

**INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**

ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA QUÍMICA E INDUSTRIAS EXTRACTIVAS



**DEPARTAMENTO DE POSGRADO EN  
METALURGIA Y MATERIALES**

**TESIS DOCTORAL:**

**“TERMODINAMICA DE PRECIPITACION Y  
CINETICA DE FLOTACION DE INCLUSIONES  
EN ACERO DESOXIDADO CON Si-Mn”**

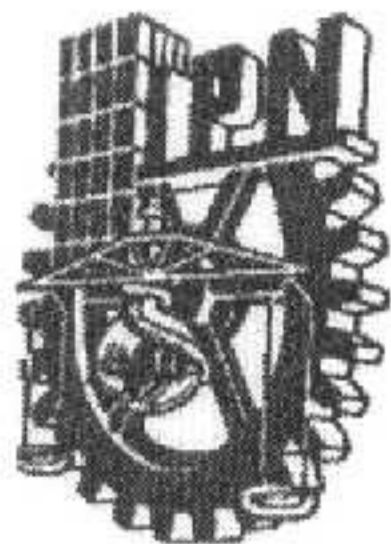
Que presenta:

M.C. Jose Angel Ramos Banderas

*Asesor: Dr. Rodolfo Morales Dávila*

*México, D.F., Febrero de 2004*





**INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL**

**COORDINACIÓN GENERAL DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN**

**CARTA CESION DE DERECHOS**

En la Ciudad de México. D.F. el día 13 del mes Mayo del año 2004, el (la) que suscribe José Angel Ramos Banderas alumno (a) del Programa de Doctorado en Metalurgia y Materiales con número de registro B000918, adscrito a Secc. de Est. de Posgrado e Inv. ESIQIE-IPN, manifiesta que es autor (a) intelectual del presente trabajo de tesis bajo la dirección de Dr. Rodolfo Morales Dávila y ceden los derechos del trabajo intitulado Termodinámica de Precipitación y Cinética de Flotación de Inclusiones en Acero Desoxidado con Si-Mn, al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y del director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la siguiente dirección arblss@hotmail.com ó rmorales@ipn.mx. Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

Nombre José Angel Ramos Banderas



**INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL**  
**COORDINACION GENERAL DE POSGRADO E INVESTIGACION**

*ACTA DE REVISION DE TESIS*

En la Ciudad de México, D. F. siendo las 10:00 horas del día 11 Del mes de Febrero del 2004 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de Tesis designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de la ESIQIE

para examinar la tesis de grado titulada:

**TERMODINÁMICA DE PRECIPITACIÓN Y CINÉTICA DE FLOTACIÓN DE INCLUSIONES EN ACERO DESOXIDADO CON Si-Mn**

Presentada por el alumno:

**RAMOS**

Apellido paterno

**BANDERAS**

materno

**JOSE ANGEL**

nombre(s)

Con registro: B 

0	0	0	9	1	8
---	---	---	---	---	---

Aspirante al grado de:

**DOCTOR EN CIENCIAS CON ESPECIALIDAD EN METALÚRGIA Y MATERIALES**

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **SU APROBACION DE LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

**LA COMISION REVISORA**

Director de tesis

CLEMENTE RODOLFO MORALES DAVILA

DRA. MANUELA DÍAZ CRUZ

DR. DAVID HERNÁNDEZ SILVA

DR. JESÚS GODÍNEZ SALCEDO

DR. J. DE JESUS BARRETO SANDOVAL

DR. J. HÉCTOR RODRIGUEZ HERNÁNDEZ

**EL PRESIDENTE DEL COLEGIO**

DR. ROBERTO LIMAS BALLESTEROS

## INDICE

TEMA	PAG
1.- INTRODUCCION	1
2.- OBJETIVOS	3
3.- ANTECEDENTES	3
3.1.- LA DESOXIDACION EN LA CINÉTICA DE FORMACIÓN DE INCLUSIONES	4
3.2.- CONCEPTO DE OXIGENO TOTAL	7
3.3.- EFECTOS DE LA DESOXIDACION SI-MN SOBRE LA PRECIPITACIÓN DE INCLUSIONES	9
3.4.- DEFORMABILIDAD DE LAS INCLUSIONES	11
3.5.-MODELOS INCLUIDOS EN LA NUCLEACION Y CRECIMIENTO DE INCLUSIONES NO METALICAS	14
3.5.1.- FRACCION VOLUMEN DE LA NUEVA FASE	14
3.6.- MODELOS INCLUIDOS EN LA FLOTACIÓN DE INCLUSIONES	17
3.6.1.- CRECIMIENTO DE INCLUSIONES	19
3.6.2.- COLISIONES DEBIDAS A LA TURBULENCIA	20
3.6.3.- COLISION DEBIDO A LAS FUERZAS BOYANTES	20
3.6.4.- COLISIONES DEBIDAS AL ESFUERZO LAMINAR	20
3.6.5.- COLISIONES DEBIDAS AL MOVIMIENTO BROWNIANO	21
3.6.6.-.MODELO DE REMOCIÓN DE INCLUSIONES	21
3.6.7.- REMOCIÓN HACIA LA ESCORIA	21
3.6.8.-REMOCIÓN HACIA LOS REFRACTARIOS	21
3.6.9.- REMOCIÓN POR FLOTACIÓN DE BURBUJAS	22
3.6.10.- MODELO DE TRAYECTORIA DE INCLUSIONES	22
3.7.- AVANCES EN EL MODELADO DE FLUJO DE FLUIDOS EN LA COLADA CONTINUA	26
3.7.1.- MODELOS DE FLUJOS DE FLUIDOS EN MULTIFASE EN LA COLADA CONTINUA	27
3.7.1.1.-MODELO DE DESLIZAMIENTO ALGEBRAICO	27
3.7.1.2.- MODELO LAGRANGEANO DE DOS FASES	28
3.7.1.3.- MODELO EULERIANO DE DOS FASES	28
3.7.1.4.- METODO VOF	28
3.8.- EVALUACION DEL FLUJO EN UN DISTRIBUIDOR DE COLADA CONTINUA	29

3.8.1.- DISTRIBUCION DEL TIEMPO DE RESIDENCIA DEL FLUIDO EN EL DISTRIBUIDOR DE COLADA CONTINUA	31
3.8.2.- TECNICAS EMPLEADAS EN EL ANALISIS DE CURVAS RTD	34
3.8.2.1.- CALCULO DEL TIEMPO MEDIO DE RESIDENCIA	34
3.8.2.2.- CALCULO DE LA CONCENTRACION ADIMENSIONAL	34
3.8.2.4.- CALCULO DEL NUMERO DE DISPERSION	34
3.8.2.5.- CALCULO DEL MODULO DE DISPERSION	35
3.8.2.6.- CALCULO DEL VOLUMEN MUERTO	35
3.8.2.7.- CALCULO DEL VOLUMEN PISTON	35
3.8.2.8.- CALCULO DEL VOLUME DE MEZCLADO	35
4.- METODOLOGÍA	36
5.- EXPERIMENTACION	37
5.1.- NUCLEACION Y CRECIMIENTO DE INCLUSIONES	37
5.2.- FLOTACION DE INCLUSIONES	39
6.- RESULTADOS Y SU DISCUSION	45
6.1.-NUCLEACION Y CRECIMIENTO DE INCLUSIONES	45
6.2.- FLOTACION DE INCLUSIONES	54
6.3.- EVALUACION DEL FLUJO DE FLUIDOS EN EL DISTRIBUIDOR	69
7.- CONCLUSIONES	71
8.- BIBLIOGRAFIA	74

## INDICE DE FIGURAS

FIGURA	PAG
<i>Fig.3.1 Desoxidación con silicio a 1600°C<sup>9)</sup></i>	5
<i>Fig.3.2 Desoxidación con aluminio a 1600°C<sup>9)</sup></i>	5
<i>Fig.3.3 Distribución de tamaño de las inclusiones durante el proceso de desoxidación<sup>9)</sup></i>	6
<i>Fig.3.4 Equilibrio para la desoxidación simultánea con Mn y Si a 1600°C<sup>11)</sup></i>	9

<i>Fig.3.5 Máxima deformabilidad cuando el contenido de <math>Al_2O_3</math> alcanza 20% en la inclusión de esferulita<sup>29</sup></i>	10
<i>Fig.3.6 Efecto del contenido de <math>Al_2O_3</math> y basicidad sobre el aluminio disuelto<sup>18)</sup></i>	10
<i>Fig.3.7 Relación entre el contenido de alúmina en la escoria y en inclusiones<sup>18)</sup></i>	11
<i>Fig.3.8 Representación esquemática de la morfología de las inclusiones antes y después de la deformación.<sup>8)</sup></i>	12
<i>Fig.3.9 Representación de diferentes trayectorias del fluido</i>	31
<i>Fig.3.10 Proceso de inyección del trazador para obtener las curvas RTD</i>	32
<i>Fig.3.11 Proceso físico de obtención de curva F</i>	33
<i>Fig.3.12 Proceso físico de obtención de curva C</i>	33
<i>Fig.5.1 Dimensiones geométricas del modelo del distribuidor y de los dams mitad (m)</i>	47
<i>Fig.5.2 Dimensiones geométricas del inhibidor de turbulencia (m)</i>	48
<i>Fig.5.3 Dimensiones geométricas del dam (a) y del medio poroso (b) (m).</i>	49
<i>Fig. 5.4 Esquema del equipo PIV empleado en la modelación física</i>	51
<i>Fig.6.1 Coeficientes de supersaturación en función de la temperatura del líquido. (a) Sílice y silicato de manganeso, (b) Alúmina</i>	45
<i>Fig.6.2 Diagramas TTT para sílice a diferentes condiciones de supersaturación (a) 200ppm<math>\underline{O}</math>, (b) 600ppm<math>\underline{O}</math>, c) 1000ppm<math>\underline{O}</math></i>	47
<i>Fig.6.3 Diagrama TTT para alúmina a diferentes condiciones de supersaturación (a) 200 ppm<math>\underline{O}</math>, (b) 600 ppm<math>\underline{O}</math>, (c) 1000 ppm<math>\underline{O}</math></i>	48
<i>Fig.6.4 Diagrama TTT para silicato de manganeso a diferentes condiciones de supersaturación (a) 200 ppm<math>\underline{O}</math>, (b) 600 ppm<math>\underline{O}</math>, (c) 1000 ppm<math>\underline{O}</math></i>	50
<i>Fig.6.5 Velocidades de nucleación para silicato de manganeso a diferentes concentraciones de oxígeno.</i>	51
<i>Fig.6.6 Velocidades de nucleación para sílice a diferentes concentraciones de oxígeno</i>	52
<i>Fig.6.7 Velocidades de nucleación para alúmina a diferentes concentraciones de oxígeno</i>	52

<i>Fig. 6.8 Crecimiento de inclusiones durante los tiempos de transformación para hierro líquido con concentración de oxígeno inicial de 600 ppmO</i>	53
<i>Fig.6. 9 Campos de velocidad en el plano longitudinal simétrico del distribuidor sin cortina de gas. (a) el caso del medio dam (caso1), (b)el caso del medio poroso únicamente (caso 2) y (c) el caso del dam (caso 3)</i>	55
<i>Fig.6.10 Campo de vectores de velocidad antes y después de la cortina. (a) simulación matemática y (b) modelación física a través de tecnología PIV ambos para el caso .</i>	56
<i>Fig. 6.11 Campos de velocidad en el plano longitudinal simétrico del distribuidor con cortina de burbujas y flujo de gas de 596 ml.min<sup>-1</sup>. (a) el caso del medio dam (caso 4), (b)el caso del medio poroso únicamente (caso 5) y (c) el caso del dam (caso 6).</i>	56
<i>Fig.6.12 Campos de velocidad en una vista de planta cerca de la superficie del distribuidor para los casos sin flujo de gas.(a) medio dam (caso 1),(b) el medio poroso (caso 2) y (c) el caso del dam (caso 3)</i>	58
<i>Fig.6.13 Campos de velocidad en una vista de planta cerca de la superficie del distribuidor con cortina de burbujas y flujo de gas de 596 ml.min<sup>-1</sup>. (a) medio dam (caso 4),(b) el medio poroso (caso 5) y (c) el caso del dam (caso 6).</i>	59
<i>Fig.6.14 Fracciones de volumen (<math>\times 10^{-3}</math>) de la fase gaseosa a la salida del plano de la cortina de gas. (a) el caso del medio dam (caso 4), (b) el caso del medio poroso (caso 5) y (c) el dam (caso 6).</i>	60
<i>Fig.6.15 Fraccion de la fase gaseosa en volumen (<math>\times 10^{-3}</math>) a lo largo del plano longitudinal simetrico.(a)medio dam (caso 4), (b)medio poroso (caso 5) y (c) el dam (caso 6).</i>	61
<i>Fig. 6.16 Remoción de inclusiones para diferentes tamaños de partículas y para los diferentes casos estudiados.</i>	63
<i>Fig. 6.17 Remoción de inclusiones para diferentes tamaños de partículas y para los diferentes casos estudiados en la zona del inhibidor.</i>	64
<i>Fig. 6.18 Remoción de inclusiones para diferentes tamaños de partículas y para los diferentes casos estudiados en la zona media del distribuidor antes de la cortina de gas.</i>	65
<i>Fig. 6.19 Remoción de inclusiones para diferentes tamaños de partículas y para los diferentes casos estudiados en la zona de la salida del distribuidor después de la cortina de gas.</i>	66

*Fig.6.20 Trayectorias descritas por las inclusiones no-metálicas a lo largo del modelo del distribuidor para el caso 3. (a) 5  $\mu\text{m}$ , (b) 60  $\mu\text{m}$  y (c) 120  $\mu\text{m}$*  67

*Fig.6.21 Trayectorias descritas por las inclusiones no-metálicas a lo largo del modelo del distribuidor para el caso 6. (a) 5  $\mu\text{m}$ , (b) 60  $\mu\text{m}$  y (c) 120  $\mu\text{m}$*  68

## INDICE DE TABLAS

TABLA	PAG
<i>Tabla 5.1. Datos termodinámicos empleados en este estudio.</i>	46
<i>Tabla 5.2. Descripción de los casos simulados matematicamente.</i>	50
<i>Tabla 6.1 Resultados de la evaluación de flujo en el distribuidor para los arreglos sin cortina de gas.</i>	69

## APENDICE 1

MODELOS EMPLEADOS EN LA SIMULACION MATEMATICA DE LA  
DINAMICA DE FLUIDOS EN EL DISTRIBUIDOR

## APENDICE 1

DISEÑO DE MODELOS FÍSICOS EMPLEANDO EL CRITERIO DE  
FROUDE



## **ABSTRACT**

It is well known that non-metallic inclusions influence adversely not only the mechanical properties of steel, but also promote operational problems in the continuous casting process such as nozzle blockage in the slab caster. Inclusions in steel has been the subject of numerous publications since cleanliness is high dependant of that impurities which are nucleated in molten steel and generally precipitate forming oxides, sulfides and more complex particles.

Despite the considerable advances in steelmaking, it is impossible to produce steel completely free of inclusions, because of the itself difficultness of the process.

In other hand, to understand the nature of non-metallic inclusions and the further role they would play in steel, it is necessary to know the chemical composition of all the components participating in the process, such as fluxes, raw materials, refractory lining, as well as the conditions (temperature, time and sequence of additions), that accelerate the thermodynamics and nucleation rates of inclusions.

Recently mathematical simulation has been employed in metallurgy; since this powerful tool permits to get a virtual behavior of the process or part of this, other important advances are the useful scale models to co validate the math simulation.

Given the problems underlined above, any investigation work about non-metallic inclusions in steel is justified and well seen by steelmakers, providing the key to attack one of the biggest problems of the metallurgy.

The main purpose of this work was to get a better understanding of non-metallic inclusions precipitation with a theoretical study of nucleation and grow rates of various oxides formed in Si-Mn killed steels, taking into account the thermodynamics reactions as well as homogeneous nucleation models. In the other hand, once determined that harmful alumina inclusion was the first one formed in the process at any steelmaking condition and knowing their associated problems, the next step was to eliminate it into the tundish, modifying the liquid

hydrodynamics by means of the innovated bubbles curtain, testing for this purpose three different arrays. The idea was to carry out the particles to the bath surface by flotation, simulating also the slag entrapment.

It was found that the bubbles curtain employment in the tundish is a good option to remove non-metallic inclusions, but it is necessary to determine the adequate both position and gas flux entrainment. All these aspects are thoroughly analyzed using modern experimental techniques such as Particle Image Velocimetry, Fast video and Computer Fluid Dynamics.

## **1.- INTRODUCCIÓN**

Si bien en los últimos años los procesos y las nuevas prácticas de fabricación de acero han evolucionado constantemente con el desarrollo de la tecnología para alcanzar mejoras considerables en el producto a costos menores, las normas de calidad también han sido cada vez más exigentes, por lo que cualquier intento por mejorar la calidad del acero ha sido bien visto por los industriales siempre y cuando no implique elevados costos y afecte la rentabilidad de la producción y/o transformación del producto. Por otro lado el desarrollo de nuevos materiales que han pretendido reemplazar al acero y que lo han logrado en ciertas aplicaciones ha impulsado significativamente hacia un desarrollo continuo en la calidad de éste manteniendo con esto su hegemonía dentro del mercado de los materiales.

Quizás uno de los problemas más grandes a los que se han enfrentados los productores de acero ha sido el control de la limpieza del mismo, la cual está íntimamente relacionada con el término de “inclusiones no-metálicas”, que además se ha presentado como un desafío a lo largo de la historia de la fabricación del acero ya que de ahí depende en gran medida su desempeño como producto.

Las inclusiones pueden aportar beneficios dependiendo de la aplicación del acero, por ejemplo en aceros de libre maquinado las inclusiones de MnS mejoran significativamente las propiedades de maquinabilidad del acero sin deterioro de la herramienta de corte<sup>1)</sup> por otro lado el endurecimiento de superaleaciones a base de óxidos con diámetro y espaciado promedio de 15-30 nm y 100 nm respectivamente<sup>2)</sup>, empleándose para este propósito comúnmente el  $\text{ThO}_2$  y  $\text{Y}_2\text{O}_3$  los cuales interactúan con las dislocaciones en los planos de deslizamiento generando efectos de endurecimiento. Sin embargo, por mucho los efectos negativos de las inclusiones son mayores ya que actúan como concentradores de esfuerzos localizados, propiciando iniciación de microgrietas, además de servir como un medio de propagación de las mismas afectando principalmente todas aquellas propiedades de importancia en el acero como son la ductilidad, resistencia a la tensión, resistencia a la fatiga, creep,

tenacidad, así como promover el desgarramiento laminar en soldaduras, y por otro lado se ha mostrado que las inclusiones sirven como un medio de absorción y difusión del hidrógeno trayendo como consecuencia problemas de fractura por hidrógeno.<sup>2,3)</sup>

Por lo anteriormente señalado, el término “ingeniería de inclusiones” tiene como precepto realizar la modificación de las inclusiones no-metálicas resultantes en el acero en varios aspectos, tales como composición química, tamaño, forma, y distribución, de tal forma que las propiedades de la inclusión sean lo más congruente posible con las de la matriz metálica, la cual generalmente depende de la aplicación o uso particular del acero.

Tal es el caso de los aceros de alto carbono, en los cuales aparte de una alta resistencia mecánica requieren de excelentes propiedades de deformabilidad y tenacidad, específicamente el acero AISI 5160 el cual encuentra su mayor aplicación en muelles, resortes y baleros o el acero Tire Cord que presenta una composición química muy similar y el cual es utilizado como reforzamiento de neumáticos, aquí el control de las inclusiones no-metálicas es crítico, y el efecto nocivo se acentúa con la presencia de inclusiones duras no deformables tales como la alúmina y algunos aluminatos de calcio, este tipo de aceros es desoxidado precisamente con una mezcla de Silico-Manganeso para evitar en lo posible la formación de alúmina.<sup>4,5)</sup>

Por otro lado la presencia de las inclusiones trae consigo problemas de tipo operacional durante el transcurso de la colada, tales como obstrucción de boquillas en el proceso de vaciado, siendo las inclusiones de alúmina y CaS considerados como las más nocivas en este aspecto.

Puesto que la mayoría de los estudios de inclusiones tratan con técnicas destructivas, las cuales aparte de consumir bastante tiempo, al final resultan ser muy inexactas debido a los bajos volúmenes de material analizados, además no son capaces de obtener una solución instantánea para corrección del producto.

En los últimos años se han desarrollado nuevas técnicas de eliminación de inclusiones no-metálicas a través de modelos de dinámica de fluidos, mas sin embargo no se han encontrado estudios completos que nos permitan predecir el

nivel de limpieza del acero tomando en cuenta la termodinámica de formación y precipitación de inclusiones asociada a los fenómenos de flotación de las mismas y menos aun en el sistema Mn-Si-O. Por lo anteriormente señalado para fines de ésta investigación se ha propuesto determinar las condiciones fisicoquímicas para la precipitación de inclusiones no-metálicas en aceros desoxidados con Silico-Manganeso, incluyendo aspectos de la cinética de nucleación, precipitación y flotación, así como analizar el efecto del potencial de oxígeno sobre los cambios en composición química de las inclusiones precipitadas en función de la temperatura.

## **2.- OBJETIVOS**

- a) Determinar las condiciones fisicoquímicas para la precipitación de inclusiones no-metálicas en aceros desoxidados con Si-Mn en las etapas de desoxidación y refinación.
- b) Determinar el efecto de las cortinas de gas en el distribuidor como modificador de flujo, así como mecanismo removedor de inclusiones no metálicas precipitadas durante el proceso de fabricación del acero.

## **3.- ANTECEDENTES**

La industria del acero ha tenido altibajos indudablemente en cuanto a demanda, producción y valor neto del producto, pero por otro lado los requerimientos en la calidad del acero siguen incrementando con el transcurso del tiempo, demandando cada vez nuevas y mejores tecnologías, especialización y mejoramiento en las prácticas de fabricación existentes sin dejar de lado la reducción de costos y por supuesto cumplir con las normas de calidad establecidas para el producto.

La colada continua ha emergido como un proceso más económico y eficiente para obtener productos semiterminados a partir de acero líquido y actualmente este proceso es reconocido como la ruta preferida para producir diversos grados de acero con forma de palanquilla, tocho y planchón. El incremento mundial en el uso de la colada continua ha requerido de un control más estricto de temperatura y composición del acero, así como de un menor contenido de inclusiones, las cuales presentan problemas de taponamiento de boquillas, además de incidir en su posterior procesamiento y finalmente en las propiedades del producto terminado.<sup>6)</sup>

El control de las variables en el proceso de producción de acero que pueden influir directa o indirectamente en el control de las inclusiones no es sencillo, ya que los componentes que interactúan se encuentran en diferentes estados físicos<sup>7)</sup>: Sólido (refractario y revestimiento del equipo empleado en el proceso, materiales de adición y

otros), Líquido (Metal y escoria) y gaseoso (atmósfera del horno, aire, argón u oxígeno o cualquier otro inyectado o soplado a través del metal). Para un mejoramiento en las prácticas metalúrgicas y lograr un adecuado control de limpieza, es necesario comprender los fenómenos que ocurren en las etapas primarias y secundarias del proceso de fabricación, asimismo entender los principios básicos de la solidificación en la colada continua así como la termodinámica de la desoxidación y desulfurización, lo cual marcará la pauta para el control de inclusiones.

### 3.1.- LA DESOXIDACION EN LA CINÉTICA DE FORMACIÓN DE INCLUSIONES

Se ha mencionado que las inclusiones no-metálicas se encuentran originadas básicamente durante el proceso de desoxidación y su naturaleza depende en gran medida del tipo de desoxidante y practica de desoxidación.<sup>8)</sup>

El proceso de desoxidación es muy complejo debido a las diferentes etapas que son involucradas<sup>9)</sup>:

- 1) Disolución y homogeneización del desoxidante.
- 2) Nucleación de fases de óxidos.
- 3) Crecimiento de partículas.
- 4) Movimiento de las inclusiones en su eliminación.

La cinética de nucleación y precipitación de inclusiones se puede predecir con cierta exactitud de acuerdo a los niveles tanto de oxígeno total como de oxígeno residual, siendo también predecible al final de la desoxidación la constante de equilibrio relativa a la reacción:



En las Figuras 3.1 y 3.2, se muestra el efecto de la desoxidación con Si y Al, respectivamente, con el tiempo de desoxidación, en primer lugar se observa una caída drástica en el contenido de oxígeno disuelto a velocidades extremadamente rápidas, obteniéndose al final menores contenidos de oxígeno disuelto cuando se usa el Al, pero con un incremento sustancial en el oxígeno presente en inclusiones y por ende en oxígeno total comparado con la desoxidación con Si.

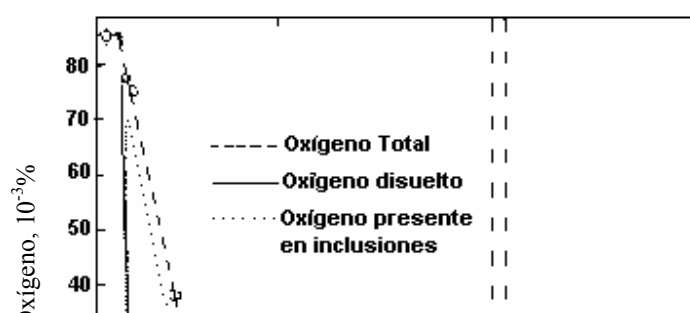
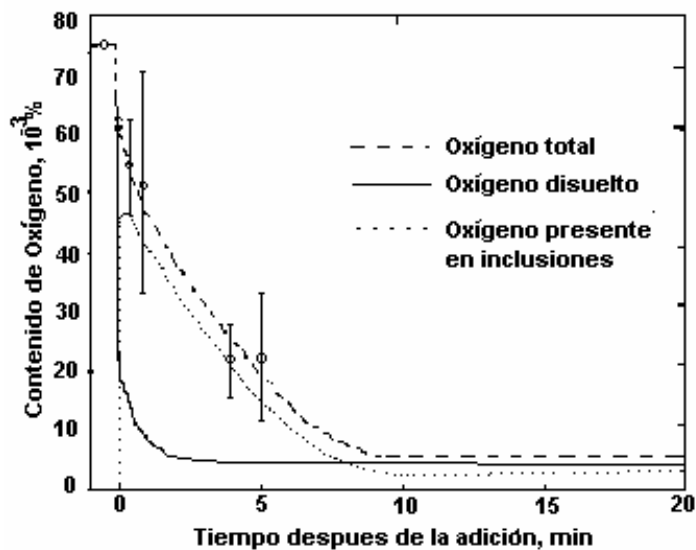


Fig.3.1 Desoxidación con silicio a  $1600^{\circ}\text{C}^{(9)}$ .Fig.3.2 Desoxidación con aluminio a  $1600^{\circ}\text{C}^{(9)}$ .

Lo anterior se explica de la siguiente forma, comparando ambas Figuras se observa que la eliminación de oxígeno por ambos elementos es muy similar, pero la diferencia es que los óxidos de Si tienen la capacidad de coalescer una vez que han nucleado y lo cual es contrario a los de aluminio como se observa en la Figura 3.3, y de acuerdo con la ley de Stokes los diminutos tamaños de la  $\text{Al}_2\text{O}_3$  ( $3\text{-}4\mu\text{m}$ ) es una importante variable que afecta su remoción del baño líquido, con lo anterior se muestra que las inclusiones de alúmina es difícil que coalescan, pero si tienen la característica de reagruparse,



formando racimos de gran tamaño promedio ( $20\mu$ ), lo cual permite una remoción eficaz del baño, optimizándose ésta por la inyección de gases inertes. En estos racimos (clusters) todas las partículas tienen puntos de contacto con sus vecinas más cercanas, cuya cohesión es debida a las fuerzas interfaciales.

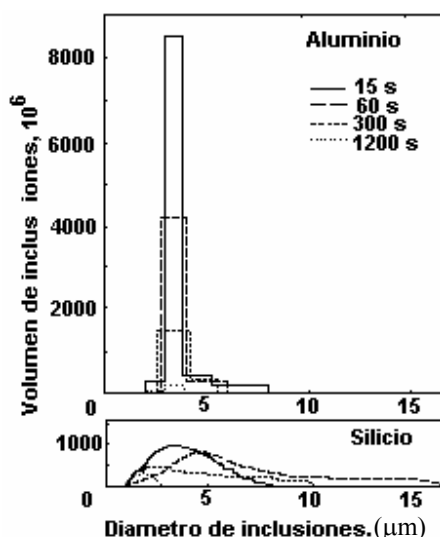


Fig.3.3 Distribución de tamaño de las inclusiones durante el proceso de desoxidación<sup>9)</sup>.

La energía que predice la cohesión o decohesión de las partículas se define como<sup>9)</sup>:

$$\Delta G = 2(\gamma_s - \gamma_{sm}) = 2\gamma_m \cos \theta \quad (3.2)$$

Donde :  $\gamma_m$  = Tensión superficial del líquido.

$\gamma_s$  = Tensión superficial del óxido sólido (inclusión).

