durante la carrera.*

*A los Maestros que impartieron su conocimiento con paciencia y dedicación.*

*A toda mi familia por darme ánimo durante este proceso y a mis amigos de toda la vida que me acompañan desde siempre.*

## **Dedicatorias.**

*A mi madre Sandra por todo el amor y paciencia incondicional, por los valores y principios que se me ha inculcado durante toda mi vida.*

*A mi tía Ana María por guiarme con sabiduría y ser un apoyo incondicional.*

*A mis amigos de la vida y la carrera, por el apoyo diario*

*A mi pareja Iván la persona que me entrega su amor y cariño, porque todo a tu lado es mejor, por todos los momentos que has estado conmigo, por todas las atenciones, paciencia y ternura que me das cada día.*

## **Resumen.**

En este trabajo se presenta una revisión de los modelos de potencia en régimen no sinusoidal, debido a que, en la actualidad, aún no hay un modelo general que contemple todos los casos de estudio posibles. Se exponen los modelos más relevantes según su campo de aplicación junto con dos casos de estudio.

# Índice

<i>Capítulo 1. Introducción.</i>	8
Planteamiento del Problema	8
Justificación	8
Alcance	8
Objetivo General	9
Objetivos Particulares	9
Antecedentes	9
Simbología Principal.	10
<i>Capítulo 2. Modelos de Potencia en Condiciones No Sinusoidales.</i>	11
2.0. Introducción	11
2.0.1. Potencia en Condiciones Sinusoidales.	11
2.0.2. Potencia en Condiciones No Sinusoidales.	12
2.1. Modelo de Potencia de Budeanu (1927).	13
Ejemplo 2.1. Modelo de Potencia de Budeanu [8]	14
2.2. Modelo de Potencia de Fryze (1932).	16
Ejemplo 2.2. Modelo de Potencia de Fryze [4]	17
2.3. Modelo de W. Shepherd y P. Zakikhani (1972).	18
2.4. Modelo de D. Sharon (1973).	20
2.5. Modelo de Leszek. S. Czarnecki (1987).	21
Ejemplo 2.3. Modelo de Czarnecki [18].	22
2.6. Modelo del IEEE 1459-2010 (2000-2010).	24
2.7. Modelo de Potencia Basado en la Potencia Instantánea (2015).	27
2.8. Modelo de la Teoría de Potencia Conservativa (CPT) (2003-2018).	29
2.9. Resumen del Capítulo 2	31
2.10. Ejemplo 2.4. Ejemplo ilustrativo para todos los Modelos de Potencia.	34
<i>Capítulo 3. Comparación de los Modelos de Potencia.</i>	36
1 <sup>er</sup> Caso de Estudio.	36
Valores de la potencia activa, aparente y el factor de potencia del 1er caso de estudio	39
Valores de la potencia reactiva, de distorsión y no activa del 1er caso de estudio	40
Valores de la potencia reactiva para el 1 <sup>er</sup> Caso de Estudio	42
2 <sup>do</sup> Caso de Estudio.	37
Valores de la potencia activa, aparente y el factor de potencia del 2do caso de estudio	39
Valores de la potencia reactiva, de distorsión y no activa del 2do caso de estudio	41
Valores de la potencia reactiva para el 2 <sup>do</sup> Caso de Estudio	42

<b>3.0. Resumen del Capítulo 3</b>	<b>43</b>
<b>3.1. 1<sup>er</sup> Caso de Estudio (Subcaso A)</b>	<b>43</b>
<b>3.2. 1<sup>er</sup> Caso de Estudio (Subcaso B)</b>	<b>43</b>
<b>3.3. 1<sup>er</sup> Caso de Estudio (Subcaso C)</b>	<b>43</b>
<b>3.4. 1<sup>er</sup> Caso de Estudio (Subcaso D)</b>	<b>43</b>
<b>3.5. 2<sup>do</sup> Caso de Estudio (Subcaso A)</b>	<b>44</b>
<b>3.6. 2<sup>do</sup> Caso de Estudio (Subcaso B)</b>	<b>44</b>
<b>3.7. 2<sup>do</sup> Caso de Estudio (Subcaso C)</b>	<b>45</b>
<b>3.8. 2<sup>do</sup> Caso de Estudio (Subcaso D)</b>	<b>45</b>
<b>Capítulo 4. Conclusiones y Recomendaciones</b>	<b>46</b>
<b>4.1. Conclusiones</b>	<b>46</b>
<b>4.2. Recomendaciones</b>	<b>48</b>
<b>Referencias</b>	<b>49</b>
<b>5. Apéndice. Memoria de Cálculo.</b>	<b>52</b>
<b>5.1. Memoria de Cálculo del Capítulo 2</b>	<b>52</b>
<b>Ejemplo 2.4. Ejemplo ilustrativo para todos los Modelos de Potencia.</b>	<b>52</b>
<b>5.1.1. Modelo de Potencia de Budeanu [1]</b>	<b>53</b>
<b>5.1.2. Modelo de Leszek. S. Czarnecki [1]</b>	<b>53</b>
<b>5.1.3. Modelo de Potencia Basado en la Potencia Instantánea [1].</b>	<b>55</b>
<b>5.2. Memoria de Cálculo del Capítulo 3</b>	<b>57</b>
<b>1er Caso de Estudio</b>	<b>57</b>
<b>5.2.1. Modelo de Budeanu, Subcaso A</b>	<b>57</b>
<b>5.2.2. Modelo de Fryze, Subcaso B</b>	<b>58</b>
<b>5.2.3. Modelo de Shepherd y Zakikhani, Subcaso C</b>	<b>59</b>
<b>5.2.4. Modelo de D. Sharon, Subcaso D</b>	<b>60</b>
<b>2do Caso de Estudio</b>	<b>61</b>
<b>5.2.5. Desarrollo de la Serie de Fourier</b>	<b>61</b>
<b>5.2.6. Modelo de Czarnecki, Subcaso A</b>	<b>62</b>
<b>5.2.7. Modelo del IEEE 1459-2010, Subcaso B</b>	<b>64</b>
<b>5.2.8. Modelo de Potencia Instantánea, Subcaso C</b>	<b>65</b>
<b>5.2.9. Modelo de Teoría de Potencia Conservativa, Subcaso D</b>	<b>67</b>

## Índice de Tablas

<i>Tabla 2.1. Simbología general para todos los Modelos de Potencia.</i>	10
<i>Tabla 2.2. Definición y aplicaciones de los Modelos de Potencia</i>	31
<i>Tabla 2.3. Valores del caso de estudio en los Modelos de Potencia</i>	35
<i>Tabla 3.1. Valores de voltajes y corrientes del 1er caso de estudio para los Modelos de Potencia</i>	36
<i>Tabla 3.2. Valores de voltajes y corrientes del 2do caso de estudio para los Modelos de Potencia</i>	37
<i>Tabla 3.3. Valores de la potencia activa, aparente y el factor de potencia del 1er caso de estudio</i>	39
<i>Tabla 3.4. Valores de la potencia activa, aparente y el factor de potencia del 2do caso de estudio</i>	39
<i>Tabla 3.5. Valores de la potencia reactiva, de distorsión y no activa del 1<sup>er</sup> caso de estudio</i>	40
<i>Tabla 3.6. Valores de la potencia reactiva, de distorsión y no activa del 2do caso de estudio</i>	41
<i>Tabla 3.7. Valores de la potencia reactiva del 1er caso de estudio</i>	42
<i>Tabla 3.8. Valores de la potencia reactiva del 2do caso de estudio</i>	42
<i>Tabla 4.1. Valores de la potencia reactiva del 2do caso de estudio</i>	42
<i>Tabla 5.1. Valores de voltajes y corrientes del Subcaso A Budeanu</i>	57
<i>Tabla 5.2. Valores de voltajes y corrientes del Subcaso B Fryze</i>	58
<i>Tabla 5.3. Valores de voltajes y corrientes del Subcaso C Shepherd y Zakikhani</i>	59
<i>Tabla 5.4. Valores de voltajes y corrientes del Subcaso D Sharon</i>	60
<i>Tabla 5.5. Valores de voltajes y corrientes del Subcaso A Czarnecki</i>	62
<i>Tabla 5.6. Valores de voltajes y corrientes del Subcaso B IEEE</i>	64
<i>Tabla 5.7. Valores de voltajes y corrientes del Subcaso C Pot. Instantánea</i>	65
<i>Tabla 5.8. Valores de voltajes y corrientes del Subcaso D CPT</i>	67

## Índice de Figuras

<i>Figura 2.1. Diagrama de potencia para circuitos monofásicos bajo condiciones periódicas no sinusoidales [6].</i>	<i>14</i>
<i>Figura 2.2. Circuito destinado a poner en evidencia la deficiencia del método del Budeanu [8]</i>	<i>14</i>
<i>Figura 2.3. Circuito con flujo bidireccional de energía. Donde la frecuencia fundamental fluye de la fuente hacia la carga; y el segundo armónico fluye de la carga hacia la fuente [4].</i>	<i>17</i>
<i>Figura 2.4. Ejemplo de compensación ejercicio de Czarnecki [18]</i>	<i>22</i>
<i>Figura 2.5. Ejemplo Ilustrativo [1]</i>	<i>34</i>
<i>Figura 3.1. Gráfica del Subcaso A de los voltajes y corrientes del 1er y 2do caso</i>	<i>37</i>
<i>Figura 3.2 Gráfica del Subcaso B de los voltajes y corrientes del 1er y 2do caso</i>	<i>37</i>
<i>Figura 3.3. Gráfica del Subcaso C de los voltajes y corrientes del 1er y 2do caso</i>	<i>37</i>
<i>Figura 3.4. Gráfica del Subcaso D de los voltajes y corrientes del 1er y 2do caso</i>	<i>37</i>
<i>Figura 3.5. Forma de onda de voltajes y corrientes sinusoidales en fase</i>	<i>43</i>
<i>Figura 3.6. Forma de onda de voltajes y corrientes no sinusoidales en fase</i>	<i>43</i>
<i>Figura 5.1. Ejemplo Ilustrativo de todos los modelos de potencia del capítulo 2 [1]</i>	<i>52</i>

# Capítulo 1. Introducción.

## Planteamiento del Problema

El fenómeno de la potencia en condiciones no sinusoidales es un problema de investigación abierto actualmente en la comunidad de ingeniería eléctrica, debido a que no hay un modelo general que satisfaga completamente todos los casos de potencia en régimen no sinusoidal, a diferencia de la potencia en régimen sinusoidal [1].

En vista de que no existe un modelo de potencia universal, se han desarrollado modelos para dar solución a casos particulares, por ejemplo: diseño de circuitos mitigadores de armónicos, compensación reactiva, dispositivos de medición, etc. [1,20]. Los modelos tienen mejores resultados si se utiliza desde la aplicación con la que fue creado. Es por esto, que surge la necesidad de encontrar el modelo más adecuado que aborde los problemas relacionados con la potencia no sinusoidal según su aplicación.

## Justificación

Como se ha mencionado, no hay un modelo general para todos los casos de potencia, los modelos desarrollados se han diseñado para dar una interpretación sobre la potencia en régimen no sinusoidal y facilitar el estudio sobre problemas relacionados con fuentes y cargas no lineales [1, 2]. Algunos de esos estudios son los siguientes:

1. Análisis y diseño de dispositivos electrónicos y filtros activos [2].
2. Corrección de daños y mal funcionamiento de equipos y dispositivos en presencia de armónicos, por ejemplo: sobrecalentamiento, interferencias, distorsión y frecuencias indeseables [1].
3. Estudio de la calidad de la energía en redes de distribución [3].
4. Prueba, monitoreo y medición de la eficiencia en redes eléctricas, equipos y motores eléctricos [1].

La contribución de los modelos a estas aplicaciones, depende del estudio que se esté desarrollando, ya que, si no se utiliza el modelo adecuado, se podrían obtener errores en los estudios realizados.

## Alcance

En el presente trabajo, se desarrollan los modelos de potencia en régimen no sinusoidal más citados en la literatura para circuitos monofásicos.

Finalmente se muestran las conclusiones y recomendaciones sobre los modelos presentados.

## **Objetivo General**

Analizar diferentes modelos de potencia en régimen no sinusoidal reportados en la literatura, con el fin de seleccionar los más adecuados según su campo de aplicación.

## **Objetivos Particulares**

- Estudiar los modelos de potencia en régimen no sinusoidal reportados en la literatura.
- Comparar los modelos de potencia investigados.
- Determinar el o los modelos más adecuados según su aplicación.
- Concluir y hacer recomendaciones.

## **Antecedentes**

Diferentes modelos se han propuesto a lo largo de los años con el propósito de formular nuevas teorías que sean capaces de describir exhaustivamente las propiedades de la potencia, tratando de encontrar un modelo general [1]. En base en esta premisa, el tema se ha vuelto relevante, elaborando artículos, libros y revistas exponiendo la comparación de los modelos de potencia, junto con sus definiciones, explicando con ejemplos las particularidades del modelo [1,12,16,28]. Diversos autores de estos artículos han destacado por su trabajo en comentar y discutir cuales han sido las deficiencias de los modelos, los autores L.S Czarnecki, A. E. Emanuel y entre otros, actualmente continúan escribiendo artículos sobre el tema, pero siguen sin obtener el modelo general que se ajuste a todos los casos en condiciones no sinusoidales. Hoy en día se siguen formulando modelos más sofisticados y complejos, diseñados desde la forma de onda de la potencia instantánea para obtener datos más exactos, pero la propuesta de un modelo universal aún no se ha descubierto.

## Simbología Principal.

Tabla 2.1. Simbología general para todos los Modelos de Potencia.

$V$	<i>valor RMS del voltaje en las terminales de un elemento</i>
$I$	<i>valor RMS de la corriente en las terminales de un elemento</i>
$V_n, V_H$	<i>valor RMS del <math>n</math> – ésimo armónico del voltaje</i>
$I_n, I$	<i>valor RMS del <math>n</math> – ésimo armónico de la corriente</i>
$\hat{V}_n$	<i>valor pico del <math>n</math> – ésimo armónico del voltaje</i>
$\hat{I}_n$	<i>valor pico del <math>n</math> – ésimo armónico de la corriente</i>
$V_1$	<i>valor RMS del 1er armónico del voltaje</i>
$I_1$	<i>valor RMS del 1er armónico de la corriente</i>
$F$	<i>valor RMS de la función</i>
$\hat{F}$	<i>valor pico de la función</i>
$\bar{F}$	<i>valor promedio de la función</i>
$v(t)$	<i>tensión instantánea</i>
$i(t)$	<i>corriente instantánea</i>
$\theta_v$	<i>ángulo de fase del voltaje</i>
$\theta_i$	<i>ángulo de fase de la corriente</i>
$\theta_n$	<i>ángulo de fase del <math>n</math> – ésimo armónico</i>
$\omega_n$	<i>frecuencia angular del <math>n</math> – ésimo armónico</i>
$T$	<i>periodo</i>
$t$	<i>tiempo</i>
$  I  $	<i>magnitud de la corriente</i>
$  V  $	<i>magnitud del voltaje</i>
$A, S$	<i>potencia aparente</i>
$Q, W$	<i>potencia reactiva</i>
$P$	<i>potencia activa</i>
$N$	<i>potencia no activa</i>
$D$	<i>potencia de distorsión</i>

## Capítulo 2. Modelos de Potencia en Condiciones No Sinusoidales.

### 2.0. Introducción

Como ya se ha explicado en el capítulo introductorio de este trabajo, el principal motivo para investigar la potencia en condiciones no sinusoidales, es causado por numerosas definiciones que se han propuesto a lo largo de los años y han tratado de explicar el fenómeno de la potencia en condiciones no sinusoidales, dichas definiciones son llamados como, modelos de potencia, aunque aún no se tiene hasta el día de hoy una representación general de la potencia como en el caso sinusoidal.

Para comprender mejor los modelos de potencia se dará una breve explicación de las definiciones principales de la potencia sinusoidal para circuitos monofásicos.

#### 2.0.1 Potencia en Condiciones Sinusoidales.

La potencia instantánea<sup>1</sup> para condiciones sinusoidales está dada por:

$$p(t) = v(t) * i(t) \quad \text{Ec. (2.1)}$$

El voltaje instantáneo se expresa como:

$$v(t) = \sqrt{2} * V * \text{sen}(\omega t) \quad \text{Ec. (2.2)}$$

La corriente instantánea se expresa como:

$$i(t) = \sqrt{2} * I * \text{sen}(\omega t) \quad \text{Ec. (2.3)}$$

El valor promedio de la potencia activa instantánea.

$$P = VI \text{Cos}(\theta_v - \theta_i) \quad \text{Ec. (2.4)}$$

La potencia reactiva se expresa como:

$$Q = VI \text{Sin}(\theta_v - \theta_i) \quad \text{Ec. (2.5)}$$

Donde  $V$  e  $I$  son los valores expresados en RMS,  $\theta_v$  el ángulo de la fase del voltaje y  $\theta_i$  el ángulo de fase de la corriente. La potencia aparente se define como la raíz de la suma del cuadrado de los vectores de la potencia activa y reactiva o la multiplicación de los valores eficaces del voltaje por la corriente, se expresa como:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = V * I \quad \text{Ec. (2.6)}$$

---

<sup>1</sup> La potencia instantánea se define como la potencia absorbida o generada por un elemento en un instante específico [13]

El factor de potencia se define como:

$$FP = \frac{P}{S} \quad \text{Ec. (2.7)}$$

En el caso de la potencia no sinusoidal las definiciones no son tan simples como las mostradas anteriormente.

## 2.0.2. Potencia en Condiciones No Sinusoidales.

La potencia en condiciones no sinusoidales obedece la ecuación  $S = V * I$ , pues su valor se mantiene constante en todos los modelos de potencia y es medible en un elemento de dos terminales a pesar de que las ondas estén distorsionadas, además, para analizar circuitos en condiciones no sinusoidales como cargas o fuentes no lineales, se necesita desarrollar la serie de Fourier como una forma de análisis para problemas físicos donde se amplía la función para obtener la relación de superposición en varios estados más simples y así poder analizarlo desde una suma lineal [13,22]  $f(t)$ , la serie de Fourier se expresa como:

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(\omega n t) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \text{sen}(\omega n t) \quad \text{Ec. (2.8)}$$

Donde  $a_0$  es la componente en corriente directa o el valor promedio de la función,  $a_n$  la componente n-ésima multiplicada por los cosenos de la función y  $b_n$  la componente n-ésima multiplicada por los senos de la función. La serie de Fourier para voltajes y corrientes no sinusoidales se expresa como:

$$v = v_0 + \sum_{n=1}^{\infty} v_n \cos(\omega n t) + \sum_{n=1}^{\infty} v_n \text{sen}(\omega n t) \quad \text{Ec. (2.9)}$$

$$i = i_0 + \sum_{n=1}^{\infty} i_n \cos(\omega n t) + \sum_{n=1}^{\infty} i_n \text{sen}(\omega n t) \quad \text{Ec. (2.10)}$$

En este trabajo se expondrán algunos de los modelos de potencia más relevantes en régimen no sinusoidal para circuitos monofásicos, empezando con una breve introducción, junto con sus definiciones de potencia activa, reactiva y aparente, por último, los comentarios y críticas que se han hecho alrededor de los modelos y las aplicaciones que se han realizado junto con este. Empezando por el primer modelo que se ha publicado, el modelo de potencia de Budeanu.

