



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

**ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA Y
ELÉCTRICA**

UNIDAD ZACATENCO

**SECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E
INVESTIGACIÓN**

**OPTIMIZACIÓN DE UN PROBLEMA INTEGRADO
DE GAS-POTENCIA BASADO EN UN MODELO
DE EQUILIBRIO**

T E S I S

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:
MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA
ELÉCTRICA**

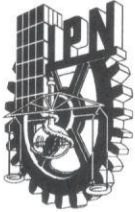
**PRESENTA:
EBER CHAIRE CHAVERO**

**DIRECTOR:
DR. MOHAMED BADAoui**



CIUDAD DE MÉXICO

DICIEMBRE, 2022



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

ACTA DE REVISIÓN DE TESIS

En la Ciudad de México siendo las 18:00 horas del día 09 del mes de diciembre del 2022 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de la Tesis, designada por el Colegio de Profesores de Posgrado de: SEPI ESIME ZACATENCO para examinar la tesis titulada:

“OPTIMIZACIÓN DE UN PROBLEMA INTEGRADO DE GAS-POTENCIA BASADO EN UN MODELO DE EQUILIBRIO”

del (la) alumno (a):

Apellido Paterno:	CHAIRE	Apellido Materno:	CHAVERO	Nombre (s):	EBER
-------------------	--------	-------------------	---------	-------------	------

Número de registro: B 2 0 1 1 6 1

Aspirante del Programa Académico de Posgrado: MAESTRÍA EN CIENCIAS EN INGENIERÍA ELÉCTRICA

Una vez que se realizó un análisis de similitud de texto, utilizando el software antiplagio, se encontró que el trabajo de tesis tiene 3 % de similitud. **Se adjunta reporte de software utilizado.**

Después que esta Comisión revisó exhaustivamente el contenido, estructura, intención y ubicación de los textos de la tesis identificados como coincidentes con otros documentos, concluyó que en el presente trabajo **SI** **NO** **SE CONSTITUYE UN POSIBLE PLAGIO.**

JUSTIFICACIÓN DE LA CONCLUSIÓN:

El 3% de similitud se localiza respecto al formato general, frases utilizadas en la metodología, algunas ecuaciones, las cuales son adecuadamente referidas a fuentes originales.

****Es responsabilidad del alumno como autor de la tesis la verificación antiplagio, y del Director o Directores de tesis el análisis del % de similitud para establecer el riesgo o la existencia de un posible plagio.**

Finalmente y posterior a la lectura, revisión individual, así como el análisis e intercambio de opiniones, los miembros de la Comisión manifestaron **APROBAR** **SUSPENDER** **NO APROBAR** la tesis por **UNANIMIDAD** o **MAYORÍA** en virtud de los motivos siguientes:

CUMPLE CON LOS REQUISITOS ESTIPULADOS EN EL REGLAMENTO VIGENTE, ASÍ MISMO CON LOS CRITERIOS DE CALIDAD ESTABLECIDOS POR EL PROGRAMA DE POSGRADO EN INGENIERÍA ELÉCTRICA

Dr. Mohamed Badaoui

Director de Tesis
Nombre completo y firma

Dr. Ricardo Octavio Arturo Mota Palomino

Nombre completo y firma

COMISIÓN REVISORA DE TESIS

Dr. Daniel Olguín Salinas
Nombre completo y firma

M. en C. Fabián Vázquez Ramírez

Nombre completo y firma

Dr. David Romero Romero
Nombre completo y firma

Dr. José María...
Nombre completo y firma

COMISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN
ZACATENCO
PRESIDENTE DEL COLEGIO DE PROFESORES



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

CARTA DE AUTORIZACIÓN DE USO DE OBRA PARA DIFUSIÓN

En la Ciudad de México el día 09 del mes de diciembre del año 2022, el (la) que suscribe Eber Chaire Chavero alumno(a) del programa Maestría en Ciencias en Ingeniería Eléctrica con número de registro B201161, adscrito(a) a la sección de Estudios de Posgrado e Investigación de la ESIME-Zacatenco del IPN manifiesta que es autor(a) intelectual del presente trabajo de tesis bajo la dirección de Dr. Mohamed Badaoui y cede los derechos del trabajo intitulado "Optimización de un problema integrado de gas-potencia basado en un modelo de equilibrio", al Instituto Politécnico Nacional, para su difusión con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expresado del autor y/o director(es). Este puede ser obtenido escribiendo a las siguiente(s) dirección(es) de correo. echairec1500@alumno.ipn.mx mbadaoui@ipn.mx. Si el permiso se otorga, al usuario deberá dar agradecimiento correspondiente y citar la fuente de este.

Eber Chaire Chavero

Nombre completo y firma autógrafa del (de la)
estudiante

Dedicatorias

Con tutto il mio amore, rispetto e gratitudine a:

I miei genitori Arturo Chaire & Rosa Chavero Velázquez.

Mia sorella Iris Chaire Chavero.

Le mie zie Sara, Elizabeth, Briceyda, Arcelia, Mireya & Romelia e le loro famiglie.

L'eterna memoria dei miei zii Lucio, Sanitago, Oscar & Miguel.

I miei nonni Olivo Chavero & Gloria Velázquez.

I miei zii Alejandro, Eleazar, Felipe e le loro famiglie.

Agradecimientos

Primeramente a Dios por permitirme terminar una etapa más en mi vida.

A mis padres Arturo y Rosa por su amor incondicional y ser mis dos grandes pilares en mi vida.

A mi hermana Iris por siempre acompañarme y apoyarme en todo momento.

A mis tías Sara, Elizabeth, Briceyda, Arcelia, Mireya y Romelia y a sus familias por ser mi segunda familia y apoyarme.

A mi director de tesis y amigo el doctor Mohamed Badaoui por siempre confiar en mí y motivarme a dar lo mejor.

A mis tíos Osvaldo, Alejandro, Eleazar y Felipe por enseñarme la escuela de la vida.

A mis primos Liliana, Fernanda e Isaias por todo lo que vivimos durante los últimos dos años y siempre permanecer juntos.

A mis amigos de la maestría Angel Trinidad, Raúl Méndez, Miguel Zavaleta, Juan Castillo, Erick Nava, Pablo Arenas y Luis Martínez por hacer los días de estudio menos pesados, por todo lo que pasamos y los recuerdos que formamos.

A mis amigos Juan Catalan, Saul Ocaña, Fernanda Arteaga, Emmanuel Ramirez, Laura Elizabeth, Brenda Saraí por su amistad durante varios años y siempre estar cuando lo he necesitado.

A los miembros del jurado Dr. Ricardo Mota, Dr. David Romero, Dr. Jaime Robles, Dr. Daniel Olguin y M. en C. Fabian Vazquez por su tiempo que se tomaron para revisar la tesis y sus contribuciones para su mejora.

Al CONACyT por el apoyo económico durante mis estudios de posgrado.

A Instituto Politécnico Nacional por formarme académicamente con la mejor calidad,
y por los apoyos de las becas BEIFI y Tesis.

Resumen

En los últimos años el sector de la energía eléctrica, ha sido de los que más cambios ha tenido debido a las tendencias de reducción de combustibles fósiles, esto ha ocasionado que gran cantidad de energías verdes sean conectadas a los sistemas de potencia, debido a la intermitencia que estas presentan es necesario tener suficientes centrales de generación a base de la quema de gas natural ya que se puede controlar la potencia que generan y su respuesta es muy rápida, por lo que es indispensable planear, y operar los sistemas de gas natural y de potencia de manera integrada para, asegurar el correcto funcionamiento de los sistemas eléctricos de potencia y de gas natural.

En este trabajo se presenta una metodología que permite resolver la coordinación del sistema de gas natural y de potencia por medio de un modelo de optimización que consiste en la integración del sistema eléctrico de potencia y de gas natural, el cual se soluciona por medio de un modelo que utiliza el concepto de equilibrio. Dicho modelo de optimización se desarrolla por medio de las condiciones de Karush-Kuhn-Tucker (KKT), y busca minimizar el costo de operación de ambos sistemas mientras se respetan las restricciones de cada uno de los sistemas, haciendo énfasis en la restricción de empaque (almacenamiento) y flujo bidireccional de gas en las tuberías.

El equilibrio, está estrechamente relacionado con el equilibrio de Nash, ya que al existir 2 o más problemas de optimización donde sus variables de decisión estén relacionadas entre sí, se busca que en la solución óptima conjunta de los problemas, ninguno esté en ventaja con respecto a otro. En este caso únicamente se tienen 2 problemas: flujos óptimos de gas natural (FOGN) y flujos óptimos de potencia en corriente directa (FOPCD), se encuentran acoplados entre sí debido a que los FOGN necesitan conocer la demanda de gas de los generadores de potencia (variable primal de FOPCD), y estos generadores a su vez necesitan conocer el precio del natural (variable dual de FOGN). Se desarrollan las condiciones KKT de ambos problemas para encontrar el punto óptimo de equilibrio entre los sistemas de gas y potencia.

Se simulan dos casos de estudio, uno de 3 nodos - 3 buses, y otro de 20 Nodos - 30 buses, se analizan el almacenamiento de gas al inicio del horizonte de tiempo, la integración de compresores en las tuberías del sistema de gas, y la congestión de la red eléctrica. Para el caso 3 nodos - 3 buses los modelos de FOGN y FOPCD se analizan individualmente para comprobar que el equilibrio se alcanzó, y para el caso 20 nodos - 30 buses se hace una comparación con un modelo multiobjetivo que contemple a ambos sistemas.

Abstract

In recent years, the electric power sector has been one of those that has undergone the most changes due to trends in the reduction of fossil fuels, this has caused a large amount of green energy to be connected to the power systems, due to its intermittency, it is necessary to count with enough generation plants based on the burning of natural gas, because the power they generate it is easy controlled, and their response is swift, so it is essential to plan and operate the natural gas systems and of power in an integrated manner to ensure the proper functioning of the electrical power and natural gas systems.

This thesis work presents a methodology that allows solving the coordination of the natural gas and power system through an optimization model that consists of the integration among the electric power and natural gas systems, which is solved using a model that uses the equilibrium concept. The optimization model is developed by the Karush-Kuhn-Tucker (KKT) conditions and seeks to minimize the operating cost of both systems while restrictions of both systems are respected, emphasizing the line pack restriction and bidirectional flow of gas in the pipelines.

The equilibrium concept is closely related to the Nash equilibrium since when there are 2 or more optimization problems, where their decision variables are interrelated one to each other, when they are solving, the jointly optimal solution found shows that none take advantage of the other. In this case, there are only 2 problems: optimal natural gas flows (ONGF) and optimal direct current power flows (ODCPF), which are coupled to each other because the ONGF needs to know the gas demand of the power generators (primal variable from ODCPF), and these generators, in turn, need to know the natural price (dual variable from ONGF). The KKT conditions of both problems are developed to find the optimal equilibrium point between the gas and power systems.

Two study cases are simulating, one of 3 nodes - 3 buses, and another of 20 nodes - 30 buses. The analysis focuses on gas storage at the beginning of the time horizon, the integration of compressors in the gas system pipelines, and congestion on the electricity grid. For the case of 3 nodes - 3 buses, the ONGF and ODCPF models are analyzed individually to verify that the equilibrium has been reached, for the case of 20 nodes - 30 buses, a comparison is carried out with a multiobjective model that contemplates both systems.

Abreviaciones

FOPCD	Flujos óptimos de potencia en corriente directa.
FOGN	Flujos óptimos de gas natural.
MmCE	Mega metro cúbico estándar.
SEP	Sistema eléctrico de potencia.
KKT	Karush-Kuhn-Tucker.
PML	Precio marginal local.
AMPL	A mathematical programming language.
KNITRO	Nonlinear interior point trust region optimization.
FDTP	Factores de distribución de potencia.
MW	Mega Watt.
Mm ³	Mega metro cúbico.
sgn	Función signo.
cte.	Constante.

Índice general

Dedicatorias	I
Agradecimientos	III
Índice de figuras	XV
Índice de tablas	XVII
1. Introducción	1
1.1. Planteamiento del problema	1
1.2. Justificación	2
1.3. Objetivo general	2
1.4. Objetivos Específicos	2
1.5. Alcances y limitaciones	3
1.6. Aportaciones	3
1.7. Estado del arte	4
1.7.1. Trabajos de 2000 a 2009	4
1.7.2. Trabajos de 2010-2019	5
1.7.3. Trabajos de 2020 a la fecha	7
1.7.4. Trabajos realizados en la SEPI ESIME Zacatenco	8
1.8. Estructura de la tesis	8
2. Operación de gas natural	11
2.1. Despacho de gas natural	11
2.1.1. Red de tuberías	12
2.1.2. Flujos de gas natural	13
2.1.3. Almacenamiento de gas natural	15
2.1.4. Estación de compresores	16
2.2. Modelo matemático de un problema gas-potencia	17
2.2.1. Flujos óptimos de gas natural	17
2.2.2. Modelo de flujos óptimos de potencia en corriente directa	21

3. Sistema integrado de gas-potencia	25
3.1. Equilibrio	25
3.2. Motivación	26
3.2.1. Modelo multiobjetivo	29
3.3. Equilibrio de gas-potencia	30
3.3.1. Condiciones de KKT del modelo de flujos óptimos de gas natural .	31
3.3.2. Condiciones de KKT del modelo de flujos óptimos de potencia en corriente directa	34
3.4. Modelo multiobjetivo de gas-potencia	37
4. Caso de prueba de 3 nodos en el sistema de gas - 3 buses en el sistema de potencia	39
4.1. Condiciones KKT del caso de estudio 3 nodos - 3 buses	42
4.2. Caso base	55
4.3. Almacenamiento de gas	64
4.4. Integración de rampas de gas y potencia	71
4.4.1. Integración de compresores	75
4.4.2. Congestión en el sistema de transmisión	81
5. Sistema de gas de Bélgica 20 nodos-Sistema IEEE de 30 buses	87
5.1. Operación de un caso base	88
5.2. Operación con almacenamiento inicial	93
5.3. Operación con compresores y rampas	97
5.4. Operación con congestión en la red eléctrica	102
5.5. Comparación con el modelo multiobjetivo	106
5.5.1. Comparación entre los modelos	109
6. Conclusiones, Recomendaciones y Trabajos Futuros	111
6.1. Conclusiones	111
6.2. Aportaciones	112
6.3. Recomendaciones para trabajos futuros	113
Referencias	115
Apéndices	121
A. Convexidad	121
A.1. Conjuntos convexos	121
A.1.1. Poliedro convexo	122
A.2. Funciones convexas	122
B. Condiciones de Karush-Kuhn-Tucker	125

C. Datos del sistema de gas natural de Bélgica	127
D. Programas en AMPL	131
D.1. Modelo de motivación	131
D.2. Modelo de equilibrio	131
D.3. Modelo de FOGN	138
D.4. Modelo de FOPCD	140
D.5. Modelo multiobjetivo	142

Índice de figuras

3.1. Equilibrio.	25
3.2. Región factible del problema de equilibrio.	26
3.3. Solución del problema de equilibrio.	28
3.4. Solución del problema multiobjetivo.	29
3.5. Relación de los sistemas de gas natural y de potencia.	30
3.6. Diagrama de flujo del equilibrio gas-potencia.	30
4.1. Sistema de Gas y Potencia.	40
4.2. Demanda de potencia [4].	41
4.3. Demanda de gas natural [4].	41
4.4. Presiones nodales en el caso base mediante el modelo de equilibrio	59
4.5. Presiones nodales en el caso base para el modelo de FOGN.	64
4.6. Presiones nodales con almacenamiento inicial para el modelo de equilibrio.	66
4.7. Presiones nodales con almacenamiento inicial para el modelo de gas individual.	71
4.8. Presiones nodales con rampas para el modelo de equilibrio.	74
4.9. Presiones nodales con compresores para el modelo de equilibrio.	78
4.10. Presiones nodales con compresores para el modelo de FOGN.	81
4.11. Presiones nodales con congestión para el modelo de equilibrio.	85
5.1. Demanda de los sistemas [4].	87
5.2. Sistema de gas natural de Bélgica [48].	88
5.3. Precio promedio del gas.	92
5.4. Costo y extracción de gas natural con almacenamiento inicial.	93
5.5. Precio promedio del gas con almacenamiento inicial.	95
5.6. PML con almacenamiento inicial.	97
5.7. PML considerando rampas.	99
5.8. Precio promedio del gas con integración de rampas y compresores.	101
5.9. Precio promedio del gas considerando la congestión.	105
5.10. Precio promedio del gas mediante el modelo multiobjetivo.	108
5.11. PML mediante el modelo multiobjetivo.	108

A.1. Conjuntos.	121
A.2. Función convexa.	123
C.1. SEP 30 buses IEEE.	130

Índice de tablas

4.1. Ofertas del sistema eléctrico de potencia.	39
4.2. Ofertas del sistema de gas natural.	40
4.3. Constantes propias de las tuberías.	40
4.4. Generación de unidades generadoras.	56
4.5. Precios de gas en el caso base mediante el modelo de equilibrio.	57
4.6. Precios marginales locales en el caso base mediante el modelo de equilibrio.	58
4.7. Extracción y flujos de gas natural en el caso base mediante el modelo de equilibrio.	60
4.8. Despacho de potencia para el modelo de FOPCD para el caso base	61
4.9. Precios de electricidad y gas para el caso base con el modelo de FOPCD	62
4.10. Extracción y flujos de Gas del modelo de FOGN para el caso base.	63
4.11. Generación de potencia con almacenamiento para el modelo de equilibrio.	65
4.12. Precios de gas y PML con almacenamiento para el modelo de equilibrio.	67
4.13. Extracción de gas con almacenamiento inicial mediante el modelo de equilibrio.	68
4.14. Despacho de potencia con almacenamiento para el modelo de FOPCD.	69
4.15. Extracción de gas con almacenamiento para el modelo de FOGN.	70
4.16. Rampas de Gas y Potencia.	71
4.17. Despacho de potencia y gas natural con rampas mediante el equilibrio.	72
4.18. PML y Precio de gas con rampas para el modelo de equilibrio.	73
4.19. Despacho de potencia y gas natural con rampas para los modelos individuales de FOPCD y FOGN.	75
4.20. Despacho de potencia y PML con compresores mediante el modelo de equilibrio.	76
4.21. Extracción y precios de gas con compresores mediante el equilibrio.	77
4.22. Despachos y PML con compresores mediante el modelo de FOPCD.	79
4.23. Extracción y precio de gas mediante el modelo de FOGN.	80
4.24. Despacho, flujos de potencia con congestión mediante el modelo de equilibrio.	82
4.25. PML con congestión mediante el modelo de equilibrio.	83
4.26. Extracción y precios de gas con congestión mediante el modelo de equilibrio.	84

5.1. Despacho de potencia de unidades por medio del modelo de equilibrio.	89
5.2. PML mediante el modelo de equilibrio.	90
5.3. Extracción de gas natural por medio del modelo de equilibrio.	91
5.4. Precios de gas natural mediante el modelo de equilibrio	92
5.5. Diferentes niveles de almacenamiento	93
5.6. Extracción de gas con almacenamiento inicial mediante el modelo de equilibrio	94
5.7. Precio de gas con almacenamiento inicial mediante el modelo de equilibrio	95
5.8. Generación de unidades con almacenamiento inicial mediante el modelo de equilibrio.	96
5.9. Generación de unidades integrando rampas y compresores mediante el modelo de equilibrio	98
5.10. Extracción de gas con la integración de rampas y compresores mediante el modelo de equilibrio.	100
5.11. Precio de gas integrando rampas y compresores mediante el modelo de equilibrio.	101
5.12. Despacho de unidades con congestión mediante el modelo de equilibrio. . .	102
5.13. PML con congestión mediante el modelo de equilibrio.	103
5.14. Líneas congestionadas	103
5.15. Extracción de gas natural considerando congestión mediante el modelo de equilibrio.	104
5.16. Extracción de gas mediante el modelo multiobjetivo.	106
5.17. Despacho de generación mediante el modelo multiobjetivo.	107
5.18. Costo entre modelos	109
C.1. Tuberías del sistema de Bélgica	127
C.2. Nodos del sistema de gas de Bélgica.	128
C.3. Pozos de gas en el sistema de Bélgica.	128
C.4. Sistema de transmisión del SEP de 30 buses.	129
C.5. Unidades de generación en el SEP de 30 buses	130

Capítulo 1

Introducción

1.1. Planteamiento del problema

En los últimos años se han implementado políticas ambientales en diversos países alrededor del mundo, las cuales buscan la disminución de emisión de gases que aumentan el efecto invernadero y el calentamiento global [1], estas políticas han tenido un gran impacto en la industria eléctrica, ya que la generación de electricidad tradicionalmente conlleva una gran quema de combustibles fósiles [2]. Este es uno de los principales motivos que ha hecho que las energías verdes tales como la energía eólica o la solar tengan una mayor participación en la generación de electricidad, sin embargo estos tipos de generación no tienen un control sobre si mismas ya que presentan una gran intermitencia [1], debido a que en su mayoría dependen de las condiciones ambientales y esto hace que la potencia que generen tenga un comportamiento aleatorio. Una de las alternativas que se ha implementado es la generación a partir de centrales generadoras cuyo combustible es el gas natural [3], por dos principales motivos, el primero es que debido a que la huella de carbono que emite es mínima, se puede decir que no tiene un gran impacto en la contribución a los gases de efecto invernadero, el segundo motivo es que estas centrales si tienen control sobre la potencia que generan por lo que ayudan a compensar la no flexibilidad de las energías renovables, asegurando al mismo tiempo la confiabilidad y continuidad en el suministro del sistema eléctrico de potencia. Sin embargo, esto crea una problemática en la coordinación de la operación de los mercados y sistemas de gas natural y de potencia [4], ya que para una operación confiable y continua para los dos sistemas ambos dependen de las condiciones del otro.

1.2. Justificación

En países donde la matriz energética depende en gran parte de la generación de plantas de ciclo combinado, es indispensable tener una correcta coordinación entre los sistemas de operación de gas natural y de potencia, ya que el sistema eléctrico de potencia depende en gran medida del suministro de gas natural. Ambos sistemas se operan de manera independiente uno del otro, sin embargo la estrecha relación que presentan hace que la coordinación sea un tema indispensable para la operación óptima conjunta de los dos sistemas. Esto es debido a que los generadores de ciclo combinado dependen del precio del gas natural para ofertar y a su vez el precio del gas depende de la cantidad demandada tanto por los generadores eléctricos como otro tipo de usuarios [4]. Actualmente no existe un organismo que se encargue de operar estos sistemas como uno solo, a su vez, la falta de coordinación entre los sistemas, provoca que existan fallas como interrupción de generación de potencia, fluctuación de presiones en el sistema de tuberías o gasoductos, problemas económicos como alta volatilidad en los precios de la energía eléctrica y de gas, etc [3]. Esta problemática motiva a este trabajo, pues se busca encontrar un punto de operación que sea óptimo para ambos sistemas, con la información mínima disponible. Con la finalidad de que los sistemas no solo operen dentro de sus condiciones de seguridad sino que los costos de generación de potencia y extracción de gas sean lo más económicamente posible.

1.3. Objetivo general

Desarrollar un modelo de equilibrio basado en las condiciones de Karush-Kuhn-Tucker con la finalidad de optimizar los costos en un sistema integrado Gas-Potencia bajo las restricciones de empaque, compresores y rampas.

1.4. Objetivos Específicos

- Modelar matemáticamente el problema integrado de Gas-Potencia.
- Incluir compresores de gas natural en el sistema de tuberías .
- Incluir flujos bidireccionales de gas natural en el sistema de tuberías.
- Diseñar un programa capaz de simular el modelo matemático de equilibrio planteado.
- Analizar el impacto del empaque en los sistemas: 3 nodos de gas y 3 buses de potencia, para posteriormente aplicarlo con el sistema de gas de Bélgica y el SEP de 30 nodos de la IEEE.

- Comparar los resultados obtenidos del equilibrio con los resultados de los modelos individuales de gas y potencia, además en el caso del sistema de Bélgica 20 nodos-SEP 30 buses IEEE se lleva a cabo una comparación con los resultados del modelo multiobjetivo.

1.5. Alcances y limitaciones

En el presente trabajo se emplea el solucionador *Knitro* para dar solución a los modelos planteados, por lo que no se hace uso de ninguna técnica de relajación convexa o linealización.

Se hace uso del software de AMPL para programar los modelos y con base a los resultados se realizan los análisis correspondientes entre los distintos modelos.

Debido a la complejidad del modelo matemático no se considera la asignación de unidades, únicamente se simula el despacho económico en un horizonte de 24 horas.

1.6. Aportaciones

Las aportaciones de este trabajo se describen en los siguientes puntos:

- Se hace énfasis en el análisis que trae consigo el que exista gas natural almacenado al inicio del horizonte y el beneficio que presenta tanto en el sistema de gas natural como en el de potencia.
- Se incluye una función en el sistema de gas que permite el flujo bidireccional de gas de acuerdo a las condiciones del sistema, debido a que generalmente esta dirección se considera *a priori*.
- Se considera la congestión en el sistema de potencia y se analiza como impacta no solo en los precios finales de la energía, sino también en el sistema de gas natural.
- Se analizan los sistemas de gas-potencia considerando congestión, empaque, compresores y rampas, con lo que se establece las bases para trabajos futuros que estén relacionados con la coordinación de los sistemas de gas y potencia ya que se desarrollan explícitamente todas las restricciones del modelo de equilibrio.

1.7. Estado del arte

A continuación se presentan algunos de los trabajos realizados para la coordinación de Gas-Potencia desarrollados a lo largo de las últimas dos décadas en diferentes centros de investigación así como centros de control de energía, con la finalidad de ver que tan investigado está el tema.

1.7.1. Trabajos de 2000 a 2009

En 2003 An, Li y Gedra [6] proponen un modelo fundamental de la red de gas natural para los flujos óptimos combinados de gas y electricidad, haciendo énfasis en las restricciones que describen la transformación de energía entre las redes gas y electricidad al combinar los nodos y buses de ambos sistemas.

En [7] Gabriel, Kiet y Zhua de la universidad de Maryland presentan un modelo de equilibrio basado en la competitividad, el cual contempla a los participantes del mercado de gas, muestran que este modelo es un problema mixto de complementariedad no lineal, la formulación que usan para abordar este problema es por medio de las condiciones de optimalidad de Karus-Khun-Tucker, bajo ciertas condiciones muestran la solución que tiene el problema, sin embargo únicamente hacen el enlace con el sistema de potencia considerando el generador como una carga extra.

En [8] Shahidehpour analiza el impacto que tiene la infraestructura del gas natural implementando restricciones de seguridad en la asignación de unidades de plantas de generación y además examina el impacto que tienen algunas fuentes de energía renovables.

En [9] integra el sistema de gas natural con el hidrotérmico para la planeación y operación a corto plazo, en el modelo de gas se incluye el almacenamiento, además se consideran las restricciones hidrotérmicas y niveles de almacenamiento de gas, para dar solución a este problema se usa programación dinámica, relajación Lagrangiana y descomposición dual.

En [10] proponen un modelo de programación entera mixta en donde se combinan los sistemas de gas natural y de potencia, esto con la finalidad de observar la interdependencia entre los sistemas, además se identifican vulnerabilidades que no pueden ser observadas si los sistemas se encuentran separados.

En [11] se presenta un resumen del estado del arte de las investigaciones existentes hasta 2008 de los sistemas integrados de gas y de potencia, muestran las complejidades a las que se han tenido que afrontar algunos mercados eléctricos sudamericanos ante la

coordinación de estos sistemas.

En [12] se evalúa la interdependencia de las redes de los sistemas de gas y potencia en la seguridad del sistema eléctrico de potencia, el modelo propuesto incorpora restricciones de la red de gas natural dentro de la asignación de unidades.

En [13] proponen un modelo multiperiodo combinando los modelos de gas natural y potencia, en donde el modelo de optimización toma en cuenta la variabilidad de los flujos de gas, instalaciones de almacenamiento de gas y la rampa de las unidades de generación, el análisis hace énfasis desde el punto de vista económico, ya que busca minimizar el costo de los generadores a base de gas natural.

En [14] se desarrolla un modelo que se centra en una metodología para la asignación de unidades con restricciones de seguridad considerando el impacto que tiene el sistema de transmisión de gas natural. Para la solución de este modelo se aplica una técnica de descomposición en donde las redes de gas y de transmisión de potencia son subproblemas del problema maestro que es la asignación de unidades.

1.7.2. Trabajos de 2010-2019

En [15] se desarrolla un estudio de la coordinación de los sistemas de gas natural y potencia desde el punto de vista de los operadores, se presenta un modelo de optimización en donde se busca minimizar el costo de los dos sistemas mientras se satisfacen restricciones de seguridad y temporales. Para encontrar la solución del problema y hacerlo menos robustos de emplea una relajación Lagrangiana.

En [16] se analizan las infraestructuras de los sistemas de gas natural y potencia con la finalidad de observar su coordinación, los flujos de gas natural son modelados por medio de ecuaciones diferenciales parciales, las cuales son aproximadas por un método de diferencias finitas, la coordinación entre ambos sistemas es resuelta por un problema bi-nivel.

En [17] se estudian una formulación para el análisis de los sistemas de gas y potencia integrados, considerando el efecto de la temperatura en la operación del sistema de gas natural y un nodo de referencia distribuido en la red de transmisión del SEP.

En [18] los autores hacen una recapitulación de la interdependencia de la energía eléctrica y el gas natural, comentan algunos de los riesgos existentes en la operación de ambos mercados y presentan algunas propuestas de solución para enfrentar dichos riesgos.

En [19] Biskas presenta el problema de acoplar los sistemas de gas y electricidad, en el cual lo describe como no convexo y no lineal, lo modela como un problema entero mixto de

programación no lineal, y lo resuelve por medio de un método basado en un Lagrangiano aumentado. Aplica un proceso iterativo en el cual coordina los dos sistemas, en donde los multiplicadores de Lagrange se actualizan por medio de un método de subgradiente.

En [21] Correa-Posada y Sánchez-Martín emplean un modelo de programación entera mixta para acoplar las redes de gas natural y de electricidad, en el modelo toman en cuenta la velocidad y compresibilidad con que fluye el gas natural. Logrando una adecuación necesaria para asegurar la fiabilidad del sistema eléctrico.

En [22] Chertkov, Fisher, Backhaus, Bent y Misra realizan una investigación que se enfoca principalmente en como la compensación de generación de electricidad a base de fuentes intermitentes es compensado por generadores a base de gas natural, sin embargo esto tiene un impacto en el mercado de gas debido a que ocasiona fluctuaciones que pueden presentar un riesgo debido a que impacta en la presión de las tuberías del sistema de gas natural, desarrollan una metodología para evaluar los riesgos que pueden llegar a suceder.

En [23] se muestran dos metodologías para acoplar los sistemas de gas y potencia, dichas metodologías son formuladas como problemas de optimización con diferente función objetivo. Desde la perspectiva de potencia se busca maximizar las ganancias del mercado eléctrico mediante los precios de gas natural, mientras que desde el punto de vista del gas natural se busca la minimización de los costos sujetos a la demanda de los generadores eléctricos.

En [24] Toledo, Sauma, y Jerardino usan un modelo integrado de optimización basado en una metodología dinámica dual estocástica para simular tanto la programación de sistemas de potencias hidrotérmicos y la transportación, así como disponibilidad del gas natural.

En [25] Zlotnik, Roald, Backhaus, Chertkov y Andersson formulan problemas de optimización para diferentes escenarios de coordinación, cuantificando los beneficios que cada sistema brinda.

En [27] Portante, Kavicky Craig, Talaber and Folga describen el proceso de modelado e integración de las interdependencias de ambos sistemas para anticipar fallas en cascada entre la infraestructura de los sistemas.

En [28] Wang, Wei, Wang, Wu y Liang estudian el precio marginal basándose en transacciones bilaterales en el equilibrio de los sistemas acoplados de distribución de gas y electricidad, usan una relajación convexa para resolver el problema de flujos óptimos en diferentes periodos, también emplean una programación cónica de segundo orden pa-

ra resolver el problema de flujos óptimos de gas, el cual utilizan para el precio del mercado.

En [29] Wang, Wei, Wang, Liu y Mei realizan un estudio del equilibrio de los mercados de gas y electricidad, desde el punto de vista de la venta de energía y compras de gas, impulsado por los comportamientos estratégicos de las ofertas, para este estudio utilizan un algoritmo de diagonalización especial, en donde cualquiera de los dos equilibrios se encuentra dentro de un bucle interno de acuerdo a las estrategias de los demás competidores.

En [4] Chen, Conejo, Sioshansi y Wei implementan un enfoque directo para identificar las operaciones de equilibrio que involucran ambos sistemas, en donde las condiciones KKT de los dos sistemas se resuelven conjuntamente, además se usa una relajación convexa por medio de envolturas de McCormik.

En [30] Ericson, Logan Kaffine y Coburn publican un artículo que describe de manera general la evolución y el estado de los mercados de gas y electricidad hasta el año 2019 en Estados Unidos, el artículo analiza porque estos dos mercados deben de estar coordinados sobre todo cuando se incluyen varias variables en el modelo del mercado eléctrico, haciendo énfasis en la introducción de modelos dinámicos.

1.7.3. Trabajos de 2020 a la fecha

En [31] se propone un modelo de programación entera mixta en el cual se integran los sistemas de gas natural y electricidad, al cual se le aplican técnicas de linealización con la finalidad de reducir el esfuerzo computacional.

En [32] se introduce la idea de la red de gas natural en la asignación de unidades, se supone que el operador del sistema de potencia tiene conocimiento de la demanda pronosticada de gas y de la red de tuberías, se propone un programa matemático tri-nivel, el cual a su vez se reformula en un programa cónico entero mixto de segundo orden, para ser resuelto mediante la descomposición de Benders. .

En [33] se analiza la coordinación de los sistemas de gas y potencia con un día en adelanto, se considera que los dos sistemas se operan independientes, con comunicación limitada entre ellos. Se hace uso de la relajación Lagrangiana para encontrar el equilibrio entre los dos sistemas.

En 2022 [34] se presentan dos modelos de equilibrio para la coordinación de los mercados de gas y electricidad, se evalúan las estrategias de varios participantes, el beneficio social, el poder de mercado, todo este análisis se hace en el modelo de equilibrio y posteriormente en cada modelo individual con la finalidad de comparar que tan eficiente es el

equilibrio. El problema se aborda desde el punto de vista de la programación bi-nivel, la cual se convierte en un problema con restricciones de equilibrio para poder ser analizado con programación entera mixta.

1.7.4. Trabajos realizados en la SEPI ESIME Zacatenco

En la sección de estudios de posgrado e investigación de la escuela superior de ingeniería mecánica y eléctrica perteneciente al instituto politécnico nacional no se han desarrollado trabajos que integren la operación conjunto de los sistemas de gas natural y de potencia.

1.8. Estructura de la tesis

- En el Capítulo 1 se formula el planteamiento del problema, se expresa el objetivo general de la tesis, y los objetivos específicos, además se hace una revisión del estado del arte relacionado con el tema en diferentes centros de investigación.

- En el Capítulo 2 se formula detalladamente el despacho económico de gas natural, además se entra en detalle en las ecuaciones que modelan el comportamiento del gas y los factores que intervienen en la operación del sistema de gas natural, se presenta formalmente el problema de optimización relacionado con los FOGN. También se muestra el modelo de operación del sistema eléctrico de potencia, el cual se formula por medio de los FOPCD.

- En el Capítulo 3 se muestra la teoría del equilibrio en problemas de optimización, se comienza proponiendo dos problemas de optimización en donde las variables de decisión se encuentran acopladas entre ambos problemas, esto sirve como motivación para posteriormente analizar la interdependencia entre los FOGN y FOPCD, finalmente se formula el modelo de equilibrio por medio de las condiciones KKT de cada problema de manera general.

- En el capítulo 4 se desarrolla un ejemplo de 3 nodos - 3 buses, se desarrollan explícitamente las condiciones KKT del ejemplo en particular, para integrarlas en el modelo de equilibrio, y se estudian los efectos que tienen en el modelo el almacenamiento de gas natural al inicio del horizonte de tiempo, las rampas de generación y de pozos de gas, los compresores en la red de tuberías de gas y el efecto que tiene la congestión de la red eléctrica, además en cada caso de estudio se verifica si se alcanza el equilibrio comparando los resultados con los modelos individuales de FOGN y FOPCD.

- En el capítulo 5 el modelo de equilibrio se aplica al sistema de gas natural de Bélgica de 20 nodos y al SEP de 30 buses de la IEEE, igualmente se estudian los efectos del almacenamiento de gas en las tuberías, rampas y compresores, finalmente se realiza una

comparativa con un modelo multiobjetivo, el cual considera que un mismo operador opera los sistemas de gas y de potencia, se observan las principales diferencias que existe con el equilibrio y se da un argumento de cuando es mejor usar un modelo u otro.

- En el capítulo 6 finalmente se muestran las conclusiones obtenidas en este trabajo, se dan recomendaciones para trabajos futuros relacionados con el tema y se señalan las aportaciones al estado del arte.

- En el Apéndice A se introduce la teoría de convexidad, en el Apéndice B se muestra como se obtienen las condiciones de KKT mediante la construcción del Lagrangiano, en el Apéndice C se muestran los datos de los sistema de gas natural y de potencia del caso 20 nodos - 30 buses, en el Apéndice D se añaden los códigos realizados en AMPL.

Capítulo 2

Operación de gas natural

Actualmente el gas natural es uno de los recursos naturales fundamentales para el desarrollo energético de varios países al rededor del mundo [18], la razón principal es la baja emisión de gases de efecto invernadero, debido a esto, en los últimos años ha empezado a tomar mayor importancia en el sector de eléctrico, por lo que es esencial que exista una buena coordinación entre los sistemas de potencia y de gas natural [3].

La demanda de gas natural se divide comúnmente en tres grandes consumidores principales; residencial, industrial y eléctrico. En Estados Unidos se espera que para el año de 2035 el consumo de gas natural por parte de los generadores eléctricos sea el que presente mayor demanda, debido que se predice que 60% de la generación total será a base de plantas de ciclo combinado [42]. Entender la operación del sistema de gas natural desde el punto de vista del sistema eléctrico es fundamental para la correcta planeación y ejecución de la asignación de unidades y posteriormente el despacho económico de centrales de generación. En las secciones posteriores se explican los elementos esenciales que toman importancia dentro del sistema, como en los flujos óptimos de gas natural.

2.1. Despacho de gas natural

En esta sección se introduce una motivación para tener un despacho óptimo como uno de los pilares fundamentales para el desarrollo económico de esta industria, el modelar el gas natural no es una tarea sencilla, debido a la dinámica que presenta cuando viaja por el sistema de tuberías [33], a causa de esto, han sido varios los modelos que se han abordado para poder hacer el despacho de gas natural, mas adelante se especifica el modelo con el que se trabajará a lo largo de este trabajo.

El despacho económico de gas natural en si es similar al de potencia, ya que busca minimizar el costo de extracción de gas natural, mientras que se respetan las restricciones de seguridad del sistema de tuberías y en general el de todo el sistema de gas [15, 16], sin embargo, a diferencia del sistema de potencia, tiene la característica de poder almacenar

gas [50], en lo cual más adelante se hace énfasis. Para iniciar el despacho de gas los productores de gas natural envían ofertas al operador del sistema de gas, y este a su vez recibe las demandas por parte de las cargas, las cuales pueden provenir de usuarios residenciales, industriales o generadores eléctricos [1].

Los generadores a base de gas natural son una carga que está en constante crecimiento dentro de este sector [13], ya que este tipo de generadores tienen un costo bajo de inversión y a su vez dejan una huella de carbono muy pequeña comparada con los combustibles fósiles convencionales [42], este tipo de carga en la operación de gas hace que esté interrelacionado con la operación del sistema de potencia, debido a que el precio final del gas depende de la demanda total en el sistema (residencial, industrial y de generadores) y a su vez la oferta por parte de los generadores a base de gas natural que se envía al operador del sistema de potencia depende del precio final del gas [4].

El hecho de que estos generadores tengan la capacidad de compensar rápidamente la intermitencia de las fuentes de generación renovables impacta directamente en las demandas de gas natural cuando la operación del sistema de gas se está corriendo en tiempo real, ya que provoca una variación en el gas almacenado en las tuberías (empaquete) y en las presiones en los extremos de las mismas [22]. Debido a esto al modelar matemáticamente la operación del sistema de gas es uno de los factores claves para garantizar la seguridad de ambos sistemas [8].

A continuación se describen los elementos que intervienen en el modelo del despacho económico de gas natural y se enfatiza como afectan al mismo.

2.1.1. Red de tuberías

El gas que es extraído de los pozos debe de viajar una gran distancia de varios cientos de kilómetros antes de llegar a los usuarios finales, el viaje que realiza el gas se divide en los sistemas de recolección, transmisión y distribución [56]. El sistema de transmisión del gas natural se caracteriza por tuberías muy largas, y de un gran diámetro, mientras que las tuberías instaladas en los sistemas de recolección y distribución suelen ser de menor diámetro y de menor longitud [42], este proceso es parecido al de la electricidad que después de la generación, se tiene que transportar mediante las líneas de transmisión, y al igual que la potencia eléctrica desde la generación hasta la utilización el gas natural conlleva una gran serie de obstáculos los cuales son abordados durante las diferentes etapas transmisión y distribución [8]. La operación del sistema de tuberías de gas natural se divide en dos grandes procesos: a largo y corto plazo [42], el primero se encarga de la planeación de extracción y de la expansión de la red, mientras que el segundo se encarga de cubrir la demanda contemplando el almacenamiento de gas en la red de tuberías y vigila que con la red actual se satisfaga la demanda, en este trabajo se consideran únicamente tuberías del sistema transmisión.

La política de la red de transporte de gas natural varía de país en país, por ejemplo,

en algunos países europeos la red es controlada en su totalidad por organismos federales y estatales, mientras que en Estados Unidos, Canadá y Brasil, las tuberías son del sector privado y por lo tanto operadas independientemente por sus mismos operadores [42].

2.1.2. Flujos de gas natural

En el sistema de gas natural al igual que en el sistema de potencia existe la formulación del problema de flujos [6, 4, 50]. El problema de flujos de gas natural consiste en calcular los valores de presión para cada nodo del sistema y el flujo a través de las tuberías, su formulación formal es la siguiente: *Teniendo un sistema de gas natural en estado estable con N nodos y con N_s valores de presiones nodales conocida, determinar las demás presiones nodales y el flujo a través del sistema de tuberías* [6]. Para su solución es necesario conocer ya sea la presión o la inyección en algunos nodos. Con la finalidad de hacer una analogía con el sistema de potencia, se definen los nodos del sistema de gas como sigue:

- **Nodo de inyección:** En este nodo se conocen las inyecciones de gas natural (extracción y/o demanda) y se debe de determinar la presión, el análogo al sistema de potencia es un bus de carga.

- **Nodo de presión:** La presión es conocida en estos nodos, se debe de conocer N_s nodos de este tipo para la solución de los flujos, su análogo es el bus de referencia.

El incorporar las ecuaciones de restricción de flujo de gas natural es uno de los mayores retos para el modelado del despacho económico de gas natural ya que el comportamiento que presentan es complejo debido a que las ecuaciones resultan ser no lineales y no convexas [4]. La ecuación general de flujo considerando al gas natural como isotérmico se describe en [58] y es la siguiente:

$$flg_{h,k,t} = 1.1494 \times 10^{-3} \left(\frac{T_b}{\pi_b} \right) \sqrt{\frac{(\pi_{h,t}^2 - \pi_{k,t}^2)}{GT_f L_{h,k} Z f}} (D_{h,k})^{2.5} \quad (2.1)$$

Donde:

$flg_{h,k,t}$:	Flujo de gas entre los nodos h y k a la hora t .
T_b :	Temperatura estándar.
π_b :	Presión estándar.
G :	Gravedad específica del gas.
$D_{h,k}$:	Diámetro de la tubería en los nodos h y k
T_f :	Temperatura promedio del gas.
$L_{h,k}$:	Longitud de la tubería entre los nodos h y k .
Z :	Factor de compresibilidad del gas natural.
f :	Factor de fricción de la tubería.

- π_h : Presión en el nodo h .
 π_k : Presión en el nodo k .

Sin embargo bajo ciertas condiciones la ecuación puede ser aproximada por la ecuación de Weymouth [6], esta ecuación representa una buena aproximación cuando el flujo de gas está a una alta presión, la tasa de flujo es elevada y las tuberías del sistema de transmisión son largas [21]. Además, el flujo que pasa a través de la tubería depende de varias características propias de la misma, como el diámetro, longitud, rugosidad, etc. dichas características se pueden factorizar en una constante, en este caso es $W_{h,k}$, la cual es conocida como constante de Weymouth ya que se encuentra a partir de una ecuación que lleva el mismo nombre, de acuerdo con [48] la ecuación está dada por:

$$f\bar{l}g_{h,k,t}^2 = W_{h,k}^2 (\pi_{h,t}^2 - \pi_{k,t}^2) \quad (2.2)$$

$$W_{h,k}^2 = 96.07483 \times 10^{-15} \left(\frac{(D_{h,k})^5}{\left(2 \log \left(\frac{3.7D_{h,k}}{\epsilon}\right)\right)^2 ZT_f L_{h,k} \delta} \right) \quad (2.3)$$

$$f\bar{l}g_{h,k,t} = \frac{f l g_{h,k,t} + f l g_{k,h,t}}{2} \quad (2.4)$$

Donde:

- $f\bar{l}g_{h,k,t}$: Flujo promedio en la tubería.
 $W_{h,k}$: Constante de Weymouth de la tubería.
 δ : Densidad relativa del gas natural en el aire.
 ϵ : Rugosidad absoluta de la tubería.