$\gamma_{sm}$  = Tensión interfacial del líquido-inclusión.

$\theta$  = ángulo de contacto.

El ángulo de contacto será mantenido si  $\Delta G$  permanece negativa, lo cual implica que  $\gamma_s < \gamma_{sm}$  o  $\theta > 90^\circ$ . D.R. Poirier y col.<sup>10)</sup> analizaron la mojabilidad del hierro líquido en  $Al_2O_3$  y resumieron las siguientes ecuaciones en función de la temperatura:

1.- Tensión superficial del hierro líquido  $1823 \geq T \leq 2023^\circ K$ :

$$\gamma_o = 2.858 - 0.00051T, \quad \text{con } \gamma_o \text{ en } Nm^{-1} \text{ y } T \text{ en } ^\circ K \quad (3.3)$$

2.- Angulo de contacto entre Fe/ $Al_2O_3$

$$\theta = 132^\circ$$

3.- Tensión superficial de la alúmina  $2293 < T < 3000^\circ\text{K}$

$$\gamma_1 = 1.379 - 0.000308T \quad (3.4)$$

Para  $\text{Al}_2\text{O}_3$  sólida ( $T < 2293$ )

$$\gamma_1 = 1.128 - 0.0001T \quad (3.5)$$

En ambos casos  $\gamma_1$  en  $\text{Nm}^{-1}$  y T en  $^\circ\text{K}$ .

4.- Tensión interfacial Fe (liq.)/ $\text{Al}_2\text{O}_3$

$$\gamma_2 = 3.04 - 0.000441T \quad (3.6)$$

### 3.2.- CONCEPTO DE OXIGENO TOTAL

Es importante hacer la distinción entre oxígeno soluble y oxígeno total, el contenido de oxígeno total es el valor obtenido de análisis químicos, el cual incluye el oxígeno asociado con las inclusiones más el oxígeno soluble o libre, siendo este último el que no está combinado o asociado con inclusiones, y la importancia de hacer análisis de oxígeno total radica en que en un acero desoxidado los niveles de oxígeno soluble son insignificantes comparados a los de oxígeno total, lo cual es un parámetro de análisis en la cuantificación de inclusiones, y de igual forma podemos estimar las cantidades de oxígeno que entran al baño y producen reoxidación.<sup>11,12)</sup>

Con la medición de oxígeno total también podemos estimar el tiempo de agitación óptimo por inyección de gas, así como la cantidad de partículas que son separadas hacia la superficie de la escoria, tomando como tiempo cero el momento de la adición del desoxidante o desoxidantes,<sup>13)</sup> sin embargo se ha mostrado que el método de agitación por inyección no debe aplicarse al horno de arco, ya que se requieren altos flujos de gas para producir agitación, lo cual no es recomendable debido a la fuerte distorsión del arco eléctrico<sup>14)</sup> en cambio el experimento se ha realizado en el desgasificador RH en donde se ha encontrado gran aplicabilidad mostrando que por este proceso las inclusiones pequeñas (radio menor a  $5\mu\text{m}$ ) son coaguladas debido a su propia colisión promovida por la agitación, lo cual permite su rápida flotación y con esto una disminución considerable en el oxígeno total.<sup>15)</sup>

Entre las principales técnicas de medición de oxígeno total destaca la desarrollada para el método LSHR (Liquid Sampling Hot Rolling Method), que trabaja al vacío y además

se le ha adaptado una extensión de tubo de vidrio en la punta, permitiendo su rápida solidificación, con lo cual se obtienen muestras homogéneas en composición aptas para el análisis de Oxígeno Total.<sup>16)</sup>

K.Ogawa y col.<sup>17)</sup> estudiaron el efecto de la agitación con una mezcla de argón-partículas de  $\text{CaO-CaF}_2$  y  $\text{CaO-SiO}_2$  respectivamente, sobre la composición de las inclusiones en aceros para Tire Cord en un horno de inducción y encontraron que la primera mezcla Ar- $\text{CaO-CaF}_2$  muestran el mejor efecto en la disminución del  $\text{O}_T$  y en la actividad del mismo en comparación con la otra mezcla, esto se atribuyó en primer lugar a la alta basicidad de la primera mezcla y por otro lado a la más baja mojabilidad del acero líquido por las partículas de  $\text{CaO-CaF}_2$ , las cuales presentan más altos ángulos de contacto ( $155^\circ$ ) a  $1550^\circ\text{C}$  comparados con  $55^\circ$  a la misma temperatura para las partículas de  $\text{CaO-SiO}_2$ <sup>17)</sup>, sin embargo al ser analizada la composición química de las inclusiones resultantes observaron que con la primera mezcla se incrementaban las inclusiones de alúmina, las causas que se encontraron para explicar este fenómeno fueron que la primera mezcla tiene una gran influencia sobre los refractarios del horno, lo cual incrementa el aluminio soluble en el baño y consecuentemente la baja concentración de oxígeno encontrada en el experimento. Con esto nos damos cuenta que tanto pueden influir la composición química de los refractarios sobre la encontrada en las inclusiones y el uso de escorias agresivas como lo menciona Fruehan.<sup>12)</sup>

### 3.3.- EFECTOS DE LA DESOXIDACION Si-Mn SOBRE LA PRECIPITACIÓN DE INCLUSIONES

Cuando la mezcla Si-Mn es usada conjuntamente se logra reducir el oxígeno residual en una mayor cantidad que con cada uno de ellos si se emplea solo<sup>12)</sup>. La Fig. 3.4 muestra el contenido de oxígeno soluble como una función de las cantidades de Si, y Mn.

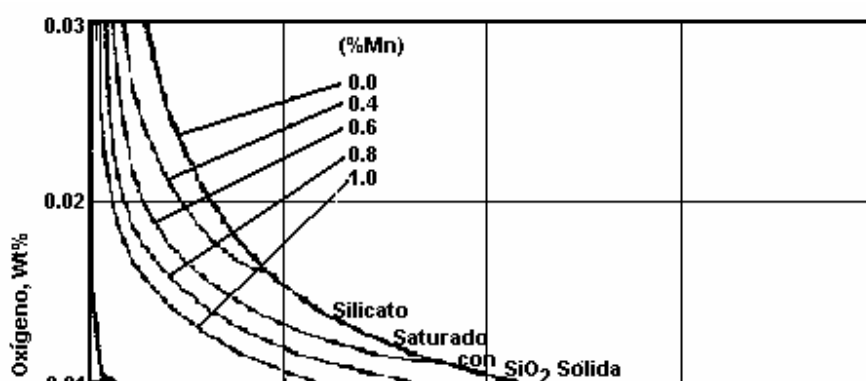


Fig.3.4 Equilibrio para la desoxidación simultánea con Mn y Si a 1600°C<sup>11)</sup>.

El objetivo principal de desoxidar con una mezcla de Si-Mn en los aceros de alto carbono (Tire Cord y AISI 5160) es eliminar las inclusiones duras de alúmina las cuales presentan un obstáculo en el incremento de la ductilidad del alambre por propiciar su rompimiento durante su fabricación<sup>18,19)</sup>, los cálculos termodinámicos indican que solo bastan 5-30 ppm en este tipo de aceros para que la alúmina se forme<sup>20,21)</sup>. En este tipo de aceros la fase preferida en la desoxidación es designada como espersatita ( $3\text{MnO}\cdot\text{Al}_2\text{O}_3\cdot 3\text{SiO}_2$ ) con 36.4%SiO<sub>2</sub>, 20.6%Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> y 43% MnO.<sup>22)</sup> Las inclusiones de espersatita son deformables, tienen baja viscosidad y mojabilidad por el acero y excelentes propiedades de flotación. Los bajos niveles requeridos de aluminio en este tipo de aceros pueden verse afectados ya sea por el contenido de las ferroaleaciones, la chatarra o que provenga de refractarios y/o escorias. La deformabilidad de las inclusiones de espersatita en la temperatura de 800 a 1300°C depende del contenido de Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> en el interior de la fase, reportándose que la espersatita alcanza su máximo valor de deformabilidad cuando el contenido de alúmina en esta es del 20%<sup>21)</sup> como se muestra en la Figura 3.5.

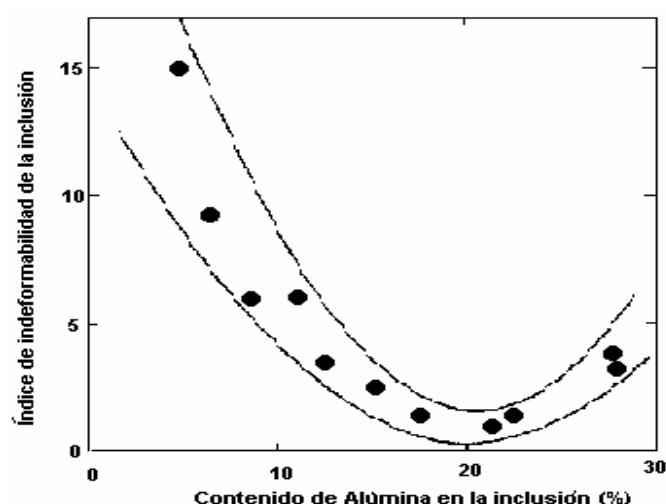


Fig.3.5 Máxima deformabilidad cuando el contenido de  $Al_2O_3$  alcanza 20% en la inclusión de espersatita<sup>21)</sup>.

S.Maeda y col.<sup>19)</sup> muestran que la cantidad de aluminio en solución se puede manejar como una función del contenido de alúmina en la escoria conjuntamente con su índice de basicidad como se ilustra en la Figura 3.6, en donde la dependencia del aluminio en solución sobre la  $Al_2O_3$  de la escoria incrementa con la basicidad de la misma.

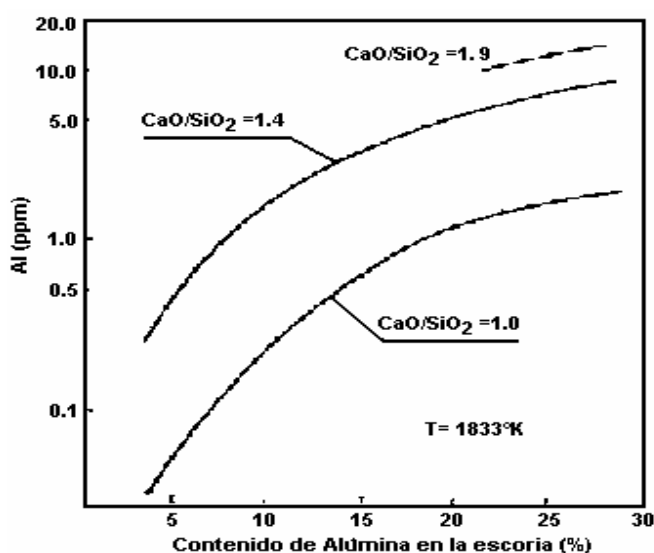


Fig.3.6 Efecto del contenido de  $Al_2O_3$  y basicidad sobre el aluminio disuelto<sup>19)</sup>.

Tanto S.Maeda<sup>19)</sup> como G.M.Faulring<sup>21)</sup> coinciden en que para obtener el 20% de  $Al_2O_3$  la escoria debe de mantener un nivel de 8% de  $Al_2O_3$  manteniendo una basicidad de 1 como se ilustra en la Figura 3.7, cuando la escoria excede este valor de 8% de alúmina el contenido de aluminio en el acero se incrementa, debido a la reducción de la alúmina de la escoria resultando en una mayor cantidad de alúmina precipitada en las inclusiones de espersatita afectando su deformabilidad<sup>22)</sup>.

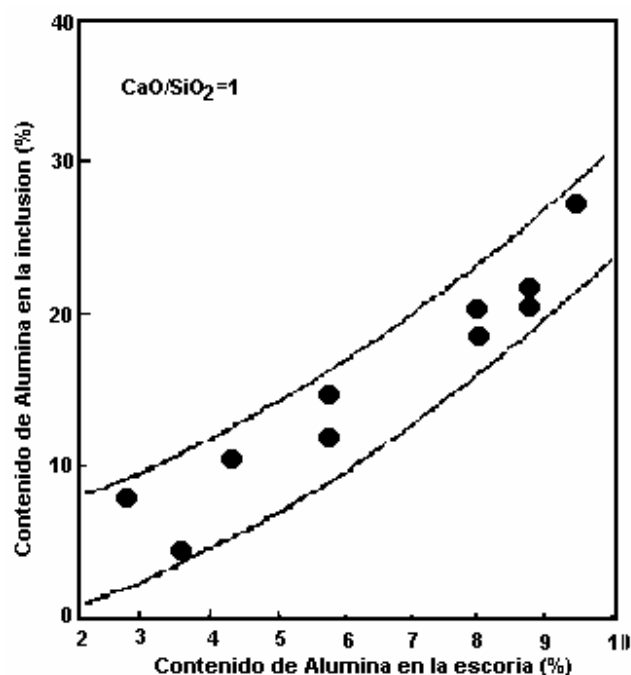


Fig.3.7 Relación entre el contenido de alúmina en la escoria y en inclusiones<sup>19)</sup>.

### 3.4.- DEFORMABILIDAD DE LAS INCLUSIONES

Es importante hacer notar que en el presente trabajo de investigación no se va a efectuar deformación en el metal, más sin embargo, si se debe de tener presente cual es el efecto de los diferentes tipos de inclusiones no-metálicas que precipitan en el acero sobre sus propiedades mecánicas, recordando que la calidad del producto depende en su mayor parte del tipo de inclusiones precipitadas, aunado esto al tratamiento termomecánico al cual es sometida la gran mayoría de la producción de acero.

Puesto que la morfología de las inclusiones afecta en gran medida el comportamiento del acero, la forma de la inclusión durante el trabajado de los aceros esta determinada por su plasticidad o índice de deformación relativo al de la matriz metálica y de ahí que se pueda comportar como inclusión dura o suave<sup>8)</sup>, en la Figura 3.8 se muestra el comportamiento de diferentes tipos de inclusiones durante la deformación. El tipo a) bien puede ser un silicato vítreo o un oxisulfuro de tierras raras, el tipo b) un silicato cristalino o un aluminato de calcio de alto contenido de alúmina, el tipo c) aglomerados

de alúmina. En cada uno de los casos la matriz deforma alrededor de la inclusión creando cavidades o causando daño por deformación los cuales pueden actuar como sitios de falla por fatiga, el tipo b) y c) incrementan la direccionalidad de las propiedades mecánicas y afectando principalmente la tenacidad y la ductilidad. Estos tipos de inclusiones que no deforman con la matriz son particularmente perjudiciales durante las operaciones de deformación y conformación del acero<sup>8)</sup>.

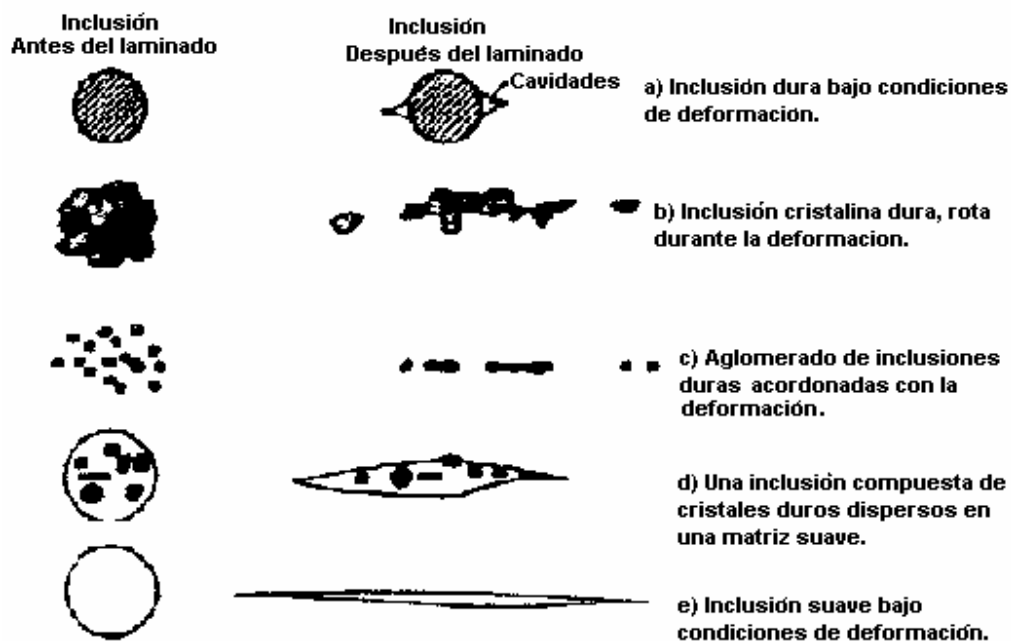


Fig.3.8 Representación esquemática de la morfología de las inclusiones antes y después de la deformación.<sup>8)</sup>

Las inclusiones de tipo d) pueden ser óxidos embebidos en una matriz sulfurosa o silicatos parcialmente cristalizados, estos tipos afectan la ductilidad por ejemplo en los productos rolados, este tipo de inclusiones son parcialmente deformables, mientras que las inclusiones del tipo e) pueden ser silicatos vítreos, el silicoaluminato de manganeso (espersatita) o sulfuros de manganeso puros, que son las preferidas en operaciones que involucran alta deformación del acero debido a su alta plasticidad<sup>8)</sup>. La clasificación de las inclusiones como duras o suaves es compleja, puesto que la deformabilidad relativa es dependiente de la temperatura y de la velocidad de deformación pero se ha encontrado<sup>23)</sup> que cuando el metal es deformado y la inclusión resultante es alargada

sin sufrir fractura 3 veces el tamaño original, ésta es deformable. Como ha sido ya mencionado, las inclusiones no metálicas son de gran relevancia en el desempeño del acero, ya que también se ha mostrado que estas juegan un papel muy importante sobre el efecto que pueden dar en la microestructura del acero antes de ser trabajado (laminado, soldado, etc.), a diferencia de cualquier otro precipitado es que la mayoría se forman antes de la solidificación, este tema es más ampliamente estudiado en proceso de soldadura ya que se ha encontrado que promueven la nucleación intergranular de ferrita acicular en metales soldados, lo cual es favorable para las propiedades mecánicas de la unión<sup>24,25,26,27,28,29,30,31,32,33,34</sup>.

En los años recientes se han usado técnicas de modificación de inclusiones con el objeto de alterar su tamaño, forma, composición y distribución en el acero y con ello su deformabilidad y propiedades de coherencia con la matriz metálica, por ejemplo A.Ramos-Banderas<sup>35,36</sup> ha mostrado que una aleación de Metales Tierras Raras conocida como Mischmetal en cantidades pequeñas (0.5-1kg/ton acero) son suficientes para modificar el MnS del tipo II a óxidos y oxisulfuros de tierras raras con forma esferoidal, más sin embargo también demostró que el uso excesivo de tierras raras trae como consecuencia inclusiones del tipo IV, y como consecuencia un acero sucio y de muy mala calidad ya que los óxidos de tierras raras son muy pesados y muy difícil de llevarlos hacia la superficie del baño. En otros trabajos<sup>37,38</sup> se ha empleado para el mismo propósito de modificar la génesis de la inclusión al Ca-Si, obteniendo buenos resultados por la obtención de inclusiones de química compleja en cuyo centro de la inclusión se aloja un silicato o aluminato de calcio y en la periferia en forma de anillo el MnS, siendo estas de tamaño mayor cuanto mayor era la adición de Ca-Si.

### **3.5.- MODELOS INCLUIDOS EN LA NUCLEACION Y CRECIMIENTO DE INCLUSIONES NO METÁLICAS.**

Existe una publicación clásica sobre nucleación homogénea y crecimiento de inclusiones en acero publicado por Turkdogan<sup>39</sup> quien resumió sus conocimientos sobre éste tópico en sus dos libros<sup>40,41</sup>. Turpin y Elliot<sup>42</sup> hicieron otra importante contribución quienes cuantificaron los efectos de la supersaturación y la tensión superficial de la fase líquida sobre la velocidad de nucleación de inclusiones en hierro líquido. De igual forma



existen trabajos menos recientes<sup>43,44)</sup> los cuales incluyen aspectos de colisión y velocidades de flotación de inclusiones, sentando las bases para entender el comportamiento de las inclusiones en aleaciones líquidas de hierro. Recientemente se diseñó un modelo termodinámico en el departamento de simulación del procesamiento de materiales y dinámica de fluidos (SPMDF) para predecir la mineralogía y cantidad de la fase inclusión durante las operaciones de refinación del acero. Se ha encontrado<sup>45)</sup> que la mineralogía y cantidad de inclusión formada por las reacciones de desoxidación son dependientes de la temperatura de vaciado, secuencia de adición y cantidad de desoxidantes empleados en el proceso.

### 3.5.1.- FRACCIÓN VOLUMEN DE LA NUEVA FASE

Como primer paso para estudiar la nucleación y crecimiento de partículas en soluciones supersaturadas es asumir que crecen en forma esférica. Entonces el volumen de la nueva fase precipitada  $\beta$  en función del tiempo es:

$$V^\beta = \frac{4\pi}{3} \int_{\tau=0}^t I_v Y^3 (t-\tau)^3 d\tau \quad (3.8)$$

En donde  $I_v$  y  $Y$  son la velocidad de nucleación y de crecimiento de la fase  $\beta$ , respectivamente y  $\tau$  es el tiempo de incubación, y la fracción de volumen de la fase transformada es obtenida mediante:

$$\zeta = \frac{V^\beta}{V} = \frac{\pi}{3} I_v Y^3 t^4 \quad (3.9)$$

Donde  $V$  es el volumen de la solución y  $\zeta$  es la fracción de volumen transformado, la cual es obtenida para velocidades de nucleación y crecimiento constantes.

Avrami<sup>46)</sup> introdujo el concepto de volumen extendido de la nueva fase transformada como:

$$V_e^\beta = \frac{4\pi V}{3} \int_0^t I_v Y^3 (t-\tau)^3 d\tau \quad (3.10)$$

La relación entre  $V_\beta$  y  $V_e^\beta$  is:

$$dV^\beta = \left(1 - \frac{V^\beta}{V}\right) dV_e^\beta \quad (3.11)$$

Combinando las ecuaciones anteriores, se llega a la ecuación clásica de Avrami de la nueva fracción de volumen de la fase transformada:

$$\zeta = 1 - \exp\left(-\frac{\pi Y^3 I_v t^4}{3}\right) \quad (3.12)$$

Y una expresión más general de esta expresión conocida mejor como la ecuación de Avrami para crecimiento tridimensional es:

$$\zeta = 1 - \exp(-kt^n) \quad (3.13)$$

Por otro lado la velocidad de nucleación esta dada como:<sup>47)</sup>

$$I_v = N_v (kT/h) \exp\{-(\Delta G_c + \Delta_a g)kT\} \quad (3.14)$$

Donde  $N_v$  es el número de sitios disponibles para la nucleación,  $k$  es la constante de Boltzmann,  $h$  es la constante de Planck,  $T$  es la temperatura,  $\Delta G_c$  es energía libre crítica para el crecimiento de un núcleo y  $\Delta_a g$  es la energía de activación para la transformación de fase. Una expresión simplificada para la velocidad de nucleación está dada como:

$$I_v = A \exp\left(-\frac{16\pi\sigma^3 V_m^2}{3kT\Delta G^2}\right) \quad (3.15)$$

Donde  $\sigma$  es la tensión interfacial entre la matriz y la nueva fase,  $V_m^2$  es su volumen molar y  $\Delta G$  es la energía libre para la transformación de la fase. De la termodinámica clásica (Y.K.Rao)<sup>48)</sup> la energía libre puede ser calculada mediante la siguiente expresión general:

$$\Delta G = \Delta G^{0'} + RT \ln\left(\frac{a_{M_x O_y}}{a_M^x a_O^y}\right) \quad (3.16)$$

para la reacción entre el metal y el oxígeno,  $xM+yO=M_xO_y$ . Las concentraciones de equilibrio de los reactantes en la interfase matriz-partícula son calculadas a través de un balance de masa usando la estequiometría de la reacción:

$$[\%M]_e^i = [\%M]_0 - \frac{xM_M}{yM_O} \{ [\%O]_0 - [\%O]_e \} \quad (3.17)$$

Donde  $[\%O]_e^i$  y  $[\%M]_e^i$  son las concentraciones de oxígeno y los desoxidantes en equilibrio con la matriz líquida, respectivamente,  $M_i$  es la masa atómica y los subíndices  $_0$  significan las concentraciones iniciales tanto del oxígeno como de los desoxidantes. La solución simultánea de de las dos ultimas ecuaciones nos dan el equilibrio entre el oxígeno y los desoxidantes con la matriz metálica.

Por otro lado, Zener<sup>49)</sup> propuso que la velocidad de crecimiento de la nueva fase puede ser expresada como una función de la supersaturación de la siguiente forma:

$$Y = \sqrt{-\bar{\alpha}D_O t} = \alpha_1 \sqrt{t} \quad (3.18)$$

Donde  $\alpha_1 = \sqrt{-\bar{\alpha}D_O}$ ,  $D_o$  es la constante de difusión del oxígeno en el acero líquido y la relación de supersaturación esta dada por la siguiente expresión:

$$\bar{\alpha} = 2 \left\{ \frac{([\%O]_e^i - [\%O])}{([\%O]_{inc} - [\%O]_e^i)} \right\} \quad (3.19)$$

Donde  $[\%O]$  es la concentración de oxígeno en el líquido de la matriz y  $[\%O]_{inc}$  es la concentración de oxígeno en la nueva fase, en el presente caso, en la inclusión. Por lo tanto la fracción de volumen de la nueva fase como función de la termodinámica involucrada en la transformación de la fase y el grado de supersaturación y empleando un valor  $n=2.5$  se obtiene:

$$\zeta = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{[\%M]_{inc} - [\%M]_e^i}{[\%M] - [\%M]_e^i} \right) I_v \left( \frac{8\pi}{15} \right) \alpha_1^3 t^{5/2} \right] \quad (3.20)$$

para calcular el tiempo de incubación y el final de la transformación se toman valores arbitrariamente de  $\zeta=0.01$  y  $\zeta=0.99$ , respectivamente. De esta forma es posible calcular los tiempos de inicio y final de la transformación de la fase dependiendo de la temperatura del líquido, y de esta forma es posible obtener diagramas TTT (Tiempo-

Temperatura- Transformación) para las inclusiones en acero o aleaciones de hierro como se presentará posteriormente en los resultados de este trabajo de investigación. La relación de supersaturación termodinámica del líquido es calculada a través de la siguiente expresión:<sup>39)</sup>

$$K_{ss} = \frac{K_s}{K_e} \quad (3.21)$$

### 3.6.- MODELOS INCLUIDOS EN LA FLOTACIÓN DE INCLUSIONES

Ya es bien conocido que las inclusiones tienen un efecto adverso sobre la calidad del acero y remover tantas como sea posible es uno de los principales objetivos en la producción del acero. Se han desarrollado muchos métodos para remover inclusiones del acero líquido; la inyección de gas es comúnmente aplicada a los procesos de metalurgia secundaria y de colada continua, por ejemplo la inyección de gas en la olla, en el desgasificador RH, inyección de gas vía buza sumergida (SEN) en el molde de colada continua y ahora la inyección de gas al distribuidor mediante el uso de cortinas transversales. El desarrollo de estos procesos se enfoca en alcanzar dos condiciones: burbujas finas que promueven una gran área interfacial líquido/gas y una alta probabilidad de adhesión de inclusiones a las burbujas, y buen mezclado que promueve la eficiencia en la transferencia de impurezas. La hidrodinámica de colisión en modelos de agua han sido extensivamente discutidos en algunos artículos, por ejemplo Zhang<sup>50)</sup> menciona que Pan et al. llevaron a cabo un experimento con modelos de agua sobre la remoción de partículas por flotación de burbujas y obtuvieron resultados interesantes, sin embargo, existen algunos inconvenientes en tal investigación.

1.- El tamaño de partícula fue demasiado grande ( $d_p=100-800 \mu\text{m}$ ). Es bien sabido que el flujo de fluidos en líquidos metalúrgicos tales como los desarrollados en ollas, distribuidores y moldes es turbulento. Para condiciones de flujo turbulento el tamaño de remolino más pequeño está dado por:

$$l_e = \left( \frac{v^3}{\varepsilon} \right)^{0.25} \quad (3.22)$$

Para líquidos metalúrgicos el valor típico de la disipación de energía  $\varepsilon$  es de  $0.001-1 \text{ m}^2\text{s}^{-3}$ , lo cual da un valor de  $l_e=32-178 \mu\text{m}$ . Debido a que las partículas que son más

grandes que los “eddies” mas pequeños tienen una influencia sobre el flujo de fluidos, por lo tanto es mejor usar partículas más pequeñas que los “eddies” más pequeños para estudiar el comportamiento de remoción de partículas por flotación de burbujas, por lo que en este trabajo de investigación el rango de tamaños de partículas se encuentra dentro del rango de 1-160 $\mu$ m.