## 2.1. Modelo de Potencia de Budeanu (1927).

Budeanu es el primer investigador en generalizar las definiciones de los modelos de potencia aplicado a ondas periódicas no sinusoidales y en presentar el concepto de la potencia de distorsión [4]. Donde la potencia activa, expresada en [W] está definida como:

$$P = \sum_{n=0}^{\infty} V_n I_n \cos(\theta_n) \quad \text{Ec. (2.11)}$$

La potencia reactiva de Budeanu, expresada en [VAR] se define como:

$$Q_B = \sum_{n=1}^{\infty} V_n I_n \sin(\theta_n) \quad \text{Ec. (2.12)}$$

En el caso de los voltajes y corrientes no sinusoidales de la suma cuadrática entre la potencia activa y reactiva, está no es igual a la potencia aparente  $S$  como en los casos sinusoidales [8], en base a lo anterior, Budeanu creó un nuevo concepto llamado potencia de distorsión, que se utiliza para obtener todas las componentes de potencia originadas por voltajes y corrientes de diferente frecuencia, se define con la letra  $D$ , expresada en [VA].

$$D_B = \sqrt{S^2 - (P^2 + Q^2)} \quad \text{Ec. (2.13)}$$

La potencia de Distorsión también se define como:

$$D_B = \sqrt{\sum_{m=1}^{v-1} \sum_{n=m+1}^v [(V_m I_n)^2 + (V_n I_m)^2 - 2V_m V_n I_m I_n \cos(\theta_m - \theta_n)]} \quad \text{Ec. (2.14)}$$

Donde la potencia de distorsión en la ecuación 2.14 consiste en el producto entre los armónicos de los componentes entre el voltaje y la corriente de diferente orden, para  $n \neq m$ , esta ecuación se vuelve nula en condiciones sinusoidales [1], aunque la ecuación más usual es la (2.13). La potencia aparente, expresada en [VA] se define como:

$$S^2 = \sum_{i=1}^n V_i^2 \sum_{i=1}^n I_i^2 \geq \left( \sum_{i=1}^n V_i I_i \cos(\theta_{Vi} - \theta_{Ii}) \right)^2 + \left( \sum_{i=1}^n V_i I_i \sin(\theta_{Vi} - \theta_{Ii}) \right)^2 \quad \text{Ec. (2.15)}$$

### Diagrama Geométrico de Potencia para Condiciones Periódicas.

Al incluir la potencia de distorsión, la suma de los vectores de potencia da como resultado un sistema tridimensional, representado en la figura 2.1, donde muestra la interrelación de los vectores ortogonales de la potencia, en circuitos monofásicos [6,8].

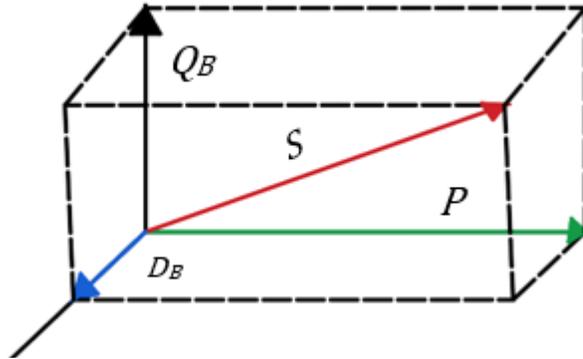


Figura 2.1. Diagrama de potencia para circuitos monofásicos bajo condiciones periódicas no sinusoidales [6].

La potencia aparente  $S$  en sistemas no sinusoidales puede tener más de dos componentes y puede ser representado en sistemas tridimensionales. Esto se cumple en todos los modelos de potencia para representar las componentes no activas de la potencia.

En 1935 la representación física de la distorsión de potencia fue cuestionada por Waldo V. Lyon. El afirmó que había un “defecto vital” en la forma en que se agrega la distorsión de potencia [6].

W. V. Lyon explicaba su circuito donde hay dos ramas en paralelo y tienen el mismo valor de reactancia, por ejemplo, la primera con impedancia de  $(1+1j)$  y la segunda con  $(1-1j)$ , al obtener la potencia de distorsión en las terminales de ambas cargas es igual a cero, pero si se calcula la potencia en las terminales de cada rama y si estas se suman da un valor diferente de cero, esto quiere decir que la potencia de distorsión de Budeanu no cumple con las leyes de conversión de la energía y las leyes de corrientes y voltajes de Kirchoff [6,8]. Posteriormente en 1980 L. S. Czarnecki realizó más artículos explicando las deficiencias de este modelo. El ejemplo 2.1 demuestra uno de los circuitos que utilizó Czarnecki.

### Ejemplo 2.1. Modelo de Potencia de Budeanu [8]

En el año 1987 L. S. Czarnecki expuso las deficiencias sobre las definiciones  $Q_B$  y  $D_B$ , declaró que no poseen los atributos necesarios para relacionarse con el fenómeno de la potencia en circuitos no sinusoidales [4].

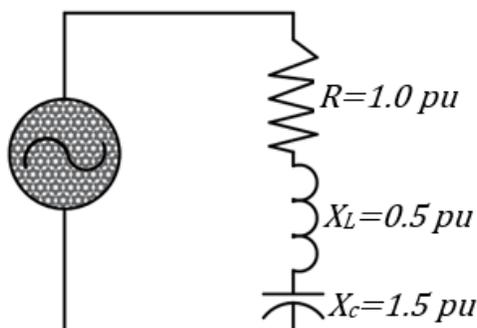


Figura 2.2. Circuito destinado a poner en evidencia la deficiencia del método del Budeanu [8]

Una carga con impedancia  $1 + 0.5j - 1.5j pu$  (medida desde la frecuencia fundamental) es alimentado con un voltaje no sinusoidal  $v = \sqrt{2}(\sin(\omega t) + \sin(3\omega t)) pu$ . Las impedancias de la carga son  $Z_1 = \sqrt{2} \angle 45^\circ pu$  y  $Z_3 = \sqrt{2} \angle 45^\circ pu$ . La corriente instantánea es  $i = \left( \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(3\omega t - \frac{\pi}{4}\right) \right) pu$ . Obtener la potencia reactiva y la potencia de distorsión de Budeanu. El cuadrado de los voltajes y corrientes RMS son  $V^2 = 2 pu^2$  y  $I^2 = 1 pu^2$ . Realizando las operaciones los resultados son:

$$S = \sqrt{2} pu \quad P = 1.0 pu \quad Q_B = 0 \quad y \quad D_B = \sqrt{S^2 - P^2 - Q_B^2} = 1 pu$$

El circuito demuestra que la potencia de distorsión no cumple con las propiedades de producto punto [6,8].

Como se había mencionado en los párrafos anteriores, el primer investigador en exponer la deficiencia del Modelo de Budeanu fue W. V. Lyon, donde habla sobre la definición de  $\sqrt{S^2 - Q^2 - P^2} = 0$ , debido a que no cumple con las propiedades de conversión de la energía, en algunos circuitos, por lo tanto, el modelo de Budeanu queda en un concepto teórico que no puede pasar a aplicaciones físicas [8,11], la potencia de distorsión de Budeanu no cumple con las características de conversión sobre las leyes de Kirchoff<sup>2</sup>.

Los artículos relacionados con las deficiencias de Budeanu, explican que la potencia de distorsión no es útil en condiciones sinusoidales, ni tampoco puede usarse para circuitos compensadores [7,4]. En conclusión, Budeanu fue el precursor del primer modelo de potencia en condiciones no sinusoidales, la simplicidad de esta herramienta matemática la ha convertido en una de las más relevantes, aunque solo sirva como un modelo teórico, se ha desarrollado extensa literatura sobre este modelo, como los libros de electrónica de potencia de M. Rashid [29] o N. Mohan [30] para obtener la potencia reactiva y de distorsión.

---

<sup>2</sup> La propiedad de conversión de la energía hace referencia a las leyes de Kirchoff de voltajes y corrientes en circuitos eléctricos donde “la suma de todas las corrientes y voltajes que pasan por el nodo es igual a cero”.

## 2.2. Modelo de Potencia de Fryze (1932).

La teoría de Fryze está basada en la descomposición de la corriente de suministro en dos componentes, la corriente activa  $I_a$  y la corriente reactiva  $I_F$ . La corriente está definida como.

$$i(t) = I_a + I_F \quad \text{Ec. (2.16)}$$

Donde  $i(t)$  es la corriente instantánea. La corriente activa, se puede expresar como:

$$I_a = I \cos\theta \sin(\omega t) = I_a \sin(\omega t) = I \cos\theta = GV \quad \text{Ec. (2.17)}$$

La corriente reactiva o no activa, está expresada como:

$$I_F = -I \sin\theta \sin(\omega t) = -I_F \sin(\omega t) = I \sin\theta = BV \quad \text{Ec. (2.18)}$$

G representa la conductancia, está expresada como:

$$G = \frac{I \cos\theta}{V} = \frac{V I \cos\theta}{V^2} = \frac{P}{V^2} \quad \text{Ec. (2.19)}$$

B representa la susceptancia, se expresa de la siguiente manera:

$$B = \frac{I \sin\theta}{V} = \frac{V I \sin\theta}{V^2} = \frac{Q}{V^2} \quad \text{Ec. (2.20)}$$

Donde la conductancia (G) y la susceptancia (B) se mide en mhos ( $\Omega^{-1}$ ) o siemens (S) y están ubicadas en la carga. La parte restante de la corriente de suministro, expresada en [A] es:

$$I_F = I - I_a \quad \text{Ec. (2.21)}$$

Estas corrientes son mutuamente ortogonales, es por esto, que los valores RMS de las corrientes cumplen con la relación:

$$\|I_F\|^2 = \|I\|^2 - \|I_a\|^2 \quad \text{Ec. (2.22)}$$

La potencia aparente, expresada en [VA] se expresa como:

$$S^2 = P^2 + Q_F^2 \quad \text{Ec. (2.23)}$$

Con la potencia reactiva, expresada en [VAR] definida por Fryze

$$Q_F = |v| |i_F| \quad \text{Ec. (2.24)}$$

La teoría está basada en el dominio de la frecuencia, fue lo que la hizo tan atractiva para tomar como base sus características y diseñar los modelos posteriores tomando como referencia el modelo de Fryze [4,12]. Desgraciadamente presenta defectos, el ejemplo 2.2 demuestra la deficiencia de este modelo.

### Ejemplo 2.2. Modelo de Potencia de Fryze [4]

En el circuito mostrado en la figura 2.3 la carga es no lineal y el voltaje suministrado a la carga es:  $e_1 = 100\sqrt{2} \sin(\omega_1 t) V$ .

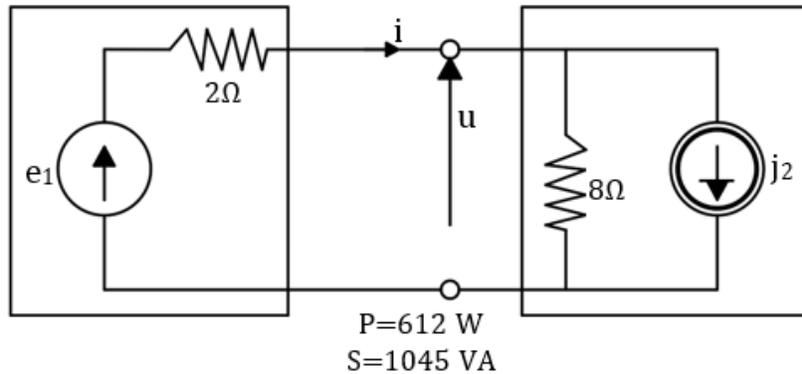


Figura 2.3. Circuito con flujo bidireccional de energía. Donde la frecuencia fundamental fluye de la fuente hacia la carga; y el segundo armónico fluye de la carga hacia la fuente [4].

Los valores de los voltajes y corrientes observados en las terminales de la carga son:

$$i = 10\sqrt{2} \sin(\omega_1 t) + 8\sqrt{2} \sin(2\omega_1 t) = 12.806 A$$

$$v = 80\sqrt{2} \sin(\omega_1 t) + 16\sqrt{2} \sin(2\omega_1 t) = 81.584 V$$

Donde la potencia medida desde la fuente a la carga es  $P = 672 W$  con una potencia aparente de  $S = 1045 VA$ . Utilizando las ecuaciones de Fryze, la conductancia equivalente en la carga es:

$$G_e = \frac{P}{\|v\|^2} = \frac{672}{81.584^2} = 0.101 S$$

$$I_F = I - I_a = 1.923\sqrt{2} \sin(\omega_1 t) + 9.616\sqrt{2} \sin(2\omega_1 t) A$$

Una vez que la corriente  $I_F$  es compensada, la corriente del suministro sigue distorsionada. Y la potencia activa de la carga permanece sin cambios, ya que la tensión de carga cambia a:  $v' = e_1 - 2I_a = 83.846\sqrt{2} \sin(\omega_1 t) + 3.232\sqrt{2} \sin(2\omega_1 t) V$ .

Para entender la deficiencia, si en lugar de compensar con la corriente reactiva de Fryze ( $I_F$ ). El armónico  $j_2$  generado en la carga se compensará con una fuente de corriente controlada en las terminales de la carga, los voltajes y corrientes con distorsión serían eliminados y la potencia entregada a la carga incrementará a  $P = 800 W$ , mientras que la potencia aparente baja  $S = 800 VA$ . En estos casos la corriente reactiva de Fryze no genera resultados útiles [4]. Esto demuestra que con un flujo bidireccional la energía distorsionada es compensada y la corriente de Fryze pierde su efectividad, aunque presenta deficiencias se convirtió en un modelo clásico, que con el paso del tiempo los modelos de Budeanu y Fryze se han catalogado como definiciones clásicas, siendo estos las bases que componen los modelos más recientes. La siguiente definición está relacionada con el dominio de la frecuencia igual que el modelo de Fryze.

### 2.3. Modelo de W. Shepherd y P. Zakikhani (1972).

Este modelo propone la potencia aparente  $S$  como la base para sus definiciones. Las ecuaciones se definen como: la potencia aparente activa [ $S_R$ ], la potencia aparente reactiva verdadera [ $S_X$ ] y la potencia de distorsión [ $S_D$ ], donde todas son expresadas en [VA]:

$$S_R^2 = \sum_{i=1}^n V_i^2 \sum_{i=1}^n I_i^2 \cos^2(\theta_n) \neq p^2 \quad \text{Ec. (2.25)}$$

Donde  $p$  se define como la potencia activa

$$S_X^2 = \sum_{i=1}^n V_i^2 \sum_{i=1}^n I_i^2 \sin^2(\theta_n) \quad \text{Ec. (2.26)}$$

$$S_D^2 = \sum_{i=1}^n V_i^2 \sum_{j=1}^p I_j^2 + \sum_{j=1}^m V_j^2 \left( \sum_{i=1}^n I_i^2 + \sum_{j=1}^p I_j^2 \right) \quad \text{Ec. (2.27)}$$

Donde ( $n$ ) representan los armónicos comunes, mientras que ( $p$  y  $m$ ) los armónicos no comunes entre el voltaje y la corriente. Las componentes  $S_R$ ,  $S_X$  y  $S_D$  hacen la potencia total aparente [16].

$$S^2 = (S_R^2 + S_X^2 + S_D^2)^{1/2} = \sum_{i=1}^n V_i^2 \sum_{j=1}^m V_j^2 * \sum_{i=1}^n I_i^2 \sum_{j=1}^p I_j^2 \quad \text{Ec. (2.28)}$$

Para cargas lineales, el valor de la potencia de distorsión  $S_D$  es igual a cero, mientras que  $S_R$  y  $S_X$  permanecen igual.  $S_R$  y  $S_X$  se realizaron para las corrientes  $i_R$  e  $i_X$  que fluyen en cargas con impedancias puramente resistivas y reactivas en las ramas del circuito equivalente [14], estas corrientes son expresadas en [A].

$$I_R = \sqrt{2} \sum_{i=1}^n I_i \cos(\theta_n) \sin(n\omega t + \theta_n) \quad \text{Ec. (2.29)}$$

$$I_X = \sqrt{2} \sum_{i=1}^n I_i \sin(\theta_n) \cos(n\omega t + \theta_n) \quad \text{Ec. (2.30)}$$

Dónde las corrientes  $I_R$  e  $I_X$  son los valores RMS, y la corriente instantánea inductiva puede tener una amplitud negativa.

Este modelo fue publicado junto con un artículo que comprueba su estudio en la compensación del factor de potencia para el control de un tiristor en cargas monofásicas. Aunque se realizaron varios artículos sobre su deficiencia, el Dr. Emanuel, un gran investigador sobre la potencia no sinusoidal, aclara que la definición de la potencia aparente

y de distorsión, no especifica los límites en la sumatoria para los armónicos comunes y no comunes, esto genera cierta confusión al utilizar las definiciones [16].

El Dr. Emanuel dedicó especial atención a la potencia aparente reactiva, pues se obtienen mejores resultados utilizando la ecuación  $\sqrt{S^2 - P^2}$  que la componente de la potencia ( $S_X$ ), además, Shepherd y Zakikhani diseñaron un circuito compensador con un inductor o un capacitor lineal para la mejora del factor de potencia junto con su modelo, pero el uso de los filtros para armónicas es más efectivo y usado ampliamente en conexiones para líneas o enlaces de transmisión en DC [16]. Es utilizado por los datos obtenidos de las potencias aparentes en las líneas de carga como una forma de incrementar la eficiencia del sistema. [12].

## 2.4. Modelo de D. Sharon (1973).

Se basa principalmente en las investigaciones de Shepherd y Zakikhani, este modelo propone mejorar las deficiencias que tiene el anterior modelo, particularmente en la forma de como compensar la potencia reactiva [17]. Sharon propuso un componente reactivo utilizando el mismo principio de la potencia reactiva de Shepherd y Zakikhani [12]. La potencia aparente de Sharon, expresada en [VA], se define de la siguiente manera:

$$S^2 = P^2 + S_Q^2 + S_C^2 \quad \text{Ec. (2.31)}$$

La potencia reactiva aparente expresada en [VA], está definida como:

$$S_Q = V * \sqrt{\sum_1^n I_n^2 \sin^2 \theta_n} \quad \text{Ec. (2.32)}$$

La potencia aparente complementaria expresada en [VA], está definida como:

$$S_C^2 = \left( \sum_1^m V_m^2 \right) \left( \sum_1^n I_n^2 \cos^2(\theta_{Vn} - \theta_{In}) \right) + V_{rms}^2 \sum_1^p I_p^2 + \frac{1}{2} \sum_1^\beta \sum_1^\gamma (V_\beta I_\gamma \cos \theta_\gamma - V_\gamma I_\beta \cos \theta_\beta)^2 \quad \text{Ec. (2.33)}$$

$$S_C = \sqrt{S^2 - P^2 - S_Q^2} \quad \text{Ec. (2.34)}$$

Donde  $S_C$  es la potencia reactiva complementaria y evita el cruce de frecuencias para contrarrestar el desfase en los armónicos de la corriente y el incremento de los armónicos no comunes.

Como se mencionó en los comentarios del apartado anterior, este modelo presenta las mismas particularidades que observo el Dr Emanuel, ya que únicamente puede utilizarse para líneas con cargas monofásica, pues emplea un capacitor o inductor lineal en paralelo a la carga, pero son más utilizados los filtros para armónicas por su efectividad [16]. D. Sharon argumenta una propiedad importante en la adición de un capacitor o inductor lineal en paralelo con la carga, y esté, no afecta los componentes  $P$  y  $S_C$ . Sharon asegura que minimiza la potencia aparente reactiva  $S_Q$ , mejora el factor de potencia [17].

En conclusión, aunque Sharon mejoró el modelo de Sheperd y Zhakikhani en la potencia aparente reactiva  $S_Q$ , este modelo, sigue siendo una forma particular para mejorar el factor de potencia y la eficiencia del sistema para líneas con solo una carga.