En la ecuación (2.2) se aprecian dos aspectos que resaltan, primeramente el hecho de que el flujo promedio esté elevado al cuadrado, esto se hace con la finalidad de modelar el flujo de gas en forma bidireccional [21], ya que, comúnmente la dirección de flujo es conocida *a priori* [48]. El segundo aspecto es la misma naturaleza de la ecuación, la cual no es solo no lineal sino también no convexa, esto representa todo un reto para poder integrarla al modelo de despacho de gas natural debido a que la no convexidad dificulta que se encuentre el punto óptimo, y en muchas ocasiones inclusive el problema resulta ser no factible [43], la demostración de que la ecuación no es convexa se encuentra en el Apéndice A.

2.1.3. Almacenamiento de gas natural

El gas natural posee la característica de que cierto volumen a determinada presión puede ser almacenado [8], esta característica se divide en dos clasificaciones: almacenamiento a largo y corto plazo, el primero se encuentra en grandes depósitos que se ubican en diferentes nodos del sistema de gas, estos depósitos deben de mantener un límite mínimo de gas almacenado por cuestiones de seguridad, similar a lo que sucede con el agua en las centrales hidroeléctricas [50]. El almacenamiento a corto plazo se encuentra en las tuberías, ya que el gas almacenado es consumido en las horas durante el horizonte, a este tipo de almacenamiento se le conoce como empaque, y se debe de mantener cierto nivel dentro de cada tubería, esto como consecuencia de que la dinámica que presenta es lenta y si la tubería se encuentra vacía el gas tardaría varias horas en llegar desde los punto de extracción hasta los de consumo [58], sin embargo el empaque también presenta la bondad de que en las horas de baja demanda se inyecte cierta cantidad de gas con una determinada presión y en las horas de alta demanda se pueda liberar el gas almacenado al mismo tiempo que la presión nodal disminuye, y con esto el costo de extracción disminuye dependiendo de la cantidad de empaque existente en las tuberías.

Los dos tipos de almacenamiento funcionan como una herramienta de seguridad para el sistema de gas natural [51], ya que como se mencionó a diferencia de la electricidad su dinámica es mucho más lenta, y además los pozos de extracción de gas se encuentran a varios kilómetros de distancia de los consumidores finales [42]. El almacenamiento de largo plazo es usado generalmente en la temporada de invierno, ya que en este periodo la demanda aumenta considerablemente respecto a la que hay en verano [4]. En el corto plazo (día a día) el almacenamiento dentro de las tuberías evita que el sistema de tuberías colapse debido a la alta volatilidad de la demanda horaria, y además asegura que la demanda de gas sea cubierta en su totalidad o por lo menos la mayor parte de esta. A lo largo del presente trabajo únicamente se modela el almacenamiento a corto plazo puesto que se considera un horizonte de 24 horas.

La cantidad de gas que se puede almacenar dentro de cada tubería depende esencialmente de las características propias que esta presenta, y de algunas condiciones ambientales (al igual que el flujo) [58]. La ecuación (2.5) modela el gas almacenado en función de las características de la tubería, puede notarse que la presión en los extremos de las tuberías son las únicas variables, el término $K_{h,k}$ se conoce como contante de almacenamiento [22], y se calcula por medio de la ecuación (2.6). El almacenamiento dentro de la tubería también depende del flujo de salida y entrada en ambos extremos de la tubería [4], en la ecuación (2.7) se observa esta relación, es posible notar como el almacenamiento en la hora t depende del flujo neto en la tubería y del almacenamiento de la hora anterior. Hay que resaltar que las unidades en el sistema internacional de unidades para el almacenamiento son Mega metros cúbicos estándares ($MmCE$), esto se refiere más a un término de la termodinámica del gas ya que la cantidad de gas en un metro cúbico depende de la

presión y temperatura estandarizadas [58].

$$L_{P_{h,k,t}} = K_{h,k} \frac{\pi_{h,t} + \pi_{k,t}}{2} \quad (2.5)$$

$$K_{h,k} = 7.855 \times 10^{-4} \left(\frac{T_b}{\pi_b} \right) \left(\frac{(D_{h,k})^2 L_{h,k}}{ZT} \right) \quad (2.6)$$

$$flg_{h,k,t} + flg_{k,h,t} = L_{P_{h,k,t}} - L_{P_{h,k,t-1}} \quad (2.7)$$

Donde:

$L_{P_{h,k,t}}$: Gas almacenado en la tubería.
 $K_{h,k}$: Constante de Almacenamiento.

2.1.4. Estación de compresores

Las unidades de compresores son un elemento crucial para la correcta y continua operación en el sistema de transmisión de gas natural, ya que a lo largo de las tuberías que forman parte del sistema, el flujo de gas empieza a perder presión debido a la fricción con las paredes de la tuberías, [6, 33], para compensar esta pérdida en las tuberías es necesario que se instalen compresores dentro de estas mismas. El papel del compresor es compensar la pérdida de energía al aumentar la presión del gas al mismo tiempo que reduce su volumen[42], (análogamente se puede decir que funcionan como transformadores elevadores en los SEPs).

Existen 2 tipos de compresores; electromecánicos, los cuales funcionan con un motor eléctrico y de combustión, los cuales funcionan a base del gas natural, este gas es tomado de la tubería a la que están conectados y generalmente el consumo es de entre el 3% y 5% del flujo de gas que pasa por la misma [4], en la ecuación (2.8) se expresa el consumo de dicho compresor, hay que destacar que este tipo de compresores impactan directamente en el costo de extracción y en el precio del gas, debido a que demandan gas de la red de tuberías. Los compresores están limitados a operar en un rango de presión, por lo que el radio de compresión máximo y mínimo se establece por la ecuación (2.9). Cuando únicamente existen compresores electromecánicos la ecuación (2.8) se omite.

$$\aleph_c = v_c \tau flg_{h,k,t} \quad (2.8)$$

$$\rho_c^{min} \pi_{h,t} \leq \pi_{k,t} \leq \rho_c^{max} \pi_{h,t} \quad (2.9)$$

Donde:

\aleph_c : Consumo del compresor c .

v_c :	Eficiencia del compresor c .
τ :	Porcentaje de consumo.
ρ_c^{min} :	Radio de compresión mínimo.
ρ_c^{max} :	Radio de compresión máximo.

2.2. Modelo matemático de un problema gas–potencia

Habiendo descrito el despacho, flujos, almacenamiento, y compresores de gas natural, los cuales son factores indispensables a tomar en cuenta para la operación del sistema de gas natural ya se puede formular el despacho de gas natural de una manera más comprensible, para posteriormente introducir el modelo de flujos óptimos de potencia en corriente directa y observar como es que ambos sistemas y sus respectivas operaciones se encuentran acoplados.

2.2.1. Flujos óptimos de gas natural

El modelo relacionado con la operación del gas natural, es un problema de optimización no lineal y no convexo, el cual busca minimizar el costo de gas natural [18], sujeto a restricciones de seguridad en las instalaciones de las tuberías de gas y algunas restricciones operativas [51]. El modelo se presenta a continuación con todas sus restricciones, las variables entre paréntesis a la izquierda de cada restricción representa su variable dual asociada, como el modelo es una combinación entre encontrar los flujos de gas natural y al mismo tiempo realizar el despacho económico, también se conoce como flujos óptimos de gas natural, este modelo es similar al que se presenta en [4, 50, 51], posterior al desarrollo del desarrollo matemático se da una explicación de lo que significa cada restricción.

$$\text{Min} \quad \sum_{t \in T, w \in \mathbb{P}} (Cp_w Gp_{w,t}) \quad (2.10)$$

Sujeto a:

$$\forall h \in \mathbb{G}, k \in \mathbb{G}(h), c \in \mathbb{K}, t \in T$$

$$\sum_{w \in \mathbb{P}_h} Gp_{w,t} = L_{G_h} + \sum_{u \in \mathbb{U}_h^G} \Psi_u P g_{u,t} + \sum_{k \in \mathbb{G}(h)} flg_{h,k,t} + \sum_{c \in \mathbb{K}} v_c \tau flg_{h,k,t} \dots (\lambda_{G_{h,t}}) \quad (2.11)$$

$$Gp_w^{min} \leq GP1_{w,t} \leq Gp_w^{max} \dots (\gamma_{w,t}^{min}, \gamma_{w,t}^{max}) \quad \forall w \in \mathbb{P}, t \in T \quad (2.12)$$

$$\pi_h^{min} \leq \pi_{h,t} \leq \pi_h^{max} \dots (\alpha_{h,t}^{min}, \alpha_{h,t}^{max}) \quad \forall h \in \mathbb{G}, t \in T \quad (2.13)$$

$$f\bar{l}g_{h,k,t} = \frac{flg_{h,k,t} - flg_{k,h,t}}{2} \dots (\delta_{h,k,t}) \quad \forall h \in \mathbb{G}, k \in \mathbb{G}(h), t \in T \quad (2.14)$$

$$f\bar{l}g_{h,k,t}^2 = W_{h,k}^2 (\pi_{h,t}^2 - \pi_{k,t}^2) \dots (\beta_{h,k,t}) \quad \forall h \in \mathbb{G}, k \in \mathbb{G}(h), t \in T \quad (2.15)$$

$$L_{P_{h,k,t}} = K_{h,k} \frac{(\pi_{h,t} + \pi_{k,t})}{2} \dots (\phi_{h,k,t}) \quad \forall h \in \mathbb{G}, k \in \mathbb{G}(h), t \in T \quad (2.16)$$

$$flg_{h,k,t} + flg_{k,h,t} = L_{P_{h,k,t}} - L_{P_{h,k,t-1}} \dots (\Phi_{h,k,t}) \quad \forall h \in \mathbb{G}, k \in \mathbb{G}(h), t \in T \quad (2.17)$$

$$-GP_w^{ramp} \leq GP_{w,t} - GP_{w,t-1} \leq GP_w^{ramp} \dots (\Lambda_{w,t}^{min}, \Lambda_{w,t}^{max}) \quad \forall w \in \mathbb{P}, t > 1, t \in T \quad (2.18)$$

$$\rho_c^{min} \pi_{h,t} \leq \pi_{k,t} \leq \rho_c^{max} \pi_{h,t} \dots (\Xi_{h,k,t}^{min}, \Xi_{h,k,t}^{max}) \quad \forall h, k \in \mathbb{G}, c \in \mathbb{G}, t \in T \quad (2.19)$$

Donde:

- \mathbb{P} : Conjunto de productores de Gas Natural.
- \mathbb{P}_h : Conjunto de productores de Gas Natural conectados al nodo h .
- $\mathbb{G}(h)$: Conjunto de nodos conectados al nodo h .
- \mathbb{K} : Conjunto de compresores.
- Cp_w : Costo de extracción de Gas Natural del productor w .
- $Gp_{w,t}$: Gas producido por el productor w a la hora t .
- Gp_w^{ramp} : Rampa de extracción de Gas del productor w .
- $L_{G_{h,t}}$: Demanda de Gas Natural en el nodo h a la hora t .
- ρ^{min} : Radio mínimo de compresión.
- ρ^{max} : Radio máximo de compresión.
- $flg_{h,k,t}$: Flujo de Gas Natural del nodo h al nodo k a la hora t .
- $f\bar{l}g_{h,k,t}$: Flujo promedio de Gas Natural del nodo h al nodo k a la hora t .
- $L_{P_{h,k,t}}$: Gas almacenado en la tubería entre los nodos h y k a la hora t .
- Gp_w^{min} : Extracción mínima de Gas Natural del productor p .
- Gp_w^{max} : Extracción máxima de Gas Natural del productor p .
- π_h : Presión en el nodo h a la hora t .
- π_h^{min} : Presión mínima permitida en el nodo h .
- π_h^{max} : Presión y máxima permitida en el nodo h .
- $W_{h,k}^2$: Constante de Weymouth propia de la tubería entre los nodos h y k .
- $K_{h,k}$: Constante de almacenamiento propia de la tubería entre los nodos h y k .

$\lambda_{G_{h,t}}$:	Variable dual de la restricción de balance de Gas a la hora t para el nodo h .
$\gamma_{w,t}^{min}$:	Variable dual de la extracción mínima de Gas Natural.
$\gamma_{w,t}^{max}$:	Variable dual de la extracción máxima de Gas Natural.
$\Lambda_{w,t}^{min}$:	Variable dual de las restricciones de rampa mínima de extracción.
$\Lambda_{w,t}^{max}$:	Variable dual de las restricciones de rampa máxima de extracción.
$\delta_{h,k,t}$:	Variable Dual de la restricción de flujo promedio.
$\beta_{h,k,t}$:	Variable Dual de la restricción de la ecuación de Weymouth.
$\phi_{h,k,t}$:	Variable Dual de la restricción de almacenamiento de gas.
$\Phi_{h,k,t}$:	Variable Dual de la restricción de almacenamiento de gas.
$\Xi_{h,k,t}^{min}$:	Variable Dual del radio de compresión mínimo.
$\Xi_{h,k,t}^{max}$:	Variable Dual del radio de compresión máximo.

La función objetivo busca minimizar el costo de extracción del gas natural durante todo el horizonte, hay que destacar que esta función se puede ver también desde el punto de vista de un mercado de gas natural desregulado, si este fuera el caso la función objetivo buscaría maximizar el beneficio social, y con esto sería necesario modelar a los consumidores [55]. Sin embargo en este trabajo únicamente se contempla minimizar el costo operativo.

- La ecuación (2.11), es el balance nodal de gas, en el cual intervienen la demanda de gas natural asociada tanto a las unidades de generación del sistema eléctrico, así como a demandas de otro tipo (comercial o residencial), también se toman en cuenta los flujos de gas natural que entran y salen del nodo, y el consumo de compresores (si es que los hay) conectados. La variable dual asociada a esta restricción ($\lambda_{G_{h,t}}$) corresponde al precio del gas, el cual como se verá más adelante se necesita en los flujos óptimos de potencia [50]. Es por esto que en esta restricción es donde se encuentra una primera señal de la relación existente entre la operación de gas y de potencia, debido al término $Pg_{v,t}$. Comúnmente cuando la operación de ambos sistemas es por separado, este término es un parámetro, sin embargo, como el propósito de este trabajo es realizar la operación conjunta de ambos sistemas, la potencia de generación de la unidad de gas natural se toma como variable de decisión.

- Los límites de suministro de gas natural de cada uno de los posos productores los impone (2.12), y con esto se asegura que no se despache más gas del que puede suministrar algún productor, o que se despache menos de lo que alguno establezca.

- En los nodos del sistema de gas natural se debe de mantener cierta presión, esto tanto por motivos de seguridad, como operativos, ya que gracias a las presiones es que puede fluir el gas a través de las tuberías [48], sin embargo hay que mantenerlas dentro de un margen operativo, las presiones máxima y mínima se establecen por medio de la ecuación (2.13).

- Debido a la lenta dinámica del gas natural, el flujo a lo largo de las tuberías no es uniforme, ya que en el nodo de inyección siempre será mayor que en el nodo de extracción [42], es por esto que el flujo se debe promediar y operar con base a dicho promedio, el cual se establece en la restricción (2.14), se observa como se toma en cuenta el flujo en ambas direcciones.

- En (2.15) el flujo promedio de gas natural está en función de la presión al cuadrado en los extremos de la tubería que une a los nodos m y n , es necesario elevar al cuadrado para que se puedan modelar los flujos de forma bidireccional [4], ya que de otra forma se tendría que conocer la dirección de flujo con anterioridad.

- En (2.16) se calcula el empaque (almacenamiento de gas) de cada tubería en relación con la presión promedio en ambos extremos, esta restricción es la misma que la ecuación (2.5), la cual ya se explicó con detalle.

- La ecuación (2.17) representa el cambio de empaque que existe en cada una de las tuberías respecto al periodo t actual y al anterior $t - 1$, este cambio se asocia con los flujos de gas existentes en la tubería, e igualmente es la misma que la ecuación (2.7).

- Debido a que en la realidad los pozos extractores no pueden presentar grandes cambios al momento de extraer o dejar de extraer gas en dos horas consecutivas se crea la necesidad de agregar la restricción (2.18), la cual asegura que no se rebase cierto incremento o decremento en la extracción.

- De igual forma es necesario incluir el radio mínimo y máximo que tienen los compresores conectados en la red de tuberías, es por esto que la ecuación (2.19) limita el grado de relación de compresión.

Estas son solo algunas de las restricciones que se pueden integrar al modelo de operación para el gas natural [4], sin embargo se pueden ir incluyendo más restricciones al modelo, y también modelar las restricciones de otra manera, como se mencionó anteriormente si se quisiera adaptar dicho modelo a un sistema desregulado, solo es necesario realizar algunos ajustes y agregar u omitir ciertas restricciones [21]. Además cabe destacar el hecho de que no siempre los sistemas de gas y de potencia comienzan su operación en la misma hora, si no que llegan a estar desfasadas entre sí, en este trabajo se considera que ambos sistemas comienzan su operación en forma simultánea, sin embargo para cubrir el desfase entre las horas de operación basta únicamente con mover la demanda horaria de alguno de los dos sistemas y ajustarla con respecto al otro.

2.2.2. Modelo de flujos óptimos de potencia en corriente directa

El modelo para la operación del sistema eléctrico que se simula es el de flujos óptimos de potencia en corriente directa (FOPCD), ya que se ha encontrado que es el que más se ha adaptado para resolver el problema de despacho económico de unidades de generación [55], mientras se resuelven los flujos de potencia linealizados, además como únicamente se trabaja con el sistema de transmisión el enfoque de corriente directa es una aproximación aceptable [48]. El modelo es el siguiente [4, 21], al igual que en el modelo de FOGN primeramente se presenta el desarrollo matemático del modelo y posteriormente se da una descripción de cada ecuación que lo conforma.

$$\text{Min} \sum_{t \in T} \left(\sum_{h \in \mathbb{G}, u \in \mathbb{U}_h^G} (C_u + \Psi_u \zeta_{h,t}) P_{g_{u,t}} + \sum_{u \in \mathbb{U}^c} C_{c_u} P_{g_{u,t}} \right) \quad (2.20)$$

sujeto a:

$$\sum_{u \in \mathbb{U}_i^T} P_{g_{u,t}} = P_{L_i} + \sum_{j \in \mathbb{B}(i)} \sigma_{ij} (\theta_{i,t} - \theta_{j,t}) \dots (\lambda_{P_{i,t}}) \quad \forall i \in \mathbb{B}, j \in \mathbb{B}(i), t \in T \quad (2.21)$$

$$P_{g_u}^{\min} \leq P_{g_{u,t}} \leq P_{g_u}^{\max} \dots (\eta_{u,t}^{\min}, \eta_{u,t}^{\max}) \quad \forall u \in \mathbb{U}^c \cup \mathbb{U}^G, t \in T \quad (2.22)$$

$$-f_{ij}^{\max} \leq \sigma_{ij} (\theta_{i,t} - \theta_{j,t}) \leq f_{ij}^{\max} \dots (\mu_{ij,t}^{\min}, \mu_{ij,t}^{\max}) \quad \forall i \in \mathbb{B}, j \in \mathbb{B}(i), t \in T \quad (2.23)$$

$$-P_{g_u}^{\text{ramp}} \leq P_{g_{u,t}} - P_{g_{u,t-1}} \leq P_{g_u}^{\text{ramp}} \dots (\xi_{u,t}^{\min}, \xi_{u,t}^{\max}) \quad \forall u \in \mathbb{U}^c \cup \mathbb{U}^G, t > 1, t \in T \quad (2.24)$$

$$\theta_{ref} = 0 \dots (\rho_t) \quad \forall t \in T \quad (2.25)$$

Donde:

- T : Conjunto de horas del horizonte de tiempo.
- \mathbb{G} : Conjunto de nodos del sistema de Gas Natural.
- \mathbb{U}_h^G : Conjunto de unidades generadoras a base de gas natural conectada al nodo h .
- \mathbb{U}^G : Conjunto de unidades generadoras a base de gas.
- \mathbb{U}^c : Conjunto de unidades generadoras que no son a base de gas natural.
- \mathbb{U}_i^T : Conjunto de unidades de generación conectadas al bus i .
- \mathbb{B} : Conjunto de buses del sistema de Potencia.

$\mathbb{B}(i)$:	Conjunto de buses conectados al bus i .
C_u :	Costo fijo de la unidad de generación u a base de gas natural.
Ψ_u :	Eficiencia de la unidad de generación u a base de gas natural.
$\zeta_{h,t}$:	Precio del gas natural en el nodo h a la hora t .
Pg_u :	Potencia de generación de la unidad u a la hora t .
Cc_u :	Costo variable de las unidades de generación que no son a base de gas natural.
PL_i :	Potencia demandada en el bus i a la hora t .
σ_{ij} :	Susceptancia de la línea entre los buses i y j .
$\theta_{i,t}$:	Ángulo del bus i a la hora t .
Pg_u^{min} :	Potencia mínima de generación de la unidad u .
Pg_u^{max} :	Potencia máxima de generación de la unidad u .
f_{ij}^{max} :	Flujo máximo entre los buses i y j .
$Pg_{u,t}^{ramp}$:	Rampa de generación para la unidad u .
θ_{ref} :	Ángulo de referencia del sistema.
$\lambda_{i,t}$:	Variable dual asociada a la restricción de balance de potencia.
$\eta_{u,t}^{min}$:	Variable dual asociada a la restricción de generación mínima.
$\eta_{u,t}^{max}$:	Variable dual asociada a la restricción de generación máxima.
$\mu_{i,j,t}^{min}$:	Variable dual asociada a la restricción de límite de flujo mínimo.
$\mu_{i,j,t}^{max}$:	Variable dual asociada a la restricción de límite de flujo máximo.
$\xi_{u,t}^{min}$:	Variable dual asociada a la rampa mínima.
$\xi_{u,t}^{max}$:	Variable dual asociada a la rampa máxima.
ρ :	Variable dual asociada a la restricción del ángulo de referencia.

En la función objetivo el primer término corresponde al costo de generación de las unidades a base de gas natural, con el término $\zeta_{h,t}$ se establece la interdependencia con el precio de gas natural, pues la oferta de este tipo de generadores está en función de dicho precio [8], para este trabajo se considera que el término $\zeta_{m,t}$ es igual a la variable dual $\lambda_{G_{h,t}}$. Por otra parte el segundo término corresponde al costo de unidades que no son a base de gas natural (térmicas convencionales).

- La ecuación (2.21) corresponde a la restricción de balance nodal de potencia, la cual en términos de ingeniería eléctrica es la ley de corrientes de Kirchhoff, ya que la potencia de generación debe de ser igual con la potencia demandada y la potencia que fluye a través del bus i . De esta restricción es de donde se obtiene el precio marginal local, el cual es la variable dual asociada $\lambda_{P_{i,t}}$.

- La potencia mínima y máxima que puede entregar cada generador al sistema se expresa por medio de la restricción de límites de generación la cual se establece en (2.22).

- En la ecuación (2.23) se limita la potencia que fluye en la línea que conecta los buses

i y j , los cuales están en función de la diferencia angular y la susceptancia inductiva de la línea de transmisión [55], si no se quiere considerar la congestión en el sistema esta restricción se puede omitir, o darle un valor muy grande a los límites de flujo (aquí se ha optado por usar límites muy grandes).

- Los generadores de potencia tampoco puede sufrir grandes incrementos o decrementos en su generación durante dos horas consecutivas del horizonte, por esta razón es que se incluye la restricción de rampa, la cual es la ecuación (2.24).

- El ángulo de referencia para poder dar solución al los FOPCD se fija mediante la restricción (2.25), hay que destacar que se considera un ángulo de referencia fijo durante todo el horizonte, sin embargo el modelo se puede adaptar fácilmente para escoger diferente ángulo de referencia durante el horizonte.

A este modelo aún se le puede agregar más variables en la función objetivo, e inclusive se podría pensar en adaptarlo para una asignación de unidades, en la cual se incluye el costo de arranque y paro de las unidades generados, y agregar su respectiva restricción de tiempo mínimo de paro y arranque [21], también se puede llegar a modelar el comportamiento de la carga como se muestra en [55], e igualmente aplicarlo para un esquema desregulado, en el cual el PML se puede descomponer en sus componentes de energía, congestión y pérdidas, sin embargo esto va más allá de la finalidad de esta tesis, además hay que considerar que al seguir agregando restricciones y variables se podría llegar a un caso de que algún término haga que el problema no sea convexo, complicando de esta manera su solución, esta es una de las principales razones por las cuales se ha optado por modelar la operación del sistema eléctrico de potencias con flujos óptimos de potencia en corriente directa y no en corriente alterna [48].

Capítulo 3

Sistema integrado de gas-potencia

En este capítulo se describe el concepto de equilibrio en los problemas de optimización, para posteriormente aplicarlo al caso particular de los sistemas integrados de gas-potencia. Se desarrollan explícitamente la teoría matemática que se usa durante la tesis, ya que se desarrollan las condiciones de KKT para los modelos de FOGN y FOPCD.

3.1. Equilibrio

De acuerdo con [46] los problemas de equilibrio son una colección de problemas de optimización, en donde las variables de decisión están interrelacionadas unas con otras, en otras palabras, las regiones factibles de cada problema depende de las otras regiones factibles de los otros problemas, esquemáticamente se puede entender como en la figura 3.1, en esta se puede ver que los n problemas están al mismo nivel y que lo que se busca es una solución conjunta para todos, en la que ningún problema tome ventaja, pero que tampoco ninguno esté en desventaja, esta última frase está relacionada estrechamente con el Equilibrio de Nash [46]. En la siguiente sección se da una motivación numérica para entender este concepto de una mejor manera, y más adelante poder aplicarlo a la solución conjunta de la operación óptima de los sistemas de gas y potencia

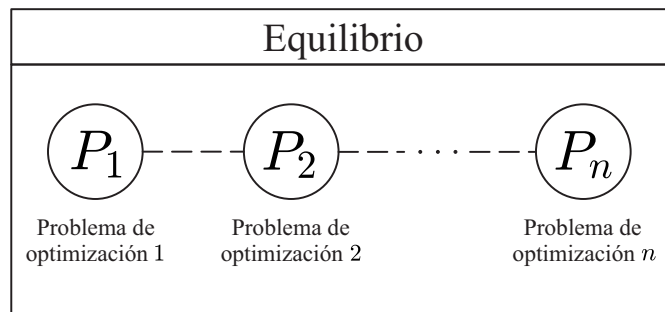


Figura 3.1: Equilibrio.

3.2. Motivación

Para ilustrar el concepto de equilibrio, se propone el siguiente ejemplo que muestra la dependencia que pueden tener los problemas de toma de decisiones.

$$P_1 : \begin{cases} \text{Max}_x & x + y \\ \text{S. a.} & \\ & x^2 + (y - 2)^2 \leq 4 \quad \dots \quad (\alpha) \end{cases} \quad (3.1)$$

$$P_2 : \begin{cases} \text{Max}_y & -x + y \\ \text{S. a.} & \\ & (x - 1)^2 + (y - 1)^2 \leq 4 \quad \dots \quad (\beta) \end{cases} \quad (3.2)$$

Se observa como a pesar de que en el primer problema únicamente se trata de maximizar con respecto a la variable de decisión x , la función objetivo a su vez depende de la variable y , de manera similar ocurre lo mismo en el segundo problema, pues este busca maximizar con respecto a la variable y , pero también depende de x . Quedando de esta forma los dos problemas relacionados entre sí, pues no se puede resolver uno sin la solución del otro. Si graficamos la región factible para ambos problemas se nota que son dos círculos, como se muestra en la figura 3.2, el círculo verde representa la restricción del primer problema, mientras que el azul la del segundo problema.

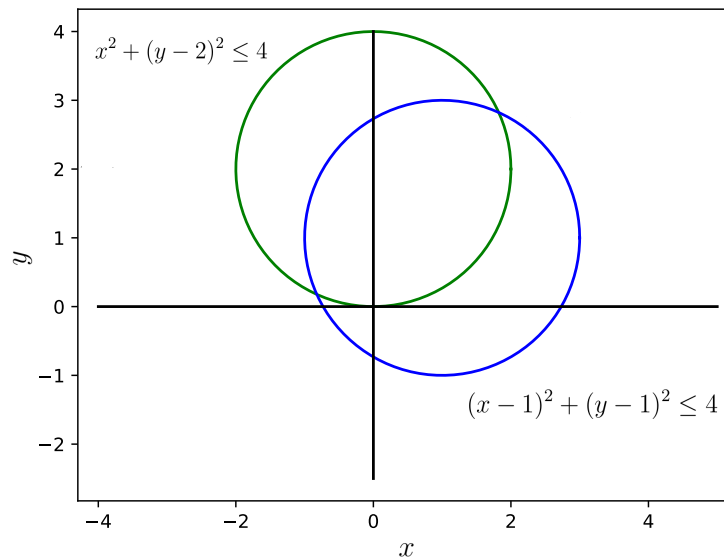


Figura 3.2: Región factible del problema de equilibrio.

El procedimiento para dar solución a este tipo de problemas de equilibrio es el uso de las condiciones de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) [4], las cuales se abordan de manera detallada en el Apéndice B. Primeramente se escriben las funciones Lagrangianas de cada problema, estas son las ecuaciones (3.3) y (3.4), En donde α y β corresponden a los multiplicadores de Lagrange asociados a las restricciones de los problemas P_1 y P_2 respectivamente, además el primer término del lado derecho de ambas ecuaciones se ha multiplicado por menos uno, esto con la finalidad de escribir el problema como si fuera de minimización.

$$\mathcal{L}_1(x, \alpha; y) = (-x - y) + \alpha(x^2 + (y - 2)^2 - 4) \quad (3.3)$$

$$\mathcal{L}_2(y, \beta; x) = (x - y) + \beta((x - 1)^2 + (y - 1)^2 - 4) \quad (3.4)$$

Las condiciones estacionarias de ambos problemas son las ecuaciones (3.5) y (3.6).

$$\frac{\partial \mathcal{L}_1}{\partial x} = -1 + 2x\alpha = 0 \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_2}{\partial y} = -1 + \beta(2y - 2) = 0 \quad (3.6)$$

La condición de holgura complementaria para cada problema se encuentra representada por (3.7) y (3.8).

$$\alpha(x^2 + (y - 2)^2 - 4) = 0 \quad (3.7)$$

$$\beta((x - 1)^2 + (y - 1)^2 - 4) = 0 \quad (3.8)$$

La condición de factibilidad son las ecuaciones (3.9) y (3.10), las cuales se observa que son las restricciones de cada uno de los problemas.

$$x^2 + (y - 2)^2 \leq 4 \quad (3.9)$$

$$(x - 1)^2 + (y - 1)^2 \leq 4 \quad (3.10)$$

Finalmente la condición de signo obliga a que ambos multiplicadores de Lagrange sean positivos, es decir:

$$\begin{aligned} \alpha &\geq 0 \\ \beta &\geq 0 \end{aligned} \quad (3.11)$$

De acuerdo a la teoría de optimización [43] las condiciones KKT son necesarias para la optimalidad de la solución, por lo que se plantea resolver las ecuaciones (3.5)-(3.11),

sin embargo se puede notar como algunas no son lineales, y además no convexas (las condiciones de holgura complementaria), lo cual en la teoría de optimización representa todo un reto, ya que complica su solución, es por esto que se hace uso del software AMPL para que por medio del solucionador Knitro se encuentren los valores óptimos de las variables, esto se logra al introducir las ecuaciones anteriores KKT como restricciones de un problema de optimización en el cual la función objetivo es una constante *cte*, como lo muestra (3.12).

$$\begin{cases} \min & cte \\ S. a. & \\ & (3.5) - (3.11) \end{cases} \quad (3.12)$$

El programa correspondiente para este ejemplo de motivación desarrollado en AMPL se puede encontrar en el apéndice D, la solución para este problema es la siguiente: en donde los valores de x y y corresponden al punto de la intersección superior de los círculos, en la figura 3.3 se señala este punto en color rojo.

$$x = 1.82288, \quad y = 2.8228, \quad \alpha = 0.274292, \quad \beta = 0.274292$$

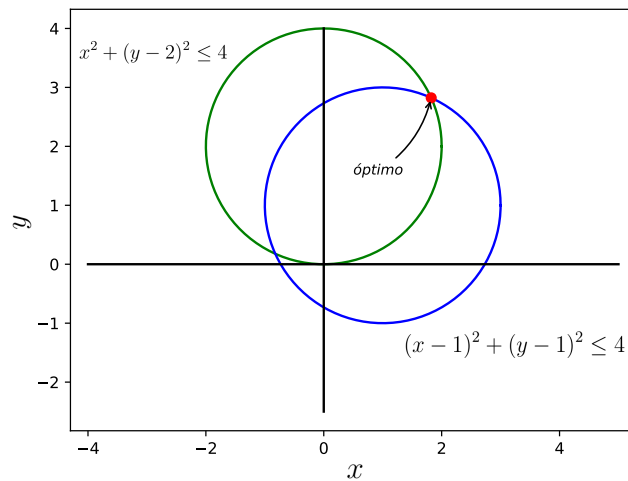


Figura 3.3: Solución del problema de equilibrio.

Se corrobora que estos valores son los correctos al resolver los problemas por separado, para el caso del problema P_1 se fija el valor de la solución del equilibrio de y , y el de x se fija para el problema P_2 , en el Apéndice D se encuentran los programas de los problemas por separado y se observa que los resultados son los mismos que en el caso del equilibrio.

3.2.1. Modelo multiobjetivo

Si se considera un solo problema de optimización, en donde se contemplen ambas funciones objetivo y las restricciones de cada problema, para encontrar la solución conjunta sin tanto esfuerzo computacional, se formula el siguiente modelo multiobjetivo.

$$P_m : \begin{cases} \text{Min} & (-x - y) + (x - y) \\ \text{S. a.} & x^2 + (y - 2)^2 \leq 4 \\ & (x - 1)^2 + (y - 1)^2 \leq 4 \end{cases} \quad (3.13)$$

A diferencia del equilibrio donde los problemas P_1 y P_2 se consideran por separado y únicamente se unen por medio de las condiciones KKT de cada problema, en el problema P_m se ven los problemas como si fuera uno mismo en conjunto. Al existir un solo problema de optimización la función objetivo mejora su valor [17], sin embargo al analizar los problemas por separado uno toma ventaja sobre otro, en la figura 3.4 se observa la solución del problema multiobjetivo, es claro como el problema P_2 toma ventaja sobre P_1 , sin embargo el valor de la función objetivo es de 6, y los valores de x y y es de 1 y 3 respectivamente, mientras que en el equilibrio el valor conjunto de las funciones objetivo es de 5.645.

Con esto se puede afirmar que el modelo de equilibrio y el multiobjetivo no son equivalentes, y su uso depende en como se quiera manipular la solución de los problemas conjuntos, es decir si no tiene importancia que uno tome ventaja sobre otro el multiobjetivo es mejor, pero si se requiere que ambos problemas estén al mismo nivel el equilibrio es la mejor estrategia a seguir.

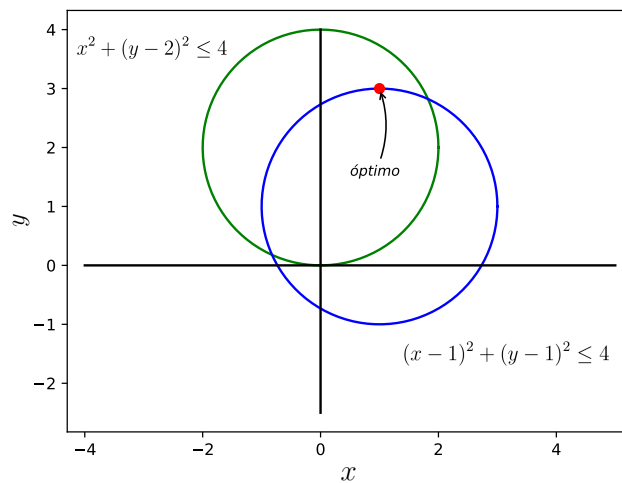


Figura 3.4: Solución del problema multiobjetivo.

3.3. Equilibrio de gas-potencia

Para el caso de los flujos óptimos de gas natural de la sección 2.2.1 y de potencia en corriente directa de la sección 2.2.2 se puede formular una metodología similar a la que se presentó en el ejemplo anterior, dado que ambos problemas de optimización se encuentran acoplados entre sí [4, 50], ya que los flujos de gas requieren la demanda de los generadores a base de gas natural, y a su vez estos generadores necesitan saber el precio de gas natural para la solución de los flujos de potencia [3], este proceso se ilustra en la figura 3.5, mientras que en la figura 3.6 se encuentra un diagrama de flujo que describe como es el procedimiento para la solución conjunta de ambos problemas.

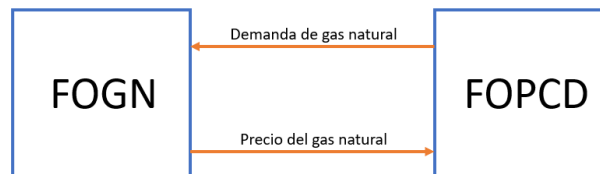


Figura 3.5: Relación de los sistemas de gas natural y de potencia.

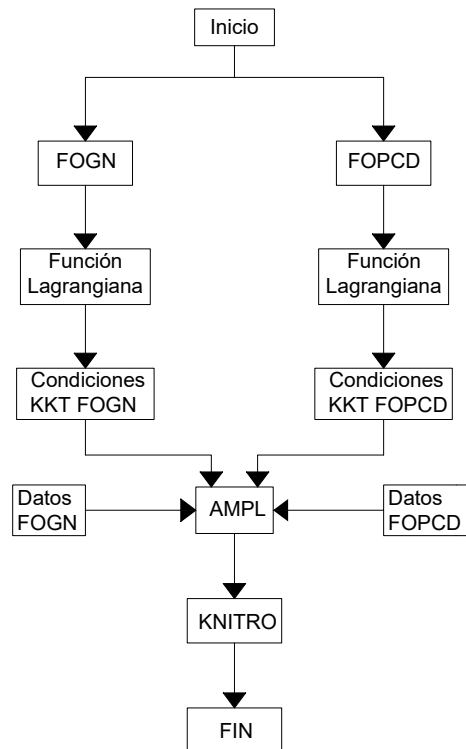


Figura 3.6: Diagrama de flujo del equilibrio gas-potencia.

3.3.1. Condiciones de KKT del modelo de flujos óptimos de gas natural

Para construir el modelo de equilibrio, primero se procede a encontrar las condiciones KKT del modelo de flujos óptimos de gas natural de la sección 2.2.1, las cuales se calculan a partir de la función Lagrangiana de este modelo, esta función es la siguiente [44].

$$\mathcal{L}_G = \sum_{t \in T, w \in \mathbb{P}} (Cp_w Gp_{w,t}) + \mathcal{L}_1^G + \mathcal{L}_2^G + \mathcal{L}_3^G + \mathcal{L}_4^G + \mathcal{L}_5^G + \mathcal{L}_6^G + \mathcal{L}_7^G + \mathcal{L}_8^G \quad (3.14)$$

Donde:

$$\mathcal{L}_1^G = \lambda_{G_{h,t}} \left(\sum_{w \in \mathbb{P}_h} Gp_{w,t} - L_{G_h} - \sum_{u \in \mathbb{U}_h^G} \Psi_u P g_{u,t} - \sum_{k \in \mathbb{G}(h)} flg_{h,k,t} + \sum_{c \in \mathbb{K}} v_c \tau flg_{h,k,t} \right)$$

$$\mathcal{L}_2^G = \gamma_{w,t}^{min} (Gp_w^{min} - Gp_{w,t}) + \gamma_{w,t}^{max} (Gp_{w,t} - Gp_w^{max})$$

$$\mathcal{L}_3^G = \alpha_{h,t}^{min} (\pi_h^{min} - \pi_{h,t}) + \alpha_{h,t}^{max} (\pi_{h,t} - \pi_h^{max})$$

$$\mathcal{L}_4^G = \delta_{h,k,t} \left(f\bar{l}g_{h,k,t} - \frac{flg_{h,k,t} + flg_{k,h,t}}{2} \right)$$

$$\mathcal{L}_5^G = \beta_{h,k,t} (f\bar{l}g_{h,k,t}^2 - W_{h,k}^2 (\pi_{h,t}^2 - \pi_{k,t}^2))$$

$$\mathcal{L}_6^G = \Xi_{h,k,t}^{max} (\pi_{k,t} - \rho^{max} \pi_{h,t}) + \Xi_{h,k,t}^{min} (\rho^{min} \pi_{h,t} - \pi_{k,t})$$

$$\mathcal{L}_7^G = \Lambda_{w,t}^{min} (Gp_{w,t-1} - Gp_{w,t} - Gp_w^{ramp}) + \Lambda_{w,t}^{max} (Gp_{w,t} - Gp_{w,t-1} - Gp_w^{ramp})$$

$$\mathcal{L}_8^G = \phi_{h,k,t} \left(L_{P_{h,k,t}} - K_{h,k} \frac{(\pi_{h,t} + \pi_{k,t})}{2} \right) + \Phi_{h,k,t} (flg_{h,k,t} + flg_{k,h,t} - L_{P_{h,k,t}} + L_{P_{h,k,t-1}})$$

- **Condiciones estacionarias.**

- Estacionariedad de pozos extractores de gas natural.

$$\frac{\partial \mathcal{L}_G}{\partial Gp_{w,t}} = C_w + \lambda_{G_{h,t}} - \gamma_{w,t}^{min} + \gamma_{w,t}^{max} = 0 \quad \forall u \in \mathbb{P}, h \in \mathbb{G}, t = 1 \quad (3.15)$$

$$\forall u \in \mathbb{P}, h \in \mathbb{G}, t > 1, t \in T$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_G}{\partial Gp_{w,t}} = C_w + \lambda_{G_{h,t}} - \gamma_{w,t}^{min} + \gamma_{w,t}^{max} - \Lambda_{w,t}^{min} + \Lambda_{w,t}^{max} = 0 \quad (3.16)$$

- Estacionariedad de flujos de gas natural $\forall k \in \mathbb{G}(h), c \in \mathbb{K}, t \in T$.

$$\frac{\partial \mathcal{L}_G}{\partial flg_{h,k,t}} = -\lambda_{G_{h,t}}(1 + v_c \tau) + \frac{1}{2}(\delta_{h,k,t} - \delta_{k,h,t}) + \Phi_{h,k,t} + \Phi_{k,h,t} = 0 \quad (3.17)$$

- Estacionariedad de flujos promedios de gas natural.

$$\frac{\partial \mathcal{L}_G}{\partial \bar{flg}_{h,k,t}} = \delta_{h,k,t} + 2\beta_{h,k,t} \bar{flg}_{h,k,t} = 0 \quad \forall k \in \mathbb{G}(h), t \in T \quad (3.18)$$

- Estacionariedad de presión en los nodos.

$$\forall h \in \mathbb{G}, t \in T$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}_G}{\partial \pi_{i,t}} = & -2 \sum_{k \in \mathbb{G}(i)} (\pi_{h,t} \beta_{h,k,t} W_{h,k}^2) + 2 \sum_{k \in \mathbb{G}(i)} (\pi_{h,t} \beta_{k,h,t} W_{k,h}^2) + \frac{1}{2} \sum_{k \in \mathbb{G}(i)} (\phi_{h,k,t} K_{h,k}) \\ & + \alpha_{h,t}^{max} - \frac{1}{2} \sum_{k \in \mathbb{G}(i)} (\phi_{k,h,t} K_{k,h}) + \sum_{k \in \mathbb{K}} (\rho^{min} \Xi_{h,k,t}^{min} - \rho^{max} \Xi_{h,k,t}^{max}) \\ & + \sum_{k \in \mathbb{K}} (\Xi_{k,h,t}^{max} - \Xi_{k,h,t}^{min}) - \alpha_{h,t}^{min} = 0 \end{aligned} \quad (3.19)$$

- Estacionariedad de almacenamiento de gas.

$$\frac{\partial \mathcal{L}_G}{\partial L_{P_{h,k,t}}} = \phi_{h,k,t} - \Phi_{h,k,t} = 0 \quad \forall k \in \mathbb{G}(i), t \in T \quad (3.20)$$

- **Condiciones de holgura complementaria.**

- Holgura de extracción mínima.

$$\gamma_{w,t}^{min} (Gp_w^{min} - Gp_{w,t}) = 0 \quad \forall w \in \mathbb{P}, t \in T. \quad (3.21)$$

- Holgura de extracción máxima.

$$\gamma_{w,t}^{max} (Gp_{w,t} - Gp_w^{max}) = 0 \quad \forall w \in \mathbb{P}, t \in T. \quad (3.22)$$

- Holgura de presión mínima.

$$\alpha_{h,t}^{min}(\pi_{h,t}^{min} - \pi_{h,t}) = 0 \quad \forall h \in \mathbb{G}, t \in T. \quad (3.23)$$

- Holgura de presión máxima.

$$\alpha_{h,t}^{max}(\pi_{h,t} - \pi_{h,t}^{max}) = 0 \quad \forall h \in \mathbb{G}, t \in T. \quad (3.24)$$

- Holgura de rampa de extracción mínima.

$$\Lambda_{w,t}^{min}(Gp_{w_g,t-1} - Gp_{w_g,t} - Gp_{w_g,t}^{ramp}) = 0 \quad \forall w \in \mathbb{P}, t > 1, t \in T \quad (3.25)$$

- Holgura de rampa de extracción máxima.

$$\Lambda_{w,t}^{max}(Gp_{w_g,t} - Gp_{w_g,t-1} - Gp_{w_g,t}^{ramp}) = 0 \quad \forall w \in \mathbb{P}, t > 1, t \in T \quad (3.26)$$

- Holgura de compresión mínima.

$$\Xi_{h,k,t}^{min}(\rho^{min}\pi_{h,t} - \pi_{k,t}) = 0 \quad \forall k \in \mathbb{K}, t \in T \quad (3.27)$$

- Holgura de compresión máxima.

$$\Xi_{h,k,t}^{max}(\pi_{k,t} - \rho^{max}\pi_{h,t}) = 0 \quad \forall k \in \mathbb{K}, t \in T \quad (3.28)$$

• **Condiciones de signo.**

$$\begin{aligned} \gamma_{w,t}^{min} &\geq 0 \quad \forall w \in \mathbb{P}, t \in T. \\ \gamma_{w,t}^{max} &\geq 0 \quad \forall w \in \mathbb{P}, t \in T. \\ \alpha_{h,t}^{min} &\geq 0 \quad \forall h \in \mathbb{G}, t \in T. \\ \alpha_{h,t}^{max} &\geq 0 \quad \forall h \in \mathbb{G}, t \in T. \\ \Lambda_{w,t}^{min} &\geq 0 \quad \forall w \in \mathbb{P}, t > 1, t \in T. \\ \Lambda_{w,t}^{max} &\geq 0 \quad \forall w \in \mathbb{P}, t > 1, t \in T. \\ \Xi_{h,k,t}^{min} &\geq 0 \quad \forall h, k \in \mathbb{K}, t \in T. \\ \Xi_{h,k,t}^{max} &\geq 0 \quad \forall h, k \in \mathbb{K}, t \in T. \end{aligned} \quad (3.29)$$

• **Condiciones de factibilidad.**

Son las restricciones del problema de flujos óptimos de gas natural, las cuales abarcan las ecuaciones desde (2.11) a (2.19).