2.- El análisis experimental se llevo a cabo por fotos tomadas en una cámara de alta velocidad, las cuales representan solo dos dimensiones y que seguramente difiere en mucho a un análisis tridimensional como es el que se emplea en el presente trabajo de investigación. Se pueden mencionar cuatro trabajos acerca de la remoción de inclusiones de sistemas metálicos por el mecanismo de flotación de burbujas: Zhang y Taniguchi<sup>51)</sup> que discutieron los fundamentos de la remoción de inclusiones por flotación de burbujas en acero líquido bajo condiciones de flujo laminar, Szekely<sup>52)</sup> que investigo la remoción de partículas sólidas en aluminio líquido, Ocumura et al.<sup>53)</sup> que estudió la velocidad de remoción hacia la escoria de la inclusión de SiO<sub>2</sub> en cobre líquido en u proceso de agitación por inyección de gas y Miki et al.<sup>54)</sup> que investigaron la remoción de inclusiones en el desgasificador de acero y una de las formas consideradas fue la remoción por flotación de burbujas.

Puesto que uno de los objetivos principales de este trabajo de investigación ha sido estudiar los mecanismos de flotación de inclusiones, es necesario entender los modelos asociados al crecimiento de inclusiones por colisión<sup>55,56)</sup>, trayectorias descritas por las inclusiones en el baño de acero, así como remoción de las mismas del baño metálico. Para entender mejor los mecanismos anteriores, debemos familiarizarnos con el modelo k- $\epsilon$  de turbulencia, donde k representa la energía cinética turbulenta y  $\epsilon$  indica la disipación de tal energía. Cuando se refiere de flujo turbulento, las cantidades que aparecen en las ecuaciones constan de 2 términos y a menudo aparecen en espectros generados por las fluctuaciones del flujo, por ejemplo si hablamos de velocidad a un tiempo dado, esta es la suma de la velocidad promedio más la velocidad fluctuante del fluido a ese mismo tiempo, y lo mismo sucede para la presión, entalpía, etc. Si n denota la frecuencia de las fluctuaciones y F(n) dn designa la fracción de la raíz cuadrada media de las fluctuaciones, o sea  $[(u'_z)^2]^{1/2}$ , que caen dentro de este rango de frecuencias, éste término está asociado a la energía cinética turbulenta (k) en la

siguiente forma:  $[(u'_z)^2]^{1/2} = (2k/3)^{1/2}$ . La función  $F(n)$  representa la función espectral de  $[(u'_z)^2]^{1/2}$ , Szekely<sup>57)</sup> ha mostrado que la función espectral decrece rápidamente para frecuencias más pequeñas y dado que la frecuencia de las fluctuaciones es inversamente proporcional al tamaño de los remolinos formados en la turbulencia, indicando que la mayor parte de la energía que se debe a las fluctuaciones de velocidad se encuentra asociada a los remolinos grandes, es decir, a los de baja frecuencia. Y la disipación de energía real debida a las fluctuaciones turbulentas ocurre en los remolinos más pequeños en donde predominan las fuerzas viscosas.<sup>56, 57, 58,59)</sup>

### 3.6.1.- CRECIMIENTO DE INCLUSIONES

Elementos tales como el Aluminio y el Silicio con alta afinidad por el oxígeno son usados como desoxidantes, en el acero para este estudio será utilizada la mezcla Si-Mn. Cuando el desoxidante es adherido al acero líquido, éste funde, se disuelve y reacciona con el oxígeno. Las inclusiones de óxidos son nucleadas, y un rápido crecimiento por difusión toma lugar. Después de este corto periodo el crecimiento continuo de las inclusiones en el baño agitado se denomina por colisiones.<sup>15,60)</sup>

La velocidad de colisión para un cierto tipo de colisión entre inclusiones de dos grupos de tamaños puede ser calculada por la ecuación siguiente:

$$\frac{dn_{i,j}}{dt} = W_{i,j}n_in_j \quad (3.23)$$

Donde  $n_i$  y  $n_j$  son los números de inclusiones de tamaños  $r_i$  y  $r_j$  respectivamente.  $W_{ij}$  es el volumen de colisión el cual esta dado en  $m^3/s$ , siendo este último la suma de las colisiones debidas a la turbulencia, a las de diferencias boyantes o de Stokes, al las de esfuerzo laminar y a las debidas al movimiento Browniano como lo señala Zhang.<sup>61)</sup>

### 3.6.2.- COLISIONES DEBIDAS A LA TURBULENCIA

La siguiente ecuación es utilizada cuando son modeladas las colisiones entre partículas en un flujo turbulento:

$$W_{ij} = 1.3\pi^{1/2}\alpha(r_i + r_j)^3 \sqrt{\frac{\epsilon}{\nu_{Fe}}} \quad (3.24)$$

Donde  $\alpha$  es la eficiencia de la colisión,  $r_i$  y  $r_j$  son los radios de las dos inclusiones que colisionan y  $\varepsilon$  es la disipación de la energía cinética turbulenta y  $\nu_{Fe}$  es la viscosidad cinemática del acero.<sup>61)</sup>

### 3.6.3.- COLISION DEBIDO A LAS FUERZAS BOYANTES

Las inclusiones se elevan a través del baño de acero debido a la diferencia de densidades entre el acero y el óxido. La velocidad de elevación se incrementa, entonces las inclusiones más grandes atrapan a las más pequeñas. El volumen de colisión de este tipo puede ser expresado como:

$$W_{ij} = \frac{2\pi g(\rho_{Fe} - \rho_p)}{9\mu_{Fe}} (r_i + r_j)^3 |r_i - r_j| \quad (3.25)$$

Donde  $g$  es la aceleración de la gravedad,  $\mu_{Fe}$  es la viscosidad dinámica del acero,  $\rho_{Fe}$  y  $\rho_p$  son las densidades del acero y la inclusión respectivamente.<sup>61)</sup>

### 3.6.4.- COLISIONES DEBIDAS AL ESFUERZO LAMINAR

Como existen gradientes en el flujo laminar, las inclusiones pueden moverse a lo largo de diferentes trayectorias teniendo diferentes velocidades. La siguiente ecuación describe el volumen de colisión debido al esfuerzo laminar:

$$W_{ij} = \frac{4}{3}(r_i + r_j)^3 \frac{du}{dx} \quad (3.26)$$

Donde  $du/dx$  es el gradiente de velocidad en la dirección donde el flujo laminar existe.<sup>61)</sup>

### 3.6.5.- COLISIONES DEBIDAS AL MOVIMIENTO BROWNIANO

Inclusiones muy pequeñas se mueven al azar en un fluido, este movimiento ha sido nombrado después de su descubrimiento. Colisiones de inclusiones debidas al movimiento Browniano no eran tomadas en cuenta debido a su poca importancia, este volumen de colisión está dado por la siguiente ecuación:

$$W_{ij} = \frac{2kT}{3\mu_{FE}} + \left( \frac{1}{r_i} + \frac{1}{r_j} \right) (r_i + r_j) \quad (3.27)$$

Donde k es la constante de Boltzman, T es la temperatura y  $\mu_{Fe}$  es la viscosidad dinámica del acero.<sup>61)</sup>

### 3.6.6.- MODELO DE REMOCIÓN DE INCLUSIONES

Se asume que las inclusiones son removidas del acero líquido por diferentes formas: i) hacia la escoria, ii) hacia los refractarios por la agitación del gas y iii) por flotación de burbujas.

### 3.6.7.- REMOCIÓN HACIA LA ESCORIA

La remoción hacia la escoria es controlada por la fuerza boyante de la inclusión y es llamada flotación de Stokes, la capacidad de flotación es proporcional al incremento de su tamaño. La ecuación de remoción puede ser escrita como:

$$\frac{dN}{dt} = A_s \frac{2g(\rho_{fe})r^2}{9\mu_{Fe}} C_i \quad (3.28)$$

Donde  $dN/dt$  es la velocidad de remoción,  $A_s$  es el área de la superficie de la escoria y  $C_i$  es el número de concentración de inclusiones.<sup>61)</sup>

### 3.6.8.-REMOCIÓN HACIA LOS REFRACTARIOS

La remoción de las inclusiones hacia la superficie de los refractarios está referido como un proceso de difusión, las inclusiones más pequeñas sobre todo de alúmina se han encontrado adheridas a los refractarios, y las inclusiones se mueven con el acero debido a sus tiempos de respuesta de momento cortos por lo que el flujo es desacoplado, por lo tanto las propiedades del flujo no son afectadas por la presencia de las inclusiones.<sup>19)</sup>

Para este propósito la siguiente ecuación ha sido utilizada en sus inicios al flujo de fluidos en tuberías:

$$\frac{dN}{dt} = A_w \frac{0.0003r\bar{u}^{7/4}}{u^{3/4}d^{1/4}} C_i \quad (3.29)$$



Donde es el área de la pared en la celda computacional,  $d$  es el diámetro del tubo y  $u$  es la velocidad del fluido.<sup>57)</sup>

### 3.6.9.- REMOCIÓN POR FLOTACIÓN DE BURBUJAS

Las inclusiones pueden ser removidas del acero por colisión con burbujas, esto es debido al hecho que el acero líquido generalmente no moja los óxidos<sup>62,63,64,65,66,67)</sup>. Las burbujas pueden entonces adjuntar las inclusiones y llevarlas a la superficie, donde son asimiladas a la escoria<sup>68)</sup>, tomando en cuenta la probabilidad de colisión, el número de inclusiones, el número de burbujas, la velocidad relativa, el área de colisión y la concentración de inclusiones, la ecuación para la remoción de inclusiones puede ser escrita de la siguiente forma:

$$\frac{dN}{dt} = P\pi(r_i + r_r)^2 v_r N_b C_i \quad (3.30)$$

Donde  $v_r$  es la velocidad relativa entre la inclusión y la burbuja,  $N_b$  es el número de burbujas en el volumen computacional específico en estudio y  $C_i$  es la concentración de inclusiones.<sup>61)</sup>

### 3.6.10.- MODELO DE TRAYECTORIA DE INCLUSIONES

Las trayectorias de las inclusiones han sido calculadas usando la aproximación de Lagrange, la cual, resuelve una ecuación de transporte para cada inclusión cuando esta viaja a través del campo de flujo del acero líquido previamente calculado.<sup>62)</sup>

Los componentes de la velocidad local media de la inclusión ( $u_{imp}$ ) necesarios para obtener la ruta de la partícula son calculados del siguiente balance de fuerzas, el cual incluye las fuerzas de arrastre y boyantes relativas al acero<sup>69,70,71)</sup>:

$$\frac{du_p}{dt} = F_D(u_i - u_{imp}) + \frac{\rho_p - \rho}{\rho_p} g_i \quad (3.31)$$

$$F_D = \frac{18\mu_0 C_D R_e}{24\rho_p D_p^2} \quad (3.32)$$

Donde  $u_p$  es la velocidad media local de la partícula,  $\rho_p$  y  $\rho$  son las densidades de la partícula y acero respectivamente,  $g_j$  es la fuerza de gravedad,  $F_D$  es la fuerza de arrastre,  $\mu_0$  es la viscosidad dinámica del acero,  $C_D$  es un coeficiente de arrastre, el cual varía dependiendo del tipo de inclusión,  $Re$  es el número de Reynolds relativo y  $D_p$  es el diámetro de la inclusión.

El número de Reynolds Relativo es definido como:

$$Re = \frac{\rho D_p |u_p - u|}{\mu} \quad (3.33)$$

Para calcular el coeficiente de arrastre se emplea el siguiente modelo matemático:

$$C_D = \frac{24}{Re} \left( 1 + b_1 * Re^{b_2} \right) + \left( \frac{b_3 * Re}{b_4 + Re} \right) \quad (3.34)$$

Donde:

$$b_1 = 2.3288 - 6.4581\phi + 2.4486\phi^2$$

$$b_2 = 0.0964 + 0.5565\phi$$

$$b_3 = 4.905 - 13.8944\phi + 18.4222\phi^2 - 10.2599\phi^3$$

$$b_4 = 1.4681 + 12.2584\phi - 20.7322\phi^2 + 15.8855\phi^3$$

Donde,

$\phi$  es el factor de forma y esta definido como sigue:<sup>71,72)</sup>

$$\phi = \frac{s}{S} \quad (3.35)$$

Donde,

$s$  = área superficial de una esfera que tiene el mismo volumen de la partícula.

$S$  = área superficial real de la partícula.

Para simular el caótico efecto de la turbulencia sobre la trayectoria de las inclusiones es necesario aplicar un modelo conocido como “random-walk o Stochastic Model”, en este modelo es introducido un vector de velocidad fluctuante aleatoria ( $u'_i$ ) para un vector de tiempo promedio calculado ( $u_{imp}$ ), para obtener la velocidad de la inclusión ( $u_i$ ) en cada intervalo de tiempo, conforme “i” viaja a través del fluido. Cada componente aleatorio de la velocidad de la inclusión es proporcional al nivel de la energía cinética turbulenta local, de acuerdo a la siguiente ecuación:<sup>27)</sup>

$$u'_i = \zeta_i \sqrt{u_i'^2} = \zeta_i \sqrt{\frac{2k}{3}} \quad (3.36)$$

Donde  $\zeta_i$  es un número aleatorio, normalmente distribuido entre  $-1$  y  $1$ , el cual cambia a cada etapa de integración y  $k$  es la energía cinética turbulenta.

La predicción de la dispersión de partículas hace uso del concepto de escala de tiempo integral<sup>71)</sup>,  $T$ , el cual describe el tiempo gastado en el movimiento turbulento a lo largo de la ruta de las partículas, ds:

$$T = \int_0^{\infty} \frac{u'_p(t)u'_p(t+s)}{u_p'^2} ds \quad (3.37)$$

El tiempo integral es proporcional a la velocidad de dispersión de las partículas y entre mas largo sea este tiempo, mas turbulento es el movimiento del flujo.

Para partículas muy pequeñas que se mueven con el fluido, el tiempo integral se convierte en el tiempo integral lagrangiano,  $T_L$  y este se relaciona con el modelo  $k-\varepsilon$  de la siguiente forma:

$$T_L = 0.15 * \frac{k}{\varepsilon} \quad (3.38)$$

Cuyo valor de  $T_L$  puede ser empleado para calcular el tiempo de vida característico del remolino, el cual esta definido como:

$$\tau_e = -T_L * \text{Log}(r) \quad (3.39)$$

Donde  $r$  es un número uniforme al azar comprendido entre  $0$  y  $1$ . Esta opción guía a una descripción más real de la función de correlación. Se asume que la partícula interactúa con el remolino de la fase fluido sobre este tiempo de vida del remolino. Cuando el tiempo de vida es alcanzado, entonces un nuevo valor de la velocidad instantánea se obtiene aplicando un nuevo valor de  $\zeta$ , símbolo que es empleado en el modelo Random Walk de fase discreta, o también conocido como modelo de tiempo de vida de remolino.

Las ecuaciones de trayectorias<sup>71)</sup> y cualquier ecuación auxiliar que describan transferencia de masa o energía de la partícula hacia el fluido o viceversa, son resueltas por integración de etapas o pasos de tiempo, la integración en el tiempo de la

ecuación de balance de fuerzas en la partícula lleva a la velocidad de la partícula en cada punto a lo largo de su trayectoria con la trayectoria misma predicha mediante:

$$\frac{dx}{dt} = u_p \quad (3.40)$$

Las ecuaciones son resueltas en cada dirección de coordenadas para predecir las trayectorias de la fase discreta. Durante la integración la velocidad de la fase fluido,  $u$ , es tomada como la velocidad en la posición de la partícula, recordando que la fase discreta es calculada en el marco de referencia lagrangeano y primero debe resolverse la fase continua o fase fluido. Asumiendo que el término de las fuerzas de cuerpo permanece constante sobre cada pequeño intervalo de tiempo y linearizando cualquier otra fuerza que actúe sobre la partícula, la ecuación de trayectoria puede ser escrita en forma simplificada como<sup>71)</sup>:

$$\frac{du_p}{dt} = (u - u_p)\alpha \quad (3.41)$$

Donde el recíproco de  $\alpha$  es el tiempo de relajación de la partícula. Las dos ecuaciones anteriores son resueltas simultáneamente para predecir la velocidad y posición de la partícula a cualquier tiempo dado.

$$\Delta t = \frac{L}{u_p + u_c} \quad (3.42)$$

Donde  $L$  es la escala de longitud definida en el sistema.

### **3.7.- AVANCES EN EL MODELADO DE FLUJO DE FLUIDOS EN LA COLADA CONTINUA.**

Los modelos empleados en el flujo de fluidos son descritos en el apéndice de este trabajo, más sin embargo, es de vital importancia conocer a grandes rasgos como seleccionar el modelo más adecuado para una aplicación dada en el flujo de fluidos. En general se puede decir que un modelo típico de flujo de fluidos tridimensional, resuelve la ecuación de continuidad y las ecuaciones de Navier Stokes para fluidos Newtonianos

incompresibles , los cuales están basados en la conservación de la masa (una ecuación) y momentum (3 ecuaciones) en cada punto dentro de un dominio computacional<sup>73)</sup>. La solución de éstas ecuaciones dan las componentes de la presión y la velocidad en cada punto del dominio. A las altas velocidades de flujo involucradas en el proceso de fabricación del acero, estos modelos deben incorporar flujo de fluidos turbulento. Los diferentes investigadores han empleado una gran variedad en el modelado de la turbulencia en la colada continua del acero, por ejemplo modelos de viscosidad efectiva<sup>74)</sup> para el molde cilíndrico y buza recta, asimismo se han empleado modelos de turbulencia de una ecuación (energía turbulenta mas una escala de longitud dada), modelos de turbulencia de dos ecuaciones tales como el K-e<sup>75)</sup> LES (Large Eddy Simulation)<sup>76,77,78)</sup> con un modelo SGS (Sub-Grid Scale), y DNS (Direct Numerical Simulation)<sup>75)</sup>, entre estos modelos el mas simple es el DNS, pero es también el método que requiere de más capacidad de computo. DNS emplea un mallado bastante fino para capturar todos los remolinos, así como su movimiento con el tiempo. Para lograr resultados más eficientes desde el punto de vista computacional, la turbulencia es modelada usualmente sobre un mallado menos fino y usando una aproximación promediada en el tiempo, tal como el modelo k-e, el cual promedia el efecto de la turbulencia usando un campo de viscosidad efectiva. Esta aproximación requiere de resolver dos ecuaciones diferenciales parciales adicionales para el transporte de la energía cinética turbulenta y su velocidad de disipación. El modelo k-e de estándar altos números de Reynolds, generalmente usa funciones de pared por omisión para capturar los gradientes en las fronteras de las paredes, alcanzando con esto una exactitud razonable con un mallado grueso. Alternativamente, el modelo de turbulencia de números bajos en Reynolds trata las fronteras de las paredes en una forma más general, pero requiere una malla más fina en las paredes. LES es un método intermedio entre simulación numérica directa (DNS) y los modelos de turbulencia K-ε, siendo LES un método que modela únicamente a la escala de submallado. La mayoría de los modelos previos de flujo de fluidos han usado el método de diferencia finitas, debido a su disponibilidad de los muy rápidos y eficientes métodos de solución. Existen códigos populares para propósitos generales, los cuales incluyen CFX, FLUENT, FLOW3D y PHOENICS. Asimismo existen códigos especiales para llenado de moldes los cuales

incluyen MAGMASOFT y PHYSICA, los cuales también resuelven para la solidificación, evolución de la temperatura y fenómenos relacionados. El método del elemento finito como el empleado por FIDAP también puede ser aplicado y éste tiene la ventaja de ser adaptado más fácilmente a geometrías arbitrarias, sin embargo toma mucho más tiempo en ejecutarse.

### **3.7.1.- MODELOS DE FLUJO DE FLUIDOS EN MULTIFASE EN LA COLADA CONTINUA.**

Se han desarrollado varios métodos diferentes para modelar el flujo multifásico en la colada continua para tomar en cuenta el efecto importante de movimiento de burbujas en el campo de flujo del líquido.

#### **3.7.1.1.- MODELO DE DESLIZAMIENTO ALGEBRAICO (Algebraic Slip Model “ASM”)**

Este método modela el sistema de las dos fases dispersas como una mezcla de una sola fase de líquido y gas. El flujo de la mezcla líquido-gas es calculado resolviendo solo una ecuación de continuidad, un conjunto de ecuaciones de momentum y de turbulencia. La fracción de gas es calculada de una ecuación de transporte adicional para la fase gaseosa. La velocidad de deslizamiento de la burbuja de gas depende de su tamaño y forma. El efecto de flotación de la burbuja de gas sobre el flujo del fluido es tomado en cuenta adicionando un término extra de fuerza vertical a la ecuación de momentum:  $S_{gz} = \sigma_g g \rho$ ; donde  $\sigma_g$  es la fracción volumen de gas. Una mejora a este procedimiento es el modelo homogéneo Euleriano el cual aun resuelve un solo conjunto de ecuaciones de transporte, pero se adoptan las propiedades de mezcla donde la viscosidad y la densidad son proporcionales a la fracción de volumen de las fases. Las fracciones de volumen varían dentro de cada celda, pero siempre la sumatoria es la unidad, éste tipo de modelos han sido aplicados para modelar el efecto del gas argón en la colada continua de planchon de acero.<sup>79)</sup>

#### **3.7.1.2 MODELO LAGRANGEANO DE DOS FASES.**

En esta aproximación solo un campo de velocidad del líquido es resuelto, pero la fracción de volumen del líquido está incluido en todos los términos. La fracción del volumen del líquido es calculada de la fracción volumen de gas, este modelo ha sido empleado para calcular el flujo de fluidos de dos fases en el molde de colada continua.

### 3.7.1.3 MODELO EULERIANO DE DOS FASES.<sup>80)</sup>

En este modelo, se resuelve un campo de velocidad para el acero líquido y otro campo de velocidad para la fase gaseosa. La ecuación de momentum para cada fase es afectada por la otra fase a través del término interfacial de arrastre, se ha empleado este tipo de modelos en varios estudios de flujo multifásico en la colada continua, la turbulencia inducida por burbujas puede ser adicionada al modelo K-ε mediante términos fuente.

Las burbujas de argón alteran el patrón de flujo en la zona superior de recirculación, el efecto aumenta cuando se incrementa la fase gaseosa, cuando se incrementa el ancho del molde, disminuyendo la velocidad de colada y disminuyendo el tamaño de la burbuja. La distribución y tamaño de las inclusiones han sido medidas y modeladas, pero se ha dado poca importancia relativamente a modelar el flujo de partículas a la fecha, de ahí la importancia de este trabajo de investigación.

### 3.7.1.4.- METODO VOF (VOLUME OF FLUID)

Este método popular desarrollado originalmente por Hirt et al.<sup>81)</sup> que modela el movimiento de la superficie libre a través de la malla computacional, resolviendo simultáneamente el volumen del fluido por unidad de volumen,  $f_i$ , lo cual requiere la satisfacción de una ecuación de conservación adicional, tal como:

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + \left[ \frac{\partial}{\partial x_i} (f_i u_i) \right] = 0 \quad (3.43)$$

Este fue el primer método que se desarrolló aplicando la simulación numérica al estudio de la forma de la superficie libre en el molde de colada continua<sup>58,82)</sup>. Ilegbusi et al.<sup>83)</sup> encontraron que el campo de velocidad en un cilindro agitado electromagnéticamente fue marcadamente diferente cuando el contorno de la superficie

fue calculado a aquel de una superficie plana. Este método también ha sido aplicado a la formación de burbujas de gas en la buza sumergida (SEN). Y finalmente este método también se ha utilizado en éste trabajo como una novedad en la formación y el desempeño de una cortina de gas como modificador de flujo con el fin de llevar mas inclusiones a la escoria que las que flotarían simplemente por las fuerzas de flotación involucradas en el complejo fenómeno de flujo de fluidos del distribuidor de colada continua.

### **3.8.- EVALUACION DEL FLUJO EN UN DISTRIBUIDOR DE COLADA CONTINUA.**

El comportamiento del flujo de fluidos tiene influencia sobre:

- La habilidad para remover inclusiones.
- El grado de reoxidación.
- El funcionamiento de la olla, el distribuidor y el molde.

Las variables consideradas en la optimización del flujo de fluidos en el distribuidor son las siguientes:

- Tiempo de Residencia.
- Volumen pistón.
- Volumen de mezclado.
- Volumen muerto.
- Comportamiento del fluido.
- Turbulencia generada.
- Formación de vórtices.
- Cambio de grado.

Para caracterizar el grado de flujo no ideal en el distribuidor es necesario recurrir a una serie de técnicas experimentales que se engloban en la denominación general de técnicas estímulo-respuesta. Este método consiste en estimular al sistema mediante una perturbación y analizar la respuesta a este estímulo.<sup>84)</sup>

El estímulo es la inyección de un trazador a la corriente del fluido que entra al recipiente, y la respuesta es la representación del trazador a la salida del recipiente



frente al tiempo. El trazador debe cubrir ciertas características como de ser inerte al sistema en estudio, debe ser detectable de acuerdo al equipo y condiciones disponibles y no debe perturbar el tipo de flujo en el recipiente, y cualquier tipo de señal a la entrada.<sup>85)</sup>

K. J. Craig et al.<sup>86)</sup> han mostrado la importancia de las curvas RTD para el diseño y optimización de distribuidores de colada continua, pero el empleo de cortinas de gas como modificador de flujo no ha sido estudiado, de ahí la importancia de este trabajo.

Incluso en la práctica de fabricación de acero, se han llevado a cabo estudios de RTD, empleando como trazador al cobre líquido<sup>87)</sup> en donde se ha concluido que no deben emplearse como elemento trazador un fluido de diferente densidad a la del líquido en estudio ya que la diferencia en densidades intensifica las fuerzas vortices producto de la diferencia en densidades. En el presente trabajo de investigación se ha empleado agua coloreada, de ahí la cercana aproximación que existe entre los experimentos y la simulación matemática.

El estudio con trazadores se utiliza para medir la distribución del tiempo de residencia ya que provee los datos necesarios para comparar el flujo del acero líquido en diferentes diseños de distribuidores, sin embargo, es necesario aplicar bien la técnica ya que a pesar de que esta se ha venido utilizando desde hace más de 20 años se ha encontrado que aun se siguen cometiendo errores en su empleo, Y. Sahai et Al.<sup>88)</sup> da las bases para un empleo óptimo de la técnica. El uso de un colorante como trazador en modelos fríos ayuda a visualizar el flujo del acero y detectar zonas muertas, cortocircuitos, vórtices etc, esto permite evaluar su comportamiento y dar una interpretación correcta de *las curvas RTD* (Distribución de Tiempos de Residencia)<sup>89)</sup>, Dipak Mazumdar y R.I.L. Guthrie<sup>90)</sup> han publicado un avance en la modelación física y la simulación matemática en donde combinan experiencias en la industria y avances en la investigación y ellos señalan la importancia que han tenido el desarrollo de las curvas RTD en el diseño industrial de distribuidores de colada continua.

### 3.8.1 Distribución del Tiempo de Residencia del fluido en el Distribuidor de Colada Continua

En muchos casos no es necesario conocer demasiado, simplemente cuanto tiempo permanece cada una de las moléculas en el recipiente o mejor dicho, la distribución de tiempos de residencia de la corriente de fluido, para caracterizar el flujo que se presenta en el interior del distribuidor. Si se supiera exactamente lo que sucede en el interior de un reactor, es decir, si se dispusiera de una representación completa de la distribución de velocidades del fluido, se podría predecir el comportamiento del reactor.