## 2.5. Modelo de Leszek. S. Czarnecki (1987).

Está basado en el dominio de la frecuencia y en los modelos de potencia de Budeanu y Fryze, principalmente en las corrientes ortogonales [8]. El voltaje de entrada, expresado en [V] se define como:

$$v_0 = \sum_{h \in M} \hat{V}_h \cos(h\omega t + \alpha_h) \quad \text{Ec. (2.35)}$$

La corriente activa instantánea expresada en [A], se define como:

$$i_a = G_e v = G_e \sum_{h \in M} \hat{V}_h \cos(h\omega t + \alpha_h) \quad \text{Ec. (2.36)}$$

Donde los componentes  $i_a$ ,  $i_s$  y  $i_r$  son mutuamente ortogonales

$$I^2 = I_a^2 + I_s^2 + I_r^2 \quad \text{Ec. (2.37)}$$

Donde

$$I_a = \frac{P}{V} = G_e V = G_e \sqrt{\sum_{h \in M} V_h^2} \quad \text{Ec. (2.38)}$$

$$I_s = \sqrt{\sum_{h \in M} (G_h - G_e)^2 V_h^2} \quad \text{Ec. (2.39)}$$

$$I_r = \sqrt{\sum_{h \in M} (B_h V_h)^2} \quad \text{Ec. (2.40)}$$

La potencia aparente, expresada en [VA] contiene tres componentes.

$$S = \sqrt{P^2 + D_s^2 + Q_r^2} \quad \text{Ec. (2.41)}$$

Donde la potencia activa expresada en [W], está definida como:

$$P = VI_a = G_e V^2 \quad \text{Ec. (2.42)}$$

La potencia de distorsión dispersa expresada en [VAR], está definida como:

$$D_s = VI_s = V \sqrt{\sum_{h \in M} (G_h - G_e)^2 V_h^2} \quad \text{Ec. (2.43)}$$

La potencia reactiva dispersa expresada en [VAR], está definida como:

$$Q_r = VI_r = V \sqrt{\sum_{h \in M} (B_h V_h)^2} \quad \text{Ec. (2.44)}$$

El siguiente ejercicio demuestra cómo se utiliza el modelo, aunque también ayuda a explicar la deficiencia.

### Ejemplo 2.3. Modelo de Czarnecki [18].

El circuito consta de una carga óhmica inductiva de  $1 \Omega$  y  $2 \text{ H}$ , que tiene una fuente no sinusoidal de  $141.42135 \text{ VRMS}$  y una corriente no sinusoidal que pasa de la fuente a la carga de  $23.9 \text{ ARMS}$ . Se utilizará el modelo de Czarnecki para obtener la corriente y el factor de potencia.  $v = 100\sqrt{2}(\sin(\omega t) + \frac{1}{11} \sin(11\omega t) + \frac{1}{13} \sin(13\omega t))$ . Como se tiene una fuente no lineal, causa componentes armónicos en la frecuencia de la corriente.

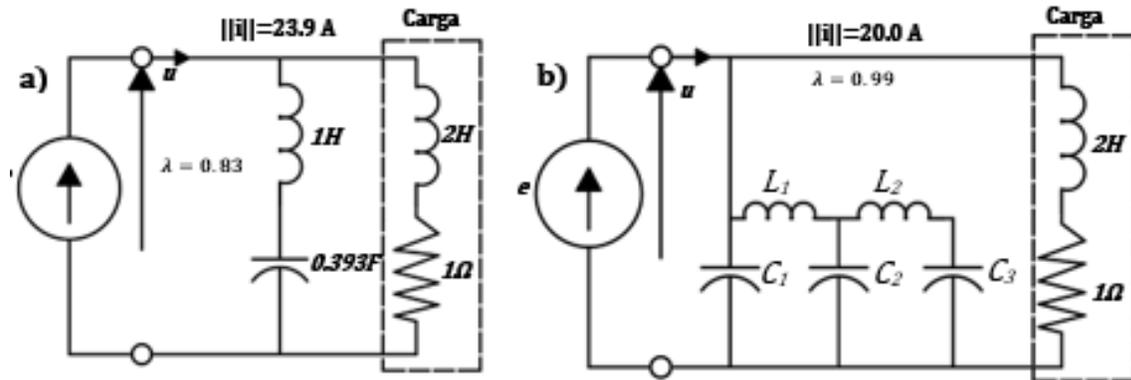


Figura 2.4. Ejemplo de compensación ejercicio de Czarnecki [18]

En la figura 2.4 inciso b) los valores del circuito LC,  $L_1 = 0.1217 \text{ H}$ ,  $L_2 = 0.2146 \text{ H}$ ,  $C_1 = 0.06865 \text{ F}$ ,  $C_2 = 0.2787 \text{ F}$ ,  $C_3 = 0.03948 \text{ F}$

$$I_r = \sqrt{\sum_{h \in M} (B_h V_h)^2} = 40 \text{ A}$$

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_s^2 + I_r^2} = 44.72 \text{ A}$$

$$PF = 0.44$$

El modelo de Czarnecki está basado en el modelo de Fryze junto con el de Budeanu, debido a que los componentes de las potencias no cumplían la propiedad de conversión de la energía sobre las leyes de voltajes y corrientes de Kirchoff para circuitos eléctricos.

El Dr. Emanuel también expuso críticas acerca de este modelo y aclaró que Czarnecki empleó el componente  $D_s$  que contiene los valores instantáneos de  $vi_s$  de la potencia activa instantánea de los armónicos de orden diferente, logrando eliminar la deficiencia del modelo de Budeanu, haciendo que la suma de todas las potencias sea nula [8]

Se realizaron críticas entorno al modelo debido a que presenta algunas deficiencias en cuanto a la forma de compensación. El ejercicio 2.3 de este trabajo demuestra como utilizó un circuito compensador LC, el cual, funciona como un filtro pasa bajas que suministra la corriente fundamental y bloquea los armónicos, el inconveniente de este circuito se debe a que tiene un número de infinitas combinaciones del valor del circuito LC o puede que esta combinación no exista, y el principal problema es que el inductor L tiene a infinito y el capacitor C a cero si se requiere el factor de potencia más alto, provocando que el circuito sea inútil, además, se puede lograr el mismo efecto de compensación con una rama puramente capacitiva [19].

El modelo de Czarnecki, está basado en las consideraciones de las investigaciones anteriormente explicadas y las aplicaciones en mediciones para condiciones no sinusoidales. Czarnecki ha realizado libros y artículos sobre los modelos de potencia y circuitos en condiciones no sinusoidales, incluso exponiendo la deficiencia de muchos modelos. Su trabajo continua en la actualidad, pero a pesar de sus esfuerzos aún no se ha diseñado un modelo general capaz de satisfacer todos los casos en condiciones no sinusoidales

## 2.6. Modelo del IEEE 1459-2010 (2000-2010).

Este documento es un estándar, donde se proporcionan definiciones de potencia eléctrica del flujo de energía para circuitos monofásicos en condiciones sinusoidales y no sinusoidales, aunque solo se abordará en condiciones no sinusoidales para fines prácticos, estas definiciones son utilizadas para medir y diseñar instrumentación para la medición de la energía y potencia [20].

### Definición para Circuitos No Sinusoidales Monofásicos.

Para condiciones en estado estacionario, en voltajes y corrientes instantáneos periódicos no sinusoidales, donde tiene dos componentes distintos: los componentes de la frecuencia del sistema de potencia  $v_1$  e  $i_1$  y los términos restantes  $v_H$  e  $i_H$ .

$$\text{Donde} \quad v = v_1 + v_H \text{ y } i = i_1 + i_H \quad \text{Ec. (2.45)}$$

$$v_1 = \sqrt{2} V_1 \sin(\omega t - \alpha_1) \quad \text{Ec. (2.46)}$$

$$i_1 = \sqrt{2} I_1 \sin(\omega t - \alpha_1) \quad \text{Ec. (2.47)}$$

$$v_H = V_0 + \sqrt{2} \sum_{h \neq 1} V_h \sin(h\omega t - \alpha_h) \quad \text{Ec. (2.48)}$$

$$i_H = I_0 + \sqrt{2} \sum_{h \neq 1} I_h \sin(h\omega t - \beta_h) \quad \text{Ec. (2.49)}$$

El valor RMS se define como:

$$V^2 = \frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} v^2 dt = V_1^2 + V_H^2 \quad \text{Ec. (2.50)}$$

$$I^2 = \frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} i^2 dt = I_1^2 + I_H^2 \quad \text{Ec. (2.51)}$$

Donde

$$V_H^2 = V_0^2 + \sum_{h \neq 1} V_h^2 = V^2 - V_1^2 \quad \text{Ec. (2.52)}$$

$$I_H^2 = I_0^2 + \sum_{h \neq 1} I_h^2 = I^2 - I_1^2 \quad \text{Ec. (2.53)}$$

Donde el término de corriente directa de los voltajes y corrientes se expresa como  $V_0$  e  $I_0$ , y deben ser incluidas en  $V_H$  e  $I_H$  aunque puede que no sean comunes en sistemas de potencia en corriente alterna.

### Potencia Aparente Fundamental [VA].

$$S_1 = V_1 I_1 \quad \text{Ec. (2.54)}$$

$$S_1^2 = P_1^2 + Q_1^2 \quad \text{Ec. (2.55)}$$

Donde las componentes  $P_1$  y  $Q_1$  son cantidades reales que ayudan a definir la tasa de flujo de energía del campo electromagnético de la potencia aparente fundamental [20].

### Potencia Aparente No Fundamental [VA].

La separación de la corriente y el voltaje RMS de la fundamental y los términos armónicos hacen el total de la potencia aparente, se expresa de la siguiente forma:

$$S^2 = (VI)^2 = (V_1^2 + V_H^2)(I_1^2 + I_H^2) = (V_1 I_1)^2 + (V_1 I_H)^2 + (V_H I_1)^2 + (V_H I_H)^2 = S_1^2 + S_N^2 \quad \text{Ec. (2.56)}$$

$$S_N^2 = D_I^2 + D_V^2 + S_H^2 \quad \text{Ec. (2.57)}$$

### Potencia de Distorsión de la Corriente [VAR].

$$D_I = V_1 I_H \quad \text{Ec. (2.58)}$$

### Potencia de Distorsión del Voltaje [VAR].

$$D_V = V_H I_1 \quad \text{Ec. (2.59)}$$

### Potencia Armónica Aparente [VA].

$$S_H = V_H I_H \quad \text{Ec. (2.60)}$$

$$S_H = \sqrt{P_H^2 + D_H^2} \quad \text{Ec. (2.61)}$$

### Potencia de Distorsión Armónica [VAR].

$$D_H = \sqrt{S_H^2 - P_H^2} \quad \text{Ec. (2.62)}$$

### Potencia no Activa [VAR].

Esta potencia contiene los componentes fundamentales y no fundamentales de la potencia no activa. Antes solía llamarse como “potencia ficticia”. La potencia no activa “N” no debe confundirse con la potencia reactiva, donde está última sólo contiene formas de onda perfectamente sinusoidales.

$$N = \sqrt{S^2 - P^2} \quad \text{Ec. (2.63)}$$

### Para casos no sinusoidales N=Q

$$N = Q_1 = Q \quad \text{Ec. (2.64)}$$

## Factor de Potencia Fundamental

$$PF_1 = \cos\theta_1 = \frac{P_1}{S_1} \quad \text{Ec. (2.65)}$$

Esta ecuación ayuda a evaluar separadamente de la potencia fundamental. Y se refiere a la frecuencia fundamental del sistema de potencia  $PF_1$ .

## Factor de Potencia.

$$PF = \frac{P}{S} \quad \text{Ec. (2.66)}$$

$$PF = \frac{P}{S} = \frac{P_1 + P_H}{\sqrt{S_1^2 + S_N^2}} = \frac{(P_1/S_1)[1 + (P_H/P_1)]}{\sqrt{1 + (S_N/S_1)^2}} \quad \text{Ec. (2.67)}$$

Donde la máxima utilización del circuito es obtenida cuando  $P=S$ .

La razón por la que se separa el armónico fundamental de los otros armónicos se debe a la estimación del grado de inyección armónica producida por una carga no lineal o por un grupo de cargas, a partir de la relación  $S_N/S_1$ . La eficacia de los filtros para armónicas se puede evaluar a través de los términos  $S_1$ ,  $P_1$ ,  $PF_1$  o  $Q_1$ . Estos componentes ayudan a establecer las características de la potencia fundamental del flujo. Este modelo no puede utilizar instrumentación sencilla para medir las componentes de orden superior de  $P_H$ , esto se debe al ángulo de desfase entre el voltaje y la corriente  $V_H$  e  $I_H$  cuando tienen valores cercanos a  $90^\circ$ , ya que puede ocasionar bastantes errores en la medición. Como consecuencia, se debe utilizar un dispositivo adecuado para la medición de las componentes de  $P_H$ , y así obtener resultados correctos para la compensación de armónicos, tarifas de energía y cuantificación de efectos perjudiciales de cargas no lineales [20].

La IEEE 1459-2010 es la versión más reciente de este modelo para potencia en condiciones no sinusoidales, anteriormente se había realizado un estándar en el 2000 pero las definiciones, se basaban en el dominio de la frecuencia utilizando el análisis de Fourier. Se han generado discusiones para reformular el modelo y proponer la transformada discreta de Wavelet<sup>3</sup> bajo la premisa de que pierde información valiosa mientras se amplía el espectro de la frecuencia [20,23], pero a pesar de las críticas, el análisis de las definiciones utilizando Fourier en el dominio de la frecuencia permaneció vigente en el estándar del 2010.

Este modelo está basado en el modelo de Budeanu para la potencia reactiva [20]. El Dr. Emanuel contribuyó al desarrollo de las ecuaciones del documento del 2010, realizando una versión renovada y mejorada del anterior estándar.

---

<sup>3</sup> La transformada de Wavelet utiliza el producto punto de los vectores por una función base, es parecida a la transformada de Fourier, pero en vez de emplear una suma lineal de senos y cosenos utiliza vectores en el espacio [20,23].

## 2.7. Modelo de Potencia Basado en la Potencia Instantánea (2015).

Este modelo se centra en la potencia instantánea para formular las definiciones de la potencia aparente y reactiva, de esta forma puede obtener la onda real de la potencia con los valores RMS de los voltajes y corrientes [21].

### Interpretación de los valores RMS en la potencia instantánea en condiciones no sinusoidales.

Los investigadores se enfocaron principalmente en las fases del voltaje y la corriente de carga junto con los efectos que genera en la forma de onda de la potencia instantánea, y con esta información obtener la potencia aparente y reactiva [1,21]. La definición de potencia instantánea se define como:

$$p(t) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n V_i I_j \{ \cos[(i+j)\omega t + \varphi_{V_i} + \varphi_{I_j}] + \cos[(i+j)\omega t + \varphi_{V_i} - \varphi_{I_j}] \} \quad \text{Ec. (2.68)}$$

El valor promedio de  $p(t)$  expresado en [W], se define como:

$$P_m = \sum_{i=1}^n V_i I_i \{ \cos[\varphi_{V_i} + \varphi_{I_i}] + V_2 I_2 \{ \cos[\varphi_{V_2} + \varphi_{I_2}] + \dots + V_i I_i \{ \cos[\varphi_{V_i} + \varphi_{I_i}] \} \quad \text{Ec. (2.69)}$$

El producto del voltaje y la corriente instantáneos, donde  $j = i \pm 1$ , se generarán componentes de la frecuencia fundamental del sistema y se comportará como un componente subarmónico de  $p(t)$  [21]. El valor RMS de la potencia instantánea con  $m\omega t$  es:

$$P_{rms}(m) = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \left[ \sum_{i=1}^{m-1} V_i I_k \{ \cos[(i+k)\omega t + \varphi_{V_i} + \varphi_{I_k}] + \sum_{i=1}^{n-m} V_i I_k \{ \cos[(i+k)\omega t + \varphi_{V_i} + \varphi_{I_k}] + \sum_{i=k+m}^{n-m} V_i I_k \{ \cos[(i+k)\omega t + \varphi_{V_i} + \varphi_{I_k}] \right]^2 dt} \quad \text{Ec. (2.70)}$$

Donde la suma de los valores RMS, expresada en [W] se define como:

$$P_{rms} = \sqrt{P_m^2 + \frac{1}{2} \sum_1^8 m [P_{rms}(m)]^2} \quad \text{Ec. (2.71)}$$

Donde AS es la potencia aparente actual, expresada en [VA], y está definido con los componentes de amplitud del espectro de  $p(t)$  como:

$$AS = \sqrt{2 \sum_1^8 m [P_{rms}(m)]^2} \quad \text{Ec. (2.72)}$$

### Definición de la Potencia para Sistemas Monofásicos.

Al obtener los parámetros de la potencia promedio  $P_{rms}$  y la potencia aparente actual  $AS$ , se puede construir la potencia de distorsión  $D$  y la potencia no activa  $N$  con el espectro de amplitud de  $p(t)$ , además, el orden par o impar de los armónicos definen la potencia reactiva actual  $AQ$ , estos están relacionados con la potencia media [21]. La actual potencia reactiva actual [VAR], se define como:

$$AQ = \sqrt{2 \sum_{1}^n m [P_{rms}(m)]^2 - P_m^2} \quad \text{Ec. (2.73)}$$

La potencia actual de distorsión  $AD$  [VAR], es obtenida de los componentes impares, no tienen efecto en la potencia promedio.

$$AD = \sqrt{2 \sum_{1}^{n-1} m [P_{rms}(m)]^2} \quad \text{Ec. (2.74)}$$

La potencia no activa actual  $AN$  [VAR], se define como:

$$AN = \sqrt{AQ^2 + AD^2} \quad \text{Ec. (2.75)}$$

$$AS = \sqrt{P_m^2 + AQ^2 + AD^2} \quad \text{Ec. (2.76)}$$

El modelo basado en la potencia instantánea fue propuesto en el año 2015. La tecnología está a su favor, causando que el espectro de frecuencias de la potencia instantánea tenga mayor exactitud al realizar los cálculos. Fue diseñado por la falta de calidad de la energía y como una propuesta de solución para obtener mejores medidas de la energía eléctrica, especialmente en la potencia reactiva y el factor de potencia para redes eléctricas de distribución, además contiene una revisión exhaustiva de los modelos anteriores. En los artículos realizados por los investigadores que diseñaron este modelo, enfatizan mucho en la variedad de modelos de potencia para diferentes aplicaciones, pero no hay un modelo general en condiciones no sinusoidales [1, 21].

## 2.8. Modelo de la Teoría de Potencia Conservativa (CPT) (2003-2018).

Este modelo está basado en el dominio del tiempo, es conocido por sus siglas en inglés CPT “The Conservative Power theory”, también es uno de los modelos de potencia más representativos. Se utiliza para mediciones, compensación y datos de la eficiencia en las impedancias de las líneas para redes eléctricas inteligentes [24,25,27]. La corriente reactiva de CPT, expresada en [A], se define como:

$$i_{rT}(t) = \frac{W}{||\hat{u}||^2} \hat{u}(t) = BU \quad \text{Ec. (2.77)}$$

La potencia activa, expresada en [W] se define como:

$$P = u^2 * \sum_{n=1}^{\infty} (G_n) = ||u|| * ||I_a|| \quad \text{Ec. (2.78)}$$

La energía reactiva, se representa con la letra  $W$ , expresada en [Watt o kJ] se define como:

$$W = - \sum_{n \in \{1,3\}} \text{sgn}\{B_n\} |B_n| \frac{U_n^2}{n\omega_1} = \left(\frac{U_f}{n\omega_1}\right)^2 \sum_{n=1}^3 B_n \quad \text{Ec. (2.79)}$$

Donde la energía reactiva  $W$  representa la energía inductiva y capacitiva almacenada en el circuito de carga<sup>4</sup> [26]. El voltaje RMS se define como:

$$\hat{u}(t) = \sum_{n \in N} \hat{U}_n(t) = \sqrt{2} \sum_{n \in N} \frac{U_n}{n\omega_1} * \sin n\omega_1 t \quad \text{Ec. (2.80)}$$

$$||\hat{u}|| = \sqrt{\sum_{n \in \{1,3\}} \left(\frac{U_n}{n\omega_1}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{U_1}{\omega_1}\right)^2 + \left(\frac{U_3}{3\omega_1}\right)^2} \quad \text{Ec. (2.81)}$$

La corriente RMS de carga, se define como:

$$||i|| = \sqrt{\sum_{n \in \{1,3\}} (Y_n U_n)^2} \quad \text{Ec. (2.82)}$$

La corriente activa se define como:

$$||I_a|| = \sqrt{\sum_{n=1}^N (I_{an})^2} = \sqrt{\sum_{n=1}^N \left(\frac{P_n}{U_n}\right)^2} = G ||\hat{u}|| \quad \text{Ec. (2.83)}$$

<sup>4</sup> El autor L. S. Czarnecki cita el documento original para el significado de la energía reactiva “W” de H.K.M. Parades, F.P. Marafao, P. Mattavelli, P. Tenti, “Application of Conservative Power Theory to load and line characterization and revenue metering”, 2012 Int. Workshop on Applied Measurements for Power Systems.