Para modelar los flujos bidireccionales de gas natural dentro de las tuberías se hace uso de la función signo, la cual se presenta en la ecuación (3.30), donde la variable x representa la variable a la cual se le quiere dar el signo, en este caso, el signo se aplica sobre el flujo promedio $\bar{f}l_{g,h,k}$, y se añade a las ecuaciones (2.15) y (3.19).

$$\text{sgn}(x) = \frac{\sqrt{x^2}}{x}, \quad x \neq 0 \quad (3.30)$$

3.3.2. Condiciones de KKT del modelo de flujos óptimos de potencia en corriente directa

Las condiciones KKT para el problema de flujos óptimos de potencia en corriente directa de la sección 2.2.2 son las siguientes.

$$\mathcal{L}_P = \sum_{t \in T} \left(\sum_{h \in \mathbb{G}, u \in \mathbb{U}_h^G} (C_g + \Psi_u \zeta_{h,t}) P_{g_{u,t}} + \sum_{u \in \mathbb{U}^c} C_{c_u} P_{g_{u,t}} \right) + \mathcal{L}_1^P + \mathcal{L}_2^P + \mathcal{L}_3^P + \mathcal{L}_4^P + \mathcal{L}_5^P \quad (3.31)$$

Donde:

$$\mathcal{L}_1^P = \eta_{u,t}^{\min} (P_{g_u}^{\min} - P_{g_{u,t}}) + \eta_{u,t}^{\max} (P_{g_{u,t}} - P_{g_u}^{\max})$$

$$\mathcal{L}_2^P = \lambda_{P_{i,t}} \left(\sum_{u \in \mathbb{U}_i^T} P_{g_{u,t}} - P_{L_i} - \sum_{j \in \mathbb{B}(i)} \sigma_{ij} (\theta_{i,t} - \theta_{j,t}) \right)$$

$$\mathcal{L}_3^P = \mu_{ij,t}^{\min} (-f_{ij}^{\max} - \sigma_{ij} (\theta_{i,t} - \theta_{j,t})) + \mu_{ij,t}^{\max} (\sigma_{ij} (\theta_{i,t} - \theta_{j,t}) - f_{ij}^{\max})$$

$$\mathcal{L}_4^P = \xi_{u,t}^{\min} (P_{g_{u,t-1}} - P_{g_{u,t}} - P_{g_u}^{\text{ramp}}) + \xi_{u,t}^{\max} (P_{g_{u,t}} - P_{g_{u,t-1}} - P_{g_u}^{\text{ramp}})$$

$$\mathcal{L}_5^P = \rho_t \theta_{ref,t}$$

- **Condiciones estacionarias.**

- Estacionariedad de unidades de generación de gas natural.

$$\frac{\partial \mathcal{L}_P}{\partial P_{g_{u,t}}} = (C_g + \Psi_u \zeta_{h,t}) + \lambda_{P_{i,t}} - \eta_{u,t}^{\min} + \eta_{u,t}^{\max} = 0 \quad \forall u \in \mathbb{U}^G, t = 1 \quad (3.32)$$

$$\forall u \in \mathbb{U}^G, t > 1, t \in T$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_P}{\partial P_{g_{u,t}}} = (C_u + \Psi_u \zeta_{h,t}) + \lambda_{P_{i,t}} - \eta_{u,t}^{\min} + \eta_{u,t}^{\max} - \xi_{u,t}^{\min} + \xi_{u,t}^{\max} = 0 \quad (3.33)$$

- Estacionariedad de unidades de generación convencionales.

$$\frac{\partial \mathcal{L}_P}{\partial P_{g_{u,t}}} = C_{C_u} + \lambda_{P_{i,t}} - \eta_{u,t}^{\min} + \eta_{u,t}^{\max} = 0 \quad \forall u \in \mathbb{U}^c, t = 1 \quad (3.34)$$

$$\forall u \in \mathbb{U}^c, t > 1, t \in T$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_P}{\partial P_{g_{u,t}}} = C_{C_u} + \lambda_{P_{i,t}} - \eta_{u,t}^{\min} + \eta_{u,t}^{\max} - \xi_{u,t}^{\min} + \xi_{u,t}^{\max} = 0 \quad (3.35)$$

- Estacionariedad angular.

$$\forall j \in \mathbb{B}(i), t \in T$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}_P}{\partial \theta_{ref,t}} = & -\lambda_{P_{i,t}} \sum_{j \in \mathbb{B}(i)} \sigma_{ij} + \lambda_{P_{i,t}} \sigma_{ji} + \sum_{j \in \mathbb{B}(i)} \sigma_{ij} (\mu_{ij,t}^{\max} - \mu_{ij,t}^{\min}) \\ & + \sum_{j \in \mathbb{B}(i)} \sigma_{ji} (\mu_{ji,t}^{\min} - \mu_{ji,t}^{\max}) + \rho_t = 0 \end{aligned} \quad (3.36)$$

$$\forall j \in \mathbb{B}(i), t \in T$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}_P}{\partial \theta_{i,t}} = & -\lambda_{P_{i,t}} \sum_{j \in \mathbb{B}(i)} \sigma_{ij} + \lambda_{P_{i,t}} \sigma_{ji} + \sum_{j \in \mathbb{B}(i)} \sigma_{ij} (\mu_{ij,t}^{\max} - \mu_{ij,t}^{\min}) \\ & + \sum_{j \in \mathbb{B}(i)} \sigma_{ji} (\mu_{ji,t}^{\min} - \mu_{ji,t}^{\max}) = 0 \end{aligned} \quad (3.37)$$

- **Condiciones de holgura complementaria.**

- Holgura de generación mínima.

$$\eta_{u,t}^{\min} (P_{g_u}^{\min} - P_{g_{u,t}}) = 0 \quad \forall u \in \mathbb{U}^c \cup \mathbb{U}^G, t \in T \quad (3.38)$$

- Holgura de generación máxima.

$$\eta_{u,t}^{max}(Pg_{u,t} - Pg_u^{max}) = 0 \quad \forall u \in \mathbb{U}^c \cup \mathbb{U}^G, t \in T \quad (3.39)$$

- Holgura de flujo de potencia mínimo.

$$\mu_{ij,t}^{min}(-\sigma_{ij}(\theta_{i,t} - \theta_{j,t}) - fl_{ij}^{max}) = 0 \quad \forall j \in \mathbb{B}(i), t \in T \quad (3.40)$$

- Holgura de flujo de potencia máximo.

$$\mu_{ij,t}^{max}(\sigma_{ij}(\theta_{i,t} - \theta_{j,t}) - fl_{ij}^{max}) = 0 \quad \forall j \in \mathbb{B}(i), t \in T \quad (3.41)$$

- Holgura de rampa mínima.

$$\xi_{u,t}^{min}(Pg_{u,t-1} - Pg_{u,t} - Pg_u^{ramp}) = 0 \quad \forall u \in \mathbb{U}^c \cup \mathbb{U}^G, t > 1, t \in T \quad (3.42)$$

- Holgura de rampa máxima.

$$\xi_{u,t}^{max}(Pg_{u,t} - Pg_{u,t-1} - Pg_u^{ramp}) = 0 \quad \forall u \in \mathbb{U}^c \cup \mathbb{U}^G, t > 1, t \in T \quad (3.43)$$

- **Condiciones de signo.**

$$\begin{aligned} \eta_{u,t}^{min} &\geq 0 \quad \forall u \in \mathbb{U}^c \cup \mathbb{U}^G, t \in T \\ \eta_{u,t}^{max} &\geq 0 \quad \forall u \in \mathbb{U}^c \cup \mathbb{U}^G, t \in T \\ \mu_{ij,t}^{min} &\geq 0 \quad \forall j \in \mathbb{B}(i), t \in T \\ \mu_{ij,t}^{max} &\geq 0 \quad \forall j \in \mathbb{B}(i), t \in T \\ \xi_{u,t}^{min} &\geq 0 \quad \forall u \in \mathbb{U}^c \cup \mathbb{U}^G, t > 1, t \in T \\ \xi_{u,t}^{max} &\geq 0 \quad \forall u \in \mathbb{U}^c \cup \mathbb{U}^G, t > 1, t \in T \end{aligned} \quad (3.44)$$

- **Condiciones de factibilidad.**

Todas las restricciones del problema de flujos óptimos de potencia en corriente directa, las cuales abarcan las ecuaciones desde (2.21) a (2.25).

Finalmente se presenta el modelo de equilibrio, que consiste en minimizar una función constante (generalmente 1) bajo las condiciones KKT, el cual queda representado como sigue:

$$E : \left\{ \begin{array}{l} Min \ cte \\ S. \ a. \\ (2.11) - (2.19) \\ (2.21) - (2.25) \\ (3.15) - (3.29) \\ (3.32) - (3.44) \end{array} \right. \quad (3.45)$$

3.4. Modelo multiobjetivo de gas-potencia

A diferencia del modelo de equilibrio dado por (3.45) donde se supone que no existe una entidad que opere los sistemas de gas natural y de potencia, se pueden integrar en un solo modelo de optimización, en el cual la función objetivo busca el costo mínimo de las unidades de generación convencionales y los pozos de extracción [50], sin embargo dentro de la función objetivo no se integra el costo de los generadores de gas natural, ya que depende de la variable dual λ_G de la restricción de balance de gas (2.11) y esta formulación resulta ser compleja de modelar, ya que necesitaría de un modelo primal-dual, sin embargo en la misma ecuación de balance de gas (2.11) las unidades de gas aparecen demandando gas para la generación de potencia eléctrica, por lo que tienen un impacto en el precio del gas [21]. Igualmente en la ecuación de balance de potencia (2.21) estos generadores siguen estando presentes, por lo que la potencia que aportan al sistema sigue impactando [51]. Además de las restricciones de balance de los sistemas de gas y potencia es necesario incluir todas las restricciones de los modelos de FOGN y FOPCD. De este modelo se espera que obtengan costos menores a los del equilibrio (como se muestra en la subsección 3.2.1), dado que desde el punto de vista de la optimización matemática la solución tiene una región factible más grande donde se busca el óptimo [43], además de que se considera que un solo operador lleva a cabo la operación del sistema de gas y de potencia, por lo que no se toma relevancia que un problema este en ventaja, entonces el modelo multiobjetivo de gas-potencia queda como sigue:

$$M : \begin{cases} \text{Min} & \sum_{t \in T} \left(\sum_{w \in \mathbb{P}} C p_w G p_{w,t} + \sum_{u \in \mathbb{U}^c} C c_u P g_{u,t} \right) \\ \text{S. a.} & \\ & (2.11) - (2.19) \\ & (2.21) - (2.25) \end{cases} \quad (3.46)$$

Capítulo 4

Caso de prueba de 3 nodos en el sistema de gas - 3 buses en el sistema de potencia

El objetivo principal de esta sección es ilustrar numéricamente la implementación de la teoría desarrollada en el capítulo 3 mediante diferentes casos de estudio, con la finalidad de compararlos con los modelos de cada sistema individual y observar que tanto se mejoran ambos al momento de considerar el equilibrio. Los datos de generación del SEP se encuentran en la tabla 4.1, se observa que no existe oferta para el generador ubicado en el bus 2, debido a que esta dependerá del precio final del gas en el nodo 3, ya que de este nodo es de donde el generador tomará el gas para la generación, además dicha unidad tiene una eficiencia del 80 %. Las líneas de transmisión se consideran iguales y tienen una admitancia de 3 en *p.u.* Para el sistema de gas los costos y características de extracción se muestran en la tabla 4.2, las presiones mínimas y máximas son de 20 *bars* y 80 *bars* respectivamente y son las mismas para los 3 nodos. En cuanto a las tuberías las constante W^2 y K se encuentran en la tabla 4.3. Los sistemas de prueba se encuentran en la figura 4.1, mientras que las demandas de cada sistema se observan en las figuras 4.2 y 4.3.

Tabla 4.1: Ofertas del sistema eléctrico de potencia.

Bus	Oferta (\$/MW)	Pg^{min} (\$/MW)	Pg^{max} (\$/MW)
1	5	4	5
2	–	2	6
3	10	1.5	8

Tabla 4.2: Ofertas del sistema de gas natural.

Nodo	Oferta (\$/Mm ³)	Gp^{min} (\$/Mm ³)	Gp^{max} (\$/Mm ³)
1	10	0	11
2	5	5	30
3	7	2	25

Tabla 4.3: Constantes propias de las tuberías.

Tubería	Constantes	
N.E – NR	W	K
1 – 2	9.07027	0.169932
1 – 3	6.0468	0.254854
2 – 3	1.3954	1.10459

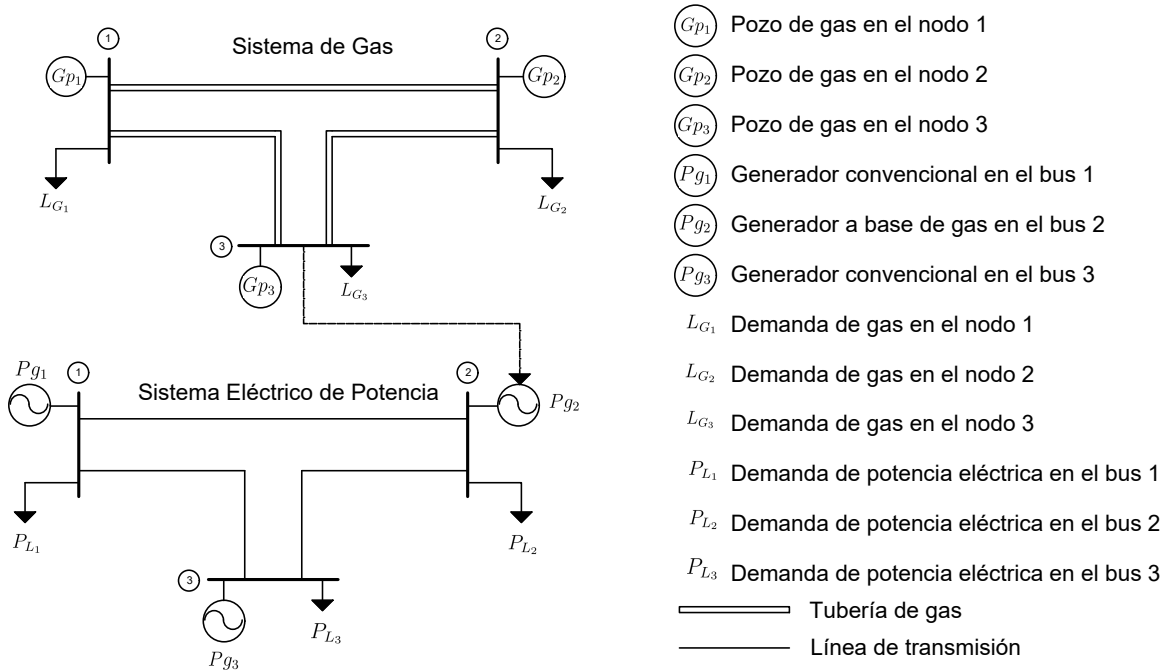


Figura 4.1: Sistema de Gas y Potencia.

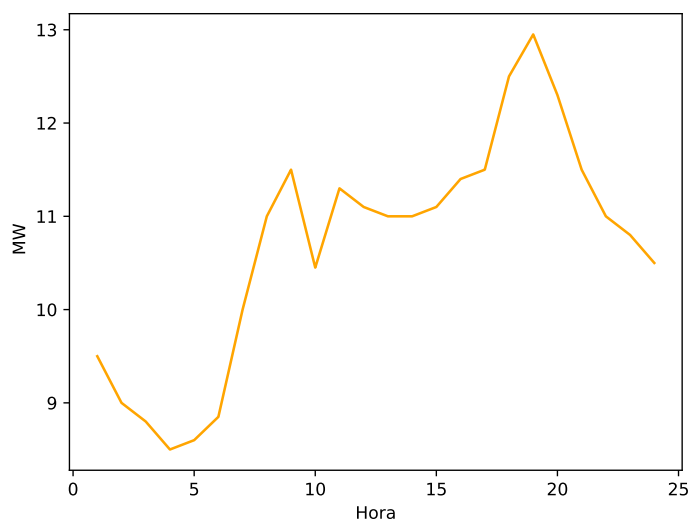


Figura 4.2: Demanda de potencia [4].

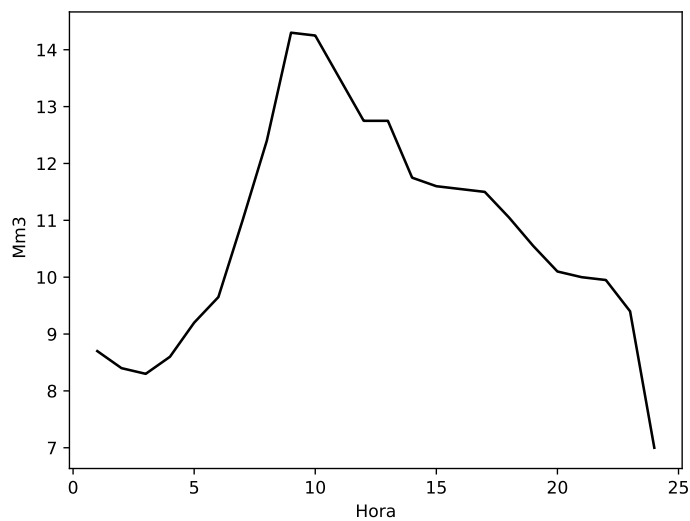


Figura 4.3: Demanda de gas natural [4].

Teniendo todos los datos del sistema, en la siguiente sección se desarrollan las ecuaciones correspondientes a las condiciones KKT para el problema de equilibrio, se destaca que las condiciones se hacen únicamente para una hora t , ya que durante el horizonte estas se repiten.

4.1. Condiciones KKT del caso de estudio 3 nodos - 3 buses

Se comienza escribiendo el problema de los flujo óptimos de gas natural, con los datos del sistema de gas natural, se desarrollan cada una de las restricciones de forma explícita, para posteriormente calcular las condiciones KKT de este modelo, el cual queda como sigue.

$$\text{Min} \sum_{t=1}^{24} (10Gp_{1,t} + 5Gp_{2,t} + 7Gp_{3,t}) \quad (4.1)$$

Sujeto a:

- Balance de Gas.

$$Gp_{1,t} = L_{G_{1,t}} + flg_{1,2,t} + flg_{1,3,t} + (1.1 \cdot 0.05 \cdot flg_{1,2,t}) \dots (\lambda_{G_1}) \quad \forall t \in T \quad (4.2)$$

$$Gp_{2,t} = L_{G_{2,t}} + flg_{2,1,t} + flg_{2,3,t} + \Psi_2 P g_{2,t} \dots (\lambda_{G_2}) \quad \forall t \in T \quad (4.3)$$

$$Gp_{3,t} = L_{G_{3,t}} + flg_{3,1,t} + flg_{3,2,t} \dots (\lambda_{G_3}) \quad \forall t \in T \quad (4.4)$$

- Extracción de Gas.

$$0 \leq Gp_{1,t} \leq 13 \dots (\gamma_{1,t}^{min}, \gamma_{1,t}^{max}) \quad \forall t \in T \quad (4.5)$$

$$0 \leq Gp_{2,t} \leq 12.6 \dots (\gamma_{2,t}^{min}, \gamma_{2,t}^{max}) \quad \forall t \in T \quad (4.6)$$

$$0 \leq Gp_{3,t} \leq 15 \dots (\gamma_{3,t}^{min}, \gamma_{3,t}^{max}) \quad \forall t \in T \quad (4.7)$$

- Presiones nodales.

$$20 \leq \pi_{1,t} \leq 80 \dots (\alpha_{1,t}^{min}, \alpha_{1,t}^{max}) \quad \forall t \in T \quad (4.8)$$

$$20 \leq \pi_{2,t} \leq 80 \dots (\alpha_{2,t}^{min}, \alpha_{2,t}^{max}) \quad \forall t \in T \quad (4.9)$$

$$20 \leq \pi_{3,t} \leq 80 \dots (\alpha_{3,t}^{min}, \alpha_{3,t}^{max}) \quad \forall t \in T \quad (4.10)$$

- Flujos promedios.

$$\bar{flg}_{1,2,t} = \frac{flg_{1,2,t} - flg_{2,1,t}}{2} \dots (\delta_{1,2,t}) \quad \forall t \in T \quad (4.11)$$

$$\bar{f}lg_{1,3,t} = \frac{flg_{1,3,t} - flg_{3,1,t}}{2} \dots (\delta_{1,3,t}) \quad \forall t \in T \quad (4.12)$$

$$\bar{f}lg_{2,1,t} = \frac{flg_{2,1,t} - flg_{1,2,t}}{2} \dots (\delta_{2,1,t}) \quad \forall t \in T \quad (4.13)$$

$$\bar{f}lg_{2,3,t} = \frac{flg_{2,3,t} - flg_{3,2,t}}{2} \dots (\delta_{2,3,t}) \quad \forall t \in T \quad (4.14)$$

$$\bar{f}lg_{3,1,t} = \frac{flg_{3,1,t} - flg_{1,3,t}}{2} \dots (\delta_{3,1,t}) \quad \forall t \in T \quad (4.15)$$

$$\bar{f}lg_{3,2,t} = \frac{flg_{3,2,t} - flg_{2,3,t}}{2} \dots (\delta_{3,2,t}) \quad \forall t \in T \quad (4.16)$$

- Flujos promedios al cuadrado.

$$\bar{f}lg_{1,2,t}^2 = W_{1,2}^2 (\pi_1^2 - \pi_2^2) \dots (\beta_{1,2,t}) \quad \forall t \in T \quad (4.17)$$

$$\bar{f}lg_{1,3,t}^2 = W_{1,3}^2 (\pi_1^2 - \pi_3^2) \dots (\beta_{1,3,t}) \quad \forall t \in T \quad (4.18)$$

$$\bar{f}lg_{2,1,t}^2 = W_{2,1}^2 (\pi_2^2 - \pi_1^2) \dots (\beta_{2,1,t}) \quad \forall t \in T \quad (4.19)$$

$$\bar{f}lg_{2,3,t}^2 = W_{2,3}^2 (\pi_2^2 - \pi_3^2) \dots (\beta_{2,3,t}) \quad \forall t \in T \quad (4.20)$$

$$\bar{f}lg_{3,1,t}^2 = W_{3,1}^2 (\pi_3^2 - \pi_1^2) \dots (\beta_{3,1,t}) \quad \forall t \in T \quad (4.21)$$

$$\bar{f}lg_{3,2,t}^2 = W_{3,2}^2 (\pi_3^2 - \pi_2^2) \dots (\beta_{3,2,t}) \quad \forall t \in T \quad (4.22)$$

- Almacenamiento en función de la presión nodal.

$$L_{P_{1,2,t}} = K_{1,2} \left(\frac{\pi_{1,t} + \pi_{2,t}}{2} \right) \dots (\phi_{1,2,t}) \quad \forall t \in T \quad (4.23)$$

$$L_{P_{1,3,t}} = K_{1,3} \left(\frac{\pi_{1,t} + \pi_{3,t}}{2} \right) \dots (\phi_{1,3,t}) \quad \forall t \in T \quad (4.24)$$

$$L_{P_{2,1,t}} = K_{2,1} \left(\frac{\pi_{2,t} + \pi_{1,t}}{2} \right) \dots (\phi_{2,1,t}) \quad \forall t \in T \quad (4.25)$$

$$L_{P_{2,3,t}} = K_{2,3} \left(\frac{\pi_{2,t} + \pi_{3,t}}{2} \right) \dots (\phi_{2,3,t}) \quad \forall t \in T \quad (4.26)$$

$$L_{P_{3,1,t}} = K_{3,1} \left(\frac{\pi_{3,t} + \pi_{1,t}}{2} \right) \dots (\phi_{3,1,t}) \quad \forall t \in T \quad (4.27)$$

$$L_{P_{3,2,t}} = K_{3,2} \left(\frac{\pi_{3,t} + \pi_{2,t}}{2} \right) \dots (\phi_{3,2,t}) \quad \forall t \in T \quad (4.28)$$

- Almacenamiento en función de los flujos de gas.

$$flg_{1,2,t} + flg_{2,1,t} = L_{P_{1,2,t}} - L_{P_{1,2,t-1}} \dots (\Phi_{1,2,t}) \quad \forall t \in T \quad (4.29)$$

$$flg_{1,3,t} + flg_{3,1,t} = L_{P_{1,3,t}} - L_{P_{1,3,t-1}} \dots (\Phi_{1,3,t}) \quad \forall t \in T \quad (4.30)$$

$$flg_{2,1,t} + flg_{1,2,t} = L_{P_{2,1,t}} - L_{P_{2,1,t-1}} \dots (\Phi_{2,1,t}) \quad \forall t \in T \quad (4.31)$$

$$flg_{2,3,t} + flg_{3,2,t} = L_{P_{2,3,t}} - L_{P_{2,3,t-1}} \dots (\Phi_{2,3,t}) \quad \forall t \in T \quad (4.32)$$

$$flg_{3,1,t} + flg_{1,3,t} = L_{P_{3,1,t}} - L_{P_{3,1,t-1}} \dots (\Phi_{3,1,t}) \quad \forall t \in T \quad (4.33)$$

$$flg_{3,2,t} + flg_{2,3,t} = L_{P_{3,2,t}} - L_{P_{3,2,t-1}} \dots (\Phi_{3,2,t}) \quad \forall t \in T \quad (4.34)$$

- Rampas de extracción de gas.

$$-8 \leq Gp_{1,t} - Gp_{1,t-1} \leq 8 \dots (\Lambda_{1,t}^{min}, \Lambda_{1,t}^{max}) \quad \forall t > 1, t \in T \quad (4.35)$$

$$-5 \leq Gp_{2,t} - Gp_{2,t-1} \leq 5 \dots (\Lambda_{2,t}^{min}, \Lambda_{2,t}^{max}) \quad \forall t > 1, t \in T \quad (4.36)$$

$$-7 \leq Gp_{3,t} - Gp_{3,t-1} \leq 7 \dots (\Lambda_{3,t}^{min}, \Lambda_{3,t}^{max}) \quad \forall t > 1, t \in T \quad (4.37)$$

- Compresores en las tuberías.

$$\pi_{1,t} \leq \pi_{2,t} \leq 1.3\pi_{1,t} \dots (\Xi_{1,2,t}^{min}, \Xi_{1,2,t}^{max}) \quad \forall t > 1, t \in T \quad (4.38)$$

A partir del problema de este caso particular de FOGN se definen las siguientes ecuaciones para crear el Lagrangiano del problema, el cual queda expresado en la ecuación (4.39)

$$\begin{aligned}
L_1^G &= \lambda_{G_1}(Gp_{1,t} - L_{G_1,t} - flg_{1,2,t} - flg_{1,3,t} + (1.1)(0.05)(flg_{1,2,t})) \\
&\quad + \lambda_{G_2}(Gp_{2,t} - L_{G_2,t} - flg_{2,1,t} - flg_{2,3,t} + \Psi_2 P g_{2,t}) \\
&\quad + \lambda_{G_3}(Gp_{3,t} - L_{G_3,t} - flg_{3,1,t} - flg_{3,2,t})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
L_2^G &= -\gamma_{1,t}^{min} Gp_{1,t} - \gamma_{2,t}^{min} Gp_{2,t} - \gamma_{3,t}^{min} (p_{3,t} + \gamma_{1,t}^{max} (Gp_{1,t} - 13)) \\
&\quad + \gamma_{2,t}^{max} (Gp_{2,t} - 12.6) + \gamma_{3,t}^{max} (Gp_{3,t} - 15)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
L_3^G &= \alpha_{1,t}^{min} (20 - \pi_{1,t}) + \alpha_{2,t}^{min} (20 - \pi_{2,t}) + \alpha_{3,t}^{min} (20 - \pi_{3,t}) \\
&\quad + \alpha_{1,t}^{max} (\pi_{1,t} - 80) + \alpha_{2,t}^{max} (\pi_{2,t} - 80) + \alpha_{3,t}^{max} (\pi_{3,t} - 80)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
L_4^G &= \delta_{1,2,t} \left(f\bar{l}g_{1,2,t} - \frac{flg_{1,2,t} + flg_{2,1,t}}{2} \right) + \delta_{1,3,t} \left(f\bar{l}g_{1,3,t} - \frac{flg_{1,3,t} + flg_{3,1,t}}{2} \right) \\
&\quad + \delta_{2,1,t} \left(f\bar{l}g_{2,1,t} - \frac{flg_{2,1,t} + flg_{1,2,t}}{2} \right) + \delta_{2,3,t} \left(f\bar{l}g_{2,3,t} - \frac{flg_{2,3,t} + flg_{3,2,t}}{2} \right) \\
&\quad + \delta_{3,1,t} \left(f\bar{l}g_{3,1,t} - \frac{flg_{3,1,t} + flg_{1,3,t}}{2} \right) + \delta_{3,2,t} \left(f\bar{l}g_{3,2,t} - \frac{flg_{3,2,t} + flg_{2,3,t}}{2} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
L_5^G &= \beta_{1,2,t} (f\bar{l}g_{1,2,t}^2 - W_{1,2} (\pi_{1,t} - \pi_{2,t})) + \beta_{1,3,t} (f\bar{l}g_{1,3,t}^2 - W_{1,3}^2 (\pi_1^2 - \pi_3^2)) \\
&\quad + \beta_{2,1,t} (f\bar{l}g_{2,1,t}^2 - W_{2,1}^2 (\pi_2^2 - \pi_1^2)) + \beta_{2,3,t} (f\bar{l}g_{2,3,t}^2 - W_{2,3}^2 (\pi_2^2 - \pi_3^2)) \\
&\quad + \beta_{3,1,t} (f\bar{l}g_{3,1,t}^2 - W_{3,1}^2 (\pi_3^2 - \pi_1^2)) + (\beta_{3,2,t}) (f\bar{l}g_{3,2,t}^2 - W_{3,2}^2 (\pi_3^2 - \pi_2^2))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
L_6^G &= (\phi_{1,2,t}) \left(L_{P_{1,2,t}} - K_{1,2} \left(\frac{\pi_{1,t} + \pi_{2,t}}{2} \right) \right) + (\phi_{1,3,t}) \left(L_{P_{1,3,t}} - K_{1,3} \left(\frac{\pi_{1,t} + \pi_{3,t}}{2} \right) \right) \\
&\quad + (\phi_{2,1,t}) \left(L_{P_{2,1,t}} - K_{2,1} \left(\frac{\pi_{2,t} + \pi_{1,t}}{2} \right) \right) + (\phi_{2,3,t}) \left(L_{P_{2,3,t}} - K_{2,3} \left(\frac{\pi_{2,t} + \pi_{3,t}}{2} \right) \right) \\
&\quad + (\phi_{3,1,t}) \left(L_{P_{3,1,t}} - K_{3,1} \left(\frac{\pi_{3,t} + \pi_{1,t}}{2} \right) \right) + (\phi_{3,2,t}) \left(L_{P_{3,2,t}} - K_{3,2} \left(\frac{\pi_{3,t} + \pi_{2,t}}{2} \right) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
L_7^G &= \Phi_{1,2,t} (flg_{1,2,t} + flg_{2,1,t} - L_{P_{1,2,t}} + L_{P_{1,2,t-1}}) + \Phi_{1,3,t} (flg_{1,3,t} + flg_{3,1,t} - L_{P_{1,3,t}} + L_{P_{1,3,t-1}}) \\
&\quad + \Phi_{2,1,t} (flg_{2,1,t} + flg_{1,2,t} - L_{P_{2,1,t}} + L_{P_{2,1,t-1}}) + \Phi_{2,3,t} (flg_{2,3,t} + flg_{3,2,t} - L_{P_{2,3,t}} + L_{P_{2,3,t-1}}) \\
&\quad + \Phi_{3,1,t} (flg_{3,1,t} + flg_{1,3,t} - L_{P_{3,1,t}} + L_{P_{3,1,t-1}}) + \Phi_{3,2,t} (flg_{3,2,t} + flg_{2,3,t} - L_{P_{3,2,t}} + L_{P_{3,2,t-1}})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
L_8^G &= \Lambda_{1,t}^{min} (Gp_{1,t-1} - Gp_{1,t} - 8) + \Lambda_{2,t}^{min} (Gp_{2,t-1} - Gp_{2,t} - 5) + \Lambda_{3,t}^{min} (Gp_{3,t-1} - Gp_{3,t} - 7) \\
&\quad + \Lambda_{1,t}^{max} (Gp_{1,t} - Gp_{1,t-1} - 8) + \Lambda_{2,t}^{max} (Gp_{2,t} - Gp_{2,t-1} - 5) + \Lambda_{3,t}^{max} (Gp_{3,t} - Gp_{3,t-1} - 7)
\end{aligned}$$

$$L_9^G = (\Xi_{1,2,t}^{min})(\pi_{1,t} - \pi_{2,t}) + (\Xi_{1,2,t}^{max})(\pi_{2,t} - 1.3\pi_{1,t})$$

$$\mathcal{L}_{\bar{g}} = \sum_{t=1}^{24} (10Gp_{1,t} + 5Gp_{2,t} + 7Gp_{3,t}) + L_1^G + L_2^G + L_3^G + L_4^G + L_5^G + L_6^G + L_7^G + L_8^G + L_9^G \quad (4.39)$$

A partir del Lagrangiano $\mathcal{L}_{\bar{g}}$ se calculan todas las condiciones de Karush-Khun-Tucker, comenzando por las condiciones estacionarias.

- Extracción de Gas.

$$\frac{\partial \mathcal{L}_{\bar{g}}}{\partial Gp_{1,t}} = 10 + \lambda_{G_{1,t}} - \gamma_{1,t}^{min} + \gamma_{1,t}^{max} = 0 \quad t = 1 \quad (4.40)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_{\bar{g}}}{\partial Gp_{2,t}} = 5 + \lambda_{G_{2,t}} - \gamma_{2,t}^{min} + \gamma_{2,t}^{max} = 0 \quad t = 1 \quad (4.41)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_{\bar{g}}}{\partial Gp_{3,t}} = 7 + \lambda_{G_{3,t}} - \gamma_{3,t}^{min} + \gamma_{3,t}^{max} = 0 \quad t = 1 \quad (4.42)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_{\bar{g}}}{\partial Gp_{1,t}} = 10 + \lambda_{G_{1,t}} - \gamma_{1,t}^{min} + \gamma_{1,t}^{max} + \lambda_{G_{1,t}}^{max} - \lambda_{G_{1,t}}^{min} = 0 \quad \forall t > 1 \quad (4.43)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_{\bar{g}}}{\partial Gp_{2,t}} = 5 + \lambda_{G_{2,t}} - \gamma_{2,t}^{min} + \gamma_{2,t}^{max} + \lambda_{G_{2,t}}^{max} - \lambda_{G_{2,t}}^{min} = 0 \quad \forall t > 1 \quad (4.44)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_{\bar{g}}}{\partial Gp_{3,t}} = 7 + \lambda_{G_{3,t}} - \gamma_{3,t}^{min} + \gamma_{3,t}^{max} + \lambda_{G_{3,t}}^{max} - \lambda_{G_{3,t}}^{min} = 0 \quad \forall t > 1 \quad (4.45)$$

- Flujos de gas.

$$\frac{\partial \mathcal{L}_{\bar{g}}}{\partial flg_{1,2,t}} = -\lambda_{G_{1,t}}(1.1 \cdot 0.05) + \frac{1}{2}(\delta_{1,2,t} - \delta_{2,1,t}) + \Phi_{1,2,t} + \Phi_{2,1,t} = 0 \quad \forall t \in T \quad (4.46)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_{\bar{g}}}{\partial flg_{1,3,t}} = -\lambda_{G_{1,t}} + \frac{1}{2}(\delta_{1,3,t} - \delta_{3,1,t}) + \Phi_{1,3,t} + \Phi_{3,1,t} = 0 \quad \forall t \in T \quad (4.47)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_{\bar{g}}}{\partial flg_{2,1,t}} = -\lambda_{G_{2,t}} + \frac{1}{2}(\delta_{2,1,t} - \delta_{1,2,t}) + \Phi_{2,1,t} + \Phi_{1,2,t} = 0 \quad \forall t \in T \quad (4.48)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_{\bar{g}}}{\partial flg_{2,3,t}} = -\lambda_{G_{2,t}} + \frac{1}{2}(\delta_{2,3,t} - \delta_{3,2,t}) + \Phi_{2,3,t} + \Phi_{3,2,t} = 0 \quad \forall t \in T \quad (4.49)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_{\bar{g}}}{\partial flg_{3,1,t}} = -\lambda_{G_{3,t}} + \frac{1}{2}(\delta_{3,1,t} - \delta_{1,3,t}) + \Phi_{3,1,t} + \Phi_{1,3,t} = 0 \quad \forall t \in T \quad (4.50)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_{\bar{g}}}{\partial flg_{3,2,t}} = -\lambda_{G_{3,t}} + \frac{1}{2}(\delta_{3,2,t} - \delta_{2,3,t}) + \Phi_{3,2,t} + \Phi_{2,3,t} = 0 \quad \forall t \in T \quad (4.51)$$

- Flujos promedios de gas.

$$\frac{\partial \mathcal{L}_{\bar{g}}}{\partial f\bar{l}g_{1,2,t}} = \delta_{1,2,t} + 2\beta_{1,2,t}f\bar{l}g_{1,2,t} = 0 \quad \forall t \in T \quad (4.52)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_{\bar{g}}}{\partial f\bar{l}g_{1,3,t}} = \delta_{1,3,t} + 2\beta_{1,3,t}f\bar{l}g_{1,3,t} = 0 \quad \forall t \in T \quad (4.53)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_{\bar{g}}}{\partial f\bar{l}g_{2,1,t}} = \delta_{2,1,t} + 2\beta_{2,1,t}f\bar{l}g_{2,1,t} = 0 \quad \forall t \in T \quad (4.54)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_{\bar{g}}}{\partial f\bar{l}g_{2,3,t}} = \delta_{2,3,t} + 2\beta_{2,3,t}f\bar{l}g_{2,3,t} = 0 \quad \forall t \in T \quad (4.55)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_{\bar{g}}}{\partial f\bar{l}g_{3,1,t}} = \delta_{3,1,t} + 2\beta_{3,1,t}f\bar{l}g_{3,1,t} = 0 \quad \forall t \in T \quad (4.56)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_{\bar{g}}}{\partial f\bar{l}g_{3,2,t}} = \delta_{3,2,t} + 2\beta_{3,2,t}f\bar{l}g_{3,2,t} = 0 \quad \forall t \in T \quad (4.57)$$

- Presiones nodales.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}_{\bar{g}}}{\partial \pi_{1,t}} &= \alpha_{1,t}^{max} - \alpha_{1,t}^{min} - 2\beta_{1,2,t}W_{1,2,t}^2\pi_{1,t} - 2\beta_{1,3,t}W_{1,3,t}^2\pi_{1,t} + 2\beta_{2,1,t}W_{2,1,t}^2\pi_{1,t} \\ &+ 2\beta_{3,1,t}W_{3,1,t}^2\pi_{1,t} - \frac{1}{2}\phi_{1,2,t}K_{1,2} - \frac{1}{2}\phi_{1,3,t}K_{1,3} - \frac{1}{2}\phi_{2,1,t}K_{2,1} - \frac{1}{2}\phi_{3,1,t}K_{3,1} = 0 \end{aligned} \quad (4.58)$$

$\forall t \in T$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}_{\bar{g}}}{\partial \pi_{2,t}} &= \alpha_{2,t}^{max} - \alpha_{2,t}^{min} - 2\beta_{2,1,t}W_{2,1,t}^2\pi_{2,t} - 2\beta_{2,3,t}W_{2,3,t}^2\pi_{2,t} + 2\beta_{1,2,t}W_{1,2,t}^2\pi_{2,t} \\ &+ 2\beta_{3,2,t}W_{3,2,t}^2\pi_{2,t} - \frac{1}{2}\phi_{2,1,t}K_{2,1} - \frac{1}{2}\phi_{2,3,t}K_{2,3} - \frac{1}{2}\phi_{1,2,t}K_{1,2} - \frac{1}{2}\phi_{3,2,t}K_{3,2} = 0 \end{aligned} \quad (4.59)$$

$\forall t \in T$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}_{\bar{g}}}{\partial \pi_{3,t}} &= \alpha_{3,t}^{max} - \alpha_{3,t}^{min} - 2\beta_{3,1,t}W_{3,1,t}^2\pi_{3,t} - 2\beta_{3,2,t}W_{3,2,t}^2\pi_{3,t} + 2\beta_{1,3,t}W_{1,3,t}^2\pi_{3,t} \\ &+ 2\beta_{2,3,t}W_{2,3,t}^2\pi_{3,t} - \frac{1}{2}\phi_{3,1,t}K_{3,1} - \frac{1}{2}\phi_{3,2,t}K_{3,2} - \frac{1}{2}\phi_{1,3,t}K_{1,3} - \frac{1}{2}\phi_{2,3,t}K_{2,3} = 0 \end{aligned} \quad (4.60)$$

$\forall t \in T$

- Almacenamiento de gas en las tuberías.

$$\frac{\partial \mathcal{L}_{\bar{g}}}{\partial L_{P_{1,2,t}}} = \phi_{1,2,t} + \Phi_{1,2,t} = 0 \quad \forall t \in T \quad (4.61)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_{\bar{g}}}{\partial L_{P_{1,3,t}}} = \phi_{1,3,t} + \Phi_{1,3,t} = 0 \quad \forall t \in T \quad (4.62)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_{\bar{g}}}{\partial L_{P_{2,1,t}}} = \phi_{2,1,t} + \Phi_{2,1,t} = 0 \quad \forall t \in T \quad (4.63)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_{\bar{g}}}{\partial L_{P_{2,3,t}}} = \phi_{2,3,t} + \Phi_{2,3,t} = 0 \quad \forall t \in T \quad (4.64)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_{\bar{g}}}{\partial L_{P_{3,1,t}}} = \phi_{3,1,t} + \Phi_{3,1,t} = 0 \quad \forall t \in T \quad (4.65)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_{\bar{g}}}{\partial L_{P_{3,2,t}}} = \phi_{3,2,t} + \Phi_{3,2,t} = 0 \quad \forall t \in T \quad (4.66)$$

Para las holguras complementarias:

- Extracción de gas.

$$\gamma_{1,t}^{min}(0 - Gp_{1,t}) = 0 \quad \forall t \in T \quad (4.67)$$

$$\gamma_{2,t}^{min}(0 - Gp_{2,t}) = 0 \quad \forall t \in T \quad (4.68)$$

$$\gamma_{3,t}^{min}(0 - Gp_{3,t}) = 0 \quad \forall t \in T \quad (4.69)$$

$$\gamma_{1,t}^{max}(Gp_{1,t} - 13) = 0 \quad \forall t \in T \quad (4.70)$$

$$\gamma_{2,t}^{max}(Gp_{2,t} - 12.6) = 0 \quad \forall t \in T \quad (4.71)$$

$$\gamma_{3,t}^{max}(Gp_{3,t} - 15) = 0 \quad \forall t \in T \quad (4.72)$$

- Presiones nodales.

$$\alpha_{1,t}^{min}(20 - \pi_{1,t}) = 0 \quad \forall t \in T \quad (4.73)$$

$$\alpha_{2,t}^{min}(20 - \pi_{2,t}) = 0 \quad \forall t \in T \quad (4.74)$$

$$\alpha_{3,t}^{min}(20 - \pi_{3,t}) = 0 \quad \forall t \in T \quad (4.75)$$

$$\alpha_{1,t}^{max}(\pi_{1,t} - 80) = 0 \quad \forall t \in T \quad (4.76)$$

$$\alpha_{2,t}^{max}(\pi_{2,t} - 80) = 0 \quad \forall t \in T \quad (4.77)$$

$$\alpha_{3,t}^{max}(\pi_{3,t} - 80) = 0 \quad \forall t \in T \quad (4.78)$$

- Rampas.