Los elementos del fluido al seguir diferentes caminos a lo largo del reactor tardaran tiempos diferentes al pasar por éste, como se muestra en la Figura 3.9 donde cada color representa una trayectoria. La distribución de estos tiempos en la corriente de fluido que sale del recipiente se *denomina distribución de la edad a la salida E*, o distribución del tiempo de residencia RTD del fluido. Esta distribución puede ser afectada por los parámetros de diseño (dams, weirs, etc.) y las variables de operación (p.e. la velocidad de colada).<sup>91)</sup>

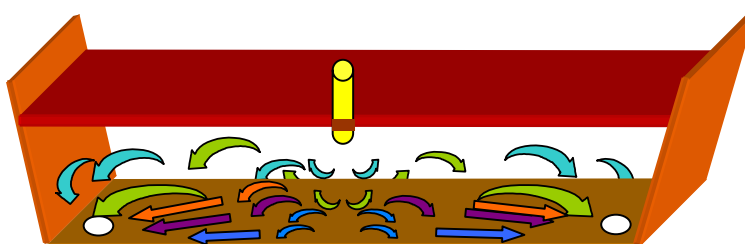
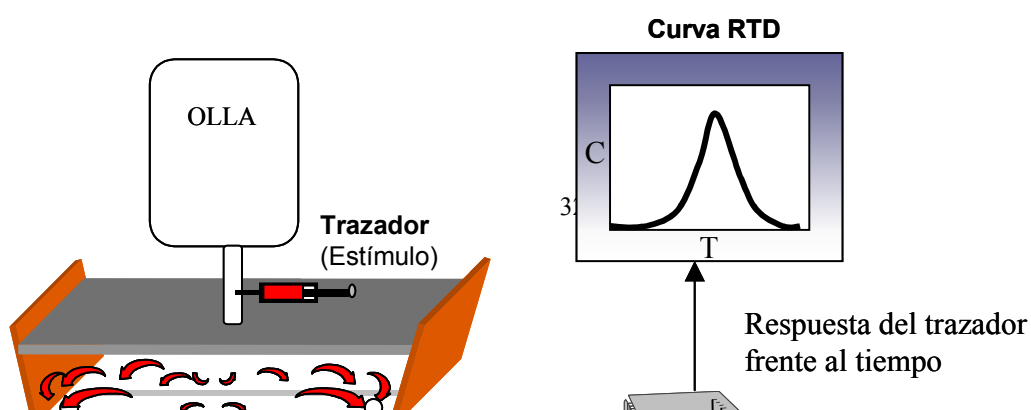


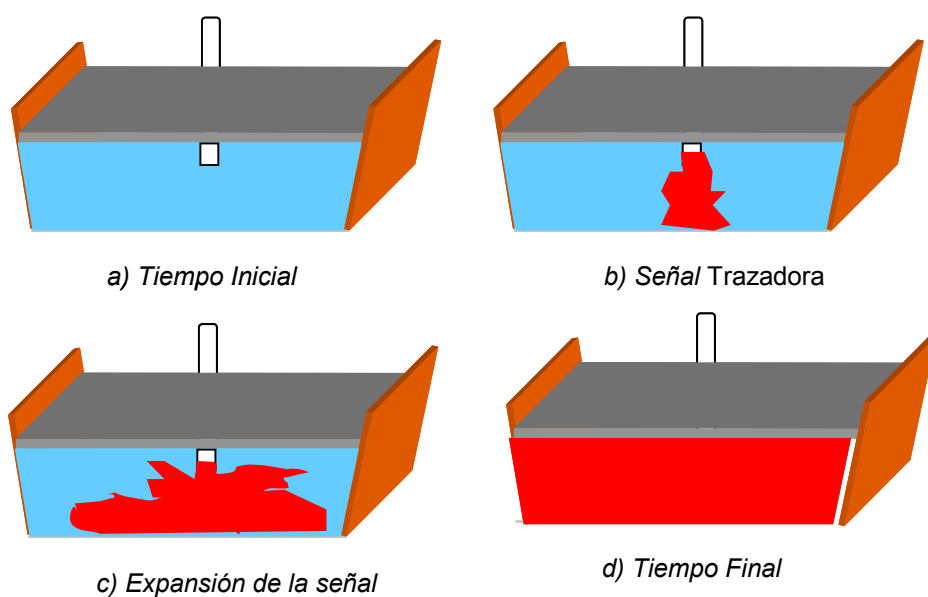
Fig.3.9 Representación de diferentes trayectorias del fluido

Las curvas RTD del fluido en un distribuidor se utilizan para caracterizar el flujo por medio del volumen pistón de mezcla y el volumen muerto, y es estudiada por la inyección de un trazador (colorante, sal, ácido, etc) en la corriente de entrada del distribuidor y monitoreada la concentración de éste a la salida<sup>84)</sup>.



*Fig.3.10 Proceso de inyección del trazador para obtener las curvas RTD*

Pero cuando la corriente que entra al reactor no contiene trazador alguno, y se adiciona una señal trazadora de escalón en la corriente del fluido que entra al reactor se obtiene *la curva F* que se muestra a continuación. Este tipo de curvas se ha empleado para describir el comportamiento térmico del acero en el distribuidor mediante modelos de agua con escalones de temperatura, donde se hace énfasis en que los gradientes de temperatura tienen mucho que ver en la dinámica de flujo del líquido sobre todo para flujos altos.<sup>92)</sup>



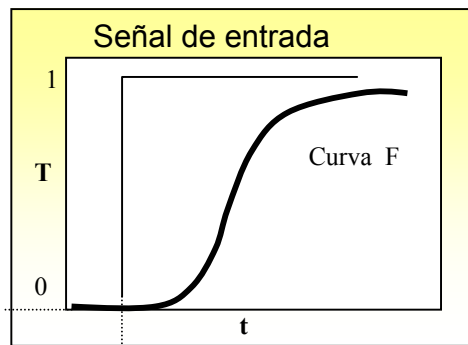


Fig.3.11 Proceso físico de obtención de curva F

Cuando la corriente del fluido que entra al recipiente no contiene trazador y se le inyecta éste de forma instantánea (un impulso), se obtiene *la curva C*, a continuación se muestra esquemáticamente este proceso.

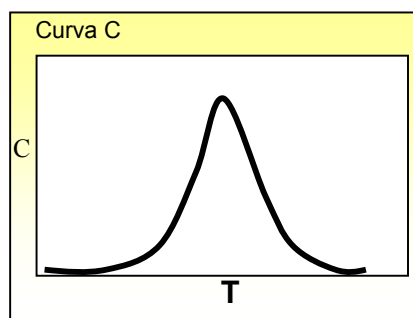
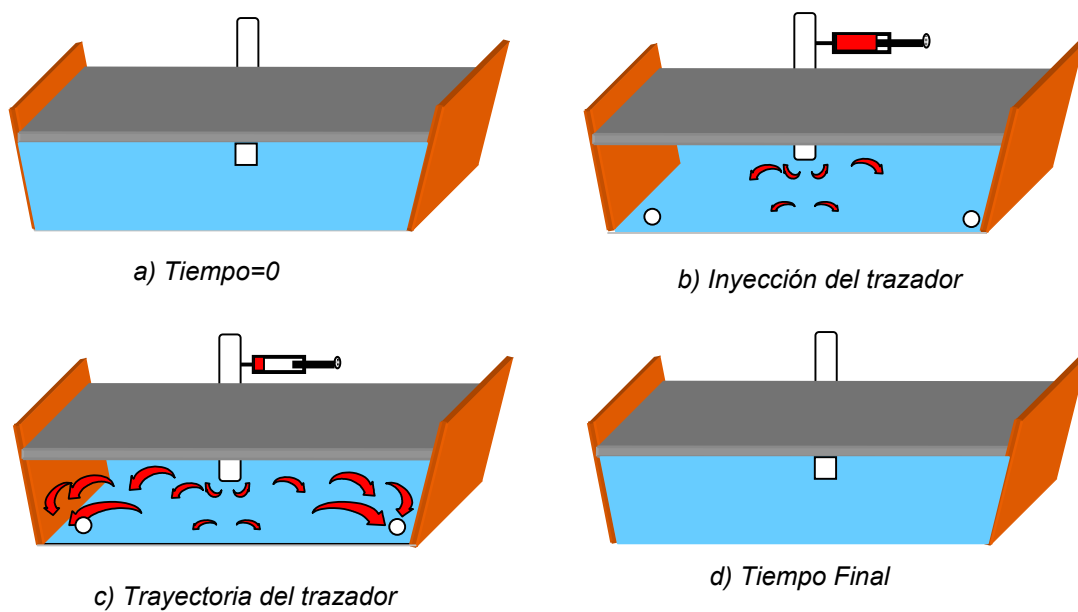


Fig.3.12 Proceso físico de obtención de curva C

### 3.8.2 Técnicas Empleadas en el Análisis de Curvas RTD.

#### 3.8.2.1 Cálculo del tiempo medio de residencia.

Esta la medida más importante cuando se caracteriza una distribución de tiempo de residencia en el distribuidor, también se le denomina media o centroide de la distribución. Un buen diseño del distribuidor, será aquel en donde el tiempo promedio de residencia sea el mayor porque el fluido permanece más tiempo en el distribuidor para permitir la flotación de las inclusiones.

$$t = \frac{\int_0^{\infty} tcdt}{\int_0^{\infty} cdt} \quad \theta_i = \frac{ti}{t'} \quad [3.44]$$

#### 3.8.2.3 Cálculo de la concentración adimensional

La normalización se lleva a cabo dividiendo la concentración entre el área (A) bajo la curva concentración-tiempo (cantidad de trazador que sale del distribuidor en la boquilla de análisis).

$$A = \int_0^{\infty} cd\theta \quad \int C d\theta = 1 \quad \int_0^{\infty} \frac{c}{A} d\theta = 1 \quad [3.45]$$

$C_i = \frac{C_i}{A}$  .....Concentración Adimensional

#### 3.8.2.4 Cálculo del número de dispersión

Después del tiempo promedio de residencia, la siguiente magnitud descriptiva, en orden de importancia, es la amplitud de la distribución de tiempo de residencia que se mide por la varianza que se define por la siguiente ecuación:

$$\sigma^2 = \frac{\int_0^{\infty} t^2 * cdt}{\int_0^{\infty} cdt} - t'^2 \quad \sigma_{\theta}^2 = \frac{\sigma^2}{t'^2} \quad [3.46]$$

### 3.8.2.5 Módulo de Dispersión

Este parámetro mide el grado de dispersión axial de la velocidad en el sistema y se calcula de la siguiente manera.

$$\sigma_{\theta}^2 = 2\left(\frac{D}{uL}\right) - 2\left(\frac{D}{uL}\right)^2 \left[1 - \exp\left(\frac{-uL}{D}\right)\right] \quad (3.47)$$

### 3.8.2.6 Cálculo del volumen muerto (Vd)

Es la fracción de fluido que permanece en el distribuidor en un tiempo mayor a 2 del tiempo adimensional se calcula con la siguiente ecuación.

$$\frac{V_d}{V} = 1 - \frac{\int_0^2 C d\theta * \int_0^2 C d\theta}{\int_0^2 C d\theta} \quad (3.47)$$

### 3.8.2.7 Cálculo del volumen pistón (Vp)

Se considera cuando el 1% del total de colorante inyectado ha salido por las boquillas.

$$\int_0^{\frac{V_p}{V}} C d\theta = 0.01 \quad (3.48)$$

### 3.8.2.8 Cálculo del volumen de mezclado.

Esta fracción se calcula utilizando la siguiente ecuación.

$$\frac{V_m}{V} = 1 - \frac{V_p}{V} - \frac{V_d}{V} \quad (3.49)$$

#### **4.- METODOLOGÍA**

La metodología empleada en el desarrollo del presente trabajo se divide en dos partes como se ilustra a continuación:

##### **TERMODINAMICA Y CINETICA DE NUCLEACION Y CRECIMIENTO DE INCLUSIONES.**

- 1.- Análisis termodinámico de precipitación de inclusiones en acero a partir de aleaciones de hierro, a diferentes temperaturas, así como a diferentes concentraciones de oxígeno disuelto.
- 2.- Análisis de la cinética de nucleación de las inclusiones precipitadas a través de modelos de nucleación homogénea para las diferentes fases de inclusiones estudiadas termodinámicamente, así como calcular el crecimiento de las mismas.

##### **SIMULACION MATEMATICA DE LA FLOTACION DE INCLUSIONES MEDIANTE CORTINA DE GAS EN EL DISTRIBUIDOR.**

- 1.- Estudio de la dinámica de flujo de fluidos en el distribuidor de colada continua, empleando varios arreglos con la finalidad de optimizar perfiles de flujo para la flotación de inclusiones.
- 2.- Estudio de la flotación de inclusiones no-metálicas mediante el empleo de cortinas de gas en el distribuidor de colada continua.

## 5.- EXPERIMENTACION

### 5.1.- NUCLEACION Y CRECIMIENTO DE INCLUSIONES

En la parte A de este trabajo se realizó un estudio teórico para estimar las velocidades de nucleación y crecimiento de las inclusiones a partir de aleaciones de hierro, mediante modelos de nucleación homogénea.

Para estimar las velocidades de nucleación y crecimiento de inclusiones se usó un acero desoxidado con silico-manganeso cuya composición en %peso se da a continuación:

Carbono.....	0.56-0.64
Silicio .....	0.15-0.30
Manganeso.....	0.75 - 1.0
Aluminio.....	0.01 (máx.).
Fósforo.....	0.035 (máx.)
Azufre.....	0.04 (máx.)
Cromo.....	0.56-0.64

La presencia de Aluminio en este tipo de aceros es típica ya que a pesar de no ser adicionado intencionalmente, este se encuentra implícito en las ferroaleaciones (Si-Mn) empleadas durante la fabricación del acero.

Como primer paso de este análisis se consideraron la siguientes aleaciones de hierro: Fe-O-Si, Fe-O-Mn y Fe-O-Al con las correspondientes concentraciones de silicio, manganeso y aluminio mencionadas arriba y con concentraciones de oxígeno desde 100 hasta 1000 ppm. El cálculo del equilibrio para cada una de las aleaciones fue realizado desde la temperatura de líquidos de la aleación hasta 2000°C, asegurando con esto trabajar únicamente en la zona líquida de la aleación, cabe señalar que éste fue realizado con un modelo termodinámico desarrollado en otro trabajo de investigación por el grupo de trabajo SPMDf a cargo del Dr. Morales. Los datos empleados en el modelo fueron compilados en la Tabla 5.1.



Tabla 5.1. Datos termodinámicos empleados en este estudio<sup>48)</sup>.

Reacción (J/mol)	Energía interfacial (J/m <sup>2</sup> )	Coeficientes de interacción			
$\underline{\text{Si}} + 2\underline{\text{O}} = \text{SiO}_2(\text{s})$ $\Delta G = 576440 - 218.2T$	0.375	$\epsilon_{(\text{Si-Si})} = 0.103$	$\epsilon_{(\text{O-Si})} = -0.119$	$\epsilon_{(\text{Si-O})} = -0.066$	$\epsilon_{(\text{O-O})} = -1750/T + 0.76$
$3\underline{\text{Al}} + 2\underline{\text{O}} = \text{Al}_2\text{O}_3$ $\Delta G = 1225000 - 393.8T$	0.550	$\epsilon_{(\text{Al-Al})} = 80.5/T$	$\epsilon_{(\text{O-Al})} = -1.98(1873\text{K})$ $= -1.40(1923\text{K})$ $= -1.22(2023\text{K})$	$\epsilon_{(\text{Al-O})} = -0.17(1873\text{K})$ $= -0.83(1923\text{K})$ $= -0.72(2023\text{K})$	$\epsilon_{(\text{O-O})} = -1750/T + 0.76$
$\underline{\text{Mn}} + \underline{\text{Si}} + 3\underline{\text{O}} = \text{SiO}_3$ $\Delta G = -861340 - 90.56T$	0.320	$\epsilon_{(\text{Mn-Mn})} = 0.0$ $\epsilon_{(\text{Mn-Si})} = -0.0146$	$\epsilon_{(\text{O-})} = -0.083$ $\epsilon_{(\text{Si-Mn})} = -0.0327$	$\epsilon_{(\text{Mn-O})} = 0.021$	$\epsilon_{(\text{O-O})} = -1750/T + 0.76$

## 5.2.- FLOTACION DE INCLUSIONES

Esta parte del trabajo se realizo un modelo a escala del distribuidor de colada continua perteneciente a la empresa de Cosipa (empresa ubicada en Brasil) cuyas dimensiones se presentan en la Figura 5.1 y las correspondientes al inhibidor en la Figura 5.2.

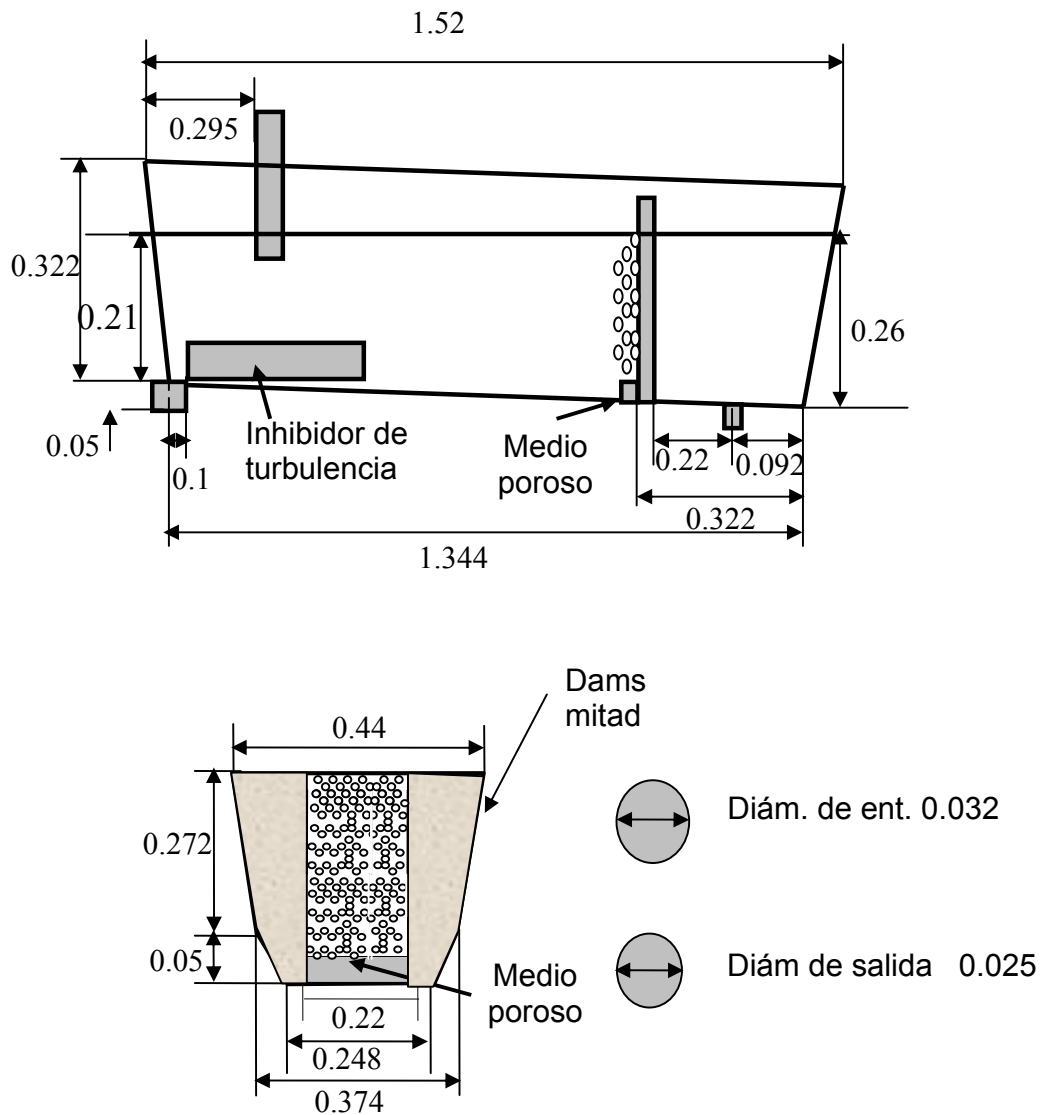


Fig.5.1 Dimensiones geométricas del modelo del distribuidor y de los dams mitad (m).

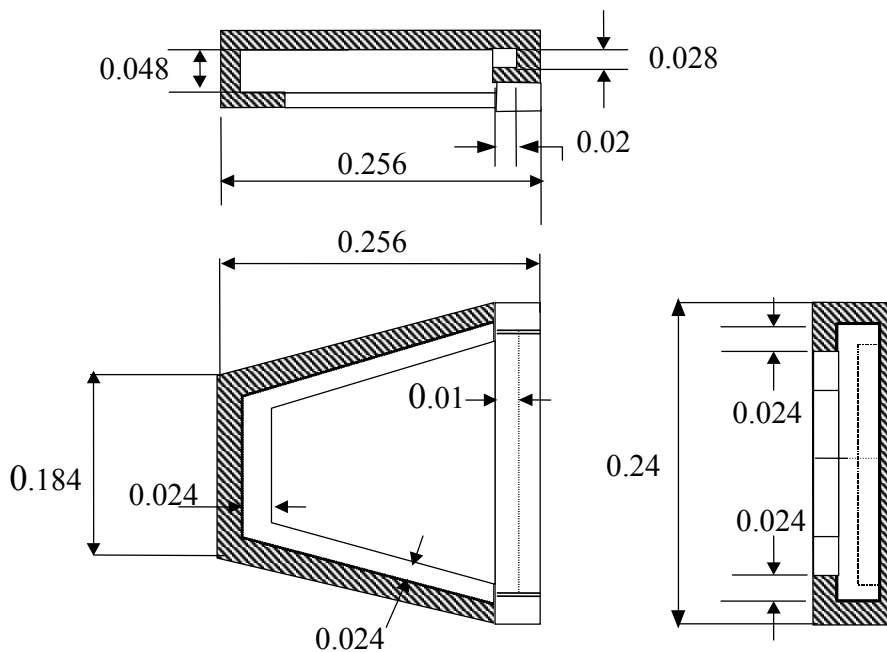


Fig.5.2 Dimensiones geométricas del inhibidor de turbulencia (m).

El estudio consistió en simular matemáticamente el modelo de agua con dos modificaciones a la cortina de burbujas, es decir, se probó un sistema de dam-cortina de gas, además de un arreglo de medio poroso más una cortina de gas, tal como se muestra en las Figuras 5.3a y 5.3b, respectivamente. La descripción de los casos que se simularon se encuentran en forma resumida en la Tabla 5.2; la secuencia metodológica que se empleó para el desarrollo de esta sección fue la siguiente:

- 1) Elaboración del modelo geométrico.
- 2) Discretización del volumen (mallado).
- 3) Selección del modelo a emplear
- 4) Introducción de las condiciones frontera y de operación.
- 5) Introducción de condiciones iniciales.

- 6) Corrida del modelo y obtención de resultados.
- 7) Procesamiento de datos y análisis de los resultados.

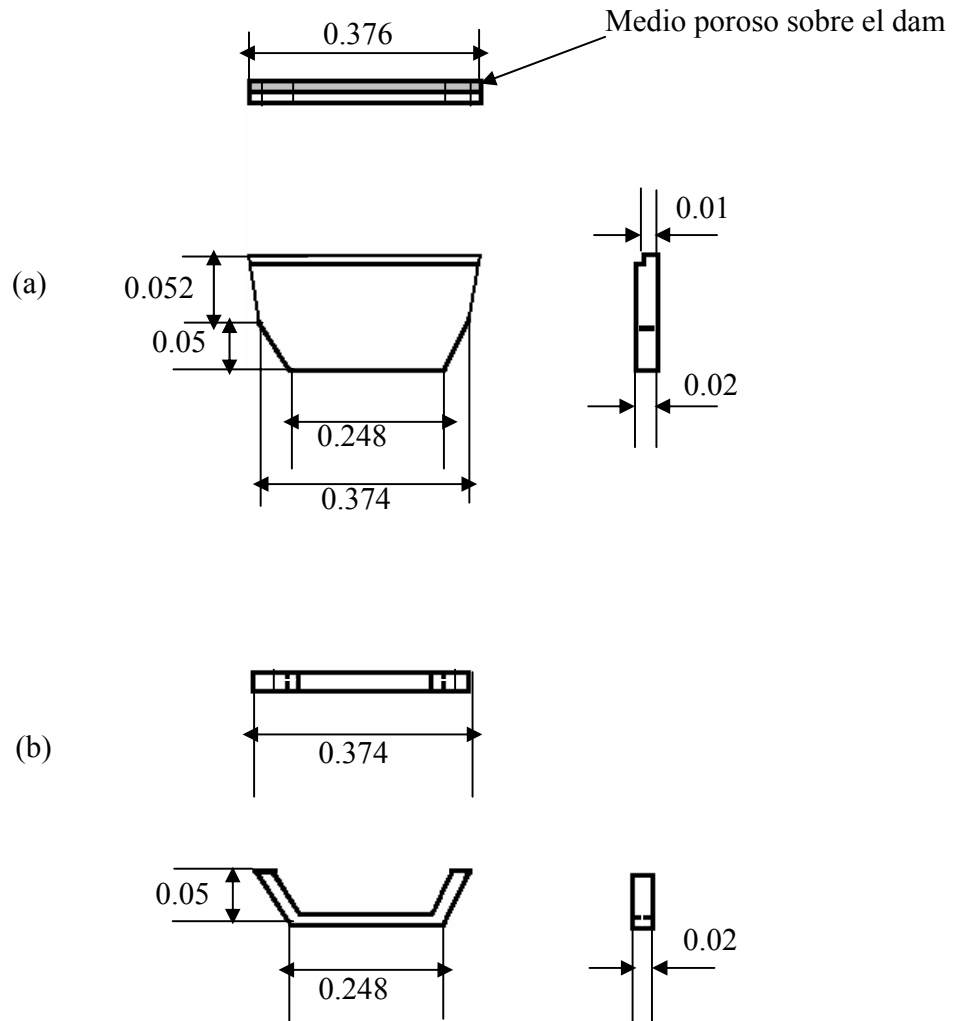


Fig.5.3 Dimensiones geométricas del dam (a) y del medio poroso (b) (m).

Condiciones de la simulación física y matemática:

-El modelo se construyó de acrílico a una escala de 2/5 del prototipo.

-El flujo de agua se calculó en base a la velocidad de colada (3.12 ton/min), y este resultó ser de 45 l/min mediante el escalamiento, empleando el criterio de Fraude descrito en el apéndice 2.

Para simular el efecto que podría tener una cortina de gas argón sobre la flotación de inclusiones se uso una cortina de aire, para lo cual se empleó un flujo de 596 ml/min.

Tabla 5.2. Descripción de los casos simulados matemáticamente.

CASOS	DESCRIPCION DE LOS ARREGLOS
1	Inhibidor de Turbulencia más el medio-dam sin flujo de gas
2	Inhibidor de turbulencia más el medio poroso sin flujo de gas
3	Inhibidor de turbulencia más el dam sin flujo de gas.
4	Inhibidor de turbulencia más el medio dam y cortina de burbujas con flujo de gas de $596 \text{ ml}\cdot\text{min}^{-1}$
5	Inhibidor de turbulencia más el medio poroso y cortina de burbujas con flujo de gas de $596 \text{ ml}\cdot\text{min}^{-1}$
6	Inhibidor de turbulencia más el dam y cortina de burbujas con un flujo de gas de $596 \text{ ml}\cdot\text{min}^{-1}$
7	Sin inhibidor de turbulencia y sin ningún medio poroso

Cabe señalar que la simulación matemática se realizó a partir de la simulación física en donde se determinó en un trabajo anterior<sup>93)</sup> el flujo de gas que podría tener efecto sobre la flotación de las inclusiones y sin afectar la uniformidad de la capa de escoria, que es simulada físicamente con aceite, el análisis de la dinámica de fluidos en el modelo fue realizado mediante la ayuda de PIV (Particle Image Velocimetry), el cual es ilustrado en la Figura 5.4.

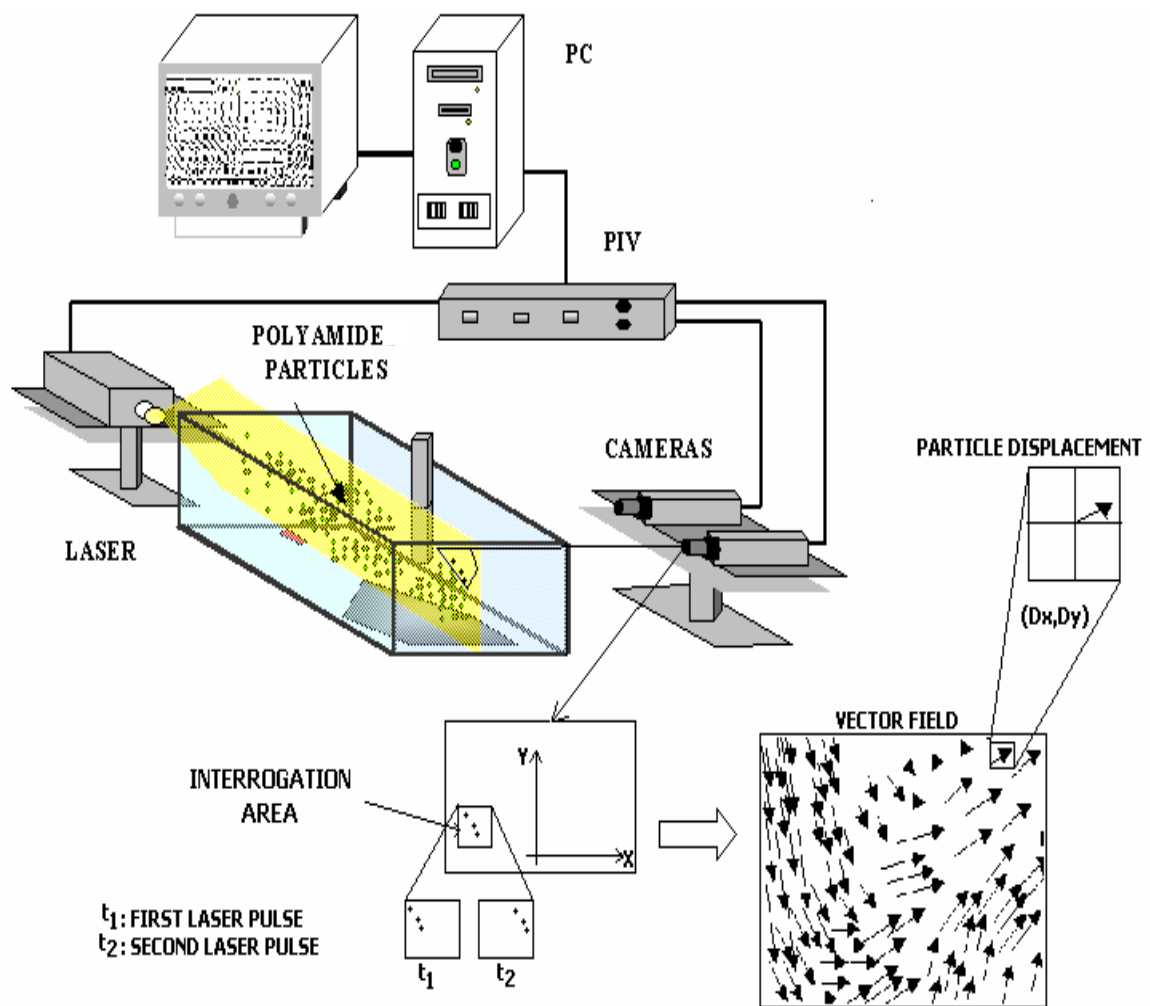


Fig. 5.4 Esquema del equipo PIV empleado en la modelación física.