La corriente reactiva  $i_{rT}(t)$  RMS se define como:

$$i_{rT}(t) = \left| \frac{W}{\|\hat{u}\|^2} \hat{u}(t) \right| = \frac{W}{\|\hat{u}\|} \quad \text{Ec. (2.84)}$$

La corriente vacía  $i_V$  RMS, expresada en [A] se define como:

$$\|i_V\| = \sqrt{\|i\|^2 - [\|i_a\| + \|i_{rT}\|]^2} \quad \text{Ec. (2.85)}$$

La corriente no activa, expresada en [A] se define como:

$$i^U = \sqrt{(I_a^u)^2 + (I_r^u)^2} \quad \text{Ec. (2.86)}$$

Nota: La ecuación 2.84. Sólo existe si hay cargas desbalanceadas y en circuitos monofásicos el valor de esta corriente es nulo [24]. La potencia de distorsión  $D_T$ , expresada en [VAR] se define como:

$$D_T = \|i_V\| \|u\| \quad \text{Ec. (2.87)}$$

La potencia reactiva  $Q_T$ , expresada en [VAR] se define como:

$$Q_T = \|i_{rT}\| \|u\| = \frac{u}{\hat{u}} W \quad \text{Ec. (2.88)}$$

La potencia no activa N, expresada en [VA] se define como:

$$N = u I^u \quad \text{Ec. (2.89)}$$

La potencia vacía V, expresada en [VA] se define como:

$$V = u I_v \quad \text{Ec. (2.90)}$$

La potencia aparente A, expresada en [VA] se define como:

$$A^2 = u^2 I_a^2 + u^2 I_r^2 + u^2 I^2 + u^2 I_v^2 = P^2 + Q^2 + N^2 + V^2 \quad \text{Ec. (2.91)}$$

Este modelo es uno de los más recientes y se ha consolidado aún más a través de los años, se ha utilizado para medición de la potencia en micro redes eléctricas inteligentes con el fin de obtener factores de rendimiento en las impedancias de las líneas que pueden afectar la medición de la potencia en redes de distribución [24, 25].

Este modelo también presenta deficiencias, de acuerdo con Czarnecki la componente “W” se utiliza para referirse a la energía reactiva almacenada en capacitores o inductores, pero es una definición incorrecta, ya que la energía no puede ser negativa. A pesar de sus particularidades es un modelo bastante completo y está basado en el modelo de Budeanu y las corrientes de Fryze [26].

## 2.9. Resumen del Capítulo 2

Los modelos de potencia fueron diseñados con un fin en específico, ya sea, mediciones, diseño de circuitos o interpretaciones del fenómeno físico de la potencia en condiciones no sinusoidales [21]. La tabla 2.2, muestra un resumen de las definiciones de potencia principales de cada modelo visto, las aplicaciones y/o contribuciones que se realizaron en torno al modelo.

Tabla 2.2. Definición y aplicaciones de los Modelos de Potencia

Modelo de Potencia	Definiciones	Aplicaciones y Contribuciones.
<u>C. I. Budeanu</u> (1927)	$P = \sum_{n=0}^{\infty} V_n I_n \cos(\theta_n)$ $Q_B = \sum_{n=1}^{\infty} V_n I_n \sin(\theta_n)$ $D_B = \sqrt{S^2 - (P^2 + Q^2)}$ $S^2 = \sum_{i=1}^n V_i^2 \sum_{i=1}^n I_i^2$	<p>Primer Investigador en definir la potencia en régimen no sinusoidal [4,8].</p> <p>Modelo puramente teórico, con su definición sobre la potencia de distorsión, contribuyó al diseño de los modelos de potencia. [8]</p>
<u>S. Fryze</u> (1932)	$I_a = I \cos \theta \sin(\omega t)$ $I_F = -I \sin \theta \sin(\omega t)$ $P = \sum_{i=1}^n V_i I_i \cos(\theta_{vi} - \theta_{li})$ $Q_F =  v  i_F $ $S^2 = P^2 + Q_F^2$	<p>La corriente de Fryze es la base para el diseño de los filtros de las componentes armónicas [4].</p> <p>La conductancia de Fryze utilizada para la mejora de la calidad de la energía [14].</p>
<u>W. Shepherd y P. Zakikhani</u> (1972)	$P = \sum_{n=0}^{\infty} V_n I_n \cos(\theta_n)$ $S_R^2 = \sum_{i=1}^n V_i^2 \sum_{i=1}^n I_i^2 \cos^2(\theta_n) \neq p^2$ $S_X^2 = \sum_{i=1}^n V_i^2 \sum_{i=1}^n I_i^2 \sin^2(\theta_n)$ $S_D^2 = \sum_{i=1}^n V_i^2 \sum_{j=1}^p I_j^2 + \sum_{j=1}^m V_j^2 \left( \sum_{i=1}^n I_i^2 + \sum_{j=1}^p I_j^2 \right)$ $S^2 = S_R^2 + S_X^2 + S_D^2$	<p>Se comprueba su efectividad con la compensación del factor de potencia para el control de un tiristor en cargas monofásicas [9, 10, 15].</p> <p>Sus definiciones contribuyen a incrementar la eficiencia en las líneas de carga y la mejora del sistema [15].</p>

Modelo de Potencia	Definiciones	Aplicaciones
<a href="#">D. Sharon.</a> (1973)	$S^2 = P^2 + S_Q^2 + S_C^2$ $S_Q = V * \sqrt{\sum_1^n I_n^2 \sin^2 \theta_n}$ $S_C^2 = (\sum_1^m V_m^2)(\sum_1^n I_n^2 \cos^2(\theta_{Vn} - \theta_{In})) + \dots$ $\dots + V_{rms}^2 \sum_1^p I_p^2 + \frac{1}{2} \sum_1^\beta \sum_1^\gamma (V_\beta I_\gamma \cos \theta_\gamma - V_\gamma I_\beta \cos \theta_\beta)^2$ $S_C = \sqrt{S^2 - P^2 - S_Q^2}$	<p>Usado en conexiones para líneas o enlaces de transmisión en DC [12].</p> <p>Utilizado como una forma particular para mejorar el factor de potencia y la eficiencia del sistema para líneas con cargas monofásicas [12, 17].</p>
<a href="#">Leszek. S. Czarnecki.</a> (1987)	$S = \sqrt{P^2 + D_s^2 + Q_r^2}$ $P = VI_a = G_e V^2$ $D_s = VI_s = V \sqrt{\sum_{h \in M} (G_h - G_e)^2 V_h^2}$ $Q_r = VI_r = V \sqrt{\sum_{h \in M} (B_h V_h)^2}$	<p>Diseño de Circuitos compensadores LC como una rama en paralelo de la carga [18, 19].</p>
<a href="#">IEEE 1459-2010</a> (2000-2010)	$P = \sum_{n=0}^{\infty} V_n I_n \cos(\theta_n)$ $S^2 = (VI)^2 = (V_1^2 + V_H^2)(I_1^2 + I_H^2)$ $S_H = \sqrt{P_H^2 + D_H^2}$ $D_H = \sqrt{S_H^2 - P_H^2}$ $N = \sqrt{S^2 - P^2}$	<p>Diseño de instrumentos y dispositivos capaces de medir la potencia aparente [1, 20].</p> <p>Este estándar ha sido utilizado para [20]:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Compensación de armónicos [20]</li> <li>• Tarifas de energía [20]</li> <li>• Cuantificación de efectos perjudiciales de cargas no lineales o en un sistema de energía en particular [20]</li> </ul>

En la línea del tiempo de los modelos de potencia, hay una diferencia grande entre el modelo de Fryze y el modelo de Shepherd y Zakikhani, esto facilita el entendimiento del problema ingenieril en la época, porque el problema de Fryze y Budeanu era encontrar una interpretación al fenómeno de la potencia. Mientras que Shepherd y Zakikhani realizaron el modelo con el fin de diseñar un circuito compensador, de alguna forma, los modelos que surgieron después de 1932, buscaban medir la potencia en condiciones no sinusoidales y aplicar los conocimientos de las definiciones propuestas.

Tabla 2.2. Datos de los Modelos de Potencia

Modelo de Potencia	Definiciones	Aplicaciones.
<p style="text-align: center;"><u>Potencia Instantánea.</u> (2015)</p>	$P_{rms}(m) = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \left[ \sum_{i=1}^{m-1} V_i I_k \{\cos[(i+k)\omega t + \varphi_{v_i} + \varphi_{i_k}] + \dots + \sum_{i=k+m}^{n-m} V_i I_k \{\cos[(i+k)\omega t + \varphi_{v_i} + \varphi_{i_k}]\}^2 dt \right]}$ $P_{rms} = \sqrt{P_m^2 + \frac{1}{2} \sum_1^n m [P_{rms}(m)]^2}$ $AS = \sqrt{2 \sum_1^n m [P_{rms}(m)]^2}$ $AQ = \sqrt{2 \sum_1^n m [P_{rms}(m)]^2 - P_m^2}$ $AD = \sqrt{2 \sum_1^{n-1} m [P_{rms}(m)]^2}$ $AN = \sqrt{AQ^2 + AD^2}$ $AS = \sqrt{P_m^2 + AQ^2 + AD^2}$	<p>Diseño de instrumentos y dispositivos [21].</p> <p>Se utiliza para obtener mejores medidas de la energía eléctrica, especialmente en la potencia reactiva y el factor de potencia en redes eléctricas de distribución [21].</p>
<p style="text-align: center;"><u>Modelo Teoría de Potencia Conservativa (CPT)</u> (2003-2018)</p>	$P = u^2 * \sum_{n=1}^{\infty} (G_n) =   u   *   I_a  $ $W = \left(\frac{U_f}{n\omega_1}\right)^2 \sum_{n=1}^3 B_n$ $D_T =   i_v     u  $ $Q_T =   i_{rT}     u   = \frac{u}{\hat{u}} W$ $N = uI^u$ $V = uI_v$ $A^2 = P^2 + Q^2 + N^2 + V^2$	<p>Utilizado principalmente en redes eléctricas inteligentes [25, 27].</p> <p>Medir las características reactivas y de distorsión de las cargas [27].</p> <p>Obtener factores de rendimiento en las impedancias de las líneas que pueden afectar drásticamente la medición de la potencia en redes de distribución. [27]</p>

En conclusión, los investigadores han propuesto diferentes métodos para modelar las componentes de la potencia no activa, pero los valores de la potencia activa y aparente no cambian. Gracias a estos modelos se han desarrollado diferentes soluciones para contrarrestar los efectos negativos en casos particulares. Aunque en los modelos más recientes se ha buscado diseñar dispositivos o instrumentos capaces de medir las componentes no activas con el fin de mejorar la calidad de la energía en sistemas eléctricos.

Se empleo un ejemplo ilustrativo para comprobar las definiciones de cada modelo y la forma en la que operan en un circuito monofásico en condiciones no sinusoidales. El ejemplo es el siguiente:

## 2.10. Ejemplo 2.4. Ejemplo ilustrativo para todos los Modelos de Potencia.

Este ejemplo está basado en el artículo de comparaciones de potencia [1]. El circuito consta de una carga óhmica inductiva de 42.32 W y 101 mH con un factor de potencia de 0.80, que tiene una fuente no sinusoidal de 230 VRMS y una corriente no sinusoidal que pasa de la carga a la fuente de 4.364 ARMS. Utilice el modelo de Budeanu, Fryze, Shepherd y Zakikhani, Sharon, Czarnecki, IEEE 1459-2010, Potencia instantánea y de Potencia Conservativa (CPT) para obtener la potencia real, reactiva, de distorsión, no activa y aparente del circuito mostrado en la figura 2.5.

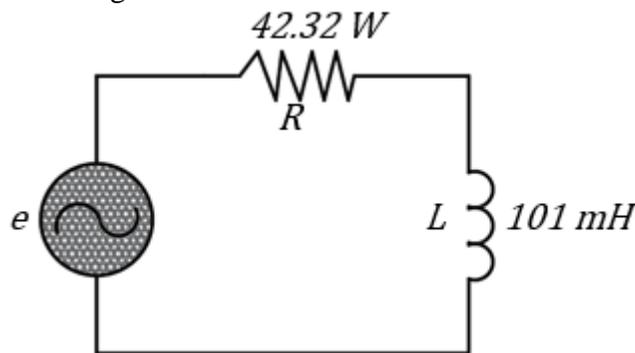


Figura 2.5. Ejemplo Ilustrativo [1]

Datos.

Como se tiene una fuente no lineal, está causa componentes armónicos en la frecuencia de la corriente.

$$e = 230 \sin(\omega t - 0^\circ) + 2.30 \sin(2\omega t + 0^\circ) + 6.90 \sin(3\omega t - 90^\circ) + 2.30 \sin(4\omega t - 90^\circ) \\ + 6.90 \sin(5\omega t - 90^\circ) + 1.15 \sin(6\omega t - 90^\circ) + 2.30 \sin(7\omega t - 90^\circ)$$

$$i = 4.364 \sin(\omega t - 36.59^\circ) + 0.030 \sin(2\omega t - 56.04^\circ) + 0.067 \sin(3\omega t - 155.82^\circ) \\ + 0.017 \sin(4\omega t - 71.39^\circ) + 0.042 \sin(5\omega t - 74.92^\circ) + 0.006 \sin(6\omega t - 77.35^\circ) \\ + 0.010 \sin(7\omega t - 79.11^\circ)$$

El coseno del ángulo que forma la tensión y la corriente esta dado por

$$\theta = \cos^{-1}(0.80) = 36.869897$$

La potencia activa:

$$P = \sum_{i=1}^n V_i I_i \cos(\theta_{vi} - \theta_{li}) = (230 * 4.364) \cos(36.59^\circ) \\ P = 805.908 \text{ W}$$

Tabla 2.3. Valores del caso de estudio en los Modelos de Potencia

Modelo de Potencia		Valores	Modelo de Potencia		Valores
<b>Budeanu</b>	$P (W)$	805.908	<b>Czarnecki</b>	$P (W)$	805.908
	$Q_B (VAR)$	598.30218		$Q_r (VAR)$	597.81358
	$D_B (VA)$	31.783942		$D_S (VAR)$	66.6839
	$S (VA)$	1003.72		$S (VA)$	1005.63543
<b>Fryze</b>	$P (W)$	805.908	<b>IEEE 1459-2010</b>	$P (W)$	806.22
	$G (\Omega^{-1})$	0.0152183		$P_I (W)$	805.908
	$I_a (A)$	3.503949		$P_H (W)$	0.312
	$I_F (A)$	2.6013138		$Q_I (VAR)$	598.30218
	$Q_F (VAR)$	598.30218		$D_H (VAR)$	3.74523
	$S (VA)$	1003.72		$N (VAR)$	592.669
<b>Shepherd y Zakikhani</b>	$P (W)$	805.908	<b>Potencia Instantánea</b>	$S_H (VA)$	3.7582
	$S_R (VA)$	806.925		$S (VA)$	1003.72
	$S_X (VA)$	599.057		$\Sigma P_m (W)$	647.302
	$S_D (VA)$	0		$P_m (W)$	806.22
<b>D. Sharon</b>	$S (VA)$	1004.95	$P_{RMS} (VA)$	1033.92	
	$P (W)$	805.908	$AQ (VAR)$	433.6	
	$S_Q (VA)$	598.421614	$AD (VAR)$	21.04	
	$S_C (VA)$	30.2920	$AN (VAR)$	879.128	
<b>Potencia CPT</b>	$S (VA)$	1004.2478	$AS (VA)$	915.665	
	$P (W)$	805.908			
	$W (W)$	598.302			
	$D_T (VAR)$	54.0963			
	$Q_T (VAR)$	598.301			
	$N (VA)$	0			
	$V (VA)$	54.0963			
$A (VA)$	1005.18				

Se demostró que la potencia activa y aparente son semejantes entre cada modelo, esto se debe a que la potencia total sigue obedeciendo la misma ecuación universal de  $S = V * I$ , donde la potencia aparente es igual o muy parecida en todos los casos. En el [apéndice de memoria de cálculo](#) se muestra una parte del procedimiento realizado para la elaboración de las tablas de este capítulo

En el siguiente capítulo se compararán todos los modelos vistos anteriormente con 2 casos de estudio para observar el comportamiento de cada uno de los modelos.

### Capítulo 3. Comparación de los Modelos de Potencia.

Como se han explicado las definiciones de los modelos de potencia; se pondrán a prueba con 2 casos de estudio cada uno con 4 subcasos basados en el artículo de L. I. Eguiluz [28].

El primer caso de estudio replica los datos del artículo de Eguiluz, agregando cuatro modelos que no se encontraban en el artículo, en el segundo caso se proponen los valores de cada subcaso utilizando el teorema de Parseval para elaborar las formas de onda de los voltajes y corrientes, todo esto bajo condiciones no sinusoidales para circuitos monofásicos, los subcasos nombrados son los siguientes:

**Subcaso A:** El voltaje es sinusoidal, con una carga no lineal.

**Subcaso B:** El voltaje y la corriente son no sinusoidales y tienen el mismo ángulo de fase.

**Subcaso C:** El voltaje y la corriente son no sinusoidales y tienen diferente ángulo de fase.

**Subcaso D:** El voltaje y la corriente son no sinusoidales y tienen armónicos de diferente orden.

#### 1<sup>er</sup> Caso de Estudio.

Se reprodujeron los mismos valores del artículo de Eguiluz [28] más cuatro modelos de potencia que no estaban en dicho artículo, los cuales son: Czarnecki, IEEE 1459-2010, modelo de potencia instantánea y CPT. La tabla 3.1 muestra los valores de voltajes y corrientes que se utilizaron para desarrollar los modelos.