$$\Lambda_{1,t}^{min}(Gp_{1,t-1} - Gp_{1,t} - 8) = 0 \quad \forall t > 1, t \in T \quad (4.79)$$

$$\Lambda_{2,t}^{min}(Gp_{2,t-1} - Gp_{2,t} - 5) = 0 \quad \forall t > 1, t \in T \quad (4.80)$$

$$\Lambda_{3,t}^{min}(Gp_{3,t-1} - Gp_{3,t} - 7) = 0 \quad \forall t > 1, t \in T \quad (4.81)$$

$$\Lambda_{1,t}^{max}(Gp_{1,t} - Gp_{1,t-1} - 8) = 0 \quad \forall t > 1, t \in T \quad (4.82)$$

$$\Lambda_{2,t}^{max}(Gp_{2,t} - Gp_{1,t-1} - 5) = 0 \quad \forall t > 1, t \in T \quad (4.83)$$

$$\Lambda_{3,t}^{max}(Gp_{3,t} - Gp_{1,t-1} - 7) = 0 \quad \forall t > 1, t \in T \quad (4.84)$$

- Compresores.

$$\Xi_{1,2,t}^{min}(\pi_{1,t} - \pi_{2,t}) = 0 \quad \forall t \in T \quad (4.85)$$

$$\Xi_{1,2,t}^{max}(\pi_{2,t} - 1.3) = 0 \quad \forall t \in T \quad (4.86)$$

- Condiciones de signo.

$$\begin{array}{cccc} \gamma_{1,t}^{min} \geq 0 & \alpha_{1,t}^{min} \geq 0 & \Lambda_{1,t}^{min} \geq 0 & \Xi_{1,2,t}^{min} \geq 0 \\ \gamma_{2,t}^{min} \geq 0 & \alpha_{2,t}^{min} \geq 0 & \Lambda_{2,t}^{min} \geq 0 & \Xi_{1,2,t}^{max} \geq 0 \\ \gamma_{3,t}^{min} \geq 0 & \alpha_{3,t}^{min} \geq 0 & \Lambda_{3,t}^{min} \geq 0 & \\ \gamma_{1,t}^{max} \geq 0 & \alpha_{1,t}^{max} \geq 0 & \Lambda_{1,t}^{max} \geq 0 & \\ \gamma_{2,t}^{max} \geq 0 & \alpha_{2,t}^{max} \geq 0 & \Lambda_{2,t}^{max} \geq 0 & \\ \gamma_{3,t}^{max} \geq 0 & \alpha_{3,t}^{max} \geq 0 & \Lambda_{3,t}^{max} \geq 0 & \end{array} \quad \forall t \in T \quad (4.87)$$

Para el problema de flujos óptimos de potencia, de la misma manera, de acuerdo a los datos del sistema se escribe el modelo de flujos óptimos de potencia en forma explícita, para posteriormente encontrar las condiciones KKT correspondientes, entonces, el problema queda como sigue:

$$Min \sum_{t=1}^{24} (5Pg_{1,t} + (C_2 + \Psi_2\zeta_{2,t})Pg_{2,t} + 10Pg_{3,t}) \quad (4.88)$$

Sujeto a:

- Balance de Potencia.

$$Pg_{1,t} = P_{L_{1,t}} + \sigma_{1,2}(\theta_{1,t} - \theta_{2,t}) + \sigma_{1,3}(\theta_{1,t} - \theta_{3,t}) \dots (\lambda_{P_{1,t}}) \quad \forall t \in T \quad (4.89)$$

$$Pg_{2,t} = P_{L_{2,t}} + \sigma_{2,1}(\theta_{2,t} - \theta_{1,t}) + \sigma_{2,3}(\theta_{2,t} - \theta_{3,t}) \dots (\lambda_{P_{2,t}}) \quad \forall t \in T \quad (4.90)$$

$$Pg_{3,t} = P_{L_{3,t}} + \sigma_{3,1}(\theta_{3,t} - \theta_{1,t}) + \sigma_{3,2}(\theta_{3,t} - \theta_{2,t}) \dots (\lambda_{P_{3,t}}) \quad \forall t \in T \quad (4.91)$$

- Límites de generación.

$$0 \leq Pg_{1,t} \leq 5 \dots (\eta_{1,t}^{min}, \eta_{1,t}^{max}) \quad \forall t \in T \quad (4.92)$$

$$0 \leq Pg_{2,t} \leq 6 \dots (\eta_{2,t}^{min}, \eta_{2,t}^{max}) \quad \forall t \in T \quad (4.93)$$

$$0 \leq Pg_{3,t} \leq 10 \dots (\eta_{3,t}^{min}, \eta_{3,t}^{max}) \quad \forall t \in T \quad (4.94)$$

- Límites de flujo.

$$-300 \leq \sigma_{1,2}(\theta_{1,t} - \theta_{2,t}) \leq 300 \dots (\mu_{1,2,t}^{min}, \mu_{1,2,t}^{max}) \quad \forall t \in T \quad (4.95)$$

$$-300 \leq \sigma_{1,3}(\theta_{1,t} - \theta_{3,t}) \leq 300 \dots (\mu_{1,3,t}^{min}, \mu_{1,3,t}^{max}) \quad \forall t \in T \quad (4.96)$$

$$-300 \leq \sigma_{2,1}(\theta_{2,t} - \theta_{1,t}) \leq 300 \dots (\mu_{2,1,t}^{min}, \mu_{2,1,t}^{max}) \quad \forall t \in T \quad (4.97)$$

$$-300 \leq \sigma_{2,3}(\theta_{2,t} - \theta_{3,t}) \leq 300 \dots (\mu_{2,3,t}^{min}, \mu_{2,3,t}^{max}) \quad \forall t \in T \quad (4.98)$$

$$-300 \leq \sigma_{3,1}(\theta_{3,t} - \theta_{1,t}) \leq 300 \dots (\mu_{3,1,t}^{min}, \mu_{3,1,t}^{max}) \quad \forall t \in T \quad (4.99)$$

$$-300 \leq \sigma_{3,2}(\theta_{3,t} - \theta_{2,t}) \leq 300 \dots (\mu_{3,2,t}^{min}, \mu_{3,2,t}^{max}) \quad \forall t \in T \quad (4.100)$$

- Rampas de generación.

$$-4 \leq Pg_{1,t} - Pg_{1,t-1} \leq 4 \dots (\xi_{1,t}^{min}, \xi_{1,t}^{max}) \quad t > 1 \forall t \in T \quad (4.101)$$

$$-3 \leq Pg_{12,t} - Pg_{2,t-1} \leq 3 \dots (\xi_{2,t}^{min}, \xi_{2,t}^{max}) \quad t > 1 \forall t \in T \quad (4.102)$$

$$-5 \leq Pg_{3,t} - Pg_{3,t-1} \leq 5 \dots (\xi_{3,t}^{min}, \xi_{3,t}^{max}) \quad t > 1 \forall t \in T \quad (4.103)$$

- Ángulo de referencia.

$$\theta_{1,t} = 0 \dots (\rho_t) \quad \forall t \in T \quad (4.104)$$

La función Lagrangiana para el problema de flujos óptimos de potencia en corriente directa está dada por la ecuación (4.105).

$$\begin{aligned} L_1^P = & \lambda_{P_{1,t}}(Pg_{1,t} - P_{L_{1,t}} - \sigma_{1,2}(\theta_{1,t} - \theta_{2,t})\sigma_{1,3}(\theta_{1,t} - \theta_{3,t})) \\ & + \lambda_{P_{2,t}}(Pg_{2,t} - P_{L_{2,t}} - \sigma_{2,1}(\theta_{2,t} - \theta_{1,t}) - \sigma_{2,3}(\theta_{2,t} - \theta_{3,t})) \\ & + \lambda_{P_{3,t}}(Pg_{3,t} - P_{L_{3,t}} - \sigma_{3,1}(\theta_{3,t} - \theta_{1,t}) - \sigma_{3,2}(\theta_{3,t} - \theta_{3,t})) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_2^P = & \eta_{1,t}^{min}(0 - Pg_{1,t}) + \eta_{2,t}^{min}(0 - Pg_{2,t}) + \eta_{3,t}^{min}(0 - Pg_{3,t}) \\ & + \eta_{1,t}^{max}(Pg_{1,t} - 5) + \eta_{2,t}^{max}(Pg_{2,t} - 6) + \eta_{3,t}^{max}(Pg_{3,t} - 10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
L_3^P = & \mu_{1,2,t}^{min}(-300 - \sigma_{1,2}(\theta_{1,t} - \theta_{2,t})) + \mu_{1,3,t}^{min}(-300 - \sigma_{1,3}(\theta_{1,t} - \theta_{3,t})) \\
& + \mu_{2,1,t}^{min}(-300 - \sigma_{2,1}(\theta_{2,t} - \theta_{1,t})) + \mu_{2,3,t}^{min}(-300 - \sigma_{2,3}(\theta_{2,t} - \theta_{3,t})) \\
& + \mu_{3,1,t}^{min}(-300 - \sigma_{3,1}(\theta_{3,t} - \theta_{1,t})) + \mu_{3,2,t}^{min}(-300 - \sigma_{3,2}(\theta_{3,t} - \theta_{2,t})) \\
& + \mu_{1,2,t}^{max}(\sigma_{1,2}(\theta_{1,t} - \theta_{2,t}) - 300) + \mu_{1,3,t}^{max}(\sigma_{1,3}(\theta_{1,t} - \theta_{3,t}) - 300) \\
& + \mu_{2,1,t}^{max}(\sigma_{2,1}(\theta_{2,t} - \theta_{1,t}) - 300) + \mu_{2,3,t}^{max}(\sigma_{2,3}(\theta_{2,t} - \theta_{3,t}) - 300) \\
& + \mu_{3,1,t}^{max}(\sigma_{3,1}(\theta_{3,t} - \theta_{1,t}) - 300) + \mu_{3,2,t}^{max}(\sigma_{3,2}(\theta_{3,t} - \theta_{2,t}) - 300)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
L_4^P = & \xi_{1,t}^{min}(Pg_{1,t-1} - Pg_{1,t} - 4) + \xi_{2,t}^{min}(Pg_{2,t-1} - Pg_{2,t} - 3) + \xi_{3,t}^{min}(Pg_{3,t-1} - Pg_{3,t} - 5) \\
& + \xi_{1,t}^{max}(Pg_{1,t} - Pg_{1,t-1} - 4) + \xi_{2,t}^{max}(Pg_{2,t} - Pg_{2,t-1} - 3) + \xi_{3,t}^{max}(Pg_{3,t} - Pg_{3,t-1} - 5)
\end{aligned}$$

$$\mathcal{L}_{\bar{p}} = \sum_{t=1}^{24} (5Pg_{1,t} + (C_2 + \Psi_2\zeta_{2,t})Pg_{2,t} + 10Pg_{3,t}) + L_1^P + L_2^P + L_3^P + L_4^P + \rho_t\theta_{ref,t} \quad (4.105)$$

Las condiciones estacionarias quedan como sigue.

- Generación de unidades convencionales.

$$\frac{\partial \mathcal{L}_{\bar{p}}}{\partial Pg_{1,t}} = 5 + \lambda_{P_{1,t}} - \eta_{1,t}^{min} + \eta_{1,t}^{max} = 0 \quad t = 1 \quad (4.106)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_{\bar{p}}}{\partial Pg_{3,t}} = 10 + \lambda_{P_{3,t}} - \eta_{3,t}^{min} + \eta_{3,t}^{max} = 0 \quad t = 1 \quad (4.107)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_{\bar{p}}}{\partial Pg_{1,t}} = 5 + \lambda_{P_{1,t}} - \eta_{1,t}^{min} + \eta_{1,t}^{max} - \xi_{1,t}^{min} + \xi_{1,t}^{max} = 0 \quad \forall t > 1, t \in T \quad (4.108)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_{\bar{p}}}{\partial Pg_{3,t}} = 10 + \lambda_{P_{3,t}} - \eta_{3,t}^{min} + \eta_{3,t}^{max} - \xi_{3,t}^{min} + \xi_{3,t}^{max} = 0 \quad \forall t > 1, t \in T \quad (4.109)$$

- Generación de unidades de gas natural.

$$\frac{\partial \mathcal{L}_{\bar{p}}}{\partial P g_{2,t}} = (C_2 + \Psi_2 \zeta_{2,t}) + \lambda_{P_{2,t}} - \eta_{2,t}^{\min} + \eta_{2,t}^{\max} = 0 \quad t = 1 \quad (4.110)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_{\bar{p}}}{\partial P g_{2,t}} = (C_2 + \Psi_2 \zeta_{2,t}) + \lambda_{P_{2,t}} - \eta_{2,t}^{\min} + \eta_{2,t}^{\max} - \xi_{2,t}^{\min} + \xi_{2,t}^{\max} = 0 \quad \forall t > 1, t \in T \quad (4.111)$$

- Ángulo.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}_{\bar{p}}}{\partial \pi_{1,t}} &= -\lambda_{P_{1,t}} \sigma_{1,2} - \lambda_{P_{1,t}} \sigma_{1,3} + \lambda_{P_{2,t}} \sigma_{2,1} + \lambda_{P_{3,t}} \sigma_{3,1} - \mu_{1,2,t}^{\min} \sigma_{1,2} - \mu_{1,3,t}^{\min} \sigma_{1,3} + \mu_{2,1,t}^{\min} \sigma_{2,1} \\ &+ \mu_{3,1,t}^{\min} \sigma_{3,1} + \mu_{1,2,t}^{\max} \sigma_{1,2} + \mu_{1,3,t}^{\max} \sigma_{1,3} - \mu_{2,1,t}^{\max} \sigma_{2,1} - \mu_{3,1,t}^{\max} \sigma_{3,1} + \rho_t = 0 \quad \forall t \in T \end{aligned} \quad (4.112)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}_{\bar{p}}}{\partial \pi_{2,t}} &= -\lambda_{P_{2,t}} \sigma_{2,1} - \lambda_{P_{2,t}} \sigma_{2,3} + \lambda_{P_{1,t}} \sigma_{1,2} + \lambda_{P_{3,t}} \sigma_{3,2} - \mu_{2,1,t}^{\min} \sigma_{2,1} - \mu_{2,3,t}^{\min} \sigma_{2,3} + \mu_{1,2,t}^{\min} \sigma_{1,2} \\ &+ \mu_{3,2,t}^{\min} \sigma_{3,2} + \mu_{2,1,t}^{\max} \sigma_{2,1} + \mu_{2,3,t}^{\max} \sigma_{2,3} - \mu_{1,2,t}^{\max} \sigma_{1,2} - \mu_{3,2,t}^{\max} \sigma_{3,2} = 0 \quad \forall t \in T \end{aligned} \quad (4.113)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}_{\bar{p}}}{\partial \pi_{3,t}} &= -\lambda_{P_{3,t}} \sigma_{3,1} - \lambda_{P_{3,t}} \sigma_{3,2} + \lambda_{P_{1,t}} \sigma_{1,3} + \lambda_{P_{2,t}} \sigma_{2,3} - \mu_{3,1,t}^{\min} \sigma_{3,1} - \mu_{3,2,t}^{\min} \sigma_{3,2} + \mu_{1,3,t}^{\min} \sigma_{1,3} \\ &+ \mu_{2,3,t}^{\min} \sigma_{2,3} + \mu_{3,1,t}^{\max} \sigma_{3,1} + \mu_{3,2,t}^{\max} \sigma_{3,2} - \mu_{1,3,t}^{\max} \sigma_{1,3} - \mu_{2,3,t}^{\max} \sigma_{2,3} = 0 \quad \forall t \in T \end{aligned} \quad (4.114)$$

Las holguras complementarias quedan como sigue:

- Límites de generación

$$\eta_{1,t}^{\min} (0 - P g_{1,t}) = 0 \quad \forall t \in T \quad (4.115)$$

$$\eta_{2,t}^{\min} (0 - P g_{2,t}) = 0 \quad \forall t \in T \quad (4.116)$$

$$\eta_{3,t}^{\min} (0 - P g_{3,t}) = 0 \quad \forall t \in T \quad (4.117)$$

$$\eta_{1,t}^{\max} (P g_{1,t} - 5) = 0 \quad \forall t \in T \quad (4.118)$$

$$\eta_{2,t}^{max}(Pg_{2,t} - 6) = \quad \forall t \in T \quad (4.119)$$

$$\eta_{3,t}^{max}(Pg_{3,t} - 10) = \quad \forall t \in T \quad (4.120)$$

• Límites de flujos

$$\mu_{1,2,t}^{min}(-300 - \sigma_{1,2}(\theta_{1,t} - \theta_{2,t})) \quad \forall t \in T \quad (4.121)$$

$$\mu_{1,3,t}^{min}(-300 - \sigma_{1,3}(\theta_{1,t} - \theta_{3,t})) \quad \forall t \in T \quad (4.122)$$

$$\mu_{2,1,t}^{min}(-300 - \sigma_{2,1}(\theta_{2,t} - \theta_{1,t})) \quad \forall t \in T \quad (4.123)$$

$$\mu_{2,3,t}^{min}(-300 - \sigma_{2,3}(\theta_{2,t} - \theta_{3,t})) \quad \forall t \in T \quad (4.124)$$

$$\mu_{3,1,t}^{min}(-300 - \sigma_{3,1}(\theta_{3,t} - \theta_{1,t})) \quad \forall t \in T \quad (4.125)$$

$$\mu_{3,2,t}^{min}(-300 - \sigma_{3,2}(\theta_{3,t} - \theta_{2,t})) \quad \forall t \in T \quad (4.126)$$

$$\mu_{1,2,t}^{max}(\sigma_{1,2}(\theta_{1,t} - \theta_{2,t}) - 300) \quad \forall t \in T \quad (4.127)$$

$$\mu_{1,3,t}^{max}(\sigma_{1,3}(\theta_{1,t} - \theta_{3,t}) - 300) \quad \forall t \in T \quad (4.128)$$

$$\mu_{2,1,t}^{max}(\sigma_{2,1}(\theta_{2,t} - \theta_{1,t}) - 300) \quad \forall t \in T \quad (4.129)$$

$$\mu_{2,3,t}^{max}(\sigma_{2,3}(\theta_{2,t} - \theta_{3,t}) - 300) \quad \forall t \in T \quad (4.130)$$

$$\mu_{3,1,t}^{max}(\sigma_{3,1}(\theta_{3,t} - \theta_{1,t}) - 300) \quad \forall t \in T \quad (4.131)$$

$$\mu_{3,2,t}^{max}(\sigma_{3,2}(\theta_{3,t} - \theta_{2,t}) - 300) \quad \forall t \in T \quad (4.132)$$

• Rampas de generación

$$\xi_{1,t}^{min}(Pg_{1,t-1} - Pg_{1,t} - 4) = \quad \forall t > 1, t \in T \quad (4.133)$$

$$\xi_{2,t}^{min}(Pg_{2,t-1} - Pg_{2,t} - 3) = \quad \forall t > 1, t \in T \quad (4.134)$$

$$\xi_{3,t}^{min}(Pg_{3,t-1} - Pg_{3,t} - 5) = \quad \forall t > 1, t \in T \quad (4.135)$$

$$\xi_{1,t}^{max}(Pg_{1,t} - Pg_{1,t-1} - 4) = \quad \forall t > 1, t \in T \quad (4.136)$$

$$\xi_{2,t}^{max}(Pg_{2,t} - Pg_{2,t-1} - 3) = \quad \forall t > 1, t \in T \quad (4.137)$$

$$\xi_{3,t}^{max}(Pg_{3,t} - Pg_{3,t-1} - 5) = \quad \forall t > 1, t \in T \quad (4.138)$$

- Las condiciones de signo

$$\begin{array}{cccc} \eta_{1,t}^{min} \geq 0 & \mu_{1,2,t}^{min} \geq 0 & \mu_{1,2,t}^{max} \geq 0 & \xi_{1,t}^{min} \geq 0 \\ \eta_{2,t}^{min} \geq 0 & \mu_{1,3,t}^{min} \geq 0 & \mu_{1,3,t}^{max} \geq 0 & \xi_{2,t}^{min} \geq 0 \\ \eta_{3,t}^{min} \geq 0 & \mu_{2,1,t}^{min} \geq 0 & \mu_{2,1,t}^{max} \geq 0 & \xi_{3,t}^{min} \geq 0 \\ \eta_{1,t}^{max} \geq 0 & \mu_{2,3,t}^{min} \geq 0 & \mu_{2,3,t}^{max} \geq 0 & \xi_{1,t}^{max} \geq 0 \\ \eta_{2,t}^{max} \geq 0 & \mu_{3,1,t}^{min} \geq 0 & \mu_{3,1,t}^{max} \geq 0 & \xi_{2,t}^{max} \geq 0 \\ \eta_{3,t}^{max} \geq 0 & \mu_{3,2,t}^{min} \geq 0 & \mu_{3,2,t}^{max} \geq 0 & \xi_{3,t}^{max} \geq 0 \end{array} \quad \forall t \in T \quad (4.139)$$

Teniendo todo lo anterior, se simulan 5 casos de estudios distintos: En el primero se considera que la operación de ambos sistemas es ideal, y no se considera congestión en las líneas de transmisión ni almacenamiento inicial en las tuberías. En el segundo se muestra el impacto que tiene el almacenamiento inicial dentro de las tuberías. En el siguiente caso se integran rampas para las unidades de generación y los pozos de gas natural. Se contempla un compresor dentro del sistema de tuberías en el cuarto caso. Finalmente en el quinto y último caso de estudio se contempla la congestión en el sistema de transmisión.

4.2. Caso base

En este caso no se consideran las variables de las rampas de potencia y gas natural, tampoco se incluyen compresores dentro del sistema de tuberías y no se considera almacenamiento inicial de gas. La congestión en el sistema de transmisión tampoco es tomada en cuenta, ya que este primer caso se considera como si no hubiese ningún inconveniente en ambos sistemas. En la tabla 4.4 se muestran los resultados de los despachos de potencia de cada generador. Se observa como la unidad más económica siempre está siendo despachada en su potencia máxima (La unidad que se encuentra en el bus 1), la unidad de gas natural también despacha a lo largo de todo el horizonte pero no lo hace con su potencia máxima a excepción de las horas de mayor demanda, esto es debido a que el precio de

gas natural es mayor a la oferta de la unidad 1, dicho precio se puede observar en la tabla 4.5, finalmente la unidad 3 al ser la más cara de las tres únicamente despacha en las horas pico.

Tabla 4.4: Generación de unidades generadoras.

Generación (MW)			
Hora	bus		
	1	2	3
1	5	4.5	0
2	5	4	0
3	5	3.8	0
4	5	3.5	0
5	5	3.6	0
6	5	3.85	0
7	5	5	0
8	5	6	0
9	5	6	0.5
10	5	5.45	0
11	5	6	0.3
12	5	6	0.1
13	5	6	0
14	5	6	0
15	5	6	0.1
16	5	6	0.4
17	5	6	0.5
18	5	6	1.5
19	5	6	1.95
20	5	6	1.3
21	5	6	0.5
22	5	6	0
23	5	5.8	0
24	5	5.5	0

La demanda de gas natural requerida por el sistema de potencia es de $161.25 Mm^3$, y el costo total de generación del sistema de potencia es de \$1800.25, de los cuales el costo por parte de la unidad de gas natural es de \$1128.75. Con esto se puede decir que la unidad de gas es la que cubre en más de un 50% la demanda del sistema, pues la generación total es de $256.15 MW$.

Tabla 4.5: Precios de gas en el caso base mediante el modelo de equilibrio.

Precio Gas (\$/Mm ³)			
Hora	Nodo		
	1	2	3
1	7	7	7
2	7	7	7
3	7	7	7
4	7	7	7
5	7	7	7
6	7	7	7
7	7	7	7
8	7	7	7
9	7	7	7
10	7	7	7
11	7	7	7
12	7	7	7
13	7	7	7
14	7	7	7
15	7	7	7
16	7	7	7
17	7	7	7
18	7	7	7
19	7	7	7
20	7	7	7
21	7	7	7
22	7	7	7
23	7	7	7
24	7	7	7

Los PML se observan en la tabla 4.6, al no existir congestión en el sistema los PML son iguales en todos los nodos, a lo largo del horizonte de tiempo, los PML varían conforme la demanda.

Por parte del sistema de gas natural en la tabla 4.7 se muestra el gas extraído en cada uno de los nodos así como los flujos de gas a través del sistema de tuberías, la mayor extracción se encuentra en el nodo 2, esto debido a que el productor ubicado en este nodo es el que presenta la oferta más económica, la dirección del flujo de gas es del nodo donde la extracción es más económica a la más cara, en el sistema de gas los flujos están en

función de las presiones nodales en los extremos de las tuberías, por lo que la dirección del flujo la determina la presión, debido a que el flujo va de mayor a menor presión, la variación de presión para cada uno de los nodos se ilustra de manera gráfica en la figura 4.4, se nota como la presión en el nodo 2 siempre es mayor, que en los nodos 1 y 3, lo que indica que en este nodo se encuentra la mayor extracción de gas.

Tabla 4.6: Precios marginales locales en el caso base mediante el modelo de equilibrio.

PML (\$/MW)			
Hora	Nodo		
	1	2	3
1	8.75	8.75	8.75
2	8.75	8.75	8.75
3	8.75	8.75	8.75
4	8.75	8.75	8.75
5	8.75	8.75	8.75
6	8.75	8.75	8.75
7	8.75	8.75	8.75
8	9.17	9.17	9.17
9	10	10	10
10	8.75	8.75	8.75
11	10	10	10
12	10	10	10
13	9.29	9.29	9.29
14	9.34	9.34	9.34
15	10	10	10
16	10	10	10
17	10	10	10
18	10	10	10
19	10	10	10
20	10	10	10
21	10	10	10
22	9.27	9.27	9.27
23	8.75	8.75	8.75
24	8.75	8.75	8.75

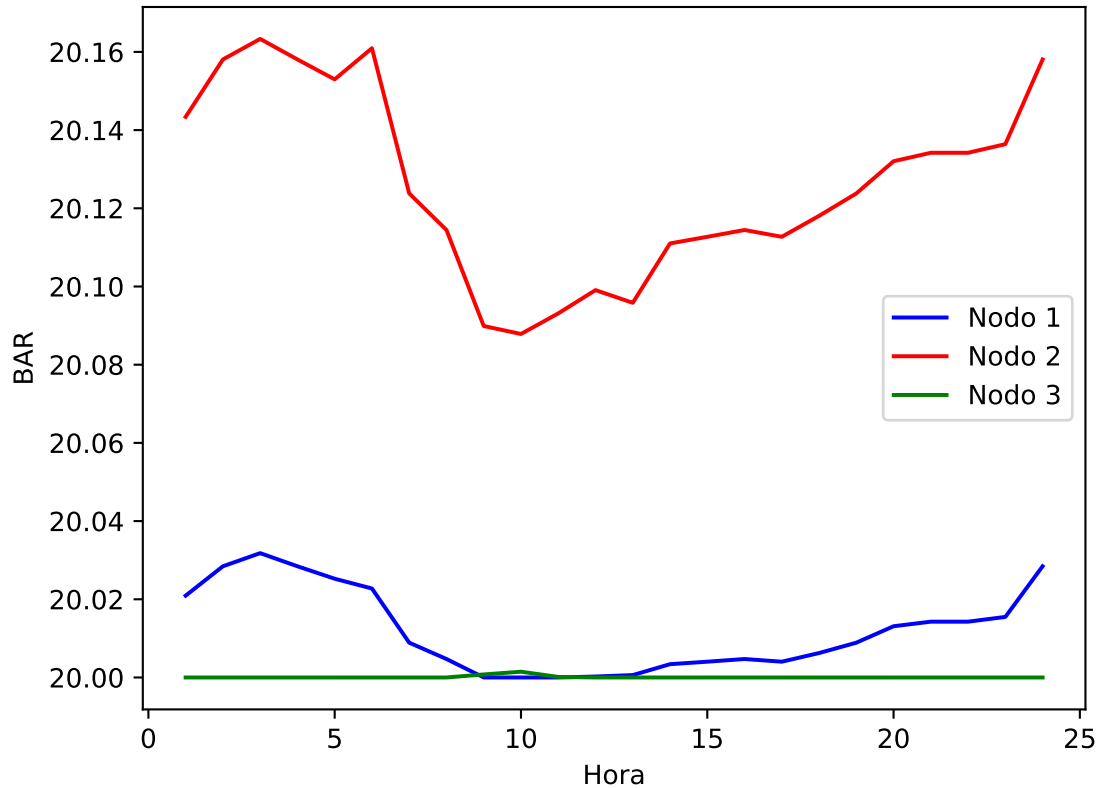


Figura 4.4: Presiones nodales en el caso base mediante el modelo de equilibrio

El costo total por la extracción de gas es de \$2335.62 por la cantidad de 420.06 Mm^3 , de los cuales 161.25 Mm^3 corresponden a la demanda por parte del generador de potencia y el resto a demanda no relacionada con la generación, el almacenamiento final en las tuberías es de 0.568 Mm^3 , los cuales pueden ser usados en la hora 1 para el siguiente horizonte, lo cual repercute en una baja en los costos de extracción de gas, en este caso no se considera ningún almacenamiento inicial en ninguna de las tuberías, esto con el fin de ilustrar en el siguiente caso el efecto positivo que este tiene cuando se incluye en el modelo.

Tabla 4.7: Extracción y flujos de gas natural en el caso base mediante el modelo de equilibrio.

Extracción de Gas (Mm^3)		Flujos de gas ($MmCE$)							
Hora	Nodo			Desde- hasta					
	1	2	3	1-2	1-3	2-1	2-3	3-1	3-1
1	0	12.6	2.29	-6.64	2.29	6.71	3.03	-2.20	-2.62
2	0	12.6	0.8	-6.87	2.62	6.87	2.97	-2.62	-2.97
3	0	12.6	0.45	-6.92	2.77	6.92	3.02	-2.77	-3.02
4	0	12.6	0.37	-6.87	2.62	6.87	2.97	-2.62	-2.97
5	0	12.6	1.1	-6.82	2.47	6.82	2.92	-2.47	-2.92
6	0	12.6	1.86	-7.09	2.34	7.09	3.00	-2.34	-3.00
7	0	12.6	4.65	-6.46	1.46	6.46	2.63	-1.46	-2.63
8	0	12.6	7.3	-6.31	1.06	6.31	2.53	-1.06	-2.53
9	0	12.6	9.2	-5.71	-0.43	5.71	2.23	0.43	-2.23
10	0	12.6	8.46	-5.65	-0.59	5.65	2.19	0.59	-2.19
11	0	12.6	8.4	-5.81	-0.18	5.81	2.28	0.18	-2.28
12	0	12.6	7.65	-5.99	0.24	5.99	2.35	-0.24	-2.35
13	0	12.6	7.65	-5.88	0.38	5.88	2.31	-0.38	-2.31
14	0	12.6	6.65	-6.25	0.90	6.25	2.49	-0.90	-2.49
15	0	12.6	6.5	-6.28	0.98	6.28	2.51	-0.98	-2.51
16	0	12.6	6.45	-6.31	1.06	6.31	2.53	-1.06	-2.53
17	0	12.6	6.4	-6.28	0.98	6.28	2.51	-0.98	-2.51
18	0	12.6	5.95	-6.37	1.22	6.37	2.57	-1.22	-2.57
19	0	12.6	5.45	-6.46	1.46	6.46	2.63	-1.46	-2.63
20	0	12.6	5	-6.58	1.78	6.58	2.71	-1.78	-2.71
21	0	12.6	4.9	-6.60	1.85	6.60	2.74	-1.85	-2.74
22	0	12.6	4.85	-6.60	1.85	6.60	2.74	-1.85	-2.74
23	0	12.6	4.05	-6.63	1.93	6.63	2.76	-1.93	-2.76
24	0	12.6	1.28	-6.87	2.62	6.87	2.97	-2.62	-2.97

A continuación se presentan los resultado de los modelos individuales de potencia y de gas natural, el sistema de potencia toma como parámetro los precios de gas obtenidos en la tabla 4.5 y el sistema de gas toma como parámetro la potencia de generación correspondiente a la unidad ubicada en el bus 2 la cual se encuentra en la tabla 4.4. Para iniciar con el análisis primeramente se observan las potencias de generación en la tabla 4.8

Tabla 4.8: Despacho de potencia para el modelo de FOPCD para el caso base

Generación (MW)			
Hora	Bus		
	1	2	3
1	5	4.5	0
2	5	4	0
3	5	3.8	0
4	5	3.5	0
5	5	3.6	0
6	5	3.85	0
7	5	5	0
8	5	6	0
9	5	6	0.5
10	5	5.45	0
11	5	6	0.3
12	5	6	0.1
13	5	6	0
14	5	6	0
15	5	6	0.1
16	5	6	0.4
17	5	6	0.5
18	5	6	1.5
19	5	6	1.95
20	5	6	1.3
21	5	6	0.5
22	5	6	0
23	5	5.8	0
24	5	5.5	0

Al comparar los resultados con las potencias de generación de la tabla 4.4 se nota inmediatamente que son los mismos, este es un buen indicador de que el equilibrio es correcto por lo menos en la parte del modelo de potencia. Como en el modelo individual de los FOPCD los resultados son iguales a los de equilibrio el costo de generación total también es de \$1800.25 y la demanda de gas por el generador ubicado en el bus 2 es de 161.25 Mm^3 . En la tabla 4.9 se muestran los precios finales para ambos sistemas.

Tabla 4.9: Precios de electricidad y gas para el caso base con el modelo de FOPCD

Hora	PML (\$/MW)			Precio de gas (\$/Mm ³)		
	Bus			Nodo		
	1	2	3	1	2	3
1	8.75	8.75	8.75	7	7	7
2	8.75	8.75	8.75	7	7	7
3	8.75	8.75	8.75	7	7	7
4	8.75	8.75	8.75	7	7	7
5	8.75	8.75	8.75	7	7	7
6	8.75	8.75	8.75	7	7	7
7	8.75	8.75	8.75	7	7	7
8	9.39	9.39	9.39	7	7	7
9	10	10	10	7	7	7
10	8.75	8.75	8.75	7	7	7
11	10	10	10	7	7	7
12	10	10	10	7	7	7
13	9.39	9.39	9.39	7	7	7
14	9.39	9.39	9.39	7	7	7
15	10	10	10	7	7	7
16	10	10	10	7	7	7
17	10	10	10	7	7	7
18	10	10	10	7	7	7
19	10	10	10	7	7	7
20	10	10	10	7	7	7
21	10	10	10	7	7	7
22	9.39	9.39	9.39	7	7	7
23	8.75	8.75	8.75	7	7	7
24	8.75	8.75	8.75	7	7	7

Los precios en cada uno de los resultados individuales resultan iguales a los del equilibrio, corroborando una vez más que la solución conjunta de los modelos es óptima. El gas producido al igual que los flujos a través del sistema de tuberías se encuentran en la tabla 4.10.

Tabla 4.10: Extracción y flujos de Gas del modelo de FOGN para el caso base.

Extracción de Gas (Mm^3)				Flujos de gas ($MmCE$)					
Hora	Nodo			Desde - hasta					
	1	2	3	1-2	1-3	2-1	2-3	3-1	3-2
1	0	12.6	3.25	-6.35	2.00	6.51	3.23	-1.74	-2.12
2	0	12.6	0.82	-6.86	2.61	6.87	2.97	-2.61	-2.96
3	0	12.6	0.46	-6.92	2.77	6.92	3.02	-2.76	-3.01
4	0	12.6	0.44	-6.85	2.60	6.86	2.98	-2.59	-2.94
5	0	12.6	1.07	-6.83	2.48	6.82	2.92	-2.48	-2.94
6	0	12.6	1.85	-7.10	2.35	7.09	3.00	-2.35	-3.01
7	0	12.6	4.67	-6.46	1.46	6.46	2.63	-1.45	-2.62
8	0	12.6	7.28	-6.32	1.07	6.32	2.52	-1.08	-2.54
9	0	12.6	9.21	-5.71	-0.43	5.71	2.23	0.43	-2.22
10	0	12.6	8.45	-5.65	-0.59	5.65	2.19	0.59	-2.20
11	0	12.6	8.4	-5.81	-0.18	5.81	2.28	0.18	-2.27
12	0	12.6	7.63	-6.00	0.25	6.00	2.34	-0.25	-2.36
13	0	12.6	7.67	-5.87	0.37	5.88	2.31	-0.37	-2.30
14	0	12.6	6.7	-6.24	0.89	6.24	2.50	-0.88	-2.46
15	0	12.6	6.43	-6.31	1.01	6.30	2.49	-1.02	-2.54
16	0	12.6	6.47	-6.31	1.06	6.31	2.53	-1.05	-2.52
17	0	12.6	6.41	-6.28	0.98	6.28	2.51	-0.98	-2.50
18	0	12.6	5.94	-6.38	1.23	6.38	2.56	-1.23	-2.57
19	0	12.6	5.45	-6.46	1.46	6.46	2.63	-1.46	-2.63
20	0	12.6	4.99	-6.58	1.78	6.58	2.71	-1.78	-2.72
21	0	12.6	4.9	-6.60	1.85	6.60	2.74	-1.85	-2.74
22	0	12.6	4.82	-6.61	1.86	6.61	2.73	-1.87	-2.75
23	0	12.6	3.08	-6.93	2.23	6.82	2.57	-2.39	-3.26
24	0	12.6	1.28	-6.87	2.62	6.87	2.97	-2.62	-2.97

Al observar los flujos y la extracción se nota que existen pequeñas diferencias, sin embargo estas no repercuten en la solución óptima, ya que que el costo total de extracción es igual al del equilibrio, el cual es de \$ 2335.67. Esta pequeña variación se debe principalmente a la naturaleza matemática del modelo de FOGN, ya que al ser no convexo no se asegura que exista un óptimo global, sin embargo el óptimo local que se alcanza con este modelo resulta igual al equilibrio. Finalmente en la figura 4.5 se observan las presiones nodales, las cuales se puede ver que varían ampliamente con las que se muestran en la figura 4.4, esto también es a consecuencia de que no exista una solución única para el problema, debido a la no convexidad del modelo.

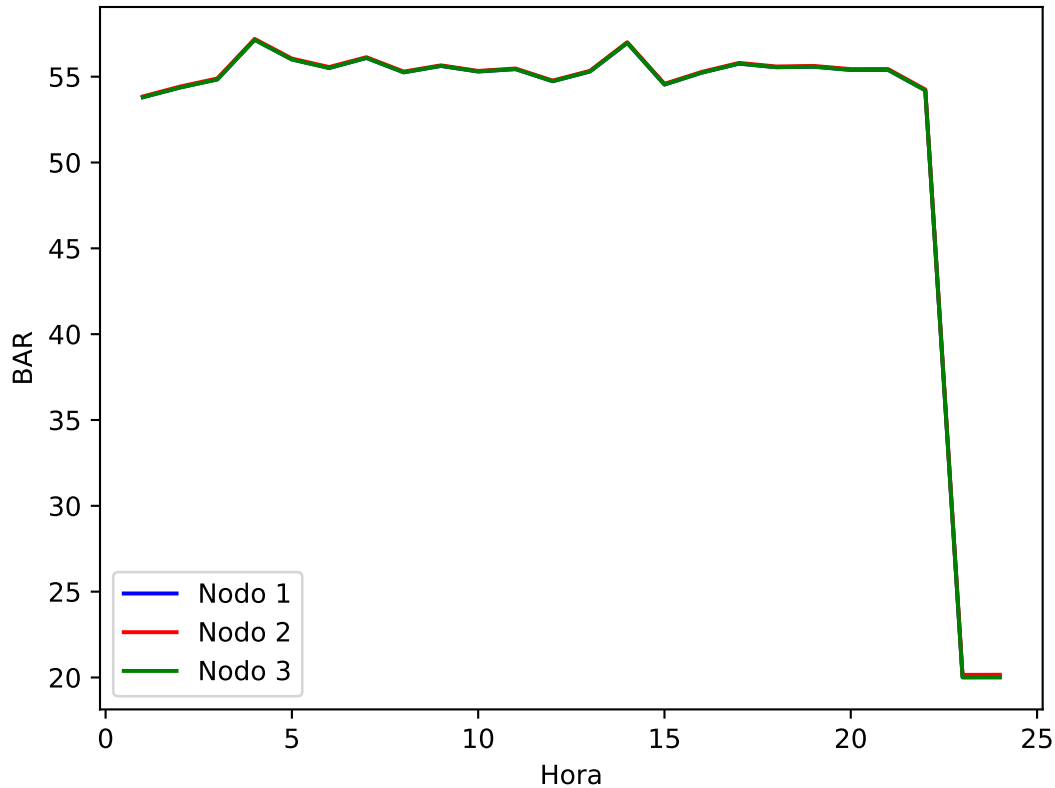


Figura 4.5: Presiones nodales en el caso base para el modelo de FOGN.

4.3. Almacenamiento de gas

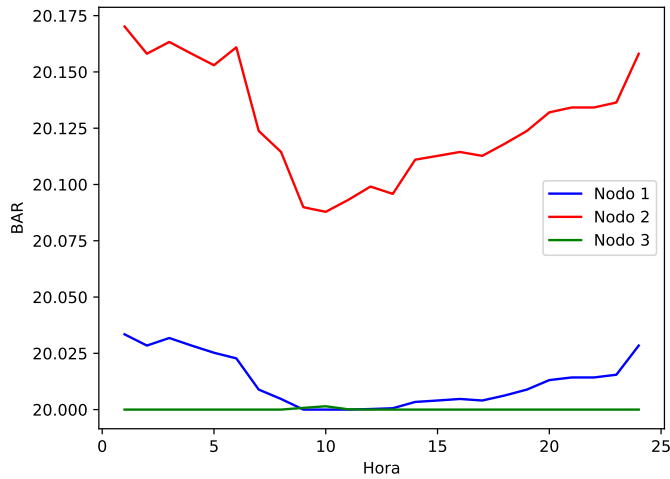
El hecho de que haya gas natural almacenado en el sistema tuberías en la primer hora del horizonte de tiempo, se traduce en una menor extracción de gas y por lo tanto en una disminución en el costo final de operación, mientras más gas almacenado exista el costo del sistema de gas será menor, sin embargo el almacenamiento está limitado a cierta cantidad debido que al tener mayor gas dentro de la tubería se aumentan las presiones nodales en los extremos de la misma. A continuación se presentan los resultados que se obtienen de dos distintas simulaciones en donde se incluye un almacenamiento pequeño y uno grande. Dentro de la tabla 4.11 se presentan las potencias de generación en cada bus del SEP.

Tabla 4.11: Generación de potencia con almacenamiento para el modelo de equilibrio.

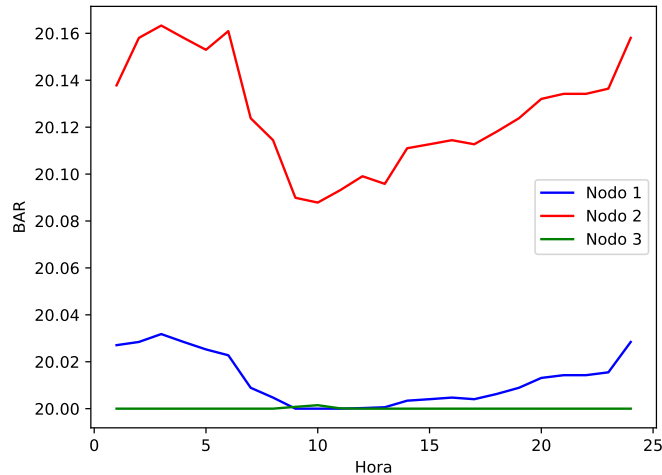
Hora	Generación (MW)					
	1.53 MmCE			4.58 MmCE		
	Bus 1	Bus 2	Bus 3	Bus 1	Bus 2	Bus 3
1	5	4.5	0	5	4.5	0
2	5	4	0	5	4	0
3	5	3.8	0	5	3.8	0
4	5	3.5	0	5	3.5	0
5	5	3.6	0	5	3.6	0
6	5	3.85	0	5	3.85	0
7	5	5	0	5	5	0
8	5	6	0	5	6	0
9	5	6	0.5	5	6	0.5
10	5	5.45	0	5	5.45	0
11	5	6	0.3	5	6	0.3
12	5	6	0.1	5	6	0.1
13	5	6	0	5	6	0
14	5	6	0	5	6	0
15	5	6	0.1	5	6	0.1
16	5	6	0.4	5	6	0.4
17	5	6	0.5	5	6	0.5
18	5	6	1.5	5	6	1.5
19	5	6	1.95	5	6	1.95
20	5	6	1.3	5	6	1.3
21	5	6	0.5	5	6	0.5
22	5	6	0	5	6	0
23	5	5.8	0	5	5.8	0
24	5	5.5	0	5	5.5	0

Al analizar los datos de la tabla 4.11 es evidente que no se presenta un cambio significativo entre los 2 niveles de almacenamiento, sin embargo el costo de generación del SEP con 1.53 Mm^3 y 4.58 Mm^3 de gas almacenado es de \$1800.25 y \$1789.01 respectivamente. Con el primer almacenamiento inicial no existe reducción del costo con respecto al caso base, sin embargo con el segundo nivel de almacenamiento si se observa dicha disminución a pesar de que es muy pequeña, esto es debido a que los precios del gas presentan una baja cuando existe gas dentro de las tuberías al inicio del horizonte de tiempo. En la tabla 4.12 se presentan los precios de gas natural y los PML obtenidos de las simulaciones con los dos niveles almacenamientos inicial. Los precios finales para ambos sistemas tienen una disminución en la primer hora del horizonte, esto como consecuencia del gas existente en

las tuberías al inicio. En cuanto a las presiones nodales estas se ven afectadas también por la cantidad de almacenamiento inicial que haya dentro del sistema de tuberías, en la figura 4.6 se muestran las presiones de cada nodo para los 2 casos de almacenamiento inicial, en 4.6a se observa como la presión en el nodo 2 sigue siendo la más alta de las 3 presiones, en 4.6b se observa este mismo comportamiento, por lo que se intuye que las presiones se seguirán comportando de esta forma mientras la mayor extracción de gas se encuentre en el nodo 2.