En cuanto a la inyección de partículas, se simularon 10 corridas con 500 partículas cada una para cada tamaño, los tamaños que se simularon fue desde  $1\mu\text{m}$  hasta  $160\mu\text{m}$  con frecuencia de 20, empleando condiciones de frontera de atrapamiento de inclusiones en la parte superior del distribuidor de colada continua, condiciones de reflexión sin pérdida de momentum en las paredes y condiciones de escape de las mismas a la salida del distribuidor. Las partículas inyectadas se introdujeron con una relación de densidad en agua equivalente a aquella que guarda la alúmina en el acero, además se introdujeron parámetros de arrastre diferentes a los empelados para partículas completamente esféricas, simulando factores de forma de 0.80, lo anterior se realizó mediante los modelos de fase discreta descritos anteriormente en el capítulo 2.

## 6.- RESULTADOS Y SU DISCUSION

### 6.1.- NUCLEACION Y CRECIMIENTO DE INCLUSIONES

La Figura 6.1a muestra las relaciones de supersaturación para inclusiones de sílice y silicatos de manganeso respectivamente y la Figura 6.1b muestra la correspondiente relación para inclusiones de alúmina. Como es de esperarse, las relaciones de supersaturación son considerablemente más altas para la desoxidación con aluminio que con la desoxidación con silicio o combinaciones de silicio-manganeso. Ya ha sido observada la nucleación homogénea con relaciones de supersaturación tan bajas como de  $50^{41)}$ , por lo que en el presente caso, la nucleación homogénea es segura.

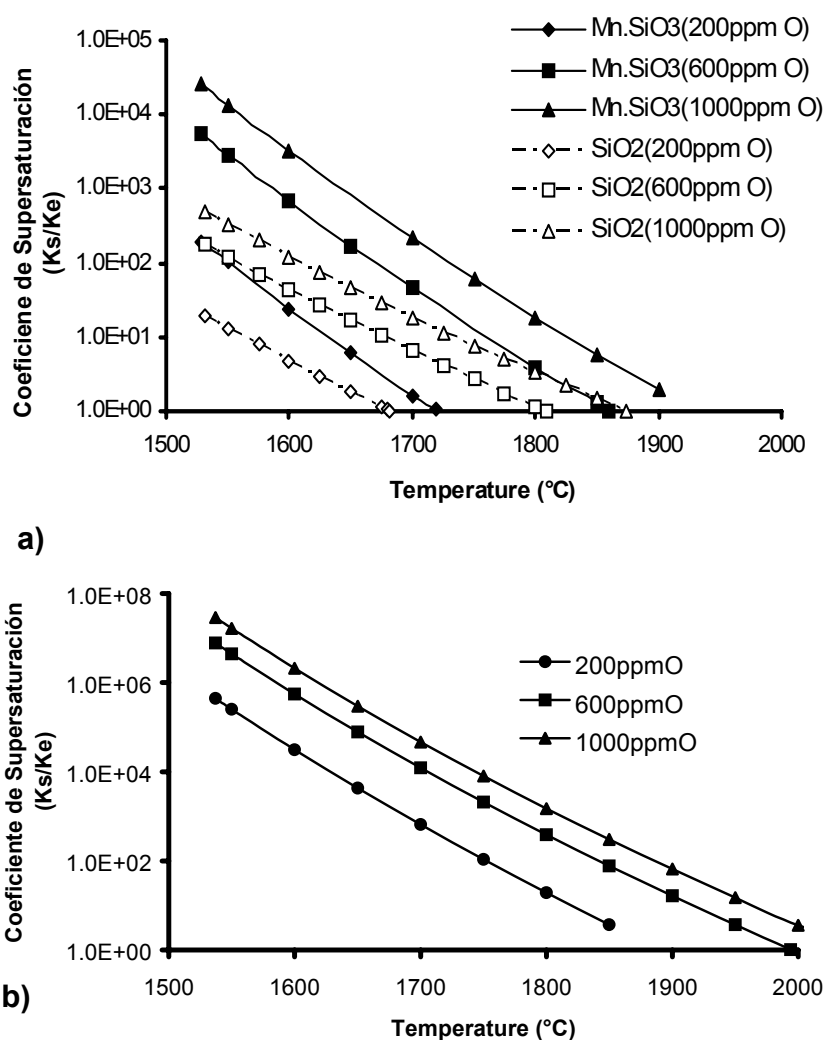
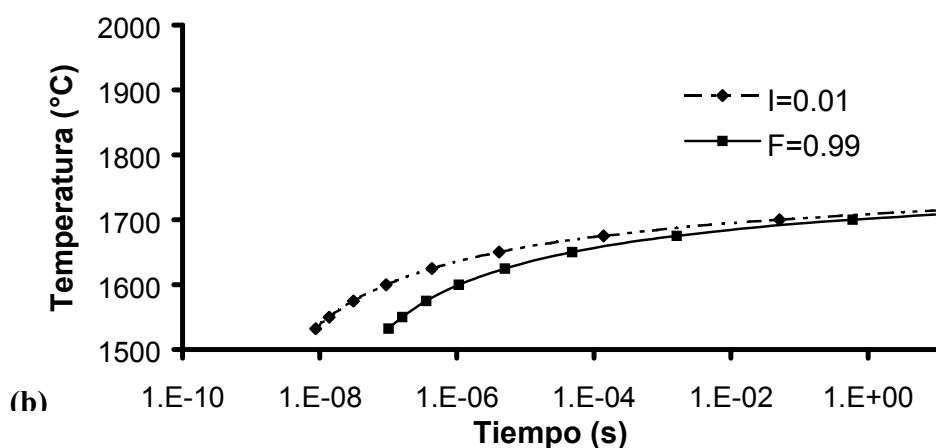
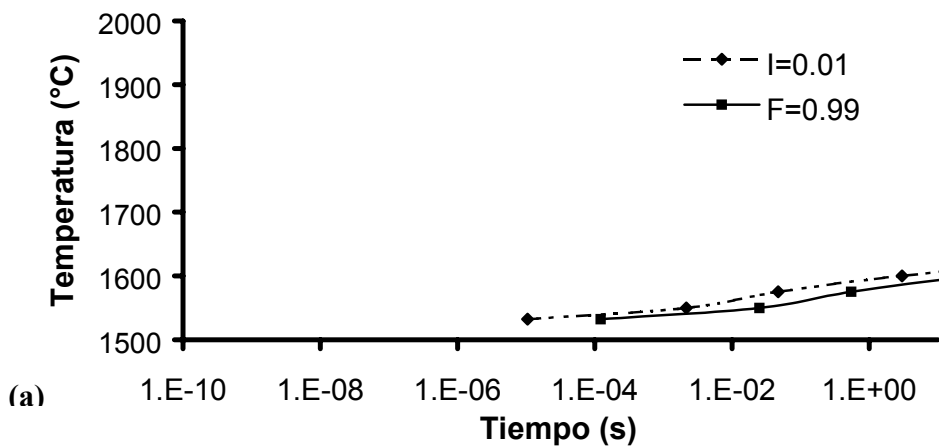


Fig.6.1 Coeficientes de supersaturación en función de la temperatura del líquido. (a) Sílice y silicato de manganeso, (b) Alúmina.



La cinética de transformación de inclusiones de sílice como función de los contenidos iniciales de oxígeno se muestran en las Figuras 6.2a,6.2b y 6.2c para 200, 600 y 1000 ppm de oxígeno. A una baja supersaturación (Figura 2a), la nucleación de la sílice es muy difícil y solo es observada a muy bajas temperaturas. Con el incremento de la concentración inicial de oxígeno o más altas supersaturaciones los tiempos iniciales y finales de la transformación llegan a ser más cortos. Con el incremento de la temperatura del acero los tiempos iniciales (I) y finales (F) de la transformación se incrementan considerablemente. A bajas temperaturas, el silicio es un desoxidante muy efectivo debido a los cortos tiempos de transformación, en caso opuesto, a altas temperaturas este llega a ser el mas débil de los desoxidantes.



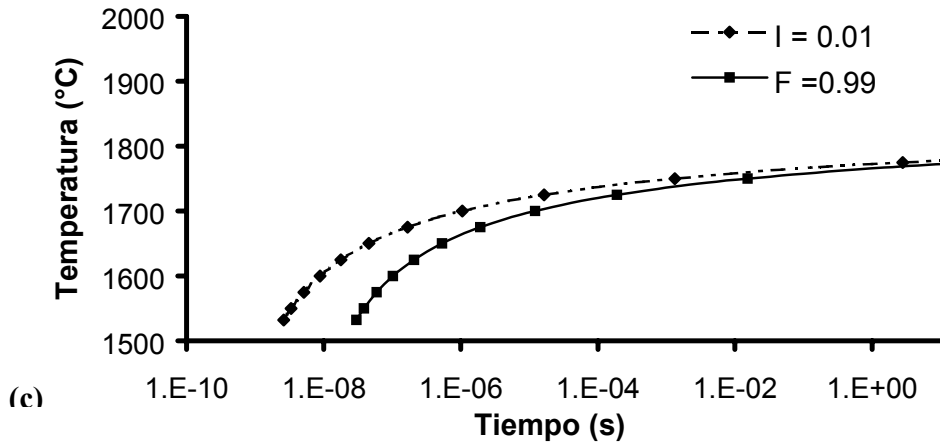
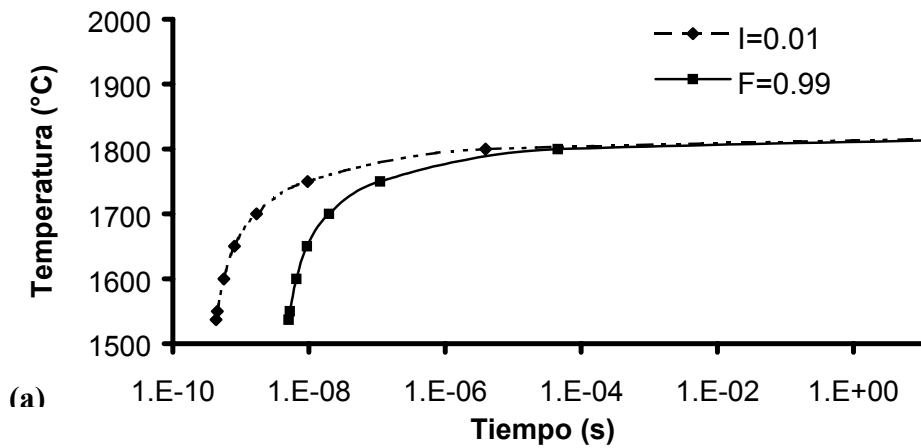


Fig.6.2 Diagramas TTT para sílice a diferentes condiciones de supersaturación (a) 200ppmO, (b) 600ppmO, c) 1000ppmO

Las Figuras 6.3a, 6.3b y 6.3c muestran la cinética de la transformación para la alúmina para varias supersaturaciones con concentraciones de oxígeno de 200,600 y 1000 ppm, respectivamente. Similares consideraciones a las ya mencionadas para el silicio pueden ser aplicadas para la cinética de desoxidación del acero empleando aluminio.



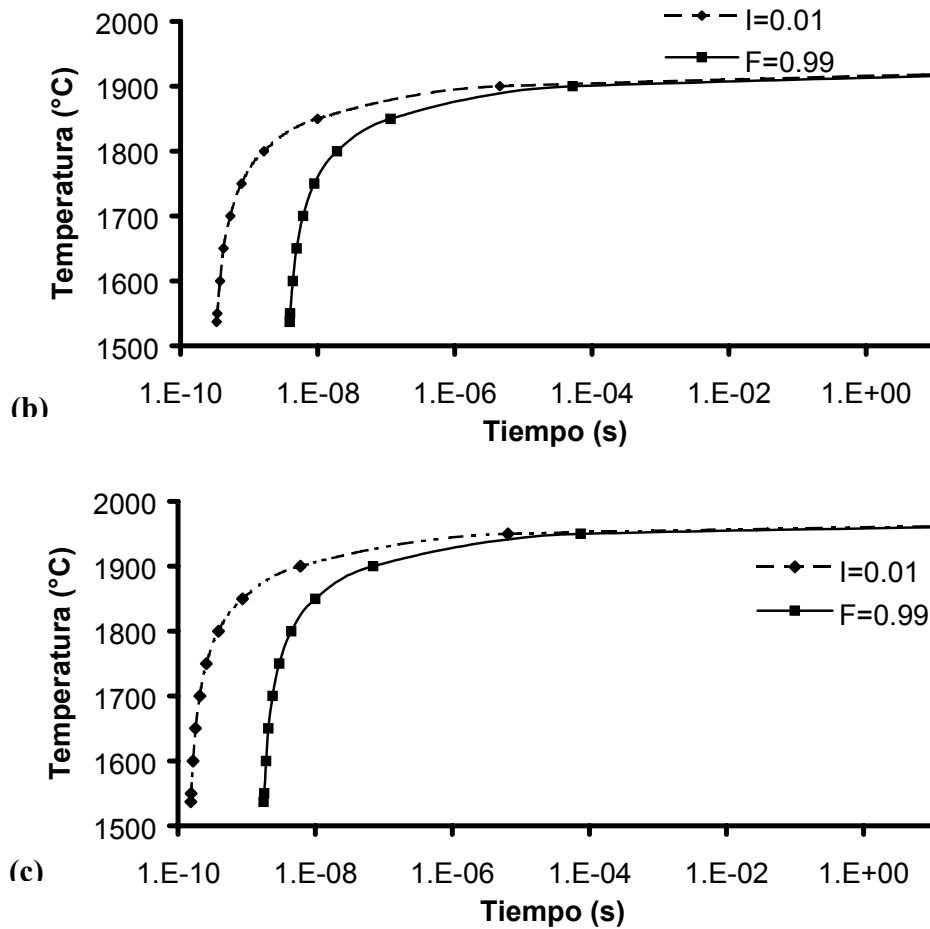


Fig.6.3 Diagrama TTT para alúmina a diferentes condiciones de supersaturación (a) 200 ppmO, (b) 600 ppmO, (c) 1000 ppmO.

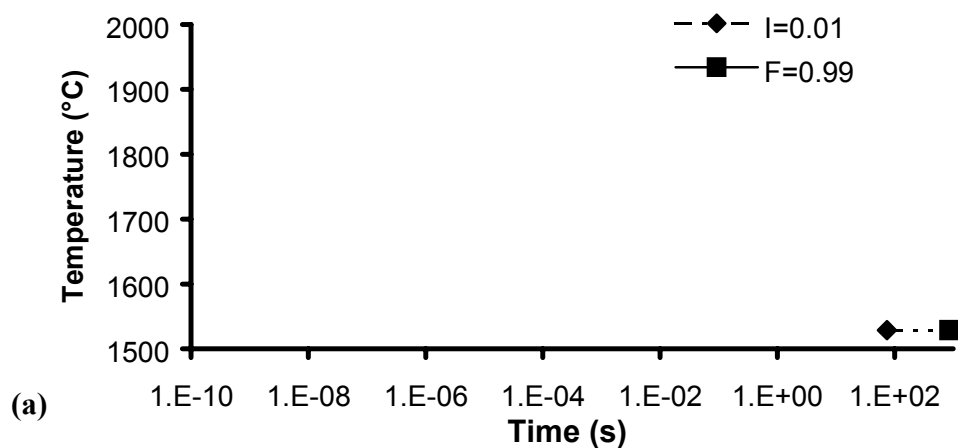
Sin embargo en este caso, es muy importante resaltar que el aluminio mantiene su poder de desoxidación incluso a muy altas temperaturas particularmente a altas supersaturaciones. Por lo que cuando la temperatura de vaciado del acero es alta, siendo el caso de los hornos de resoplado en convertidores LD u hornos de arco eléctrico sobrecalentados, el silicio, y eventualmente el manganeso son muy débiles desoxidantes provocando grandes pérdidas de metal y consecuentemente una muy pobre limpieza del producto. Por otro lado, la adición previa de aluminio durante el vaciado del metal ayudará a obtener grandes recuperaciones de los desoxidantes más débiles, hablese del silicio y manganeso. Por otro lado, los tiempos de transformación

para la alúmina son considerablemente más pequeños que aquellos para la sílice, lo cual es un indicativo del alto poder de desoxidación del aluminio.

La cinética de transformación del silicato de manganeso, cuando el acero es desoxidado simultáneamente con silicio y manganeso fue también calculado en este trabajo usando la química completa del acero ya mencionado.

Los resultados son mostrados en las Figuras 6.4a, 6.4b y 6.4c, para supersaturaciones de 200, 600 y 1000 ppm de oxígeno, respectivamente. De la Figura 6.4a, se puede observar que esta combinación tiene un muy bajo poder de desoxidación, porque incluso a bajas temperaturas ( $1530^{\circ}\text{C}$ ), los tiempos de transformación son muy grandes en comparación con los dos casos anteriores, por lo que puede decirse que la precipitación de inclusiones de silicato de manganeso no son factibles en términos prácticos bajo estas condiciones.

Se requieren más altas relaciones de supersaturación para que esta combinación llegue a ser un fuerte desoxidante como se muestra en las Figuras 6.4b y 6.4c. Evidentemente a mas altas temperaturas de transformación los tiempos llegan a ser muy largos.



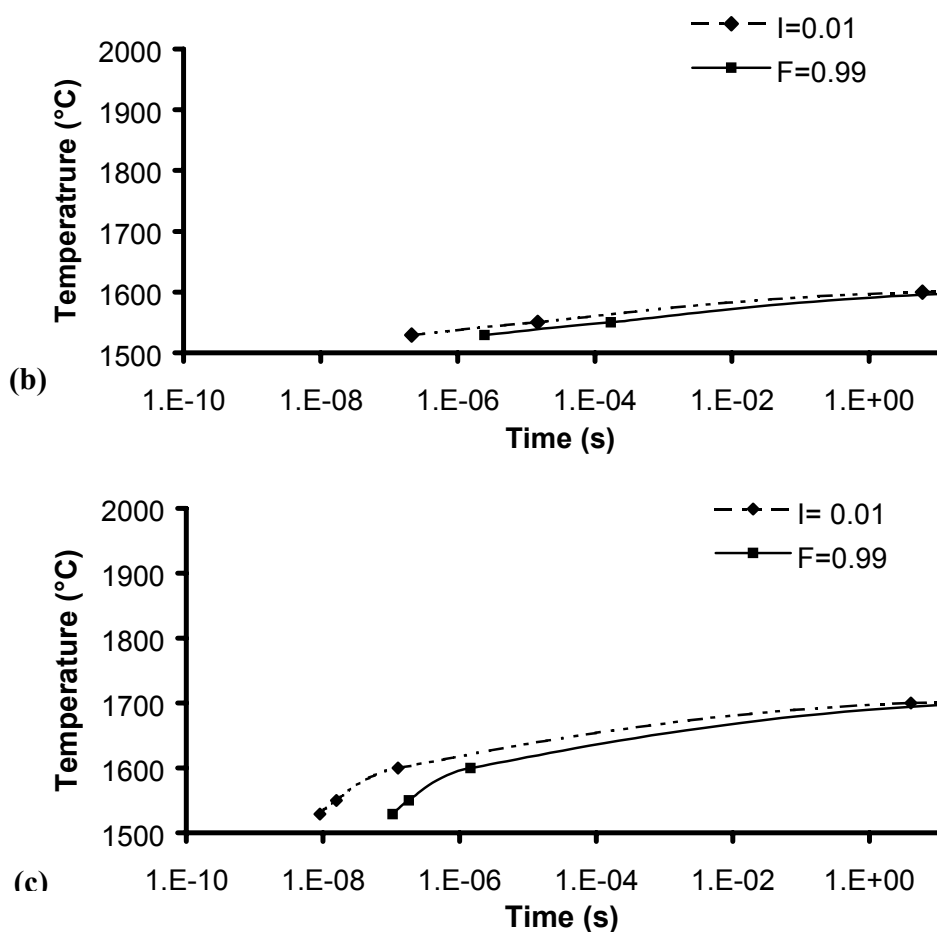


Fig.6.4 Diagrama TTT para silicato de manganeso a diferentes condiciones de supersaturación (a) 200 ppmO, (b) 600 ppmO, (c) 1000 ppmO.

Las velocidades de nucleación para el silicato de manganeso, sílice y alúmina como una función de la temperatura del líquido y concentraciones de oxígeno son mostradas en las Figuras 6.5, 6.6 y 6.7 respectivamente con concentraciones iniciales de oxígeno de 200, 400, 600, 800 y 1000 ppm. En estas Figuras se puede observar que las velocidades de nucleación del silicato de manganeso son muy pequeñas incluso a bajas temperaturas del líquido y altas concentraciones de oxígeno tales como 1530°C y 400 ppm respectivamente. Las velocidades de nucleación de la sílice son considerablemente más altas y permanecen dependientes de la temperatura y de la concentración de oxígeno. Sin embargo, para la alúmina las velocidades de nucleación son muy altas incluso muy bajas relaciones de supersaturación.

Lo más distintivo de la alúmina es que sus velocidades de nucleación llegan a ser prácticamente independientes de la temperatura y concentraciones de oxígeno. La sílice y el silicato de manganeso tienen velocidades de nucleación similares a las de la alúmina únicamente a muy baja temperatura del líquido. Con el incremento del oxígeno (Figura 6.5), las velocidades de nucleación del silicato de manganeso crece en orden de magnitud de 20 veces cuando el oxígeno varía de 200 a 1000 ppm a 1530°C. Las velocidades de nucleación de la sílice son menos sensitivas al incremento de la temperatura del líquido y a cambios de concentración de oxígeno.

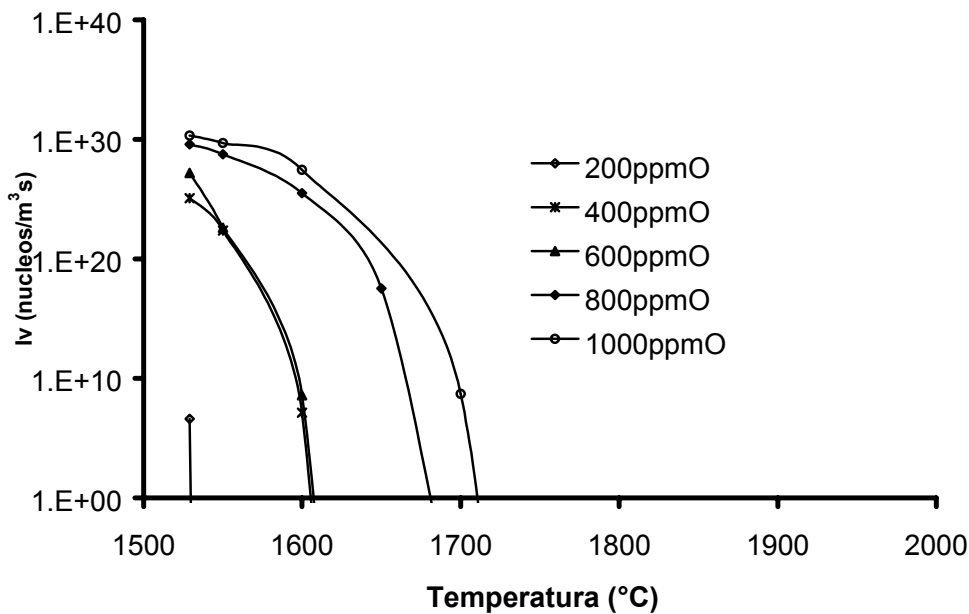


Fig.6.5 Velocidades de nucleación para silicato de manganeso a diferentes concentraciones de oxígeno.

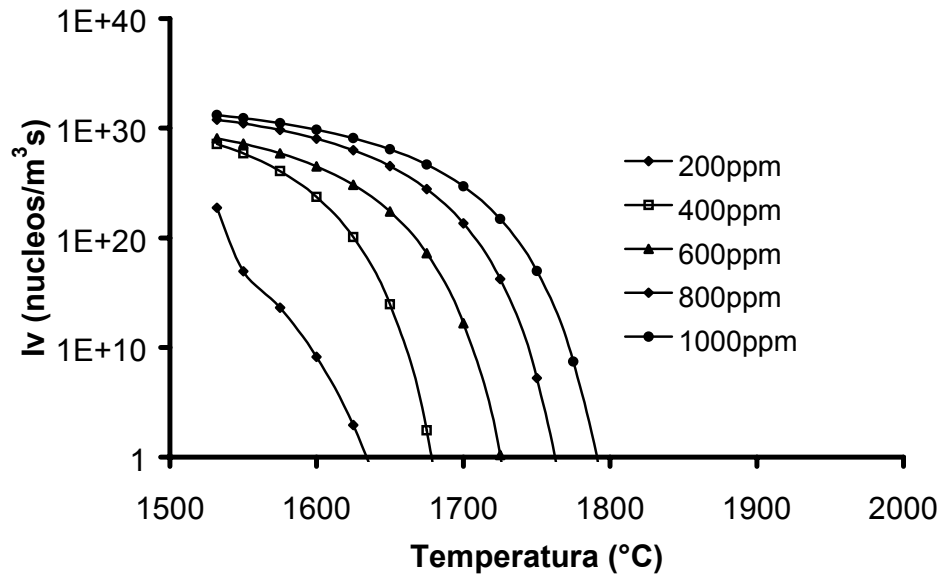


Fig.6.6 Velocidades de nucleación para sílice a diferentes concentraciones de oxígeno.

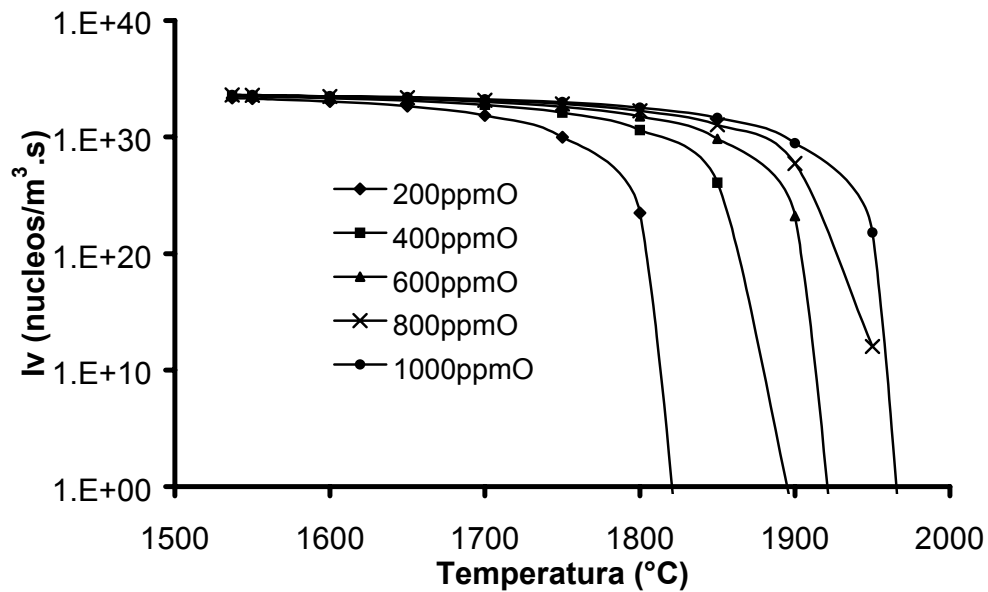


Fig.6.7 Velocidades de nucleación para alúmina a diferentes concentraciones de oxígeno.

Otro interesante efecto de la nucleación homogénea son las velocidades de crecimiento de las diferentes inclusiones en el acero durante los tiempos de transformación para las transformaciones inicial y final. Los resultados de estos cálculos son mostrados en la

Figura 6.8, para alúmina, sílice y silicato de manganeso a una temperatura del líquido de 1600°C.