*Tabla 3.1. Valores de voltajes y corrientes del 1er caso de estudio para los Modelos de Potencia*

Subcaso		$V_1I_1$	$V_3I_3$	$V_5I_5$	$V_7I_7$
<b>A</b>	$V_A$	$113.65 \angle 0^\circ$	/ / /	/ / /	/ / /
	$I_A$	$15 \angle -30^\circ$	$5.8 \angle 0^\circ$	$2 \angle 0^\circ$	$1 \angle 0^\circ$
<b>B</b>	$V_B$	$105 \angle 0^\circ$	$35 \angle 0^\circ$	$21 \angle 0^\circ$	$15 \angle 0^\circ$
	$I_B$	$15 \angle 0^\circ$	$5 \angle 0^\circ$	$3 \angle 0^\circ$	$15/7 \angle 0^\circ$
<b>C</b>	$V_C$	$105 \angle 0^\circ$	$35 \angle 0^\circ$	$21 \angle 0^\circ$	$15 \angle 0^\circ$
	$I_C$	$15 \angle -30^\circ$	$5 \angle -90^\circ$	$3 \angle -150^\circ$	$15/7 \angle 150^\circ$
<b>D</b>	$V_D$	$105 \angle 0^\circ$	$40.82 \angle -180^\circ$	/ / /	$15 \angle 0^\circ$
	$I_D$	$15 \angle -30^\circ$	/ / /	$5.44 \angle -60^\circ$	$3 \angle -30^\circ$

Una vez que se desarrollaron los voltajes y corrientes del 1<sup>er</sup> caso de estudio para todos los modelos, se necesitaba otro caso para corroborar, si el comportamiento de los modelos se mantenía o cambiaba con otros componentes impares de voltajes y corrientes manteniendo los mismos ángulos de desfase, fue así, como se propuso el 2<sup>do</sup> caso con otra serie de Fourier de voltajes y corrientes para desarrollar los subcasos.

## 2<sup>do</sup> Caso de Estudio.

Se desarrolló la serie de Fourier de los voltajes y corrientes de cada subcaso de estudio con un voltaje RMS de 127 V con corriente RMS de 4.763 A. Los cálculos de cada armónico de voltajes y corrientes, son los siguientes.

Tabla 3.2. Valores de voltajes y corrientes del 2do caso de estudio para los Modelos de Potencia

Subcaso		$V_1I_{a1}$	$V_3I_{a3}$	$V_5I_{a5}$	$V_7I_{a7}$
<b>A</b>	$V_A$	$127 \angle 0^\circ$	/ / /	/ / /	/ / /
	$I_A$	$4.73 \angle -30^\circ$	$0.5254 \angle 0^\circ$	$0.18917 \angle 0^\circ$	$0.0965 \angle 0^\circ$
<b>B</b>	$V_B$	$101.6 \angle 0^\circ$	$53.848 \angle 0^\circ$	$44.0309 \angle 0^\circ$	$31.115 \angle 0^\circ$
	$I_B$	$4.73 \angle 0^\circ$	$0.5254 \angle 0^\circ$	$0.18917 \angle 0^\circ$	$0.0965 \angle 0^\circ$
<b>C</b>	$V_C$	$101.6 \angle 0^\circ$	$53.848 \angle 0^\circ$	$44.0309 \angle 0^\circ$	$31.115 \angle 0^\circ$
	$I_C$	$4.73 \angle -30^\circ$	$0.5254 \angle -90^\circ$	$0.18917 \angle -150^\circ$	$0.0965 \angle 150^\circ$
<b>D</b>	$V_D$	$101.6 \angle 0^\circ$	$72.4154 \angle -180^\circ$	/ / /	$23.7173 \angle 0^\circ$
	$I_D$	$4.73 \angle -30^\circ$	/ / /	$0.5192 \angle -60^\circ$	$0.23 \angle -30^\circ$

Las figuras 3.1, 3.2, 3.3 y 3.4 muestran las gráficas de los voltajes y corrientes del 1<sup>er</sup> y 2<sup>do</sup> caso de estudio donde se observa la distorsión en cada subcaso. La razón por la que las gráficas son iguales, se debe a que se utilizaron los mismos ángulos de desfase entre voltajes y corrientes [20].

Una vez que se desarrollaron los datos necesarios para los cálculos. Se realizaron los apartados siguientes: Las tablas 3.3 y 3.4 contiene la comparación de los factores de potencia de cada caso junto con la potencia activa y aparente que se mantiene constante en cada modelo, mientras que en las tablas 3.5 y 3.6 muestran las definiciones más representativas del modelo, y, por último, las tablas 3.7 y 3.8 muestran los datos de la potencia reactiva, donde se analiza la comparación de los modelos de potencia desde esta definición.

En el [apéndice de memorias de cálculo](#) se muestra una parte del procedimiento realizado para la elaboración de las tablas de este capítulo y el desarrollo de las series de Fourier para el 2<sup>do</sup> caso.

Figura 3.1. Gráficas de voltajes y corrientes del 1er y 2do caso

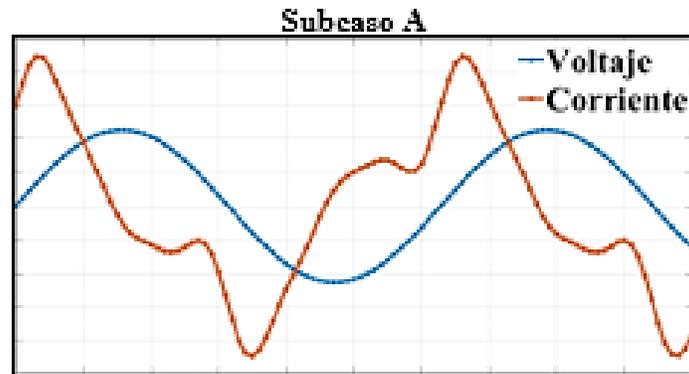


Figura 3.2. Gráficas de voltajes y corrientes del 1er y 2do caso

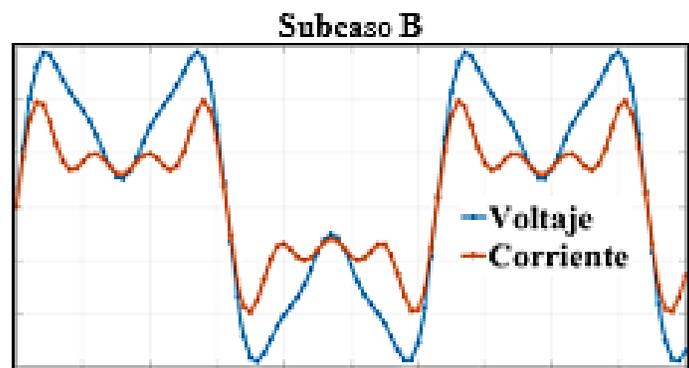


Figura 3.3. Gráficas de voltajes y corrientes del 1er y 2do caso

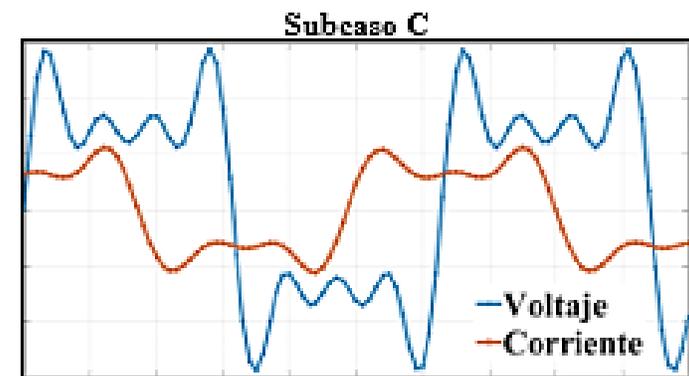
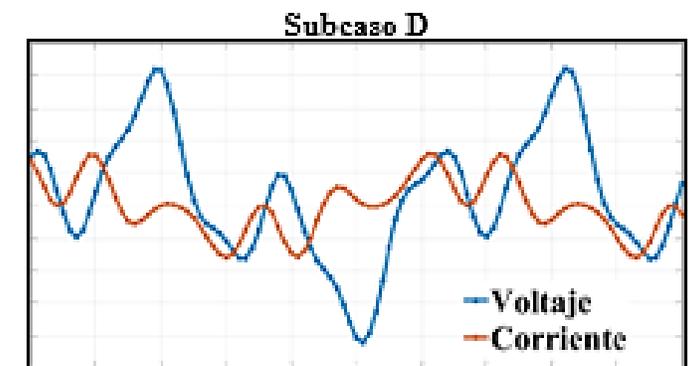


Figura 3.4. Gráficas de voltajes y corrientes del 1er y 2do caso



Para cada caso se desarrollaron comentarios acerca del comportamiento de los modelos y algunas características que se presentarán mientras se obtuvieron los valores de las potencias.

### Valores para el 1<sup>er</sup> Caso de Estudio

Tabla 3.3. Valores de la potencia activa, aparente y el factor de potencia del 1er caso de estudio

<i>1er Caso</i>	<i>Factor de Potencia</i>		<b>Subcaso A</b>	<b>Subcaso B</b>	<b>Subcaso C</b>	<b>Subcaso D</b>
	<b>Potencia Activa</b>	$P (W)$	1476.36	1845.14	1281.59	1402.96
	<b>Potencia Aparente</b>	$S (VA)$	1840.46	1845.14	1845.14	1845.17
	<b>Factor de Potencia</b>	$PF$	0.8021	1	0.6945	0.7603

Como se vio en el capítulo 2 la potencia aparente no cambia en los subcasos, esto se toma como una característica que debe cumplir cada modelo, por ser una ecuación universal, sin embargo, se empleará el más adecuado según la aplicación, con el fin de evitar errores que repercutan en el cálculo de la potencia.

### Valores para el 2<sup>do</sup> Caso de Estudio

Tabla 3.4. Valores de la potencia activa, aparente y el factor de potencia del 2do caso de estudio

<i>2do Caso</i>	<i>Factor de Potencia</i>		<b>Subcaso A</b>	<b>Subcaso B</b>	<b>Subcaso C</b>	<b>Subcaso D</b>
	<b>Potencia Activa</b>	$P (W)$	520.23	520.219	406.37	423.823
	<b>Potencia Aparente</b>	$S (VA)$	605.006	605.007	605.007	604.186
	<b>Factor de Potencia</b>	$PF$	0.85987	0.85988	0.671678	0.701478

Los valores del factor de potencia para el 2<sup>do</sup> caso se mantienen casi iguales a los del 1<sup>er</sup> caso, a pesar de que el orden de las componentes son distintas. Excepto en el subcaso B, ya que la potencia activa no fue igual a la potencia aparente, debido a que la forma de onda está distorsionada, causando pérdidas en la potencia activa.

## Valores de la potencia reactiva, de distorsión y no activa del 1<sup>er</sup> Caso de Estudio

Tabla 3.5. Valores de la potencia reactiva, de distorsión y no activa del 1<sup>er</sup> caso de estudio

Modelo de Potencia		Subcaso A	Subcaso B	Subcaso C	Subcaso D
<b>Budeanu</b>	$Q_B (VAR)$	852.375	0	1010.07	1010.04
	$D_B (VA)$	693.622	0	861.294	883.321
<b>Fryze</b>	$Q_F (VAR)$	1107	0	1327	1198
<b>Shepherd y Zakikhani</b>	$S_X (VA)$	852.375	0	807.485	810.954
	$S_D (VA)$	706.134	0	942.498	934.12
<b>Sharon</b>	$S_Q (VA)$	852.375	0	1046	860.096
	$S_C (VA)$	706.181	0	817.284	834.486
<b>Czarnecki</b>	$Q_r (VAR)$	663.271	0	863.94	645.745
	$D_s (VAR)$	886.47	0	1010.047	1010.04
<b>IEEE 1459-2010</b>	$Q (VAR)$	852.375	0	1327	1198
	$D_H (VAR)$	0	0	715.417	1307.84
	$N (VAR)$	1107	0	1327.43	1198.39
<b>Potencia Instantánea</b>	$AQ (VAR)$	852.375	-	1366.36	1306.145
	$AD (VAR)$	706.495	-	44.8443	43.5439
	$AN (VAR)$	1107.1	-	1367.1	1306.87
<b>Teoría de Potencia Conservativa (CPT)</b>	$D_T (VAR)$	706.457	0	861.689	883.654
	$Q_T (VAR)$	853.375	0	1010.07	810
	$N (VA)$	0	0	0	0

En estas tablas se concentran los valores de potencia reactiva, de distorsión y no activa, pues algunos investigadores tomaron a consideración la potencia no activa, como una definición que contiene las componentes fundamentales y no fundamentales de la potencia aparente, por ejemplo, el modelo de potencia Instantánea o IEEE 1459-2010 [1,20].

En este caso, los valores de la potencia de distorsión y la potencia no activa varían, por el orden de las componentes y las ecuaciones que utilizaron para obtener los resultados, pero finalmente con las definiciones de potencia activa y no activa, se puede construir la potencia aparente, por ejemplo la potencia aparente de Budeanu  $S = \sqrt{P^2 + D^2 + Q^2}$ .

## Valores de la potencia reactiva, de distorsión y no activa del 2<sup>do</sup> Caso de Estudio

Tabla 3.6. Valores de la potencia reactiva, de distorsión y no activa del 2<sup>do</sup> caso de estudio

Modelo de Potencia		Caso A	Caso B	Caso C	Caso D
<b>Budeanu</b>	$Q_B (VAR)$	300.355	0	214.656	243.011
	$D_B (VA)$	71.9714	0	393.471	355.472
<b>Fryze</b>	$Q_F (VAR)$	308.667	0	448.136	431.985
<b>Shepherd y Zakikhani</b>	$S_X (VA)$	302.503	0	241.946	240.299
	$S_D (VA)$	427.806	0	366.446	367.336
<b>Sharon</b>	$S_Q (VA)$	300.355	0	307.974	300.71
	$S_C (VA)$	64.6602	0	325.652	313.562
<b>Czarnecki</b>	$Q_r (VAR)$	300.355	0	300.71	427.064
	$D_S (VAR)$	71.7483	0	67.9493	82.199
<b>IEEE 1459-2010</b>	$Q (VAR)$	306.539	0	445.031	428.993
	$D_H (VAR)$	0	96.6397	103.994	71.8675
	$N (VAR)$	308.652	308.67	448.154	434.512
<b>Potencia Instantánea</b>	$AQ (VAR)$	308.746	-	308.987	427.064
	$AD (VAR)$	13.4761	-	25.6194	27.105
	$AN (VAR)$	309.0399	-	310.047	427.9232
<b>Teoría de Potencia Conservativa (CPT)</b>	$D_T (VAR)$	203.822	0	356.659	360.13
	$Q_T (VAR)$	300.355	0	271.24	243.011
	$N (VA)$	0	0	0	0

En ambos casos el modelo de teoría de potencia conservativa (CPT) no hay valores en la potencia no activa debido a que sólo existe si hay cargas desbalanceadas.

## Valores de la potencia reactiva para el 1<sup>er</sup> Caso de Estudio

Tabla 3.7. Valores de la potencia reactiva del 1<sup>er</sup> caso de estudio

Modelo de Potencia		A	B	C	D
<b>Budeanu</b>	$Q_B(VAR)$	852.375	0	1010.07	1010.04
<b>Fryze</b>	$Q_F(VAR)$	1107.2	0	1327	1198
<b>Shepherd y Zakikhani</b>	$S_X(VAR)$	852.375	0	807.485	810.954
<b>Sharon</b>	$S_Q(VAR)$	852.375	0	1046	860.096
<b>Czarnecki</b>	$Q_r(VAR)$	852.375	0	1010.47	1010.04
<b>IEEE 1459-2010</b>	$Q(VAR)$	852.375	0	1327.43	1198.39
<b>Potencia Instantánea</b>	$AQ(VAR)$	852.375	0	1366.36	1306.145
<b>Teoría de Potencia Conservativa (CPT)</b>	$Q_T(VAR)$	852.375	0	1010.07	1010.04

Finalmente, los modelos se centran en la definición de la potencia reactiva para la compensación del factor de potencia.

## Valores de la potencia reactiva para el 2<sup>do</sup> Caso de Estudio

Tabla 3.8. Valores de la potencia reactiva del 2<sup>do</sup> caso de estudio

Modelo de Potencia		A	B	C	D
<b>Budeanu</b>	$Q_B(VAR)$	300.355	0	214.656	243.011
<b>Fryze</b>	$Q_F(VAR)$	308.677	0	448.136	431.985
<b>Shepherd y Zakikhani</b>	$S_X(VAR)$	302.503	0	241.946	240.299
<b>Sharon</b>	$S_Q(VAR)$	300.355	0	307.974	300.71
<b>Czarnecki</b>	$Q_r(VAR)$	300.355	0	300.71	427.064
<b>IEEE 1459-2010</b>	$Q(VAR)$	306.539	0	445.031	428.993
<b>Potencia Instantánea</b>	$AQ(VAR)$	308.746	0	308.987	427.064
<b>Teoría de Potencia Conservativa (CPT)</b>	$Q_T(VAR)$	300.355	0	271.24	243.011

Al desarrollar cada uno de los apartados de este capítulo, se obtuvo el comportamiento de cada modelo en los subcasos, a continuación, se muestra un resumen de dicho análisis.

## 3.0. Resumen del Capítulo 3

### 3.1. 1<sup>er</sup> Caso de Estudio (Subcaso A)

El subcaso con mayor factor de potencia y menor pérdida en la potencia activa.

En la mayoría de los modelos, la potencia reactiva tiene un valor de 852.375 VAR, pero el modelo de Fryze da un valor ligeramente mayor, esto quiere decir que todos los modelos con valores menores a 1107 VAR utilizaron la ecuación  $Q = VI \sin(\theta_v - \theta_i)$  o una variante de esta, donde la ecuación que se utilice afecta el valor total de la potencia reactiva.

### 3.2. 1<sup>er</sup> Caso de Estudio (Subcaso B)

En este caso se tienen voltajes y corrientes no sinusoidales con un ángulo de desfase de cero grados, es decir, que se necesita un ángulo diferente de cero entre la tensión y la corriente para producir potencia reactiva, en consecuencia, la potencia activa es igual a la potencia aparente ( $P = S$ ), se comporta como un circuito resistivo [13,28]. Sin embargo, la distorsión entre el voltaje y la corriente no afectó la potencia activa como en el 2do caso de estudio.

### 3.3. 1<sup>er</sup> Caso de Estudio (Subcaso C)

De todos los subcasos propuestos, en este se presentó más pérdida de potencia activa, junto con un aumento en las potencias reactivas, en consecuencia, el factor de potencia más bajo, en la [tabla 3.7](#) muestra el valor de la potencia reactiva del modelo de Shepherd y Zakikhani se mantuvo, pero en todos los modelos, la potencia reactiva incremento.

### 3.4. 1<sup>er</sup> Caso de Estudio (Subcaso D)

Este es el subcaso más común de todos [28], donde se tiene voltajes y corrientes con diferente ángulo de fase y diferente orden de armónico. El orden de dichas componentes es importante en algunos modelos, debido a que introduce la división de armónicos comunes y no comunes. Donde el término “común” significa que los voltajes y corrientes tienen el mismo orden de armónico [1]. Esto ayuda al análisis para contrarrestar el aumento de frecuencias de diferente orden.

El factor de potencia se mantiene bajo y la potencia reactiva varía en todos los modelos de potencia, al ser el subcaso más común es probable obtener una mejor respuesta si se propone mejorar el factor de potencia, a través de este subcaso.

### 3.5. 2<sup>do</sup> Caso de Estudio (Subcaso A)

El factor de potencia se mantiene, junto con la potencia reactiva y activa, también para este caso los modelos con mayor potencia reactiva fueron las de Fryze al utilizar una ecuación diferente de  $Q = VI\sin(\theta_v - \theta_i)$ .

### 3.6. 2<sup>do</sup> Caso de Estudio (Subcaso B)

Este subcaso se explica mejor con las figuras siguientes, a pesar de no tener un desfase entre el voltaje y la corriente, está se encuentra distorsionada, provocando que la potencia activa disminuya.