(a) 1.53 *MmCE* almacenados



(b) 4.691 *MmCE* almacenados

Figura 4.6: Presiones nodales con almacenamiento inicial para el modelo de equilibrio.

Tabla 4.12: Precios de gas y PML con almacenamiento para el modelo de equilibrio.

Hora	Precio de gas (\$/Mm ³)						PML (\$/MW)					
	1.53 MmCE			4.58 MmCE			1.53 MmCE			4.58 MmCE		
	Nodo 1	Nodo 2	Nodo 3	Nodo 1	Nodo 2	Nodo 3	Bus 1	Bus 2	Bus 3	Bus 1	Bus 2	Bus 3
1	7	7	7	5	5	5	8.75	8.75	8.75	6.25	6.25	6.25
2	7	7	7	7	7	7	8.75	8.75	8.75	8.75	8.75	8.75
3	7	7	7	7	7	7	8.75	8.75	8.75	8.75	8.75	8.75
4	7	7	7	7	7	7	8.75	8.75	8.75	8.75	8.75	8.75
5	7	7	7	7	7	7	8.75	8.75	8.75	8.75	8.75	8.75
6	7	7	7	7	7	7	8.75	8.75	8.75	8.75	8.75	8.75
7	7	7	7	7	7	7	8.75	8.75	8.75	8.75	8.75	8.75
8	7	7	7	7	7	7	9.17	9.17	9.17	9.17	9.17	9.17
9	7	7	7	7	7	7	10	10	10	10	10	10
10	7	7	7	7	7	7	8.75	8.75	8.75	8.75	8.75	8.75
11	7	7	7	7	7	7	10	10	10	10	10	10
12	7	7	7	7	7	7	10	10	10	10	10	10
13	7	7	7	7	7	7	9.29	9.29	9.29	9.29	9.29	9.29
14	7	7	7	7	7	7	9.34	9.34	9.34	9.34	9.34	9.34
15	7	7	7	7	7	7	10	10	10	10	10	10
16	7	7	7	7	7	7	10	10	10	10	10	10
17	7	7	7	7	7	7	10	10	10	10	10	10
18	7	7	7	7	7	7	10	10	10	10	10	10
19	7	7	7	7	7	7	10	10	10	10	10	10
20	7	7	7	7	7	7	10	10	10	10	10	10
21	7	7	7	7	7	7	10	10	10	10	10	10
22	7	7	7	7	7	7	9.27	9.27	9.27	9.27	9.27	9.27
23	7	7	7	7	7	7	8.75	8.75	8.75	8.75	8.75	8.75
24	7	7	7	7	7	7	8.75	8.75	8.75	8.75	8.75	8.75

Hasta el momento se ha podido observar las ventajas del almacenamiento inicial de gas únicamente en el SEP, sin embargo el verdadero y más grande beneficio se encuentra en el sistema de gas natural, puesto que es aquí donde se presenta el mayor ahorro para la extracción, en la tabla 4.13 se muestra la extracción de gas obtenidos para las dos simulaciones con almacenamiento inicial. La cantidad de gas que se produce es de 418.53 Mm³ y 415.47 Mm³, para cada cada nivel de almacenamiento respectivamente, en cuanto a los costos, estos son de \$ 2324.97 y \$ 2308.15. Al comparar estos resultados con los del caso base se puede ver que existe un ahorro de \$10.65 y \$27.47, para cada nivel de almacenamiento, con esto se corrobora como el almacenamiento trae consigo una mejora para la operación del sistema de gas y el de potencia.

Tabla 4.13: Extracción de gas con almacenamiento inicial mediante el modelo de equilibrio.

Hora	Extracción de gas (Mm^3)					
	1.53 $MmCE$			4.58 $MmCE$		
	Nodo 1	Nodo 2	Nodo 3	Nodo 1	Nodo 2	Nodo 3
1	0	12.6	0.76	0	10.3	0
2	0	12.6	0.8	0	12.6	0.8
3	0	12.6	0.45	0	12.6	0.45
4	0	12.6	0.37	0	12.6	0.37
5	0	12.6	1.1	0	12.6	1.1
6	0	12.6	1.86	0	12.6	1.86
7	0	12.6	4.65	0	12.6	4.65
8	0	12.6	7.3	0	12.6	7.3
9	0	12.6	9.2	0	12.6	9.2
10	0	12.6	8.46	0	12.6	8.46
11	0	12.6	8.4	0	12.6	8.4
12	0	12.6	7.65	0	12.6	7.65
13	0	12.6	7.65	0	12.6	7.65
14	0	12.6	6.65	0	12.6	6.65
15	0	12.6	6.5	0	12.6	6.5
16	0	12.6	6.45	0	12.6	6.45
17	0	12.6	6.4	0	12.6	6.4
18	0	12.6	5.95	0	12.6	5.95
19	0	12.6	5.45	0	12.6	5.45
20	0	12.6	5	0	12.6	5
21	0	12.6	4.9	0	12.6	4.9
22	0	12.6	4.85	0	12.6	4.85
23	0	12.6	4.05	0	12.6	4.05
24	0	12.6	1.28	0	12.6	1.28

Enseguida se presentan los resultados de las simulaciones para los modelos individuales de potencia y de gas natural contemplando los mismos almacenamientos individuales, en la tabla 4.14 se encuentran los resultados de las potencias de generación. Se aprecia en la tabla 4.14 como los resultados son los mismos para ambos casos, esto es consecuencia de que los precios del gas siempre son mayores o iguales a la oferta del generador más económico en el SEP, además de que también coinciden con los de la tabla 4.11, esto indica que el equilibrio por parte del SEP si se ha alcanzado, por lo que la generación y el costo son los mismos para ambos niveles de almacenamiento.

Tabla 4.14: Despacho de potencia con almacenamiento para el modelo de FOPCD.

Hora	Generación (MW)					
	1.53 MmCE			4.58 MmCE		
	Bus 1	Bus 2	Bus 3	Bus 1	Bus 2	Bus 3
1	5	4.5	0	5	4.5	0
2	5	4	0	5	4	0
3	5	3.8	0	5	3.8	0
4	5	3.5	0	5	3.5	0
5	5	3.6	0	5	3.6	0
6	5	3.85	0	5	3.85	0
7	5	5	0	5	5	0
8	5	6	0	5	6	0
9	5	6	0.5	5	6	0.5
10	5	5.45	0	5	5.45	0
11	5	6	0.3	5	6	0.3
12	5	6	0.1	5	6	0.1
13	5	6	0	5	6	0
14	5	6	0	5	6	0
15	5	6	0.1	5	6	0.1
16	5	6	0.4	5	6	0.4
17	5	6	0.5	5	6	0.5
18	5	6	1.5	5	6	1.5
19	5	6	1.95	5	6	1.95
20	5	6	1.3	5	6	1.3
21	5	6	0.5	5	6	0.5
22	5	6	0	5	6	0
23	5	5.8	0	5	5.8	0
24	5	5.5	0	5	5.5	0

En cuanto a la extracción de gas en los modelos individuales esta se puede observar en la tabla 4.15, en donde nuevamente se puede notar que son los mismos resultados que los de la tabla 4.7, y por ende el costo de extracción es el mismo que el del equilibrio para ambos niveles de almacenamiento.

Tabla 4.15: Extracción de gas con almacenamiento para el modelo de FOGN.

Hora	Extracción de gas (Mm^3)					
	1.53 $MmCE$			4.58 $MmCE$		
	Nodo 1	Nodo 2	Nodo 3	Nodo 1	Nodo 2	Nodo 3
1	0	12.6	1.72	0	12	0
2	0	12.6	0.81	0	12.6	0.3
3	0	12.6	0.47	0	12.6	0.42
4	0	12.6	0.43	0	12.6	0.44
5	0	12.6	1.07	0	12.6	1.06
6	0	12.6	1.86	0	12.6	1.85
7	0	12.6	4.65	0	12.6	4.64
8	0	12.6	7.29	0	12.6	7.29
9	0	12.6	9.2	0	12.6	9.19
10	0	12.6	8.46	0	12.6	8.45
11	0	12.6	8.41	0	12.6	8.41
12	0	12.6	7.64	0	12.6	7.65
13	0	12.6	7.65	0	12.6	7.65
14	0	12.6	6.7	0	12.6	6.72
15	0	12.6	6.42	0	12.6	6.51
16	0	12.6	6.49	0	12.6	6.37
17	0	12.6	6.41	0	12.6	6.4
18	0	12.6	5.93	0	12.6	5.94
19	0	12.6	5.46	0	12.6	5.46
20	0	12.6	5	0	12.6	5
21	0	12.6	4.9	0	12.6	4.9
22	0	12.6	4.81	0	12.6	3.69
23	0	12.6	3.1	0	12.6	4.05
24	0	12.6	1.28	0	12.6	1.28

Las presiones nodales en ambos casos presentan el mismo comportamiento que en el caso base, en cuanto al caso individual ya que existe apenas una ligera diferencia entre los 3 nodos, en la figura 4.7 se observa como las gráficas de estas presiones están prácticamente juntas, para ambos casos de almacenamiento, sin embargo se nota en este caso como al existir mayor gas almacenado la presión aumenta, esto es notable en la figura 4.7b, ya que es el caso en donde existen 4.58 $MmCE$.

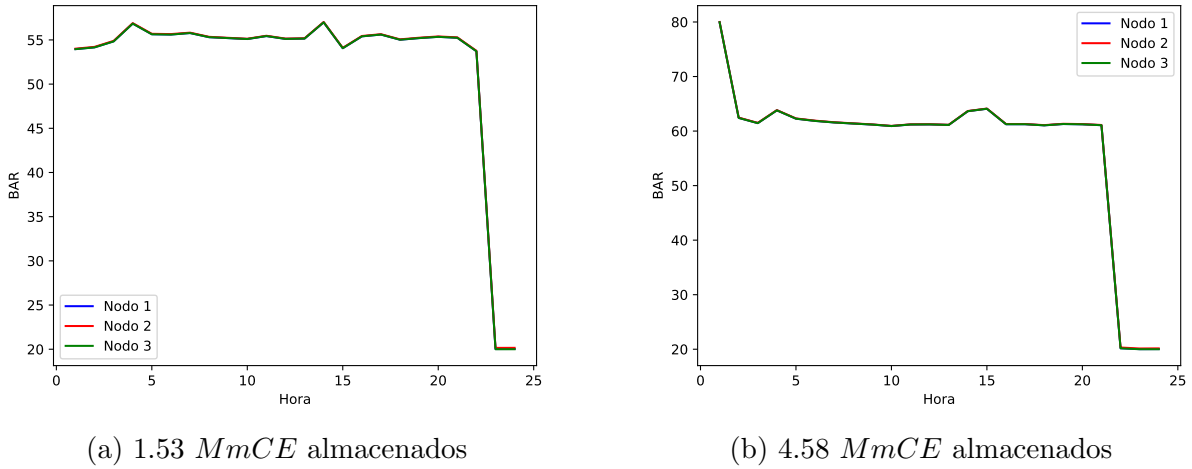


Figura 4.7: Presiones nodales con almacenamiento inicial para el modelo de gas individual.

4.4. Integración de rampas de gas y potencia

Las rampas dentro de los sistemas de gas y de potencia, tienen como objetivo que la extracción y generación no presenten grandes variaciones en dos horas consecutivas dentro del horizonte. Esto es principalmente por motivos de seguridad, debido a que tantos los pozos extractores como generadores están limitados a cierta cantidad de incrementos o decrementos. En la tabla 4.16 se encuentran las rampas correspondientes para cada productor de gas y generador de potencia, con estos valores se realiza la simulación para analizar el impacto que tienen en el modelo de equilibrio, cabe destacar que en las siguientes simulaciones se considera un almacenamiento inicial de 4.58 $MmCE$. En la tabla 4.17 se encuentran las potencias de generación de cada una de las unidades al igual que la extracción de gas por cada pozo dentro de los sistemas de gas natural y de potencia.

Tabla 4.16: Rampas de Gas y Potencia.

Rampa de Gas (Mm^3)		Rampa de potencia (MW)	
Pozo	Gp^{ramp}	Unidad	Pg^{ramp}
1	5	1	2
2	4	2	3
3	6	3	3

Tabla 4.17: Despacho de potencia y gas natural con rampas mediante el equilibrio.

Hora	Generación (MW)			Extracción (Mm^3)		
	Bus 1	Bus 2	Bus 3	Nodo 1	Nodo 2	Nodo 3
1	5	4.5	0	0	10.3	0
2	5	4	0	0	12.6	0.8
3	5	3.8	0	0	12.6	0.45
4	5	3.5	0	0	12.6	0.37
5	5	3.6	0	0	12.6	1.1
6	5	3.85	0	0	12.6	1.86
7	5	5	0	0	12.6	4.65
8	5	6	0	0	12.6	7.3
9	5	6	0.5	0	12.6	9.2
10	5	5.45	0	0	12.6	8.46
11	5	6	0.3	0	12.6	8.4
12	5	6	0.1	0	12.6	7.65
13	5	6	0	0	12.6	7.65
14	5	6	0	0	12.6	6.65
15	5	6	0.1	0	12.6	6.5
16	5	6	0.4	0	12.6	6.45
17	5	6	0.5	0	12.6	6.4
18	5	6	1.5	0	12.6	5.95
19	5	6	1.95	0	12.6	5.45
20	5	6	1.3	0	12.6	5
21	5	6	0.5	0	12.6	4.9
22	5	6	0	0	12.6	4.85
23	5	5.8	0	0	12.6	4.05
24	5	5.5	0	0	12.6	1.28

Es notable que a pesar de la integración de estas nuevas restricciones de rampas tanto el despacho de las unidades de generación como el despacho de los pozos se siguen manteniendo igual que los resultados de las columnas de la derecha de las tablas 4.11 y 4.13, entonces la extracción de gas y su costo respectivamente es de $415.48 Mm^3$ y $\$2308.15$ respectivamente.

Como estos sistemas son pequeños es fácil encontrar una solución con estas nuevas restricciones, sin embargo, para sistemas más grandes, la solución al problema de equilibrio si llega a cambiar y en algunas ocasiones se llega a complicar su solución, ya que matemáticamente el problema se vuelve más difícil debido a las holguras complementarias expresadas por las ecuaciones (3.25), (3.26), (3.42) y (3.43).

En cuanto a los precios de gas natural y PML que se encuentran en la tabla 4.18,

se puede concluir que existe una ligera variación de los PML con respecto a los de la columna de la derecha de la tabla 4.12, ya que en algunos nodos y en algunas horas el PML se incrementa o decremента, esto se puede interpretar como consecuencia de la integración de las rampas, sin embargo no llega a repercutir, debido a que los resultados obtenidos tienen sentido con lo esperado.

Tabla 4.18: PML y Precio de gas con rampas para el modelo de equilibrio.

Hora	PML (\$/MW)			Precio de gas (\$/Mm ³)		
	Bus 1	Bus 2	Bus 3	Nodo 1	Nodo 2	Nodo 3
1	6.25	6.25	6.25	5	5	5
2	8.75	8.75	8.75	7	7	7
3	8.75	8.75	8.75	7	7	7
4	8.75	8.75	8.75	7	7	7
5	8.75	8.75	8.75	7	7	7
6	8.75	8.75	8.75	7	7	7
7	8.75	8.75	8.75	7	7	7
8	9.46	9.46	9.46	7	7	7
9	10	10	10	7	7	7
10	8.75	8.75	8.75	7	7	7
11	10	10	10	7	7	7
12	10	10	10	7	7	7
13	9.31	9.31	9.31	7	7	7
14	9.31	9.31	9.31	7	7	7
15	10	10	10	7	7	7
16	10	10	10	7	7	7
17	10	10	10	7	7	7
18	10	10	10	7	7	7
19	10	10	10	7	7	7
20	10	10	10	7	7	7
21	10	10	10	7	7	7
22	9.35	9.35	9.35	7	7	7
23	8.75	8.75	8.75	7	7	7
24	8.75	8.75	8.75	7	7	7

Para finalizar con el análisis del modelo de equilibrio únicamente queda observar el comportamiento de las presiones nodales, en la figura 4.8 se muestra como se sigue manteniendo la misma variación que en los anteriores análisis de equilibrio.

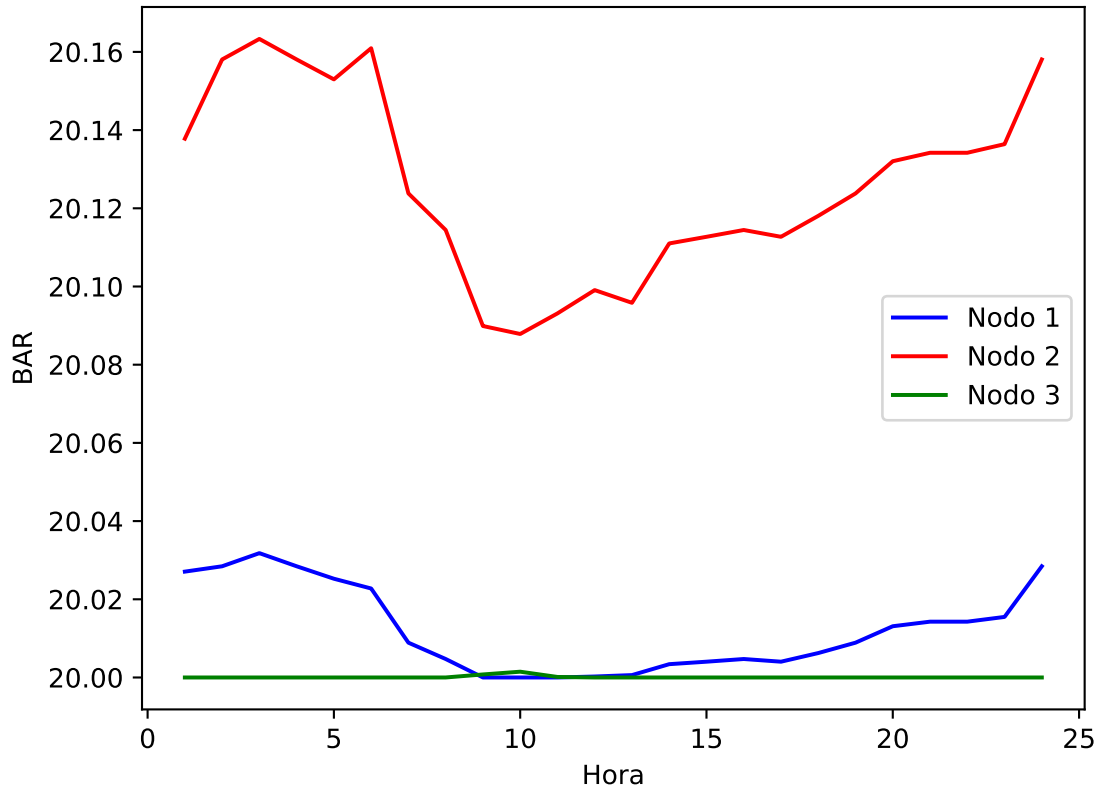


Figura 4.8: Presiones nodales con rampas para el modelo de equilibrio.

Únicamente queda observar como son los resultados con los modelos individuales con los resultados obtenidos del equilibrio. En la tabla 4.19 se encuentran los resultados correspondientes a la generación y extracción de cada unidad y pozo respectivamente, y como es de esperarse los resultados resultan igual a los del modelo de equilibrio, lo cual vuelve a resaltar que se sigue alcanzando el óptimo de estos dos sistemas acoplados. Como los resultados son los mismos, los precios para ambos sistemas se siguen manteniendo al igual que en el equilibrio.

Tabla 4.19: Despacho de potencia y gas natural con rampas para los modelos individuales de FOPCD y FOGN.

Hora	Generación (MW)			Extracción de gas (Mm^3)		
	Bus 1	Bus 2	Bus 3	Nodo 1	Nodo 2	Nodo 3
1	5	4.5	0	0	12	0
2	5	4	0	0	12.6	0.3
3	5	3.8	0	0	12.6	0.42
4	5	3.5	0	0	12.6	0.44
5	5	3.6	0	0	12.6	1.05
6	5	3.85	0	0	12.6	1.87
7	5	5	0	0	12.6	4.63
8	5	6	0	0	12.6	7.3
9	5	6	0.5	0	12.6	9.18
10	5	5.45	0	0	12.6	8.48
11	5	6	0.3	0	12.6	8.39
12	5	6	0.1	0	12.6	7.66
13	5	6	0	0	12.6	7.64
14	5	6	0	0	12.6	6.65
15	5	6	0.1	0	12.6	6.5
16	5	6	0.4	0	12.6	6.45
17	5	6	0.5	0	12.6	6.4
18	5	6	1.5	0	12.6	5.95
19	5	6	1.95	0	12.6	5.45
20	5	6	1.3	0	12.6	5
21	5	6	0.5	0	12.6	4.9
22	5	6	0	0	12.6	4.11
23	5	5.8	0	0	12.6	3.63
24	5	5.5	0	0	12.6	1.28

4.4.1. Integración de compresores

En el sistema de tuberías de gas natural comúnmente se instalan compresores para poder incrementar la presión de un nodo hacia otro [21], debido a que en tuberías largas existe pérdida de flujo de gas debido a la fricción [42]. Para este caso se considera que se encuentra un compresor conectado en la tubería existente entre los nodos 1 y 2, cuya dirección es de 2 a 1, con un radio mínimo de compresión de 1 y un máximo de 1.4, además es de combustión, por lo que se espera que repercuta en la producción de gas natural, cabe resaltar que en las siguientes simulaciones se sigue considerando un almacenamiento inicial de $4.58 MmCE$. En la tabla 4.20 se muestran los resultados de los despachos de potencia y PML.

Tabla 4.20: Despacho de potencia y PML con compresores mediante el modelo de equilibrio.

Hora	Generación (MW)			PML ($\$/MW$)		
	Bus 1	Bus 2	Bus 3	bus 1	bus 2	bus 3
1	5	4.5	0	6.25	6.25	6.25
2	5	4	0	8.75	8.75	8.75
3	5	3.8	0	8.75	8.75	8.75
4	5	3.5	0	8.75	8.75	8.75
5	5	3.6	0	8.75	8.75	8.75
6	5	3.85	0	8.75	8.75	8.75
7	5	5	0	8.75	8.75	8.75
8	5	6	0	9.46	9.46	9.46
9	5	6	0.5	10	10	10
10	5	5.45	0	8.75	8.75	8.75
11	5	6	0.3	10	10	10
12	5	6	0.1	10	10	10
13	5	6	0	9.31	9.31	9.31
14	5	6	0	9.3	9.3	9.3
15	5	6	0.1	10	10	10
16	5	6	0.4	10	10	10
17	5	6	0.5	10	10	10
18	5	6	1.5	10	10	10
19	5	6	1.95	10	10	10
20	5	6	1.3	10	10	10
21	5	6	0.5	10	10	10
22	5	6	0	9.35	9.35	9.35
23	5	5.8	0	8.75	8.75	8.75
24	5	5.5	0	8.75	8.75	8.75

Se observa como los despachos se siguen manteniendo como en el caso anterior, al no existir un cambio, es obvio que los PML tampoco tendrán una alteración, sin embargo, cabe destacar que el hecho de que los resultados entre los diversos casos no han cambiado mucho, se debe en gran parte a que la dimensión de los sistemas es pequeña y es fácil alcanzar la solución óptima.

Para el sistema de gas si existe cambio, debido al consumo del compresor, sin embargo, se observa en la tabla 4.21 que el pozo ubicado en el nodo 1 sigue sin aportar gas al sistema, el pozo en el nodo 3 es el que cubre el aumento por el consumo del compresor, el gas producido para este caso es de $424.852 Mm^3$, de los cuales, el compresor está consumiendo $8.5 Mm^3$, y el resto es de las cargas de gas natural, ya sea por parte del

generador, o de algún otro tipo, en cuanto al precio total de extracción de gas este sí aumenta a \$2373, que en comparación con el caso de integración de rampas representa un incremento de \$64.85. Esto impacta ligeramente en los precios del gas en el nodo 2, sin embargo el aumento que se observa es mínimo, puesto que el incremento es en centésimas, en la misma tabla 4.21 se encuentran los precios de gas, donde se puede observar estos incrementos mínimos.

Tabla 4.21: Extracción y precios de gas con compresores mediante el equilibrio.

Hora	Extracción (Mm^3)			Precio de gas ($$/Mm^3$)		
	Nodo 1	Nodo 2	Nodo 3	Nodo 1	Nodo 2	Nodo 3
1	0	10.66	0	5	5	5
2	0	12.6	2.06	7	7.08	7
3	0	12.6	0.87	7	7.07	7
4	0	12.6	0.98	7	7.06	7
5	0	12.6	1.32	7	7.07	7
6	0	12.6	2.24	7	7.07	7
7	0	12.6	4.93	7	7.07	7
8	0	12.6	7.62	7	7.07	7
9	0	12.6	9.57	7	7.06	7
10	0	12.6	8.76	7	7.06	7
11	0	12.6	8.71	7	7.06	7
12	0	12.6	8.24	7	7.06	7
13	0	12.6	7.87	7	7.06	7
14	0	12.6	6.79	7	7.07	7
15	0	12.6	7.05	7	7.06	7
16	0	12.6	6.62	7	7.08	7
17	0	12.6	6.92	7	7.06	7
18	0	12.6	6.27	7	7.06	7
19	0	12.6	5.78	7	7.06	7
20	0	12.6	5.25	7	7.07	7
21	0	12.6	5.25	7	7.08	7
22	0	12.6	5.29	7	7.07	7
23	0	12.6	4.63	7	7.06	7
24	0	12.6	1.38	7	7.08	7

Otro aspecto que sobresale es el tema de la presión nodal, puesto que a diferencia de todos los casos anteriores el comportamiento de dichas presiones ha cambiado por completo, en la figura 4.9 se observa como pareciera que todas las presiones son iguales, sin embargo si existe una variación entre ellas debido a que existe la restricción de que

la presión en el nodo 2 sea mayor a la del nodo 1. El hecho de que en la primera hora del horizonte la presión es la mínima (20 *bar*) y en la siguiente se incrementa a 50 *bar* hace parecer que durante todo el horizonte existe una homogeneidad (todas son iguales) entre las presiones, además resalta que los niveles de presión se centran entre 50 y 60 *bar*, mientras que en todos los casos anteriores del modelo de equilibrio estas oscilan entre 20 y 21 *bar*.

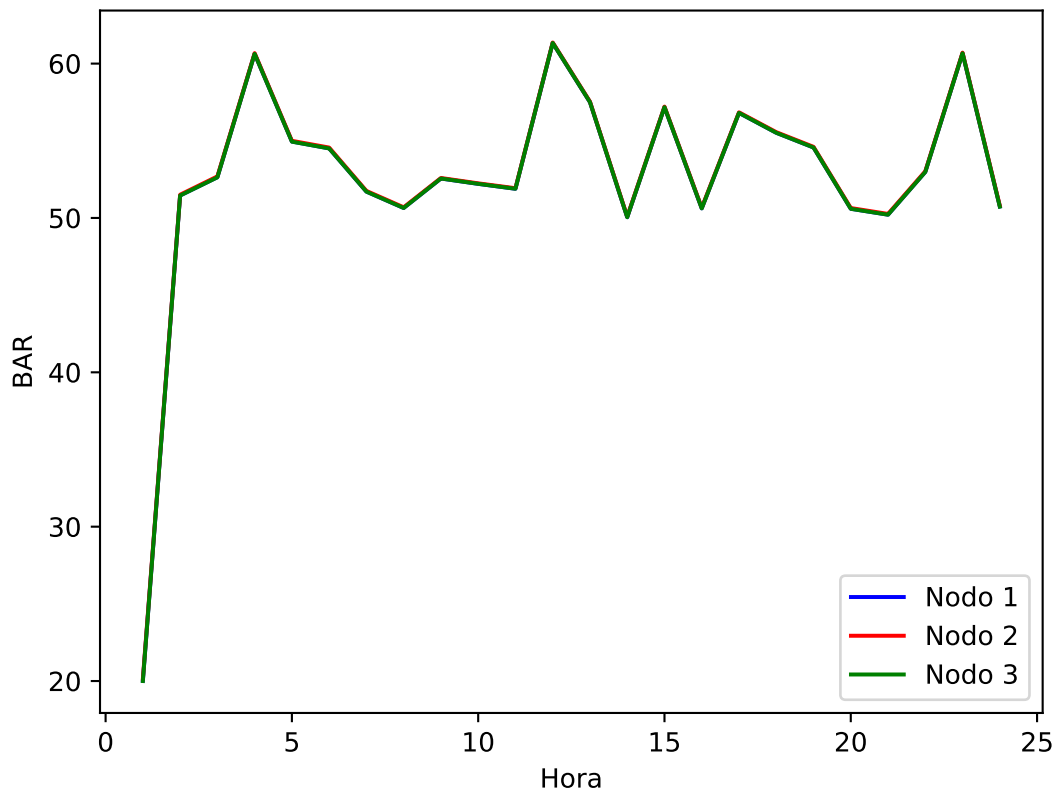


Figura 4.9: Presiones nodales con compresores para el modelo de equilibrio.

En el modelo individual de flujos óptimos de potencia los resultados son idénticos a los obtenidos con el modelo de equilibrio, en la tabla 4.22 se muestran la potencia de generación y el PML para cada bus del sistema. Al comparar estos resultados con los del modelo de equilibrio, una vez más se corrobora que se alcanzó el equilibrio.

Tabla 4.22: Despachos y PML con compresores mediante el modelo de FOPCD.

Hora	Generación (<i>MW</i>)			PML(<i>\$/MW</i>)		
	bus 1	bus 2	bus 3	bus 1	bus 2	bus 3
1	5	4.5	0	6.25	6.25	6.25
2	5	4	0	8.75	8.75	8.75
3	5	3.8	0	8.75	8.75	8.75
4	5	3.5	0	8.75	8.75	8.75
5	5	3.6	0	8.75	8.75	8.75
6	5	3.85	0	8.75	8.75	8.75
7	5	5	0	8.75	8.75	8.75
8	5	6	0	9.37	9.37	9.37
9	5	6	0.5	10	10	10
10	5	5.45	0	8.75	8.75	8.75
11	5	6	0.3	10	10	10
12	5	6	0.1	10	10	10
13	5	6	0	9.37	9.37	9.37
14	5	6	0	9.37	9.37	9.37
15	5	6	0.1	10	10	10
16	5	6	0.4	10	10	10
17	5	6	0.5	10	10	10
18	5	6	1.5	10	10	10
19	5	6	1.95	10	10	10
20	5	6	1.3	10	10	10
21	5	6	0.5	10	10	10
22	5	6	0	9.37	9.37	9.37
23	5	5.8	0	8.75	8.75	8.75
24	5	5.5	0	8.75	8.75	8.75

En el modelo individual de gas natural los resultados que se presentan en la tabla 4.23, tanto para la extracción de gas como en los precios, se distingue una variación mínima con respecto a los resultados de la tabla 4.21, existe un ligero cambio en cuanto a la extracción de gas, debido a que disminuye no considerablemente respecto al modelo de equilibrio, con el modelo de FOG se obtiene que esta es de 424.04 Mm^3 . En cuanto a los precios se resalta el hecho de que el precio en el nodo 2 presenta una disminución a partir de la hora 2 de $\$0.75$, sin embargo a diferencia de la tabla 4.21 se puede ver que el ligero aumento que se presento en el nodo 2 con el modelo de equilibrio, ahora se presenta en el nodo 1, mientras que el nodo 3 se sigue manteniendo igual en ambos modelos.

Tabla 4.23: Extracción y precio de gas mediante el modelo de FOGN.

Hora	Extracción (Mm^3)			Precio de gas ($\$/Mm^3$)		
	Nodo 1	Nodo 2	Nodo 3	Nodo 1	Nodo 2	Nodo 3
1	0	12.4	0	5.22	5	5.18
2	0	12.6	1.09	7.05	6.75	7
3	0	12.6	0	7.05	6.75	7
4	0	12.6	0	7.05	6.75	7
5	0	12.6	3.15	7.03	6.74	7
6	0	12.6	0.58	7.05	6.75	7
7	0	12.6	5.01	7.03	6.74	7
8	0	12.6	9.32	7	6.72	7
9	0	12.6	8.89	7.01	6.73	7
10	0	12.6	7.77	7.01	6.73	7
11	0	12.6	8.67	7.01	6.73	7
12	0	12.6	8.66	7.01	6.73	7
13	0	12.6	8.97	7.01	6.73	7
14	0	12.6	5.32	7.03	6.74	7
15	0	12.6	8.52	7	6.72	7
16	0	12.6	5.12	7.03	6.74	7
17	0	12.6	8.42	7	6.72	7
18	0	12.6	4.63	7.03	6.74	7
19	0	12.6	7.48	7.01	6.73	7
20	0	12.6	5.36	7.03	6.74	7
21	0	12.6	3.59	7.04	6.75	7
22	0	12.6	6.89	7.02	6.74	7
23	0	12.6	4.4	7.03	6.74	7
24	0	12.6	0	7.05	6.74	7

En cuanto a las presiones nodales, estas se ven bastante afectadas al momento de incorporar los compresores en el modelo de FOG, puesto que como es posible apreciar en la figura 4.10 se tiene un comportamiento oscilatorio entre el máximo y mínimo de las presiones permitidas, esta figura llama mucho la atención, debido a que se comporta completamente diferente a las figuras de presiones en los casos anteriores cuando se analizan los modelos de FOG, esta gran variación se debe en gran parte a la naturaleza matemática del problema, ya que las ecuaciones no convexas (4.17) - (4.22) justamente tienen que ver con las presiones nodales, haciendo que no siempre se obtengan los mismos valores o valores similares en las simulaciones.

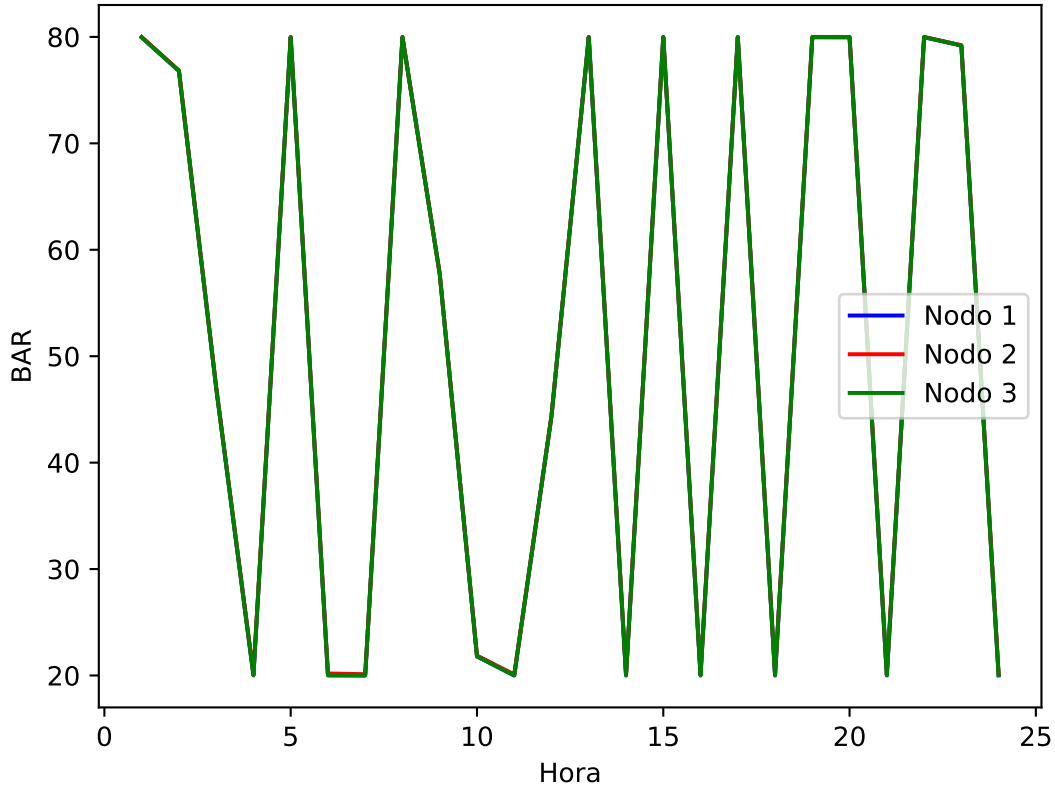


Figura 4.10: Presiones nodales con compresores para el modelo de FOGN.

4.4.2. Congestión en el sistema de transmisión

Una vez habiendo explicado y simulado el modelo de equilibrio con todos los elementos que lo conforman (almacenamiento, rampas y compresores) únicamente queda observar como se comporta el equilibrio cuando en la red de transmisión existe congestión, por lo que los límites de flujo son los siguiente: para la línea entre los buses 1 y 2 el flujo máximo es de $2.4 MW$, la línea que une al bus 1 y con 3 está limitada a $5 MW$, y finalmente para el enlace entre el bus 2 y 3 el limite es de $3.5 MW$, de igual forma para esta simulación se sigue considerando un almacenamiento inicial de $4.58 MmCE$.

Tabla 4.24: Despacho, flujos de potencia con congestión mediante el modelo de equilibrio.

Hora	Generación (MW)			Flujos de potencia (MW)					
	Bus 1	Bus 2	Bus 3	Desde - hasta					
1	4.85	4.65	0	2.4	1.45	-2.4	-0.95	-1.45	0.95
2	5	4	0	2.13	1.76	-2.13	-0.36	-1.76	0.36
3	5	3.8	0	2.2	1.2	-2.2	-1	-1.2	1
4	5	3.5	0	2.36	1.63	-2.36	-0.73	-1.63	0.73
5	5	3.6	0	2.3	1.6	-2.3	-0.7	-1.6	0.7
6	5	3.85	0	2.13	1.61	-2.13	-0.51	-1.61	0.51
7	5	4.23	0.77	1.75	1.24	-1.75	-0.51	-1.24	0.51
8	5	2.43	3.57	2.39	0.4	-2.39	-1.98	-0.4	1.98
9	5	2.5	4	2.4	0.3	-2.4	-2.1	-0.3	2.1
10	5	3.35	2.1	2.4	0.65	-2.4	-1.75	-0.65	1.75
11	5	3	3.3	2.4	0.2	-2.4	-2.2	-0.2	2.2
12	5	2.1	4	2.39	-0.39	-2.39	-2.79	0.39	2.79
13	5	3.2	2.8	2.4	0.6	-2.4	-1.8	-0.6	1.8
14	5	3.22	2.78	2.39	0.6	-2.39	-1.78	-0.6	1.78
15	5	3.54	2.56	1.91	0.08	-1.91	-1.83	-0.08	1.83
16	5	3.6	2.8	1.79	-0.29	-1.79	-2.09	0.29	2.09
17	5	3.72	2.78	1.75	-0.25	-1.75	-2.01	0.25	2.01
18	5	4.37	3.13	1.6	-0.4	-1.6	-2.01	0.4	2.01
19	5	5.11	2.84	1.46	-0.46	-1.46	-1.92	0.46	1.92
20	5	6	1.3	1.76	0.73	-1.76	-1.03	-0.73	1.03
21	5	6	0.5	2	1.5	-2	-0.5	-1.5	0.5
22	5	6	0	1.8	1.2	-1.8	-0.6	-1.2	0.6
23	5	5.8	0	1.9	1.6	-1.9	-0.3	-1.6	0.3
24	5	5.5	0	2.1	1.7	-2.1	-0.4	-1.7	0.4

En la tabla 4.24 se encuentran las potencias de generación y los flujos de potencia, en color amarillo se han resaltado las horas en las cuales la línea entre el bus 1 y 2 se encuentra congestionada, como consecuencia de esta congestión los PML ya no son iguales en todos los nodos, en la tabla 4.25 se puede ver como en las horas de congestión los PML son diferentes entre si, de igual forma se resaltan dichas horas. Otro aspecto que se debe recalcar en la tabla 4.24 es el hecho de que ahora la unidad de generación en el bus 3 aporta mayor potencia al sistema, y por el contrario la unidad ubicada en el bus 2 ha disminuido su generación con respecto a los casos donde no se considera la congestión. Esto repercute directamente en el costo total de producción, pues ahora los mismos 256.15 MW tienen un costo de \$1926.29, lo cual representa un aumento de 7.7% con respecto al

caso de los compresores.

Tabla 4.25: PML con congestión mediante el modelo de equilibrio.

Hora	PML (\$/MW)		
	Bus 1	Bus 2	Bus 3
1	5	8.75	6.88
2	8.75	8.75	8.75
3	8.75	8.75	8.75
4	8.75	8.75	8.75
5	8.75	8.75	8.75
6	8.75	8.75	8.75
7	10	10	10
8	10	10	10
9	7.49	12.51	10
10	7.49	12.51	10
11	7.48	12.52	10
12	9.99	10.01	10
13	7.48	12.52	10
14	10	10	10
15	10	10	10
16	10	10	10
17	10	10	10
18	10	10	10
19	10	10	10
20	10	10	10
21	10	10	10
22	9.36	9.36	9.36
23	8.75	8.75	8.75
24	8.75	8.75	8.75

En cuanto al sistema de gas, se observa en la tabla 4.26 como la extracción también incrementa en gran medida, esto se relaciona directamente al almacenamiento de gas dentro de las tuberías ya que este se hace mayor como consecuencia del cambio que se ha suscitado en el SEP, debido a que en el nodo 3 que es donde se encuentra conectada la unidad generadora del bus 2 deja de demandar cantidades significantes de gas, impactando indirectamente en las presiones, al observar la figura 4.11 se nota como la presión en los nodos se eleva puesto que se encuentran dentro de los 50 *bars*. De este modo la congestión también trae consigo efectos perjudiciales para el sistema de gas, ya que el aumento de extracción a 634.791 Mm^3 incrementa el costo de extracción de gas a \$3883.31, lo cual

representa un 63.58 % más elevado con respecto al caso donde se integran los compresores.

Tabla 4.26: Extracción y precios de gas con congestión mediante el modelo de equilibrio.

Hora	Extracción de gas (Mm^3)			Precio de gas ($$/Mm^3$)		
	Nodo 1	Nodo 2	Nodo 3	Nodo 1	Nodo 2	Nodo 3
1	0	12.6	6.59	7	7	7
2	0	12.6	10.1	7	7	7
3	0	12.6	8.73	7	7	7
4	0	12.6	9	7	7	7
5	0	12.6	10.27	7	7	7
6	0	12.6	11.37	7	7	7
7	0	12.6	15	8	8	8
8	0	12.6	15	8	8	8
9	4.21	12.6	15	10	10	10
10	5.06	12.6	15	10	10	10
11	3.4	12.6	15	10	10	10
12	0	12.6	15	8	8	8
13	2.18	12.6	15	10	10	10
14	0	12.6	15	8	8	8
15	0	12.6	15	8	8	8
16	0	12.6	15	8	8	8
17	0	12.6	15	8	8	8
18	0	12.6	15	8	8	8
19	0	12.6	15	8	8	8
20	0	12.6	14.94	7	7	7
21	0	12.6	14.91	7	7	7
22	0	12.6	14.82	7	7	7
23	0	12.6	13.38	7	7	7
24	0	12.6	8.42	7	7	7

Los PML también se ven modificados, ya que pese a existir el mismo almacenamiento inicial, esta vez en la hora 1, el precio aumenta de \$5 a \$7, y entre las horas 7 y 19 también se aumenta, llegando en algunas horas a alcanzar los \$10.

Finalmente se puede concluir que la congestión repercute los dos sistemas, y en este caso como se esta resolviendo el problema integrado de ambos sistemas, la repercusión que se tiene en el sistema de gas afecta directamente su economía debido al alza de costo de extracción.