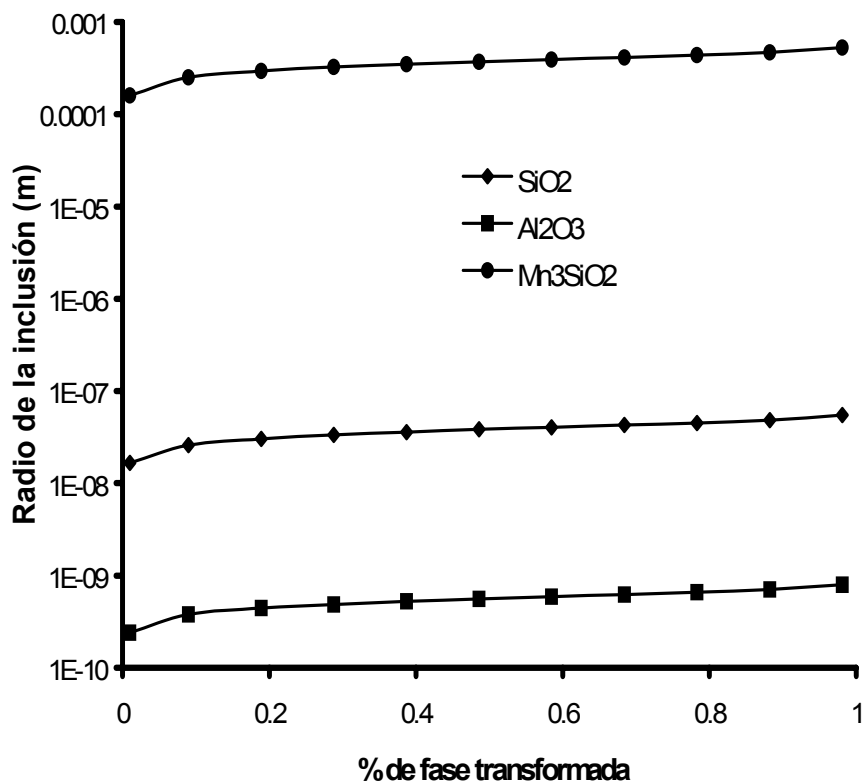


Fig. 6.8 Crecimiento de inclusiones durante los tiempos de transformación para hierro líquido con concentración de oxígeno inicial de 600 ppm.

Comparando esta Figura con los resultados de las Figuras 6.5, 6.6 y 6.7 es claro que el número de partícula de alúmina es muy alto pero con diminutos tamaños. Esto es una consecuencia lógica de muy altas velocidades de nucleación y cortos tiempos de transformación. Por otro lado, el número de inclusiones de silicato de manganeso es relativamente más pequeño pero con muy grandes tamaños y esto es una consecuencia de pequeñas velocidades de nucleación combinadas con tiempos largos de transformación. En medio de estas dos tendencias están los tamaños de la sílice durante los tiempos de transformación. Evidentemente, después de la transformación, todas las inclusiones crecen por los mecanismos de colisión y/o aglomeración y en el caso de la alúmina por el mecanismo de la capilaridad o mecanismo de atracción como ya se ha publicado<sup>94)</sup>.

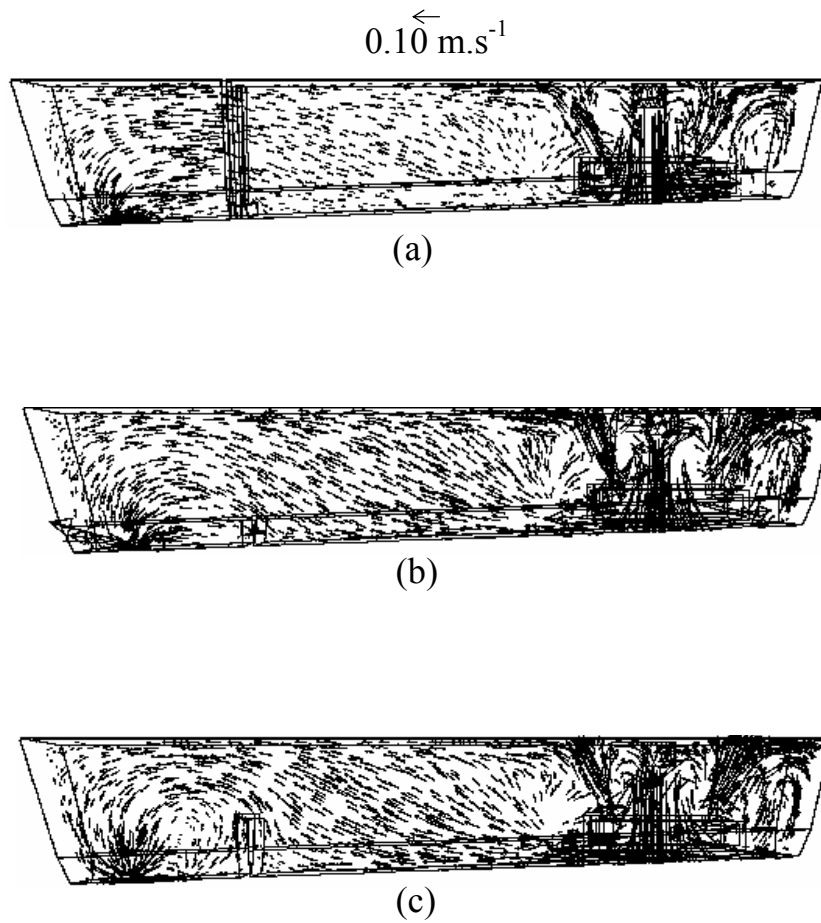


Todos los resultados presentados aquí están en total concordancia con las experiencias de los productores de acero cuando el acero es desoxidado.

## **6.2.- FLOTACION DE INCLUSIONES**

La Figura 6.9 muestra los vectores de velocidad en el plano simétrico longitudinal donde se puede apreciar claramente como el inhibidor de turbulencia hace una función magnánima al disminuir la velocidad de salida del fluido, reorientándolo y promoviendo un volumen pistón a lo largo del volumen del distribuidor, moderando también con esto el nivel de turbulencia, lo cual es benéfico para la flotación de inclusiones. También se puede apreciar este plano para los casos con inyección de gas en la Figura 6.11, donde se observa como la cortina promueve un flujo recirculante en el líquido, los orígenes de este flujo recirculante son principalmente la transmisión de momento mediante esfuerzos cortantes en las interfases entre ambas fases gas-líquido. El efecto de la recirculación del fluido se desvanece a medida que se acerca este hacia el inhibidor de turbulencia, encontrándose con el fluido que entra al distribuidor, el cual es manejado hacia la parte inferior del distribuidor promoviendo un vórtice localizado justo antes de la posición de la cortina.

Asimismo de estas Figuras se puede apreciar como es aumentada la velocidad en la región de la cortina, esto debido a la reducción de área promovida por los medios-dams, además en el lado derecho de la cortina de aire el flujo recirculante es intensificado debido a la transferencia de momento aplicado por el flujo recirculante del líquido sobre la cortina de aire.



*Fig.6. 9 Campos de velocidad en el plano longitudinal simétrico del distribuidor sin cortina de gas. (a) el caso del medio dam (caso1), (b) el caso del medio poroso únicamente (caso 2) y (c) el caso del dam (caso 3).*

La Figura 6.10 muestra la reproducibilidad del campo de flujo obtenido mediante la modelación física obtenido por la técnica de PIV (Particle Image Velocimetry) y el resultante para la simulación matemática en el campo de la cortina de gas, donde podemos apreciar vórtice formado por el retroflujo justo antes de la posición de la cortina y después de la cortina para ambas técnicas.

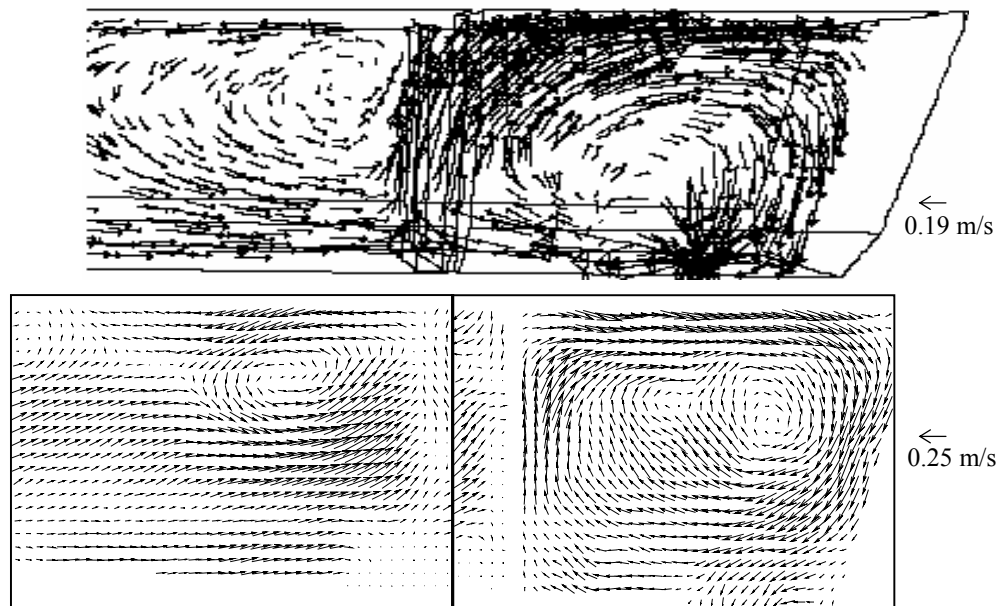


Fig.6.10 Campo de vectores de velocidad antes y después de la cortina. (a) simulación matemática y (b) modelación física a través de tecnología PIV ambos para el caso 1.

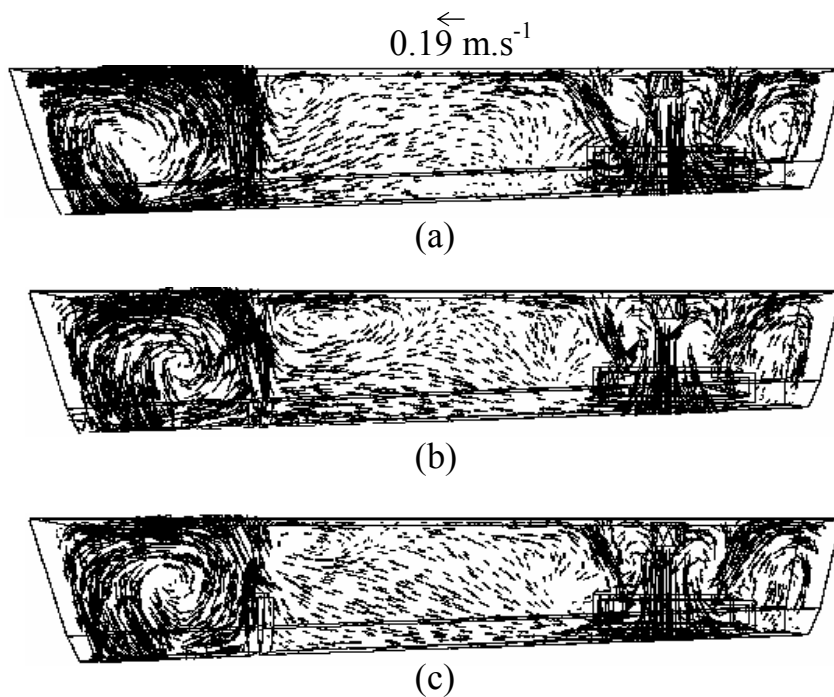
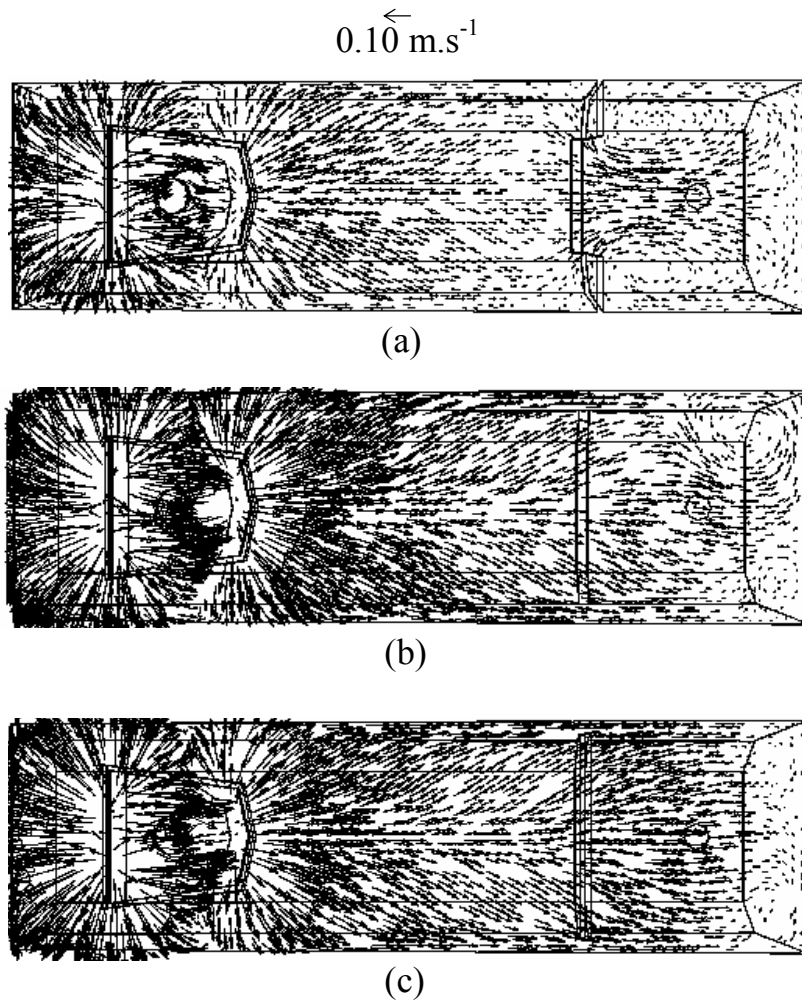


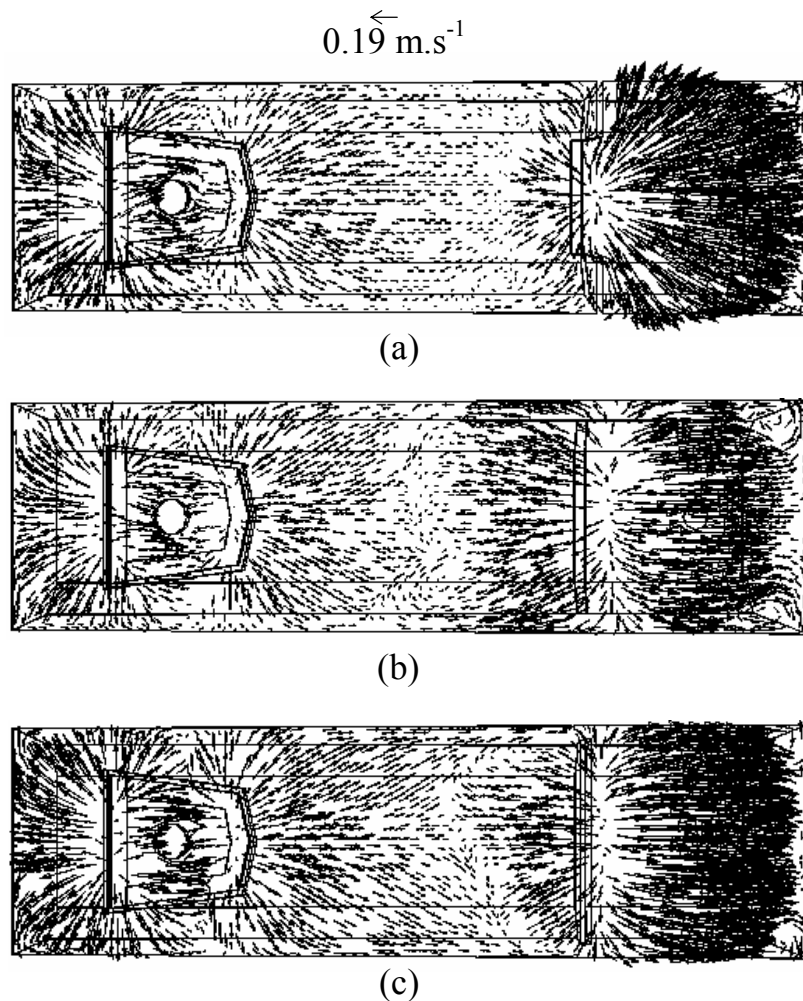
Fig. 6.11 Campos de velocidad en el plano longitudinal simétrico del distribuidor con cortina de burbujas y flujo de gas de 596 ml.min<sup>-1</sup>. (a) el caso del medio dam (caso 4), (b) el caso del medio poroso únicamente (caso 5) y (c) el caso del dam (caso 6).

De la comparación de las Figuras 6.11a, 6.11b y 6.11c también se puede observar que la cortina de gas modifica en forma diferente la recirculación de fluido para cada uno de los casos, así pues el tamaño del remolino o vórtice y la reorientación de los vectores juega un papel muy importante en la flotación de las inclusiones no-metálicas, y es de esperarse entonces que en el caso 6 el porcentaje de remoción sea mayor ya que la dirección del flujo es completamente ascendente, no siendo así para los casos 3 y 4, donde podemos observar una dirección de flujo semi-horizontal y en algunas pequeñas regiones incluso el flujo es orientado hacia el fondo del distribuidor, promoviendo el fenómeno conocido como “bypassing” del fluido en el distribuidor. En la Figura 6.12 se muestra una vista de planta de los vectores de velocidad para los casos 1, 2 y 3, donde no existe inyección de gas alguna. En esta Figura se puede visualizar más fácilmente como para el caso 1 se da el incremento en la velocidad por la reorientación del flujo hacia el centro del distribuidor después de la cortina, lo cual también promueve zonas de muy baja velocidad en las partes cercanas a las paredes de los medios dams a los lados adyacentes del medio poroso.

La Figura 6.13 nos muestra el mismo plano de la Figura 6.11, solo que en este caso podemos ver el efecto del aire, notándose que para el caso 4, que corresponde al inciso (a) la cortina promueve un retroflujo del fluido en forma semi-circular siendo éste más intenso en la parte central del distribuidor. El retroflujo de aire hacia el inhibidor es más ordenado para el caso 5 correspondiente al inciso (b), pero los vectores ascendentes no son tan intensos como se aprecia en el caso 6 correspondiente al inciso (c) de la misma Figura.



*Fig.6.12 Campos de velocidad en una vista de planta cerca de la superficie del distribuidor para los casos sin flujo de gas.(a) medio dam (caso 1),(b) el medio poroso (caso 2) y (c) el caso del dam (caso 3).*



*Fig.6.13 Campos de velocidad en una vista de planta cerca de la superficie del distribuidor con cortina de burbujas y flujo de gas de  $596 \text{ ml.min}^{-1}$ . (a) medio dam (caso 4), (b) el medio poroso (caso 5) y (c) el caso del dam (caso 6).*

La Figura anterior nos da una idea de cómo es el comportamiento de la cortina de burbujas y su efecto sobre la dinámica de fluidos del agua. Y este comportamiento está muy relacionado al tipo de arreglo, ya que para cada uno de estos la formación y desarrollo de la cortina es muy diferente como se puede ilustrar en la Figura 6.14, la cual corresponde al desarrollo de la cortina en la sección transversal del distribuidor.

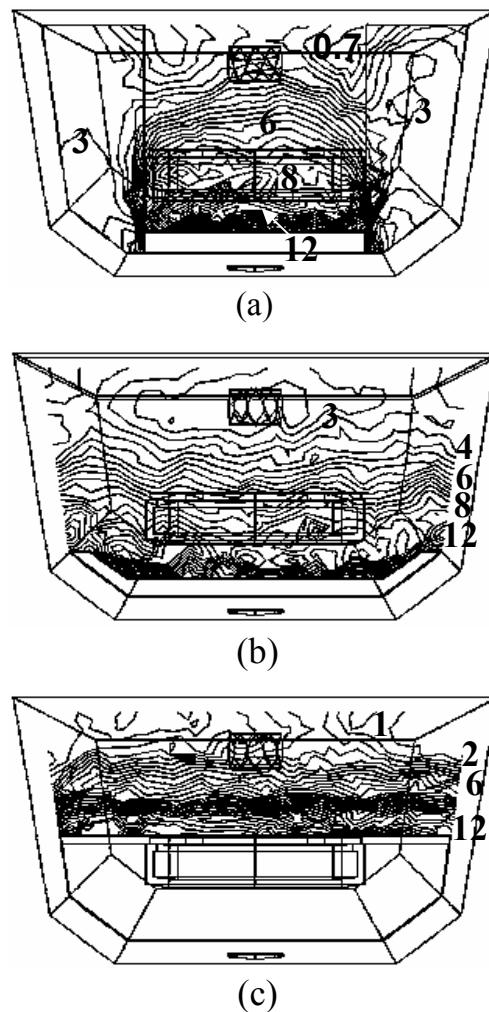


Fig.6.14 Fracciones de volumen ( $\times 10^{-3}$ ) de la fase gaseosa a la salida del plano de la cortina de gas. (a) el caso del medio dam (caso 4), (b) el caso del medio poroso (caso 5) y (c) el dam (caso 6).

En la Figura 6.14 se ilustra como el comportamiento de la cortina es muy diferente para cada caso, se ve por ejemplo que para los casos 4 y 5 la cortina asciende en forma pareja y muy homogénea a lo largo de la sección transversal del distribuidor, sin embargo, para el caso 4 existen regiones donde la cortina se pierde, eso es debido a la reorientación del flujo promovido por las aletas hacia el centro, distorsionando esta o doblándola con más intensidad hacia la salida del distribuidor.

Las Figura 6.15 corresponde a la dispersión del gas en el plano longitudinal simétrico del distribuidor, en la cual se observa como la cortina es doblada hacia delante en la dirección del fluido y solo una parte muy mínima del gas es retrodispersada en dirección opuesta.

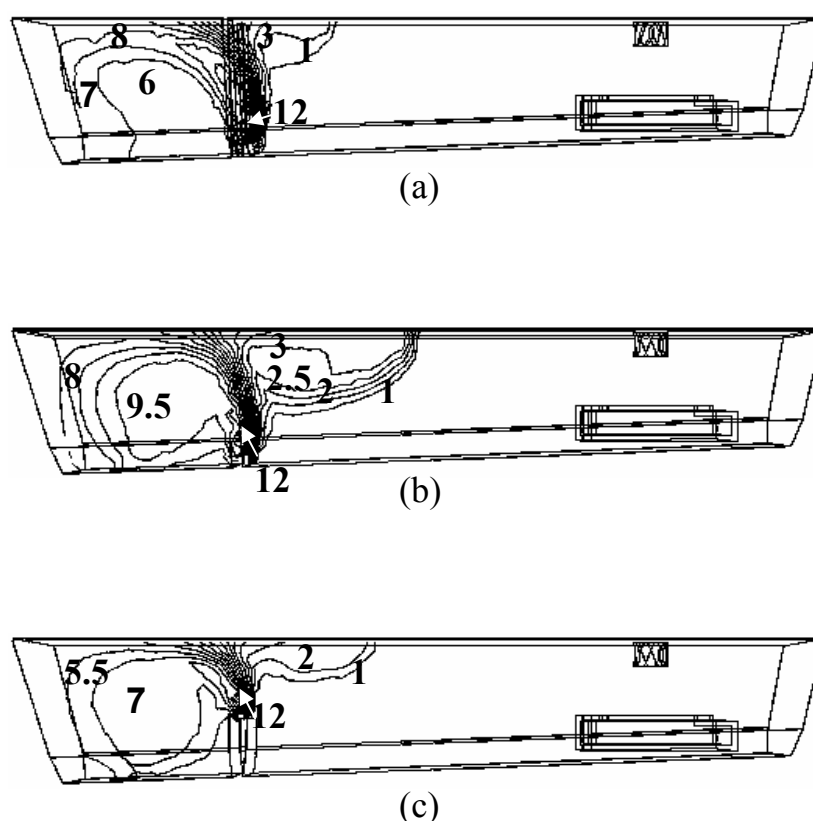


Fig.6.15 Fracción de la fase gaseosa en volumen ( $\times 10^{-3}$ ) a lo largo del plano longitudinal simétrico.(a)medio dam (caso 4), (b)medio poroso (caso 5) y (c) el dam (caso 6).

En esta misma Figura se puede observar en el inciso (b) correspondiente al caso 5 que la cortina de gas se difunde hacia ambos lados de la cortina con la mayor intensidad, esto es debido a que la cortina es promovida desde la parte inferior del distribuidor sin el uso de dams, permitiendo una difusión más libre del gas hacia ambos lados, y en el caso 6 que corresponde al inciso (c) se observa como la altura de la cortina es casi completamente doblada hacia delante en la dirección del fluido, inhibiendo con esto la



difusión del gas en dirección opuesta al flujo, de ahí que la dirección de los vectores de velocidad siempre estén orientados positivamente en la dirección de la cortina y con esto la formación del pequeño vórtice en la dirección del plano longitudinal simétrico, en la parte superior del distribuidor y muy cercano a la superficie.

Una vez determinada la naturaleza del flujo en cada uno de los casos y viendo como influye la naturaleza de la cortina sobre las propiedades dinámica del flujo en el distribuidor se procedió con la introducción de partículas simulando el movimiento y remoción de las inclusiones no-metálicas de alúmina en el distribuidor, las cuales fueron inyectadas en la entrada de la buza sumergida, los resultados son mostrados en la Figura 6.16 en conjunto para todos los casos simulados.

En la Figura 6.16 el efecto de la cortina sobre la flotación de inclusiones es muy benéfico comparando los tres casos con flujo de gas respecto a los casos que no lo contienen, incluyendo en estos últimos el caso del distribuidor sin “turbostop” (caso 7). Observándose que el mejor de los casos estudiados en este aspecto es el caso del dam como era de esperarse por el simple hecho de promover un flujo ascendente en el interior del distribuidor antes de la cortina de gas, imprimiendo con esto un a fuerza inercial hacia la superficie sobre inclusiones incluso muy pequeñas (1-5  $\mu\text{m}$ ), así como de las inclusiones grandes, siendo estas últimas las que presentan por si mismas mayores fuerzas de flotación. Es importante hacer notar que el caso sin aire que presento las mejores condiciones para la flotación de inclusiones fue el 5 que corresponde al caso de la cortina sola, lo cual nos lleva a pensar que el inhibidor por si solo modifica el flujo de tal forma que las inclusiones muy grandes incluso llegan a prescindir de la cortina de gas para poder flotar, cosa contraria sucede en donde los modificadores de flujo no son los adecuados, tal es el caso 1 con los medios dams que al promover un incremento sustancial en las fuerzas inerciales por la reducción de área en la sección produce un decremento en las fuerzas de flotación en inclusiones incluso muy grande, tal como se ilustra en la Figura 6.16.

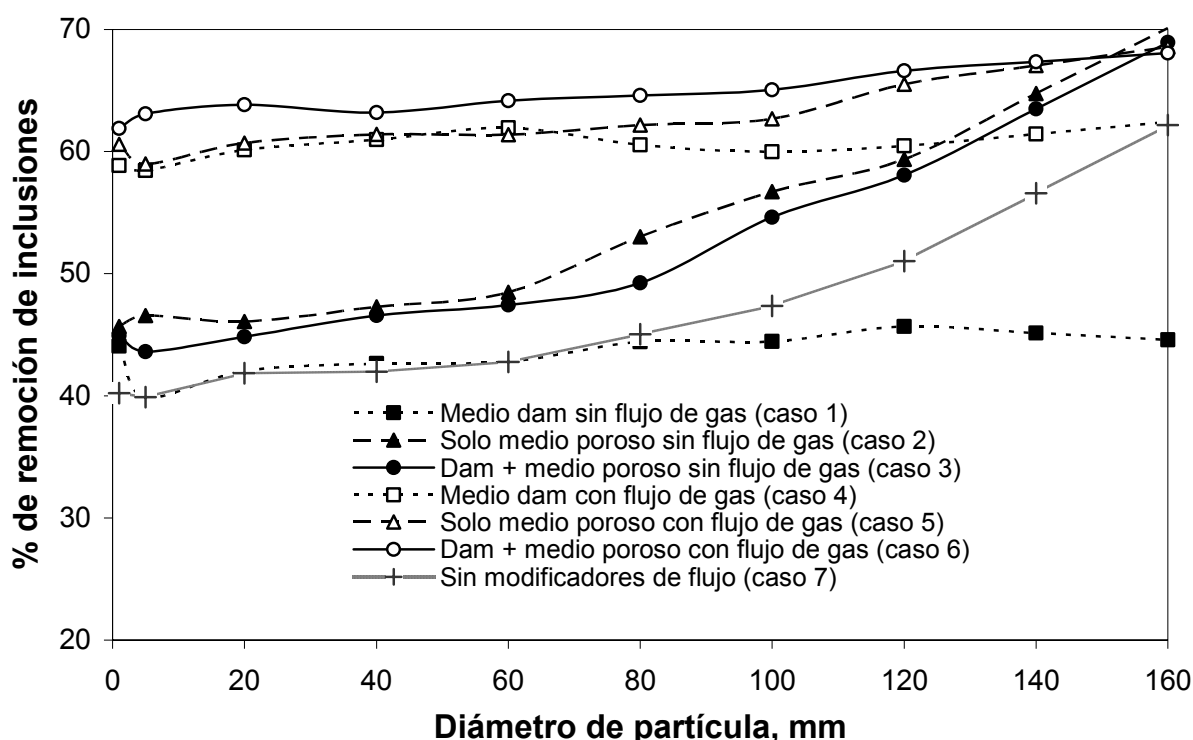


Fig. 6.16 Remoción de inclusiones para diferentes tamaños de partículas y para los diferentes casos estudiados.