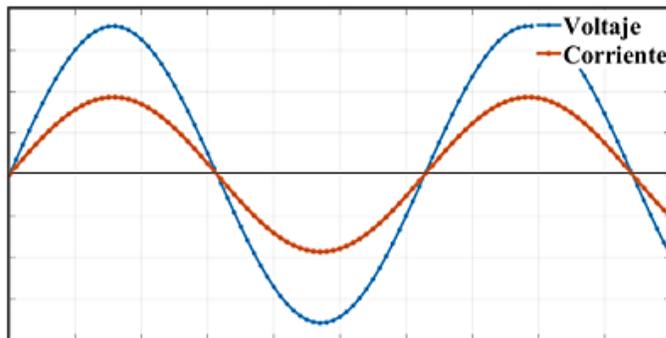


Figura 3.5. Forma de onda de voltajes y corrientes sinusoidales en fase

La potencia Reactiva es cero ya que no hay un desfase entre el voltaje y la corriente

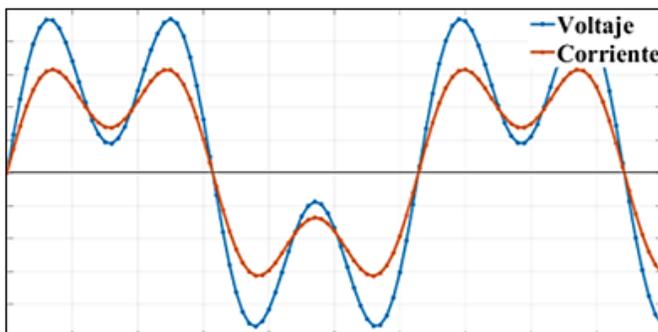
$$Q = VI\sin(\theta_v - \theta_i) = 0$$
$$P = S$$
$$D = 0$$


Figura 3.6. Forma de onda de voltajes y corrientes no sinusoidales en fase

La potencia Reactiva es cero ya que no hay desfase, pero hay distorsión en las formas de onda

$$Q = VI\sin(\theta_v - \theta_i) = 0$$
$$P \neq S$$
$$D \neq 0$$

En la figura 3.5 se tiene el caso ideal de dos formas de onda de voltajes y corrientes en fase, al no tener un desfase entre ellas no hay potencia reactiva ni de distorsión, sin embargo, en la figura 3.6. La forma de onda también está en fase, pero esta distorsionada, causando que la potencia activa sea diferente de la potencia aparente  $P \neq S$ .

El modelo IEEE en la tabla 3.6, muestra la potencia de distorsión que existe en la forma de onda, algunos modelos no pueden representar esta distorsión por la ecuación que utilizan, será igual a cero debido al ángulo de desfase.

### **3.7. 2<sup>do</sup> Caso de Estudio (Subcaso C)**

Como se muestra en la [tabla 3.8](#) la potencia reactiva aumentó en algunos modelos y en otros disminuyó, pero se mantiene como el subcaso con más pérdidas de potencia activa y factor de potencia más bajo. La forma de onda que se propuso fue diferente a la del primer caso, demostrando que la distorsión de los voltajes y corrientes influye en los valores de potencia y puede incrementar o disminuir considerablemente según la forma de onda.

### **3.8. 2<sup>do</sup> Caso de Estudio (Subcaso D)**

El subcaso D tiene cierta similitud con el Subcaso C, la potencia reactiva aumentó en algunos modelos y en otros disminuyó, como también la potencia activa presenta pérdidas y el factor de potencia es bajo. La potencia varía según las características del voltaje suministrado y la corriente que pasa por las terminales del circuito.

Realizando los comentarios e investigaciones se llegaron a las siguientes conclusiones y recomendaciones.

## Capítulo 4. Conclusiones y Recomendaciones

El propósito principal de este trabajo es analizar los diferentes modelos de potencia, con el fin de seleccionar el o los más adecuados según su aplicación, pues aún no hay un modelo general que satisfaga todos los casos para la potencia en régimen no sinusoidal.

En el cuerpo del trabajo se investigó cada uno junto con una comparación de 2 casos de estudio con diferentes formas de onda distorsionadas a pesar de que no hay un punto de referencia, se utilizaron las discusiones dentro del modelo y el comportamiento que tenía en cada caso, para dar recomendaciones del modelo más adecuado según su aplicación.

### 4.1. Conclusiones

Realizando la investigación de los artículos originales, las críticas realizadas alrededor de los modelos y desarrollando los casos de estudio, se concluye lo siguiente:

1. La potencia aparente es la misma en todos los modelos de potencia, por ser una definición universal. ( $S = V * I$ ). Es importante que en cada uno de los modelos se pueda verificar la potencia aparente del circuito propuesto.
2. En los casos de estudio los valores de potencia real resultaron muy similares a pesar de que las ecuaciones son diferentes. Por ejemplo, en la tabla muestra la comparación de las ecuaciones de potencia activa de Budeanu, Shepherd y Zakikhani y CPT del 1<sup>er</sup> caso de estudio del capítulo 3.

*Tabla 4.1. Comparación ecuaciones de potencia activa*

Modelo de Potencia	Ecuación de Potencia Activa	Valores del 1 <sup>er</sup> Caso de Estudio Subcaso A [W]
<b>Budeanu</b>	$P = \sum_{n=0}^{\infty} V_n I_n \cos(\theta_n)$	1476.36
<b>Shepherd y Zakikhani</b>	$S_R^2 = \sum_{i=1}^n V_i^2 \sum_{i=1}^n I_i^2 \cos^2(\theta_n)$	1476.37
<b>Teoría de Potencia Conservativa (CPT)</b>	$P = u^2 * \sum_{n=1}^{\infty} (G_n) =   u   *   I_a  $	1476.36

3. Los modelos de potencia considerados en este trabajo se desarrollaron para representar las componentes no activas de la potencia aparente.
4. Con las definiciones proporcionadas para cada modelo, se puede construir la potencia aparente  $S$ , a partir de las definiciones de potencia activa y no activa.

5. Los valores de la potencia de distorsión y la potencia no activa varían, por el orden de las componentes y las ecuaciones que utilizaron para obtener los resultados.
6. El modelo de Budeanu es uno de los más utilizados en literatura sobre electrónica de potencia para representar la potencia en régimen no sinusoidal [9,29,30], a pesar de ser sólo un concepto teórico.
7. En los casos de estudio el modelo de Fryze obtuvo una potencia reactiva mayor de  $1107.2 \text{ VAR}$  y  $308.667 \text{ VAR}$  en las tablas 3.7 y 3.8 que, en los otros modelos, ya que las ecuaciones que utilizó necesitan los valores eficaces totales del circuito.
8. Los factores de Potencia más bajos son los del subcaso C y D de  $0.6945$  y  $0.7603$ , debido a la distorsión y el orden de las componentes de los voltajes y corrientes suministrados.

## 4.2. Recomendaciones

Las recomendaciones están sujetas a la aplicación que se desea desarrollar, pues el modelo puede mostrar deficiencias si no se utiliza adecuadamente. Además, puede que un modelo diseñado en el futuro genere mejores resultados que los expuestos en este trabajo, pues aún en la actualidad se sigue investigando este tema, ya que, es un problema abierto en la comunidad de la ingeniería eléctrica.

1. El modelo IEEE 1459-2010, es el adecuado para realizar los cálculos teóricos de la medición y diseño de dispositivos que puedan medir o mitigar las componentes de la potencia, ya sea filtros activos o circuitos compensadores. Es un estándar que se renueva continuamente, mejorando las deficiencias que pueda tener, además, se utiliza para medir el consumo energético y diseñar las tarifas de energía en condiciones no sinusoidales, como también, para contrarrestar los armónicos que pasan por el neutro en la secuencia cero en circuitos trifásicos [20].

A pesar de ser un modelo sencillo se obtiene una buena respuesta del modelo, pues en los casos de estudio del capítulo 3, en el subcaso B pudo medir la distorsión de la onda.

2. El modelo de Teoría de Potencia Conservativa (CPT), se utiliza para medir la potencia reactiva y de distorsión en las cargas, es uno de los más recientes y se ha construido en base a los modelos anteriores, es el modelo adecuado para medir la potencia en líneas trifásicas para redes eléctricas inteligentes en redes de distribución [25,26,27].
3. El modelo de potencia de Sharon es el adecuado para utilizarse en conexiones para líneas o enlaces de transmisión en DC, este modelo se puede emplear si se necesita utilizar un capacitor o inductor lineal en paralelo a la carga, en vez de un filtro para armónicas. Es utilizado por los datos obtenidos de las potencias aparentes en las líneas de carga como una forma de incrementar la eficiencia del sistema. [12].
4. Para tener un mejor entendimiento de la potencia en condiciones no sinusoidales se recomienda estudiar el modelo de Budeanu y Fryze, pues son representaciones sencillas y son el esquema clásico de la definición de potencia en condiciones no sinusoidales, los modelos posteriores a estos, toman como base las ecuaciones desarrolladas por Budeanu y Fryze.
5. Para el diseño de circuitos compensadores de potencia reactiva se recomienda utilizar el comportamiento del Subcaso D, donde se tienen voltajes y corrientes distorsionadas con diferente orden de armónicos, ya que es el caso más típico, donde hay pérdidas de factor de potencia.
6. Para diseñar un circuito compensador o cualquier dispositivo mitigador se debe verificar las desviaciones permisibles en las formas de onda de tensión y de corrientes para un usuario con equipo de electrónica de potencia o con cargas no lineales que puedan inyectar corrientes armónicas. En México se verifica en base a la especificación de CFE-L0000-45 y la norma IEEE-519 [3,31,32]

## Referencias

- [1] G. Bucci, F. Ciancetta, E. Fiorucci, A. Ometto, Survey about Classical and Innovative Definitions of the Power Quantities Under Nonsinusoidal Conditions, *International Journal of Emerging Electric Power Systems*, pp. 1,16, 2017.
- [2] H. Akagi, E. Hirokazu Watanabe, M. Aredes, *INSTANTANEOUS POWER THEORY AND APPLICATIONS TO POWER CONDITIONING*, WILEY-INTERSCIENCE, IEEE PRESS, 2007.
- [3] I. Archundia Aranda, Extensión del Método de Barrido de Corrientes para el Análisis de Propagación de Armónica en Redes Aéreas de Distribución., Instituto Politécnico Nacional, 2014.
- [4] L. S. Czarnecki, «Two frameworks for interpreting power properties of circuits with nonsinusoidal voltajes and currents, *Electrical Engineering Budeanu and Fryze*», Springer Verlag, pp. 1-10, 1997.
- [5] A. Espinoza, R. Mota Palomino, «Intercambio de Energía en Smart Grids: Avances y Perspectivas», de Cátedra Eugenio, Méndez Docurrio, México, 2020.
- [6] Lyon W. V, Discussion to the paper “Definitions of Power and Related Quantities,” by H. L. Curtis and F. B.Silsbee, *Electrical Engineering*, Oct. 1935, p. 1121.
- [7] L. S. Czarnecki, "What is wrong with the Budeanu concept of reactive and distortion power and why it should be abandoned," in *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. IM-36, no. 3, pp. 834-837, Sept. 1987, doi: 10.1109/TIM.1987.6312797
- [8] A. E. Emanuel, " POWER DEFINITIONS AND THE PHYSICAL MECHANISM OF POWER FLOW", *IEEE Press*, A John Wiley and Sons, Ltd., Publication, first published 2010, pp. 93–137.
- [9] W. Shepherd and P. Zakikhani, "Suggested definition of reactive power for sinusoidal systems," *Proc. Inst. Elect. Eng.*, vol. 119, no. 9, pp. 1361-1362, Sept. 1972. HDISCUSSION", vol. 120, no. 7, pp. 796-798,1973. HDISCUSSION", vol. 121, no. 5, pp. 389-391, 1974.
- [10] W. Shepherd and P. Zand, “Energy Flow and Power Factor In Nonsinusoidal Circuits”. Cambridge University Press, First published pp. 57-74, 1979.
- [11] H. L. Curtis and F. B. Silsbee, "Definitions of power and related quantities," in *Electrical Engineering*, vol. 55, no. 2, pp. 182-187, Feb. 1936, doi: 10.1109/EE.1936.6540586.
- [12] M. E. Balci and M. H. Hocaoglu, "Comparison of power definitions for reactive power compensation in nonsinusoidal conditions," 2004 11th International Conference on

Harmonics and Quality of Power (IEEE Cat. No.04EX951), 2004, pp. 519-524, doi: 10.1109/ICHQP.2004.1409408.

[13] C. K. Alexander y M. N. O. Sadiku, "Fundamentos de Circuitos Eléctricos", MCGraw-Hill, 2013, pp 394-401.

[14] R. N. Tripathi and T. Hanamoto, "Improvement in power quality using Fryze conductance algorithm controlled grid connected solar PV system," 2015 International Conference on Informatics, Electronics & Vision (ICIEV), 2015, pp. 1-5, doi: 10.1109/ICIEV.2015.7334071.

[15] W. Shepherd and P. Zand, Suggested definition of reactive power for nonsinusoidal systems. Proc IEE. 1972; 119(9): 1361–1362.

[16] A. E. Emanuel," Suggested Definition of reactive power in non-sinusoidal systems and reactive-power definitions and power-factor improvement in nonlinear systems". *PROC. IEE, Vol. 121, No. 7, JULY 1974*

[17] Sharon, D.; "Reactive Power Definition and Power Factor Improvement in Nonlinear Systems", Proc. IEE, 120, 1973, pp. 704-706.

[18] L. S. Czarnecki, "Considerations on the Reactive Power in Nonsinusoidal Situations," in IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. IM-34, no. 3, pp. 399-404, Sept. 1985, doi: 10.1109/TIM.1985.4315358.

[19] G. G. Richards, O. T. Tan and L. S. Czarnecki, "Comments on "considerations on the reactive power in nonsinusoidal situations"," in IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. IM-35, no. 3, pp. 365-366, Sept. 1986, doi: 10.1109/TIM.1986.6499228.

[20] "IEEE Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced, or Unbalanced Conditions," in IEEE Std 1459-2010 (Revision of IEEE Std 1459-2000), vol. no. pp.1-50, 19 March 2010, doi: 10.1109/IEEESTD.2010.5439063.

[21] Fiorucci, E. The measurement of actual apparent power and actual reactive power from the instantaneous power signals in single-phase and three-phase systems, Electric Power Systems Research. In: *Electric Power System Research*, vol 121, 2015, pp, 227-242. <https://doi.org/10.1016/j.epsr.2014.11.002>.

[22] Owen, Edward L. "A history of harmonics in power systems", IEEE Industry Applications Magazine, vol. 4, no. 1, pp. 6-12, jan/feb 1998

[23] W. G. Morsi and M. E. El-Hawary, "Reformulating Power Components Definitions Contained in the IEEE Standard 1459–2000 Using Discrete Wavelet Transform," in IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 22, no. 3, pp. 1910-1916, July 2007, doi: 10.1109/TPWRD.2007.899777.

- [24] P. Tenti, H. K. M. Paredes and P. Mattavelli, "Conservative Power Theory, a Framework to Approach Control and Accountability Issues in Smart Microgrids," in *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 26, no. 3, pp. 664-673, March 2011, doi: 10.1109/TPEL.2010.2093153.
- [25] P. Tenti, P. Mattavelli, "A time-domain approach to power terms definitions under non-sinusoidal conditions", *Proc. of the 2003 Sixth Int. Workshop on Power Definitions and Measurements, under Nonsinusoidal Conditions*.
- [26] L. S. Czarnecki, "What is wrong with the conservative power theory (CPT)," 2016 International Conference on Applied and Theoretical Electricity (ICATE), 2016, pp. 1-6, doi: 10.1109/ICATE.2016.7754619.
- [27] H. K. M. Paredes, F. P. Marafão, P. Mattavelli and P. Tenti, "Application of Conservative Power Theory to load and line characterization and revenue metering," 2012 IEEE International Workshop on Applied Measurements for Power Systems (AMPS) Proceedings, 2012, pp. 1-6, doi: 10.1109/AMPS.2012.6343993.
- [28] L. I. Eguiluz, J. Arrillaga. "Comparison of Power Definitions in the Presence of Waveform Distortion". *The International Journal of Electrical Engineering & Education*. 1995;32(2):141-153. doi:10.1177/002072099503200205.
- [29] Rashid, Muhammad H, *Power Electronics: Circuits, Devices and Applications* (3rd Edition), 3rd ed. Prentice Hall, 2004.
- [30] Ned, Mohan, *Electrónica de Potencia, Convertidores, aplicaciones y diseño* (3ra edición), Mc Graw Hill, 2009
- [31] CFE-L0000-45: Desviaciones Permisibles en las formas de Onda de Tensión y Corriente en el Suministro y Consumo de Energía Eléctrica, CFE std. CFE-L0000-45, Enero 2005.
- [32] IEEE-Std-519-1992: IEEE Recommended Practices and Requirements for Harmonic Control in Electrical Power Systems, IEEE Std. IEEE-Std-519-1992, 1992.

## 5. Apéndice. Memoria de Cálculo.

Este apéndice es una muestra de los cálculos realizados a lo largo de este trabajo.

### 5.1. Memoria de Cálculo del Capítulo 2

#### Ejemplo 2.4. Ejemplo ilustrativo para todos los Modelos de Potencia.

Este ejemplo está basado en el artículo de comparaciones de potencia [1]. El circuito consta de una carga óhmica inductiva de 42.32 W y 101 mH con un factor de potencia de 0.80, que tiene una fuente no sinusoidal de 230 VRMS y una corriente no sinusoidal que pasa de la carga a la fuente de 4.364 ARMS. Utilice el modelo de Budeanu, Fryze, Shepherd y Zakikhani, Sharon, Czarnecki, IEEE 1459-2010, Potencia instantánea y de Potencia Conservativa (CPT) para obtener la potencia real, reactiva, de distorsión, no activa y aparente del circuito mostrado en la figura 2.5.

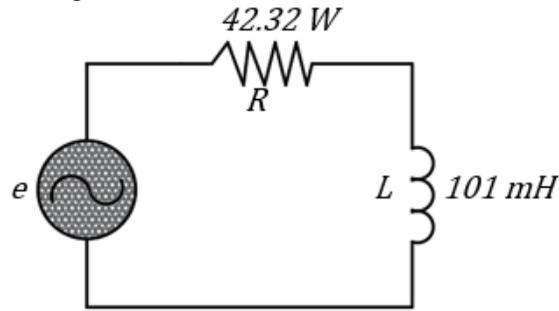


Figura 5.1. Ejemplo Ilustrativo de todos los modelos de potencia del capítulo 2 [1]

Datos.