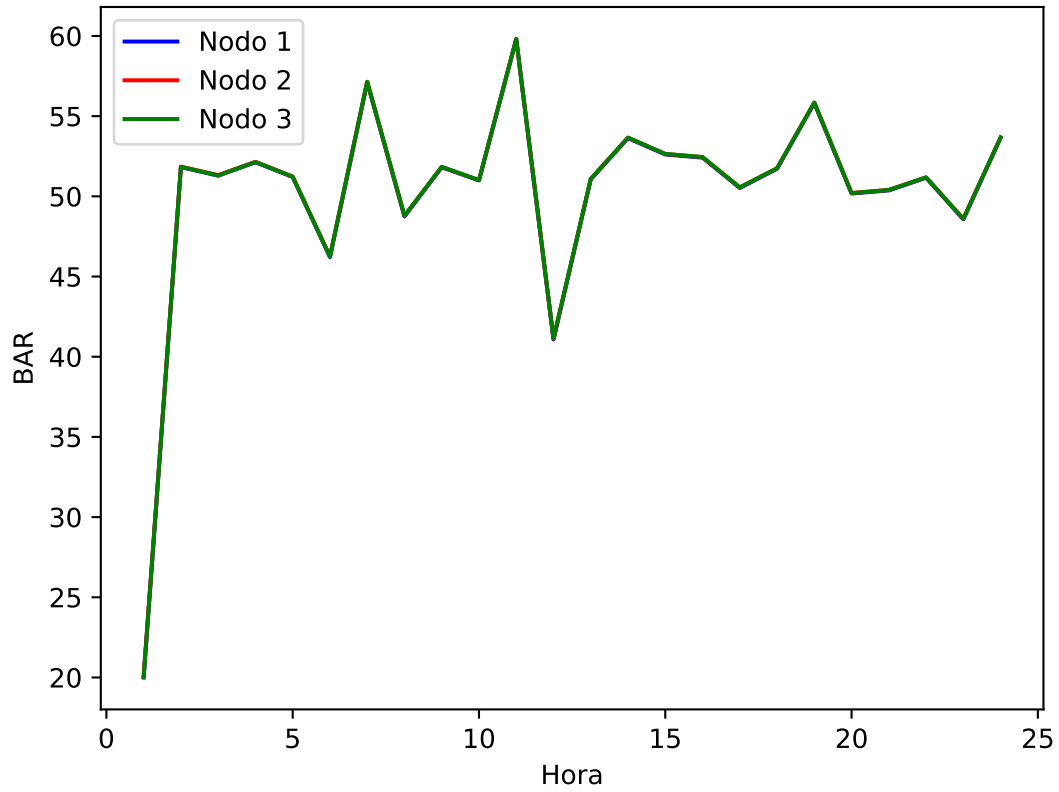
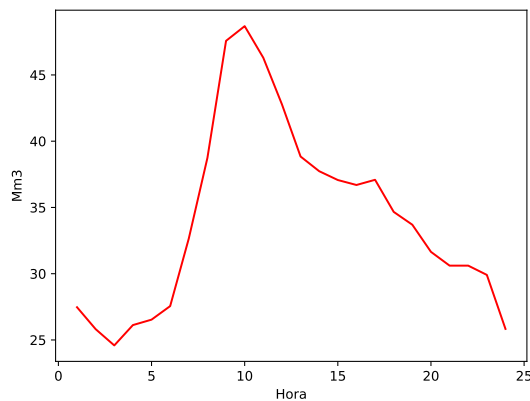


Figura 4.11: Presiones nodales con congestión para el modelo de equilibrio.

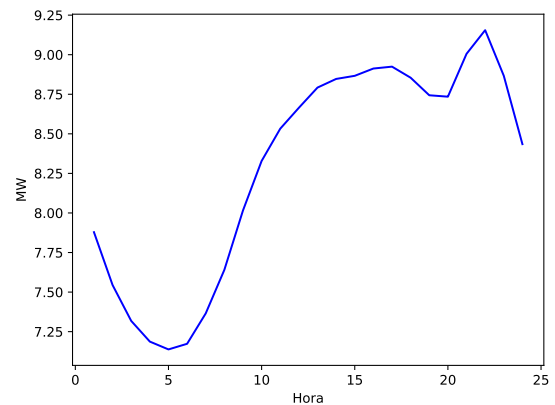
Capítulo 5

Sistema de gas de Bélgica 20 nodos-Sistema IEEE de 30 buses

Con el propósito de evaluar el modelo con las características de sistemas reales y de mayor dimensión, se usan el sistema de gas natural de Bélgica de 20 nodos y el SEP de 30 buses de la IEEE, la demanda de cada sistema se observa en la figura 5.1, los datos del sistema de gas natural y de potencia, al igual que el diagrama del SEP se encuentran en el Apéndice A, mientras que en la figura 5.2 se observa el sistema de gas de Bélgica. Ambos sistemas se encuentran acoplados por medio de las unidades de generación 1, 2 y 8 que se ubican en los nodos 4, 17 y 19 del sistema de gas respectivamente.



(a) Demanda de gas natural



(b) Demanda de potencia.

Figura 5.1: Demanda de los sistemas [4].

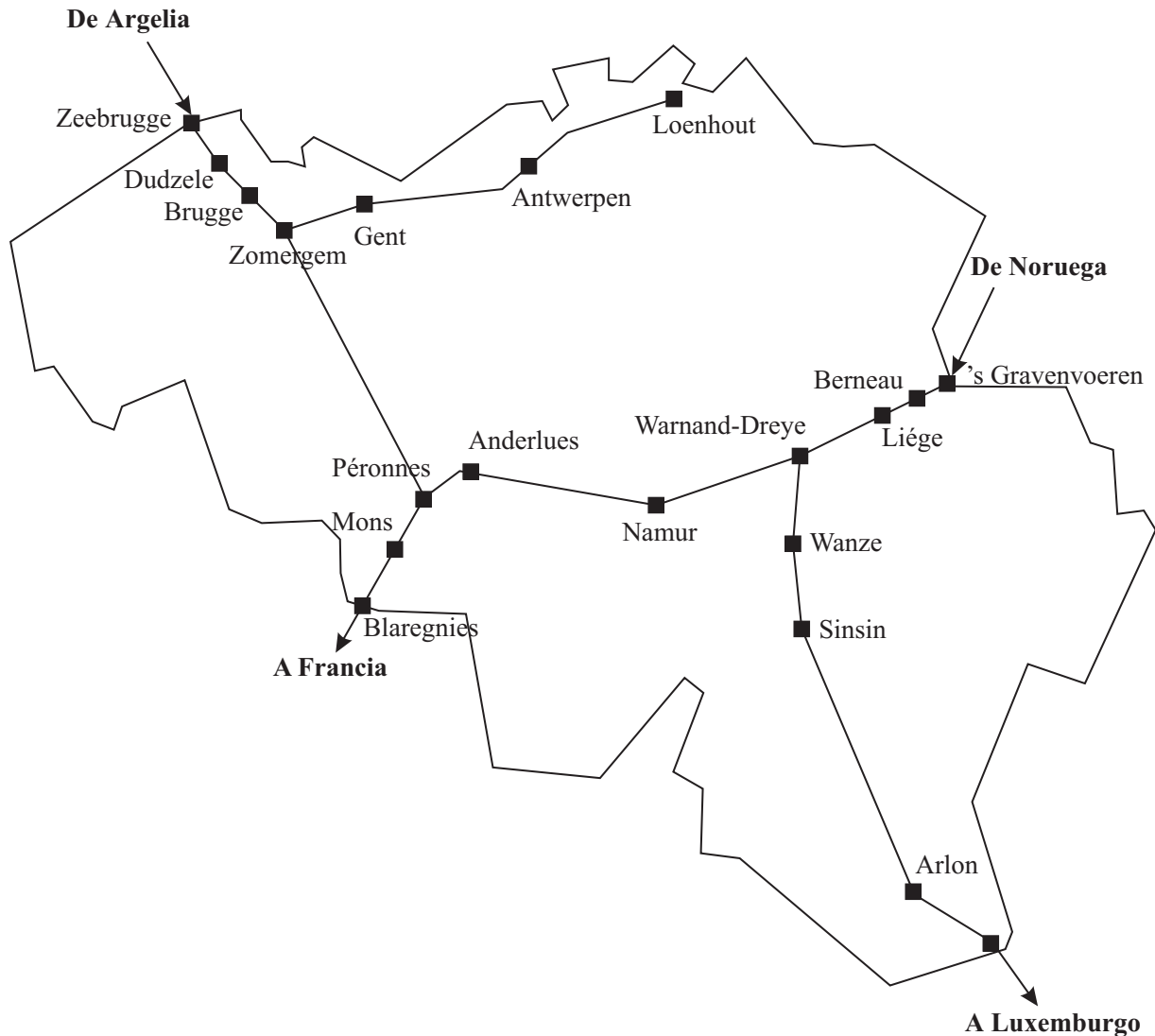


Figura 5.2: Sistema de gas natural de Bélgica [48].

5.1. Operación de un caso base

En este caso se comienza sin considerar un almacenamiento inicial, congestión, rampas y tampoco compresores. En la tabla 5.1 se muestran la potencia de generación para cada una de las unidades en el SEP, se observa como las unidades de gas natural (1, 2 y 8) se encuentran despachas en su totalidad, debido a que el precio del gas es bajo, dicho precio se encuentra en la tabla 5.4. Por otra parte se aprecia como las unidades 7 y 9 al presentar ofertas más elevadas, la potencia que aportan son pequeñas, y la unidad 6 al ser la más cara en todo el sistema no despacha en ninguna hora. El costo de generación total es de

\$2730.36 y se generan 198.923 MW , de los cuales 100.54 MW son suministrados por las 3 unidades de gas natural, teniendo un consumo de $125.67Mm^3$ de gas.

Tabla 5.1: Despacho de potencia de unidades por medio del modelo de equilibrio.

Hora	Generación de unidades (MW)								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.17	1.42	0.24
2	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.04	1.42	0.04
3	0.76	1.29	1.37	1.52	0.95	0	0	1.42	0
4	0.76	1.29	1.24	1.52	0.95	0	0	1.42	0
5	0.76	1.29	1.19	1.52	0.95	0	0	1.42	0
6	0.76	1.29	1.23	1.52	0.95	0	0	1.42	0
7	0.76	1.29	1.42	1.52	0.95	0	0	1.42	0
8	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.09	1.42	0.08
9	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.21	1.42	0.34
10	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.24	1.42	0.62
11	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.26	1.42	0.8
12	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.28	1.42	0.92
13	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.3	1.42	1.03
14	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.31	1.42	1.07
15	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.32	1.42	1.08
16	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0	1.42	1.44
17	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.31	1.42	1.15
18	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.32	1.42	1.07
19	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.29	1.42	0.99
20	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.29	1.42	0.98
21	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.33	1.42	1.21
22	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.41	1.42	1.28
23	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.32	1.42	1.08
24	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.25	1.42	0.71

En cuanto a los PML al no existir congestión estos serán iguales en todos los nodos del sistema, variando únicamente dependiendo de la unidad que cubra la demanda en su totalidad, en la tabla 5.2 se encuentra el PML para cada bus y hora, se nota como en su mayoría el precio es de \$30, esto como consecuencia de que sea la unidad 7 la que margine, sin embargo entre las horas 3 y 7 el PML es de \$20, ya que en estas horas la última unidad que aporta generación al sistema es la 3, lo cual tiene sentido ya que los PML responden de acuerdo a la generación de unidades.

Tabla 5.2: PML mediante el modelo de equilibrio.

Bus	Hora																							
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
1	30	30	20	20	20	20	20	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
2	30	30	20	20	20	20	20	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
3	30	30	20	20	20	20	20	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
4	30	30	20	20	20	20	20	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
5	30	30	20	20	20	20	20	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
6	30	30	20	20	20	20	20	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
7	30	30	20	20	20	20	20	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
8	30	30	20	20	20	20	20	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
9	30	30	20	20	20	20	20	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
10	30	30	20	20	20	20	20	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
11	30	30	20	20	20	20	20	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
12	30	30	20	20	20	20	20	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
13	30	30	20	20	20	20	20	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
14	30	30	20	20	20	20	20	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
15	30	30	20	20	20	20	20	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
16	30	30	20	20	20	20	20	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
17	30	30	20	20	20	20	20	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
18	30	30	20	20	20	20	20	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
19	30	30	20	20	20	20	20	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
20	30	30	20	20	20	20	20	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
21	30	30	20	20	20	20	20	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
22	30	30	20	20	20	20	20	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
23	30	30	20	20	20	20	20	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
24	30	30	20	20	20	20	20	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
25	30	30	20	20	20	20	20	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
26	30	30	20	20	20	20	20	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
27	30	30	20	20	20	20	20	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
28	30	30	20	20	20	20	20	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
29	30	30	20	20	20	20	20	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
30	30	30	20	20	20	20	20	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30

En cuanto a la extracción del sistema de gas natural, se observa que se tiene un comportamiento parecido al despacho de unidades, ya que las pozos más caros del sistema aportan poca extracción, siendo el más caro el pozo 2, mientras que los más económicos aportan toda su extracción disponible, en la tabla 5.3 se encuentra la extracción de cada uno de los pozos durante las 24 horas.

Tabla 5.3: Extracción de gas natural por medio del modelo de equilibrio.

Hora	Extracción por pozo (Mm^3)							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	11.6	0	4.96	4.8	2.6	8.2	4	3.2
2	5.13	0	4.96	4.8	0	8.2	3.96	3.2
3	3.8	0	4.96	4.8	0	8.2	4	3.2
4	5.32	0	4.96	4.8	0	8.2	3.97	3.2
5	5.82	0	4.96	4.8	0	8.2	3.88	3.2
6	7.95	0	4.96	4.8	0	8.2	2.66	3.2
7	11.6	0	4.96	4.8	0.23	8.2	4	3.2
8	11.6	0	4.96	4.8	6.54	8.2	4	3.2
9	11.6	0.65	4.96	4.8	15.01	8.2	4	3.2
10	11.6	1.29	4.96	4.8	15.01	8.2	4	3.2
11	11.6	0	4.96	4.8	13.79	8.2	4	3.2
12	11.6	0	4.96	4.8	10.13	8.2	4	3.2
13	11.6	0	4.96	4.8	6.23	8.2	4	3.2
14	11.6	0	4.96	4.8	5.28	8.2	4	3.2
15	11.6	0	4.96	4.8	4.64	8.2	4	3.2
16	11.6	0	4.96	4.8	4.27	8.2	4	3.2
17	11.6	0	4.96	4.8	4.69	8.2	4	3.2
18	11.6	0	4.96	4.8	2.18	8.2	4	3.2
19	11.6	0	4.96	4.8	1.92	8.2	3.3	3.2
20	10.89	0	4.96	4.8	0	8.2	3.95	3.2
21	10.22	0	4.96	4.8	0	8.2	3.56	3.2
22	10.22	0	4.96	4.8	0	8.2	3.57	3.2
23	9.52	0	4.96	4.8	0	8.2	3.6	3.2
24	6.49	0	4.96	4.8	0	8.2	2.55	3.2

Los precios de gas natural se muestran en la tabla 5.4, se nota como existe una variación del precio que responde al comportamiento que tiene la demanda de gas natural, en la figura 5.3 se nota esta variación del precio de gas, en esta figura se ha promediado el precio de los 20 nodos para cada hora del horizonte. Además en esta misma tabla se observa como el precio más alto es de 9.52, el cual es menor que la oferta presentada por el generador convencional más económico dentro del SEP. La extracción de gas natural total es de $931.033 Mm^3$, la cual tiene un costo de \$3202.12, como se mencionó anteriormente $125.67 Mm^3$ son demandados por parte de las unidades generadoras, mientras que el resto de la demanda corresponde a otro tipo de cargas, ya sea industriales o residenciales.

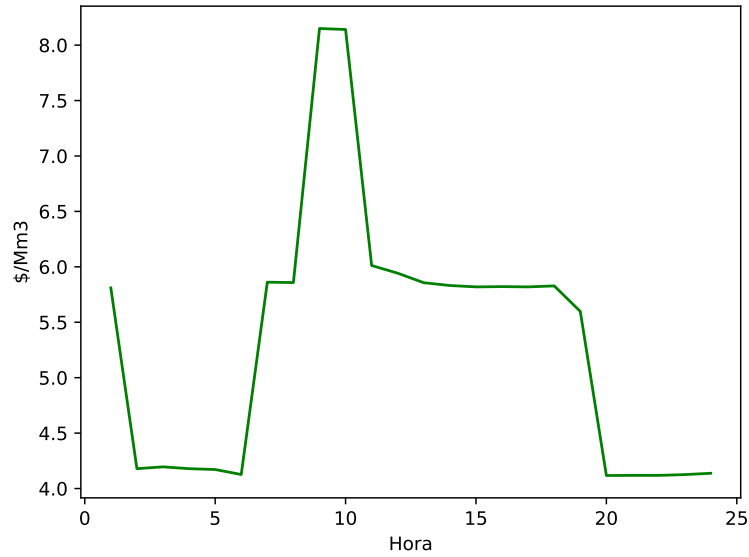


Figura 5.3: Precio promedio del gas.

Tabla 5.4: Precios de gas natural mediante el modelo de equilibrio

Hora	Precio del gas por nodo (\$/Mm³)																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	6.02	6.02	6.02	6.04	5.78	6.35	6.3	6.24	5.68	5.68	5.68	5.69	5.7	5.77	5.76	5.75	5.64	5.62	5.23	5.23
2	4.28	4.28	4.28	4.29	4.23	4.34	4.29	4.25	4.16	4.16	4.16	4.17	4.18	4.21	4.22	4.21	4.15	4.12	3.8	3.8
3	4.28	4.28	4.28	4.28	4.26	4.3	4.26	4.21	4.2	4.2	4.2	4.21	4.22	4.25	4.25	4.24	4.19	4.16	3.82	3.82
4	4.28	4.28	4.28	4.29	4.22	4.35	4.3	4.26	4.16	4.16	4.16	4.17	4.18	4.21	4.21	4.2	4.15	4.12	3.8	3.8
5	4.28	4.28	4.28	4.29	4.21	4.36	4.32	4.27	4.14	4.14	4.14	4.15	4.16	4.2	4.2	4.19	4.12	4.1	3.8	3.8
6	4.28	4.28	4.28	4.29	4.15	4.39	4.35	4.3	4.04	4.04	4.04	4.05	4.08	4.14	4.14	4.13	3.98	3.97	3.8	3.8
7	6.11	6.11	6.11	6.14	5.82	6.48	6.43	6.36	5.68	5.68	5.68	5.7	5.73	5.81	5.8	5.78	5.65	5.63	5.27	5.26
8	5.99	5.99	5.99	6.01	5.8	6.58	6.54	6.47	5.68	5.68	5.69	5.69	5.74	5.77	5.77	5.75	5.64	5.62	5.38	5.38
9	8.28	8.28	8.28	8.31	8.15	9.47	9.45	9.35	7.67	7.67	7.69	7.73	7.9	8.09	8.11	8.07	7.63	7.63	7.62	7.62
10	8.28	8.28	8.28	8.31	8.13	9.52	9.5	9.4	7.65	7.65	7.67	7.7	7.88	8.07	8.09	8.05	7.61	7.6	7.58	7.57
11	6.11	6.11	6.11	6.13	6.02	6.95	6.92	6.85	5.68	5.68	5.69	5.72	5.84	5.98	5.99	5.96	5.65	5.65	5.6	5.6
12	6.06	6.06	6.06	6.08	5.92	6.78	6.75	6.68	5.68	5.68	5.69	5.71	5.8	5.88	5.89	5.87	5.64	5.63	5.5	5.49
13	5.99	5.99	5.99	6.01	5.79	6.58	6.54	6.47	5.68	5.68	5.69	5.69	5.74	5.76	5.77	5.75	5.63	5.62	5.38	5.38
14	5.97	5.97	5.97	5.99	5.76	6.52	6.47	6.41	5.68	5.68	5.69	5.69	5.72	5.73	5.73	5.71	5.63	5.61	5.35	5.35
15	5.96	5.96	5.96	5.98	5.74	6.48	6.44	6.37	5.68	5.68	5.69	5.69	5.71	5.71	5.71	5.7	5.63	5.61	5.34	5.34
16	5.97	5.97	5.97	5.99	5.74	6.48	6.43	6.37	5.68	5.68	5.69	5.69	5.71	5.72	5.72	5.7	5.64	5.62	5.33	5.33
17	5.96	5.96	5.96	5.98	5.74	6.48	6.44	6.37	5.68	5.68	5.69	5.69	5.71	5.71	5.71	5.7	5.63	5.61	5.34	5.34
18	6.02	6.02	6.02	6.04	5.76	6.46	6.41	6.34	5.68	5.68	5.68	5.69	5.7	5.74	5.74	5.72	5.65	5.62	5.3	5.29
19	6.05	6.05	6.06	6.08	5.78	6.45	6.4	6.34	5.68	5.68	5.68	5.69	5.71	5.77	5.76	5.74	5.63	3.81	3.8	3.8
20	4.28	4.28	4.28	4.3	4.09	4.51	4.47	4.42	3.99	3.99	3.99	4	4.02	4.08	4.07	4.06	3.97	3.95	3.8	3.8
21	4.28	4.28	4.28	4.3	4.1	4.48	4.44	4.39	4	4	4	4.01	4.03	4.09	4.09	4.08	3.97	3.95	3.8	3.8
22	4.28	4.28	4.28	4.3	4.1	4.48	4.44	4.39	4	4	4	4.01	4.03	4.09	4.09	4.08	3.97	3.95	3.8	3.8
23	4.28	4.28	4.28	4.29	4.12	4.46	4.42	4.37	4.02	4.02	4.02	4.03	4.05	4.11	4.1	4.09	3.99	3.98	3.8	3.8
24	4.28	4.28	4.28	4.29	4.18	4.34	4.3	4.25	4.08	4.08	4.08	4.09	4.11	4.17	4.17	4.16	4.01	4	3.8	3.8

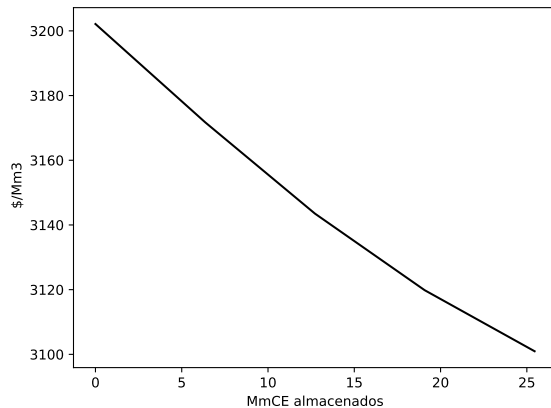
5.2. Operación con almacenamiento inicial

En el caso de estudio analizado en el capítulo 4 se mencionó el beneficio que trae consigo el almacenamiento inicial de gas natural dentro de las tuberías, para este caso, se han realizado 4 simulaciones de almacenamiento inicial, en la tabla 5.5 se reportan los resultados de extracción y costo total de gas natural así como el costo de generación del SEP para los 4 niveles de almacenamiento inicial.

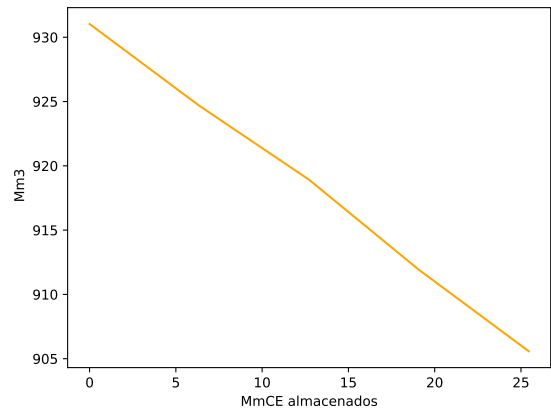
De inmediato se resalta la disminución que se presenta tanto en la extracción como en el costo de esta misma, en la figura 5.4 se observa esto de manera gráfica, se aprecia como dicha disminución parece tener un comportamiento lineal, y el hecho de que exista mayor almacenamiento se traduce en una mayor disminución de extracción y por ende en el costo, sin embargo hay que resaltar el hecho de que existe un límite de almacenamiento inicial debido a las presiones nodales.

Tabla 5.5: Diferentes niveles de almacenamiento

Almacenamiento ($MmCE$)	Costo de gas (\$)	Extracción de Gas (Mm^3)	Costo de generación (\$)
0	3202.12	931.03	2730.36
6.36	3171.43	924.67	2723.6
12.72	3143.05	918.92	2726.67
19.72	3119.86	911.92	2723.01
25.45	3100.96	905.58	2719.98



(a) Costo de producción de gas.



(b) Extracción de gas.

Figura 5.4: Costo y extracción de gas natural con almacenamiento inicial.

De los 4 niveles de almacenamiento que se han simulado, únicamente se reportan los resultados para el último nivel, ya que al ser el más alto es el que trae consigo un mayor beneficio para ambos sistemas. La extracción de gas natural se encuentra en la tabla 5.6, es bastante notorio como en la primer hora la extracción ha disminuido considerablemente con respecto a la primera hora de la tabla 5.3, esto como consecuencia del almacenamiento que se tiene al inicio del horizonte, la extracción y el costo de esta misma son los de la última columna de la tabla 5.5.

Tabla 5.6: Extracción de gas con almacenamiento inicial mediante el modelo de equilibrio

Hora	Extracción por pozo (Mm^3)							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	4.96	4.8	0	2.27	1.85	0
2	5.11	0	4.96	4.8	0	8.2	4	3.2
3	3.8	0	4.96	4.8	0	8.2	4	3.2
4	5.34	0	4.96	4.8	0	8.2	3.94	3.2
5	5.83	0	4.96	4.8	0	8.2	3.88	3.2
6	7.95	0	4.96	4.8	0	8.2	2.66	3.2
7	11.6	0	4.96	4.8	0.23	8.2	4	3.2
8	11.6	0	4.96	4.8	6.54	8.2	4	3.2
9	11.6	0.65	4.96	4.8	15.01	8.2	4	3.2
10	11.6	1.29	4.96	4.8	15.01	8.2	4	3.2
11	11.6	0	4.96	4.8	13.79	8.2	4	3.2
12	11.6	0	4.96	4.8	10.13	8.2	4	3.2
13	11.6	0	4.96	4.8	6.23	8.2	4	3.2
14	11.6	0	4.96	4.8	5.28	8.2	4	3.2
15	11.6	0	4.96	4.8	4.64	8.2	4	3.2
16	11.6	0	4.96	4.8	4.27	8.2	4	3.2
17	11.6	0	4.96	4.8	4.69	8.2	4	3.2
18	11.6	0	4.96	4.8	2.18	8.2	4	3.2
19	11.6	0	4.96	4.8	1.91	8.2	3.31	3.2
20	10.91	0	4.96	4.8	0	8.2	3.92	3.2
21	10.22	0	4.96	4.8	0	8.2	3.56	3.2
22	10.22	0	4.96	4.8	0	8.2	3.57	3.2
23	9.52	0	4.96	4.8	0	8.2	3.6	3.2
24	6.49	0	4.96	4.8	0	8.2	2.55	3.2

Además de que la disminución de la extracción en la primera hora del horizonte, el precio del gas en esta misma hora y en algunas otras ha disminuido, el precio de cada nodo del sistema de gas durante todo el horizonte se muestra en la tabla 5.7, el promedio del

precio por hora se ilustra de manera gráfica en la figura 5.5 y se nota como a diferencia de la figura 5.3 el segmento entre la hora 1 y 2 decrece considerablemente.

Tabla 5.7: Precio de gas con almacenamiento inicial mediante el modelo de equilibrio

Hora	Precio de gas por nodo (\$/Mm ³)																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	2.72	2.72	2.72	2.72	2.68	2.82	2.78	2.75	2.66	2.66	2.66	2.67	2.68	2.68	2.68	2.67	2.72	2.73	3.8	3.92
2	4.28	4.28	4.28	4.29	4.23	4.34	4.29	4.25	4.16	4.16	4.16	4.17	4.18	4.21	4.22	4.21	4.15	4.12	3.8	3.8
3	4.28	4.28	4.28	4.28	4.26	4.3	4.26	4.21	4.2	4.2	4.2	4.21	4.22	4.25	4.25	4.24	4.19	4.16	3.82	3.82
4	4.28	4.28	4.28	4.29	4.22	4.35	4.3	4.26	4.15	4.15	4.15	4.16	4.18	4.21	4.21	4.2	4.14	4.12	3.8	3.8
5	4.28	4.28	4.28	4.29	4.21	4.36	4.32	4.27	4.14	4.14	4.14	4.15	4.16	4.2	4.2	4.19	4.12	4.1	3.8	3.8
6	4.28	4.28	4.28	4.29	4.15	4.39	4.35	4.3	4.04	4.04	4.04	4.05	4.08	4.14	4.14	4.13	3.98	3.97	3.8	3.8
7	6.11	6.11	6.11	6.14	5.82	6.48	6.43	6.36	5.68	5.68	5.68	5.7	5.73	5.81	5.8	5.78	5.65	5.63	5.27	5.27
8	5.99	5.99	5.99	6.01	5.8	6.58	6.54	6.47	5.68	5.68	5.69	5.69	5.74	5.77	5.77	5.75	5.64	5.62	5.38	5.38
9	8.28	8.28	8.28	8.31	8.15	9.47	9.45	9.35	7.67	7.67	7.69	7.73	7.9	8.09	8.11	8.08	7.63	7.63	7.62	7.62
10	8.28	8.28	8.28	8.31	8.13	9.52	9.5	9.4	7.65	7.65	7.67	7.7	7.88	8.07	8.09	8.05	7.61	7.6	7.58	7.58
11	6.11	6.11	6.11	6.13	6.02	6.95	6.92	6.85	5.68	5.68	5.69	5.72	5.84	5.98	5.99	5.96	5.65	5.65	5.6	5.6
12	6.06	6.06	6.06	6.08	5.92	6.78	6.75	6.68	5.68	5.68	5.69	5.71	5.8	5.88	5.89	5.87	5.64	5.63	5.5	5.49
13	5.99	5.99	5.99	6.01	5.79	6.58	6.54	6.47	5.68	5.68	5.69	5.69	5.74	5.76	5.77	5.75	5.64	5.62	5.38	5.38
14	5.97	5.97	5.97	5.99	5.76	6.52	6.47	6.41	5.68	5.68	5.69	5.69	5.72	5.73	5.73	5.71	5.63	5.61	5.35	5.35
15	5.96	5.96	5.96	5.98	5.74	6.48	6.44	6.37	5.68	5.68	5.69	5.69	5.71	5.71	5.71	5.7	5.63	5.61	5.34	5.34
16	5.97	5.97	5.97	5.99	5.74	6.48	6.43	6.37	5.68	5.68	5.69	5.69	5.71	5.72	5.72	5.7	5.64	5.62	5.33	5.33
17	5.96	5.96	5.96	5.98	5.74	6.48	6.44	6.37	5.68	5.68	5.69	5.69	5.71	5.71	5.71	5.7	5.63	5.61	5.34	5.34
18	6.02	6.02	6.02	6.04	5.76	6.46	6.41	6.34	5.68	5.68	5.69	5.69	5.7	5.74	5.74	5.72	5.65	5.62	5.3	5.29
19	6.05	6.05	6.06	6.08	5.78	6.45	6.4	6.34	5.68	5.68	5.68	5.69	5.71	5.77	5.76	5.74	5.63	3.81	3.8	3.8
20	4.28	4.28	4.28	4.3	4.09	4.51	4.47	4.43	3.99	3.99	3.99	4	4.02	4.08	4.07	4.06	3.97	3.95	3.8	3.8
21	4.28	4.28	4.28	4.3	4.1	4.48	4.44	4.4	4	4	4	4.01	4.03	4.09	4.09	4.08	3.97	3.95	3.8	3.8
22	4.28	4.28	4.28	4.3	4.1	4.48	4.44	4.39	4	4	4	4.01	4.03	4.09	4.09	4.08	3.96	3.95	3.8	3.8
23	4.28	4.28	4.28	4.29	4.12	4.46	4.42	4.37	4.02	4.02	4.02	4.03	4.05	4.11	4.1	4.09	3.99	3.98	3.8	3.8
24	4.28	4.28	4.28	4.29	4.18	4.34	4.3	4.25	4.08	4.08	4.08	4.09	4.11	4.17	4.17	4.16	4.01	4	3.8	3.8

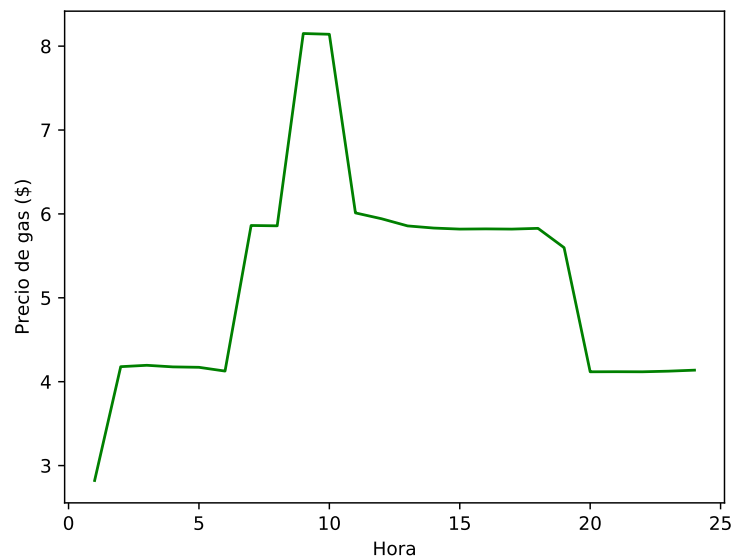


Figura 5.5: Precio promedio del gas con almacenamiento inicial.

El almacenamiento inicial repercute positivamente también en el SEP, en la tabla 5.5 se nota que sin almacenamiento inicial el costo de generación es de \$2730.36, mientras que con el último nivel de almacenamiento el costo decrece a \$2719.98, pese a ser poca la disminución, el beneficio que trae consigo es positivo. La potencia que genera cada una de las unidades se encuentra en la tabla 5.8, se observa como no hay cambios significativos con respecto a la generación de la tabla 5.1, sin embargo la disminución del precio del gas en la hora 1 es suficiente para impactar en el costo de generación, por otro lado los PML también presentan los mismos valores que en la tabla 5.2, en la figura 5.6 se muestra de manera gráfica el comportamiento del PML para todos los nodos durante el horizonte de tiempo.

Tabla 5.8: Generación de unidades con almacenamiento inicial mediante el modelo de equilibrio.

Hora	Generación por unidad (<i>MW</i>)								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.2	1.42	0.22
2	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.04	1.42	0.04
3	0.76	1.29	1.37	1.52	0.95	0	0	1.42	0
4	0.76	1.29	1.24	1.52	0.95	0	0	1.42	0
5	0.76	1.29	1.19	1.52	0.95	0	0	1.42	0
6	0.76	1.29	1.23	1.52	0.95	0	0	1.42	0
7	0.76	1.29	1.42	1.52	0.95	0	0	1.42	0
8	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.09	1.42	0.09
9	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.24	1.42	0.31
10	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.32	1.42	0.54
11	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.32	1.42	0.74
12	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.34	1.42	0.86
13	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.36	1.42	0.96
14	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.37	1.42	1.01
15	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.37	1.42	1.03
16	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.38	1.42	1.07
17	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.38	1.42	1.08
18	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.37	1.42	1.02
19	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.35	1.42	0.92
20	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.35	1.42	0.92
21	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.39	1.42	1.15
22	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.43	1.42	1.26
23	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.37	1.42	1.03
24	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.32	1.42	0.65

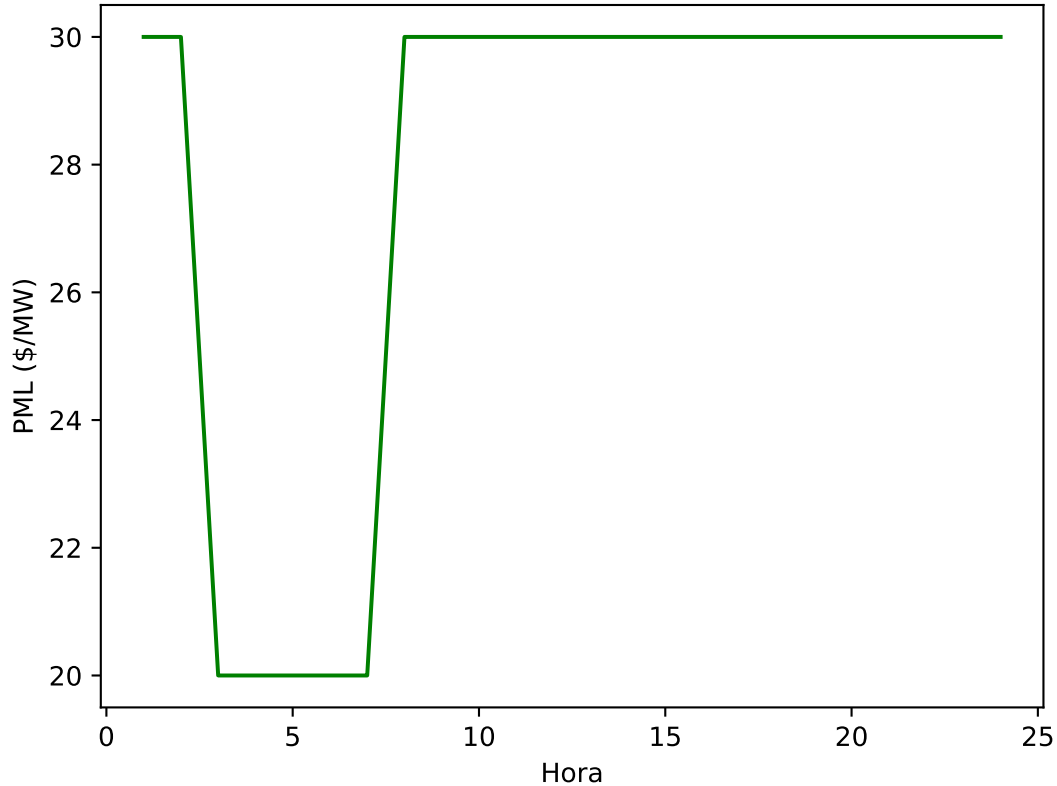


Figura 5.6: PML con almacenamiento inicial.

5.3. Operación con compresores y rampas

Con la finalidad de analizar el sistema de 20 Nodos - 30 buses, al momento de integrar más variables, se han considerado 2 compresores en el sistema de tuberías, la información de los compresores al igual como las rampas de las unidades de generación y de los pozos productores se encuentra en el Apéndice C. Al integrar las rampas y compresores en este caso de estudio, es importante mencionar que debido a las restricciones no convexas, al integrar los compresores y rampas se presentó una brecha dual de 0.023.

Tabla 5.9: Generación de unidades integrando rampas y compresores mediante el modelo de equilibrio

Hora	Generación por unidad (<i>MW</i>)								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.17	1.42	0.24
2	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0	1.42	0
3	0.76	1.29	1.37	1.52	0.95	0	0	1.42	0
4	0.76	1.29	1.24	1.52	0.95	0	0	1.42	0
5	0.76	1.29	1.19	1.52	0.95	0	0	1.42	0
6	0.76	1.29	1.23	1.52	0.95	0	0	1.42	0
7	0.76	1.29	1.42	1.52	0.95	0	0	1.42	0
8	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.07	1.42	0.1
9	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.17	1.42	0.38
10	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.24	1.42	0.62
11	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.3	1.42	0.77
12	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.42	1.42	0.78
13	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.46	1.42	0.86
14	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.47	1.42	0.91
15	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.48	1.42	0.92
16	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.48	1.42	0.97
17	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.47	1.42	0.99
18	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.27	1.42	1.12
19	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.19	1.42	1.08
20	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.29	1.42	0.98
21	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.37	1.42	1.16
22	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.42	1.42	1.27
23	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.42	1.42	0.98
24	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.43	1.42	0.54

En la tabla 5.9 se nota como las potencias de generación no presentan cambios significativos, por lo que se puede concluir que en la parte del SEP esta infactibilidad no está afectando en la solución, sin embargo lo que si hay que destacar es que ahora el costo se ha incrementado a \$2820.71, lo que representa un aumento de \$100 con respecto al caso del nivel más alto de almacenamiento, esta alza en el costo se debe principalmente a las rampas de las unidades de generación. De igual forma esto repercute un poco en el PML, en la figura 5.7 se muestra como en la hora 3 existe un ligero aumento, el cual es de \$0.67. Es claro como el hecho de que exista la infactibilidad a causa de el incremento de variables en el modelo de equilibrio no ha repercutido en la operación del SEP, sin embargo hay que resaltar que esto es debido a que dicha infactibilidad es pequeña.

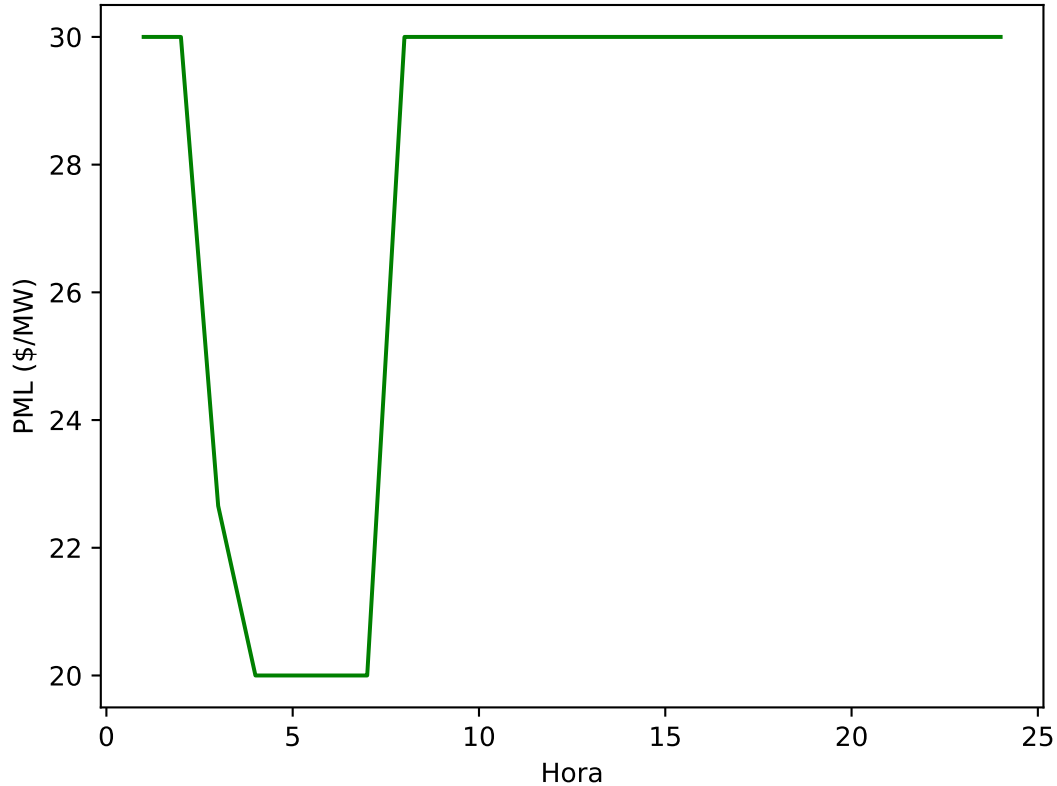


Figura 5.7: PML considerando rampas.

En cuanto a la operación del sistema de gas natural, al igual que en el SEP, los resultados representan la operación de los dos sistemas, al cumplir todas las restricciones. Al estar los 2 compresores en el sistema de tuberías estos consumen parte del gas que pasa por la tubería para operar, por lo que el incremento en la demanda de gas hace que la extracción se aumente, el gas natural extraído por cada pozo se encuentra en la tabla 5.10, la extracción del pozo 2 se ha incrementado, ya que únicamente producía en las horas 9 y 10 antes de la integración de compresores, ahora produce desde la hora 8 hasta la 14 y de la 17 a la 18, esto como consecuencia de los 2 compresores que se han instalado, como el productor 2 de gas está extrayendo mayor cantidad de gas, el costo de extracción se aumenta a \$3175.04, incrementándose \$75 con respecto al costo con el nivel de almacenamiento más alto. En la misma tabla 5.10 se puede apreciar como la infactibilidad no evita que se alcancen valores aceptables en cuanto a la extracción de gas natural.

Tabla 5.10: Extracción de gas con la integración de rampas y compresores mediante el modelo de equilibrio.

Hora	Extracción de gas natural por pozo (Mm^3)							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	4.96	4.8	0	2.13	2	0
2	8	0	4.96	4.8	0	7.13	4	1.4
3	8.87	0	4.96	4.8	0	8.2	3.01	2.8
4	5.81	0	4.96	4.8	0	8.2	4	3.2
5	6.49	0	4.96	4.8	0	8.2	2.93	3.2
6	7.54	0	4.96	4.8	0	8.2	3.82	3.2
7	11.26	0	4.96	4.8	0	8.2	3.84	3.2
8	11.6	2.87	4.96	4.8	6.84	8.2	4	3.2
9	11.6	4.44	4.96	4.8	5.67	8.2	4	3.2
10	11.6	8.2	4.96	4.8	7.65	8.2	4	3.2
11	11.6	6.98	4.96	4.8	7.59	8.2	4	3.2
12	11.6	3.03	4.96	4.8	7.15	8.2	4	3.2
13	11.6	1.24	4.96	4.8	4.86	8.2	4	3.2
14	11.6	1.02	4.96	4.8	4.08	8.2	4	3.2
15	11.6	0	4.96	4.8	4.52	8.2	4	3.2
16	11.6	0	4.96	4.8	3.99	8.2	4	3.2
17	11.6	0.18	4.96	4.8	4.21	8.2	4	3.2
18	11.6	3.03	4.96	4.8	0.1	8.2	4	3.2
19	11.6	0	4.96	4.8	0	8.2	4	3.2
20	11.17	0	4.96	4.8	0	8.2	4	3.2
21	9.79	0	4.96	4.8	0	8.2	4	3.2
22	9.85	0	4.96	4.8	0	8.2	3.95	3.2
23	8.89	0	4.96	4.8	0	8.2	4	3.2
24	4.94	0	4.96	4.8	0	8.2	4	3.2

Los precios del gas también presentan una elevación, esto es razonable pues al aumentar la demanda de gas (por parte de los compresores) los pozos con más reserva son los que cubren el incremento. En la tabla 5.11 se muestran los precios nodales para el horizonte, mientras que en la figura 5.8 se aprecia el comportamiento del promedio de los precios.