De igual forma es importante resaltar que a partir de aproximadamente un diámetro de 60  $\mu\text{m}$  el efecto de la flotación de inclusiones llega a ser muy importante a tal grado de que al alcanzar el doble de este tamaño el efecto de flotación de las inclusiones mediante la cortina de gas puede ser despreciado, claro está que esto llega a lograrse empleando los modificadores de flujo mas adecuados para este propósito y en caso contrario la cortina resulta ser muy eficiente y de gran utilidad para un rango de tamaños del orden de 1-80  $\mu\text{m}$ .

El estudio de flotación de inclusiones no termina aquí, para saber en que parte del distribuidor se remueven más partículas, se realizó un estudio en donde se dividió al distribuidor en tres partes, la zona del inhibidor de turbulencia, zona media del distribuidor antes de la cortina de gas y zona de la salida después de la cortina de gas, los resultados se encuentran resumidos en las Figuras 6.17-19.

En la Figura 6.17 podemos observar que la diferencia en cuanto a remoción de inclusiones no es tan marcada entre los casos con y sin aire, esto se explica debido a que la fuerza inercial que llevan las partículas no es modificada por la inyección de gas,

ya que el efecto de la cortina no es el suficiente como para modificar el flujo en esta zona del distribuidor.

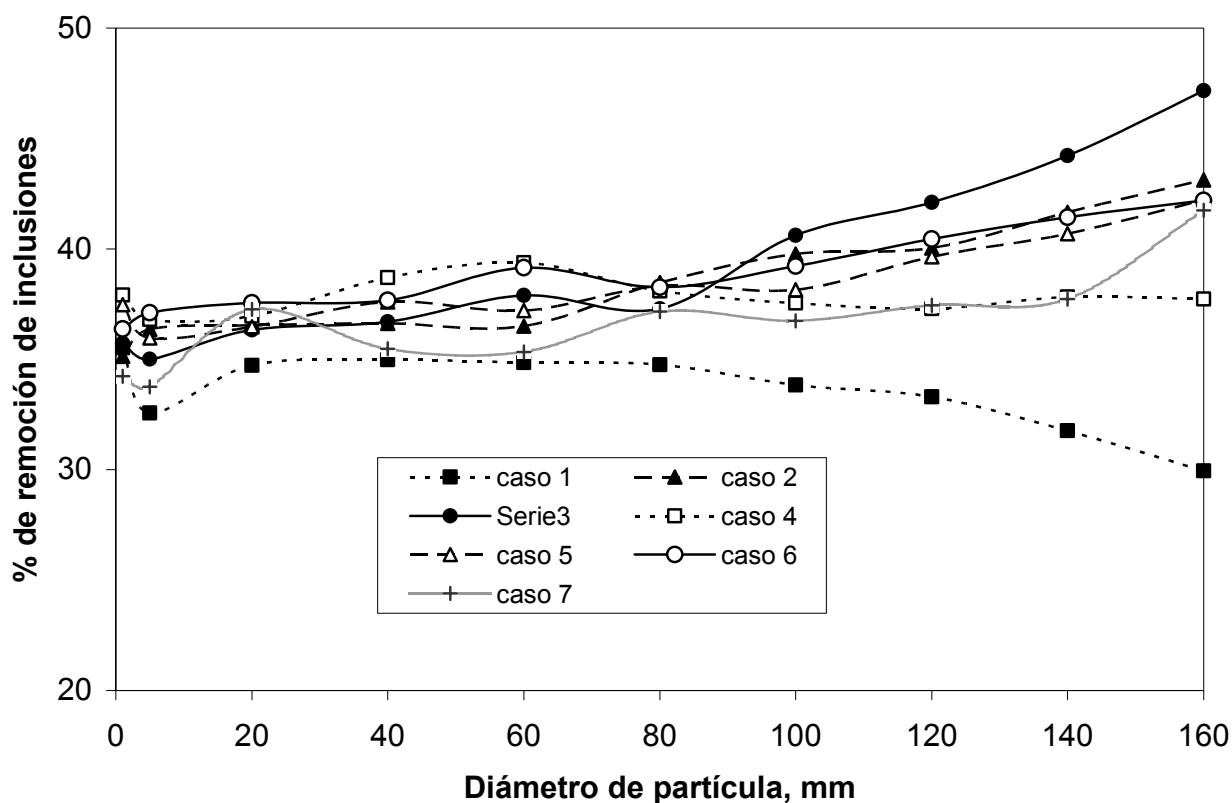


Fig. 6.17 Remoción de inclusiones para diferentes tamaños de partículas y para los diferentes casos estudiados en la zona del inhibidor.

Por otro lado es importante señalar de esta Figura que no es muy notoria la diferencia en la remoción entre partículas pequeñas y partículas grandes, ya que la pendiente de las curvas sufre cambio muy mínimos.

Si se realiza una comparación entre la Figura 6.17 y la 6.16 podríamos observar claramente que en la zona del inhibidor de turbulencia se remueven más de la mitad del total de las inclusiones removidas, lo cual es un indicativo de la importancia que tiene el inhibidor de turbulencia, el cual sirve además para reorientar el flujo hacia la superficie del baño.

En la Figura 6.18 se ilustra la remoción correspondiente a la parte media del distribuidor antes de la cortina de gas, donde se puede apreciar más claramente la diferencia entre los casos que emplean y los que no emplean aire, siendo más alto el porcentaje de remoción para los primeros.

Por otro lado el efecto de tamaño de partícula es más notorio, presentándose un porcentaje de remoción para las partículas más grandes cambiando la pendiente de las curvas, en valores de diámetros de inclusiones en el rango de 60 micras en adelante sobre todo para aquellos casos en donde no se emplea el gas, ya que la flotación libre es mayor a mayores distancias de recorrido para partículas que se desacoplan del fluido.

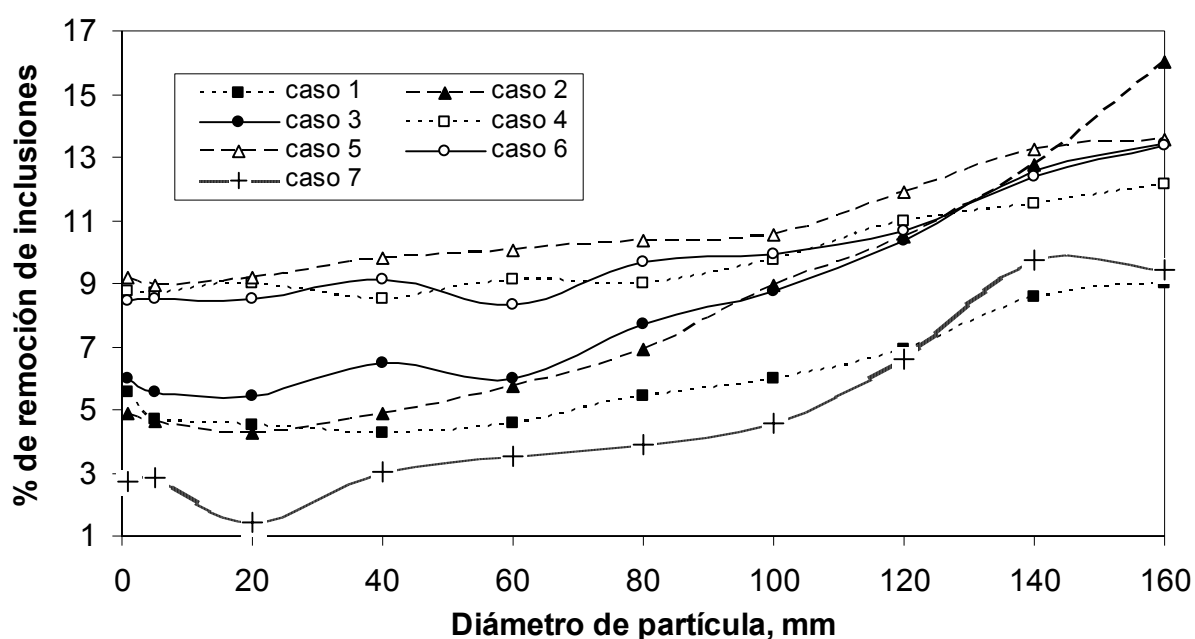


Fig. 6.18 Remoción de inclusiones para diferentes tamaños de partículas y para los diferentes casos estudiados en la zona media del distribuidor antes de la cortina de gas.

Por último de esta Figura es importante señalar que la región media del distribuidor antes de la cortina no es una zona donde la flotación de inclusiones sea prioritaria, ya que comparando esta Figura con la 6.16 (de la remoción total) se observa que el porcentaje de remoción de partículas es mínimo.

En la Figura 6.19 que corresponde a la zona de la salida del distribuidor después de la cortina de gas, se pueden observar en primera instancia dos efectos bien remarcados,

uno es que los casos con inyección de gas presentan un porcentaje menor de remoción conforme el tamaño de la inclusión va aumentando, y por otro lado los casos sin inyección de gas presentan el efecto contrario. Lo anterior tiene una explicación, puesto que las inclusiones más pequeñas son inherentes al fluido, es decir, que existe un fuerte acoplamiento entre ambas fases lo cual hace que las partículas permanezcan mucho más tiempo con el fluido, dando tiempo a que terminen su libre recorrido y en el caso de las inclusiones grandes la componente de la fuerza boyante es mucho mayor, siendo esta reforzada por el efecto de la cortina de gas y acortando el libre recorrido de éste tipo de partículas. Mas sin embargo para los casos que no contienen gas las inclusiones terminan su libre recorrido sin que sea afectada su componente en la fuerza de flotación por lo que en estos casos si se cumple en esta zona que la partícula entre mayor tamaño tenga mayor en su flotación, caso contrario a la zona del inhibidor en donde si se ven afectadas las fuerzas de libre flotación por el efecto inercial hacia la superficie del baño que le imprime este importante y tan empleado modificador de flujo en el distribuidor de colada continua.

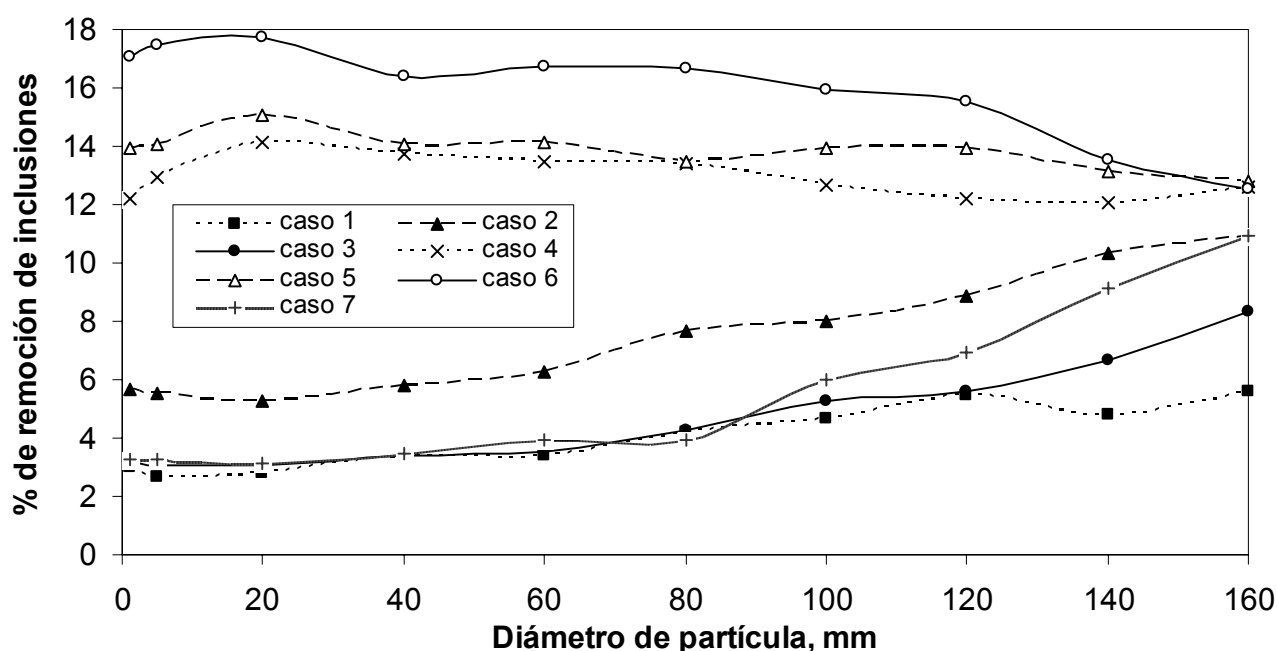
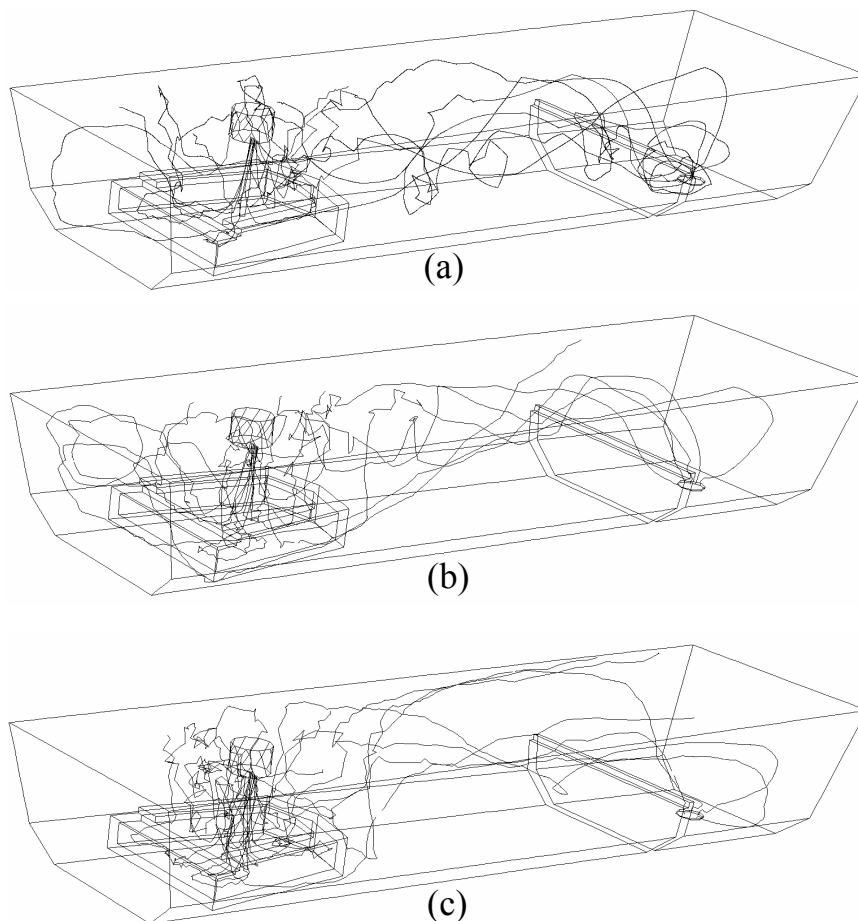


Fig. 6.19 Remoción de inclusiones para diferentes tamaños de partículas y para los diferentes casos estudiados en la zona de la salida del distribuidor después de la cortina de gas.

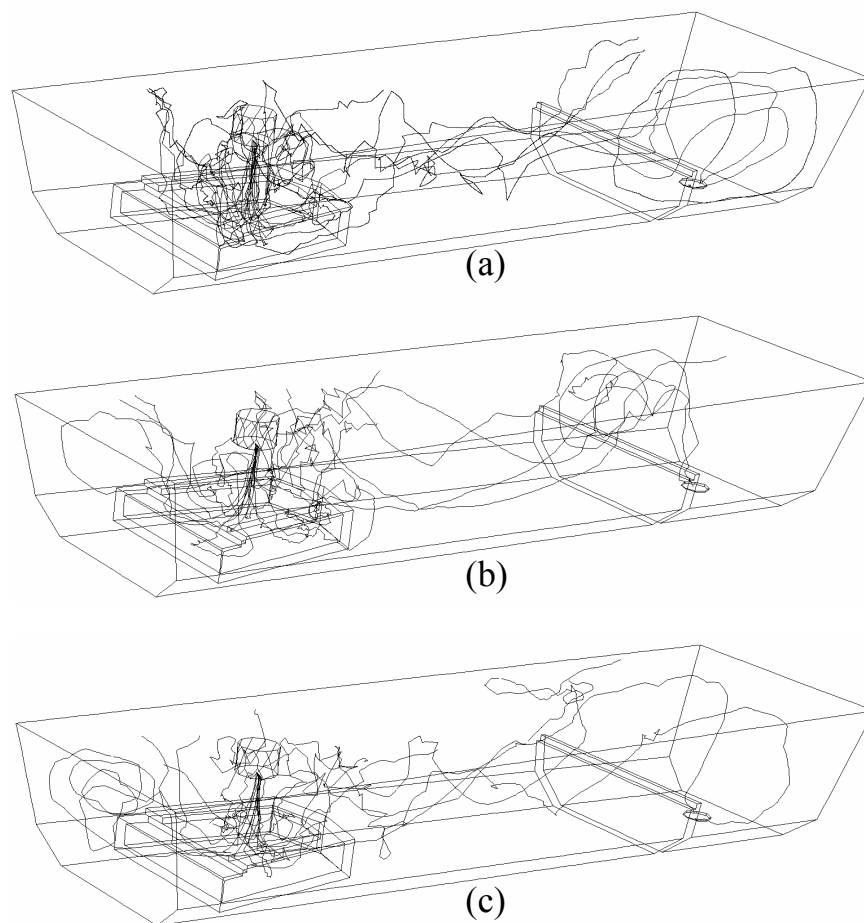
Un comentario final respecto a la Figura 6.19 es que en esta zona si se remueve una cantidad importante del total de las inclusiones removidas en el distribuidor.

La Figura 6.20 muestra el interesante efecto de la flotación de partículas para el caso 3, en donde se puede observar como inclusiones muy pequeñas nadan con el fluido ya que en este caso no existe inyección de gas, la flotación se da únicamente por las fuerzas boyantes o de flotación. Sin embargo cuando las inclusiones son mucho mayores observamos que estas describen trayectorias ascendentes, es decir, hacia la superficie del distribuidor de colada continua, de ahí que las partículas más grandes sean removidas más fácilmente del distribuidor por el efecto de la flotación de Stokes.



*Fig.6.20 Trayectorias descritas por las inclusiones no-metálicas a lo largo del modelo del distribuidor para el caso 3. (a) 5  $\mu\text{m}$ , (b) 60  $\mu\text{m}$  y (c) 120  $\mu\text{m}$ .*

Y la Figura 6.21 muestra las trayectorias de partículas para el caso 6, donde se puede observar que cuando existe la cortina de gas, el tamaño de las inclusiones no tiene un efecto remarcable sobre su trayectoria a través del distribuidor, y eso se ve muy claramente en la Figura 6.16 donde podemos apreciar que efectivamente para cualquiera de los casos que tienen inyección de gas, la remoción de inclusiones es casi la misma independientemente del tamaño, pero significativamente mayor que cuando no se cuenta con la cortina de gas.



*Fig.6.21 Trayectorias descritas por las inclusiones no-metálicas a lo largo del modelo del distribuidor para el caso 6. (a)  $5\ \mu\text{m}$ , (b)  $60\ \mu\text{m}$  y (c)  $120\ \mu\text{m}$ .*

### 6.3.- EVALUACION DEL FLUJO DE FLUIDOS EN EL DISTRIBUIDOR

La evaluación del flujo de fluidos en el distribuidor se realizó mediante el empleo de curvas de distribución de tiempos de residencia (RTD), metodología ya descrita a detalle en el capítulo anterior. La Figura 6.22 muestra los resultados de las curvas de concentración (Curva C) y la Tabla 6.1 los resultados en cuanto al porcentaje de volumen pistón, muerto y de mezclado.

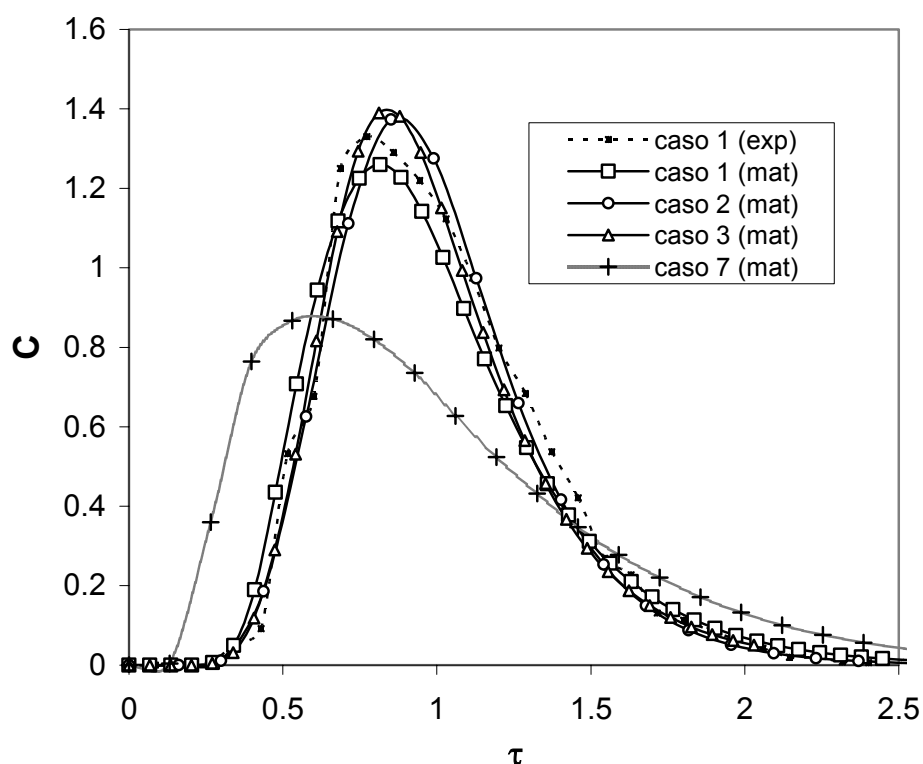


Fig.6.22 Curvas de concentración adimensional vs. tiempo adimensional obtenidas para los casos sin cortina de gas.

Tabla 6.1 Resultados de la evaluación de flujo en el distribuidor para los arreglos sin cortina de gas.

(%)	Caso 1 (Exp.)	Caso 1 (Mat.)	Caso 2 (Mat.)	Caso 3 (Mat.)	Caso 7 (Mat.)
Vol. Muerto	2.35	4.78	2.30	3.93	14.09
Vol. Pistón	40.07	40.78	43.71	43.96	24.30
Vol. Mezcla	57.58	54.43	53.98	52.09	61.60



De los resultados mostrados en la Figura 6.22 y Tabla 6.1 se puede apreciar a simple vista que el peor de los casos en cuanto a % de volumen piston es el caso 7, de ahí que este sea uno de los peores casos en cuanto a eficiencia en la remoción de inclusiones, ya que se busca que éste sea el más alto posible para el propósito de remoción de impurezas en donde no existe eyección de gas, por otro lado, los casos con mayor porcentaje son los 2 y 3, lo cual es reflejado en la flotación de las partículas. Por otro lado, también el caso 7 es el que contiene mayor porcentaje de volumen muerto, lo cual indica que existen una cantidad de fluido con tiempos de residencia muy largos y puede conllevar a problemas en la calidad del acero (segregación química).

Es importante señalar de igual forma la gran similitud que existe en los resultados obtenidos mediante técnicas experimentales (colorimetría) y la simulación matemática para el caso 1, siendo esto un parámetro para elevar el grado de confianza en cada una de las pruebas simuladas matemáticamente.

## **7.- CONCLUSIONES**

### **NUCLEACION Y CRECIMIENTO DE INCLUSIONES**

1.- A altas temperaturas del liquido, los desoxidantes débiles tales como Mn, Si o Si-Mn pierden efectividad debido a las dificultades cinéticas y termodinámicas para nuclear sus correspondientes óxidos.

2.- El aluminio mantiene su poder de desoxidación incluso a muy altas temperaturas y muy bajas concentraciones de oxígeno.

3.- La desoxidación con aluminio produce una gran cantidad de inclusiones con diminutos tamaños, y la desoxidación con desoxidantes débiles produce menor cantidad pero de diámetros mayores.

4.- Puesto que las bajas temperaturas favorecen las velocidades de nucleación de las inclusiones, es de esperarse que la nucleación tome lugar durante la solidificación en las zonas interdendríticas donde las supersaturaciones son muy altas

### **FLOTACION DE INCLUSIONES**

5.- La simulación matemática describe muy bien el flujo bifásico real en el distribuidor para el caso 6, puesto que los resultados obtenidos coinciden con los campos de flujo experimentales determinados mediante la tecnología PIV.

6.- El caso que mejores propiedades de flotación de inclusiones presentó corresponde al caso 6, lo cual es debido a las excelentes modificaciones de flujo ascendente en el distribuidor, canalizando las inclusiones hacia la superficie de la escoria.

7.- El caso que peores condiciones de flotación de inclusiones presentó fue el caso 7, ya que además de no contar con inyección de gas, tampoco tiene inhibidor de turbulencia, seguido del caso 1, ya que el medio dam promueve el "bypassing" de las partículas hacia la salida del distribuidor por el incremento de velocidad en esa zona.

8.- Las cortinas de gas resultaron ser una excelente opción para ser empleadas como modificadores de flujo en el distribuidor, ya que promueven en gran medida la flotación de las inclusiones no-metálicas, además de servir como elementos modificadores del flujo de fluidos.

9.- La máxima remoción de partículas se da en la zona del inhibidor, ya que en esta zona el flujo es completamente reorientado hacia la superficie del baño.

### **INYECCION DE TRAZADOR**

10.- De los resultados de inyección de trazador, es notable resaltar la concordancia entre los resultados obtenidos por métodos experimentales y por simulación matemática. Encontrando de este estudio que el peor de los casos fue el caso 7 (sin modificadores de flujo, obteniendo muy buenos resultados para los casos 2 y 3, con un volumen piston más elevado y un volumen muerto mas bajo.

### **COMENTARIO FINAL.**

Cuando el acero es ineficientemente desoxidado con aluminio durante el vaciado, este tiene que ser subsecuentemente desoxidado en la cuchara en una etapa donde un gran número de inclusiones de alúmina con pequeños tamaños ya existan. Posterior desoxidación con aluminio formará inclusiones del tipo coral, dañinas para la calidad del acero por la coalescencia de las nuevas inclusiones de alúmina con las inclusiones existentes en el líquido. Estos fenómenos son posibles gracias a las altas velocidades de nucleación<sup>95)</sup> y las propiedades de capilaridad de la alúmina.

Durante la producción de acero desoxidados con silicio y con silicio-manganeso, la precipitación de inclusiones de alúmina es casi inevitable. El soporte teórico de esta afirmación ya se ha mostrado. Ya que incluso cuando no se adiciona cantidad alguna de aluminio, la alúmina precipitará debido a que las ferroaleaciones contienen pequeñas concentraciones de este metal.

De ahí que durante la refinación del acero se requiere un excelente sistema de flotación de las inclusiones de alúmina, además de un adecuado tratamiento del líquido con

escorias adecuadas en el horno olla. Las operaciones de vaciado y la secuencia de las adiciones también juega un papel clave para mantener bajo control la generación de alúmina tal como ya ha sido señalado en otra parte<sup>96)</sup>.

## **8.- BIBLIOGRAFIA**

- 1.- P.Boussard, R.Szezesny, et al, "Resulfurized Steels for Improved Machinability with Calcium Treatment", Continuous Casting, Vol.7, (1995), pp.127-132.
- 2.- R. Rungta, A.J.Skidmore y R.D.Buchheit, "Inclusions: Advantages, Disadvantages and the Technological Trends", World Materials Congress, ASM, Illinois, USA, (1988), pp. 1-19.
- 3.- Kiessling R., Non Metallic Inclusions in steel, Part III, The Metals Society, London, (1978), p.75-110.
- 4.- N.A.McPherson y A.McLean, "Continuous Casting", Vol.7,U.S.A., (1995), pp.1-56.
- 5.- Allan B.Doue, " Steel Wire Handbook", The Wire Association, Vol.3, USA, (1972), p.423-433.
- 6.- Carreño V., Tesis Doctoral"Enfoque Micro- Macro Para la Simulación Matemática de los Fenómenos de Solidificación en Proceso de Colada Continua", México DF., (1999), Págs.6-51.
- 7.- M. Wints, M. Bobadilla et al. ISIJ International, Vol.35, (1995), pp.7215-7229.
- 8.- D.C. Hilty y D.A.R. Kay, " Inclusions in steel", Electric Furnace Steelmaking, (1985), pp.237-251.
- 9.- C.Gatellier y M.Olette, "Kinetic Study of Deoxidation of Liquid Steel", ISI, Chemical Metallurgy of Iron and Steel, London, 1973, pp. 191-194.
- 10.- D.R.Poirier, H. Yin, et al, "Interfacial Properties of Dilute Fe-O-S Melts on Alumina Substrates", ISIJ, No.3,Vol.38, 1988, pp.229-238.