Como se tiene una fuente no lineal, está causa componentes armónicos en la frecuencia de la corriente.

$$e = 230 \sin(\omega t - 0^0) + 2.30 \sin(2\omega t + 0^0) + 6.90 \sin(3\omega t - 90^0) + 2.30 \sin(4\omega t - 90^0) \\ + 6.90 \sin(5\omega t - 90^0) + 1.15 \sin(6\omega t - 90^0) + 2.30 \sin(7\omega t - 90^0)$$

$$i = 4.364 \sin(\omega t - 36.59) + 0.030 \sin(2\omega t - 56.04^0) + 0.067 \sin(3\omega t - 155.82^0) \\ + 0.017 \sin(4\omega t - 71.39^0) + 0.042 \sin(5\omega t - 74.92^0) \\ + 0.006 \sin(6\omega t - 77.35^0) + 0.010 \sin(7\omega t - 79.11^0)$$

El coseno del ángulo que forma la tensión y la corriente esta dado por

$$\theta = \cos^{-1}(0.80) = 36.869897$$

La potencia activa

$$P = \sum_{i=1}^n V_i I_i \cos(\theta_{v_i} - \theta_{i_i}) = (230 * 4.364) \cos(36.59^0) \\ P = 805.908 W$$

### 5.1.1. Modelo de Potencia de Budeanu [1]

Utilizando los datos proporcionados por el problema 2.4. La potencia activa es

$$P = \sum_{i=1}^n V_i I_i \cos(\theta_{vi} - \theta_{li}) = (230 * 4.364) \cos(36.590)$$
$$P = 805.908 \text{ W}$$

La potencia reactiva

$$Q_B = \sum_{n=1}^{\infty} V_n I_n \sin(\theta_n) = (230 * 4.364) \sin(36.590) = 598.3021830 \text{ VAR}$$

La potencia aparente

$$S^2 = \sum_{i=1}^n V_i^2 \sum_{i=1}^n I_i^2 \geq \left( \sum_{i=1}^n V_i I_i \cos(\theta_{vi} - \theta_{li}) \right)^2 + \left( \sum_{i=1}^n V_i I_i \sin(\theta_{vi} - \theta_{li}) \right)^2$$
$$S = \sqrt{\sum_{i=1}^n V_i^2 \sum_{i=1}^n I_i^2} = \sqrt{230 * 4.364} = 1003.72 \text{ VA}$$

La potencia de distorsión

$$D_B = \sqrt{S^2 - (P^2 + Q^2)} = \sqrt{1003.72^2 - 805.908^2 - 598.3021830^2}$$
$$D_B = 31.783942 \text{ VAR}$$

### 5.1.2. Modelo de Leszek. S. Czarnecki [1]

Utilizando los datos proporcionados por el problema 2.4. La conductancia de Czarnecki es:

$$G_e = \frac{P}{V^2} = \frac{805.908 \text{ W}}{230^2 \text{ V}} = 0.0152183 \Omega^{-1}$$
$$G_h = \frac{\sum_{h=1}^n P_h}{\sum_{h=1}^n V_h^2} = \frac{873.496123 \text{ W}}{53012.4125 \text{ V}} = 0.0164772 \Omega^{-1}$$

La corriente activa es

$$I_a = G_e \sqrt{\sum_{h \in M} V_h^2} = 0.015218 \Omega^{-1} \sqrt{53012.4125} = 3.50661 \text{ A}$$

La corriente dispersa es

$$I_s = \sqrt{\sum_{h \in M} (G_h - G_e)^2 V_h^2} = \sqrt{(0.028852 - 0.015218)^2 * 53012.4125} = 0.289935 \text{ A}$$

La corriente reactiva es

$$I_{IND} = \sqrt{I^2 - I_a^2} = \sqrt{19.0521 - 12.2963136921} = 2.5991895 \text{ A}$$

$$B_h = \frac{I_{IND}}{V_h} = \frac{2.5991895}{230.2442453} = 0.0112888 \text{ S}$$

$$I_r = \sqrt{\sum_{h \in M} (B_h V_h)^2} = \sqrt{(0.0112888 * 53012.4125)^2} = 2.5991895 \text{ A}$$

La potencia activa

$$P = VI_a = (230 * 3.507668) = 806.7638 \text{ W}$$

$$P = \sum_{i=1}^n V_i I_i \cos(\theta_{vi} - \theta_{li}) = (230 * 4.364) \cos(36.590)$$

$$P = 805.908 \text{ W}$$

La potencia de distorsión dispersa

$$D_s = VI_s = V \sqrt{\sum_{h \in M} (G_h - G_e)^2 V_h^2} = 230 * 0.289935 = 66.6839 \text{ VAR}$$

La potencia reactiva dispersa

$$Q_r = VI_r = V \sqrt{\sum_{h \in M} (B_h V_h)^2} = 230 * 2.5991895 = 597.813585 \text{ VAR}$$

La potencia aparente contiene tres componentes

$$S = \sqrt{P^2 + D_s^2 + Q_r^2} = \sqrt{805.908^2 + 66.6839^2 + 597.813585^2} = 1005.6354383 \text{ VA}$$

### 5.1.3. Modelo de Potencia Basado en la Potencia Instantánea [1].

Utilizando los datos proporcionados por el problema 2.4. El valor RMS de la potencia instantánea con  $m\omega t$  es:

$$P_{rms}(m) = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \left[ \sum_{i=1}^{m-1} V_i I_k \{\cos[(i+k)\omega t + \varphi_{V_i} + \varphi_{i_k}]\} + \sum_{i=1}^{n-m} V_i I_k \{\cos[(i+k)\omega t + \varphi_{V_i} + \varphi_{i_k}]\} + \sum_{i=k+m}^{n-m} V_i I_k \{\cos[(i+k)\omega t + \varphi_{V_i} + \varphi_{i_k}]\} \right]^2 dt}$$

Considerando  $n=7$ .

$$P_{rms}(1) = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [V_1 I_2 \{\cos[-\omega t + \varphi_{V_1} - \varphi_{12}]\} + V_2 I_1 \{\cos[-\omega t + \varphi_{V_2} - \varphi_{12}]\} + V_2 I_3 \{\cos[-\omega t + \varphi_{V_2} - \varphi_{13}]\} + \dots \\ \dots + V_3 I_2 \{\cos[-\omega t + \varphi_{V_3} - \varphi_{12}]\} + V_3 I_4 \{\cos[-\omega t + \varphi_{V_3} - \varphi_{14}]\} + V_4 I_3 \{\cos[-\omega t + \varphi_{V_4} - \varphi_{13}]\} \\ + V_4 I_5 \{\cos[-\omega t + \varphi_{V_4} - \varphi_{15}]\} + V_5 I_4 \{\cos[-\omega t + \varphi_{V_5} - \varphi_{14}]\} + V_5 I_6 \{\cos[-\omega t + \varphi_{V_5} - \varphi_{16}]\} \\ + V_6 I_5 \{\cos[-\omega t + \varphi_{V_6} - \varphi_{15}]\} + V_6 I_7 \{\cos[-\omega t + \varphi_{V_6} - \varphi_{17}]\} \\ + V_7 I_6 \{\cos[-\omega t + \varphi_{V_7} - \varphi_{16}]\}]^2 dt}$$

$$P_{rms}(1) = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [230 * 0.030 \{\cos[-\omega t + 0 + 56.04]\} + 2.30 * 4.364 \{\cos[-\omega t + 36.59]\} + 2.30 * 0.067 \{\cos[-\omega t + 0 + 155.82]\} + \dots \\ \dots + 6.90 * 0.030 \{\cos[-\omega t - 90 + 56.04]\} + 6.90 * 0.017 \{\cos[-\omega t - 180 + 71.39]\} + 2.30 * 0.067 \{\cos[-\omega t - 90 + 155.82]\} \\ + 6.90 * 0.017 \{\cos[-\omega t - 180 + 71.39]\} + 2.30 * 0.042 \{\cos[-\omega t - 90 + 155.82]\} + 2.30 \\ * 0.010 \{\cos[-\omega t - 180 + 71.39]\} + 2.30 * 0.006 \{\cos[-\omega t - 90 + 155.82]\}]^2 dt}$$

$$P_{rms}(1) = 3.45988 \text{ VA}$$

Utilizando la Ec. General para los valores RMS de potencia instantánea, se obtuvieron los valores RMS de los armónicos.

$$P_{rms}(2) = 74.742 \text{ VA}$$

$$P_{rms}(3) = 127.65 \text{ VA}$$

$$P_{rms}(4) = 130.82 \text{ VA}$$

$$P_{rms}(5) = 56.73 \text{ VA}$$

$$P_{rms}(6) = 205.41 \text{ VA}$$

$$P_{rms}(7) = 55.41 \text{ VA}$$

La potencia promedio se obtuvo de la siguiente manera

$$P_m = V_1 I_1 \{\cos[\varphi_{V_1} + \varphi_{i_1}]\} + V_2 I_2 \{\cos[\varphi_{V_2} + \varphi_{i_2}]\} + V_3 I_3 \{\cos[\varphi_{V_3} + \varphi_{i_3}]\} + V_4 I_4 \{\cos[\varphi_{V_4} + \varphi_{i_4}]\} \\ + V_5 I_5 \{\cos[\varphi_{V_5} + \varphi_{i_5}]\} + V_6 I_6 \{\cos[\varphi_{V_6} + \varphi_{i_6}]\} + V_7 I_7 \{\cos[\varphi_{V_7} + \varphi_{i_7}]\}$$

$$P_m = 230 * 4.364 \{\cos[0 + 36.59]\} + 2.30 * 0.030 \{\cos[0 + 56.04]\} + 6.90 * 0.067 \{\cos[-90 - 155.82]\} + \dots \\ + 2.30 * 0.017 \{\cos[-90 + 71.39]\} + 6.90 * 0.042 \{\cos[-90 + 74.92]\} + 1.15 * 0.006 \{\cos[-90 + 77.35]\} + \\ \dots + 2.30 * 0.010 \{\cos[-90 + 79.11]\}$$

$$P_m = 806.22 \text{ W}$$

La sumatoria de los valores RMS de los armónicos

$$\sum_1^8 m[P_{rms}(m)]^2 = 3.45988^2 + 74.742^2 + 127.65^2 + 130.82^2 + 205.41^2 + 56.73^2 + 55.41^2$$

$$\sum_1^8 m[P_{rms}(m)]^2 = 647.302 \text{ VA}$$

El valor RMS de la potencia instantánea

$$P_{rms} = \sqrt{P_m^2 + \frac{1}{2} \sum_1^8 m[P_{rms}(m)]^2} = \sqrt{806.22^2 + 647.302^2} = 1033.92 \text{ VA}$$

El valor de la potencia aparente actual AS

$$AS = \sqrt{2 \sum_1^8 m[P_{rms}(m)]^2} = \sqrt{2[647.302]^2} = 915.423 \text{ VA}$$

La actual potencia reactiva actual AQ

$$AQ = \sqrt{2 \sum_1^n m[P_{rms}(m)]^2 - P_m^2} = \sqrt{2[647.302]^2 - 806.22^2} = 433.6 \text{ VAR}$$

La potencia actual de distorsión AD

$$AD = \sqrt{2 \sum_1^{n-1} m[P_{rms}(m)]^2}$$

Para la potencia de distorsión sólo se colocarán los armónicos de orden impar de los valores RMS de la potencia instantánea.

$$\sum_1^{n-1} m[P_{rms}(m)]^2 = 3.45988^2 + 127.65^2 + 56.73^2 + 55.41^2 = 221.341 \text{ VA}$$

$$AD = \sqrt{2 * 221.341} = 21.04 \text{ VAR}$$

La potencia no activa actual

$$AN = \sqrt{AQ^2 + AD^2} = \sqrt{433.6^2 + 21.04^2} = 436.128 \text{ VAR}$$

$$AS = \sqrt{P_m^2 + AQ^2 + AD^2} = \sqrt{806.22^2 + 433.6^2 + 21.04^2} = 915.665 \text{ VA}$$

## 5.2. Memoria de Cálculo del Capítulo 3

### 1er Caso de Estudio

Se basó en el ejemplo del artículo de L. I. Eguiluz [28].

#### 5.2.1. Modelo de Budeanu, Subcaso A

Tabla 5.1. Valores de voltajes y corrientes del Subcaso A Budeanu

Subcaso		$V_1 I \alpha_1$	$V_3 I \alpha_3$	$V_5 I \alpha_5$	$V_7 I \alpha_7$
A	$V_A$	$113.65 \angle 0^\circ$	/ / /	/ / /	/ / /
	$I_A$	$15 \angle -30^\circ$	$5.8 \angle 0^\circ$	$2 \angle 0^\circ$	$1 \angle 0^\circ$

La potencia activa

$$P = \sum_{i=1}^n V_i I_i \cos(\theta_{vi} - \theta_{li}) = (113.65 * 15) \cos(0^\circ + 30^\circ)$$

$$P = 1476.36 \text{ W}$$

La potencia reactiva

$$Q_B = \sum_{n=1}^{\infty} V_n I_n \sin(\theta_n) = (113.65 * 15) \sin(0^\circ - 30^\circ) = 852.375 \text{ VAR}$$

La potencia aparente

$$S^2 = \sum_{i=1}^n V_i^2 \sum_{i=1}^n I_i^2 \geq \left( \sum_{i=1}^n V_i I_i \cos(\theta_{vi} - \theta_{li}) \right)^2 + \left( \sum_{i=1}^n V_i I_i \sin(\theta_{vi} - \theta_{li}) \right)^2$$

$$S = \sqrt{\sum_{i=1}^n V_i^2 \sum_{i=1}^n I_i^2} = \sqrt{113.65^2 * 15^2 + 113.65^2 * 5.8^2 + 113.65^2 * 2^2 + 113.65^2 * 1^2}$$

$$S = 1840.46 \text{ VA}$$

La potencia de distorsión

$$D_B = \sqrt{S^2 - (P^2 + Q^2)} = \sqrt{1840.46^2 - 1476.36^2 - 852.375^2}$$

$$D_B = 693.622 \text{ VA}$$

### 5.2.2. Modelo de Fryze, Subcaso B

Tabla 5.2. Valores de voltajes y corrientes del Subcaso B Fryze

Subcaso		$V_1 I_{\alpha 1}$	$V_3 I_{\alpha 3}$	$V_5 I_{\alpha 5}$	$V_7 I_{\alpha 7}$
<b>B</b>	$V_B$	$105 \angle 0^\circ$	$35 \angle 0^\circ$	$21 \angle 0^\circ$	$15 \angle 0^\circ$
	$I_B$	$15 \angle 0^\circ$	$5 \angle 0^\circ$	$3 \angle 0^\circ$	$15/7 \angle 0^\circ$

El coseno del ángulo que forma la tensión y la corriente esta dado por

$$\theta = \cos^{-1}(1) = 1^\circ$$

La potencia activa

$$P = \sum_{i=1}^n V_i I_i \cos(\theta_{vi} - \theta_{li})$$

$$P = (105 * 15)\cos(0^\circ) + (35 * 5)\cos(0^\circ) + (21 * 3)\cos(0^\circ) + \left(15 * \frac{15}{7}\right)\cos(0^\circ)$$

$$P = 1845.14 \text{ W}$$

La conductancia se expresa como

$$G = \frac{P}{V^2} = \frac{1845.14 \text{ W}}{105^2 \text{ V}} = 0.16736 \Omega^{-1}$$

La corriente activa

$$I_a = I \cos \theta = 16.237 \cos(0) = 16.237 \text{ A}$$

La corriente reactiva o no activa de Fryze

$$I_F = I \sin \theta = 16.237 \sin 0 = 0 \text{ A}$$

La potencia reactiva de Fryze

$$Q_F = |v| |i_F| = 113.65 * 0 = 0 \text{ VAR}$$

La potencia aparente

$$S = \sqrt{P^2 + Q_F^2} = \sqrt{1845.14^2 + 0^2} = 1845.14 \text{ VA}$$

### 5.2.3. Modelo de Shepherd y Zakikhani, Subcaso C

Tabla 5.3. Valores de voltajes y corrientes del Subcaso C Shepherd y Zakikhani

Subcaso		$V_1 I_{\alpha 1}$	$V_3 I_{\alpha 3}$	$V_5 I_{\alpha 5}$	$V_7 I_{\alpha 7}$
C	$V_C$	$105 \angle 0^\circ$	$35 \angle 0^\circ$	$21 \angle 0^\circ$	$15 \angle 0^\circ$
	$I_C$	$15 \angle -30^\circ$	$5 \angle -90^\circ$	$3 \angle -150^\circ$	$15/7 \angle 150^\circ$

La potencia activa

$$P = \sum_{i=1}^n V_i I_i \cos(\theta_{vi} - \theta_{Ii}) = (105 * 15) \cos(30^\circ) + (35 * 5) \cos(90^\circ) + (21 * 3) \cos(150^\circ) + \left(15 * \frac{15}{7}\right) \cos(150^\circ)$$

$$P = 1281.59 \text{ W}$$

La potencia aparente activa

$$S_R = \left( \sum_{i=1}^n V_i^2 \sum_{i=1}^n I_i^2 \cos^2(\theta_n) \right)^{1/2}$$

$$S_R = \sqrt{105^2 * 15^2 \cos(30)^2 + 35^2 * 5^2 \cos(90)^2 + 21^2 * 3^2 \cos(150)^2 + 15^2 * \frac{15^2}{7} \cos(150)^2}$$

$$S_R = 1365.36 \text{ VA}$$

La potencia aparente reactiva

$$S_X = \left( \sum_{i=1}^n V_i^2 \sum_{i=1}^n I_i^2 \sin^2(\theta_n) \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$S_X = \sqrt{105^2 * 15^2 \sin(0)^2 + 35^2 * 5^2 \sin(0)^2 + 21^2 * 3^2 \sin(0)^2 + 15^2 * \frac{15^2}{7} \sin(0)^2}$$

$$S_X = 807.485 \text{ VA}$$

La potencia aparente de distorsión

$$S_D^2 = \sum_{i=1}^n V_i^2 \sum_{j=1}^p I_j^2 + \sum_{j=1}^m V_j^2 \left( \sum_{i=1}^n I_i^2 + \sum_{j=1}^p I_j^2 \right) = 942.498 \text{ VA}$$

La potencia aparente total aparente

$$S = (S_R^2 + S_X^2 + S_D^2)^{1/2} = \sqrt{942.498^2 + 807.485^2 + 1365.36^2} = 1845.14 \text{ VA}$$

### 5.2.4. Modelo de D. Sharon, Subcaso D

Tabla 5.4. Valores de voltajes y corrientes del Subcaso D Sharon

Subcaso		$V_1 I \alpha_1$	$V_3 I \alpha_3$	$V_5 I \alpha_5$	$V_7 I \alpha_7$
<b>D</b>	$V_D$	$105 \angle 0^\circ$	$40.82 \angle -180^\circ$	/ / /	$15 \angle 0^\circ$
	$I_D$	$15 \angle -30^\circ$	/ / /	$5.44 \angle -60^\circ$	$3 \angle -30^\circ$

La potencia activa

$$P = \sum_{i=1}^n V_i I_i \cos(\theta_{vi} - \theta_{ii}) = (105 * 15) \cos(30^\circ) + (15 * 3) \cos(30^\circ)$$

$$P = 1402.96 \text{ W}$$

La potencia reactiva aparente

$$S_Q = V * \sqrt{\sum_{i=1}^n I_n^2 \sin^2 \theta_n} = 105 * \sqrt{15^2 * \sin(30^\circ)^2 + 3^2 * \sin(150^\circ)^2}$$

$$S_Q = 860.096 \text{ VA}$$

La potencia aparente total aparente

$$S = (P^2 + S_C^2 + S_Q^2)^{1/2} = \left( \sum_{i=1}^n V_i^2 \sum_{j=1}^m V_j^2 * \sum_{i=1}^n I_i^2 \sum_{j=1}^p I_j^2 \right)^{1/2}$$

$$S_C = \sqrt{\sum_{i=1}^n V_i^2 \sum_{i=1}^n I_i^2} = \sqrt{((105^2 + 40.82^2 + 15^2) * (15^2 + 5.44^2 + 3^2))}$$

$$S = 1845.01 \text{ VA}$$

La potencia aparente complementaria

$$S_C = (S^2 - S_Q^2 - P^2)^{1/2} = (1845.01^2 - 860.096^2 - 1403^2)^{1/2}$$

$$S_C = 834.486 \text{ VA}$$

## 2do Caso de Estudio

### 5.2.5. Desarrollo de la Serie de Fourier

Para este escenario se desarrolló la serie de Fourier de las corrientes de cada subcaso de estudio con un voltaje RMS de 127 V y una corriente RMS de 4.763 A. La función utilizada es la siguiente:

$$f(t) = \frac{8}{\pi^2} \left( \sin \omega_0 t + \frac{1}{3^2} \sin \omega_0 t + \frac{1}{5^2} \sin 5\omega_0 t + \dots \right) \quad \text{Ec. (5.1)}$$

Para fines prácticos, se eligieron 4 armónicos impares de la serie de Fourier para realizar los modelos de potencia. Utilizando el teorema de Parseval se define como: La raíz de la suma de los cuadrados de estos 4 armónicos deben ser igual al valor eficaz total de la función, se tiene que:

$$F^2 = F_1^2 + F_3^2 + F_5^2 + F_7^2 \quad \text{Ec. (5.2)}$$

El valor de cada armónico RMS es el siguiente

$$F_1 = \frac{\hat{F}}{\sqrt{2}} * \frac{8}{\pi^2} * 1 \quad \text{Ec. (5.3)}$$

$$F_3 = \frac{\hat{F}}{\sqrt{2}} * \frac{8}{\pi^2} * \frac{1}{3^2} \quad \text{Ec. (5.4)}$$

$$F_5 = \frac{\hat{F}}{\sqrt{2}} * \frac{8}{\pi^2} * \frac{1}{5^2} \quad \text{Ec. (5.5)}$$

$$F_7 = \frac{\hat{F}}{\sqrt{2}} * \frac{8}{\pi^2} * \frac{1}{7^2} \quad \text{Ec. (5.6)}$$

Sustituyendo la Ec.5.3,5.4, 5.5 y 5.6 en la Ec. 1.

$$F^2 = \frac{\hat{F}}{\sqrt{2}} * \frac{8}{\pi^2} \left( 1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} \right) \quad \text{Ec. (5.7)}$$

Despejando la incógnita  $\hat{F}$  la ecuación quedaría como

$$\hat{F} = \sqrt{\frac{F_1 * 2}{\frac{8}{\pi^2} * \left( 1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} \right)}} = \sqrt{\frac{4.763^2 * 2}{(0.6570) * (1.013)}} = 8.25116 \text{ A} \quad \text{Ec. (5.8)}$$

Los valores eficaces de cada armónico, son los siguientes

$$F_1 = 4.72925 \text{ A}, F_3 = 0.525472 \text{ A}, F_5 = 0.18917 \text{ A}, F_7 = 0.096515 \text{ A}$$

## Armónicos del Voltaje para el Caso B y C.

En el caso de los voltajes se utilizaron 4 armónicos, multiplicados por el voltaje eficaz total (127 VRMS) por el valor porcentual deseado.

$$F = (F_1^2 + F_3^2 + F_6^2 + F_7^2)^{1/2} \quad \text{Ec. (5.9)}$$

$$F_1 = 0.80F = 101.6 \text{ V} \quad \text{Ec. (5.10)}$$

$$F_3 = 0.424F = 53.848 \text{ V} \quad \text{Ec. (5.11)}$$

$$F_6 = 0.3467F = 44.0309 \text{ V} \quad \text{Ec. (5.12)}$$

$$F_7 = 0.245F = 31.115 \text{ V} \quad \text{Ec. (5.13)}$$

$$F = ((0.80 * 127)^2 + (0.424 * 127)^2 + (0.3467 * 127)^2 + (0.245 * 127)^2)^{1/2} = 127 \text{ V}$$

Para los armónicos de los voltajes y corrientes del caso D, se utilizó la misma fórmula que en los apartados anteriores, para 3 armónicos. Desarrollando los cálculos de cada armónico de voltajes y corrientes para cada subcaso propuesto, los valores son los siguientes.