Tabla 5.11: Precio de gas integrando rampas y compresores mediante el modelo de equilibrio.

Hora	Precio de gas nodal (\$/Mm ³)																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	2.73	2.73	2.73	2.73	2.68	2.85	2.81	2.78	1.71	2.66	2.66	2.66	2.67	2.68	2.68	2.67	2.59	4.15	3.8	3.8
2	7.74	7.74	7.74	7.76	7.89	7.75	7.67	7.59	5.31	8.23	8.23	8.23	8.07	7.91	7.87	7.85	8.85	4.2	3.87	3.87
3	4.28	4.28	4.28	4.29	4.34	4.28	4.25	4.22	2.89	4.47	4.48	4.48	4.42	4.35	4.33	4.33	5.23	3.81	3.8	3.8
4	4.28	4.28	4.28	4.28	4.31	4.28	4.25	4.22	2.84	4.4	4.4	4.38	4.35	4.32	4.3	4.29	4.49	4.49	4.23	4.23
5	4.28	4.28	4.28	4.29	4.32	4.28	4.25	4.22	2.84	4.41	4.41	4.42	4.38	4.33	4.31	4.3	5.13	3.81	3.8	3.8
6	4.28	4.28	4.28	4.29	4.32	4.28	4.25	4.22	2.85	4.42	4.42	4.4	4.37	4.33	4.31	4.31	4.59	3.98	3.8	3.8
7	4.28	4.28	4.28	4.29	4.36	4.27	4.25	4.22	2.9	4.49	4.49	4.46	4.42	4.37	4.35	4.34	4.67	3.95	3.8	3.8
8	8.28	8.28	8.28	8.3	8.4	8.24	8.22	8.18	5.68	8.6	8.53	8.52	8.44	8.42	8.38	8.37	8.87	6.17	6.06	6.06
9	8.28	8.28	8.28	8.31	8.5	8.21	8.19	8.12	5.68	8.79	8.66	8.66	8.56	8.53	8.46	8.44	8.85	10.05	9.96	9.95
10	8.28	8.28	8.28	8.32	8.55	8.2	8.19	8.12	5.68	8.97	8.77	8.73	8.6	8.58	8.51	8.49	8.74	5.76	5.75	5.74
11	8.28	8.28	8.28	8.31	8.5	8.22	8.2	8.14	5.68	8.89	8.71	8.67	8.55	8.53	8.48	8.46	8.64	5.81	5.79	5.78
12	8.28	8.28	8.28	8.31	8.44	8.23	8.2	8.14	5.68	8.72	8.65	8.64	8.51	8.47	8.41	8.4	9.28	6.39	6.29	6.29
13	8.28	8.28	8.28	8.3	8.42	8.24	8.21	8.15	5.68	8.59	8.52	8.52	8.45	8.45	8.4	8.38	8.89	6.6	6.42	6.42
14	8.28	8.28	8.28	8.3	8.42	8.24	8.21	8.15	5.68	8.59	8.52	8.51	8.46	8.45	8.4	8.39	8.74	6.67	6.47	6.47
15	8.25	8.26	8.26	8.28	8.38	8.22	8.19	8.13	5.68	8.54	8.47	8.47	8.4	8.4	8.36	8.34	8.77	6.5	6.3	6.3
16	8.26	8.26	8.26	8.28	8.39	8.23	8.19	8.13	5.68	8.56	8.49	8.47	8.42	8.41	8.37	8.35	8.63	6.65	6.43	6.43
17	8.28	8.28	8.28	8.3	8.41	8.25	8.21	8.15	5.68	8.57	8.5	8.49	8.44	8.43	8.39	8.37	8.77	6.52	6.31	6.31
18	8.28	8.28	8.28	8.31	8.47	8.26	8.23	8.17	5.68	8.8	8.8	8.69	8.59	8.48	8.45	8.43	8.66	6.96	6.71	6.71
19	4.34	4.34	4.35	4.36	4.43	4.34	4.31	4.28	2.94	4.56	4.56	4.53	4.49	4.44	4.42	4.41	4.7	4.28	4.09	4.09
20	4.28	4.28	4.28	4.29	4.35	4.27	4.25	4.22	2.89	4.48	4.48	4.45	4.42	4.36	4.35	4.34	4.61	4.82	4.6	4.6
21	4.28	4.28	4.28	4.29	4.34	4.27	4.25	4.22	2.88	4.46	4.46	4.43	4.4	4.35	4.33	4.33	4.57	4.89	4.65	4.65
22	4.28	4.28	4.28	4.29	4.34	4.27	4.25	4.22	2.88	4.46	4.46	4.43	4.4	4.35	4.33	4.33	4.59	3.98	3.8	3.8
23	4.28	4.28	4.28	4.29	4.34	4.28	4.25	4.22	2.87	4.45	4.45	4.42	4.39	4.34	4.33	4.32	4.55	5.06	4.81	4.8
24	4.28	4.28	4.28	4.28	4.3	4.28	4.25	4.22	2.83	4.38	4.38	4.36	4.34	4.31	4.29	4.29	4.46	4.6	4.33	4.33

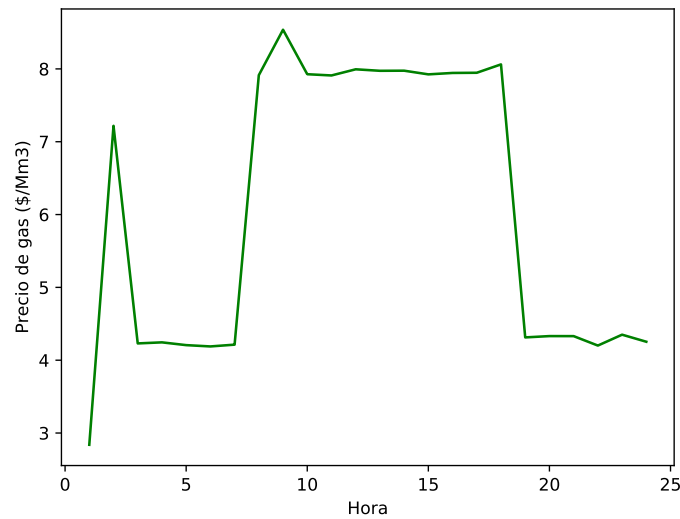


Figura 5.8: Precio promedio del gas con integración de rampas y compresores.

En la figura 5.8 claramente se nota como ocurre un alza durante las mayores horas de demanda, ya que si se compara con la figura 5.5 es evidente como entre las horas 10 y 20 el precio de gas prácticamente se mantiene en \$8 por cada metro cúbico.

5.4. Operación con congestión en la red eléctrica

Como último análisis se presenta el comportamiento de ambos sistemas cuando la congestión es tomada en cuenta, para esto, los límites de flujo por las líneas son reducidos por debajo de valores que se presentan en la tabla C.4 del Apéndice C. El impacto más notorio que provoca la congestión es el alza del costo de generación, el cual ahora es de \$2858.97, debido a que unidades de generación más caras están aportando mayor potencia al sistema, y unidades económicas han dejado de aportar cierta cantidad, en la tabla 5.12 se observa como la unidad 7 es la que genera en horas en las cuales no lo hacía, mientras que la unidad 4 ha bajado su potencia despachada.

Tabla 5.12: Despacho de unidades con congestión mediante el modelo de equilibrio.

Hora	Generación de potencia por unidad (<i>MW</i>)								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0.76	1.29	1.52	1.36	0.95	0	0.57	1.42	0
2	0.76	1.29	1.52	1.32	0.95	0	0.28	1.42	0
3	0.76	1.29	1.52	1.3	0.95	0	0.07	1.42	0
4	0.76	1.29	1.22	1.52	0.95	0	0	1.42	0
5	0.76	1.29	1.19	1.52	0.95	0	0	1.42	0
6	0.76	1.29	1.23	1.52	0.95	0	0	1.42	0
7	0.76	1.29	1.52	1.39	0.95	0	0	1.42	0
8	0.76	1.29	1.37	1.52	0.95	0	0	1.42	0.33
9	0.76	1.29	1.52	1.44	0.95	0	0	1.42	0.63
10	0.76	1.29	1.52	1.45	0.95	0	0	1.42	0.94
11	0.76	1.29	1.52	1.46	0.95	0	0	1.42	1.14
12	0.76	1.29	1.52	1.46	0.95	0	0	1.42	1.28
13	0.76	1.29	1.52	1.47	0.95	0	0.1	1.42	1.28
14	0.76	1.29	1.52	1.48	0.95	0	0.14	1.42	1.29
15	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.16	1.42	1.28
16	0.76	1.29	1.52	1.49	0.95	0	0.2	1.42	1.28
17	0.76	1.29	1.52	1.49	0.95	0	0.2	1.42	1.28
18	0.76	1.29	1.52	1.47	0.95	0	0.15	1.42	1.29
19	0.76	1.29	1.52	1.46	0.95	0	0.09	1.42	1.26
20	0.76	1.29	1.52	1.46	0.95	0	0.08	1.42	1.25
21	0.76	1.29	1.52	1.5	0.95	0	0.3	1.42	1.24
22	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.4	1.42	1.28
23	0.76	1.29	1.52	1.46	0.95	0	0.19	1.42	1.29
24	0.76	1.29	1.52	1.45	0.95	0	0.37	1.42	0.67

La operación de gas natural no se ve tan afectada por la congestión, debido a que la extracción no presenta un alza significativa, sin embargo los valores si llegan a cambiar un poco, pues se produce más gas que cuando se integran los compresores, sin embargo este aumento es mínimo, pues el costo de extracción es de \$3183.93, lo cual únicamente son \$8.8 mas caro, la extracción por cada pozo se muestra en la tabla 5.15, al compararla con la tabla 5.10 se observa que ambas son bastante similares, ya que la demanda de gas y las condiciones del sistema de gas siguen iguales, la única modificación como ya se mencionó es debido a la congestión en el sistema de transmisión del SEP.

Tabla 5.15: Extracción de gas natural considerando congestión mediante el modelo de equilibrio.

Hora	Extracción de gas por pozo (Mm^3)							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	4.96	4.8	0	3.2	2.33	0
2	8	0	4.96	4.8	0	8.2	4	1.4
3	6.17	0	4.96	4.8	0	8.2	2.9	2.8
4	5.95	0	4.96	4.8	0	8.2	4	3.2
5	5.47	0	4.96	4.8	0	8.2	4	3.2
6	7.12	0	4.96	4.8	0	8.2	3.84	3.2
7	11.6	0	4.96	4.8	0	8.2	4	3.2
8	11.6	3.14	4.96	4.8	3.66	8.2	4	3.2
9	11.6	6.93	4.96	4.8	7.89	8.2	4	3.2
10	11.6	6.49	4.96	4.8	8.54	8.2	4	3.2
11	11.6	5.04	4.96	4.8	7.86	8.2	4	3.2
12	11.6	0	4.96	4.8	12.58	8.2	4	3.2
13	11.6	0	4.96	4.8	3.58	8.2	3.54	3.2
14	11.6	2.2	4.96	4.8	3.88	8.2	4	3.2
15	11.6	2.87	4.96	4.8	1.24	8.2	4	3.2
16	11.6	1.15	4.96	4.8	3.45	8.2	4	3.2
17	11.6	3.14	4.96	4.8	1.25	8.2	4	3.2
18	11.6	2.65	4.96	4.8	0.24	8.2	4	3.2
19	11.6	0	4.96	4.8	0	8.2	4	3.2
20	9.71	0	4.96	4.8	0	8.2	4	3.2
21	11.6	1.46	4.96	4.8	0	8.2	4	3.2
22	7.74	0	4.96	4.8	0	8.2	3.02	3.2
23	10.39	0	4.96	4.8	0	8.2	4	3.2
24	5.07	0	4.96	4.8	0	8.2	3.84	3.2

Los precios promedios finales del gas durante el horizonte se ilustran de manera gráfica en la figura 5.9, a diferencia de los precios de la figura 5.8 en el intervalo entre las horas 10 y 20 en este caso el precio no se mantiene constante, sino que sufren una baja, pero en la hora 23 existe un alza, esto no tiene una repercusión importante en ninguna de las operaciones de ambos sistemas, más bien este comportamiento es debido a la solución encontrada por el solver cuando se considera la congestión.

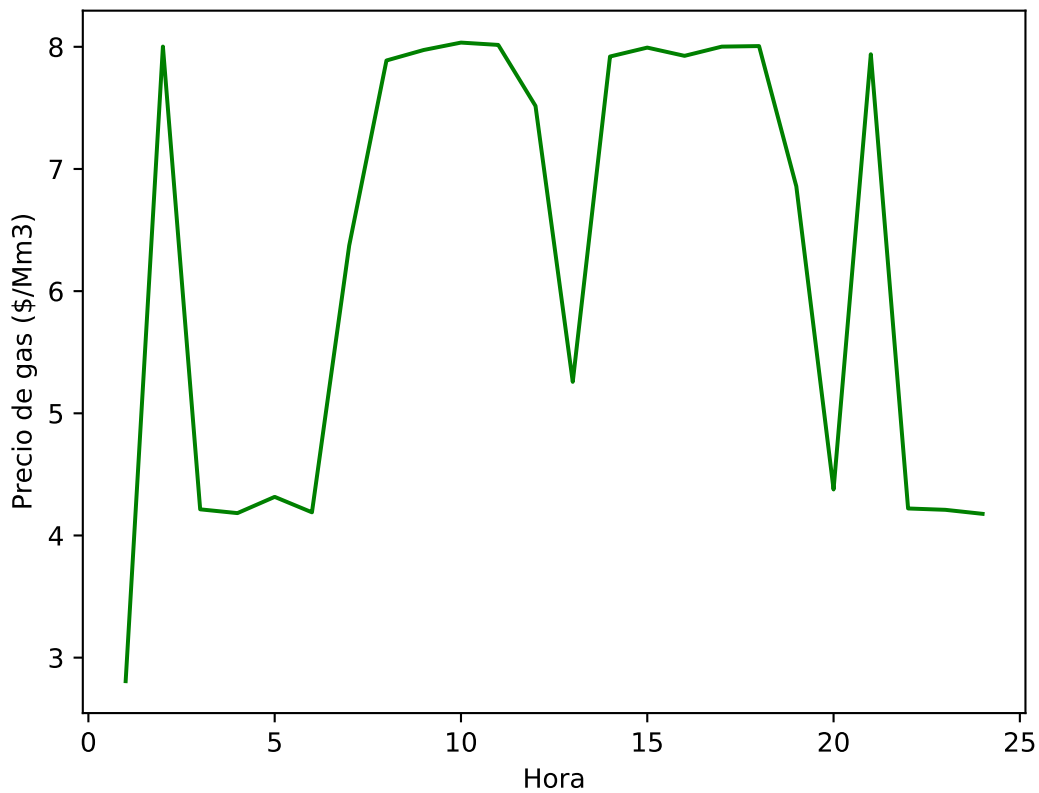


Figura 5.9: Precio promedio del gas considerando la congestión.

Hay que destacar que en esta simulación la solución que ha encontrado el solver no llega al óptimo, existe una infactibilidad de 6×10^{-3} , sin embargo, pese a la existencia de esta infactibilidad la solución encontrada es bastante aceptable.

5.5. Comparación con el modelo multiobjetivo

Para el modelo multiobjetivo se considera el empaque inicial, los compresores y rampas [50, 51], esto con la finalidad de mostrar que este modelo resulta más fácil de resolver, debido a que la complejidad que presenta se encuentra únicamente en la restricción (2.15) la cual es no convexa, sin embargo hay que recordar que el modelo multiobjetivo no es equivalente al modelo de equilibrio, además de que en la función objetivo se omite el costo de generación de los generadores a base de gas natural. Los resultados de la extracción de gas se muestran en la tabla 5.16, la extracción total de gas es de 900.5 Mm^3 y su costo de extracción es de \$3042.01, dicho costo es más bajo que en el caso de equilibrio, porque se supone que existe una entidad que puede coordinar la operación de ambos sistemas gas y potencia..

Tabla 5.16: Extracción de gas mediante el modelo multiobjetivo.

Hora	Extracción de gas por pozo (Mm^3)							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	4.96	4.8	0	8.2	3.71	0.55
2	1.99	0	4.96	4.8	0	8.2	4	3.2
3	3.63	0	4.96	4.8	0	8.2	4	3.2
4	0.05	0	4.96	4.8	0	8.2	4	3.2
5	9.12	0	4.96	4.8	0	8.2	4	3.2
6	11.6	0	4.96	4.8	0	8.2	3.99	3.2
7	11.6	0	4.96	4.8	0.05	8.2	4	3.2
8	11.6	0	4.96	4.8	4.23	8.2	4	3.2
9	11.6	0	4.96	4.8	14.09	8.2	4	3.2
10	11.6	0	4.96	4.8	14.48	8.2	4	3.2
11	11.6	0	4.96	4.8	13.53	8.2	4	3.2
12	11.6	0	4.96	4.8	9.98	8.2	4	3.2
13	11.6	0	4.96	4.8	6.21	8.2	4	3.2
14	11.6	0	4.96	4.8	4.41	8.2	4	3.2
15	11.6	0	4.96	4.8	5.51	8.2	4	3.2
16	11.6	0	4.96	4.8	3.58	8.2	4	3.2
17	11.6	0	4.96	4.8	1.9	8.2	4	3.2
18	11.6	0	4.96	4.8	0.01	8.2	4	3.2
19	11.6	0	4.96	4.8	0	8.2	4	3.2
20	11.5	0	4.96	4.8	0	8.2	4	3.2
21	9.45	0	4.96	4.8	0	8.2	4	3.2
22	9.42	0	4.96	4.8	0	8.2	4	3.2
23	9.06	0	4.96	4.8	0	8.2	4	3.2
24	5.05	0	4.96	4.8	0	8.2	4	3.2

El precio de gas natural también se ve más económico bajo este modelo, en la figura 5.10 se observa como el precio máximo es de \$5.4 y este se mantiene únicamente en las horas pico, al resultar este precio más bajo que con el modelo de equilibrio, el costo de generación también tendrá una disminución. La potencia de generación por cada unidad se encuentra en la tabla 5.17, se observa como las unidades 1, 2 y 8 que son de gas natural salen despachadas en su totalidad durante todo el horizonte, mientras que la unidad 6 al ser la más cara no despacha en ninguna hora, este comportamiento en el despacho de generación es similar al que se presenta en el modelo de equilibrio, el costo total de generación es de \$2714, el cual resulta más económico que el del modelo de equilibrio, sin embargo, los PMLs presentan el mismo comportamiento que en el equilibrio.

Tabla 5.17: Despacho de generación mediante el modelo multiobjetivo.

Hora	Generación de potencia por unidad (<i>MW</i>)								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.2	1.42	0.22
2	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.04	1.42	0.04
3	0.76	1.29	1.37	1.52	0.95	0	0	1.42	0
4	0.76	1.29	1.24	1.52	0.95	0	0	1.42	0
5	0.76	1.29	1.19	1.52	0.95	0	0	1.42	0
6	0.76	1.29	1.23	1.52	0.95	0	0	1.42	0
7	0.76	1.29	1.42	1.52	0.95	0	0	1.42	0
8	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.08	1.42	0.09
9	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.23	1.42	0.32
10	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.32	1.42	0.54
11	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.38	1.42	0.69
12	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.41	1.42	0.79
13	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.44	1.42	0.89
14	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.45	1.42	0.93
15	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.45	1.42	0.95
16	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.47	1.42	0.98
17	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.47	1.42	0.99
18	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.45	1.42	0.94
19	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.43	1.42	0.85
20	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.43	1.42	0.84
21	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.49	1.42	1.05
22	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.52	1.42	1.17
23	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.45	1.42	0.95
24	0.76	1.29	1.52	1.52	0.95	0	0.35	1.42	0.61

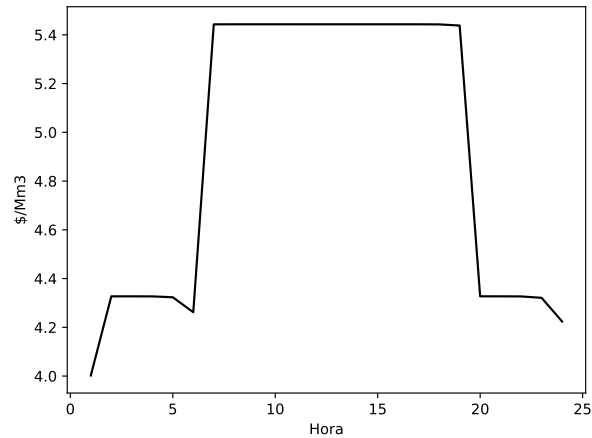


Figura 5.10: Precio promedio del gas mediante el modelo multiobjetivo.

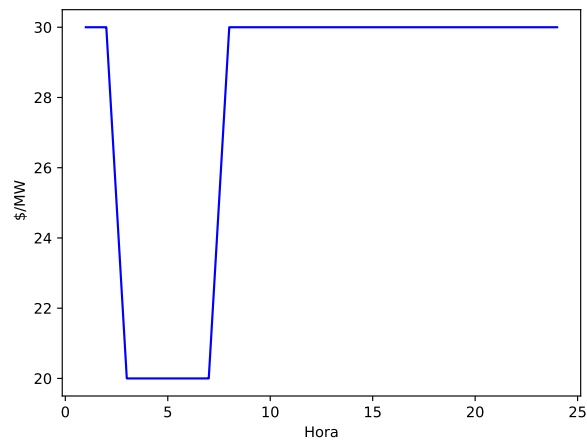


Figura 5.11: PML mediante el modelo multiobjetivo.

Hay que resaltar que aunque pareciera que el modelo multiobjetivo presenta ventajas sobre el modelo de equilibrio, no es factible aún implementarlo por dos razones principales; la primera es que la función objetivo no considera el costo de los generadores de gas natural, y la segunda es que no existe un operador que lleve a cabo la operación de ambos sistemas, por lo que no es una opción viable este modelo en la actualidad, el único fin de haber incluido el modelo multiobjetivo [50, 51] es comparar los resultados con el equilibrio y ver que tan alejados están uno de otro.

5.5.1. Comparación entre los modelos

Finalmente se muestra la comparación entre la extracción, generación y sus respectivos costos con los 4 modelos analizados, los modelos individuales se analizan con los valores obtenidos del equilibrio. En la tabla 5.18 se observa como los valores de generación y costo de potencia entre el modelo de equilibrio y el de FOPCD son prácticamente iguales, sin embargo, en cuanto a la comparación del equilibrio con los FOGN se nota una pequeña diferencia entre estos, esto como consecuencia de que el modelo de equilibrio tiene una brecha dual de 2.3×10^{-2} , corroborando así que la complejidad de este modelado recae principalmente en la naturaleza matemática de los flujos de gas natural. En cuanto al modelo multiobjetivo se observa como sus resultados coinciden con el de FOGN y esto a su vez ocasiona que el costo de generación de potencia decremente, sin embargo en la sección anterior se dan los motivos por los cuales aún no es viable utilizar este modelo.

Tabla 5.18: Costo entre modelos

Modelo	Extracción de gas (Mm^3)	Costo de extracción (\$)	Generación de potencia (MW)	Costo de generación (\$)	Brecha dual
Equilibrio	906.322	3175.04	198.92	2820.71	2.3×10^{-2}
Multiobjetivo	900.53	3041.36	198.92	2714	1.51×10^{-8}
FOGN	900.32	3041.3	–	–	2.36×10^{-4}
FOPCD	–	–	198.92	2823.02	1.68×10^{-9}

Una de las razones principales, por lo cual no se ha optado por un modelo de relajación convexa o linearización para los FOGN es debido a que, en ocasiones violan algunos límites de presiones en el modelo original, en el artículo publicado en [33] sucede este fenómeno.

Capítulo 6

Conclusiones, Recomendaciones y Trabajos Futuros

6.1. Conclusiones

En este trabajo se han analizado las operaciones conjuntas de los sistemas de gas natural y de potencia mediante un modelo de equilibrio. Esto con la finalidad de que ambos problemas estén operando de manera conjunta y óptima sin que ninguno tome ventaja sobre el otro. La metodología que se empleó para encontrar la solución al problema de equilibrio fue por medio de las condiciones de Karush-Kuhn-Tucker, las cuales se desarrollaron para cada modelo de operación (FOGN y FOPCD) para después formularlas como un sistema de ecuaciones no lineales y no convexas, y así encontrar los valores de las variables de decisión de la operación de ambos sistemas. Las condiciones KKT se programaron en el Software AMPL, donde posteriormente se usa el solucionador KNITRO para resolver el sistema de ecuaciones. Finalmente para verificar si los resultados obtenidos son puntos de equilibrio se resuelven los modelos individuales para el caso de los FOGN se le da como parámetro la potencia de generación de las unidades que son a base de gas natural, mientras que a los FOPCD reciben como parámetro el precio del gas natural para que las unidades de gas puedan conocer el costo y enviar una oferta. Con lo anterior se concluye lo siguiente:

- El modelo de equilibrio permite que los sistemas de gas y potencia alcancen un punto en que ambos son óptimos en su operación.
- La complejidad del problema se debe principalmente a los flujos de gas natural, pues el modelarlos presentó todo un reto, además hay que recalcar que los flujos que se incluyen en el modelo son bidireccionales.
- En el sistema de 3 nodos - 3 buses se alcanza el óptimo para el equilibrio, y se co-

robora con los modelos individuales ya que los resultados fueron los mismos.

- El impacto que trae consigo el empaque en el primer sistema de prueba indica que al existir gas almacenado al inicio del horizonte hace que el costo de extracción y generación se reduzca.

- La congestión impacta de manera significativa en el sistema de gas de 3 nodos, y en el de potencia de 3 buses pues ambos costos operativos los incrementa considerablemente.

- En el sistema de gas de Bélgica el empaque inicial del horizonte en las tuberías representa un ahorro bastante significativo en cuanto a la extracción de gas natural, además en la primer hora del horizonte siempre el precio de gas es más económico.

- La integración de rampas de los generadores y pozos, además de los compresores en la red de tuberías, en el segundo sistema de estudio, hace el problema mucho más robusto para resolver por lo que no se alcanza el óptimo, sin embargo el punto que se alcanza es aceptable, debido a que la infactibilidad es bastante pequeña, así las restricciones se mantienen dentro de los límites.

- La congestión en el estudio del sistema integrado de 20 nodos y 30 buses provoca un alza en los precios de gas y potencia.

- El modelo multiobjetivo a pesar de que aparentemente presenta ventaja computacional y mejora los costos de generación de potencia y extracción de gas no es viable debido a que no existe un organismo capaz de operar ambos sistemas, además de que la función objetivo no toma en cuenta el costo de generación de los generadores a base de gas natural.

6.2. Aportaciones

Las aportaciones de este trabajo se describen en los siguientes puntos:

- Se hace énfasis en el análisis que trae consigo el que exista gas natural almacenado al inicio del horizonte y el beneficio que presenta tanto en el sistema de gas natural como en el de potencia.

- Se incluye una función en el sistema de gas que permite el flujo bidireccional de gas de acuerdo a las condiciones del sistema, debido a que generalmente esta dirección se considera *a priori*.

- En el sistema de potencia se considera la congestión y se analiza como impacta no

solo en los precios finales de la energía, sino también en el sistema de gas natural.

- Se analizan los sistemas de gas–potencia considerando congestión, empaque, compresores y rampas, con lo que se establece las bases para trabajos futuros que estén relacionados con la coordinación de los sistemas de gas y potencia ya que se desarrollan explícitamente todos los componentes del modelo de equilibrio.

- Añadir la incertidumbre tanto en el sistema de gas como en el de potencia para analizar los modelos por medio del equilibrio.

6.3. Recomendaciones para trabajos futuros

- Aplicar alguna técnica avanzada de relajación convexa lo más fina posible para hacer el problema menos robusto y que la solución sea más rápida y factible.

- Considerar el problema de la asignación de unidades para poder aplicar el modelo a un horizonte más largo.

- Modelar los FOP por medio de los FDTP, con la finalidad de descomponer el PML en su componente de energía y congestión, además de agregar las pérdidas.

- Analizar como impactan las pérdidas de potencia en el sistema de gas natural si es que los generadores de gas absorben dichas pérdidas.

Referencias

- [1] J. Gil, A. Caballero y A. J. Conejo, “Power Cycling: CCGTs: The Critical Link Between the Electricity and Natural Gas Markets”, *IEEE Power and Energy Magazine*, vol. 12, n.º 6, pp. 40–48, noviembre de 2014.
- [2] C. Wang, W. Wei, J. Wang, L. Bai, Y. Liang y T. Bi, “Convex Optimization Based Distributed Optimal Gas-Power Flow Calculation”, *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, vol. 9, n.º 3, pp. 1145–1156, julio de 2018.
- [3] G. Bautista Alderete, “Energy Insecurity Due to Gas Supply Availability: Efforts to Coordinate Electric and Gas System ”, *IEEE Power and Energy Magazine*, vol. 19, n.º 2, pp. 28–36, marzo de 2021.
- [4] S. Chen, A. J. Conejo, R. Sioshansi y Z. Wei, “Operational Equilibria of Electric and Natural Gas Systems With Limited Information Interchange”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 35, n.º 1, pp. 662–671, enero de 2020.
- [5] Informe de tecnología de referencia, CENACE, 2019.
- [6] C. M. Correa-Posada y P. Sanchez-Martin, “Security-Constrained Optimal Power and Natural-Gas Flow”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 29, n.º 4, pp. 1780–1787, julio de 2014.
- [7] S. A. Gabriel, S. Kiet y J. Zhuang, “A Mixed Complementarity-Based Equilibrium Model of Natural Gas Markets”, *Operations Research*, vol. 53, n.º 5, pp. 799–818, octubre de 2005.
- [8] M. Shahidehpour, Yong Fu y T. Wiedman, “Impact of Natural Gas Infrastructure on Electric Power Systems”, *Proceedings of the IEEE*, vol. 93, n.º 5, pp. 1042–1056, mayo de 2005.
- [9] C. Unsihuay, J. W. Marangon-Lima and A. C. Z. de Souza, “Short-Term Operation Planning of Integrated Hydrothermal and Natural Gas Systems”, *IEEE Lausanne Power Tech*, pp. 1410-1416, 2007.

- [10] M. Urbina and Z. Li, “A Combined Model for Analyzing the Interdependency of Electrical and Gas Systems”, 39th North American Power Symposium, pp. 468-472, 2007.
- [11] R. Rubio, D. Ojeda-Esteybar, O. Ano and A. Vargas, “Integrated natural gas and electricity market: A survey of the state of the art in operation planning and market issues”, IEEE/PES Transmission and Distribution Conference and Exposition: Latin America, pp. 1-8, pp. 1-8, 2008.
- [12] T. Li, M. Eremia y M. Shahidehpour, “Interdependency of Natural Gas Network and Power System Security”, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 23, n.º 4, pp. 1817–1824, noviembre de 2008.
- [13] M. Chaudry, N. Jenkins y G. Strbac, “Multi-time period combined gas and electricity network optimisation”, Electric Power Systems Research, vol. 78, n.º 7, pp. 1265–1279, julio de 2008.
- [14] Cong Liu, M. Shahidehpour, Yong Fu y Zuyi Li, “Security-Constrained Unit Commitment With Natural Gas Transmission Constraints”, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 24, n.º 3, pp. 1523–1536, agosto de 2009.
- [15] C. Liu, M. Shahidehpour y J. Wang, “Application of augmented Lagrangian relaxation to coordinated scheduling of interdependent hydrothermal power and natural gas systems”, IET Generation, Transmission & Distribution, vol. 4, n.º 12, p. 1314, 2010.
- [16] C. Liu, M. Shahidehpour y J. Wang, “Coordinated scheduling of electricity and natural gas infrastructures with a transient model for natural gas flow”, Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science, vol. 21, n.º 2, p. 025102, junio de 2011.
- [17] A. Martinez-Mares y C. R. Fuerte-Esquivel, “A Unified Gas and Power Flow Analysis in Natural Gas and Electricity Coupled Networks”, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 27, n.º 4, pp. 2156–2166, noviembre de 2012.
- [18] P. J. Hibbard y T. Schatzki, “The Interdependence of Electricity and Natural Gas: Current Factors and Future Prospects”, The Electricity Journal, vol. 25, n.º 4, pp. 6–17, mayo de 2012.
- [19] P. N. Biskas and N. G. Kanelakis, “Co-optimization of electricity day-ahead market and steady-state natural gas system using Augmented Lagrangian”, 11th International Conference on the European Energy Market (EEM14), pp. 1-6, 2014.
- [20] C. Wang, W. Wei, J. Wang, L. Wu y Y. Liang, “Equilibrium of Interdependent Gas and Electricity Markets With Marginal Price Based Bilateral Energy Trading”, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 33, n.º 5, pp. 4854–4867, septiembre de 2018.

-
- [21] C. M. Correa-Posada y P. Sanchez-Martin, “Integrated Power and Natural Gas Model for Energy Adequacy in Short-Term Operation”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 30, n.º 6, pp. 3347–3355, noviembre de 2015.
- [22] M. Chertkov, M. Fisher, S. Backhaus, R. Bent and S. Misra, “Pressure Fluctuations in Natural Gas Networks Caused by Gas-Electric Coupling”, *48th Hawaii International Conference on System Sciences*, pp. 2738-2747, 2015.
- [23] M. Gil, P. Duenas y J. Reneses, “Electricity and Natural Gas Interdependency: Comparison of Two Methodologies for Coupling Large Market Models Within the European Regulatory Framework”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 31, n.º 1, pp. 361–369, enero de 2016.
- [24] F. Toledo, E. Sauma y S. Jerardino, “Energy Cost Distortion Due to Ignoring Natural Gas Network Limitations in the Scheduling of Hydrothermal Power Systems”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 31, n.º 5, pp. 3785–3793, septiembre de 2016.
- [25] A. Zlotnik, L. Roald, S. Backhaus, M. Chertkov y G. Andersson, “Coordinated Scheduling for Interdependent Electric Power and Natural Gas Infrastructures”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 32, n.º 1, pp. 600–610, enero de 2017.
- [26] P. J. Hibbard y T. Schatzki, “The Interdependence of Electricity and Natural Gas: Current Factors and Future Prospects”, *The Electricity Journal*, vol. 25, n.º 4, pp. 6–17, mayo de 2012.
- [27] E. C. Portante, J. A. Kavicky, B. A. Craig, L. E. Talaber y S. M. Folga, “Modeling Electric Power and Natural Gas System Interdependencies”, *Journal of Infrastructure Systems*, vol. 23, n.º 4, p. 04017035, diciembre de 2017.
- [28] C. Wang, W. Wei, J. Wang, L. Wu y Y. Liang, “Equilibrium of Interdependent Gas and Electricity Markets With Marginal Price Based Bilateral Energy Trading”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 33, n.º 5, pp. 4854–4867, septiembre de 2018.
- [29] C. Wang, W. Wei, J. Wang, F. Liu y S. Mei, “Strategic Offering and Equilibrium in Coupled Gas and Electricity Markets”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 33, n.º 1, pp. 290–306, enero de 2018.
- [30] S. Ericson, J. Logan, D. Kaffine y T. Coburn, “Challenges and Solutions to Managing the Electricity-Gas Interface”, *Natural Gas & Electricity*, vol. 36, n.º 4, pp. 1–16, octubre de 2019.
- [31] G. E. Alvarez, “Integrated scheduling from a diversity of sources applied to the Argentine electric power and natural gas system”, *Computers & Chemical Engineering*, vol. 134, p. 106691, marzo de 2020.

- [32] G. Byeon y P. Van Hentenryck, “Unit Commitment With Gas Network Awareness”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 35, n.º 2, pp. 1327–1339, marzo de 2020.
- [33] S. Chen, A. J. Conejo y Z. Wei, “Gas-Power Coordination: from Day-Ahead Scheduling to Actual Operation”, *IEEE Transactions on Power Systems*, p. 1, 2021.
- [34] J. Wang, H. Xin, N. Xie y Y. Wang, “Equilibrium models of coordinated electricity and natural gas markets with different coupling information exchanging channels”, *Energy*, vol. 239, p. 121827, enero de 2022.
- [35] T. Ding, Y. Hu y Z. Bie, “Multi-Stage Stochastic Programming With Nonanticipativity Constraints for Expansion of Combined Power and Natural Gas System”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 33, n.º 1, pp. 317–328, enero de 2018.
- [36] S. Chen, Z. Wei, G. Sun, K. W. Cheung y Y. “Sun, Multi-Linear Probabilistic Energy Flow Analysis of Integrated Electrical and Natural-Gas Systems”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 32, n.º 3, pp. 1970–1979, mayo de 2017.
- [37] E. C. Portante, J. A. Kavicky, B. A. Craig, L. E. Talaber y S. M. Folga, “Modeling Electric Power and Natural Gas System Interdependencie”, *Journal of Infrastructure Systems*, vol. 23, n.º 4, p. 04017035, diciembre de 2017.
- [38] P. N. Biskas, N. G. Kanelakis, A. Papamatthaiou y I. Alexandridis, “Coupled optimization of electricity and natural gas systems using augmented Lagrangian and an alternating minimization method”, *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 80, pp. 202–218, septiembre de 2016.
- [39] M. Gil, P. Duenas y J. Reneses, “Electricity and Natural Gas Interdependency: Comparison of Two Methodologies for Coupling Large Market Models Within the European Regulatory Framework”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 31, n.º 1, pp. 361–369, enero de 2016.
- [40] Navarro Hernández, Luis Antonio. “Expansión de la generación y transmisión del sistema eléctrico de potencia en presencia de la respuesta a la demanda”. (Tesis de maestría). Instituto Politécnico Nacional, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, México, 2022.
- [41] Rodríguez Clavel, Max Joshua. “Modelado y predicción de precios de gas y combustible empleando cadenas de markov”. (Tesis de maestría). Instituto Politécnico Nacional, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, México, 2019.
- [42] R. Z. Ríos-Mercado y C. Borraz-Sánchez, “Optimization problems in natural gas transportation systems: A state-of-the-art review”, *Applied Energy*, vol. 147, pp. 536–555, junio de 2015.

- [43] M. S. Bazaraa, C. M. Shetty y H. D. Sherali, *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms*. Wiley & Sons, Incorporated, John, 2013.
- [44] M. A. Goberna, F. J. Aragón, M. A. López y M. M. L. Rodríguez, *Nonlinear Optimization*. Springer, 2019.
- [45] M. Shahidehpour, H. Yamin, and Z. Li, *Market operations in electric power systems: forecasting, scheduling, and risk management*. 1st ed. Wiley, 2002.
- [46] C. Ruiz, B. F. Hobbs, A. J. Conejo, S. A. A. Gabriel y J. D. Fuller, *Complementarity Modeling in Energy Markets*. Springer, 2014.
- [47] C. Kuang, M. Xiao, Z. Chen y J. Lu, “Distributed optimal dispatch of integrated electricity and natural gas system considering the pipeline storage characteristics”, *Evolutionary Intelligence*, marzo de 2021.
- [48] D. De Wolf y Y. Smeers, “The Gas Transmission Problem Solved by an Extension of the Simplex Algorithm”, *Management Science*, vol. 46, n.º 11, pp. 1454–1465, noviembre de 2000.
- [49] O’Malley, C. “Coordination of Gas-Electric Networks: Modeling, Optimization and Uncertainty”. (Doctoral dissertation, ETH Zurich), 2021.
- [50] C. He, L. Wu, T. Liu y M. Shahidehpour, “Robust Co-Optimization Scheduling of Electricity and Natural Gas Systems via ADMM”, *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, vol. 8, n.º 2, pp. 658–670, abril de 2017.
- [51] Y. He, M. Shahidehpour, Z. Li, C. Guo y B. Zhu, “Robust Constrained Operation of Integrated Electricity-Natural Gas System Considering Distributed Natural Gas Storage”, *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, vol. 9, n.º 3, pp. 1061–1071, julio de 2018.
- [52] D. Xu, Q. Wu, B. Zhou, C. Li, L. Bai y S. Huang, “Distributed Multi-Energy Operation of Coupled Electricity, Heating, and Natural Gas Networks”, *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, vol. 11, n.º 4, pp. 2457–2469, octubre de 2020.
- [53] G. E. Alvarez, “Integrated scheduling from a diversity of sources applied to the Argentine electric power and natural gas systems”, *Computers & Chemical Engineering*, vol. 134, p. 106691, marzo de 2020.
- [54] M. Shahidehpour, A. R. Sayed, C. Wang, W. Wei y T. Bi, “Robust Operational Equilibrium for Electricity and Gas Markets Considering Bilateral Energy and Reserve Contracts”, *IEEE Transactions on Power Systems*, p. 1, 2020.

-
- [55] R. D. Christie, B. F. Wollenberg y I. Wangensteen, “Transmission management in the deregulated environment”, *Proceedings of the IEEE*, vol. 88, n.º 2, pp. 170–195, febrero de 2000.
- [56] M. Hübner y H.-J. Haubrich, “Long-Term Pressure-Stage Comprehensive Planning of Natural Gas Networks”, en *Handbook of Networks in Power Systems II*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, pp. 37–59, 2011.
- [57] H. Gao y Z. Li, “A Benders Decomposition Based Algorithm for Steady-State Dispatch Problem in an Integrated Electricity-Gas System”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 36, n.º 4, pp. 3817–3820, julio de 2021.
- [58] Menon, E. Shashi. *Gas pipeline hydraulics*. Crc Press, 2005.
- [59] M. Patriksson, N. Andreasson y A. Evgrafov, *Introduction to Continuous Optimization: Foundations and Fundamental Algorithms*. Dover Publications, Incorporated, 2020.
- [60] A. J. Conejo, *Decomposition techniques in mathematical programming: Engineering and science applications*. Berlin: Springer, 2010.
- [61] A. Jorge, *Optimización para estudiantes de Ingeniería*, 2012.

Apéndice A

Convexidad

A.1. Conjuntos convexos

DEFINICIÓN 1 Sea $S \subseteq \mathbb{R}^n$, S es convexo si y solo si cumple con $\lambda x + (1 - \lambda)y \in S \quad \forall x, y \in S \quad \forall \lambda \in [0, 1]$

Una interpretación geométrica que se le da a la ecuación anterior es: *Si todos los puntos de un conjunto se pueden unir por medio de una línea recta y dicha línea permanece en el conjunto, entonces el conjunto es convexo.*

En la figura A.1a se ilustran dos conjuntos no convexos, por otra parte en la figura A.1b se muestran dos conjuntos convexos. En cuanto a los espacios vectoriales se puede decir que los números reales \mathbb{R}^n es convexo mientras que el conjunto de los números naturales \mathbb{N} no lo es.

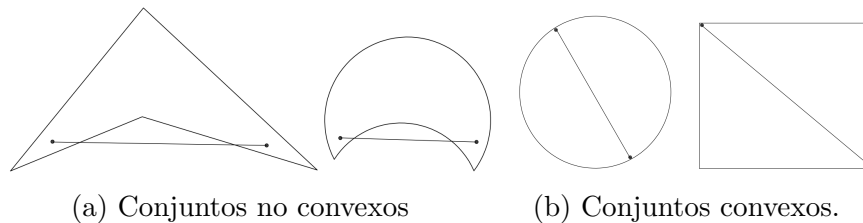


Figura A.1: Conjuntos.

Con la finalidad de dejar en claro la convexidad de conjuntos se realiza el siguiente ejemplo.

Sea $S_1 = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 | x_1 + 2x_2 - x_3 = 2\}$ Probar que es convexo.

Definiendo los puntos \mathbf{x} y \mathbf{y} en el espacio

$$\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3] \quad \mathbf{y} = [y_1, y_2, y_3]$$

Operando de acuerdo a la definición:

$$\lambda x_1 + (1 - \lambda)y_1 + 2(\lambda x_2 + (1 - \lambda)y_2) - (\lambda x_3 + (1 - \lambda)y_3) = 2$$

$$\lambda(x_1 + 2x_2 - x_3) + (1 - \lambda)(y_1 + 2y_2 - y_3) = 2$$

$$\lambda(2) + (1 - \lambda)(2) = 2$$

$$2 = 2$$

Entonces el conjunto S_1 es convexo.

A.1.1. Poliedro convexo

A conjunto $H := \{a^T x = \alpha\}$ con $a, x \in \mathbb{R}^n$ y $\alpha \in \mathbb{R}$ se le conoce como Hiperplano, y este a su vez se divide en dos subespacios:

$$H^- = \{a^T x \leq \alpha\}$$

$$H^+ = \{a^T x \geq \alpha\}$$

En [61] se enuncia y demuestra como un semiespacio S también es un conjunto convexo.

De acuerdo con [43] la intersección de dos conjuntos convexos $S_1 \cap S_2$ da como resultado un conjunto convexo.

Al conjunto \mathcal{P} formado por m inecuaciones y n número de variables lineales con la forma $Ax \leq b$ con $A \in \mathbb{M}_{m \times n}$, $x \in \mathbb{R}^n$, $b \in \mathbb{R}^m$ se le denomina poliedro, el cual es una intersección finita de semiespacios y por lo tanto \mathcal{P} es un conjunto convexo.