- 11.- S.Chakraborty y D.A.Dukelow, "Correlation of Steel Cleanliness with Operating Parameter through Total Oxygen Studies", Steelmaking Conference, Pittsburg, 1996, pp.10-19.
- 12.- R.J.Fruehan, "Ladle Metallurgy Principles and Practices", Iron and Steel Society, AIME, U.S.A., 1985, p.3-5.
- 13.- Malin Hallberg, "A Mathematical Model for Deoxidation of a Stirred Steel Bath", 5<sup>th</sup> International Conference of Clean Steel, Vol.1, Balatonfured (Hungary), 1997, pp.39-48.
- 14.- R.D.Morales y Barreto J., "Tecnologías Avanzadas Para la Fabricación de Acero Limpio", VI Curso Nacional de Siderurgia, Morelia, Mich., 1994, p.5.
- 15.- Y.Miki, Y.Shimada, et al., "Model of Inclusion Removal During RH Degassing of Steel", Iron and Steelmaking, 1997, pp. 31-38.
- 16.- T.Hansen, B. Wahlberg, et al., "Development of Methods for Determining Inclusion Characteristics During Steelmaking and Casting", 5<sup>th</sup> International Conference of Clean Steel, Vol.2, Balatonfured (Hungary), 1997, pp.48-57.
- 17.- K.Ogawa, H.Matsumoto, et al, "Changes on morphology of non-metallic Inclusions of High Carbon Steel for Wire Rod by Flux Treatment", 5<sup>th</sup> International Steel Congress, Iron and Steel Society, Vol.6, Book 3, Washington DC, 1986, pp.171-175.
- 18.- H.Suito, R.Inoue, "Thermodynamics on Control of Inclusions Composition in Ultra Clean Steels", ISIJ international, vol.36, No.5, 1996, pp.528-536.
- 19.- S.Maheda, T.Soejima, et al., "Shape Control of Inclusions in Wire Rods for High Tensile Tire Cord by Refining with Synthetic Slag", Steelmaking Conference Proceedings, 1989, pp.379-385.

- 20.- R.D.Morales, "Discussion of Formation of Non-Metallic Inclusions During Continuous Casting of High Carbon Billets", 6<sup>th</sup> International Iron and Steel Congress, ISIJ, Nagoya, 1990, pp.209-216.
- 21.- G.M.Faulring, "Inclusion Modification in Semi-Killed Steels", Iron and Steelmaking, 1999, pp.29-36.
- 22.- S.V.Subramanian, D.A.R.Kay, "Inclusion Engineering for the Improved Machinability of Medium Carbon Steels", World Materials Congress, ASM, Illinois, USA, 1988, pp. 73-83.
- 23- Gloria Faulring, "Inclusion Modification with Slag in Si-Killed Steels", 12° Seminario de Siderurgia, IAS, Nov., (1999) Buenos Aires, Arg., pp.201-209.
- 24.- Maurizio Ferrante, Kazuyuke Akune, "Nucleation of Acicular Ferrite on Oxygen Rich Inclusions", Proceedings of a Symposium and (1988) Congress, Chicago Illinois, USA, Published by ASM International, pp. 193-196.
- 25- Rob Dekkers, "Non-Metallic Inclusions in Liquid Steel", Tesis Doctoral, Universidad Católica de Leuven, (Junio de 2002), pp.1-6.
- 26.- Yukio TOMITA et al., "Improvement in HAZ Toughness of Steel by TIN-MnS Addition", ISIJ Int., Vol.34 (1994), No.10, pp.829-835.
- 27.- Yun Chul JUNG et al., "Effect of Small Amounts of B, Nb and Ti Additions on Nucleation and Growth Processes of Intermediate Transformation Products in Low Carbon 3% Mn Steels", ISIJ Int., Vol.35, (1995), No.8,pp.1001-1005.
- 28.- D.Yu, et all., "Effect of Large Particles and Fine Precipitates on Recrystallization and Transformation Behavior of Ti Treated Low Carbon TIO Steel", ISIJ Int., Vol.36, (1999), No.8, pp.1055-1062.

- 29.- Z. MA and D.JANKE, "Characteristics of Oxide Precipitation and Growth During Solidification of Deoxidized Steel", *ISIJ Int.*, Vol.38, (1998), No.1, pp.46-52.
- 30.- M.GUO and H.SUITO, "Influence of Dissolved Cerium and Primary Inclusion Particles of  $Ce_2O_3$  and CeS on Solidification Behavior of Fe-0.20 mass%C-0.02% mass %P Alloy", *ISIJ Int.*, Vol.39, (1999) No.7, pp.722-729.
- 31.- M.GUO and H.SUITO, "Pinning of Austenite Grain Boundary of Fe-0.09 to 0.53 mass %P Alloys by Primary Inclusions of  $Ce_2O_3$  and CeS", *ISIJ Int.*, Vol.39, (1999), No.12, pp.1289-1296.
- 32.- Jie LAN et al., "Effect of Rare Earth Metals on the Microstructure and Impact Toughness of a Cast 0.4C-5Cr-1.2Mo-1.0V Steel", *ISIJ Int.*, Vol.40, (2000), No.12, pp.1275-1282.
- 33.- G.V.PERVUSHIN and H.SUITO, "Effect of Primary Deoxidation Products of  $Al_2O_3$ ,  $ZrO_2$ ,  $Ce_2O_3$  and MgO on TiN Precipitation in Fe 10 mass %Ni alloy", *ISIJ Int.*, Vol.41, (2001), No.7, pp.748-756.
- 34.- M. Teneike et al. "Accelerated Coarsening of MX Carbonitrides in 12 % Cr Steels During Creep Deformation", *ISIJ Int.*, Vol.41, (2001), Supplement, pp.s111-s115.
- 35.- J.A.Ramos-Banderas, "Tesis Maestría: Efecto de las tierras Raras como Modificador de Inclusiones en un Acero colado de Medio Carbono", IIM-UMSNH, Morelia Mich, Méx., (2000), Págs.94-113.
- 36.-J.A.Ramos Banderas y B.H.Reyes "Efecto de las Tierras Raras sobre las Inclusiones en Acero Colado" *Moldeo y Fundición*, No.135, 2001, pp.42-51.



- 37.- G.Solorio Díaz, "Tesis de Maestría: Efecto del Ca-Si como Modificador de Inclusiones en un Acero Colado de Medio Carbono", IIM-UMSNH, Morelia Mich., Méx., (1999). Págs.1-50.
- 38.- J.A.Ramos-Banderas y B.H.Reyes "Efecto del Ca-Si como Modificador de INM en acero colado de Medio Carbono", Moldeo y Fundición, No.134, 2001, pp.35-41.
- 39.- Turkdogan E.T., : Iron and Steel Institute, vol.210, (1996), pp.914-919.
- 40.- Turkdogan E.T., "Physical Chemistry of High Temperature Technology", Academic Press, New York, London, (1980), pp.1-80.
- 41.- Turkdogan, E.T., "Physicochemical Properties of Molten Slags and Glasses", The Metals Society, London, (1983), pág.79.
- 42.- M.L.Turpin and J.F.Elliot,: Iron and Steel Institute, vol.204, (1996), pp.217-225.
- 43.-U. Lindborg and K. Torsell, Trans. Met. Soc., AIME, Vol.247, (1968), pp.94-102.
- 44.- M.Soder, et al. : Proc. Steelmaking Conf., ISS, Warrendale, 2001.pp.673-685.
- 45.- Carreño-Galindo, V. Morales, R.D. and Serrano A.: Steel Research, Vol. 71 (2000), pp.107-114.
- 46.- M. Avrami: J. Chem. Phys. Vol.7, (1939), pp.1103-1110.
- 47.- J.W.Christian: Transformations in Metals and Alloys, Part. 1, Pergamon Press, Oxford, New York, (1975), pág.1-65.
- 48.- Y.K.Rao, " Stoichiometry and Thermodynamics of Metallurgical Processes, "Cambridge University Press, London, New York, (1985), pp.321-332.

- 49.- C. Zener: Phys.Rev. Vol.71 (1948), pp.846-852.
- 50.- Lifeng Zhang, S. Taniguchi and K. Matsumoto, "Water Model Study of Inclusion Removal from Liquid Steel by Bubble Flotation under Turbulent Conditions", Ironmaking and Steelmaking, (2000),Vol.29, No.5, pp.326-336.
- 51.- L.Zhang and Taniguchi: Int.Mater.Rev., (2000), Vol.45, No.2, pp.59-82.
- 52- A.G.Szekely: Metall. Trans. B, (1976), 7B, No.3, pp.259-270.
- 53.- K.Okumura, et al., "Rate of SiO<sub>2</sub> Inclusion Removal from Molten Cu to Slag under Mechanical Stirring Conditions", ISIJ Int., Vol.35, (1995), No.7, pp.826-831.
- 54-Y.Miki, B.G.Thomas et al.: Iron Steelmaker, (1997), Vol.24, No.8, pp.31-38.
- 55.- Laihua Wang et. al, "Prediction of the Optimum Bubble size for Inclusion Removal from Molten Steel by Flotation" ISIJ Int. vol.36 (1996) No.1, pp. 7-16.
- 56.- Sten Linde, " Hidrodynamics and Collisions of Small Particles in a Turbulent Metallic Melt with Special Reference to Deoxidation of Steel" Scandinavian Journal of Metallurgy, Vol.3 (1974), pp. 137-150.
- 57.- Szekely Julian, "Fenómenos de flujo de fluidos en procesamiento de metales", Ed. Limusa, 1er. Edición, México,(1988), p.168-177.
- 58.- David C. Wilcox, "Turbulence Modeling for CFD" Edited by DCW Industries Inc. 2<sup>nd</sup>. Edition (2000) p.4-25.

- 59.- Carreño-Galindo, V., Morales, R.D. and Serrano A.: Proc. 57<sup>th</sup> Electric Arc Furnace Conference, ISS, Warrendale PA., (2000), 523-534.
- 60.- M.Soder, P.Jonsson, et al., "A Static Model Approach to Study Growth and Removal of Inclusions in Gas an Induction Stirred Ladles", Steelmaking Conference Proceedings, (2001), pp.673-685.
- 61.- L.Zhang, S.Taniguchi, et al., "Fluid Flow and Inclusion Removal in Continuous Casting Tundish", Metallurgical and Materials Transactions, Vol.30B, (1999), pp.1-14.
- 62.- S.López, J. de J.Barreto,J.Palafox, R.D. Morales y D.Zacharías,"Water Model Study of the Influence of Turbulence Inhibitors on the Molten Steel Flow, Tracer Dispersion, and Inclusion Trajectories in Tundishes", Metallurgical and Materials Tansactions, Vol.32B, (2001), pp.1-13.
- 63.- K.G. Rackers and B.G: Tomas, "Clogging in Continuous Casting Nozzles, Steelmaking Conference Proceedings (1995), pp.723-734.
- 64.- Hideaki Yamaura, "Development of technology for Blowing Fine Bubbles through Porous Plug Using Molten Steel Flow", ISSTech (2003) Conference Proceedings, pp. 19-30.
- 65.- A. Ramos-Banderas, R.D. Morales, et al." Mathematical Simulation and Modeling of Steel Flow with Gas Bubbling in Trough Type Tundishes", Isij Int., Vol.43 (2003), No.5, pp.653-662.
- 66.- Jalaj Kumar, et.al., "Importance of Interfacial Phenomena in the Removal of Inclusions by Gas Bubbles from Steel- an Experimental Study Using Cold Model", Steel Grips 1 (2003), No.2, pp.133-139.

67.- Xiangqun Song, et.al., "Particle Imaging Velocimetry Measurement of Particle Number Rate and Velocity for Falling Particles", ISIJ INT. Vol.39 (1999), No.5, pp. 471-476.

68.- Yoshiteru MIZUNO and Manabu IGUCHI, " Behavior of Bubbles Attaching to and Detaching from Solid Body of Poor Wettability", ISIJ Int., Vol.41 (2001) Supplement, pp. S56-S60.

69.- Yeon-Ho and W.S. Wang, " The Analysis Molten Steel Flow in Billet Continuous Casting Mold", ISIJ Int., Vol. 36, No.8, (1996), pp.1030-1035.

70.- T.J. Chung, "Computational Fluid Dynamics", Cambridge University Press, United Kingdom, (2002), pp.902-924.

71.- Manuales Fluent, Fluent inc. Chapters: Multiphase Flow and Discrete Phase Models.

72.- Clayton C., Martin S. and Yutaka T., " Multiphase Flow With Droplets and Particles", CRC press LLC, USA,(1998), p.92.

73.- Jean Mathieu, " An Introduction to Turbulent Flow", Printed in USA, Edited and Published by Cambridge University Press (2000), p.14.

74.- S. K. CHOUDHARY and D. MAZUMDA, "Mathematical Modelling of Transport of Transport Phenomena in Continuous Casting of Steel" *ISIJ Int.* Vol.34 (1994), No.7, pp.584-592.

75.- Brian G. Thomas, et.al. "Comparison of Four Methods to Evaluate Fluid Velocities in a Continuous Slab Casting Mold", *ISIJ Int.*, Vol.41 (2001), No.10, pp.1262-1271.

76.- A. Ramos-Banderas, et. Al, "Mathematical Simulation and Physical Modeling of Unsteady Fluid Flows in a Water Model of a Slab Mold", Submitted to *Metallurgical and Materials Transactions B*, March of 2003.

77.- A. Ramos-Banderas, et. Al., "Dynamics of Unsteady One-Phase Turbulent Flows in a Continuous-Casting Mold", Submitted to *Iron and Steel Institute of Japan International*, April of 2003.

78.- Pierre Sagaut, "Large Eddy Simulation for Incompressible Flows" Ed. Springer, Printed in Germany (2001),p.4-8.

79.- Brian G. THOMAS and Lifeng ZHANG, "Mathematical Modeling of Fluid Flow in Continuous Casting", *ISIJ Int.*, Vol.41, (2001), No.10, pp.1181-1193.

80.- H. Turkoglu and B. Farouk, "Mixing Time and Liquid circulation Rate in Steelmaking Ladles with Vertical Gas Injection", *ISIJ Int.*, Vol.31, (1991), No.12, pp.1371-1380.

81.- C.W. Hirt and B.D. Nichols, *J. Comput. Phys.*, vol.39, (1981), No.1, pp.201.

82.- Y. Ho, C. Chen and W. Hwang, "Analysis of Molten Steel Flow in slab Continuous Caster Mold" *ISIJ Int.*, Vol.34, (1994), No.3, pp.255.

- 83.- O.J. Ilegbusi and J. Szekely, “ Interfacial Phenomena and Computational Fluid Mechanics in Material Processing”, *Isij. Int.*, Vol.34, (1994), No.12, pp.943-950.
- 84.- O. Levenspiel, “ Ingeniería de las Reacciones Químicas”, Ed. Reverte, España (1979), Págs. 277-357.
- 85.-J.H. Smith, “Ingeniería de la Cinética química”, Ed. CECOSA, México, (1992) Págs.327-349.
- 86.- K.J.CRAIG et al., “Design Optimization of a Single-Strand Continuous Caster Tundish Using Residence Time Distribution Data”, *ISIJ Int.*, Vol.41, (2001), No.10, pp.1194-1200.
- 87.- Chandrashekhar DAMLE and Yogeshwar SAHAI, “The Effect of Tracer Density on Melt Flow Characterization in Continuous Casting Tundishes – A Modeling Study”, *ISIJ Int.*, Vol.35, (1995), No.2, pp.163-169.
- 88.- Yogeshwar SAHAI and Toshihiko EMI, “Melt Flow Characterization in Continuous Casting Tundishes”, *ISIJ Int.*, Vol.36, (1996), No.6, pp.667-672.
- 89.- Mizikar E.A., *Trans. Met. Soc. AIME*, Vol. 239, (1967), pág.1747.
- 90.- Dipak Mazumdar and Roderick I.L.Guthrie, “The Physical and Mathematical Modelling of Continuous Casting Tundish Systems (Review)”, *ISIJ Int.*, Vol.39, (1999), No.6, pp.524-547.
- 91.- Rodolfo Morales Dávila et al., “Control del Flujo de Acero líquido en una Artesa de Colada Continua de Salidas Múltiples”, *Rev. Met. Madrid*. Vol.36, (2000), pp.231-243.

- 92.- Galicia Sainz A.Rosa, "Tesis Maestría: Modelación Física de los Efectos Térmicos sobre el Flujo de Acero Líquido en un Distribuidor de Colada Continua de Forma Compleja" Esiqie-IPN, México, DF., (2003), Pág.72.
- 93.- Alejandro Vargas Zamora, "Tesis: Estudio del flujo de acero líquido en distribuidores equipados con un inhibidor de turbulencia y un sistema de burbujeo", ESQIE-IPN,(2003), Págs.1-60.
- 94.- Kimura, S., Nabeshima, Y., Nakajima, K. And Mozoguchi, S.: Proc. Belton Memorial Symposium, ISS, Warrendale PA:, (2000), 275-287.
- 95.- A. Ramos-Banderas and Rodolfo D. Morales," Homogeneous Nucleation and Growth Rates of Inclusions in Supersaturated Iron Alloys", Steel Grips, vol.1, (2003), No.1, pp.53-58.
- 96.- Cabrera-Marrero, J.M., Carreño-Galindo, V., Morales, R.D. and Chávez, J.F.: ISIJ Int., Vol. 38, (1998), 812-821.

## APENDICE 1

### MODELOS EMPLEADOS EN LA SIMULACION MATEMATICA DE LA DINAMICA DE FLUIDOS EN EL DISTRIBUIDOR

En la simulación matemática del flujo turbulento de la dinámica de fluidos existen dos métodos generales para la solución de las ecuaciones de Navier-Stokes, DNS (Direct Numerical Simulation) y RANS (Reynolds Average Navier-Stokes), para la mayoría de las aplicaciones ingenieriles el segundo método es el preferido por simplicidad y economía en tiempo de computo. En el promediado de Reynolds las variables de la solución de las ecuaciones de Navier-Stokes son descompuestas en dos cantidades, una que se denomina variable instantánea y la otra variable promediada en el tiempo, para la velocidad por ejemplo,

$$u_i = \bar{u} + u' \quad (\text{A1.1})$$

donde:

$u_i$  = Velocidad en una de las componentes ( $i=1,2,3$ ).

$\bar{u}$  = Velocidad promediada en el tiempo.

$u'$  = Velocidad fluctuante o instantánea.

Sustituyendo expresiones de esta forma para las variables de flujo dentro de las ecuaciones instantáneas de continuidad y momentum y tomando un tiempo promedio se llega al conjunto de ecuaciones denominadas de Navier-Stokes promediadas en Reynolds (RANS), las cuales se resuelven mediante la simulación matemática, es decir haciendo uso de la dinámica de fluidos computacional.

Conservación de masa o ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (\text{A1.2})$$



Ecuación de Momentum:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} (-\rho \overline{u_i' u_j'}) \quad (\text{A1.3})$$

En estas ecuaciones los términos adicionales como:  $\frac{\partial}{\partial x_j} (-\rho \overline{u_i' u_j'})$  corresponden

al efecto de la turbulencia, este término es conocido como esfuerzo de Reynolds y es precisamente el término clave en la modelación del flujo turbulento.

Para simular el flujo turbulento se usó el modelo k-ε, que es un modelo semiempírico basado en las ecuaciones de transporte para la energía cinética turbulenta (k) y su disipación (ε). El modelo de la ecuación de transporte para k es derivado de la ecuación exacta, mientras que el modelo para la ecuación de transporte para ε fue obtenido empleando el razonamiento físico y soportado por su contraparte matemática.

En la derivación del modelo k-ε se asumió que el flujo es completamente turbulento y los efectos de la viscosidad molecular son despreciables, por tanto este modelo es empleado solo para flujos completamente turbulentos.

Las ecuaciones de transporte para el modelo k-ε son las siguientes:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_k \quad (\text{A1.4})$$

y

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + S_\varepsilon \quad (\text{A1.5})$$

En estas ecuaciones,  $G_k$  representa la generación de la energía cinética turbulenta debido a los gradientes de velocidad media,  $G_b$  es la generación de la energía debida a la bouyancia,  $Y_M$  representa la contribución de la dilatación fluctuante en turbulencia compresible,  $C_{1\varepsilon}=1.44$ ,  $C_{2\varepsilon}=1.92$  y  $C_{3\varepsilon}$  debe ser evaluado, son constantes.  $\sigma_k=1$  y  $\sigma_\varepsilon=1.3$  son los números turbulentos de Prandtl para  $k$  y  $\varepsilon$ ,  $S_k$  y  $S_\varepsilon$  son los términos fuente definidos por el usuario.

La viscosidad turbulenta es calculada mediante la combinación de  $k$  y  $\varepsilon$  de la siguiente forma:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (\text{A1.6})$$

$C_\mu=0.09$ .

## FLUJO MULTIFASICO

Cuando en la simulación matemática interviene más de una fase como en este caso el aire y el agua, es necesario emplear un modelo de multifase. Por esta razón el modelo empleado en este estudio es el VOF (Volumen of Fluid), el cual se basa en la hipótesis de que los fluidos no se interpenetran entre si. Para cada fase adicional que se adhiere al modelo una variable mas es introducida al modelo, esta es la fracción de volumen en la celda computacional. Los campos para todas las variables y propiedades son compartidos por las fases y representan los valores promediados en volumen.

El cálculo de la interfase entre las fases esta acompañado por la solución de una ecuación de continuidad para la fracción de volumen de una o más de las fases y el modelo es el que sigue:

$$\frac{\partial \alpha_q}{\partial t} + \bar{v} \cdot \nabla \alpha_q = \frac{S_{\alpha_q}}{\rho q} \quad (\text{A1.7})$$

Por omisión el término fuente del lado derecho de la ecuación es cero, pero el usuario puede definir un valor de éste para cada una de las fases.

La ecuación de volumen no es resuelta para la fase que se define como primaria, para ésta se emplea el siguiente modelo:

$$\sum_{q=1}^n \alpha_q = 1 \quad (\text{A1.8})$$

Las propiedades que aparecen en las ecuaciones de transporte son determinadas por la presencia de las fases componente en cada volumen de control, por ejemplo en un sistema bifásico, si las fases están representadas por los sufijos 1 y 2 y si además la fracción de volumen de la segunda fase esta siendo calculado, la densidad en cada celda computacional será:

$$\partial = \alpha_2 \rho_2 + (1 - \alpha_2) \rho_1 \quad (\text{A1.9})$$

y una expresión más general para un flujo en multifase y calculo de la densidad es como sigue:

$$\rho = \sum \alpha_q \rho_q \quad (\text{A1.10})$$

Y lo mismo sucede para las demás propiedades físicas (viscosidad, etc.)

### ECUACION DE MOMENTUM PARA VOF

Una sola ecuación de momentum es resuelta a lo largo de todo el dominio y el campo de velocidad resultante es compartido entre las fases presentes. La ecuación de momentum mostrada a continuación es dependiente de las fracciones de volumen de todas las fases, a través de las propiedades  $\rho$  y  $\mu$ .

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{v}) + \nabla \cdot (\bar{v} \bar{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot \left[ \mu (\nabla \bar{v} + \nabla \bar{v}^T) \right] + \rho \bar{g} + F \quad (\text{A1.11})$$

### ECUACION DE ENERGIA

La ecuación de energía es también compartida entre las fases,

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho E) + \nabla \cdot (v(\rho E + p)) = \nabla \cdot (k_{eff} \nabla T) + S_h \quad (\text{A1.12})$$

El modelo VOF trata a la energía (E), y temperatura (T) como variables de masa promediada:

$$E = \frac{\sum_{q=1}^n \alpha_q \rho_q E_q}{\sum_{q=1}^n \alpha_q \rho_q} \quad (\text{A1.13})$$

Donde  $E_q$  para cada fase esta basada en el calor específico de cada fase y la temperatura compartida.

Las propiedades  $\rho$  y  $k_{\text{eff}}$  (conductividad térmica efectiva son compartidas por las fases, el término  $S_h$  contiene las contribuciones de la radiación, así como otras fuentes de calor volumétricas.

El método numérico para resolver los modelos anteriores realiza la siguiente secuencia:

1. Se resuelven las ecuaciones de momentum empleando un campo de presión supuesto.
2. Se resuelve la ecuación correctiva de presión (balance de masa) para obtener las correcciones necesarias al campo de presión. En este punto se hacen también los ajustes correspondientes a los componentes de la velocidad.
3. Se resuelven las ecuaciones de flujo turbulento usando el campo de velocidades actualizado para obtener la distribución de la viscosidad efectiva.
4. Se resuelven las ecuaciones auxiliares (entalpía, conservación de especies, radiación) usando los valores actualizados de las otras variables.
5. Se actualizan las propiedades del fluido.

## APENDICE 2

### DISEÑO DE MODELOS FÍSICOS EMPLEANDO EL CRITERIO DE FROUDE

El criterio de Froude domina para la simulación de flujo en el distribuidor ya que la fuerza de gravedad es predominante, por lo que se requiere es que se cumpla la siguiente relación.

$$Fr_m = Fr_p$$

m = modelo  
p = prototipo

Por lo tanto:

$$\frac{v_m^2}{gL_m} = \frac{v_p^2}{gL_P} \quad (\text{A2.1})$$

ó:

$$\frac{L_m}{L_P} = \frac{v_m^2}{v_p^2} \quad (\text{A2.2})$$

Se define a la relación  $\frac{L_m}{L_P}$  como el factor de escala de longitud “ $L_f$ ” y a la

relación  $\frac{v_m}{v_p}$  Como el factor de escala de velocidad “ $v_f$ ” y se sustituye en la

ecuación A.1, con lo que se tiene:

$$L_f = v_f^2 \quad (\text{A2.3})$$

La velocidad del fluido en el orificio de la salida del distribuidor depende de la presión debido a la altura del fluido de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$v = \sqrt{2 * g * h} \quad (\text{A2.4})$$

Lo que es lo mismo a:

$$v_m^2 = 2 * g * h_m \quad (\text{A2.5})$$

$$v_p^2 = 2 * g * h_p \quad (\text{A2.6})$$

Dividiendo la ecuación A.4 entre A.5 obtenemos:

$$\frac{v_m^2}{v_p^2} = \frac{h_m}{h_p} \quad (\text{A2.7})$$

Y sustituyendo la relación de alturas por  $h_f$  y a la de velocidades por  $v_f$ , se tiene:

$$v_f^2 = h_f \quad (\text{A2.8})$$

$$h_f = L_f \quad (\text{A2.9})$$

Esto último demuestra que tanto la altura hidráulica como dimensión lineal deben ser escaladas en la misma relación.

El factor de escala para el tiempo puede obtenerse con la ayuda de la siguiente relación

$$t_f = \frac{L_f}{v_f} \quad (\text{A2.10})$$

Este factor de escala puede ser escrito de la siguiente forma utilizando la ecuación A.2

$$t_f = \sqrt{L_f} \quad (\text{A2.11})$$

De la misma manera, se puede derivar un factor de escala para la velocidad de flujo Q, a partir de los factores de longitud y tiempo.

$$Q_f = \frac{L_f^3}{t_f} \quad (\text{A2.12})$$

El cual puede ser escrito en términos del valor de longitud después de sustituir en la ecuación A.10

$$Q_f = \sqrt{L_f^5} \quad (\text{A2.13})$$

Así:

$$Q_m = L_f^{2.5} Q_p \quad (\text{A2.14})$$

El flujo a través de un orificio de área A esta dado por:

$$Q_m = v_m * A_m \quad (\text{A2.15})$$

$$Q_p = v_p * A_p \quad (\text{A2.16})$$

Así la relación entre el flujo volumétrico entre el modelo y el prototipo donde se considera el diámetro del orificio ( $d$ ) para el cálculo del área, se tiene que;

$$\frac{Q_m}{Q_p} = \frac{v_m}{v_p} * \frac{d_m^2}{d_p^2} \quad (\text{A2.17})$$

Sustituyendo las ecuaciones A.2 y A.12 se obtiene:

$$d_f = L_f \quad (\text{A2.18})$$

Lo que indica que la dimensión de la boquilla se reduce de acuerdo con la dimensión lineal:

$$L_f = v^2 f \quad (\text{A2.19})$$

$$L_f = t^2 f \quad (\text{A2.20})$$

$$L_f = Q^2 f^{\frac{1}{5}} \quad (\text{A2.21})$$