### 5.2.6. Modelo de Czarnecki, Subcaso A

*Tabla 5.5. Valores de voltajes y corrientes del Subcaso A Czarnecki*

Subcaso	$V_1 I_{\alpha 1}$	$V_3 I_{\alpha 3}$	$V_5 I_{\alpha 5}$	$V_7 I_{\alpha 7}$
A	$V_A$	$127 \angle 0^\circ$	/ / /	/ / /
	$I_A$	$4.73 \angle -30^\circ$	$0.5254 \angle 0^\circ$	$0.18917 \angle 0^\circ$

La potencia activa:

$$P = \sum_{n=1}^{\infty} V_n I_n \cos(\theta_{v_n} - \theta_{I_n}) = (127 * 4.73) \cos(0^\circ + 30^\circ) = 520.23 \text{ W}$$

El coseno del ángulo que forma la tensión y la corriente esta dado por

$$\theta = \cos^{-1}(0.86) = 30.6834$$

$$G_e = \frac{P}{V^2} = \frac{520.23 \text{ W}}{127^2 \text{ V}^2} = 0.032254 \Omega^{-1}$$

$$G_h = \frac{\sum_{h=2}^n P_h}{\sum_{h=1}^n V_h^2} = \frac{605.001 \text{ W}}{16129 \text{ V}^2} = 0.0310 \Omega^{-1}$$

La corriente activa

$$I_a = G_e \sqrt{\sum_{h \in M} V_h^2} = 0.032254 \Omega^{-1} \sqrt{16129} = 4.09626 \text{ A}$$

La corriente dispersa es

$$I_s = \sqrt{\sum_{h \in M} (G_h - G_e)^2 V_h^2} = \sqrt{(0.03 - 0.032254)^2 * 16129} = 0.286258 \text{ A}$$

La corriente reactiva es

$$I_{IND} = \sqrt{I^2 - I_a^2} = \sqrt{4.763 - 4.09626} = 2.50023 \text{ A}$$

$$B_h = \frac{I_{IND}}{V_h} = \frac{2.50023}{16129} = 0.018687 \text{ S}$$

$$I_r = \sqrt{\sum_{h \in M} (B_h V_h)^2} = \sqrt{(0.018622 * 16129)^2} = 2.250 \text{ A}$$

$$I^2 = I_a^2 + I_s^2 + I_r^2$$

$$I^2 = 4.09626_a^2 + 0.811111_s^2 + 2.365_r^2 = 4.79901 \text{ A}$$

La potencia activa

$$P = VI_a = (127 * 4.0962) = 520.225 \text{ W}$$

La potencia de distorsión dispersa

$$D_s = VI_s = V \sqrt{\sum_{h \in M} (G_h - G_e)^2 V_h^2} = 127 * 0.569 = 71.7483 \text{ VAR}$$

La potencia reactiva dispersa

$$Q_r = VI_r = V \sqrt{\sum_{h \in M} (B_h V_h)^2} = 127 * 2.25 = 300.355 \text{ VAR}$$

La potencia aparente contiene tres componentes

$$S = \sqrt{P^2 + D_s^2 + Q_r^2} = \sqrt{520.255^2 + 71.7483^2 + 300.355^2} = 605.001 \text{ VA}$$

### 5.2.7. Modelo del IEEE 1459-2010, Subcaso B

Tabla 5.6. Valores de voltajes y corrientes del Subcaso B IEEE

Subcaso		$V_1 I \alpha_1$	$V_3 I \alpha_3$	$V_5 I \alpha_5$	$V_7 I \alpha_7$
<b>B</b>	$V_B$	$101.6 \angle 0^\circ$	$53.848 \angle 0^\circ$	$44.0309 \angle 0^\circ$	$31.115 \angle 0^\circ$
	$I_B$	$4.73 \angle 0^\circ$	$0.5254 \angle 0^\circ$	$0.18917 \angle 0^\circ$	$0.0965 \angle 0^\circ$

$$P = \sum_{i=1}^n V_i I_i \cos(\theta_{vi} - \theta_{ii})$$

$$P = (101.6 * 4.73)\cos(0^\circ) + (53.848 * 0.5254)\cos(0^\circ) + (44.0309 * 0.1898)\cos(0^\circ) + (31.115 * 0.0965)\cos(0^\circ) = 605.001W$$

$$P_1 = V_1 I_1 \cos(\theta_{v1} - \theta_{i1}) = 480.568 W$$

$$P_H = V_0 I_0 + \sum_{i=2}^n V_2 I_2 \cos(\theta_{v1} - \theta_{i1}) = 39.6514 W$$

$$P = P_1 + P_H = 520.219 W$$

$$Q_1 = V_1 I_1 \sin(\theta_{v1} - \theta_{i1}) = (101.6 * 4.73)\sin(0^\circ) = 0 VAR$$

$$S = \sqrt{(VI)^2} = \sqrt{127^2 * 4.763^2} = 604.901 VA$$

Potencia de Distorsión de la Corriente (VAR)

$$D_I = V_1 I_H = 127 * 0.809792 = 102.844 VAR$$

Potencia de Distorsión del Voltaje (VAR)

$$D_V = V_H I_1 = 128.994 * 4.73 = 610.141 VAR$$

Potencia Armónica Aparente (VA)

$$S_H = V_H I_H = 128.994 * 0.809792 = 104.458 VA$$

Potencia de Distorsión Armónica (VAR)

$$D_H = \sqrt{S_H^2 - P_H^2} = \sqrt{104.458^2 - 39.6514^2} = 96.6397 VAR$$

Potencia no Activa (VAR)

$$N = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{604.901^2 - 520.219^2} = 308.67 VAR$$

## 5.2.8. Modelo de Potencia Instantánea, Subcaso C

Tabla 5.7. Valores de voltajes y corrientes del Subcaso C Pot. Instantánea

Subcaso		$V_1 I_{a1}$	$V_3 I_{a3}$	$V_5 I_{a5}$	$V_7 I_{a7}$
C	$V_C$	$101.6 \angle 0^\circ$	$53.848 \angle 0^\circ$	$44.0309 \angle 0^\circ$	$31.115 \angle 0^\circ$
	$I_C$	$4.73 \angle -30^\circ$	$0.5254 \angle -90^\circ$	$0.18917 \angle -150^\circ$	$0.0965 \angle 150^\circ$

La potencia activa

$$P = \sum_{i=1}^n V_i I_i \cos(\theta_{vi} - \theta_{li})$$

$$P = (101.6 * 4.73) \cos(30^\circ) + (53.848 * 0.5254) \cos(90^\circ) + (44.0309 * 0.18917) \cos(150^\circ) + (31.1 * 0.096515) \cos(-150^\circ) = 406.37 W$$

El coseno del ángulo que forma la tensión y la corriente esta dado por

$$\theta = \cos^{-1}(0.671678) = 47.8032^\circ$$

El valor RMS de la potencia instantánea con  $m\omega t$

$$P_{rms}(m) = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \left[ \sum_{i=1}^{m-1} V_i I_k \{ \cos[(i+k)\omega t + \varphi_{vi} + \varphi_{ik}] \} + \sum_{i=1}^{n-m} V_i I_k \{ \cos[(i+k)\omega t + \varphi_{vi} + \varphi_{ik}] \} + \sum_{i=k+m}^{n-m} V_i I_k \{ \cos[(i+k)\omega t + \varphi_{vi} + \varphi_{ik}] \} \right]^2 dt}$$

Considerando  $n=4$ .

$$P_{rms}(1) = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [V_1 I_2 \{ \cos[-\omega t + \varphi_{v1} - \varphi_{12}] \} + V_2 I_1 \{ \cos[-\omega t + \varphi_{v2} - \varphi_{11}] \} + V_2 I_3 \{ \cos[-\omega t + \varphi_{v2} - \varphi_{13}] \} + \dots + V_3 I_2 \{ \cos[-\omega t + \varphi_{v3} - \varphi_{12}] \} + V_3 I_4 \{ \cos[-\omega t + \varphi_{v3} - \varphi_{14}] \} + V_4 I_3 \{ \cos[-\omega t + \varphi_{v4} - \varphi_{13}] \}]^2 dt}$$

$$P_{rms}(1) = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [101.6 * 0.5254 \{ \cos[-\omega t + 90] \} + 53.848 * 4.73 \{ \cos[-\omega t + 0 + 30] \} + 53.848 * 0.18917 \{ \cos[-\omega t + 150] \} + \dots + 44.0309 * 0.5254 \{ \cos[-\omega t + 90] \} + 44.0309 * 0.0965 \{ \cos[-\omega t + 150] \} + 31.115 * 0.18917 \{ \cos[-\omega t - 150] \}]^2 dt}$$

$$P_{rms}(1) = 202.979 VA$$

$$P_{rms}(2) = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [V_1 I_1 \{ \cos[2\omega t + \varphi_{v1} - \varphi_{11}] \} + V_1 I_3 \{ \cos[-2\omega t + \varphi_{v1} - \varphi_{13}] \} + V_2 I_4 \{ \cos[-2\omega t + \varphi_{v2} - \varphi_{14}] \} + \dots + V_3 I_1 \{ \cos[2\omega t + \varphi_{v3} - \varphi_{11}] \} + V_4 I_2 \{ \cos[2\omega t + \varphi_{v4} - \varphi_{12}] \}]^2 dt}$$

$$P_{rms}(2) = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [101.6 * 4.73 \{ \cos[-\omega t + 30] \} + 101.6 * 0.18917 \{ \cos[-\omega t + 0 + 150] \} + 53.848 * 0.09515 \{ \cos[-\omega t - 150] \} + \dots + 44.0309 * 4.73 \{ \cos[2\omega t + 30] \} + 31.115 * 0.525472 \{ \cos[2\omega t + 90] \}]^2 dt}$$

$$P_{rms}(2) = 8.221 VA$$

Utilizando la Ec. General para los valores RMS de potencia instantánea, se obtuvieron los valores RMS de los armónicos.

$$\begin{aligned} P_{rms}(3) &= 7.21 \text{ VA} \\ P_{rms}(4) &= 5.345 \text{ VA} \\ P_{rms}(5) &= 3.861 \text{ VA} \\ P_{rms}(6) &= 1.853 \text{ VA} \\ P_{rms}(7) &= 0.586 \text{ VA} \\ P_{rms}(8) &= 0.195 \text{ VA} \end{aligned}$$

La potencia promedio se obtuvo de la siguiente manera:

$$P_m = V_1 I_1 \{\cos[\varphi_{V1} + \varphi_{i1}]\} + V_2 I_2 \{\cos[\varphi_{V2} + \varphi_{i2}]\} + V_3 I_3 \{\cos[\varphi_{V3} + \varphi_{i3}]\} + V_4 I_4 \{\cos[\varphi_{V4} + \varphi_{i4}]\}$$

$$P_m = 101.6 * 4.73\{\cos[30]\} + 53.848 * 0.5254\{\cos[90]\} + 44.0309 * 0.18917\{\cos[150]\} + 31.115 * 0.09515\{\cos[-150]\} = 520.15 \text{ W}$$

La sumatoria de los valores RMS de los armónicos

$$\sum_1^8 m [P_{rms}(m)]^2 = 16.1537^2 + 8.221^2 + 7.21^2 + 5.345^2 + 3.861^2 + 1.853^2 + 0.586^2 + 0.195^2$$

$$\sum_1^8 m [P_{rms}(m)]^2 = 427.802 \text{ VA}$$

El valor RMS de la potencia instantánea

$$P_{rms} = \sqrt{P_m^2 + \frac{1}{2} \sum_1^8 m [P_{rms}(m)]^2} = \sqrt{520.15^2 + 427.802^2} = 520.561 \text{ VA}$$

El valor de la potencia aparente actual AS

$$AS = \sqrt{2 \sum_1^8 m [P_{rms}(m)]^2} = \sqrt{2[427.802]^2} = 605.004 \text{ VA}$$

La actual potencia reactiva actual AQ

$$AQ = \sqrt{2 \sum_1^n m [P_{rms}(m)]^2 - P_m^2} = \sqrt{2[427.802]^2 - 520.15^2} = 308.987 \text{ VAR}$$

La potencia actual de distorsión AD

$$AD = \sqrt{2 \sum_1^{n-1} m [P_{rms}(m)]^2}$$

Para la potencia de distorsión sólo se colocarán los armónicos de orden impar de los valores RMS de la potencia instantánea.

$$\sum_1^{n-1} m [P_{rms}(m)]^2 = 16.1537^2 + 7.21^2 + 3.861^2 + 0.586^2 = 328.177 \text{ VA}$$

$$AD = \sqrt{2 * 328.177} = 25.6194 \text{ VAR}$$

La potencia no activa actual

$$AN = \sqrt{AQ^2 + AD^2}$$

$$AN = \sqrt{308.987^2 + 25.6194^2} = 310.047 \text{ VAR}$$

$$AS = \sqrt{P_m^2 + AQ^2 + AD^2}$$

$$AS = \sqrt{520.15^2 + 308.987^2 + 25.6194^2} = 605.54 \text{ VA}$$

## 5.2.9. Modelo de Teoría de Potencia Conservativa, Subcaso D

Tabla 5.8. Valores de voltajes y corrientes del Subcaso D CPT

Subcaso		$V_1 I \alpha_1$	$V_3 I \alpha_3$	$V_5 I \alpha_5$	$V_7 I \alpha_7$
<b>D</b>	$V_D$	$101.6 \angle 0^\circ$	$72.4154 \angle -180^\circ$	/ / /	$23.7173 \angle 0^\circ$
	$I_D$	$4.73 \angle -30^\circ$	/ / /	$0.5192 \angle -60^\circ$	$0.23 \angle -30^\circ$

La potencia activa

$$P = \sum_{i=1}^n V_i I_i \cos(\theta_{vi} - \theta_{ii}) = (101.6 * 4.73) \cos(30^\circ) + (23.7173 * 0.23) \cos(30^\circ) = 420.908 \text{ W}$$

Las admitancias de la carga son  $Y = 0.037504 \text{ S}$  y  $B = 0.015067$ . Con una frecuencia angular de  $\omega = 2\pi * 60$ . La energía reactiva  $W$  de la carga es igual a:

$$W = - \sum_{n \in \{1,3\}} \text{sgn}\{B_n\} |B_n| \frac{U_n^2}{n\omega_1} = \left(\frac{U_f}{n\omega_1}\right)^2 \sum_{n=1}^3 B_n$$

$$G = \frac{P}{V^2} = \frac{420.908 \text{ W}}{127^2 \text{ V}} = 0.026096 \text{ } \Omega^{-1}$$

$$W = (127)^2 * 0.015067 = 243.011 \text{ W}$$

El valor RMS del voltaje

$$||\hat{u}|| = \sqrt{\sum_{n \in \{1,3\}} \left(\frac{U_n}{n\omega_1}\right)^2} = \sqrt{(101.6)^2 + (72.4154)^2 + (23.7173)^2} = 127 \text{ V}$$

El valor RMS de la corriente activa  $I_a$

$$||I_a|| = \sqrt{\sum_{n=1}^N (I_{an})^2} = G ||\hat{u}|| = 0.026096 * 127 = 3.31419 \text{ A}$$

El valor RMS de la corriente reactiva  $i_{rT}(t)$

$$i_{rT}(t) = \left| \frac{W}{||\hat{u}||^2} \hat{u}(t) \right| = \frac{W}{||\hat{u}||} = \frac{243.011 \text{ W}}{127 \text{ V}} = 1.91347 \text{ A}$$

El valor RMS de la corriente de carga

$$||i|| = \sqrt{\sum_{n \in \{1,3\}} (Y_n U_n)^2} = \sqrt{(0.037504 * 127)^2} = 4.76301 \text{ A}$$

La corriente vacía  $i_V$  RMS

$$||i_V|| = \sqrt{||i||^2 - [||i_a|| + ||i_{rT}||]^2} = \sqrt{(4.76301)^2 - (3.31419)^2 - (1.91347)^2} = 2.83567 \text{ A}$$

La corriente no activa

$$i^U = \sqrt{(I_a^u)^2 + (I_r^u)^2} = 0 \text{ A}$$

Potencia activa

$$P = ||u|| * ||I_a|| = 127 * 3.31419 = 420.902 \text{ W}$$

Potencia de distorsión

$$D_T = ||i_V|| * ||u|| = 2.83567 * 127 = 360.13 \text{ VA}$$

Potencia reactiva

$$Q_T = ||i_{rT}|| * ||u|| = 1.91347 * 127 = 243.011 \text{ VAR}$$

La potencia no activa

$$N = u I^u = 127 * 0 = 0 \text{ VAR}$$

La potencia vacía

$$V = u I_v = 127 * 2.83567 = 360.13 \text{ VA}$$

La potencia aparente

$$A^2 = P^2 + Q^2 + N^2 + V^2 = \sqrt{420.902^2 + 243.011^2 + 0^2 + 360.13^2} = 604.902 \text{ VA}$$