A.2. Funciones convexas

DEFINICIÓN 2 Una función f donde $S \subseteq \mathbb{R}^n$ y $f : S \rightarrow \mathbb{R}$ es convexa si:

$$f(\lambda x + (1 - \lambda)y) \leq \lambda f(x) + (1 - \lambda)f(y) \quad \forall x, y \in S, \lambda \in [0, 1]$$

Geométricamente se interpreta que una función f es convexa si la imagen de f queda por debajo de la línea recta que une 2 de sus puntos como se observa en la figura A.2.

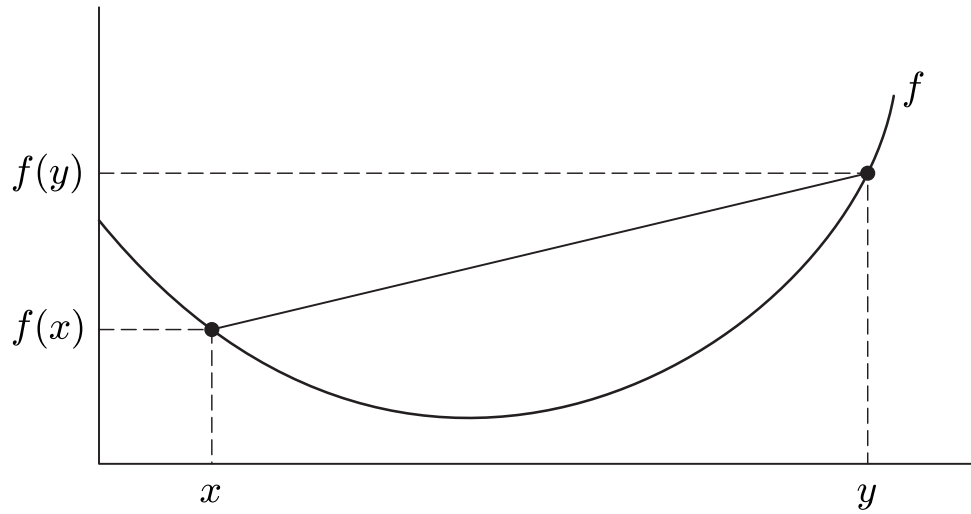


Figura A.2: Función convexa.

Ejemplo: Demostrar que x^2 es convexa.

De acuerdo a la definición.

$$f(\lambda x + (1 - \lambda)y) \leq \lambda f(x) + (1 - \lambda)f(y)$$

$$\lambda f(x) + (1 - \lambda)f(y) - f(\lambda x + (1 - \lambda)y) \geq 0$$

Operando.

$$\lambda x^2 + (1 - \lambda)y^2 - (\lambda^2 x^2 + 2\lambda x(1 - \lambda)y + (1 - \lambda)^2 y^2) =$$

$$x^2(\lambda - \lambda^2) + y^2((1 - \lambda) - (1 - \lambda)^2) - 2\lambda xy(1 - \lambda) =$$

$$\lambda(1 - \lambda)(x^2 - 2xy + y^2) =$$

$$\lambda(1 - \lambda)(x - y)^2 \geq 0 \quad \therefore \text{es convexa}$$

Otra definición que existe para conocer si una función es convexa es por medio de la matriz Hessiana H , la cual se forma por medio de las segundas derivadas parciales de la función f . Si la matriz H es semidefinida positiva entonces la función f es convexa [59].

Ejemplo: Sea $f(x, y) = W^2(x^2 - y^2)$ verificar si f es convexa.

Encontrando primeramente las derivadas parciales de la función f .

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial x} &= 2xW^2 & \frac{\partial f}{\partial y} &= -2yW^2 & \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} &= 2W^2 \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} &= 0 & \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} &= 0 & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} &= -2W^2 \end{aligned}$$

Entonces la matriz H queda como:

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial xy} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial yx} & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2W^2 & 0 \\ 0 & -2W^2 \end{bmatrix}$$

Encontrando los valores propios de la matriz:

$$\det \left(\begin{bmatrix} 2W^2 - \lambda & 0 \\ 0 & -2W^2 - \lambda \end{bmatrix} \right) = \lambda^2 - 4W^4 = 0 \quad \therefore \quad \lambda_1 = 2W^2, \lambda_2 = -2W^2$$

Al existir un valor propio negativo la matriz H no es semidefiniva positiva y tampoco positiva, por lo que f **no es convexa**.

Apéndice B

Condiciones de Karush-Kuhn-Tucker

Las condiciones Karush-Kuhn-Tucker son una colección de condiciones que todo problema de optimización debe cumplir [46], a la solución encontrada se le denomina punto KKT. Todo punto óptimo es un KKT, pero no todo punto KKT es un punto óptimo, a este enunciado se le conoce como condiciones necesarias o de primer orden, ya que se emplean las primeras derivadas.

Para definir las condiciones KKT se considera el siguiente problema P de programación no lineal:

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ \text{s.a.} \quad & \\ & h_l(x) = 0 \\ & g_m(x) \leq 0 \end{aligned}$$

En donde $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $h : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^l$, $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$

Las funciones $f(x)$, $h(x)$ y $g(x)$ deben de ser diferenciables en la región factible del problema. Escribiendo la función Lagrangiana del problema P :

$$\mathcal{L} = f(x) + \lambda^T h(x) + \mu^T g(x)$$

A partir de esta función \mathcal{L} se definen las condiciones KKT, las cuales son:

$$\nabla_x f(x) + \lambda^T \nabla_x h(x) + \mu^T \nabla_x g(x) = 0 \tag{B.1}$$

$$h(x) = 0 \tag{B.2}$$

$$g(x) \leq 0 \tag{B.3}$$

$$\mu^T g(x) = 0 \tag{B.4}$$

$$\mu \geq 0 \tag{B.5}$$

En donde λ , μ representan multiplicadores de Lagrange para cada restricción respectivamente. La ecuación (B.1) Establece que el gradiente de la función \mathcal{L} debe de ser 0 en el punto óptimo, al término $\nabla_x f(x)$ también se le conoce como condición primal de factibilidad, mientras que a $\lambda^T \nabla_x h(x) + \mu^T \nabla_x g(x)$ se le denomina condición dual de factibilidad. Las ecuaciones (B.2) y (B.3) son las restricciones del problema P . A la ecuación (B.4) se le conoce como condición de holgura complementaria y establece que el producto interno vectorial entre el vector de la solución primal con el vector de la solución dual debe de ser ortogonal, es decir 0 [43]. Finalmente en la ecuación (B.5) se asegura la no negatividad del vector dual μ .

Apéndice C

Datos del sistema de gas natural de Bélgica

Tabla C.1: Tuberías del sistema de Bélgica

Tubería	N.E _G	N.R _G	Diámetro (<i>mm</i>)	Longitud (<i>km</i>)	W ² (<i>Mm</i> ⁶ / <i>bar</i> ² <i>h</i> ²)	K (<i>MmCE</i> / <i>bar</i>)
1	1	2	890	4	9.07027	0.0031455
2	2	3	890	6	6.04685	0.00471824
3	3	4	890	26	1.39543	0.02044572
4	4	5	890	55	0.659656	0.04325057
5	6	4	590.1	19	0.226895	0.00656831
6	7	6	590.1	29	0.148655	0.01002532
7	8	7	590.1	43	0.100256	0.01486513
8	9	10	890	5	7.25622	0.00393187
9	10	11	890	20	1.81405	0.01572748
10	11	12	890	25	1.45124	0.01965935
11	12	13	890	42	0.863836	0.03302771
12	13	14	890	40	0.907027	0.03145496
13	14	5	890	5	7.25622	0.00393187
14	5	15	890	10	3.62811	0.00786374
15	15	16	890	25	1.45124	0.01965935
16	12	17	395.5	10.5	0.0514445	0.00163054
17	17	18	315.5	26	0.0514445	0.00256934
18	18	19	315.5	98	0.0017032	0.00968443
19	19	20	315.5	6	0.027819	0.00059292

Tabla C.2: Nodos del sistema de gas de Bélgica.

Nodo	Nombre
1	Zeebrugge
2	Dudzele
3	Brugge
4	Zomergem
5	Péronnes
6	Gent
7	Anterwepen
8	Loenhout
9	Granvevoeren
10	Bernau
11	Liege
12	Warnand
13	Namur
14	Anderlues
15	Mons
16	Blaregnies
17	Wanze
18	Sinsin
19	Arlon
20	Petange

Tabla C.3: Pozos de gas en el sistema de Bélgica.

Pozo	Nodo	Gp^{min} (Mm^3)	Gp^{max} (Mm^3)	Oferta (\$/ Mm^3)	Gp^{ramp} (Mm^3)
1	1	0	11.599	4.28	8
2	2	0	9.4	8.28	7
3	5	0	4.96	1.68	3.3
4	8	0	4.8	2.28	3.3
5	9	0	15.012	5.68	9
6	14	0	8.2	2.68	5
7	19	0	4	3.8	2
8	12	0	3.2	4	1.4

Tabla C.4: Sistema de transmisión del SEP de 30 buses.

Línea	Be	Br	C	X	Capacidad (MW)
1	1	2	1	0.06	1.17
2	1	3	1	0.19	1.17
3	2	4	1	0.17	1.17
4	3	4	1	0.04	1.17
5	2	5	1	0.2	1.17
6	2	6	1	0.18	1.17
7	4	6	1	0.04	1.17
8	5	7	1	0.12	1.17
9	6	7	1	0.08	1.17
10	6	8	1	0.04	1.17
11	6	9	1	0.21	1.17
12	6	10	1	0.56	1.17
13	9	11	1	0.21	1.17
14	9	10	1	0.11	1.17
15	4	12	1	0.26	1.17
16	12	13	1	0.14	1.17
17	12	14	1	0.26	1.17
18	12	15	1	0.13	1.17
19	12	16	1	0.2	1.17
20	14	15	1	0.2	1.17
21	16	17	1	0.19	1.17
22	15	18	1	0.22	1.17
23	18	19	1	0.13	1.17
24	19	20	1	0.07	1.17
25	10	20	1	0.21	1.17
26	10	17	1	0.08	1.17
27	10	21	1	0.07	1.17
28	10	22	1	0.15	1.17
29	21	22	1	0.02	1.17
30	15	23	1	0.2	1.17
31	22	24	1	0.18	1.17
32	23	24	1	0.27	1.17
33	24	25	1	0.33	1.17
34	25	26	1	0.38	1.17
35	25	27	1	0.21	1.17
36	28	27	1	0.4	1.17
37	27	29	1	0.42	1.17
38	27	30	1	0.6	1.17
39	29	30	1	0.45	1.17
40	8	28	1	0.2	1.17
41	6	28	1	0.06	1.17

Tabla C.5: Unidades de generación en el SEP de 30 buses

Unidad	Bus	P_g^{min} (MW)	P_g^{max} (MW)	Oferta (\$/MW)	P_g^{ramp} (MW)
1	24	0	0.76	...	0.5
2	25	0	1.292	...	1
3	1	0	1.52	20	1.1
4	2	0	1.52	17.5	1.1
5	13	0	0.95	10	0.6
6	22	0	1.045	32.5	0.85
7	23	0	0.57	30	0.4
8	28	0	1.425	...	1
9	27	0	1.482	30	1

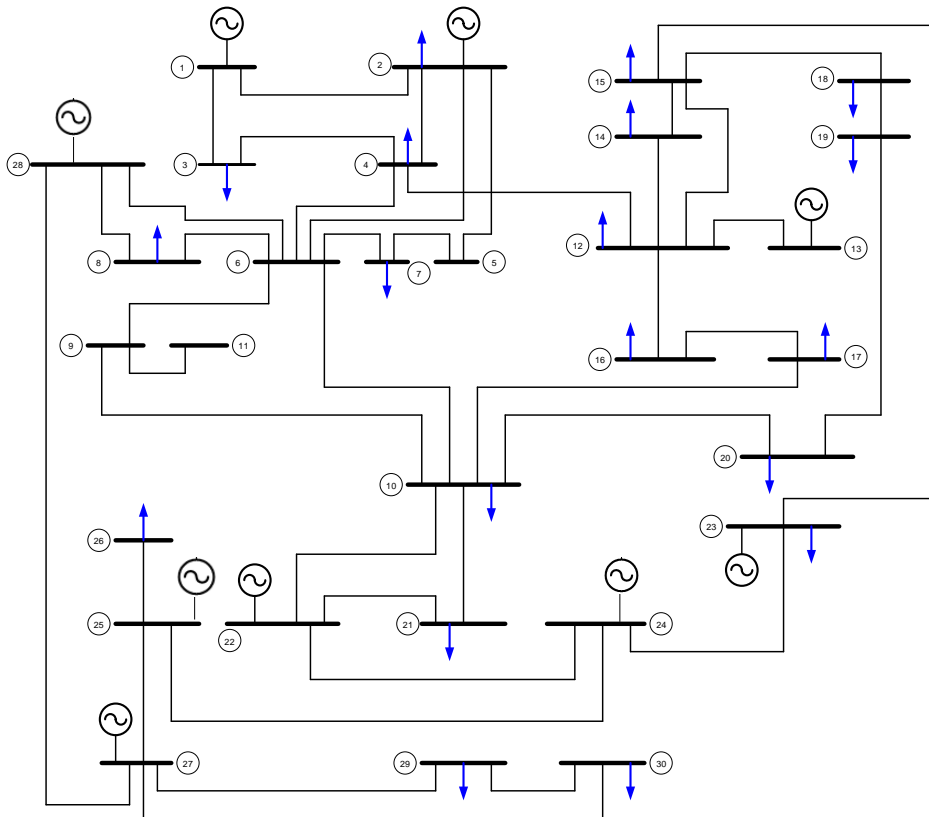


Figura C.1: SEP 30 buses IEEE.

Apéndice D

Programas en AMPL

D.1. Modelo de motivación

```
1  var y >=0;
2  var y >=0;
3  var alfa >=0;
4  var beta >=0;
5
6  minimize  obj: 1;
7
8  # Condiciones estacionarias
9  s.t. E1: -1 + 2*alfa*x = 0;
10
11 s.t. E2: -1 + beta*(2*y - 2 ) = 0;
12
13 # Condiciones de factibilidad
14 s.t. F1: x**2 + (y-2)**2 <= 4;
15
16 s.t. F2: (x-1)**2 + (y-1)**2 <= 4;
17
18 #Condiciones de holgura complementaria
19 s.t. H1: alfa*( x**2 + (y-2)**2 - 4) = 0;
20
21 s.t. H2: beta*((x-1)**2 + (y-1)**2 - 4) = 0;
```

D.2. Modelo de equilibrio

```
1  param m = 20;
2  param Ugt = 6;
3  param b = 30;
```

```
4 param h = 24;
5 param NLi = 2;
6
7 # Conjuntos de gas
8 set T := 1..h;
9 set Tci := 1..1;
10 set Tc := 2..h;
11 set Nodos := 1..m;
12 set tuberia within {Nodos,Nodos};
13 set P:=1..8;
14 set U:= 1..9;
15 set buses := 1..b;
16 set Ug within {Nodos,buses,U};
17 set Comp within {Nodos,Nodos};
18
19 # Conjuntos de potencia
20 set Ucon within{buses,U};
21 set lineas within {buses,buses};
22 set slack := 1..1;
23 set busess := 2..b;
24
25 # Parametros del Gas
26 param Cs{P};
27 param GL{Nodos,T};
28 param Gpmin{P};
29 param Gpmax{P};
30 param Ap{Nodos,P};
31 param pimin{Nodos};
32 param pimax{Nodos};
33 param K{tuberia};
34 param C{tuberia};
35 param W{tuberia};
36 param Li{tuberia};
37 param Cg = 100;
38 param RampG{P};
39 param Pot{Nodos,U};
40 param eta{Ug};
41 param Rmin{Comp};
42 param Rmax{Comp};
43 param D{Comp};
44
45 # Parametros de Potencia
46 param Pmin{Ucon};
47 param Pmax{Ucon};
48 param PminG{Ug};
49 param PmaxG{Ug};
50 param Co{Ug};
51 param Cconv{Ucon};
52 param PL{buses,T};
```

```

53 param r{lineas};
54 param flmax{lineas};
55 param Cp=200;
56 param A{buses,U};
57 param RampPg{Ug};
58 param RampPc{Ucon};
59
60 # Variables del Gas
61 var Gp{P,T}>=0;
62 var GLC{Nodos,T}>=0;
63 var pi{Nodos,T}>=0;
64 var L{tuberia,T}>=0;
65 var Flg{tuberia,T};
66 var FlgAvg {tuberia,T};
67
68 # Duales
69 var gammaMin{P,T} >=0 ;
70 var gammaMax{P,T} >=0 ;
71 var LamG{Nodos,T} ;
72 var alphaMin{Nodos,T} >=0 ;
73 var alphaMax{Nodos,T} >=0 ;
74 var betha{tuberia,T};
75 var phi{tuberia,T};
76 var delta{tuberia,T};
77 var Phi{tuberia,T};
78 var MhoMinG{P,Tc}>=0;
79 var MhoMaxG{P,Tc}>=0;
80
81
82 # Variables de Potencia
83 var Pg{U,T}>=0;
84 var theta{buses,T};
85 var PLD{buses,T}>=0;
86 var fl{lineas,T};
87
88 # Duales
89 var LamP{buses,T}; # PML
90 var muMax{lineas,T}>=0;
91 var muMin{lineas,T}>=0;
92 var etagMin{Ug,T}>=0;
93 var etagMax{Ug,T}>=0;
94 var etacMin{Ucon,T}>=0;
95 var etacMax{Ucon,T}>=0;
96 var rho{T};
97 var MhoMinPg{Ug,Tc}>=0;
98 var MhoMaxPg{Ug,Tc}>=0;
99 var MhoMinPc{Ucon,Tc}>=0;
100 var MhoMaxPc{Ucon,Tc}>=0;
101 var xiMin{Comp,T}>=0;

```

```

102  var xiMax{Comp,T}>=0;
103
104  # funcion objetivo
105  minimize obj: 1;
106
107  # Factibilidad de gas
108
109  s.t. R1G{i in Nodos,t in T}: sum{p in P}Ap[i,p]*Gp[p,t] =
110  GL[i,t] + sum{(i,j) in tuberia}(Flg[i,j,t])
111  + sum{(i,n,u) in Ug}(Pot[i,u]*Pg[u,t]*eta[i,n,u])
112  + sum{(i,j) in Comp}(1.1*Flg[i,j,t]*0.05);
113
114  # Flujo promedio en las tuberias
115  s.t. R2G{(i,j) in tuberia, t in T}: FlgAvg[i,j,t] =
116  (Flg[i,j,t] - Flg[j,i,t])*0.5 ;
117
118  # Restriccion No convexa
119  s.t. R3G{(i,j) in tuberia, t in T}: FlgAvg[i,j,t]**2 =
120  W[i,j]*(pi[i,t]**2 - pi[j,t]**2)*(sqrt(FlgAvg[i,j,t]**2)/(FlgAvg[i,j,t]));
121
122  # line-pack
123  s.t. R4G{(i,j) in tuberia, t in T}: L[i,j,t] =
124  K[i,j]*(pi[i,t]+pi[j,t])*0.5;
125
126  s.t. R5G{(i,j) in tuberia, t in Tci}: Flg[i,j,t] + Flg[j,i,t] =
127  L[i,j,t] - Li[i,j]*NLi;
128
129  s.t. R6G{(i,j) in tuberia, t in Tc}: Flg[i,j,t] + Flg[j,i,t] =
130  L[i,j,t] - L[i,j,t-1];
131
132  # limites de produccion de gas
133  s.t. R7G1{(p,t) in {P,T}}:-Gp[p,t] <= -Gpmin[p];
134  s.t. R7G{(p,t) in {P,T}}: Gp[p,t] <= Gpmax[p];
135
136
137  # Limites de presion en los nodos
138  s.t. R8G1{(i,t) in {Nodos,T}}: -pi[i,t] <= -pimin[i];
139  s.t. R8G{(i,t) in {Nodos,T}}: pi[i,t] <= pimax[i];
140
141  # Rampas
142  s.t. R9G{p in P,t in Tc}: Gp[p,t-1] - Gp[p,t] <= RampG[p];
143  s.t. R10G{p in P,t in Tc}: Gp[p,t] - Gp[p,t-1] <= RampG[p];
144
145  # radios de compresion
146  s.t. R11G{(i,j) in Comp,t in T}: Rmin[i,j]*pi[i,t] <= pi[j,t];
147  s.t. R12G{(i,j) in Comp,t in T}: pi[j,t] <= Rmax[i,j]*pi[i,t];
148
149
150

```



```

151 # Estacionariedad
152 # Produccion de gas
153 s.t. EG1{(w,t) in {P,Tci}}: Cs[w] + sum{i in Nodos}(Ap[i,w]*LamG[i,t])
154 - gammaMin[w,t] + gammaMax[w,t] = 0 ;
155
156 s.t. EG11{(w,t) in {P,Tc}}: Cs[w] + sum{i in Nodos}(Ap[i,w]*LamG[i,t])
157 - gammaMin[w,t] + gammaMax[w,t] - MhoMinG[w,t] + MhoMaxG[w,t] = 0 ;
158
159 # Presiones nodales
160 s.t. EG2{i in Nodos, t in T}: - alphaMin[i,t] + alphaMax[i,t]
161 - 2*sum{(i,j) in tuberia}( (pi[i,t]*W[i,j]*betha[i,j,t])*
162 ( sqrt(FlgAvg[i,j,t]**2)/(FlgAvg[i,j,t]) ) )
163 + 2*sum{(i,j) in tuberia}( (pi[i,t]*W[j,i]*betha[j,i,t])*
164 ( sqrt(FlgAvg[j,i,t]**2)/(FlgAvg[j,i,t]) ) )
165 - 0.5*sum{(i,j) in tuberia}(K[i,j]*phi[i,j,t])
166 - 0.5*sum{(i,j) in tuberia}(K[j,i]*phi[j,i,t])
167 + sum{(i,j) in Comp}(Rmin[i,j]*xiMin[i,j,t] - Rmax[i,j]*xiMax[i,j,t])
168 + sum{(j,i) in Comp}(-xiMin[j,i,t] + xiMax[j,i,t])= 0;
169
170 # Flujos promedios
171 s.t.EG3{(i,j) in tuberia, t in T}:delta[i,j,t]+2*FlgAvg[i,j,t]*betha[i,j,t]
172 ]=0;
173
174 # Flujos
175 s.t.EG4{(i,j) in tuberia, t in T}: -LamG[i,t] - C[i,j]*(1.1*0.5*LamG[i,t])
176 -
177 0.5*delta[i,j,t] + 0.5*delta[j,i,t] + Phi[i,j,t] + Phi[j,i,t] = 0;
178
179 # Line Pack
180 s.t.EG6{(i,j) in tuberia, t in T}: phi[i,j,t] - Phi[i,j,t] = 0;
181
182 # Holgura complementaria
183
184 # Produccion minima
185 s.t. HG1{(w,t) in {P,T}}: gammaMin[w,t]*(Gpmin[w] - Gp[w,t]) <= 0;
186 s.t. HG11{(w,t) in {P,T}}: 0 <= gammaMin[w,t]*(Gpmin[w] - Gp[w,t]);
187
188 # Produccion maxima
189 s.t. HG2{(w,t) in {P,T}}: gammaMax[w,t]*(Gp[w,t] - Gpmax[w] ) <= 0;
190 s.t. HG22{(w,t) in {P,T}}: 0 <= gammaMax[w,t]*(Gp[w,t]-Gpmax[w]);
191
192 # Presion minima
193 s.t. HG3{(w,t) in {Nodos,T}}: alphaMin[w,t]*(pimin[w] - pi[w,t]) <= 0;
194 s.t. HG33{(w,t) in {Nodos,T}}: 0 <= alphaMin[w,t]*(pimin[w]-pi[w,t]);
195
196 # Presion maxima
197 s.t. HG4{(w,t) in {Nodos,T}}: alphaMax[w,t]*(pi[w,t] - pimax[w]) <= 0 ;
198 s.t. HG44{(w,t) in {Nodos,T}}: 0 <= alphaMax[w,t]*(pi[w,t] - pimax[w]);

```

```

198
199 # Rampa minima
200 s.t. H5G{(w,t) in {P,Tc}}: MhoMinG[w,t]*(Gp[w,t-1]-Gp[w,t]-RampG[w])<=0;
201 s.t. H5G1{(w,t) in {P,Tc}}: 0 <= MhoMinG[w,t]*(Gp[w,t-1]-Gp[w,t]-RampG[w])
    ;
202
203 # Rampa maxima
204 s.t. H6G{(w,t) in {P,Tc}}: MhoMaxG[w,t]*(Gp[w,t]-Gp[w,t-1]-RampG[w])<=0;
205 s.t. H6G1{(w,t) in {P,Tc}}: 0<=MhoMaxG[w,t]*(Gp[w,t]-Gp[w,t-1]-RampG[w]);
206
207 #Compresion minima
208 s.t. H7G{(i,j) in Comp,t in Tci}:xiMin[i,j,t]*(Rmin[i,j]*pi[i,t]-pi[j,t])
    <=0;
209 s.t. H7G1{(i,j) in Comp,t in Tci}:0<=xiMin[i,j,t]*(Rmin[i,j]*pi[i,t]-pi[j,
    t]);
210
211 #Compresion maxima
212 s.t. H8G{(i,j) in Comp,t in Tci}:xiMax[i,j,t]*(pi[j,t]-Rmax[i,j]*pi[i,t])
    <=0;
213 s.t. H8G1{(i,j) in Comp,t in Tci}:0<=xiMax[i,j,t]*(pi[j,t]-Rmax[i,j]*pi[i,
    t]);
214
215
216 # Factibilidad de potencia
217 #limites de generacion
218 s.t. R1P {(n,i,u) in Ug , t in T}: PminG[n,i,u] <= Pg[u,t] <= PmaxG[n,i,u
    ];
219 s.t. R1P1 {(i,u) in Ucon , t in T}: Pmin[i,u] <= Pg[u,t] <= Pmax[i,u];
220
221 #Balance de potencia
222 s.t. R2P {i in buses,t in T}: sum{u in U}(A[i,u]*Pg[u,t]) = PL[i,t]
223 + sum{(i,j) in lineas}(r[i,j]*(theta[i,t]-theta[j,t]));
224
225 #Flujo maximo
226 s.t. R3P {(i,j) in lineas, t in T}:-r[i,j]*(theta[i,t]-theta[j,t])<=flmax[
    i,j];
227
228 s.t. R3P1 {(i,j) in lineas, t in T}:r[i,j]*(theta[i,t]-theta[j,t])<=flmax[
    i,j];
229
230 #Angulo Slack
231 s.t. R4P {t in T}: theta[1,t] = 0;
232
233 ##### Rampas de unidades de gas
234 s.t. R5P {(n,i,u) in Ug , t in Tc}: Pg[u,t-1] - Pg[u,t] <= RampPg[n,i,u];
235 s.t. R5P1 {(n,i,u) in Ug , t in Tc}: Pg[u,t] - Pg[u,t-1] <= RampPg[n,i,u];
236
237 ##### Rampas de unidades convencionales
238 s.t. R6P {(i,u) in Ucon , t in Tc}: Pg[u,t-1] - Pg[u,t] <= RampPc[i,u];

```

```

239 s.t. R6P1{(i,u) in Ucon , t in Tc}: Pg[u,t] - Pg[u,t-1] <= RampPc[i,u];
240
241
242 # Estacionariedad de generadores de gas
243 s.t.E1P{(n,i,u) in Ug, t in Tci}: (Co[n,i,u] - eta[n,i,u]*LamG[n,t])
244 -etagMin[n,i,u,t] + etagMax[n,i,u,t] + LamP[i,t] = 0;
245
246 s.t.E1P1{(n,i,u) in Ug, t in Tc}: (Co[n,i,u] - eta[n,i,u]*LamG[n,t])
247 -etagMin[n,i,u,t] + etagMax[n,i,u,t] + LamP[i,t]
248 - MhoMinPg[n,i,u,t] + MhoMaxPg[n,i,u,t] = 0;
249
250 # Estacionariedad de generadores convencionales
251 s.t.E2P{(i,u) in Ucon , t in Tci}:
252 Cconv[i,u] + LamP[i,t] - etacMin[i,u,t] + etacMax[i,u,t] =0;
253
254 s.t.E2P1{(i,u) in Ucon , t in Tc}: Cconv[i,u] + LamP[i,t] - etacMin[i,u,t]
255 +etacMax[i,u,t] - MhoMinPc[i,u,t] + MhoMaxPc[i,u,t] =0;
256
257 # Estacionariedad angular
258 s.t.E3P11{i in slack,t in T}: -LamP[i,t]*sum{(i,j) in lineas}(r[i,j])
259 + sum{(j,i) in lineas}(LamP[j,t]*r[j,i])
260 - sum{(i,j) in lineas}(r[i,j]*muMin[i,j,t])
261 + sum{(j,i) in lineas}(r[j,i]*muMin[j,i,t])
262 + sum{(i,j) in lineas}(r[i,j]*muMax[i,j,t])
263 - sum{(j,i) in lineas}(r[j,i]*muMax[j,i,t]) + rho[t]=0;
264
265 s.t.E3P1{i in busess,t in T}: -LamP[i,t]*sum{(i,j) in lineas}(r[i,j])
266 + sum{(j,i) in lineas}(LamP[j,t]*r[j,i])
267 - sum{(i,j) in lineas}(r[i,j]*muMin[i,j,t])
268 + sum{(j,i) in lineas}(r[j,i]*muMin[j,i,t])
269 + sum{(i,j) in lineas}(r[i,j]*muMax[i,j,t])
270 - sum{(j,i) in lineas}(r[j,i]*muMax[j,i,t]) =0;
271
272 # Holgura de potencia
273 # Generacion minima de unidades de gas
274 s.t.H1P{(n,i,u) in Ug, t in T}: etagMin[n,i,u,t]*( PminG[n,i,u] - Pg[u,t])
275 = 0;
276
277 # Generacion maxima de unidades de gas
278 s.t.H2P{(n,i,u) in Ug, t in T}: etagMax[n,i,u,t]*(Pg[u,t]-PmaxG[n,i,u])=0;
279
280 # Generacion minima de unidades de convencionales
281 s.t.H3P{(i,u) in Ucon , t in T}: etacMin[i,u,t]*(Pmin[i,u]-Pg[u,t])=0;
282
283 # Generacion maxima de unidades de convencionales
284 s.t.H4P{(i,u) in Ucon , t in T}: etacMax[i,u,t]*(Pg[u,t]-(Pmax[i,u]))=0;
285
286 # limite de flujo minimo
287 s.t.H5P{(i,j) in lineas, t in T}:

```

```

287 muMin[i,j,t]*(-flmax[i,j]-r[i,j]*(theta[i,t]-theta[j,t]))=0;
288
289 # limite de flujo maximo
290 s.t.H6P{(i,j) in lineas, t in T}:
291 muMax[i,j,t]*(-flmax[i,j]+r[i,j]*(theta[i,t]-theta[j,t]))=0;
292
293 # Rampas de unidades de gas
294 s.t.H7P{(n,i,u) in Ug, t in Tc}: MhoMinPg[n,i,u,t]*( Pg[u,t-1]
295 - Pg[u,t] -RampPg[n,i,u] )= 0;
296
297 s.t.H7P1{(n,i,u) in Ug, t in Tc}: MhoMaxPg[n,i,u,t]*( Pg[u,t]
298 - Pg[u,t-1] - RampPg[n,i,u])= 0;
299
300 #Rampas de unidades convencionales
301 s.t.H8P {(i,u) in Ucon , t in Tc}: MhoMinPc[i,u,t]*( Pg[u,t-1]
302 - Pg[u,t] - RampPc[i,u] )= 0;
303
304 s.t.H8P1{(i,u) in Ucon , t in Tc}: MhoMaxPc[i,u,t]*( Pg[u,t]
305 - Pg[u,t-1] - RampPc[i,u])= 0;

```

D.3. Modelo de FOGN

```

1 param m = 20;
2 param b = 30;
3 param h = 24;
4 param NLi = 2;
5
6 #Conjuntos
7 set T := 1..h;
8 set Tci := 1..1;
9 set Tc := 2..h;
10 set Nodos := 1..m;
11 set tuberia within {Nodos,Nodos};
12 set P:=1..7;
13 set U:= 1..9;
14 set buses := 1..b;
15 set Ug within {Nodos,buses,U};
16 param Pg{U};
17 param Pot{Nodos,U};
18 param eta{Ug};
19
20 #Parametros del Gas
21 param Cs{P};
22 param GL{Nodos,T};
23 param Gpmin{P};
24 param Gpmax{P};

```

```

25 param Ap{Nodos,P};
26 param pimin{Nodos};
27 param pimax{Nodos};
28 param K{tuberia};
29 param W{tuberia};
30 param Li{tuberia};
31 param Cg = 100;
32 param RampG{P};
33 param eta{Nodos,Ugmax};
34 param Pg{Nodos,Ugmax,T};
35
36 # Variables del Gas
37 var Gp{P,T}>=0;
38 var GLC{Nodos,T}>=0;
39 var pi{Nodos,T}>=0;
40 var L{tuberia,T}>=0;
41 var Flg{tuberia,T};
42 var FlgAvg {tuberia,T};
43
44
45 # funcion objetivo
46 minimize obj: sum{t in T}( sum{p in P}(Cs[p]*Gp[p,t]));
47
48
49 # Restricciones
50
51 # Balance de gas
52 s.t. R1G{i in Nodos,t in T}: sum{p in P}Ap[i,p]*Gp[p,t] =
53 GL[i,t] +sum{(i,j) in tuberia}(Flg[i,j,t])
54 + sum{(i,n,u) in Ug}(Pot[i,u]*Pg[u,t]*eta[i,n,u])
55 +sum{(i,j) in Comp}(1.1*Flg[i,j,t]*0.05);
56
57 # Flujo promedio en las tuberias
58 s.t. R2G{(i,j) in tuberia, t in T}:
59 FlgAvg[i,j,t] =(Flg[i,j,t] - Flg[j,i,t])*0.5 ;
60
61 # Restriccion No convexa
62 s.t. R3G{(i,j) in tuberia, t in T}: FlgAvg[i,j,t]**2 =
63 W[i,j]*(pi[i,t]**2 - pi[j,t]**2)*(sqrt(FlgAvg[i,j,t]**2)/(FlgAvg[i,j,t]));
64
65 # line-pack
66 s.t. R4G{(i,j) in tuberia, t in T}: L[i,j,t] =
67 K[i,j]*(pi[i,t]+pi[j,t])*0.5;
68
69 s.t. R5G{(i,j) in tuberia, t in Tci}: Flg[i,j,t] + Flg[j,i,t] =
70 L[i,j,t] - Li[i,j]*NLi;
71
72 s.t. R6G{(i,j) in tuberia, t in Tc}: Flg[i,j,t] + Flg[j,i,t] =
73 L[i,j,t] - L[i,j,t-1];

```

```

74
75 # limites de produccion de gas
76 s.t. R7G1{(p,t) in {P,T}}: Gpmin[p] <= Gp[p,t] <= Gpmax[p];
77
78
79 # Limites de presion en los nodos
80 s.t. R8G1{(i,t) in {Nodos,T}}: pimin[i] <= pi[i,t] <= pimax[i];
81
82 # Rampas
83 s.t. R9G{p in P,t in Tc}: Gp[p,t-1] - Gp[p,t] <= RampG[p];
84 s.t. R10G{p in P,t in Tc}: Gp[p,t] - Gp[p,t-1] <= RampG[p];
85
86 # radios de compresion
87 s.t. R11G{(i,j) in Comp,t in T}: Rmin[i,j]*pi[i,t] <= pi[j,t];
88 s.t. R12G{(i,j) in Comp,t in T}: pi[j,t] <= Rmax[i,j]*pi[i,t];

```

D.4. Modelo de FOPCD

```

1  param m = 20;
2  param b = 30;
3  param h = 24;
4  param NLi = 2;
5
6
7  # Conjuntos
8  set Nodos := 1..m;
9  set buses := 1..b;
10 set Ybus := {buses,buses};
11 set U := 1..Umax;
12 set Ug within {Nodos,buses,U};
13 set Ucon within {buses,U};
14 set T := 1..h;
15 set Tci := 1..1;
16 set Tc := 2..h;
17 set lineas within {buses,buses};
18
19 # Parametros
20 param Pmin{Ucon};
21 param Pmax{Ucon};
22 param PminG{Ug};
23 param PmaxG{Ug};
24 param Co{Ug};
25 param Cconv{Ucon};
26 param eta{Ug};
27 param PL{buses,T};
28 param r{lineas};

```

```

29 param flmax{lineas};
30 param Cp=200;
31 param A{buses,U};
32 param LamG{Nodos};
33
34 # Variables
35 var Pg{U,T}>=0;
36 var theta{buses,T};
37 var PLD{buses,T}>=0;
38 var fl{lineas,T};
39 var DPnc{buses,T}>=0;
40
41
42 # funcion objetivo
43 minimize obj: sum{t in T}(sum{u in U} ( sum{(n,i,u) in Ug } (Co[n,i,u]
44 + LamG[n]*eta[n,i,u])*Pg[u,t]) + sum{(j,u) in Ucon} (Cconv[j,u]*Pg[u,t]) );
45
46
47 # Restricciones
48
49 #limites de generacion
50 s.t. R1P{(n,i,u) in Ug , t in T }:PminG[n,i,u]<=Pg[u,t]<=PmaxG[n,i,u];
51 s.t. R1P1{(i,u) in Ucon , t in T }:Pmin[i,u]<= Pg[u,t]<=Pmax[i,u];
52
53 #Balance de potencia
54 s.t. R2P {i in buses,t in T}: sum{u in U}(A[i,u]*Pg[u,t]) =
55 PL[i,t] + sum{(i,j) in lineas}(r[i,j]*(theta[i,t]-theta[j,t]));
56
57 #Flujo maximo
58 s.t. R3P {(i,j) in lineas, t in T}: - r[i,j]*(theta[i,t]-theta[j,t])<=
59 flmax[i,j] ;
60
61 s.t. R3P1 {(i,j) in lineas, t in T}: r[i,j]*(theta[i,t]-theta[j,t]) <=
62 flmax[i,j];
63
64
65 #Angulo Slack
66 s.t. R4P {t in T}: theta[1,t] = 0;
67
68
69 ##### Rampas de unidades de gas
70 s.t. R5P{(n,i,u) in Ug,t in Tc}:Pg[u,t-1]-Pg[u,t]<=RampPg[n,i,u];
71 s.t. R5P1{(n,i,u) in Ug ,t in Tc}:Pg[u,t]-Pg[u,t-1]<= RampPg[n,i,u];
72
73 ##### Rampas de unidades convencionales
74 s.t. R6P {(i,u) in Ucon,t in Tc}: Pg[u,t-1] - Pg[u,t] <= RampPc[i,u];
75 s.t. R6P1{(i,u) in Ucon,t in Tc}: Pg[u,t] - Pg[u,t-1] <= RampPc[i,u];

```

D.5. Modelo multiobjetivo

```
1  param m = 20;
2  param b = 30;
3  param h = 24;
4  param NLi = 2;
5
6  # Conjuntos de gas
7  set T := 1..h;
8  set Tci := 1..1;
9  set Tc := 2..h;
10 set Nodos := 1..m;
11 set tuberia within {Nodos,Nodos};
12 set P:=1..8;
13 set U:= 1..9;
14 set buses := 1..b;
15 set Ug within {Nodos,buses,U};
16 param Pot{Nodos,U};
17 param eta{Ug};
18 set Comp within {Nodos,Nodos};
19
20
21 # Conjuntos de potencia
22 set Ucon within{buses,U};
23 set lineas within {buses,buses};
24 set slack := 1..1;
25 set busess := 2..b;
26
27 #Parametros del Gas
28 param Cs{P};
29 param GL{Nodos,T};
30 param Gpmin{P};
31 param Gpmax{P};
32 param Ap{Nodos,P};
33 param pimin{Nodos};
34 param pimax{Nodos};
35 param K{tuberia};
36 param W{tuberia};
37 param Li{tuberia};
38 param Cg = 100;
39 param RampG{P};
40 param Rmin{Comp};
41 param Rmax{Comp};
42 param D{Comp};
43
44 # Parametros de Potencia
45 param Pmin{Ucon};
46 param Pmax{Ucon};
```



```

47 param PminG{Ug};
48 param PmaxG{Ug};
49 param Co{Ug};
50 param Cconv{Ucon};
51 param PL{buses,T};
52 param r{lineas};
53 param flmax{lineas};
54 param Cp=200;
55 param A{buses,U};
56 param RampPg{Ug};
57 param RampPc{Ucon};
58
59 # Variables del Gas
60 var Gp{P,T}>=0;
61 var GLC{Nodos,T}>=0;
62 var pi{Nodos,T}>=0;
63 var L{tuberia,T}>=0;
64 var Flg{tuberia,T};
65 var FlgAvg {tuberia,T};
66
67 # Variables de Potencia
68 var Pg{U,T}>=0;
69 var theta{buses,T};
70 var PLD{buses,T}>=0;
71 var fl{lineas,T};
72
73
74 # funcion objetivo
75 minimize obj: sum{t in T}( sum{p in P}(Cs[p]*Gp[p,t])
76 + sum{(j,u) in Ucon}(Cconv[j,u]*Pg[u,t]));
77
78
79
80 # Restricciones
81
82 # Balance de gas
83 s.t. R1G{i in Nodos,t in T}: sum{p in P}Ap[i,p]*Gp[p,t] =
84 GL[i,t] +sum{(i,j) in tuberia}(Flg[i,j,t])
85 + sum{(i,n,u) in Ug}(Pot[i,u]*Pg[u,t]*eta[i,n,u])
86 +sum{(i,j) in Comp}(1.1*Flg[i,j,t]*0.05);
87
88 # Flujo promedio en las tuberias
89 s.t. R2G{(i,j) in tuberia, t in T}:
90 FlgAvg[i,j,t] =(Flg[i,j,t] - Flg[j,i,t])*0.5 ;
91
92 # Restriccion No convexa
93 s.t. R3G{(i,j) in tuberia, t in T}: FlgAvg[i,j,t]**2 =
94 W[i,j]*(pi[i,t]**2 - pi[j,t]**2)*(sqrt(FlgAvg[i,j,t]**2)/(FlgAvg[i,j,t]));
95

```

```

96 # line-pack
97 s.t. R4G{(i,j) in tuberia, t in T}: L[i,j,t] =
98 K[i,j]*(pi[i,t]+pi[j,t])*0.5;
99
100 s.t. R5G{(i,j) in tuberia, t in Tci}: Flg[i,j,t] + Flg[j,i,t] =
101 L[i,j,t] - Li[i,j]*NLi;
102
103 s.t. R6G{(i,j) in tuberia, t in Tc}: Flg[i,j,t] + Flg[j,i,t] =
104 L[i,j,t] - L[i,j,t-1];
105
106 # limites de produccion de gas
107 s.t. R7G1{(p,t) in {P,T}}: Gpmin[p] <= Gp[p,t] <= Gpmax[p];
108
109
110 # Limites de presion en los nodos
111 s.t. R8G1{(i,t) in {Nodos,T}}: pimin[i] <= pi[i,t] <= pimax[i];
112
113 ##### Rampas
114 s.t. R9G{p in P, t in Tc}: Gp[p,t-1] - Gp[p,t] <= RampG[p];
115 s.t. R10G{p in P, t in Tc}: Gp[p,t] - Gp[p,t-1] <= RampG[p];
116
117 ##### radios de compresion
118 s.t. R11G{(i,j) in Comp, t in T}: Rmin[i,j]*pi[i,t] <= pi[j,t];
119 s.t. R12G{(i,j) in Comp, t in T}: pi[j,t] <= Rmax[i,j]*pi[i,t];
120
121
122 #limites de generacion
123 s.t. R1P {(n,i,u) in Ug , t in T}: PminG[n,i,u] <= Pg[u,t] <= PmaxG[n,i,u
124 ];
125 s.t. R1P1 {(i,u) in Ucon , t in T}: Pmin[i,u] <= Pg[u,t] <= Pmax[i,u];
126
127 #Balance de potencia
128 s.t. R2P {i in buses, t in T}: sum{u in U} (A[i,u]*Pg[u,t]) =
129 PL[i,t] + sum{(i,j) in lineas} (r[i,j]*(theta[i,t]-theta[j,t]));
130
131 #Flujo maximo
132 s.t. R3P {(i,j) in lineas, t in T}: - r[i,j]*(theta[i,t]-theta[j,t]) <=
133 flmax[i,j] ;
134
135 s.t. R3P1 {(i,j) in lineas, t in T}: r[i,j]*(theta[i,t]-theta[j,t]) <=
136 flmax[i,j];
137
138 #Angulo Slack
139 s.t. R4P {t in T}: theta[1,t] = 0;
140
141
142 ##### Rampas de unidades de gas
143 s.t. R5P {(n,i,u) in Ug , t in Tc}: Pg[u,t-1] - Pg[u,t] <= RampPg[n,i,u];

```

```
144 s.t. R5P1 {(n,i,u) in Ug , t in Tc}: Pg[u,t] - Pg[u,t-1] <= RampPg[n,i,u];
145
146 ##### Rampas de unidades convencionales
147 s.t. R6P {(i,u) in Ucon , t in Tc}: Pg[u,t-1] - Pg[u,t] <= RampPc[i,u];
148 s.t. R6P1{(i,u) in Ucon , t in Tc}: Pg[u,t] - Pg[u,t-1] <= RampPc[i,u];
149
```